Universidade de São Paulo Escola de Engenharia de São Carlos Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação

Acionamentos Elétricos com Máquinas Síncronas com Ímã Permanente no Rotor

José Roberto Boffino de Almeida Monteiro

Texto sistematizando o trabalho científico do autor, apresentado à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do Título de Livre-Docente junto ao Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação.

São Carlos Estado de São Paulo, Brasil Agosto, 2017

Resumo

Este texto tem como objetivo relacionar as principais contribuições do autor, de forma sistematizada, no contexto de Acionamentos Elétricos com Máquinas Síncronas com Ímã Permanente no Rotor, compreendendo o período de agosto de 2004, quando o autor iniciou sua carreira como docente junto ao Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, até a data da elaboração deste texto, em agosto de 2017.

Após uma breve apresentação e discussão de alguns pontos relacionados a essa área de pesquisa, o texto segue com a apresentação de alguns dos modelos baseados em vetores para as máquinas síncronas com ímã permanente na superfície do rotor (MSIPSR), e os diferentes aspectos e características decorrentes da aplicação desses modelos no controle da máquina, com consequências na redução das ondulações do torque eletromagnético e nas perdas no cobre. São mostrados os modelos baseado em vetores nos eixos $\alpha\beta$, dq e dq_x , sendo este último proposto pelo autor. É também apresentada uma nova proposta para a redução das ondulações no torque e perdas no cobre, utilizando o modelo $\alpha\beta$ com o conceito de potência complexa convertida.

São apresentados resultados envolvendo aspectos construtivos e de projeto de MSIPSR, relacionando-os com os parâmetros da máquina. O texto também aborda o controle da máquina sem a utilização de sensores de posição através da estimação da posição do rotor, em alta resolução.

Adicionalmente, algumas propostas de topologias de controle para as malhas de velocidade e de corrente são apresentadas.

São discutidas as perspectivas futuras para a continuidade das pesquisas do autor em máquinas síncronas com ímã permanente, bem como a possibilidade do emprego de várias das técnicas aqui apresentadas em acionamentos elétricos empregando outros tipos de máquinas.

Lista de Abreviaturas e Siglas

| CC | corrente contínua | | | |
|---------|---|--|--|--|
| COBEP | Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência | | | |
| DC | direct current | | | |
| DTC | direct torque control (controle de torque direto) | | | |
| EESC | Escola de Engenharia de São Carlos | | | |
| FCEM | força contra-eletromotriz | | | |
| FCS-MPC | finite control set – model predictive control (controle preditivo baseado | | | |
| | em modelo, com conjunto finito de controle) | | | |
| FEA | finite element analysis (análise pelo método dos elementos finitos) | | | |
| FOC | field oriented control (controle orientado por campo) | | | |
| MSIP | máquina síncrona com ímã permanente (no rotor) | | | |
| MSIPSR | máquina síncrona com ímã permanente na superfície do rotor | | | |
| PI | proporcional integrativo | | | |
| PLL | phase locked loop (laço travado em fase) | | | |
| PWM | pulse width modulation (modulação em largura de pulso) | | | |
| SMC | sliding mode contro (controle por modos deslizantes) | | | |
| SOBRAEP | Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência | | | |
| USP | Universidade de São Paulo | | | |

Lista de Figuras

| 2.1 | Representação gráfica dos três eixos de coordenadas ortogonais utilizados nas transformações aplicadas à MSIP, com θ_r o ângulo dos eixos dq em relação aos eixos $\alpha\beta$, θ_x o ângulo dos eixos dq_x em relação aos eixos dq e a_x a magnitude dos eixos dq_x em relação aos eixos dq ou $\alpha\beta$ | 27 |
|-----|---|----|
| 2.2 | Formas de onda de FCEM trapezoidais ideais, normalizadas, com patamar de 120° elétricos, em função da posição do rotor (θ_r) , para as faes a, b e c. | 29 |
| 2.3 | F_{α} , $F_{\beta} \in F_0$ para a forma de onda de FCEM trapezoidal ideal (Figura 2.2), em função da posição do rotor. | 31 |
| 2.4 | $F_{\alpha} \in F_{\beta}$ plotados parametricamente para a forma de onda de FCEM trape- zoidal ideal (hexágono) e para a forma de onda de FCEM senoidal (círculo). | 32 |
| 2.5 | F_d e F_q em função do ângulo do rotor para uma forma de onda de FCEM trapezoidal ideal, em função da posição do rotor | 33 |
| 2.6 | Valores de a_x e θ_x em função de θ_r calculados considerando-se a forma de onda trapezoidal ideal | 35 |
| 2.7 | Caminho que o eixo eixo d_x realiza tomando-se o eixo d como referencial, para uma forma de onda de FCEM trapezoidal ideal. O mesmo resultado é obtido para o caminho do eixo q_x em torno do eixo q | 35 |
| 2.8 | Diagrama em blocos para o controle utilizando a modelagem nos eixos dq_x , onde podem ser observados os termos de desacoplamento, de compensação de FCEM não senoidal e de compensação de FCEM, conforme as equações já apresentadas. A entrada do sistema consiste no torque de referência (T_{el}^*) e depende dos parâmetros da máquina, incluindo a_x , a'_x , θ_x e θ'_x que são | |
| | função da posição do rotor (θ_r) , que é obtida por meio de um <i>encoder</i> | 37 |

| 2.9 | Resposta dinâmica da máquina com controle baseado em vetores nos eixos dq_x . A máquina acelera até 1000rpm e mantém a velocidade. O torque de carga é aplicado (T_L) em dois instantes, mas a máquina altera muito pouco de velocidade | 38 |
|------|---|----|
| 2.10 | Resposta dinâmica da máquina com controle baseado em vetores nos eixos dq_x . Com a aplicação do torque de carga (T_L) , a referência de torque eletromagnético (T_{el}^*) aumenta a fim de compensar a diminuição na velocidade, aumentando as correntes no estator | 39 |
| 2.11 | Forma de onda de força contra-eletromotriz normalizada de uma máquina real (Siemens modelo 1FT5 062), em função do ângulo do rotor (θ_r) | 39 |
| 2.12 | Diagrama do controle em malha aberta de corrente, onde os valores de corrente não são utilizados no controle, apenas o valor do ângulo do rotor obtido por meio de um <i>encoder</i> . | 41 |
| 2.13 | Dados de posição do <i>encoder</i> acoplado ao eixo rotórico para uma sistema de posicionamento empregando MSIPSR com conversor no modo seispulsos 120° , onde pode-se observar que a comutação das fases do estator a cada 60° elétricos causa uma perturbação na posição do eixo rotórico | 42 |
| 2.14 | Dados de posição do <i>encoder</i> acoplado ao eixo rotórico para uma sistema de posicionamento empregando MSIPSR com conversor controle vetorial dq_x em malha aberta de corrente. | 43 |
| 2.15 | Formas de onda de corrente de estator ideais com FCEM trapezoidal ideal, produzindo torque eletromagnético ideal, livre de ondulações, em uma MSIPSR | 44 |
| 2.16 | Projeção das correntes de estator com forma de onda quadrada 120° con- siderando uma forma de onda de FCEM puramente trapezoidal, nos eixos $d_x \in q_x$. Somente a forma de onda de corrente da fase a é mostrada (i_a) , as outras estão omitidas para maior clareza nos gráficos | 45 |
| 2.17 | Formas de onda de corrente para a fase a do estator, que produzem o mesmo valor de torque eletromagnético (considerando uma máquina simétrica e ondas semelhantes defasadas de 120° nas demais fases que estão omitidas para maior clareza). Uma forma de onda é obtida fazendo-se $i_{d_x} = 0$ nas projeções mostradas no gráfico da Figura 2.16 e a outra com as mesmas projeções de i_{q_x} e i_{d_x} (onda quadrada 120°) | 45 |

| 2.18 | Forma de onda de corrente nas fases do estator para perdas mínimas no cobre no plano $\alpha\beta$ (Vetorial), juntamente com a forma de onda trapezoidal da FCEM (Trapezoidal), a forma de onda senoidal e a forma de onda quadrada 120° (Quadrada), essas últimas três com amplitude unitária. Pode-se notar que a onda quadrada não apresenta continuidade, possuindo apenas 6 posições no plano | 46 |
|------|---|----|
| 2.19 | Formas de onda da FCEM trapezoidal (a), da corrente da fase a, com o modelo vetorial fazendo $i_{d_x} = 0$ (b) e da corrente da fase a com forma de onda quadrada 120° (c). | 47 |
| 3.1 | Esquema de controle de corrente FCS-MPC aplicado à MSIP de FCEM não senoidal. | 50 |
| 3.2 | Fluxograma de otimização do sinal de controle para o FCS-MPC | 51 |
| 3.3 | (a) e (b): Torque eletromagnético e correntes de estator em regime perma- nente com controle FCS-MPC. (c) e (d): Representação das correntes de estator em regime permanente no plano $\alpha\beta$. | 52 |
| 3.4 | Diagrama de controle preditivo Duty-FCS-MPC | 53 |
| 3.5 | Comparação do desempenho em regime permanente do (a) FCS-MPC e (b) Duty-FCS-MPC a 200 <i>rpm</i> | 54 |
| 3.6 | Comparação entre amplitude de ondulação de torque do FCS-MPC e Duty- FCS-MPC para torque nominal e diferentes velocidades | 55 |
| 3.7 | Perfis de corrente de fase do estator para potência ativa constante e dife- rentes condições de potência reativa transferida ao rotor | 56 |
| 3.8 | Esquema de controle de potência baseado no controle preditivo FCS-MPC. | 57 |
| 3.9 | Desempenho de torque, potências e correntes de estator para o controle de potência FCS-MPC proposto. | 57 |
| 5.1 | Entradas e saídas do filtro de Kalman. | 66 |
| 5.2 | PLL para a correção da FCEM estimada pelo filtro de Kalman | 67 |
| 5.3 | PLL para a compensação do atraso do filtro de Kalman | 67 |

| 6.1 | Algoritmo <i>"anti-windup"</i> proposto em [Monteiro2013 et al., 2013], para um controlador PI, onde realiza a compensação da saturação do termo proporcional, ou da ação direta de controle, por reposição, para outras topologias | |
|-----|---|----|
| | de controle, k_p pode ser substituído por funções não acumulativas | 70 |
| 6.2 | Uma variação do algoritmo proposto, equivalente ao da Figura 6.1. \ldots . | 70 |
| 6.3 | Algoritmo proposto para um controlador PID, baseado no da Figura 6.1. $$. | 71 |
| B.1 | Sinais dos sensores de posição em sincronismo com a FCEM e sinais das portas dos transístores da ponte inversora trifásica. | 82 |
| B.2 | Ponte inversora trifásica conectada à MSIPSR | 82 |
| B.3 | Diagrama esquemático simplificado da operação no modo seix-pulsos 120°, desprezando-se a comutação das fases. | 83 |
| C.1 | Representação esquemática de um corte transversal de uma MSIPSR de um par de polos, onde são mostrados os condutores dos enrolamentos das fases a, b e c do estator. | 86 |
| D.1 | Diagrama esquemático das ligações das fases do estator, indicando as co- nexões das fases a (v_a) , b (v_b) , c (v_c) e neutro (v_n) . | 88 |
| D.2 | Formas de onda de FCEM trapezoidais ideais normalizadas conforme o referencial adotado | 90 |
| E.1 | Coordenadas $\alpha\beta$ em relação às coordenadas abc | 92 |

Lista de Tabelas

| 2.1 | Parâmetros elétricos, magnéticos e mecânicos da máquina cujas formas de | |
|-----|---|----|
| | onda da FCEM estão apresentadas na Figura 2.11 | 40 |
| B.1 | Alguns esquemas de acionamento das chaves da ponte inversora trifásica, | |
| | levando-se em conta a simplificação da Figura B.3 | 84 |

Sumário

| 1 | Intr | rodução 17 | | |
|----------|------|---|----|--|
| | 1.1 | Apresentação | | |
| | | 1.1.1 Ondulações no torque eletromagnético | 18 | |
| | | 1.1.2 Redução da ondulações do torque eletromagnético | 20 | |
| | 1.2 | Organização do Texto | 21 | |
| 2 | Moo | delagem de MSIPSRs Baseada em Vetores | 25 | |
| | 2.1 | A transformação dq estendida – transformação dq_x | 26 | |
| | 2.2 | Modelo da máquina nas fases a, b e c | 27 | |
| | 2.3 | Modelo nos eixos $\alpha\beta$ | 30 | |
| | 2.4 | Modelo nos eixos dq | 31 | |
| | 2.5 | Modelo nos eixos dq_x | 32 | |
| | 2.6 | Controle em malha fechada de corrente | 36 | |
| | | 2.6.1 Resultados | 38 | |
| | 2.7 | Controle da MSIPSR em malha aberta de corrente | 40 | |
| | | 2.7.1 Resultados | 42 | |
| | 2.8 | Redução das perdas no cobre | 43 | |
| 3 | Nov | a Proposta para o Modelo Baseado em Vetores | 49 | |
| | 3.1 | Redução das ondulações no torque com FCS-MPC na malha de corrente $% \mathcal{A}$. | 49 | |
| | 3.2 | Nova Abordagem para Redução das Ondulações do Torque | 55 | |

SUMÁRIO

| 4 | Pro | jeto de MSIPSRs | 59 |
|--------------|-------------------------------------|--|----|
| | 4.1 | Investigações na FCEM | 61 |
| | 4.2 | Influência da saturação magnética no torque eletromagnético | 61 |
| 5 | Esti | imação da Posição de MSIPSR | 65 |
| 6 | Mal | lhas de Controle de Corrente e de Velocidade | 69 |
| 7 | Con | nclusões | 73 |
| | 7.1 | Temas de pesquisa em andamento | 74 |
| | 7.2 | Considerações finais | 75 |
| \mathbf{A} | Pro | postas para Outras Máquinas | 77 |
| | A.1 | Redução de ondulações no torque eletromagnético em geradores de indução duplamente alimentados | 77 |
| | A.2 | Análise das ondulações no torque eletromagnético em geradores síncronos de polos salientes | 78 |
| в | Mo | do de Operação Seis-Pulsos 120° | 81 |
| С | Referencial para o modelo da MISPSR | | 85 |
| D | Mo | delo da MSIPSR nas fases a, b e c | 87 |
| \mathbf{E} | Tra | nsformações de Coordenadas | 91 |
| | E.1 | Transformação $\alpha\beta$ | 91 |
| | E.2 | Transformação dq | 92 |
| | E.3 | Transformação dq_x ou dq estendida $\ldots \ldots \ldots$ | 93 |
| \mathbf{F} | Ded | luções | 95 |
| | F.1 | Modelo $\alpha\beta$ | 95 |
| | F.2 | Modelo nos eixos dq | 96 |
| | F.3 | Modelo dq_x | 97 |

| α | TTA | TA | DI | $\overline{\mathbf{n}}$ |
|---------------|----------|------------|-----|-------------------------|
| 5 | 1/1 | $/ \Delta$ | RI | () |
| \mathcal{N} | O_{10} | 111 | 101 | \mathbf{U} |
| | | | | |

| Anexo 1 | 107 |
|---------|-----|
| Anexo 2 | 119 |

SUMÁRIO

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo tem como finalidade fornecer uma visão geral deste Texto Sistematizado, onde sua estrutura é melhor discutida com o intuito de fornecer um panorama do que se é discutido ao longo do texto. Paralelamente, procura-se apontar a motivação que levou o autor a organizar o texto nesse formato. Segue-se uma apresentação sobre a área de pesquisa, onde se recordam as principais contribuições do autor a esse tema e onde fazse uma discussão sobre o assunto e seus desdobramentos. Finda-se este capítulo com a descrição e comentários sobre a estrutura adotada neste texto.

1.1 Apresentação

São apresentadas, de forma sistemática, as principais contribuições do autor na área de acionamentos elétricos com máquinas síncronas com ímã permanente na superfície do rotor (MSIPSR), considerando o período compreendido entre agosto de 2004, até a escrita deste texto, agosto de 2017. Vale ressaltar que o autor, antes de seu doutorado, concluído em dezembro de 2002, já vinha realizando atividades de pesquisa nessa área, desde seu mestrado e até mesmo na graduação, com a realização de iniciação científica e trabalho de conclusão de curso, junto ao Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (EESC/USP).

A maioria das atividades de pesquisa do autor se concentram no tema de acionamentos com MSIPSRs, em aspectos relacionados à redução das ondulações no torque eletromagnético, na malha de controle de corrente e na de velocidade. Essa motivação quanto ao tipo de máquina se deve ao fato deste possuir muitas vantagens em relação a outros tipos, mesmo com ímãs permanente no rotor. É fato de que existem muitos tipos de máquinas elétricas e vários autores tem feito esforços no sentido de prover uma classificação geral das máquinas elétricas. Alguns autores utilizam a disposição dos ímãs para a classificação, como em [Rahideh et al., 2013, Miller, 1993, Nasar et al., 1993]. Outros classificam com base na forma de onda da FCEM [Pillay and R., 1989a, Pillay and R., 1989b]. O tipo de máquina elétrica, a que se refere a maior parte deste texto e maior parte da pesquisa do autor, pode ser descrito como uma máquina elétrica rotativa, trifásica, síncrona com ímãs permanentes montados na superfície do rotor e com enrolamentos posicionados de forma concentrada no estator, com 1 ou mais pares de polos.

Dentre as máquinas síncronas que empregam ímãs, essas são as mais simples construtivamente e apresentam a maior densidade de energia [Miller, 1993]. No entanto, como desvantagem principal em relação aos outros tipos de máquinas empregando ímãs no rotor, elas apresentam altas taxas de ondulações no torque eletromagnético [Holtz and Springob, 1996], por apresentarem a distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro não senoidal, devido à colocação dos ímãs na superfície do rotor, ou mesmo ímãs semienterrados, e por possuírem enrolamentos concentrados no estator [Degner et al., 1996]. Consequentemente, a forma de onda da força contra-eletromotriz (FCEM) não é senoidal, sendo comumente trapezoidal com o patamar da onda da ordem de 120° elétricos [Nasar et al., 1993]. Na tese de doutoramento do autor, são apresentados, de forma rápida, alguns tipos mais comuns de rotor para máquinas com ímãs, mas pode-se ainda ter mais configurações de rotores, caso se tenha a necessidade de um rápido panorama [Nasar et al., 1993].

1.1.1 Ondulações no torque eletromagnético

Essa questão das ondulações é tratada ao longo do texto, pois se comparadas às de outros tipos de máquinas com ímãs no rotor, conforme já citado, são suas maiores desvantagens e consequentemente, limitam sua faixa de aplicações. Qualquer tipo de acionamento que seja sensível a ondulações no torque não podem fazer uso desse tipo de máquina sem as devidas técnicas de redução de ondulações. Isto decorre do fato desse tipo de máquina (com ímã na superfície) ser comumente associado a um tipo de operação do conversor que alimenta a máquina [Monteiro, 2000].

Em sua forma convencional, esse tipo de máquina é associada a um conversor elétrico constituído por uma ponte inversora trifásica operando no modo seis-pulsos, com cada chave da ponte conduzindo por 120° elétricos, portanto com duas chaves em operação simultânea [Oliveira Jr., 1990]. Esse modo de operação da ponte inversora trifásica é muito simples, sendo descrito na maioria dos livros texto de Eletrônica de Potência,

1.1. APRESENTAÇÃO

separadamente da máquina [Dewan and Starughen, 1975]. Para maior comodidade na leitura deste texto, esse modo de operação é apresentado resumidamente no Apêndice B.

O que decorre desse tipo de operação do conversor que alimenta a máquina, é que para a produção de torque eletromagnético livre de ondulações, devem ser consideradas as seguintes condições [Monteiro, 2002]:

- 1. que a forma de onda da força contra-eletromotriz (FCEM) da máquina deve ser trapezoidal pura, ou pelo menos que o patamar constante da onda deve ser livre de ondulações,
- 2. ainda, deve ter largura mínima de 120° elétricos, tanto o patamar positivo quanto o negativo da onda, e
- que a forma de onda de corrente que alimenta a máquina deve ser idealmente quadrada com largura positiva igual à negativa de 120° elétricos¹.

No entanto, essas condições não são possíveis de serem atingidas, na prática, pois tratam de idealizações do modelo; portanto, deve-se lançar mão de técnicas para minimizar os efeitos dessas características não ideais da máquina.

O patamar constante da FCEM apresenta algumas ondulações devido a aspectos construtivos, no caso, devido ao efeito da movimentação do rotor em relação às ranhuras e dos condutores dos enrolamentos das bobinas das fases do estator.

Seguindo, também devido a motivos construtivos, referentes à colocação dos ímãs no rotor e relacionados com a dispersão do fluxo magnético no entreferro, não se consegue um patamar com a largura de 120° elétricos na forma de onda da FCEM. Para máquinas maiores, onde o entreferro é menor em termos relativos, esses efeitos de borda são menores, mas existem. A queda no valor da FCEM nas bordas dos patamares constantes do trapézio são fatores que também contribuem para o aumento das ondulações no torque eletromagnético.

¹Rigorosamente, a definição de onda quadrada é realizada no contexto de circuitos digitais e se refere a uma onda periódica onde o tempo em nível alto é igual ao tempo em nível baixo. Por questões de facilitar a nomenclatura das formas de onda utilizadas, neste texto, e nos demais referidos por ele, estende-se essa definição para ondas onde o valor positivo é constante, assim como o negativo, ambos tem valores iguais em módulo e ambos possuem a mesma duração, sendo o restante da onda com valor igual a 0, dividido em duas partes de mesmo intervalo entre suas partes positivas e negativas. Nesse contexto se define a forma de onda quadrada 120° , onde o valor positivo é constante durante 120° espaçado de 60° do valor negativo, também de 120° .

Considerando o item 3, que deve-se ao conversor elétrico, verifica-se que é impossível de se conseguir que a onda de corrente varie do valor 0 ao seu valor de regime, tanto positivo quanto negativo, em um intervalo de tempo igual a zero, devido à auto-indutância das fases do estator da máquina e demais indutâncias parasitas dos cabos, conexões e demais elementos do circuito. Dessa forma, a forma de onda de corrente não ideal contribui para o aumento das ondulações no torque da máquina.

Ainda, como fonte adicional de ondulações no torque eletromagnético, a interação das bordas dos ímãs com as ranhuras das bobinas das fases do estator causam ondulações no torque eletromagnético, mas com valor médio igual a zero; esse componente de torque é denominado por torque de borda (ou *cogging torque* em inglês). Esse tipo de ondulação é inerente a aspectos mecânicos e de projeto, sendo que algumas técnicas simples são suficientes para reduzi-lo a baixos níveis, como a inclinação ou a distribuição das ranhuras em relação ao número de polos [Paula et al., 2015].

1.1.2 Redução da ondulações do torque eletromagnético

O interesse em se reduzir as ondulações no torque está em poder utilizar esse tipo de máquina em aplicações onde somente outros tipos de máquinas empregando ímãs no rotor, mas mais complexas, são utilizadas. Dentre essas aplicações, pode-se citar, principalmente, sistemas de posicionamento de alto desempenho e alta precisão, onde comumente se empregam máquinas síncronas com ímã permanente (MSIP) com forma de onda senoidal de FCEM. Essas máquinas são maiores, mais complexas e possuem menor densidade de energia do que as não senoidais, podendo apresentar ímãs enterrados, de várias disposições, ou ímãs na superfície, com direções e sentidos variados de magnetização, mas com enrolamentos distribuídos no estator de forma a se conseguir uma forma de onda de FCEM senoidal [Nasar et al., 1993, Miller, 1993].

Resumidamente, nas máquinas senoidais, o conversor elétrico opera de modo a fornecer correntes senoidais nas fases do estator, que ao interagir com a forma de onda de FCEM senoidal, produz torque eletromagnético liso, livre de ondulações. Dentre esses modos de operação, a modelagem baseada em vetores da máquina permite um controle de alto desempenho e bastante flexível, que é o controle orientado por campo (FOC – *field oriented control*). Outro modo de operação bastante utilizado, rivalizando com o anterior, consiste no controle direto de torque (DTC – *direct torque control*) [French, 1996].

Pode-se aplicar as mesmas técnicas de controle das máquinas senoidais nas não senoidais, sem nenhuma adaptação. Na literatura existem trabalhos desse tipo, pois nas

1.2. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

aplicações em questão, as ondulações produzidas devidos aos componentes harmônicos de mais alta ordem da FCEM não senoidal não são significativos.

No entanto, mesmo não sendo perceptíveis nas variáveis observadas nos sistemas considerados, essas ondulações ainda vão causar ruído acústico e vão ser responsáveis por um desgaste maior nos mancais da máquina.

Com essa motivação, esse texto vem por apresentar os trabalhos de pesquisa do autor, juntamente com seus estudantes sob sua orientação e colaboradores, procurando a contribuir ao tema de redução das ondulações no torque eletromagnético em MSIPSRs, que apresentam forma de onda não senoidal de FCEM. Além dessa linha de pesquisa, este texto apresenta investigações em outras linhas relacionadas ao tema de Acionamentos Elétricos com Máquinas Síncronas de Ímã Permanente.

Por fim, os métodos para a redução nas ondulações do torque eletromagnético em MSIPSRs podem ser também estendidos a outros tipos de máquinas. Nesse sentido, o autor também realizou algumas contribuições na redução das ondulações em geradores de indução duplamente alimentados e estudos em geradores síncronos de polos salientes. No entanto, diferentemente das MSIPSRs onde a fonte das ondulações é na própria máquina, nessas máquinas, as fontes de ondulação são externas, ou seja, a fonte das ondulações são as cargas conectadas a elas.

1.2 Organização do Texto

Com o intuito de facilitar a leitura e a compreensão das contribuições do autor, este Texto de Sistematização está dividido em capítulos, onde cada capítulo corresponde a um assunto ou conjunto de assuntos correlatos, iniciando-se, é claro, pelo presente capítulo (Capítulo 1), onde faz-se a apresentação do texto. Adicionalmente, algumas deduções, equações ou transformações, são apresentadas em apêndices por questões de conveniência ao facilitar a leitura, bem como para que não se interrompa o fluxo de leitura do texto.

Para contextualização e maior facilidade de leitura do texto, o Capítulo 2 aborda os aspectos da modelagem da MSIPSR baseada em vetores, procurando fazer uma sínteses das obras do autor baseadas nessa modelagem, reunindo as informações e principais aspectos desse modelo em um local único a fim de facilitar sua análise [Oliveira Jr. et al., 2005, Monteiro et al., 2005, Monteiro et al., 2008, Monteiro et al., 2012]. É interessante ressaltar que o autor vem trabalhado nesse tema, especificamente da modelagem baseada em vetores da MSIPSR, desde o seu mestrado [Monteiro and Oliveira Jr., 1997, Monteiro, 1997, Monteiro and Oliveira Jr., 1998, Monteiro, 2000, Monteiro, 2002]. Nesse capítulo, o modelo vetorial da MSIPSR é apresentado, bem como as transformações de coordenadas necessárias à sua obtenção e algumas características que o autor julgou serem mais importantes são ressaltadas. A questão das topologias de controle são abordadas, bem como as questões da redução das ondulações no torque eletromagnético e da redução de perdas no cobre da máquina, permitidas pela modelagem vetorial.

Seguindo, no Capítulo 3 é apresentado uma variação da modelagem vista nos trabalhos supra-citados, primeiramente utilizando controle preditivo baseado em modelo, com conjunto finito de controle (*Finite Control-Set Model Based Predictive Control* – FCS-MPC) e apresentando uma nova forma de tratar do modelo baseado em vetores da máquina, onde é utilizado apenas o modelo nos eixos $\alpha\beta$, e considerada a potência complexa convertida na máquina. Essa abordagem ainda não verificada na literatura foi aceita para publicação [Castro et al., relo].

O Capítulo 4 apresenta alguns trabalhos diretamente relacionados à linha de pesquisa principal do autor, realizado principalmente pelo estudante Geyverson Teixeira de Paula, sob a orientação do autor. No capítulo, são abordados trabalhos tratando de projeto e construção de MSIPSRs, objetivando o estudo de diversos aspectos construtivos e seus efeitos nas características de operação da máquina, como forma de onda de força contraeletromotriz, torque de borda, torque de relutância, entre outros.

No Capítulo 5, é apresentado o trabalho relativo à estimação da posição da MSIPSR e seu controle baseado em vetores sem a utilização de sensores de posição rotórica (*sensorless*). O trabalho desenvolvido pelo estudante Thales Eugenio Portes de Almeida, sob orientação do autor, apresenta ótimos resultados na estimação e no controle da máquina, em relação aos trabalhos equivalentes presentes na literatura.

No Capítulo 6 são apresentadas algumas contribuições do autor relacionadas às malhas de controle de corrente e de velocidade, tanto na operação no modo seis-pulsos da máquina, quanto na operação no modo vetorial.

No Capítulo 7 encontram-se as considerações finais a cerca do texto e possibilidades de linhas de pesquisas futuras.

No Apêndice A são apresentadas algumas contribuições do autor, juntamente com alunos sob sua orientação, na redução de ondulações em outros tipos de máquinas elétricas, o que justifica a sua colocação fora do fluxo principal do texto.

Os demais apêndices presentes no texto contém informações as quais o autor julgou interessante a serem incluídas, a fim de tornar a leitura mais prática e conveniente, reunindo

1.2. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

algumas informações que são referenciadas durante o decorrer do texto, mas inseridas nos apêndices a fim de não alterarem o fluxo de leitura podendo ser consultadas rapidamente.

No Apêndice B, de maneira sucinta, é apresentado o modo de operação seis-pulsos 120° do conversor elétrico alimentando a MSIPSR.

No Apêndice C, é apresentado o referencial adotado para o desenvolvimento do modelo da MISPSR, que por sua vez está apresentado no Apêndice D, com as equações escritas nas fases a, b e c.

As transformações de coordenadas aplicadas à máquina e referidas ao longo do texto são apresentadas no Apêndice E e as principais passagens das deduções das equações dos modelos da máquina são apresentadas no Apêndice F.

Os anexos presentes neste texto se referem a artigos aceitos para publicação, ou apresentação, mas que ainda não estão disponíveis para consulta nas bases de dados, por isso estão presentes para facilitar e complementar a análise deste texto.

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

Capítulo 2

Modelagem de MSIPSRs Baseada em Vetores

Com relação às ondulações no torque eletromagnético em máquinas síncronas com ímãs no rotor, pode-se dividir os trabalhos que tratam de sua redução ou mitigação em dois grupos distintos: os trabalham na forma de alimentação das máquinas e trabalhos que buscam a otimização do projeto da máquina. Os trabalhos desenvolvidos pelo autor em sua maioria são baseados no controle da máquina, mas alguns trabalhos abordando técnicas de projeto são apresentados no decorrer do texto.

As técnicas de controle ou de operação do conversor que alimenta a máquina, específicas para os máquinas com ímãs na superfície ou mesmo de ímãs semienterrados, podem ser divididas em três grandes grupos:

- técnicas de perfil de corrente, consistem nas técnicas de controle que buscam uma forma de onda de corrente de estator ótima, sendo essa abordagem a mais utilizada na maioria dos trabalhos, incluindo-se os trabalhos do autor, podendo ser diferenciadas entre técnicas analíticas e por decomposição em harmônicos [Monteiro et al., 2005, Buja et al., 2015];
- técnicas para minimização dos efeitos de comutação de fases, onde estas se dividem em estratégias de operação do conversor e de topologias de *hardware* de conversores [Shi et al., 2010];
- e as técnicas por realimentação no laço de velocidade, que agem observando variações de velocidade devido às ondulações do torque eletromagnético da máquina [Holtz and Springob, 19

2.1 A transformação dq estendida – transformação dq_x

A transformação dq estendida, ou simplesmente de transformação dq_x , foi proposta pelo autor, tendo sido utilizada em outros trabalhos de sua autoria. Tem como função tratar da parte não senoidal da força contra-eletromotriz, permitindo determinar numericamente um conjunto de perfis de corrente de estator que produzirão o torque eletromagnético desejado livre de ondulações.

A transformação dq_x proposta pelo autor é baseada em outra variação da transformação dq proposta por Grenier & Louis [Grenier and Louis, 1995], que também possibilita a redução de ondulações no torque desse tipo de máquina, mas necessita de um termo para o ajuste do torque eletromagnético que é dado em função do ângulo do rotor, dependendo da forma de onda da FCEM.

Por outro lado, a transformação proposta pelo autor, possibilita que a equação do torque eletromagnético da máquina seja escrita de forma muito simples, onde o torque é diretamente proporcional à componente de quadratura da corrente do estator, nas coordenadas definidas pela transformação dq_x proposta:

$$T_{el} = n_p \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m i_{q_x} \,, \tag{2.1}$$

onde: T_{el} é o troque eletromagnético desenvolvido pela máquina, n_p é o número de pares de polos da máquina, Φ_m é a amplitude da FCEM da máquina normalizado pela velocidade de rotação elétrica e i_{q_x} é a componente de quadratura da corrente de estator nas coordenadas dq_x . Essa equação é similar à equação para o torque de uma MSIPSR senoidal.

Pode-se entender qualitativamente a transformação dq_x da seguinte forma: considerando eixos dq ortogonais fixos no rotor, com ângulo θ_r e com magnitude unitária, os eixos dq_x oscilam em ângulo e em magnitude em torno dos anteriores. Essas oscilações em ângulo e em amplitude são funções da posição do próprio rotor, sendo que cada forma de onda de FCEM define um conjunto de funções diferentes, uma função para a oscilação do ângulo relativo entre os eixos dq e dq_x (θ_x) e outra para a oscilação da amplitude dos eixos dq_x (a_x). A Figura 2.1 ilustra esses eixos, bem como os eixos estacionários $\alpha\beta$, fixos no estator.

Dessa forma, a relação entre as grandezas escritas nos eixos $\alpha\beta$ $(x_{\alpha\beta})$ e nos eixos dq (x_{dq}) é:



Figura 2.1: Representação gráfica dos três eixos de coordenadas ortogonais utilizados nas transformações aplicadas à MSIP, com θ_r o ângulo dos eixos dq em relação aos eixos $\alpha\beta$, θ_x o ângulo dos eixos dq_x em relação aos eixos dq e a_x a magnitude dos eixos dq_x em relação aos eixos dq ou $\alpha\beta$.

$$x_{\alpha\beta} = e^{j\theta_r} x_{dq}. \tag{2.2}$$

E entre as grandezas escritas nos eixos $dq(x_{dq})$ e nos eixos $dq_x(x_{dq_x})$ é:

$$x_{dq} = a_x e^{j\theta_x} x_{dq_x}.$$
(2.3)

Além de ser possível a discriminação da componente da corrente de estator responsável pelo torque da máquina, a modelagem nos eixos dq_x também permite a obtenção das equações elétricas da máquina nesse sistema de coordenadas, o que fornece os termos de desacoplamento para o controle da malha de corrente. A utilização desses termos facilita o esforço do controle e faz com que a corrente do estator siga de forma mais eficiente a trajetória de corrente necessária para a redução das ondulações no torque.

2.2 Modelo da máquina nas fases a, b e c

Para o desenvolvimento das diferentes modalidades de modelos baseados em vetores da MISPSR, inicia-se com o modelo referente às equações escritas nas fases a, b e c da máquina, ou modelo abc, para então aplicar as transformações de coordenadas para a obtenção dos modelos vetoriais. Uma breve dedução do modelo abc é apresentada no Apêndice D, onde algumas hipóteses são consideradas:

- a variação da relutância no estator devido à posição do rotor é desprezível;
- as propriedades magnéticas e elétricas dos materiais utilizados são lineares, dentro da região de operação normal da máquina, ou seja, não se consideram os efeitos de saturação magnética do ferro, não havendo portanto distorções na FCEM da máquina em vazio e em operação; e
- a máquina é simétrica, ou seja, as forças contra-eletromotrizes, as resistências, autoindutâncias e indutâncias mútuas das fases do estator são iguais entre si.

Em relação aos itens 2.2 e 2.2, foi realizado uma investigação quantitativa da variação dessas grandezas no regime de operação normal da máquina (até a carga nominal) e em sobrecarga. A discussão desses resultados, que consiste no trabalho de doutorado do então estudante Geyverson Teixeira de Paula, encontra-se no Capítulo 4, Seção 4.1.

Com essas considerações, nas fases abc, as equações elétricas da máquina são:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

onde: v_a , v_b e v_c são as tensões aplicadas às fases a, b e c do estator, respectivamente, i_a , i_b e i_c são as correntes nas fases a, b e c do estator, respectivamente, e_a , e_b e e_c são as tensões induzidas nas fases a, b e c do estator devido ao movimento do rotor e ao campo gerado pelos ímãs do rotor, respectivamente, v_n é a tensão do terminal neutro do estator (esse terminal não é conectado na prática, R_s é a resistência de uma fase do estator, L_s é a auto-indutância de uma fase do estator e M_s é a indutância mútua entre duas fases do estator.

O torque eletromagnético desenvolvido pela máquina é:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix}, \qquad (2.5)$$

onde: F_a , $F_b \in F_c$ são as formas de onda da FCEM, produzidas exclusivamente pelos ímãs do rotor, normalizadas, isto é, com amplitude igual à unidade, e são função da posição

do rotor (θ_r) . Essas formas de onda, para o tipo de máquina considerado é normalmente o trapézio com patamar de 120° elétricos (Figura 2.2).



Figura 2.2: Formas de onda de FCEM trapezoidais ideais, normalizadas, com patamar de 120° elétricos, em função da posição do rotor (θ_r), para as faes a, b e c.

A relação entre as forças contra-eletromotrizes com o fluxo magnético abraçado pelas espiras das fases do estator, devido somente aos ímãs colocados no rotor é:

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}, \qquad (2.6)$$

onde: Φ_{ra} , $\Phi_{rb} \in \Phi_{rc}$ são os fluxos magnéticos gerados pelo ímãs e abraçados pelas espiras das fases a, b e c do estator, respectivamente.

Como as expressões desses fluxos magnéticos são funções da posição rotórica, então:

$$\frac{d}{d\theta_r} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} = \Phi_m \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix}.$$
(2.7)

Finalmente:

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \omega_r \Phi_m \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix}.$$
 (2.8)

2.3 Modelo nos eixos $\alpha\beta$

Nas coordenadas fixas no estator, ou nos eixos $\alpha\beta$, o modelo da máquina síncrona com ímãs permanentes na superfície do rotor utiliza-se das transformações $\alpha\beta$:

$$x_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$
(2.9)

$$x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}, \qquad (2.10)$$

onde: $x_{\alpha\beta}$ são grandezas representadas nos eixos $\alpha\beta$, na forma complexa: $x_{\alpha\beta} = x_{\alpha} + jx_{\beta}$, x_0 é a representação da componente zero das grandezas e x_a , x_b e x_c são as grandezas representadas nas fases a, b e c, respectivamente.

Com a aplicação das transformações acima nas equações do modelo abc da máquina, obtém-se o modelo nos eixos estacionários $\alpha\beta$:

$$v_{\alpha\beta} = R_s i_{\alpha\beta} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha\beta} + \omega_r \Phi_m F_{\alpha\beta}$$
(2.11)

$$v_0 = R_s i_0 + (L_s + 2M_s) \frac{d}{dt} i_0 + \omega_r \Phi_m F_0 + \sqrt{3} v_n$$
(2.12)

$$T_{el} = n_p \Phi_m \left(i_\alpha F_\alpha + i_\beta F_\beta + i_0 F_0 \right) , \qquad (2.13)$$

onde: $v_{\alpha\beta}$ é a tensão aplicada ao estator representada nos eixos $\alpha\beta$ (forma complexa: $v_{\alpha} + jv_{\beta}$), v_0 é a componente zero da tensão aplicada ao estator, $i_{\alpha\beta}$ é a corrente de estator representada nos eixos $\alpha\beta$ (forma complexa: $i_{\alpha} + ji_{\beta}$), i_0 é a componente zero da corrente de estator, $F_{\alpha\beta}$ é a forma de onda de FCEM normalizada, representada nos eixos $\alpha\beta$ (forma complexa: $F_{\alpha} + jF_{\beta}$), que é dada em função da posição do rotor, e F_0 é a componente zero da forma de onda de FCEM normalizada, também uma função de θ_r . Normalmente, não se utiliza a conexão de neutro da máquina, portanto não se utiliza a equação de v_0 .

Para o caso trapezoidal, F_{α} , $F_{\beta} \in F_0$ são mostrados na Figura 2.3.



Figura 2.3: F_{α} , $F_{\beta} \in F_0$ para a forma de onda de FCEM trapezoidal ideal (Figura 2.2), em função da posição do rotor.

Pode-se traçar parametricamente $F_{\alpha} \in F_{\beta}$ para o caso da forma de onda da FCEM trapezoidal, comparando com o obtido com uma forma de onda puramente senoidal. Esse gráfico pode ser visualizado na Figura 2.4, onde nota-se que a forma de onda de FCEM trapezoidal forma um hexágono enquanto que a senoidal forma um círculo.

2.4 Modelo nos eixos dq

Para o modelo da máquina escrito nos eixos dq, utiliza-se como ângulo dos eixos, o ângulo do rotor (θ_r) na transformação dada por (2.2). Com isso, obtêm-se as equações elétricas:

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} i_{dq} + j (L_s - M_s) \omega_r i_{dq} + \omega_r \Phi_m F_{dq}$$
(2.14)

e do torque eletromagnético da máquina:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \left(i_d F_d + i_q F_q \right) \,, \tag{2.15}$$

onde: v_{dq} é a tensão aplicada ao estator representada nos eixos dq (forma complexa: $v_d + jv_q$), i_{dq} é a corrente de estator representada nos eixos dq (forma complexa: $i_d + ji_q$), F_{dq} é a forma de onda de FCEM normalizada, representada nos eixos dq (forma complexa: $F_d + jF_q$).



Figura 2.4: $F_{\alpha} \in F_{\beta}$ plotados parametricamente para a forma de onda de FCEM trapezoidal ideal (hexágono) e para a forma de onda de FCEM senoidal (círculo).

Dessa forma, os termos F_d e F_q não são constantes, são funções do ângulo do rotor, para um determinado tipo de forma de onda de FCEM. É interessante notar que para uma forma de onde de FCEM puramente senoidal, F_d é nulo e F_q é constante e igual a $\sqrt{3/2}$. Já para uma forma de onda trapezoidal, F_d e F_q podem ser visualizados na Figura2.5.

2.5 Modelo nos eixos dq_x

Conforme pode ser visto no gráfico da Figura 2.5, tanto a componente de quadratura quanto a componente direta da corrente de estator geram torque eletromagnético. Portanto, um sistema de coordenadas onde é possível de se isolar somente uma componente da corrente que gera torque é bem desejável, pois consegue-se minimizar a corrente no estator e consequentemente as perdas no cobre. Além disso, identificando qual parcela de corrente é responsável pelo torque também permite que se minimizem as ondulações no mesmo. Dessa forma, propõe-se um novo sistema de coordenadas onde isso é possível. Sabendo-se da existência desse sistema de coordenadas, tem-se a equação do torque eletro-magnético já apresentada no início desse Capítulo (2.1). Para se chegar nessa expressão,



Figura 2.5: $F_d \in F_q$ em função do ângulo do rotor para uma forma de onda de FCEM trapezoidal ideal, em função da posição do rotor.

propõe-se a transformação dq_x (2.3), onde introduz-se dois termos que são funções do ângulo do rotor: $a_x \in \theta_x$.

Aplicando-se imediatamente essa transformação no modelo da máquina nos eixos dq, as equações elétricas são:

$$v_{dq_x} = R_s i_{dq_x} + (L_s - M_s) \frac{di_{dq_x}}{dt} + (L_s - M_s) \omega_r i_{dq_x} \left(\frac{a'_x}{a_x} + j \left(1 + \theta'_x\right)\right) + \omega_r \Phi_m F_{dq_x}, \quad (2.16)$$

onde: v_{dq_x} é a tensão aplicada ao estator representada nos eixos dq_x (forma complexa: $v_{d_x} + jv_{q_x}$), i_{dq_x} é a corrente de estator representada nos eixos dq_x (forma complexa: $i_{d_x} + ji_{q_x}$), F_{dq_x} é a forma de onda de FCEM normalizada, representada nos eixos dq_x (forma complexa: $F_{d_x} + jF_{q_x}$), a'_x é a derivada de a_x em relação a θ_r e θ'_x é a derivada de θ_x em relação a θ_r .

E para o torque eletromagnético:

$$T_{el} = n_p a_x^2 \Phi_m \left(i_{d_x} F_{d_x} + i_{q_x} F_{q_x} \right) \,. \tag{2.17}$$

Deve-se agora determinar $a_x \in \theta_x$, ambos em função de θ_r , para que a premissa inicial, de se poder escrever (2.1), seja válida. Para isso, deve-se impor as seguintes condições ao sistema de equações formada pelo modelo e pelas transformações:

1.
$$F_{d_x} = 0$$
 e

2.
$$a_x^2 F_{q_x} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

A solução desse sistema é:

$$a_x = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{F_{\alpha}^2 + F_{\beta}^2}}$$
(2.18)

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{-F_\alpha}{F_\beta} - \theta_r \,. \tag{2.19}$$

Utilizando esses valores para $a_x \in \theta_x$, tem-se a equação do torque eletromagnético proporcional à componente de quadratura da corrente de estator nos eixos dq_x :

$$T_{el} = n_p \Phi_m \sqrt{\frac{3}{2}} i_{q_x} \,. \tag{2.20}$$

Da mesma forma, as equações da máquina são:

$$v_{d_x} = R_s i_{d_x} + (L_s - M_s) \frac{di_{d_x}}{dt} + (L_s - M_s) \omega_r \left(\frac{a'_x}{a_x} i_{d_x} - (1 + \theta'_x) i_{q_x}\right)$$
(2.21)

$$v_{q_x} = R_s i_{q_x} + (L_s - M_s) \frac{di_{q_x}}{dt} + (L_s - M_s) \omega_r \left(\frac{a'_x}{a_x} i_{q_x} + (1 + \theta'_x) i_{d_x}\right) + \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m \frac{1}{a_x^2} \omega_r.$$
(2.22)

Portanto, pode-se conseguir que o torque eletromagnético seja livre de ondulações para qualquer forma de onda de FCEM, exceptuando-se as ondas onde se tenha algum valor de ângulo de rotor (θ_r) onde $F_{\alpha}^2 + F_{\beta}^2 = 0$, pois dessa forma (2.18) não tem solução.

Para o caso da forma de onda trapezoidal, $a_x \in \theta_x$ podem ser vistos na Figura 2.6.

O eixo d_x oscila em torno do eixo d, fixo no rotor. A Figura 2.7 mostra esse caminho para uma forma de onda trapezoidal.

E interessante uma análise energética da forma de onda de FCEM. Conforme mostrado em [Miller, 1993], a máquina com ímãs na superfície do rotor possuem maior densidade de energia do que as com ímãs no interior do rotor. Pela Figura 2.7, a magnitude dos eixos dq_x é menor do que a dos eixos dq, o que significa que uma corrente de estator de mesma magnitude gera um torque eletromagnético maior na trapezoidal.



Figura 2.6: Valores de $a_x \in \theta_x$ em função de θ_r calculados considerando-se a forma de onda trapezoidal ideal.



Figura 2.7: Caminho que o eixo d_x realiza tomando-se o eixo d como referencial, para uma forma de onda de FCEM trapezoidal ideal. O mesmo resultado é obtido para o caminho do eixo q_x em torno do eixo q.

Nas equações no referencial dq do rotor, tem-se que F_d e F_q são funções de θ_r , não são constantes, o que torna mais complexa a identificação das componentes da corrente do estator que irão produzir torque. Com os eixos dq_x , fica direta a identificação da componente da corrente do estator que produz torque.

O modelo da máquina nos nos eixos dq (2.14) apresenta acoplamento entre ambos os eixos, dado pelo termo:

$$j(L_s - M_s)\omega_r i_{dq}.$$
(2.23)

Já o modelo nos eixos dq_x (2.16), além do acoplamento entre os eixos dq_x , dado por:

$$j\left(L_s - M_s\right)\omega_r i_{dq_x}\left(1 + \theta'_x\right),\tag{2.24}$$

também apresenta o termo de compensação da FCEM não senoidal:

$$(L_s - M_s) \,\omega_r i_{dq_x} \frac{a'_x}{a_x},\tag{2.25}$$

e o termo de compensação da FCEM, somente no eixo q:

$$\sqrt{\frac{3}{2}}\Phi_m \frac{1}{a_x^2} \omega_r, \tag{2.26}$$

Esses termos permitem um menor esforço do controlador para que a corrente de estator siga a trajetória necessária para a minimização da ondulações de torque e das perdas no cobre. Com a utilização dessas equações para o desacoplamento entre os eixos e a compensação da FCEM não senoidal, o projeto do controlador fica mais simples, pois precisa apenas realizar a compensação da malha RL do circuito de estator da máquina, permitindo uma melhora no desempenho do sistema.

2.6 Controle em malha fechada de corrente

Uma proposta para o controle da máquina, baseado nas leituras das correntes nas fases do estator, ângulo do rotor e utilizando o modelo dq_x , pode ser visualizado na Figura 2.8, onde ficam evidentes os termos de compensação de FCEM e de desacoplamento, onde $(L_s - M_s)\frac{a'_x}{a_x}$ é a constante de compensação de FCEM não senoidal, $\sqrt{\frac{3}{2}}\Phi_m\frac{1}{a_x^2}$ é a constante de compensação de FCEM, $(L_s - M_s)(1 + \theta'_x)$ a constante de desacoplamento, C_{d_x} representa o controlador da malha de corrente para o eixo direto (d_x) , C_{q_x} representa o controlador da malha de corrente para o eixo em quadratura (q_x) , T_{el}^* é o torque de referência, que resulta diretamente em $i_{q_x}^*$, a corrente de referência em quadratura:

$$i_{q_x}^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{n_p \Phi_m} T_{el}^*, \qquad (2.27)$$


Figura 2.8: Diagrama em blocos para o controle utilizando a modelagem nos eixos dq_x , onde podem ser observados os termos de desacoplamento, de compensação de FCEM não senoidal e de compensação de FCEM, conforme as equações já apresentadas. A entrada do sistema consiste no torque de referência (T_{el}^*) e depende dos parâmetros da máquina, incluindo a_x , a'_x , $\theta_x \in \theta'_x$ que são função da posição do rotor (θ_r) , que é obtida por meio de um *encoder*.

e k_{ix} a relação entre as correntes de referência de quadratura e direta:

$$i_{d_x}^* = k_{ix} i_{q_x}^*. (2.28)$$

Portanto a constante k_{ix} é responsável pelo controle de campo da máquina, para $k_{ix} = 0$ consegue-se as menores perdas no cobre, para $k_{ix} > 0$ realiza-se enriquecimento de campo e para $k_{ix} < 0$, enfraquecimento de campo.

Com os termos de desacoplamento, os controladores devem somente ser responsáveis pela compensação dos circuitos RL de (2.21) e (2.22), o que resulta em uma resposta dinâmica muito boa do sistema.

2.6.1 Resultados

Alguns resultados de simulação podem ser visualizados na Figura 2.9, onde é mostrada a operação da máquina utilizando o controle do laço de corrente baseado no modelo vetorial nos eixos dq_x (Figura 2.8). Os laços de corrente e de velocidade empregam controladores em modos deslizantes, conforme apresentados em[Monteiro et al., 2015b], com a diferença de que no artigo referenciado, o conversor opera no modo seis-pulsos.

Esses resultados encontram-se no artigo no Anexo 2, na página 119, que foi submetido e aprovado para apresentação no 14^o Congresso Brasileiro de Eletrônica de potência (COBEP 2017).



Figura 2.9: Resposta dinâmica da máquina com controle baseado em vetores nos eixos dq_x . A máquina acelera até 1000rpm e mantém a velocidade. O torque de carga é aplicado (T_L) em dois instantes, mas a máquina altera muito pouco de velocidade.

O artigo utiliza o modelo vetorial nos eixos $dq_x \operatorname{com} a_x \in \theta_x$ calculados considerando-se uma forma de onda de FCEM trapezoidal ideal, mas as simulações são realizadas empregando o modelo da máquina considerando a forma de onda de FCEM real. A principal conclusão do trabalho é que as ondulações no torque eletromagnético são mínimas por não se considerar a forma de onda da FCEM real da máquina para o cálculo de $a_x \in \theta_x$.

A Figura 2.10 mostra um detalhe do transitório da corrente da fase a do estator devido

a um transitório do torque de carga aplicado no eixo (T_L) . A figura também apresenta a FCEM real da máquina para a fase a. Pode-se notar que a resposta dinâmica do sistema é bem rápida.



Figura 2.10: Resposta dinâmica da máquina com controle baseado em vetores nos eixos dq_x . Com a aplicação do torque de carga (T_L) , a referência de torque eletromagnético (T_{el}^*) aumenta a fim de compensar a diminuição na velocidade, aumentando as correntes no estator.

A máquina utilizada é uma máquina com ímãs permanentes na superfície do rotor fabricada pela Siemens, modelo 1FT5 062, com as principais características dadas na Tabela 2.1 e a forma de onda da FCEM, para a fase a, na Figura 2.11.



Figura 2.11: Forma de onda de força contra-eletromotriz normalizada de uma máquina real (Siemens modelo 1FT5 062), em função do ângulo do rotor (θ_r) .

| Parâmetros | |
|----------------------------------|---|
| Eletromagnéticos | Mecânicos |
| $R_s = 2.3\Omega$ | $J = 4.2 \cdot 10^{-3} \rm kg m^2$ |
| $(L_s - M_s) = 12.5 \mathrm{mH}$ | $B = 3.032 \cdot 10^{-3} \rm kg m^2/s$ |
| $n_p = 3$ | |
| $\Phi_m = 0.12 \text{Wb}$ | |

Tabela 2.1: Parâmetros elétricos, magnéticos e mecânicos da máquina cujas formas de onda da FCEM estão apresentadas na Figura 2.11.

2.7 Controle da MSIPSR em malha aberta de corrente

Os termos de desacoplamento e de compensação de FCEM não senoidal do modelo nos eixos dq_x também tornam possível a realização do controle da máquina síncrona com ímã permanente na superfície do rotor sem a utilização de sensores de corrente, mas utilizando um sensor de posição, tipo *encoder* com alta resolução. Como na quase totalidade das aplicações de controle de posição é utilizado *encoder* de alta resolução para a realimentação de posição, com o modelo dq_x é possível de se controlar a máquina sem a necessidade de se utilizar o valor das leituras de corrente das fases do estator, ou seja, em malha aberta de corrente. O autor explora essa característica do modelo em sua tese de doutorado e em [Monteiro et al., 2012]. Para o desenvolvimento desse modo de controle, desconsidera-se os termos transitórios de corrente de (2.21) e (2.22).

Utilizando (2.28), as tensões direta e em quadratura nos eixos dq_x são:

$$v_{d_x} = \left(R_s k_{ix} + (L_s - M_s) \,\omega_r \left(\frac{a'_x}{a_x} k_{ix} - (1 + \theta'_x) \right) \right) i_{q_x} \tag{2.29}$$

$$v_{q_x} = \left(R_s + (L_s - M_s)\,\omega_r \left(\frac{a'_x}{a_x} + (1 + \theta'_x)\,k_{ix}\right)\right)i_{q_x} + \sqrt{\frac{3}{2}}\Phi_m \frac{1}{a_x^2}\omega_r.$$
 (2.30)

Se $k_{ix} = 0$:

$$v_{d_x} = -(L_s - M_s)\,\omega_r\,(1 + \theta'_x)\,i^*_{q_x} \tag{2.31}$$

$$v_{q_x} = \left(R_s + (L_s - M_s)\,\omega_r \frac{a'_x}{a_x}\right)i^*_{q_x} + \sqrt{\frac{3}{2}}\Phi_m \frac{1}{a_x^2}\omega_r.$$
 (2.32)



Figura 2.12: Diagrama do controle em malha aberta de corrente, onde os valores de corrente não são utilizados no controle, apenas o valor do ângulo do rotor obtido por meio de um *encoder*.

Dessa forma, v_{d_x} é o resultado de uma função de θ_r , dependente dos parâmetros da máquina, multiplicada por i_{q_x} e v_{q_x} é também uma função de θ_r , dependente dos parâmetros da máquina, multiplicada por i_{q_x} e somada da FCEM no eixo q_x . A Figura 2.12 apresenta o diagrama de controle para a operação em malha aberta de corrente, onde, para $k_{ix} \neq 0$:

$$g_{d_x} = \left(R_s k_{ix} + (L_s - M_s) \,\omega_r \left(\frac{a'_x}{a_x} k_{ix} - (1 + \theta'_x) \right) \right) \tag{2.33}$$

$$g_{q_x} = \left(R_s + \left(L_s - M_s \right) \omega_r \left(\frac{a'_x}{a_x} + \left(1 + \theta'_x \right) k_{ix} \right) \right); \tag{2.34}$$

e, para $k_{ix} = 0$:

$$g_{d_x} = -(L_s - M_s)\omega_r (1 + \theta'_x)$$
(2.35)

$$g_{q_x} = \left(R_s + (L_s - M_s)\omega_r \frac{a'_x}{a_x}\right).$$
(2.36)

Essa topologia de controle, por não considerar os transitórios de corrente tem um desempenho dinâmico mais lento em relação ao controle utilizando as informações das correntes das fases do estator [de A. Monteiro, 2002, Monteiro et al., 2012].

2.7.1 Resultados

Os resultados conseguidos com a implementação do controle em malha aberta de corrente mostram que as ondulações no torque eletromagnético são minimizadas, melhorando as oscilações de posição em um sistema de posicionamento com uma MSIPSR com forma de onda de FCEM trapezoidal, em relação ao mesmo sistema empregando conversor no modo seis-pulsos 120°. Normalmente os sistemas de posicionamento de precisão empregam MSIP com FCEM senoidal devido aos problemas que as trapezoidais apresentam em termos de ondulações, principalmente devido à comutação das fases do estator a cada 60° elétricos, pois o modo de operação convencional dos conversores para essas últimas é o modo seis-pulsos 120°.

Para efeito de comparação, as Figuras 2.13 e 2.14 apresentam os dados de leitura dos *encoders* de um sistema de posição empregando MSIPSP com conversor no modo seis-pulsos 120° e com conversor com controle vetorial dq_x em malha aberta de corrente, respectivamente. Pode-se notar que o sistema que utiliza a máquina operando no modo seis-pulsos apresentaria algumas imprecisões em seu posicionamento, devido à comutação entre as fases do estator, o que já não ocorre com o outro sistema empregando o controle dq_x .



Figura 2.13: Dados de posição do *encoder* acoplado ao eixo rotórico para uma sistema de posicionamento empregando MSIPSR com conversor no modo seis-pulsos 120°, onde pode-se observar que a comutação das fases do estator a cada 60° elétricos causa uma perturbação na posição do eixo rotórico.



Figura 2.14: Dados de posição do *encoder* acoplado ao eixo rotórico para uma sistema de posicionamento empregando MSIPSR com conversor controle vetorial dq_x em malha aberta de corrente.

2.8 Redução das perdas no cobre

Na tese de doutorado do autor, é citado que a transformação permite que se minimizem as perdas no cobre e no artigo publicado em 2012 [Monteiro et al., 2012] é mostrada a forma de onda de corrente do estator para se conseguir a menor perda ôhmica nos enrolamentos do estator.

Teoricamente, com uma forma de onda de corrente quadrada 120° ideal, defasadas de 120° nas 3 fases do estator em uma máquina com FCEM trapezoidal ideal, é possível de se conseguir torque eletromagnético livre de ondulações (Figura 2.15).

Considerando o modo de operação da Figura 2.15, considerando que as correntes de estator tenham a mesma amplitude e a máquina perfeitamente simétrica, o valor do torque eletromagnético produzido é:

$$T_{el} = 2n_p \Phi_m I, \qquad (2.37)$$

onde: I é o valor da amplitude das correntes nas fases do estator.

Conforme [Monteiro et al., 2012], pode-se projetar a corrente quadrada 120 \circ nos eixos dq_x , para uma FCEM puramente trapezoidal. São determinadas duas componentes da corrente de estator, uma para o eixo direto d_x e outra para o eixo em quadratura q_x , sendo o resultado dessa operação bastante interessante, conforme visto na Figura 2.16,



Figura 2.15: Formas de onda de corrente de estator ideais com FCEM trapezoidal ideal, produzindo torque eletromagnético ideal, livre de ondulações, em uma MSIPSR.

onde a componente no eixo q_x é constante com valor numérico igual a $2\sqrt{\frac{2}{3}}$, considerando a amplitude da onda quadrada unitária. Nota-se que a corrente em d_x oscila em torno do eixo 0. Uma vez que essa componente não produz torque eletromagnético, ela somente contribui para o aumento das perdas no cobre do estator.

Pode-se fazer a operação inversa, isto é, de posse do valor de i_{q_x} e zerando i_{d_x} podese construir a forma de onda de corrente das fases do estator que produzirão o mesmo torque eletromagnético, mas com menores perdas no cobre. A Figura 2.17 apresenta as duas formas de onda para a fase a da máquina, onde pode-se notar que:

- 1. a amplitude da forma de onda conseguida com a técnica vetorial, ou simplesmente onda vetorial, fazendo-se $i_{d_x} = 0$ possui amplitude maior, porém
- 2. a taxa de variação da forma de onda da corrente é limitada a um valor finito, e não tende a infinito, como no caso da onda quadrada 120°.

Em [Buja et al., 2015], a onda conseguida com a técnica vetorial é batizada de forma de onda em pétala, devido ao seu formato se assemelhar a uma pétala no plano $\alpha\beta$.



Figura 2.16: Projeção das correntes de estator com forma de onda quadrada 120° considerando uma forma de onda de FCEM puramente trapezoidal, nos eixos d_x e q_x . Somente a forma de onda de corrente da fase a é mostrada (i_a) , as outras estão omitidas para maior clareza nos gráficos.



Figura 2.17: Formas de onda de corrente para a fase a do estator, que produzem o mesmo valor de torque eletromagnético (considerando uma máquina simétrica e ondas semelhantes defasadas de 120° nas demais fases que estão omitidas para maior clareza). Uma forma de onda é obtida fazendo-se $i_{d_x} = 0$ nas projeções mostradas no gráfico da Figura 2.16 e a outra com as mesmas projeções de i_{q_x} e i_{d_x} (onda quadrada 120°).

A forma de onda dessa corrente nos planos $\alpha\beta$ pode ser visualizada na Figura 2.18, juntamente com a projeção da forma de onda da força contra-eletromotriz trapezoidal e

a projeção da forma de onda de corrente quadrada 120°, sendo que essas duas últimas possuem amplitude unitária e a vetorial possui amplitude que produz o mesmo torque eletromagnético da quadrada unitária. Nota-se que a projeção da onda quadrada 120° consiste em apenas 6 posições, no meio das arestas do hexágono formado pela projeção da onda trapezoidal. Essas formas de onda podem ser melhor visualizadas na Figura 2.19 em função do ângulo do rotor, onde suas amplitudes podem ser comparadas.



Figura 2.18: Forma de onda de corrente nas fases do estator para perdas mínimas no cobre no plano $\alpha\beta$ (Vetorial), juntamente com a forma de onda trapezoidal da FCEM (Trapezoidal), a forma de onda senoidal e a forma de onda quadrada 120° (Quadrada), essas últimas três com amplitude unitária. Pode-se notar que a onda quadrada não apresenta continuidade, possuindo apenas 6 posições no plano.

Ainda, resta a verificação do valor eficaz de cada forma de onda, pois as perdas no cobre são proporcionais ao quadrado do valor eficaz da onda de corrente, para uma onda periódica. Portanto, analisando-se o funcionamento da máquina em regime permanente, dentro da região linear do ferro (ou aproximadamente linear), para um mesmo valor de torque eletromagnético, deve-se verificar o valor eficaz das duas formas de onda.

O valor eficaz da forma de onda quadrada é $\sqrt{\frac{2}{3}}$, ou 0,8165, para a amplitude da forma de onda quadrada unitária, enquanto que o valor eficaz da onda em pétala é 0,7777.



Figura 2.19: Formas de onda da FCEM trapezoidal (a), da corrente da fase a, com o modelo vetorial fazendo $i_{d_x} = 0$ (b) e da corrente da fase a com forma de onda quadrada 120° (c).

Embora a forma de onda vetorial tenha maior amplitude, ela possui menor valor eficaz, portanto irá produzir menores perdas para o caso ideal. Considerando perdas no cobre de 1 p.u. para a operação em forma de onda quadrada, as perdas caem para 0,907 p.u., ou seja, caem 9,27%, para o caso de FCEM trapezoidal ideal. Na prática esse número vai ser diferente, pois não se consegue produzir uma forma de onda ideal quadrada tampouco a máquina apresenta uma forma de onda de FCEM puramente trapezoidal. Esses dois fatores causam uma diferença nas perdas ainda maiores, pois consegue-se utilizar tanto a_x quanto θ_x calculados com base na FCEM real da máquina, pois a forma de onda quadrada 120° supõe uma FCEM puramente trapezoidal.

48

Capítulo 3

Novas Propostas para a Redução das Ondulações no Torque Eletromagnético

3.1 Redução das ondulações no torque com FCS-MPC na malha de corrente

Diferentes abordagens teóricas e de controle estão presentes na literatura para minimização de ondulações de torque em máquinas síncronas de ímã permanente e FCEM não senoidal.

Em termos de técnica de controle, a compensação ativa de ondulações de torque pode ser beneficiada pelo uso de controladores de elevada largura de banda uma vez que a limitação da largura de banda dos controladores pode não cobrir completamente as frequências de ondulação de torque [Springob and Holtz, 1998]. Alinhadas à essa perspectiva, diversas publicações utilizam algoritmos de controle como *deadbeat*, histerese e preditivo [Springob and Holtz, 1998, Damiano et al., 2014, Park et al., 2000, Abbaszadeh et al., 2017].

O estudante Allan Gregori de Castro, sob orientação do autor [de Castro, 2017], concluiu seu trabalho de mestrado onde, de maneira inédita, foi realizada a a associação do controle preditivo de conjunto finito de controle baseado em modelo (do inglês, *Finite Control-Set Model Based Predictive Control* – FCS-MPC) com a modelagem por orientação dq estendida (dq_x), proposta pelo autor [Monteiro et al., 2012], para redução das ondulações de torque em uma máquina síncrona de ímã permanente na superfície do rotor e força contra-eletromotriz não senoidal.

Com isso, é proposto o esquema de controle da Figura 3.1. Esse esquema basicamente implementa uma malha de controle preditivo FCS-MPC em referencial estacionário $\alpha\beta$. É possível sumarizar as etapas da malha de controle preditivo da Figura 3.1 como:

- uso do modelo matemático da máquina para predição do comportamento da corrente de estator em um passo de tempo discreto no futuro para cada um dos finitos possíveis vetores de tensão aplicáveis pelo inversor dois níveis, $v_{\alpha\beta_0}, ..., v_{\alpha\beta_7}$, e
- seleção e aplicação do ótimo estado de chaveamento do conversor, s_{op} , baseado na minimização de uma função custo projetada para representar o interesse e restrições de controle.



Figura 3.1: Esquema de controle de corrente FCS-MPC aplicado à MSIP de FCEM não senoidal.

Uma vez que o interesse da malha de controle preditivo é zerar o erro de corrente do estator, a função custo utilizada no processo de seleção do vetor ótimo de tensão é

$$g_j = |i_{\alpha}^{ref} - i_{\alpha_j}^{k+1}| + |i_{\beta}^{ref} - i_{\beta_j}^{k+1}|, \qquad (3.1)$$

onde $i_{\alpha\beta}^{ref}$ é a corrente de referência do estator, proveniente da transformação dqx inversa de i_{dqx}^{ref} conforme a Figura 3.1, $i_{\alpha\beta_j}^{k+1}$ é a corrente de estator predita para um passo de tempo discreto no futuro considerando um vetor j (com j = 0, ..., 7) de tensão aplicado no tempo atual k.

O algoritmo de controle preditivo de corrente FCS-MPC implementado na Figura 3.1 pode ser ilustrado através do fluxograma da Figura 3.2.

O resultado da implementação da estratégia de controle preditivo de corrente dq_x apresenta o comportamento de torque T_{el} , correntes de estator em regime permanente



Figura 3.2: Fluxograma de otimização do sinal de controle para o FCS-MPC.

conforme a Figura 3.3 para duas condições de velocidade mecânica. Em (a) e (b) notase a manutenção das componentes i_{q_x} e i_{d_x} em torno de valores constantes de referência, resultando em correntes de fase com a forma de onda anteriormente discutida na Seção 2.8.

Alternativamente, é possível verificar o acompanhamento da corrente de estator em coordenadas $\alpha\beta$ da trajetória de referência $i_{\alpha\beta}^{ref}$ tanto para baixa como em alta velocidade.

O controle preditivo implementado contribui com características atraentes à estratégia de controle uma vez que desempenham rápida resposta dinâmica sem requerer esforço de sintonia de ganhos de controladores, como em estratégias empregando controladores lineares PI; e não emprega termos de desacoplamento que dependem da velocidade e aceleração da máquina, como em outras alternativas encontradas na literatura [Baratieri and Pinheiro, 2014], ou anteriormente discutidos na Seção 2.5.

As ondulações de torque presentes na Figura 3.3 são majoritariamente relacionadas à característica de chaveamento do inversor pelo FCS-MPC convencional, que, sem uso de modulador, implementa apenas um vetor de tensão dentro de um período de tempo discreto de controle.

A fim de melhorar seu desempenho, diversas publicações tem apresentado abordagens que aplicam mais de um vetor de tensão dentro de um período de controle [Zhang et al., 2017]. Com isso, aumenta-se o grau de liberdade do algoritmo preditivo para um refinamento da



Figura 3.3: (a) e (b): Torque eletromagnético e correntes de estator em regime permanente com controle FCS-MPC. (c) e (d): Representação das correntes de estator em regime permanente no plano $\alpha\beta$.

busca pela solução ótima da função custo. Em outras palavras, a solução ótima da malha de controle preditivo será a escolha dos vetores de tensão e as respectivas durações dentro de um período de controle.

Nesse aspecto, em [de Castro, 2017] é ainda implementado uma abordagem melhorada do FCS-MPC, nomeada Duty-FCS-MPC, em que a solução ótima consiste em aplicar não apenas um vetor de tensão em um período de controle, mas sim uma combinação entre vetor ativo e vetor nulo.

A definição do vetor ativo ótimo a ser implementado obedece o procedimento teste da função custo como já apresentado na Figura 3.2. Porém, sua respectiva duração ótima, D_{jop} , é definida seguindo um conceito *deadbeat* a partir do qual tem-se o interesse em produzir $T_{el}^{k+1} = T_{el}^{ref}$. Para atender esse requisito, então D_{jop} é dado por

$$D_{jop} = \frac{\left(T_{el}^{ref}\omega_r - \left(\frac{L - RT_0}{L}\right)T_{el}^k\omega_r\right)\frac{L}{T_0} + |e_{\alpha\beta}^k|^2}{v_{\alpha j}e_{\alpha}^k + v_{\beta j}e_{\beta}^k}.$$
(3.2)

A solução ótima do algoritmo Duty-FCS-MPC resultante é implementada com o auxílio de um gerador de pulso responsável por comutar as chaves do conversor obedecendo a escolha do vetor ótimo de tensão e sua respectiva duração, como ilustrado na Figura 3.4.



Figura 3.4: Diagrama de controle preditivo Duty-FCS-MPC.

Uma comparação do desempenho em regime permanente entre a estratégia FCS-MPC Figura 3.1 e o esquema da Figura 3.4 é apresentada na Figura 3.5. Em linhas gerais, nota-se a significativa redução na amplitude de ondulação de torque e correntes de estator. A fim de explorar o comparativo de desempenho para outros pontos de operação, na Figura 3.6 apresenta-se a magnitude da banda de ondulação de torque desenvolvida por cada técnica em função da velocidade da máquina para uma carga constante de 2 Nm. As maiores reduções promovidas pelo Duty-FCS-MPC são em baixa velocidade. Nesse ponto de operação, o fator de trabalho médio D_{jop} é aproximadamente 0,15, significando que o vetor ativo de tensão é aplicado durante somente 15% do período de controle.

Para altas velocidades, o desempenho das técnicas é semelhante. Isso pode ser atribuído ao fato de que nessa condição, enquanto o FCS-MPC aplica os vetores de tensão durante todo o período de controle, a técnica Duty-FCS-MPC desenvolve um fator de trabalho médio D_{jop} próximo de 1.



Figura 3.5: Comparação do desempenho em regime permanente do (a) FCS-MPC e (b) Duty-FCS-MPC a 200 rpm.



Figura 3.6: Comparação entre amplitude de ondulação de torque do FCS-MPC e Duty-FCS-MPC para torque nominal e diferentes velocidades.

3.2 Nova Abordagem para Redução das Ondulações do Torque

A partir do modelo dinâmico da máquina síncrona com ímã permanente, uma análise do balanço de energia pode ser desenvolvida multiplicando-a pelo conjugado complexo da corrente de estator, $i^*_{\alpha\beta} = i_{\alpha} - j i_{\beta}$, que resulta em

$$i_{\alpha\beta}^* v_{\alpha\beta} = R |i_{\alpha\beta}|^2 + L i_{\alpha\beta}^* \frac{d}{dt} i_{\alpha\beta} + i_{\alpha\beta}^* e_{\alpha\beta}.$$
(3.3)

Da expressão (3.3) extrai-se que: o termo $i^*_{\alpha\beta}v_{\alpha\beta}$ representa a potência elétrica complexa total fornecida aos terminais da máquina; o termo $R |i_{\alpha\beta}|^2$ são as perdas Joule dissipadas pelo enrolamento de estator; o termo $Li^*_{\alpha\beta}\frac{d}{dt}i_{\alpha\beta}$ é a potência cuja integração resulta na energia armazenada na indutância do estator L; e o termo $i^*_{\alpha\beta}e_{\alpha\beta}$ representa a potência complexa total S fornecida ao rotor.

Essa potência transferida ao rotor pode ser escrita na forma

$$S = P + jQ = i^*_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta}, \qquad (3.4)$$

onde $P \in Q$ são as parcelas de potências ativa (real) e reativa (imaginária), respectivamente. Ao expandir as variáveis complexas de (3.4) em suas componentes real e imaginária, as potências $P \in Q$ são expressas por

$$P = i_{\alpha} e_{\alpha} + i_{\beta} e_{\beta} \tag{3.5}$$

$$Q = i_{\alpha} e_{\beta} - i_{\beta} e_{\alpha}. \tag{3.6}$$

Em máquinas de enrolamento de estator e rotor, é sabido que a potência P que atravessa o entreferro em direção ao rotor é responsável por suprir perdas Joule no enrolamento



Figura 3.7: Perfis de corrente de fase do estator para potência ativa constante e diferentes condições de potência reativa transferida ao rotor.

do rotor e produção de trabalho. Uma vez que não há enrolamento no rotor nas MSIPs, a potência elétrica P, dada em (3.5), é convertida integralmente em potência mecânica, desprezando-se as demais perdas magnéticas.

Dessa maneira, o torque eletromagnético mutuo T_{el} desenvolvido pela MSIP pode ser obtido por:

$$T_{el} = \frac{P}{\omega_m} = \frac{1}{\omega_m} \Re\{i^*_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta}\} = \frac{1}{\omega_m} (e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta).$$
(3.7)

Ainda, em máquinas de enrolamento de estator e rotor, a potência reativa Q que atravessa o entreferro encarrega-se de produzir a excitação do enrolamento do rotor. Uma vez que a MSIPSR não possui circuito de rotor e a excitação é proporcionada por ímãs permanentes, a potência Q, dada por (3.6), somente assumirá valores diferentes de zero nas condições de operação com enfraquecimento/fortalecimento de campo.

Claramente, a partir de (3.7), nota-se que se a potência P é mantida constante, o torque mútuo desenvolvido pela máquina será livre de ondulações. Nessa perspectiva, mostra-se na Figura 3.7 o perfil da corrente i de fase de estator que produz P constante para diversos níveis de potência reativa Q considerando uma máquina síncrona de ímã permanente no rotor e FCEM e idealmente trapezoidal.

De acordo com o exposto, é possível implementar uma estratégia de controle de potência fornecida ao rotor a fim de reduzir ondulações de torque na máquina síncrona de ímã permanente não senoidal. A Figura 3.8 ilustra um possível esquema de controle de potência implementado utilizando a técnica de controle preditivo FCS-MPC. A simulação desse esquema de controle, considerando um caso particular de $T_{el}^{ref} = 2 Nm$ e $Q^{ref} = 0$, está apresentado na Figura 3.9 em duas condições de velocidade.



Figura 3.8: Esquema de controle de potência baseado no controle preditivo FCS-MPC.



Figura 3.9: Desempenho de torque, potências e correntes de estator para o controle de potência FCS-MPC proposto.

Esses resultados, bem como as formulações dessa abordagens foram submetidos e aprovados para a publicação em periódico [Castro et al., relo], e por conveniência, encontra-se no Anexo 1, pois ainda não está disponível digitalmente. 58 CAPÍTULO 3. NOVA PROPOSTA PARA O MODELO BASEADO EM VETORES

Capítulo 4

Projeto de MSIPSRs

O autor orientou alguns trabalhos de análise, projeto e dimensionamento de MSIPSRs. Esses trabalhos foram conduzidos por estudantes sob sua orientação, onde alguns resultados foram publicados em anais de eventos nacionais, internacionais e em periódicos. Esses trabalhos foram realizados na forma de doutorado, mestrado, trabalho de conclusão de curso de graduação e mesmo de iniciação científica.

Em [Paula and Monteiro, 2011b] e em [Paula and Monteiro, 2011a] o estudante apresentou um estudo sobre o projeto de uma máquina síncrona com ímãs permanentes na superfície do rotor.

Em seu trabalho de conclusão de curso [de Paula, 2011], o então estudante Geyverson Teixeira de Paula, sob orientação do autor, apresenta o projeto de uma máquina síncrona com ímãs permanentes na superfície do rotor, cuja aplicação é voltada para sistemas de tração veicular de transmissão direta (*direct-drive*). Mais precisamente, a máquina projetada é destinada para o uso em motocicletas uma vez que, os parâmetros observados são compatíveis coma uma motocicleta com motorização de 250cc, levando em conta ainda as restrições mecânicas para o dimensionamento da máquina. Para alcançar este objetivo, são analisadas algumas possibilidades de variações nas dimensões e configurações dos dentes do estator e na inclinação do pacote de lâminas do estator.

A primeira conclusão do trabalho é como a forma de onda da força contra eletromotriz (FCEM) e do torque de borda (do inglês, Cogging Torque) são afetadas pela inclinação do pacote de lâminas do estator. A análise da inclinação é feita com objetivo de se determinar a inclinação ideal para zerar a contribuição do torque de borda no sobre o torque eletromagnético e, consequentemente, reduzir possíveis desgastes mecânicos devido às vibrações durante a operação da máquina. A inclinação ideal encontrada, para uma máquina de 24 ranhuras e 8 polos é de 15 graus mecânicos (60 graus elétricos), atingindose o objetivo de zerar o torque de borda e mantendo como restrição a manutenção do patamar com largura de pelo menos 120 graus elétricos da força contra eletromotriz para que a máquina possa ser acionada no modo seis pulsos sem perda de característica.

No que tange as alterações paramétricas nos dentes do estator, são avaliadas as possibilidades de se utilizar dentes com sapatas e dentes retos (sem sapatas) dado que o diâmetro dos condutores do estator seria considerável e seria exigido mais trabalho durante o processo de bobinagem. Dessa forma, foram avaliadas as consequências da escolha de um dos dois tipos de dentes citados sobre a forma de onda da força contra eletromotriz, torque de borda e sobre a inclinação do pacote de ranhuras do estator. Concluiu-se que os dentes retos (sem sapata) seriam os mais apropriados e valor ideal de inclinação do pacote de lâminas do estator ainda seria mantido em 15 graus mecânicos (60 graus elétricos), zerando o torque de borda e mantendo o patamar da força contra eletromotriz em 120 graus elétricos.

Avaliou-se ainda, a possibilidade de se empregar a configuração Ns = 2p +/-2 (número de ranhuras é igual ao número de polos mais ou menos 2) para que o processo de inclinação do pacote de ranhuras fosse dispensado. Como resultado, notou-se que o patamar da força contra eletromotriz era afetado de forma considerável e não mais apresentava largura de 120 graus elétricos e o torque eletromagnético apresentaria oscilações razoáveis, apesar do torque de borda apresentar amplitude muito próxima a zero.

Foram feitas ainda, simulações empregando-se o método dos elementos finitos tanto para verificação da saturação da máquina, como para avaliar a eficiência e o comportamento térmico. O comportamento térmico auxiliou na determinação das classes de isolação do verniz empregado nos condutores do estator e na classe de isolação necessária para os ímãs permanentes.

Em [Paula et al., 2015], o autor juntamente com estudantes sob sua orientação realizam alguns estudos sobre a otimização de uma máquina síncrona com ímã permanente no rotor, com rotor externo, com vistas à aplicação em um veículo de propulsão elétrica, com potência equivalente a um motor de combustão interna de 250cc. O projeto da máquina leva em conta as disposições das ranhuras para mitigação das ondulações do torque eletromagnético com o objetivo de se reduzir as emissões acústicas e preservar os mancais de desgastes excessivos relativos a essas ondulações. A máquina é dimensionada para ser inserida diretamente dentro da roda traseira do veículo, sem caixa de engrenagens, isto é, com acoplamento direto de eixo (*direct-drive* e *in-wheel motor*). Isto faz com que o conjunto tenha uma maior eficiência, devido às perdas que a caixa de engrenagens apresenta.

Nessa mesma linha de pesquisa, o autor juntamente com seus orientados, realizou alguns estudos publicados em anais de eventos nacionais e internacionais, onde foram analisadas algumas configurações de ranhuras com o objetivo de se diminuir os efeitos indesejáveis do torque de borda, onde também são analisadas características construtivas da máquina e os efeitos nos torques mútuos e de borda [Paula et al., 2012, de Paula et al., 2013].

4.1 Investigações na FCEM

Como o método de controle baseado na modelagem vetorial da MSIP é altamente dependente da forma de onda da FCEM, fica interessante de se realizar uma investigação da variação dessa forma de onda na região normal de operação da máquina. O autor orientou o estudante Geyverson Teixeira de Paula a realizar essa investigação, não só em relação à força contra-eletromotriz, mas também em outros parâmetros da máquina, como as auto-indutâncias das fases do estator e as indutâncias mútuas entre as fases do estator. O estudante realizou seu trabalho de mestrado e doutorado nesse tema, sob a orientação do autor. No trabalho de doutorado do estudante, além da investigação da modificação dos parâmetros da máquina até a condição nominal de operação, também é feita a investigação em sobrecargas de corrente.

4.2 Influência da saturação magnética no torque eletromagnético

Em seu trabalho de doutorado [de Paula, 2016] e de mestrado [de Paula, 2013], o estudante Geyverson Teixeira de Paula, orientado pelo autor, realiza uma investigação sobre a influência da saturação magnética no torque eletromagnético da máquina síncrona com ímãs na superfície do rotor alimentada com correntes quadradas segundo o modo de seis pulsos. No trabalho, o método da permeabilidade fixa é implementado por meio de um programa de computador (desenvolvido pelo estudante) que interage com outro programa de análise por método dos elementos finitos a fim de separar as contribuições distintas dos ímãs e das correntes de fase sobre o torque eletromagnético. Dessa maneira, consegue-se determinar como torque eletromagnético é afetado pelo conteúdo harmônico das correntes, pelo carregamento eletromagnético e consequentemente pelos pontos de

ocorrência de saturação no estator. Além dos efeitos sobre o torque eletromagnético, verifica-se como suas parcelas são afetadas (torque de borda, torque de relutância e torque mútuo).

A primeira conclusão do trabalho é que a forma de onda do torque mútuo se altera de forma quase imperceptível dentro da faixa de operação nominal da máquina, contribuindo para pequenas oscilações no torque eletromagnético. Para operação acima da nominal ou em transitórios, isto é, operação em sobrecorrente, a variação no torque mútuo passa a ser perceptível, tanto em amplitude quanto na forma de onda, indicando a saturação dos dentes do estator e possível distorção no campo eletromagnético girante. Essas variações no torque mútuo devido à saturação eletromagnética impactam diretamente no resultado esperado para o torque eletromagnético com base no modelo linear da máquina em que o torque eletromagnético segue uma proporção k_T vezes a corrente de alimentação, independente do ponto de operação da máquina.

De forma análoga, faz-se a investigação das distorções e variações de amplitude e valor eficaz do torque de relutância para diferentes pontos de operação da máquina, incluindo sobrecorrentes. Chega-se aos resultados que mostram que as contribuições das variações nesta parcela do torque eletromagnético, i.e., as variações no torque de relutância, são pouco significativas para a máquina síncrona com ímãs na superfície do rotor.

No que diz respeito aos resultados obtidos para o torque de borda (do inglês, Cogging torque), chega-se à conclusão de que esta parcela do torque eletromagnético sofre influência direta da forma como a máquina é alimentada/acionada, contestando resultados encontrados por outros autores na literatura. Esta diferença, mesmo utilizando-se de dois métodos diferentes e muito empregados na literatura, está na generalização empregada por outros autores que conduziram as investigações de seus trabalhos considerando penas correntes senoidais perfeitas, ao passo que no trabalho de Geyverson (2013) são empregadas correntes quadradas, com alto conteúdo harmônico.

O trabalho realiza o estudo por análise computacional utilizando o método elementos finitos (FEA) em uma máquina hipotética com ímãs permanentes de liga de neodímio. Os dados obtidos por FEA são confrontados com os dados experimentais obtidos por outros autores para validação do modelo teórico e do método.

Esses trabalhos de investigação foram apresentados em vários congressos internacionais, que devido ao grande volume de resultados e análise, foram dividido em partes. Nos artigos, foram investigados os efeitos da saturação magnética por meio da análise de elementos finitos empregando o método da permeabilidade fixa (*frozen permeability*). Na parte I é apresentado o método utilizado para a análise (*frozen permeability*) e a influência da saturação e seus efeitos são analisados nas indutâncias e no fluxo magnético e seu conteúdo harmônico [de Paula et al., 2014a].

Na segunda parte, é analisada a forma de onda da FCEM em vários regimes de carga, inclusive sob saturação. É dada ênfase na influência que a comutação das fases do estator causa na FCEM [de Paula et al., 2014b].

Finalmente na terceira parte, é verificada a composição do torque eletromagnético final devido ao torque de borda, ao torque de relutância e ao torque mútuo (FCEM), onde o método da permeabilidade fixa é confrontado com os resultados obtidos para o total [de Paula et al., 2014c]. Uma investigação apenas do torque de relutância foi publicada em periódico [Paula et al., 2016].

Capítulo 5

Estimação da Posição de MSIPSR

Como a utilização de *encoders*, ou sensores de posição de alta resolução, pode ser inviável economicamente em algumas aplicações sensíveis a custo, o então estudante Thales Eugenio Portes de Almeida, sob orientação do autor, realizou seu trabalho de doutorado com o objetivo de desenvolver um sistema de controle vetorial sem sensor de posição, com estimação da posição do rotor através do conhecimento do modelo da máquina, das tensões aplicadas a ela e das leituras das correntes do estator.

A variação da indutância das fases do estator da máquina sob operação dentro das condições nominais é desprezível, portanto, exceptuando-se as técnicas por injeção de harmônicos a estimação da posição é baseada na estimação da força contra-eletromotriz.

No caso de força contra-eletromotriz com forma de onda senoidal, a estimação fica mais direta, pois o estimador sincroniza com o componente harmônico fundamental da tensão induzida, que é o único, ou altamente predominante. A estimação da posição em máquinas síncronas com ímã permanente na superfície do rotor, que apresenta formas de onda não senoidais, que apresentam conteúdo harmônico expressivo, envolve um maior grau de complexidade pois o estimador pode em um instante estar em sincronismo com a fundamental da força contra- eletromotriz, mas devido a variações dinâmicas da máquina, o estimador eventualmente pode vir a sincronizar com os componentes harmônicos de ordem mais alta da tensão induzida, causando a perda total de sincronismo do estimador e consequentemente do controlador.

Na literatura, foram encontrados poucos trabalhos que abordam esse tema em máquinas não senoidais. Um deles é Baratieri que apresenta um sistema de controle e estimação de posição em uma máquina de baixa potência. Os resultados apresentados revelam uma dinâmica da máquina extremamente lenta, ainda que em uma máquina de pequeno porte. Isto deve-se ao fato já comentado da possibilidade de se perder o sincronismo com uma mudança rápida no regime de operação da máquina, perdendo o sincronismo com o harmônico fundamental da FCEM e sincronizando com outro de maior ordem. Uma maneira de se limitar esse problema é justamente limitar a resposta dinâmica do sistema, para que o estimador não perca o sincronismo com a componente fundamental da tensão induzida.

Já em seu trabalho e doutorado, o aluno Thales Eugenio Portes de Almedia, sob a orientação do autor, conseguiu uma melhora significativa na dinâmica da máquina com o sistema proposto, em que emprega o modelo vetorial dq_x da máquina juntamente com um estimador baseado em um filtro de Kalman com dois laços travados em fase (PLL – *phase locked loop*). O filtro de Kalman é utilizado como estimador de FCEM da máquina, pois apresentou bom desempenho por possuir maior rejeição aos ruídos dos sensores, produzindo uma forma de onda da FCEM estimada mais próxima da real (Figura 5.1). Em seguida, foi empregado um PLL para a correção do sinal de saída do filtro, relativo à FCEM (PLL1 – Figura 5.2), e por último, outro PLL para a compensação do atraso introduzido pelo filtro (PLL2 – Figura 5.3).

$$i^{k}_{\alpha\beta} \longrightarrow \overbrace{Filtro \ de}^{Filtro \ de}_{Kalman} \xrightarrow{\hat{e}^{k}_{\alpha\beta}}$$

Figura 5.1: Entradas e saídas do filtro de Kalman.

O filtro de Kalman utiliza a corrente estimada do passo anterior, internamente no algoritmo do filtro, a corrente lida no passo atual $(i_{\alpha\beta}^k)$, e o sinal de controle que foi imposto no passo anterior aplicado à máquina $(v_{\alpha\beta}^{k-1})$, que sobre o sistema com o estado anterior (x_{k-1}) , resultou na estimação do estado atual baseada apenas na informação do passo anterior $(x_{k/k-1})$, este é comparado à corrente lida no passo atual $(i_{\alpha\beta}^k)$, para então o filtro fornecer a estimação atual, resultando no estado atual corrigido em relação à observação no instante atual $(x_{k/k})$, fornecendo a FCEM estimada projetada em $\alpha\beta$ atual $(\hat{e}_{\alpha\beta}^k)$.

Essa FCEM estimada é a entrada do PLL1 que vai fornecer imediatamente um valor de ângulo de rotor $(\hat{\theta}_{\epsilon})$ que será comparado com um ângulo de rotor buscado em uma tabela de FCEM (θ'_r) , fornecendo finalmente uma estimativa inicial do ângulo do rotor $(\hat{\theta}_r^k)$.



Figura 5.2: PLL para a correção da FCEM estimada pelo filtro de Kalman.

Essa estimativa inicial do ângulo do rotor, juntamente com a corrente lida no passo atual, a corrente lida no passo anterior $(i_{\alpha\beta}^{k-1})$ e a tensão aplicada à máquina no passo anterior $(v_{\alpha\beta}^{k-1})$, irão ser aplicadas ao PLL2, que finalmente fornecerá o valor mais preciso do ângulo do rotor. Esse PLL é utilizado para compensar o atraso introduzido pelo filtro, melhorando consideravelmente a dinâmica do sistema de controle.



Figura 5.3: PLL para a compensação do atraso do filtro de Kalman.

Capítulo 6

Malhas de Controle de Corrente e de Velocidade

Em [Monteiro2013 et al., 2013, Monteiro et al., 2015a, Monteiro et al., 2015b] foram investigadas, e até mesmo propostas, algumas alternativas para os controladores das malhas de corrente e velocidade dos acionamentos empregando MSIPSR.

Em [Monteiro2013 et al., 2013] foi foi proposta um novo algoritmo para se minimizar o sobressinal em sistemas com controladores com ação integrativa (*anti-windup*). Trata-se de um algoritmo ainda não observado na literatura para a aplicação em sistemas de controle discreto onde a planta possui um polo dominante, podendo portanto ser aproximada para um sistema de primeira ordem, como é o caso da malha de corrente da MSIPSR e também da malha de velocidade, quando a constante de tempo mecânica do sistema é muito mais lenta que a constante de tempo elétrica. No artigo, que considera o conversor alimentando a máquina no modo seis-pulsos, são apresentados os resultados da utilização do algoritmo malha de velocidade e esses resultados são comparados com os obtidos por outras técnicas de modulação, como o *back-calculation* e por integração condicional. O método back-calculation é utilizado no software MATLAB/Simulink¹ e requer uma constante k_b como parâmetro a ser ajustado², além dos parâmetros do controlador. O método por integração condicional só acumula o erro no integrador se o mesmo é menor que um valor pré-determinado pelo projetista. No trabalho, são apresentados os resultados comparando os métodos e conclui-se que o método é bem eficaz, e na maioria dos casos apresentou desempenho superior aos outros dois, com a vantagem de não precisar de

¹https://www.mathworks.com

 $^{^{2} \}rm https://www.mathworks.com/help/simulink/examples/anti-windup-control-using-a-pid-controller.html$

nenhum parâmetro adicional a ser determinado pelo projetista.

O algoritmo proposto pode ser visualizado na Figura 6.1, e uma variação equivalente na Figura 6.2. A versão para um controlador PID é vista na Figura 6.3. Nas figuras, k_p é a constante proporcional, k'_I é a constante integrativa multiplicada pelo tempo de amostragem (T_s) , ou seja, $k'_I = k_I T_s$, e_k é o erro medido atual e u_k é a ação de controle a ser tomada.

Ainda nas figuras, o bloco ⊡ significa um atraso de um ciclo, ou seja, o valor do passo anterior e o bloco 🗷 significa saturação.



Figura 6.1: Algoritmo "anti-windup" proposto em [Monteiro2013 et al., 2013], para um controlador PI, onde realiza a compensação da saturação do termo proporcional, ou da ação direta de controle, por reposição, para outras topologias de controle, k_p pode ser substituído por funções não acumulativas.



Figura 6.2: Uma variação do algoritmo proposto, equivalente ao da Figura 6.1.

Já o trabalho [Monteiro et al., 2015a], apresenta a utilização de um controlador por modos deslizantes (SMC – *sliding mode controller*) nas malhas de velocidade e de corrente em um sistema de acionamento com conversor no modo seis-pulso alimentando uma MSIPSR. O controlador emprega uma função hiperbólica no lugar da função sinal com o objetivo de se reduzir o *"chattering"* na variável controlada, sendo que o trabalho mostra que sua redução é efetiva. O sistema apresenta um desempenho dinâmico muito bom, mas apresenta um pequeno erro de regime, devido ao emprego da função hiperbólica no lugar



Figura 6.3: Algoritmo proposto para um controlador PID, baseado no da Figura 6.1.

da função sinal. Ressalta-se que o esforço para o projeto do controlador é bem menor do que no caso de um controlador proporcional integrativo (PI).

Com o problema do erro em regime em foco, em [Monteiro et al., 2015b] é proposta uma nova superfície para o controle de modos deslizantes de modo que um controlador de segunda ordem em modos deslizantes é utilizado na malha de velocidade, apresentando *"chattering"* reduzido, erro em regime nulo e ainda ação *anti-windup*. Na malha de corrente é utilizado um controlador de primeira ordem com função hiperbólica. Como no trabalho anterior, o conversor opera no modo seis-pulsos.

No trabalho, a variável de deslizamento é definida por:

$$\sigma = \int \left(\lambda(\epsilon) + \frac{d}{dt}\right)^{r-1} \epsilon \, dt \tag{6.1}$$

onde: $\epsilon = x^* - x$, r: é a ordem da superfície, x: é o vetor de estados, x^* é o vetor de referência para os estados e $\lambda(\epsilon)$ é uma função de $x^* - x$.

Ainda, para a aplicação na malha de velocidade, é escolhida uma superfície de ordem 2 (r = 2):

$$\sigma = \int \lambda(\epsilon)\epsilon dt + \epsilon = 0 \tag{6.2}$$

Considerando as equações dinâmicas do sistema mecânico, a função λ deve ser limitada, como mostrado no trabalho, pelos parâmetros como torque eletromagnético máximo da máquina (T_{EL}) , torque máximo e carga (T_L) , momento de inércia equivalente total (J)e constante de atrito viscoso equivalente total (B). Um função que satisfaz essas condições é:

$$\lambda(\epsilon) = k_I \exp(-k_G \epsilon^2) \tag{6.3}$$

onde k_{I} e k_{G} devem ser escolhidos para satisfazerem a inequação:

$$\lambda(\epsilon_{\omega}) < \frac{B}{J} + \frac{\frac{1}{J}(T_{EL} - T_L)}{\epsilon_{\omega}} - \frac{\frac{B}{J}\omega^*}{\epsilon_{\omega}}$$
(6.4)

onde: $\epsilon_{\omega} = \omega_m^* - \omega_m$.

Os resultados obtidos mostram que a dinâmica do sistema é bem rápida, como esperado para os controladores em modos deslizantes, mas com as vantagens supra-citadas, de erro em regime nulo aliado à redução de *"chattering"*.

Já no trabalho aceito para apresentação no 14° Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência (COBEP 2017), Anexo 2, essas topologias utilizadas no trabalho [Monteiro et al., 2015b] são empregadas com a utilização do modelo vetorial nos eixos dq_x , resultando em um sistema com alto desempenho dinâmico, baixas ondulações no torque eletromagnético, erro de regime nulo e perdas reduzidas nos enrolamentos da máquina (conforme já discutido na Seção 2.6.1).
Capítulo 7

Conclusões

Este Texto Sistematizado apresenta as principais contribuições do autor na área de Acionamentos Elétricos com Máquinas Síncronas com Ímã no Rotor, compreendendo o término de seu doutorado até agosto de 2017.

No Capítulo 2 procura-se fornecer uma visão geral da modelagem da máquina não senoidal baseada em vetores, onde procura-se apontas as contribuições do autor no tema de redução de ondulações no torque e perdas no cobre em MSIPSRs. Na Seção 2.6.1 são apresentados resultados de simulação da aplicação do modelo vetorial considerando a forma de onda de FCEM ideal em máquinas reais, com FCEM reais, utilizando malhas de controle com SMC. Esse tema está recebendo uma maior investigação, deverá ser implementado fisicamente para o levantamento de dados reais, para posterior submissão do trabalho final para periódico, uma vez que será apresentado em evento (COBEP 2017).

Seguindo nessa linha, no Capítulo 3, Seção 3.2, é apresentado um método que rivaliza com o método vetorial dq_x , utilizando apenas o modelo $\alpha\beta$ da máquina, mas contando com o FCS-MPC na malha de corrente, o que proporciona uma resposta mais rápida do que os controladores clássicos, como PI, etc., ou mesmo os SMCs, que dependem dos termos de desacoplamento e compensação de FCEM não senoidal. Esse trabalho tem grande potencial de investigação e está sendo conduzido por um aluno de doutorado sob minha orientação. Da mesma forma, dados reais de sua implementação estão sendo levantados com discussões mais aprofundadas para posterior submissão a periódico. Paralelamente, um artigo sobre essa abordagem foi submetido à Conferência "2016 IEEE/IAS International Conference on Industry Applications (INDUSCON)" e foi selecionado como candidato à publicação no periódico "IEEE Transactions on Industry Applications (TIA)" ou no periódico "IEEE Industry Applications Magazine" [de Castro et al., 2016]. No Capítulo 4, onde a maior parte dos trabalhos foi conduzida pelo então aluno Geyverson Teixeira de Paula, um trabalho derivado das investigações foi submetido para o periódico "IEEE Transactions on Magnetics". O trabalho propõe um método para o cálculo do torque mútuo da máquina não senoidal empregando os tensores de Maxwell, ao invés do método pelo trabalho equivalente. Isto devido ao método dos tensores de Maxwell como utilizado pelos trabalhos observados na literatura, apresenta um erro numérico grande, provendo um resultado inconsistente. Com o método proposto, esse erro é minimizado, permitindo o seu uso. O título do trabalho submetido é: "On-Load Back-EMF of PMSM Using Maxwell Stress Tensor". O trabalho ainda está sob revisão.

No Capítulo 5, o então aluno Thales Eugenio Portes de Almeida, desenvolveu um sistema para a estimação de posição da máquina síncrona com ímã permanente e FCEM trapezoidal. Os resultados mostram que o sistema desenvolvido apresenta um ótimo de-sempenho, se comparado aos trabalhos equivalentes para máquinas não senoidais. O trabalho conta com resultados experimentais e foi submetido ao periódico "IEEE Transactions on Industrial Electronics" e encontra em fase de revisão.

7.1 Temas de pesquisa em andamento

Além dos trabalhos em fase de revisão supra-citados e dentro do tema a que se refere este texto, o autor está trabalhando em algumas linhas de pesquisa, juntamente com alunos sob sua orientação, alunos que já concluíram seus trabalhos de doutorado, sob orientação do autor, e docentes colaboradores do laboratório de pesquisa ao qual o autor faz parte.

Os controladores utilizados nas malhas de corrente e de velocidade foram abordados tanto no Capítulo 3 quanto no Capítulo 6, onde são apresentadas topologias para a melhora do desempenho da máquina. O estudante Allan Gregori de Castro, sob a orientação do autor, está trabalhando atualmente com variações do controle preditivo baseado em modelos para o controle das máquinas, tendo obtido resultados interessantes. Da mesma forma, o estudo de algumas superfícies para o SMC também é assunto que pode ter bons desdobramentos para o controle dessas máquinas.

As abordagens apresentadas no Capítulo 2 e no Capítulo 3, Seção 3.2, estão sendo aplicadas a aerogeradores utilizando máquinas síncronas com ímã permanente, que são bastante utilizadas em geração eólica [Hernandez et al., 2017]. O objetivo é a redução das ondulações de torque, pois essas degradam o desempenho e diminuem a vida útil do gerador, e a redução das perdas no cobre, possibilitada pelos métodos discutidos neste texto.

7.2 Considerações finais

Por fim, é interessante salientar que este texto apresenta uma das linhas de pesquisa nas quais o autor vem atuando. Embora seja a sua principal linha de pesquisa, o mesmo vem desenvolvendo pesquisas tratando de outros problemas, no contexto de acionamentos elétricos, máquinas elétricas e mesmo eletrônica de potência. Dentre essas, destacamse as pesquisas referentes a aerogeradores utilizando máquinas de indução duplamente alimentadas e geradores síncronos de polos salientes, onde são estudados do ponto de vista das ondulações do torque eletromagnético, conforme resumido no Apêndice A. Ainda a investigação de controladores e estimadores em modos deslizantes em máquinas de indução também são tema em desenvolvimento, realizado em com aluno sob sua orientação e contando com a colaboração de professores do laboratório ao qual faz parte.

CAPÍTULO 7. CONCLUSÕES

Apêndice A

Ondulações do Torque Eletromagnético: Propostas para Outras Máquinas

A.1 Redução de ondulações no torque eletromagnético em geradores de indução duplamente alimentados

O autor orientou o estudante Marcelo Patrício de Santana em seu trabalho de doutorado, onde o objetivo do trabalho é propor um sistema de controle com foco na redução das ondulações do torque eletromagnético em condições de harmônicos da tensão do estator do gerador de indução duplamente alimentado em sistemas eólicos. Os principais controladores de harmônicos existentes na literatura utilizam a técnica do controlador ressonante com algumas derivações como o back-stepping e vector proportional integrated. Os problemas dos controladores propostos e que as topologias de controles mais recentes atuam para minimizar são: dependência dos parâmetros do gerador, redução do desempenho do controlador em condições de atrasos na corrente do estator principalmente em condições de conteúdo harmônico de alta ordem e queda do desempenho do controlador em situações de variação da frequência da rede. O controlador proposto atua nos harmônicos de quinta, sétima, décima primeira e décima terceira ordem da corrente do estator de forma individual, e se necessário o método pode ser utilizado para o controle de qualquer conteúdo harmônico. O sistema de controle é divido em duas partes: a primeira é composta por um sistema de identificação de conteúdo harmônico que é responsável por converter as correntes trifásicas do estator para as componentes dq de cada harmônico por meio da transformada discreta de Fourier.

Já a segunda parte consistem em um controlador com ações proporcional e integrativa para cada componente dq da saída do identificador de conteúdo harmônico de forma individual, atuando nas componentes dq da tensão do rotor. São obtidos no trabalho, tanto resultados de simulação quanto resultados experimentais em uma máquina real, permitindo a avaliação do controlador em condições de harmônicos de quinta, sétima, décima primeira e décima terceira ordem da tensão do estator e também nas principais desvantagens dos controladores da literatura: variações da frequência da rede e dos parâmetros do gerador e situações de atrasos da corrente do estator. O sistema de controle proposto apresentam ótimos resultados, em comparação com os existentes na literatura. O trabalho possui tanto resultados de simulação quanto resultados de implementação física, sendo que um artigo sobre o trabalho está sendo elaborado para ser submetido a periódico, tendo grande potencial de publicação, pois o a topologia proposta é inédita, apresenta bons resultados e possui comprovação prática.

A.2 Análise das ondulações no torque eletromagnético em geradores síncronos de polos salientes

O atual orientado de doutorado do autor, o estudante Wagner Eduardo Vanço, está trabalhando com ondulações no torque eletromagnético de máquinas síncronas de polos salientes. Em [Vanço et al., 2017], é apresentado um estudo das perturbações provocadas pela poluição harmônica em geradores síncronos que operam isoladamente. Com a crescente demanda de cargas não lineares, os geradores síncronos, que a priori, foram construídos para operarem em regime senoidal (carga lineares), começam a sofrer oscilações de torque, perdas, aquecimentos e ruídos audíveis com a inserção de cargas não lineares.

O assunto entra em respaldo para chamar a atenção da comunidade científica sobre a importância que se deve dar para geradores síncronos isolados que tendem a sofrer uma maior oscilação de torque eletromagnético e perdas eletromecânicas devido as componentes harmônicas, pois ao contrário de geradores conectados à rede elétrica, que possuem evasão dos harmônicos da carga para o sistema, os geradores síncronos isolados possuem um circuito único gerador-carga, acentuando a poluição harmônica.

O assunto é pouco explorado e estudado, não foi encontrado na literatura esta abor-

dagem das oscilações conforme está apresentado neste artigo. Muitos trabalhos apenas citam a presença do sexto harmônico (6 ω), mas em nenhum artigo, encontrou-se o indicativo e quantificação (magnitude) em geradores síncronos, sobretudo isolados. Um estudo completo sobre os efeitos da poluição harmônica em geradores síncronos é apresentado, além das oscilações 6 ω , 12 ω e 18 ω . O estudo vem para mostrar que a quantificação exposta se mostra em um valor alarmante em regime não senoidal, caracterizando redução da vida útil da máquina.

Este estudo teórico-experimental mostra que as oscilações de torque eletromagnético são demasiamente preocupante, de modo que, abre um campo novo para pesquisa, sendo necessárias técnicas novas para atenuação deste torque pulsante e maléfico, que ocasiona alterações no funcionamento do gerador síncrono.

Os autores buscam deixar claro os danos eletromecânicos para o gerador síncrono devido à poluição harmônica, que se intensifica em geradores síncronos isolados. Não existe na literatura um estudo de identificação e quantificação, conforme proposto e abordado detalhadamente (variáveis dq0 e torque eletromagnético), em relação de como os efeitos (perturbações e oscilações) são intensos e prejudiciais ao gerador síncrono ilhado.

Apêndice B

MSIPSR com Conversor no Modo de Operação Seis-Pulsos 120°

Máquinas síncronas com ímã permanente na superfície do rotor e com enrolamentos trifásicos concentrados no estator possuem a distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro de forma não senoidal, resultando em uma forma de onda de força contraeletromotriz também não senoidal, que na maioria dos casos se assemelha a uma onda trapezoidal com patamar plano de 120° elétricos.

Devido a essa forma de onda de FCEM, fica bem simples alimentar essa máquina com um conversor elétrico de potência consistindo por uma ponte inversora trifásica (para máquinas trifásicas) com modo de operação seis-pulsos 120°, ou com duas chaves em condução simultânea.

Dessa forma, a ponte inversora aplica uma forma de onda de corrente nas fases do estator aproximadamente quadrada 120° , ou seja com 120° de patamar positivo e 120° de patamar negativo, intervalados por 60° com valor nulo. Para isso, é necessária a informação da posição do rotor a cada 60° elétricos, que comumente é dada por sensores por efeito *Hall*, aproveitando o próprio campo dos ímãs do rotor.

Ao conjunto resultante, máquina, conversor de potência e eletrônica para condicionamento de sinais e circuitos lógicos, comercialmente dá-se o nome de "motor CC sem escovas" (ou *brushless DC motor*. Isso decorre do fato de que, se forem desprezadas as comutações entre as chaves, o conjunto se comporta como uma máquina CC com escovas.

O circuito lógico é responsável pelo sincronismo das chaves da ponte inversora com a posição do rotor. Para isso, recebe os sinais dos sensores de posição rotórica. A Figura B.1 apresenta as formas de onda da FCEM em sincronismo com os sinais dos sensores de posição. Com base nestes sinais, o circuito de lógica fornece os sinais g_1 a g_6 , que corespondem aos sinais de porta dos transistores da ponte inversora, representada na Figura B.2.



Figura B.1: Sinais dos sensores de posição em sincronismo com a FCEM e sinais das portas dos transístores da ponte inversora trifásica.



Figura B.2: Ponte inversora trifásica conectada à MSIPSR.

O acionamento das chaves é realizado em sincronismo com a posição do rotor da máquina, portanto, para se controlar o regime de operação da máquina, deve-se controlar as correntes do estator através da tensão aplicada aos terminais da máquina. Comumente, emprega-se modulação em largura de pulso (*pulse width modulation* – PWM) nas chaves que estão acionadas da ponte inversora. Existem algumas variações nas formas de modulação que podem ser utilizadas [Monteiro et al., 2015a].

Como somente duas fases da máquina é que estão sendo alimentadas a cada instante, desprezando-se a comutação das fases durante a mudança dos sinais dos sensores de posição, pode-se considerar o circuito que a alimenta como sendo um circuito com quatro chaves, como um recortador de 4 quadrantes (*chopper*), como visto na Figura B.3, onde:

$$v_{12} = 2R_s \, i + 2(L_s - M_s) \frac{di}{dt} + 2\Phi_m \omega_r, \tag{B.1}$$

sendo que os terminais 1 e 2 podem ser os terminais das fases a, b ou c, dependendo da posição do rotor e i é a corrente de fase a fase.



Figura B.3: Diagrama esquemático simplificado da operação no modo seix-pulsos 120°, desprezando-se a comutação das fases.

Como já mencionado, dependendo dos sinais vindos dos sensores de posição, o transistor Mx (Fig. B.3) pode ser M1, M3 ou M5, da mesma forma My pode ser M2, M4 ou M6; o mesmo para Mu e Mv, e de forma análoga para os diodos Dx, Dy, Du e Dv. Por exemplo, no caso dos sensores estiverem com os estados: $h_a = 1$, $h_b = 0$ e $h_c = 1$, ou seja, a fase a com a FCEM no patamar positivo, a fase b no patamar negativo e a fase c na rampa descendente (Figura B.1), x=1, y=4, u=3 e v=6, ou seja, Mx da Figura B.3 é M1 da Figura B.3, e assim por diante.

Algumas variações na aplicação de modulação em largura de pulso nas chaves do conversor são possíveis para se obter a corrente de estator desejada. A tabela B.1 apresenta algumas dessas possibilidades, onde δ significa que a modulação está aplicada na chave, isto é, essa chave está ativa de 0 a $\delta \cdot T$, T é o período da modulação, δ o seu fator de trabalho ou índice de modulação (*duty cycle*), 0 significa que a chave está aberta durante

todo o período, 1 significa que está fechada durante todo o período e $\overline{\delta}$ é o complementar de δ , o que significa que a chave está aberta de 0 a $\delta \cdot T$ e fechada durante o tempo remanescente do período da modulação, ou seja, ligada durante $(1 - \delta) \cdot T$.

Tabela B.1: Alguns esquemas de acionamento das chaves da ponte inversora trifásica, levando-se em conta a simplificação da Figura B.3.

| Scheme | Mx | My | Mu | Mv |
|--------|----|----------------|----|----|
| 1 | δ | 0 | 0 | δ |
| 2 | δ | 0 | 0 | 1 |
| 3 | δ | $\bar{\delta}$ | 0 | 1 |

Apêndice C

Referencial para o modelo da MISPSR

Para o desenvolvimento dos modelos da MSIPSR, considera-se que a mesma esteja na posição $\theta_r = 0$ conforme a Figura C.1, ou seja, com o campo formado pelos ímãs do rotor alinhado ao campo gerado pela corrente da fase a, para uma máquina de um par de polos. Na Figura, também é mostrada a orientação do sentido de rotação, sendo que o sentido anti-horário é o sentido positivo de rotação. No sentido positivo adotado para as correntes das fases do estator, o símbolo \odot indica a corrente saindo do plano e o símbolo \otimes indica a corrente entrando no plano.



Figura C.1: Representação esquemática de um corte transversal de uma MSIPSR de um par de polos, onde são mostrados os condutores dos enrolamentos das fases a, b e c do estator.

Apêndice D

Modelo da MSIPSR nas fases a, b e c

Apenas para referência, o modelo da MSIPSR nas fases a, b e c, é apresentado. Baseando-se na Figura C.1, que apresenta esquematicamente o corte transversal da máquina, pode-se representar o esquema de ligação do estator em estrela como na Figura D.1, onde: $v_a, v_b, v_c \in v_n$ são as tensões aplicadas às fases a, b e c e no terminal neutro do estator, respectivamente, e $\Phi_{tsa}, \Phi_{tsb} \in \Phi_{tsc}$ são os fluxos magnéticos totais abraçados pelas espiras das fases a, b e c do estator, respectivamente. Os fluxos totais envolvem os fluxos produzidos pelos ímãs do rotor, pela auto-indutância das espiras da própria fase do estator e pelas indutâncias mútuas entre as espiras das outras fases do estator, portanto:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{tsa} \\ \Phi_{tsb} \\ \Phi_{tsc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{aa} \\ \Phi_{bb} \\ \Phi_{cc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{ba} \\ \Phi_{cb} \\ \Phi_{ac} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{ca} \\ \Phi_{ab} \\ \Phi_{bc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$
(D.1)

onde: Φ_{aa} , Φ_{bb} e Φ_{cc} são os fluxos produzidos pelas auto-indutâncias das fases a, b e c, respectivamente, Φ_{xy} é o fluxo que concatena a fase x com a fase y (com $x \neq y$, x =a, b ou c e y =a, b ou c), através das indutâncias mútuas entre as mesmas, e Φ_{ra} , Φ_{rb} e Φ_{rc} é o fluxo abraçado pelas espiras das fases a, b e c, respectivamente, produzidos exclusivamente pelos ímãs do rotor.

Considerando que na região de operação as propriedades magnéticas do ferro sejam lineares e que a máquina é perfeitamente simétrica, derivando os termos da equação em relação ao tempo, tem-se:



Figura D.1: Diagrama esquemático das ligações das fases do estator, indicando as conexões das fases a (v_a) , b (v_b) , c (v_c) e neutro (v_n) .

$$\left(\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix} \right) - R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = L_s \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & M_s & M_s \\ M_s & 0 & M_s \\ M_s & M_s & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$
(D.2)

Como o neutro não é conectado, $i_a + i_b + i_c = 0$, então:

$$L_{s}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_{a}\\i_{b}\\i_{c}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&M_{s}&M_{s}\\M_{s}&0&M_{s}\\M_{s}&M_{s}&0\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_{a}\\i_{b}\\i_{c}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}L_{s}&M_{s}&M_{s}\\M_{s}&L_{s}&M_{s}\\M_{s}&M_{s}&L_{s}\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_{a}\\i_{b}\\i_{c}\end{bmatrix} = (D.3)$$
$$(D.3)$$

Os fluxos magnéticos abraçados pelas espiras do estator gerados exclusivamente pelos ímãs do rotor são função do ângulo do rotor, portanto:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}.$$
(D.4)

A equação elétrica da máquina nas fases abc é:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix}.$$
(D.5)

Para a expressão do torque eletromagnético, tem-se que a potência mecânica convertida na máquina é:

$$P_{mec} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}.$$
(D.6)

Do ponto de vista mecânico, a potência no eixo do rotor é:

$$P_{mec} = T_{el}\omega_m,\tag{D.7}$$

onde: ω_m é a velocidade mecânica do rotor, que em relação à velocidade elétrica é:

$$n_p \omega_m = \omega_r. \tag{D.8}$$

Chega-se à expressão para o torque eletromagnético:

$$T_{el} = n_p \frac{1}{\omega_r} \left(e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c \right).$$
 (D.9)

Como as forças contra-eletromotrizes são proporcionais à velocidade de rotação (ω_m ou ω_r), a expressão do torque pode ser simplificada.

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \omega_r \frac{d}{d\theta_r} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \omega_r \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} = \omega_r \Phi_m \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix}, \quad (D.10)$$

onde: Φ'_{ra} , $\Phi'_{rb} \in \Phi'_{rc}$ são as formas de onda da FCEM não normalizadas e F_a , $F_b \in F_c$ são as formas de onda da FCEM normalizadas, isto é, com amplitude igual a 1.

Dessa forma, a expressão para o torque eletromagnético se reduz a:

$$T_{el} = n_p \omega_r \Phi_m \left(F_a i_a + F_b i_b + F_c i_c \right). \tag{D.11}$$

Lembrando que as formas de onda da FCEM (F_a , $F_b \in F_c$) são funções do ângulo do rotor e, para o caso ideal, são ondas trapezoidais com patamar 120°. Adotando o referencial para o ângulo do rotor e a distribuição das fases como nas Figuras C.1 e D.1, as formas de onda podem ser visualizadas na Figura



Figura D.2: Formas de onda de FCEM trapezoidais ideais normalizadas conforme o referencial adotado.

Apêndice E

Transformações de Coordenadas

No decorrer do texto, são utilizadas basicamente três transformações de coordenadas para os modelos da máquina síncrona com ímã permanente na superfície do rotor.

E.1 Transformação $\alpha\beta$

A primeira transformação de que se faz uso é a transformação $\alpha\beta$, que consiste na projeção das grandezas nas fases a, b e c do estator, que são fixas, para os eixos $\alpha\beta$ também fixos. Alguns autores denominam essas transformações de "Concordia" ou "Clarke", mas não concomitantemente, em alusão aos autores que inicialmente introduziram o seu uso em sistemas elétricos [Grenier and Louis, 1995] No texto, o autor se refere a essa transformação apenas por transformação $\alpha\beta$ (ou $\alpha\beta$ 0 se considerar a componente 0).

Basicamente a transformação projeta as grandezas nos eixos abc, defasados de 120° em dois eixos ortogonais (eixos $\alpha\beta$, como na Figura E.1).

Na forma matricial, a transformação $\alpha\beta$ é:

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix},$$
(E.1)

onde: $x_{\alpha} \in x_{\beta}$ são grandezas representadas nos eixos $\alpha\beta$, respectivamente, x_0 é a componente zero e x_a , $x_b \in x_c$ são as grandezas representadas nas fases a, b e c, respectivamente.

A transformação acima possui a propriedade de invariância de potência, isto é, ao ser aplicada nas tensões e correntes da máquina, o produto da tensão pela corrente nas



Figura E.1: Coordenadas $\alpha\beta$ em relação às coordenadas abc.

coordenadas $\alpha\beta$ possui a mesma potência do produto das mesmas grandezas nas fases abc, sem a necessidade de se utilizar uma constante para ajuste.

A invariância de potência possui a propriedade:

$$T^t = T^{-1},\tag{E.2}$$

ou seja, a transposta da matriz de transformação é igual à sua inversa.

Na forma complexa, a transformação $\alpha\beta$ pode ser escrita como:

$$x_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$
(E.3)

$$x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix},$$
(E.4)

onde $x_{\alpha\beta}$ são as grandezas representadas nos eixos $\alpha\beta$, na forma complexa.

E.2 Transformação dq

No texto, é utilizada a transformação dq aplicada à máquina utilizando como ângulo dos eixos o ângulo do rotor. A transformação dq tem como propósito permitir que se expresse as grandezas da máquina em dois eixos ortogonais, o eixo direto (d) e o eixo em quadratura (q). Esses eixos são ortogonais entre si, mas possuem ângulo variável em relação à posição fixa do estator. Pode-se relacionar as grandezas nos eixos dq diretamente com as grandezas escritas nas fases abc do estator, ou então, em relação às grandezas nos eixos $\alpha\beta$

Em sua forma complexa, a transformação dq é escrita como:

$$x_{\alpha\beta} = e^{j\theta_r} x_{dq},\tag{E.5}$$

onde: θ_r é o ângulo elétrico do rotor e x_{dq} são as grandezas representadas nos eixos d e q, respectivamente.

Além do ângulo do rotor, pode-se considerar o ângulo dos eixos dq qualquer, como apresentado em [Grenier and Louis, 1995]. Nesse caso, a transformação dq é:

$$x_{\alpha\beta} = e^{j\theta_{dq}} x_{dq},\tag{E.6}$$

onde o ângulo da transformação é indicado simplesmente por θ_{dq} .

E.3 Transformação dq_x ou dq estendida

No texto a transformação dq é utilizada com o ângulo do rotor e magnitude dos eixos igual à dos eixos $\alpha\beta$. A transformação dq_x tem como objetivo o de se projetar as grandezas da máquina em dois eixos ortogonais entre si, que possuem magnitude variável em relação aos eixos dq, ou mesmo $\alpha\beta$, e com ângulo variável em torno dos eixos dq. Dessa forma, em relação aos eixos dq, a transformação dq_x é definida por:

$$x_{dq} = a_x e^{j\theta_x} x_{dq_x} \tag{E.7}$$

onde: a_x é a magnitude dos eixos dq_x e θ_x é seu ângulo. Ambos os termos são funções do ângulo do rotor, sendo que essas funções dependem da forma de onda da FCEM.

Apêndice F

Deduções dos modelos da MSIPSR baseados em vetores

F.1 Modelo $\alpha\beta$

Para se obter o modelo nos eixos $\alpha\beta$ da máquina, aplica-se a transformação $\alpha\beta$ (E.1) nas equações elétricas das fases a, b e c (D.5), e na equação do torque eletromagnético (D.11). Seguem algumas passagens:

$$T^{-1} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R_s T^{-1} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + (L_s - M_s) T^{-1} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + T^{-1} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + T^{-1} \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix}$$
(F.1)

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_{0} \end{bmatrix} = R_{s} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} + (L_{s} - M_{s}) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \\ e_{0} \end{bmatrix} + \sqrt{3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{n} \end{bmatrix}$$
(F.2)

Ou na forma complexa:

$$v_{\alpha\beta} = R_s i_{\alpha\beta} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha\beta} + \omega_r \Phi_m F_{\alpha\beta}$$
(F.3)

Para o torque eletromagnético:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix}$$
(F.4)

$$T_{el} = n_p \Phi_m \left(T \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \right)^t \left(T \begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \\ F_0 \end{bmatrix} \right)$$
(F.5)

Pela propriedade (E.2), onde $T^t = T^{-1}$:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \\ F_0 \end{bmatrix}$$
(F.6)

$$T_{el} = n_p \Phi_m \left(F_\alpha i_\alpha + F_\beta i_\beta + F_0 i_0 \right) \tag{F.7}$$

Desconsiderando a componente 0:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \left(F_\alpha i_\alpha + F_\beta i_\beta \right) \tag{F.8}$$

F.2 Modelo nos eixos dq

Para o modelo dq, utiliza-se como ângulo dos eixos o ângulo do rotor (θ_r) , aplicando (2.2) nas equações elétricas (E.3) e de torque eletromagnético (F.8) nos eixos $\alpha\beta$:

$$e^{j\theta_r}v_{dq} = R_s e^{j\theta_r} i_{dq} + (L_s - M_s) \frac{d}{dt} \left(e^{j\theta_r} i_{dq} \right) + \omega_r \Phi_m e^{j\theta_r} F_{dq}$$
(F.9)

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + (L_s - M_s) e^{-j\theta_r} \left(e^{j\theta_r} \frac{di_{dq}}{dt} + ji_{dq} \frac{d\theta_r}{dt} e^{j\theta_r} \right) + \omega_r \Phi_m F_{dq}$$
(F.10)

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + (L_s - M_s) \left(\frac{di_{dq}}{dt} + j\omega_r i_{dq}\right) + \omega_r \Phi_m F_{dq}$$
(F.11)

Para o torque eletromagnético:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \Re \left(F_{\alpha\beta} i^*_{\alpha\beta} \right) \tag{F.12}$$

$$T_{el} = n_p \Phi_m \Re\left(\left(e^{j\theta_r} F_{dq}\right) \left(e^{j\theta_r} i_{dq}\right)^*\right) = n_p \Phi_m \Re\left(e^{j\theta_r} F_{dq} e^{-j\theta_r} i_{dq}^*\right)$$
(F.13)

Portanto:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \Re \left(F_{dq} i_{dq}^* \right) \tag{F.14}$$

$$T_{el} = n_p \Phi_m \left(F_d i_d + F_q i_q \right) \tag{F.15}$$

F.3 Modelo dq_x

A forma mais simples de se conseguir as equações da máquina nos eixos dq_x é através da aplicação da transformação dq_x (2.3), inicialmente com amplitude e ângulo quaisquer, nas equações elétricas e de torque eletromagnético nos eixos dq (F.11) e (F.15). Portanto:

$$a_x e^{j\theta_x} v_{dq_x} = R_s a_x e^{j\theta_x} i_{dq_x} + (L_s - M_s) \left(\frac{d}{dt} \left(a_x e^{j\theta_x} i_{dq_x} \right) + j\omega_r a_x e^{j\theta_x} i_{dq_x} \right) + \omega_r \Phi_m a_x e^{j\theta_x} F_{dq_x}$$
(F.16)

$$v_{dq_x} = R_s i_{dq_x} + (L_s - M_s) \frac{e^{-j\theta_x}}{a_x} \frac{d}{dt} \left(a_x e^{j\theta_x} i_{dq_x} \right) + (L_s - M_s) \left(j\omega_r i_{dq_x} \right) + \omega_r \Phi_m F_{dq_x}$$
(F.17)

$$v_{dq_x} = R_s i_{dq_x} + (L_s - M_s) \left(\frac{d}{dt} i_{dq_x} + \omega_r i_{dq_x} \left(\frac{1}{a_x} \frac{da_x}{d\theta_r} + j \left(1 + \frac{d\theta_x}{d\theta_r} \right) \right) \right) + \omega_r \Phi_m F_{dq_x}$$
(F.18)

Para o torque eletromagnético, parte-se de F.14 com a aplicação de (2.3):

$$T_{el} = n_p \Phi_m \Re \left(F_{dq} i_{dq}^* \right) \tag{F.19}$$

$$T_{el} = n_p \Phi_m \Re \left(\left(a_x e^{j\theta_x} F_{dq_x} \right) \left(a_x e^{j\theta_x} i_{dq_x} \right)^* \right)$$
(F.20)

$$T_{el} = n_p \Phi_m \Re \left(a_x e^{j\theta_x} F_{dq_x} a_x e^{-j\theta_x} i^*_{dq_x} \right)$$
(F.21)

$$T_{el} = n_p \Phi_m a_x^2 \Re \left(F_{dq_x} i_{dq_x}^* \right) \tag{F.22}$$

$$T_{el} = n_p \Phi_m a_x^2 \left(F_{d_x} i_{d_x} + F_{q_x} i_{q_x} \right)$$
 (F.23)

A equação acima não está em sua forma final, pois tanto a_x quanto θ_x não estão determinados. Para isso, deseja-se que a equação do torque da máquina não senoidal seja semelhante à da máquina senoidal, isto é:

$$T_{el} = n_p \Phi_m \sqrt{\frac{3}{2}} i_q \tag{F.24}$$

Portanto: $a_x^2 F_{q_x} = \sqrt{\frac{3}{2}} e F_{d_x} = 0$. Sendo $F_{\alpha}^2 + F_{\beta}^2 = a_x^2 \left(F_{d_x}^2 + F_{q_x}^2\right)$ (relação tirada da transformação dq_x), então:

$$a_x^2 F_{q_x}^2 = F_{\alpha}^2 + F_{\beta}^2 \tag{F.25}$$

$$a_x F_{q_x} = \sqrt{F_\alpha^2 + F_\beta^2} \tag{F.26}$$

$$a_x \left(\sqrt{F_\alpha^2 + F_\beta^2} \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} \tag{F.27}$$

E, finalmente:

$$a_x = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{F_{\alpha}^2 + F_{\beta}^2}}$$
(F.28)

Resolvendo o sistema para θ_x , como $F_d = 0$, então o ângulo de F_{dq_x} é igual a $\frac{\pi}{2}$:

$$\angle F_{\alpha\beta} = \theta_x + \theta_r + \frac{\pi}{2} \tag{F.29}$$

Onde $\angle F_{\alpha\beta}$ é o ângulo da projeção da forma de onda da FCEM nos eixos $\alpha\beta$, em função do ângulo do rotor, e é igual a tan⁻¹ $\frac{F_{r\beta}}{F_{r\alpha}}$, então:

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{F_{r\beta}}{F_{r\alpha}} - \frac{\pi}{2} - \theta_r \tag{F.30}$$

F.3. MODELO DQ_X

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{-F_{r\alpha}}{F_{r\beta}} - \theta_r \tag{F.31}$$

Com os resultados acima, simplifica-se F.18 e F.23:

$$v_{d_x} = R_s i_{d_x} + (L_s - M_s) \left(\frac{d}{dt} i_{d_x} + \omega_r i_{d_x} \frac{a'_x}{a_x} - \omega_r i_{q_x} \left(1 + \theta'_x \right) \right)$$
(F.32)

$$v_{q_x} = R_s i_{q_x} + (L_s - M_s) \left(\frac{d}{dt} i_{q_x} + \omega_r i_{q_x} \frac{a'_x}{a_x} + \omega_r i_{d_x} \left(1 + \theta'_x \right) \right) + \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m \frac{1}{a_x^2} \omega_r \qquad (F.33)$$

$$T_{el} = n_p \Phi_m \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) i_{q_x} \tag{F.34}$$

Onde:

$$\theta'_x = \frac{d\theta_x}{d\theta_r} \tag{F.35}$$

$$a'_x = \frac{da_x}{d\theta_r} \tag{F.36}$$

Com a_x , θ_x e, consequentemente, a'_x e θ'_x como funções de θ_r , dependendo da forma de onda da FCEM.

Referências Bibliográficas

- [Abbaszadeh et al., 2017] Abbaszadeh, A., Khaburi, D. A., and Rodríguez, J. (2017). Predictive control of permanent magnet synchronous motor with non-sinusoidal flux distribution for torque ripple minimisation using the recursive least square identification method. *IET Electric Power Applications*, 11(5):847–856.
- [Baratieri and Pinheiro, 2014] Baratieri, C. L. and Pinheiro, H. (2014). Hybrid orientation for sensorless vector control of nonsinusoidal back-emf pmsm. In IECON 2014 -40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pages 621–627.
- [Buja et al., 2015] Buja, G., Bertoluzzo, M., and Keshri, R. K. (2015). Torque ripple-free operation of pm bldc drives with petal-wave current supply. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(7):4034–4043.
- [Castro et al., relo] Castro, A. G., Pereira, W. C. A., Oliveira, C. M. R., Almeida, T. E. P., Guazzelli, P. R. U., and Monteiro, J. R. B. A. (No prelo). Finite controlset predictive power control of bldc drive for torque ripple reduction. *Revista IEEE América Latina*.
- [Damiano et al., 2014] Damiano, A., Deiana, F., Fois, G., Gatto, G., Marongiu, I., Serpi, A., and Perfetto, A. (2014). Performance comparison between two-phase-on and threephase-on operation of brushless dc drives. In 2014 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, pages 489–494.
- [de A. Monteiro, 2002] de A. Monteiro, J. R. B. (2002). Transformação dq Não Senoidal para Máquinas Síncronas com Ímã Permanente no Rotor. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. Tese.
- [de Castro, 2017] de Castro, A. G. (2017). Controle preditivo Finite Control-Set aplicado à máquina síncrona com ímã permanente no rotor. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. Dissertação de Mestrado.

- [de Castro et al., 2016] de Castro, A. G., Pereira, W. C. A., Almeida, T. E. P., de Oliveira, C. M. R., Monteiro, J. R. B. A., and de Oliveira, A. A. (2016). Improved finite control-set model-based direct power control of bldc motor with reduced torque ripple. In 2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), pages 1–6.
- [de Paula, 2011] de Paula, G. T. (2011). Projeto de uma máquina síncrona com ímã permanente no rotor. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. Trabalho de Conclusão de Curso.
- [de Paula, 2013] de Paula, G. T. (2013). Influência da saturação no torque da máquina síncrona de ímã permanente no rotor. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. Dissetação de Mestrado.
- [de Paula, 2016] de Paula, G. T. (2016). Cálculo da Força Contra Eletromotriz em Máquinas Síncronas com Ímãs na Superfície do Rotor. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. Tese.
- [de Paula et al., 2013] de Paula, G. T., de A. Monteiro, J. R. B., de Almeida, P., T. E., de Santana, M. P., Pereira, W. A., and Santini, I. (2013). A comparative study of different slot configurations for pm brushless machines used for vehicle traction. In *IECON 2013 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, page 2500, Viena.
- [de Paula et al., 2014a] de Paula, G. T., de A. Monteiro, J. R. B., de Almeida, T. E. P., de Santana, M. P., and Pereira, W. A. (2014a). Evaluation of surface mounted pm machine's parameters on load conditions using frozen permeability method – part i. In *In: 2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, page 806, Istambul.
- [de Paula et al., 2014b] de Paula, G. T., Monteiro, J. R. B. d. A., de Almeida, T. E. P., de Santana, M. P., Pereira, W. A., and Oliveira, C. M. R. (2014b). Evaluation of surface mounted pm machine's parameters on load conditions using frozen permeability method – part ii. In *In: 2014 XXI International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, page 156, Berlin.
- [de Paula et al., 2014c] de Paula, G. T., Monteiro, J. R. B. d. A., de Almeida, T. E. P., de Santana, M. P., Pereira, W. A., and Oliveira, C. M. R. (2014c). Evaluation of surface mounted pm machine's parameters on load conditions using frozen permeability method

– part iii. In 2014 11th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications INDUSCON 2014, page 1, Juiz de Fora.

- [Degner et al., 1996] Degner, M. W., Maaren, R. V., Fahim, A., Novotny, D. W., Lorenz, R. D., and Syverson, C. D. (1996). A rotor lamination design for surface permanent magnet retention at high speeds. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 32(2).
- [Dewan and Starughen, 1975] Dewan, S. B. and Starughen, A. (1975). *Power Semiconductor Circuits.* John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [French, 1996] French, C.; Acarnley, P. (1996). Direct torque control of permanent magnet drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 32(5).
- [Grenier and Louis, 1995] Grenier, D. and Louis, J. P. (1995). Modeling for control of nonsinewave permanent-magnet synchronous drives by extending park's transformation. *Mathematics and Computers in Simulation*, (38).
- [Hernandez et al., 2017] Hernandez, C. V., Telsnig, T., and Pradas, A. V. (2017). Jrc wind energy status report. Technical report, JRC Science for Policy Report. European Commission.
- [Holtz and Springob, 1996] Holtz, J. and Springob, L. (1996). Identification and compensation of torque ripple in high precision permanent magnet motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 43(2).
- [Miller, 1993] Miller, T. J. E. (1993). Bushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives. Claredon Press, Oxford.
- [Monteiro, 2000] Monteiro, J. R. B. A.; Oliveira Jr., A. A. (2000). Transformação dq com coeficiente variável aplicada em máquinas ca síncronas com ímã permanente. In *IV IEEE Industry Applications Conference INDUSCON2000*, Porto Alegre.
- [Monteiro, 2002] Monteiro, J. R. B. A. (2002). Transformação dq Não Senoidal para Máquinas Síncronas com Ímã Permanente no Rotor. PhD thesis, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos.
- [Monteiro et al., 2012] Monteiro, J. R. B. A., Oliveira, A. A., Aguiar, M. L., and Sanagiotti, E. R. (2012). Electromagnetic torque ripple and copper losses reduction in permanent magnet synchronous machines. *European Transactions on Electrical Power*, 22(5):627–644.

- [Monteiro et al., 2015a] Monteiro, J. R. B. A., Oliveira, C. M. R., and Aguiar, M. L. (2015a). Sliding mode control of brushless dc motor speed with chattering reduction. In 2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE),, page 542, Búzios.
- [Monteiro et al., 2015b] Monteiro, J. R. B. A., Oliveira, C. M. R., Almeida, T. E. P., and Cezare, M. J. (2015b). Pseudo sliding mode control with integrative action applied to brushless dc motor speed control. In 2015 IEEE 13th Brazilian Power Electronics Conference and 1st Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC), pages 1–6.
- [Monteiro and Oliveira Jr., 1997] Monteiro, J. R. B. A. and Oliveira Jr., A. A. (1997). Ondulações no torque eletromagnético em máquinas brushless DC. In *The 4th Brazilian Power Electronics Conference*, volume 1, pages 194–198, Belo Horizonte - MG, Brazil. SOBRAEP.
- [Monteiro and Oliveira Jr., 1998] Monteiro, J. R. B. A. and Oliveira Jr., A. A. (1998). Smooth electromagnetic torque in non-sinusoidal permanent magnet ac machines. In 1998 International Conference on Power Electronics Drives and Energy Systems for Industrial Growth, volume 2, pages 568–572, Perth. Centre for Renewable Energy Systems and Technologies - CRESTA.
- [Monteiro et al., 2005] Monteiro, J. R. B. A., Oliveira Jr., A. A., Aguiar, M. L., and Gonzaga, D. P. (2005). Implementation of a non-sinusoidal permanent-magnet synchronous machine vectorial control. In *IEEE 36th Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC05)*, Recife, Brasil.
- [Monteiro et al., 2008] Monteiro, J. R. B. A., Oliveira Jr., A. A., Aguiar, M. L., Gonzaga, D. P., and Maciel, C. D. (2008). Redução das ondulações no torque eletromagnético em motores brushless DC. *Revista Eletrônica de Potência*, 13(1).
- [Monteiro, 1997] Monteiro, J. R. B. d. A. (1997). Estratégias de acionamento e controle em máquinas ca de Ímã permanente com fluxo não senoidal. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- [Monteiro2013 et al., 2013] Monteiro2013, J., Pereira, W., Santana, M., Almeida, T., Paula, G., and Santini, I. (2013). Anti-windup method for fuzzy pd+i, pi and pid controllers applied in brushless dc motor speed control. In *Power Electronics Conference (COBEP)*, 2013 Brazilian, pages 865–871.

- [Nasar et al., 1993] Nasar, S. A., Boldea, I., and Unnewehr, L. E. (1993). *Permanent magnet, relutance, and self synchronous motors.* CRC Press, Boca Raton.
- [Oliveira Jr. et al., 2005] Oliveira Jr., A. A., Monteiro, J. R. B. A., Aguiar, M. L., and Gonzaga, D. P. (2005). Extended dq transformation for vectorial control applications of non-sinusoidal permanent magnet synchronous machines. In *IEEE 36th Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC05)*, Recife, Brasil.
- [Oliveira Jr., 1990] Oliveira Jr., N. (1990). Acionamentos de avanço para máquinasferramenta e robôs. comparação entre as técnicas ca/cc. *Revista Siemens*.
- [Park et al., 2000] Park, S. J., Park, H. W., Lee, M. H., and Harashima, F. (2000). A new approach for minimum-torque-ripple maximum-efficiency control of bldc motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47(1):109–114.
- [Paula and Monteiro, 2011a] Paula, G. T. and Monteiro, J. R. B. A. (2011a). Projeto de uma máquina síncrona com ímã permanente no rotor. In Anais do Simpósio Internacional de Iniciação Científica da USP, São Carlos.
- [Paula et al., 2012] Paula, G. T., Monteiro, J. R. B. A., Almeida, T. E. P., Santana, M. P., and Faracco, J. (2012). Comparative study of pmsm with circular pm shape and circular/rectangular coil. In XIX Congresso Brasileiro de Automática, 2012, Campina Grande.
- [Paula et al., 2016] Paula, G. T., Monteiro, J. R. B. A., Almeida, T. E. P., Santana, M. P., Pereira, W. C. A., and Aguiar, M. L. (2016). Investigation of reluctance torque in a bldc motor using frozen permeability method and equivalent air-gap analysis. *IEEE Latin America Transactions*, 14(8):3678–3686.
- [Paula and Monteiro, 2011b] Paula, G. T. d. and Monteiro, J. R. B. A. (2011b). Projeto de uma máquina síncrona com ímã permanente no rotor. In Anais do XIX Congresso de Iniciação Científica da UFSCAR, São Carlos.
- [Paula et al., 2015] Paula, G. T. d., Monteiro, J. R. B. A., Almeida, T. E. P., and Santana, M. P. (2015). Different slot configurations for direct-drive pm brushless machines. *Revista IEEE América Latina*, 13:634–639.
- [Pillay and R., 1989a] Pillay, P. and R., K. (1989a). Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives. part i: The permanent-magnet synchronous motor drive. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 25(2).

- [Pillay and R., 1989b] Pillay, P. and R., K. (1989b). Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives. part ii: The brushless DC motor drive. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 25(2).
- [Rahideh et al., 2013] Rahideh, A., Mardaneh, M., and Korakianitis, T. (2013). Analytical 2-d calculations of torque, inductance, and back-emf for brushless slotless machines with surface inset magnets. *IEEE Transactions on Magnetics*, 49(8):4873–4884.
- [Shi et al., 2010] Shi, T., Guo, Y., Song, P., and Xia, C. (2010). A new approach of minimizing commutation torque ripple for brushless dc motor based on dc-dc converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(10):3483–3490.
- [Springob and Holtz, 1998] Springob, L. and Holtz, J. (1998). High-bandwidth current control for torque-ripple compensation in pm synchronous machines. *IEEE Transacti*ons on Industrial Electronics, 45(5):713–721.
- [Vanço et al., 2017] Vanço, W. E., Silva, F. B., Monteiro, J. R. B. A., de Oliveira, J. M. M., Alves, A. C. B., and Júnior, C. A. B. (2017). Analysis of the oscillations caused by harmonic pollution in isolated synchronous generators. *Electric Power Systems Research*, 147:280–287.
- [Zhang et al., 2017] Zhang, Y., Xu, D., Liu, J., Gao, S., and Xu, W. (2017). Performance improvement of model-predictive current control of permanent magnet synchronous motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 53(4):3683–3695.

Anexo 1

Arquivo aceito para publicação na "Revista IEEE America Latina", que trata da nova proposta para a redução das ondulações no torque eletromagnético da MSIPSR através do conceito de potência complexa (PQ).

Finite Control-Set Predictive Power Control of BLDC Drive for Torque Ripple Reduction

A. G. Castro, W. C. A. Pereira, C. M. R. Oliveira, T. E. P. Almeida, P. R. U. Guazzelli,

J. R. B. A. Monteiro, A. A. Oliveira Jr

Abstract— Due to advantages as high efficiency and high power density, brushless direct current (BLDC) motor has been used in a wide variety of applications. However, in conventional 120° conducting drive operation it develops significant torque ripple as a result of phase commutation. To reduce torque undulations, in this paper is proposed a power control based on Finite Control-Set Model based Predictive Control (FCS-MPC). The relationship between the control of the power delivered to rotor and torque ripple reduction is presented. The effectiveness of commutation torque ripple reduction of proposed method is presented in comparison with conventional torque control strategy. The results of proposed predictive control approach demonstrate fast torque response with no adjustable gains needed and operates with model variables on stationary reference frame.

Keywords— predictive power control, brushless motor, commutation torque ripple.

I. INTRODUÇÃO

Os motores BLDC são amplamente empregados em aplicações abrangendo desde equipamentos domésticos a veículos elétricos devido à sua elevada eficiência e alta densidade de potência, quando comparados a outros tipos de motores de mesmo tamanho [1-3]. Idealmente, o motor BLDC possui ímãs permanentes no rotor que produzem forças contraeletromotrizes (FCEMs) de fase idealmente trapezoidais. Nessa condição, a máquina desenvolve ondulação nula de torque quando alimentada por uma corrente de estator retangular ideal em seu modo de operação convencional de condução 120° (apenas duas fases em condução simultânea). Entretanto, na prática, a indutância do enrolamento do estator impõe uma constante de tempo na dinâmica da corrente de

- T. E. P. Almeida, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil, thales.eugenio.almeida@usp.br.
- P. R. U. Guazzelli, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil, paulo.ubaldo@usp.br.
- J. R. B. A. Monteiro, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil, jrm@sc.usp.br.
- A. A. Oliveira Jr., Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil, azauri@sc.usp.br.

Corresponding author: Allan Gregori de Castro.

estator, impedindo variações abruptas, como requerido nas bordas de subidas e descidas da corrente retangular ideal no processo de comutação de fases. Essa não idealidade das correntes de estator provocam ondulações de torque a cada 60 graus elétricos de posição do rotor. Esse fator é apontado como a principal desvantagem do controle convencional em modo de operação 120° do BLDC uma vez que a amplitude dessas ondulações de torque nas comutações de fase pode representar 50% do valor médio de torque em baixas e altas velocidades [4].

Evidentemente, ondulações de torque são indesejáveis na operação do BLDC visto que são responsáveis por causar vibração mecânica, ondulações de velocidade e ruído acústico. Para minimizar as ondulações de torque decorrentes da comutação de fases, diferentes abordagens contribuem com o controle em modo de condução 120°, envolvendo: uso de conversores auxiliares [5-9]; estratégias de controle direto de torque [10-13]; e diferentes estratégias de chaveamento PWM [14,15].

Além de tais abordagens voltadas à injeção de corrente retangular, recentemente têm sido estudadas estratégias de controle do BLDC, para redução da ondulação de torque, baseadas em uma forma de onda de corrente não retangular de estator [16-19], nomeada em [18] de corrente com forma de pétala. Além da capacidade de eliminar ondulações de torque, é mostrado em [18] que essa forma de onda da corrente de fase é capaz de produzir 5% maior torque, para um mesmo valor eficaz de corrente que a forma retangular ideal. De outro ponto de vista, para um mesmo torque, essa corrente com forma de pétala reduz aproximadamente 9% as perdas Joule do enrolamento do estator [16,19].

Diferentes técnicas presentes na literatura produzem esse comportamento da corrente de estator. Em [18], essa forma de corrente é obtida com base em uma análise geométrica no plano $\alpha\beta$ estacionário para identificar o comportamento do vetor de corrente capaz de produzir produto escalar constante com a FCEM, eliminando a ondulação de torque de comutação. Para isso é empregada uma série de equações de referências de corrente relativas a cada setor de posição do rotor. Além disso, o método demonstra difícil inclusão do comportamento da FCEM de uma máquina real. Em [16] e [17] é proposto um referencial síncrono não senoidal dq que orienta o modelo matemático do BLDC na FCEM. Então, a ondulação de torque de comutação é eliminada por meio do controle das componentes dq da corrente do estator.

Os trabalhos mencionados são majoritariamente estruturados em dois estágios. Primeiramente, apresentam análises teóricas a respeito da estratégia para redução de ondulação de torque no BLDC. Em seguida, o segundo estágio compreende a proposta de controle de corrente, que, em sua maioria, são fundamentados em controladores lineares e modulador PWM.

No entanto, recentemente uma nova estratégia de controle

A. G. Castro, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil, allangregori@usp.br.

W. C. A. Pereira, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil, william.andrade@usp.br.

C. M. R. Oliveira, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil, carlosmro@usp.br.
de corrente proposta em [20], nomeada *finite control-set model predictive control* (FCS-MPC), tem sido amplamente investigada em diversos trabalhos. Embora aplicada inicialmente no controle não linear de corrente de um inversor trifásico, essa técnica tem sido estudada em diversas linhas de pesquisa envolvendo aplicações como: controle de motores elétricos [21-23]; controle de conversores de potência [20,24-26]; e controle de geradores [27]. A estratégia FCS-MPC faz uso da natureza discreta de atuação dos conversores.

Primeiramente as variáveis de controle têm seus comportamentos preditos, baseado no modelo do sistema, considerando cada um dos possíveis estados de chaveamento do conversor. Então, por meio do processo de minimização de uma função custo, seleciona-se o estado ótimo de chaveamento, dentre o número finito de possibilidades disponibilizadas pelo conversor, para aplicação no próximo período de controle. Essa característica de seleção do estado de chaveamento ótimo faz com que não seja necessária a utilização de um modulador.

Em função do exposto, esse trabalho propõe o uso do controle preditivo FCS-MPC em uma nova abordagem de redução da ondulação de torque no BLDC baseada no controle do fluxo de potência fornecido ao rotor. Dessa forma, o controle de potência proposto é analisado e comparado aos métodos citados anteriomente, pontuando-se as principais diferenças e vantagens.

II. MODELO DINÂMICO DO MOTOR BLDC

A representação em circuito do motor BLDC trifásico e seu conversor de alimentação são ilustrados na Fig. 1. Cada fase do motor é representada por sua resistência R, indutância L e FCEM idealmente trapezoidal e_a , e_b e e_c . As tensões de fase v_a , v_b e v_c do motor são medidas com respeito ao ponto neutro n. Nos terminais do estator é conectado um inversor dois níveis com uma fonte de tensão contínua V_{CC} .



Figura 1. Circuito do motor BLDC e inversor dois níveis.

O modelo trifásico do BLDC pode ser reduzido para um modelo bifásico aplicando-se às variáveis do motor a transformação $\alpha\beta$ invariante à potência, por meio da qual uma variável genérica em coordenadas abc, $\boldsymbol{x}_{abc} = [x_a x_b x_c]^T$, é representada por um vetor complexo $\boldsymbol{x}_{\alpha\beta} = x_{\alpha} + j x_{\beta}$ no plano estacionário $\alpha\beta$ tal que

$$\boldsymbol{x}_{\alpha\beta} = \boldsymbol{x}_{\alpha} + j \, \boldsymbol{x}_{\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_a \\ \boldsymbol{x}_b \\ \boldsymbol{x}_c \end{bmatrix} . (1)$$

Com base em (1) e na Fig. 1, a equação de tensões do estator do BLDC pode ser expressa em coordenadas $\alpha\beta$ por

$$\boldsymbol{v}_{\alpha\beta} = R\,\boldsymbol{i}_{\alpha\beta} + L\frac{d\boldsymbol{i}_{\alpha\beta}}{dt} + \boldsymbol{e}_{\alpha\beta},$$
 (2)

sendo $v_{\alpha\beta}$ a tensão do estator, $i_{\alpha\beta}$ a corrente de estator e $e_{\alpha\beta}$ a FCEM.

A partir de (2), uma análise do balanço de energia da máquina pode ser desenvolvida multiplicando-a pelo conjugado complexo da corrente de estator, $i^*_{\alpha\beta}$, que resulta em

$$\boldsymbol{i}_{\alpha\beta}^{*}\boldsymbol{v}_{\alpha\beta} = R |\boldsymbol{i}_{\alpha\beta}|^{2} + L \, \boldsymbol{i}_{\alpha\beta}^{*} \frac{d}{dt} \boldsymbol{i}_{\alpha\beta} + \boldsymbol{i}_{\alpha\beta}^{*} \boldsymbol{e}_{\alpha\beta}.$$
 (3)

De (3) extrai-se que: $i^*_{\alpha\beta} v_{\alpha\beta}$ é a potência total fornecida à máquina; $R |i_{\alpha\beta}|^2$ são as perdas Joule dissipadas no enrolamento de estator; $Li^*_{\alpha\beta} \frac{d}{dt} i_{\alpha\beta}$ é a potência associada à energia armazenada na indutância L do estator; e $i^*_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta}$ é a potência total transferida ao rotor $S_{\alpha\beta}$. Essa potência transferida ao rotor pode ser expressa na forma

$$\mathbf{S}_{\alpha\beta} = P + jQ = \mathbf{i}_{\alpha\beta}^* \, \mathbf{e}_{\alpha\beta}, \tag{4}$$

em que P e Q são as potências ativa (real) e reativa (imaginária) respectivamente. A expressão (4) pode ser expandida de forma que as potências ativa e reativa transferidas ao rotor são dadas por

e

$$P = i_{\alpha} e_{\alpha} + i_{\beta} e_{\beta} \tag{5}$$

$$Q = i_{\alpha} e_{\beta} - i_{\beta} e_{\alpha}. \tag{6}$$

A potência elétrica ativa P, em (5), é convertida em potência mecânica de modo que o torque eletromagnético T_e desenvolvido pelo motor BLDC é

$$T_e = \frac{P}{\omega_r} = \frac{1}{\omega_r} \left(i_\alpha \, e_\alpha + i_\beta \, e_\beta \right),\tag{7}$$

sendo ω_r a velocidade mecânica do rotor. Em coordenadas *abc* o torque eletromagnético T_e é expresso por

$$T_{e} = \frac{1}{\omega_{r}} (i_{a} e_{a} + i_{b} e_{b} + i_{c} e_{c}).$$
(8)

III. CONTROLE CONVENCIONAL DO MOTOR BLDC

Considerando FCEMs idealmente trapezoidais e de amplitude E, o controle convencional de torque do BLDC consiste em alimentar as fases do estator com correntes retangulares de amplitude constante I durante 120 graus elétricos de posição θ_e do rotor em cada semi-ciclo, tal como mostrado na Fig. 2 [29,30].

Com esse comportamento retangular ideal de corrente e trapezoidal da FCEM, o torque desenvolvido pelo BLDC, obtido por (8), é constante para toda posição elétrica do rotor.



Figura 2. FCEM e correntes ideais no controle convencional do motor BLDC.

Nessa condição de alimentação ideal, o torque eletromagnético $T_e ext{ em (8) \acute{e} simplificado para}$

$$T_e = \frac{1}{\omega_r} 2 E I. \tag{9}$$

Amplitude E das FCEM trapezoidais ideais é dada por

$$E = z_p \omega_r \lambda_m, \tag{10}$$

em que z_p é o número de pares de polos e λ_m é a magnitude do fluxo de rotor.

Aplicando (10), o torque em (9) é simplificado para

$$T_e = 2k_e I, \tag{11}$$

e

sendo $k_e = z_p \lambda_m$ uma constante de proporcionalidade entre *E* e a velocidade ω_r .

Com base em (11), o controle convencional de torque do BLDC é assumido como o controle da amplitude I da corrente retangular das fases do estator [28-30]. Na Fig. 3 é mostrado um diagrama de controle convencional de torque do BLDC baseado no controle de corrente por comparador de histerese.



Figura 3. Diagrama de controle de torque convencional do BLDC baseado em comparador de histerese.

Inicialmente, uma referência de torque T_e^{ref} é convertida em referência de corrente I^{ref} por meio de (11). O bloco "Seleção de I" obtém a amplitude *I* das correntes retangulares a cada setor.

A ação de controle Υ do comparador de histerese é definida com base em uma largura de banda ΔI admissível para o erro de corrente tal que

$$\Upsilon = \begin{cases} 1, & \text{se } I < (I^{ref} - \Delta I) \\ -1, & \text{se } I > (I^{ref} + \Delta I). \end{cases}$$
(12)

O bloco "Lógica de Chaveamento" na Fig. 3 contém uma tabela que define as chaves que devem ser comutadas do inversor com base no sinal de controle Υ do comparador de histerese e o setor de posição informado pelo sensores hall h_a , $h_b \in h_c$.

IV. CONTROLE DE POTÊNCIA PROPOSTO DO BLDC

Como apresentado anteriormente, o torque eletromagnético desenvolvido pelo BLDC deriva da potência elétrica transferida ao rotor. Nesse sentido, o controle de torque da máquina pode ser obtido pelo controle do fluxo de potência ao rotor.

Conforme (7), somente a potência ativa transferida ao rotor é convertida em torque T_e e portanto o controle de torque no BLDC pode ser implementado através do controle de potência ativa P. Por outro lado, a potência reativa Q não contribui para a produção de torque útil no motor e por isso seu valor de referência pode ser nulo.

Com base em (5) e (6), as correntes de estator podem ser expressas em função das potências $P \in Q$ como

$$i_{\alpha} = \frac{Pe_{\alpha} + Qe_{\beta}}{e_{\alpha}^2 + e_{\beta}^2} \tag{13}$$

$$i_{\beta} = \frac{P e_{\beta} - Q e_{\alpha}}{e_{\alpha}^2 + e_{\beta}^2}.$$
(14)

Para o caso ideal em que a potência ativa *P* transferida ao rotor é contante em regime permanente (ou seja, T_e constante) e Q = 0, a corrente de estator $i_{\alpha\beta}$, calculada em (13) e (14), desenvolve uma trajetória no plano $\alpha\beta$ tal como ilustrada na Fig. 3, juntamente com a trajetória de $e_{\alpha\beta}$ e das correntes retangulares ideais na mesma condição de torque.

A partir da corrente $i_{\alpha\beta}$ da Fig. 3, o comportamento da corrente de fase do estator ideal obtida com o controle de potência está apresentado na Fig. 4, em comparação à corrente retangular ideal. As correntes apresentadas estão normalizadas em função da amplitude da corrente retangular ideal.

O comportamento da corrente ideal de estator com o controle de potência das Fig. 3 e 4 é nomeado em [18] como corrente com forma de pétala. Essa corrente produz ondulação nula de torque para qualquer posição rotórica. Adicionalmente, a forma de onda não possui bordas de subida e descida instantâneas como a corrente retangular ideal do controle convencional, que não são realizáveis na prática.



Figura 3. Trajetória no plano $\alpha\beta$: FCEM $\boldsymbol{e}_{\alpha\beta}$ (verde); correntes retangulares ideais (laranja); e correntes $\boldsymbol{i}_{\alpha\beta}$ para o caso ideal de P constante e Q=0 (azul).



Figura 4. Correntes ideais do controle de potência (azul) e corrente ideal retangular do controle convencional (laranja).

Com isso, é evitado o problema de ondulação de torque devido à comutação de fases.

Ainda, a corrente obtida como controle de potência oferece benefícios à operação do BLDC [16-19]. Para um mesmo valor *RMS* que a corrente retangular, a forma de onda das Fig. 3 e 4 produz 5% maior torque no BLDC [18]. Por outro lado, para um dado valor de torque, a corrente das Fig. 3 e 4 reduz em cerca de 9% as perdas Joules no enrolamento de estator.

V. CONTROLE DE POTÊNCIA FCS-MPC

O diagrama de controle de torque proposto do BLDC, baseado no controle preditivo de potência FCS-MPC, está apresentado na Fig. 5.



Figura 5. Diagrama de controle de potência FCS-MPC proposto.

Primeiramente, uma referência de torque T_e^{ref} é convertida em referência de potência ativa P^{ref} por meio de (7). As referências de potência são fornecidas à malha de controle FCS-MPC, a qual é composta de 3 principais estágios: etapa de obtenção da correntes de estator e FCEMs no instante de tempo discreto k; etapa de predição das potências ativa e reativa para o instante de tempo discreto k + 1; e etapa de minimização de uma função custo para seleção do vetor de tensão e estado de chaveamento ótimos do conversor. O detalhamento das etapas que constituem a proposta de diagrama de controle está contido nas seguintes seções.

A. Etapa de Estimação

Neste estágio as variáveis que não podem ser medidas devem ser estimadas para o instante discreto de tempo k. Como representado na Fig. 5, esse trabalho utiliza as FCEM e_a , $e_b \, e_c$ por meio de expressões ideais trapezoidais em função da posição mecânica θ_r e velocidade ω_r tal que

$$e_{a}^{k} = F\left(z_{p}\theta_{r}^{k}\right) z_{p} \lambda_{pm} \omega_{r}^{k}$$

$$e_{b}^{k} = F\left(z_{p}\theta_{r}^{k} + \frac{2\pi}{3}\right) z_{p} \lambda_{pm} \omega_{r}^{k}$$

$$e_{c}^{k} = F\left(z_{p}\theta_{r}^{k} - \frac{2\pi}{3}\right) z_{p} \lambda_{pm} \omega_{r}^{k},$$
(15)

onde $F(z_p \theta_r^k)$ é uma função trapezoidal ideal periódica de amplitude unitária e $z_p \lambda_{pm} \omega_r^k$ é o termo ponderante que fornece a amplitude das FCEMs de fase.

B. Etapa de Predição

Uma vez que as potências ativa e reativa fornecidas ao rotor são as variáveis de controle, seus comportamentos devem ser preditos nessa etapa para o instante de tempo discreto k + 1.

Essa estimativa pode ser obtida por meio da aproximação discreta de Euler para derivada contínua tal que, para uma variável genérica x,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x^{k+1} - x^k}{T_0},$$
(16)

com T_0 sendo o período de discretização.

Com base em (16), para predizer o valor futuro de potência fornecida ao rotor $S_{\alpha\beta}^{k+1}$, parte-se da diferenciação de (4), que conduz à

$$\frac{dS_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{di^*_{\alpha\beta}}{dt}e_{\alpha\beta} + i^*_{\alpha\beta}\frac{de_{\alpha\beta}}{dt}.$$
(17)

A variação da corrente $i_{\alpha\beta}$ em (17) é obtida reorganizando (2) de forma que

$$\frac{d\,\boldsymbol{i}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{1}{L}(\boldsymbol{v}_{\alpha\beta} - \boldsymbol{e}_{\alpha\beta} - R\,\boldsymbol{i}_{\alpha\beta}). \tag{18}$$

Utilizando (18) e considerando que $e_{\alpha\beta}$ é constante durante um período de controle T_0 , (17) é aproximada por

$$\frac{d\boldsymbol{S}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{1}{L} (\boldsymbol{v}_{\alpha\beta}^* \boldsymbol{e}_{\alpha\beta} - |\boldsymbol{e}_{\alpha\beta}|^2 - R\boldsymbol{S}_{\alpha\beta}).$$
(19)

Finalmente, utilizando (16) em (19), o valor predito da potência total transferida ao rotor para o instante k + 1 e

$$\boldsymbol{S}_{\alpha\beta}^{k+1} = \boldsymbol{S}_{\alpha\beta}^{k} + \frac{T_0}{L} \left(\left(\boldsymbol{v}_{\alpha\beta}^{k} \right)^* \boldsymbol{e}_{\alpha\beta}^{k} - |\boldsymbol{e}_{\alpha\beta}^{k}|^2 - R \, \boldsymbol{S}_{\alpha\beta}^{k} \right). (20)$$

Separando as parcelas real e imaginária de (20), as potências ativa e reativa preditas para o instante k + 1 são

$$P^{k+1} = \left(\frac{L - RT_0}{L}\right)P^k + \frac{T_0}{L}(v_{\alpha}^k e_{\alpha}^k + v_{\beta}^k e_{\beta}^k - |e_{\alpha\beta}^k|^2)$$
$$Q^{k+1} = \left(\frac{L - RT_0}{L}\right)Q^k + \frac{T_0}{L}(v_{\alpha}^k e_{\beta}^k - v_{\beta}^k e_{\alpha}^k).$$
(21)

Em (21), $\boldsymbol{v}_{\alpha\beta}^{k}$ é a tensão aplicada pelo controle preditivo ao BLDC no tempo discreto k e que será determinada na seção seguinte.

C. Seleção do Vetor de Tensão Ótimo

No controle preditivo FCS-MPC, a ação de controle ótima é o estado do chaveamento do conversor, dentre o número finito de combinações possíveis, cujo vetor de tensão associado minimiza uma função custo, ou função objetivo.

O inversor dois níveis da Fig. 1 disponibiliza 8 vetores de tensão possíveis de serem aplicados à máquina, sendo 6 ativos e 2 nulos, conforme a Fig. 7. Cada um dos vetores de tensão $v_{\alpha\beta_j}$ (com j = 0, ..., 7) está relacionado a um estado de chaveamento $s_j = \{s_a, s_b, s_c\}$. A Tabela I apresenta a relação entre os vetores de tensão da Fig. 7 e os estados das chaves s_a , $s_b \in s_c$, em que '1' significa estado de condução da chave e '0' estado de bloqueio.



Figura 7. Possíveis vetores de tensão produzidos pelo inversor dois níveis.

| TABELA I |
|------------------------------|
| POSSÍVEIS ESTADOS DAS CHAVES |

| | $v_{lphaeta_0}$ | $v_{lphaeta_1}$ | $v_{lphaeta_2}$ | $v_{lphaeta_3}$ | $v_{lphaeta_4}$ | $v_{lphaeta_5}$ | $v_{lphaeta_6}$ | $v_{lphaeta_7}$ |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | s_0 | s_1 | s_2 | s_3 | s_4 | s_5 | s_6 | s_7 |
| s_a | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| s_b | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| s_c | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

A função custo a ser minimizada nessa etapa do controle preditivo deve representar o objetivo de controle. No controle de potência a expressão usualmente empregada [23, 24] é

$$g = \left| S^{ref} - S^{k+1} \right|^{2} = \left| P^{ref} - P_{j}^{k+1} \right|^{2} + \left| Q_{ref} - Q_{j}^{k+1} \right|^{2},$$
(22)

tal que $P^{ref} \in Q^{ref}$ são, respectivamente, as potências ativa e reativa de referência e $P_j^{k+1} \in Q_j^{k+1}$ são as potências preditas para o instante (k + 1) considerando um dado vetor de tensão $v_{\alpha\beta_i}$ com respectivo estado de chaveamento s_j .

O processo de minimização da função custo envolve inicialmente calcular (22), utilizando (21), para cada vetor de tensão $v_{\alpha\beta_j}$. Analisando esse conjunto de valores de função custo, o ótimo vetor de tensão $v_{\alpha\beta_{jop}}$ a ser aplicado no tempo discreto k, relacionado a s_{jop} , é aquele que produzirá o mínimo valor da função custo g_{op} , ou seja, o mínimo erro de potência no instante de tempo k + 1.

O fluxograma da Fig. 8 apresenta a rotina de implementação do controle preditivo FCS-MPC de potência proposto para o motor BLDC. Essa rotina compreende a sequência de etapas do diagrama de controle proposto na Fig. 6.



Figura 8. Fluxograma do controle preditivo de potência FCS-MPC proposto.

VI. RESULTADOS

Os diagramas de controle de torque apresentados nesse trabalho podem ser associados a uma malha de controle de velocidade para atender aplicações que demandam operação do BLDC em velocidade variável.





Figura 9. Resultados para 200 rpm: (a) Torque e correntes de fase no controle convencional; (b) Torque, potências e correntes de fase do controle de potência FCS-MPC proposto.

Os resultados dessa seção com controle de velocidade utilizam um controlador PI na malha de velocidade com os ganhos proporcional $k_p \, e \, k_i$ integral contidos na Tabela III do Apêndice I, juntamente com os parâmetros da máquina ensaiada.

A rotina do controle preditivo FCS-MPC é executada com uma frequência de 20 kHz ($T_0 = 50 \ \mu s$). Quanto ao controle convencional, o controlador de histerese é ajustado para uma frequência máxima de chaveamento de 10kHz e uma banda permissível de erro de corrente $\Delta I = 0, 25A$.

Nas Fig. 9 e 10 são apresentados os desempenhos de torque e corrente de fase em regime permanente do controle de histerese convencional e do controle de potência FCS-MPC proposto nas condições de baixa e alta velocidade com carga de 2 Nm. As ondulações de torque no controle de histerese convencional são positivas em baixa velocidade e negativas em alta velocidade, conforme analisado em [4] e

Figura 10. Resultados para 2000 rpm: (a) Torque e correntes de fase no controle convencional; (b) Torque, potências e correntes de fase do controle de potência FCS-MPC proposto.

[10]. Os resultados das Fig. 9 e 10 demonstram a capacidade do controle FCS-MPC proposto de eliminar a ondulação de torque de comutação para ampla faixa de operação da máquina. Além disso, é demonstrado o comportamento constante da potência ativa transferida ao rotor juntamente com a potência reativa controlada para um valor nulo, obedecendo o conceito da proposta de controle de potência.

Para uma referência constante de 1000 rpm no controle de velocidade do BLDC, a Fig. 11 apresenta o comportamento dinâmico da máquina para inserção de uma carga de 1,5 Nm em degrau. Além de demonstrada a capacidade do sistema de rejeição à disturbios de carga, vê-se a característica de dinâmica desacoplada das variáveis de controle $P \in Q$ proporcionada pelo FCS-MPC.

Removendo a malha de controle de velocidade e permanendo apenas com a malha de controle de torque, a Fig. 12 mostra a resposta de torque e a escolha dos vetores ótimos

de tensão do FCS-MPC para uma referência em degrau de 2 Nm. O torque desenvolvido pelo BLDC atinge a referência T_e^{ref} em 350 μs , demonstrando rápida dinâmica de torque sem a ocorrência de sobressinal. É importante ressaltar que na estratégia FCS-MPC desenvolvida não há ganhos ou coeficientes de controle que requerem sintonia ou ajuste.

Além do comportamento do torque, é também apresentado o comportamento do fator Q/ω_r . Essa variável tem valor de referência nulo, já que está associada à potência reativa, e possui a mesma ordem de grandeza que T_e . Da mesma forma que na Fig. 11, é demonstrado que o controle de potência FCS-MPC proposto oferece dinâmica desacoplada das variáveis.



Figura 11. Resposta dinâmica de reversão de velocidade no motor BLDC com controle de potência FCS-MPC.



Figura 12. Resposta da dinâmica de torque e escolha de vetores do controle de potência FCS-MPC.

VII. CONCLUSÃO

Esse trabalho propôs uma nova abordagem para redução das ondulações de torque no BLDC, baseada no controle da potência transferida ao rotor do BLDC utilizando o controle preditivo FCS-MPC. Com base nos resultados apresentados nesse trabalho conclui-se que: 1) A adoção da potência transferida ao rotor como variável de controle apresenta clara relação com a corrente ideal que elimina ondulação de torque no BLDC. Além disso, simplifica a estratégia de controle por operar diretamente com variáveis de referencial estacionário, não requerendo adicionais transposições de referencial, como em recentes propostas na literatura; 2) A malha de controle de potência FCS-MPC não depende de ganhos ou coeficientes que demandariam esforço de sintonia ou projeto. Ao mesmo tempo, proporciona rápida dinâmica de torque sem ocorrência de sobressinal; 3) O FCS-MPC demonstra controle desacoplado das potências, não empregando termos de desacoplamento; 4) O algoritmo apresentado não é restrito à forma de onda de FCEM idealmente trapezoidal, permitindo a inclusão da forma de onda presente em máquinas reais; 5) A estratégia de controle de potência FCS-MPC apresentada não modifica a topologia do inversor, não emprega hardware adicional e não altera a tensão contínua do barramento.

APÊNCIDE I

TABELA II PARÂMETROS DA MÁQUINA DE TESTE

| Parâmetro | Valor |
|--------------------|----------|
| Tensão nominal | 150 V |
| Corrente nominal | 3,5 A |
| ω_r nominal | 2000 rpm |
| T_e nominal | 2,2 Nm |
| R | 2,4 Ω |
| L | 12,4 mH |
| λ_{pm} | 0,12 Wb |
| z_p | 3 |
| k_p | 0,4 |
| k_i | 13 |

REFERÊNCIAS

- P. Pillay and R. Krishnan, "Application characteristics of permanent magnet synchronous and brushless DC motors for servo drives," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 27, no. 5, pp. 986-996, Sep/Oct 1991.
- [2] K. T. Chau, C. C. Chan and C. Liu, "Overview of Permanent-Magnet Brushless Drives for Electric and Hybrid Electric Vehicles," in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 6, pp. 2246-2257, June 2008.
- [3] A. M. El-Refaie, "Motors/generators for traction/propulsion applications: A review," in *IEEE Vehicular Technology Magazine*, vol. 8, no. 1, pp. 90-99, March 2013.
- [4] R. Carlson, M. Lajoie-Mazenc and J. C. d. S. Fagundes, "Analysis of torque ripple due to phase commutation in brushless DC machines," in*IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, no. 3, pp. 632-638, May/Jun 1992.
- [5] A. Ramya, V. Srinath, S. Samyuktha, R. Vimal and M. Balaji, "Commutation torque ripple reduction in brushless DC motor using modified SEPIC converter," 2015 IEEE 11th International Conference on Power Electronics and Drive Systems, Sydney, NSW, 2015, pp. 307-312.

- [6] Zhen Chen, Hancheng Zhang, Xiangdong Liu, Hengzai Hu, Jing Zhao [25] and Congzhe Gao, "A new method to suppress the commutation torque ripple for BLDC motor based on ZETA converter," 2015 6th International Conference on Power Electronics Systems and Applications (PESA), Hong Kong, 2015, pp. 1-6.
- H. K. Samitha Ransara and U. K. Madawala, "A Torque Ripple [7] Compensation Technique for a Low-Cost Brushless DC Motor Drive,' in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 10, pp. 6171-6182, Oct. 2015.
- [8] Wei Chen, Changliang Xia and Mei Xue, "A torque ripple suppression circuit for brushless DC motors based on power DC/DC converters,"2008 3rd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, Singapore, 2008, pp. 1453-1457.
- T. Sheng, X. Wang and T. Shan, "A new method to reduce both [9] conduction and commutation torque ripple for BLDC machines," Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2014 17th International Conference on, Hangzhou, 2014, pp. 2975-2980.
- Y. Liu, Z. Q. Zhu and D. Howe, "Commutation-Torque-Ripple [10] Minimization in Direct-Torque-Controlled PM Brushless DC Drives, in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 43, no. 4, pp. [30] 1012-1021, July-aug. 2007.
- Yong Liu, Z. Q. Zhu and D. Howe, "Direct torque control of brushless [11] DC drives with reduced torque ripple," in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 41, no. 2, pp. 599-608, March-April 2005. S. B. Ozturk and H. A. Toliyat, "Direct Torque and Indirect Flux
- [12] Control of Brushless DC Motor," in IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 16, no. 2, pp. 351-360, April 2011.
- [13] M. Masmoudi, B. El Badsi and A. Masmoudi, "Direct Torque Control of Brushless DC Motor Drives With Improved Reliability," in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 50, no. 6, pp. 3744-3753, Nov.-Dec. 2014.
- [14] G. Meng, H. Xiong and H. Li, "Commutation torque ripple reduction in BLDC motor using PWM_ON_PWM mode," Electrical Machines and Systems, 2009. ICEMS 2009. International Conference on, Tokyo, 2009, pp. 1-6.
- [15] S. S. Bharatkar, R. Yanamshetti, D. Chatterjee and A. K. Ganguli, "Reduction of commutation torque ripple in a brushless DC motor drive,"Power and Energy Conference, 2008. PECon 2008. IEEE 2nd International, Johor Bahru, 2008, pp. 289-294.
- Monteiro, J. R. B. A., Oliveira, A. A., Aguiar, M. L. and Sanagiotti, E. [16] R. (2012), Electromagnetic torque ripple and copper losses reduction in permanent magnet synchronous machines. Euro. Trans. Electr. Power, 22: 627-644.
- C. L. Baratieri and H. Pinheiro, "Sensorless vector control for PM [17] brushless motors with nonsinusoidal back-EMF." Electrical Machines (ICEM), 2014 International Conference on, Berlin, 2014, pp. 915-921.
- G. Buja, M. Bertoluzzo and R. K. Keshri, "Torque Ripple-Free [18] Operation of PM BLDC Drives With Petal-Wave Current Supply," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 7, pp. 4034-4043. July 2015.
- A. Damiano et al., "Performance comparison between two-phase-on [19] and three-phase-on operation of Brushless DC drives,' Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), 2014 International Symposium on, Ischia, 2014, pp. 489-494.
- J. Rodriguez et al., "Predictive Current Control of a Voltage Source [20] Inverter," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 54, no. 1, pp. 495-503, Feb. 2007.
- [21] J. Rodriguez, R. M. Kennel, J. R. Espinoza, M. Trincado, C. A. Silva and C. A. Rojas, "High-Performance Control Strategies for Electrical Drives: An Experimental Assessment," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, no. 2, pp. 812-820, Feb. 2012.
- T. Geyer, G. Papafotiou and M. Morari, "Model Predictive Direct [22] Torque Control-Part I: Concept, Algorithm, and Analysis," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 56, no. 6, pp. 1894-1905, June 2009.
- M. H. Vafaie, B. Mirzaeian Dehkordi, P. Moallem and A. Kiyoumarsi, [23] "A New Predictive Direct Torque Control Method for Improving Both Steady-State and Transient-State Operations of the PMSM," in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 31, no. 5, pp. 3738-3753, May 2016.
- [24] P. Cortés, J. Rodríguez, P. Antoniewicz and M. Kazmierkowski, "Direct Power Control of an AFE Using Predictive Control," in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 23, no. 5, pp. 2516-2523, Sept. 2008.

- Y. Zhang, W. Xie, Z. Li and Y. Zhang, "Model Predictive Direct Power Control of a PWM Rectifier With Duty Cycle Optimization," in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 28, no. 11, pp. 5343-5351, Nov. 2013.
- [26] S. Kouro, P. Cortes, R. Vargas, U. Ammann and J. Rodriguez, "Model Predictive Control-A Simple and Powerful Method to Control Power Converters," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 56, no. 6, pp. 1826-1838, June 2009.
- D. Zhi, L. Xu and B. W. Williams, "Model-Based Predictive Direct [27] Power Control of Doubly Fed Induction Generators," in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 25, no. 2, pp. 341-351, Feb. 2010
- [28] C. Xia, Y. Wang and T. Shi, "Implementation of Finite-State Model Predictive Control for Commutation Torque Ripple Minimization of Permanent-Magnet Brushless DC Motor," in *IEEE Transactions on* Industrial Electronics, vol. 60, no. 3, pp. 896-905, March 2013.
- P. Pillay and R. Krishnan, "Modeling of permanent magnet motor [29] drives," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 35, no. 4, pp. 537-541, Nov 1988.
 - Miller, T. J. E. "Brushless permanent-magnet and reluctance motor drives". Clarendon Press, 1993, 207p.



Allan Gregori de Castro é graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, Brasil, em 2014. Atualmente é aluno de Mestrado em Engenharia Elétrica, na área de sistemas dinâmicos, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (USP). Suas principais áreas de pesquisa são: eletrônica de potência e controle de máquinas elétricas.



William César de Andrade Pereira é graduado em Tecnologia de Automação Industrial pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná e em Engenharia Elétrica pelo Centro Universitário Central Paulista. Atualmente é aluno de Doutorado em Engenharia Elétrica, na área de sistemas dinâmicos, do Departamento de Engenharia Elétrica, da

Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo. Suas principais áreas de pesquisa são: métodos de estimação, controle de máquinas elétricas e eletrônica de potência.



Carlos Mateus Rodrigues de Oliveira é graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, Brasil, em 2013. Atualmente á aluno de Doutorado em Engenharia Elétrica, na área de sistemas dinâmicos, do Departamento de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo

(USP). Suas principais áreas de pesquisa são: controle de máquinas elétricas e eletrônica de potência.



Thales Eugênio Portes de Almeida é graduado em Engenharia Elétrica pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, São Paulo, Brasil, em 2011. Atualmente é aluno de Doutorado em Engenharia Elétrica, do Departamento de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (USP). Suas principais áreas de pesquisa são: máquinas elétricas, eletrônica de potência e controle.



Paulo Roberto Ubaldo Guazzelli é graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, Brasil, em 2014. Atualmente é aluno de Mestrado em Engenharia Elétrica, na área de sistemas dinâmicos, do Departamento de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (USP). Dentre suas áreas de pesquisa destacam-se máquinas elétricas e seu

controle e acionamento, veículos elétricos e modelagem e simulação de sistemas dinâmicos



José Roberto Boffino de Almeida Monteiro é graduado em Engenharia Elétrica pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, São Paulo, Brasil, em 1994. Recebeu os títulos de Mestre e Doutor em 1997 e 2002 pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, São Paulo, Brasil. Atualmente é professor no Departamento de

Engenharia Elétrida, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (USP) onde ministra aulas de eletrônica de potência e acionamento de máquinas elétricas. Suas principais áreas de pesquisa são: máquinas elétricas, máquinas de imã permanente, eletônica de potência e controle.



Azauri Albano de Oliveira Jr. é graduado e Mestre em Engenharia Elétrica/Eletrônica pela Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, São Paulo, Brasil, em 1977 e 1984, respectivamente. É Doutor em Engenharia Elétrica pela Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, em 1991. Desde 1978 está com o Departamento de Engenharia Elétrica

e Computação, EESC, USP, onde atualmente é professor de Engenharia Elétrica e Coordenador do Laboratório de Controle e Eletrônica de Potência. Suas principais áreas de pesquisa incluem eletrônica de potência, acionamento de máquinas elétricas, transferência de potência *wireless* e educação em engenharia.

Comentários do Revisor:

"...a nota de rodapé na pagina 1, deve somente abranger a coluna esquerda, isso foi corrigido. No entanto, ainda não esta de acordo com o template. [...] deve abranger na ordem: nome do autor, departamento, faculdade, universidade, cidade e sigla do estado, país e por fim o e-mail. Isso deve ser feito para todos os autores."

Resposta ao Revisor:

R: Os autores agradecem ao revisor pelos comentários realizados. As correções solicitadas foram atendidas para estar de acordo com o *template* da revista.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anexo 2

Arquivo aceito para apresentação no Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência (COBEP 2017), organizado pela Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência (SO-BRAEP), a ser realizado em Juiz de Fora - MG.

Sliding Mode Vector Control of Non-Sinusoidal Permanent Magnet Synchronous Machine

José Roberto B. A. Monteiro, Allan G. de Castro and Thales E. P. de Almeida School of Engineering of São Carlos - EESC University of São Paulo São Carlos, SP 13566-590 Email: jrm@sc.usp.br

Abstract—This work presents a sliding mode controller for the speed control of a surface-mount permanent magnet synchronous machine (PMSM) with non-ideal trapezoidal back-EMF, using vectorial non-sinusoidal modeling. The calculus of vector-based machine model considers an ideal trapezoidal back-EMF waveform, i.e., all control calculation is based on ideal back-EMF, but they are applied to a machine with a real back-EMF waveform, which can be considered a distorted trapezoid. For the sliding controller, this paper shows the use of a sigmoidal function, the hyperbolic tangent, instead of the signal function and uses a proper sliding surface that presents combined integrative action and anti-windup effect, which is applied to the vector-based model of the non-sinusoidal machine. The final system consists in a high performance controller, robust to machine parameters and disturbances, and light in its design as shown by the results. The chosen sliding surface with integrative control action, combined to an anti-windup feature and the torque ripple free vector-based model, give zero steady state speed error, minimizes the system speed output overshoot and ripple.

Keywords—sliding mode control, vector PMSM control, motor speed control, anti-windup.

I. INTRODUCTION

Basically, surface-mount permanent magnet synchronous machines (PMSM) can be classified into two main categories, which is related to its back-EMF waveform: sinusoidal machines and trapezoidal machines. As expected, there are no absolute pure sinusoidal back-EMF waveforms and in the same way, there are not purely trapezoidal back-EMF waveforms. This work deals with trapezoidal machines, or better to say, non-sinusoidal back-EMF machines. This term is used to refer to a wide variety of back-EMF waveforms considered trapezoidal [1].

It is useful to make a note about the term brushless DC motor, which refers to the set composed by a non-sinusoidal (or trapezoidal) surface-mount permanent magnet synchronous machine and its electric power converter, commonly a three phase machine with a three phase electric converter (a three phase inverter) [2][1]. Considering an ideal trapezoidal back-EMF waveform and an equally ideal 120° square wave stator current, the machine produces an almost ripple free electromagnetic torque, as in Fig. 1. In this case the converter operates in six-step mode where each inverter bridge switch is active during 120° electrical, resulting in 2 switches on simultaneously. However, there are no machines with pure trapezoidal back-EMF waveforms and it is not possible to

produce ideal 120° square-wave currents, resulting in electromagnetic torque ripple, and its values can be high, depending on the application [3].

Lately, in [4] is presented a vector control approach of the BLDC to reduce the torque ripple.

In this work the vector model based control of surfacemount permanent magnet synchronous machine with nonsinusoidal back-EMF is implemented considering second order sliding mode speed controller.



Fig. 1. Brushless DC motor ideal electromagnetic torque generation (θ_e : electrical position of the rotor).

II. MACHINE MODELING

The machine model is very studied in the literature and can be easily found, as in [4]. Just for better reference is shown here:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix}$$
(1)

where:

- e_a , e_b and e_c : induced voltage of stator phases a, b and c, respectively, due to rotor magnets movement, as in (2);
- i_a , i_b and i_c : stator phase currents a, b and c, respectively;
- L_s : stator phase self-inductance;
- M_s : stator phases mutual inductances;
- R_s : stator phase resistance;
- v_a , v_b and v_c : a, b and c stator phases applied voltages, respectively;
- v_n : stator neutral terminal voltage (this terminal is usually not connected).

Considering Φ_{ra} , Φ_{rb} and Φ_{rc} the linked magnetic fluxes between rotor magnets and stator winding phases a, b and c, respectively:

$$\begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} = \frac{d}{d\theta_e} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_e} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_e} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$
(2)

where:

 ω_e : electrical rotor speed.

$$T_{EL} = n_{pp} \left(\Phi_{ra}' i_a + \Phi_{rb}' i_b + \Phi_{rc}' i_c \right) \tag{3}$$

where:

 T_{EL} : machine-generated electromagnetic torque; n_{pp} : number of machine's pole pairs;

Since the magnets are mounted in rotor surface, inductance variation due to rotor position can be neglected [2].

The phases back-EMFs are ideally trapezoidal, therefore Φ'_{ra} , Φ'_{rb} and Φ'_{rc} are also trapezoidal as shown in Fig. 2, considering (2), where Φ_M is their amplitudes and θ_e is the rotor angle in electrical degrees.



Fig. 2. Waveforms for Φ'_{ra} , Φ'_{rb} and Φ'_{rc} .

A. PMSM Vectorial Modeling

The vector-based model of this machine has the main objective to obtain the electromagnetic torque equation proportional to a stator current component, as in the vector-based model for sinusoidal machines. In order to achieve that, a special transformation is used additionally to the transformations used for the sinusoidal one, i.e., $\alpha\beta$ and dq transformations. This transformation is referred here by dq_x transformation [4] and is applied following to the dq one, as shown in Fig. 3 and is written as:

$$x_{\alpha\beta} = a_x e^{j\theta_x} e^{j\theta_e} x_{dq_x} \tag{4}$$

where:

 a_x : dq_x size of axes, relatively to dq axes, which are considered equal to the unity;

 θ_x : angle of dq_x axes, relatively to dq axes.



Fig. 3. dq_x transformation represented by blocks.

The $\alpha\beta$ transformation is:

$$x_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$
(5)

$$x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$
(6)

where:

- $x_{\alpha\beta}$: quantities written over $\alpha\beta$ axes (complex number);
- x_0 : zero component;
- x_a , x_b and x_c : quantities of a, b and c phases, respectively.

Applying those transformations to machine electric and torque equations, (1) and (3), and choosing a_x and θ_x as:

$$a_x = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\Phi_m}{\sqrt{\Phi_{r\alpha}^{\prime 2} + \Phi_{r\beta}^{\prime 2}}} \tag{7}$$

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{-\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}} - \theta_e \tag{8}$$

The electromagnetic torque equation in dq_x axes is:

$$T_{EL} = n_{pp} \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m i_{q_x} \tag{9}$$

And the electric equations:



Fig. 4. Ideal trapezoidal back-EMF and measured back-EMF, of the real machine, waveforms.

$$v_{d_x} = R_s i_{d_x} + (L_s - M_s) \frac{di_{d_x}}{dt} +$$

$$(L_s - M_s) \omega_e \left(i_{d_x} \frac{a'_x}{a_x} - i_{q_x} \left(1 + \theta'_x \right) \right)$$

$$v_{q_x} = R_s i_{q_x} + (L_s - M_s) \frac{di_{q_x}}{dt} +$$

$$(L_s - M_s) \omega_e \left(i_{q_x} \frac{a'_x}{a_x} + i_{d_x} \left(1 + \theta'_x \right) \right) + \sqrt{\frac{3}{2}} \Phi_m \frac{1}{a_x^2} \omega_e$$
(10)

where:

$$a_x = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\Phi_m}{\sqrt{\Phi_{r\alpha}^{\prime 2} + \Phi_{r\beta}^{\prime 2}}} \tag{11}$$

$$\theta_x = \tan^{-1} \frac{-\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}} - \theta_r \tag{12}$$

The measured back-EMF waveform for one phase together with an ideal trapezoidal back-EMF waveform are shown in Fig. 4. The coefficients for those back-EMF waveforms are shown in Figs. 5 and 6, for a_x and θ_x respectively. For the vector control, the coefficients for the trapezoidal back-EMF are used, but the machine model employs the real back-EMF waveform. This causes a difference in dq_x currents, but with minimal influence on electromagnetic torque, as seen in Sec. IV.

III. SLIDING MODE CONTROL

A block diagram of the complete drive system is shown in Fig. 7, where there are three controllers: the stator current controllers, C_{d_x} and C_{q_x} , for direct and quadrature controllers; and the rotor speed controller, C_{ω} . As the time constant of mechanical system is far greater than the time constant of electrical system, rotor speed control loop are weakly coupled to current control loops, which are strongly coupled to one



Fig. 5. Coefficient a_x for the measured back-EMF of the real machine and for an ideal trapezoidal back-EMF.



Fig. 6. Coefficient θ_x for the measured back-EMF of the real machine and for an ideal trapezoidal back-EMF.

another. Thus, it is possible to make separate analysis for the controllers of speed loop (C_{ω}) and for current loops (C_{d_x}) and $C_{q_{x}}$) [5].

The current controllers are first order sliding mode controllers, as in [6], so their sliding mode variables are:

$$\sigma_{d_x} = i^*_{d_x} - i_{d_x}$$

$$\sigma_{q_x} = i^*_{q_x} - i_{q_x}$$
(13)

where

 $i_{d_x}^*$: stator line direct axis current reference, $i_{q_x}^*$: stator line quadrature axis current reference,

 $i_{d_x}^{q_x}$: stator line current for direct axis, and

 i_{q_x} : for quadrature axis.

And the stator current controller is:

$$C_{d_x}: \quad v_{d_x} = \tanh k_I \cdot \sigma_{d_x} C_{q_x}: \quad v_{q_x} = \tanh k_I \cdot \sigma_{q_x}$$
(14)

The reachability and the sliding mode conditions of the current controller for the first order sliding mode controller (14) are both shown in [6].

A. Rotor Speed Sliding Mode Controller

The used sliding variable for the speed control loop is [7]:

$$\sigma = \int \left(\lambda(\epsilon) + \frac{d}{dt}\right)^{r-1} \epsilon \, dt \tag{15}$$



Fig. 7. System complete control block diagram ($K_T = 2n_{pp}\Phi_M$, C_{ω} : rotor speed controller, C_{d_x} : stator direct current controller, C_{q_x} : stator quadrature current controller).

where:

 $\epsilon = x^* - x;$

r: is the degree of sliding surface;

x: vector of state variables;

 x^* : references for state variables;

The sliding surface is defined as $\sigma = 0$ and one must note that it differs from the commonly generic sliding variable shown in [8].

Due to the use of the integral operator, λ must be a function of $x^* - x$. For this application, it is considered a sliding surface of order 2 (r = 2). The function λ must be chosen according to the application in order to satisfy the reachability and attractability criteria. Therefore, the speed loop controller is a sliding mode of order 2, and its sliding surface is:

$$\sigma_{\omega} = \int \lambda(\epsilon_{\omega})\epsilon_{\omega}dt + \epsilon_{\omega} = 0 \tag{16}$$

where:

 σ_{ω} : sliding variable for rotor speed control loop $(C_{\omega});$

 $\epsilon_{\omega} = \omega^* - \omega$: shaft speed error; ω^* : rotor speed reference;

 ω : measured rotor speed.

The dynamic mechanical load equation is:

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = -\frac{B}{J}\omega - \frac{1}{J}T_L + \frac{1}{J}T_{EL}$$
(17)

where:

- *B*: equivalent frictional coefficient, composed by rotor shaft bearings and load frictional losses;
- *J*: combined inertia momentum of machine rotor and load;

 T_L : load torque;

B. System convergence

A general non-linear system can be written as:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)U$$

$$y = h(x)$$
(18)

where:

U: system input;

f, g, h: linear or non-linear functions, characterizing

the system;

y: system output.

The system input function U can be written as a sum of a continuous function and a switching function:

$$U = U_{eq} + U_c \tag{19}$$

where:

- U_{eq} : is a continuous function and is referred as "equivalent control", representing the operation point where the sliding regime occurs [9];
- U_c : is the switching control, representing the variable structure of the system, responsible to the attractiveness of the system to the sliding regime.

A well accepted method to prove the convergence of that system to the operation point is by the definition of an energy Lyapunov function and giving the conditions to be satisfied, the final inequality is [7]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x}g(x) < 0 \text{ for } \sigma \neq 0$$
 (20)

The use of a sigmoidal function does not alter the inequality (20) as well.

In order to prove the sliding mode of the system, the equivalent control must conform to systems limits and in order to prove the reachability condition, so (20) must be satisfied. Using (17), the equivalent control of the system input (T_{EL}) is:

$$T_{EL_{eq}} = B\omega + T_L \tag{21}$$

Considering the bounding limits of operation, in the maximum desired speed, maximum machine electromagnetic torque must equals the product of maximum speed and shaft friction coefficient plus maximum load torque.

In order to prove that the system stays in the adopted sliding surface, considering g(x) = 1/J in (16), (20) leads to:

$$\frac{\lambda(\epsilon_{\omega})\epsilon_{\omega}}{\dot{\omega}} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{\lambda(\epsilon_{\omega})\epsilon_{\omega}}{\dot{\omega}} < 1 \Rightarrow$$
(22)

$$\lambda(\epsilon_{\omega}) < \frac{\dot{\omega}}{\epsilon_{\omega}} \tag{23}$$

Using: $\dot{\omega} = -\frac{B}{J}\omega - \frac{1}{J}T_L + \frac{1}{J}T_{EL} = \frac{B}{J}\epsilon_\omega - \frac{1}{J}T_L - \frac{B}{J}\omega^* + \frac{1}{J}T_{EL}$ and considering limit operational values for T_L

 $\frac{B}{J}\omega^* + \frac{1}{J}T_{EL}$ and considering limit operational values for T_L and i, which gives maximum allowed T_{EL} :

$$\lambda(\epsilon_{\omega}) < \frac{B}{J} + \frac{\frac{1}{J}(T_{EL} - T_L)}{\epsilon_{\omega}} - \frac{\frac{B}{J}\omega^*}{\epsilon_{\omega}}$$
(24)

That results in a hyperbole depending on ω^* . When $\epsilon_{\omega} < 0$, $T_{EL} < 0$ and considering T_{EL} the preponderant factor of the equation, then the hyperbole is always positive. So $\lambda(\epsilon_{\omega})$ must be inscribed in that hyperbole in order to satisfy the reachability condition (Fig.8).



Fig. 8. Hyperbole delimiting reachability condition.

IV. RESULTS

The used machine and its load has the parameters shown in Table I. The load torque (T_L) is 2.2Nm for this machine.

Simulation results are shown in Figs. 9 to 10. In the figures, the load torque is varied abruptly from 0 to its maximum

TABLE I. BLDC MOTOR AND MECHANICAL LOAD PARAMETERS USED IN SIMULATIONS.

| Motor | Load |
|----------------------------------|--|
| $R_s = 2.3\Omega$ | $J = 4.2 \cdot 10^{-3} \text{kg} \text{ m}^2$ |
| $(L_s - M_s) = 12.5 \mathrm{mH}$ | $B = 3.032 \cdot 10^{-3} \mathrm{kg} \mathrm{m}^2 / \mathrm{s}$ |
| $n_{pp} = 3$ | |
| $\Phi_m = 0.12 \text{Wb}$ | |

value (2.2Nm) and to its maximum in the opposite direction (-2.2Nm). Fig. 9 shows the machine accelerating and reaching 1000rpm of rotor speed. The details of machine speed is shown in Fig. 10, where it decreases when torque load increases and *vice-versa*.

Fig. 11 shows details of electromagnetic torque and its reference for the quadrature current component. It can be seen that produced torque is almost free of ripple, even considering a different back-EMF waveform, as the coefficients a_x and θ_x where evaluated using a pure trapezoidal waveform, which is different from that of the machine under test.



Fig. 9. Machine operation at 1000rpm, with control using a_x and θ_x coefficients evaluated for an ideal trapezoidal back-EMF waveform but applied in a real back-EMF machine used.



Fig. 10. Machine operation at 1000rpm, detail of speed during load torque transients.

Fig. 12 shows the machine accelerating from 1000rpm and reaching 2000rpm. During this interval, load torque is



Fig. 11. Machine operation at 1000rpm, detail of reference torque chattering.

applied against machine motion (positive value) and favoring its motion (negative value). Those load torque changes causes some transients in machine speed. After machine achieves its set point speed, it occurs a little overshoot due to load torque favoring its motion (Fig. 13). In t = 0.35s, load torque is released, so machine speed falls but integrative action of the controller put it back to its set point. In t = 0.4s, a load torque against its motion is applied, so machine speed falls again, but due to integrative action, it reaches its set point after 50ms. When this load is released, machine accelerates but it is back to its set point again.

V. CONCLUSIONS

Considering the results, the ripple in speed is practically nonexistent due to almost absence of torque ripple, even considering an ideal trapezoidal back-EMF for the controller and a real back-EMF (distorted trapezoidal waveform) for the machine. As the back-EMF waveform of the machine has minor variation in its normal region of operation, the control presents a good performance.

This work combines a sliding surface and non-sinusoidal vector-based model in order to minimize electromagnetic torque ripple and eliminate the steady state error of the system which is introduced by the use of analog functions as switching functions, instead of the signal function. The use of an analog function, as the hyperbolic tangent function, can reduce significantly system chattering, but it is not properly a sliding mode control and causes non-zero steady state error, as pointed out by the literature. The anti-windup effect achieved by the proposed surface is similar to the conventional method called conditional integration, but with the difference that the integrative portion is gradually activated as the error decreases, so the integrator is active even for large error values. This is a good feature once the conventional method can fail if the error does not fall into a range.

The combination of the vector-based model plus the sliding mode control shows excellent results for the control of machine rotor speed, i. e., fast speed response, no steady state error, minimum rotor speed overshoot, low torque ripple and no chattering.



Fig. 12. Machine operation at 2000rpm, with control using a_x and θ_x coefficients evaluated for an ideal trapezoidal back-EMF waveform but applied in a real back-EMF machine used.



Fig. 13. Machine operation at 2000rpm, detail of speed during load torque transients.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to acknowledge the grant #2006/04226-0, São Paulo Research Foundation (FAPESP).

REFERENCES

- T. J. E. Miller, Bushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives. Oxford: Claredon Press, 1993.
- [2] S. A. Nasar, I. Boldea, and L. E. Unnewehr, *Permanent magnet, relu*tance, and self synchronous motors. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [3] J. Holtz and L. Springob, "Identification and compensation of torque ripple in high precision permanent magnet motor drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 43, no. 2, 1996.
- [4] J. R. B. A. Monteiro, A. A. Oliveira, M. L. Aguiar, and E. R. Sanagiotti, "Electromagnetic torque ripple and copper losses reduction in permanent magnet synchronous machines," *European Transactions on Electrical Power*, vol. 22, no. 5, pp. 627–644, June 2012, doi: 10.1002/etep.594.
- [5] B. M. Patre, V. M. Panchade, and R. M. Nagarale, *Sliding Mode Control*. InTech, 2011, ch. Sliding Mode Control of DC Drives, available from: http://www.intechopen.com/books/sliding-mode-control/sliding-mode-control-of-dc-drives.

- [6] C. M. R. Oliveira, J. R. B. A. Monteiro, and M. L. Aguiar, "Sliding mode control of brushless dc motor speed with chattering reduction," in *Proceedings of the 2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. Búzios, Brazil: IEEE, June 2015, pp. 590–595.
- [7] J. R. B. A. Monteiro, C. M. R. Oliveira, T. E. P. Almeida, and M. J. Cezare, "Pseudo sliding mode control with integrative action applied to brushless dc motor speed control," in 2015 IEEE 13th Brazilian Power Electronics Conference and 1st Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC), Nov 2015, pp. 1–6.
- [8] J. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991.
- [9] M. Mahmoudi, N. Madani, M. Benkhoris, and F. Boudjema, "Cascade sliding mode control of a field oriented induction machine drive," *The European Physical Journal Applied Physics*, vol. 7, pp. 217–225, 1999.