

# Métodos de Otimização Aplicados ao Projeto de Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos

Emílio Carlos Nelli Silva

Texto Sistematizado apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para o concurso de Livre Docência jun-  
to ao Departamento de Engenharia Meca-  
trônica e de Sistemas Mecânicos na es-  
pecialidade “Automação da Manufatura e  
Robótica”.

São Paulo

julho/2003

- Defendido em 19/11/03

- Publicada o nomeação  
em 24/01/04

CONSULTA  
FT-1914

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Breve Descrição dos Temas de Pesquisa no Período de 1998-2003 . . . . .	3
1.1.1	Linha de Pesquisa - Desenvolvimento de Materiais Piezocompos- tos e Transdutores Piezelétricos . . . . .	4
1.1.2	Linha de Pesquisa - Desenvolvimento de Sistemas Micro- eletromecânicos (Microatuadores e Microposicionadores) . . . . .	7
1.1.3	Linha de Pesquisa - Método de Otimização Topológica Aplicado ao Projeto de Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos em Geral . . . . .	10
1.2	Áreas de Atuação e de Conhecimento . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Desenvolvimento de Atuadores Piezelétricos Flexensionais Usando o MOT</b>	<b>16</b>
2.1	Áreas de Conhecimento . . . . .	16
2.2	Introdução e Histórico . . . . .	17
2.3	Método de Otimização Topológica . . . . .	20
2.3.1	Domínio Estendido Fixo . . . . .	24
2.3.2	Relaxação do Domínio de Projeto . . . . .	25
2.3.3	Complicações do Método de Otimização Topológica . . . . .	27
2.4	Equações Constitutivas Piezelétricas . . . . .	30
2.5	Método de Elementos Finitos Aplicado à Piezeletricidade . . . . .	32
2.6	Teorema da Reciprocidade para o Meio Piezelétrico . . . . .	34
2.7	Formulação do Problema de Projeto de Atuadores Piezelétricos Flexen- sionais Usando Otimização Topológica . . . . .	36
2.8	Análise de Sensibilidades . . . . .	40
2.9	Implementação Numérica . . . . .	41
2.9.1	Programação Linear Seqüencial (PLS) . . . . .	41
2.9.2	Procedimento para Implementação do MOT . . . . .	42
2.10	Fabricação . . . . .	44
2.10.1	Processo de Eletroerosão a Fio . . . . .	44
2.10.2	Processo de Litografia . . . . .	45

2.11	Caracterização Experimental . . . . .	46
2.11.1	Medições de Curvas de Impedância e Freqüências de Ressonância	46
2.11.2	Medições por Interferometria Laser . . . . .	46
2.12	Resultados . . . . .	50
2.12.1	Método da Homogeneização . . . . .	50
2.12.2	Método das Densidades . . . . .	63
2.12.3	Protótipos . . . . .	68
2.12.4	Caracterização Experimental - Freqüências de Ressonância e Curvas de Impedância . . . . .	70
2.12.5	Caracterização Experimental - Medição de Deslocamentos . . . . .	71
2.13	Conclusões . . . . .	75
<b>3</b>	<b>Projeto de Dispositivos Flexensionais Piezelétricos Multi-atuados Usando o MOT</b>	<b>78</b>
3.1	Áreas de Conhecimento . . . . .	78
3.2	Introdução e Histórico . . . . .	78
3.3	Formulação do Conceito de Multi-flexibilidade Usando Otimização Topológica	81
3.4	Implementação Numérica . . . . .	86
3.5	Resultados . . . . .	87
3.5.1	Exemplo 1 . . . . .	88
3.5.2	Exemplo 2 . . . . .	92
3.6	Conclusões . . . . .	97
<b>4</b>	<b>Projeto de Atuadores Baseados em Placas e Cascas Piezelétricas Usando o MOT</b>	<b>98</b>
4.1	Áreas de Conhecimento . . . . .	98
4.2	Introdução e Histórico . . . . .	98
4.3	Modelagem de Placas e Cascas Piezelétricas pelo MEF . . . . .	101
4.4	Modelo SIMP Estendido para Piezeletricidade . . . . .	102
4.5	Formulação do Problema de Projeto de Reforçadores Piezelétricos de Estruturas de Placas e Cascas Laminadas Usando Otimização Topológica	104
4.6	Formulação do Problema de Projeto de Atuadores Baseados em Placas e Cascas Piezelétricas Usando o MOT . . . . .	107
4.7	Implementação Numérica . . . . .	109
4.8	Resultados . . . . .	110
4.8.1	Projeto e Reforçadores em Placas e Cascas Piezelétricas . . . . .	110
4.8.2	Projeto de Atuadores Piezelétricos . . . . .	114
4.9	Conclusões . . . . .	117

<b>5</b>	<b>Obtenção de Imagem de um Tomógrafo por Impedância Elétrica Usando o MOT</b>	<b>119</b>
5.1	Áreas de Conhecimento . . . . .	119
5.2	Introdução e Histórico . . . . .	119
5.3	Modelagem do Meio Condutivo pelo MEF . . . . .	125
5.3.1	Modelo de Eletrodos . . . . .	126
5.4	Formulação Teórica do Problema de Obtenção de Imagens . . . . .	127
5.5	Cálculo dos Gradientes da Função Objetivo . . . . .	128
5.6	Implementação Numérica . . . . .	133
5.7	Resultados Preliminares . . . . .	135
5.7.1	Imagem obtida para domínio com uma região . . . . .	136
5.7.2	Imagem obtida para domínio com duas regiões . . . . .	138
5.8	Conclusões . . . . .	141

## Glossário

- CAE - “Computer Aided Engineering”
- LIGA - Processo de Microfabricação
- MEF - Método de Elementos Finitos
- MEMS - Sistemas Microeletromecânicos (“Microelectromechanical Systems”)
- MMA - “Method of Moving Asymptotes”
- MOT - Método de Otimização Topológica
- PZT - material piezelétrico (“lead-zirconate-titanate”)
- TIE - Tomografia por Impedância Elétrica
- OT - Otimização Topológica
- SIMP - modelo de material (“Solid Isotropic Material with Penalization”)

# Capítulo 1

## Introdução

Esse texto descreve as atividades de pesquisa que o docente considera mais relevantes desenvolvidas entre agosto de 1998 à julho de 2003. O seu título tenta traduzir, da maneira mais fiel possível, as atividades descritas no texto a seguir.

As atividades de pesquisa do docente foram muito influenciadas pela sua pesquisa realizada durante o programa de doutoramento na “The University of Michigan - Ann arbor”, Estados Unidos, quando teve contato com áreas de conhecimento de grande potencial como o método de otimização topológica, mecanismos flexíveis, materiais piezocompostos, atuadores piezelétricos e sistemas microeletromecânicos (“MEMS”). A convivência com essas tecnologias, demonstrou ao docente o grande impacto positivo que elas podem causar na sociedade brasileira. Entretanto ao retornar ao Brasil, o docente percebeu que a maior parte dessas tecnologias não estavam ou estavam sendo muito pouco estudadas no Brasil e principalmente a sua importância estava sendo pouco divulgada na sociedade brasileira. Dessa forma o docente decidiu tomar como missão contribuir para o desenvolvimento e divulgação dessas tecnologias no país através da formação de alunos, desenvolvimento de projetos científicos, publicação de artigos em conferências e periódicos, manutenção da interação com pesquisadores estrangeiros, e oferecimento de cursos de graduação, pós-graduação e palestras no meio acadêmico e industrial do país, sem procurar se desviar do foco principal de um pesquisador da universidade que é o de tentar continuar sempre gerando contribuições a nível internacional em seus tópicos de estudo. Dessa forma, as linhas e projetos de pesquisa do docente descritos adiante foram norteadas por esses objetivos.

No doutorado o docente entrou em contato com o método de otimização topológica (MOT) que o entusiasmou, motivando até hoje suas linhas de pesquisa. Desenvolvido pelo ex-orientador de doutorado do docente, o Professor Noboru Kikuchi, trata-se de um método recente (desde 1988) na área acadêmica mundial. O docente também se surpreendeu ao perceber que o MOT já era usado com certa intensidade no meio industrial nos Estados Unidos, Japão e Europa e devido a sua potencialidade, sua apli-

cação passou a ser estudada a nível acadêmico em várias áreas da engenharia, como o projeto de mecanismos flexíveis, atuadores piezelétricos flexionáveis, “MEMS”, antenas e motores eletromagnéticos, escoamento de fluidos, etc. Assim, graças ao MOT o docente entrou em contato com outras áreas de conhecimento como a de mecanismos flexíveis, materiais piezelétricos e sistemas microeletromecânicos onde a aplicação desse método tem sido crescente. Explorando com mais detalhes essas áreas de conhecimento o docente também reconheceu áreas recentes e de grande potencialidade que propiciam várias oportunidades de pesquisa. Dessa forma, o contato com essas tecnologias influenciou uma natureza multidisciplinar das linhas e projetos de pesquisa definidos pelo docente. Assim embora o MOT esteja presente em todas as linhas, o docente não se limitou simplesmente na sua aplicação, mas na fabricação e caracterização de protótipos projetados pelo MOT de forma a verificar se esses projetos atendem às exigências específicas de cada área de aplicação. Isso obrigou o docente a se envolver em outras áreas de conhecimento, como processos de fabricação e caracterização, como por exemplo, medição de deslocamentos por interferometria laser, etc., também gerando projetos específicos nessa linha. Portanto, o docente procura, sempre que possível, definir projetos de pesquisa que fomentem a multidisciplinaridade. Nesse sentido não se pode dizer que as linhas de pesquisa sejam totalmente estanques, no sentido de que alguns projetos poderiam ser classificados em mais do que uma linha de pesquisa.

O docente tem atuado essencialmente em três linhas de pesquisa, relacionadas respectivamente com o projeto, fabricação e caracterização de atuadores piezelétricos, o desenvolvimento de microatuadores e microposicionadores, e o MOT aplicado ao projeto de sistemas mecânicos e mecatrônicos em geral. A Tabela 1.1 descreve os projetos de pesquisa relevantes desenvolvidos pelo docente, juntamente com indicativos de trabalhos publicados e participação do corpo docente em cada projeto a partir de agosto de 1998 quando assumiu a posição de Professor Doutor na Escola Politécnica. A seguir é apresentada uma breve descrição dos resultados obtidos em cada projeto.

## **1.1 Breve Descrição dos Temas de Pesquisa no Período de 1998-2003**

Esta seção procura fornecer de forma resumida os principais resultados obtidos nos tópicos apresentados na Tabela 1.1

Tabela 1.1: Relação de Trabalhos e Pesquisas de 1998 a 2003.

LP	Projeto	Duração	Participantes				Trabalho publicados							AA	Órgão de fomento		
			DO	ME	IC	PQ	DOU	MES	TC	PI	CE	CP	CL				
LP1	Projeto e fabricação de materiais piezocompostos de alto desempenho	04/1996 - 04/1999	—	—	—	—	1	—	—	2	—	2	—	—	—	CNPq(bolsa)	
	Desenvolvimento de transdutores piezoelétricos flexensionais usando o MOT	04/1997 - 04/2003	—	1	1	2	—	—	1	4	—	3	—	—	—	FAPESP (n° 98/12237-3) e bolsa CNPq- ME	
	Fabricação e medição de deslocamento de transdutores piezoelétricos utilizando sistemas ópticos	10/1998 - até agora	1	—	2	1	—	—	1	1	4	—	3	—	—	—	FAPESP (n° 98/12237-3) e (n° 02/04533-9)
LP2	Simulação da inspeção por ultra-som de um duto usando o MEF	2000 - até agora	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	CNPq/CTPETRO	
	Projeto otimizado de cascas e placas piezoelétricas usando o MOT	10/2002 até agora	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	
	Projeto de mecanismos flexíveis usando o MOT	01/2000 - 03/2002	—	1	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	Bolsa FAPESP - ME (n° 00/05706-9) e IC (n° 02/08279-0)
LP3	Projeto de dispositivos flexensionais piezoelétricos multi-atuados usando o MOT	11/2003 - até agora	1	—	3	—	—	—	—	—	1	2	—	—	—	—	FAPESP (n° 02/04533-9) e Bolsas FAPESP IC (n° 02/00428-6) e (n° 01/13002-4) CNPq IC e DO
	Desenvolvimento e caracterização de "MEMS" eletrotermomecânicos projetados pelo MOT	11/2002 - até agora	—	1	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	FAPESP (n° 02/04533-9) e bolsa FAPESP pos-doc (n° 02/05765-0)
	Desenvolvimento de um CAE baseado na digitalização de imagem de sólidos	06/199 - 12/2001	—	—	2	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	Bolsa FAPESP IC (n° 99/10070-7)
LP3	Desenvolvimento de programas de computador de MOT para o projeto de peças mecânicas	06/199 - até agora	—	3	1	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—	Bolsa FAPESP IC (n° 00/01035-2)



LP3	MOT aplicado no projeto da estrutura de um veículo fora de estrada	03/2001 - 06/2002	—	—	1	—	—	—	—	1	—	1	Bolsa FAPESP IC (nº 01/03513-1)
	Estudo da obtenção de imagens de TIE pelo MOT	04/2002 - até agora	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	FAPESP temát. (nº 01/05303-4) e bolsa ME (nº 02/10574-0)

**Legenda:**

LP - linhas de pesquisa; DO - aluno de doutorado; ME - aluno de mestrado; IC - aluno de iniciação científica; PQ - pesquisadores doutores; DOU - tese de doutorado; MES - dissertação de mestrado; TC - trabalho de conclusão; PI - periódico internacional; CE - congresso no exterior; CP - congresso no país; CL - capítulo de livro; AA - número de artigos publicados com alunos;

LP1 - Desenvolvimento de materiais piezocompostos e transdutores piezelétricos

LP2 - Desenvolvimento de sistemas microeletromecânicos (microatuadores e microposicionadores)

LP3 - Método de otimização topológica aplicado ao projeto de sistemas mecânicos e mecatrônicos em geral

### **1.1.1 Linha de Pesquisa - Desenvolvimento de Materiais Piezocompostos e Transdutores Piezelétricos**

Pode ser considerada como a principal linha de atuação do docente. Essa linha de pesquisa tem por objetivo estudar a utilização de métodos de projeto sistemáticos baseados em métodos de otimização, como otimização topológica, para o projeto de materiais e transdutores piezelétricos de alto desempenho. O projeto de transdutores piezelétricos e materiais piezocompostos tem sido realizada de forma empírica onde são usadas técnicas experimentais, ou de simulação numérica, em geral baseada na análise por elementos finitos. No entanto, em todos os casos o projeto consistia numa otimização paramétrica, onde se otimizam dimensões de uma configuração específica escolhida para o transdutor ou a fração em volume dos materiais constituintes (no caso de materiais piezocompostos). A escolha da configuração específica é baseada na intuição física do problema, fundamentada em modelos físicos simples. Portanto, o desenvolvimento desses transdutores e materias piezelétricos utilizando o processo descrito, estava limitado a um processo de tentativa e erro. Trata-se de uma linha de pesquisa inovadora que foi iniciada pelo docente no seu doutorado, e que tem tido grande aceitação na comunidade científica internacional até o momento. Além do estudo da aplicação do MOT no projeto de atuadores piezelétricos, o docente desenvolve um projeto relacionado com a fabricação dos atuadores projetados e sua caracterização usando técnicas de interferometria laser. O projeto tem por objetivo verificar experimentalmente o desempenho dos atuadores projetados pelo MOT. O docente já concluiu um projeto de auxílio individual à pesquisa da FAPESP (n° 98/12237-3) baseado nessa linha de pesquisa e recentemente teve um outro projeto individual da FAPESP (n° 02/04533-9) aprovado, em parte relacionado com essa linha de pesquisa.

#### **Projeto e fabricação de materiais piezocompostos de alto desempenho**

Materiais piezocompostos tem grande aplicação em sonares e aparelhos de ultra-som em geral. As propriedades efetivas do material composto dependem da topologia da célula unitária básica. Esse projeto teve como objetivo alterar a topologia da célula unitária do material piezocomposto usando o MOT de forma a obter propriedades efetivas que resultem num aumento de energia de conversão desse material, além de permitir o projeto de materiais piezocompostos de uma forma sistemática. Esses materiais piezocompostos foram implementados utilizando-se técnicas de microfabricação inovadoras baseadas em processos de extrusão termo-plástica e prototipagem rápida desenvolvidas no "Department o Materials Sciences and Engineering" da "The University of Michigan". O projeto obteve financiamento do DARPA ("Defense Advanced Research Project Agency"), NSF ("National Science Foundation") e Instituto de Acustica (Madrid - Espanha). Resultados teóricos foram publicados em conferências no

exterior [1][2][3][4][5] e periódicos internacionais [6][7] durante o doutorado do autor, continuando após o retorno do autor ao Brasil resultando em mais publicações em periódicos internacionais [69][8]. Recentemente, dois capítulos de livro [9][10] foram escritos relacionados com esse tópico.

### **Desenvolvimento de transdutores piezoelétricos flexensionais usando o MOT**

Transdutores piezoelétricos flexensionais constituem essencialmente numa estrutura mecânica acoplada a uma cerâmica piezoelétrica (ou uma pilha de cerâmicas), que amplifica e transforma os deslocamentos gerados pela piezocerâmica. São usados em aplicações como atuadores, sonares, e hidrofones. O projeto consiste em se aplicar o MOT para projetar esses atuadores flexensionais de forma sistemática. No capítulo 2 esse projeto é descrito em detalhe. Os transdutores flexensionais projetados foram fabricados, e seus deslocamentos foram medidos experimentalmente utilizando técnicas de interferometria laser resultando num outro projeto de pesquisa descrito a seguir. O projeto se iniciou no final do doutorado do autor resultando em algumas publicações em conferência no exterior [5][11][12]. No entanto, ganhou força com o retorno do docente ao Brasil quando obteve um projeto de auxílio individual de pesquisa da FAPESP (nº 98/12237-3) de 12/1998 até 03/2001 resultando em publicações em conferências no país [13][14][15], conferências no exterior [16][17][51] e em periódicos internacionais [18][33][35][34]. Recentemente, um capítulo de livro [19] foi escrito relacionado com esse tópico. Além disso, o projeto gerou subsídios para o trabalho de iniciação científica do aluno Anderson Luís Pereira e para a dissertação de mestrado do aluno Ronny Calixto Carbonari.

### **Fabricação e medição de deslocamento de transdutores piezoelétricos utilizando sistemas ópticos**

Interferometria laser é uma técnica óptica que permite medir deslocamentos da ordem de subângstroms até dezenas de metros sem contato mecânico, sendo muito aplicada para a medição dos deslocamentos de atuadores piezoelétricos que são da ordem de nanômetros até micrometros. Dessa forma, motivado pelo projeto anterior relacionado com o desenvolvimento de atuadores piezoelétricos flexensionais, desenvolveu-se em paralelo a montagem de um sistema de interferometria laser flexível de baixo custo para implementar as diversas técnicas de medição por interferometria existentes (Michelson, Mach Zender, quadratura, etc..) para medição de transdutores piezoelétricos considerando excitação estática, harmônica e transiente. Embora essas técnicas já existam há vários anos, a sua aplicação na medição de atuadores piezoelétricos é recente e problemas ainda são encontrados nas medições. Vários atuadores piezoelétricos são estudados atualmente sendo o método imprescindível para o seu desenvolvimento. A montagem

desse sistema resultou na criação do Laboratório de Óptica do departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos. Esse projeto foi em parte financiado pelo auxílio individual de pesquisa da FAPESP (nº 98/12237-3) e atualmente é parcialmente financiado pelo auxílio individual de pesquisa da FAPESP (nº 02/04533-9) iniciado em 12/2002. Esse projeto é descrito em detalhe no capítulo 2. O projeto resultou em publicações em conferências no país [20][21], conferências no exterior [22][23][24][25] e em periódico internacional [37], todas em co-autoria com o co-orientado de doutorado Gilder Nader e algumas com o aluno de iniciação científica Alessandro Barbosa Shirahige que recebeu uma menção honrosa pela apresentação do trabalho no *SIICUSP 2002*. O projeto também gerou subsídios para os trabalhos de iniciação científica dos alunos Alessandro Barbosa Shirahige e Flávio de Moraes, para a tese de doutorado de Gilder Nader e um trabalho de conclusão.

### **Simulação da inspeção por ultra-som da parede de um tubo através de uma sonda P.I.G. usando o MEF**

Embora esse projeto não esteja relacionado com otimização topológica, envolve os conceitos de simulação de transdutores piezelétricos usando o MEF, com os quais o docente tem familiaridade desde o seu mestrado. A inspeção da parede de oleodutos pela PETROBRÁS é realizado através de transdutores de ultra-som montados radialmente numa sonda P.I.G. que caminha no interior do oleoduto pela própria pressão interna do óleo. Assim os transdutores podem analisar as condições da parede ao longo de todo o perímetro do duto. Uma sonda P.I.G. para essa finalidade vem sendo desenvolvida no departamento para a PETROBRÁS através de um projeto CTPETRO EPUSP/PETROBRÁS. O projeto consiste em realizar simulações de MEF para auxiliar a entender a propagação de ondas ultrassônicas na parede do duto de forma a analisar quais os parâmetros ótimos que permitem a obtenção de um sinal claro que retorna ao transdutor. Assim são analisados parâmetros como posição do transdutor em relação a falha, diâmetro do transdutor piezelétrico e frequência de operação. As simulações estão em andamento.

### **Projeto otimizado de placas e cascas piezelétricas**

Placas e cascas piezelétricas são essencialmente estruturas compostas por camadas de materiais piezelétricos e não-piezelétricos (aço, alumínio, latão) que constituem as chamadas “estruturas inteligentes”. O projeto tem por objetivo aplicar o MOT para obter a distribuição ótima de material piezelétrico na camada piezelétrica de forma a extremizar um certo desempenho da placa ou casca piezelétrica. Trata-se de uma abordagem inovadora e que permitirá explorar as potencialidades de placas e cascas piezelétricas nas diversas aplicações. Esse projeto está sendo desenvolvido

em conjunto com o Dr. Martin Köegl, da Universidade de Stuttgart (Alemanha), que está realizando o seu pós-doutoramento na EPUSP com bolsa do DFG (“Deutsche Forschungsgemeinschaft” - Conselho de Pesquisa Alemão). O Dr. Köegl tem implementado um algoritmo de MEF baseado em elementos de placa e casca piezolétrica que utilizam uma formulação que evita o travamento ao cisalhamento (“shear-locking”). Considerando as aplicações de placas e cascas piezolétricas, dois problemas de otimização foram definidos. No primeiro, o objetivo é encontrar a distribuição ótima da camada de material piezolétrico de forma a maximizar a rigidez da placa ou casca (ou minimizar a sua flexibilidade) quando a camada piezolétrica é atuada. No segundo, o objetivo é abordar a aplicação como atuadores (atuadores piezolétricos bilaminares e tipo bloco-C) e encontrar a distribuição ótima da camada de material piezolétrico de forma a obter o máximo deslocamento numa dada direção e ponto do domínio. Esse projeto é descrito em detalhe no capítulo 4. O projeto já resultou em publicação em conferência no exterior [117] e em mais dois artigos que foram submetidos para periódicos internacionais.

### **1.1.2 Linha de Pesquisa - Desenvolvimento de Sistemas Microeletromecânicos (Microatuadores e Microposicionadores)**

Essa linha de pesquisa se concentra nos estudos em microatuadores (microgarras, microposicionadores), que consistem essencialmente em mecanismos flexíveis, que são mecanismos onde o movimento é dado pela flexibilidade da estrutura ao invés da presença de juntas e pinos. Entre as principais vantagens dos mecanismos flexíveis podemos citar: o fato de consistir numa única peça, que pode ser fabricada com pequenas dimensões; a inexistência de problemas de folga devido à montagem de pinos; e o fato de não necessitar de lubrificação, pois não há atrito entre peças. As principais desvantagens são o problema de fadiga e a operação se limitar, em geral, a pequenos deslocamentos. A aplicação de mecanismos flexíveis no projeto de “MEMS” é quase 100%, já que na microescala em que são fabricados, a presença de pinos e juntas torna a montagem difícil, senão impossível, bem como a presença de folgas não permitiria transmitir deslocamentos da ordem de nano à micrômetros gerados pelos “MEMS”. A motivação de atuar nessa área surgiu pelo fato do MOT emergir como um método de grande potencial no projeto desses microdispositivos e pelo fato desse tema ter grande aplicação na área de Mecatrônica. Técnicas de processo e fabricação de “MEMS” atingiram um alta nível de maturidade e novos dispositivos podem ser fabricados em questão de dias nos laboratórios. No entanto, a modelagem e em particular, o desenvolvimento de métodos sistemáticos para o projeto de “MEMS” estão ainda no seu estágio inicial. Muitos dispositivos ainda são projetados usando a intuição, experiência e abordagens de tentativa e erro. Dessa forma, métodos de projeto sistemáticos como o

MOT tem muito a contribuir para melhorar consideravelmente os projetos existentes, bem como obter novos e mais eficientes dispositivos. O mesmo ocorre com as técnicas de caracterização, como medição de força e deslocamento, que ainda se encontram em estágio de desenvolvimento. Recentemente foi publicado um livro sobre sintetização de “MEMS” (no qual o docente contribuiu com dois capítulos [19][9]), em que o MOT é reconhecido como ferramenta essencial atualmente no projeto de “MEMS”. Essa linha é em parcialmente financiada pelo auxílio individual de pesquisa FAPESP (n° 02/04533-9). Para a fabricação de protótipos, o docente utiliza o Laboratório de Microfabricação (MIC) do Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS) em Campinas e o L.M.E. (Laboratório de Microeletrônica) da EPUSP.

### **Projeto de mecanismos flexíveis usando o MOT**

Além de “MEMS” mecanismos flexíveis têm grande aplicação em aparelhos que envolvem mecânica de precisão e área biomédica. O projeto genérico de mecanismos flexíveis é uma tarefa muito complexa, pois essencialmente se deseja saber qual a topologia da estrutura que deforme, gerando o máximo deslocamento possível numa dada direção e ponto da estrutura, dado uma certa força aplicada em outra direção e ponto da estrutura. Assim o objetivo desse projeto consiste no projeto de mecanismos flexíveis em meios contínuos e baseados em elementos de treliça usando o MOT. O projeto resultou até o momento em publicações em conferências nacionais [26][27] em co-autoria com o aluno de mestrado Cícero Ribeiro Lima, bem como em subsídios para a sua dissertação de mestrado, trabalho de iniciação científica do aluno Rafael Mattar Machiaverni (em andamento) e dois trabalhos de conclusão.

### **Projeto de dispositivos flexionais piezelétricos multi-atuados usando o MOT**

A idéia nesse projeto consiste em se desenvolver atuadores mais complexos, atuados por várias piezocerâmicas (não apenas uma), que produzam movimentos e tarefas variadas. Esses dispositivos possuem alta potencialidade de aplicação em aparelhos de mecânica de precisão e “MEMS”, uma vez que a idéia é que um mesmo mecanismos flexível poderá executar diferentes tarefas ao ser atuado por diferentes piezocerâmicas, tendo grande importância na área de aplicação. O projeto desses dispositivos envolve o conceito de multiflexibilidade, ou seja, a atuação de cada piezocerâmica gera um dado movimento específico do mecanismo. Portanto o projeto envolve um alto grau de complexidade. Assim o projeto consiste em estender a formulação do MOT para o projeto de atuadores flexionais que sejam multi-atuados. Como primeira incursão no assunto os alunos Guilherme Aires Loberto e André Mecchi desenvolvem como tema de iniciação científica o projeto (usando o MEF apenas) de um atuador XY que será usado

para posicionamento no interferômetro laser do laboratório. Outro dispositivo que se encaixa nesse projeto são os motores piezelétricos que consistem numa estrutura excitada por duas ou mais cerâmicas piezelétricas vibrando com diferença de fase operando em baixa frequência no caso de motores quasi-estáticos e em alta frequência (ordem de kHz) no caso de motores ultrassônicos. Dessa forma, podem ser incluídos na classe dos dispositivos flexensionais piezelétricos multi-atuados, podendo ser tanto fabricados na escala meso como na escala micro. O projeto de motores piezelétricos lineares pelo MOT já foi desenvolvido pelo docente gerando uma publicação em periódico [100]. A modelagem de motores piezelétricos usando um programa de computador comercial de elemento finitos ainda não é uma tarefa sistemática, carecendo de uma metodologia. Nesse sentido, o trabalho do aluno iniciação científica Humberto Ferreira Vinhais consiste em modelar esses motores usando um programa de computador comercial de MEF (ANSYS) com objetivo de desenvolver uma metodologia de modelagem de motores piezelétricos. Também está previsto a fabricação de protótipos de micromotores usando técnicas de litografia para testar o seu funcionamento, como uma primeira incursão no tópico sobre micromotores. Além disso o projeto também resultou em publicações em conferências no país [28][29], conferências no exterior [101][102], e subsídios para os trabalhos de iniciação científica descritos e para o trabalho de doutorado (em andamento) do aluno Ronny Calixto Carbonari. Esse projeto é em parte financiado pelo auxílio individual de pesquisa FAPESP (nº 02/04533-9). O projeto é descrito em detalhe no capítulo 3

### **Desenvolvimento e caracterização de “MEMS” eletrotermomecânicos projetados por otimização topológica**

“MEMS” eletrotermomecânicos tem o acionamento baseado no aquecimento de uma estrutura, por corrente elétrica, que se deforma por efeito termoelástico. O projeto genérico desse tipo de “MEMS” é uma tarefa muito complexa, pois essencialmente se deseja saber qual a topologia da estrutura que deforme, gerando o máximo deslocamento numa dada direção e ponto da estrutura, devido ao calor gerado pela aplicação de uma corrente elétrica em outro ponto da estrutura. Deve-se portanto, levar em conta o comportamento elástico, térmico e elétrico dos materiais, no projeto desses “MEMS”. Assim um dos objetivos do projeto é aplicar o MOT no projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos consistindo no tema de mestrado do aluno Wilfredo Montealegre Rúbio. No entanto, se faz necessário verificar a eficácia desses métodos computacionais através da fabricação e caracterização de protótipos, de maneira a se verificar a correspondência com as especificações iniciais de projeto. Portanto, esse projeto de pesquisa também tem por objetivo caracterizar micromecanismos eletrotermomecânicos projetados por Otimização topológica, procurando contribuir para o estabelecimento do desenvolvimento desses “MEMS”, passando pelo projeto, as rotas de microfabricação, e na etapa

de caracterização (experimental e computacional). O estudo de microsistemas necessariamente requer o desenvolvimento de sistemáticas de validação das estruturas projetadas, inseridas dentro do contexto da caracterização. Esse trabalho vem sendo conduzido pelo pós-doutorando Paulo Henrique de Godoy. O projeto resultou em publicação em periódico internacional [36], além de gerar subsídios para o trabalho de mestrado do aluno Wilfredo Montealegre Rúbio e do pós-doutorando Paulo Henrique de Godoy e um trabalho de conclusão. Esse projeto também é em parte financiado pelo auxílio individual de pesquisa FAPESP (n° 02/04533-9).

### **1.1.3 Linha de Pesquisa - Método de Otimização Topológica Aplicado ao Projeto de Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos em Geral**

O MOT tem sido largamente utilizado nas indústrias automobilística e aeronáutica dos EUA, Japão e Europa para o projeto de peças mecânicas otimizadas. No entanto, recentemente o MOT tem se expandido para outras áreas da engenharia no meio acadêmico, como já comentado, tornando-se uma ferramenta de projeto sistemática extremamente importante não somente no projeto estrutural. Portanto, essa linha de pesquisa tem como objetivo estudar a aplicação do MOT na área Mecânica e Mecatrônica em geral. Destaca-se o projeto relacionado com o estudo da obtenção de imagens de tomografia por impedância elétrica (TIE) pelo MOT, que faz parte de um projeto temático aprovado pela FAPESP (n° 01/05303-4) do qual o docente participa.

#### **Desenvolvimento de um CAE baseado na digitalização de imagem de sólidos**

Esse projeto embora não esteja explicitamente relacionado com otimização topológica, envolve seus conceitos. A construção de um modelo de CAE detalhista que represente com fidelidade os contornos e detalhes de uma peça complexa, usando o método convencional na construção de modelos, é difícil de ser obtido na prática, pois além de levar meses para a sua construção no CAD (encarecendo a mão-de-obra de CAD), existem todos os problemas de na troca de informações entre CAD e CAE e limitação dos geradores tridimensionais de malha que falham em gerar malhas em modelos tridimensionais de forma complexa com detalhes. Dessa forma, essas dificuldades exigem que sejam feitas simplificações no modelo CAE final que podem comprometer o resultado da análise. Como solução é proposta a implementação de um método que consiste em, tendo-se as imagens no formato bitmap de diversas seções transversais do sólido (obtidas por tomografia), reconstruir o sólido através da aproximação de funções dos valores de cor do pixel (no caso zero ou um) das seções transversais nas três direções dos eixos coordenados. Uma imagem final baseada em voxels é obtida e pode ser facilmente



convertida num arquivo de elementos finitos (CAE) através da conversão de cada voxel num elemento do tipo “tijolo”, por exemplo. Portanto através desse método pode-se obter o modelo CAE em menos de um dia sendo necessário para obtenção dos detalhes da peça apenas controlar a resolução com que o tomógrafo obtém as imagens. Embora esse método tenha sido desenvolvido para a construção de modelos CAE de peças mecânicas de geometria complexa, a sua utilização tem sido muito bem sucedida na área biomédica, principalmente odontologia, onde o objetivo é poder construir o modelo CAE de forma rápida de dentes e mandíbulas para analisar as tensões mecânicas. O projeto resultou em publicação em conferências no país [30][31] e subsídios para os trabalhos de iniciação científica dos alunos Sergio Eduardo Macedo Rezende e Gustavo Ribeiro Alves e um trabalho de conclusão.

### **Desenvolvimento de programas de computador de otimização topológica para o projeto de peças mecânicas em geral**

A aplicação do MOT no projeto de peças mecânicas é um tema clássico em que há vários tópicos de pesquisa a serem explorados, alguns de aplicação direta na indústria. Assim, objetivo desse projeto é desenvolver programas de computador baseado no MOT para o projeto de diversos tipos de estruturas. O primeiro trabalho foi desenvolvido pelo aluno de iniciação científica Haroldo Dalazoana Afonso relacionado com a implementação do MOT para o projeto de treliças. É uma área ainda bastante estudada, pelo fato e de permitir estudar a otimização de meios contínuos com um baixo custo computacional, o que é muito importante em problemas de otimização complexos como aqueles que envolvem fenômenos não-lineares (plasticidade, impacto, etc...), além de ser didático. Os demais trabalhos envolvem temas de alunos de mestrado tempo parcial. Assim, o aluno Rafael Acedo Lopes estuda o MOT aplicado ao projeto de estruturas considerando peso próprio e forças de inércia de rotação de interesse na empresa de turbinas hidráulicas VOITH onde trabalha. A implementação do MOT é estudada utilizando-se um programa comercial de MEF (ANSYS) para permitir um maior acesso desse método entre alunos de graduação e pós-graduação, e principalmente engenheiros da indústria, que já tem familiaridade com programas comerciais de MEF, permitindo implementar o MOT na mesma plataforma. Seguindo a mesma linha de raciocínio o mestrando Rodrigo de Luca estuda a aplicação do MOT no projeto de reforçamento de placas e cascas. Trata-se de um tópico clássico de grande interesse na indústria automotiva VOLKSWAGEN, onde trabalha. Em geral, as pesquisas em MOT se concentram em distribuir material num domínio fixo com condições de contorno fixas. No entanto recentemente iniciou-se o estudo da otimização simultânea do material juntamente com a posição das condições de contorno, o que tem demonstrado grande potencialidade. Esse tema é desenvolvido pelo mestrando Jaime Izuka. O projeto gerou subsídios para o trabalho de iniciação científica do aluno Haroldo Dalazoana Afonso, para os alunos

de mestrado em andamento e cinco trabalhos de conclusão.

### **MOT aplicado no projeto da estrutura de um veículo fora de estrada**

O objetivo desse projeto foi aplicar o MOT no projeto de uma estrutura complexa usando um programa comercial de MOT (OPTISTRUCT). Como motivação foi escolhido a estrutura de um veículo fora de estrada de pequeno porte (Mini-baja). Em geral, a maioria dos artigos sobre MOT são acadêmicos e se limitam a ilustrar a aplicação do MOT em problemas estruturais simples. Entretanto a aplicação do MOT no projeto de uma estrutura complexa como o chassi de um automóvel sujeita a diversos tipos de carregamento exige o desenvolvimento de uma metodologia para a utilização do método. Entretanto, há carência de literatura sobre essa metodologia, o que motivou o desenvolvimento do projeto, de importância para a comunidade industrial no sentido de motivar a aplicação do MOT em problemas práticos. O projeto resultou numa publicação em conferência no país [32] em co-autoria com o aluno de iniciação científica Fernando Viegas Stump que recebeu menção honrosa. Além disso, gerou subsídios para o trabalho do aluno.

### **Estudo da obtenção de imagens de Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) pelo MOT**

Um tomógrafo por impedância elétrica permite obter imagens de uma seção do corpo humano mediante os valores de voltagem obtidas nos eletrodos quando uma corrente de intensidade constante é aplicada por dois ou mais eletrodos, segundo um certo padrão de excitação (diametral, adjacente ou ortogonal). Esses eletrodos são posicionados ao redor do corpo do paciente num plano correspondente a uma seção transversal do corpo. Esse projeto está inserido num projeto temático cujo objetivo é desenvolver um TIE para monitorar de forma precisa a ventilação forçada do pulmão. Está prevista uma competição de métodos para a obtenção da imagem por TIE, sendo um deles o método de otimização topológica (MOT). Assim, o objetivo desse projeto de pesquisa é o estudo da aplicação do MOT para obter imagens bi e tridimensionais do pulmão utilizando-se um tomógrafo de impedância elétrica (TIE). Esse projeto é descrito em detalhe no capítulo 5. O projeto gera subsídio para o trabalho de doutorado do aluno Cícero Ribeiro Lima e para o trabalho de mestrado do aluno Luís Augusto Motta Mello.

Pelo fato de ser muito inconveniente detalhar os aspectos técnicos de todos os trabalhos que o docente desenvolveu durante o período principalmente após o seu doutoramento, e com o objetivo de produzir um texto mais objetivo, decidiu-se descrever nos próximos capítulos quatro projetos básicos que representam a atuação multidisciplinar do docente nas três linhas de pesquisa.

## 1.2 Áreas de Atuação e de Conhecimento

Face ao anteriormente exposto, resume-se a seguir as principais áreas de conhecimento que formam o enredo de atuação do docente em atividades de pesquisa e extensão. No entanto, pelo fato de alguns dos temas serem multidisciplinares, não há intenção de se realizar uma classificação tradicional e precisa:

1. **Métodos de Otimização:** otimização topológica, programação linear, métodos de programação matemática, métodos de otimização sequenciais (linear e quadrático), métodos de assíntotas móveis (MMA - “Method of Moving Asymptotes”), análise de sensibilidade, metodologia de síntese estrutural por otimização topológica, etc.
2. **Simulação Computacional:** método de elementos finitos, método de diferenças finitas, métodos de Runge-Kutta, uso de softwares comerciais (ANSYS, HYPERMESH, OPTISTRUCT, ADINA, ABAQUS, MATLAB, SCILAB, etc.), simulação de propagação de ondas em meios líquidos e sólidos, desenvolvimento de programas para projeto de estruturas mecânicas, simulação de mecanismos flexíveis, simulação de materiais piezocompostos, obtenção de imagem de tomografia por TIE, etc.
3. **Modelagem de Estruturas Piezelétricas:** Equações Constitutivas Piezelétricas, teoria de MEF piezelétrico, simulação usando o MEF, modelagem de placas e cascas piezelétricas, cálculo de frequências de ressonância e anti-ressonância, cálculo de curva de impedância elétrica, análise transiente pelo MEF, simulação de atuadores piezelétricos e motores piezelétricos lineares, simulação de transdutores piezelétricos de ultrassom, etc.
4. **Projeto e Caracterização de Transdutores Piezelétricos:** fabricação de atuadores piezelétricos flexionais, caracterização de atuadores piezelétrico bilaminares, e de cerâmicas piezelétricas, medição de deslocamentos por interferometria laser, interferômetros laser (Michelson, Mach Zender, quadratura, etc.), medição de curva de impedância, impedômetro fasorial, transdutores de força, gerador de sinais, amplificadores, etc.
5. **Projeto e Fabricação de Sistemas Microeletromecânicos “MEMS”:** modelagem analítica e numérica de dispositivos capacitivos e eletrotermomecânicos, mecanismos flexíveis, atuadores “comb-drives”, atuadores eletrotermomecânicos, otimização topológica aplicada ao projeto de mecanismos flexíveis e atuadores eletrotermomecânicos, processo de litografia (desenho de fotolitos e corrosão química), processo de eletrodeposição, processo LIGA, medição de deslocamentos usando câmera CCD, medição de força, etc.

## Capítulo 2

# Desenvolvimento de Atuadores Piezelétricos Flexensionais Usando o MOT

Neste capítulo são descritos os conceitos da aplicação do MOT no projeto de atuadores flexensionais piezelétricos, bem como a fabricação e caracterização por interferometria laser do desempenho dos atuadores projetados. Esses conceitos podem ser encontrados na literatura e foram retirados dos artigos publicados pelo autor nos periódicos científicos *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [33], *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* [34], *Archives of Computational Methods in Engineering* [35], *International Journal for Numerical Methods in Engineering* [36], *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [37] e dos relatórios do projeto de auxílio individual à pesquisa da FAPESP (nº 98/12237-3). O capítulo engloba portanto resultados dos projetos *Desenvolvimento de Transdutores Piezoelétricos Flexensionais Usando Otimização Topológica (MOT)* e *Fabricação e Medição de Deslocamento de Transdutores Piezelétricos Utilizando Sistemas Ópticos* inseridos na linha de pesquisa *Desenvolvimento de Materiais Piezocompostos e Transdutores Piezelétricos*.

### 2.1 Áreas de Conhecimento

Otimização topológica

Modelagem de Estruturas Piezelétricas

Projeto e Caracterização de Transdutores Piezelétricos

## 2.2 Introdução e Histórico

Transdutores flexensionais constituem essencialmente numa estrutura acoplada a uma cerâmica piezelétrica (ou uma “pilha” de cerâmicas). Essa estrutura acoplada atua como um amplificador mecânico que converte e amplifica os pequenos deslocamentos fornecidos pela cerâmica (ordem de nanômetros). Esses atuadores flexensionais têm aplicação tradicional na atuação do avanço fino de ferramentas em máquinas CNC e grande aplicação em aparelhos que envolvem mecânica de precisão, como mecanismos de máquinas fotográficas, cabeçote leitor de um vídeo-cassete ou de um disco rígido de computador, onde devido à montagem compacta num pequeno espaço, exigem-se peças de pequenas dimensões e o menor número possível de componentes a serem montados (caso contrário o problema de folga na montagem pode inviabilizar o funcionamento do equipamento) e cuja atuação deve ser comandada por sinais elétricos. Além disso, a maioria dos movimentos envolvidos nesses equipamentos deve ser realizada com pequenos deslocamentos precisos. Também são aplicados na geração de ondas acústicas como em sonares, hidrofones [38], etc. Nesse tipo de aplicação um estudo histórico sobre transdutores flexensionais é descrito em Rolt [39] e Decarpigny *et al.* [40]. Uma área de aplicação de atuadores piezelétricos flexensionais que tem surgido recentemente é na bioengenharia no projeto de instrumentos cirúrgicos eletromecânicos em cirurgias de laparoscopia, onde esses mecanismos podem ser usados na construção de microgarras, micropinças ou microtesouras acionadas por sinais elétricos (comandados pelo médico) que produzam movimentos variados [41][42]. Recentemente, outra área de potencial aplicação de atuadores piezelétricos flexensionais que tem emergido internacionalmente é a área de sistemas microeletromecânicos (ou “MEMS” em inglês) [43] como será descrito no capítulo 3.

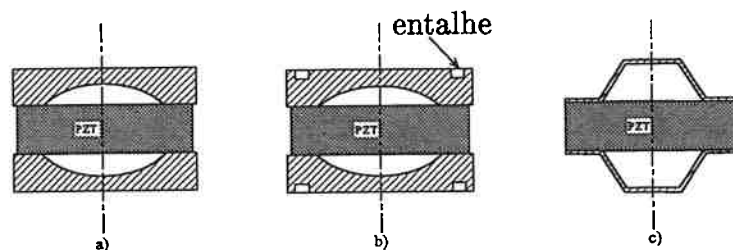


Figura 2.1: a) Atuador “Moonie”; b) Atuador “Moonie entalhado”; c) Atuador “Cymbal”.

Um exemplo típico de transdutor flexensional é o transdutor “Moonie”, que consiste numa cerâmica piezelétrica montada entre duas capas de metal como mostrado na Fig. 2.1a desenvolvido por Xu *et al.* [44][45]. Essas capas de metal atuam como transformadores dos deslocamentos gerados pela cerâmica, amplificando e alterando a

sua direção. Uma variação do transdutor “Moonie” é o chamado transdutor “Moonie” entalhado onde essencialmente foram feitas ranhuras próximas a extremidade (ver Fig. 2.1b), que aumentam a flexibilidade das extremidades da estrutura acoplada, provendo um deslocamento gerado maior do que o atuador “Moonie” comum. Neste caminho, uma variação do atuador “Moonie entalhado”, deu origem ao atuador “Cymbal” (ver Fig. 2.1c) [46][47]. No transdutor “Cymbal”, o deslocamento gerado é obtido pela combinação de movimentos de flexão e rotação, e não somente a flexão como ocorre nos transdutores “Moonie”. Conseqüentemente, é obtido um deslocamento gerado maior do que o atuador “Moonie” comum e também uma força de blocagem maior devido ao aumento da rigidez axial [46].

O projeto de atuadores piezelétricos flexensionais é uma tarefa muito complexa, pois essencialmente se deseja saber qual a geometria da estrutura flexível que deforme, gerando um dado deslocamento numa dada direção e ponto da estrutura, quando submetida a uma excitação elétrica nos eletrodos da cerâmica piezelétrica. devido a esta complexidade, o projeto desse transdutor tem sido realizado utilizando-se modelos unidimensionais simplificados [44][48], técnicas experimentais [49], ou análise por elementos finitos [45][50][46][47]. No entanto, em todos os casos o projeto consiste numa otimização paramétrica, onde se otimizam dimensões de uma topologia específica escolhida para a estrutura acoplada. A escolha dessa topologia específica é baseada na intuição física do problema, fundamentada em modelos físicos simples [44]. Portanto, o desenvolvimento desses transdutores utilizando o processo descrito, está limitado a um processo de tentativa e erro. O mesmo procedimento é adotado em outras aplicações como sonares e hidrofones [40]. Considerando-se uma aplicação específica como atuadores por exemplo, o desempenho é medido pela razão de amplificação dos deslocamentos gerados pela cerâmica e da força generativa ou de “bloqueio”, ou seja, a máxima força suportada pelo transdutor sem deformação, para uma certa voltagem aplicada na cerâmica piezelétrica [46]. Estudos mostraram que esse desempenho depende da rigidez e flexibilidade da estrutura acoplada na cerâmica piezelétrica.

Baseado nessa idéia o autor, juntamente com os Professores Shinji Nishiwaki (Universidade de Kyoto - Japão) e Noboru Kikuchi propuseram aplicar o método de otimização topológica para o projeto de atuadores flexensionais [33][34][35][52][53][54][55]. Considerando a discussão anterior, o problema é definido como o projeto da estrutura acoplada à piezocerâmica (ou “pilha”) que maximiza o deslocamento gerado ou força de blocagem numa direção especificada. Foram consideradas formulações do método de otimização topológica baseadas no método de homogeneização [33][34] e no método das densidades [56]. Projetos de atuadores em aplicação estática [33][34] e dinâmica [36][51] foram considerados. Dessa forma, no projeto da estrutura acoplada deve-se considerar a distribuição de rigidez e flexibilidade, o que pode ser obtido usando otimização topológica, e projetando-se diferentes tipos de estrutura acoplada, novos

tipos de transdutores flexensionais podem ser obtidos com melhor desempenho, e que podem ser aplicados a diferentes tarefas.

O método tornou genérico e sistemático o projeto desses atuadores, permitindo que sejam projetados para diferentes aplicações. Desde então a OT tem obtido grande aceitação no projeto de atuadores piezelétricos flexensionais. A partir do trabalho de Silva *et al.* [33][34], outros autores também se dedicaram ao estudo da aplicação do MOT aplicado ao projeto de atuadores piezelétricos. Assim foi iniciado o estudo de parâmetros que influenciam na formulação do MOT para esse problema, verificação experimental de protótipos, utilização de diferentes algoritmos de otimização na solução, como o critério de optimalidade [57]. Também foram projetados atuadores piezelétricos com elementos de treliça e sólidos, verificando o desempenho destes atuadores piezelétricos através do MEF e experimentalmente, o que possibilitou estudar o efeito de parâmetros que influem no desempenho como as juntas flexíveis [58]. Em outros estudos, passaram a projetar atuadores piezelétricos considerando condições especiais, como, por exemplo, obter a estrutura flexível que forneça a máxima amplificação dos deslocamentos gerados pela piezocerâmica ou pilhas piezocerâmicas, usando funções objetivo específicas adequadas para cada tipo de problema [59].

Contudo, ainda há muitos projetos de atuadores piezelétricos sendo desenvolvidos sem a utilização de um método sistemático em diversas áreas de atuação, onde o MOT tem grande potencialidade de aplicação [60][61]. Por exemplo, na bioengenharia há muitos instrumentos que podem ser inovados usando atuadores piezelétricos flexensionais projetados pelo MOT, como, por exemplo, manipuladores atuados piezeletricamente, que são aplicados na manipulação de micro-objetos biológicos [41]; dispositivos de atuação de micro-máquinas, principalmente na área médica, que pode ser aplicado em cirurgias delicadas para evitar incisões desnecessárias. Neste sentido, visando aperfeiçoar os instrumentos atuados piezeletricamente, Mehta *et al.* [42], começou a analisar o desempenho dos instrumentos aplicados em laparoscopia, com o intuito de aperfeiçoar estes instrumentos buscando melhorar a eficiência cirúrgica.

Dessa forma a otimização topológica permite o projeto de transdutores para as mais diversas e novas aplicações. No entanto, a verificação experimental do projeto final é necessária e importante para validar o modelo. Entre as técnicas que permitem fabricar estruturas bidimensionais de geometria complexa, temos a eletroerosão à fio e técnicas baseadas em litografia. Com relação à caracterização experimental devem ser avaliados os deslocamentos gerados pelo atuador. Os deslocamentos gerados pelas cerâmicas piezelétricas e pelos atuadores variam de nanômetros até micrometros. Para medir esses deslocamentos um interferômetro de baixo custo é utilizado [62][63][64][65]. A medição por interferometria laser permite medir vibrações, deslocamentos, falhas mecânicas, comprimento absoluto de blocos padrões, etc., na ordem do comprimento de onda da luz visível (nanômetros), tendo se mostrado muito eficiente na análise de

transdutores piezelétricos [66][67][65]. O princípio da interferometria laser para medição de comprimento é medir deslocamentos através da mudança de fase de uma onda óptica causada pelo movimento a amostra. O deslocamento da amostra é obtido em termos do comprimento laser conhecido ( $\lambda$ ). Uma diferença de fase de  $\theta$  corresponde a um deslocamento de  $\lambda/4$ . Este é um método sensível e eficiente para medir pequenos deslocamentos e deformações. Embora essas técnicas já existam há vários anos, a sua aplicação na medição de atuadores piezelétricos é recente e problemas ainda são encontrados nas medições. Dessa forma, outro ponto importante nesse projeto é dominar e automatizar os métodos de medição de deslocamento de transdutores piezelétricos por interferometria laser para poder utilizá-los de forma eficiente no desenvolvimento de atuadores piezelétricos.

Esse projeto contou com o financiamento do auxílio individual à pesquisa FAPESP (nº 98/12237-3) (concluído em 04/2001) e atualmente o projeto relacionado com a medição de deslocamentos por interferometria laser conta com o financiamento parcial do auxílio individual à pesquisa FAPESP (nº 02/04533-9) aprovado em 11/2002.

Esse capítulo está organizado da seguinte forma. A seção 2.3 apresenta os conceitos do MOT que são também utilizados nos demais capítulos. As seções 2.4 e 2.5 descrevem as equações piezelétricas e o conceito do MEF aplicado à piezeletricidade, respectivamente que também são usados nos capítulos 3 e 4. As seções 2.6, 2.7, 2.8 e 2.9 descrevem a formulação do MOT aplicado ao projeto de atuadores flexionais; o texto segue trechos dos artigos publicados pelo autor no *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [33], *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* [34], *International Journal for Numerical Methods in Engineering* [36] e *Archives of Computational Methods in Engineering* [35]. Os resultados usando o MOT baseado no modelo SIMP são recentes e foram submetidos para publicação, sendo originários da dissertação de mestrado orientada pelo autor [56]. As seções 2.10 e 2.11 descrevem a fabricação e caracterização experimental dos atuadores piezelétricos; o texto segue artigo do autor no *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [37]. A seção 2.12 apresenta os resultados teóricos de atuadores projetados pelo MOT usando dois tipos de formulações, bem como os protótipos fabricados e os resultados da caracterização experimental; os resultados seguem de relatórios do projeto de auxílio individual à pesquisa da FAPESP (nº 98/12237-3) e dos artigos anteriores sendo obtidos no período entre 1999–2003. Finalmente, na seção 2.13 é apresentada uma conclusão sobre o tema e sugestões de continuação do projeto.

## 2.3 Método de Otimização Topológica

Otimização topológica é um método computacional poderoso de otimização estrutural. Permite projetar estruturas com buracos, colocados de forma ótima de maneira a



maximizar (ou minimizar) uma dada função custo definida para a estrutura reduzindo ao máximo o seu peso. Tem sido largamente aplicado nos últimos anos no projeto da topologia de partes mecânicas com alta rigidez e baixo peso nas indústrias automotivas e aeronáuticas [68] e recentemente no projeto de materiais compostos [69]. Ela torna o processo de projeto mais automático, otimizado, e independente da experiência específica de alguns engenheiros, fornecendo a topologia inicial, otimizada para uma certa aplicação, da estrutura a ser construída. Obviamente, a presença do engenheiro é necessária para a obtenção da estrutura final e verificação de seu desempenho para o qual foi projetada (utilizando métodos numéricos e experimentais).

O Método de Otimização Topológica foi originalmente desenvolvido para projetos de maximização da rigidez de estruturas com o menor peso [70][71][72] tendo sido recentemente expandido para outras áreas da engenharia no meio acadêmico como o projeto de mecanismos flexíveis [73][74], atuadores piezelétricos flexionais [33][34], “MEMS” [36][75], antenas e motores eletromagnéticos [76], etc. Para uma revisão abrangente do método de otimização topológica ver as referências [68].

Para entender o conceito do MOT, considere como exemplo o problema de otimização estrutural descrito na Fig. 2.2. O problema consiste em encontrar a estrutura otimizada com a máxima rigidez com o mínimo volume de material considerando a carga aplicada. Existem essencialmente três abordagens para solução desse problema de otimização estrutural. A primeira é a otimização paramétrica [77] onde somente alguns parâmetros da estrutura definida são escolhidos como variáveis de projeto na otimização. Neste caso a estrutura tem uma forma e topologia fixas, e somente as razões de dimensões são alteradas (por exemplo,  $t$ ,  $b$ , e  $h$  na Fig. 2.2a). A segunda abordagem é denominada otimização de forma [78] onde a forma do domínio inicial é alterada (Fig. 2.2b). Isto aumenta o espaço de solução, sendo um método mais geral do que o último, e como consequência um maior valor da função objetivo é esperado. No entanto, a principal desvantagem da otimização de forma é como lidar com a contínua mudança da forma do domínio. Se o Método de Elementos Finitos (MEF) [79] é usado para analisar a estrutura durante a otimização, é necessário utilizar algoritmos de remalhamento, e se houver uma grande mudança na forma do domínio fica extremamente difícil manter uma malha razoável sem elementos muito deformados. Finalmente, a terceira abordagem, é denominada otimização topológica (Fig. 2.2c), e é a mais geral de todas uma vez que permite encontrar novos “buracos” na estrutura o que não é possível usando os métodos anteriores. Conseqüentemente, aplicando-se otimização topológica espera-se obter o maior valor da função objetivo para a menor quantidade de material em relação aos métodos anteriores.

Ao contrário dos métodos de otimização paramétrica e de forma, o MOT permite determinar a presença de novos furos na topologia da estrutura, permitindo obter altas reduções de massa e um grande aumento de desempenho.

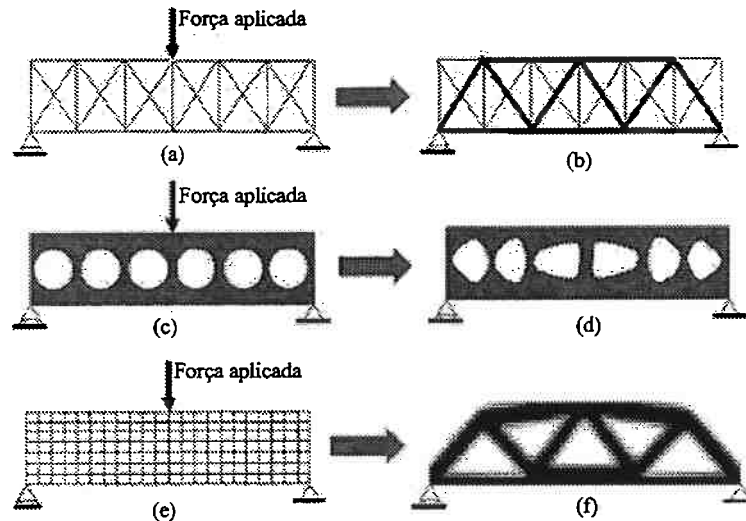


Figura 2.2: a) Otimização paramétrica; b) Otimização de forma; c) Otimização topológica.

Essencialmente o MOT procura distribuir material no interior de um domínio inicial, discretizado em elementos finitos, que permanecerá fixo durante o processo. O material em cada ponto do domínio pode variar de um material do tipo A (por exemplo, ar) a um material do tipo B (por exemplo, um material sólido), assumindo materiais intermediários entre A e B de acordo com uma lei de “mistura” definida, chamada modelo de material. Na otimização topológica, as variáveis de projeto seriam as variáveis que definem a “mistura” de material em cada ponto do domínio [71][80]. A otimização consiste em se distribuir o material no interior de um domínio de forma a maximizar ou minimizar uma função objetivo desejada (rigidez, deslocamento gerado, etc.).

Para encontrar a distribuição ótima o método combina algoritmos de otimização com o método de elementos finitos. A cada iteração, a distribuição de material é alterada utilizando o algoritmo de otimização e o domínio corrente é analisado pelo método de elementos finitos para o cálculo da função objetivo e restrições da otimização. A iteração prossegue até que se atinja a convergência no valor da função objetivo. Após atingida a convergência obtém-se como resultado final a distribuição de material ao longo do domínio inicial. Consiste portanto num problema multivariável de otimização. Sem a utilização de um algoritmo de otimização, milhões de análises seriam necessárias para encontrar a distribuição ótima de material no domínio. O MOT tem como grande vantagem atuar num domínio fixo, eliminando o problema de remalhamento da malha de elementos finitos como ocorre em outros processos de otimização estrutural.

Uma descrição das etapas do MOT é apresentado na Fig. 2.3, considerando o

projeto de uma estrutura com relação à rigidez estrutural (maximização da rigidez para um certo volume de material).

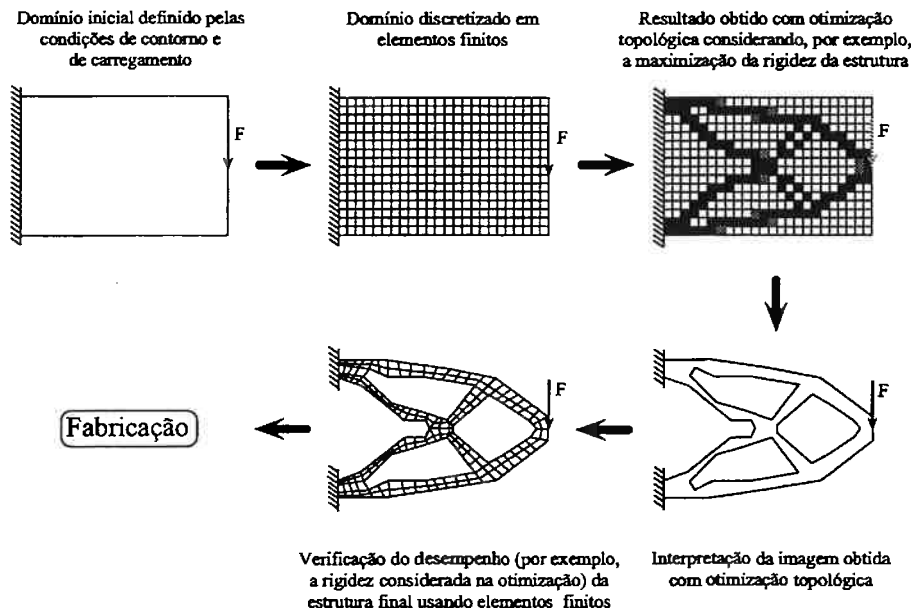


Figura 2.3: Procedimento típico de projeto estrutural por otimização topológica.

Inicialmente é gerado um domínio inicial de trabalho. Esse domínio é discretizado em elementos finitos e um arquivo de entrada para o programa de otimização topológica é gerado. Após obter a convergência, o programa fornece um arquivo que contém a nova distribuição de material no domínio inicial (representado por valores entre zero e um em cada elemento finito). A imagem da topologia obtida, em geral apresenta uma baixa qualidade, devendo ser “lapidada” para obtenção da estrutura final a ser fabricada (Fig. 2.3). O método fornece dessa forma, o desenho conceitual da estrutura. Essa interpretação do resultado pode ser realizada utilizando-se técnicas de processamento de imagem e técnicas de otimização de forma [81], ou simplesmente desenhando-se uma nova estrutura baseada na imagem fornecida pelo MOT, utilizando-se recursos do pós-processador. Essas pequenas alterações na topologia da estrutura para facilitar a fabricação, podem alterar o seu desempenho. Dessa forma, uma vez obtido o projeto final, a estrutura resultante deve ser novamente verificada (Fig. 2.3), de preferência utilizando-se um programa de computador comercial de elementos finitos, o qual apresenta em geral uma melhor precisão na análise.

Dessa forma pelo apresentado anteriormente, pode-se afirmar que o método de otimização topológica é baseado em dois conceitos principais [70][71]: domínio estendido fixo e relaxação do domínio de projeto.

### 2.3.1 Domínio Estendido Fixo

O domínio estendido fixo  $\Omega$  é um domínio de forma fixa limitado pelos pontos de apoio da estrutura e pontos de aplicação de carregamento e que conterá a estrutura desconhecida (Fig. 2.4).

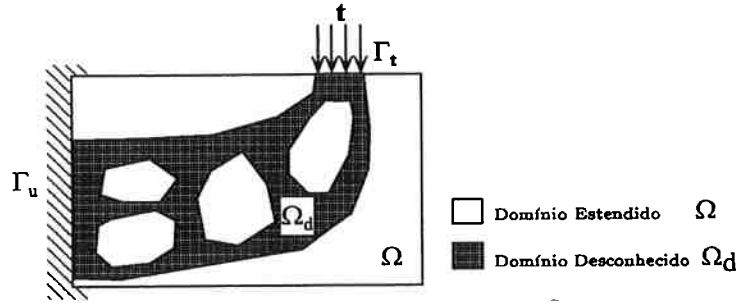


Figura 2.4: Domínio estendido fixo  $\Omega$  e o domínio desconhecido  $\Omega_d$ .

O objetivo da otimização topológica é determinar os buracos e a conectividade da estrutura através da remoção e adição de material no domínio  $\Omega$ . Isto pode ser conseguido definindo-se a seguinte função característica [68]:

$$\chi_{\Omega}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_d \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega_d \end{cases} \quad (2.1)$$

onde o domínio estendido  $\Omega$  deve ser grande o suficiente para incluir o domínio desconhecido  $\Omega_d$  que representa o domínio variável durante a otimização estrutural (Fig. 2.4). No domínio  $\Omega_d$ , a formulação fraca do domínio estrutural, que é obtida integrando-se um funcional  $F$  relacionado com as condições de equilíbrio da estrutura (por exemplo, o funcional piezelétrico), pode ser relaxada no domínio fixo  $\Omega$  usando a função característica  $\chi_{\Omega}$  como:

$$\int_{\Omega_d} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{u}) d\Omega_d = \int_{\Omega} \chi_{\Omega}(\mathbf{x}) F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{u}) d\Omega \quad (2.2)$$

A função característica  $\chi_{\Omega}$  pode ser incluída dentro do funcional multiplicando-se a matriz de propriedades de material, como elasticidade por exemplo, artificialmente criando uma nova matriz de propriedades na estrutura estendida. Conseqüentemente, o problema inicial de otimização topológica onde o domínio desconhecido  $\Omega_d$  varia, pode ser redefinido no domínio estendido fixo  $\Omega$  como um problema de encontrar a distribuição ótima de propriedades de materiais da estrutura estendida no domínio fixo [71]. Assim, o modelo de elementos finitos não é alterado durante o processo de otimização. Sendo o domínio fixo, as derivadas de uma função  $q$  são facilmente

calculadas usando a expressão:

$$\frac{\partial}{\partial A_n} \int_{\Omega} q d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial q}{\partial A_n} d\Omega \quad (2.3)$$

onde  $A_n$  é uma variável de projeto.

### 2.3.2 Relaxação do Domínio de Projeto

O segundo conceito importante no método é a relaxação do domínio de projeto. A função característica definida  $\chi_n$  é muito descontínua e é discreta pois assume valores iguais a zero ou um. Estas discontinuidades ao longo do domínio criam múltiplos mínimos locais tornando difícil o tratamento numérico do problema não garantindo a sua solução. Para contornar isso, o problema é relaxado permitindo que a função característica  $\chi_n$  assuma valores intermediários entre zero e um, ou seja, que possam ocorrer materiais intermediários (ou compostos) ao invés de somente ar ou sólido na solução final [68]. Para isso, a função característica  $\chi_n$  é aproximada por uma função contínua de um parâmetro que define a mistura em microescala de dois ou mais materiais (um deles pode ser ar) em cada ponto do domínio, caracterizando o conceito de microestrutura ou modelo de material. Este conceito é denominado relaxação do domínio de projeto.

Os dois principais tipos de modelos de material que definem a mistura em microescala de dois ou mais materiais são: método de homogeneização [70][71][72] e método de densidade [68].

#### Método de Homogeneização

O método de homogeneização foi desenvolvido por Bendsøe e Kikuchi [70][71] e consiste basicamente em se definir as propriedades em cada ponto do domínio como sendo equivalentes às propriedades efetivas de um material composto resultante da repetição periódica de uma célula unitária formada por um elemento quadrado com um furo retangular no seu interior (no caso bidimensional) (Fig. 2.5). O furo é definido por duas dimensões ( $a$  e  $b$ ) e também pode ser rotacionado de um ângulo  $\theta$ . Dessa forma há três variáveis de projeto em cada ponto do domínio. As propriedades efetivas desse material composto são obtidas utilizando-se o método de homogeneização [82]. As variáveis de projeto são as dimensões dos furos dessa célula unitária e a rotação dos mesmos. Alterando-se essas variáveis alteram-se as propriedades efetivas do material composto, e portanto as suas propriedades, em cada elemento finito. Essas variáveis estão relacionadas portanto com a distribuição de material no domínio.

Nesse sentido o problema consiste na otimização da distribuição de material no domínio perfurado com um infinito número de microfuros. As propriedades elásticas

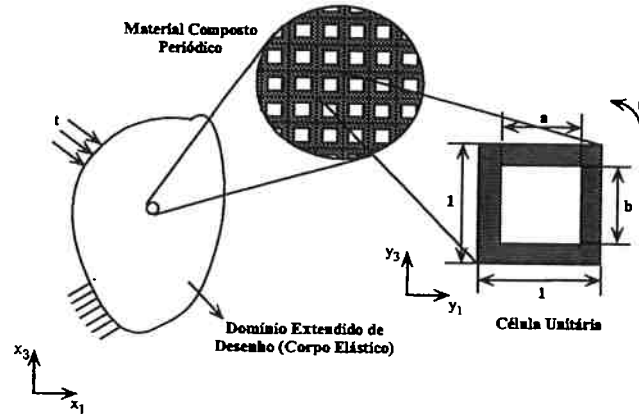


Figura 2.5: Microestrutura no método de homogeneização.

homogeneizadas (ou efetivas) ( $\mathbf{c}^H$ ) deste material composto em cada ponto do domínio de projeto são obtidas usando o método de homogeneização descrito na referência [82].

Quando a célula unitária gira de um ângulo  $\theta$ , como mostrado na Fig. 2.5, o novo tensor elástico homogeneizado  $\mathbf{c}^G$  é dado pela seguinte equação:

$$\mathbf{c}^G = \mathbf{R}(\theta)^t \mathbf{c}^H \mathbf{R}(\theta) \quad (2.4)$$

onde  $\mathbf{R}$  é a matriz de rotação.

Durante o processo de otimização, é necessário calcular os gradientes das propriedades elásticas em relação à  $a$  e  $b$ . Eles são calculados construindo-se uma tabela que contém os valores das propriedades homogeneizadas para uma grande combinação de valores discretos de  $a$  e  $b$  [70][71]. A orientação  $\theta$  é determinada considerando-se as direções principais de tensões mecânicas locais em cada ponto do domínio.

### Método de Densidade ou SIMP

No método das densidades ou SIMP ("Simple Isotropic Material with Penalization") [68] a propriedade ( $\mathbf{c}$ ) do material em cada elemento do domínio é definido por uma equação matemática que é função da propriedade de um material base ( $\mathbf{c}_0$ ) usado no projeto (por exemplo, alumínio) e uma variável de projeto  $\rho$ , interpretada como uma função de distribuição (contínua) de densidades denominada "pseudo-densidade", que pode variar entre zero e um. A equação matemática simula portanto uma microestrutura, e a sua forma mais comum é dada por:

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})^p \mathbf{c}_0; \quad 0 \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1 \quad (2.5)$$

onde  $p$  é um coeficiente de penalização explicado adiante. O tensor  $\mathbf{c}$  é isotrópico e depende do módulo de elasticidade ( $E$ ) do material e da razão de Poisson ( $\nu$ ). No SIMP

o módulo de elasticidade do material em cada ponto do domínio varia com a densidade  $\rho$ , enquanto que  $\nu$  não depende de  $\rho$ . Desta forma, podemos dizer que a densidade do material em cada ponto do domínio pode variar de “zero” (não há presença de material) à “um” (total presença de material).

Como já comentado, matematicamente, a ocorrência de valores intermediários para a variável de projeto estabelece a relaxação do problema e permite obter um espaço de solução fechado, o que é importante para garantir a existência da solução [70]. No entanto, a solução ótima apresentará um grande número de regiões com propriedades intermediárias denominadas “escalas de cinza”, o que não é interessante, pois dificulta a interpretação final da topologia. Dessa forma é interessante recuperar o caráter discreto da função característica  $\chi_n$ , o que é obtido através do coeficiente de penalização  $p$ . Um valor de  $p$  muito alto aproxima cada vez mais o problema contínuo do problema discreto, retornando ao problema da não existência de solução discutido acima. Outro problema está relacionado com a existência do modelo de material formado a partir da mistura de um material base e ar dado pela Eq. (2.5). Uma discussão do valor ótimo do coeficiente  $p$  foi apresentada por Bendsøe [80], demonstrando que  $p$  deve ser maior ou igual à 3, e no caso de estado plano de tensões, se  $\nu$  for igual à  $1/3$  (razão de Poisson do aço) o fator  $p$  deverá ser igual à 3. Para o caso tridimensional de tensões também foram deduzidas expressões para o valor de  $p$  [80].

Trata-se de um método mais fácil de implementar computacionalmente do que o método de homogeneização, pois há uma variável de projeto por ponto do domínio, e os valores das propriedades são obtidas de forma direta. No entanto apresenta complicações, que serão discutidas adiante, como a dependência da discretização da malha, além do excesso de “escalas de cinza” já comentado, que são menos expressivos no método de homogeneização pelo fato de ser um modelo de material mais realístico.

### 2.3.3 Complicações do Método de Otimização Topológica

Como já comentado, na tentativa de contornar a não existência da solução do problema discreto (0 – 1) de otimização topológica, o problema é relaxado definindo-se um modelo de material. Isso garante a existência da solução ótima, no entanto essa solução apresentará materiais intermediários, o que torna difícil a sua fabricação consistindo na primeira complicação. Com o intuito de obter uma solução que possa ser fabricada procura-se recuperar o caráter discreto da distribuição de material, utilizando-se por exemplo o fator de penalidade  $p$ . No entanto ao se fazer isso retornam-se às dificuldades do problema discreto, como por exemplo, a não unicidade de solução. Assim, por exemplo, no caso do problema de máxima rigidez para um certo volume de material, podemos obter uma solução de topologia com poucos furos grandes ou com muitos furos pequenos. Isso se traduz numa dependência da discretização da malha de ele-

mentos finitos com que se resolve o problema. Portanto, a solução passa a depender da discretização da malha de elementos finitos, que consiste na segunda complicação do MOT. Para contornar esse problema são adicionadas restrições extras ao problema como, por exemplo, uma restrição de perímetro dos furos (que garantiria topologias com furos grandes, por exemplo) [84], ou restrições no gradiente das densidades ao longo do domínio, através de filtros de controle de gradientes [68].

Mas é importante deixar claro que as topologias obtidas são soluções ótimas locais, que buscam atender o ponto de vista de engenharia e que se distanciam da solução ótima “global” que apresenta materiais intermediários (“escalas de cinza”). Assim, devemos ter uma solução de compromisso, ou seja, obter uma solução ótima local, bem definida, o mais próxima possível da solução ótima global e que atenda os requisitos de viabilidade de construção para a estrutura projetada.

No entanto, dependendo do modelo de material utilizado as complicações acima são reduzidas. Assim, por exemplo utilização do modelo de material baseado no método de homogeneização o comportamento da função característica sugerido está definido na microescala do domínio da microestrutura, sendo um modelo mais realístico. Esse modelo reduz portanto o problema de dependência da solução da discretização da malha de MEF, além de permitir obter soluções ótimas locais com pouco material intermediário ou escalas de cinza.

No entanto existe uma complicação que é independente do modelo de material usado denominada “Instabilidade de Xadrez” que está relacionada com a formulação do MEF em si e que será descrito a seguir com mais detalhe.

### **Instabilidade de Xadrez**

A “instabilidade de xadrez” é caracterizado pela a formação de regiões com elementos de cor escura (presença de material) e elementos de cor branca (ausência de material), dispostos em forma de tabuleiro nos resultados obtidos como mostrado na Fig. 2.6(esq.).

As publicações relacionadas com o estudo da “instabilidade xadrez” [85][86][68] sugerem duas formas distintas para sua eliminação nos problemas de OT. Uma delas é aumentar a ordem do elemento finito e a outra é utilizar métodos de filtragem ou de controle de gradientes das densidades no domínio.

Aumentar a ordem do elemento significa aumentar o número de nós do elemento finito, sendo uma alternativa cara devido ao alto custo computacional e além do que, no caso do método de densidades, para determinados valores do fator de penalidade  $p$ , mesmo usando elementos de 9 nós, a “instabilidade xadrez” pode ocorrer [85].

A maioria dos trabalhos que envolvem o MOT, inclusive este, usa o elemento quadrilátero de 4 nós, por ter uma formulação simples de ser implementada e eficiente computacionalmente do que elementos de ordem maior, o que é importante,



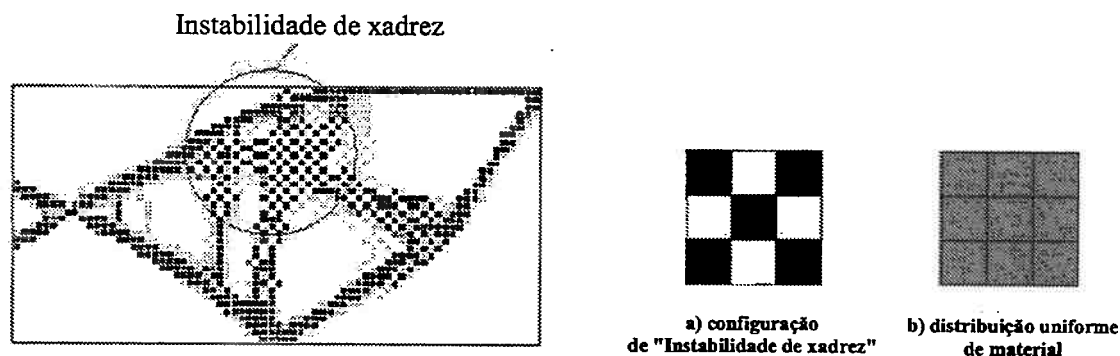


Figura 2.6: “Instabilidade xadrez” (esq.); Arranjo de “instabilidade xadrez” e material distribuído uniformemente(dir.).

considerando a natureza iterativa do MOT. Desta forma, uma forma alternativa para a eliminação da “instabilidade xadrez” nos problemas de OT é a introdução de métodos de controle da variação espacial das variáveis de projeto (densidades) no domínio de projeto através da implementação de filtros na otimização, uma vez que a “instabilidade xadrez” se caracteriza por variações bruscas nos gradientes das variáveis de projeto. Além disso, esse método também permite controlar de forma razoável a complexidade da topologia [86] obtida pelo MOT. Nesse sentido os recursos usados para reduzir a dependência da malha como a inclusão da restrição de perímetro [84] também se aplicam para a o controle da “instabilidade xadrez”.

Existem várias técnicas de filtragem propostas na literatura [68], no entanto, uma solução recente que tem se mostrada eficiente para evitar a formação da “instabilidade de xadrez” e controle da complexidade da topologia é um filtro espacial proposto por Cardoso e Fonseca [87], sendo a solução adotada neste projeto. Nesse filtro, a densidade de cada elemento depende das densidades dos elementos vizinhos considerados segundo um raio de abrangência  $R_{max}$  em torno do elemento central, conforme mostrado na Fig. 2.7. Isso o torna independente ao refino da malha de elementos finitos. Esse filtro suaviza a distribuição espacial das variáveis de projeto ao longo do domínio de projeto, através de uma transformação matemática aplicado sobre os limites móveis de cada variável do sub-problema de programação linear [87], consistindo, portanto, numa regularização que atua nas restrições do problema de otimização.

A transformação matemática do filtro sobre os limites móveis é dada pela equação abaixo [87]:

$$\rho_i = \frac{\rho_i V_i + \overline{w_i^F} \rho_j V_j}{V_i + \overline{w_i^F} \sum_{j=1}^{n_v} V_j}; \quad \overline{w_i^F} = \frac{\sum_{j=1}^{n_v} w_{ij}^F}{n_v}; \quad w_{ij}^F = \frac{R_{max} - R_{ij}}{R_{max}} \quad (2.6)$$

onde  $V_j$  é o volume do elemento  $j$  no problema discreto (ver Fig. 2.7),  $R_{ij}$  é a distância

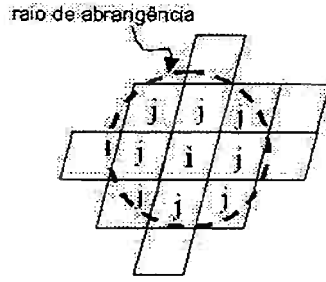


Figura 2.7: Raio de abrangência no filtro usado.

entre centróides (menor que  $R_{max}$ ) do elemento central  $i$  e do elemento vizinho  $j$  (ver Fig. 2.7) e  $n_v$  é o número de vizinhos determinados por uma varredura fixa em torno do elemento central  $i$ , sendo  $j = 1, 2, \dots, n_v$ . O parâmetro principal de controle do filtro é o raio de abrangência  $R_{max}$  e quanto maior for o raio, maior será a suavização da distribuição de densidades no interior do domínio inicial. Deve-se buscar valores adequados para o raio, se esse valor for muito pequeno ocorrerá a formação de “instabilidade xadrez”, e caso esse valor seja muito grande, a abrangência do filtro é aumentada causando um aumento das áreas com densidades intermediárias.

## 2.4 Equações Constitutivas Piezelétricas

Piezeletricidade é uma propriedade que certos materiais possuem que consiste em gerar polarização elétrica (geração de cargas no contorno com polarização oposta) quando o material é sujeito à esforço mecânico, e também gera deformação no material quando sujeito a um campo elétrico [88]. As equações constitutivas do material piezelétrico são dadas por [88][89]:

$$\begin{cases} T_{ij} = c_{ijkl}^E \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i = e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \epsilon_{ik}^S E_k \end{cases} \quad (2.7)$$

onde  $c_{ijkl}^E$  é um tensor de elasticidade de quarta-ordem considerando condições de contorno de curto-circuito,  $\epsilon_{ik}^S$  é um tensor dielétrico de segunda ordem considerando condições de contorno de corpo livre, e  $e_{kij}$  é o tensor piezelétrico de deformação de terceira ordem. A deformação  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{u})$  é dada por  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  onde  $u_i$  são componentes de deslocamento.

Devido a simetria dos tensores  $T_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $c_{ijkl}^E$ , e  $\epsilon_{ij}^S$ , a Eq. (2.7) pode ser escrita na notação compacta [89]:

$$\begin{cases} T_P = c_{PQ}^E \varepsilon_Q - e_{Pk} E_k \\ D_i = e_{iQ} \varepsilon_Q + \epsilon_{ik}^S E_k \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \mathbf{T} = \mathbf{c}^E \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{e} \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \mathbf{e}^t \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{E} \end{cases} \quad (2.8)$$

O superescrito “ $t$ ” denota matriz transposta. Relações similares se aplicam para outros termos da Eq. (2.8).

Além das equações constitutivas, o comportamento do meio piezolétrico é também descrito por equações dinâmicas e elétricas. O comportamento elétrico é descrito pelas equações de Maxwell considerando o meio piezolétrico um isolante (não há cargas livres), ou seja, não há fluxo de cargas elétricas. Portanto, do teorema de Gauss [88]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.9)$$

O campo elétrico está relacionado com o potencial elétrico por [88]:

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \quad (2.10)$$

O comportamento dinâmico é descrito pela Segunda Lei de Newton [88]:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \mathbf{T} \quad (2.11)$$

onde  $(\nabla \cdot)$  é o operador diádico do tensor.

Considere agora um meio piezolétrico que apresenta um campo de deslocamento  $\mathbf{u}$ , está sujeito a um carregamento de superfície  $\mathbf{t}$ , a cargas elétricas  $d$ , e potencial elétrico  $\phi$ . Como os atuadores flexensionais em estudo operam em uma frequência  $\omega$  (igual a zero no projeto estático), temos que em aplicações dinâmicas:  $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}e^{j\omega\tau}$ ,  $\mathbf{t} = \bar{\mathbf{t}}e^{j\omega\tau}$ ,  $d = \bar{d}e^{j\omega\tau}$ , and  $\phi = \bar{\phi}e^{j\omega\tau}$ , onde  $\omega$ ,  $\tau$ ,  $\bar{\mathbf{u}}$ ,  $\bar{\mathbf{t}}$ ,  $\bar{d}$ , and  $\bar{\phi}$  representam a frequência de excitação, o tempo, e as amplitudes de  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{t}$ ,  $d$ , and  $\phi$ , respectivamente. Se o amortecimento não é considerado, não há diferença de fase entre essas quantidades.

Considerando as equações acima, pode-se obter a expressão de energia para o meio piezolétrico, e a partir dela, a formulação fraca das equações de equilíbrio do meio piezolétrico [90][91] descritas pela equação:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \varepsilon(\mathbf{u})^t \mathbf{c}^E \varepsilon(\mathbf{v}) d\Omega - \omega^2 \int_{\Omega} \rho \mathbf{u}^t \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla\phi)^t \mathbf{e}^t \varepsilon(\mathbf{v}) d\Omega &= \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} d\Gamma \\ \int_{\Omega} \varepsilon(\mathbf{u})^t \mathbf{e} \nabla\phi d\Omega - \int_{\Omega} (\nabla\phi)^t \varepsilon^S \nabla\phi d\Omega &= \int_{\Gamma_d} d\phi d\Gamma \end{aligned} \quad (2.12)$$

for  $\mathbf{u}, \phi \in V$  and  $\forall \mathbf{v}, \forall \phi \in V$

onde  $\mathbf{t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}$  e  $d = \mathbf{D} \cdot \mathbf{n}$ , e  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{D}$  são os tensores de tensão e o vetor de deslocamento elétrico, respectivamente, e  $\mathbf{n}$  é o vetor normal a superfície. O termo  $e^{j\omega\tau}$  não é escrito uma vez que aparece em ambos os lados da equação, e portanto é cancelado. Além disso, para manter a simplicidade da notação, as amplitudes são representadas sem a sobrebarra. Além disso,  $V = \{\mathbf{v} = v_i \bar{\mathbf{e}}_i, \phi : v_i, \phi \in H^1(\Omega) \text{ com } \mathbf{v} = 0 \text{ em } \Gamma_u \text{ e } \phi = 0 \text{ em } \Gamma_\phi, i = 1 \text{ ou } 3\}$ .  $\Omega$  é o domínio do meio piezolétrico (mas pode conter materiais não-piezolétricos também),  $\nabla$  é o operador gradiente, e  $\mathbf{c}^E$ ,  $\mathbf{e}$ , e  $\varepsilon^S$

são as propriedades elásticas, piezométricas e dielétricas, respectivamente, do meio, e  $\rho$  é a densidade. “ $t$ ” representa transposto, e  $\mathbf{v}$  e  $\phi$  são os deslocamentos e potenciais elétricos virtuais, respectivamente. O índice  $i$  assume o valor 1 ou 3 uma vez que o problema é considerado no plano 1 – 3. A cerâmica é polarizada na direção #3.

## 2.5 Método de Elementos Finitos Aplicado à Piezeletricidade

Como os resultados de otimização topológica consistem em estruturas complexas, é necessário um método de análise estrutural genérico, como o Método de Elementos Finitos (MEF) [79], para analisá-las. Portanto, nessa seção a formulação de MEF aplicada à piezeletricidade é brevemente descrita.

A base do MEF consiste em discretizar o domínio em sub-domínios chamados elementos finitos. Então, variáveis escalares e vetoriais são interpoladas em cada elemento finito usando funções do tipo polinomiais que são calculadas baseadas nos valores dessas variáveis nos vértices dos elementos finitos chamados nós. Estas funções são conhecidas como funções de forma. Condições de contorno devem ser especificadas, isto é, pontos onde a estrutura é fixa e onde cargas são aplicadas na estrutura. No caso da análise piezométrica a variável escalar é o potencial elétrico (voltagem) e a variável vetorial é o deslocamento em cada nó, representado pelas suas componentes nas direções ortogonais, no modelo de elementos finitos discretizado. Portanto, condições de contorno elétricas e mecânicas devem ser consideradas.

Substituindo na Eq. (2.12) as correspondentes funções interpolações do MEF (baseadas nas funções de forma) para  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{t}$ ,  $d$ , e  $\phi$ , obtém-se o sistema matricial de elementos finitos para a modelagem do meio piezométrico linear [90][91]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\phi\phi}^d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

onde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}_{uu}$ ,  $\mathbf{C}_{\phi\phi}^d$ ,  $\mathbf{K}_{uu}$ ,  $\mathbf{K}_{u\phi}$ ,  $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ , e  $\mathbf{M}$  são as matrizes de massa, amortecimento mecânico, amortecimento dielétrico, rigidez, piezométrica, dielétrica, e massa, respectivamente, e  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{U}$ ,  $\dot{\mathbf{U}}$ ,  $\ddot{\mathbf{U}}$  e  $\phi$  são os vetores de forças mecânicas nodais, de cargas elétricas nodais, de deslocamento nodais, de velocidades nodais, acelerações nodais, e de potencial elétrico nodais, respectivamente. Como o meio piezométrico é considerado um isolante,  $\mathbf{Q}$  tem termos não-zeros somente nos eletrodos da piezocerâmica. Considerando  $N_d$  o número de graus de liberdade de deslocamento, e  $N_v$  o número de graus de liberdade elétricos na malha de MEF, as matrizes  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}_{uu}$ ,  $\mathbf{K}_{uu}$  tem dimensão  $N_d \times N_d$ , a matriz  $\mathbf{K}_{u\phi}$  tem dimensão  $N_d \times N_v$ , a matriz  $\mathbf{K}_{\phi\phi}$  tem dimensão  $N_v \times N_v$ , os vetores  $\mathbf{F}$ , tem dimensão  $N_d \times 1$ , e o vetor  $\mathbf{Q}$  tem dimensão  $N_v \times 1$ . Essas matrizes

dependem da geometria e propriedades de material do meio piezelétrico e são dadas por [90][91]:

$$\mathbf{M} = \int_V \rho \mathbf{N}^t \mathbf{N} dV; \mathbf{K}_{uu} = \int_V \mathbf{B}_u^t \mathbf{c} \mathbf{B}_u dV; \mathbf{K}_{u\phi} = \int_V \mathbf{B}_u^t \mathbf{e} \mathbf{B}_\phi dV; \mathbf{K}_{\phi\phi} = \int_V \mathbf{B}_\phi^t \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{B}_\phi dV \quad (2.14)$$

onde:

$$u = \mathbf{N}\mathbf{U}; \phi = \mathbf{N}\Phi; \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B}_u \mathbf{U}; \mathbf{E} = -\nabla\phi = -\nabla(\mathbf{N}\Phi) - \mathbf{B}_\phi \Phi \quad (2.15)$$

onde  $\mathbf{N}$  é a função de forma (geralmente a mesma para deslocamentos e potencial elétrico),  $u$  e  $\phi$  são as funções deslocamento e potencial elétrico, respectivamente, e  $\mathbf{B}_u$  e  $\mathbf{B}_\phi$  são funções das derivadas das funções de forma [79]. A matriz de amortecimento  $\mathbf{C}_{uu}$  pode ser dada pelo modelo de Rayleigh e a matriz de amortecimento dielétrica  $\mathbf{C}_{\phi\phi}^d$  é função das perdas dielétricas como descrito abaixo [79][91]:

$$\mathbf{C}_{uu} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}_{uu}; \mathbf{C}_{\phi\phi}^d = \frac{h}{\omega} \mathbf{K}_{\phi\phi} \quad (2.16)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes definidas em [24],  $h = -\tan \delta_E$  é o fator de perda dielétrica. O amortecimento elétrico causa uma mudança de fase entre voltagem e corrente na piezocerâmica.

Este sistema de equações assume que a estrutura piezelétrica é livre no ar, ou seja, não está acoplada a nenhum meio de propagação. Dependendo da aplicação dos transdutores piezelétricos, como atuadores por exemplo, a frequência de operação é menor do que a primeira frequência de ressonância, e portanto efeitos de inércia são desprezíveis. Assim, eles podem ser modelados através de uma análise estática, e a Eq. 2.13 pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

Note que se não houver o efeito piezelétrico ( $\mathbf{K}_{u\phi} = 0$ ), então as equações elásticas e eletrostáticas são recuperadas. Portanto, a matriz  $\mathbf{K}_{u\phi}$  representa o acoplamento entre equações mecânicas e elétricas.

Com relação a solução numérica do sistema matricial da Eq. (2.17), a matriz total que é composta das sub-matrizes  $\mathbf{K}_{uu}$ ,  $\mathbf{K}_{u\phi}$ , e  $\mathbf{K}_{\phi\phi}$  é simétrica e indefinida (ou seja, contém autovalores negativos e positivos) devido aos termos negativos da diagonal da sub-matriz  $-\mathbf{K}_{\phi\phi}$ . Isto significa que para a solução numérica deste sistema matricial, métodos baseados na decomposição de Cholesky não podem ser usados, devendo se utilizar, por exemplo, um solucionador de coluna ativa (fatorização  $\text{LDL}^t$ ) usando armazenamento "skyline" [79]. Para maiores detalhes relacionados com o MEF aplicado a piezeletricidade, ver Naillon *et al.* [90] e Lerch [91].

## 2.6 Teorema da Reciprocidade para o Meio Piezelétrico

Na formulação do problema de otimização topológica para atuadores piezelétricos, a função objetivo deve ser definida em termos de deslocamentos gerados para uma certa voltagem aplicada nos eletrodos. Isto pode ser obtido introduzindo o conceito de *transdução média* [34]. Este conceito é obtido estendendo-se o teorema da reciprocidade da teoria de elasticidade para o meio piezelétrico que pode ser encontrado em artigos publicados pelo autor no *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* [34] e *Archives of Computational Methods in Engineering* [35], sendo brevemente apresentado aqui.

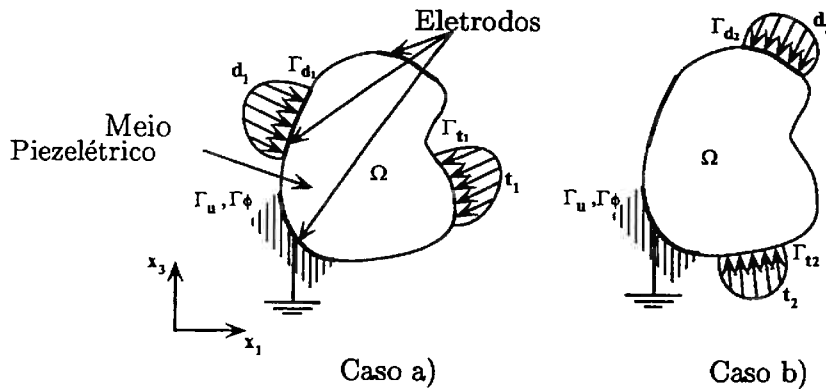


Figura 2.8: Teorema da reciprocidade na piezeletricidade.

Considere um corpo piezelétrico mostrado na Fig. 2.8(dir.) que está sujeito a cargas elétricas  $d_1$ ,  $d_2$  aplicadas nas fronteiras  $\Gamma_{d_1}$  e  $\Gamma_{d_2}$ , respectivamente, e carregamentos de superfície  $t_1$ ,  $t_2$  aplicados nas fronteiras  $\Gamma_{t_1}$  e  $\Gamma_{t_2}$ , respectivamente, então [34][35]:

$$\begin{aligned} L_1(\mathbf{u}_2, \phi_2) &= \int_{\Gamma_{t_1}} \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{u}_2 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_1}} d_1 \phi_2 d\Gamma = \\ &= \int_{\Gamma_{t_2}} \mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{u}_1 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_2}} d_2 \phi_1 d\Gamma = L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1) \end{aligned} \quad (2.18)$$

que é o teorema da reciprocidade estendido para o meio piezelétrico [34][35]. O termo  $L_1(\mathbf{u}_2, \phi_2)$  (ou  $L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)$ ) é denominado *transdução média* uma vez que quantidades mecânicas e elétricas estão envolvidas (Fig. 2.8). Este teorema é útil no sentido que nos permite calcular um campo de deslocamento e potenciais desconhecidos gerado por um carregamento aplicado no corpo, usando uma solução auxiliar (representada por um carregamento auxiliar aplicado, por exemplo) onde o carregamento, os deslocamentos e os potenciais elétricos gerados são conhecidos. Assim, conhecendo-se a resposta do corpo piezelétrico para um carregamento, pode-se calcular a resposta em qualquer ponto do corpo devido a um novo carregamento aplicado. Se o carregamento auxiliar

aplicado para gerar a solução auxiliar discutida acima é um carregamento unitário numa certa região do corpo, a resposta em qualquer ponto do corpo devido a um novo carregamento aplicado em outra região do corpo piezelétrico será igual a *transdução média* entre essas duas regiões [34].

Em aplicações dinâmicas,  $\mathbf{u}_1 = \bar{\mathbf{u}}_1 e^{j\omega\tau}$ ,  $\mathbf{u}_2 = \bar{\mathbf{u}}_2 e^{j\omega\tau}$ ,  $\mathbf{t}_1 = \bar{\mathbf{t}}_1 e^{j\omega\tau}$ ,  $\mathbf{t}_2 = \bar{\mathbf{t}}_2 e^{j\omega\tau}$ ,  $d_1 = \bar{d}_1 e^{j\omega\tau}$ ,  $d_2 = \bar{d}_2 e^{j\omega\tau}$ ,  $\phi_1 = \bar{\phi}_1 e^{j\omega\tau}$ , e  $\phi_2 = \bar{\phi}_2 e^{j\omega\tau}$ , onde  $\bar{\mathbf{u}}_1$ ,  $\bar{\mathbf{u}}_2$ ,  $\bar{\mathbf{t}}_1$ ,  $\bar{\mathbf{t}}_2$ ,  $\bar{d}_1$ ,  $\bar{d}_2$ ,  $\bar{\phi}_1$ , e  $\bar{\phi}_2$  são as amplitudes de  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{t}_1$ ,  $\mathbf{t}_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $\phi_1$ , e  $\phi_2$ , respectivamente. De novo, por uma questão de simplicidade de notação, as amplitudes serão representadas sem a sobrebarra.

Agora, considerando as Eqs. (2.12) de equilíbrio do meio piezelétrico, a Eq. (2.18) pode ser reescrita em função das propriedades de materiais. No entanto, inicialmente vamos definir os seguintes operadores para reescrever a Eq. (2.12) numa *forma compacta*:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})^t \mathbf{c}^E \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) d\Omega & B(\phi, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} (\nabla \phi)^t \mathbf{e}^t \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) d\Omega \\ C(\phi, \varphi) &= \int_{\Omega} (\nabla \phi)^t \boldsymbol{\varepsilon}^S \nabla \varphi d\Omega & L_t(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} d\Gamma \\ L_d(d, \varphi) &= \int_{\Gamma_d} d \varphi d\Gamma & M(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \rho \mathbf{u}^t \mathbf{v} d\Omega \end{aligned} \quad (2.19)$$

Conseqüentemente, a Eq. (2.12) fica:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - \omega^2 M(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + B(\phi, \mathbf{v}) &= L_t(\mathbf{t}, \mathbf{v}) \\ B(\varphi, \mathbf{u}) - C(\phi, \varphi) &= L_d(d, \varphi) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Fazendo  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  iguais a  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{t}$  igual a  $\mathbf{t}_1$  e  $\mathbf{t}_2$ ,  $d$  igual a  $d_1$  e  $d_2$ , e  $\phi$ ,  $\varphi$  igual a  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , (para todo  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$ ,  $\phi_1$ , e  $\phi_2$  admissíveis), temos que:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) - \omega^2 M(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) + B(\phi_1, \mathbf{u}_2) &= L_t(\mathbf{t}_1, \mathbf{u}_2) \\ B(\phi_2, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \phi_2) &= L_d(d_1, \phi_2) \end{aligned} \quad (2.21)$$

e:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) - \omega^2 M(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) + B(\phi_2, \mathbf{u}_1) &= L_t(\mathbf{t}_2, \mathbf{u}_1) \\ B(\phi_1, \mathbf{u}_2) - C(\phi_2, \phi_1) &= L_d(d_2, \phi_1) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Conseqüentemente, substituindo estas equações na Eq. (2.18), podemos reescrevê-la na forma:

$$\begin{aligned} L_1(\mathbf{u}_2, \phi_2) &= A(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) - \omega^2 M(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) + B(\phi_1, \mathbf{u}_2) + B(\phi_2, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \phi_2) = \\ &= A(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) - \omega^2 M(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) + B(\phi_2, \mathbf{u}_1) + B(\phi_1, \mathbf{u}_2) - C(\phi_2, \phi_1) = \\ &= L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Agora, aplicando a formulação de MEF através da discretização do domínio  $\Omega$  (ou seja, deslocamentos e potenciais elétricos são aproximados usando funções de forma), o teorema da reciprocidade e a transdução média para o meio piezolétrico podem ser escritos na seguinte forma matricial [34][36]:

$$\begin{aligned}
L_1(\mathbf{U}_2, \phi_2) &= \{\mathbf{U}_2\}^t \{\mathbf{F}_1\} + \{\phi_2\}^t \{\mathbf{Q}_1\} = \\
&= \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_2^t \\ \phi_2^t \end{array} \right\}^t \left\{ \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{array} \right] - \omega^2 \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \right\} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1 \\ \phi_1 \end{array} \right\} = \{\mathbf{W}_2\}^t [\bar{\mathbf{K}}] \{\mathbf{W}_1\} = \\
&= \{\mathbf{W}_1\}^t [\bar{\mathbf{K}}] \{\mathbf{W}_2\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1^t \\ \phi_1^t \end{array} \right\}^t \left\{ \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{array} \right] - \omega^2 \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \right\} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_2 \\ \phi_2 \end{array} \right\} = \\
&= \{\mathbf{U}_1\}^t \{\mathbf{F}_2\} + \{\phi_1\}^t \{\mathbf{Q}_2\} = L_2(\mathbf{U}_1, \phi_1) \tag{2.24}
\end{aligned}$$

onde  $\mathbf{U}_i$ ,  $\phi_i$ ,  $\mathbf{F}_i$ ,  $\mathbf{Q}_i$ , ( $i = 1, 2$ ),  $\mathbf{K}_{uu}$ ,  $\mathbf{K}_{u\phi}$ ,  $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ , e  $\mathbf{M}$  foram definidos na seção 2.5.

A Eq. (2.24) é o conceito da transdução média para o meio piezolétrico implementado num domínio discretizado usando a formulação de MEF. Para aplicações estáticas  $\omega = 0$ , e os efeitos de inércia são desprezados. Conseqüentemente, o deslocamento e o potencial elétrico em qualquer região do meio piezolétrico pode ser expresso como uma função de deslocamentos e potenciais elétricos conhecidos, gerados pela aplicação de carregamentos de superfície mecânicos e cargas elétricas (análogo ao caso do meio elástico). Esta definição é usada para formular a função objetivo do problema de otimização.

## 2.7 Formulação do Problema de Projeto de Atuadores Piezolétricos Flexensionais Usando Otimização Topológica

O projeto de atuadores flexensionais piezolétricos requer duas funções objetivo diferentes [34]: transdução média e flexibilidade média.

A *transdução média* descrita na Eq. (2.24) esta relacionada com a conversão eletromecânica representada pelo deslocamento gerado na região  $\Gamma_{t_2}$  numa certa direção devido a aplicação de carga elétrica na região  $\Gamma_{d_1}$  do domínio de projeto (ver Fig. 2.9). Quanto maior o valor dessa função, maior o deslocamento gerado na região  $\Gamma_{t_2}$ . O valor da transdução média é calculado considerando os dois casos de carga descritos no caso (a) da Fig. 2.9a: o primeiro caso está relacionado com a resposta do atuador devido a aplicação de uma carga elétrica na superfície  $\Gamma_{d_1}$  do meio piezolétrico, e o segundo está relacionado com a aplicação de um carregamento de superfície auxiliar  $t_2$  na região  $\Gamma_{t_2}$ , na mesma direção desejada do deslocamento gerado. Conseqüentemente, a maximização do deslocamento gerado é obtido maximizando a transdução média.



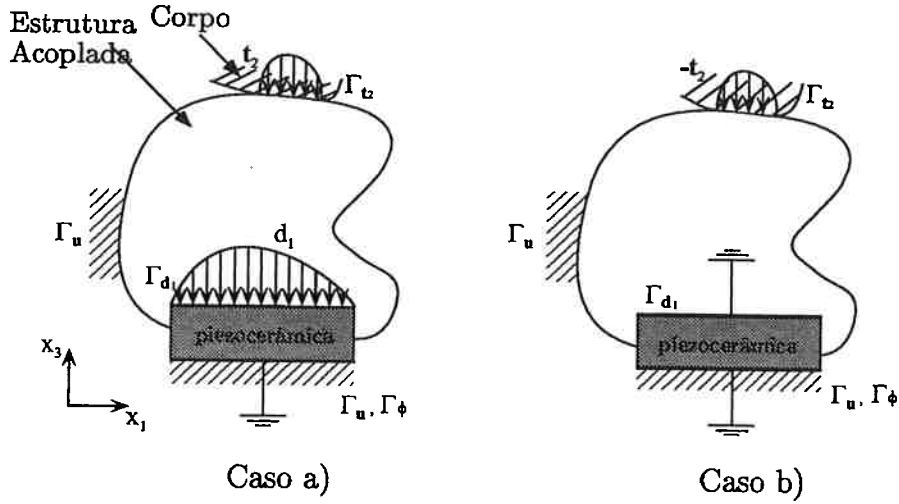


Figura 2.9: Casos de carga para o cálculo da transdução média (caso a) e flexibilidade média (caso b).

Considerando a Eq. (2.24), e uma vez que o carregamento mecânico é nulo no primeiro caso da carga ( $t_1 = 0$ ) e as cargas elétricas de superfície são nulas no segundo caso de carga ( $d_2 = 0$ ), a transdução média entre as regiões  $\Gamma_{d_1}$  and  $\Gamma_{t_2}$  é dada por:

$$\begin{aligned}
 L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1) &= L_t(t_2, \mathbf{u}_1) = L_d(d_1, \phi_2) = A(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) - \omega^2 M(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) + \\
 &\quad + B(\phi_1, \mathbf{u}_2) + B(\phi_2, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \phi_2) = \\
 &= B(\phi_2, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \phi_2)
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Usando a formulação matricial do MEF definida para o domínio discretizado:

$$\begin{aligned}
 L_2(\mathbf{U}_1, \phi_1) &= \{\mathbf{U}_1\}^t \{\mathbf{F}_2\} = \{\phi_2\}^t \{\mathbf{Q}_1\} = \\
 &= \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_2^t \\ \phi_2^t \end{Bmatrix}^t \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \phi_1 \end{Bmatrix} = \{\mathbf{U}_1\}^t [\mathbf{K}_{u\phi}] \{\phi_2\} + \\
 &\quad - \{\phi_1\}^t [\mathbf{K}_{\phi\phi}] \{\phi_2\}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

uma vez que  $\{\phi_1\}^t \{\mathbf{Q}_2\} = 0$ .

Note que no caso dinâmico, tanto a maximização de  $L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)$  ou a minimização de  $L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)$  resultam numa alta conversão eletromecânica entre as regiões  $\Gamma_{d_1}$  (cargas elétricas) e  $\Gamma_{t_2}$  (carregamento mecânico), e portanto em altos deslocamentos gerados, uma vez que devido à excitação harmônica, a deformação na direção  $-\mathbf{t}_2$ , onde a fase é  $\omega\tau$ , é idêntica a deformação na direção  $\mathbf{t}_2$  onde a fase é  $\omega\tau + \pi$ . Conseqüentemente, é necessário considerar a maximização do valor absoluto da transdução média.

No entanto se considerarmos somente a maximização da transdução média, a solução obtida pode ser uma estrutura com uma rigidez muito pequena. Conseqüentemente, a

função estrutural deve ser definida de forma a garantir rigidez suficiente entre  $\Gamma_{t_2}$  e  $\Gamma_{d_1}$ , o que é obtido através da minimização da flexibilidade média entre  $\Gamma_{t_2}$  and  $\Gamma_{d_1}$ . Isto também garante uma grande força de bloqueio, e também que o atuador resistirá às forças reativas geradas pelo corpo que ele está tentando segurar ou mover. A flexibilidade média é calculada considerando o caso de carga estático descrito no caso (b) da Fig. 2.9 onde o eletrodo da superfície  $\Gamma_{d_1}$  é eletricamente aterrado. Conseqüentemente, a flexibilidade média é dada pela expressão [34][74]:

$$\begin{aligned} L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3) &= \int_{\Gamma_{t_2}} \mathbf{t}_3 \cdot \mathbf{u}_3 d\Gamma = A(\mathbf{u}_3, \mathbf{u}_3) + 2B(\phi_3, \mathbf{u}_3) + \\ -C(\phi_3, \phi_3) &= A(\mathbf{u}_3, \mathbf{u}_3) + B(\phi_3, \mathbf{u}_3) \end{aligned} \quad (2.27)$$

uma vez que  $d_3 = 0$ . Considerando a formulação matricial do MEF definida para o domínio discretizado:

$$\begin{aligned} L_3(\mathbf{U}_3, \phi_3) &= \{\mathbf{U}_3\}^t \{\mathbf{F}_3\} = \{\mathbf{U}_3\}^t [\mathbf{K}_{uu}] \{\mathbf{U}_3\} + \\ + \{\mathbf{U}_3\}^t [\mathbf{K}_{u\phi}^t] \{\phi_3\} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_3^t \\ \phi_3^t \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_3 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.28)$$

uma vez que  $\{\mathbf{U}_3\}^t \{\mathbf{Q}_3\} = 0$ . Assim, é necessário minimizar a flexibilidade média. Através da alteração do valor da flexibilidade média é possível controlar a força de bloqueio. Para combinar ambos os problemas de otimização a seguinte função objetivo foi proposta inicialmente baseada na teoria de projeto de mecanismos flexíveis [73][74]:

$$\mathcal{F}(a, b) = \frac{|L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)|}{L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)} \quad (2.29)$$

No entanto, essa expressão não permite controlar as contribuições de flexibilidade média e transdução média. Para isso a Eq. (2.29) pode ser generalizada através de um coeficiente peso  $w$  da seguinte forma:

$$\mathcal{F}(a, b) = \frac{|L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)|^w}{L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)^{(1-w)}} \quad (2.30)$$

ou, de uma forma alternativa:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(a, b) &= w * \ln(|L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)|) - (1 - w) \ln(L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)) \\ 0 &\leq w \leq 1 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Dessa forma, o problema de otimização final é formulado como:

Maximizar :  $\mathcal{F}(a, b)$

$a, b$

tal que :

$$\mathbf{t}_3 = -\mathbf{t}_2 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3} = \Gamma_{\mathbf{t}_2})$$

$$A(\mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1) - \omega^2 M(\mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1) + B(\phi_1, \mathbf{v}_1) = 0$$

$$B(\varphi_1, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \varphi_1) = L_d(d_1, \varphi_1)$$

para  $\mathbf{u}_1, \phi_1 \in V_a$  e  $\forall \mathbf{v}_1, \forall \varphi_1 \in V_a$

$$A(\mathbf{u}_2, \mathbf{v}_2) - \omega^2 M(\mathbf{u}_2, \mathbf{v}_2) + B(\phi_2, \mathbf{v}_2) = L_t(\mathbf{t}_2, \mathbf{v}_2)$$

$$B(\varphi_2, \mathbf{u}_2) - C(\phi_2, \varphi_2) = 0$$

para  $\mathbf{u}_2, \phi_2 \in V_a$  e  $\forall \mathbf{v}_2, \forall \varphi_2 \in V_a$

$$A(\mathbf{u}_3, \mathbf{v}_3) + B(\phi_3, \mathbf{v}_3) = L_t(\mathbf{t}_3, \mathbf{v}_3)$$

$$B(\varphi_3, \mathbf{u}_3) - C(\phi_3, \varphi_3) = 0$$

para  $\mathbf{u}_3, \phi_3 \in V_b$  e  $\forall \mathbf{v}_3, \forall \varphi_3 \in V_b$

$$0 \leq a \leq a_{sup} < 1$$

$$0 \leq b \leq b_{sup} < 1$$

$$\Theta(a, b) = \int_S (1 - ab) dS - \Theta_{sup} \leq 0$$

onde  $V_a = \{\mathbf{v} = v_i \bar{\mathbf{e}}_i, \varphi : v_i, \varphi \in H^1(\Omega) \text{ com } \mathbf{v} = 0 \text{ em } \Gamma_u \text{ e } \varphi = 0 \text{ em } \Gamma_\phi, i = 1 \text{ ou } 3\}$  e  $V_b = \{\mathbf{v} = v_i \bar{\mathbf{e}}_i, \varphi : v_i, \varphi \in H^1(\Omega) \text{ com } \mathbf{v} = 0 \text{ em } \Gamma_u, \text{ e } \varphi = 0 \text{ em } \Gamma_\phi \text{ e } \Gamma_{d_i}, i = 1 \text{ ou } 3\}$ .  $S$  é o domínio de projeto  $\Omega$  sem incluir a piezocerâmica,  $\Theta$  é o volume desse domínio de projeto, e  $\Theta_{sup}$  é o limite superior da restrição de volume definido como a máxima quantidade de material usada para construir a estrutura flexível acoplada. As outras restrições são as equações de equilíbrio. Restrições de simetria podem se adicionadas reduzindo o custo computacional do problema. A descrição detalhada do problema de otimização encontra-se nos artigos publicados no *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* [34] e *International Journal for Numerical Methods in Engineering* [36].

Mas como o domínio é discretizado em elementos finitos, todas as expressões definidas numa forma contínua, devem ser substituídas pela sua forma discretizada equivalente usando o MEF, incluindo as equações de equilíbrio. Além disso, as variáveis  $a$  e  $b$  que teoreticamente são funções contínuas, tornam-se conjunto de variáveis contínuas  $a_n$  e  $b_n$  definidas para os  $n$  subdomínios de elementos finitos no problema numérico. Os limites superiores  $a_{sup} = 0.995$  e  $b_{sup} = 0.995$  especificados para  $a$  e  $b$ , respectivamente, são necessários para evitar problemas numéricos como singularidade da matriz de rigidez na formulação de elementos finitos. Numericamente, regiões com  $a_n = b_n = 0.995$  tem praticamente nenhuma importância estrutural e podem ser consideradas regiões com "ar" (Fig. 2.9a).

## 2.8 Análise de Sensibilidades

O gradiente da função objetivo  $\mathcal{F}$  em relação a variável de projeto  $A_n$ , onde  $A_n$  pode ser tanto  $a_n$  ou  $b_n$  no caso do modelo de material ser baseado no método de homogeneização ou  $\rho_n$  no caso do modelo de material ser baseado no método de densidades, é dado por [36][34]:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_n} = \frac{w}{|L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)|} \left( \frac{\partial L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)}{\partial A_n} \right) - \frac{(1-w)}{L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)} \left( \frac{\partial L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)}{\partial A_n} \right) \quad (2.32)$$

A derivação da sensibilidade da transdução média pode ser encontrada em artigos publicados pelo autor no *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* [34] e *Archives of Computational Methods in Engineering* [35] sendo dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)}{\partial A_n} = & - \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2)^t \frac{\partial \mathbf{c}^E}{\partial A_n} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_1) d\Omega - \int_{\Omega} (\nabla \phi_2)^t \frac{\partial \mathbf{e}^t}{\partial A_n} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_1) d\Omega + \\ & - \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2)^t \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial A_n} \nabla \phi_1 d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla \phi_2)^t \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^S}{\partial A_n} \nabla \phi_1 d\Omega \end{aligned} \quad (2.33)$$

Considerando a formulação de MEF, a sensibilidade pode ser expressa na forma matricial:

$$\frac{\partial L_2(\mathbf{U}_1, \phi_1)}{\partial A_n} = - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_2^t \\ \phi_2^t \end{array} \right\}^t \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n} & \frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}}{\partial A_n} \\ \frac{\partial \mathbf{K}_{\phi u}^t}{\partial A_n} & - \frac{\partial \mathbf{K}_{\phi\phi}}{\partial A_n} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1 \\ \phi_1 \end{array} \right\} \quad (2.34)$$

Esta é uma expressão geral da sensibilidade considerando todo o domínio piezelétrico. Note que  $\frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}}{\partial A_n}$ , e  $\frac{\partial \mathbf{K}_{\phi\phi}}{\partial A_n}$  tem termos não nulos somente para os elementos da matriz correspondentes ao elemento  $n$  uma vez que a variável de projeto  $A_n$  ( $a_n$ ,  $b_n$  ou  $\rho_n$ ) é definida para cada elemento finito.

No entanto, no problema em questão o domínio de projeto consiste de materiais elásticos (não-piezelétricos) não incluindo a piezocerâmica. Neste caso, os termos  $\frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}}{\partial A_n}$  e  $\frac{\partial \mathbf{K}_{\phi\phi}}{\partial A_n}$  são iguais à zero. Portanto, a equação anterior se simplifica para [34]:

$$\frac{\partial L_2(\mathbf{U}_1, \phi_1)}{\partial A_n} = - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_2^t \\ \phi_2^t \end{array} \right\}^t \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1 \\ \phi_1 \end{array} \right\} = - \mathbf{U}_2^t \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n} \mathbf{U}_1 \quad (2.35)$$

e  $\frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n}$  será nulo para os elementos no domínio piezocerâmico (uma vez que não há variáveis de projeto associadas à ele).  $\frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n}$  depende de  $\frac{\partial \mathbf{c}^E}{\partial A_n}$  o qual é calculado usando a lei do modelo de material escolhido para descrever a variação da propriedade  $\mathbf{c}^E$  em relação à variável de projeto  $A_n$  [34][35].

A sensibilidade da flexibilidade média é obtida considerando  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_3$  e  $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3$ :

$$\frac{\partial L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)}{\partial A_n} = - \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_3)^t \frac{\partial \mathbf{c}^E}{\partial A_n} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_3) d\Omega - \int_{\Omega} (\nabla \phi_3)^t \frac{\partial \mathbf{e}^t}{\partial A_n} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_3) d\Omega +$$

$$-\int_{\Omega} \varepsilon(\mathbf{u}_3)^t \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial A_n} \nabla \phi_3 d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla \phi_3)^t \frac{\partial \varepsilon^S}{\partial A_n} \nabla \phi_3 d\Omega \quad (2.36)$$

e considerando a formulação de MEF, obtém-se [34]

$$\frac{\partial L_3(\mathbf{U}_3, \phi_3)}{\partial A_n} = - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_3^t \\ \phi_3^t \end{array} \right\}^t \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_3 \\ \phi_3 \end{array} \right\} = -\mathbf{U}_3^t \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial A_n} \mathbf{U}_3 \quad (2.37)$$

## 2.9 Implementação Numérica

### 2.9.1 Programação Linear Sequencial (PLS)

Existem vários algoritmos de otimização disponíveis para a solução de problemas não-lineares de otimização com restrições [77][78]. Estes algoritmos são baseados nos chamados critérios de optimalidade, métodos de programação matemática e métodos de aproximação sequencial. O critério de optimalidade é um algoritmo de otimização que apresenta uma formulação específica desenvolvida para resolver um dado problema de otimização. No entanto, é eficiente computacionalmente e foi aplicado em vários problemas de otimização topológica, principalmente no problema de minimização de flexibilidade média (ou maximização de rigidez) [71][72]. Já os métodos baseados na programação matemática e métodos de aproximação sequenciais são métodos classificados como genéricos podendo ser aplicados na solução de qualquer problema de otimização, estrutural ou não, tendo sido por isso mais utilizados recentemente. Uma revisão e descrição desses algoritmos pode ser encontrada nas referências [77][78].

Na otimização topológica tem sido aplicado principalmente os métodos sequenciais como o método de programação linear sequencial (PLS)[78], o método de movimento assintótico (MMA) [92] e o método de programação quadrática sequencial (PQS)[78]. Dentre esses, o PLS é utilizado nesse projeto, sendo adequado para um grande número de variáveis de projeto envolvidas e diferentes funções objetivo e de restrição [77][78].

No PLS um problema de otimização não-linear é aproximado por uma seqüência de subproblemas de programação linear que são obtidos escrevendo-se a expansão em série de Taylor para as funções objetivo e restrição do problema não-linear em torno da variável de projeto corrente  $A_n$  em cada passo de iteração [77]. Em cada iteração, são definidos limites móveis para as variáveis de projeto (Fig. 2.10). Esses limites são definidos como valores relativos em relação ao valor dessa variável. Se os valores utilizados para os limites móveis forem muito grandes, o erro da aproximação linear será grande, podendo causar inclusive a perda do ponto ótimo. Em contrapartida, se forem muito pequenos o custo computacional para obter a solução ótima (no caso o ponto ótimo da função  $\mathcal{F}$ ) será muito grande. Uma forma de tentar minimizar esse impasse e tornar mais rápido a convergência da solução é assumir valores grandes para os limites móveis na região em que a função não-linear  $\mathcal{F}$  apresenta um valor baixo de derivadas

(região do ponto  $x_0$  mostrada na Fig. 2.10). Já na região em que a função apresenta grandes derivadas os limites móveis devem ser pequenos. Além disso, à medida que a convergência da solução (ponto ótimo da função não linear  $\mathcal{F}$ ) se aproxima, os limites móveis devem ser reduzidos. Assim, uma escolha inadequada dos valores dos limites móveis pode tornar o método da PLS desvantajoso. Geralmente, em cada iteração, as variáveis de projeto ( $A_n$ ) são permitidas alterarem de 5-15% de seus valores originais [78].

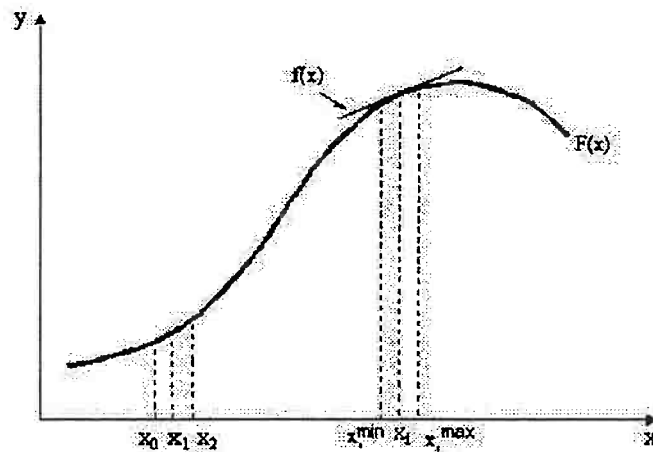


Figura 2.10: Limites móveis.

Após a otimização, um novo conjunto de variáveis de projeto  $A_n$  é obtido e atualizado no modelo de elementos finitos. A iteração continua até que seja atingida a convergência para o valor da função objetivo. Nesse projeto o subproblema de programação linear em cada iteração do PLS é resolvido usando o pacote DSPLP da biblioteca SLATEC [93] baseado no algoritmo de Kamarkar [78]. Todos os métodos baseados em técnicas de programação matemática podem obter somente um ótimo local, ou seja, eles não podem garantir que um ótimo global será encontrado.

## 2.9.2 Procedimento para Implementação do MOT

As variáveis de projeto são definidas apenas no domínio de projeto da estrutura flexível (material elástico). A piezocerâmica está fora do domínio de projeto. No caso do modelo de material ser o método de homogeneização as variáveis de projeto  $A_n$  são as dimensões  $a_n$  e  $b_n$  dos microfuros da microestrutura (ver seção 2.3.2) e o ângulo  $\theta_n$  é calculado no final do passo de otimização considerando a direção das tensões principais locais em cada elemento finito após cada iteração de otimização. No caso do modelo de material ser o método das densidades as variáveis de projeto são as pseudo-densidades  $\rho_n$  (ver seção 2.3.2).

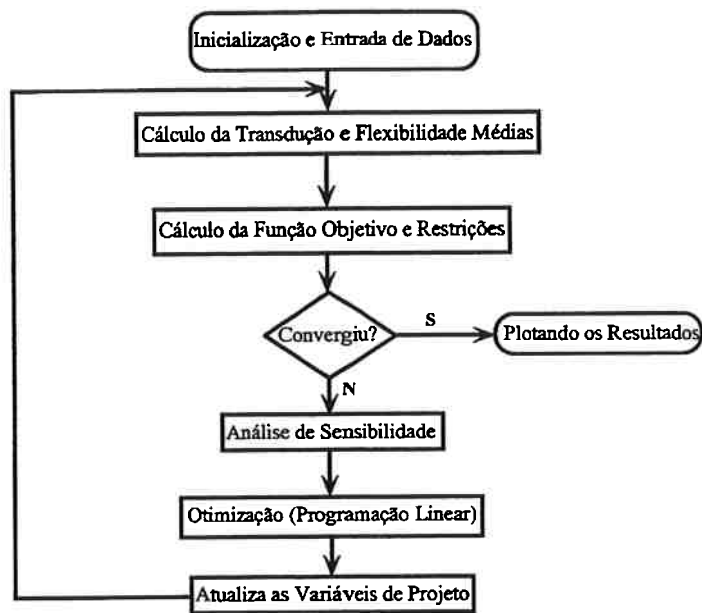


Figura 2.11: Fluxograma do método implementado.

O fluxograma do algoritmo de otimização descrevendo os passos seguidos é mostrado na Fig. 2.11. Dois programas foram implementados. Um baseado no método de homogeneização foi implementado em linguagem FORTRAN e outro baseado no método das densidades foi implementado em linguagem C.

Para o cálculo da função multi-objetivo descrita na Eq. (2.31), são elaborados três casos de carga distintos, ilustrados na Fig. 2.9, que permitem calcular a transdução média e a flexibilidade média. Assim, o primeiro e segundo casos de carga (Fig. 2.9a) consistem na aplicação de cargas elétricas nos eletrodos da piezocerâmica e de uma força fictícia no ponto e na direção do deslocamento desejado, respectivamente. O terceiro caso de carga, (Fig. 2.9b, consiste em impor potencial elétrico nulo nos nós dos eletrodos da piezocerâmica e aplicar uma força fictícia no ponto e na direção do deslocamento desejado.

O algoritmo recebe essas informações e através de uma rotina de MEF são calculados os deslocamentos nodais para cada caso de carga e a matriz de rigidez global, o que permite calcular a transdução média, a flexibilidade média e o valor da função objetivo. A linearização do problema (série de Taylor) em cada iteração requer a sensibilidade (gradientes) das funções objetivo e restrição em relação às variáveis de projeto  $A_n$ , que é calculada através da Eq. (2.32). Mediante o valor das sensibilidades a cada iteração a rotina de PL, resolve o subproblema linearizado de otimização. Assim, a cada iteração o algoritmo se desloca seqüencialmente na função objetivo e restrições, em pequenos trechos lineares limitados por limites móveis aplicados às variáveis do problema. As

novas propriedades elásticas em cada domínio do elemento são obtidas através de um dos modelos de material descritos na seção 2.3.2. Essas propriedades são atualizadas no modelo de MEF e o processo se repete (ver Fig. 2.11).

Com relação ao valor inicial das variáveis de projeto  $A_n$  no caso do projeto para aplicações estáticas ( $\omega = 0$ ), uma distribuição inicial uniforme ao longo do domínio de valores de  $A_n$  é usado. No caso do projeto para aplicações dinâmicas ( $\omega \neq 0$ ) essa configuração inicial não é apropriada para se obter uma solução clara de topologia como resultado e a topologia final, embora matematicamente ótima, apresenta uma quantidade excessiva de densidades intermediárias (cinzas) dificultando a sua interpretação. Isto ocorre porque no caso dinâmico, parece haver mais mínimos locais que não correspondem a resultados claros de topologia. Para contornar esse problema, a solução do problema de otimização estático ( $\omega = 0$ ) é usada como configuração inicial no problema de otimização que considera o efeito dinâmico, uma vez que há grande probabilidade que a solução do problema estático esteja próxima de um mínimo local correspondente a uma topologia mais bem definida no caso dinâmico.

## 2.10 Fabricação

Para verificar o funcionamento dos atuadores projetados pelo MOT foram fabricados protótipos usando dois tipos de processos. O primeiro é o processo de eletroerosão à fio que foi utilizado para fabricar atuadores com dimensões da ordem de centímetros. O segundo processo é baseado no método de litografia que foi utilizado para fabricar atuadores com dimensões da ordem de milímetros, além de ser um processo mais barato e acessível pelos alunos para a fabricação dos mesmos.

### 2.10.1 Processo de Eletroerosão a Fio

Esse processo permite fabricar peças metálicas bidimensionais de forma complexa, bastando para isso fornecer o arquivo de CAD do desenho da peça. Esse processo é geralmente usado na indústria para a fabricação de transdutores flexionais, permitindo fabricar topologias bidimensionais complexas. O material usado na fabricação das estruturas foi o Alumínio, e as peças apresentam profundidades de 12,7mm e 6,35mm. Os protótipos fabricados são mostrados adiante.

As cerâmicas piezelétricas usadas nos atuadores foram importadas. Após fabricadas as estruturas, as mesmas são coladas nas cerâmicas piezelétricas usando uma fina camada de resina epóxi (Araldite 502/956) [48][45][94] ou uma mistura composta de 70% de cera de abelha e 30% de breu [94]. A vantagem dessa mistura envolvendo cera de abelha é que, além de fornecer uma colagem tão rígida quanto a epóxi, pode ser facilmente removida, o que permite usar a mesma cerâmica para montagens com



diferentes tipos de estruturas flexíveis. A Fig. 2.12 mostra o detalhe da colagem das estruturas acopladas nas piezocerâmicas [94].

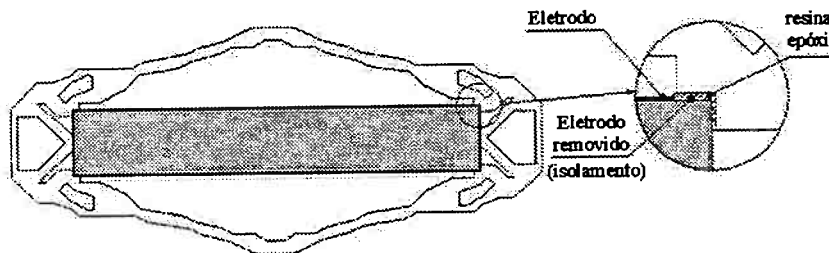


Figura 2.12: Detalhe da conexão entre as piezocerâmicas e as estruturas acopladas.

### 2.10.2 Processo de Litografia

A técnica de litografia usada [95] consiste em sensibilizar através de luz ultravioleta uma região na camada de polímero fotoresistivo que cobre o material no qual se deseja construir a peça (por exemplo, aço inox, cobre, alumínio). O polímero define a área que não deve ser corroída (ou em alguns casos, o oposto), ou seja, a topologia correspondente a geometria da peça que se deseja fabricar. Após a sensibilização, a peça é obtida por um processo de corrosão química (“etching”). Uma das etapas mais importante é a sensibilização da região na camada de polímero, pois a precisão de fabricação da peça depende da precisão com que se consegue iluminar a forma desejada da peça na camada de polímero. Para isso é necessário usar um fotolito. Esse fotolito define as regiões em que a luz ultravioleta pode passar e atingir o polímero. A fabricação desse fotolito é obtida através da contratação de serviços de terceiros. Em geral o menor detalhe obtido com o fotolito é da ordem de até  $40\mu m$ . A sensibilização por ultravioleta e a corrosão química (“etching”) foram realizadas utilizando-se equipamentos disponíveis no laboratório de microfabricação do Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS) em Campinas. Os atuadores foram fabricados em cobre (pelo fato de ser fácil de corroer) com dimensões de milímetros, e espessuras iguais à 60, 100, 150  $\mu m$ . As cerâmicas também são coladas nas estruturas fabricadas como descrito anteriormente.

## 2.11 Caracterização Experimental

### 2.11.1 Medições de Curvas de Impedância e Freqüências de Ressonância

As curvas de impedância dos transdutores foram obtidas utilizando-se o impedômetro fasorial HP4194A conectado via GPIB a um microcomputador. Os pontos de impedância nula nessas curvas representam as freqüências de ressonância do transdutor piezelétrico. Essas freqüências de ressonância são usadas para aferir o modelo de MEF dos transdutores finais. Além disso, as curvas de impedância em si também foram comparadas com as curvas obtidas através de simulações de MEF usando o programa de computador ANSYS, como descrito adiante. O método escolhido para a obtenção das curvas de impedância elétrica pelo MEF foi realizar uma análise harmônica na gama de freqüências de excitação desejadas. Obtida a carga elétrica no eletrodo para cada freqüência, a admitância ( $Y$ ) pode ser calculada como mostrada abaixo [90].

$$\begin{aligned} Y &= \frac{I}{V} \Rightarrow I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(Q_0 e^{j\omega t})}{dt} = Q_0 \frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = j\omega Q_0 e^{j\omega t} \Rightarrow \\ \Rightarrow Y &= \frac{j\omega Q_0 e^{j\omega t}}{V_0 e^{j\omega t}} = \frac{j\omega Q_0}{V_0} \Rightarrow Z = \frac{1}{Y} = -\frac{jV_0}{\omega Q_0}; \text{ e } Q_0 = \sum_{i=1}^{ne} Q_0^i \end{aligned} \quad (2.38)$$

onde  $I$  é a corrente no eletrodo,  $Q$  a carga elétrica no eletrodo e  $Q_0$  sua amplitude,  $V$  a diferença de potencial elétrico e  $V_0$  sua amplitude,  $Z$  é a impedância elétrica,  $\omega$  a freqüência de excitação,  $t$  o tempo e  $j$  a indicação de número imaginário. No modelo de MEF,  $Q_0$  é obtido somando-se as cargas elétricas nodais dos nós do eletrodo da cerâmica. Assim calcula-se o valor da impedância para cada freqüência de excitação.

### 2.11.2 Medições por Interferometria Laser

Os deslocamentos gerados pelos protótipos de atuadores flexionais fabricados por eletroerosão a fio foram medidos usando interferometria laser. Essa técnica permite realizar medições dinâmicas (harmônica e transiente) de deslocamentos da ordem de até nanômetros na gama de freqüências da ordem de kHz que é a gama de freqüências de operação dos atuadores [65][62][63][64]. O princípio da interferometria laser para medição de comprimento é medir deslocamentos através da mudança de fase de uma onda óptica causada pelo movimento a amostra. O deslocamento da amostra é obtido em termos do comprimento de onda conhecido ( $\lambda$ ). Uma diferença de fase igual a  $\pi$  corresponde a uma deslocamento de  $\lambda/4$ . Este é um método eficiente e sensível para medir pequenos deslocamentos. A montagem do sistema interferométrico utilizada tem baixo custo e permite medir amplitudes de deslocamentos na ordem de nanômetros. Nesta seção, a montagem do interferômetro e o princípio de interferometria laser são

descritos. A técnica de medição descrita é apresentada em detalhe no artigo do autor aceito para publicação no *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [37].

A montagem interferométrica mostrada na Fig. 2.13 é um interferômetro do tipo Michelson. Utiliza uma fonte laser de He-Ne ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ). Um divisor de feixe (BS), com razão entre transmissão e reflexão (R/T) igual à 50/50, divide a luz laser em dois feixes com mesma intensidade. Estes dois feixes são direcionados ao longo de caminhos ortogonais, geralmente chamados de braços do interferômetro, onde eles atingem dois espelhos, o espelho de referência (R) e o espelho da amostra (S), ambos a mesma distância em relação ao BS por causa da coerência temporal do laser. Estes feixes retornam para o divisor de feixe onde eles interferem no caminho do fotodiodo amplificado (PD-A). Uma lente convergente (L) é usada para expandir o feixe laser e aumentar o padrão de interferência no PD-A, para aumentar a sensibilidade do interferômetro.

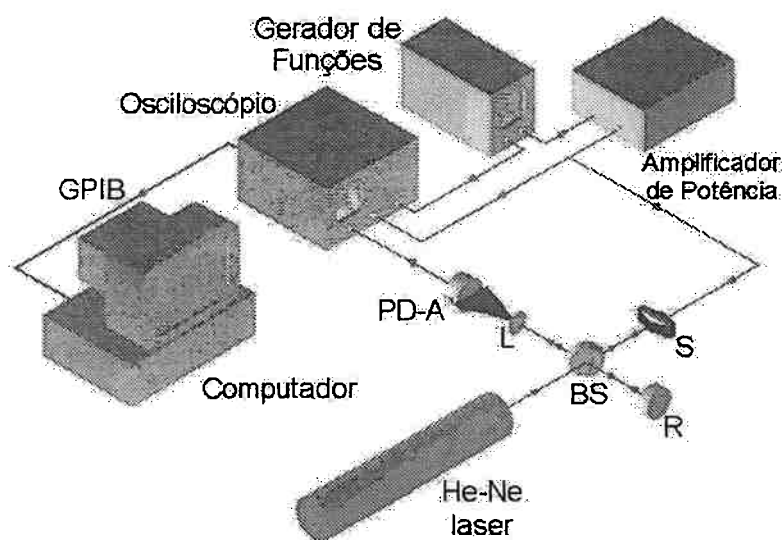


Figura 2.13: Montagem experimental do interferômetro de Michelson.

Para realizar a análise interferométrica, o atuador flextensional é fixado por três pontos perpendiculares ao deslocamento a ser medido, como mostrado na Fig. 2.14. Este método de fixação dá liberdade ao atuador flextensional para oscilar nas direções 1 e 3.

A técnica interferométrica aplicada mede o deslocamento em um ponto da superfície do atuador [96]. A medição é realizada usando uma técnica de medição de fase, que consiste na medição da variação de intensidade de um padrão de interferência, como ilustrado na Fig. 2.15. O modelo matemático da interferência da luz é dado pelo princípio de superposição de onda [97][94].

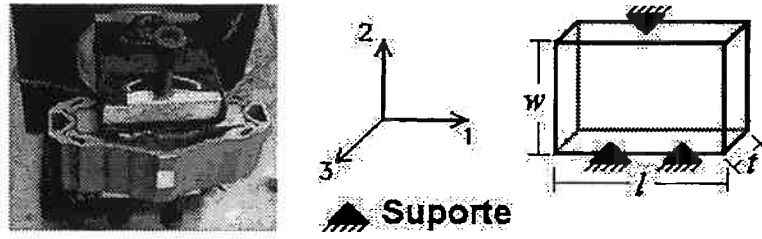


Figura 2.14: Fixador do atuador flextensional.

A intensidade de luz medida no foto-diodo é dada por;

$$I = I_R + I_S + 2\sqrt{I_R I_S} \cos \phi \quad (2.39)$$

onde  $I$  é a intensidade luminosa no foto-diodo (PD-A),  $I_R$  é intensidade do feixe de referência (refletido do espelho R),  $I_S$  é intensidade do feixe da amostra (refletido do espelho S) e  $\phi$  é a variação de fase dada por:

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda} (L_R - L_S) = \frac{4\pi}{\lambda} \delta \quad (2.40)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda do laser ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ),  $L_R$  e  $L_S$  são os caminhos ópticos da luz depois do divisor de feixe para a referência e o espelho da amostra, respectivamente, consistindo no comprimento dos braços interferométricos. Portanto, a variação de fase  $\phi$  é proporcional à amplitude de deslocamento  $\delta$ .

A máxima intensidade é obtida quando  $\phi = \pm 2n\pi$ , para  $n$  inteiro:

$$I_{\max} = I_R + I_S + 2\sqrt{I_R I_S} \quad (2.41)$$

enquanto a mínima intensidade é obtida quando  $\phi = \pm (2n - 1)\pi$ , para  $n$  inteiro:

$$I_{\min} = I_R + I_S - 2\sqrt{I_R I_S} \quad (2.42)$$

como mostrado na Fig. 2.15.

Note na Fig. 2.15 que a diferença entre a máxima intensidade (crista) e a mínima intensidade (vale) é igual à uma diferença de fase de  $\pi$ . Da Eq. (2.40) esta diferença de fase ocorre quando a diferença de caminho óptico muda de  $\lambda/4$ . No entanto, neste método, é necessário permanecer na parte linear do padrão de interferência de luz onde a sensibilidade é máxima, como ilustrado na Fig. 2.15. Esta parte linear é obtida considerando-se uma pequena região em torno do ponto de inflexão da Eq. (2.39), dada por:

$$\frac{d^2 I}{d\phi^2} = -2\sqrt{I_R I_S} \cos \phi = 0 \quad (2.43)$$

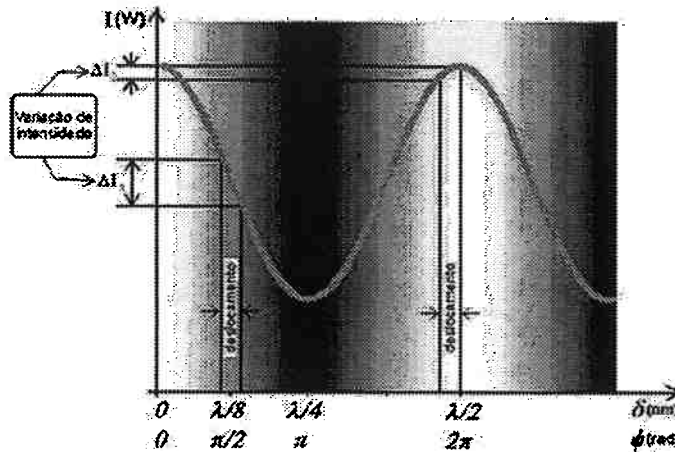


Figura 2.15: Função transferência do padrão de interferência luminosa.

A Eq. (2.43) é nula quando  $\phi = (n + \pi/2)$ , para  $n$  inteiro. A variação de intensidade é periódica, portanto considerando  $n = 0$  como hipótese, a diferença de fase ideal para obter o sinal de resposta é  $\phi = \pi/2$ , o que da Eq. (2.40) corresponde à região próxima a  $\lambda/8$ , como mostrado na Fig. 2.15. Devido ao pequeno deslocamento da piezocerâmica na direção 3, decidiu-se trabalhar somente na região linear do padrão de interferência, que permite medir amplitudes de deslocamentos de até  $10 \text{ nm}$  [63]. Portanto, para garantir que os deslocamentos gerados permanecerão na região linear, piezocerâmicas e atuadores flexionais foram excitados com voltagens da ordem de  $1\text{V}$  a  $120\text{V}$ , e de  $0,1$  a  $10 \text{ V}$  respectivamente [94].

O aparato eletrônico consiste de um gerador de função, que envia um sinal harmônico senoidal ou um ciclo de seno para um amplificador de potência, excitando o transdutor piezelétrico (S). Um osciloscópio digital monitora e adquire o sinal de resposta do PD-A, e também o sinal de saída atenuado do amplificador de potência (Fig. 2.13).

Os pontos medidos em cada atuador correspondem aos pontos nos quais os atuadores são projetados para gerar deslocamentos de saída. Não foi possível tornar a superfície do atuador reflexiva através de polimento óptico devido a sua forma complexa. A solução foi fabricar espelhos com espessura de  $200 \mu\text{m}$  usando a técnica de vaporização de alumínio em placas de vidro colá-los com resina epóxi na superfície do atuador flexional.

O feixe laser direcionado para o espelho do atuador piezelétrico flexional (Fig. 2.13) realiza a medição de deslocamento nas superfícies flexionais. Estes espelhos mostraram ser uma boa solução, porque a reflexão da luz é aproximadamente a mesma no espelho de referência (R) e no espelho da amostra (S).

O sistema interferométrico não utiliza controle de vibração e o ruído ambiente é periódico em aproximadamente  $250 \text{ Hz}$ . Por causa disto, a intensidade de resposta do

sinal muda constantemente entre intensidades mínimas e máximas. Fig. 2.15 mostra o mesmo valor de deslocamento próximo à  $\lambda/8$  onde a variação da intensidade da luz ( $\Delta I_1$ ) é máxima e próxima à  $\lambda/2$  onde a variação move para um mínimo. O sinal de resposta é adquirido quando a sensibilidade é máxima.

A calibração desse sistema é obtida fazendo a amostra piezolétrica vibrar com amplitude maior do que  $\lambda/4$ . O padrão de interferência não é muito estável, portanto a calibração é realizada frequentemente. Deve-se tomar cuidado de forma a manter vibrações mínimas na montagem.

## 2.12 Resultados

### 2.12.1 Método da Homogeneização

Nesta seção são apresentados os projetos de atuadores flexionais piezolétricos que foram obtidos com o método de otimização topológica baseado no método de homogeneização. Protótipos desses atuadores foram fabricados e serão apresentados na próxima seção. Os resultados foram apresentados nos artigos *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* [34], *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [37] e no relatório FAPESP do projeto (n° 98/12237-3).

Os domínios de projeto iniciais usados na obtenção dos resultados adiante estão mostrados nas Figs. 2.16a, b, e c. Eles consistem num domínio de piezocerâmica que permanece inalterado durante a otimização e um domínio  $S$  de Alumínio onde a otimização é conduzida.

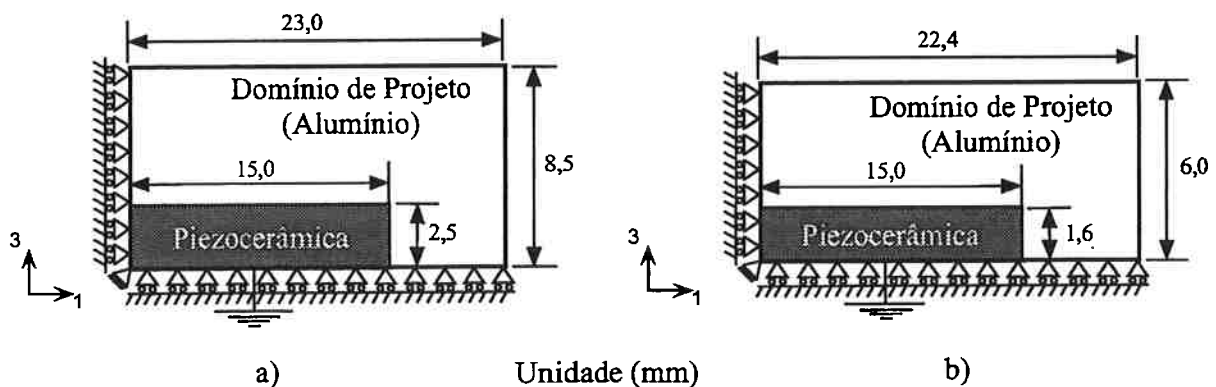


Figura 2.16: Domínios de projeto iniciais usados.

O domínio da Fig. 2.16a tem 782 elementos (retângulo discretizado por uma malha  $46 \times 15$ ), o domínio da Fig. 2.16b tem 840 elementos (malha  $56 \times 15$ ) e o domínio da Fig. 2.16c tem 968 elementos (malha  $22 \times 44$ ). As condições de contorno mecânicas

Tabela 2.1: Propriedades dos Materiais.

Piezocerâmica	PZT5
$c_{11}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	12,1
$c_{12}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	7,54
$c_{13}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	7,52
$c_{33}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	11,1
$c_{44}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	2,10
$c_{66}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	2,30
$e_{13}$ (C/m <sup>2</sup> )	-5,4
$e_{33}$ (C/m <sup>2</sup> )	15,8
$e_{15}$ (C/m <sup>2</sup> )	12,3
$\epsilon_{11}^S/\epsilon_0$	1730
$\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$	1510
$\rho$ (Densidade - Kg/m <sup>3</sup> )	7750
Amortecimento	$4,9 \times 10^{-8}$

Estrutura Flexível	Alumínio
E ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	7,1
$\nu$ (Poisson's ratio)	0,33
$\rho$ (Densidade - Kg/m <sup>3</sup> )	2800
Amortecimento	$15 \times 10^{-8}$
Estrutura Flexível	Cobre
E ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	11,5
$\nu$ (Poisson's ratio)	0,31

e elétricas são mostradas nas mesmas figuras. Somente um quarto do domínio é considerado uma vez que as aplicações consideradas possuem dois eixos de simetria. Os eletrodos não estão curto-circuitados no modelo de elementos finitos pelo alumínio, uma vez que os graus de liberdade elétricos são considerados somente na cerâmica. Na análise de MEF tanto no método de otimização topológica como na simulação para verificação final dos atuadores (mostrada adiante) são utilizados elementos bidimensionais de 4 nós baseados na formulação de estado plano de tensão.

A Tabela 2.1 apresenta as propriedades do material piezelétrico (PZT5A) e Alumínio usadas nas simulações. Em todos os resultados apresentados, os valores iniciais das variáveis de projeto  $a_n$  e  $b_n$  (ver seção 2.3.2) são 0,1 e 0,1 respectivamente, e o de  $\theta_n$  é 0,0 para todos os elementos finitos, dessa forma o problema de otimização se inicia no domínio admissível (ou seja, todas as restrições satisfeitas). A quantidade de carga elétrica aplicada no eletrodo da piezocerâmica é  $4 \mu C/m^2$ . Qualquer valor pode ser aplicado uma vez que o problema de análise por MEF é linear.

Os resultados são apresentados nas figuras que seguem. A interpretação das imagens de topologia e o projeto final da estrutura flexível seguem o procedimento descrito na seção anterior. Esses resultados foram obtidos considerando  $\omega = 0$  (aplicação estática). Alguns resultados com  $\omega \neq 0$  (dinâmico) obtidos pelo autor foram publicados no *International Journal for Numerical Methods in Engineering* [36].

Os resultados apresentados a seguir consideram a maximização do deslocamento no ponto A do domínio de projeto inicial da Fig. 2.16a como mostrado na Fig. 2.17a. É mostrado também a distribuição de tensão mecânica de Von Mises obtidas

por MEF considerando uma excitação harmônica de 10kHz (modo quasi-estático para maior parte dos atuadores)(ver Tabela 2.2). Através da distribuição de tensões pode-se entender a distribuição de flexibilidade na estrutura acoplada.

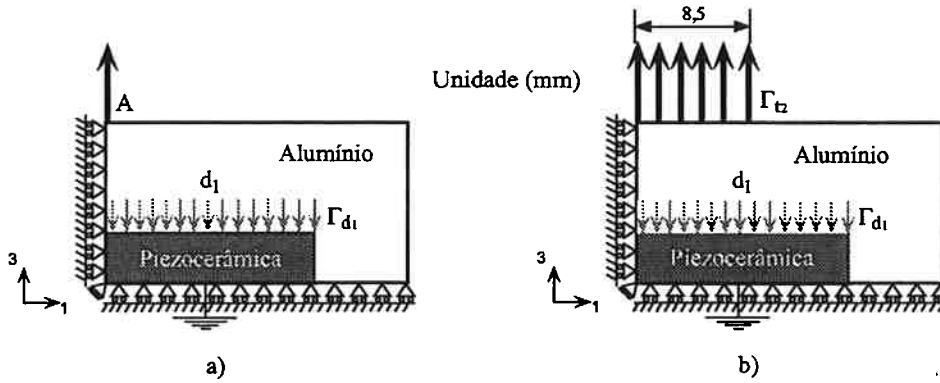


Figura 2.17: Especificações de projeto.

A Fig. 2.18 mostra o resultado obtido por otimização topológica considerando uma limitação de volume de material  $\Theta_{sup}$  igual a 20% do volume total do domínio  $\Omega$  sem a piezocerâmica (domínio  $S$ ) e coeficiente  $w$  da Eq. (2.31) igual à 0,8.



Figura 2.18: Resultado da otimização topológica – 1a0820.



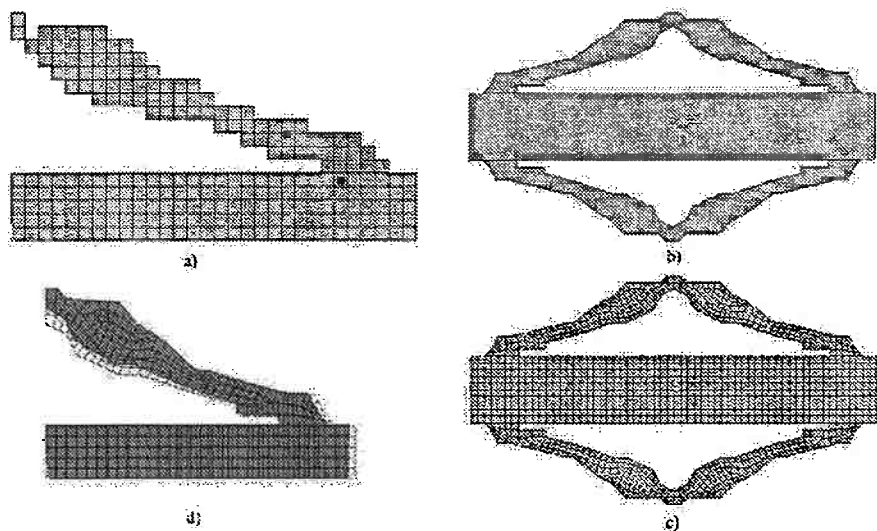


Figura 2.19: a) e b) Interpretação do resultado de otimização topológica; c) Malha de MEF da estrutura interpretada; d) Verificação final por MEF da deformação.

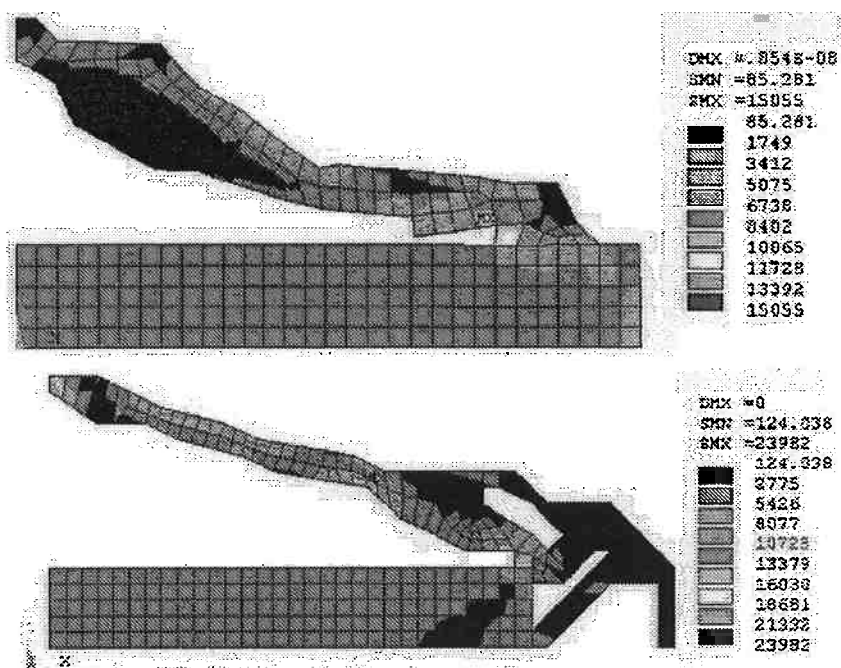


Figura 2.20: Distribuição de tensões mecânicas de Von Mises para excitação em 10kHz para os atuadores 1a0820 (acima) e 1a1025 (abaixo).

A Fig. 2.19a mostra a interpretação do resultado obtida aplicando-se um valor de corte na imagem inicial (somente um quarto do domínio é mostrado). A Fig. 2.19b mostra a interpretação final do resultado obtida desenhando-se a estrutura final sobre a Fig. 2.19a, e a Fig. 2.19d mostra a verificação final pelo MEF onde se observa que o deslocamento ocorre no ponto e direção desejados. A malha com cor “cheia” representa a estrutura deformada. A Fig. 2.20(acima) mostra a distribuição de tensões mecânicas de Von Mises na estrutura metálica desse atuador obtida por MEF considerando uma excitação harmônica de 10kHz. Nessa figura nota-se que os pontos de concentração de tensão (cores próximas do amarelo e do vermelho) ocorrem nas “juntas” flexíveis da estrutura metálica. Os pontos de concentração de tensão indicam a posição das “juntas” flexíveis. Portanto, uma possível ruptura por fadiga do atuador ocorreria nesses pontos, por exemplo. Desse resultado e dos demais a seguir, observa-se que o MOT tende a gerar estruturas com flexibilidade localizada no projeto de atuadores flexionais.

A Fig. 2.21 mostra o resultado obtido considerando  $\Theta_{sup}$  igual a 25% e coeficiente  $w$  igual a 1,0. As Figs. 2.22a e b mostram a interpretação do resultado obtidas da maneira descrita anteriormente, e a Fig. 2.22c mostra a verificação final pelo MEF onde se observa que o deslocamento ocorre no ponto e direção desejados.



Figura 2.21: Resultado da otimização topológica - 1a1025.

A Fig. 2.20(abaixo) mostra a distribuição de tensões mecânicas de Von Mises na estrutura metálica desse atuador obtida por MEF para excitação em 10kHz. Nessa figura notam-se os pontos de concentração de tensão que indicam os pontos de “juntas” flexíveis da estrutura (também onde irá ocorrer a ruptura por fadiga, por exemplo).

Nos resultados apresentados a seguir o domínio inicial da Fig. 2.16a é usado novamente, mas o conjunto de pontos mostrado na Fig. 2.17b é escolhido para a maximização dos deslocamentos.

A Fig. 2.23 mostra o resultado obtido por otimização topológica considerando  $\Theta_{sup}$  igual a 30% e coeficiente  $w$  igual a 0,9. As Figs. 2.24a e b mostram a interpretação

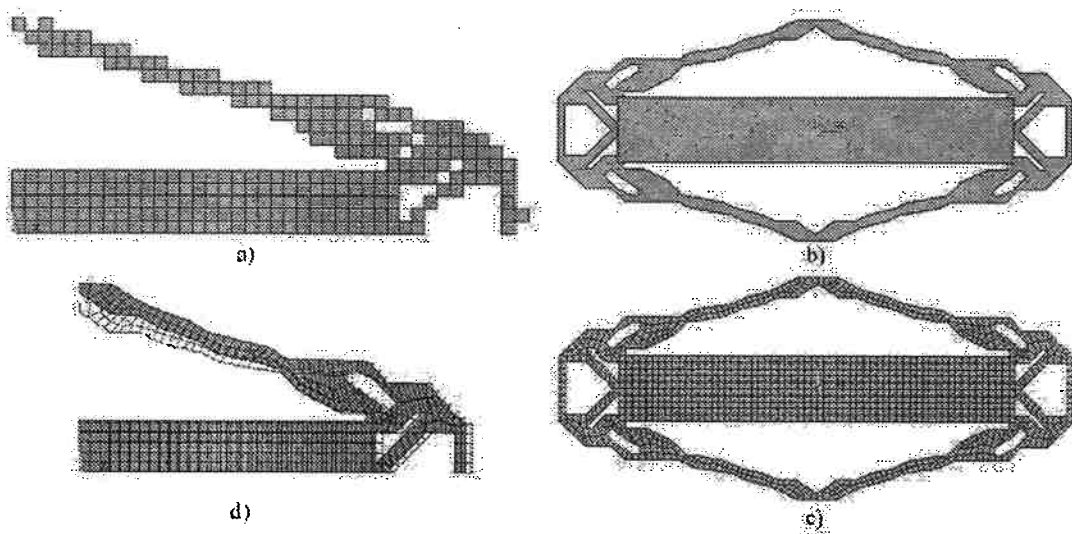


Figura 2.22: a) e b) Interpretação do resultado de otimização topológica; c) Malha de MEF da estrutura interpretada; d) Verificação final por MEF da deformação.



Figura 2.23: Resultado da otimização topológica – 1a10930.

do resultado obtidas da maneira descrita anteriormente, e a Fig. 2.24c mostra a verificação final pelo MEF onde se observa que o deslocamento ocorre nos pontos e direção desejados. A Fig. 2.25(acima) mostra a distribuição de tensões mecânicas de Von Mises na estrutura metálica desse atuador (excitação harmônica em 10kHz ). Nessa figura notam-se os pontos de concentração de tensão que indicam os pontos de “juntas” flexíveis da estrutura.

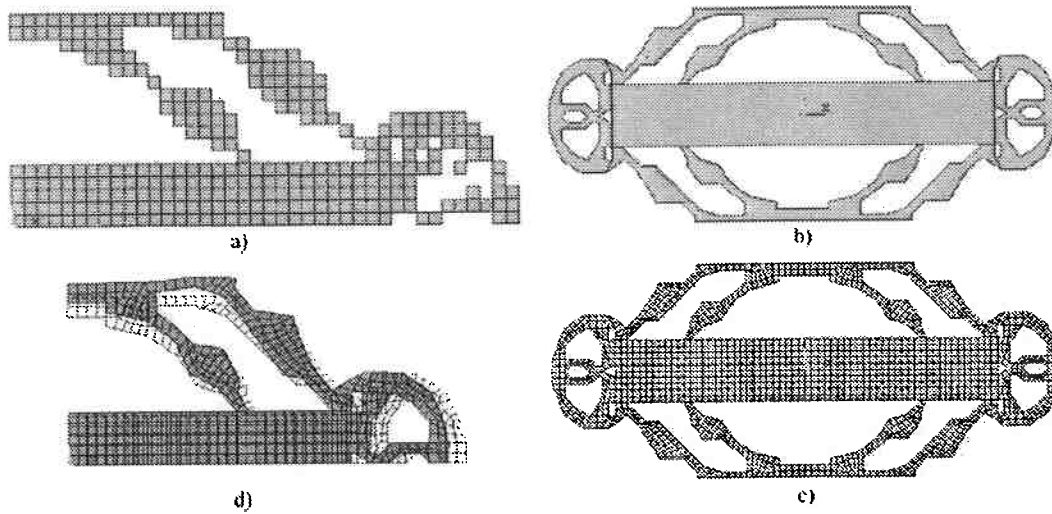


Figura 2.24: a) e b) Interpretação do resultado de otimização topológica; c) Malha de MEF da estrutura interpretada; d) Verificação final por MEF da deformação.

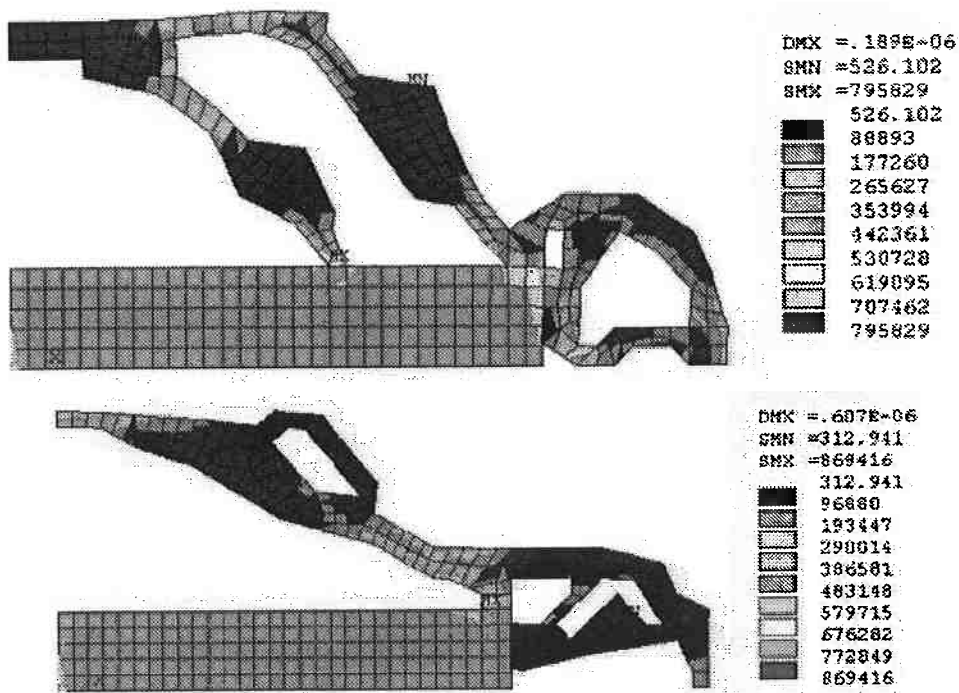


Figura 2.25: Distribuição de tensões mecânicas de Von Mises para excitação em 10kHz dos atuadores 1a10930 (acima) e 1a11030 (abaixo).



Figura 2.26: Resultado da otimização topológica - 1a11030.

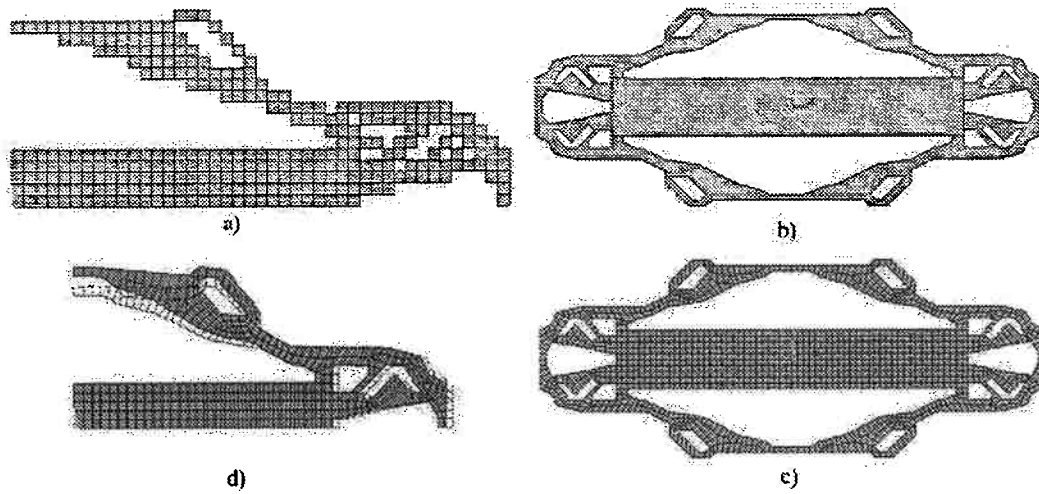


Figura 2.27: a) e b) Interpretação do resultado de otimização topológica; c) Malha de MEF da estrutura interpretada; d) Verificação final por MEF da deformação.

A Fig. 2.26 mostra o resultado obtido considerando  $\Theta_{sup}$  igual a 30% e coeficiente  $w$  igual a 1,0. As Figs. 2.27a e b mostram a interpretação do resultado obtidas da maneira descrita anteriormente, e a Fig. 2.27c mostra a verificação final pelo MEF onde se observa que o deslocamento ocorre nos pontos e direção desejados. A malha com cor “cheia” representa a estrutura deformada. A Fig. 2.25(abaixo) mostra a distribuição de tensões mecânicas de Von Mises na estrutura metálica desse atuador (excitação em 10kHz). Nessa figura notam-se os pontos de concentração de tensão que indicam os pontos de “juntas” flexíveis da estrutura (também onde irá ocorrer a ruptura por fadiga, por exemplo).

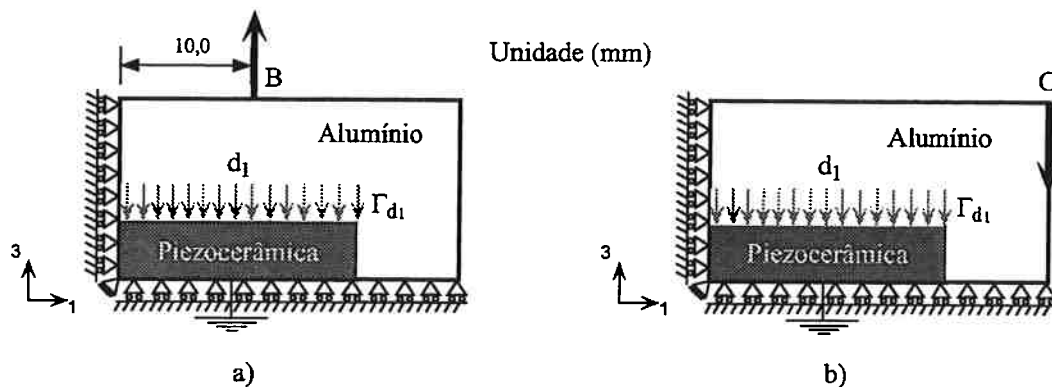


Figura 2.28: Especificações de projeto.

A Fig. 2.29 mostra o resultado obtido por otimização topológica considerando o domínio inicial da Fig. 2.16a, mas a maximização do deslocamento é especificado no ponto B como mostrado na Fig. 2.28a. O valor de  $\Theta_{sup}$  igual a 27% e coeficiente  $w$  igual a 0,8. As Fig. 2.30a e b mostram a interpretação do resultado obtidas da maneira descrita anteriormente, e a Fig. 2.30c mostra a verificação final pelo MEF onde se observa que o deslocamento ocorre no ponto e direção desejados. A Fig. 2.31(acima) mostra a distribuição de tensões mecânicas de Von Mises na estrutura metálica desse atuador (excitação em 10kHz). Nessa figura notam-se os pontos de concentração de tensão que indicam os pontos de “juntas” flexíveis da estrutura.

A Fig. 2.32 mostra o resultado obtido também considerando o domínio inicial da Fig. 2.16a, mas o ponto C mostrado na Fig. 2.28b é escolhido para a maximização do deslocamento. O valor da restrição de volume de material  $\Theta_{sup}$  igual a 30% do volume total do domínio  $\Omega$  sem a piezocerâmica (domínio S) e coeficiente peso  $w$  igual a 0,8. As Figs. 2.33a e b mostram a interpretação do resultado obtidas da maneira descrita anteriormente, e a Fig. 2.33c mostra a verificação final pelo MEF onde se observa que o deslocamento ocorre no ponto e direção desejados. A malha com cor “cheia” representa a estrutura deformada. A Fig. 2.31(abaixo) mostra a distribuição



Figura 2.29: Resultado da otimização topológica – 1a20827.

de tensões mecânicas de Von Mises na estrutura metálica desse atuador (excitação em 10kHz). Nessa figura notam-se os pontos de concentração de tensão que indicam os pontos de “juntas” flexíveis da estrutura.

A Fig. 2.35 mostra o resultado obtido por otimização topológica considerando o domínio inicial de projeto da Fig. 2.16b. O valor de  $\Theta_{sup}$  igual a 35% e coeficiente  $w$  igual a 0,6. Foi especificado a maximização do deslocamento no ponto  $C$  mostrado na Fig. 2.28b. As Figs. 2.36a e b mostram a interpretação do resultado obtidas da maneira descrita anteriormente, e a Fig. 2.36c mostra a verificação final pelo MEF onde se observa que o deslocamento ocorre no ponto e direção desejados. A malha com cor “cheia” representa a estrutura deformada. A Fig. 2.37 mostra a distribuição de tensões mecânicas de Von Mises na estrutura metálica desse atuador (10kHz)). Nessa figura notam-se os pontos de concentração de tensão que indicam os pontos de “juntas” flexíveis da estrutura.

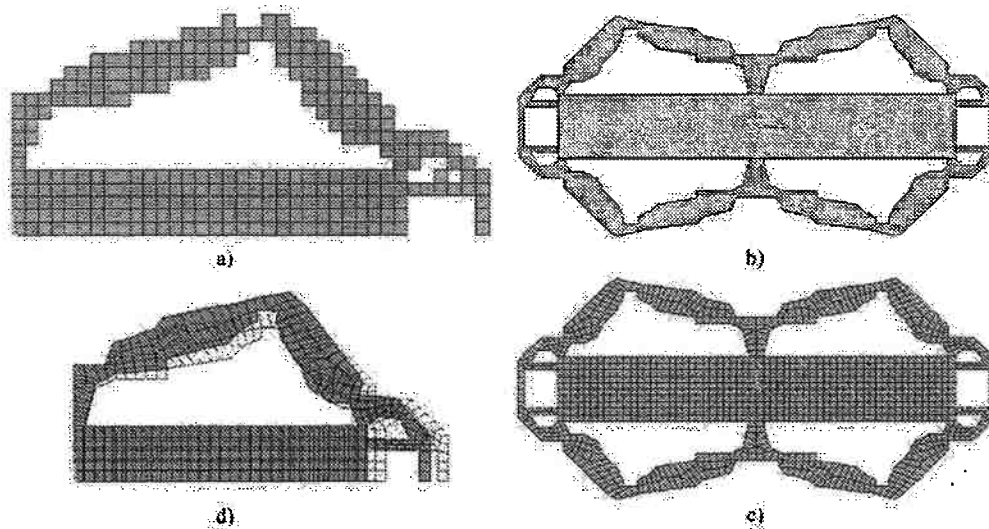


Figura 2.30: a) e b) Interpretação do resultado de otimização topológica; c) Malha de MEF da estrutura interpretada; d) Verificação final por MEF da deformação.

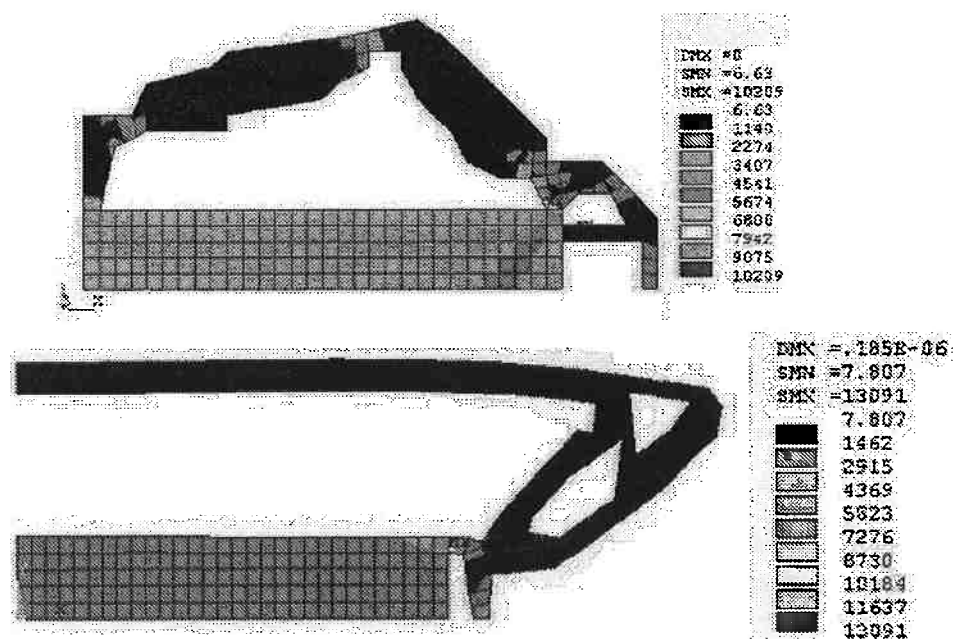


Figura 2.31: Distribuição de tensões mecânicas de Von Mises para excitação em 10kHz dos atuadores 1a20827 (acima) e 2b0830 (abaixo).



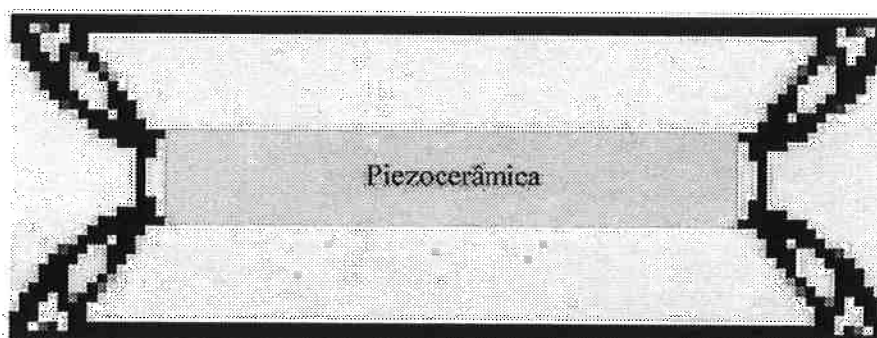


Figura 2.32: Resultado da otimização topológica – 2b0830.

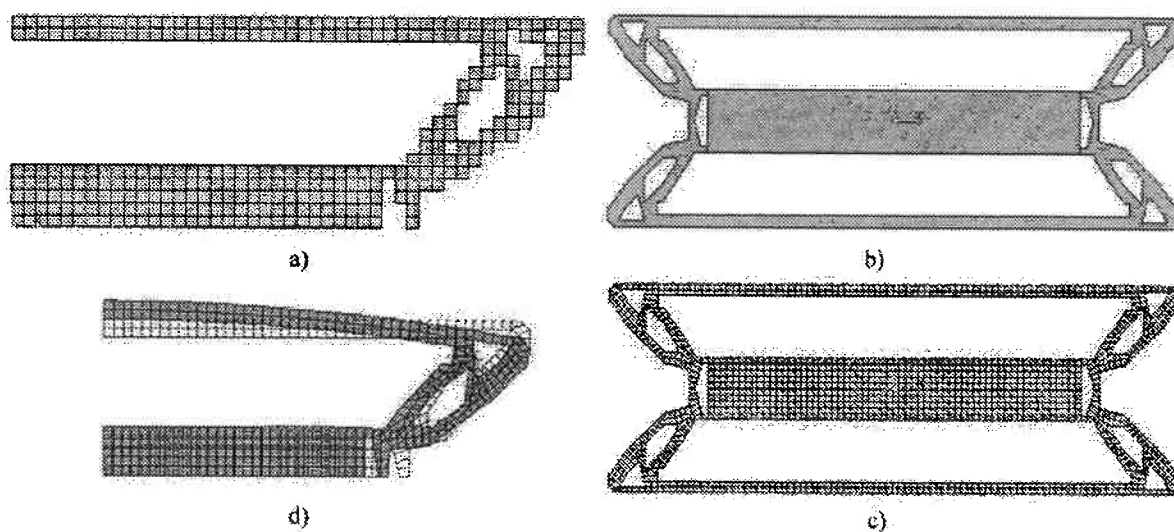


Figura 2.33: a) e b) Interpretação do resultado de otimização topológica; c) Malha de MEF da estrutura interpretada; d) Verificação final por MEF da deformação.

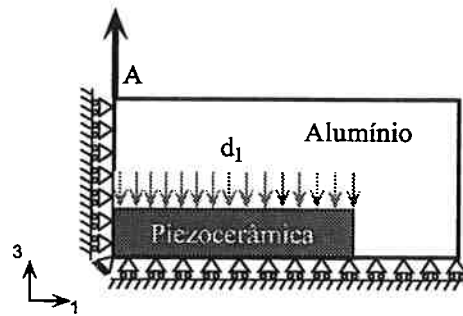


Figura 2.34: Especificações de projeto.

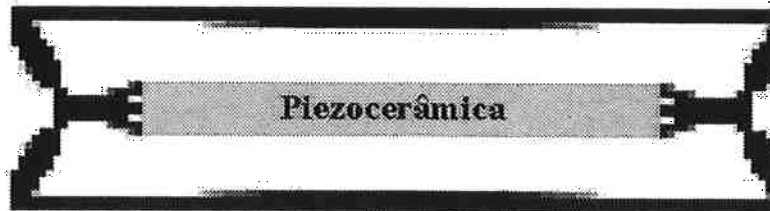


Figura 2.35: Resultado da otimização topológica – 1b10635.

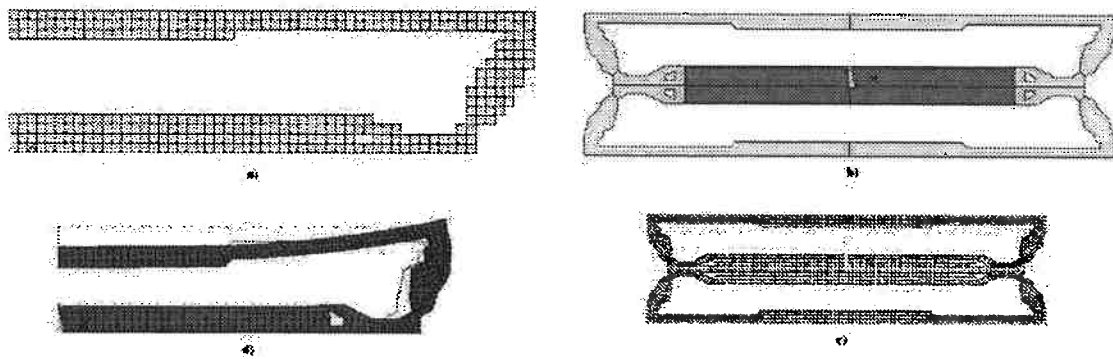


Figura 2.36: a) e b) Interpretação do resultado de otimização topológica; c) Malha de MEF da estrutura interpretada; d) Verificação final por MEF da deformação.

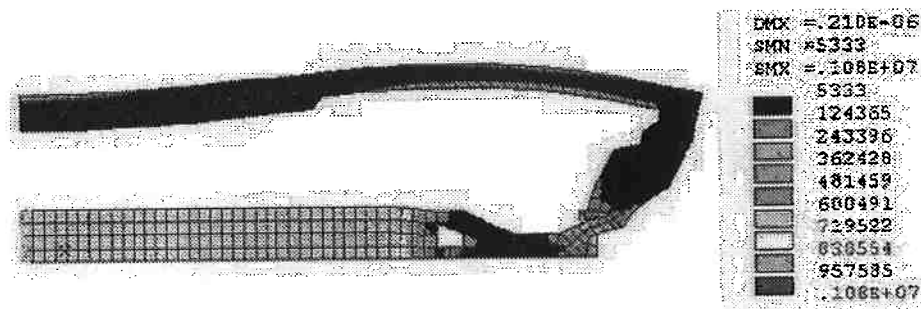


Figura 2.37: Distribuição de tensões mecânicas de Von Mises para excitação em 10kHz.

Outros resultados foram gerados, no entanto somente os mais significativos foram apresentados. Esses resultados demonstram a flexibilidade de projeto do método, uma vez que domínios iniciais diferentes com especificações de maximização de deslocamento em pontos diferentes foram considerados. A alteração do coeficiente  $w$  permite controlar a rigidez do resultado como já discutido e alteração do volume permite controlar a “espessura” das estruturas finais, o que é importante para gerar desenhos que possam ser fabricados.

### 2.12.2 Método das Densidades

Nesta seção são apresentados os projetos de atuadores flexionais piezelétricos que foram obtidos com o método de otimização topológica baseado no método de densidades (seção 2.3.2). Protótipos desses atuadores foram fabricados e serão apresentados na próxima seção. Os resultados são originários da dissertação de mestrado orientada pelo autor [56] e foram recentemente submetidos para publicação.

As propriedades usadas para o material piezelétrico (cerâmica piezelétrica) e para a estrutura flexível acoplada são ilustrados na Tabela 2.1.

A Fig. 2.38 mostra o domínio inicial usado no primeiro exemplo de projeto do atuador. Somente um quarto do domínio inicial é considerado, devido à simetria. As condições de contorno mecânicas e elétricas, a carga elétrica aplicada, e o deslocamento desejado são mostrados na mesma figura. O domínio é discretizado numa malha com 1200 elementos finitos isoparamétricos quadrados de 4 nós. Os atuadores ilustrados a seguir são projetados para deslocar o ponto  $B$  (representado no domínio inicial), fornecendo o deslocamento desejado, quando a carga elétrica for aplicada nos eletrodos da piezocerâmica e ser capaz de atuar mediante a aplicação contínua do potencial elétrico. O fator de penalidade  $p$  para os resultados apresentados é igual à 3, e a intensidade de carga elétrica aplicada nos eletrodos é de  $1 \mu C/m^2$ .

O volume de material é restringido em 20% do volume inicial (considerando o domínio totalmente sólido) e o valor inicial para as densidades é 0,15. A Fig. 2.39

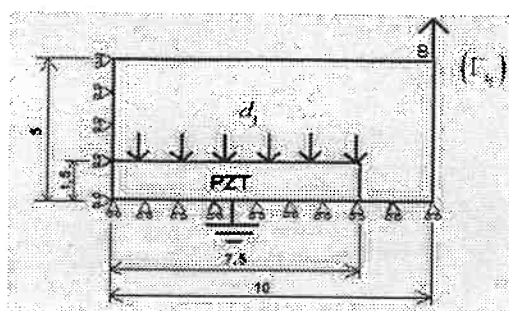


Figura 2.38: Domínio inicial de projeto do atuador.

ilustra as configurações de topologia ótima obtidas para valores do coeficiente  $w$  da função objetivo iguais à 0, 25, 0, 5 e 0, 95.



Figura 2.39: Efeito da alteração do coeficiente  $w$  na OT do atuador.  $w = 0, 25; w = 0, 5; w = 0, 95$ .

Pode-se verificar, uma alteração na topologia do atuador conforme o valor de  $w$  da Eq. (2.31) é modificado, como esperado. Conforme o valor de  $w$  é aumentado, nota-se que a concentração de material na estrutura flexível na região de ligação do ponto  $B$  à cerâmica piezolétrica (região direita do atuador) diminui, o que indica o aumento da flexibilidade do atuador e a diminuição da rigidez no ponto  $B$ . A Fig. 2.40 mostra os gráficos de convergência para a topologia ótima obtida com  $w$  igual à 0, 5, onde pode-se verificar que a transdução média entre os pontos de aplicação da carga elétrica e o ponto  $B$  é maximizada, e portanto o deslocamento neste ponto, enquanto a flexibilidade média no ponto  $B$  é minimizada, significando que a rigidez foi maximizada.

Nota-se que tanto os resultados obtidos com o método de homogeneização como com o método de densidade possuem “pontos de articulação” que são comuns a todos os exemplos (ver Fig. 2.41). Essas “articulações” ou “juntas” são indesejáveis pois não são modeladas de forma precisa pelo MEF. Recentemente, alguns autores [98] desenvolveram um filtro que elimina os pontos de articulação (ou juntas), no entanto esse fenômeno ainda não foi explicado sendo um tópico de estudo em aberto.

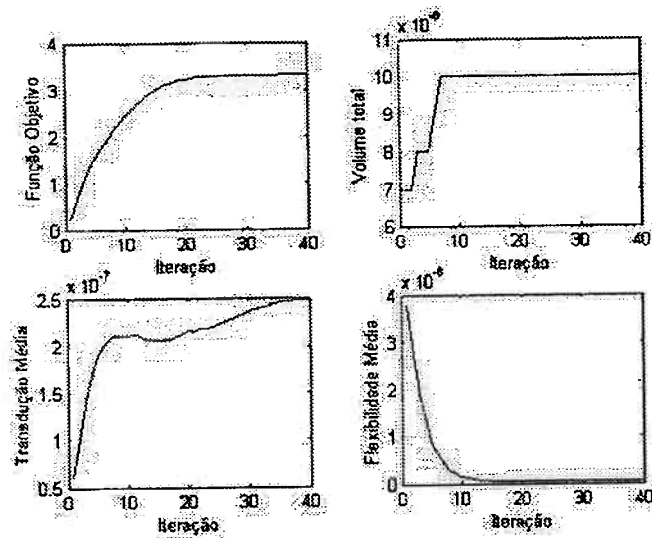


Figura 2.40: Gráficos de convergência ( $w = 0,5$ ).

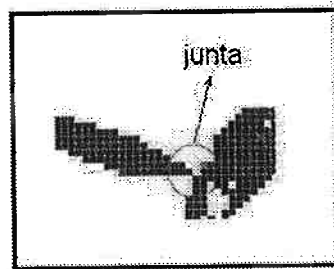


Figura 2.41: “Articulação” ou “junta” flexível.

Modelos que apresentam maiores discretizações do domínio inicial permitem distinguir melhor o contorno da topologia ótima do atuador, além de descrever melhor o campo de deslocamentos e conseqüentemente o campo de deformações e tensões. Porém, o aumento da discretização do domínio inicial induz a formação da “instabilidade de xadrez”, como discutido anteriormente, o que dificulta a interpretação das topologias ótimas obtidas. A Fig. 2.42(esq.) representa um resultado obtido considerando o domínio inicial da Fig. 2.38, para o coeficiente  $w$  igual à 0,8 e restrição de volume igual à 15% e uma malha de 2500 elementos. Os demais parâmetros permaneceram os mesmos já descritos. Observe que há a formação da “instabilidade de xadrez”.

Para a eliminação da “instabilidade de xadrez” foi utilizado o filtro descrito na seção 2.3.3 considerando um valor de raio que abrange os vizinhos comuns de arestas e cantos do elemento central (ver Fig. 2.7), o que corresponde à oito elementos vizinhos  $j$  para

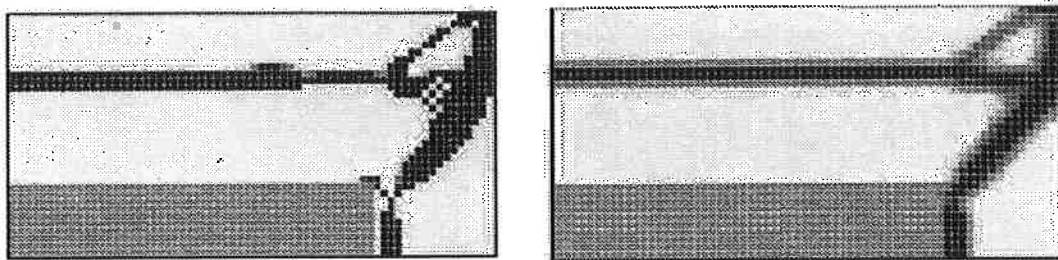


Figura 2.42: Configuração de topologia ótima considerando  $w = 0,8$  e  $V^* = 15\%$  (esq.). Topologia ótima obtida com a utilização do filtro (dir.).

um determinado elemento central  $i$  na Eq. (2.6). O resultado obtido é mostrado na Fig. 2.42(dir.).

Comparando com o resultado sem aplicação do filtro (Fig. 2.42esq.) percebe-se que o fenômeno da “instabilidade xadrez” foi eliminado, além da topologia ótima obtida ser mais bem definida, ou seja, isenta de várias estruturas internas, facilitando a sua interpretação. Porém, observa-se um aumento da formação das “escalas de cinza” em torno do contorno da estrutura flexível. O filtro faz com que o método produza mais densidades com valores intermediários para definir a topologia ótima, o que novamente dificulta a interpretação desses resultados. Uma solução bastante interessante para limpar essas “escalas de cinzas” é, após obter a topologia final, desligar o filtro e deixar o método prosseguir por mais algumas iterações [87]. Assim, a penalidade imposta aos valores de densidade intermediárias ( $p = 3$ ) se encarrega de eliminar as densidades intermediárias. A Fig. 2.43 ilustra o resultado obtido para o exemplo em questão.

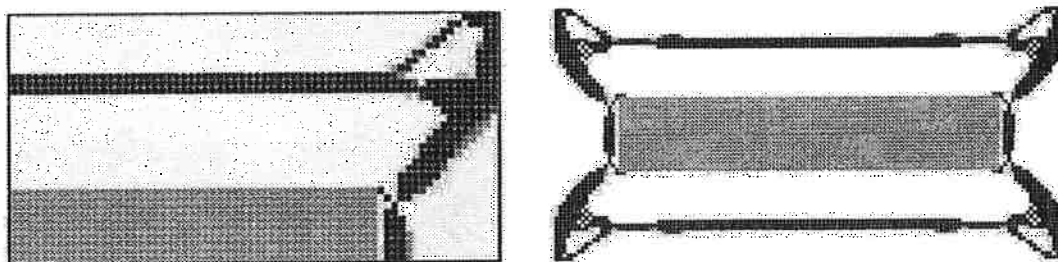


Figura 2.43: Configuração final da topologia (esq.); Resultado da topologia sem as condições de simetria (dir.).

Nota-se que a influência do filtro espacial neste exemplo é mínima, no entanto, a topologia obtida é mais bem definida, sem a presença da “instabilidade xadrez” e com uma quantidade ínfima de “escalas de cinza”. Em algumas regiões do atuador, formam-se uma configuração semelhante às “juntas”, que são aceitáveis desde de que

sejam interpretadas corretamente.

O mesmo atuador foi obtido pelo método de homogeneização como descrito na Fig. 2.32. Comparando-se os resultados, nota-se que o resultado do MOT usando o modelo de material SIMP é próximo ao resultado obtido usando o método da homogeneização como modelo de material.

A Fig. 2.44a mostra o domínio inicial usado no segundo exemplo, onde devido à simetria do atuador (em relação à direção horizontal) somente 1/2 do domínio é apresentado. O objetivo deste atuador é prender ou agarrar um determinado objeto durante a atuação. Os pontos de aplicação das cargas elétricas, do deslocamento desejado e as condições de contorno mecânicas e elétricas são mostrados na mesma figura. O domínio é discretizado numa malha com 2200 elementos finitos. As Figs. 2.44b e c ilustram a configuração da topologia ótima obtida e a sua configuração deformada correspondente, respectivamente. O atuador apresenta uma amplificação da ordem de 15 vezes pelo fato de possuir duas piezocerâmicas. A Fig. 2.44d ilustra a distribuição das tensões de Von-Mises para o atuador.

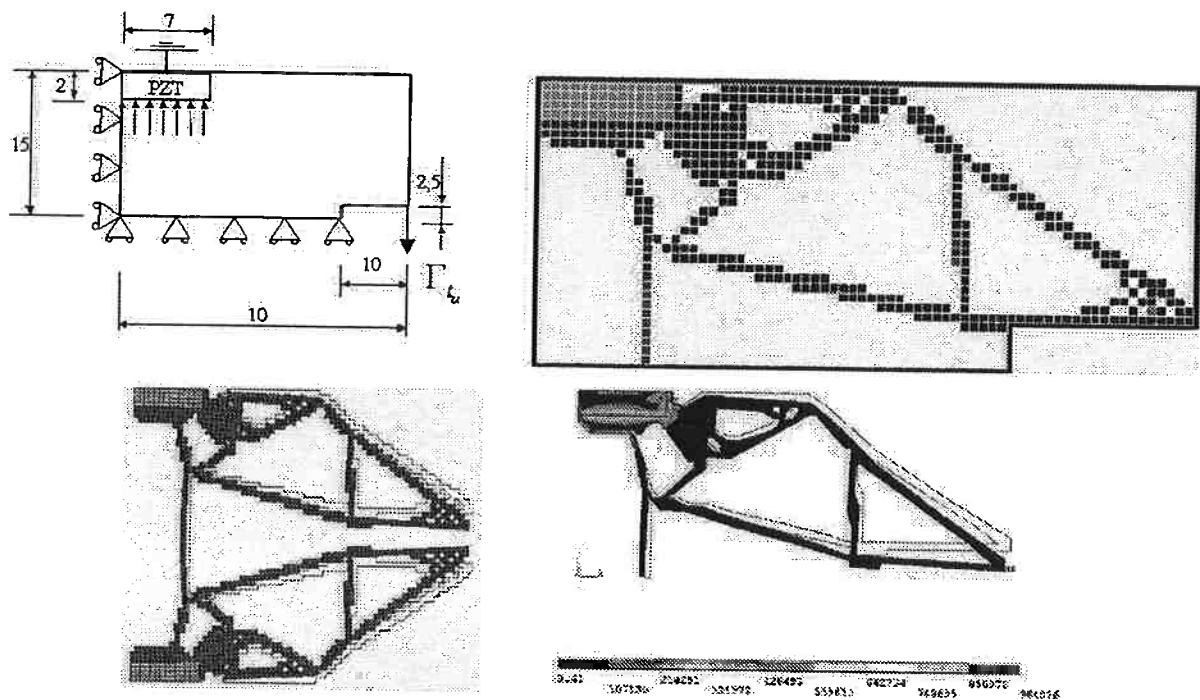


Figura 2.44: Domínio inicial do atuador (esquerda acima). Configuração da topologia ótima (direita acima). Configuração deformada da topologia ótima (esquerda abaixo). Distribuição de tensões mecânicas (Von-Mises) (direita abaixo).

A Fig. 2.45a mostra o domínio inicial de projeto usado no terceiro exemplo, onde devido à simetria do atuador (em relação à direção vertical) somente 1/2 do domínio é

apresentado. Os pontos de aplicação das cargas elétricas, do deslocamento desejado e as condições de contorno mecânicas e elétricas são mostrados na mesma figura. O domínio é discretizado numa malha com 2000 elementos finitos. O objetivo é projetar um atuador piezolétrico flexensional que atue como uma microgarra [41]. A configuração da topologia ótima obtida, a sua configuração deformada correspondente e o campo de tensões de Von-Mises para a topologia interpretada obtidos através do ANSYS são mostrados nas Figs. 2.45b, c e d, respectivamente.

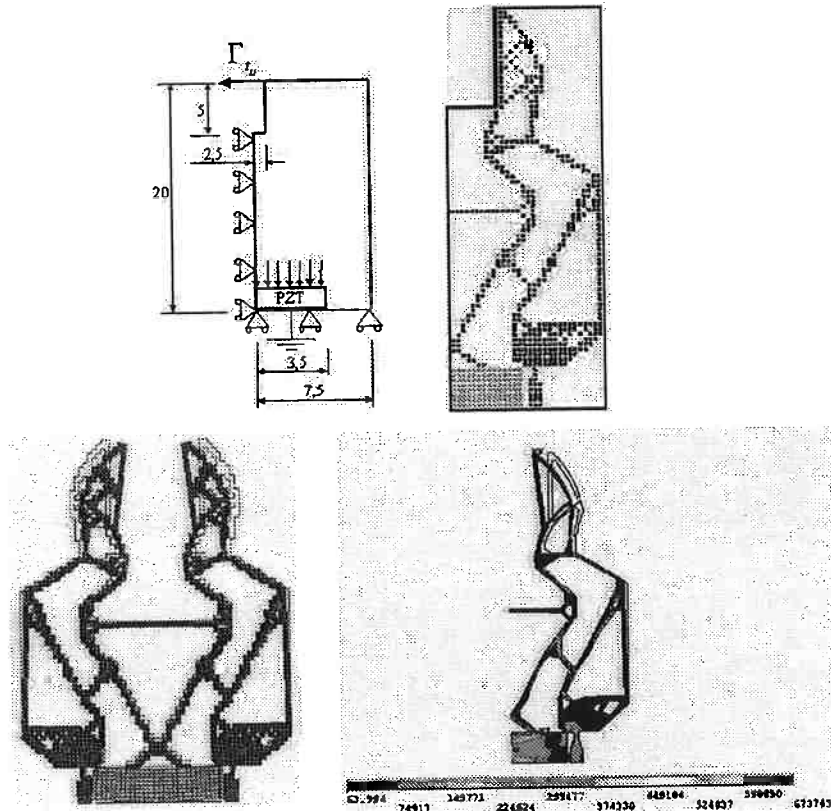


Figura 2.45: Domínio inicial do atuador (esquerda acima). Configuração da topologia ótima (direita acima). Configuração deformada da topologia ótima (esquerda abaixo). Distribuição de tensões mecânicas (Von-Mises)(direita abaixo).

### 2.12.3 Protótipos

Os atuadores selecionados para a fabricação por eletroerosão à fio correspondem aos mostrados nas Figs. 2.18, 2.21, 2.23, 2.26, 2.29, 2.32 e 2.35. As fotos dos protótipos são mostradas abaixo e foram publicadas parte na referência [37]. Alguns atuadores apresentam um espelho colado sobre a sua superfície para permitir realizar as medições



de interferometria laser.

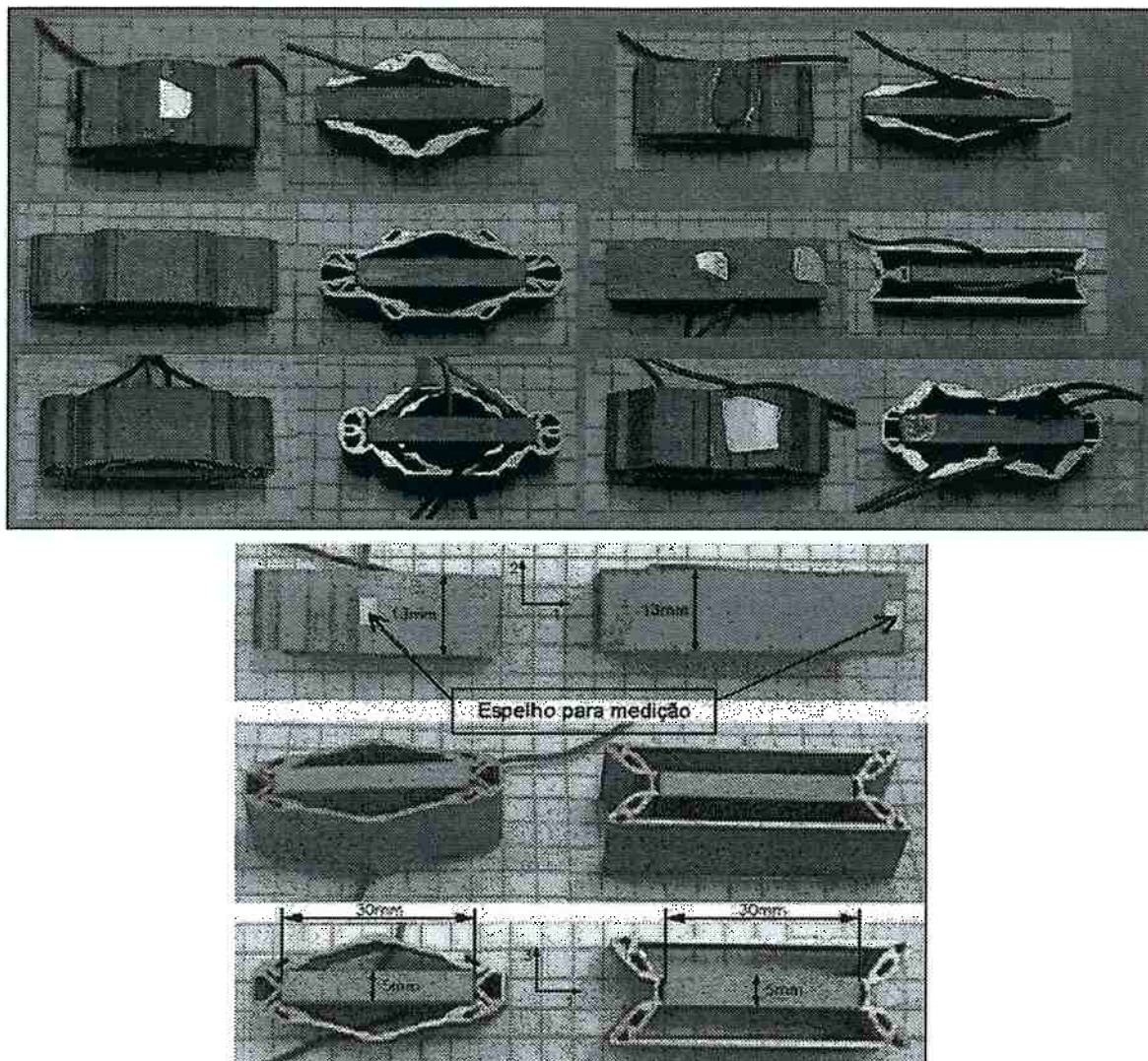


Figura 2.46: Protótipos de atuadores flexionais fabricados por eletroesão à fio.

Alguns dos atuadores selecionados para a fabricação pelo processo de litografia correspondem aos mostrados nas Figs. 2.44 e 2.45. As fotos dos protótipos são mostradas na Fig. 2.47[56].

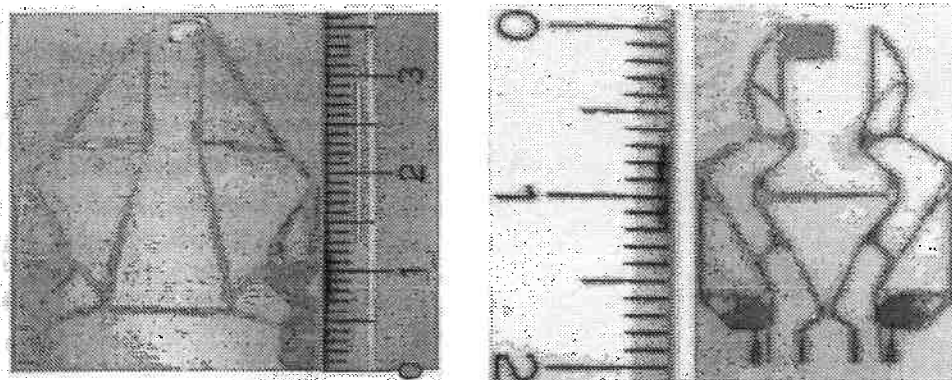


Figura 2.47: Protótipos de atuadores flexionais fabricados por litografia.

#### 2.12.4 Caracterização Experimental - Frequências de Ressonância e Curvas de Impedância

Os valores das frequências de ressonância simuladas, obtidas pela análise modal no ANSYS estão ilustradas na Tabela 2.2 somente para os atuadores descritos na seção 2.12.1. Esses valores são obtidos observando-se os pontos em que a curva de impedância elétrica medida assume o valor nulo. Os resultados dessa e da próxima sub-seção seguem do artigo *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [37].

As propriedades do material da cerâmica piezolétrica e do alumínio usadas nas simulações estão descritas na Tabela 2.1. O fato de não se saber com precisão todas as propriedades da cerâmica dificulta em alguns casos a obtenção de resultados simulados idênticos aos experimentais como será visto adiante.

A Fig. 2.48 apresenta as curvas de admitância elétrica simuladas e experimentais para a piezocerâmica [37]. A discrepância provavelmente ocorre devido ao valor do fator de acoplamento ( $k_{31}$ ) medido, seguindo as especificações do IEEE [89] para esta piezocerâmica mostrar um desvio de 5,5% em relação ao catálogo do fabricante (o valor do fabricante é igual à 0,36 e o valor medido é igual à 0,34).

Essas curvas de admitância elétrica obtidas pelo HP4194A, entre 10 e 60 kHz, são comparadas com as curvas simuladas calculadas pelo ANSYS<sup>TM</sup> na mesma gama de frequências para os atuadores flexionais, considerando amortecimento da piezocerâmica e do alumínio (Tabela 2.1). Curvas de admitância elétrica experimental e simulada para os atuadores flexionais 1a1025 (Fig. 2.21) e 2b0830 (Fig. 2.32) são

Tabela 2.2: Valores experimentais e simulados de frequências de ressonância para alguns atuadores fabricados.

Atuador	Experimental (kHz)	Simulado (kHz)
1a0820	20, 20	20, 48
	41, 10	42, 09
1a1025	17, 31	17, 17
	27, 15	26, 92
1a10930	—	34, 21
	—	37, 28
1a11030	—	18, 33
	—	23, 77
	—	37, 68
1a20827	35, 90	35, 27
	49, 70	52, 23
1b10635	14, 00	14, 25
	34, 25	34, 69
2b0830	31, 65	33, 77

ilustrados na Fig. 2.49 [37]. A Fig. 2.49 mostra as frequências de ressonância experimentais obtidas pelo HP4194A e as frequências de ressonância calculadas obtidas da análise modal através do ANSYS<sup>TM</sup>, sem considerar o amortecimento dos materiais.

Comparando-se as Figs. 2.48 e 2.49, e a Tabela 2.2, observa-se que as novas frequências de ressonâncias aparecem devido ao acoplamento entre a piezocerâmica (PZT5A) e a estrutura flexível. As frequências de ressonância estão próximas das experimentais, bem como curvas de admitância elétrica.

### 2.12.5 Caracterização Experimental - Medição de Deslocamentos

As medições de deslocamento foram realizadas considerando excitação estática, excitação harmônica senoidal (modo contínuo) e excitação com um grupo de pulsos (modo transiente). O objetivo foi comparar deslocamentos simulados e experimentais e taxas de amplificação de deslocamento numa certa gama de frequências (resposta de deslocamento em frequência). A resposta dos atuadores flexionais a excitação transiente também é determinada e comparada no domínio da frequência e do tempo. A taxa de amplificação de deslocamento é obtida para cada frequência dividindo o deslocamento gerado pelo atuador (num ponto específico) e o deslocamento gerado pela piezocerâmica na direção 3 ( $d_{33}$ ) [46] considerando a mesma voltagem aplicada.

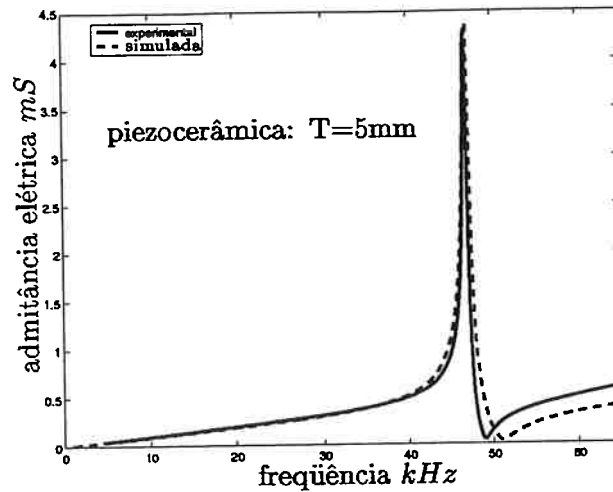


Figura 2.48: Frequência de ressonância de uma piezocerâmica PZT5A usada no atuador flexensional (antes da colagem).

### Análise Estática

Entre os atuadores, o fla1025 foi projetado para gerar uma grande amplificação. Portanto, os resultados de amplificação experimental para uma voltagem alta (500 V) foi obtida usando este atuador. A análise experimental estática considera um sinal de entrada triangular de 1 Hz. As análises são realizadas usando um sensor comercial de deslocamento de fibras ópticas (sensor fotônico MTI-2000<sup>TM</sup>). Uma análise estática é feita usando o ANSYS<sup>TM</sup>. Resultados numéricos e experimentais do atuador flexensional fla1025 são mostrados na Fig. 2.50. Note que esta piezocerâmica tem espessura de 5 mm. Portanto, a aplicação desta voltagem induz um campo elétrico de 100 V/mm. Este é o limite superior da região linear do deslocamento piezocerâmico.

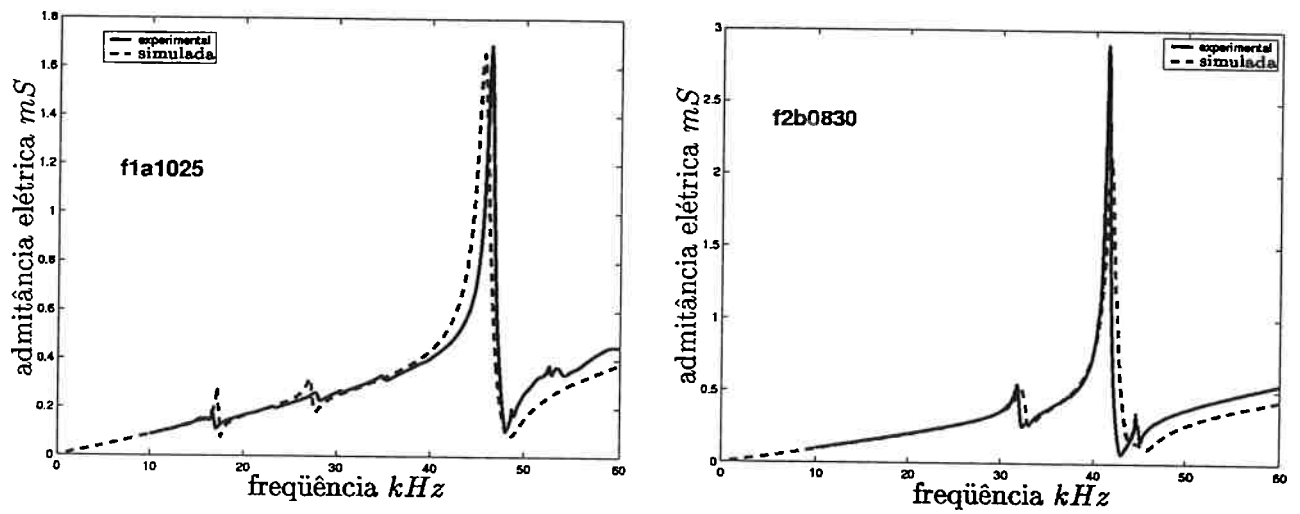


Figura 2.49: Curvas de admitância elétrica dos atuadores a) 1a1025 e b) 2b0830.

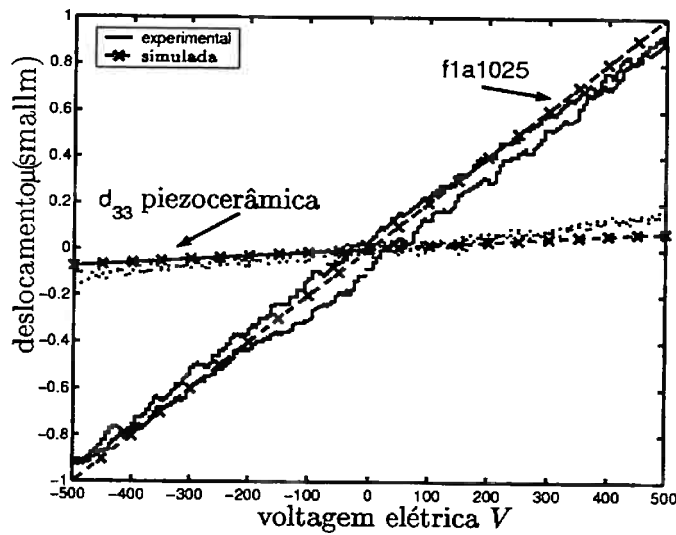


Figura 2.50: Resultados numéricos e experimentais para o atuador flexensional 1a1025 sujeito à excitação estática.

## Excitação Harmônica

Atuadores flexensionais são projetados para aplicações quasi-estáticas. Portanto, a resposta de deslocamento em frequência de atuadores flexensionais são obtidas pela excitação de cada atuador, com sinais senoidais contínuos, numa gama de frequência entre 10kHz e sua frequência de ressonância, como mostrado na Fig. 2.51. Das simulações e dados experimentais para o atuador 1a1025, notou-se que para frequências menores do que 10kHz a resposta de deslocamento em frequência decai linearmente para ambos os atuadores, como mostrado na Fig. 2.51. Portanto, como deslocamentos medidos demandam muito tempo e trabalho (para linhar o equipamento), decidiu-se medir deslocamentos para frequências maiores do que 10kHz.

Curvas de resposta em frequência de deslocamentos normalizados simulados e experimentais dos atuadores flexensionais são ilustrados na Fig. 2.51. O deslocamento é normalizado para um campo elétrico de 1V/mm. Taxas de amplificação do deslocamento medido e simulado são mostrados na Fig. 2.52.

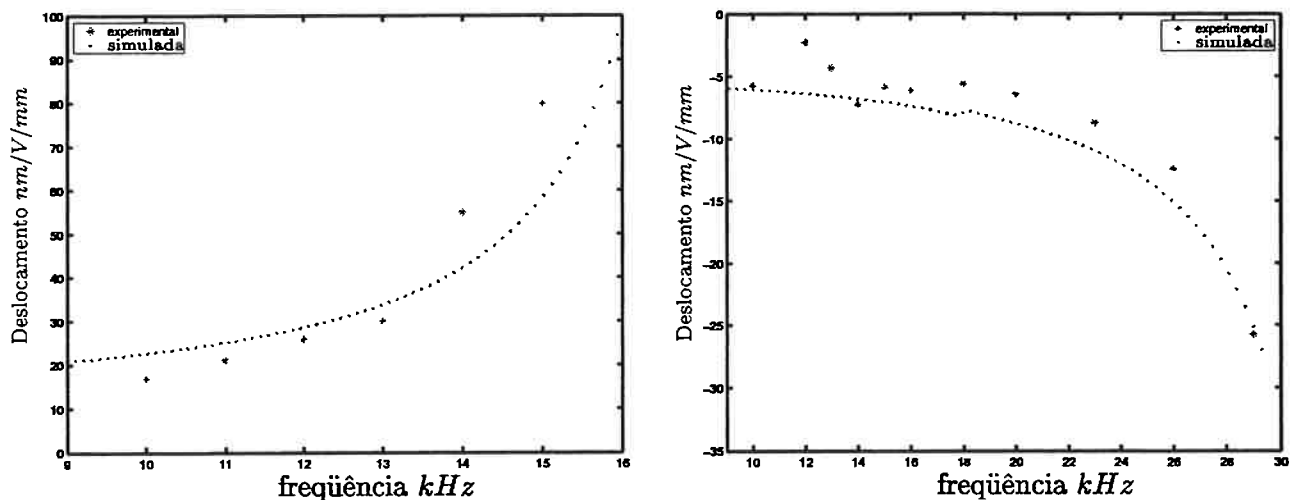


Figura 2.51: Resposta em frequência de deslocamento normalizado de a) 1a1025 e b) 2b0830.

A taxa de amplificação obtida para projetar o 1a1025 é comparável às taxas de amplificação obtidas para os últimos projetos de atuadores flexensionais [46]. As curvas de deslocamento apresentadas são normalizadas, portanto, eles podem ser comparados com outros atuadores com diferentes espessuras de piezocerâmicas e voltagem aplicadas.

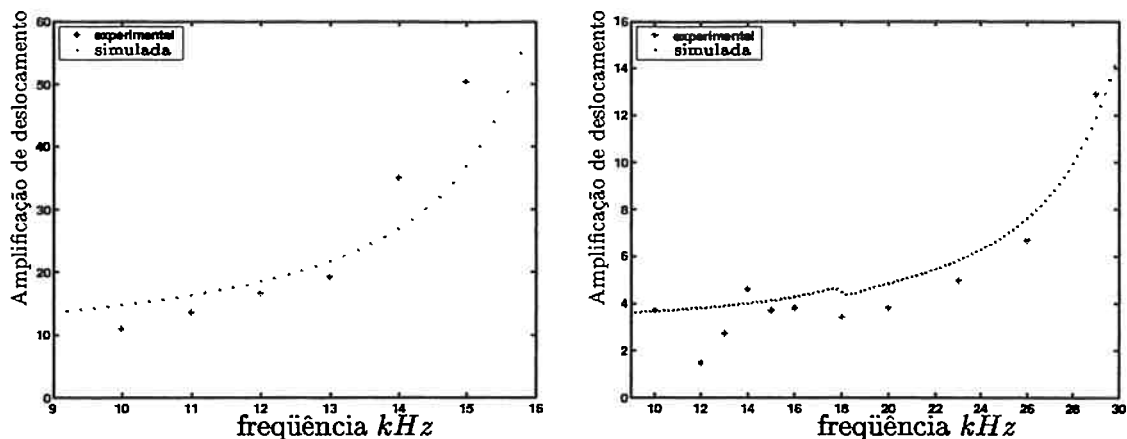


Figura 2.52: Taxa de amplificação de deslocamento de a) 1a1025 e b) 2b0830.

### Excitação Transiente

Interferometria laser também é aplicada para medir a resposta transiente dos atuadores flexensionais [64][96]. Os resultados obtidos são comparados com a resposta transiente simulada usando o MEF no ANSYS<sup>TM</sup>.

A Fig. 2.53 mostra as respostas transientes de deslocamento experimental e simulada destes atuadores considerando a excitação pulsada ilustrada no canto inferior esquerdo destas figuras. Estes resultados são normalizados para uma excitação pulsada de 30V pico-a-pico. Note nestas figuras que respostas transientes simuladas e experimentais são muito similares, demonstrando que o modelo de MEF é muito próximo da realidade e portanto os projetos otimizados [94].

Os espectros de frequência dos atuadores mostrados na Fig. 2.54 são obtidos realizando-se a transformada de Fourier dos sinais de resposta transiente adquirido e simulado no domínio do tempo. O fato de haver uma pequena discrepância entre os resultados experimentais e simulados sugere que as medições e simulações realizadas são confiáveis.

## 2.13 Conclusões

Os resultados apresentados dão uma idéia da potencialidade de aplicar métodos de otimização topológica no projeto de atuadores flexensionais. Métodos de otimização consistem numa ferramenta poderosa para o projeto desses dispositivos. No entanto, este campo de estudo ainda está no começo uma vez que outras técnicas de otimização podem ser aplicadas e outros transdutores piezelétricos podem ser projetados. Por exemplo, o método apresentado está sendo estendido para o projeto de multi-atuadores

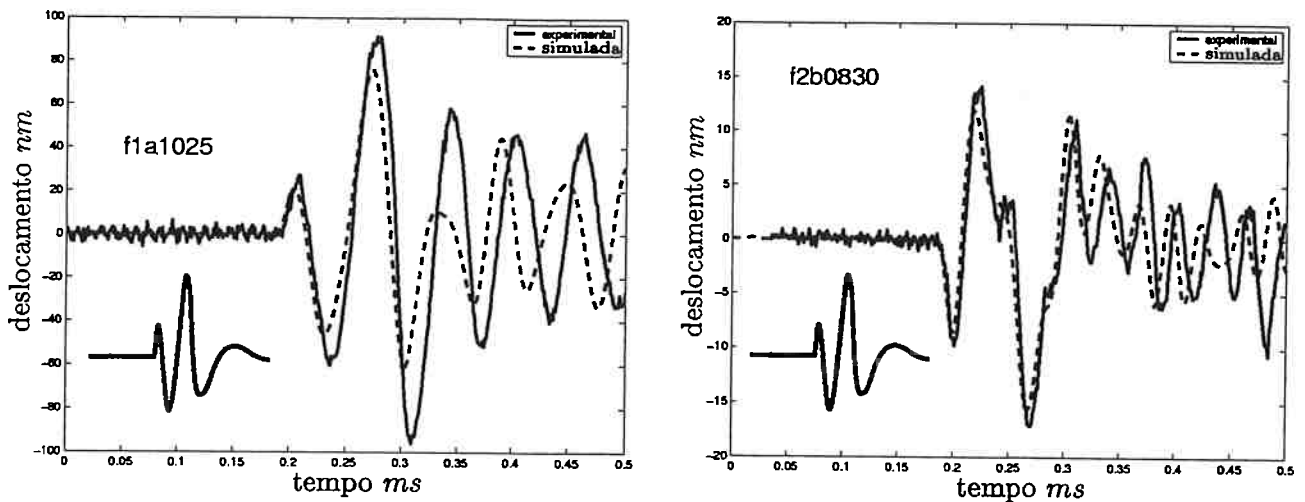


Figura 2.53: Resposta transiente de deslocamento de a) 1a1025 e b) 2b0830. Canto inferior esquerdo descreve pulso de excitação aplicada.

piezelétricos como descrito no próximo capítulo 3. Um multi-atuador piezelétrico consiste num mecanismo flexível multi-flexível atuado por várias piezocerâmicas conectadas à ele. O projeto exige que a estrutura flexível gere diferentes deslocamentos de saída para diferentes piezocerâmicas excitadas. Nesse tipo de problema é necessário incluir regularizações extras para reduzir o acoplamento entre os movimentos como será explicado no próximo capítulo. Um exemplo de dispositivo que utiliza esse princípio é o motor piezelétrico linear. Nesse sentido, pode-se pensar sobre o projeto de estruturas de micro-robôs como micromanipuladores, micro-garras, micro-alicates e outras micro-ferramentas atuadas por materiais piezelétricos.

Num trabalho recente, Li *et al.* [99] estendeu o trabalho do autor usando um algoritmo genético para encontrar a posição ótima da piezocerâmica no domínio do atuador flexensional a cada iteração de otimização topológica. Dessa forma, projetos inovadores são esperados nessa área. O conceito também pode ser estendido para projetar dispositivos atuados por outros tipos de materiais como ligas de metal com memória e materiais magnetostrictivos.



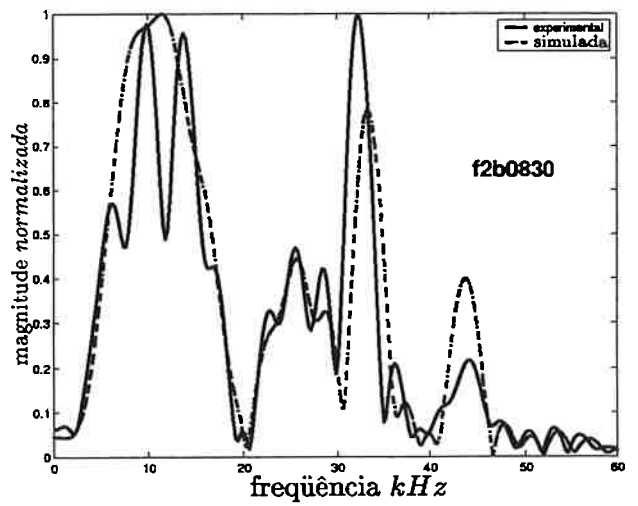
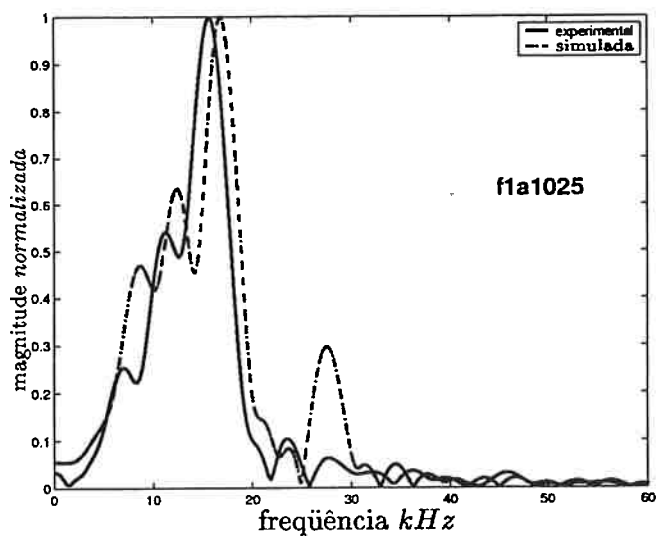


Figura 2.54: Espectro da magnitude da resposta transiente de deslocamento do a) 1a1025 e b) 2b0830.

## Capítulo 3

# Projeto de Dispositivos Flexensionais Piezelétricos Multi-atuados Usando o MOT

Neste capítulo são descritos os conceitos da aplicação do MOT no projeto de dispositivos flexensionais piezelétricos multi-atuados. Esses conceitos podem ser encontrados na literatura e foram retirados dos artigos publicados pelo autor no periódico científico *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [100], nas conferências *SPIE 2001* [101] e recentemente *SPIE 2003* [102], sendo parte do tema do projeto FAPESP de auxílio individual à pesquisa (nº 02/04533-9). O capítulo engloba portanto resultados do projeto *Projeto de Dispositivos Flexensionais Piezelétricos Multi-atuados Usando o MOT* inserido na linha de pesquisa *Desenvolvimento de Sistemas Microeletromecânicos (microatuadores e microposicionadores)*.

### 3.1 Áreas de Conhecimento

Otimização Topológica

Modelagem de Estruturas Piezelétricas

Projeto e Caracterização de Transdutores Piezelétricos

Projeto de Sistemas Microeletromecânicos “MEMS”

### 3.2 Introdução e Histórico

A tecnologia de microposicionamento e micromanipulação envolve a utilização de dispositivos que gerem deslocamentos da ordem de centenas de nanômetros até micrômetros. Esses dispositivos podem ser chamados de microposicionadores (ou até nanoposicionadores

em alguns casos) e microatuadores. Ambos apresentam o mesmo princípio de funcionamento diferindo na sua aplicação. Um microposicionador é essencialmente um atuador destinado à tarefa de microposicionamento. Já um microatuador é essencialmente um atuador de dimensões milimétricas ou até micrométricas que executa uma tarefa específica como atuar como garra, pinça, grampo, etc. [103]. Eventualmente pode-se combinar ambos conceitos num único dispositivo que, por exemplo, além de realizar o posicionamento preciso também atua como uma garra. Em geral esses dispositivos possuem atuação piezométrica, uma vez que cerâmicas piezométricas ao serem excitadas geram deslocamentos da ordem de nanômetros que podem ser amplificados até micrometros, como será descrito adiante.

As aplicações da tecnologia microposicionamento e micromanipulação estão relacionadas principalmente com a área de mecânica de precisão e mecatrônica [104][103][105] [61] destacando-se aplicações como: mecanismo de leitura de disco rígido de computadores e cabeçotes de vídeo-cassete; mecanismos internos em máquinas fotográficas; instrumentos de microcirurgia (microgarras, micropinças); sistemas “MEMS” [43]; micro-robôs [106]; instrumentos de microscopia eletrônica; posicionadores de lentes em sistemas de interferometria laser; equipamentos para manipulação de células; nanometrologia; equipamentos destinados à manipulação em nanotecnologia (manipulação de nanotubos, por exemplo); equipamentos de mecânica de precisão em geral, etc. Portanto, consiste numa tecnologia cuja aplicação vem crescendo enormemente no mundo atual.

Para poder gerar movimentos que envolvam deslocamentos dessa ordem de grandeza esses dispositivos são essencialmente constituídos dos chamados mecanismos flexíveis atuados por cerâmicas piezométricas [107]. Um mecanismo flexível é um mecanismo onde o movimento é dado pela flexibilidade de uma estrutura ao invés da presença de juntas e pinos [108]. Além disso tem a vantagem de consistir numa única peça, o que facilita a sua fabricação. A utilização de mecanismos tradicionais com juntas e pinos apresenta o problema de folgas que inviabiliza transmitir deslocamentos da ordem de grandeza exigida em microposicionamento e micromanipulação. Uma discussão ampla sobre mecanismos flexíveis é apresentada por Howell [108]. Assim, o mecanismo flexível age como um transformador mecânico amplificando e mudando a direção dos deslocamentos gerados pela cerâmica piezométrica, como no caso do atuador flexional, já descrito no capítulo 2.

Mecanismos flexíveis possuem várias aplicações, mas certamente uma área em que a sua utilização tem contribuído bastante é na área de microposicionadores e microatuadores, principalmente “MEMS” [43]. Nessa área, devido a microescala em que são fabricadas, a presença de pinos e juntas torna a montagem difícil senão impossível [109]. Dessa forma, os atuadores em MEMS consistem essencialmente de mecanismos flexíveis, cuja atuação é realizada por efeito capacitivo, termoeletrico ou piezométrico, comandados por sinais elétricos. No caso de atuação piezométrica, os MEMS consis-

tiriam essencialmente em microatuadores piezelétricos flexensionais. As técnicas de fabricação de MEMS permitem a fabricação de qualquer estrutura plana de forma complexa [95]. No Brasil, a fabricação de MEMS tem sido tema de interesse e estudo de grupos de pesquisa como o Laboratório de Sistemas Integráveis (L.S.I.) e o Laboratório de Microeletrônica (L.M.E.) do Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica da USP.

No projeto do capítulo 2 foram estudados atuadores flexensionais piezelétricos projetados pelo MOT que consistem essencialmente numa única cerâmica piezelétrica que atua um mecanismo flexível. A utilização do MOT no projeto desses atuadores despertou interesse na comunidade científica internacional permitindo o autor estabelecer contato com a “Assistant Professor Mary Frecker” da “Pennsylvania State University”, EUA, “Associate Professor Suresh G.K. Ananthasuresh” da “University of Pennsylvania”, EUA, e o “Professor Shridar Kota” da “The University of Michigan - Ann Arbor”, EUA. Todos eles atuam na área de mecanismos flexíveis, bem como na área de atuadores piezelétricos e “MEMS” [58][109]. Em conversa com esses pesquisadores concluiu-se que a tecnologia de mecanismos flexíveis atuados por cerâmicas piezelétricas (atuadores flexensionais) ainda está no começo, e tem muito a contribuir na área de microposicionamento e micromanipulação. A idéia consiste em se desenvolver atuadores mais complexos, atuados por várias cerâmicas (não apenas uma), que produzam movimentos e tarefas variadas, e que possam ser fabricados numa escala microscópica, consistindo essencialmente em micro-robôs [106]. Assim, através desse projeto de pesquisa o autor visa iniciar a implementação dessa idéia.

Dessa forma, nesse projeto decidiu-se abordar o projeto dispositivos flexensionais piezelétricos que envolvem mais de uma piezocerâmica. Esses dispositivos possuem alta potencialidade de aplicação uma vez que a idéia é que um mesmo mecanismo flexível poderá executar diferentes tarefas ao ser atuado por diferentes piezocerâmicas. O projeto do mecanismo flexível desses dispositivos envolverá o conceito de multiflexibilidade [110], ou seja, a atuação de cada piezocerâmica gera um dado movimento específico do mecanismo. Esse conceito é descrito em detalhe na seção seguinte.

Esses dispositivos flexensionais multi-atuados podem ser implementados tanto em dimensões mesoscópica (centímetros) como microscópica (milímetros ou até micrômetros). Na dimensão microscópica consistem nos “MEMS”. Essa área vem crescendo muito a nível mundial tendo grande aplicação na área de mecatrônica através do projeto e fabricação de microsensores e microatuadores [103][105][43].

O projeto de um dispositivo flexensional multi-atuado envolve um alto grau de complexidade. Em alguns trabalhos, o projeto do mecanismo flexível é baseado na intuição física do problema, fundamentada em modelos analíticos simplificados [108][104], técnicas experimentais e análise por elementos finitos [107][61]. Portanto, o desenvolvimento desses dispositivos flexensionais multi-atuados utilizando o processo descrito,

está limitado em geral a um processo de tentativa e erro.

Baseado nessa idéia, o autor propôs aplicar o método de otimização topológica para o projeto de dispositivos flexionais piezelétricos multi-atuados [100][102][101]. O objetivo é estender a formulação do MOT para o projeto de atuadores flexionais para incluir o conceito de multi-flexibilidade. O MOT já foi aplicado com sucesso em outros problemas envolvendo o conceito de multi-flexibilidade como o projeto de mecanismos multi-flexíveis [110] e MEMS eletrotermomecânicos [75]. Considerando a discussão acima, o problema é definido como o projeto de uma estrutura acoplada às piezocerâmicas que gerem diferentes tipos de movimentos para atuações de diferentes cerâmicas piezelétricas. A formulação do problema de otimização deve também procurar minimizar o acoplamento entre os deslocamentos como será explicado adiante. A formulação do MOT considerada é baseada no método de homogeneização [100]. A utilização do MOT permitirá que o projeto desses atuadores multi-flexíveis seja feita de forma genérica e sistemática, possibilitando projetar diferentes tipos de dispositivos com alto desempenho para diferentes aplicações. Esse projeto conta com financiamento de parte do auxílio individual à pesquisa FAPESP (n° 02/04533-9) relacionado com o desenvolvimento de microposicionadores e microatuadores.

Esse capítulo está organizado da seguinte forma. As seções 3.3 e 3.4 apresentam os conceitos do problema de projeto de dispositivos flexionais multi-atuados usando o MOT; o texto segue trechos dos artigos publicados pelo autor no *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [100] e nas conferências *SPIE 2001* [101] e *SPIE 2003* [102]. A seção 3.5 apresenta resultados de projeto de dispositivos multi-atuados publicados nos mesmos artigos. Finalmente, na seção 3.6 é apresentada uma conclusão sobre o método e sugestões de continuação do projeto.

### **3.3 Formulação do Conceito de Multi-flexibilidade Usando Otimização Topológica**

Ao conectar várias cerâmicas a um mesmo mecanismo flexível podemos obter diferentes tipos de atuação, como por exemplo um atuador XY, uma garra com 3 graus de liberdade (movimentação em X e Y e abertura e fechamento controlado da garra) [75], etc. Podemos denominar esses dispositivos de “mecanismos piezelétricos” [107].

Dessa forma, um “mecanismo piezelétrico” pode ser definido essencialmente como um mecanismo flexível (estrutura acoplada) às piezocerâmicas atuadas por dois ou mais piezocerâmicas [103][105] onde cada piezocerâmica é responsável por atuar um movimento específico do dispositivo. A Fig.3.1 ilustra esse conceito.

O problema de projeto do mecanismo flexível nesse caso é mais complexo pois envolve o conceito de multi-flexibilidade, ou seja, quando cada cerâmica for atuada

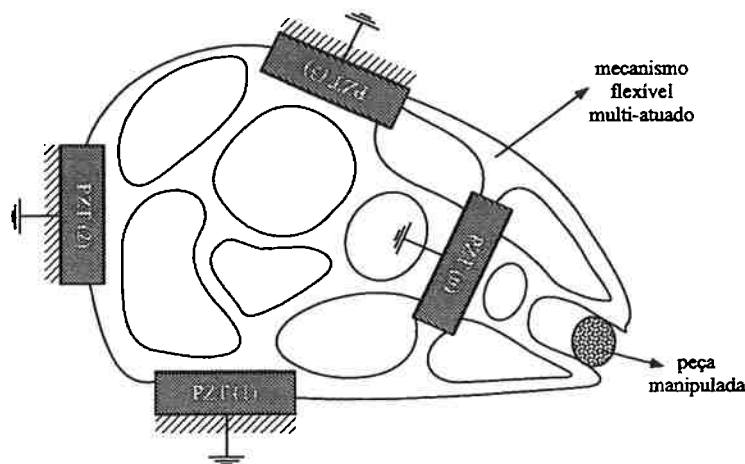


Figura 3.1: Conceito de um dispositivo flexensional piezelétrico multi-atuado. As cerâmicas 1, 2 e 3 seriam responsáveis por movimentos de deslocamento em X,Y e rotação da garra e a cerâmica n seria responsável pelo movimento de abrir e fechar da garra.

deve gerar um determinado tipo de movimento, sendo que o acoplamento entre as atuações deve ser reduzido ao mínimo [110]. Ou seja, quando uma piezocerâmica é excitada para gerar um deslocamento desejado, outros deslocamentos indesejados também serão gerados devido ao acoplamento estrutural. Por exemplo, no caso de um microposicionador XY, como ilustrado na Fig.3.2, ao especificarmos uma atuação na direção X o deslocamento indesejado em Y deve ser o mínimo possível. Dependendo do projeto do microposicionador o deslocamento indesejado em Y poderá ser maior do que o deslocamento X !! O mesmo conceito se aplica quando mais movimentos estão envolvidos. Dessa forma a complexidade do projeto envolvendo o conceito de multi-flexibilidade sugere a aplicação do MOT.

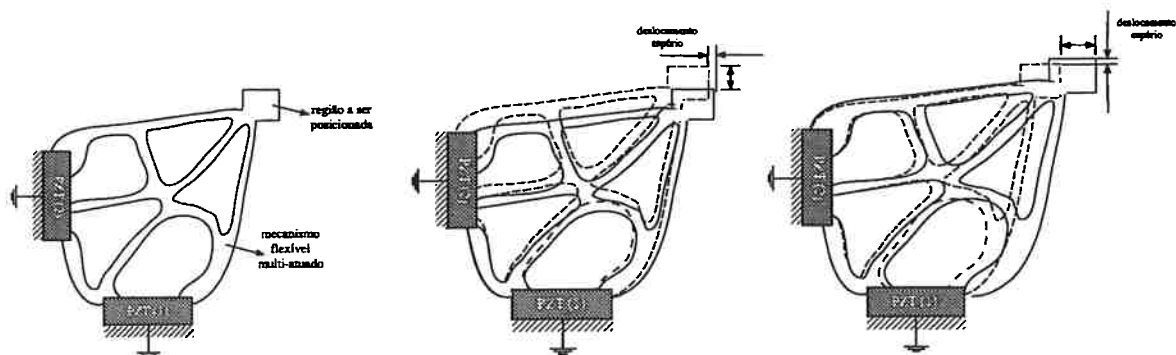


Figura 3.2: Exemplo de um atuador piezelétrico (microposicionador) XY (esquerda); Acoplamento entre as atuações nas direções X e Y num microposicionador XY (direita).

Na formulação do problema de otimização de projeto para dispositivos multi-atuados, a função objetivo deve ser definida em termos da combinação dos deslocamentos gerados para uma dada carga elétrica aplicada nos eletrodos de cada piezocerâmica, e deve também procurar minimizar o acoplamento entre os deslocamentos. O projeto de dispositivos flexionais multi-atuados é análogo ao conceito do projeto de mecanismos flexíveis considerando multi-flexibilidade [110] uma vez que em ambos os casos o projeto exige que a estrutura acoplada gere diferentes deslocamentos de saída para diferentes forças aplicadas (ou cargas elétricas). No entanto, para este problema de projeto, restrições de acoplamento de movimento devem ser incluídas. Dessa forma, uma formulação para o projeto de dispositivos flexionais multi-atuados que geram deslocamentos de saída diferentes quando atuados por piezocerâmicas diferentes e que inclui uma restrição de acoplamento, é apresentado. A formulação descrita segue o texto dos artigos publicados pelo autor no *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [100] e nas conferências *SPIE 2001* [101] e *SPIE 2003* [102].

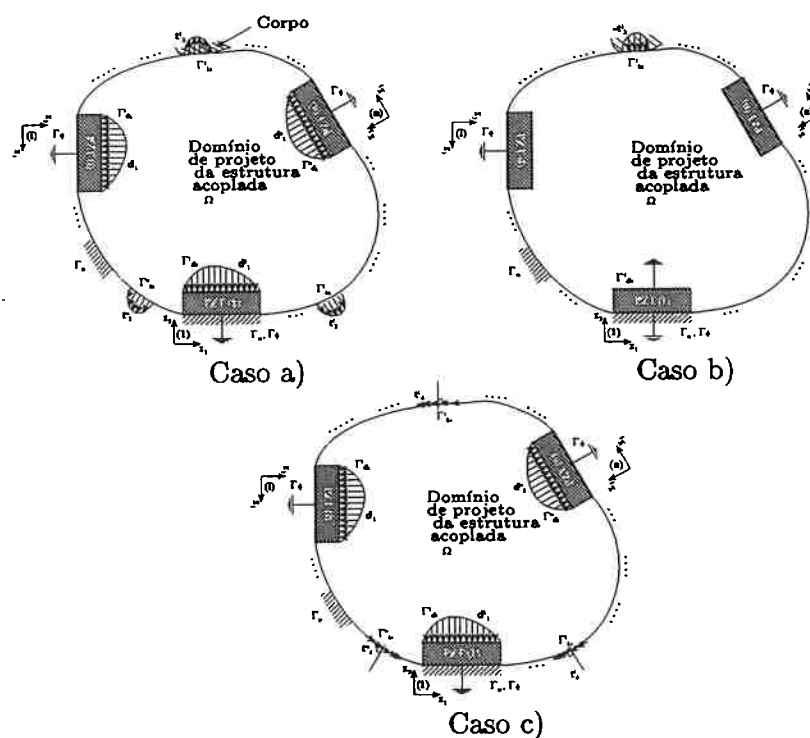


Figura 3.3: Estrutura acoplada multi-atuada por piezocerâmicas. PZT é considerado na análise de MEF, porém não é incluído no domínio de projeto. Casos de carga para o cálculo da transdução média (caso a) e da flexibilidade média (caso b) somente para piezocerâmica “1”.

A quantidade que relaciona o deslocamento gerado e a carga elétrica aplicada é chamada de *transdução média* ( $L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)$ ) e já foi definida na Eq. (2.24) do capítulo

2. A Fig. 3.3 ilustra o domínio de projeto de uma estrutura acoplada multi-atuada por  $n$  piezocerâmicas. Note que cada piezocerâmica é polarizada na direção 3 considerando seus eixos locais. Como a estrutura acoplada deve gerar diferentes deslocamentos e forças (por exemplo, força para agarrar algo) em diferentes direções e pontos especificados do domínio, para diferentes piezocerâmicas excitadas, a transdução média deve ser calculada para cada piezocerâmica. Considerando a piezocerâmica “ $i$ ”, como descrito na Fig. 3.3a, a transdução média para esta piezocerâmica é calculada considerando dois casos de carga como já descrito: o primeiro relacionado com a resposta da estrutura acoplada devido a aplicação da carga elétrica  $d_1^i$  na superfície  $\Gamma_{d_1}^i$  da piezocerâmica “ $i$ ”; e o segundo caso relacionado com a carga de superfície auxiliar unitária aplicada  $t_2^i$  na região  $\Gamma_{t_2}^i$ , na mesma direção de deslocamento de saída desejado [34]. O superescrito “ $i$ ” se refere a piezocerâmica “ $i$ ”. A maximização da transdução média maximiza o deslocamento gerado na região  $\Gamma_{t_2}^i$ , portanto satisfazendo o requisito cinemático.

A expressão matemática da transdução média já foi definida no capítulo 2, no entanto deve ser definida para cada piezocerâmica. Assim utilizando a formulação matricial de MEF no domínio discretizado obtém-se uma expressão para o cálculo numérico da transdução média:

$$\begin{aligned} L_2^i(\mathbf{U}_1^i, \phi_1^i) &= \{\mathbf{U}_1^i\}^t \{\mathbf{F}_2^i\} = \{\phi_2^i\}^t \{\mathbf{Q}_1^i\} = \\ &= \begin{Bmatrix} (\mathbf{U}_2^i)^t \\ (\phi_2^i)^t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_1^i \\ \phi_1^i \end{Bmatrix} = \\ &\quad \{\mathbf{U}_1^i\}^t [\mathbf{K}_{u\phi}] \{\phi_2^i\} - \{\phi_1^i\}^t [\mathbf{K}_{\phi\phi}] \{\phi_2^i\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

uma vez que  $\{\mathbf{U}_2^i\}^t \{\mathbf{F}_1^i\} = 0$  e  $\{\phi_1^i\}^t \{\mathbf{Q}_2^i\} = 0$ .

No entanto, se somente a maximização da transdução média é considerada, a solução ótima obtida pode ser uma estrutura com um pequeno valor de rigidez. Portanto, uma função estrutural deve ser definida para garantir rigidez entre as regiões  $\Gamma_{t_2}^i$  e  $\Gamma_{d_1}^i$ , de forma que a estrutura acoplada possa resistir a forças de reação geradas (na região  $\Gamma_{t_2}^i$ ) por um corpo que o dispositivo está tentando mover ou pegar. Isso é conseguido minimizando-se a flexibilidade média entre as regiões  $\Gamma_{t_2}^i$  e  $\Gamma_{d_1}^i$  (veja Fig. 3.3b). O cálculo da flexibilidade média para cada piezocerâmica “ $i$ ” é calculada como descrito no capítulo 2. Assim, utilizando a formulação matricial de MEF no domínio discretizado a expressão para o cálculo numérico da flexibilidade média é dada pela Eq. (2.28):

$$\begin{aligned} L_3^i(\mathbf{U}_3^i, \phi_3^i) &= \{\mathbf{U}_3^i\}^t \{\mathbf{F}_3^i\} = \{\mathbf{U}_3^i\}^t [\mathbf{K}_{uu}] \{\mathbf{U}_3^i\} \\ + \{\mathbf{U}_3^i\}^t [\mathbf{K}_{u\phi}^t] \{\phi_3^i\} &= \begin{Bmatrix} (\mathbf{U}_3^i)^t \\ (\phi_3^i)^t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^t & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_3^i \\ \phi_3^i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

uma vez que  $\{\phi_3^i\}^t \{\mathbf{Q}_3^i\} = 0$ .



As restrições de acoplamento de movimento também são obtidas usando o conceito de transdução média. Um deslocamento indesejado gerado pelo dispositivo quando a piezocerâmica é excitada pode ser minimizado minimizando-se a correspondente transdução média entre o atuador piezocerâmico e os deslocamento indesejado gerado. Portanto, a transdução média  $L_4^i(\mathbf{U}_1^i, \phi_1^i)$  entre  $\Gamma_{d_1}^i$  e o deslocamento tangente à  $\Gamma_{t_2}^i$  deve ser minimizado (veja Fig. 3.3c). A transdução média para cada piezocerâmica “i” é calculada usando a Eq. 3.1, no entanto considerando um caso de carga descrito no caso (c) da Fig. 3.3 onde o carregamento de superfície  $\mathbf{t}_4^i$ , normal à  $\mathbf{t}_2^i$ , é aplicado na região  $\Gamma_{t_2}^i$ .

Considerando  $n$  piezocerâmicas,  $n$  funções transdução média devem ser maximizadas para o requisito cinemático do dispositivo multi-atuado, e a condição necessária é que, no final da otimização, cada transdução média deve ser pelo menos positiva para obter o deslocamento na direção especificada para cada piezocerâmica “i”. Além disso,  $n$  funções flexibilidade média devem ser minimizadas para atender o requisito estrutural (rigidez), e  $n$  funções transdução média devem ser minimizadas para minimizar o acoplamento entre os movimentos atuados. Todos estes problemas de otimização devem ser combinados e um único problema.

Para encontrar uma solução ótima apropriada que possa incorporar todos os requisitos de projeto, a seguinte função multi-objetivo foi formulada no artigo publicado pelo autor no *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [100] usando uma extensão da função Kreisselmeier-Steinhauser (função KS) [78]:

$$\mathcal{F} = w * \ln \left[ -\frac{1}{\varepsilon_L} \ln \left[ \sum_{i=1}^n e^{(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i))} \right] \right] - \frac{1}{2} (1 - w) \ln \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)^2 + \sum_{i=1}^n \beta_i L_4^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)^2 \right] \quad (3.3)$$

$$0 \leq w \leq 1 \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1;$$

$$\varepsilon_L > 0$$

onde  $w$ ,  $\varepsilon_L$ ,  $\alpha_i$ , e  $\beta_i$  são coeficientes pesos. Esta função multi-objetivo foi formulada baseada na função multi-objetivo proposta para o projeto e mecanismos flexíveis considerando multi-flexibilidade [110]. Essa função permite controlar a contribuição das funções transdução média e transdução média de restrição (3.1), e flexibilidade média (3.2) no projeto através dos valores dos coeficientes  $w$ ,  $\varepsilon_L$ ,  $\alpha_i$ , e  $\beta_i$ .

Portanto, o problema de otimização final é definido como:

Maximizar :  $\mathcal{F}$

$a, b$ , e  $\theta$

tal que :  $KU = Q$  (equações de equilíbrio de MEF)

$$0 \leq a \leq a_{sup} < 1$$

$$0 \leq b \leq b_{sup} < 1$$

$$\Theta(a, b) = \int_S (1 - ab) dS - \Theta_S \leq 0$$

onde  $S$  é o domínio de projeto sem incluir a piezocerâmica,  $\Theta$  é o volume deste domínio de projeto, e  $\Theta_S$  é o limite superior da restrição de volume para definir a máxima quantidade de material a ser usada no projeto da estrutura acoplada. As equações de equilíbrio, já foram descritas no capítulo 2 e são resolvidas para os diferentes casos de carga discutidos acima. O domínio inicial é discretizado em elementos finitos e como o modelo de material usado na otimização topológica é baseado no método de homogeneização e as variáveis de projeto são os valores de  $a_n$ ,  $b_n$ , e  $\theta_n$  (ver capítulo 2) em cada elemento finito somente no domínio de projeto da estrutura acoplada.

O ângulo  $\theta$  deve ser atualizado para maximizar a função multi-objetivo proposta. Este ângulo é atualizado de forma a minimizar a flexibilidade média da estrutura acoplada, uma vez que se essa quantidade é minimizada, a função multi-objetivo 3.3 é maximizada. Para minimizar a flexibilidade média, a direção do ângulo  $\theta$  é atualizada para a direção principal de tensão mecânica [71][110]. Portanto, para o problema multi-objetivo definido, o ângulo  $\theta$  é atualizado usando o seguinte critério:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \text{Max} (L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)) \\ & \theta \quad i = 1..n \end{aligned}$$

onde  $n$  é o número de piezocerâmicas no problema de projeto.

### 3.4 Implementação Numérica

O fluxograma do algoritmo de otimização descrevendo os passos envolvidos segue o mostrado na Fig. 2.11. O programa de computador foi implementado usando a linguagem FORTRAN.

O domínio inicial é discretizado por elementos finitos e os valores iniciais das variáveis de projeto  $a_n$ ,  $b_n$  e  $\theta_n$  consistem nos valores obtidos para essas variáveis, resolvendo-se inicialmente o problema considerando  $\beta_i = 0$  (e partindo-se com valores uniformes para as variáveis). A razão é que ao incluir as funções transdução média de restrição para acoplamento, o número de mínimos locais é aumentado. Iniciando-se com uma distribuição de material obtida para um projeto sem considerar a função transdução média de restrição, fazemos com que o problema de otimização se inicie próximo a uma solução mínimo local apropriada.

Como descrito no capítulo 2, devido ao grande número de variáveis, o PLS é empregado para resolver o problema de otimização. O problema é linearizado expandindo-se a função objetivo e restrições numa série de Taylor em cada iteração até o termo linear. Isto exige as sensibilidades (gradientes) da função objetivo e restrições com relação à  $a_n$  e  $b_n$  (ver capítulo 2). Essas sensibilidades são obtidas diferenciando-se a equação 3.3 em relação à variável de projeto genérica  $A_n$  ( $a_n$  ou  $b_n$ ), obtendo:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_n} = -\frac{w * \varepsilon_L}{\ln \left[ \sum_{i=1}^n e^{(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i))} \right]} * \left( \frac{\sum_{i=1}^n e^{(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i))} \frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)}{\partial A_n}}{\left( \sum_{i=1}^n e^{(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i))} \right)} \right) - \frac{(1-w)}{\left( \sum_{i=1}^n \alpha_i L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i) \right)} * \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{\partial L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)}{\partial A_n} \right] \quad (3.5)$$

onde o cálculo das sensibilidades da transdução média  $\frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)}{\partial A_n}$ , e flexibilidade média  $\frac{\partial L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)}{\partial A_n}$  foram deduzidas no capítulo 2.

Quando o processo de otimização converge, o resultado é uma distribuição ótima de densidades sobre a malha. Esta distribuição pode conter valores intermediários de densidades (“escalas de cinza”) representando um material intermediário, mas os resultados precisam ser interpretados como uma distribuição de duas fases (“branca” e “preta”), para a implementação na prática. Neste projeto, a interpretação é obtida aplicando-se o chamado método de CAE-baseado na imagem [34].

### 3.5 Resultados

Para exemplificar o método foram resolvidos dois exemplos. O primeiro consiste no projeto de um motor piezelétrico do tipo “minhoca” apresentado no *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* [100] e o segundo consiste num microposicionador XY em que duas piezocerâmicas devem atuar um único mecanismo flexível, de forma independente nas direções X e Y, com o menor acoplamento possível nas duas direções apresentada na conferência *SPIE 2003* [102]. Ambos descritos em detalhe adiante. No entanto, pelo fato de se estar usando o MOT, pode-se explorar diferentes tipos desses dispositivos multi-flexíveis considerando-se outras aplicações e com maior número de piezocerâmicas.

As propriedades do material piezelétrico e alumínio usadas na simulação são as mesmas apresentadas na Tabela 2.1 do capítulo 2. Elementos bidimensionais sujeitos a hipótese de estado plano de tensão são usados na análise de MEF. O coeficiente  $\varepsilon_L$  é igual à  $10^8$  para todos os exemplos. O problema de otimização é sempre iniciado no domínio viável (todas as restrições estão satisfeitas). A quantidade de carga elétrica aplicada nos eletrodos de cada uma das piezocerâmicas é igual à  $4 \mu C/m^2$ .

### 3.5.1 Exemplo 1

O primeiro exemplo consiste no projeto de um motor piezelétrico linear. Um motor piezelétrico consiste de duas partes [111]: uma parte fixa (chamada estator) e uma parte móvel. A parte móvel é essencialmente uma estrutura flexível (acoplada) atuada por duas ou mais piezocerâmicas excitadas com fases diferentes. Esta excitação gera movimentos da estrutura acoplada, e devido ao atrito entre o estator e a estrutura acoplada, a última se move em relação ao estator. Dependendo da configuração esses motores podem gerar movimentos lineares ou rotacionais. No caso é considerado um motor que gera movimento linear. Um exemplo de motor piezelétrico linear disponível comercialmente, chamado de “minhoca” [112] é ilustrado na Fig. 3.4.

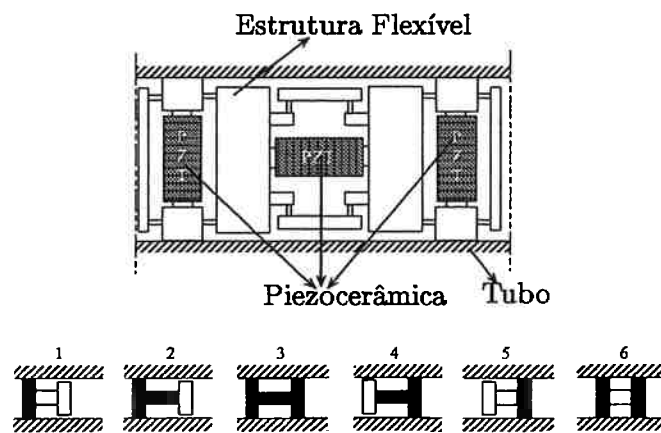


Figura 3.4: Exemplo de um motor piezelétrico linear tipo “minhoca” e seus passos de movimento no estator (tubo)[112]. As cores pretas e brancas indicam se as cerâmicas correspondentes estão atuadas ou não, respectivamente.

Essencialmente consiste de três piezocerâmicas que deformam uma estrutura acoplada que se move devido ao atrito dentro de um tubo (estator). As duas piezocerâmicas nas extremidades são responsáveis pela ação de fixação do motor no tubo ou “grampeamento” e a piezocerâmica no meio é responsável pelo movimento de extensão. Estas três piezocerâmicas são eletricamente excitadas com sinais de diferente fase gerando o movimento de “andar” da estrutura acoplada dentro do tubo, como descrito na Fig. 3.4. As cores branca e preta indicam se a piezocerâmica está atuada ou não, respectivamente. As piezocerâmicas são excitadas com baixa frequência (menor do que a primeira frequência de ressonância da estrutura acoplada), e portanto o motor apresenta um comportamento quasi-estático.

O projeto de motores piezelétricos lineares tem se limitado a otimização de alguma dimensão de uma topologia específica escolhida para a estrutura acoplada (veja Fig. 3.4). A otimização geralmente consiste de uma análise paramétrica obtida usando modelos analíticos simples [112], técnicas experimentais [113], ou método de elementos

finitos [114]. O desempenho do motor piezelétrico linear é medido em termos de deslocamentos de extensão gerados e força de “grampeamento” que essencialmente determinam a velocidade do motor e a máxima força de atrito, respectivamente. A máxima força de atrito determina a máxima carga que o motor pode empurrar ou puxar. Estes estudos mostraram que essas duas quantidades estão relacionadas essencialmente com a distribuição de flexibilidade e rigidez na estrutura acoplada, o que está relacionado com a topologia dessa estrutura. Portanto, a otimização topológica pode ser aplicada para o projeto da estrutura acoplada. Projetando-se outros tipos de estruturas acopladas conectadas às piezocerâmicas, outros tipos de motores piezelétricos lineares podem ser obtidos que geram deslocamentos de extensão e forças de “grampeamento” (e portanto força de atuação) em diferentes direções de acordo com uma aplicação específica.

Portanto, na formulação do problema de otimização de projeto para motores piezelétricos lineares, a função objetivo deve ser definida em termos de uma combinação de deslocamentos gerados para uma certa carga elétrica aplicada aos eletrodos de cada piezocerâmica. Nesse sentido o motor piezelétrico consiste num dispositivo multi-atuado.

Há dois tipos de deslocamentos gerados a serem considerados no projeto. O primeiro está relacionado com o deslocamento gerado na direção do movimento. Quanto maior esse deslocamento, mais rápido o motor se moverá. O segundo está relacionado com o deslocamento necessário para garantir a fixação da estrutura acoplada no tubo (“grampeamento”) que permite o movimento do motor. Portanto, considerando por exemplo duas piezocerâmicas ( $n = 2$ ), uma relacionada com o movimento de pressão sobre uma superfície e a outra relacionada com o movimento de extensão, e dado que não seja imposto uma restrição de acoplamento entre os movimentos, devem ser definidos duas funções transdução média (uma para cada piezocerâmica) e para cada uma delas, dois casos de carga devem se resolvidos.

Assim, devido a simetria geométrica desses motores, foi escolhida a configuração do domínio de projeto mostrada na Fig. 3.5(esq.). Consiste de duas piezocerâmicas ( $n = 2$ ) que permanecem inalterados durante a otimização e um domínio  $S$  de Alumínio onde a otimização é conduzida. As piezocerâmicas são posicionadas como descrito na Fig. 3.5(esq.) para tirar vantagem do efeito  $d_{31}$  da piezocerâmica, como no caso do atuador “Moonie” que amplifica os deslocamentos da piezocerâmica usando o princípio descrito na Fig. 3.5(dir.). A forma como os atuadores piezocerâmicos (pilhas) são posicionados na Fig. 3.4 não permite tirar vantagem do projeto de um mecanismo flexível que pondere deslocamento gerado e rigidez. A mudança da configuração das piezocerâmicas também tem por objetivo mostrar que o método é genérico o suficiente para projetar um motor considerando qualquer configuração de piezocerâmica no domínio de projeto.

O domínio de projeto usado consiste de 920 elementos retangulares (discretizados numa malha de  $46 \times 20$ ). Graus de liberdade de potencial elétrico são considerados

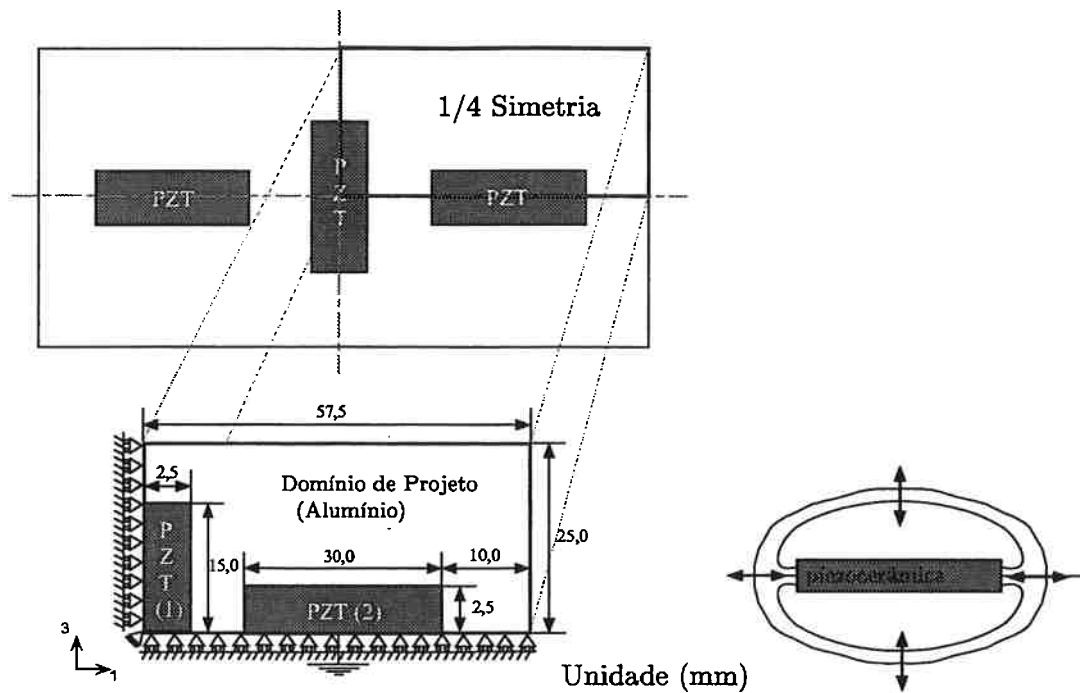


Figura 3.5: Domínio inicial de projeto considerado no exemplo (esquerda); Princípio do mecanismo amplificador que inspirou a configuração das piezocerâmicas (direita).

apenas no domínio de projeto. As condições de contorno mecânicas e elétricas são mostradas na mesma figura. Considerando somente um quarto do modelo, o custo computacional é reduzido, permitindo uma maior discretização. No entanto, o problema não-simétrico pode também ser facilmente considerado.

A Fig. 3.6 ilustra os seis casos de carga resolvidos para calcular a função multi-objetivo  $\mathcal{F}$ . O problema é definido como a maximização do deslocamento no ponto  $A$  (veja a Fig. 3.6) na direção da carga auxiliar mostrada na Fig. 3.6b e d quando as cargas elétricas  $Q_1^1$  são aplicadas na piezocerâmica no eletrodo  $\Gamma_{d_1}^1$ , e cargas elétricas  $Q_1^2$  são aplicadas na piezocerâmica no eletrodo  $\Gamma_{d_1}^2$ , respectivamente (veja Figs. 3.6a e c). Para garantir alguma rigidez nos movimentos de extensão e fixação, a flexibilidade média no ponto  $A$  deve ser minimizada entre  $\Gamma_{t_2}^1$  e  $\Gamma_{d_1}^1$ , e  $\Gamma_{t_2}^2$  e  $\Gamma_{d_1}^2$ , respectivamente, uma vez que o motor está contactando o tubo no ponto  $A$ . Portanto, os seis casos de carga descritos na Fig. 3.6 são resolvidos. Casos de carga  $a$  e  $b$ , e  $c$  e  $d$  estão relacionados com a geração de deslocamentos para os movimentos de extensão e “grampeamento” (pressão sobre uma superfície), respectivamente. Casos de carga  $e$  e  $f$  estão relacionados com a rigidez de extensão e de “grampeamento”, respectivamente. Portanto, maximizando-se as transduções médias  $L_2^1(\mathbf{u}_1^1, \phi_1^1)$  e  $L_2^2(\mathbf{u}_1^2, \phi_1^2)$ , o deslocamento gerado no movimento de extensão e de “grampeamento”, respectivamente, são maximizados. O valor da função

flexibilidade média  $L_3^2(\mathbf{u}_3^2, \phi_3^2)$  influencia, por exemplo, a força normal de contato que “fixa” o motor. Quanto menor esse valor, maior é a rigidez de fixação, a força normal de contato, e portanto o limite da força de atrito de contato da estrutura acoplada com o estator, a qual está relacionada com a máxima carga que pode ser movida pelo motor. O valor de  $L_3^1(\mathbf{u}_3^1, \phi_3^1)$  também influencia o valor dessa carga máxima, uma vez que o dispositivo deve ter uma grande rigidez na direção do movimento de extensão, por exemplo. Neste exemplo no foi considerado a restrição de acoplamento.

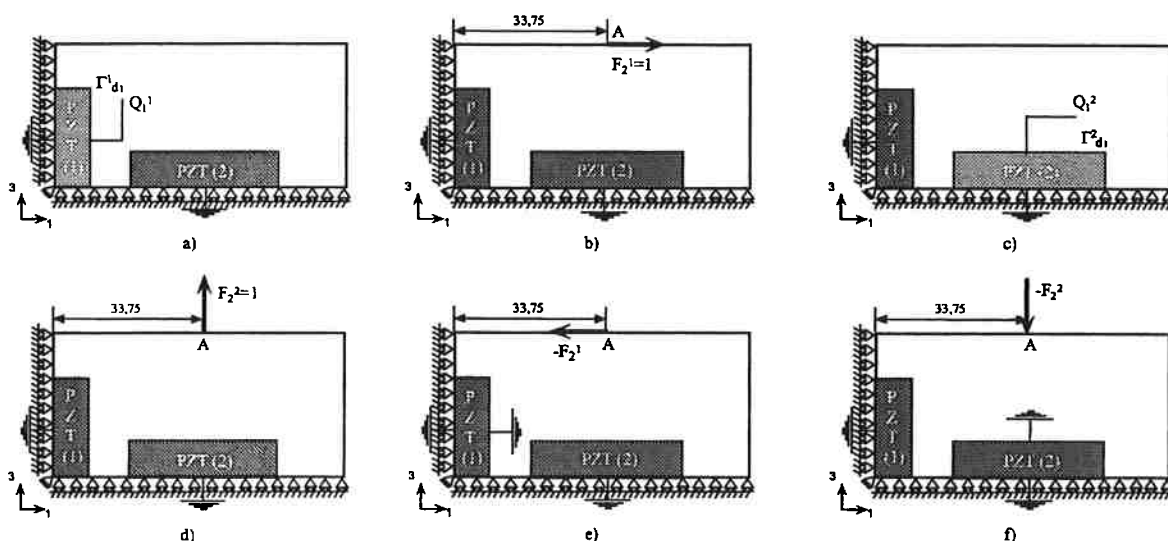


Figura 3.6: Casos de carga resolvidos para compor o problema de otimização do exemplo considerado.

O problema de otimização topológica foi resolvido considerando o coeficiente  $w$  igual à 0,9 and e os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  da Eq. 2.31, iguais à 0,3 e 0,7, respectivamente. a restrição de volume total de material  $\Theta_{upp}$  é considerada igual à 25% do volume de todo o domínio  $\Omega$  sem a piezocerâmica (domínio  $S$ ). O resultado de otimização topológica do motor piezolétrico linear, obtido refletindo-se a imagem em relação a ambos os eixos de simetria, é mostrado na Fig. 3.7.

O resultado da interpretação usando o método de “CAE” baseado na imagem [34] e os modelos de MEF correspondentes são mostrados na Fig. 3.8.

Um modelo final de MEF é considerado para realizar a verificação final do comportamento do motor piezolétrico linear usando o programa de computador comercial ANSYS que inclui a formulação piezolétrica. Os dois movimentos básicos da estrutura acoplada no interior do tubo, fixação (ou “grampeamento”) e extensão, obtidos usando o MEF no ANSYS, são mostrados na Fig. 3.9.

O deslocamento de extensão, força de fixação (ou “grampeamento”) calculados considerando 100 V aplicado nos eletrodos das piezocerâmicas correspondentes, são iguais

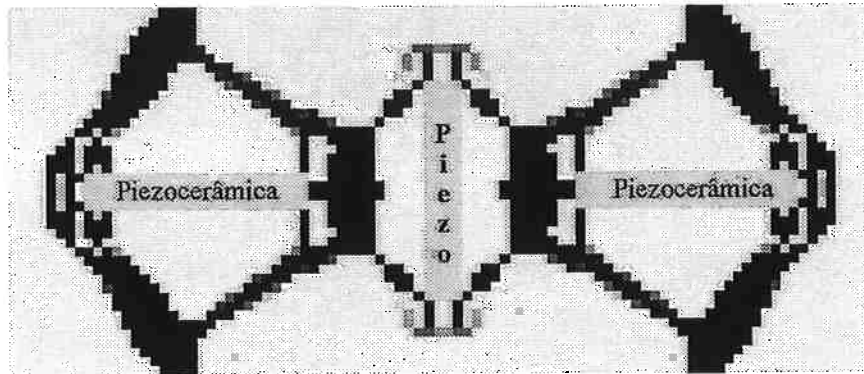


Figura 3.7: Resultado da otimização topológica:  $w$  igual à 0,9,  $\alpha_1$  igual à 0,3, e  $\alpha_2$  igual à 0,7.

respectivamente à 114,6nm e 538N, respectivamente. A força de “grampeamento” é a força que mantém o deslocamento de “grampeamento” igual à zero quando a voltagem é aplicada no eletrodo da piezocerâmica. O coeficiente de rigidez correspondente à ação de “grampeamento” e extensão calculadas por MEF também foram calculados sendo iguais à 5GPa e 0,74GPa, respectivamente. A rigidez de extensão foi calculada aplicando a força na extremidade do motor e calculando o deslocamento nesse ponto.

### 3.5.2 Exemplo 2

Como segundo exemplo para ilustrar a aplicação do método proposto, é considerado o projeto de um nanoposicionador piezelétrico XY. Nesse dispositivo duas piezocerâmicas devem atuar um único mecanismo flexível, de forma independente nas direções X e Y, com o menor acoplamento possível nas duas direções [104][107][115][116][61], como mostrado na Fig. 3.2. Esse dispositivo tem grande aplicação em áreas da mecânica de precisão como posicionador de lentes em interferômetros, manipulação de células, e qualquer outra aplicação que se exija um microposicionamento XY. Trata-se de um dispositivo básico para a construção de um micromanipulador, por exemplo [115][116].

O domínio de projeto para este problema é mostrado na Fig. 3.10. Consiste de duas piezocerâmicas que permanecem inalteradas durante a otimização e um domínio S de alumínio onde a otimização é realizada.

O domínio da Fig. 3.10 tem 1296 elementos (retângulo discretizado por uma malha de 36×36 elementos). Graus de liberdade de potencial elétrico são considerados apenas no domínio de projeto. As condições de contorno mecânicas e elétricas são mostradas na mesma figura. A restrição de volume total do material  $\Theta_{upp}$  é definida igual à 35% do volume de todo o domínio  $\Omega$  sem a piezocerâmica (domínio S).

Os casos de carga resolvidos para calcular a função multi-objetivo  $\mathcal{F}$  para este prob-



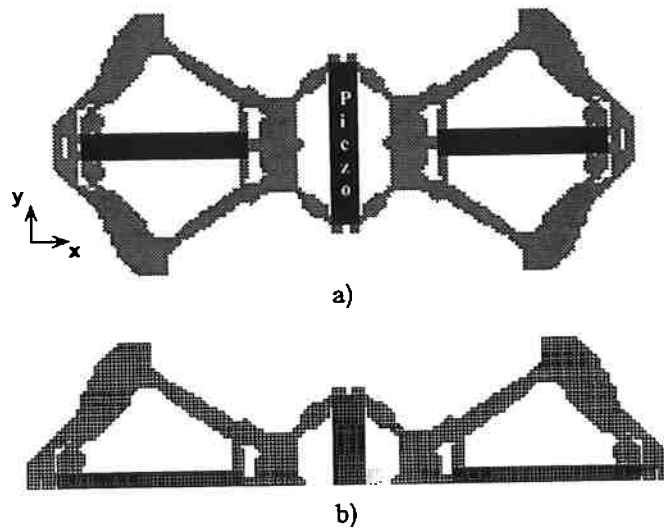


Figura 3.8: Interpretação usando CAE baseado na imagem (a) e modelo de MEF correspondente (b).

lema são descritos na Fig. 3.11. O problema de otimização é definido como a maximização do deslocamento no ponto  $A$  na direção das cargas auxiliares mostradas da Fig. 3.11b e d quando cargas elétricas  $Q_1^1$  são aplicadas no eletrodo  $\Gamma_{d_1}^1$  da piezocerâmica, e cargas elétricas  $Q_1^2$  são aplicadas no eletrodo  $\Gamma_{d_1}^2$  da piezocerâmica, respectivamente (veja Figs. 3.11a e c). Para garantir alguma rigidez na direção de movimento e da força aplicada, a a flexibilidade média no ponto  $A$  deve ser minimizada entre  $A$  ( $\Gamma_{t_2}^1$ ) e  $\Gamma_{d_1}^1$ , e  $A$  ( $\Gamma_{t_2}^1$ ) e  $\Gamma_{d_1}^2$ , respectivamente (casos de carga das Figs. 3.11e e f). Para restringir o acoplamento entre os deslocamentos em  $X$  e  $Y$  no ponto  $A$ , os deslocamentos em  $Y$  e  $X$  no ponto  $A$ , gerados devido à carga elétrica  $Q_1^1$  aplicada no eletrodo  $\Gamma_{d_1}^1$  da piezocerâmica e devido à carga elétrica  $Q_1^2$  aplicada no eletrodo  $\Gamma_{d_1}^2$  da piezocerâmica, respectivamente, são minimizados (casos de carga da Fig. 3.11g e h). Portanto, os oito casos de carga descritos na Fig. 3.11 são resolvidos pelo MEF.

Primeiramente, um nanoposicionador piezelétrico  $XY$  é projetado não se considerando uma restrição de acoplamento entre os deslocamentos  $X$  e  $Y$ . O problema de otimização topológica foi resolvido considerando os coeficientes  $w$ ,  $\alpha_1$ , e  $\alpha_2$  iguais à 0,6, 0,5, e 0,5, respectivamente, e coeficientes  $\beta_1$  e  $\beta_2$  (veja Eq. 2.31) ambos iguais à 0. Portanto, a restrição de acoplamento não está ativa. O resultado da otimização topológica é mostrado na Fig. 3.12a e os deslocamento em  $X$  e  $Y$  correspondentes da topologia interpretada baseada no resultado do nanoposicionador são mostrados na Fig. 3.12b e c, respectivamente.

Tabela 3.1 descreve deslocamentos em  $X$  e  $Y$  considerando 100V aplicado na piezocerâmica e fatores de acoplamento ( $R_{xy}$  e  $R_{yx}$ ) foram calculados dividindo o desloca-

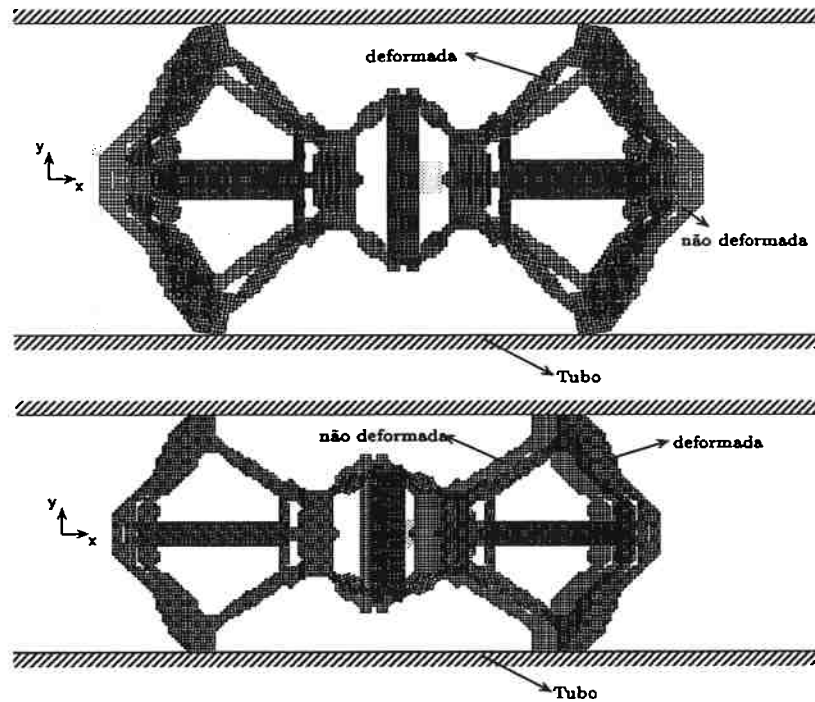


Figura 3.9: Movimento de “grampeamento” (acima) e extensão (abaixo) do motor piezelétrico, obtido usando MEF.

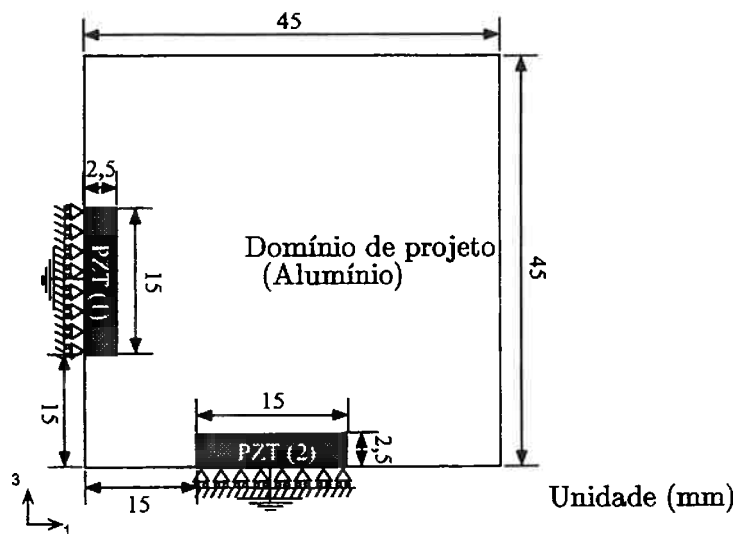


Figura 3.10: Domínio inicial de projeto considerado para o exemplo.

mento indesejado pelo deslocamento desejado. A pequena perda de simetria na topologia ocorreu provavelmente devido à alta sensibilidade do método de otimização usado

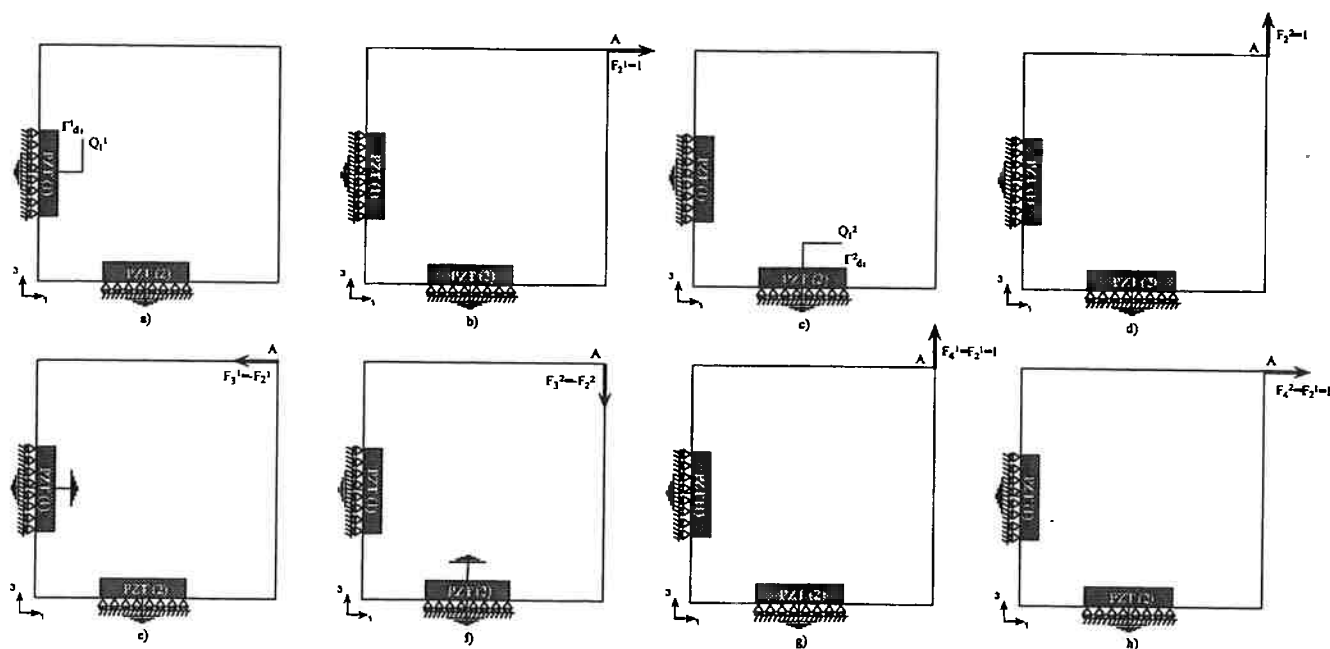


Figura 3.11: Casos de carga resolvidos para compor o problema de otimização do exemplo considerado.

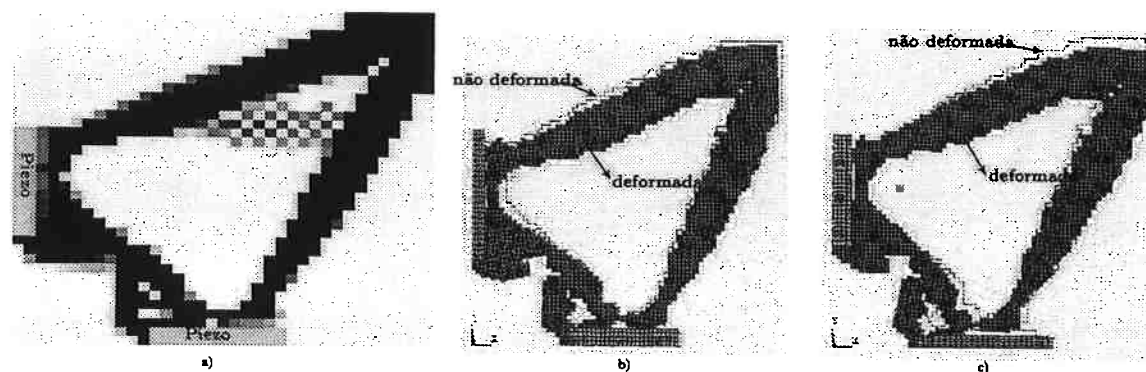


Figura 3.12: a) Resultado da otimização topológica ( $w = 0,6, \alpha_1 = \alpha_2 = 0,5, \beta_1 = \beta_2 = 0$ ); b) movimento em X; c) movimento em Y.

(PLS) a pequenas diferenças dos valores de gradientes

Então, o nanoposicionador piezoeletrico XY é projetado considerando a restrição de acoplamento. O problema de otimização topológica foi resolvido considerando o mesmo valor para os coeficientes  $w, \alpha_1, \alpha_2$ , no entanto, agora,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  (veja equação 3.3) são iguais à 0,001. O resultado anterior foi usado como valor inicial para os valores de densidade neste problema.

Tabela 3.1: Deslocamentos em  $X$  e em  $Y$  (100V aplicado) e fatores de acoplamento ( $R_{xy}$  e  $R_{yx}$ ).

nanoposicionador	$u_x$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_{xy}$	$u_y$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_{yx}$
fig.3.12	6,3	0,63	12,4	0,45
fig.3.13	4,9	0,25	10,8	0,23

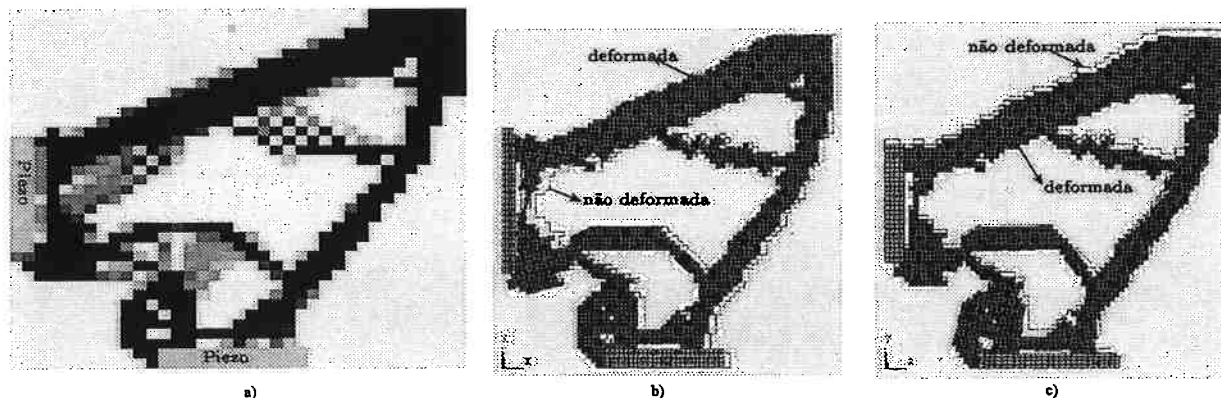


Figura 3.13: a) Resultado da otimização topológica considerando restrição de acoplamento ( $w = 0,6, \alpha_1 = \alpha_2 = 0,5, \beta_1 = \beta_2 = 0,001$ ); b) Movimento em  $X$ ; c) Movimento em  $Y$ .

O resultado de otimização topológica para este nanoposicionador piezelétrico  $XY$  é mostrado na Fig. 3.13a e os deslocamentos correspondentes em  $X$  e  $Y$  da topologia interpretada baseada no resultado do nanoposicionador são mostrados na Fig. 3.13b e c, respectivamente. Na Fig. 3.14 é mostrado um resultado obtido considerando os coeficientes  $w$ ,  $\alpha_1$ , e  $\alpha_2$  iguais à 0,8, 0,5, e 0,5, respectivamente, e coeficientes  $\beta_1$  e  $\beta_2$  iguais à 0,001, em que é considerado uma restrição de simetria para contornar o problema de assimetria no resultado acima.

Nota-se na figura que o acoplamento  $XY$  foi consideravelmente reduzido em comparação com o resultado anterior o qual não considerava a restrição de acoplamento. A Tabela 3.1 descreve os valores de deslocamento em  $X$  e  $Y$  e fatores de acoplamento para este projeto. Pode ser notado que o acoplamento foi reduzido embora os deslocamentos gerados também foram reduzidos.

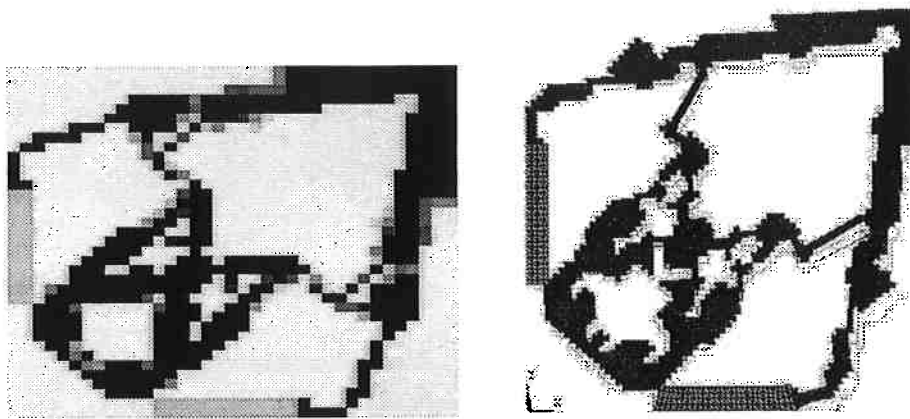


Figura 3.14: a) Resultado da otimização topológica considerando restrição de acoplamento e simetria ( $w = 0,8, \alpha_1 = \alpha_2 = 0,5, \beta_1 = \beta_2 = 0,001$ ); b) Movimento em  $X$ .

### 3.6 Conclusões

Os resultados também demonstram a potencialidade da aplicação do MOT no projeto de dispositivos multi-atuados. No entanto a formulação que inclui a penalização de acoplamento deve ser melhorada, pois os resultados são difíceis de obter por serem muito sensíveis aos coeficientes  $\beta_i$  além de apresentarem uma quantidade excessiva de “cinza” no resultado (material intermediário). Uma solução é utilizar como valor inicial das densidades o resultado obtido sem considerar a restrição de acoplamento ( $\beta_i=0$ ). Isso faz com que se inicie a otimização mais próximo de um mínimo local do resultado considerando a restrição de acoplamento. A formulação usada é baseada na abordagem de Nishiwaki *et al.* [110] utilizada onde a regularização é implementada na função objetivo. Já outros autores como Sigmund [75] preferem implementar a regularização no problema através de restrições no problema. Essa é uma abordagem que também pode ser tentada.

O projeto de um motor piezolétrico linear e um nanoposicionador piezolétrico  $XY$  foram apresentados como exemplo, no entanto outros domínios iniciais de projeto podem ser considerados incluindo mais piezocerâmicas e diferentes tipos de movimento. Topologias complexas de estruturas mecânicas são obtidas como resultado. Estas topologias podem ser fabricadas numa mesoescala usando técnicas de eletroerosão à fio e numa microescala usando técnicas de microfabricação baseadas em “MEMS”.

O desenvolvimento de métodos sistemáticos de projeto, torna mais acessível a tecnologia de dispositivos piezolétricos flexionais multi-atuados, incluindo micromanipuladores, permitindo que a mesma seja mais facilmente propagada na comunidade de engenharia.

## Capítulo 4

# Projeto de Atuadores Baseados em Placas e Cascas Piezelétricas Usando o MOT

Neste capítulo são descritos os conceitos da aplicação do MOT no projeto de atuadores baseados em placas e cascas piezelétricas. São conceitos desenvolvidos recentemente no ano de 2003 e que foram em parte divulgados pelos autores na conferência *WCSMO-5* [117]. O capítulo engloba portanto resultados do projeto *Projeto otimizado de cascas e placas piezelétricas* inserido na linha de pesquisa *Desenvolvimento de Materiais Piezocompostos e Transdutores Piezelétricos*.

### 4.1 Áreas de Conhecimento

Otimização Topológica

Modelagem de Estruturas Piezelétricas

Projeto de Transdutores Piezelétricos

### 4.2 Introdução e Histórico

Placas e cascas piezelétricas são essencialmente estruturas compostas por camadas de materiais piezelétricos e não-piezelétricos (aço, alumínio, latão). Tem encontrado vasto uso em aplicações da engenharia moderna, principalmente no campo das chamadas estruturas inteligentes, onde os materiais piezelétricos são usados como sensores e atuadores. Assim, como exemplo de aplicações temos o controle de vibração das asas na indústria aeronáutica [118], no controle de vibração do chassi e carroceria na indústria automotiva [119][120], no controle da forma de grandes antenas parabólicas na indústria

de satélites [121], em atuadores piezelétricos [122][123], e outras aplicações que exijam controle de forma, atuação piezelétrica e controle de vibração. No controle de vibração há duas camadas piezelétricas na placa ou casca, uma que atua como sensor dos deslocamentos e outra como atuador. Em aplicações de atuador e controle de forma as camadas piezelétricas consistem em atuadores que deformam a camada não-piezelétrica. O material piezelétrico mais empregado como atuador nessa aplicação são as piezocerâmicas baseadas no PZT (“lead-zirconate-titanate”), e como sensor é o piezopolímero PVDF (“polyvinylidene fluoride”) [88]. A Fig. 4.1 ilustra exemplos de aplicação de placas e cascas piezelétricas.

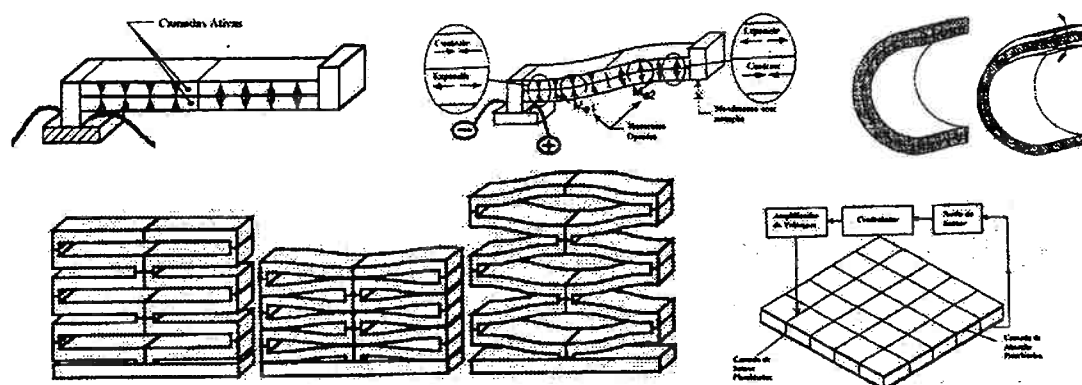


Figura 4.1: Exemplo de aplicações de cascas e placas piezelétricas: atuador bilaminar; atuador tipo “bloco-C”; Controle de vibrações em placas e cascas.

Pelo fato de ter várias aplicações, a simulação numérica de placas e cascas piezelétricas tem sido extensivamente estudada nos últimos anos principalmente usando o método de elementos finitos [119][124]. Através de simulações computacionais observou-se que a distribuição do material piezelétrico sobre as camadas da placa ou casca influenciam o desempenho desejado, como obter mais deslocamento para a mesma voltagem aplicada no caso de um atuador, ou a obtenção de uma forma desejada, ou o controle da deformação com a menor energia. Dessa forma, um importante problema a ser abordado no projeto de estruturas inteligentes é a distribuição ótima de material piezelétrico sobre a placa ou casca.

Os trabalhos iniciais nesse sentido consistiam em usar algoritmos de otimização para otimizar a espessura da camada piezelétrica, ou as dimensões, bem como a posição de uma forma definida de material piezelétrico (retângulo, círculo) na camada piezelétrica, limitando o problema a uma otimização paramétrica [118][125][126]. Porém essa abordagem é limitada uma vez que assume que a dimensão, forma e número de atuadores é conhecida a priori. Já em abordagens mais recentes procura-se encontrar a distribuição ótima de material piezelétrico de forma a obter o melhor desempenho desejado obtendo resultados promissores [125]. No entanto essa distribuição tem sido feita de forma semi-

empírica sem utilizar uma regra sistemática. Uma revisão abrangente sobre a aplicação de técnicas de otimização na área de estruturas inteligentes pode ser encontrado em Frecker [127].

Nesse sentido o autor juntamente com o pesquisador Dr. Martin Kögl propuseram aplicar o MOT para obter a distribuição ótima de material piezelétrico na camada piezelétrica de placas e cascas. O Dr. Martin Kögl realizou o doutorado na Universidade de Stuttgart (Alemanha), e atualmente está realizando o seu pós-doutoramento na EPUSP com bolsa do DFG (“Deutsche Forschungsgemeinschaft”- Conselho de Pesquisa Alemão) no Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações da Escola Politécnica da USP. Trata-se de uma abordagem inovadora e genérica no projeto de placas e cascas piezelétricas que permitirá explorar as potencialidades de placas e cascas piezelétricas nas diversas aplicações, principalmente no campo de estruturas inteligentes. Nesse projeto são abordadas duas aplicações, o projeto de reforçadores piezelétricos sobre placas e cascas, com o intuito de aumentar a rigidez dessas estruturas quando atuadas, e o projeto de atuadores baseados em placas e cascas piezelétricas.

Na primeira aplicação considerada o efeito piezelétrico é empregado para aumentar a rigidez estrutural. Isso pode ser obtido usando camadas de material piezelétrico como atuadores coladas sobre a placa, uma vez que a deformação induzida pela voltagem ou carga elétrica aplicada influencia a rigidez estrutural. O objetivo da otimização é então obter a máxima rigidez para um volume limitado de material piezelétrico, ou seja, para reduzir o peso da estrutura. Motivado por essa idéia, o primeiro objetivo desse projeto aplicar o conceito de otimização topológica para encontrar a distribuição ótima de material piezelétrico em estruturas de placas e cascas laminadas para obter a máxima rigidez (ou mínima flexibilidade) quando atuada.

Já no projeto de atuadores baseados em placas e cascas piezelétricas, o objetivo de projeto é obter um deslocamento desejado numa dada direção num ponto especificado da estrutura base. Como exemplos de atuadores disponíveis comercialmente que são baseados em placas e cascas piezelétricas citam-se o atuador bilaminar (ou “bimorph”) e o atuador bloco-C (“C-block”) [122][123], de grande aplicação na indústria de automação e aeronáutica. Para obter o projeto otimizado, o número, forma, dimensão e localização do material piezelétrico sobre a placa ou casca deve ser determinado, uma vez que essa distribuição de material piezelétrico influencia o desempenho do atuador na geração de um deslocamento desejado ou força de blocagem para uma certa voltagem aplicada [123].

O objetivo portanto é implementar a otimização topológica para o projeto otimizado de reforçadores piezelétricos sobre placas e cascas e para o projeto de atuadores baseados em placas e cascas piezelétricas. O método de otimização topológica aplicado é baseado no modelo de material SIMP (“Solid Isotropic Material with Penalization”) [68] que foi estendido para materiais piezelétricos de forma a permitir a mudança de po-



larização elétrica em cada elemento finito sendo denominado PEMAP-P (“Piezoelectric Material with Penalization and Polarization”). Duas variáveis de projeto são empregadas para cada elemento, uma relacionada com a quantidade de material piezolétrico (“densidade”) e a outra com a polarização do material. Trata-se de uma contribuição inovadora na área.

Como já comentado, o MOT combina o MEF com algoritmos de otimização. Assim é necessário um algoritmo robusto de MEF para placas e cascas piezolétricas que lide com o problema de travamento de cisalhamento (“shear locking”), comum em placas e cascas, e que seja confiável de forma a permitir uma modelagem precisa sensores e atuadores piezolétricos de espessura “fina” e de geometria arbitrária. Esse algoritmo vem sendo desenvolvido pelo Dr. Kögl [128][129].

Esse capítulo está organizado da seguinte forma. A seção 4.3 apresenta brevemente os conceitos do MEF aplicado à simulação de placas e cascas piezolétricas usados. A seção 4.4 descreve o modelo de material PEMAP-P proposto para materiais piezolétricos; o texto segue o artigo publicado no *WCSMO-5* [117] e os artigos submetidos. Nas seções 4.5, 4.6 e 4.7 são apresentadas as formulações do projeto de reforçadores piezolétricos sobre placas e cascas e o projeto de atuadores baseados em placas e cascas piezolétricas; o texto segue o mesmo artigo. A seção 4.8 apresenta resultados projeto de reforçadores piezolétricos e de atuadores obtidos em 2003, onde alguns foram publicados no artigo acima e outros submetidos recentemente para publicação. Finalmente, na seção 4.9 é apresentada uma conclusão sobre o método e sugestões de continuação do projeto.

### 4.3 Modelagem de Placas e Cascas Piezolétricas pelo MEF

A cada iteração da otimização topológica, uma análise estrutural é realizada, em geral, usando o MEF, como já comentado anteriormente. É muito importante que o algoritmo de elementos finitos usado na análise seja confiável e preciso, de forma que o procedimento de otimização possa gerar bons resultados. Na análise de placas e cascas piezolétricas, isto significa que os elementos finitos não devem apresentar travamento, e que devem ser capazes de modelar de forma precisa o acoplamento piezolétrico. Recentemente, novos elementos de placa e casca piezolétrica que atendem a essas exigências foram apresentados [128][129], e são usados nas análises desse projeto. Algumas características desses elementos são relevantes no contexto do projeto e serão brevemente revistas a seguir.

Os elementos são baseados na hipóteses cinemáticas de Reissner-Mindlin e sua generalização para cascas. Para representar o campo elétrico, é assumida uma variação

quadrática do potencial elétrico sobre a espessura introduzindo-se graus de liberdade elétricos na superfície intermediária [128][129], de forma que o elemento possa modelar de forma precisa o potencial elétrico induzido em deformações de flexão. Para eliminar o travamento, são usados campos de deformação naturais assumidas na forma da abordagem MITC [130]. Com essas hipóteses, são obtidas as deformações elásticas  $\epsilon$  e campo elétrico  $E$  nos nós (para uma descrição detalhada veja [129])

$$\epsilon = B_\epsilon u \quad e \quad E = -B_E \varphi \quad (4.1)$$

onde  $u$  contém os graus de liberdade elásticos (deslocamentos e rotação de seção), e  $\varphi$  contém os graus de liberdade de potencial elétrico. As matrizes de transformação  $B_\epsilon$  e  $B_E$  dependem somente da geometria e não das propriedades de material, o que é importante na derivação das sensibilidades (ver seção 4.6). Considerando as equações piezelétricas constitutivas descritas no capítulo 2, as seguintes matrizes de elementos finitos são obtidas:

$$K_{uu}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} B_\epsilon^T C B_\epsilon d\Omega, \quad K_{u\varphi}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} B_\epsilon^T e B_E d\Omega, \quad K_{\varphi\varphi}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} B_E^T \epsilon B_E d\Omega \quad (4.2)$$

onde  $C$ ,  $e$ , e  $\epsilon$  são a matriz elástica, a matriz piezelétrica, e a matriz de permissividade respectivamente, o superescrito  $(e)$  denota o elemento. O sistema de equações discretizado final de MEF pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\varphi} \\ K_{u\varphi}^T & K_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Q \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad KU = Q \quad (4.3)$$

com  $(\cdot)^T$  denotando a transposta da matriz. Note que o vetor de carga elétrica  $Q$  tem elementos não-zero somente nos eletrodos uma vez que as cargas elétricas são nulas no interior do material piezelétrico.

## 4.4 Modelo SIMP Estendido para Piezeletricidade

O modelo de material empregado nesse trabalho é baseado no chamado modelo SIMP (“Solid Isotropic Material with Penalization”). Este modelo foi inicialmente definido para materiais elásticos [68] e foi estendido para materiais piezelétricos pelo autor como descrito no artigo publicado no *Journal of Smart Materials and Structures* [131]. No entanto, não permitia a mudança de sinal da polarização piezelétrica durante a otimização o que é muito importante no projeto de placas e cascas piezelétricas uma vez que, no caso de atuadores, o mesmo deve ser capaz de expandir e contrair. Embora na prática isto pode ser conseguido aplicando cargas positivas ou negativas nos eletrodos, a implementação numérica e consideravelmente simplificada tratando esse problema

como uma mudança do sinal de polarização. Caso contrário, o domínio de projeto não permaneceria fixo e eletrodos separados com diferentes cargas elétricas apareceriam e desapareceriam durante a otimização o que introduziria uma grande dificuldade na análise.

Dessa forma, nesse projeto, um modelo de material SIMP mais abrangente para materiais piezelétricos é proposto que permite mudar o sinal da matriz piezelétrica  $e$  – e como resultado a polarização do material piezelétrico – pela introdução de uma nova variável de projeto  $\rho_2$ :

$$C = \rho_1^{p_c} C_0 \quad (4.4)$$

$$e = \rho_1^{p_e} (2\rho_2 - 1)^{p_i} e_0 \quad (4.5)$$

$$\epsilon = \rho_1^{p_\epsilon} \epsilon_0 \quad (4.6)$$

Nas Eqs. (4.4)–(4.6),  $\rho_1$  é uma pseudo-densidade representando a quantidade de material em cada elemento finito, e  $\rho_2$  representa a polarização. Ambos  $\rho_1$  e  $\rho_2$  podem assumir valores entre zero e um. As matrizes  $C_0$ ,  $e_0$ , and  $\epsilon_0$  contém as componentes dos tensores elástico, piezelétrico e de permissividade do material ‘real’. Embora materiais intermediários (compósitos) são permitidos durante a otimização, a topologia final deve conter apenas valores de  $\rho_1$  e  $\rho_2$  iguais a (ou muito próximos de) 0 ou 1. Para conseguir isto, utiliza-se a idéia do modelo SIMP original, descrito no capítulo 2, que consiste em empregar fatores de penalização  $p_c$ ,  $p_e$ , e  $p_\epsilon$  para penalizar densidades intermediárias. Para um material elástico o valor ótimo de  $p_c$  foi determinado ser igual a 3 [80]. Uma análise dos valores dos coeficientes de penalização mostrou que os melhores resultados são obtidos considerando  $p_c = p_e = 3$  e  $p_\epsilon = p_i = 1$ .

Com relação à expressão (4.6) para a permissividade  $\epsilon$ , pode-se argumentar que do ponto de vista físico o mínimo valor possível não é zero mas a permissividade no vácuo  $\epsilon_{vac}$ , assim uma expressão correta seria:

$$\epsilon = \rho_1^{p_\epsilon} \epsilon_0 + (1 - \rho_1^{p_\epsilon}) I \epsilon_{vac} \quad (4.7)$$

onde  $I$  é uma matriz identidade  $3 \times 3$ . No entanto, o uso da simplificação (4.6) não apresenta nenhuma dificuldade numérica, e uma vez que  $\rho_1 \rightarrow 0$  o material desaparece de qualquer forma, a expressão (4.6) é uma aproximação razoável e será empregada para simplificar a implementação. Esse modelo é descrito em detalhe no artigo publicado na conferência *WCSMO-5* [117].

## 4.5 Formulação do Problema de Projeto de Reforçadores Piezelétricos de Estruturas de Placas e Cascas Laminadas Usando Otimização Topológica

O problema do projeto de mínima flexibilidade (ou máxima rigidez) de estruturas de placas e cascas elásticas (não-piezelétricas) tem sido extensivamente estudado na literatura nos últimos anos (veja por exemplo [132][72]). No entanto, não se tem conhecimento de que pesquisas tenham sido realizadas sobre o projeto de mínima flexibilidade para estruturas de placas e cascas finas piezelétricas.

É sabido que a rigidez de uma placa piezelétrica pode ser alterada aplicando-se uma carga elétrica, efeito esse em geral aplicado no controle de placas piezelétricas. No entanto, o problema de projeto para mínima flexibilidade para estruturas piezelétricas não deve ser formulado definindo como função objetivo a minimização da função flexibilidade média mecânica ( $\mathbf{u}^T \mathbf{F}$ ) somente, uma vez que uma alta energia elétrica pode ser necessária para atingir a mínima flexibilidade. Dessa forma, deve também levar em conta a energia elétrica.

Considere o domínio da placa piezelétrica como mostrado na Fig. 4.2, que está sujeito a uma carga elétrica  $Q$  no eletrodo (região  $\Gamma_q$ ) e forças superficiais mecânicas  $t_i$  na região  $\Gamma_t$ .

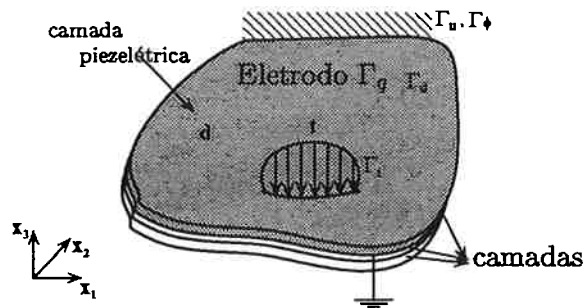


Figura 4.2: Placa laminada piezelétrica sujeita às cargas mecânicas  $t_i$  e cargas elétricas  $Q$

O problema de otimização para uma estrutura piezelétrica laminada pode ser obtida minimizando-se a chamada flexibilidade média eletromecânica:

$$L(u_i, \varphi) := \int_{\Gamma_t} t_i u_i \, d\Gamma + \int_{\Gamma_q} q \varphi \, d\Gamma \quad (4.8)$$

onde  $q = -D_i n_i$  é a densidade de carga elétrica. No caso de estruturas de placas e cascas piezelétricas, a região  $\Gamma_q$  corresponde aos eletrodos conectados às camadas piezelétricas, como mostrado na Fig. 4.2. Como os eletrodos são superfícies equipotenciais, segue

que  $\int q \varphi \, d\Gamma = Q \varphi$ , que é o trabalho elétrico usado para aumentar a rigidez da placa. Minimizando-se a flexibilidade média eletromecânica  $L$ , a flexibilidade estrutural é minimizada com a mínima quantidade de energia elétrica. Observe que a definição (4.8) é similar à função flexibilidade média definida na Eq. (2.28) no capítulo 2.

Expressando agora  $L$  em termos da equação de equilíbrio discretizada (4.3), obtém-se:

$$L(\mathbf{u}, \varphi) = \mathbf{u}^T \mathbf{F} + \varphi^T \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \varphi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\varphi} \\ \mathbf{K}_{u\varphi}^T & \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \varphi \end{bmatrix} = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \quad (4.9)$$

Note que se não há carga elétrica aplicada nos eletrodos ( $\mathbf{Q} = \mathbf{0}$ ) ou se os eletrodos estão curto-circuitados ( $\varphi = 0$ ), então o trabalho elétrico é nulo, e o problema torna-se igual ao problema tradicional de projeto para mínima flexibilidade média mecânica. Deve ser mencionado aqui que a matriz de rigidez piezolétrica  $\mathbf{K}$  como dado na Eq. (4.3) é indefinida, o que sugere que o problema de projeto para mínima flexibilidade média eletromecânica para estruturas piezolétricas seja não-convexo, em contraste com o problema tradicional de projeto para mínima flexibilidade média mecânica. Essencialmente, a Eq. (4.9) descreve uma função multi-objetivo que consiste na combinação linear das flexibilidades mecânica e elétrica, onde os pesos são a carga elétrica e força aplicadas. Dessa forma, dependendo do valor de força e carga elétrica aplicadas, o algoritmo de otimização concentrar-se-á mais na minimização da flexibilidade elétrica do que da mecânica ou vice-versa.

Assim, para minimizar a flexibilidade média eletromecânica de uma estrutura piezolétrica, o seguinte problema de otimização deve ser resolvido [117]:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar:} & \quad L(\mathbf{u}, \varphi) \\ \rho_1, \rho_2 \text{ tal que:} & \quad \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{Q} \text{ (equações de equilíbrio de MEF)} \\ & \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_1 \leq 1 \\ & \quad 0 \leq \rho_2 \leq 1 \\ & \quad \Theta_0 \leq \Theta(\rho_1) = \frac{1}{S} \int \rho_1 \, dS \leq \Theta_1 \end{aligned}$$

onde  $S$  é o o volume do domínio de projeto,  $\Theta$  é a fração de volume, e  $\{\Theta_0, \Theta_1\} \in [0, 1]$  são os limites superiores e inferiores da quantidade de material a ser usada na camada piezolétrica. As outras restrições são as equações de equilíbrio (4.3) e restrições de caixa para as variáveis de projeto  $\rho_1$  e  $\rho_2$  em cada elemento. O limite inferior  $\rho_{\min} = 0,001$  especificado para  $\rho_1$  é necessário para evitar problemas numéricos que resultariam se a matriz de rigidez ficar singular. Uma vez que regiões com  $\rho_1 = 0,001$  tem virtualmente nenhuma importância estrutural, para propósito prático podem ser consideradas regiões sem material piezolétrico no projeto final.

Note que a excitação elétrica é dada pelas cargas elétricas  $Q$  aplicadas nos eletrodos, que são superfícies isotenciais. Portanto, reduzindo a quantidade de material piezolétrico em determinadas regiões do domínio, a densidade de carga elétrica

$q = dQ/dS$  é aumentada. Isso também resulta num aumento da intensidade do campo elétrico nas regiões onde o material piezolétrico permanece. No entanto, a intensidade do campo elétrico não pode de forma alguma exceder o máximo valor de campo elétrico que o material piezolétrico pode suportar sem ser danificado. Para assegurar isto, a intensidade do campo elétrico pode ser indiretamente controlado através do ajuste do limite inferior da restrição de volume  $\Theta_0$  no problema de otimização.

Para resolver o problema de otimização com o algoritmo de PLS, é necessário calcular as sensibilidades (gradientes) da função objetivo  $L$  e restrições com relação à  $\rho_1$  e  $\rho_2$ . O gradiente da restrição de volume é imediato. A sensibilidade da função objetivo  $L = \mathbf{U}^T \mathbf{Q}$  com relação à  $\rho$  (onde  $\rho$  pode ser tanto  $\rho_1$  ou  $\rho_2$ ) é obtida considerando que  $\partial \mathbf{Q} / \partial \rho = \mathbf{0}$ , portanto

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} = \frac{\partial \mathbf{U}^T}{\partial \rho} \mathbf{Q} \quad (4.10)$$

Da mesma forma, segue que a derivada da equação de equilíbrio  $\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{Q}$  é dada por:

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \mathbf{U} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \rho} = \mathbf{0} \quad (4.11)$$

Substituindo na Eq. (4.10) resulta

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} = \frac{\partial \mathbf{U}^T}{\partial \rho} \mathbf{K} \mathbf{U} = -\mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \mathbf{U} \quad (4.12)$$

Usando o modelo de material proposto nas Eqs (4.4)–(4.6), as sensibilidades da matriz elasto-piezo-dielétrica com relação às variáveis de projeto  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são dadas por

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial \rho_1} &= p_c \frac{\mathbf{K}_{uu}}{\rho_1} & \frac{\partial \mathbf{K}_{u\varphi}}{\partial \rho_1} &= p_e \frac{\mathbf{K}_{u\varphi}}{\rho_1} & \frac{\partial \mathbf{K}_{\varphi\varphi}}{\partial \rho_1} &= p_e \frac{\mathbf{K}_{\varphi\varphi}}{\rho_1} \\ \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial \rho_2} &= \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{K}_{u\varphi}}{\partial \rho_2} &= 2p_i \frac{\mathbf{K}_{u\varphi}}{(2\rho_2 - 1)} & \frac{\partial \mathbf{K}_{\varphi\varphi}}{\partial \rho_2} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Resultando em

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_1} = \frac{1}{\rho_1} \begin{bmatrix} p_c \mathbf{K}_{uu} & p_e \mathbf{K}_{u\varphi} \\ p_e \mathbf{K}_{u\varphi}^T & p_e \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_2} = \frac{2p_i}{2\rho_2 - 1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}_{u\varphi} \\ \mathbf{K}_{u\varphi}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

e as sensibilidades da função objetivo com relação às variáveis de projeto são obtidas substituindo-se as equações acima na Eq. (4.12).

## 4.6 Formulação do Problema de Projeto de Atuadores Baseados em Placas e Cascas Piezelétricas Usando o MOT

A formulação usada no projeto desses atuadores é similar à formulação descrita no projeto descrito na capítulo 2 baseado na maximização da transdução média e na minimização da flexibilidade eletromecânica média. No entanto, essencialmente naquele projeto o domínio piezelétrico permanece fixo e o problema de projeto consiste em encontrar a estrutura flexível colada na piezocerâmica que amplifica ou muda a direção dos deslocamentos gerados pela piezocerâmica. No caso do projeto de atuadores baseados em estruturas de placas e cascas piezelétricas o requisito é oposto, ou seja, o domínio elástico (em geral uma camada de aço ou alumínio) permanece em geral fixa e o problema de projeto consiste em encontrar a distribuição ótima de material piezelétrico na camada piezelétrica. Além disso, foi incluída uma variável de projeto extra relacionada com o sentido da polarização como descrito acima.

Assim, essencialmente, o problema de projeto do atuador consiste em encontrar a distribuição ótima de material piezelétrico na camada piezelétrica de forma a gerar o máximo deslocamento de saída  $u_{\max}$  numa direção especificada e num ponto especificado devido à carga elétrica aplicada  $Q$ , como mostrado na Fig. 4.3. Isto é conseguido considerando simultaneamente dois problemas de projeto, como já comentado: maximização da transdução média  $L_{21}$  e minimização da flexibilidade eletromecânica média  $L_{33}$ . Para calcular a energia mútua  $L_{21}$ , os casos e carga mostrados na Fig. 4.3 (casos 1 e 2) devem ser resolvidos. No primeiro problema, a deformação devido à uma carga  $Q$  aplicada é calculada, enquanto que no segundo problema, a deformação devido a uma força unitária  $F \parallel u_{\max}$  é determinada. Dessa forma, a energia mútua corresponde ao deslocamento  $u_{\max}$ , portanto maximizando  $L_{21}$ , o deslocamento  $u_{\max}$ , é maximizado como desejado.

Se todas as camadas participarem da otimização, o máximo deslocamento é conseguido simplesmente pela redução de material - e portanto a rigidez - para zero. Portanto, para evitar topologias com pouca rigidez, pode-se simultaneamente minimizar a flexibilidade média  $L_{33}$ , a qual é calculada resolvendo o caso de carga descrito na Fig. 4.3, caso 3.

Ambos os problemas de otimização são combinados empregando a função objetivo dada por:

$$\mathcal{F} = w \ln(L_2(\mathbf{u}_1, \boldsymbol{\varphi}_1)) - (1 - w) \ln(L_3(\mathbf{u}_3, \boldsymbol{\varphi}_3)) \quad 0 \leq w \leq 1 \quad (4.15)$$

onde  $w$  é um coeficiente de peso. Como já comentado no capítulo 2, esta função objetivo permite controlar as contribuições de transdução média (2.26) e de flexibilidade

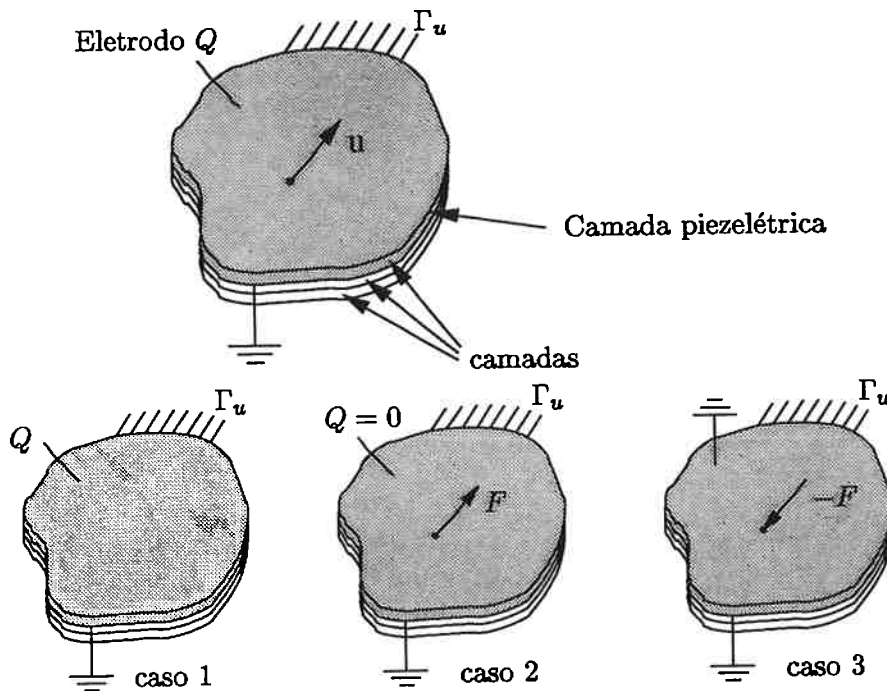


Figura 4.3: Casos de carga para o cálculo de  $L_{21}$  (casos 1 e 2) e flexibilidade média (caso 3)

eletromecânica média (4.9). Agora, o problema de otimização pode ser descrito na forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar:} && \mathcal{F} \\
 &\rho_1 \text{ e } \rho_2 \text{ tal que:} && \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{Q} \text{ (Equações de equilíbrio de MEF)} \\
 &&& 0 < \rho_{\min} \leq \rho_1 \leq 1 \\
 &&& 0 \leq \rho_2 \leq 1 \\
 &&& \Theta_0 \leq \Theta(\rho_1) = \frac{1}{S} \int_S \rho_1 \, dS \leq \Theta_1
 \end{aligned}$$

onde as restrições são as mesmas já descritas na seção anterior. No caso limite inferior da restrição de volume  $\Theta_0$  também é usado para controlar indiretamente o valor do campo elétrico máximo na camada piezométrica.

Novamente, para a solução do problema de otimização acima usando PLS são necessários as sensibilidades (gradientes) da função objetivo  $\mathcal{F}$  e restrições com relação às variáveis de projeto  $\rho_1$  e  $\rho_2$ . Somente a sensibilidade da função objetivo com relação à  $\rho$  (onde  $\rho$  pode ser tanto  $\rho_1$  ou  $\rho_2$ ) é descrita, uma vez que a sensibilidade da restrição do volume é imediata.

A sensibilidade da função objetivo e restrições é idêntica a desenvolvida na seção 2.8 com a diferença que agora o meio piezométrico é o domínio de projeto e foi incluída uma variável de projeto extra relacionada com o sentido da polarização.



Portanto, considerando a formulação de MEF:

$$\frac{\partial L_2(\mathbf{U}_1, \phi_1)}{\partial \rho} = - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_2^t \\ \phi_2^t \end{array} \right\}^t \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial \rho} & \frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}}{\partial \rho} \\ \frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}^t}{\partial \rho} & -\frac{\partial \mathbf{K}_{\phi\phi}}{\partial \rho} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1 \\ \phi_1 \end{array} \right\} \quad (4.16)$$

e:

$$\frac{\partial L_3(\mathbf{U}_3, \phi_3)}{\partial \rho} = - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_3^t \\ \phi_3^t \end{array} \right\}^t \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial \rho} & \frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}}{\partial \rho} \\ \frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}^t}{\partial \rho} & -\frac{\partial \mathbf{K}_{\phi\phi}}{\partial \rho} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_3 \\ \phi_3 \end{array} \right\} \quad (4.17)$$

Considerando o modelo de material pelas Eqs. (4.4), (4.5) e (4.6):

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial \rho_1} = p_c \frac{\mathbf{K}_{uu}}{\rho_1}; \quad \frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}}{\partial \rho_1} = p_e \frac{\mathbf{K}_{u\phi}}{\rho_1}; \quad \frac{\partial \mathbf{K}_{\phi\phi}}{\partial \rho_1} = p_\varepsilon \frac{\mathbf{K}_{\phi\phi}}{\rho_1} \quad (4.18)$$

Além disso:

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{uu}}{\partial \rho_2} = \frac{\partial \mathbf{K}_{\phi\phi}}{\partial \rho_2} = 0; \quad \frac{\partial \mathbf{K}_{u\phi}}{\partial \rho_2} = 2p_i \frac{\mathbf{K}_{u\phi}}{(2\rho_2 - 1)} \quad (4.19)$$

## 4.7 Implementação Numérica

O fluxograma do algoritmo de otimização é o mesmo mostrado na Fig. 2.11 considerando-se apenas a flexibilidade eletromecânica. O algoritmo foi implementado no programa de elementos finitos CoFAS do Dr. Martin Kögl, que utiliza os elementos de placa e casca piezelétricas recentemente desenvolvidos [128][129].

A estrutura de placa ou casca pode consistir num número arbitrário de camadas, assumidas perfeitamente coladas. O domínio de projeto para a otimização topológica contém somente a camada piezelétrica. As variáveis de projeto são as pseudo-densidades  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , que podem assumir diferentes valores entre 0 e 1 para cada elemento finito.

A equação de equilíbrio de MEF (4.3) é resolvida a cada passo de iteração usando um solucionador do tipo “skyline” direto. Como no projeto anterior, devido ao grande número de variáveis, o PLS é empregado para resolver o problema de otimização. O problema é linearizado expandindo-se a função objetivo e restrições numa série de Taylor em cada iteração até o termo linear. Isto exige as sensibilidades (gradientes) com relação à  $\rho_1$  e  $\rho_2$  derivados na seção anterior. Um novo conjunto de variáveis de projeto  $\rho_1$  e  $\rho_2$  é obtido depois de cada iteração. O processo continua até que a convergência da função objetivo é atingida. Valores uniformes de  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são usados como valores iniciais das variáveis de projeto.

Quando o processo de otimização converge, o resultado é uma distribuição ótima de densidades  $\rho_1$  e  $\rho_2$  sobre a malha. Esta distribuição pode conter valores intermediários de densidades (“escalas de cinza”) representando um material intermediário, mas os resultados precisam ser interpretados como uma distribuição de duas fases (“branca” e “preta”), que é mais fácil de implementar na prática. Neste projeto, nenhum filtro especial é empregado, utilizando-se apenas um valor de corte simples para representar a topologia ótima como uma imagem branca e preta.

## 4.8 Resultados

Parte dos resultados apresentados foram publicados no artigo da conferência *WCSMO-5* [117] e a outra parte foi submetida recentemente para publicação.

### 4.8.1 Projeto e Reforçadores em Placas e Cascas Piezelétricas

Um exemplo é apresentado para ilustrar o projeto de placas e cascas piezelétricas para mínima flexibilidade eletromecânica média usando o método proposto na seção 4.5. Uma placa quadrada com dimensão lateral  $L = 300$  mm é engastada nos lados  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$  ( $u_y$  não é restringido em  $\Gamma_2$ ) e está sujeita a uma força unitária puntual em A (240 mm, 210 mm), como mostrado na Fig. 4.4.

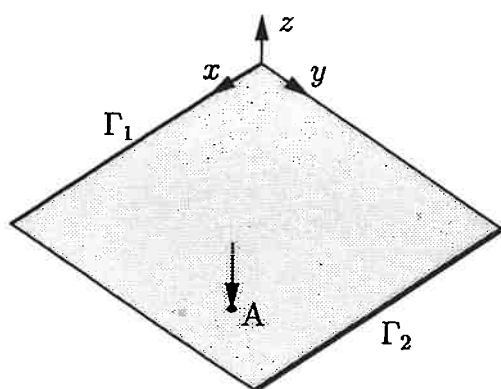


Figura 4.4: Placa quadrada engastada nos lados  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$ , e sujeitos a uma única força puntual no ponto A

A placa é feita de alumínio, com módulo de Young  $E = 71$  GPa e razão de Poisson  $\nu = 0,334$ , e tem espessura igual à  $a_0 = 1$  mm. No topo da camada de alumínio, é colada uma camada piezelétrica de material piezocerâmico PZT, com espessura igual à  $a_1 = 0,2$  mm. A tabela 4.1 fornece as propriedades do material PZT usado.

Tabela 4.1: Propriedades do Material PZT

$c_{11}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	10,76	$e_{13}$ (C/m <sup>2</sup> )	-9,6
$c_{12}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	6,312	$e_{33}$ (C/m <sup>2</sup> )	15,1
$c_{13}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	6,385	$e_{15}$ (C/m <sup>2</sup> )	12,0
$c_{33}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	10,04	$\epsilon_{11}^S/\epsilon_0$	1936
$c_{44}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	1,962	$\epsilon_{22}^S/\epsilon_0$	1936
$c_{66}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	2,24	$\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$	2109

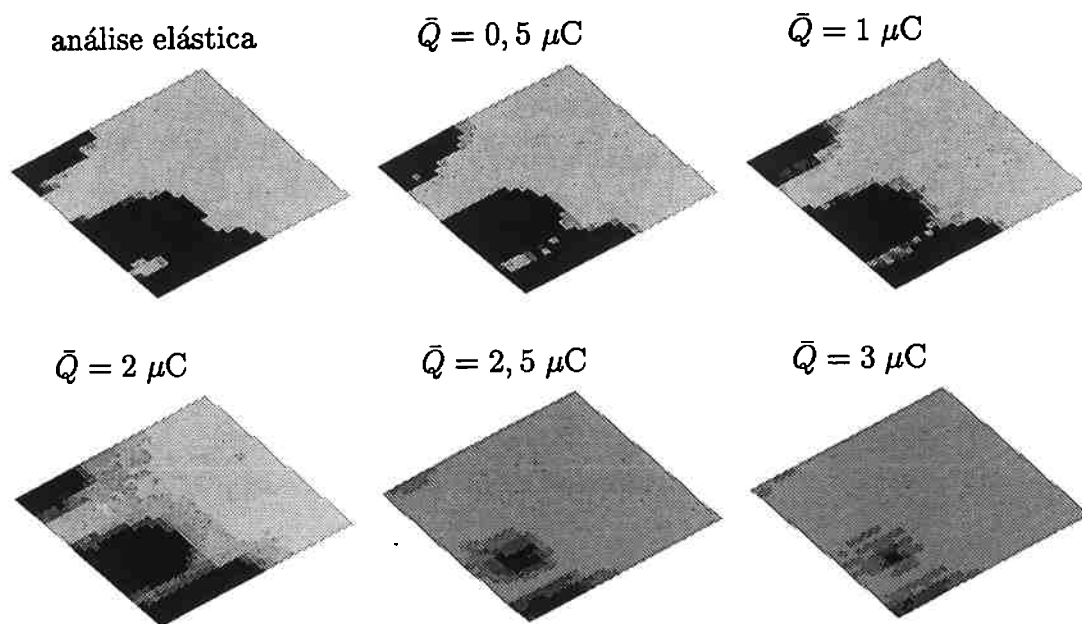


Figura 4.5: Topologias ótimas ( $\rho_1$ ) para diferentes cargas elétricas aplicadas  $\bar{Q}$  usando  $p_c = p_e = p_\epsilon = 3$ ; '+' indica polarização positiva, '-' indica polarização negativa do respectivo eletrodo.

onde  $\epsilon^{\text{rel}}$  são as permissividades relativas.

A seguir, a camada piezelétrica é definida como domínio de projeto, e uma carga elétrica constante  $\bar{Q}$  é aplicada ao eletrodo da camada piezelétrica. O problema de otimização agora consiste em encontrar a distribuição ótima de material piezelétrico nesta camada e encontrar uma polarização adequada para cada elemento de forma a minimizar a flexibilidade eletromecânica média.

Uma malha de  $30 \times 30$  elementos de placa piezelétrico é usada para a análise de elementos finitos. A restrição de volume escolhida é igual à  $\Theta_0 = \Theta_1 = 0,3$ , ou seja, o material piezelétrico deve ser distribuído sobre 30% da área da placa. Como o volume é especificado e não varia durante as iterações, a otimização é iniciada com uma restrição de volume inicial igual à  $\Theta = 0,3$ , para garantir que o problema de otimização inicie no domínio viável (todas as restrições satisfeitas).

A otimização é realizada considerando-se diferentes valores de cargas elétricas  $\bar{Q}$ . As topologias ótimas resultantes depois de 20 iterações são mostradas na Fig. 4.5, onde os sinais '+' e '-' indicam polarização positiva e negativa, respectivamente. A imagem denominada 'análise elástica' mostra a solução do problema de minimização da flexibilidade mecânica média, para o qual a matriz de coeficientes piezelétricos é igualada à zero ( $d = 0$ ). Foram usados coeficientes de penalização iguais à  $p_c = p_e = p_\epsilon = 3$  e  $p_i = 1$ , para ilustrar a influência de um desses coeficientes nos resultados.

Enquanto que para pequenos valores de carga elétrica  $\bar{Q} < 2,0 \mu\text{C}$  uma topologia clara é obtida com pouco cinza e as regiões com material piezelétrico são identificáveis, aumentando  $\bar{Q}$  a topologia torna-se “acinzentada” tornando difícil de reconhecer a região de material piezelétrico. Essa instabilidade na solução pode ser evitada escolhendo  $p_\epsilon = 1$  para o coeficiente de penalização da permitividade, como mostrado na Fig. 4.6, exemplificando a influência dos coeficientes de penalização no resultado final.

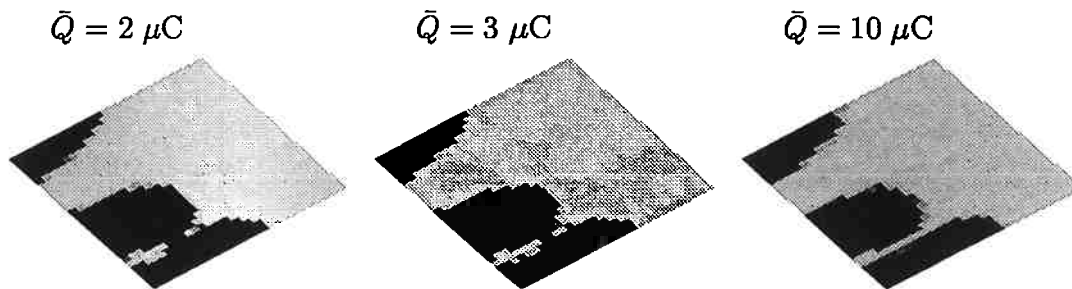


Figura 4.6: Otimização estabilizada para cargas elétricas altas aplicadas  $\bar{Q}$  escolhendo  $p_\epsilon = 1$ .

Um aspecto importante do algoritmo de otimização proposto é a introdução inovadora da inversão de polarização, descrita pela variável de projeto  $\rho_2$ . Como mostrado na Fig. 4.7 (esquerda), três regiões de polarizações opostas  $\rho_2$  podem ser identificadas: a região mais clara indica a polarização negativa, enquanto a região mais escura indica polarização positiva. Isto leva a três regiões de eletrodos claramente distintas no projeto final, das quais a região central tem polarização negativa.

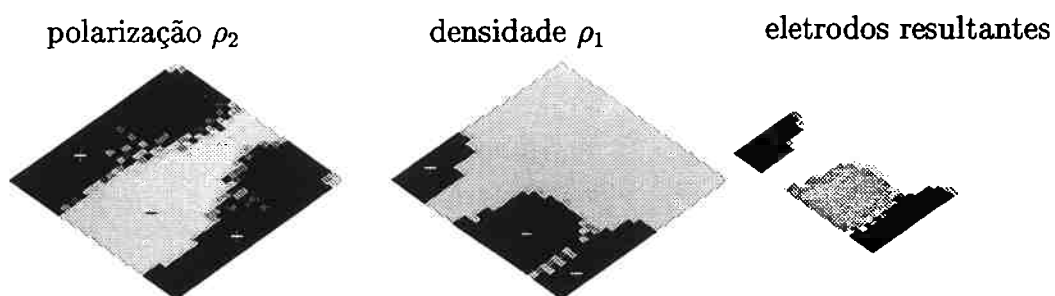


Figura 4.7: Topologia ótima para  $Q = 1 \mu\text{C}$ : a escolha da polarização ótima pelo algoritmo resultou em três eletrodos separados, dos quais o do meio tem polarização negativa.

A Fig. 4.8 mostra três topologias para comparação. A topologia superior foi obtida realizando uma otimização de mínima flexibilidade puramente elástica, enquanto que as inferiores foram obtidas aplicando uma carga elétrica de  $Q = 1 \mu\text{C}$  e levando em

conta as propriedades piezelétricas. Três casos são identificados: a polarização ótima é escolhida pelo algoritmo ( $0 \leq \rho_2 \leq 1$ ) (esquerda), e a polarização é mantida constante sobre todo o domínio, tanto como polarização positiva ( $\rho_2 = 1$ , centro) como polarização negativa ( $\rho_2 = 0$ , direita).

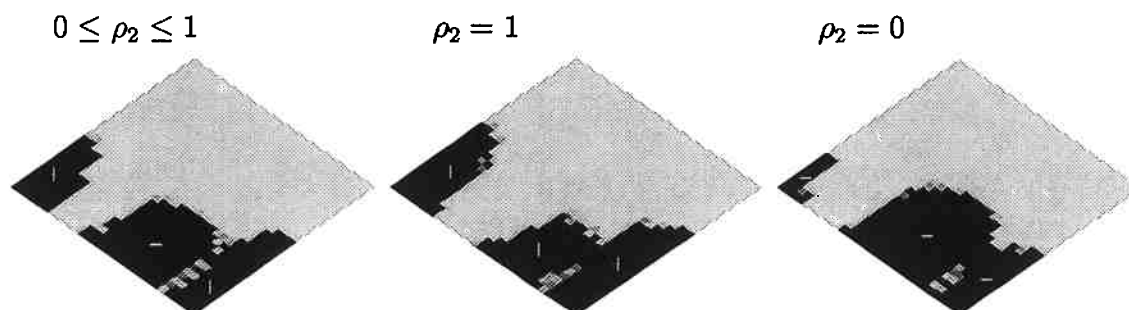


Figura 4.8: Topologias ótimas ( $\rho_1$ ) para  $Q = 1 \mu\text{C}$ : polarização  $\rho_2$  escolhida pelo algoritmo (esquerda) ou mantida constante (centro, direita).

Tabela 4.2: Deslocamento  $u_z$  no ponto A para as topologias considerando diferentes valores de  $Q$ s e condições de otimização

topologia	$u_z^{\text{elast}} [\mu\text{m}]$	$u_z^{\text{piezo}} [\mu\text{m}], Q = 0$	$u_z^{\text{piezo}} [\mu\text{m}] Q = 1$
elast	56.93	56.86	56.79
$0 \leq \rho_2 \leq 1$	57.12	54.17	53.19
$\rho_2 = 1$	57.87	57.76	57.61
$\rho_2 = 0$	57.52	57.29	57.04

A Tabela 4.2 decreve o deslocamento  $u_z$  no ponto A para as topologias obtidas considerando diferentes valores de  $Q$  e diferentes condições de otimização.

Observe também que na Fig. 4.5, as topologias obtidas com o material piezelétrico são muito similares a topologia obtida resolvendo o problema de mínima flexibilidade mecânica média (imagem superior esquerda na Fig. 4.5). Neste caso, a distribuição de materiais é realizada de forma a aumentar a flexibilidade elástica. Parece portanto que no cálculo considerando a piezeletricidade, a carga elétrica  $Q$  é muito baixa, de forma que a topologia depende somente da rigidez elástica. No entanto, a diferença clara entre as topologias mostradas na Fig. 4.8 para a polarização fixa indica que isso não é o caso: a carga elétrica  $Q = 1 \mu\text{C}$  – e portanto a energia elétrica – é alta o suficiente para influenciar a topologia. Parece no entanto que a topologia ótima obtida através do uso de reforçadores piezelétricos é de certa forma similar a topologia obtida através do aumento (puramente elástico) da rigidez adicionando-se uma camada extra.

## 4.8.2 Projeto de Atuadores Piezelétricos

A seguir, o projeto de atuadores piezelétricos presos a uma base estrutural elástica será ilustrado usando o método descrito na seção 4.6. No exemplo a estrutura base usada é idêntica a do exemplo anterior, como mostrado na Fig. 4.9.

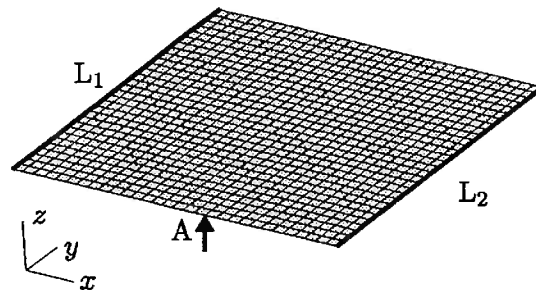


Figura 4.9: Modelo de placa consistindo de 3 camadas, discretizado em  $30 \times 30$  elementos de placa piezelétrica MITC de 4 ns.

No entanto são definidas camadas piezelétricas de PZT5A com espessuras  $a_1 = 0,1$  mm na superfície superior e inferior. A fixação entre a estrutura base e as camadas piezelétricas é assumida perfeita. A Tabela 4.1 fornece as propriedades de material do PZT5A e as propriedades do alumínio foram dadas na seção anterior.

Uma carga elétrica constante  $Q = 1 \mu\text{C}$  é aplicada na camada piezelétrica, a qual atua como um atuador. O objetivo da otimização é redistribuir o material piezelétrico de forma a maximizar o deslocamento no ponto A, indicado na Fig. 4.9 por uma flecha. Dessa forma, a dimensão, forma, número e localização ótimas podem ser determinadas. O domínio de projeto consiste em duas camadas piezelétricas, enquanto a camada elástica base permanece fixa durante a otimização. Entre 10% e 50% do material piezelétrico pode ser usado como atuador, ou seja, a restrição de volume são  $\Theta_0 = 0,1$  e  $\Theta_1 = 0,5$ . A análise começa com um valor inicial igual à  $\rho_1 = \Theta = 0,5$  para todos os elementos que participam da otimização, de forma que a otimização inicia no domínio viável (todas as restrições satisfeitas). O fator peso é escolhido como  $w = 0,9$ , para a otimização se concentrar fortemente na maximização da energia mútua.

As topologias de atuadores encontradas pelo algoritmo de otimização ao longo das diferentes iterações são mostradas na Fig. 4.10. A cor preta da camada base indica que esta camada não faz parte do domínio de projeto, e portanto  $\rho_1 = 1$ . Observa-se que o algoritmo tenta concentrar o material da camada piezelétrica em vários pontos discretos, o que é mais eficiente do que distribuí-lo sobre uma área finita. No entanto, como a carga elétrica aplicada  $Q$  é constante, a redução da área de material piezelétrico leva a um aumento da densidade de carga  $q = dQ/dS$ , o que leva a um aumento da intensidade do campo elétrico na camada piezelétrica, que deve ser limitada para evitar o dano do material, como já comentado na seção anterior. Esse aumento é controlado

indiretamente definindo-se um limite inferior de fração de restrição de volume igual à  $\Theta_0 = 0.1$ , como já comentado.

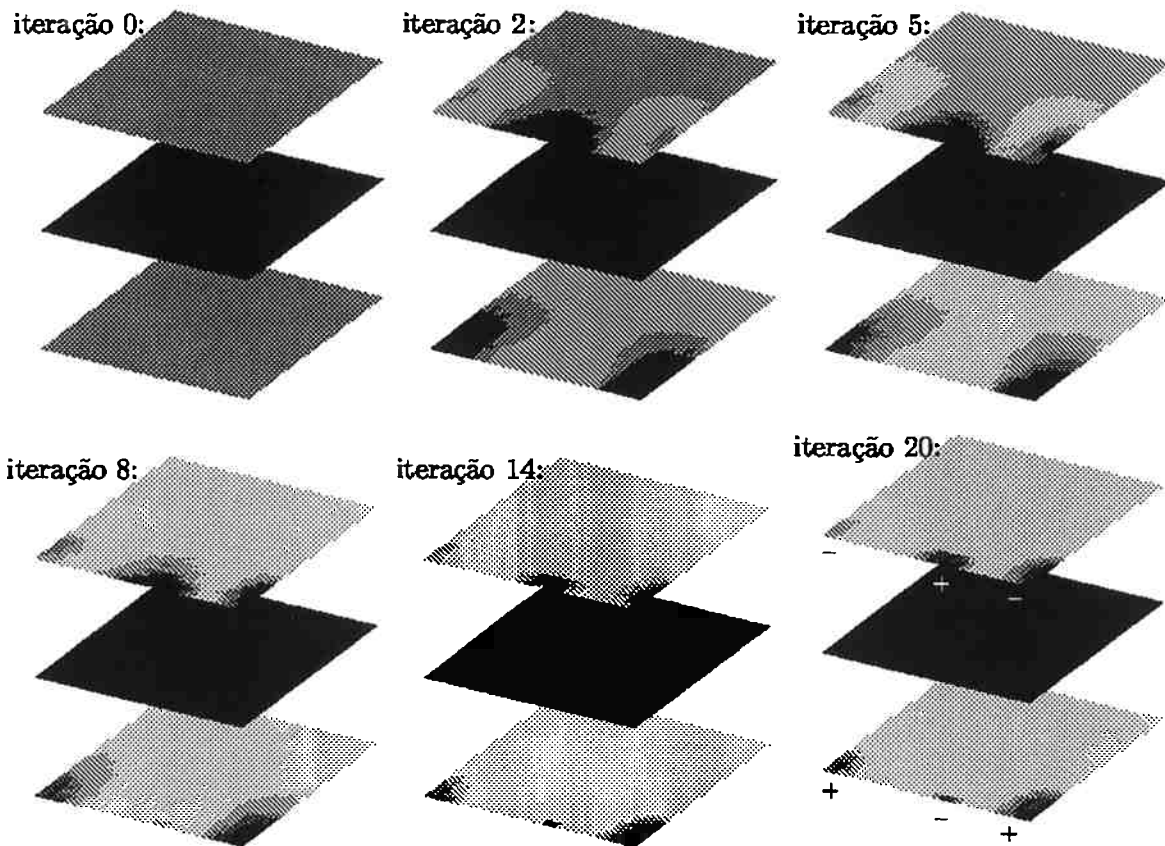


Figura 4.10: Distribuição da densidade  $\rho_1$  em várias iterações durante o procedimento de otimização.

A Fig. 4.11 mostra a polarização  $\rho_2$  em diferentes iterações. Nota-se que o valor da polarização já é bem definido depois de duas iterações, e que posteriormente somente pequenas alterações são observadas. Os resultados depois de 20 iterações parece apresentar a predominância de cinza, mas isto não apresenta nenhum problema uma vez que isto ocorre em regiões onde o material piezolétrico não está mais presente ( $\rho_1 = 0$ ) no projeto final. A velocidade com que o algoritmo procura e encontra a polarização ótima indica que isto é de fato um fator importante a ser considerado para um projeto ótimo de atuador piezolétrico

Na Fig. 4.12, o gráfico de convergência da fração em volume  $\Theta$  e da função objetivo  $L$  durante as iterações são mostrados.

O cálculo inicia com um valor de pseudo-densidade igual ao limite superior do volume ( $\rho_1 = \Theta_1 = 0,5$ ) e um limite inferior  $\Theta_0 = 0,1$  é prescrito. Nota-se que o algoritmo de otimização primeiramente tenta reduzir o material para maximizar a densidade de carga superficial  $q$  e portanto o momento fletor induzido pelos atuadores piezolétricos.

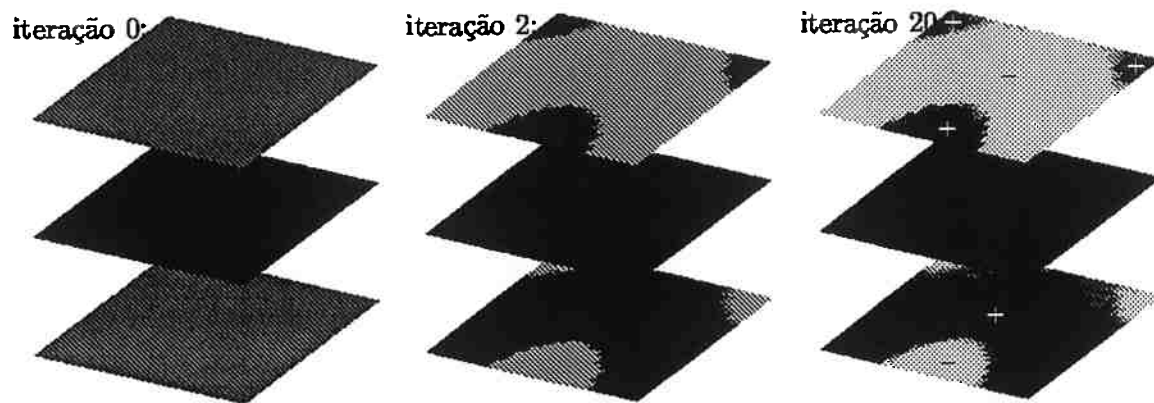


Figura 4.11: Polarização  $\rho_2$  em várias iterações durante o procedimento de otimização.

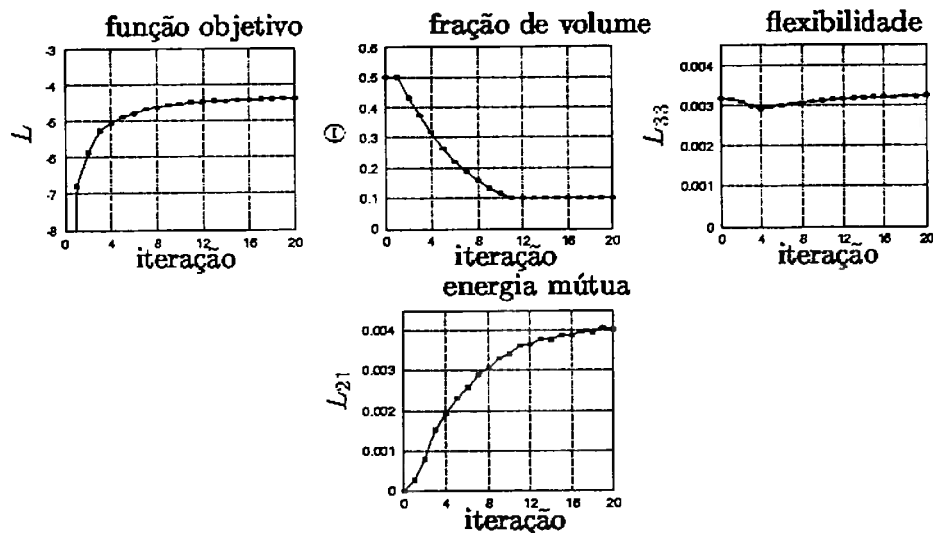


Figura 4.12: Otimização topológica do atuador de placas piezelétricas: fração de volume  $\Theta$ , função objetivo  $L$ , flexibilidade  $L_{33}$  e energia mútua  $L_{21}$ .

Como no exemplo anterior parece ser mais vantajoso concentrar o material em pontos discretos do que distribuí-lo sobre uma área finita, como já comentado anteriormente. Quando o limite inferior da restrição de volume é atingido  $\Theta_0 = 0,1$ , o material é redistribuído para posteriormente maximizar a deformação.

Os gráficos de convergência da transdução média  $L_2(\mathbf{U}_1, \varphi_1)$  e a flexibilidade eletromecânica média  $L_3(\mathbf{U}_3, \varphi_3)$  são mostrados na Fig. 4.12. Observa-se que a transdução média - e portanto o deslocamento desejado - é maximizado, enquanto que a flexibilidade permanece quase constante. Isto pode ser atribuído ao efeito dominante da camada base na flexibilidade mecânica, a qual é muito mais espessa do que a camada piezelétrica e também devido à escolha do coeficiente peso  $w = 0,9$ , que concentra a otimização principalmente na maximização da transdução média.



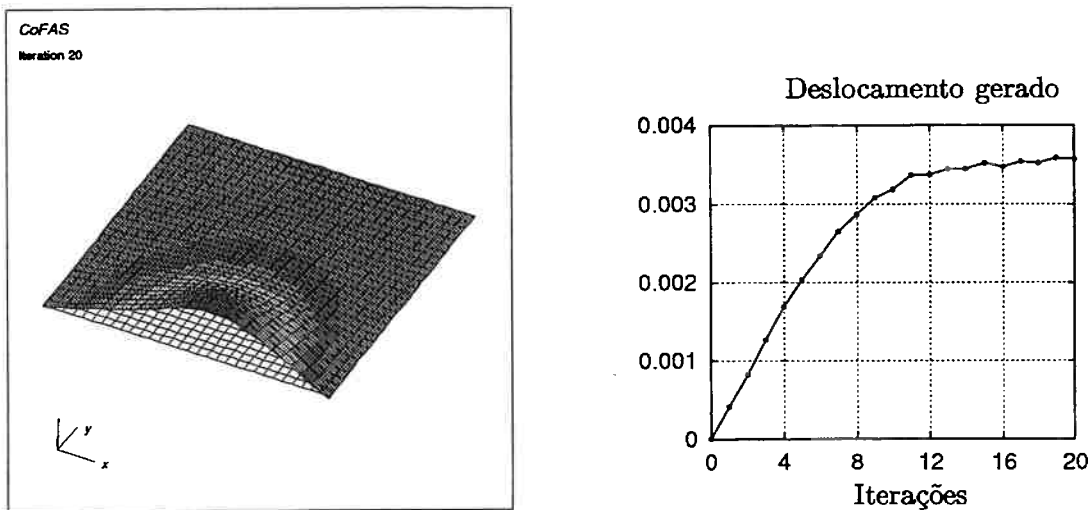


Figura 4.13: Otimização topológica do atuador de placas piezelétricas; deformada final e deslocamento de saída  $u_z$  durante as iterações

Outra abordagem possível para obter o deslocamento desejado é utilizar polarizações opostas para as camadas piezelétricas superiores e inferiores. Neste caso, a camada inferior se contrai quando a camada superior expande e vice-versa. Dessa forma, um momento fletor localizado é induzido na estrutura. O resultado da otimização é mostrado na Fig. 4.14.

Observe que os atuadores piezelétricos estão agora concentrados em ambas as camadas superiores e inferiores ao redor do ponto de deslocamento desejado. com relação as formas resultantes, parece melhor usar polarizações opostas para induzir um momento fletor localizado. No entanto, para induzir deformações no plano, é mais conveniente empregar a mesma polarização nas camadas superiores e inferiores. Dessa forma, é bastante conveniente que o algoritmo de otimização possa decidir se deve ou não reverter a polarização em certas regiões da camada piezelétrica, como mencionado anteriormente.

## 4.9 Conclusões

O conceito de otimização topológica foi aplicado com sucesso para encontrar a distribuição ótima de reforçadores piezelétricos em estruturas de placas e cascas piezelétricas e para o projeto de atuadores baseados em placas e cascas piezelétricas. O novo modelo de material para materiais piezelétricos PEMAP-P baseado no modelo SIMP funcionou adequadamente permitindo a determinação da distribuição ótima da polarização durante a otimização, o que é uma inovação na área. Mostrou-se que os resultados obtidos

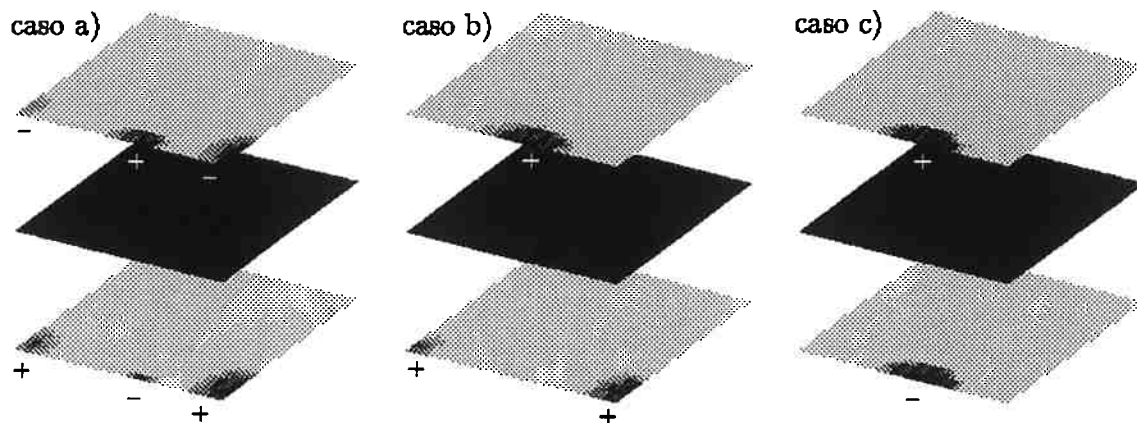


Figura 4.14: Topologia ótima  $\rho_1$ : caso a) com polarização ótima  $0 \leq \rho_2 \leq 1$  escolhida pelo algoritmo; caso b) e c) com polarização constante  $\rho_2 = 1$ , mas cargas com sinais diferentes ( $\pm Q$ ) aplicadas nos eletrodos superiores e inferiores.

com essa abordagem são melhores do que quando a polarização é mantida constante. Isto comprova a potencialidade da abordagem proposta e confirma a necessidade de se introduzir a polarização como uma nova variável de projeto para obter a topologia ótima dos reforçadores e atuadores piezelétricos. Nos exemplos, o algoritmo determinou um número de regiões distintas de material piezelétrico com diferentes polarizações.

Os projetos resultantes podem ser facilmente fabricados usando as tecnologias disponíveis atualmente para a colagem e corte de sensores e atuadores piezelétricos em superfícies de placas e cascas.

Como continuação do projeto será estudado o projeto de atuadores de cascas e placas piezelétricas em operação dinâmica e a determinação da distribuição ótima de material piezelétrico sobre estruturas de placas e cascas de forma a obter uma forma desejada da placa ou casca, esse último, tema de grande aplicação no controle de forma de antenas e lentes ópticas. Além disso, pretende-se estender o método para a obtenção da distribuição ótima de material piezelétrico sobre placas e cascas de forma a obter a melhor controlabilidade.

## Capítulo 5

# Obtenção de Imagem de um Tomógrafo por Impedância Elétrica Usando o MOT

Neste capítulo são descritos os conceitos da aplicação do MOT na obtenção de imagens de tomografia por impedância elétrica (TIE). Esses conceitos foram desenvolvidos no ano de 2003 e foram retirados do relatório FAPESP aprovado de bolsa de doutorado (n° 02/01625-0) e de dois artigos submetidos para conferências recentemente. O projeto faz parte do projeto temático FAPESP(n° 01/05303-4) [133]. O capítulo engloba portanto resultados do projeto *Estudo da Obtenção de Imagens de Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) pelo MOT* inserido na linha de pesquisa *Método de Otimização Topológica aplicado ao projeto de sistemas mecânicos e mecatrônicos em geral*.

### 5.1 Áreas de Conhecimento

Otimização Topológica

Métodos de Otimização

Método de Elementos Finitos

Obtenção de Imagem de Tomografia

### 5.2 Introdução e Histórico

Um tomógrafo é um aparelho capaz de obter a imagem da seção de um corpo sólido mediante a informação obtida realizando-se uma série de medidas em várias direções

no plano da seção. Entre os tipos mais comuns de tomógrafo temos o tomógrafo por raio X, ressonância magnética e por impedância elétrica.

A tomografia por impedância elétrica (TIE) é uma nova técnica de monitoração em tecidos biológicos, desenvolvida nos últimos 10 anos. Basicamente, a técnica consiste na obtenção de imagens bidimensionais, representando um plano transverso de qualquer seção do corpo humano (cabeça, tórax, coxa, etc.) onde cada “pixel” na imagem representa a sua impedância ou resistividade elétrica estimada. Sobre a seção do corpo a ser estudada, aplica-se uma seqüência de correntes elétricas alternadas de baixa amplitude através de 16 ou 32 eletrodos colocados na epiderme. Os eletrodos são posicionados ao redor do corpo do paciente alinhados num plano correspondente a uma seção transversal do corpo (Fig. 5.1) [134][135].

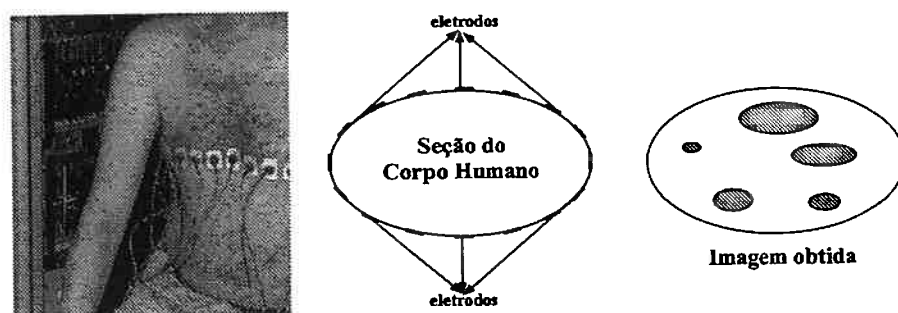


Figura 5.1: Eletrodos posicionados sobre a seção do corpo humano e esquema de imagem obtida.

Um dos eletrodos é levado a potencial zero (“aterrado”) e uma corrente é aplicada por dois ou mais eletrodos, a uma intensidade constante, segundo um certo padrão de excitação (diametral, adjacente ou ortogonal) [136] e os potenciais elétricos que surgem nos outros eletrodos são medidos. Muda-se sucessivamente o local de aplicação de corrente e também o eletrodo com potencial zero, de forma a se obter um número de observações suficientes sob diferentes ângulos. Uma vez completado o ciclo, altera-se o eletrodo com potencial nulo e reinicia-se o processo descrito. Tendo todas essas informações de potenciais elétricos disponíveis, procede-se a solução do sistema inverso de equações que relaciona os potenciais elétricos medidos e correntes aplicadas com a distribuição de condutividade no interior da seção considerada do corpo, de maneira a se obter uma imagem que represente a mais provável distribuição de condutividades dentro do domínio [137]. Pode-se dizer que a imagem obtida é uma distribuição de condutividades que minimiza uma particular “função-erro” definida pelo algoritmo de reconstrução de imagens. A Fig. 5.2 ilustra a TIE de um domínio bem conhecido (“fantoma”) e a imagem correspondente gerada pelo tomógrafo.

A resolução da TIE é altamente dependente do número de eletrodos dispostos simultaneamente ao redor do corpo do paciente e embora espera-se que tenha uma res-

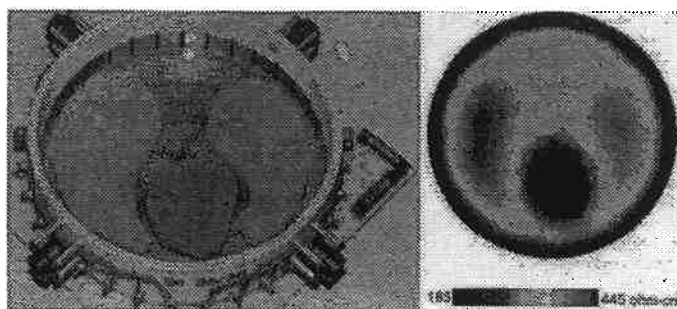


Figura 5.2: Exemplo de fantoma e imagens geradas pelo TIE.

olução relativamente baixa comparado com outras técnicas de tomografia, a TIE tem algumas características atrativas para aplicações clínicas como monitoração de fluido nos pulmões, monitoração das funções do coração e do fluxo sanguíneo, detecção de tumores entre outros [138].

Os primeiros estudos e formulações teóricas para a implementação de algoritmos de reconstrução de imagem que construíram as fundações da TIE nas aplicações práticas de medicina, emergiram nos anos 80 na Universidade de Sheffield (Inglaterra). Pesquisadores desta universidade estudaram as técnicas de TIE e descreveram vários motivos para sua aplicação prática na Medicina como, por exemplo, monitoração do pulmão, das funções gástricas e do coração [138]. Eles também conduziram várias pesquisas para desenvolver a TIE, sendo praticamente os pioneiros na formulação de teorias e geração de dados que embasaram a TIE até o presente momento, bem como foram responsáveis pelo desenvolvimento e patente do primeiro aparelho comercial de TIE. O método de obtenção de imagem neste aparelho é baseado no método “Backprojection” [139] e tem uma configuração baseada no chamado sistema APT (“Applied Potencial Tomography”) que é composto por uma simples fonte de corrente elétrica com 16 eletrodos e utiliza o padrão adjacente para a aplicação de corrente elétrica [140]. No sistema APT, a corrente circula através de dois eletrodos adjacentes e os potenciais elétricos em todos os outros eletrodos são medidos. A seguir, a corrente é aplicada entre outro par de eletrodos adjacentes, e assim por diante, até que todos os pares adjacentes tenham atuado como “pares de excitação”. Esta abordagem tem a vantagem da simplicidade de projeto, mas a sua resolução é intrinsecamente limitada. Embora o sistema APT simplesmente permita obter imagens de baixa resolução, tem sido usado no estudo de vários procedimentos médicos como o monitoramento de fluxo sanguíneo no tórax e problemas de pulmão [138], por exemplo. Na TIE, o aumento da resolução da imagem está relacionada com a quantidade de informação de potenciais elétricos obtida ao redor da seção do corpo [141]. Portanto, para melhorar a resolução da imagem é necessário aumentar o número de eletrodos posicionados ao redor do corpo. Nos anos 90, pesquisadores apresentaram outros projetos e instrumentações experimentais que

avaliam o uso do método “Backprojection” em TIE [142], bem como descreveram a importância de resultados experimentais obtidos usando os chamados “fantomas” [143]. Atualmente, pesquisadores do “Rensselaer Polytechnic Institute” (EUA) projetaram e construíram outro aparelho de TIE que possui uma configuração denominada sistema ACT (“Adaptive Current Tomography”) com 32 eletrodos, que é capaz de obter 20 imagens estáticas por segundo [135][144]. Este aparelho usa um método “rápido” para a construção de imagem, que é baseado no método de “Um-Passo” de Newton [145].

O tomógrafo em estudo nesse projeto será usado para a determinação de danos no pulmão durante o processo de ventilação artificial em leitos de unidade de terapia intensiva (UTI) de forma que o ajuste no ventilador artificial do pulmão possa ser realizado para causar o mínimo dano ao paciente. O tomógrafo deverá ser capaz de estimar não somente distribuições absolutas de condutividade mas também variações de condutividade, de forma que seja possível diagnosticar quando alguma parte do pulmão está com líquido, ou colapsada, ou cheia de ar porém obstruída. O pulmão parece ser um órgão privilegiado para o uso desta técnica, uma vez que a presença de mais ou menos ar altera drasticamente a condutividade do tecido pulmonar, otimizando a relação ruído/sinal. Assim, é possível se aplicar um corrente de baixa intensidade, que não causa lesão aos tecidos, e que pode ser aplicada por dias seguidos na mesma região [146].

O tomógrafo consistirá num importante instrumento a ser usado pelo médico intensivista que atualmente não dispõe de recursos precisos para detectar a presença de danos pulmonares em tempo real, sendo obrigado a lidar com o pulmão como uma “caixa preta” lacrada. Exames radiológicos comuns são obtidos quando já é tarde, além de não apresentarem sensibilidade suficiente [146]. Embora mais simples que os tomógrafos de raio X e ressonância magnética, é um aparelho menor, sendo portátil, o que permite a sua instalação no leito de um paciente da UTI, o que é extremamente importante pois há um risco de óbito ao se levar o paciente do leito de UTI para a sala do tomógrafo. Além disso o tomógrafo de impedância é simples de usar e muito mais barato que os tomógrafos já citados, tornando-o mais acessível aos hospitais brasileiros.

O desenvolvimento do tomógrafo é tema de pesquisa de um projeto temático nº 01/05303-4 aprovado recentemente (outubro de 2002) pela FAPESP [146] com duração de 4 anos. Esse projeto está sendo realizado em conjunto entre professores da Escola Politécnica da USP (Prof. Agenor de Toledo Fleury, Prof. Emílio Carlos Nelli Silva, Prof. Marcos de Guerra Tsuzuki, Prof. Raul Gonzalez Lima), professores do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da USP (Profa. Joyce Bevilacqua) sendo coordenado pelo Prof. Marcelo Britto Passos Amato do Departamento de Pneumologia da Escola de Medicina da USP.

De acordo com o Dr. Marcelo Amato [146] aproximadamente 250.000 pacientes/ano são submetidos à ventilação artificial prolongada, em UTIs no Brasil, além de alguns

milhões submetidos à anestesia geral anualmente. Apesar dos avanços tecnológicos nos dias atuais, o médico ainda não dispõe de ferramentas para lidar com uma das principais causas de mortalidade nestes pacientes: as complicações pulmonares decorrentes do trauma mecânico imposto pela própria ventilação artificial e do colapso pulmonar frequentemente associado. Uma nova técnica de ventilação pulmonar proposta pelo Dr. Amato reduziu em 50% a mortalidade geral de pacientes sob ventilação artificial. Dessa forma estima-se que é possível se evitar, no mínimo, em torno de 15.000 mortes/ano no Brasil [146]. No entanto, o sucesso da aplicação dessa técnica depende da monitoração pulmonar precisa da ventilação forçada do pulmão.

O projeto temático envolve a construção do dispositivo eletrônico e o desenvolvimento de um programa de computador para a obtenção da imagem. No entanto o projeto não busca a produção de um protótipo pronto para o mercado, se limitando apenas a explorar o tema, desenvolvendo as bases teóricas, modelos e algoritmos que possibilitem a implementação clínica da Tomografia por Impedância Elétrica (TIE).

Do ponto de vista da engenharia, a TIE vem sendo tratada pela maioria dos autores como um problema de estimação de parâmetros de um modelo não linear que representa a distribuição de condutividade de um domínio. Supõe-se conhecidos os padrões de corrente que servem de excitação do sistema, a estrutura do modelo, e são medidos os potenciais elétricos no contorno da região.

De acordo com resultados preliminares coletados na UTI-Respiratória do Hospital das Clínicas, as imagens geradas pelos algoritmos e dispositivos atuais [147] não são adequadas para alguns tipos de diagnóstico em Pneumologia [146]. Em particular, o algoritmo tradicional "Backprojection" [148][139] deforma a imagem consideravelmente, forçando a distribuição de condutividades a se projetar sobre um círculo. Como consequência, além de uma imagem pulmonar anatomicamente distorcida, o cálculo das variações de ventilação regional e aeração pulmonar é distorcido nas regiões mais anteriores e mais posteriores do pulmão, prejudicando uma aplicação clínica apropriada. Além disso, a grande maioria dos métodos - incluindo a "Backprojection" - não estima a condutividade absoluta do meio, mas variações de condutividade entre dois instantes [149]. É uma deficiência essencial do método que nunca poderá ser resolvida e que limita as potencialidades diagnósticas e de monitoração do barotrauma do método.

A obtenção da imagem (solução do problema inverso) está sendo estudada utilizando-se diversos tipos de métodos originais como o Filtro de Kalman Estendido [150][151], a Solução Geométrica [152] e a Otimização Topológica. Esses métodos serão comparados com métodos já propostos, para identificar os diferentes desempenhos, os efeitos sobre as propagações de erros numéricos, e estabilidade frente a situações limites, e finalmente para identificar as modificações que devem tornar estes métodos de estimação mais efetivos. Além disso, os métodos disponíveis atualmente podem ser classificados em métodos relativos e métodos absolutos. Os métodos relativos (imagens relativas) são

aqueles que fornecem a imagem de variações de condutividade no interior do domínio quase em tempo real, enquanto que os métodos absolutos (imagens estáticas) fornecem uma imagem de valores absolutos de condutividade, porém num tempo maior. A maior parte dos estudos para reconstrução de imagem por impedância elétrica se concentram no desenvolvimento de métodos relativos e poucas técnicas se encontram disponíveis para métodos absolutos. Dessa forma, a metodologia adotada no projeto temático para investigar os problemas teóricos da TIE terá a estrutura de uma competição de métodos em geral absolutos.

Dessa forma, a proposta do autor consiste no estudo da aplicação de otimização topológica (OT) para a obtenção da imagem de tomografia do TIE. O problema de obtenção da imagem por otimização topológica consiste em se obter a distribuição de condutividade (e portanto de material) no domínio da seção que minimize a diferença entre os potenciais elétricos medidos nos eletrodos e os calculados no modelo computacional da seção usando elementos finitos. Nesse sentido o algoritmo de MOT, em estudo nesta pesquisa para a obtenção de imagens do pulmão através da TIE, está classificado como um método absoluto. O MOT tem como principal vantagem a possibilidade de inclusão de várias restrições no problema de construção da imagem restringindo facilmente o espaço de solução àquele esperado na clínica, evitando imagens sem significado clínico e propagação de erros.

O TIE já vem sendo estudado por outras universidades no mundo [135], sendo que a grande contribuição do projeto realizado no Brasil é a grande gama de métodos computacionais que serão estudados para a obtenção da imagem de tomografia e a sua aplicação específica para a determinação de danos no pulmão durante o processo de ventilação artificial, para permitir o ajuste do ventilador de forma a causar o mínimo dano ao pulmão do paciente. Isso coloca o Brasil na vanguarda do diagnóstico clínico nessa área. O coordenador do projeto temático Dr. Marcelo Britto Passos Amato é expoente mundial na utilização do TIE para controlar ventilação forçada do pulmão em leitos de UTI.

Esse capítulo está organizado da seguinte forma. A seção 5.3 apresenta brevemente os conceitos do MEF aplicado na simulação de meios condutivos. A seção 5.4 descreve a formulação do problema de obtenção de imagem pelo MOT. Na seção 5.5 é descrita a análise de sensibilidade do problema de otimização e na seção 5.6 a implementação numérica. A seção 5.7 apresenta alguns resultados obtidos até o momento. Finalmente, na seção 5.8 é apresentada uma conclusão sobre os resultados obtidos até o momento e sugestões de continuação do projeto.



### 5.3 Modelagem do Meio Condutivo pelo MEF

A formulação de MEF aplicada ao meio condutivo [153] é descrita usando-se a equação constitutiva desse meio (equação de Poisson), dada por [153]:

$$\text{div}(\sigma \nabla \phi) = 0 \quad (5.1)$$

e:

$$\mathbf{I} = \sigma \nabla \phi \text{ [A/m}^2\text{]}; I_n = \sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} \text{ [A/m}^2\text{]} \quad (5.2)$$

onde  $\phi$  é o potencial elétrico,  $\mathbf{n}$  é um vetor normal ao contorno do meio,  $\mathbf{I}$  é o vetor densidade de corrente elétrica (dado em ampère por metro quadrado),  $I_n$  é a componente da corrente elétrica na direção de  $\mathbf{n}$ ,  $\text{div}$  é o operador divergente e  $\nabla$  é o operador gradiente e  $\sigma$  é o tensor condutividade elétrica cuja forma matricial é dada por:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

onde  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  são as condutividades elétricas do elemento na direção  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Na TIE a corrente elétrica é aplicada em eletrodos posicionados no contorno da seção do corpo cuja imagem é desejada. Desta forma, na TIE as condições de contorno da Eq. (5.1) são estabelecidas da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} = I_i & \text{(no } i\text{-ésimo eletrodo)} \\ 0 & \text{(nos demais)} \end{cases} \quad (5.4)$$

Como o domínio submetido à tomografia possui uma geometria complexa (seção do corpo humano), a solução da Eq. (5.1) é obtida numericamente pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). A partir do modelo de MEF podemos descobrir o potencial elétrico em cada ponto do domínio discreto. No caso, o domínio é dividido em vários elementos isoparamétricos quadriláteros de 4 nós cada, conforme ilustra a Fig. 5.3, que possui um grau de liberdade por nó que é valor do potencial elétrico.

Da teoria do MEF os graus de liberdade de um elemento finito são expressos em função das componentes dos potenciais elétricos nodais por:

$$\phi = \mathbf{N}\Phi \quad (5.5)$$

onde  $\phi$  é o vetor que contém os potenciais elétricos em cada ponto do elemento,  $\Phi$  é o vetor dos potenciais elétricos nodais e  $\mathbf{N}$  são as funções de forma para o elemento quadrilátero bilinear.

A matriz de condutividade do elemento é dada por [79]:

$$\mathbf{k}_e = \int_{V_e} \mathbf{B}^t \sigma \mathbf{B} h_e dA_e \quad (5.6)$$

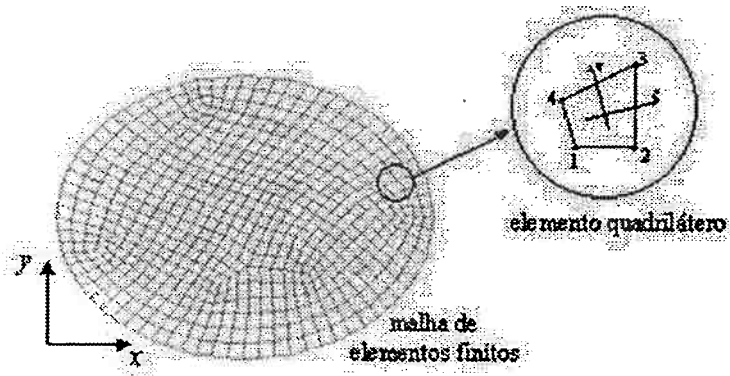


Figura 5.3: Exemplo de domínio dividido em elementos finitos.

onde  $\mathbf{B}$  é uma matriz cujas componentes são derivadas da função de forma. Inserindo essa matriz na matriz global ( $[\mathbf{K}]$ ) que representa todo o domínio, resulta no sistema de equações de equilíbrio matricial abaixo, cuja solução gera o vetor de potenciais elétricos nodais [153]:

$$[\mathbf{K}] \{\Phi\} = \{\mathbf{I}\} \Rightarrow \mathbf{K}\Phi = \mathbf{I} \quad (5.7)$$

onde  $[\mathbf{K}]$  é a matriz de condutividade,  $\{\Phi\}$  é o vetor de potenciais elétricos nodais,  $\{\mathbf{I}\}$  é o vetor de correntes elétricas nodais. A Eq. (5.7), é um sistema de equações lineares que pode ser resolvido utilizando-se métodos de solução de sistemas de equações tais como de Gauss-Jordan, de Gradientes Conjugados entre outros [79].

### 5.3.1 Modelo de Eletrodos

A aplicação da corrente elétrica é feita em eletrodos posicionados externamente ao corpo do paciente e em contato com a pele (Fig. 5.4). Assim, para que um modelo de MEF possa fornecer resultados de potenciais elétricos do domínio discretizado (principalmente nos eletrodos) que correspondam à realidade, deve-se adotar um modelo de eletrodo que permite levar em conta a resistência de contato dos eletrodos com o corpo do paciente [154]. A Fig. 5.4 mostra esquematicamente os elementos de eletrodos posicionados no contorno da seção de um corpo.

Nesse projeto é utilizado o modelo de eletrodo proposto por Hua *et al.* [155] que utiliza um elemento de eletrodo cuja matriz de condutividade elétrica é dada por:

$$\mathbf{k}_{el} = \frac{1}{t\rho} \begin{bmatrix} a/2 & 0 & 0 & -a/2 \\ & a & 0 & -a \\ sim & & a/2 & -a/2 \\ & & & 2a \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

onde  $\mathbf{k}_{el}$  é matriz de condutividade elétrica do eletrodo,  $a$  é largura do elemento,  $t$  é a

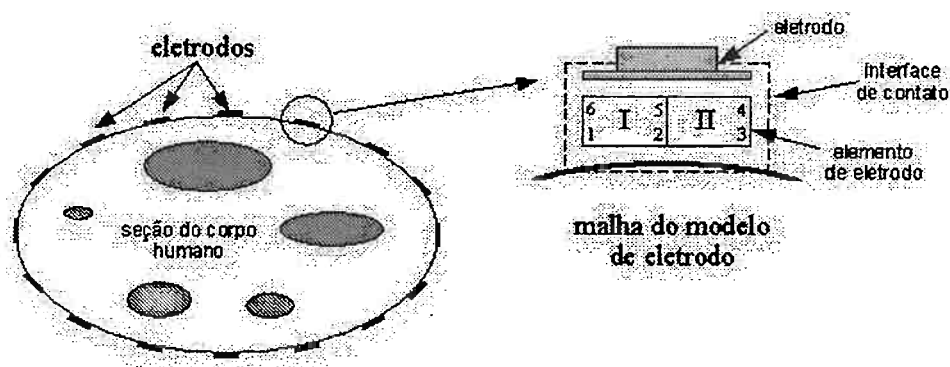


Figura 5.4: Elemento do modelo de eletrodo.

espessura da interface de contato (eletrodo-pele) e  $\rho$  é a resistividade (inverso da condutividade) entre a interface de contato. O produto  $t\rho$  é denominado impedância de contato do eletrodo. Os valores de impedância de contato  $t\rho$  são obtidos resolvendo-se um problema de otimização baseado em dados de potenciais elétricos obtidos experimentalmente para um meio uniforme.

Além de representar a distribuição do campo elétrico na interface de contato, o modelo de eletrodo considera os efeitos dominantes da resistência de contato dos eletrodos [155].

No caso são utilizados 32 eletrodos em torno do domínio submetido à tomografia para obter uma boa qualidade da imagem na TIE [135]. Portanto na matriz global é incluído o efeito de mais 32 elementos de eletrodos.

## 5.4 Formulação Teórica do Problema de Obtenção de Imagens

Essencialmente, a obtenção da imagem pode ser interpretada como o problema de encontrar a distribuição de material no interior do domínio que reproduza os valores de voltagem medidos nos eletrodos localizados no contorno do domínio, considerando os vários casos de corrente aplicados. A distribuição de material está diretamente relacionada com a distribuição de condutividade no domínio. Dessa forma o problema de otimização, cuja solução está sendo estudada com MOT, é equivalente a um problema de identificação de parâmetros do tipo [156]:

$$\text{Minimizar } F = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_e} \sum_{i=1}^{n_p} (\phi_{ij} - \phi_{ij0})^2$$

$\rho_i$

tal que Equação de equilíbrio do meio condutivo

$$0 \leq \rho_i \leq 1, \quad i = 1..N$$

onde  $F$  é a função objetivo relacionada com a diferença entre os valores de potencial elétrico medidos nos eletrodos e os calculados no modelo computacional da seção usando elementos finitos, desejando-se portanto minimizar essa diferença. Os valores  $n_e$  e  $n_p$  seriam o número de casos de carga de corrente aplicados e o número de pontos de medição (eletrodos), respectivamente;  $\rho_i$  são variáveis de projeto relacionadas com a quantidade de material em cada elemento do domínio [156]. Nesse problema o modelo de material utilizado será o método das densidades descrito acima, em que, considerando que o domínio tenha sido discretizado em elementos finitos, as propriedades de condutividade de cada elemento ( $c_i$ ) podem ser dadas pela formulação por:

$$c_i = \rho_i^p c_A + (1 - \rho_i)^p c_B \quad (5.9)$$

onde  $0 \leq \rho_i \leq 1$ ,  $i = 1..N$  e  $c_A$  e  $c_B$  são as propriedades de condutividade dos materiais básicos que compõem o meio. No caso o material tipo A poderia ser ar, por exemplo, e o material tipo B, o tecido dos pulmões. Os valores de cada  $\rho_i$  podem variar de 0 (indicando a presença do material do tipo B) à 1 (indicando a presença do material do tipo A). Valores intermediários de  $\rho_i$  indicam a mistura dos dois materiais e não são interessantes no resultado final e serão evitados através de uso de filtros especiais ou coeficiente de penalização  $p$ , cujo valor deve ser ajustado como já comentado nos capítulos anteriores.

A solução do problema de otimização acima (distribuição de condutividades no domínio) é um problema mal-posto com vários mínimos locais, ou seja, existem diferentes distribuições de condutividades no domínio que resultam nos mesmos valores de voltagem nos eletrodos considerando um mesmo padrão de excitação de corrente nos eletrodos [157]. O MOT tem como principal vantagem a possibilidade de inclusão de várias restrições no problema de construção da imagem restringindo facilmente o espaço de solução àquele esperado na clínica, evitando imagens sem significado clínico e propagação de erros.

## 5.5 Cálculo dos Gradientes da Função Objetivo

As derivadas (ou gradientes) da função objetivo e restrições são chamados de sensibilidades do problema de otimização. Essas derivadas são utilizadas na PLS para a linearização da função objetivo em relação às variáveis do problema. Neste item, a formulação matemática para o cálculo da derivada da função objetivo é desenvolvida.

Conforme visto acima, a função objetivo do problema de otimização topológica para obtenção de imagem na TIE é escrita como sendo a somatória do quadrado da diferença entre os valores de potencial elétrico medidos nos eletrodos ( $\phi_{ij0}$ ) e os calculados no modelo computacional da seção usando elementos finitos ( $\phi_{ij}$ ).

Sabendo-se que uma vez medidos os valores de potencial elétrico (valores experimentais) os mesmos permanecem constantes durante o processo de obtenção de imagem na TIE. Então, aplicando a regra da cadeia, a derivada da função objetivo em relação as variáveis do problema de otimização, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{dF}{d\rho} = \frac{\partial F}{\partial \phi_{ij}} \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial \rho} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_e} \sum_{i=1}^{n_p} (\phi_{ij} - \phi_{ij0}) \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial \rho} \quad (5.10)$$

A derivada da Eq. (5.10) é determinada a seguir usando-se o teorema da reciprocidade. Para ilustrar este conceito considere a seção de um corpo representado pelo domínio mostrado na Fig. 5.5. Agora, suponha que o potencial elétrico num ponto fixo domínio  $\Omega$  seja feito nulo ("aterrado") e o domínio seja submetido a dois casos de excitação distintos. O primeiro caso é mostrado na Fig. 5.5a e consiste na aplicação de uma excitação  $d_1$  (corrente elétrica) na superfície  $\Gamma_1$ , que gera no corpo uma distribuição de potencial elétrico  $\varphi_1$ . O segundo caso é mostrado na Fig. 5.5b, onde é aplicada uma excitação fictícia  $d_2$  na superfície  $\Gamma_2$ , gerando uma distribuição de potencial elétrico  $\varphi_2$ .

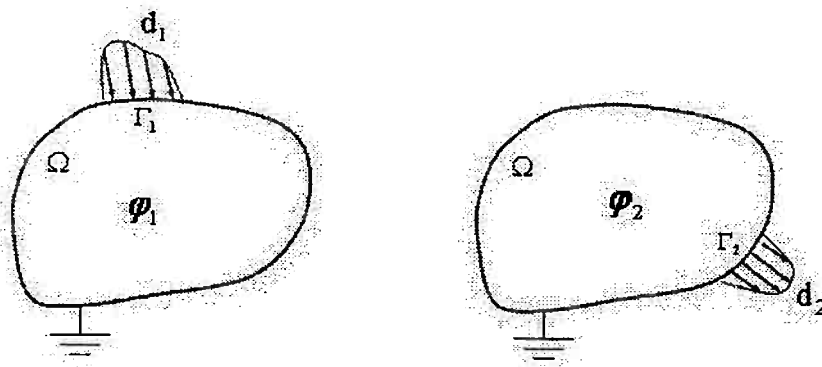


Figura 5.5: Seção do corpo submetido a dois casos diferentes de excitação.

Supondo que o corpo é submetido simultaneamente aos dois casos de excitação verifica-se que, segundo o teorema da reciprocidade (ver capítulo 2), o trabalho elétrico realizado por  $d_1$  ao longo da distribuição de potencial  $\varphi_2$  na superfície  $\Gamma_2$  é igual ao trabalho elétrico  $d_2$  realizado por ao longo de  $\varphi_1$  da superfície  $\Gamma_1$ , ou seja:

$$\int_{\Gamma_1} d_1 \varphi_2 d\Gamma_1 = \int_{\Gamma_2} d_2 \varphi_1 d\Gamma_2 = L_1(\varphi_2) = L_2(\varphi_1) \quad (5.11)$$

onde  $L_1(\varphi_2)$  ou  $L_2(\varphi_1)$  é conhecida como energia mútua do sistema.

Utilizando a formulação de MEF, podemos reescrever a Eq. (5.11) na forma matricial, da seguinte maneira:

$$\mathbf{I}_1^T \Phi_2 = \mathbf{I}_2^T \Phi_1 \quad (5.12)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a forma matricial de  $d$  (corrente elétrica aplicada) e  $\Phi$  é forma matricial de  $\varphi$  (potenciais elétricos) e o índice  $T$  indica transposição do vetor.

Inicialmente, admite-se a excitação fictícia  $\mathbf{I}_2$  como um vetor de correntes elétricas cuja única componente não nula é uma corrente unitária aplicada num ponto(s), ou seja:

$$\mathbf{I}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$

Lembrando da Eq. (5.7), que relaciona corrente e potencial elétrico, e inserindo-a na Eq. (5.12) obtemos:

$$\Phi_1^T \mathbf{K} \Phi_2 = \phi_1 \quad (5.14)$$

que é a chamada energia mútua do sistema. Note que, segundo a teoria de MEF, a matriz  $\mathbf{K}$  é simétrica e portanto  $\mathbf{K}^T = \mathbf{K}$ . Derivando os dois lados da igualdade da Eq. (5.14) em relação as variáveis do problema de otimização, resulta na seguinte equação:

$$\frac{\partial(\Phi_1^T \mathbf{K} \Phi_2)}{\partial \rho} = \frac{\partial \Phi_1^T}{\partial \rho} \mathbf{K} \Phi_2 + \Phi_1^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \Phi_2 + \Phi_1^T \mathbf{K} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} = \frac{\partial(\phi_1)}{\partial \rho} \quad (5.15)$$

Derivando a equação de equilíbrio (5.7) em relação às variáveis do problema ( $\rho$ ), temos:

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \Phi_1 + \mathbf{K} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} = \frac{\partial \mathbf{I}_1}{\partial \rho} \quad (5.16)$$

Como o vetor de correntes elétricas  $\mathbf{I}_1$  não varia com as variáveis do problema, o gradiente do lado direito da igualdade da Eq. (5.16) é nulo, então:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \Phi_1 + \mathbf{K} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} &= 0 \Rightarrow \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} = -\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \Phi_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} \right)^T = -\Phi_1^T \frac{\partial \mathbf{K}^T}{\partial \rho} (\mathbf{K}^{-1})^T = -\Phi_1^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \mathbf{K}^{-1} \end{aligned} \quad (5.17)$$

uma vez que a matriz  $\mathbf{K}$  é simétrica. Da mesma forma:

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} = -\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \Phi_2 \quad (5.18)$$

Substituindo as Eqs. (5.18) e (5.16) na Eq. (5.15) e simplificando, obtemos:

$$\frac{\partial(\Phi_1^T \mathbf{K} \Phi_2)}{\partial \rho} = -\Phi_1^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho} \Phi_2 = \frac{\partial(\phi_1)}{\partial \rho} \quad (5.19)$$

Na TIE, para um caso de carga, são feitas várias medições (1 a  $n_p$ ) ao redor da seção do corpo em diferentes pontos de medição (eletrodos). Assim, considere a configuração do domínio para a primeira medição ( $i = 1$ ), conforme mostrado na Fig. 5.6.

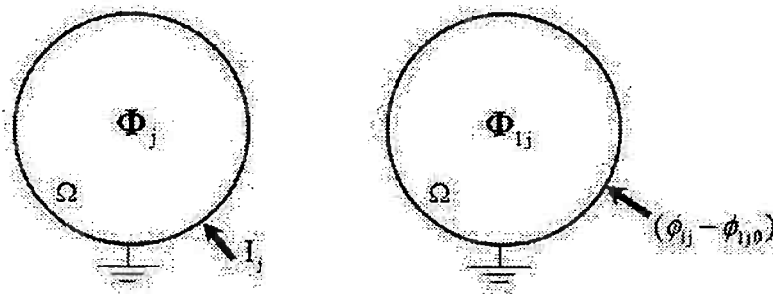


Figura 5.6: Aplicação da primeira medição de potenciais ( $i = 1$ ).

Agora, a excitação fictícia  $\mathbf{I}_{1j}$  (Eq. 5.13) é considerada um vetor cujas componentes valem:

$$\mathbf{I}_{1j} = \begin{Bmatrix} (\phi_{1j} - \phi_{1j0}) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.20)$$

Esse vetor de corrente elétrica produz no domínio  $\Omega$  uma distribuição de potencial  $\Phi_{1j}$ . Desta forma, sabendo-se que a corrente elétrica  $(\phi_{1j} - \phi_{1j0})$  é constante durante o caso de carga, aplicando a Eq. (5.19) temos:

$$-\Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \Phi_{1j} = (\phi_{1j} - \phi_{1j0}) \frac{\partial \phi_{1j}}{\partial \rho} \quad (5.21)$$

A matriz  $\mathbf{K}$  é diferente para cada caso de carga, pois as condições de contorno elétrico são alteradas (ponto de aplicação de corrente e de potencial nulo). Considere agora a segunda medição ( $i = 2$ ) ilustrada na Fig. 5.7.

Observe que o ponto de aplicação de corrente elétrica é mudado. De maneira análoga à primeira medição, obtemos a seguinte equação:

$$-\Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \Phi_{2j} = (\phi_{2j} - \phi_{2j0}) \frac{\partial \phi_{2j}}{\partial \rho} \quad (5.22)$$

Repetindo o procedimento até completar os  $n_p$  casos de medição, temos:

$$-\Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \Phi_{n_p j} = (\phi_{n_p j} - \phi_{n_p j0}) \frac{\partial \phi_{n_p j}}{\partial \rho} \quad (5.23)$$

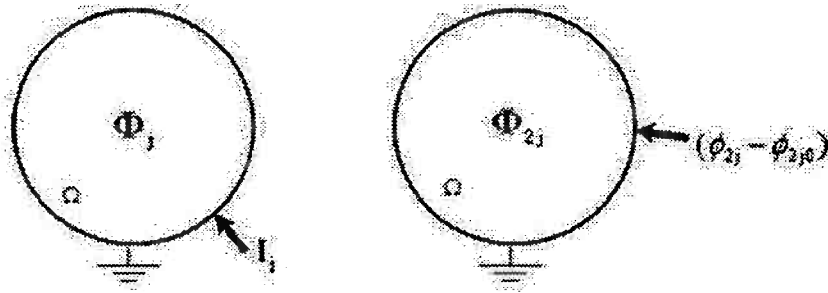


Figura 5.7: Aplicação da segunda medição de potenciais ( $i = 2$ ).

Agora, considere o desenvolvimento da primeira somatória (de 1 a  $n_p$ ) da Eq. (5.10):

$$\frac{dF}{d\rho} = \sum_{j=1}^{n_e} \left[ (\phi_{1j} - \phi_{1j0}) \frac{\partial \phi_{1j}}{\partial \rho} + (\phi_{2j} - \phi_{2j0}) \frac{\partial \phi_{2j}}{\partial \rho} + \dots + (\phi_{n_p j} - \phi_{n_p j0}) \frac{\partial \phi_{n_p j}}{\partial \rho} \right] \quad (5.24)$$

Comparando a Eq. (5.24) com as Eqs. (5.21) à (5.23) conclui-se que, considerando todos os  $n_p$  casos de medição a derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \rho} &= - \sum_{j=1}^{n_e} \left[ \Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \Phi_{1j} + \Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \Phi_{2j} + \dots + \Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \Phi_{n_p j} \right] = \\ &= - \sum_{j=1}^{n_e} \left[ \Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \left( \underbrace{\Phi_{1j} + \Phi_{2j} + \dots + \Phi_{n_p j}}_{\tilde{\Phi}_j} \right) \right] = - \sum_{j=1}^{n_e} \left( \Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \tilde{\Phi}_j \right) \end{aligned} \quad (5.25)$$

Como a formulação de MEF é linear, podemos obter a somatória de potenciais  $\tilde{\Phi}_j$  aplicando simultaneamente todos os  $n_p$  casos de medição usando a corrente elétrica  $(\phi_{ij} - \phi_{ij0})$ , conforme ilustrado na Fig. 5.8.

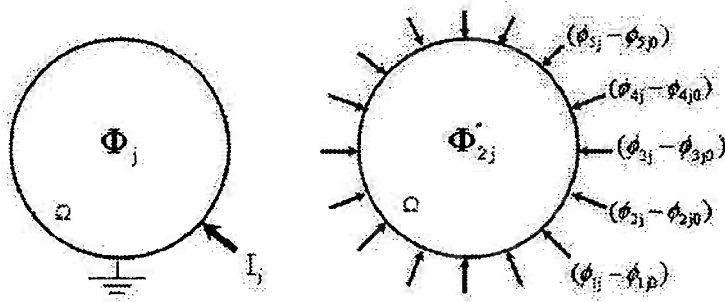


Figura 5.8: Aplicação de todos os  $n_p$  casos de medição.

Assim, o vetor  $\tilde{\Phi}_j$  pode ser calculado através da seguinte equação de equilíbrio:

$$\mathbf{K}_j \tilde{\Phi}_j = \tilde{\mathbf{I}}_j \quad (5.26)$$



onde:

$$\tilde{\mathbf{I}}_j = \mathbf{I}_{1j} + \mathbf{I}_{2j} + \cdots + \mathbf{I}_{n_pj} = \begin{Bmatrix} (\phi_{1j} - \phi_{1j0}) \\ (\phi_{2j} - \phi_{2j0}) \\ (\phi_{3j} - \phi_{3j0}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ (\phi_{n_pj} - \phi_{n_pj0}) \end{Bmatrix} \quad (5.27)$$

Portanto, considerando-se todos os  $n_e$  casos de carga e todos os  $n_p$  casos de carga, a expressão geral para o cálculo da derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto é dada por:

$$\frac{dF}{d\rho} = - \sum_{j=1}^{n_e} \Phi_j^T \frac{\partial \mathbf{K}_j}{\partial \rho} \tilde{\Phi}_j \quad (5.28)$$

Esse método torna o cálculo das sensibilidades extremamente eficiente.

## 5.6 Implementação Numérica

A Fig. 5.9 representa um exemplo de domínio, apenas para ilustração, em que é construída a imagem mediante a informação de voltagem nos eletrodos representados por pontos distribuídos ao longo do contorno. O domínio pode assumir qualquer geometria a ser discretizada por uma malha de elementos finitos na qual é realizado o processo iterativo de distribuição de material pela otimização topológica. No problema estudado no projeto, o domínio tem a geometria de uma seção do corpo humano.

No domínio pode-se identificar regiões que já possuem um tipo de material definido como osso ou um órgão do corpo humano, cujo tamanho e posição são conhecidos, por exemplo. Essas regiões são eliminadas do processo de otimização, uma vez que se está interessado apenas na determinação da presença de água, por exemplo, mas são mantidas na análise por elementos finitos. Assim, pode-se limitar no domínio a região em que a presença de ar no pulmão pode ocorrer, além de permitir lidar com a presença de regiões conhecidas no interior do domínio (Fig. 5.9) como por exemplo, osso, coração, etc.

No processo de otimização topológica, inicia-se com uma distribuição uniforme de em todo o domínio que é alterada ao longo das iterações até que ocorra a convergência do processo com a minimização da função objetivo  $F$ . O problema apresenta mínimos locais, ou seja, há mais do que uma distribuição de material que resulte nos valores de voltagem medidos nos eletrodos. Esse problema pode ser resolvido introduzindo-se uma regularização [158] no problema através da alteração na expressão matemática da função objetivo.

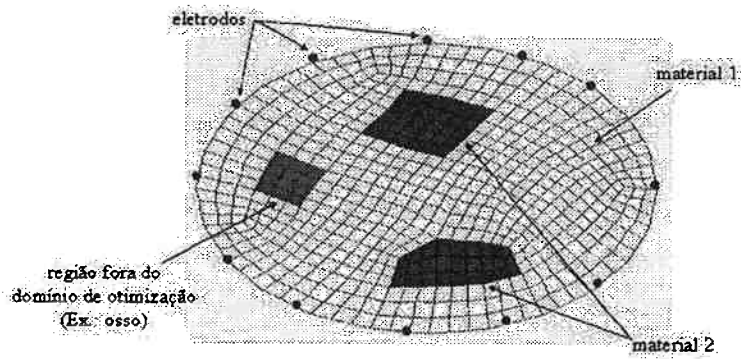


Figura 5.9: Exemplo de domínio de projeto para obtenção da imagem.

A Fig. 5.10 mostra o fluxograma do programa de computador de MOT que vem sendo estudado para a solução do problema em questão. Os dados iniciais são fornecidos ao programa de computador com informação sobre a malha de MEF do domínio. Mediante a análise de MEF, as voltagens são calculadas permitindo obter a função objetivo e restrições. A próxima etapa consiste na otimização que exige a informação da sensibilidade do meio, ou seja, a derivada da função objetivo e restrições em relação às variáveis de projeto. O algoritmo de otimização fornece uma nova distribuição de material que é atualizada no modelo de MEF.

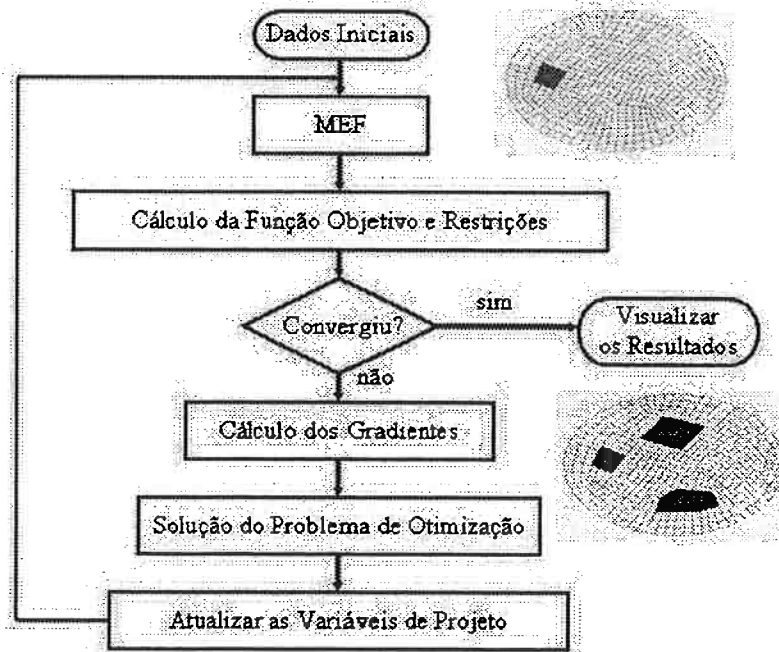


Figura 5.10: Fluxograma do programa de computador de MOT.

## 5.7 Resultados Preliminares

Nesta seção são apresentados alguns resultados preliminares que ilustram as imagens obtidas até o momento com uma versão básica do programa de computador, implementada em linguagem C, que aplica o método de otimização topológica (MOT) para obtenção de imagem de tomografia por impedância elétrica (TIE). Os resultados são originários do relatório de bolsa de doutorado FAPESP orientada pelo autor [133].

A imagem é reconstruída num domínio bidimensional (2D), regular bem conhecido (círculo ou elipse), utilizando-se dados numéricos de voltagem. O modelo de MEF do domínio de projeto utiliza elementos quadriláteros isoparamétricos de 4 nós com 1 grau de liberdade por nó (potencial elétrico). Para obtenção da imagem são usados 32 eletrodos posicionados ao redor do domínio da seção [135] e são aplicados 32 casos de carga de corrente ( $n_e$ ) adjacentes ou diametrais [140][135], conforme mostrado na Fig. 5.11. Cada caso de excitação de corrente elétrica é obtido selecionando-se um par de eletrodos, onde um deles tem potencial nulo e o outro é ponto de aplicação de corrente elétrica. Em todos os exemplos mostrados nesta seção, a corrente elétrica aplicada é considerada igual à 1 mA (miliampère). A impedância de contato nos eletrodos é simulada através de elementos de eletrodos de largura ( $a$ ) igual à 9 mm.

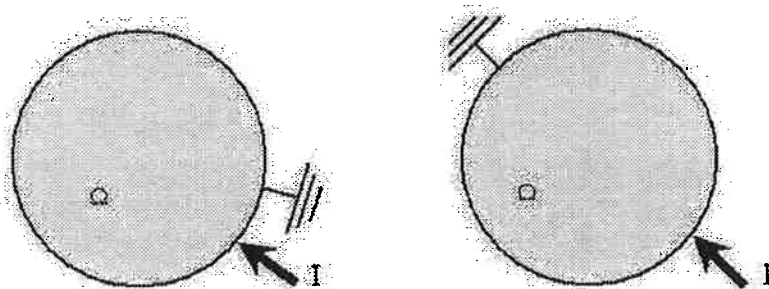


Figura 5.11: Padrões de aplicação de corrente elétrica na TIE.

Para se obter a imagem desejada, percorrem-se todos os elementos de eletrodos (largura: 9 mm), localizados ao redor do domínio da seção, mudando-se sucessivamente o eletrodo em que se aplica a corrente elétrica e também o eletrodo com potencial nulo, de forma a se obter um número de observações suficientes sob diferentes ângulos.

Nos exemplos apresentados, as imagens são obtidas num domínio circular de diâmetro igual à 500 mm. Outros formatos de domínio também podem ser considerados. Esse domínio é discretizado numa malha de 567 elementos quadriláteros (espessura, 35 mm), conforme mostrado na Fig. 5.12.

Inicialmente o programa está implementado com uma formulação que permite identificar apenas dois materiais, porém esta formulação será redefinida para admitir mais materiais. Para todos os exemplos mostrados nesta seção considera-se, no interior do

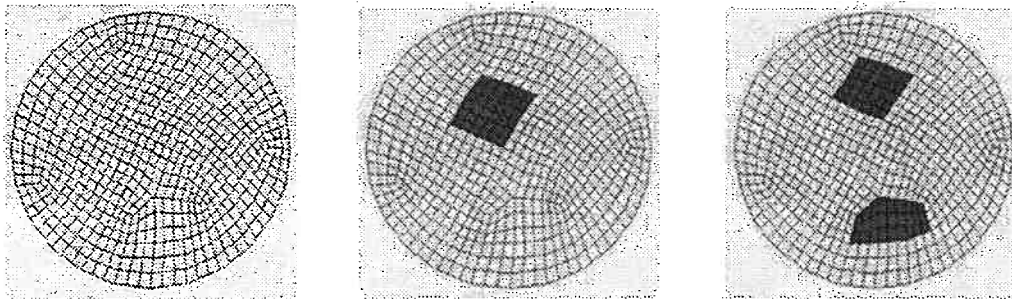


Figura 5.12: Malha de MEF do domínio da seção e imagens dos fantasmas numéricos a serem reconstruídas.

domínio da seção, a existência de líquido e outro material sólido de alta impedância (cuja imagem se deseja obter). Esses materiais são representados pela sua condutividade elétrica (inverso da impedância), cujos valores são definidos logo adiante.

Os resultados mostrados a seguir foram obtidos com um fator  $p$  da Eq. (5.9) igual à 2. Para todos os exemplos, o valor inicial das variáveis foi especificado igual à 0,15.

Dois implementações do programa são consideradas inicialmente. Na primeira, não foi considerado o modelo de eletrodo na rotina de MEF (veja seção 5.3) enquanto que na segunda o modelo de eletrodo foi incluído na rotina de MEF do programa. Isso permitiu avaliar a influência do modelo de eletrodo na otimização.

Como mencionado, inicialmente são utilizados fantasmas (“phantom”) numéricos para testar o método. A Fig. 5.12 apresenta as imagens dos dois exemplos utilizados como fantoma numérico [137][143] nos exemplos apresentados adiante, ou seja, essas imagens deverão ser reconstruídas pelo método. Em ambos os casos, as regiões simulam um material de baixíssima condutividade ( $10^{-4}$ ) em relação à condutividade do material do domínio. Na prática, essas situações seriam equivalentes a se obter, no exame tomográfico de um meio aquoso, uma (ou duas) pequena(s) região(ões) com ar, por exemplo. A condutividade do material do domínio da seção (meio aquoso) é considerada igual à  $5 \cdot 10^{-3}$ . Os potenciais elétricos dos nós dos eletrodos nos 32 casos de excitação elétrica do fantoma numérico foram determinados através de análises de MEF usando o próprio programa. Na continuação do projeto serão utilizados valores de potenciais elétricos extraídos de bancadas experimentais desenvolvidas no projeto temático pelo grupo coordenado pelo Prof. Raul G. Lima do Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP.

### 5.7.1 Imagem obtida para domínio com uma região

A seguir são mostradas as imagens e as curvas de convergência da função objetivo encontradas utilizando os dados para a obtenção da imagem mostrada na Fig. 5.12a

(domínio de projeto com uma região de material distinto) e aplicando os padrões de excitação elétrica adjacente e diametral. As figuras são originárias do relatório FAPESP aprovado de bolsa de doutorado (n° 02/01625-0).

### Padrão adjacente de excitação elétrica

A Fig. 5.13 mostra as imagens e as curvas de convergência correspondentes da função objetivo, obtidas usando-se o algoritmo de MEF sem considerar e considerando, respectivamente, o modelo de eletrodo e aplicando o padrão *adjacente* de excitação de corrente elétrica (veja Fig. 5.11).

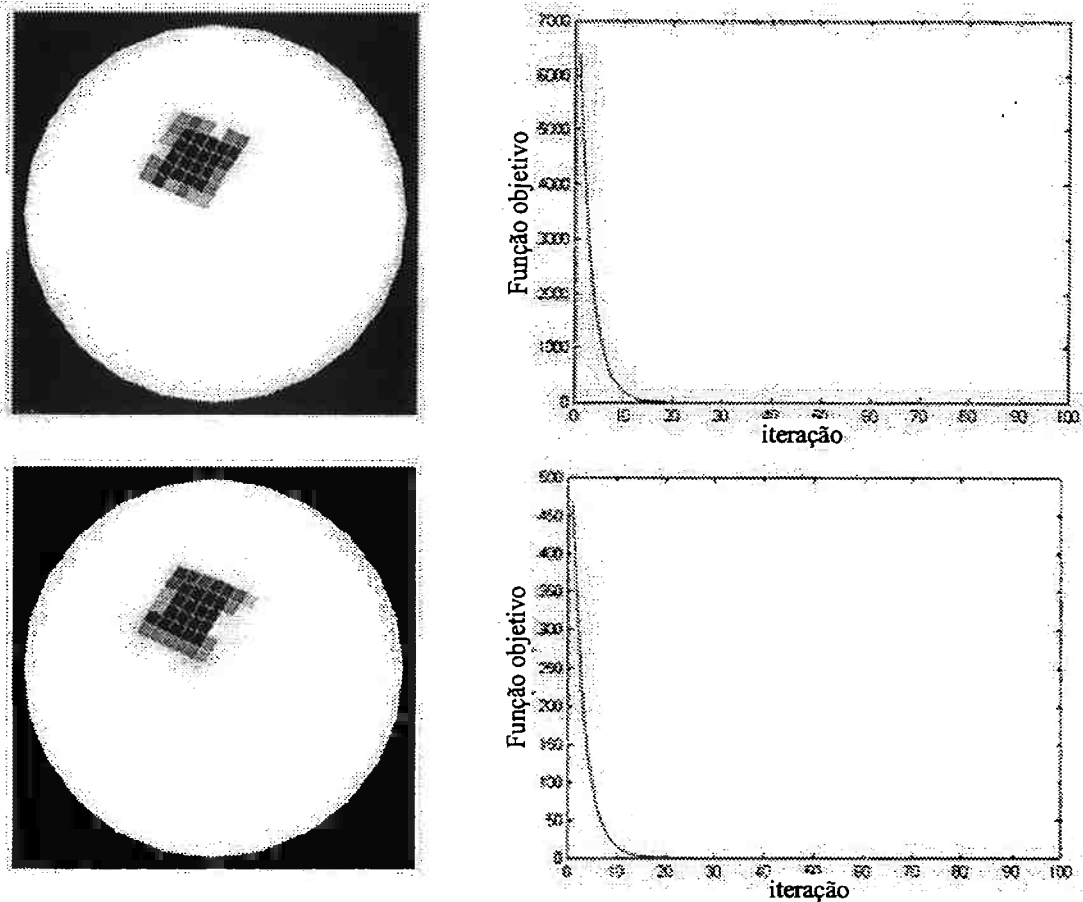


Figura 5.13: Imagens obtidas usando o algoritmo de MEF sem considerar (acima) e considerando (abaixo) o modelo de eletrodo para o padrão adjacente de excitação elétrica.

## Padrão diametral de excitação elétrica

Para comparação, neste item são mostradas as imagens obtidas adotando-se agora o padrão *diametral* de excitação de corrente elétrica (veja Fig. 5.11). Na Fig. 5.14 são mostradas as imagens e as curvas de convergência correspondentes, obtidas usando-se o algoritmo de MEF sem considerar e considerando, respectivamente, o modelo de eletrodos.

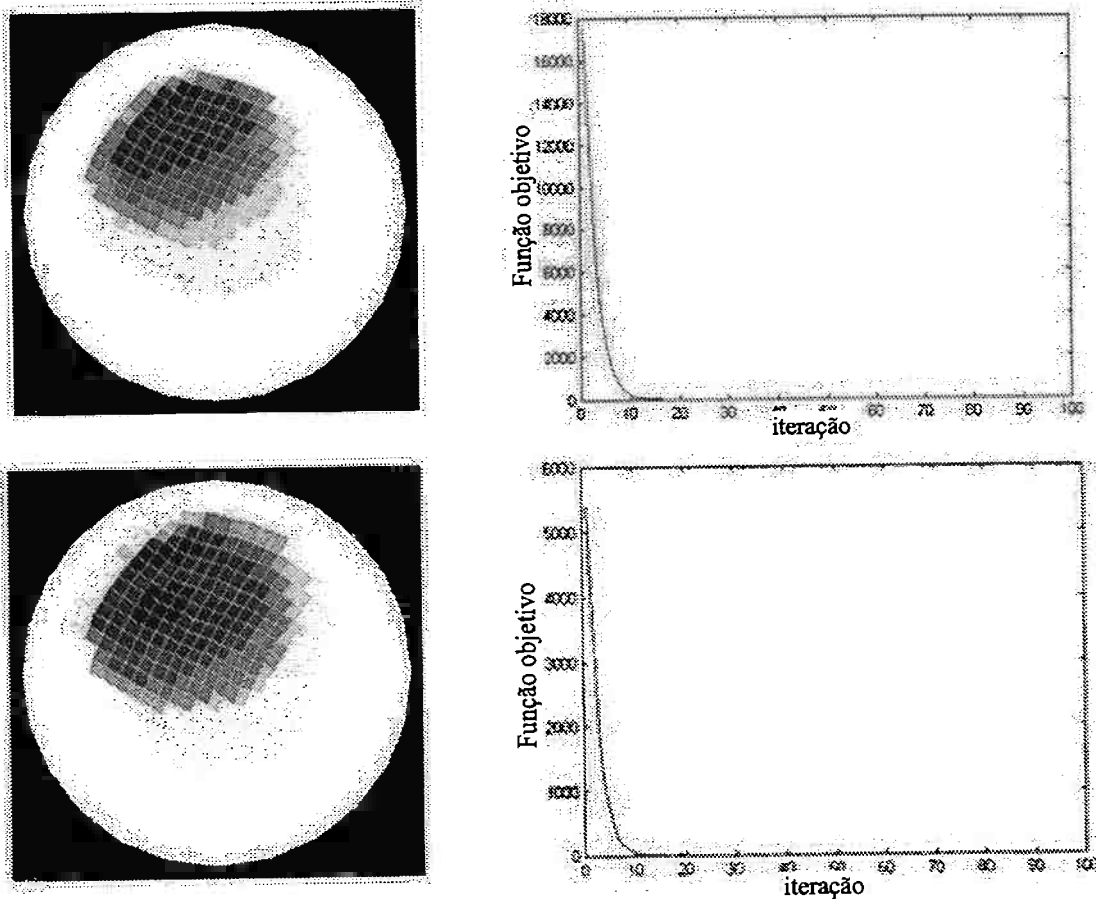


Figura 5.14: Imagens obtidas usando o algoritmo de MEF sem considerar (acima) e considerando (abaixo) o modelo de eletrodos para o padrão diametral de excitação elétrica.

### 5.7.2 Imagem obtida para domínio com duas regiões

Agora, são mostradas as imagens geradas utilizando os dados para a obtenção da imagem mostrada na Fig. 5.12b (domínio com duas regiões de mesmo material). Da mesma maneira do item anterior, serão mostrados os resultados obtidos com a aplicação

dos padrões de excitação de corrente elétrica adjacente e diametral.

### Padrão adjacente de excitação elétrica

A Fig. 5.15 mostra as imagens e as curvas de convergência correspondentes da função objetivo, obtidas usando-se o algoritmo de MEF sem considerar e considerando, respectivamente, o modelo de eletrodos e aplicando o padrão *adjacente* de excitação de corrente elétrica.

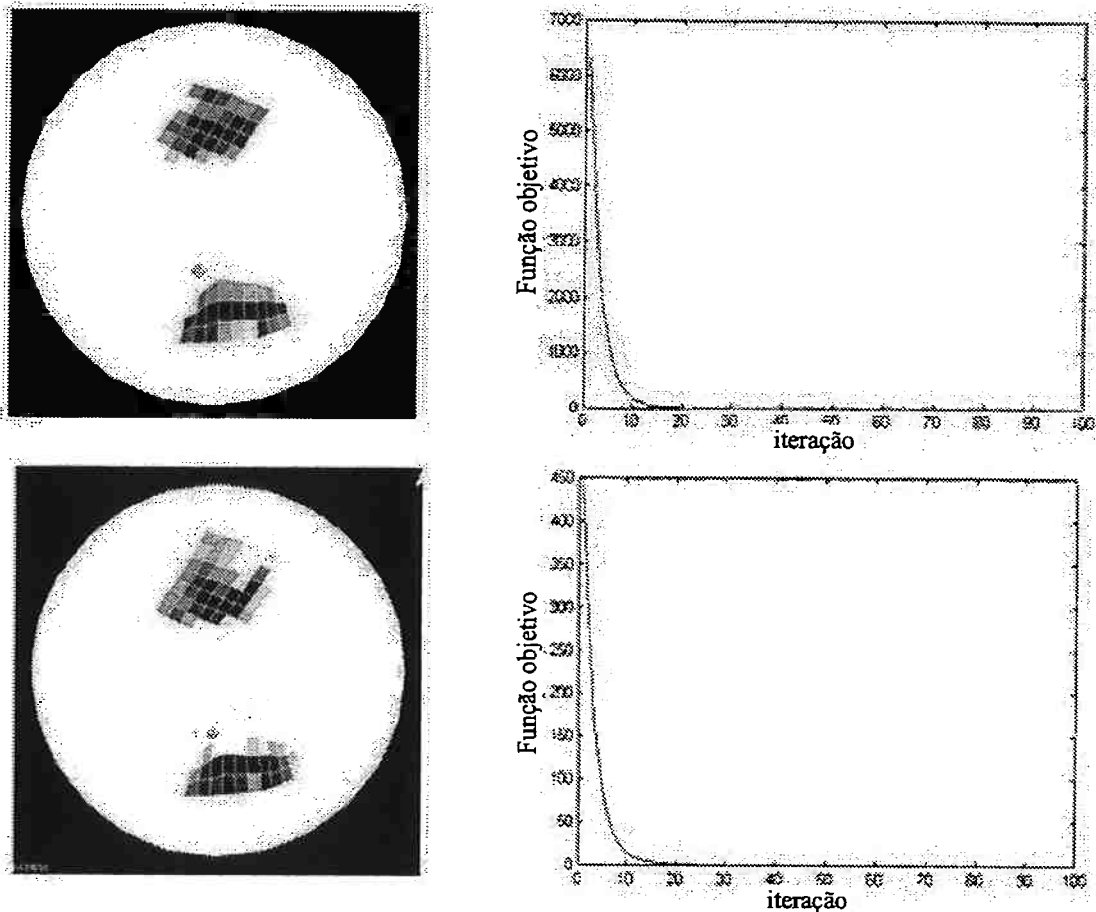


Figura 5.15: Imagens obtidas usando o algoritmo de MEF sem considerar (acima) e considerando (abaixo) o modelo de eletrodos para o padrão adjacente de excitação elétrica.

### Padrão diametral de excitação elétrica

Para comparação, neste item são mostradas as imagens e curvas de convergências obtidas adotando-se agora o padrão *diametral* de excitação elétrica. Na Fig. 5.16

são mostrados os resultados obtidos usando o algoritmo de MEF sem considerar e considerando, respectivamente, o modelo de eletrodos.

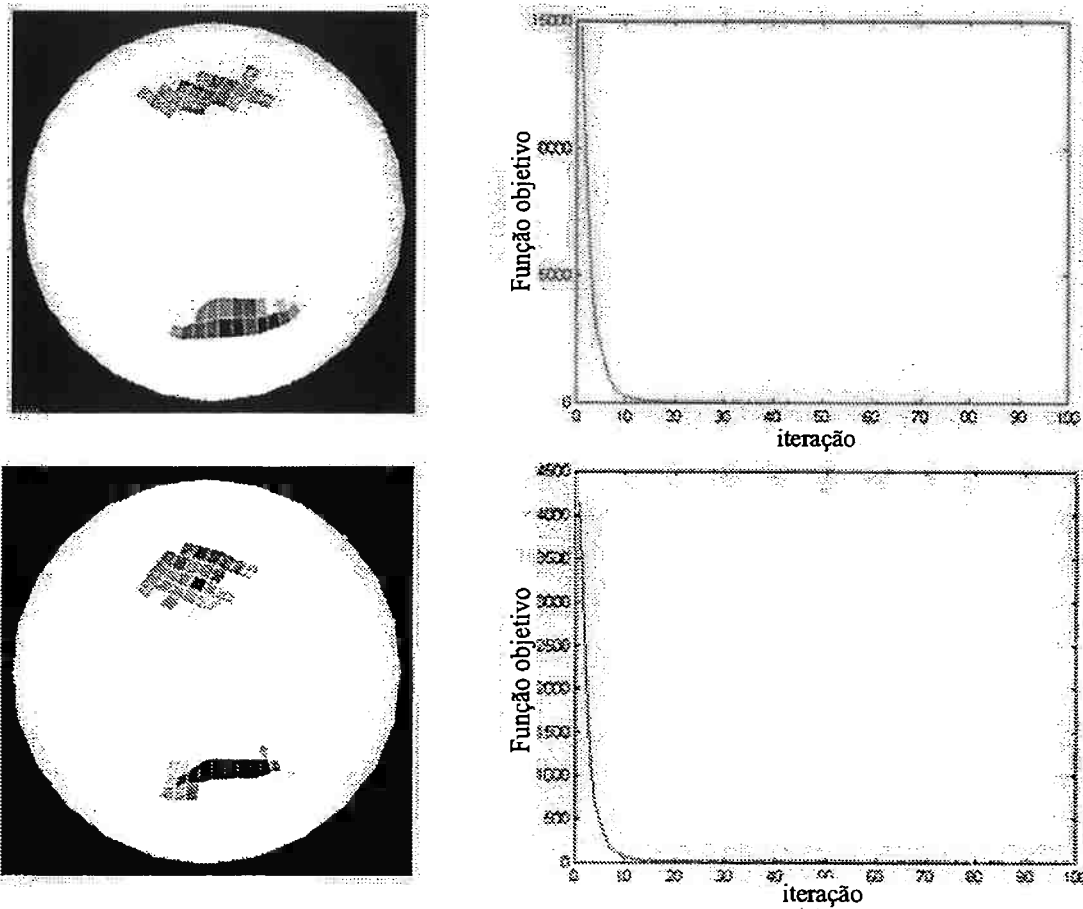


Figura 5.16: Imagens obtidas usando o algoritmo de MEF sem considerar (acima) e considerando (abaixo) o modelo de eletrodos para o padrão diametral de excitação elétrica.

Conforme os resultados apresentados pode-se verificar que o método é capaz de obter as imagens dos exemplos propostos com um grau de resolução aceitável, no entanto, os valores de condutividade elétrica absoluta encontrados na otimização ainda estão abaixo dos valores esperados (média de 70% do valor esperado), o que ainda pode ser melhorado. Observando a comparação entre os padrões de aplicação de corrente elétrica nota-se que o padrão adjacente foi mais apropriado para os exemplos apresentados aqui, pois gerou imagens com resolução melhor do que o padrão diametral. Esse mesmo fato foi observado por outros pesquisadores na utilização de outros métodos [135]. Porém, ainda é prematuro afirmar que esse padrão será melhor para todos os casos.



## 5.8 Conclusões

Os resultados obtidos demonstram a potencialidade da aplicação do MOT na obtenção de imagens de tomografia por TIE. Os resultados apresentados foram obtidos utilizando-se dados baseados em fantasmas numéricos. Esses resultados mostram que o método permite obter em algumas dezenas de iterações os valores absolutos de condutividade de dois materiais no interior de um domínio e que, a princípio, a excitação elétrica adjacente fornece melhores imagens do que a diametral, como observado na literatura, usando-se outros métodos. Ao se utilizar dados experimentais a formulação deverá ser aperfeiçoada de forma a lidar com o problema do ruído.

As imagens podem ser facilmente reconstruídas num domínio elíptico (já realizado), mais próximo da seção do corpo humano, o que evita a distorção da imagem, como ocorre em outros métodos. Além disso, O MOT permite incluir algumas restrições no problema de reconstrução de imagem limitando o espaço de solução evitando imagens sem significado clínico. Dessa forma pode-se limitar no domínio, a área onde a presença de ar no pulmão pode ocorrer, além de permitir trabalhar com áreas conhecidas no interior do domínio, como osso, coração, etc.

Na continuação do projeto será implementado a obtenção das constantes dos eletrodos conhecendo-se os dados de potenciais elétricos para um meio uniforme. Nos exemplos foram utilizadas constantes fictícias. Além disso, o método será testado com dados experimentais e novas regularizações serão implementadas na função objetivo, bem como novos métodos de otimização baseados nos métodos de gradientes conjugados e MMA (“Method of Moving Asymptotes”) [92] serão testados e seus resultados comparados.

## Referências Bibliográficas

- [1] Silva, E.C.N., Fonseca, J.S.O., and Kikuchi, N. "Topology Optimization of Piezoelectric Microstructures", *Proceedings of The Second World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-2)*, Zakopane (Polônia), p.551-556, 1997.
- [2] Silva, E.C.N., Fonseca, J.S.O., and Kikuchi, N., "Optimal Design of Piezoelectric Microstructures", *Proceedings of International Symposium on Optimization and Innovative Design (OPID97)*, Tóquio (Japão), 1997 (anais em CDROM).
- [3] Silva, E.C.N., Fonseca, J.S.O., Espinosa, F.R.M., Crumm, A.T., Brady, G.A., Halloran, J.W., and Kikuchi, N., "Optimal Design of Piezocomposite Materials Using Topology Optimization Techniques and Homogenization Theory", *Proceedings of 1997 IEEE International Ultrasonics Symposium*, Toronto (Canadá), p.883-886, 1997.
- [4] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S., Fonseca, J.S.O., Crumm, A.T., Brady, G.A., Espinosa, F.R.M., Halloran, J.W., and Kikuchi, N., "Topology Optimization Applied to the Design of Piezocomposite Materials and Piezoelectric Actuators", *Proceedings of Mathematics and Control in Smart Structures - 5<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, San Diego, Califórnia (EUA), p.216-227, março de 1998.
- [5] Crumm, A.T., Brei, D.E., Silva, E.C.N., Kikuchi, N. and Halloran, J.W., "New Microfabrication Technique for Electroactive Ceramic and Electrode Materials", *Proceedings of Smart Materials and Technologies - 5<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, San Diego, Califórnia (EUA), p.20-27, março de 1998.
- [6] Silva, E.C.N., Fonseca, J.S.O., and Kikuchi, N., "Optimal Design of Piezoelectric Microstructures", *Computational Mechanics*, vol.19, n°. 5, p.397-410, 1997.

- [7] Silva, E.C.N., Fonseca, J.S.O., and Kikuchi, N., "Optimal Design of Periodic Piezocomposites", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.159, p.49-77, 1998.
- [8] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S., Fonseca, J.S.O., Espinosa, F.M., Crumm, A.T., Brady, G.A., Halloran, J.W., and Kikuchi, N., "Design of Piezocomposite Materials and Piezoelectric Transducers Using Topology Optimization - Part I", *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol.6, n°.2, p.117-182, 1999.
- [9] Silva, E.C.N., Reilly, C., Crumm, A.T., Espinosa, F. R. M., and Halloran, J.W., "Design and Manufacturing of Optimized Piezocomposite Materials", Editores: Adrados, J.P., Aragón, J.L., Torres, M. , *Aplicaciones Interdisciplinarias de Materiales (CYTED)*, Madrid, p.114-125, 2002.
- [10] Silva, E.C.N., "Synthesis of Piezocomposites", Kluwer Academic Publishers (series editor: Steve Senturia), *Synthesis Methods for MEMS*, Chapter 6, Book editor: G.K. Ananthasuresh, a ser publicado, 2003.
- [11] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S. and Kikuchi, N., "Design of Piezoelectric Transducers Using Topology Optimization", *Proceedings of Fourth World Congress on Computational Mechanics (WCCM-IV)*, Buenos Aires (Argentina), 1998 (anais em CDROM).
- [12] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S. and Kikuchi, N., "Flextensional Actuator Design Using Topology Optimization and the Homogenization Method", *Proceedings of NATO Advanced Research Workshop - Smart Structures - Requirements and Potential Applications in Mechanical and Civil Engineering*, Pultusk (Polônia), p.313-320, junho de 1998.
- [13] Silva, E.C.N., "Design of Flextensional Piezoelectric Actuators Using Topology Optimization", *Anais do XV COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM, (anais em CDROM), Águas de Lindóia, SP, 1999.
- [14] Silva, E.C.N. and Kikuchi, N., "Topology Optimization Applied to the Design of Piezoelectric Actuators", *Proceedings of XX CILAMCE - Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia*, AMC e AIMETA, (anais em CDROM), São Paulo, SP, 1999.
- [15] Silva, E.C.N. and Buiocchi, F., "Optimization Applied to the Design of Flextensional Actuators", *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, SBA, (anais em CDROM), Florianópolis, SC, 2000.

- [16] Nishiwaki, S., Silva, E.C.N., Li, Y., and Kikuchi, N., "Topology Optimization for Flextensional Actuators", *Proceedings of AIAA - American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Saint Louis, Missouri (EUA), p.1883-1888, setembro de 1998.
- [17] Nishiwaki, S., Silva, E.C.N., and Kikuchi, N., "Topology Optimization of Actuators Using Structural Flexibility", *Proceedings of The Third World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-3)*, Niagara Falls/Amherst, New York, (EUA), maio de 1999.
- [18] Nishiwaki, S., Silva, E.C.N., Sekiguchi, M., and Kikuchi, N., "Structural Optimization Considering Flexibility (Part 4: Development of Actuator Using Piezoelectric Materials)", *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers (JSME) (C)*, vol.64, n°.626, p.3743-3751, 1998.
- [19] Silva, E.C.N., "Synthesis with Piezoelectric Actuation", Kluwer Academic Publishers (series editor: Steve Senturia), *Synthesis Methods for MEMS*, Chapter 5, Book editor: G.K. Ananthasuresh, a ser publicado, 2003.
- [20] Nader, G., Shirahige, A.B., Silva, E.C.N. e Adamowski, J.C., "Laser Interferometry Technique Applied to the Measurement of Flextensional Transducers Displacements", *Anais do XVI COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM, (anais em CDRom), Uberlândia, MG, 2001.
- [21] Shirahige, A.B., Nader, G., Adamowski, J.C., and Silva, E.C.N., "Characterization of a bimorph piezoactuator to apply in laser interferometer control vibration", *Anais do XXV Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada*, SBF - Sociedade Brasileira de Física, Annals of Optics. v.4, Caxambu, SP, 2002.
- [22] Nader, G., Silva, E.C.N., and Adamowski, J.C., "Experimental Verification of Flextensional Transducers Designed by Using Topology Optimization Method", *Proceedings of Smart Structures and Integrated Systems - 8<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, v. 4327, p. 381-389, Newport Beach, California, EUA, março de 2001.
- [23] Nader, G., Silva, E.C.N., and Adamowski, J.C., "Characterization of Novel Flextensional Transducers Designed by Using Topology Optimization Method", *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*, p.981-984, Atlanta, Georgia, EUA, 2001.
- [24] Nader, G., Silva, E.C.N., and Adamowski, J.C., "Determination of Piezoelectric Transducers Damping by Using Experimental and Finite Element Simulations",

*Proceedings of Damping and Isolation – 10<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, San Diego, California, EUA, (anais em CDROM), março de 2003.

- [25] Nader, G., Shirahige, A.B., Silva, E.C.N., and Adamowski, J.C., “Analysis of the Influence of Tiny Mirrors and Mechanical Holder in the Interferometric Measurements of Piezoceramic Displacements Operating in a kHz Range”, *Proceedings of Active Materials and Behavior – 10<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, San Diego, California, EUA, (anais em CDROM), março de 2003.
- [26] Lima, C.R. e Silva, E.C.N., “Projeto de Mecanismos Flexíveis Usando Otimização Topológica”, *Anais do XVI COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM, (anais em CDROM), Uberlândia, MG, 2001.
- [27] Lima, C. R., Silva, E.C.N., “Projeto de Mecanismos Flexíveis Usando Otimização Topológica”, *Proceedings of XXII CILAMCE (Congresso Ibero-Latino-Americano em Métodos Computacionais em Engenharia)*, AMC e AIMETA, (anais em CDROM), Campinas, SP, 2001.
- [28] Silva, E.C.N., “Topology Optimization Applied to the Design of a Inchworm Piezoelectric Motor”, *Proceedings of XXI CILAMCE - Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia*, AMC e AIMETA, (anais em CDROM), Rio de Janeiro, RJ, dezembro de 2000.
- [29] Silva, E.C.N., “Design of an Inchworm Piezoelectric Motor Using Topology Optimization”, *Anais do XVI COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM, (anais em CDROM), Uberlândia, MG, 2001.
- [30] Rezende, S. E. M, Alves, G. R., and Silva, E.C.N. “Solid Digitalization Method Applied to CAD/CAE”, *Proceedings of IV IEEE - INDUSCON (IEEE - Industry Applications Society)*, (anais em CDROM), Porto Alegre, RS, (Brasil), novembro de 2000.
- [31] Rezende, S.E.M., Silva, E.C.N., Andrade, A.J.P. e Pinto, I.M.F., “Construção de Modelos CAE de Peças Biomédicas Usando Técnicas de Digitalização de Sólidos”, *Anais do XVI COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM, (anais em CDROM), Uberlândia, MG, 2001.
- [32] Stump, F.V. e Silva, E.C.N., “Síntese da Estrutura de um Veículo Mini-Baja através do Método de Otimização Topológica”, *Anais do 11<sup>o</sup> Congresso e Exposição Internacionais da Tecnologia da Mobilidade*, SAE Brasil, (anais em CDROM), São Paulo, SP, 2002.

- [33] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S., Fonseca, J.S.O. and Kikuchi, N., "Optimization Methods Applied to Material and Flextensional Actuator Design Using the Homogenization Method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.172, p.241-271, 1999.
- [34] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S. e Kikuchi, N., "Topology Optimization Design of Flextensional Actuators", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.47, no.3, p.657-671, 2000.
- [35] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S., and Kikuchi, N., "Design of Piezocomposite Materials and Piezoelectric Transducers Using Topology Optimization - Part II", *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol.6, n°.3, p.191-222, 1999.
- [36] Chen, B.C., Silva, E.C.N. e Kikuchi, N., "Advances in Computational Design and Optimization With Application to MEMS", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.52, no.1-2, p.23-62, 2001.
- [37] Silva, E.C.N., Nader, G., Shirahige, A.B., Adamowski, J.C., "Characterization of Novel Flextensional Actuators Designed by Using Topology Optimization Method", *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures*, aceito para publicação, 2003.
- [38] Inoue, T. , Nada, T. e Sugiuchi, K., "Low-Frequency Flextensional Piezoelectric Underwater Transmitter with Displacement Amplifier," *IEEE Transactions of the IEICE*, Vol.E 72, no.12, p.1410-1416, 1989.
- [39] Rolt, K.D., "History of the Flextensional Electroacoustic Transducer", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.87, no.3, p.1340-1349, 1990.
- [40] Decarpigny, J.-N. , Hamonic, B. e Wilson Jr., O.B., "The Design of Low-Frequency Underwater Acoustic Projectors: Present Status and Future Trends", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol.16, no.1, p.107-122, 1991.
- [41] Carrozza, M.C., Dario, P., Menciassi, A. e Fenu, A., "Manipulating Biological and Mechanical Micro-Objects Using LIGA-Microfabricated End-Effectors", *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*, p.1811-1816, 1998.
- [42] Mehta, N.Y., Haluck, R.S., Frecker, M.I. e Snyder, A.J., "Sequence and Task Analysis of Instrument Use in Common Laparoscopic Procedures", *Surgical Endoscopy-Ultrasound and Interventional Techniques*, Vol.16, no.2, p.280-285, 2002.
- [43] Rai-Choudhury, P., "MEMS and MOEMS Technology and Applications", SPIE Press, Bellingham, Washington, EUA, 2000.

- [44] Xu, Q.C., Yoshikawa, S., Belsick, J.R. e Newnham, R.E., "Piezoelectric Composites with High Sensitivity and High Capacitance for Use at High Pressures," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.38, no.6, p.634–639, 1991.
- [45] Newnham, R.E., Dogan, A., Xu, Q.C., Onitsuka, K., Tressler, J.F. e Yoshikawa, S., "Flextensional "Moonie" Actuators", *Proceedings of IEEE 1993 Ultrasonics Symposium*, p.509–513, 1993.
- [46] Dogan, A., Uchino, K. e Newnham, R.E., "Composite Piezoelectric Transducer with Truncated Conical Endcaps "Cymbal"", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.44, no.3, p.597–605, 1997.
- [47] Tressler, J. F., Newnham, R. E., "Doubly Resonant Cymbal-Type Transducer", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.44, p.1175–1177, 1997.
- [48] Xu, Q.C., Dogan, A., Tressler, J.F., Yoshikawa, S. e Newnham, R.E., "Ceramic-Metal Composite Actuator", *Proceedings of IEEE 1991 Ultrasonic Symposium*, p.923–928, 1991.
- [49] Dogan, A., Yoshikawa, S., Uchino, K., e Newnham, R.E., "The Effect of Geometry on the Characteristics of the Moonie Transducer and Reliability Issue", *IEEE 1994 Ultrasonic Symposium Proceedings*, p.935–939, 1994.
- [50] Onitsuka, K., Dogan, A., Tressler, J.F., Xu, Q., Yoshikawa, S., e Newnham, R.E., "Metal-Ceramic Composite Transducer, The "moonie"", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol.6, p.447–455, 1995.
- [51] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S. e Kikuchi, N., "Design of Flextensional Transducers Using the Homogenization Design Method", *Proceedings of Mathematics and Control in Smart Structures - 6<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, Newport Beach, Califórnia (EUA), p.232–243, março, 1999.
- [52] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S. and Kikuchi, N., "Design of Piezoelectric Transducers Using Topology Optimization", *Proceedings of Fourth World Congress on Computational Mechanics (WCCM-IV)*, Buenos Aires (Argentina), julho de 1998 (anais em CDROM).
- [53] Silva, E.C.N., Nishiwaki, S. and Kikuchi, N., "Flextensional Actuator Design Using Topology Optimization and the Homogenization Method", *Proceedings of NATO Advanced Research Workshop - Smart Structures - Requirements and*

*Potential Applications in Mechanical and Civil Engineering*, Pultusk (Polônia), p.313-320, junho de 1998.

- [54] Nishiwaki, S., Silva, E.C.N., Li, Y., and Kikuchi, N., "Topology Optimization for Flexensional Actuators", *Proceedings of AIAA - American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Saint Louis, Missouri (EUA), p.1883-1888, setembro de 1998.
- [55] Nishiwaki, S., Silva, E.C.N., Sekiguchi, M., and Kikuchi, N., "Structural Optimization Considering Flexibility (Part 4: Development of Actuator Using Piezoelectric Materials)", *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers (JSME) (C)*, vol.64, n°.626, p.3743-3751, 1998.
- [56] Carbonari, R.C., "Projeto de Atuadores Piezelétricos Flexensionais Usando o Método de Otimização Topológica", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica da USP, São Paulo, SP, 2003.
- [57] Canfield, S. e Frecker, M., "Topology Optimization of Compliant Mechanical Amplifiers for Piezoelectric Actuators", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.20, p. 269-279, 2000.
- [58] Frecker, M. e Canfield, S., "Optimal Design and Experimental Validation of Compliant Mechanical Amplifiers for Piezoceramic Stack Actuators", *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, Vol. 11, n°.5, p.360-369, 2000.
- [59] Lau, G. K., Du, H. e Lim, M. K., "Systematic Design of Displacement-amplifying Mechanism for Piezoelectric Stacked Actuators Using Topology Optimization", *Proceedings of Smart Structures and Integrated Systems*, Vol. 3985, p. 583-591, 2000.
- [60] Gogola, M. e Goldfarb, M., "Design of a PZT-Actuated Proportional Drum Brake", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol 4, n°.4, p. 409-416, 1999.
- [61] Ku, S., Pinsopon, U., Cetinkunt, S. e Nakajima, S., "Design, Fabrication, and Real-time Neural Network Control of a Three-Degrees-of-Freedom Nanopositioner", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 5, n°. 3, p.273-279, 2000.
- [62] Monchalín, J.P., "Optical Detection of Ultrasound", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.33, n°.5, p.485-499, 1986.
- [63] Scruby, C.B. e Drain, L.E., "Laser Ultrasonics, Techniques and Applications", Adam Hilger - EUA, 1990.



- [64] Royer, D. e Dieulesaint, E., “Optical Detection Of Sub-Angstrom Transient Mechanical Displacements”, *IEEE - Ultrasonic Symposium Proceeding*, p.527–530, 1986.
- [65] Royer, D., “Génération et Détection Optiques d’Ondes Élastiques”, *Techniques de L’Ingénieur, traité Électronique*, E4 415, 1997.
- [66] Gindre, M., Urbach, W., Coursant, R.H. e Fink, M., “Mechanical Displacement Induced in a Piezoelectric Structure: Experimental Measurement by Laser Interferometry and Simulation by a Finite Element Method”, *Journal of the Acoustic Society of America*, Vol.84, no.1, p.11–19, 1988.
- [67] Zhang, Q.M., Pan, W.Y. e Cross, L.E., “Laser Interferometer for the Study of Piezoelectric and Electrostrictive Strains”, *Journal of Applied Physics*, Vol.63, no.8, p.2492–2496, 1988.
- [68] Bendsøe, M. P. e Sigmund, O., “*Topology Optimization - Theory, Methods and Applications*”, Springer, New York, EUA, 2003.
- [69] Kikuchi, N., Nishiwaki, S., Fonseca, J.S.O. e Silva, E.C.N., “Design Optimization Method for Compliant Mechanisms and Material Microstructures”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 4, no.151, p.401–417, 1998.
- [70] Bendsøe, M. P., “Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.1, p.192–202, 1989.
- [71] Bendsøe, M.P. e Kikuchi, N., “Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.71, p.197–224, 1988.
- [72] Suzuki, K. e Kikuchi, N., “A Homogenization Method for Shape and Topology Optimization”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.93, p.291–318, 1991.
- [73] Sigmund, O., “On the Design of Compliant Mechanisms Using Topology Optimization”, *Mechanics of Structures and Machines*, Vol. 25, n°4, p.495–526, 1997.
- [74] Nishiwaki, S., Frecker, M.I., Min, S., e Kikuchi, N., “Topology Optimization of Compliant Mechanisms Using the Homogenization Method”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.42, no.3, p.535–559, 1998.
- [75] Sigmund, O., “Design of Multiphysics Actuators Using Topology Optimization - Part I: One-material Structures”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, p.6577–6604, 2001.

- [76] Yoo, J. e Kikuchi, N., "Topology Optimization in Magnetic Fields Using Homogenization Design Method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.48, p.1463–1479, 2000.
- [77] Vanderplaats, G.N., "*Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: with Applications*", McGraw-Hill, New York, EUA, 1984.
- [78] Haftka, R.T., Gürdal, Z. e Kamat, M.P., "*Elements of Structural Optimization*", Dordrecht: Kluwer Academic, 1992.
- [79] Bathe, K.J., *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs, N.J.:Prentice-Hall, EUA, 1996.
- [80] Bendsøe, M.P. e Sigmund, O., "Material Interpolations Schemes in Topology Optimization", *Archives of Applied Mechanics*, Vol. 69, p.635–654, 1999.
- [81] Bremicker, M., Chirehdast, M., Kikuchi, N. e Papalambros, Y., "Integrated Topology and Shape Optimization in Structural Design", *Mechanics of Structures and Machines*, Vol.19, no.4, p.551–587, 1991.
- [82] Guedes, J.M. e Kikuchi, N., "Preprocessing and Postprocessing for Materials Based on the Homogenization Method with Adaptive Finite Element Methods", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 83, p.143–198, 1990.
- [83] Hashin, Z. e Shtrikman, S., "A Variational Approach of the Theory of Elastic Behavior of Multiphase Materials". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.11, p.127–140, 1963.
- [84] Haber, R.B., Jog, C.S. e Bendsøe, M.P., "A New Approach to Variable-Topology Shape Design Using a Constraint on Perimeter", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.11, p.1–12, 1996.
- [85] Díaz, A. e Sigmund, O., "Checkerboard Patterns in Layout Optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.10, p.40–45, 1995.
- [86] Bourdin, B., "Filters in Topology Optimization", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.50, p. 2143–2158, 2001.
- [87] Cardoso, E.L. e Fonseca, J.S.O., "Intermediate Density Reduction and Complexity Control in the Topology Optimization", *Anais do 20<sup>th</sup> Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, (CILAMCE 99), Brasil, 1999.

- [88] Ikeda, T., "Fundamentals of Piezoelectricity" Oxford - Inglaterra: Oxford University Press, 1996.
- [89] "IEEE - Standard on Piezoelectricity 176-1987", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.43, p.5-54, 1996.
- [90] Naillon, M., Coursant, R. H., Besnier, F., "Analysis of Piezoelectric Structures by a Finite Element Method", *Acta Electronica*, Vol.25, no.4, p.341-362, 1983.
- [91] Lerch, R., "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 37, no.2, p.233-247, 1990.
- [92] Svanberg, K., "The Method of Moving Asymptotes - A New Method for Structural Optimization", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.24, p.359-373, 1987.
- [93] Hanson, R. e Hiebert, K., "A Sparse Linear Programming Subprogram", *Sandia National Laboratories Technical Report SAND81-02.*, 1981.
- [94] Nader, G., "Desenvolvimento de Técnicas de Caracterização de Transdutores Piezelétricos", Tese de doutorado, São Paulo - Brasil, Escola Politécnica da USP, 2002.
- [95] Madou, M. J., "*Fundamentals of Microfabrication*", CRC Press, EUA, 1997.
- [96] Royer, D. e Casula, O., "Quantitative Imaging of Transient Acoustic Fields by Optical Heterodyne Interferometry", *IEEE Ultrasonic Symposium Proceeding*, p.1153-1162, 1994.
- [97] Born, M. e Wolf, E., "*Principles Of Optics*", Sixth Edition, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1988.
- [98] Poulsen, T.A., "A Simple Scheme to Prevent Checkerboard Patterns and One-node Connected Hinges in Topology Optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, , Vol. 24, p.396-399, 2002.
- [99] Li, Y., Xin, X., Kikuchi, N. e Saitou, K., "Optimal Shape and Location of Piezoelectric Materials for Topology Optimization of Flexensional", *Proceedings of Sixth U.S. National Congress on Computational Mechanics (USNCCM)*, Dearborn, Michigan, EUA, p.566, 2001.
- [100] Silva, E.C.N., "Topology Optimization Applied to the Design of Linear Piezoelectric Motors", *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures*, aceito para publicação, 2003.

- [101] Silva, E.C.N., “Design of Piezoelectric Motors Using Topology Optimization”, *Proceedings of Modeling, Signal Processing and Control - 8<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, v. 4326, p. 513-524, Newport Beach, California, USA, março de 2001.
- [102] Silva, E.C.N. and Nishiwaki, S., “Multi-flexible Micromanipulator Design by Using Topology Optimization”, *Proceedings of Modeling, Signal Processing and Control - 10<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*, San Diego, California, EUA, (anais em CDROM), março de 2003.
- [103] Ishihara, H., Arai, F. e Fukuda, T., “Micro Mechatronics and Micro Actuators”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 1, n<sup>o</sup>. 1, p.68-79, 1996.
- [104] Smith, S. T. e Chetwynd, D.G., “*Foundations of Ultraprecision Mechanism Design*”, *Developments in Nanotechnology*, Vol. 2, Gordon and Breach Science Publishers, Netherlands, 1992.
- [105] Reynaerts, D., Peirs, J. e Brussel, H. V., “A Mechatronic Approach to Microsystem Design”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 3, n<sup>o</sup>. 1, p.24-33, 1998.
- [106] Fukuda, T., Kawamoto, A., Arai, F. e Matsuura, H., “Steering Mechanism and Swimming Experiment of Micro Mobile Robot in Water”, *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*, Vol 1, p. 814-819, 1995.
- [107] Claeysen, F., Le Letty, R., Barillot, F., Lhermet, N., Fabbro, H., Guay, P., York, M. e Bouchilloux, P., “Mechanisms Based on Piezo Actuators”, *Proceedings on Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies of 8<sup>th</sup> SPIE (Annual International Symposium on Smart Structures and Materials)*”, Vol. 4332, p.225-233, Newport Beach, Califórnia (EUA), 2001.
- [108] Howell, L.L., “*Compliant Mechanisms*”, John Wiley & Sons, Inc., New York, EUA, 2001.
- [109] Kota, S., Hetrick, J., Li, Z. e Saggere, L., “Tailoring Unconventional Actuators Using Compliant Transmissions: Design Methods and Applications”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 4, n<sup>o</sup>.4, p.396-408, 2000.
- [110] Nishiwaki, S., Min, S., Yoo, J. e Kikuchi, N., “Optimal Structural Design Considering Flexibility”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, p.4457-4504, 2001.
- [111] Sashida, T. e Kenjo, T., “*An Introduction to Ultrasonic Motors*”, Clarendon Press, Oxford, 1993.

- [112] Zhang, B. e Zhu, Z., “Developing a Linear Piezomotor With Nanometer Resolution and High Stiffness”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol.2, no.1, p.22–29, 1997.
- [113] Kurosawa, M.K., Kodaira, O., Tsuchitoi, Y., e Higuchi, T., “Transducer for High Speed and Large Thrust Ultrasonic Linear Motor Using Two Sandwich-Type Vibrators”, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.45, no.5, p.1188–1195, 1988.
- [114] Kagawa, Y., Tsuchiya, T., e Kataoka, T., “Finite Element Simulation of Dynamic Responses of Piezoelectric Actuators”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.191, no.4, p.519–538, 1996.
- [115] Chang, S. H., Tseng, C. K. e Chien, H. C., “An Ultra-Precision  $XY\theta_z$  Piezo-Micropositioner Part I: Design and Analysis”, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol.46, no.4, p.897–905, 1999.
- [116] Chang, S. H., Tseng, C. K. e Chien, H. C., “An Ultra-Precision  $XY\theta_z$  Piezo-Micropositioner Part II: Experiment and Performance”, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol.46, no.4, p.906–912, 1999.
- [117] Kögl, M., Silva, E.C.N. and Bucalen, M., “Design of Piezoelectric Plate and Shell Actuators Using Topology Optimization”, *Proceedings of Fifth World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-5)*, Lido di Jesolo, p.207-208, Itália, maio de 2003.
- [118] Chattopadhyay, A., Seeley, C.E., e Jha, R., “Aerolastic Tailoring Using Piezoelectric Actuation and Hybrid Optimization”, *Smart Material and Structures*, no. 8, p. 83–91, 1999.
- [119] Tzou, H.S. e Tseng, C.I., “Distributed Piezoelectric Sensor/Actuator Design for Dynamic Measurement/Control of Distributed Parameter Systems: A Piezoelectric Finite Element Approach”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 138, no. 1, p. 17–34, 1990.
- [120] Lammering, R., “The Application of a Finite Shell Element for Composites Containing Piezoelectric Polymers in Vibration Control”, *Computers & Structures*, Vol.41, no.5, p.1101–1109, 1991.
- [121] Agrawal, B.N. e Treanor, K.E., “Shape Control of a Beam Using Piezoelectric Actuators”, *Smart Materials and Structures*, vol. 8, p. 729–740, 1999.

- [122] Brei, D. e Moskalik, A.J., "Deflection Performance of a Bi-Directional Distributed Polymeric Piezoelectric Micromotor", *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 6, no. 1, p. 62–69, 1997.
- [123] Ervin, J. D. e Brei, D., "Recurve Piezoelectric-Strain-Amplifying Actuator Architecture", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol.3, no.4, p.293–301, 1998.
- [124] Saravanos, D.A., "Mixed Laminate Theory and Finite Element for Smart Piezoelectric Composite Shell Structure", *AIAA Journal*, Vol. 35, no. 8, p. 1327–1333, 1997
- [125] Mukherjee, A. e Joshi, S., "Piezoelectric Sensor and Actuator Spatial Design for Shape Control of Piezolaminated Plates", *AIAA Journal*, Vol. 40, no. 6, p. 1204–1210, 2002.
- [126] Hakim, S.H. e Fuchs, M.B., "Quasistatic Optimal Actuator Placement with Minimum Worst Case Distortion Criterion", *AIAA Journal*, Vol. 34, no. 7, p. 1505–1511, 1996.
- [127] Frecker, M.I., "Recent Advances in Optimization of Smart Structures and Actuators", *Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures*, (a ser publicado), 2003.
- [128] Kögl, M. e Bucalem, M. L., "Locking-free piezoelectric {MITC} shell elements", *Proceedings of Second M.I.T. Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*, M.I.T, Cambridge, EUA, 2003.
- [129] Kögl, M., "MITC Plate Elements for Dynamic Piezoelectric Analyses", Relatório de Pesquisa, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.
- [130] Bucalem, M.L. and Bathe, K.-J., "Finite Element Analysis of Shell Structures", *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol.4, no.1, p.3–61, 1997.
- [131] Silva, E.C.N. e Kikuchi, N., "Design of Piezoelectric Transducers Using Topology Optimization", *Journal of Smart Materials and Structures*, no. 8, p. 350–364, 1999.
- [132] Díaz, A.R., Lipton, R., e Soto, C.A., "A New Formulation of the Problem of Optimum Reinforcement of Reissner – Mindlin Plates", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 123, p. 121–139, 1995.

- [133] Lima, C.R., “*Estudo da Obtenção de Imagens de Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) do Pulmão pelo Método de Otimização Topológica (MOT)*”, relatório parcial de bolsa de doutorado FAPESP (nº 02/01625-0), São Paulo, SP, 2003.
- [134] Edic, P.M., Saulnier, G.J., Newell, J.C. e Isaacson D., “A Real-Time Electrical Impedance Tomograph”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.42, p.849–859, 1995.
- [135] Cheney, M., Isaacson, D. e Newell, J.C., “Electrical Impedance Tomography”, *SIAM review*, Vol.41, no.1, p.85–101, 1999.
- [136] Newell, J.C., Gisser, D.G. e Isaacson, D., “An Electric Current Tomograph”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.35, p.828–833, 1988.
- [137] Fuks, L.P., “Detection and Imaging of Electrical Conductivity and Permittivity at Low Frequency”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.38, no.11, p.1106–1110, 1991.
- [138] Holder, D., “*Clinical and Physiological Applications of Electrical Impedance Tomography*”, UCL, Press, London, 1993.
- [139] Santosa, F. e Vogelius, M., “A Backprojection Algorithm for Electrical Impedance Imaging”, *Journal of Applied Mathematics*, SIAM, Vol.50, p.216–243, 1990.
- [140] Barber, D.C. e Brown, B.H., “Applied Potential Tomography”, *Journal of Physics E: Science and Instrumentation*, The Institute of Physics, Vol.17, p.723–733, 1984.
- [141] Gisser, D.G., Isaacson, D. e Newell, J.C., “Electric Current Tomography and Eigenvalues”, *Journal of Applied Mathematics*, SIAM, Vol.50, p.1623–1634, 1990.
- [142] Guardo, R., Boulay, C., Murray, B. e Bertrand, M., “An Experimental Study in Electrical Impedance Tomography Using Backprojection Reconstruction”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.38, no.7, p. 617–627, 1991.
- [143] Paulson, K., Breckon, W. e Pidcock, M. A., “Hybrid Phantom for Impedance tomography”, *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, Institute of Physical Sciences in Medicine, Vol.13, Suppl. A, p.155–159, 1992.

- [144] Smith, R.W.M., Freeston, I.L. e Brown, B.H., "A Real-Time Electrical Impedance Tomography System for Clinical Use-Desing and Preliminary Results", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.42, no.2, p.133-140, 1995.
- [145] Simske, S., "An Adaptive Current Determination and a One-Step Reconstruction Technique for Current Tomography System", Dissertação de Mestrado, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1987.
- [146] Amato, M.B.P., "Novas Estratégias em Ventilação Artificial: Diagnóstico e Prevenção do Barotrauma/ Biotrauma Através da Tomografia de Impedância Elétrica (TIE)", Sumário do Projeto temático FAPESP (n° 01/05303-4), 2001.
- [147] Cheney, M. e Isaacson, D., "An Overview of Inversion Algorithms for Impedance Imaging", *Inverse Scattering and Applications*, O.H.Sattinger, C.A.Tracy, e S. Venakides, eds., AMS, Providence, RI, 1991.
- [148] Woo, E.J., Hua, P., Webster, J.G. e Tompkins, W.J., "A Robust Image Reconstruction Algorithm and its Parallel Implementation in Electrical Impedance Tomography", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol.12, p.137-146, 1993.
- [149] Yorkey, T.J., Webster, J.G. e Tompkins, W.J., "Comparing Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.BME-34, no.11, p.843-852, 1987.
- [150] Vauhkonen, M., Karjalainen, P.A. e Kaipio, J.P., "A Kalman Filter Approach to Track Fast Impedance Changes in Electrical Impedance Tomography", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.45, no.4, p.486-493, 1998.
- [151] Trigo, F.C., "Filtro Estendido de Kalman Aplicado à Tomografia por Impedância Elétrica", Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil, 2001.
- [152] Faustini, M.C., "Proposta de Algoritmo para a Determinação da Intersecção entre Superfícies", NURBS, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica. São Paulo, USP, 1999.
- [153] Muray, T. e Kagawa, Y., "Electrical Impedance Computed Tomography Based on a Finite Elements Model", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.32, 1985.
- [154] Somersalo, E. e Cheney, M., "Existence and Uniqueness for Electrode Models for Electric Current Computed Tomography", *Journal of Applied Mathematics*, SIAM, Vol.52, p,1023-1040, 1992.



- [155] Hua, P., Woo, E.J., Webster, J.G. e Tompkins, W.J., "Finite Element Modeling of Electrode-Skin Contact Impedance in Electrical Impedance Tomography", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.40, p.335-343, 1993.
- [156] Byun, J.K., Lee, J.H., Park, I.H., Lee, H.B., Choi, K. e Hahn, S.Y., "Inverse Problem Application of Topology Optimization Method with Mutual Energy Concept and Design Sensitivity", *Proceedings of IEEE Magnetic*, p.296-300, 1999.
- [157] Sylvester, J. e Uhlmann, G. A., "Global Uniqueness Theorem for an Inverse Boundary Value Problem", *Annals of Mathematics*, Vol.125, p.153-169,1987.
- [158] Tikhonov, A.N. e Arsenin, V.Y., "*Solutions of Ill-Posed Problems*", Washington D.C., Winston V.H. & Sons N.W, 1977.