Universidade de São Paulo

Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

Departamento de Economia

Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia Aplicada

HUGO MAMORU AOKI HISSANAGA

Previsão da curva de juros com análise de componentes principais utilizando matriz de covariância de longo prazo

Orientador: Márcio Poletti Laurini

Ribeirão Preto

2017

Prof. Dr. Marco Antonio Zago

Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Dante Pinheiro Martinelli

Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

Prof. Dr. Renato Leite Marcondes

Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Sergio Naruhiko Sakurai

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia - Área: Economia Aplicada

HUGO MAMORU AOKI HISSANAGA

Previsão da curva de juros com análise de componentes principais utilizando matriz de covariância de longo prazo

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia Aplicada da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Ciências. Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP.

Orientador: Márcio Poletti Laurini

Ribeirão Preto

2017

Hissanaga, Hugo Mamoru Aoki
Previsão da curva de juros com análise de componentes principais utilizando matriz de covariância de longo prazo/ Universidade de São Paulo
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto
Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia Aplicada; Orientador: Márcio Poletti Laurini
Ribeirão Preto, 2017- 45 p. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2017.

1. Curva de Juros. 2. Previsão. 3. Análise de Componentes Principais. I. Orientador: prof. Dr. Márcio Poletti Laurini. II. Universidade De São Paulo - Campus Ribeirão Preto. III. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. IV. Previsão da Curva de Juros Utilizando Análise de Componentes Principais.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha esposa por ter me apoiado ao longo do período de mestrado e me incentivado a realizar esse meu sonho, aos amigos que fiz nesse período, que tornaram as horas de estudo mais agradáveis e divertidas.

Ao professor Marcio Poletti Laurini, pela excelente orientação e ajudas primordiais. Também agradeço aos professores que estiveram presentes na minha caminhada e me ensinaram e por fim ao professor Sérgio Sakurai por ter me ajudado nessa reta final e ter compreendido pela dificuldade que passei.

Resumo

HISSANAGA, H. M. A. **Previsão da curva de juros com análise de componentes principais utilizando matriz de covariâcia de longo prazo.** 2017. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2017.

Apesar da Análise de Componentes Principais (PCA) ser um dos métodos mais importantes na análise da estrutura a termo de taxa de juros, há fortes indícios de não ser adequada para estimar fatores da curva de juros quando há presença de dependência temporal e erros de medida. Para corrigir esses problemas é indicado utilizar a matriz de covariância de longo prazo, extraindo a correta estrutura de covariância presente nestes processos. Neste trabalho, mostramos que realizar a previsão fora da amostra da curva de taxa de juros com o método de Análise de Componentes Principais (PCA) utilizando como base a matriz de covariância de longo prazo (LRCM) parece ser mais acurada comparada a PCA com base na matriz de covariância amostral.

Palavras-chaves: Previsão, Análise de Componentes Principais, Robustez, Curva de Juros

Abstract

HISSANAGA, H. M. A. **Forecast of the interest curve with principal components analysis using long-term covariance matrix.** 2017. Dissertation (Master Degree) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2017.

Although Principal Component Analysis (PCA) is one of the most common methods to estimate the structure of interest rate volatility, there are strong indications that it is not adequate to estimate interest rate factors when there is temporal dependence and measurement errors. To correct these problems it is necessary to use the long-term covariance matrix, to extract the correct covariance structure present in these processes. In this work, we show that performing the out-of-sample forecasting of the interest rate curve with the Principal Component Analysis (PCA) method based on the long-term covariance matrix (LRCM) seems to be more accurate compared to PCA based on sample covariance matrix.

Key-words: Forecasting, Principal Components Analysis, Robustness, Interest Curve

Lista de tabelas

Sumário

1 Introdução

Economistas, formuladores de política monetária, analistas de mercados e agentes em geral estão interessados no comportamento e na previsão da curva de juros, devido à importância da mesma na economia. Previsões de valores futuros da curva de juros são fundamentais na gestão de carteira de renda fixa, precificação de derivativos e gerenciamento de risco.

Apesar da importância das previsões para a curva de juros, o que surpreendeu Diebold e Li (2006) era que a maioria dos estudos sobre o assunto tinham foco principal nos ajustes dos modelos dentro da amostra (*in-sample*) e não como cerne central a previsão fora da amostra. Aqueles que se concentraram na previsão fora da amostra, como Duffee (2002), concluem que os muitos modelos tinham um desempenho preditivo insatisfatório. Um ponto de mudança na construção de modelos de previsão para curva de juros se encontra no trabalho de Diebold e Li (2006), que mostram que é possível obter um bom desempenho preditivo por meio de modelos baseados em fatores latentes para a curva de juros.

Modelos fatoriais para a modelagem da curva de juros tem uma grande importância na modelagem da estrutura a termo de taxas de juros. O trabalho seminal de Litterman e Scheinkman (1991) mostra que a maior parte da covariância observada na curva de juros pode ser sintetizada por alguns fatores não observáveis, extraídos através de Análise de Componentes Principais. Estes fatores podem ser interpretados como componentes de nível, inclinação e curvatura, que via de regra explicam no mínimo 96% da variabilidade observada nos *yields* na *cross-section* e no tempo. Estes fatores latentes podem ser usados para procedimentos de *hedge* para movimentos nas curvas de juros, mimetizando propriedades de *duration* e convexidade, e também em procedimentos de apreçamento de derivativos, através da calibração da estrutura de volatilidade em modelos Heath-Jarrow-Morton Heath, Jarrow e Morton (1992), como discutido em Jarrow (2002) e Filipovic (2009).

A Análise de Componentes Principais (*Principal Components Analysis* - PCA) também é muito importante para construção de previsões fora da amostra em modelos de finanças e de macroeconomia. Esta metodologia é essencial na construção de modelos de previsão utilizando um grande número de possíveis preditores, sendo utilizada na redução de dimensão deste conjunto de variáveis explicativas, como discutido em Stock e Watson (2002). Nesta metodologia a informação preditiva de um grande número de variáveis é sumarizada por um conjunto restrito de componentes, representando ganhos em poder preditivo em relação a outros modelos concorrentes. A análise de componentes principais também é uma forma bastante simples de construir previsões fora da amostra para toda a curva de juros, onde de forma análoga a utilização em previsões macroeconômicas, a complexa dinâmica na *cross-section* e no tempo é sumarizada por um número bastante restrito de componentes.

No entanto a utilização de componentes principais na análise de curvas de juros pode ser impactada pela presença de estruturas de dependência e erros de medida na curva de juros. Um sintoma destes problemas pode ser observado na diferença observada entre o número de fatores nas curvas *spot* e *forward* que são obtidos pela análise de componentes principais. Lord e Pelsser (2007) relatam uma diferença visível no PCA entre a curva *forward* e *spot* utilizando curvas Svensson estimadas para o mercado do euro, e resultados parecidos foram relatados por Kletskin et al. (2004), que também identificaram uma diferença no espectro entre ao curva *forward* e a *spot*. Conforme Laurini e Ohashi (2015), a diferença da estrutura espectral entre as taxas *spot* e *forward* ocorre pelo fato de existirem erros de medida no mercado de juros, ligados a efeitos de microestrutura de mercado, como por exemplo, custos de transação e *bid* e *ask spreads* dos preços dos títulos. A contaminação pela presença de erros de medida induz uma estrutura de dependência artificial na estrutura a termo de taxas de juros, que afeta a análise de componentes principais baseada na matriz de covariância amostral, que assume que os retornos são independentes. Esta estrutura de contaminação é especialmente prejudicial para as curvas *forward* de juros, já que nestas curvas a estrutura de contaminação introduz um componente de média móvel não invertível na matriz de covariância temporal, a contaminação pela presença de estruturas de média móvel afeta severamente os estimadores de variância e covariância amostral em séries temporais, introduzindo componentes relevantes de viés e variância nestes estimadores, como é bastante discutido na literatura, por Müller (2007).

Uma correção para a estimação da matriz de covariância amostral e a consequente aplicação de análise de componentes principais em modelagem de curvas de juros é apresentada em Laurini e Ohashi (2015). Esta correção é baseada na aplicação de estimadores de covariância de longo prazo (*long run covariance matrix* - LRCM) na decomposição espectral dos movimentos da curva de juros. Laurini e Ohashi (2015) mostram que o uso de estimadores não-paramétricos para a covariância de longo prazo, baseados na família de estimadores consistentes discutida por Andrews (1991) e os estimadores baseados em janelas fixas (*fixed bandwidths*), propostos por Kiefer e Vogelsang (2002) Kiefer e Vogelsang (2005), conseguem identificar corretamente o número de fatores observados nas curvas de juros *spot* e *forward*, e como consequência prática melhoram os procedimentos de apreçamento de derivativos de taxas de juros baseados na calibração pela análise de componentes principais para a curva *forward* de juros.

A curva de juros *forward* é fundamental na determinação do *hedge* ótimo e precificação dos derivativos da taxa de juros por meio da clássica metodologia proposta por Heath, Jarrow e Morton (1992). Devido a existência de expressões analíticas para preços de derivativos e procedimentos de *hedge* é comum assumir a estrutura de volatilidade na família Heath-Jarrow-Morton como determinística, o que equivale a formulação de um modelo Heath-Jarrow-Morton Gaussiano, que é normalmente calibrado através da decomposição de componentes principais baseados na matriz de covariância amostral, como discutido em Filipovic (2009) e Jarrow (2002). Laurini e Ohashi (2015) mostram a calibração destes modelos através da componentes principais baseados na matriz de covariância de longo prazo gera resultados de apreçamento bastante superiores aos obtidos pela metodologia baseada na decomposição espectral da matriz de covariância amostral estática.

Neste trabalho daremos continuidade ao artigo de Laurini e Ohashi (2015), analisando se existem ganhos relevantes na previsão de taxas de juros utilizando a análise de componentes principais baseada em estimadores de matrizes de covariância de longo prazo comparada a aplicação usual baseada na matriz de covariância estática. De forma mais específica este trabalho tem como principais objetivos verificar se - (a) existem de fato ganhos de previsão com o uso desta metodologia, (b) verificar se existe uma escolha ótima entre as duas classes de estimadores de covariância de longo prazo (estimadores consistentes de Andrews (1991) e estimadores de janela fixa de Kiefer e Vogelsang (2002) Kiefer e Vogelsang (2005)) e (c), se a escolha do Kernel utilizado na estimação não-paramétrica afeta os resultados de previsão.

Este trabalho tem a seguinte estrutura - na próxima seção, forneceremos uma descrição da nossa estrutura de modelagem, revisando os métodos de estimação da matriz de covariância de longo prazo utilizados para o PCA e os testes utilizados para comparação dos modelos para previsão. Na seção 3 descreveremos os dados e o método da previsão fora da amostra, e na seção 4 discutiremos os resultados obtidos e na seção 5 as conclusões do trabalho.

2 Modelos e testes de previsão

2.1 Modelos

Para definir de forma adequada nosso objetivo de previsão da curva de juros, precisamos explicar as definições de taxas de juros utilizadas. A estrutura a termo pode ser descrita através de taxa de desconto, taxas *spot*, ou taxas *forward*.

A função de desconto, que dá o preço $d(t)$ de um título zero cupom em função da maturidade t, deve satisfazer a seguinte equação sob continuidade:

$$d(t)e^{y(t).t} = 1 \tag{1}$$

ou

$$d(t) = e^{-y(t).t} \tag{2}$$

A função desconto é uma função de decaimento exponencial da maturidade e deve satisfazer a restrição $d(0) = 1$. A equação acima mostra que sob continuidade podemos definir a chamada taxa *spot*, ou *yield to maturity*, através da relação:

$$y(t) = -\frac{\log d(t)}{t} \tag{3}$$

A taxa *spot* é uma taxa única de retorno aplicada sobre a maturidade de t anos a partir de contrato iniciado hoje. Também podemos pensar nisso como a média de uma série de taxas *forward*, com diferentes vencimentos a partir de um ponto no futuro, assim:

$$e^{y(t).t} = e^{\int_0^t r(x)dx} \tag{4}$$

$$y(t) = \frac{1}{t}\int_0^t r(x)dx \tag{5}$$

$r(t)$ denota curva de juros *forward* como função da maturidade t.

Podemos definir a curva da taxa *spot* como $x \mapsto y_t(x)$ e a curva de juros *forward* $x \mapsto r_t(x); t \geq 0$, no qual podemos relacionar pela seguinte combinação linear

$$y_t(x) = \frac{1}{x}\int_0^x r_t(z)dz; 0 \leq t < \infty, x \geq 0. \tag{6}$$

2.2 Análise de Componentes Principais

A chamada análise de componentes principais é baseada em uma estrutura fatorial para a curva de juros. Os modelos de fatores lineares para a taxa *forward* e taxa *spot* têm uma forma geral dada por:

$$\begin{aligned} Y_{it} &= \alpha_i + \beta_{1i}f_{1t} + \beta_{2i}f_{2t} + \beta_{3i}f_{3t} + ... + \beta_{Ki}f_{Kt} + \epsilon_{it} \\ Y_{it} &= \alpha_i + \beta_i F_t + \epsilon_{it} \end{aligned} \tag{7}$$

onde Y_{it} são as taxas de juros de interesse com maturidades i ($i = 1, ..., N$) e o período de tempo t ($t = 1, ..., T$), α_i é o intercepto, f_{kt} são os fatores comuns ($k = 1, ..., K$), β_{ki} são as cargas dos fatores para a maturidade i no k-ésimo fator, e ϵ_{it} são os erros específicos dos ativos. Nos modelos de fatores, assumimos que os fatores, F_t, são $I(0)$ com momentos incondicionais

$$E[F_t] = \mu_f \qquad cov(F_t) = E[(F_t - \mu_f)(F_t - \mu_f)^{'}] = \Omega_f \tag{8}$$

Os erros específicos, ϵ_{it}, são não correlacionados com cada fator f_{kt} e assumimos que os erros ϵ_{it} são serialmente não correlacionados e contemporaneamente não relacionados conforme maturidades e ativos:

$$\begin{aligned} &cov(\epsilon_{it}, \epsilon_{js}) = \sigma_i^2 \quad \text{para todo } i = j \ e \ t = s \\ &cov(\epsilon_{it}, \epsilon_{js}) = 0 \ \text{, caso contrário} \end{aligned} \tag{9}$$

A equação 7 pode ser reescrita com função do tempo e agrupar por maturidade:

$$\begin{aligned} &Y_t = \alpha + \beta F_t + \epsilon_t \quad , \ t = 1, ..., T \\ &E[\epsilon_t \epsilon_t^{'} | F_t] = D \end{aligned} \tag{10}$$

D é uma matriz de covariância diagonal, dado as hipóteses do modelo de fatores, a matriz de covariância da taxa de juros *spot* ou *forward* tem a estrutura:

$$cov(Y_t) = \Omega = \beta \Omega_F \beta^{'} + D \tag{11}$$

Análise de componentes principais (PCA) é a forma mais comum utilizada para estimar os fatores não observados, sendo uma técnica de redução de dimensão usada para explicar a maioria da informação contida na matriz de covariância da taxa de juros, através da chamada decomposição espectral desta matriz de covariância. Os componentes principais são construídos ordenadamente, para que, o primeiro fator explique a maior parte da matriz de covariância, o segundo componente explica a segunda maior parte, o terceiro componente explique a terceira maior parte e assim por diante. Os componentes principais são construídos para serem ortogonais uns aos outros e normalizados para terem comprimentos unitários.

A decomposição espectral é dada pela decomposição da matriz de covariância em um produto de seus autovalores e autovetores:

$$cov(Y_t) = \Omega = P\Delta P^{'} \tag{12}$$

onde P denota a matriz de autovetores associada a matriz diagonal Δ que contém os autovalores ordenados. A partir dessa decomposição obtemos os chamados componentes principais como:

$$F_t = Y_t^{'}P \tag{13}$$

Devido a estrutura linear podemos utilizar o método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) para estimar as cargas dos fatores para o modelo.

Estimadores para os componentes principais são baseados em versões amostrais para as quantidades desconhecidas nesta formulação. Usualmente a estimação de PCA é baseada na matriz de covariância amostral do processo em análise. No entanto note que este estimador é somente válido para processos independentes, já que a covariância amostral ignora toda a estrutura de dependência temporal (autocovariâncias) observada em séries temporais. Outra limitação deste estimador é que a presença de contaminações como *outliers* e erros de medida introduz severas distorções de viés e variância, como discutido em Müller (2007). Uma correção para a análise de componentes principais na presença de dependência temporal é o uso de estimadores de longo prazo, que são estimadores consistentes para a presença de estruturas de dependência temporal como autocorrelação serial e heterocedasticidade. Estes estimadores são normalmente conhecidos como estimadores HAC (*heteroskedasticy and autocorrelation robust estimators*) e suas propriedades gerais foram estudadas no trabalho de Andrews (1991), sumarizando toda uma literatura anterior existente sobre esta classe de estimadores. O uso desta classe de estimadores na análise de curvas de juros foi introduzida em Laurini e Ohashi (2015), que mostram as boas propriedades deste estimador em relação ao estimador usual baseado na covariância amostral estática.

Para definirmos a classe de estimadores de longo prazo (LRCM), primeiro simplificaremos definindo o nosso processo de interesse como w_t, e assumindo estacionariedade fraca e ergodicidade de w_t, podemos representar a variância verdadeira deste processo como:

$$V_{lr} = \lim_{n\to\infty} var(\sqrt{n}\overline{w}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma(j), \tag{14}$$

onde $\gamma(j) = E[(w_t - E[w_t])(w_{t-j} - E[w_{t-j}])^{'}]$ é a covariância cruzada no lag j, $\overline{w}$ é a média amostral, porém, temos um problema em estimar LRCM. Note que não podemos apenas substituir as autocovariâncias desconhecidas $\gamma(j)$ por equivalentes amostrais, já que existem infinitos parâmetros a serem estimados, ou de outra forma, estes estimadores não serão consistente dado que o numero de parâmetros cresce proporcional ao tamanho da amostra $N \geq 1$. Estimadores consistentes para a variância de longo prazo exigem uma condição adicional que a estrutura de autocovariância deve convergir mais rápido para zero que o tamanho da amostra, como detalhado em Andrews (1991), que também mostra como obter estimadores não-paramétricos para este processo. Detalhamos esta estrutura a seguir.

2.3 Estimadores para a matriz de covariância de longo prazo

Para contornar os problemas de utilizar a matriz de covariância amostral e a também a inconsistência do LRCM paramétrico, utilizaremos duas classes de estimadores não paramétricos para estimar LRCM, sendo que a primeira é a metodologia geral sumarizada por Andrews (1991) e a segunda a classe de estimadores de janela fixa introduzidas em Kiefer e Vogelsang (2002).

A metodologia discutida em Andrews (1991) estima a matriz de covariância na presença de heterocedasticidade e autocorrelação de formas desconhecidas através da formulação não-paramétrica dada por:

$$\hat{V}_{lr}^{A} := \sum_{j=-(n-1)}^{(n-1)} \alpha(j)\hat{\gamma}(j), \tag{15}$$

no qual, $\alpha(j)$ é a sequência de pesos $\alpha(j) = K(j/b)$ e $K(.)$ é uma função Kernel simétrica, contínua, $K(0) = 1$ e b é o parâmetro de janela (*bandwidth*), que determina a estrutura de ponderação local em torno do ponto t. A condição de consistência para estes estimadores é dada por $b \to \infty$ quando $n \to \infty$ e para o *bandwidth* tem que aumentar mais devagar do que o tamanho da amostra, o que permite estimar a covariância usando uma truncação na estrutura de covariância.

Limitações importantes sobre estes estimadores foram obtidos por Müller (2007), que mostra que essa classe de estimadores tem problemas de viés em amostras finitas e pode ser afetada severamente pela presença de processos com forte dependência temporal e heterogeneidade, em especial pela presença de contaminações como *outliers* e erros de medida. Uma alternativa aos estimadores propostos discutidos por Andrews (1991) é a chamada classe de estimadores com janelas fixas (*fixed bandwidth*), baseados no uso de uma uma regra de *bandwidth* dada por uma proporção fixa da amostra, introduzida por Kiefer e Vogelsang (2002) e Kiefer e Vogelsang (2005), mais conhecido como modelo de Fixed-b. Note que o uso de uma janela fixa viola a condição de consistência discutida em Andrews (1991), mas como mostrado em Kiefer e Vogelsang (2002) e Kiefer e Vogelsang (2005) estes estimadores inconsistentes tem um ótimo desempenho em amostras finitas, especialmente na presença de heterogeneidade temporal. Esta classe de estimadores também foi introduzida na análise de componentes principais por Laurini e Ohashi (2015), que mostram que esta classe tem desempenho superior na identificação dos fatores da curva de juros e em apreçamento de derivativos usando calibrações por componentes principais, superando os estimadores baseados na matriz de covariância estática e os estimadores de covariância de longo prazo de Andrews (1991).

A forma mais simples de estimador de janela fixa é o modelo proposto por Kiefer e Vogelsang (2002):

$$\hat{V}_{lr}^{VK} := T^{-1} \sum_{i=1}^{T} \sum_{j=1}^{T} \hat{u}_i (1 - \frac{|i-j|}{T}) \hat{u}_j, \tag{16}$$

conforme mostrado por Laurini e Ohashi (2015), que corresponde ao uso de toda a amostra na janela de estimação e o uso de um kernel de Bartlett.

Note que tanto os estimadores de Andrews (1991) como os estimadores de janela fixa de Kiefer e Vogelsang (2002) e Kiefer e Vogelsang (2005) são baseados em funções de kernel na ponderação da estrutura de autocovariância. Embora o desempenho destes estimadores esteja mais ligado a regra de janela que a função de kernel utilizada (e.g. Andrews (1991)), é interessante verificar se existe algum kernel com melhores propriedades em termos de previsão fora da amostra. Para isto nesse trabalho também analisamos o impacto da função de kernel no resultado preditivo. Para isso consideramos as funções de kernel mais importantes: Truncated, Bartlett, Parzen, Turkey-Hanning e Quadratic Spectral, como utilizados por Andrews (1991). Estes kernels são dados pelas seguintes funções:

$$Truncated: \qquad k_{TR}(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } |x| \leq 1, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \tag{17}$$

$$Bartlett: \qquad k_{BT}(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{para } |x| \leq 1, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \tag{18}$$

$$Parzen: \qquad k_{PR}(x) = \begin{cases} 1 - 6x^2 + 6|x|^3 & \text{para } 0 \leq |x| \leq 1/2, \\ 2(1 - |x|)^3 & \text{para } 1/2 \leq |x| \leq 1, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \tag{19}$$

$$Tukey - Hanning: \qquad k_{TH}(x) = \begin{cases} (1 + cos(\pi x))/2 & \text{para } |x| \leq 1, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \tag{20}$$

$$Quadratic\ Spectral: \qquad k_{QS}(x) = \frac{25}{12\pi^2 x^2} \left(\frac{sin(6\pi x/5)}{6\pi x/5} - cos(6\pi x/5) \right). \tag{21}$$

2.4 Medidas e testes de desempenho preditivo

Para comparar quais as melhores especificações em termos de desempenho preditivo, utilizamos algumas métricas comuns de desempenho preditivo fora da amostra, como erro médio de previsão e raiz do erro quadrático médio (*root mean squared error* - RMSE). Embora essas métricas pontuais sejam bastante informativas, não são testes formais de desempenho, e assim não podem estabelecer a superioridade preditiva de um modelo em relação ao outro. Para realizar estes testes formais, iremos utilizar o teste de Diebold-Mariano (Diebold e Mariano (1995)) e o *Model Confidence Set*, proposto por Hansen (2003), sendo que o primeiro teste é utilizado para comparar se existe ganho preditivo entre dois modelos em análise, enquanto que o *Model Confidence Set* permite comparar um conjunto de modelos em termos de desempenho preditivo. Detalharemos estes dois procedimentos a seguir.

A abordagem do teste de Diebold-Mariano (DM) é tomar erros de previsão como primitivos e fazer suposições diretamente sobre esses erros de previsão, mais precisamente, este depende de suposições feitas diretamente no diferencial de perda de erro de previsão. O teste de DM não foi destinado para comparar diretamente modelos, porém, grande parte da vasta literatura que se seguiu, no entanto, usam testes do tipo DM para comparar modelos, em ambientes pseudo fora da amostra[1].

Este teste é baseado em uma função perda associada ao erro de previsão. Denotando a perda associada com o erro de previsão e_t por $L(e_t)$, por exemplo, uma função de perda quadrática seria dada $L(e_t) = e_t^2$. No tempo-t a perda diferencial entre as previsões associadas aos modelos 1 e 2 é $d_{12t} = L(e_{1t}) - L(e_{2t})$. O teste é baseado em uma hipótese nula de igualdade de previsões, associada a hipótese nula $E(d_{12t}) = 0$, contra hipóteses alternativas de que $E(d_{12t}) \neq 0$ (teste bicaudal) ou hipóteses de superiodade de um modelo em relação ao outro dadas por $E(d_{12t}) > 0$ ou $E(d_{12t}) < 0$.

A hipótese fundamental da precisão da previsão corresponde a $E(d_{12t}) = 0$, caso em que, sobre as hipóteses assumidas em Diebold e Mariano (1995) a distribuição de teste

[1] Para mais detalhes sobre o teste, veja Diebold e Mariano (1995)

é dada por:

$$DM_{12} = \frac{\bar{d}_{12}}{\hat{\sigma}_{\bar{d}_{12}}} \xrightarrow{d} N(0,1) \tag{22}$$

onde $\bar{d}_{12} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} d_{12t}$ é a média amostral de diferencial de perda e $\hat{\sigma}_{\bar{d}_{12}}$ é uma estimativa consistente do desvio padrão de $\bar{d}_{12}$.

Além do teste Diebold-Mariano, utilizaremos outra comparação de modelos de previsão, o chamado *Model Confidence Set* (MCS) proposto por Hansen, Lunde e Nason (2011), que determina um conjunto dos melhores modelos, com um determinado nível de confiança, entre o conjunto de todos os modelos testados. Em contraste com o teste de Diebold-Mariano, o MCS não requer um modelo *benchmark* particular, o que é especialmente importante na comparação de um grande número de modelos e/ou especificações, como no caso deste trabalho.

Outro ponto positivo do teste MCS é este realizado por uma sequência de testes de hipótese que envolvem apenas igualdades, evitando os problemas associados a desigualdades e também a testes sequenciais, em especial os problemas relacionados ao controle do erro Tipo I do teste, como discutido em Hansen, Lunde e Nason (2011).

O MCS não reporta um modelo único melhor que seus concorrentes, mas um conjunto de modelos com o melhor desempenho preditivo associado a um nível de significância. Este conjunto final de modelos é importante já que em geral com um conjunto de dados finito não há informações suficiente para determinar um único modelo vencedor. O MCS permite reduzir e categorizar em um conjunto de modelos com os melhores desempenhos preditivos, e eliminar sequencialmente modelos com desempenho preditivo inferior.

Para mostrar o algoritmo de seleção utilizando no MCS, primeiro definimos o conjunto dos modelos competidores $\mathcal{M}^0$ e um critério (função perda) para avaliar estes modelos. O procedimento é realizado através de um teste de equivalência, $\delta_{\mathcal{M}}$, aplicado no conjunto $\mathcal{M} = \mathcal{M}^0$. Se um certo $\delta_{\mathcal{M}}$ é rejeitado, há evidências que o objeto $\mathcal{M}$ tem desempenho preditivo inferior, e uma regra de eliminação $e_{\mathcal{M}}$ é utilizada para eliminar $\mathcal{M}$ do conjunto de modelos com melhor desempenho de previsão. O procedimento é repetido até definir os sobreviventes, utilizando um nível de significância α em todos os testes, e desta forma este processo garante $\lim_{n\to\infty} P(\mathcal{M}^* \subset \hat{\mathcal{M}}^*_{1-\alpha}) \geq 1-\alpha$ e caso $\mathcal{M}^*$ for um único objeto temos $\lim_{n\to\infty} P(\mathcal{M}^* = \hat{\mathcal{M}}^*_{1-\alpha})$.

Seguindo a notação de Hansen, Lunde e Nason (2011), iremos definir a função perda associado ao modelo i no período t como erro quadratico $L_{it}, t = 1, ..., n$, isso é, a previsão amostral de Y_{t+h} é dada por $\hat{Y}_{t+h/t}$, e agora a função perda fica definida como $L_{it} = (Y_{t+h}, \hat{Y}_{t+h/t})$ e:

$$d_{ij,t} \equiv L_{i,t} - L_{j,t}, \quad para \quad todo \quad i, j \in \mathcal{M}^0 \tag{23}$$

onde é assumido que $\mu_{ij} \equiv E(d_{ij,t})$ é finito e não depende de t para todo $i, j \in \mathcal{M}^0$.

O MCS gera um p-valor para cada modelo analisado e assim para cada modelo $i \in \mathcal{M}^0$ o p-valor é denotado como $\hat{p}_i$, onde é definido uma seleção se e somente se $\hat{p}_i \geq \alpha$ para $i \in \hat{\mathcal{M}}^*_{1-\alpha}$, e assim, um modelo com um pequeno p-valor no MCS se torna improvável como alternativa para definir $\mathcal{M}^0$

Por se tratar de um teste sequencial, é preciso evitar a acumulação de erros do Tipo I com consequências negativas sobre a escolha final de modelo (veja, por exemplo, a discussão em Leeb e Pötscher (2003)). Como discutido em Hansen, Lunde e Nason (2011) o MCS não sofre desse problema dado que o teste sequencial é interrompido quando a primeira hipótese não é rejeitada.

No teste de equivalência a regra de eliminação proposta por Hansen, Lunde e Nason (2011) pode ser baseada em dois testes formulados a partir de estatísticas t. Definiremos a estatística da perda relativa a amostra como $\overline{d}_{ij} \equiv n^{-1} \sum_{t=1}^{n} d_{ij,t}$ e $\overline{d}_i \equiv m^{-1} \sum_{j \in \mathcal{M}} \overline{d}_{ij}$, onde $\overline{d}_{ij}$ mede a perda relativa da amostra entre o i-ésimo e o j-ésimo modelo, $\overline{d}_i$ é a perda da amostra entre o i-ésimo modelo relativo a média dos modelos em $\mathcal{M}$, dado isso, temos que $\overline{d}_i = (\overline{L}_i - \overline{L})$, onde $\overline{L}_i \equiv n^{-1} \sum_{t=1}^{n} L_{i,t}$ e $\overline{L} \equiv m^{-1} \sum_{j \in \mathcal{M}} \overline{L}_i$, tornando possível a construção das estatísticas t:

$$t_{ij} = \frac{\overline{d}_{i,j}}{\sqrt{v\hat{a}r(\overline{d}_{i,j})}} \qquad e \qquad t_i = \frac{\overline{d}_i}{\sqrt{v\hat{a}r(\overline{d}_i)}} \qquad para \quad i,j \in \mathcal{M}, \tag{24}$$

A estatística t_{ij} e t_i estão associados com a hipótese nula $H_{ij} : \mu_{ij} = 0$ e $H_i : \mu_i = 0$, onde $\mu_i = E(\overline{d}_i)$. Essas estatísticas formam a base para o teste de hipótese $H_{0,\mathcal{M}}$ como sendo o conjunto de H_{ij} para todo $i, j \in \mathcal{M}$ e H_i para todo $i \in \mathcal{M}$.

Hansen, Lunde e Nason (2011) definem dois testes estatístico que serão utilizados no MCS, sendo a hipótese nula $\{\mu_i \leq 0$ para todo $i \in \mathcal{M}\}$ e a outra $\{|\mu_{ij}| \leq 0$ para todo $i \in \mathcal{M}\}$, sendo os testes:

$$T_{max,\mathcal{M}} = \max_{i \in \mathcal{M}} t_i. \quad e \quad T_{R,\mathcal{M}} \equiv \max_{i,j \in \mathcal{M}} |t_{ij}|, \tag{25}$$

onde podemos testar a hipótese $H_{0,\mathcal{M}}$.

Depois de definido o teste e a estatística utilizada o algoritmo do MCS é dividido em 3 etapas, primeiro definimos $\mathcal{M} = \mathcal{M}^0$, depois testamos $H_{0,\mathcal{M}}$ usando $\delta_{\mathcal{M}}$ com nível de confiança α e por último se $\mathcal{M}^0$ é aceito, definimos $\mathcal{M}^*_{1-\alpha} = \mathcal{M}$ e caso contrário, usamos $e_{\mathcal{M}}$ para eliminar o modelo de $\mathcal{M}$ e repetimos a segunda etapa novamente, assim, $\mathcal{M}^*_{1-\alpha}$ é o conjuntos dos modelos sobreviventes e é referido como *model confidence set*.

3 Experimento de previsão

3.1 Dados

Para realizarmos o procedimento de análise de desempenho preditivo usaremos um conjunto de dados bastante utilizado na análise de curvas de juros, e por isso comparável a outras análises realizadas na literatura, dado pela base *yields* de *Treasury Bonds* utilizada em Diebold e Li (2006)[2]. Esta base é construída usando preço de fechamento do mês para títulos do Tesouro dos Estados Unidos (média do *bid-ask*), excluindo títulos com opções

[2] Para mais detalhes olhar o trabalho de Diebold e Li (2006)

de recompra *callable* e *flower bonds* e títulos com problemas de liquidez, isso é, *bills* com menos de um mês até o vencimento e *notes* e *bonds* com menos de um 1 ano de vencimento. Depois de tratados, os dados foram convertidos em curvas *spot* equivalente a títulos zero cupom usando o procedimento de Fama e Bliss (1987), e também construímos uma base de títulos *forward* equivalentes. Este conjunto de dados é interpolado para maturidades fixas de 3, 6, 9 , 12, 15, 18, 21, 24, 30, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108 e 120 meses, para uma amostra de observações mensais entre Janeiro de 1970 até Dezembro de 2000.

As previsões realizadas foram 1,6 e 12 passos a frente fora da amostra, e para isso selecionamos amostras de estimação e previsão, usando um procedimento de amostra crescente com a amostra dada pelo período inicial de 1970:1 até o tempo que a previsão foi realizada, começando em 1994:1 até 2000:12. De forma similar a Diebold e Li (2006) nós analisamos as previsões para as maturidades de 3 meses, 1 ano, 3 anos, 5 anos e 10 anos, para taxas *spot* e *forward*.

3.2 Modelo de previsão

Como discutido na introdução, nosso objetivo é verificar se os métodos de previsão utilizando análise de componentes principais baseados em estimadores de covariância de longo prazo tem desempenho superior ao método usual baseado em covariâncias amostrais estáticas, e também quais especificações destes estimadores (estimadores consistentes segundo a definição de Andrews (1991) e estimadores de janela fixa conforme Kiefer e Vogelsang (2002) e Kiefer e Vogelsang (2005)) e funções de Kernel apresentam desempenho preditivo superior.

O procedimento de previsão é baseado na previsão direta h passos a frente, usando o conjunto de componentes principais estimados usando a amostra até o período t. Nesta forma se y é nossa variável de interesse, então preveremos y_{t+h} dada a informação disponível até ao momento t, neste caso dada pelo conjunto de componentes principais estimados denotados por $\hat{F}_t$. A equação de estimação (previsão direta) é dada por:

$$y_t = \mu + \beta' \hat{F}_{t-h} + \eta_t \tag{26}$$

Com base nos parâmetros estimados nessa equação, realizamos o procedimento de previsão como:

$$y_{t+h} = \mu + \beta' \hat{F}_t \tag{27}$$

utilizando o conjunto de informação disponível em t para realizar a previsão h passos a frente, para h igual a 1, 6 e 12 meses a frente. O erro de previsão h passo à frente é denotado por η_{t+h}.

Como discutido anteriormente extrairemos os componentes principais por três métodos, o primeiro baseado na matriz de covariância amostral, o segundo utilizando a matriz de covariância de longo prazo baseada no critério de seleção de janela ótima definido por Andrews (1991), denotado como Andrews em nossos resultados, o terceiro método a análise de componentes principais baseadas no estimador de covariância de longo prazo utilizando toda a amostra como regra de janela ótima, como proposto em Kiefer e Vogelsang (2002) e denotado como Fixed-b em nossos resultados. Para os métodos de Andrews e Fixed-b nós utilizamos as funções de Kernel Truncated, Bartlett, Parzen, Turkey-Hanning e Quadratic Spectral. Assim realizamos as previsões para maturidades *spot* e *forward* de 3 meses, 1,3,5 e 10 anos, usando três métodos de estimação de covariância e cinco funções de kernel, compreendo 11*5*2=110 experimentos de previsão.

Uma nota importante é que utilizamos em todas as estimações um mesmo número de 3 componentes principais, que estão associados aos fatores de nível, inclinação e curvatura. Como discutido em Litterman e Scheinkman (1991) e reforçado em Laurini e Ohashi (2015) este número de componentes principais sumariza de forma adequada a estrutura de covariância observada para as curvas *spot* e *forward*, e não é necessário um número maior de componentes. Estimações preliminares não incluídas neste trabalho indicam que não há ganho preditivo com um número maior de componentes principais para este conjunto de dados.

4 Resultados

Nesta seção apresentaremos os resultados obtidos das previsões fora da amostra que realizamos dos modelos com PCA Estático, Andrews e Fixed-b utilizando os 5 Kernels e discutiremos quais foram os melhores modelos dependendo do horizonte de previsão para a taxa de juros *spot* e taxa de juros *forward*, conforme a raiz do erro quadrático médio (RMSE), teste de Diebold-Mariano e *Model Confidence Set*. Os resultados dos testes abaixo, comparamos os modelos com o PCA estático amostral, para diferentes maturidades e previsão h passos diferentes. Os testes de Diebold-Mariano reportam os resultados em relação ao modelo de *benchmark*, que é o modelo baseado na estimação com PCA estático.

Os resultados estão divididos em duas classes de tabelas, sendo que a primeira classe reporta medidas de desempenho preditivo e o resultado do teste Diebold-Mariano para cada horizonte de previsão e especificação utilizada, e a segunda classe reporta o *Model Confidence Set* comparando todas as especificações para cada horizonte e maturidade. Como os resultados desagregados são mais numerosos e tem interpretação comparativa menos evidente, nós colocamos todos os resultados no Apêndice do trabalho, e iremos focar as discussões nos resultados de *Model Confidence Set*, que apresentam uma interpretação comparativa mais direta e simples.

Na primeira classe reportamos o resultado com tabelas baseadas no erro de previsão em $t + h$, dado pela diferença média entre $\hat{y}_{t+h/t} - y_{t+h}$, e com base nesses resultados, obtivemos uma série de estatísticas para o erro de previsão, incluindo média, desvio padrão, raiz do erro quadrático médio (*root mean squared error* - RMSE), autocorrelações de ordem 1 e 12 do erro de previsão e o p-valor do teste de DM, no qual, são testados contra o modelo de PCA estático *benchmark*.

As tabelas com *Model Confidence Set* reportam o Rank_M, que é a classificação de desempenho com base na estatística Tmax dos modelos, v_M é a variância da estatística Tmax, MCS_M é o pvalor da estatística do Tmax, Rank_R é a classificação com base na hipótese TR dos modelos, v_R é a variância da estatística TR, MCS_R é o pvalor da estatística do TR e a *Loss* é a função de perda utilizada no MCS.

Reportamos as tabelas com as estatísticas separadas conforme o juros *spot* e juros *forward*, os modelos de análise e o período p de previsão, comparando todas as maturidades, já nas tabelas que reportamos os resultados da MCS mostramos conforme o juros *spot* e juros *forward*, o período p de previsão e as maturidades comparando os modelos de análise. Nas próximas seções apresentamos uma análise dos resultados obtidos.

4.1 Resultado para taxa *spot* 1 passo a frente

Os resultados desagregados por especificação para a taxa *spot* 1 passo a frente estão reportadas na Tabelas A1-A11. De forma resumida podemos observar que o método de Andrews quando comparado com o PCA Estático apresentou melhora de previsibilidade somente na maturidade de 10 anos com o Kernel Truncated (Tabela A5), dado que a hipótese nula do teste de DM foi rejeitada. Assim de forma geral as funções de Kernels não influenciaram as estatísticas dos erros de previsões como média, desvio padrão e autocorrelações dos erros nesta especificação.

Para as previsões utilizando Fixed-b com os Kernel Bartlett e Parzen (tabelas A7 e A8) na maturidade de 1 ano, o pvalor de DM é abaixo de 5%, rejeitando a hipótese nula, evidenciando uma melhora na previsão, além disso, a média e o desvio padrão diminuíram para maturidade mais curtas como 3 meses e 1 ano, porém piorou para maturidades mais longas como 3 a 10 anos comparadas com o PCA Estático. Os modelos Fixed-b com Kernel Quadratic Spectral, Truncated e Tukey-Hanning (tabelas A9, A10 e A11) as médias dos erros de previsão ficaram mais distantes do 0, e também apresentando maiores desvios padrões, assim como, a autocorrelação 1 e 12 entre eles. Neste experimento temos evidências que para o uso de Fixed-b a escolha do Kernel tem influência no resultado da previsão, de forma distinta dos resultados baseados na escolha ótima de janela pelo método de Andrews, onde comportamento do erro de previsão se mantém constante para a maioria dos 5 Kernels e maturidades.

Com a ajuda do *Model Confidence Set* (MCS), com resultados reportados nas Tabelas (1-5), conseguimos corroborar a análise acima. Em todas as maturidades o modelo PCA Estático esteve no conjunto dos modelos selecionados, além disso, todos os modelos de Andrews, independente do Kernel, ficaram no conjunto dos melhores modelos, sendo que para a maturidade de 10 anos o modelo em primeiro do rank é Truncated Andrews, assim como o único teste de DM rejeitado foi para essa maturidade. Podemos observar que todas as especificações baseadas em Fixed-b para a maturidade de 1 ano, independente do Kernel utilizado, ficaram no conjunto de melhores modelos, sendo assim, para a previsão de 1 passo a frente para a maturidade de 1 ano o MCS não conseguiu excluir nenhum modelo. Na classificação baseada na perda o método de Fixed-b Parzen ficou em primeiro e em segundo Fixed-b Bartlett, consistentes com os resultados observados no teste DM, sendo as duas únicas especificações que rejeitaram a nula de igualdade preditiva com o PCA estático para maturidade de 1 ano. Para a maturidade de 3 meses o conjunto do modelos Fixed-b se restringem aos Kernels de Bartlett e Parzen, e para maturidades 3, 5 e 10 anos nenhuma especificação baseada em Fixed-b ficou no conjunto de final dos melhores modelos.

Tabela 1 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa *spot* com maturidade de 3 meses

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	7	0.361331	1	7	1.970955	1	0.025000
Quad. Spectral Andrews	3	0.284999	1	3	1.920270	1	0.024926
Truncated Andrews	6	0.349819	1	6	1.963140	1	0.024989
Bartlett Andrews	5	0.315249	1	5	1.940268	1	0.024955
Bartlett Fixed-b	1	-2.612809	1	1	-1.903182	1	0.022101
Parzen Andrews	2	0.259301	1	2	1.901918	1	0.024900
Parzen Fixed-b	8	0.748974	1	8	2.227077	0.012600	0.025378
Tukey-Hanning Andrews	4	0.296746	1	4	1.926645	1	0.024937

Tabela 2 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa *spot* com maturidade de 1 ano

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	6	0.378125	1	5	1.868347	1	0.055816
Quad. Spectral Andrews	10	0.466997	1	9	1.927243	1	0.055936
Quad. Spectral Fixed-b	4	0.182827	1	4	1.737162	1	0.055552
Truncated Andrews	9	0.466616	1	10	1.932893	1	0.055935
Truncated Fixed-b	11	1.413162	1	11	2.556133	0.104000	0.057216
Bartlett Andrews	8	0.410640	1	8	1.894234	1	0.055860
Bartlett Fixed-b	2	-1.455066	1	2	0.631390	1	0.053342
Parzen Andrews	5	0.375267	1	6	1.868411	1	0.055812
Parzen Fixed-b	1	-2.391354	1	1	-0.633142	1	0.052076
Tukey-Hanning Andrews	7	0.400078	1	7	1.880478	1	0.055845
Tukey-Hanning Fixed-b	3	-0.246234	1	3	1.449480	1	0.054973

Tabela 3 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa *spot* com maturidade de 3 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	1	-2.120172	1	1	-1.211258	1	0.071676
Quad. Spectral Andrews	3	0.478315	1	3	1.682040	0.995000	0.071922
Truncated Andrews	2	-0.246051	1	2	1.211478	1	0.071854
Bartlett Andrews	5	0.627157	1	5	1.774866	0.383000	0.071936
Parzen Andrews	6	0.658640	1	6	1.798528	0.157000	0.071939
Tukey-Hanning Andrews	4	0.606691	1	4	1.761001	0.546400	0.071934

Tabela 4 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa *spot* com maturidade de 5 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	1	-2.034361	1	1	-1.074775	1	0.079287
Quad. Spectral Andrews	5	0.607168	1	5	1.707550	1	0.079760
Truncated Andrews	6	0.993565	1	6	1.953974	0.117800	0.079830
Bartlett Andrews	2	-0.369936	1	2	1.074103	1	0.079585
Parzen Andrews	4	0.535194	1	4	1.661199	1	0.079748
Tukey-Hanning Andrews	3	0.270539	1	3	1.488057	1	0.079700

Tabela 5 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa *spot* com maturidade de 10 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	4	0.427354	1	4	1.660106	1	0.078411
Quad. Spectral Andrews	6	0.825123	1	6	1.914723	0	0.078537
Truncated Andrews	1	-2.142851	1	1	-1.319811	1	0.077600
Bartlett Andrews	5	0.638384	1	5	1.794843	1	0.078478
Parzen Andrews	3	0.350241	1	3	1.610499	1	0.078387
Tukey-Hanning Andrews	2	-0.097804	1	2	1.319733	1	0.078245

4.2 Resultado para taxa *spot* 6 passos a frente

Os resultados desagregados por especificação para a taxa *spot* 6 passos a frente estão reportadas na Tabelas A12-A22, e os resultados de *Model Confidence Se*t nas Tabelas 6-10. Para as maturidades de 3 meses e 1 ano o PCA baseado método de Fixed-b obtém os melhores resultados de previsão, em contraste com os resultados obtidos para as demais maturidades, que mostram a superioridade do método estático (maturidade de 3 anos) e do método de Andrews para as demais maturidades. Em especial é bastante notável que para as maturidades de 5 e 10 anos as previsões baseadas em Fixed-b são eliminadas do *model confidence set* final, exceto para a maturidade de 10 anos, o que demonstra uma limitação neste horizonte de tempo para as maturidades mais longas.

De forma similar aos resultados obtidos para o horizonte de um passo a frente para taxas *spot*, quando utilizamos a regra de Andrews para estimar LRCM a seleção do Kernel não possui influencia relevante sobre os resultados de previsão. A escolha do Kernel novamente tem importância influência na previsão para o modelo Fixed-b. Podemos observar uma melhora significativa para a maturidade de 3 meses em todos os Kernels, sendo todos os p-valores do teste de DM abaixo de 10% de significância, e em especial, os modelos Quadratic Spectral, Parzen e Tukey-Hanning estão abaixo de 5% de significância.

Tabela 6 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 3 meses

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	11	1.222709	1	11	1.919142	0.001200	0.218952
Quad. Spectral Andrews	7	0.747301	1	7	1.595202	1	0.211995
Quad. Spectral Fixed-b	3	-1.323695	1	3	0.201540	1	0.181680
Truncated Andrews	10	0.780165	1	10	1.618084	1	0.212477
Truncated Fixed-b	5	-0.148287	1	5	0.994116	1	0.198885
Bartlett Andrews	6	0.734309	1	6	1.587461	1	0.211806
Bartlett Fixed-b	4	-0.497881	1	4	0.758134	1	0.193767
Parzen Andrews	9	0.759383	1	9	1.605987	1	0.212172
Parzen Fixed-b	1	-1.622015	1	1	-0.142113	1	0.177311
Tukey-Hanning Andrews	8	0.758587	1	8	1.603716	1	0.212159
Tukey-Hanning Fixed-b	2	-1.411101	1	2	0.142179	1	0.180396

Tabela 7 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 1 ano

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	10	0.628577	1	10	2.468869	1	0.450858
Quad. Spectral Andrews	7	0.146392	1	7	2.151607	1	0.445382
Quad. Spectral Fixed-b	11	0.983710	1	11	2.719357	0.021400	0.454889
Truncated Andrews	6	0.144028	1	6	2.140777	1	0.445355
Truncated Fixed-b	1	-3.038153	1	1	-2.089049	1	0.409211
Bartlett Andrews	5	0.126768	1	5	2.140532	1	0.445159
Bartlett Fixed-b	8	0.187725	1	8	2.170789	1	0.445852
Parzen Andrews	3	0.124821	1	3	2.138889	1	0.445137
Parzen Fixed-b	2	0.065539	1	2	2.088305	1	0.444465
Tukey-Hanning Andrews	4	0.126498	1	4	2.139544	1	0.445158
Tukey-Hanning Fixed-b	9	0.506957	1	9	2.386631	1	0.449470

Tabela 8 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 3 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	1	-2.210447	1	1	-1.518204	1	0.602001
Quad. Spectral Andrews	4	0.478675	1	4	1.737559	0.967600	0.603742
Truncated Andrews	6	0.601461	1	6	1.813230	0.321200	0.603822
Bartlett Andrews	2	0.140030	1	2	1.516149	1	0.603523
Parzen Andrews	5	0.546699	1	5	1.781542	0.705400	0.603786
Tukey-Hanning Andrews	3	0.445373	1	3	1.712952	0.995200	0.603721

Tabela 9 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 5 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	5	0.841796	1	5	1.549506	1	0.697645
Quad. Spectral Andrews	4	0.081661	1	4	1.066962	1	0.697209
Truncated Andrews	6	1.541922	0.339400	6	2.005825	0.013800	0.698035
Bartlett Andrews	1	-1.569540	1	1	-0.674745	1	0.696274
Parzen Andrews	3	-0.380967	1	3	0.767194	1	0.696947
Tukey-Hanning Andrews	2	-0.525362	1	2	0.674783	1	0.696865

Tabela 10 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 10 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	6	1.210023	1	6	1.764813	0.000200	0.695190
Truncated Andrews	1	-1.523668	1	1	-0.236727	1	0.692695
Bartlett Andrews	5	0.688186	1	5	1.429005	1	0.694714
Parzen Andrews	4	0.602687	1	4	1.372765	1	0.694636
Parzen Fixed-b	2	-1.155220	1	2	0.236263	1	0.693030
Tukey-Hanning Andrews	3	0.181528	1	3	1.101920	1	0.694252

4.3 Resultado para taxa *spot* 12 passos a frente

Os resultados desagregados por especificação para a taxa spot 12 passos a frente estão reportadas na Tabelas A23-A33, e os resultados de *Model Confidence Set* nas Tabelas 11-15.

Observado as medidas de desempenho preditivo e os resultados do MCS, podemos observar que em geral os métodos baseados na estimação da matriz de covariância de longo prazo apresentam desempenho superior ao método usual baseado na matriz de covariância estática, sendo que este método permaneceu no MCS apenas para a maturidade de um ano. Os resultados dos métodos baseados nas regras de janela ótima de Andrews e Fixed-b são competitivos para este horizonte de previsão, sendo que Fixed-b parece ser melhor para maturidades mais curtas e Andrews para maturidades mais longas neste horizonte de previsão.

Novamente a escolha do Kernel não apresenta influência relevante quando utilizamos o método de Andrews para estimar LRCM. Se considerarmos o nível de significância em 10% para o teste de DM todos os Kernels serão rejeitados na maturidade de 10 anos indicando a superioridade em relação ao PCA estático, mas quando o nível de significância do teste é em 5% nenhum modelo é rejeitado. Para as outras maturidades os modelos de LRCM de Andrews não rejeitaram a nula do teste de DM e não obtiveram uma melhora no notável em termos de RMSE. Para os modelos baseados em Fixed-b a escolha dos Kernel é novamente importante, com uma vantagem para o kernel Truncated neste horizonte de previsão.

Tabela 11 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 3 meses

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	7	0.963443	1	7	1.520264	0.079800	0.566074
Quad. Spectral Fixed-b	4	-1.048989	1	4	0.170183	1	0.529592
Truncated Andrews	6	0.926968	1	6	1.495808	0.913200	0.565413
Truncated Fixed-b	1	-1.302516	1	1	-0.075767	1	0.524993
Bartlett Andrews	10	0.974030	1	10	1.526579	0.012400	0.566266
Bartlett Fixed-b	5	-0.186274	1	5	0.748689	1	0.545231
Parzen Andrews	9	0.967974	1	9	1.522518	0.046200	0.566156
Parzen Fixed-b	3	-1.070475	1	3	0.155789	1	0.529204
Tukey-Hanning Andrews	8	0.965391	1	8	1.520785	0.070400	0.566109
Tukey-Hanning Fixed-b	2	-1.189746	1	2	0.075748	1	0.527041

Tabela 12 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 1 ano

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	10	0.420609	1	10	2.404375	0.476400	0.770673
Quad. Spectral Andrews	6	0.291252	1	8	2.328492	1	0.769195
Quad. Spectral Fixed-b	11	0.427097	1	11	2.421207	0.024600	0.770747
Truncated Andrews	7	0.292168	1	5	2.317594	1	0.769206
Truncated Fixed-b	1	-3.153323	1	1	-2.279107	1	0.729955
Bartlett Andrews	4	0.273311	1	4	2.316602	1	0.768991
Bartlett Fixed-b	2	0.217862	1	2	2.267998	1	0.768363
Parzen Andrews	3	0.269423	1	3	2.314190	1	0.768947
Parzen Fixed-b	8	0.301654	1	7	2.324354	1	0.769317
Tukey-Hanning Andrews	5	0.278160	1	6	2.320292	1	0.769050
Tukey-Hanning Fixed-b	9	0.384221	1	9	2.379835	0.986200	0.770253

Tabela 13 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 3 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	2	0.152381	1	2	1.324178	1	1.012701
Truncated Fixed-b	4	0.639800	1	4	1.585073	1	1.012884
Bartlett Andrews	1	-1.931566	1	1	-1.323954	1	1.011992
Parzen Andrews	5	0.794810	1	5	1.732662	0.333400	1.012919
Tukey-Hanning Andrews	3	0.289382	1	3	1.411252	1	1.012747

4.4 Resultado para taxa *forward* 1 passo a frente

Os resultados desagregados por especificação para a taxa *forward* 1 passo a frente estão reportados nas Tabelas A34-A44, e os resultados para as análises de *Model Confidence Set* estão apresentados nas Tabelas 16-20. Podemos observar um comportamento bastanto distinto em relação ao observado para a taxa *spot*. Nos modelos baseados em Andrews, em todos os 5 Kernels, a hipótese nula dos testes de DM é rejeitada para as maturidades 3 meses, 5 e 10 anos com 5% de significância (Tabelas A35- A39), evidenciando um ganho de previsibilidade em relação ao PCA Estático (Tabela A34).

No caso das especificações baseadas na regra de Fixed-b para a previsão 1 mês a frente, a escolha do Kernel também tem grande influência sobre previsões. Como exemplo,

Tabela 14 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 5 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	5	0.195707	1	5	1.495953	1	1.225119
Truncated Andrews	6	1.070882	1	6	2.067950	0.859200	1.227601
Bartlett Andrews	2	-0.365750	1	2	1.129677	1	1.223526
Parzen Andrews	3	0.020493	1	3	1.381454	1	1.224622
Parzen Fixed-b	1	-2.090405	1	1	-1.129756	1	1.218631
Tukey-Hanning Andrews	4	0.028318	1	4	1.387431	1	1.224644
Tukey-Hanning Fixed-b	7	1.142046	1	7	2.115489	0.005400	1.227803

Tabela 15 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa *spot* com maturidade de 10 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Truncated Andrews	1	-1.634548	1	1	-1.165804	1	1.259765
Bartlett Andrews	2	0.269502	1	2	1.166233	1	1.260622
Parzen Andrews	4	1.083037	1	4	1.664057	0.018200	1.260988
Tukey-Hanning Andrews	3	0.282739	1	3	1.174292	1	1.260628

no Kernel de Bartlett para a maturidade de 1 ano, o pvalor do teste de DM é extremamente baixo (ver tabela A40), isso é, dando suporte a uma melhora na previsibilidade. Em contraste, para o esimador de Fixed-b com Kernel de Parzen para maturidades de 1 ano e 5 anos, as estatísticas do erro de previsão em geral pioram comparadas ao modelo PCA Estático.

Os resultados do *Model Confidence Set* (MCS) corroboram as análises acima. O primeiro fato interessante é que apenas em duas maturidades (1 e 3 anos) o modelo PCA Estático ficou no conjunto dos modelos selecionados (tabelas 17 e 18), e todos os modelos que utilizam o LRCM de Andrews para as maturidades de 03 meses, 1 ano e 3 anos, independente do Kernel, ficaram no conjunto dos melhores modelos. Para os modelos que utilizam Fixed-b, apenas com os Kernels de Parzen e Bartlett e para as maturidade 1 ano e 5 anos apareceram no conjunto dos melhores modelos, indicando que o Fixed-b de fato piora a previsão da taxa de juros *forward* para 1 passo a frente comparado com o PCA Estático e principalmente contra o PCA com LRCM estimado por Andrews, excluindo o caso reportado acima.

Tabela 16 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 3 meses

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	3	0.184060	1	3	1.253280	1	0.000008
Truncated Andrews	1	-1.796884	1	1	-1.214914	1	0.000007
Bartlett Andrews	5	1.296798	1	5	1.956567	0	0.000008
Parzen Andrews	4	0.192060	1	4	1.258264	1	0.000008
Tukey-Hanning Andrews	2	0.124193	1	2	1.215358	1	0.000008

Tabela 17 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 1 ano

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	4	0.389401	1	4	1.937445	1	0.000020
Quad. Spectral Andrews	3	0.317566	1	3	1.889696	1	0.000020
Truncated Andrews	6	0.540919	1	6	2.037225	0.125000	0.000020
Bartlett Andrews	8	0.564298	1	8	2.052734	0.009800	0.000020
Bartlett Fixed-b	1	-2.536598	1	1	-1.449330	1	0.000017
Parzen Andrews	7	0.547743	1	7	2.040790	0.070600	0.000020
Parzen Fixed-b	2	-0.342663	1	2	1.453293	1	0.000019
Tukey-Hanning Andrews	5	0.521510	1	5	2.023471	0.359200	0.000020

Tabela 18 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 3 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	1	-1.415746	1	1	-0.771444	1	0.000010
Bartlett Andrews	3	0.196508	1	3	0.988662	1	0.000010
Parzen Andrews	2	-0.157628	1	2	0.772371	1	0.000010
Tukey-Hanning Andrews	4	1.383118	0.551800	4	1.713098	0.349000	0.000010

Tabela 19 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 5 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	4	0.514786	1	4	1.277785	1	0.000017
Truncated Andrews	5	0.884485	1	5	1.518252	0.869600	0.000017
Bartlett Andrews	1	-1.461659	1	1	-0.507008	1	0.000017
Parzen Andrews	2	-0.678216	1	2	0.506841	1	0.000017
Parzen Fixed-b	6	1.318808	0.982200	6	1.783598	0.514400	0.000017
Tukey-Hanning Andrews	3	-0.645529	1	3	0.527706	1	0.000017

4.5 Resultado para taxa de juros *forward* 6 passos a frente

Os resultados desagregados por especificação para a taxa *forward* 6 passo a frente estão reportados nas Tabelas A45-A55, e os resultados para as análises de *Model Confidence Set* estão apresentados nas Tabelas 21-25. Observando os resultados gerais obtidos para este horizonte de previsão para a taxa *forward*, podemos inferir que o uso de métodos de estimação de PCA baseados em long run covariance são bastante recomendados nesta situação, já que os estimação baseada na matriz de covariância estática está apenas incluída no MCS para as maturidades mais curtas, e sempre em posições baixas na classificação geral de perda. Para este horizonte de previsão de curvas forward em geral as especificações baseadas no uso de Fixed-b apresentam os melhores resultados, embora com um desempenho satisfatório para os estimadores baseados na regra de Andrews.

Em relação a escolha de função de Kernel, neste experimento podemos observar que o kernel de Bartlett tem um bom desempenho médio, embora não seja possível excluir outras funções de kernel dos *Modelo Confidence Set* finais.

Tabela 20 – *Model Confidence Set* para 1 passo a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 10 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	3	0.548850	1	3	1.324955	1	0.000022
Truncated Andrews	1	-1.616386	1	1	-1.008292	1	0.000022
Parzen Andrews	2	0.030633	1	2	1.009244	1	0.000022
Tukey-Hanning Andrews	4	1.038022	1	4	1.625898	0.078800	0.000022

Tabela 21 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 3 meses

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	5	-0.034979	1	5	1.254916	1	0.000019
Quad. Spectral Andrews	7	0.546196	1	7	1.651328	1	0.000020
Quad. Spectral Fixed-b	3	-0.569845	1	3	0.893950	1	0.000018
Truncated Andrews	10	0.658604	1	10	1.727010	1	0.000020
Truncated Fixed-b	11	1.678626	1	11	2.409063	0.063600	0.000022
Bartlett Andrews	6	0.522590	1	6	1.633430	1	0.000020
Bartlett Fixed-b	1	-1.897901	1	1	-0.245673	1	0.000015
Parzen Andrews	8	0.562558	1	8	1.657319	1	0.000020
Parzen Fixed-b	2	-1.533537	1	2	0.245986	1	0.000016
Tukey-Hanning Andrews	9	0.565014	1	9	1.662221	1	0.000020
Tukey-Hanning Fixed-b	4	-0.497512	1	4	0.943743	1	0.000018

Tabela 22 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 1 ano

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	11	1.333951	1	11	2.823490	0.031600	0.000074
Quad. Spectral Andrews	9	0.384624	1	9	2.195347	1	0.000073
Quad. Spectral Fixed-b	5	0.220344	1	5	2.075986	1	0.000073
Truncated Andrews	10	0.448837	1	10	2.238439	1	0.000073
Truncated Fixed-b	3	-0.215503	1	3	1.781267	1	0.000072
Bartlett Andrews	7	0.380679	1	8	2.193341	1	0.000073
Bartlett Fixed-b	1	-2.861325	1	1	-1.739842	1	0.000070
Parzen Andrews	6	0.372891	1	6	2.178285	1	0.000073
Parzen Fixed-b	2	-0.285681	1	2	1.745926	1	0.000072
Tukey-Hanning Andrews	8	0.381617	1	7	2.192966	1	0.000073
Tukey-Hanning Fixed-b	4	-0.149072	1	4	1.827188	1	0.000072

4.6 Resultado para taxa *forward*12 passos a frente

Os resultados desagregados por especificação para a taxa *forward* 12 passos a frente estão reportados nas Tabelas A56-A66, e os resultados para as análises de *Model Confidence Set* estão apresentados nas Tabelas 26-30.

De forma similar a análise para o horizonte de seis meses a frente para a taxa *forward*, em geral os melhores resultados para a previsão para o horizonte de 12 passos a frente é obtido pelos modelos baseados na estimação de PCA usando matrizes de covariância de longo prazo. A especificação estática é excluída do MCS para as maturidades de 3 e 5 anos, e em geral não estão bem classificadas em termos de perda. As previsões baseadas em Fixed-b são as melhores classificadas para as maturidades de 3 meses, 1 ano, 5 anos e

Tabela 23 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 3 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	2	-0.084311	1	2	0.913883	1	0.000069
Bartlett Andrews	1	-1.576405	1	1	-0.913998	1	0.000069
Parzen Andrews	3	0.581694	1	3	1.321763	1	0.000069
Tukey-Hanning Andrews	4	1.079671	1	4	1.626276	0.023000	0.000069

Tabela 24 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 5 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	5	0.181346	1	5	1.460501	1	0.000102
Truncated Andrews	6	0.530854	1	6	1.688753	1	0.000102
Bartlett Andrews	2	-0.276415	1	2	1.160508	1	0.000102
Bartlett Fixed-b	7	1.537227	1	7	2.353230	0.024400	0.000103
Parzen Andrews	4	0.068423	1	4	1.385924	1	0.000102
Parzen Fixed-b	1	-2.049214	1	1	-1.160964	1	0.000101
Tukey-Hanning Andrews	3	0.011962	1	3	1.351351	1	0.000102

Tabela 25 – *Model Confidence Set* para 6 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 10 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	7	1.587760	0.784400	7	2.188759	0.545400	0.000084
Truncated Andrews	3	-0.217541	1	3	1.048866	1	0.000084
Bartlett Andrews	6	0.567265	1	6	1.546248	0.999000	0.000084
Bartlett Fixed-b	1	-1.789500	1	1	-0.814110	1	0.000084
Parzen Andrews	4	0.244682	1	4	1.349059	1	0.000084
Tukey-Hanning Andrews	5	0.302967	1	5	1.384241	1	0.000084
Tukey-Hanning Fixed-b	2	-0.594030	1	2	0.814256	1	0.000084

10 anos, com o estimador baseado na regra de Andrews para a maturidade de 3 anos.

A escolha de função de Kernel é relativamente importante nesta situação. Podemos observar que o kernel de Bartlett obtem o melhor desempenho para a maturidade de 1 ano, 3 anos e 10 anos, e nos outros casos o melhor resultado é obtido pelo kernel Truncated (3 meses) e Parzen (5 anos).

Tabela 26 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 3 meses

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	6	-0.110161	1	6	1.426145	1	0.000055
Quad. Spectral Andrews	9	0.915991	1	9	2.122644	0.999600	0.000058
Quad. Spectral Fixed-b	5	-0.146295	1	5	1.404911	1	0.000055
Truncated Andrews	11	1.028151	1	11	2.192787	0.017200	0.000058
Truncated Fixed-b	1	-2.227721	1	1	-0.887411	1	0.000048
Bartlett Andrews	7	0.862029	1	7	2.084546	1	0.000058
Bartlett Fixed-b	3	-0.840635	1	3	0.934773	1	0.000053
Parzen Andrews	8	0.909204	1	8	2.116947	0.999600	0.000058
Parzen Fixed-b	2	-0.910603	1	2	0.887585	1	0.000052
Tukey-Hanning Andrews	10	0.916501	1	10	2.123024	0.999600	0.000058
Tukey-Hanning Fixed-b	4	-0.393590	1	4	1.235538	1	0.000054

Tabela 27 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 1 ano

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	11	1.295321	1	11	2.133497	0.257800	0.000100
Quad. Spectral Andrews	9	0.744227	1	9	1.764336	1	0.000099
Quad. Spectral Fixed-b	4	-0.364528	1	4	1.015056	1	0.000098
Truncated Andrews	10	0.772757	1	10	1.784808	1	0.000099
Truncated Fixed-b	3	-1.100751	1	3	0.519571	1	0.000097
Bartlett Andrews	6	0.678101	1	6	1.718975	1	0.000099
Bartlett Fixed-b	1	-1.870576	1	1	-0.369522	1	0.000097
Parzen Andrews	8	0.719658	1	8	1.745178	1	0.000099
Parzen Fixed-b	2	-1.323827	1	2	0.370382	1	0.000097
Tukey-Hanning Andrews	7	0.717437	1	7	1.745071	1	0.000099
Tukey-Hanning Fixed-b	5	-0.264946	1	5	1.082886	1	0.000098

Tabela 28 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 3 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	4	0.983492	1	4	1.568584	0.010000	0.000125
Bartlett Andrews	1	-1.578771	1	1	-0.889164	1	0.000125
Parzen Andrews	2	-0.126937	1	2	0.889414	1	0.000125
Tukey-Hanning Andrews	3	0.722628	1	3	1.409646	1	0.000125

Tabela 29 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 5 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Quad. Spectral Andrews	5	0.400945	1	5	1.966708	1	0.000186
Quad. Spectral Fixed-b	9	0.818458	1	9	2.245311	0.092200	0.000187
Truncated Andrews	8	0.779600	1	8	2.213365	0.410600	0.000187
Bartlett Andrews	4	0.260370	1	4	1.872475	1	0.000186
Bartlett Fixed-b	3	0.228632	1	3	1.847835	1	0.000186
Parzen Andrews	7	0.423404	1	7	1.981704	1	0.000186
Parzen Fixed-b	1	-2.545691	1	1	-1.181118	1	0.000183
Tukey-Hanning Andrews	6	0.410991	1	6	1.969303	1	0.000186
Tukey-Hanning Fixed-b	2	-0.773187	1	2	1.184367	1	0.000185

5 Conclusão

Este trabalho teve o objetivo de verificar se as modificações nos métodos de estimação de componentes principais sugeridas por Laurini e Ohashi (2015) apresentam ganhos em termos de previsão fora da amostra para a estrutura a termo de taxas de juros *spot* e *forward*. Os ajustes realizados por Laurini e Ohashi (2015) na análise de componentes principais são baseados no uso de estimadores corrigidos para a matriz de covariância amostral das taxas de juros, baseados no uso de estimadores de covariância de longo prazo, basedos na regra de seleção ótima de janelas propostas por Andrews (1991) e Kiefer e Vogelsang (2002).

Quando analisamos os resultados de previsão por meio de *Model Confidence Set* podemos observar que em geral estas correções são válidas, já que em geral as previsões

Tabela 30 – *Model Confidence Set* para 12 passos a frente da taxa de juros *forward* com maturidade de 10 anos

Modelo	Rank_M	v_M	MCS_M	Rank_R	v_R	MCS_R	Loss
Estático	10	1.836788	1	10	2.815159	0.061400	0.000157
Quad. Spectral Andrews	8	0.394519	1	8	1.849302	1	0.000153
Quad. Spectral Fixed-b	9	0.577486	1	9	1.971360	1	0.000154
Truncated Andrews	4	-0.061160	1	4	1.544041	1	0.000152
Bartlett Andrews	7	0.160772	1	7	1.692728	1	0.000153
Bartlett Fixed-b	1	-2.362539	1	1	-1.134238	1	0.000147
Parzen Andrews	6	0.143804	1	6	1.683307	1	0.000153
Parzen Fixed-b	2	-0.672848	1	2	1.135420	1	0.000151
Tukey-Hanning Andrews	5	0.135218	1	5	1.677546	1	0.000153
Tukey-Hanning Fixed-b	3	-0.150904	1	3	1.485585	1	0.000152

baseadas em componentes principais utilizando estimadores de covariância de longo prazo permanecem no MCS com os melhores modelos de previsão. Estes resultados são ainda mais efetivos para as taxas *forward*, onde o PCA Estático poucas vezes esteve presente nos modelos selecionados e quando são selecionados não estão bem classificados. Os resultados são mais fracos para as taxas *spot*, mas ainda assim as previsões derivadas dos modelos de PCA usando estimadores de longo prazo estão sempre presentes nos MCS finais.

Estes resultados são consistentes com os obtidos por Laurini e Ohashi (2015), que mostravam que as correções na estimação da matriz de covariância das taxas de juros eram essenciais para a correta identificação da estrutura de dependência observada nas taxas *forward*, permitindo identificar o número correto de fatores nesta curva, e também em aplicações práticas no apreçamento de derivativos.

Os resultados obtidos em relação a escolha ótima da função de Kernel mostram que em geral esta escolha não é muito relevante, mas pode representar algum ganho de previsão para os métodos baseados em Fixed-b, cujos melhores resultados são em geral obtidos com as funções de Kernel de Bartlett e Parzen. Note que o Kernel de Bartlett é o kernel utilizado no trabalho original de Kiefer e Vogelsang (2002), e é especialmente simples de ser computado, quando comparado a seleção ótima de janelas pelo regra de Andrews (1991). Como a metodologia de Kiefer e Vogelsang (2002) é baseada em um kernel de Bartlett com tamanho de janela igual ao tamanho da amostra, não é necessário o cálculo de nenhuma regra de janela, tornando esta aplicação recomendada para sistemas de previsão com custos computacionais reduzidos, o que pode ser interessante por exemplo em sistemas de negociação baseadas em algoritmos computacionais.

Os resultados obtidos neste trabalho em geral dão suporte adicional a estimação de componentes principais com o uso de estimadores robustos para a possível presença de estruturas de dependência, heterogeneidade temporal e erros de medida induzidos por efeitos de microestrutura de mercado observados na estrutura a termo de taxas de juros. Mesmo utilizando curvas de juros para o mercado de juros mais líquido existente (*Treasury Bonds*), estas correções ainda se mostram bastante relevantes. Extensões possíveis para este trabalho são o estudo do impacto destas correções nas previsões de curvas de juros de países emergentes, caracterizados por problemas de liquidez e efeitos de microestrutura de mercado mais relevantes.

Referências

ANDREWS, D. W. K. Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation. *Econometrica*, v. 59, n. 3, p. 817–858, 1991.

DIEBOLD, F. X.; LI, C. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, v. 130, n. 2, p. 337–364, 2006.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 13, n. 3, p. 134–144, 1995.

DUFFEE, G. Term premia and interest rate forecasts in affine models. *Journal of Finance*, v. 57, p. 405–443, 2002.

FAMA, E.; BLISS, R. A noisy principal component analysis for forward rate curves. *American Economic Review*, v. 77, n. 4, p. 680–692, 1987.

FILIPOVIC, D. Term-Structure Models: A Graduate Course. *Springer Finance*, 2009.

HANSEN, P.; LUNDE, A.; NASON, J. M. The Model Confidence Set. *Econometrica*, v. 79, n. 2, p. 453–497, 2011.

HANSEN, P. R. Asymptotic Tests of Composite HypothesesT. *Working Paper*, n. 2003-09, 2003.

HEATH, D.; JARROW, R.; MORTON, A. Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates : A New Methodology for Contingent Claims Valuation Author (s): David Heath , Robert Jarrow and Andrew Morton. *Econometrica*, v. 60, n. 1, p. 77–105, 1992.

JARROW, R. A. Modeling Fixed Income Securities and Interest Rate Options. *Stanford University Press*, 2002.

KIEFER, N. M.; VOGELSANG, T. J. Heteroskedasticity-autocorrelation rubust standard errors using the bartlett kernel without truncation. *Econometrica*, v. 70, n. 5, p. 2093–2095, 2002.

KIEFER, N. M.; VOGELSANG, T. J. a New Asymptotic Theory for Heteroskedasticity-Autocorrelation Robust Tests. *Econometric Theory*, v. 21, n. 6, p. 1130–1164, 2005.

KLETSKIN, I. et al. Correlation structures corresponding to forward rates. *Canadian Applied Mathematics Quarterly*, v. 12, n. 1, p. 125–135, 2004.

LAURINI, M. P.; OHASHI, A. A noisy principal component analysis for forward rate curves. *European Journal of Operational Research*, v. 246, n. 1, p. 140–153, 2015.

LEEB, H.; PÖTSCHER, B. The Finite-Sample Distribution of Post-Model-Selection Estimators and Uniform Versus Nonuniform Approximations. *Econometric Theory*, v. 19, n. 1, p. 100–142, 2003.

LITTERMAN, R. B.; SCHEINKMAN, J. *Common Factors Affecting Bond Returns*. 1991. 54–61 p.

LORD, R.; PELSSER, A. Level, slope, curvature: Fact or artifact. *Applied Mathematical Finance*, v. 14, n. 2, p. 105–130, 2007.

MÜLLER, U. K. A theory of robust long-run variance estimation. *Journal of Econometrics*, v. 141, n. 2, p. 1331–1352, 2007.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Forecasting Using Principal Components From a Large Number of Predictors. *Journal of the American Statistical Association*, v. 97, n. 460, p. 1167–1179, dec 2002.

Apêndice - Medidas Preditivas Desagregadas por Especificação

5.1 Resultados para a taxa *spot*

Tabela A1 – Modelo PCA Estático para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12
3 meses	0.050	0.151	0.158	0.078	0.122
1 ano	-0.027	0.236	0.236	0.405	-0.201
3 anos	-0.005	0.269	0.268	0.320	-0.114
5 anos	-0.054	0.278	0.282	0.329	-0.131
10 anos	-0.064	0.274	0.280	0.335	-0.163

Tabela A2 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Bartlett para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.054	0.149	0.158	0.068	0.140	0.462
1 ano	-0.029	0.236	0.236	0.408	-0.201	0.567
3 anos	-0.008	0.270	0.268	0.317	-0.112	0.792
5 anos	-0.052	0.279	0.282	0.328	-0.131	0.708
10 anos	-0.064	0.274	0.280	0.337	-0.164	0.694

Tabela A3 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Parzen para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.054	0.149	0.158	0.068	0.139	0.412
1 ano	-0.028	0.236	0.236	0.408	-0.202	0.494
3 anos	-0.009	0.270	0.268	0.317	-0.112	0.781
5 anos	-0.052	0.279	0.282	0.329	-0.132	0.795
10 anos	-0.064	0.274	0.280	0.336	-0.163	0.430

Tabela A4 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Quadratic Spectral para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.054	0.149	0.158	0.069	0.140	0.438
1 ano	-0.029	0.236	0.237	0.408	-0.201	0.684
3 anos	-0.008	0.270	0.268	0.317	-0.111	0.769
5 anos	-0.053	0.279	0.282	0.327	-0.131	0.801
10 anos	-0.065	0.274	0.280	0.337	-0.164	0.768

Tabela A5 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Truncated para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.054	0.149	0.158	0.068	0.140	0.490
1 ano	-0.030	0.236	0.237	0.407	-0.201	0.706
3 anos	-0.008	0.270	0.268	0.316	-0.111	0.713
5 anos	-0.054	0.279	0.283	0.327	-0.130	0.844
10 anos	-0.060	0.274	0.279	0.334	-0.163	0.004

Tabela A6 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Tukey-Hanning para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.054	0.149	0.158	0.068	0.139	0.445
1 ano	-0.029	0.236	0.236	0.407	-0.201	0.547
3 anos	-0.008	0.270	0.268	0.317	-0.112	0.788
5 anos	-0.052	0.279	0.282	0.328	-0.131	0.776
10 anos	-0.063	0.274	0.280	0.336	-0.163	0.154

Tabela A7 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Bartlett para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.009	0.149	0.149	0.048	0.121	0.105
1 ano	-0.010	0.232	0.231	0.403	-0.207	0.013
3 anos	-0.003	0.275	0.273	0.341	-0.119	0.991
5 anos	-0.056	0.283	0.287	0.332	-0.121	0.946
10 anos	-0.079	0.275	0.284	0.329	-0.154	0.978

Tabela A8 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Parzen para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.006	0.160	0.159	0.148	0.170	0.538
1 ano	-0.010	0.229	0.228	0.380	-0.198	0.001
3 anos	0.006	0.278	0.277	0.370	-0.142	0.998
5 anos	-0.032	0.286	0.287	0.359	-0.137	0.910
10 anos	-0.074	0.276	0.284	0.331	-0.151	0.933

Tabela A9 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Quadratic Spectral para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.079	0.171	0.187	0.153	0.096	0.987
1 ano	-0.020	0.236	0.236	0.410	-0.210	0.434
3 anos	-0.002	0.274	0.273	0.363	-0.145	0.874
5 anos	-0.044	0.284	0.286	0.360	-0.156	0.806
10 anos	-0.095	0.279	0.293	0.371	-0.176	1.000

Tabela A10 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Truncated para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.072	0.252	0.260	0.039	0.064	1.000
1 ano	0.033	0.238	0.239	0.043	-0.059	0.574
3 anos	0.032	0.280	0.280	0.351	-0.194	0.863
5 anos	-0.059	0.321	0.324	0.508	-0.246	0.997
10 anos	-0.152	0.319	0.352	0.553	-0.236	1.000

Tabela A11 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Tukey-Hanning para 1 passo a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.085	0.168	0.188	0.144	0.098	0.987
1 ano	-0.021	0.235	0.234	0.404	-0.205	0.300
3 anos	-0.006	0.275	0.273	0.368	-0.152	0.911
5 anos	-0.045	0.285	0.287	0.365	-0.163	0.849
10 anos	-0.093	0.279	0.292	0.366	-0.175	1.000

Tabela A12 – Modelo PCA Estático para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18
3 meses	0.013	0.471	0.468	0.219	-0.126
1 ano	-0.062	0.673	0.671	-0.001	-0.120
3 anos	-0.180	0.760	0.776	-0.103	-0.175
5 anos	-0.319	0.777	0.835	-0.080	-0.208
10 anos	-0.379	0.751	0.837	-0.090	-0.214

Tabela A13 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Bartlett para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.010	0.463	0.460	0.220	-0.123	0.106
1 ano	-0.074	0.667	0.667	-0.001	-0.119	0.227
3 anos	-0.175	0.762	0.777	-0.106	-0.175	0.718
5 anos	-0.300	0.784	0.834	-0.082	-0.208	0.440
10 anos	-0.360	0.756	0.833	-0.088	-0.214	0.251

Tabela A14 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Parzen para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.010	0.463	0.461	0.221	-0.124	0.106
1 ano	-0.073	0.667	0.667	-0.001	-0.119	0.216
3 anos	-0.176	0.762	0.777	-0.106	-0.175	0.764
5 anos	-0.300	0.784	0.835	-0.082	-0.208	0.468
10 anos	-0.361	0.756	0.833	-0.088	-0.214	0.245

Tabela A15 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Quadratic Spectral para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.010	0.463	0.460	0.221	-0.124	0.111
1 ano	-0.073	0.668	0.667	-0.001	-0.119	0.229
3 anos	-0.176	0.762	0.777	-0.106	-0.175	0.747
5 anos	-0.301	0.784	0.835	-0.082	-0.207	0.480
10 anos	-0.362	0.756	0.834	-0.088	-0.214	0.256

Tabela A16 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Truncated para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.011	0.464	0.461	0.223	-0.125	0.108
1 ano	-0.073	0.668	0.667	-0.002	-0.119	0.221
3 anos	-0.176	0.762	0.777	-0.106	-0.175	0.760
5 anos	-0.303	0.784	0.835	-0.082	-0.208	0.520
10 anos	-0.360	0.755	0.832	-0.088	-0.214	0.190

Tabela A17 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Tukey-Hanning para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.010	0.463	0.461	0.221	-0.124	0.106
1 ano	-0.073	0.667	0.667	-0.001	-0.119	0.223
3 anos	-0.176	0.762	0.777	-0.106	-0.175	0.750
5 anos	-0.300	0.784	0.835	-0.082	-0.207	0.465
10 anos	-0.361	0.756	0.833	-0.088	-0.214	0.233

Tabela A18 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Bartlett para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.012	0.443	0.440	0.202	-0.124	0.055
1 ano	-0.066	0.669	0.668	0.001	-0.120	0.069
3 anos	-0.178	0.772	0.788	-0.100	-0.172	0.988
5 anos	-0.302	0.792	0.842	-0.080	-0.207	0.898
10 anos	-0.367	0.755	0.835	-0.088	-0.218	0.306

Tabela A19 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Parzen para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.015	0.424	0.421	0.168	-0.101	0.019
1 ano	-0.068	0.667	0.667	-0.001	-0.119	0.194
3 anos	-0.172	0.774	0.788	-0.096	-0.171	0.960
5 anos	-0.285	0.792	0.837	-0.078	-0.204	0.571
10 anos	-0.359	0.756	0.832	-0.089	-0.216	0.263

Tabela A20 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Quadratic Spectral para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.027	0.428	0.426	0.148	-0.056	0.005
1 ano	-0.067	0.675	0.674	0.005	-0.121	0.917
3 anos	-0.180	0.779	0.794	-0.098	-0.174	0.989
5 anos	-0.299	0.793	0.843	-0.080	-0.210	0.854
10 anos	-0.381	0.752	0.838	-0.079	-0.227	0.615

Tabela A21 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Truncated para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.036	0.447	0.446	0.199	-0.099	0.089
1 ano	-0.052	0.642	0.640	-0.019	-0.109	0.058
3 anos	-0.153	0.772	0.782	-0.112	-0.172	0.743
5 anos	-0.288	0.803	0.848	-0.067	-0.201	0.798
10 anos	-0.403	0.788	0.880	-0.069	-0.217	0.990

Tabela A22 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Tukey-Hanning para 6 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.030	0.426	0.425	0.155	-0.058	0.006
1 ano	-0.069	0.671	0.670	0.004	-0.120	0.377
3 anos	-0.182	0.779	0.795	-0.098	-0.174	0.987
5 anos	-0.298	0.795	0.844	-0.081	-0.209	0.851
10 anos	-0.374	0.753	0.836	-0.081	-0.223	0.446

Tabela A23 – Modelo PCA Estático para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24
3 meses	-0.079	0.762	0.761	-0.208	-0.081
1 ano	-0.221	0.856	0.878	-0.301	-0.038
3 anos	-0.455	0.905	1.007	-0.387	-0.029
5 anos	-0.646	0.917	1.116	-0.407	-0.043
10 anos	-0.726	0.882	1.138	-0.425	-0.055

Tabela A24 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Bartlett para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.104	0.750	0.753	-0.205	-0.085	0.266
1 ano	-0.247	0.847	0.877	-0.300	-0.041	0.463
3 anos	-0.442	0.910	1.006	-0.389	-0.028	0.397
5 anos	-0.611	0.928	1.106	-0.409	-0.041	0.158
10 anos	-0.689	0.893	1.123	-0.426	-0.052	0.062

Tabela A25 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Parzen para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.103	0.751	0.752	-0.205	-0.085	0.255
1 ano	-0.246	0.848	0.877	-0.300	-0.040	0.461
3 anos	-0.443	0.910	1.006	-0.389	-0.028	0.436
5 anos	-0.612	0.928	1.107	-0.409	-0.041	0.163
10 anos	-0.689	0.893	1.123	-0.426	-0.052	0.061

Tabela A26 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Quadratic Spectral para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.103	0.750	0.752	-0.205	-0.085	0.258
1 ano	-0.246	0.848	0.877	-0.300	-0.040	0.466
3 anos	-0.443	0.910	1.006	-0.389	-0.028	0.427
5 anos	-0.613	0.928	1.107	-0.409	-0.041	0.167
10 anos	-0.690	0.893	1.123	-0.425	-0.052	0.061

Tabela A27 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Truncated para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.102	0.750	0.752	-0.205	-0.085	0.241
1 ano	-0.245	0.848	0.877	-0.300	-0.040	0.465
3 anos	-0.443	0.910	1.007	-0.389	-0.029	0.485
5 anos	-0.615	0.928	1.108	-0.409	-0.041	0.181
10 anos	-0.690	0.892	1.122	-0.425	-0.053	0.053

Tabela A28 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Tukey-Hanning para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.103	0.751	0.752	-0.205	-0.085	0.256
1 ano	-0.246	0.848	0.877	-0.300	-0.040	0.463
3 anos	-0.443	0.910	1.006	-0.389	-0.028	0.429
5 anos	-0.612	0.928	1.107	-0.409	-0.041	0.163
10 anos	-0.689	0.893	1.123	-0.426	-0.052	0.059

Tabela A29 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Bartlett para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.128	0.732	0.738	-0.210	-0.086	0.195
1 ano	-0.239	0.849	0.877	-0.302	-0.039	0.430
3 anos	-0.442	0.916	1.011	-0.388	-0.026	0.913
5 anos	-0.611	0.936	1.112	-0.407	-0.042	0.316
10 anos	-0.695	0.895	1.129	-0.424	-0.057	0.138

Tabela A30 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Parzen para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.133	0.720	0.727	-0.211	-0.088	0.162
1 ano	-0.243	0.849	0.877	-0.301	-0.039	0.464
3 anos	-0.437	0.915	1.008	-0.387	-0.026	0.640
5 anos	-0.599	0.934	1.104	-0.405	-0.042	0.148
10 anos	-0.688	0.898	1.126	-0.423	-0.057	0.129

Tabela A31 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Quadratic Spectral para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.107	0.725	0.728	-0.211	-0.085	0.069
1 ano	-0.233	0.852	0.878	-0.303	-0.037	0.503
3 anos	-0.440	0.918	1.012	-0.391	-0.023	0.955
5 anos	-0.612	0.937	1.113	-0.408	-0.042	0.376
10 anos	-0.715	0.898	1.143	-0.416	-0.063	0.722

Tabela A32 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Truncated para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.089	0.724	0.725	-0.210	-0.085	0.026
1 ano	-0.240	0.826	0.854	-0.301	-0.042	0.102
3 anos	-0.424	0.919	1.006	-0.396	-0.029	0.477
5 anos	-0.595	0.950	1.115	-0.409	-0.034	0.482
10 anos	-0.710	0.924	1.160	-0.423	-0.046	0.973

Tabela A33 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Tukey-Hanning para 12 passos a frente da taxa *spot*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.109	0.723	0.726	-0.206	-0.088	0.070
1 ano	-0.238	0.851	0.878	-0.302	-0.038	0.487
3 anos	-0.442	0.915	1.010	-0.391	-0.023	0.866
5 anos	-0.607	0.933	1.108	-0.410	-0.041	0.202
10 anos	-0.703	0.897	1.134	-0.419	-0.060	0.345

5.2 Resultados para a taxa *forward*

Tabela A34 – Modelo PCA Estático para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12
3 meses	-0.001	0.003	0.003	0.610	-0.184
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.354	-0.088
3 anos	0.001	0.003	0.003	0.243	-0.050
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.559	-0.128
10 anos	0.001	0.005	0.005	0.624	-0.307

Tabela A35 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Bartlett para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	-0.001	0.003	0.003	0.575	-0.178	0.000
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.341	-0.062	0.689
3 anos	0.001	0.003	0.003	0.242	-0.066	0.594
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.542	-0.133	0.004
10 anos	0.001	0.005	0.005	0.609	-0.303	0.001

Tabela A36 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Parzen para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	-0.001	0.003	0.003	0.575	-0.181	0.000
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.340	-0.061	0.667
3 anos	0.001	0.003	0.003	0.241	-0.066	0.573
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.542	-0.135	0.008
10 anos	0.001	0.005	0.005	0.609	-0.301	0.001

Tabela A37 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Quadratic Spectral para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	-0.001	0.003	0.003	0.580	-0.186	0.000
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.339	-0.067	0.414
3 anos	0.001	0.003	0.003	0.242	-0.065	0.743
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.542	-0.135	0.017
10 anos	0.000	0.005	0.005	0.612	-0.301	0.000

Tabela A38 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Truncated para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	-0.001	0.003	0.003	0.570	-0.181	0.000
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.339	-0.061	0.646
3 anos	0.001	0.003	0.003	0.243	-0.062	0.900
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.540	-0.133	0.026
10 anos	0.001	0.005	0.005	0.612	-0.299	0.000

Tabela A39 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Tukey-Hanning para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	-0.001	0.003	0.003	0.575	-0.181	0.000
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.340	-0.062	0.640
3 anos	0.001	0.003	0.003	0.242	-0.065	0.662
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.541	-0.134	0.008
10 anos	0.001	0.005	0.005	0.610	-0.301	0.000

Tabela A40 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Bartlett para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	-0.001	0.003	0.003	0.684	-0.107	0.808
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.253	-0.079	0.005
3 anos	0.000	0.004	0.004	0.413	-0.146	0.998
5 anos	-0.001	0.004	0.004	0.623	-0.011	0.667
10 anos	-0.001	0.005	0.005	0.666	-0.171	0.495

Tabela A41 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Parzen para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	-0.001	0.003	0.004	0.702	-0.145	0.992
1 ano	0.002	0.004	0.004	0.251	-0.076	0.222
3 anos	-0.000	0.004	0.004	0.425	-0.170	0.990
5 anos	-0.001	0.004	0.004	0.611	-0.071	0.380
10 anos	-0.002	0.005	0.005	0.654	-0.159	0.656

Tabela A42 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Quadratic Spectral para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.002	0.004	0.004	0.711	-0.212	0.986
1 ano	0.003	0.004	0.005	0.349	0.111	0.993
3 anos	-0.001	0.003	0.004	0.395	-0.157	0.972
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.625	-0.234	0.996
10 anos	-0.001	0.005	0.005	0.684	-0.311	0.538

Tabela A43 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Truncated para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.002	0.004	0.004	0.145	-0.050	1.000
1 ano	0.003	0.004	0.005	0.168	-0.033	0.999
3 anos	0.000	0.004	0.004	0.229	-0.167	0.987
5 anos	-0.002	0.004	0.005	0.496	-0.193	0.990
10 anos	-0.003	0.005	0.006	0.667	-0.255	0.997

Tabela A44 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Tukey-Hanning para 1 passo a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF1	ACF12	DM
3 meses	0.002	0.003	0.004	0.712	-0.202	0.959
1 ano	0.003	0.004	0.005	0.372	0.135	0.999
3 anos	-0.001	0.004	0.004	0.376	-0.151	0.975
5 anos	-0.002	0.004	0.004	0.603	-0.234	0.980
10 anos	-0.001	0.005	0.005	0.676	-0.301	0.480

Tabela A45 – Modelo PCA Estático para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18
3 meses	0.000	0.004	0.004	0.005	0.023
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.113	-0.185
3 anos	-0.002	0.008	0.008	-0.119	-0.202
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.045	-0.284
10 anos	-0.004	0.009	0.009	-0.046	-0.145

Tabela A46 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Bartlett para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.000	0.005	0.004	0.064	-0.014	0.815
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.107	-0.189	0.146
3 anos	-0.002	0.008	0.008	-0.125	-0.201	0.436
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.035	-0.283	0.114
10 anos	-0.004	0.008	0.009	-0.056	-0.157	0.096

Tabela A47 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Parzen para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.000	0.005	0.004	0.066	-0.014	0.825
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.106	-0.189	0.157
3 anos	-0.002	0.008	0.008	-0.125	-0.201	0.445
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.034	-0.283	0.120
10 anos	-0.004	0.008	0.009	-0.056	-0.157	0.091

Tabela A48 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Quadratic Spectral para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.000	0.005	0.004	0.066	-0.013	0.825
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.107	-0.190	0.143
3 anos	-0.002	0.008	0.008	-0.125	-0.201	0.443
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.034	-0.283	0.118
10 anos	-0.004	0.008	0.009	-0.055	-0.157	0.084

Tabela A49 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Truncated para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.000	0.005	0.005	0.071	-0.019	0.827
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.107	-0.190	0.193
3 anos	-0.002	0.008	0.008	-0.124	-0.200	0.475
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.034	-0.283	0.125
10 anos	-0.004	0.008	0.009	-0.057	-0.158	0.090

Tabela A50 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Tukey-Hanning para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.000	0.005	0.004	0.066	-0.015	0.823
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.107	-0.189	0.157
3 anos	-0.002	0.008	0.008	-0.125	-0.201	0.447
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.034	-0.283	0.118
10 anos	-0.004	0.008	0.009	-0.056	-0.157	0.091

Tabela A51 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Bartlett para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.000	0.004	0.004	0.003	-0.016	0.055
1 ano	0.001	0.008	0.008	-0.160	-0.181	0.144
3 anos	-0.002	0.008	0.009	-0.109	-0.196	0.998
5 anos	-0.004	0.009	0.010	0.067	-0.278	0.367
10 anos	-0.004	0.008	0.009	-0.039	-0.173	0.328

Tabela A52 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Parzen para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	-0.000	0.004	0.004	0.014	0.015	0.100
1 ano	0.002	0.008	0.008	-0.161	-0.166	0.282
3 anos	-0.003	0.008	0.009	-0.108	-0.200	0.995
5 anos	-0.004	0.009	0.010	0.060	-0.278	0.296
10 anos	-0.005	0.008	0.009	-0.034	-0.193	0.578

Tabela A53 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Quadratic Spectral para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.001	0.004	0.004	0.040	0.083	0.371
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.105	-0.164	0.345
3 anos	-0.003	0.009	0.009	-0.135	-0.183	0.993
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.045	-0.290	0.571
10 anos	-0.005	0.008	0.009	-0.030	-0.212	0.398

Tabela A54 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Truncated para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.002	0.004	0.005	0.170	-0.074	0.680
1 ano	0.002	0.008	0.008	-0.120	-0.195	0.306
3 anos	-0.002	0.008	0.009	-0.139	-0.175	0.986
5 anos	-0.005	0.010	0.011	0.017	-0.251	0.870
10 anos	-0.006	0.009	0.010	-0.066	-0.122	0.972

Tabela A55 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Tukey-Hanning para 6 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF6	ACF18	DM
3 meses	0.001	0.004	0.004	0.052	0.076	0.393
1 ano	0.002	0.008	0.009	-0.096	-0.168	0.333
3 anos	-0.003	0.009	0.009	-0.138	-0.181	0.986
5 anos	-0.005	0.009	0.010	0.038	-0.287	0.525
10 anos	-0.005	0.008	0.009	-0.034	-0.210	0.319

Tabela A56 – Modelo PCA Estático para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24
3 meses	-0.000	0.007	0.007	-0.200	-0.068
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.259	-0.028
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.400	-0.046
5 anos	-0.009	0.011	0.014	-0.396	-0.082
10 anos	-0.008	0.010	0.013	-0.397	-0.102

Tabela A57 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Bartlett para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.001	0.008	0.008	-0.205	-0.079	0.704
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.253	-0.031	0.363
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.407	-0.044	0.210
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.400	-0.080	0.136
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.425	-0.114	0.198

Tabela A58 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Parzen para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.001	0.008	0.008	-0.205	-0.079	0.714
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.252	-0.031	0.361
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.407	-0.044	0.215
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.401	-0.079	0.139
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.426	-0.114	0.207

Tabela A59 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Quadratic Spectral para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.001	0.008	0.008	-0.205	-0.079	0.707
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.253	-0.031	0.355
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.407	-0.044	0.215
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.401	-0.079	0.140
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.425	-0.114	0.232

Tabela A60 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Truncated para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.001	0.008	0.008	-0.207	-0.080	0.709
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.253	-0.031	0.335
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.407	-0.045	0.238
5 anos	-0.009	0.011	0.014	-0.401	-0.080	0.151
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.429	-0.115	0.214

Tabela A61 – Modelo PCA com LRCM de Andrews com o Kernel Tukey-Hanning para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.001	0.008	0.008	-0.205	-0.079	0.708
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.253	-0.031	0.356
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.407	-0.044	0.216
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.400	-0.079	0.140
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.426	-0.114	0.208

Tabela A62 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Bartlett para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.001	0.007	0.007	-0.216	-0.088	0.342
1 ano	-0.001	0.010	0.010	-0.271	-0.027	0.283
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.407	-0.035	0.938
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.387	-0.079	0.151
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.445	-0.138	0.196

Tabela A63 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Parzen para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.001	0.007	0.007	-0.185	-0.094	0.317
1 ano	-0.001	0.010	0.010	-0.271	-0.029	0.249
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.411	-0.031	1.000
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.393	-0.074	0.134
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.442	-0.143	0.285

Tabela A64 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Quadratic Spectral para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.000	0.007	0.007	-0.170	-0.088	0.477
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.257	-0.031	0.279
3 anos	-0.006	0.010	0.012	-0.418	-0.035	1.000
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.400	-0.079	0.172
10 anos	-0.009	0.009	0.012	-0.441	-0.144	0.402

Tabela A65 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Truncated para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	0.000	0.007	0.007	-0.171	-0.109	0.109
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.256	-0.034	0.207
3 anos	-0.006	0.010	0.011	-0.418	-0.034	0.534
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.406	-0.072	0.377
10 anos	-0.009	0.010	0.013	-0.450	-0.112	0.987

Tabela A66 – Modelo PCA com LRCM Fixed-b com o Kernel Tukey-Hanning para 12 passos a frente da taxa de juros *forward*

Maturidade	Média	Desvio Padrão	RMSE	ACF12	ACF24	DM
3 meses	-0.000	0.007	0.007	-0.164	-0.090	0.318
1 ano	-0.000	0.010	0.010	-0.257	-0.032	0.259
3 anos	-0.006	0.010	0.012	-0.419	-0.034	1.000
5 anos	-0.008	0.011	0.014	-0.402	-0.077	0.130
10 anos	-0.008	0.009	0.012	-0.446	-0.135	0.348