

Universidade de São Paulo  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de  
Ribeirão Preto  
Departamento de Economia  
Programa de Pós-graduação em Economia - Área: Economia  
Aplicada

Rafael de Castro Perez

Composição e alocação de moedas das reservas internacionais:  
evidências do Brasil

Orientador: Prof. Dr. Alex Luiz Ferreira

Ribeirão Preto

2022

Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP

Prof. Dr. Carlos Gilberto Carlotti Junior  
Reitor da Universidade de São Paulo  
Prof. Dr. Fábio Augusto Reis Gomes  
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de  
Ribeirão Preto  
Profa. Dra. Roseli da Silva  
Chefe do Departamento de Economia  
Prof. Dr. Luciano Nakabashi  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia - Área:  
Economia Aplicada

RAFAEL DE CASTRO PEREZ

Composição e alocação de moedas das reservas internacionais:  
evidências do Brasil

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciência.

Orientador: Prof. Dr. Alex Luiz Ferreira

Ribeirão Preto

2022

Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

---

Perez, Rafael  
Composição e alocação de moedas das reservas internacionais: evidências do Brasil/ Rafael de Castro Perez; Orientador: Prof. Dr. Alex Luiz Ferreira  
Ribeirão Preto, 2022  
Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP 74 p. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2022  
Versão Corrigida. A original encontra-se disponível na FEA-RP/USP.

# Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico (CNPq). Agradeço meus pais e minha família por sempre terem me apoiado em todas as decisões e me proporcionado a melhor educação possível. Agradeço aos meus orientadores professor Dr. Alex Ferreira e professor Dr. Vasco Gabriel por toda a serenidade, mentoria, ajuda e ensinamentos para realizar a dissertação. Por fim agradeço meus colegas de mestrado e meus amigos pelo suporte em todos os momentos.

# Composição e alocação de moedas das reservas internacionais: evidências do Brasil

## Resumo

Pesquisas sobre as reservas cambiais brasileiras historicamente focaram no seu volume ótimo, mas pouco se produziu acerca da alocação de moedas dessas reservas. A literatura sobre o tema parece convergir para alguns aspectos fundamentais que ajudariam a compreender o arranjo de moedas das reservas internacionais, quais sejam, fatores comerciais, financeiros e cambiais. Em relação ao aspecto comercial, uma literatura recente, conhecida como Paradigma da Moeda Dominante, trouxe fortes evidências sobre o papel do faturamento das importações para explicar a composição das reservas. Assim, buscou-se compreender se estes determinantes são significativos para explicar a composição de moedas das reservas cambiais brasileiras durante o período 2002-2020, quando houve forte acúmulo. Os resultados trazem evidências de que a inércia das próprias reservas, o faturamento das importações, a dívida externa e a volatilidade das taxas de câmbio são significativos para explicar a composição da carteira de moedas mantidos pelo Banco Central do Brasil. Em seguida, utilizou-se um modelo de escolha de portfólio média-variância proposto por Ferreira et al. (2019) para testar a alocação ótima de moedas com base numa carteira *benchmark* com pesos relacionados às obrigações comerciais e financeiras (faturamento e dívida externa) que proporcionasse retornos que compensassem os custos de manutenção da reservas brasileiras.

**Palavras-chaves:** reservas internacionais; faturamento das importações; alocação ótima; dívida externa; Banco Central do Brasil.

# Currency composition and allocation of international reserves: evidence from Brazil

## Abstract

Research on Brazilian foreign exchange reserves has historically focused on their optimal volume, but little has been produced about the currency composition of these reserves. The literature on this subject seems to converge on some fundamental aspects that would help to understand the arrangement of currencies of international reserves, that is, commercial, financial and exchange aspects. Regarding the commercial aspect, a recent literature, known as the Dominant Currency Price (DCP), brought strong evidence on the role of import revenues to explain the composition of reserves. Thus, we sought to understand whether these determinants are significant to explain the composition of Brazilian foreign exchange reserves during the period 2002-2020, when there was a strong accumulation. The results provide evidence that the revenue from imports, the external debt and the volatility of exchange rates are significant to explain the composition of the currency portfolio held by the Central Bank of Brazil. Then, a mean-variance portfolio choice model proposed by Ferreira et al. (2019) was used to test the optimal allocation of currencies based on a *benchmark* portfolio with weights related to commercial and financial obligations (invoicing and debt foreign exchange) that would provide returns that offset the costs of maintaining Brazilian reserves.

**Key-words:** Brazilian Foreign Exchange Reserves; import invoicing; currency optimal allocation; external debt; Brazil's Central Bank.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Composição das Reservas Brasileiras . . . . .	26
Figura 2 – Composição Reservas Globais . . . . .	27
Figura 3 – Faturamento Importações . . . . .	28
Figura 4 – Dívida Externa Bruta . . . . .	29
Figura 5 – Volatilidade BRL . . . . .	31
Figura 6 – Reservas e Determinantes - Dólar . . . . .	34
Figura 7 – Reservas e Determinantes - Euro . . . . .	34
Figura 8 – Reservas e Determinantes - Iene . . . . .	35
Figura 9 – Reservas (Dólar, Euro e Iene) . . . . .	65
Figura 10 – Teste CUSUM - Dólar . . . . .	66
Figura 11 – Teste CUSUM - Euro . . . . .	67
Figura 12 – Teste CUSUM - Iene . . . . .	67

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Estatística Descritiva . . . . .	30
Tabela 2 – Testes de Raiz Unitária e sobre os resíduos . . . . .	38
Tabela 3 – Testes sobre Resíduos e Especificação do Modelo . . . . .	40
Tabela 4 – Modelo ARDL . . . . .	41
Tabela 5 – Testes sobre Resíduos e Especificação do Modelo . . . . .	47
Tabela 6 – Teste de Cointegração (PSS) . . . . .	47
Tabela 7 – Modelo de Correção de Erros . . . . .	50
Tabela 8 – Rentabilidade e Risco . . . . .	54
Tabela 9 – Matriz de Covariância . . . . .	55
Tabela 10 – Alocação do Portfólio de moedas . . . . .	57
Tabela 11 – Teste Cointegração - Dólar . . . . .	68
Tabela 12 – Teste Cointegração - Euro . . . . .	68
Tabela 13 – Teste Cointegração - Iene . . . . .	68
Tabela 14 – Coeficientes de Longo Prazo . . . . .	69
Tabela 15 – Evolução das Reservas e Obrigações (US\$ milhões) . . . . .	70

# Sumário

	<b>Sumário</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Determinantes da Composição de Moedas das Reservas Internacionais</b> . . . . .	<b>17</b>
2.1.1	Paradigma da Moeda Dominante (PMD) . . . . .	20
<b>2.2</b>	<b>Modelos de Escolha de Portfólio</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>3</b>	<b>ALOCAÇÃO DAS RESERVAS INTERNACIONAIS DO BRASIL</b> . . . . .	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Análise Descritiva</b> . . . . .	<b>25</b>
3.1.1	Reservas Internacionais . . . . .	25
3.1.2	Faturamento das Importações e Dívida Externa . . . . .	28
3.1.3	Taxa de Câmbio . . . . .	30
3.1.3.1	Modelo GARCH . . . . .	32
3.1.4	Determinantes do modelo . . . . .	33
<b>3.2</b>	<b>Dados</b> . . . . .	<b>36</b>
<b>3.3</b>	<b>Abordagem Econométrica</b> . . . . .	<b>37</b>
3.3.1	Testes de Raiz Unitária e dos Resíduos . . . . .	37
3.3.2	Modelo ARDL . . . . .	38
3.3.3	ARDL <i>Bound Test</i> . . . . .	43
3.3.4	Resultados . . . . .	46
<b>3.4</b>	<b>Alocação Ótima de Portfólio</b> . . . . .	<b>52</b>
3.4.1	Modelo . . . . .	53
3.4.2	Resultados . . . . .	55
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>58</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>60</b>
	<b>APÊNDICES</b> . . . . .	<b>64</b>
	<b>APÊNDICE A – RESERVAS, DÍVIDA EXTERNA E FATURAMENTO (DÓLAR, EURO E IENE)</b> . . . . .	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE B – ANÁLISE ECONOMÉTRICA</b> . . . . .	<b>66</b>

---

<b>B.1</b>	<b>Testes CUSUM de estabilidade . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>B.2</b>	<b>Teste Johansen para Cointegração . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>B.3</b>	<b>Coeficientes de longo prazo . . . . .</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE C – EVOLUÇÃO DAS RESERVAS E OBRIGAÇÕES EM MOEDA ESTRANGEIRA . . . . .</b>	<b>70</b>
	<b>APÊNDICE D – MODELO DE LU E WANG (2019) . . . . .</b>	<b>71</b>

# 1 Introdução

Nas últimas décadas, o desenvolvimento das finanças globais, do comércio internacional e as mudanças nos arranjos cambiais mostraram que o fim do sistema de Bretton Woods na década de 1970 produziu profundas modificações sobre a economia mundial. Tais alterações foram caracterizadas pelo abandono do câmbio fixo em favor de taxas de câmbio flutuantes, um maior fluxo de capitais para os mercados emergentes (EMs) e um comércio internacional cada vez mais elevado, principalmente com a ascensão da China. Essas transformações suscitaram a noção de que os regimes de câmbio flutuante, a livre mobilidade de capitais e o comércio crescente, diminuíssem as necessidades de acumulação de reservas cambiais pelos países (Cavalcanti and Vonbun, 2008), já que os ajustes nos balanços de pagamentos seriam alcançados de forma quase que automática.

Na realidade, o que ocorreu foi uma forte tendência em favor de uma crescente demanda por reservas internacionais como resposta às crises cambiais e ataques especulativos que assolaram os mercados emergentes entre os anos de 1980-90 (Schanz, 2019). Com isso, surge toda uma literatura sobre *sudden stops* e níveis ótimos de reservas, pois estas passam a ser vistas como uma poupança precaucionária contra possíveis paradas súbitas de capitais, reduzindo a probabilidade de crises cambiais e mitigando os custos dessas fugas (Alfaro and Kanczuk, 2019, Calvo et al., 2012, García Silva and Soto, 2006, Jeanne and Ranciére, 2006). As crises mexicana em 1994, do leste asiático de 1997 e do *subprime* de 2008 tiveram um papel fundamental para que os países emergentes buscassem uma maior proteção contra as saídas repentinas de capitais estrangeiros, dado os efeitos nefastos sobre suas economias (Aizenman and Lee, 2007).

Neste sentido, de acordo com Obstfeld et al. (2010), o rápido acúmulo de reservas cambiais, tornou-se um 'quebra-cabeça' para a macroeconomia internacional. Isso, porque quando se leva em consideração os indicadores de adequação do nível de reservas considerados pela literatura sobre o tema, pautados em aspectos como a regra de Guidotti-Greenspan<sup>1</sup>, o modelo de Jeanne e Ranciére<sup>2</sup> e a razão reservas/importação<sup>3</sup>, nota-se que houve um excesso de acumulação que desafiou a teoria econômica (Cavalcanti and Vonbun, 2008, Jeanne, 2007, Laan et al., 2012).

Para ilustrar a magnitude do acúmulo de reservas, de acordo com os dados do Currency Composition of Official Foreign Exchange Reserves (COFER) do FMI, as reservas cambiais globais, que eram de aproximadamente US\$1,4 Trilhões em 1995, chegaram a quase US\$13 Trilhões em 2020, ou seja, multiplicaram em quase dez vezes num período

<sup>1</sup> Segundo essa regra, o nível de reservas deveria cobrir 100% da dívida externa de curto prazo, ou seja, até um ano.

<sup>2</sup> Os autores desenvolveram um modelo microfundamentado de determinação do nível ótimo de reservas.

<sup>3</sup> Regra de bolso para os países detentores de reservas trazida pelo FMI em seus relatórios.

de 25 anos, evidenciando a importância que os países deram para essa questão. Com efeito, essa forte acumulação concentrou-se basicamente em três moedas: dólar (USD), euro (EUR), iene (JPY), as quais de acordo com os dados do COFER, representam aproximadamente 90% das reservas totais do mundo.

Um aumento dessa magnitude despertou um intenso debate sobre o porquê de os países acumularem reservas e os aspectos que determinam a composição de moedas das reservas cambiais pelos Bancos Centrais (BCs) (Laser and Weidner, 2020). Neste sentido, fatores como a introdução do euro, a maior liquidez de outras moedas internacionais, a crise de 2008, as pressões para compensar os altos custos de se manter reservas e o desenvolvimento dos mercados financeiros internacionais foram decisivos para que os bancos centrais diversificassem seus portfólios<sup>4</sup> de moedas (Dominguez, 2012, Papaioannou et al., 2006, Schanz, 2019), despertando uma discussão sobre a alocação ótima das reservas pelos BCs. Desse modo, a alocação e a composição da carteira de moedas das reservas internacionais seriam fundamentais para diminuir a exposição ao risco dos países e garantir a liquidez nos mercados de moeda estrangeira (Papaioannou et al., 2006).

Sendo assim, as considerações primárias para a composição das reservas cambiais mantidas pelos Bancos Centrais estariam atreladas ao motivo transacional, ou seja, os BCs acumulariam reservas para cumprir com suas obrigações comerciais, financeiras e cambiais em moeda estrangeira (Laser and Weidner, 2020). Portanto, a escolha da composição da carteira de moedas seria influenciada por aspectos comerciais e financeiros com os países de moeda-reserva<sup>5</sup>, conjuntamente com intervenções no mercado de câmbio (Eichengreen and Mathieson, 2000).

Além da concepção sobre as considerações primárias, os BCs passaram a incorporar princípios de otimização de carteiras, tais como uma aversão ao risco, para garantir o cumprimento de suas obrigações e administrar o alto acúmulo de reservas dos últimos anos (Papaioannou et al., 2006). Contudo, para além de manter as reservas em ativos seguros, Bancos Centrais como o inglês, levariam em consideração uma abordagem de diversificação de portfólios média-variância como estratégia de gestão para suas reservas, justamente para compensar seus altos custos (Ferreira et al., 2019). Com efeito, os BCs dividiriam seus portfólios em basicamente duas funções: (i) liquidez; e (ii) investimento (Borio et al., 2008, Lu and Wang, 2019, Schanz, 2019). A primeira seria designada para financiar as obrigações em moeda estrangeira e a segunda buscaria maiores retornos sujeito a alguma restrição imposta pelos riscos inerentes às próprias moedas.

De acordo com Schanz (2019), ao longo das últimas décadas essa divisão nos portfólios dos BCs ganhou maior notoriedade e relevância, de modo que países emergentes

<sup>4</sup> No presente trabalho utiliza-se carteira e portfólio como sinônimos.

<sup>5</sup> Moedas reserva correspondem às principais moedas acumuladas pelos Bancos Centrais para compor suas reservas internacionais e que são utilizadas em grandes quantidades nas transações internacionais, tais como dívida externa e denominação do comércio internacional.

ampliaram o leque de ativos e moedas nas carteiras de suas reservas. Isso foi um reflexo de fatores como o desenvolvimento dos mercados financeiros, mas principalmente os altos níveis de reservas e as pressões para compensar os elevados custos de mantê-las (Rodrik, 2006).

O caso brasileiro merece atenção especial justamente pelo fato de representar atualmente uma das maiores reservas cambiais do mundo e o segundo maior estoque no Ocidente, atrás apenas da Suíça<sup>6</sup>. A forte acumulação, mais de US\$ 300 bilhões em menos de dez anos, ensejou uma literatura que concentrou-se, basicamente, em compreender os níveis ótimos para as reservas brasileiras (Cavalcanti and Vonbun, 2008, Vonbun, 2013). Porém, muito pouco dessa literatura voltou-se para o gerenciamento dos ativos que compõem essas reservas, em que pese a composição e alocação do arranjo de moedas (dólar, euro, iene, etc.) pelo Banco Central do Brasil (BCB). E uma boa administração da carteira de moedas seria essencial para diminuir os custos de seu carregamento.

Dessa forma, busca-se justamente preencher uma lacuna pouco explorada, qual seja, como o banco central escolhe a composição da sua carteira de moedas e como ele aloca seu portfólio, de modo a cobrir ou diminuir seus custos. Assim, busca-se responder às seguintes perguntas: o que determina a composição de moedas das reservas internacionais do Brasil? Qual alocação ótima do portfólio de moedas que compensaria os custos de carregamento das reservas?

Segundo o Banco Central, o Brasil teria uma composição de reservas com o objetivo de reduzir a exposição do país ao risco cambial. Nas palavras da própria autoridade monetária:

”Como mencionado, um dos objetivos no âmbito da gestão das reservas internacionais é a redução da exposição do país ao risco cambial. Dessa forma, define-se uma carteira diversificada com perfil anticíclico e que busque a cobertura cambial da **dívida externa bruta**.”(BCB,2021, p.16) <sup>7</sup>.

Contudo, a literatura sobre a composição de moedas das reservas internacionais aponta que os determinantes estariam ligados não somente à cobertura da dívida externa, mas também a aspectos como o arranjo cambial de um país, a moeda de faturamento do comércio<sup>8</sup>, além da própria inércia das reservas ao longo do tempo (Aizenman et al., 2020, Chinn and Frankel, 2005, Dooley et al., 1989, Eichengreen and Mathieson, 2000, Heller and Knight, 1978, Ito and McCauley, 2020, Ito et al., 2015, Papaioannou et al., 2006).

<sup>6</sup> Em 2020, o Brasil possuía o 10º maior estoque de Reservas Internacionais do mundo de acordo com <https://www.investopedia.com/articles/investing/033115/10-countries-biggest-forex-reserves.asp>

<sup>7</sup> Grifo nosso.

<sup>8</sup> Moeda utilizada no pagamento de contratos de importação e exportação.

Mais recentemente, a moeda de faturamento do comércio exterior ganhou forte relevância entre os determinantes para a composição de moedas das reservas internacionais, a partir da literatura desenvolvida por Gopinath (2015) sobre o Paradigma da Moeda Dominante (PMD). Essa teoria possibilitou identificar os fatores por trás da dominância do dólar e o seu papel nas transações comerciais internacionais, mais especificamente do faturamento das importações. A PMD mostra que a importância de uma moeda para o sistema internacional estaria vinculada à sua utilização na denominação do fluxo de comércio entre os países, ou seja, na moeda de denominação das transações e não na participação dos países no comércio mundial. Com isso, argumenta que a forte relevância do dólar nas reservas internacionais estaria intimamente ligada ao fato de ser a principal moeda usada nos contratos de importações e exportações entre os países, além de ser o meio predominante para liquidação e definição dos fluxos financeiros.

Para o caso brasileiro, os dados sobre o faturamento das importações e a dívida externa revelam que aproximadamente 80-85% dessas transações são feitas através da moeda americana. Portanto, a PMD indica que aspectos comerciais relacionados ao faturamento das importações teriam um papel-chave na composição das reservas cambiais.

No presente trabalho, obteve-se acesso a uma base de dados sobre o faturamento do comércio exterior brasileiro que abrange o período 1997-2021. Isso permitirá explorar melhor os impactos dessa variável sobre a composição de moedas das reservas internacionais. Reiss (2015) foi um dos pioneiros em analisar o comércio exterior brasileiro sob a ótica da moeda de denominação do faturamento das importações e exportações através de uma série de dados entre 2007 até 2011. O autor demonstra que a moeda de faturamento tem sido um tema cada vez mais importante para compreender o padrão de comércio entre os países.

O conjunto de dados utilizado no presente trabalho, de corte anual para o período 2002 a 2020, contém as três principais moedas mantidas pelo BCB em suas reservas, ou seja, o dólar, o euro e o iene, as quais representam mais de 90% do portfólio da autoridade monetária. Com isso, a base de dados inclui a proporção das reservas, o faturamento das importações<sup>9</sup>, a dívida externa bruta e a volatilidade da taxa de câmbio, nas três principais moedas que compõem os estoques de ativos do BCB: dólar, euro e iene. A escolha dessas variáveis, como ficará mais claro nas próximas seções, deveu-se pelo fato de serem os principais determinantes apontados pela literatura para explicar a composição das reservas cambiais pelos bancos centrais.

Os dados sobre a composição de moedas das reservas brasileiras revelam que algumas possuem maior relevância do que outras, com o dólar correspondendo a aproximadamente 80-85% do total durante boa parte do período de análise. Já o euro, que chegou a representar quase 30% dos ativos brasileiros, atualmente equivale a menos de 8%. A

<sup>9</sup> Dados disponibilizados pelo Ministério da Economia.

moeda japonesa, que no início dos anos 2000 correspondia a quase 15% do estoque de reservas, hoje está abaixo de 2%.

Dessa forma, investiga-se através de um modelo autorregressivo de defasagens distribuídas (ARDL), quais são os determinantes da composição da carteira de moedas das reservas internacionais brasileiras de acordo com a literatura sobre o tema. Em seguida, aplica-se um modelo de escolha de portfólios desenvolvida por Lu and Wang (2019) para analisar se tais determinantes tem algum papel na otimização do portfólio de moedas e se os resultados obtidos a partir do modelo aproximam-se da composição de moedas das reservas cambiais mantidas pelo Banco Central brasileiro. As evidências encontradas podem esclarecer melhor a forma que o BCB administra a composição e alocação de suas reservas. Por fim, a motivação do tema está em trazer a discussão sobre a composição das reservas cambiais para o debate brasileiro, de modo a tornar gestão ainda mais transparente, eficiente e com menores custos de carregamento para a autoridade monetária e, por conseguinte, o contribuinte brasileiro.

Além da introdução, este trabalho possui mais duas seções. A seção 2 apresenta a literatura sobre reservas internacionais, destacando as motivações por trás da forte acumulação pelos países nos últimos anos, os determinantes da composição de moedas, o Paradigma da Moeda Dominante e as teorias de escolha de portfólios aplicada à gestão da carteira de moedas do Banco Central. A seção 3 descreve a base de dados e faz uma análise econométrica dos determinantes. Além disso, aplica um modelo de escolha de portfólio para analisar qual seria a alocação ótima que compensaria os custos de se manter reservas, e a seção final conclui este trabalho.

## 2 Revisão da Literatura

De acordo com FMI (2020) as reservas internacionais constituem-se como os ativos em moeda estrangeira que as autoridades monetárias dispõem e constituem em instrumento fundamental para a execução de políticas cambiais e monetária. Sendo assim, os países mantêm reservas cambiais para financiar seus balanços de pagamentos, intervir nos mercados cambiais, fornecer liquidez para os agentes econômicos, além de propósitos relacionados à confiança na moeda doméstica e facilitar a tomada de empréstimos em moeda estrangeira pelos agentes econômicos.

A literatura sobre o tema teve como foco inicial as reservas ótimas e os motivos que levam os países a manter reservas internacionais. O principal motivo seria o precaucionário, que estaria relacionado com a proteção dos países contra a volatilidade dos fluxos financeiros e crises externas, ou seja, seriam um seguro contra choques internacionais, uma forma de amenizar fugas de capitais repentinas e perdas de produto (Aizenman and Lee, 2007, Alfaro and Kanczuk, 2019, Calvo et al., 2012, Heller, 1966, Jeanne and Ranciere, 2011). Inclusive, de acordo com o próprio BCB: "As reservas internacionais do País têm como principal objetivo contribuir para reduzir a vulnerabilidade da economia a choques externos e a percepção de risco por parte de investidores estrangeiros."<sup>1</sup>

Este seria um ponto-chave para entender a escolha da composição da carteira de moedas pelo BCB, já que a autoridade monetária acumularia reservas em algumas moedas, a fim de garantir a liquidez e o pleno funcionamento dos fluxos comerciais e financeiros. Portanto, o arranjo do portfólio mantido pelos bancos centrais seria basicamente o resultado de suas escolhas de intervenção no mercado de moedas estrangeiras, a fim de garantir o seu pleno funcionamento e evitar fugas de capitais (Heller and Knight, 1978)

Rodrik (2006) analisa a alta expressiva no acúmulo de reservas argumentando que isso representaria uma proteção contra crises financeiras. Entretanto, na visão do autor tal aumento trouxe a necessidade de um maior enfoque em meios que possibilitassem viabilizar um volume cada vez maior de reservas, tendo em vista os altos custos associados ao seu carregamento, principalmente em países emergentes, os quais possuem taxas de juros maiores.

Schanz (2019) também destaca que manter reservas tornou-se muito custoso para os países, em especial os emergentes, de modo que a alocação do portfólio mantido pelos BCs ganhou maior espaço na última década, já que uma boa administração da carteira de moedas poderia diminuir os custos de carregamento das reservas.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/reservasinternacionais>>. Acesso em 25 de abril de 2022.

Essa noção sobre a alocação e administração das reservas é um indicativo sobre o porquê dos bancos centrais estarem cada vez mais incorporando modelos de escolha de portfólio em suas decisões de gestão das moedas que compõem suas reservas (Papaioannou et al., 2006). Sendo assim, os estoques cada vez maiores de reservas, aliado a necessidade de compensar seus altos custos, demandariam uma busca por modelos que indiquem a melhor forma de otimizar suas carteiras de moedas.

O fato é que, enquanto o motivo precaução indica quais moedas o banco central precisaria manter para cumprir com suas obrigações e manter a liquidez dos mercados, o custo de carregamento e a alocação dessas moedas sinalizaria como ele deveria otimizar seu portfólio.

A literatura sobre os temas discutidos acima será dividida em duas subseções. Na primeira, resgata-se a discussão sobre os determinantes da composição da carteira de moedas das reservas, de modo a compreender o que influencia a escolha do arranjo de moedas de suas reservas. Além disso, apresenta-se o Paradigma da Moeda Dominante (PMD), por trazer uma abordagem importante e nova acerca do papel do faturamento das importações e da dominância de poucas moedas na composição do portfólio das reservas internacionais. Na segunda subseção aborda-se os modelos de escolha de portfólio de moedas pelos bancos centrais, a fim de entender como as autoridades monetárias alocam as suas moedas.

## 2.1 Determinantes da Composição de Moedas das Reservas Internacionais

A literatura sobre o tema tem como um dos seus artigos seminais Heller and Knight (1978), os que demonstram através de uma análise de regressão para 76 países, durante o período de 1973-76, que variações nas proporções de moedas das reservas cambiais de um país são uma função tanto do arranjo cambial quanto do seu padrão do comércio internacional. Isso ocorreria por conta de intervenções no mercado de câmbio para manter a moeda doméstica fixada em relação a outra moeda (ex. dólar), além de que os países tendem a preservar uma parcela maior de suas reservas na moeda dos seus principais parceiros comerciais, a fim de garantir as importações de bens e serviços.

A partir de Horii (1986) passou-se a incorporar os fluxos financeiros como um aspecto fundamental para compreender a composição do arranjo de moedas das reservas. Assim, por meio de um modelo de variância mínima de portfólio, examinou a diversificação das moedas-reserva para 128 países durante os anos 1974-84. O autor concluiu que a composição de moeda das reservas não poderia ser explicada somente em termos de uma demanda de transações determinada pelos fluxos comerciais, já que os fluxos financeiros se tornaram crescentemente importantes. Essa visão é corroborada por Papaioannou et al.

(2006) e Ito et al. (2015). Ambos apontam que a composição da moeda da dívida externa seria um fator significativo na alocação das reservas internacionais mantidas. Isso, porque a denominação do serviço da dívida inclina os gestores a manter uma proporção das reservas nas moedas que a compõem, já que o seu acúmulo garantiria o cumprimento com as obrigações financeiras.

Dooley et al. (1989) investigaram os determinantes da composição de moeda das reservas internacionais durante o período 1976-85. Os autores testaram um modelo empírico que integra a tradicional abordagem média-variância e os custos de transação para determinar o portfólio ótimo dos ativos e passivos externos de um país. Os resultados empíricos indicam que a composição de moeda foi influenciada pelo arranjo cambial de cada país, se a moeda é fixada (*pegged*) em relação a alguma moeda-reserva, seus fluxos de comércio com países detentores dessas moedas (parcela das exportações e importações), e a moeda de denominação de seus pagamentos do serviço da dívida.

Eichengreen and Mathieson (2000) utilizando o mesmo modelo de Dooley et al. (1989), porém para uma amostra e um período mais abrangentes, 84 países durante 1979-96, também apontam para os fluxos comerciais, financeiros e os arranjos cambiais como os principais determinantes da composição de moedas das reservas. Contudo, chamam atenção para a estabilidade ao longo do tempo não apenas da composição de moeda das reservas e da sua relação com os seus determinantes. Reservas internacionais são fruto do Sistema Monetário Internacional (SMI), de modo que a evolução gradual sem grandes quebras estruturais se reflete nas reservas, já que essas estão totalmente atreladas às mudanças no SMI. Logo, a composição de moeda das reservas evoluiu muito gradualmente, fato que explicaria um *path dependence* e induziria os BCs a não realizarem grandes mudanças ao longo do tempo.

Chinn and Frankel (2005) trazem evidências de que haveria uma inércia na escolha das moedas-reserva, ou seja, a composição de moedas das Reservas Cambiais seria pautado por um *path dependent*, de modo que para refletir tal persistência, incluem uma variável dependente defasada num modelo de regressão usando dados divulgados pelo FMI para os anos de 1973-98. De acordo com os autores, as lentas descontinuidades no sistema internacional fazem com que a moeda que foi usada no passado continue no futuro, existindo um forte viés de inércia em favor do uso de moedas já utilizadas anteriormente. Assim, baseado nos coeficientes de defasagem da variável dependente, eles encontram uma inércia de aproximadamente 90% na composição de moeda das reservas.

Aizenman et al. (2020) aplicam a mesma estratégia para uma amostra de 58 países utilizando uma regressão linear dinâmica de dados em painel, ao levarem em consideração uma variável dependente defasada para explicar a inércia de manter certas moedas ao longo do tempo. Os autores trazem mais evidências acerca da relevância da inércia na escolha das moedas-reserva, incluindo uma variável dependente defasada na análise de

regressão, como forma de representar essa persistência na composição do portfólio de moedas pelas autoridades monetárias.

Ito et al. (2015) argumentam, através de uma análise de dados em painel de cinco países do leste europeu, que a composição de moeda das reservas é fortemente relacionada à moeda de denominação do comércio exterior (faturamento). De forma semelhante, Ito and McCauley (2020) analisam os fatores que determinam a escolha da composição de moedas das reservas internacionais utilizando-se de um conjunto de dados em painel sobre as principais moedas nas reservas cambiais de 60 países no período 1999-2017. Os autores apontam que uma economia que fatura seu comércio internacional em uma moeda-chave tende a manter reservas cambiais na moeda que corresponde ao seu fluxo de obrigações comercial e financeiro. Portanto, os fatores que caracterizam a composição de moedas das reservas estariam ligados muito mais aos atributos das moedas-chave do que os países detentores dessas moedas. Neste sentido, nota-se que há uma mudança na forma de abordar o aspecto comercial sobre a determinação da composição de portfólio, já que não seriam os principais parceiros comerciais que influenciariam esse arranjo, mas sim a moeda de denominação das transações.

Diante desse cenário, percebe-se que os modelos que buscam compreender os determinantes da escolha do arranjo de moedas pelo banco central apontam para quatro aspectos principais: a inércia das reservas, o arranjo cambial, a dívida externa e a moeda de denominação das transações comerciais (faturamento). Esta última surge recentemente como contraponto a um dos principais paradigmas na macroeconomia internacional, isto é, o paradigma de Mundell-Fleming (Fleming, 1962, Mundell, 1963), em que a importância da moeda de uma nação no comércio internacional está intimamente ligada à sua parcela no comércio mundial.

Quando se analisa os determinantes da composição de moedas das reservas internacionais nota-se o papel fundamental do comércio para explicar a presença de moedas reserva no portfólio dos BCs. Nesse sentido, os primeiros trabalhos sobre o tema preconizavam que quanto maior o fluxo de comércio com um país, maior seria a participação de sua moeda na composição do portfólio das reservas. Em outras palavras, quanto maior o comércio de um país com os EUA, por exemplo, maior seria a parcela do dólar na carteira de ativos do BC. Contudo, nas últimas décadas assistiu-se à mudanças na configuração do comércio internacional que levaram à uma nova abordagem que traz fortes evidências de que a moeda de denominação do faturamento das importações teria um peso muito mais relevante que a parcela do país no comércio internacional. Isso ajudaria a explicar a dominância e as proporções de certas moedas (dólar, euro e iene) na composição de moedas mantidas pelos BCs.

### 2.1.1 Paradigma da Moeda Dominante (PMD)

As recentes mudanças na configuração do comércio global, com a ascensão dos países asiáticos e perda de participação dos EUA, mostraram que a importância da moeda de um país não estaria necessariamente atrelada à sua parcela no comércio mundial, mas em outros aspectos relacionados a moeda de denominação do fluxo de comércio internacional. Assim, nos últimos anos esse paradigma vem sendo bastante questionado por conta de uma série de dados indicando que uma grande parcela do comércio global é faturada em algumas poucas moedas. O dólar seria a moeda dominante na precificação e faturamento das transações comerciais ao redor do mundo, mesmo com um forte declínio da sua parcela no comércio internacional. Estima-se que a sua parcela na denominação do faturamento do comércio global seja quase cinco vezes maior que sua parcela nas importações mundiais (Gopinath, 2015).

Neste contexto surge o Paradigma da Moeda Dominante (PMD) desenvolvido em (Gopinath, 2015, Gopinath and Stein, 2018, 2021) para tentar compreender esse *puzzle*, ou seja, um descasamento entre a participação do comércio global por países de moeda dominante e o faturamento do comércio internacional, em que o primeiro vem declinando sistematicamente, mas o segundo manteve-se bastante estável nos últimos anos. Em uma amostra de 43 países, Gopinath (2015) demonstra que a parcela do dólar como uma moeda de faturamento para a importação é aproximadamente 4,7 vezes a parcela dos EUA nas importações globais. Contudo, haveria um forte contraste com o euro, onde o faturamento das importações é de apenas 1,2 vezes. Então, a ideia desenvolvida pela autora é de que um dos elementos-chave do Sistema de Preços Internacional caracteriza-se pelo fato de que uma parcela esmagadora do comércio internacional é precificada e faturada em um pequeno conjunto de moedas, com o dólar sendo o principal. Além disso, revela como esta representa a moeda de reserva predominante escolhida pelos Bancos Centrais, correspondendo por cerca de 60% das reservas internacionais oficiais em todo mundo, enquanto o euro representa 20% e o iene 5%.

Gopinath and Stein (2021) descrevem o dólar como uma moeda dominante e essa noção refere-se a um conjunto de fatores. O primeiro diz respeito ao faturamento do comércio internacional, ou seja, uma fração grande do comércio entre países é faturado e liquidado na moeda norte-americana. Dessa forma, a sua parcela no faturamento das transações comerciais é bastante desproporcional em relação ao papel dos EUA no comércio internacional. No artigo, os autores demonstram, a partir de uma amostra de 15 países, que existe uma forte correlação entre a parcela do dólar no faturamento das importações e sua parcela nas reservas internacionais mantidas pelas autoridades monetárias. Sendo assim, o faturamento das importações de um país afetaria as decisões de acumulação de reservas de seu banco central. Inclusive, mostram o Brasil como um dos países em que essa relação seria mais evidente.

Boz et al. (2020) utilizando-se de uma base de dados em painel sobre a parcela do comércio global em dólares, euro e outras moedas para mais de 100 países desde 1990, evidenciam a dominância do dólar no faturamento das transações comerciais internacionais, apesar do papel cada vez menor dos EUA no comércio global, e a estabilidade do padrão das moedas que faturam esse comércio. Não obstante, essas informações indicam que as moedas de faturamento do comércio global apresentam uma inércia considerável, e são consistentes com a literatura teórica sobre o papel histórico e a *path dependence* na escolha de uma moeda para o faturamento do comércio. Apesar do dólar ser a moeda globalmente dominante no faturamento do comércio internacional, o euro pode ser considerado como uma moeda dominante regionalmente na Europa e em algumas partes da África, mostrando-se como a segunda moeda com papel mais relevante nos fluxos financeiros e comerciais.

Em síntese, o Paradigma da Moeda Dominante (PMD) consiste no fato de que a moeda americana tem uma importância significativa na definição dos preços do comércio global. Sendo assim, o PMD traz evidências de que a moeda de denominação das transações comerciais internacionais são o que de fato importam para explicar a dominância do dólar. Então, o PMD diz respeito à forte presença da moeda americana em transações comerciais e financeiras onde os EUA não estão presentes em nenhuma das partes, reafirmando o dólar como moeda dominante no comércio internacional, mas principalmente como um determinante para compreender a forma de acumulação de reservas internacionais pelos Bancos Centrais, principalmente países emergentes.

Portanto, essa literatura revela um aspecto primordial para compreender o arranjo do portfólio de moedas do banco central. Diferentemente do que os modelos iniciais apontam, não seria o peso de um país no comércio internacional que determinaria a proporção de sua moeda nas reservas cambiais, mas o papel da sua moeda na denominação do faturamento das transações comerciais que explicaria esse movimento. Com isso, a PMD traz fortes evidências acerca do faturamento das importações na escolha do arranjo de moedas dos BCs para o modelo do presente trabalho.

Por fim, vale ressaltar como os dados sobre faturamento das importações disponibilizados pelo Ministério da Economia do Brasil exemplificam bem esta questão. De acordo com os dados do Comexstat, o comércio com os EUA diminuiu de aproximadamente 24% do total em 2002 para pouco mais de 13% em 2020. No entanto, desde 2002 a moeda americana continuou representando mais de 80% de todo o faturamento das importações brasileiras. Não obstante, quando consideramos os países das três principais moedas reserva (EUA, União Europeia e Japão), observa-se que no início da série representavam mais de 50% de todo o comércio exterior brasileiro, porém em 2020 correspondiam a menos de 1/3 do comércio brasileiro. Enquanto isso, o faturamento do comércio nessas três moedas manteve-se bastante estável em todo período, próxima dos 90%. Portanto, o caso brasileiro nos revela a necessidade de repensar o peso dos países no comércio inter-

nacional para compreender a composição das reservas internacionais, já que a moeda de denominação das importações parece se adequar melhor a realidade.

Por fim, tendo em vista a dominância de certas moedas nas reservas internacionais, os Bancos Centrais buscariam modelos de escolha de portfólio para gerenciar os pesos ótimos tanto para garantir os fluxos comerciais e financeiros, mas também para obter retornos que diminuíssem os custos de carregamento desses ativos estrangeiros. Logo, os determinantes da composição de moedas das reservas teriam uma relação com a gestão e otimização do portfólio de moedas mantidos pela autoridade monetária.

## 2.2 Modelos de Escolha de Portfólio

O movimento recente de forte acúmulo de reservas internacionais pelos Bancos Centrais conjuntamente com a introdução do euro, maior liquidez em outras moedas e o desenvolvimento dos mercados financeiros internacionais, trouxe a necessidade de uma melhor gestão dos portfólios de moedas das reservas internacionais, tendo em vista que, para além de garantir as obrigações em moeda estrangeiros, mostrou-se fundamental administrar as reservas de forma a compensar os altos custos de seu carregamento (Lu and Wang, 2019, Papaioannou et al., 2006, Schanz, 2019, Zhang et al., 2012).

Resultado da forte acumulação de reservas e que parece ter entrado no radar dos BCs nos últimos anos foi o motivo investimento, com uma visão de que essa poupança em moeda estrangeira poderia proporcionar rendimentos e compensar seus altos custos de carregamento (Rodrik, 2006). Com isso, os BCs se aproximam de modelos de otimização de portfólio, a fim de gerenciar a sua carteira de moedas levando em consideração suas necessidades de riscos e retornos (Papaioannou et al., 2006).

De acordo com Heller and Knight (1978), o problema de seleção de portfólio enfrentado pelos bancos centrais seria muito diferente do problema para indivíduos no mercado financeiro. Isso porque os bancos centrais tem objetivos mais amplos do que uma simples otimização do portfólio. Em segundo lugar, como as autoridades monetárias controlam a taxa de juros doméstica, políticas afetando o nível das taxas de câmbio não podem ser tomadas como exógenas. Portanto, de acordo com os autores, as decisões dos BCs sobre a proporção de reservas mantidas na forma de moeda estrangeira em seus portfólios estaria relacionada com aspectos como segurança, liquidez, aversão ao risco e rendimentos, mas também fatores institucionais e políticos.

Inclusive, o Banco Central do Brasil relata que a escolha do portfólio de moedas se daria da seguinte forma:

"Uma vez considerada a estratégia de cobertura cambial da dívida externa bruta e de alocação com caráter anticíclico, o investimento das reservas inter-

nacionais é realizado com o auxílio de técnicas de otimização risco-retorno de carteira, observados os critérios de segurança, liquidez e rentabilidade, priorizados nessa ordem."

Lu and Wang (2019) argumentam que a maioria dos BCs administram suas reservas de forma a seguir uma abordagem com algumas características em comum. Primeiramente, Bancos Centrais são altamente avessos ao risco, alocando a vasta maioria de suas reservas em ativos seguros. Além disso, BCs geralmente seguem alguma estratégia de otimização de portfólio, com a abordagem de diversificação de portfólio média-variância sendo a mais popular (Bernadell et al., 2004, Lu and Wang, 2019). Dessa forma, segurança, liquidez e lucratividade são geralmente aceitas como os objetivos da gestão de reservas com segurança e liquidez sendo os objetivos primários (Borio et al., 2008).

Papaioannou et al. (2006) buscam trazer essa discussão sobre a alocação e composição de portfólio dos BCs, de modo que desenvolvem um modelo de otimização média-variância dinâmico para estimar os pesos ótimos do portfólio de moedas dos BCs. Para tanto, em primeiro lugar, definem o que consideram um "banco central representativo", ou seja, fazem suposições sobre o perfil de risco, necessidades de liquidez e retornos das taxas de câmbio. Em seguida, fazem simulações para a alocação ótima de moeda de quatro países emergentes (Brasil, Rússia, Índia e China) e adicionam restrições que reflitam características de cada país em relação ao seu arranjo cambial, sua dívida externa e seu comércio internacional.

Zhang et al. (2012) propõe uma nova abordagem para a alocação de ativos das reservas internacionais pelos gestores do banco central. Os autores propõem um modelo comportamental de alocação que possibilite derivar uma política de gestão das reservas com múltiplos objetivos. Para tanto, estabelecem dois sub-portfólios: (i) precaucionário e (ii) investimento. O primeiro exibiria alta aversão ao risco e seria pautado em garantir segurança e liquidez para os ativos. Por outro lado, o sub-portfólio de investimento exibiria baixa aversão ao risco e satisfaria as necessidades por altos retornos. A ideia dos autores nessa divisão do portfólio consiste em representar as distintas atitudes dos gestores em relação aos riscos e retornos das reservas.

Nesta mesma direção (Lu and Wang, 2019) também defendem a visão de que BCs costumam dividir seus portfólios em duas cotas (*tranches*): uma parcela para liquidez e outra destinada para investimentos. O primeiro é designado para financiar as necessidades diárias de moedas estrangeiras, facilitando comércio e fluxos financeiros. A parcela do portfólio destinado à investimentos persegue o maior retorno sujeito a restrições de risco. Essa parte do portfólio é especialmente relevante para países com grandes estoques de reservas que podem investir com objetivos de longo prazo. O tamanho de cada cota seria diferente para cada Banco Central, já que seus objetivos e necessidades dependeriam de aspectos peculiares ao contexto econômico de cada país.

Ferreira et al. (2019) analisam a escolha de portfólio para o Banco Central da Inglaterra (BoE) através de um modelo média-variância com pesos para um portfólio *benchmark*. A autoridade monetária inglesa definiria previamente as proporções para a composição de moedas da sua carteira, ou seja, 40% USD, 40% EUR e 20% JPY, permitindo pequenos desvios desses alvos. A análise dos autores demonstra que os desvios dos pesos ótimos podem ser muito pequenos mesmo quando as penalidades por desvios dos pesos de referência são muito grandes. A razão para essa baixa sensibilidade é que o alvo para os retornos são restrições *binding* ao problema de minimização da variância do portfólio. Diferentemente do BoE, a autoridade brasileira não definiria, ao menos explicitamente, um portfólio referência para suas reservas. Portanto, a gestão ativa do portfólio de moedas pelo BoE em busca de retornos acima dos custos de administração das reservas, evidenciam a importância de uma alocação ótima que leve em consideração os custos de manter esses ativos.

Por fim, a partir da literatura exposta até aqui, examina-se quais determinantes explicam a composição de moedas do estoque de reservas mantido pelo BCB. Em seguida, investiga-se como o Banco Central alocaria suas reservas nas principais moedas que compõe suas obrigações comerciais e financeiras, de modo a trazer retornos que compensem os altos custos de carregamento das reservas.

## 3 Alocação das Reservas Internacionais do Brasil

O objetivo da presente seção é analisar os aspectos que influenciam a escolha pelo BCB da composição de moedas das suas reservas cambiais, a fim de verificar quais determinantes, para além da cobertura cambial da dívida externa, conforme expresso pelo BCB, explicam o arranjo do seu portfólio de moedas. Dessa forma, concentra-se a atenção nos aspectos financeiros (dívida externa bruta), comerciais (faturamento das importações) e cambiais (volatilidade), já que refletem os principais motivos que levariam um Banco Central acumular moeda estrangeira. Além disso, testa-se a inércia das próprias reservas, tal como em (Aizenman et al., 2020, Chinn and Frankel, 2005), inserindo uma variável dependente defasada no modelo. A partir dessas variáveis, busca-se responder a questão central proposta pelo trabalho, ou seja, o que determina a composição de moedas das reservas cambiais brasileiras.

No entanto, antes de dar início à abordagem econométrica, busca-se através de uma análise descritiva dos dados, indicativos sobre as trajetórias e relações entre as variáveis do modelo ao longo do tempo.

### 3.1 Análise Descritiva

O objetivo da presente seção é analisar o conjunto de dados para cada uma das séries, a fim de compreender melhor os movimentos e tendências das moedas em cada uma das variáveis consideradas no modelo. Além disso, busca-se indícios sobre a inércia de cada variável, a volatilidade e o tipo de modelo econométrico que será utilizado para analisar a relação entre as reservas cambiais e seus determinantes.

#### 3.1.1 Reservas Internacionais

A análise descritiva dos dados utilizados no modelo inicia-se com as proporções das moedas que compõem as reservas internacionais brasileiras. Primeiramente, com base na Figura 1, nota-se que o dólar é a moeda de maior relevância, bastante à frente das outras, tendo em vista que representou, em média, no período de 2002 à 2020, quase 80% das reservas brasileiras. Vale ressaltar que nos anos de 2002 à 2005 temos as menores parcelas de dólar nas reservas, essa proporção chegou à sua mínima em 2004 com 54,6%, revertendo-se nos anos subsequentes. O maior valor da série, em 2007, representou 90% das reservas. Após 2007-08, período da crise do *subprime*, o percentual do dólar cai gradualmente até 2012, mas retorna ao patamar acima dos 80% desde 2015, quando houve um ajuste na

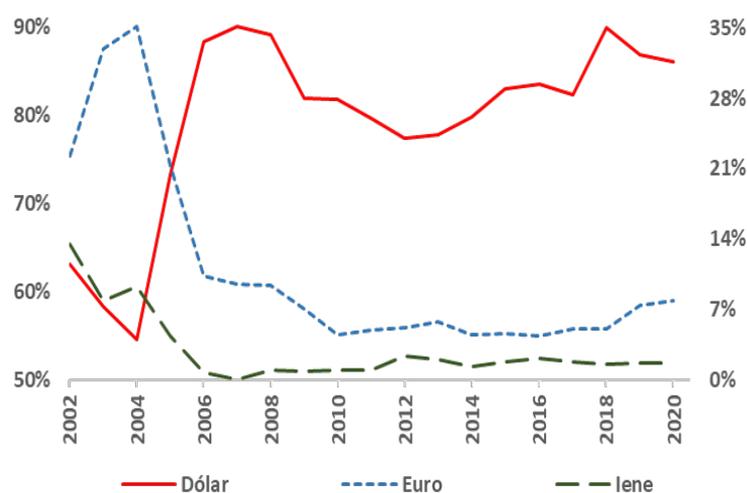
política de diversificação de moedas empreendida pela autoridade monetária (BCB, 2021, p.17).

O euro possui uma trajetória diversa do dólar, apesar de ser a segunda moeda de maior relevância nas reservas cambiais. Nos anos iniciais da série, que compreende justamente o período logo após a sua criação, a proporção do euro alcançou 35% das reservas brasileiras, chegando mesmo a competir com a moeda americana e ajuda a explicar a forte queda do dólar entre 2002 e 2005. No entanto, já em 2006 esse movimento é revertido, com o euro desde então representando menos de 10% das reservas. No período pós-2006, essa média cai para quase a metade (6,4%), mostrando a perda de relevância da moeda europeia, principalmente após 2011, quando houve a Crise do Euro.

Por último, o iene chegou a representar 13,5% das reservas em 2002. Entretanto, a partir de 2006 a moeda japonesa perdeu preponderância, chegando a 0% em 2007, menor valor da série. Desde então o iene representa aproximadamente 2% das reservas brasileiras.

Portanto, essas três moedas, consideradas pela literatura como as principais, por serem justamente as moedas mais demandadas pelos bancos centrais para compor suas reservas, mas também com maior peso nas reservas brasileiras, serão os ativos considerados em nosso modelo. Com efeito, as três moedas representam cerca de 90% dos ativos do BC no período de estudo.

**Figura 1** – Composição das Reservas Brasileiras



*Notas:* A Figura 3 apresenta a proporção das principais moedas que compõem as reservas internacionais brasileiras. No eixo da esquerda estão os percentuais para o dólar. No eixo da direita estão os percentuais para o euro e o iene. Fonte: Banco Central do Brasil.

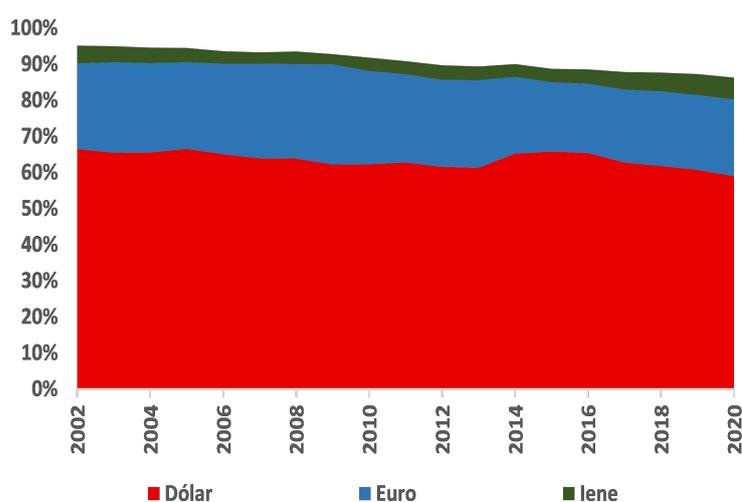
Por fim, quando se observa o movimento global das reservas, nota-se que as três

principais moedas-reserva correspondem a aproximadamente 90%. Assim, se em 2002 elas constituíam mais de 95% das reservas mundiais, atualmente já estão abaixo de 90%. Isso mostra que a predominância dessas moedas ainda é bastante forte, revelando uma forte inércia.

O que se nota é o dólar como moeda dominante, representando aproximadamente 60% das reservas oficiais, mas num movimento de queda gradual desde 2002 quando atinge o pico de 66,5%, encerrando 2020 em 58,9%. Ou seja, o dólar teve uma perda relativa de relevância nesse período, apesar de sua parcela nas reservas mundiais ainda ser quase três vezes maior que o segundo colocado. Neste sentido, o euro apresentou uma proporção de quase 23% das reservas mundiais, mas desde 2010 vem perdendo importância, com sua parcela girando em torno de 20%. Por outro lado, o iene detém o posto de terceira moeda mais importante nos portfólios globais e atualmente está no patamar de 6% do agregado global.

Finalmente, quando comparamos a composição de moedas das reservas mundiais com o caso brasileiro observa-se como a parcela do dólar está bem acima da média mundial, aproximadamente 20 p.p., o euro encontra-se bem abaixo dessa média, quase 10 p.p., e as outras moedas estão quase 5p.p. abaixo da média global. Dessa forma, o caso brasileiro destoa bastante da média do resto do mundo, principalmente quando analisamos as frações do dólar e euro, indicativo que o Brasil possui especificidades que demandam uma análise mais aprofundada sobre a composição de moedas das reservas e seus determinantes.

**Figura 2** – Composição Reservas Globais



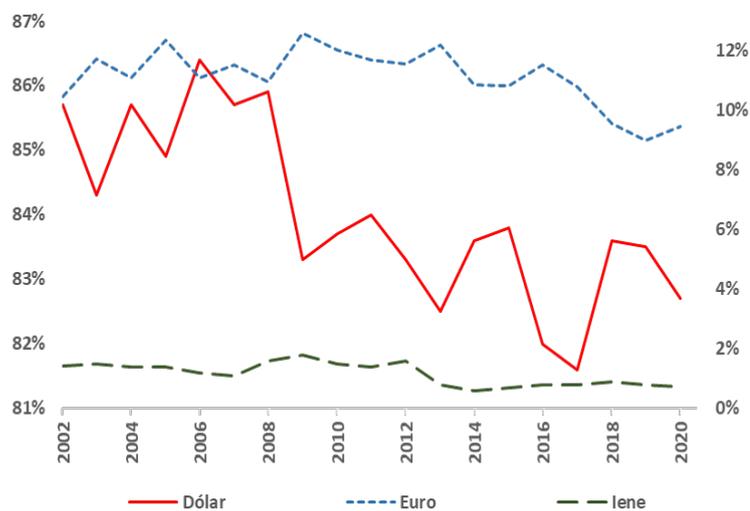
*Notas:* A figura representa a composição de moedas das reservas globais. Dólar, euro e iene representam quase 90% de todo o estoque mantido pelos Bancos Centrais. Fonte: COFER - FMI.

### 3.1.2 Faturamento das Importações e Dívida Externa

Quando analisamos os dados sobre o faturamento das importações brasileiras a primeira questão que fica evidente é a estabilidade das séries ao longo do tempo. O faturamento das importações em dólar foi, em média, de 84% no período, com uma ligeira queda após 2008. Os dados sobre a moeda norte-americana evidenciam o fato de que esta constitui-se como a principal moeda de faturamento do comércio brasileiro, muito a frente das outras. O caso do euro foi, em média, de 11% entre 2002 e 2020, e vem perdendo relevância, principalmente após 2018, situando-se abaixo dos 10% desde então. Em relação ao iene, nota-se a baixa importância dessa para o faturamento das importações brasileiras, menos de 1% das transações nos últimos anos.

Diante disso, o que fica evidente sobre o faturamento das importações brasileira é, primeiramente, que elas se concentram majoritariamente na moeda norte-americana, com mais de 80% das transações. Em segundo lugar, a estabilidade nas proporções ao longo do tempo, indicando que haveria uma forte inércia no faturamento das importações. Por fim, vale mencionar que o somatório dessas três no total representou, em média, quase 95%, reforçando o fato trazido pela PMD de que o comércio exterior seria faturado em poucas moedas e isso acabaria se refletindo nas reservas cambiais.

**Figura 3** – Faturamento Importações



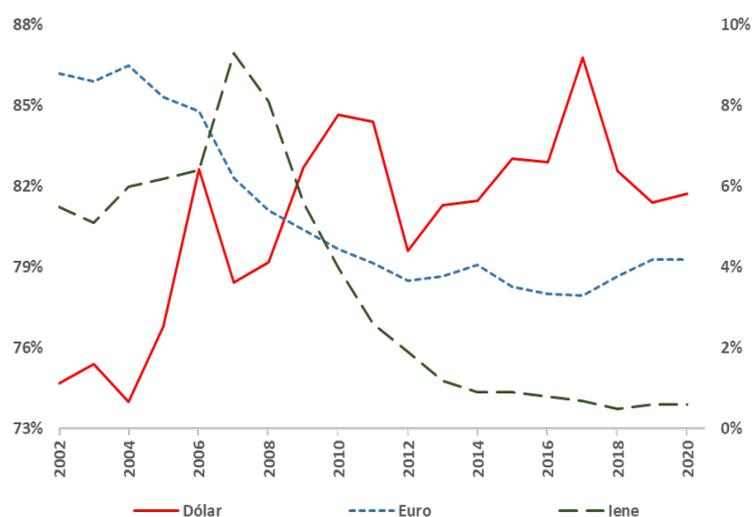
*Notas:* A Figura 3 apresenta a proporção das principais moedas que compõem o faturamento das importações brasileiras. No eixo da esquerda estão os percentuais para o dólar. No eixo da direita estão os percentuais para o euro e o iene. Fonte: Ministério da Economia.

A dívida externa bruta brasileira, tal qual as reservas e o faturamento das importações, possui sua composição marcada pelas três principais moedas-reserva. Neste sentido,

elas configuraram, quase 90%<sup>1</sup> do total em todo período de análise.

De acordo com o BCB, a cobertura cambial da dívida externa seria o determinante da composição de seu portfólio de moedas. A moeda americana, constituiu, em média, 80% do total, bastante próxima dos percentuais das reservas e do faturamento, sendo que após 2009 essa proporção cresceu gradualmente, situando-se acima de 80% em praticamente todos os anos desde então. Por outro lado, o curso da parcela do euro foi oposto ao dólar, pois vem diminuindo gradativamente sua participação, sendo ainda mais aparente sua queda após 2011, ano da crise do Euro, com o seu percentual girando em torno de 4%. Em relação ao iene nota-se um ritmo de crescimento até 2007, quando chegou a 9% do passivo brasileiro. Contudo, teve uma forte queda e atualmente representa menos de 1% da dívida externa brasileira. Sendo assim, conclui-se que enquanto euro e iene perderam relevância na dívida externa brasileira nos últimos anos, o dólar teve um movimento inverso.

**Figura 4 – Dívida Externa Bruta**



*Notas:* A Figura 3 apresenta a proporção das principais moedas que compõem a dívida externa bruta brasileira. No eixo da esquerda estão os percentuais para o dólar. No eixo da direita estão os percentuais para o euro e o iene. Fonte: Banco Central do Brasil.

Por fim, a Tabela 1 abaixo apresenta as estatísticas descritivas para as variáveis que serão consideradas no modelo econométrico. Um aspecto que vale ressaltar é a proximidade entre as médias para as reservas, o faturamento e a dívida externa nas três moedas reserva. Este pode ser um primeiro indício de que as séries do modelo caminham para uma convergência ao longo do tempo, oscilando em torno da média. Além disso, nota-se que o desvio padrão para o faturamento e a dívida externa são bastante baixos, o que

<sup>1</sup> Uma fração importante está alocada em moedas como real e renminbi, além de Direitos Especiais de Saque (DES) e mercadorias, em que pese o fato de representarem mais de 10% da dívida externa bruta atualmente

parece denotar uma certa estabilidade ao longo do tempo para tais variáveis. Finalmente, uma discussão mais aprofundada para os dados de variação das taxas de câmbio será necessário, dado sua alta volatilidade.

**Tabela 1** – Estatística Descritiva

	Média	Mediana	Desv. Padrão	Máx	Min
Reservas USD	79.3%	81.9%	10.3%	90.0%	54.6%
Reservas EUR	10.9%	7.0%	9.7%	3.5%	4.4%
Reservas JPY	2.9%	1.7%	3.5%	13.5%	0.0%
Faturamento USD	84.0%	83.7%	1.4%	86.4%	81.6%
Faturamento EUR	11.1%	11.1%	1.0%	12.6%	0.09
Faturamento JPY	1.2%	1.2%	0.4%	1.8%	0.6%
Dívida Ext. USD	80.7%	81.5%	3.5%	86.8%	74.0%
Dívida Ext. EUR	5.3%	4.2%	2.1%	9.0%	3.3%
Dívida Ext. JPY	3.5%	2.6%	2.9%	9.3%	0.5%
Taxa de câmbio USD/BRL	6.4%	4.0%	22.1%	52.3%	-25.5%
Taxa de câmbio EUR/BRL	8.5%	1.8%	24.9%	80.5%	-23.1%
Taxa de câmbio JPY/BRL	8.2%	-0.9%	26.3%	61.3%	-27.1%

*Notas:* A tabela exibe as estatísticas descritivas para os determinantes considerados no análise econômica durante o período 2002-2020. Todas as variáveis são proporções em relação ao total, exceção à volatilidade do câmbio que representa a variação anual de cada moeda em relação ao BRL. USD, EUR e JPY representam o dólar, euro e iene, respectivamente. Os valores positivos para a média da volatilidade significam que as moedas consideradas se valorizaram em relação ao real. Fonte: Banco Central do Brasil e Ministério da Economia.

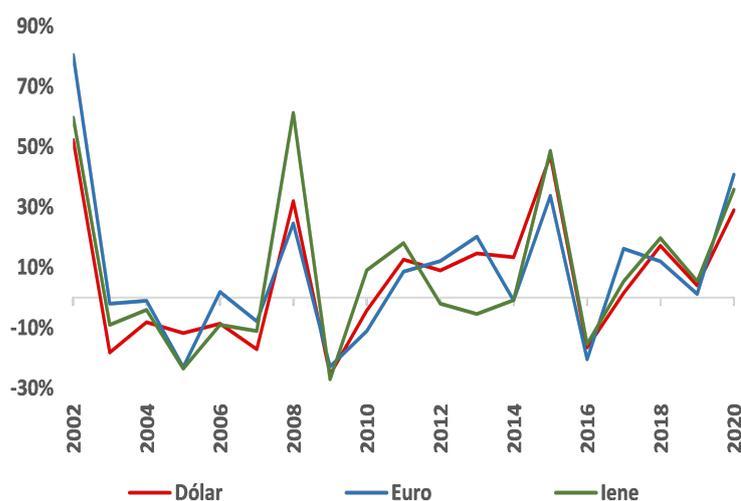
### 3.1.3 Taxa de Câmbio

A literatura sobre os determinantes da composição de moedas das reservas cambiais desde seu início colocou os arranjos cambiais como um dos principais fatores que explicariam a carteira de moedas das reservas cambiais (Dooley et al., 1989, Eichengreen and Mathieson, 2000). Desse modo, o acúmulo de reservas internacionais seria uma forma de amenizar as flutuações nas taxas de câmbio, já que possibilitariam ao Banco Central atuar no mercado de moeda estrangeira (Ferreira et al., 2019, Ito and McCauley, 2020, Ito et al., 2015). A inclusão da volatilidade das taxas de câmbio como uma das covariadas no presente modelo está relacionado à gestão do risco e do retorno de cada uma das moedas que o BCB mantém em suas reservas. Em outras palavras, a variação do câmbio seria

uma *proxy* para aversão ao risco e a busca por retornos em cada uma das moedas, estando ligada à administração do portfólio das reservas e sua alocação para investimentos e compensar os altos custos de carregamento das reservas.

Um traço característico de países emergentes, como o Brasil, consiste no fato de que a volatilidade da taxa de câmbio seria particularmente elevada (Calvo and Reinhart, 2002). A partir de 1999, o Brasil altera seu regime cambial, de modo que este passou a flutuar livremente, permitindo uma maior oscilação da moeda brasileira. De acordo com os dados disponibilizados pelo BCB, o dólar valorizou 47% em 2015 e apenas 4% em 2019. O euro teve uma valorização de 80% em 2002 e uma desvalorização de 1% em 2014. Por fim, o iene chegou a valorizar 61% em 2008 e desvalorizou 2% em 2012. Oscilações elevadas em certos períodos e baixa em outros, configura o que a literatura denomina de *volatility cluster*<sup>2</sup>.

**Figura 5 – Volatilidade BRL**



*Notas:* Na figura acima percentuais positivos significam uma apreciação das moedas-reservas. Já os percentuais negativos representam uma depreciação. O dólar representa a taxa de câmbio BRL/USD, o euro BRL/EUR e o iene BRL/JPY. Fonte: Banco Central do Brasil.

Por conta dessa alta volatilidade e da evidência sobre a importância da taxa de câmbio no arranjo de moedas das reservas internacionais, buscou-se um modelo que expressasse a existência de uma estrutura temporal na oscilação da taxa de câmbio brasileira, ou seja, que modelasse as mudanças inconstantes entre 2002-2020. Essa volatilidade pode ser aproximada por uma família de modelos chamada de heteroscedasticidade condicional auto-regressiva generalizada (GARCH).

<sup>2</sup> Mudanças na volatilidade ao longo do tempo mostram uma tendência de persistência, ou seja, existem períodos de baixa oscilação e momentos de alta variação

### 3.1.3.1 Modelo GARCH

Nos modelos econométricos convencionais, assume-se que variância dos erros é constante. Contudo, em séries de tempo financeiras, como a taxa de câmbio, é bastante improvável que a variância dos erros seja estável ao longo do tempo. Os dados apresentados sobre as oscilações das taxas de câmbio para o Brasil entre 2002-2020 demonstram períodos de elevada volatilidade seguidos de maior estabilidade (*volatility cluster*). Nesta circunstância, a suposição de homoscedasticidade não seria apropriada (Enders, 2008). Neste sentido, a classe de modelos chamada de Heteroscedasticidade Condicional Autor-regressiva (ARCH) desenvolvidos por Engle (1982) permitem lidar com uma variância que não seria constante ao longo do tempo. Sob o modelo ARCH, a autocorrelação na volatilidade é modelada permitindo que a variância condicional do erro,  $\sigma^2$ , dependa dos valores defasados do erro ao quadrado ( $\epsilon^2$ ),

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha \epsilon_{t-i}^2.$$

em que  $\omega$  corresponde à constante ou variância incondicional (longo prazo) e  $\alpha$  é o coeficiente associado ao termo do erro ao quadrado ( $\epsilon^2$ ).

Este tipo de modelo é generalizado por Bollerslev (1986), ao propor um modelo de heteroscedasticidade condicional auto-regressiva generalizada (GARCH) com uma formulação que permitisse definir a variância condicional como um processo ARMA. Portanto, o modelo GARCH (p,q) contém uma parte autorregressiva e um componente média móvel na variância heteroscedástica. O modelo é definido a partir das seguintes equações:

$$r_t = \sqrt{\sigma_t} \epsilon_t,$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

em que  $r_t$  representa o retorno do ativo,  $\epsilon_t$  é uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d, com média zero e variância unitária,  $\sigma_t^2$  representa a variância condicional (volatilidade) e  $\beta_j$  é o coeficiente associado à variância condicional passada.

Portanto, modelos do tipo GARCH tratam a heteroscedasticidade como uma variância a ser modelada. O objetivo é fornecer uma medida de volatilidade que pode ser usada na análise de risco e seleção de portfólio das reservas. Este tipo de modelo parte do pressuposto que a volatilidade é dependente de seus valores defasados com pesos que vão declinando ao longo do tempo. Esta seria uma medida associado ao risco de um ativo, sendo assim, a variância condicional é expressa como uma função do quadrado dos valores passados dos retornos e da própria volatilidade. Partindo disso, a equação da variância condicional ( $\sigma_t^2$ ) é definida pelo modelo:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2.$$

Incorpora-se essa dinâmica assumindo que a variância da taxa de câmbio segue um GARCH (1,1)<sup>3</sup>, já que este tipo de modelo fornece uma função paramétrica simples que pode ser usada para descrever a evolução da volatilidade (Perlin et al., 2020). Diante disso, calcula-se a volatilidade anual das taxas de câmbio de 2002 a 2020 através do modelo GARCH.

### 3.1.4 Determinantes do modelo

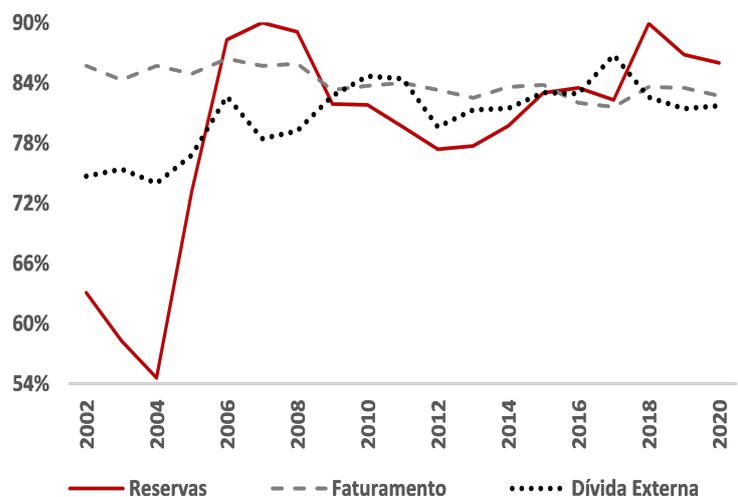
Quando se agrega as reservas cambiais e seus determinantes para cada uma das principais moedas, a primeira questão que fica evidente é como as trajetórias dessas variáveis tendem a convergir ao longo do tempo. O período que vai de 2002 até 2005, se mostrou como o de maior discrepância, por conta das reservas, que exibem intensa oscilação nos anos iniciais. Neste sentido, o movimento de forte queda das reservas em dólar em 2004, ao mesmo tempo em que euro e iene apresentavam altos percentuais, parecem estar diretamente correlacionados. Assim, a forte ascensão da moeda americana nas reservas se dá concomitantemente com uma diminuição do euro e do iene, com o primeiro caindo quase pela metade e o segundo chegando próximo a 0% na carteira de moedas do BCB. Desde então, as três moedas parecem caminhar de forma relativamente estável ao longo do tempo.

O principal aspecto que os gráficos de cada uma das três moedas parecem indicar é o de que as reservas convergem para as proporções da dívida externa e do faturamento das importações ao longo do tempo. Assim, as séries parecem caminhar juntas após um certo período e dão indícios de que existe uma forte inércia das reservas, além de uma potencial relação de longo prazo entre a dívida externa, o faturamento das importações e as reservas cambiais.

---

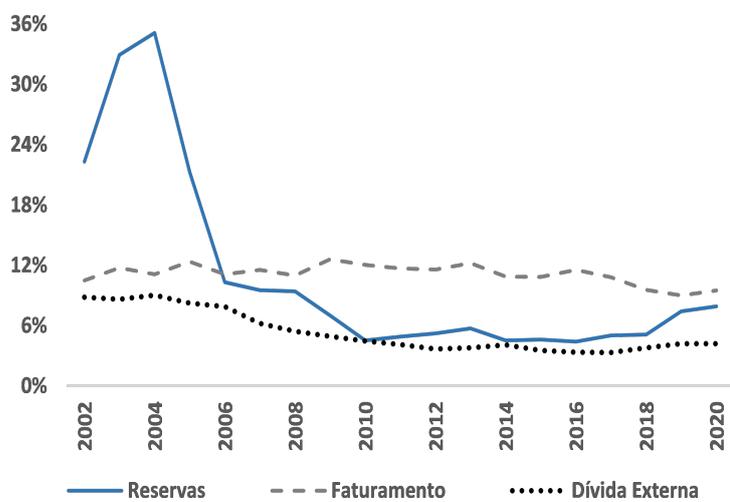
<sup>3</sup> O critério de seleção para as defasagens do GARCH foi o BIC e apenas no caso da volatilidade do iene este critério apontou para um GARCH (1,2).

**Figura 6 – Reservas e Determinantes - Dólar**



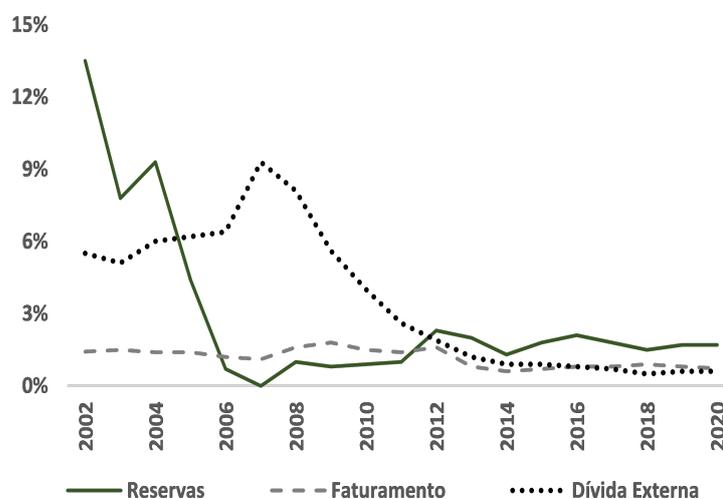
Notas: Fonte: Banco Central do Brasil e Ministério da Economia.

**Figura 7 – Reservas e Determinantes - Euro**



Notas: Fonte: Banco Central do Brasil e Ministério da Economia.

Figura 8 – Reservas e Determinantes - Iene



Notas: Fonte: Banco Central do Brasil e Ministério da Economia.

A partir do conjunto de dados apresentado, busca-se compreender quais variáveis determinam a composição do portfólio de moedas das reservas internacionais. As seguintes variáveis serão utilizadas no modelo: (i) Proporção de cada moeda reserva<sup>4</sup> no estoque de Reservas Internacionais (*Reserv*) ; (ii) Percentual de cada moeda reserva na dívida externa bruta (*Debt*); (iii) Peso de cada moeda reserva no faturamento das importações brasileiras (*Invoice*);(iv) Volatilidade da Taxa de Câmbio (*Volat*) ;

Inclui-se defasagens da própria variável dependente (*Reserv*), com o propósito de examinar o papel da inércia na escolha das moedas reserva, ou seja, dado que o sistema econômico internacional modifica-se sem grandes discontinuidades, haveria incentivos para os bancos centrais persistirem nas mesmas moedas em suas reservas cambiais (Aizenman et al., 2020, Eichengreen and Mathieson, 2000, ?).

A composição de moeda da dívida externa (*Debt*) seria um fator relevante na alocação das moedas por estar relacionado com as obrigações financeiras do banco central no curto e longo prazo (Papaioannou et al., 2006). Desse modo, a moeda de denominação dos pagamentos do serviço da dívida externa impactaria no tipo de ativo acumulado em carteira pela autoridade monetária, a fim de garantir o fluxo de encargos financeiros em moeda estrangeira (Dooley et al., 1989, Papaioannou et al., 2006). Por fim, de acordo com o próprio BCB, este seria o fator principal para explicar a composição da carteira de moedas no caso brasileiro.

A escolha do faturamento das importações (*Invoice*) como um dos determinantes segue os recentes trabalhos sobre Paradigma da Moeda Dominante, a qual vem sendo incorporada cada vez mais na literatura sobre a composição de moedas das reservas cam-

<sup>4</sup> Considerou-se como moeda reserva as que são divulgados nas estatísticas do BCB e detém maior peso, ou seja, Dólar, Euro e Iene.

biais. Isso, porque a autoridade monetária tende a manter reservas nas principais moedas de denominação do comércio exterior, principalmente das importações (Ito and McCauley, 2020). Portanto, haveria uma forte correlação entre a parcela de uma moeda (dominante) no faturamento das importações e a sua proporção nas reservas cambiais mantidas pelo banco central (Gopinath, 2015).

Por fim, optou-se pela volatilidade das taxas de câmbio (*Volat*) para compreender a escolha do portfólio pelo BCB, visto que essa variável estaria ligada às preferências média-variância (Ferreira et al., 2019), ou seja, o retorno e o risco assumidos pela autoridade monetária em relação a cada moeda. As evidências históricas apontam para uma conexão entre a composição das reservas e os movimentos da taxa de câmbio, principalmente em relação às moedas reserva (Ito et al., 2015). Essa ligação diz respeito às oscilações intrínsecas ao câmbio, principalmente em países emergentes, por conta de instabilidades macroeconômicas e financeiras, que demandam a acumulação dessas moedas para garantir liquidez nos mercados de câmbio (Calvo and Reinhart, 2002, Eichengreen and Mathieson, 2000, Ito and McCauley, 2020). Em síntese, a alta volatilidade das taxas de câmbio em países emergentes impõe a necessidade de maior acúmulo de reservas para garantir o funcionamento dos mercados de moeda estrangeira.

Em suma, as diretrizes trazidas pela literatura sobre os determinantes das reservas internacionais mostram que fatores ligados ao comércio internacional, fluxos financeiros e o arranjo cambial seriam os principais aspectos para entender, de forma geral, como os BCs escolhem a composição de moedas de suas reservas. Porém, uma análise empírica mais apurada se mostra necessária, a fim de compreender como estes aspectos influenciam as decisões do BCB e se existe uma relação de longo prazo entre as reservas e os determinantes.

## 3.2 Dados

Os dados referentes à composição da carteira de moedas das reservas internacionais brasileiras encontram-se no site do Banco Central do Brasil. Com efeito, o presente trabalho optou por utilizar os anos de 2002 a 2020 por ser o período máximo de dados disponibilizado pelo BCB. A autoridade disponibilizou dados semestrais apenas para o período de 2002-2008, a partir de 2009, passou a registrar os dados anuais em seus relatórios. Até 2010 os dados sobre a distribuição por moedas das reservas internacionais abrangiam dólar, euro e outras moedas (predominantemente o iene), porém a partir de 2011 o BCB passou a fornecer dados sobre as principais moedas de seu portfólio, em que pese o dólar (USD), euro (EUR), iene (JPY), além de outras com menor peso. Ademais, optou-se por separar as moedas que compõem a base de dados de forma semelhante feita pelo BCB, tendo em vista que estas representam quase 90% das reservas, além de serem as que exibem maiores dados disponíveis.

Com efeito, através do Ministério da Economia, o presente trabalho teve acesso a uma série que especifica a moeda usada no faturamento de todas importações brasileiras para o período de estudo. Este conjunto de dados será fundamental para testar as hipóteses trazidas pela PMD, ou seja, a conexão entre a composição de moedas das reservas brasileiras e o faturamento das importações.

O BCB-DSTAT constitui-se como a principal fonte para os dados acerca da dívida externa bruta brasileira. Neste sentido, o BCB divulga os dados trimestrais desde 2004 para as principais moedas que compõem a dívida externa bruta. Assim, foi necessário analisar os dados e compilar para cada uma das moedas. Em relação à volatilidade das taxas de câmbio utilizou-se as séries divulgadas pelo próprio Bacen (PTAX).

### 3.3 Abordagem Econométrica

#### 3.3.1 Testes de Raiz Unitária e dos Resíduos

O primeiro passo da abordagem econométrica consiste em realizar uma análise univariada de cada uma das variáveis, a fim de verificar a ordem de integração através de testes de raiz unitária e o comportamento dos resíduos de cada uma das séries utilizadas no modelo, ou seja, das próprias reservas, do faturamento das importações, da dívida externa e da volatilidade do câmbio. Examina-se a presença de raiz unitária em cada uma das séries com base em três testes: (i) Dickey-Fuller Aumentado (ADF) ; (ii) Dickey-Fuller Modificado (DF-GLS) ; (iii) Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) ;

A Tabela 2 exhibe os resultados dos testes de raiz unitária para cada uma das variáveis consideradas no modelo em cada uma das moedas reserva (dólar, euro e iene), ou seja, as proporções das reservas internacionais, da dívida externa e do faturamento, além da volatilidade do câmbio. As evidências para a parcela das reservas revelam que o dólar, o euro e o iene são séries estacionárias<sup>5</sup> Para a dívida externa e o faturamento das importações, todas as séries mostraram presença de raiz unitária. Portanto, a variável dependente, proporção das reservas cambiais para a moeda norte-americana, europeia e japonesa são estacionárias, enquanto os determinantes para as respectivas moedas apresentaram raiz unitária.

Para avaliar o comportamento dos resíduos de cada uma das séries que compõem o modelo, utilizou-se o teste de Ljung-Box para checar a existência de autocorrelação. A hipótese nula do teste é de que os resíduos são distribuídos de forma independente. Os resultados abaixo demonstram que todas as séries possuem resíduos não autocorrelacionados, considerando um nível de significância de 5%.

<sup>5</sup> No caso do euro e do iene, ponderou-se o fato de que dois testes apontaram para a ausência de raiz unitária.

**Tabela 2** – Testes de Raiz Unitária e sobre os resíduos

	ADF	DF-GLS	KPSS	Ordem de Integração	Ljung-Box (p-valor)
Reservas (USD)	-7.15**	-3.09**	0.35	I(0)	0.056 (0.813)
Reservas (EUR)	-4.39**	-3.31**	0.63*	I(0)	0.588 (0.443)
Reservas (JPY)	-13.23**	-1.79	0.37	I(0)	0.633 (0.426)
Dívida Ext. (USD)	-2.21	-1.76	0.64*	I(1)	0.927 (0.336)
Dívida Ext. (EUR)	-3.53*	-2.07	0.33**	I(1)	0.002 (0.960)
Dívida Ext. (JPY)	-0.95	-0.99	0.81**	I(1)	1.413 (0.235)
Faturamento (USD)	-1.24	-1.17	0.74**	I(1)	2.553 (0.110)
Faturamento (EUR)	-0.36	-0.77	0.49*	I(1)	3.695 (0.055)
Faturamento (JPY)	-1.45	-1.50	0.65*	I(1)	0.009 (0.923)

*Notas:* As variáveis Reservas, Dívida Externa e Faturamento correspondem às proporções de cada uma das moedas que estão entre parênteses em relação ao total. Além disso, \* e \*\* significam rejeição da hipótese nula a 5% e 1%, respectivamente. ADF e DF-GLS possuem  $H_0$ : presença de raiz unitária. Por outro lado, KPSS,  $H_0$ : estacionariedade. A tabela apresenta os testes sobre os resíduos das séries que compõem o modelo. No teste Ljung-Box  $H_0$ : resíduos são independentes. Apresentou-se o valor do teste Qui-Quadrado e entre parênteses o p-valor. Considerou-se um nível de significância de 5%.

Após verificar a estacionariedade das séries e o comportamento dos resíduos, a próxima seção volta-se para a estimação das relações entre a variável dependente, reservas, e as variáveis independentes, faturamento, dívida externa e volatilidade da taxa de câmbio. Para tanto, busca-se um modelo que lide com a possibilidade de variáveis endógenas e exógenas com defasagens, além de diferentes ordens de integração do lado direito da equação.

### 3.3.2 Modelo ARDL

Em análise de regressão, busca-se medir o efeito de uma ou mais variáveis explicativas sobre a variável dependente. Contudo, esse objetivo fica mais complexo quando utiliza-se dados de séries temporais, já que a variável independente pode influenciar a variável dependente com uma defasagem no tempo. Além disso, esta pode estar correlacionada com suas próprias defasagens. Isso necessita a inclusão de defasagens na regressão para as variáveis dependentes e explicativas do modelo.

De acordo com a literatura apresentada, as reservas seriam determinadas por aspectos comerciais (faturamento das importações), financeiros (dívida externa) e pela volatilidade da taxa de câmbio. Porém, o inverso não ocorreria, ou seja, as reservas não determinariam o fluxo comercial e financeiro das moedas estrangeiras, mas seriam uma

consequência disso. Assim, há uma distinção entre as variáveis endógenas e exógenas no modelo.

Tais consideração motivam a análise empírica desenvolvida no presente trabalho, a qual está baseada num modelo Autorregressivo de Defasagens Distribuídas (ARDL). O ARDL (p,q) é um modelo de Mínimos Quadrados Ordinário (MQO) que detém defasagens tanto da variável dependente quanto da variável explicativa. É, então, um modelo autorregressivo, já que possui p defasagens distribuídas de y (variável explicada), mas também pelos q lags de X (variável explicativa). A sua escolha justifica-se, primeiramente, pelo fato de admitir a inclusão de variáveis endógenas e exógenas, diferentemente dos modelos Vetor Autoregressivo (VAR) que incluem apenas variáveis endógenas, além de permitir análises de curto e longo prazo. Não obstante, a vantagem desse modelo é que envolve uma estrutura de equação única, tornando mais simples a implementação e interpretação. Basicamente, o modelo ARDL a ser testado pode ser escrito da seguinte forma:

$$y_{t,i} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j y_{t-j,i} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=0}^q \gamma'_k \mathbf{X}_{t-j,i} + \epsilon_{t,i}. \quad (3.1)$$

em que  $i=USD, EUR$  e  $JPY$ ,  $\mathbf{X}_{t,i}$  é o vetor das variáveis explicativas, ou seja,  $X_i = (Invoice_i, Debt_i, Volat_i)$  representa os determinantes para cada uma das moedas do modelo. Logo, existem l coeficientes e q defasagens para cada variável independente.

A equação acima revela que  $y_{t,i}$ , a proporção de cada moeda i nas reservas, pode ser explicada por suas defasagens ( $y_{t-j}$ ) e pelo vetor de variáveis explicativas ( $\mathbf{X}_{t-j,i}$ ). O intercepto é representado por  $\alpha_0$ ,  $\epsilon_t$  corresponde ao termo erro e  $\beta_j$  e  $\gamma_j$  são os coeficientes de impacto que acompanham as variáveis dependente defasada e explicativas, respectivamente. Portanto, a equação descreve os efeitos dinâmicos de um mudança do vetor de covariadas  $X_t$  e de  $Y_{t-j}$  sobre os valor presente de  $Y_t$ .

No lado esquerdo de cada equação considerou-se a parcela de das Reservas Internacionais (*Reserv*) para o dólar (USD), euro (EUR) e iene (JPY). No lado direito das equações, estão as proporções de cada moeda tanto do faturamento das importações (*Invoice*) quanto da dívida externa bruta (*Debt*), além da volatilidade da taxa de câmbio para as respectivas moedas. Para cada modelo, variáveis em nível ou primeira diferença foram pautadas pela Tabela 2 com as informações sobre a estacionariedade de cada série. Dessa forma, as seguintes equações serão estimados através da metodologia ARDL:

$$\begin{aligned} ReservUSD_t = & \alpha_0 + \beta_1 ReservUSD_{t-1} + \gamma_1 \Delta InvoiceUSD_t + \gamma_2 \Delta InvoiceUSD_{t-1} + \\ & \gamma_3 \Delta InvoiceUSD_{t-2} + \gamma_4 \Delta DebtUSD_t + \gamma_5 \Delta DebtUSD_{t-1} + \gamma_6 VolatUSD_t + \epsilon_t, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned}
ReservEUR_t &= \alpha_0 + \beta_1 ResvEUR_{t-1} + \beta_2 ResvEUR_{t-2} + \gamma_1 \Delta InvoiceEUR_t \\
&+ \gamma_2 \Delta InvoiceEUR_{t-1} + \gamma_3 \Delta InvoiceEUR_{t-2} + \gamma_4 \Delta DebtEUR_t + \gamma_5 \Delta DebtEUR_{t-1} \\
&+ \gamma_6 \Delta DebtEUR_{t-2} + \gamma_7 VolatEUR_t + \gamma_8 VolatEUR_{t-1} + \gamma_9 VolatEUR_{t-2} + \epsilon_t, \quad (3.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ReservJPY_t &= \alpha_0 + \beta_1 ResvJPY_{t-1} + \beta_2 ResvJPY_{t-2} + \gamma_1 \Delta InvoiceJPY_t \\
&+ \gamma_2 \Delta InvoiceJPY_{t-1} + \gamma_3 \Delta InvoiceJPY_{t-2} + \gamma_4 \Delta DebtJPY_t + \gamma_5 \Delta DebtJPY_{t-1} \\
&+ \gamma_6 \Delta DebtJPY_{t-2} + \gamma_7 VolatJPY_t + \gamma_8 VolatJPY_{t-1} + \gamma_9 VolatJPY_{t-2} + \epsilon_t, \quad (3.4)
\end{aligned}$$

Sendo assim, para a abordagem econométrica do modelo ARDL, primeiramente selecionou-se o número de defasagens para cada equação através do Bayesian Information Criterion (BIC), pelo fato de haver poucas observações e ser um critério que indica modelos mais parcimoniosos. Conjuntamente, testou-se a autocorrelação dos resíduos com um teste de Ljung-Box.

**Tabela 3** – Testes sobre Resíduos e Especificação do Modelo

	Modelo ARDL	Teste Ljung-Box
<b>USD</b>	(1, 2, 1, 0)	2.933 (0.086)
<b>EUR</b>	(2, 2, 2, 2)	0.243 (0.621)
<b>JPY</b>	(2, 2, 2, 1)	0.584 (0.444)

*Notas:* Os números entre parenteses na primeira coluna referem-se às defasagens das Reservas, Faturamento, Dívida Externa e volatilidade da taxa de câmbio, respectivamente. O critério de seleção das defasagens foi o BIC. Na segunda coluna, entre parenteses são os p-valores. Teste de Ljung-Box,  $H_0$ : resíduos não autocorrelacionados.

Tabela 4 – Modelo ARDL

	<i>Variáveis dependentes</i>		
	USD (%)	EUR (%)	JPY (%)
<i>Intercepto</i>	0.506*** (0.076)	0.139 (0.108)	0.038* (0.017)
<i>Reservas<sub>t-1</sub></i>	0.388*** (0.096)	0.977*** (0.155)	0.631*** (0.057)
<i>Reservas<sub>t-2</sub></i>	—	-0.396** (0.133)	-0.334*** (0.055)
<i>Invoice<sub>t</sub></i>	2.467*** (0.679)	-1.685* (0.674)	0.537 (0.344)
<i>Invoice<sub>t-1</sub></i>	1.815** (0.777)	-1.037 (0.519)	-0.224 (0.467)
<i>Invoice<sub>t-2</sub></i>	1.621** (0.681)	-1.460* (0.612)	-1.308** (0.439)
<i>Debt<sub>t</sub></i>	0.376 (0.291)	-4.122* (1.587)	0.026 (0.104)
<i>Debt<sub>t-1</sub></i>	0.666** (0.273)	1.438 (0.998)	0.150 (0.108)
<i>Debt<sub>t-2</sub></i>	—	-2.004 (0.979)	-0.205 (0.098)
<i>Volat<sub>t</sub></i>	0.001 (0.001)	-0.212 (0.941)	-0.582 (0.275)
<i>Volat<sub>t-1</sub></i>	—	0.226 (1.062)	-0.221 (0.234)
<i>Volat<sub>t-2</sub></i>	—	-2.945 (1.405)	0.108 (0.183)

*Notas.*\*\*\*p<0.01; \*\*p<0.05; \*p<0.1. Na coluna da esquerda estão os determinantes do modelo para cada uma das variáveis dependentes, ou seja, a parcela das reservas cambiais nas principais moedas: dólar (USD), euro (EUR) e iene (JPY). *Reserv* refere-se à inércia da parcela de cada moeda no estoque de reservas cambiais. *Invoice* representa a proporção de cada moeda no faturamento das importações. E *Debt* configura o peso de cada moeda na dívida externa bruta. Vale ressaltar que *Invoice* e *Debt* estão em primeira diferença para todas as moedas. Para as *Reserv* apenas no caso do Iene tirou-se a primeira diferença. Entre parenteses tem-se o erro padrão para cada variável.

Os resultados da Tabela 4 para o modelo ARDL revelam, primeiramente, que os determinantes considerados são significativos para explicar a composição das reservas

cambiais, corroborando a literatura sobre o tema e revelando que, para além da cobertura cambial da dívida externa, as evidências apontam para o faturamento das importações, a volatilidade e a inércia das reservas, como fatores que ajudam a compreender a composição do estoque de ativos mantidos pelo BCB.

No entanto, cada moeda possui suas especificidades quanto à relevância de cada variável independente do modelo. Neste sentido, apesar da inércia das reservas e o faturamento das importações terem se mostrado significativos para explicar a parcela de todas as moedas nas reservas internacionais, o mesmo não ocorreu para a dívida externa e a volatilidade da taxa de câmbio.

Os coeficientes sobre as reservas em dólar são todos positivos, indicando que mudanças no faturamento das importações e na dívida na moeda norte-americana tendem a aumentar a parcela dessa moeda nas reservas. A significância dos coeficientes ligados às defasagens do *Invoice* parecem corroborar a tese do PMD de que haveria uma forte correlação entre a parcela do dólar no faturamento das importações e seu peso nas reservas internacionais (Gopinath, 2015).

No caso do euro, os coeficientes para a inércia das reservas evidenciam uma forte persistência da proporção dessa moeda explicada por suas próprias defasagens. Por outro lado, os coeficientes negativos para o faturamento das importações e a dívida externa indicam que suas mudanças acabam por diminuir a proporção das reservas em euro. Esse resultado pode estar relacionado ao fato de que a moeda europeia teve uma forte perda de relevância nas reservas internacionais, saltando de quase 35% em 2004, logo após a criação do Euro, para menos de 5% nos últimos anos. Isso ao mesmo tempo em que as proporções do faturamento e dívida externa não tiveram mudanças relevantes em relação à sua média histórica.

Por fim, o iene apresentou coeficientes significativos apenas para a inércia das suas reservas e para o faturamento das importações. Quando se observa os dados sobre a proporção do iene nas reservas nota-se uma forte continuidade ao longo do tempo, sem grandes saltos, com as parcelas girando em torno de 2% desde 2012. Dado a baixa relevância da moeda japonesa no faturamento e na dívida externa, ambos próximos de 0,5% e em trajetória de queda nos últimos anos, os resultados não surpreendem para os coeficientes relacionados a essas variáveis.

Apesar dos resultados acima darem um primeiro indício sobre como as parcelas das reservas cambiais estão relacionadas com os determinantes considerados, o baixo poder dos testes de raiz unitária/estacionariedade, a pequena amostra e o fato de que os dados podem apresentar alguma relação de longo prazo pedem um tipo de modelagem ARDL que leve em consideração ao menos parte dos problemas levantados. Neste sentido, utilizou-se o ARDL *Bound Test* proposto por (Pesaran et al., 2001).

### 3.3.3 ARDL *Bound Test*

O modelo ARDL para cointegração (*Bound Test* ou Teste de Fronteira) proposto por Pesaran et al. (2001), é uma abordagem para testar a existência de relações entre as variáveis dependentes e um conjunto de regressores, independentemente se estes são  $I(0)$ ,  $I(1)$  ou mutuamente cointegrados. Neste sentido, não exige que se saiba a *priori* se a ordem de integração das variáveis independentes presentes no modelo é  $I(0)$  ou  $I(1)$ <sup>6</sup>.

Um conjunto de variáveis é definida como cointegradas se uma combinação linear delas é estacionária. Quando as séries de tempo são não estacionárias, mas se movem junto ao longo do tempo, existe alguma influência sobre as séries, o que implica que são limitadas por uma conexão ao longo do tempo. Uma relação de cointegração pode ser vista como um equilíbrio de longo prazo, sendo possível que variáveis cointegradas possam desviar de suas relações no curto prazo, mas sua associação retornaria à uma média constante ao longo do tempo. Os gráficos apresentados na seção 3.4 indicam haver uma relação de longo prazo entre as proporções das reservas cambiais e os determinantes para cada uma das moedas do modelo, já que elas convergem para as mesmas proporções da dívida externa e do faturamento das importações ao longo do tempo.

Não obstante, uma vez que os testes de raiz unitária e de estacionariedade apresentados possuem baixo poder estatístico, principalmente para o caso de pequenas amostras, buscou-se uma metodologia que não demandasse uma definição clara acerca da estacionariedade das variáveis do modelo.

Vale ressaltar que a escolha dessa metodologia seria preferível ao método de Johansen pelo fato de que neste último todas as variáveis são tratadas simetricamente. Então, pode ser usado em contextos quando não se especifica explicitamente a variável dependente e o conjunto de variáveis independentes (Enders, 2008). Sendo assim, tal metodologia pode ser vantajosa se as variáveis são conjuntamente determinadas e a interdependência entre elas não está clara. Contudo, este não seria o caso do presente trabalho já que de acordo com a literatura sobre a composição de moeda das reservas cambiais, haveria um sentido de causalidade dos aspectos comerciais, financeiros e cambiais para as reservas.<sup>7</sup>

A técnica de cointegração ARDL é adequada para determinar a relação de longo prazo entre séries com diferentes ordens de integração, além de ser relativamente mais eficiente no caso de pequenas amostras (Harris and Sollis, 2003). Como as séries presentes no modelo são  $I(0)$  e  $I(1)$ , optou-se pelo uso do Teste de Fronteira, o qual pode ser

<sup>6</sup> O modelo apenas não permite variáveis  $I(2)$ , o que já foi confirmado na Tabela 2.

<sup>7</sup> De toda forma, realizou-se o método de Johansen para fins de comparação e os resultados foram apresentados no apêndice.

especificado da seguinte forma:

$$\Delta y_{t,i} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta y_{t-j,i} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=0}^q \gamma'_k \Delta X_{t-j,i} + \rho y_{t-1,i} + \phi' X_{t-1,i} + \epsilon_{t,i}. \quad (3.5)$$

em que ( $i = \text{USD, EUR, JPY}$ ),  $X_t = (\text{Invoice}, \text{Debt}, \text{Volat})$  representa o vetor de variáveis independentes, os coeficientes  $\beta_j$  e  $\gamma_k$  representam as relações de curto prazo,  $\rho$  e  $\phi'$  (vetor de coeficientes) são definidos como as relações de longo prazo do modelo.

A equação acima assemelha-se muito à um Modelo de Correção de Erros (ECM) tradicional. O ECM é um modelo de séries temporais usado para variáveis não estacionárias quando estas cointegram. Este tipo de modelagem contém informações sobre as dinâmicas de curto e longo prazo. Define-se, então, o modelo de longo prazo como segue

$$y_{t,i} = \alpha_0 + \phi_1 \text{Invoice}_{t,i} + \phi_2 \text{Debt}_{t,i} + \phi_3 \text{Volat}_{t,i} + \epsilon_{t,i}. \quad (3.6)$$

Neste sentido, a abordagem ECM mostra que os desvios do equilíbrio de longo prazo entre as variáveis cointegradas influenciam sua dinâmica de curto prazo. Para tanto, o modelo inclui um termo de correção do erro (ECT), que estima a velocidade que uma distorção do equilíbrio de longo prazo é corrigido no período seguinte. Portanto, os desequilíbrios podem ser entendidos como parte do processo de ajustamento em direção à relação de longo prazo entre as variáveis. Finalmente, o ECM pode ser definido como:

$$\Delta y_{t,i} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta y_{t-j,i} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=0}^q \gamma'_k \Delta X_{t-j,i} + \lambda z_{t-1,i} + \epsilon_{t,i}. \quad (3.7)$$

em que  $z_{t-1}$ , o termo de correção do erro, corresponde aos resíduos do modelo no longo prazo, ou seja,  $\lambda z_{t,i} = \epsilon_t = \rho y_t - \alpha_0 - \phi_1 \text{Invoice}_t - \phi_2 \text{Debt}_t - \phi_3 \text{Volat}_t$ . O vetor de cointegração seria então  $\lambda = (\rho, \phi_1, \phi_2, \phi_3)$ . Por fim, o ARDL pode ser visto como uma reparametrização do ECM e a existência de uma relação de longo prazo pode ser testada baseada nessa representação.

O processo de estimação consiste, primeiramente, em especificar o modelo ARDL *Bound Test* (Teste de Fronteira) como um Modelo de Correção de Erros (ECM) sem restrição. Em seguida, determina-se a estrutura de defasagens ótima usando um critério, no caso do presente trabalho será usado o BIC. Uma suposição chave para realização do *Bound Test* é verificar o desempenho das estimativas do modelo ARDL através de um diagnóstico para autocorrelação e estabilidade. Para o primeiro utiliza-se um teste LM de autocorrelação, enquanto o segundo refere-se à soma cumulativa dos resíduos (CUSUM) e a soma cumulativa dos resíduos ao quadrado (CUSUMSQ)<sup>8</sup>. Por fim, examina-se através

<sup>8</sup> A instabilidade dos parâmetros é encontrada se as somas cumulativas estão fora da área entre as duas linhas críticas de 5%. Este teste é importante em estimações via ARDL, uma vez que o CUSUM e o CUSUMSQ permitem verificar a influência de quebras estruturais nas estimações.

do teste PSS se as séries são cointegradas.

Em termos práticos, o teste de Fronteira consiste, basicamente, em verificar a hipótese nula,  $H_0: \rho = \phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$ , isto é, ausência de cointegração entre as reservas ( $y_t$ ) e seus determinantes, o vetor  $X_t$  (Greene, 2008). O teste proposto é baseado em estatísticas F e t padrões usadas para testar a significância das defasagens das variáveis em um mecanismo de correção do equilíbrio. Em síntese, *Bound Test* é um teste de Wald (Teste F) para checar a significância conjunta dos parâmetros de longo prazo do modelo, ou seja, testar a existência de cointegração entre as reservas e seus determinantes.

Pesaran et al. (2001) fornece limites sobre os valores críticos para a distribuição assintótica da estatística F, ou seja, os autores fornecem os limites superiores e inferiores. O primeiro seria baseado na suposição de que todas as variáveis são I(1), já o segundo estaria pautado na suposição de que todas as variáveis são I(0). Sendo assim, se a estatística F do teste for maior que o valor crítico superior, I(1), assume-se a presença de cointegração entre as proporções das reservas e seus determinantes. Caso seja menor que o valor crítico inferior, não rejeita-se a hipótese nula e pode-se concluir que não cointegração. Por fim, se a estatística estiver no intervalo entre o valor crítico superior e inferior, o teste é inconclusivo.

Se o valor do teste for maior que o valor crítico superior, a cointegração existe, e procede-se com um ECM, conforme a equação abaixo, para examinar a dinâmica de longo prazo, além de uma especificação ARDL para verificar a relação de curto prazo.

$$\Delta y_{t,i} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta y_{t-j,i} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=0}^q \gamma'_k \Delta X_{t-j,i} + \lambda ECT_{t-1,i} + \epsilon_{t,i}. \quad (3.8)$$

O termo de correção do erro ( $ECT_{t-1}$ )<sup>9</sup> substitui os componentes de longo prazo do ARDL *Bounds Test* ( $\rho y_{t-1} - \phi' X_{t-1}$ ) e o coeficiente  $\lambda$  corresponde a velocidade de ajustamento do modelo, ou seja, o quão rápido os desvios em relação ao equilíbrio de longo prazo são corrigidas. Para assegurar a convergência em direção a esse equilíbrio,  $\lambda$  precisa ser negativo e significativo, caso contrário o modelo é considerado instável e explosivo.

Por fim, se F não é significante e não há cointegração, examina-se apenas a especificação de curto prazo ARDL para analisar as causalidades entre as variáveis. Vale ressaltar que, independentemente de haver cointegração ou não, testa-se as relações de curto prazo do modelo. Os termos de curto prazo correspondem às variáveis com operadores diferença. Os impactos são medidos através de uma estatística t sobre os coeficientes de curto prazo. As defasagens para cada variável são as mesmas utilizadas no ARDL *Bound Test*.

Em síntese, após especificar o modelo, verificar a autocorrelação dos resíduos e a estabilidade dos parâmetros, realiza-se o Teste de Fronteira sobre os parâmetros de longo

<sup>9</sup> O ECT corresponde aos resíduos do modelo de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) defasados obtidos ao rodar o modelo de longo prazo.

prazo para determinar se existe cointegração nos modelos. Caso exista uma relação de longo prazo entre as variáveis testa-se um ECM para determinar as relações de curto e longo prazo do modelo, além da velocidade de ajustamento do equilíbrio de longo prazo.

### 3.3.4 Resultados

Primeiramente, especifica-se o modelo *ARDL Bound Test* para cada uma das moedas e seus determinantes e seleciona-se, através do critério BIC o número de defasagens ótimas para cada modelo. Na tabela 5 calculou-se os testes sobre os resíduos para autocorrelação (Teste LM) e homoscedasticidade (Breusch-Pagan), além do teste Reset de Ramsey para verificar se o modelo está especificado de forma correta. Os resultados revelaram que os resíduos são independentes e homoscedásticos para cada uma das equações dos modelos. Além disso, o teste Reset de Ramsey traz evidência de que os modelos para cada uma das moedas reserva estão especificados corretamente. Os testes CUSUM e o CUSUMQ, para a estabilidade dos modelos, reportados no apêndice, mostram que estabilidade nos parâmetros. Uma vez garantido que o modelo não possui problemas de correlação serial e é dinamicamente estável, pode-se aplicar a metodologia do Teste de Fronteira para verificar a existência de cointegração entre as variáveis.

$$\begin{aligned} \Delta Reser\upsilon USD_t = & \alpha_1 + \beta_1 \Delta Reser\upsilon USD_{t-1} + \beta_2 \Delta Reser\upsilon USD_{t-2} + \gamma_1 \Delta InvoiceUSD_t + \\ & \gamma_2 \Delta InvoiceUSD_{t-1} + \gamma_3 \Delta DebtUSD_t + \gamma_6 \Delta VolatUSD_t + \gamma_7 \Delta VolatUSD_{t-1} + \\ & \phi_1 Reser\upsilon USD_{t-1} + \phi_2 InvoiceUSD_{t-1} + \phi_3 DebtUSD_{t-1} + \phi_4 VolatUSD_{t-1} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \Delta Reser\upsilon EUR_t = & \alpha_1 + \beta_1 Reser\upsilon EUR_{t-1} + \gamma_1 \Delta InvoiceEUR_t + \gamma_2 \Delta InvoiceEUR_{t-1} + \\ & \gamma_3 \Delta InvoiceEUR_{t-2} + \gamma_4 \Delta DebtEUR_t + \gamma_5 VolatEUR_t + \gamma_6 VolatEUR_{t-1} + \\ & \gamma_7 VolatEUR_{t-2} + \phi_1 Reser\upsilon EUR_{t-1} + \phi_2 InvoiceEUR_{t-1} + \phi_3 DebtEUR_{t-1} + \\ & \phi_4 VolatEUR_{t-1} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta Reser\upsilon JPY_t = & \alpha_1 + \beta_1 \Delta Reser\upsilon JPY_{t-1} + \gamma_1 \Delta InvoiceJPY_t + \gamma_2 \Delta InvoiceJPY_{t-1} + \\ & \gamma_3 \Delta DebtJPY_t + \gamma_4 \Delta DebtJPY_{t-1} + \gamma_5 \Delta DebtJPY_{t-2} + \gamma_6 \Delta VolatJPY_t + \\ & \gamma_7 \Delta VolatJPY_{t-1} + \gamma_8 \Delta VolatJPY_{t-2} + \phi_1 Reser\upsilon JPY_{t-1} + \phi_2 InvoiceJPY_{t-1} + \\ & \phi_3 DebtJPY_{t-1} + \phi_4 VolatJPY_{t-1} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.11)$$

**Tabela 5** – Testes sobre Resíduos e Especificação do Modelo

	Modelo ARDL	Teste LM	Teste Breusch-Pagan	Teste Reset Ramsey
<b>USD</b>	(2, 1, 0, 1)	8.566 (0.061)	7.571 (0.751)	0.899 (0.463)
<b>EUR</b>	(1, 2, 0, 2)	1.653 (0.327)	13.85 (0.310)	2.953 (0.163)
<b>JPY</b>	(1, 1, 2, 2)	0.013 (0.927)	13.855 (0.384)	0.326 (0.744)

*Notas:* Os números entre parênteses na primeira coluna referem-se às defasagens das Reservas, Faturamento, Dívida Externa e Volatilidade da taxa de câmbio, respectivamente. Os três modelos foram testados com constante e sem tendência e utilizou-se o critério BIC para seleção das defasagens. Da segunda à quarta coluna calculou-se o Teste de Ljung-Box,  $H_0$ : resíduos não autocorrelacionados; Teste de Breusch-Pagan,  $H_0$ : resíduos são homoscedásticos; e o Teste Reset de Ramsey,  $H_0$ : especificação correta do modelo. Entre parênteses são os p-valores.

Os resultados do Teste de Fronteira apontam para uma relação de longo prazo entre as proporções de reservas e seus determinantes para o dólar, euro e iene. Em todos os casos, rejeitou-se a hipótese nula de ausência de cointegração<sup>10</sup> entre as variáveis, considerando um nível de significância de 1%. Com isso, o teste exhibe forte evidência para uma relação de longo prazo entre a parcela de cada moeda nas reservas cambiais, o faturamento das importações, a dívida externa bruta e a volatilidade da taxa de câmbio. Após confirmar a relação de cointegração entre as variáveis do modelo, estima-se os coeficientes de curto e longo prazo através de um modelo de correção de erro (ECM), além da velocidade de ajustamento do equilíbrio de longo prazo.

**Tabela 6** – Teste de Cointegração (PSS)

	Estatística-F	Valores Críticos		Cointegram no Longo Prazo
		I(0) Bound	I(1) Bound	
<b>USD</b>	19.981	5.333	7.063	SIM
<b>EUR</b>	213.640	5.333	7.063	SIM
<b>JPY</b>	36.448	5.333	7.063	SIM

*Notas:* No Teste de Fronteira (PSS) a hipótese nula,  $H_0$ : ausência de cointegração. Ou seja, a hipótese nula consiste em uma ausência de relação de longo prazo entre as reservas e seus determinantes. Para a fronteira inferior, I(0) e superior I(1), considerou-se o nível de significância de 1%.

<sup>10</sup> No Apêndice B foram apresentados os resultados para o teste de cointegração de Johansen, o qual também revelou haver um relação de longo prazo entre as proporções de reservas e seus determinantes.

A Tabela 7 apresenta os coeficientes de curto prazo encontrados para os determinantes da parcela do dólar, euro e iene quando estimou-se o modelo através de um Modelo de Correção de Erros (ECM). De início, pode-se notar que todos os determinantes incluídos se mostraram estatisticamente significativos para explicar a parcela das moedas sobre as reservas cambiais.

Os coeficientes significativos para inércia das reservas nos três casos, corroboram os resultados trazidos por Chinn and Frankel (2005) e Aizenman et al. (2020) de que haveria uma *path dependence* nas reservas, ou seja, uma alta persistência nos percentuais de cada moeda ao longo do tempo. Logo, está em linha com o fato de que as reservas cambiais são fruto das transações econômicas internacionais, de modo que a evolução gradual das relações comerciais e financeiras, sem grandes quebras estruturais se refletiria sobre a composição de moedas das reservas.

A relevância do faturamento das importações está em linha com o Paradigma da Moeda Dominante em Gopinath (2015) e Ito and McCauley (2020), trazendo evidências de que a importância de uma moeda na denominação das importações de um país teria reflexos nos pesos do portfólio de moedas mantidos pelo BC na forma de reservas internacionais.

Os coeficiente significativos para a dívida externa são um indicativo de que a autoridade monetária pauta-se pela cobertura cambial da dívida externa para os pesos de cada moeda na sua carteira. Além disso, parecem confirmar os resultados encontrados em Papaioannou et al. (2006) e Ito et al. (2015) sobre como a denominação do serviço da dívida externa inclina o gestor a manter uma proporção das reservas nas moedas que a compõem, visto que o seu acúmulo garantiria o cumprimento das obrigações financeiras e ajudaria a amenizar possíveis fugas repentinas de capitais.

Por fim, a significância para os coeficientes relacionados à volatilidade das taxas de câmbio, evidenciam o argumento proposto por Ito et al. (2015) de uma forte relação entre os movimentos do câmbio e da composição de moedas do portfólio dos bancos centrais. Além disso, essa variável seria um indicativo importante sobre a forma que o BCB se expõe a cada moeda quando os seus riscos variam.

Analisando separadamente cada uma das variáveis incluídas no modelo, nota-se que todos os determinantes escolhidos para compor o modelo para a moeda norte-americana mostraram-se significativos para explicar a composição do dólar nas reservas cambiais.

Os coeficientes positivos para o faturamento das importações (*Invoice*) e para a volatilidade do câmbio (*Volat*), corroboram o argumento da PMD sobre a relação positiva entre reservas e faturamento, além do fato de que em situações de aumento da volatilidade o BCB recorreria a moeda dominante do sistema internacional, ou seja, o próprio dólar. Por outro lado, a dívida externa (*Debt*), diferentemente do esperado, apresentou sinal

negativo, o que pode ser um sinal de que o BCB vem alterando sua percepção sobre a política de cobertura cambial da dívida externa para o dólar, dando maior peso para outras variáveis, como o faturamento das importações.

O euro, como segunda moeda mais importante no portfólio de moedas do BCB, revelou que todos os determinantes do modelo foram significativos para explicar sua parcela nas reservas. A defasagem da variável dependente mostra uma baixa inércia do euro, sinal de que o seu percentual teria mudanças mais bruscas que o dólar. Os coeficientes para o câmbio se mostraram negativos, indicando que elevações na volatilidade tendem a fazer o BCB diminuir sua exposição na moeda. Sendo assim, aumentos na percepção do risco do euro teriam como consequência uma diminuição de sua parcela nas reservas. Já os coeficientes para o faturamento e dívida externa se mostraram positivos, em linha com o fato de que aumentos nas transações comerciais e financeiras em euro exigiriam uma elevação das reservas nessa moeda para garantir a sua cobertura cambial.

Analisando o iene, nota-se que aspectos comerciais, financeiros e cambiais, ajudam a explicar sua dinâmica. Tal como o caso do euro, a inércia das reservas apresentou um coeficiente baixo, sinal de que mudanças mais bruscas em suas proporções seriam mais comuns. O faturamento das importações revelou coeficientes positivos, conforme esperado, demonstra que a autoridade monetária eleva o peso do iene para garantir a moeda japonesa aos importadores. A dívida externa apresentou coeficientes negativos, indicativo de que a cobertura cambial não seria um fator relevante para o iene. No segundo caso, o coeficiente para a volatilidade mostra que aumentos na oscilação dessa moeda impactam negativamente sua proporção nas reservas, ou seja, o BCB diminuiria sua exposição ao iene se enxergasse um aumento dos riscos.

Em suma, o modelo de curto prazo traz evidências de que os determinantes considerados são significativos para explicar a alocação de moedas das reservas brasileiras. Com efeito, vale ressaltar que cada moeda apresentou suas especificidades, indicando que o BCB lida de formas diferentes com cada ativo, o que pode ser explicado pela importância da moeda no sistema internacional e o seu peso nas transações comerciais e financeiras do país.

**Tabela 7** – Modelo de Correção de Erros

	<i>Variáveis dependentes</i>		
	<b>USD</b>	<b>EUR</b>	<b>JPY</b>
<i>Intercepto</i>	-0.418*** (0.037)	-0.259*** (0.005)	0.152*** (0.008)
<i>ECM</i> <sub>t-1</sub>	-0.653*** (0.055)	-0.776*** (0.018)	-0.545*** (0.028)
<i>Reservas</i> <sub>t-1</sub>	0.567*** (0.118)	0.339*** (0.021)	0.312*** (0.034)
<i>Reservas</i> <sub>t-2</sub>	-0.124 (0.100)	–	–
<i>Invoice</i> <sub>t</sub>	2.542*** (0.709)	0.410** (0.150)	1.080*** (0.247)
<i>Invoice</i> <sub>t-1</sub>	-1.088 (0.692)	-3.092*** (0.104)	1.277*** (0.196)
<i>Invoice</i> <sub>t-2</sub>	–	-2.111*** (0.106)	–
<i>Debt</i> <sub>t</sub>	-1.172*** (0.271)	2.801*** (0.217)	-0.111* (0.049)
<i>Debt</i> <sub>t-1</sub>	–	–	-0.410*** (0.060)
<i>Debt</i> <sub>t-2</sub>	–	–	-0.695*** (0.072)
<i>Volat</i> <sub>t</sub>	6.742*** (1.331)	-1.003*** (0.161)	-0.263 (0.142)
<i>Volat</i> <sub>t-1</sub>	-7.620*** (1.045)	-2.583*** (0.249)	2.391*** (0.136)
<i>Volat</i> <sub>t-2</sub>	–	0.892*** (0.142)	1.171*** (0.115)

*Notas:*\*\*\*p<0.01; \*\*p<0.05; \*p<0.1. Na coluna da esquerda estão os determinantes do modelo para cada uma das variáveis dependentes, ou seja, a parcela das reservas cambiais nas principais moedas: dólar (USD), euro (EUR) e iene (JPY). *ECM* refere-se ao termo de correção do erro, isto é, o coeficiente da velocidade de ajustamento do modelo. *Reservas* refere-se à inércia da parcela de cada moeda no estoque de reservas cambiais. *Invoice* representa a proporção de cada moeda no faturamento das importações. E *Debt* configura o peso de cada moeda na dívida externa bruta. Entre parenteses tem-se o erro padrão para cada variável. Para todas as equações testou-se o modelo com intercepto (sem restrição) e sem tendência.

Como pode ser visualizado na Tabela 7, o ECM demonstra a magnitude da velocidade na qual as variáveis cointegradas retornam de volta para o seu equilíbrio de longo prazo. Isso significa que quaisquer desequilíbrios de curto prazo podem ser vistos como um processo de ajustamento para o longo prazo. Com isso, é possível saber a duração dos desequilíbrios para cada uma das moedas.

Na média, o  $ECM_{t-1}$  para as variáveis foi de  $-0.65$ , ou seja, 65% do choque é corrigido após o primeiro ano. A moeda norte-americana apresentou uma velocidade de ajustamento de 0,653 o que revela que quase 2/3 dos desvios em relação à tendência de longo prazo são corrigidos já no primeiro ano. O euro teve a maior velocidade de ajuste, 0,776, de modo que pouco mais de 77% dos choques no curto prazo são corrigido após o primeiro ano. Por fim, o iene mostrou o menor coeficiente, 0,545, de modo que pouco mais da metade dos desequilíbrios seriam corrigidos após um ano.

Os três coeficientes indicam haver uma rápida correção dos desvios em relação à trajetória de longo prazo das reservas e seus determinantes. Este resultado pode ser um indicio da forte inércia das variáveis considerados no modelo, de modo que mudanças bruscas ou saltos inesperados na moeda de denominação das reservas não seriam comuns. Isso pode ser um reflexo do fato que mudanças no sistema internacional seriam bastante lentas, o que se refletiria na composição das reservas cambiais e na denominação dos fluxos comerciais e financeiros.

Após encontrar evidências de que o faturamento das importações, a dívida externa e a volatilidade do dólar determinam a composição de moedas das reservas internacionais, surge a questão se estes aspectos influenciam na tomada de decisão do BCB acerca da alocação ótima de seu portfólio de moedas, a fim de diminuir os altos custos de carregamento das reservas. Para tanto, buscou-se um modelo de escolha de portfólio representativo para o caso de um Banco Central que estimasse as pesos ótimos de cada moeda dependendo dos objetivos de rentabilidade pela autoridade monetária e de uma carteira *benchmark* para os pesos. Para tanto, optou-se pelo modelo proposto em Ferreira et al. (2019), como será especificado na próxima seção.

### 3.4 Alocação Ótima de Portfólio

Os resultados da seção anterior trazem fortes evidências de que o faturamento das importações, a dívida externa e a volatilidade do câmbio têm efeitos significativos sobre a alocação de moedas das reservas cambiais do BCB. Os dois primeiros estariam relacionados às obrigações do banco central, ou seja, garantem a cobertura cambial dos fluxos comerciais e financeiros. A volatilidade do câmbio seria condizente com a exposição aos riscos e retornos proporcionados por cada uma das moedas reserva. Neste sentido, a presente seção busca estimar os retornos de uma alocação ótima de portfólio do BCB caso a autoridade utilizasse as suas obrigações comerciais e financeiras em cada moeda como a sua carteira referência, a fim de compensar os altos custos de manter suas reservas cambiais.

Se as reservas são consideradas como provedoras de seguro, funcionando como uma proteção contra a perda de acesso aos mercados financeiros internacionais e aos bens e serviços estrangeiros, as moedas que compõem a dívida externa e o faturamento das importações seriam igualmente importantes para garantir esse pleno acesso (Borio et al., 2008). Soma-se a isso, o fato de que uma boa administração do portfólio de moedas poderia garantir um custo menor de carregamento das reservas. De acordo com o próprio BCB, a alocação das reservas internacionais seria feita de acordo com o tripé segurança, liquidez e rentabilidade.

Para tanto, optou-se por utilizar um modelo de escolha de portfólio apresentado por Ferreira et al. (2019) para o caso do Banco Central da Inglaterra e que será replicado para o Banco Central do Brasil, modificando-se algumas hipóteses. Primeiramente, considerou-se três principais ingredientes para um modelo que busque explicar a escolha de portfólio para o caso do BCB. O primeiro é que a execução da política para as reservas seria executada por alguns *brokers/dealers*. O segundo é que a autoridade monetária administra suas reservas cambiais estabelecendo pesos de referência históricos para a composição de moedas do seu portfólio, permitindo pequenos desvios.

Neste sentido, alguns dos principais Bancos Centrais pelo mundo, definem uma carteira referência para os pesos de cada moeda. Por exemplo, o Reino Unido define como *benchmark*: USD 40%, EUR 40% e JPY 20% (Ferreira et al., 2019). Já a Suécia estipula como USD 35%, EUR 35%, GBP 15% e JPY 15%. A Colômbia considera USD 80.4%, EUR 15.3% e JPY 4.2% (Borio et al., 2008).

O BCB não define explicitamente um *benchmark* para suas reservas. Dessa forma, considerou-se como referência para a carteira de moedas as obrigações (faturamento das importações e a dívida externa de curto prazo) em moeda reserva, os quais seriam as principais transações para cobertura cambial pelas reservas internacionais. Para tanto, estabeleceu-se os percentuais de cada moeda sobre o total das obrigações como uma

*proxy* para a carteira referência perseguida pelo BCB, permitindo pequenos desvios, já que a autoridade monetária seria avessa ao risco.

O terceiro ingrediente do modelo consiste no escopo para a administração ativa das reservas. Para o caso do Banco Central da Inglaterra, Ferreira et al. (2019) demonstram que o Tesouro inglês estabelece metas para uma gestão ativa dos retornos das reservas que esteja acima do custo de gerenciamento. Dessa forma, considerou-se que o BCB definiria alvos para os retornos de sua carteira de moedas, a afim de compensar os custos de carregamento das reservas brasileiras.

### 3.4.1 Modelo

Para ilustrar como o Banco Central do Brasil alocaria o seu portfólio de moedas para compensar seus custos de gestão considerou-se o modelo presente em Ferreira et al. (2019). Suponha que existam  $n$  ativos (moedas) de risco disponíveis para os *dealers*, em que  $n = 1, 2, 3$  representam USD, EUR e JPY, respectivamente, e os seus retornos sejam  $R_t = [R_{1,t}, R_{2,t}, R_{3,t}]^T$  no período  $t$ . Considere que os retornos são determinados pela variação anual das taxas de câmbio de cada moeda.

A matriz de covariância desses ativos de risco é dada por  $\text{Cov}[R_t] = \Omega$ . A variância do portfólio é  $\text{Var}[R_p] = \omega^T \Omega \omega^T = \sigma_p^2$ , em que  $\omega^T = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  é a matriz de pesos, com  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ . Os retornos do portfólio são expressos por  $R_p = \omega^T \mathbf{R} = \sum_{i=1}^n \omega_i R_i = \alpha_p$ . Já os pesos do *benchmark* pré-determinado pelo BCB pelas parcelas de suas obrigações em cada moeda, são dados por  $a^T = (a_1, a_2, a_3)$ .

Assuma que o BCB imponha restrições com relação ao seu alvo para o retorno médio e que o objetivo é uma função perda que pondera a variância do portfólio com penalidades dos desvios em relação a carteira referência estipulada. Portanto, o problema do BCB pode ser definido da seguinte forma

$$\min \frac{1}{2} [\omega^T \Omega \omega + (\omega^T - a^T) \Lambda (\omega^T - a^T)^T], \quad (3.12)$$

$$\text{s.a } \omega^T \mu = \mu_p, \quad (3.13)$$

$$\omega^T \mathbf{1}_n = 1, \quad (3.14)$$

em que  $\mu_p$  é o retorno alvo estipulado e  $\Lambda$  corresponde a matriz de pesos

$$\begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 \end{bmatrix}$$

e  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  são as penalidades para os desvios dos pesos escolhidos do seu portfólio de referência.

Construindo o Lagrangeano, tem-se

$$L(\omega, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{2}[\omega^T \Omega \omega + (\omega^T - a^T) \Lambda (\omega^T - a^T)^T] + \lambda_1 (\omega^T \mu - \mu_p) + \lambda_2 (\omega^T \mathbf{1}_n - 1). \quad (3.15)$$

Das condições de primeira ordem (CPO) pode-se calcular os lambdas para o problema de otimização e obtém-se equação para a matriz de pesos ótimos

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1_n V^{-1} \mathbf{1}_n)(\mu_p - a^T \Lambda^T V^{-1} \mu) - (1_n^T V^{-1} \mu)(1 - a^T \Lambda^T V^{-1} \mathbf{1}_n)}{(\mu^T V^{-1} \mu)(1_n^T V^{-1} \mathbf{1}_n) - (1_n^T V^{-1} \mu)^2} \\ \frac{(\mu^T V^{-1} \mu)(1 - a^T \Lambda^T V^{-1} \mathbf{1}_n) - (1_n^T V^{-1} \mu)(\mu_p - a^T \Lambda^T V^{-1} \mu)}{(\mu^T V^{-1} \mu)(1_n^T V^{-1} \mathbf{1}_n) - (1_n^T V^{-1} \mu)^2} \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

$$\omega^* = (\Omega + \Lambda)^{-1} \Lambda a + \lambda_1 (\Omega + \Lambda)^{-1} \mu + \lambda_2 (\Omega + \Lambda)^{-1} \mathbf{1}_n. \quad (3.17)$$

Vale mencionar que se  $\Lambda$  fosse uma matriz nula, o problema seria reduzido para a teoria de seleção de portfólio de Markowitz (1952).

Para o retorno esperado de cada moeda calculou-se os retornos anuais entre dezembro de 2002 e dezembro de 2020 usando a taxa de câmbio à vista no final do mês a partir dos dados do BCB. Adota-se este procedimento, tendo em vista a dificuldade em se prever as taxas de câmbios futuras um ano a frente, de modo que a média histórica da taxa de câmbio seria uma boa *proxy* para o retorno esperado (Papaioannou et al., 2006). Portanto, o vetor de retornos esperados,  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$  contém os retornos médios históricos para USD, EUR e JPY, respectivamente. A tabela 8 exhibe o retorno médio anual e a média do desvio padrão anual. Nota-se que o euro apresentou o maior retorno e o iene a maior volatilidade. Outra questão consiste em estimar a matriz de variância-covariância (VCM) dos retornos. Esta matriz é um dos elementos centrais da estrutura de otimização média-variância, já que os pesos ótimos seriam sensíveis a pequenas mudanças nos elementos do VCM (Papaioannou et al., 2006). Sendo assim, calculou-se uma matriz de variância-covariância com base nos retornos médio, conforme a tabela 9.

**Tabela 8** – Rentabilidade e Risco

	Retorno Esperado	Desvio Padrão
USD	6.4%	0.221
EUR	8.5%	0.249
JPY	8.2%	0.263

*Notas:* Utilizou-se dados anuais das taxas de câmbio para o dólar, euro e iene, durante o período 2002-2020. Fonte: Banco Central do Brasil.

**Tabela 9** – Matriz de Covariância

	USD	EUR	JPY
USD	0.0443	0.0432	0.0438
EUR	0.0432	0.0575	0.0524
JPY	0.0438	0.0524	0.0516

*Notas:* Calculou-se a matriz de covariância das taxas de câmbio do real em relação ao dólar, euro e iene com base nos retornos anuais de cada uma das moedas para o período 2002-2020. Fonte: Banco Central do Brasil

Para os pesos de referência pré determinados para a composição de moeda do portfólio do BCB, o vetor  $a = (a_1, a_2, a_3)$ , considerou-se as obrigações comerciais e financeiras, como o faturamento das importações e a dívida externa de curto prazo nos três ativos considerados no modelo. Neste sentido, calculou-se a proporção média das obrigações entre 2002 e 2020. Assim, o *benchmark* para a carteira de moedas seria: 88% para o USD, 10% para o EUR e 2% para o JPY. Esses pesos de referência estão próximos da alocação ótima em Papaioannou et al. (2006) quando se considera um *Minimum Variance Portfolio Weights*. De acordo com suas simulações para o caso brasileiro, os pesos para o dólar estariam próximos de 85%, 11% para o euro e 2% no caso do iene. Outras moedas, como a libra e o franco suíço corresponderiam aos restante.

Por fim, para os retornos alvo ( $\mu_p$ ) que a autoridade monetária buscava, utilizou-se como referência as estimações da Instituição Fiscal Independente (IFI)<sup>11</sup> sobre os custos de carregamento das reservas. De acordo com a IFI, o custo médio para o período de 2005 até 2019 foi de pouco mais de 1% do PIB brasileiro, algo próximo de 5% e 6% das reservas cambiais<sup>12</sup>. Dessa forma, o retorno alvo,  $\mu_p$ , para a alocação de moedas das reservas estará no intervalo de 6,5% e 9,0%.

### 3.4.2 Resultados

A tabela 10 mostra os pesos ótimos que foram calculados usando uma combinação de diferentes alvos para o retorno médio e dois níveis de penalidades. A primeira parte apresenta os pesos que seriam escolhidos se não houvesse penalidades para os desvios dos retornos. A segunda parte relata os resultados com penalidades quadráticas, que seria equivalente a definir  $p_1 = p_2 = p_3 = 2$ .

<sup>11</sup> Mais especificamente a Nota Técnica 39.

<sup>12</sup> Aqui considerou-se um PIB de US\$1,6 trilhões e reservas internacionais de US\$350 bilhões.

A análise revela que desvios dos pesos ótimos podem não ser grandes mesmo quando as penalidades para os desvios do *benchmark* são altos, como no caso dos retornos de 6,5% e 7%. O possível motivo para essa baixa sensibilidade é que os retornos alvo são restrições ativas (*binding*) para o problema de minimização da variância do portfólio.

Nota-se que as três moedas se comportaram de forma bastante semelhante entre penalidades e para os retornos estipulados. Porém, os pesos do USD apresentaram a maior variação entre os diferentes retornos médio alvo. A parcela do dólar ficou entre -29,7 (posição vendida) quando  $\mu_p$  foi 9,0% para um máximo de 97,9% do portfólio quando o alvo para o retorno foi definido como 6,5%. Desse forma, seus pesos diminuíram conforme aumentou-se a rentabilidade alvo. A razão para isso é que, apesar de ser um ativo menos volátil que os outros, apresentou o menor retorno entre as três moedas.

Depois do USD, a moeda com maior volatilidade entre os retornos alvo foi o EUR. A sua parcela nas reservas foi substancialmente crescente com a rentabilidade objetivo, visto que apresentou o maior retorno médio esperado e o risco mais elevado. Por fim, o JPY se mostrou a moeda mais estável entre as diferentes penalidades e rentabilidades, com pesos crescentes para os retornos alvo. Isso pode ser compreendido pelo fato de que o JPY apresentou um retorno esperado próximo do EUR, a moeda com maior rentabilidade.

A alocação de portfólio de moedas através do modelo proposto por Ferreira et al. (2019) revela que o Banco Central mesmo impondo penalidades para que os *dealers* não desviem do seu *benchmark*, acabam por afastar-se consideravelmente para cumprir com os objetivos de retorno. Contudo, o caso com penalidades e retorno de 6,5% se mostrou como o mais próximo da carteira referência.

Quando compara-se a última linha entre ambos casos de penalidades, nota-se uma deterioração da razão  $\mu_p/\sigma_p$ , isto é, para uma dada taxa livre de risco, isso pode ser interpretado como uma piora do Índice de Sharpe. Esse movimento é devido a imposição de penalidade para desvios do *benchmark* histórico quando se avalia a gestão ativa dos *dealers* do BCB. Isso diminui consideravelmente o bem-estar dos contribuintes se for avaliado por uma métrica de alocação ótima de portfólio que vise diminuir o custo de carregamento das reservas cambiais.

Por fim, o presente modelo revela que uma alocação ótima das moedas que compõem as reservas brasileiras pode proporcionar retornos que compensem ou pelo menos diminuam os seus custos, sem que isso signifique grandes desvios da sua carteira referência, principalmente quando se impõe penalidades sobre os desvios. Neste sentido, uma gestão mais ativa e transparente da carteira de moedas do BCB pode trazer resultados que poderiam beneficiar a sociedade como um todo.

**Tabela 10** – Alocação do Portfólio de moedas

Sem penalidades: $p_1 = p_2 = p_3 = 0$						
$\mu_p$	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0
USD (%)	97.9	72.4	46.9	21.4	-4.1	-29.7
EUR (%)	20.7	34.3	47.9	61.4	74.9	88.6
JPY (%)	-18.6	-6.7	5.2	17.2	29.2	41.1
$\sigma_p$	21.3	21.4	22.3	23.1	23.9	25.0
$\mu_p/\sigma_p$	0.303	0.327	0.335	0.346	0.354	0.359
Com penalidades: $p_1 = p_2 = p_3 = 2$						
$\mu_p$	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0
USD (%)	95.3	70.2	45.0	19.8	-5.4	-30.6
EUR (%)	5.6	21.0	36.5	52.0	67.5	83.0
JPY (%)	-0.9	8.8	18.5	28.2	37.9	47.6
$\sigma_p$	21.5	21.8	22.4	23.1	24.0	25.0
$\mu_p/\sigma_p$	0.302	0.320	0.334	0.346	0.354	0.360

*Notas:* Calculou-se a média  $\mu_p$  e o desvio padrão  $\sigma_p$  com base nos retornos anuais usando a taxa de câmbio. Utilizou-se dados anuais das taxas de câmbio para o dólar, euro e iene, durante o período 2002-2020. Fonte: Banco Central do Brasil.

## 4 Considerações Finais

A enorme acumulação de reservas internacionais pelo Brasil nos últimos anos despertou um intenso debate sobre seu nível ótimo, porém pouco foi discutido acerca da composição e alocação ótima de moedas dessas reservas. O próprio BCB afirma em seus relatórios que a composição de moedas mantidas sob sua tutela teria como finalidade a cobertura cambial da dívida externa bruta. No entanto, a literatura sobre o tema enfatiza que aspectos comerciais, financeiros e cambiais são fundamentais para compreender os determinantes do arranjo das carteiras de moedas dos BCs. Mais recentemente, houve uma mudança de concepção acerca dos fatores comerciais, com o Paradigma da Moeda Dominante surgindo com fortes evidências acerca da relação entre o faturamento das importações e a acumulação de reservas nas principais moedas do sistema internacional, com destaque para o dólar. De acordo com o PMD, o Brasil manteria boa parte de suas reservas em dólar por ser a moeda dominante das transações econômicas internacionais e por representar mais de 80% do faturamento das importações.

Para testar se as variáveis trazidas pela literatura sobre o tema seriam determinantes para a composição de moedas das reservas brasileiras, estimou-se um modelo ARDL para cointegração. Os resultados trazem evidências de que a inércia das reservas, o faturamento das importações, a dívida externa bruta e a volatilidade da taxa de câmbio afetam o portfólio de moedas mantidos pela autoridade monetária brasileira.

O modelo revelou que os determinantes considerados apresentam cointegração com as reservas, indicando haver uma relação de equilíbrio de longo prazo com uma convergência das proporções das reservas em cada moeda para as suas respectivas parcelas na dívida externa e no faturamento das importações. Além disso, o termo de correção do erro para as três moedas revelou que os desvios de curto prazo são corrigidos rapidamente para o equilíbrio de longo prazo, sinal de que mudanças relevantes nas proporções das reservas e seus determinantes ocorreriam de forma lenta, o que estaria em consonância com um sistema internacional que evolui de forma gradual e sem grandes quebras estruturais.

A partir dos resultados, pode-se antever os movimentos e tendências de cada moeda nas reservas ao observar mudanças na volatilidade da taxa de câmbio, na dívida externa e no faturamento das importações. Com isso, a ascensão ou queda de uma moeda no portfólio no BCB pode ser prevista com certa antecedência ao analisar os movimentos defasados de seus determinantes.

As reservas cambiais cresceram significativamente nos anos recentes, e não há sinais de que essa acumulação cairá. Atualmente, quase 85% das reservas brasileiras são mantidas em dólar. Contudo, uma maior diversificação dos ativos tem sido encorajada,

principalmente para países emergentes.

Essa maior diversificação e uma melhor compreensão sobre os critérios de alocação ótima das reservas se mostram necessários para diminuir os altos custos que envolvem manter reservas cambiais, principalmente em países que detêm taxas de juros maiores como o Brasil. Nesse sentido, o modelo proposto por Ferreira et al. (2019) e replicado no presente trabalho traz indícios sobre uma alocação ótima de moedas, com a imposição de penalidades e retornos alvo maiores que os custos das reservas

Dessa forma, a análise sobre o que determina a alocação de moedas das reservas e como isso influencia os retornos do portfólio é fundamental para compreender melhor como compensar os custos associados ao carregamento das reservas cambiais brasileiras. Esse resultados abrem espaço para maiores discussões sobre os critérios de alocação ótima de moedas mantidas pelo Banco Central, seus retornos e formas de diminuir os seus custos de manutenção. Logo, a busca por uma melhor gestão das reservas que proporcione maior rentabilidade, será um peça-chave para as futuras discussões sobre os papel desses ativos para o bem-estar da sociedade brasileira.

O presente trabalho buscou iniciar uma discussão acerca da composição e alocação das moedas que compõem as reservas cambiais brasileiras. Com isso, analisar quais fatores determinam essa composição e estimar como se daria uma otimização da composição de reservas para o caso do BCB que poderia minimizar os seus custos de carregamento. Tudo isso a fim de trazer maior transparências para a gestão das reservas brasileiras. Finalmente, trabalhos futuros poderiam estender a presente discussão para agregar novas variáveis e estruturas para os modelos, a fim de tornar a alocação de moeda das reservas brasileiras a mais eficiente possível.

## Referências

- Aizenman, J., Cheung, Y.-W., and Qian, X. (2020). The currency composition of international reserves, demand for international reserves, and global safe assets. *Journal of International Money and Finance*, 102:102120.
- Aizenman, J. and Lee, J. (2007). International reserves: precautionary versus mercantilist views, theory and evidence. *Open Economies Review*, 18(2):191–214.
- Alfaro, L. and Kanczuk, F. (2019). Debt redemption and reserve accumulation. *IMF Economic Review*, 67(2):261–287.
- Bernadell, C., Cardon, P., Coche, J., Diebold, F. X., and Manganelli, S. (2004). *Risk management for central bank foreign reserves*. European Central Bank Frankfurt am Main.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3):307–327.
- Borio, C., Ebbesen, J., Galati, G., Heath, A., et al. (2008). Fx reserve management: elements of a framework. *BIS papers*.
- Boz, E., Casas, C., Georgiadis, G., Gopinath, G., Le Mezo, H., Mehl, A., and Nguyen, T. (2020). Patterns in invoicing currency in global trade.
- Calvo, G. A., Izquierdo, A., and Loo-Kung, R. (2012). Optimal holdings of international reserves: self-insurance against sudden stop. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Calvo, G. A. and Reinhart, C. M. (2002). Fear of floating. *The Quarterly journal of economics*, 117(2):379–408.
- Cavalcanti, M. A. F. d. H. and Vonbun, C. (2008). Reservas internacionais ótimas para o brasil: uma análise simples de custo-benefício para o período 1999-2007. *Economia Aplicada*, 12(3):463–498.
- Chinn, M. D. and Frankel, J. A. (2005). Will the euro eventually surpass the dollar as leading international reserve currency?
- Dominguez, K. M. (2012). Foreign reserve management during the global financial crisis. *Journal of International Money and Finance*, 31(8):2017–2037.
- Dooley, M. P., Lizondo, J. S., and Mathieson, D. J. (1989). The currency composition of foreign exchange reserves. *Staff Papers*, 36(2):385–434.

- Eichengreen, B. and Mathieson, D. J. (2000). The currency composition of foreign exchange reserves: Retrospect and prospect.
- Enders, W. (2008). *Applied econometric time series*. John Wiley & Sons.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, pages 987–1007.
- Ferreira, A. L., Gozluklu, A. E., and Mainente, J. (2019). Central bank reserves and currency volatility. *WBS Finance Group Research Paper*.
- Fleming, J. M. (1962). Domestic financial policies under fixed and under floating exchange rates. *Staff Papers*, 9(3):369–380.
- FMI (2020). Reserve currencies in an evolving international monetary system. Technical report.
- García Silva, P. and Soto, C. (2006). Large hoardings of international reserves: are they worth it? *Series on Central Banking, Analysis, and Economic Policies*, no. 10.
- Gopinath, G. (2015). The international price system. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Gopinath, G. and Stein, J. C. (2018). Trade invoicing, bank funding, and central bank reserve holdings. In *AEA Papers and Proceedings*, volume 108, pages 542–46.
- Gopinath, G. and Stein, J. C. (2021). Banking, trade, and the making of a dominant currency. *The Quarterly Journal of Economics*, 136(2):783–830.
- Greene, W. H. (2008). The econometric approach to efficiency analysis. *The measurement of productive efficiency and productivity growth*, 1(1):92–250.
- Harris, R. and Sollis, R. (2003). *Applied time series modelling and forecasting*. Wiley.
- Heller, H. R. (1966). Optimal international reserves. *The Economic Journal*, 76(302):296–311.
- Heller, H. R. and Knight, M. D. (1978). *Reserve-currency preferences of central banks*. Number 131. International Finance Section, Department of Economics, Princeton University.
- Horii, A. (1986). The evolution of reserve currency diversification.
- Ito, H. and McCauley, R. N. (2020). Currency composition of foreign exchange reserves. *Journal of International Money and Finance*, 102:102104.

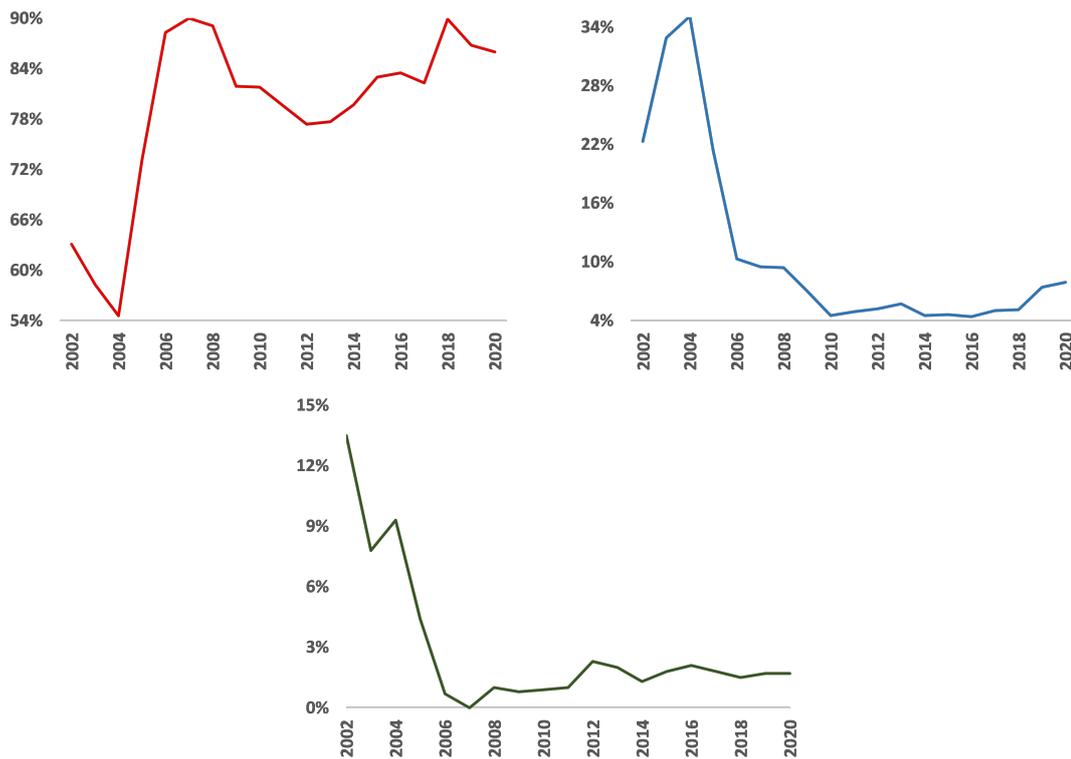
- Ito, H., McCauley, R. N., and Chan, T. (2015). Currency composition of reserves, trade invoicing and currency movements. *Emerging Markets Review*, 25:16–29.
- Jeanne, O. (2007). International reserves in emerging market countries: too much of a good thing? *Brookings papers on Economic activity*, 2007(1):1–79.
- Jeanne, O. and Ranciere, R. (2011). The optimal level of international reserves for emerging market countries: A new formula and some applications. *The Economic Journal*, 121(555):905–930.
- Jeanne, O. and Rancière, R. G. (2006). The optimal level of international reserves for emerging market countries: formulas and applications.
- Laan, C. R., Cunha, A. M., and Lélis, M. T. C. (2012). A estratégia de acumulação de reservas no brasil no período 1995-2008: uma avaliação crítica. *Economia e Sociedade*, 21(1):1–38.
- Laser, F. H. and Weidner, J. (2020). Currency compositions of international reserves and the euro crisis. Technical report, Darmstadt Discussion Papers in Economics.
- Lu, M. and Wang, Y. (2019). *Determinants of currency composition of reserves: a portfolio theory approach with an application to RMB*. International Monetary Fund.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1):77–91.
- Mundell, R. A. (1963). Capital mobility and stabilization policy under fixed and flexible exchange rates. *Canadian Journal of Economics and Political Science/Revue canadienne de economiques et science politique*, 29(4):475–485.
- Obstfeld, M., Shambaugh, J. C., and Taylor, A. M. (2010). Financial stability, the trilemma, and international reserves. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 2(2):57–94.
- Papaioannou, E., Portes, R., and Siourounis, G. (2006). Optimal currency shares in international reserves: The impact of the euro and the prospects for the dollar. *Journal of the Japanese and International Economies*, 20(4):508–547.
- Perlin, M. S., Mastella, M., Vancin, D. F., and Ramos, H. P. (2020). A garch tutorial with r. *Revista de Administração Contemporânea*, 25.
- Pesaran, M. H., Shin, Y., and Smith, R. J. (2001). Bounds testing approaches to the analysis of level relationships. *Journal of applied econometrics*, 16(3):289–326.
- Reiss, D. G. (2015). Ensaio sobre a internacionalização da moeda.
- Rodrik, D. (2006). The social cost of foreign exchange reserves. *International economic journal*, 20(3):253–266.

- 
- Schanz, J. F. (2019). Reserve management in emerging market economies: trends and challenges. *BIS Paper*, (104c).
- Sharpe, W. F. and Tint, L. G. (1990). Liabilities-a new approach. *Journal of portfolio management*, 16(2):5–10.
- Vonbun, C. (2013). Reservas internacionais revisitadas: novas estimativas de patamares ótimos. Technical report, Texto para Discussão.
- Zhang, Z., Chau, F., and Xie, L. (2012). Strategic asset allocation for central bank's management of foreign reserves: A new approach.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Reservas, Dívida Externa e Faturamento (Dólar, Euro e Iene)

**Figura 9 – Reservas (Dólar, Euro e Iene)**

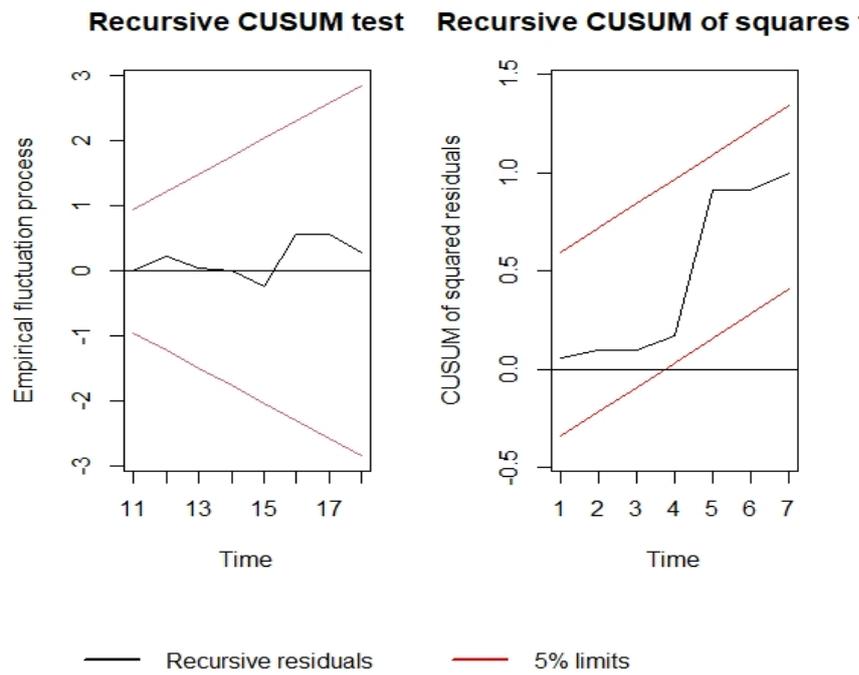


*Notas:* O primeiro gráfico à esquerda com as linhas em vermelho corresponde ao dólar; o gráfico com a linha azul representa o euro e o gráfico com a linha verde escuro corresponde ao iene. Fonte: Banco Central do Brasil e Ministério da Economia.

# APÊNDICE B – Análise econométrica

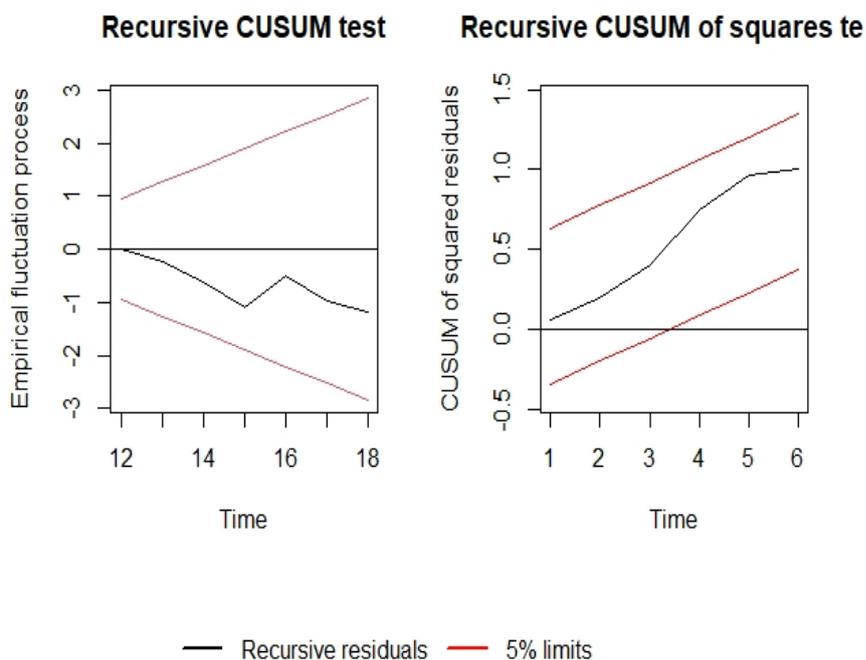
## B.1 Testes CUSUM de estabilidade

Figura 10 – Teste CUSUM - Dólar



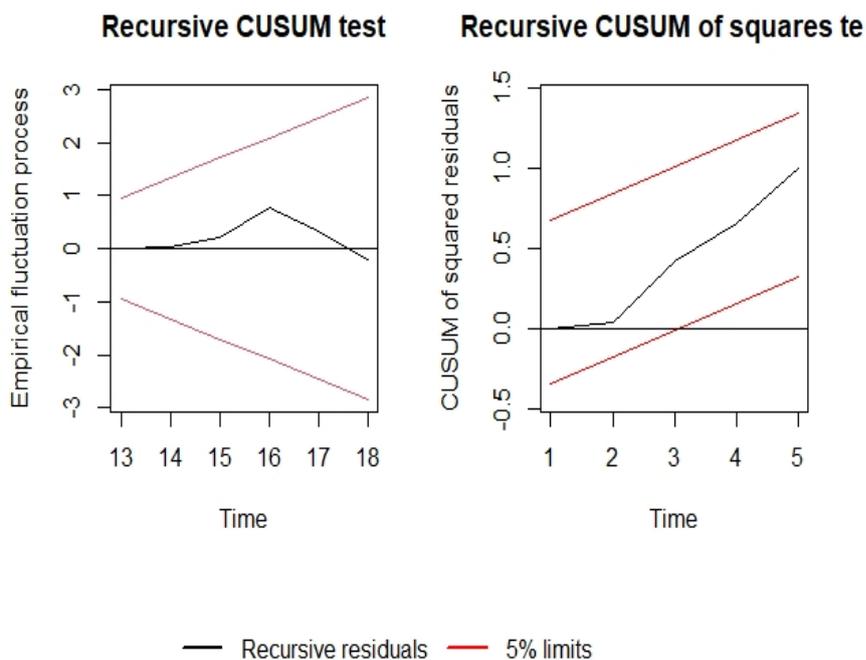
*Notas:* Teste de estabilidade (CUSUM e CUSUMQ) para os coeficientes associados ao dólar.

**Figura 11** – Teste CUSUM - Euro



*Notas:* Teste de estabilidade para os coeficientes associados ao euro.

**Figura 12** – Teste CUSUM - Iene



*Notas:* Teste de estabilidade para os coeficientes associados ao iene.

## B.2 Teste Johansen para Cointegração

**Tabela 11** – Teste Cointegração - Dólar

	Teste	10%	5%	1%
$r \leq 3$	7.25	10.49	12.25	16.26
$r \leq 2$	20.80	22.76	25.32	30.45
$r \leq 1$	43.19	39.06	42.44	48.45
$r = 0$	76.89	59.14	62.99	70.05

*Notas:* No teste de Johansen a hipótese nula corresponde a ausência de cointegração entre as séries. O teste apresenta evidências de que as reservas em dólar cointegram com ao menos uma das variáveis do modelo.

**Tabela 12** – Teste Cointegração - Euro

	Teste	10%	5%	1%
$r \leq 3$	7.10	10.49	12.25	16.26
$r \leq 2$	25.98	22.76	25.32	30.45
$r \leq 1$	49.57	39.06	42.44	48.45
$r = 0$	92.18	59.14	62.99	70.05

*Notas:* No teste de Johansen a hipótese nula corresponde a ausência de cointegração entre as séries. O teste apresenta evidências de que as reservas em euro cointegram com ao menos duas das variáveis do modelo.

**Tabela 13** – Teste Cointegração - Iene

	Teste	10%	5%	1%
$r \leq 3$	7.78	7.52	9.24	12.97
$r \leq 2$	19.47	17.85	19.96	24.60
$r \leq 1$	33.25	32.00	34.91	41.07
$r = 0$	76.26	49.65	53.12	60.16

*Notas:* No teste de Johansen a hipótese nula corresponde a ausência de cointegração entre as séries. O teste apresenta evidências de que as reservas em iene cointegram com ao menos duas das variáveis do modelo.

### B.3 Coeficientes de longo prazo

**Tabela 14** – Coeficientes de Longo Prazo

	<b>Faturamento Importações</b>	<b>Dívida Externa</b>	<b>Volatilidade Câmbio</b>
<b>USD</b>	0.868	-0.647	21.709
<b>EUR</b>	1.273	2.258	1.806
<b>JPY</b>	-1.879	0.251	-3.171

*Notas:* Os coeficientes de longo prazo reportados acima representam os efeitos dos determinantes sobre a proporção das reservas em cada uma das moedas presentes no modelo.

# APÊNDICE C – Evolução das Reservas e Obrigações em moeda estrangeira

**Tabela 15** – Evolução das Reservas e Obrigações (US\$ milhões)

	Reservas (A)	Obrigações (L)	A – L
2002	37.384	71.240	-33.855
2003	48.807	62.675	-13.868
2004	52.371	74.190	-21.819
2005	53.208	82.930	-29.722
2006	85.199	100.628	-15.429
2007	179.399	146.439	32.960
2008	192.831	199.669	-6.838
2009	213.935	150.657	63.277
2010	251.659	222.593	29.066
2011	300.960	247.737	53.223
2012	316.762	234.429	82.333
2013	306.415	247.720	58.695
2014	310.878	261.052	49.826
2015	318.711	205.699	113.012
2016	328.500	177.197	151.303
2017	333.234	190.354	142.880
2018	361.586	234.883	126.703
2019	342.267	244.488	97.779
2020	339.954	213.993	125.961

*Notas:* A primeira coluna representa o total das reservas mantidas pelo Banco central nas três principais moedas, ou seja, dólar, euro e iene. A segunda coluna equivale às obrigações (faturamento das importações e dívida externa de curto prazo) nessas três moedas. A terceira corresponde ao diferencial entre as reservas e as obrigações. Fonte: Banco Central do Brasil e Ministério da Economia.

## APÊNDICE D – Modelo de Lu e Wang (2019)

Lu and Wang (2019) introduzem um modelo de escolha de portfólio das reservas para o Banco Central. A abordagem adota a estrutura clássica de média-variância para a parcela das reservas destinada para investimentos, enquanto a estrutura de ativos e passivos é adotada para a fatia das reservas destinada para liquidez. Como apontado por Sharpe and Tint (1990), a estrutura ativo-passivo é apropriada em casos onde os tipos de passivos são bastante diferentes, tais como obrigações em moeda estrangeira advinda de importações e pagamento de dívida externa. Assim, o modelo proposto pelos autores permite mensurar a importância que os determinantes da composição de moedas das reservas têm sobre a alocação do portfólio do BCB.

Primeiramente, o modelo divide o portfólio de reservas do banco central em duas *tranches*: (i) cota liquidez; e (ii) cota investimento. A cota de liquidez corresponde às obrigações em moeda estrangeira, financeiras e comerciais, e são o motivo primário para a acumulação de reservas pelo banco central. Dessa forma, denota-se  $L$  como o tamanho dessas obrigações, as quais consistem, basicamente, no pagamento de importações e na dívida externa de curto prazo denominada em moeda estrangeira, usando o dólar norte-americano como numerário<sup>1</sup>, já que ambos são as principais obrigações que um banco central precisa cumprir no curto e médio prazo. Ainda,  $y_i$  denota a parcela de obrigações na moeda  $i \in I$  e  $R_i$  representa a taxa de crescimento do valor das obrigações da moeda  $i$ , ou seja, equivale ao crescimento da taxa de câmbio da moeda  $i$  usando a moeda doméstica como numerário. Contudo, como o BCB afirma em seus relatórios que o numerário de suas reservas cambiais é o dólar, não será necessário usar a variável  $R_i$ . Portanto, o valor das obrigações no período  $i$  será:

$$\sum_i Ly_i = L(1 + \sum_i y_i) \quad (\text{D.1})$$

Com efeito,  $A$  corresponde ao valor inicial das reservas internacional, isto é, o portfólio agregado. Se  $A > L$ , então as reservas cambiais são suficientes para cobrir a cota de liquidez, de modo que  $A - L$  corresponde ao tamanho da cota de investimento. Finalmente, caso  $A \leq L$ , então todo o portfólio destina-se para cumprir com a cota de liquidez.

O Banco Central escolhe a parcela  $x_{L,i}$ ,  $x_{I,i}$  de cada moeda  $i$  para a cota de

<sup>1</sup> Serve como uma unidade de conta. De acordo com o próprio Banco Central do Brasil, o dólar seria utilizado como numerário para as reservas cambiais.

liquidez e para a cota de investimento. Nesse sentido, o valor da cota de liquidez depois de um período é:

$$\sum_i Lx_{L,i} = L(1 + \sum_i x_{L,i}) \quad (\text{D.2})$$

E o valor da cota de investimento após um período é:

$$\sum_i (A - L)x_{I,i} = (A - L)(1 + \sum_i x_{I,i}) \quad (\text{D.3})$$

Contudo, cada uma das cotas possui objetivos diferentes. Desse modo, define-se como o objetivo para a cota de liquidez maximizar o superávit, ou seja, o valor que as reservas excedem suas obrigações, sujeito a uma restrição de risco representado pela taxa de câmbio.

$$\sum_i (x_{L,i} - y_i)$$

Portanto, o problema de otimização do Banco Central para a cota de liquidez será

$$\begin{aligned} \min \frac{1}{2}(x_L - y)^T \Omega (x_L - y) - \lambda_L m^T (x_L - y) \\ \text{s.t. } e^T x_L = 1 \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

em que  $\Omega$  é a matriz de covariância das taxas de retornos das moedas e  $\mathbf{m}$  é a taxa de retorno esperado das moedas. A solução então é

$$x_L = y + \lambda_L (\Omega^{-1} m - \frac{e^T \Omega^{-1} m}{e^T \Omega^{-1} e} \Omega^{-1} e) \quad (\text{D.5})$$

em que  $y$  é o portfólio de variância mínima, de modo que  $\lambda_L$  é próximo de zero. Sendo assim, se o banco central não busca rentabilidade para o seu portfólio de liquidez, então a composição de moeda para a cota de liquidez será igual à composição de moedas de suas obrigações.

Por outro lado, o objetivo para a cota de investimento está relacionado à maximização os retornos do portfólio sujeito a algumas restrições de risco. Dessa forma, o problema de otimização do banco central para a cota de investimento consiste em

$$\begin{aligned} \min \frac{1}{2} x_I^T \Omega x_I - \lambda_I m^T x_I \\ \text{s.t. } e^T x_I = 1 \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

A solução, portanto, corresponde a

$$x_I = \frac{\Omega^{-1} e}{e^T \Omega^{-1} e} + \lambda_I (\Omega^{-1} m - \frac{e^T \Omega^{-1} m}{e^T \Omega^{-1} e} \Omega^{-1} e) \quad (\text{D.7})$$

Se o valor inicial das reservas,  $A$ , for maior que o tamanho das obrigações em moeda estrangeira, então a composição de moedas para todo o portfólio das reservas internacionais é

$$\begin{aligned} x &= \frac{Lx_L + (A - L)x_I}{A} = x_I + \frac{L}{A}(x_L - x_I) \\ &= \frac{\Omega^{-1}e}{e^T\Omega^{-1}e} + \lambda_I(\Omega^{-1}m - \frac{e^T\Omega^{-1}m}{e^T\Omega^{-1}e}\Omega^{-1}e) + \frac{L}{A}(y - \frac{\Omega^{-1}e}{e^T\Omega^{-1}e} + (\lambda_L - \lambda_I)(\Omega^{-1}m - \frac{e^T\Omega^{-1}m}{e^T\Omega^{-1}e}\Omega^{-1}e)) \end{aligned} \quad (D.8)$$

Por fim, se  $A \leq L$ , então todo o Portfólio é a própria Cota de Liquidez, o que implica que  $x = x_L$ .

No problema de otimização, assume-se que o banco central brasileiro utiliza o dólar (USD) como numerário ao avaliar a cota de investimento e a cota de liquidez. A escolha do numerário pelo Banco Central importa para a alocação ótima de moedas, já que os riscos e retornos das moedas reserva são afetadas pela unidade de conta escolhida. Vale ressaltar que se a cota liquidez não tem preocupações relacionadas ao retorno, então  $\lambda_L$  seria próximo de zero. Isso implica que a composição de moeda dessa cota é determinada pela composição de moeda das obrigações (Lu and Wang, 2019).

O modelo, em linha com a literatura sobre os determinantes da composição de moedas, define que as obrigações em moeda estrangeira dependem basicamente de dois fatores: (i) Faturamento das Importações; (ii) Dívida Externa de curto prazo<sup>2</sup>

$$Ly = aT + bD \quad (D.9)$$

em que  $T$  corresponde ao faturamento das importações em moeda estrangeira, e  $D$  consiste na moeda de denominação da dívida externa de curto prazo. Tendo em vista que as moedas de denominação das reservas, do faturamento e da dívida externa são predominantemente o USD, EUR, JPY, olharemos para essas três moedas<sup>3</sup>. Por fim, a obrigação agregada e o tamanho da cota de liquidez são

$$L = e^T Ly = e^T (aT + bD) \quad (D.10)$$

$$y = \frac{aT + bD}{L} = \frac{aT + bD}{e^T (aT + bD)} \quad (D.11)$$

<sup>2</sup> Como não existem dados sobre a composição da dívida externa de curto prazo, utilizou-se as proporções de moedas para a dívida externa bruta como uma aproximação.

<sup>3</sup> A parcela do dólar, euro e iene, representam aproximadamente 90% da dívida externa e faturamento das importações brasileiras.

Considera-se apenas a cota de liquidez para os períodos em que as reservas brasileiras não foram suficiente para cumprir com suas obrigações em moeda estrangeira, ou seja,  $L \geq A$ . Por outro lado, quando  $A > L$ , leva-se em consideração a cota de investimento, portanto,

$$e^T(aT + bD) < A$$

$$e^T(aT + bD) \geq A$$

Com a inclusão dos determinantes no modelo de otimização de portfólio, pode-se calcular a composição ótima de moedas quando  $A > L$ ,

$$x = \frac{\Omega^{-1}e}{e^T\Omega^{-1}e} + \lambda_I(\Omega^{-1}m - \frac{e^T\Omega^{-1}m}{e^T\Omega^{-1}e}\Omega^{-1}e) + \frac{1}{A}(a(T - \frac{\Omega^{-1}e}{e^T\Omega^{-1}e}e^TT) + b(D - \frac{\Omega^{-1}e}{e^T\Omega^{-1}e}e^TD)) \\ + (\lambda_L - \lambda_I)(\Omega^{-1}m - \frac{e^T\Omega^{-1}m}{e^T\Omega^{-1}e}\Omega^{-1}e)e^T(aT + bD) \quad (\text{D.12})$$