

Universidade de São Paulo  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de  
Ribeirão Preto  
Departamento de Economia  
Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia  
Aplicada

MARCOS HITOSHI ENDO

Orientador: Fábio Augusto Reis Gomes

Ribeirão Preto

2015

Prof. Dr. Marco Antonio Zago  
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Dante Pinheiro Martinelli  
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão  
Preto

Prof. Dr. Renato Leite Marcondes  
Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Cláudio Ribeiro de Lucinda  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia - Área: Economia  
Aplicada

MARCOS HITOSHI ENDO

Modelo Estrutural do Consumo e Instabilidade de Parâmetros

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia Aplicada da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Ciências. Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP.

Orientador: Fábio Augusto Reis Gomes

Ribeirão Preto

2015

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

---

Endo, Marcos Hitoshi  
Modelo Estrutural do Consumo e Instabilidade de Parâmetros/ Universidade de São Paulo  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto  
Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia Aplicada; Orientador: Fábio Augusto Reis Gomes  
Ribeirão Preto, 2015- 45 p. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2015.

1. Consumo. 2. Teoria da Renda Permanente. 3. Quebras Estruturais. I. Orientador: prof. Dr. Fabio Augusto Reis Gosmes. II. Universidade De São Paulo - Campus Ribeirão Preto. III. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. IV. Modelo Estrutural do Consumo e Instabilidade de Parâmetros.

---

Nome: Marcos Hitoshi Endo

Título: Modelo Estrutural do Consumo e Instabilidade de Parâmetros

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia Aplicada da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Ciências. Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP.

Aprovada em:

Banca Examinadora

---

**Prof. Dr. Fábio Augusto Reis  
Gomes (Orientador)**  
FEA-RP/USP

---

**Prof. Dr. Carlos César Santejo Saiani**  
Universidade Federal de Uberlândia

---

**Prof. Dr. Cleomar Gomes da Silva**  
Universidade Federal de Uberlândia

---

**Prof. Dr. Marcio Poletti Laurini**  
FEA-RP/USP

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha família por todo o apoio ao longo do período de mestrado e aos amigos que fiz nesse período, que tornaram as (muitas) horas de estudo mais agradáveis.

Ao professor Fábio Augusto Reis Gomes, pela excelente orientação e valiosas dicas. Também agradeço aos professores Alex Luiz Ferreira e Marcio Poletti Laurini, que estiveram presentes na minha qualificação e pré-defesa e sempre contrubuíram com comentários relevantes para a melhoria deste trabalho.

A todos os professores pelas aulas que tive ao longo do mestrado e que são os responsáveis pelo conhecimento que agreguei ao longo desses dois anos de mestrado. Especialmente aos professores Luciano Nakabashi, Alex Luiz Ferreira, Sérgio Sakurai e Rudinei Toneto Junior, com quem trabalhei no CEPER.

## Resumo

ENDO, M. H. **Modelo Estrutural do Consumo e Instabilidade de Parâmetros.** 2015. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2015.

De acordo com o trabalho de Brady (2008), mudanças estruturais na economia norte-americana que permitiram um aumento do crédito ao consumidor teriam tornado a suavização do consumo uma realidade. No entanto, ele estima um modelo de consumo levando em conta quebras estruturais encontradas nas séries do crescimento das variáveis, o que não implica, necessariamente, que essas quebras também estão presentes no modelo de consumo. Neste trabalho, utilizamos uma metodologia que permite a presença de regressores endógenos na equação de teste e procuramos as quebras diretamente no modelo de consumo. Os resultados indicam que o procedimento adotado por Brady (2008) não é adequado para determinar as datas das quebras do modelo de consumo.

**Palavras-chaves:** Crédito, Consumo, Teoria da Renda-Permanente, Quebras Estruturais

# Abstract

ENDO, M. H. **Consumption's Structural Model and Parameter Instability.** 2015. Dissertation (Master Degree) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2015.

According to Brady (2008), structural changes in the American economy that allowed an expansion of the consumer credit would have made consumption smoothing a reality. However, he estimates a model of consumption based on structural breaks found in the consumption and credit growth rates, which doesn't imply, necessarily, that those breaks are also present in the consumption's model. In this work, we use a methodology that is able to find multiple breaks when the regressors are endogenous and search the breaks directly in the consumption's model. Our results indicate that imposing the breaks as Brady (2008) did is not adequate to determine the break dates in the consumption's model.

**Key-words:** Credit, Consumption, Permanent Income Hypotesis, Structural Breaks



## Lista de ilustrações

Figura 1 – Razão entre Crédito ao Consumidor e Renda Disponível (%) . . . . .	14
Figura 2 – Séries Utilizadas . . . . .	30
Figura 3 – Quebras nas Séries . . . . .	36



## Lista de tabelas

Tabela 1 – Consumo de Não-Duráveis e Serviços . . . . .	32
Tabela 2 – Consumo de Não-Duráveis . . . . .	33
Tabela 3 – Quebras nas Séries . . . . .	35
Tabela 4 – Resumo das Quebras nas Séries . . . . .	36
Tabela 5 – Quebras na Forma Reduzida - Não-Duráveis e Serviços . . . . .	37
Tabela 6 – Quebras Não-Comuns - Não-Duráveis e Serviços . . . . .	38
Tabela 7 – Quebras Comuns - Não-Duráveis e Serviços . . . . .	39
Tabela 8 – Reestimação da Quebra no Período Nov/80-Jun/93 . . . . .	39
Tabela 9 – Resumo das Quebras - Não-Duráveis e Serviços . . . . .	39
Tabela 10 – Coeficientes Estimados - Não-Duráveis e Serviços . . . . .	40
Tabela 11 – Quebras na Forma Reduzida - Não-Duráveis . . . . .	41
Tabela 12 – Quebras Não-Comuns - Não-Duráveis . . . . .	41
Tabela 13 – Quebras Comuns - Não-Duráveis . . . . .	41
Tabela 14 – Resumo das Quebras - Não-Duráveis . . . . .	42
Tabela 15 – Coeficientes Estimados - Não-Duráveis . . . . .	42



# Sumário

	<b>Sumário</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1</b>	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Revisão da Literatura</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>Metodologia e Dados</b> . . . . .	<b>18</b>
3.1	Metodologia de Bai e Perron (1998) . . . . .	19
3.1.1	Teste de Nenhuma Quebra contra Algum Número Fixo de Quebras . . . . .	20
3.1.2	Testes de $m$ Quebras Contra $m + 1$ Quebras . . . . .	21
3.2	Metodologia de Hall, Han e Boldea (2012) . . . . .	21
3.2.1	Forma Reduzida Estável . . . . .	22
3.2.2	Inferência - Forma Reduzida Estável . . . . .	23
3.2.3	Forma Reduzida Instável . . . . .	25
3.3	Dados . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Resultados</b> . . . . .	<b>29</b>
4.1	Os Resultados de Brady e o Conjunto de Instrumentos . . . . .	30
4.2	Estimação das Quebras no Crescimento das Variáveis . . . . .	34
4.3	Estimação das Quebras por MQ2E . . . . .	36
4.3.1	Consumo de Não-Duráveis e Serviços . . . . .	37
4.3.2	Consumo de Não-Duráveis . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b> . . . . .	<b>42</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>44</b>



# 1 Introdução

De acordo com o trabalho de Brady (2008), mudanças estruturais no crédito ao consumidor norte-americano teriam tornado a suavização do consumo uma realidade. Apenas para ilustrar, a razão entre o crédito total das famílias e a renda disponível praticamente dobrou entre o final dos anos 50 e dos anos 2000 (ver figura 1). Como uma explicação para a falha da Teoria da Renda Permanente (TRP) é a restrição ao crédito<sup>1</sup>, essa expansão ao longo da segunda metade do século passado nos Estados Unidos teria permitido que as famílias suavizassem seu consumo, conforme previsto pela teoria descrita por Hall (1978)<sup>2</sup>.

A relevância do crédito para explicar o consumo foi testada por Bacchetta e Gerlach (1997) utilizando uma base de dados com diversos países e uma especificação que permitia que o excesso de sensibilidade à renda variasse ao longo do tempo. Além da renda e da taxa de juros, os autores incluíram variáveis medindo o grau de restrição ao crédito no modelo e encontraram que o crédito agregado tem impacto significativo sobre o consumo em todos os países considerados e, nos Estados Unidos, o excesso de sensibilidade estaria diminuindo. Também utilizando uma especificação semelhante a de Bacchetta e Gerlach (1997), Ludvigson (1999) mostrou que o crédito é relevante para explicar o consumo, assim como a renda corrente.

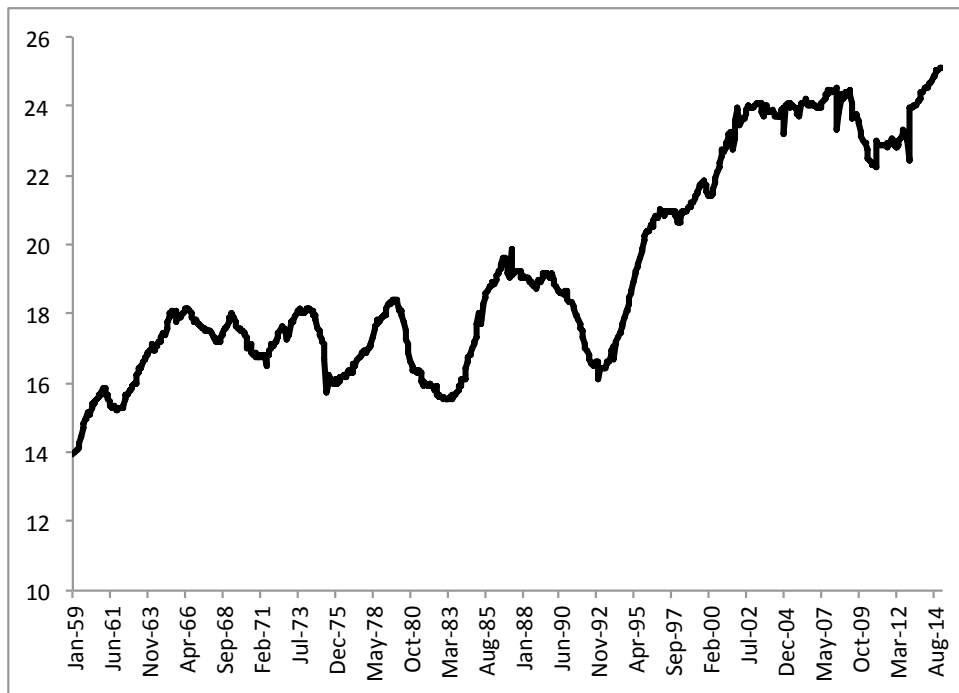
Já Brady (2008) utilizou o mesmo modelo de Ludvigson (1999) e seus resultados indicaram que a renda corrente deixou de ser relevante para explicar o consumo. Para isso, ele realizou testes de quebras estruturais no crescimento das séries de consumo e crédito e, com base nas datas encontradas, dividiu a amostra em subamostras, que foram utilizadas para estimar a equação do consumo, encontrando que nas subamostras correspondentes a períodos mais recentes, a renda corrente parece ter perdido importância para explicar o consumo enquanto o crédito parece ter ganhado relevância.

---

<sup>1</sup> Ver, por exemplo, Gross e Souleles (2001) e Zeldes (1989).

<sup>2</sup> A partir desse estudo, a teoria da renda permanente foi amplamente testada na literatura e as evidências sempre apontaram na direção de que as famílias não eram capazes de suavizar seu consumo, como apontam os trabalhos de Flavin (1981), Campbell e Mankiw (1989), Carroll e Summers (1991), entre outros.

Figura 1 – Razão entre Crédito ao Consumidor e Renda Disponível (%)



Contudo, as datas das quebras encontradas por Brady (2008) são baseadas em quebras estruturais nas séries do crescimento das variáveis, o que não implica, necessariamente, que essas quebras também estão presentes na equação do consumo, conforme assume o autor. Além disso, as conclusões acerca da suavização do consumo são feitas sem a aplicação de nenhum teste sobre os parâmetros estimados. Para resolver esses problemas, propomos a utilização dos testes de quebra estrutural de Hall, Han e Boldea (2012), que permitem a presença de regressores endógenos.

Neste trabalho comparamos as quebras encontradas no crescimento das séries com as quebras encontradas na mesma equação estimada por Brady (2008) utilizando o consumo de não-duráveis e serviços e o consumo de não-duráveis. As estimações realizadas mostram que as datas das quebras encontradas na equação do consumo não coincidem com as encontradas pelos testes na taxa de crescimento das séries. Nas séries das taxas de crescimento, encontramos quatro quebras na série de crescimento do crédito, uma na série de crescimento do consumo de não-duráveis e serviços e nenhuma na série do crescimento do consumo de não-duráveis. Todas as quebras encontradas são distintas das encontradas na equação do consumo, tanto de não-duráveis e serviços quanto na de não-duráveis. Esses resultados indicam que a imposição das quebras como feito por Brady (2008) não é



adequada.

O restante do trabalho está organizado da seguinte maneira. Na seção 2 é apresentada uma revisão da literatura do consumo. Na seção 3 é exposta a metodologia utilizada. Os resultados são mostrados na seção 4 e a seção 5 conclui.

## 2 Revisão da Literatura

A teoria do consumidor moderna tem como base o trabalho de Hall (1978), que considera que o comportamento do consumidor pode ser modelado por meio de agentes auto-interessados que confrontam-se com uma restrição orçamentária intertemporal e maximizam sua utilidade ao longo do tempo. Dessa forma, os agentes enfrentariam o seguinte problema:

$$E_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (1 + \rho)^{-\tau} u(C_{t+\tau}) \quad s.a. \quad \sum_{\tau=0}^{\infty} (1 + r_{t+\tau})^{-\tau} (C_{t+\tau} - Y_{t+\tau}) = A_t \quad (1)$$

em que  $E_t$  é o operador esperança baseado na informação disponível no período  $t$ ,  $\rho$  é a taxa de desconto intertemporal,  $r$  é a taxa de juros,  $u(\cdot)$  é a utilidade instantânea,  $C_t$  é o consumo,  $Y_t$  é a renda e  $A_t$  são os ativos excluindo capital humano. Considerando que os consumidores enfrentam o problema descrito em (1), seu comportamento ótimo é o de suavização do consumo, ou seja, os agentes tentam evitar que seu nível de consumo se altere bruscamente entre um período e outro antecipando ou postergando seu consumo. Para ver porque esse é o comportamento ótimo, considere a equação de Euler derivada de (1):

$$u'(C_t) = \beta E_t [u'(C_{t+1})(1 + r_{t+1})] \quad (2)$$

em que  $\beta$  é o fator de desconto<sup>3</sup>. A equação (2) diz que variações na utilidade marginal não são desejadas, portanto, a melhor coisa que o consumidor pode fazer é suavizar seu consumo. Suponha agora que a função utilidade seja do tipo CRRA (aversão relativa ao

---

<sup>3</sup> O fator de desconto se relaciona com a taxa de desconto intertemporal através da seguinte relação:  
 $\beta = \frac{1}{1+\rho}$ .

risco constante), então (2) tem a seguinte forma:

$$\beta E_t \left[ \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} (1 + r_{t+1}) \right] = 1 \quad (3)$$

em que  $\sigma$  é o coeficiente de aversão ao risco. Para estimar a equação de Euler (3), podemos assumir a hipótese de log-linearidade do consumo e do retorno, obtendo:

$$\Delta c_t = \alpha + \frac{1}{\sigma} E_{t-1} r_t + \epsilon_t \quad (4)$$

em que  $c_t = \ln(C_t)$  e  $\Delta c_t$  é o crescimento do consumo entre os períodos  $t$  e  $t - 1$ ,  $E_{t-1} r_t$  é a taxa de juros real esperada entre  $t$  e  $t - 1$ ,  $\epsilon_t$  é um termo de erro e  $\alpha$  é uma função de  $\beta$  e  $\sigma$ . A equação (4) implica que apenas a taxa de juros real deveria afetar a taxa de crescimento do consumo. Esse modelo foi estimado por Hall (1978), Hansen e Singleton (1983) e Mankiw (1981) e todos concluíram que ele não era capaz de descrever bem o comportamento dos consumidores. Então, Campbell e Mankiw (1989) modelaram o consumo agregado considerando dois tipos de agentes: uma parcela  $\lambda$  consome sua renda corrente e a outra parcela  $1 - \lambda$  segue a TRP. Dessa forma, o consumo agregado seria dado pelo seguinte modelo:

$$\Delta c_t = \lambda E_{t-1} \Delta y + (1 - \lambda) \left[ \alpha + \frac{1}{\sigma} E_{t-1} r_t + \epsilon_t \right] \quad (5)$$

em que  $y_t = \ln(Y_t)$  e  $\Delta E_{t-1} y$  é o crescimento da renda esperado entre  $t$  e  $t - 1$ . Se  $\lambda = 0$ , a equação acima se reduz à hipótese da renda permanente, enquanto que se  $\lambda = 1$ , o consumo seria igual ao consumo corrente. Campbell e Mankiw (1989) estimam o valor de  $\lambda$  e concluem que aproximadamente 50% da renda é recebida por cada tipo de consumidor. Isso significa que eles não encontram evidência de que o consumo segue um passeio aleatório, já que o comportamento do consumo é melhor explicado quando parte da população consome sua renda corrente. No entanto, a Teoria da Renda Permanente ainda é importante para explicar o consumo, já que uma fração da população parece suavizar seu consumo. Além disso, esse modelo explica 3 fatos estilizados: (1) Mudanças na renda esperada estão associadas com mudanças no consumo, (2) Taxa de juros esperada não está associada com alterações no consumo, (3) Períodos em que o consumo é alto em relação à renda são tipicamente seguidos por aumento da renda (CAMPBELL; MANKIWI, 1989).

Como não foi possível rejeitar a hipótese de que  $\lambda$  seja zero na equação (5), ou seja, não foi possível encontrar evidências a favor da TRP a partir desse modelo, tornou-se importante entender o motivo da falha da teoria. Uma possível explicação seria a impossibilidade dos agentes anteciparem seu consumo no mercado de crédito. Seguindo essa linha, Zeldes (1989) testa se a rejeição da Teoria da Renda Permanente ocorre devido à restrição de crédito. O autor testa a Hipótese da Renda Permanente contra a hipótese alternativa de que consumidores maximizam sua utilidade restritos a uma seqüência bem especificada de restrições ao crédito utilizando dados do *Panel Study of Income Dynamics* e encontra resultados que, geralmente, apontam para a importância da restrição ao crédito. Também buscando encontrar evidências da importância da restrição ao crédito no comportamento dos consumidores, Gross e Souleles (2001) utilizaram dados de contas de cartão de crédito para analisar como as pessoas respondiam à mudanças na oferta de crédito, e encontraram evidências de que a restrição de crédito pode explicar a falha da teoria.

Como existem evidências a favor da restrição ao crédito, Bacchetta e Gerlach (1997) adicionaram indicadores de crédito em (5) e assumiram que  $\lambda$  poderia variar, pois as condições do mercado de crédito poderiam fazer com que a proporção de pessoas restritas ao crédito variasse no tempo. Utilizando uma base com diversos países, por meio do Filtro de Kalman, o autor mostrou que  $\lambda$  varia bastante ao longo do tempo e, nos Estados Unidos, existe uma tendência clara de queda.

Também incluindo o crédito no modelo, Ludvigson (1999) modelou o comportamento ótimo do consumo de indivíduos que encontram restrições de liquidez que variam estocasticamente com sua renda e estimou a seguinte equação:

$$\Delta c_t = \mu + \lambda E_{t-1} \Delta y_t + \pi E_{t-1} r_t + \gamma E_{t-1} \Delta d_t + \epsilon_t \quad (6)$$

em que  $y$  é a renda,  $r$  é a taxa de juros real,  $d$  é o crescimento do crédito,  $E$  é operador esperança e  $\epsilon$  é o termo de erro, que é ortogonal às covariadas em  $t - 1$  e demais defasagens. Utilizando dados trimestrais da economia norte-americana, a autora estimou a equação (6) utilizando como instrumentos as defasagens do crescimento do consumo, renda, crédito

e taxa de juros, além de um termo de correção de erro dado pela diferença do log do consumo e renda<sup>4</sup>. Ela encontrou evidências de que movimentos previsíveis do crédito ao consumidor (e independentes do crescimento da renda) influenciam significativamente o consumo, além de correlacionar com o crescimento da renda previsível.

Também utilizando a equação (6), Brady (2008) mostrou que em períodos mais recentes a renda perdeu importância para explicar o comportamento do consumo, favorecendo a hipótese da renda permanente. O autor realizou testes de quebras estruturais no crescimento das séries de consumo e crédito e, com base nas datas encontradas, dividiu a amostra em subamostras, que foram utilizadas para estimar (6) e obter um vetor de parâmetros para cada subamostra. Para isso, ele utilizou dados mensais e o estimador de Mínimos Quadrados em Dois Estágios<sup>5</sup> e encontrou que, nos períodos mais recentes, a renda passou a ser estatisticamente não-significante para explicar o crescimento do consumo enquanto o crescimento do crédito parece ter se tornado significativo. Portanto, o comportamento do consumo parece ter se tornado mais parecido com aquele previsto por Hall (1988).

### 3 Metodologia e Dados

Nesta seção, apresentamos as metodologias que utilizamos para encontrar as datas de quebra. Descrevemos na seção 3.1 a metodologia desenvolvida por Bai e Perron (1998) que é utilizada para encontrar as quebras na taxa de crescimento do consumo, crédito e renda e, na seção 3.2, a metodologia que é utilizada para verificar a existência de quebras diretamente nos parâmetros da equação do consumo.

---

<sup>4</sup> Mais especificamente, Ludvigson (1999) utilizou cinco conjuntos de instrumentos, quatro incluem a segunda, terceira e quarta defasagens das variáveis incluídas no modelo e um dos conjuntos utilizou da segunda até a quinta defasagens. Com relação ao termo de correção de erro, foi utilizado sempre a segunda defasagem.

<sup>5</sup> O autor também utilizou como instrumentos a segunda a quarta defasagens do crescimento do consumo, renda, crédito e taxa de juros, além do termo de correção de erro.

### 3.1 Metodologia de Bai e Perron (1998)

Considere um modelo linear com múltiplas quebras como o seguinte:

$$y_t = x_t' \beta^0 + z_t' \delta_j^0 + u_t \quad (t = T_{j-1} + 1, \dots, T_j), \quad (7)$$

em que  $j = 1, \dots, m + 1$ ,  $T_0^0 = 0$  e  $T_{m+1}^0 = T$ . Nesse modelo,  $y_t$  é a variável dependente,  $x_t$  e  $z_t$  são dois vetores de covariadas com dimensão  $(p \times 1)$  e  $(q \times 1)$ , respectivamente e  $\beta^0$  e  $\delta_j^0$  ( $j = 1, \dots, m + 1$ ) são os vetores de coeficientes;  $u_t$  é o termo de erro. Os índices  $(T_1^0, \dots, T_m^0)$ , que são os pontos de quebra, são tratados explicitamente como desconhecidos e o objetivo é estimar os vetores de coeficientes junto com os pontos de quebra utilizando as  $T$  observações de  $(y_t, x_t, z_t)$ . Note que  $\beta^0$  é estável e apenas  $\delta_j^0$  sofre mudanças nas quebras.

O sistema de regressão linear multipla (7) pode ser escrito em forma matricial:

$$Y = X\beta^0 + \bar{Z}^0\delta^0 + U, \quad (8)$$

em que  $Y = (y_1, \dots, y_T)'$ ,  $X = (x_1, \dots, x_T)'$  e  $\bar{Z}^0$  é uma matriz diagonal com partições  $Z^0$  em cada uma das  $m$ -partições  $(T_1^0, \dots, T_m^0)$ , isto é,  $\bar{Z}^0 = \text{diag}(Z_1^0, \dots, Z_m^0)$  com  $Z_i^0 = (z_{T_{i-1}^0+1}, \dots, z_{T_i^0})$ .

O método de estimação que Bai e Perron (1998) consideram é baseado no princípio de mínimos quadrados. Para cada uma das  $m$  partições  $(T_1, \dots, T_m)$ , denotadas por  $\{T_j\}$ , as estimativas de mínimos quadrados de  $\beta^0$  e  $\delta_j^0$  são obtidas minimizando a soma dos quadrados dos resíduos  $\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{t=T_{i-1}+1}^{T_i} [y_t - x_t' \beta - z_t' \delta_j]^2$ . Sejam  $\hat{\beta}(\{T_j\})$  e  $\hat{\delta}(\{T_j\})$  as estimativas obtidas. Substituindo-as na função objetivo e denotando a soma dos quadrados dos resíduos resultate como  $S_T(T_1, \dots, T_m)$ , as estimativas dos pontos de quebra  $(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_m)$  são tais que

$$(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_m) = \underset{T_1, \dots, T_m}{\text{argmin}} S_T(T_1, \dots, T_m), \quad (9)$$

em que a minimização é feita sobre todas as partições  $(T_1, \dots, T_m)$  tais que  $T_i - T_{i-1} \geq 1$ . Por fim, os parâmetros da regressão são as estimativas de mínimos quadrados obtidos nas  $m$  partições  $\{\hat{T}_j\}$ , isto é,  $\hat{\beta} = \hat{\beta}(\{\hat{T}_j\})$  e  $\hat{\delta} = \hat{\delta}(\{\hat{T}_j\})$ . Para detalhes sobre a consistência e distribuição assintótica dos estimadores, ver Bai e Perron (1998).

Para testar a existência de quebras, Bai e Perron (1998) consideram testes do tipo Sup-F. Na prática, os testes utilizados são os de nenhuma quebra contra a hipótese de que há algum número fixo de quebras e os testes que testam se existem  $m + 1$  dado que existem  $m$ . Esses testes são detalhados a seguir.

### 3.1.1 Teste de Nenhuma Quebra contra Algum Número Fixo de Quebras

Considere o teste Sup-F de nenhuma quebra ( $m = 0$ ) contra a alternativa de que há  $m = k$  quebras. Sejam  $(T_1, \dots, T_k)$  as partições tais que  $T_i = [T\lambda_i]$ , ( $i = 1, \dots, k$ ). Defina

$$F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; q) = \left( \frac{T - (k + 1)q - p}{kq} \right) \frac{\hat{\delta}' R' (R(\bar{Z}' M_X \bar{Z})^{-1} R \hat{\delta})}{SSR_k} \quad (10)$$

em que  $R$  é uma matriz tal que  $(R\hat{\delta})' = (\delta'_1 - \delta'_2, \dots, \delta'_k - \delta'_{k+1})$ ,  $M_X = I - X(X'X)^{-1}X'$  e  $SSR_k$  é a soma do quadrado dos resíduos sob a hipótese alternativa, que depende de  $(T_1, \dots, T_k)$ . As minimizações são feitas sobre partições que são assintoticamente grandes e o tamanho dessas partições é controlado por  $\epsilon$ , uma constante não-negativa. Assim, defina:

$$\Lambda_\epsilon = \{(\lambda_1, \dots, \lambda_k) : |\lambda_{i+1} - \lambda_i| \geq \epsilon, \lambda_1 \geq \epsilon, \lambda_k \leq 1 - \epsilon\}. \quad (11)$$

Por fim, a estatística Sup-F é definida por

$$Sup - F_T(k; q) = \sup_{\lambda_1, \dots, \lambda_k \in \Lambda_\epsilon} F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; q). \quad (12)$$

Dados alguns pressupostos, os valores críticos da variável aleatória  $Sup - F_T(k; q)$  são obtidos por simulação. Esses valores críticos podem ser encontrados em Bai e Perron (1998).

O teste descrito pela equação (10) é contruído de tal forma que erros autocorrelacionados não são suportados. Para incorporar esse tipo de erro, podemos modificar a estatística e escrevê-la como

$$F_T^*(\lambda_1, \dots, \lambda_k; q) = \left( \frac{T - (k + 1)q - p}{kq} \right) \hat{\delta}' R' (R(\hat{V}(\hat{\delta})R'))^{-1} R \hat{\delta} \quad (13)$$

em que  $\hat{V}(\hat{\delta})$  é uma estimativa da matriz de covariâncias de  $\hat{\delta}$  robusta à heteroscedasticidade e autocorrelação.

### 3.1.2 Testes de $m$ Quebras Contra $m + 1$ Quebras

Considere agora o teste da hipótese nula de  $m$  quebras contra a alternativa de  $m + 1$  quebras. Bai e Perron (1998) utilizam a seguinte estratégia para fazer esse teste. Para o modelo com  $m$  quebras, as datas de quebra estimadas,  $\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_m$ , são obtidas por meio da minimização global da soma dos quadrados dos resíduos. Então, a metodologia testa a presença de uma quebra adicional em cada um dos  $m + 1$  segmentos que foram obtidos usando as partições estimadas  $\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_m$ .

A estratégia de teste é, então, aplicar  $m + 1$  testes da hipótese nula contra a hipótese de uma única quebra, uma vez para cada uma das  $m + 1$  partições. Rejeita-se o modelo com  $m$  quebras se o menor valor da soma do quadrado dos resíduos calculado nessas  $m + 1$  partições é suficientemente menor que a soma do quadrado dos resíduos do modelo com  $m$  quebras. A quebra selecionada é aquela associada com esse mínimo. Mais precisamente, o teste é definido por

$$F(l + 1|l) = \left\{ S_T(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_l) - \min_{1 \leq i \leq l+1} \inf_{\tau \in \Lambda_{i,\eta}} S_T(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_{i-1}, \tau, \hat{T}_i, \dots, \hat{T}_l) \right\} / \hat{\sigma}^2, \quad (14)$$

em que  $\Lambda_{i,\eta} = \{\tau; \hat{T}_{i-1} + (\hat{T}_i - \hat{T}_{i-1})\eta \leq \tau \leq \hat{T}_i - (\hat{T}_i - \hat{T}_{i-1})\eta\}$  e  $\hat{\sigma}^2$  é uma estimativa consistente de  $\sigma^2$  sob a hipótese nula. As hipóteses envolvidas e os valores críticos da estatística acima podem ser encontrados em Bai e Perron (1998).

## 3.2 Metodologia de Hall, Han e Boldea (2012)

O teste desenvolvido por Hall, Han e Boldea (2012) que utilizaremos neste trabalho é uma extensão dos testes de quebras estruturais de Andrews (1993) e de Bai e Perron (1998). O teste de Hall, Han e Boldea (2012) é feito no contexto de Mínimos Quadrados em Dois Estágios (MQ2E) e é similar ao teste de Bai e Perron (1998), mas permite testar as quebras mesmo quando os regressores são endógenos. Já o teste de Andrews (1993) é feito no contexto do GMM e permite o tratamento de regressores endógenos, porém a metodologia testa apenas uma quebra e tem pouco poder para rejeitar a nula de que houve mudança nos parâmetros, conforme destacam Hall, Han e Boldea (2012)<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Uma versão anterior deste trabalho empregou o teste de Andrews (1993) e não encontrou quebras, resultado que ajuda a corroborar o resultado de Hall, Han e Boldea (2012)

A metodologia desenvolvida por Hall, Han e Boldea (2012) considera dois casos: (i) os parâmetros no primeiro estágio da regressão são constantes e (ii) os parâmetros no primeiro estágio estão sujeitos a saltos discretos dentro do período da amostra e as datas desses saltos são estimadas endogenamente.

### 3.2.1 Forma Reduzida Estável

Considere o caso em que a equação de interesse é linear e possui  $m$  quebras:

$$y_t = x_t' \beta_{x,i}^0 + z_{1,t}' \beta_{z_1,i}^0 + u_t, \quad i = 1, \dots, m+1, \quad t = T_{i-1}^0 + 1, \dots, T_i^0 \quad (15)$$

em que  $T_0^0 = 0$  e  $T_{m+1}^0 = T$ . Neste modelo,  $y_t$  é a variável dependente,  $x_t$  é um vetor  $p_1 \times 1$  de variáveis explicativas,  $z_{1,t}$  é um vetor  $p_2 \times 1$  de variáveis exógenas incluindo o intercepto e  $u_t$  é um erro de média zero. Além disso, defina  $p = p_1 + p_2$ . Como alguns regressores são endógenos, é possível que (15) seja parte de uma sistema de equações estruturais, então, Hall, Han e Boldea (2012) chama essa equação de “equação estrutural”.

Como é usual na literatura, os pontos de quebra devem ser assintoticamente distintos, ou seja,

$$T_i^0 = [T\lambda_i^0], \quad \text{em que } 0 < \lambda_1^0 < \dots < \lambda_m^0 < 1.^7 \quad (16)$$

Para implementar o teste, é necessário especificar a forma reduzida de  $x_t$ . Nesta subseção, consideramos que a forma reduzida é estável, ou seja,

$$x_t' = z_t' \Delta_0 + v_t' \quad (17)$$

em que  $z_t = (z_{t,1}, z_{t,2}, \dots, z_{t,q})$  é um vetor  $q \times 1$  de instrumentos que não é correlacionado nem com  $u_t$  nem com  $v_t$ ,  $\Delta_0 = \delta_{1,0}, \delta_{2,0}, \dots, \delta_{p_1,0}$  tem dimensão  $q \times p_1$  e cada  $\delta_{j,0}$ ,  $j = 1, \dots, p_1$ , tem dimensão  $q \times 1$ . Sob o pressuposto que  $E[u_t^2 | z_t] = \sigma^2$ , podemos estimar o estimador por MQ2E<sup>8</sup>.

<sup>7</sup> [...] denota a parte inteira do valor dentro dos colchetes

<sup>8</sup> Hall, Han e Boldea (2012) destacam que a homoscedasticidade condicional só é imposta em algumas partes da exposição.



O método de estimação proposto por Hall, Han e Boldea (2012) é o seguinte. No primeiro estágio, a forma reduzida de  $x_t$  é estimada por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) utilizando (17). Denote o valor predito de  $x_t$  por  $\hat{x}_t$ , isto é,

$$\hat{x}'_t = z'_t \hat{\Delta}_T = z'_t \left( \sum_{t=1}^T z_t z'_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^T z_t x'_t \quad (18)$$

No segundo estágio, estima-se a regressão

$$y_t = \hat{x}'_t \beta_{x,i}^* + z'_{1,t} \beta_{z_1,i}^* + \tilde{u}_t, \quad i = 1, \dots, m+1. \quad t = T_{i-1}^0 + 1, \dots, T_i^0 \quad (19)$$

por MQO para cada uma das  $m$  partições possíveis da amostra, denotadas por  $\{T_j\}_{j=1}^m$ . Seja  $\beta_i^{*'} = (\beta_{x,i}^{*'}, \beta_{z_1,i}^{*'})'$ , para cada uma das  $m$  partições, as estimativas de  $\beta^* = (\beta_1^{*'}, \beta_2^{*'}, \dots, \beta_{m+1}^{*'})'$  são obtidas minimizando a soma do quadrado dos resíduos

$$S_T(T_1, \dots, T_m; \beta) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{t=T_{i-1}+1}^{T_i} (y_t - \hat{x}'_t \beta_{x,i} - z'_{1,t} \beta_{z_1,i})^2 \quad (20)$$

com respeito a  $\beta = (\beta_1', \beta_2', \dots, \beta_{m+1}')'$ . Denote esses estimadores por  $\hat{\beta}(\{T_i\}_{i=1}^m)$ . As estimativas dos pontos de quebra  $(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_m)$  são definidas como

$$(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_m) = \underset{T_1, \dots, T_m}{\operatorname{argmin}} S_T(T_1, \dots, T_m; \hat{\beta}(\{T_i\}_{i=1}^m)) \quad (21)$$

em que a minimização é feita em cada uma das possíveis partições  $(T_1, \dots, T_m)$ . As estimativas de MQ2E dos parâmetros da regressão,  $\hat{\beta}^* = (\hat{\beta}_1^{*'}, \hat{\beta}_2^{*'}, \dots, \hat{\beta}_{m+1}^{*'})'$ , são as estimativas dos parâmetros da regressão associadas com a partição estimada,  $\{\hat{T}_i\}_{i=1}^m$ .

É interessante notar que o procedimento utilizado até aqui é similar ao descrito na subseção 3.1. A principal diferença é que, ao invés de estimar o modelo por MQO, utiliza-se MQ2E por causa da endogeneidade presente nas covariadas.

### 3.2.2 Inferência - Forma Reduzida Estável

Hall, Han e Boldea (2012) mostram que, satisfeitos alguns pressupostos<sup>9</sup> e se  $y_t$  é gerado por (15),  $x_t$  é gerado por (17) e  $\hat{x}_t$  é gerada por (18), então

$$\hat{\lambda}_j \xrightarrow{P} \lambda_j^0 \text{ para todo } j = 1, 2, \dots, m. \quad (22)$$

<sup>9</sup> ver Hall, Han e Boldea (2012).

Hall, Han e Boldea (2012) também mostram que as frações de quebra convergem mais rápido que os parâmetros e, portanto, sua aleatoriedade não contamina as distribuições limite dos estimadores dos parâmetros. Dessa forma, também condicional em alguns pressupostos<sup>10</sup>, tem-se:

$$T^{1/2}(\hat{\beta}(\{\hat{T}\}_{i=1}^m) - \beta^0) \implies N(0_{p(m+1) \times 1}, V_\beta) \quad (23)$$

em que  $\beta^0 = [\beta_1^{0'}, \beta_2^{0'}, \dots, \beta_{h+1}^{0'}]'$ ,  $\beta_i^0 = [\beta_{x,i}^{0'}, \beta_{z_1,i}^{0'}]$  e  $V_\beta$  é uma matriz de covariâncias constituída por  $p \times p$  blocos de dimensão  $(m+1) \times (m+1)$ <sup>11</sup>.

Para fazer os testes de hipótese, consideraremos os testes de nenhuma quebra contra a hipótese de que há algum número fixo quebras e os testes de  $m+1$  quebras dado que existem  $m$ . Os autores descrevem testes baseados na estatística  $F$  e na estatística de *Wald*. No entanto, descreveremos apenas os testes baseados na estatística  $F$ , pois foram os utilizados neste trabalho.

Seja  $(T_1, \dots, T_k)$  uma partição tal que  $T_i = [T\lambda_i]$ . Defina

$$F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; p) = \left( \frac{T - (k+1)p}{kp} \right) \frac{SSR_0 - SSR_k}{SSR_k} \quad (24)$$

em que  $SSR_0$  e  $SSR_k$  são a soma do quadrado dos resíduos baseados nos  $x_t$  estimados sob a hipótese nula e hipótese alternativa, respectivamente. Além disso, utilizando  $\Lambda_\epsilon$  definido em (11), a estatística de teste Sup-F é definida como

$$Sup - F_T(k; p) = \sup_{\lambda_1, \dots, \lambda_k \in \Lambda_\epsilon} F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; p) \quad (25)$$

A estatística acima tem a mesma distribuição assintótica da estatística de Bai e Perron (1998) descrita na subseção 3.1.

O próximo teste verifica a existência de  $l+1$  quebras dado que existem  $l$  quebras. A estratégia utilizada é a mesma descrita na subseção 3.1 e a estatística de teste é dada por (14). Novamente, a estatística proposta por Hall, Han e Boldea (2012) é similar à

<sup>10</sup>  $\implies$  denota convergência fraca no espaço  $D[0,1]$  sob a métrica de Skorohod.

<sup>11</sup> Para ver uma definição mais precisa dessa matriz, ver Hall, Han e Boldea (2012).

proposta por Bai e Perron (1998) para o caso MQO. Os valores críticos também podem ser encontrados no trabalho de Bai e Perron (1998).

Para determinar o número de pontos de quebra,  $\hat{m}_T$ , pode-se utilizar a seguinte estratégia. No primeiro passo, utilizamos a estatística  $Sup - F_T(1; p)$  para testar a hipótese nula de que não há quebras. No segundo passo, utilizamos  $F_T(2|1)$  para testar a hipótese de uma quebra contra a hipótese de duas quebras. Se  $F_T(2|1)$  for não-significante, então,  $\hat{m}_T = 1$ . Caso contrário, prosseguimos para o próximo passo. No  $l^{\text{ésimo}}$  passo, testamos  $F_T(l+1|l)$  e, se a estatística for não-significante, concluímos que temos  $l$  pontos de quebra; caso contrário, procedemos para o próximo passo até chegarmos num limite pré-estabelecido  $L$ . Se todas as estatísticas encontradas nessa sequência de testes forem significantes, então concluímos que existem, pelo menos,  $L$  pontos de quebra.

Um ponto negativo dos testes do tipo  $Sup - F$  é o fato dos pressupostos envolvidos não permitirem a utilização de matrizes de covariância robustos à autocorrelação e, segundo Hall, Han e Boldea (2012), não é simples relaxar as hipóteses envolvidas na derivação desses testes. Para superar essa dificuldade, os autores propõem a utilização de testes baseados na estatística de Wald<sup>12</sup>.

### 3.2.3 Forma Reduzida Instável

Consideraremos agora que a forma reduzida de  $x_t$  é instável:

$$x'_t = z'_t \Delta_0^i + v'_t, \quad i = 1, 2, \dots, h+1, \quad t = T_{i-1}^* + 1, \dots, T_i^* \quad (26)$$

em que  $T_0^* = 0$  e  $T_{h+1}^* = T$ . Assuma que os pontos  $\{T_i^*\}$  são da seguinte forma:  $T_i^* = [T\pi_1^0]$ , em que  $0 < \pi_1^0 < \dots < \pi_h^0 < 1$ . As frações de quebra  $\{\pi_i^0\}$ , que são as quebras na forma reduzida, podem ou não coincidir com  $\{\lambda_i^0\}$ , que são as frações de quebra da equação estrutural. Seja  $\pi^0 = [\pi_1^0, \pi_2^0, \dots, \pi_h^0]'$ . A equação (26) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$x'_t = \tilde{z}_t(\pi^0)' \Theta_0 + v'_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (27)$$

<sup>12</sup> A utilização de testes baseados na estatística de Wald robustos à autocorrelação não está implementada no código disponibilizado por Hall, Han e Boldea (2012) e, por isso, serão implementados futuramente.

em que  $\Theta_0 = [\Delta_0^{(1)'}, \Delta_0^{(2)'}, \dots, \Delta_0^{(h+1)'}]'$ ,  $\tilde{z}_t(\pi^0) = \iota(t, T) \otimes z_t$ ,  $\iota(t, T)$  é um vetor  $(h+1) \times 1$  com o primeiro elemento  $I\{t/T \in (0, \pi_1^0]\}$ ,  $h+1$ -ésimo elemento  $I\{t/T \in (\pi_h^0, 1]\}$ ,  $k$ -ésimo elemento  $I\{t/T \in (\pi_{k-1}^0, \pi_k^0]\}$  para  $k = 1, \dots, h$  e  $I\{\cdot\}$  é uma função indicadora que assume valor 1 quando o termo entre chaves é verdadeiro. Note que a formulação em (27) engloba a forma com parâmetros constantes (17).

Pressupomos que os pontos de quebra da forma reduzida são estimados antes da estimação da equação estrutural (15). Para proceder a análise é necessário que a forma reduzida satisfaça certas condições detalhadas em Hall, Han e Boldea (2012). Uma vez que a instabilidade da forma reduzida é incorporada em  $\hat{x}_t$ , a estimação por MQ2E é implementada da maneira descrita na subseção 3.2.2.

Para analisar o comportamento assintótico dos estimadores, supomos que o vetor dos pontos de quebra verdadeiros,  $\pi^0$ , é estimado por  $\hat{\pi}$  e  $\hat{\pi}$  é consistente e  $T(\hat{\pi} - \pi^0)$  é limitado em probabilidade. A estimação dos pontos de quebra pode ser feita, por exemplo, utilizando a metodologia de Bai e Perron (1998) equação por equação. Essas quebras são, então, impostas na forma reduzida de  $x_t$ . Seja  $\hat{\Theta}_T$  o estimador de MQO para  $\Theta_0$  do modelo

$$x_t' = \tilde{z}_t(\hat{\pi})' \Theta_0 + \text{erro}, \quad t = 1, \dots, T \quad (28)$$

em que  $\tilde{z}_t(\hat{\pi})$  é definido de forma análoga a  $\tilde{z}_t(\pi^0)$ . Defina  $\hat{x}_t$  como

$$x_t' = \tilde{z}_t(\hat{\pi})' \hat{\Theta}_T = \tilde{z}_t(\hat{\pi})' \left( \sum_{t=1}^T z_t(\hat{\pi} z_t \hat{\pi}') \right)^{-1} \sum_{t=1}^T z_t \hat{\pi} x_t' \quad (29)$$

Condicional em alguns pressupostos, Hall, Han e Boldea (2012) mostram que se  $y_t$  é gerado por (15),  $x_t$  é gerado por (26) e  $\hat{x}_t$  é gerada por (29), então

$$\hat{\lambda}_j \xrightarrow{p} \lambda_j^0 \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, m. \quad (30)$$

Também condicional em alguns pressupostos, Hall, Han e Boldea (2012) mostram que e  $y_t$  é gerado por (15),  $x_t$  é gerado por (26) e  $\hat{x}_t$  é gerada por (29), então

$$T^{1/2}(\hat{\beta}(\{\hat{T}\}_{i=1}^m) - \beta^0) \implies N(0_{p(m+1) \times 1}, V_\beta) \quad (31)$$

em que  $\beta^0 = [\beta_1^{0'}, \beta_2^{0'}, \dots, \beta_{h+1}^{0'}]'$ ,  $\beta_i^0 = [\beta_{x,i}^{0'}, \beta_{z_1,i}^{0'}]$  e  $V_\beta$  é uma matriz de covariâncias constituída por  $p \times p$  blocos de dimensão  $(m+1) \times (m+1)$ <sup>13</sup>.

Quando a forma reduzida é instável, surgem alguns problemas para fazer testes de hipótese e estimar o número de quebras. No caso em que a forma reduzida é estável, as distribuições são as mesmas de Bai e Perron (1998), mas quando a forma reduzida é instável esse não é o caso. Além disso, diversos pressupostos utilizados para encontrar as distuibuções dos testes não são mais atendidos. Então, Hall, Han e Boldea (2012) resolvem esse problema utilizando testes em pontos de quebra fixos e os combina com os testes derivados quando a forma reduzida é estável.

O método utilizado para estimar o número de quebras  $m$  pode ser resumido da seguinte forma:

1. Estimar a forma reduzida e testar múltiplas quebras nos parâmetros utilizando, por exemplo, a metodologia de Bai e Perron (1998) descrita sa subseção 3.1.
2. Se a forma reduzida for julgada estável, utilizar a metodologia descrita na subseção 3.2.2.
3. Se a forma reduzida for instável, estimar o número de quebras  $h$  usando, por exemplo, a metodologia de Bai e Perron (1998). Seja  $\hat{h}$  o número de quebras, e guarde as estimativas num vetor  $\hat{\pi}$  de dimensão  $\hat{h} \times 1$ 
  - a) Divida a amostra em  $\hat{h} + 1$  sub-amostras:  $\mathcal{T}_j = \{t \in [\hat{\tau}_{j-1} + 1, \dots, \hat{\tau}_j]\}$ , em que  $\hat{\mathcal{T}}_j = [\hat{\pi}_j T]$ ,  $\hat{\pi}_0 = 0$  e  $\hat{\pi}_{h+1} = 1$ .
  - b) Aplique a metodologia descrita na subseção 3.2.2 para estimar o número de quebras na equação estrutural para  $\mathcal{T}_j$ <sup>14</sup>. Seja  $\hat{m}(j)$  o número de quebras neste segmento e denote a local dessas quebras por  $\hat{\lambda}_i(j)$  para  $i = 1, 2, \dots, \hat{m}(j)$ .
  - c) Defina  $\mathcal{L} = \{\hat{\lambda}_i(j); i = 1, 2, \dots, \hat{m}(j); j = 1, 2, \dots, \hat{h}\}$ . Condicional nas quebras em  $\mathcal{L}$ , teste se há quebras na equação estrutural em  $\hat{\tau}_j$  para  $j = 1, 2, \dots, \hat{h}$

<sup>13</sup> Para ver uma definição mais precisa dessa matriz, ver Hall, Han e Boldea (2012).

<sup>14</sup> Ao calcular os teste, a subamostra  $\mathcal{T}_j$  é tratada como uma a amostra toda e, então, o tamanho da amostra é  $\hat{\tau}_j - \hat{\tau}_{j-1}$

individualmente utilizando a estatística  $Wald_T(j)$  definida a seguir. Defina  $\mathcal{L}_\pi = \{\hat{\pi}_j, \text{ para os quais } Wald_T(j) \text{ é significativo}; j = 1, 2, \dots, \hat{j}\}$ .

- d) O conjunto dos pontos de quebra estimado é  $\mathcal{L} \cup \mathcal{L}_\pi$ , e o número estimado de pontos de quebra,  $\hat{m}$ , é o número de elementos de  $\mathcal{L} \cup \mathcal{L}_\pi$ .

A fórmula para  $Wald_T(j)$  e sua distribuição assintótica são apresentadas a seguir. Suponha que desejamos testar a hipótese nula de que há uma quebra na equação estrutural em  $\hat{\tau}$  condicional nas quebras em  $\mathcal{L}$ . Neste caso, podemos examinar apenas a amostra  $t = [\hat{\lambda}_{m(j-1)}(j-1)T] + 1, \dots, [\hat{\lambda}_1 T]$  e aplicar o teste de Wald para uma única quebra (fixa) em  $\hat{\tau}$ . Para facilitar a exposição, escreva a equação como:

$$y_t = (x'_t, z'_{1,t})b_1(j) + u_t, \quad \text{para } t = [\hat{\lambda}_{m(j-1)}(j-1)T] + 1, \dots, \hat{\tau}_j \quad (32)$$

$$= (x'_t, z'_{1,t})b_2(j) + u_t, \quad \text{para } t = [\hat{\tau}_j + 1, \dots, [\hat{\lambda}_1(j)T] \quad (33)$$

Seja  $\{\hat{b}_1(j), \hat{b}_2(j)\}$  o estimador de MQ2E de  $\{b_1(j), b_2(j)\}$ , então, a estatística de Wald é:

$$Wald_T(j) = T\{\hat{b}_1(j) - \hat{b}_2(j)\}' \{\bar{V}(j)\}^{-1} \{\hat{b}_1(j) - \hat{b}_2(j)\} \quad (34)$$

em que  $\bar{V}(j)$  é uma matriz de covariâncias que depende de ambos os segmentos nos quais está sendo realizado o teste. Hall, Han e Boldea (2012) mostram que, condicional em alguns pressupostos, se  $y_t$  é gerado por (15),  $x_t$  é gerado por (26) e  $\hat{x}_t$  é gerada por (29), então, sob  $H_0 : b_1(j) = b_2(j)$ , temos que  $Wald_T(j) \xrightarrow{d} \chi_p^2$ .

O teste de Wald é suficiente para distinguir se as quebras encontradas na forma reduzida estão presentes ou não na forma estrutural. No entanto, como o teste possui poder contra outros pontos de quebra, Hall, Han e Boldea (2012) aconselham reestimar a equação estrutural em  $t = [\hat{\lambda}_{m(j-1)}(j-1)T] + 1 \dots + [\hat{\lambda}_1(j)T]$  para determinar a data da quebra.

### 3.3 Dados

Para estimar o modelo (6), são necessários dados de consumo das famílias, renda, crédito e taxa juros, que podem ser encontrados nos sites do *Bureau of Economic Analysis*

(*BEA*) e do *Federal Reserve Board (Fed)*. As séries utilizados são mensais e compreendem o período de janeiro de 1959 a fevereiro de 2015. Todas as variáveis utilizadas, com exceção da taxa de juros real, que está expressa em porcentagem, estão expressas como a diferença do logaritmo e foram deflacionadas utilizando como base preços de 2000.

As séries de consumo utilizadas foram retiradas do *BEA*. Utilizamos a soma do consumo de não-duráveis e serviços. As duas séries foram somadas e deflacionadas por um índice de preços calculados através de um índice de Fisher, construído utilizando o deflator do consumo de não-duráveis e o de serviços. A renda disponível das famílias também pode ser obtida no *BEA* e foi deflacionada utilizando o índice de preços das despesas de consumo pessoal.

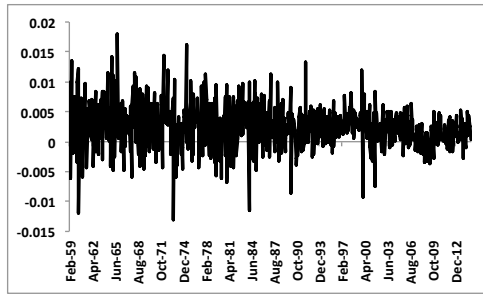
Os dados de crédito estão disponíveis no site do *Fed*, compreendem o crédito total às famílias e a série foi deflacionada utilizando o índice de preços das despesas de consumo pessoal. Os juros também podem ser encontrados no site do *Fed* e foram transformados em reais através da relação de Fisher e do índice de preços das despesas de consumo pessoal.

Na figura 2 podemos observar as séries utilizadas. As séries de consumo, renda e crédito estão expressas como a variação do logaritmo da série em nível. Já a taxa de juros está expressa como a variação percentual mensal.

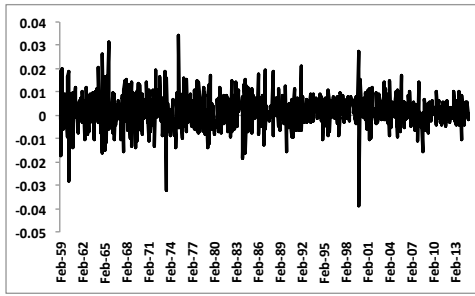
## 4 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados dos modelos estimados. Na subseção 4.1 discutimos o conjunto de instrumentos que é utilizado e apresentamos uma comparação com o conjunto de instrumentos utilizado por Brady (2008). Na subseção 4.2 mostramos as quebras encontradas nas taxas de crescimento do consumo, renda e crédito e na subseção 4.3 apresentamos as datas das quebras quando as estimamos diretamente na equação do consumo (6).

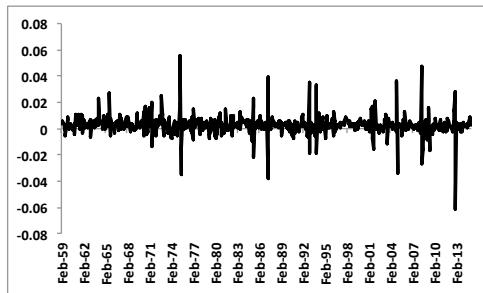
Figura 2 – Séries Utilizadas



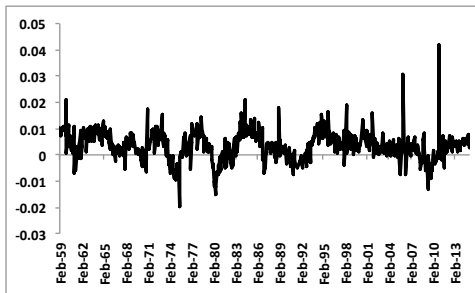
(a) Variação do Consumo de Não-Duráveis e Serviços



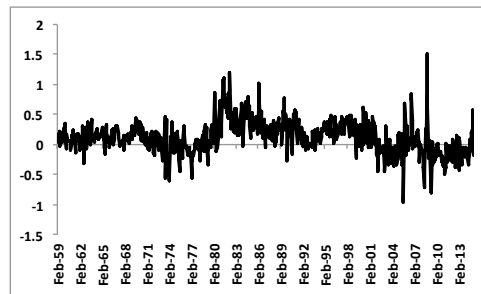
(b) Variação do Consumo de Não-Duráveis



(c) Variação da Renda



(d) Variação do Crédito



(e) Taxa de Juros Real

#### 4.1 Os Resultados de Brady e o Conjunto de Instrumentos

Os resultados encontrados por Brady (2008) parecem ser bastante sensíveis à escolha do conjunto de instrumentos utilizados. Por isso, utilizando as datas das quebras encontradas pelo autor, estimamos a equação (6) com dois conjuntos distintos. O primeiro inclui a constante, segunda defasagem do logaritmo da razão entre o consumo e renda, além da segunda defasagem das variáveis endógenas e do crescimento do consumo. O segundo conjunto é igual ao utilizado por Brady (2008) e contém a constante, segunda defasagem do logaritmo da razão entre o consumo e renda, além da segunda a quarta defasagens das variáveis endógenas e dependente.

Adicionamos esse conjunto de instrumentos mais parcimonioso para evitar possíveis



problemas de especificação quando utilizamos o mesmo conjunto de instrumentos utilizados por Brady (2008). Como será mostrado, a especificação com mais defasagens é rejeitada no teste de especificação em determinados períodos. Além disso, a inclusão de muitos instrumentos pode gerar inconsistência dos estimadores (MORIMUNE, 1983).

Na tabela 1 apresentamos as estimativas dos parâmetros da equação (6) utilizando o consumo de não-duráveis e serviços. As subamostras foram divididas conforme as quebras encontradas por Brady (2008). Conforme discutido na seção 3, as datas que o autor utiliza na divisão foram determinadas com base em quebras encontradas no crescimento do crédito total às famílias e no crescimento do consumo de não-duráveis e serviços, mas mostramos aqui apenas as estimações feitas com base nas quebras da série de crescimento do crédito total<sup>15</sup>, em janeiro de 1966 e setembro de 1995.

Quando as estimações são realizadas utilizando o mesmo conjunto de instrumentos de Brady (2008), as estimativas encontradas estão em linha com as que o autor encontra. Podemos observar que o excesso de sensibilidade do consumo em relação à renda deixa de ser significativo nos períodos mais recentes, conforme destaca o autor. No entanto, no período entre fevereiro de 1966 e setembro de 1995, o teste J indica que o modelo não está bem especificado a um nível de significância de 10%. Já quando utilizamos o conjunto de instrumentos mais parcimonioso, as estimativas que eram significativas deixam de ser, mas a estatística J é estatisticamente igual a zero nas 3 subamostras.

As estimativas parecem indicar que o número de instrumentos reduz a eficiência dos estimadores. De fato, o trabalho de Hansen, Hausman e Newey (2008) mostra que quando utilizamos muitos instrumentos, o intervalo de confiança das estimativas é menor do que quando utilizamos poucos. No entanto, segundo Morimune (1983), as propriedades em grandes amostras do estimador de MQ2E dependendo do número de observações na amostra menos o número de variáveis exógenas. Se esse número for pequeno, o estimador de MQ2E estará distribuído longe da sua distribuição assintótica. Portanto, a escolha do número de instrumentos está sujeita a um *trade-of* entre eficiência e consistência.

---

<sup>15</sup> O argumento de Brady (2008) é que as quebras estruturais no crédito teriam tornado possível a suavização do consumo.

Tabela 1 – Consumo de Não-Duráveis e Serviços

Não-Duráveis e Serviços	1959:01-1966:01 (n=80)				1966:02-1995:09 (n=355)				1995:10-2005:09 (n=121)			
	Inst. 1		Inst. 2		Inst. 1		Inst. 2		Inst. 1		Inst. 2	
Crescimento da renda	0.94	(1.58)	0.72**	(2.20)	0.03	(0.20)	0.20*	(1.87)	0.13	(0.98)	0.11	(1.60)
Taxa de juros	0.02	(0.41)	0.00	(-0.23)	0.00	(-1.10)	0.00	(-1.22)	0.00	(0.00)	0.59	(-0.55)
Crescimento do crédito	-0.44	(-0.69)	0.13	(0.50)	0.01	(0.29)	0.05	(1.40)	0.02	(0.08)	0.45	(0.76)
Constante	0.00	(-0.02)	0.00	(0.09)	0.00	(5.48)	0.00***	(5.63)	0.00**	(2.05)	0.14	(1.49)
F	0.75		1.49		0.34		2.13		0.20		1.10	
p-valor	0.53		0.23		0.80		0.10		0.89		0.35	
Estatística J	0.75		9.47		0.63		17.84*		0.80		5.60	
p-valor	0.69		0.49		0.73		0.06		0.67		0.85	

\*p<10%, \*\*p<5%, \*\*\*p<1%. Estatística-t entre parênteses. Estimacões feitas por MQ2E. O conjunto de instrumentos 1 é composto por segunda defasagem do logaritmo da razão entre o consumo e renda, além da segunda defasagem das variáveis endógenas e do crescimento do consumo. O conjunto de instrumentos 2 contém a constante, segunda defasagem do logaritmo da razão entre o consumo e renda, além da segunda a quarta defasagens das variáveis endógenas e dependente.

Tabela 2 – Consumo de Não-Duráveis

Não-Duráveis	1959:01-1966:01 (n=80)		1966:02-1995:09 (n=355)		1995:10-2005:09 (n=121)	
	Inst. 1	Inst. 2	Inst. 1	Inst. 2	Inst. 1	Inst. 2
Crescimento da renda	1.64 (1.23)	1.35*** (3.65)	0.35* (1.93)	0.15 (0.64)	0.04 (0.18)	0.21 (0.95)
Taxa de juros	0.05 (0.44)	0.01 (0.55)	0.00 (-1.19)	0.00 (-1.32)	0.00 (-0.11)	0.00 (-0.83)
Crescimento do crédito	-1.28 (-0.91)	-0.09 (-0.23)	-0.06 (-0.74)	0.07 (1.11)	-0.18 (-0.26)	0.44 (0.89)
Constante	0.00 (-0.18)	0.00** (-2.05)	0.00** (2.00)	0.00** (2.33)	0.00 (1.41)	0.00 (0.38)
F	0.71	1.15	0.62	0.57	0.07	0.13
p-valor	0.55	0.33	0.60	0.63	0.98	0.94
Estatística J	0.23	8.63	0.03	14.57**	1.68	6.00
p-valor	0.89	0.57	0.98	0.02	0.43	0.42

\*p<10%, \*\*p<5%, \*\*\*p<1%. Estatística-t entre parênteses. Estimacões feitas por MQ2E. O conjunto de intrumentos 1 é composto por segunda defasagem do logaritmo da razão entre o consumo e renda, além da segunda defasagem das variáveis endógenas e do crescimento do consumo. O conjunto de intrumentos 2 contém a constante, segunda defasagem do logaritmo da razão entre o consumo e renda, além da segunda a quarta defasagens das variáveis endógenas e dependente.

Como é usual na literatura, também estimamos a equação (6) utilizando o consumo de não-duráveis. A tabela 2 mostra as estimativas utilizando novamente as datas de quebra encontradas por Brady (2008), utilizando como variável dependente o crescimento do consumo de duráveis. Nesse caso, o crescimento da renda só foi estatisticamente significativo período entre janeiro de 1959 e janeiro de 1966 utilizando o conjunto de instrumentos 2 e entre fevereiro de 1966 e setembro de 1995 utilizando o conjunto de instrumentos 1. No período mais recente, nenhuma variável foi significativa para explicar o crescimento do consumo de não-duráveis. Cabe ressaltar que no período de fevereiro de 1966 a setembro de 1995, a estatística J indica que há um problema especificação quando utilizamos o segundo conjunto de instrumentos.

Para implementar a metodologia de Hall, Han e Boldea (2012), optamos por utilizar o conjunto de instrumentos mais parcimonioso. Conforme vimos, a especificação com mais instrumentos nem sempre é não rejeitada pela estatística J e não existem evidências de que utilizar um número maior de instrumentos é econometricamente mais vantajoso.

## 4.2 Estimação das Quebras no Crescimento das Variáveis

A base de dados que utilizamos não é idêntica a de Brady (2008)<sup>16</sup>, por isso, é interessante reestimarmos as quebras nas taxas de crescimento das variáveis. Para isso, utilizamos a seguinte especificação:

$$x_t = c + \delta t + \epsilon_t \quad (35)$$

em que  $c$  é uma constante,  $t$  é a tendência e  $\epsilon_t$  é um termo de erro. Nosso objetivo é verificar se a taxa de crescimento mudou ao longo do tempo, então optamos por utilizar essa especificação<sup>17</sup> e permitimos que  $c$  e  $\delta$  estivessem sujeitos a sofrer quebras.

Na tabela 3, apresentamos as quebras encontradas nas séries. No caso das duas variáveis de consumo, do crédito e da renda, utilizamos no lugar de  $x_t$  a diferença do

<sup>16</sup> Num primeiro momento, tentamos reconstruir a base de Brady (2008) e reproduzir seus resultados. No entanto, o autor não deixa claro como a base foi construída. Então, optamos por construir a base da maneira que achamos mais adequada.

<sup>17</sup> Brady (2008) utiliza diversas variações de modelos autorregressivos para determinar as datas das quebras.

logaritmo das variáveis. Já para encontrar as quebras na taxa de juros reais, a variável utilizada foi a própria taxa de juros, expressa como porcentagem.

Tabela 3 – Quebras nas Séries

Número de Quebras, m	Sup( $m 0$ )	Sup( $m m - 1$ )	Data da Quebra	Int. Conf. 95%
Consumo de Não-Duráveis e Serviços				
1	29.8915**		Dez/06	Jan/06-Fev/07
2	17.762	4.6056		
3	14.5118			
4	12.3601			
Consumo de Não-Duráveis				
1	2.846			
2	6.1421			
3	4.9695			
4	4.4952			
Crédito Total				
1	60.4321**		Fev/83	Ago/74-Abr/76
2	121.5473**	144.9072**	Mai/93	Mai/93-Out/93
3	93.7407**	33.0136**	Jan/09	Ago/07-Fev/09
4	89.0147**	28.0431**	Nov/75	Jan/83-Jul/83
Renda Disponível das Famílias				
1	4.2042			
2	5.32			
3	6.5955			
4	4.9527			
Juros Reais				
1	276.889**		Out/80	Abr/80-Fev/81
2	187.0589**	33.8678**	Ago/94	Mar/94-Jan/95
3	139.4065**	30.6819**	Set/05	Jan/05-Sep/06
4	128.5333**	21.5445**	Jan/73	Nov/70-Jun/73

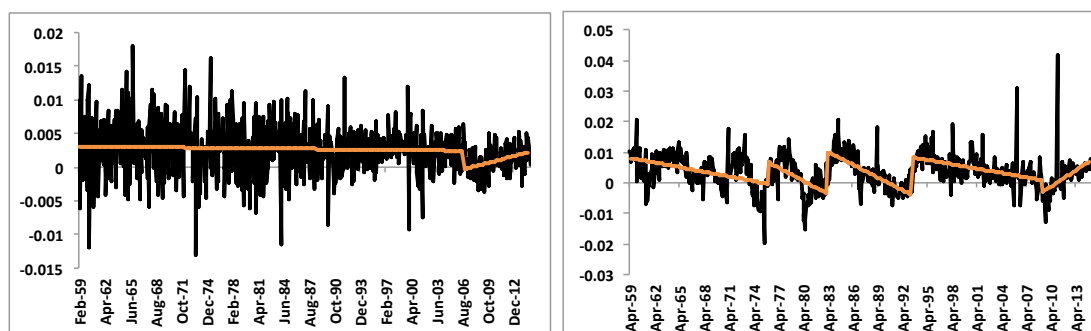
\* $p < 5\%$ , \*\* $p < 1\%$

A taxa de crescimento do consumo de não-duráveis e serviços apresentou apenas uma quebra em dezembro de 2006. Já a taxa de crescimento do crédito total e a taxa de juros reais apresentaram quatro quebras cada<sup>18</sup>. Na figura 3 podemos observar as séries que apresentaram quebras e o modelo ajustado considerando as quebras.

A tabela 4 resume as quebras encontradas na série do crescimento das variáveis. Na primeira coluna temos a data e na segunda a série na qual a quebra foi encontrada.

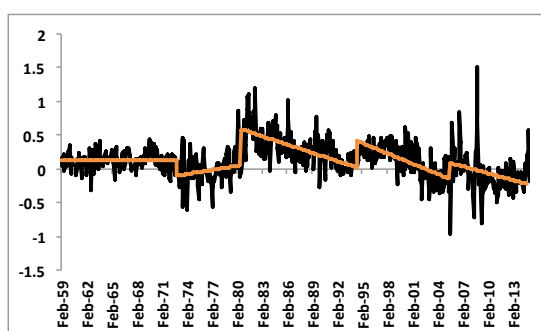
<sup>18</sup> Esse foi o maior número de quebras que o algoritmo conseguiu calcular.

Figura 3 – Quebras nas Séries



(a) Consumo não Duráveis e Serviços

(b) Crédito Total



(c) Taxa de Juros Real

Tabela 4 – Resumo das Quebras nas Séries

Jan/73	Juros Reais
Nov/75	Crédito Total
Out/80	Juros Reais
Fev/83	Crédito Total
Mai/93	Crédito Total
Ago/94	Juros Reais
Set/05	Juros Reais
Dez/06	Consumo de Não-Duráveis e Serviços
Jan/09	Crédito Total

### 4.3 Estimação das Quebras por MQ2E

Para empregar a metodologia de Hall, Han e Boldea (2012), utilizamos apenas o primeiro conjunto de instrumentos, que é o mais parcimonioso e inclui apenas as segundas defasagens das variáveis e do logaritmo da razão consumo/renda, além da constante.

Estimamos as quebras na equação do consumo (6) utilizando como variável dependente o consumo de não-duráveis e serviços e o consumo de não-duráveis. Os resultados estão divididos em duas subseções distintas.

### 4.3.1 Consumo de Não-Duráveis e Serviços

Conforme descrito na seção 3, o primeiro passo é verificar a existência de quebras na forma reduzida. No nosso modelo, as variáveis endógenas são o crescimento da renda, do crédito e a taxa de juros. Portanto, nesse primeiro passo, regredimos essas variáveis contra os instrumentos e testamos a existência de quebras. A tabela 5 mostra os valores das estatísticas Sup-F calculadas para as três variáveis endógenas. Na primeira coluna é mostrado quantas quebras estão sendo testadas, na segunda coluna são apresentados os valores das estatísticas Sup-F testadas contra a hipótese de nenhuma quebra, na terceira coluna as estatísticas Sup-F utilizadas no teste sequencial, na quarta coluna a data da quebra estimada, se a estatística correspondente ao número de quebras é significativa e na quinta coluna o intervalo de confiança de 95% para a data estimada.

Tabela 5 – Quebras na Forma Reduzida - Não-Duráveis e Serviços

m	Sup-F( $m 0$ )	Sup-F( $m m-1$ )	Data da Quebra	Int. Conf. 95%
Crescimento da Renda				
1	8.57	-	-	-
2	11.11	-	-	-
3	10.13	-	-	-
4	8.82	-	-	-
5	8.03	-	-	-
Crescimento do Crédito				
1	41.8334**	-	Abr/79	Fev/78-Fev/83
2	33.9738**	25.4982*	Jun/93	Set/92-Set/95
3	29.1234**	15.7646	-	-
4	26.1218**	-	-	-
5	22.715**	-	-	-
Juros Reais				
1	62.2778**	-	Out/80	Abr/80-Mai/82
2	70.4043**	72.7103**	Dez/89	Abr/89-Jan/92
3	54.2322**	22.875	-	-
4	44.6093**	-	-	-
5	35.6647**	-	-	-

\* $p < 5\%$ , \*\* $p < 1\%$

No caso do crescimento da renda, a estatística Sup-F( $m|0$ ) não foi significativa para nenhum  $m$ , portanto o teste indica que não existe nenhuma quebra na regressão da variação da renda contra os instrumentos. Na regressão do crescimento do crédito

total, as estatísticas  $\text{Sup-F}(m|0)$  foram todas significantes a 1%, indicando que existe uma quebra, em abril de 1979. Então, testamos se existem duas quebras dado que existe uma. A estatística  $\text{Sup-F}(2|1)$  indica que a segunda quebra, junho de 1993, é significativa a 5%. Os testes de quebra para a taxa de juros real sugerem que existem duas quebras. As estatísticas  $\text{Sup-F}$  que testam a existência de quebras dado nenhuma quebra foram todas significantes a 1%, indicando a existência de uma quebra em outubro de 1989 e o procedimento sequencial detectou a presença de mais uma quebra, em dezembro de 1989.

Assim, existem quatro quebras na forma reduzida. No próximo passo, essas quebras são utilizadas para particionar a amostra em cinco subamostras. Cada uma dessas partições será utilizada para buscar novas quebras na equação estrutural que não coincidem com as quebras encontradas na forma reduzida. O resultado do procedimento está descrito na tabela 6 e mostra que nenhuma nova quebra foi detectada.

Tabela 6 – Quebras Não-Comuns - Não-Duráveis e Serviços

Número de Quebras, m	Abr/59-Abr/79	Nov/80-Dez/89	Jul/93-Fev/15
1	0.00	3.76	0.00
2	0.00	5.85	5.66
3	0.00	6.31	7.77

\* $p < 5\%$ , \*\* $p < 1\%$ . Nas partições Mai/79-Dec/89 e Jan/90-Jun/93 não foi possível buscar quebras devido à falta de observações. Além disso, os testes apresentados são o  $\text{Sup-F}(m|0)$ . Como nenhum dos testes foi significativo, não foi encontrada nenhuma quebra.

Seguindo a metodologia de Hall, Han e Boldea (2012), o próximo passo é verificar se as quebras encontradas na forma reduzida também estão presentes na equação estrutural. Para isso, empregamos o teste de Wald descrito na seção 3. As estatísticas de Wald calculadas para cada uma das quatro datas de quebra na forma reduzida são mostradas na tabela 7.

O teste de Wald indica que existe apenas uma quebra, que ocorreu em dezembro de 1989, e que está presente tanto na forma reduzida quanto na equação estrutural. Então, dado que o teste possui poder contra outras quebras, Hall, Han e Boldea (2012) sugerem que a data da quebra seja reestimada. No caso, o busca-se uma nova quebra no intervalo entre novembro de 1980 e junho de 1993. A estatística de Wald calculada para a data de



Tabela 7 – Quebras Comuns - Não-Duráveis e Serviços

Data de Teste	Wald
Abr/79	5.25
Out/80	2.55
Dez/89	41.0724**
Jun/93	10.12

\*p<5%, \*\*p<1%

quebra reestimada é mostrada na tabela 8.

Tabela 8 – Reestimação da Quebra no Período Nov/80-Jun/93

Data	Wald
Nov/89	60.8666**

\*p<5%, \*\*p<1%

Portanto, a data da quebra comum à forma reduzida e à equação estrutural é novembro de 1989. A tabela 9 resume todas as quebras encontradas.

Tabela 9 – Resumo das Quebras - Não-Duráveis e Serviços

Data	Int. Conf. 95%	Eq. Estrutural	Int. Conf. 95%
Abr/79	Fev/78-Mai/82	-	-
Out/80	Abr/80-Fev/83	-	-
Dez/89	Abr/89-Jan/92	Nov/1989	Jun/89-Abr/90
Jun/93	Set/92-Set/95	-	-

Podemos observar que as quebras encontradas na equação estrutural é distinta das encontradas pela metodologia de Bai e Perron (1998). Utilizando a quebra para dividir a amostra em duas subamostras, estimamos a equação estrutural (6) considerando essa quebra. Os coeficientes estão na tabela 10.

Conforme discutido na subseção 4.1, quando utilizamos o conjunto de instrumentos que inclui apenas as segundas defasagens das variáveis, as estimativas deixam de ser significantes. Apesar disso, podemos notar que a quebra na taxa de crescimento das variáveis incluídas no modelo nem sempre coincide com a quebra nos coeficientes da equação estrutural, conforme assumiu Brady (2008). A quebra na taxa de crescimento do consumo de não-duráveis e serviços não coincide com nenhuma das quebras encontradas

Tabela 10 – Coeficientes Estimados - Não-Duráveis e Serviços

Variáveis	Abr/59-Dez/89		Jan/90-Fev/15	
Crescimento da renda	0.03	(0.11)	0.20	(0.17)
Crescimento do crédito	0.02	(0.06)	0.10	(0.10)
Taxa de juros	0.00	(0.00)	0.00	(0.00)
Constante	0.00	(0.00)	0.00	(0.00)

\*p<10%, \*\*p<5%, \*\*\*p<1%. Desvio-padrão entre parênteses.

na equação estrutural, embora tenhamos encontrado 9 quebras na taxa de crescimento das séries, o que indica que não é adequado utilizar as quebras no crescimento das séries para buscar quebras na equação do consumo (6).

#### 4.3.2 Consumo de Não-Duráveis

Nesta subseção apresentamos os resultados encontrados para o consumo de não-duráveis. A tabela 11 mostra o resultado da estimação das quebras na forma reduzida, cujas datas encontradas foram as mesmas encontradas para o consumo de não-duráveis e serviços.

O próximo passo é utilizar as quebras encontradas na forma reduzida para dividir a amostra em subamostras e estimar, em cada uma dessas subamostras, quebras que não estão presentes na forma reduzida mas estão presentes na equação estrutural. Temos, então, cindo partições nas quais são estimadas as novas quebras. No entanto, nenhuma nova quebra é encontrada, como podemos observar na tabela 12.

Após testar se a equação estrutural apresenta quebras distintas da forma reduzida, testamos se as quebras estimadas na forma reduzida também estão presentes na equação estrutural. As estatísticas calculadas podem ser observadas na tabela 13.

Diferentemente da estimação utilizando o consumo de não-duráveis e serviços, nenhuma quebra comum foi encontrada, conforme mostram as estatísticas descritas na tabela 13. Na tabela 14, resumimos as datas das quebras encontradas pelo procedimento.

Quando utilizamos o consumo de não-duráveis, não é encontrada nenhuma quebra na equação estrutural, o que mostra, novamente, que as quebras encontradas nas séries

Tabela 11 – Quebras na Forma Reduzida - Não-Duráveis

Crescimento da Renda				
m	Sup-F( $m 0$ )	Sup-F( $m m-1$ )	Data da Quebra	Int. Conf. 95%
1	8.93	-	-	-
2	11.15	-	-	-
3	11.35	-	-	-
4	10.01	-	-	-
5	8.97	-	-	-
Crescimento do Crédito				
1	40.4843**	-	Jan/79	Dez/77-Jun/82
2	33.9043**	25.2989*	Jun/93	Sep/92-Sep/95
3	28.3248**	13.271	-	-
4	25.843**	-	-	-
5	22.4946**	-	-	-
Juros Reais				
1	60.8554**	-	Out/80	Abr/80-Mai/82
2	69.3081**	88.5143**	Dez/89	Abr/89-Jan/92
3	53.4762**	22.7373	-	-
4	43.9969**	-	-	-
5	36.2497**	-	-	-

\*p&lt;5%, \*\*p&lt;1%

Tabela 12 – Quebras Não-Comuns - Não-Duráveis

Número de Quebras, m	Abr/59-Apr/79	Nov/80-Dez/89	Jul/93-Fev/15
1	0.00	0.00	1.49
2	0.00	4.79	4.09
3	0.00	4.24	4.93

\*p<5%, \*\*p<1%. Nas partições Mai/79-Dec/89 e Jan/90-Jun/93 não foi possível buscar quebras devido à falta de observações. Além disso, os testes apresentados são o Sup-F( $m|0$ ). Como nenhum dos testes foi significativo, não foi encontrada nenhuma quebra.

Tabela 13 – Quebras Comuns - Não-Duráveis

Data de Teste	Wald
Jan/79	5.01
Out/80	1.75
Dez/89	5.77
Jun/93	3.08

\*p&lt;5%, \*\*p&lt;1%

Tabela 14 – Resumo das Quebras - Não-Duráveis

Data	Int. Conf. 95%	Eq. Estrutural	Int. Conf. 95%
dez/1978	Out/77-Jan/82	-	-
ago/1980	Fev/80-Abr/82	-	-
set/1989	Fev/89-Nov/91	-	-
abr/1993	Sep/92-Sep/95	-	-

utilizadas no modelo não podem ser utilizadas para determinar as quebras na (6). Por fim, na tabela 15 apresentamos os coeficientes estimados. Como não foram encontradas quebras, a estimação é feita utilizando toda a amostra. Cabe ressaltar, no entanto, que no primeiro estágio do MQ2E, utilizamos o  $\hat{x}_t$  que leva em conta as quebras encontradas no primeiro estágio.

Tabela 15 – Coeficientes Estimados - Não-Duráveis

Variável	1959:01-2015:02	
Crescimento da renda	0.08	(0.16)
Taxa de juros	0.00	(0.00)
Crescimento do crédito	0.02	(0.09)
Constante	0.00	(0.00)

\*p<10%, \*\*p<5%, \*\*\*p<1%. Desvio-padrão entre parênteses.

## 5 Considerações Finais

O trabalho de Brady (2008) encontrou resultados indicando que, nos Estados Unidos, a expansão do crédito foi importante para que as famílias pudessem suavizar seu consumo no período mais recente. Para isso, ele encontrou quebras nas taxas de crescimento do consumo e do crédito e, baseado nas datas das quebras, estimou a equação do crescimento do consumo para as partições encontradas.

A fim de verificar se as quebras encontradas nas taxas de crescimento do consumo e do crédito por meio dos testes de Bai e Perron (1998) são adequadas para escolher a data de quebra nos coeficientes da equação do consumo, estimamos as quebras diretamente nessa equação por meio dos testes de Hall, Han e Boldea (2012), que permitem a presença de regressores endógenos na equação de teste.

Os resultados encontrados indicam que não é adequado impor as quebras conforme fez Brady (2008). De fato, os testes de quebra no crescimento do consumo de não-duráveis e serviços, consumo de não-duráveis e crédito total encontram respectivamente, uma, nenhuma e quatro quebras. Já quando fazemos os teste diretamente na equação do consumo, não encontramos nenhuma quebra quando utilizamos o consumo de não-duráveis como variável dependente e, quando utilizamos o consumo de não-duráveis e serviços, encontramos uma quebra que não coincide com as quebras encontradas nas taxas de crescimento.

Apesar da metodologia empregada ser mais adequada para encontrar as quebras, não foi possível concluir que a renda deixou de ser significativa para explicar o consumo, como concluiu Brady (2008). Isso provavelmente ocorreu devido ao conjunto de instrumentos utilizados. Com um conjunto de instrumentos mais parcimonioso e menos sujeito a problemas de especificação, reduzimos os problemas de inconsistência gerados pelo excesso de instrumentos, mas os estimadores se tornam menos eficientes e deixam de ser significantes, de tal forma que em nenhuma partição a renda mostra-se estatisticamente significativa para explicar o consumo.

## Referências

ANDREWS, D. W. Tests for parameter instability and structural change with unknown change point. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, p. 821–856, 1993.

BACCHETTA, P.; GERLACH, S. Consumption and credit constraints: International evidence. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 40, n. 2, p. 207–238, 1997.

BAI, J.; PERRON, P. Estimating and testing linear models with multiple structural changes. *Econometrica*, p. 47–78, 1998.

BRADY, R. R. Structural breaks and consumer credit: Is consumption smoothing finally a reality? *Journal of macroeconomics*, Elsevier, v. 30, n. 3, p. 1246–1268, 2008.

CAMPBELL, J. Y.; MANKIW, N. G. Consumption, income and interest rates: Reinterpreting the time series evidence. MIT Press, p. 185–246, 1989.

CARROLL, C. D.; SUMMERS, L. H. Consumption growth parallels income growth: Some new evidence. *National saving and economic performance*, University of Chicago Press, p. 305–348, 1991.

FLAVIN, M. A. The adjustment of consumption to changing expectations about future income. *The Journal of Political Economy*, p. 974–1009, 1981.

GROSS, D. B.; SOULELES, N. S. Do liquidity constraints and interest rates matter for consumer behavior? evidence from credit card data. 2001.

HALL, A. R.; HAN, S.; BOLDEA, O. Inference regarding multiple structural changes in linear models with endogenous regressors. *Journal of Econometrics*, Elsevier, v. 170, n. 2, p. 281–302, 2012.

HALL, R. E. Stochastic implications of the life cycle-permanent income hypothesis: theory and evidence. *NBER Working Paper*, n. R0015, 1978.

HALL, R. E. Intertemporal substitution in consumption. *The Journal of Political Economy*, v. 96, n. 2, p. 339–357, 1988.

HANSEN, C.; HAUSMAN, J.; NEWEY, W. Estimation with many instrumental variables. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 26, n. 4, 2008.

HANSEN, L. P.; SINGLETON, K. J. Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns. *The Journal of Political Economy*, p. 249–265, 1983.

LUDVIGSON, S. Consumption and credit: a model of time-varying liquidity constraints. *Review of Economics and Statistics*, v. 81, n. 3, p. 434–447, 1999.

MANKIW, N. G. The permanent income hypothesis and the real interest rate. *Economics Letters*, Elsevier, v. 7, n. 4, p. 307–311, 1981.

MORIMUNE, K. Approximate distributions of k-class estimators when the degree of overidentifiability is large compared with the sample size. *Econometrica*, p. 821–841, 1983.

ZELDES, S. P. Consumption and liquidity constraints: an empirical investigation. *The Journal of Political Economy*, p. 305–346, 1989.