

SILVIO IKUYO NABETA

Acoplamento Indireto de Semicondutores ao  
Método dos Elementos Finitos

Tese apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para a  
obtenção do título de Livre-Docente

**CONSULTA**  
**FT-1824**

São Paulo 2003

OK

**SILVIO IKUYO NABETA**

**ACOPLAMENTO INDIRETO DE SEMICONDUTORES  
AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Tese apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para a  
obtenção do Título de Livre-Docente

Área de Concentração:  
Sistemas de Potência

São Paulo  
2003

*À minha família.*

# Índice

Índice	iii
Lista de Figuras	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Introdução	1
<b>1 Estado da Arte</b>	<b>5</b>
<b>2 Acoplamentos Direto e Indireto</b>	<b>11</b>
2.1 Introdução . . . . .	11
2.2 Acoplamento Direto . . . . .	11
2.2.1 Casos magnéticos variáveis no tempo . . . . .	12
2.3 Acoplamento Indireto . . . . .	15
<b>3 Aplicação</b>	<b>17</b>
3.1 Introdução . . . . .	17
3.2 Modelagem dos Diodos . . . . .	18
3.2.1 Modelo <i>On-Off</i> . . . . .	18
3.2.2 Modelo Não-Linear . . . . .	18
3.3 Métodos de Resolução . . . . .	19
3.3.1 Resolução Analítica . . . . .	19
3.3.2 Simulação pelo Programa <i>HSpice</i> . . . . .	19
3.3.3 Acoplamento Indireto Circuito Elétrico e MEF . . . . .	20
3.3.4 Acoplamento Fraco <i>HSpice</i> e <i>Olympos</i> . . . . .	22
<b>4 Resultados</b>	<b>25</b>
4.1 Introdução . . . . .	25
4.2 Resultados . . . . .	25
4.2.1 Influência da Resistência Interna do Diodo $R_S$ . . . . .	27
4.2.2 Influência da Não-Linearidade em função da Tensão de Alimentação	27

<b>Conclusões</b>	<b>30</b>
<b>Anexo 1</b>	<b>32</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>45</b>

# Lista de Figuras

1	Acoplamento Direto . . . . .	2
2	Acoplamento Indireto . . . . .	2
1.1	Modelo do diodo - $R_s \approx 1M\Omega$ , $R_d \approx 1\mu\Omega$ . . . . .	8
2.1	Condutores Filiformes: uso da area $S_k$ . . . . .	13
3.1	Caso Analisado . . . . .	17
3.2	Modelo <i>On-Off</i> . . . . .	18
3.3	Modelo Não-Linear . . . . .	18
3.4	Modelo <i>On-Off</i> . . . . .	20
3.5	Configuração com $D_1$ <i>On</i> e $D_2$ <i>Off</i> . . . . .	21
3.6	Configuração com $D_1$ <i>Off</i> e $D_2$ <i>On</i> . . . . .	21
3.7	Configuração com $D_1$ <i>On</i> e $D_2$ <i>Off</i> . . . . .	22
3.8	Configuração com $D_1$ <i>Off</i> e $D_2$ <i>On</i> . . . . .	22
3.9	Acoplamento <i>HSpice</i> e <i>Olympos</i> com gerenciamento <i>MATLAB</i> . . . . .	23
3.10	Diagrama de blocos para o acoplamento <i>HSpice</i> e <i>Olympos</i> . . . . .	24
4.1	Curvas obtidas com cada método utilizado . . . . .	26
4.2	Análise da influência de $R_S$ . . . . .	28
4.3	Análise da não-linearidade em função da tensão de alimentação . . . . .	29

# Resumo

Este trabalho apresenta a técnica do Acoplamento Indireto do modelo não-linear de um diodo ao Método dos Elementos Finitos. Dois métodos serão abordados:

1. o diodo será modelado por uma equação não-linear e acoplado indiretamente ao programa de elementos finitos em eletromagnetismo *Olympos* através do *Matlab*;
2. o circuito contendo o semiconductor é descrito pelo programa de análise de circuitos *HSpice* e este é acoplado de modo indireto ao *Olympos*, com gerenciamento do *Matlab*.

Os referidos acoplamentos serão aplicados a um exemplo constituído de um reator sem saturação alimentado por uma fonte de tensão senoidal e uma ponte retificadora de meia onda. Os resultados numéricos serão comparados com resultados analíticos e resultados do *HSpice*.

# Abstract

This work presents the weak/indirect coupling technique of a nonlinear diode model with the Finite Element Method. Two methods will be shown:

1. the diode will be modelled by a nonlinear equation and weakly coupled to the FEM package *Olympos* by using the *Matlab*;
2. the circuit containing the semiconductor is described by the circuit-analyzer computational program *HSpice* which is weakly coupled to *Olympos*. The management and the data transfer between both programs are accomplished by *Matlab*.

Both models will be applied to a study-case presenting a linear inductor fed by a sinusoidal voltage source through a half-wave rectifier. Simulations results will be compared to those from the analytical and the *HSpice* resolutions.



# Introdução

Ferramentas numéricas, principalmente aquelas baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF), tornaram-se fundamentais em engenharia e cada vez mais disseminadas graças aos avanços e redução de custos dos meios informáticos.

No eletromagnetismo, a mola propulsora foi o artigo de Silvester & Chari [1] de 1970, o qual já abordava problemas não-lineares. De lá para cá, inúmeros desenvolvimentos foram agregados e, hoje, a gama de estudos realizáveis inclui casos estáticos e dinâmicos, lineares e não-lineares, problemas interdisciplinares (termo-magnético, magnetohidrodinâmico, etc).

Um dos avanços mais importantes no Método dos Elementos Finitos aplicado ao eletromagnetismo foi o desenvolvimento e a implementação do acoplamento de circuitos elétricos.

Tal acoplamento permitiu, nas análises variáveis no tempo, a utilização de fontes de tensão e corrente, de parâmetros externos ao domínio de estudo (ex: acionamentos, conversores, etc), e, nas análises bidimensionais, a inclusão de parâmetros tridimensionais como a impedância de cabeça de bobina.

A necessidade do acoplamento do MEF com circuitos elétricos se fez sentir quando, nas análises magnéticas variáveis no tempo com o fenômeno das correntes induzidas e, por consequência, do efeito pelicular, houve a obrigatoriedade de se fazer a distinção entre condutores maciços, sujeitos ao efeito pelicular, e condutores filiformes, não afetados por estes.

O acoplamento pode ser realizado de duas formas distintas:

1. Acoplamento Direto ou Forte: no qual as equações advindas do MEF e da análise de circuitos elétricos são montadas no mesmo sistema matricial. A resolução deste sistema proporciona, simultaneamente, as grandezas magnéticas (MEF) e elétricas (circuitos elétricos).
2. Acoplamento Indireto ou Fraco: neste acoplamento as equações do MEF e da análise de circuitos elétricos formam sistemas matriciais distintos cujas resoluções são feitas entre ambos de forma iterativa.

Esquematicamente, as duas formas de acoplamento são apresentadas nas figuras 1 e 2, respectivamente.

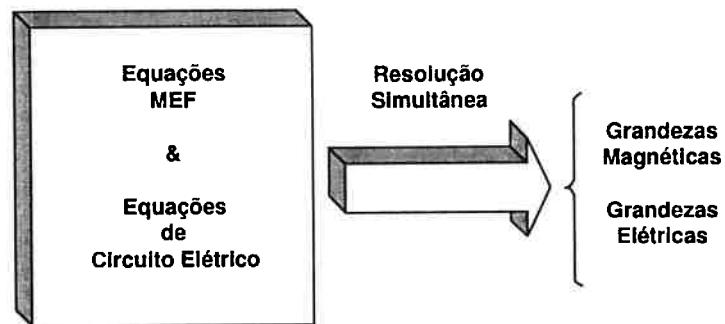


Figura 1: Acoplamento Direto

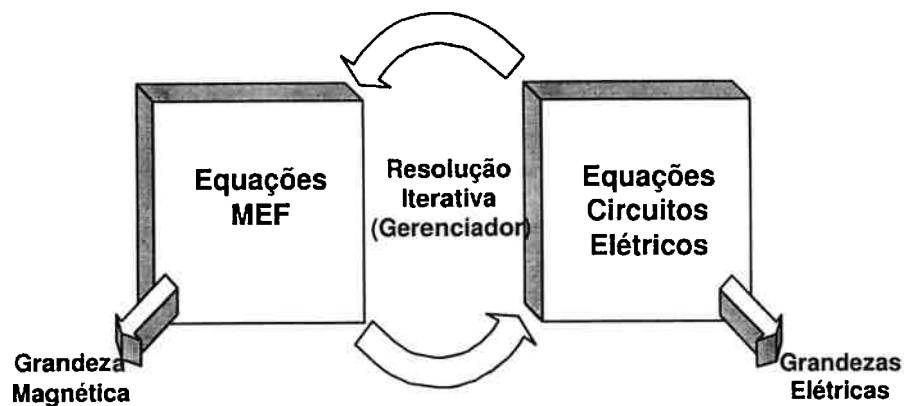


Figura 2: Acoplamento Indireto

Os primeiros trabalhos surgidos, isso nos anos 80, privilegiavam o acoplamento direto. A razão para essa escolha deve-se, provavelmente, ao menor tempo de processamento ligado ao fato de, nesse tipo de acoplamento, termos uma resolução simultânea das equações de circuito e do MEF.

Os trabalhos contemplando o acoplamento indireto são mais recentes, do final da década de 90. Essa nova tendência, apenas viável com o aumento de velocidade dos microprocessadores, busca as vantagens desse tipo de acoplamento que são a maior facilidade de manutenção/mudança do programa e a possibilidade de se usar programas especializados para a resolução de cada sistema. Um exemplo disso, é a utilização do programa *Spice* para a resolução dos circuitos elétricos, como é o caso deste trabalho. Deve-se, entretanto, salientar que, no acoplamento indireto, faz-se necessário o uso de um programa gerenciador, cuja função é promover o processo de resolução iterativa, conforme mostrado na figura 2.

A disseminação do uso de semicondutores em várias aplicações, de retificadores estáticos, inversores a acionamentos, fez com que a inclusão destes nas análises numéricas pelo MEF fosse um passo natural no desenvolvimento do acoplamento de equações de circuitos. Inicialmente os semicondutores foram modelados, enquanto chaves eletrônicas, como chaves do tipo *on-off*. Em outras palavras, os semicondutores eram considerados resistências ôhmicas de valor reduzido (cerca de  $1\text{ m}\Omega$ ) quando na fase de condução e de valor elevado (cerca de  $1\text{ M}\Omega$ ) quando bloqueados. Esta representação, embora bastante conveniente pois traduz-se na substituição de um semicondutor por uma resistência de valor variável, pode, no caso de acoplamento direto, levar a um mal condicionamento da matriz global do sistema face à discrepância na ordem de grandeza assumida por essa resistência face aos demais elementos da matriz.

Neste trabalho a proposta é de representar os semicondutores, em particular os diodos, através de um modelo não-linear e de acoplá-los ao MEF via acoplamento indireto. Esse acoplamento será realizado por dois métodos distintos, a saber:

1. Pela descrição da característica não-linear do diodo através de uma equação e ao acoplamento desta ao programa de elementos finitos *Olympos* [2];
2. Pelo acoplamento indireto do programa de elementos finitos *Olympos* ao programa de análise de circuitos elétricos *HSpice* [3].

Ambos os métodos serão aplicados ao estudo de um indutor linear (sem saturação do núcleo ferromagnético) alimentado por uma fonte de tensão senoidal em série com uma ponte retificadora de meia-onda. Os estudos serão bidimensionais e passo a passo no tempo. Os resultados de corrente elétrica no indutor serão comparados aos seguintes valores:

1. analítico, considerando os diodos como chaves *On-Off*;
2. da simulação numérica, pelo MEF e acoplamento de circuito elétrico considerando os diodos como chaves *On-Off*;
3. da simulação pelo *HSpice* do circuito RL que representa o indutor.

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

**Capítulo 1** no qual é apresentado uma revisão bibliográfica sobre o acoplamento de circuitos elétricos ao MEF;

**Capítulo 2** no qual é apresentado formalmente os acoplamentos direto e indireto ao MEF;

**Capítulo 3** no qual são apresentados o problema a ser estudado e a metodologia de abordagem;

**Capítulo 4** no qual, após as simulações numéricas, os resultados serão apresentados, comparados e comentados.

# Capítulo 1

## Estado da Arte

O Método dos Elementos Finitos (MEF) tornou-se, em particular nas aplicações bidimensionais, uma ferramenta essencial na Engenharia Elétrica. Conforme mencionado anteriormente, um dos desenvolvimentos mais significativos que levou o MEF à essa condição foi o acoplamento de circuitos elétricos, o que possibilitou, nos problemas variáveis no tempo, o acoplamento de circuitos externos à análise MEF, a distinção entre condutores filiformes (sem o efeito pelicular) e condutores maciços (com o efeito pelicular), a descrição da topologia dos enrolamentos, a consideração de elementos tridimensionais como a impedância de cabeça de bobina, etc.

Segundo Tsukerman [4], o acoplamento MEF e circuitos elétricos foi pela primeira vez abordado em 1976 pelo artigo de Hannalla & MacDonald [5]. Entretanto, foram nas décadas posteriores, 80 e 90, que ocorreu o *boom* de desenvolvimentos na área, o que pode ser verificado pelo número de artigos publicados, dos quais podemos citar [6 – 55]

Devido ao grande número de trabalhos publicados, torna-se impossível mencionar todas as contribuições. Mais ainda, a falta de um consenso nas terminologias torna difícil a distinção entre os vários trabalhos na área. Especificamente no que tange o acoplamento MEF e dispositivos a semicondutores, tentaremos neste capítulo apresentar os trabalhos mais pertinentes.

Diversos trabalhos abordam o acoplamento MEF com equações de circuito incluindo-se, neste último, dispositivos semicondutores. Na maioria das vezes, a modelagem destes

dispositivos, os quais funcionam como chaves controladas ou não, é feita através de resistores ôhmicos cujos valores dependem do estado de operação de tais chaves. O caso mais comum é utilizar um valor muito pequeno, da ordem de  $10^{-3} \Omega$ , quando o semiconductor está conduzindo (On) e um valor muito alto, da ordem de  $10^3 \Omega$ , quando o mesmo está bloqueado (Off). Este tipo de modelagem será, doravante, referenciado como modelo On-Off neste trabalho. Em contraposição, existem os modelos nos quais a relação tensão/corrente nos semicondutores é expressa por uma equação não-linear, muitas vezes do tipo exponencial. Neste capítulo serão comentados os artigos com acoplamento MEF-bidimensional e equações de circuito, que contemplem dispositivos semicondutores.

No artigo de Piriou e Razek [9], os autores apresentam o acoplamento direto entre a formulação MEF e as equações de circuito. A aplicação é realizada sobre um reator de núcleo ferromagnético saturado alimentado por uma fonte de tensão senoidal conectado a um diodo. Os resultados são comparados com valores advindos da análise do mesmo problema, mas utilizando um acoplamento indireto. O diodo é modelado através de uma relação exponencial entre a tensão em seus terminais e a corrente que o percorre. Os autores do artigo concluem que o acoplamento direto é preferível nos casos que apresentam não-linearidade tanto no circuito elétrico quanto no modelo MEF, estando, ainda, esses dois sistemas "fortemente acoplados". Faz-se importante notar, entretanto, que, no acoplamento indireto utilizado no trabalho, a indutância do reator, embora afetada da saturação, permanece constante na análise passo a passo no tempo.

Em outro artigo dos mesmos autores [13], estes apresentam a análise numérica pelo MEF de um alternador não convencional conectado a um retificador. Trata-se de uma máquina de indução para aplicação automotiva. Os diodos do retificador são descritos pelo modelo On-Off e o acoplamento usado é o direto. O artigo dá mais ênfase à formulação MEF e ao acoplamento com circuitos elétricos. Como o diodo é modelado por uma resistência que muda de valor em função da corrente (valor alto para correntes positivas e valor baixo para correntes reversas), sua inclusão na formulação é realizada na matriz

de resistências externas  $[R_m]$  advinda da análise de malha. Embora os autores digam que essa matriz  $[R_m]$  tem característica não-linear, pelo fato da resistência que modela o diodo mudar de valor em função da direção da corrente, observa-se que a característica linear é mantida em cada passo de tempo, o que leva o sistema matricial a ser linear em cada passo de tempo.

Arkkio [10], apresenta a análise numérica passo a passo no tempo pelo MEF de um motor de indução acionado por PWM. O acoplamento MEF e equações de circuito utilizado é o direto. O PWM não é caracterizado enquanto circuito, no seu lugar é conectada uma fonte de tensão pulsada emulando a saída do PWM.

Hecht e Marroco [12] apresentam a simulação passo a passo no tempo pelo MEF de um alternador conectado a um circuito elétrico não-linear contendo diodos. O acoplamento usado é o direto, o modelo empregado para os diodos é o On-Off e um valor de tensão de disparo é introduzido (threshold voltage). Em outras palavras, o diodo é modelado por uma resistência variável (valor baixo na condução e valor alto no bloqueio) em série com uma fonte de tensão contínua, a qual representa a tensão de disparo. Na modelagem apresentada, o sistema de equações decorrente é linear em cada passo de tempo.

Bedrosian [21] apresenta em seu trabalho um acoplamento indireto, embora o autor não o chame com este nome. As matrizes oriundas do MEF e da análise de circuitos são resolvidas separadamente, havendo uma matriz de coeficientes que troca parâmetros entre elas. Essa matriz de coeficientes é composta de impedâncias ou admitâncias próprias e mútuas dos condutores envolvidos na análise, que são transferidas da análise MEF para a análise de circuitos elétricos. Os diodos envolvidos são modelados pelo método On-Off.

Sadowski et al. [23] apresentam uma metodologia para o estudo pelo MEF de máquinas elétricas alimentadas por conversores estáticos. O acoplamento MEF e equações de circuitos proposto é o direto e os tiristores envolvidos são modelados pela técnica On-Off. A metodologia é aplicada ao estudo de uma máquina a ímãs permanentes acionada por um inversor de corrente. Diferentemente dos trabalhos anteriores, nos quais o dispositivo

semicondutor utilizado era o diodo, este trabalho utiliza um tiristor, cuja condição de condução/bloqueio depende de um ângulo de disparo. Mais ainda, enquanto no trabalho de Arkkio a forma de onda da tensão era fornecida como fonte, neste trabalho o circuito do inversor também é descrito e acoplado à análise. A saída deste inversor é a entrada para o modelo MEF.

Em sua tese, Väänänen [26] propõe um acoplamento direto do MEF e das equações de circuito. A parte de circuitos elétricos é abordada pelo método da análise de malha modificada. O diodo é modelado com base no modelo mostrado na figura 1.1.

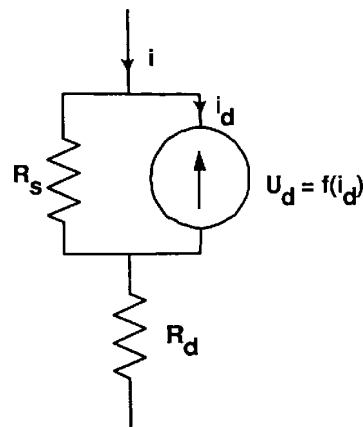


Figura 1.1: Modelo do diodo -  $R_s \approx 1M\Omega$ ,  $R_d \approx 1\mu\Omega$

A função  $f(i_d)$  representa a não-linearidade e, no caso do diodo, assume os valores:

$$f(i_d) = R_s \cdot i, \text{ para } i < 0;$$

$$f(i_d) = V_T \cdot \left[ 1 - \left( \frac{i_{dT} - i}{i_{dT}} \right)^2 \right], \text{ para } 0 < i < i_{dT};$$

$$f(i_d) = V_T, \text{ para } i > i_{dT}$$

no qual:  $V_T$  é a tensão de disparo e  $i_{dT}$  é a corrente de disparo.

Em outro trabalho [30], Väänänen propõe um acoplamento indireto entre o MEF e as equações de circuito para o estudo numérico de um gerador trifásico de ímãs permanentes



alimentando uma carga resistiva através de um retificador a diodos de seis pulsos. Os diodos são modelados pelo método não-linear apresentado anteriormente na figura 1.1.

Segundo o autor, a vantagem do acoplamento indireto reside no fato de se preservar a simetria e o número de condição da matriz oriunda do MEF. Essa vantagem garantiria a eficiência das técnicas de resolução de sistemas lineares e não-lineares empregados.

Kuo-Peng et al. [33] propõem um método para o acoplamento de conversores estáticos a estruturas eletromagnéticas a partir do método direto. A descrição dos conversores estáticos é realizada por variáveis de estado usando-se uma representação do circuito pela teoria dos grafos. Os semicondutores envolvidos são caracterizados pelo modelo On-Off.

Brauer e Ruehl [38] apresentam uma proposta de acoplamento de estruturas magnéticas e circuitos eletrônicos de potência pelo uso conjunto de dois programas computacionais baseados no MEF, sendo um em eletromagnetismo e o outro em estrutura. As chaves, eletrônicas ou mecânicas, são consideradas como resistências ôhmicas de alto valor (condição de bloqueio) ou de baixo valor (condição de condução). A originalidade do trabalho é que esta resistência ôhmica é modelada pelo programa MEF de estrutura através de um elemento unidimensional de comprimento variável.

Essa modelagem só é possível graças a um acoplamento indireto entre os sistemas MEF-eletromagnético e MEF-estrutural. A metodologia é aplicada em dois exemplos simples e os resultados obtidos são considerados satisfatórios.

A partir do ano 2000, trabalhos mais consistentes envolvendo o acoplamento indireto e utilizando programas comerciais são publicados.

Kanerva [43] propõe uma metodologia para se acoplar um programa MEF em eletromagnetismo e um programa de análise de circuitos. Uma tabela comparativa interessante é apresentada relacionando, basicamente, as facilidades de conexão e troca de dados oferecidas pelos programas SPICE, APLAC, SABER e SIMULINK. O autor conclui que os programas SABER e SIMULINK são os mais apropriados para a tarefa. O trabalho em questão não apresenta, entretanto, nenhuma aplicação.

Debarnot et al. [48] propõem o acoplamento indireto de dois pacotes comerciais, o FLUX2D (MEF) e o SIMPLORER (circuitos) para a análise de dispositivos eletromecânicos e seus controles. Ocorre a troca de dois tipos de dados entre os programas: elétrico (tensão e corrente) e mecânico (posição, velocidade, forças, etc). A resolução dos sistemas é iterativa e o gerenciamento desse processo é realizado pelo SIMPLORER. A metodologia é aplicada em dois casos:

1. um gerador síncrono com rotor alimentado por uma fonte de corrente;
2. um motor do tipo brushless cuja comutação depende da posição rotórica.

Nenhum esclarecimento é feito sobre a modelagem dos semicondutores.

Em 2001, Kanerva [49] apresenta um outro artigo propondo o acoplamento indireto entre um programa FEM doméstico e o SIMULINK. Nessa proposição a troca de dados entre os sistemas MEF e circuitos se faz via fontes controladas de tensão e corrente. Novamente, nenhuma aplicação é realizada.

Wilson et al. [55] apresentam o acoplamento indireto do SPICE com o programa MEF para eletromagnetismo SLIM. O processo de troca de dados entre os dois programas se resume em:

- o SPICE passa valores de corrente ao SLIM;
- o SLIM retorna valores de fluxos em todos os enrolamentos envolvidos ao SPICE.

A metodologia é aplicada em dois casos, mas nenhum comportando semicondutores.

# Capítulo 2

## Acoplamentos Direto e Indireto

### 2.1 Introdução

Neste capítulo mostraremos de forma sucinta as técnicas de acoplamento direto e acoplamento indireto de equações de circuitos elétricos ao Método dos Elementos Finitos.

### 2.2 Acoplamento Direto

Conforme citado na Introdução deste trabalho (pg.2), o acoplamento direto se caracteriza pela montagem em um mesmo sistema matricial das equações advindas da formulação MEF e da análise de circuitos elétricos. Esse sistema é, depois de montado, resolvido por técnicas apropriadas e fornece simultaneamente as grandezas magnéticas (MEF) e elétricas (circuitos).

Diversas técnicas se apresentam para a obtenção das equações de circuitos elétricos. Entre elas podemos citar a análise nodal, a análise de malhas e a análise nodal modificada. Pelo fato do acoplamento direto não ser propriamente do escopo deste trabalho e também pelo fato do acoplamento ser semelhante para todas as técnicas, mostraremos apenas o acoplamento utilizando a análise de malha. Para tanto, partiremos das equações diferenciais de segunda ordem que regem os casos magnéticos variáveis no tempo, aplicaremos a formulação MEF e em seguida faremos o acoplamento com as equações de circuitos elétricos obtidas pela análise de malhas.

### 2.2.1 Casos magnéticos variáveis no tempo

Nos problemas magnéticos variáveis no tempo, faz-se a distinção entre condutores filiformes e condutores sólidos, uma vez que pode, neste últimos, ocorrer o efeito pelicular. Desta forma, as equações diferenciais que regem o fenômeno ficam:

- Condutores Filiformes:

$$\nabla \times \nu \nabla \times A = J \quad (2.2.1)$$

- Condutores Sólidos:

$$\nabla \times \nu \nabla \times A + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = -\sigma \nabla V \quad (2.2.2)$$

sendo:

$\nu$  a relutividade magnética;

$\sigma$  a condutividade elétrica;

$A$  o potencial vetor magnético;

$J$  a densidade de corrente

$V$  o potencial elétrico.

É importante notar que, para os condutores filiformes a equação 2.2.1 apresenta como fonte a densidade de corrente  $J$ , enquanto que para os condutores sólidos, a fonte é a diferença de potencial ao longo do condutor  $\nabla V$ .

No intuito de se integrar as equações 2.2.1 e 2.2.2, para os casos onde os dois tipos de condutores estão presentes, lança-se mão de uma expressão que relacione tensão e corrente, que é a Lei de Ohm. Assim, temos:

- Condutores Filiformes:

$$\Delta V = RI + \frac{LN_s^2}{fS_k} \int \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS \quad (2.2.3)$$

- Condutores Sólidos:

$$\Delta V = RI + R \int \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS \quad (2.2.4)$$

nos quais:

$I$  é a corrente no condutor;

$R$  é a resistência ôhmica em corrente-contínua do condutor;

$L$  é o comprimento do condutor;

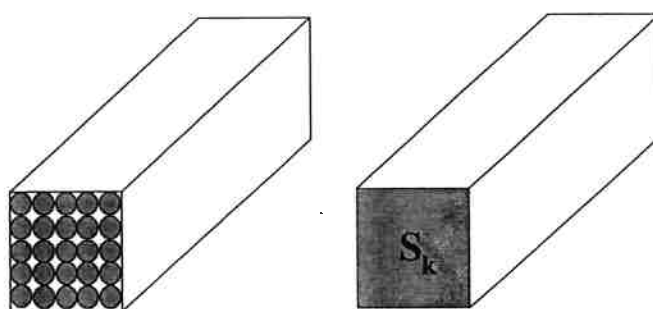
$N_s$  é o número de condutores filiformes;

$f$  é o fator de enchimento, cuja expressão é:

$$f = \frac{N_s S_c}{S_k}$$

e  $S_c$  é a área de um condutor filiforme.

A figura 2.1 mostra a aproximação utilizada nos condutores filiformes, quando se substitui as seções dos condutores pela seção total  $S_k$  e pelo fator de enchimento  $f$ .



**$N_s$  : Número de espiras**  
 **$f$  : fator de enchimento**  
 **$S_k$  : Área total**

Figura 2.1: Condutores Filiformes: uso da area  $S_k$

Por fim, dado que, na engenharia elétrica, é comum alimentarmos equipamentos e dispositivos elétricos através de fontes de tensão, utilizamos uma equação suplementar para essa consideração. Essa equação, neste trabalho, vem da análise de malhas que, na notação matricial, tem a forma:

$$[E] = [R_m] [I_m] + [L_m] \frac{\partial [I_m]}{\partial t} + [D] [\Delta V]$$

sendo:

$[E]$  o vetor de fontes de tensão;

$[I_m]$  o vetor das correntes das malhas;

$[L_m]$  a matriz de indutâncias;

$[R_m]$  a matriz de resistências;

$[\Delta V]$  a diferença de potencial nos ramos

$[D]$  matriz que indica o sentido das correntes nos ramos.  $d_{i,j} = +1$  se a corrente no ramo  $i$  tem o mesmo sentido que a corrente de malha  $j$  e  $d_{i,j} = -1$  em caso contrário.

A obtenção das correntes nos ramos é realizada pela operação matricial:

$$[I] = [D]^T [I_m] \quad (2.2.5)$$

Aplicando o MEF nas equações 2.2.1 e 2.2.2, colocando as equações 2.2.3 e 2.2.4 em notação matricial e deixando tudo em função das correntes de malha, obtemos:

- Condutores Filiformes:

$$[S_1] [A] - [C_1]^T [I_m] = [0] \quad (2.2.6)$$

$$[\Delta V] = [R_1] [D_1]^T [I_m] + [C_1]^T \frac{\partial [A]}{\partial t} \quad (2.2.7)$$

$$[E] = [R_m] [I_m] + [L_m] \frac{\partial [I_m]}{\partial t} + [D_1] [\Delta V] \quad (2.2.8)$$

- Condutores Sólidos:

$$[S_2] [A] - [G] \frac{\partial [A]}{\partial t} - [C_2] [\Delta V] = [0] \quad (2.2.9)$$

$$[\Delta V] = [R_2] [D_2]^T [I_m] + [C_2]^T \frac{\partial [A]}{\partial t} \quad (2.2.10)$$

$$[E] = [R_m] [I_m] + [L_2] \frac{\partial [I_m]}{\partial t} + [D_2] [\Delta V] \quad (2.2.11)$$

Re-arranjando convenientemente as equações de 2.2.6 a 2.2.11, obtemos:

$[S] [A] - [G] \frac{\partial [A]}{\partial t}$	$- [C_2] [\Delta V]$	$- [C_1] [D_1^T] [I_m]$	$= 0$
$- [C_2]^T \frac{\partial [A]}{\partial t}$	$+ [R_2]^{-1} [\Delta V]$	$- [D_2]^T [I_m]$	$= 0$
$- [D_1] [C_1]^T \frac{\partial [A]}{\partial t}$	$- [D_2] [\Delta V]$	$- [R_m] [I_m] - [L_m] \frac{\partial [I_m]}{\partial t}$	$- [E]$

sendo  $R_m^h$  uma combinação de  $R_1$  e  $R_m$ .

Neste ponto, duas análises são possíveis:

### 1. Regime Permanente Senoidal

No qual se admite que as grandezas são todas senoidais e estão em regime permanente. Nesse caso, o operador  $\frac{\partial}{\partial t}$  é substituído por  $j\omega$  e o sistema matricial fica na forma:

$$\begin{bmatrix} [S] + j\omega [G] & -[C_2] & -[C_1][D_1]^T \\ -[C_2]^T & \frac{1}{j\omega} [R]^{-1} & -\frac{1}{j\omega} [D_2]^T \\ [D_1][C_1]^T & -\frac{1}{j\omega} [D_2] & -\frac{1}{j\omega} [R_m] - [L_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [\Delta V] \\ [I_m] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ -\frac{1}{j\omega} [E] \end{bmatrix} \quad (2.2.12)$$

### 2. Regime Transiente

Também chamado regime passo a passo no tempo, os termos com derivadas em relação ao tempo são discretizados. Por exemplo, o termo  $\frac{\partial A}{\partial t}$  fica na forma  $\frac{A(t+\Delta t) - A(t)}{\Delta t}$ .

Assim, temos o sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} [S] + \frac{[G]}{\Delta t} & -[C_2] & -[C_1][D_1]^T \\ -[C_2]^T & \Delta t [R]^{-1} & -\Delta t [D_2]^T \\ [D_1][C_1]^T & -\Delta t [D_2] & -\Delta t [R_m] - [L_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [\Delta V] \\ [I_m] \end{bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ -[E]_{t+\Delta t} \Delta t - [L_m][I_m]_t - [D_1][C_1]^T [A]_t \end{bmatrix} \quad (2.2.13)$$

As resoluções dos sistemas 2.2.12, no domínio dos números complexos, e 2.2.13, para cada instante de tempo, levam à obtenção simultânea das grandezas magnéticas  $[A]$  e das grandezas elétricas  $[I_m]$  e  $[\Delta V]$ .

## 2.3 Acoplamento Indireto

No acoplamento indireto, os sistemas matriciais advindos da formulação MEF e da análise de circuitos elétricos são mantidos isolados, ou seja, não são integrados num mesmo

sistema como mostrada nas expressões 2.2.12 e 2.2.13. Portanto, a resolução de cada sistema é independente um do outro, havendo, entretanto, uma interatividade entre ambos, isto é, a solução de um serve de entrada para o outro e vice-versa. A troca de dados entre os dois sistemas é realizada através de coeficientes de acoplamento. Para tanto, necessita-se de um terceiro programa que serve de gerenciador da interatividade.

No caso deste trabalho, no qual dois programas computacionais distintos são utilizados, o acoplamento é inevitavelmente indireto.

Encontra-se na literatura [30], [43], [55] duas aproximações distintas para a realização indireta:

1. Circuito multiportas: no qual as grandezas magnéticas e elétricas são resolvidas na simulação MEF que passa valores de tensão e corrente para a simulação elétrica.
2. Fontes controláveis: no qual apenas a grandeza magnética é resolvida no módulo MEF e passada para o módulo de circuito elétrico como variáveis controláveis de fontes de tensão ou corrente.

Segundo [43], os dois métodos são equivalentes, estando a diferença em onde as equações dos condutores sólidos e filiformes são resolvidos, no módulo MEF (multiportas) ou no módulo circuito elétrico (fontes controláveis).

Neste trabalho é utilizado o método de multiportas.



# Capítulo 3

## Aplicação

### 3.1 Introdução

O caso a ser estudado é formado de um indutor com núcleo ferromagnético não saturável (linear) alimentado por uma fonte de tensão senoidal e uma ponte retificadora de meia-onda, conforme mostra a figura 3.1.

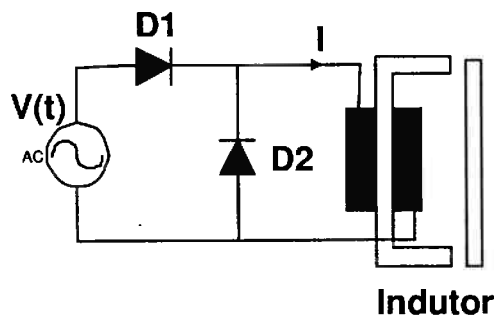


Figura 3.1: Caso Analisado

Os dados das partes constituintes são:

**Núcleo ferromagnético:** linear com  $\mu_r = 1000$

**Bobina:** Número de espiras = 100,  $r = 0,17\Omega$ ,  $L = 13,96mH$

**Fonte:**  $V(t) = 12 \cos \omega t$ ,  $f = 50Hz$

## 3.2 Modelagem dos Diodos

Neste trabalho iremos utilizar dois modelos para os diodos  $D_1$  e  $D_2$  do circuito mostrado na figura 3.1. São eles: o modelo *On-Off* e o modelo Não-Linear cujas descrições são apresentadas a seguir.

### 3.2.1 Modelo *On-Off*

Neste modelo o diodo é considerado como sendo uma resistência de valor reduzido, da ordem de  $0,1m\Omega$ , na condução (*On*) e de valor elevado, cerca de  $10M\Omega$ , no bloqueio (*Off*), conforme mostra a figura 3.2.

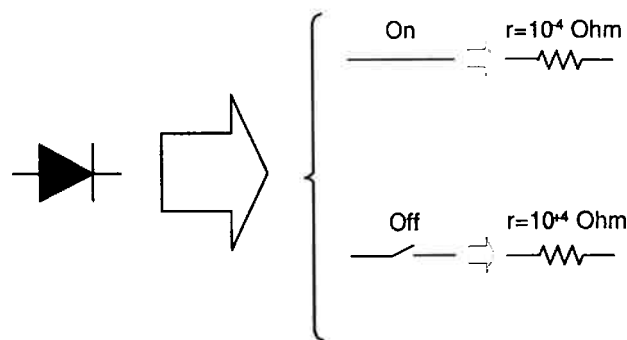
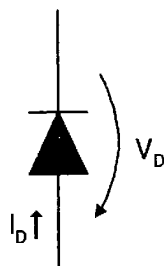


Figura 3.2: Modelo *On-Off*

### 3.2.2 Modelo Não-Linear

No modelo não-linear, o diodo é descrito a partir de uma equação, conforme apresentado na figura 3.3.



$$V_D = V_T \ln\left(\frac{I_D}{I_S} + 1\right) + R_S I_D$$

$I_S$  é a corrente inversa de saturação;

$V_T$  é a tensão termodinâmica;

$R_S$  é a Resistência interna do diodo

Figura 3.3: Modelo Não-Linear

### 3.3 Métodos de Resolução

O problema proposto, apresentado na figura 3.1, será abordado por diferentes métodos para que se possa estabelecer condições suficientes de comparação e conclusão.

Os métodos de resolução empregados são descritos a seguir:

#### 3.3.1 Resolução Analítica

Considerando os diodos  $D_1$  e  $D_2$  como sendo chaves perfeitas, sem mesmo a necessidade de se admitir resistências como no modelo *On-Off*, e lembrando que o núcleo ferromagnético do indutor é linear, o circuito 3.1 se torna um simples circuito do tipo RL, o qual pode ser resolvido analiticamente. Assim, a expressão da corrente no indutor é determinada pelas resoluções das equações 3.3.1, para  $D_1$  conduzindo e  $D_2$  bloqueado, e 3.3.2, para  $D_1$  bloqueado e  $D_2$  conduzindo.

$$V(t) = RI + L \frac{\partial I}{\partial t} \quad (3.3.1)$$

$$0 = RI + L \frac{\partial I}{\partial t} \quad (3.3.2)$$

#### 3.3.2 Simulação pelo Programa *HSpice*

Uma vez admitido que o núcleo ferromagnético é linear e que o problema se resume a um circuito do tipo RL, o mesmo pode ser resolvido por um pacote computacional específico para análise de circuitos elétricos. Neste trabalho foi utilizado o programa *HSpice* [3] que emprega modelos não-lineares para os diodos. Cumpre-se ressaltar que o diodo empregado na simulação pelo *HSpice* é comercial e adequado para uso, tanto em termos de tensão quanto de corrente, na aplicação proposta. É interessante notar que o fabricante do diodo disponibiliza em sua página web a biblioteca de parâmetros para o uso deste nos programas da família *Spice* [56]. Os diodos usados são descritos ao longo do trabalho.

### 3.3.3 Acoplamento Indireto Circuito Elétrico e MEF

Neste método será efetuado o acoplamento fraco de circuitos elétricos com o MEF. Este acoplamento será elaborado através do programa *MATLAB* [57], para a análise do circuito elétrico incluindo os diodos e para o gerenciamento da simulação numérica, e pelo programa de elementos finitos *Olympos* [2], que se encarregará da simulação MEF do indutor (núcleo e bobina). A figura 3.4 mostra esquematicamente esse acoplamento.

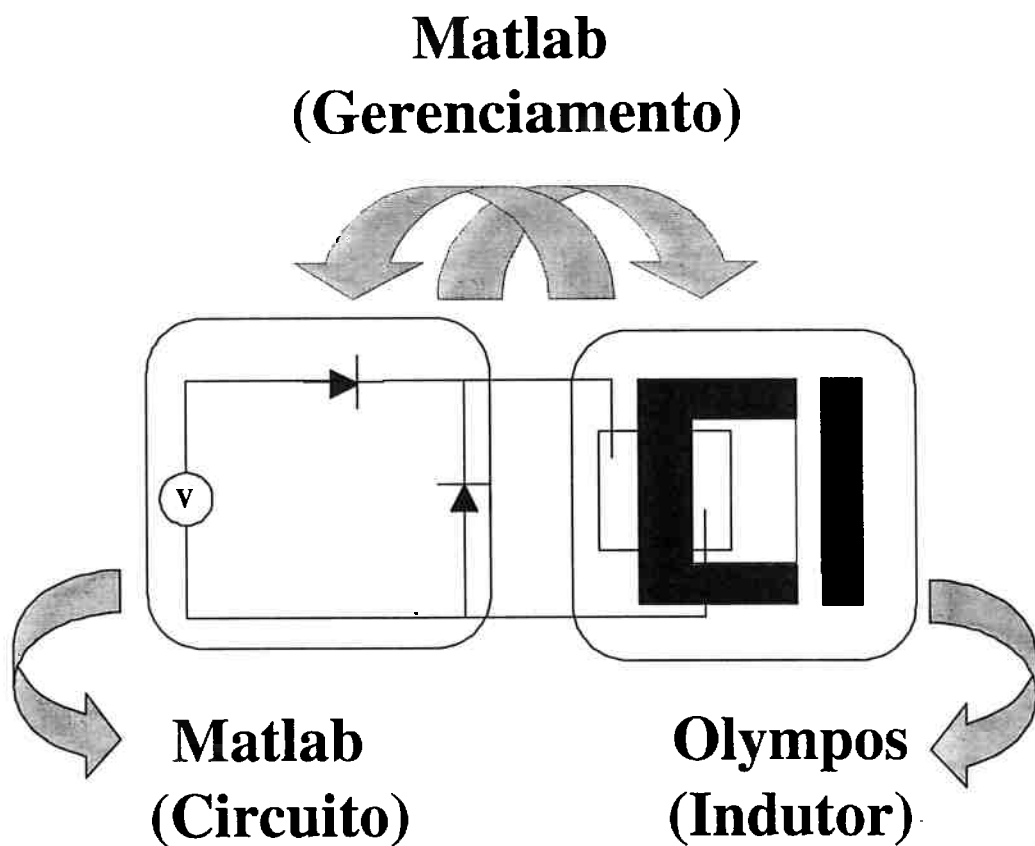


Figura 3.4: Modelo *On-Off*

Dois modelos serão utilizados para os diodos:

- Modelo *On-Off*

Nesta implementação será utilizada a modelagem apresentada na seção 3.2.1. Na prática, esta implementação se dará da seguinte forma:

1. Quando o diodo  $D_1$  estiver conduzindo (*On*), o diodo  $D_2$  estará bloqueado (*Off*) e a configuração será aquela apresentada na figura 3.5, a qual será simulada pelo programa *Olympos* no regime transitório, ou passo a passo no tempo.

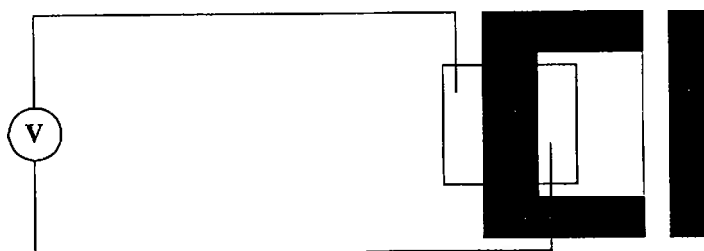


Figura 3.5: Configuração com  $D_1$  *On* e  $D_2$  *Off*

2. Quando o diodo  $D_2$  estiver conduzindo, o diodo  $D_1$  estará bloqueado e a configuração será aquela mostrada na figura 3.6, que, por sua vez, será simulada pelo programa *Olympos* também no regime transitório.

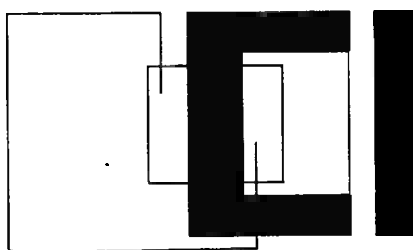


Figura 3.6: Configuração com  $D_1$  *Off* e  $D_2$  *On*

#### • Modelo *Não-linear*

A modelagem descrita na seção 3.2.2 será utilizada nesta simulação. O processo é similar ao apresentado para o modelo *On-Off* precedente. A diferença está na consideração da relação não-linear entre a tensão  $V_D$  e a corrente  $I_D$  nos diodos, conforme apresentada na expressão 3.3.3.

$$V_D = V_T \ln \left( \frac{I_D}{I_S} + 1 \right) + R_S I_D \quad (3.3.3)$$

A figura 3.7 mostra a configuração para a situação  $D_1$  *On* e  $D_2$  *Off* e a figura 3.8 a situação  $D_1$  *Off* e  $D_2$  *On*. Ambas as configurações serão simuladas pelo programa *Olympos* em regime transitório.

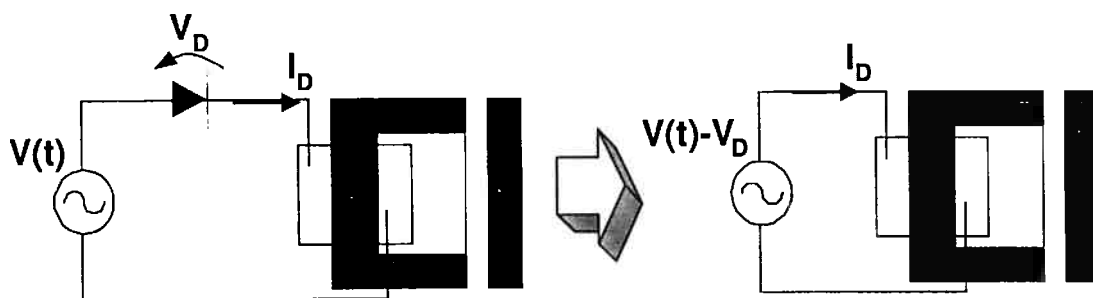


Figura 3.7: Configuração com  $D_1$  *On* e  $D_2$  *Off*

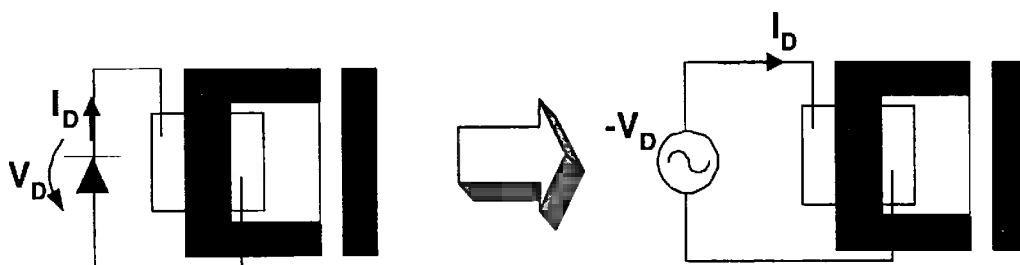


Figura 3.8: Configuração com  $D_1$  *Off* e  $D_2$  *On*

### 3.3.4 Acoplamento Fraco *HSpice* e *Olympos*

O acoplamento de dois programas específicos, no caso o *Olympos* para a análise MEF e o *HSpice* para a parte de circuitos elétricos, foi a realização final deste trabalho. A vantagem evidente deste acoplamento é a utilização de dois programas específicos em suas funções. Mais ainda, o *HSpice*, permite o emprego de um modelo mais completo que aquele da equação 3.3.3 para os diodos.

Tal acoplamento necessitou da coordenação de um gerenciador para a troca de dados entre os dois programas. Neste trabalho, o gerenciador foi desenvolvido no *MATLAB* e o

diagrama geral pode ser visto na figura 3.9.

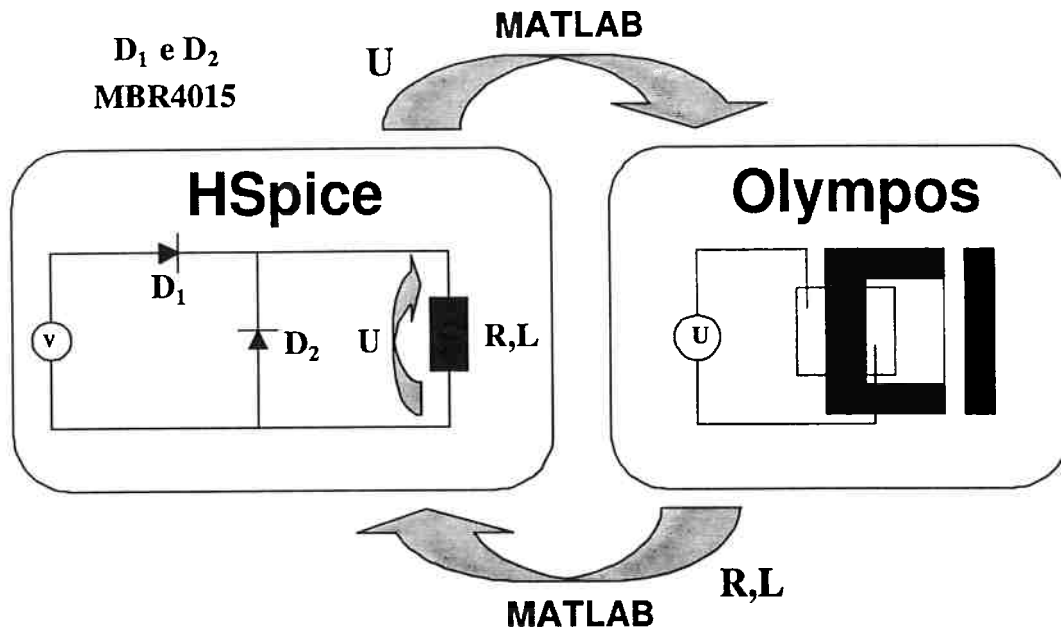


Figura 3.9: Acoplamento *HSpice* e *Olympos* com gerenciamento *MATLAB*

No início da simulação, adota-se valores arbitrários para a resistência  $R$  e para a indutância  $L$ . Convém ressaltar que os diodos  $D_1$  e  $D_2$  são comerciais, do tipo MBR4015, e cuja folha de dados pode ser encontrada no Anexo 1 deste trabalho.

Realiza-se, então, a simulação via *HSpice* do circuito RL. Essa simulação, feita para um passo de tempo, fornece a tensão  $U$ , sobre a impedância formada por  $R$  e  $L$ . A tensão  $U$  é, por sua vez, transferida via *MATLAB* para o programa *Olympos* que realiza a simulação MEF passo a passo no tempo do indutor.

Ressalta-se que essa simulação transitória é realizada para apenas um passo de tempo, que é o mesmo adotado no *HSpice*. Uma vez terminada a simulação MEF, o *MATLAB* se encarrega de transferir para o *HSpice* os valores de  $R$  e  $L$ .

Realiza-se, então, uma comparação de correntes, na impedância RL na simulação *HSpice* e no indutor na simulação *Olympos*. Caso essas correntes não se encontrem dentro de uma faixa de tolerância ( $10^{-4}$  neste trabalho), o processo iterativo continua até a

convergência.

A figura 3.10 mostra o diagrama de blocos do processo.

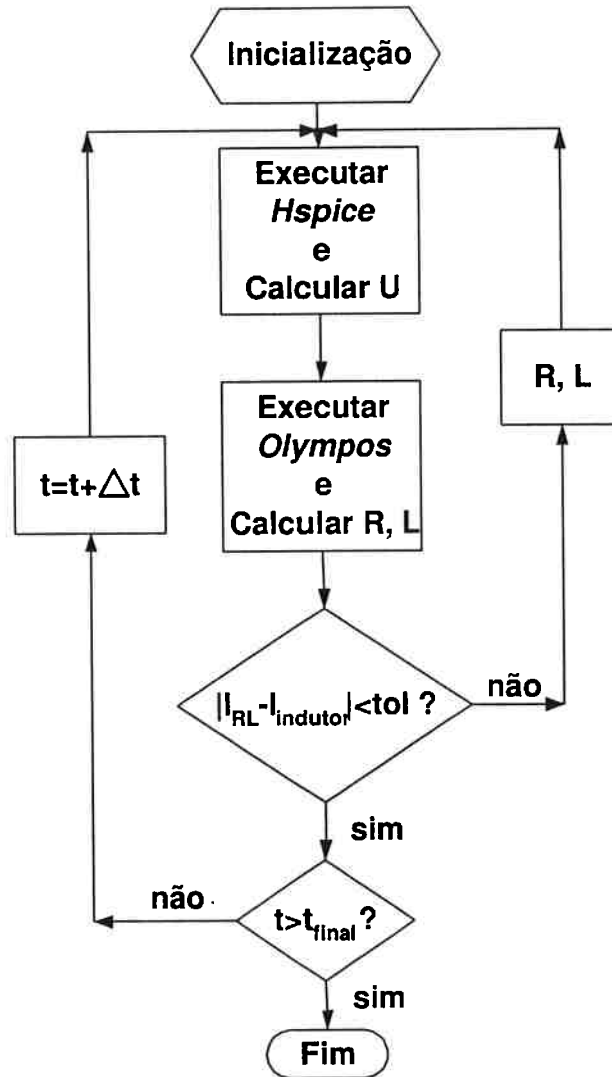


Figura 3.10: Diagrama de blocos para o acoplamento *HSpice* e *Olympos*

No próximo capítulo apresentaremos os resultados obtidos e os comentários devidos.



# Capítulo 4

## Resultados

### 4.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados e comentados os resultados dos métodos apresentados no capítulo precedente. Convém lembrar que as simulações envolvendo o MEF foram realizadas em bidimensional, sem saturação no material ferromagnético e em regime transitório. A título de análise e comparação, os resultados obtidos através do programa *HSpice* serão considerados como referências por se entender que os modelos de diodos utilizados por este são os mais completos.

### 4.2 Resultados

A figura 4.1 apresenta as curvas obtidas para os diversos métodos utilizados na resolução do problema proposto.

Analisando-se a figura 4.1, os seguintes comentários podem ser tecidos:

- os métodos analítico e *On-Off* apresentaram resultados semelhantes, o que valida a implementação deste último;
- Os métodos que contemplaram modelos não-lineares para os diodos apresentaram curvas de corrente menores que aqueles que utilizaram modelos do tipo *On-Off* e solução analítica. Essa diferença era esperada haja vista que a característica não-linear dos semicondutores faz diminuir a tensão nos terminais do indutor. A maior

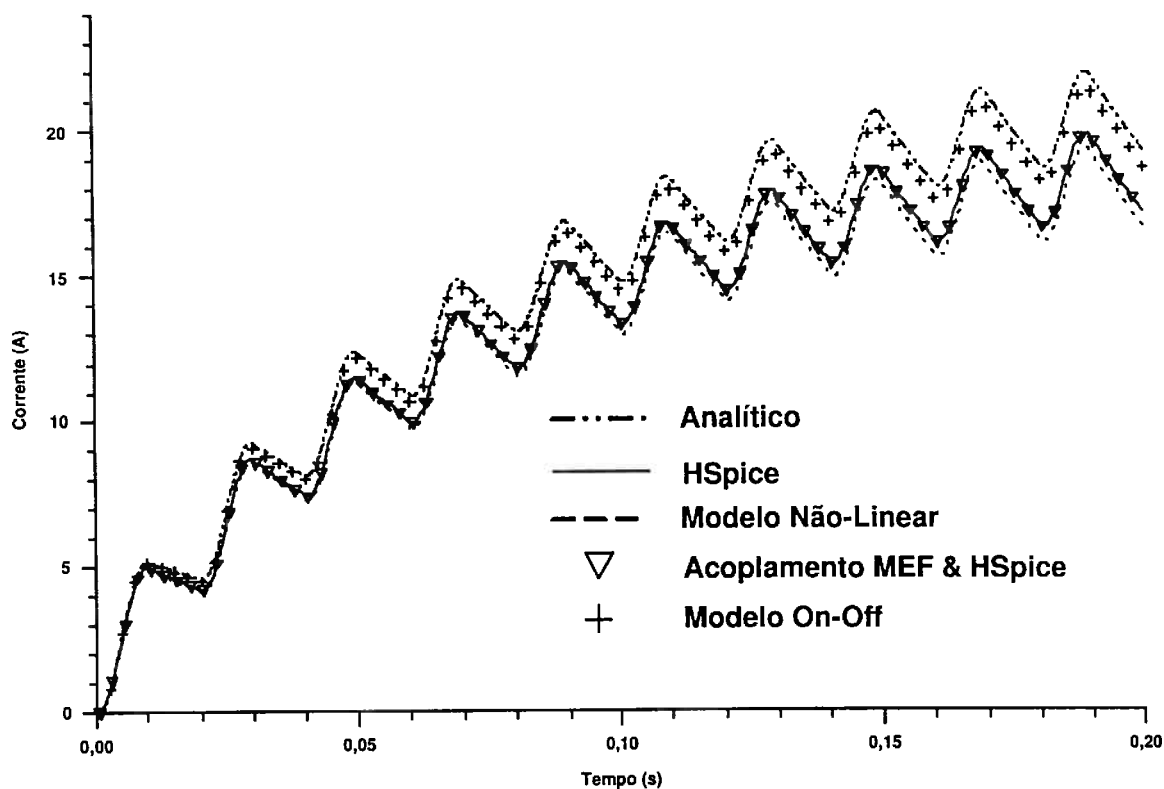


Figura 4.1: Curvas obtidas com cada método utilizado

diferença encontrada entre os resultados das simulações do modelo *On-Off* e do acoplamento MEF e *HSpice* ficou em 9%.

- os resultados para o modelo não-linear são bem próximos dos resultados obtidos pelo *HSpice*. Isso mostra que, embora simplificada em relação ao modelo utilizados pelo *HSpice*, a equação 3.3.3 descreve bem o comportamento não-linear do diodo.
- os resultados do *HSpice* e do acoplamento *HSpice* e *Olympos* são coincidentes, o que também já era esperado uma vez que o circuito magnético do indutor estudado não apresenta saturação.

### 4.2.1 Influência da Resistência Interna do Diodo $R_S$

Com o intuito de se verificar a influência da resistência interna  $R_S$  nos resultados, realizou-se uma simulação MEF com o modelo *On-Off* mas considerando-se  $R_S = 0.00486467\Omega$ , que é o valor da resistência interna do diodo MBR4015 segundo o fabricante. A figura 4.2 mostra os resultados obtidos com essa configuração.

Observa-se que a inclusão da resistência  $R_S$  pouco altera os resultados quando comparados com os resultados obtidos com o modelo *On-Off* original, no qual utilizou-se uma resistência  $R = 10^{-4}\Omega$  para a condição *On*.

A comparação com a curva fornecida pelo *HSpice* comprova a preponderância do efeito da não-linearidade do semicondutor sobre a influência da resistência interna  $R_S$ .

### 4.2.2 Influência da Não-Linearidade em função da Tensão de Alimentação

Nesta subseção é analisada a influência da não-linearidade do modelo do diodo em função da tensão de alimentação. Ou seja, a influência da não-linearidade dos diodos nos resultados quando utilizados em circuitos com tensões mais elevadas. Assim, para o caso em estudo, a tensão de alimentação foi aumentada, conforme mostra a equação 4.2.1:

$$V(t) = 220 \cos \omega t \quad (4.2.1)$$

Para as simulações com tensão maior, os diodos foram alterados para o modelo MUR3060 [56] de forma a estarem de acordo com os novos valores de tensão e correntes.

As seguintes análises foram conduzidas:

- simulação MEF com modelo não-linear;
- simulação *PSpice* contemplando a não-linearidade dos diodos;
- solução analítica, a qual não considera a não-linearidade dos diodos.

Os resultados obtidos de simulação são apresentados na figura 4.3.

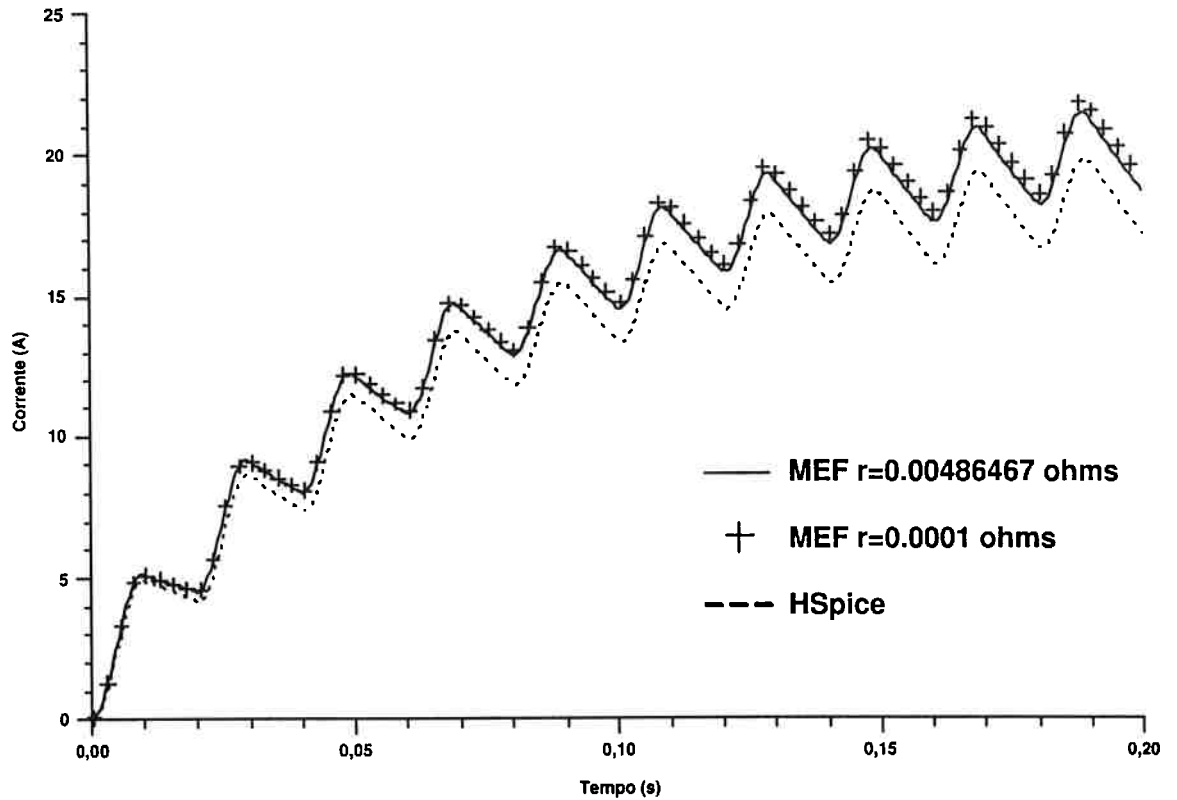


Figura 4.2: Análise da influência de  $R_s$

Observa-se que todas as curvas apresentaram o mesmo comportamento, o que evidencia a irrelevância da não-linearidade dos diodos nos casos onde as tensões envolvidas são elevadas (no caso deste trabalho, 220 V de pico).

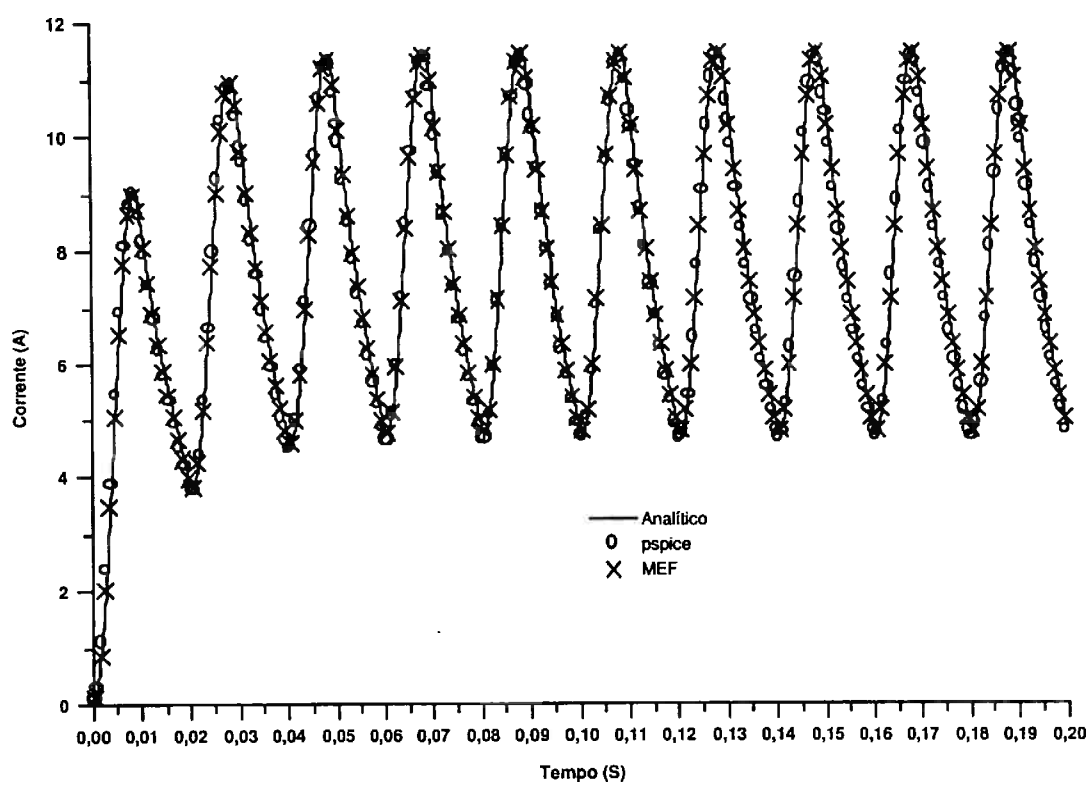


Figura 4.3: Análise da não-linearidade em função da tensão de alimentação

# Conclusões

Neste trabalho foram realizados dois acoplamentos indiretos de diodos com o programa de elementos finitos *Olympos*.

No primeiro acoplamento, os diodos foram representados por uma equação não-linear e descritos pelo programa *Matlab*.

No segundo acoplamento foram utilizados os programas de análise de circuitos elétricos *HSpice* e o de elementos finitos *Olympos*. Neste segundo caso, o gerenciamento para a troca de dados entre os dois programas ficou por conta do *Matlab*.

Ambas as propostas foram aplicadas a um caso-teste e os resultados comparados com resultados advindos de outros métodos.

Considerando-se que o erro máximo encontrado entre os modelos *On-Off* e não-linear foi de 9%, pode-se inferir que a consideração da característica não-linear é importante nos casos onde as fontes de tensões envolvidas são de valores baixos. Neste trabalho essa tensão foi de 12 V (pico), o que demonstra que, em certas aplicações (automotiva, por exemplo), a não-linearidade deve ser levada em conta.

Observou-se também que, nesses casos de tensão baixa, a influência da resistência interna do diodo é irrelevante face à sua característica não-linear.

Para tensões de valores superiores, como a de 220 V (pico) deste trabalho, a influência da característica não-linear é desprezível. Ou seja, para esses casos os resultados dos modelos não-linear e *On-Off* foram similares.

Conclui-se também que, embora o modelo utilizado pelo programa *HSpice* seja mais completo e complexo, a modelagem da característica tensão/corrente do diodo por uma

equação do tipo exponencial (equação 3.3.3) também leva a resultados satisfatórios.

Finalizando, embora os resultados apresentados neste trabalho sejam promissores, deve-se considerar que a aplicação foi realizada numa estrutura relativamente simples. Como sugestões para desenvolvimentos futuros, pode-se citar a aplicação da metodologia em estruturas mais complexas, em materiais magnéticos com saturação e também o desenvolvimento de uma interface amigável para se automatizar as funções do gerenciador.

# Anexo 1



# MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

## SWITCHMODE™ Power Rectifiers

... designed for use in switching power supplies, inverters and as free wheeling diodes, these state-of-the-art devices have the following features:

- Ultrafast 35 and 60 Nanosecond Recovery Time
- 175°C Operating Junction Temperature
- High Voltage Capability to 600 Volts
- Low Forward Drop
- Low Leakage Specified @ 150°C Case Temperature
- Current Derating Specified @ Both Case and Ambient Temperatures
- Epoxy Meets UL94, V<sub>O</sub> @ 1/8"
- High Temperature Glass Passivated Junction

### Mechanical Characteristics:

- Case: Epoxy, Molded
- Weight: 4.3 grams (approximately)
- Finish: All External Surfaces Corrosion Resistant and Terminal Leads are Readily Solderable
- Lead Temperature for Soldering Purposes: 260°C Max. for 10 Seconds
- Shipped 30 units per plastic tube
- Marking: U3020, U3040, U3060

### MAXIMUM RATINGS

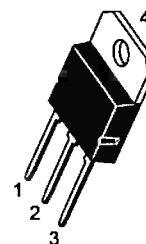
Please See the Table on the Following Page



**ON Semiconductor™**

<http://onsemi.com>

**ULTRAFAST  
RECTIFIERS  
30 AMPERES  
200–600 VOLTS**



**TO-218AC  
CASE 340D  
STYLE 2**

### MARKING DIAGRAM



A = Assembly Location  
Y = Year  
WW = Work Week  
U30x0 = Device Code  
x = 2, 4 or 6

### ORDERING INFORMATION

Device	Package	Shipping
MUR3020PT	SOT-93	30 Units/Rail
MUR3040PT	SOT-93	30 Units/Rail
MUR3060PT	SOT-93	30 Units/Rail

## MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

### MAXIMUM RATINGS (Per Leg)

Rating	Symbol	MUR3020PT	MUR3040PT	MUR3060PT	Unit
Peak Repetitive Reverse Voltage Working Peak Reverse Voltage DC Blocking Voltage	$V_{RRM}$ $V_{RWM}$ $V_R$	200	400	600	Volts
Average Rectified Forward Current (Rated $V_R$ ) Per Leg Per Device	$I_{F(AV)}$	15 @ $T_C = 150^\circ\text{C}$ 30 @ $T_C = 150^\circ\text{C}$		15 @ $T_C = 145^\circ\text{C}$ 30 @ $T_C = 145^\circ\text{C}$	Amps
Peak Rectified Forward Current, Per Leg (Rated $V_R$ , Square Wave, 20 kHz, $T_C = 150^\circ\text{C}$ )	$I_{FRM}$	30 @ $T_C = 150^\circ\text{C}$		30 @ $T_C = 145^\circ\text{C}$	Amps
Nonrepetitive Peak Surge Current (Surge applied at rated load conditions, halfwave, single phase, 60 Hz) Per Leg	$I_{FSM}$	200	150		Amps
Operating Junction and Storage Temperature	$T_J, T_{stg}$	- 65 to +175			$^\circ\text{C}$

### THERMAL CHARACTERISTICS (Per Diode Leg)

Maximum Thermal Resistance — Junction to Case — Junction to Ambient	$R_{\theta JC}$ $R_{\theta JA}$	1.5 40	$^\circ\text{C/W}$
--	------------------------------------	-----------	--------------------

### ELECTRICAL CHARACTERISTICS (Per Diode Leg)

Maximum Instantaneous Forward Voltage (Note 1.) ( $I_F = 15$ Amp, $T_C = 150^\circ\text{C}$ ) ( $I_F = 15$ Amp, $T_C = 25^\circ\text{C}$ )	$V_F$	0.85 1.05	1.12 1.25	1.2 1.5	Volts
Maximum Instantaneous Reverse Current (Note 1.) (Rated DC Voltage, $T_J = 150^\circ\text{C}$ ) (Rated DC Voltage, $T_J = 25^\circ\text{C}$ )	$i_R$	500 10		1000 10	$\mu\text{A}$
Maximum Reverse Recovery Time ( $i_F = 1.0$ Amp, $di/dt = 50$ Amps/ $\mu\text{s}$ )	$t_{rr}$	35	60		ns

1. Pulse Test: Pulse Width = 300  $\mu\text{s}$ , Duty Cycle  $\leq 2.0\%$ .

# MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

## MUR3020PT

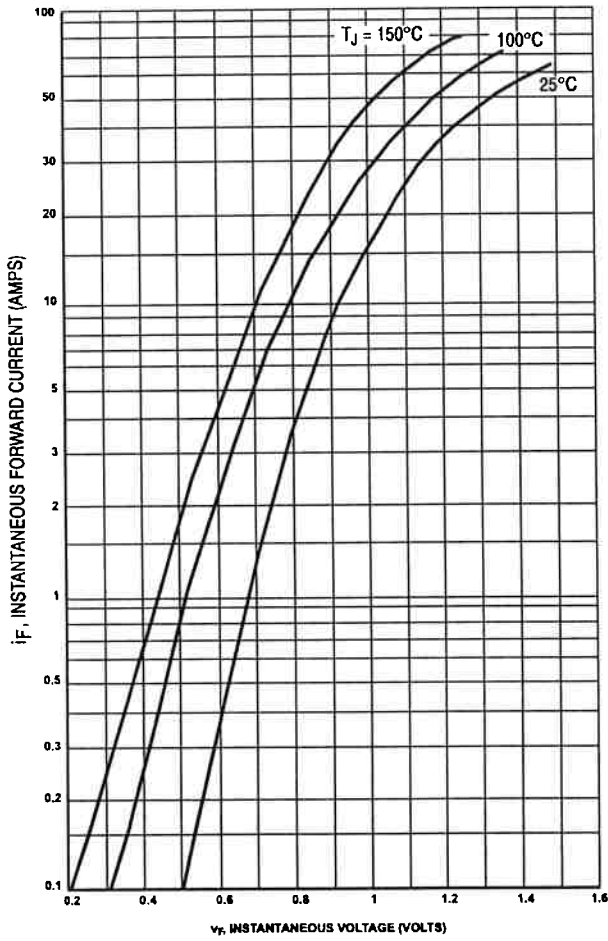


Figure 1. Typical Forward Voltage (Per Leg)

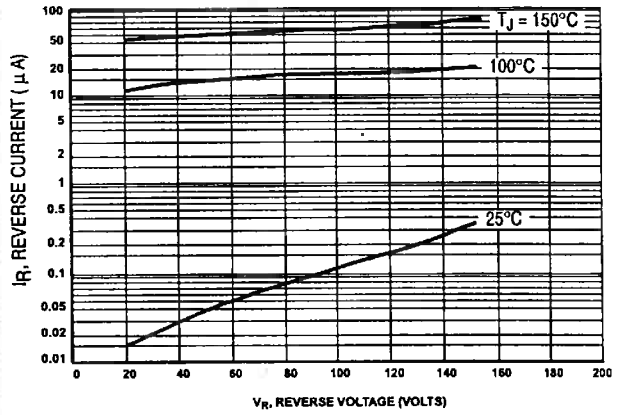


Figure 2. Typical Reverse Current (Per Leg)

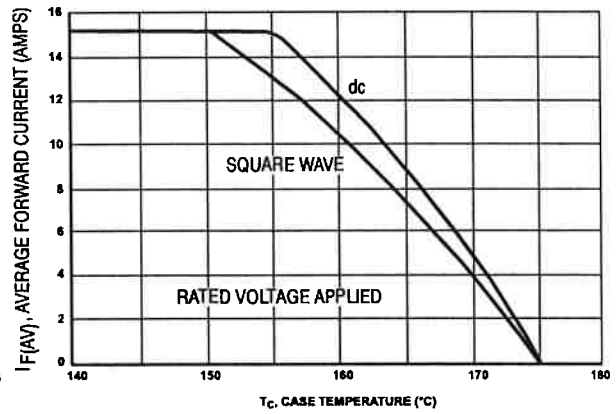


Figure 3. Current Derating, Case (Per Leg)

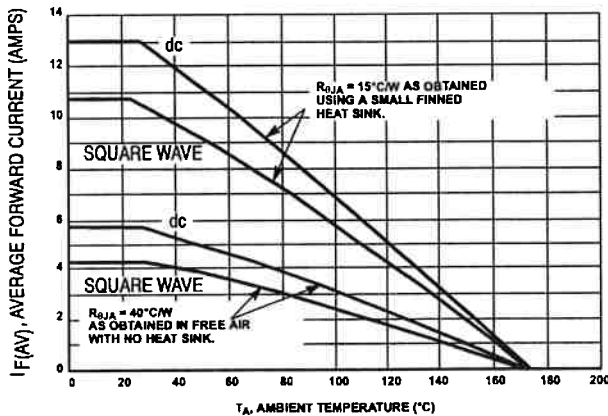


Figure 4. Current Derating, Ambient (Per Leg)

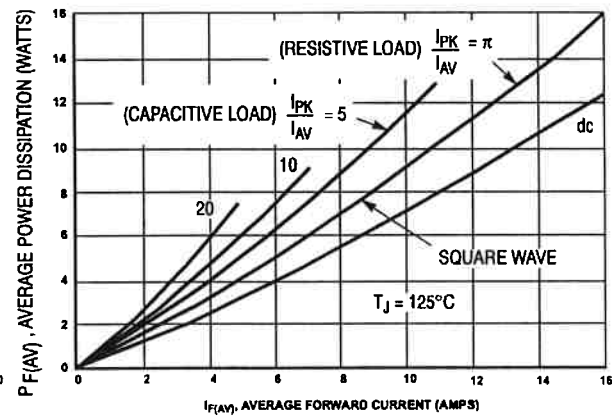


Figure 5. Power Dissipation (Per Leg)

# MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

## MUR3040PT

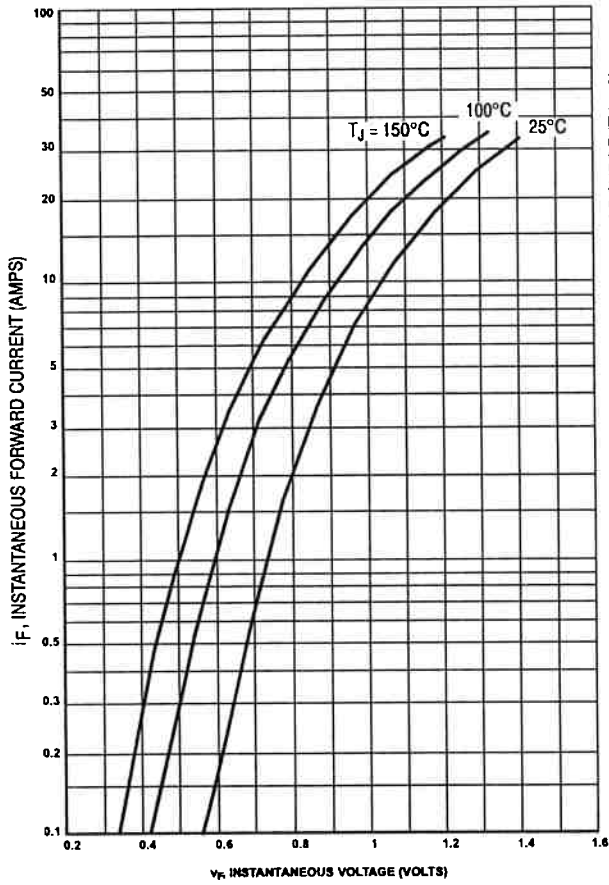


Figure 6. Typical Forward Voltage (Per Leg)

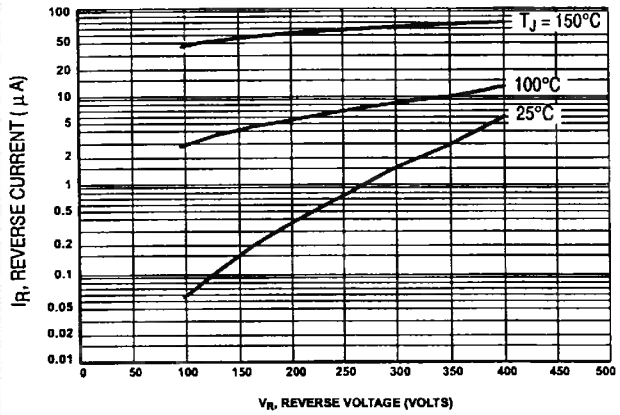


Figure 7. Typical Reverse Current (Per Leg)

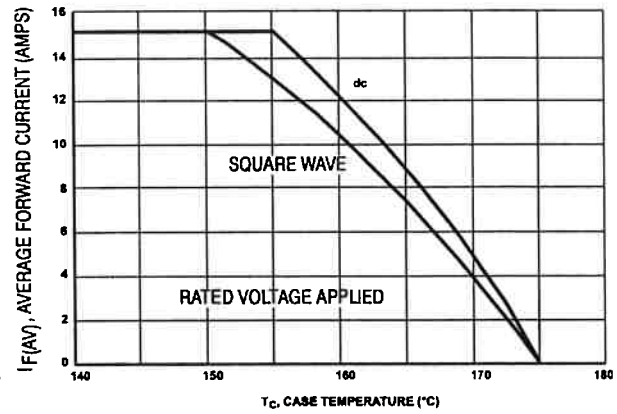


Figure 8. Current Derating, Case (Per Leg)

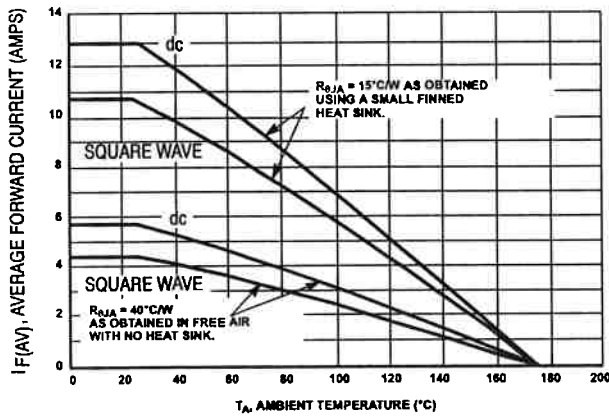


Figure 9. Current Derating, Ambient (Per Leg)

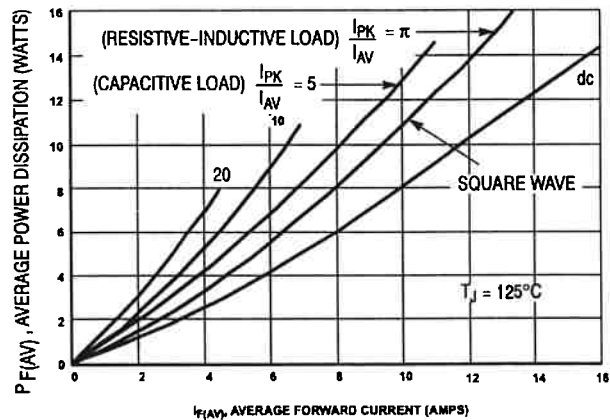


Figure 10. Power Dissipation (Per Leg)

MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

MUR3060PT

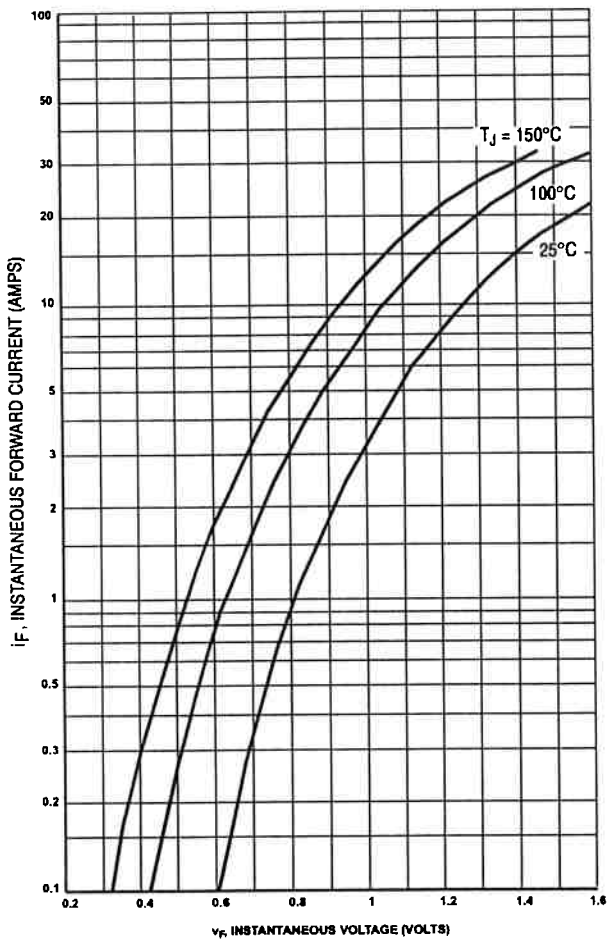


Figure 11. Typical Forward Voltage (Per Leg)

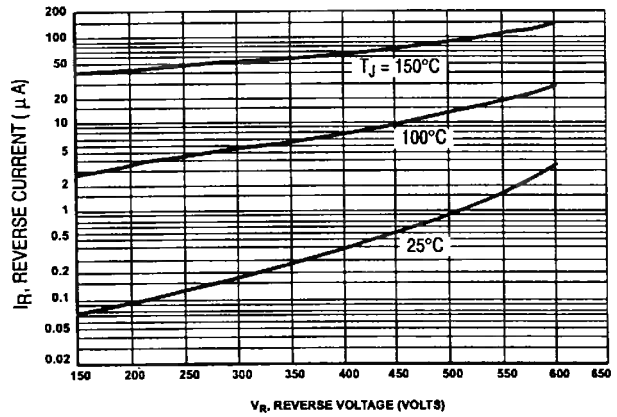


Figure 12. Typical Reverse Current (Per Leg)

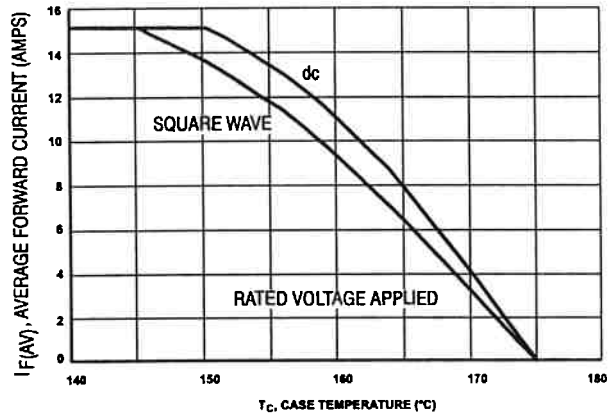


Figure 13. Current Derating, Case (Per Leg)

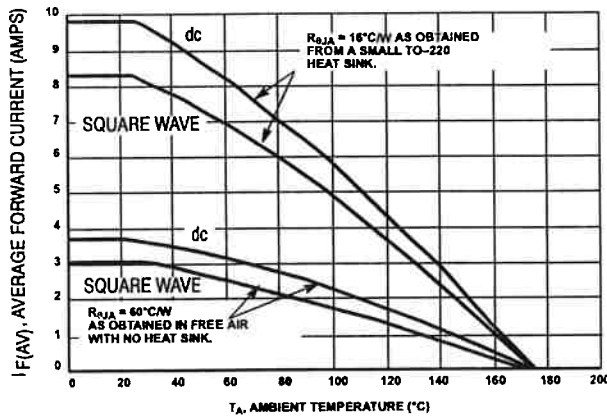


Figure 14. Current Derating, Ambient (Per Leg)

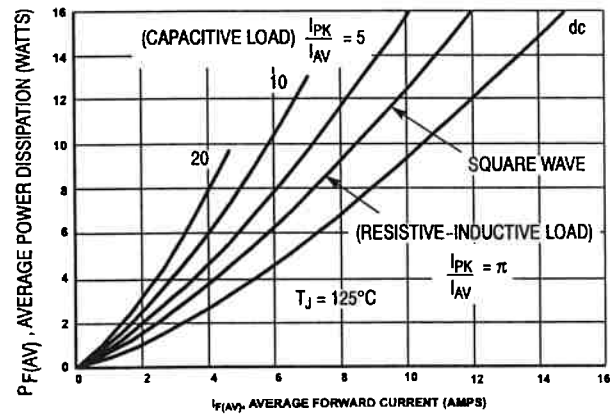


Figure 15. Power Dissipation (Per Leg)

MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

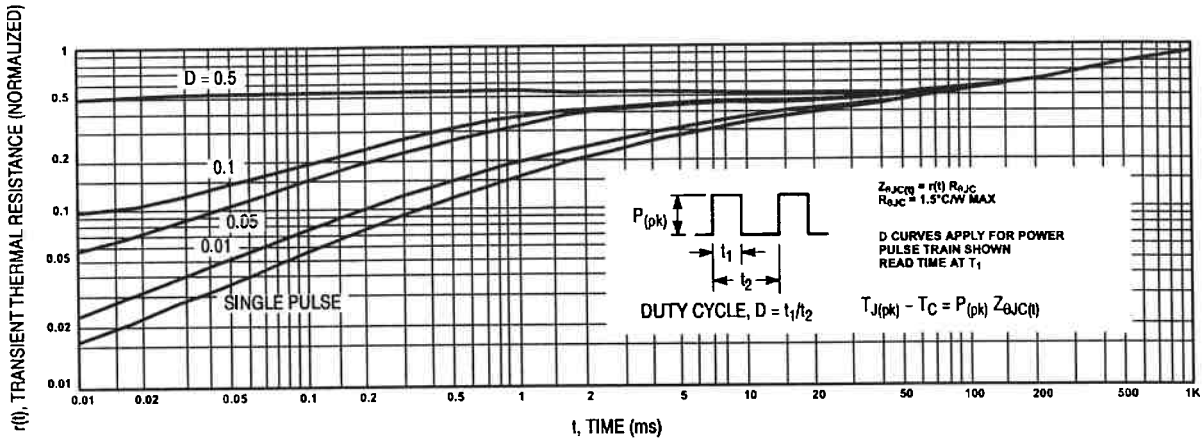


Figure 16. Thermal Response

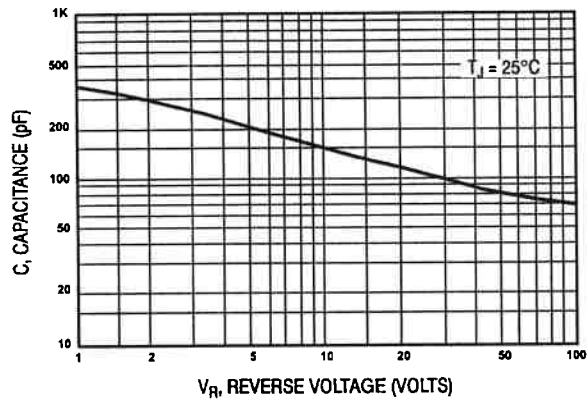
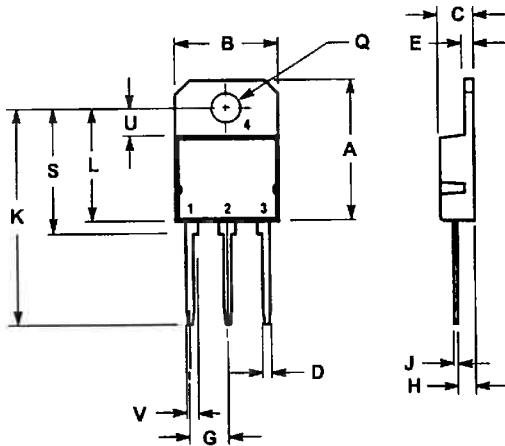


Figure 17. Typical Capacitance (Per Leg)

# MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

## PACKAGE DIMENSIONS

TO-218 THREE LEAD  
TO-218  
CASE 340D-02  
ISSUE E




- NOTES:  
1. DIMENSIONING AND TOLERANCING PER ANSI Y14.5M, 1982.  
2. CONTROLLING DIMENSION: MILLIMETER.

DIM	MILLIMETERS		INCHES	
	MIN	MAX	MIN	MAX
A	---	20.35	---	0.801
B	14.70	15.20	0.579	0.598
C	4.70	4.90	0.185	0.193
D	1.10	1.30	0.043	0.051
E	1.17	1.37	0.046	0.054
G	5.40	5.55	0.213	0.219
H	2.00	3.00	0.079	0.118
J	0.50	0.78	0.020	0.031
K	31.00 REF		1.220 REF	
L	---	16.20	---	0.638
Q	4.00	4.10	0.158	0.161
S	17.80	18.20	0.701	0.717
U	4.90 REF		0.157 REF	
V	1.75 REF		0.069	

- STYLE 2:  
PIN 1. ANODE 1  
2. CATHODE(S)  
3. ANODE 2  
4. CATHODE(S)

## MUR3020PT, MUR3040PT, MUR3060PT

SWITCHMODE is a trademark of Semiconductor Components Industries, LLC.

ON Semiconductor and  are trademarks of Semiconductor Components Industries, LLC (SCILLC). SCILLC reserves the right to make changes without further notice to any products herein. SCILLC makes no warranty, representation or guarantee regarding the suitability of its products for any particular purpose, nor does SCILLC assume any liability arising out of the application or use of any product or circuit, and specifically disclaims any and all liability, including without limitation special, consequential or incidental damages. "Typical" parameters which may be provided in SCILLC data sheets and/or specifications can and do vary in different applications and actual performance may vary over time. All operating parameters, including "Typicals" must be validated for each customer application by customer's technical experts. SCILLC does not convey any license under its patent rights nor the rights of others. SCILLC products are not designed, intended, or authorized for use as components in systems intended for surgical implant into the body, or other applications intended to support or sustain life, or for any other application in which the failure of the SCILLC product could create a situation where personal injury or death may occur. Should Buyer purchase or use SCILLC products for any such unintended or unauthorized application, Buyer shall indemnify and hold SCILLC and its officers, employees, subsidiaries, affiliates, and distributors harmless against all claims, costs, damages, and expenses, and reasonable attorney fees arising out of, directly or indirectly, any claim of personal injury or death associated with such unintended or unauthorized use, even if such claim alleges that SCILLC was negligent regarding the design or manufacture of the part. SCILLC is an Equal Opportunity/Affirmative Action Employer.

### PUBLICATION ORDERING INFORMATION

#### Literature Fulfillment:

Literature Distribution Center for ON Semiconductor  
P.O. Box 5163, Denver, Colorado 80217 USA  
Phone: 303-675-2175 or 800-344-3860 Toll Free USA/Canada  
Fax: 303-675-2176 or 800-344-3867 Toll Free USA/Canada  
Email: ONlit@hibbertco.com

N. American Technical Support: 800-282-9855 Toll Free USA/Canada

JAPAN: ON Semiconductor, Japan Customer Focus Center  
4-32-1 Nishi-Gotanda, Shinagawa-ku, Tokyo, Japan 141-0031  
Phone: 81-3-5740-2700  
Email: r14525@onsemi.com

ON Semiconductor Website: <http://onsemi.com>

For additional information, please contact your local  
Sales Representative.



# MBR4015CTL

## SWITCHMODE™ Power Rectifier

... using the Schottky Barrier principle with a platinum barrier metal. These state-of-the-art devices have the following features:

- Center-Tap Configuration
- Guardring for Stress Protection
- Low Forward Voltage
- 125°C Operating Junction Temperature
- ESD Rating: Class 3 per Human Body Model  
Class C per Machine Model
- Epoxy Meets UL94, VO at 1/8"

### Mechanical Characteristics:

- Case: Epoxy, Molded
- Weight: 1.9 grams (approximately)
- Finish: All External Surfaces Corrosion Resistant and Terminal Leads are Readily Solderable
- Lead Temperature for Soldering Purposes:  
260°C Max. for 10 Seconds
- Shipped 50 units per plastic tube
- Marking: B4015L

### MAXIMUM RATINGS

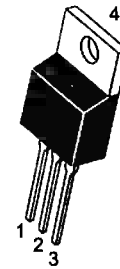
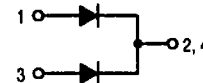
Rating	Symbol	Value	Unit
Peak Repetitive Reverse Voltage Working Peak Reverse Voltage DC Blocking Voltage	$V_{RRM}$ $V_{RWM}$ $V_R$	15	V
Average Rectified Forward Current Per Diode Per Device	$I_{F(AV)}$	20 40	A
Peak Repetitive Forward Current (Rated $V_R$ , Square Wave, 20 kHz, $T_C = 105^\circ\text{C}$ ) Per Diode	$I_{FRM}$	40	A
Non-Repetitive Peak Surge Current (Surge Applied at Rated Load Conditions Halfwave, Single Phase, 60 Hz)	$I_{FSM}$	150	A
Peak Repetitive Reverse Surge Current (2.0 $\mu\text{s}$ , 1.0 kHz)	$I_{RRM}$	1.0	A
Storage Temperature Range	$T_{stg}$	-65 to +175	°C
Operating Junction Temperature	$T_J$	-65 to +125	°C
Voltage Rate of Change (Rated $V_R$ )	$dv/dt$	1000	V/ $\mu\text{s}$



**ON Semiconductor™**

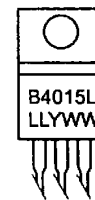
<http://onsemi.com>

**SCHOTTKY BARRIER  
RECTIFIER  
40 AMPERES  
15 VOLTS**



**CASE 221A  
TO-220AB  
PLASTIC**

### MARKING DIAGRAM



B4015L = Device Code  
LL = Location Code  
Y = Year  
WW = Work Week

### ORDERING INFORMATION

Device	Package	Shipping
MBR4015CTL	TO-220	50 Units/Rail

# MBR4015CTL

## THERMAL CHARACTERISTICS (Per Diode)

Characteristic	Symbol	Value	Unit
Maximum Thermal Resistance, Junction to Case	$R_{\theta JC}$	1.3	$^{\circ}C/W$
Maximum Thermal Resistance, Junction to Ambient	$R_{\theta JA}$	2.0	$^{\circ}C/W$

## ELECTRICAL CHARACTERISTICS (Per Diode)

Maximum Instantaneous Forward Voltage (Note 1.) ( $i_F = 20$ Amps, $T_C = 125^{\circ}C$ ) ( $i_F = 40$ Amps, $T_C = 125^{\circ}C$ ) ( $i_F = 20$ Amps, $T_C = 25^{\circ}C$ ) ( $i_F = 40$ Amps, $T_C = 25^{\circ}C$ )	$V_F$	0.34 0.50 0.43 0.54	Volts
Maximum Instantaneous Reverse Current (Rated dc Voltage, $T_C = 125^{\circ}C$ ) (Rated dc Voltage, $T_C = 25^{\circ}C$ )	$i_R$	600 10	mA

1. Pulse Test: Pulse Width = 300  $\mu s$ , Duty Cycle  $\leq 2.0\%$

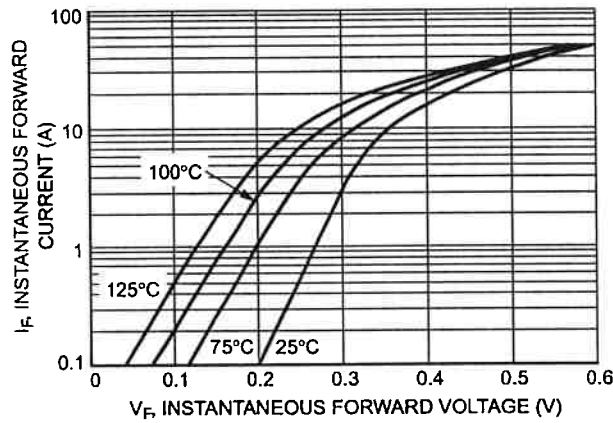


Figure 1. Maximum Forward Voltage

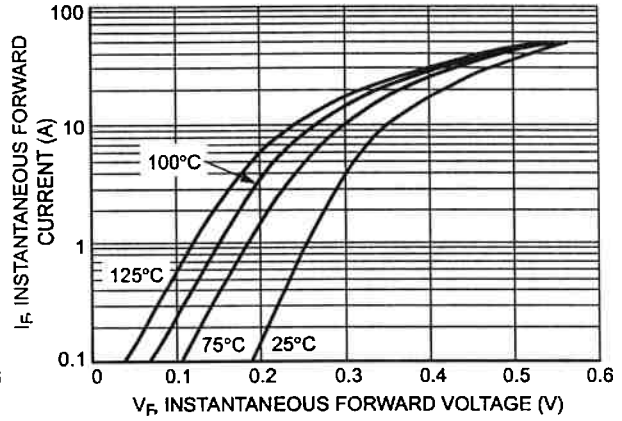


Figure 2. Typical Forward Voltage

# MBR4015CTL

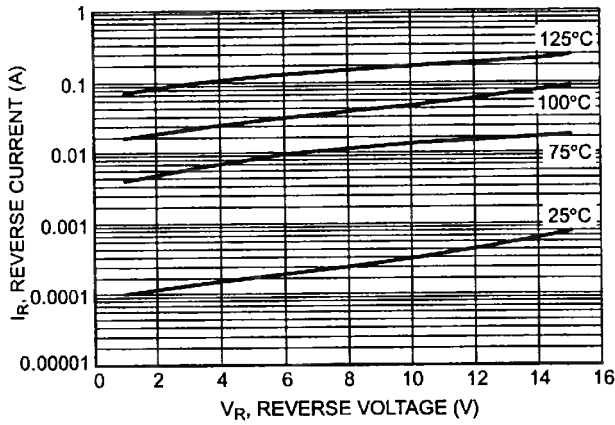


Figure 3. Typical Reverse Current

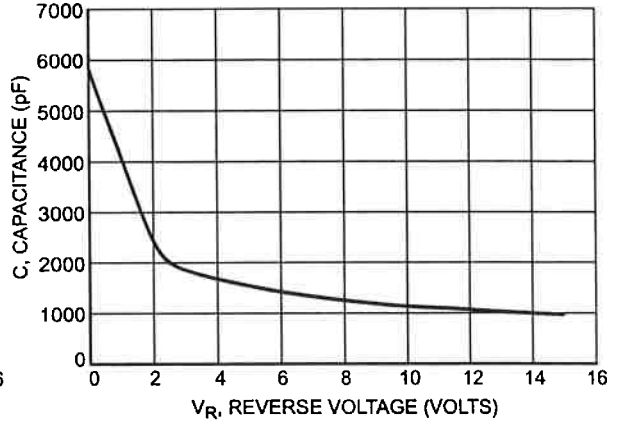


Figure 4. Typical Capacitance

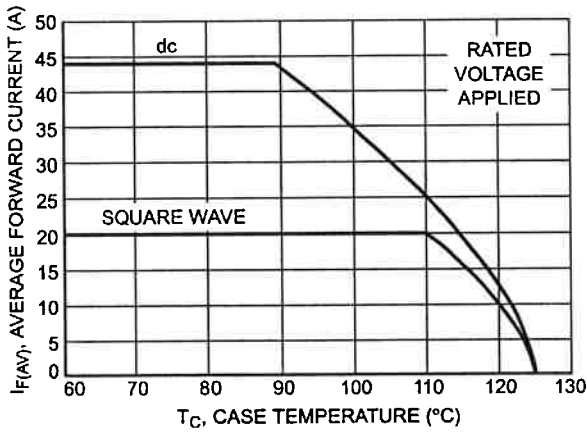


Figure 5. Current Derating, Case (Per Diode)

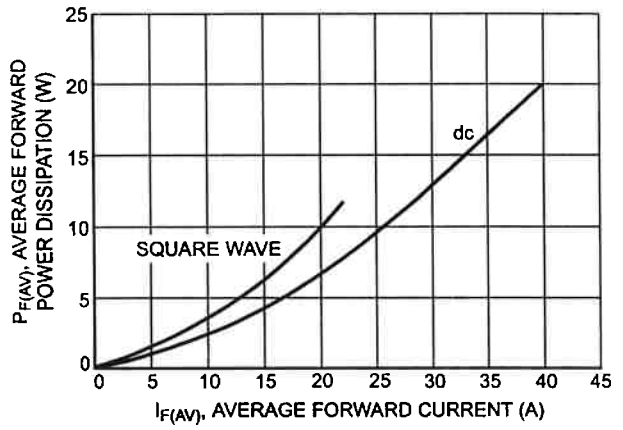
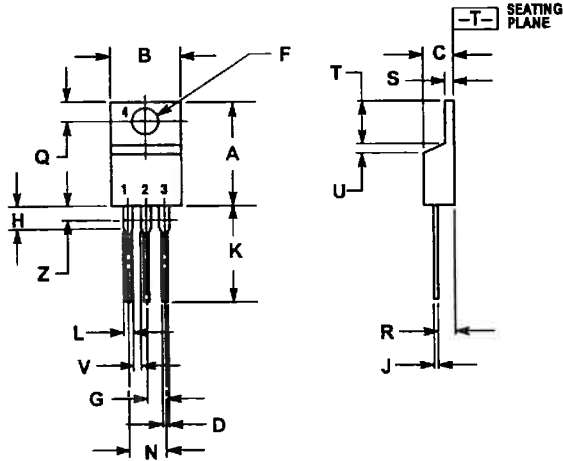


Figure 6. Forward Power Dissipation (Per Diode)

# MBR4015CTL

## PACKAGE DIMENSIONS

TO-220 THREE-LEAD  
TO-220AB  
CASE 221A-09  
ISSUE AA




**NOTES:**

1. DIMENSIONING AND TOLERANCING PER ANSI Y14.5M, 1982.
2. CONTROLLING DIMENSION: INCH.
3. DIMENSION Z DEFINES A ZONE WHERE ALL BODY AND LEAD IRREGULARITIES ARE ALLOWED.

DIM	INCHES		MILLIMETERS	
	MIN	MAX	MIN	MAX
A	0.570	0.620	14.48	15.75
B	0.380	0.405	9.68	10.26
C	0.160	0.190	4.07	4.82
D	0.025	0.035	0.64	0.88
F	0.142	0.147	3.61	3.73
G	0.095	0.105	2.42	2.66
H	0.110	0.155	2.80	3.93
J	0.018	0.025	0.46	0.64
K	0.500	0.562	12.70	14.27
L	0.045	0.060	1.15	1.52
N	0.190	0.210	4.83	5.33
Q	0.100	0.120	2.54	3.04
R	0.080	0.110	2.04	2.79
S	0.045	0.055	1.15	1.39
T	0.235	0.255	5.97	6.47
U	0.000	0.050	0.00	1.27
V	0.045	---	1.15	---
Z	---	0.080	---	2.04

SWITCHMODE is a trademark of Semiconductor Components Industries, LLC.

ON Semiconductor and  are trademarks of Semiconductor Components Industries, LLC (SCILLC). SCILLC reserves the right to make changes without further notice to any products herein. SCILLC makes no warranty, representation or guarantee regarding the suitability of its products for any particular purpose, nor does SCILLC assume any liability arising out of the application or use of any product or circuit, and specifically disclaims any and all liability, including without limitation special, consequential or incidental damages. "Typical" parameters which may be provided in SCILLC data sheets and/or specifications can and do vary in different applications and actual performance may vary over time. All operating parameters, including "Typicals" must be validated for each customer application by customer's technical experts. SCILLC does not convey any license under its patent rights nor the rights of others. SCILLC products are not designed, intended, or authorized for use as components in systems intended for surgical implant into the body, or other applications intended to support or sustain life, or for any other application in which the failure of the SCILLC product could create a situation where personal injury or death may occur. Should Buyer purchase or use SCILLC products for any such unintended or unauthorized application, Buyer shall indemnify and hold SCILLC and its officers, employees, subsidiaries, affiliates, and distributors harmless against all claims, costs, damages, and expenses, and reasonable attorney fees arising out of, directly or indirectly, any claim of personal injury or death associated with such unintended or unauthorized use, even if such claim alleges that SCILLC was negligent regarding the design or manufacture of the part. SCILLC is an Equal Opportunity/Affirmative Action Employer.

### PUBLICATION ORDERING INFORMATION

**NORTH AMERICA Literature Fulfillment:**

Literature Distribution Center for ON Semiconductor  
P.O. Box 5163, Denver, Colorado 80217 USA  
Phone: 303-675-2175 or 800-344-3860 Toll Free USA/Canada  
Fax: 303-675-2176 or 800-344-3867 Toll Free USA/Canada  
Email: ONlit@hibbertco.com  
Fax Response Line: 303-675-2167 or 800-344-3810 Toll Free USA/Canada

**N. American Technical Support:** 800-282-9855 Toll Free USA/Canada

**EUROPE: LDC for ON Semiconductor – European Support**

**German Phone:** (+1) 303-308-7140 (Mon-Fri 2:30pm to 7:00pm CET)  
Email: ONlit-german@hibbertco.com  
**French Phone:** (+1) 303-308-7141 (Mon-Fri 2:00pm to 7:00pm CET)  
Email: ONlit-french@hibbertco.com  
**English Phone:** (+1) 303-308-7142 (Mon-Fri 12:00pm to 5:00pm GMT)  
Email: ONlit@hibbertco.com

**EUROPEAN TOLL-FREE ACCESS\*: 00-800-4422-3781**

\*Available from Germany, France, Italy, UK, Ireland

**CENTRAL/SOUTH AMERICA:**

**Spanish Phone:** 303-308-7143 (Mon-Fri 8:00am to 5:00pm MST)  
Email: ONlit-spanish@hibbertco.com  
**Toll-Free from Mexico:** Dial 01-800-288-2872 for Access –  
then Dial 866-297-9322

**ASIA/PACIFIC: LDC for ON Semiconductor – Asia Support**

**Phone:** 303-675-2121 (Tue-Fri 9:00am to 1:00pm, Hong Kong Time)  
**Toll Free from Hong Kong & Singapore:**  
**001-800-4422-3781**  
Email: ONlit-asia@hibbertco.com

**JAPAN: ON Semiconductor, Japan Customer Focus Center**

4-32-1 Nishi-Golanda, Shinagawa-ku, Tokyo, Japan 141-0031  
**Phone:** 81-3-5740-2700  
Email: r14525@onsemi.com

**ON Semiconductor Website:** <http://onsemi.com>

For additional information, please contact your local Sales Representative.

# Referências Bibliográficas

- [1] P. P. Silvester and M. V. K. Chari. Finite elements solution for saturable magnetic fields problems. *Trans. Power*, 1970.
- [2] ELEN/ESAT/Katholieke Universiteit Leuven. *OLYMPOS-FEM package for electromagnetics*, 2001 edition.
- [3] Avant! *HSpice*, 2001 edition.
- [4] I. A. Tsukerman, A. Konrad, G. Meunier, and J. C. Sabonnadière. Coupled field-circuit problems: trends and accomplishments. *IEEE Trans. on Magnetics*, 29(2):1701–1704, March 1993.
- [5] A. Y. Hannalla and D. C. MacDonald. Numerical analysis of transient field problems in electrical machines. *Proc. IEE*, 123(9):893–898, 1976.
- [6] Ph. G. Potter and G. K. Cambrell. A combined finite element and loop analysis for nonlinearly interacting magnetic field and circuits. *Trans. on Magnetics*, 19(6):2352–2355, 1983.
- [7] D. Shen, G. Meunier, J. L. Coulomb, and J. C. Sabonnadière. Solution of magnetic fields and electrical circuits combined problems. *IEEE Trans. on Magnetics*, 21(6):2288–2291, 1985.
- [8] E. G. Strangas. Coupling the circuit equations to the non-linear time dependent field solution in inverter driven induction motors. *Trans. on Magnetics*, 21(6):2408–2411, 1985.
- [9] F. Piriou and A. Razek. Coupling of saturated electromagnetic systems to non-linear power electronic devices. *Trans. on Magnetics*, 24(1):274–277, January 1988.

- [10] A. Arkkio. Finite element analysis of cage induction motors fed by static frequency converters. *Trans. on Magnetism*, 26(2):551–554, March 1990.
- [11] S. J. Salon, M. J. DeBortoli, and R. Palma. Coupling of transient fields, circuits and motion using finite element analysis. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 11(4):1077–1106, 1990.
- [12] F. Hecht and A. Marocco. A finite element simulation of an alternator connected to a non linear external circuit. *IEEE Trans. on Magnetism*, 26(2):964–967, 1990.
- [13] F. Piriou and A. Razek. A model for coupled magnetic-electric circuits in electric machines with skewed slots. *Trans. on Magnetism*, 26(2):964–967, March 1990.
- [14] F. Piriou and A. Razek. Numerical simulation of a non-conventional alternator connected to a rectifier. *Trans. on Energy Conversion*, 5(3):512–518, September 1990.
- [15] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, and K. Misawa. Finite element analysis of induced currents in axisymmetric multi-conductors connected in parallel to voltage sources. *Trans. on Magnetism*, 26(2):968–970, March 1990.
- [16] E. Vassent, G. Meunier, and A. Foggia. Simulation of induction machines using complex magnetodynamic finite element method coupled with the circuit equations. *Trans. on Magnetism*, 27(5):4246–4249, September 1991.
- [17] E. Vassent, G. Meunier, A. Foggia, and G. Reyne. Simulation of induction machines operation using a step by step finite element method coupled circuit and mechanical equations. *Trans. on Magnetism*, 27(6):5232–5234, November 1991.
- [18] I. A. Tsukerman, A. Konrad, and J. D. Lavers. A method for circuit connections in time-dependent eddy current problems. *Trans. on Magnetism*, 28(2):1299–1302, March 1992.
- [19] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, H. Niinobe, and K. Misawa. Finite element analysis of induced currents in axisymmetric multi-conductors connected in parallel to voltage sources. *IEEE Trans. on Magnetism*, 26(2):968–970, 1992.

- [20] P. Lombard and G. Meunier. A general method for electric and magnetic coupled problem in 2d and magnetodynamic domain. *Trans. on Magnetism*, 28(2):1291–1294, March 1992.
- [21] G. Bedrosian. A new method for coupling finite element field solutions with external circuits and kinematics. *IEEE Trans. on Magnetism*, 29(2):1664–1668, March 1993.
- [22] F. Piriou and A. Razek. Finite element analysis in electromagnetic systems accounting for electric circuits. *IEEE Trans. on Magnetism*, 29(2):1669–1675, March 1993.
- [23] N. Sadowski, B. Carly, Y. Lefevre, and M. Lajoie-Mazenc. Finite element simulation of electrical motors fed by current inverters. *Trans. on Magnetism*, 29(2):1683–1688, March 1993.
- [24] P. Lombard and G. Meunier. A general purpose method for electric and magnetic combined problems for 2d, axisymmetric and transient systems. *Trans. on Magnetism*, 29(2):1737–1740, March 1993.
- [25] S. Bouissou and F. Piriou. Comparison between two formulations in terms of potential for the coupling of magnetic and electric circuits equations. *Proc. Sci. Meas. Technol.*, 141(6):486–490, November 1994.
- [26] J. Väänänen. Combination of power electronic model with the two dimensional finite element analysis of electrical machines. In *ICEM'94-INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES Proceedings*, volume 3, pages 99–104, Paris, France, September 1994. Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [27] N. Allen, H. C. Lai, P. J. Leonard, and D. Rodger. External circuit movement and periodicity considerations in the design of electrical machines using finite elements. In IEE Conference Publication, editor, *Seventh International Conference on Electrical Machines and Drives*, number 412, pages 126–130. University of Durham, September 1995.
- [28] H. C. Lai, P. J. Leonard, D. Rodger, and N. Allen. Dynamic simulation of electrical machines coupled to external circuits using finite elements. In S. Y. Han, editor,

- Advanced computational and design techniques in applied electromagnetic systems*, pages 407–410. Elsevier, 1995.
- [29] N. Sadowski, R. Carlson, S. R. Arruda, C. A. da Silva, and M. Lajoie-Mazenc. Simulation of single-phase induction motor by a general method coupling field and circuit equations. *Trans. on Magnetism*, 31(3):1908–1911, May 1995.
- [30] J. Väänänen. Circuit theoretical approach to couple two-dimensional finite element models with external circuit equations. *Trans. on Magnetism*, 32(2):400–410, March 1996.
- [31] J. S. Wang. A nodal analysis approach for 2d and 3d magnetic-circuit coupled problems. *Trans. on Magnetism*, 32(3):1074–1077, May 1996.
- [32] N. Sadowski, Y. Lefèvre, C. G. C Neves, and R. Carlson. Finite elements coupled to electrical circuit equations in the simulation of switched reluctance drives: attention to mechanical behaviour. *Trans. on Magnetism*, 32(3):1086–1089, May 1996.
- [33] P. Kuo-Peng, N. Sadowski, J. P. A. Bastos, R. Carlson, and N. J. Batistela. A general method for coupling static converters with electromagnetic structures. *Trans. on Magnetism*, 33(2):2004–2009, December 1997.
- [34] N. Sadowski, J. P. A. Bastos, A. B. Albuquerque, A. C. Pinho, and P. Kuo-Peng. A voltage fed ac contactor modeling using 3d edge elements. *Trans. on Magnetism*, 34(5):3170–3173, September 1998.
- [35] H. De Gersem, R. Mertens, U. Pahner, and K. Hameyer. A topological method used for field-circuit coupling. *Trans. on Magnetism*, 34(5):3190–3193, September 1998.
- [36] Daniel Ioan, Irina Munteanu, and Cristian-George Constantin. The best approximation of the fields effects in electric circuit coupled problems. *Trans. on Magnetism*, 34(5):3210, September 1998.
- [37] A. C. Pinho, N. Sadowski, P. Kuo-Peng, J. P. A. Bastos, and N. J. Batistela. A general method for coupling electronic circuits with 3d electromagnetic fields. *Trans. on Magnetism*, 34(5):3166–3169, September 1998.



- [38] J. R. Brauer and J. Ruehl. Finite element modeling of power electronic circuits containing switches attached to saturable magnetic components. *Trans. on Energy Conversion*, 14(3):589–594, September 1999.
- [39] P. Dular, C. Geuzaine, and W. Legros. A natural method for coupling magnetodynamic h-formulations and circuit equations. *Trans. on Magnetics*, 35(3):1626–1629, May 1999.
- [40] M. R. Shah, G. Bedrosian, and J. Joseph. Steady-state loss and short-circuit force analysis of a three-phase bus using a coupled finite element + circuit approach. *Trans. on Energy Conversion*, 14(4):1485–1489, December 1999.
- [41] S. Lepaul, J. K. Sykulski, C. S. Biddlecombe, A. P. Jay, and J. Simkin. coupling of motion with electromagnetic analysis. *Trans. on Magnetics*, 35(3):1602–1605, May 1999.
- [42] P. Kuo-Peng, J. P. A. Bastos, N. Sadowski, and R. Carlson. Analysis of a combined converter-electromagnetic device by taking into account its control loop. *Trans. on Energy Conversion*, 14(4):1430–1434, December 1999.
- [43] S. Kanerva. Circuit simulator in coupled field-circuit problems. In *ICEM'2000-INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES Proceedings*, pages 501–504, Espoo, Finland, August 2000. Helsinki University of Technology.
- [44] H. De Gersem, R. Mertens, D. Lahaye, S. Vandewalle, and K. Hameyer. Solution strategies for transient, field-circuit coupled systems. *Trans. on Magnetics*, 36(4):1531–1534, July 2000.
- [45] M. C. Costa, S. I. Nabeta, and J. R. Cardoso. Modified nodal analysis applied to electric circuits coupled with fem in the simulation of a universal motor. *Trans. on Magnetics*, 36(4):1431–1434, July 2000.
- [46] P. Dular, P. Kuo-Peng, C. Geuzaine, N. Sadowski, and J. P. A. Bastos. Dual magnetodynamic formulations and their source fields associated with massive and stranded inductors. *Trans. on Magnetics*, 36(4):1293–1299, July 2000.

- [47] P. Kuo-Peng, N. Sadowski, N. J. Batistela, and J. P. A. Bastos. Coupled field and circuit analysis considering the electromagnetic device motion. *Trans. on Magnetics*, 36(4):1458–1461, July 2000.
- [48] M. Debarnot, P. Girard, M. Vilcot, U. Knorr, and L. Zacharias. On line coupling of finite element analysis and system simulation for direct modelling of the complete controlled electromechanical chain without any equivalent diagram. In *ICEM'2000-INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES Proceedings*, pages 496–500, Espoo, Finland, August 2000. Helsinki University of Technology.
- [49] S. Kanerva. Data transfer methodology between a fem program and a system simulator. In *ICEMS'2001-INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS Proceedings*, volume 2, pages 1121–1124, Shenyang, China, August 2001. Shenyang University of Technology.
- [50] H. De Gersem and K. Hameyer. Harmonic boundary conditions for circular inclusions and their coupling to external circuits. *IEE Proc. Sci. Meas. Technol.*, 148(6):257–262, November 2001.
- [51] J. L. R. Ortiz, N. Sadowski, P. Kuo-Peng, N. J. Batistela, and J. P. A. Bastos. Coupling static converter with control loop and non-linear electromagnetic devices. *Trans. on Magnetics*, 37(5):3514–3517, September 2001.
- [52] A. M. Oliveira, P. Kuo-Peng, M. V. Ferreira da Luz, N. Sadowski, and J. P. A. Bastos. Generalization of coupled circuit-field calculation for polyphase structures. *Trans. on Magnetics*, 37(5):3444–3447, September 2001.
- [53] Y. Xu and D. A. Torrey. Study of the mutually coupled coupled switched reluctance machine using the finite element - circuit coupled method. *Proc. Electr. Power Appl.*, 149(2):81, 86 2002.
- [54] A. M. Oliveira, P. Kuo-Peng, N. Sadowski, M. S. de Andrade, and J. P. A. Bastos. A non-a priori approach to analyze electrical machines modeled by fem connected to static converters. *Trans. on Magnetics*, 38(2):933–936, March 2002.

- [55] P. R. Wilson, J. N. Ross, and A. D. Brown. Simulation of magnetic components in electric circuits using a coupled spice-finite element analysis approach. In *IEE Conference on Computation of Electromagnetic Fields*, Bournemouth, UK, April 2002. University of Southampton, IEE.
- [56] <http://www.onsemi.com>. *ON Semiconductors*.
- [57] Mathworks. *MATLAB v.6.0*.