

"A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail bibfea@usp.br para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD)."

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE “MODELAGEM MATEMÁTICA EM
FINANÇAS”

COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE VOLATILIDADE PARA A
UTILIZAÇÃO DO MODELO DE BLACK NA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES DE
IDI

Luiz Adriano de Azevedo Bozutti Martinez

Orientador: Professor Dr Gerson Francisco

São Paulo
2002

**COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE VOLATILIDADE PARA UTILIZAÇÃO DO
MODELO DE BLACK NA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES DE IDI**

Luiz Adriano de Azevedo Bozutti Martinez

**Dissertação apresentada à
Faculdade de Economia,
Administração e Contabilidade e
ao Instituto de Matemática e
Estatística da Universidade de
São Paulo para obtenção do
Título de Mestre.**

Orientador: Prof Gerson Francisco

**São Paulo
2002**

Índice	
1.) Introdução	5
2.) Revisão Bibliográfica	7
3.) O Modelo de Black	19
4.) Metodologia	27
I-) Retorno	27
II-) Volatilidades	
a-) Volatilidade Histórica Tradicional	28
b-) Volatilidade ARCH 1	29
c-) Volatilidade GARCH(1,1)	32
d-) Volatilidade ARCH-M	34
e-) Volatilidade EWMA	34
f-) Volatilidade Futura Modificada	36
g-) Volatilidade Futura	37
h-) Volatilidade Integral Black	38
i-) Volatilidade GARCH-D	39
III-) Descrição dos Testes Realizados	
a-) Teste de Dickey-Fuller	41
b-) Teste de Heterocedasticidade	41
c-) Teste de Durbin-Watson	43
d-) Critérios AIC e BIC	44
5-) Análise dos Dados e Realização dos Testes do Modelo	45
6-) Conclusão	63
7-) Referências Bibliográficas	64
8-) Anexo 1	66
9-) Anexo 2	85

Resumo

O tema deste trabalho é a escolha do melhor método para estimação de volatilidade quando utiliza-se o modelo de Black (1976) para precificação da opção de IDI.

No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica da pouca literatura existente no Brasil sobre o tema e algumas adaptações às demonstrações relevantes para a justificativa teórica do trabalho, principalmente a utilização de métodos alternativos para a estimação de volatilidade para o modelo de Black (1976).

O capítulo 3 descreve o modelo de Black (1976) em sua forma genérica e faz uma adaptação ao delta para balancear-se o modelo utilizando-se o PU negociado na BM&F.

O capítulo 4 é uma descrição teórica dos modelos de retorno, volatilidade e testes realizados para verificação dos modelos. Todos estes testes mais a descrição dos dados numéricos utilizados e as conclusões numéricas do trabalho estão no capítulo 5.

O capítulo 6 faz a conclusão geral do trabalho. Mostra-se que o modelo de Black (1976), que é largamente utilizado pelas mesas de operações pode ser justificado teoricamente e dá resultados numéricos bastante razoáveis se levarmos em conta que trata-se de um modelo de um fator com todas as limitações que isto impõe.

1-)Introdução

Nos últimos anos o mercado de depósitos interfinanceiros de um dia (DI) tornou-se o principal balizador de taxas de juros para operações ativas e passivas entre as instituições financeiras crescendo de US\$ 3 bilhões em janeiro de 1994 para próximo a US\$ 8 bilhões em janeiro 01. Este mercado, como será mostrado, possui características próprias que o diferem dos mercados mais líquidos de futuros de taxas de juros no mundo (T Bills e T Notes) sendo que os modelos de precificação e estimação de parâmetros desenvolvidos no exterior precisam ser adaptados para serem aplicados no Brasil tanto no que se refere ao ativo objeto quanto a derivativos do mesmo.

Para aumentar a flexibilidade na disponibilidade de hedge foi criado em janeiro de 1999 o mercado de opções sobre IDI, sendo o IDI um índice que é corrigido diariamente pelo CDI over (mesmo indexador utilizado pelo DI) e com vencimento determinado em uma data futura. Este mercado é caracterizado pela baixa liquidez e pelos prazos curtos em que é negociado. Os participantes do mercado financeiro utilizam o modelo de Black(1976) para precificação destes contratos.

A utilização deste modelo, em uma primeira análise, parece padecer de uma incoerência teórica por exigir um desconto a uma taxa de juros que é suposta estocástica para a precificação da opção. Será mostrado que esta incoerência pode ser sanada através de uma análise alternativa que tem como resultado final o próprio modelo de Black(1976) com uma outra abordagem para a volatilidade.

Compararemos também este método para estimação de volatilidade com outros métodos possíveis afim de mostrar que, além de consistente teoricamente, é o que apresenta o menor erro relativo comparado com o preço estimado na data de pagamento da opção.

Como consequência das comparações mostraremos também a necessidade de utilização de um fator de correção para a volatilidade calculada sobre a taxa de juros do CDI diário.

2-)Revisão Bibliografica

Como La Roque e Garcia (1996) descrevem (e faremos de forma análoga para o mercado de IDI), *os métodos tradicionais de avaliação de volatilidade de futuros, por exemplo descrito por Duffie(1989-p 165)), não são aplicáveis ao mercado de DI futuro pois este apresenta uma heterocedasticidade cíclica que não depende somente da heterocedasticidade do processo original de taxas de juros mas também do fato de haver uma composição diária das taxas de juros ao PU e a volatilidade será tanto maior quanto maior for o número de composições que devem ser feita* (maior o prazo para o vencimento do contrato). Utilizaremos o mesmo procedimento proposto por La Roque e Garcia adaptando ao mercado de IDI:

A demonstração parte do princípio de que a estabilização da série histórica de contratos do DI futuro é feita através de transformação desta série em uma série de VF_t :

$$VF_t = PU_t * I_t * \dots * I_{T-1} \quad (2.1)$$

onde:

VF_t =Valor Futuro do PU

t=Data de negociação do contrato

T=Data de vencimento do contrato

I_t =Fator de juro diário= $\exp(i_t)$

Esta expressão é idêntica à que será usada para o cálculo do valor futuro(F) do IDI com a única modificação a alteração do valor de PU_t para IDI_t .

Partindo-se desta definição de VF_t e do procedimento de avaliação neutra ao risco (por exemplo - Willmot 1998) temos:

$$E^Q[VF_t] = IDI_t * E^Q[I_t * \dots * I_{T-1}] \quad (2.2)$$

Onde:

E^Q é o Valor Esperado na probabilidade neutra ao risco e as demais variáveis iguais ao já definido.

Admitindo-se que i_t tenha distribuição normal e seguindo a mesma definição de Garcia

$$i_{t,T-1} = \sum_{s=t}^{T-1} i_s; \mu_t = E_t(i_{t,T-1}); \sigma_t^2 = Var_t(i_{t,T-1}); I_{t,T-1} = \prod_{s=t}^{T-1} I_s = e^{(i_{t,T-1})} \quad (2.3)$$

Além disso, também estamos supondo a distribuição condicional a t de i_t^{T-1} normal daí:

$$i_t^{T-1} \approx N(\mu, \sigma_t^2)$$

$$I_t = \exp(i_t) \Rightarrow E(I_t) = \exp(\mu - \frac{\sigma^2}{2})$$

$$E_t(I_{t,T-1}) = \exp[\mu_t - (\frac{\sigma_t^2}{2})] = VF_t \quad (2.4)$$

$$E_t(I_{t-1,T-1}) = \exp[\mu_{t-1} - (\frac{\sigma_{t-1}^2}{2})] = VF_{t-1} \quad (2.5)$$

Porém a série a ser modelada é de retornos logarítmicos L_t :

$$L_t = \ln(VF_t) - \ln(VF_{t-1}) = \mu_t - \mu_{t-1} + \frac{(\sigma_{t-1}^2 - \sigma_t^2)}{2} \quad (2.6)$$

$$= A + B/2$$

Com:

$$A = \mu_t - \mu_{t-1} = (a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1})e_{t-1} + E_{t-1}(i_{t-1})$$

$$B = -\sigma_t^2 + \sigma_{t-1}^2 = (1 + a_1 + \dots + a_{k-1})^2 \sigma^2 \quad (2.7)$$

Para deixar bem claro que a heterocedasticidade da série de retornos logarítmicos não está relacionada a uma eventual heterocedasticidade de i_t , supõe-se que i_t seja estacionário de segunda ordem com as inovações sendo ruído branco. Daí:

$$L_t = e_{t-1}(1 + a_1 + \dots + a_{k-1}) + \frac{(1 + a_1 + \dots + a_{k-1})^2 \sigma^2}{2} \quad (2.8)$$

Percebemos que a variável L_t depende :

1-)Do processo i_t que definirá o valor dos coeficientes a

2-)Da inovação e_{t-1} que é a única informação nova entre as datas $t-1$ e t

3-)Do número de k s existentes entre a data t e a data $T-1$

4-)É importante notar também que a variância condicional a $t-1$ de L_t^k depende do processo seguido por i_t e de k (a menos que todos os k sejam zero se i_t for ruído branco).

E são estas três conclusões que justificam a utilização que será feita dos fatores de correção para a volatilidade dependendo do número de dias entre a data atual e o vencimento da opção. Justificará também os extremos de integração da volatilidade calculada como uma integral sobre o tempo faltante para o vencimento da opção.

Percebemos que mesmo admitindo uma homocedasticidade do processo de i_t temos uma heterocedasticidade inerente ao processo de acumulação diária de CDI.

Explicarão também o fato de apesar dos testes não indicarem uma heterocedasticidade em todo o processo da taxa de juros CDI over, o modelo que apresenta a melhor performance em testes realizados ser um modelo do tipo heterocedástico.

Eid (1995) faz testes para volatilidade do mercado de juros futuros entre 01/02/99 até 01/10/01. O intuito deste trabalho é verificar a influência da volatilidade na precificação de opções de ouro. Os juros futuros estudados são taxas mensais e as variações são calculadas através do retorno das taxas mensais calculadas do seguinte modo:

$$\left[\left(1 + \frac{i}{3000} \right)^{\left(\frac{dum}{dcm} \right)} - 1 \right] \times 100 \quad (2.9)$$

Onde:

i =taxa de juros over dias corridos

dum =dias úteis em 30 dias

dcm =dias corridos em 30 dias

O trabalho conclui que a utilização de modelos ARCH(1) melhora em 17% o EQM (Erro Quadrático Médio) do modelo de Black & Scholes (1973). Incluiremos esta estimativa no conjunto de comparações além de ARCH-M também testada pelo autor apesar de não apresentar resultados conclusivos por problemas de convergência. Tentaremos ajustar o processo de juros por modelos ARCH para verificar estes resultados nos dados do nosso trabalho.

Lemgruber e Ohanian (1997) comparam vários modelos de estimação de volatilidade através de testes estatísticos que compreendem 16/01/96 até 15/05/97 utilizando taxas de juros no interbancário, cupom cambial e câmbio - Eles concluem que o modelo EWMA sugerido pelo JP MORGAN RISKMETRICS com fator de decaimento exponencial de 0,91 mostrou-se bastante preciso produzindo a menor soma de erros quadrados para a variável em questão.

Gluckstern também usou o modelo de Black (1976) para comparação de eficiência com o modelo de Hull White na precificação de opções sobre IDI. Citando Lemgruber e Ohaiman utilizou a volatilidade EWMA 0,91 e 0,99; além da janela de volatilidades móvel proposta por Brenner, Harjes e Kroner (1996) que foi utilizada também para efeito de comparação com os demais modelos.

Bertucci (1999) faz um estudo comparativo entre diversos métodos de estimação de volatilidade entre 04/07/1994 a 28/07/1998 para série de TELEBRAS e conclui pela superioridade dos modelos Garch(1,1) e modelos assimétricos do tipo Egarch e TARCH(1,1) concluindo porém que a volatilidade implícita da opção se torna superior a todos os métodos anteriores quando empregada.

Lemgruber (2001) propõe um fator para correção da volatilidade da taxa de 1 dia para o fator de T-1 dias. São feitas as seguintes definições:

R_i – taxa juros diária continuamente composta no instante i

S_i – Índice IDI a vista no instante i

F_t – Futuro de IDI projetado para a data de vencimento

Daí:

$$\ln \left[\frac{F_i}{F_{i-1}} \right] = \ln \left[\frac{S_i e^{R_i(T-i)}}{S_{i-1} e^{R_{i-1}(T-i+1)}} \right] = \ln \left[\frac{S_{i-1} e^{R_{i-1}} e^{R_i(T-i)}}{S_{i-1} e^{R_{i-1}(T-i+1)}} \right] = \ln \left[\frac{e^{R_{i-1}} e^{R_i(T-i)}}{e^{R_{i-1}(T-i+1)}} \right]$$

$$= R_i(T-i) - R_{i-1}(T-i) = (R_i - R_{i-1})(T-i) \quad (2.10)$$

O próximo passo foi a derivação de σ_F e σ_R assumindo $(T-i)=\tau$

Da definição de σ^2 (por exemplo Moretin 1997) temos:

$$\sigma_R^2 = E[(\Delta R)^2] - E[\Delta R]^2$$

e

$$\sigma_F^2 = E[(\Delta R(\tau))^2] - E[\Delta R(\tau)]^2$$

Assumindo $E[\Delta R] = 0$ temos :

$$\sigma_R^2 = \left\{ \sum_{i=1}^{T-1} (\Delta R_i)^2 \right\} \frac{(T-1)}{(T-2)}$$

$$\sigma_F^2 = \left\{ \sum_{i=1}^{T-1} (\Delta R_i \tau)^2 \right\} \frac{(T-1)}{(T-2)}$$

$$\sigma_F^2 = \sum_i^{T-1} (\tau^2 \sigma_R^2)$$

Daí:

Levando para o infinito temos:

$$\sigma_F^2 = \int_0^{T-1} \tau^2 d\tau \sigma_R^2$$

$$\sigma_F^2 = \left\{ \frac{\frac{(T-1)^3}{3} - \frac{1}{3}}{T-1} \right\} \sigma_R^2 \quad (2.11)$$

Que é o fator que será utilizado para corrigir as volatilidades calculadas sobre a taxa de juros diária.

Viera Neto (1999) desenvolve uma revisão sobre os principais modelos de taxa de juros e aplica o modelo desenvolvido por Jamishidian (1989) para as opções de IDI. Este modelo além de ser livre de arbitragens é coerente com o fato da taxa de juros usada para o desconto do valor futuro da condição de contorno ser estocástica:

O processo descrito pela taxa de juros neste modelo segue um processo de Ornstein-Uhlenbeck:

$$dr(t, w) = \alpha(\theta - r(t, w)).dt + \gamma.dW_r(t, w) \quad \alpha, \theta, \gamma > 0 \quad (2.12)$$

θ é a media de longo prazo

α é a velocidade de reversão a média

w é o estado da natureza

W_r é um processo de Wiener relacionado aos choques aleatórios que afetam o preço

O preço dos ativos nesta economia é dado por:

$$dP_i(t, w) = \mu_i(t, w).dt + \sigma_i(t, w)dW^Q(t, w) \quad (2.13)$$

Onde:

$B_0(t)$ representa o acúmulo de taxas sucessivas ao longo do tempo e pode ser entendido como o valor do IDI a vista.

O valor da opção de compra sobre P_0 (IDI) na data de vencimento T é:

$$c_T = \max[0, B_0(T) - E] = \max\left[0, \exp\left(\int_0^T r(s)ds\right) - E\right] \quad (2.14)$$

Supondo que o mercado seja completo e livre de arbitragens podemos supor que existe uma medida livre de risco tal que o derivativo pode ser escrito da seguinte forma:

$$c_i B_{0,T}^{-1} = E^Q[c_T B_{0,T}^{-1} / \xi_t] \quad (2.15)$$

onde:

$$B_{s,t} = \exp\left(\int_s^t r(u)du\right) \quad (2.16)$$

Utilizando (2.14) e (2.16) podemos reescrever (2.15) da seguinte forma:

$$c_t B_{0,t}^{-1} = E^Q \left[\max(0, B_{0,T} - E) B_{0,T}^{-1} \mid \xi_t \right] \quad (2.17)$$

$$c_t = E^Q [\max(0, B_{0,t} - E e^{-y(t,T)}) \mid \xi_t]$$

onde:

$$y(t,T) = \ln(B_{t,T}) = \int_t^T r(s)ds \quad (2.18)$$

Uma suposição feita na dedução do modelo é que o prêmio de risco percebido pelos investidores $\lambda_r(s)$ é constante. Desta forma as condições de existência e obediência da condição de Novicov estão satisfeitas e na aplicação do T de Girsanov temos um processo de Wiener definido como: (Oksendal 1997):

$$dW_r^Q(t) = \lambda_r dt + dW_r(t) \quad (2.19)$$

onde $dW_r(t)$ é um processo $N(0,1)$

Substituindo na equação da taxa de juros de curto prazo temos:

$$dr(t) = \alpha(\bar{r} - r(t))dt + \gamma dW_r^Q(t) \quad (2.20)$$

Que aplicando-se o Lema de Itô adequadamente se chega em:

$$r_T = \bar{r} + e^{-\alpha T} (r_t - \bar{r}) + \gamma \int_t^T e^{\alpha(s-T)} dW_r^Q(s) \quad (2.21)$$

Onde $\bar{r}(t) = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} r_t$

Podemos observar que r_t segue uma distribuição normal.

Percebendo que a segunda parte da igualdade 2.21 é uma integral de Itô (que é Martingal) temos a esperança e sabendo que $Var[r(t)] = E^Q(r_t^2 | \xi_t) - E^{2Q}[r(t)]$

$$E^Q[r(t) | \xi_t] = e^{-\alpha t} r_t + (1 - e^{-\alpha t}) \bar{r} \quad (2.22)$$

$$Var[r(t) | \xi_t] = \gamma^2 \int_t^T e^{2\alpha(s-t)} ds = \frac{\gamma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha t}) \quad (2.23)$$

Utilizando estes resultados o autor avalia a esperança condicional necessária para a precificação da opção:

$$E^Q\left(\int_t^T r(s) ds / \xi_t\right) = \tau \bar{r} + \alpha^{-1} (r_t - \bar{r}) (1 - e^{-\alpha \tau}) = n(r_t, \tau, \alpha, \theta, \gamma, \lambda) \quad (2.24)$$

$$Var^Q\left(\int_t^T r(s) ds / \xi_t\right) = \frac{\gamma^2}{2\alpha^3} (4e^{-\alpha \tau} - e^{-2\alpha \tau} + 2\alpha \tau - 3) = k^2(\tau, \alpha, \gamma) \quad (2.25)$$

Onde: $\tau = T - t$

Notamos que a variável $n(r_t, \tau, \alpha, \theta, \gamma, \lambda)$ é função de vários parâmetros de difícil estimação e, para facilitar a precificação da opção, vamos substituí-la por outras variáveis de estimação mais fácil:

Das equações (2.18) e (2.21) concluímos que $B_{t,T}^{-1}$ é lognormal daí:

$$E^Q[B_{t,T}^{-1}|\xi_t] = \exp(-n + \frac{k^2}{2}) \quad (2.26)$$

$$\Rightarrow P(t,T)B_{0,t}^{-1} = E^Q[P(T,T)B_{0,T}^{-1}|\xi_t]$$

$$\Rightarrow P(t,T) = E^Q[B_{t,T}^{-1}|\xi_t] \quad (2.27)$$

Substituindo (2.27) em (2.26)

$$P(t,T) = \exp(-n + \frac{k^2}{2})$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{2}k^2 - \ln P(t,T)$$

Daí: (2.26)

$$\left(\int_t^T r(s) ds / \xi_t \right) \approx N \left(\frac{1}{2}k^2 - \ln P(t,T), k^2 \right)$$

Sendo o mercado livre de arbitragens e completo podemos escrever o valor de uma opção europeia como (2.15):

$$c_t B_{0,t}^{-1} = E^Q [c_T B_{0,T}^{-1} / \xi_t]$$

Onde Q denota a medida Martingale equivalente e $E^Q[\xi_t]$ denota o operador esperança sobre Q com a informação disponível em t e $B_{0,t}^{-1}$ é o fator de desconto entre a data de vencimento da opção e o dia de hoje.

Daí:

$$c_t = B_{0,t} \cdot N(h) - E \cdot P(t, T) \cdot N(h - k) \quad (2.27)$$

$$h = \frac{\ln(B_{0,t} / P(t, T) \cdot E) + k^2 / 2}{k} \quad (2.28)$$

onde $N()$ é a Distribuição Normal Acumulada e

$$k^2 = \frac{\gamma^2 (4e^{-\alpha\tau} - e^{-2\alpha\tau} + 2\alpha\tau - 3)}{2\alpha^3} \quad (2.29)$$

$$B_{0,t} = IDI_t$$

E é o Strike da opção

$P(t, T)$ é o preço do PU(t) em T

A solução (2.27) é a solução para opção de IDI Européia dada pelo autor.

Percebe-se que estimando k como alguma forma de “volatilidade média projetada para o período em questão” σ_{me} teremos:

$$k^2 = \sigma_{me}^2$$

$$B_{0,t} / P(t, T) = F$$

$$h = \frac{\ln(F / E) + \frac{\sigma_{me}^2}{2}}{\sigma_{me}} = d_1$$

$$h - k = d_1 - \sigma_{me} = d_2$$

Substituindo estes valores na fórmula de precificação da opção teremos:

$$c_t = B_{0,t} \cdot N(d1) - E \cdot P(t, T) \cdot N(d2) \quad (2.30)$$

Dividindo-se por $P(t, T)$ temos:

$$c_t = P(t, T) (F \cdot N(d1) - E \cdot N(d2)) \quad (2.31)$$

Que é exatamente a fórmula para o modelo de Black (1976). Basta agora darmos a interpretação correta para a volatilidade σ_{me} em questão. Isto será feito na seção sobre volatilidades, quando uma das estimativas para a volatilidade será a GARCH-D, que é uma maneira de estimarmos a variância da fórmula acima sem necessitarmos dos parâmetros de velocidade e média de reversão.

O único input para o modelo GARCH-D além do modelo tradicional GARCH é um vetor de uma coluna cujos elementos serão função do tempo.

3-) O modelo de Black

Vamos considerar o modelo básico de precificação de uma opção V de strike K sobre o índice IDI e chegar na equação diferencial que resolve o problema. Esta demonstração será feita conforme Rebonato (1998).

Aplicaremos uma suposição forte de que a opção será função de um Bond com vencimento t (igual ao da opção) e será função do preço forward do IDI ($FP(t)$) de maneira “separável”:

$$V(FP(t)) = f(FP(t)) P(0,t) \quad (3.1)$$

Também será proposto um modelo alternativo de cálculo de volatilidade uma vez que o modelo de Black (1976) tradicional supõe que a volatilidade do ativo objeto é constante durante toda a vida da opção, hipótese que não é razoável para opções de taxas de juros como a opção sobre IDI.

Em um primeiro momento vamos montar uma carteira π composta por uma posição comprada em uma opção $V(FP)$ e uma quantidade δ vendida em um ativo objeto FP que será o IDI futuro (corrigido até o vencimento da opção).

$$\Pi(t) = V(FP) - \delta FP \quad (3.2)$$

A variação de valor do portfolio π pode ser dada pela seguinte fórmula:

$$d\Pi(t) = dV(FP) - \delta d(FP) \quad (3.3)$$

Considerando o movimento Browniano geométrico sem drift para FP esperamos que ele tenha a seguinte equação dinâmica:

$$dFP = \sigma dW \quad (3.4)$$

onde σ é a volatilidade de FP (Seu cálculo será tratado na sessão a seguir)

Expandindo V em série de Taylor e desprezando os termos com ordem igual ou superior a dt^2 temos:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial FP} dFP + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial^2 FP} dFP^2 \quad (3.5)$$

Obs: $o(dFP^2) = o(dw^2) = o(dt) = 1$ (Conforme demonstrado em Neftci (1996) p 137).

Daí substituindo em (3.3) :

$$d\Pi(t) = \left(\frac{\partial V}{\partial(FP)} d(FP) + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial(FP)^2} \right) - \delta \sigma dw \quad (3.6)$$

Ou

$$d\Pi(t) = \left(\frac{\partial V}{\partial(FP)} \sigma dW + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial(FP)^2} \right) - \delta \sigma dw \quad (3.7)$$

Escolhendo:

$$\delta = \frac{\partial V}{\partial(FP)}$$

teremos:

$$d\Pi(t) = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial (FP)^2} \right) dt \quad (3.8)$$

Como admitimos que estamos operando futuros a carteira anterior não exige caixa, ou seja não custa nada para ser formada, daí para evitarmos arbitragens seu valor no instante seguinte deve ser igual ou seja sua variação de valor deve ser nula:

$$0 = \left(\frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial (FP)^2} \right) dt$$

Essa é a equação de Black para futuros com solução conhecida e igual a :

$$C = e^{-rt} (FP N(d1) - K N(d2)) \quad (3.9)$$

Onde:

$$d1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{FP}{K}\right) + \frac{\sigma^2 t}{2} \right]}{\sigma \sqrt{T}}$$
$$d2 = \frac{\left[\ln\left(\frac{FP}{K}\right) - \frac{\sigma^2 t}{2} \right]}{\sigma \sqrt{T}}$$

e $N(_)$ é a função normal acumulada,

Uma observação a ser feita é que como estamos fazendo o hedge com o PU ao invés do Preço Futuro daí temos a seguinte correção :

$$\delta = \frac{\partial V}{\partial FP}$$

$$\frac{\partial FP}{\partial PU} = \frac{\partial \left(IDI(0) \frac{100000}{PU} \right)}{\partial PU} = - \frac{IDI(0) 100000}{PU^2}$$

$$\frac{dV}{dPU} = \frac{\partial V}{\partial FP} \frac{\partial FP}{\partial PU} = -\delta \frac{IDI(0) 100000}{PU^2} = -\delta \frac{FP}{PU}$$

que é o delta a ser utilizado.

Uma justificativa via cálculo estocástico será feita agora como justificativa da utilização do modelo de Black com a abordagem alternativa para o cálculo da volatilidade.

Se $P(t,w)$ for um mercado redutível e completo então o preço livre de arbitragem Π de um contrato derivativo c europeu com data de vencimento T , como demonstrado, por exemplo, por Vieira Neto (1999) é dado por :

$$\Pi_t(c) = P_0(t) E^Q \left[V^Q(T) P_0^{-1}(T) / \xi_t \right] = P_0(t) E^Q \left[c(w) P_0^{-1}(T) / \xi_t \right] \quad (3.11)$$

Onde:

$P_0(t)$ é a taxa de juros acumulada até o instante t

$c(w)$ é o valor do derivativo na data de vencimento

$$P(t, w) = (P_0(t, w); P_1(t, w))$$

com

$$dP_0(t) = r(t) \cdot P_0(t) dt$$

$$dP_1(t) = \mu(t) P_1(t, w) dt + \sigma(t) P_1(t, w) dw(t, w)$$

A primeira verificação que será feita é a existência de solução para o seguinte sistema linear:

$$\sigma^*(t)\lambda(t) = \mu^*(t) - r(t)(P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)) \quad (3.12)$$

como :

$$\sigma^*(t) = \sigma(t)P_1;$$

$$\mu^*(t) = \mu(t)P_1$$

$$\sigma(t)P_1(t, w)\lambda(t) = \mu(t)P_1(t, w) - r(t)P_1(t, w)$$

A solução para o sistema vale:

$$\lambda(t) = \frac{\mu(t) - r(t)}{\sigma(t)} \quad (3.13)$$

e portanto o mercado em questão não permite arbitragens (Oksendal 2000).

A segunda verificação que será feita é sobre o posto da matriz que contém em suas linhas o desvio padrão de cada fonte de incerteza que compõe o mercado- este posto deve ser igual ao número de componentes de incerteza do derivativo a ser replicado no mercado, se este for o caso dizemos que o mercado é completo, e portanto o derivativo é replicável neste mercado. A demonstração deste teorema pode ser encontrada em Vieira Neto (1999).

Tanto o posto da matriz como o número de fontes de incertezas para o nosso caso é igual a 1. Portanto definimos :

$$\rho(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(s, w)dw(s, w) - \frac{1}{2} \int_0^t |\lambda(s, w)|^2 ds\right) \quad (3.14)$$

Aplicando o Teorema de de Girsanov (Oksendal 2000) podemos construir uma medida de probabilidade Martingale equivalente a medida P em questão que chamaremos de Q onde:

$$dQ(w) = \rho(T)dP(w)$$

e P_1 possui a seguinte representação neste espaço de probabilidades:

$$dP_1(t, w) = r(t)P_1(t, w)dt + \sigma(t)P_1(t, w)dW^Q(t, w) \quad (3.15)$$

Aplicando o lema de Ito sobre $\ln P_1$ temos:

$$F(P_1, t) = \ln(P_1)$$

$$dF_t = \frac{\partial F}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P_1^2} \sigma^2 dt$$

daí:

$$d(\ln P_1) = \frac{1}{P_1} (rP_1 dt + \sigma P_1 dW^Q) - \frac{1}{2P_1^2} P_1^2 \sigma^2 dt$$

Integrando:

$$\int_t^T d(\ln P_1) = \int_t^T (r ds + \sigma_1 dW^Q) - \int_t^T \frac{1}{2} \sigma^2 ds$$

$$\ln P_1(T) = \ln P_1(t) + \int_t^T \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) ds + \int_t^T \sigma dW^Q$$

Aproveitando-se o fato da integral de Ito ser um martingal temos:

$$E[\ln(P_1(t)/\xi_t^Q)] = \ln P_1(T) + \int_t^T \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) ds$$

Para determinar a variância do processo vamos fazer uso da isometria de Ito:

$$E\left[\left(\int_0^t g(s, w) dW_i(s, w)\right)^2\right] = E\left[\int_0^t g^2(s, w) ds\right]$$

Aplicando para o caso em questão:

$$E\left[\left(\int_t^T \sigma^2 dW_s^Q(s, w)\right)\right] = E\left[\int_0^t \sigma^2 ds\right]$$

Como:

$$\bar{\sigma}^2 = E(x^2) - E^2(x)$$

$$\bar{\sigma}^2 = E\left(\int_0^t \sigma^2 ds\right) - E^2\left(\int_t^T \sigma(s) dW^Q(s)\right)$$

Como primeira integral é determinística e a segunda vale zero pela propriedade martingal da integral de Ito temos:

$$\bar{\sigma}^2 = \int_0^t \sigma^2 ds$$

Dáí:

$$\ln P_1(T)/\xi_t^Q \approx N\left(\ln P_1(t) + \int_t^T (r(s) - \frac{1}{2}\sigma(s)^2) ds, \int_t^T \sigma^2(s) ds\right) \quad (3.17)$$

de (3.11) :

$$\pi_1(c) = P_0(t)E^Q(\max(0, P_1(T) - E)P_0(T)^{-1} / \xi_t) = \exp\left(-\int_t^T r(s) ds\right) E^Q(\max(0, P_1(T) - E) / \xi_t)$$

Conforme (3.17) a variável $P_1(T)$ tem distribuição lognormal portanto a solução da equação fica segundo a solução de Black & Scholes (1973):

$$\pi_1(c) = P_1(t)N(d_1) - E\exp\left(-\int_t^T r(s)ds\right)N(d_2) \text{ onde :} \quad (3.18)$$

$$d_1 = \frac{\ln(P_1(t)/E) + \int_t^T (r(s) + \frac{\sigma^2}{2})ds}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2(s)ds}}; d_2 = d_1 - \sqrt{\int_t^T \sigma^2(s)ds} \quad (3.19)$$

Portanto justifica-se a utilização de uma volatilidade na forma de integral como será feito na próxima seção, item h.

4-)Metodologia

I-)Retorno

O retorno logarítmico do fator CDI diário foi calculado do seguinte modo:

$$R_{\ln fatcdidia} = \frac{LN \left[\frac{(1 + CDI_t)}{(1 + CDI_{t-1})} \right]}{252} \quad \text{onde } CDI_t \text{ é a taxa de CDI CETIP}$$

Podemos entender este cálculo como o retorno de um índice baseado na taxa de juros que é exatamente a proposta de avaliação para o índice IDI ou da mesma forma é a diferença entre os fatores exponenciais da taxa de juros diárias.

II-) Modelagem da série de Volatilidades

São feitas as seguintes estimativas de volatilidade:

a-)Volatilidade histórica tradicional janela de 60 dias

b-)Volatilidade ARCH 1

c-)Volatilidade GARCH (1,1)

d-)Volatilidade ARCH-M

e-)Volatilidade EWMA

f-)Volatilidade Futura Modificada.

g-)Volatilidade Futura

h-)Volatilidade Integral Black

i-)Volatilidade GARCH-D

A menos que citado em contrário, todas as volatilidades calculadas sobre taxa CDI diário serão corrigidas por uma Duration Modificada para representar melhor o índice que queremos modelar.

Para a série histórica tradicional e EWMA serão feitos testes corrigindo pela Duration Modificada e sem a correção, para verificar que o EQM do modelo será sensivelmente melhorado com a correção (Verificando experimentalmente a demonstração adaptada de Garcia na seção 2).

Os procedimentos para o cálculo da volatilidade estão descritos a seguir e a menos que seja feita menção em contrário foi utilizada toda a série disponível (de 04/01/99 até 31/10/01) para o cálculo da volatilidade:

a-)Volatilidade Histórica tradicional janela de 60 dias:

Esta volatilidade é calculada como sendo o desvio padrão da série de retornos.A fórmula amplamente conhecida (por exemplo Pyndick,1999) é a seguinte:

$$\sigma = \sqrt{\sum \frac{(y_i - \bar{y})^2}{T - 1}} \quad (4.1)$$

Onde:

T é o número de observações

y_i é o valor de cada observação

\bar{y} é o valor da média amostral das observações

O pressuposto básico deste modelo é que o desvio padrão da série segue constante ao longo de toda a vida da opção, o que na maioria dos casos não condiz com a realidade.

Para tentar resolver o problema acima tentaremos modelar a variância não mais como uma constante, mas como uma função que varia no tempo e é função dos erros de estimação cometidos no passado - levando ao modelo ARCH1.

b-)Volatilidade ARCH 1

Segundo Pyndick & Rubinfeld (1998, p 285), *“Utilizamos esta estimativa de volatilidade em aplicações onde há motivos para se acreditar que a variância no termo de erro não é uma função da variável independente , mas ao invés disso varia no tempo em função de em quão grande o erro foi no passado”*.

Uma das primeiras aplicações deste tipo de modelo foi desenvolvida por Robert Engle em 1992 é o modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) descrito a seguir:

Em primeiro lugar precisamos criar um modelo para o valor esperado da variável em questão, no caso supomos que o retorno $R_{infatcdidia}$ segue um movimento Browniano (Random Walk), para isso o modelo escolhido compõe-se unicamente de uma constante que precisa ser ajustada (testaremos também as hipótese AR(1), MA(1), ARMA(1,1)).

Em seguida precisamos de uma equação que descreva o comportamento da variância do termo de erro com a magnitude dos erros passados -para o caso do modelo ARCH1 a equação é a seguinte:

$$\sigma_1^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (4.2)$$

onde:

ε_{t-1}^2 é o termo de erro da observação

α_0 e α_1 são constantes

A equação de ajuste deste modelo é feita via modelos de máxima verosimilhança utilizando o pacote Eviews 3.0.

Neste caso (que foi o utilizado para nossos testes) a variância atual foi influenciada por erros de distância de apenas 1 lag .

Serão feitas as quatro estimativas já mencionadas para a média:

A primeira como se a variável testada puder ser ajustada apenas por uma constante e a segunda utilizando um modelo ARMA(1,1) com a seguinte especificação:

$$Re_i = \phi_1 Re_{i-1} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (4.3)$$

onde:

ϕ_1, δ, θ são constantes

$\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}$ é ruído branco

$$E[\varepsilon_t] = 0$$

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_j] = \sigma^2 \text{ para } t=j$$

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_j] = 0 \text{ para } t \neq j$$

Na terceira tentativa utilizaremos apenas a parte AR do modelo acima

$$Re_i = \phi_i Re_{i-1} + \varepsilon_1 + \delta \quad (4.4)$$

Na Quarta tentativa apenas a componente MA do modelo será testada:

$$Re_i = \delta + \varepsilon_1 - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (4.5)$$

De posse de todos estes testes verificaremos pelos testes AIC e BIC –dentro da amostra (descritos na parte testes) -qual destes modelos para a média utilizaremos para cada estimativa de volatilidade. Percebendo que não há diferença significativa entre os modelos bem ajustados-utilizamos o que apresentou o melhor AIC/BIC.

A justificativa teórica para a utilização de modelos ARCH para a volatilidade condicional ser compatível com a hipótese da volatilidade do modelo de Black pode ser achada em Mills, T. (1999). E é resumida abaixo:

Temos a equação diferencial estocástica da variação do log dos preços:

$$d(\ln(P)) = \mu dt + \sigma dw$$

Cuja solução é, como demonstrado por exemplo em Nefcti (1997) :

$$x_t = \mu + \sigma_t W_t \tag{4.6}$$

Note que x tem média μ e variância:

$$E(X - \mu)^2 = E(W^2 \sigma_t^2) = E(\sigma_t^2) E(W^2) = E(\sigma_t^2)$$

As autocovariâncias podem ser calculados do seguinte modo:

$$E(X_t - \mu)(X_{t-k} - \mu) = E(\sigma_t \sigma_{t-k} W_t W_{t-k}) = E(\sigma_t \sigma_{t-k} W_t) E(W_{t-k}) = 0 \tag{4.7}$$

Percebemos que as autocovariâncias devem ser zero -este teste será realizado também e será descrito na seção testes.

Porém as autocorrelações dos quadrados dos desvios não precisam ser necessariamente zero e podem ser obtidas, por exemplo, de acordo com um modelo de volatilidade estocástica, ARCH ou GARCH, como demonstrado em Mills (p 127-139):

Chamando $(x - \mu)^2 = S_t$ temos:

$$Cov(S_t, S_{t-k}) = E[(S_t - E(S_t))(S_{t-k} - E(S_t))]$$

$$Cov(S_t, S_{t-k}) = E[(S_t - E(S_t))(S_{t-k} - E(S_t))] = E(S_t S_{t-k}) - (E(S_t))^2$$

$$= E(\sigma_t^2 \sigma_{t-k}^2) E[(W_t^2 W_{t-k}^2) - (E(\sigma_t^2))]^2 \quad (4.8)$$

O autor desenvolve o resultado acima e chega em uma autocorrelação positiva na variância condicional de S:

$$\rho_{k,s} = \frac{E(\sigma_t^2 \sigma_{t-k}^2) E(\lambda_t^2 \lambda_{t-k}^2) - (E(\sigma_t^2))^2}{E(\sigma_t^4) - E((\sigma_t^2))^2} \quad (4.9)$$

Justificando a utilização de um modelo que aceite autocorrelações entre os resíduos quadrados como ARCH, ou, generalizando a vários lags passados um modelo GARCH- como será descrito a seguir.

Para a utilização deste modelo é recomendável que um teste de heterocedasticidade seja feito, como será descrito na seção testes. No caso deste trabalho apenas algumas regiões possuem comportamento heterocedástico como mostra o apêndice 1 quadros 8.1 a quadro 8.21 e a seção 5 quadros de 5.1 a 5.11.

Para o ajuste do modelo acabamos concluindo, pelas informações nos quadros anteriores, que o melhor ajuste seria via modelos GARCH descrito a seguir:

c-)Volatilidade Garch(1,1)

Este modelo foi desenvolvido por Bollerssev (1986) é mais genérico que os modelos ARCH descrito anteriormente.

A equação de ajuste para o modelo da média analogamente ao ítem anterior será feita de quatro modos e a seguir realizamos um teste dentro da série para determinar o melhor .Os modelos escolhidos foram os mesmos do caso ARCH, ou seja:

a-)Constante

b-)ARMA(1,1)

c-)AR(1)

d-)Ma(1)

Para os quatro casos a variância foi ajustada como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4.10)$$

Onde $\alpha_0, \alpha_1, \sigma_{t-1}^2$ são constantes a serem determinadas e ε_{t-1}^2 é o quadrado do resíduo defasado de um lag.

Podemos demonstrar que (Pindyck &Rubinfeld (1998) p 287) :

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{(1-\lambda_1)} + \alpha_1 \sum_1^{\infty} \lambda_1^{j-1} \varepsilon_{t-j}^2 \quad (4.11)$$

ou seja:

A variância hoje pelo modelo Garch depende de todas as variâncias passadas com pesos geométricos decrescentes.

A premissa por trás da utilização dos modelos GARCH, analogamente aos modelos ARCH, é a de que as séries de tempo financeiras apresentam *clusters* de volatilidades alta seguidas por *clusters* de volatilidade baixa- há evidências deste tipo de comportamento no mercado brasileiro de ações conforme descrito por Bertucci (1999) .A intenção colocando este modelo para teste é verificar esta afirmação para taxa de juros.

d-)Volatilidade ARCH-M

Vamos imaginar que deseja-se modelar a série financeira de tal modo que o retorno do ativo seja função da volatilidade do mesmo (que não é absurdo propor para séries em questão)- se este for o caso devemos fazer uso de modelos conhecidos como ARCH-M (ARCH in Mean).

Como observa Mills este modelo foi proposto por Engle, Lilien e Robins (1987) e empregado, por exemplo, para modelar o CAPM intertemporal como observam Bollersev , Chou Kroner (1992). Para o mercado brasileiro de taxas de juros temos uma aplicação em Eid (1995) e em ações temos por exemplo em Bertucci (1999).

Temos a seguinte equação para o modelo:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4.12)$$

Onde y_t é a variável que desejamos modelar e σ_{t-1}^2 é a sua variância (alternativamente pode ser usado o desvio padrão no lugar da variância).

Quando tentamos ajustar este modelo tivemos problemas de convergência na utilização da variância - já com o desvio padrão o modelo não se mostrou significativo como mostra o quadro 8.18 do apêndice 1.

e-)Volatilidade EWMA (Exponencial Weighted Moving Average)

A técnica de decaimento exponencial pode ser entendida como um aperfeiçoamento da volatilidade histórica-onde se procura contornar o problema da igualdade de pesos entre as várias observações não importando a distância que as mesmas encontram-se da data atual.

Portanto:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \lambda_1 \sigma_t^2 + \lambda_1 (1 - \lambda_1) \sigma_{t-1}^2 + \lambda_1 (1 - \lambda_1)^2 \sigma_{t-2}^2 + \dots \quad (4.13)$$

Podemos também escrever:

$$(1 - \lambda_1) \hat{\sigma}_{t-1}^2 = \lambda_1 (1 - \lambda_1) \sigma_{t-1}^2 + \lambda_1 (1 - \lambda_1)^2 \sigma_{t-2}^2 + \dots \quad (4.14)$$

Daí subtraindo-se (4.14) de (4.13) temos:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \lambda_1 \sigma_t^2 + (1 - \lambda_1) \hat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (4.15)$$

Onde:

λ_1 é o fator de decaimento que vai dizer quanto estamos dando de peso para a observação mais próxima em termos temporais.

Utilizaremos dois valores diferentes em nosso teste :

$$\lambda_1 = 0,99 \text{ e } \lambda_1 = 0,94$$

Note que este método de estimação é equivalente a um modelo GARCH(1,1) com os coeficientes dados pelo fator de decaimento e seu complemento a 1 .

f-)Volatilidade Futura Modificada:

A proposta colocada é a utilização de um modelo de volatilidade média que leve em conta a heterocedasticidade do ativo supondo que a volatilidade é um parâmetro dependente do tempo. Utilizando a justificativa teórica apresentada em (3.19) temos :

Descrição do procedimento de cálculo da “Volatilidade Futura Modificada”:

Precisamos da série histórica de valores para o IDI e da Yield Curve para cada dia da mesma série histórica- o processo para obtenção desta Yield Curve é o de interpolação linear entre os vértices (obs: os vértices são os seis primeiros vencimentos do contrato de DI BM&F).

Projetamos o valor do IDI para a data de vencimento da opção em cada dia da série histórica, obtendo uma série e preços Forward de IDI com prazos decrescentes até o vencimento- deste modo temos uma estimativa de volatilidade utilizada para este dia.

Este procedimento é realizado dia a dia de modo que a cada dia a série fica um dia menor até dois dias. Para um dia do vencimento repetimos o desvio padrão de dois dias.O desvio padrão desta série histórica passada é utilizada como *proxy* para a volatilidade futura – a ela damos o nome de volatilidade futura modificada. Um exemplo do procedimento diário encontra-se no quadro 4.1.

Duffie(1989) propõe que seja calculada uma volatilidade sobre o índice DI corrigindo-se o PU de cada dia pela taxa de juros SELIC que efetivamente ocorreu *a posteriori* (que é disponível na série histórica).A vantagem deste procedimento é que com o passar do tempo e a diminuição da série histórica mais peso é dado para valores próximos a data de vencimento com volatilidade menor-comportamento similar ao esperado para a volatilidade real. Não é necessário corrigir a volatilidade obtida por nenhum fator.

Quadro 4.1-Hoje é 04/03/2000 e queremos avaliar um opção para 60 dias

Data	IDI	Prazo	Juros	Forward	LN(Ret)
04/01/2000	IDI(0)	60	20%	$F(60)=IDI(0) (1,2)^{(60 / 252)}$	$L(60) = \ln\left(\frac{F(60)}{F(59)}\right)$
05/01/2000	IDI(1)	59	18%	$F(59)=IDI(1) (1,18)^{(59 / 252)}$	$L(59) = \ln\left(\frac{F(59)}{F(58)}\right)$
04/03/2000	IDI(60)	0	19%	$F(60)=IDI(60)$	$L(0) = \ln\left(\frac{F(60)}{F(59)}\right)$
Volat					=DP (L(60).....L(0))

Obs: para 05/03/2000 o procedimento é repetido com prazo inicial igual a 59 dias e a data inicial será 06/01/2000 (59 dias) antes da data D(0).

g-)Volatilidade Futura

Chamamos de volatilidade futura a volatilidade calculada via a estimativa simples de desvio padrão da série de Forwards, calculada *a posteriori* dos índices IDI projetados pela taxa de juros correspondente ao número de dias úteis faltantes para o vencimento da opção efetivamente ocorrida nas datas (análogo a série de volatilidade futura modificada, com a taxa de juros sendo a taxa real da data em questão, e não a taxa para o mesmo prazo calculado em data passada).

A relevância do cálculo desta volatilidade está no fato de que ela representa uma volatilidade média de balanceamento que nos dá o resultado de day trades realizados por estarmos comprados em gama, e utilizarmos o modelo de Black (1976) para o balanceamento. Conseguimos deste modo uma estimativa para o erro efetivamente incorrido devido a escolha do modelo, e não a estimação da volatilidade.

Foi utilizada toda a série disponível possível de taxa de juros , ou seja, de 04/01/99 até 60 dias úteis antes de 31/10/01, sempre com a opção vencendo 60 dias após a data inicial.

h-)Volatilidade Integral Black

Este procedimento é um refinamento do procedimento descrito em g e será descrito a seguir:

Como demonstrado na seção 4 o modelo de Black (1976) pode ser utilizado quando a volatilidade é suposta deterministicamente função do tempo, ou seja, no lugar da volatilidade da fórmula de Black utilizamos:

$$\frac{1}{(T - t)} \int_{t-T}^T \sigma^2 (t) dt \quad (h1)$$

Chamaremos esta volatilidade de Volatilidade Integral Black - é interessante notarmos que a volatilidade calculada desta maneira não precisa ser corrigida por nenhum fator de correção, uma vez que já estamos ajustando a volatilidade para o tempo restante de vida da opção pela fórmula acima .

Sendo disponíveis as séries históricas das taxas de juros para 60, 40, 30, 20, 10 e 1 dia adotamos o seguinte procedimento:

1-) Calculamos as variâncias destas séries dia a dia com janelas de x dias :

$$\sigma^2 = \sum \frac{(R - \bar{R})^2}{n-1}$$

$$R = \frac{\ln(1 + i_x(t))}{\ln(1 + i_x(t-1))}$$

onde :

$$x=1,10,20,30,40,60$$

i_x é a taxa de x dias expressa ao ano base 252.

2-)Ajustamos pelo método dos mínimos quadrados uma reta que melhor se ajuste a esses pontos

$$\sigma^2 = \alpha + \beta t$$

Onde t é dado em fração ano uma vez que as volatilidades foram calculadas nesta base.

3-)A partir desta reta projetamos a variância desejada aplicando-se a fórmula (4.15

a) para o prazo restante da opção:

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{T-t} \int_t^{T-t} \alpha + \beta t dt \xrightarrow{se .t=0} \sigma^2(t) = \frac{1}{T-t} \alpha(T-t) + \frac{\beta(T-t)^2}{2} \quad (4.16)$$

Daí:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2(t)} \quad (4.17)$$

e esta é a estimativa de volatilidade utilizada.

i-)Volatilidade GARCH-D

Como Vieira Neto(1999) e Jamishidian(1989) sugerem uma das alternativas para o cálculo da volatilidade será através da utilização de um modelo Garch-D (segundo o próprio autor Garch com Duration) este modelo de estimação de volatilidades utiliza o modelo Garch tradicional (já descrito) acrescentando um termo que é função do prazo a vencer para o ativo objeto.

Devido a utilização taxa efetiva nesta modelagem, existe o problema da diminuição natural da taxa de juros com a passagem de um dia, o que leva a não estacionariedade da

série. Para contornar este problema o autor sugere que se desconte o CDI da taxa do dia com maior número de dias úteis para o vencimento antes do cálculo do retorno

As equações que descrevem o modelo são:

$$R(t+1, T_n) = R(t, T_n)^* + \sigma(t+1, T_n)\varepsilon_n(t+1) \quad (4.18)$$

(4.19)

$$\begin{aligned} \sigma(t+1, T_n)^2 &= d(\beta_1, \beta_2, t+1, T_n) + \beta_3 + \sum_{i=1}^p \phi_i \sigma(t+1-i, T_n)^2 \\ &+ \sum_{i=1}^q \delta_i \left[R(t+1-i, T_n) - R(t-i, T_n)^* \right]^2 \\ \varepsilon(t+1) &\approx I(0,1) \end{aligned}$$

Onde, realizando o desconto do CDI:

$$R(t, T_n)^* = \frac{1 + R(t, T_n)}{1 + r(t)} - 1 \quad \text{se } t+1 \text{ não for o primeiro dia útil}$$

do mês e

$$R(t, T_n)^* = \frac{1 + R(t, T_{n+1})}{(1 + r(t))} - 1 \quad \text{caso contrário}$$

e

$d(t, T_n) = \beta_1(T_n - t)$ será a função analisada.

$r(t)$ é a taxa efetiva do CDI Cetip de um dia

O ajuste GARCH-D foi feito para opções com vencimento em 60 dias úteis e foram utilizadas 120 observações igualmente espaçadas a partir do dia 04/01/99. O vetor de duration $d(t, T_n)$ foi composto do número de dias úteis restantes na vida da opção.

Os resíduos foram obtidos do software Eviews 3.1 e o ajuste do modelo encontra-se no apêndice 1 quadro 8.24.

III-) Descrição dos Testes realizados

a-) O primeiro teste realizado foi a verificação de se a série de retornos do fator CDI (ralnfatorcdi) é um *random walk* para isso utilizamos o teste de Dickey e Fuller que verifica para a seguinte equação:

$$Y_t = \alpha + \beta t + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_1 \quad (4.20)$$

Se concomitantemente $\rho = 1$ e $\beta = 0$ (I) através da regressão irrestrita:

$$Y_t - Y_{t-1} = \alpha + \beta t + (\rho - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_1 \quad (4.21)$$

E da regressão restrita:

$$Y_t - Y_{t-1} = \alpha \quad (4.22)$$

Verificando se a estatística F encontrada (que se distribui conforme uma tabela desenvolvida por Dickey e Fuller) pode ser usada para rejeitar a hipótese nula (I) e conseqüentemente rejeitar a hipótese de raiz unitária e *random walk*.

b-) Teste de heterocedasticidade

Realizamos um teste de heterocedasticidade da série via análise do autocorrelograma dos resíduos / resíduos quadrados.

A hipótese nula a ser verificada é a não existência de autocorrelação até a ordem k nos resíduos / resíduos quadrados ($\rho = 0$). No caso do teste dos resíduos verificamos a acurácia na escolha do modelo para ajuste da média, uma vez que se tivermos

autocorrelações entre os resíduos, descartamos a hipótese dos resíduos serem ruído branco - mostrando que ainda temos que melhorar o ajuste da média.

A verificação de que os resíduos ao quadrado não são ruído branco nos mostra que as variâncias possuem autocorrelação nos levando a um ajuste no método de estimativas destas (tentando um modelo heterocedástico –por exemplo).

A estatística calculada para a verificação das autocorrelações até o lag j é a seguinte:

$$Q_{lb} = T(T + 2) \sum_{j=1}^k \frac{r_j^2}{(T - j)} \quad (4.23)$$

Onde T é o número de observações e j é o lag até o qual desejamos testar.

Esta estatística Q deve se distribuir assintoticamente como uma χ^2 com graus de liberdade igual às correlações existentes. Os valores dados nas duas últimas colunas são os p values desta estatística. Este teste foi primeiro proposto por Ljung Box (1978).

Para a verificação da heterocedasticidade também realizamos o teste ARCH LM que é uma regressão simples da seguinte forma:

$$e_t^2 = \beta_0 + \beta_1 e_{t-1}^2 + \beta_2 e_{t-2}^2 + \dots \quad (4.24)$$

Onde não se sabe a distribuição exata da estatística calculada como R^2 vezes o número de observações, mas é possível dizer que assintoticamente esta estatística se distribui como χ^2 . Este teste é chamado de Engle LM pois foi desenvolvido por Engle em 1982 .

c-)Teste de Durbin-Watson

A hipótese nula deste teste é que não existe correlação serial nos resíduos - este teste pode ser usado em conjunto com a verificação dos autocorrelogramas. Para uma série ser considerada ruído branco não podemos ter autocorrelação entre os termos - a estatística é definida como:

$$DW = \frac{\sum_{j=2}^T (\varepsilon_j - \varepsilon_{j-1})^2}{\sum_{j=1}^T \varepsilon_j^2} \quad (4.25)$$

Pode-se mostrar (Johnston & Di Nardo (1997)) que a estatística deve estar próxima de 2 - valores muito abaixo de 2 dão indicação de autocorrelação positiva entre os resíduos.

d-)Critério AIC/BIC:

Para comparar as estimativas de média quando ajustamos os modelos de volatilidade heterocedástica utilizamos os critérios AIC (Akaike Information Criterion) e BIC (Schwartz Information Criterion) - a justificativa para utilizar este critério e não o R^2 é que enquanto este não penaliza o acréscimo de mais variáveis explicativas ao modelo, melhorando o resultado de teste a cada aumento destas variáveis (como pode ser visto em Pyndick E Rubinfeld (1998)),aqueles utilizam as seguintes funções que claramente penalizam este procedimento:

$$AIC = \log \left(\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{N} \right) + \frac{2 k}{N} \quad (4.27)$$

onde k é o número de lags

N é o número de dados

ε_i é o erro cometido na iésima interação

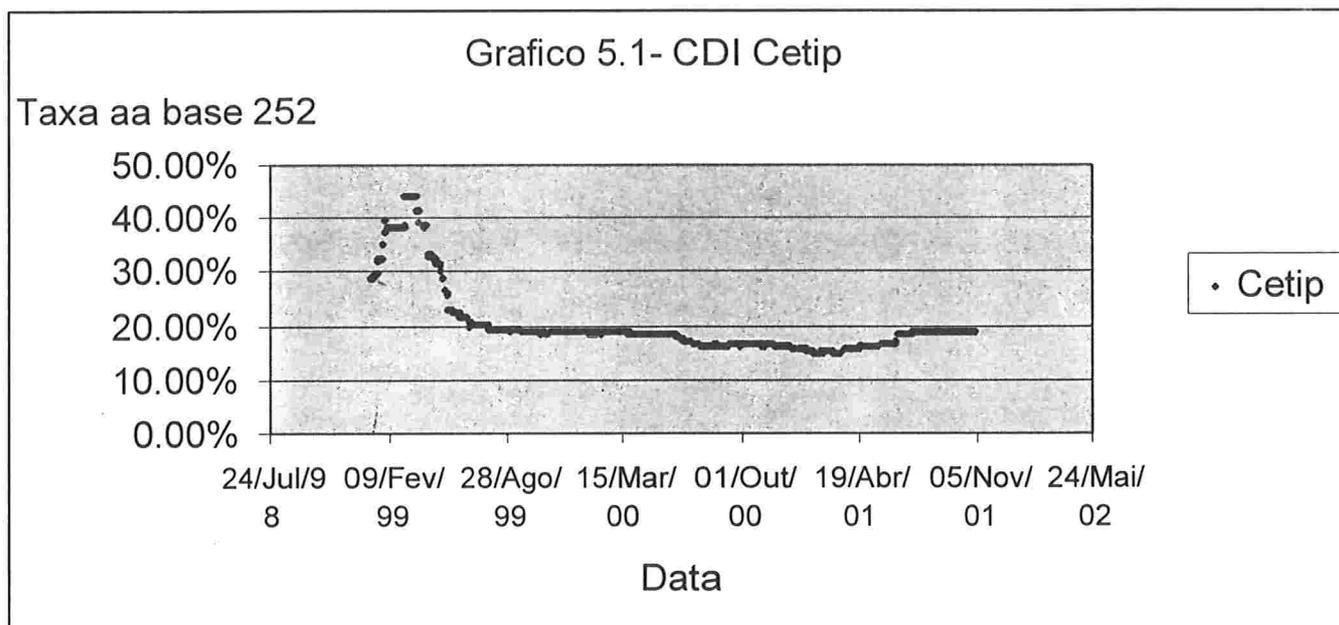
$$BIC = \log \left(\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{N} \right) + K \frac{\log N}{N} \quad (4.28)$$

Com as variáveis definidas de forma análogo a AIC. O melhor modelo será aquele que apresentar o menor AIC/BIC.

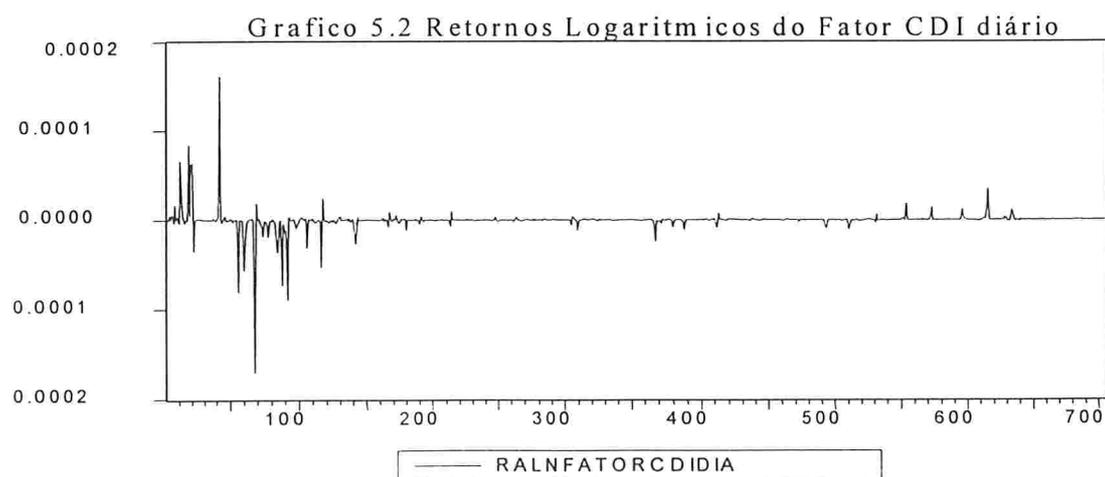
5-)Análise e Realização dos Testes do Modelo

Os dados utilizados foram a série de CDI Cetip de 04/01/1999 até 31/10/2001. Como a forma de cálculo de volatilidade é o cálculo de volatilidade da série passada de prazo 60 dias para estimar os valores futuros, evita-se ter que utilizar dados do ano de 1998 quando o cenário macroeconômico era completamente diferente.

A série utilizada de CDI Cetip é representada pelo gráfico 7.1 abaixo:



Para o cálculo da volatilidade da taxa de retorno continuamente composta calculamos o retorno logaritmico da série representado pelo gráfico 5.2.



A série de IDI compõe-se de um número índice de referência que começou valendo 100000 no dia 01/01/99 e foi sendo corrigida todo dia útil pelo CDI Cetip divulgado.

A série de taxas de juros compõe-se de dados diários para taxas de juros de todos os prazos até 60 dias úteis obtidos por interpolação linear entre os vértices que são os primeiros dias úteis de cada mês até o mês posterior a data final (60 dias úteis após o início).

O primeiro teste realizado nos dados do gráfico 7.2 foi a verificação da existência de raiz unitária (teste de Dickey Fuller)- este teste foi realizado no software Eviews 3.0 e o resultado encontra-se no quadro 5.1:

Quadro 5.1:

ADF Test Statistic	- 9.720083	1% Critical Value*	-3.4422
		5% Critical Value	-2.8660
		10% Critical Value	-2.5692

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(RALNFATORCDIDIA)
 Method: Least Squares
 Date: 01/21/02 Time: 22:41
 Sample(adjusted): 6 706
 Included observations: 701 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RALNFATORCDIDIA(-1)	-0.735189	0.075636	-9.720083	0.0000
D(RALNFATORCDIDIA(-1))	-0.241214	0.070652	-3.414097	0.0007
D(RALNFATORCDIDIA(-2))	-0.201171	0.063105	-3.187845	0.0015
D(RALNFATORCDIDIA(-3))	-0.137055	0.052733	-2.599041	0.0095
D(RALNFATORCDIDIA(-4))	-0.024886	0.037909	-0.656483	0.5117
C	-3.47E-07	4.79E-07	-0.723317	0.4697
R-squared	0.490939	Mean dependent var	-9.68E-09	
Adjusted R-squared	0.487277	S.D. dependent var	1.77E-05	
S.E. of regression	1.27E-05	Akaike info criterion	-19.70781	
Sum squared resid	1.11E-07	Schwarz criterion	-19.66885	
Log likelihood	6913.588	F-statistic	134.0518	
Durbin-Watson stat	2.004277	Prob(F-statistic)	0.000000	

Observamos um valor de -9,72 para a estatística de Dick e Fuller o que nos leva a rejeitar a hipótese de existência de raiz unitária com uma probabilidade inferior a 1% de estarmos cometendo um erro tipo I.

Conseqüentemente a série em questão não é um random walk e a série geradora desta série de retornos logarítmicos pode ser modelada pelo modelo de Black (1976).

O próximo teste a ser feito é a verificação da necessidade de ajustar modelos heterocedásticos para a série em questão. Pela análise do gráfico 5.2 percebemos alguns *clusters* de volatilidade no início da série o que pode indicar a necessidade de ajuste de modelos heterocedásticos principalmente para estas regiões. A análise compõe-se da verificação do ajuste do modelo demonstrado pelo ajuste da média no quadro 5.2, juntamente com o Autocorrelograma do quadro 5.3. Para a verificação da heterocedasticidade dos resíduos fazemos o teste ARCH_LM no quadro 5.4 e verificamos o autocorrelograma dos resíduos ao quadrado no quadro 5.5.

Quadro 5.2: Ajuste AR(1) Ma(1) para a série de retornos diários

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA
Method: Least Squares
Date: 01/28/02 Time: 21:08
Sample(adjusted): 2 706
Included observations: 705 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 16 iterations
Backcast: 1

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-9.82E-07	1.03E-06	-0.951612	0.3416
AR(1)	0.966001	0.018353	52.63337	0.0000
MA(1)	-0.927811	0.027804	-33.36949	0.0000
R-squared	0.042563	Mean dependent var	-4.48E-07	
Adjusted R-squared	0.039835	S.D. dependent var	1.27E-05	
S.E. of regression	1.25E-05	Akaike info criterion	-19.74270	
Sum squared resid	1.09E-07	Schwarz criterion	-19.72330	
Log likelihood	6962.302	F-statistic	15.60380	
Durbin-Watson stat	2.084316	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted AR Roots		.97		
Inverted MA Roots		.93		

Quadro 5.3: Autocorrelograma dos resíduos para o modelo ARMA(1,1)

Date: 01/28/02 Time: 21:10

Sample: 2 706

Included observations: 705

Q-statistic
probabilities
adjusted for 2
ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. .	. .	1 0.016	0.016	0.1873	
. .	. .	2 0.009	0.009	0.2461	
. .	. .	3 0.007	0.007	0.2828	0.595
. .	. .	4 0.035	0.034	1.1320	0.568
. .	. .	5 -	-	1.1561	0.764
		0.006	0.007		
. .	. .	6 0.008	0.008	1.2019	0.878
. .	. .	7 0.000	0.000	1.2019	0.945
. .	. .	8 0.056	0.055	3.4288	0.753
. .	. .	9 0.000	-	3.4288	0.843
		0.002			
. .	. .	10 0.002	0.001	3.4326	0.904
. .	. .	11 -	-	3.4610	0.943
		0.006	0.007		
. *	. *	12 0.114	0.111	12.749	0.238
. .	. .	13 -	-	12.758	0.309
		0.003	0.006		
. *	. *	14 0.106	0.105	20.814	0.053
. .	. .	15 -	-	20.850	0.076
		0.007	0.012		
. .	. .	16 0.007	-	20.887	0.105
		0.003			
. .	. .	17 0.009	0.010	20.950	0.138
. .	. .	18 0.045	0.039	22.447	0.129
. .	. .	19 -	0.000	22.447	0.168
		0.001			
. *	. .	20 0.074	0.063	26.387	0.091
. .	. .	21 0.027	0.025	26.918	0.107
. .	. .	22 0.038	0.026	27.987	0.110
. .	. .	23 0.042	0.045	29.247	0.108

Quadro 5.4: Teste ARCH-LM para os resíduos

ARCH Test:				
F-statistic	0.185727	Probability	0.666629	
Obs*R-squared	0.186207	Probability	0.666092	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 01/28/02 Time: 21:10				
Sample(adjusted): 3 706				
Included observations: 704 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.52E-10	5.80E-11	2.624053	0.0089
RESID^2(-1)	0.016264	0.037738	0.430961	0.6666
R-squared	0.000264	Mean dependent var	1.55E-10	
Adjusted R-squared	-	S.D. dependent var	1.53E-09	
S.E. of regression	0.001160	Akaike info criterion	-37.75242	
Sum squared resid	1.53E-09	Schwarz criterion	-37.73948	
Log likelihood	1.65E-15	F-statistic	0.185727	
Durbin-Watson stat	13290.85	Prob(F-statistic)	0.666629	

Podemos verificar que a aceitação da hipótese nula é imperativa com a probabilidade de 66%. Portanto não existe a necessidade do ajuste ARCH para toda a série fato que podemos perceber pelo autocorrelograma dos resíduos quadrados no quadro- 5.5 onde fica demonstrado que a aceitação da hipótese de autocorrelação nula é imperativa até o lag 19.

Quadro 5.5: Autocorrelograma dos resíduos quadrados

Date: 01/28/02 Time: 21:52
 Sample: 2 706
 Included observations: 705

Q-statistic
 probabilities
 adjusted for 2
 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
. .	. .	1	0.016	0.016	0.1916	
. .	. .	2	0.009	0.009	0.2519	
. .	. .	3	0.007	0.007	0.2884	0.591
. .	. .	4	0.035	0.035	1.1784	0.555
. .	. .	5	-0.006	-0.007	1.2008	0.753
. .	. .	6	0.008	0.008	1.2497	0.870
. .	. .	7	0.001	0.000	1.2499	0.940
. .	. .	8	0.057	0.055	3.5492	0.737
. .	. .	9	0.000	-0.002	3.5493	0.830
. .	. .	10	0.003	0.001	3.5549	0.895
. .	. .	11	-0.006	-0.007	3.5822	0.937
. *	. *	12	0.116	0.112	13.191	0.213
. .	. .	13	-0.003	-0.006	13.199	0.281
. *	. *	14	0.107	0.106	21.392	0.045
. .	. .	15	-0.007	-0.012	21.426	0.065
. .	. .	16	0.008	-0.002	21.470	0.090
. .	. .	17	0.010	0.010	21.538	0.120
. .	. .	18	0.046	0.039	23.067	0.112
. .	. .	19	-0.001	0.000	23.068	0.147
. *	. .	20	0.075	0.063	27.126	0.077
. .	. .	21	0.028	0.026	27.691	0.090
. .	. .	22	0.037	0.024	28.706	0.094
. .	. .	23	0.041	0.044	29.927	0.093
. *	. *	24	0.125	0.111	41.398	0.007
. *	. *	25	0.097	0.100	48.231	0.002
. ***	. ***	26	0.433	0.430	185.91	0.000
. .	. .	27	0.006	0.035	185.93	0.000
. .	. .	28	0.016	0.038	186.12	0.000
. .	. .	29	0.001	0.014	186.12	0.000
. .	. .	30	-0.007	-0.023	186.16	0.000
. .	. *	31	0.050	0.084	187.99	0.000
. .	. .	32	0.031	0.035	188.73	0.000
. .	. .	33	-0.005	0.002	188.75	0.000
. .	. .	34	-0.005	-0.056	188.76	0.000
. .	. .	35	0.004	-0.006	188.78	0.000
. .	. .	36	0.039	0.025	189.93	0.000

Vamos tentar um ajuste ARCH apenas para os 150 primeiros dados que parece ser razoável pela análise do gráfico da série em questão (alta volatilidade devido a desvalorização). Esta análise é análoga a anterior e pode ser verificada no quadro 5.6, com a verificação dos resíduos no quadro 5.7 e o teste ARCH-LM no quadro 5.8.

Quadro 5.6: Ajuste da média para os 150 primeiros dados

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: Least Squares

Date: 01/28/02 Time: 22:15

Sample(adjusted): 2 150

Included observations: 149 after adjusting endpoints

Convergence achieved after 26 iterations

Backcast: 1

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.51E-06	2.36E-06	-	0.0018
			3.185243	
AR(1)	0.967526	0.015124	63.97484	0.0000
MA(1)	-0.989043	0.010356	-	0.0000
			95.50267	
R-squared	0.053666	Mean dependent var	-2.07E-06	
Adjusted R-squared	0.040702	S.D. dependent var	2.71E-05	
S.E. of regression	2.66E-05	Akaike info criterion	-18.21438	
Sum squared resid	1.03E-07	Schwarz criterion	-18.15390	
Log likelihood	1359.972	F-statistic	4.139756	
Durbin-Watson stat	2.007403	Prob(F-statistic)	0.017834	

Quadro 5.7: Autocorrelograma dos resíduos para ajuste da média nos 150 primeiros dados

Date: 01/28/02 Time: 22:16

Sample: 2 150

Included observations: 149

Q-statistic
probabilities
adjusted for 2
ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. .	. .	1	-0.007	-0.007	0.0066
. .	. .	2	0.011	0.011	0.0265
. .	. .	3	0.031	0.031	0.1751
. *	. *	4	0.082	0.082	1.2087
. .	. .	5	-0.011	-0.011	1.2292
. *	. *	6	0.070	0.068	2.0028
. .	. .	7	0.036	0.032	2.2031
. *	. *	8	0.131	0.127	4.9613
. .	. .	9	-0.018	-0.018	5.0109
. .	. .	10	0.006	-0.008	5.0166
. .	. .	11	-0.037	-0.049	5.2348
. *	. *	12	0.116	0.096	7.4547
. .	. .	13	-0.047	-0.046	7.8174
* .	* .	14	-0.113	-0.135	9.9472
. .	. .	15	-0.037	-0.050	10.176
. .	. .	16	0.030	0.003	10.325
. .	. .	17	0.031	0.063	10.488
. .	. .	18	-0.056	-0.052	11.023
* .	* .	19	-0.061	-0.057	11.661
. *	. *	20	0.089	0.081	13.028
* .	* .	21	-0.061	-0.026	13.672
. *	. *	22	0.106	0.157	15.661
. *	. *	23	0.074	0.090	16.642
. **	. *	24	0.197	0.194	23.640
. *	. *	25	0.087	0.115	25.011
** .	** .	26	-0.274	-0.301	38.721
. .	. .	27	0.001	-0.030	38.722
. .	. .	28	0.061	-0.032	39.415
. .	. .	29	-0.007	-0.031	39.425
. .	. .	30	0.011	-0.015	39.449
. *	. .	31	0.095	0.062	41.176
. .	. .	32	0.049	0.023	41.629
. .	. .	33	-0.040	-0.042	41.943
. .	. .	34	-0.037	0.009	42.211
. .	. .	35	0.015	0.019	42.255
. .	. .	36	-0.041	-0.027	42.595

Quadro 5.8: Teste ARCH-LM para os 150 primeiros dados

ARCH Test:				
F-statistic	0.083943	Probability	0.772435	
Obs*R-squared	0.085044	Probability	0.770575	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 01/28/02 Time: 22:17				
Sample(adjusted): 3 150				
Included observations: 148 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.10E-10	2.74E-10	2.590256	0.0106
RESID^2(-1)	-0.023973	0.082743	-0.289728	0.7724
R-squared	0.000575	Mean dependent var	6.94E-10	
Adjusted R-squared	-0.006271	S.D. dependent var	3.25E-09	
S.E. of regression	3.26E-09	Akaike info criterion	-36.23089	
Sum squared resid	1.55E-15	Schwarz criterion	-36.19039	
Log likelihood	2683.086	F-statistic	0.083943	
Durbin-Watson stat	2.001232	Prob(F-statistic)	0.772435	

Percebe-se pela Quadro 5.8 que pode-se aceitar a hipótese da série de retornos de cdi diário para os 150 primeiros dados não ser heterocedástica com 77.24% de significância.

Deste modo não detectamos sinais de heterocedasticidade na série de CDI diário para o período todo e nem nos 150 primeiros dias, porém como demonstrado na seção 2, a série de Forwards de IDI, que é o ativo objeto que desejamos modelar, pode possuir uma heterocedasticidade devido a acumulação de taxas (CDI) sobre o IDI e não devido a heterocedasticidade da série CDI. O próximo teste vai verificar este fato.

Um fato interessante a ressaltar é que a série de CDI é heterocedástica se forem considerados somente o ano 2000 e 2001 (como demonstrado no apêndice 1), mas mesmo neste período o ajuste de um modelo ARCH-M não é necessário.

Devido a este fato o procedimento GARCH(1,1) será usado para efeito comparativo já ARCH-M será descartado (por não ter relevância em nenhum período).

Faremos a seguir a verificação de heterocedasticidade para a série de Forwards de IDI.

Os dados utilizados para o teste são as série de juros e IDI já descritas anteriormente. O procedimento consiste em gerar a série de Forwards de IDI corrigindo a série de IDI para uma data futura fixa que é o vencimento da opção, foi adotado um prazo padrão de 60 dias para esta data fixa e as datas mencionadas no quadro são as datas de início da série.

O resumo dos testes realizados está nos quadros 5.9, 5.10 e 5.11 a seguir, onde o resultado 1 indica rejeição da hipótese nula da série não ser heterocedástica (aceitação da hipótese alternativa da série ser heterocedástica) e 0 indica aceitação desta hipótese.

Quadro 5.9 – Teste de Heterocedasticidade das séries de retornos do Forward de IDI:

Porcentagem de aceitação da heterocedasticidade		
sig 5%	28.00	62.22%
sig10%	32.00	71.11%
total	45.00	

<i>Data</i>	<i>Período</i>	<i>Pvalue</i>	<i>sig 5%</i>	<i>sig10%</i>	<i>Data</i>	<i>Período</i>	<i>pvalue</i>	<i>sig 5%</i>	<i>sig10%</i>
15/01/99	1	0.34%	1	1	30/11/99	40	2.91%	1	1
21/01/99	2	0.11%	1	1	06/12/99	41	6.81%	1	1
28/01/99	3	0.00%	1	1	13/12/99	42	0.163%	1	1
04/02/99	4	0.00%	1	1	20/12/99	43	0.023%	1	1
19/02/99	5	0.00%	1	1	23/12/99	44	0.182%	1	1
04/03/99	6	0.44%	1	1					
15/03/99	7	89.36%	0	0					
23/03/99	8	83.12%	0	0					
31/03/99	9	59.57%	0	0					
12/04/99	10	66.45%	0	0					
23/04/99	11	85.98%	0	0					
27/04/99	12		1	1					
04/05/99	13	85.67%	0	0					
11/05/99	14	87.28%	0	0					
18/05/99	15	28.99%	0	0					
25/05/99	16	0.54%	1	1					
31/05/99	17	3.55%	1	1					
14/06/99	18	9.92%	0	1					
21/06/99	19	48.57%	0	0					
28/06/99	20	62.03%	0	0					
05/07/99	21	58.15%	0	0					
19/07/99	22	81.00%	0	0					
26/07/99	23		1	1					
02/08/99	24	35.00%	0	0					
09/08/99	25	0.19%	1	1					
16/08/99	26	0.13%	1	1					
23/08/99	27	0.20%	1	1					
06/09/99	28	1.10%	1	1					
13/09/99	29	0.16%	1	1					
20/09/99	30	1.76%	1	1					
27/09/99	31	1.13%	1	1					
04/10/99	32	1.37%	1	1					
11/10/99	33	0.74%	1	1					
18/10/99	34	6.85%	0	1					
25/10/99	35	1.17%	1	1					
01/11/99	36	2.38%	1	1					
08/11/99	37	5.62%	0	1					
16/11/99	38	0.26%	1	1					
23/11/99	39	0.55%	1	1					

Quadro 5.10-Teste ARCH-LM para verificação da heterocedasticidade das séries de retorno de IDI.

Porcentagem de aceitação da heterocedasticidade		
sig 5%	4.00	8.89%
sig10%	4.00	8.89%
Total	45.00	

período	Pvalue	sig 5%	sig10%	Data	Período	pvalue	sig 5%	sig10%	
10/02/00	46	89.38%	0	0	25/09/00	85	88.13%	0	0
16/02/00	47	56.26%	0	0	29/09/00	86	92.25%	0	0
22/02/00	48	59.52%	0	0	05/10/00	87	95.71%	0	0
28/02/00	49	27.79%	0	0	11/10/00	88	97.24%	0	0
03/03/00	50	85.53%	0	0	18/10/00	89	89.62%	0	0
13/03/00	51	76.43%	0	0	24/10/00	90	83.42%	0	0
17/03/00	52	83.65%	0	0					
23/03/00	53	88.25%	0	0					
29/03/00	54	94.56%	0	0					
04/04/00	55	98.41%	0	0					
10/04/00	56	82.88%	0	0					
14/04/00	57	24.60%	0	0					
20/04/00	58	24.60%	0	0					
27/04/00	59	3.54%	1	1					
04/05/00	60	92.20%	0	0					
10/05/00	61	82.45%	0	0					
16/05/00	62	83.14%	0	0					
22/05/00	63	77.76%	0	0					
26/05/00	64	76.62%	0	0					
01/06/00	65	77.82%	0	0					
07/06/00	66	20.70%	0	0					
13/06/00	67	76.94%	0	0					
19/06/00	68	75.25%	0	0					
26/06/00	69	73.85%	0	0					
30/06/00	70	40.12%	0	0					
06/07/00	71	40.12%	0	0					
12/07/00	72	23.02%	0	0					
18/07/00	73	75.79%	0	0					
24/07/00	74	4.92%	1	1					
28/07/00	75	3.75%	1	1					
03/08/00	76	29.04%	0	0					
09/08/00	77	26.58%	0	0					
15/08/00	78	87.84%	0	0					
21/08/00	79	3.87%	1	1					
25/08/00	80	13.74%	0	0					
31/08/00	81	58.84%	0	0					
06/09/00	82	63.74%	0	0					
13/09/00	83	73.89%	0	0					
19/09/00	84	83.16%	0	0					

Quadro 5.11- Teste ARCH LM para verificação de heterocedasticidade das séries de retorno de IDI.

Porcentagem de aceitação da heterocedasticidade		
Sig 5%	9.00	18.75%
Sig 10%	9.00	18.75%
Total	48.00	

Data	Período	Pvalue	sig 5%	sig10%	Período	pvalue	sig 5%	sig 10%
30/10/00	91	76.85%	0	0	19/06/01	130	0.53%	1
06/11/00	92	70.20%	0	0	25/06/01	131	0.44%	1
10/11/00	93	60.00%	0	0	29/06/01	132	0.75%	1
17/11/00	94	61.50%	0	0	05/07/01	133	0.21%	1
23/11/00	95	64.62%	0	0	12/07/01	134	0.03%	1
29/11/00	96	0.03%	1	1	18/07/01	135	0.00%	1
05/12/00	97	0.05%	1	1	24/07/01	136	85.00%	0
11/12/00	98	28.47%	0	0	30/07/01	137	88.00%	0
15/12/00	99	13.27%	0	0	03/08/01	138	55.00%	0
21/12/00	100	92.35%	0	0				
28/12/00	101	82.32%	0	0				
05/01/01	102	40.14%	0	0				
11/01/01	103	68.45%	0	0				
17/01/01	104	81.20%	0	0				
23/01/01	105	86.75%	0	0				
29/01/01	106	90.28%	0	0				
02/02/01	107	96.00%	0	0				
08/02/01	108	94.50%	0	0				
14/02/01	109	87.42%	0	0				
20/02/01	110	81.14%	0	0				
28/02/01	111	77.30%	0	0				
06/03/01	112	73.83%	0	0				
12/03/01	113	70.24%	0	0				
16/03/01	114	73.95%	0	0				
22/03/01	115	87.17%	0	0				
28/03/01	116	74.16%	0	0				
03/04/01	117	67.43%	0	0				
09/04/01	118	60.23%	0	0				
16/04/01	119	49.86%	0	0				
20/04/01	120	41.14%	0	0				
26/04/01	121	1.70%	1	1				
03/05/01	122	37.36%	0	0				
09/05/01	123	13.32%	0	0				
15/05/01	124	30.71%	0	0				
21/05/01	125	37.46%	0	0				
25/05/01	126	23.58%	0	0				
31/05/01	127	19.46%	0	0				
06/06/01	128	12.93%	0	0				
12/06/01	129	12.34%	0	0				

Percebe-se que em vários momentos a série é heterocedástica porém não conseguimos fazer uma relação incontestável do nível da taxa de juros com o fato da heterocedasticidade. O único comportamento relevante a ser notado é que nos períodos onde notamos heterocedasticidade na série tem-se normalmente um nervosismo maior no mercado –mas não necessariamente o inverso ocorre.

Um outro procedimento adotado (mais importante para análise) foi o de calcular o erro efetivamente incorrido quando modelando por Black(1976) utilizamos as volatilidades mencionadas na seção II do item 5 –O erro foi calculado da seguinte maneira:

1-)Avaliaram-se as opções pela volatilidade proposta em D(0) chamamos o prêmio de P(0)- as opções avaliadas tem prazo de vencimento 60 dias úteis;

2-)De posse dos dados de taxa de juros projetadas até o vencimento da opção para todos os dias até o vencimento conforme descrito anteriormente fazemos o balanceamento uma vez ao dia ao preço de fechamento.

3-)A Soma dos balanceamentos mais o exercício da opção será chamada de sb(0-T).

Apesar das argumentações em contrário de West e Cho (1995) e Andersen e Bollerssev (1998) que criticam a utilização de dados diários para previsão de volatilidade consideramos que esta foi a frequência de balanceamento utilizada inclusive pela falta de dados com menores intervalos.

O erro de balanceamento incorrido será :

$$eb = \frac{sb(0-t) - p(0)}{P(0)} \quad (5.1)$$

Sb- Soma dos balanceamentos

As estatísticas das diversas formas de estimação de volatilidade estão descritas nos quadro 5.12:

Quadro 5.12: Erros de Balanceamento dos diversos tipos de volatilidade:

	p	Dec 0.94	Garch-D	deccor0.94	deccor 0.99
Med	139.85%	9801.05%	-25.56%	225.82%	69.80%
DP	434.54%	19220.37%	85.53%	525.15%	299.42%

	Hist cor fat 60	Hist não corr	IB 60	IB 30	futura
Med	291.31%	11777.77%	152.21%	170.95%	15.42%
DP	668.90%	23938.46%	341.42%	300.60%	32.73%

	garch(1,1)
Med	-33.31%
DP	51.98%

Onde IB- Integral Black; Hist Cor:Histórica Corrigida; deccor: Decaimento Exponencial Corrigido ; p: Futura Modificada

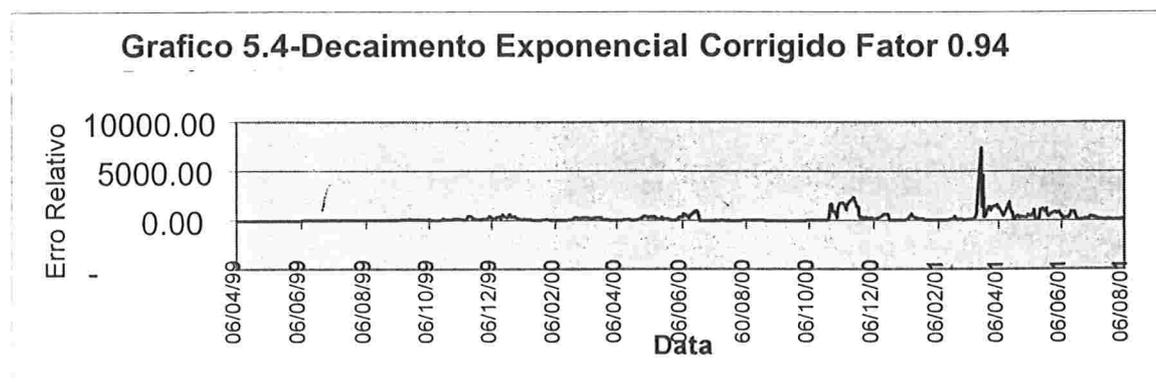
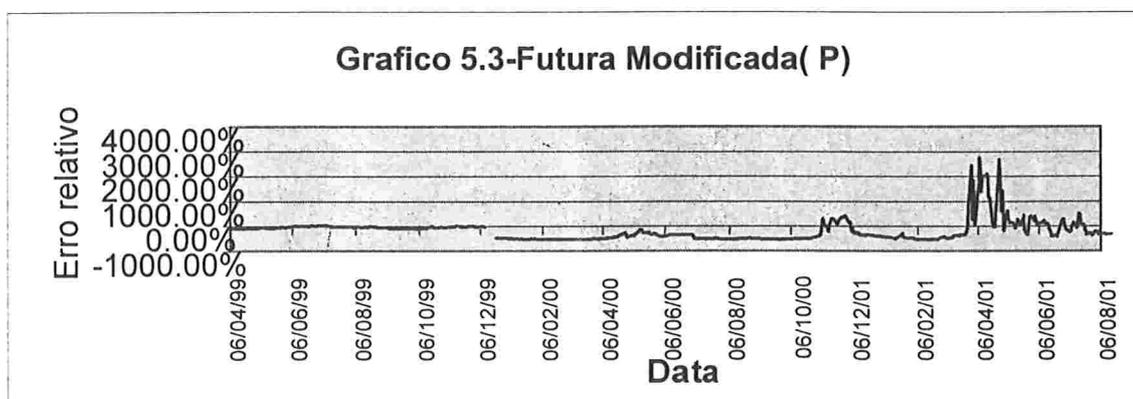
Analisando o quadro 5.12 percebemos que os maiores erros são cometidos quando utilizamos processos de estimação sem nenhuma correção de duration: Histórica não corrigida e decaimento exponencial não corrigido(dec).Percebemos também que utilizando um fator de correção proposto em 5.12 (Hist cor fat 60 e dec cor 0.94) há uma melhora substancial nos resultados.

Notamos também que o fator de decaimento de 0.99 proporciona a menor média de erros.

Uma outra observação importante é que o modelo GARCH-D o mais consistente teoricamente é também o que dá como resultado o menor erro relativo.

A evidência mais importante sobre a viabilidade de utilização do modelo de Black(1976) para precificar as opções de IDI é o pequeno erro cometido (melhor de todos) quando utilizamos a volatilidade do Futuro de IDI obtida a posteriori (futura).

Os erros de balanceamento dia a dia estão descritos nos gráficos seguintes:



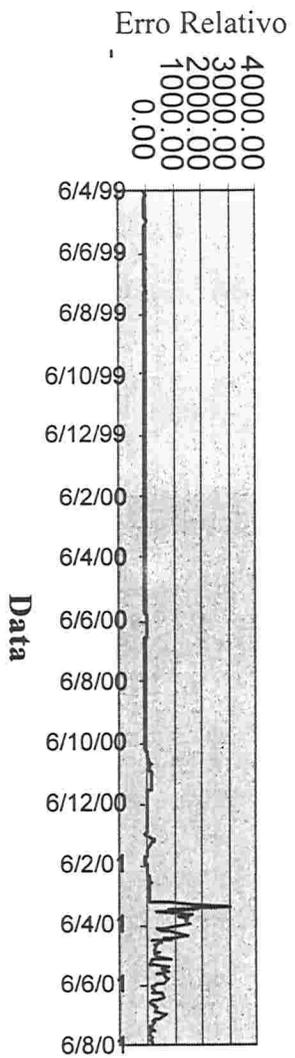
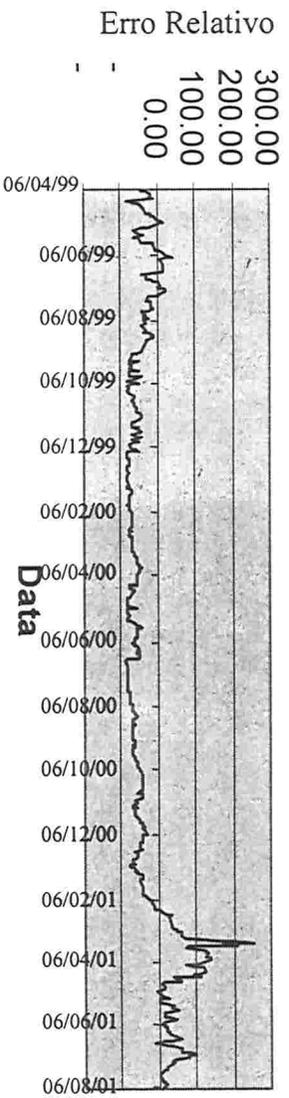
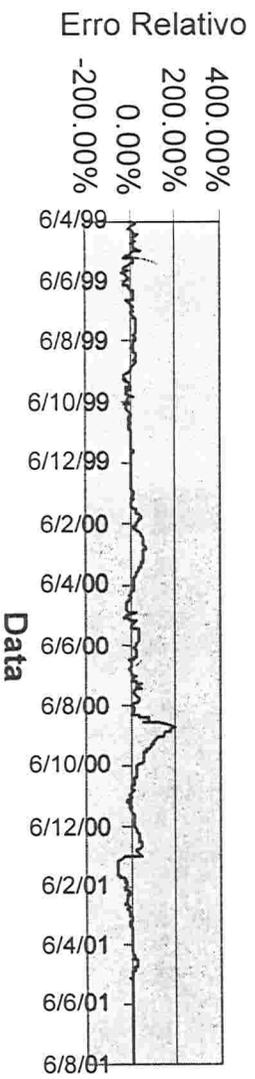


Grafico 5.8- Historica

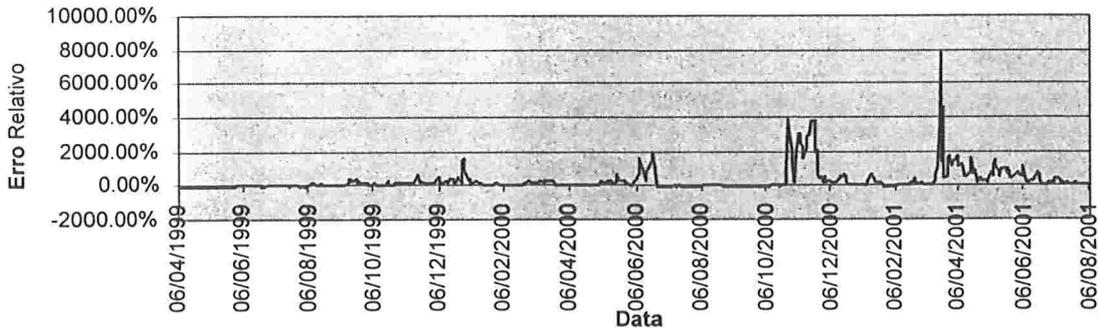


Gráfico 5.9-Integral Black Linear janela 30

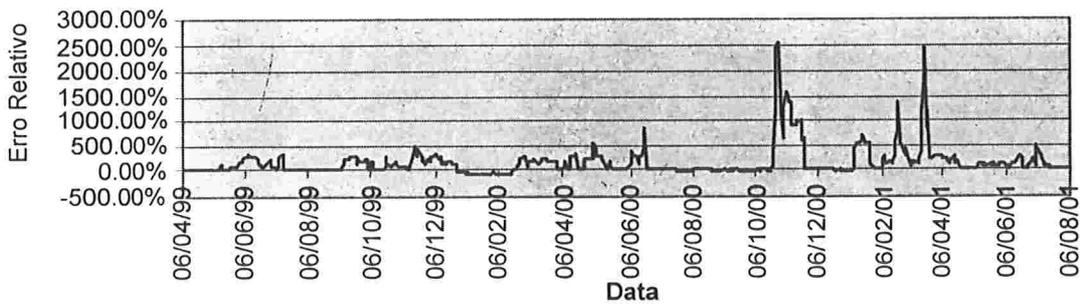
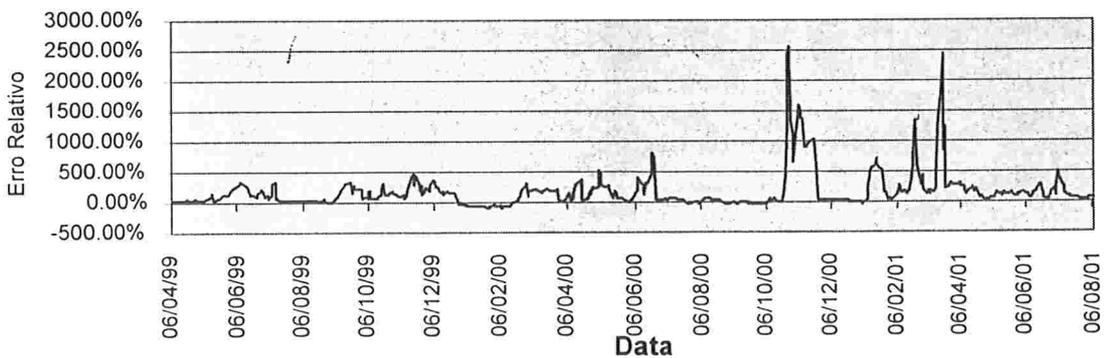
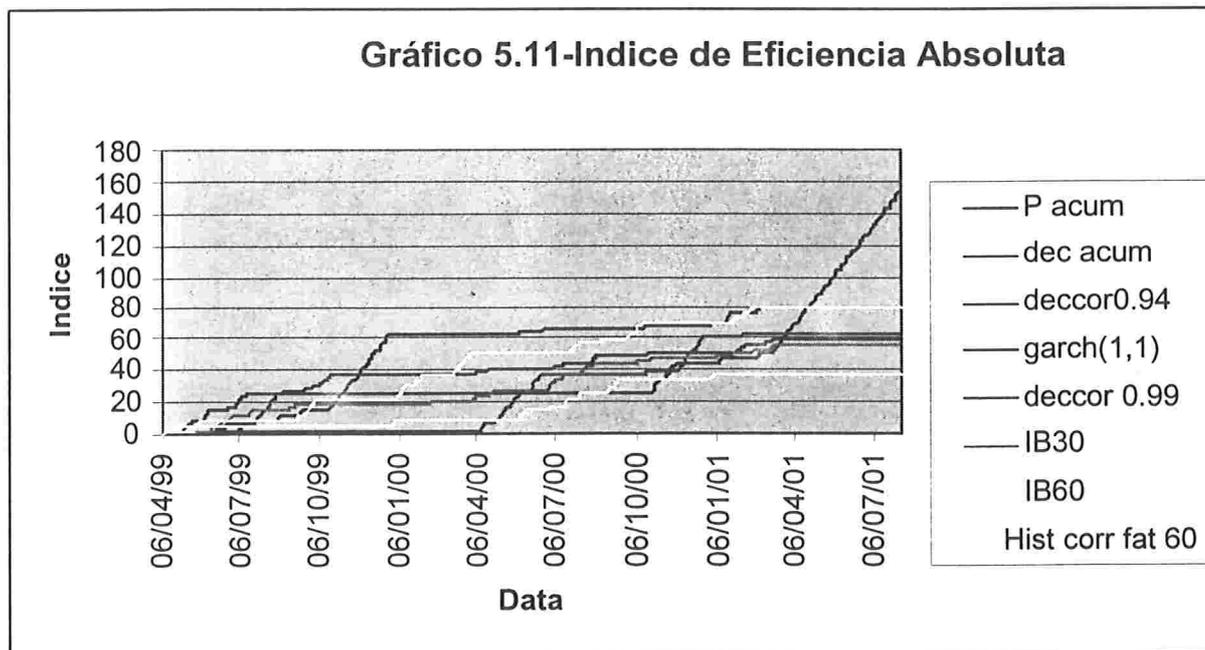


Grafico 5.10-Integral Black Linear Janela 60



Chamamos de Índice de eficiência absoluta ao número de vezes acumulada que cada método de cálculo de volatilidade foi melhor que os demais. O gráfico seguinte mostra a evolução deste índice:



O método Garch-D não está incluído nesta análise pois sua estimação não foi feita em todos os pontos dificultando a comparação.

Percebemos que no início da análise (até 06/08/99) a volatilidade com melhor performance é a Garch (1,1), este período caracteriza-se pela elevada volatilidade e elevado nível da taxa de juros (logo após da desvalorização do Real), isto pode ser entendido graças ao rápido ajuste da volatilidade GARCH a situações instáveis (o erro cometido em um instante rapidamente é incorporado a volatilidade no instante seguinte).

Em um segundo momento o melhor desempenho passa a ser o decaimento exponencial corrigido por um fator de decaimento 0.94. Isso não é surpresa já que este método de estimação é semelhante ao Garch(1,1)- a única surpresa está no fato de que o fator de 0,99 ter apresentado melhor desempenho (em relação a 0,94) na média dos erros (Quadro 5.12)-isto nos faz concluir que apesar de acertar (relativamente) um número maior de vezes a volatilidade de $\lambda = 0.94$, quando ocorre um erro ele é de magnitude maior.

Com a passagem do tempo a volatilidade histórica corrigida passa a ter um desempenho comparável aos modelos heterocedásticos em número de acertos relativos (observe que em média como era de se esperar seu desempenho é bem pior).

No final de 2001 com um novo período de alta volatilidade o modelo Garch(1,1) passa a ser o mais eficiente.

O índice da Volatilidade Futura foi retirado do gráfico pois não pode ser utilizado para inferências por não ser informação disponível no momento da operação (Se fosse incluídos seria o melhor desde o início da análise).As volatilidades sem correção de fatores

de tempo também foram retiradas da amostra pelo fraco desempenho demonstrado anteriormente.

Outra análise feita foi quanto a subestimação/superestimação da volatilidade pelos diversos métodos de estimação o quadro 6.13 nos mostra o resumo desta análise. Dizemos que houve subestimação de volatilidade quando o resultado total do hedge delta foi maior do que o prêmio calculado na data de execução da operação (ou de outra maneira o *eb* calculado como em 6.1 é positivo)-lembrando que durante a operação o mesmo conceito de volatilidade foi usado.

Quadro 5.13-Proporção de vezes em que houve subestimação de volatilidade.

<i>p</i>	<i>Dec</i>	<i>Garch-D</i>	<i>deccor0.94</i>	<i>deccor 0.99</i>
44.96%	95.90%	12.96%	66.84%	31.28%
<i>Hist corr fat 60</i>	<i>Hist jan 60</i>	<i>IB 60</i>	<i>IB 30</i>	<i>futura</i>
70.77%	95.38%	77.78%	84.96%	63.42%
<i>garch(1,1)</i>				
23.25%				

Percebemos pelo quadro 5.13 que, como era de se esperar, as volatilidades Histórica janela 60 dias sem correção (*Hist jan 60*) e decaimento exponencial sem correção (*dec*) são os métodos de estimação que mais subestimam a volatilidade. Este fato deve-se principalmente ao fato de estes métodos não levarem em conta o prêmio de risco da taxa de juros, levando em conta apenas a oscilação da taxa básica que é sensivelmente menor.

O método *Garch-D* é o que mais a superestima - porém analisando em conjunto com os dados do erro médio (quadro 5.12) notamos uma superestimação muito menor (o erro é pequeno).

É importante notar também que o resultado das integrais Black para 30 (*IB 30*) e 60 dias (*IB 60*) apesar de considerar uma volatilidade média para o período também subestima consistentemente a volatilidade.

6.) Conclusão

O modelo de Black(1976) utilizado pela maior parte das mesas na precificação de opções de IDI apresenta algumas inconsistências teóricas se utilizado com a volatilidade inferida pelos métodos tradicionais, como a histórica tradicional do Cdi over ou decaimento exponencial. Como demonstrado na seção 2, estas inconsistências podem ser contornadas pela utilização do modelo adaptado de Jamishidian (1989) e Vieira Neto (1999) que, como mostrado, pode ser entendido como o modelo de Black modificado em sua inferência de volatilidade.

O problema principal enfrentado nas mesas de operação não é a inconsistência teórica e sim o problema prático de precificação de uma opção para um prazo determinado. Conseguiu-se demonstrar que o erro cometido devido a utilização do modelo de Black (utilizando a volatilidade futura não disponível a priori) é perfeitamente compatível com os spreads cobrados neste mercado de baixa liquidez. O último problema consistiu em como inferir esta volatilidade futura pelos métodos de estimação a priori e principalmente a verificação da volatilidade GARCH-D consistente teoricamente.

Verificou-se que os métodos tradicionais de inferência de volatilidade são muito pobres e implicam um erro de balanceamento inaceitável, sendo necessária a correção destes métodos por um fator de correção que leva em conta a *duration* da opção (Lemgruber (2001)).

Os métodos de inferência heterocedásticos apresentaram um desempenho superior aos homocedásticos no resultado final. Percebeu-se também que a série de retornos de CDI não apresenta comportamento heterocedástico, embora a série de Forward muitas vezes apresente. Este fato está de acordo com a demonstração feita no capítulo 2 de que a heterocedasticidade da serie de Forwards de IDI não se deve a heterocedasticidade do CDI e sim ao processo de composição diária a que é submetida.

Quanto à subestimação da volatilidade (a preocupação maior quando se é vendedor da opção ao cliente) notou-se que apenas o modelo Garch (1,1) e Garch-D superestimam a volatilidade consistentemente o que é um fato positivo inclusive para a estimação conservadora do risco de mercado para a opção em questão.

Como conclusão final podemos sugerir que, levando-se em consideração as limitações que um modelo de um fator possui, devemos utilizar a volatilidade GARCH-D como *proxy* da volatilidade futura do Forward de IDI –utilizando-a para precificação de opções no modelo de Black (1976).

7-) Referências Bibliográficas:

Andersen, T. G. , Bollerslev, T.(1998). "Deutsche Mark-Dollar volatility:intraday activity Patterns,Macroeconomic Announcements, and Longer Run Dependencies".Journal of Finance.Vol LIII, p219-265,1998.

Bollersev, T..(1986)"Generalized autoregressive conditional heterokedasticity" Journal of Econometrics,31, (1986), 307-327.

Bertucci, L. A (1999) "Avaliação de opções Sob consideração de Volatilidades Históricas, Implícitas e Condicionadas-O Caso Telebrás na BOVESPA". Tese de doutorado, EASP/FGV

Black (1976)-"The Pricing of Commodity Contract"-Journal of Financial Economics-3:167-179

Black F. e M.Scholes (1973)."The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy 81:637-654

Bollersev, T.,Chou, R. Y. and Kroner, K. F. (1992), "ARCH Modelling in Finance : A Review of the Theory and Empirical Evidence" , Journal of Econometrics 52, 5-59

Brenner,R.J.,Harjes,R.H.&Kroner,K.F.(1996) "Another Look of Models of the Short Term Interest Rate,Journal of Financial and Quantitative Analysis",31 (1), 85-107

Bussab W., Morettin, P. (1985), "Estatística Básica", Atual Editora

Duffie, D.D.(1989)."Future Markets".New Jersey, Prentice Hall

Eid Jr,W (1995). "Avaliação de opções:O Caso Brasileiro- Utilização de Modelos ARCH na Estimação dos Parâmetros".Tese de doutorado, EASP/FGV

Engle, R.F.(1982). "Autoregressive Conditional Heterokedasticity with the Estimates of the Variance of U.K. Inflation".Econometrica, 50, 987-1008

Engle R.F. , Lilien D.M. and Robbins,R. (1987) "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure:The ARCH-M Model" Econometrica, 55 391-408

Garcia M., e La Roque, (1996) "Um estudo sobre a Volatilidade do Mercado Futuro de Taxas de Juros no Brasil", Pesquisa e Planejamento Econômico, Vol 26 , num 2 agosto

Gluckstern M., (2001) "Aplicação do Modelo de Hull White a precificação de opções de IDI".Tese de doutorado EAESP/FGV

- Jamishidian, F., (1989) “An Exact Bond Option Formula”, The Journal of Finance , vol 44
- Johnston J. and Di Nardo J.(1997), “Econometric Methods” ,4th Edition, New York: McGraw Hill.
- Lemgruber, E. (2001)-“Fator de Correção para Volatilidades”. Paper não publicado Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Lemgruber E. F. e Ohanian G. (2001) “ O modelo de projeção de Volatilidades do Riskmetrics e a Hipótese de Distribuição Normal Condicional para alguns Fatores de Risco no Brasil. In Gestão de Risco e Derivativos Aplicações no Brasil”. Editora Atlas.
- Ljung, G.M. and Box,G.E.P. (1978).”On a measure of a Lack of Fit in the Time Series Models”, Biometrika,65, 297-303.
- Lombardo, M. (2000). “Value –at –Risk-Aplicação de Cinco Metodologias e Carteiras Teóricas Compostas por Ações e Títulos de Renda Fixa no Brasil”.Dissertação de mestrado, EAESP/FGV
- Mills, T.(1999)-“The Econometric Modelling of Financial Time Series”. Second Edition
- Oksendal,D.(2000)-“Stochastic Differential Equation-An Introduction with Applications”- Springer-Berlin
- Pindyck,R.S. e Rubinfeld D.L. (1998).”Econometric Models and Economic Forecast”.Fourth Edition. Mc Graw- Hill International Editions.
- Rebonato,R.(1996).”Interest Rate Options Models”.John Willey & Sons
- Santos, J.E. dos (1997). “Previsão de Volatilidade no Brasil:Riskmetrics,GARCH, Volatilidade Implícita ou uma Composição destes Modelos? Um Estudo Empírico”.Tese de doutorado, EAESP/FGV
- Vieira Neto, C.A.(1999).”Modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros e Avaliação de Contratos Derivativos”.Tese de doutorado FEA/USP
- Willmot P.(1998) ”Derivatives”. University Edition

8) Anexo 1

Quadro 8.1 Estatísticas do ajuste do modelo AR(1) para a série RALNFATORCDIDIA

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA
 Method: Least Squares
 Date: 03/24/02 Time: 15:38
 Sample(adjusted): 2 706
 Included observations: 705 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.48E-07	4.99E-07	-0.896917	0.3701
AR(1)	0.039701	0.037686	1.053460	0.2925
R-squared	0.001576	Mean dependent var		-4.48E-07
Adjusted R-squared	0.000156	S.D. dependent var		1.27E-05
S.E. of regression	1.27E-05	Akaike info criterion		-19.70362
Sum squared resid	1.14E-07	Schwarz criterion		-19.69069
Log likelihood	6947.525	F-statistic		1.109779
Durbin-Watson stat	2.003962	Prob(F-statistic)		0.292492
Inverted AR Roots	.04			

Percebemos uma p valor de 29,25% para a hipótese nula de coeficiente zero, nos levando a aceitar a hipótese e a rejeitar o modelo.

Quadro 8.2 Estatísticas do ajuste do modelo C para a série RALNFATORCDIDIA

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA
 Method: Least Squares
 Date: 03/24/02 Time: 16:08
 Sample: 1 706
 Included observations: 706

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.47E-07	4.79E-07	-0.934833	0.3502
R-squared	0.000000	Mean dependent var		-4.47E-07
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		1.27E-05
S.E. of regression	1.27E-05	Akaike info criterion		-19.70630
Sum squared resid	1.14E-07	Schwarz criterion		-19.69984
Log likelihood	6957.324	Durbin-Watson stat		1.920598

Quadro 8.3 Autocorrelograma do ajuste do modelo C para a série Ralnfatorcdidia

Date: 03/24/02 Time: 16:10
 Sample: 1 706
 Included observations: 706

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. .	. .	1 0.040	0.040	1.1175	0.290
. .	. .	2 0.051	0.050	2.9936	0.224
. *	. *	3 0.073	0.069	6.7491	0.080
. *	. *	4 0.119	0.113	16.914	0.002
. .	. .	5 0.038	0.025	17.964	0.003
. *	. *	6 0.113	0.098	27.005	0.000
. *	. .	7 0.082	0.060	31.804	0.000
. *	. *	8 0.173	0.150	53.204	0.000
. .	. .	9 0.036	0.008	54.115	0.000
. .	. .	10 0.049	0.009	55.819	0.000
. .	. .	11 0.009	-0.033	55.874	0.000
. *	. *	12 0.154	0.110	72.851	0.000
. .	. .	13 0.005	-0.027	72.867	0.000
. .	* .	14 -0.054	-0.106	74.948	0.000
. .	. .	15 0.017	-0.021	75.168	0.000
. *	. .	16 0.067	0.018	78.447	0.000
. *	. *	17 0.070	0.073	81.978	0.000
. .	. .	18 -0.015	-0.040	82.138	0.000
. .	. .	19 -0.024	-0.045	82.561	0.000
. *	. *	20 0.117	0.090	92.533	0.000
. .	. .	21 -0.026	-0.024	93.038	0.000
. *	. *	22 0.129	0.157	105.25	0.000
. *	. *	23 0.100	0.092	112.63	0.000
. **	. *	24 0.216	0.194	146.94	0.000
. *	. *	25 0.111	0.106	155.92	0.000
** .	** .	26 -0.221	-0.286	191.98	0.000
. .	. .	27 0.035	-0.010	192.90	0.000
. *	. .	28 0.090	-0.015	198.92	0.000
. .	. .	29 0.027	-0.017	199.45	0.000
. .	. .	30 0.044	-0.006	200.88	0.000
. *	. *	31 0.123	0.071	212.10	0.000
. *	. .	32 0.083	0.031	217.21	0.000
. .	. .	33 0.001	-0.027	217.21	0.000
. .	. .	34 0.004	0.021	217.22	0.000
. .	. .	35 0.048	0.022	218.95	0.000
. .	. .	36 -0.003	-0.030	218.95	0.000

Quadro 8.4 Estatísticas do ajuste do modelo MA(1) para a série RALNFATORCDIDIA

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA
 Method: Least Squares
 Date: 03/24/02 Time: 15:40
 Sample: 1 706
 Included observations: 706
 Convergence achieved after 4 iterations
 Backcast: 0

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.47E-07	4.96E-07	-0.902116	0.3673
MA(1)	0.036281	0.037664	0.963282	0.3357
R-squared	0.001438	Mean dependent var		-4.47E-07
Adjusted R-squared	0.000019	S.D. dependent var		1.27E-05
S.E. of regression	1.27E-05	Akaike info criterion		-19.70490
Sum squared resid	1.14E-07	Schwarz criterion		-19.69199
Log likelihood	6957.831	F-statistic		1.013491
Durbin-Watson stat	1.996601	Prob(F-statistic)		0.314414
Inverted MA Roots	-.04			

Com um pvalor de 33,57% aceitamos a hipótese nula para o coeficiente de Ma(1) e rejeitamos o modelo.

Quadro 8.5 Estatísticas do ajuste do modelo ARMA(1,1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA
 Method: Least Squares
 Date: 03/24/02 Time: 15:44
 Sample: 249 496
 Included observations: 248
 Convergence achieved after 6 iterations
 Backcast: 248

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.25E-07	1.69E-07	-2.506854	0.0128
AR(1)	0.029910	0.412119	0.072577	0.9422
MA(1)	0.090247	0.412654	0.218700	0.8271
R-squared	0.014057	Mean dependent var		-4.24E-07
Adjusted R-squared	0.006008	S.D. dependent var		2.38E-06
S.E. of regression	2.37E-06	Akaike info criterion		-23.05311
Sum squared resid	1.38E-09	Schwarz criterion		-23.01060
Log likelihood	2861.585	F-statistic		1.746472
Durbin-Watson stat	2.001440	Prob(F-statistic)		0.176552
Inverted AR Roots	.03			
Inverted MA Roots	-.09			

Tanto o coeficiente de AR(1) quanto o de MA(1) tem p valores altos nos levando a aceitar a hipótese nula e rejeitar o modelo.

Quadro 8.6 Estatísticas do ajuste do modelo AR(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA
 Method: Least Squares
 Date: 03/24/02 Time: 15:45
 Sample: 249 496
 Included observations: 248
 Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.26E-07	1.70E-07	-2.503583	0.0129
AR(1)	0.116887	0.062999	1.855379	0.0647
R-squared	0.013801	Mean dependent var		-4.24E-07
Adjusted R-squared	0.009792	S.D. dependent var		2.38E-06
S.E. of regression	2.37E-06	Akaike info criterion		-23.06091
Sum squared resid	1.38E-09	Schwarz criterion		-23.03258
Log likelihood	2861.553	F-statistic		3.442432
Durbin-Watson stat	1.994218	Prob(F-statistic)		0.064738
Inverted AR Roots	.12			

Com um p-valor de 6,47% aceitamos a hipótese nula de nulidade do coeficiente de AR(1) e rejeitamos o modelo.

Quadro 8.6 Estatísticas do ajuste do modelo MA(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA
 Method: Least Squares
 Date: 03/24/02 Time: 15:46
 Sample: 249 496
 Included observations: 248
 Convergence achieved after 3 iterations
 Backcast: 248

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.24E-07	1.68E-07	-2.520062	0.0124
MA(1)	0.119843	0.063299	1.893273	0.0595
R-squared	0.014029	Mean dependent var		-4.24E-07
Adjusted R-squared	0.010021	S.D. dependent var		2.38E-06
S.E. of regression	2.37E-06	Akaike info criterion		-23.06114
Sum squared resid	1.38E-09	Schwarz criterion		-23.03281
Log likelihood	2861.582	F-statistic		3.500157
Durbin-Watson stat	2.001032	Prob(F-statistic)		0.062550
Inverted MA Roots	-.12			

Com 5,95% de pvalor vamos rejeitar a hipótese nula e verificar o autocorrelograma dos resíduos:

Quadro 8.6 Autocorrelograma dos resíduos do modelo MA(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000.

Sample: 249 496

Included observations: 248

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. *	. *	1 0.117	0.117	3.4317	0.064
. .	. .	2 -0.007	-0.021	3.4437	0.179
. .	. .	3 -0.013	-0.010	3.4850	0.323
. .	. .	4 -0.005	-0.002	3.4904	0.479
. .	. .	5 0.034	0.035	3.7877	0.580
. .	. .	6 0.018	0.010	3.8697	0.694
. .	. .	7 0.035	0.033	4.1826	0.759
. *	. *	8 0.082	0.076	5.9184	0.656
. .	. .	9 0.001	-0.017	5.9186	0.748
. .	. .	10 -0.003	0.001	5.9202	0.822
. .	. .	11 0.012	0.014	5.9571	0.876
. *	. *	12 0.127	0.125	10.190	0.599
. .	. .	13 0.042	0.008	10.661	0.639
. .	. .	14 -0.005	-0.009	10.666	0.712
. .	. .	15 0.012	0.014	10.706	0.773
. .	. .	16 0.021	0.015	10.820	0.820
. .	. .	17 -0.012	-0.023	10.857	0.864
. .	. .	18 0.014	0.014	10.908	0.898
. .	. .	19 0.022	0.012	11.042	0.922
. *	. *	20 0.187	0.168	20.528	0.425
. .	. .	21 0.023	-0.022	20.668	0.479
. .	. .	22 -0.009	-0.002	20.689	0.540
. .	. .	23 0.003	0.005	20.692	0.600
. .	. .	24 0.052	0.041	21.444	0.612
* .	* .	25 -0.062	-0.095	22.528	0.605
. .	. .	26 -0.030	-0.018	22.786	0.645
. .	. .	27 0.003	-0.003	22.789	0.696
. .	. .	28 -0.006	-0.039	22.800	0.743
. .	. .	29 -0.040	-0.041	23.264	0.764
. .	. .	30 -0.025	-0.015	23.436	0.797
. .	. .	31 0.037	0.040	23.835	0.817
. .	. .	32 0.042	-0.015	24.343	0.832
* .	* .	33 -0.060	-0.066	25.389	0.826
* .	. .	34 -0.063	-0.042	26.552	0.815
. .	. .	35 -0.030	-0.018	26.808	0.838
* .	* .	36 -0.071	-0.093	28.294	0.817

Quadro 8.11 Autocorrelograma dos resíduos do modelo C para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período 2000/2001.

ARCH Test:

F-statistic	0.107662	Probability	0.743102
Obs*R-squared	0.108493	Probability	0.741867

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 03/24/02 Time: 15:49

Sample(adjusted): 250 496

Included observations: 247 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.54E-12	2.51E-12	2.209791	0.0280
RESID^2(-1)	0.020958	0.063874	0.328118	0.7431
R-squared	0.000439	Mean dependent var		5.66E-12
Adjusted R-squared	-	S.D. dependent var		3.89E-11
S.E. of regression	3.90E-11	Akaike info criterion		-45.08806
Sum squared resid	3.73E-19	Schwarz criterion		-45.05964
Log likelihood	5570.375	F-statistic		0.107662
Durbin-Watson stat	1.999347	Prob(F-statistic)		0.743102

O pvalor de 74,31% nos faz aceitar a hipótese da não necessidade de ajuste ARCH para a série em questão.

Quadro 8.12 Estatísticas do ajuste do modelo AR(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000/2001.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: Least Squares

Date: 03/24/02 Time: 15:51

Sample: 249 706

Included observations: 458

Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.21E-08	1.78E-07	0.067921	0.9459
AR(1)	0.237998	0.045419	5.240069	0.0000
R-squared	0.056796	Mean dependent var		1.46E-08
Adjusted R-squared	0.054727	S.D. dependent var		2.98E-06
S.E. of regression	2.90E-06	Akaike info criterion		-22.66163
Sum squared resid	3.83E-09	Schwarz criterion		-22.64361
Log likelihood	5191.513	F-statistic		27.45832
Durbin-Watson stat	1.985461	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.24			

O *p*-valor do coeficiente de AR(1) nos permite rejeitar a hipótese de nulidade do coeficiente nos levando a aceitar o modelo, vamos compará-lo com o MA(1), ARMA(1,1) e C:

Quadro 8.13 Estatísticas do ajuste do modelo ARMA(1,1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000/2001.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: Least Squares

Date: 03/24/02 Time: 15:53

Sample: 249 706

Included observations: 458

Convergence achieved after 6 iterations

Backcast: 248

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.36E-08	1.72E-07	0.079077	0.9370
AR(1)	0.086043	0.187473	0.458960	0.6465
MA(1)	0.160907	0.185979	0.865188	0.3874
R-squared	0.057911	Mean dependent var		1.46E-08
Adjusted R-squared	0.053770	S.D. dependent var		2.98E-06
S.E. of regression	2.90E-06	Akaike info criterion		-22.65845
Sum squared resid	3.82E-09	Schwarz criterion		-22.63141
Log likelihood	5191.784	F-statistic		13.98461
Durbin-Watson stat	2.000712	Prob(F-statistic)		0.000001
Inverted AR Roots	.09			
Inverted MA Roots	-.16			

Não podemos rejeitar a hipótese nula nem para o coeficiente AR nem MA nos levando a rejeitar o modelo.

Quadro 8.14 Estatísticas do ajuste do modelo MA(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000/2001.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: Least Squares

Date: 03/24/02 Time: 15:54

Sample: 249 706

Included observations: 458

Convergence achieved after 3 iterations

Backcast: 248

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.44E-08	1.68E-07	0.085742	0.9317
MA(1)	0.243339	0.045421	5.357415	0.0000
R-squared	0.057575	Mean dependent var		1.46E-08
Adjusted R-squared	0.055508	S.D. dependent var		2.98E-06
S.E. of regression	2.90E-06	Akaike info criterion		-22.66246
Sum squared resid	3.82E-09	Schwarz criterion		-22.64444
Log likelihood	5191.702	F-statistic		27.85812
Durbin-Watson stat	1.992191	Prob (F-statistic)		0.000000
Inverted MA Roots	-.24			

Podemos rejeitar a hipótese de nulidade do coeficiente de MA(1), aceitando o modelo- porém o valor do critério de Akhaike de AR(1) é um pouco melhor , ficaremos portanto com o AR(1)

Quadro 8.15 Estatísticas do ajuste do modelo C para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000/2001.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: Least Squares

Date: 03/24/02 Time: 15:54

Sample: 249 706

Included observations: 458

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.46E-08	1.39E-07	0.104659	0.9167
R-squared	0.000000	Mean dependent var		1.46E-08
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		2.98E-06
S.E. of regression	2.98E-06	Akaike info criterion		-22.6075
Sum squared resid	4.06E-09	Schwarz criterion		-22.5985
Log likelihood	5178.123	Durbin-Watson stat		1.522669

Quadro 8.16 Autocorrelograma dos resíduos do modelo C para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período 2000/2001.

Date: 03/24/02 Time: 16:50

Sample: 249 706

Included observations: 458

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
. **	. **	1	0.239	0.239	26.256	0.000
. .	. .	2	0.033	-0.026	26.748	0.000
. .	. .	3	0.042	0.043	27.573	0.000
. .	. .	4	0.024	0.005	27.833	0.000
. .	. .	5	0.030	0.025	28.262	0.000
. .	. .	6	0.035	0.022	28.824	0.000
. .	. .	7	0.021	0.008	29.038	0.000
. .	. .	8	0.027	0.020	29.392	0.000
. .	. .	9	0.000	-0.015	29.392	0.001
. .	. .	10	0.006	0.008	29.407	0.001
. .	. .	11	0.014	0.008	29.501	0.002
. .	. .	12	0.060	0.057	31.224	0.002
. *	. .	13	0.068	0.041	33.384	0.001
. .	. .	14	0.030	0.003	33.804	0.002
. .	. .	15	0.006	-0.005	33.822	0.004
. .	. .	16	0.011	0.006	33.876	0.006
. .	. .	17	0.036	0.030	34.502	0.007
. *	. *	18	0.173	0.163	48.846	0.000
. **	. **	19	0.288	0.226	88.538	0.000
. **	. *	20	0.225	0.130	112.83	0.000
. .	. .	21	0.016	-0.069	112.95	0.000
. .	. .	22	0.050	0.049	114.15	0.000
. .	. .	23	0.045	0.005	115.13	0.000
. .	. .	24	0.046	0.027	116.16	0.000
. .	. .	25	0.013	-0.023	116.24	0.000
. .	. .	26	0.000	-0.015	116.24	0.000
. .	. .	27	0.014	0.006	116.34	0.000
. .	. .	28	0.020	0.013	116.53	0.000
. .	. .	29	0.002	-0.002	116.53	0.000
. .	. .	30	0.009	-0.012	116.57	0.000
. .	. .	31	0.031	-0.007	117.05	0.000
. .	. .	32	0.037	-0.014	117.71	0.000
. .	. .	33	-0.009	-0.036	117.75	0.000
. .	. .	34	-0.020	-0.017	117.95	0.000
. .	. .	35	-0.020	-0.026	118.14	0.000
. .	. .	36	-0.023	-0.056	118.41	0.000

Percebemos um ajuste pobre com a rejeição da hipótese das autocorrelações do resíduo ser nula.

Quadro 8.17 Autocorrelograma dos resíduos do modelo AR(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período 2000/2001.

Date: 03/24/02 Time: 15:55

Sample: 249 706

Included observations: 458

Q-statistic
probabilities
adjusted for 1
ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. .	. .	1 0.007	0.007	0.0236	
. .	. .	2 -0.034	-0.034	0.5645	0.452
. .	. .	3 0.033	0.034	1.0719	0.585
. .	. .	4 0.008	0.006	1.1027	0.776
. .	. .	5 0.019	0.022	1.2763	0.865
. .	. .	6 0.026	0.025	1.5873	0.903
. .	. .	7 0.008	0.009	1.6183	0.951
. .	. .	8 0.026	0.026	1.9272	0.964
. .	. .	9 -0.009	-0.011	1.9630	0.982
. .	. .	10 0.003	0.003	1.9667	0.992
. .	. .	11 -0.001	-0.004	1.9669	0.997
. .	. .	12 0.047	0.047	3.0149	0.991
. .	. .	13 0.053	0.051	4.3573	0.976
. .	. .	14 0.015	0.017	4.4602	0.985
. .	. .	15 -0.004	-0.003	4.4675	0.992
. .	. .	16 0.001	-0.002	4.4685	0.996
. .	. .	17 -0.006	-0.009	4.4850	0.998
. *	. *	18 0.113	0.109	10.554	0.879
. **	. **	19 0.222	0.221	34.190	0.012
. *	. *	20 0.175	0.196	48.956	0.000
. .	. .	21 -0.052	-0.034	50.247	0.000
. .	. .	22 0.040	0.040	51.034	0.000
. .	. .	23 0.026	0.008	51.368	0.000
. .	. .	24 0.037	0.035	52.035	0.000
. .	. .	25 0.003	-0.011	52.039	0.001
. .	. .	26 -0.006	-0.019	52.058	0.001
. .	. .	27 0.010	-0.002	52.108	0.002
. .	. .	28 0.018	0.014	52.272	0.002
. .	. .	29 -0.005	0.004	52.284	0.004
. .	. .	30 0.002	-0.009	52.286	0.005
. .	. .	31 0.023	-0.006	52.557	0.007
. .	. .	32 0.035	-0.007	53.178	0.008
. .	. .	33 -0.015	-0.034	53.288	0.010
. .	. .	34 -0.015	-0.018	53.395	0.014
. .	. .	35 -0.011	-0.017	53.459	0.018
. .	. .	36 -0.029	-0.052	53.880	0.022

O modelo está bem ajustado para a média até o lag 18, como mostra o autocorrelograma- vamos fazer uma análise de heterocedasticidade através do teste ARCH-LM:

Quadro 8.18 Teste ARCH-LM para os resíduos do modelo AR(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período 2000/2001.

ARCH Test:

F-statistic	15.95833	Probability	0.000076
Obs*R-squared	15.48536	Probability	0.000083

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 03/24/02 Time: 15:57

Sample(adjusted): 250 706

Included observations: 457 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.83E-12	2.74E-12	2.495774	0.0129
RESID^2(-1)	0.184079	0.046080	3.994788	0.0001
R-squared	0.033885	Mean dependent var		8.37E-12
Adjusted R-squared	0.031761	S.D. dependent var		5.89E-11
S.E. of regression	5.79E-11	Akaike info criterion		-44.30171
Sum squared resid	1.53E-18	Schwarz criterion		-44.28366
Log likelihood	10124.94	F-statistic		15.95833
Durbin-Watson stat	1.984259	Prob(F-statistic)		0.000076

Rejeitamos a hipótese nula de não haver componentes Arch nos resíduos desta série como vamos verificar no correlograma dos resíduos quadrados 8.14:

Quadro 8.19 Autocorrelograma para os resíduos quadrados do modelo AR(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período 2000/2001.

Date: 03/24/02 Time: 15:58

Sample: 249 706

Included observations: 458

Q-statistic
probabilities
adjusted for 1
ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. *	. *	1 0.184	0.184	15.620	
. .	. .	2 -0.007	-0.043	15.645	0.000
. .	. .	3 -0.014	-0.004	15.731	0.000
. .	. .	4 -0.009	-0.007	15.773	0.001
. .	. .	5 -0.013	-0.010	15.846	0.003
. .	. .	6 -0.018	-0.015	16.003	0.007
. .	. .	7 -0.018	-0.013	16.149	0.013
. .	. .	8 -0.013	-0.008	16.225	0.023
. .	. .	9 -0.019	-0.017	16.402	0.037
. .	. .	10 -0.019	-0.014	16.572	0.056
. .	. .	11 -0.018	-0.014	16.725	0.081
. .	. .	12 0.005	0.009	16.735	0.116
. .	. .	13 -0.012	-0.018	16.808	0.157
. .	. .	14 -0.018	-0.014	16.957	0.201
. .	. .	15 -0.017	-0.014	17.102	0.251
. .	. .	16 -0.017	-0.014	17.237	0.305
. .	. .	17 -0.010	-0.007	17.284	0.367
. *	. *	18 0.069	0.072	19.566	0.297
. *	. .	19 0.080	0.054	22.665	0.204
. *	. *	20 0.126	0.107	30.277	0.048
. .	. .	21 -0.006	-0.048	30.295	0.065
. .	. .	22 -0.007	0.010	30.321	0.086
. .	. .	23 0.000	0.001	30.321	0.111
. .	. .	24 -0.013	-0.012	30.403	0.138
. .	. .	25 -0.011	-0.002	30.457	0.170
. .	. .	26 -0.019	-0.014	30.637	0.201
. .	. .	27 -0.020	-0.011	30.840	0.234
. .	. .	28 -0.020	-0.012	31.043	0.269
. .	. .	29 -0.021	-0.010	31.249	0.306
. .	. .	30 -0.020	-0.015	31.448	0.345
. .	. .	31 -0.020	-0.013	31.641	0.384
. .	. .	32 -0.017	-0.015	31.787	0.427
. .	. .	33 -0.015	-0.006	31.894	0.472
. .	. .	34 -0.020	-0.015	32.099	0.512
. .	. .	35 -0.020	-0.012	32.302	0.551
. .	. .	36 -0.019	-0.018	32.476	0.591

Percebemos que nos primeiros lags aceitamos a hipótese de autocorrelação nos resíduos levando-nos a tentar um ajuste GARCH (1,1).

Quadro 8.20 Estatísticas do ajuste do modelo Garch(1,1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000/2001.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: ML - ARCH

Date: 03/24/02 Time: 17:02

Sample: 249 706

Included observations: 458

Convergence achieved after 1 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.46E-08	3.87E-07	0.037662	0.9700
Variance Equation				
C	5.76E-12	9.22E-09	0.000624	0.9995
ARCH(1)	0.150000	0.018468	8.122005	0.0000
GARCH(1)	0.600000	0.018799	31.91718	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var		1.46E-08
Adjusted R-squared	-0.006608	S.D. dependent var		2.98E-06
S.E. of regression	2.99E-06	Akaike info criterion		-22.54525
Sum squared resid	4.06E-09	Schwarz criterion		-22.50921
Log likelihood	5166.862	Durbin-Watson stat		1.522669

Quadro 8.21 Autocorrelograma para os resíduos quadrados do modelo AR(1) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período 2000/2001.

Date: 03/24/02 Time: 17:04

Sample: 249 706

Included observations: 458

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
. *	. *	1	0.111	0.111	5.7125	0.117
. .	. .	2	-0.020	-0.032	5.8886	0.153
. .	. .	3	-0.018	-0.012	6.0392	0.110
. .	. .	4	-0.016	-0.014	6.1643	0.187
. .	. .	5	-0.016	-0.013	6.2761	0.280
. .	. .	6	-0.024	-0.022	6.5456	0.365
. .	. .	7	-0.022	-0.019	6.7786	0.452
. .	. .	8	-0.011	-0.008	6.8359	0.554
. .	. .	9	-0.025	-0.025	7.1327	0.623
. .	. .	10	-0.024	-0.020	7.3942	0.688
. .	. .	11	-0.024	-0.022	7.6701	0.743
. .	. .	12	0.028	0.031	8.0483	0.781
. .	. .	13	-0.018	-0.029	8.1961	0.831
. .	. .	14	-0.021	-0.017	8.4047	0.867
. .	. .	15	-0.024	-0.023	8.6736	0.894
. .	. .	16	-0.022	-0.021	8.9085	0.917
. .	. .	17	-0.015	-0.015	9.0171	0.940
. .	. .	18	0.051	0.051	10.254	0.923
. *	. *	19	0.163	0.151	22.990	0.238
. *	. *	20	0.163	0.133	35.809	0.016
. .	. .	21	-0.016	-0.040	35.936	0.022
. .	. .	22	-0.008	0.008	35.963	0.031
. .	. .	23	0.019	0.026	36.138	0.040
. .	. .	24	-0.010	-0.011	36.184	0.053
. .	. .	25	-0.018	-0.006	36.347	0.066
. .	. .	26	-0.025	-0.012	36.645	0.080
. .	. .	27	-0.026	-0.015	36.972	0.096
. .	. .	28	-0.026	-0.016	37.304	0.112
. .	. .	29	-0.026	-0.012	37.647	0.130
. .	. .	30	-0.026	-0.018	37.974	0.150
. .	. .	31	-0.025	-0.029	38.274	0.173
. .	. .	32	-0.018	-0.023	38.439	0.201
. .	. .	33	-0.020	-0.007	38.633	0.230
. .	. .	34	-0.026	-0.017	38.962	0.256
. .	. .	35	-0.026	-0.018	39.288	0.284
. .	. .	36	-0.023	-0.018	39.556	0.314

Percebemos uma melhora no ajuste dos resíduos após a inserção do componente GARCH com a aceitação da hipótese nula desde os primeiros lags.

Quadro 8.22 Estatísticas do ajuste do modelo Garch(1,2) para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000/2001.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: ML - ARCH

Date: 03/24/02 Time: 17:06

Sample: 249 706

Included observations: 458

Convergence achieved after 1 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.46E-08	3.65E-07	0.039946	0.9681
Variance Equation				
C	5.71E-12	9.23E-09	0.000619	0.9995
ARCH(1)	0.133333	0.015168	8.790575	0.0000
GARCH(1)	0.533333	0.394498	1.351929	0.1764
GARCH(2)	0.044444	0.392897	0.113120	0.9099
R-squared	0.000000	Mean dependent var		1.46E-08
Adjusted R-squared	-0.008830	S.D. dependent var		2.98E-06
S.E. of regression	2.99E-06	Akaike info criterion		-22.57963
Sum squared resid	4.06E-09	Schwarz criterion		-22.53458
Log likelihood	5175.736	Durbin-Watson stat		1.522669

Percebemos que não existe necessidade de ajuste do modelo GARCH(1,2) com uma piora nas estatísticas da série (não há mais rejeição da hipótese de nulidade dos coeficientes).

Quadro 8.23 Estatísticas do ajuste do modelo ARCH-M para a série RALNFATORCDIDIA apenas para o período do ano 2000/2001.

Dependent Variable: RALNFATORCDIDIA

Method: ML - ARCH

Date: 03/24/02 Time: 17:07

Sample: 249 706

Included observations: 458

Convergence achieved after 1 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
SQR(GARCH)	0.568614	0.583619	0.974289	0.3299
C	-1.65E-06	2.52E-06	-0.655235	0.5123
Variance Equation				
C	5.73E-12	1.64E-08	0.000350	0.9997
ARCH(1)	0.150000	0.035232	4.257545	0.0000
GARCH(1)	0.600000	0.037981	15.79735	0.0000
R-squared	-0.059920	Mean dependent var		1.46E-08
Adjusted R-squared	-0.069279	S.D. dependent var		2.98E-06
S.E. of regression	3.08E-06	Akaike info criterion		-22.50416
Sum squared resid	4.30E-09	Schwarz criterion		-22.45911
Log likelihood	5158.453	Durbin-Watson stat		1.467904

Quadro 8.24 Estatísticas do ajuste do modelo GARCH-D

Dependent Variable: RC

Method: ML - ARCH

Date: 02/24/02 Time: 17:56

Sample: 1 708

Included observations: 708

Convergence achieved after 20 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
REST	0.998744	0.024720	40.40245	0.0000
Variance Equation				
C	1.03E-05	2.66E-06	3.875005	0.0001
ARCH(1)	-0.011471	0.002244	-5.111160	0.0000
GARCH(1)	0.557858	0.111817	4.989027	0.0000
DUC	0.000245	3.95E-05	6.210347	0.0000
R-squared	0.852351	Mean dependent var		0.022337
Adjusted R-squared	0.851511	S.D. dependent var		0.014221
S.E. of regression	0.005480	Akaike info criterion		-7.592262
Sum squared resid	0.021112	Schwarz criterion		-7.560042
Log likelihood	2692.661	Durbin-Watson stat		2.035460

■ Contratos BM&F

Especificações do Contrato de Opções de Compra sobre Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia

- 1. Objeto da opção**
O Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI, definido conforme o Anexo I deste contrato.
- 2. Cotação**
Prêmio da opção, expresso em pontos do índice IDI, sendo cada ponto equivalente ao valor em reais estabelecido pela BM&F.
- 3. Variação mínima de apregoação**
0,01 ponto de índice.
- 4. Oscilação máxima diária**
Não há limites de oscilação diária, podendo a Bolsa, excepcionalmente e a seu critério, estabelecê-los.
- 5. Unidade de negociação**
Cada opção refere-se ao valor do Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI, multiplicado pelo valor em reais de cada ponto.
- 6. Preços de exercício**
As séries de preços de exercício serão estabelecidas e divulgadas pela BM&F, sendo expressas em pontos do índice IDI, para cada mês de vencimento.
- 7. Meses de vencimento**
Todos os meses.
- 8. Número de vencimentos em aberto**
No máximo 24 meses, conforme autorização da BM&F.
- 9. Último dia de negociação**
Último dia útil do mês anterior ao mês de vencimento.
- 10. Data de vencimento**
Primeiro dia útil do mês de vencimento.
- 11. Day trade**
São admitidas operações de compra e venda para liquidação diária (*day trade*), desde que realizadas no mesmo pregão, pelo mesmo cliente (ou operador especial), intermediadas pela mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação. Os resultados auferidos nessas operações são movimentados financeiramente no dia útil seguinte ao de sua realização.
- 12. Movimentação financeira do prêmio**

Pagamentos e recebimentos de prêmios são efetuados no dia útil seguinte ao de realização da operação no pregão, cujo valor é calculado de acordo com a seguinte fórmula:

$$VL = P \times M$$

onde:

VL = valor de liquidação do prêmio por contrato;

P = prêmio da opção;

M = valor em reais de cada ponto, estabelecido pela BM&F.

13. Horário de exercício

Conforme determinação da BM&F.

14. Exercício

As opções poderão ser exercidas pelos titulares somente na data de vencimento e desde que o IDI relativo à data de vencimento seja superior ao preço de exercício.

15. Condições de liquidação no exercício

A liquidação das posições exercidas será realizada de forma exclusivamente financeira, mediante o crédito do valor de liquidação ao titular e seu débito ao lançador.

O exercício será processado pela Bolsa no dia de sua solicitação e o valor de liquidação será calculado de acordo com a seguinte fórmula:

$$VL = (IDI_v - PE) \times M$$

onde:

VL = valor de liquidação do exercício por contrato;

IDI_v = Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI na data de vencimento;

PE = preço de exercício da opção;

M = valor em reais de cada ponto, estabelecido pela BM&F.

Os resultados financeiros do exercício serão movimentados no dia útil subsequente à data de vencimento.

• Condições especiais

Se, por qualquer motivo, a Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos-Cetip atrasar a divulgação ou deixar de divulgar a taxa média de DI de um dia, utilizada na apuração do valor do Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI, por um ou mais dias, a BM&F poderá, a seu critério:

- a) prorrogar a liquidação deste contrato, até a divulgação oficial pela Cetip; ou
- b) encerrar as posições em aberto pelo último preço disponível.

Em ambos os casos, a BM&F poderá corrigir o valor de liquidação por um custo de oportunidade por ela arbitrado, desde o dia subsequente à data de vencimento até o dia de sua efetiva liquidação financeira.

Caso a Cetip altere os critérios de apuração e/ou divulgação da taxa utilizada na apuração do valor do índice objeto deste contrato, a BM&F poderá, a seu critério:

- a) alterar a fórmula de cálculo do valor do índice objeto deste contrato, de forma a apurar resultado equivalente ao obtido com o critério original da Cetip; ou
- b) encerrar as posições em aberto pelo último preço disponível.

A BM&F poderá ainda, em qualquer caso, arbitrar um preço de liquidação deste contrato se, a seu critério, julgar não serem representativos tanto a taxa divulgada pela Cetip quanto o último preço disponível.

16. Margem de garantia para o lançador

A margem é determinada pela BM&F, com base no prêmio médio de cada pregão, sujeita a valor mínimo estabelecido e depositada em D+1, podendo ser alterada a qualquer momento, a critério da Bolsa.

17. Ativos aceitos como margem

Dinheiro, ouro, cotas do FIF e, a critério da Bolsa, títulos públicos e privados, cartas de fiança, apólices de seguro, ações e cotas de fundos fechados de investimento em ações.

18. Custos operacionais

• Taxa operacional básica

Operação normal: 2,25%; *day trade*: 1,10%; exercício: 1,10%.

Nas operações (normal e *day trade*), a taxa operacional básica incide sobre a seguinte base de cálculo:

$$BC = (100.000 - PU_c) \times M$$

onde:

BC = base de cálculo;

PU_c = preço de ajuste corrigido do contrato futuro de taxa média de Depósitos Interfinanceiros de um dia, de mesmo vencimento da opção;

M = valor em reais de cada ponto, estabelecido pela BM&F.

No exercício, a incidência é sobre o valor de liquidação multiplicado pelo número de contratos.

Nos casos abaixo, a taxa operacional básica será de 0,55% em cada ponta, desde que as operações sejam de um mesmo cliente (ou operador especial), realizadas, no mesmo dia, através da mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação:

- a) exercer uma opção de compra e ser exercido em outra opção de compra;
- b) exercer uma opção de compra e exercer uma opção de venda;
- c) ser exercido numa opção de compra e ser exercido numa opção de venda.

• Taxas da Bolsa (emolumentos e fundos)

0,9% da taxa operacional básica. Para as operações do terceiro vencimento em aberto em diante, as taxas da Bolsa limitar-se-ão ao valor obtido conforme a base de cálculo acima, relativa ao segundo vencimento em aberto do contrato futuro de taxa média de Depósitos Interfinanceiros de um dia.

Os custos operacionais são devidos no dia útil seguinte ao de realização da operação no pregão ou do exercício.

Os sócios efetivos pagarão no máximo 75% da taxa operacional básica e 75% das taxas da Bolsa.

Os investidores institucionais pagarão 75% das taxas da Bolsa.

19. Normas complementares

Fazem parte integrante deste contrato o Anexo I, a legislação em vigor e as normas e os procedimentos da BM&F, definidos em seus Estatutos Sociais, Regulamento de Operações e ofícios circulares, bem como no Protocolo de Intenções firmado entre as bolsas de valores, de mercadorias e de mercados de liquidação futura, de 25 de maio de 1988, observadas, adicionalmente, as regras específicas do Banco Central do Brasil.

Definição do Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI

O Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI é definido como o valor teórico de 100.000,00 pontos em 2 de janeiro de 1997 que, nessa data, passou a ser corrigido pela taxa média de Depósitos Interfinanceiros de um dia, calculada pela Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos-Cetip, através da seguinte fórmula:

$$IDI_t = IDI_{t-1} \times \left(\frac{i_{t-1}}{100} + 1 \right)$$

onde:

IDI_t = Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI na data "t", com duas casas decimais;

IDI_{t-1} = Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia-IDI na data "t-1", com duas casas decimais;

i_{t-1} = taxa média de Depósitos Interfinanceiros de um dia, referente ao dia anterior, calculada pela Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos-Cetip, expressa em percentual ao dia (taxa efetiva dia), com até sete casas decimais.

--