UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE "MODELAGEM MATEMÁTICA EM FINANÇAS"

O MODELO SABR APLICADO AO MERCADO BRASILEIRO DE OPÇÕES DE CÂMBIO

Jayme Paulo Carvalho Junior

Orientador: Prof. Dr. Rogério Rosenfeld

São Paulo
2005

O Modelo SABR Aplicado ao Mercado Brasileiro de Opções de Moedas

Jayme Paulo Carvalho Junior

Dissertação apresentada à Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade e ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Rosenfeld

São Paulo
2005

Carvalho Junior, Jayme Paulo
O modelo SABR aplicado ao mercado brasileiro de opções de câmbio / Jayme Paulo Carvalho Junior. -- São Paulo, 2005.
63 p.

Tese (Mestrado Profissionalizante) – Universidade de São Paulo, 2005
Bibliografia.

1. Derivativos 2. Modelagem matemática 3. Opções financeiras I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade II. Universidade de São Paulo. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDD – 332.645

Dedico este trabalho a minha família,
em especial a minha esposa que cedeu parte da nossa lua de mel para que este trabalho fosse concluido.

AGRADECIMENTO

Agradeço aos professores que me ajudaram no entendimento do modelo SABR, em especial ao Prof. Dr. Rogério Rosenfeld e ao Prof. Dr. Oswaldo Luiz do Valle Costa. Agradeço também aos diversos amigos de curso que me auxiliaram nas rotinas do Matlab.

RESUMO

O surgimento do Modelo SABR é fruto da busca incansável de acadêmicos e participantes do mercado financeiro, para encontrar um modelo que explique melhor o comportamento do mercado de opções, em especial da estrutura da curva de volatilidade. A utilização do SABR já pode ser vista nos principais centros financeiros do mundo e sua utilização no mercado brasileiro ainda depende da análise dos prós e contras, devido ser um mercado em amadurecimento ainda. Este trabalho procurou fazer uma primeira abordagem sobre o modelo, descrevendo-o e implementando-o ao mercado de opções de moedas no Brasil.

ABSTRACT

The SABR Model has been developed by academics and market traders that were looking for financial tools that could explain better the options market movements, in special, the volatility skew and the volatility smile. Around the world it is possible to see market players using SABR Model in many different markets, as USA Interest rate options and global FX options. In Brazil using SABR will depend on market developments, as it can be considered an immature market yet. This paper will describe SABR Model and will implement it in the Brazilian FX options market.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Diariamente, grandes volumes de contratos de opções são negociados nos principais centros financeiros do mundo. Seja para fins especulativos, seja para fins de proteção, as opções estão entre os instrumentos financeiros mais utilizados atualmente. Grande parte desses negócios é feita entre instituições financeiras, porém, em alguns mercados os tomadores finais são pessoas físicas ou grandes empresas. Exemplo disso são as opções de moedas que, apesar de serem instrumentos mais complexos que os instrumentos lineares - como os contratos Futuros ou *Swaps* - são utilizadas por muitas empresas no Brasil para protegerem suas obrigações em moeda externa.

Dentro deste ambiente institucional das empresas algumas questões devem ser levantadas por seus gestores: Qual o modelo a ser utilizado para precificar as opções? Estes modelos são compatíveis com as características do mercado brasileiro?.

São várias as respostas possíveis, mesmo porque a literatura sobre o tema já é bastante vasta e, além disso, diversas empresas oferecem pacotes computacionais que contemplam modelos de precificação e controle de portfólio de opções. As páginas que seguem trarão uma rápida descrição do tradicional modelo de Black-Scholes e algumas alternativas a ele, como os modelos de volatilidade local e de volatilidade estocástica. Por fim, será apresentado o modelo SABR.

1.1 O modelo de Black-Scholes (B-S)

O modelo de Black-Scholes, ou B-S, é, sem sombra de dúvida, a ferramenta mais utilizada para precificar opções nas diversas partes do globo. Desenvolvido pelos professores Fischer Black e Myron S. Scholes, o modelo foi, juntamente com a evolução da informática, diretamente responsável pelo aumento exponencial da utilização de derivativos no mundo recente. Não é o objetivo neste momento derivar a fórmula de B-S, todavia, para que possamos entender melhor os benefícios e desvantagens do modelo, faz-se necessário listar algumas de suas características (hipóteses).

As principais hipóteses do modelo são:

a) Não existem custos nas transações de qualquer espécie;

b) As operações financeiras podem ser feitas continuamente ao longo do tempo, ou seja, a negociação com títulos é contínua;

c) Não existem problemas de liquidez dos ativos;

d) A distribuição de probabilidade dos retornos do ativo-objeto é considerada normal;

e) Taxa de juros livre de risco (r) é considerada constante no tempo;

f) A volatilidade do ativo-objeto (σ) é considerada também constante com o tempo

No modelo B-S o preço de um ativo financeiro segue a distribuição lognormal determinada pela seguinte equação diferencial:

(1) $$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dZ$$

onde μ é a taxa esperada de retorno do ativo-objeto (taxa contínua), σ é a volatilidade do preço do ativo-objeto e dZ é o movimento Browniano com média zero e variância dt. Tanto μ como σ são assumidos constantes. Finalmente, μdt na equação (1) pode ser definido como sendo o retorno do ativo-objeto no período dt.

Os professores Black e Scholes, valendo-se de argumentos de não arbitragem e supondo que o preço do ativo-objeto segue a equação (1), mostraram que, por meio de uma determinada quantidade do ativo-objeto e do derivativo, é possível construir sinteticamente um portfólio sem risco, que no intervalo de tempo infinitesimal dt, retorna à taxa de juros livre de risco. Eles determinaram dessa forma uma fórmula fechada para o preço de uma opção. No entanto, ao precificar uma opção todos os parâmetros são observáveis no mercado, com exceção da volatilidade σ que, por definição, é aleatória. No capítulo 4 será discutido mais a fundo o modelo de B-S, assim como o modelo aplicado a futuros conhecido como Modelo de Black.

No mundo real, ao negociar uma opção, os agentes econômicos têm a sua própria expectativa dessa volatilidade, que pode ser inferida pelo conceito de volatilidade implícita. Chama-se de volatilidade implícita σ_{impl} a volatilidade aferida a partir da aplicação da fórmula de precificação, que retorna o preço negociado do derivativo no mercado.

O modelo B-S, por definição, considera a volatilidade σ constante para todos os *Strikes*. E é justamente esta hipótese que motiva críticas entre os usuários deste modelo, pois empiricamente esta hipótese não se verifica, ou seja, diferentes *Strikes* retornam diferentes volatilidades implícitas. Além de não ser constante, a volatilidade muda conforme o prazo e o *Strike*, ou seja, não existe apenas um ponto de volatilidade, mas uma superfície de volatilidade.

Dá-se o nome de *Skew* e *Smile*, respectivamente, à inclinação e ao sorriso da curva de volatilidade. O nome "sorriso" é uma referência ao desenho formado pela superfície de volatilidade, no qual as volatilidades são crescentes para os *Strikes* mais distantes do *at-the-money Strike*. Dá-se o nome de *at-the-money* as opções, cujo Strike é igual ao preço atual do ativo objeto. Inúmeros trabalhos teóricos têm apresentado alternativas ao modelo de B-S, buscando incorporar o sorriso e a inclinação da curva de volatilidade na precificação das opções, excluindo assim a hipótese de B-S de volatilidade constante.

1.2 Modelos que incorporem a inclinação da curva de volatilidade

O fato da volatilidade não ser constante no mundo real, indica que a verdadeira distribuição de probabilidade do ativo-objeto não é lognormal como é assumido em B-S. A verdadeira distribuição não é conhecida, porém, vários modelos procuram relaxar as hipóteses de B-S sugerindo modelos que mais se aproximem da realidade e que representem o processo de evolução do ativo-objeto, mantendo a compatibilidade com a condição de não arbitragem, mesmo para as opções com menos liquidez. Entre os diversos modelos que procuram incorporar a inclinação da curva de volatilidade ao preço das opções, é válido citar os modelos de volatilidade local e os modelos de volatilidade estocástica.

1.3 Modelos de volatilidade local

Modelos de volatilidade local são aqueles cujo preço da opção e a volatilidade são determinados em função do tempo e do preço do ativo-objeto. Nestes modelos, normalmente a superfície de volatilidade pode ser representada por meio de uma árvore de preços binomial ou multinomial. Rubinstein (2) apresentou um processo que é descrito por uma árvore binomial neutra ao risco que permite precificar opções, cujos prêmios dependem do caminho percorrido pelo ativo objeto. Vários outros modelos com árvores binomiais foram desenvolvidos posteriormente, veja (3), (4), (5), (6) e (7).

Modelos de volatilidade local são determinísticos por construção, uma vez que eles visam aderir aos preços praticados no mercado. Para estes modelos, a árvore de preços implícita é construída de forma a apresentar resultados compatíveis com os observados no mercado, mantendo a hipótese de livre arbitragem e neutralidade ao risco. Uma vez construída a árvore de preços para o ativo objeto é possível calcular a volatilidade local para cada nó da árvore utilizando um processo recursivo.

Como a árvore de preços procura adequar-se aos preços efetivamente praticados no mercado, estes modelos são capazes de incorporar a inclinação da curva de volatilidade praticada. Nem todos os modelos de volatilidade local utilizam-se de árvores de preços para encontrar o preço de uma opção. Alguns modelos utilizam equações diferencias, enquanto que outros, para apreçar o derivativo, fazem uso de uma simulação de Monte Carlo.

Dupire (7), foi um grande contribuidor para o desenvolvimento dos modelos de volatilidade local, pois mostrou que existe um único processo de difusão neutro ao risco uma vez que tem-se os preços S_t para cada momento T e o preço inicial S_0. Assim, dados que tem-se todos os possíveis preços para os diversos prazos, o parâmetro de difusão (volatilidade local) da distribuição risco-neutra será único e poderá, então, ser determinado. A necessidade da utilização de recursos computacionais em excesso e a necessidade constante de rebalanceamento dos parâmetros, são pontos negativos da utilização destes modelos.

1.4 Modelos de volatilidade estocástica

Uma outra abordagem para estimar a volatilidade é supor que existem duas equações estocásticas diferentes que determinam o processo de difusão do ativo-objeto. Assim tem-se uma equação para satisfazer o preço e outra para satisfazer a volatilidade do ativo-objeto.

Para o preço do ativo-objeto tem-se que o processo de difusão será dado por:

(1.2)
$$dS(t) = \nu(S,\sigma,t)dt + \omega(S,\sigma,t)dx_1$$

Para a volatilidade tem-se que o processo de difusão será dado por:

(1.3)
$$d\sigma(t) = p(S,\sigma,t)dt + q(S,\sigma,t)dx_2$$

onde x_1 e x_2 são variáveis aleatórias cuja correlação é determinada por ρ.

Portanto, o preço da opção é função de três variáveis $V(S,\sigma,t)$. A escolha das funções $\nu(S,\sigma,t)$, $\omega(S,\sigma,t)$, $p(S,\sigma,t)$ e $q(S,\sigma,t)$, assim como o parâmetro ρ, deve ser feita de acordo com os dados de mercado.

Um exemplo de modelo de volatilidade estocástica foi desenvolvido por Heston (8). Heston determinou que $\sigma(t)$ tem reversão à média e segue as seguintes funções:

(1.4)
$$\nu(S,\sigma,t) = \mu(t)S(t)$$

(1.5)
$$\omega(S,\sigma,t) = \sqrt{\sigma(t)S(t)}$$

(1.6)
$$p(S,\sigma,t) = -\lambda(\sigma(t) - \bar{\sigma}(t))$$

(1.7)
$$q(S,\sigma,t) = \eta\sqrt{\sigma(t)}$$

O parâmetro $\lambda > 0$ significa rápida reversão à média. O parâmetro $\bar{\sigma}(t)$ denota a média de longo prazo e η é a volatilidade da volatilidade, parâmetro responsável por incorporar o sorriso da volatilidade ao processo. Um grande ponto positivo é o fato do modelo de Heston ter uma fórmula fechada para opções. Uma aplicação deste modelo ao mercado de moedas no Brasil pode ser encontrada em Nóbrega da Costa (9).

Entre os vários trabalhos sobre volatilidade estocástica, pode-se destacar: os trabalhos de Eisenberg e Jarrow (10), Hull-White (11) e Stein and Stein (12). Merecem ainda destaque os modelos para taxa de juros estocástica de Derman and Kani (13) e Heath-Jarrow-Morton(14) com o Modelo HJM.

Mais recentemente, Hagan, Kumar, Lesniewski e Woodward (15) desenvolveram o Modelo SABR, também conhecido como $\alpha\beta\rho$. O modelo tem sido foco de recentes debates acadêmicos e a sua utilização no mercado financeiro é crescente a cada dia, principalmente no apreçamento de opções sobre Futuros.

O modelo SABR determina que o processo de difusão do ativo-objeto F e da sua volatilidade α é dado pelas seguintes equações:

(1.8) $$dF = \alpha F^{\beta} dx_1$$

(1.9) $$d\alpha = v\alpha dx_2$$

Sendo que o *forward* F e a volatilidade α (que é uma função da volatilidade *at-the-money*) são correlacionados e iguais a:

(1.10) $$dx_1 dx_2 = \rho dt.$$

1.5 Objetivo

O objetivo deste trabalho é descrever o modelo SABR, estimando os parâmetros para o caso brasileiro de opções de moedas, especificamente para as opções de Reais por Dólar.

Inicialmente será apresentado o SABR e as suas vantagens no apreçamento de opções de moedas. Nos capítulos seguintes, será discutido o significado de cada parâmetro do SABR e a maneira como podem ser estimados a partir dos dados de mercado. Será feita, ainda, uma análise dos resultados obtidos e da sua aderência ao mercado brasileiro. Afim de comprovar que os resultados obtidos através das otimizações são resultados consistentes, foi utilizado um outro algoritmo conhecido como Algoritmo Genético.

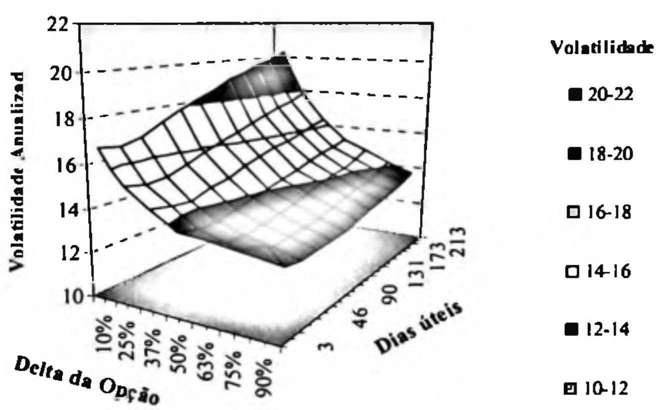
Por fim, nas conclusões, será esclarecido os pontos positivos e as restrições para a utilização deste modelo, bem como quais devem ser os possíveis caminhos a serem seguidos pelos próximos trabalhos sobre o mesmo tema.

2 O MODELO SABR

O modelo estocástico $\alpha\beta\rho$, popularmente conhecido com SABR, foi apresentado à comunidade acadêmica recentemente, em 2002, e a sua utilização tem crescido rapidamente nos principais mercados financeiros mundiais, como o mercado de juros americano e de moedas ao redor do globo. Em linhas gerais, podemos dizer que a grande vantagem deste modelo é a possibilidade de incorporar ao preço da opção, a inclinação da curva de volatilidade e o sorriso da volatilidade. Além disso, o modelo é computacionalmente simples para ser trabalhado no dia-a-dia uma vez que apresenta fórmula fechada para a volatilidade e o apreçamento da opção é feito mediante a aplicação da fórmula de Black, que é amplamente conhecida.

O modelo SABR permite que as opções sejam precificadas de forma consistente, para diversos *Strikes*, permitindo assim que o *Hedge* das opções seja feito de forma adequada. A fórmula encontrada pelos autores do modelo, permite identificar de forma clara os parâmetros responsáveis por vários movimentos comuns no mercado de opções, como a inclinação da curva de volatilidade e o sorriso da volatilidade. Além disso, é possível derivar medidas de risco até pouco tempo não utilizadas, como o Vanna e o Volga. Estas duas medidas são de extrema importância para o controle de uma carteira de opções, principalmente, em mercados que a volatilidade é bastante alta, como é o caso do mercado brasileiro de opções de moeda ou de índice BOVESPA. O gráfico abaixo demonstra o perfil de volatilidade e a inclinação da curva de volatilidade para o mercado de opções de dólar no Brasil.

Figura 2.a – Curva de volatilidade para Real/ USD em 27/04/2005



2.1 Fórmulas do modelo SABR

O SABR é um modelo estocástico de dois fatores onde o preço do ativo-objeto F (taxa futura) e a volatilidade α seguem às seguintes propriedades estocásticas:

(1.8) $$dF = \alpha F^{\beta} dx_1$$

(1.9) $$d\alpha = \upsilon \alpha dx_2$$

Sendo o *forward* F e a volatilidade α correlacionados e igual a:

(1.1.1) $$dx_1 dx_2 = \rho dt.$$

Através das expressões acima e utilizando cálculo estocástico, os autores derivaram uma fórmula fechada que relaciona os diversos parâmetros do modelo SABR com os dados de mercado. A derivação completa da fórmula pode ser encontrada no Apêndice A do artigo original e não será apresentada aqui.

Segundo o modelo SABR, podemos definir $\sigma_{SABR}(f,K)$ como sendo:

(2.0) $$\sigma(f,K) = \frac{\alpha\left\{1+\left[\frac{(1-\beta)^2}{24}\frac{\alpha^2}{(fK)^{1-\beta}}+\frac{1}{4}\frac{\rho\beta\upsilon\alpha}{(fK)^{(1-\beta)/2}}+\frac{2-3\rho^2}{24}\upsilon^2\right]t\right\}}{(fK)^{(1-\beta)/2}\left[1+\frac{(1-\beta)^2}{24}\log^2 f/K+\frac{(1-\beta)^4}{1920}\log^4 f/K\right]}\frac{(z)}{x(z)}$$

onde:

(2.1) $$z = \frac{\upsilon}{\alpha}(fK)^{(1-\beta)/2}\log\frac{f}{K}$$

(2.2) $$x(z) = \log\left(\frac{\sqrt{1-2\rho z+z^2}+z-\rho}{1-\rho}\right)$$

Os fatores F e α são estocásticos, diferentemente dos parâmetros β, ρ, ν que devem ser estimados. A volatilidade α não é diretamente observável no mercado, porém, existe uma relação direta deste parâmetro com a volatilidade do modelo de Black. Sendo assim, os autores do artigo sugerem que o parâmetro α seja estimado com as demais variáveis do modelo, mantendo-se a volatilidade do modelo de Black (mais facilmente observável) como o termo estocástico da volatilidade.

A fórmula para estimar $\sigma_{(f,K)}$ tem a capacidade de incorporar, tanto a dinâmica do sorriso da volatilidade, quanto a inclinação da curva de volatilidade. Para o caso especial das opções *at-the-money*, onde $K = f$, tem-se a fórmula reduzida. A partir da fórmula reduzida é possível calibrar o modelo com *Strikes* relativos ao invés de Strikes absolutos, de modo que os cálculos possam ser feitos de forma muito mais simplificada. A expressão reduzida é igual a:

$$\sigma(f,f) = \frac{\alpha\left\{1+\left[\frac{(1-\beta)^2}{24}\frac{\alpha^2}{(f)^{2-2\beta}}+\frac{1}{4}\frac{\rho\beta\upsilon\alpha}{(f)^{(1-\beta)}}+\frac{2-3\rho^2}{24}\upsilon^2\right]t\right\}}{(f)^{(1-\beta)}} \tag{2.3}$$

Para efeito de nomenclatura, a volatilidade $\sigma_{(f,K)}$ será chamada de σ_{SABR}.

2.2 Os parâmetros do SABR

Para o perfeito entendimento do modelo SABR, faz-se necessário entender o significado dos principais parâmetros do modelo. São eles:

2.2.1 O parâmetro Beta (β)

O parâmetro β determina a relação entre a taxa futura do ativo-objeto e a volatilidade *at-the-money* (opções cujo *Strike* é igual à taxa *forward*). Quando o β é aproximadamente 1, indica que a volatilidade move-se horizontalmente com as mudanças de mercado, ou seja, tem-se uma volatilidade que não é afetada de forma significativa com as mudanças do mercado. O β menor do 1, indica que a volatilidade move-se na direção contrária às mudanças do mercado.

Desta forma, quando o preço do ativo-objeto decresce, a volatilidade cresce e vice-versa. Quanto mais próximo de zero β estiver, mais significante será a mudança na volatilidade na direção contrária a mudança do ativo objeto no mercado. Este é um movimento muito comum no mercado de bolsa de valores e de opções sobre títulos. No mercado de bolsa, quando o índice futuro cai significativamente, o prêmio de risco pedido para os novos negócios neste mercado aumenta, elevando assim a volatilidade. O mesmo movimento ocorre no mercado de títulos de renda fixa, um aumento da taxa de juros faz com que o preço do título caia, porém, normalmente, aumenta o prêmio de risco para os novos negócios e consequentemente cresce a volatilidade.

O parâmetro β pode ser superior a 1, quando mudanças no ativo-objeto causam mudanças na mesma direção na volatilidade. Por exemplo, no mercado brasileiro de opções de moeda, a volatilidade normalmente é baixa quando o ativo-objeto, taxa futura de câmbio Real/Dólar, se aprecia, ou seja, quando o Real fica mais forte.

Segundo os autores do artigo, $\beta = 1$ representa uma distribuição de probabilidade lognormal. $\beta = 0$ implica em uma distribuição normal. O $\beta = 0.5$ é aplicável a modelos de taxa de juros, como é o caso do modelo CIR - Cox & Ingersoll & Ross.

2.2.2 O parâmetro Alfa (α)

Embora muitas vezes este parâmetro seja confundido com a volatilidade at-the-money do modelo SABR, ele deve ser entendido como sendo uma relação entre a volatilidade do modelo SABR e o *forward*. Para prazos curtos de tempo, a volatilidade *at-the-money* do modelo SABR é aproximadamente igual a

(2.4) $$\sigma_{atm} = f^{(\beta-1)}\alpha$$

Como existe uma relação direta entre o alfa e a volatilidade *at-the-money*, os autores do artigo original sugerem ser preferível trabalhar com o vetor $(\sigma_{atm}, \beta, \rho, \upsilon)$ a trabalhar com os parâmetros originais $(\alpha, \beta, \rho, \upsilon)$, pois o parâmetro α será facilmente estimado a partir da inversão da fórmula original de σ_{SABR} ou através de um algoritmo simples. Como os demais parâmetros são relativamente estáveis ao longo do tempo, é sugerido encontrar um método mais simples possível para estimar o α algumas vezes ao dia.

2.2.3 O parâmetro Rho (ρ)

Este parâmetro corresponde à correlação do ativo-objeto (taxa *forward*) com a volatilidade do ativo-objeto. Este parâmetro é o principal responsável por captar, na fórmula de volatilidade, a inclinação da curva de volatilidade, o chamado *Skew* da curva. Muitas vezes o seu efeito é comparável com o parâmetro Beta. Pelo fato de ser uma correlação este termo está definido entre [-1, 1].

2.2.4 O parâmetro Vol-Vol (υ)

O parâmetro ν representa o padrão de mudança da volatilidade e pode ser descrito como sendo a volatilidade da volatilidade, ou o gama da volatilidade. Este parâmetro é o principal responsável por capturar o efeito chamado sorriso da volatilidade.

Os quatro parâmetros acima serão estimados para o mercado brasileiro de opções de dólar e para tanto serão utilizados os demais dados de mercado como: a taxa futura para os contratos de Real/Dólar da BM&F, a volatilidade *at-the-money* da taxa futura, bem como os *Strikes* e preços praticados pelo mercado de opções de dólar da BM&F.

As fórmulas (2.0) e (2.3) são o principal resultado do trabalho de Hagan, Kumar, Lesniewski e Woodward (15), e apesar de parecerem bem complexas, apenas envolvem relações elementares que, uma vez aplicadas e programadas no computador possibilitam, com o uso do modelo de Black, a rápida obtenção dos resultados do preço da opção.

2.3 As gregas no modelo SABR

Um dos pontos mais importantes para definir a eficiência de um modelo são as ferramentas para proteger os preços das opções. Dá-se o nome de Hedge a este evento. Para tanto é importante definir o que convencionou-se chamar de "gregas" ou medidas financeiras que quantificam os diversos riscos inerentes a uma opção. Segue abaixo uma rápida descrição dos riscos e suas fórmulas de cálculo para o modelo SABR:

2.3.1 Vega

Vega corresponde a quantidade de volatilidade que uma opção possui, dependendo do Strike a quantidade de Vega da opção muda. Em outras palavras o Vega mede quanto será o ganho ou a perda com a mudança na volatilidade do mercado. A expressão para o Vega será:

$$Vega = \frac{\partial BS}{\partial \sigma(f,K)} \frac{\sigma(f,K)}{\sigma(f,f)} \tag{2.5}$$

Onde $\partial BS = BS(f,K,\sigma(f,K),t)$ é a variação da fórmula de Black, $\sigma(f,K)$ é definido pela equação (2.0) e $\sigma(f,f)$ é definido por (2.3).

2.3.2 Delta

O Delta de uma opção mensura o quanto muda o preço da opção com mudanças no ativo-objeto. Para o SABR a expressão para o Delta pode ser definida como:

$$Delta = \frac{\partial BS}{\partial f} + \frac{\partial BS}{\partial \sigma(f,K)} \frac{\partial \sigma(f,K)}{\partial f} \tag{2.6}$$

Onde $\partial BS = BS(f,K,\sigma(f,K),t)$ é a variação da fórmula de Black, $\sigma(f,K)$ é definido pela equação (2.0) e ∂f é a variação da taxa forward, definido por (2.3).

2.3.3 Vanna e Volga

Estes dois riscos estão associados a mudanças no Skew e no Smile da curva. O Vanna quantifica qual a mudança no Delta da opção quando acontece uma mudança na volatilidade. O Volga corresponde a quanto muda o Vega com a mudança da volatilidade, o que muitos *traders* chamam de gamma da volatilidade. Estas medidas de risco são muito utilizadas para as opções de moedas e o *Hedge* é feito com opções "fora do dinheiro". A quantificação deste risco, no modelo SABR é possível de forma precisa utilizando os parâmetros Rho (ρ) e Volatilidade da Volatilidade (υ).

No Modelo SABR, o Vanna e o Volga são, respectivamente:

(2.7) $$Vanna = \frac{\partial BS}{\partial \rho} = \frac{\partial BS}{\partial \sigma(f,K)} \frac{\partial \sigma(f,K)}{\partial \rho}$$

(2.8) $$Volga = \frac{\partial BS}{\partial \upsilon} = \frac{\partial BS}{\partial \sigma(f,K)} \frac{\partial \sigma(f,K)}{\partial \upsilon}$$

No próximo capitulo será feita uma descrição do modelo de Black, bem como a especificação de sua fórmula e aplicação no modelo SABR.

3 O MODELO DE BLACK-SCHOLES

Valendo-se das hipóteses já apresentadas na introdução deste trabalho, será derivada a fórmula para precificar opções do tipo Européias para ações. Em seguida os resultados serão estendidos a outros ativos, como moedas e ativos futuros, modelos que ficaram conhecidos como Modelo de Black.

Seja o valor de um derivativo determinado por: V(S, t), onde:

- S é o preço do ativo-objeto
- t é o tempo até o vencimento

Seja uma carteira Π composta por uma posição comprada no derivativo V(S,t) e vendida em uma quantidade Δ (Delta) no ativo-objeto. Desta forma temos:

(3.1) $$\Pi = V(S,t) - \Delta S$$

Supondo que o ativo-objeto segue a distribuição lognormal determinada através do processo de Wiener, temos a seguinte equação diferencial:

(3.2) $$dS = \mu S dt + \sigma S dZ$$

onde μ é a taxa esperada de retorno do ativo-objeto (taxa contínua), σ é a volatilidade do preço do ativo-objeto, dZ é o movimento Browniano Geométrico e t é o tempo.

A variação infinitesimal da carteira Π ao longo do tempo, será dada por:

(3.3) $$d\Pi = dV - \Delta dS$$

Usando o Lema de Ito, pode-se demonstrar que a variação infinitesimal de dV é igual a:

(3.4) $$dV = \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial S}dS + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dt$$

Substituindo dV na expressão (3.1), tem-se que:

(3.5) $$d\Pi = \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial S}dS + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dt - \Delta dS$$

O próximo passo será eliminar o parâmetro Delta, substituindo-o por uma nova quantidade mais conveniente. Fazendo o $\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$, tem-se:

(3.6) $$d\Pi = \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial S}dS + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dt - \frac{\partial V}{\partial S}dS$$

Este passo também é conhecido como Delta *Hedge* na literatura e, da forma que foi definido, sugere que o Delta deve ser rebalanceado a cada movimento do termo aleatório S.

Cancelando o termo $\frac{\partial V}{\partial S}dS$ e colocando o dt em evidência, tem-se:

(3.7) $$d\Pi = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt$$

A expressão acima define como o valor da carteira Π muda ao longo do tempo. Como esta carteira não apresenta risco tem-se que, pelo critério de não arbitragem, o seu rendimento será sempre igual ao valor de Π carregado pela taxa de juros livre de risco, ou seja:

(3.8) $$d\Pi = r\Pi dt$$

Reescrevendo a fórmula (3.1) utilizando o novo valor do Delta, e substituindo-o na fórmula acima, tem-se:

(3.9) $$d\Pi = r\left(V - S\frac{\partial V}{\partial S}\right)dt$$

Porém, $d\Pi$ já foi definido como sendo $\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$, logo tem-se a seguinte igualdade:

(3.10) $$\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt = r\left(V - S\frac{\partial V}{\partial S}\right)dt$$

Finalmente, cancelando dt e rearranjando os termos da expressão, chega-se a equação diferencial de Black-Scholes:

(3.11) $$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

A equação diferencial acima é do tipo linear e bastante similar a outras equações diferenciais conhecidas, que demonstram outros eventos, como a que descreve a propagação do calor.

Utilizando como condição de contomo a informação de que o resultado financeiro de uma *Call* Européia, de *Strike* K com vencimento na data T, é igual a:

V(S,T) = max (S-K,0)

E o de uma *Put*:

V(S,T) = max (K-S,0)

A solução da equação diferencial de B-S para uma *Call* Européia, será dada por:

(3.12) $$SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2)$$

A solução da equação diferencial de B-S para uma *Put* Européia, será dada por:

(3.13) $$-SN(-d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(-d_2)$$

com:

(3.14) $$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S}{K}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

(3.15) $$d_2 = \frac{\log\left(\frac{S}{K}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

sendo:

- S = é a taxa à vista
- K = é o *Strike* da opção
- r = é a taxa de juros livre de risco da moeda local
- (T–t) = é o prazo até o vencimento da opção
- σ = é a volatilidade da taxa spot
- $N(d)$ = é a função de probabilidade acumulada de uma variável normal padronizada

3.1 O Modelo de Black

O modelo de Black (16), aplicado às opções de moedas, é uma extensão do modelo aplicado a ações. A derivação das equações diferenciais são muito similares ao modelo original de B-S e o modelo utilizado para moedas tem solução idêntica às opções de ações com dividendos, apenas substituindo a taxa de dividendos pela taxa de juros externa. A idéia principal é que o detentor das opções de moeda recebe a taxa de juros livre de risco da moeda externa (r_f), assim como o detentor das opções de bolsa recebe o dividendo da ação.

Desta forma, tem-se que a equação diferencial para as opções de moedas será igual a:

(3.16) $$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - r_f)S\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

a solução desta equação é dada por:

(3.17) $$Call\ c = Se^{-r_f(T-t)}N(d_1) - Ke^{-r\,(T-t)}N(d_2)$$

(3.18) $$Put\ p = Ke^{-r\,(T-t)}N(-d_2) - Se^{-r_f(T-t)}N(-d_1)$$

(3.19) $$d_{1,2} = \frac{\log\left(\frac{S}{K}\right) \pm (r - r_f \pm \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

Para encontrar a fórmula de precificação de futuros, considere que a taxa de câmbio futuro seja igual a:

(3.20) $$F = Se^{(r-r_f)(T-t)}$$

Dada a taxa futura e substituindo S por F tem-se que a equação diferencial para ativos sobre futuros é igual a:

(3.21) $$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 F^2 \frac{\partial^2 V}{\partial F^2} - rV = 0$$

E a solução desta equação será:

(3.22) $$Call\ c = e^{-r_f(T-t)}[FN(d_1) - KN(d_2)]$$

(3.23) $$Put\ p = e^{-r_f(T-t)}[FN(-d_2) - KN(-d_1)]$$

(3.24) $$d_{1,2} = \frac{\log\left(\frac{F}{K}\right) \pm (\frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

O modelo acima será utilizado para precificar as opções de moedas no Brasil utilizando a volatilidade calculada pelo modelo SABR. Ao invés de σ_{Black} iremos utilizar σ_{SABR} como dado de entrada em $d_{1,2}$.

Ao administrar uma carteira de opções, vários fatores de risco devem ser controlados, como por exemplo os efeitos sobre o preço da opção quando muda o ativo-objeto ou quando muda a volatilidade. A partir da fórmula de B-S é possível mensurar estes efeitos. Ao longo deste trabalho será bastante utilizado o conceito de Delta de uma opção, principalmente quando for feita a estimação do SABR, por isto é de extrema importância falar sobre o assunto novamente antes de prosseguir. Além disso, será apresentado o conceito de *Moneyness* e como ele se relaciona com o Delta.

3.2 Delta de uma opção

O Delta de uma opção no modelo de B-S pode ser definido como sendo uma medida de sensibilidade do preço da opção em relação à mudanças no preço do ativo-objeto.

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

Com o Delta, procura-se medir a velocidade que o preço da opção muda conforme a mudança do ativo-objeto. Pode-se trabalhar com o valor absoluto do Delta ou simplesmente o valor percentual. Por exemplo, uma opção com um Delta de 50% sofrerá uma mudança de 5 pontos no seu preço, quando o ativo-objeto mudar em 10 pontos.

Mensurando o valor do Delta de uma opção, fica possível fazer a proteção da mesma contra variações do ativo-objeto, diminuindo assim o risco de variações de preços. Isto é feito a partir de posições vendidas ou compradas no ativo-objeto, na proporção determinada pelo Delta. A esta rotina dá-se o nome de Delta *Hedge*. Devido ao fato das mudanças do Delta não ocorrerem de forma linear, existe necessidade de rebalancear constantemente este portfólio.

As opções negociadas na BM&F são, normalmente, feitas com o Delta *Hedge* em conjunto. Desta forma, ao adquirir uma opção de compra de dólares, por convenção é feita uma venda de dólares no mesmo momento e na proporção do Delta. Na estimação do Modelo SABR, serão utilizados como dados de entrada as opções de compra, na sua grande maioria, com o Delta igual a 25%, 50% e 75%.

3.3 O conceito de Moneyness

No mercado de opções, dá-se o nome de Moneyness à medida que mensura a posição do Strike de uma opção em relação ao ativo-objeto. Em outras palavras, Moneyness mede a possibilidade de um derivativo terminar com um ajuste positivo. Uma *Call* pode ser definida no dinheiro ou *in-the-money* (ITM) se o preço do ativo-objeto estiver acima do *Strike*. Quando isto ocorre, diz-se que esta opção tem valor intrínseco positivo, ou seja, o detentor da opção poderá comprar o ativo-objeto pelo valor do *Strike* e vendê-lo imediatamente no mercado, realizando assim um ganho financeiro.

Quando o *Strike* da opção for igual ao preço do ativo-objeto, diz-se que a opção é *at-the-money* (ATM). Neste caso, a probabilidade dessa opção dar exercício é de aproximadamente 50%. A maioria dos negócios efetivados no mercado de opções é realizada utilizando esta categoria de opções. Os motivos são diversos, mas vale destaque o fato da volatilidade histórica do ativo-objeto ser mensurável existindo assim um nível de referência para as opções *at-the-money*. No entanto, como a formação de preço do ativo-objeto se dá de forma aleatória, a volatilidade histórica nem sempre será uma boa referência para a volatilidade corrente.

Chama-se de *out-of-the-money (OTM) ou fora do dinheiro,* as opções que não possuem valor intrínseco. Neste caso a probabilidade de serem exercidas é menor que uma opção *in-the-money* e de uma opção *at-the-money*. Para uma opção de compra o Strike está acima do ativo-objeto, para as opções de venda o Strike está abaixo do ativo-objeto. Opções *fora do dinheiro* são muitas vezes alvos de especuladores, uma vez que o baixo preço pago por elas pode render um grande lucro no caso de uma aposta correta sobre o movimento futuro do ativo-objeto.

Vale a pena notar que quando uma opção de compra (Call) está *in-the-money* uma opção de venda (Put) de mesmo Strike estará *out-of-the-money*, e vice-verso. Para as opções *at-the-money* o Strike da Call e da Put são iguais.

3.4 A relação Delta das opções e Moneyness

A relação dos Deltas das opções e o *Moneyness* é bastante direta. As opções *in-the-money* possuem Deltas maiores de 50%, consequentemente possuem valor intrínseco positivo e custam mais que as opções *at-the-money*. As opções cujos Deltas são menores que 50% são consideradas *out-of-the-money* e, como não possuem valor intrínseco, são mais baratas.

No mercado de opções de Real/ Dólar as opções de *Strikes* altos (*Calls out-of-the-money* e *Puts in-the-money*) são negociadas com volatilidades superiores às opções de *Strikes* baixos (*Calls in-the-money* e *Puts out-of-the-money*). O tamanho dessa diferença entre Strikes altos e baixos cresce, quanto mais volátil o ativo-objeto estiver no caso das opções de Real/ Dólar. Entre os vários motivos que explicam este fenômeno merecem destaque uma explicação prática e outra mais teórica. A prática diz respeito a dinâmica da volatilidade *at-the-money* no decorrer da vida de uma opção. Como o preço de uma opção é função, entre outros componentes, da volatilidade do ativo-objeto, o preço ao longo da vida da opção pode sofrer grandes mudanças decorrente de um aumento ou queda da volatilidade. Ao lançar uma opção de compra *out-of-the-money* o vendedor está usando um nível corrente de volatilidade, no entanto, caso o ativo-objeto se mova na direção do Strike, possivelmente a volatilidade *at-the-money* terá subido. Sendo assim ao lançar uma opção *out-of-the-money* o vendedor já embute hoje um prêmio sobre o preço *at-the-money* por precaução. Em 2002 a volatilidade *at-the-money* do Real/ Dólar saiu de 14% aproximadamente no início do ano para atingir 30% em pouco mais de 6 meses!.

Uma segunda explicação mais técnica tem haver com a opcionalidade das opções. O preço de uma Call *out-of-the-money* sofre uma variação menor quando a volatilidade muda que o preço de uma opção *at-the-money*. Porém a medida que o ativo-objeto move-se em direção do Strike OTM esta opção começa entrar no dinheiro e o seu preço muda mais rapidamente com as mudanças da volatilidade. No entanto, seguindo o exemplo prático, isto dificilmente ocorre de forma linear e calma, o lançador da opção estará com uma exposição maior que a inicial à volatilidade e a um nível de volatilidade muito mais alto. Este é apenas um exemplo da opcionalidade sobre a volatilidade, mas outros fatores também devem ser considerados, como por exemplo a exposição às mudanças do ativo-objeto ou à mudanças no juros. Por este motivo medidas de risco como as "Gregas" são de extrema importância para gerenciar um portfólio.

4 O MERCADO DE OPÇÕES DE REAIS POR DÓLARES

O mercado de opções de moeda no Brasil, quando comparado a outros países, pode ser considerado como um mercado em amadurecimento. Podemos definir um mercado como amadurecido quando ele apresenta uma combinação entre grande liquidez nas estruturas mais tradicionais (Plain Vanillas - opções européias e americanas), prazos suficientemente longos e um mercado secundário de opções exóticas. Um exemplo é o mercado de Euro/Dólar, no qual as diferenças entre os preços de compra e de venda são bem justas, existe liquidez até o prazo de cinco anos e é possível, em algumas estruturas no mercado de balcão, conseguir liquidez para até 20 anos. Além disso, praticamente todas as opções consideradas exóticas podem ser cotadas através de corretoras, com um grande número de bancos participando deste mercado.

Entre as moedas com maior volume negociado no mercado de opções, podemos destacar o Dólar, o Euro, o Yen, a Libra e o Franco Suíço. Entre os países em desenvolvimento, várias moedas do Leste Europeu e da Ásia apresentam grande liquidez. Na América Latina, apenas as opções denominadas em Peso mexicano apresentam prazos maiores e maior volume diário negociado que as opções em moeda brasileira.

O mercado brasileiro de opções de moeda pode ser dividido entre: o mercado local (BM&F - Bolsa de Mercadoria e Futuros e a CETIP - Câmara de Custódia e Liquidação) e o mercado externo, que são as opções de Dólar/Real negociadas em outros países e registradas no mercado de balcão, ou seja, não passam por uma câmara de liquidação ou bolsa de valores. O mercado externo de opções Dólar/Real, por não estar sujeito a grandes restrições operacionais e questões tributárias, tem se desenvolvido mais rapidamente que o mercado local possibilitando, inclusive, a existência de um mercado secundário para as opções exóticas denominadas em Real.

No mercado externo, é muito comum negociar as opções através de estruturas como *Stradles (combinação de Calls e Puts),* procura-se assim negociar apenas a volatilidade do ativo-objeto e não posições direcionais. No mercado local isto também ocorre, todavia, é mais comum negociar a opção somada ao dólar futuro na quantidade do delta da opção negociada. Desta forma, tem-se um efeito similar ao que ocorre no mercado externo.

Atualmente, o mercado local negocia na BM&F, aproximadamente USD 2 bilhões em opções de Real/Dólar. Esta liquidez tem crescido rapidamente e, a partir do início do ano 2005, a BM&F passou a oferecer as opções para prazos mais longos, de até 18 meses.

Por questões de legislação, no mercado local os instrumentos de derivativos, precisam ser registrados em uma câmara de liquidação ou bolsa de valores. Na BM&F, as opções podem ser do tipo Listadas, Flexíveis ou Contratos de Volatilidade de Câmbio (VTC). São consideradas opções Listadas aquelas que seguem um padrão de negócios preestabelecido pela BM&F e são muito utilizadas pelas instituições financeiras. Nessas opções, a BM&F estabelece os *Strikes* que podem ser negociados, os prazos de vencimento e o tipo de opção, que pode ser Européia ou Americana. As opções Flexíveis, como o próprio nome diz, não seguem um padrão preestabelecido. Pode-se registrar qualquer *Strike* ou prazo com elas, e por este motivo são muito mais utilizadas pelas empresas que procuram proteção cambial de acordo com as datas de suas obrigações comerciais. Recentemente, a Cetip passou a oferecer contratos de opções nos moldes dos oferecidos pela BM&F.

As opções registradas na CETIP, por questões tributárias, tomaram forma de *swaps*, os conhecidos *swaps* com cláusula de arrependimento. Basicamente, ao se registrar uma operação de compra de Call de dólar na CETIP, define-se o *Strike* que foi negociado por meio de um swap, cujo detentor da opção está ativo em moeda externa e passivo a uma taxa de juros local. A única diferença entre este e um *swap* normal é que a ele se inclui uma cláusula de arrependimento para replicar o efeito que ocorre com uma opção tradicional. Por exemplo, no caso de uma opção de compra, o swap não terá ajustes financeiros no vencimento quando a taxa de câmbio de liquidação for inferior ao Strike negociado na opção.

Por fim, vale citar que, embora a grande maioria das opções negociadas no Brasil seja de Reais/ dólar, alguns bancos oferecem contratos em Euro/Reais e até mesmo Franco Suíço contra Reais. As opções que iremos abordar neste trabalho são as opções do tipo Européias e que têm como ativo-objeto o dólar futuro de um prazo determinado.

4.1 O Contrato de Volatilidade de Câmbio - VTC

A BM&F também permite que sejam registradas as opções de moedas Real/Dólar como Contrato de Volatilidade de câmbio (VTC).

O VTC foi recentemente criado pela BM&F para atender a necessidade de um leilão diário entre os diversos participantes do mercado. A grande diferença entre o VTC e uma opção Listada é que no VTC além de adquirir a opção, a contraparte faz também, automaticamente, um contrato de Dólar futuro na proporção do Delta hedge estabelecido pela BM&F no momento da apregoação do leilão. Portanto, no leilão do VTC, a bolsa estabelece qual a opção a ser negociada (se *Call* ou *Put*), o *Strike* da opção, o vencimento do contrato (sempre no primeiro dia útil de cada mês), qual o Delta da opção e qual o dólar futuro fixado. As opções são sempre do tipo Européias no VTC – só podem ser exercidas no vencimento -, e o volume padrão é de 100 lotes, ou seja, USD 5 milhões uma vez que cada lote é equivalente a USD 50 mil. As cotações das opções são feitas em Reais/1000 USD.

No VTC as apregoações ocorrem em esquema de leilão e os participantes do mercado fazem suas apregoações por meio de corretoras que, autorizadas pela BM&F, operam no pregão. Para os contratos com vencimento mais recentes, a BM&F procura pedir preços para as opções *at-the-money*, opções de 25 Delta e de 75 Delta, possibilitando assim, a partir dos Deltas, o mapeamento da inclinação da curva de volatilidade.

Em relação aos negócios fechados ao longo de um dia, podemos dividir o mercado em duas partes: a primeira compreende ao próprio VTC e a segunda são os negócios fechados após VTC nos balcões das corretoras associadas a BM&F. Os contratos realizados após o leilão matinal são registrados, na maioria das vezes, como contratos de opções Listadas. Chama-se isto de mercado de balcão, o que, muitas vezes é menos transparente que o VTC.

Levando em consideração a característica de maior transparência do leilão matinal, quando comparado aos negócios de balcão, este trabalho irá utilizar-se das apregoações do VTC como fonte de dados para estimar os parâmetros do modelo SABR.

5 OS DADOS UTILIZADOS NA CALIBRAGEM DO MODELO E O TRATAMENTO DADO ÀS CURVAS

As informações utilizadas no processo de estimação do modelo SABR para o mercado brasileiro foram retiradas das apregoações diárias de vários mercados e compreendem o período de 02 de Fevereiro de 2005 a 30 de Junho de 2005.

Serão utilizadas neste trabalho as seguintes séries de mercado:

- *Strikes* negociados para cada mês no VTC
- Taxa de Câmbio Futura travada para o seu respectivo mês no VTC
- Preço de compra e venda apregoado no VTC
- Taxa de juros, base 252 exponencial, para cada dia de vencimento do VTC
- Série de Taxa de Câmbio Futura de fechamento para os dias em análise
- Série de volatilidade *at-the-money* de fechamento diário

5.1 Os dados de mercado

Para as curvas de câmbio futuro foram utilizados os dados de fechamento diário da BM&F para cada vencimento. Para a volatilidade *at-the-money,* foi utilizado os dados da coleta diária feita pela agência de informações Reuters com os diversos agentes do mercado (Bancos, Corretoras e Empresas).

Vale destacar que em diversas vezes ao longo do trabalho é citado Contratos Futuros de Câmbio e Taxa Forward de Câmbio. Apesar de apresentarem valores idênticos no mercado, estes instrumentos têm características diferentes e, portanto, riscos diferentes em especial o risco de taxa de juros. Porém, por conveniência, neste trabalho ao se falar Forward ou Taxa de Câmbio futura será considerado o mesmo produto.

Para os preços de mercado, vamos utilizar os preços das opções negociadas no leilão (VTC) da BM&F que ocorre todos os dias a partir das 10 horas da manhã. Neste VTC, também chamado de "*call*", o mercado negocia para vários vencimentos os preços das opções (*Call* e *Put*) de diferentes Strikes. A escolha pelo uso dos dados do VTC ao invés das opções Listadas negociadas ao longo do dia, como já foi dito, se justifica pelo preço justo fixado no leilão, uma vez que conta com a participação de vários membros do mercado. Além disso, no VTC são negociados vários *Strikes* como os *Strikes*, 25 Delta *Call* e 75 Delta *Call*. Desta forma, tem-se uma série de dados que contém o *Strike*, o câmbio futuro, o vencimento e a taxa de juros, além dos preços de compra e venda para cada opção. Será considerado como o preço de mercado o preço que tiver, efetivamente, gerado negócio durante o leilão ou, no caso de não ter havido fechamento de negócio, será considerada a média entre o último preço de compra e o último preço de venda.

A partir dos dados do VTC será estimada a volatilidade implícita negociada, utilizando-se o método de estimação de Newton-Raphson. Esta volatilidade será utilizada para estimar os parâmetros do modelo SABR valendo-se de um método de minimização.

Segue abaixo uma rápida descrição dos componentes de mercado e das convenções adotadas para cada um deles:

5.1.1 Strikes negociados para cada mês no VTC

Define-se por *Strike* o preço de exercício da opção. Uma opção de compra Européia sempre será exercida, quando no vencimento, o preço do ativo-objeto estiver acima do preço de exercício. Já uma opção de venda, sempre será exercida quando o preço do ativo-objeto estiver abaixo do preço de exercício. A BM&F disponibiliza para cada mês quais são os *Strikes* que poderão ser negociados no VTC. A medida que o ativo-objeto muda, a BM&F vai recalculando quais são os novos Strikes, definindo o novo *Strike at-the-money* e os Strikes equivalentes aos 25 e 75 Delta. Em meses de muita volatilidade é possível encontrar mais de 20 séries de *Strikes* em aberto.

O limite de Strikes passíveis de serem negociados para um único mês é de 25 *Strikes* para as *Calls* e de 25 *Strikes* para as *Puts*.

5.1.2 Taxa de câmbio futura travada no VTC

No Brasil, ao se negociar as opções, seja no VTC ou no mercado de balcão, tem-se por convenção travar o *Strike* e o preço da taxa futura de câmbio (ativo-objeto) para o respectivo mês negociado. A operação precisa ser feita na quantidade Δ de taxa futura de câmbio, sendo Δ equivalente ao Delta das opções.

5.1.3 Preço de compra e venda apregoado no VTC

O preço das opções de Dólar no Brasil, por convenção, é definido em Reais/USD 1000. Ao adquirir uma opção qualquer, o prêmio a ser pago será determinado pela quantidade de opções negociadas multiplicada pelo prêmio em Reais/USD 1000. No mercado externo é comum negociar um percentual do montante, o que seria equivalente ao caso brasileiro se multiplicarmos o percentual do montante pela taxa de câmbio à vista. Os preços das opções na BM&F, na maioria das vezes, são definidos por meio do leilão do VTC ou dos chamados *spreads*. Chama-se de *spread* a ação dos agentes no sentido de definirem preços de compra e venda a partir de apregoações nas corretoras. Também é comum serem fechadas operações diretamente nas mesas de operação dos bancos. Normalmente, o cliente final do banco é uma empresa ou outras instituições financeiras que o procuram para fazerem negócios diretamente sem correr riscos no sistema de *spread* das corretoras.

5.1.4 Taxa de juros, base 252 exponencial, para cada dia de vencimento do VTC.

Para estimar a volatilidade implícita de cada contrato de VTC será utilizada a taxa de juros pré-fixada em Reais vigente no momento do VTC e calculada a partir dos contratos futuros de taxa de juros negociados na BM&F. Por convenção, estes contratos são negociados na base 252 de dias e a taxa de juros é capitalizada de forma exponencial.

5.1.5 Série de taxa futura de câmbio de fechamento

A taxa futura de câmbio é o ativo-objeto deste trabalho. O modelo SABR está sendo estimado para calcular a volatilidade sobre este ativo e o modelo adotado para o apreçamento é o modelo de Black, que é utilizado para precificar opções sobre Futuros. A fim de estimar os parâmetros do SABR baseados em dados históricos, será utilizada a série de contratos negociados na BM&F. Os dados serão diários e de fechamento do mercado. É importante não confundir a taxa de câmbio utilizada no leilão do VTC com a taxa de câmbio de fechamento diária. A taxa de câmbio de fechamento é uma série longa com os preços diários de um único horário, ou seja, do final do dia. Esta série tem como objetivo padronizar o horário e utilizar critérios próximos aos usados para a volatilidade *at-the-money*.

5.1.6 Série de volatilidade *at-the-money* de fechamento diário

Outro parâmetro que será de extrema importância para estimar o SABR é a série de volatilidade *at-the-money*. A fonte para a série de volatilidade será a base de dados da agência Reuters, que vende este serviço aos bancos. A convenção da volatilidade a ser utilizada neste trabalho será anualizada por dias úteis. Os bancos informam para a Reuters, diariamente, qual a taxa da volatilidade *at-the-money* para cada prazo que estão utilizando. Eles fazem este cálculo com base nos preços negociados no mercado e suas próprias expectativas. A coleta conta com mais de dez contribuintes e a Reuters faz o cálculo de uma taxa média, evitando assim manipulações das taxas. A fim de obter uma taxa independente da taxa utilizada pelos operadores de tesouraria, as áreas de risco dos bancos contratam a Reuters para ter acesso à taxa média. Podemos discutir alguns problemas metodológicos da média da volatilidade, como por exemplo, a utilização da volatilidade padrão dias corridos por alguns bancos, e a volatilidade do tipo dia útil que é utilizada por outros. Todavia, apesar de alguns problemas metodológicos, a Reuters oferece informações diárias e independentes.

A utilização da série da Reuters, ao invés da volatilidade implícita se dará exatamente pelo mesmo motivo de utilizar a série de Futuros de fechamento, a padronização da informação. A série da Reuters garante que as informações foram coletadas no mesmo horário e que seguem o mesmo critério de cálculo.

6 ESTIMANDO O MODELO PARA O MERCADO BRASILEIRO

A fim de estimarmos o modelo SABR para o mercado brasileiro, será necessário estimar a volatilidade negociada nos leilões de VTC e os parâmetros originais $(\alpha, \beta, \rho, \nu)$. Segue abaixo como será feita a estimação destes parâmetros, e no próximo capítulo será apresentado o resultado para o caso brasileiro.

A estimação dos parâmetros SABR para o mercado brasileiro será feita seguindo o trabalho original de (Hagan, Kumar, Leniewski & Woodward 2002) e de West 2004 (17), que estimou o SABR para o mercado de derivativos de bolsa na África do Sul.

6.1 Estimando a volatilidade implícita (σ_{impl}) negociada no VTC

As volatilidades implícitas praticadas pelo mercado de opções foram estimadas a partir dos dados do leilão da BM&F para as opções de dólar – VTC – e utilizando-se o método Newton-Raphson de estimação.

Podemos descrever o método Newton-Raphson da seguinte forma:

Para uma função $f(x)$ cujas raízes se quer determinar com uma precisão menor ou igual a um certo valor dado, será utilizado um processo que consiste em usar como solução aproximada o ponto x, determinado pela tangente entre uma reta qualquer à curva $f(x)$. Desta forma encontra-se a raiz x, da equação $f(x)$=0, onde $f(x)$ é uma função contínua numa vizinhança da raiz procurada. A idéia por trás do Método de Newton-Raphson é que a reta tangente fica mais próxima da curva a cada momento; assim o intercepto x_1, x_2, está próximo do intercepto X original da curva, isto é, a raiz que está sendo procurada. A fórmula para x_2 em função de x_1 é:

(6.1) $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

onde $n=1$. Repetindo o processo acima para $n=2,3,4,...$ será obtida uma seqüência de aproximações x_2, x_3, x_4. Se os números x_n ficam cada vez mais próximos da raiz à medida que n cresce, diz-se que a seqüência converge para a raiz.

No caso do processo de estimação do modelo SABR, foi estabelecido o $f(x)$ igual à diferença entre o preço da opção, que foi calculado usando o modelo de Black, e o preço efetivo da opção no mercado. Em suma, o algoritmo calcula por meio do processo descrito acima, qual deveria ser a volatilidade a fim de fazer com que o preço no modelo de Black seja o mais próximo do preço efetivamente praticado pelo mercado. A esta volatilidade dá-se o nome de volatilidade implícita σ_{impl}.

No processo de estimação do modelo SABR, será calculada a volatilidade implícita dos negócios apregoados no VTC, que será utilizada para estimar os demais parâmetros.

6.2 Estimando o parâmetro Beta

Segundo (Hagan, Kumar, Leniewski & Woodward 2002) o parâmetro Beta não deve ser estimado juntamente com os demais parâmetros. Isso porque existe a possibilidade do modelo aderir às imperfeições do mercado: "this fitting procedure can be quite noisy", escreveram os autores. Por isso, eles sugerem duas alternativas para determinar este parâmetro: a primeira consiste em fixar alguns possíveis valores para o parâmetro β. A segunda implica em estimar este parâmetro a partir de um processo de regressão linear simples utilizando a série de Dólar Futuro e a série de Volatilidade *at-the-money*. A escolha do melhor Beta deve ser feita a partir dos resultados que melhor aderirem aos dados de mercado, porém, segundo os autores, diferentes valores para o Beta não mudam de forma significativa a aderência do modelo, isto porque o seu efeito é muito parecido com o efeito apresentado pelo parâmetro ρ (correlação), que tende a mudar de forma a compensar as mudanças no parâmetro Beta (veja tabela 7.1 e 7.2).

Em relação aos valores já conhecidos, os autores sugerem que o Beta pode ser fixado igual a 0, 0.5 ou igual a 1. Segundo (Hagan, Kumar, Leniewski & Woodward 2002), Beta igual a 1 representa uma distribuição lognormal mais comumente utilizada em modelos de opções.

Beta igual a 0 representa modelos com distribuição normal. Beta igual a 0.5 é mais comum em modelos como o CIR (Cox, Ingersoll & Ross Model) e mais utilizado em derivativos de juros. O parâmetro Beta exprime a relação entre a volatilidade e o ativo-objeto. No caso do ativo-objeto mover-se na direção contrária à sua volatilidade, têm-se Betas menores que 1, quando o ativo-objeto se move na mesma direção que a de sua volatilidade o Beta é maior que 1, e, por fim, o Beta é igual a 1 quando a volatilidade mantém certo padrão de estabilidade.

O segundo modo de estimar o Beta é por meio de uma regressão. Ela é feita aplicando-se o logaritmo na equação de volatilidade do modelo SABR, com o *Strike* igual ao *Forward* (fórmula 2.3). Daí tem-se que:

(6.2)

$$\log\sigma(F) = \log\alpha - (1-\beta)\log F + \log\{1 + [\frac{(1-\beta)^2}{24}\frac{\alpha^2}{(f)^{2-2\beta}} + \frac{1}{4}\frac{\rho\beta\upsilon\alpha}{(f)^{(1-\beta)}} + \frac{2-3\rho^2}{24}\upsilon^2]t\}$$

Os autores sugerem desprezar todo o terceiro termo da expressão e, portanto, para efeito de cálculo do Beta, utilizar apenas a equação reduzida a seguir:

(6.3) $$\log\sigma(F) = \log\alpha - (1-\beta)\log F$$

Desta forma, o Beta será determinado a partir do método dos mínimos quadrados, onde $\log(F)$ é a variável independente e $\log\sigma(F)$ é a variável a ser explicada. O termo Beta será dado pelo coeficiente angular θ da reta em análise. Como θ será igual a $-(1-\beta)$, o Beta será, portanto, o coeficiente encontrado na regressão adicionado de 1. Com isto o componente α, que corresponde ao intercepto da equação acima, apesar de estimado na regressão, não terá nenhuma influência para a determinação do Beta.

Logicamente a estimação do parâmetro β depende do prazo que a análise é feita. Séries de dados muito longas trariam contribuições menores para os dados recentes e, neste caso, (WEST 2004) sugere que seja usado um processo de regressão ponderada (Exponentially Weighted Moving Average). No caso da estimação para o Brasil, não foi feita a ponderação devido as séries de dados utilizadas serem de curto prazo, não mais de um semestre de dados.

No trabalho para a África do Sul, (West 2004) considerou séries longas, com mais de dois anos de observações.

Será estimado, com a aplicação da metodologia acima, um Beta β para cada mês, utilizando a função Polyfit do Matlab. Esta função utiliza o Método dos Mínimos Quadrados para encontrar o coeficiente de um polinômio, sendo que o polinômio pode ser de qualquer ordem. Os dados de entrada são os logaritmos na base 10, tanto da série da volatilidade da taxa futura de câmbio, quanto da própria taxa futura de câmbio. A função a ser estimada é do tipo $(\log_{10} y) = \theta(\log_{10} x) + b$, onde o y pode ser definido como sendo o vetor da volatilidade da taxa futura de câmbio, X é o vetor da taxa futura de câmbio, b é o intercepto e igual a α e o θ é a inclinação, ou coeficiente angular, dessa curva.

Neste trabalho será feito uma análise utilizando os valores de Beta tabelados e o valor estimado a partir da regressão. Posteriormente, o valor a ser utilizado será determinado. Apesar de mudar ao longo do tempo, (Hagan, Kumar, Leniewski & Woodward 2002) sugerem que o parâmetro β, após estipulado, seja mantido constante até o vencimento do contrato.

6.3 Estimando o parâmetro Alfa

Como já foi apresentado anteriormente, existe uma percepção de que o parâmetro α seja a própria volatilidade *at-the-money*, no entanto, ele é uma relação entre a volatilidade *at-the-money* e o *Forward* de mercado. Por este motivo, tendo a volatilidade do mercado e os outros parâmetros do modelo SABR, é possível encontrar o Alfa, que deixa assim de ser estocástico para ser determinístico. Para cada observação da volatilidade *at-the-money* existe um Alfa correspondente.

O α foi determinado para cada mês por meio da solução da equação (6.4), que corresponde à inversão da fórmula reduzida da volatilidade SABR (2.3). A fórmula (6.4) é válida apenas para o caso em que o *Strike* da opção é igual ao *Forward*, ou seja, para o *at-the-money*. Como para a volatilidade *at-the-money* existe série de dados históricos calculada e publicada pela agência Reuters, encontrar o Alfa será apenas encontrar as raízes da equação cúbica abaixo.

A equação que determina o parâmetro α é dada por:

(6.4)

$$\frac{(1-\beta)^2\tau}{24f^{2-2\beta}}\alpha^3+\frac{\rho\beta\nu\tau}{4f^{1-\beta}}\alpha^2+\left(1+\frac{2-3\rho^2}{24}\upsilon^2\tau\right)\alpha-\sigma_{atm}f^{1-\beta}=0$$

Os dados de entrada para a solução do Alfa são: Vol atm(σ_{atm}), *Forward*(f), Beta(β), Prazo(t) e o par: Correlação e Volatilidade-da-Volatilidade (ρ,υ). Todos os dados necessários são conhecidos, com exceção dos parâmetros (ρ,υ), que são determinados pela otimização descrita no item a seguir.

6.4 Estimando o par Rho e Vol-Vol (ρ,υ)

A estimação dos parâmetros (ρ,υ) será feita minimizando a diferença entre a volatilidade implícita dos negócios do VTC e a volatilidade do modelo SABR, calculada a partir da fórmula (2.0). A função Fmincom do Matlab será a ferramenta matemática utilizada para encontrar o melhor par, que gere o menor erro quadrático médio e, portanto, determine o mínimo global da função (2.0).

O primeiro passo no processo acima é o cálculo das volatilidades implícitas σ_{impl} a partir dos dados de mercado, seguindo a rotina descrita em 6.1. Os dados utilizados foram retirados dos negócios apregoados no leilão diário da BM&F, o VTC. Desta forma, como o preço das opções é conhecido, assim como o *Strike*, o Dólar Futuro, a taxa de juros e o prazo, aplica-se o método de Newton-Rhapson a fim de determinar a σ_{impl} para cada negócio.

Valendo-se dos mesmos dados de mercado do VTC e do parâmetro Beta (definido anteriormente), procura-se definir a volatilidade SABR σ_{SABR} utilizando a fórmula (2.0). Como a fórmula (2.0) depende do parâmetro α, para cada par (ρ,υ) é determinado o parâmetro Alfa solucionando a equação (6.4), mantendo assim o Alfa como sendo determinístico e deixando a otimização restrita a duas variáveis apenas (ρ,υ).

Defini-se a função objetivo como sendo o erro quadrático médio conforme demonstrado abaixo:

(6.5) $$err_{(\rho,\upsilon)} = \left(\sigma_{impl} - \sigma_{SABR}\right)^2$$

Utilizando a expressão acima, o algoritmo de otimização, para cada par (ρ, υ), calcula a aderência do modelo. O processo é interativo e o algoritmo repete o processo, descartando o par anterior à medida que acha um que gere um menor erro quadrático médio. Para cada interação do algoritmo de otimização, um novo par (ρ, υ) é dado e o Alfa é novamente calculado.

O algoritmo de otimização vai determinar o par (ρ, υ) que gera o menor $err_{(\rho,\upsilon)}$, sujeito a duas restrições:

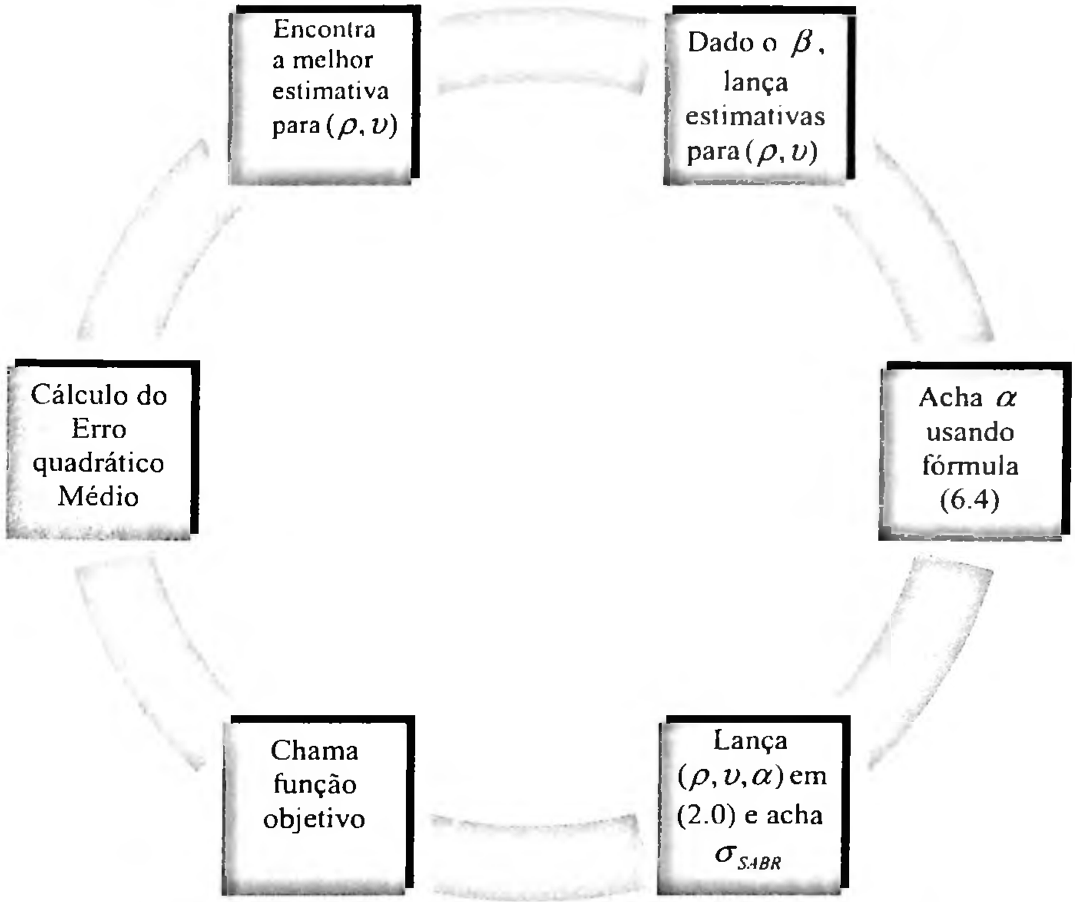
(1) que o ρ esteja entre $-1 \leq \rho \leq 1$

(2) $\nu > 0.01$

A primeira restrição é necessária porque o parâmetro ρ corresponde a uma correlação e, portanto, está definido no intervalo de [-1,1]. A segunda restrição, deve-se ao fato de que o parâmetro υ corresponde à volatilidade da volatilidade, e volatilidade é uma medida positiva.

O procedimento de estimação acima foi baseado no trabalho de (West 2004) para derivativos de ações na África do Sul.

O esquema abaixo demonstra a seqüência do processo de otimização, sendo que o primeiro passo é a estimativa para o par (ρ, υ), observando que o processo de interação só é finalizado no momento em que os pontos mínimos globais forem estimados



6.5 O Algoritmo Genético

Depois de estimados todos os parâmetros do modelo SABR, será feito um estudo sobre o comportamento dos valores encontrados na estimação. A preocupação maior deste estudo será responder se os pontos encontrados são pontos de mínimo local ou mínimo global da função. Para responder esta pergunta foi utilizada a rotina *Genetic* do Matlab, que tem como objetivo utilizar-se de um outro método mais poderoso de estimação, chamado de Algoritmo Genético para encontrar os parâmetros. Procura-se assim demonstrar que os estimadores encontrados com as outras rotinas do Matlab são consistentes.

7 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Para a validação do modelo, foram utilizados os dados de mercado para as opções com vencimento em Janeiro e Março de 2006. O modelo SABR apresentou resultados satisfatórios ao critério de ajuste aos preços de mercado. Para alguns prazos, o modelo chegou muito próximo do preço praticado pelo mercado. Em outros prazos, o modelo apresentou uma margem de erro aceitável entre o preço do mercado e o preço SABR. A análise dos erros do modelo também foi bastante satisfatória, validando assim os parâmetros estimados.

Conforme apresentado no capítulo anterior, o processo de escolha dos parâmetros foi dado por etapas. Para um Beta (β) predeterminado, o algoritmo utilizado no Matlab retorna os melhores estimadores da Correlação (ρ) e da Volatilidade da Volatilidade (υ). Determinados estes dois parâmetros, o Alfa (α) é encontrado durante o processo de minimização, a partir da fórmula (6.4) que relaciona a volatilidade *at-the-money* com os demais parâmetros do modelo.

Conforme apresentado acima, para cada nível de β os demais parâmetros são encontrados. No capítulo 6 foi estabelecido que o Beta poderia seguir, ou valores predeterminado, ou um valor estimado por meio de uma regressão linear entre a volatilidade *at-the-money* e a série de dólar futuro. A tabela abaixo traz os valores sugeridos de β e os parâmetros estimados pela rotina do Matlab:

Tabela 7.1 – Parâmetros estimados para o mês de Janeiro 2006

Beta	**Rho**	**Vol-Vol**	**Alfa**	**Erro(p,v)**
0.0000	0.6869	0.8698	412.4629	0.0033
0.5000	0.6520	0.7916	7.7198	0.0034
1.0000	0.6079	0.7178	0.1449	0.0035
1.8390	0.4960	0.6119	0.0020	0.0037

Tabela 7.2 – Parâmetros estimados para o mês de Março 2006

Beta	Rho	Vol-Vol	Alfa	Erro(p,v)
0.0000	0.6869	0.8412	421.2378	0.0019
0.5000	0.6760	0.7369	7.8739	0.0020
1.0000	0.5806	0.7094	0.1465	0.0021
1.7544	0.5084	0.5797	0.0004	0.0021

Todos esses parâmetros apresentados acima poderiam ser utilizados para estimar a volatilidade do Modelo SABR usando a fórmula (2.0). Para determinar o melhor estimador será utilizado o critério de um erro quadrático médio ($err_{(\rho,\upsilon)}$) pequeno. Porém este não será o único critério, pois Betas iguais a 0, 0.5 e 1 apresentaram erros muito próximos diferenciando-se apenas na quarta ou quinta casa decimal. Como a diferença do erro é muito pequena, por uma questão de conveniência, será escolhido o $\beta = 1$ para os dois meses. A conveniência vem do fato que para Beta igual a 1 o Alfa fica em uma ordem de grandeza próxima à medida da volatilidade ATM do mercado. Utilizando a fórmula (2.4) fica fácil ver porque a ordem de grandeza deve ser próxima. Portanto os parâmetros utilizados no modelo SABR são:

Tabela 7.3 – Parâmetros escolhidos para o Modelo SABR

Mês	Beta	Rho	Vol-Vol	Alfa
jan-06	1.0000	0.6079	0.7178	0.1449
mar-06	1.0000	0.5806	0.7094	0.1465

Uma vez estimados os parâmetros, foi feita uma curva com os *Strikes* e as suas respectivas volatilidades para cada mês. Segue abaixo a curva de volatilidade estimada pelo modelo SABR para as opções que vencem no mês de Janeiro de 2006 e utilizaram como base os dados de mercado do dia 27 de junho de 2005.

Gráfico 7.1 – Relação volatilidade e *Strike* para o vencimento de Janeiro 2006.

O formato da curva de volatilidade apresenta inclinação positiva, como era esperado, dado que *Strikes* mais altos são negociados com uma volatilidade mais alta no mercado brasileiro de opções de dólar. No entanto, a curva não demonstrou o "sorriso" da volatilidade como era de se esperar. Um dos possíveis motivos para isto não ter ocorrido é o fato de que os dados de mercado utilizados representam apenas parte da curva de volatilidade. Como foi dito anteriormente, no VTC das opções de dólar são negociados normalmente três Strikes, o *at-the-money*, o 25 Delta *Call* e o 75 Delta *Call*. Para captar todos os pontos da curva de volatilidade do mercado, seria necessário utilizar mais informações sobre as opções mais "fora do dinheiro", como por exemplo, as *Calls* de 10 Delta e as *Puts* de 10 Delta. Um outro possível motivo para o formato do gráfico 7.1 é que o mercado de opções brasileiro não apresenta um *Smile* tão expressivo para os prazos mais longos. Empiricamente é possível constatar que o *Smile* é mais pronunciado para os prazos mais curtos, de 1 e 2 meses. Apesar de não ter apresentando de forma pronunciada o *Smile* das opções, o modelo foi capaz de captar bem o *Skew* da curva de volatilidade.

A análise dos resultados será dividida em duas partes. Primeiramente, será feita a análise dos erros da estimação para cada prazo e, em um segundo momento, será feito o comparativo do preço de uma *Call* obtida utilizando a volatilidade do modelo SABR e o preço negociado no mercado. Este processo é conhecido como *Back-Testing* e é muito utilizado pelas áreas de risco dos bancos.

7.1 Análise dos erros do Modelo

Os erros apresentados pelo modelo foram muito bem comportados. Os gráficos abaixo mostram, para cada um dos meses em análise, o erro entre a volatilidade estimada pelo modelo e a volatilidade implícita dos negócios do VTC, que é calculada pelo método de Newton-Raphson. Apenas para algumas datas a volatilidade estimada ficou distante da praticada no mercado. Os motivos podem ser diversos, como por exemplo, dias anteriores a feriados e próximos a finais de semana prolongados. As volatilidades costumam cair muito nesses dias, uma vez que os participantes do mercado preferem vender a opção a um preço abaixo de mercado a pagar o carregamento de um longo período sem negociação no ativo-objeto.

Gráfico 7.3 – Análise dos erros para o mês de Janeiro 2006

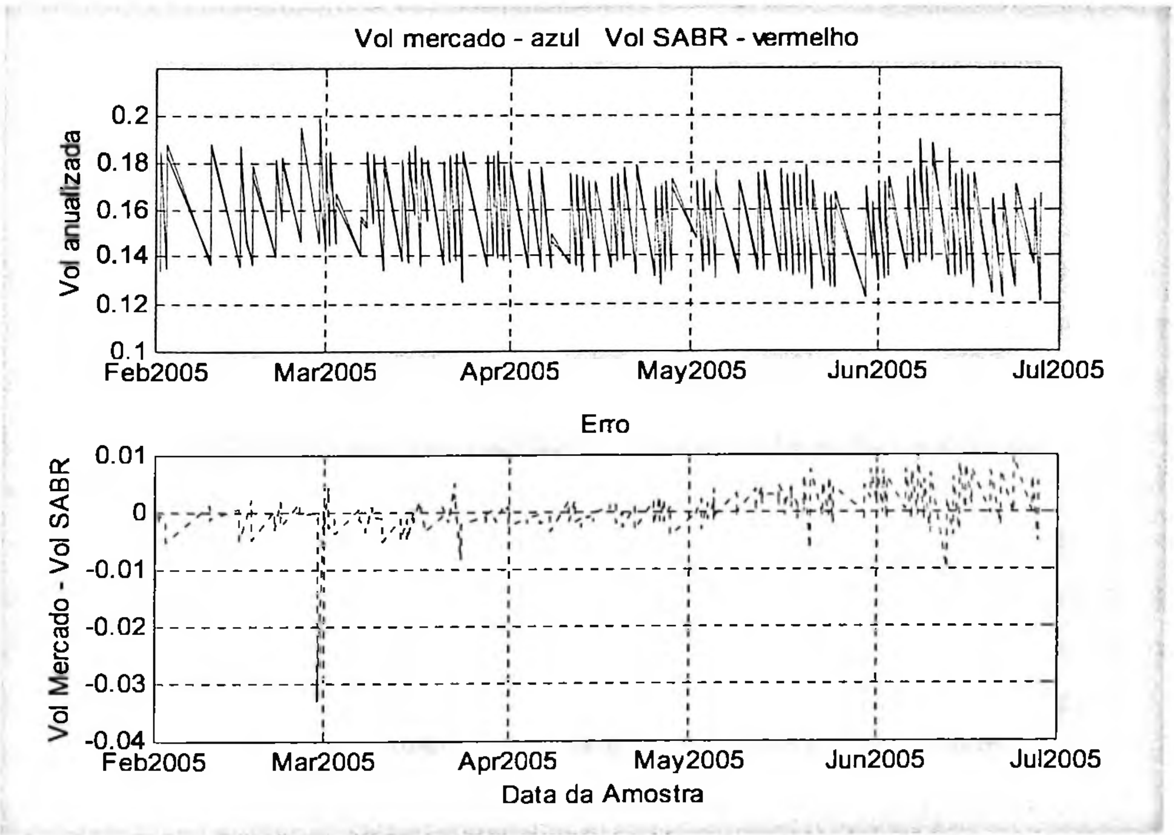
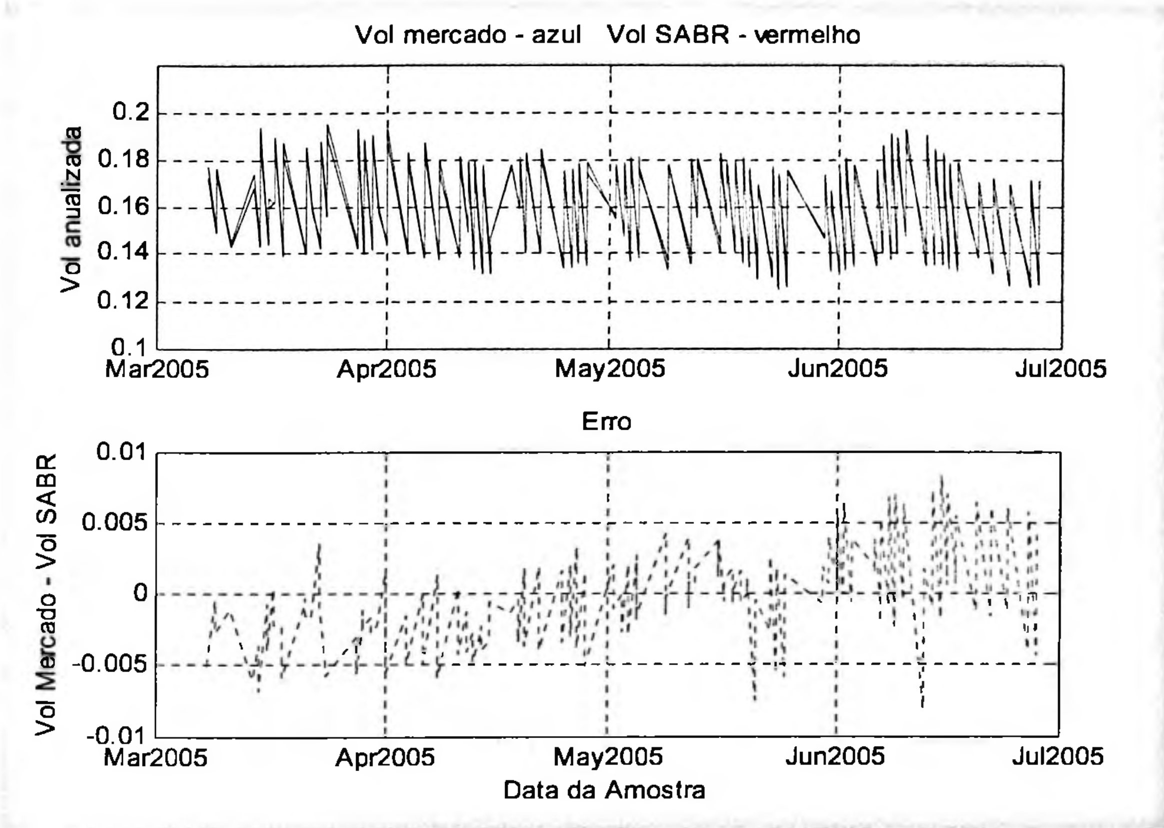
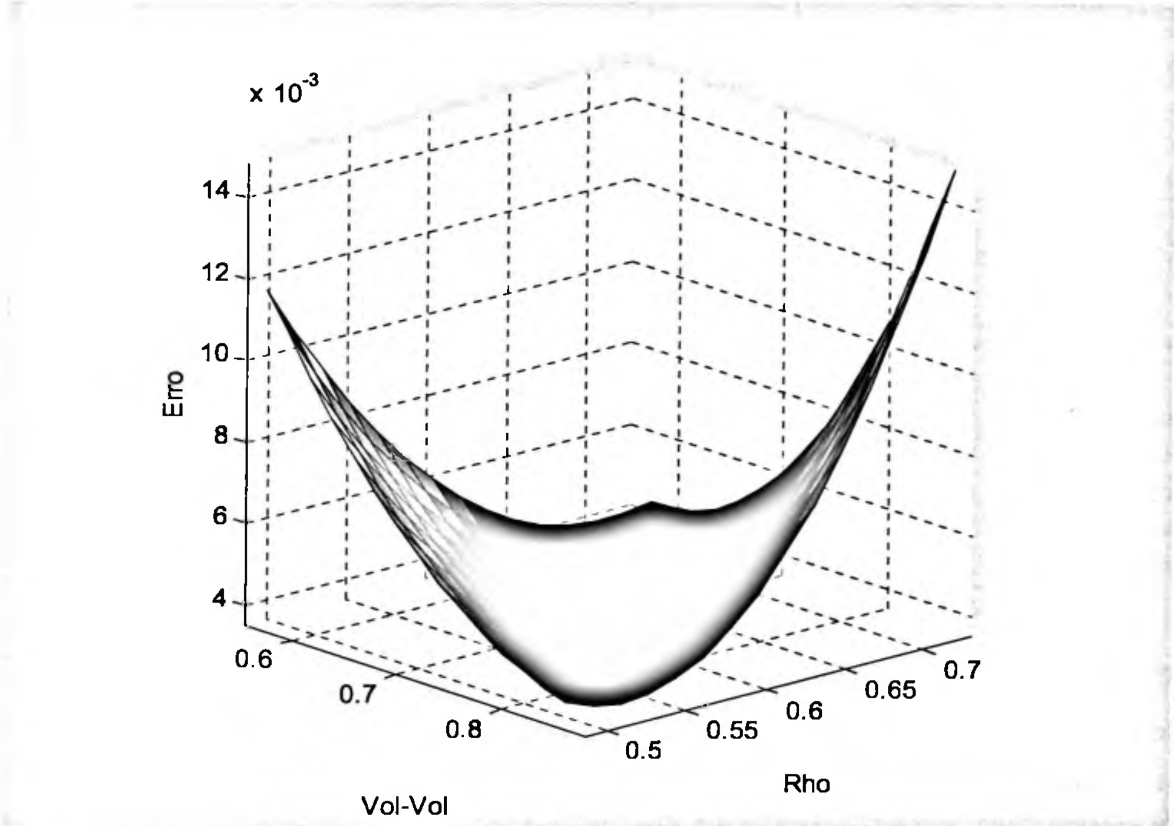


Gráfico 7.4 – Análise dos erros para o mês de Março 2006



A superfície abaixo traz o comportamento do erro quadrático médio quando é mudado o valor de (ρ, υ). O valor estimado para estes dois parâmetros foi definido como sendo o ponto mínimo desta superfície. Um ponto a ser estudado, é o fato dos valores definidos serem pontos mínimos locais ou globais. Alguns métodos poderiam ser utilizados a fim de responder a esta pergunta. O primeiro seria modificar o "chute" inicial utilizado na função do Matlab e verificar se o erro muda significativamente. O segundo, e mais eficiente, seria utilizar-se de um método mais poderoso de estimação que tenha a capacidade de retornar o mínimo global da função. Com este intuito foi utilizado o método de estimação baseado nos Algoritmos Genéticos. Este processo é interativo e visa responder rapidamente qual o melhor ponto a ser definido como mínimo da função. Este teste mostrou que a estimação, utilizando o Simplex ou a Fmincon, retornaram valores satisfatórios para o par (ρ, υ). Desta forma, serão utilizados os parâmetros encontrados pelas funções Fminsearch e Fimincon do Matlab, que foram validados pelo método genético.

Gráfico 7.5 – Variação do erro, mudando ρ e υ para o mês de janeiro 2006.



7.2 Validação do modelo utilizando preços de mercado

O Back-testing do modelo foi feito calculando-se a Volatilidade SABR e o preço de uma opção de compra, usando dados de mercado dos dias 27/06/05 e 18/05/05. A tabela abaixo traz os preços do mercado ao lado dos valores achados para o modelo SABR. A volatilidade implícita do mercado foi encontrada por meio do método de Newton-Raphson.

Preços de mercado e preços do SABR - vencimento Janeiro 2006

Data	Strike	Futuro	Tempo	Juros	Call_Mercado	Call_SABR	Vol_implícita	Vol_SABR
27/06/05	2.40	2.564	187	19.2	174.50	176.50	11.97%	12.49%
27/06/05	2.55	2.564	187	19.2	97.50	97.90	13.60%	13.66%
27/06/05	2.80	2.564	187	19.2	38.25	34.90	16.46%	15.88%
18/05/05	2.50	2.698	226	19.5	212.50	210.00	13.58%	13.33%
18/05/05	2.75	2.698	226	19.5	94.25	95.10	15.12%	15.24%
18/05/05	3.00	2.698	226	19.5	44.75	43.40	17.51%	17.36%

Preços de mercado e preços do SABR - vencimento Março 2006

Data	Strike	Futuro	Tempo	Juros	Call_Mercado	Call_SABR	Vol_implícita	Vol_SABR
27/06/05	2.45	2.612	246	19.04	182.00	183.50	12.55%	12.96%
27/06/05	2.60	2.612	246	19.04	112.00	111.05	14.12%	14.05%
27/06/05	2.90	2.612	246	19.04	45.45	42.00	17.14%	16.56%
18/05/05	2.60	2.751	286	19.28	194.50	191.70	14.23%	13.99%
18/05/05	2.80	2.751	286	19.28	111.50	111.10	15.54%	15.45%
18/05/05	3.10	2.751	286	19.28	52.50	51.90	17.92%	17.85%

Apesar de apresentarem uma diferença considerável para a volatilidade das opções dos *Strikes* mais altos, os resultados são bastante satisfatórios. Os maiores erros foram observados para as opções negociadas no dia 27/06/05 e de *Strike* 2.80 para Janeiro e 2.90 para Março. Este erro pode ser justificado por alguma mudança do Skew do mercado para estes prazos, de modo que o mercado precificava uma aversão de risco maior à apresentada nos outros dias considerados na estimação. A amostra utilizada teve como base os dados de Fevereiro de 2005 até o dia 28/06/2005. Portanto, existe grande possibilidade da inclinação da curva de volatilidade nos últimos dias ter mudado em relação à encontrada durante o processo inteiro. Uma possível solução teria sido ponderar os dados, dando maior peso para as informações mais recentes. No entanto, para as volatilidades *at-the-money*, o modelo encontrou resultados muito próximos dos empíricos.

8 CONCLUSÃO

O modelo SABR mostrou-se adequado ao mercado brasileiro de opções, pois foi capaz de captar grande parte da inclinação da curva de volatilidade. Resultados mais consistentes com a realidade poderão ser obtidos por meio de uma base de dados melhor, contendo mais informação sobre os preços de mercado para os *Strikes* mais afastados do *at-the-money*.

O modelo SABR tem uma grande vantagem em relação a alguns modelos de volatilidade estocástica, pois permite precificar uma opção utilizando o modelo de Black, amplamente conhecido pelo mercado. Uma vez estimados os parâmetros do modelo, a fórmula da volatilidade é facilmente programada em computador, não existindo a necessidade de recalcular todos os parâmetros diariamente. No dia-a-dia, apenas o parâmetro Alfa necessita ser rebalanceado mais de uma vez, fato facilmente resolvido utilizando a fórmula (6.4). Isto faz com que o modelo necessite de poucos recursos computacionais para ser utilizado diariamente, uma grande vantagem comparativa em relação a outros modelos do mesmo gênero. Outra vantagem do SABR é que ele se adequou bem à realidade do mercado de opções, pois permitiu precificar as opções Européias sem a hipótese de volatilidade constante para todos os *Strikes*.

O SABR permite que vários componentes de risco, conhecidos como "gregas" possam ser determinados rapidamente a partir da equação de volatilidade do modelo SABR. Além das medidas de risco tradicionais como o Vega e o Delta, o SABR possui fórmula fechada para o Volga e o Vanna. Estas duas variáveis são mais populares entre os operadores de mesa de opções de moedas e são de extrema importância no controle e *Hedge* de um portfólio de opções, sobretudo em um mercado com alta volatilidade e grande inclinação da curva de volatilidade, como é o caso brasileiro.

Como o modelo foi estimado utilizando os dados de mercado, existe a possibilidade de parte do "erro do mercado" ter sido absorvido pelos parâmetros. Para uma melhor análise sobre a precisão do preço da opção seria conveniente simular uma carteira contendo uma opção precificada pelo modelo SABR e uma posição no ativo-objeto na proporção determinada pelo valor do Delta da opção. Desta forma, seria conveniente calcular o resultado final do carregamento da opção contra os ganhos e perdas na posição no ativo-objeto. Fazendo a mesma coisa com um outro modelo, como por exemplo, o modelo de Black. Dessa forma é possível comparar qual dos dois modelos oferece medidas mais consistentes para que o *Hedge* seja feito.

Para os trabalhos futuros sobre o tema será interessante aplicar este modelo para outros mercados, como por exemplo, o mercado de ações. Além disso, existe a necessidade de utilizar séries mais completas de dados de entrada. Para tanto, as informações do mercado não deverão ficar restritas apenas aos dados do VTC. As informações das opções Listadas, negociadas ao longo de todo o dia, poderão ser utilizadas na tentativa de capturar o comportamento de toda a curva de volatilidade.

Anexo I - Dados do VTC utilizados para calibrar o modelo

Dados do VTC para as opções com vencimento em Janeiro 2006

Tipo	K	Preço	*Vol*	*F*	Delta	*Data*	*T*	*Pré*
CALL	2,700	280.00	*13.37%*	2,983	70.00%	2/2/2005	229	18.89
CALL	3,000	139.50	*15.15%*	2,983	45.00%	2/2/2005	229	18.98
CALL	3,400	62.50	*18.42%*	2,983	20.00%	2/2/2005	229	18.86
CALL	2,700	257.50	*13.48%*	2,948	65.00%	3/2/2005	228	19.05
CALL	3,000	127.75	*15.49%*	2,948	40.00%	3/2/2005	228	19.15
CALL	3,400	54.00	*18.28%*	2,948	20.00%	3/2/2005	228	18.94
CALL	2,700	270.00	*13.76%*	2,963	65.00%	10/2/2005	225	18.84
CALL	3,000	133.75	*15.53%*	2,963	45.00%	10/2/2005	225	18.91
CALL	2,700	243.00	*13.56%*	2,926	65.00%	15/2/2005	222	18.84
CALL	2,900	147.50	*14.59%*	2,926	50.00%	15/2/2005	222	18.91
CALL	3,400	48.00	*18.25%*	2,926	20.00%	15/2/2005	222	18.94
CALL	2,900	151.50	*14.58%*	2,935	50.00%	16/2/2005	221	18.84
CALL	2,700	228.00	*13.86%*	2,899	65.00%	17/2/2005	220	18.91
CALL	3,250	60.00	*17.35%*	2,899	25.00%	17/2/2005	220	18.94
CALL	2,700	234.00	*14.01%*	2,907	65.00%	21/2/2005	218	18.64
CALL	2,900	144.00	*15.25%*	2,907	45.00%	21/2/2005	218	18.71
CALL	2,700	121.00	*7.61%*	2,924	65.00%	22/2/2005	217	18.64
CALL	2,900	155.50	*15.67%*	2,924	50.00%	22/2/2005	217	18.71
CALL	3,250	70.00	*17.98%*	2,924	25.00%	22/2/2005	217	18.74
CALL	3,000	133.50	*16.38%*	2,950	40.00%	25/2/2005	214	18.71
CALL	3,400	59.00	*19.43%*	2,950	20.00%	25/2/2005	214	18.74
CALL	2,700	241.50	*14.52%*	2,913	65.00%	28/2/2005	213	18.64
CALL	3,000	117.00	*16.24%*	2,913	40.00%	28/2/2005	213	18.71
CALL	3,400	34.25	*16.53%*	2,913	20.00%	28/2/2005	213	18.74
CALL	2,700	244.50	*14.44%*	2,919	65.00%	1/3/2005	212	18.64
CALL	2,900	152.00	*15.65%*	2,919	45.00%	1/3/2005	212	18.71
CALL	3,250	68.50	*18.11%*	2,919	25.00%	1/3/2005	212	18.74
CALL	2,700	276.00	*14.90%*	2,962	65.00%	2/3/2005	211	18.64
CALL	3,000	137.50	*16.36%*	2,962	45.00%	2/3/2005	211	18.71
CALL	3,250	80.00	*18.19%*	2,962	30.00%	2/3/2005	211	18.74
CALL	3,000	134.50	*16.33%*	2,956	45.00%	3/3/2005	210	18.71
CALL	3,400	29.00	*11.21%*	2,956	20.00%	3/3/2005	210	18.74
CALL	2,750	248.50	*14.05%*	2,977	65.00%	7/3/2005	208	18.64
CALL	3,000	136.00	*15.57%*	2,977	45.00%	7/3/2005	208	18.71
CALL	3,000	146.50	*15.17%*	3,009	45.00%	8/3/2005	207	18.74
CALL	3,400	59.50	*18.08%*	3,009	20.00%	8/3/2005	207	18.64
CALL	3,000	163.25	*15.45%*	3,039	50.00%	9/3/2005	206	18.71
CALL	3,400	67.50	*18.27%*	3,039	25.00%	9/3/2005	206	18.74
CALL	2,800	238.00	*13.41%*	3,016	65.00%	11/3/2005	204	18.64
CALL	3,100	112.00	*15.32%*	3,016	45.00%	11/3/2005	204	18.71
CALL	3,450	49.50	*17.76%*	3,016	20.00%	11/3/2005	204	18.74
CALL	2,800	266.50	*13.78%*	3,055	70.00%	14/3/2005	203	18.64
CALL	3,100	128.50	*15.42%*	3,055	40.00%	14/3/2005	203	18.71
CALL	3,400	65.50	*17.65%*	3,055	25.00%	14/3/2005	203	18.74
CALL	2,800	270.00	*13.71%*	3,061	70.00%	15/3/2005	202	18.64
CALL	3,100	130.50	*15.39%*	3,061	45.00%	15/3/2005	202	18.71
CALL	3,450	59.50	*17.94%*	3,061	20.00%	15/3/2005	202	18.74
CALL	3,100	136.50	*15.70%*	3,069	45.00%	16/3/2005	201	18.64
CALL	3,500	56.50	*18.50%*	3,069	20.00%	16/3/2005	201	18.71
CALL	2,800	288.00	*13.76%*	3,088	70.00%	17/3/2005	200	19.24
CALL	3,100	144.00	*15.67%*	3,088	45.00%	17/3/2005	200	19.14
CALL	3,450	67.00	*18.22%*	3,088	25.00%	17/3/2005	200	19.21
CALL	2,800	121.00	*7.26%*	3,029	65.00%	18/3/2005	199	19.24
CALL	3,100	117.00	*15.50%*	3,029	40.00%	18/3/2005	199	19.14
CALL	3,400	59.25	*17.80%*	3,029	20.00%	18/3/2005	199	19.21
CALL	2,800	258.25	*13.59%*	3,047	70.00%	21/3/2005	198	19.24
CALL	3,100	125.50	*15.67%*	3,047	40.00%	21/3/2005	198	19.14
CALL	3,400	64.75	*18.03%*	3,047	25.00%	21/3/2005	198	19.21
CALL	2,800	239.00	*13.71%*	3,017	65.00%	22/3/2005	197	19.24
CALL	3,100	114.50	*15.82%*	3,017	40.00%	22/3/2005	197	19.14
CALL	3,400	58.00	*18.08%*	3,017	20.00%	22/3/2005	197	19.21
CALL	2,800	266.50	*14.33%*	3,052	65.00%	23/3/2005	196	19.24
CALL	3,000	165.00	*15.31%*	3,052	50.00%	23/3/2005	196	19.14
CALL	3,400	68.00	*18.38%*	3,052	25.00%	23/3/2005	196	19.21
CALL	2,800	240.00	*12.89%*	3,027	65.00%	24/3/2005	195	19.24
CALL	3,100	114.50	*15.44%*	3,027	40.00%	24/3/2005	195	19.14
CALL	3,450	52.00	*18.20%*	3,027	20.00%	24/3/2005	195	19.21
CALL	2,800	255.00	*13.51%*	3,043	70.00%	28/3/2005	194	19.24
CALL	3,100	121.00	*15.45%*	3,043	40.00%	28/3/2005	194	19.14
CALL	3,450	55.25	*18.20%*	3,043	20.00%	28/3/2005	194	19.21
CALL	2,800	233.50	*13.93%*	3,006	65.00%	29/3/2005	193	19.24
CALL	3,100	111.50	*16.05%*	3,006	40.00%	29/3/2005	193	19.14
CALL	3,400	56.50	*18.32%*	3,006	20.00%	29/3/2005	193	19.21
CALL	2,800	221.00	*13.84%*	2,988	65.00%	30/3/2005	192	19.24

Tipo	K	Preço	*Vol*	*F*	Delta	*Data*	*T*	*Pré*
CALL	3,000	133.50	*15.26%*	2,988	45.00%	30/3/2005	192	19.24
CALL	3,400	52.50	*18.33%*	2,988	20.00%	30/3/2005	192	19.26
CALL	2,750	236.00	*13.84%*	2,964	65.00%	31/3/2005	191	19.20
CALL	3,000	125.50	*15.57%*	2,964	45.00%	31/3/2005	191	19.26
CALL	3,300	61.25	*17.85%*	2,964	25.00%	31/3/2005	191	19.18
CALL	2,750	222.50	*13.96%*	2,942	65.00%	1/4/2005	190	19.18
CALL	3,000	114.75	*15.44%*	2,942	40.00%	1/4/2005	190	19.24
CALL	3,300	55.25	*17.75%*	2,942	20.00%	1/4/2005	190	19.26
CALL	2,750	232.50	*13.50%*	2,963	65.00%	4/4/2005	189	19.54
CALL	3,000	120.50	*15.14%*	2,963	45.00%	4/4/2005	189	19.56
CALL	3,300	58.25	*17.56%*	2,963	25.00%	4/4/2005	189	19.50
CALL	2,700	216.50	*13.53%*	2,891	65.00%	6/4/2005	187	19.56
CALL	3,250	50.75	*17.55%*	2,891	20.00%	6/4/2005	187	19.54
CALL	2,700	209.00	*13.42%*	2,881	65.00%	8/4/2005	185	19.56
CALL	2,900	118.00	*14.59%*	2,881	45.00%	8/4/2005	185	19.50
CALL	2,700	195.25	*13.82%*	2,855	60.00%	11/4/2005	184	19.56
CALL	2,900	110.00	*15.00%*	2,855	40.00%	11/4/2005	184	19.48
CALL	3,200	49.50	*17.34%*	2,855	20.00%	11/4/2005	184	19.54
CALL	2,700	203.25	*13.75%*	2,869	65.00%	12/4/2005	183	19.56
CALL	2,900	115.75	*15.01%*	2,869	45.00%	12/4/2005	183	19.50
CALL	3,200	51.50	*17.23%*	2,869	20.00%	12/4/2005	183	19.56
CALL	2,700	179.00	*13.32%*	2,833	60.00%	13/4/2005	182	19.48
CALL	2,900	98.75	*14.71%*	2,833	40.00%	13/4/2005	182	19.48
CALL	3,200	43.75	*17.19%*	2,833	20.00%	13/4/2005	182	19.54
CALL	2,600	121.00	*7.37%*	2,847	75.00%	14/4/2005	181	19.56
CALL	2,900	104.00	*14.68%*	2,847	40.00%	14/4/2005	181	19.50
CALL	3,200	45.50	*17.06%*	2,847	20.00%	14/4/2005	181	19.56
CALL	2,700	202.00	*13.30%*	2,870	65.00%	15/4/2005	180	19.48
CALL	2,900	113.25	*14.65%*	2,870	45.00%	15/4/2005	180	19.48
CALL	3,200	51.00	*17.19%*	2,870	20.00%	15/4/2005	180	19.54
CALL	2,700	221.50	*13.52%*	2,898	65.00%	18/4/2005	179	19.56
CALL	2,900	127.50	*14.89%*	2,898	45.00%	18/4/2005	179	19.54
CALL	3,200	58.50	*17.40%*	2,898	25.00%	18/4/2005	179	19.56
CALL	2,700	197.75	*13.82%*	2,860	65.00%	19/4/2005	178	19.50
CALL	2,900	111.00	*15.05%*	2,860	45.00%	19/4/2005	178	19.56
CALL	3,200	49.00	*17.36%*	2,860	20.00%	19/4/2005	178	19.54
CALL	2,700	185.00	*13.80%*	2,840	60.00%	20/4/2005	177	19.56
CALL	2,900	102.75	*15.10%*	2,840	40.00%	20/4/2005	177	19.56
CALL	3,200	45.25	*17.47%*	2,840	20.00%	20/4/2005	177	19.50
CALL	2,600	220.75	*13.34%*	2,806	70.00%	22/4/2005	176	19.56
CALL	2,900	90.50	*15.26%*	2,806	35.00%	22/4/2005	176	19.48
CALL	3,200	39.25	*17.60%*	2,806	20.00%	22/4/2005	176	19.48
CALL	2,600	219.50	*13.27%*	2,805	70.00%	25/4/2005	175	19.54
CALL	2,800	120.00	*14.35%*	2,805	45.00%	25/4/2005	175	19.56
CALL	3,100	50.00	*16.72%*	2,805	25.00%	25/4/2005	175	19.54
CALL	2,500	282.00	*12.98%*	2,797	75.00%	26/4/2005	174	19.56
CALL	2,750	138.00	*14.32%*	2,797	50.00%	26/4/2005	174	19.50
CALL	3,100	49.50	*16.96%*	2,797	20.00%	26/4/2005	174	19.56
CALL	2,600	208.00	*13.49%*	2,786	65.00%	27/4/2005	173	19.54
CALL	2,800	112.50	*14.56%*	2,786	45.00%	27/4/2005	173	19.56
CALL	3,100	47.25	*17.03%*	2,786	20.00%	27/4/2005	173	19.50
CALL	2,600	192.25	*13.40%*	2,763	65.00%	28/4/2005	172	19.54
CALL	2,800	102.50	*14.60%*	2,763	45.00%	28/4/2005	172	19.56
CALL	3,100	41.25	*16.88%*	2,763	20.00%	28/4/2005	172	19.50
CALL	2,600	97.50	*7.37%*	2,770	65.00%	2/5/2005	170	19.56
CALL	2,800	105.50	*14.67%*	2,770	45.00%	2/5/2005	170	19.48
CALL	3,100	43.50	*17.11%*	2,770	20.00%	2/5/2005	170	19.54
CALL	2,600	185.50	*13.51%*	2,752	65.00%	3/5/2005	169	19.56
CALL	2,800	98.00	*14.72%*	2,752	40.00%	3/5/2005	169	19.50
CALL	3,100	39.00	*17.00%*	2,752	20.00%	3/5/2005	169	19.50
CALL	2,600	167.25	*13.66%*	2,721	60.00%	4/5/2005	168	19.56
CALL	2,750	103.00	*14.63%*	2,721	45.00%	4/5/2005	168	19.56
CALL	3,000	47.50	*16.65%*	2,721	25.00%	4/5/2005	168	19.50
CALL	2,750	202.00	*13.57%*	2,915	60.00%	5/5/2005	167	19.56
CALL	3,000	102.25	*15.32%*	2,915	40.00%	5/5/2005	167	19.56
CALL	3,300	48.25	*17.65%*	2,915	20.00%	5/5/2005	167	19.50
CALL	2,500	222.00	*13.46%*	2,712	70.00%	5/5/2005	167	19.56
CALL	2,750	99.50	*14.71%*	2,712	40.00%	5/5/2005	167	19.54
CALL	3,000	47.00	*16.94%*	2,712	25.00%	5/5/2005	167	19.56
CALL	2,500	208.25	*13.50%*	2,692	70.00%	9/5/2005	165	19.56
CALL	2,700	109.00	*14.56%*	2,692	45.00%	9/5/2005	165	19.50
CALL	3,000	43.75	*17.22%*	2,692	20.00%	9/5/2005	165	19.56
CALL	2,500	213.50	*13.75%*	2,698	70.00%	12/5/2005	162	19.54
CALL	2,700	113.00	*14.83%*	2,698	45.00%	12/5/2005	162	19.56
CALL	3,000	46.00	*17.52%*	2,698	20.00%	12/5/2005	162	19.56
CALL	2,500	221.50	*13.72%*	2,710	70.00%	13/5/2005	161	19.50
CALL	2,700	118.50	*14.85%*	2,710	50.00%	13/5/2005	161	19.56

Tipo	K	Preço	Vol	F	Delta	Data	T	Pré
CALL	3,000	48.75	17.59%	2,710	25.00%	13/5/2005	161	19.54
CALL	2,500	222.00	13.57%	2,712	70.00%	16/5/2005	160	19.56
CALL	2,750	101.50	15.23%	2,712	45.00%	16/5/2005	160	19.50
CALL	3,000	49.75	17.72%	2,712	25.00%	16/5/2005	160	19.56
CALL	2,500	218.25	13.53%	2,707	70.00%	17/5/2005	159	19.48
CALL	2,750	98.25	15.12%	2,707	40.00%	17/5/2005	159	19.48
CALL	3,000	46.50	17.43%	2,707	20.00%	17/5/2005	159	19.54
CALL	2,500	212.25	13.58%	2,698	70.00%	18/5/2005	158	19.56
CALL	3,000	44.75	17.51%	2,698	20.00%	18/5/2005	158	19.56
CALL	2,500	194.00	13.33%	2,674	70.00%	19/5/2005	157	19.50
CALL	2,700	98.75	14.58%	2,674	45.00%	19/5/2005	157	19.56
CALL	3,000	39.25	17.48%	2,674	20.00%	19/5/2005	157	19.54
CALL	2,500	193.00	13.30%	2,673	70.00%	20/5/2005	156	19.56
CALL	2,700	98.25	14.61%	2,673	45.00%	20/5/2005	156	19.50
CALL	3,000	40.75	17.84%	2,673	20.00%	20/5/2005	156	19.56
CALL	2,450	145.75	12.52%	2,565	65.00%	21/5/2005	155	19.48
CALL	2,600	81.50	14.13%	2,565	45.00%	21/5/2005	155	19.54
CALL	2,850	34.50	17.19%	2,565	20.00%	21/5/2005	155	19.56
CALL	2,500	177.50	12.86%	2,654	65.00%	23/5/2005	155	19.50
CALL	2,900	48.25	16.74%	2,654	25.00%	23/5/2005	155	19.48
CALL	2,500	176.00	12.63%	2,654	65.00%	24/5/2005	154	19.48
CALL	2,650	104.00	13.82%	2,654	45.00%	24/5/2005	154	19.54
CALL	2,900	47.25	16.63%	2,654	25.00%	24/5/2005	154	19.56
CALL	2,500	165.50	12.65%	2,638	65.00%	25/5/2005	153	19.50
CALL	2,650	96.75	13.87%	2,638	45.00%	25/5/2005	153	19.56
CALL	2,900	43.50	16.67%	2,638	25.00%	25/5/2005	153	19.48
CALL	2,400	200.50	12.25%	2,596	75.00%	30/5/2005	151	19.48
CALL	2,600	96.00	13.60%	2,596	45.00%	30/5/2005	151	19.54
CALL	2,600	103.50	14.02%	2,606	50.00%	31/5/2005	150	19.54
CALL	2,800	53.50	16.28%	2,606	25.00%	31/5/2005	150	19.56
CALL	2,500	167.75	12.99%	2,639	65.00%	1/6/2005	149	19.50
CALL	2,650	99.00	14.26%	2,639	45.00%	1/6/2005	149	19.56
CALL	2,900	44.25	16.96%	2,639	25.00%	1/6/2005	149	19.54
CALL	2,500	165.50	12.96%	2,636	65.00%	2/6/2005	148	19.56
CALL	2,650	98.00	14.35%	2,636	45.00%	2/6/2005	148	19.56
CALL	2,900	44.25	17.12%	2,636	25.00%	2/6/2005	148	19.50
CALL	2,500	143.00	13.10%	2,599	60.00%	3/6/2005	147	19.56
CALL	2,650	83.00	14.53%	2,599	40.00%	3/6/2005	147	19.48
CALL	2,900	37.20	17.34%	2,599	20.00%	3/6/2005	147	19.48
CALL	2,650	57.25	7.38%	2,669	50.00%	6/6/2005	146	19.56
CALL	2,900	53.00	17.36%	2,669	25.00%	6/6/2005	146	19.54
CALL	2,500	197.00	13.62%	2,678	70.00%	7/6/2005	145	19.56
CALL	2,700	102.50	15.32%	2,678	45.00%	7/6/2005	145	19.50
CALL	2,900	57.25	17.71%	2,678	25.00%	7/6/2005	145	19.56
CALL	2,500	178.25	13.66%	2,650	65.00%	8/6/2005	144	19.54
CALL	2,700	92.75	15.69%	2,650	40.00%	8/6/2005	144	19.56
CALL	3,000	38.50	18.92%	2,650	20.00%	8/6/2005	144	19.50
CALL	2,500	208.50	13.84%	2,693	70.00%	9/6/2005	143	19.54
CALL	2,700	111.50	15.70%	2,693	45.00%	9/6/2005	143	19.56
CALL	2,900	61.00	17.76%	2,693	30.00%	9/6/2005	143	19.50
CALL	2,500	200.50	13.67%	2,683	70.00%	10/6/2005	142	19.56
CALL	2,750	91.00	16.21%	2,683	40.00%	10/6/2005	142	19.48
CALL	3,000	43.75	18.79%	2,683	20.00%	10/6/2005	142	19.54
CALL	2,500	184.50	13.16%	2,664	70.00%	13/6/2005	141	19.56
CALL	2,700	94.50	15.23%	2,664	45.00%	13/6/2005	141	19.50
CALL	3,000	38.25	18.54%	2,664	20.00%	13/6/2005	141	19.50
CALL	2,500	171.00	13.08%	2,645	65.00%	14/6/2005	140	19.26
CALL	2,650	102.50	14.72%	2,645	45.00%	14/6/2005	140	19.26
CALL	2,900	45.75	17.46%	2,645	25.00%	14/6/2005	140	19.20
CALL	2,500	173.25	13.14%	2,648	65.00%	15/6/2005	139	19.26
CALL	2,650	103.50	14.70%	2,648	45.00%	15/6/2005	139	19.26
CALL	2,900	47.50	17.70%	2,648	25.00%	15/6/2005	139	19.20
CALL	2,500	155.00	13.29%	2,619	65.00%	16/6/2005	138	19.26
CALL	2,650	89.50	14.63%	2,619	45.00%	16/6/2005	138	19.24
CALL	2,900	39.50	17.50%	2,619	20.00%	16/6/2005	138	19.26
CALL	2,400	189.50	12.69%	2,579	70.00%	17/6/2005	137	19.26
CALL	2,600	89.25	14.27%	2,579	45.00%	17/6/2005	137	19.20
CALL	2,900	31.50	17.53%	2,579	20.00%	17/6/2005	137	19.26
CALL	2,600	87.50	14.13%	2,578	45.00%	20/6/2005	136	19.26
CALL	2,800	43.25	16.49%	2,578	25.00%	20/6/2005	136	19.26
CALL	2,400	163.25	12.20%	2,546	70.00%	22/6/2005	134	19.20
CALL	2,550	90.00	13.64%	2,546	45.00%	22/6/2005	134	19.26
CALL	2,800	36.00	16.61%	2,546	20.00%	22/6/2005	134	19.18
CALL	2,450	155.50	12.59%	2,580	65.00%	24/6/2005	132	19.20
CALL	2,600	86.50	14.03%	2,580	45.00%	24/6/2005	132	19.20
CALL	2,850	35.75	17.01%	2,580	20.00%	24/6/2005	132	19.20
CALL	2,400	174.50	11.97%	2,564	70.00%	27/6/2005	131	19.20
CALL	2,550	97.50	13.60%	2,564	50.00%	27/6/2005	131	19.20
CALL	2,800	38.25	16.46%	2,564	25.00%	27/6/2005	131	19.20
CALL	2,400	162.00	12.06%	2,546	70.00%	28/6/2005	130	19.20
CALL	2,550	89.50	13.74%	2,546	45.00%	28/6/2005	130	19.20
CALL	2,800	34.75	16.60%	2,546	20.00%	28/6/2005	130	19.20

Dados do VTC para as opções com vencimento em Março 2006

Tipo	K	Preço	Vol	F	Delta	Data	T	Pré
CALL	3,300	99.50	17.18%	3065	30.00%	08/03/05	247	18.5
CALL	2,900	244.50	14.88%	3093	60.00%	09/03/05	246	18.5
CALL	3,300	109.75	17.35%	3093	35.00%	09/03/05	246	18.5
CALL	2,900	227.00	14.33%	3072	60.00%	11/03/05	244	18.5
CALL	3,300	108.50	16.78%	3109	35.00%	14/03/05	243	18.5
CALL	2,900	253.50	14.26%	3118	60.00%	15/03/05	242	18.5
CALL	3,200	135.50	16.09%	3118	40.00%	15/03/05	242	18.5
CALL	3,600	63.50	18.67%	3118	20.00%	15/03/05	242	18.5
CALL	2,900	262.50	14.41%	3131	60.00%	16/03/05	241	18.5
CALL	3,200	139.00	15.96%	3131	40.00%	16/03/05	241	18.5
CALL	3,600	34.50	11.09%	3131	20.00%	16/03/05	241	18.5
CALL	3,200	146.50	16.20%	3145	40.00%	17/03/05	240	19
CALL	3,600	69.00	18.74%	3145	20.00%	17/03/05	240	19
CALL	2,800	286.50	13.84%	3083	65.00%	18/03/05	239	19
CALL	3,100	149.50	15.44%	3083	45.00%	18/03/05	239	19
CALL	3,500	67.25	18.12%	3083	20.00%	18/03/05	239	19
CALL	2,800	300.00	13.93%	3103	70.00%	21/03/05	238	19
CALL	3,100	160.50	15.70%	3103	45.00%	21/03/05	238	19
CALL	3,500	74.00	18.42%	3103	25.00%	21/03/05	238	19
CALL	2,800	137.50	7.49%	3071	65.00%	22/03/05	237	19
CALL	3,100	147.50	15.83%	3071	45.00%	22/03/05	237	19
CALL	2,800	305.00	14.55%	3104	65.00%	23/03/05	236	19
CALL	3,100	162.50	15.91%	3104	45.00%	23/03/05	236	19
CALL	3,500	75.75	18.67%	3104	25.00%	23/03/05	236	19
CALL	3,100	147.50	15.51%	3079	45.00%	24/03/05	235	19
CALL	3,600	56.00	18.97%	3079	20.00%	24/03/05	235	19
CALL	2,900	238.00	14.17%	3097	60.00%	28/03/05	234	19
CALL	3,100	154.25	15.40%	3097	45.00%	28/03/05	234	19
CALL	3,600	57.50	18.72%	3097	20.00%	28/03/05	234	19
CALL	2,800	274.00	13.95%	3063	65.00%	29/03/05	233	19
CALL	3,100	144.50	15.92%	3063	45.00%	29/03/05	233	19
CALL	3,500	66.00	18.67%	3063	20.00%	29/03/05	233	19
CALL	2,800	264.00	14.12%	3046	65.00%	30/03/05	232	19
CALL	3,100	137.50	15.97%	3046	40.00%	30/03/05	232	19
CALL	3,500	63.00	18.79%	3046	20.00%	30/03/05	232	19
CALL	3,050	144.00	15.71%	3024	45.00%	31/03/05	231	19
CALL	2,800	237.00	14.52%	2998	60.00%	01/04/05	230	19
CALL	3,050	132.75	15.71%	2998	40.00%	01/04/05	230	19
CALL	3,500	52.50	18.73%	2998	20.00%	01/04/05	230	19
CALL	2,800	245.00	13.95%	3019	65.00%	04/04/05	229	19.3
CALL	3,050	138.00	15.38%	3019	40.00%	04/04/05	229	19.3
CALL	3,400	65.50	17.77%	3019	25.00%	04/04/05	229	19.3
CALL	2,700	263.25	13.79%	2955	65.00%	06/04/05	227	19.3
CALL	3,000	128.50	15.31%	2955	40.00%	06/04/05	227	19.3
CALL	3,400	54.50	18.19%	2955	20.00%	06/04/05	227	19.3
CALL	2,700	251.00	13.84%	2936	65.00%	08/04/05	225	19.3
CALL	3,000	119.50	15.24%	2936	40.00%	08/04/05	225	19.3
CALL	3,300	60.50	17.34%	2936	25.00%	08/04/05	225	19.3
CALL	2,700	235.50	13.84%	2912	65.00%	11/04/05	224	19.3
CALL	3,000	113.25	15.61%	2912	40.00%	11/04/05	224	19.3
CALL	3,300	57.50	17.68%	2912	20.00%	11/04/05	224	19.3
CALL	2,900	152.75	14.86%	2932	50.00%	12/04/05	223	19.3
CALL	3,300	60.75	17.56%	2932	20.00%	12/04/05	223	19.3
CALL	2,700	219.75	13.30%	2890	65.00%	13/04/05	222	19.3
CALL	2,900	132.00	14.57%	2890	45.00%	13/04/05	222	19.3
CALL	3,300	51.50	17.47%	2890	20.00%	13/04/05	222	19.3
CALL	2,700	225.00	13.14%	2900	65.00%	14/04/05	221	19.3
CALL	2,900	135.75	14.50%	2900	45.00%	14/04/05	221	19.3
CALL	3,300	52.50	17.36%	2900	20.00%	14/04/05	221	19.3
CALL	2,700	246.00	13.16%	2932	65.00%	15/04/05	220	19.3

Tipo	K	Preço	Vol	F	Delta	Data	T	Pré
CALL	2,900	152.25	14.68%	2932	50.00%	15/04/05	220	19.3
CALL	3,300	67.00	17.68%	2957	25.00%	18/04/05	219	19.3
CALL	3,000	116.00	15.84%	2917	40.00%	19/04/05	218	19.3
CALL	3,300	58.00	17.80%	2917	20.00%	19/04/05	218	19.3
CALL	2,700	228.00	14.14%	2897	65.00%	20/04/05	217	19.3
CALL	2,900	138.75	15.22%	2897	45.00%	20/04/05	217	19.3
CALL	3,300	54.50	17.94%	2897	20.00%	20/04/05	217	19.3
CALL	2,700	209.50	14.16%	2867	60.00%	22/04/05	216	19.3
CALL	2,900	124.50	15.14%	2867	45.00%	22/04/05	216	19.3
CALL	3,300	48.75	18.02%	2867	20.00%	22/04/05	216	19.3
CALL	2,600	263.00	13.51%	2863	70.00%	25/04/05	215	19.3
CALL	2,900	121.75	15.05%	2863	40.00%	25/04/05	215	19.3
CALL	3,200	59.00	17.24%	2863	25.00%	25/04/05	215	19.3
CALL	2,600	263.00	13.62%	2862	70.00%	26/04/05	214	19.3
CALL	2,900	123.00	15.26%	2862	40.00%	26/04/05	214	19.3
CALL	3,200	59.25	17.34%	2862	25.00%	26/04/05	214	19.3
CALL	2,600	249.00	13.84%	2839	65.00%	27/04/05	213	19.3
CALL	2,900	114.00	15.34%	2839	40.00%	27/04/05	213	19.3
CALL	3,200	54.75	17.46%	2839	20.00%	27/04/05	213	19.3
CALL	2,600	234.25	13.62%	2819	65.00%	28/04/05	212	19.3
CALL	2,900	104.75	15.21%	2819	40.00%	28/04/05	212	19.3
CALL	3,200	49.75	17.38%	2819	20.00%	28/04/05	212	19.3
CALL	2,900	110.50	15.66%	2825	40.00%	02/05/05	210	19.3
CALL	3,200	52.50	17.68%	2825	20.00%	02/05/05	210	19.3
CALL	2,800	134.75	14.74%	2812	45.00%	03/05/05	209	19.3
CALL	3,200	49.00	17.59%	2812	20.00%	03/05/05	209	19.3
CALL	2,600	209.00	13.81%	2778	65.00%	04/05/05	208	19.3
CALL	2,800	120.00	14.82%	2778	45.00%	04/05/05	208	19.3
CALL	3,200	44.00	17.87%	2778	20.00%	04/05/05	208	19.3
CALL	2,800	215.50	14.08%	2969	60.00%	05/05/05	207	19.3
CALL	3,000	133.00	15.14%	2969	45.00%	05/05/05	207	19.3
CALL	3,400	55.75	17.94%	2969	20.00%	05/05/05	207	19.3
CALL	2,600	204.00	14.07%	2767	60.00%	05/05/05	207	19.3
CALL	2,800	117.75	15.14%	2767	45.00%	05/05/05	207	19.3
CALL	3,100	55.25	17.46%	2767	25.00%	05/05/05	207	19.3
CALL	2,500	250.50	13.75%	2747	70.00%	09/05/05	205	19.3
CALL	2,800	109.50	15.20%	2747	40.00%	09/05/05	205	19.3
CALL	3,100	52.25	17.74%	2747	20.00%	09/05/05	205	19.3
CALL	2,500	258.50	13.96%	2757	70.00%	12/05/05	202	19.3
CALL	2,800	115.00	15.45%	2757	40.00%	12/05/05	202	19.3
CALL	3,100	55.75	18.05%	2757	20.00%	12/05/05	202	19.3
CALL	2,800	120.75	15.51%	2770	45.00%	13/05/05	201	19.3
CALL	3,100	58.25	18.02%	2770	25.00%	13/05/05	201	19.3
CALL	2,600	204.00	14.44%	2764	60.00%	16/05/05	200	19.3
CALL	2,800	118.75	15.61%	2764	45.00%	16/05/05	200	19.3
CALL	3,100	58.50	18.29%	2764	25.00%	16/05/05	200	19.3
CALL	2,800	117.50	15.43%	2765	45.00%	17/05/05	199	19.3
CALL	3,100	56.25	17.98%	2765	25.00%	17/05/05	199	19.3
CALL	2,600	194.50	14.23%	2751	60.00%	18/05/05	198	19.3
CALL	2,800	111.50	15.44%	2751	40.00%	18/05/05	198	19.3
CALL	3,100	52.50	17.92%	2751	20.00%	18/05/05	198	19.3
CALL	2,500	233.25	13.71%	2723	70.00%	19/05/05	197	19.3
CALL	3,100	47.00	18.02%	2723	20.00%	19/05/05	197	19.3
CALL	2,500	236.00	13.40%	2730	70.00%	20/05/05	196	19.3
CALL	2,800	102.50	15.47%	2730	40.00%	20/05/05	196	19.3
CALL	3,050	54.25	17.62%	2730	25.00%	20/05/05	196	19.3
CALL	2,500	157.75	12.91%	2617	60.00%	21/05/05	195	19.3
CALL	2,700	82.50	14.79%	2617	40.00%	21/05/05	195	19.3

Tipo	K	Preço	*Vol*	*F*	Delta	*Data*	*T*	*Pré*
CALL	2,900	46.50	*16.90%*	2617	25.00%	21/05/05	195	19.3
CALL	2,500	218.50	*12.99%*	2708	70.00%	23/05/05	195	19.3
CALL	2,700	123.50	*14.52%*	2708	45.00%	23/05/05	195	19.3
CALL	3,050	49.75	*17.71%*	2708	20.00%	23/05/05	195	19.3
CALL	2,500	218.00	*12.48%*	2712	70.00%	24/05/05	194	19.3
CALL	2,700	123.75	*14.36%*	2712	45.00%	24/05/05	194	19.3
CALL	3,050	48.25	*17.40%*	2712	20.00%	24/05/05	194	19.3
CALL	2,500	205.00	*12.57%*	2692	65.00%	25/05/05	193	19.3
CALL	2,700	113.25	*14.22%*	2692	45.00%	25/05/05	193	19.3
CALL	3,050	45.00	*17.57%*	2692	20.00%	25/05/05	193	19.3
CALL	2,700	100.50	*14.62%*	2656	40.00%	30/05/05	191	19.3
CALL	3,000	44.25	*17.38%*	2656	20.00%	30/05/05	191	19.3
CALL	2,500	191.25	*13.28%*	2664	65.00%	31/05/05	190	19.3
CALL	2,700	105.00	*14.79%*	2664	40.00%	31/05/05	190	19.3
CALL	2,900	61.00	*16.74%*	2664	25.00%	31/05/05	190	19.3
CALL	2,500	207.25	*13.14%*	2690	65.00%	01/06/05	189	19.3
CALL	2,700	114.75	*14.61%*	2690	45.00%	01/06/05	189	19.3
CALL	3,000	52.25	*17.56%*	2690	25.00%	01/06/05	189	19.3
CALL	2,500	206.50	*13.23%*	2688	65.00%	02/06/05	188	19.3
CALL	2,700	114.00	*14.65%*	2688	45.00%	02/06/05	188	19.3
CALL	3,050	46.50	*18.14%*	2688	20.00%	02/06/05	188	19.3
CALL	2,500	183.25	*13.35%*	2651	65.00%	03/06/05	187	19.3
CALL	2,700	100.50	*14.99%*	2651	40.00%	03/06/05	187	19.3
CALL	3,000	44.75	*17.79%*	2651	20.00%	03/06/05	187	19.3
CALL	2,500	234.00	*13.67%*	2725	70.00%	06/06/05	186	19.3
CALL	2,700	133.00	*14.93%*	2725	50.00%	06/06/05	186	19.3
CALL	3,000	60.00	*17.59%*	2725	25.00%	06/06/05	186	19.3
CALL	2,500	236.00	*13.91%*	2726	70.00%	07/06/05	185	19.3
CALL	2,700	134.50	*15.09%*	2726	50.00%	07/06/05	185	19.3
CALL	3,050	57.00	*18.62%*	2726	25.00%	07/06/05	185	19.3
CALL	2,500	219.00	*13.69%*	2703	65.00%	08/06/05	184	19.3
CALL	2,800	96.00	*16.33%*	2703	40.00%	08/06/05	184	19.3
CALL	3,100	46.25	*19.10%*	2703	20.00%	08/06/05	184	19.3
CALL	2,500	249.25	*13.92%*	2745	70.00%	09/06/05	183	19.3
CALL	2,700	146.75	*15.50%*	2745	50.00%	09/06/05	183	19.3
CALL	3,050	63.00	*18.92%*	2745	25.00%	09/06/05	183	19.3
CALL	2,600	189.00	*14.71%*	2740	60.00%	10/06/05	182	19.3
CALL	2,800	110.50	*16.39%*	2740	40.00%	10/06/05	182	19.3
CALL	3,100	54.50	*19.28%*	2740	20.00%	10/06/05	182	19.3
CALL	2,500	226.00	*13.48%*	2715	70.00%	13/06/05	181	19.3
CALL	2,800	96.00	*15.85%*	2715	40.00%	13/06/05	181	19.3
CALL	3,100	47.50	*19.05%*	2715	20.00%	13/06/05	181	19.3
CALL	2,500	212.00	*13.44%*	2695	70.00%	14/06/05	180	19
CALL	2,700	118.00	*14.99%*	2695	45.00%	14/06/05	180	19
CALL	3,050	48.00	*18.50%*	2695	20.00%	14/06/05	180	19
CALL	2,500	210.50	*13.43%*	2693	70.00%	15/06/05	179	19
CALL	2,700	117.75	*15.10%*	2693	45.00%	15/06/05	179	19
CALL	3,000	55.00	*18.30%*	2693	25.00%	15/06/05	179	19
CALL	2,500	193.25	*13.43%*	2667	65.00%	16/06/05	178	19
CALL	2,700	103.50	*14.79%*	2667	45.00%	16/06/05	178	19
CALL	3,000	46.50	*17.91%*	2667	20.00%	16/06/05	178	19
CALL	2,500	166.50	*13.42%*	2625	60.00%	17/06/05	177	19
CALL	2,700	86.50	*14.85%*	2625	40.00%	17/06/05	177	19
CALL	3,000	37.50	*17.84%*	2625	20.00%	17/06/05	177	19
CALL	2,600	117.50	*13.77%*	2625	50.00%	20/06/05	176	19
CALL	2,900	49.50	*17.05%*	2625	25.00%	20/06/05	176	19
CALL	2,500	147.00	*13.10%*	2597	60.00%	22/06/05	174	19
CALL	2,600	105.00	*13.94%*	2597	45.00%	22/06/05	174	19
CALL	2,900	43.50	*17.18%*	2597	20.00%	22/06/05	174	19
CALL	2,450	191.50	*12.66%*	2625	70.00%	24/06/05	172	19
CALL	2,700	85.50	*14.89%*	2625	40.00%	24/06/05	172	19
CALL	2,900	47.75	*16.94%*	2625	25.00%	24/06/05	172	19
CALL	2,450	182.00	*12.55%*	2612	65.00%	27/06/05	171	19
CALL	2,600	112.00	*14.02%*	2612	50.00%	27/06/05	171	19
CALL	2,900	45.75	*17.14%*	2612	20.00%	27/06/05	171	19
CALL	2,450	171.75	*12.61%*	2596	65.00%	28/06/05	170	19
CALL	2,600	105.00	*14.12%*	2596	45.00%	28/06/05	170	19
CALL	2,900	42.05	*17.15%*	2596	20.00%	28/06/05	170	19

Série de dólar Futuro de Fechamento e Volatilidade At-the-Money para janeiro 2006

	Fwd_Fechamento	Vol_ATM
3/1/2005	2,867.72	15.93
4/1/2005	2,892.48	16.07
5/1/2005	2,895.74	16.19
6/1/2005	2,913.20	16.24
7/1/2005	2,897.99	16.16
10/1/2005	2,888.91	15.93
11/1/2005	2,907.05	16.07
12/1/2005	2,880.11	15.92
13/1/2005	2,877.86	15.72
14/1/2005	2,880.21	15.76
17/1/2005	2,880.13	15.75
18/1/2005	2,896.44	15.82
19/1/2005	2,884.80	15.80
20/1/2005	2,894.15	15.84
21/1/2005	2,859.05	15.55
24/1/2005	2,847.68	15.41
25/1/2005	2,847.68	15.41
26/1/2005	2,827.36	14.96
27/1/2005	2,825.82	14.85
28/1/2005	2,810.77	14.98
31/1/2005	2,768.72	15.46
1/2/2005	2,794.32	15.19
2/2/2005	2,803.59	15.26
3/2/2005	2,788.10	15.32
4/2/2005	2,796.61	15.31
9/2/2005	2,784.32	15.31
10/2/2005	2,800.67	15.39
11/2/2005	2,782.83	15.20
14/2/2005	2,758.20	14.98
15/2/2005	2,757.15	15.06
16/2/2005	2,762.58	15.04
17/2/2005	2,736.98	15.06
18/2/2005	2,745.84	15.32
21/2/2005	2,746.51	15.44
22/2/2005	2,770.56	15.67
23/2/2005	2,759.51	15.54
24/2/2005	2,801.90	15.88
25/2/2005	2,782.71	16.00
28/2/2005	2,746.63	16.06
1/3/2005	2,811.79	15.77
2/3/2005	2,835.53	16.24
3/3/2005	2,875.25	16.40
4/3/2005	2,848.51	16.15
7/3/2005	2,866.24	15.55
8/3/2005	2,884.20	15.47
9/3/2005	2,892.01	15.64
10/3/2005	2,907.08	15.53
11/3/2005	2,905.21	15.00
14/3/2005	2,944.53	15.56
15/3/2005	2,954.99	15.54
16/3/2005	2,943.28	15.50
17/3/2005	2,904.16	15.38
18/3/2005	2,896.43	15.32
21/3/2005	2,906.52	15.30
22/3/2005	2,871.39	15.36
23/3/2005	2,927.32	15.47
24/3/2005	2,915.86	15.25
28/3/2005	2,898.87	15.21
29/3/2005	2,869.62	15.33
30/3/2005	2,844.79	15.35
31/3/2005	2,837.21	15.26
1/4/2005	2,857.25	15.22

	Fwd_Fechamento	Vol_ATM
4/4/2005	2,840.06	15.07
5/4/2005	2,822.90	14.86
6/4/2005	2,788.38	14.95
7/4/2005	2,787.85	14.86
8/4/2005	2,771.22	14.82
11/4/2005	2,768.45	14.78
12/4/2005	2,758.47	14.79
13/4/2005	2,743.42	14.45
14/4/2005	2,756.06	14.35
15/4/2005	2,797.81	14.59
18/4/2005	2,792.81	14.86
19/4/2005	2,753.60	14.86
20/4/2005	2,740.74	14.86
22/4/2005	2,711.17	14.72
25/4/2005	2,691.53	14.56
26/4/2005	2,705.37	14.66
27/4/2005	2,679.59	14.65
28/4/2005	2,713.82	14.54
29/4/2005	2,692.45	14.69
2/5/2005	2,700.21	14.48
3/5/2005	2,679.73	14.43
4/5/2005	2,646.56	14.46
5/5/2005	2,648.61	14.60
6/5/2005	2,635.15	14.60
9/5/2005	2,625.44	14.61
10/5/2005	2,654.32	14.59
11/5/2005	2,632.45	14.65
12/5/2005	2,642.57	14.84
13/5/2005	2,648.28	14.84
16/5/2005	2,648.96	14.84
17/5/2005	2,653.86	14.84
18/5/2005	2,625.84	14.64
19/5/2005	2,613.78	14.53
20/5/2005	2,605.74	14.43
23/5/2005	2,587.81	14.13
24/5/2005	2,589.24	13.92
25/5/2005	2,565.60	13.96
27/5/2005	2,537.78	13.93
30/5/2005	2,521.30	13.77
31/5/2005	2,563.26	13.85
1/6/2005	2,621.99	13.93
2/6/2005	2,591.16	14.10
3/6/2005	2,604.60	14.08
6/6/2005	2,626.74	14.64
7/6/2005	2,642.70	15.13
8/6/2005	2,635.89	14.93
9/6/2005	2,675.73	15.45
10/6/2005	2,650.42	15.45
13/6/2005	2,625.97	15.45
14/6/2005	2,606.46	14.65
15/6/2005	2,603.21	14.67
16/6/2005	2,571.28	14.24
17/6/2005	2,542.53	13.96
20/6/2005	2,552.06	13.83
21/6/2005	2,528.04	13.61
22/6/2005	2,534.64	13.63
23/6/2005	2,552.95	13.78
24/6/2005	2,529.19	13.69
27/6/2005	2,523.88	13.75
28/6/2005	2,514.07	13.78
29/6/2005	2,495.78	13.83
30/6/2005	2,475.33	13.88

Série de dólar Futuro de Fechamento e Volatilidade At-the-Money para Março 2006

	Fwd_Fechamento	Vol_ATM
1/3/2005	2,872.47	16.28
2/3/2005	2,896.94	16.57
3/3/2005	2,936.62	16.76
4/3/2005	2,909.10	16.58
7/3/2005	2,926.97	16.09
8/3/2005	2,945.62	16.00
9/3/2005	2,953.62	16.15
10/3/2005	2,969.80	16.03
11/3/2005	2,967.21	15.55
14/3/2005	3,007.27	16.04
15/3/2005	3,017.39	15.97
16/3/2005	3,004.55	15.89
17/3/2005	2,966.92	15.78
18/3/2005	2,959.38	15.74
21/3/2005	2,969.92	15.75
22/3/2005	2,933.29	15.81
23/3/2005	2,991.43	15.95
24/3/2005	2,978.85	15.84
28/3/2005	2,962.39	15.72
29/3/2005	2,932.86	15.77
30/3/2005	2,907.64	15.80
31/3/2005	2,899.96	15.74
1/4/2005	2,917.08	15.63
4/4/2005	2,899.89	15.49
5/4/2005	2,882.73	15.31
6/4/2005	2,847.06	15.38
7/4/2005	2,846.67	15.26
8/4/2005	2,830.64	15.20
11/4/2005	2,827.77	15.18
12/4/2005	2,817.86	15.21
13/4/2005	2,801.58	14.84
14/4/2005	2,814.18	14.72
15/4/2005	2,857.85	14.96
18/4/2005	2,852.89	15.26
19/4/2005	2,813.38	15.26
20/4/2005	2,800.17	15.26
22/4/2005	2,770.38	15.11
25/4/2005	2,750.31	14.99
26/4/2005	2,764.88	15.05
27/4/2005	2,738.11	15.05
28/4/2005	2,773.16	14.92
29/4/2005	2,752.06	15.08
2/5/2005	2,763.18	14.88

	Fwd_Fechamento	Vol_ATM
3/5/2005	2,741.49	14.83
4/5/2005	2,706.34	14.83
5/5/2005	2,708.74	14.97
6/5/2005	2,694.81	14.92
9/5/2005	2,684.48	14.94
10/5/2005	2,714.62	14.99
11/5/2005	2,692.73	15.04
12/5/2005	2,703.11	15.23
13/5/2005	2,709.36	15.23
16/5/2005	2,710.15	15.22
17/5/2005	2,714.60	15.22
18/5/2005	2,685.39	15.13
19/5/2005	2,673.78	15.06
20/5/2005	2,665.53	14.94
23/5/2005	2,647.48	14.68
24/5/2005	2,649.60	14.48
25/5/2005	2,624.78	14.51
27/5/2005	2,595.90	14.50
30/5/2005	2,579.27	14.34
31/5/2005	2,622.27	14.40
1/6/2005	2,681.27	14.46
2/6/2005	2,649.81	14.56
3/6/2005	2,664.05	14.52
6/6/2005	2,687.44	14.99
7/6/2005	2,703.47	15.50
8/6/2005	2,696.25	15.20
9/6/2005	2,737.36	15.78
10/6/2005	2,710.63	15.78
13/6/2005	2,685.13	15.78
14/6/2005	2,665.00	14.90
15/6/2005	2,661.68	14.96
16/6/2005	2,628.78	14.47
17/6/2005	2,599.18	14.16
20/6/2005	2,609.03	14.10
21/6/2005	2,584.33	13.90
22/6/2005	2,591.21	14.01
23/6/2005	2,609.66	14.17
24/6/2005	2,585.52	14.04
27/6/2005	2,580.12	14.14
28/6/2005	2,570.27	14.14
29/6/2005	2,551.05	14.27
30/6/2005	2,529.73	14.36

Anexo II - Códigos Matlab utilizados para calibrar o modelo

Função total – Estima os parâmetros do Modelo

```
% function [] = total();
% função com todo o algoritmo
% teste

% baixar e tratar dados -------------------------
variable_sab;      % vol   F     t  vol    vol_atm;
trata_dados;
%=================================================

% calculo do beta-------------------------------
[ P , S ] = POLYFIT( log_F , log_vol , 1 );
beta = 1
%beta = 1+P(1);       % eq 21.
 %beta=P(1);
% =================================================

%          [ ro    vega ]
ro_vega0 = [ -.1    .52  ];  % condicao inicial [ ro vega ]
LB =        [ -0.99  0.01];  % limite inferior
UB =        [ 0.99    100 ];  % limite superior

% otimizacao ------------------------------
[ ro_vega, erro ] =
FMINCON('fun_obj',ro_vega0,[],[],[],[],LB,UB,[],[],F,K,beta,vol_atm_vlookup,T,vol);
% ro_vega = FMINSEARCH('fun_obj',ro_vega0,[],F,K,beta,vol_atm_vlookup,T,vol);

ro = ro_vega(1);
vega = ro_vega(2);

clear ro_vega X0 LB UB  P S;

% achar a vol calculada pelo modelo e valores de alfa;
[out,V,alfa] = fun_obj( [ ro vega ] , F , K , beta , vol_atm_vlookup , T , vol );

clc;
'beta ro vega mean(alfa)'
[beta ro vega mean(alfa)]
'tecle agora "plotar" para plotar todos os dados'
```

Função achar parâmetro Alfa

```
%=================================================

% achar alfa dado vol at the money
function [ out ] = find_alfa(alfa,ro,vega,beta,F,tempo,vol);
```

```
out = ((1-beta)^2)*tempo*(alfa^3)/(24*F^(2-2*beta)) +
ro*beta*vega*tempo*(alfa^2)/(4*F^(1-beta)) + (1+((2-3*(ro^2))*(vega^2)*tempo/24))*alfa -
vol*F^(1-beta);
```

Função Tratar Dados

```
% function [] = trata_dados();
% Dados de Strike  ----> K
% price  ------> preço da opções
% F  ---------> Forward
% T  ----> prazo
T=T/252;
%  r ---------> taxa pré
r = r/100;
for i=1:length(T)
   r_pu(i) = 1/( ( 1+r(i) )^( T(i)/252 ) );
end
r_pu = r_pu(:);
clear r;
clear i;
% data
data = x2mdate(data);
% datas dos Forwards e vol atm
data_atm = x2mdate(data_atm);
% F_atm  ---------> foward das vol atm
% vol_atm  -----------> Vol atm
vol_atm=vol_atm/100;
% vol
vol = vol/100;

log_vol = log(vol_atm);
log_F = log(F_atm);

j=1;
for i = 1:length(T);      % tirar valores iguais a zero
   if price(i) ~= 0
      F_(j) = F(i);
      K_(j) = K(i);
      T_(j) = T(i);
      data_(j) = data(i);
      r_pu_(j) = r_pu(i);
      vol_(j) = vol(i);
      price_(j) = price(i);
      j=j+1;
   end
end
F = F_';
K = K_';
T = T_';
```

```
data = data_';
r_pu = r_pu_';
vol = vol_';
price = price_';
clear F_ K_ T_ data_ r_pu_ vol_ price_;


for i = 1:length(data)
   for j = 1:length(data_atm)
      if data(i) == data_atm(j)
         % achou igual
         F_atm_vlookup(i) = F_atm(j);
         vol_atm_vlookup(i) = vol_atm(j);
      end
   end
end
F_atm_vlookup=F_atm_vlookup';
vol_atm_vlookup=vol_atm_vlookup';
clear i j;


j=1;
for i = 1:length(T);        % tirar valores iguais a zero  (F_atm_vlookup)
   if F_atm_vlookup(i)^2 > 0 & vol_atm_vlookup(i)^2 > 0 & vol(i)>.12
      F_(j) = F(i);
      K_(j) = K(i);
      T_(j) = T(i);
      data_(j) = data(i);
      r_pu_(j) = r_pu(i);
      vol_(j) = vol(i);
      price_(j) = price(i);
      F_atm_vlookup_(j) = F_atm_vlookup(i);
      vol_atm_vlookup_(j) = vol_atm_vlookup(i);
      j=j+1;
   end
end
F = F_';
K = K_';
T = T_';
data = data_';
r_pu = r_pu_';
vol = vol_';
price = price_';
vol_atm_vlookup = vol_atm_vlookup_';
F_atm_vlookup = F_atm_vlookup_';
clear F_ K_ T_ data_ r_pu_ vol_ price_ vol_atm_vlookup_ F_atm_vlookup_ i j;
```

Função Objetivo

```
%=========================================================
%função objeto calculo do erro quadratico médio
function [out,V,ALFA] = fun_obj( ro_vega , F , X , beta , alfa_vol , T , vol_mod );
% ro_vega,alfa,beta,F,tempo,vol);
% função objetivo  (calcular ro e vega)

% ro_vega
ro = ro_vega(1);
vega = ro_vega(2);
% beta = ro_vega(3);


for i=1:length(F)
   [ V(i) ,ALFA(i) ] = sabr( F(i) , X(i) , beta , ro , vega , alfa_vol(i) , T(i) , 1 );
end

V=V(:);
% mean(V)
erro = (vol_mod - V).^2;
out = sum(erro);
```

Função Volatilidade SABR

```
=========================================================
%dados os parametro do modelo e dados de mercado, o modelo que calcula a
% vol da opçao------------------------------------------------------------------

function [ V , alfa ] = sabr( F , X , beta , ro , vega , alfa , T , otim );
% [ V ] = sabr( F , X , beta , ro , vega , alfa , T );

% beta = beta-1;

if nargin == 7
   otim = 0;
end

if otim  == 1
% caso seja dada  a vol atm ao inves de alfa-------------------------------------
%     [ out ] = find_alfa(alfa,ro,vega,beta,F,tempo,vol);
   alfa = FZERO('find_alfa',1,[],ro,vega,beta,F,T,alfa);
end

FX = (F*X)^((1-beta)/2);

produto01 = ((1-beta)^2)*(alfa^2)/(24*FX^2) + ro*beta*vega*alfa/(4*FX) + (2-
3*ro^2)*(vega^2)/24 ;

produto02 = (FX)*(1 + ((1-beta)^2)*((log(F/X))^2)/24 + ((1-beta)^4)*((log(F/X))^4)/1920 );
```

```
if F~=X
   z = vega*FX*log(F/X)/alfa;
   Xz = log( ( sqrt(1- 2*ro*z + z^2 ) + z - ro )/(1-ro) );
else
   z=1;
   Xz=1;
end


V = alfa*(1+ produto01*T )*z/(Xz*produto02);
```

Função Total 2 – Estudo dos mínimos do modelo utilizando a função genética

```
%==============================================================

% function [] = total2();
% função com todo o algoritmo   +   algoritmos genéticos----------------------

variable_sab;      % vol   F    t  vol   vol_atm;
trata_dados;

[ P , S ] = POLYFIT( log_F , log_vol , 1 );
beta = 1+P(1);      % eq 21.
% beta=P(1);

X0 = [ 0 0.5 ];
LB = [ -0.99 0.01];
UB = [ 0.99 2];

BITS = [10 10]
OPTIONS(11:14)=[10 0.8 0.01 10];

ro_vega_ga =
GENETIC('fun_obj_ga',X0,OPTIONS,LB,UB,BITS,F,K,beta,vol_atm_vlookup,T,vol);
ro_vega =
FMINCON('fun_obj',ro_vega_ga,[],[],[],[],LB,UB,[],[],F,K,beta,vol_atm_vlookup,T,vol);


ro = ro_vega(1);
vega = ro_vega(2);
% beta = ro_vega(3);
clear ro_vega X0 LB UB  P S;

% achar a vol calculada pelo modelo e valores de alfa;
[out,V,alfa] = fun_obj( [ ro vega ] , F , K , beta , vol_atm_vlookup , T , vol );

clc;
'beta ro vega mean(alfa)'
```

[beta ro vega mean(alfa)]
'tecle agora "plotar" para plotar todos os dados'

Referência Bibliográfica

(1) Black, F. & Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economy, 73(May-June); 637-659, 1973.

(2) Rubinstein, M. Implied binomial trees. Journal of finance, 49(3): 771-818, 1994.

(3) Derman, E. & Kan, I. Riding on a Smile. Risk, 7(2), February 1994.

(4) Barle, S. & Cakici N. Growing a smiling tree. Risk, 8(10), 1995.

(5) Derman E, Kani, I & Zou, J. The level volatility surface: unlocking the information in index option prices. Financial Analysts Journal, July-Aug: 25-36, 1996.

(6) Derman, E, Kani, I & Chriss, N. Implied trinomial trees of the volatility Smile. Journal of Derivatives, summer, 1996.

(7) Dupire, B. Pricing with a Smile. Risk, 7(1), January 1994.

(8) Heston, S. A closed form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. Review of Financial Studies, 6(2), 1993.

(9) Costa, M. Implementação do Modelo de Heston para o Mercado Brasileiro. Tese de Mestrado. Universidade de São Paulo, 2003

(10) Eisenber, L & Jarrow, R. Options pricing with Random Volatilities in Complete markets. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 4:5-17, 1994.

(11) Hull, J and White, A. The pricing of options on assets with stochastic volatilities, Journal of Finance, 42:281-300, June 1987

(12) Stein, E & Stein, J. Stock Price distributions with stochastic volatility. An analytic approach. Review of Financial Studies, 4:727-752, 1991.

(13) Derman, D and Kani, I. Stochastic implied trees: Arbitrage pricing with stochastic term and Strike structure of volatility. International Journal of Theory and applications in Finance, 1:61-110, 1998.

(14) Heath,D, Jarrow, R, and A. Morton, Bond pricing and the term structure of interest rates: a discrete time approximation. Journal of financial and Quantitative Analysis, 25: 419-440, 1990.

(15) Hagan, P. S., Kumar, D., Leniewski, A. S. & Woodward, D. E. (2002), "Managing Smile Risk", WILMOTT Magazine September, 84-108.

(16) Black, F. The pricing of commodity contracts. Journal of Finance Economics. EC 81, 167-179, 1976

(17) West, G. Calibration of the SABR Model in Illiquid Markets, University of the Witwatersrand, Johannesburg (2004).