

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO INTERUNIDADES EM ENSINO DE CIÊNCIAS
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE FÍSICA

MARCOS DE LIMA LEITE

Experimentação, modelização e testes de hipóteses em física: da construção às aplicações
de um experimento com imagens de mecânica em um curso de licenciatura

São Paulo

2023

MARCOS DE LIMA LEITE

Experimentação, modelização e testes de hipóteses em física: da construção às aplicações
de um experimento com imagens de mecânica em um curso de licenciatura

Versão Corrigida

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências da Universidade de São Paulo como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Área de Concentração: Ensino de Física

Orientadora: Prof. Dra. Nora Lía Maidana

São Paulo

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Marcos de Lima Leite

Experimentação, modelização e testes de hipóteses em física: da construção às aplicações de um experimento com imagens de mecânica em um curso de licenciatura. São Paulo, 2023.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo. Faculdade de Educação, Instituto de Física, Instituto de Química e Instituto de Biociências.

Orientador: Profa. Dra. Nora Lía Maidana

Área de Concentração: Ensino de Física.

Unitermos: 1. Física (Estudo e ensino); 2. Testes de hipóteses; 3. Experimentação; 4. Modelos teóricos; 5. Mecânica clássica; 6. Formação de professores.

USP/IF/SBI-019/2023

AGRADECIMENTOS

À professora Nora Maidana, pelas orientações na iniciação científica e neste mestrado, pela contagiante alegria de ensinar, pesquisar e criar, pelo expresso amor pela sala de aula, pela gana de explorar o desconhecido e desbravá-lo sempre do ponto vista físico, pela indubitável confiança em meu trabalho e pelos constantes incentivos e estímulos, mesmo em meus períodos mais improdutivos. À Monaliza da Fonseca, pela amizade, pela parceria nos trabalhos dentro e fora da universidade, pelo referencial de empenho, persistência e competência, pela confiança compartilhada na ocasião de nossas produções e pelo genuíno compartilhamento de dúvidas, frustrações, medos, concepções, crenças, entendimentos, sínteses e alegrias. Ao professor Vito Vanin, pela inspiração gerada desde a graduação, com seu espírito misto de humildade e genialidade, pelo bom humor sempre inspirado em parâmetros físicos e pela total disponibilidade para sempre tirar nossas dúvidas sobre mecânica clássica, tratamento de dados e confiabilidade de pesquisas, tanto as científicas quanto as eleitorais. À Suelen Barros, pela animação intelectual, pelo implacável senso de produtividade, pela generosidade, pela incondicional abertura e especialmente pelo espírito arquimediano que nos rendeu a primeira versão da atividade que inspirou os progressos deste trabalho de investigação. Aos estudantes de iniciação científica que ao longo de minha jornada foram bolsistas do grupo de pesquisa do laboratório on-line do MEXI (Mecânica Experimental com Imagens), pelo empenho, dedicação e perseverança na complexa tarefa de conceber, filmar, tratar e analisar os diversos experimentos com imagens produzidos nos últimos anos. Aos funcionários e técnicos da secretaria, da limpeza e das oficinas do Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da USP, que sempre demonstraram uma genuína disposição em atender aos nossos mais improváveis pedidos e uma exemplar atenção ao nos socorrer em nossas mais inusitadas dificuldades técnicas. Aos professores Cristiano Mattos e Cristiane Gottschalk, pela paciência, franqueza e grandeza na ocasião de participação em meu exame de qualificação como banca e pela ajuda em me fazerem enxergar caminhos mais seguros e traçar rotas mais certeiras para a pesquisa, que felizmente mudou substancialmente de lá para cá. Ao professor Agustín Adúriz-Bravo, pela sinceridade e humildade, pelas francas críticas e frutíferas ideias, pela sugestão de aprofundamento no estudo de autores contemporâneos da corrente modelo-teórica e, principalmente, pela lúcida conciliação de um forte pragmatismo ao lidar com a realidade com uma notável sofisticação teórica ao interpretá-la. Ao professor Daniel Cornejo, pela gentileza em contribuir com este trabalho de pesquisa, ao ceder espaços e tempos

no currículo de seus cursos para viabilizar duas das intervenções de nossa pesquisa, ao longo de dois anos, e especialmente pela confiança depositada em nossa equipe e no conjunto de atividades experimentais que propusemos. Às professoras Zara Abud e Suzana Salém, respectivamente nos contextos de graduação e mestrado, pela inspiração na direção do resgate daquele implacável ímpeto de contemplação platônica dos conhecimentos físicos e matemáticos, pela dedicação incansável aos seus cursos e pelo respeito incondicional por seus alunos e suas dificuldades.

À minha família (meu pai Marcos, minha mãe Maria de Lurdes e meus irmãos Diogo e Marina), pelas condições afetuosas e materiais que me possibilitaram chegar vivo, são e lúcido a este estágio de minha vida e de meus estudos e, sobretudo, por sua ingênua, perseverante e incontestável certeza de que este trabalho seria muito facilmente finalizado. Aos amigos e amigas, Mayara Palmieri, Mariana Jó, Elson Terakado, Deyvid Santos e Walter Leopoldo, estimadas e valorosas pessoas que me foram dadas de presente pela vida universitária, pela escuta bem-humorada, pelo gratuito apoio e incondicional acolhimento nos bons e maus momentos; sobretudo, pelo simples e singelo compartilhamento de vida. Aos colegas de trabalho Elizabeth Zaki, Gustavo Killner, Julien Minerbo, Luciana Soldi, Reinaldo Espinosa e Roberto Moisés, que ao longo desses anos tornaram-se queridos amigos do cotidiano de labor e inspiradores combatentes das contradições do ofício – este, que nos estrutura e caracteriza coletiva e subjetivamente.

Às instituições de fomento à pesquisa, em particular à CAPES¹, pela de bolsa de mestrado, e à FAPESP², pela contribuição para uma notável expansão dos trabalhos de nosso grupo de pesquisa, viabilizando nosso amadurecimento técnico, formal e didático. À Universidade de São Paulo, impessoalmente, e mormente às pessoas que lhe dão vida e sentido, por sua existência e incontingência. Uma instituição que nos desafia e nos mói, mas que também nos ensina e nos gratifica. Universidade que em sendo lugar, é também gente, e que em sendo instituição, é também povo. Gente que ali dentro estuda, pesquisa, inova e transcende, por ter tempo para pensar. Povo que lá fora acorda cedo, trabalha, batalha e paga impostos, por não ter tempo a perder. A essa gente que é povo, a esse povo que é gente, apesar de seus vícios e contradições, deixo meu último, mas não menos relevante agradecimento.

¹ O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

² O presente trabalho foi realizado com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) na ocasião dos projetos 2014/08206-0 (O Laboratório Virtual: material didático complementar para disciplinas introdutórias de Mecânica) e 2019/11569-0 (Mecânica Experimental com Imagens).

RESUMO

LEITE, M. L. **Experimentação, modelização e testes de hipóteses em física**: da construção às aplicações de um experimento com imagens de mecânica em um curso de licenciatura. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

Esta pesquisa qualitativa em ensino de física teve o objetivo de identificar, compreender e demarcar alguns papéis didático-pedagógicos dos testes de hipóteses, no contexto de atividades que suscitem uma integração entre experimentos e modelos. Do ponto de vista teórico, aderimos a uma visão cognitiva de didática das ciências que, inspirada no modelo cognitivo de ciência do filósofo Ronald Giere, propõe para a prática docente o conceito de atividade científica escolar. Como orientação metodológica, seguimos diretrizes da pesquisa baseada em *design* para estruturar um desenho de investigação segundo uma lógica iterativa e evolutiva. Sob essas perspectivas, tanto reconstruímos o experimento com imagens de “Força de Atrito Variável” do laboratório *on-line* Mecânica Experimental com Imagens (MEXI), quanto planejamos, implementamos e avaliamos algumas intervenções de sua aplicação em contextos didáticos reais. O experimento refere-se ao registro do lançamento oblíquo de um corpo sobre a superfície de um plano inclinado, para o qual o atrito não pode ser desprezado. Esse fenômeno é particularmente adequado para a mobilização simultânea de três modelos teóricos tradicionais da mecânica: o lançamento oblíquo, o plano inclinado e o movimento sob o regime do atrito de contato seco. Elaboramos, então, rotinas de experimentação e modelização cujos eixos de investigação centraram-se em três testes de hipóteses teóricas; dois para avaliar o campo de validade das leis de Amontons, e um, a capacidade de previsão das leis de Newton. O cenário que constituiu o corpo empírico da pesquisa foi o de uma disciplina teórica avançada do curso de Licenciatura em Física do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, chamada Complementos de Mecânica Clássica. As intervenções foram realizadas para diferentes turmas ao longo de quatro anos e estiveram recursivamente sujeitas a iniciativas de *redesign*, com modificações de cunho metodológico. Na etapa de avaliação, examinamos as produções escritas dos estudantes a partir de uma análise textual discursiva, procurando compreender como eles se apropriaram e deram sentido às etapas da atividade inerentes aos três testes. Os resultados das intervenções evidenciaram do ponto de vista didático-pedagógico que testes de hipóteses são tarefas convidativas principalmente para o desenvolvimento de conhecimentos de natureza conceitual e procedimental. Além disso, uma análise comparativa entre as diferentes intervenções ressaltou seu caráter evolutivo e viabilizou uma última reelaboração dos roteiros da atividade, que se encontram disponíveis para uso livre no portal do MEXI (<http://fep.if.usp.br/~fisfoto>). Na medida em que os testes de hipóteses implicam raciocínios de caráter abduutivo ao integrarem previsões (advindas de modelos teóricos) a resultados experimentais (obtidos de sistemas físicos reais), podemos atestá-los como itinerários fundamentais para a formulação, validação e aprendizagem do conhecimento científico.

Palavras-Chave: Testes de hipóteses. Experimentação. Modelos teóricos. Mecânica clássica. Formação de professores.

ABSTRACT

LEITE, M. L. **Experimentation, modeling, and tests of hypothesis in physics**: from the construction to the applications of an experiment with images of mechanics in a teacher training course. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

This qualitative research in physics teaching aimed to identify, understand and demarcate some didactic-pedagogical roles of tests of hypothesis, in the context of activities that encourage an integration between experiments and models. From a theoretical point of view, we adhere to a cognitive view of didactics of science which, inspired by the cognitive model of science by the philosopher Ronald Giere, proposes the concept of school scientific activity for teaching practice. As methodological orientation, we follow design-based research guidelines to structure an investigation program according to an iterative and evolutionary logic. From these perspectives, we both reconstructed the experiment with images of “Variable Friction Force” from the Mechanical Experiments with Images (MEXI) on-line laboratory, and planned, implemented, and evaluated some interventions of its application in real didactic contexts. The experiment refers to the recording of the oblique launching of a body on the surface of an inclined plane, for which friction cannot be neglected. This phenomenon is particularly suitable for the simultaneous mobilization of three traditional theoretical models of mechanics: the oblique launching, the inclined plane, and the motion under the regime of dry contact friction. We then developed experimentation and modeling routines whose investigation axes were centered on three tests of theoretical hypotheses; two of them to evaluate the field of validity of Amontons' laws, and the third to assess the capacity of prevision of Newton's laws. The scenario that constituted the empirical body of the research was that of an advanced theoretical discipline of the Degree in Physics at the Institute of Physics of the University of São Paulo, called Complements of Classical Mechanics. Interventions were carried out for different classes over four years and were recursively subject to redesign initiatives, with methodological changes. In the evaluation stage, we examined the students' written productions based on a discursive textual analysis, seeking to understand how they appropriated and gave meaning to the stages of activity inherent to the three tests. The results of the interventions showed, from a didactic-pedagogical point of view, that tests of hypothesis are inviting tasks, mainly for the development of conceptual and procedural knowledge. In addition, a comparative analysis between the different interventions highlighted their evolutionary character and enabled a final re-elaboration of the activity guides, which are available for free use on the MEXI webpage (<http://fep.if.usp.br/~fisfoto>). As tests of hypothesis imply reasonings of an abductive nature by integrating predictions (arising from theoretical models) to experimental results (obtained from real physical systems), we can attest to them as fundamental itineraries for the formulation, validation and learning of scientific knowledge.

Keywords: Tests of hypothesis. Experimentation. Theoretical models. Classical Mechanics. Teacher training.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esquematisação do sistema da mecânica, aplicável para corpos de massa constante em referenciais inerciais.	26
Figura 2. Representação do “triângulo de Giere”, que propõe os modelos teóricos como entidades intermediárias entre as teorias científicas e os sistemas do mundo.	58
Figura 3. O processo de construção do conhecimento científico pelo modelo cognitivo de ciência, aplicável à emergência do processo de aprendizagem.	61
Figura 4. Diagrama elucidativo do conceito de teoria científica à luz do modelo cognitivo de ciência de Giere.	62
Figura 5. A pesquisa baseada em design consiste em seis fases iterativas: <i>focalizar e compreender</i> o problema, <i>definir</i> seus objetivos, <i>conceber</i> um esboço de solução, <i>construir</i> propriamente a solução e <i>avaliá-la</i>	87
Figura 6. Diagramas de corpo livre do bloco sobre a mesa nas diferentes situações: a) bloco apoiado sem força solicitante; b) bloco apoiado sujeito a uma força solicitante, mas ainda em repouso; c) mesma situação do item anterior, com a força devida à mesa decomposta em componentes vertical e horizontal.	110
Figura 7. Moeda de 5 ienes e régua usadas para os lançamentos, ambas sobre o quadriculado de referência.	122
Figura 8. Medição da massa da moeda com uma balança analítica.	123
Figura 9. Arranjos experimentais para a realização dos lançamentos: a) mais antigo, em que a placa de madeira com o quadriculado foi apoiada sobre alguns blocos de madeira; b) mais recente, em que placa de acrílico com o quadriculado foi presa a um suporte universal com o auxílio de uma mufa.	124
Figura 10. Exemplos de medição do ângulo de inclinação do plano com relação à direção horizontal local: a) com um inclinômetro digital; b) com um analógico.	125
Figura 11. Posicionamento da câmera em relação ao plano inclinado. Em a) , temos o arranjo das filmagens mais antigas e em b) , o das mais recentes.	126
Figura 12. Exemplos de imagens finais obtidas após todos os processos da metodologia de trabalho do MEXI: a) imagem obtida em 2010, sem o código de tempo; b) imagem obtida em 2017.	129
Figura 13. Exemplo de medição das coordenadas de posição x e y em centímetros e do instante de tempo t em segundos a partir da leitura direta do quadriculado e do código de tempo. Aqui, foram sobrepostos à imagem original (Figura 12b) os eixos coordenados, sua identificação e os valores das grandezas.	131
Figura 14. Coordenada x da posição da moeda em função do tempo.	131
Figura 15. Coordenada y da posição da moeda em função do tempo.	132
Figura 16. Trajetória da moeda. A isometria das escalas de ambos os eixos torna a forma da curva desse gráfico proporcional à trajetória real descrita pela modela.	132
Figura 17. Componente em Ox da velocidade da moeda em função do tempo.	135
Figura 18. Componente em Oy da velocidade da moeda em função do tempo.	135
Figura 19. Módulo da velocidade da moeda em função do tempo.	136
Figura 20. Módulo da força resultante sobre a moeda em função do tempo.	139
Figura 21. Diagramas de corpo livre da moeda em vista lateral e superior para os movimentos de subida e descida ao longo da direção Oy . Os símbolos P , N e f representam respectivamente os módulos das forças peso, normal e de resistência. θ é o ângulo de inclinação do plano.	140
Figura 22. Módulo da força de resistência em função do tempo. A reta constante foi traçada no valor médio da distribuição, $f = 1101 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$. As barras de incerteza remetem ao desvio-padrão experimental $\sigma_{exp} = 468 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, obtido por propagação de erros.	144
Figura 23. Módulo da força de resistência em função do tempo. A reta constante foi traçada no valor médio da distribuição, $f = 1101 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$. As barras de incerteza remetem agora ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 300 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, obtido por cálculos estatísticos.	145
Figura 24. Grandeza cx em função do tempo. A reta foi traçada no valor médio, $cx = -1016 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, e as barras de incerteza correspondem ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 526 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$	147
Figura 25. Grandeza cy em função do tempo. A reta foi traçada no valor médio, $cy = -1143 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, e as barras de incerteza correspondem ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 479 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$	147
Figura 26. Comparação das trajetórias medida e calculada, respectivamente obtidas pela leitura das imagens e pela previsão do modelo. Para a trajetória calculada, usamos como primeiras estimativas dos parâmetros e condições iniciais os seus correspondentes valores medidos ou calculados experimentalmente.	153
Figura 27. Comparação das trajetórias real e calculada, após alterações dos parâmetros e condições iniciais dentro de dois desvios-padrões.	154

Figura 28. Diagrama representativo da relação entre o produto, a intervenção e o contexto didáticos. O desenvolvimento instrucional do produto coube à equipe do MEXI e para o planejamento da intervenção, foram mobilizados outros recursos tecnológicos (AVA, software) para a aplicação do produto ao contexto.	164
Figura 29. Fluxo de realização da atividade concebido ao longo do planejamento da intervenção didática.	165
Figura 30. Gráficos das grandezas cx e cy em função do tempo.	177
Figura 31. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	179
Figura 32. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	179
Figura 33. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	184
Figura 34. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	185
Figura 35. Ângulo α entre os vetores v e f em função do tempo, calculado a partir da diferença entre os ângulos que cada vetor faz com o semieixo positivo da direção Ox , por sua vez determinados via arco-tangente. A reta constante foi traçada no valor esperado, π radianos. As barras de incerteza correspondem aos valores obtidos por propagação de erros, variáveis ponto a ponto.	188
Figura 36. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.	191
Figura 37. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.	191
Figura 38. Gráfico do ângulo α entre a força e a velocidade em função do tempo.	193
Figura 39. Análise de compatibilidade do valor médio ponderado de α com o valor esperado.	193
Figura 40. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	195
Figura 41. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	196
Figura 42. Ângulo α entre os vetores v e f em função do tempo, calculado a partir da operação de produto vetorial, que envolve a função arco-seno. A reta constante foi traçada no valor esperado, π radianos. As barras de incerteza remetem ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 0,26$, obtido por cálculos estatísticos.	201
Figura 43. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.	202
Figura 44. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.	203
Figura 45. Gráfico do ângulo α entre a força e a velocidade em função do tempo.	205
Figura 46. Gráfico do ângulo α entre a força e a velocidade em função do tempo.	205
Figura 47. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	207
Figura 48. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	208
Figura 49. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.	208
Figura 50. Diagrama da Fig. 3 com destaque para a dimensão do pensamento.	229
Figura 51. Diagrama da Fig. 3 com destaque para a dimensão da atuação.	230
Figura 52. Diagrama da Fig. 3 com destaque para a dimensão da linguagem.	230

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Possíveis resultados epistêmicos para um teste de hipótese teórica. Os dois resultados corretos são dispostos em verde e os incorretos, em vermelho.	66
Quadro 2. Dimensões ontológica, metodológica e epistemológica das práticas de iniciação, que aqui consideramos como sendo adequadas para o design de atividades científicas escolares.	73
Quadro 3. Identificação das fases da Pesquisa Baseada em Design (PBD), das tarefas gerais realizadas em cada uma, bem como a sua localização neste trabalho.	97
Quadro 4. Síntese dos dois eixos de investigação concebidos para a atividade experimental a partir da mobilização de elementos do modelo cognitivo de ciência (GIERE, 1988, 1991).	155
Quadro 5. Barema de avaliação elaborado para a síntese da primeira parte da atividade experimental de Força de Atrito Variável. A primeira coluna remete aos itens da seção C do respectivo roteiro, disponível no Anexo B.	161
Quadro 6. Barema de avaliação elaborado para o relatório da segunda parte da atividade experimental de Força de Atrito Variável. A primeira coluna remete aos itens da seção C do respectivo roteiro, disponível no Anexo B.	162
Quadro 7. Síntese dos aspectos logísticos mais relevantes para a caracterização inicial das intervenções, com detalhes a respeito das turmas, dos grupos de estudantes que realizaram a atividade e da dinâmica de aplicação.	167
Quadro 8. Panorama comparativo sobre a dinâmica de aplicação da atividade experimental, com detalhes adicionais sobre as sínteses e relatórios entregues pelos grupos de estudantes.	168
Quadro 9. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções para o teste da hipótese 1.	173
Quadro 10. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções 1 e 2 para o teste da hipótese 2.	173
Quadro 11. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções para o teste da hipótese 3.	174
Quadro 12. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções em outras dimensões.	175
Quadro 13. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 1ª intervenção.	176
Quadro 14. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 1ª intervenção.	177
Quadro 15. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 1ª intervenção.	178
Quadro 16. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 1ª intervenção.	180
Quadro 17. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 2ª intervenção.	181
Quadro 18. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 2ª intervenção.	182
Quadro 19. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 2ª intervenção.	183
Quadro 20. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 2ª intervenção.	185
Quadro 21. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 3ª intervenção.	189
Quadro 22. Categorias emergentes da análise dos relatórios da 3ª intervenção para o teste da hipótese 2.	192
Quadro 23. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 3ª intervenção.	192
Quadro 24. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 3ª intervenção.	195
Quadro 25. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 3ª intervenção.	197
Quadro 26. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 4ª intervenção.	202
Quadro 27. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 4ª intervenção.	204
Quadro 28. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 4ª intervenção.	207
Quadro 29. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 4ª intervenção.	210
Quadro 30. Relação entre as dimensões da cognição e os elementos da Fig. 3, inerentes ao processo de construção do conhecimento científico.	228

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Percentual de ocorrência das categorias para o teste da hipótese 1 ao longo das intervenções.....	216
Tabela 2. Percentual de ocorrência das categorias para o teste da hipótese 2 ao longo das intervenções.....	216
Tabela 3. Percentual de ocorrência das categorias para o teste da hipótese 3 ao longo das intervenções.....	216
Tabela 4. Percentual de ocorrência das categorias de outras dimensões, para além dos focos de pesquisa.....	217
Tabela 5. Resposta aos questionários e enquetes finais (intervenções 1, 3 e 4) inerentes ao teste da hipótese 1.	217
Tabela 6. Resposta aos questionários e enquetes finais (intervenções 1, 3 e 4) inerentes ao teste da hipótese 2.	218

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	17
1. INTRODUÇÃO.....	21
1.1. O LABORATÓRIO <i>ON-LINE</i> MECÂNICA EXPERIMENTAL COM IMAGENS	22
1.1.1. <i>Questões técnicas da produção dos experimentos</i>	23
1.1.2. <i>Aportes teóricos sobre a mecânica clássica</i>	25
1.1.3. <i>Aspectos metodológicos das atividades</i>	27
1.2. QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO E OBJETIVOS DA PESQUISA.....	30
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	32
2. REFERENCIAIS BALIZADORES DO TRABALHO.....	33
2.1. REVISÃO DE LITERATURA.....	33
2.1.1. <i>Experimentos e laboratórios didáticos</i>	33
2.1.2. <i>Tecnologias digitais e ambientes virtuais</i>	39
2.1.3. <i>Experimentos e tecnologias na formação de professores</i>	45
2.2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	50
2.2.1. <i>Uma visão cognitiva da Didática das Ciências</i>	51
2.2.1.1. Características das investigações	52
2.2.1.2. O conceito de Ciência Escolar	54
2.2.2. <i>O Modelo Cognitivo de Ciência de Giere</i>	56
2.2.2.1. Modelos Teóricos e o aspecto de representação	58
2.2.2.2. Hipóteses Teóricas e o aspecto de julgamento.....	63
2.2.3. <i>A Atividade Científica Escolar</i>	68
2.2.3.1. Fundamentações e critérios de design	69
2.2.3.2. A centralidade da experimentação	73
2.2.3.3. A importância da modelização.....	75
2.3. REFERENCIAL METODOLÓGICO	77
2.3.1. <i>A Pesquisa Baseada em Design</i>	78
2.3.1.1. De Collins e Brown ao The DBR Collective	78
2.3.1.2. Levantamento sobre abordagens recentes	82
2.3.1.3. Estrutura em fases para um desenho de pesquisa.....	86
2.3.2. <i>Análise Textual Discursiva</i>	89
2.3.2.1. Desmontando textos: a unitarização.....	92
2.3.2.2. Estabelecendo relações: a categorização	93
2.3.2.3. Captando o novo emergente: a produção do metatexto.....	94
2.3.2.4. Caráter auto-organizado e a emergência de compreensões	95
3. RELATO SOBRE A ATIVIDADE EXPERIMENTAL.....	97
3.1. FOCALIZAÇÃO	97
3.2. COMPREENSÃO.....	100
3.2.1. <i>Aspectos históricos dos conhecimentos sobre atrito</i>	103
3.2.2. <i>Questões técnicas e experimentais inerentes ao atrito</i>	105
3.2.3. <i>Formalização das leis de Amontons</i>	110
3.2.4. <i>Lançamentos oblíquos em meios resistentes</i>	116
3.3. DEFINIÇÃO	119
3.4. CONCEPÇÃO	121

3.4.1.	<i>Desenvolvimento instrucional</i>	121
3.4.1.1.	A concepção do experimento com imagens	121
3.4.1.2.	O design da atividade experimental	129
3.4.1.2.1.	A inversão do sistema da mecânica	130
3.4.1.2.2.	O retorno ao sistema da mecânica	148
3.4.2.	<i>Planejamento da intervenção</i>	156
3.4.2.1.	A formulação do roteiro da atividade.....	156
3.4.2.2.	A elaboração dos baremas de correção	161
3.4.2.3.	A integração de ambientes e ferramentas ao MEXI.....	163
3.5.	CONSTRUÇÃO E AVALIAÇÃO	166
3.5.1.	<i>Análise particular das intervenções</i>	170
3.5.1.1.	Unidades de análise.....	170
3.5.1.2.	Categorias emergentes	172
3.5.2.	<i>Primeira intervenção (2015)</i>	175
3.5.3.	<i>Segunda intervenção (2016)</i>	181
3.5.4.	<i>Terceira intervenção (2017)</i>	187
3.5.5.	<i>Quarta intervenção (2018)</i>	200
4.	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	215
4.1.	ANÁLISE COMPARATIVA DAS INTERVENÇÕES	215
4.2.	REDESIGN DO PRODUTO DIDÁTICO	221
4.3.	REFLEXÕES ABDUTIVAS E INDAGAÇÕES	223
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	233
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	237
	ANEXOS	249
	ANEXO A. ROTEIRO ORIGINAL (2010).....	250
	ANEXO B. ROTEIROS ADAPTADOS (1ª INTERVENÇÃO/2015)	254
	ANEXO C. TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	258
	ANEXO D. ENQUETE FINAL (1ª INTERVENÇÃO/2015)	259
	ANEXO E. ROTEIROS ADAPTADOS E APÊNDICES (2ª INTERVENÇÃO/2016).....	260
	ANEXO F. ROTEIROS E APÊNDICES ADAPTADOS (3ª INTERVENÇÃO/2017).....	266
	ANEXO G. QUESTIONÁRIO FINAL (3ª INTERVENÇÃO/2017).....	274
	ANEXO H. QUESTIONÁRIO INICIAL (4ª INTERVENÇÃO/2018).....	275
	ANEXO I. ROTEIROS E APÊNDICES ADAPTADOS (4ª INTERVENÇÃO/2018).....	276
	ANEXO J. QUESTIONÁRIO FINAL (4ª INTERVENÇÃO/2018).....	284

APRESENTAÇÃO

Minha trajetória pessoal com este trabalho começa em 2014, quando ingressei como bolsista do Programa Ensinar com Pesquisa no projeto dos Experimentos Virtuais de Mecânica, de coordenação da Professora Nora Lía Maidana e do Professor Vito Roberto Vanin, ambos do Departamento de Física Experimental do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP). Até então, os experimentos desse projeto eram disponibilizados na página web do Laboratório Virtual de Mecânica, que por razões históricas não foi descartada e ainda pode ser acessada pelo endereço <http://fep.if.usp.br/~fisfoto/paginaAntiga>. Atualmente, esses experimentos – bem como alguns outros que foram desenvolvidos ao longo dos anos posteriores – estão alocados no portal Mecânica Experimental com Imagens (MEXI), disponível em <http://fep.if.usp.br/~fisfoto>. Àquela ocasião, usávamos o adjetivo *virtual* para qualificar os experimentos e a própria página web do laboratório (FONSECA *et al.*, 2013). Entretanto, como atualmente esse termo faz alusão aos diversos tipos de simulações computacionais, estamos convencidos de que *laboratório on-line* e *experimento com imagens* são rótulos mais adequados para caracterizar o MEXI e suas atividades.

Como bolsista desse programa, participei inicialmente da elaboração de um experimento sobre colisões em duas dimensões (LEITE *et al.*, 2015), que consistia no choque entre discos de plástico sobre uma mesa de ar (tal como no hóquei de mesa), para o qual o atrito era desprezível. Nessa circunstância, pude perceber a amplitude de possibilidades de análise viabilizada pela filmagem de um arranjo experimental e da repartição do respectivo vídeo em quadros (imagens). Para um fenômeno aparentemente simples como essa colisão entre dois corpos numa superfície plana, com a metodologia do MEXI era possível explorar, por exemplo:

- a) a cinemática dos movimentos de translação dos discos, a partir das mudanças de suas velocidades lineares com a brusca aceleração durante a colisão, da análise do movimento relativo entre eles ou da trajetória do centro de massa do sistema;
- b) a dinâmica desse movimento, no sentido de reconhecer as características vetoriais da força trocada durante a colisão, bem como o seu tempo de aplicação e o impulso a ela correspondente;
- c) a conservação ou não do momento linear total do sistema formado pelos dois discos nos referenciais do laboratório e do centro de massa;
- d) a conservação ou dissipação da energia mecânica total desse sistema nesses referenciais;
- e) o balanço de momentos e energias a partir da determinação experimental de um coeficiente de restituição característico da colisão;

f) a cinemática e a dinâmica dos remanescentes movimentos de rotação dos discos.

Diante dessas várias possibilidades, permanecia um pouco nublado o cenário de definição de um objetivo geral para uma atividade correspondente a esse experimento. Parecia mais adequado, sobretudo, construir uma série de atividades, cada uma com um compromisso didático específico e uma abordagem analítica própria. Porém, em função dos modelos paradigmáticos da mecânica clássica, do currículo das disciplinas de mecânica dos cursos de graduação, do repertório e experiência de docentes que as ministraram no passado e do escopo e metodologia de outros experimentos do MEXI, percebemos que a análise da conservação ou não do momento linear total do sistema de discos (item c) era a opção mais adequada para compor o objetivo geral da atividade.

Esse breve relato sobre minha primeira contribuição ao grupo de pesquisa do MEXI é ilustrativo de algumas das inquietações que inspiraram a realização do presente trabalho de pesquisa. Sobretudo, podemos considerar que a física busca estabelecer teorias e criar modelos que capturem aspectos elementares dos sistemas do mundo, o que nos permite compreendê-la como uma ciência reducionista. Porém, um fenômeno pode ser analisado e interpretado fisicamente a partir de diversos pontos de vista teóricos – mecânico, termodinâmico, eletromagnético, entre outros. E mesmo com a eleição de um deles, é possível destrinchar seu estudo a partir de vários caminhos – como já exemplificado para uma abordagem mecânica.

Nessa aparente contradição da física – entre o reducionismo de suas intenções científicas e a pluralidade de sua matriz de aprofundamentos teóricos e analíticos –, cujos contornos e tentativas de resolução parecem apontar para o trabalho de físicos e filósofos, fica evidente também parte da complexidade da didática da física. É importante destacar que essa complexidade envolve não apenas professores e alunos – protagonistas dos processos de ensino e aprendizagem no interior das salas de aula e laboratórios didáticos –, mas também outros sujeitos. Por um lado, respaldados por conjunturas políticas, os formuladores de currículo elencam recortes teóricos, diretrizes pedagógicas e catálogos de conteúdos principalmente conceituais e procedimentais. E por outro lado, os pesquisadores em educação científica fornecem reflexões teóricas, diagnósticos críticos e artifícios para viabilizar o processo docente de tomada de decisão acerca de que física se ensinar, como ensiná-la e por que ensiná-la. Apesar das profundas diferenças, muitas vezes os mesmos indivíduos acabam exercendo esses dois papéis.

Porém, ao fim e ao cabo, nas escolas e universidades tem cabido aos *professores* a complexa síntese e a dificultosa tomada de decisão acerca de qual física se ensinar, como e por quê. Essas tarefas estão no cerne da didática da física, e é defensável que elas se transformem

na mesma razão e direção do entendimento sobre como as pessoas aprendem (CARVALHO, 2015). Entretanto, muitas das resistências a esse tipo de transformação (ou das faltas de catalisadores para sua consecução) são geralmente devidas a imperativos da rotina escolar e da prática em sala de aula. Assim como evidenciam Nardi e Cortela (2015),

[...] os docentes em exercício, que colocam em prática as políticas educacionais, trabalham de acordo com seus valores, suas crenças sobre o que seja a escola, os conhecimentos científicos, profissão docente, entre outras [...] [e] o que ocorre dentro das salas de aula faz parte de um todo: político, social, econômico e cultural (p. 12).

Numa mesma direção, conforme ressalta Carvalho (2015),

[...] os alunos/professores têm ideias, atitudes e comportamentos sobre o ensino devido ao tempo em que são alunos e ao tipo de aulas exclusivamente tradicionais que tiveram e ainda têm. A influência dessas aulas leva-os a terem “conceitos espontâneos de ensino” adquiridos de maneira natural, não reflexiva e não crítica e que têm se constituído em verdadeiros obstáculos à renovação do ensino (p. 10).

E assim como destacava Izquierdo-Aymerich (2007), já na década anterior,

[...] a escola se tornou tão normativa, tão regulamentada, e se mantém, por sua vez, tão artesanal, que tudo nela parece transcorrer segundo um esquema mais ou menos “didático” de acordo com a maneira de se desenvolver os programas que já vêm dados pela administração escolar e pelos livros-texto, de que maneira que, finalmente, os êxitos e os fracassos das aulas se atribuem a habilidades específicas dos alunos ou dos professores sem que se tente influenciá-las mediante a formação ou reflexão específicas que a didática das ciências deveria proporcionar (p. 127, tradução nossa).

Nesse contexto e com essas indagações, percebi que era provavelmente na formação de professores que eu encontraria interessantes contextos de investigação e frutíferas possibilidades de contribuição. Afinal, se muitos professores exercem uma considerável parte de sua prática didático-pedagógica a partir de princípios e valores sustentados cultural e subjetivamente, então é na sua formação que eventuais equívocos e limitações podem ser aportados, repensados e superados, na direção de se refinar e aprimorar o trabalho empenhado cotidianamente nas salas de aula. Neste trabalho, pretendemos apresentar uma contribuição nessa mesma direção, fornecendo certos insumos teóricos, propostas didáticas e reflexões à comunidade de pesquisa em ensino de física.

1. INTRODUÇÃO

Para esta pesquisa, que é de enfoque qualitativo, aderimos a uma recente perspectiva da didática das ciências que, inspirada no *modelo cognitivo de ciência* do filósofo Ronald Giere (GIERE, 1988, 1991), desenvolve uma visão cognitiva de *ciência escolar* e propõe operativamente para a prática docente o conceito de *atividade científica escolar* (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999; IZQUIERDO-AYMERICH; SANMARTÍ; ESPINET, 1999; ESTANY; IZQUIERDO-AYMERICH, 2001; ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005; IZQUIERDO-AYMERICH, 2007). Como orientação metodológica, seguimos algumas diretrizes da *pesquisa baseada em design* – do inglês *design-based research* (THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE, 2003; EASTERDAY; LEWIS; GERBER, 2014; LEHTONEN; JYRKIÄINEN; JOUTSENLAHTI, 2019; BRAGUETO; MORALLES; BEGO, 2021), tanto para a reconstrução de uma atividade baseada num experimento com imagens do MEXI, quanto para a elaboração, implementação e avaliação das intervenções de aplicação dessa atividade ao longo de alguns anos num curso de licenciatura. Em particular, no processo de avaliação, debruçamo-nos sobre as produções escritas dos estudantes, investigando a partir de uma *análise textual discursiva* (MORAES; GALIAZZI, 2016) como eles se apropriaram e deram sentido às etapas da atividade referentes a *testes de hipóteses teóricas* – que possuem centralidade na relação entre a experimentação e a modelização e são decisivos para a construção do conhecimento científico (GIERE, 1983). O cenário a partir do qual se construiu e constituiu o corpo empírico da pesquisa foi o de uma disciplina teórica avançada do curso de Licenciatura em Física do IFUSP, chamada *Complementos de Mecânica Clássica*. Nela, a atividade foi usada no contexto de abordagem de forças variáveis (dependentes da posição, do tempo e/ou da velocidade); tema que permite o aprofundamento do estudo dos sistemas conservativos e dissipativos e das oscilações. Dentre os experimentos com imagens do MEXI, o de *Força de Atrito Variável* foi escolhido como objeto dessas intervenções didáticas (LEITE *et al.*, 2021). Esse experimento envolve o registro de um *lançamento oblíquo de um objeto sobre a superfície de um plano inclinado com atrito*. Na atividade, são duas as principais tarefas propostas aos estudantes: (i) inicialmente avaliam o campo de validade das leis de Amontons, investigando se elas são corroboradas no caso particular do experimento, e (ii) avaliam a capacidade de previsão das leis da mecânica, implementando em planilha eletrônica um modelo para o movimento do objeto baseado nas leis de Amontons e de Newton. Para além de uma série de conhecimentos conceituais e

procedimentais, essas tarefas apontam diretamente para a enunciação e o teste de hipóteses teóricas; rotinas sobre as quais focalizaremos nosso olhar ao longo deste trabalho.

A seguir, na seção 1.1, traremos um panorama a respeito de como as atividades experimentais do MEXI têm sido concebidas e aplicadas, clarificando-as de antemão especialmente para leitores que ainda não conheçam os *experimentos com imagens*. Já na 1.2, enunciaremos as principais *questões* que instigaram e motivaram a pesquisa, bem como os *objetivos* do trabalho. E na 1.3, apresentaremos a *estrutura* da dissertação e um panorama do *conteúdo* dos demais capítulos.

1.1. O laboratório *on-line* Mecânica Experimental com Imagens

Principalmente a partir da década de 1990, a área de ensino de ciências testemunhou o surgimento de diversas propostas didáticas de conexão da experimentação e dos laboratórios didáticos com as tecnologias digitais e os ambientes virtuais. Dentre elas, em 2004 surge o portal de uso livre do Laboratório Virtual de Mecânica, atualmente intitulado Mecânica Experimental com Imagens – MEXI. Objetivando concretizar-se como um laboratório *on-line*, o MEXI requer que um estudante disponha apenas de um computador com acesso à *internet*; não exigindo, portanto, um espaço físico equipado tal qual o de um laboratório didático tradicional. Assim como o seu próprio nome sugere, todas as suas atividades experimentais encaminham a análise dos fenômenos físicos à luz da mecânica clássica.

Essas atividades têm sido usadas já há quase duas décadas em disciplinas introdutórias de mecânica do curso de Licenciatura em Física do IFUSP (FONSECA *et al.*, 2013; FONSECA; MAIDANA, 2015; LEITE *et al.*, 2015; MAIDANA; FONSECA; LEITE; *et al.*, 2016). Ao longo dos anos, algumas delas foram adaptadas para aplicação no Ensino Médio (FONSECA; LEITE; MAIDANA, 2019), enquanto outras puderam ser implementadas em disciplinas mais avançadas, tanto de mecânica na licenciatura quanto de tratamento de dados no bacharelado (LEITE *et al.*, 2018). Em função de monografias e dissertações (SEVERINO, 2006; BARROS, 2011; FONSECA, 2015) e de algumas publicações e minicursos em congressos e simpósios (FONSECA *et al.*, 2013; MAIDANA; FONSECA; BARROS; *et al.*, 2016; LEITE *et al.*, 2021), foi possível fazer com que um número mais expressivo de professores compreendesse a proposta do MEXI e eventualmente introduzisse algumas de suas atividades no cotidiano de seus cursos, tanto na educação básica quanto no ensino superior.

Pela natureza de suas possibilidades didáticas, os *experimentos com imagens* do MEXI podem ser entendidos como *objetos de aprendizagem*, por tratarem-se de recursos

digitais que podem ser usados e combinados com outros objetos para a formação de ambientes de aprendizagem mais flexíveis (SUNAGA; CARVALHO, 2015). Já o aproveitamento do conteúdo do laboratório *on-line* como complemento simultâneo a disciplinas teóricas, ao fazer convergir dois modelos de aprendizagem (o presencial e o virtual, gradativamente complementares), favorece o seu enquadramento em uma modalidade de *ensino híbrido*: uma combinação metodológica com intermédio das tecnologias digitais, que procura impactar positivamente as situações de ensino e aprendizagem (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015). Num cenário educacional que tem inspirado mudanças de concepção acerca do papel dos alunos, que de receptores de conteúdos científicos passam a ser visados como sujeitos ativos na construção de seus saberes (PRAIA; CACHAPUZ; GIL-PÉREZ, 2002), o MEXI, bem como outros projetos, têm apresentado propostas didáticas que exigem dos estudantes esforços conceituais, procedimentais e atitudinais consonantes com os vigentes padrões científicos.

1.1.1. Questões técnicas da produção dos experimentos

No MEXI, todos os experimentos provêm da filmagem de algum sistema real em movimento, juntamente a algum instrumento que permite a medida da posição de certo corpo desse sistema – régua, trena, transferidor ou quadriculado, dependendo das particularidades da experiência. Do vídeo, é obtida uma sequência de imagens a partir da sua repartição em quadros (do inglês, *frames*). Por essa razão técnica, os chamamos de *experimentos com imagens*. Os arranjos experimentais montados de 2015 para cá foram filmados com o auxílio de uma câmera semiprofissional Sony, modelo Nex-FS700RH, que torna atingível uma acurácia de instantes de tempo de até 10^{-3} s e de posições da ordem de até $4 \cdot 10^{-4}$ m (FONSECA; MAIDANA, 2015; LEITE *et al.*, 2015; MAIDANA; FONSECA; LEITE; *et al.*, 2016). Tais ordens de grandeza são geralmente inconcebíveis de modo simultâneo para experimentos observados a olho nu em laboratório.

O cenário de evolução tecnológica das câmeras filmadoras ao longo das últimas décadas viabilizou o registro de vídeos a taxas de captação cada vez mais altas – como centenas ou até mesmo milhares de quadros por segundo – unidade que daqui para frente será denotada por *fps*, do inglês, *frames per second*. A obtenção dos quadros de uma filmagem na forma de imagens de alta resolução e nitidez permite um registro acurado das sucessivas posições de objetos em movimento. Além disso, as filmagens atualmente feitas com varredura progressiva

não fornecem quadros tais quais os decorrentes das antigas filmagens entrelaçadas³. Aliando isso ao fato de que na escala temporal os sucessivos quadros extraídos de uma filmagem são equidistantes entre si, torna-se possível também o conhecimento acurado do instante de tempo do evento relativo a cada quadro. Para tanto, diante de um conjunto de quadros extraídos de uma filmagem, adota-se para um quadro qualquer a origem dos tempos, e isso permite a identificação dos instantes de tempo dos quadros seguintes em função da taxa (em *fps*) com a qual a gravação foi feita (FONSECA *et al.*, 2013). A possibilidade de registro da *posição* de um corpo (por localização na figura do quadro) e do *instante de tempo* desse evento (pelo ordenamento dos quadros extraídos de uma filmagem), ambos num mesmo arquivo de imagem, é um triunfo físico do ponto de vista experimental, haja vista estas serem as duas grandezas cinemáticas básicas da mecânica.

Em termos práticos, as ideias para os diferentes arranjos experimentais do MEXI tiveram origem no espírito do próprio grupo de pesquisa, por parte tanto dos docentes quanto dos estudantes de iniciação científica e pós-graduação. Muitas dessas ideias surgiram inclusive sob uma considerável influência dos problemas canônicos de obras didáticas (SEVERINO, 2006; BARROS; VANIN, 2010; BARROS, 2011; MAIDANA; FONSECA; BARROS; *et al.*, 2016; BORGES; LEITE; MAIDANA, 2019). Uma breve conferência das experiências disponíveis na página do MEXI sugere uma série de modelos teóricos da mecânica clássica. Por exemplo, na série de experimentos de **translação** há, entre outros: *Queda Livre* (para medição da aceleração da gravidade), *Atrito* (para determinação do coeficiente de atrito entre um corpo e uma superfície), dois sobre *Colisões* (em uma e duas dimensões), *Energia* (para análise de um sistema massa-mola aproximadamente conservativo) e dois de *Velocidade Relativa* (um inerente a um lançamento oblíquo desde a chaminé de um trem em movimento e outro relacionado aos clássicos problemas de travessia). Por sua vez, na série de experimentos de **rotação** constam, dentre outros: *Roda de Inércia* (para explicar a dinâmica rotacional de uma roldana), dois sobre *Giroscópio* (acerca dos movimentos de precessão e de *spin*, sob diferentes abordagens), *Rolamento* (que trata da transição entre os regimes com e sem escorregamento do movimento de uma roda), *Looping* (que propõe uma análise dos limites para um corpo completar uma volta nesse tipo de trajetória) e *Pêndulo Simples* (para estudo de oscilações com e sem amortecimento).

³ Numa filmagem entrelaçada, cada quadro era obtido da composição de outros dois – captados em instantes consecutivos, com alternância das linhas horizontais pares e ímpares. Portanto, a simples repartição gerava quadros borrados, de modo que ainda era necessário o processo de desentrelaçamento de cada par de quadros entrelaçados.

1.1.2. Aportes teóricos sobre a mecânica clássica

A determinação da função horária de posição linear (e/ou angular) de um corpo geralmente é o objetivo final dos problemas teóricos tradicionais de mecânica, e para tanto é necessário conhecer previamente as forças (e/ou os torques) às quais o corpo estudado está sujeito, bem como o valor de sua massa inercial (e/ou momento de inércia). Apesar disso, na perspectiva experimental do MEXI, esse caminho de resolução é trabalhado geralmente *em ordem inversa*, haja vista os dados brutos que provêm de um conjunto de imagens já serem os de posição em função do tempo. Mostraremos a seguir como o MEXI viabiliza essa “inversão”.

Encaminhamentos analíticos que partam de dados de posição em função do tempo e proponham a determinação de forças físicas não são tipicamente parte da solução canônica dos mais tradicionais problemas teóricos da mecânica clássica. Isso ocorre uma vez que, sob os princípios da mecânica, essa não é a ordenação genérica da resolução desses problemas. Em outras palavras, a mecânica clássica orienta-se teoricamente segundo um sentido bem definido de um eixo de investigação acerca dos fenômenos.

[...] O problema central da mecânica clássica pode ser descrito da seguinte forma: (1) Um objeto, com propriedades físicas conhecidas (massa, volume, carga elétrica etc.), é colocado em uma determinada posição com uma determinada velocidade inicial. (2) Todas as interações do objeto com a vizinhança são conhecidas (ou podem ser medidas). (3) É possível prever o movimento subsequente do corpo? Quer dizer, é possível determinar a sua posição e velocidade para todos os instantes de tempo subsequentes? (RESNICK; HALLIDAY; KRANE, 2008, p. 47).

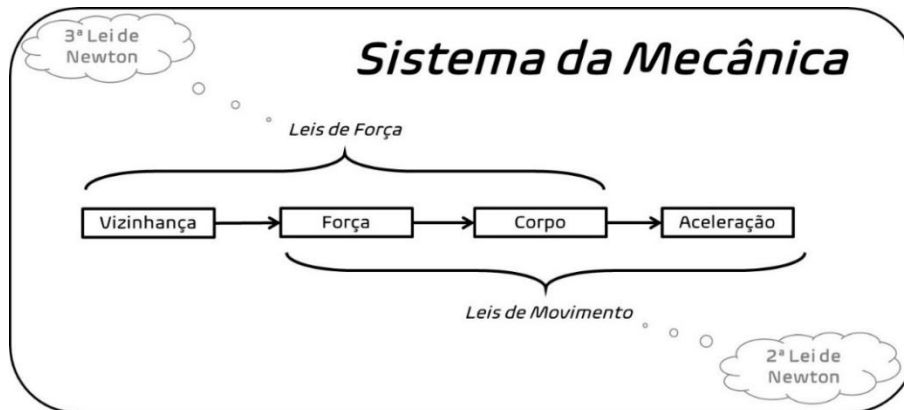
A Figura 1 apresenta de modo simplificado um *sistema da mecânica*, que é formado: (i) por um *corpo* que interage com uma *vizinhança* (sendo que essas interações são operacionalizadas a partir de pares de forças físicas) e (ii) por *forças* que quando aplicadas a esse corpo implicam mudança em seu estado de movimento – sendo que essa mudança corresponde à sua *aceleração*⁴. As forças físicas agem no sentido de puxar ou empurrar o corpo em certa direção e sentido, sendo, portanto, grandezas de natureza vetorial. A vizinhança, por sua vez, corresponde a todos os outros corpos que interagem com o corpo eleito para o estudo.

Nesse sistema da mecânica, as *leis de força* são aquelas que caracterizam alguma interação em particular (conforme a 3ª lei de Newton), por exemplo a lei de Newton para a força gravitacional, a lei de Hooke para a força elástica, ou mesmo a lei de Coulomb para a força eletrostática. E as *leis de movimento* remetem ao princípio fundamental da dinâmica (conforme a 2ª lei de Newton), e podem ser entendidas como aquelas que permitem a obtenção das equações de movimento de um corpo para todas as coordenadas do sistema de referências

⁴ Aqui, assume-se que essa implicação da força em aceleração não é unidirecional, afinal, ambas não possuem entre si uma relação de causa e efeito. Consideramos que a atuação de uma força resultante sobre um corpo é concomitante e simultânea à manifestação de sua aceleração.

adotado. Portanto, enquanto as leis de força especificam como se dão as *interações* entre o corpo e sua vizinhança, as leis de movimento permitem a *inferência preditiva* de sua função horária de posição no referencial considerado.

Figura 1. Esquemática do sistema da mecânica, aplicável para corpos de massa constante em referenciais inerciais.



Fonte: adaptado de Resnick, Halliday e Krane (2008, p. 48).

Logo, existe um fluxo de resolução dos problemas teóricos de mecânica clássica:

[...] [o] sistema da mecânica não pode ser verificado em separado. Deve ser visto em conjunto e o seu sucesso avaliado a partir das respostas às duas questões: (1) O sistema fornece resultados que estão de acordo com os experimentos? (2) As leis de força são simples e razoáveis na sua forma? A glória que coroa a mecânica clássica é que as respostas a essas questões é um entusiástico “sim” (RESNICK; HALLIDAY; KRANE, 2008, p. 48).

Num problema cuja resolução necessitasse partir da função horária de posição de um corpo, proceder-se-ia com sua *derivação analítica* com respeito ao tempo para se obter sua função horária de velocidade e, por conseguinte, sua função horária de aceleração. De modo que, dispondo do valor da massa inercial do corpo estudado, quando aplicada a 2ª lei de Newton, a força resultante seria determinada. Entretanto, uma vez usando a 3ª lei de Newton, não necessariamente cada força física poderia ser determinada, dependendo dos números de equações disponíveis e de interações inerentes aos corpos estudados. Portanto, mesmo nesse caminho inverso, o conhecimento das leis de força seria um requisito para que um problema nessa perspectiva tivesse solução. Diante disso, é pertinente a percepção de que a descrição das interações a partir de leis de força é estruturante e paradigmática para a mecânica clássica (RESNICK; HALLIDAY; KRANE, 2008). E em sendo o objetivo da mecânica a capacidade de *previsão* do movimento dos corpos, há de se reconhecer nela um ímpeto determinista, o que faz com que os princípios mecânicos traduzidos nas leis de Newton sejam tradicionalmente o ponto de partida da resolução de um problema, e não seu artifício intermediário ou final.

Portanto, pelas considerações feitas até aqui, é de se notar que a inversão de sentido do sistema da mecânica da Fig. 1 se torna coerente e plausível numa perspectiva experimental – que por fugir da tradicional meta mecânica de determinação da função horária de posição de um corpo, precisa eleger para si objetivos de outras naturezas. De um ponto de vista eminentemente *científico*, um experimento poderia se direcionar para a medição de constantes físicas, a análise do campo de validade de leis de forças, a avaliação da adequação de modelos teóricos a sistemas reais, e assim por diante. Já de um ponto de vista *didático*, ele poderia ter como objetivo contextualizar a abordagem teórica dos problemas, viabilizar a compreensão dos estudantes a respeito dos significados das grandezas físicas, ou mesmo abarcar, com as devidas transposições e em adequadas proporções, os direcionamentos científicos supracitados (FONSECA, 2015; LEITE *et al.*, 2018; FONSECA; LEITE; MAIDANA, 2019; LEITE *et al.*, 2021).

Na perspectiva do MEXI, a partir dos dados de posição (linear e/ou angular) em função do tempo, as velocidades e acelerações são determinadas por *derivação numérica*. E conhecendo a massa inercial do corpo e/ou seu momento de inércia, as forças e/ou torques podem também ser determinados, bem como os trabalhos, energias, impulsos, momentos, entre outras grandezas. Em particular, nas experiências com corpos rígidos e extensos, as dimensões dos corpos e suas distâncias ao eixo de rotação também são determinantes para a obtenção das grandezas dinâmicas. Finalmente, conhecendo essas grandezas, torna-se possível a perseguição dos objetivos científicos e didáticos já mencionados, que, por sua vez, compõem o rol de intencionalidades pedagógicas por trás da dinâmica de trabalho com as atividades baseadas nos experimentos com imagens do MEXI.

1.1.3. Aspectos metodológicos das atividades

Ao longo dos anos, com a aplicação de diversos experimentos com imagens no contexto das disciplinas de mecânica clássica do curso de Licenciatura em Física do IFUSP, a equipe do MEXI passou a propor as atividades em duas *partes*:

- a) na primeira, os estudantes se apropriam dos aspectos *procedimentais* do experimento e entregam uma *síntese* inicial contendo os dados colhidos (de posição linear e/ou angular em função do tempo para o corpo estudado) e os resultados para as outras grandezas físicas de interesse (velocidades, acelerações, forças, trabalhos, energias, impulsos, momentos etc.);

- b) na segunda, eles se aprofundam nos aspectos *conceituais* do experimento e entregam um *relatório* com as análises dos resultados e interpretações do fenômeno com base nos conhecimentos teóricos estudados.

Com essas aplicações dos experimentos em contextos didáticos reais, a devolutiva das *sínteses* corrigidas *antes* do prazo de entrega dos *relatórios* mostrou-se sempre fundamental, na medida em que essa iniciativa oportuniza a correção de equívocos na coleta de dados e no cálculo de outras grandezas. Com isso, os *relatórios* podem ser elaborados com base em conjuntos de dados sem erros grosseiros ou sistemáticos – que, se presentes, influenciariam negativamente ou mesmo comprometeriam as análises de dados e interpretações dos resultados.

Além disso, a forma padrão de proposição das atividades experimentais do MEXI envolve o uso de roteiros. Apesar de eles sugerirem um caráter prescritivo e fechado para as propostas, são dois os principais motivos que atestaram para a equipe a sua plausibilidade:

- a) um roteiro permite que uma atividade possa ser realizada por um estudante de modo relativamente autônomo, fora de sala aula. Além disso, em uma sala de aula nem sempre a aplicação de um experimento com imagens é possível, na medida em que a necessidade por computadores introduziria como *requisito logístico* um laboratório multimídia à disposição do professor;
- b) os experimentos com imagens não propõem os clássicos caminhos procedimentais dos laboratórios didáticos presenciais, já que é fornecida de antemão ao estudante uma versão digital bem estabilizada do fenômeno. Portanto, uma vez que as atividades encaminham o estudante a realizar análises não triviais, esse caráter inovador implicaria um *requisito metodológico*, associado à necessidade de elucidação desses caminhos.

Portanto, assim como um experimento com imagens é uma forma de estabilização de um fenômeno real dinâmico, um roteiro é uma forma de estabilização de uma proposta de atividade para distintos contextos didáticos reais. Para a equipe do MEXI, portanto, os roteiros surgem como apoio logístico e metodológico aos estudantes sujeitos às atividades e a outros professores interessados na introdução de experimentos com imagens em seus cursos.

Além da proposição de roteiros e de atividades em duas partes, é também necessário reconhecer algumas limitações dos experimentos com imagens do MEXI, em função da compreensão da experimentação como estratégia didática e das tecnologias digitais como mediadoras da relação entre os estudantes e os experimentos.

Primeiro, do ponto de vista da experimentação, é de se ressaltar que no MEXI um aluno não tem a oportunidade de lidar com o processo técnico de criação e montagem de um arranjo experimental. Nesse sentido, o laboratório *on-line* **não** tem como intenção a substituição

do laboratório didático tradicional, físico, onde o contato com os aparatos garante um nível de intimidade mais profundo com um sistema físico real e os instrumentos de medição. Nos vídeos, quadros e roteiros de um experimento com imagens, essas rotinas práticas estão todas encapsuladas.

Segundo, do ponto de vista da mediação por tecnologias, é importante destacar que por mais que os experimentos com imagens sejam disponibilizados numa plataforma hipertexto, sua apreensão pelos estudantes requer uma mínima acuidade visual. A equipe do MEXI já recebeu queixas de estudantes com hipermetropia ou presbiopia, que mesmo usando óculos não conseguiam realizar medições ao visualizar uma tela de computador ou *smartphone*. Esta, entretanto, é uma limitação dos experimentos de física de modo geral, em consonância com as dificuldades relativas à própria ciência da metrologia. Não à toa as expressões "leitura de dados" e "amostra experimental" remetem ao sentido da visão e atestam sua supremacia para a metrologia em contextos didáticos.

Apesar disso, outras facetas da experimentação e das tecnologias digitais podem ser consideradas como potencialidades dos experimentos com imagens do MEXI. Brookes e Etkina (2010), por exemplo, enfatizam para a aprendizagem da física a importância dos processos a partir dos quais os físicos adquirem ou produzem conhecimento e dos hábitos mentais específicos que são necessários à prática da física. Nesse sentido, oportunizar a agência de tais processos e hábitos mentais em cursos de formação de professores é uma iniciativa que pode aproximá-los da prática científica, reforçando em certa medida conhecimentos não só conceituais e procedimentais, mas também atitudinais. No MEXI, por exemplo, a necessidade de análise dos dados e resultados dos experimentos a partir de planilhas eletrônicas (que requerem conhecimentos tanto *sintáticos* para a construção de fórmulas quanto *teóricos* para a derivação ou integração numérica de grandezas físicas), aparece como exemplo desses típicos processos e hábitos mentais levantados pelos autores.

Além disso, outra prática que demarcou ao longo do tempo de experiência da equipe uma linha condutora de aplicação das atividades é a associação do laboratório *on-line* MEXI a um ambiente virtual de aprendizagem – no caso, o Moodle institucional da Universidade de São Paulo⁵. Esse ambiente permite a estruturação dos cursos das disciplinas, ao passo que um experimento com imagens comparece como um objeto de aprendizagem interior a esse contexto, cujos conteúdos podem ser dinamicamente apresentados, bem como suas tarefas e avaliações podem ser respectivamente programadas e publicadas oportunamente.

⁵ Antigo *Stoa*, atual *e-disciplinas*, disponível em <https://edisciplinas.usp.br/>. Acesso em 16 out 2022.

Finalmente, apesar das limitações aqui reconhecidas, podemos considerar que o laboratório *on-line* MEXI, com suas atividades baseadas nos experimentos com imagens: (i) reúne, do ponto de vista *técnico*, um conjunto de rotinas e estratégias próprias para a montagem e produção dos experimentos com imagens; (ii) parte, do ponto de vista *teórico*, de uma inversão de sentido do canônico sistema da mecânica (Fig. 1), o que viabiliza de modo coerente uma abordagem experimental; e (iii) propõe, do ponto de vista *metodológico*, uma dinâmica de trabalho roteirizada, associada a um ambiente virtual de aprendizagem, que procura valorizar a escrita científica e permitir de modo iterado a apreensão de conhecimentos procedimentais e conceituais pelos estudantes.

1.2. Questões de investigação e objetivos da pesquisa

Neste trabalho, abordaremos o processo de design de algumas intervenções didáticas de aplicação de uma atividade baseada num dos experimentos com imagens do MEXI, o de *Força de Atrito Variável*, cujo fenômeno de interesse é o lançamento oblíquo de um objeto sobre a superfície de um plano inclinado, para o qual o atrito não pode ser desprezado. A primeira versão desse experimento – à época intitulado *Plano Inclinado Bidimensional* –, conforme explicam Barros e Vanin (2010), foi concebida entre 2009 e 2010, no contexto das atividades de iniciação científica da primeira autora, e não chegou a ser aplicada em sala de aula. Em 2015, diante da primeira oportunidade de aplicação dessa atividade para uma turma do curso de Licenciatura em Física do IFUSP, numa disciplina avançada de mecânica clássica, o grupo de pesquisa do MEXI elencou algumas questões para repensar essa atividade – no sentido de lhe conferir uma estrutura em conformidade com as orientações de pesquisas mais recentes e de adequá-la ao seu contexto de aplicação. A seguir, apresentamos essas questões, bem como sua confluência para os objetivos definidos para o trabalho de pesquisa.

Com relação à importância do *fenômeno* estudado nesse experimento e do seu respectivo *modelo teórico* para a literatura das áreas de pesquisa em física básica e em história da física, surgiram algumas questões iniciais:

- a) quais raízes históricas sugerem alguma relevância para o estudo desse tipo de movimento?
- b) como evoluíram as descrições desse fenômeno e os modelos criados para representá-lo?
- c) como ele é atualmente apreendido e estudado dos pontos de vista teórico e experimental?

Uma leitura teórica desse fenômeno sob a mecânica clássica sugere que, como o regime de atrito seria o de contato seco entre superfícies sólidas, então as clássicas leis do atrito seriam adequadas para caracterizar o movimento e permitir sua previsão. A partir disso, outras questões impuseram-se para a nossa investigação:

- d) como evoluíram os enunciados sobre o atrito de contato seco?
- e) quais são as atuais abordagens desse assunto pela tribologia e pelo ensino de física?
- f) de que forma algumas obras didáticas vêm abordando suas respectivas leis?

Esses dois conjuntos de questões oportunizam aprofundamentos de diferentes áreas e abrem margem para a tentativa de se conceber a atividade experimental de modo teoricamente sustentado⁶. Diante dessa indagação, mais algumas questões se colocaram:

- g) que concepção epistemológica de ciência fornece elementos inspiradores para um robusto estudo experimental do fenômeno?
- h) que perspectiva de didática das ciências, sob essa concepção epistemológica, oferece aportes didáticos adequados para o planejamento pedagógico de uma atividade?

A partir de tais referenciais⁷, torna-se possível uma tentativa de elaboração de uma intervenção didática de aplicação dessa atividade experimental para o público pretendido, que é o de professores em formação. Sendo assim, com relação à construção, aplicação e avaliação dessa intervenção, novas questões⁸ foram colocadas:

- i) como elaborar e implementar em sala de aula uma atividade experimental a partir dessa multiplicidade de referenciais?
- j) como identificar potencialidades e limitações dessa atividade em função das produções escritas dos estudantes que a realizam?
- k) como caracterizar a superação dessas limitações a partir das análises e dos debates internos entre os investigadores, para então se poder justificar eventuais reformulações da atividade?

Esses *conjuntos de questões* serão abordados oportunamente em seções específicas deste texto e, de modo retrospectivo, ajudarão a justificar as escolhas pelas perspectivas teórico-metodológicas que guiaram a pesquisa. A partir *deles*, elencamos como **objetivos específicos**: (i) evidenciar, à luz da *visão cognitiva de didática das ciências*, como o *experimento com*

⁶ Em particular, esses dois conjuntos de questões serão abordados no capítulo 3, ao longo da seção 3.2.

⁷ Esses referenciais compreendem o marco teórico adotado para o trabalho de pesquisa, que será apresentado no capítulo 2, no decorrer da seção 2.2.

⁸ Tais questões suscitaram a escolha de um referencial metodológico para o desenho da pesquisa e de um marco analítico para o tratamento dos seus dados, que serão introduzidos no capítulo 2 (seção 2.3) e aproveitados como diretrizes de organização do capítulo 3.

imagens de Força de Atrito Variável pôde ser concebido como uma *atividade científica escolar centrada em testes de hipóteses* e adaptada para a *formação de professores*; (ii) explicitar, a partir da *pesquisa baseada em design*, como as *intervenções* de uso dessa atividade experimental puderam ser planejadas, implementadas e avaliadas; (iii) identificar, na etapa de *avaliação das intervenções*, as diferentes *estratégias* usadas pelos estudantes para realizarem os *testes de hipóteses* propostos e os *sentidos* atribuídos a esses testes – a partir da *análise textual discursiva*; e (iv) reconhecer, ao longo das diferentes *intervenções*, como novos *aportes teóricos* ou *mudanças metodológicas* na estrutura da atividade *influenciaram* tais estratégias e atribuições de sentidos. Como elemento chave de confluência e interlocução dessas tarefas, o **objetivo geral** do trabalho é identificar, compreender e demarcar alguns papéis didático-pedagógicos dos testes de hipóteses, no contexto de atividades que suscitem uma integração entre experimentos e modelos, tendo como base as perspectivas teórico-metodológicas adotadas e o programa de pesquisa construído em torno desses objetivos específicos.

1.3. Estrutura da dissertação

Daqui em diante, este texto está dividido em mais quatro capítulos:

- a) o capítulo 2, **Referenciais balizadores do trabalho**, traz uma revisão de literatura sobre temas que contextualizam as atividades com o laboratório *on-line* MEXI, alguns aportes de natureza didática e epistemológica correspondentes ao referencial teórico da pesquisa, o referencial metodológico geral do desenho de investigação e a metodologia de análise pontual usada para o tratamento dos dados;
- b) o capítulo 3, **Relato sobre a atividade experimental**, elucida o emprego dessas metodologias e apresenta um panorama narrativo-analítico dos resultados obtidos, incluindo principalmente o desenvolvimento instrucional de um produto didático e as intervenções de sua aplicação em um curso de formação de professores;
- c) o capítulo 4, **Discussão dos resultados**, aprofunda a análise dessas intervenções e discute os resultados da pesquisa à luz da perspectiva teórica adotada para o trabalho;
- d) o capítulo 5, **Considerações finais**, propõe uma reflexão retrospectiva acerca de todo o trabalho. Inicialmente, buscamos captar e compreender a amplitude de alcance dos objetivos específicos da investigação. Por fim, sintetizamos algumas ideias em alusão ao objetivo geral definido para a pesquisa.

2. REFERENCIAIS BALIZADORES DO TRABALHO

Abordaremos aqui o conjunto de ideias extraídas da literatura acadêmica que dão sustentação ao trabalho de pesquisa. Inicialmente, na seção 2.1, apresentaremos uma revisão bibliográfica acerca de temas relevantes para contextualizar o trabalho com as atividades do MEXI: a experimentação no ensino de física, sua aliança com tecnologias digitais e a sinalização da valorização de ambas em cursos de formação de professores. Em seguida, na seção 2.2, o referencial teórico do trabalho será apresentado a partir de conceitos de uma visão cognitiva de didática das ciências, cuja inspiração epistemológica subjaz um modelo cognitivo de ciência. Por fim, na seção 2.3, trataremos a pesquisa baseada em design como referencial metodológico que inspirou o desenho de todas as intervenções da pesquisa em contextos didáticos reais de sala de aula, e a análise textual discursiva como marco analítico do tratamento dos dados – correspondentes a produções escritas de estudantes submetidos a tais intervenções.

2.1. Revisão de literatura

Ao longo das subseções 2.1.1 e 2.1.2 exploraremos e fundamentaremos como a comunidade de pesquisa em educação científica tem abordado as temáticas da experimentação e das tecnologias digitais no ensino de física. Esses levantamentos permitirão a formulação de um diagnóstico acerca dos papéis tradicionalmente atribuídos aos laboratórios didáticos e aos ambientes virtuais. Na 2.1.3, introduziremos em linhas gerais como essas temáticas têm sido elencadas, caracterizadas e defendidas no contexto dos cursos de formação de professores, com alguns aportes adicionais acerca das licenciaturas. Com esta seção, nosso objetivo é expor alguns antecedentes, consensos e motivações da área que sinalizam caminhos para o nosso trabalho com o laboratório *on-line* MEXI.

2.1.1. Experimentos e laboratórios didáticos

Desde o fim do século XIX, aulas experimentais já faziam parte do currículo de ciências na Inglaterra e nos EUA, bem como o laboratório didático de ciências já era tido como um importante meio instrucional no seu ensino. Em seu início, o laboratório era considerado essencial por prover treinamento em observação, fornecer informações detalhadas e estimular o interesse dos estudantes. E ao longo do século XX, essas ideias gerais ainda eram aceitas e referendadas, porém, as diferentes pesquisas sobre aprendizagem impulsionaram mudanças de concepções acerca dos objetivos do ensino de física, o que também se refletiu nos propósitos atribuídos aos laboratórios. O emprego sistemático de atividades experimentais remonta

fortemente à tradição de projetos de ensino voltados para a renovação curricular das décadas de 1960 e 1970, como o PSCC (*Physical Science Study Committee*) nos EUA e o PEF (Projeto de Ensino de Física) no Brasil. E a partir da década de 1980, estabelece-se no Brasil um crescente interesse no entorno da definição de diferentes concepções de experimentação, o que culminou em categorias para caracterizar os diversos usos dos laboratório e em estudos mais consistentes acerca dos trabalhos práticos (HOFSTEIN; LUNETTA, 1982; BLOSSER, 1988; WESENDONK; TERRAZZAN, 2016; PARREIRA; DICKMAN, 2020; RIBEIRO *et al.*, 2021).

Hodson (1994), numa tentativa de elucidar a importância das práticas experimentais, propôs que à educação científica podem ser atribuídas três vertentes principais:

- a) a aprendizagem da ciência (*saber ciência*), associada ao desenvolvimento de conhecimentos teóricos e conceituais;
- b) a aprendizagem sobre a natureza da ciência (*saber sobre a ciência*), no sentido da compreensão dos seus contextos de descoberta (formulação) e justificação (validação) e da tomada de consciência acerca das interações complexas entre a ciência e a sociedade;
- c) a prática da ciência (*saber fazer ciência*), relativa aos conhecimentos técnicos sobre a investigação científica e a resolução de problemas.

Apesar da separação, o autor ressalta que esses saberes se relacionam e são orientações distintas acerca de uma mesma atividade, que é fundamentalmente construtiva, reflexiva e interativa.

Com relação à prática da ciência (item c), Hodson (1996) destaca que ela potencialmente dá lugar a três aprendizagens: (i) a compreensão *conceitual* de qualquer tema estudado ou investigado, (ii) o conhecimento *procedimental*, que abre caminho para uma compreensão sofisticada da observação, do experimento e da teoria e (iii) a expertise investigativa, que pode implicar o amadurecimento da *atitude científica*. Assim, o *saber fazer ciência* é um meio de aprender a experimentá-la como um ato de investigação, e desse ponto de vista ele também incorpora o *saber ciência* e o *saber sobre a ciência*, apesar de não dar conta de todas as suas particularidades (HODSON, 1994, 1996). A partir dessa delimitação, diversas pesquisas passaram a ressaltar a importância da prática da ciência e se dedicaram também a compor revisões de literatura acerca da experimentação e dos laboratórios didáticos.

Araújo e Abib (2003), numa revisão sobre as atividades experimentais no ensino de física em periódicos brasileiros, propuseram uma classificação dos trabalhos com relação aos seguintes aspectos: *temática* (dentro das grandes áreas da física, voltados ou não para a formação de professores), *ênfase matemática* (experimentos predominantemente qualitativos

ou quantitativos), *grau de direcionamento* (a partir da natureza central das propostas, de demonstração/observação, verificação ou investigação) e *ênfase* (uso de novas tecnologias, relação com o cotidiano ou montagem de equipamentos). Como resultado, os autores destacaram que a experimentação é tida como relevante por pesquisadores e professores, dado o grande número de publicações encontradas e sua diversidade (de ênfases, direcionamentos e enfoques), sendo que todos eles defendem o uso de atividades experimentais fundamentalmente por dois motivos comuns: (i) elas estimulam a participação dos estudantes, despertando sua curiosidade e interesse, o que favorece um maior envolvimento com sua aprendizagem e (ii) elas tendem a propiciar a construção de um ambiente agradável e rico em situações novas e desafiadoras, convidativas à construção de conhecimentos e ao desenvolvimento de diversas habilidades.

Gomes, Borges e Justi (2008), por sua vez, realizaram uma revisão de literatura acerca dos processos e conhecimentos no entorno das atividades de investigação. Para tanto, eles as consideraram atividades prático-experimentais que envolvem a resolução de problemas não bem definidos e pouco estruturados, que não são resolvidas com aplicação de procedimentos pré-estabelecidos e que não possuem respostas previamente conhecidas. Para classificar os diferentes trabalhos, os autores optaram por um modelo em duas dimensões. Numa delas, estão processos característicos de uma proposta de investigação: (i) formulação de hipóteses, (ii) processo de experimentação e/ou testes de hipóteses e (iii) análise de evidências. E na outra dimensão, o apelo a conhecimentos específicos (inerentes a conteúdos conceituais e/ou procedimentais de certa ciência) ou a conhecimentos gerais (independentes de uma disciplina específica). A partir da análise de trabalhos que, por vez, focalizam um dos processos e apelam mais explicitamente a uma das categorias de conhecimento, e em seguida, de outros trabalhos cujo enfoque foi múltiplo, os autores advogaram por propostas futuras: que levem em conta mais explicitamente os conhecimentos prévios dos estudantes, que abordem a interação entre as duas categorias de conhecimentos, que possuam contextos suficientemente complexos para que as práticas não sejam triviais e que confirmem aos estudantes autonomia nas decisões sobre todo o processo investigativo.

Já Wesendonk e Terrazzan (2016), numa revisão bibliográfica mais recente, propuseram uma caracterização da produção acadêmico-científica sobre a experimentação no ensino de física em função dos focos e intenções de pesquisa e dos resultados construídos nas respectivas investigações. Para tanto, os autores recorrem à categorização de três modalidades básicas de atividades experimentais:

- a) com aparato físico, ou seja, montagens ou dispositivos que se referem a certa situação física e que são acompanhados de procedimentos empíricos;
- b) de pensamento, isto é, desenvolvidos mediante a imaginação e argumentação lógica;
- c) de simulação computacional.

Em particular, dentro da primeira categoria são apontados quatro tipos: demonstração experimental, prevê-realiza-explica, verificação experimental e resolução experimental de um problema da realidade do aluno. Como conclusões do levantamento, os autores apontam que a maioria dos trabalhos envolve experimentos com aparato físico, que uma proporção muito pequena deles envolve experimentos de pensamento e simulações computacionais e que a maioria sugere proposições gerais e recorrentes acerca dos objetivos das atividades (“auxilia na aprendizagem”, “contribui para o ensino de conceitos”, “motiva os estudantes” etc.). De modo geral, eles também reconhecem que quase todos os trabalhos analisados carecem de qualquer fundamentação teórica que viabilize interlocuções com outras pesquisas sobre a experimentação no ensino de física.

A respeito das simulações computacionais, Wesendonk e Terrazzan (2016) apontam que elas: (i) são muitas vezes adequadas para experimentos que requerem laboratórios bem equipados e de alto custo, que são de difícil execução ou que envolvem perigo iminente; (ii) permitem que os resultados sejam vistos com clareza, que muitas variáveis sejam manipuladas e que a observação do “fenômeno” seja repetida diversas vezes; e (iii) possibilitam que o aluno altere vários parâmetros, explore mais a situação física e verifique as implicações dessas alterações. Costa *et al.* (2021), numa linha parecida, defende que as simulações auxiliam na representação de fenômenos inacessíveis, colaboram para a aprendizagem de conteúdos e são benquistas na medida em que os estudantes em geral se predispõem a usá-las.

Ao longo das últimas décadas, diversos trabalhos buscaram também qualificar a experimentação como estratégia de ensino, discutindo suas potencialidades e limitações. Oliveira, Gobara e Carvalho (2022) consideram a experimentação como uma alternativa que rompe com as práticas de ensino puramente expositivo, conceitual e formal – que não carregam vínculos profundos com a realidade dos estudantes. Apesar disso, os autores problematizam a carência no Brasil de laboratórios equipados e recursos humanos capacitados, bem como as faltas de investimento público para sanar esse problema e de tempo nas rotinas escolares para aulas experimentais, especialmente nas escolas públicas. Gaspar (2014), por sua vez, aponta que a adoção de atividades experimentais é esporádica, assistemática e sem metodologia definida em grande parte das escolas públicas brasileiras. Segundo o autor, o testemunho de professores aponta que isso se deve principalmente a quatro deficiências estruturais das escolas:

falta de material e equipamento, de local adequado para realizar as atividades, de tempo para o seu preparo e de disponibilidade de aulas na carga horária. Hodson (1996), por sua vez, já evidenciava que o trabalho experimental conduzido em muitas escolas no ocidente era considerado como sendo de concepção pobre, confuso e não produtivo, diante de professores que sustentavam a crença de que a experimentação por si só já ensinaria os alunos sobre a ciência e suas metodologias.

Borges (2002) sinaliza que ao laboratório didático tradicionalmente são atribuídos objetivos como a verificação ou comprovação de leis e teorias científicas, a aprendizagem acerca do método científico, a compreensão facilitada de conceitos e a aquisição de habilidades práticas. Porém, todos esses objetivos, de alguma forma, demonstram enganos ou possuem claras limitações, dadas as necessidades de planejamento e sustentação teórica das atividades e as dificuldades no entorno da tentativa de inferência objetiva da aprendizagem dos indivíduos. Por outro lado, Séré, Coelho e Nunes (2003) propõem que podemos compreender as contribuições da experimentação para o ensino ao repararmos na importância das linguagens simbólicas e das relações matemáticas e ao percebermos a existência de um mundo de objetos que não se encerram nos fenômenos de interesse. Nesse sentido, um indivíduo que, quando exposto a um fenômeno, seja capaz de perceber a necessidade de instrumentos de medida para quantificá-lo e de uma teoria para explicá-lo, estará de fato estabelecendo um potente paralelo entre as linguagens (matemática e simbólica), o arcabouço teórico científico (conceitos, leis, modelos e teorias) e o referencial empírico (mundo vivencial, reelaborado para o processo experimental). Portanto, em comparação a outras estratégias de ensino, a possibilidade de construção desse paralelo implica vantagens diferenciais notáveis das atividades experimentais em laboratório (SÉRÉ; COELHO; NUNES, 2003).

Outras ponderações recorrentes a certas modalidades de laboratório ressaltam tanto limitações quanto potencialidades: (i) criticam a ênfase à formação científica de estudantes que não serão cientistas, ou mesmo a falta de contribuição para a criatividade e para o pensamento crítico na ocasião de atividades roteirizadas fechadas, porém (ii) defendem outras modalidades, por favorecerem o desenvolvimento de atitudes e destrezas cognitivas de alto nível intelectual, a visualização e aplicação da teoria na prática, o domínio de ferramentas e técnicas e a ampliação da motivação dos estudantes (BOZ; BOZ, 2005; PARREIRA; DICKMAN, 2020; DURÁN *et al.*, 2021).

Alguns autores destacam que a atribuição de sentidos, propósitos e objetivos às aulas e atividades experimentais em laboratório, dos pontos de vista curricular e dos processos de ensino e aprendizagem, não tem sido coesa ao longo das últimas décadas (BLOSSER, 1988;

RAICIK; PEDUZZI; ANGOTTI, 2018; PARREIRA; DICKMAN, 2020). Muitos são os sentidos atribuídos à experimentação, por exemplo à luz de suas relações com a teoria; diversos são os propósitos dos laboratórios didáticos, especialmente em complemento ou oposição às salas de aula tradicionais; e variados são os objetivos das aulas e atividades experimentais, em comparação com as aulas expositivas e os problemas clássicos de lápis e papel. Essa multiplicidade de posturas tem aparecido na literatura recente a partir de uma série de trabalhos que tentaram estabelecer sínteses acerca do *papel* da experimentação e dos laboratórios didáticos no ensino de ciências (FILHO, 2000; BORGES, 2002; SÉRÉ; COELHO; NUNES, 2003; CARRASCOSA *et al.*, 2006; LABURÚ; SILVA, 2011; PEREIRA; MOREIRA, 2017).

Nas últimas décadas, uma nova geração de historiadores, filósofos e sociólogos da ciência iniciaram discussões acerca do papel dos experimentos na atividade científica. Dentre várias contribuições, podemos exemplificar: (i) a ideia de que a experimentação não serve apenas para corroborar ou falsear teorias, mas possui um papel independente dela, ou ainda, um papel de mesma magnitude; o que rompe com a tradição positivista que condicionava a relevância dos experimentos às teorias (RAICIK; PEDUZZI; ANGOTTI, 2018) e (ii) a noção de que a construção do conhecimento científico é viva, disputada, controversa e negociada, de modo que a comunidade científica não apela para a consideração de pretensos princípios teóricos absolutos e racionais para estabelecer seus julgamentos e conclusões (RIBEIRO *et al.*, 2021).

Apesar dessas contribuições, como a aproximação da história e da filosofia ao ensino só começa mais fortemente no final do século XX, a tradição didática ainda carrega resquícios de ideais superados, por exemplo a suposição de um método científico universal, a visão de neutralidade dos experimentos e das observações e a concepção empírico-indutivista acerca da construção do conhecimento científico (RAICIK; PEDUZZI; ANGOTTI, 2018). Por esse motivo, a comunidade de pesquisa em ensino de ciências tem sinalizado a necessidade de uma experimentação planejada e teoricamente sustentada a partir de aportes pedagógicos e metacientíficos, que permitam investigar suas funções, suas relações com a teoria e a amplitude de seus métodos (HOFSTEIN; LUNETTA, 1982, 2004; WESENDONK; TERRAZZAN, 2016; RAICIK; PEDUZZI; ANGOTTI, 2018; FERREIRA; CORRÊA; SILVA, 2019; PARREIRA; DICKMAN, 2020; COSTA *et al.*, 2021; DURÁN *et al.*, 2021; RIBEIRO *et al.*, 2021).

Em síntese, podemos afirmar que na mesma direção em que se pode entender a física como uma ciência eminentemente experimental, é também consensual entre educadores e pesquisadores a importância que a experimentação possui em seu ensino – contexto dentro do qual ela pode ser encarada tanto como uma estratégia didática quanto como uma forma

elementar e elaborada de leitura e apreensão dos fenômenos naturais. Em função desse consenso, torna-se compreensível a valorização dos laboratórios didáticos de física, bem como sua expansão e disseminação ao longo da história didática dessa ciência. Entretanto, para a condução de aulas e atividades experimentais, a comunidade de pesquisa em ensino de física tem destacado a necessidade de coerentes aportes teóricos (pedagógicos e metacientíficos) para seu planejamento e clamado pela reunião de melhores condições (espaços, tempos, investimentos financeiros e recursos humanos) para sua realização. Nesse contexto, a valorização e o apelo às tecnologias digitais no ensino emergem, dentre muitos outros motivos, como formas inovadoras de se tentar lidar com os desafios apresentados por algumas dessas demandas.

2.1.2. Tecnologias digitais e ambientes virtuais

Andrade e Coelho (2018) propõem o entendimento da *tecnologia* como um processo integrado de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, construção e utilização de dispositivos para a realização de determinada atividade. Nesse sentido, Moran (2015) destaca que a tecnologia tem comparecido, sobretudo, na integração entre espaços e tempos, de forma que os processos de ensino e aprendizagem se interligaram entre os mundos físico e digital, contemporaneamente estendidos e constantemente hibridizados. Diante desse fenômeno, depreende-se a reafirmação das tecnologias como elementos factíveis à educação, ao passo de hoje compreenderem um escopo bem definido e muito levado em conta nas áreas de pesquisa em educação e ensino de ciências.

Particularmente, a introdução de computadores na educação escolar começa na década de 1970 no Reino Unido e nos EUA, e na de 1980 no Brasil (COSTA; DUQUEVIZ; PEDROZA, 2015). Na década de 1990, esse fenômeno acometeu algumas escolas brasileiras de modo um tanto indiscriminado, sem avaliações de resultados que fornecessem subsídios para respaldar a inserção dessa tecnologia com fins didáticos (ARAÚJO; VEIT, 2011). E já antes dos anos 2000, uma série de políticas públicas e iniciativas privadas procuraram equipar as redes de escolas com computadores conectados à internet, com o argumento de que era preciso orientar ações educacionais e a formação dos estudantes para uma sociedade globalizada permeada por tecnologias (GIORDAN, 2005). Na virada para o século XXI, os computadores e as redes já possuíam uma infraestrutura capaz de suportar tecnologias mais complexas e dinâmicas que as páginas estáticas em hipertexto (TRENTIN; PÉREZ; SANTOS, 2002). E desde então, as pesquisas têm evidenciado uma presença cada vez mais recorrente de

computadores nas escolas e a consolidação da internet como meio de compartilhamento de informações e de comunicação.

As tecnologias, de forma mais geral, estão presentes especialmente na vida cotidiana de crianças e jovens, condicionando e transformando suas interações sociais e seu processo corriqueiro de busca por informações e implicando novos comportamentos, valores e atitudes (COSTA; DUQUEVIZ; PEDROZA, 2015). Com a difusão do computador e das tecnologias digitais, novos elementos e processos passaram a caracterizar a interação homem-computador, bem como configuraram-se novas possibilidades ao processo de ensino-aprendizagem (MORAN, 2015). A mediação promovida pelas tecnologias, com mecanismos inéditos de comunicação e interação, se amplifica e complexifica com a incorporação de novos símbolos e linguagens e demanda conhecimentos que vão muito além daqueles inerentes às disciplinas científicas (RANGEL; SANTOS; RIBEIRO, 2012). E na medida em que as tecnologias permeiam a vida das pessoas, elas também se estendem ao ponto de serem incorporadas também pelas práticas pedagógicas nas escolas e universidades. Isso tanto é factual, que já há algum tempo o professor e o livro didático deixaram de ser as únicas fontes de conhecimento para os estudantes (ATANAZIO; LEITE, 2018).

Num passado recente, o termo *Tecnologias da Informação e Comunicação* (TIC) foi bastante comum em várias pesquisas, especialmente como referência aos dispositivos eletrônicos e tecnológicos que adentraram os ambientes escolar e universitário nas últimas décadas (ANDRADE; COELHO, 2018). Entretanto, como seu sentido é amplo o suficiente para abarcar também equipamentos mais antigos como a televisão, o jornal e o mimeógrafo, na literatura têm sido usados os termos *tecnologias digitais*, *novas tecnologias* ou *Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação* (TDIC) para fazer alusão aos dispositivos que hoje permitem acesso à internet, como o computador, o *smartphone*, o *tablet*, entre outros (COSTA; DUQUEVIZ; PEDROZA, 2015; ANDRADE; COELHO, 2018). Na medida em que as TDIC englobam as TIC e remetem a uma maior complexidade associada ao mundo digital, usaremos aqui indiscriminadamente o termo “*tecnologias digitais*” e a sigla “*TDIC*”.

Nas duas últimas décadas, uma série de ambientes, laboratórios e ferramentas virtuais, de acesso livre ou fechado, foram criados para dinamizar o fluxo de informações entre professores e alunos e dar suporte à aprendizagem de conteúdos de diversas disciplinas, especialmente as científicas. Nesse contexto, os *ambientes virtuais de aprendizagem* (AVA) ganham visibilidade e despertam interesse de professores e pesquisadores.

Um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) é um espaço on-line construído para proporcionar interações entre os usuários. Essas interações podem ser variadas, síncronas ou assíncronas, de um-para-todos (uma mensagem compartilhada com todos que estão no ambiente [...]), de um-para-um (uma mensagem privada enviada a uma pessoa específica [...]) ou de todos-para-todos (mensagens que podem ser enviadas e visualizadas por todos [...]). Dessa forma, há semelhança com a sala de aula presencial (SUNAGA; CARVALHO, 2015, p. 146).

Além dos diversos tipos de interação, um AVA permite a disponibilização de uma multiplicidade de materiais, como textos, questionários, fóruns, avaliações, planilhas e vídeos, bem como pode permitir a personalização do layout das páginas. Como exemplo de plataformas gratuitas e colaborativas, estão o Moodle e o Edmodo, nos quais os estudantes podem ter acesso a materiais e mídias disponibilizados pelos professores, participar de avaliações por meio de tarefas, questionários e testes, bem como contribuir para a construção conjunta de conhecimentos usando fóruns mediados por professores e tutores (SUNAGA; CARVALHO, 2015).

No contexto particular das disciplinas científicas, Trentin, Pérez e Santos (2002) defendem a associação dos AVA a laboratórios virtuais. Para eles, essa associação representa um desafio lúdico para os estudantes, uma vez que ela permite interação, manipulação e controle, é capaz de gerar motivação e abre margem para o domínio de um universo que pode ser mais facilmente apreendido e compreendido. Em função dessa característica, os autores sinalizam que as dificuldades de aprendizagem podem ser mais bem tratadas nos AVA em razão de seu grande potencial de adaptação a ritmos individuais. Séré, Coelho e Nunes (2003), por sua vez, advogam pela ideia de que a introdução de tecnologias no ensino de qualquer ciência experimental oferece oportunidade ao refinamento das questões, possibilita a criação e teste de previsões, agiliza a coleta de dados e melhora a capacidade de interpretação de resultados, tratando-se, portanto, de uma alternativa a laboratórios tradicionais bem equipados.

Por outro lado, Borges (2002) ressalta que esse contexto de introdução de tecnologias no ensino denota uma flexibilização da atuação docente, que se modifica em resposta às mudanças estruturais da sociedade provocadas pelo complexo desenvolvimento tecnológico e cultural. E como ressalva, Trentin, Pérez e Santos (2002) argumentam que uma vez que a mudança da natureza das atividades de ensino com as tecnologias só é possível a partir da superação de certas concepções e métodos mais tradicionais, torna-se desafiadora a implementação de ambientes virtuais capazes de favorecer a participação ativa dos estudantes em sua aprendizagem, incentivar e permitir a permuta de ideias e experiências entre eles e possibilitar discussões e trabalhos cooperativos.

Mesmo com o considerável potencial dos AVA, dos laboratórios virtuais e das ferramentas do mundo digital, no contexto da pesquisa em ensino de ciências, até o ano de 2001 a quantidade de trabalhos divulgados envolvendo o uso dessas tecnologias digitais foi extremamente reduzido, apesar da evidente importância atribuída a essa prática pelos artigos até então publicados (ARAÚJO; ABIB, 2003). Porém, nas duas últimas décadas, este cenário modificou-se substancialmente. Com múltiplas defesas das tecnologias digitais equilibradas por diversas críticas aos seus modos de uso, várias pesquisas passaram a ressaltar a centralidade desse tema na educação científica e se dedicaram também a compor revisões de literatura a seu respeito.

Giordan (2005) propôs uma revisão de bibliografia sobre as principais questões de pesquisa no entorno da presença do computador nas aulas de ciências, refletindo também sobre como as pesquisas em educação em ciências podem contribuir para a compreensão das potencialidades e limitações dos usos do computador em sala de aula. Com um aporte da teoria da ação mediada, o autor realiza uma crítica da literatura disponível acerca de seis principais formas de uso do computador nas aulas de ciências: linguagem de programação, sistemas tutoriais, caixas de ferramentas, simulações e animações, comunicação mediada por computador e interações na sala de aula na presença do computador. Como resultado, o autor aponta a necessidade de mais investigações acerca da interação professor-aluno diante do computador em situações de ensino, uma vez que os computadores, como meios de mediação, condicionam fortemente as ações de ensino, os processos de aprendizagem e o desenvolvimento de certas funções mentais.

Araújo e Veit (2011), numa revisão de literatura sobre os usos do computador e das tecnologias computacionais no ensino de física em nível médio e universitário, identificaram sete principais modalidades pedagógicas de seu uso: (i) instrução e avaliação mediada pelo computador, com uso de tutoriais, interação com o usuário e testes individuais para avaliação de concepções prévias ou de aprendizagem; (ii) modelagem e simulação computacional, que dão suporte a atividades exploratórias e envolvem observação, análise e interação com modelos pré-construídos; (iii) coleta e análise de dados em tempo real, que se aproxima de atividades experimentais em laboratório, cuja análise envolve o uso de gráficos, tabelas e cálculos estatísticos; (iv) recursos multimídia, como textos, sons, imagens, vídeos e animações; (v) comunicação à distância, em que o computador atua como ferramenta para a troca de informações por mensagens, fóruns, ou mesmo troca de arquivos e conferências remotas; (vi) resolução algébrica/numérica e visualização de soluções matemáticas, em que são empregadas linguagens de programação de alto nível e softwares específicos e (vii) estudo de processos

cognitivos, que analisam as interações dos alunos com os computadores, com os professores ou entre si, em situações nas quais a máquina se relaciona com o contexto pedagógico. Além disso, os autores reconheceram seis tópicos de física recorrentemente escolhidos como tema: mecânica, termodinâmica, eletromagnetismo, óptica, física moderna ou aqueles que não adotam nenhuma área em particular. Como resultados, Araújo e Veit (2011) perceberam uma maior concentração de trabalhos sobre modelagem e simulações computacionais e uma predileção pela mecânica clássica. Em função de imperativos da área, evidenciaram também que menos da metade dos trabalhos eram propriamente de pesquisa em ensino de física ou de propostas com avaliação; grande parte correspondia a simples apresentações de propostas didáticas. Nesse contexto, os autores apresentam uma reflexão sobre contradições da área de pesquisa:

No Ensino de Física comumente confunde-se pesquisa e desenvolvimento instrucional e isso pode estar ocorrendo novamente na área das tecnologias computacionais aplicadas ao Ensino de Física. No passado era comum confundir-se a produção de equipamento de laboratório ou a produção de livros e vídeos didáticos com pesquisa em ensino de Física. Agora a confusão pode estar na produção de softwares, ambientes virtuais e outros recursos computacionais. Se assim for, podemos estar testemunhando, outra vez, um grande desperdício de esforços e entusiasmo. Não se melhora o ensino simplesmente produzindo novos e sofisticados recursos instrucionais. O desenvolvimento instrucional deve estar acoplado à pesquisa em ensino ou, pelo menos, levar em conta o conhecimento produzido pela pesquisa em ensino e os enfoques teóricos sobre aprendizagem compartilhados pela comunidade de educadores e pesquisadores em Ensino de Física (ARAÚJO; VEIT, 2011, p. 12).

Atanzio e Leite (2018), mais recentemente, propuseram uma revisão de literatura integrativa em periódicos nacionais sobre as TIC no contexto da formação de professores de ciências da natureza. Como resultado, identificaram quatro categorias de publicações, de interlocução das TIC com: os cursos de licenciatura, a formação continuada, as concepções e representações dos professores e a docência. Como resultado, metade dos trabalhos encontrados remetiam à primeira categoria, e indicavam que o uso das tecnologias é capaz de promover maior interação dos estudantes entre si e com os docentes, o que propicia a interação entre vários campos de conhecimento, a atuação em rede e a criação de ambientes mais interativos e colaborativos na construção de saberes para a docência. Apesar disso, no contexto dos docentes dos cursos de licenciatura, nota-se que eles possuem dificuldade para inseri-las em suas práticas, especialmente na direção de superação de sua formação baseada em uma pedagogia tradicional (centrada no professor); o que confere à área um desafio específico para a formação continuada de formadores de professores. Além disso,

[...] pode-se dizer que as TIC desafiam os professores a repensar suas práticas e possibilitam mudanças transformadoras. Uma dessas mudanças pode ser a promoção de situações de ensino e aprendizagem menos centradas no professor e mais na interação professor-aluno. Percebe-se que a maioria das pesquisas pertencentes a esta categoria [, TIC e os cursos de licenciatura,] investiga como os futuros professores podem melhorar suas práticas de ensino (abordagem centrada no professor) a partir do uso das TIC nos ambientes escolares, mas poucas se preocupam em pesquisar estratégias que possibilitem maior interação entre professores e alunos (abordagem centrada na interação professor-aluno) (ATANAZIO; LEITE, 2018, p. 95).

Costa, Duqueviz e Pedroza (2015) reconheceram que para além do contexto escolar, as TDIC são instrumentos mediadores da aprendizagem (nos sentidos do aprender a fazer e do aprender a conhecer) em vivências cotidianas e no acesso à cultura tecnopopular. Em função dessa potencialidade, as autoras advogam pela possibilidade de uma ênfase didática orientada aos prazeres (de descobrir, investigar, sanar curiosidades e reconstruir conhecimentos), em que as TDIC operem como instrumentos mediadores centrais do aprender a aprender. Por outro lado, Giordan (2005) defende que o computador e as habilidades de manipulá-lo não podem adquirir uma centralidade absoluta na dinâmica de sala de aula, pois na medida em que o cotidiano escolar possui um caráter já estabelecido, com uma grande multiplicidade de propósitos, o computador é apenas um novo instrumento de mediação dentro desse complexo contexto. Por sua vez, Rangel, Santos e Ribeiro (2012) advertem que se o cenário de uso das TDIC no ensino de ciências não for bem planejado, pode-se estar diante da armadilha de dispersar o interesse dos estudantes e o foco dos professores, uma vez que elas viabilizam um grande acúmulo de informações, linguagens, formas de gestão, interconexões e possibilidades de produção de conhecimento. Além disso, nesse cenário de uso das TDIC no ensino de física (e das outras ciências), esses autores deflagram uma contradição central:

[...] de um lado, os níveis espetaculares de desenvolvimento científico- tecnológico em quase todas as áreas de conhecimento, que permitiram à humanidade ultrapassar a marca de sete bilhões de pessoas e produziram mecanismos inéditos de comunicação, interação, mediação e de “reconstrução interna das operações externas”; do outro, o baixo interesse da juventude pela ciência e por seu ensino [...], a evasão elevada nos cursos e a permanência de propostas curriculares distantes da realidade (RANGEL; SANTOS; RIBEIRO, 2012, p. 657).

A comunidade de pesquisa em educação tem sistematicamente problematizado a ideia de que a introdução de tecnologias digitais no contexto educacional, por si só, desenvolveria habilidades, estimularia interações e otimizaria o processo de aprendizagem dos estudantes. Nessa direção, diversos pesquisadores têm defendido que o uso das tecnologias digitais no contexto educação seja sempre referendado: (i) por técnicas de construção de material multimídia, (ii) por análises do momento histórico que caracteriza a relação entre ciência e tecnologia; (iii) por aportes teóricos acerca da aprendizagem e (iv) por pesquisas que investiguem a formação crítica dos professores e alunos e os impactos do uso das tecnologias

digitais no contexto escolar (TRENTIN; PÉREZ; SANTOS, 2002; ARAÚJO; VEIT, 2011; ANDRADE; COELHO, 2018; ATANAZIO; LEITE, 2018).

2.1.3. Experimentos e tecnologias na formação de professores

As últimas quatro décadas, no contexto da educação básica e da formação de professores, testemunharam a proposição e implementação de diversas políticas públicas que buscavam responder a demandas e desafios contemporâneos em diferentes etapas da escolarização. Desde os anos de 1990, as regulamentações acerca da formação de professores aparecem como resposta governamental a certas inquietações simultâneas à aparição ou ao aprofundamento de três movimentos: a democratização da escola pública, o aumento da demanda por professores e a instituição de sistemas de avaliação em larga escala (NARDI; CORTELA, 2015). Em particular, a Lei 9.394/96, de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) introduziu reformas nas Instituições de Ensino Superior (IES), por exemplo conferindo às universidades autonomia de gestão e de fixação dos currículos dos seus cursos, mesmo que ainda amparadas por diretrizes nacionais. Nessa mesma época, a pesquisa em ensino de ciências já pensava muito fortemente sobre a formação de professores, buscando também fornecer subsídios aos formadores de professores nas universidades. Dentre esses subsídios, aparecem também aportes e elementos acerca da experimentação e das tecnologias.

Por exemplo, Thomaz (2000) advogava por uma perspectiva em que os objetivos da experimentação e do laboratório didático transcendessem os conteúdos científicos e fossem também elencados em função do desenvolvimento pessoal dos estudantes. A autora defendia, então, que não bastava que na educação escolar as práticas fossem revistas, mas especialmente que a formação inicial e continuada de professores contribuísse com reflexões e com a elaboração e concretização de estratégias na direção do desenvolvimento de habilidades que não se orientassem apenas no sentido exclusivo da prática científica. Assim, quando professores conduzem trabalhos experimentais que, na ocasião de aprendizagem dos conteúdos conceituais, um estudante desenvolva habilidades científicas necessárias para uma atuação social eficaz, eles, sobretudo, estão ajudando a configurar um meio que oportuniza o exercício e o domínio dessas habilidades pelo aluno (THOMAZ, 2000).

Já no contexto das tecnologias, Araújo e Abib (2003) reconheciam que o uso de computadores em atividades experimentais representava um grande potencial de acesso a tecnologias modernas e de contribuição para a inclusão digital. Porém, segundo os autores, para que esse uso pudesse ser disseminado ampla e eficientemente, seria necessário introduzir nos

cursos de formação de professores conteúdos específicos a respeito das novas tecnologias, inclusive acerca de suas possibilidades de interação e mediação. Giordan (2005), por sua vez, percebendo que a explosão populacional das décadas de 1980 e 1990 aumentou a demanda por professores, argumentava que essa demanda não era apenas quantitativa, dada a necessidade de docentes competentes em lidar com um mundo gerido por redes de informação, produção e poder, sendo a sala de aula apenas um de seus nós. O autor destacava, acima de tudo, que felizmente o computador chegou às escolas sem substituir os professores – diferentemente de outros setores do mercado produtivo, em que máquinas substituíram trabalhadores (GIORDAN, 2005).

Em 2001 e 2002 foram ratificados pareceres e aprovadas resoluções inerentes às *Diretrizes Curriculares para Formação de Professores da Educação Básica em Nível Superior* (BRASIL, 2002a, c) e às *Diretrizes Curriculares para os cursos de Bacharelado e Licenciatura em Física* (BRASIL, 2001, 2002b), que regulamentavam, respectivamente, as licenciaturas e os cursos de Física. Em particular, apesar de diferentes concepções sobre a estruturação dos cursos de licenciatura (NARDI; CORTELA, 2015), as diretrizes específicas para os cursos de física apresentam apontamentos substantivos acerca do apreço à experimentação e às tecnologias digitais no ensino de física.

O Parecer CNE/CES 1.304/2001 (BRASIL, 2001), da Comissão de Ensino Superior do Conselho Nacional de Educação, estabelece o texto das diretrizes para os cursos de Física. O relatório inicial do documento alega a necessidade de uma formação em Física “se caracterizar pela flexibilidade do currículo, de modo a oferecer alternativas aos egressos” (BRASIL, 2001, p. 1). Uma das seções desse parecer, intitulada *Competências e Habilidades*, delimita competências essenciais, habilidades gerais, habilidades específicas e vivências que são tidas como básicas para a formação de qualquer perfil de físico (pesquisador, educador, tecnólogo e interdisciplinar), e que se estruturam de forma a tanto garantir as perspectivas tradicionais de atuação da profissão, quanto fornecer suficiente resiliência ao profissional nos dinâmicos cenários socioeconômico e científico das últimas décadas. Mais especificamente, para o profissional da área de física são esperadas como *competências essenciais*:

- a) descrever e explicar fenômenos naturais, processos e equipamentos tecnológicos em termos de conceitos, teorias e princípios físicos gerais;
- b) diagnosticar, formular e encaminhar a solução de problemas físicos, experimentais ou teóricos, práticos ou abstratos, fazendo uso dos instrumentos laboratoriais ou matemáticos apropriados.

Já como *habilidades gerais* fundamentais ao desenvolvimento dessas competências, constam:

- a) resolver problemas experimentais, desde seu reconhecimento e a realização de medições, até a análise de resultados;
- b) utilizar a linguagem científica na expressão de conceitos físicos, na descrição de procedimentos de trabalhos científicos e na divulgação de seus resultados;
- c) utilizar os diversos recursos da informática, dispondo de noções de linguagem computacional;
- d) conhecer e absorver novas técnicas, métodos ou uso de instrumentos, seja em medições, seja em análise de dados (teóricos ou experimentais).

Portanto, pelo conteúdo dessas habilidades e competências, a *realização de experimentos em laboratório* e o *uso proficiente de tecnologias digitais* são explicitamente tidos como vivências integradoras do processo educacional.

As *Diretrizes Curriculares para Formação de Professores da Educação Básica em Nível Superior* (BRASIL, 2002c) foram revogadas em 2015 pelas novas *Diretrizes Curriculares Nacionais para formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada* (BRASIL, 2015). Andrade e Coelho (2018) sinalizam que essas duas diretrizes para formação de professores possuem convergências, por exemplo com relação à ênfase nas competências como eixo norteador da formação de professores e, nesse contexto, a noção de domínio das tecnologias, bem como o apelo ao uso destas, a partir de diferentes estratégias e recursos metodológicos. Apesar disso, permaneceram ratificadas as *Diretrizes Curriculares para os cursos de Bacharelado e Licenciatura em Física* (BRASIL, 2002b). A multiplicidade de contradições entre documentos curriculares dificulta muitas vezes o processo de formulação curricular dos cursos de licenciatura, o que de maneira mais geral sinaliza para o fato de, no limite, o processo de formação de professores compreender uma resultante de forças, cujas componentes não se resumem a aspectos puramente acadêmicos, mas também sociais, políticos e econômicos (MASSONI; BRUCKMANN; ALVES-BRITO, 2020; NARDI; CORTELA, 2015).

Cortela (2011), analisando ao longo das décadas dos séculos XX e XXI as influências de fatores políticos, econômicos e tecnológicos sobre as reformas educacionais e os cursos de formação de professores, constrói um panorama comparativo. Segundo a autora, no Brasil e no mundo, a valorização dos laboratórios didáticos do ponto de vista metodológico começa na década de 1940, momento em que o mundo passava pela Segunda Guerra Mundial e o Brasil experimentava o início de uma corrida por industrialização na era Vargas. Essa valorização das aulas práticas e dos experimentos se sustentou fortemente até a década de 1980,

mesmo com a mudança paulatina dos objetivos da educação (da formação de elites para a formação do cidadão e do trabalhador) e do ensino (da transmissão de informações, passando pela vivência do método científico e pelo pensamento lógico-crítico, até a profissionalização). Por sua vez, na década de 1990 a informática no ensino se apresenta como metodologia proeminente nos discursos de pesquisadores e formuladores de currículo; época em que o mundo se conscientizou mais acentuadamente acerca da crise ambiental, que os objetivos de ensino se dirigiram para o desenvolvimento científico e tecnológico e que as tendências pedagógicas começaram a superar o cognitivismo piagetiano e absorver as proposições das teorias de aprendizagem interacionistas e sociointeracionistas (CORTELA, 2011). Essa apreensão, que evidencia a influência e a complexidade de caracteres não acadêmicos, auxilia tanto o reconhecimento das potencialidades quanto a compreensão das limitações e contradições dos documentos curriculares já mencionados.

Apesar desses caracteres, Barcellos (2013) reconhece que os saberes específicos de física permanecem normalmente naturalizados nos currículos, mesmo diante de tentativas de adequá-los e atualizá-los. Segundo a autora, as diretrizes curriculares (BRASIL, 2002c) sugerem a superação de certas fragmentações nos cursos de formação de professores, defendendo que a formação de um professor de física não se trata de uma simples superposição do aprender física com o aprender a ser professor. Apesar disso, a partir de estudos de caso e revisões bibliográficas, Barcellos (2013) evidencia que as componentes disciplinares da física pura parecem não ser objeto de crítica ou contestação, nem mesmo têm sido sujeitas a propostas de modificação. Para a autora, isso pode ressoar com uma lógica interna da própria ciência, reproduzida nos cursos superiores de física e nas iniciativas de reformulação de seus currículos.

Outro exemplo desse mesmo fenômeno é trazido por Micha *et al.* (2018), que narram a reformulação curricular de um curso de licenciatura à luz da Diretrizes Curriculares Nacionais de 2015 (BRASIL, 2015), e como resultado apontam que apesar de consideráveis transformações em nível prescritivo, não foi possível superar a estrutura disciplinar da matriz curricular e dar espaço a eixos articuladores, conforme prezam as diretrizes. Segundo os autores, as disciplinas específicas de Física continuaram naturalizadas, como se o seu rompimento pudesse descaracterizar a própria Física e gerar conflitos com outros sujeitos, como docentes mais tradicionais da instituição estudada.

Para além das tensões que envolvem as diretrizes nacionais e os currículos das licenciaturas, ainda reincidem atualmente na literatura da área especializada em formação inicial e continuada de professores algumas pesquisas problematizando a experimentação e muitas analisando as tecnologias digitais. Modificam-se os aportes teóricos, complexificam-se

os termos específicos, multiplicam-se as abordagens e metodologias de pesquisa. Porém, ao fim e ao cabo, remanescem os problemas centrais acerca desses dois temas na formação docente e, especialmente, a sua deflagração e tentativa de resolução. Como exemplo recente, Fernandez-Marchesi e Costillo-Borrego (2020), reconhecendo que uma atitude reflexiva não se constrói espontaneamente num indivíduo, defendem uma formação inicial de professores que desenvolvam esse tipo de atitude a partir de certos conhecimentos e habilidades, por exemplo associados ao saber fazer e à criação de representações. Em particular, esses autores advogam por uma formação que promova uma dinâmica metodológica reflexiva e de natureza cognitiva, para gerar conflitos e permitir a emergência de novas e adequadas estratégias de abordagem das atividades práticas de laboratório por indagação. Já no contexto das tecnologias, por exemplo, Costa, Duqueviz e Pedroza (2015) discutem as TDIC como instrumentos mediadores da aprendizagem dos nativos digitais em função das mudanças nas interações na sociedade contemporânea que contribuem para constituição da subjetividade; Lopes e Fürkotter (2016) investigam na formação de professores da educação básica a contemplação de conhecimentos sobre as TDIC, e segundo quais paradigmas pedagógicos; Andrade e Coelho (2018) pesquisam os usos que professores de cursos de licenciatura fazem das TDIC durante sua formação inicial; e Ricardo (2020) investiga as concepções de tecnologia presentes em diversos documentos curriculares.

A partir dos aportes trazidos nesta seção, poderíamos indagar que talvez a *experimentação* corresponda a um imperativo paradigmático inerente à própria física como ciência, enquanto as *tecnologias*, a imperativos socioeconômicos, culturais e psicológicos da contemporaneidade. Documentos curriculares e pesquisas da área de educação científica têm optado consensualmente pela preconização de atividades experimentais e tecnologias digitais no ensino de física, de modo que é inegável, especialmente no contexto da formação de professores, a valorização dos laboratórios didáticos e dos ambientes virtuais. Porém, em ambos os contextos, clama-se forte e veementemente por um embasamento pedagógico e epistemológico coerente para o uso das tecnologias digitais e dos experimentos nos contextos didáticos da física e das outras ciências da natureza. É nessa direção que optamos pela aderência à perspectiva teórica que será apresentada na próxima seção.

2.2. Referencial Teórico

Apresentaremos nesta seção alguns aportes sobre a *visão cognitiva de didática das ciências*, que sustenta teoricamente este trabalho de pesquisa. Essa perspectiva, proposta no fim dos anos de 1990 por docentes do Departamento de Didática da Matemática e das Ciências Experimentais da Universidade Autônoma de Barcelona (IZQUIERDO-AYMERICH; SANMARTÍ; ESPINET, 1999; IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999; ESTANY; IZQUIERDO-AYMERICH, 2001; IZQUIERDO-AYMERICH, 2007), surge no contexto de uma linha de trabalho que se deteve sobre questões acerca do planejamento curricular e didático da área de ciências da natureza (LOZANO, 2016; PAZ; MÁRQUEZ; ADURÍZ-BRAVO, 2017). Essa visão defende que para se caracterizar e estruturar a *ciência escolar*, uma inspiração epistemológica robusta residiria num *modelo cognitivo de ciência* – especialmente aquele desenvolvido na Universidade de Minnesota pelo filósofo estadunidense Ronald Giere ao longo das décadas de 1980 e 1990 (ADURÍZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005).

Essa epistemologia de Giere, localizada na filosofia da ciência contemporânea dentro da família *semanticista*, tanto corrobora uma *visão baseada em modelos* quanto faz uso de aportes das *ciências cognitivas* para produzir descrições, explicações e justificativas acerca do empreendimento científico. Em particular, seu modelo cognitivo de ciência associa os conceitos de *modelo teórico* e *hipótese teórica* respectivamente aos caracteres de *representação* e de *juízo* a partir dos quais as ciências naturais operam. Por sua vez, no escopo da *visão cognitiva de didática das ciências*, o conceito de *atividade científica escolar* aparece como mote para uma construção teoricamente sustentada de propostas e intervenções pedagógicas, segundo iniciativas de *experimentação* e da *modelização*.

Dados os objetivos deste nosso trabalho, os princípios dessa *visão cognitiva de didática das ciências* e o conceito de *atividade científica escolar* aqui adotados ajudarão a sustentar dos pontos de vista didático-pedagógico os processos de reelaboração e implementação de uma atividade experimental do MEXI. Por sua vez, o conceito de *hipótese teórica* advindo do modelo cognitivo de ciência norteará do ponto de vista teórico-epistemológico o estabelecimento de um marco analítico de nossa investigação, que se pautará no exame de produções escritas de estudantes submetidos a essa atividade experimental. Em função da adoção desse referencial teórico, tomamos decisões específicas do ponto de vista metodológico que serão oportunamente apresentadas na próxima seção deste capítulo.

2.2.1. Uma visão cognitiva da Didática das Ciências

A didática das ciências⁹ é uma ciência teórico-prática, com estreita relação com as ciências da educação e com uma dependência específica pelas ciências naturais a que se refere. Porém, em relação a estas, ela possui também certo grau de autonomia, haja vista a *ciência escolar* ensinada e aprendida nas escolas ser um pouco diferente daquela *ciência dos cientistas* trazida em livros clássicos ou mesmo desenvolvida originalmente em universidades e centros de pesquisa (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007). Esse caráter teórico-prático da didática das ciências emerge na medida em que as suas teorias se propõem a *intervir* na vida das pessoas, na dinâmica dos grupos e na complexidade das sociedades. Para tanto, o conhecimento científico em si também precisa ser teórico e prático, desenvolvendo-se segundo uma finalidade que o torne racional tanto para cientistas quanto para estudantes. Logo, torna-se requisito para a didática das ciências um conceito de teoria científica amplo o suficiente para se aplicar a todo o conhecimento humano, inclusive aquele que emerge no cotidiano das salas de aula. Essa amplitude tem sido apontada como possível por alguns autores a partir de aportes das ciências cognitivas¹⁰, que ao se debruçarem sobre a *construção do conhecimento humano*, evidenciam que todas as teorias científicas são, grosso modo, famílias de modelos teóricos com as quais se interpretam grupos de fenômenos naturais (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005; IZQUIERDO-AYMERICH, 2007).

Nesse contexto, Izquierdo-Aymerich (2007) propõe a visão cognitiva da didática das ciências como uma forma de olhar para a ciência dos cientistas e captar o que ela possui de educativo para alunos de certo nível escolar. Esta forma de olhar é complexa, pois considera acerca das ciências seus personagens, problemas em aberto, aportes para outras disciplinas, bem como suas aplicações, perguntas e respostas. Logo, a didática não se debruça apenas sobre os aspectos normativos, voltados para uma formação de especialistas e redutíveis ao conteúdo de livros-texto. Nesse sentido, os conteúdos a serem ensinados no contexto da ciência escolar *não estão* predeterminados em livros e programas e *devem* se configurar a partir da finalidade educativa pretendida para o público ao qual se dirige o professor. Desse ponto de vista, as escolas podem sofrer mudanças em seus conteúdos de ensino e em seus métodos, mas não arbitrariamente: objetivos alcançáveis devem ser planejados a partir de processos e estratégias fundamentados em novas áreas que enriquecem a educação, como as ciências do comportamento, da cognição e da comunicação.

⁹ As “ciências” são aqui entendidas como as ciências naturais tradicionalmente ensinadas nas escolas e universidades, como a física, a química e a biologia.

¹⁰ Como a inteligência artificial, as neurociências, a linguística e a psicologia cognitiva.

Em continuidade, Izquierdo-Aymerich (2007) ressalta que essa perspectiva se pauta num modelo de conhecimento escolar dinâmico, *moderadamente racional* (por não se pautar puramente na lógica) e *razoável* (por poder ser justificado pelos alunos). Para a autora, esse modelo alivia a distância entre as diferentes ciências e distingue a aprendizagem mnemônica da aprendizagem por raciocínio (via mecanismos de representação e julgamento) – esta última, aplicável a conhecimentos escolares e científicos. Nesse contexto, Izquierdo-Aymerich (2007) assume que todo conhecimento disciplinar é resultado de atividades de ensino e aprendizagem empenhadas num *sistema didático* formado por *professores*, *estudantes* e o *conhecimento*, sendo que esses três elementos interagem dinamicamente entre si e estão sujeitos a transformações. Desse modo e com o passar do tempo, o processo de ensinar e aprender é modificado e reconstruído sempre em função dos objetivos docentes. Como as interações não se limitam a professores e estudantes e como o conhecimento está também sujeito a transformações, essa perspectiva se afasta radicalmente das vicissitudes do ensino tradicional.

Adúriz-Bravo e Izquierdo-Aymerich (2005) caracterizam um modelo genérico de didática das ciências baseado na convergência de três registros: (i) o *filosófico*, que no sistema didático remete ao *conhecimento* e é focado nos conteúdos, em sua estrutura e em sua história; (ii) o *pedagógico*, que no sistema didático remete aos *professores* e é focado no ensino, nos discursos e nos contextos, e (iii) o *psicológico*, que no sistema didático remete aos *estudantes* e é focado na aprendizagem e na cognição. Em particular, para a *visão cognitiva* de didática das ciências, os autores propõem aportes contemporâneos: (i) da *filosofia da ciência*, na medida em que o modelo cognitivo de ciência contribui para se advogar por uma ciência escolar como processo teórico de explicação do mundo; (ii) da *pedagogia*, que apontam para a importância da autorregulação, do discurso e da colaboração entre pares em sala de aula e (iii) da *psicologia cognitiva*, que provêm descrições sobre como os modelos mentais dos estudantes são gerados, usados e modificados. Dessa forma, “[...] o fio que conecta as contribuições dessas três disciplinas é a *visão cognitiva* que elas atualmente favorecem” (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005, p. 36, tradução nossa, grifo dos autores). Daqui em diante neste texto, as referências à didática das ciências remeterão a essa *visão cognitiva* que descrevemos.

2.2.1.1. Características das investigações

Em geral, conforme argumentam Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999), a didática das ciências se ocupa em identificar, compreender e solucionar os problemas derivados do ensino de ciências. Para tanto, de antemão ela precisa se perguntar como o conjunto de conhecimentos

valorizados socialmente (e que, portanto, são ensinados com finalidades educativas) contribuem ao desenvolvimento global das pessoas. Em função desses conhecimentos, ela projeta inovações didáticas, que são implementadas e então colocadas sob escrutínio. E é a partir deste que as teorias da didática das ciências se configuram e se desenvolvem (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999). Essa complexidade rejeita noções tradicionais que advogam por uma superposição simplificada entre conhecimentos científicos e pedagógicos: “[...] [a didática das ciências] é a ciência que permite planejar e avaliar a intervenção docente que estruture a mente dos alunos ao proporcionar-lhes acesso a Conhecimentos Científicos [...] que lhes ofereçam um panorama de futuro pelo qual valha a pena esforçar-se” (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007, p. 127, tradução nossa).

Com essa estrutura, Izquierdo-Aymerich (2007) defende que a didática das ciências pode ser também entendida como uma *ciência de design*, tal como a engenharia, a medicina e a ciência da computação, cujos problemas (formação intelectual e humana das pessoas) são complexos e requerem a mobilização de aportes de diferentes disciplinas. Para a autora, uma ciência de design pode ser caracterizada por seus propósitos práticos e suas investigações objetivam o desenvolvimento de conhecimentos instrumentais para a produção e manipulação de sistemas, naturais ou artificiais. Essa perspectiva permite, portanto, que a didática das ciências seja modelada não como um *produto*, mas como uma *atividade* de pesquisa científica e prática tecnológica, que adapta, combina, transforma e aprofunda contribuições teóricas de diferentes áreas com o propósito de melhorar a educação científica (ESTANY; IZQUIERDO-AYMERICH, 2001; ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005; IZQUIERDO-AYMERICH, 2007).

Para que o design daquilo que chamaremos de *atividades científicas escolares* seja parte do núcleo teórico da didática das ciências, Izquierdo-Aymerich (2007) defende para esta o aporte de conhecimentos da *filosofia da ciência* – por se ocupar com questões epistemológicas (juízos dos cientistas), praxiológicas (o que fazem os cientistas) e axiológicas (com quais valores os cientistas julgam suas ações) – e das *ciências cognitivas* – por investigarem a emergência e a elaboração do conhecimento humano:

[...] se a tradição docente nos fazia ver que para educar se havia de desenvolver atividades científicas escolares, e a filosofia da ciência, junto com as ciências cognitivas, destacam o pensamento teórico como a característica principal das ciências, só tem sido necessário incorporar o conceito semântico de teoria científica à ciência escolar para que também o pensamento abstrato esteja ao alcance de todos, mesmo que não se expresse ou defina da mesma maneira (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007, p. 132, tradução nossa).

Em função dessa descrição, a didática das ciências pode ser também considerada uma *tecnociência*, bem como os professores de ciências podem então ser vistos como agentes autônomos (que desenvolvem critérios próprios de seleção, combinação e ajuste dos conhecimentos de referência) e partícipes da atividade didática (ao gerar, aplicar e avaliar tecnologias didáticas em sala de aula) (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005). Assim, é mister a assunção de um compromisso entre os professores e os pesquisadores da área de didática das ciências, na direção de se ressaltar, valorizar e fortalecer os conhecimentos profissionais dos professores e os conhecimentos teóricos desses pesquisadores em didática: “[...] os professores que se reconhecem ‘profissionais da docência’ aportam problemas a se investigar, reclamam orientações teórico-práticas e contribuem com soluções concretas que serão convertidas em ‘modelos teóricos’ se refletirem-se em ações de ensino bem sucedidas” (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007, p. 133, tradução nossa).

2.2.1.2. O conceito de Ciência Escolar

A ciência escolar é, sobretudo, a ciência que se ensina, se aprende e se faz nas escolas. Em primeira aproximação, ela é diferente da ciência dos cientistas, pois precisa prover objetivos, fenômenos e conceitos apropriados aos interesses e conhecimentos prévios dos estudantes, que carregam uma complexidade adicional por serem influenciados pela cultura escolar e pela cultura geral. Essa distinção é importante, na medida em que abre margem para tentativas de se caracterizar e adequar uma formação científica obrigatória a toda uma população¹¹. Entretanto, não pode haver uma descontinuidade entre essas ciências, no sentido de que a ciência ensinada e aprendida nas escolas ainda deve ser, propriamente, ciência. A partir dessa reflexão, Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999) propõem *condicionantes* didáticos e epistemológicos para que a ciência escolar implique uma *formação científica adequada* a qualquer estudante.

Do ponto de vista *didático*, a ciência escolar precisa simultaneamente ser significativa aos aprendizes e conceitualmente rigorosa, tanto quanto a ciência dos cientistas. Para atender a essa dupla condição, é necessária autonomia à ciência escolar, em termos do seu planejamento e da atuação dos estudantes. A autonomia de planejamento implica diretamente uma flexibilidade curricular em função das diferenças entre as várias comunidades escolares, e a autonomia de atuação dos estudantes requer um autêntico contexto de ação da escola que

¹¹ Como as licenciaturas em ciências da natureza formam profissionais que atuarão especialmente na educação básica, compreendemos que uma perspectiva de didática das ciências com esse compromisso é também convidativa e aplicável ao contexto desses cursos de formação de professores.

coloque luz sobre o “saber fazer”. A solução para ambos os escopos está na consolidação de atividades científicas desenvolvidas por estudantes, o que requer a aplicabilidade dos conteúdos aprendidos, que por sua vez precisam ser significativos (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999). Já do ponto de vista *epistemológico*, é necessário um modelo de ciência apropriado às ciências ensinadas e aprendidas nos diversos níveis, e como ressaltado anteriormente, essa visão da didática opta pela apreensão de um *modelo cognitivo de ciência*. Assim, uma noção mais robusta de ciência escolar torna-se possível justamente em função desse aporte que a visão cognitiva da didática das ciências faz do modelo cognitivo de ciência (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999; ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005).

Desses condicionantes, Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999) defendem que a tarefa mais importante da ciência escolar é, portanto, *interrelacionar as teorias científicas e as práticas experimentais*. Essa meta coloca a *experimentação* no centro da educação científica, com o requisito de uma profunda mediação teórica; no caso, possibilitada por iniciativas de *modelização*. Nesse cenário, o pensamento teórico oferecido pela educação científica vem a ser o principal instrumento de exercício futuro de autonomia pelos estudantes, especialmente quando estiverem diante de perguntas e ações a serem respondidas e realizadas. Sobretudo, reconhecendo o caráter literário da ciência dos cientistas, para as autoras a *linguagem* vem a ser o melhor “método” para a construção dessa ciência escolar.

Além dos aspectos condicionantes e da elucidação dessa principal tarefa da ciência escolar, Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999) propõem alguns aspectos fundamentais para que ela seja *convincente* aos estudantes. Primeiro, há de se ter clareza a respeito dos objetivos do conhecimento escolar, o que permite o desencadeamento de um processo de perguntas e respostas. Segundo, é necessária uma coerência global entre as propostas conceituais, procedimentais e atitudinais, sem o apelo a uma ideia estereotipada de método científico. Terceiro, os fatos não devem ser interpretados como confirmações últimas das teorias científicas. E quarto, a justificativa dos conhecimentos não deve repousar sobre a autoridade do professor. Esses quatro aspectos deflagram a necessidade de se ensinar os estudantes a raciocinarem sobre suas ações e interpretações dos fenômenos; o que é possível a partir do exercício da escrita científica.

A partir dessas ideias, Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999) identificam, finalmente, algumas características importantes da ciência escolar, das quais ressaltamos: que ela é *ciência*, por não ter descontinuidades estruturais com a ciência dos cientistas e se pautar especialmente no desenvolvimento do pensamento teórico baseado em modelos; é *experimental*, na medida em que experimentos e argumentações são fundamentais para a transformação coerente de fatos

do mundo em fatos científicos; é *discursiva*, na medida em que nela a linguagem possui um papel fundamental para a comunicação e compreensão; *proporciona autonomia*, ao se basear num modelo de avaliação convidativo a processos metacognitivos inerentes ao saber e ao saber fazer; é *autônoma*, por requerer planejamento e ser concebida a partir de objetivos, modelos e ações circunstanciais e inerentes ao professor, aos alunos e sua cultura; é *aplicada*, por se distanciar de uma concepção de aprendizagem baseada em memorização e buscar aprofundar o controle sobre as ações e a regulação do saber fazer; é *diversa*, por permitir diferentes enfoques e implicar diferentes resultados, mesmo com o objetivo comum de interpretação e intervenção no mundo; e é *rigorosa*, na medida em que a seleção de interesses e atuações resultam na escolha de certos modelos, fenômenos e linguagens que não contradizem a ciência dos cientistas.

2.2.2. O Modelo Cognitivo de Ciência de Giere

As ciências cognitivas trouxeram nas últimas décadas importantes contribuições para o desenvolvimento de um novo modelo de racionalidade científica, dando espaço a um *modelo cognitivo de ciência* (IZQUIERDO; SANMARTÍ; ESPINET, 1999). Para essas ciências, tanto o conhecimento cotidiano quanto o científico são resultantes de atividades cognitivas e se estruturam a partir do pensamento baseado em *modelos*, compreendendo estes como representações abstratas de conjuntos de situações similares sobre as quais se atua e acerca das quais se pode discutir. A origem dos modelos está no pensamento abstrato, que constrói representações adequadas do mundo para nele poder intervir. Logo, todas as pessoas têm acesso à atividade de construir modelos, de modo que os modelos científicos não consistem em verdades induzidas por dados experimentais (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007).

A concepção semântica acerca da natureza da ciência e das teorias científicas, como corrente que desde os anos de 1960 vem adquirindo crescente importância, se opõe à abordagem sintática do positivismo lógico e busca compreender como as teorias científicas dão sentido ao mundo e como são compreendidas pelos cientistas (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005). Nessa concepção, o significado das teorias – sua semântica – não ignora nem o mundo ao qual elas se referem, nem as intervenções e linguagens que operam transformações nesse mundo, nem os valores culturais e epistêmicos das sociedades (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007). Para alguns autores, a visão semântica tem sido considerada uma das propostas mais robustas para se compreender a ciência, seus processos, seus produtos e sua evolução (ARIZA; LORENZANO; ADÚRIZ-BRAVO, 2016).

A contemporânea família semanticista da filosofia da ciência, dentro da qual Hacking, Pickering e Gooding são expressivos representantes, se preocupa com uma abordagem integradora das *práticas* científicas, dos *valores* a partir dos quais cientistas fazem seus julgamentos e da *linguagem* da ciência. Dentro dessa família, em particular, o modelo cognitivo de ciência de Ronald Giere¹² tem recebido especial atenção da comunidade de pesquisa em didática das ciências. Nesse contexto, ele propõe uma *visão baseada em modelos*, que considera que os modelos teóricos – e não as teorias científicas – são as unidades estruturais e funcionais da ciência (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005). Diante de outras concepções sobre a ciência, o modelo cognitivo de ciência assinala aspectos psicológicos e sociais que originam o pensamento científico experimental, sendo que é a partir desse pensamento que se tornam possíveis o raciocínio e a justificação teórica (IZQUIERDO-AYMERICH; SANMARTÍ; ESPINET, 1999). Essa compreensão do conhecimento científico, que procura se atentar à sua emergência, ao seu desenvolvimento e à sua aplicação, ajuda a justificar a necessidade de uma didática das ciências (uma ciência “do professor”, “do ensino de ciências”), cuja finalidade é planejar e conceber a ciência que se aprende (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005; IZQUIERDO-AYMERICH, 2007). O conteúdo metacientífico da visão semanticista tem sido alvo de reflexões no entorno de uma emergente linha de pesquisa e inovação na área de pesquisa sobre o ensino de ciências, cujo aprofundamento tem culminado numa didática das ciências baseada em modelos (ARIZA; LORENZANO; ADÚRIZ-BRAVO, 2016). Daqui em diante, ao nos referirmos ao modelo cognitivo de ciência, aludiremos àquele desenvolvido por Ronald Giere.

Giere (1988, 1999, 2004) propõe uma definição para *modelo* coerente com a ideia de que a atividade científica é aquela que, por excelência, cria, manipula e modifica modelos, com o propósito de representar coisas do mundo real. É nesse sentido que se pode entender essa corrente como uma abordagem modelo-teórica do empreendimento científico. Giere (1988) sustenta que essa visão, do ponto de vista da *representação* do mundo real, pode ser considerada *realista* ao assumir que a maioria dos elementos das teorias aceitas são tidos como representativos do mundo natural. E que do ponto de vista do *julgamento* das teorias científicas, pode ser considerada *naturalista*, pelo fato de compreender que a aceitação das teorias ocorre

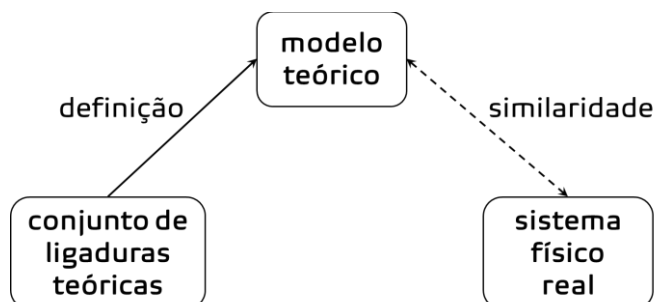
¹² Giere (1983, 1988, 1991) procura desenvolver uma *teoria cognitiva unificada da ciência*, que na literatura didática tem sido apontada como um *modelo cognitivo de ciência*. Essa teoria (ou modelo) é construída a partir do que o autor percebe e atesta ao estudar os raciocínios, comportamentos e ações de cientistas dentro de seus respectivos campos disciplinares de labor. Logo, o que Giere desenvolve é uma matriz epistemológica resultante dos processos de *idealização* e *aproximação* que ele próprio realizou acerca empreendimento científico. Em outras palavras, por referendar-se nas ciências cognitivas, ele propõe a elaboração de uma compreensão *científica* a respeito das próprias *ciências naturais*.

por um processo natural que envolve simultaneamente o julgamento individual de cientistas e a interação social, sem assumir a existência de pretensos princípios de racionalidade aos quais se apelaria para selecionar as teorias corretas ou verdadeiras.

2.2.2.1. Modelos Teóricos e o aspecto de representação

Giere (1988) reconhece, sobretudo, que os processos de *idealização e aproximação* são essenciais às ciências empíricas. Por mais que os modelos sejam entidades idealizadas, o propósito de seu uso está justamente em aproximar características e comportamentos de sistemas reais, de modo que a visão de uma ciência em busca de verdades absolutas torna-se insustentável. Nessa perspectiva, portanto, pode-se considerar os modelos como os meios através dos quais os cientistas representam o mundo, para si próprios e para as outras pessoas, com a pretensão de satisfazer seus interesses de pesquisa. A Figura 2 apresenta o triângulo de Giere (1988, 1999), uma estrutura que busca clarificar e detalhar essa perspectiva.

Figura 2. Representação do “triângulo de Giere”, que propõe os modelos teóricos como entidades intermediárias entre as teorias científicas e os sistemas do mundo.



Fonte: adaptado de Giere (1988, 1999).

Segundo Giere (1988, 1999), um *modelo teórico* é um objeto abstrato e mental, cuja definição ocorre a partir de convenções e enunciados de uma teoria científica, como conceitos, leis e formas normativas de representação – conforme sugere a parte esquerda da Fig. 2. A esses elementos teóricos, optamos pela nomenclatura de ligaduras teóricas, na medida em que elas correspondem a um corpo teórico internamente coeso e coerente. Na Figura 2, a seta de mão única e traço contínuo indica que é do conjunto de ligaduras teóricas que se *define* o que é o modelo. Segundo Adúriz-Bravo e Izquierdo-Aymerich (2005), Giere atribui o rótulo de modelo teórico a uma representação da realidade que, sendo altamente abstrata, é *paradigmática* (por dar sentido a um amplo conjunto de fenômenos e operar por analogia para a construção de

novas aplicações), e que sendo *não linguística*, ainda requer uma caracterização linguística para ser transmitida – daí a necessidade das ligaduras teóricas.

Para Giere (1988, 1999), a atitude científica busca avaliar a intensidade com a qual esse modelo se ajusta ou se adéqua ao sistema real de interesse, vide a parte direita da Fig. 2. Essa avaliação da adequação de um modelo é feita a partir da enunciação de uma *hipótese teórica*: uma proposição que afirma alguma relação de *similaridade* entre um modelo e um sistema real designado. Essa relação é representada na Fig. 2 por um segmento tracejado, haja vista a relação de similaridade entre o modelo e o sistema real ser diferente da relação de verdade por correspondência entre o modelo e as ligaduras teóricas que o definem. Além disso, a seta de mão dupla indica o fato de a hipótese teórica ser, sobretudo, um exercício de comparação ou de análise de compatibilidade – também substancialmente diferente do mecanismo de definição.

Uma hipótese teórica, por se tratar de uma entidade linguística, pode ser verdadeira ou falsa de acordo com a sustentação ou não das relações de similaridade que ela afirma. E a similaridade, por sua vez, por se tratar de uma categoria genérica e dependente de contexto, pode ser constatada de diversas maneiras, o que ressalta a multiplicidade de formatos que uma hipótese teórica pode assumir. Segundo Adúriz-Bravo e Izquierdo-Aymerich (2005), o fato de a “correspondência” entre os modelos e a realidade ser colocada a partir de uma relação de similaridade confere a Giere um refinado posicionamento classificado na filosofia contemporânea como *realismo perspectivo*.

Giere (1988, 2004) propõe que para se especificar e aferir uma relação de similaridade que não seja vaga, uma hipótese teórica deve levar em conta, respectivamente, os *aspectos* e os *graus de similaridade* entre o modelo e o sistema real. Os *aspectos* de similaridade, de caráter mais qualitativo, dizem respeito aos elementos do sistema que o modelo tenta captar, indicando, indireta e implicitamente, aqueles outros que são desprezados pela iniciativa de modelização. Dessa forma, um modelo teórico bem definido já impõe, por definição, um limite para os aspectos de similaridade que se pode querer constatar. Por sua vez, os graus de similaridade, de caráter mais quantitativo, apontam para as exigências de adequação do modelo ao sistema em termos de precisão e acurácia, por exemplo em função de sua veracidade do ponto de vista estatístico – o que requer, sobretudo, a realização de experimentos. Ou seja, um modelo teórico bem definido, por si só, não introduz restrições aos graus de similaridade, que são, portanto, selecionados consensualmente por comunidades de especialistas via critérios externos.

Na Figura 2, os três vértices do triângulo de Giere podem ser considerados *objetos* (entidades, de caráter concreto ou abstrato, real ou mental), razão pela qual optou-se por uma mesma forma geométrica. Apesar disso, eles são objetos de diferentes naturezas. O *modelo teórico* é um *objeto abstrato e mental* definido a partir de *ligaduras teóricas*, que são *objetos teóricos e normativos*, estabelecendo com estes, portanto, uma relação de verdade por correspondência – ou seja, o modelo teórico é tudo e simplesmente aquilo que sua definição propõe. Por outro lado, um *sistema do mundo* é um *objeto real*, com o qual se pretende que o modelo teórico possua uma relação de similaridade, a partir da qual se constrói o “poder” representacional do modelo. Finalmente, para tentar afirmar com confiança objetiva essa relação de similaridade, os cientistas fazem uso de uma *hipótese teórica*, que é um *objeto linguístico* que enuncia a existência de similaridade de certos *aspectos* do modelo com o mundo, sob determinados *graus*. O triângulo de Giere, portanto, não possui uma aresta que represente a sua base: o modelo teórico é um objeto intermediário, mediador da relação entre as ligaduras teóricas e os sistemas reais.

Em particular, Giere (1991) ressalta que uma vez bem definido um modelo teórico, é possível lhe impor contornos, como parâmetros e condições iniciais, de modo a se obter dele uma *previsão teórica* para o comportamento do sistema real. É importante destacar que uma previsão é produzida a partir de um modelo via processos de *cálculo e/ou raciocínio*, não requerendo necessariamente uma interação física com o mundo. Em muitas circunstâncias, um modelo teórico é insuficiente para a obtenção de uma previsão, sendo necessários aportes adicionais inerentes às configurações experimentais sendo planejadas e testadas. Por outro lado, a partir de observações e experimentos, é possível interagir com os *sistemas físicos reais* para se chegar em *resultados experimentais*, que propriamente correspondem a *dados*. Giere (1991) usa o termo “dado” para se referir a uma informação especial (não qualquer informação) que pode ser relevante para ajudar a decidir se um modelo é ou não adequado. Para tanto, há duas características necessárias para que informações possam ser consideradas como dados:

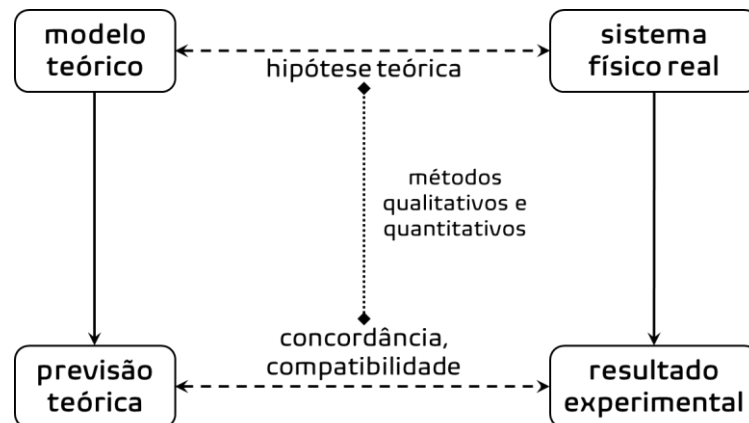
- a) devem ser obtidas a partir de um processo de interação física com a parte do mundo sujeita à investigação, sendo que essa interação pode ser ativa (como quando alguém realiza experimentos sobre os materiais em questão) ou passiva (quando astrônomos medem sinais de rádio de galáxias distantes);
- b) diferenças relevantes nos dados podem ser detectadas com segurança, de modo que essa detecção pode ser uma simples observação (como quando alguém observa uma solução química azul ficando verde), ou pode requerer instrumentos elaborados que produzem

saídas sem que um cientista possa discriminá-la por observação direta (como resultados impressos ou em telas de computadores, com gráficos ou tabelas).

A ciência moderna tipicamente investiga coisas que são muito pequenas, muito grandes, muito distantes ou inacessíveis; em todos esses casos, não se pode apenas observar o sistema para avaliar se um modelo é adequado, e isso traz profundas implicações para o modo com o qual se julga a adequação de modelos ao mundo real (GIERE, 1991).

Um esquema representativo desses mecanismos inerentes aos resultados experimentais (dados) e às previsões teóricas é apresentado na Fig. 3. É também importante destacar que enquanto a hipótese teórica é um objeto linguístico que procura enunciar a existência de similaridade de certos aspectos, sob determinados graus, é a partir da comparação ou da análise de compatibilidade entre a previsão teórica e o resultado experimental que a hipótese pode ser testada e julgada como verdadeira ou falsa. Para tanto, apela-se nessa instância ao uso de métodos qualitativos e quantitativos, de acordo com as tradições de pesquisa das diferentes matrizes disciplinares.

Figura 3. O processo de construção do conhecimento científico pelo modelo cognitivo de ciência, aplicável à emergência do processo de aprendizagem.



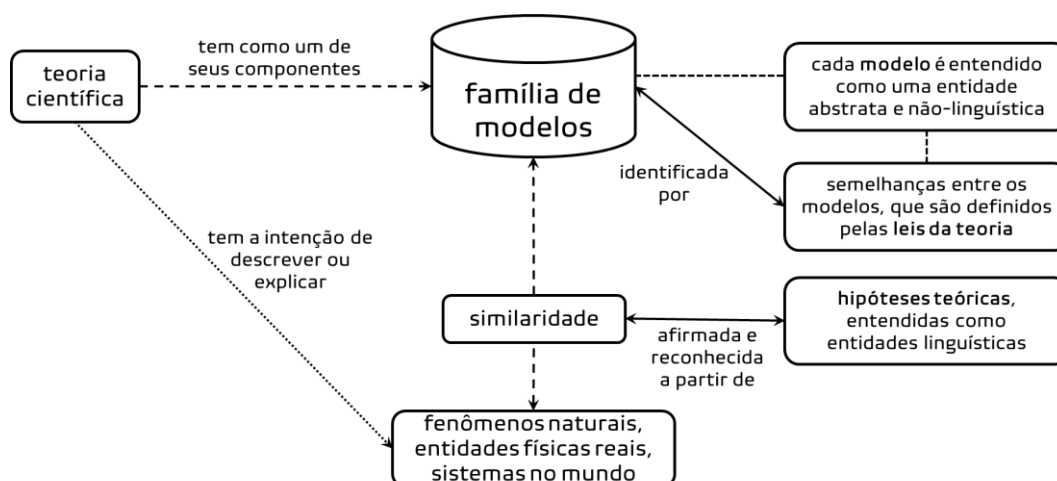
Fonte: adaptado de Giere (1991) e Izquierdo-Aymerich (2007).

Para Izquierdo-Aymerich (2007), esse processo de construção do conhecimento científico à luz do modelo cognitivo de ciência de Giere é também aplicável à emergência do conhecimento no processo de aprendizagem. Em outras palavras, as práticas de modelização e experimentação, quando empenhadas segundo essas rotinas, favorecem a aprendizagem científica, e podem, portanto, servir de inspiração para a ciência escolar e para o design de atividades científicas escolares. Segundo a autora, é mais importante repertoriar os alunos quanto aos modelos teóricos que dão significado aos fatos do mundo do que transmitir

propriamente os conceitos, as linguagens e os fatos já interpretados. Nessa apreensão dos modelos, conforme ressaltam Izquierdo-Aymerich (2007) e Paz, Márquez e Adúriz-Bravo (2017), há três dimensões da cognição irredutíveis umas às outras que implicam diferentes tipos de conhecimento: o pensamento (no sentido da construção de representações), a atuação (no sentido da experimentação) e a linguagem (no sentido da comunicação).

No modelo cognitivo de ciência, conforme exposto na Fig. 4, compreende-se que as teorias científicas são compostas por famílias de modelos e domínios de fatos e fenômenos. As famílias de modelos, indicadas em destaque, são reconhecidas por seu *uso* e sua *similaridade*, uma vez que compartilham de um mesmo aparato formal. Os domínios de fatos e fenômenos compreendem entidades físicas e sistemas do mundo real. As relações entre ambos, à luz da teoria, é ainda a similaridade, conforme ilustrado no triângulo de Giere. Por sua vez, a teoria científica relaciona-se com os domínios de fatos e fenômenos a partir de uma relação de intencionalidade dos pontos de vista descritivo e explicativo. Entretanto, elas não possuem poder representacional; este é inerente às famílias de modelos. Nessa leitura das teorias científicas, as diferentes matrizes disciplinares podem ser vistas como famílias de teorias fracamente ligadas por seus objetos e perspectivas, o que confere às disciplinas científicas fronteiras consideravelmente difusas (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2005).

Figura 4. Diagrama elucidativo do conceito de teoria científica à luz do modelo cognitivo de ciência de Giere.



Fonte: adaptado de Ariza, Lorenzano e Adúriz-Bravo (2016).

No caso particular da física, sua matriz disciplinar abrange uma diversidade de teorias, e provavelmente a que mais recebe atenção como teoria exemplar numa forma final é a mecânica clássica. Nela, por exemplo, o oscilador harmônico simples é um modelo teórico

contido numa família de modelos que também contém o oscilador harmônico amortecido e o oscilador harmônico forçado. A potência representativa dessa família de modelos reside no fato de as previsões teóricas para osciladores harmônicos poderem remeter operativamente não apenas a sistemas massa-mola mecânicos, mas também a alguns tipos circuitos elétricos; o que por sua vez atesta esse caráter fracamente ligado das famílias de teorias da física. Neste trabalho, lidaremos com um modelo teórico da mecânica clássica de caráter não canônico, resultante da combinação entre o modelo de lançamento oblíquo, o modelo de plano inclinado e o modelo de sistema sujeito ao atrito de contato seco. Mais detalhes acerca dessa modelização serão apresentados oportunamente no capítulo 3.

2.2.2.2. Hipóteses Teóricas e o aspecto de julgamento

Na seção anterior, as hipóteses teóricas foram apresentadas como entidades linguísticas cuja função é enunciar uma relação de similaridade entre modelos teóricos e sistemas do mundo e que, para tanto, levam em conta aspectos e graus de similaridade. Nesta seção, esses conceitos serão aprofundados e mais bem exemplificados, na medida em que fornecerão insumos e constituirão um importante marco analítico de nossa investigação.

Segundo Giere (1991), avaliar uma hipótese teórica é um processo de decidir o quanto dados fornecidos provêm ou não evidência para se considerar um modelo teórico como uma representação toleravelmente boa de alguns objetos ou processos do mundo real. Entender esse processo de decisão requer a distinção entre dados resultantes de uma interação causal com o mundo (observação ou experimentação) e uma previsão obtida a partir de cálculos ou do raciocínio sobre um modelo teórico proposto. É a concordância ou discordância entre dados e previsões que provêm a base para uma decisão sobre o quão bem um modelo proposto se ajusta ou se adéqua ao mundo real. Uma representação dessa faceta foi anteriormente apresentada nas Figs. 2 e 3.

Giere (1991) propõe uma tentativa de simplificação dessas ideias a partir de três perguntas, cada vez mais enxutas e que em sua intencionalidade passam a assumir sentidos iguais com relação ao espírito de uma hipótese teórica: (i) “em que medida o modelo é de fato similar ao mundo nos aspectos e graus de acurácia pretendidos?”; (ii) “o modelo se ajusta ao mundo conforme o pretendido?”; (iii) “o modelo é adequado?”. Portanto, na medida em que fizermos, daqui em diante, a última pergunta, estaremos nos referindo à primeira. Dessa colocação, podemos finalmente perceber que a função de uma hipótese vem a ser atestar o nível de adequação de um modelo teórico a um sistema do mundo.

Uma hipótese teórica é uma declaração (afirmação, asserção ou conjectura) sobre uma relação entre um modelo teórico e algum aspecto do mundo. Ela afirma que o modelo é, de fato, similar ao mundo nos aspectos indicados sob implícitos graus de acurácia. Se o modelo é similar ao mundo, como afirmado, então a hipótese teórica é verdadeira. Se o modelo não é similar ao mundo, como afirmado, então a hipótese teórica é falsa (GIERE, 1991, p. 27, tradução nossa).

A veracidade ou falsidade de uma hipótese teórica é avaliada dentro da teoria filosófica da verdade por correspondência. Entretanto, isso é totalmente secundário quando o *interesse de investigação* está na relação de *adequação* ou *ajuste* entre o modelo e o mundo. Cotidianamente, o termo "hipótese" carrega uma conotação de afirmação especulativa, uma conjectura sem qualquer suporte real. Porém, esse sentido é também dispensável quando remanesce esse interesse. O importante, segundo Giere (1991), é aprender a distinguir aquelas hipóteses que são bem suportadas por aquelas que não são; e é isso que mostra qual hipótese é razoável de ser considerada verdadeira.

A partir dos conceitos de aspecto e grau de similaridade, Giere (1988) propõe duas frases para exemplificar seu conceito de hipótese teórica:

As posições e velocidades da Terra e da Lua no sistema Terra-Lua são muito próximas daquelas de um modelo newtoniano de duas partículas com uma força central inversamente proporcional ao quadrado da distância.

Aqui os aspectos são “posição” e “velocidade”, enquanto o grau é alegado como “muito próximo”.

Uma formulação menos afetada da hipótese acima, mais próxima a como os cientistas realmente falam, seria:

A Terra e a Lua formam, sob um alto grau de aproximação, um sistema gravitacional newtoniano de duas partículas

(GIERE, 1988, p. 81, grifos nossos, tradução nossa).

A primeira afirmação é uma hipótese teórica na medida em que os aspectos (posições e velocidades) e o grau (muito próximas) de similaridade estão explícitos. Já a segunda é uma formulação da mesma hipótese que obscurece a distinção entre o modelo e o sistema real, bem como não especifica aspectos e graus de similaridade ao recorrer a uma noção mais vaga de “aproximação”. Giere (1988) assume que essa segunda formulação é comum de se testemunhar em conversas corriqueiras entre físicos, entretanto, a primeira formulação comunica mais rigorosamente suas intenções, por corroborar as práticas típicas de seus programas de pesquisa.

[...] uma hipótese teórica é, em minha descrição, uma entidade *linguística*, nomeadamente, uma declaração que afirma algum tipo de relação entre um modelo e um sistema real designado (ou classe de sistemas reais). Uma hipótese teórica é, então, verdadeira ou falsa de acordo com a sustentação ou não da relação afirmada. A relação entre modelo e sistema real, entretanto, não pode ser de veracidade ou falsidade desde que nenhum deles é uma entidade linguística. [...]

[...]

A relação apropriada, eu sugiro, é a de *similaridade*. Hipóteses, então, alegam a *similaridade* entre modelos e sistemas reais. Mas uma vez que qualquer coisa é similar a qualquer outra coisa em alguns aspectos e em algum grau, alegações de similaridade são vazias sem pelo menos uma especificação relevante de *aspectos* e *graus*. A forma geral de uma hipótese teórica é, portanto: tal e tal sistema real identificável é similar a um modelo designado nos aspectos e graus indicados

(GIERE, 1988, p. 80–81, tradução nossa, grifos do autor).

Dessa forma, a relação primária entre um modelo teórico e um sistema do mundo é de similaridade, e não de verdade, correspondência, isomorfismo, homomorfismo ou incorporação (ARIZA; LORENZANO; ADÚRIZ-BRAVO, 2016). Reconhecemos, portanto, que por requerer a definição de aspectos, a relação de similaridade é flexível do ponto de vista cognitivo, e por requerer a especificação de graus, ela é rigorosa do ponto de vista científico.

Para Giere (1983), o teste de modelos teóricos altamente específicos contra dados empíricos localiza a *força motriz racional* do processo científico, bem como caracteriza a sua teoria acerca da ciência. Dessa forma, as hipóteses individuais são unidades de análise úteis para a compreensão da ciência. E para caracterizar um teste de hipóteses, o autor opta por uma versão do método hipotético-dedutivo, com alguns elementos diferentes de sua versão mais antiga e tradicional. Giere (1983) aceita a ideia de que nenhum dado empírico poderia determinar com certeza que alguma hipótese seja verdadeira, assumindo a posição de que nem a veracidade nem a falsidade podem ser determinadas com certeza. Ou seja, nenhum teste de hipótese pode ser completamente confiável. Portanto, o autor sugere que um teste apropriado é um procedimento que tem uma probabilidade alta de nos levar tanto a aceitar as hipóteses verdadeiras quanto a rejeitar as falsas. Alternativamente, esse teste seria um procedimento que é razoavelmente improvável de nos levar a aceitar uma hipótese falsa ou rejeitar uma verdadeira.

Dada uma hipótese H , um bom teste para ela é um processo físico com propriedades aleatórias específicas: ele tem uma alta probabilidade de um resultado se H for verdadeira, e outra se H for falsa. Se ele tem um resultado favorável, concluímos que H é verdadeira, e vice-versa. Entretanto, é necessário descrever como se dá o raciocínio ou a lógica dessa conclusão; do resultado físico (dados versus previsão teórica) à conclusão epistêmica. Se este passo epistêmico é uma espécie de decisão, entra-se numa análise de decisão-teórica de inferência estatística, que é clássica (não-bayesiana), de modo que o que precisa ser justificado não é a decisão a ser tomada de aceitar ou rejeitar H , mas sim, a regra de decisão que associa a aceitação ou a rejeição a cada resultado físico do teste (GIERE, 1983).

O Quadro 1 apresenta os quatro possíveis resultados epistêmicos para qualquer teste de hipótese teórica, sendo dois corretos (aceitar H se ela for verdadeira e rejeitá-la se ela for

falsa) e dois incorretos (rejeitar H se ela for verdadeira e aceitá-la se ela for falsa). Para conceitualizar o problema em termos de decisão-teórica, Giere (1983) assume como possível a atribuição de valores arbitrários V aos resultados possíveis, por exemplo 1 aos corretos e 0 aos incorretos. Um resultado físico pode implicar como previsões (conclusões epistêmicas) a aceitação ou a rejeição de H . Portanto, sendo α a probabilidade de a previsão ser falsa quando H for verdadeira e β a probabilidade de a previsão ser verdadeira quando H for falsa, temos que Pr é a probabilidade condicional de cada resultado, a partir da veracidade ou falsidade da hipótese.

Quadro 1. Possíveis resultados epistêmicos para um teste de hipótese teórica. Os dois resultados corretos são dispostos em verde e os incorretos, em vermelho.

	Hipótese verdadeira	Hipótese falsa
Aceitação da hipótese	$Pr = 1 - \alpha$ $V = 1$	$Pr = \beta$ $V = 0$
Rejeição da hipótese	$Pr = \alpha$ $V = 0$	$Pr = 1 - \beta$ $V = 1$

Fonte: reproduzido de Giere (1983), tradução nossa.

A decisão mais óbvia a se tomar é aceitar H se e somente se seu conteúdo for verdadeiro, cenário que, pelo Quadro 1, corresponde à probabilidade de ocorrência de $1 - \alpha$. Essa decisão, então, pode estabelecer a regra procurada, uma vez que ela é a opção que aparentemente garante o maior “grau de segurança”. Tomando α e β como menores que 0,5 – algo que seria esperado num teste de hipóteses minimamente confiável –, a probabilidade que atende ao critério ($P_r = 1 - \alpha$) é maior que 0,5. Porém, a depender das necessidades contextuais, uma probabilidade $P_r = 51\%$, por exemplo, pode não ser animadora para determinado programa de pesquisa. Diante disso, segundo Giere (1983), é necessário um princípio mais robusto, que aumente as probabilidades *corretas* de aceitação ou rejeição. Como estratégia geral de decisão com respaldo teórico e plausível à ciência, Giere (1983) apresenta o *critério de satisfação*, que só optaria pelo critério anterior se o grau de segurança fosse no mínimo maior que um nível de satisfação imposto por um tomador de decisão ou por um contexto de decisão consensual de uma comunidade de especialistas. A adoção do critério de satisfação rejeita a formulação padrão do problema fundamental da teoria de decisão, o que faz com que Giere (1983) também rejeite a básica formulação do problema da inferência científica:

Em nossa descrição, a matriz de decisão correspondente a um teste apropriado deve ter retornos satisfatórios para que a evidência conte a favor da hipótese ou contra ela. Se a evidência não é parte de um teste apropriado, a hipótese não é nem aceita nem rejeitada. Sequer a conclusão é justificada (GIERE, 1983, p. 290, tradução nossa).

Finalmente, para Giere (1983), a adoção de um critério de satisfação é um condicionante da ciência principalmente do ponto de vista *institucional*, e não só dos cientistas como indivíduos. Essa concepção acerca das hipóteses científicas corrobora também a concepção naturalista a partir do qual Giere (1988) concebe seu modelo cognitivo de ciência. Para ele, não existem princípios racionais absolutos para o julgamento de hipóteses; este é um processo condicionado pelo escrutínio individual e pela interação social entre as comunidades de especialistas. Esse posicionamento inclusive é corroborado por abordagens mais recentes acerca da experimentação no ensino. Por exemplo, Ribeiro *et al.* (2021) defendem que a construção do conhecimento científico é viva, disputada, controversa e negociada, na medida em que a comunidade científica não possui uma matriz de julgamento absoluta a partir da qual as proposições científicas seriam avaliadas. Isso reforça, sobretudo, o posicionamento naturalista do modelo cognitivo de ciência.

Numa direção complementar, Adúriz-Bravo (2015), ao analisar *modos* de pensamento científico, destaca a *racionalidade lógica* como estando relacionada à estrutura sintática das disciplinas científicas, associada a seu contexto de justificação (validação), e a *racionalidade narrativa* com estando relacionada à construção histórica das disciplinas, associada ao seu contexto de descoberta (formulação). Da análise desses modos de pensamento, o autor reconhece no contexto didático das ciências naturais um modelo híbrido, que se apoia num *raciocínio abduutivo*, que é gerador de hipóteses e fortemente baseado em modelos teóricos. Uma abdução pode ser entendida como uma classe de inferências provenientes da escolha de regras adequadas que se baseiam nos conhecimentos do mundo; nesse sentido, abduzir é partir de hipóteses de trabalho frutíferas e trilhar caminhos de obtenção de conclusões a respeito dos dados com os quais se lida (ADÚRIZ-BRAVO, 2015). Somando a essa perspectiva a etimológica, a *abdução* pode ser então compreendida como um modo de pensamento que possibilita ampliação de conhecimentos, na medida em que a aceitação ou rejeição de uma hipótese teórica, à luz do modelo cognitivo de ciência, não carrega aspectos de natureza indutiva, dedutiva ou analógica.

Dos apontamentos trazidos até aqui, mostramos que Giere *localiza* a força motriz racional do processo científico nos testes de modelos teóricos altamente específicos contra dados empíricos, *reconhece* o papel funcional de uma hipótese teórica como sendo o de atestar o nível de adequação de um modelo teórico a um sistema do mundo e *considera* as hipóteses individuais como unidades de análise úteis para a compreensão da ciência (GIERE, 1983, 1988, 1991, 1999, 2004). Além disso, mostramos que Adúriz-Bravo (2015) caracteriza os testes de hipótese teóricas como rotinas convidativas a raciocínios abdutivos, capazes de ampliar (e,

portanto, construir e/ou reconstruir) conhecimentos. Portanto, podemos *identificar* o caráter de elementaridade dos testes de hipóteses teóricas para a construção do conhecimento científico na perspectiva do modelo cognitivo de ciência. Por tais razões, consideramos neste trabalho a plausibilidade de uma pesquisa em didática da física que investigue como estudantes lidam com rotinas de testes de hipóteses teóricas, numa iniciativa integradora da experimentação e da modelização. Essa intencionalidade de pesquisa será mais bem desenhada no decorrer do capítulo 3.

2.2.3. A Atividade Científica Escolar

Os conhecimentos escolares devem ser projetados levando em conta sua função educativa (estruturar a mente, desenvolver a consciência): devem ser úteis para raciocinar sobre um mundo em evolução no qual se pode intervir e devem poder se relacionar segundo critérios de “racionalidade moderada” (ou seja, em função de um projeto humano) que se aplique tanto ao “conhecimento científico” [...] como à atividade científica escolar [...] porque contribuem com o desenvolvimento de um projeto humano de intervenção no mundo (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007, p. 133, tradução nossa).

A didática das ciências como “ciência do professor de ciências” adquire sentido e se faz necessária quando do lado docente há uma *intenção* de ensinar a todos e um *reconhecimento* de que as pessoas possuem capacidades cognitivas de trilhar raciocínios e realizar julgamentos. Na visão cognitiva, a didática das ciências torna-se a “ciência do design” de *atividades científicas escolares* (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999; IZQUIERDO-AYMERICH, 2007). Como ciência de design que avança graças a inovações avaliadas, ela busca identificar a diversidade de situações nas quais os conhecimentos científicos emergem, se aplicam ou se modificam, oferecendo-se como projeto humano de intervenção no mundo graças ao qual se educa a própria pessoa que o elabora. Sendo assim, são dois os objetivos de uma atividade científica escolar: *estruturar as mentes* a partir da aquisição de conceitos básicos e *formar consciências*, para que essa aquisição de conhecimentos científicos esteja alinhada com a identificação de metas humanas que inspirem perspectivas de futuro aos alunos e às próprias ciências. Nesse sentido, conforme elucidada Paz, Márquez e Adúriz-Bravo (2017), a atividade científica escolar é principalmente um processo de atribuição de sentido sobre o mundo natural a partir da utilização de modelos teóricos escolares, de modo que estes modelos e os fatos por eles reconstruídos componham a própria ciência escolar.

Para Izquierdo-Aymerich (2007), a atividade científica escolar precisa se desenvolver num espaço disciplinar, com abertura para a convivência das diversas matrizes disciplinares, num cenário em que as atividades disciplinares concretas devem conter a semente de outras disciplinas que convivem em nossa cultura, para que se cubra um espectro que vá da

disciplinaridade à multidisciplinaridade. Porém, as propostas precisam se estruturar no entorno de modelos teóricos adequados, para permitir que a teorização e a modelização sejam dois de seus eixos característicos. Para isso ser possível, o design de uma atividade científica escolar deve levar em conta a escolha de uma situação significativa para os estudantes dentro da qual tenham sentido as principais perguntas da respectiva matriz disciplinar – que permitirá tanto a *representação* abstrata da situação quanto o seu *juízo* a partir de uma avaliação via sistemas de valores conhecidos. Nessa direção, Izquierdo-Aymerich (2007) defende que a partir de atividades que requeiram iniciativas de modelização, podem ser estabelecidos conceitos e desenvolvidas habilidades correspondentes à matriz disciplinar de interesse – cuja situação foi recriada para os alunos a partir da atividade científica escolar. Como requisito, as dimensões da cognição, *pensamento*, *atuação* e *linguagem*, precisam ser estimuladas por itinerários de *representação*, *experimentação* e *comunicação*.

Nessa perspectiva, temos de reconhecer a complexidade imbricada no design de atividades científicas escolares, que faz com que os professores, ao projetá-las, se vejam obrigados a realizarem uma espécie de pirueta: geram atividades científicas com um objetivo e uma motivação adequados a quem as realizará, que são os próprios alunos, para que emergjam conhecimentos que, por sua vez, serão pessoais e disciplinares. E as ações docentes exitosas, reconhecidas e analisadas pela didática das ciências são as que conseguem “ensinar [cada aluno] a pensar ao intervir no mundo e, com isso, a decidir, desencadeando uma *atividade científica escolar* na qual procedimentos, atitudes e ideias andam de mãos dadas” (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007, p. 129, tradução nossa, grifos da autora).

2.2.3.1. Fundamentações e critérios de design

Conforme ressaltam Paz, Márquez e Adúriz-Bravo (2017) e Lozano (2016), a atividade científica escolar pressupõe quatro *elementos*: (i) os fatos e as experiências, que acontecem no mundo ou que nele intencionalmente provocamos; (ii) a teoria e os modelos, que são usados para se pensar e representar esses fatos e experiências; (iii) os objetivos e metas que perseguimos com nossas ações, que nos levam a representar a realidade e/ou nela intervir segundo certos valores; e (iv) a linguagem adequada para dar sentido e comunicar a outras pessoas as nossas intervenções, segundo os símbolos teóricos. A partir desses *elementos*, é possível compreender aquilo que Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999) propõem como *critérios* para o design de atividades científicas escolares, que são quatro:

- a) a seleção e o sequenciamento dos conteúdos, considerando seus sentidos para alunos e para suas possibilidades ao saber fazer;

- b) uma gestão das aulas inspirada num estilo de avaliação que leve em conta a metacognição, de modo que todas as ações escolares possuam objetivos para os estudantes;
- c) o design de experimentos e problemas adequados ao contexto escolar levando em conta as capacidades dos estudantes;
- d) a priorização da atenção à linguagem frente à insistência num suposto método científico universal.

Nos próximos parágrafos, nossas considerações sobre esses quatro critérios se pautam todas em Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999).

Com relação ao primeiro critério¹³, uma vez que ao fim da educação escolar obrigatória espera-se que os estudantes sejam capazes de explicar fenômenos e sobre eles intervir com a mediação de modelos teóricos, as autoras defendem que o currículo escolar seja estruturado no entorno de um número pequeno de *modelos teóricos troncais*, que abram margem para submodelos adequados às diferentes matrizes disciplinares. Esses modelos troncais possuem um caráter evolutivo, pois caso sejam baseados em conceitos estruturantes gerais (como energia, variação, equilíbrio), podem vir a adquirir novos sentidos e implicar novos submodelos à medida em que forem aplicados a diferentes grupos de fenômenos. Como modelos troncais para as ciências naturais podem ser exemplificados o modelo de ser vivo, o modelo de matéria-partícula, o modelo de Terra, entre outros.

O segundo critério, por sua vez, alude ao problema fundamental da ciência escolar, que é oportunizar aos estudantes o entendimento das pretensões da ciência e a concordância com seus objetivos e modos de ação. Dentro do sistema didático aplicado à realidade das salas de aula, é possível notar regras não explícitas, acerca das quais a avaliação tem um papel fundamental. O “conhecer” passa a estar fortemente associado à avaliação do que se faz, do que se diz e do que se escreve, de modo que é conveniente vincular as exigências de conhecimento às de avaliação. Esta, portanto, para viabilizar uma coerência entre as ciências escolar e dos cientistas, precisa se dar sobre os diferentes tipos de conhecimentos, sobre as estratégias de raciocínio e sobre as formas de comunicação. Acerca destas três diferentes esferas, a avaliação pode oportunizar que o conhecimento seja estruturado e simultaneamente possua um caráter evolutivo. E do ponto de vista dos aprendizes, a avaliação pode tornar-se mais uma

¹³ Como nosso trabalho de pesquisa se localiza na didática da física para a formação de professores, não estamos lidando com estudos de currículo no contexto da educação básica. Portanto, em nosso contexto investigativo esse primeiro critério receberá menor atenção que os outros três, haja vista as licenciaturas implicarem um ideal de aprofundamento dos conhecimentos conceituais e procedimentais característicos da sua respectiva matriz disciplinar, e não seu aprofundamento a partir da elementaridade oferecida por modelos teóricos troncais.

aprendizagem de autoavaliação e avaliação mútuas que propriamente uma ratificação docente acerca do certo e do errado. Tal concepção de avaliação, por requerer dos estudantes o reconhecimento de progressos, o compartilhamento de ideias e o julgamento destas a partir de dados experimentais, os convida a adentrar um processo de metacognição. Nesse referencial, as atividades científicas escolares que permitam o desenvolvimento de habilidades metacognitivas e a autorregulação das aprendizagens devem ser familiares aos estudantes (para viabilizarem representações adequadas) e devem tratar de conteúdos específicos (para que o modelo em questão se relacione com a respectiva matriz disciplinar).

Já o terceiro critério, à luz do modelo cognitivo de ciência, oportuniza um enfoque diferenciado das práticas escolares, no sentido de uma forte vinculação entre as abordagens teóricas e experimentais. Inicialmente, compreendendo que os estudantes não são cientistas, o principal objetivo da experimentação é que os “fatos do mundo” sejam reconstruídos nas aulas sob o marco de algum modelo teórico ainda incipiente¹⁴, de modo a se tornarem “fatos científicos”. Além disso, por não haver coerência natural e imediata entre os fenômenos e suas interpretações teóricas, esta deve ser paulatinamente construída. Uma vez identificado o fato científico, deve-se selecionar os interesses de investigação, por exemplo, as regularidades que permitam a interpretação simultânea de grupos de fenômenos. Nessa direção, chega-se a um fato experimental significativo, que em função de algumas representações torna-se paradigmático no contexto da atividade científica escolar que estiver em curso.

Chamamos de *fato experimental significativo*, ou *fato científico escolar*, um fato interpretado em termos de um modelo, que se faz assim paradigmático graças a um processo de acoplamento de três representações diferentes: da ação que se leva a cabo, do fenômeno e do instrumento. As práticas escolares devem permitir esse acoplamento (que sempre é potencialmente instável e que implica mudanças e evolução dos três tipos de representações para que possam se acoplar significativamente), mas isso requer um trabalho prévio em diferentes níveis: o teórico, o manipulativo, o tecnológico e, sobretudo, um uso adequado da linguagem oral e escrita (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999, p. 87, tradução nossa, grifo das autoras).

Assim como colocado para o primeiro critério, as autoras defendem que a experimentação no contexto da ciência escolar concentre-se num número pequeno de fatos (que sejam por si só interessantes e relacionados com o modelo teórico escolhido), mas que as práticas sejam também diversas. A partir desses fatos paradigmáticos troncais, outros podem ser identificados de acordo com os objetivos didáticos, tanto para corroborar e aproveitar o mesmo modelo teórico, quanto para deflagrar contraexemplos e os seus limites de aplicação.

¹⁴ Na educação básica, o uso consciente de modelos teóricos é um dos objetivos finais da aprendizagem das ciências. Portanto, os modelos não exigem uma robustez inicial: eles precisam “emergir” das atividades científicas escolares. Porém, em cursos de formação de professores, admitimos a possibilidade de os modelos teóricos no escopo de certa atividade não serem necessariamente incipientes, especialmente em disciplinas mais avançadas.

Nessa perspectiva, o conteúdo de “descoberta” das práticas experimentais corresponde aos próprios conceitos científicos, sendo que o nível de profundidade de sua apropriação depende da *fase da aprendizagem* à qual se dirigem as práticas:

“[...] exploração (que deve introduzir o aluno ao modelo), invenção ou introdução do conceito principal (que configura uma primeira aproximação do “fato científico”), estruturação (que elabora as proposições e as organiza), aplicação (que busca outros âmbitos nos quais é válido o mesmo conceito)”. (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999, p. 87, tradução nossa)

Finalmente, o quarto critério defende como primordial à aprendizagem a construção por escrito dos experimentos científicos, sob o marco de um modelo teórico. Esse exercício de escrita não é resultado direto das ações experimentais ou de sua compreensão; é necessário o ensino da escrita científica para se fazer da ciência uma argumentação. Para tanto, é necessário estimular o raciocínio a partir de perguntas e respostas e, para que a fluidez do pensamento e da linguagem oral não impliquem o esquecimento ou a perda das ideias, torna-se necessário exercitar essa escrita de modo diverso – por narrações, argumentações, explicações, relatórios, roteiros, e assim por diante. Com a linguagem escrita é possível a ascensão a novos níveis epistêmicos, nos quais as ligaduras teóricas tomam sentidos mais profundos, de modo que o modelo teórico possa vir a ser finalmente apresentado na forma de um texto com significado experimental, dado que afirma algo relevante a respeito do mundo real. Assim, “[...] uma boa explicação científica escolar é aquela que responde a uma pergunta em um contexto ‘científico escolar’, que está escrita corretamente [em termos sintáticos e ortográficos], que utiliza um modelo teórico o mais robusto possível e que é compreendida por um aluno” (IZQUIERDO-AYMERICH *et al.*, 1999, p. 88, tradução nossa).

Com relação às características do MEXI expostas na seção 1.1, podemos considerar que nossas rotinas de produção dos experimentos e de sua proposição a partir de uma inversão teórica do sistema mecânica (conforme a Fig. 1) são formas preliminares de contemplação do terceiro critério, relativo ao design de experimentos e problemas adequados aos nossos contextos – de propostas experimentais no escopo da mecânica clássica para a formação de professores de física. Já com relação ao segundo e quarto critérios, que prezam respectivamente por uma avaliação de caráter metacognitivo e por uma valorização da linguagem, consideramos que os aspectos metodológicos gerais destacados para as atividades do MEXI também são formas preliminares de contemplá-los, haja vista a dinâmica de trabalho que permite de modo organizado e iterado a apreensão de conhecimentos procedimentais e conceituais e a valorização da escrita a partir da produção de relatórios científicos. Dado esse caráter ainda preliminar da contemplação desses critérios, procuraremos à luz dessa perspectiva teórica aprofundar nossa atenção aos mesmos ao longo das iniciativas de design que serão apresentadas

no capítulo 3. Nas duas próximas subseções, reforçaremos os caracteres da *experimentação* e *modelização* como rotinas fundamentais para o design de atividades científicas escolares.

2.2.3.2. A centralidade da experimentação

A visão cognitiva de didática das ciências reconhece que o principal problema do ensino de ciências é o fato de os estudantes saberem “falar” sobre os conhecimentos científicos, mas não saberem “aplicá-los”. Ilumina-se, então, a tese de que a experimentação no ensino de ciências é necessária para a resolução dessa lacuna acerca da aplicação dos conhecimentos científicos. Apesar dessa necessidade pragmática, há de se notar que essa lacuna é mais profunda, na medida em que as formações teórica e procedimental em ciências são estruturalmente vinculadas, de maneira que a teoria e a prática deveriam ser indissociáveis no contexto do planejamento do seu ensino. A partir dessa reflexão, Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) propuseram o conceito de *práticas de iniciação*, aplicáveis à ciência escolar e estruturadas a partir de contribuições do modelo cognitivo de ciência e da transposição didática (da nova didática das ciências, devida a Chevallard). Trazemos no Quadro 2 uma síntese das ideias de Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) a respeito das principais dimensões de uma prática de iniciação. De nosso ponto de vista, essas dimensões são relevantes na medida em que sinalizam caminhos e aportam elementos de referência para a concepção de atividades científicas escolares.

Quadro 2. Dimensões ontológica, metodológica e epistemológica das práticas de iniciação, que aqui consideramos como sendo adequadas para o design de atividades científicas escolares.

Faceta do fenômeno	Questão central	Tipo de representação	Aspecto de concretização dos conceitos
Ontologia	O que tenho?	Modelo simbólico	Representação (modelização) do <i>fenômeno</i>
Metodologia	O que faço?	Modelo manipulativo	Definição das <i>ações</i> empenhadas em laboratório
Epistemologia	O que acontece?	Modelo instrumental	Proficiência no uso dos <i>instrumentos técnicos e tecnológicos</i>

Fonte: elaborado a partir de Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999), tradução nossa.

Segundo as três autoras, para dar sentido a um fato do mundo, uma atividade prática precisa propor a sua apreensão a partir do marco de um modelo teórico. Quando essa apreensão converge numa representação única que leva em conta o *fenômeno* de interesse, as *ações*

realizadas em laboratório e os *instrumentos* usados na atividade, o fato do mundo pode ser então considerado um fato científico, a ser interpretado e avaliado. Apesar disso, nem sempre esses três elementos são combinados em uma única representação, uma vez que a complexidade inerente ao raciocínio e a subjetividade dos diferentes estudantes podem implicar a criação de representações separadas de cada elemento. Ou seja, os modelos simbólico, manipulativo e instrumental podem ser concebidos de modo disjunto, o que não é de interesse numa atividade científica escolar que pretenda ser exitosa. Muitas vezes, o desconhecimento acerca de um fenômeno de contexto laboratorial pode criar obstáculos aos estudantes, seja em sua apropriação das ações diante dos procedimentos experimentais necessários, seja em sua proficiência no uso e manipulação dos instrumentos disponíveis. Nesses casos, o reconhecimento de fenômenos análogos presentes na vida cotidiana pode aliviar os respectivos obstáculos de compreensão (IZQUIERDO; SANMARTÍ; ESPINET, 1999).

Como elemento central aportado no Quadro 2 está a enunciação de perguntas, como uma forma de auxiliar estudantes a darem sentidos aos fatos do mundo, na tentativa de torná-los fatos científicos. As três perguntas centrais apontam para diferentes facetas: (i) a resposta *ao que se tem* aponta para a natureza do fato, ou seja, sua faceta ontológica; (ii) a resposta *ao que se faz* é inerente às iniciativas em laboratório para lidar com o fato, que remetem à faceta metodológica e (iii) a resposta *ao que acontece* remete aos instrumentos mobilizados para compreender aspectos do fato, inerentes a uma faceta epistemológica (IZQUIERDO; SANMARTÍ; ESPINET, 1999).

Dessa maneira, conforme ressaltam as autoras, a partir do modelo simbólico de um fenômeno, modelos manipulativos e instrumentais podem ganhar sentidos, de modo que a atividade científica escolar oportunize uma construção experimental de conceitos científicos (IZQUIERDO; SANMARTÍ; ESPINET, 1999). Com a realização de diversas atividades, torna-se possível aprofundar a compreensão dos conceitos a partir dos três aspectos de concretização (expostos no Quadro 2), associados a conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais. Assim, os conceitos científicos podem ser apreendidos com maior grau de abstração (aproximando-os dos conceitos da ciência dos cientistas) e robustez (ao serem aplicáveis a um maior número de fenômenos) ou, ainda, podem abrir margem para a exploração de novos modelos teóricos e conceitos científicos (IZQUIERDO; SANMARTÍ; ESPINET, 1999).

Nessa perspectiva, Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) consideram as práticas como geradoras dos modelos teóricos que vertebram a ciência escolar e, em função disso, defendem uma atenção estratégica para o seu planejamento, levando em conta: (i) em que momento do processo de ensino e aprendizagem e com qual objetivo se desenha a prática;

(ii) a atividade cognitiva que se deseja impulsionar; (iii) a atividade linguística que se deseja impulsionar, associada a tal atividade cognitiva e (iv) os instrumentos de regulação e autoavaliação usados pelos estudantes. Com relação aos fenômenos escolhidos para dar sentido às práticas, eles precisam, segundo as autoras, ser interessantes para os alunos (por sua importância, carga cotidiana ou espetáculo) e estar ao seu alcance em nível simbólico, manipulativo e instrumental. Uma vez escolhido um conceito relevante no marco de um modelo teórico e selecionado um fato do mundo a ser estudado, o experimento deve ser didaticamente elaborado: não se trata de fazer práticas, mas selecionar alguma que seja paradigmática e centrar-se em sua aprendizagem. Assim,

graças às práticas, os *hechos do mundo* serão reconstruídos no triplo marco dos modelos simbólico, manipulativo e instrumental, para se converter em um “fato científico”, que é já um fato paradigmático, exemplar e interpretado e que pode funcionar como analogia para poder explicar outros fatos similares (IZQUIERDO, 1995). Assim, o planejamento das práticas é importantíssimo e, como consequência, através delas se estrutura todo o currículo: o trabalho experimental deve ser a ele incorporado, de tal maneira que estudar ciências seja “pensar e fazer” para aprender a explicar (IZQUIERDO-AYMERICH; SANMARTÍ; ESPINET, 1999, p. 56, tradução nossa, grifos das autoras).

2.2.3.3. A importância da modelização

Segundo Adúriz-Bravo e Izquierdo-Aymerich (2009), a concepção de Giere acerca dos modelos científicos é simples, ampla e potente, já que “[...] qualquer representação substituta, em qualquer meio simbólico, que permite pensar, falar e atuar com rigor e profundidade sobre o sistema que se está estudando, qualifica um modelo teórico” (p. 46). Isso inclui modelos teóricos de alto nível de abstração como maquetes, imagens, tabelas e gráficos, analogias, entre outros. Para esses autores, o modelo cognitivo de ciência abre caminhos positivos para a didática das ciências, por viabilizar a diminuição da carga de formalismo e focalizar no pensamento teórico acerca de fatos científicos e em seu potencial de atribuição de sentidos aos fenômenos naturais do mundo cotidiano.

Por sua vez, no âmbito do ensino e da aprendizagem de ciências, Lozano (2016) destaca que a modelização é simultaneamente uma finalidade e um processo. Como *finalidade*, ela objetiva a produção de modelos científicos escolares, rigorosos tanto quanto os eruditos, mas adaptados ao contexto educativo dentro do qual se está desenvolvendo atividades científicas escolares. E como *processo*, ela envolve recursivamente a formulação e a submissão ao escrutínio de modelos que podem ser revisados e ajustados, conforme sua aplicação a situações específicas, didaticamente relevantes. Logo, para o autor, a modelização como

processo está intimamente ligada às iniciativas de experimentação, de modo que ambas constituem requisitos estruturantes para o design de atividades científicas escolares.

Adúriz-Bravo e Izquierdo-Aymerich (2009) reconhecem que o conhecimento científico é comunicado e ensinado nas escolas depois de as hipóteses teóricas inerentes aos modelos eruditos já terem sido validadas. Assim, as explicações fenomenológicas pautam-se nesse modelo e nas respectivas entidades teóricas que surgiram em função do seu processo de ajuste. Portanto, à luz do modelo cognitivo de ciência, os modelos teóricos são ao mesmo tempo *modelos-a-partir-de* (que constituem uma contrapartida abstrata dos sistemas modelizados) e *modelos-para* (que são epítomes para a elaboração de novos modelos). Dada essa flexibilidade, o uso de fatos sugestivos teoricamente interpretados nas aulas de ciências pode auxiliar na modelização de ideias estruturantes e na constituição de outros modelos para a investigação de fatos similares aos originais (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2009). De modo mais geral, segundo esses autores, a *modelização* nas ciências naturais abarca quatro significados:

- a) processo de criação de modelos científicos originais e inovadores dentro de seu corpo de conhecimentos;
- b) construção de argumentações nas quais se incluem os fatos científicos investigados a partir de outros modelos disponíveis;
- c) o ajuste de modelos estabelecidos em função da aparição de dados anômalos durante investigações;
- d) exercício intelectual de aplicar modelos já existentes e explicar fatos já estudados no ensino e na formação.

Respectivamente, esses significados podem ser reconhecidos nos quatro contextos da atividade científica – inovação, aplicação, avaliação e educação (ADÚRIZ-BRAVO; IZQUIERDO-AYMERICH, 2009). Em particular, neste último contexto, por mais que o procedimento de vinculação de fatos e modelos pareça trivial à ciência dos cientistas, ele não o é para estudantes na ciência escolar. Assim, a modelização na educação científica viabiliza a reconstrução de modelos científicos consensuais e a mobilização de modelos já aprendidos para iluminar questões intrigantes e fornecer-lhes caminhos de representação, interpretação e avaliação.

2.3. Referencial Metodológico

Assim como expusemos na seção anterior, a visão cognitiva da didática das ciências se pauta num sistema didático formado por professores, estudantes e conhecimentos, todos sujeitos a transformações. Nesse sentido, um requisito para uma metodologia de pesquisa coerente com essa perspectiva é a consideração de propostas pedagógicas inovadoras que, em si, admitam modificações ao longo do tempo, tanto em seus métodos quanto em seus conteúdos. Para tanto, considera-se que as inovações precisam ser implementadas e submetidas ao escrutínio numa lógica recursiva e evolutiva. Diante dessa compreensão, as autoras a quem aludimos anteriormente consideram a didática das ciências como uma eminente *ciência de design*, isto é, uma atividade de pesquisa científica e prática tecnológica que adapta, combina, transforma e aprofunda contribuições teóricas de diferentes áreas de conhecimento, objetivando a melhoria da educação científica. Além disso, na consideração da didática das ciências também como uma *tecnociência*, essas autoras ressaltam a necessidade de autonomia dos professores e de sua participação nas rotinas de pesquisa, sempre em parceria com os investigadores.

Portanto, consideramos neste trabalho que o referencial metodológico da *pesquisa baseada em design* é tanto compatível com a visão cognitiva da didática das ciências quanto também convidativo para o planejamento de intervenções a partir dos experimentos com imagens do MEXI. Nesse cenário, assumimos a expectativa de que as intervenções, quando concebidas como atividades científicas escolares adaptadas para cursos de formação de professores, podem ajudar cada estudante a edificar posicionamentos e atitudes perante a ciência e a educação científica compatíveis com o oferecimento de um panorama de futuro que também lhes capacite, ao fim de sua formação básica, a intervirem em seus contextos de trabalho em sala de aula e no mundo de maneira adequada e inovadora.

No mais, dado o caráter recursivamente transformador que as intervenções didáticas concebidas segundo essa visão admitem, consideramos como requisito algumas ressalvas do ponto de vista metodológico, para que a submissão de seus resultados ao escrutínio seja feita de modo coerente. Como principal exemplo de ressalva, destacamos que uma vez que em cada uma das intervenções da pesquisa estivemos diante de um grupo diferente de docentes e estudantes, empenhamos a tentativa de analisar os resultados de cada uma delas de maneira particular, como se um instrumento de ensino estivesse sendo aplicado e posteriormente avaliado dentro de seu próprio contexto de implementação. Nesse sentido, a *análise textual discursiva* como metodologia para o exame de produções escritas dos estudantes nos pareceu suficiente para atender a esse propósito.

Nesta seção, apresentamos aportes a respeito desses dois referenciais metodológicos que inspiraram a elaboração da investigação. Inicialmente, abordamos na subseção 2.3.1 a Pesquisa Baseada em Design, que foi usada para sustentar o planejamento e a implementação das intervenções didáticas de nossa pesquisa. E posteriormente, na 2.3.2, traremos uma síntese sobre a Análise Textual Discursiva, que serviu como marco analítico para o tratamento de nossos dados – estes, correspondentes às produções escritas de estudantes submetidos a tais intervenções.

2.3.1. A Pesquisa Baseada em Design

Inicialmente, na subseção 2.3.1.1, apresentamos um recorte histórico dos pressupostos que levaram à emergência da Pesquisa Baseada em Design como paradigma metodológico de pesquisas em educação. Em seguida, na 2.3.1.2, apresentamos um levantamento sobre algumas de suas abordagens e usos mais recentes. Finalmente, na 2.3.1.3, trazemos um aprofundamento sobre uma proposta de pesquisa baseada em design estruturada em fases, que será particularmente contemplada e adotada em nosso trabalho.

2.3.1.1. De Collins e Brown ao The DBR Collective

Uma das facetas mais sensíveis no entorno da pesquisa em educação é o potencial distanciamento (*gap*) que as teorias educacionais (sobre ensino, aprendizagem, avaliação, currículo etc.) podem adquirir da prática educativa formal em sala de aula (LIJNSE, 1995; LEVIN; O'DONNELL, 1999; THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE, 2003). De modo mais explícito, esse distanciamento se evidencia em pelo menos duas instâncias. Numa primeira, entre os formuladores de políticas educacionais curriculares e os professores, uma vez que para estes a experiência docente muitas vezes os influencia mais que sua formação pedagógica. E numa segunda, entre os cursos de formação inicial ou continuada e o cotidiano das salas de aula, dado que em tais cursos ideias inovadoras e criativas sobre o ensino de certo conteúdo são amplamente discutidas e aceitas, mas quase nunca recebem uma prática docente compatível (HARRES; WOLFFENBUTTEL; DELORD, 2013; CARVALHO, 2015). Esse distanciamento pode contribuir para uma subestimação da influência dos contextos, para um abrandamento da complexidade dos resultados das intervenções didáticas e, no limite, para um comprometimento da produção de conhecimentos sólidos em educação (LIJNSE, 1995; ROBINSON, 1998). Como prevenção a esse distanciamento, diversas comunidades de pesquisadores, especialmente a partir da década de 1990, empenharam sistemáticos esforços

para tentar garantir bases empíricas sólidas que operassem no sentido de refinar e corroborar ponderações e generalizações teóricas acerca da educação.

Por exemplo, Collins (1992) defendia que a comunidade de pesquisadores deveria começar a construir uma *ciência* da educação ao invés de continuar desenvolvendo *teorias* de educação, uma vez que as tecnologias passaram a fornecer poderosas ferramentas para diferentes recursos serem experimentados e aprimorados. Essa não seria uma ciência analítica, como física e psicologia, mas uma ciência de design, tal como aeronáutica e inteligência artificial, haja vista a sua investigação sobre as contribuições que diferentes projetos de ambientes didáticos oferecem para a aprendizagem, cooperação e motivação de estudantes. Segundo o autor, os “experimentos de design” (*design experiments*) utilizados até então não forneciam um horizonte frutífero de conclusões acerca de sua utilização, basicamente por três motivos: (i) por serem aplicados por pessoas que desenvolviam inovações pedagógicas, estavam sujeitos a vieses de observação que focalizavam poucos elementos; (ii) por serem realizados apenas uma vez, dificultavam as análises a seu respeito e não permitiam comparações sistemáticas; e (iii) por serem desenvolvidos sem qualquer teoria adjacente, seus resultados não eram interpretáveis à luz de uma teoria de design de inovação tecnológica em educação. Diante desse cenário, Collins (1992) propôs elementos aspiracionais para uma metodologia sistemática de condução de *experimentos de design* e para o desenvolvimento de uma teoria de design guiadora do projeto de ambientes educacionais e da implementação de inovações futuras. Dentre esses elementos, ele destacou a parceria entre professores e pesquisadores ao longo das intervenções, o apreço por avaliações amplas e objetivas, a necessidade de realizações sucessivas – para permitir novos designs a partir de séries históricas comparáveis – e a inspiração em teorias, de modo a garantir interpretações consistentes dos resultados e avaliações.

Na mesma linha de pensamento de Collins (1992), Brown (1992) manifestava o objetivo de transformar as salas de aula – até então ambientes de trabalho onde estudantes realizam tarefas específicas sob o gerenciamento de professores – em comunidades de aprendizagem e interpretação, nas quais fossem dadas aos estudantes oportunidades significativas de encarregarem-se de sua própria aprendizagem. Como cientista de design partícipe dessa transformação, a autora buscava projetar ambientes educacionais inovadores e simultaneamente conduzir estudos experimentais dessas inovações. Nesse sentido, para ela, a criação, condução e avaliação de um experimento de design deveriam levar em conta não apenas as “entradas” (como as características das salas de aula, os próprios professores e estudantes e as questões curriculares e tecnológicas) e as “saídas” (via avaliações consistentes

e focalizadas), mas também outros aspectos, como as incontestáveis contribuições às teorias de aprendizagem e a imperativa viabilidade prática requerida pelas inovações. Como principais contribuições para as demandas levantadas por Collins (1992), Brown (1992) elencou uma série de outros aspectos metodológicos e teóricos a serem levados em conta, como a reestruturação escolar, o treinamento e suporte de professores, os estudos etnográficos, as questões de políticas públicas e os métodos de condução, documentação e disseminação de pesquisas.

Contemporaneamente a Collins (1992) e Brown (1992), Lijnse (1995) já evidenciava que desde os anos de 1950 uma série de projetos de desenvolvimento curricular para melhorar a educação científica vinham sendo experimentados sob diferentes perspectivas, enfatizando por exemplo a estrutura das disciplinas, o ser cientista, a aprendizagem por descoberta, o cognitivismo piagetiano ou ainda o paradigma ciência, tecnologia e sociedade. Por sua vez, segundo esse autor, a pesquisa em educação científica na década de 90 destacava a ciência para todos, as concepções alternativas, a resolução de problemas e a metacognição, de modo que, numa análise desse cenário, é de se ressaltar que os currículos mais antigos tiveram um sucesso apenas moderado e que, aparentemente, ainda parecia necessário encontrar formas melhores de se ensinar ciências. Portanto, Lijnse (1995) defendia a realização de pesquisas adicionais que partissem de uma estrutura de conteúdos específicos e advogava para que as “teorias” compreendessem e melhorassem a prática do ensino de ciências, e não apenas contribuíssem para ideias gerais sobre ensino e aprendizagem – embora estas sempre sirvam de base para tais pesquisas.

Ao longo dos anos de 1990 e no começo da década de 2000, aparece na literatura uma diversidade de propostas que herdavam alguns ou muitos aspectos da concepção dos *experimentos de design*. Dentre elas, podemos citar a pesquisa de desenvolvimento (*development(al) research*) (VAN DEN AKKER; PLOMP, 1993; RICHEY; NELSON, 1996; VAN DEN AKKER, 1999; RICHEY; KLEIN; NELSON, 2004), a pesquisa formativa (*formative research*) (WALKER, 1992; WALKER; BRESLER, 1993; REIGELUTH; FRICK, 1999), os estudos randomizados em sala de aula (*randomized classroom trial studies*) (LEVIN; O'DONNELL, 1999), os ambientes dinâmicos de aprendizagem (*dynamical learning environments*) (BARAB; KIRSHNER, 2001), a pesquisa de design (*design research*) (EDELSON, 2002) e a pesquisa baseada em design (*design-based research*) (HOADLEY, 2002). Após essa década de produção de diversos trabalhos remetendo aos *experimentos de design* e outros referenciais metodológicos essencialmente semelhantes, Cobb *et al.* (2003) apresentaram uma revisão de bibliografia a seu respeito e propuseram numa tentativa de

generalização um conjunto de cinco características transversais que, coletivamente, diferenciariam os experimentos de design de outras metodologias:

- a) a intenção dos *experimentos de design* é desenvolver uma classe de teorias tanto sobre o processo de aprendizagem¹⁵ quanto sobre os meios¹⁶ que são desenvolvidos para suportar essa aprendizagem, de modo que os grupos de pesquisa selecionam aspectos desses processos e meios como casos paradigmáticos de classes de fenômenos mais amplas, para possibilitar sua análise teórica;
- b) os *experimentos de design* são uma metodologia de natureza altamente intervencionista. Eles podem ser entendidos como bancos de ensaio para a inovação, por investigarem possibilidades de melhorias educacionais ao estudar novas formas de aprendizagem. Além disso, por serem baseados em pesquisas anteriores e tentarem se valer dos resultados teóricos e empíricos das pesquisas em curso, eles permitem que os pesquisadores estejam mais expostos aos fatores relevantes para a emergência dessas novas formas de aprendizagem, fatores estes que muitas vezes podem não ser os presentes alvos de investigação, mas vistos como aspectos meramente auxiliares, acidentais ou de pano de fundo;
- c) os *experimentos de design* possuem sempre uma face prospectiva e outra reflexiva. Prospectiva nos sentidos de serem implementados segundo hipóteses (sobre os processos de aprendizagem e os meios para suportá-los) cujos detalhes são submetidos ao escrutínio e de fomentarem o surgimento de outros caminhos potenciais para a aprendizagem – ao capitalizar as contingências que surgem conforme o design se desenrola. E reflexiva no sentido de serem testes orientados a conjecturas, de vários níveis, dado que durante sua condução, conjecturas mais particulares podem sempre ser colocadas e testadas;
- d) os *experimentos de design* são iterativos, uma vez que as conjecturas geradas podem ser refutadas, o que abre margem para a criação de novas conjecturas e para o empenho de seus respectivos testes, caracterizando um processo cíclico de invenção e revisão;

¹⁵ Os “processos de aprendizagem” podem ser amplamente interpretados para abranger não apenas o que se pensa tipicamente como conhecimento, mas também a evolução das práticas sociais relevantes à aprendizagem, inclusive construções como identidade e interesse. Essa aprendizagem pode ser a de estudantes individualmente, a da comunidade de uma sala de aula, a da comunidade profissional de docentes, ou mesmo a de uma escola ou distrito de escolas vistos como uma organização (COBB *et al.*, 2003).

¹⁶ Os “meios para suportar a aprendizagem” abrangem as abundâncias e restrições de artefatos materiais, práticas de ensino e aprendizagem e alavancagens políticas, bem como outras formas de mediação que podem incluir a negociação de normas de domínios específicos de conhecimento (COBB *et al.*, 2003).

- e) as teorias desenvolvidas durante o processo são humildes tanto por se preocuparem com processos de aprendizagem em domínios específicos (como um assunto específico de uma disciplina científica escolar), quanto por serem responsáveis pela atividade de design. O que importa para os *experimentos de design* é se as teorias realmente lhe oferecem caminhos, e de que forma – o que denota uma ênfase num escopo teórico intermediário entre uma descrição restrita a um sistema específico e uma descrição ampla que não orienta o design a contingências particulares.

Como resultado desse fluxo de aspirações e propostas, em janeiro de 2003 o volume 32 da *Educational Researcher* (ISSN 0013-189X e ISSN *on-line* 1935-102X) apresentou uma extensa coleção de artigos a respeito do papel e das contribuições do design à pesquisa em educação; alguns trazendo menções explícitas ao conceito de experimentos de design, conforme Collins (1992), Brown (1992) e Cobb *et al.* (2003), bem como outros sinalizando explicitamente a interlocução do design com os laboratórios didáticos e com a modelagem no ensino. Em particular, um grupo de docentes e pesquisadores (THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE, 2003) publicou nesse volume um manifesto em prol da *pesquisa baseada em design* – optando deliberadamente por esse termo após o trabalho de Hoadley (2002) para evitar confusões com design experimental, estudos de designers ou ainda com métodos experimentais de ensino. Segundo esse coletivo, ela é uma combinação da pesquisa empírica da prática educacional com o design de ambientes de aprendizagem orientado à teoria, que assume como pressuposto afirmações teóricas sobre ensino e aprendizagem, mas que busca se fundamentar nas necessidades, restrições e interações das práticas locais. Com tal fundamentação, ela tem como objetivo entender como, quando e por que inovações educacionais funcionam na prática para produzir explicações robustas sobre práticas inovadoras e identificar princípios aplicáveis a novos contextos e cenários didáticos (THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE, 2003, p. 5–8).

2.3.1.2. Levantamento sobre abordagens recentes

Um ponto de partida comum para as pesquisas que fazem uso da pesquisa baseada em design é o entendimento de que ela é um paradigma emergente para o estudo da aprendizagem em contexto através do design sistemático e do estudo de ferramentas e estratégias instrucionais, e que potencialmente auxilia na produção de conhecimento sobre o desenvolvimento, a implementação e a sustentação de ambientes de aprendizagem inovadores (THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE, 2003). A partir desse manifesto de 2003, diversas propostas de padronização metodológica da pesquisa baseada em design foram

colocadas, aprimoradas e aplicadas ao longo das décadas de 2000 e 2010. Apesar de carregarem entre si muitas diferenças formais ou esquemáticas, essas propostas prezam pelas mesmas concepções pedagógicas que anteriormente vieram a culminar no manifesto de 2003.

Na área de pesquisa em educação, a pesquisa baseada em design tem se destacado como metodologia promissora para adaptar diferentes cenários e impulsionar o desenvolvimento de inovações educacionais, funcionando como uma teoria sobre a metodologia, que ajuda a organizar e a conferir coerência ao processo de implementação em sala de aula dessas inovações (KNEUBIL; PIETROCOLA, 2017; BRAGUETO; MORALLES; BEGO, 2021). Em termos práticos, é consensual que a pesquisa baseada em design auxilia no gerenciamento e no controle dos processos de produção, implementação e avaliação de uma inovação educacional em contextos reais e na geração de teorias úteis para guiar o seu projeto, enfatizando a análise desses processos e teorias, e não apenas os resultados da inovação, haja vista seu caráter cíclico e iterativo (EASTERDAY; LEWIS; GERBER, 2014; KNEUBIL; PIETROCOLA, 2017). A pesquisa baseada em design tem fomentado no campo da didática das ciências as demandas de planejamento, implementação e avaliação das famosas sequências de ensino-aprendizagem – *teaching-learning sequences* (TLS), intervenções pontuais de curta duração, com caracteres cíclico e evolucionário, orientadas a tópicos específicos de conteúdo e cumpridoras de um duplo papel, tanto de pesquisa de intervenção quanto de produto adaptado para aplicação em contextos reais de sala de aula (KNEUBIL; PIETROCOLA, 2017).

Em um estudo bibliométrico sobre a incidência internacional da pesquisa baseada em design em pesquisas na área de educação, Bragueto, Morales e Bego (2021) mostram que há uma diversidade considerável de pesquisas que a usam em diferentes países, mas que ainda faltam elementos para que se possa considerar essa emergente linha de pesquisa como já consolidada na área de educação. Apesar disso, o estudo evidencia que: (i) a maior parte dos artigos sobre essa metodologia publicados nas duas últimas décadas narram o seu uso em intervenções que focalizam a formação de professores, a motivação de estudantes e o uso das TDIC no contexto de sala de aula; (ii) ela foi utilizada mais intensamente no quinquênio de 2015 a 2019, o que pode indicar um importante movimento em direção ao real desenvolvimento e estabelecimento dessa linha de pesquisa. Em particular, investigações que implementam a pesquisa baseada em design na área do ensino de ciências ainda são poucas e carecem de parcerias colaborativas, restringindo-se ainda em sua maioria a grupos de pesquisa estadunidenses (BRAGUETO; MORALLES; BEGO, 2021). Os autores também comentam que, em todas as pesquisas consultadas em seu levantamento, é notável que a pesquisa baseada em design permite e encoraja os processos de design e redesign das intervenções de acordo com

as descobertas de pesquisa, bem como é uma metodologia favorável e promissora para o ensino e a aprendizagem na medida em que as intervenções consideram as particularidades de seus contextos de aplicação. Esses elementos tornam a pesquisa baseada em design uma metodologia versátil, flexível e adaptável a uma pluralidade de contextos de ensino específicos.

Kneubil e Pietrocola (2017) evidenciam que na pesquisa baseada em design o papel do pesquisador é participativo e ativo (diferentemente da pesquisa educacional tradicional, na qual ele adota uma posição externa de observador e interpretador dos cenários e sujeitos de pesquisa) e que a intervenção didática é tal como um experimento pedagógico cujas etapas são gerenciadas pelo pesquisador. Em função desse formato, por centralizar sua atenção na elaboração e avaliação das etapas da intervenção didática, o pesquisador não produz conhecimentos didáticos a partir de um olhar de descoberta sobre os resultados, mas os aprende em parceria definitiva com professores e estudantes.

Ao tentarem promover a objetividade enquanto se esforçam para facilitar a intervenção, os pesquisadores em PBD [pesquisa baseada em design] regularmente se encontram nos papéis intelectuais duais de defensores e críticos. Apesar de não haver soluções simples ao que vemos como uma tensão necessária decorrente do acoplamento da pesquisa empírica ao design, é possível empregar métodos de pesquisa para questionar as suposições tácitas dos pesquisadores. Em particular, a PBD tipicamente triangula múltiplos recursos e tipos de dados para conectar resultados esperados e não esperados ao processo de implementação. Em nossa visão, os métodos que documentam os processos de implementação provêm evidências críticas para estabelecer garantias às afirmações sobre as causas de ocorrência dos resultados (THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE, 2003, p. 7, tradução nossa).

Na tentativa de evitar um uso exclusivamente tácito do termo, Cobb *et al.* (2003) definem como **intervenções didáticas** as ocasiões concebidas como casos particulares do processo de auxiliar grupos de estudantes a aprenderem sobre domínios de conteúdo particulares. Segundo os autores, a pretensão teórica das pesquisas sobre uma intervenção é identificar e descrever padrões sucessivos de pensamento dos estudantes a partir das relações desses padrões com os meios através dos quais seu desenvolvimento foi apoiado e organizado. Com essas intenções, um grupo de pesquisa deve especificar as ideias disciplinares significativas e as formas de raciocínio que constituem as pretensões de objetivos ou metas de aprendizagem, o que por sua vez envolve recorrer à literatura prévia de pesquisa e sintetizá-la para identificar as ideias organizadoras centrais do domínio em questão. No processo de especificação de objetivos instrucionais, os grupos de pesquisa frequentemente propõem uma concepção alternativa dentro de certo domínio – que, em certos momentos, podem requerer conjuntamente o desenvolvimento ou a aprendizagem de recursos auxiliares, como os digitais. Além disso, devem também ser especificadas as suposições do grupo de pesquisa sobre os pontos de partida intelectuais e/ou sociais para as formas de aprendizagem previstas (a partir

das suas capacidades atuais, das práticas vigentes e de outros recursos). Cobb *et al.* (2003) ressaltam ainda que em áreas cuja pesquisa é mais consolidada, o grupo pode criar conjecturas sobre as interpretações e entendimentos iniciais dos estudantes, o que não acontece em áreas menos consolidadas, que requerem estudos piloto para documentar tais entendimentos prévios e avaliar os respectivos aspectos do raciocínio dos estudantes, para então compreender as consequências da sua história instrucional prévia.

Segundo Tripp (2005), a *investigação-ação* remete genericamente a um processo cíclico de aprimoramento da prática pela oscilação sistemática entre a ação no campo da prática e a investigação ao seu respeito: “planeja-se, implementa-se, descreve-se e avalia-se uma mudança para a melhora de sua prática, aprendendo mais, no correr do processo, tanto a respeito da prática quanto da própria investigação” (p. 446). Nesse sentido, tanto a *pesquisa baseada em design* pode ser considerada uma espécie de investigação-ação, quanto também outras modalidades de investigação muito disseminadas na área de pesquisa em educação científica, como a *pesquisa-ação* e a *pesquisa sobre a própria prática*.

Conforme ressalta Tripp (2005), a pesquisa-ação é uma categoria de investigação-ação que faz uso de técnicas de pesquisa consagradas (em termos de procedimentos, significância, originalidade e validade) com o intuito de informar as ações que se decide tomar para melhorar a prática. Como consequência, a pesquisa-ação simultaneamente altera o objeto de pesquisa e é limitada pelo contexto e pela ética da prática, importando, portanto, características da pesquisa científica e da prática didática rotineira. Como principais características da pesquisa-ação, Tripp (2005) destaca sua continuidade (no sentido de ela não ser nem recursiva, nem ocasional), sua natureza intervencionista (pelo fato de ela ocorrer em cenários sociais não manipulados) e seus caracteres de participação e colaboração (por incluir todos os sujeitos que envolvem os objetivos de pesquisa). Além disso, do ponto de vista metodológico, o autor aponta para a sua fluidez (por ser intermediária entre as reações imediatas aos eventos típicas das práticas rotineiras e os protocolos metodológicos pré-determinados tais quais os das pesquisas científicas), para a sua forma de documentação (que envolve a produção de portfólios, intermediários entre a ausência de registros das práticas rotineiras e a rigorosa revisão metodológica dos dados e conclusões da pesquisa acadêmica) e para a sua disseminação (que geralmente ocorre dentro das organizações e categorias profissionais, e não por meio de publicações tal como as pesquisas científicas).

Nos sentidos apresentados, por mais que a pesquisa baseada em design possua muitas semelhanças com a pesquisa-ação, ela desta se difere principalmente por ser orientada para o design de artefatos didático-pedagógicos e por ter como objetivos transversais a

produção de explicações robustas sobre práticas inovadoras e a identificação de princípios de design (de natureza teórica) aplicáveis a novos contextos e cenários didáticos.

Por sua vez, com relação à pesquisa sobre a própria prática, Lima e Nacarato (2009) exemplificam dois principais contextos de sua ocorrência. No primeiro, teríamos professores da educação básica que, por iniciativa individual ou por imersão em grupos de colaboração, investigariam problemas decorrentes da sala de aula, gerando histórias ou narrativas de aulas a serem divulgadas e discutidas em tais grupos. E no segundo, teríamos professores de quaisquer níveis de ensino, que ao ingressarem em programas de pós-graduação, optariam por tornar sua própria prática docente um objeto de investigação. Nesses sentidos, os autores evidenciam que a investigação sobre a própria prática é uma modalidade de pesquisa-ação, porém a escolha por essa terminologia é feita de modo a evitar múltiplas interpretações, dada a polissemia do termo “pesquisa-ação”. Nesse contexto, para Lima e Nacarato (2009), a pesquisa sobre a própria prática assume o professor como protagonista do desenvolvimento curricular e profissional, de modo que sua ação é potencialmente transformadora da cultura escolar ao permitir uma maior compreensão acerca de diversos problemas educacionais.

Portanto, a pesquisa baseada em design também se diferencia da pesquisa sobre a própria prática na medida em que os papéis dos professores e pesquisadores são distintos e bem definidos, apesar dos caracteres de colaboração para o planejamento didático e para as tomadas de decisão. A pesquisa baseada em design, ao propor um programa de pesquisa colaborativo entre docentes e pesquisadores, propõe a conciliação simultânea desses papéis na construção das intervenções, na sua aplicação em sala de aula e na avaliação dos seus resultados.

Nas duas últimas décadas, muitos trabalhos trouxeram tentativas de prescrição da pesquisa baseada em design segundo uma estrutura em fases. A seguir, abordaremos aquela que nos pareceu mais potente para a criação de intervenções didáticas no entorno de iniciativas de experimentação e modelagem adequadas a um curso de formação de professores.

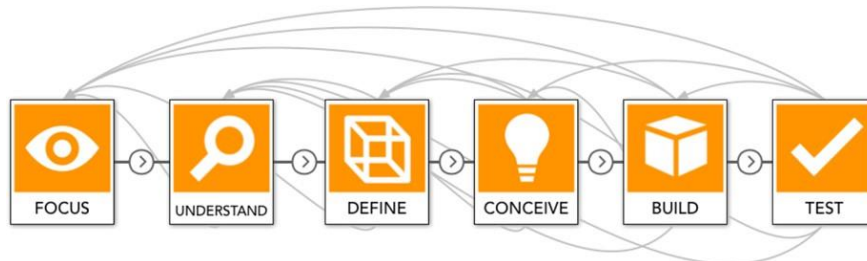
2.3.1.3. Estrutura em fases para um desenho de pesquisa

Easterday, Lewis e Gerber (2014), em um trabalho publicado nos anais do *The International Conference of the Learning Sciences (ICLS)* de 2014, desenvolvem uma definição para a pesquisa baseada em design como processo, integrando métodos científicos e de design para permitir aos pesquisadores a geração de produtos úteis e teorias efetivas para a resolução de problemas educacionais, de modo a favorecer a criação, a melhoria e a comunicação de pesquisas dentro dessa vertente. Com a articulação robusta de uma definição, os autores buscam solucionar quatro de seus pontos chave: suas fases, suas particularidades

frente outras formas de pesquisa, suas diferenças em comparação ao design e as características que lhe conferem efetividade para responder a certas questões. Para Easterday, Lewis e Gerber (2014), “a teoria deriva seu propósito da aplicação e a aplicação deriva sua potência da teoria. Nosso problema como pesquisadores da PBD [pesquisa baseada em design] é conceber meios de conduzi-la que produzam confiavelmente tanto teorias quanto intervenções” (p. 317, tradução nossa). A seguir, será apresentado o modelo em seis fases proposto por esses três autores, dentro do qual o conceito de intervenção didática deriva do de Cobb *et al.* (2003).

Uma **fase** é o elemento que descreve o objetivo de um conjunto de *métodos* dentro do *processo* de design; por exemplo, enquetes e entrevistas são métodos da fase de coleta de dados de um processo de pesquisa, cujo objetivo é a reunião de evidências qualitativas e quantitativas para análises posteriores. Nesse sentido, é importante que uma teoria metodológica defina fases que não compartilhem dos mesmos objetivos e que não se aproveitem dos mesmos métodos, para conferir rigor e coesão ao processo. A Figura 5 apresenta as seis fases desse modelo de pesquisa baseada em design.

Figura 5. A pesquisa baseada em design consiste em seis fases iterativas: *focalizar e compreender* o problema, *definir* seus objetivos, *conceber* um esboço de solução, *construir* propriamente a solução e *avaliá-la*.



Fonte: reproduzido de Easterday, Lewis e Gerber (2014).

Na fase de **focalização**, são delimitados o público-alvo, o tópico e o escopo do projeto, para que uma direção específica seja tomada e para garantir a atribuição de sentidos ao que se está projetando. O público-alvo indica a quem o projeto atende, o que pode envolver aprendizes e outros agentes periféricos. Por sua vez, o tópico especifica o problema geral a ser explorado e o escopo delimita as restrições e a escala do projeto.

Na fase de **compreensão**, a partir de métodos empíricos e fontes secundárias, são estudados os aprendizes, os domínios, os contextos e as soluções existentes para sintetizar conhecimentos de modo útil ao processo. Os métodos empíricos podem remeter a observações, enquetes e entrevistas, e as fontes secundárias, a outras pesquisas auxiliares à compreensão do problema e à identificação dos princípios de design. Como resultados dessa fase, grandes temas

podem ser selecionados, modelos gráficos podem ser construídos e padrões dos estudantes podem ser identificados. A fase de compreensão se justifica na medida em que o ímpeto de um projeto corresponde geralmente a situações que requerem abordagens inéditas ou a situações cujas soluções existentes possuem limitações. Sendo assim, a descoberta de características do ambiente de aprendizagem, típica dessa fase de compreensão, pode ser o núcleo de inovação para o processo de design e para as posteriores contribuições teóricas do projeto.

Na fase de **definição**, são estabelecidos objetivos e formas de avaliação para clarificar e enquadrar o problema a ser resolvido, dado que sem tal definição não há como aferir o sucesso ou insucesso de uma intervenção. Em geral, responder a questões do tipo “*como nós poderíamos [...]?*” é uma maneira coerente de empenhar essa definição, na direção de transformar um problema indeterminado e sem solução num problema determinado e que admite solução. Em particular, para problemas de investigação inéditos, o projeto inerente ao processo de design pode levar a uma variedade de soluções.

Na fase de **concepção**, é esboçado um plano para a solução, uma vez focalizado e compreendido o problema e definidos os seus objetivos. Esse esboço não tem o compromisso de ser realmente implementado, pois serve em linhas gerais para que os agentes (pesquisadores e professores) criem representações (não funcionais, simbólicas ou gráficas) capazes de permitir a análise conceitual da solução e a determinação de componentes do design e das formas com as quais essas componentes podem operar em conjunto. Nessa fase, são também desenvolvidos produtos teóricos, como argumentos para o design e novos princípios de design subjacentes, de diferentes níveis de complexidade. Na medida em que os investigadores possuem ferramentas para planejar, esboçar e modelar um projeto, elas lhes permitem testá-lo contra seus próprios conhecimentos teóricos. Isso tem o potencial de identificar problemas e melhorar a solução antes mesmo de sua implementação num contexto real – que pode ser difícil, custosa ou mesmo demorada.

Na fase de **construção**, é realmente implementada a solução. Diferentemente da concepção, em que os designers criam um plano conceitual restrito apenas aos seus conhecimentos, na construção eles criam protótipos concretos, pelo menos parcialmente funcionais e restritos por um meio. Essa implementação remete a uma forma do projeto que já pode ser efetivamente usada, de forma pouco ou muito fiel, dependendo do estágio do projeto. Um aspecto particular da intervenção pode ser implementado, bem como ela pode ser globalmente testada em função de seus objetivos gerais. Neste último caso, como qualquer implementação provê um protótipo que pode responder a questões sobre como os objetivos

foram realmente alcançados, é mister a ocorrência da implementação do design após a definição e a concepção.

Finalmente, na fase de **avaliação**, é examinada a eficácia da solução diante dos produtos de diferentes fases, como as de *concepção* e *construção*. As testagens prévias (dos produtos da fase de *concepção*) podem gerar indicativos acerca da relevância, da consistência e das expectativas práticas da intervenção. Já as avaliações posteriores (dos produtos da fase de *construção*) podem remeter aos aspectos práticos e à efetividade da intervenção. Geralmente, conforme evidenciam Easterday, Lewis e Gerber (2014), empenha-se a avaliação a partir de um viés formativo, que apesar de não permitir o estabelecimento de relações causais, facilmente deflagra designs malfeitos, permitindo a sua rejeição e aumentando a probabilidade de se encontrar um novo design que possa ser posteriormente submetido ao escrutínio, por exemplo via avaliações somativas. Acerca do estilo de avaliação, os autores defendem que uma combinação do *formativo* com o *somativo* é potente para a transição de uma pesquisa sobre o design para um julgamento mais rigoroso das afirmações causais propostas pelos princípios de design. É, portanto, nessa fase que o sucesso da intervenção pode ser mensurado, bem como pode ser aferida (ou não) a validade local dos princípios de design – que são, sobretudo, proposições teóricas. Segundo os autores, essas seis fases não são realizadas necessariamente de forma linear, mas de forma recursivamente aninhada e iterativa. Ao invés de se projetar toda uma intervenção para se perceber apenas ao final o seu eventual insucesso, um design iterativo pode clamar, por exemplo, pela construção rápida de protótipos de baixa fidelidade, seguida de sua testagem e de redesigns graduais da intervenção do longo do tempo.

Neste trabalho, adotaremos essa estrutura em seis fases da *pesquisa baseada em design* como linha condutora da pesquisa no entorno de algumas intervenções didáticas de aplicação de um experimento com imagens do MEXI num curso de licenciatura.

2.3.2. *Análise Textual Discursiva*¹⁷

A *análise textual discursiva* é uma metodologia de análise de informações de natureza qualitativa, que busca produzir novas compreensões sobre fenômenos e discursos de interesse do pesquisador. Isso a torna um movimento descritivo e interpretativo de caráter fenomenológico-hermenêutico¹⁸. O ideal de cientificidade que subjaz a análise textual

¹⁷ Nesta subseção, nossas considerações baseiam-se todas na obra *Análise Textual Discursiva*, de autoria de Moraes e Galiazzi (2016).

¹⁸ No sentido de buscar construir compreensões acerca dos fenômenos investigados, iterativamente as reconstruindo e aprofundando, na busca por significados e sentidos dos discursos orais ou escritos.

discursiva se aproxima mais da *compreensão* que da *explicação* e tem como meta mais a *descrição* que a *previsão*, de modo que uma investigação científica nesse cenário buscaria uma *causalidade interna* dos fenômenos estudados. Isso lhe confere a *fenomenologia* como matriz referencial de ordem filosófico-metodológica – que se opõe ao método positivista e é intermediária entre as filosofias materialista e idealista. A fenomenologia é, pois, uma concepção que valoriza a consciência, considerando-a como elo entre o ser humano e o mundo material, de modo que a materialidade dos objetos só tem sentido quando percebida por um sujeito. Nessa perspectiva, um *fenômeno* é algo que “se mostra” para a consciência de um indivíduo, e não aquilo que este “observa”, haja vista as observações poderem sempre carregar diversos vieses. Em sendo este indivíduo um pesquisador, um fenômeno é aquilo que “se impõe” para a sua consciência, a partir de seu interesse intencional de pesquisa dentro de determinado campo.

Numa investigação dentro dessa perspectiva, o pesquisador lida com o interior dos fenômenos, tal como se apresentam à sua consciência, para captar deles a sua essência (isto é, seus aspectos invariantes) e lhes abrir caminhos de compreensão via exames empíricos. Ou seja, num primeiro momento examina-se o fenômeno sem a assunção de crenças, conceitos ou referenciais teóricos prévios, num movimento que ressalta a subjetividade do investigador. Isso confere à fenomenologia uma centralidade no ser humano e uma abertura à diversidade de pontos de vista. Sendo assim, por basear-se na percepção dos fenômenos pela consciência dos sujeitos, a fenomenologia sustenta suas investigações a partir da *linguagem*¹⁹ – entendida tanto como forma de *expressão* das percepções sobre os fenômenos e o mundo, quanto como forma de *construção* da realidade dos sujeitos.

O ser reside na linguagem. Esta é a sua casa. Investigar a linguagem é, portanto, investigar o próprio ser, tendo a fala o poder efetivo de traduzir a essência do ser e dos fenômenos. Por essa razão a pesquisa fenomenológica vale-se essencialmente das manifestações orais e escritas dos sujeitos. É da análise destas que a pesquisa fenomenológica extrai a essência dos fenômenos investigados.

[...] Com isso podemos começar a compreender o porquê da ênfase que a Fenomenologia põe na linguagem. Se ela procura as essências dos fenômenos a partir das vivências das pessoas e se estas estão limitadas e ordenadas pela linguagem, então a investigação fenomenológica deve principiar com a manifestação oral ou escrita dos sujeitos (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 29).

Um programa de investigação fenomenológico pauta-se metodologicamente em três processos: (i) *intuição*, para que o investigador perceba o fenômeno puro que se apresenta à sua consciência, sem pressupostos, crenças ou teorias prévias; (ii) *reflexão*, para que ele

¹⁹ Nesse sentido, por possuir um manifesto apelo a construções linguísticas por parte dos estudantes, a *visão cognitiva de didática das ciências* orienta a elaboração de *atividades científicas escolares* cujos produtos (orais ou escritos) são plausíveis de serem investigadas a partir de uma *análise textual discursiva*.

busque as essências do fenômeno, eliminando-lhe os aspectos não essenciais e (iii) *descrição*, para que possa explicitar o fenômeno tal como este se manifesta à sua consciência, enfatizando sua essência. Quando realizados de modo recursivo, buscando em cada iteração compreensões mais profundas, a fenomenologia se torna uma hermenêutica, isto é, uma ciência da interpretação.

Na área de pesquisa em ensino de ciências, grande parte dos trabalhos ao longo das últimas décadas se ampararam em metodologias como a *análise de conteúdo* ou a *análise de discurso*, amplamente difundidas também em pesquisas qualitativas na área de ciências humanas. Em particular, a *análise textual discursiva* surge nesse cenário como uma perspectiva metodológica que, em diversos sentidos, propõe encaminhamentos *intermediários* entre os extremos dessas duas metodologias mais antigas e disseminadas. Apesar de suas diferenças (tanto do ponto de vista das filosofias que as sustentam, quanto do ponto de vista dos seus próprios métodos mais característicos), as análises de conteúdo (AC), de discurso (AD) e textual discursiva (ATD) são, sobretudo, *análises textuais* de discursos orais, escritos ou de outras naturezas. Entretanto, particularmente, a ATD:

- a) aproxima-se da AC, que procura responder a questionamentos acerca do que um texto expressa (numa busca mais descritiva e semântica), e afasta-se da AD, que se preocupa em questionar as condições de produção de um discurso (numa busca profundamente interpretativa);
- b) assim como a AC, tem como meta hermenêutica um esforço *compreensivo* do objeto de investigação, diferentemente da AD, que geralmente assume como meta dialética um esforço *crítico* ao pressupor um referencial teórico de origem externa ao objeto investigado;
- c) procura iniciar a construção de compreensões a partir de sentidos mais simples e imediatos dos fenômenos pesquisados e desafia-se a aprofundar e complexificar esses sentidos, pela reconstrução constante de significados e discursos. Nessa perspectiva, a ATD se difere da AD, que tende à apreensão dos aspectos mais implícitos (latentes) de um fenômeno, e da AC, que tende ao exame dos aspectos mais explícitos (manifestos), sem necessariamente aprofundá-los;
- d) possui alguns traços de perspectivas dialéticas ao assumir um ideal de transformação das realidades investigadas (aproximando-se *um pouco* da AD, que olha os objetos investigados *de fora* à luz de teorias externas orientadoras), porém possui um refinado caráter fenomenológico e hermenêutico, na medida em que essa transformação pauta-se num movimento de construção de novas compreensões dos fenômenos (o que lhe faz

convergir *mais* com a AC, que valoriza os sujeitos e suas manifestações, olhando-os *de dentro*, sem pressupostos teóricos explícitos e intencionais);

- e) percebe seus objetos de pesquisa como discursos e, no contexto da controvérsia entre o todo e suas partes, busca focalizar o todo, compreendendo-o como um conjunto de discursos construídos e reconstruídos. Nesse sentido, a ATD é intermediária entre a AC e AD, e persegue a emergência de categorias, num processo analítico fragmentador limitado pela linguagem;
- f) não nega a carga teórica presente em qualquer pesquisa, em todas as suas etapas, e reafirma o objetivo de qualquer pesquisa como sendo o de obter avanços teóricos, mas se aproxima de algumas vertentes de AC, que lidam com teorias *emergentes* (construídas progressiva e recursivamente a partir dos dados empíricos, categorias e suas relações), e se afasta da AD, que por definição assume teorias *a priori*.

Com inspiração nos processos de intuição, reflexão e descrição, típicos de programas de pesquisa fenomenológicos, e nessas diferenças com relação às análises de conteúdo e de discurso, Moraes e Galiazzi (2016) desenvolvem uma estrutura para a *análise textual discursiva* em três grandes etapas²⁰, que serão sintetizadas nas próximas subseções.

2.3.2.1. Desmontando textos: a unitarização

O processo investigativo de análise textual discursiva parte do pressuposto de que todo texto possibilita uma multiplicidade de leituras, que por sua vez relacionam-se com as intenções de seus autores, com os referenciais teóricos de seus leitores, com os campos semânticos em que se inserem, de modo que não se nega a diversidade de interpretações possíveis para um mesmo discurso. Qualquer material textual constitui um grupo de significantes, e é papel do investigador atribuir-lhe sentidos e significados a partir de seus conhecimentos e intenções, rumo à sua compreensão. Apesar disso, a análise textual discursiva pressupõe uma *atitude fenomenológica*, como um esforço do pesquisador de tentar renunciar a suas ideias e teorias, para colocar-se na perspectiva do sujeito produtor do discurso registrado na forma de texto sob exame. Mesmo com essa pressuposição, não se nega o fato de que todo investigador faz suas leituras a partir de determinada perspectiva teórica, sejam elas conscientes ou não.

O *corpus* da análise textual discursiva é o conjunto de documentos que compõem as informações disponíveis ao processo de pesquisa. Um requisito ao estabelecimento de um

²⁰ Neste trabalho, abordaremos a aplicação dessas três etapas ao longo da seção 3.5 do capítulo 3.

corpus é a seleção e delimitação rigorosa desses documentos, que são, sobretudo, produções textuais – que podem ser entendidas num sentido mais amplo, incluindo imagens, por exemplo, bem como outras expressões linguísticas. A análise textual discursiva é possível tanto a partir de um *corpus* existente (relatórios, publicações, atas etc.), quanto a partir de um *corpus* produzido exclusivamente para a pesquisa em curso (transcrições de entrevistas, registros de observação etc.). A composição do *corpus* termina quando o critério de saturação é atendido, no sentido de a introdução de novos documentos não implicar diferenças nos resultados.

Uma vez delimitado o *corpus*, o investigador começa com o processo de *desmontagem dos textos* e sua *unitarização*. Nesse momento, os textos são desintegrados, de modo a se destacar seus elementos constituintes, com a focalização de seus detalhes e partes componentes. Cabe ao pesquisador a definição da intensidade de fragmentação do corpus, tendo em vista que o objetivo dessa etapa é a percepção dos sentidos dos pormenores. Desse processo, surgem as unidades de análise (ou de significado, ou de sentido), de modo que cada documento pode ser codificado, com suas unidades de análise recebendo codificações derivadas das suas. A definição das unidades de análise pode acompanhar propósitos tanto pragmáticos quanto semânticos, bem como elas podem ser definidas *a priori*, segundo determinada perspectiva teórica, como também serem induzidas do processo de unitarização, tornando-se unidades *emergentes*. A escolha do caminho de definição das análises é condicionada em grande medida pelo projeto de pesquisa e pela capacidade de julgamento do investigador. Na perspectiva da análise textual discursiva, a desmontagem de textos e a unitarização requerem do investigador contato e impregnação com os materiais do *corpus*. Nessa perspectiva, ele deve se assumir em suas ações, corroborando o aspecto autoral da investigação.

2.3.2.2. Estabelecendo relações: a categorização

A categorização é a etapa seguinte, que consiste numa constante comparação entre as unidades de análise inicialmente definidas e implica o agrupamento de unidades semelhantes, a partir de um critério de proximidade de sua significação. Simultaneamente, categorizar implica nomear esses agrupamentos, com cada vez mais precisão, por pressupor um cíclico retorno aos mesmos elementos. Nesse sentido, a construção de categorias é gradativa, recursivamente sujeita a aperfeiçoamentos e delimitações, de modo que as categorias podem ser estruturadas a partir de diferentes níveis, uns mais abrangentes que outros. Segundo Moraes e Galiazzi (2016),

[...] a análise textual qualitativa pode utilizar na sua construção de novas compreensões dois tipos de categorias: categorias *a priori* e categorias emergentes. As primeiras correspondem a construções que o pesquisador elabora antes de realizar

a análise propriamente dita. Provêm das teorias em que fundamenta o trabalho e são obtidas por métodos dedutivos. Já as categorias emergentes são construções teóricas que o pesquisador elabora a partir do *corpus*. Sua produção é associada aos métodos indutivos e intuitivos. [...] uma terceira alternativa constitui um modelo misto de categorias, no qual o pesquisador parte de um conjunto de categorias definido *a priori*, complementando-as ou reorganizando-as a partir da análise (p. 47).

Uma propriedade importante desse processo é a imperativa necessidade de as categorias serem *válidas e pertinentes* à luz dos objetos de análise. Essa propriedade é satisfeita quando elas provêm novas compreensões sobre os fenômenos pesquisados, de modo que os próprios sujeitos autores dos textos percebam em tais categorias os seus entendimentos acerca desses fenômenos. Outra propriedade é a *homogeneidade*, no sentido de a sua construção partir de um princípio comum, que precisa ser explicitado pelo investigador. Diferentes conjuntos de categorias podem partir de diferentes princípios, entretanto, cada conjunto precisa carregar essa homogeneidade remanescente de seu princípio definidor. A análise textual discursiva, por outro lado, não assume a *exclusão mútua* como propriedade, uma vez que, numa perspectiva fenomenológica, uma mesma unidade de análise pode ser lida de distintos pontos de vista, podendo assumir o pertencimento a mais de uma categoria, numa direção que supera a fragmentação e o reducionismo e abre portas para iniciativas holísticas e globalizadas de descrição, interpretação e compreensão.

No processo de *categorização*, cabe novamente ao pesquisador assumir sua autoria, no sentido de reconhecer que papel a teoria possui em suas ações de agrupamento. Qualquer categorização é suportada por algum referencial de abstração, explícito ou implícito. Categorias *a priori* são aquelas que pressupõem explicitamente uma teoria. Por outro lado, categorias emergentes são aquelas resultantes do *corpus*, com base nos conhecimentos tácitos do investigador e nas teorias implícitas que ele inconscientemente sustenta. Dados esses dois tipos de categorias, não há ordenação única entre a produção de categorias e de subcategorias. Entretanto, cada categoria definida requer que o pesquisador explicita os argumentos que a justificam, segundo os seus *insights*. A partir daí, a identificação das relações entre as diferentes categorias demarca o início do processo de construção do metatexto, que significa um retorno ao todo de modo evolutivo e recursivo, uma vez se tendo organizado as partes.

2.3.2.3. Captando o novo emergente: a produção do metatexto

A produção de um *metatexto* analítico, que expresse os sentidos elaborados a partir de um *corpus*, é o objetivo de qualquer investigação com análise textual discursiva. A estrutura dele se constrói a partir das categorias e subcategorias, que são descritas e interpretadas, como forma de teorização sobre os fenômenos investigados. A autoria assumida pelo investigador é

tão importante nesse momento quanto a validade e confiabilidade de suas sínteses. A opção por metatextos mais descritivos ou interpretativos depende do pesquisador e de seus objetivos. Assim como as etapas da unitarização e categorização, o metatexto também prevê uma elaboração de modo recursivo, crítico e cada vez mais profundo e compreensivo, em que a aprendizagem e a comunicação atuam como faces de um mesmo desenvolvimento.

O metatexto prevê a elaboração de argumentos ou teses, tanto no entorno das categorias quanto de âmbito mais geral. Isso faz com que o metatexto requeira tanto uma introdução anunciadora de seus caminhos, quanto um fechamento, de perspectiva retrospectiva e panorâmica. Na perspectiva da análise textual discursiva, aceita-se que todo modo de ver e de comunicar é interpretativo. Apesar disso, assume-se a possibilidade da descrição, como:

[...] esforço de exposição de sentidos e significados em sua aproximação mais direta com os textos analisados [...] [, um] movimento de produção textual mais próximo do empírico, sem envolver um exercício interpretativo mais aprofundado.

[...] interpretar é construir novos sentidos e compreensões, afastando-se do imediato e exercitando uma abstração. [...] é um exercício de construir e de expressar uma compreensão mais aprofundada, indo além da expressão de construções obtidas [...] dos textos e de um exercício meramente descritivo (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 57–58).

A interpretação no metatexto pode, dessa forma, tanto ter o papel de construir teorias, quanto de ampliar teorias já existentes. A teorização, portanto, pressupõe um movimento produtivo e autoral do pesquisador.

Na produção do metatexto, cada nova compreensão é simultaneamente comunicada e validada. Isso caracteriza a escrita não só como a expressão de conhecimentos constituídos, mas também a concretização de novas aprendizagens simultânea à sua expressão. A integração entre descrições e interpretações acontece em meio aos argumentos e teses do pesquisador, correspondentes às suas contribuições originais. Nessa perspectiva, portanto, são duas as funções desempenhadas pela escrita: a participação na produção das compreensões e a comunicação cada vez mais válida e consistente.

2.3.2.4. Caráter auto-organizado e a emergência de compreensões

As pesquisas qualitativas que fazem uso da análise textual discursiva buscam interpretar os fenômenos investigados em função de análises criteriosas e rigorosas de textos, sejam estes pré-existentes à investigação ou produzidos a partir dela. Além disso, essas pesquisas não buscam validar hipóteses (tais como as do contexto das ciências naturais), mas sim, compreender seu fenômeno de interesse, a partir da construção e reconstrução recursivas dos conhecimentos a seu respeito. A partir de um ciclo investigativo empenhado das três etapas explicadas anteriormente, podemos aproximá-lo a um sistema complexo e auto-organizado, que

apesar de planejado e racionalizado, é capaz de fazer emergirem novas compreensões. Como requisito, essa emergência requer dos investigadores um considerável esforço, em termos de preparação e de impregnação ao fenômeno – no caso, os textos dos discursos investigados. Nesse sentido, as compreensões finais não são passíveis de previsão, uma vez que a subjetividade do investigador torna a análise um processo permeado também por criatividade, autoria, autenticidade e originalidade.

O processo de impregnação, necessário ao investigador, é, na perspectiva dos sistemas complexos, análogo ao processo limite de se levar o sistema semântico ao caos. Ou seja, a unitarização é a produção de desordem a partir de uma ordem prévia. Com isso, criam-se condições para a emergência de interpretações criativas e originais, segundo as habilidades do pesquisador de correlacionar o todo e as partes. Por sua vez, o processo de categorização, na medida em que implica a construção de novas compreensões a partir de diferentes pontes, assume na analogia dos sistemas complexos o papel de processo auto-organizado. Nesse sentido, é do caos da desmontagem de textos que se produz a ordem e a síntese, a partir da seguinte produção de um metatexto. Ainda nessa analogia, a elaboração de metatextos corresponde a mais que a simples soma das categorias; as teses e argumentos aglutinadores ampliam as relações entre essas categorias, delimitando a centralidade da autoria sobre a pesquisa realizada e abrindo margem para compreensões originais e inéditas.







Neste trabalho, faremos uso da análise textual discursiva para examinar as produções escritas de estudantes submetidos às intervenções de aplicação de uma atividade baseada no experimento com imagens de Força de Atrito Variável do portal do MEXI. A opção por essa metodologia de análise se justifica pelo seu apreço à linguagem (que é coerente com uma visão cognitiva de didática das ciências), por sua flexibilidade e robustez (que a tornam convidativa para a fase de avaliação da pesquisa baseada em design) e por razões conjunturais acerca das intervenções (que serão oportunamente apresentadas no próximo capítulo). Nesses sentidos, a perspectiva fenomenológica que subjaz a análise textual discursiva nos pareceu potente e adequada para viabilizar a expressão das compreensões que obtivemos ao longo de nossas investigações.

3. RELATO SOBRE A ATIVIDADE EXPERIMENTAL

A didática e a prática de ensino são duas faces de uma mesma moeda, como o são o ensino e a aprendizagem. Nenhuma mudança educativa formal tem possibilidades de sucesso, se não conseguir assegurar a participação ativa do professor, ou seja, se, da sua parte, não houver vontade deliberada de aceitação e aplicação dessas novas propostas de ensino (CARVALHO, 2015, p. 8).

Neste capítulo apresentaremos a metodologia e os resultados da pesquisa de forma integrada, usando a *pesquisa baseada em design* como marco metodológico orientador de nossas ações e suas fases como elementos auxiliares para a organização das seções do trabalho. O Quadro 3 associa as fases do processo (conforme a Fig. 5), as tarefas realizadas e sua respectiva localização no texto. A partir dessa estrutura, consideramos que essa integração resulta essencialmente em um *relato* sobre a atividade experimental: falaremos desde sua idealização e elaboração até os seus usos e transformações.

Quadro 3. Identificação das fases da Pesquisa Baseada em Design (PBD), das tarefas gerais realizadas em cada uma, bem como a sua localização neste trabalho.

Fase da PBD	Tarefa realizada	Seção
 Focalização	delimitação do contexto didático	3.1
 Compreensão	seleção dos princípios de design	3.2
 Definição	levantamento de objetivos e formas de avaliação	3.3
 Concepção	desenvolvimento instrucional do produto didático	3.4.1
	planejamento da intervenção didática	3.4.2
 Construção	implementação da intervenção no contexto	3.5
 Avaliação	análise da intervenção para o redesign	

Fonte: elaboração própria.

3.1. Focalização

No encadeamento da pesquisa baseada em design, a fase um de *focalização* envolve a definição de um público-alvo, um tópico e um escopo para o projeto. Ao lidar com a tarefa de selecionar e elucidar um contexto de pesquisa e seu respectivo público-alvo, são diversas as possibilidades de abordagem. Podemos, dentre outros aspectos, apresentar os períodos e espaços em que uma prática foi desenvolvida, levantar características do público-alvo em

função de aspectos socioculturais, considerar a estrutura curricular em diferentes esferas, ou mesmo analisar as condições objetivas que viabilizam o processo de coleta de dados. Em função da estrutura de nossos objetivos específicos e geral e da constante alternância dos sujeitos (tanto docentes quanto estudantes da disciplina, ao longo das diferentes intervenções), um levantamento das características de nosso público-alvo em termos sociais e culturais mostrou-se impertinente e dificultosa, o que nos fez privilegiar a seleção e elucidação da estrutura curricular, dos espaços e tempos e das condições objetivas de coleta de dados.

A disciplina *Complementos de Mecânica Clássica*, de código 4300458, é a última disciplina de mecânica clássica da grade curricular do curso de Licenciatura em Física do IFUSP²¹. Ela é proposta após seis outras disciplinas cujas ementas pertencem parcial ou totalmente a esse mesmo escopo: (1) Fundamentos de Mecânica, (2) Mecânica, (3) Mecânica dos Corpos Rígidos e dos Fluidos, (4) Oscilações e Ondas, (5) Gravitação e (6) Laboratório de Mecânica. As três primeiras²² tratam exclusivamente de tópicos de mecânica clássica, explorando seus enunciados gerais e modelos mais paradigmáticos, da cinemática dos pontos materiais em uma dimensão à dinâmica dos corpos rígidos em três dimensões, incluindo a mecânica dos fluidos. A quarta disciplina²³ propõe o estudo dos sistemas mecânicos oscilatórios sujeitos a forças restauradoras, com e sem amortecimento, e introduz as ondas mecânicas e alguns tópicos de acústica. A quinta²⁴, por sua vez, fornece uma abordagem histórica e filosófica sobre a teoria da gravitação universal, levando em conta os diferentes modelos de universo e os contextos de produção científica de Kepler e Newton. E a sexta disciplina²⁵, finalmente, traz uma abordagem experimental de sistemas mecânicos a partir de técnicas e conceitos básicos de tratamento de dados, como a distribuição normal, a propagação de incertezas e o método dos mínimos quadrados.

Segundo a página oficial da disciplina de Complementos de Mecânica Clássica²⁶, seu *objetivo* é “complementar a formação do futuro professor mediante um estudo teórico mais

²¹ Conforme a página oficial desse curso no sistema acadêmico de graduação dessa universidade. Disponível em <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/listarGradeCurricular?codcg=43&codcur=43031&codhab=1&tipo=N>. Acesso em 30 jun. 2021.

²² Conforme as páginas oficiais dessas três disciplinas nesse mesmo sistema, disponíveis respectivamente em <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sldis=4300151> (Fundamentos de Mecânica), <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sldis=4300153> (Mecânica) e <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sldis=4300255> (Mecânica dos Corpos Rígidos e dos Fluidos). Acessos em 30 jun. 2021.

²³ Disponível em <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sldis=4300357>. Acesso em 30 jun. 2021.

²⁴ Disponível em <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sldis=4300156>. Acesso em 30 jun. 2021.

²⁵ Disponível em <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sldis=4300254>. Acesso em 30 jun. 2021.

²⁶ Disponível em <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sldis=4300458>. Acesso em 30 jun. 2021.

elaborado de fenômenos físicos”, e os tópicos²⁷ de seu *programa* são: (i) revisão dos princípios da Mecânica; (ii) problemas com força de atrito dependente da velocidade; (iii) sistemas de coordenadas em movimento; (iv) problemas de dois corpos; (v) pequenas oscilações; (vi) modos normais; (vii) princípios variacionais; (viii) equações de Lagrange; (ix) vínculos; (x) interpretação física das equações e (xi) introdução aos sistemas caóticos.

Nas atividades experimentais do MEXI, os princípios da mecânica são usados para um estudo qualitativo e quantitativo do movimento dos corpos, o que sinaliza para os tópicos *i* e *x* do programa da disciplina. O experimento com imagens de Força de Atrito Variável trata uma de força variável ao longo do tempo, conforme preconiza o tópico *ii*. Além disso, a montagem do seu arranjo impôs como vínculo a restrição da trajetória do corpo estudado a duas dimensões – o que oportuniza uma análise mesmo que pontual do tópico *ix*. Portanto, podemos afirmar que essa atividade experimental propõe o estudo de um fenômeno físico que, quando modelado e interpretado sob as bases teóricas da mecânica clássica, possui direta interlocução alguns tópicos do programa da disciplina. Por essa razão, a atividade foi considerada compatível com o seu escopo²⁸ e convidativa para um aprofundamento também experimental do estudo das forças variáveis.

Em termos curriculares dos cursos superiores em física, o tópico de forças variáveis, incluído nas ementas disciplinares de mecânica, desdobra-se em uma série de fenômenos, vários deles envolvendo diferentes tipos de forças de resistência. Segundo Berger (2002), o termo *força variável* engloba três casos diferentes, nos quais a intensidade do vetor força, ao longo do tempo:

- a) varia, apesar de sua direção permanecer constante;
- b) permanece constante, enquanto sua direção varia;
- c) varia, assim como sua direção.

A opção por uma situação física de lançamento oblíquo de um corpo sobre a superfície de um plano inclinado com atrito, cuja modelagem remete à força de atrito cinético, compreende a abordagem do caso do item *b*, evitando o *c*, consideravelmente mais complicado. Apesar da simplicidade dessa lei de força (cuja intensidade independe da velocidade do corpo), em

²⁷ Apesar de não figurar explicitamente em seu programa oficial, tradicionalmente é na disciplina Complementos de Mecânica Clássica que tópicos mais avançados são abordados, como os movimentos dos corpos em referenciais não-inerciais e a dinâmica segundo os formalismos de Euler-Lagrange e Hamilton. Antes mesmo deles, geralmente explora-se em tom de revisão a dinâmica das forças dependentes da posição e seus potenciais, e amplia-se esse tema com o estudo de outras forças variáveis, dependentes do tempo e da velocidade.

²⁸ A disciplina de Laboratório de Mecânica, anteriormente descrita, não foi considerada pela equipe como um escopo adequado para o experimento, pois apesar de contemplar convenientemente os conteúdos *procedimentais* de interesse, ela é proposta num momento da graduação em que os estudantes ainda não construíram necessariamente um repertório *conceitual* compatível com aquele que se julgou necessário de antemão.

problemas de trajetória não retilínea a resolução analítica a partir das leis de Newton é um exercício deveras complicado, haja vista a complexidade das equações diferenciais de cada coordenada e sua insolubilidade em termos analíticos por métodos tradicionais aprendidos em cursos de cálculo de nível superior.

Problemas sobre forças variáveis possuem soluções analíticas fechadas em alguns casos, como o pêndulo elástico, o corpo sob potencial dependente da posição, o movimento uniforme em referencial girante, ou mesmo o movimento elíptico devido a uma força central. Apesar da possibilidade de dedução dessas soluções analíticas fechadas, seu tratamento geralmente encapsula algumas das maquinarias de cálculo. Portanto, esses problemas, bem como a situação física do experimento de Força de Atrito Variável, são bons exemplares para a aplicação de métodos de *integração numérica das equações de movimento*. Nesse contexto, é importante ressaltar também que tarefas de integração numérica de funções podem ajudar a fortalecer o entendimento da base matemática das leis de Newton. Afirmamos²⁹ isso uma vez que a resolução numérica da segunda lei de Newton é não apenas uma iniciativa abrangente de uma série de aplicações, como também a inauguração de um marco de aprofundamento da compreensão das relações entre o cálculo diferencial e a mecânica.

No curso de Licenciatura em Física do IFUSP, a disciplina de Complementos de Mecânica Clássica é ministrada anualmente, sempre no segundo semestre (entre agosto e dezembro) para ambos os períodos (diurno e noturno). Portanto, nossas oportunidades de realização de intervenções didáticas resumiram-se a iterações anuais. A associação do MEXI ao Moodle da universidade permitiu que as entregas de relatórios ocorressem de modo totalmente virtual. Portanto, em nossa pesquisa aludiremos a uma estratégia de coleta de dados suscitada por uma análise documental dessas produções dos estudantes, autorizadas ou pelos estudantes (por um termo de consentimento livre e esclarecido³⁰), ou pelos docentes da disciplina, ou por ambos.

3.2. Compreensão

A fase dois da Pesquisa Baseada em Design, de *compreensão* do problema de investigação, envolve, dentre outras tarefas, a realização de um levantamento bibliográfico

²⁹ Poder-se-ia, por outro lado, argumentar que conceitos como os de referencial inercial, velocidade, força, aceleração e vínculo seriam de introdução mais profícua a partir de problemas de maior simplicidade fenomênica. Entretanto, a aplicação da mecânica para sistemas reais ou dispositivos tecnológicos requer esses mesmos aprofundamentos em cálculo e em seus respectivos métodos numéricos – o que se mostra, portanto, como uma tarefa conveniente e convidativa para um curso de formação de professores.

³⁰ Oportunamente, na seção 3.5, esse documento será apresentado e comentado.

capaz de prover insumos para a sistematização de um conjunto de *princípios de design*, que por sua vez subsidiarão a realização das próximas fases. Aqui, consideramos como princípios de design as orientações gerais extraídas de recentes pesquisas em ensino de física, tal como sinalizado na seção 2.1, e as diretrizes e prescrições da perspectiva teórica a que aderimos, conforme apresentado na seção 2.2. Como princípios complementares, em nossa investigação também buscamos aprofundamentos sobre alguns aspectos históricos, técnicos e didáticos inerentes ao experimento, que complementarão essa matriz de princípios de design. Em função de sua especificidade, esses aspectos não foram trazidos de antemão, mas serão aqui abordados, especialmente em resposta aos dois primeiros blocos de questões levantadas anteriormente na seção 1.2. Outras tarefas inerentes à fase de compreensão, como o levantamento de características mais específicas do ambiente e do público via métodos empíricos, não foram realizadas para o processo de design inicial, em função de algumas restrições logísticas impostas pelo contexto de aplicação.

Como ponto de partida, sustentamos a ideia de que o contexto histórico de nascimento e consolidação da mecânica clássica é relevante para examinar as condições de significância do ensino vigente dos seus respectivos princípios e leis. Hessen (2009), em *The Social and Economic Roots of Newton's Principia*, artigo seminal para a historiografia contemporânea da ciência, identificou uma série de necessidades sociais e técnicas desse período histórico que motivaram o surgimento e o desenvolvimento dos conhecimentos mecânicos. Dentre elas estão, por exemplo, os meios de comunicação (especialmente os transportes marítimo e fluvial), a indústria (principalmente de mineração e metalurgia) e as questões militares (como as de balística, artilharia e engenharia). Essa tríade de exemplos é central para a compreensão da atribuição dos sentidos historicamente conferidos aos conhecimentos mecânicos. Apesar de bem conhecido, esse contexto histórico é frequentemente negligenciado nos cursos básicos e avançados de física, nos quais a mecânica clássica é usualmente ensinada de forma geral e abstrata, como uma teoria axiomática e dedutiva. O que fortalece essa abordagem formalista é o fato de a mecânica compreender um dos mais bem encerrados epítomes de racionalidade física. Nas licenciaturas e bacharelados em física, atribui-se à mecânica clássica o papel de “modelo” de teoria em uma forma final, tal como ocorre com a termodinâmica e o eletromagnetismo clássicos. E por mais que recentemente ainda haja pesquisas baseadas no formalismo mecânico (com enfoques histórico, técnico ou mesmo didático), a comunidade científica reconhece a estabilidade dos seus princípios – expressos pelas três leis de Newton e, em abordagens mais avançadas, também pelas equações de Euler-

Lagrange e de Hamilton –, haja vista seus limites de aplicabilidade serem bem conhecidos e remeterem a outras teorias, como as relatividades restrita e geral e a mecânica quântica.

No campo da didática das ciências, a adoção de contextos como elementos metodológicos centrais para o ensino tem fomentado certos debates, por exemplo no entorno do problema da transferência – ou seja, a capacidade de um estudante aplicar um conjunto de conhecimentos científicos em contextos diferentes daqueles que oportunizaram inicialmente a sua aprendizagem (IZQUIERDO-AYMERICH, 2007). O ensino de ciências nessa perspectiva tem como propósito destacar a relação dos conteúdos científicos com a vida cotidiana, com questões sociais e culturais e com a natureza da ciência. Portanto, esse enfoque didático encorajaria os estudantes a desenvolverem capacidades de julgamento e tomada de decisão diante de problemas científicos e tecnológicos (PÉRGOLA; GALAGOVSKY, 2020). Nesse cenário, Marchán-Carvajal e Sanmartí (2015) propõem quatro critérios para o desenho de unidades ou sequências didáticas contextualizadas:

- a) o contexto principal eleito para introduzir certo conteúdo científico deve ter relevância pessoal, social ou vocacional para os aprendizes, cabendo ao professor auxiliá-los na identificação dos aspectos que a ciência pode ajudar a explicar;
- b) a análise da situação contextualizada deve oportunizar a construção de *ideias chave da ciência* e suas inter-relações, isto é, imbuir os alunos na elaboração de modelos teóricos, de modo a possibilitar sua transferência;
- c) a abordagem do contexto e dos modelos teóricos deve abrir margem para a sua compreensão metacientífica, de modo que além de desenhar investigações com rigor, os alunos possam entendê-las e criticá-las;
- d) o contexto deve ter o potencial de gerar conflitos cognitivos, no sentido de fomentar aos aprendizes a percepção de insuficiência de seus conhecimentos atuais e do potencial dos conhecimentos científicos para responder questões e resolver problemas, de maneira que as perguntas trazidas pelo professor adquiram a centralidade de inspirar respostas condicionadas a processos de indagação e compreensão dos modelos teóricos.

Com inspiração nesses critérios, é possível enxergar a viabilização do ensino da mecânica clássica a partir de uma série de contextos, desde os clássicos, como a balística, a navegação e os movimentos planetários, associados à sua formulação e desenvolvimento, até aqueles mais recentemente abarcados no ensino formal de física nas escolas e universidades, como os meios de transporte (que abrem margem para o estudo da corrida espacial, para a análise de acidentes viários etc.), os esportes ou até mesmo os *videogames*. No caso dos modelos teóricos suscitados pelo experimento com imagens de Força de Atrito Variável

(lançamento oblíquo, plano inclinado e regime de atrito de contato seco), são dois os momentos históricos que fomentam a compreensão de sua relevância: o da Revolução Científica, no campo da balística, e o da 1ª Revolução Industrial, no campo da tribologia. A seguir, aprofundaremos esses dois contextos, bem como o caso particular do fenômeno físico estudado no experimento com imagens de Força de Atrito Variável do MEXI.

3.2.1. Aspectos históricos dos conhecimentos sobre atrito

Desde os tempos pré-históricos, a humanidade tem desenvolvido soluções para diversos problemas que diretamente envolviam o atrito, seja no uso de troncos ou rochas lascadas e arredondadas para transportar grandes cargas, ou mesmo o ato de atritar madeira para obter fogo; bem como existem evidências de uso já há alguns milênios de rodas girantes, pivôs e rolamentos axiais, por exemplo para carroças e portas (FRÈNE, 1997; BLAU, 2019; CIULLI, 2019). O conceito de “atrito” é creditado a Leonardo da Vinci (PERSSON, 1993), que propôs na época do Renascimento soluções tecnológicas para reduzir o desgaste em certos mecanismos.

Mesmo antes da 1ª Revolução Industrial, os trabalhos experimentais de Robert Hooke e teóricos de Guillaume Amontons e Leonhard Euler acerca do atrito ganharam notoriedade na comunidade científica (FRÈNE, 1997; BLAU, 2019). Frène (1997) e Ciulli (2019) apontam que a contemporaneidade entre o aparecimento do premiado trabalho de Charles de Coulomb intitulado *Théorie des machines simples en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages* (em português, *Teoria das máquinas simples levando em consideração o atrito de suas peças e a rigidez das cordas*) e o desenvolvimento do tear e da máquina a vapor constitui um marco de correlação entre a 1ª Revolução Industrial e a Tribologia. O aprofundamento e a acurácia do trabalho de Coulomb comunicaram-se com as demandas conjunturais de sua realidade histórica na medida em que a diminuição do atrito e a supressão do desgaste reduzem esforços e, portanto, permitem aumentar o rendimento das máquinas, otimizando a performance industrial.

Se antes da Primeira Revolução Industrial notáveis melhorias já vinham sendo introduzidas aos mecanismos associados a rolamentos e engrenagens, ao longo dela manifestaram-se invenções de novos desses elementos, ao passo que com o advento da Segunda Revolução Industrial – caracterizada pela produção em massa nas linhas de montagem e pela eletricidade –, intensificou-se no Ocidente a exploração de óleos (sintéticos, animais, vegetais e minerais) e aprofundaram-se as investigações no entorno do atrito, da lubrificação e do

desgaste (FRÈNE, 1997; BLAU, 2019; CIULLI, 2019). Apesar da oficialização do termo “tribologia” ter ocorrido apenas na segunda metade do século XX em virtude do destaque da sua importância econômica para uma maior confiabilidade e eficiência dos sistemas mecânicos, essa nomenclatura é recentemente utilizada na literatura para fazer alusão a grandes trabalhos do segmento, como os de da Vinci, Amontons e Coulomb. A inevitável ocorrência de interações resistentes (às quais associamos os diversos tipos de forças de atrito) serviu de obstáculo não apenas ao desenvolvimento das máquinas, como também ao estudo dos movimentos dos corpos. Apesar disso, a evolução da tribologia e o desenvolvimento tecnológico da indústria, combinados com os progressos dos cálculos analítico e aplicado, contribuíram para aprofundar nossa compreensão sobre essas interações. Embora os conhecimentos atuais em ciência e tecnologia estendam-se dos motores biológicos moleculares e das nano-máquinas à dinâmica geofísica dos terremotos, ainda há aspectos fundamentalmente não compreendidos acerca do atrito de contato (PERSSON, 1993; BAREL *et al.*, 2010; TRØMBORG *et al.*, 2011).

Segundo Gaspar (2001), da Vinci descobriu em 1508 que o atrito entre dois corpos depende da força de compressão entre eles, mas não da área das superfícies em contato, sem ter publicado seus resultados; e que quase dois séculos depois, em 1699, Amontons, sem acesso aos trabalhos de da Vinci, enunciou as mesmas descobertas, mas acrescentando a elas a propriedade de que a intensidade do atrito não depende da velocidade do corpo a ele sujeito. Essas propriedades passaram, com tal publicação, a serem referidas como *leis do atrito*. Gaspar (2001) ainda traz que em 1785, Coulomb introduziu a diferença entre os atritos estático e cinético, e propôs a natureza dessa força como estando associada às irregularidades das superfícies.

Conforme ressaltam Besson *et al.* (2007), a formulação das clássicas leis do atrito de contato entre sólidos em deslocamento relativo tem sido historicamente (inclusive em livros-texto de física) atribuída a Amontons e Coulomb. Entretanto, Popova e Popov (2015), num aprofundamento bibliográfico sobre os trabalhos originais de Amontons e Coulomb, ressaltaram que as reais investigações do segundo pouco tiveram relação com a formulação dessas leis. Segundo os autores, além de ter estudado e escrito sobre eletricidade, magnetismo, torção em fios e fluidomecânica, Coulomb também escreveu trabalhos sobre o atrito seco problematizando o enunciado das mencionadas leis do atrito, concluindo que: (i) a proporcionalidade entre as forças de atrito (tangencial) e de compressão (normal) é uma boa aproximação para certos pares de materiais e não para outros, e (ii) que a independência do coeficiente de atrito com a velocidade, a força de compressão e a área de contato são aproximações grosseiras. Inclusive, parte do trabalho de Coulomb foi na investigação da

dependência do coeficiente de atrito pela velocidade (POPOVA; POPOV, 2015). Por tais razões, chamaremos neste trabalho as clássicas leis do atrito de contato entre sólidos de *leis de Amontons*.

3.2.2. Questões técnicas e experimentais inerentes ao atrito

Nas últimas décadas, muitos sistemas mecânicos macroscópicos têm sido estudados em termos de seus comportamentos e propriedades friccionais. As soluções das equações de movimento de vários deles têm sido determinadas, o que auxiliou na clarificação de suas propriedades e na otimização das previsões a seu respeito. Por exemplo, Maney (1952) observou, com materiais como madeira, couro, vidro e vários metais, que em baixas velocidades o coeficiente de atrito cinético não é constante. Persson (1993) desenvolveu uma teoria que estabelece que para alguns sistemas lubrificados, o coeficiente de atrito é aproximadamente o dobro do cinético. Por sua vez, Demirel e Granick (1996), descrevendo experimentos de deslocamento lubrificado, mostraram que o atrito nem sempre possui um valor exato.

Além dessas abordagens e discussões técnicas, um número expressivo de trabalhos tem apresentado propostas didáticas experimentais envolvendo o atrito entre sólidos e entre sólidos e fluidos. Por exemplo, Fox (1971), percebendo a pouca atenção dada ao atrito em livros introdutórios de física de sua época, sugeriu experimentos envolvendo atrito de escorregamento e atrito viscoso como formas de se introduzir tais temas, ao invés de conferir à abordagem experimental o caráter de verificação. Shaw e Wunderlich (1984) apresentaram uma proposta de experimento introdutório de física que envolve uma esfera descendo um plano inclinado, do regime de rolamento puro ao de rolamento com escorregamento. Chaplin e Miller (1984), com o objetivo de determinar o coeficiente de atrito no caso de rolamento, estudaram teórica e experimentalmente o problema de uma bola rolando entre duas arestas paralelas. Doménech, Doménech e Cebrián (1987), considerando esses dois trabalhos prévios, apresentaram uma série de cenários experimentais para determinar o coeficiente de atrito de uma esfera em rolamento, considerando, ao longo de pistas inclinadas (associação de planos inclinados), um movimento de descida seguido de um de subida. Já Minkin e Sikes (2018), evidenciando que o estudo da força de atrito para corpos em rotação não é usual em livros texto introdutórios de física, propuseram um experimento de determinação coeficiente de atrito de rolamento para esferas de aço que oscilam sobre longas pistas côncavas a partir da exploração do amortecimento do movimento.

Apesar da relevância do atrito tanto para a história da ciência quanto para o ensino de física, resultados mais recentes da tribologia têm mostrado que as leis de Amontons não apresentam validade e aplicabilidade para certos materiais e que elas perdem consistência em escalas aquém da mesoscópica (BESSION *et al.*, 2007; POPOVA; POPOV, 2015). Por exemplo, Henrique *et al.* (1998) realizaram experimentos e simulações numéricas sobre o movimento de uma esfera de metal sobre planos inclinados ásperos, percebendo que em regimes caracterizados por uma velocidade média, a força de atrito tem intensidade proporcional a essa velocidade. Além disso, Cross (2005), deslizando um tecido sobre superfícies ásperas e lisas, dentro de um intervalo de velocidades de quatro ordens de grandeza, constatou que o coeficiente de atrito aumenta com a velocidade relativa de deslizamento, de modo que tal material e inclusive outros, como borrachas, não obedecem às leis de Amontons. Mais recentemente, Barel *et al.* (2010) mostraram que a força de atrito apresenta um pico para temperaturas criogênicas (da ordem de dezenas de Kelvin) para diferentes classes de materiais, desmistificando a predição comum de que o atrito interfacial diminui com a temperatura. E Braun e Peyrard (2011), por sua vez, identificaram alguns fenômenos que interferem na dependência do atrito cinético pela velocidade e investigaram essa dependência em um regime de deslizamento suave, percebendo que o atrito pode crescer ou decrescer linearmente com a velocidade, permanecer constante ou mesmo se comportar segundo uma dependência logarítmica.

Além da identificação de regimes em que as leis de Amontons não são aplicáveis, a partir de meados do século XX, a clássica explicação mecânica do atrito de contato seco foi complexificada pela ideia de forças de adesão entre superfícies, segundo interpretações que levam em conta tanto a interação eletromagnética quanto a nuclear forte, por exemplo para o fenômeno da solda a frio:

Isso fica evidente quando se juntam superfícies extraordinariamente polidas de duas peças metálicas [de mesmo elemento químico ou liga]. A adesão é tão grande que elas se soldam, formando uma única peça. Embora esse processo, conhecido como *solda a frio*, seja tecnicamente muito difícil de ser realizado, ele mostra que o polimento não reduz o atrito, ou seja, não é a aspereza entre as superfícies a maior causa do atrito (GASPAR, 2001, p. 148, grifos do autor).

Com relação a esse fenômeno, Nussenzveig (2008) traz uma discussão acerca das implicações energéticas do atrito entre superfícies irregulares:

Nas áreas de contato, formam-se pequenas “soldas” em que os dois materiais aderem um ao outro mais ou menos fortemente, dependendo da presença de impurezas, devido às forças interatômicas. O atrito resultaria da necessidade de quebrar estas “soldas”. É essencial notar que o processo de ruptura de uma “solda” gera excitações locais, sob forma de vibrações que se propagam nos materiais como ondas sonoras. Este processo *dissipa energia mecânica*, gerando *calor*, ou seja, há um aquecimento local (p. 88, grifos do autor).

Esse processo de rompimento das “soldas” é apresentado por Gaspar (2001) como “*stick-slip*”, do inglês, “gruda-escorrega”, processo que originaria a força de atrito e, ainda, faria com que parte do material de uma superfície permanecesse agregado à outra. Ao discutir a natureza do atrito, Feynman, Leighton e Sands (2008) evidenciam que um par de superfícies em contato são irregulares em nível atômico. Na ocasião de atrito estático, haveria algo como átomos aparentemente grudados uns nos outros, enquanto no caso cinético, aconteceriam rompimentos que implicariam vibrações locais. Os autores ainda criticam o antigo mecanismo de compreensão do atrito, que consistia em pensar, a partir das irregularidades das superfícies, que na ocasião de movimento relativo o atrito provinha do levantamento de um dos corpos sobre os obstáculos da superfície do outro corpo:

[...] mas isto não pode ser assim, pois não existe perda de energia neste processo, ao passo que a força é, na verdade, consumida. O mecanismo da perda de força é que, enquanto o objeto desliza sobre os obstáculos, os mesmos deformam e então geram ondas e movimentos atômicos e, após algum tempo, calor, em ambos os corpos (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008, p. 12–4).

Ao tratar desse mesmo ponto da discussão acerca do caráter dissipativo das interações resultantes em atrito, Nussenzveig (2008) ressalta:

Este fato é muito importante, porque é devido a ele que as forças de atrito têm caráter *dissipativo*, tendendo a se opor ao movimento que se produziria na ausência de atrito. Não poderíamos explicar a força de atrito em termos do esforço necessário para percorrer a “montanha russa” das rugosidades, porque isto ainda levaria a uma força “conservativa”, ou seja, que não dissiparia energia mecânica (p. 88, grifos do autor).

Segundo Feynman, Leighton e Sands (2008), é, portanto, impossível estimar o coeficiente de atrito entre duas substâncias. Para defender esse ponto, os autores discutem dois exemplos, envolvendo o atrito entre cobre com cobre e vidro com vidro – em certo sentido remetendo diretamente à ideia aqui trazida da “solda a frio”, elucidada por Gaspar (2001).

No primeiro caso, de atrito entre duas superfícies de cobre, é importante considerar que geralmente elas não são compostas pelo metal puro, mas também por óxidos e impurezas. Pode-se proceder com limpeza, alto polimento, submeter o cobre ao vácuo, mas mesmo nesse cenário cuidadoso, quando duas placas de cobre são unidas e dispostas na vertical, não há escorregamento, pois as placas se grudam: “A razão para este comportamento inesperado é que quando os átomos em contato são todos do mesmo tipo, não existe maneira dos átomos “saberem” que eles estão em pedaços diferentes de cobre” (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008, p. 12–5). Discutindo a mesma questão, Nussenzveig (2008) evidencia que “[...] é como se estivéssemos criando um bloco único do mesmo metal, com as forças interatômicas agindo em toda a extensão da área de contato, produzindo a coesão” (p. 88). Por outro lado, ressaltam Feynman, Leighton e Sands (2008), na presença de óxidos, gorduras e finas camadas contaminantes, os átomos “compreendem” estar numa placa e não noutra. Dessa forma, é

impossível determinar um coeficiente de atrito para um par de superfícies compostas puramente de um mesmo metal ou liga metálica.

Na segunda situação, Feynman, Leighton e Sands (2008) apresentam um exemplo que elucida o mesmo fenômeno, mas com uma substância diferente, o vidro. Num experimento caseiro com um copo de vidro sobre uma placa de vidro, se se tenta deslizar horizontalmente o copo sobre a placa, é possível estimar certo coeficiente, com uma limitação imposta pela existência de impurezas entre as superfícies. Entretanto, molhando a placa e o fundo do copo e repetindo a experiência, “[...] se olharmos mais atentamente, iremos achar arranhões, porque a água é capaz de levar a gordura e outros contaminantes da superfície, e assim temos realmente o contato de vidro com vidro” (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008, p. 12–6). Nesse caso, o contato é tão forte que a tentativa de separação pode implicar em arranhões ou mesmo na quebra do vidro (do copo, da placa ou de ambos). Portanto, é também impossível a determinação absoluta de um coeficiente de atrito para o contato de vidro com vidro.

Nas leis “empíricas” do atrito, atribuíveis a Amontons, considera-se como primeiro fato aproximado a proporcionalidade direta entre as magnitudes da força de atrito \vec{f}_{at} (tangencial às superfícies supostas em contato) e a força normal \vec{N} devida à compressão entre elas. Independentemente do caso *estático* (em que há apenas tendência de movimento relativo entre as superfícies) ou do caso *cinético* (em que há movimento relativo entre elas), pode-se expressar por μ esse fator de proporção entre as forças, o chamado *coeficiente de atrito*. Portanto, em módulo, temos que $f_{at} = \mu N$. Segundo Feynman, Leighton e Sands (2008), esse coeficiente é mais ou menos constante, e mesmo assim a fórmula é uma boa aproximação para avaliação da quantidade de forças necessárias para fins práticos. Além disso, segundo esses autores, se “[...] a força normal ou a velocidade do movimento tornar-se muito grande, a lei falha devido ao calor excessivo gerado. É importante perceber que cada uma dessas leis empíricas possui suas limitações, além das quais elas deixam de funcionar” (p. 12-4).

Para validar aproximadamente essa expressão, Feynman, Leighton e Sands (2008) propõem um simples experimento de caráter demonstrativo – apresentado também por Nussenzveig (2008) –, envolvendo um bloco de peso conhecido sobre um plano inclinado com ângulo inicialmente pequeno e com possibilidade de ser aumentado paulatinamente. Numa notação diferente da empregada pelos autores, os resultados gerais da experiência são os seguintes: o ângulo θ de inclinação do plano para o qual o bloco começa a escorregar determina a situação de *iminência* de seu movimento. Da consideração dessa lei “empírica” do atrito, obtém-se que a *força de atrito estático máxima* tem uma intensidade $f_{at_{em}} = \mu_e N$, e da

resolução da dinâmica do problema, com aplicação da 2ª lei de Newton, obtém-se que o *coeficiente de atrito estático máximo* é $\mu_e = \text{tg } \theta$. Uma forma de verificar a aproximada constância desse coeficiente é por exemplo repetir a experiência com blocos de mesmo material, mas diferentes massas. Entretanto, os testes reais do experimento seriam simples se algumas dificuldades experimentais não se impusessem nos diversos cenários.

Ao executarmos esse experimento, é perceptível que quando o plano está inclinado aproximadamente com o ângulo correto θ , o bloco não desliza uniformemente, mas sim de forma vacilante. Em um ponto ele pode parar, em outro pode mover-se com aceleração. Este comportamento indica que o coeficiente de atrito é apenas aproximadamente uma constante, e varia de lugar para lugar do plano. O mesmo comportamento errático é observado quer o bloco esteja com sobrepeso ou não. Tais variações são causadas por diferentes graus de irregularidades e de dureza do plano, e talvez pós, óxidos ou outros tipos de materiais estranhos. As tabelas que listam valores propostos para μ para “aço sobre aço”, “cobre sobre cobre” e assim por diante são todas falsas, pois elas ignoram os fatores mencionados anteriormente, que realmente determinam μ . O atrito nunca se dá por “cobre sobre cobre” etc., mas sim pelas impurezas presentes no cobre (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008, p. 12–5).

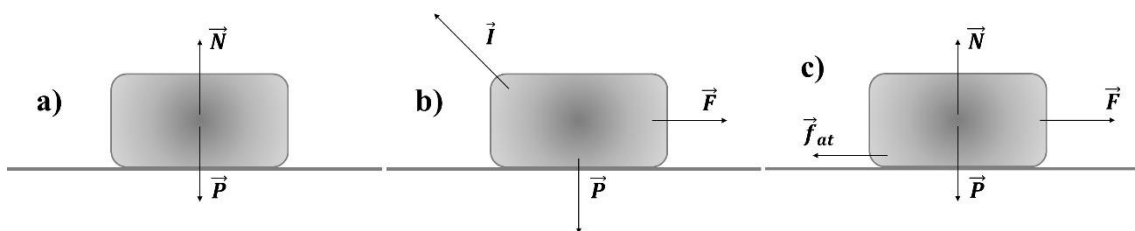
Os autores ainda sinalizam que em experimentos desse tipo, a intensidade do atrito é *quase* independente da velocidade, principalmente em experiências com metais secos, para as quais qualquer dependência é difícil de ser mostrada. Quanto às limitações práticas, eles ressaltam que é muito difícil proceder com experiências quantitativas precisas acerca do atrito. Por isso, em sua opinião, essas leis ainda não foram *bem* analisadas apesar dos trabalhos já publicados em engenharia. De modo provocativo, afirmam que a lei do atrito $f_{at} = \mu N$ é *usada*, mas não *compreendida*: “De qualquer forma, essa lei do atrito é outra daquelas leis semi-empíricas que não são completamente entendidas, e tendo em vista todo o trabalho que já foi feito, é surpreendente que uma maior compreensão deste fenômeno não tenha surgido” (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008, p. 12–5).

Em função dos aportes até aqui apresentados, podemos afirmar que existe na didática da física um forte apelo histórico por abordagens experimentais de movimentos de corpos sujeitos ao atrito de contato. Entretanto, resultados mais recentes da tribologia mostram o quanto as clássicas leis do atrito de contato seco são limitadas e o quanto a intenção de determinação de coeficientes de atrito pode ser controversa e problemática. Portanto, do ponto de vista didático, uma abordagem experimental do atrito de contato seco requer arranjos experimentais *cuidadosamente* construídos, com *diferentes* materiais em contato, para que essas leis possam ao menos ser *avaliadas*. Afinal, sem sequer a possibilidade de sua submissão ao escrutínio, não haveria razão que justificasse sua abordagem teórica em cursos de mecânica e sua inclusão em currículos oficiais.

3.2.3. Formalização das leis de Amontons

Dentre as obras consultadas para se proceder com uma fundamentação acerca das clássicas leis do atrito de contato seco, optamos aqui por trazer em linhas gerais uma síntese dos desenvolvimentos do assunto realizados por Feynman, Leighton e Sands (2008) e Nussenzveig (2008), devido ao rigor dos enunciados e às assertivas ressalvas ao caráter experimental da formulação original dessas leis. Consideremos um bloco de peso \vec{P} que repousa sobre uma mesa horizontal apoiada no solo terrestre. Por ter peso, o bloco realiza uma compressão sobre a mesa. Por reação, ele também está sujeito a uma compressão, que aqui chamaremos de força normal \vec{N} , que atua na direção vertical, com sentido para cima. Como o bloco está em repouso relativamente à direção vertical, temos que $\vec{P} = -\vec{N}$ e, portanto, os módulos dessas forças são tais que $|\vec{P}| = |\vec{N}|$. O diagrama de corpo livre do bloco nessa situação é apresentado na Fig. 6a.

Figura 6. Diagramas de corpo livre do bloco sobre a mesa nas diferentes situações: **a)** bloco apoiado sem força solicitante; **b)** bloco apoiado sujeito a uma força solicitante, mas ainda em repouso; **c)** mesma situação do item anterior, com a força devida à mesa decomposta em componentes vertical e horizontal.



Fonte: elaboração própria.

Supondo que sobre o bloco é aplicada uma força motora externa \vec{F} , horizontal e para a direita – que pode também ser chamada de *força solicitante* –, temos que, experimentalmente, ao aumentar a intensidade dessa força a partir do zero, o bloco não sai do repouso enquanto $|\vec{F}|$ não atingir certo valor crítico. O diagrama de forças dessa nova situação é representado na Fig. 6b. Nele, a força \vec{I} indica a força representativa da interação entre a mesa e o bloco, que agora não é apenas de compressão normal, mas também de tendência de deslizamento tangencial à sua superfície. Uma vez que nesse caso ainda não existe movimento relativo entre o bloco e a mesa, podemos afirmar os equilíbrios entre o peso e a projeção vertical de \vec{I} , e entre a força solicitante e a projeção horizontal de \vec{I} .

É conveniente por razões históricas, didáticas e formais a decomposição de \vec{I} , conforme ilustrado na Fig. 6c. Chamaremos genericamente essa projeção horizontal de *força*

de atrito, denotada por \vec{f}_{at} , e adjetivaremos o “atrito” a depender do tipo de regime, estático ou cinético. No caso analisado, de repouso, enquanto a força solicitante não vence a *força de atrito estático*, o bloco permanece em repouso também na direção horizontal, e vale a relação $\vec{f}_{at} = -\vec{F}$. Quando a força solicitante \vec{F} aumenta e atinge o mencionado valor crítico, o bloco entra em um estado de *iminência* de movimento; apesar de continuar em repouso, qualquer aumento na intensidade dessa força o fará deslizar. Aumentando mais ainda a intensidade de \vec{F} , o bloco entra em movimento. Um fato experimental corriqueiro entre superfícies planas, polidas e secas é uma evidente diminuição da intensidade da força tangencial devida à superfície, agora chamada *força de atrito cinético*. Portanto, em casos práticos, se a força solicitante \vec{F} for mantida com mesma intensidade, o bloco desenvolverá um movimento retilíneo uniformemente acelerado para a direita. Para que ele se mova nesse mesmo sentido em movimento retilíneo uniforme, essa força motora deve ter sua intensidade levemente reduzida, até se equiparar com a da força de atrito cinético.

Com base nesse exemplo, e conforme as sínteses de Nussenzveig (2008) e Feynman, Leighton e Sands (2008), as leis “empíricas” do atrito, devidas especialmente a Amontons, podem ser enunciadas da seguinte forma:

LEI 1. A força de atrito estático, \vec{f}_{at_e} , que mantém o bloco em repouso até a iminência de movimento, é oposta à tendência de movimento do bloco e seu valor limítrofe é proporcional à intensidade da força de reação normal \vec{N} devida ao contato com a superfície:

$$\vec{f}_{at_e} = -f_{at_e} \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|},$$

com $0 < f_{at_e} \leq \mu_e \cdot |\vec{N}|$, onde o fator de proporção μ_e do caso limítrofe é o *coeficiente de atrito estático* (que depende da natureza das superfícies em contato, mas independe da massa do bloco e da área de contato entre os corpos), e o versor $\frac{\vec{F}}{|\vec{F}|}$ fornece a direção e o sentido da tendência de movimento.

LEI 2. A força de atrito cinético, \vec{f}_{at_c} , para a qual o bloco encontra-se em movimento relativo à superfície de contato, é oposta à velocidade do bloco e proporcional à intensidade da força de reação normal \vec{N} devida ao contato com a superfície:

$$\vec{f}_{at_c} = -(\mu_c \cdot |\vec{N}|) \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|},$$

onde o fator de proporção μ_c é o *coeficiente de atrito cinético* (que é menor que μ_e e depende da natureza das superfícies em contato, mas independe da área de contato entre os corpos, da massa do bloco e de sua velocidade – desde que esta não seja muito elevada) e \vec{v} , o vetor velocidade do bloco.

Como ressalva a esses enunciados, Nussenzveig (2008) reforça seu caráter aproximativo:

O fenômeno é extremamente complicado e depende fortemente do estado das superfícies em contato: grau de polimento, oxidação, presença ou não de camadas fluidas (água, lubrificantes) e de contaminantes.

[...]

Todas as leis empíricas do atrito discutidas acima são aproximações não muito precisas de um fenômeno bastante complicado. Os resultados dependem não só da natureza dos materiais, mas ainda do grau de polimento das superfícies, de sua contaminação por impurezas (inclusive formação de óxidos), da existência ou não de filmes superficiais de umidade, graxa ou outros lubrificantes (NUSSENZVEIG, 2008, p. 86–88).

Feynman, Leighton e Sands (2008), numa direção parecida, afirmam de modo taxativo que as tabelas de coeficientes de atrito são todas falsas. Segundo os autores, realizar uma experiência de medição de um coeficiente de atrito é sujeitar-se ao caráter “empírico” (e, portanto, suscetível a falhas) das leis do atrito. Portanto, diferentes medições experimentais estarão sempre sujeitas às imprevisibilidades experimentais intrínsecas da realidade física. Apesar disso, aqui não se nega o caráter didático que tais tabelas de coeficientes de atrito possuem; elas inclusive têm utilidade do ponto de vista prático, quanto maior a uniformidade física e química das superfícies com que se lida.

Mesmo assim, se nos empenhássemos em medir diversas vezes o coeficiente de atrito entre certo par de superfícies para extrair o valor médio das medidas, carregariamos uma pretensão tentativa de generalização que evidenciaria nossa *expectativa* de constância do coeficiente. Ou seja, estaríamos impondo um raciocínio estatístico, baseado na lei dos grandes números, para um fenômeno sujeito a uma lei empírica. Por mais bem intencionada que fosse essa rotina de medições, estaríamos nos permitindo adentrar na contradição da inconsistência entre as leis empíricas e as leis estatísticas. Dessa forma, por mais que as experiências de medição fossem realizadas com grande rigor e acurácia, quaisquer mudanças das condições de limpeza e polimento das superfícies, bem como de temperatura ambiente e umidade do ar, provavelmente alterariam os resultados.

Feynman, Leighton e Sands (2008), trazendo como exemplo uma pergunta sobre qual a lei física para a força de arrasto sobre um avião, identificam algumas de suas particularidades. Primeiro, o *status* dessa lei não é análogo ao da 2ª Lei de Newton, uma vez que a lei de força de arrasto é algo empírico e aproximado obtido via testes em túneis de vento. Segundo, quanto mais profundamente se estuda o arrasto, mais falsas as suas leis de força já formuladas vão se mostrar, pois maiores complicações surgirão diante das tentativas de novas e mais precisas formulações. E terceiro, diante da falsidade identificada em certo enunciado da

lei de força, imaginar que “o coeficiente muda um pouco” seria desviar-se do assunto, uma vez que o que se mostraria falseado é o enunciado como um todo, e não simplesmente um de seus coeficientes. Na transposição do assunto para o atrito de contato entre sólidos, para Feynman, Leighton e Sands (2008) mudam-se formalmente as leis de força, mas não o seu *status* epistêmico.

Algumas obras didáticas consideram³¹ as leis de força do atrito propriamente como sendo *princípios* da mecânica. Outras assumem³² que as leis do atrito seriam *intuitivamente* ou *tacitamente aceitáveis* por estudantes. Há obras ainda que não levam em conta³³ a *dependência vetorial* da força de atrito cinético pela velocidade. Um questionamento válido de se fazer é se a desconsideração do caráter experimental do contexto de formulação ou descoberta das leis do atrito não institui um cenário didático baseado em argumentos de autoridade; e é de se pensar o quanto essas obras não influenciam alguns professores a abordarem esse tema segundo esse tipo de argumentação.

Por mais que o conhecimento matemático considere os axiomas e definições como elementos de gênese dos teoremas e proposições, o conhecimento científico tem requisitos epistêmicos diferentes, seja pensando na validação experimental de leis, seja pensando na análise de adequação de modelos teóricos. É nesse sentido que a transferência do raciocínio puramente matemático para as ciências pode conferir a estas um ensino dotado de uma argumentação autoritária. Muitas obras realizam mais uma tarefa de persuasão acerca da validade das leis do atrito, do que propriamente um trabalho de convencimento sobre sua viabilidade. Tal iniciativa de persuasão é muito clara em algumas obras voltadas para ensino médio (GASPAR, 2001; MENEZES *et al.*, 2010; MATIAS; FRATTEZI, 2011) e superior (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008; TIPLER; MOSCA, 2011).

Por outro lado, quando uma obra didática apresenta as leis do atrito de forma *definitiva*, isto é, como se de fato fossem *definições*, ela pode as estar comunicando como *propriedades absolutas* da força de atrito. A lei de força, considerada “empírica”, pode acabar sendo distorcida para um status epistemológico mais próximo do de princípio mecânico. Essa distorção introduz o risco de se corromper o status epistemológico das leis de força, e não só

³¹ (SANT’ANNA *et al.*, 2011; FERRARO; TORRES; PENTEADO, 2012; CARRON; GUIMARÃES; PIQUEIRA, 2014; MÁXIMO; ALVARENGA, 2011; GIACOMETTI, 2015)

³² (SANT’ANNA *et al.*, 2011; MENEZES *et al.*, 2010; FERRARO; TORRES; PENTEADO, 2012; CARRON; GUIMARÃES; PIQUEIRA, 2014; MÁXIMO; ALVARENGA, 2011; RESNICK; HALLIDAY; KRANE, 2008; ALONSO; FINN; MOSCATI, 2018; GIACOMETTI, 2015)

³³ (RAMALHO JUNIOR; FERRARO; SOARES, 2007; SANT’ANNA *et al.*, 2011; CARRON; GUIMARÃES; PIQUEIRA, 2014; BARRETO FILHO; SILVA, 2015; RESNICK; HALLIDAY; KRANE, 2008; ALONSO; FINN; MOSCATI, 2018; GIACOMETTI, 2015)

das do atrito, mas quaisquer outras. Aprofundando a análise, esse risco é o de distorcer a concepção de verdade que a ciência comunica, e ao sair de sua finalidade última, pode-se adentrar num sentido obscurantista; e é contra essa possibilidade que a reflexão e a ação acerca do ensino de física precisam se direcionar.

Em referência a considerações desse tipo, um exemplo é trazida por Feynman, Leighton e Sands (2008), inclusive corroborando o caráter aproximativo do conhecimento científico:

Na verdade, a glória da matemática é que *não precisamos dizer sobre o que estamos falando*. A glória é que as leis, os argumentos e a lógica são independentes do que “esta coisa” seja. Se tivermos qualquer outro conjunto de objetos que obedeça ao mesmo sistema de axiomas, como a geometria euclidiana, e em seguida construirmos novas definições e as seguirmos com a lógica correta, todas as consequências daí estarão corretas, e não importa qual seja o sujeito delas. Na natureza, entretanto, quando desenhamos uma linha ou estabelecemos uma linha usando um feixe de luz e um teodolito, como quando fazemos em medições, estamos medindo uma linha sob a luz de Euclides? Não, estamos fazendo uma aproximação; a mira possui alguma largura, mas uma linha geométrica não possui largura, e assim, quer a geometria euclidiana possa ser usada para medições ou não é uma questão física, e não matemática. Entretanto, de um ponto de vista experimental, e não matemático, precisamos saber se as leis de Euclides aplicam-se ao tipo de geometria que usamos ao medir terrenos; e assim fazemos a hipótese que elas se aplicam, e que funciona muito bem; mas elas não são precisas, porque nossas linhas de medição não são realmente linhas geométricas.

(FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2008, p. 12-2;12-3, grifos dos autores)

A consideração das leis de Amontons como leis empíricas tem como pano de fundo a ideia de que não haveria uma estrutura de raciocínio capaz de deduzi-las a partir de um conjunto de pressuposições teóricas. Muitas das argumentações que apresentamos até aqui acabam adentrando argumentos microscópicos e tratando das interações eletromagnéticas e nucleares para estruturarem explicações e justificativas. Porém, o mundo microscópico não é um escopo espacial de validade da mecânica clássica. Isso quer dizer que uma abordagem teórica sobre a força de atrito segundo a mecânica clássica precisa ser realizada tomando como base fenômenos e modelos coerentes com as escalas para as quais ela se aplica. Logo, no escopo da mecânica clássica não nos cabe pensar na área efetiva de contato em nível microscópico, nas características eletrônicas das superfícies dos materiais, nem mesmo nas propriedades das interações de natureza eletromagnética e nuclear forte.

Com base nessas ideias, empenharemos a seguir uma tentativa autoral de estruturar um raciocínio teórico dedutivo sobre a proporcionalidade entre a força de atrito e a força normal – um dos aspectos centrais dos enunciados das duas leis de Amontons, anteriormente apresentados nesta subseção.

Do ponto de vista *macroscópico* da *mecânica clássica*, podemos considerar que a intensidade da força de atrito de contato F_{at} entre duas superfícies é a integral dos elementos de força de atrito de contato por unidade de área, f_{at} , sobre toda a área A de contato efetivo:

$$F_{at} = \iint_A f_{at} dA.$$

Notemos que a grandeza f_{at} definida dessa forma tem dimensão física de pressão.

Em um elemento de área de contato dA , isto é, em certo ponto, a força de atrito por unidade de área é tão maior quanto maior a compressão entre as superfícies, uma vez que a pressão maior leva a um contato mais intenso entre os corpos. A relação mais simples e dimensionalmente correta que expressa essa qualidade é:

$$f_{at} = k \cdot p,$$

em que k é uma constante que dependerá do par de materiais em contato e p é a pressão macroscópica na respectiva região.

Supondo os materiais homogêneos e quimicamente inertes e que o contato mecânico seja uniforme (o que exclui a rotação do corpo), o produto $k \cdot p$ será constante, de modo que:

$$F_{at} = \iint_A f_{at} dA = \iint_A (k \cdot p) dA = k \cdot p \iint_A dA = k \cdot p \cdot A.$$

Como a pressão p é, por definição, a razão entre o módulo N da força de compressão (componente normal da força de vínculo entre as superfícies) e a área A de contato efetivo, vem que:

$$F_{at} = k \cdot p \cdot A = k \cdot \left(\frac{N}{A}\right) \cdot A = k \cdot N.$$

O fator k , sob as suposições elencadas, é o *coeficiente de atrito; estático* no caso de repouso relativo entre as superfícies e *cinético* ou *dinâmico* no caso de movimento de translação relativo entre ambas.

A partir da dedução³⁴ apresentada, podemos afirmar que no escopo teórico da mecânica, a intuição de proporcionalidade da força de atrito com a área de contato, geralmente classificada como uma concepção prévia e errônea ou de senso comum, não é incorreta, mas apenas incompleta. Afinal, como a força de atrito é também proporcional à pressão (força de compressão por unidade de área), a proporcionalidade por esses dois fatores a torna independente da área de contato e proporcional à força de compressão. Sendo assim, é notável que a ideia de proporcionalidade direta entre as forças de atrito e de compressão (normal) não é necessariamente um resultado induzido de uma série de experiências. Isso nos desobriga, portanto, de adjetivar como empíricas as clássicas leis do atrito de contato seco. Em função dessas colocações, neste trabalho tanto conferiremos a Amontons a autoria das leis, quanto não usaremos daqui para frente o adjetivo “empíricas” para caracterizá-las.

³⁴ Agradeço ao professor Vito R. Vanin pelas críticas e sugestões com relação à análise dimensional dessa dedução.

3.2.4. Lançamentos oblíquos em meios resistentes

O clássico problema de determinação da trajetória de um corpo lançado obliquamente em um meio resistivo, como o ar atmosférico ou uma superfície rugosa inclinada, tem sido sistematicamente estudado já há alguns séculos. O primeiro contexto de abordagem desse problema foi o de otimização da balística. Tartaglia, italiano do século XVI fortemente influenciado pela física aristotélica e grande contribuinte da ciência renascentista, afirmou no Livro II de sua *Nova Scientia* que as trajetórias de projéteis lançados obliquamente são compostas por *dois segmentos de reta unidos por um arco de circunferência*, com um segmento correspondendo à projeção do lançamento e o outro, à vertical local. Além disso, para o caso de lançamentos sem resistência do ar, Tartaglia identificou a simetria das trajetórias (ABATTOUY, 1996; HACKBORN, 2016; SALVIA, 2017).

Galileu, por sua vez, ao discutir o lançamento de projéteis em *De Motu*, uma de suas primeiras obras sobre o movimento dos corpos, aderiu à imagem de trajetória de Tartaglia, considerando o movimento inicialmente retilíneo e posteriormente circular; uma concepção que o alinhava ao pensamento da filosofia natural medieval (ABATTOUY, 1996; SALVIA, 2017). Posteriormente, em sua última obra *Discorsi and in Dimostrazioni Matematiche intorno a Due Nueve Scienze*, Galileu relatou a descoberta da forma parabólica da trajetória de projéteis com o auxílio de um experimento (com uma bola lançada horizontalmente do alto de uma mesa), bem como conceitualizou a independência dos movimentos horizontal e vertical e a situação de máximo alcance para um lançamento a 45° (HACKBORN, 2016; SALVIA, 2017). Ainda nessa obra, especificamente para o lançamento oblíquo em meio resistivo, Galileu modificou sua concepção tartagliana, afirmando que a trajetória corresponde a uma *parábola com deformações*, ressaltando que a resistência do ar não poderia sujeitar-se a regras fortes (HACKBORN, 2016; SALVIA, 2017) – um primeiro indicativo de que as leis a seu respeito tratar-se-iam de enunciados apenas aproximados ou limitados.

Newton, finalmente, abordou o movimento de corpos em meios fluidos e resistentes nas seções de I a III do Livro II dos *Principia*. Para um caso de lançamento em meio resistivo, ele construiu geometricamente a trajetória do projétil representando grandezas físicas a partir de linhas, razões e áreas, para os casos de força resistiva proporcional tanto à velocidade quanto ao seu quadrado (NEWTON, 2017). Newton não publicou propriamente equações cartesianas, tais como as que hoje possibilitam os cálculos, mas buscou explicar as causas e os efeitos dos movimentos via geometria. Como resultado particular, ele obteve que para meios de densidade uniforme a trajetória de projéteis seria *mais similar a uma hipérbole* que a uma parábola, por

possuir assíntotas oblíqua e vertical, respectivamente em seu início e fim (HACKBORN, 2016; NEWTON, 2017). Segundo Hackborn (2016),

Galileu e Newton ajudaram a trazer movimento para a “tradição matemática”, compreendendo “ciências clássicas” como a astronomia e a óptica, e a criar no século XVIII uma “fusão quase perfeita entre a matemática e a mecânica, para a vantagem imensurável de ambas, e de toda a física e tecnologia que estavam por vir”. Um bom exemplo dessa fusão é a solução de Bernoulli para o movimento retardado, o qual, para além de sua beleza matemática, concedeu [para a época] um severo poder militar. Usando tabelas computadas a partir dessa solução para o arrasto quadrático ($n = 1$), Leonhard Euler desenvolveu um método que foi usado em artilharia até a 2ª Guerra Mundial; para projéteis de alta velocidade, outros [cientistas] calcularam trajetórias como uma sequência de arcos associados a diferentes valores de n usando uma suave “função de arrasto” em partes (p. 132, tradução nossa).

Em livros de física de nível superior, as trajetórias de projéteis na atmosfera são modelizadas assumindo-se uma força de atrito viscoso com intensidade proporcional a uma potência da velocidade. Tanto nas questões de cunho militar envolvendo propriamente a balística, quanto mais recentemente no que concerne à física e à tecnologia dos esportes, a consideração da resistência do ar é um elemento sobre o qual se dá devida importância (SYMON, 1971; GOLDSTEIN; POOLE; SAFKO, 2008; TAYLOR, 2005; THORNTON; MARION, 2011). Em particular, Thornton e Marion (2011), ao abordarem os efeitos das forças de retardo, apresentam um tratamento teórico que leva em conta o fato de o atrito em meios fluidos e viscosos, como a atmosfera, implicarem em forças de resistência com intensidades aproximadas geralmente proporcionais a alguma potência da velocidade do corpo em questão. Segundo os autores,

O movimento de uma partícula em um meio no qual existe uma força resistiva proporcional à velocidade ou ao quadrado da velocidade (ou uma combinação linear de ambos) foi examinado por Newton em sua obra *Principia* (1687). A extensão de qualquer potência da velocidade foi efetuada por Johann Bernoulli em 1711. O termo da lei da resistência de Stokes é, algumas vezes, aplicado à força resistiva proporcional à velocidade; a lei da resistência de Newton é uma força de retardo proporcional ao quadrado da velocidade (p. 52).

Em geral, a previsão teórica dos lançamentos oblíquos sem resistência do ar implica trajetórias parabólicas. Diferentemente, quando a resistência do ar é levada em conta, os corpos descrevem trajetórias não parabólicas, cujos alcance e altura máxima são menores que no caso anterior. Em problemas desse tipo, o objetivo de sua resolução mecânica muitas vezes não se limita ao conhecimento das funções horárias da posição do corpo, pois em termos práticos, o que se mostra necessário é o conhecimento prévio de aspectos mais específicos de sua trajetória, dependendo das condições iniciais e dos parâmetros de lançamento. Entretanto, em muitas situações físicas torna-se inviável a obtenção de soluções analíticas, dadas as complicações do cálculo ou, às vezes, a própria impossibilidade matemática de se resolver as equações diferenciais resultantes da aplicação da 2ª Lei de Newton.

Na literatura, por exemplo, Parker (1977) apresentou soluções aproximadas para as equações de movimento e introduziu um exemplo de sua integração numérica quando a resistência do ar era considerável e dependente do quadrado da velocidade. Dada a complexidade dessa abordagem, os lançamentos de projéteis sobre planos inclinados, por implicarem trajetórias análogas e serem mais convidativos à experimentação (em termos de facilidade de construção, inspeção e observação), constituem uma potencial porta de entrada para a compreensão desse tipo de movimento, especialmente por poderem ser estudados a partir da consideração de uma força atrito de contato seco, entre sólidos. Apesar de o atrito de contato possuir leis mais simples que as do arrasto, as consequências práticas sobre a trajetória, de diminuição do alcance e da altura máxima, também se verificam.

Mais recentemente, três trabalhos se concentraram na tentativa de encontrar soluções analíticas para o problema do lançamento oblíquo sobre a superfície de um plano inclinado com atrito, com diferentes estratégias e formalismos. Inicialmente, Zürcher (2007) calculou a solução exata da equação de movimento e obteve a equação da trajetória do projétil para o caso particular em que a força de atrito cinético, tem a mesma intensidade que a componente da força peso paralela ao plano do movimento. Nessa situação, o vínculo não-holonômico de oposição instantânea entre a velocidade do projétil e a força de atrito cinético implica um acoplamento das coordenadas de posição, o que elimina um grau de liberdade e provê uma equação de movimento unidimensional. Shunyakov e Lavrik (2010), por outro lado, obtiveram uma solução analítica geral para o problema, levando em conta algumas de suas semelhanças estruturais matemáticas com o clássico problema da perseguição. Os autores ainda discutem correlações entre o tratamento teórico do problema e eventuais experimentos que possibilitariam a determinação do coeficiente de atrito em um caso real, ressaltando que essa ponte seria útil para melhorar nossa compreensão sobre o atrito de contato. E Wang (2014), por sua vez, apresentou uma solução analítica fechada para esse problema, considerando uma coordenada de posição única ao longo da trajetória e encaminhando a resolução da equação de movimento com o uso de coordenadas polares. Em particular, o autor discute também o conjunto de casos para os quais o projétil eventualmente cessa seu movimento, que ocorrem quando o coeficiente de atrito cinético é maior que a tangente do ângulo de inclinação do plano do movimento com respeito à direção horizontal.

Zürcher (2007), Shunyakov e Lavrik (2010) e Wang (2014) debruçaram-se sobre essa mesma situação física exclusivamente do ponto de vista *teórico*. Portanto, pelo menos duas novas abordagens são também convidativas: uma *experimental*, que permita não apenas observações qualitativas, mas principalmente a modelagem e o aprofundamento quantitativo da

cinemática e dinâmica do movimento, e outra *didática*, a partir da identificação de aspectos interessantes, potentes ou mesmo controversos a respeito desse fenômeno físico.

3.3. Definição

A partir do conjunto de princípios de design identificados nas seções 2.1, 2.2 e 3.2, inerentes à *compreensão* do problema de pesquisa, nesta seção adentraremos a fase três, de *definição*, estabelecendo indicativos teoricamente sustentados de objetivos gerais e formas de avaliação para as intervenções. Inicialmente, consideramos importante destacar que em função dos nossos levantamentos sobre os experimentos e tecnologias no ensino de física e na formação de professores (seção 2.1), deflagramos pela literatura da área a imperativa necessidade de aportes pedagógicos e metacientíficos para a sustentação teórica de propostas didáticas desenvolvidas dentro desses escopos. Por essa razão, adotamos aqui uma visão cognitiva da didática das ciências, inspirada no modelo cognitivo de ciência, que operacionaliza uma resolução dessa necessidade a partir dos conceitos de ciência escolar e atividade científica escolar (seção 2.2).

Na pesquisa baseada em design, o propósito de *definir* objetivos e formas de avaliação está na clarificação do problema e no enquadramento de uma tentativa de solução para ele. Aqui, como **problemas de investigação**, nos referiremos inicialmente à necessidade de concepção de um experimento com imagens e ao design de uma atividade nele baseada, ou seja, ao *desenvolvimento instrucional* de um *produto didático*. Em seguida, aludiremos à necessidade de *planejamento* de uma *intervenção didática* que desse produto faça uso em nosso contexto didático real, descrito anteriormente na fase de focalização. Para tanto, assim como prescrito por Easterday, Lewis e Gerber (2014), a partir dos princípios de design realizamos a tarefa de enunciação de algumas perguntas do tipo “*como nós poderíamos [...]?*”, cujas respostas pudessem clarificar esses objetivos e formas de avaliação, indicando, portanto, a concretização de caminhos de solução para esses dois problemas de investigação.

Com relação ao *desenvolvimento instrucional* de um *produto didático*, levantamos questões sobre como nós poderíamos:

- a) construir um arranjo robusto e definir técnicas cuidadosas para viabilizar uma abordagem didática experimental dos lançamentos oblíquos em meios resistentes, sem padecer diante dos problemas e dificuldades que se impõem invariavelmente sobre quaisquer sistemas sujeitos ao atrito;

- b) mobilizar recursos tecnológicos para conceber a partir desse arranjo um experimento com imagens, de acordo a metodologia do MEXI;
- c) criar a partir desse experimento uma atividade complexa e não trivial, para fortalecer as aprendizagens conceituais e procedimentais dos estudantes e viabilizar atitudes reflexivas acerca da experimentação e da modelagem, para afastar-nos do modelo de ensino tradicional centrado no professor;
- d) elaborar uma rotina experimental dessa atividade para avaliar o campo de validade das leis de Amontons e, eventualmente, determinar coeficientes de atrito a partir de estratégias técnicas e didáticas coerentes;
- e) estruturar a atividade de modo que ela viabilize o exercício de tarefas investigativas correspondentes à dita “força motriz racional” da ciência, isto é, a formulação e o teste de hipóteses teóricas;
- f) ressaltar nessa atividade o potencial das simulações computacionais para a exploração de situações físicas.

Já com relação ao *planejamento* de uma *intervenção didática*, elaboramos perguntas sobre como nós poderíamos:

- a) elaborar uma intervenção didática no contexto de uma disciplina teórica de um curso de formação de professores para interrelacionar as teorias científicas e práticas experimentais;
- b) conceber uma intervenção didática significativa aos estudantes que tenha como base o referido produto didático, cujos ímpetus conceituais e procedimentais são cientificamente rigorosos;
- c) implementar essa intervenção segundo os critérios para o design de atividades científicas escolares, como a seleção e o sequenciamento de conteúdos, a gestão das aulas, o design de experimentos e problemas e a atenção à linguagem;
- d) e, finalmente, usar um ambiente virtual de aprendizagem para viabilizar o uso e avaliação desse produto didático como objeto de aprendizagem.

A separação desses questionamentos em duas categorias e a sua ordenação dentro de cada uma delas não refletem com transparência o real cenário de debates que se estabeleceu internamente ao grupo de pesquisa. Diferentes perguntas se colocaram de modo mais ou menos incisivo nos vários debates internos, ou mesmo apareceram em momentos diferentes. Portanto, a separação e a ordenação são aqui trazidas segundo uma iniciativa de elucidação das principais temáticas e de clarificação de sua exposição. Numa direção parecida, os “trabalhos” de *desenvolvimento instrucional* do *produto didático* e de *planejamento* da *intervenção didática*

aconteceram concomitantemente entre si e simultaneamente a esse cenário de debates internos. Isso evidencia que a equipe não reuniu condições objetivas para cumprir as fases três (*definição*) e quatro (*concepção*) de modo discreto e consecutivo. A despeito disso, conforme ressaltam Easterday, Lewis e Gerber (2014), esse cenário não descaracteriza a pesquisa baseada em design, uma vez que as diferentes fases podem ser realizadas de modo recursivamente aninhado e iterado, desde que as suas sínteses sejam bem estruturadas, internamente coerentes e consensuais para toda a equipe. Por essa razão, uma apresentação mais profícua dos objetivos e das formas de avaliação, como resposta a esses dois conjuntos de perguntas, serão apresentados paulatinamente e mais explicitamente ao longo das próximas seções.

3.4. Concepção

Contemplaremos nesta seção a fase quatro (*concepção*) da pesquisa baseada em design, com a elaboração de um plano de solução para os problemas de investigação levantados anteriormente. Para tanto, basear-nos-emos nos princípios de design levantados e ressaltaremos mais explicitamente os objetivos dessa solução e as formas de avaliação concebidas para julgá-la. As subseções 3.4.1 e 3.4.2 trazem as duas etapas que se mostraram fundamentais nessa fase, inerentes respectivamente à criação da atividade experimental e ao planejamento de sua implementação de acordo com as características do contexto didático escolhido.

3.4.1. Desenvolvimento instrucional

Aqui, apresentaremos como ocorreu a *concepção* – no sentido do desenvolvimento instrucional, conforme a terminologia de Araújo e Veit (2011) –, de uma atividade (proposta didática) baseada no experimento com imagens de Força de Atrito Variável do MEXI. Na subseção 3.4.1.1, narraremos como se deu a criação desse experimento a partir da construção e filmagem do arranjo. Já na 3.4.1.2, abordaremos o processo de design de uma atividade baseada nesse experimento, em função de uma análise reflexiva sobre seus caminhos metodológicos e resultados. Dessas duas etapas, teremos uma reunião de insumos que encerram uma primeira versão do produto didático, parte inicial da solução do nosso problema de investigação.

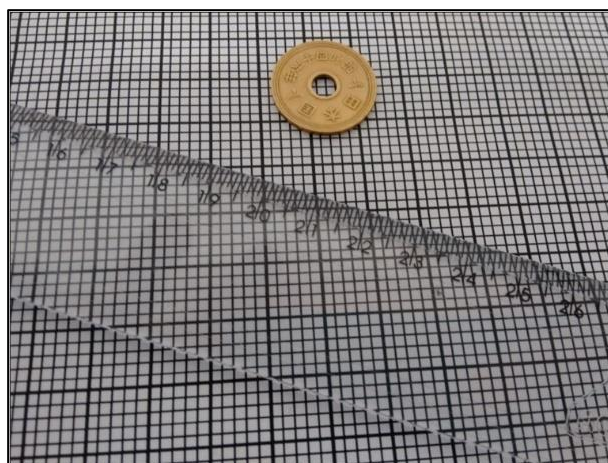
3.4.1.1. A concepção do experimento com imagens

A situação física de interesse no experimento é o lançamento oblíquo de um corpo sobre a superfície de um plano inclinado. Por se tratar de uma situação real, o atrito não pode ser ignorado. Apesar da aparente simplicidade, normalmente diversas complicações e

limitações se impõem quando tentamos registrar um fenômeno físico em vídeo. Ao longo das rotinas de pesquisa, a equipe realizou filmagens em diferentes épocas, com diferentes câmeras e arranjos experimentais. Nesta subseção, abordaremos a construção e a filmagem do experimento, até a obtenção dos conjuntos de imagens que são atualmente disponibilizados na página do MEXI.

Em todos os registros do movimento, o objeto escolhido como projétil foi uma moeda japonesa de 5 ienes, cujo formato é o de uma coroa circular. Como o movimento da moeda se dá sobre uma superfície, o instrumento de medida usado nas filmagens foi um quadriculado graduado. O formato vazado da moeda é conveniente por possibilitar que um observador localize e meça a posição do centro da moeda em relação à referência quadriculada. A Figura 7 apresenta em perspectiva a moeda, a régua e parte do papel quadriculado.

Figura 7. Moeda de 5 ienes e régua usadas para os lançamentos, ambas sobre o quadriculado de referência.



Fonte: elaboração própria.

Para permitir uma abordagem dinâmica (e não apenas cinemática), optamos pela medição da massa da moeda, mostrada na Fig. 8. Durante essa pesagem, a quarta e última casa decimal do valor apresentado no visor da balança analítica flutuou consideravelmente (entre 5 e 8), mesmo sem correntes de ar no interior do invólucro transparente. Essa flutuação ocorre, portanto, para décimos de milésimos de grama. Para explorá-la melhor, necessitaríamos de uma correção no valor da massa em função do empuxo devida à atmosfera terrestre. Além disso, variações nas impurezas da superfície da moeda provavelmente também alterariam sua massa nessa casa decimal. Por isso, optamos pelo arredondamento do valor da massa para três algarismos significativos: $m = 3,66 \text{ g}$.

Figura 8. Medição da massa da moeda com uma balança analítica.



Fonte: elaboração própria.

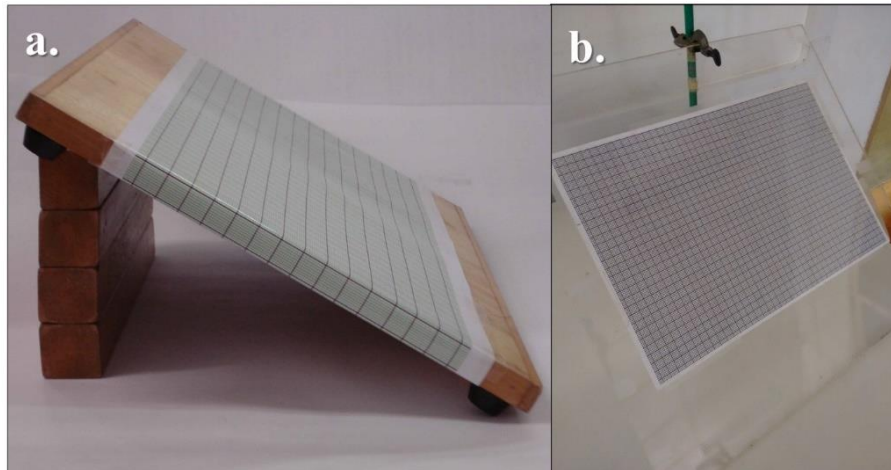
O conhecimento das ordens de magnitude das grandezas físicas de uma experiência sugere o que é o ou não desprezível em seu escopo. Neste caso, valor da massa com três algarismos significativos viabiliza que a sua incerteza experimental (associada à imprecisão instrumental da balança analítica) seja desprezada nas sucessivas propagações de incerteza das grandezas que a partir dela venham a ser posteriormente calculadas.

Nas filmagens mais antigas (2010), o plano inclinado foi construído com uma placa e alguns blocos (todos de madeira), e o quadriculado (graduado a cada 0,2 cm com linhas finas e a cada 2 cm com linhas espessas) foi impresso em papel sulfite. Nesse caso, diferentes quantidades de blocos sobre os quais a placa era apoiada permitiam o ajuste de diferentes ângulos de inclinação³⁵. Nas filmagens mais recentes (2015 e 2017, de interesse para o presente trabalho), o plano inclinado foi construído com uma placa de acrílico presa a um suporte universal, e o quadriculado (graduado a cada 0,2 cm com linhas finas e a cada 1,0 cm com linhas espessas) foi também impresso em papel sulfite. Nesse caso, as diferentes alturas de fixação da mufa na haste metálica do suporte permitem o ajuste de diferentes ângulos de inclinação para o plano. Esses arranjos experimentais são mostrados na Fig. 9. Com eles, o maior desafio de ajuste ocorreu no sentido de garantir que as linhas horizontais do quadriculado

³⁵ Adotamos aqui a nomenclatura *ângulo de inclinação do plano* para o menor ângulo entre a superfície do plano e a direção horizontal.

realmente fossem dispostas na horizontal. Para tanto, a colagem do quadriculado foi realizada paralelamente à aresta da placa que ficou em contato com a mesa de apoio, que por sua vez foi nivelada horizontalmente com o auxílio de um nível de bolha.

Figura 9. Arranjos experimentais para a realização dos lançamentos: **a)** mais antigo, em que a placa de madeira com o quadriculado foi apoiada sobre alguns blocos de madeira; **b)** mais recente, em que placa de acrílico com o quadriculado foi presa a um suporte universal com o auxílio de uma mufa.



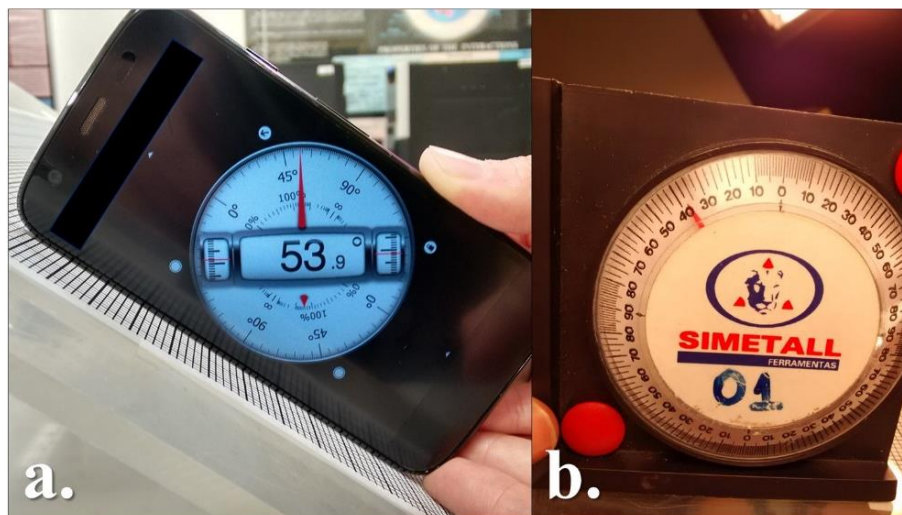
Fonte: elaboração própria.

Com relação à determinação do ângulo de inclinação do plano, para diferentes situações filmadas foram usados dois instrumentos: um inclinômetro analógico e um digital. Em análises posteriores, percebemos também a plausibilidade de desprezar as incertezas das medidas desse ângulo. A Figura 10 mostra exemplos dessas medições. O ângulo lido na escala dos instrumentos não necessariamente corresponde ao ângulo de inclinação do plano, haja vista a direção de referência da origem (zero grau) ser diferente para cada um deles. No inclinômetro digital, como a origem está na direção do plano, o ângulo medido de $53,9^\circ$ é aquele entre o plano e a vertical local e, portanto, o ângulo de inclinação do plano é o seu complementar, $36,1^\circ$. Já no inclinômetro analógico, como as marcações de 0° e 90° estão invertidas em comparação ao digital, o ângulo medido de $37,5^\circ$ é propriamente o ângulo de inclinação do plano.

Para realizar o lançamento oblíquo da moeda, optamos pela utilização de uma régua de acrílico transparente e flexível para impulsionar o objeto. Um vídeo demonstrativo desse fenômeno físico foi incluído na página de apresentação desse experimento no portal do MEXI: <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/planoInclinado/index.php>. A câmera usada pela equipe de 2015 para cá registra até 960 *fps*, com varredura progressiva. Para as filmagens mais antigas, não mais dispomos das informações sobre as especificações da câmera; apenas do

conhecimento de sua taxa de captação: iam até 30 *fps*, com varredura entrelaçada – o que por sua vez implicava uma taxa de 60 *fps* após o desentrelaçamento.

Figura 10. Exemplos de medição do ângulo de inclinação do plano com relação à direção horizontal local: **a)** com um inclinômetro digital; **b)** com um analógico.

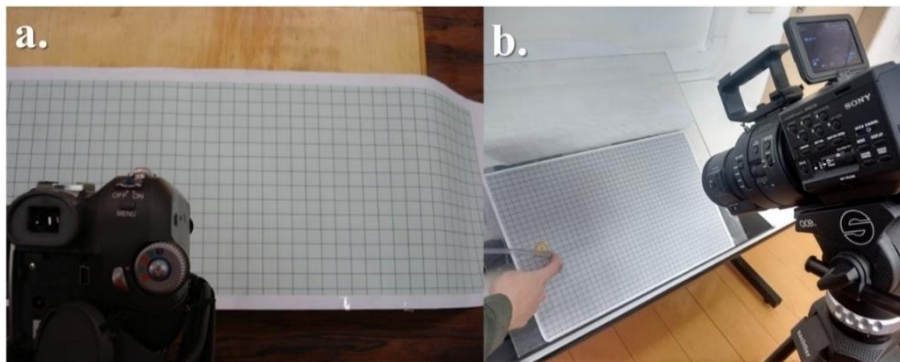


Fonte: elaboração própria.

No posicionamento da câmera diante do arranjo, buscamos obter o melhor enquadramento possível, no sentido do encaixe das linhas do quadriculado à largura e à altura do campo de filmagem. Como consequência, procuramos, sobretudo, apontar a câmera ortogonalmente para superfície do plano inclinado, num processo que requeria a manipulação de diferentes ajustes do tripé e da constante observação do visor digital da câmera. A Figura 11 mostra os posicionamentos do plano inclinado e da câmera, presa a um tripé, para as filmagens antigas e recentes. Conforme se pode observar nos vídeos e imagens que obtivemos, disponíveis na página do MEXI, as lentes produzem leves arredondamentos nas bordas dos vídeos; algo que não pôde ser corrigido.

As filmagens dos lançamentos foram realizadas para vários ângulos de inclinação do plano, todos compreendidos entre 25° e 50°. Em cada um deles, foi necessário um reposicionamento da câmera, para recuperar o alinhamento do campo de filmagem à superfície do plano. Ângulos de inclinação menores que 25° ou maiores que 50° não viabilizaram registros adequados, uma vez que as trajetórias obtidas eram muito achatadas ou alongadas horizontalmente. Portanto, sendo o campo de filmagem uma região bem delimitada do quadriculado, as trajetórias com essas características não se mostraram aproveitáveis.

Figura 11. Posicionamento da câmera em relação ao plano inclinado. Em **a)**, temos o arranjo das filmagens mais antigas e em **b)**, o das mais recentes.



Fonte: elaboração própria.

As primeiras filmagens desses lançamentos foram feitas em 2010, no contexto do Projeto Ensinar com Pesquisa (BARROS; VANIN, 2010), da Pró-Reitoria de Graduação da Universidade de São Paulo. Alguns anos depois, com a aquisição de uma filmadora semiprofissional, a equipe do MEXI conseguiu obter vídeos e imagens com maior resolução e nitidez. As filmagens de 2015 correspondem aos conjuntos de dados identificados por *A*, *B* e *C* na página do MEXI, e as de 2017, aos conjuntos *D*, *E* e *F*. Esses conjuntos correspondem a vídeos obtidos pela filmagem no modo *super slow motion*. A escolha do valor da taxa de captação dos quadros também foi uma variável considerada ao longo dos vários testes. Na página de especificação dos conjuntos de dados (aba *Quadros* da página do experimento no portal do MEXI: <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/planoInclinado/quadros.php>), os conjuntos *D2* e *D3* foram registrados a 960 *fps*, e todos os outros, a 480 *fps*.

A iluminação do ambiente também se mostrou como parâmetro determinante para a qualidade das filmagens. Usando lâmpadas fluorescentes ou incandescentes ligadas à rede elétrica do laboratório, cuja frequência da rede é de 60 *Hz*, os vídeos obtidos apresentavam flutuações periódicas em seu brilho. Em outros testes, foram realizadas filmagens iluminando o arranjo com lâmpadas LED ligadas a uma bateria, que lhes fornecia corrente contínua e não implicava as mesmas flutuações. Por outro lado, apesar de na página web da experiência haver filmagens realizadas nesse último cenário (conjuntos *A*, *B*, *C* e *D*), as melhores em termos de iluminação foram feitas ao ar livre, numa região de penumbra em um dia não nublado (conjuntos *E* e *F*).

A decisão sobre escala a ser adotada para o papel quadriculado também foi parte do processo de montagem do arranjo. Inicialmente, dispúnhamos de dois quadriculados, com escalas de 0,2 *cm* e 0,5 *cm*. Após alguns testes, chegamos à conclusão de que seriam mais

viáveis para medição as filmagens mais focalizadas no campo de visão da trajetória da moeda. Em função disso, pudemos adotar o papel quadriculado de menor escala.

Inicialmente, os testes de lançamento da moeda vinham sendo feitos diretamente por cima do próprio quadriculado, impresso em papel sulfite. Mesmo nessa circunstância, mantendo o par de superfícies em contato, os resultados experimentais obtidos para o coeficiente de atrito variavam consideravelmente de lançamento para lançamento. Apesar desse fato ser esperado e corroborar o aspecto de inconstância e imprevisibilidade experimental do atrito, a equipe resolveu também experimentar lançamentos para a moeda sobre uma superfície diferente: uma fina placa transparente de acrílico. Os conjuntos *A*, *B* e *C* correspondem aos lançamentos da moeda sobre o papel sulfite, enquanto *D*, *E* e *F*, sobre a placa de acrílico.

Nas filmagens, não dispusemos de qualquer controle sobre alguns parâmetros, como temperatura ambiente, pressão atmosférica e umidade do ar, que apesar de hipoteticamente poderem interferir nos coeficientes de atrito, não foram possíveis de controlar ou monitorar. Apesar disso, antes de cada novo lançamento, a placa fina de acrílico era higienizada com álcool etílico 46° e o papel sulfite, desempoeirado com papel toalha seco. Com essas simples estratégias de limpeza, buscamos diminuir a quantidade de impurezas, para nos aproximarmos de um deslizamento entre os materiais constituintes da moeda e das superfícies.

Os lançamentos produzidos manualmente com a torção da régua tiveram um caráter incontrolável, pois dada a imprecisão manual do experimentador, a régua comportava-se de forma vacilante. O impulso inicial por ela conferido à moeda variava com o seu tempo de permanência no estado de distensão anterior ao lançamento – fato associado à histerese elástica do acrílico. Logo, podemos afirmar que o ângulo de lançamento³⁶ e a intensidade do impulso inicial, parâmetros determinantes do vetor velocidade inicial da moeda, foram aleatórios.

Antes do processo de edição dos vídeos obtidos, a equipe procedeu com a seleção dos melhores lançamentos. Basicamente, foi montada uma tabela em que as linhas continham as especificações dos lançamentos conseguidos (com referências ao arquivo do vídeo e ao instante de tempo de sua ocorrência), e as colunas, os diversos parâmetros de interesse. Dentre estes, alguns já foram discutidos, como a taxa de captação e o tipo de iluminação. Porém, outros parâmetros foram também priorizados, como a exigência de a moeda não rotacionar (ou rotacionar pouco) e a qualidade e diversidade de trajetórias descritas pela moeda. Na grande maioria dos lançamentos registrados, a moeda descreveu uma trajetória ou “muito curta”, ou “muito longa”, ou seja, com pequenos ou grandes alcances e alturas máximas em relação à

³⁶ Ângulo entre o vetor velocidade inicial e a direção horizontal.

região filmada. Para as trajetórias “muito curtas”, as filmagens rendiam uma pequena quantidade de imagens, e para as “muito longas”, a moeda muitas vezes saía do campo de visão da filmagem antes de completar seu movimento de descida. Assim, uma vez conhecendo as trajetórias enquadradas no campo visual, eram procurados diferentes tipos de trajetória, para fornecer uma variedade aos posteriores conjuntos de dados.

Devido à ação do atrito, em alguns casos a moeda freava totalmente na horizontal, de modo que ao fim sua queda era retilínea – na direção e sentido de descida do plano. Noutras filmagens, ainda, a moeda descreveu um movimento sempre curvilíneo, apesar de nunca parabólico. Particularmente no caso experimental *E2*, a moeda chegou a parar, adentrando o regime de atrito estático. Portanto, nessa etapa de seleção³⁷ dos lançamentos filmados, o enquadramento das trajetórias no campo visual da filmagem e sua diversidade de formatos foram parâmetros determinantes.

Dispondo das melhores filmagens e trajetórias, o próximo passo foi a edição dos vídeos. Para tanto, foi usado o software *Edius Pro 7* (GRASS VALLEY, 2014). Essa ferramenta dispõe de muitos controles para correção de imagem e introdução de efeitos e permite diversos tipos de ajustes e melhorias aos vídeos brutos. As principais opções aplicadas nesse momento foram os controladores de cor, brilho e contraste, sem que a imagem perdesse nitidez ou fosse reduzida à escala de cinza. O desafio foi fazer com que tanto a moeda quanto as linhas do fundo quadriculado pudessem se sobressair. Com essas correções, os vídeos foram cortados nos intervalos de tempo relativos aos lançamentos de interesse e, então, repartidos em quadros, na forma de arquivos de imagem independentes.

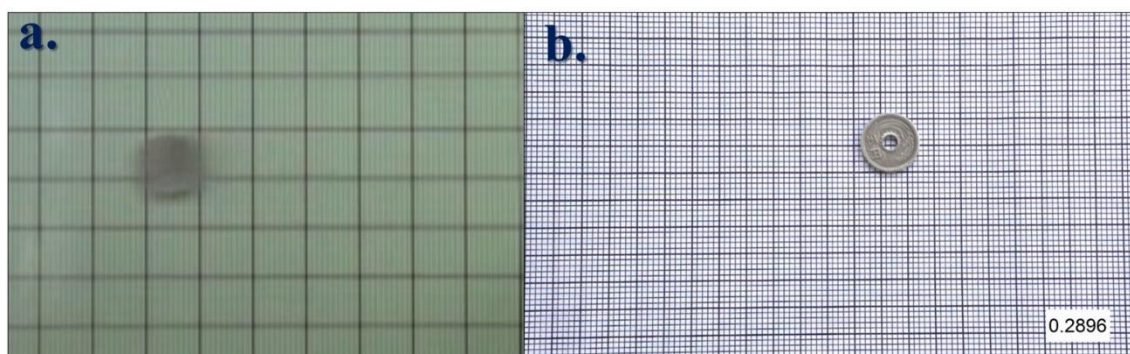
Com o conjunto de imagens de cada lançamento (geralmente correspondentes a algumas centenas delas), a etapa seguinte foi a de inserção dos *códigos de tempo*. Uma vez conhecendo a taxa de captação de uma dada filmagem, montamos um programa no software *Wolfram Mathematica 12* (WOLFRAM RESEARCH, 2019) capaz de: (i) sobrepor uma caixa de texto a cada uma das imagens, com o respectivo instante de tempo e (ii) gerar para cada uma delas uma nova imagem, resultante dessa composição. Os números nessas caixas de texto são o que chamamos de “código de tempo”, que funciona como uma espécie de cronômetro. Para todos os lançamentos selecionados, a origem dos tempos foi adotada sempre na imagem relativa ao primeiro quadro extraído dos vídeos. Esse processo forneceu para cada lançamento uma série com algumas centenas de imagens já com seus códigos de tempo, sendo que o intervalo de tempo entre cada par de imagens consecutivas era ou $1/480$ ou $1/960$ segundo. A partir daí,

³⁷ É importante destacar que para cada experimento com imagens do MEXI, um conjunto específico de parâmetros é previamente levantado e aplicado nessa fase de seleção.

cada série de imagens foi dividida em conjuntos menores, com dezenas de imagens e plausíveis de serem lidos por um estudante.

Para essa divisão, procuramos algum número múltiplo de 3 (três) que permitisse que a divisão do número total de imagens de uma série fornecesse um quociente plausível, correspondente ao número de imagens de um conjunto. Essa escolha decorre do fato de que os quocientes $3/480$ e $3/960$ não resultam em dízimas, o que nos permite trabalhar com intervalos de tempo muito bem definidos entre cada par de imagens consecutivas de um mesmo conjunto. A partir da estipulação dos conjuntos e da organização de seus arquivos em diferentes pastas, eles puderam ser então disponibilizados na página web do MEXI. A Figura 12 apresenta dois exemplos de imagens finais³⁸ obtidas de todo o processo.

Figura 12. Exemplos de imagens finais obtidas após todos os processos da metodologia de trabalho do MEXI: **a)** imagem obtida em 2010, sem o código de tempo; **b)** imagem obtida em 2017.



Fonte: elaboração própria.

Podemos considerar que o processo narrado até aqui atendeu a alguns objetivos levantados para o design da atividade experimental. Afinal, de um ponto de vista praxiológico, mobilizamos recursos técnicos e tecnológicos suficientes para a construção de um arranjo experimental sobre lançamentos oblíquos em meios resistentes e para a concepção de um experimento com imagens sobre esse fenômeno físico de acordo com as premissas metodológicas de trabalho do MEXI.

3.4.1.2. O design da atividade experimental

O fenômeno estudado no experimento de Força de Atrito Variável aponta para três modelos teóricos tradicionalmente abordados nos cursos básicos de mecânica clássica: os

³⁸ Como ressalva, a Figura 12a não apresenta o código de tempo, uma vez que em 2010, o roteiro da atividade continha uma instrução que especificava o intervalo de tempo entre imagens consecutivas de um mesmo conjunto.

lançamentos oblíquos, os planos inclinados como categoria rudimentar de máquina simples e os sistemas sujeitos ao atrito de contato seco. A união deles em um novo modelo teórico é potente do ponto de vista didático, pois apesar do seu maior grau de complexidade, ela viabiliza um itinerário completo de modelização, com um exercício próprio de seleção de aspectos de similaridade (para a definição desse modelo) e de graus de similaridade (na ocasião de realização do experimento). Em princípio, a metodologia experimental do MEXI não parece ser diretamente compatível com esse itinerário, uma vez que os experimentos com imagens fornecem já de início dados brutos de posição e tempo, que correspondem às soluções finais esperadas para os problemas teóricos da mecânica – quando percorremos o sistema da mecânica (Fig. 1) em seu sentido original. Levando em conta essa ressalva, a subseção 3.4.1.2.1 apresenta como a inversão do sistema da mecânica pôde ser explorada segundo as rotinas típicas dos experimentos com imagens do MEXI. Por sua vez, a 3.4.1.2.2 mostra como foi possível enxergar um retorno ao sentido original do sistema da mecânica, que viabilizasse a realização desse itinerário de modelização.

3.4.1.2.1. *A inversão do sistema da mecânica*

Nesta subseção, usaremos alíneas para indicar as diversas etapas de trabalho típicas da metodologia experimental do MEXI:

a) coleta de dados de posição em função do tempo:

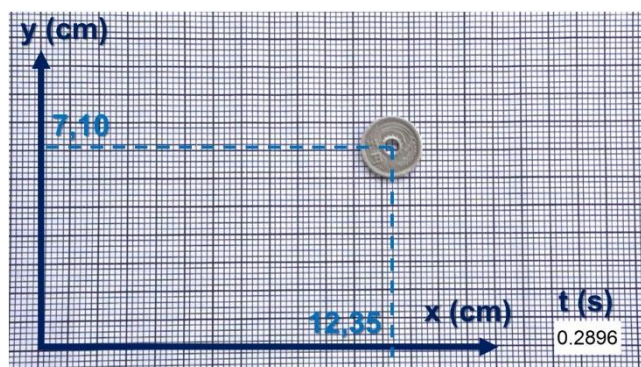
Uma vez que as imagens de determinado conjunto de dados possuem um mesmo enquadramento com relação ao quadriculado, é necessário adotar para todas elas um único ponto como origem O do referencial. Assim, as posições do centro³⁹ da moeda podem ser lidas em um sistema de coordenadas cartesianas Oxy . A Figura 13 apresenta uma imagem do conjunto D1.1⁴⁰, sobre a qual foram inseridos os eixos desse referencial e os valores das coordenadas da posição do centro da moeda no instante apresentado no código de tempo, em segundos. Reforçamos que apesar de sua escolha ser arbitrária, a origem deve ser mantida na leitura de todas as imagens do respectivo conjunto.

³⁹ Para essa escolha, estamos assumindo a moeda (corpo rígido e extenso) como ponto material e o seu centro geométrico como correspondente ao seu centro de massa, dentro das escalas de comprimento da experiência.

⁴⁰ Para esse conjunto de dados, as filmagens foram feitas a 480 *fps*, a superfície era de acrílico e o ângulo de inclinação do plano era $\theta = 29,0^\circ$. Disponível em:

http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/planoInclinado/situacoes/Moeda_Ang4_Conj1_1.php.

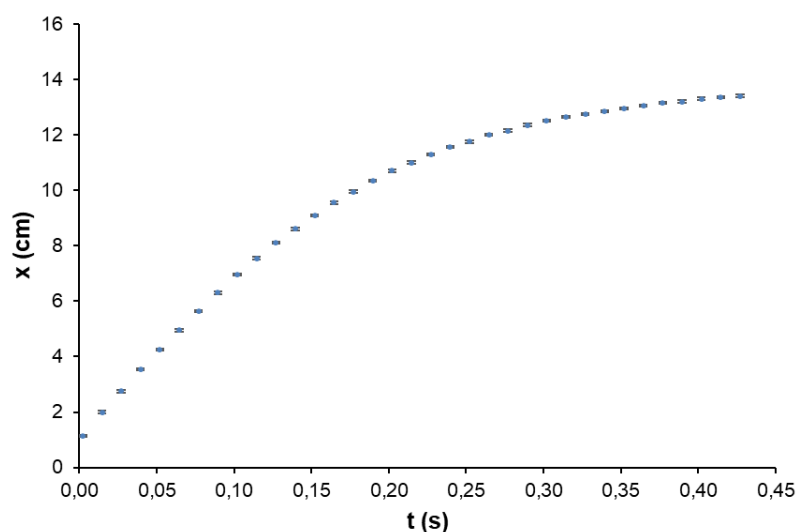
Figura 13. Exemplo de medição das coordenadas de posição x e y em centímetros e do instante de tempo t em segundos a partir da leitura direta do quadriculado e do código de tempo. Aqui, foram sobrepostos à imagem original (Figura 12b) os eixos coordenados, sua identificação e os valores das grandezas.



Fonte: elaboração própria.

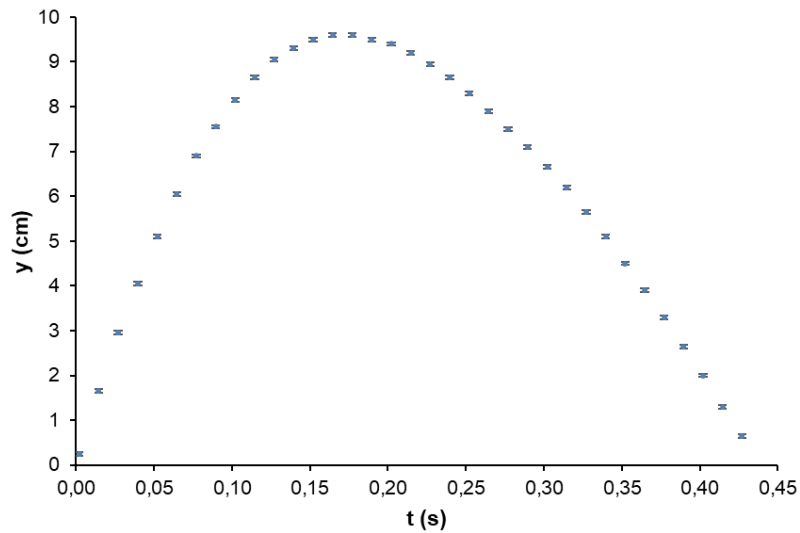
Uma vez construída a tabela das posições em função do tempo a partir da leitura das imagens desse conjunto de dados, é possível construir o gráfico do comportamento temporal de cada coordenada, bem como o da trajetória da moeda. As Figuras 14, 15 e 16 apresentam esses gráficos. Como ressalva, destacamos o caráter isométrico das escalas do gráfico da trajetória, que torna a forma da curva apresentada proporcional à trajetória descrita pela moeda. Em todos os gráficos, a incerteza experimental adotada para as medidas de posição⁴¹ foi de $0,04\text{ cm}$, e a relativa ao tempo foi desprezada – dada a acurácia do processo de repartição de um vídeo em quadros diante do intervalo de tempo do movimento.

Figura 14. Coordenada x da posição da moeda em função do tempo.

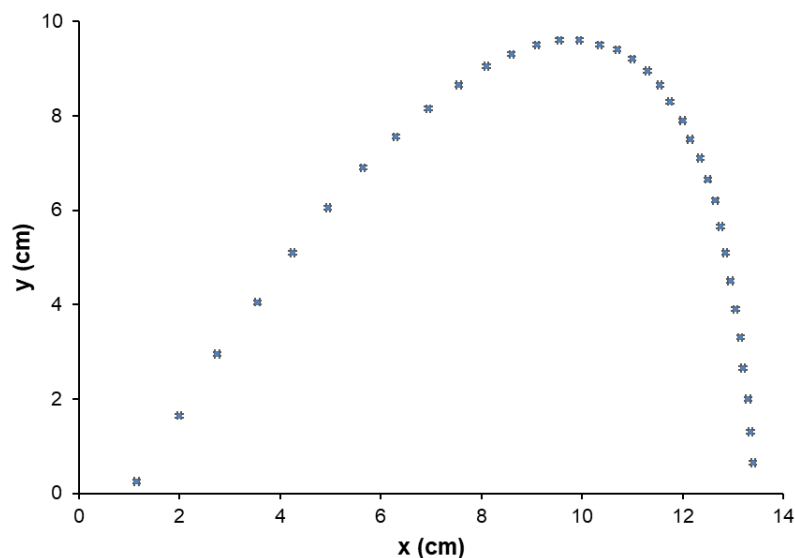


Fonte: elaboração própria.

⁴¹ A adoção desse valor para o desvio-padrão das coordenadas de posição tanto tem relação com as nossas expectativas sobre a qualidade das medições historicamente realizadas por estudantes em outras atividades do MEXI, quanto tem uma contrapartida estatística, cujas metodologias de cálculo fogem do escopo deste trabalho.

Figura 15. Coordenada y da posição da moeda em função do tempo.

Fonte: elaboração própria.

Figura 16. Trajetória da moeda. A isometria das escalas de ambos os eixos torna a forma da curva desse gráfico proporcional à trajetória real descrita pela modelo.

Fonte: elaboração própria.

Um caminho interessante de interpretação desses gráficos seria comparando-os com aqueles que seriam esperados teoricamente para os lançamentos oblíquos em condições ideais (não sujeitos a forças dissipativas). Em casos assim, o gráfico de $x(t)$ resultaria numa reta crescente e o de $y(t)$, numa parábola, uma vez que na direção Ox o tipo de movimento seria uniforme e na direção Oy , uniformemente variado e com inversão de sentido. Como a posição horizontal variaria uniformemente com o tempo, a expectativa para o gráfico da trajetória seria

também de uma parábola. Entretanto, tais expectativas não são corroboradas por esses gráficos, que apresentam consideráveis “distorções”.

Observando as imagens, os gráficos e o vídeo desse lançamento, disponível em <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/planoInclinado/videos.php>, é possível notar que a forma da trajetória da moeda não é parabólica. A partir de então, podemos nos aventurar em dois níveis de abstração teórica:

- a) primeiro, podemos inferir que essas “distorções” são devidas: (i) a alguma força na direção Ox retardando o movimento; (ii) a uma força diferente da projeção do peso em Oy perturbando a trajetória. Afinal, nos lançamentos oblíquos ideais, a força peso, constante para pequenas alturas em relação ao solo, é a própria força resultante. E dessa colocação, afirmamos que em ambas as direções atuam componentes de uma força resistente (dissipativa), que retarda os movimentos em ambas as direções;
- b) segundo, podemos inferir que o fato de a trajetória não ser parabólica indica que a força resultante não é constante. Logo, podemos considerar uma força necessariamente variável atuando sobre a moeda no plano do movimento, que quando somada vetorialmente à projeção da força peso em Oy , implica a trajetória observada.

Caso ambos os níveis de abstração teórica sejam conquistados, já da análise desses gráficos seria possível afirmar que uma força resistente atua sobre a moeda e que essa força é um vetor variável – o que torna a força resultante também variável. Apesar desses níveis de abstração serem plausíveis à luz da mecânica clássica, não se pode esperar necessariamente que essa plausibilidade seja notada, de modo autônomo e imediato, por todo e qualquer estudante;

b) obtenção das velocidades em função do tempo:

Uma vez conhecidas as posições em função do tempo, é possível aprofundar o estudo do fenômeno a partir da inversão do sistema da mecânica da Fig. 1. Como a velocidade é a derivada da posição com respeito ao tempo e dispomos de dados experimentais numéricos de posição e tempo, é possível proceder com uma *derivação numérica* das velocidades, ponto a ponto. Segundo Chapra e Canale (2006, p. 73–75), existem vários métodos de derivação numérica, dentre eles o *método de diferença centrada*. Para aplicá-lo, é necessário considerar a posição como sendo uma função dependente do tempo contínua e derivável no intervalo de interesse. E assim, com base no fato de que os intervalos de tempo entre cada par sucessivo de imagens são em geral bem pequenos, é possível adotar que a *velocidade média em certo intervalo de tempo* aproxima muito bem a *velocidade instantânea no instante médio desse intervalo*. Esse método minimiza os erros em comparação a outros, como os das diferenças

progressiva ou regressiva, bem como sua qualidade é garantida pelo teorema do valor médio (CHAPRA; CANALE, 2006).

Desse método, podemos encaminhar o raciocínio em termos de equações. A velocidade média \bar{v}_x na direção Ox , para o intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ é, por definição:

$$\bar{v}_x(t_{i-1} \leq t \leq t_{i+1}) = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}},$$

onde x é a posição horizontal, t , o instante de tempo e i , um inteiro positivo relativo ao número da imagem em questão dentro da sequência do conjunto de dados.

O instante médio \bar{t}_i desse intervalo de tempo é tal que:

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_{i+1}}{2}.$$

Dessa forma, a aproximação que pode ser adotada pelo método de derivação numérica por diferença centrada é a seguinte:

$$v_x(\bar{t}_i) \cong \bar{v}_x(t_{i-1} \leq t \leq t_{i+1}),$$

onde v_x é a componente em Ox da velocidade instantânea. Quando as sucessivas imagens de um conjunto possuem um intervalo de tempo constante entre si, vale a igualdade $\bar{t}_i = t_i$ e pode-se então resumir todos esses passos à seguinte aproximação:

$$v_x(t_i) \cong \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}.$$

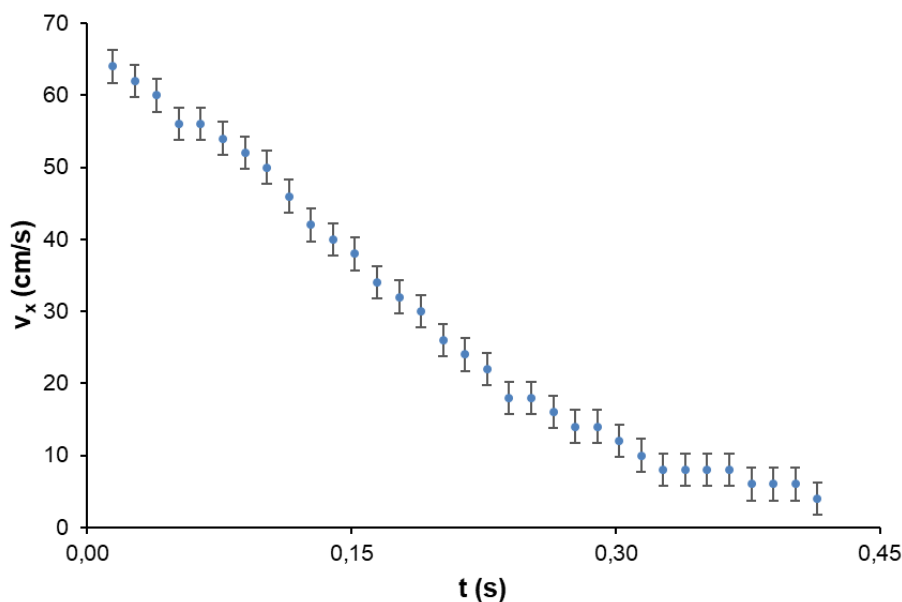
Por esse raciocínio, equações análogas podem ser escritas para a direção Oy . Uma consequência da aplicação desse método é que, como para o primeiro valor de i não existe a imagem $i - 1$, bem como para o último, não existe a $i + 1$, esse método nos impossibilita de determinar velocidades instantâneas para o primeiro e último valores de i . Finalmente, uma vez conhecendo as componentes da velocidade instantânea em função do tempo, é possível “compô-las” e determinar pelo teorema de Pitágoras o módulo da velocidade instantânea para cada instante t_i :

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Os gráficos das Figs. 17, 18 e 19 apresentam o comportamento de cada componente e do módulo da velocidade instantânea em função do tempo. Tanto o método de derivação numérica é aproximativo, quanto é também necessário proceder com a propagação de incertezas para determinar o desvio-padrão experimental associado às componentes da velocidade e ao

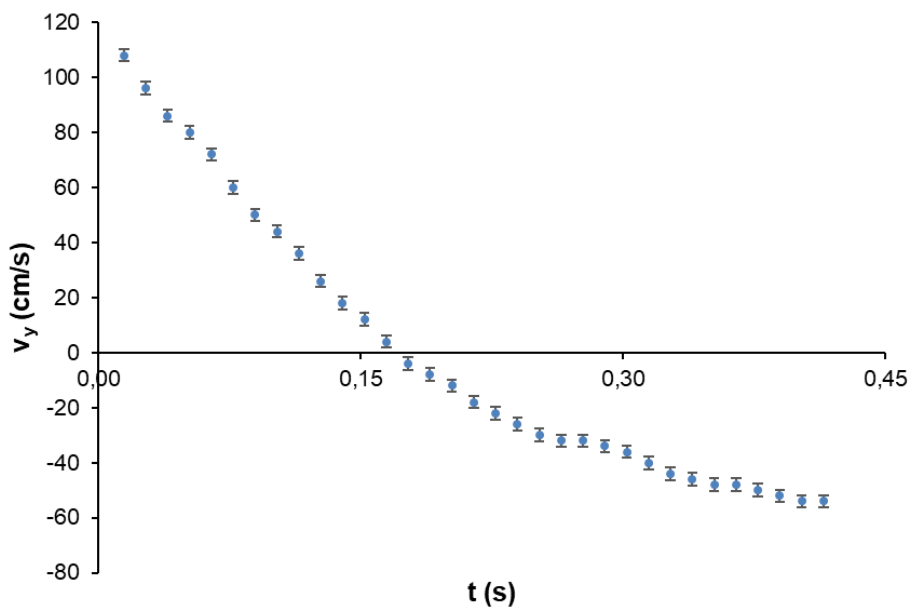
seu módulo. Por fugir do escopo deste trabalho, as propagações não serão discutidas, mas reflexões a seu respeito voltarão a ser apresentadas oportunamente.

Figura 17. Componente em Ox da velocidade da moeda em função do tempo.



Fonte: elaboração própria.

Figura 18. Componente em Oy da velocidade da moeda em função do tempo.



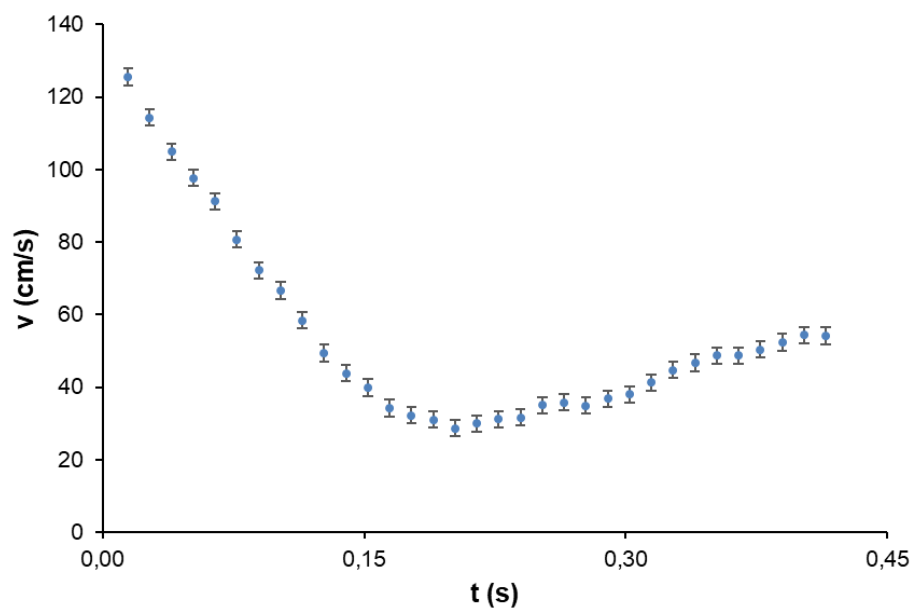
Fonte: elaboração própria.

Com relação aos dois primeiros gráficos, as expectativas teóricas para o lançamento em condições ideais seriam uma reta constante para a componente em Ox e uma reta decrescente para aquela em Oy . Entretanto, esses comportamentos não se manifestam nos

gráficos. Pode-se então confirmar a inferência de que uma força resistente com projeções em *ambas* as direções de movimento atua sobre a moeda. Portanto, o conhecimento da velocidade instantânea é um ganho rumo a novas possibilidades de abstração teórica acerca do fenômeno experimental. Para estudantes de física, mesmo em nível superior, é muito possível que certas limitações com relação à mecânica tenham estado presentes em sua formação. Afirmamos isso na medida em que, tradicionalmente, os problemas sobre planos inclinados com atrito abordam apenas movimentos unidimensionais na direção de subida e descida do plano, aqui adotada como Oy . Nesse sentido, diante de uma observação inicial, o gráfico da Fig. 17 poderia parecer inaceitável, ou mesmo incorreto. Apesar disso, ele evidencia uma desaceleração e, portanto, constata que uma força resistente atua sobre a moeda ao longo da direção Ox .

Além disso, a expectativa para condições ideais de lançamento seria um gráfico de reta decrescente para a Fig. 18. Porém, abstraindo as leves flutuações dos dados, especialmente para os intervalos de tempo finais do gráfico, é visível que existem dois diferentes regimes, um na subida, quando a componente Oy da velocidade assume valores positivos (dada a orientação do sistema de coordenadas da Fig. 13), e outro na descida, quando ela muda de sinal. A característica dessa mudança de regime pode ser reconhecida pela mudança na inclinação média do gráfico em cada trecho. Dessa forma, a aceleração nessa direção muda consideravelmente da subida para descida, sendo mais intensa na subida.

Figura 19. Módulo da velocidade da moeda em função do tempo.



Fonte: elaboração própria.

Das últimas observações de cada um dos dois parágrafos anteriores, um novo nível de abstração teórica envolveria a expectativa de identificação dessa força resistente como sendo a de atrito cinético, conforme Amontons. Afinal, na direção horizontal Ox , há apenas perda de velocidade, e como o movimento é estritamente progressivo, não haveria contradição em considerar uma projeção horizontal da força de atrito cinético contrária a v_x . Já na direção Oy , como em cada trecho do movimento a força de atrito cinético opor-se-ia à respectiva componente da velocidade, então ora a sua projeção estaria a favor da projeção da força peso, ora contra. Assim, a mudança da inclinação média do gráfico da subida para a descida também não seria de se estranhar, afinal, durante o movimento de subida essa componente da força de atrito cinético se somaria à da força peso para frear o movimento.

Até aqui, atravessamos um caminho de explicação considerando algumas possibilidades de “abstração teórica”, possíveis de serem realizadas por um estudante a partir de um exame cuidadoso dos gráficos de posição e velocidade em função do tempo. De fato, qualquer estudo analítico da cinemática é capaz de sugerir expectativas acerca da dinâmica de um fenômeno. Entretanto, não houve aqui um ocultamento da situação física; sabemos que se trata de uma moeda deslizando sobre uma superfície plana, polida, seca e inclinada com relação à horizontal. Sendo assim, independentemente das medições e cálculos até aqui apresentados, seria plausível a expectativa por uma força de atrito cinético pelo simples reconhecimento de características do arranjo experimental.

Assumimos, portanto, que são possíveis pelo menos dois tipos de *asserção empírica*⁴² acerca dessa expectativa de atuação de uma força de atrito cinético; uma de origem mais *experimental*, remetente ao reconhecimento de características da situação física e do arranjo, e outra de origem mais *teórica*, resultante da análise do comportamento das grandezas cinemáticas. Recorrendo à terminologia do modelo cognitivo de ciência, podemos deflagrar aqui a possibilidade de enunciação de *hipóteses teóricas* sobre as forças que atuam sobre um sistema quando são conhecidos detalhes do arranjo experimental e da cinemática dos movimentos. Apesar disso, ainda não estão claras as estratégias que poderiam ser empregadas para avaliarmos se essa força de resistência realmente corrobora as leis de Amontons – para poder ser, então, considerada como a de atrito cinético. Portanto, precisaremos aprofundar mais ainda a análise de dados;

⁴² Por asserção empírica nos referimos à pretensão de que leis de uma teoria se apliquem a determinado caso factual. Da perspectiva de um grupo de estudantes, sustentar uma asserção empírica seria considerar plausível a validade das leis de Amontons ao fenômeno estudado.

c) determinação das acelerações e forças em função do tempo:

Como a aceleração é a derivada da velocidade com respeito ao tempo, pode-se proceder com o mesmo raciocínio de derivação numérica para determinar as suas componentes. Não apresentaremos os gráficos de aceleração em função do tempo, pois o seu cálculo é apenas intermediário para a determinação das componentes da força resultante. Conforme a 2ª lei de Newton, o conhecimento da massa inercial da moeda é necessário para a determinação do módulo da força resultante. Em particular, a consideração do princípio da equivalência de Newton (que estabelece a igualdade entre as massas inercial e gravitacional) nos permitiu determinar a massa inercial a partir de sua pesagem, conforme mostrado na Fig. 8. Dessa forma, reunimos os dados necessários para adentrar a dinâmica do movimento, aplicando os princípios da dinâmica expressos pelas três leis de Newton.

Pela lei da inércia, precisamos garantir que estamos localizados num referencial inercial para procedermos com a aplicação das outras duas leis⁴³. O referencial de análise é o ponto de vista da câmera filmadora, que esteve em repouso em relação à Terra durante as gravações. Portanto, assumindo a Terra como um referencial inercial⁴⁴, podemos considerar aplicáveis as outras duas leis.

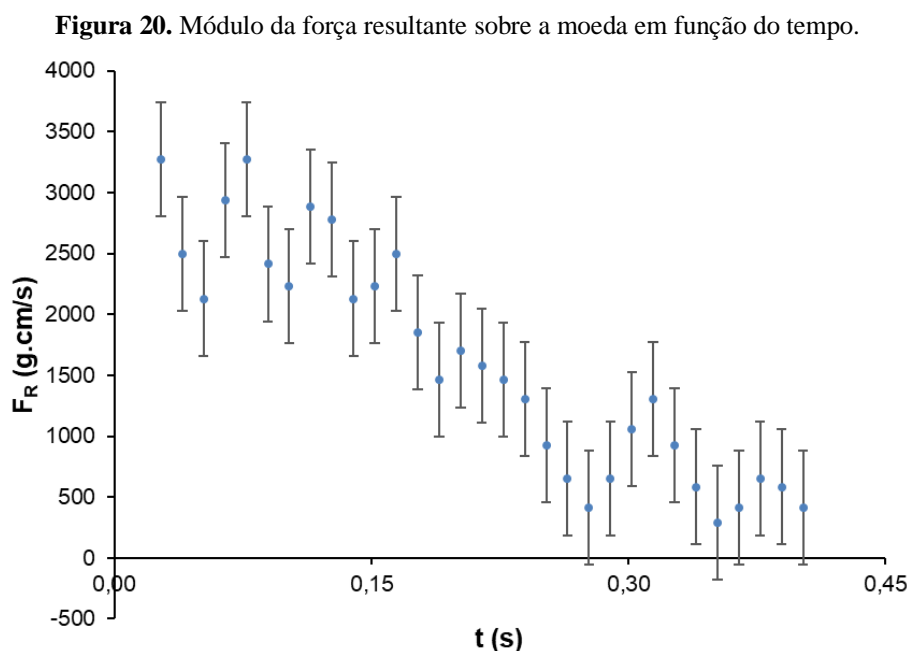
Pela 2ª lei de Newton, podemos multiplicar a massa da moeda pelas componentes da aceleração em cada instante para obter as componentes da força resultante \vec{F}_R em função do tempo. Com estas, é possível determinar também o módulo da força resultante em função do tempo, conforme apresentado na Fig. 20 – que corrobora a expectativa acerca de uma força resultante variável.

A partir da terceira lei de Newton, somos incentivados a pensar sobre as interações da moeda com sua vizinhança. Na tentativa de encerrar o sistema moeda-plano inclinado-Terra, chegamos a uma possível incoerência, uma vez que existe a atmosfera, que poderia provocar sobre a moeda uma força não desprezível, seja de empuxo (em função da coluna de ar acima da moeda) ou de atrito viscoso (em função da interação da moeda com as camadas de ar em suas

43 Essa perspectiva de interpretação da lei da inércia é a apresentada por Resnick, Halliday e Krane (2008), que afirmam a primeira lei de Newton como aquela que define o que são os referenciais inerciais, de modo que as leis propriamente físicas seriam a segunda e a terceira. Outros autores historicamente assumiram diferentes interpretações – como Thornton e Marion (2011), que consideram as duas primeiras leis como uma definição operacional de força, de modo que a terceira lei seria a única lei física – porém, essa pluralidade de perspectivas não compromete a coerência interna do sistema da mecânica.

44 Pode-se de fato fazer essa aproximação. A Terra é, em termos absolutos, um referencial não inercial devido a uma série de movimentos de rotação, sendo que aquele de velocidade angular mais intensa é o que se dá em torno do seu próprio eixo, cuja velocidade angular é da ordem de 10^{-5} rad/s. Portanto, as acelerações fictícias devidas às forças centrífuga e de Coriolis podem ser ignoradas, haja vista seus efeitos serem indetectáveis nas ordens de grandeza das escalas de comprimento e tempo da experiência.

redondezas). Além disso, a análise empenhada até aqui levou em conta o movimento de translação, mas não a rotação da moeda. Entretanto, conforme discutimos em Leite *et al.* (2021), a resistência do ar⁴⁵ e a rotação da moeda⁴⁶ são ambas desprezíveis nas escalas de comprimento e tempo do fenômeno. Resta-nos, portanto, aceitar esse sistema como mecanicamente isolado dentro dessas escalas, de modo que as forças que atuam sobre a moeda são o *peso* e a *força devida à superfície do plano*. Esta última é uma força evidentemente complicada, porém, procederemos com o modo padrão de considerar suas projeções, conforme a discussão da seção 3.2.3. Na direção perpendicular ao plano, identificamos essa projeção como *força normal* \vec{N} , que é devida à compressão e não interfere no movimento por ser ortogonal a Oxy . Por sua vez, em Oxy , adotaremos a outra projeção como sendo uma *força de resistência* \vec{f} , que atua sobre o plano do movimento e é devida ao deslizamento da moeda sobre sua superfície. Da consideração dessas projeções, podemos representar o diagrama de corpo livre da moeda. A Figura 21 traz esse diagrama para diferentes orientações de visão do arranjo experimental e direções do movimento ao longo da direção Oy .

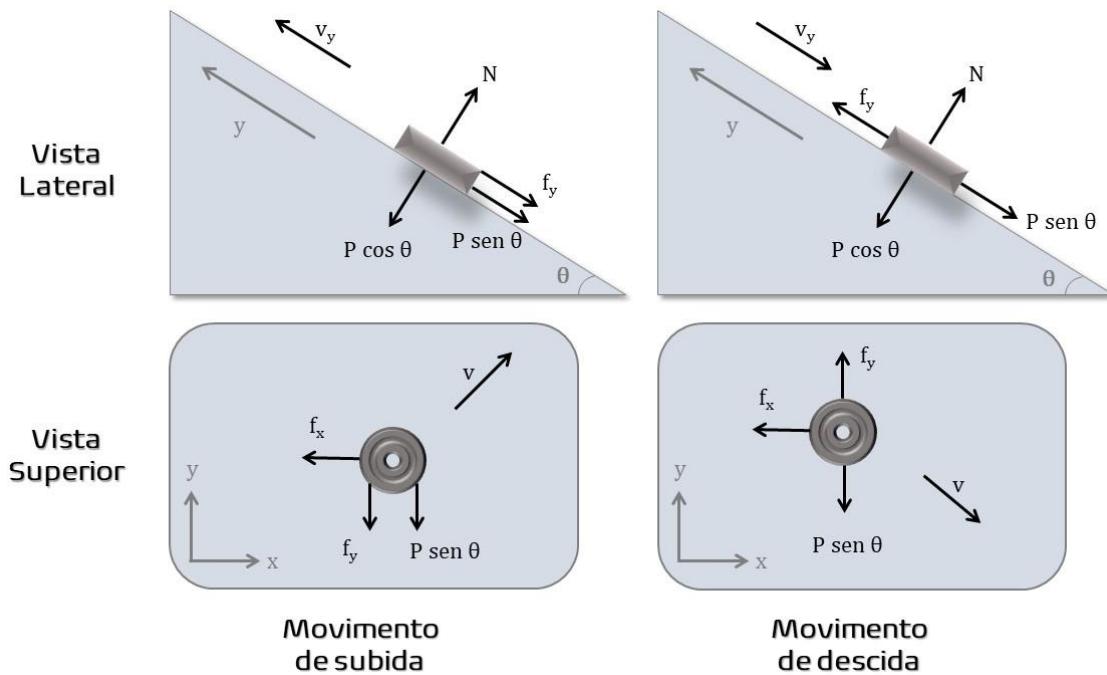


Fonte: elaboração própria.

⁴⁵ Usando a expressão de Prandtl (THORNTON; MARION, 2011) para a força de atrito viscoso (resistência do ar), obtivemos um valor três ordens de grandeza menor que o da força de resistência devida à superfície – que será apresentado posteriormente ainda nesta subseção do texto. Além disso, como os pequenos efeitos devidos à resistência do ar também não podem ser isolados, optamos por desprezar essa força.

⁴⁶ A rotação da moeda é visivelmente lenta, conforme se pode observar nos vídeos de todos os lançamentos gravados. Estimamos que a correspondente energia cinética de rotação da moeda é mais que duas ordens de grandeza menor que a sua energia cinética de translação, o que torna plausível desprezar o movimento de rotação.

Figura 21. Diagramas de corpo livre da moeda em vista lateral e superior para os movimentos de subida e descida ao longo da direção Oy . Os símbolos P , N e f representam respectivamente os módulos das forças peso, normal e de resistência. θ é o ângulo de inclinação do plano.



Fonte: elaboração própria.

Dessas representações, e uma vez conhecidos os dados das componentes da força resultante em função do tempo, é de se perceber que, à luz das leis de Newton, para determinarmos as componentes da força de resistência, precisaremos dispor do valor da componente do peso em Oy , cujo módulo é $P \cdot \sin \theta = m \cdot g \cdot \sin \theta$, em que m é a massa gravitacional da moeda e g , a aceleração local da gravidade. Como já dispomos dos valores da massa ($m = 3,66 \text{ g}$) e do ângulo de inclinação do plano ($\theta = 29,0^\circ$), resta-nos obter o valor de g . O Laboratório Didático do Instituto de Física da Universidade de São Paulo fornece para as suas imediações um valor experimental para essa grandeza, $g = 9,7864(3) \text{ m/s}^2$. Como as filmagens da experiência foram realizadas no Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, a uma altitude de apenas alguns metros de diferença, optamos por usar esse mesmo valor de g , arredondando-o para três algarismos significativos ($g = 9,79 \text{ m/s}^2$) e ignorando seu desvio-padrão experimental, dada a pequena incerteza relativa da medida.

Portanto, reunimos condições para destrinchar a 2ª lei de Newton para ambas as direções de movimento, uma vez já conhecidas as componentes da força resultante em função do tempo. Considerando a orientação do sistema de referência adotado e as direções e sentidos das forças, conforme as Figs. 13 e 21, podemos equacionar:

$$\begin{cases} F_{Rx} = f_x \\ F_{Ry} = f_y - mg \operatorname{sen} \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_x = F_{Rx} \\ f_y = F_{Ry} + mg \operatorname{sen} \theta \end{cases}$$

E, portanto, é possível determinar as componentes f_x e f_y da força de resistência em função do tempo. Com elas, reunimos indiretamente o conhecimento de todas as propriedades do respectivo vetor força, em termos de magnitude e orientação.

À luz do diagrama da Fig. 3, podemos notar que do *sistema físico real* analisado, de *lançamento oblíquo de uma moeda sobre um plano inclinado de acrílico*, obtivemos um *resultado experimental* para uma força, genericamente qualificada até então como sendo “de resistência” (em função de seu caráter dissipativo). Logo, reunimos dados para avaliar se essa força corrobora as leis de Amontons, conforme os objetivos levantados para o desenvolvimento instrucional do produto didático. Noutras palavras, as rotinas experimentais elaboradas até aqui finalmente oportunizam a iniciativa de avaliação do campo de validade das leis de Amontons, como forma tentativa de construção de um conhecimento sobre o fenômeno. Ainda, a Fig. 3 evidencia que para essa construção é necessária a definição de um *modelo teórico*, do qual obteríamos (por raciocínio e/ou cálculos) uma *previsão teórica*, que poderia ser então comparada com o *resultado experimental* – em termos de concordância e/ou análise de compatibilidade. Para essa comparação, performaríamos propriamente um teste de *hipótese teórica*, corroborando outro objetivo pretendido para o desenvolvimento instrucional. Portanto, precisamos definir um modelo teórico capaz de fornecer uma previsão teórica;

d) definição do modelo e enunciação das hipóteses 1 e 2:

Anteriormente, ainda nesta parte do texto, levantamos uma asserção empírica acerca da expectativa de atuação de uma força de atrito cinético sobre a moeda. Sobretudo, essa asserção aponta para a elaboração de um modelo, e uma forma de representá-lo é a partir do diagrama de forças da Fig. 21; com exceção da força \vec{f} , que corresponde nesse nosso modelo à força de atrito cinético (conforme a Lei 2 de Amontons, formalizada na seção 3.2.3). Nessa definição do modelo, os *aspectos* captados do sistema real têm relação direta com o conjunto de corpos e interações⁴⁷ que foram contemplados em nossas rotinas experimentais, isto é, não consideram as entidades desprezadas ao longo do processo de *aproximação*. A partir desse

⁴⁷ Além da idealização dos corpos e interações do sistema, nossas rotinas experimentais não se propuseram a testar, por exemplo, as leis de Newton. Portanto, fizemos uso delas em nossos cálculos experimentais para determinar as componentes das forças. Haja vista as leis de Amontons serem os enunciados que nos interessam, não as aplicamos para quaisquer cálculos experimentais, mas as consideramos verdadeiras, por definição, para o modelo teórico.

processo de *idealização*, diremos que este é o *modelo teórico* do *lançamento oblíquo de um corpo sobre a superfície de um plano inclinado no regime do atrito de contato seco*.

Da rotina experimental desenvolvida até aqui, com o objetivo de avaliação do campo de validade das leis de Amontons, fica evidente que a **força de resistência \vec{f}** , cujas componentes em Oxy são conhecidas em função do tempo, é o principal *aspecto* do *sistema físico real* que estamos selecionando para ser submetido a uma avaliação de similaridade contra a previsão teórica. Por sua vez, em nosso *modelo teórico*, esse aspecto corresponde à **força de atrito cinético \vec{f}_{at_c}** . Ou seja, por um caminho de *raciocínio* (e não propriamente de *cálculo*), nosso modelo fornece como *previsão teórica* uma força de resistência que respeite a Lei 2 de Amontons, ou seja, que possua intensidade constante e que seja oposta à velocidade instantânea. Como essa previsão envolve duas propriedades da força, a avaliação da similaridade entre o modelo e o sistema requer a enunciação de duas hipóteses teóricas:

- a) **hipótese 1**: a força de resistência \vec{f} tem módulo constante ao longo do tempo;
- b) **hipótese 2**: a força de resistência \vec{f} é instantaneamente oposta à velocidade \vec{v} .

Assim como proposto pelo modelo cognitivo de ciência, é ainda necessária a seleção de *graus* de similaridade entre o sistema e o modelo para que possamos propriamente desenvolver estratégias para testar essas duas hipóteses. Giere (1983, 1988) propõe que o método hipotético-dedutivo é adequado ao teste de hipóteses teóricas, desde que considerado um critério de satisfação em conformidade com as exigências individual de um cientista e coletiva de uma comunidade de especialistas. Isso requer uma atenção especial aos cânones da matriz disciplinar da física que historicamente definiram esse critério, ou seja, requer aportes da teoria dos erros.

No último século, a teoria dos erros, que tem origem basicamente estatística e é diretamente aplicável em física experimental, obteve muitos progressos e passou por uma série de sistematizações. Segundo Helene e Vanin (2019), é consenso atual o conceito de *acurácia* ser associado a erros sistemáticos e o de *precisão* a erros estatísticos. Os primeiros são aqueles erros relativos a equipamentos incorretamente ajustados e/ou calibrados, ao uso de procedimentos incorretos ou a falhas conceituais, enquanto os segundos têm origem em variações incontrolláveis e aleatórias dos instrumentos de medida, bem como de condições externas não necessariamente controláveis, como temperatura, tensão da rede elétrica, umidade do ar, entre outras (HELENE; VANIN, 2019). Numa mesma direção, Vuolo (1996) salienta que a *acurácia* (ou exatidão) e a *precisão* são conceitos que não devem ser usados como sinônimos, pois a *acurácia* indica a qualidade final de um resultado do ponto de vista do erro

da medição e a precisão remete ao grau de concordância entre diversos resultados obtidos em condições de repetitividade.

Segundo Helene e Vanin (2019) e Vuolo (1996), do ponto de vista das ciências da probabilidade e da estatística – em seus respectivos movimentos fundamentados em dedução e indução quantitativas –, é possível afirmar que é sob a forma de uma distribuição normal (gaussiana) que geralmente se apresentam os erros associadas a uma grandeza física *medida* (ou *calculada* de outras grandezas medidas). Portanto, é à distribuição normal que precisamos recorrer na ocasião do desenvolvimento de estratégias para performar testes de hipóteses teóricas em física. Apresentaremos adiante algumas características dessa distribuição.

Consideremos um conjunto de dados com valores de uma grandeza X , que foi medida segundo uma metodologia rigorosa com instrumentos bem acurados (ou calculada a partir de outras grandezas medidas), cujo desvio-padrão experimental, associado à *acurácia* das medições, é σ_{exp} . Consideremos também que temos a expectativa de que a grandeza X possua um “valor verdadeiro”. Desse conjunto de dados, é possível determinar por cálculos estatísticos um valor médio \bar{X} e um desvio-padrão da distribuição σ , associado à *precisão* das medidas. Segundo Vuolo (1996), caso o comportamento da distribuição seja gaussiano, podemos afirmar que \bar{X} é uma estimativa adequada do valor verdadeiro de X se as seguintes condições forem satisfeitas:

- a) 68,27% dos dados se encontram a menos de 1 desvio-padrão de distância de \bar{X} ;
- b) 95,45% dos dados a menos de 2 desvios-padrões;
- c) 99,73% deles a menos de 3 desvios.

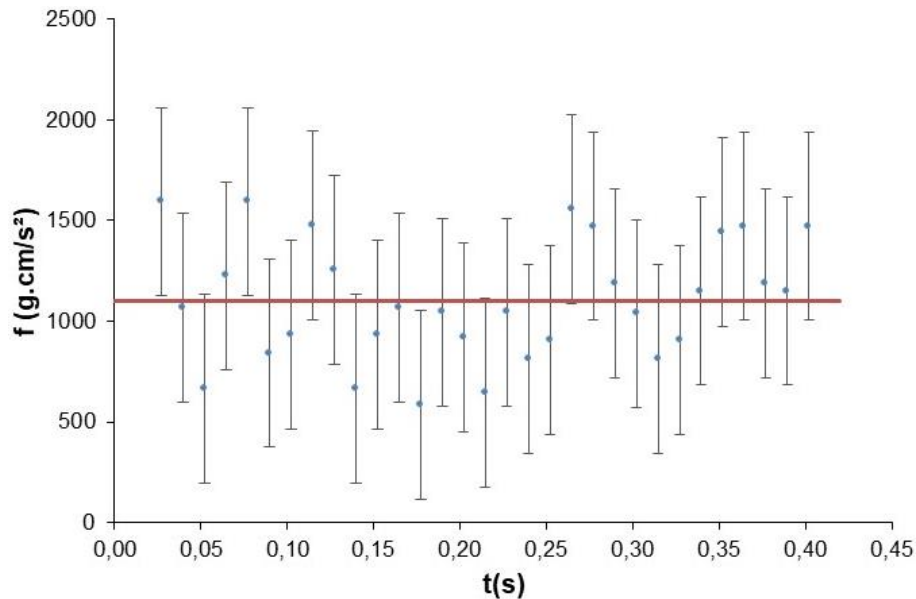
Mais especificamente, essas porcentagens expressam níveis de confiança⁴⁸, que quanto mais forem satisfeitos pelos dados, melhores inferências provisionarão (VUOLO, 1996). Além disso, se para o suposto conjunto de dados, obtivermos $\sigma < \sigma_{exp}$, podemos considerar superestimadas as incertezas experimentais, ou seja, o processo de medição terá sido mais acurado do que se pressupôs. Essas três condições remetem a critérios de satisfação da comunidade de especialistas da matriz disciplinar da física e sugerem com relativa simplicidade regras quantitativas para a implementação de testes para as hipóteses teóricas 1 e 2 anteriormente formuladas;

⁴⁸ Como níveis de confiança, podemos associar essas porcentagens às probabilidades $Pr = 1 - \alpha$ do Quadro 1. Noutras palavras, caso um conjunto de dados experimentais (coletados segundo uma metodologia rigorosa) respeite esses três critérios percentuais, podemos afirmar com um alto nível de confiança estatística que tais dados se comportam segundo uma distribuição gaussiana. Em função disso, as propriedades dessa distribuição podem então ser usadas para um estudo mais cuidadoso e profundo da respectiva situação física.

e) testes das hipóteses 1 e 2:

Assim como feito anteriormente para a velocidade e para a força resultante, é possível determinar a magnitude da força de resistência em função do tempo a partir da composição de suas componentes pelo teorema de Pitágoras. A Figura 22, a seguir, apresenta o gráfico correspondente.

Figura 22. Módulo da força de resistência em função do tempo. A reta constante foi traçada no valor médio da distribuição, $\bar{f} = 1101 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$. As barras de incerteza remetem ao desvio-padrão experimental $\sigma_{exp} = 468 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, obtido por propagação de erros.



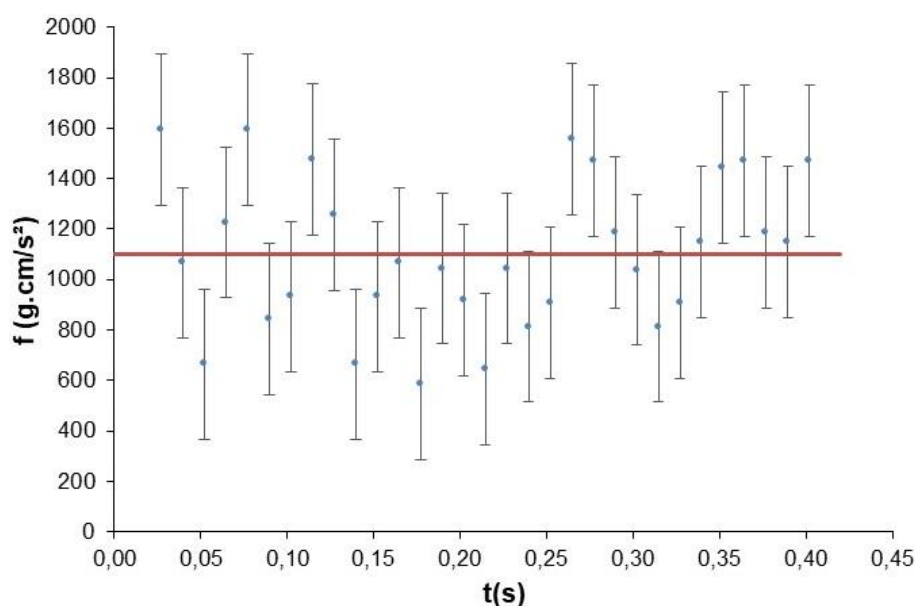
Fonte: elaboração própria.

Nesse gráfico, as barras de incerteza correspondem ao desvio-padrão experimental (ou seja, à incerteza das medidas da força, obtidas pelas propagações das incertezas das acelerações), cujo valor é $\sigma_{exp} = 468 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$. Além disso, a reta constante em destaque foi traçada na ordenada do valor médio dos dados, $\bar{f} = 1101 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$. Desse gráfico, 28 dos 31 valores (90,32%) estão a menos de um desvio-padrão do valor médio, o que satisfaz os critérios percentuais da distribuição gaussiana e não nos permite rejeitar a constância da magnitude da força de resistência \vec{f} , implicando num primeiro momento uma conclusão verdadeira para a hipótese teórica 1.

Apesar da plausibilidade dessa conclusão, o fato de a porcentagem 90,32% ser substancialmente maior que a esperada, de 68,27%, nos faz investigar com maior profundidade o conjunto de dados. A partir de cálculos estatísticos, é possível determinar o desvio-padrão da distribuição: $\sigma = 300 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, um resultado consideravelmente menor que σ_{exp} . Isso

evidencia a superestimação deste desvio-padrão de medição – determinado por um processo iterado de propagações que começou com a incerteza experimental das posições, adotada como $0,04\text{ cm}$. Essa diferença nos incentiva a plotar novamente o gráfico, com barras de incerteza de tamanho σ ao invés de σ_{exp} , conforme mostrado na Fig. 23.

Figura 23. Módulo da força de resistência em função do tempo. A reta constante foi traçada no valor médio da distribuição, $\bar{f} = 1101\text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$. As barras de incerteza remetem agora ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 300\text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, obtido por cálculos estatísticos.



Fonte: elaboração própria.

Agora, as barras de incerteza correspondem a um desvio padrão σ da distribuição. Desse gráfico, 19 dos 31 valores (61,29%) estão a menos de um desvio-padrão do valor médio, e todos os valores estão a menos de dois desvios-padrões. Isso também implica uma conclusão favorável para a hipótese teórica 1, mas com menor nível de confiança em comparação ao caso anterior – que considerou σ_{exp} ao invés de σ . Este resultado não é normalmente o mais esperado por alguns estudantes, que miram a validação estatística dentro de um desvio-padrão. Porém, do ponto de vista da teoria dos erros, essa esperança de conclusão condicionada pelo maior nível de confiança possível pode ser considerada como um critério demasiadamente exigente, cuja origem é possivelmente subjetiva.

Uma demanda levantada da tentativa de definição de objetivos para o desenvolvimento instrucional do produto didático foi a eventual determinação experimental de coeficientes de atrito a partir de estratégias tecnicamente coerentes. Em função disso, é conveniente perceber que a confirmação da hipótese 1 permite que consideremos também

constante o módulo da força que a superfície do plano exerce sobre a moeda. Afinal, essa força possui duas projeções de intensidades constantes, a normal e a de resistência. A primeira pode ser calculada a partir da decomposição do peso e do equacionamento do equilíbrio de forças na direção ortogonal ao plano, $N = m \cdot g \cdot \cos \theta$, e a segunda pode ser determinada a partir do valor médio \bar{f} e seu desvio-padrão – cujo cálculo estatístico envolve o desvio-padrão da distribuição e o número de valores do conjunto de dados. Das considerações apresentadas na subseção 3.2.3, podemos notar que apesar de o coeficiente de atrito depender dos materiais que compõem a moeda e a superfície, ele é, sobretudo, uma constante de proporcionalidade entre essas componentes normal e de resistência. Portanto, é possível determinar um coeficiente de atrito representativo desse fenômeno. Como resultado, obtivemos para o caso D1.1 estudado uma força normal $N = 3131 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, uma força de resistência $f = 1101(54) \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$ e, finalmente, um coeficiente de atrito $\mu = 0,352(17)$.

Para o teste da hipótese teórica 2, é necessário desenvolver um método para avaliar se os vetores velocidade e força de resistência são opostos entre si. Uma vez que ambos estão contidos no plano Oxy e suas componentes no referencial escolhido são conhecidas em função do tempo, precisamos recorrer à álgebra vetorial para avaliar se, ponto a ponto, essa oposição entre os vetores se verifica. Caso a força de resistência seja oposta à velocidade, teremos:

$$f_x \hat{i} + f_y \hat{j} = c \frac{(v_x \hat{i} + v_y \hat{j})}{v},$$

onde espera-se que c seja uma constante negativa, com mesma dimensão física das componentes da força de resistência. Pela ortogonalidade entre os eixos do sistema Oxy , essa igualdade é válida se, e somente se:

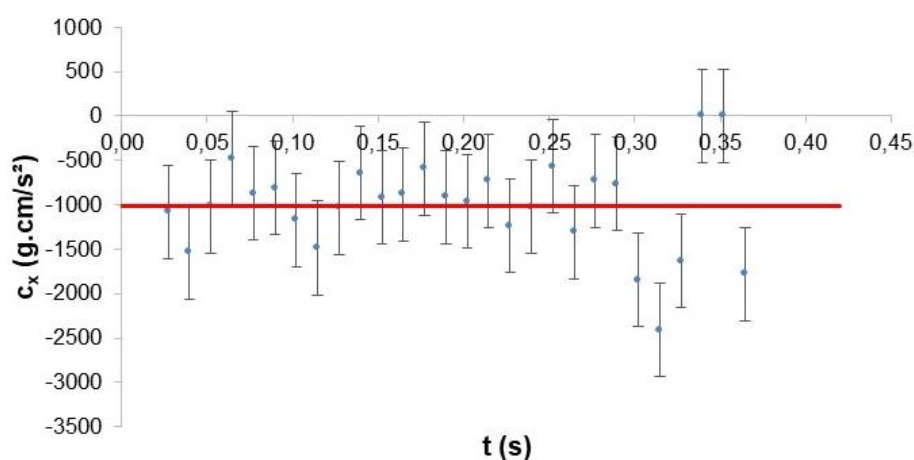
$$\begin{cases} f_x = c \cdot \frac{v_x}{v} \\ f_y = c \cdot \frac{v_y}{v} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{f_x}{v_x/v} \\ c = \frac{f_y}{v_y/v} \end{cases}.$$

Portanto, uma forma de testar a hipótese 2 é verificar se para cada direção o valor de c é constante e negativo e se os valores de ambas as direções são compatíveis entre si. Para tanto, adotando essas grandezas como $c_x = \frac{f_x}{v_x/v}$ e $c_y = \frac{f_y}{v_y/v}$, reunimos dados suficientes para calculá-las em função do tempo, uma vez conhecendo as componentes da velocidade e da força de resistência. Em particular, como as razões v_x/v e v_y/v aparecem nos denominadores das expressões, é necessário atentar para o fato de que, se v_x ou v_y tiverem valores de mesma ordem

de grandeza que sua própria incerteza experimental (menores que três desvios-padrões), o quociente se torna muito elevado e pode distorcer a análise subsequente.

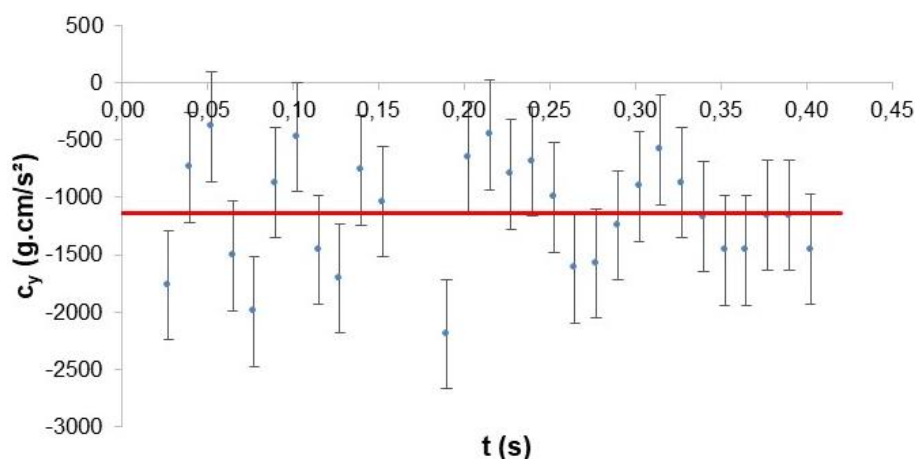
As Figuras 24 e 25, a seguir, apresentam os resultados para c_x e c_y em função do tempo. Nesses gráficos, foram suprimidos os pontos relativos a valores de v_x e v_y menores que três desvios-padrões experimentais da velocidade. As retas em destaque foram traçadas na ordenada dos valores médios dos dados de c_x e c_y e as barras de incerteza correspondem aos desvios-padrões de suas distribuições, obtidos por cálculos estatísticos.

Figura 24. Grandeza c_x em função do tempo. A reta foi traçada no valor médio, $\bar{c}_x = -1016 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, e as barras de incerteza correspondem ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 526 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$.



Fonte: elaboração própria.

Figura 25. Grandeza c_y em função do tempo. A reta foi traçada no valor médio, $\bar{c}_y = -1143 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$, e as barras de incerteza correspondem ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 479 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$.



Fonte: elaboração própria.

Pelo gráfico de $c_x(t)$, temos 21 dos 28 pontos a menos de um desvio-padrão de distância do valor médio (75%) e nenhum a mais de dois desvios. Pelo gráfico de $c_y(t)$, temos

20 dos 29 pontos a menos de um desvio-padrão de distância do valor médio (68,97%) e nenhum a mais de dois desvios. Portanto, ambas as grandezas podem ser consideradas constantes. Como valores médios dessas grandezas, obtivemos $c_x = -1016(99) \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$ e $c_y = -1143(89) \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}^2$. Analisando a sua compatibilidade por um teste Z , chegamos a um fator $Z = 0,948$, que por ser menor que 1, nos permite afirmar que elas são compatíveis entre si dentro de um desvio padrão, o que atesta, por fim, a veracidade da hipótese 2.

Diante da confirmação das **hipóteses teóricas 1 e 2**, podemos considerar que nosso **modelo teórico** se ajusta bem ao **sistema físico real** estudado para os aspectos e graus de similaridade selecionados. Particularmente, consideramos como **aspecto de similaridade** a força de resistência (contra a força de atrito cinético prevista pelo modelo) e como **grau de similaridade** o conjunto de critérios percentuais para uma distribuição gaussiana. Essa validação das hipóteses é um processo abduutivo, na medida em que nos provê uma ampliação de conhecimento: as leis de Amontons são adequadas para caracterizar a força de resistência que a superfície exerce sobre a moeda no plano do movimento.

Ao longo desta subseção, mostramos alguns caminhos percorridos pela equipe segundo os objetivos levantados para o desenvolvimento instrucional do produto didático. Elaboramos um conjunto de rotinas plausíveis para uma proposta didática em nível superior, capaz de avaliar o campo de validade das leis de Amontons a partir da formulação e do teste de hipóteses teóricas e possibilitar a determinação de um coeficiente de atrito cinético representativo do fenômeno. Entretanto, por ora restringimo-nos à aventura de percorrer o sistema da mecânica no sentido inverso. Na próxima subseção, mostraremos como os outros objetivos puderam ser alcançados a partir de uma nova aventura ao longo do seu sentido original.

3.4.1.2.2. *O retorno ao sistema da mecânica*

Conforme discutido anteriormente, o sistema da mecânica (Fig. 1) requer em seu sentido original os conhecimentos das forças que atuam sobre um sistema e das suas respectivas leis de força. A partir deles, os princípios da mecânica fornecem uma previsão para o movimento do corpo estudado. Apresentamos na subseção anterior o conjunto de rotinas que nos permitiram avaliar o *campo de validade das leis de Amontons* para a situação física estudada. Como conclusão, a força de resistência se comporta como uma força de atrito cinético, conforme a Lei 2 de Amontons. Ou seja, trilhamos um caminho que nos forneceu uma lei de força adequada para essa situação física. Portanto, reunimos condições suficientes para agora percorrer o sistema da mecânica em seu sentido original, sob um eixo de investigação de

avaliação da *capacidade de previsão das leis da mecânica* – que incluem agora em conjunto as leis de Newton e Amontons. Nesta subseção, também usaremos alíneas para indicar as etapas de trabalho correspondentes ao retorno ao sentido original do sistema da mecânica (Fig. 1):

a) enunciação da hipótese 3:

Pelo sistema da mecânica (Fig. 1) as leis de força e de movimento são necessárias para a determinação das equações de movimento de um corpo – a partir das quais podem ser obtidas as funções horárias das suas coordenadas de posição em certo referencial inercial, o que por sua vez fornece uma previsão para a sua trajetória. Portanto, na perspectiva do modelo cognitivo de ciência, estamos diante de um itinerário que, por modelização e experimentação, abre margem a um novo processo abduutivo de teste de hipótese, acerca de outro aspecto do sistema real: a trajetória da moeda.

Para estudar o nosso **sistema físico real**, de *lançamento oblíquo de uma moeda sobre um plano inclinado de acrílico*, definimos o **modelo teórico** do *lançamento oblíquo de um corpo sobre a superfície de um plano inclinado no regime do atrito de contato seco*. Anteriormente, no sentido invertido do sistema da mecânica, selecionamos a força de resistência \vec{f} como *aspecto* desse sistema físico. E por um processo de *raciocínio* a partir do modelo, chegamos à *previsão teórica* de que \vec{f} se comportaria segundo uma força de atrito cinético. Para avaliar essa relação de similaridade entre o modelo e o sistema, formulamos as hipóteses teóricas 1 e 2 e as testamos. Agora, no sentido original do sistema da mecânica, selecionaremos como *aspectos* do sistema físico as coordenadas de posição $x(t)$ e $y(t)$ da moeda em função do tempo e sua trajetória medida $y(x)$. E por um processo de *cálculo* a partir do modelo, chegaremos a uma *previsão teórica* das funções horárias $x'(t)$ e $y'(t)$ das coordenadas de posição, que implicarão uma trajetória $y'(x')$ calculada a partir do modelo (segundo as leis de Newton e Amontons). Logo, para avaliar a relação de similaridade entre o modelo e o sistema, formularemos e testaremos uma nova hipótese teórica:

- c) **hipótese 3:** a trajetória medida da moeda, $y(x)$, é compatível com a trajetória calculada segundo as leis de Newton e Amontons, $y'(x')$.

Para tanto, precisaremos tanto obter a trajetória calculada como previsão teórica, quanto selecionar *graus* de similaridade entre sistema e modelo para conceber uma metodologia para o teste dessa hipótese;

b) obtenção das equações de movimento:

Começemos pela primeira tarefa, que envolve considerar nosso modelo e calcular teoricamente uma previsão para a trajetória. Do reconhecimento das forças que atuam sobre o corpo, podemos escrever que a força resultante é tal que:

$$\vec{F}_R = f_{at_{cx}} \hat{i} + (f_{at_{cy}} - P_y) \hat{j}.$$

Para determinar as componentes da força de atrito cinético, recorreremos à Lei 2 de Amontons e à condição de equilíbrio na direção normal ao plano inclinado. Dessa maneira, podemos escrever a força de atrito cinético como:

$$\vec{f}_{at_c} = \mu_c N \left(-\frac{\vec{v}}{v} \right) = \mu_c mg \cos \theta \left(-\frac{\vec{v}}{v} \right) = \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_x}{v} \right) \hat{i} + \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_y}{v} \right) \hat{j}.$$

E recuperando a expressão da força resultante, temos que:

$$\vec{F}_R = \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_x}{v} \right) \hat{i} + \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_y}{v} - mg \sin \theta \right) \hat{j}.$$

Da segunda lei de Newton, temos que $\vec{F}_R = m\vec{a} = m(a_x \hat{i} + a_y \hat{j})$. Portanto, por cruzamento desta expressão com aquela obtida para a força resultante, simplificamos a massa (fator comum a todos os termos) e chegamos a uma equação diferencial para cada direção de movimento:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\mu_c g \cos \theta \frac{v_x}{v} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\mu_c g \cos \theta \frac{v_y}{v} - g \sin \theta \end{cases}$$

Essas equações são tanto acopladas (pelo fato de uma componente da velocidade figurar na equação da outra) quanto não lineares (já que o módulo da velocidade nos denominadores é a raiz da soma dos quadrados das componentes). Apesar de algumas estratégias teóricas para resolver esse sistema de equações já tenham sido desenvolvidas por Zürcher (2007), Shunyakov e Lavrik (2010) e Wang (2014), é importante ressaltar que essas soluções possuem alto grau de complexidade – inclusive em comparação ao nível de dificuldade dos problemas clássicos sobre equações diferenciais em nível superior. Ou seja, essas equações de movimento não admitem uma solução analítica simples o bastante para tornar adequado seu tratamento numa disciplina de mecânica em nível superior. Portanto, em nosso contexto didático, podemos assumir que esse par de equações diferenciais não é viável de ser resolvido teoricamente, o que nos indica a viabilidade de uma solução numérica, que já se mostrava

adequada desde a identificação das particularidades do contexto didático, conforme discutimos na seção 3.1;

c) integração numérica da trajetória:

No contexto do MEXI, temos historicamente optado pelo método de Euler para a integração numérica de funções matemáticas (BARROS; VANIN, 2010; LEITE *et al.*, 2021), por sua estreita relação com as definições de velocidade e aceleração, que mesmo em disciplinas avançadas de nível superior ainda requerem melhores contornos e maiores aprofundamentos. Nesse método, a solução de uma equação ou sistema de equações diferenciais é obtida pelo processo de *integração numérica*, que pode ser entendido como recíproco ao de *derivação numérica*. Assim como a *primeira derivação numérica* consistiu em partir das posições e tempos para obter as velocidades, a *última integração numérica* consistirá em partir das velocidades e tempos para obter as posições. Nosso último processo de derivação numérica, que foi sua segunda iteração, consistiu em obter as acelerações a partir das velocidades e tempos. Portanto, partimos agora das acelerações e do tempo para obter as velocidades. E não diferentemente das derivações numéricas, recorreremos a um método também de natureza aproximativa.

Adotando Δt como o intervalo de tempo entre duas imagens consecutivas do conjunto de dados escolhido (D1.1), usaremos o índice n em referência às diferentes imagens (que em cada tabela construída corresponde a uma linha, e em cada gráfico, a um ponto). Dessa forma, obtemos uma relação genérica para os instantes: $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Como esse intervalo de tempo é pequeno, assumiremos que durante cada intervalo a velocidade é constante, mas que ela varia de intervalo para intervalo em função da aceleração. Assim, calcularemos cada velocidade de índice $n + 1$ a partir da velocidade de índice n e da aceleração de índice n , dada pelo par de equações diferenciais. Adotando um valor inicial para a velocidade inicial, esse método torna-se iterativo e possível, pois leva em conta o fato de a aceleração também ser uma grandeza variável. Cada novo valor $n + 1$ das componentes da velocidade pode ser calculado a partir das seguintes relações:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{x(n+1)} = v_{x(n)} + a_{x(n)}\Delta t = v_{x(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \theta v_{x(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} \right) \Delta t \\ v_{y(n+1)} = v_{y(n)} + a_{y(n)}\Delta t = v_{y(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \theta v_{y(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} - g \operatorname{sen} \theta \right) \Delta t \end{array} \right.$$

De modo análogo, podemos adotar valores para as coordenadas da posição inicial e repetir um processo de cálculo análogo para obter as posições em cada instante em função das velocidades, agora conhecidas. Como adotamos que em cada intervalo a velocidade é constante, em cada um deles a posição variará segundo as equações do movimento uniforme:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + v_{x(n)}\Delta t \\ y_{n+1} = y_n + v_{y(n)}\Delta t \end{cases}$$

Para realizar essa integração numérica, podemos usar como *condições iniciais* das coordenadas de posição e das componentes da velocidade valores tais quais os dados coletados e calculados experimentalmente para o começo do movimento. Com relação aos *parâmetros* da situação física, temos a massa do corpo, a aceleração da gravidade, o ângulo de inclinação do plano e o coeficiente de atrito cinético μ_c . Para os três primeiros, podemos usar os valores medidos já conhecidos, e para o último, o valor calculado para o coeficiente de atrito ($\mu = 0,35$) na ocasião do teste da hipótese 1. Dos cálculos dessa integração numérica, obtemos uma matriz de valores com as componentes da aceleração ($a'_x(t)$ e $a'_y(t)$) e velocidade ($v'_x(t)$ e $v'_y(t)$) e as coordenadas de posição ($x'(t)$ e $y'(t)$);

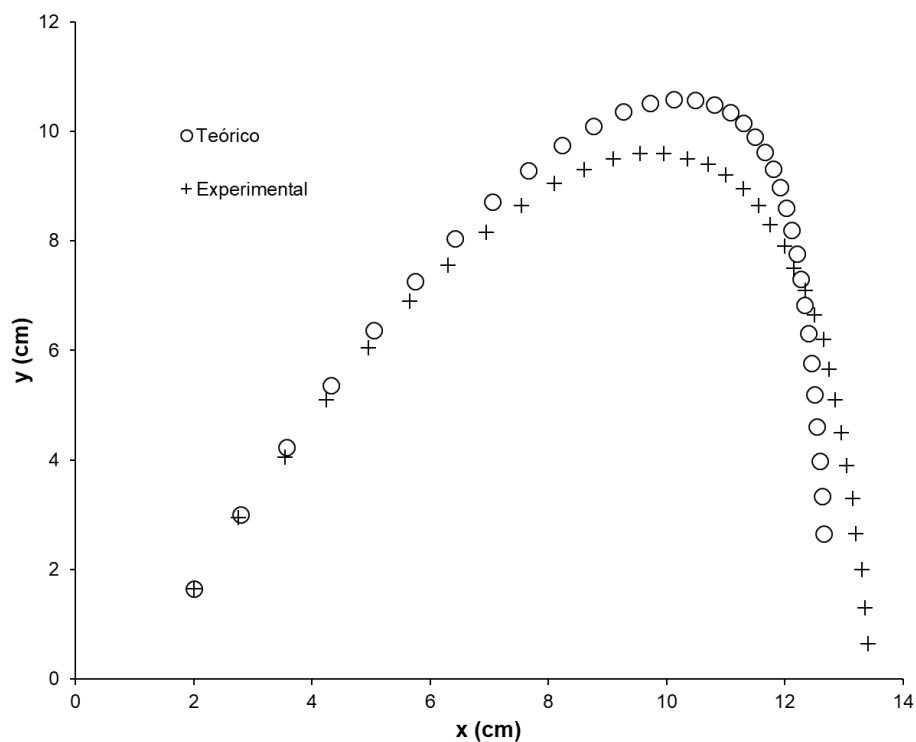
d) teste da hipótese 3:

Esses dados viabilizam a comparação das coordenadas de posição calculadas teoricamente com aquelas medidas pela leitura das imagens. A teoria dos erros fornece diversos elementos para a avaliação de compatibilidade entre conjuntos de dados, por exemplo o cálculo de χ^2 (chi-quadrado) e a determinação de resíduos. Como o contexto de aplicação dessa atividade é o de uma disciplina teórica (e não de laboratório), optamos pela adoção de uma estratégia qualitativa e visual no lugar dos critérios quantitativos estatísticos.

Incluindo a trajetória calculada $y'(x')$ ao gráfico da trajetória medida (Fig. 16), obtemos a Fig. 26. Dela, poderíamos afirmar, num primeiro momento, pela falsidade da hipótese 3, dada a não coincidência das trajetórias dentro dos desvios-padrões experimentais

das coordenadas de posição ($\sigma_x = \sigma_y = 0,04 \text{ cm}$). Porém, conforme proposto pelo modelo cognitivo de ciência, para o teste da hipótese 3 é necessária a eleição de *graus* de similaridade entre o sistema e o modelo para os aspectos selecionados (coordenadas de posição e trajetória). Portanto, apesar do resultado da Fig. 26, é necessário lembrar que a trajetória calculada envolveu a adoção de estimativas para os parâmetros e condições iniciais advindas de valores experimentais, cujas incertezas não são todas nulas – por exemplo para as componentes da velocidade e o coeficiente de atrito. Logo, dentro da margem de erro dessas grandezas, outras trajetórias teóricas poderiam ser previstas. E se alguma(s) delas, à luz de nosso critério de satisfação – idealmente dentro de um desvio-padrão e, no limite, dentro de três – for(em) compatível(is) com a trajetória real, ainda poderemos confirmar a hipótese 3 e afirmar a capacidade de previsão das leis da mecânica dentro de determinado intervalo de confiança. Ou seja, a partir desse gráfico ainda não reunimos subsídios suficientes para testar a hipótese 3.

Figura 26. Comparação das trajetórias medida e calculada, respectivamente obtidas pela leitura das imagens e pela previsão do modelo. Para a trajetória calculada, usamos como primeiras estimativas dos parâmetros e condições iniciais os seus correspondentes valores medidos ou calculados experimentalmente.



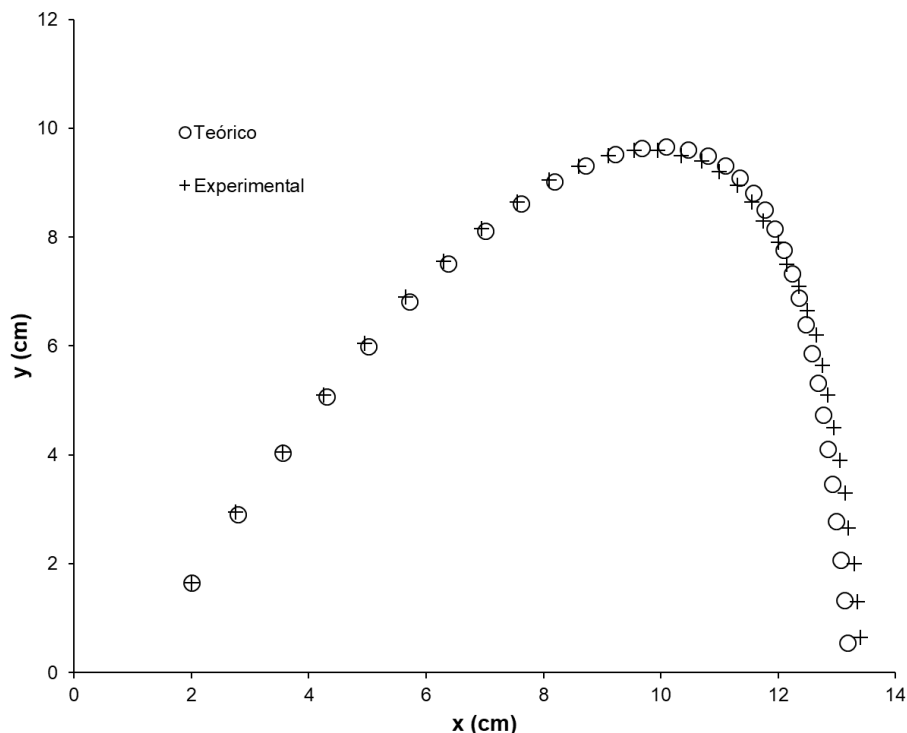
Fonte: elaboração própria.

Usando para o modelo as estimativas em primeira aproximação dos parâmetros e condições iniciais, não verificamos uma coincidência entre as trajetórias medida (experimental) e calculada (teórica). Entretanto, o método de Euler apresenta uma vantagem procedimental:

quando realizado com o auxílio de uma planilha eletrônica, uma mudança em qualquer valor (de condição inicial ou parâmetro) já promove o reajuste automático dos resultados das fórmulas implementadas e dos gráficos plotados. Portanto, é possível alterar os parâmetros e condições iniciais, tanto para compreender os efeitos de cada um sobre a trajetória calculada, quanto para se aventurar, por tentativa-erro ao longo de poucos segundos ou minutos, a obter uma trajetória calculada mais próxima da trajetória medida.

Dessa forma, alterando os valores das velocidades iniciais e do coeficiente de atrito dentro de dois desvios-padrões experimentais, obtivemos o gráfico da Fig. 27. Apesar dessa estratégia qualitativa e visual ser menos rigorosa que outros critérios quantitativos estatísticos da teoria dos erros, ela é potente do ponto de vista didático para validar a hipótese 3. Afinal, para a maioria dos pontos experimentais obtivemos uma compatibilidade dentro de um ou dois desvios-padrões experimentais das coordenadas de posição. A despeito da sua simplicidade, o método de Euler mostra-se, portanto, adequado e suficiente para o cômputo da trajetória.

Figura 27. Comparação das trajetórias real e calculada, após alterações dos parâmetros e condições iniciais dentro de dois desvios-padrões.



Fonte: elaboração própria.

Diante agora da confirmação da **hipótese teórica 3**, podemos considerar que nosso **modelo teórico** novamente se ajusta bem ao **sistema físico real** estudado para novos os aspectos e graus de similaridade selecionados. Nesse caso, consideramos como **aspecto de**

similaridade a trajetória medida da moeda (contra a trajetória calculada, prevista pelo modelo) e como **grau de similaridade** as estratégias qualitativas visuais (por exemplo de equiparação do alcance, da altura máxima e da forma das trajetórias) e os critérios de limitação da variação dos parâmetros e condições iniciais (dentro das respectivas margens de erro experimentais, até dois desvios-padrões).

Os desenvolvimentos apresentados até aqui podem ser interpretados como um retorno ao sentido original do sistema da mecânica, haja vista o fim do processo ter fornecido previsões para as coordenadas de posição da moeda. Reconhecemos, inclusive, que o exercício de aplicação do método de Euler para a integração numérica e a adoção das estratégias visuais qualitativas para comparar as trajetórias remetem respectivamente à construção e à exploração de uma *simulação computacional* em planilha eletrônica. Diante disso, o Quadro 4 apresenta uma síntese dos dois eixos de investigação desenvolvidos até aqui, segundo os sentidos invertido e original do sistema da mecânica e com a mobilização de elementos do modelo cognitivo de ciência.

Quadro 4. Síntese dos dois eixos de investigação concebidos para a atividade experimental a partir da mobilização de elementos do modelo cognitivo de ciência (GIERE, 1988, 1991).

Objetivo do eixo de investigação	avaliar o campo de validade das leis de Amontons (seção 3.4.1.2.1)	avaliar a capacidade de previsão das leis da mecânica clássica (seção 3.4.1.2.2)
Sentido do sistema da mecânica	Invertido (ênfase <i>experimental</i>)	Original (ênfase <i>teórica</i>)
Sistema físico real	lançamento oblíquo de uma moeda sobre um plano inclinado de acrílico	
Aspecto do sistema	força de resistência \vec{f} , que age sobre a moeda	trajetória medida $y(x)$, descrita pela moeda
Resultado experimental	valores das componentes f_x e f_y em função do tempo	valores das coordenadas x e y em função do tempo
Modelo teórico	lançamento oblíquo de um corpo sobre a superfície de um plano inclinado no regime do atrito de contato seco	
Previsão teórica	\vec{f} se comporta como \vec{f}_{at_c} (por <i>raciocínio</i>)	trajetória calculada $y'(x')$ (por <i>cálculo</i>)
Hipótese teórica	\vec{f} tem módulo constante ao longo do tempo e é instantaneamente oposta à velocidade \vec{v}	a trajetória medida $y(x)$ é compatível com a trajetória calculada $y'(x')$
Grau de similaridade	critérios percentuais da distribuição gaussiana	critérios qualitativos visuais e limitação da variação dos parâmetros e condições iniciais

Fonte: elaboração própria.

Ao longo desta subseção, mostramos novos caminhos percorridos pela equipe segundo os objetivos levantados para o desenvolvimento instrucional do produto didático. Elaboramos um conjunto de rotinas experimentais, plausíveis para uma proposta de atividade experimental, que avalia a capacidade de previsão das leis da mecânica (a partir do teste de uma hipótese teórica) e provê a construção de uma simulação (pelo exercício de um método de integração numérica). Portanto, em função dessas iniciativas, consideramos ter atingido também outros objetivos, como a elaboração de uma proposta complexa e não trivial (que envolve ambos os sentidos do sistema da mecânica) e a exploração de algumas das potencialidades das simulações computacionais.

Da união da concepção do experimento com imagens (cujos resultados foram os conjuntos de dados com imagens tais quais a da Fig. 12b) com o design da atividade experimental (cujos eixos de investigação são sintetizados no Quadro 4), reunimos elementos suficientes para atestar a conclusão do desenvolvimento instrucional do produto didático. Reunimos, finalmente, os insumos necessários para adentrar o planejamento da intervenção didática de aplicação desse produto em sala de aula.

3.4.2. Planejamento da intervenção

Conforme os questionamentos apresentados na seção 3.3, de *definição* dos objetivos e formas de avaliação para solucionar os problemas de investigação, nesta subseção narramos como eles foram abordados na direção do planejamento da intervenção didática. Detalharemos os processos de formulação do roteiro da atividade (subseção 3.4.2.1), de elaboração de baremas de correção (3.4.2.2) e de integração de outros ambientes e ferramentas ao MEXI (3.4.2.3). Com essa *concepção* da intervenção, fecharemos a primeira solução aos nossos problemas de investigação, o que nos permitirá na seção 3.5 adentrar as fases cinco (*construção*) e seis (*avaliação*), respectivamente de implementação dessa solução e de sua submissão ao escrutínio.

3.4.2.1. A formulação do roteiro da atividade

O Anexo A apresenta o primeiro roteiro formulado para essa atividade experimental, assim como discutido por Barros e Vanin (2010). Esse roteiro contempla apenas parcialmente os eixos de investigação desenvolvidos anteriormente e sintetizados no Quadro 4. Em 2015, diante da oportunidade de aplicação dessa atividade para uma turma do curso de licenciatura, chegamos a uma nova versão do roteiro que contempla esses eixos em sua

totalidade. Nesta subsecção, apresentaremos como esse processo de formulação do roteiro foi realizado na tentativa de cumprir com alguns dos objetivos levantados para o planejamento da intervenção didática.

A formulação original do ano de 2010 adotou *Plano Inclinado Bidimensional* como título da atividade experimental (BARROS; VANIN, 2010). Assim como já discutido, os livros didáticos privilegiam problemas clássicos sobre movimentos *unidimensionais* em planos inclinados, restritos à subida, descida ou inversão de sentido. Logo, com esse título, suscitava-se uma abordagem diferente e mais complexa, no sentido de tentar despertar nos estudantes um interesse associado a uma sensação de novidade. Dado que a força de atrito cinético só é vetorialmente constante em casos de movimentos unidimensionais num único sentido – tal como em grande parte dos problemas clássicos –, o seu carácter vetorial variável deve ser levado em conta em situações unidimensionais com inversão de sentido e em casos bi ou tridimensionais. Assim, a expressão *Força de Atrito Variável* foi escolhida como novo título do experimento, como uma forma mais clara de abordar essa controvérsia e fornecer com maior diretividade uma provocação intelectual aos estudantes.

Em linhas gerais, como tarefas ou rotinas de realização do experimento com imagens de Força de Atrito Variável, levamos em conta as alíneas das subsecções 3.4.1.2.1 e 3.4.1.2.2. A partir delas, o roteiro formulado direciona os estudantes:

- a) a medirem, a partir das imagens de determinado conjunto de dados, as posições da moeda em função dos instantes de tempo;
- b) a realizarem, a partir desses dados brutos, a derivação numérica das velocidades e acelerações, bem como a propagação de suas respectivas incertezas experimentais;
- c) a determinarem as componentes das forças resultante e de resistência e a propagarem suas respectivas incertezas experimentais;
- d) a avaliarem, para os dados particulares do lançamento estudado, o campo de validade das leis de Amontons, a partir dos testes das hipóteses 1 e 2;
- e) a avaliarem, para os dados particulares do lançamento estudado, a capacidade de previsão das leis de Newton, via integração numérica da trajetória e o teste da hipótese 3.

Conforme discutido na seção 1.1.3, as atividades do MEXI são propostas sempre em duas partes, com a *primeira* privilegiando os aspectos *procedimentais* do experimento (implicando a entrega de uma *síntese*) e a *segunda*, os *conceituais* (requerendo propriamente a escrita de um *relatório*). Porém, dada a extensão e complexidade dos conteúdos procedimentais e conceituais aqui apresentados, a primeira parte não dispensou alguns conteúdos conceituais, nem a segunda alguns procedimentais. Com a intenção de equilibrar as cargas de trabalho dos

estudantes, o roteiro da primeira parte contempla as três primeiras rotinas (tópicos *a*, *b*, *c*) e o da segunda, os dois últimos (*d*, *e*). Esses roteiros estão ambos disponíveis no Anexo B. Cada roteiro é dividido em basicamente três seções: *A*, com uma introdução ao experimento, que apresenta o fenômeno físico e os objetivos da atividade; *B*, com os procedimentos de coleta de dados de posições e instantes de tempo, cálculos das demais grandezas e análise dos resultados; e *C*, com as diretrizes de elaboração da síntese ou do relatório.

Como princípio de design para o planejamento da intervenção, levamos em conta alguns dos critérios para o design das *atividades científicas escolares*, apresentados na subseção 2.2.3.1. Em particular, o *segundo* critério definido pelas autoras preconiza um estilo metacognitivo de avaliação, ou seja, que clarifica aos estudantes os objetivos da ciência e das ações educativas. Essa prescrição foi considerada pela equipe, na medida em que a separação das atividades em duas partes implica um caráter evolutivo ao trabalho, com devolutivas parciais ao longo do processo, promovendo gradualmente uma atenção aos conteúdos procedimentais e conceituais. Essa iniciativa busca tornar a atividade experimental uma construção de conhecimento (e não uma imposição de desafio) e as suas avaliações, um suporte à aprendizagem (e não um mecanismo de sanção ou punição).

Além disso, o *quarto* critério definido pelas autoras destaca a necessidade de uma construção dos experimentos por escrito, sobretudo para ressaltar a ciência também como uma forma de argumentação. Essa recomendação também foi levada em conta no planejamento da atividade, haja vista as tentativas de estímulo ao raciocínio (por meio de perguntas, de diversos tipos e com diferentes intenções) e as propostas de produção textual (que ressaltam aspectos normativos da escrita científica para a composição de análise e reflexões). Acerca da atenção a esse quarto critério, apresentaremos alguns exemplos a seguir.

No roteiro da primeira parte, a introdução descreve brevemente o sistema físico real, o fenômeno que será estudado e o objetivo geral da atividade:

A) Introdução

Filmamos o movimento de uma moeda de metal lançada sobre um papel quadriculado preso a um plano inclinado [...]. O experimento consiste em acompanhar seu deslocamento por meio das posições medidas nos quadros selecionados. O objetivo é entender o porquê das características do movimento, determinar as grandezas que influenciam a trajetória e confrontar os dados experimentais com o movimento previsto pela mecânica, a partir da condição [inicial] de lançamento e das variáveis dinâmicas envolvidas.

À luz das dimensões contempladas no Quadro 2, podemos considerar que a leitura da introdução pode viabilizar a elaboração inicial de um *modelo simbólico* para o fenômeno, mesmo que de maneira ainda incipiente. A partir dessa faceta ontológica, são então propostos inicialmente os seguintes procedimentos:

B1. Reflita como deve ser o movimento da moeda descrito pela moeda ao longo de um plano oblíquo, conforme se varia o ângulo de lançamento.

B2. Imagine o movimento da moeda caso o coeficiente de atrito entre o plano e a moeda seja maior ou menor.

B3. Assista ao filme atentamente.

Para suscitar aos estudantes uma tentativa de rastreamento de suas intuições físicas, os dois primeiros procedimentos sugerem exercícios de reflexão e imaginação. Estes, por sua vez, de caráter preditivo acerca do movimento, permitem a elaboração inicial de um *modelo instrumental*, mesmo que ainda pouco estruturado. Isso caracterizaria um primeiro adensamento sobre a faceta epistemológica.

Em seguida, é proposto que o vídeo demonstrativo do experimento seja assistido, como forma de pôr à prova e eventualmente permitir a reestruturação desses modelos simbólico e instrumental. Sobretudo, esses três procedimentos são trazidos antes das instruções sobre a coleta de dados para eventualmente provocar nos estudantes a sensação de necessidade por uma exploração da situação física de modo mais robusto – o que é convidativo para a posterior elaboração de um *modelo manipulativo*. Porém, assim como ressaltam Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999), nem sempre esses três modelos são combinados em uma única representação, em função da complexidade do raciocínio e da subjetividade dos estudantes. Portanto, uma das metas pensadas no âmbito global da atividade foi a oportunidade de sucessivas elaborações desses modelos de modo cada vez mais sofisticado e unificado.

Como exemplo de tentativa de perseguição dessa meta, para além da sequência de procedimentos elaborada, citamos o fim do roteiro da primeira parte, no qual é listado o conjunto de itens necessários para a composição da síntese do experimento a ser entregue. Em particular, a seção de discussão e conclusão apresenta um conjunto de perguntas a serem respondidas:

i. Qual a trajetória descrita pela moeda ao longo do movimento sobre o plano inclinado?

ii. Que grandezas são importantes na determinação da trajetória da moeda? Há alguma grandeza que, se for modificada, altera totalmente a aparência da trajetória?

iii. Quais são as forças atuantes na moeda ao longo do movimento? Invente uma forma de fazer o diagrama de corpo livre da moeda sobre o plano, que permita entender como é a força de atrito em vários pontos da trajetória descrita pela moeda.

iv. Analisando as forças atuantes sobre a moeda, existe alguma grandeza que se mantém constante ao longo do movimento? Há alguma grandeza variável? Qual seria ela e que condições contribuiriam para que ela não fosse constante?

Essas questões requerem, de modo aninhado, a seleção de diversos aspectos dos modelos simbólico, manipulativo e instrumental. Apesar de sua aparente complexidade, elas são trazidas num momento em que o estudante já reuniria os dados de todas as grandezas básicas da

cinemática e da dinâmica do movimento. Portanto, essas perguntas podem favorecer raciocínios que coloquem as anteriores intuições físicas em xeque de modo mais bem estruturado, à luz dos dados experimentais. Em especial, a terceira pergunta também é convidativa a uma primeira tentativa autônoma de *idealização* do fenômeno, na medida em que o roteiro não apresenta de antemão subsídios factíveis para a construção do diagrama de corpo livre da moeda.

Finalmente, no roteiro da segunda parte (que encaminha propriamente os testes de hipóteses), é sugerida para o relatório final da atividade uma seção opcional, com quatro perguntas. As duas primeiras são apresentadas como exercícios de autoavaliação, enquanto as duas últimas, como exercício de análise e julgamento da atividade em si:

C6. *Avaliação* (não vale nota, mas será muito útil para o professor)

- No relatório da 1ª parte da experiência, você respondeu quatro questões, numeradas i a iv, quando escreveu a conclusão. Em relação a elas, quais você compreende melhor agora e quais já estavam resolvidas antes do experimento?
- Que dúvidas você ainda tem sobre o fenômeno e sua relação com a teoria?
- Este experimento serve para contextualizar o que estamos estudando?
- Como o experimento poderia ser melhorado?

A iniciativa de propor perguntas que *não valham nota* se baseia no resultado de um dos debates internos da equipe. Na medida em que o diagnóstico permitido por essas questões é tão mais verossímil quanto maior a franqueza das respostas fornecidas, imaginamos que sua inclusão numa avaliação somativa nos afastaria da transparência dos testemunhos. Afinal, apesar das tentativas de aplicação das atividades experimentais se pretenderem inovadoras (em comparação com propostas mais tradicionais), a equipe ainda esteve restrita a uma estrutura curricular e institucional que somatiza as avaliações e a elas condiciona os progressos acadêmicos.

A despeito das considerações anteriores acerca do critério de atenção à linguagem, como resultado de debates internos envolvendo todos os agentes do processo de design (docentes e pesquisadores), optamos por nomear: (i) a *força de resistência* diretamente como *força de atrito cinético* (mesmo antes dos testes das hipóteses 1 e 2); e (ii) as *leis de Amontons* diretamente como *leis empíricas do atrito* (mesmo com a consideração das discussões trazidas na seção 3.2). Essas nomenclaturas foram consensuais para a equipe, uma vez que possivelmente facilitariam para os estudantes a compreensão dos procedimentos do roteiro, principalmente por ressaltarem mais explicitamente as leis de força às quais se estava aludindo, conforme sua abordagem padrão em muitos livros didáticos e disciplinas anteriores da graduação.

3.4.2.2. A elaboração dos baremas de correção

Conforme as diretrizes de organização das atividades do MEXI apresentadas na seção 1.1.3, a equipe procurou elaborar baremas de correção das sínteses e dos relatórios. Nos roteiros de ambas essas partes (disponíveis no Anexo B), a seção C reúne os itens que a equipe julgou relevantes para estabelecer uma avaliação somativa dessas duas *produções escritas*.

Em particular, para as sínteses da primeira parte, buscamos contemplar na avaliação a qualidade das leituras de dados, a correção dos cálculos das demais grandezas e as respostas às questões que introduziam alguns aspectos conceituais acerca do fenômeno físico. A seguir, o Quadro 5 apresenta esse barema de correção e o caráter somativo de sua avaliação, em função dos itens da seção C do roteiro da primeira parte. É de se notar que para alguns itens, pontos extras foram atribuídos⁴⁹, para além do máximo estabelecido de 10 pontos. Esses itens remetem a questões de discussão que não necessariamente eram possíveis de já serem respondidas em sua totalidade somente com os resultados dessa primeira parte, uma vez que novos aprofundamentos ainda seriam requisitados – e que, de fato, foram contemplados na segunda parte da atividade.

Quadro 5. Barema de avaliação elaborado para a síntese da primeira parte da atividade experimental de Força de Atrito Variável. A primeira coluna remete aos itens da seção C do respectivo roteiro, disponível no Anexo B.

ITEM	DESCRIÇÃO	VALOR	NOTA
2	Tabela de posição em função do tempo (t_i, x_i, y_i)	2,0	
3	Gráfico de $v_x(t)$	1,5	
	Gráfico de $v_y(t)$	1,5	
	Gráfico de $ \vec{f}_{at} (t)$	2,0	
4	i. Trajetória descrita pela moeda	0,5	
	ii. Grandezas importantes na determinação da trajetória Grandeza que modificada altera a aparência da trajetória	0,5 + 0,5	
	iii. Forças atuantes na moeda ao longo do movimento Diagrama de corpo livre da moeda (se bem-feito, +0,5)	0,5 0,5 + 0,5	
	iv. Grandeza(s) que se mantém(êm) constante(s) ao longo do movimento Grandeza(s) que varia(m) ao longo do movimento Por que essa(s) grandeza(s) não foi(ram) constante(s)	0,5 0,5 + 0,5	
TOTAL		10,0 + 1,5	

Fonte: elaboração própria.

⁴⁹ No caso de notas maiores que 10 nessa atividade, os pontos extras foram acrescentados à sua média da disciplina, na mesma proporção. No caso limite, uma média maior que 10 na disciplina seria normalizada para 10 pontos.

Já para os relatórios da segunda parte, buscamos contemplar na avaliação a adequação das produções aos padrões de escrita científica, a coerência e assertividade dos testes de hipóteses, bem como as respostas às questões de discussão que aprofundavam os aspectos conceituais acerca do fenômeno físico. O Quadro 6, a seguir, apresenta esse barema de correção e o caráter somativo de sua avaliação, em função dos itens da seção C do roteiro da segunda parte. Assim como no caso da síntese, é de se notar que para alguns itens do relatório alguns pontos extras foram atribuídos, para além do máximo de 10 pontos, de acordo com a qualidade das respostas e aprofundamentos realizados por cada grupo de estudantes.

Quadro 6. Barema de avaliação elaborado para o relatório da segunda parte da atividade experimental de Força de Atrito Variável. A primeira coluna remete aos itens da seção C do respectivo roteiro, disponível no Anexo B.

ITEM	DESCRIÇÃO	VALOR	NOTA
2	Introdução com o objetivo do experimento	0,5	
3	Descrição do arranjo experimental	0,5	
4	Tabela ou gráfico de $ \vec{f}_{at} (t)$	1	
	Tabelas ou gráficos de $c_x(t)$ e $c_y(t)$	1	
	Médias e desvios-padrões de $ \vec{f}_{at} $, c_x e c_y	0,5	
	Verificação da constância de $ \vec{f}_{at} $ (gráfico ou contagem de dados em 1 desvio-padrão). Não há problema em concluir que varia, mas não se pode concluir que não varia caso o gráfico deixe claro que variou!	1	
	Estimativa do coeficiente de atrito	0,5	
	Trajatória descrita pela moeda	1	
	Trajatória prevista com condições iniciais medidas	2	
5	Trajatória prevista com condições iniciais ajustadas, com os valores de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} adotados. Não precisa ajustar bem, mas precisa ser melhor do que com as condições iniciais medidas, a não ser que a prevista inicialmente seja boa (se bem-feito, + 0,5)	0,5 + 0,5	
	Discussão da aplicabilidade do modelo de força de atrito com módulo constante oposta à velocidade (se bem elaborado, + 0,5)	0,5 + 0,5	
6	Discussão das diferenças entre as trajetórias experimental e calculada Destacar o fato de valores de diferenças dentro da flutuação estatística de ao menos um dos parâmetros (μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y}) alterar completamente a altura máxima e o alcance atingidos pela moeda	0,5 + 0,5	
	Conclusão: a experiência conseguiu atingir o objetivo? Por quê? (se bem elaborado, + 0,5)	0,5 + 0,5	
TOTAL		10,0 + 2,0	

Fonte: elaboração própria.

Diferentemente das sínteses, cujo objetivo central era a compreensão dos principais aspectos procedimentais do experimento, os relatórios são propostos, sobretudo, como um

exercício de *escrita científica*. Por essa razão, a orientação do roteiro propõe uma divisão do relatório em partes mais específicas, que contemplem não apenas os resultados e discussões, mas também seções de introdução e metodologia ao início e de conclusão ao final (respectivamente, itens 2, 3 e 6 do Quadro 6). Apesar dessa pretensão, dada a complexidade procedimental e conceitual do experimento, a atribuição de uma maior parte da pontuação concentrou-se nas seções de análise de dados e discussão dos resultados (respectivamente, itens 4 e 5 do Quadro 6, de implementação dos testes das hipóteses teóricas).

3.4.2.3. A integração de ambientes e ferramentas ao MEXI

Para as intervenções, todo o material da atividade (roteiros, apêndices, parâmetros, imagens e vídeos) foi disponibilizado no portal do MEXI. A realização da atividade foi proposta a partir da plataforma Moodle, que permitiu a divulgação das informações e avisos gerais, o gerenciamento dos fóruns de discussões e dúvidas, a entrega virtual de sínteses e relatórios da atividade, bem como as devolutivas de suas correções.

Para a realização das atividades pelos grupos de estudantes, um requisito procedimental era o domínio em nível básico de algum software de planilha eletrônica, como Calc (LibreOffice), Excel (Microsoft Office), Sheets (Google), entre outros. Nossa equipe partiu do pressuposto de que esse requisito não seria um obstáculo procedimental para os grupos de estudantes, uma vez que alguns deles já haviam realizado atividades experimentais do MEXI em disciplinas anteriores e que todos já haviam cursado ao menos duas disciplinas específicas de laboratório na graduação. Afinal, em ambas as ocasiões os conhecimentos básicos em planilhas eletrônicas eram necessários.

Nesse cenário, a Fig. 28 apresenta um diagrama das relações entre o produto, a intervenção e o contexto didáticos, incluindo a mobilização do Moodle (como AVA) e dos softwares de planilhas eletrônicas (como ferramentas). Nessa figura, o produto didático e esses outros itens foram alocados mais à esquerda, enquanto o contexto didático, mais à direita. Essa separação espacial das entidades do diagrama foi a maneira que encontramos de discriminar objetos virtuais dos não virtuais. Portanto, a intervenção didática pode ser também entendida como uma iniciativa de integração desses objetos virtuais a um contexto real e concreto de sala de aula, cuja mediação requer um uso proficiente de computadores e alguns de seus recursos.

Como forma de “inauguração” de cada intervenção no contexto didático da disciplina, consideramos conveniente apresentar o arranjo experimental a ser estudado,

levando-o previamente para a sala de aula e demonstrando⁵⁰ aos estudantes alguns lançamentos da moeda sobre o plano inclinado. O próximo passo introduziria propriamente a virtualização do trabalho, com a proposição do experimento com imagens pelo Moodle – a partir da publicação de avisos gerais, da abertura de um fórum de dúvidas e da disponibilização das tarefas. Nos diferentes anos, a atividade foi proposta em grupos de até dois ou três estudantes.

Figura 28. Diagrama representativo da relação entre o produto, a intervenção e o contexto didáticos. O desenvolvimento instrucional do produto coube à equipe do MEXI e para o planejamento da intervenção, foram mobilizados outros recursos tecnológicos (AVA, software) para a aplicação do produto ao contexto.



Fonte: elaboração própria.

Da estruturação da atividade em duas partes, considerou-se adequado um prazo de *duas semanas* para a realização da *primeira parte* da atividade e a entrega da *síntese*. Após isso, o trabalho dos estudantes seria suspenso, de modo que a proposição da segunda parte só seria feita concomitantemente às devolutivas de avaliação e correção da primeira. Essas devolutivas consistiriam propriamente na devolução do arquivo da síntese com marcas de correção, apontamentos e comentários. Estipulou-se um prazo igual para a realização da *segunda parte* e a entrega do *relatório*. Ao final, devolutivas de avaliação e correção aconteceriam de modo análogo, com os arquivos originais comentados. O diagrama da Fig. 29 resume para a intervenção esse fluxo pretendido para a dinâmica de trabalho.

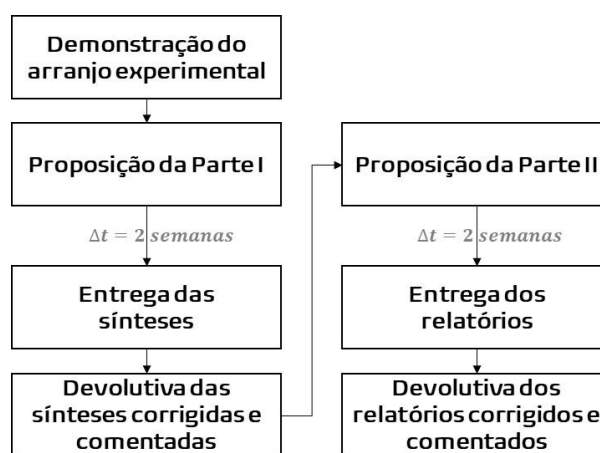
Anteriormente, na *definição* de objetivos e formas de avaliação para o planejamento da intervenção didática, apontamos a viabilidade:

⁵⁰ Consideramos prudente a realização de demonstrações na medida em que elas têm o potencial de viabilizar uma aproximação mais íntima do fenômeno, em comparação aos textos dos roteiros ou os vídeos exemplares.

- a) de concebê-la segundo as prescrições dos critérios definidos na literatura para o design de atividades científicas escolares;
- b) de nela interrelacionar para os estudantes as práticas e teorias científicas segundo ímpetos conceituais e procedimentais rigorosos;
- c) de mobilizar recursos e ações para usar de maneira coordenada e integrada o MEXI juntamente a um ambiente virtual de aprendizagem.

Na identificação do contexto didático na fase de focalização (seção 3.1), percebemos que apesar do caráter teórico da disciplina, sua ementa era plausível para a iniciativa de interrelacionar as práticas e teorias científicas. Por sua vez, no desenvolvimento instrucional, apresentamos uma possibilidade de apreensão científica rigorosa de conteúdos conceituais e procedimentais no escopo desse experimento com imagens. Além disso, alguns critérios para design das atividades científicas escolares foram levados em conta na elaboração da atividade e dos roteiros, especialmente o caráter metacognitivo de avaliação, o design de experimentos e problemas e a atenção à linguagem.

Figura 29. Fluxo de realização da atividade concebido ao longo do planejamento da intervenção didática.



Fonte: elaboração própria.

Com relação à *avaliação das produções dos estudantes*, organizamos baremas de caráter *somativo* para a correção das atividades e tentamos conferir-lhes um caráter também *formativo* a partir da dinâmica de trabalho em duas partes, com devolutivas detalhadas, oportunidades de atendimentos a dúvidas e prazos de entrega relativamente extensos. Finalmente, da interlocução promovida do MEXI com o Moodle e as planilhas eletrônicas, concebemos uma primeira versão da intervenção didática, como solução inicial para o problema de investigação. Logo, consideramos atingidos até aqui os objetivos elencados para esse

processo de design. Entretanto, do ponto de vista da *avaliação das intervenções em si*, no sentido de questionar, atestar ou reforçar o alcance aos objetivos para elas definidos, ainda são necessários contornos e definições, que serão oportunamente apresentados e desenvolvidos na próxima seção.

3.5. Construção e Avaliação

Abordaremos aqui a fase cinco (*construção*), inerente à implementação da solução concebida para os problemas de investigação, bem como a fase seis (*avaliação*), referente à submissão dela ao escrutínio, de acordo com os objetivos definidos para o trabalho de pesquisa. Tanto as intervenções planejadas quanto o produto desenvolvido poderão ser aqui compreendidos, simultaneamente: (i) como objetos de pesquisa, no sentido da identificação de sua evolução ao longo dos anos, considerando a performance dos grupos de estudantes diante dos processos de formulação e testagem de hipóteses teóricas; e (ii) como instrumentos de ensino, no sentido de a equipe ter buscado impactar positivamente a formação dos alunos, ao mobilizar numa mesma atividade uma diversidade de conteúdos, estratégias e recursos, anteriormente apresentados e discutidos.

Na inauguração de cada intervenção (subseção 3.4.2.3), além da apresentação do experimento com a demonstração de alguns lançamentos da moeda sobre o plano inclinado e da proposição de um cronograma para a realização da atividade, foi esclarecido aos estudantes que a respectiva ocasião remetia a uma pesquisa em ensino de física. Apesar de a atividade ter sido obrigatória para a disciplina, a participação com o fornecimento de dados para a pesquisa era opcional. Por esse motivo, quem voluntariamente ofereceu-se para participar da pesquisa preencheu um termo de consentimento livre e esclarecido, análogo ao apresentado no Anexo C. Logo, os dados que sustentam nossas análises não correspondem a todos os estudantes que cursaram a disciplina nos respectivos anos; o que reforça o caráter qualitativo desta pesquisa.

As páginas da disciplina de Complementos de Mecânica Clássica relativas aos anos das quatro intervenções podem ser acessadas⁵¹ livremente pelos seguintes endereços:

- a) Primeira intervenção (2015): <https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=6872>;
- b) Segunda intervenção (2016): <https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=21136>;
- c) Terceira intervenção (2017): <https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=54728>;
- d) Quarta intervenção (2018): <https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=64393>.

⁵¹ Apesar do caráter público das páginas dessa disciplina no Moodle, apenas usuários com perfil de professor, moderador ou estudante nesse sistema podem consultar as atividades entregues, suas devolutivas e os fóruns de avisos, dúvidas e discussões; o que garante o anonimato dos partícipes da pesquisa.

O Quadro 7 apresenta uma síntese dos aspectos logísticos mais relevantes para a caracterização inicial das quatro intervenções. Nele, incluímos os anos de aplicação, os docentes que ministraram a disciplina Complementos de Mecânica Clássica, os períodos das respectivas turmas, as dinâmicas de organização dos grupos, bem como detalhes sobre incursões avaliativas para além da atividade em si, como a realização de enquetes ou questionários.

Quadro 7. Síntese dos aspectos logísticos mais relevantes para a caracterização inicial das intervenções, com detalhes a respeito das turmas, dos grupos de estudantes que realizaram a atividade e da dinâmica de aplicação.

Intervenção	1	2	3	4
Ano	2015	2016	2017	2018
Docente responsável pela disciplina	Professor A		Professor B	
Período da turma submetida à atividade	noturno	diurno	diurno e noturno	
Porcentagem da média final relativa à atividade	até 10%		até 25%	
Organização dos grupos	até 3 membros		duplas	até 2 membros
Disponibilização dos casos experimentais para cada grupo	via e-mail, conforme os grupos organizavam-se		via tabela prévia, cabendo aos grupos a escolha de apenas um dos casos experimentais, dentre aqueles indicados para os membros do grupo	
Instruções de navegação no MEXI	dadas na aula inaugural, em <i>data show</i>		dadas na aula inaugural, via <i>data show</i> , e em um tutorial em PDF disponibilizado via Moodle	
Oferecimento de plantão de dúvidas presencial	não houve	não houve	não houve	uma vez por semana, por 1h, para cada turma
Questionário ou enquete, prévios ou posteriores à atividade	enquete final, via Moodle	não houve formalização de avaliação adicional	questionário final, ao fim do semestre letivo	questionários inicial e final, antes e após a realização da atividade

Fonte: elaboração própria.

A enquete final proposta na 1ª intervenção (2015) está disponível no Anexo D, e os questionários inicial ou final das 3ª e 4ª intervenções (2017 e 2018) estão disponíveis nos Anexos G, H e J. Mais adiante, na subsecção 3.5.3, explicaremos por que a 2ª intervenção não esteve sujeita a enquetes ou questionários. Apesar de os resultados da aplicação desses

instrumentos terem sido fundamentais para a equipe ao longo dos anos, seu conteúdo possui uma amplitude que transcende os objetivos de nosso trabalho de pesquisa. Portanto, convenientemente, apenas alguns de seus resultados serão apresentados e comentados, principalmente de modo quantitativo.

O Quadro 8 apresenta um panorama sobre a dinâmica de aplicação da atividade experimental, com alguns detalhes a respeito das sínteses e relatórios. Para ambos, incluímos os prazos de entrega (em semanas) dados aos grupos para cada atividade, a especificação de recursos adicionais oferecidos para a sua realização (como apêndices ao roteiro ou tutoriais em vídeo), o número de grupos que entregaram cada parte e o prazo para as devolutivas de correção.

Quadro 8. Panorama comparativo sobre a dinâmica de aplicação da atividade experimental, com detalhes adicionais sobre as sínteses e relatórios entregues pelos grupos de estudantes.

Intervenção (ano)	1 (2015)	2 (2016)	3 (2017)	4 (2018)
Prazo de entrega da síntese da primeira parte (semanas)	2	2	2	2
Recurso adicional oferecido para a realização da síntese	não houve	apêndice ao roteiro	apêndice ao roteiro, tutorial em vídeo e modelo de síntese	tutorial em vídeo e modelo de síntese
Número total de sínteses entregues (uma por grupo)	21	11	37	32
Prazo da devolutiva de correção das sínteses (semanas)	não contabilizado; as correções foram feitas tão logo os grupos entregavam as suas sínteses		2	2
Prazo de entrega do relatório da segunda parte (semanas)	2	3	3	4
Recurso adicional oferecido para a realização do relatório	não houve	apêndice ao roteiro	apêndice ao roteiro e tutorial em vídeo	apêndice aos roteiros e tutorial em vídeo
Número total de relatórios entregues (um por grupo)	12	8	27	24
Prazo da devolutiva de correção dos relatórios (semanas)	não contabilizado; as correções foram feitas tão logo os grupos entregavam os seus relatórios		2	3
Roteiro adicional necessário para determinados procedimentos	roteiro para integração numérica (opcional)	roteiro para integração numérica (opcional)	roteiros para integração numérica (opcional) e para cálculo de média ponderada (necessário)	roteiro para integração numérica (opcional)

Fonte: elaboração própria.

Da análise do Quadro 8, é possível perceber, por exemplo, que ao longo das quatro intervenções, o prazo para a produção das sínteses da primeira parte foi mantido, enquanto o prazo de entrega dos relatórios da segunda parte foi sendo gradualmente ampliado. A manutenção ou reconsideração de cada prazo ocorreu em função de críticas e testemunhos apresentados por diferentes grupos de alunos ao longo dos anos. Além disso, como nas duas primeiras intervenções os prazos para as devolutivas de correção não foram previamente definidos, alguns grupos tiveram oportunidade de refacção quando seu desempenho esteve aquém do esperado. Além disso, em todos os anos, alguns grupos tiveram atrasos tolerados a partir da negociação direta com os respectivos professores.

O Quadro 8 também mostra que com o passar do tempo ampliou-se o fornecimento de recursos extras – como apêndices ao roteiro (que explicavam algum procedimento mais complexo), roteiros adicionais (que apresentavam o passo a passo de realização de procedimentos inéditos) ou tutoriais em vídeos (com instruções de uso e dicas de manipulação das planilhas eletrônicas). Essa ampliação aconteceu na medida em que eram identificadas e melhor compreendidas as principais dificuldades dos alunos e algumas eventuais lacunas explicativas dos roteiros.

Os apêndices aos roteiros podem ser consultados nos Anexos E, F e I. Os roteiros adicionais constam na aba “Guias Auxiliares” do MEXI, que pode ser acessada através do endereço: <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/guias.php>. Por sua vez, os tutoriais em vídeo podem ser consultados nos seguintes vídeos do YouTube⁵²:

- a) tutorial da Parte 1, intervenção 3 (2017): <https://youtu.be/YLB0ZgDyTn4>;
- b) tutorial da Parte 2, intervenção 3 (2017): <https://youtu.be/bvuugaD9Td4>;
- c) tutorial da Parte 1, intervenção 4 (2018): <https://youtu.be/mfw7jyvIYOo>;
- d) tutorial da Parte 2, intervenção 4 (2018): <https://youtu.be/JkMLg0Es11I>.

A partir deste ponto do trabalho, buscaremos narrar, analisar e avaliar com maior profundidade os resultados das intervenções de aplicação da atividade experimental em função das produções escritas dos estudantes – tanto sínteses e relatórios (de entrega obrigatória e em grupo) quanto enquetes e questionários (de participação individual e opcional). Na medida em que o processo de avaliação das sínteses incentivou os estudantes a eventualmente corrigirem equívocos na coleta de dados e no cálculo de outras grandezas, nossa investigação se deterá sobre os relatórios da segunda parte, nos quais as rotinas de testes de hipóteses teóricas foram realmente implementadas e apresentadas.

⁵² Atualmente, os tutoriais de 2017 encontram-se como “não listados” e os de 2018 como “públicos”, uma vez que os tutoriais da intervenção 3 não mais estão disponíveis na página do MEXI.

Na subseção 3.5.1, abordaremos as etapas de unitarização e categorização da análise textual discursiva, que foram semelhantes para as quatro intervenções. Por sua vez, os movimentos de descrição e interpretação de cada intervenção, rumo à sua compreensão, são trazidos nas subseções de 3.5.2 a 3.5.5. Esse conjunto de seções pode ser compreendido como o próprio metatexto resultante de nossa investigação. Ao longo dele, porém, conforme se mostrar oportuno e necessário, retomaremos também outras fases da pesquisa baseada em design (além das de *construção* e *avaliação*) que tenham sido revisitadas, repensadas ou aprofundadas entre intervenções consecutivas.

3.5.1. Análise particular das intervenções

Em função das ideias apresentadas na subseção 2.3.2, consideramos aqui a análise textual discursiva como um método adequado para nos ajudar a compreender os resultados das intervenções. Afirmamos isso na medida em que, apesar de toda a nossa sustentação teórico-metodológica no entorno de princípios de design, acreditamos que uma listagem de expectativas para esses resultados dos alunos, baseada total e explicitamente nesses referenciais, não seria necessariamente assertiva. Afinal, se estipulássemos essas expectativas via *teorias e categorias a priori*, poderíamos estar subestimando ou superestimando as trilhas de raciocínio dos estudantes, o que por sua vez poderia enrijecer a análise e os seus frutos de compreensão. Mesmo assim, dados como pressupostos os próprios conhecimentos prévios em física dos alunos, a definição de algumas *unidades de análise a priori* nos pareceu possível. A subseção 3.5.1.1 apresenta uma reflexão sobre essa unitarização e a 3.5.1.2, um panorama das principais categorias emergentes da análise das intervenções.

3.5.1.1. Unidades de análise

À luz da análise textual discursiva (sob uma perspectiva fenomenológica), elegemos como fenômeno a realização do experimento e a composição das produções escritas pelos grupos de estudantes. Em particular, como faceta de intencional interesse para nosso programa de pesquisa estão as tarefas de formulação, teste e comunicação das três hipóteses teóricas propostas na atividade. Sobretudo, diante dessas produções dos grupos, nos perguntamos, por exemplo, sobre como eles se *apropriaram* dessas tarefas, que *estratégias* usaram para realizá-las, ou mesmo que *sentidos* a elas conferiram. Apesar da pertinência dessas questões, seu grau de generalidade não nos permitiu chegar à definição de um conjunto robusto

de unidades de análise. Portanto, recorreremos à literatura para estruturar uma linha condutora para a desmontagem dos textos das produções escritas dos alunos.

A partir das dimensões do ensino e da aprendizagem em ciências definidas por Hodson (1994, 1996), podemos considerar de modo mais estrito que o *saber fazer ciência* e o *saber ciência* remetem principalmente ao domínio de conteúdos de naturezas *procedimental* e *conceitual*. Essas duas dimensões são contempladas na atividade que concebemos, de modo ora disjunto, ora integrado, conforme discutimos ao longo da fase de concepção da pesquisa baseada em design. Já com relação à terceira dimensão concebida pelo autor, a do *saber sobre a ciência*, reconhecemos que os roteiros que compusemos não requeriam a mobilização robusta de conteúdos *atitudinais*, que atestassem, por exemplo, a expertise investigativa dos grupos ou uma tomada de consciência crítica acerca dos contextos de descoberta (formulação) ou justificação (validação) dos conhecimentos sendo estudados.

Além disso, a partir das facetas de um fenômeno natural a serem contempladas por uma atividade científica escolar, Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) apresentam questões centrais (vide Quadro 2) que viabilizam uma interlocução direta com essa tipificação dos conteúdos:

- a) no transcurso de uma atividade científica escolar, a resposta à primeira pergunta (“*o que tenho?*”) pode ser coerentemente elaborada a partir de uma representação simbólica que busque identificar aspectos do fenômeno físico, o que pressupõe uma iniciativa de modelização. Esta, por sua vez, requer elementos normativos e conhecimentos *conceituais* advindos das ligaduras teóricas de determinada teoria;
- b) já a resposta à segunda pergunta (“*o que faço?*”) tem mais relação com os conhecimentos *procedimentais* que podem ser aplicados em laboratório. Estes, quando coordenados coerentemente ao modelo simbólico do fenômeno concebido previamente, podem implicar a construção coesa de um modelo manipulativo, que ressalte as ações para o gerenciamento, o controle e a compreensão de aspectos chave dos objetos reais do sistema físico estudado;
- c) em particular, a resposta à terceira questão (“*o que acontece?*”) é complexa, pois requer o aprofundamento dos conteúdos conceituais e procedimentais, mas potencializa o desenvolvimento de conhecimentos *atitudinais*. Logo, uma resposta a essa questão tanto requer uma mobilização proficiente dos modelos simbólico e manipulativo, quanto pressupõe a tomada de consciência acerca dos instrumentos técnicos ou tecnológicos que podem ser usados ou utilizados em laboratório para aprofundar as investigações no

entorno do fenômeno – sobretudo, para que se compreenda suas particularidades ou mesmo se preveja seus comportamentos.

Em função dessas ideias, podemos deslocar seus sentidos, particularizando-os e reinterpretando-os para o escopo de nossa atividade experimental, a fim de definir algumas unidades de análise. Para tanto, levamos em conta em nossa investigação a capacidade de cada grupo de comunicar em seu relatório as rotinas de conteúdo procedimental e/ou conceitual solicitadas nos roteiros:

- a) como aspectos **procedimentais**, destacamos **a competência técnica em tarefas decisivas para os testes de hipóteses**, como a realização de medidas acuradas, os cálculos coerentes das grandezas, a construção e o exame cuidadoso dos gráficos e a aplicação efetiva dos critérios percentuais da distribuição gaussiana;
- b) e como aspectos **conceituais**, ressaltamos **a compreensão do significado físico da aceitação ou refutação dessas hipóteses**, como a caracterização vetorial da força (em termos de seu módulo constante e da sua oposição à velocidade) e o reconhecimento da adequação do modelo teórico usado – a partir do nível de similaridade entre as trajetórias calculada e medida.

3.5.1.2. Categorias emergentes

A partir dessas unidades de análise de natureza procedimental e conceitual, realizamos leituras das produções escritas dos alunos, com a meta de chegar a um conjunto coeso de *categorias emergentes*, representativas de cada turma submetida à atividade ao longo dos quatro anos.

Para o teste da hipótese teórica 1, acerca da constância da magnitude da força de resistência (atrito) em função do tempo, a análise dos relatórios fez emergir as categorias de análise apresentadas no Quadro 9. Uma vez que ao longo de todos os anos de aplicação da atividade a metodologia de teste dessa hipótese manteve-se a mesma nos roteiros, essas categorias aplicam-se às análises de todas as intervenções.

Já para o teste da hipótese teórica 2, inerente à constância das grandezas c_x e c_y em função do tempo e à compatibilidade entre ambas, a análise dos relatórios fez emergir as categorias de análise apresentadas no Quadro 10. Como ressalva, destacamos que uma vez que nos dois últimos anos de aplicação da atividade a metodologia de teste dessa hipótese sofreu modificações, as categorias desse quadro aplicam-se exclusivamente às duas primeiras intervenções, de 2015 e 2016.

Quadro 9. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções para o teste da hipótese 1.

Categoria	Requisitos que implicaram a categorização
insuficiente	não apresentou quaisquer dados, gráficos ou argumentos que nos pudessem indicar alguma análise inerente ao teste da hipótese 1
inconsistente	assumiu a validade da lei do atrito cinético antes mesmo de testar a hipótese 1
inconclusivo	apresentou os dados da força de atrito em função do tempo em tabelas ou gráficos, mas não argumentou acerca da confirmação ou refutação da hipótese 1 a partir dos critérios estatísticos
quase coerente	grupo apresentou os dados da força de atrito em função do tempo em tabelas ou gráficos, e tentou argumentar estatisticamente, sem remeter, entretanto, aos critérios da distribuição gaussiana
coerente	grupo explicitou a análise estatística do módulo da força de atrito, argumentando apenas parcialmente acerca dos critérios estatísticos, apropriando-se, portanto, de modo satisfatório da confirmação da hipótese
proficiente	grupo explicitou a análise estatística do módulo da força de atrito, argumentando a partir dos critérios estatísticos em sua totalidade, apropriando-se, portanto, da confirmação da hipótese de modo plenamente satisfatório

Fonte: elaboração própria.

Quadro 10. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções 1 e 2 para o teste da hipótese 2.

Categoria	Requisitos que implicaram a categorização
insuficiente	não apresentou quaisquer dados, gráficos ou argumentos que nos pudessem indicar alguma análise inerente ao teste da hipótese 2
inconsistente	assumiu a validade da lei do atrito cinético antes mesmo de testar a hipótese 2
inconclusivo	ou não explicitou a análise estatística de c_x e c_y (para reconhecer sua constância ao longo do tempo), ou não performou para ambas um teste Z de compatibilidade (para atestar a oposição entre os vetores), ou se utilizou de uma metodologia diferente, incapaz de avaliar a hipótese 2
quase coerente	apesar de ter performado um teste Z de compatibilidade entre c_x e c_y (ambas negativas), não realizou leituras e cálculos que permitissem uma análise estatística para aferir a sua constância
proficiente	explicitou a análise estatística de c_x e c_y , argumentando a partir dos critérios em sua totalidade e performou para ambas um teste Z de compatibilidade, apropriando-se, portanto, da confirmação da hipótese de modo plenamente satisfatório

Fonte: elaboração própria.

De uma comparação inicial dos Quadros 9 e 10, é visível que adotamos rótulos definidores das categorias cujos pesos (do ponto de vista da mobilização de conhecimentos de naturezas conceitual e procedimental) fossem análogos para os diferentes testes de hipótese. Um fato curioso que salta aos olhos e deflagra uma assimetria entre ambos é a ausência da categoria *coerente* no Quadro 10. Isso aconteceu uma vez que ao longo das duas primeiras intervenções, nenhum grupo demonstrou um modo de apropriação acerca do teste da hipótese 2 que por nós, dentro dessa gradação, pudesse ser assim classificado.

Por sua vez, para o teste da hipótese teórica 3, que remete à compatibilidade entre as trajetórias medida (experimentalmente) e calculada (teoricamente), a análise dos relatórios das quatro intervenções fez emergir as categorias de análise apresentadas no Quadro 11. Ao longo de todos os anos de aplicação da atividade, a metodologia de teste dessa hipótese não sofreu alterações. Portanto, essas categorias aplicam-se às análises de todas as intervenções. De modo análogo à comparação entre os Quadros 9 e 10, o Quadro 11 introduz como assimetria a não ocorrência da categoria *inconsistente*, por motivos análogos aos já discutidos.

Quadro 11. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções para o teste da hipótese 3.

Categoria	Requisitos que implicaram a categorização
insuficiente	não apresentou quaisquer dados, gráficos ou argumentos que nos pudessem indicar alguma análise inerente ao teste da hipótese 3
inconclusivo	apesar de ter apresentado alguns dados, não reuniu elementos suficientes para que se pudesse considerar que a hipótese 3 foi avaliada em sua totalidade
quase coerente	exercitou a integração numérica da trajetória e, conseguindo ou não um bom ajuste, ou não explicitou a limitação do método, ou julgou que a hipótese tem relação apenas com a validação das leis do atrito, e não com as leis da mecânica
coerente	exercitou a integração numérica da trajetória, sem conseguir ao final um bom ajuste, porém, explicitou a limitação do método e a corroboração parcial da hipótese 3
proficiente	exercitou com esmero a integração numérica da trajetória, conseguindo ao final um bom ajuste e reconhecendo a confirmação satisfatória da hipótese 3

Fonte: elaboração própria.

Nos Quadros 9, 10 e 11, a lógica interna de delimitação das categorias faz com que, em cada um, elas possuam um caráter mutuamente exclusivo entre si. Portanto, como cada grupo de estudantes só foi classificado em uma categoria para cada um dos testes de hipóteses, reunimos aqui a possibilidade de comparar⁵³ as frequências relativas dessas categorizações ao longo dos diferentes anos.

Em particular, alguns grupos de estudantes eventualmente apresentaram indicativos de conhecimentos de naturezas *procedimental* ou *conceitual* para além do conteúdo das unidades de análise predefinidas, ou mesmo indicativos de conhecimentos de natureza *atitudinal*. Em tais casos, consideramos a emergência de unidades de análise e de categorias correspondentes a outras dimensões, para além do nosso foco inicial de interesse de pesquisa. Uma vez que essas dimensões eram totalmente inesperadas, não empenhamos a tarefa de compará-las, ao ponto de lhes conferir o caráter mutuamente exclusivo das categorias

⁵³ Optaremos por realizar essa análise comparativa apenas posteriormente, na seção 4.1.

apresentadas nos Quadros 9, 10 e 11. Dessa forma, as categorias emergentes dessas dimensões extras estiveram sujeitas à possibilidade de intersecção parcial ou total; ou seja, um mesmo grupo pôde ser classificado numa delas, em mais de uma, em todas ou mesmo em nenhuma. Essas categorias são apresentadas a seguir no Quadro 12.

Quadro 12. Categorias emergentes da análise dos relatórios das intervenções em outras dimensões.

Categoria	Requisitos que implicaram a categorização
unificador coerente	reconheceu os testes das hipóteses 1 e 2 como sendo <i>ambos</i> inerentes à corroboração da lei do atrito cinético (Lei 2 de Amontons, formalizada na subseção 3.2.3)
unificador proficiente	reconheceu o teste da hipótese 3 como sendo inerente à corroboração das leis de Newton (ou da “teoria newtoniana”, ou dos “princípios da mecânica”), e <i>não apenas</i> das leis de Amontons
prospectivo coerente	evidenciou que, quando confirmadas, as hipóteses 1 e 2 validam uma lei de força que é <i>condição de sentido</i> para a elaboração do modelo teórico prévio ao teste da hipótese 3
explorador	demonstrou ter compreendido <i>a partir da simulação</i> os efeitos da variação de diversas grandezas (parâmetros do sistema e condições iniciais do movimento) sobre a aparência da trajetória da moeda
reflexivo	apresentou reflexões <i>para além</i> da atividade experimental (problematização de aspectos técnicos do arranjo, reconhecimento de aproximações realizadas, ampliação de asserções empíricas)

Fonte: elaboração própria.

Nas próximas subseções, narraremos os resultados de cada ano de aplicação da atividade a partir das diversas ocorrências das categorias emergentes apresentadas nos Quadros 9, 10, 11 e 12. Buscaremos, sobretudo, exemplificar⁵⁴ essas ocorrências, trazendo trechos e imagens dos relatórios dos diversos grupos de estudantes sujeitos às intervenções. A partir desses movimentos descritivos, realizaremos interpretações de cada intervenção e uma comparação inicial entre cada par de intervenções consecutivas. Uma análise comparativa mais robusta, para além desta análise textual, será realizada no próximo capítulo.

3.5.2. Primeira intervenção (2015)

Conforme apresentado no Quadro 8, em nossa primeira intervenção 21 grupos entregaram as sínteses da primeira parte da atividade, e 12 grupos submeteram os relatórios da segunda parte. Nessa intervenção, o número de entregas de relatórios foi menor⁵⁵ que o de

⁵⁴ Como ressalva, para os grupos cujo modo de apropriação das hipóteses tenha sido *insuficiente* ou *inconclusivo*, não reunimos subsídios suficientes para apresentar seus resultados com citações diretas, uma vez que o que caracteriza essas categorias são justamente as suas faltas e lacunas.

⁵⁵ Os motivos que influenciaram esses cenários não são objetos de nossa pesquisa. Entretanto, ao longo das intervenções, os docentes perceberam a partir do livre testemunho de alguns dos estudantes que a escolha pela não realização dos relatórios era consciente e de natureza logística, em função de semestres letivos com muitas provas de diversas disciplinas. Portanto, a renúncia pela realização da atividade envolveu julgamentos individuais a respeito da sua pertinência no calendário e do seu valor em relação à média final da disciplina.

sínteses, e da observação do Quadro 8, é possível perceber que isso aconteceu sistematicamente ao longo das intervenções.

O Quadro 13 apresenta a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 1.

Quadro 13. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 1ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	5
inconsistente	3
inconclusivo	0
quase coerente	0
coerente	2
proficiente	2

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 13:

a) *inconsistente:*

[...] obtivemos: $Z=0,48$. O que nos permite concluir que c_x e c_y são compatíveis dentro de um intervalo de 3 sigmas, provando assim que a 1ª hipótese é válida, ou seja, a força de atrito é constante.

(Relatório do grupo 04, 1ª intervenção, 2015)

b) *coerente:*

Observamos pelo gráfico [...] que o módulo da força de atrito apresenta flutuação em torno de um valor médio. Utilizando o critério descrito na orientação observamos que não encontramos nenhum ponto experimental a mais de 3 desvios padrões. Isso permite validar a hipótese de força de atrito constante.

(Relatório do grupo 07, 1ª intervenção, 2015)

c) *proficiente:*

Analisando o número de pontos acima ou abaixo da reta média temos 80,7% dos pontos em até um desvio padrão, 93,6% dos pontos em até 2 desvios padrões e nenhum além de 3 desvios padrões.

(Relatório do grupo 08, 1ª Intervenção, 2015)

Por sua vez, o Quadro 14 apresenta a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 2.

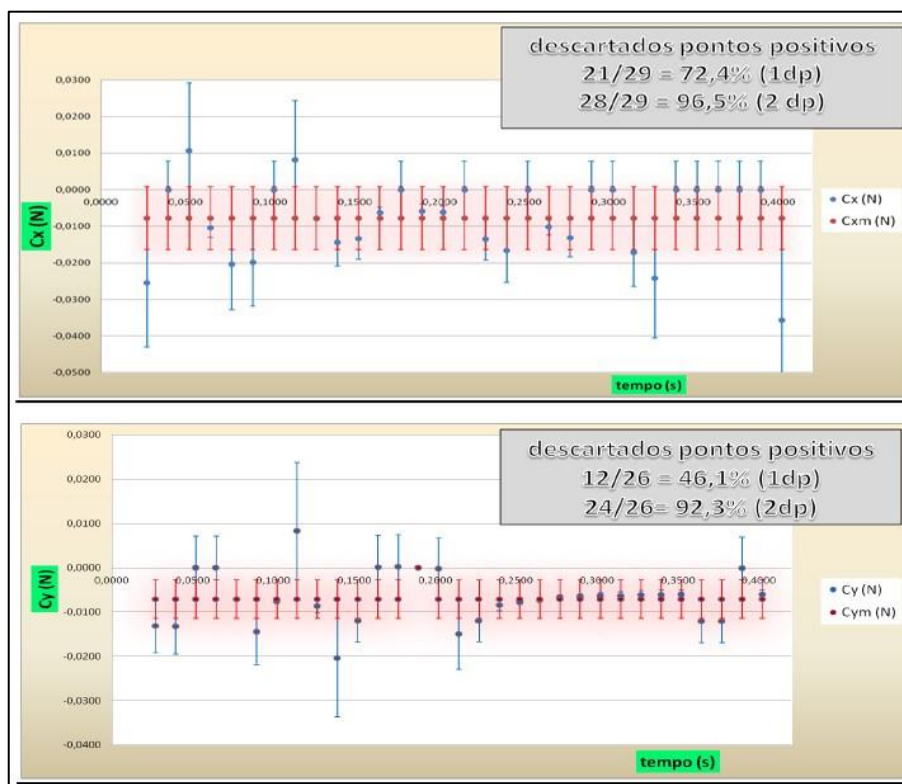
Quadro 14. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 1ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	5
inconsistente	0
inconclusivo	5
quase coerente	0
proficiente	2

Fonte: elaboração própria.

Como exemplar da categoria *proficiente*, trazemos na Fig. 30 os gráficos das grandezas c_x e c_y em função do tempo construídos por um dos grupos.

Figura 30. Gráficos das grandezas c_x e c_y em função do tempo.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 06, 1ª intervenção, 2015.

O Quadro 15 apresenta finalmente a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 3.

Quadro 15. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 1ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	3
inconclusivo	2
quase coerente	0
coerente	2
proficiente	5

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 15:

a) *coerente:*

O resultado para essa análise não foi compatível dentro de 3 incertezas, como verificado nos gráficos 4 e 5, porém nos pareceu plausível, pois se aproxima do comportamento para o movimento da trajetória real. Portanto, nos parece um método válido para o estudo desse movimento.

(Relatório do grupo 02, 1ª intervenção, 2015)

Sendo assim, compreendemos que é possível prever o movimento de uma moeda (de verdade), no entanto não tão perfeitamente, pois no movimento real, a força de atrito altera o movimento da moeda.

(Relatório do grupo 04, 1ª intervenção, 2015)

b) *proficiente:*

A partir do resultado das simulações pode-se verificar que o modelo utilizado para a força de atrito funciona bem, com resultados mostrando-se muito parecidos com a trajetória obtida experimentalmente. [...] A previsão do movimento mostrou-se muito condizente com os dados experimentais.

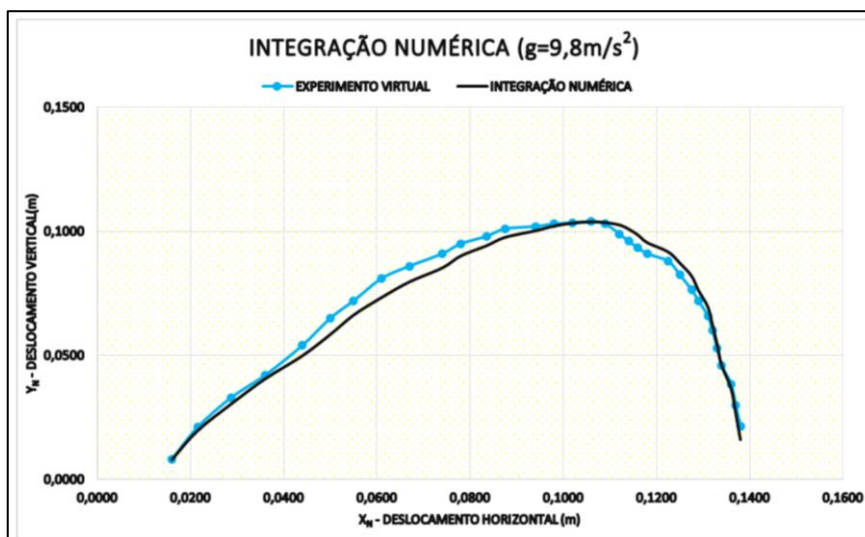
(Relatório do grupo 11, 1ª intervenção, 2015)

As fórmulas (10) e (11) apresentadas na proposta de experimento são perfeitamente adequadas na descrição do fenômeno observado. Podemos afirmar isso, pois a despeito da aparente discrepância gráfica entre os dados experimentais e os da integração numérica (com valores iniciais), pudemos obter um ajuste adequado das duas curvas pela manipulação dos valores experimentais dentro de 1 a 2 desvios-padrões dos dados obtidos. Desse modo, os valores ajustados das variáveis estudadas são compatíveis com os valores medidos experimentalmente.

(Relatório do grupo 06, 1ª intervenção, 2015)

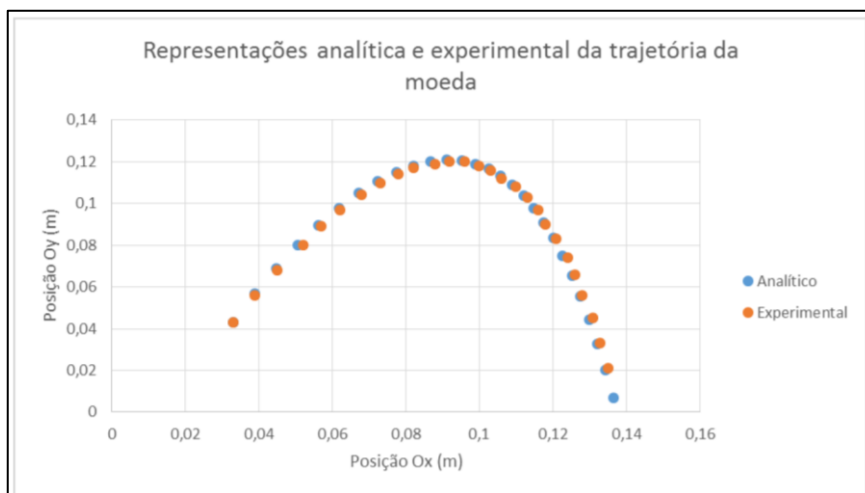
As Figuras 31 e 32 trazem gráficos das trajetórias medida e calculada (após o ajuste de parâmetros e condições iniciais), de alguns grupos categorizados como *proficientes*.

Figura 31. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 03, 1ª intervenção, 2015.

Figura 32. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 10, 1ª intervenção, 2015.

Com relação à seção de avaliação dos relatórios – cuja composição era opcional, por não ser contemplada na avaliação somativa – alguns grupos evidenciaram dúvidas remanescentes a respeito dos testes de hipóteses. Os excertos a seguir trazem alguns desses testemunhos:

Não entendemos muito bem a diferença da primeira hipótese para a segunda hipótese sugerida para trabalharmos no relatório.

(Relatório do grupo 04, 1ª Intervenção, 2015)

Não conseguimos compreender muito bem a diferença entre as duas hipóteses que foram trabalhadas ao longo desse relatório. Vimos que, ao realizar os cálculos, elas forneciam coeficiente de atrito cinético distintos, mas o porquê disso não ficou muito claro para nós.

(Relatório do grupo 10, 1ª Intervenção, 2015)

Com relação às categorias emergentes em dimensões extras, para além dos nossos focos de investigação, o Quadro 16 apresenta a quantidade de ocorrências de cada uma delas.

Quadro 16. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 1ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
unificador coerente	0
unificador proficiente	0
prospectivo coerente	2
explorador	0
reflexivo	0

Fonte: elaboração própria.

Como exemplos de grupos *prospectivos coerentes*, trazemos os seguintes trechos:

A partir da equações 11 e 12, determinamos os valores das razões C_x e C_y com suas incertezas. Para prosseguir na análise, realizamos um teste Z [...] entre esses valores para verificar se havia compatibilidade em até 3 desvios, *assim nos garantindo o progresso no processo.*

(Relatório do grupo 02, 1ª intervenção, 2015, grifos nossos)

[...] *Com isso [confirmação das hipóteses 1 e 2], foi possível estimar a trajetória da moeda teoricamente e comparar com a trajetória experimental previamente obtida.*

(Relatório do grupo 08, 1ª intervenção, 2015, grifos nossos)

À luz das categorias emergentes de nossa análise, pudemos atestar um pequeno número de grupos que se apropriaram de modo *proficiente* dos testes das hipóteses 1 e 2. Apesar disso, um número razoável de grupos demonstrou essa proficiência no teste da hipótese 3. Em particular, na seção de avaliação dos relatórios, alguns grupos apresentaram queixas a respeito da dificuldade de compreensão do significado das hipóteses. Como categoria emergente não esperada em nossa análise, deflagramos dois grupos *prospectivos coerentes*, que estabeleceram pontes (mesmo que implícitas) entre os dois primeiros testes e o terceiro, o que em nossa perspectiva representa um desenvolvimento (ainda incipiente) de um conhecimento atitudinal.

3.5.3. Segunda intervenção (2016)

A partir da síntese das indagações decorrentes da primeira intervenção, a equipe julgou ser necessário o empenho de um esforço no sentido de melhor elucidar e explicar a metodologia dos testes das hipóteses teóricas 1 e 2 no roteiro da segunda parte da atividade. Portanto, foi necessária uma revisão do desenvolvimento instrucional do produto didático, o que por sua vez representou uma revisita à fase quatro (*concepção*) da pesquisa baseada em design. Como resultado, foi formulado um *apêndice ao roteiro da segunda parte*, que pode ser consultado ao longo do Anexo E – logo após o respectivo roteiro. Nele, apresentamos um exemplo de gráfico do módulo da força de resistência (atrito) em função do tempo, e uma discussão mais detalhada a respeito das expectativas impostas pelos critérios percentuais da distribuição gaussiana. Além disso, também foi incluída uma dedução matemática com o objetivo de clarificar por quais razões a constância das grandezas c_x e c_y e a compatibilidade entre ambas implicariam a oposição entre os respectivos vetores.

Conforme apresentado no Quadro 8, nesta segunda intervenção 11 grupos entregaram as sínteses da primeira parte da atividade, e 8 grupos submeteram os relatórios da segunda parte⁵⁵.

O Quadro 17 apresenta a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 1.

Quadro 17. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 2ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	3
inconsistente	0
inconclusivo	0
quase coerente	0
coerente	3
proficiente	2

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 17:

a) *coerente*:

A hipótese da força de atrito ser constante é válida, onde se obteve o valor médio para ela de $(0,037 \pm 0,009)$ N, com isso encontramos todos os pontos com 95% a menos de dois desvios padrões, ou seja, dentro do intervalo $(0,037 \pm 0,017)$ N.

(Relatório do grupo 03, 2ª intervenção, 2016)

Pela figura [...] vemos que ela parece possuir um caráter oscilatório, o que contraria a teoria. Porém fazendo um tratamento estatístico, podemos observar que ela é constante, dentro da estimativa de erro. [...] Notamos pela figura [...] que os pontos obtidos experimentalmente, em sua maioria, estão dentro do desvio padrão, para mais ou para menos. Conseguimos assim confirmar a validade da expressão [...] que afirma que o módulo da força de atrito é constante.

(Relatório do grupo 07, 2ª intervenção, 2016)

b) *proficiente*:

Para testar a hipótese de que o atrito é constante, foi feito um gráfico dos valores da força de atrito resultante em função do tempo. Uma reta foi ajustada na média dos valores. Para que a hipótese seja verdadeira, é necessário que pelo menos 68% dos valores estejam dentro de um desvio-padrão, 95% a menos de 2 desvios e nenhum a mais de 3 desvios. É visto no gráfico a seguir que a condição é satisfeita, e a força de atrito é constante.

(Relatório do grupo 04, 2ª Intervenção, 2016)

Por sua vez, o Quadro 18 apresenta a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 2.

Quadro 18. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 2ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	2
inconsistente	1
inconclusivo	0
quase coerente	2
proficiente	3

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 18:

a) *inconsistente*:

Como o atrito é um vetor contrário a movimento temos as constantes negativas, no entanto por vezes na parte um o movimento na horizontal parecia constante no momento da leitura, ou seja, a aceleração obtida para alguns momentos parecia zero, isso claramente devido a imprecisão de leitura humana por isso na tabela de c_x temos valores iguais a zero, mas que se medidos precisamente dariam longe disso.

(Relatório do grupo 05, 2ª intervenção, 2016)

b) *quase coerente*:

Com relação à hipótese de a força de atrito ser oposta a velocidade é válida, pois os resultados obtidos mostram que $C_x=C_y$, ou seja, a análise de compatibilidade com o teste Z (1,5 obtido) mostra que elas são compatíveis, pois o valor de Z é menor que $n = 2$ (de intervalo de confiança de 95%). Os valores médios e desvios padrões encontrados para C_x e C_y são, respectivamente, $0,011\pm 0,012$ e $0,047\pm 0,021$.

(Relatório do grupo 03, 2ª intervenção, 2016)

c) *proficiente*:

Na tabela 1, observamos que o valor médio de c_x é igual ao de c_y . Aplicando o teste z (através do programa de Excel) confirmamos que $c_x = c_y$ [...], assim, confirmando a hipótese da força de atrito oposta à velocidade, onde o valor negativo da média das razões c_x e c_y representa que a força é contrária ao movimento da moeda.

(Relatório do grupo 06, 2ª intervenção, 2016)

O Quadro 19 apresenta finalmente a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 3.

Quadro 19. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 2ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	2
inconclusivo	0
quase coerente	0
coerente	1
proficiente	5

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 19:

a) *coerente*:

O fato de as trajetórias da moeda numericamente e analiticamente indica, a priori, duas coisas: A primeira é que o experimento está de acordo com a nossa teoria, e a segunda é que de alguma forma o erro analítico se propagou para o numérico de forma que mesmo estando errado o coeficiente de atrito, a formulação do modelo ficou boa.

(Relatório do grupo 07, 2ª intervenção, 2016).

b) *proficiente*:

Comparando a trajetória real da moeda com a inicialmente calculada, verifica-se [...] que as curvas só se assemelham nos pontos iniciais (quatro primeiros), porém ao ajustar os parâmetros para os apresentados, na segunda linha, da Tabela [...], essas mesmas curvas ficam muito próximas para maioria dos pontos, o que garante certa semelhança no aspecto geral quanto a sua forma, conforme apresentado no gráfico.

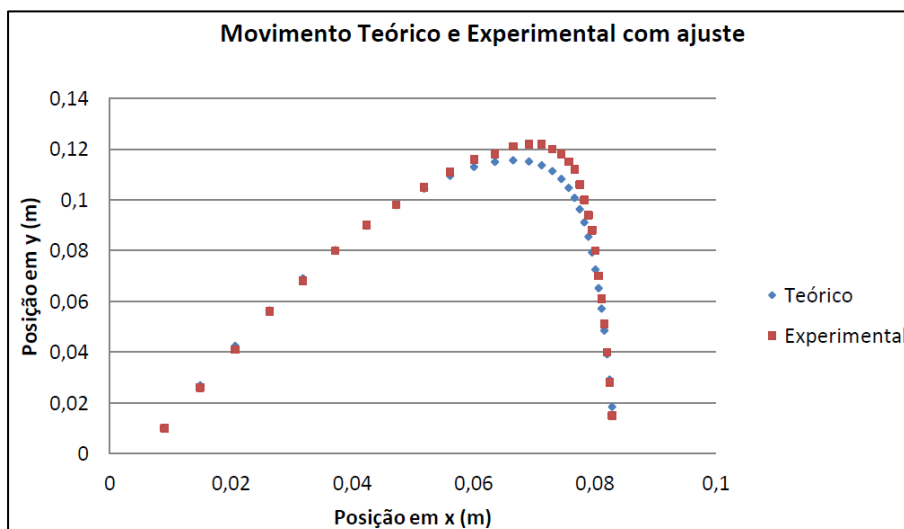
(Relatório do grupo 03, 2ª intervenção, 2016)

Na primeira tentativa de determinar o gráfico das trajetórias já foi possível perceber que as duas eram compatíveis. Sendo assim não foi necessário ajustar os valores para as posições iniciais e o coeficiente de atrito. Portanto, o método empregado para determinar o coeficiente de atrito é confiável, uma vez que a trajetória experimental e a trajetória calculada pelo método de integração numérica ficaram muito parecidas.

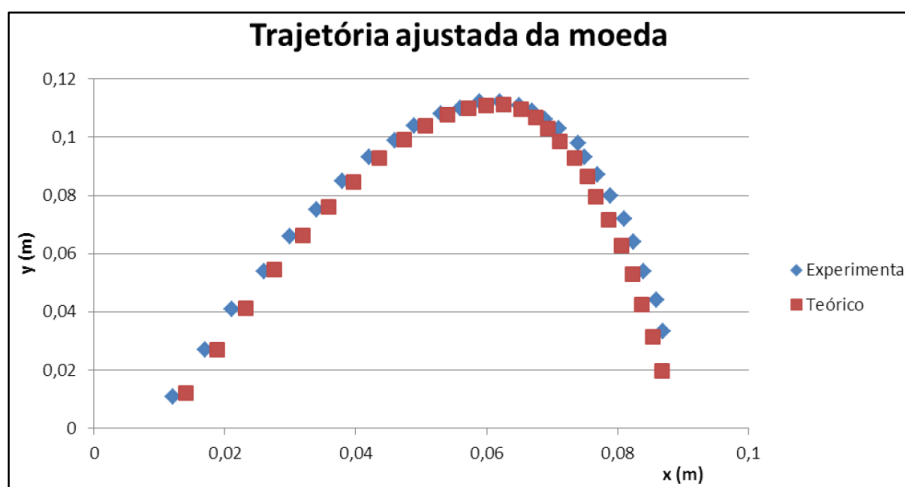
(Relatório do grupo 04, 2ª intervenção, 2016)

As Figuras 33 e 34, a seguir, apresentam exemplos de gráficos de comparação de trajetórias para grupos categorizados como *proficientes*.

Figura 33. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 06, 2ª intervenção, 2016.

Figura 34. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.

Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 02, 2ª intervenção, 2016.

Com relação às categorias emergentes em dimensões extras, para além dos nossos focos de investigação, o Quadro 20 apresenta a quantidade de ocorrências de cada uma delas.

Quadro 20. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 2ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
unificador coerente	1
unificador proficiente	0
prospectivo coerente	3
explorador	0
reflexivo	0

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 20:

a) *unificador coerente*:

Os resultados obtidos validam a hipótese referente às leis empíricas de atrito de contato, ou seja, de que ela tem módulo constante, a mesma direção da velocidade e com o sentido contrário ao deslocamento.

(Relatório do grupo 03, 2ª intervenção, 2016)

b) *prospectivo coerente*:

Diante da discussão apresentada acima que confirma a validade das leis empíricas de atrito de contato, as equações abaixo estão de acordo com esta lei e podem ser utilizadas para propor um modelo para o movimento da moeda no plano, o que permite deduzir um conjunto de equações diferenciais acopladas e não lineares, que só podem ser resolvidas numericamente.

(Relatório do grupo 03, 2ª intervenção, 2016, grifos nossos)

Pelas categorias emergentes de nossa análise, pudemos atestar uma proporção maior de grupos que se apropriaram de modo *proficiente* dos testes das hipóteses 1, 2 e 3, comparativamente a 2015. Além dos grupos *prospectivos coerentes*, identificamos uma nova categoria inesperada, que qualificamos como *unificadores coerentes*, que também estabeleceram uma coesa integração entre os dois primeiros testes, produzindo um enunciado mais elaborado do ponto de vista teórico.

É importante ressaltar que poucos grupos enquadrados nessas dimensões adicionais (como *prospectivos* ou *unificadores coerentes*) foram categorizados como *proficientes* ao longo dos testes das hipóteses 1, 2 e 3. A baixa intersecção entre essas classes de categorias nos faz aprofundar a reflexão a respeito das unidades de análise que foram relevantes para defini-las. Por exemplo, a *proficiência* no teste das hipóteses 1, 2 ou 3 ressalta principalmente a apropriação de um grupo pelos aspectos conceituais e procedimentais dessas rotinas. Por sua vez, os grupos categorizados como *prospectivos* ou *unificadores coerentes* exercitaram uma ampliação de repertório a partir da mobilização de outros elementos, conforme detalhado no Quadro 12. Essas duas categorias extras corroboram, de forma inicialmente inesperada para a equipe, um adensamento inicial também sobre conhecimentos de natureza *atitudinal*, na medida em que as respectivas pontes de raciocínio ressaltam aspectos críticos e decisivos para a validação do conhecimento científico, o que vai além dos aspectos puramente procedimentais e conceituais exigidos pela atividade.

Numa outra direção, ao considerarmos a seção final dos relatórios (avaliação optativa), os grupos submetidos a essa intervenção em 2016 não apresentaram dúvidas remanescentes a respeito dos testes de hipóteses. Portanto, esse cenário fez com que ao fim da atividade não considerássemos necessária uma enquete final, tal como a aplicada ao fim da primeira intervenção em 2015 (vide o Quadro 8), disponibilizada no Anexo D.

Apesar das considerações anteriores, que nos fazem perceber de imediato alguns avanços da primeira para a segunda intervenção, o fato de alguns grupos ainda terem sido categorizados como *insuficientes* suscitou certo descontentamento, convidando a equipe a uma importante reflexão. Afinal, *por que ainda houve grupos que aparentemente não se*

apropriaram dos procedimentos da atividade, não tendo desenvolvido sequer algumas frases com análises e reflexões coerentes para os resultados dos testes de hipótese?

Além disso, a remanência de grupos com modo de apropriação *inconsistente* ou *quase coerente* para hipótese 2 fez com que a equipe estendesse essa reflexão, especialmente para o escopo dessa hipótese. Afinal, *será que o cálculo explícito de duas grandezas (c_x e c_y) e as expectativas por sua constância e compatibilidade são rotinas suficientes para que todos os estudantes compreendam a confirmação dessa hipótese como implicadora da oposição entre os vetores velocidade e força de resistência (atrito)? Ou ainda, será que existe uma maneira mais convincente, simplificada ou mesmo tácita de se empenhar um teste de hipótese que valide essa oposição entre vetores?*

3.5.4. Terceira intervenção (2017)

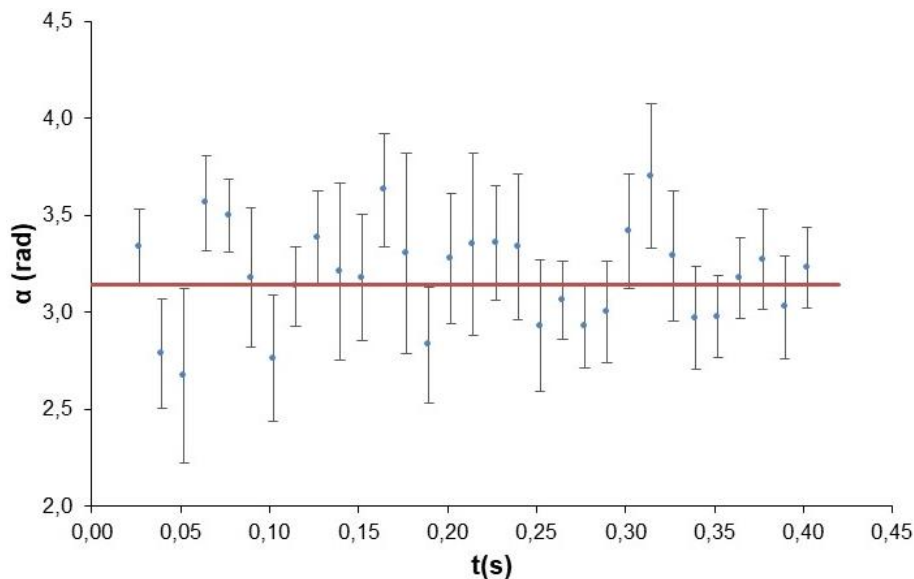
A partir das indagações resultantes da análise preliminar da segunda intervenção, a equipe percebeu que possivelmente o teste da hipótese teórica 2 estava sendo proposto de forma *controversa*, ou seja, de modo não necessariamente convincente a respeito da oposição entre os vetores força e velocidade. Nesse sentido, compreendemos que em termos da *racionalidade técnica* necessária ao experimento, talvez não fosse adequada uma análise da constância e da compatibilidade de duas grandezas (c_x e c_y) sem significado físico aparente. Portanto, ao longo da janela de tempo entre a segunda e a terceira intervenção, a equipe chegou ao consenso de que um teste mais convincente estaria justamente em verificar se o ângulo entre os dois vetores em função do tempo é compatível com um ângulo raso, de 180° . A seguir, explicaremos como essa rotina foi pensada e desenvolvida, ainda aludindo aos dados do caso experimental D1.1.

Consideremos que α seja o ângulo entre os vetores velocidade \vec{v} e força de resistência \vec{f} . Uma forma de determinar α envolve calcular previamente os ângulos α_v e α_f que cada um desses vetores faz respectivamente com determinado semieixo num sentido específico – por exemplo o sentido positivo da direção Ox , com a medição feita no sentido anti-horário. Dessa forma, α corresponderá à subtração direta entre esses dois ângulos. Como as componentes dos dois vetores nas duas direções de movimento são conhecidas, uma simples operação de arco-tangente permite o cálculo de α_v e α_f , o que por sua vez possibilita a determinação de α em função do tempo. Com tais dados, uma forma de avaliar a hipótese teórica 2 é verificar se, dentro da margem de erro do experimento, o ângulo α é constante e compatível com 180° ou $\pi \text{ rad}$. O Anexo F apresenta, no apêndice ao roteiro da segunda parte, um tratamento cuidadoso da função arco-tangente para permitir esses cálculos. Destes, uma

consequência é a obtenção de uma incerteza variável para cada valor de α , o que não torna conveniente em princípio a determinação de um desvio-padrão da distribuição. Isso faz com que um valor representativo de conjunto de dados seja um valor médio ponderado⁵⁶, e não uma média simples.

A Figura 35 apresenta o gráfico do comportamento temporal desse ângulo α , com barras de incerteza relativas a cada ponto, que dependem das incertezas dos ângulos α_v e α_f , que por sua vez dependem das incertezas das componentes dos vetores \vec{v} e \vec{f} . No gráfico, uma reta constante foi traçada na ordenada relativa ao *valor esperado* – diferentemente dos gráficos do módulo da força de resistência, cuja reta constante foi traçada no *valor médio* (vide Fig. 23). Dessa forma, a aplicação dos critérios da distribuição gaussiana levando em conta o valor esperado (ao invés do valor médio) é uma forma simultânea de avaliar tanto a constância de α quanto a sua compatibilidade com πrad .

Figura 35. Ângulo α entre os vetores \vec{v} e \vec{f} em função do tempo, calculado a partir da diferença entre os ângulos que cada vetor faz com o semieixo positivo da direção Ox , por sua vez determinados via arco-tangente. A reta constante foi traçada no valor esperado, π radianos. As barras de incerteza correspondem aos valores obtidos por propagação de erros, variáveis ponto a ponto.



Fonte: elaboração própria.

Da análise dos valores de $\alpha(t)$, temos 21 dos 31 pontos (67,74%) a menos de um desvio de distância do valor esperado de πrad , e nenhum a mais de dois desvios. Além disso, o *valor médio ponderado*, $\bar{\alpha} = 3,19(5) rad$, também corrobora essa compatibilidade com o

⁵⁶ Essa particularidade fez com que a equipe optasse por formular e disponibilizar um roteiro adicional sobre o cálculo de médias ponderadas, conforme apontado anteriormente no Quadro 8.

valor esperado dentro de um desvio-padrão da média ponderada. Portanto, podemos afirmar a oposição da força de resistência \vec{f} à velocidade \vec{v} , implicando uma conclusão verdadeira para a hipótese teórica 2 e atestando a suficiência dessa nova metodologia para o seu teste.

A partir desse novo conjunto de procedimentos, o roteiro da segunda parte da atividade foi reformulado, bem como seu apêndice – caracterizando novamente uma revisita à fase de *concepção*. Ambos os documentos podem ser conferidos no Anexo F. Um fator de complicação introduzido por essa metodologia é a necessidade de os ângulos α_v e α_f serem calculados em planilha eletrônica a partir da função condicional “SE”. Além disso, como já comentado, cada valor do ângulo α tem um valor próprio de incerteza experimental, o que requer a determinação de um valor médio ponderado ao invés de uma média simples. Em função dessa complexidade procedimental, a equipe compreendeu que esse teste da hipótese 2 seria potencialmente mais dificultoso e considerou ser prudente a elaboração e disponibilização de tutoriais em vídeo, que auxiliassem os estudantes nos aspectos técnicos de manipulação das planilhas eletrônicas e de realização dos testes de hipóteses. Os links desses tutoriais⁵² foram trazidos em nossos comentários posteriores ao Quadro 8. Além disso, a nova metodologia de teste da hipótese 2 implicou algumas mudanças pontuais no barema de correção dos relatórios da segunda parte. Não apresentaremos esse novo barema, uma vez que, em comparação ao do Quadro 6, sua estrutura geral foi mantida.

O Quadro 21 apresenta a categorização resultante da análise dos 27 relatórios desta terceira intervenção, para o teste da hipótese teórica 1.

Quadro 21. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 3ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	3
inconsistente	1
inconclusivo	3
quase coerente	6
coerente	4
proficiente	10

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 21:

a) *proficiente*:

Através da análise do gráfico da Figura 2, e com auxílio das linhas tracejadas, é possível notar que 68% dos dados (17 de 25 pontos) ocorrem a menos de um desvio padrão da média, 96% (24 de 25 pontos) se encontram a menos de duas vezes o desvio padrão, e nenhum deles além de três vezes o desvio padrão, conforme esperado para uma função densidade de probabilidade gaussiana em torno de uma constante. [...] Esta distribuição indica que, de fato, é plausível supor que a força de atrito permanece constante ao longo do intervalo de tempo durante o qual ocorre o movimento da moeda. Ou seja, o modelo conhecido está de acordo com a situação física ora analisada.

(Relatório do grupo 9, 3ª Intervenção, 2017)

Na análise do módulo da força de atrito, foi possível considerar o valor médio obtido, como verdadeiro porque, conforme foi explicado no apêndice do roteiro [...], como estes dados tem comportamento de probabilidade gaussiana, para que este valor médio seja válido, 68% dos dados obtidos devem estar dentro de um desvio padrão da média; 95% deles dentro de dois desvios e, para a quantidade de dados que temos, nenhum deve estar a mais de três desvios. Nossos dados seguiram este padrão, portanto a força de atrito calculada experimentalmente varia em torno de um valor médio determinável dentro das incertezas.

(Relatório do grupo 24, 3ª Intervenção, 2017)

b) *coerente*:

Os resultados obtidos para as componentes da força de atrito mostram que ela varia, mas ao calcularmos o seu módulo, em cada posição, observamos que eles estão dentro de um intervalo a menos de dois desvios padrões, o que nos permitiu colocar a força de atrito como constante e aplicar as leis empíricas para o atrito de contato.

(Relatório do grupo 4, 3ª Intervenção, 2017)

Devemos então contrastar os resultados experimentais para analisarmos se de fato eles nos mostram um comportamento similar em relação ao módulo da força de atrito F_{at} . Como mostrado anteriormente depois de termos obtido o valor médio de fato com a respectiva incerteza e construído o gráfico mostrado na Figura 2, nota-se que os pontos plotados estão dentro de um intervalo de no mínimo 3 desvios-padrões a partir da reta que representa seu valor médio, como esperado.

(Relatório do grupo 6, 3ª Intervenção, 2017)

c) *quase coerente*:

Observando o gráfico, vemos que a grande maioria dos valores se encontra dentro de uma incerteza do valor médio, alguns encontram-se dentro de duas incertezas, e nenhum excede três incertezas, mostrando estatisticamente que o modelo descrito no roteiro pela equação (11) é válido para essa situação.

(Relatório do grupo 8, 3ª Intervenção, 2017)

Ou seja, a força de atrito tem que possuir um módulo constante. Através do gráfico acima, que representa os valores de F_{at} em função do tempo [...], e F_{at} médio [...], é possível perceber, levando em conta as incertezas, que os valores experimentais da F_{at} flutuam em torno de um valor médio, portanto é razoável entender que a força de atrito possui um módulo constante, o que confirma os resultados teóricos.

(Relatório do grupo 11, 3ª Intervenção, 2017)

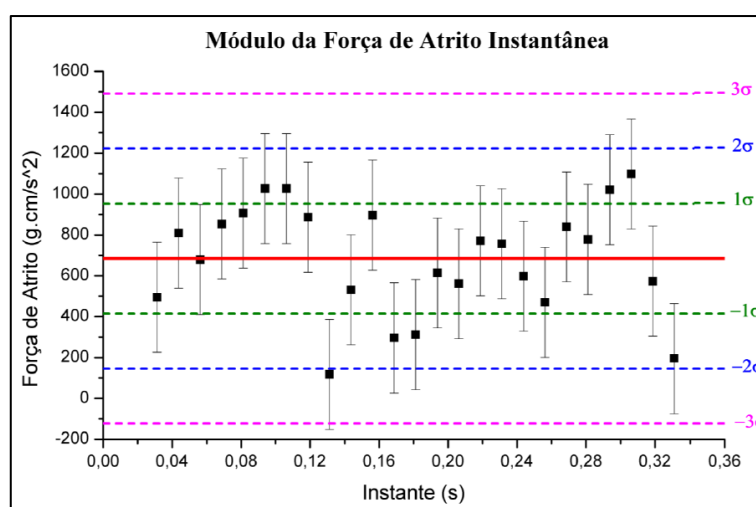
d) *inconsistente*:

Do gráfico acima traçamos uma reta paralela ao eixo dos tempos na média dos valores medidos. Partindo da ideia que força de atrito tem módulo constante e que as leis empíricas estabelecem que ele é constante e proporcional ao módulo da força normal temos que [...].

(Relatório do grupo 3, 3ª Intervenção, 2017)

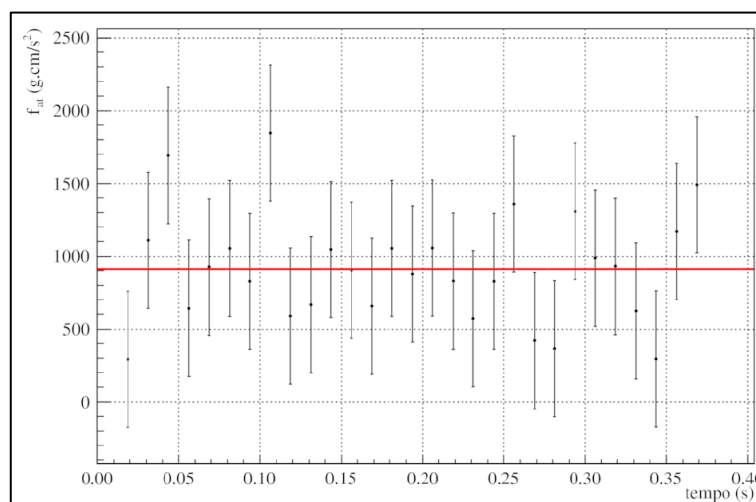
As Figuras 36 e 37 trazem gráficos do módulo da força de atrito em função do tempo, construídos pelos dois grupos *proficientes* citados anteriormente.

Figura 36. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 09, 3ª intervenção, 2017.

Figura 37. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 24, 3ª intervenção, 2017.

Com a mudança de método para o teste da hipótese 2, analisamos a emergência de categorias específicas para esta 3ª intervenção, obtendo o Quadro 22⁵⁷. Com base nele, o Quadro 23 apresenta os números de ocorrência de cada categoria nos relatórios dos grupos.

Quadro 22. Categorias emergentes da análise dos relatórios da 3ª intervenção para o teste da hipótese 2.

Categoria	Requisitos que implicaram a categorização
insuficiente	grupo não apresentou quaisquer dados, gráficos ou argumentos que nos pudessem indicar alguma análise inerente ao teste da hipótese 2
inconsistente	grupo assumiu a validade da lei do atrito cinético antes mesmo de testar a hipótese 2
inconclusivo	grupo apresentou os dados do ângulo α em função do tempo em tabelas ou gráficos, mas não argumentou acerca da confirmação ou refutação da hipótese 2 a partir dos critérios estatísticos ou da análise de compatibilidade do valor médio ponderado com o valor esperado
quase coerente	apesar da tentativa de um trajeto coerente (vide descrição abaixo), grupo não reuniu dados suficientemente acurados para conseguir a compatibilidade (via gráfico ou via valor médio ponderado) dentro de um ou dois desvios ou não apresentou um raciocínio suficientemente claro acerca da consideração dos critérios estatísticos
coerente	grupo ou apenas explicitou a análise estatística do ângulo α , argumentando a partir dos critérios em sua totalidade, ou determinou um valor médio ponderado desse ângulo compatível com o valor esperado, apropriando-se, portanto, da confirmação da hipótese de modo satisfatório
proficiente	grupo explicitou a análise estatística do ângulo α , argumentando a partir dos critérios em sua totalidade, e determinou um valor médio ponderado desse ângulo compatível com o valor esperado, apropriando-se, portanto, da confirmação da hipótese de modo plenamente satisfatório

Fonte: elaboração própria.

Quadro 23. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 3ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	4
inconsistente	1
inconclusivo	1
quase coerente	6
coerente	8
proficiente	7

Fonte: elaboração própria.

⁵⁷ O Quadro 22 apresenta todas as 6 gradações anteriormente identificadas para o Quadro 9, não carregando, portanto, a mesma assimetria do Quadro 10.

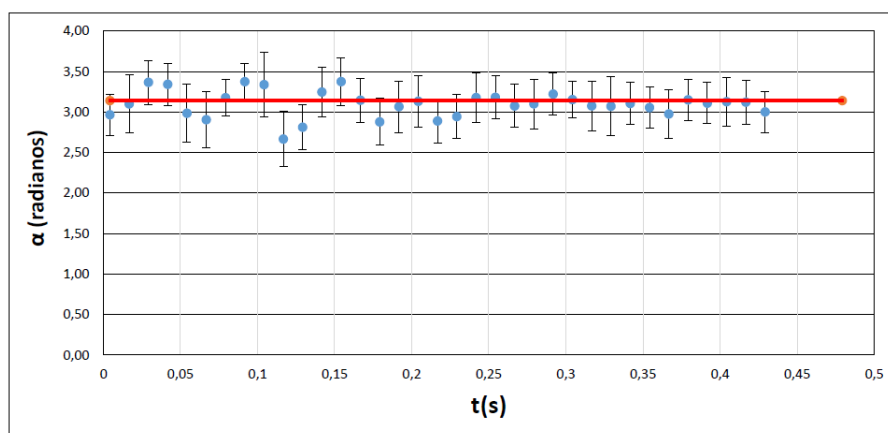
Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 23:

a) *proficiente*, conforme o trecho a seguir e a Fig. 38:

[...] foi obtido o gráfico do valor de α (ângulo entre a velocidade e força de atrito), provando que a força empírica do atrito possui a mesma direção, mas com sentido contrário e defasados de π radianos (valor de α). Importante observar no gráfico que o valor de α se encontra dentro dos valores de suas incertezas, mostrando de fato, que os conceitos teóricos atribuídos à força empírica dos atritos previstos, condizem com os valores obtidos de forma experimental além de se obter uma boa aproximação do valor de π (3,1415). [...] Os valores de α obtidos, mantiveram-se dentro das incertezas calculadas conforme o gráfico 2 e com praticamente um único ponto do valor fora da “região” delimitada pela incerteza, fato esse, provavelmente relacionado com um possível erro de leitura obtida em um dos frames.

(Relatório do grupo 23, 3ª Intervenção, 2017)

Figura 38. Gráfico do ângulo α entre a força e a velocidade em função do tempo.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 23, 3ª intervenção, 2017.

b) *coerente*, conforme a Fig. 39 e os trechos a seguir:

Figura 39. Análise de compatibilidade do valor médio ponderado de α com o valor esperado.

Valor Médio	
α (rad)	$\sigma\alpha$ (rad)
3,00	0,09

Tabela 4 – Valor médio de α considerando os quatro pontos experimentais extraídos das imagens.

A tabela 4 mostra que o valor médio de alpha para 2σ aproximadamente é comparável com π radianos.

Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 1, 3ª intervenção, 2017.

No gráfico podemos observar que cerca de 81% dos pontos distam menos de um desvio padrão da reta média hipotética traçada em π rad. Tal fato nos diz que os dados experimentais são consistentes com a reta teórica traçada e que α realmente flutua em torno de π rad, além de que sempre tem a mesma direção e sentido oposto a velocidade da moeda.

(Relatório do grupo 15, 3ª Intervenção, 2017).

Os ângulos corroboram com o argumento de que os vetores força de atrito e velocidade instantânea são opostos dentro do modelo adotado. O valor médio encontrado foi de $3,14 \pm 0,08$ radianos. Este valor conforma o modelo adotado onde é esperado que os dois sejam opostos, ou seja, haja um ângulo π radianos entre os vetores.

(Relatório do grupo 21, 3ª Intervenção, 2017).

c) *quase coerente:*

Nota-se que nesse gráfico a função de alpha em função do tempo não seguiu exatamente o comportamento esperado, iremos discutir isso em breve. [...] Para esse tópico achamos extremamente necessário ressaltar que devido a quantidade de cálculos realizados os erros se propagaram bastante, mas que mesmo assim chegamos no esperado, muito embora um dos nossos gráficos (o do ângulo em função do tempo) não ficou como previsto, acreditamos que isso aconteceu pois tiveram muitos pontos discrepantes no gráfico de Fat e como alpha depende de Fat a tendência é que essa discrepância aumente.

(Relatório do grupo 12, 3ª Intervenção, 2017)

O valor de α é compatível com o valor esperado dentro de aproximadamente 3σ . Logo, podemos aceitar que a hipótese da constância da força de atrito e que o ângulo entre a força de atrito é π rad.

(Relatório do grupo 3, 3ª Intervenção, 2017)

d) *inconsistente:*

A tabela 3 estão os dados calculados que verificam o comportamento da força de atrito, uma vez que a força de atrito tem a mesma direção da velocidade e sentido oposto, o ângulo αv que o vetor da velocidade faz com o eixo Ox difere de π radianos do ângulo αf que a força de atrito faz com o mesmo eixo Ox . Assim foi calculado esses ângulos de acordo com as expressões (4), (5) e (6).

(Relatório do grupo 18, 3ª Intervenção, 2017)

O Quadro 24 apresenta finalmente a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 3.

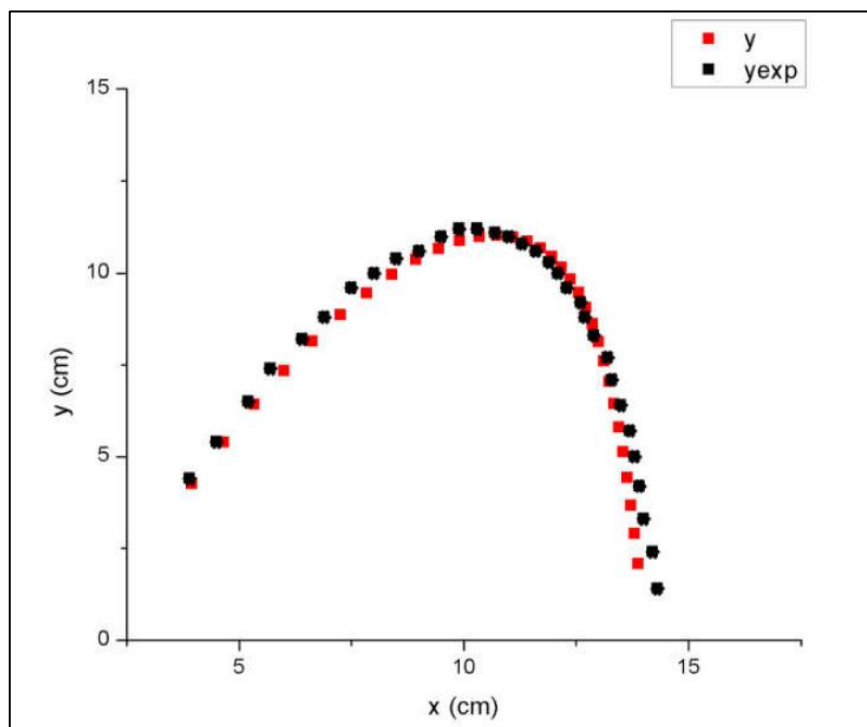
Quadro 24. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 3ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	5
inconclusivo	4
quase coerente	2
coerente	2
proficiente	14

Fonte: elaboração própria.

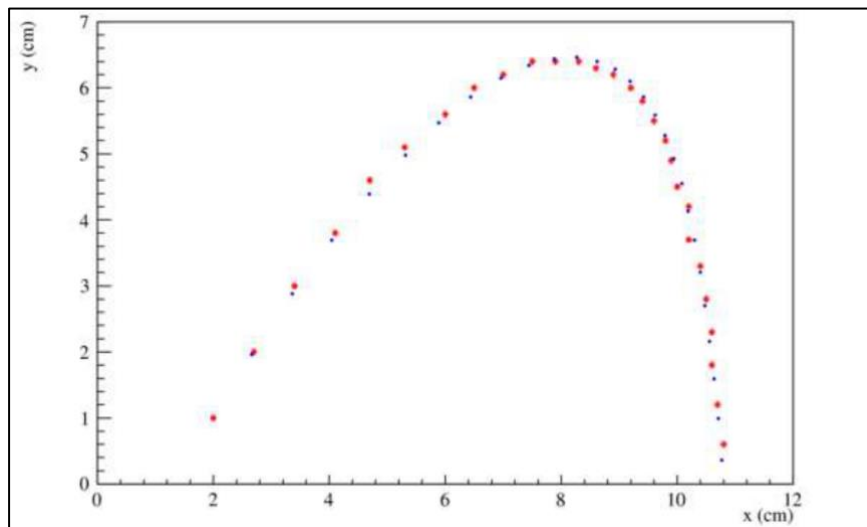
As Figuras 40 e 41, a seguir, apresentam exemplos de gráficos de comparação de trajetórias para grupos categorizados como *proficientes*.

Figura 40. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 6, 3ª intervenção, 2017.

Figura 41. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 20, 3ª intervenção, 2017.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 24:

a) *proficiente:*

[...] assim obtivemos o gráfico 3 que compara a trajetória experimental e teórica, note que o modelo é bastante satisfatório, pois a trajetória é próxima da experimental. [...] Os valores encontrados das trajetórias, considerando os erros estatísticos, são compatíveis. Não houve grandes discrepâncias entre os dados experimental e o teórico, com exceções de alguns pontos que destoaram dos valores esperado.

(Relatório do grupo 18, 3ª Intervenção, 2017)

Os dados tabelados acima correspondem muito bem à curva experimental obtida. Isso estabelece que os cálculos analíticos feitos perfeitamente se adéquem a modelar a trajetória desse projétil e pode ser usado na predição de outros lançamentos. Fazendo-se adequação dos parâmetros variáveis do problema como coeficiente de atrito cinético e velocidade inicial de lançamento e posição inicial, ajustamos uma curva de modelo teórico muito compatível usando-se o conjunto de parâmetros de dados disposto a seguir. Todos os ajustes se deram dentro do limite de um desvio padrão.

(Relatório do grupo 21, 3ª Intervenção, 2017)

b) *coerente:*

Construídos os gráficos das trajetórias medidas e calculadas, e plotando os dois em um mesmo eixo, foi possível perceber diferenças entre as trajetórias, uma possível causa para essa diferença seja o intervalo de tempo adotado, a dificuldade em adotar um intervalo de tempo bem pequeno, pois quanto menor esse intervalo maior fica a precisão das posições e velocidades calculadas de acordo com o Método de Euler.

(Relatório do grupo 11, 3ª Intervenção, 2017)

c) *quase coerente:*

Os pontos teóricos acima não sofreram nenhum tipo de ajuste de incertezas ou de parâmetros iniciais, demonstrando que tanto a curva experimental, através da prática experimental, quanto àquela gerada por processo analítico de cálculo se aproximam muito e validam as leis empíricas da força de atrito.

(Relatório do grupo 1, 3ª Intervenção, 2017)

Com relação às categorias emergentes em dimensões extras, para além dos nossos focos de investigação, o Quadro 20 apresenta a quantidade de ocorrências de cada uma delas.

Quadro 25. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 3ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
unificador coerente	10
unificador proficiente	5
prospectivo coerente	5
explorador	8
reflexivo	5

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares dessas diferentes categorias:

a) *prospectivo coerente:*

Se os dados experimentais estiverem de acordo com as leis empíricas, será possível propor um modelo que consiga nos dizer qual será o movimento da moeda ao longo do plano inclinado. [...] Portanto, os dados experimentais não contradizem a lei empírica que estabelece que a força de atrito é oposta à velocidade. Uma vez bem definida a força de atrito, em módulo, direção e sentido, será elaborada a equação de movimento da moeda, que possibilitará a previsão da sua trajetória ao longo da superfície do plano inclinado.

(Relatório do grupo 4, 3ª Intervenção, 2017)

Após os resultados satisfatórios quanto à validade das Leis empíricas que descrevem o comportamento do atrito de contato cinético, inicia-se a tentativa de elaboração de um modelo matemático que, com o auxílio de ferramentas computacionais, poderá prever o comportamento de outros lançamentos com parâmetros iniciais diferentes.

(Relatório do grupo 9, 3ª Intervenção, 2017)

b) *unificador coerente:*

A partir dos dados medidos, e da modelo empregado, foi possível colocar em “check” as leis empíricas do atrito e ver se elas realmente se encaixam com o caso estudado neste experimento. A luz dos resultados obtidos sobre o módulo da força de atrito e sua direção, ficou claro, que as leis empíricas descrevem bem o comportamento da força de atrito.

(Relatório do grupo 11, 3ª Intervenção, 2017)

Com esses conjuntos de dados podemos verificar a hipótese de que a força de atrito é constante e o ângulo entre os vetores velocidade e força de atrito é π radianos, portanto, ambas as grandezas estão mesma direção. Assim, pode-se afirmar que as leis empíricas da força de atrito são válidas.

(Relatório do grupo 18, 3ª Intervenção, 2017)

c) *unificador proficiente*:

Como pode-se perceber os gráficos com valores ajustados tem um comportamento muito mais compatível aos dados experimentais, o que reforça a validade da teoria newtoniana para o tratamento desse problema.

(Relatório do grupo 6, 3ª Intervenção, 2017)

Encontrando esse possível modelo ajustado, devemos ser capazes de prever o movimento da moeda, caso repetirmos o mesmo experimento. Acredito que essa síntese ajudará a esclarecer melhor esse último ponto (sobre a previsibilidade do movimento da moeda) e permitirá uma análise mais profunda sobre as modelagens de sistemas físicos que possuem forças dependentes não só do tempo e da posição mas também da velocidade.

(Relatório do grupo 16, 3ª Intervenção, 2017)

d) *explorador*:

[...] a trajetória experimental é compatível com a previsão teórica, bem como o coeficiente de atrito mostrou uma flutuação sempre próxima de um valor que podemos considerar constante, claro que para as afirmações acima estão levando em conta as incertezas obtidas experimentalmente. Os valores ajustados estão dentro das incertezas, portanto são compatíveis com os valores medidos, pois no tratamento dos dados foi tomado cuidado em respeitar tais desvios. [...] Uma vez que observamos o movimento realizado aproximadamente igual ao previsto, podemos perceber também no experimento que ao alterarmos a inclinação do plano mudamos também a força de atrito que dependa da normal, com a alteração do ângulo de inclinação do lançamento da moeda a trajetória é alongada em y e contraída em x , com a mudança no coeficiente de atrito o valor máximo de y diminui bem como a velocidade x tende a zero mais rapidamente.

(Relatório do grupo 2, 3ª Intervenção, 2017)

Ajustando os valores da curva teórica pode-se observar como cada parâmetro age de forma particular na trajetória. Mudando-se os valores iniciais de x e y a trajetória se desloca na horizontal e na vertical respectivamente. Já os valores das velocidades e do coeficiente de atrito interferem esticando ou comprimindo a curva, variando os valores em ambos os eixos. Tais efeitos podem ser pensados e previamente a partir do modelo teórico e são mais um indício de que a distribuição dos dados se mostra razoavelmente coerente.

(Relatório do grupo 15, 3ª Intervenção, 2017)

e) *reflexivo*:

Também é possível afirmar que as aproximações feitas durante todo o processo são plausíveis: considerar a força de atrito de contato, mas não considerar a resistência do ar; tomar a velocidade média entre dois quadros consecutivos como se fosse a velocidade instantânea; desprezar a variação na aceleração entre dois intervalos de tempo muito curtos (no método de Euler), etc. Este modelo poderá ser utilizado para prever trajetórias de lançamentos semelhantes, mas com velocidades iniciais, ângulos de inclinação, e até mesmo acelerações gravitacionais diferentes (caso o experimento seja repetido em outra região do globo terrestre, ou mesmo em outro planeta). Para isto, basta que a força resultante, o ângulo de inclinação e a aceleração da gravidade local não variem em função do tempo.

(Relatório do grupo 9, 3ª Intervenção, 2017)

Em menor escala, também existe a possibilidade de alguma outra força dissipativa estar atuando no sistema, como o arrasto ou a força de empuxo do ar.

(Relatório do grupo 15, 3ª Intervenção, 2017)

Entende-se porém que a extrapolação desse modelo para lançamentos de projeteis com condições de parâmetros muito fora do proposto neste experimento, talvez não conforme com o modelo analítico derivado. Entretanto a estratégia adotada em sua formulação foi apreciada e pode sim ser estendida a problemas mais complicados.

(Relatório do grupo 21, 3ª Intervenção, 2017)

A nosso ver, isso pode se dar devido aos erros intrínsecos às medidas experimentais, como também a alguma outra força de resistência não considerada na análise, como a resistência do ar. Perguntamo-nos se esses pequenos desvios no ângulo α não poderiam acontecer também graças à rugosidade da superfície, a qual não é perfeitamente homogênea, apesar de nos parecer que estas variações específicas só seriam detectadas através de métodos mais precisos.

(Relatório do grupo 24, 3ª Intervenção, 2017)

A partir desses resultados, podemos notar em linhas gerais que, comparativamente às duas primeiras intervenções, no escopo dos testes de hipótese 1 e 3, a proporção de grupos com modos de apropriação *insuficientes* diminuiu. Nesse mesmo cenário, a proporção de grupos com modos de apropriação *proficientes* aumentou. Para a equipe, por mais que ponto de vista quantitativo as intervenções não sejam tão profundamente comparáveis (dado que, por exemplo, na 2ª intervenção analisamos 8 relatórios e nesta 3ª, 27), essas mudanças positivas (identificadas proporcionalmente nessas categorias mais extremas da gradação que criamos) representam um progresso da intervenção, possivelmente implicado pela disponibilização dos tutoriais em vídeo e pela revisão da redação dos roteiros.

Além disso, nosso exame sugere que as novas categorias emergentes em dimensões diferentes das pretendidas (*unificador proficiente, explorador e reflexivo*) foram possivelmente viabilizadas pela combinação do uso dos tutoriais em vídeo com uma metodologia de teste da hipótese 2 menos controversa do ponto de vista da racionalidade técnica (via o cálculo explícito do ângulo entre os dois vetores cuja oposição se quer avaliar). Afinal, essas categorias aparecem também como evidências de uma apropriação mais profunda por significados físicos não imediatos da consecução das rotinas procedimentais e conceituais propostas na atividade. Tamanha foi essa profundidade, que alguns grupos *reflexivos* comunicaram asserções empíricas a respeito das leis do atrito; posturas inesperadas pela equipe, dado o seu grau de sofisticação do ponto de vista epistêmico.

A despeito dessas observações, o “pico de ocorrência” do modo de apropriação do teste da hipótese 2 não esteve na categoria *proficiente* – diferentemente das hipóteses 1 e 3. Para a equipe, isso causou certo descontentamento, na medida em que a expectativa com a mudança da metodologia desse teste da hipótese 2 era exatamente a contrária. Portanto, a equipe foi novamente convidada a uma importante reflexão, e reconheceu que muito possivelmente a complicação procedural foi a responsável por esse resultado. Nesse sentido, evidenciou-se uma

espécie de paradoxo: por mais que a mudança da metodologia do teste da hipótese 2 clarificasse os aspectos conceituais (dado que é mais tacitamente aceitável que vetores opostos estejam a π radianos um do outro), ela implicou uma inegável complexificação procedimental. O reconhecimento desse paradoxo, finalmente, suscitou um questionamento: *será que existe uma forma de avaliar a hipótese 2 a partir do cálculo explícito do ângulo entre os vetores, mas a partir de um método não tão dificultoso com relação à complexidade procedimental?*

3.5.5. Quarta intervenção (2018)

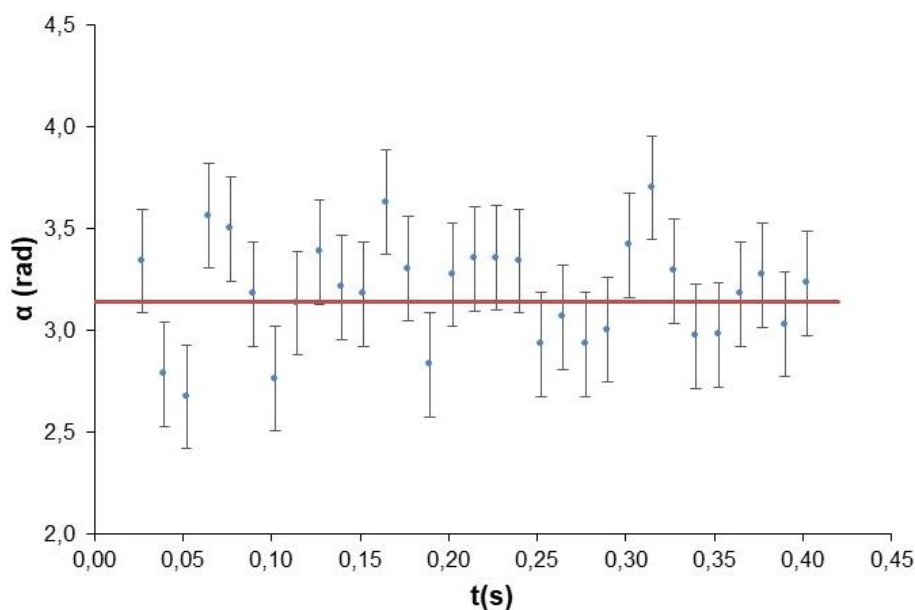
Em função das reflexões resultantes da análise preliminar da terceira intervenção, a equipe notou que apesar da correção do caráter controverso do teste da hipótese teórica 2 das duas primeiras intervenções, a nova metodologia estava sendo proposta de modo *difícil*, isto é, com cálculos de muitas grandezas, cujas incertezas eram todas variáveis, e ainda com a determinação de um valor médio ponderado. Nesse sentido, compreendemos que em termos da *complexidade procedimental* esperada para o experimento, talvez não fosse adequada uma sequência tão longa e complicada de cálculos e análises. Portanto, ao longo da janela de tempo entre a terceira e a quarta intervenção, a equipe chegou ao consenso de que seria plausível buscar um novo método de cálculo do ângulo entre os vetores, que fosse menos dificultoso em termos procedimentais. Da álgebra vetorial, as operações de produto escalar e produto vetorial entre dois vetores envolvem, respectivamente, o cosseno e seno do ângulo entre eles. Da comparação entre ambas as operações, percebemos que o produto vetorial, a partir da função arco-seno, atendia às expectativas levantadas. A seguir, explicaremos como esse novo método foi concebido e estruturado, aludindo ainda aos dados do caso experimental D1.1.

Consideremos que α seja o ângulo entre os vetores velocidade \vec{v} e força de resistência \vec{f} , medido *diretamente* a partir do vetor velocidade e no sentido anti-horário. Novamente, a forma de avaliar a hipótese teórica 2 é verificar se, dentro da margem de erro do experimento, o ângulo α é constante e compatível com π rad. Recorrendo agora à operação de produto vetorial entre duas grandezas para determinar esse ângulo α , temos como requisito um tratamento cuidadoso da função arco-seno, haja vista o módulo de um produto vetorial envolver o seno desse ângulo. Uma consequência vantajosa desse cálculo é que a propagação de erros implica a constância do desvio-padrão de α , que corresponde à incerteza relativa da magnitude da força de resistência, σ_f/f . Portanto, o uso de um arco-seno ao invés de um arco-tangente simplifica a maquinaria de cálculo e alivia os obstáculos anteriormente apontados para a terceira

intervenção. O Anexo I apresenta, no apêndice ao roteiro da segunda parte, um tratamento cuidadoso da função arco-seno para permitir esses cálculos.

A Figura 42 apresenta o gráfico do comportamento temporal desse ângulo α , com barras de incerteza relativas ao desvio-padrão da distribuição ($\sigma = 0,26$). Nele, 22 dos 31 pontos (70,97%) estão a menos de um desvio-padrão do valor esperado de $\pi \text{ rad}$, e nenhum a mais de dois desvios, o que satisfaz os critérios da distribuição gaussiana dentro das porcentagens esperadas. A partir dos valores do conjunto de dados, obtivemos um valor médio $\bar{\alpha} = 3,19(5) \text{ rad}$, que é compatível com o valor esperado dentro de um desvio-padrão. Portanto, podemos afirmar a oposição da força de resistência \vec{f} à velocidade \vec{v} , implicando uma conclusão verdadeira para a hipótese teórica 2.

Figura 42. Ângulo α entre os vetores \vec{v} e \vec{f} em função do tempo, calculado a partir da operação de produto vetorial, que envolve a função arco-seno. A reta constante foi traçada no valor esperado, π radianos. As barras de incerteza remetem ao desvio-padrão da distribuição, $\sigma = 0,26$, obtido por cálculos estatísticos.



Fonte: elaboração própria.

Diante desse novo método de determinação do ângulo, o roteiro da segunda parte da atividade foi reformulado, bem como seu apêndice. Ambos os documentos podem ser conferidos no Anexo I. Apesar da diminuição da complexidade procedimental da terceira intervenção, a equipe julgou como ainda prudente o oferecimento de tutoriais em vídeo, que auxiliassem os estudantes na manipulação das planilhas eletrônicas. Os links desses tutoriais foram trazidos em nossos comentários posteriores ao Quadro 8. Assim como na terceira intervenção, o novo método de teste da hipótese 2 implicou mudanças pontuais no barema de

correção dos relatórios da segunda parte. Não apresentaremos aqui esse último barema, uma vez que sua estrutura geral também se manteve em comparação ao do Quadro 6.

O Quadro 26 apresenta a categorização resultante da análise dos 24 relatórios desta quarta intervenção, para o teste da hipótese teórica 1.

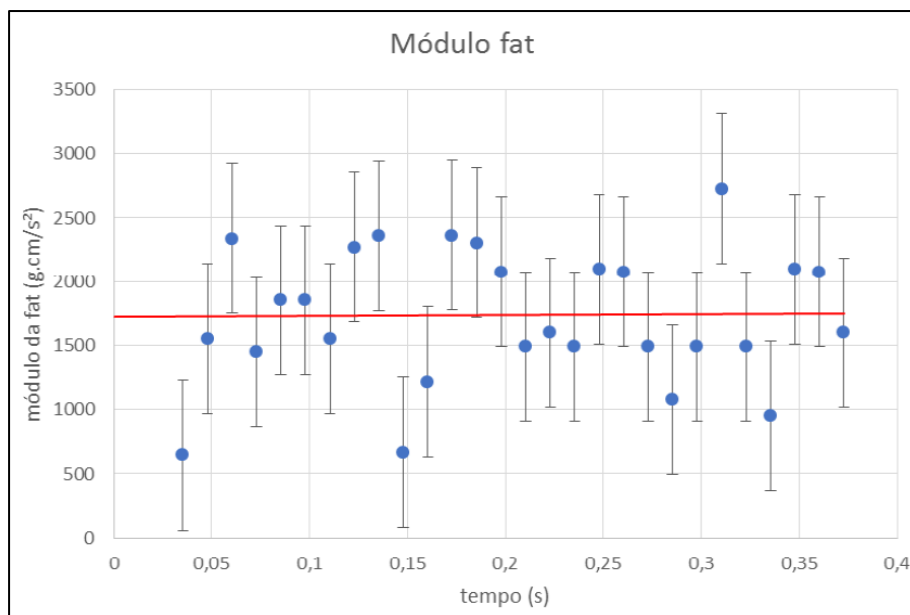
Quadro 26. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 1 na ocasião da 4ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	1
inconsistente	3
inconclusivo	4
quase coerente	0
coerente	3
proficiente	13

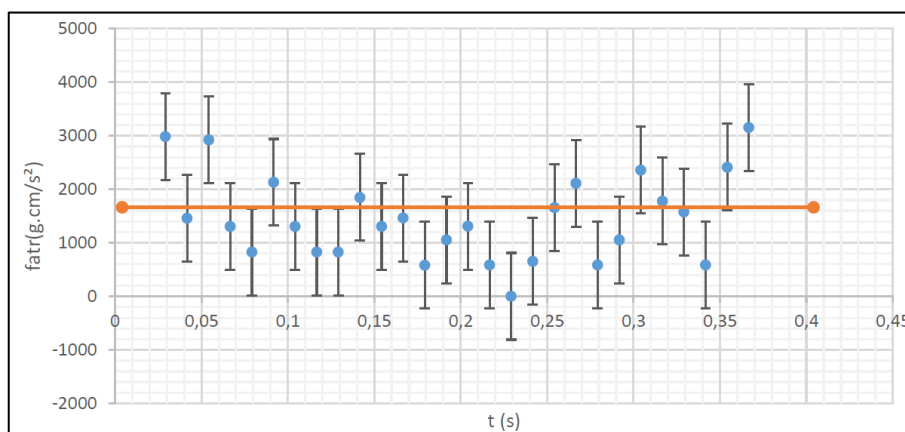
Fonte: elaboração própria.

As Figuras 43 e 44 trazem gráficos do módulo da força de atrito em função do tempo, construídos por dois grupos classificados como *proficientes*.

Figura 43. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 17, 4ª intervenção, 2018.

Figura 44. Gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo.

Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 18, 4ª intervenção, 2018.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 26:

a) *proficiente:*

No gráfico 1 é possível perceber que 20 dos 28 valores experimentais da fat são compatíveis, dentro de suas incertezas, com o valor médio, enquanto apenas 8 são incompatíveis. [...] No gráfico 1 aproximadamente 70% valores experimentais da fat são compatíveis com o valor médio, “quando uma grandeza tem um valor constante e os dados obtidos têm função de probabilidade gaussiana, devem ser encontrados cerca de 68% dos valores medidos a menos de um desvio-padrão da média” logo podemos assumir que fat tem um valor constante e os dados obtidos experimentalmente devem ter uma distribuição gaussiana.

(Relatório do grupo 17, 4ª intervenção, 2018)

Analisando o gráfico da Figura 2, podemos perceber que apenas 8 dos 28 pontos não cortam dentro do desvio padrão a reta do valor médio. Sendo assim, quando uma grandeza tem um valor constante e os dados obtidos têm função de probabilidade gaussiana, devem ser encontrados cerca de 68% dos valores medidos a menos de um desvio-padrão. E como isso certamente ocorre, dado que 8 pontos representam cerca de 28% da distribuição, podemos adotar que o módulo da força de atrito é constante, e portanto, pode-se usar o valor médio dessa distribuição para estimar o coeficiente de atrito.

(Relatório do grupo 18, 4ª intervenção, 2018)

b) *coerente:*

Nos gráficos 1 e 2 percebemos o quanto a força de atrito e o ângulo entre a força de atrito e a velocidade estão dentro da margem de flutuação dos dados, i. e., as incertezas “cortam” os valores médios obtidos, em sua maioria, deixando claro que se aproximam da média observada.

(Relatório do grupo 4, 4ª intervenção, 2018)

Podemos também verificar que a ideia de que a força de atrito cinético possui seu módulo constante é válida, visto que os valores obtidos diferem do valor médio 118×10^1 N no máximo por dois sigmas (8×10^1 N).

(Relatório do grupo 5, 4ª intervenção, 2018)

Observando o gráfico 1, podemos notar que não é ruim uma estimativa fixa para a força de atrito, uma vez que o valor médio entra na maioria das barras de incerteza dos dados (as que estão muito longe entrariam em um parâmetro de três vezes a incerteza).

(Relatório do grupo 12, 4ª intervenção, 2018)

c) *inconsistente*:

Tais dados são referentes ao módulo da força de atrito em função do tempo. Como se pode perceber seja pela análise da tabela ou do gráfico, a força de atrito é realmente variável.

(Relatório do grupo 2, 4ª intervenção, 2018)

Com esse valor médio da força de atrito é possível inferir o coeficiente de atrito da placa de acrílico através da relação entre essas grandezas mediada pela força normal. Sendo essa força apenas dependente do peso da moeda e inclinação do plano, com os dados da tabela 1 o valor do coeficiente de atrito é apresentado a seguir.

(Relatório do grupo 23, 4ª intervenção, 2018)

Já os Gráficos 11 e 12 mostra a força de atrito em Y e a força resultante crescente e decrescente em cada valor um seguinte do outro assim podemos concluir que a força é variável. [...] Analisando os Gráficos 13,14 e 15 , podemos inferir que a força de atrito seja ela no eixo X ,ou Y , ou força de atrito Resultante, varia entorno de uma média, veja que os pontos estão dispersos nestes gráficos mas variam em torno de um valor médio. Se o leitor fizer uma linha imaginária reta no meio dessas dispersões, essa seria a força de atrito média nos respectivos eixos, F at X , F at Y ou F at R. Isso significa que num estudo sobre o movimento um pouco mais simplista, podemos considerar uma força de atrito constante para todo o movimento, pois os gráficos nos mostraram que ela varia em torno desse valor médio.

(Relatório do grupo 24, 4ª intervenção, 2018)

As categorias emergentes para o teste da hipótese 2 na 4ª intervenção foram tais quais a do Quadro 22, com a ressalva de que nessa nova metodologia, os grupos analisaram a compatibilidade do valor médio de α com π radianos, e não do seu valor médio ponderado.

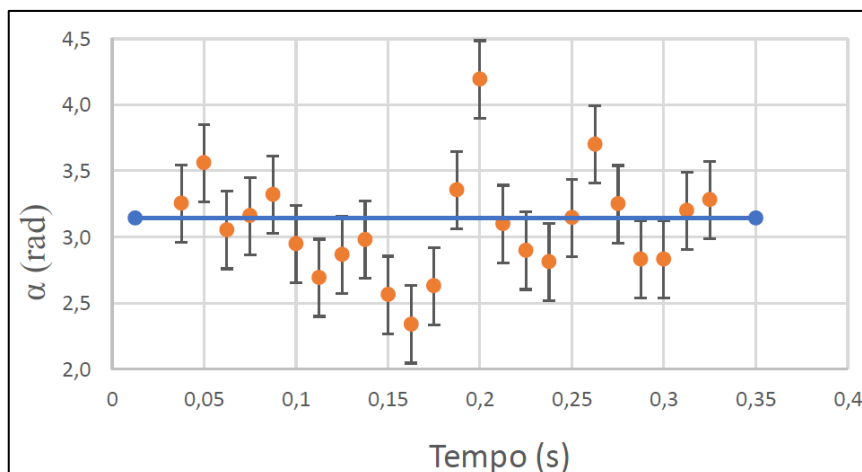
Quadro 27. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 2 na ocasião da 4ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	1
inconsistente	2
inconclusivo	2
quase coerente	3
coerente	3
proficiente	13

Fonte: elaboração própria.

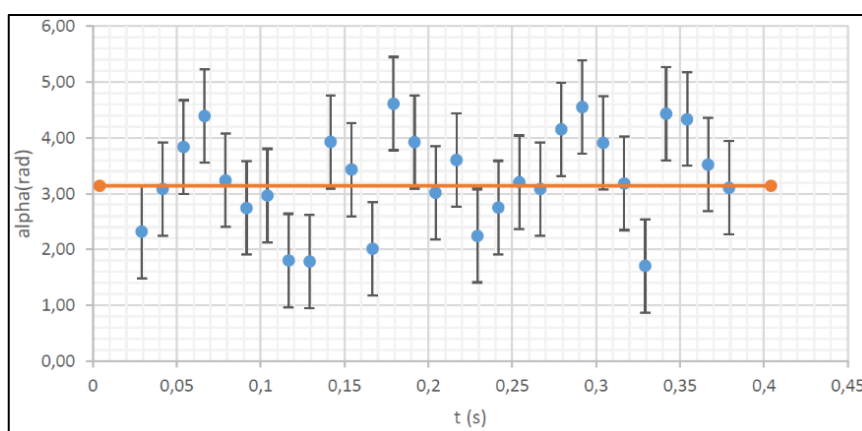
As Figuras 45 e 46 trazem gráficos do ângulo α entre os vetores velocidade e força em função do tempo, construídos por dois grupos classificados como *proficientes*.

Figura 45. Gráfico do ângulo α entre a força e a velocidade em função do tempo.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 7, 4ª intervenção, 2018.

Figura 46. Gráfico do ângulo α entre a força e a velocidade em função do tempo.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 18, 4ª intervenção, 2018.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 27:

a) *proficiente*:

O gráfico 2 nos apresenta o ângulo entre a força de atrito e a velocidade, ou seja, ele nos possibilita comprovar se lei do atrito de contato que nos fala que a força retardadora é contrária ao movimento é válida. E ao analisarmos o gráfico descobrimos que 10 dentre os 24 pontos não sobrepõe as suas incertezas sobre o valor esperado que é π (pois para o movimento ser oposto o ângulo entre os vetores deve ser igual a π). Mas ao realizarmos uma média dos pontos e calcularmos a sua incerteza estatisticamente chegaríamos a $3,08 \pm 0,06$ radianos, e que, portanto, é compatível com o esperado.

(Relatório do grupo 7, 4ª intervenção, 2018)

Como os dois gráficos mostram consistência nos seus dados, apresentando mais que 68% dos pontos (considerando o seu desvio-padrão) cruzando a linha média. Além disso, devido a essa consistência dos dados com seus respectivos desvios-padrão, e também tanto pela análise do gráfico quanto pela análise dos respectivos valores médios valor médio, podemos concluir que o vetor velocidade e força de atrito possuem sentido contrário durante a trajetória, e portanto as Leis Empíricas da física são mantidas dentro da distribuição dos pontos, e assim é possível elaborar um modelo teórico que preveja o movimento da moeda ao longo da superfície do plano inclinado.

(Relatório do grupo 18, 4ª intervenção, 2018)

b) *coerente:*

A hipótese de que a força de atrito deve ter sentido oposto ao da velocidade também é válida. De acordo com os cálculos e tabelas apresentadas, podemos ver que o ângulo α esperado deveria ser referente ao valor de π , 3.14 e o ângulo α médio obtido foi de 3,07 radianos com incerteza de 0,08 radianos, portanto dentro de sua incerteza temos um valor de α compatível com a teoria.

(Relatório do grupo 10, 4ª intervenção, 2018)

A fim de comparar o valor esperado com os dados experimentais, já que a precisão do dados não permite conclusões sobre uma relação direta, a seguir é apresentado o valor média e o desvio padrão do conjunto de dados analisados. Valor médio do Ângulo: $3,18 \pm 0,2$ rad; Desvio padrão da média do ângulos: 0,29 Desse valores é possível identificar um compatibilidade entre o esperado e o medido, o que será mais explorado na discussão.

(Relatório do grupo 23, 4ª intervenção, 2018)

c) *quase coerente:*

Observou-se que poucos dos pontos não estão próximos à reta média levando em consideração o intervalo de confiança. Ou seja, respeitando-se uma distribuição normal podemos determinar o valor médio do ângulo, sendo próximo a π . [...] Ângulo Médio: $(2,967 \pm 0,147)$ rad [...] Cabe observar que o cálculo do ângulo levando em consideração o desvio padrão amostral e a respectiva incerteza não contemplam o valor próximo a π , corroborando a uma possível discrepância ao se construir o modelo teórico.

(Relatório do grupo 13, 4ª intervenção, 2018)

Observando a figura 2, podemos notar que não há correspondência dos dados obtidos com as leis empíricas do atrito, uma vez que as barras de erro obtidas não são suficientes para se chegar no valor esperado (que é próximo de π). Isso pode ser acarretado por algum eventual equívoco durante a obtenção dos dados. Entretanto, podemos notar que no valor médio, utilizando o erro, temos o valor esperado, e no valor médio temos correspondência com a lei empírica do atrito – isto é: a força de atrito é oposta ao movimento.

(Relatório do grupo 16, 4ª intervenção, 2018)

d) *inconsistente:*

Constatou-se, na análise da força de atrito em função do tempo que o atrito é mesmo variável, e essa segunda análise só corrobora isso mostrando que o atrito é variável em módulo, direção e sentido. Uma das características do atrito é se opor ao movimento, isto é, apresentar sentido contrário ao da velocidade do corpo onde ele atua. Como neste experimento o corpo tem velocidade variável em ambas as componentes, sua velocidade vetorial também será variável e por isso mesmo o atrito também terá sentido variável. [...] A análise estatística do experimento permite concluir que as leis empíricas do atrito de contato são válidas, podendo ser verificadas experimentalmente como ocorreu acima.

(Relatório do grupo 2, 4ª intervenção, 2018)

Analisando os Gráficos 8, 11 e 12 sabendo que a força de atrito em relação ao eixo X é análogo ao gráfico 8, podemos inferir que a força de atrito em relação ao movimento é sempre contrária ao sentido da velocidade, isso porque o gráfico nos mostra valores crescentes e decrescentes da força. [...] E também podemos retirar de informação desses gráficos que a força de atrito é variável e contrária a velocidade do projétil. Pois as dispersões da Fat indicam essa importante consideração ao movimento.

(Relatório do grupo 2, 4ª intervenção, 2018)

O Quadro 29 apresenta finalmente a categorização resultante da análise dos relatórios para o teste da hipótese teórica 3.

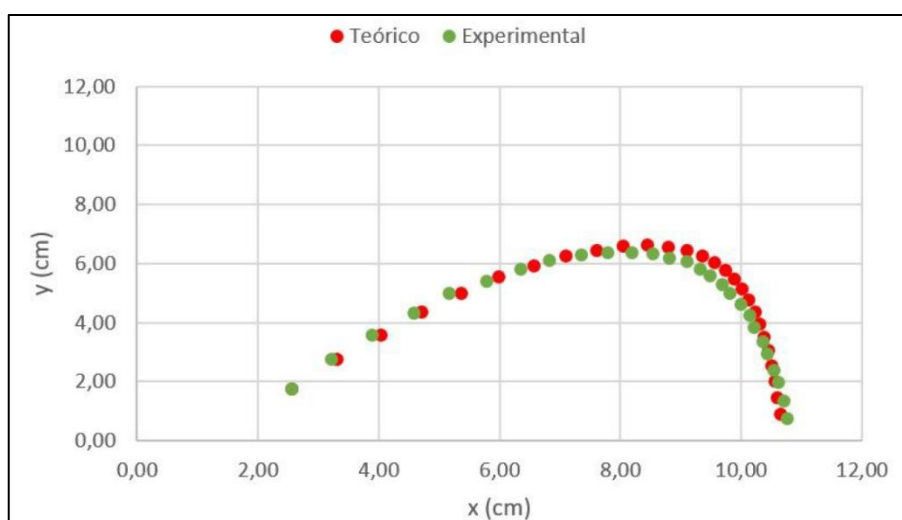
Quadro 28. Número de grupos por categoria para o teste da hipótese 3 na ocasião da 4ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
insuficiente	3
inconclusivo	0
quase coerente	1
coerente	7
proficiente	13

Fonte: elaboração própria.

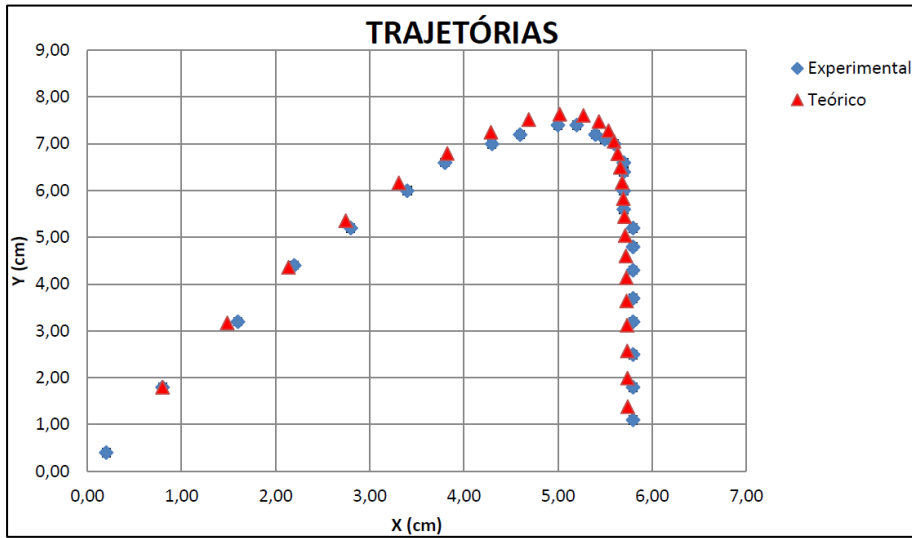
As Figuras 47, 48 e 49 apresentam exemplos de gráficos de comparação de trajetórias para grupos categorizados como *proficientes*.

Figura 47. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



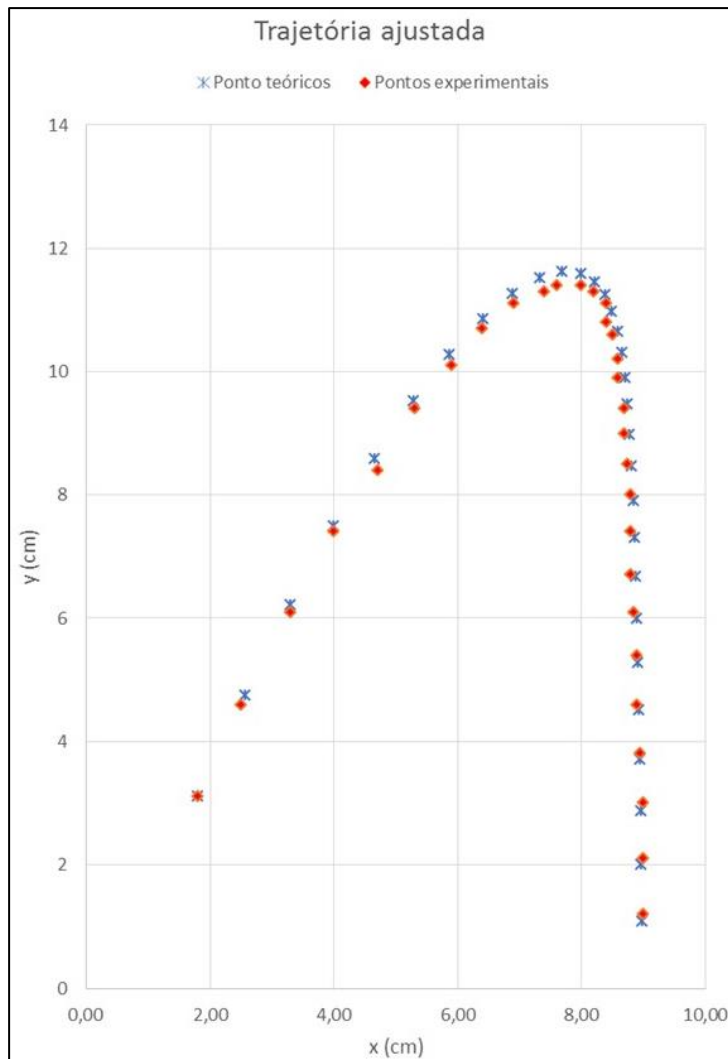
Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 5, 4ª intervenção, 2018.

Figura 48. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 8, 4ª intervenção, 2018.

Figura 49. Gráfico de comparação das trajetórias experimental e calculada.



Fonte: Reproduzido do Relatório do grupo 17, 4ª intervenção, 2018.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares das diferentes categorias do Quadro 28:

a) *proficiente*:

Ao compararmos a trajetória real da moeda com a calculada teoricamente, podemos ver que a partir do quarto ponto das curvas já existem divergências que por sua vez tendem a um crescimento. Uma vez que os valores dos parâmetros iniciais são ajustados conforme a tabela 6, podemos ver que as divergências são menores e os valores se tornam próximos em todos os pontos, tornando ambas as curvas semelhantes. Todos os valores iniciais ajustados estão dentro de no máximo três sigmas com relação ao valor calculado experimentalmente, sendo o maior valor de sigma dentro da componente y da velocidade. Uma forma de melhorarmos esse valor seria assumir uma incerteza maior devido a outros tipos de erros para o cálculo. [...] Uma vez que os valores dos parâmetros iniciais foram definidos (μc , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y}), as curvas experimental e teórica foram definidas e dentro de no máximo três desvios padrões os valores iniciais teóricos foram modificados de forma que ambas fossem o mais próximo possível entre si. Sendo então possível descrever teoricamente o movimento da moeda de forma a ser aproximado ao real.

(Relatório do grupo 5, 4ª intervenção, 2018)

Apresentaremos em um mesmo sistema de eixos os gráficos das trajetórias medida e calculada na primeira tentativa, informando os valores iniciais de μc , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} . Depois, plotaremos em um mesmo sistema de eixos os gráficos das trajetórias medida e calculada e ajustaremos os parâmetros, informando os melhores valores encontrados para μc , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} . [...] Assim chegamos a um novo modelo teórico para a Trajetória da moeda, conforme Gráfico 4 abaixo, muito próximo dos valores medidos.

(Relatório do grupo 8, 4ª intervenção, 2018)

Como as leis empíricas parecem válidas a previsão teórica deveria ser coincidente com os dados experimentais para a trajetória. Ainda assim, no gráfico 3 é possível perceber uma pequena diferença entre as trajetórias medida e a calculada. Porém foi possível praticamente eliminar essa diferença entre a trajetória esperada e a experimental mudando apenas as componentes de velocidade inicial, mudança feita dentro da incerteza. Logo, pode se dizer que as trajetórias são coincidentes dentro de uma incerteza.

(Relatório do grupo 17, 4ª intervenção, 2018)

b) *coerente*:

As possíveis discrepâncias em relação as trajetórias vieram de origem experimental, podendo ser do tipo erro instrumental ou até mesmo de medida, sendo necessário um ajuste dos parâmetros iniciais para tentar “corrigir” esses eventuais erros. Os valores utilizados para x_0 , y_0 , v_{0x} , v_{0y} e μ foram ajustados em relação às suas incertezas, sendo assim, compatíveis com o que foi medido experimentalmente.

(Relatório do grupo 1, 4ª intervenção, 2018)

No final do trabalho utilizamos o coeficiente m_i de 0,48, logo notamos um distanciamento excessivo em relação à curva experimental, dentro dos parâmetros do limite alteramos várias vezes a variável m_i , até o final de 0,43 (limite), onde encontramos uma aproximação boa entre a curva teórica e a curva experimental. Tal modelo que nos permite atribuir valores, aos seus parâmetros (μc , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y}), desta forma, é possível prever o movimento de uma moeda em um plano inclinado real.

(Relatório do grupo 14, 4ª intervenção, 2018)

As leis do atrito, conforme dito anteriormente, são válidas uma vez que no valor médio, o ângulo junto com a incerteza se adequa com o valor esperado. Notamos na Figura 3 que a trajetória do modelo teórico e do modelo experimental são equivalentes no começo, mas a partir de aproximadamente 5 cm elas começam a se distanciar. Adequando as condições iniciais, o modelo começa a ser mais condizente, chegando a ser equivalente até aproximadamente 13 cm (a partir do eixo x), mas se distanciando no fim. As possíveis causas para isso são o fato de ignorarmos as incertezas de alguns elementos (como a massa, por exemplo), bem como de não levarmos em conta a resistência do ar.

(Relatório do grupo 16, 4ª intervenção, 2018)

Do gráfico 3 podemos perceber que as trajetórias são próximas, mas não coincidentes, dessa numa tentativa de corroborar o modelo são sugeridas algumas alterações no parâmetros iniciais de maneira de atenuar a diferença entre as curvas. [...] Os valores por integração numérica não foram tão precisos, mas mesmo que as variações dos parâmetros também tenha uma certa defasagem, possivelmente um problema herdado da análise da parte I do relatório, é possível visualizar aproximações e mais ainda, quando os parâmetros são variados de forma extremas o resultados concordam com as previsões do modelo

(Relatório do grupo 23, 4ª intervenção, 2018)

c) *quase coerente*:

Os dados analíticos e experimentais não produziram curvas semelhantes, talvez pela dificuldade de obter valores iniciais analiticamente que satisfaça tal condição. A margem de variação destes parâmetros iniciais foi de um desvio padrão. Os melhores valores que obtivemos estão apresentados na tabela abaixo. A curva obtida pelo modelo analítico não funcionou tão bem para modelar os dados experimentais.

(Relatório do grupo 15, 4ª intervenção, 2018)

Com relação às categorias emergentes em dimensões extras, para além dos nossos focos de investigação, o Quadro 30 apresenta a quantidade de ocorrências de cada uma delas.

Quadro 29. Número de grupos por categoria para as dimensões extras na ocasião da 4ª intervenção.

Categoria	Nº de grupos
unificador coerente	11
unificador proficiente	0
prospectivo coerente	8
explorador	6
reflexivo	7

Fonte: elaboração própria.

Nas alíneas a seguir, trazemos citações diretas de alguns relatórios, como exemplares dessas diferentes categorias do Quadro 29:

a) *unificador coerente:*

Os resultados obtidos para as componentes x e y da força de atrito nos mostram que elas variam, ou seja, ela é variável em suas componentes, porém uma vez que calcularmos o seu módulo em cada posição, podemos observar que os mesmos estão dentro de um intervalo a menos de dois desvios padrões de seu valor médio, além de que o ângulo α entre a força de atrito e a velocidade ser igual a π dentro de um desvio padrão, demonstrando que elas possuem mesma direção porém sentidos opostos, o que nos permite definir a força de atrito cinético como constante neste experimento e aplicar as leis empíricas para o atrito de contato como foi feito.

(Relatório do grupo 5, 4ª intervenção, 2018)

Analisando os resultados obtidos nas tabelas 1 e 2 e no gráfico 1 é possível perceber que eles validam as hipóteses levantadas através das leis empíricas de atrito de contato

(Relatório do grupo 6, 4ª intervenção, 2018)

Desta forma, a partir destas duas conclusões podemos concluir que, dentro das flutuações dos dados, a confirmação de que as leis empíricas do atrito cinético de contato são válidas.

(Relatório do grupo 8, 4ª intervenção, 2018)

Embora a força de atrito nas componentes X e Y sejam variáveis, o módulo da força de atrito, dentro da flutuação dos dados, não; além disso, o ângulo α entre a força de atrito e a velocidade da moeda foi compatível dentro de um sigma, ou seja, os vetores força de atrito e velocidade são opostos durante toda a trajetória. Logo, sendo o módulo da força de atrito constante e os vetores opostos durante toda a trajetória do corpo, é possível afirmar que as leis empíricas do atrito cinético são válidas.

(Relatório do grupo 10, 4ª intervenção, 2018)

Analisando o gráfico 1 foi possível concluir que os valores medidos para a f_{at} oscilam em torno de um valor constante, a média, com distribuição gaussiana; validando a parte da lei empírica que afirma que o módulo da força de atrito é constante. Analisando o gráfico 2 foi possível perceber que os valores do ângulo α entre a força de atrito e a velocidade também oscilam em torno de um valor médio ($\alpha=3,13\pm 0,06$) que, dentro de sua incerteza é compatível com o valor esperado π validando a lei empírica que afirma que a f_{at} deve ter mesma direção e sentido oposto ao da velocidade.

(Relatório do grupo 17, 4ª intervenção, 2018)

b) *prospectivo coerente:*

Com base nessa análise em que é confirmada a validade das leis empíricas de atrito de contato, pode-se utilizar equações para propor um modelo em relação a trajetória da moeda no plano. [...] A partir dessas verificações é possível concluir que as leis empíricas do atrito cinético são válidas e, portanto, é possível elaborar um modelo para prever a trajetória da moeda.

(Relatório do grupo 6, 4ª intervenção, 2018)

Com isso, podemos utilizar a mecânica teórica que é conhecida, utilizando valor de força de atrito constante, para prever o movimento e, de acordo com as análises, a previsão satisfaz e é compatível com o empírico. [...] Verificadas as condições da força de atrito e do sentido e direção entre os vetores velocidade e força de atrito, é possível elaborar um modelo para prever a possível trajetória da moeda.

(Relatório do grupo 10, 4ª intervenção, 2018)

Uma vez verificado que, dentro da precisão dos dados, o módulo da força de atrito é constante e que os vetores velocidade e força de atrito têm sentidos contrários, elaborou-se um modelo que descreva a trajetória da moeda baseado no fato de que o atrito se comporta conforme as leis empíricas.

(Relatório do grupo 19, 4ª intervenção, 2018)

O objetivo do experimento era verificar a qualidade da previsão teórica do movimento da moeda em um plano inclinado comparando essa previsão com os dados experimentais. Na teoria o atrito deve respeitar as seguintes condições: o módulo da força de atrito deve ser constante, a direção deve ser a mesma da velocidade e o sentido da força de atrito deve ser contrária ao movimento, ou seja contrária a velocidade analisando os dados experimentais foi possível validar tal lei e então podíamos esperar uma previsão teórica condizente com os dados experimentais. Como validamos as leis empíricas, é possível prever a trajetória da moeda mesmo sem realizar experimentos para várias condições diferentes.

(Relatório do grupo 17, 4ª intervenção, 2018)

c) *explorador*:

Ao se variar os parâmetros iniciais, percebemos que o movimento da moeda é dependente de algumas grandezas, dentre elas estão: o ângulo de inclinação do plano que influencia diretamente as distâncias percorridas nos dois eixos só que mais expressivo no eixo y (quanto maior o ângulo, maior será a distância), o ângulo de lançamento da moeda influencia no alcance que ela atinge, o módulo da velocidade influencia diretamente o alcance e “altura” da moeda (quanto maior é a velocidade maior é o alcance e maior é a altura), a aceleração gravitacional também possui a mesma influência que a velocidade só que o inverso do seu efeito, ou seja, quanto maior a aceleração gravitacional menor será a sua “altura” e o seu alcance no eixo x, e por fim observou-se que o coeficiente de atrito diminui as distâncias finais em que a partícula se encontra, ou seja, quanto maior o atrito menor será o deslocamento da moeda a partir do ponto de maior “altura”, e isso ocorre nos dois eixos. Enquanto ocorria a realização do experimento surgiu a questão da influência da massa da moeda no trajeto da mesma e foi constatado que ela não teria nenhuma nesse processo.

(Relatório do grupo 7, 4ª intervenção, 2018)

As discrepâncias entre as trajetórias medida e calculada podem ser observadas no Gráfico 3, aproximadamente a partir do máximo valor em “Y” observamos as maiores discrepâncias nas trajetórias, o que nos levou a acreditar que fazendo uma pequena correção no valor inicial de v_y conseguiríamos realizar o ajuste necessário, fato não verificado, conforme Gráfico 5 abaixo. Posteriormente fizemos outra correção, agora no valor inicial de v_x , mantendo o valor de v_y em 110 cm/s. Depois aumentamos o valor o coeficiente de atrito dinâmico μ_c de 0,77 para 0,83 e encontramos o Gráfico 4, com valores ajustados. É importante observar que os ajustes realizados são compatíveis com os valores medidos e dentro das incertezas calculadas.

(Relatório do grupo 8, 4ª intervenção, 2018)

As grandezas importantes para determinar a trajetória da moeda experimentalmente foram apenas a posição x,y em cada instante de tempo; para determinar teoricamente são necessárias as grandezas: as forças atuantes na moeda (força peso e força de atrito – a normal pode ser descoberta a partir do peso); as componentes da velocidade inicial; e também é necessário conhecer o ângulo de inclinação do plano. Das forças atuantes na moeda a força Normal, a força Peso (tanto a componente y como z) e o módulo da fat se matem constantes. E apenas com a previsão teórica, sem ser necessário repetir o experimento, podemos prever as mudanças na trajetória se alterássemos alguma, ou algumas, das condições do lançamento (descritas no item anterior).

(Relatório do grupo 17, 4ª intervenção, 2018)

d) *reflexivo*:

Podemos notar que ao realizar este experimento, conseguimos obter uma melhor visão do todo de relação de dependência da mecânica. É interessantíssimo avaliar o quanto as grandezas em um movimento interferem nele além de ser possível avaliar a dificuldade que é realizar boas medidas no âmbito experimental da física.

(Relatório do grupo 12, 4ª intervenção, 2018)

Essas diferenças poderiam ter como causa algum erro de medição por parte dos experimentadores ou o plano poderia ter alguma imperfeição fazendo com que a moeda em alguns instantes perdesse o contato com o mesmo, e causando interferência na força de atrito, mas, o relevante é que por mais que tenhamos ajustado os valores iniciais de X_0 , Y_0 , μ , VX , VY , para que as curvas se aproximassem da mesma forma, as incertezas dos valores experimentais cobriam essa variação, e com isso pode-se afirmar que a influência dos experimentadores e de alguma falha do sistema experimental estão encobertas pelas incertezas.

(Relatório do grupo 7, 4ª intervenção, 2018)

A ideia foi mostrar que a partir do ajusta de um modelo teórico, é possível numericamente encontrar os valores das propriedades físicas envolvidas no experimento. [...] Este é um exemplo de experimento onde não se pode chegar ao resultado por modelagem analítica, porém, a solução foi encontrada numericamente.

(Relatório do grupo 13, 4ª intervenção, 2018)

As leis de atrito são válidas, porém há uma discrepância entre as curvas teórica e experimental. Concluímos que essa diferença se dá devido a um erro na tomada de dados, um exemplo seria a marcação da posição da moeda no papel quadriculado, onde pode ter ocorrido um erro visual na computação dos dados.

(Relatório do grupo 14, 4ª intervenção, 2018)

A análise se mostra importante ainda para observarmos o papel da modelização na física. Afim de estabelecer um modelo que me forneça coisas importantes como quais variáveis são influentes e uma previsão plausível da trajetória, nós sacrificamos algumas particularidades do nosso objeto. A física, nesse caso, parte do concreto (empirismo) e vai para o abstrato, buscando através da racionalidade, obter os elementos anteriormente citados. No entanto, ela tem que ser condizente com o concreto. Esse é um dos poderes da física.

(Relatório do grupo 16, 4ª intervenção, 2018)

São esperados discrepâncias levando-se em conta de que todos os cálculos são realizados com uma medida inicial realizada por um observador que pode ler os dados de forma diferenciada quando comparado a outros observadores ou até a si próprio quando tomar as medidas em momentos diferentes. A precisão dos dados será compatível aos dados obtidos: um maior número de valores fora da curva da distribuição média irá representar uma imprecisão maior na tomada de dados. Entretanto, a imprecisão é esperada. [...] Além disso, a qualidade das imagens dos frames e a quantidade de frames dados também irão alterar os resultados. Uma maior quantidade de dados diminui erros nos valores médio finais já que uma medida realizada com menos precisão terá menos influência em tais valores. [...] O experimento virtual mostra uma faceta interessante da parte experimental da física já que, até então, todos os experimentos analisados pelo estudante sempre foram realizados pelo mesmo. Neste experimento, nós podemos fazer a mesma análise e mesmo assim, podemos fazer as mesmas análises caso nós mesmos tivéssemos lançado a moeda.

(Relatório do grupo 22, 4ª intervenção, 2018)

A partir dos resultados apresentados, podemos constatar que comparativamente às três intervenções anteriores, a proporção de grupos com modos de apropriação *insuficientes* diminuiu. Apesar disso, para as os testes das hipóteses 1 e 2, o número de grupos classificados como *inconsistentes* ou *inconclusivos* cresceu em comparação à terceira intervenção. Mesmo assim, a proporção de grupos com modos de apropriação *proficientes* aumentou, representando mais da metade dos grupos para os três testes de hipóteses. Portanto, da tentativa de superação

das limitações e indagações apontadas ao final das três intervenções anteriores, consideramos que as estratégias aqui escolhidas foram consideravelmente assertivas e nos permitem atestar com certas ressalvas um progresso ao longo das três iniciativas de *redesign*.

Assim como na terceira intervenção, um número expressivo de grupos apresentou ideias que suscitaram sua classificação nas dimensões extras, principalmente *unificadores coerentes*, *prospectivos coerentes* e *reflexivos*. A essas ocorrências atribuímos os mesmos motivos que implicaram a evolução dessa intervenção em comparação às outras. Porém, assim como identificado nas intervenções 2 e 3, não necessariamente os grupos categorizados nessas dimensões apropriaram-se dos três testes de hipóteses de modo *proficiente* ou *coerente*. Nesse sentido, nossas tentativas de triangulação das categorias do Quadro 12 com as dos Quadros 9, 10, 11 e 22 foram inconclusivas. Portanto, apesar de essas dimensões suscitarem discussões e reflexões importantes acerca da atividade experimental, inclusive com a mobilização de conhecimentos de natureza atitudinal, nossa metodologia de análise não foi suficiente para identificar os aspectos que as condicionaram ou determinaram.

Especificamente para o teste da hipótese 2, podemos considerar que a versão concebida para esta quarta intervenção é mais adequada tanto em termos conceituais quanto procedimentais, uma vez que, respectivamente, ele se mostrou de aceitação mais tácita (via cálculo direto do ângulo entre os vetores) e de execução mais simples (via análise estatística de uma só grandeza física, de incerteza constante). Apesar de os testes das hipóteses 1 e 3 não terem sofrido modificações metodológicas ao longo dos anos, evidenciamos também para eles um caráter evolutivo. Reconhecemos que esse cenário foi possível sobretudo em função das adaptações dos roteiros – dos pontos de vista metodológico (para o teste da hipótese 2) e linguístico (para todos os procedimentos) – combinadas com o fornecimento de apêndices explicativos e tutoriais em vídeo para a manipulação de planilhas eletrônicas.

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Organizamos neste capítulo a discussão dos resultados da pesquisa em três diferentes níveis. Como forma de adensamento final na fase seis (*avaliação*), apresentaremos na seção 4.1 uma análise comparativa das quatro intervenções, inclusive do ponto de vista quantitativo, com os objetivos de reconhecer seu caráter evolutivo e fechar um ciclo investigativo característico da pesquisa baseada em design. A partir disso, argumentaremos na 4.2 sobre a confluência de alguns fatores que levaram a equipe a uma última iniciativa de *redesign*, com uma nova reformulação dos roteiros e apêndices da atividade. Finalmente, na 4.3 comporemos um panorama retrospectivo e reflexivo acerca de todo o trabalho.

4.1. Análise comparativa das intervenções

Não podemos deixar de reconhecer a aparência controversa da adoção de referenciais teóricos (vide seção 2.2) e da escolha de uma metodologia de análise textual discursiva – que propõe numa perspectiva fenomenológica um esforço de não demarcação de teorias a priori numa investigação. Porém, defendemos que a combinação de ambas, em diferentes etapas da pesquisa, pode ser adequada para explicitar os duplos papéis do produto didático e da intervenção, tanto como instrumentos de ensino quanto como objetos de pesquisa. Num âmbito *geral*, nossa investigação demarca teorias a priori, que nos aportaram elementos para as fases de compreensão, definição e concepção – e que nos permitirão aprofundar aqui a fase de *avaliação* da pesquisa baseada em design. Porém, no escopo *particular* de cada um dos anos, optamos por analisar as intervenções segundo uma metodologia mais flexível, aberta à emergência dos resultados, em função de um público variável de estudantes, que tinham como repertório prévio seus próprios conhecimentos em física. Nesse sentido, não buscamos aqui corrigir suas produções a partir dos baremas ou julgar seus posicionamentos, tal como em processos de avaliação somativa ou de classificação de concepções epistemológicas. Nossas intenções giraram em torno do ato de *compreensão* dessas produções escritas, que nos reuniram subsídios e insumos para viabilizar, neste momento, uma análise comparativa das intervenções à luz dos referenciais teóricos que adotamos.

A partir das unidades de análise escolhidas para atestar a emergência das categorias, optamos pelo uso de rótulos que permitissem que as diferentes intervenções fossem comparáveis ao longo dos anos também de um ponto de vista quantitativo. Nessa direção, as Tabelas 1, 2 e 3 apresentam as proporções de ocorrência das diferentes categorias para os três testes de hipóteses ao longo dos quatro anos de intervenção.

Tabela 1. Percentual de ocorrência das categorias para o teste da hipótese 1 ao longo das intervenções.

Categoria	2015	2016	2017	2018
insuficiente	41,66%	37,50%	11,11%	4,17%
inconsistente	25,00%	---	3,70%	12,50%
inconclusivo	---	---	11,11%	16,66%
quase coerente	---	---	22,22%	---
coerente	16,67%	37,50%	14,81%	12,50%
proficiente	16,67%	25,00%	37,05%	54,17%

Fonte: elaboração própria.

Tabela 2. Percentual de ocorrência das categorias para o teste da hipótese 2 ao longo das intervenções.

Categoria	2015	2016	2017	2018
insuficiente	41,67%	25,00%	14,81%	4,17%
inconsistente	---	12,50%	3,70%	8,33%
inconclusivo	41,67%	---	3,70%	8,33%
quase coerente	---	25,00%	22,23%	12,50%
coerente	---	---	29,63%	12,50%
proficiente	16,66%	37,50%	25,93%	54,17%

Fonte: elaboração própria.

Tabela 3. Percentual de ocorrência das categorias para o teste da hipótese 3 ao longo das intervenções.

Categoria	2015	2016	2017	2018
insuficiente	16,67%	25,00%	18,52%	12,50%
inconclusivo	25,00%	---	14,81%	---
quase coerente	---	---	7,41%	4,17%
coerente	16,67%	12,50%	7,41%	29,17%
proficiente	41,66%	62,50%	51,85%	54,17%

Fonte: elaboração própria.

Com relação aos testes das hipóteses 1 e 2, é possível perceber que ao longo dos anos a proporção de grupos categorizados como *insuficientes* diminuiu, enquanto a dos *proficientes* aumentou. Esse padrão não ocorreu igualmente para o teste da hipótese 3. Entretanto, ainda para ela, o modo de apropriação *proficiente* correspondeu nas quatro intervenções a um “pico de ocorrência”. Por sua vez, com relação às dimensões extras identificadas em nossa pesquisa, a Tabela 4 traz as suas proporções de ocorrência ao longo dos quatro anos de intervenção.

Tabela 4. Percentual de ocorrência das categorias de outras dimensões, para além dos focos de pesquisa.

Categoria	2015	2016	2017	2018
unificador coerente	---	12,50%	37,04%	45,83%
unificador proficiente	---	---	18,52%	---
prospectivo coerente	16,67%	37,50%	18,52%	33,33%
explorador	---	---	29,36%	25,00%
reflexivo	---	---	18,52%	29,17%

Fonte: elaboração própria.

Assim como comentado na seção 3.5, não captamos correlações entre as categorias dessas dimensões extras com as emergentes para os testes das três hipóteses. Apesar disso, atribuímos o aumento de suas proporções (dos dois primeiros para os dois últimos anos) ao fornecimento de recursos extras (apêndices aos roteiros e tutoriais em vídeo) e à estratégia de teste da hipótese 2 mais convincente do ponto de vista da racionalidade técnica do experimento.

Ao fim da primeira intervenção, foi aplicada uma enquete final aos estudantes, disponível no Anexo D. Na segunda intervenção, o pequeno número de estudantes combinado com resultados mais promissores (em comparação à 1ª intervenção) motivaram a equipe a não aplicar essa mesma enquete ao final da atividade. Nas duas últimas intervenções, diante de um público maior e das modificações realizadas nos roteiros, a equipe julgou relevante a aplicação de questionários, anteriores e/ou posteriores à realização da atividade – disponíveis nos Anexos G, H e J. Em particular, a enquete (2015) e os questionários finais (2017 e 2018) incluíram uma questão inerente aos testes das hipóteses 1 e 2, cujas proporções de resposta são apresentadas a seguir nas Tabelas⁵⁸ 5 e 6.

Tabela 5. Resposta aos questionários e enquetes finais (intervenções 1, 3 e 4) inerentes ao teste da hipótese 1.

Questão: “Que grandezas físicas variam ao longo do movimento e de que maneira ocorre essa variação?”			
Opções de resposta	2015	2017	2018
$ \vec{f}_{at} $ e μ oscilando em torno de um valor constante	13,3%	60,5%	96,2%
$ \vec{f}_{at} $ e μ sempre diminuindo	6,7%	9,3%	0%
$ \vec{f}_{at} $ e μ sempre aumentando	0%	9,3%	0%
não respondeu	80,0%	20,9%	3,8%

Fonte: elaboração própria.

⁵⁸ Em 2015, 2017 e 2018, tivemos respectivamente 15, 42 e 26 respondentes.

Tabela 6. Resposta aos questionários e enquetes finais (intervenções 1, 3 e 4) inerentes ao teste da hipótese 2.

Questão: “Que grandezas físicas variam ao longo do movimento e de que maneira ocorre essa variação?”			
Opções de resposta	2015	2017	2018
\vec{f}_{at} e \vec{v} mudando de direção e sentido juntos	60,0%	37,2%	88,5%
\vec{f}_{at} e \vec{v} mudando de direção e sentido independentemente um do outro	6,7%	9,3%	7,7%
não respondeu	33,3%	53,5%	3,8%

Fonte: elaboração própria.

Com relação ao teste da hipótese 1, a Tabela 5 evidencia que ao longo das intervenções, após a realização da atividade, uma proporção cada vez maior de estudantes pareceu ter compreendido que o módulo da força de atrito flutua em torno de um valor constante, tal como definem as leis de Amontons. Já com relação ao teste da hipótese 2, a Tabela 6 também evidencia que uma proporção cada vez maior de alunos compreendeu a oposição da força à velocidade, com exceção daqueles sujeitos à intervenção 3 (2017). Atribuímos esse resultado à complexidade procedimental introduzida para o teste da hipótese 2, conforme discutido ao final da subseção 3.5.4.

Para além de um olhar quantitativo, ao longo da seção 3.5 mostramos que diferentes métodos foram desenvolvidos para avaliar a hipótese teórica 2 – diferentemente das hipóteses 1 e 3, cujos esquemas gerais foram mantidos. Evidenciamos que isso aconteceu uma vez que a tarefa de testar a hipótese 2 se mostrou, para os estudantes que realizaram a atividade, uma das mais *controversas* (do ponto de vista da *racionalidade técnica*) e *difícil* (com respeito à *complexidade procedimental*). Esse caráter duplamente problemático no decorrer dos anos nos fez tentar conferir ao teste da hipótese 2:

- a) contornos explicativos mais explícitos, por exemplo a partir do fornecimento de apêndices ao roteiro – a partir da 2ª intervenção, em 2016;
- b) melhores estruturas de convencimento acerca de sua plausibilidade, por exemplo via cálculo explícito do ângulo entre os vetores velocidade e força de resistência (atrito), para a avaliação de sua oposição – a partir da 3ª intervenção, em 2017;
- c) rotinas procedimentais e analíticas mais simples, por exemplo a partir do cálculo de apenas uma grandeza, de incerteza experimental constante, que desse conta de todo o processo de julgamento da hipótese – a partir da 4ª intervenção, em 2018.

Esse processo continuamente recursivo também não deixou de reconhecer as limitações dos *redesigns* das 2ª e 3ª intervenções – que, respectivamente, nos empenharam na elaboração da 3ª e da 4ª. Em particular, reconhecemos que:

- a) na 2ª intervenção, o teste com as constantes c_x e c_y não aparentou ao fim ser suficientemente explícito e profícuo para convencer todos os estudantes acerca da oposição entre os vetores – o que consideramos um aspecto *controverso* quanto à *racionalidade técnica*;
- b) na 3ª intervenção, alguns obstáculos metodológicos surgiram com o cálculo dos ângulos α_v e α_f a partir da função arco-tangente e com a determinação de uma média ponderada do ângulo α – o que consideramos um aspecto *difícil* quanto à *complexidade procedimental*.

A partir da análise das produções dos estudantes na 4ª intervenção, reunimos condições suficientes para afirmar que, do ponto de vista do teste da hipótese 2, arrefecemos o caráter controverso das duas primeiras intervenções e o difícil da terceira. Ainda, é importante ressaltar que a tarefa de integração numérica, fundamental para o teste da hipótese 3, se mostrou também *difícil* para muitos dos alunos – segundo seus próprios testemunhos orais –, o que nos motivou nas duas últimas intervenções a produzir tutoriais em vídeo que também contemplassem a manipulação de planilhas eletrônicas para o procedimento de integração numérica da trajetória.

Com essas observações e constatações, podemos finalmente reconhecer um caráter evolutivo das intervenções em função de nosso foco de investigação, que são os testes de hipóteses teóricas propostos na atividade. Essa evolução nos mostra também que esse foco foi certo, na medida em que pudemos *identificar* que essas rotinas de teste de hipóteses constituem o núcleo de sentido teórico-experimental de toda a atividade concebida, tal como já expuséramos ao longo de sua concepção no Quadro 4.

Aludindo à subseção 2.2.3, reconhecemos anteriormente que as *práticas de iniciação* – definidas por Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) para o contexto da educação básica em ciências – possuem facetas e contornos aproveitáveis para o design de *atividades científicas escolares*, conforme indicamos no Quadro 2. Nesse cenário, essas autoras defendem que um trabalho teórico-experimental empenhado em sala de aula (que mobilize os modelos simbólico, manipulativo e instrumental e use adequadamente a linguagem oral e escrita) tem o potencial de **converter** um *fato do mundo* (empírico, primariamente fenomenológico) em um *fato experimental significativo* (interpretado à luz de um modelo

teórico). A partir dessa ideia, podemos questionar se em nosso escopo de investigação os grupos de estudantes, ao realizarem os três testes de hipóteses da atividade, conseguiram realizar de modo competente essa conversão.

Com base nos resultados apresentados para as intervenções e da análise comparativa que delas fizemos, podemos considerar que essa tarefa de conversão foi feita satisfatoriamente apenas pelos grupos cujos modos de apropriação sobre os testes de hipóteses foram minimamente categorizados como *proficientes* ou *coerentes*. Afirmamos isso na medida em que o encaixe nessas categorias tinha como requisitos: (i) a compreensão inicial robusta do fenômeno; (ii) a capacidade de realizar medidas e derivar numericamente outras grandezas; (iii) a habilidade de construir gráficos e analisá-los à luz dos critérios de satisfação (mesmo que parcialmente); (iv) a competência técnica para integrar numericamente a trajetória; (v) a clareza conceitual sobre os efeitos da variação de cada um dos parâmetros e condições iniciais sobre a trajetória; e (vi) a criatividade para ajustar os melhores valores dessas grandezas. Portanto, uma vez que a proporção de grupos *proficientes* cresceu, em linhas gerais, ao longo dos anos para os três testes de hipóteses, podemos atestar o caráter evolutivo previsto pela pesquisa baseada em design também quando levamos em conta o ideal de conversão de um fato do mundo em um fato experimental significativo.

Apesar dessa evolução das intervenções com relação ao desenvolvimento de conhecimentos de natureza procedimental e conceitual, identificamos em proporções menores grupos que mobilizaram conhecimentos de natureza atitudinal – por exemplo, a partir da exposição de ideias ou sínteses que evidenciassem uma percepção holística das relações entre as hipóteses 1, 2 e 3. Do reconhecimento dessas relações pela equipe (desde o design da atividade), aliado a um reconhecimento não sistemático delas pelos grupos de estudantes (a partir de suas produções), percebemos as várias iniciativas de *redesign* também como tentativas de explicitação do papel estruturante dos testes de hipóteses para a construção do conhecimento científico. Apesar dessas tentativas, parece-nos que um requisito para o desenvolvimento sistemático de conhecimentos atitudinais estaria no uso de outros recursos didáticos, de diferentes naturezas, para além das iniciativas de experimentação e modelização.

Por outro lado, para Izquierdo-Aymerich *et al.* (1999), os objetivos de uma atividade científica escolar são a *estruturação das mentes dos estudantes*, para sua aquisição de conhecimentos básicos, e a *formação de consciências*, para que esses conhecimentos alinhem-se às suas metas de futuro, para si próprios e para as ciências. A partir disso, podemos também nos questionar se a atividade que concebemos no entorno dos testes de hipóteses permitiu a consecução desses dois objetivos. Com nossas evidências, pudemos atestar o cumprimento do

primeiro objetivo, na medida em que os "conhecimentos básicos" a serem adquiridos para a estruturação das mentes são inclusive, mesmo que não somente, de natureza procedimental e conceitual.

Por sua vez, o segundo objetivo definido pelas autoras aponta para uma dimensão que nossa metodologia não foi capaz de captar com uma acurácia suficientemente indicativa da amplitude de seu alcance. Mesmo assim, notamos nas intervenções a emergência de categorias de outras ordens, diferentes daquelas que pretendíamos inicialmente a partir da definição das unidades de análise, como os grupos *prospectivos*, *unificadores*, *exploradores* e *reflexivos*. Argumentamos que essas dimensões apontam para um primeiro ensaio de desenvolvimento de conhecimentos de natureza atitudinal, no sentido de indicarem certo grau de maturidade associado a uma tomada de consciência crítica sobre o contexto de justificação (validação) dos conteúdos trabalhados. Portanto, podemos afirmar que tangenciamos esse segundo objetivo acerca da formação de consciências, mas de modo não conclusivo. Reconhecemos, portanto, que conclusões a respeito das condições de desenvolvimento de conhecimentos de natureza atitudinal requerem uma nova investigação, especialmente dedicada a esse enfoque.

4.2. Redesign do produto didático

Em Leite *et al.* (2021), a partir dos aprendizados com a investigação empenhada ao longo das quatro intervenções narradas, apresentamos ao *European Journal of Physics* uma versão final da proposta de atividade baseada no experimento com imagens de Força de Atrito Variável. Nessa publicação, também expusemos aspectos da perspectiva didática e epistemológica (trazida na seção 2.2) que influenciou os percursos teóricos, experimentais e metodológicos da atividade. Além disso, fornecemos um aprofundamento físico, especialmente no que concerne ao tratamento das incertezas experimentais – que aqui oportunamente escolhemos não aprofundar, dados o objetivo e o escopo de nossa pesquisa. Em particular, as rotinas de teste das hipóteses teóricas 1, 2 e 3 foram mantidas tais quais as da 4ª intervenção, na medida em que os resultados de sua aplicação indicaram sua coerência teórico-metodológica e sua adequação ao contexto didático. Apesar disso, duas mudanças do ponto de vista linguístico foram realizadas nos roteiros, em comparação aos da 4ª intervenção (disponíveis no Anexo I). A seguir, explicitaremos e justificaremos essas mudanças.

Na seção 3.4.2.1, em que apresentamos de modo geral a formulação do roteiro da 1ª intervenção, expusemos as escolhas da equipe em nomear:

- a) a *força de resistência* diretamente como *força de atrito cinético*;

b) as *leis de Amontons* genericamente como *leis empíricas do atrito*.

Apesar de essa opção ter sido consensual, inclusive para as outras três intervenções, uma apreensão mais cuidadosa do critério de atenção à linguagem para o design de atividades científicas escolares nos permitiu um deslumbramento diferente:

- a) sob o modelo cognitivo de ciência, podemos afirmar que a primeira escolha de nomenclatura introduz uma espécie de *tautologia* do ponto de vista epistêmico, uma vez que a força de atrito cinético é definida teoricamente por uma lei (Lei 2 de Amontons, vide seção 3.2.3), e não por condições específicas de determinado arranjo experimental. Nesse sentido, as iniciativas de nomear uma força como “força de atrito cinético” e de usar suas próprias características para validar hipóteses que confirmariam essas características constituem um raciocínio de caráter circular;
- b) em função de nossas discussões sobre a autoria de Amontons e o caráter não necessariamente empírico de suas duas leis, podemos afirmar que a segunda escolha de nomenclatura introduz certa *imprecisão* do ponto de vista formal (visto que a proporcionalidade da força de atrito com a força normal é teoricamente plausível) e um *apagamento* de autoria do ponto de vista histórico (visto que sequer outros nomes foram considerados, como os de da Vinci ou Coulomb).

Num olhar retrospectivo de todo o relato, podemos interpretar que uma vez localizada no contexto didático de uma disciplina teórica avançada de mecânica clássica, a equipe compreendeu ao longo dos anos que não tinha o compromisso de propor ao experimento um exercício teórico-analítico de naturezas histórica e epistemológica, de modo que o modelo cognitivo de ciência adotado e o levantamento histórico realizado inspiraram o processo de design, mas não se tornaram propriamente objetos de estudo para os alunos submetidos a essa atividade experimental. A despeito dessa decisão, no contexto de formação de professores, conscientizamo-nos de que tautologias epistêmicas, imprecisões formais e apagamentos históricos são maneiras sutis de corroborar, perante o conhecimento científico, posturas capazes de minar sua coerência e credibilidade. Por exemplo, essas posturas podem abrir margem para uma abordagem controversa tanto dos conteúdos conceituais e procedimentais (com relação a uma flexibilidade terminológica em uma atividade que se propôs rigorosa) quanto dos atitudinais – acerca da relação dos alunos com os processos de construção, validação e comunicação do conhecimento científico. Portanto, por razões éticas, estéticas e didáticas, repensamos esses rótulos qualificadores da força e das leis na mais recente reformulação dos roteiros e apêndices da atividade (LEITE *et al.*, 2021), que podem ser acessados pelo endereço <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/planoInclinado/index.php>.

4.3. Reflexões abduativas e indagações

Para além desse último exercício de *redesign*, que envolveu uma revisita ao desenvolvimento instrucional do produto didático, percebemos que o trabalho também suscitou sínteses de outras ordens, as quais também consideramos como potentes – apesar de seu caráter mais reflexivo do que propositivo. Daqui em diante, consideraremos como “objeto” o nosso próprio trabalho de pesquisa, como iniciativa proponente de uma atividade científica escolar, e proporemos a sua submissão ao escrutínio, à luz da visão cognitiva de didática das ciências. Conforme trouxemos no Quadro 2 para as facetas ontológica, metodológica e epistemológica de apreensão de um fenômeno natural, a iniciativa de produção de perguntas nos parece inspiradora neste momento. Em função das narrações e análises apresentadas nas diversas partes deste texto, optaremos pela enunciação de questões específicas, remetentes pontualmente a cada uma das ideias que nos pareceram mais relevantes para o aprofundamento das discussões.

Com relação, por exemplo, à **construção do experimento**, perguntamo-nos finalmente: **o que contemplamos e o que desprezamos?** Antes de elaborar nossa resposta, destacamos que recentemente, Ribeiro *et al.* (2021) defenderam uma abordagem da experimentação focada nas controvérsias que emergem quando se lida com a realidade concreta e nas negociações no entorno da criação e da estabilização de fenômenos experimentais. Para os autores, tanto na ciência quanto no seu ensino, a criação e manutenção da estabilidade de um fenômeno é uma forma de sociabilizá-lo e coletivizá-lo. Segundo Ribeiro *et al.* (2021),

É, sobretudo, a exploração desses aspectos problemáticos, criativos e contingentes que se deseja realizar. Isto é, destacar, a partir de atividades experimentais, que a construção do conhecimento experimental não é apenas um processo linear de testagem de hipóteses e de teorias – em que as controvérsias estariam restritas ao universo das ideias –; trata-se de um processo inventivo complexo, em que a própria materialidade dos equipamentos e objetos é negociada, impondo opções e escolhas, e no qual o aprendizado pode ser muito mais rico no que nas abordagens tradicionalmente realizadas no Ensino de Física [...] (p. 111).

Nessa perspectiva, podemos afirmar que o processo de concepção do experimento narrado na subseção 3.4.1.1 sinaliza esses processos de criação e manutenção da estabilidade de fenômenos a partir da negociação da materialidade dos equipamentos e objetos. Em nosso trabalho, esses processos envolveram uma série de parâmetros que tecnicamente escolhemos contemplar; alguns *qualitativos* e mais subjetivos, outros *quantitativos* e menos subjetivos.

Dentre os parâmetros contemplados em nossa metodologia, que foram escolhidos, definidos, determinados, adotados, variados ou ajustados para garantir a estabilidade do fenômeno, explicitamos os seguintes: objeto a ser lançado (projétil); tipo de instrumento de medição; valor da escala desse instrumento; ângulo de inclinação do plano; método de

lançamento do projétil; enquadramento da filmagem; taxa de captação dos quadros; tipo de iluminação do ambiente; material da superfície do plano; limpeza prévia das superfícies; enquadramento da trajetória no campo de filmagem; rotação da moeda; qualidade das trajetórias (alcance e altura máxima); diversidade de formas das trajetórias; cor, brilho e contraste das imagens e quantidade de imagens por conjunto de dados.

E dentre aqueles parâmetros que foram oportunamente ignorados, por limitações técnicas ou para a viabilização de uma maior aleatoriedade para o fenômeno, elucidamos os seguintes: umidade do ar; temperatura ambiente; pressão atmosférica; arredondamento das bordas dos vídeos; ângulo de lançamento da moeda e intensidade do impulso conferido pela régua. A complexidade no entorno dessa reflexão expande-se na medida em que reconhecemos que outros parâmetros poderiam ser levantados (para serem então contemplados ou ignorados), com relação tanto aos aspectos técnicos do arranjo experimental quanto aos recursos tecnológicos de controle, correção e ajuste fino dos vídeos e imagens. Por mais que do ponto de vista de um estudante, essa metodologia de trabalho experimental estabilize o fenômeno em imagens estáticas, do ponto de vista da equipe do MEXI, evidenciamos que esse processo é particularmente complicado, em especial pelos obstáculos inerentes ao atrito e pela quantidade e complexidade dos requisitos técnicos e tecnológicos das filmagens e edições de vídeo.

Por outro lado, Moran (2015) reconhece que as tecnologias comparecem na integração entre espaços e tempos, permitindo a interligação do ensino e da aprendizagem aos mundos físico e digital. Essa premissa é colocada pelo autor de modo difuso, uma vez que espaço e tempo são trazidos como ideias mais genéricas, não diretamente associadas a grandezas físicas. Apesar disso, reconhecemos que a estabilização do fenômeno em imagens estáticas é um recurso metodológico que promove a integração entre a posição de um objeto e o respectivo instante de tempo num mesmo objeto digital (arquivo de imagem). Por sua vez, esse objeto permite o armazenamento de um evento do mundo físico na forma de *bits*, e a sua apreensão a partir da visualização e observação de uma tela de *smartphone*, *tablet* ou computador. Nesse sentido, podemos considerar que as rotinas metodológicas do MEXI para a construção de experimentos são iniciativas integradoras de espaços e tempos, que mobilizam diversos recursos técnicos e tecnológicos de modo a criar e manter a estabilidade dos fenômenos – para, através da *internet*, sociabilizá-los e coletivizá-los.

Já com relação à **concepção da atividade experimental**, perguntamo-nos finalmente: **o que aprendemos com as rotinas de experimentação e modelização?** Como forma de organização da resposta, optaremos por especificar as seções do trabalho às quais aludiremos.

Por exemplo, ao longo da subseção 3.4.1.2.1, mostramos como a iniciativa de *aproximação* (que, para Giere (1988), é essencial às ciências empíricas, juntamente à *idealização*) foi fundamental para o trânsito ao longo do sentido invertido do sistema da mecânica. No design da atividade experimental, mostramos que uma série de aproximações foram realizadas: tanto as incertezas de algumas grandezas conhecidas foram desprezadas (instantes de tempo, massa da moeda, aceleração local da gravidade e ângulo de inclinação do plano), quanto outras grandezas foram propriamente ignoradas (velocidade angular da moeda, força de resistência do ar, forças fictícias (centrípetas e de Coriolis) devidas à rotação da Terra e força de empuxo devida à atmosfera terrestre). Além disso, da obtenção das velocidades a partir das posições (e das acelerações a partir das velocidades), fizemos duas iterações do processo de derivação numérica por diferença centrada, que também é aproximativo. Ao lidarmos com medidas experimentais, um dos critérios de *satisfação* historicamente adotados na matriz disciplinar da física é a consideração das ordens de grandeza como parâmetros determinantes para a realização de *aproximações*, o que nos permite identificar o que é e o que não é desprezível em certa situação. E assim, quantidades cujas ordens de grandeza não são detectáveis pelos instrumentos de medição da experiência puderam ser ignoradas, pois seus efeitos seriam imperceptíveis nas escalas estudadas.

Portanto, com sucessivas aproximações nessa perspectiva experimental da mecânica clássica, pudemos identificar o fracionamento de aspectos ontológicos do fenômeno experimental, em função dos corpos e das interações que foram ou não desprezados. Esse fracionamento implicou uma limitação aos aspectos epistemológicos – acerca dos conhecimentos que pudemos vir a adquirir sobre esse fenômeno. Logo, a iniciativa de aproximação (sobre os efeitos indetectáveis e as incertezas desprezíveis) delimitou uma fronteira entre os aspectos ontológicos e epistemológicos: o fracionamento dos primeiros impôs limitações aos últimos. Noutras palavras, os problemas da detecção e do erro, sempre convidativos ao processo cognitivo de aproximação, são anteriores ao problema da verdade⁵⁹. Portanto, na medida em que, *teoricamente*, o ideal de busca pela verdade não se sustenta, pois o que interessa à ciência é a avaliação do nível de adequação de modelos teóricos a sistemas reais segundo critérios de similaridade (GIERE, 1988), deflagramos aqui, *experimentalmente*, que esse problema da verdade também não se sustenta, uma vez que os problemas da detecção

⁵⁹ Ora, se as aproximações fracionam os aspectos ontológicos e limitam os epistemológicos, então qual seria o fundamento último da verdade, senão uma ingênua pretensão de cobertura da complexidade do mundo real a partir dos reducionismos teórico e experimental da física?

e do erro são imperativos atrelados às limitações técnicas e tecnológicas de qualquer metodologia experimental.

De outro ponto de vista, as iniciativas de *idealização* sobre o fenômeno experimental suportaram nossas *asserções empíricas* acerca da validade e aplicabilidade das leis de Amontons e de Newton. Nesse cenário, no decorrer das subseções 3.4.1.2.1 e 3.4.1.2.2, identificamos os testes de hipóteses como processos abduativos, capazes de ampliarem nossos conhecimentos acerca do fenômeno estudado em função do conteúdo dessas asserções. Apesar disso, é necessário reconhecer que as confirmações das três hipóteses teóricas testadas são “humildes”, pois se aplicam para o caso experimental estudado (D1.1), e não para os outros casos filmados – que requereriam que todas as medidas, cálculos e testes de hipóteses fossem feitos de modo análogo. Menos ainda essas confirmações se aplicam a lançamentos que queiramos realizar de uma moeda *qualquer* sobre *alguma* superfície plana inclinada aparentemente polida e seca. Mesmo assim, os eixos de investigação que percorremos, com iniciativas de experimentação e modelização relativamente rigorosas, nos permitem sustentar asserções empíricas acerca desses outros casos, com certa maturidade do ponto de vista físico.

Perante a complexidade da situação física que analisamos, Zürcher (2007) ressaltou que problemas de mecânica desse tipo são de abordagem incomum em cursos de física em nível superior, pois geralmente não são efetivamente instrutivos ou de resolução possível. Além disso, Shunyakov e Lavrik (2010) reconheceram que apenas livros-texto mais avançados abordam movimentos curvilíneos em planos inclinados, e que mesmo nesses casos, a forma de apresentação do problema reduz a possibilidade de abordagem experimental já que o coeficiente de atrito é uma grandeza variável ponto a ponto. E assim como apontam Minkin e Sikes (2018), a medição de coeficientes de atrito em laboratórios didáticos é uma iniciativa conhecidamente problemática. Entretanto, nossa abordagem metodológica possibilitou, a partir da confirmação da hipótese 1, a determinação de um coeficiente de atrito representativo do fenômeno, diferentemente das expectativas sinalizadas na literatura.

Em particular, a validação estatística da Lei 2 de Amontons (pelos testes das hipóteses teóricas 1 e 2) foi afirmada dentro de intervalos de confiança, uma vez que estivemos cercados de uma série de procedimentos inexatos. Essa ressalva sobre o caráter aproximativo dos testes de hipóteses faz com que em nossa perspectiva as leis de Amontons não possam ser consideradas nem como *empíricas* (pois não foram tratadas como leis gerais induzidas de dados experimentais), nem como *estatísticas* – porque não foram obtidas de um cenário de repetição do fenômeno até a generalização do seu enunciado. Por outro lado, com relação às leis de Newton, nossos caminhos metodológicos não suscitaram uma reflexão análoga, uma vez que

no percurso invertido do sistema da mecânica não nos propusemos a testá-las. Porém, com o teste da hipótese 3 no trajeto ao longo sentido original do sistema da mecânica, pudemos aceitar com maior diretividade a sua capacidade de prever os movimentos dos corpos. A despeito disso, não aludimos ao *status* epistemológico das leis de Newton – que é controverso e não consensual, assim como já sinalizava Giere (1988) a partir da comparação de diversas obras didáticas canônicas de mecânica clássica.

Conforme ressaltam Adúriz-Bravo e Izquierdo-Aymerich (2009), a modelização possui quatro significados, associados a diferentes contextos da atividade científica – inovação, aplicação, avaliação e educação. Nossa concepção da atividade experimental contemplou basicamente o contexto de *aplicação*, dado que construímos argumentações sobre os fatos investigados a partir de modelos teóricos de antemão já disponíveis na literatura. Por outro lado, a intencionalidade didática dessa atividade contempla o contexto de *educação*, uma vez que ela tenta cumprir com os estudantes a função de exercício intelectual de exploração de um modelo tomando como base um fato do mundo previamente conhecido. Em ambos os contextos, privilegiamos nas rotinas de experimentação e modelização os itinerários de teste de hipóteses teóricas – destacando sempre seu caráter abduutivo, apesar dos vários obstáculos reconhecidos ao longo das quatro intervenções.

Assim como ressaltam Raicik, Peduzzi e Angotti (2018), a teoria e a experimentação científicas não possuem entre si qualquer distinção hierárquica. E segundo o modelo cognitivo de ciência, são as hipóteses teóricas que permitem avaliar o nível de adequação de um modelo a um sistema real a partir da aferição de sua similaridade, em determinados aspectos e sob determinados graus. Portanto, as rotinas de experimentação e modelização que desenvolvemos não se reduzem às ideias já superadas de “verificação” ou “falseamento” de teorias científicas; elas colaboram para a corroboração ou refutação de nossas asserções empíricas, à luz dos critérios de satisfação historicamente definidos pela comunidade de especialistas. Finalmente, assim como Giere (1988) atesta a *centralidade dos modelos* como objetos abstratos, intermediários na relação entre as ligaduras teóricas e os sistemas reais (Fig. 2), ele também atesta a *centralidade das hipóteses* como entidades linguísticas intermediárias na relação entre os modelos teóricos e os sistemas físicos reais (Figs. 2 e 3). Portanto, além da perspectiva didático-pedagógica, é inclusive do ponto de vista epistemológico que nosso programa de pesquisa (de identificação, compreensão e demarcação de papéis didático-pedagógicos das hipóteses) foi por nós considerado significativo.

Com relação às **atividades científicas escolares** e ao **modelo cognitivo de ciência**, perguntamo-nos, finalmente: **que potencialidades didáticas e epistemológicas deles**

podemos reconhecer? Segundo Izquierdo-Aymerich (2007), uma atividade científica escolar bem planejada é transversalmente mediada pelas dimensões da *cognição*, irreduzíveis umas às outras, que se concretizam no entorno do *pensamento*, da *atuação* e da *linguagem*. Essas dimensões envolvem, respectivamente, a construção de *representações*, a realização de *experimentos* e a *comunicação* desses experimentos e representações. Portanto, à luz do diagrama da Fig. 3, podemos considerar em primeira aproximação-idealização que os elementos centrais dessas três dimensões são, respectivamente, os *modelos teóricos* (resultantes das representações), os *resultados experimentais* (obtidos dos experimentos) e as *hipóteses teóricas* (objetos linguísticos, que atestam as relações de similaridade entre modelos e sistemas a partir da concordância ou compatibilidade entre resultados e previsões). Elaboramos no Quadro 30, a seguir, uma síntese dessas colocações.

Quadro 30. Relação entre as dimensões da cognição e os elementos da Fig. 3, inerentes ao processo de construção do conhecimento científico.

Dimensão da cognição	Atividade-fim	Elemento central (dentro os da Fig. 3)
pensamento	construção de <i>representações</i>	<i>modelo teórico</i> , resultante das representações
atuação	realização de <i>experimentos</i>	<i>resultado experimental</i> , obtido dos experimentos
linguagem	<i>comunicação</i> das representações e experimentos	<i>hipótese teórica</i> , que atesta similaridades (modelo x sistema) via concordância ou compatibilidade (resultados x previsões)

Fonte: adaptado de Giere (1991), Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) e Izquierdo-Aymerich (2007).

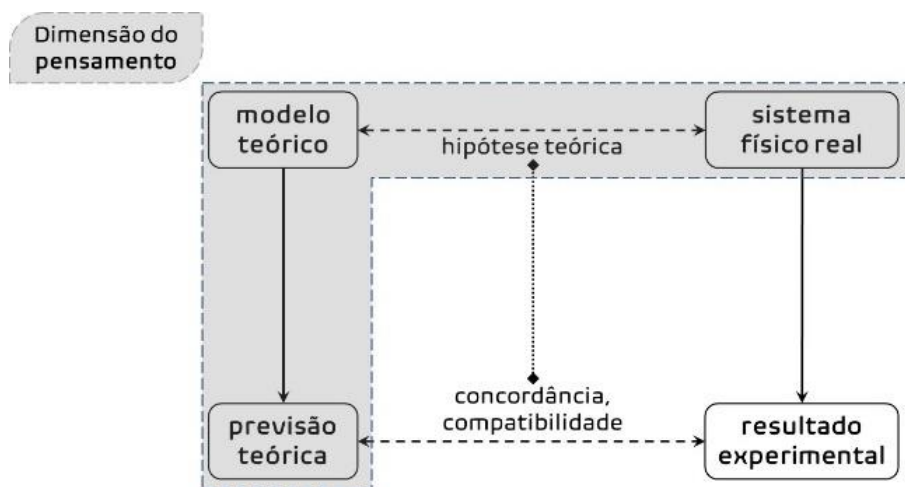
Em certa medida, podemos considerar o Quadro 30 como uma ampliação lateral do Quadro 2. Afinal, a dimensão do *pensamento* envolve diretamente a representação do fenômeno, o que aponta para a faceta *ontológica* e para a pergunta “*o que tenho?*”, enquanto a dimensão da *atuação* envolve também diretamente a definição de ações empenhadas em laboratório, o que aponta para a faceta *metodológica* e para a questão “*o que faço?*”. Finalmente, mesmo que não muito diretamente, podemos **compreender** que a dimensão da *linguagem* envolve as capacidades de formular hipóteses, testá-las e comunicar suas respectivas conclusões. Nesse sentido, a linguagem fornece possíveis aportes perante a faceta *epistemológica*, cuja questão central é “*o que acontece?*”. Sobretudo, comunicar uma hipótese é um exercício de aprofundamento da mobilização dos modelos simbólico e manipulativo para uma elaboração mais robusta de um modelo instrumental, pois na medida em que um teste de

hipótese é abdução, é a sua conclusão epistêmica que fornecerá respostas sobre os comportamentos do sistema sob estudo.

Como tentativa de aprofundamento, podemos a partir do Quadro 30 propor uma reinterpretação do diagrama da Fig. 3, à luz dos elementos centrais mobilizados por cada uma das três dimensões da cognição:

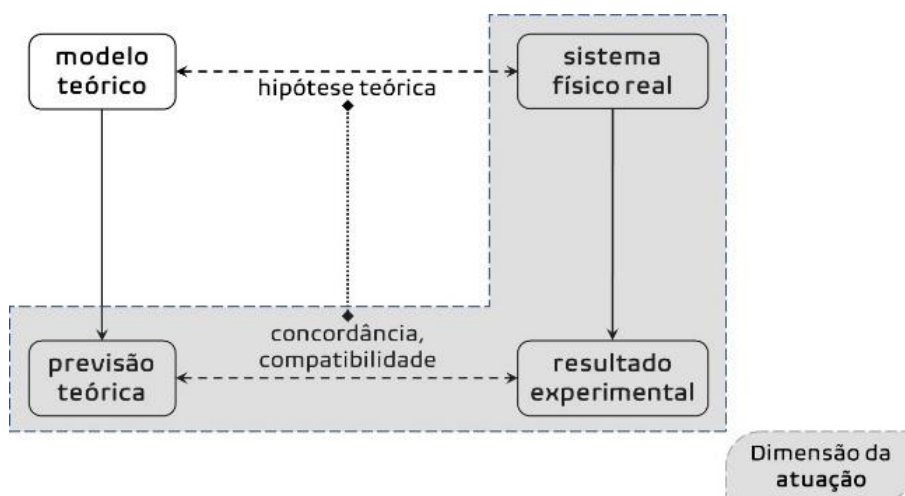
- a) a dimensão do *pensamento* envolve a construção de *representações*. Ela requer uma ponte entre *modelo* e *sistema*, mas é do *modelo* que é obtida uma *previsão*, via cálculos e/ou raciocínio. Ou seja, a dimensão do pensamento é atravessada também pelo sistema físico real e pela previsão teórica, conforme sugerimos na Fig. 50;
- b) por sua vez, a dimensão de *atuação* envolve a construção de *experimentos*. Ela requer uma ponte entre a *previsão teórica* e o *resultado experimental*, que precisam ser de algum modo comparáveis, mas é sobre o *sistema* que são realizados os experimentos, via interações físicas. Portanto, a dimensão da atuação é também atravessada pelo sistema físico real e pela previsão teórica – limites dentro dos quais ela se intercepta com a dimensão de pensamento –, tal como apresentamos adiante na Fig. 51;
- c) já a dimensão da *linguagem* envolve a construção de *comunicações*. Ela requer uma ponte entre a *formulação* de uma hipótese (por seleção de aspectos e graus de similaridade entre sistema e modelo) e o seu *teste* (que exige o conhecimento das previsões teóricas e dos resultados experimentais). Por essa razão, a dimensão da linguagem carrega uma transversalidade, no sentido de atravessar internamente as outras duas dimensões. Essa ideia é trazida no diagrama da Fig. 52.

Figura 50. Diagrama da Fig. 3 com destaque para a dimensão do pensamento.



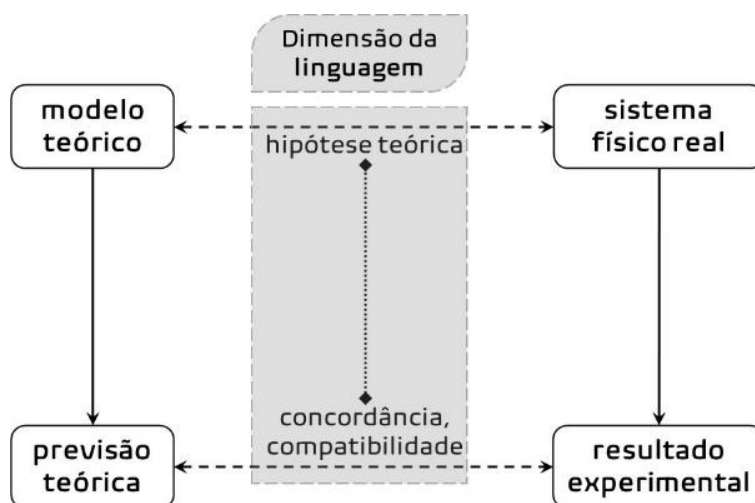
Fonte: adaptado de Giere (1991), Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) e Izquierdo-Aymerich (2007).

Figura 51. Diagrama da Fig. 3 com destaque para a dimensão da atuação.



Fonte: adaptado de Giere (1991), Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) e Izquierdo-Aymerich (2007).

Figura 52. Diagrama da Fig. 3 com destaque para a dimensão da linguagem.



Fonte: adaptado de Giere (1991), Izquierdo-Aymerich, Sanmartí e Espinet (1999) e Izquierdo-Aymerich (2007).

Dessas considerações, podemos **demarcar** que enquanto à luz do *modelo cognitivo de ciência* a formulação e o teste de hipóteses são itinerários decisivos para os processos de *construção* e *validação* do conhecimento científico, à luz da *visão cognitiva da didática das ciências* a formulação e o teste de hipóteses são facetas das atividades científicas escolares que contribuem para a emergência da *aprendizagem* do conhecimento científico.

Com essa síntese, podemos inclusive sugerir uma ponte de relações entre a visão cognitiva de didática das ciências (que herda diretamente o realismo naturalista de Ronald Giere) com a fenomenologia – como referencial filosófico-metodológico que sustenta a análise textual discursiva por nós usada para o tratamento dos dados da pesquisa: para ambos, a linguagem e o ato de comunicar, de forma oral ou escrita, envolvem não apenas a *expressão* de

determinados conhecimentos já estabelecidos, como também a ocasião de *construção* ou *elaboração* de novos conhecimentos.

Finalmente, com relação a **indagações para pesquisas futuras**, perguntamo-nos finalmente: **que deslumbramentos temos para novos *designs*?** Para responder a essa questão, atentamos em princípio para algumas considerações presentes na literatura. Por exemplo, Izquierdo-Aymerich (2007) identifica três desafios que a contemporaneidade impõe à didática das ciências: a criação de atividades científicas escolares que oportunizem a aprendizagem de conhecimentos disciplinares, a atenção especial a questões de linguagem e o impulsionamento de projetos multidisciplinares. Em nosso trabalho, reconhecemos o não enfrentamento desse terceiro desafio. Numa direção complementar, Ricardo (2020) defende que:

Incorporar discussões filosóficas e históricas, para além da mera história da construção do artefato, e prever espaços institucionais para superar as concepções acerca da tecnologia aqui identificadas pode ser um passo importante na formação de futuros professores de física (p. 204).

Nesse sentido, a incorporação de discussões filosóficas e históricas à atividade que concebemos (aqui, apenas como um objeto de aprendizagem que ressalta rotinas de experimentação e modelização) pode comparecer como um projeto multidisciplinar na direção de cumprimento do terceiro desafio levantado por Izquierdo-Aymerich (2007). De um ponto de vista filosófico, aportes a respeito do modelo cognitivo de ciência, na direção da sustentação teórica acerca dos eixos de investigação contemplados no Quadro 4, nos parecem uma possibilidade promissora de integração de conteúdos. Além disso, de um ponto de vista histórico, para além de nossas considerações acerca do trabalho de Amontons no contexto do atrito de contato seco, argumentamos ser interessante também a eventual consideração de personagens históricas que estudaram os lançamentos oblíquos em meios resistentes. Para esclarecer esse ponto, retomaremos e aprofundaremos alguns elementos desenvolvidos anteriormente.

A partir da observação do gráfico da Fig. 27, podemos considerar que as trajetórias apresentadas possuem considerável similaridade com as de projéteis lançados no ar (THORNTON; MARION, 2011), dado que em ambos os casos a forma da curva obtida é uma espécie de parábola deformada, com altura máxima e alcance menores se comparados aos dos lançamentos em sistemas não dissipativos. Como mostrado anteriormente na subseção 3.2.4, esse tipo de trajetória foi caracterizado de diferentes formas por personagens históricas no período concepcional da mecânica clássica: por Tartaglia, como a união de segmentos de reta a um arco de circunferência; por Galileu, como parábolas achatadas; e por Newton, como tendo um comportamento hiperbólico. Nesse sentido, todos tiveram em comum a identificação de

uma trajetória não parabólica. Porém, é notável que Galileu foi o único a renunciar ao uso taxativo de uma cônica perfeita para a descrição da forma da trajetória (vide o adjetivo “achatada”). Portanto, os efeitos dissipativos do atrito permitem que, dentre as três explicações apresentadas, a de Galileu seja a potencialmente mais adequada.

Podemos reconhecer também que a própria concepção de nossa proposta de experimento, assim como outras já citadas (MANEY, 1952; SHAW; WUNDERLICH, 1984; CHAPLIN; MILLER, 1984; DOMÉNECH; DOMÉNECH; CEBRIÁN, 1987; MINKIN; SIKES, 2018), trazem consigo a mesma simplicidade dos arranjos experimentais construídos e estudados por Galileu, com o uso de objetos de madeira e metal e planos inclinados para retardar a queda livre. Portanto, apesar dessa reflexão ter fugido do escopo das nossas intenções e objetivos, em termos praxiológicos e de acordo com critérios internos de uma análise histórico-epistemológica do problema, trazer à tona a figura de Galileu seria um dos possíveis caminhos de contextualização da atividade.

Em função do relato realizado até aqui, é preciso ressaltar algumas limitações deste trabalho, que suscitam novas ideias para possíveis *redesigns* da intervenção. Em primeiro lugar, é de se perceber que não tratamos aqui do design de uma sequência de ensino-aprendizagem, mas sim, da aplicação pontual de um objeto de aprendizagem de caráter experimental numa disciplina teórica de um curso de licenciatura. Dessa forma, não nos aventuramos na direção de complexificar a estrutura da atividade, por exemplo com aportes históricos e epistemológicos que transcendessem as reflexões da equipe e passassem a fazer parte da atividade a ser proposta aos estudantes. Nesse sentido, uma sequência didática contextualizada – conforme os critérios de Marchán-Carvajal e Sanmartí (2015) trazidos no início da seção 3.2 – corresponderia a um ensaio de projeto multidisciplinar de aplicação dessa atividade experimental, segundo aportes da história e filosofia da ciência. Como hipótese teórica-didática, acreditamos que esses esforços de contextualização e integração de conteúdos possam oportunizar os alunos a desenvolverem também conhecimentos de natureza atitudinal.

Portanto, como indagação para uma pesquisa futura, trazemos o seguinte questionamento: *como planejar, implementar e avaliar uma sequência didática contextualizada, de caráter minimamente interdisciplinar, que ressalte aspectos filosóficos do modelo cognitivo de ciência, aspectos históricos do atrito de contato seco e dos lançamentos em meios resistentes (que destaquem os trabalhos e ideias de Galileu e Amontons), e que convirja para a realização do experimento com imagens de Força de Atrito Variável?*

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomaremos aqui os objetivos do trabalho de pesquisa, buscando discutir em que medida eles foram ou não alcançados. Esses objetivos foram apresentados na seção 1.2 de modo afirmativo e com os seus verbos no infinitivo; não propriamente numa forma interrogativa, que caracterizasse explicitamente as “perguntas da pesquisa”. Fizemos essa escolha visto que *foram muitas as perguntas de nossa pesquisa* – desde aquelas que a motivaram (como as da seção 1.2), até aquelas que permitiram sua concretização (como as da seção 3.3).

Como primeiro objetivo específico, buscávamos “evidenciar, à luz da *visão cognitiva de didática das ciências, como o experimento com imagens de Força de Atrito Variável* pôde ser concebido como uma *atividade científica escolar* centralizada nos *testes de hipóteses teóricas e adaptada para a formação de professores*””. Essa tarefa foi realizada especialmente no decorrer da fase de *concepção* da pesquisa baseada em design, que por sua vez se pautou nas aprendizagens decorrentes da fase *compreensão* e teve seus contornos estabelecidos durante as fases de *focalização e definição*. Como sínteses da consecução desse objetivo, o Quadro 4 resume os eixos de investigação concebidos para a atividade no entorno dos testes de hipóteses teóricas e a Fig. 28 apresenta os elementos cuja mobilização foi considerada necessária para a introdução da atividade no contexto da formação de professores.

Como segundo objetivo específico, esperávamos “explicitar, a partir da *pesquisa baseada em design, como as intervenções de uso dessa atividade experimental puderam ser planejadas, implementadas e avaliadas*””. A partir desse referencial metodológico, a tarefa de *planejamento* das intervenções ocorreu basicamente a partir das quatro primeiras fases, enquanto sua *implementação e avaliação* se concretizaram ao longo das duas últimas. Estas, por sua vez, também motivaram por algumas vezes um retorno à fase quatro, de *concepção*, em que o produto didático foi repensado e modificado, viabilizando um novo ciclo de implementação e avaliação. Como sínteses da consecução desse objetivo, o Quadro 3 apresenta nosso desenho de investigação a partir da pesquisa baseada em design e os Quadros 7 e 8 mostram alguns parâmetros que evidenciam algumas das transformações das intervenções com o passar do tempo. Reconhecemos inclusive que essas características da pesquisa (sua natureza iterativa e recursiva, com intenção evolutiva), é compatível com uma visão cognitiva de didática das ciências, que advoga por uma prática docente autônoma, orientada à pesquisa e centrada num contínuo processo de design de atividades científicas escolares de caráter inovador.

Como terceiro e quarto objetivos específicos, procurávamos “identificar, na etapa de *avaliação das intervenções, as diferentes estratégias usadas pelos estudantes para realizarem*

os testes de hipóteses e os sentidos a eles atribuídos – a partir da análise textual discursiva” e “reconhecer, ao longo das diferentes intervenções, como novos aportes teóricos ou mudanças metodológicas na estrutura da atividade influenciaram tais estratégias e atribuições de sentidos”. Nossa iniciativa de olhar para cada intervenção de modo mais atômico teve como meta a compreensão a respeito de como os grupos de estudantes de cada ano se apropriaram das rotinas inerentes aos testes de hipóteses. Com o auxílio da análise textual discursiva, identificamos algumas estratégias de realização desses testes, de modo que em cada intervenção algumas categorias de caráter mutuamente exclusivo emergiram (como proficiência, coerência, inconsistência, incoerência e insuficiência). Com elas, pudemos atestar que as mudanças de cunho teórico-metodológico implicaram um caráter evolutivo às intervenções, na medida em que os resultados indicaram um aumento proporcional no número de grupos que se apropriaram dos testes de modo proficiente ou coerente, conforme a discussão realizada na seção 4.1.

Além disso, a emergência de novas categorias em outras dimensões, sem correlação direta com as anteriores e de caráter não mutuamente exclusivo (unificadores, prospectivos, exploradores e reflexivos), nos permitiu compreender novos sentidos atribuídos aos testes de hipótese. Apesar de a frequência de sua ocorrência ter sido pequena, as proporções de grupos categorizados nessas dimensões também cresceram das duas primeiras para as duas últimas intervenções (vide a Tabela 4). Dentre esses novos sentidos, estão uma aproximação do reconhecimento da transversalidade dos testes de hipóteses teóricas, em consonância com a matriz teórico-epistemológica à qual aderimos. Isso, inclusive, nos fez deslumbrar como possibilidade futura o desenvolvimento de uma sequência de ensino-aprendizagem interdisciplinar, que integre a atividade experimental que concebemos a exercícios de análise de natureza histórica e filosófica.

Finalmente, como objetivo geral, ao longo do trabalho nos propusemos a “identificar, compreender e demarcar alguns papéis didático-pedagógicos dos testes de hipóteses, com base nas perspectivas teórico-metodológicas adotadas e no programa de pesquisa construído em torno desses objetivos específicos”. Essas tarefas de *identificação*, *compreensão* e *demarcação* envolveram tanto a mobilização dos referenciais teóricos aos quais aderimos, quanto a atenção aos resultados da pesquisa ao longo das várias intervenções. A seguir, tentaremos argumentar acerca do cumprimento desse objetivo geral para cada uma dessas três tarefas.

Com relação à *identificação* de alguns papéis didático-pedagógicos para os testes de hipóteses, aludimos inicialmente à sua centralidade no modelo cognitivo de ciência, como elementos intermediários da relação entre os sistemas físicos reais e os modelos teóricos

(conforme mostrado na Fig. 2), e que segundo a visão cognitiva de didática das ciências são também compatíveis com a emergência do processo de aprendizagem das ciências (vide o diagrama da Fig. 3). Ou seja, na medida em que a modelização e a experimentação são iniciativas centrais para as atividades científicas escolares, reconhecemos também nessa perspectiva o caráter transversal dos testes de hipóteses para a formulação, a validação, a comunicação e a aprendizagem do conhecimento científico escolar. Além disso, como resultado da fase de *concepção* da pesquisa baseada em design, chegamos ao Quadro 4, que identifica os testes de hipóteses teóricas como núcleo de sentido teórico-experimental da atividade que desenvolvemos.

Por sua vez, com relação à *compreensão* a respeito dos papéis didático-pedagógicos dos testes de hipóteses, optamos por investigar na perspectiva fenomenológica da análise textual discursiva como eles foram apreendidos pelos estudantes partícipes de nossa pesquisa, usando como mote a atividade experimental que concebemos. Para tanto, nosso pressuposto foi o reconhecimento da importância da dimensão da linguagem (Fig. 52), segundo a qual a formulação de uma hipótese, o seu teste e a comunicação de seus resultados são itinerários cujos raciocínios possuem um caráter abduutivo. Em nossa investigação, percebemos que essas rotinas implicaram especialmente o desenvolvimento de conhecimentos de natureza conceitual e procedimental. Entretanto, do ponto de vista dos conteúdos atitudinais, nossa investigação não foi consideravelmente conclusiva, e nos parece que uma abordagem experimental combinada com aportes metacientíficos tenham o potencial de comparecer com um preenchimento satisfatório dessa lacuna.

Já com relação à *demarcação* desses papéis, podemos finalmente sintetizá-los de modo retrospectivo a partir de cinco vertentes. Consideramos, finalmente, que **os testes de hipóteses teóricas:**

- a) **são itinerários integradores da experimentação e da modelização**, na medida em que permitem a aferição da relação de similaridade entre sistemas físicos reais e modelos teóricos a partir da comparação ou análise de compatibilidade entre resultados experimentais e previsões teóricas;
- b) **implicam raciocínios de caráter abduutivo**, o que nos permite reiterar o posicionamento de Adúriz-Bravo, que considera que a confirmação de uma hipótese teórica é uma resposta acerca do comportamento do sistema físico real sob estudo, o que amplia, mesmo que humildemente, nossos conhecimentos a seu respeito;

- c) **são decisivos para a construção do conhecimento científico**, o que nos faz reafirmar o posicionamento de Giere, que localiza a força motriz racional do processo científico nos testes de modelos teóricos altamente específicos contra dados empíricos;
- d) **possibilitam a emergência da aprendizagem em ciências**, o que ressalta em particular o posicionamento de Izquierdo-Aymerich acerca da importância da dimensão da linguagem para as atividades científicas escolares, por sua vez associada à necessidade de expressão e comunicação dos conhecimentos científicos aprendidos;
- e) **são adequados para o desenvolvimento de conhecimentos de natureza conceitual e procedimental**, haja vista as evidências que apresentamos ao longo das quatro intervenções, cuja evolução se mostrou possível a partir de algumas iterações do processo de *redesign*;
- f) **são potencialmente convidativos para o desenvolvimento de conhecimentos de natureza atitudinal**, desde que mobilizados segundo iniciativas de experimentação e modelização combinadas com outros tipos de atividades, recursos e abordagens, por exemplo de cunho metacientífico.

Ressaltamos que, de nosso ponto de vista, as quatro primeiras alíneas são ratificadoras de aspectos já presentes e defendidos na literatura, a quinta é um resultado de nossa pesquisa e a sexta, uma espécie de hipótese teórica-didática, que reconhecemos que ainda precisa ser robustamente testada para poder ser peremptoriamente afirmada.

Finalmente, com este trabalho esperamos oferecer à comunidade de pesquisa em educação científica, particularmente em didática da física: (i) uma perspectiva ratificadora da plausibilidade de uma visão cognitiva de didática das ciências tanto para a educação básica quanto para a formação de professores; (ii) um testemunho acerca da viabilidade de investigações empíricas que façam uso da pesquisa baseada em design para o desenvolvimento de propostas didáticas inovadoras e (iii) o ponto de vista de um grupo de pesquisa em didática da física que propõe, a partir de *experimentos com imagens* e de exercícios de construção rudimentar de *simulações computacionais*, uma alternativa potente para a aprendizagem em física em função de um trânsito de mão dupla ao longo do sistema da mecânica (Fig. 1), que corrobora um itinerário completo de experimentação-modelização (Quadro 4) sustentado por testes de hipóteses teóricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS⁶⁰

ABATTOUY, M. **Galileo's manuscript 72: genesis of the new science of motion**. [S. l.]: Mohammed V University of Rabat, 1996. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/326400648_GALILEO%27S_MANUSCRIPT_72_GENESIS_OF_THE_NEW_SCIENCE_OF_MOTION_Padua_ca_1600_-1609.

ADÚRIZ-BRAVO, A. Pensamiento “basado en modelos” en la enseñanza de las ciencias naturales. **Revista del Instituto de Investigaciones en Educación - Facultad de Humanidades - Unne**, v. 6, n. 6, p. 20–31, 2015.

ADÚRIZ-BRAVO, A.; IZQUIERDO-AYMERICH, M. Un modelo de modelo científico para la enseñanza de las ciencias naturales. **Revista electrónica de investigación en educación en ciencias**, v. 4, n. 3 (Especial 1), p. 40–49, 2009.

ADÚRIZ-BRAVO, A.; IZQUIERDO-AYMERICH, M. Utilising the “3P-model” to Characterise the Discipline of Didactics of Science. **Science & Education**, v. 14, n. 1, p. 29–41, 2005. <https://doi.org/10.1007/s11191-004-0068-7>.

ALONSO, M.; FINN, E. J.; MOSCATI, G. **Física um curso universitário. Volume I, Mecânica**. trad. Mário A. Guimarães; Darwin Bassi; Mituo Uehara; Alvimar A. Bernardes. 2a edição brasileira. São Paulo, Brasil: Blucher, 2018.

ANDRADE, R. S. D.; COELHO, G. R. Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação em cursos de licenciatura em Física de uma universidade pública federal: “usos” estabelecidos por professores universitários no processo de formação inicial. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 35, n. 3, p. 888–916, 18 dez. 2018. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2018v35n3p888>.

ARAÚJO, M. S. T. de; ABIB, M. L. V. dos S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes Enfoques, Diferentes Finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, p. 176–194, 2003.

ARAÚJO, I. S.; VEIT, E. Â. Uma revisão da literatura sobre estudos relativos a tecnologias computacionais no ensino de física. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 4, n. 3, p. 5–18, 2011.

ARIZA, Y.; LORENZANO, P.; ADÚRIZ-BRAVO, A. Meta-Theoretical Contributions to the Constitution of a Model-Based Didactics of Science. **Science & Education**, v. 25, n. 7–8, p. 747–773, out. 2016. <https://doi.org/10.1007/s11191-016-9845-3>.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023: Informação e documentação - Referências - Elaboração**. Rio de Janeiro: [s. n.], 2018.

ATANAZIO, A. M. C.; LEITE, Á. E. TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TIC) E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES: TENDÊNCIAS DE PESQUISA. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 23, n. 2, p. 88, 30 ago. 2018. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2018v23n2p88>.

⁶⁰ De acordo com a NBR 6023 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2018).

BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. de M. Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação. *In*: BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. de M. (orgs.). **Ensino Híbrido: Personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 47–65.

BARAB, S. A.; KIRSHNER, D. Guest Editors' Introduction: Rethinking Methodology in the Learning Sciences. **Journal of the Learning Sciences**, v. 10, n. 1–2, p. 5–15, abr. 2001. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS10-1-2_2.

BARCELLOS, M. E. **Conhecimento Físico e Currículo: problematizando a licenciatura em física**. 2013. 257 f. Doutorado (Ensino de Ciências) – Instituto de Física, Instituto de Química, Instituto de Biociências e Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

BAREL, I.; URBACH, M.; JANSEN, L.; SCHIRMEISEN, A. Multibond Dynamics of Nanoscale Friction: The Role of Temperature. **Physical Review Letters**, v. 104, n. 6, p. 066104, 12 fev. 2010. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.066104>.

BARRETO FILHO, B.; SILVA, C. X. da. **360°: física: aula por aula: partes 1, 2 e 3**. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015. v. único.

BARROS, S. F. de. **Experimento virtual de rolamento: um estudo das dificuldades apresentadas pelos alunos do curso de licenciatura do IFUSP**. 2011. 75 f. Monografia – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

BARROS, S. F. de; VANIN, V. R. Experimentos Virtuais em disciplinas teóricas de Mecânica: aspectos físicos do experimento “Plano Inclinado Bidimensional”. 19 out. 2010. **Atas do Seminário Ensinar com Pesquisa**. Ano III, 19 out. 2010. Disponível em: http://fep.if.usp.br/~profis/ATAS_EPA/ATA_EPA_2010/trabalhos/P14.pdf.

BERGER, E. Friction modeling for dynamic system simulation. **Applied Mechanics Reviews**, v. 55, n. 6, p. 535–577, 1 nov. 2002. <https://doi.org/10.1115/1.1501080>.

BESSION, U.; BORGHI, L.; DE AMBROSIO, A.; MASCHERETTI, P. How to teach friction: Experiments and models. **American Journal of Physics**, v. 75, n. 12, p. 1106–1113, dez. 2007. <https://doi.org/10.1119/1.2779881>.

BLAU, P. J. **FRICITION SCIENCE AND TECHNOLOGY: from concepts to applications, second edition**. Place of publication not identified: CRC Press, 2019.

BLOSSER, P. E. Matérias em pesquisa de ensino de física: o papel do laboratório no ensino de ciências. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 5, n. 2, p. 74–78, 1988.

BORGES, A. T. Novos rumos para o laboratório escolar de ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 19, n. 3, p. 291–313, 2002.

BORGES, L. de O.; LEITE, M. de L.; MAIDANA, N. L. Crítica a la formulación teórica del problema del loop desde el punto de vista experimental. **Revista De Enseñanza De La Física**, v. 31, p. 71–76, 2019.

BOZ, Y.; BOZ, N. A Review on the Practical Work in School Science. **Education and Science**, v. 30, n. 136, p. 61–67, 2005.

BRAGUETO, L. N. C.; MORALLES, V. A.; BEGO, A. M. Incidence of Design-Based Research Methodology in Science Education Articles: A Bibliometric Analysis. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, , p. e25369-22, 2 ago. 2021. <https://doi.org/10.28976/1984-2686rbpec2021u657678>.

BRASIL. Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Institui as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, p. 27833, col. 1, 1996.

BRASIL. Parecer CNE/CES 1.304/2001. **Diário Oficial da União**, seq. 1, p. 25, 7 dez. 2001.

BRASIL. Parecer CNE/CP 09/2001. **Diário Oficial da União**, seq. 1, p. 31, 18 jan. 2002a.

BRASIL. Resolução CNE/CES 09/2002. Estabelece as Diretrizes Curriculares para os cursos de Bacharelado e Licenciatura em Física. **Diário Oficial da União**, seq. 1, p. 12, 26 mar. 2002b.

BRASIL. Resolução CNE/CP 01/2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, graduação plena. **Diário Oficial da União**, seq. 1, p. 31, 9 abr. 2002c.

BRASIL. Resolução CNE/CP 02/2015. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. **Diário Oficial da União**, seq. 1, p. 8–12, 2 jul. 2015.

BRAUN, O. M.; PEYRARD, M. Dependence of kinetic friction on velocity: Master equation approach. **Physical Review E**, v. 83, n. 4, p. 046129, 28 abr. 2011. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.046129>.

BROOKES, D.; ETKINA, E. Physical Phenomena in Real Time. **Science**, v. 330, n. 6004, p. 605–606, 29 out. 2010. <https://doi.org/10.1126/science.1186992>.

BROWN, A. L. Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings. **Journal of the Learning Sciences**, v. 2, n. 2, p. 141–178, 1 abr. 1992. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2.

CARRASCOSA, J.; GIL-PÉREZ, D.; VILCHES, A.; VALDÉS, P. Papel de la actividad experimental en la educación científica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 23, n. 2, p. 157–181, 2006.

CARRON, W.; GUIMARÃES, O.; PIQUEIRA, J. R. **Projeto Múltiplo: Física - Ensino Médio**. São Paulo: Ática, 2014. v. 1.

CARVALHO, A. M. P. de. Critérios Estruturantes para o Ensino de Ciências. In: CARVALHO, A. M. P. de (org.). **Ensino de Ciências: Unindo a Pesquisa e a Prática**. São Paulo: Cengage Learning, 2015. p. 1–17.

CHAPLIN, R. L.; MILLER, M. G. Coefficient of friction for a sphere. **American Journal of Physics**, v. 52, n. 12, p. 1108–1111, dez. 1984. <https://doi.org/10.1119/1.13771>.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Numerical methods for engineers**. 5th ed. Boston: McGraw-Hill Higher Education, 2006.

CIULLI, E. Tribology and Industry: From the Origins to 4.0. **Frontiers in Mechanical Engineering**, v. 5, p. 55, 3 set. 2019. <https://doi.org/10.3389/fmech.2019.00055>.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design Experiments in Educational Research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 9–13, jan. 2003. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>.

COLLINS, A. Toward a Design Science of Education. 1992. **New Directions in Educational Technology** [...]. Berlin, Heidelberg: Springer, 1992. p. 15–22. https://doi.org/10.1007/978-3-642-77750-9_2.

CORTELA, B. S. C. **Formação inicial de professores de física: fatores limitantes e possibilidades de avanços**. 2011. 289 f. Doutorado (Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Unesp, Bauru, 2011.

COSTA, M.; CAMARGO, M.; PEREIRA, Y.; ORTIZ, E.; BATISTA, I.; BRANCHER, J. Processo de desenvolvimento de simulações virtuais de experimentos históricos para o Ensino de Física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 43, p. e20210016, 2021. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2021-0016>.

COSTA, S. R. S.; DUQUEVIZ, B. C.; PEDROZA, R. L. S. Tecnologias Digitais como instrumentos mediadores da aprendizagem dos nativos digitais. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 19, n. 3, p. 603–610, 2015. <https://doi.org/10.1590/2175-3539/2015/0193912>.

CROSS, R. Increase in friction force with sliding speed. **American Journal of Physics**, v. 73, n. 9, p. 812–816, set. 2005. <https://doi.org/10.1119/1.1891174>.

DEMIREL, A. L.; GRANICK, S. Friction Fluctuations and Friction Memory in Stick-Slip Motion. **Physical Review Letters**, v. 77, n. 21, p. 4330–4333, 18 nov. 1996. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.4330>.

DOMÉNECH, A.; DOMÉNECH, T.; CEBRIÁN, J. Introduction to the study of rolling friction. **American Journal of Physics**, v. 55, n. 3, p. 231–235, mar. 1987. <https://doi.org/10.1119/1.15223>.

DURÁN, R. N.; PEREIRA, A. L.; BRICEÑO, J.; SILVA, S. L. R. da. ¿Qué piensan los estudiantes sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje acerca del Laboratorio de Física? **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 38, n. 1, p. 45–65, 25 mar. 2021. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2021.e70472>.

EASTERDAY, M. W.; LEWIS, D.; GERBER, E. Design-Based Research Process: Problems, Phases, and Applications. 1., 2014. **Learning and Becoming in Practice** [...]. Boulder, CO: International Society of the Learning Sciences, 2014. v. 1, p. 317–324. <https://doi.org/10.22318/ICLS2014.317>.

EDELSON, D. C. Design Research: What We Learn When We Engage in Design. **Journal of the Learning Sciences**, v. 11, n. 1, p. 105–121, jan. 2002. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS1101_4.

ESTANY, A.; IZQUIERDO-AYMERICH, M. Didactología: una ciencia de diseño. **ENDOXA**, n. 14, p. 13–33, 2001. <https://doi.org/10.5944/endoxa.14.2001.5015>.

FERNANDEZ-MARCHESI, N. E.; COSTILLO-BORREGO, E. EVOLUCIÓN DE LAS CONCEPCIONES DOCENTES SOBRE LAS ACTIVIDADES PRÁCTICAS DE LABORATORIO A PARTIR DE UNA FORMACIÓN DE POSGRADO REFLEXIVA. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 25, n. 3, p. 252, 26 dez. 2020. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2020v25n3p252>.

FERRARO, N. G.; TORRES, C. M.; PENTEADO, P. C. **Física**. São Paulo: Moderna, 2012. v. único.

FERREIRA, S.; CORRÊA, R.; SILVA, F. C. Estudo dos roteiros de experimentos disponibilizados em repositórios virtuais por meio do ensino por investigação. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 25, n. 4, p. 999–1017, out. 2019. <https://doi.org/10.1590/1516-731320190040010>.

FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. **Lições de física: the Feynman lectures on physics**. Porto Alegre (RS): Bookman, 2008.

FILHO, J. de P. A. Regras da transposição didática aplicadas ao laboratório didático. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 17, n. 2, p. 174–182, 2000.

FONSECA, M. da. **O laboratório virtual como atividade complementar de disciplinas introdutórias de mecânica: análise a partir da experiência do giroscópio**. 2015. Mestrado em Ensino de Física – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015. DOI 10.11606/D.81.2015.tde-25112015-142723. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81131/tde-25112015-142723/>. Acesso em: 1 dez. 2022.

FONSECA, M. da; LEITE, M. de L.; MAIDANA, N. L. Aplicando los juegos de lenguaje de Wittgenstein para evaluar estudios investigativos. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 31, n. No. Extra, p. 333–340, 2019.

FONSECA, M. da; MAIDANA, N. L. Evaluación de la experiencia virtual “giroscopio”: procesos de razonamiento cognitivo de los alumnos. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 27, n. No. Extra, p. 453–461, 2015.

FONSECA, M. da; MAIDANA, N. L.; SEVERINO, E. Z. G.; BARROS, S. F. de; SENHORA, G.; VANIN, V. R. O laboratório virtual: uma atividade baseada em experimentos para o ensino de mecânica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 35, n. 4, dez. 2013. DOI 10.1590/S1806-11172013000400014. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172013000400014&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 11 fev. 2023.

FOX, G. T. Three Experiments in Friction for the Introductory Laboratory. **American Journal of Physics**, v. 39, n. 8, p. 947–951, ago. 1971. <https://doi.org/10.1119/1.1986331>.

FRÈNE, J. (Org.). **Hydrodynamic lubrication: bearings and thrust bearings**. Amsterdam [Netherlands]; New York: Elsevier, 1997(Tribology series, 33).

GASPAR, A. **Atividades experimentais no ensino de Física: Uma nova visão baseada na teoria de Vigotski**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

GASPAR, A. **Física**. São Paulo: Atica, 2001.

GIACOMETTI, J. A. **Mecânica clássica: uma abordagem para licenciatura**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

GIERE, R. N. **Explaining Science: A Cognitive Approach**. 8 [repr.]. Chicago: University of Chicago Press, 1988(Science and its conceptual foundations).

GIERE, R. N. How Models Are Used to Represent Reality. **Philosophy of Science**, v. 71, n. 5, p. 742–752, dez. 2004. <https://doi.org/10.1086/425063>.

GIERE, R. N. Testing Theoretical Hypotheses. **Testing Scientific Theories**. Minnesota studies in the philosophy of science. [S. l.]: John Earman, 1983. v. 10, p. 269–298. Disponível em: <https://hdl.handle.net/11299/185344>.

GIERE, R. N. **Understanding scientific reasoning**. 3rd ed. Fort Worth: Holt, Rinehart, and Winston, 1991.

GIERE, R. N. Using Models to Represent Reality. In: MAGNANI, L.; NERSESSIAN, N. J.; THAGARD, P. (orgs.). **Model-Based Reasoning in Scientific Discovery**. Boston, MA: Springer US, 1999. p. 41–57. DOI 10.1007/978-1-4615-4813-3_3. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-1-4615-4813-3_3. Acesso em: 11 fev. 2023.

GIORDAN, M. O computador na educação em ciências: breve revisão crítica acerca de algumas formas de utilização. **Ciência & Educação**, v. 11, n. 2, p. 279–304, 2005.

GOLDSTEIN, H.; POOLE, C. P.; SAFKO, J. L. **Classical mechanics**. 3. ed., [Nachdr.]. San Francisco Munich: Addison Wesley, 2008.

GOMES, A. D. T.; BORGES, A. T.; JUSTI, R. Processos e conhecimentos envolvidos na realização de atividades práticas: revisão da literatura e implicações para a pesquisa. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 13, n. 2, p. 187–207, 2008.

GRASS VALLEY. **Edius Pro 7**. Montreal, Quebec: Grass Valley, 2014.

HACKBORN, W. W. On motion in a resisting medium: A historical perspective. **American Journal of Physics**, v. 84, n. 2, p. 127–134, fev. 2016. <https://doi.org/10.1119/1.4935896>.

HARRES, J. B. S.; WOLFFENBUTTEL, P. P.; DELORD, G. C. C. Um estudo exploratório internacional sobre o distanciamento entre a escola e a universidade no ensino de ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 18, n. 2, p. 365–383, 2013.

HELENE, O. A. M.; VANIN, V. R. **Tratamento estatístico de dados em física experimental**. 2a. edição. São Paulo: Blucher, 2019.

HENRIQUE, C.; AGUIRRE, M. A.; CALVO, A.; IPPOLITO, I.; DIPPEL, S.; BATROUNI, G. G.; BIDEAU, D. Energy dissipation and trapping of particles moving on a rough surface. **Physical Review E**, v. 57, n. 4, p. 4743–4750, 1 abr. 1998. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.57.4743>.

HESSON, B. The Social and Economic Roots of Newton's Principia. In: FREUDENTHAL, G.; MCLAUGHLIN, P. (orgs.). **The Social and Economic Roots of the Scientific Revolution**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2009. p. 41–101. DOI 10.1007/978-1-4020-9604-4_2. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-1-4020-9604-4_2. Acesso em: 11 fev. 2023.

HOADLEY, C. P. Creating context: Design-based research in creating an understanding CSCL. 2002. **Proceedings of Computer Support for Cooperative Learning (CSCL) 2002** [...]. Boulder, CO: [s. n.], 2002. p. 9.

HODSON, D. Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratorio. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 12, n. 3, p. 299–313, 1994.

HODSON, D. Laboratory work as scientific method: three decades of confusion and distortion. **Journal of Curriculum Studies**, v. 28, n. 2, p. 115–135, mar. 1996. <https://doi.org/10.1080/0022027980280201>.

HOFSTEIN, A.; LUNETTA, V. N. The laboratory in science education: Foundations for the twenty-first century. **Science Education**, v. 88, n. 1, p. 28–54, jan. 2004. <https://doi.org/10.1002/sce.10106>.

HOFSTEIN, A.; LUNETTA, V. N. The Role of the Laboratory in Science Teaching: Neglected Aspects of Research. **Review of Educational Research**, v. 52, n. 2, p. 201–217, jun. 1982. <https://doi.org/10.3102/00346543052002201>.

IZQUIERDO-AYMERICH, M. Enseñar Ciencias, una nueva ciencia. **Enseñanza de las ciencias sociales: revista de investigación**, n. 6, p. 125–138, 2007.

IZQUIERDO-AYMERICH, M.; ESPINET, M.; GARCÍA, M. P.; PUJOL, R. M.; SANMARTÍ, N. Caracterización y fundamentación de la ciencia escolar. **Enseñanza de las Ciencias**, n. número extra, 1999.

IZQUIERDO-AYMERICH, M.; SANMARTÍ, N.; ESPINET, M. Fundamentación y diseño de las prácticas escolares de ciencias experimentales. **Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas**, v. 17, n. 1, p. 45–59, 11 jan. 1999. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.4104>.

KNEUBIL, F. B.; PIETROCOLA, M. A PESQUISA BASEADA EM DESIGN: VISÃO GERAL E CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 22, n. 2, p. 01, 17 ago. 2017. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2017v22n2p01>.

LABURÚ, C. E.; SILVA, O. H. M. da. O laboratório didático a partir da perspectiva da multimodalidade representacional. **Ciência & Educação**, v. 17, n. 3, p. 721–734, 2011.

LEHTONEN, D.; JYRKIÄINEN, A.; JOUTSENLAHTI, J. A systematic review of educational design research in Finnish doctoral dissertations on mathematics, science, and technology education. **Lumat: International Journal of Math, Science and Technology Education**, v. 7, n. 3, 16 dez. 2019. DOI 10.31129/LUMAT.7.3.399. Disponível em: <https://journals.helsinki.fi/lumat/article/view/1247>. Acesso em: 27 nov. 2022.

LEITE, M. de L.; MAIDANA, N. L.; FONSECA, M. da; BARROS, S. F. de; ADÚRIZ-BRAVO, A.; VANIN, V. R. Teaching friction at university level through an experiment with images. **European Journal of Physics**, v. 42, n. 5, p. 055017, 1 set. 2021. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/ac1444>.

LEITE, M. de L.; MAIDANA, N. L.; FONSECA, M. da; CORNEJO, D. R.; VANIN, V. R. “A força de atrito é constante e oposta à velocidade”: argumento de autoridade ou fato físico? 2018.

Anais do XVII EPEF [...]. Campos do Jordão - SP: Sociedade Brasileira de Física, 2018. p. 1–8. Disponível em: <https://sec.sbfisica.org.br/eventos/epf/xvii/sys/resumos/T0098-1.pdf>.

LEITE, M. de L.; MAIDANA, N. L.; FONSECA, M. da; VANIN, V. R. Innovaciones del Laboratorio Virtual: el experimento de colisiones bidimensionales. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 27, n. 2, p. 543–549, 2015.

LEVIN, J. R.; O'DONNELL, A. M. What to do about educational research's credibility gaps? **Issues in Education**, v. 5, n. 2, p. 177–229, 1999.

LIJNSE, P. L. “Developmental research” as a way to an empirically based “didactical structure” of science. **Science Education**, v. 79, n. 2, p. 189–199, abr. 1995. <https://doi.org/10.1002/sce.3730790205>.

LIMA, C. N. do M. F. de; NACARATO, A. M. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educação em Revista**, v. 25, n. 2, p. 241–266, ago. 2009.

LOPES, R. P.; FÜRKOTTER, M. Formação inicial de professores em tempos de TDIC: uma questão em aberto. **Educação em Revista**, v. 32, n. 4, p. 269–296, dez. 2016. <https://doi.org/10.1590/0102-4698150675>.

LOZANO, E. E. **Diseño, implementación y evaluación de una unidad didáctica para la enseñanza de modelos de membrana celular en la formación biológica del profesorado, con aportes de ideas metacientíficas provenientes del eje naturaleza de la ciencia**. 2016. Universidad Nacional del Comahue, 2016. Disponível em: <https://rid.unrn.edu.ar/handle/20.500.12049/527>.

MAIDANA, N. L.; FONSECA, M. da; BARROS, S. F. de; VANIN, V. R. The rolling with slipping experiment in the virtual physics laboratory—context-based teaching material. **Physics Education**, v. 51, n. 4, p. 045001, jul. 2016. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/51/4/045001>.

MAIDANA, N. L.; FONSECA, M. da; LEITE, M. de L.; BERTELLI, L. J.; VANIN, V. R. La velocidad relativa: nuevas contribuciones del laboratorio virtual. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 28, n. No. Extra, p. 101–108, 2016.

MANEY, C. A. Experimental Study of Sliding Friction. **American Journal of Physics**, v. 20, n. 4, p. 203–210, abr. 1952. <https://doi.org/10.1119/1.1933172>.

MARCHÁN-CARVAJAL, I.; SANMARTÍ, N. Criterios para el diseño de unidades didácticas contextualizadas: aplicación al aprendizaje de un modelo teórico para la estructura atómica. **Educación Química**, v. 26, n. 4, p. 267–274, out. 2015. <https://doi.org/10.1016/j.eq.2015.06.001>.

MASSONI, N. T.; BRUCKMANN, M. E.; ALVES-BRITO, A. A Reestruturação Curricular do curso de Licenciatura em Física da UFRGS: construção de novas identidades na formação docente inicial do século XXI. **Revista Educar Mais**, v. 4, n. 3, p. 512–541, 8 set. 2020. <https://doi.org/10.15536/reducarmais.4.2020.1952>.

MATIAS, R.; FRATTEZI, A. **Física Geral para o ensino médio**. 2. ed. São Paulo: Harbra, 2011. v. único.

MÁXIMO, A.; ALVARENGA, B. **Física: Contexto & Aplicações**. São Paulo: Scipione, 2011. v. 1.

MENEZES, L. C. de; CANATO JUNIOR, O.; KANTOR, C. A.; PAOLIELLO JUNIOR, L. A.; BONETTI, M. de C.; ALVES, V. M. **Quanta Física: 1º ano - Ensino Médio**. São Paulo: PD, 2010. v. 1.

MICHA, D. N.; BARCELLOS, M. E.; DA SILVA, G. D. S. F.; DE SOUZA, E. G.; DA SILVA, M. C.; DA SILVA, E. T.; GONÇALVES, D. N. O novo currículo do Curso de Licenciatura em Física do CEFET/RJ, Campus Petrópolis. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 35, n. 2, p. 478–517, 14 set. 2018. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2018v35n2p478>.

MINKIN, L.; SIKES, D. Coefficient of rolling friction - Lab experiment. **American Journal of Physics**, v. 86, n. 1, p. 77–78, jan. 2018. <https://doi.org/10.1119/1.5011957>.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. **Análise Textual Discursiva**. 3a ed. Ijuí: Unijuí, 2016(Coleção Educação em Ciências).

MORAN, J. Educação híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje. *In*: BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. de M. (orgs.). **Ensino Híbrido: Personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 27–45.

NARDI, R.; CORTELA, B. S. C. Formação inicial de professores de física: novas diretrizes, antigas contradições. *In*: NARDI, R.; CORTELA, B. S. C. (orgs.). **Formação inicial de professores de Física em universidades públicas: estudos realizados a partir de reestruturações curriculares**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2015. p. 7–45.

NEWTON, I. **Principia: princípios matemáticos de filosofia natural**. 1. ed. São Paulo: EDUSP, 2017.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica**. 4. ed. rev. São Paulo: Blucher, 2008.

OLIVEIRA, J. de P.; GOBARA, S. T.; CARVALHO, F. P. T. de. Aula Experimental de Física: um foco na aprendizagem de competências e habilidades previstas na matriz de referência curricular do Enem. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 39, n. 1, p. 109–132, 7 abr. 2022. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2022.e75627>.

PARKER, G. W. Projectile motion with air resistance quadratic in the speed. **American Journal of Physics**, v. 45, n. 7, p. 606–610, jul. 1977. <https://doi.org/10.1119/1.10812>.

PARREIRA, J. E.; DICKMAN, A. G. Objetivos das aulas experimentais no ensino superior na visão de professores e estudantes da engenharia. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 42, p. e20200096, 2020. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2020-0096>.

PAZ, V.; MÁRQUEZ, C.; ADURÍZ-BRAVO, A. **Estudio de las características textuales y el contenido científico de resúmenes sobre la función de nutrición en estudiantes de educación secundaria obligatoria**. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, 2017.

PEREIRA, M. V.; MOREIRA, M. C. do A. Atividades prático-experimentais no ensino de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 34, n. 1, p. 265, 5 maio 2017. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2017v34n1p265>.

PÉRGOLA, M. S.; GALAGOVSKY, L. Enseñanza en contexto: la importancia de revelar obstáculos implícitos en docentes. **Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas**, v. 38, n. 2, p. 45–64, 5 mar. 2020. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2822>.

PERSSON, B. N. J. Theory and simulation of sliding friction. **Physical Review Letters**, v. 71, n. 8, p. 1212–1215, 23 ago. 1993. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.1212>.

POPOVA, E.; POPOV, V. L. The research works of Coulomb and Amontons and generalized laws of friction. **Friction**, v. 3, n. 2, p. 183–190, jun. 2015. <https://doi.org/10.1007/s40544-015-0074-6>.

PRAIA, J.; CACHAPUZ, A.; GIL-PÉREZ, D. A Hipótese e a Experiência Científica em Educação em Ciência: contributos para uma reorientação epistemológica. **Ciência & Educação**, v. 8, n. 2, p. 253–262, 2002.

RAIČIK, A. C.; PEDUZZI, L. O. Q.; ANGOTTI, J. A. P. EXPERIMENTOS EXPLORATÓRIOS E EXPERIENTIA LITERATA: (RE) PENSANDO A EXPERIMENTAÇÃO. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 23, n. 1, p. 111, 30 abr. 2018. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2018v23n1p111>.

RAMALHO JUNIOR, F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. de T. **Os fundamentos da física**. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007.

RANGEL, F. D. O.; SANTOS, L. S. F. dos; RIBEIRO, C. E. Ensino de Física mediado por tecnologias digitais de informação e comunicação e a literacia científica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 29, n. 0, p. 651–677, 8 out. 2012. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2012v29nesp1p651>.

REIGELUTH, C. M.; FRICK, T. W. Formative research: A methodology for creating and improving design theories. *In*: REIGELUTH, C. M. (org.). **Instructional-design theories and models – A new paradigm of instructional theory**. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1999. p. 633–652.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro (RJ): LTC, 2008.

RIBEIRO, T. V.; SILVANO, C. M.; SANTOS, A. T.; GENOVESE, L. G. R. O Experimento como uma Rede Estabilizada: associações, negociações e algumas implicações na Educação em Ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 38, n. 1, p. 108–138, 25 mar. 2021. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2021.e65907>.

RICARDO, E. C. CONCEPÇÕES DE TECNOLOGIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE FÍSICA. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 25, n. 3, p. 190, 26 dez. 2020. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2020v25n3p190>.

RICHEY, R. C.; KLEIN, J. D.; NELSON, W. A. Developmental Research: Studies of Instructional Design and Development. *In*: DAVID H JONASSEN; DRISCOLL, M. P. (orgs.). **Handbook of Research for Educational Communications and Technology: a Project of the Association for Educational Communications and Technology**. Hoboken: Lawrence Erlbaum Associates, 2004. p. 1099–1130. Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.4324/9781410609519-54/developmental->

research-studies-instructional-design-development-rita-richey-james-klein-wayne-nelson-development-rita-richey-james-klein-wayne-nelson.

RICHEY, R. C.; NELSON, W. A. Developmental Research. *In*: JONASSEN, D. H. (org.). **Handbook of Research for Educational Communications and Technology**. New York: Simon & Schuster Macmillan, 1996. p. 1213–1245.

ROBINSON, V. M. J. Methodology and the Research-Practice Gap. **Educational Researcher**, v. 27, n. 1, p. 17–26, jan. 1998. <https://doi.org/10.3102/0013189X027001017>.

SALVIA, S. From Archimedean Hydrostatics to Post-Aristotelian Mechanics: Galileo's Early Manuscripts *De motu antiquiora* (ca. 1590). **Physics in Perspective**, v. 19, n. 2, p. 105–150, jun. 2017. <https://doi.org/10.1007/s00016-017-0202-y>.

SANT'ANNA, B.; MARTINI, G.; REIS, H. C.; SPINELLI, W. **Conexões com a Física**. 1. ed. [S. l.]: Moderna, 2011. v. 1.

SÉRÉ, M.-G.; COELHO, S. M.; NUNES, A. D. O papel da experimental no ensino da física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 20, n. 1, p. 30–42, 2003.

SEVERINO, E. Z. G. **Recursos virtuais em aulas de laboratório de física**. 2006. Mestrado em Modalidade Ensino de Física – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. DOI 10.11606/D.81.2006.tde-14092015-151143. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81131/tde-14092015-151143/>. Acesso em: 1 dez. 2022.

SHAW, D. E.; WUNDERLICH, F. J. Study of the slipping of a rolling sphere. **American Journal of Physics**, v. 52, n. 11, p. 997–1000, nov. 1984. <https://doi.org/10.1119/1.13915>.

SHUNYAKOV, V. M.; LAVRIK, L. V. Analytical solution of curvilinear motion on an inclined plane. **American Journal of Physics**, v. 78, n. 12, p. 1406–1411, dez. 2010. <https://doi.org/10.1119/1.3483277>.

SUNAGA, A.; CARVALHO, C. S. de. As Tecnologias Digitais no Ensino Híbrido. *In*: BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. de M. (orgs.). **Ensino Híbrido: Personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 141–154.

SYMON, K. R. **Mechanics**. 3rd ed. Reading (Mass.) Menlo Park (Calif.) London [etc.]: Addison-Wesley publ, 1971(Addison-Wesley series in physics).

TAYLOR, J. R. **Classical mechanics**. Sausalito, Calif: University Science Books, 2005.

THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE. Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 5–8, 1 jan. 2003. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001005>.

THOMAZ, M. F. A experimentação e a formação de professores de ciências: uma reflexão. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 17, n. 3, p. 360–369, 2000.

THORNTON, S. T.; MARION, J. B. **Dinâmica clássica de partículas e sistemas**. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros. vol. 1: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica.** 6a. edição. São Paulo: Grupo Gen - LTC, 2011.

TRENTIN, M. A. S.; PÉREZ, C. A. S.; SANTOS, A. V. dos. **A utilização dos Laboratórios Virtuais na Melhoria do Processo de Ensino-Aprendizagem.** [S. l.]: Universidade de Passo Fundo, Instituto de Ciências Exatas e Geociências - Ciência da Computação, 2002. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/228766565_A_Utilizacao_de_Laboratorios_Virtuais_na_Melhoria_do_Processo_de_Ensino-Aprendizagem.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 443–466, dez. 2005.

TRØMBORG, J.; SCHEIBERT, J.; AMUNDSEN, D. S.; THØGERSEN, K.; MALTHERSØRENSSEN, A. Transition from Static to Kinetic Friction: Insights from a 2D Model. **Physical Review Letters**, v. 107, n. 7, p. 074301, 12 ago. 2011. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.074301>.

VAN DEN AKKER, J. Principles and Methods of Development Research. *In*: VAN DEN AKKER, J.; BRANCH, R. M.; GUSTAFSON, K.; NIEVEEN, N.; PLOMP, T. (orgs.). **Design Approaches and Tools in Education and Training.** Dordrecht: Springer Netherlands, 1999. p. 1–14. DOI 10.1007/978-94-011-4255-7_1. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-94-011-4255-7_1. Acesso em: 23 dez. 2021.

VAN DEN AKKER, J.; PLOMP, T. Development research in curriculum: propositions and experiences. abr. 1993. **AERA Annual Meeting 1993** [...]. Atlanta, Georgia, United States: [s. n.], abr. 1993. Disponível em: <https://research.utwente.nl/en/publications/development-research-in-curriculum-propositions-and-experiences>.

VUOLO, J. H. **Fundamentos da teoria dos erros.** 2. ed. rev. e ampl. São Paulo (SP): E. Blucher, 1996.

WALKER, D. Methodological issues in curriculum research. *In*: JACKSON, W. (org.). **Handbook of research on curriculum.** New York: Macmillan Publishing Company, 1992.

WALKER, D.; BRESLER, L. Development Research: Definition and criteria. 1993. **Paper presented at the American Education Research Association** [...]. Atlanta, Georgia, United States: [s. n.], 1993.

WANG, X. Trajectory of a projectile on a frictional inclined plane. **American Journal of Physics**, v. 82, n. 8, p. 764–768, ago. 2014. <https://doi.org/10.1119/1.4875538>.

WESENDONK, F. S.; TERRAZZAN, E. A. Caracterização dos focos de estudo da produção acadêmico-científica brasileira sobre experimentação no Ensino de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 33, n. 3, p. 779, 15 dez. 2016. <https://doi.org/10.5007/2175-7941.2016v33n3p779>.

WOLFRAM RESEARCH, INC. **Mathematica.** Champaign, Illinois: Wolfram Research, Inc., 2019.

ZÜRCHER, U. Particle sliding on a rough incline. **European Journal of Physics**, v. 28, n. 3, p. 529–536, 1 maio 2007. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/28/3/015>.

ANEXOS

Anexo A. Roteiro original, formulado em 2010.

Anexo B. Roteiros adaptados para a 1ª intervenção, de 2015.

Anexo C. Modelo do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Anexo D. Enquete final da 1ª intervenção, de 2015.

Anexo E. Roteiros adaptados para a 2ª intervenção, de 2016, com apêndices aos roteiros.

Anexo F. Roteiros e apêndices adaptados para a 3ª intervenção, de 2017.

Anexo G. Questionário final da 3ª intervenção, de 2017 – posterior à realização da atividade.

Anexo H. Questionário inicial da 4ª intervenção, de 2018 – prévio à realização da atividade.

Anexo I. Roteiros e apêndices adaptados para a 4ª intervenção, de 2018.

Anexo J. Questionário final da 4ª intervenção, de 2018 – posterior à realização da atividade.

Anexo A. Roteiro Original (2010)

Roteiro do Experimento “Plano Inclinado Bidimensional”

A) Introdução

O experimento consiste em lançar sobre um plano inclinado uma moeda de metal e acompanhar, com o auxílio de um papel quadriculado colocado sobre o plano, seu movimento. O objetivo é entender as características do movimento, quais grandezas irão influenciar na sua trajetória e confrontar os dados obtidos experimentalmente com os resultados previstos pela mecânica.

B) Procedimento de análise

B1. Antes de assistir ao filme, reflita como pode ser o movimento descrito pela moeda ao longo de um plano oblíquo, conforme se varie sua inclinação.

B2. Agora imagine o movimento da moeda, o que se esperaria caso fosse trocada a superfície do plano por uma outra com um coeficiente de atrito maior ou menor.

B3. Assista ao filme atentamente.

B4. A partir do conjunto de fotos a ser analisado, monte uma tabela de tempo, posição horizontal e posição vertical. Para isso, escolha um referencial na foto a partir do qual será feita a leitura (aconselhamos que se tome como referencial o par de linhas pretas perpendiculares mais próximas do ponto onde se inicia o movimento). Você notará que nas fotos não há o time-code (ver apêndice). Para acompanhar o movimento da moeda ao longo do tempo adote $t = 0$ s para a primeira foto e some 1/60 s (se as fotos estiverem desentrelaçadas) ou 1/30 s (se as fotos não estiverem desentrelaçadas) para cada foto seguinte _ essa informação já será dada junto com o conjunto de fotos que lhe for destinado. Não se esqueça de colocar a incerteza na posição. Reflita sobre qual o melhor valor para essa incerteza. Considere a incerteza no tempo desprezível.

Obs.: O quadriculado sobre o qual se move a moeda está dividido em quadrados grandes, limitados pelas linhas pretas que medem 2 cm x 2 cm e quadrados pequenos, limitados pelas linhas verdes que medem 0,2 cm x 0,2 cm.

B5. Com a tabela do item B4, calcule as velocidades médias para a direção horizontal e para a direção vertical, considerando o intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$, dado por:

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^x = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (1)$$

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^y = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (2)$$

onde x , y e t correspondem às grandezas posição na horizontal, posição na vertical e tempo, respectivamente, enquanto \bar{v} simboliza a velocidade média linear. O índice i refere-se às fotos; assim, $i = 1$ indica que se trata da foto 1, $i = 2$ a foto 2 e assim por diante.

B6. Como o intervalo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ é pequeno ($\sim 0,07$ s), adotaremos:

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^x \parallel v_x(\bar{t}_i) \quad (3)$$

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^y \parallel v_y(\bar{t}_i) \quad (4)$$

onde $v(\bar{t}_i)$ corresponde à velocidade instantânea linear no instante médio \bar{t}_i , dado por

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i+1} + t_{i-1}}{2} \quad (5)$$

B7. Faça uma tabela contendo os valores de $v_x(\bar{t}_i)$, $v_y(\bar{t}_i)$ e \bar{t}_i , juntamente com as suas respectivas incertezas, (vamos desprezar a incerteza no tempo, tanto em t_i como em \bar{t}_i). Para o cálculo das incertezas, veja o texto “Roteiro de cálculo de incertezas”, na página “Guias” do site do experimento virtual.

B8. Agora vamos analisar o que é esperado para esse movimento segundo as leis da mecânica. Para isso escreva a equação do movimento, despreze a força de resistência com o ar e lembre-se que você está trabalhando com grandezas vetoriais. Sua equação deve ter, portanto a seguinte forma:

$$\vec{F}_R = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \quad (6)$$

Lembre-se ainda que a força de atrito tem sentido contrário a velocidade da moeda e que esta última varia com o tempo.

B9. Com a equação do movimento, encontre a expressão que fornece a aceleração na horizontal e a aceleração na vertical.

B10. Lembrando que:

$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} \quad (7)$$

$$a_y = \frac{dv_y(t)}{dt} \quad (8)$$

C4. *Conclusão*: volte para a introdução e atente para o objetivo do experimento. Escreva a conclusão se perguntando: “a experiência conseguiu atendê-lo? Por quê?”

D) Apêndice

1. Os intervalos de tempo

O procedimento usado na elaboração deste experimento resume-se em, com o auxílio de uma câmera, filmar o movimento que desejamos estudar e a seguir, agora com o auxílio de recursos computacionais, transformar este filme em um conjunto de fotos, onde cada foto é correspondente a um dado instante de tempo. A divisão é feita em intervalos de $1/30$ avos de segundo, que é uma dízima, assim o programa faz um arredondamento ora de $0,033$ s e ora de $0,034$ s; essa variação no intervalo de tempo entre as fotos acarretou erros nos valores de velocidade na direção x do movimento, levando-nos a um desencontro entre a curva experimental e a curva teórica desta grandeza. Assim, a proposta apresentada consiste em tomarmos como constante e igual a $1/30$ s o intervalo de tempo existente entre cada uma das fotos. Algumas fotos, no entanto, quando foram extraídas do filme ficaram bastante borradas havendo necessidade de desentrelaçarmos tais fotos. Esse trabalho consiste em extraímos de uma única foto, duas outras fotos, o que é possível graças ao processo pela qual a câmera usa para obter uma imagem: ela primeiro varre uma determinada seqüência de linhas na horizontal e posteriormente volta para o início da imagem, agora varrendo as linhas horizontais que ficaram faltando. Assim, quando desentrelaçamos uma foto, o computador extrai desta foto a imagem obtida pela primeira vez que a câmera varreu as linhas horizontais e depois a outra foto, mais adiantada, quando a câmera varreu pela segunda vez a imagem. Devido a isso, o intervalo entre as fotos deixa de ser de $1/30$ s para ser de $1/60$ s, já que dobramos o número de fotos. Esse processo, no entanto, reduz a qualidade da foto; fica por conta do computador preencher as linhas que estão faltando na foto adiantada e na foto atrasada, o que pode comprometer a qualidade do quadriculado de fundo. Por isso, somente foram desentrelaçados os conjuntos de fotos em que realmente a moeda está borrada demais.

2. A resolução teórica

As figuras 1 e 2 trazem o diagrama de forças sobre o corpo cujo movimento será analisado. Em 1, temos uma vista lateral, enquanto que em 2, temos uma vista frontal da moeda sobre o plano.

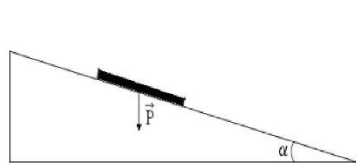


Figura 1: Esquema visto de lado do aparato experimental. O ângulo do plano inclinado é α .

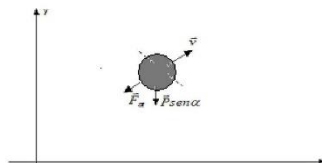


Figura 2: Esquema do aparato experimental visto de cima.

$$v_x = \frac{dx(t)}{dt} \quad (9)$$

$$v_y = \frac{dy(t)}{dt} \quad (10)$$

monte uma tabela contendo os valores de $x(t)$, $y(t)$, $v_x(\bar{t}_i)$, $v_y(\bar{t}_i)$ e \bar{t}_i encontrados por meio da resolução numérica das equações diferenciais (7), (8), (9) e (10). Para isso consulte as fórmulas (20), (21), (22), (23) e (24) do apêndice. Não se esqueça de adotar os mesmos valores usados em B6 para o tempo e lembre-se ainda que você, como trabalhará com a velocidade, deverá usar o tempo médio da planilha experimental e não o instantâneo, para que seja possível comparar os resultados com os dados medidos, posteriormente. Consulte o apêndice D para entender o método de resolução numérica adotado neste item, para confirmar sua equação do movimento encontrada em B8 e para saber qual o ângulo de inclinação do plano usado para obter o conjunto de fotos que lhe foi destinado. Na página “Guias” do site do experimento virtual você encontra o “Roteiro de integração numérica” que explicará mais detalhadamente o método usado aqui.

Obs.: Monte esta segunda tabela de velocidades na horizontal e na vertical por tempo no mesmo arquivo em que você montou os valores experimentais, mas em uma outra planilha. Assim, se você colocou os dados experimentais em plan 1, coloque os dados teóricos em plan 2, com isso você torna mais organizada sua planilha, sem dificultar a análise.

B11. Compare os dados obtidos por integração numérica com os valores que você leu nas fotos. Para tornar a comparação mais fácil, o ideal é que sejam sobrepostos em um mesmo gráfico os dados experimentais e os resultados calculados.

C) Procedimento de elaboração do relatório

Entregue um relatório com os seguintes itens:

C1. *Introdução*: apresente uma introdução resumida contendo o objetivo do experimento.

C2. *Descrição do experimento*: descreva o arranjo experimental de forma sucinta, não deixando de mencionar os principais dispositivos e componentes utilizados assim como suas características.

C3. *Análise de dados e resultados obtidos*: apresente suas expectativas nos itens B1 e B2 assim como os dados brutos extraídos da análise inicial do conjunto de fotos (tabelas dos itens B4 e B5). Posteriormente, exiba a equação encontrada no item B8 assim como a tabela do item B10. Com todos esses dados em mãos, responda a questão proposta em B11.

A força de atrito na moeda, com base na figura 2, é oposta à direção da velocidade da mesma ao longo do movimento, assim:

$$\vec{F}_{at} = \mu_d N \left(\frac{-\vec{v}}{|\vec{v}|} \right) \quad (11)$$

onde μ_d corresponde ao coeficiente de atrito dinâmico, N corresponde ao módulo da força normal que atua na moeda e \vec{v} a velocidade da moeda.

Na direção horizontal somente atua na moeda (componente horizontal da) força de atrito. Já na vertical, atuam as componentes da força de atrito e do peso. Assim, a força resultante na moeda é:

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} = \left(\frac{-\mu_d mg \cos \theta}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right) \vec{i} + \left(\frac{-\mu_d mg \cos \theta}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - mg \sin \theta \right) \vec{j} \quad (12)$$

sendo que θ corresponde ao ângulo de inclinação do plano com o a direção horizontal, g a aceleração da gravidade, m a massa da moeda, v_x sua velocidade horizontal e v_y sua velocidade vertical.

No entanto, sabemos que:

$$\vec{F}_{res} = m(\vec{a}_x + \vec{a}_y) \quad (13)$$

Comparando as expressões (12) e (13) é possível concluir:

$$a_x = \frac{-\mu_d g v_x \cos \theta}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \quad (14)$$

$$a_y = \frac{-\mu_d g v_y \cos \theta}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - g \sin \theta \quad (15)$$

Tomando por base as expressões (7) e (8), temos:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{-\mu_d g v_x \cos \theta}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \quad (16)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{-\mu_d g v_y \cos \theta}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - g \sin \theta \quad (17)$$

A solução destas equações diferenciais nos fornece a velocidade da moeda em cada intervalo de tempo e com essa informação podemos encontrar a posição da moeda em cada instante pelas expressões (9) e (10). A única maneira de resolvê-las é usar métodos numéricos. O par de equações acopladas forma um conjunto que deve ser resolvido simultaneamente, assim, vamos fazer uso do método de Euler, que

corresponde ao primeiro tipo de aproximação possível. Tal método consiste em tomarmos pequenos intervalos de tempo e dentro destes intervalos considerarmos a velocidade constante e igual à velocidade no instante anterior. Assim, temos vários intervalos de tempo, onde dentro de cada um deles temos um movimento uniformemente variado. Na página “Guias” do site de experimentos você encontra o “Roteiro de integração numérica”, que explica com mais detalhes o procedimento usado.

No instante inicial $t = t_n$, temos

$$x_n = x_n \quad (18)$$

$$y_n = y_n \quad (19)$$

$$v_{x(n)} = v_{x(n)} \quad (20)$$

$$v_{y(n)} = v_{y(n)} \quad (21)$$

onde cada um destes valores que corresponde a condição inicial deve ser retirado da planilha de dados experimentais. Lembrando que como estamos trabalhando com valores de velocidades instantâneas, devemos tomar o primeiro valor de tempo médio da planilha experimental como o tempo inicial, já que este corresponde ao primeiro intervalo de tempo em que conhecemos a velocidade instantânea do corpo.

Tomando um intervalo de tempo Δt pequeno, (quanto menor for o intervalo, melhor será a aproximação), temos para um instante de tempo posterior:

$$t_{n+\Delta t} = t_n + \Delta t \quad (22)$$

$$x_{n+\Delta t} = x_n + v_{x(n)} \Delta t \quad (23)$$

$$y_{n+\Delta t} = y_n + v_{y(n)} \Delta t \quad (24)$$

$$v_{x(n+\Delta t)} = v_{x(n)} + \left(\frac{-\mu_d g v_{x(n)} \cos \theta}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} \right) \Delta t \quad (25)$$

$$v_{y(n+\Delta t)} = v_{y(n)} + \left(\frac{-\mu_d g v_{y(n)} \cos \theta}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} - g \sin \theta \right) \Delta t \quad (26)$$

Na planilha em que estamos trabalhando, Δt corresponde ao intervalo de tempo entre as fotos.

A equação (11) requer o coeficiente de atrito dinâmico entre a superfície da moeda e do plano. Medindo-se experimentalmente essa grandeza, podemos notar que a cada medida ela não tem sempre o mesmo valor, ou seja, para cada medida feita, encontra-se um valor diferente do encontrado anteriormente, embora próximo. Isso se deve a própria natureza do atrito, como pode ser visto também

no “Experimento de Atrito” disponibilizado na página. Quando lançamos pela segunda vez a moeda sobre o plano, microscopicamente falando não são as mesmas superfícies do lançamento anterior que estão em contato. Com o primeiro lançamento, partes dos materiais grudados na superfície da moeda ficaram sobre o plano, assim como partes do material grudado na superfície do plano, ficaram sobre a moeda, daí não encontrarmos os mesmos valores para o coeficiente de atrito em cada lançamento. Assim, caso você esteja com o conjunto de fotos referentes ao plano de sulfite use:

$$0,28 \leq \mu_d \leq 0,40$$

e caso você esteja com o plano de fotográfico use:

$$0,40 \leq \mu_d \leq 0,50$$

O ideal é que você escolha um valor dentro destes intervalos e monte a planilha; posteriormente, quando você for comparar os gráficos, sobreponha-os, ajuste seu coeficiente de atrito de maneira a tornar os gráficos de posição por tempo teórico e experimental mais próximos possíveis.

3. As inclinações

Inclinação (°)	
<i>Inclinação 1</i>	7,09±0,08
<i>Inclinação 2</i>	14,9±0,1

Anexo B. Roteiros Adaptados (1ª intervenção/2015)

Roteiro do Experimento “Força de atrito variável” – parte 1

Agosto de 2015

A) Introdução

Filmamos o movimento de uma moeda de metal lançada sobre um papel quadriculado preso a um plano inclinado, que está dividido em quadrados grandes, limitados por linhas grossas a cada 1 cm e quadrados pequenos, limitados por linhas mais finas a cada 0,2 cm. O experimento consiste em acompanhar seu deslocamento por meio das posições medidas nos quadros selecionados. O objetivo é entender o porquê das características do movimento, determinam as grandezas que influenciam a trajetória e confrontar os dados experimentais com o movimento previsto pela mecânica, a partir da condição de lançamento e das variáveis dinâmicas envolvidas.

B) Procedimento de análise

B1. Reflita como deve ser o movimento descrito pela moeda ao longo de um plano oblíquo, conforme se varia o ângulo de lançamento.

B2. Imagine o movimento da moeda caso o coeficiente de atrito entre o plano e moeda seja maior ou menor.

B3. Assista ao filme atentamente.

B4. A partir do conjunto de quadros a analisar, monte uma tabela de tempo, posição horizontal e posição vertical. Para isso, escolha um referencial no quadro a partir do qual será feita a leitura (aconselhamos que se tome como referencial o par de linhas pretas grossas perpendiculares mais próximas do ponto onde se inicia o movimento). Adote metade da menor dimensão que conseguir medir como desvio padrão da medida da posição. Ignore a incerteza no tempo.

B5. Com a tabela do item B4, calcule a velocidade média tanto na direção horizontal quanto na vertical, considerando o intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$, dado por:

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^x = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (1)$$

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^y = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (2)$$

onde x , y e t correspondem às grandezas posição na horizontal, posição na vertical e tempo, respectivamente, enquanto \bar{v} simboliza a velocidade média linear. O índice i refere-se aos quadros; assim, $i=1$ indica que se trata do quadro 1, $i=2$ o quadro 2 e assim por diante.

B6. Como o intervalo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ é pequeno, adotaremos:

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^x \cong v_x(\bar{t}_i) \quad (3)$$

$$\bar{v}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^y \cong v_y(\bar{t}_i) \quad (4)$$

onde $v(\bar{t}_i)$ corresponde à velocidade instantânea linear no instante médio \bar{t}_i , dado por

$$\bar{v}_i = \frac{t_{i+1} - t_{i-1}}{2} \quad (5)$$

B7. Faça uma tabela contendo os valores de $v_x(\bar{t}_i)$, $v_y(\bar{t}_i)$ e \bar{t}_i , juntamente com as suas respectivas incertezas, (vamos ignorar a incerteza no tempo, tanto em t_i como em \bar{t}_i).

B8. Determine a força resultante,

$$\vec{F}_R = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \quad (6)$$

Para isso, calcule as acelerações médias, usando fórmulas análogas às relações (1), (2) e (5) acima, substituindo x e y por $v_x(\bar{t}_i)$ e $v_y(\bar{t}_i)$, respectivamente. Multiplique as acelerações pela massa da moeda para obter a força.

B9. Determine a força de atrito. Como

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{at} + \vec{N} + \vec{P} \quad (7)$$

temos

$$F_{at,x} = F_x, \quad (8)$$

e calcule

$$F_{at,y} = F_y + mg \sin \theta. \quad (9)$$

C) Procedimento de elaboração da 1ª parte do relatório

Nesta etapa de análise do experimento virtual sobre movimento com força de atrito variável, você deve determinar o gráfico de velocidade da moeda em função do tempo e do módulo da força de atrito em função do tempo, a partir do conjunto de quadros que lhe foi designado, conforme publicado no sítio da disciplina. Você deve entregar apenas uma síntese dos resultados experimentais, que será corrigido e devolvido, de modo a garantir uma base adequada para o relatório final.

O relatório deve conter os itens relacionados abaixo e ser entregue até a data marcada.

1) Identificação

Escreva os nomes dos integrantes da equipe e a identificação do conjunto de dados que analisou.

2) Dados obtidos

Apresente uma tabela dos dados de posição da moeda em função do tempo (t_i , x_i , y_i) e. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com o número de algarismos significativos adequado.

3) Análise dos dados

Apresente os gráficos de v_x , v_y e $|\vec{F}_{at}|$ em função do tempo deduzidos dos dados experimentais. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com o número de algarismos significativos adequado.

4) Discussão e conclusão

Responda às seguintes questões:

- Qual a trajetória descrita pela moeda ao longo do movimento sobre o plano inclinado?
- Que grandezas são importantes na determinação da trajetória da moeda? Há alguma grandeza que, se for modificada, altera totalmente a aparência da trajetória?
- Quais são as forças atuantes na moeda ao longo do movimento? Invente uma forma de fazer o diagrama de corpo livre da moeda sobre o plano, que permita entender como é a força de atrito em vários pontos da trajetória descrita pela moeda.
- Analisando as forças atuantes sobre a moeda, existe alguma grandeza que se mantém constante ao longo do movimento? Há alguma grandeza variável? Qual seria ela e que condições contribuíram para que ela não fosse constante?

Roteiro do Experimento “Força de atrito variável” – parte 2

Agosto de 2015

A) Introdução

Na 1ª etapa de análise, determinamos as grandezas cinemáticas do movimento da moeda, bem como a força de atrito em diversos pontos da trajetória. Agora, vamos analisar esse resultado a fim de propor um modelo para a moeda em movimento sobre o plano. Atribuindo valores aos parâmetros desse modelo, calcularemos a trajetória da moeda e verificaremos se conseguimos prever o movimento de uma moeda (de verdade) em um plano inclinado (real).

B) Procedimento de análise

Na 1ª parte do experimento, nos itens B1 a B9 do roteiro anterior, você determinou as componentes da força de atrito nas direções Ox e Oy do sistema de referência usado para localizar a moeda no plano. As leis empíricas do atrito de contato aplicadas à moeda em movimento indicam que a força de atrito tem módulo

$$|\vec{F}_{at}| = \sqrt{F_{at,x}^2 + F_{at,y}^2} = \mu_c mg \operatorname{sen} \alpha \quad (10)$$

a mesma direção da velocidade e sentido contrário ao deslocamento,

$$F_{at,x}\vec{i} + F_{at,y}\vec{j} = c \frac{(v_x\vec{i} + v_y\vec{j})}{v}, \quad \text{com } c < 0 \quad (11)$$

Nesta 2ª parte, retomamos a análise do ponto que paramos com a verificação da compatibilidade (ou não) dos dados com essas relações.

B10. Copie para as colunas de uma nova planilha os valores das componentes da força de atrito e da velocidade, de modo que em uma mesma linha todas essas grandezas se refiram ao mesmo instante. Determine, para cada instante, o módulo da força de atrito. Determine também as razões $c_x = \frac{F_{at,x}}{v_x/v}$ e $c_y = \frac{F_{at,y}}{v_y/v}$, exceto nos pontos em que v_x ou v_y é pequeno, menor que 3 desvios-padrões (é muito importante eliminar esses pontos, uma vez que o quociente será muito elevado e vai distorcer a análise seguinte). Calcule os valores médios e os desvios-padrões das amostras (sem dividir pela raiz quadrada do número de dados) do módulo da força de atrito, de c_x e de c_y .

B11. Teste a hipótese: **força de atrito constante**. Para isso, faça um gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo e desenhe nesse gráfico uma reta paralela ao eixo do tempo no valor médio da força. Normalmente, você deve encontrar cerca de 68% dos valores a menos de um desvio-padrão da reta desenhada, 95% a menos de dois desvios e nenhum a mais de 3 desvios, o que nos habilita a adotar a equação (10). Encontre uma boa estimativa do coeficiente de atrito cinético a partir do valor médio da força de atrito e seu desvio-padrão da média e dos valores conhecidos de m , g e α .

B12. Teste a hipótese: **força de atrito oposta à velocidade**. O fato de que tanto c_x quanto c_y são negativos deve saltar à vista, o que é o primeiro passo nesse teste. Proceda com c_x e c_y da mesma maneira que com a força de atrito no item B11. Aplique o teste z para verificar se a hipótese $c_x = c_y$ não é rejeitada.

B13. Os resultados das comparações dos itens B11 e B12 permitem adotar o modelo de que o atrito se comporta conforme as leis empíricas expressas nas relações (10) e (11). Monte, então, o diagrama de corpo livre da moeda no plano e integre numericamente a equação de movimento (o método está detalhado no Apêndice D, logo abaixo neste documento), usando como estimativas iniciais o valor experimental da velocidade inicial e o coeficiente de atrito cinético médio calculado no item B11.

B14. Compare as posições calculadas por integração numérica com as que você leu nas imagens. A fim de facilitar a comparação, sobreponha em um mesmo gráfico os dados experimentais e os resultados calculados. Caso o cálculo tenha dado uma trajetória um pouco deslocada, mude ligeiramente (dentro de um ou dois desvios-padrões) um dos parâmetros μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} ou v_{0y} e recalcule a planilha (se você implementou corretamente todas as fórmulas, basta mudar o valor na célula do parâmetro e pressionar *enter*). Comece por tentar encontrar os melhores valores de v_{0x} e v_{0y} , depois procure ajustar μ_c e só mexa em x_0 e y_0 quando entender o efeito de mudar os outros parâmetros. Normalmente, depois de muitas tentativas que não tomarão mais que alguns minutos, você deve encontrar um conjunto de valores desses parâmetros que dá uma trajetória bastante compatível com a experimental, embora dificilmente o ajuste será perfeito.

C) Procedimento de elaboração do relatório

Entregue um relatório com os seguintes itens:

C1. *Introdução*: apresente uma introdução resumida contendo o objetivo do experimento.

C2. *Descrição do experimento*: descreva, com suas próprias palavras, o arranjo experimental de forma sucinta; mencione os principais dispositivos e componentes usados assim como suas características.

C3. *Análise de dados e resultados obtidos*: Apresente os resultados numéricos e o gráfico dos itens B10 e B11. Apresente um gráfico com a trajetória real da moeda, a calculada na primeira tentativa (com os valores experimentais de μ_c , v_{0x} e v_{0y}) e o cálculo final, junto com os melhores valores de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} que você encontrou. Não inclua os dados brutos nem os extraídos da análise inicial do conjunto de fotos, uma vez que já estavam no primeiro relatório.

C4. *Discussão*. Aqui, discuta a validade das fórmulas (10) e (11), à luz dos resultados relatados no item anterior. Aponte eventuais discrepâncias entre a trajetória real e a calculada e sugira possíveis causas para as diferenças observadas. Comente se os valores ajustados de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} são compatíveis com os valores medidos e, caso encontre discrepâncias, sugira as razões para isso.

C5. *Conclusão*: volte para a introdução e atente para o objetivo do experimento. Escreva a conclusão se perguntando: “a experiência conseguiu atendê-lo? Por quê?”

C6. *Avaliação* (não vale nota, mas será muito útil para o professor).

- No relatório da 1ª parte da experiência, você respondeu quatro questões, numeradas i a iv, quando escreveu a conclusão. Em relação a elas, quais você compreende melhor agora e quais já estavam resolvidas antes do experimento?
- Que dúvidas você ainda tem sobre o fenômeno e sua relação com a teoria?
- Este experimento serve para contextualizar o que estamos estudando?
- Como o experimento poderia ser melhorado?

D) Apêndice: Método numérico de determinação das equações horárias

Na figura 1 abaixo, está um esboço do sistema. A força de atrito na moeda é oposta à direção da velocidade da mesma ao longo do movimento, assim:

$$\vec{F}_{at} = \mu_c N \left(\frac{-\vec{v}}{|\vec{v}|} \right) \quad (12)$$

onde μ_c corresponde ao coeficiente de atrito dinâmico, N ao módulo da força normal que atua na moeda e \vec{v} , a velocidade da moeda.

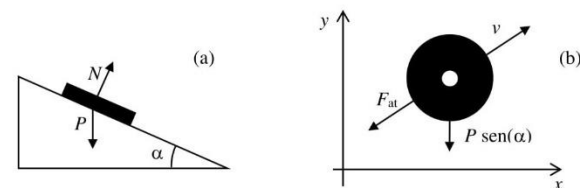


Figura 1. Esboço da moeda sobre o plano inclinado, (a) visto de lado e (b) projeção no plano do movimento. Os módulos das forças peso, normal e de atrito estão simbolizados por P , N e F_{at} , respectivamente; v é a velocidade da moeda e α , a inclinação do plano.

Na direção horizontal, a única força que atua na moeda é uma componente da força de atrito. Já na direção Oy (que acompanha o plano inclinado e, portanto, não é a vertical), atuam componentes da força de atrito e do peso. A força resultante na moeda é:

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} = \left(-\frac{v_x \mu_c m g \cos \alpha}{\sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}} \right) \vec{i} + \left(-\frac{v_y \mu_c m g \cos \alpha}{\sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}} - m g \sin \alpha \right) \vec{j} \quad (13)$$

em que α corresponde ao ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal, g a aceleração da gravidade, m a massa da moeda, v_x e v_y as velocidades nas direções horizontal e Oy , respectivamente.

Separando as projeções nas direções \vec{i} e \vec{j} , obtemos,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\mu_c g v_x \cos \alpha}{\sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}} \quad (14)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\mu_c g v_y \cos \alpha}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - g \sin \alpha \quad (15)$$

A velocidade da moeda em cada instante pode ser obtida pela solução destas equações diferenciais acopladas e não-lineares, que só podem ser resolvidas numericamente. Para isso, vamos tomar pequenos intervalos de tempo tais que, durante cada intervalo, a velocidade seja aproximadamente constante e igual à velocidade no instante em que começa o intervalo, mas a velocidade no intervalo seguinte será diferente, de acordo com a aceleração calculada com o valor conhecido da velocidade. Na página “Guias” do site de experimentos você encontra o “Roteiro de integração numérica”, que dá um exemplo de aplicação desse método em um movimento unidimensional e que explica com mais detalhes o procedimento adotado.

O método funciona assim. A partir das posições e velocidades em um instante $t = t_n$ e tomando um intervalo de tempo Δt igual ao intervalo entre quadros sucessivos (a fim de que seja pequeno, uma vez que a aproximação será tanto melhor quanto menor for o intervalo), calculamos, para um instante de tempo t_{n+1} posterior

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t \quad (16)$$

as novas posições

$$x_{n+1} = x_n + v_{x(n)} \Delta t \quad (17)$$

$$y_{n+1} = y_n + v_{y(n)} \Delta t \quad (18)$$

e as novas velocidades,

$$v_{x(n+1)} = v_{x(n)} + \left(-\frac{\mu_c g v_{x(n)} \cos \alpha}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} \right) \Delta t \quad (19)$$

$$v_{y(n+1)} = v_{y(n)} + \left(-\frac{\mu_c g v_{y(n)} \cos \alpha}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} - g \sin \alpha \right) \Delta t \quad (20)$$

Começamos o processo com os valores de posição e velocidade correspondentes ao primeiro valor de tempo médio da planilha de dados experimentais, já que este corresponde ao primeiro instante em que conhecemos a velocidade instantânea do corpo. As novas posições obtidas das equações (17) e (18) e as novas velocidades, equações (19) e (20), podem ser inseridas no membro *direito* dessas equações, a fim de obter posição e velocidade no instante subsequente; esse processo pode ser repetido indefinidamente.

Anexo C. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____,
estudante da disciplina Complementos de Mecânica Clássica (4300458) – do curso de
Física Licenciatura do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, oferecida no 2º
semestre letivo de ____ e ministrada pelo Prof. Dr. _____ – declaro:

1. que concordo em colaborar voluntariamente com o estudo cujo pesquisador responsável é Marcos de Lima Leite, aluno de mestrado do Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências da Universidade de São Paulo, sob orientação da Profª. Dra. Nora Lia Maidana;
2. que estou ciente de que minha participação envolverá: (i) o fornecimento de respostas a questionários e *eventuais* entrevistas e (ii) a realização das atividades experimentais propostas nesta disciplina;
3. que compreendo a finalidade deste estudo como sendo a de pesquisa acadêmica, que os dados dele obtidos poderão ser eventualmente divulgados e que na ocasião de sua publicação, esta se configurará como totalmente anônima, seguindo as diretrizes éticas da pesquisa e assegurando minha privacidade;
4. que posso vir a abrir mão de minha participação posteriormente à assinatura do presente termo, e que nesse caso, entrarei em contato com o responsável supracitado através do e-mail *marcos.lima.leite@usp.br*, a fim de renunciar à minha colaboração.

Assinatura: _____

São Paulo, ____ de _____ de _____.

Anexo D. Enquete Final (1ª intervenção/2015)

Enquete Final

Experimento Virtual de Força de Atrito Variável (2015)

Se necessário, marque mais de uma opção para cada questão.

Questão 1. Sobre o experimento virtual, você o acha:

- a) coerente com a matéria dada em sala de aula
- b) deslocado do conteúdo visto em classe
- c) nivelado abaixo do que se poderia esperar
- d) complementar ao conteúdo visto em sala de aula
- e) nivelado acima do que se poderia esperar

Questão 2. O que você pode dizer da qualidade dos dados obtidos no Laboratório Virtual?

- a) não têm a mesma precisão que as medidas realizadas num laboratório real
- b) são mais precisos que as medidas de um laboratório tradicional
- c) são mais fáceis de serem obtidos a partir de quadros congelados no tempo
- d) a leitura de posições pelo quadro dificulta a coleta de dados
- e) as posições lidas nos quadros são tão boas quanto aquelas obtidas em um laboratório tradicional

Questão 3. Sobre os instantes de tempo obtidos a partir dos quadros, você acredita que:

- a) não são precisos
- b) não são confiáveis
- c) são bastante precisos
- d) são equivalentes ao tempo medido com um cronômetro

Questão 4. Você acredita que através do quadro fornecido, você está realizando uma medida?

- a) sim
- b) não
- c) em partes, pois a leitura feita manualmente com o próprio instrumento é mais confiável
- d) são parecidas mas não são a mesma coisa

Questão 5. Que grandezas físicas podem ser obtidas a partir da leitura direta do quadro?

- a) posição angular
- b) tempo
- c) posição linear e tempo
- d) posição angular e tempo
- e) velocidade e tempo

Questão 6. Em que situações você consideraria que um experimento virtual é viável?

- a) quando ele contextualiza a teoria e mostra/demonstra na prática o que teoricamente é apresentado em sala
- b) quando ele aplica a teoria e verifica quantitativamente se modelos teóricos podem ser aplicados na prática
- c) quando são abordados experimentos que não podem ser realizados em um laboratório tradicional
- d) quando é proposto em conjunto com laboratórios tradicionais
- e) nunca

Questão 7. Antes de realizar o experimento, como você pensava que seria a trajetória descrita pela moeda ao longo do movimento sobre o plano inclinado?

- a) Circunferência
- b) Elipse
- c) Parábola
- d) Meia parábola
- e) Meia parábola combinada a um movimento vertical no plano inclinado
- f) Não pensei no assunto antes de realizar o experimento
- g) Não cheguei a conclusão nenhuma

Questão 8. Que grandezas você acredita que são importantes para medir a trajetória da moeda?

- a) Velocidade inicial e tempo
- b) Posições horizontais e tempo
- c) Posições verticais e tempo
- d) Posições horizontais, e verticais e tempo
- e) Posições horizontais e verticais

Questão 9. Que grandeza(s) pode(m) alterar a aparência da trajetória?

- a) Ângulo de inclinação do plano
- b) Posições iniciais
- c) Vetor velocidade inicial
- d) Instante inicial
- e) Coeficiente de atrito

Questão 10. Que grandeza física varia ao longo do movimento e de que maneira ocorre essa variação?

- a) módulo da velocidade sempre diminuindo
- b) módulo da velocidade sempre aumentando
- c) módulo da velocidade inicialmente diminuindo e depois aumentando
- d) módulo da velocidade inicialmente aumentando e depois diminuindo
- e) módulo da força de atrito e coeficiente de atrito μ oscilando em torno de valor constante
- f) módulo da força de atrito e coeficiente de atrito μ sempre diminuindo
- g) módulo da força de atrito e coeficiente de atrito μ sempre aumentando
- h) força de atrito e velocidade mudando de direção e sentido juntos
- i) força de atrito e velocidade mudando de direção e sentido independentemente um do outro

Anexo E. Roteiros Adaptados e Apêndices (2ª intervenção/2016)

Experimentos Virtuais de Mecânica
Instituto de Física – Universidade de São Paulo

Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte I

A) Introdução ao experimento

Filmamos o movimento de uma moeda de metal sobre a superfície de um plano inclinado, que está revestido por um papel quadriculado. De uma posição parada, ela é lançada obliquamente e percorre um caminho, que pode ser determinado quantitativamente com o auxílio das quadriculas do papel. O experimento consiste em acompanhar o deslocamento da moeda por meio das posições medidas nas imagens selecionadas do filme. O objetivo da análise é destrinchar esse problema de mecânica, em que a força sobre o corpo é variável, de forma a explicar as características do movimento. Para isso, determinaremos as grandezas que influenciam na aparência da trajetória e confrontaremos a medida com a previsão da mecânica a partir da condição inicial de lançamento e das grandezas dinâmicas envolvidas.

B) Procedimento de análise

B1. Reflita sobre como deve ser o movimento descrito pela moeda ao longo de um plano inclinado, conforme se varia o ângulo de inclinação do plano, o ângulo de lançamento da moeda e o coeficiente de atrito entre ambos. Como o filme é de um arranjo real, o atrito entre a moeda e o plano não pode ser ignorado. Procure elaborar um raciocínio baseado nas leis de Newton e nas leis empíricas do atrito de contato.

B2. Assista atentamente aos filmes disponibilizados, observando se o movimento ocorreu segundo sua previsão.

B3. Escolha um referencial xOy para ler as duas coordenadas que definem a posição da moeda a cada instante. É prático usar as duas linhas grossas perpendiculares que se cruzam próximas ao ponto onde se inicia o movimento. O papel está dividido em quadrados grandes, limitados por linhas grossas a cada 1 cm, e por quadrados pequenos, limitados por linhas mais finas a cada 0,2 cm. No resto do texto, x identifica a coordenada horizontal e y a do outro eixo, portanto perpendicular a Ox e sobre o plano, com Ox orientado para a direita da imagem e Oy , para cima. A partir do conjunto de quadros, monte uma tabela com três colunas: o tempo t_i , a posição horizontal $x(t_i)$ e a posição vertical $y(t_i)$ para cada imagem i da situação a ser analisada, ou seja, $i = 1$ indica que se trata da primeira imagem, $i = 2$ que se trata da segunda imagem, e assim sucessivamente. Note que $x(t_i)$ significa a posição horizontal da moeda no instante t_i e não o produto da posição pelo instante de tempo. Adote a metade da menor dimensão que conseguir medir como desvio padrão da medida da posição. Ignore a incerteza no tempo.

B4. Determine o ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal, θ , a partir da imagem do link da linha “Inclinação do Plano” correspondente à situação que lhe foi designada (θ_A , θ_B , ou θ_C). Pode valer a pena comparar as três imagens para entender como se deduz θ a partir do valor observado no inclinômetro.

B5. Com a tabela do item B3, calcule as velocidades médias nas direções Ox e Oy no intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$, dadas por:

$$\bar{v}_x[t_{i-1}; t_{i+1}] = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (1)$$

$$\bar{v}_y[t_{i-1}; t_{i+1}] = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (2)$$

em que \bar{v} simboliza a velocidade média linear.

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

Experimentos Virtuais de Mecânica
Instituto de Física – Universidade de São Paulo

B6. Adotaremos a seguinte aproximação:

$$\bar{v}_{x[t_{i-1}; t_{i+1}]} \cong v_x(\bar{t}_i) \quad (3)$$

$$\bar{v}_{y[t_{i-1}; t_{i+1}]} \cong v_y(\bar{t}_i) \quad (4)$$

em que $v(\bar{t}_i)$ corresponde à velocidade instantânea linear no instante médio \bar{t}_i , dado por:

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_{i+1}}{2} \quad (5)$$

que é muito boa porque o intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ é pequeno.

B7. Construa a tabela com os valores de \bar{t}_i , $v_x(\bar{t}_i)$ e $v_y(\bar{t}_i)$, calculados a partir da tabela de t_i , $x(t_i)$ e $y(t_i)$ conforme as equações (3,4,5), juntamente com as suas respectivas incertezas. Note que a incerteza no instante médio deve ser ignorada, uma vez que ignoramos a incerteza nos tempos t_i .

B8. Determine as componentes F_x e F_y da força resultante F_R :

$$\vec{F}_R = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad (6)$$

Para isso, calcule as acelerações médias, usando fórmulas análogas às das Equações 1, 2, 3, 4 e 5, substituindo $x(t_i)$ e $y(t_i)$ por $v_x(\bar{t}_i)$ e $v_y(\bar{t}_i)$, respectivamente. Lembrando da 2ª Lei de Newton, multiplique as acelerações em cada direção pela massa da moeda para obter as respectivas componentes da força resultante.

B9. Determine a força de atrito. Como

$$\vec{F}_R = \vec{f}_{at} + \vec{N} + \vec{P} \quad (7)$$

temos que:

$$f_{at,x} = F_x \quad (8)$$

e

$$f_{at,y} = F_y + mg \sen \theta \quad (9)$$

Na equação (9), o sinal de $mg \sen \theta$ decorre da escolha da orientação dos eixos coordenados, feita no item B3. Se você adotou outra orientação, pode obter um sinal diferente.

Ao determinar os desvios-padrões, ignore a incerteza em θ .

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

C) Procedimento de elaboração da síntese

Nesta etapa de análise do experimento virtual sobre movimento com força de atrito variável, você deve determinar o gráfico de velocidade da moeda em função do tempo e do módulo da força de atrito em função do tempo, a partir do conjunto de quadros que lhe foi designado. Você deve entregar apenas uma síntese dos resultados experimentais, que será corrigida e devolvida, de modo a garantir uma base adequada para o relatório final. A síntese deve conter os itens relacionados a seguir:

C1. Identificação, com os nomes dos integrantes da equipe, a turma e a identificação da situação do conjunto de dados analisado.

C2. Dados obtidos, apresentando uma tabela dos dados de posição da moeda em função do tempo: t_i , $x(t_i)$ e $y(t_i)$, para todos os quadros da situação que lhe foi designada. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com o número adequado de algarismos significativos.

C3. Análise dos dados, apresentando os gráficos de v_x , v_y e $|\vec{F}_{at}|$ em função do tempo, deduzidos dos dados experimentais. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com o número adequado de algarismos significativos. Não se esqueça de incluir nos gráficos as barras de incerteza relativas à velocidade e à força de atrito.

C4. Discussão e conclusão, procurando responder às seguintes questões, com suas próprias palavras e ideias (vale nota seu envolvimento com as questões – explicação dos como e porquês – e não se você encontrou as respostas mais corretas e convenientes no âmbito da teoria formal da mecânica):

- Qual a trajetória descrita pela moeda ao longo do movimento sobre o plano inclinado?
- Que grandezas são importantes na determinação da trajetória da moeda? Há alguma grandeza que, se for modificada, altera totalmente a aparência da trajetória?
- Quais são as forças atuantes na moeda ao longo do movimento? Invente uma forma de fazer o diagrama de corpo livre da moeda sobre o plano, que permita entender como é a força de atrito em vários pontos da trajetória descrita pela moeda.
- Analisando as forças atuantes sobre a moeda, existe alguma grandeza que se mantenha constante ao longo do movimento? Há alguma grandeza variável? Qual seria ela (ou quais seriam elas) e que condições contribuíram para que ela(s) não fosse(m) constante(s)?

Apêndice ao Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável”

Entendendo os sinais na Equação de Movimento

Na discussão a seguir, o referencial xOy escolhido para ler as duas coordenadas que definem a posição da moeda a cada instante tem os eixos coincidindo com as duas linhas grossas perpendiculares que se cruzam próximas ao ponto onde se inicia o movimento. x identifica a coordenada horizontal e y , a do outro eixo, portanto perpendicular a Ox e sobre o plano, com Ox orientado para a direita da imagem e Oy , para cima.

Na direção x , o movimento é sempre progressivo, com exceção de algumas situações, em que ele é progressivo até a moeda parar o deslocamento nesta direção. Já na direção y , o movimento é progressivo no início e retrógrado no final, com uma inversão de sentido dentro do intervalo de tempo considerado. A figura 1 abaixo mostra o diagrama de forças em uma vista lateral do plano inclinado.

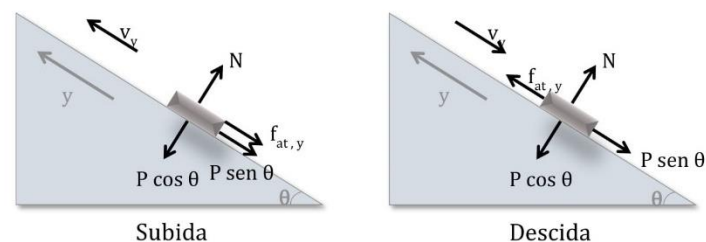


Figura 1. Diagrama de forças sobre a moeda, em que P é o módulo do peso, N o módulo da força normal, e $f_{at,y}$, o módulo da componente y da força de atrito. Vista lateral.

Uma vez que a moeda se movimenta apenas na superfície do plano inclinado, existe equilíbrio de forças na direção perpendicular ao plano, ou seja, $N = P \cos \theta$ ao longo de todo o movimento. O diagrama de forças, em uma vista superior do plano do movimento, está na figura 2 abaixo.

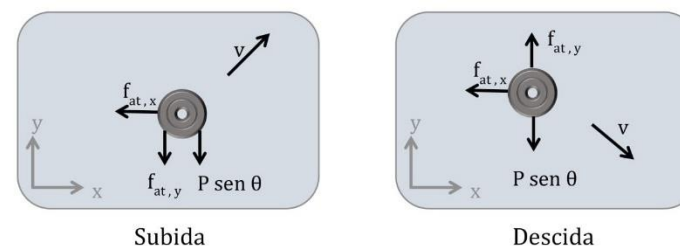


Figura 2. Mesmo que a figura 1, em uma vista superior. $f_{at,x}$, é o módulo da componente x da força de atrito.

Aqui, precisamos adotar com cuidado a regra geral de atribuição dos sinais na equação de movimento: devemos **impor** a cada **dado** o sinal adequado para que ele corresponda à situação física desejado. Feito isso, as grandezas deduzidas saem com os sinais corretos por consequência das propriedades algébricas das equações, sempre respeitadas pelas leis da física.

Fazendo as projeções nas direções x e y da equação de movimento na forma vetorial, $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$, obtemos:

$$\begin{cases} F_x = m \cdot a_x \\ F_y = m \cdot a_y \end{cases}$$

A partir da figura 2, vemos que o peso (um dado do problema), com a orientação escolhida para o eixo y , aponta no **sentido contrário** ao eixo. Assim

$$F_y = f_{at,y} - mg \operatorname{sen} \theta$$

uma vez que $m > 0$ e $g > 0$, de acordo com a convenção habitual de representar pela letra g o **módulo** da aceleração da gravidade.

Já em relação ao sinal da força de atrito, usamos as leis empíricas do atrito de contato. Essas leis informam que ela tem módulo igual a $\mu |\vec{N}|$, em que $|\vec{N}|$ é o módulo da força normal e μ é a constante de atrito cinético, mesma direção que a velocidade, mas sentido oposto – ou seja, cada uma das componentes do atrito tem sinal oposto ao da componente correspondente da velocidade. Assim, esses sinais não são postos a mão, mas são deduzidos da velocidade a cada instante.

Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte II

A) Introdução ao experimento

Na Parte I do experimento, determinamos as grandezas cinemáticas relativas ao movimento da moeda, bem como a força de atrito em diversos pontos da trajetória. Agora, vamos analisar esse resultado a fim de propor um modelo para o movimento da moeda sobre o plano. Atribuindo valores aos parâmetros desse modelo, calcularemos a trajetória da moeda e verificaremos se conseguimos prever o movimento de uma moeda (de verdade) em um plano inclinado (real).

B) Procedimento de análise

Nos itens B8 e B9 da Parte I, você determinou as componentes da força de atrito nas direções x e y do sistema de referência usado para localizar a moeda no plano. As leis empíricas do atrito de contato aplicadas à moeda *em movimento* nos indicam as características vetoriais da força de atrito: ela tem módulo

$$|\vec{F}_{at}| = \mu_c N \Rightarrow \sqrt{F_{at,x}^2 + F_{at,y}^2} = \mu_c mg \cos \alpha, \quad (10)$$

a mesma direção da velocidade, com sentido *contrário* ao deslocamento. A maneira de dar o sentido e direção da força de atrito é determinar o versor da direção do vetor velocidade, \vec{v}/v , em que $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, de modo que $\vec{F}_{at} = c \frac{\vec{v}}{v}$. A fim de lidar com as duas componentes da força de atrito que medimos, separamos as componentes de \vec{v} :

$$\vec{F}_{at} = c \frac{\vec{v}}{v} \Rightarrow F_{at,x} \vec{i} + F_{at,y} \vec{j} = c \frac{(v_x \vec{i} + v_y \vec{j})}{v}, \quad \text{com } c < 0 \quad (11)$$

B10. Copie para as colunas de uma nova planilha os valores das componentes da velocidade e da força de atrito, de modo que em uma mesma linha todas essas grandezas se refiram ao mesmo instante médio. Determine, para cada instante, os módulos da velocidade e da força de atrito. Determine também as razões $c_x = \frac{F_{at,x}}{v_x/v}$ e $c_y = \frac{F_{at,y}}{v_y/v}$, exceto nos pontos em que v_x ou v_y é pequeno, menor que 3 desvios-padrões (é muito importante eliminar esses pontos, uma vez que o quociente será muito elevado e vai distorcer a análise seguinte). Calcule os valores médios e os desvios-padrões das *amostras* (sem dividir pela raiz quadrada do número de dados) do módulo da força de atrito, de c_x e de c_y .

B11. Teste a hipótese: **força de atrito constante**. Para isso, faça um gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo e desenhe nesse gráfico uma reta paralela ao eixo do tempo no valor médio da força. Normalmente, você deve encontrar cerca de 68% dos valores a menos de um desvio-padrão da reta desenhada, 95% a menos de dois desvios e nenhum a mais de 3 desvios, o que nos habilita a adotar a equação (10). Encontre uma boa estimativa do coeficiente de atrito cinético a partir do valor médio da força de atrito e seu desvio-padrão da *média* e dos valores conhecidos de m , g e α .

B12. Teste a hipótese: **força de atrito oposta à velocidade**. O fato de que tanto c_x quanto c_y são negativos deve saltar à vista, o que é o primeiro passo nesse teste. Proceda com c_x e c_y da mesma maneira que com a força de atrito no item B11. Aplique o teste z para verificar se a hipótese $c_x = c_y$ não é rejeitada.

B13. Os resultados das comparações dos itens B11 e B12 permitem adotar o modelo de que o atrito se comporta conforme as leis empíricas expressas nas relações (10) e (11). Monte, então, o diagrama de corpo livre da moeda no plano e integre numericamente a equação de movimento (o método está detalhado no Apêndice), usando como estimativas iniciais o valor experimental da velocidade inicial e o coeficiente de atrito cinético médio calculado no item B11.

B14. Compare as posições calculadas por integração numérica com as que você leu nas imagens. A fim de facilitar a comparação, sobreponha em um mesmo gráfico os dados experimentais e os resultados calculados. Caso o cálculo tenha dado uma trajetória um pouco deslocada, mude ligeiramente (dentro de um ou dois desvios-padrões) um dos parâmetros μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} ou v_{0y} e recalcule a planilha (se você implementou corretamente todas as fórmulas, basta mudar o valor na célula do parâmetro e pressionar *enter*). Comece por tentar encontrar os melhores valores de v_{0x} ou v_{0y} depois procure ajustar μ_c e só mexa em x_0 e y_0 quando entender o efeito de mudar os outros parâmetros. Normalmente, depois de muitas tentativas que não tomarão mais que alguns minutos, você deve encontrar um conjunto de valores desses parâmetros que dá uma trajetória bastante compatível com a experimental, embora dificilmente o ajuste será perfeito.

C) Procedimento de elaboração do relatório

Entregue um relatório com os seguintes itens:

C1. Introdução: apresente uma introdução resumida contendo o objetivo do experimento.

C2. Descrição do experimento: descreva, com suas próprias palavras, o arranjo experimental de forma sucinta; mencione os principais dispositivos e componentes usados assim como suas características.

C3. Análise de dados e resultados obtidos: Apresente os resultados numéricos em tabelas e gráficos dos itens B10, B11 e B12. Apresente um gráfico com a trajetória real da moeda, a calculada na primeira tentativa (com os valores experimentais de μ_c , v_{0x} e v_{0y}) e o cálculo final, junto com os melhores valores de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} que você encontrou. Não inclua os dados brutos nem os extraídos da análise inicial do conjunto de fotos, uma vez que já estavam no primeiro relatório.

C4. Discussão. Aqui, discuta a validade das fórmulas (10) e (11), à luz dos resultados relatados no item anterior. Aponte eventuais discrepâncias entre a trajetória real e a calculada e sugira possíveis causas para as diferenças observadas. Comente se os valores ajustados de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} são compatíveis com os valores medidos e, caso encontre discrepâncias, sugira as razões para isso.

C5. Conclusão: volte para a introdução e atente para o objetivo do experimento. Escreva a conclusão se perguntando: “a experiência conseguiu atendê-lo? Por quê?”

C6. Avaliação (não vale nota, mas será muito útil para o professor).

- Na síntese da 1ª parte da experiência, você respondeu quatro questões, de i a iv, quando escreveu a conclusão. Quais delas você compreende melhor agora e quais já estavam resolvidas antes do experimento?
- Que dúvidas você ainda tem sobre o fenômeno e sua relação com a teoria?
- Este experimento serve para contextualizar o que estamos estudando?
- Como o experimento poderia ser melhorado?

Apêndice ao Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte II

Entendendo os testes de hipóteses

Os testes de hipóteses propostos nos itens B11 e B12 do roteiro da Parte II têm a função de verificar se os dados experimentais obtidos das situações filmadas estão de acordo com as leis empíricas do atrito de contato. Essas leis empíricas definem, dentre outras propriedades, as características vetoriais (módulo, direção e sentido) da força de atrito. Caso os dados experimentais validem essas leis, é possível valer-se delas para propor um modelo teórico que explique o movimento da moeda ao longo do plano inclinado, ou seja, um conjunto de equações de movimento que permita prever a trajetória da moeda a partir de parâmetros do sistema e das condições iniciais do lançamento, que são:

- a massa m da moeda;
- o coeficiente de atrito μ_c entre a moeda e a superfície do plano;
- o ângulo α de inclinação do plano com a horizontal;
- as posições iniciais x_0 e y_0 da moeda;
- as componentes v_{0x} e v_{0y} da velocidade inicial da moeda.

Com relação ao módulo $|\vec{f}_{at}|$ da força de atrito (neste caso, atrito cinético), as leis empíricas definem que ele é constante e proporcional ao módulo da força normal, N ,

$$|\vec{f}_{at}| = \mu_c N \quad (1)$$

em que a constante de proporcionalidade μ_c é o *coeficiente de atrito cinético*.

A partir das componentes da força de atrito para cada instante, calcula-se o seu módulo:

$$|\vec{f}_{at}| = \sqrt{f_{at,x}^2 + f_{at,y}^2} \quad (2)$$

A partir da condição de equilíbrio de forças na direção perpendicular ao plano do movimento, deduz-se que:

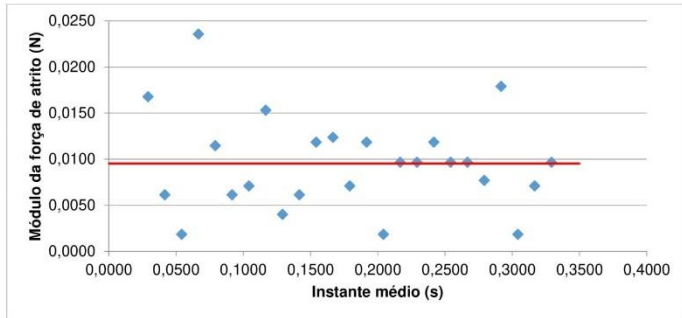
$$N = mg \cos \alpha \quad (3)$$

em que g é a aceleração da gravidade. Substituindo (2) e (3) em (1):

$$\sqrt{f_{at,x}^2 + f_{at,y}^2} = \mu_c mg \cos \alpha \quad (4)$$

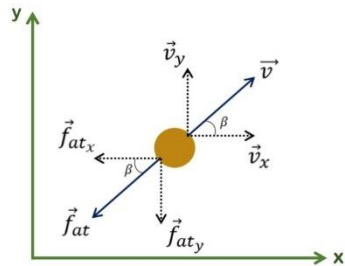
Nesta relação, o único dado do qual não se dispõe diretamente no experimento é o coeficiente de atrito. Se a força de atrito for realmente constante, pode-se usar esta equação para estimar o coeficiente de atrito entre a moeda e a superfície do plano inclinado, que é um dos parâmetros do modelo teórico. Logo, torna-se necessário verificar a constância da força de atrito ao longo da trajetória da moeda.

Os valores do módulo da força de atrito ao longo do tempo, calculados com a Equação (2), permitem analisar se ela permaneceu constante, dentro da flutuação estatística dos dados. O gráfico a seguir apresenta esses valores obtidos para uma das situações, apenas a caráter de exemplo. O valor médio de conjunto de dados é $\langle f_{at} \rangle = 0,0095$ N e o desvio padrão da distribuição é $\sigma = 0,0052$ N.



A flutuação dos dados em torno do valor médio será compatível com o fato da a grandeza ser constante desde que os pontos estejam todos contidos no intervalo entre $\langle f_{at} \rangle - 3\sigma$ e $\langle f_{at} \rangle + 3\sigma$, aproximadamente. Ou seja, a distribuição refletirá que a força de atrito tem módulo constante se todos os pontos forem tais que $-0,0061 \text{ N} < f_{at} < 0,0251 \text{ N}$. Observando os pontos do gráfico de exemplo, isto claramente ocorre (não há valores negativos para a força de atrito, bem como o maior valor observado é menor que 0,0250 N). Assim, pode-se utilizar o valor médio do módulo da força de atrito para se estimar, a partir da Equação (4), o coeficiente de atrito entre a moeda e a superfície do plano.

As leis empíricas estabelecem também que a força de atrito tem a mesma direção da velocidade, porém sentido contrário a ela. Em outras palavras, os vetores força de atrito e velocidade são sempre anti-paralelos. Uma forma de comprovar esta propriedade é fazer a hipótese de que os ângulos dos vetores força de atrito e velocidade com a direção horizontal são os mesmos a cada instante e verificar se os dados dão suporte a essa hipótese. No diagrama abaixo, que ilustra a situação, o ângulo dos vetores com a horizontal é chamado de β .



Chamando de f_{at} o módulo da força de atrito, podemos decompor os vetores velocidade e força de atrito:

$$\begin{cases} v_x = v \cos \beta \\ v_y = v \sin \beta \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} f_{at,x} = -f_{at} \cos \beta \\ f_{at,y} = -f_{at} \sin \beta \end{cases} \quad (5)$$

Isolando o seno e o cosseno de β :

$$\begin{cases} \cos \beta = \frac{v_x}{v} \\ \sin \beta = \frac{v_y}{v} \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} \cos \beta = -\frac{f_{at,x}}{f_{at}} \\ \sin \beta = -\frac{f_{at,y}}{f_{at}} \end{cases} \quad (6)$$

Uma vez tendo verificado a constância de f_{at} , teremos, destas relações:

$$\begin{cases} \frac{v_x}{v} = -\frac{f_{at,x}}{f_{at}} \\ \frac{v_y}{v} = -\frac{f_{at,y}}{f_{at}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -f_{at} = \frac{f_{at,x}}{v_x/v} \\ -f_{at} = \frac{f_{at,y}}{v_y/v} \end{cases} \Rightarrow \frac{f_{at,x}}{v_x/v} = \frac{f_{at,y}}{v_y/v} \Rightarrow c_x = c_y \quad (7)$$

ou seja, se as constantes c_x e c_y forem compatíveis entre si, a proposição inicial – de que os vetores força de atrito e velocidade são anti-paralelos – não pode ser rejeitada e podemos continuar usando-a no modelo. Assim, uma vez bem definida a força de atrito, em módulo, direção e sentido, elaboramos a equação de movimento da moeda, que nos possibilitará prever a trajetória dela ao longo da superfície do plano inclinado.

Método numérico de determinação das equações horárias

A maneira de impor que a condição de que a força de atrito na moeda seja oposta à sua velocidade \vec{v} é relacioná-las por meio da equação

$$\vec{f}_{at} = \mu_c N \left(-\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \right) \quad (8)$$

em que μ_c corresponde ao coeficiente de atrito cinético e N ao módulo da força normal que atua na moeda. O termo entre parênteses corresponde ao versor na direção do vetor velocidade, e o sinal de menos indica que a força de atrito está no sentido contrário ao da velocidade.

Vimos também que, na direção Ox , a única força que atua na moeda é uma componente da força de atrito. Já na direção Oy (que acompanha o plano inclinado e, portanto, *não* é a vertical), atuam componentes das forças de atrito e peso. A força resultante sobre a moeda na direção do movimento é, portanto:

$$\vec{F}_{res} = f_{at,x}\hat{i} + (f_{at,y} + P_y)\hat{j} \quad (9)$$

Das orientações do referencial pré-definidas conforme o Apêndice da parte 1, e segundo as relações (1) e (5), temos:

$$\vec{F}_{res} = (-\mu_c N \cos \beta)\hat{i} + (-\mu_c N \sin \beta - mg \sin \alpha)\hat{j} \quad (10)$$

Pelas Equações (3) e (6), vem que:

$$\vec{F}_{res} = \left(-\mu_c mg \cos \alpha \frac{v_x}{v} \right)\hat{i} + \left(-\mu_c mg \cos \alpha \frac{v_y}{v} - mg \sin \alpha \right)\hat{j} \quad (11)$$

Conhecendo as componentes da velocidade, podemos escrever seu módulo em função delas:

$$\vec{F}_{res} = \left(-\frac{\mu_c mg \cos \alpha v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right)\hat{i} + \left(-\frac{\mu_c mg \cos \alpha v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - mg \sin \alpha \right)\hat{j} \quad (12)$$

em que α corresponde ao ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal, g à aceleração da gravidade, m à massa da moeda, e v_x e v_y às componentes da velocidade na horizontal e na vertical, respectivamente. Como

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} = m(a_x\hat{i} + a_y\hat{j}), \quad (13)$$

podemos determinar as componentes da aceleração da moeda:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\mu_c g \cos \alpha v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\mu_c g \cos \alpha v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - g \sin \alpha \end{cases} \quad (14)$$

A velocidade da moeda em cada instante pode ser obtida pela solução destas equações diferenciais acopladas e não-lineares, que só podem ser resolvidas numericamente. Para isso, vamos tomar pequenos intervalos de tempo tais que, durante cada intervalo, a velocidade seja aproximadamente constante e igual à velocidade no instante em que começa o intervalo, mas a velocidade no intervalo seguinte será diferente, de acordo com a aceleração calculada com o valor conhecido da velocidade. Na página de [Guias Auxiliares](#) do Laboratório Virtual, você encontra o [Roteiro de Integração Numérica](#), que dá um exemplo de aplicação desse método em um movimento unidimensional e que explica com mais detalhes o procedimento adotado. Explicitaremos de forma prática o funcionamento do método.

A partir das posições e velocidades em um instante $t = t_n$ e tomando um intervalo de tempo Δt igual ao intervalo entre quadros sucessivos (a fim de que seja pequeno, uma vez que a aproximação será tanto melhor quanto menor for o intervalo), calculamos, para um instante de tempo t_{n+1} posterior,

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t \quad (15)$$

as novas posições:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + v_{x(n)}\Delta t \\ y_{n+1} = y_n + v_{y(n)}\Delta t \end{cases} \quad (16)$$

e as novas velocidades:

$$\begin{cases} v_{x(n+1)} = v_{x(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \alpha v_{x(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} \right) \Delta t \\ v_{y(n+1)} = v_{y(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \alpha v_{y(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} - g \sin \alpha \right) \Delta t \end{cases} \quad (17)$$

Começamos o processo com os valores de posição e velocidade correspondentes ao primeiro valor de tempo médio da planilha de dados experimentais, já que este corresponde ao primeiro instante em que conhecemos a velocidade instantânea do corpo. As novas posições e velocidades obtidas das equações (16) e (17) podem ser inseridas no membro *direito* dessas equações, a fim de obter posição e velocidade no instante subsequente; este processo pode ser repetido indefinidamente.

Anexo F. Roteiros e Apêndices Adaptados (3ª intervenção/2017)

Experimentos Virtuais de Mecânica
Instituto de Física – Universidade de São Paulo

Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte I

A) Introdução ao experimento

Uma moeda em repouso é lançada obliquamente sobre a superfície de um plano inclinado transparente de acrílico, desenvolvendo sobre o mesmo um movimento bidimensional. Ao plano foi afixado um papel quadriculado, que permite que diferentes pontos da trajetória dela sejam determinados. Foram filmados diversos lançamentos, sendo possível acompanhar os deslocamentos da moeda a partir dos quadros selecionados dos vídeos. O objetivo do experimento é destrinchar esse problema de mecânica em que a força sobre o corpo é variável, de forma a explicar as características do movimento.

Nesta primeira parte do experimento, serão determinadas as grandezas cinemáticas inerentes ao movimento da moeda e a força de atrito em diversos pontos do seu percurso sobre o plano. Através das mesmas será elaborado na segunda parte um modelo analítico que permitirá a previsão da trajetória da moeda.

B) Procedimento de análise

B1. A experiência foi filmada sobre um arranjo real e o atrito entre a moeda e o plano não pode ser ignorado. Assista ao vídeo disponível na aba *Apresentação* da página do experimento, e reflita sobre as seguintes questões, tomando nota de suas hipóteses e indagações.

- i. Qual a forma da trajetória da moeda?
- ii. É possível prever o movimento da moeda? Quais são as grandezas físicas que devem ser conhecidas a fim de prever esse movimento? Em sua resposta, elabore um raciocínio baseado nas leis de Newton e nas leis empíricas do atrito de contato que descreva o movimento observado.

B2. Assista atentamente aos vídeos das situações experimentais (disponíveis na aba *Vídeos*, acessível a partir da aba *Filmes e Quadros* da página do experimento), observando se o movimento ocorreu segundo suas previsões.

B3. Observe os quadros da situação que lhe foi designada. O papel está dividido em quadrados grandes, limitados por linhas grossas a cada 1 cm, e por quadrados pequenos, limitados por linhas mais finas a cada 0,2 cm.

Escolha um referencial xOy para ler as duas coordenadas que definem a posição da moeda a cada instante. É prático escolher como origem do referencial o ponto de cruzamento de duas linhas grossas, perpendiculares entre si, próximas ao local onde se inicia o movimento da moeda. Daqui em diante, x identifica a coordenada horizontal, e y , a coordenada sobre o plano e perpendicular a Ox , com Ox orientado para a direita do quadro e Oy , para cima. Note que a direção de y , por construção, não se trata da vertical local, mas da direção de subida/descida ao longo do plano inclinado.

Monte uma tabela, associando a cada quadro i o instante de tempo t_i e as posições correspondentes $\mathbf{x}(t_i)$ e $\mathbf{y}(t_i)$ do centro da moeda, de acordo com o sistema de coordenadas escolhido. Para facilitar a leitura, o cursor do mouse é disposto sobre cada quadro na forma de um alvo: centralize-o na moeda e utilize suas linhas em forma de cruz para determinar as respectivas posições. Adote a metade da menor dimensão que conseguir medir como desvio padrão da medida da posição (sugere-se $\sigma_x = \sigma_y = 0,04 \text{ cm}$). Ignore a incerteza no tempo.

B4. Construa os gráficos das coordenadas de posição da moeda em função do tempo, $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{y}(t)$, e interprete seu comportamento. Construa o gráfico da trajetória da moeda, $\mathbf{y} \times \mathbf{x}$, e interprete-o. Não se esqueça das respectivas barras de incerteza.

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

Experimentos Virtuais de Mecânica
Instituto de Física – Universidade de São Paulo

B5. A partir da tabela do item B3, calcule as componentes da velocidade média da moeda no intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$, que são dadas por:

$$\bar{v}_x[t_{i-1}; t_{i+1}] = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (1)$$

$$\bar{v}_y[t_{i-1}; t_{i+1}] = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (2)$$

onde \mathbf{x} e \mathbf{y} correspondem às coordenadas de posição da moeda, t ao instante de tempo, $\bar{\mathbf{v}}$ à velocidade média no intervalo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ e i , ao número do quadro em questão. A notação $\mathbf{x}(t_{i+1})$ na fórmula significa a posição horizontal da moeda no instante de tempo t_{i+1} .

B6. Adote a seguinte aproximação:

$$\bar{v}_{x[t_{i-1}; t_{i+1}]} \cong v_x(\bar{t}_i) \quad (3)$$

$$\bar{v}_{y[t_{i-1}; t_{i+1}]} \cong v_y(\bar{t}_i) \quad (4)$$

onde $\mathbf{v}_x(\bar{t}_i)$ e $\mathbf{v}_y(\bar{t}_i)$ correspondem às componentes da velocidade linear instantânea no instante médio \bar{t}_i , que é dado por:

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_{i+1}}{2} \quad (5)$$

Essa aproximação é muito boa, porque o intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ é pequeno. Note que como os instantes de tempo demarcados nos quadros são equidistantes entre si, teremos que $\bar{t}_i = t_i$ para todos os i possíveis, não sendo possível, porém, calcular a velocidade nem para o primeiro nem para o último quadro, como pode ser observado na Tabela 1.

B7. Construa os gráficos das componentes da velocidade da moeda em função do tempo, $\mathbf{v}_x(\bar{t})$ e $\mathbf{v}_y(\bar{t})$, não se esquecendo das respectivas barras de incerteza, e interprete seu comportamento.

B8. Determine as componentes F_x e F_y da força resultante \vec{F}_R :

$$\vec{F}_R = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad (6)$$

Para isso, calcule as acelerações médias – usando fórmulas análogas às das Equações de 1 a 5 – e use a 2ª Lei de Newton para obter as componentes da força resultante nas direções Ox e Oy – multiplicando a componente da aceleração em cada direção pela massa da moeda. Para consultar a massa da moeda, verifique a página de parâmetros das situações (aba *Filmes e Quadros* da página do experimento); nela, há uma tabela nomeada *Massa da Moeda*, que contém um link para uma imagem da respectiva medição.

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

Apêndice ao Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte I

Entendendo os sinais na Equação de Movimento

Na discussão a seguir, o referencial xOy escolhido para ler as duas coordenadas que definem a posição da moeda a cada instante tem os eixos coincidindo com as duas linhas grossas perpendiculares que se cruzam próximas ao ponto onde se inicia o movimento. x identifica a coordenada horizontal e y , a do outro eixo, portanto perpendicular a Ox e sobre o plano, com Ox orientado para a direita da imagem e Oy , para cima.

Na direção x , o movimento é sempre progressivo, com exceção de algumas situações, em que ele é progressivo até a moeda parar o deslocamento nesta direção. Já na direção y , o movimento é progressivo no início e retrógrado no final, com uma inversão de sentido dentro do intervalo de tempo considerado. A Figura 1 abaixo mostra o diagrama de forças em uma vista lateral do plano inclinado.

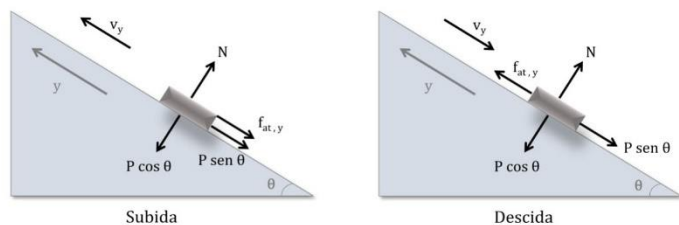


Figura 1. Diagrama de forças sobre a moeda, em que P é o módulo do peso, N o módulo da força normal, $f_{at,y}$ o módulo da componente y da força de atrito e θ , o ângulo de inclinação do plano com relação à horizontal. Esquema em vista lateral.

Uma vez que a moeda se movimenta apenas na superfície do plano inclinado, existe equilíbrio de forças na direção perpendicular ao plano, ou seja, $N = P \cos \theta$ ao longo de todo o movimento. O diagrama de forças, em uma vista superior do plano do movimento, consta na Figura 2 abaixo.

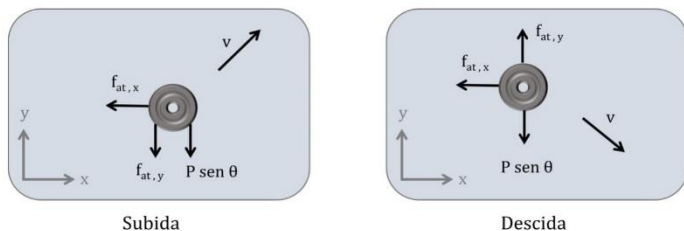


Figura 2. Vista superior do mesmo diagrama de forças ilustrado na Figura 1. Aqui, $f_{at,x}$ é o módulo da componente x da força de atrito.

Aqui, precisamos adotar com cuidado a regra geral de atribuição dos sinais na equação de movimento: devemos **impor** a cada **dado** o sinal adequado para que ele corresponda à situação física desejada, ou seja, devemos atribuir às coordenadas (que definem a posição da moeda na superfície do plano) sinais coerentes com a referência escolhida. Feito isso, as grandezas deduzidas (como a velocidade e a aceleração) saem com os sinais corretos por consequência das propriedades algébricas das equações, sempre respeitadas pelas leis da física.

Fazendo as projeções nas direções x e y da equação de movimento na forma vetorial, $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$, obtemos:

$$\begin{cases} F_x = m \cdot a_x \\ F_y = m \cdot a_y \end{cases}$$

A partir da Figura 2, vemos que o peso (um dado do problema), com a orientação escolhida para o eixo y , aponta no **sentido contrário** ao eixo. Assim,

$$F_y = f_{at,y} - mg \sen \theta,$$

uma vez que $m > 0$ e $g > 0$, de acordo com a convenção habitual de representar pela letra g o **módulo** da aceleração da gravidade.

Já em relação ao sinal da força de atrito, usamos as leis empíricas do atrito de contato. Essas leis informam que ela tem módulo igual a $\mu |\vec{N}|$ – em que $|\vec{N}|$ é o módulo da força normal e μ é o coeficiente de atrito cinético – e mesma direção que a velocidade, mas sentido oposto – ou seja, cada uma das componentes do atrito tem sinal oposto ao da componente correspondente da velocidade. Assim, esses sinais não são postos a mão, mas são deduzidos da velocidade a cada instante. Das Figuras 1 e 2, portanto, obtemos as componentes da força de atrito:

$$f_{at,x} = F_x$$

$$f_{at,y} = F_y + mg \sen \theta$$

tal como constam no roteiro, nas Equações 8 e 9.

Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte II

A) Introdução ao experimento

Na Parte I da análise do experimento, as grandezas cinemáticas relativas ao movimento da moeda foram determinadas, bem como a força de atrito em diversos pontos do seu percurso sobre o plano inclinado. Deve ter ficado claro que a trajetória não é uma parábola, portanto, a força resultante sobre a moeda varia.

Nesta segunda parte, testaremos se somos capazes de elaborar uma equação de movimento, encontrar sua solução e constatar se damos conta de explicar a trajetória observada. Verificaremos inicialmente o comportamento do módulo e da direção da força de atrito ao longo do movimento. A análise desses resultados, junto com as outras observações da experiência, nos possibilitará propor um modelo analítico para o movimento da moeda sobre o plano e calcular as funções horárias para os deslocamentos nos eixos Ox e Oy . Finalmente, será avaliada a qualidade da previsão do movimento da moeda em um plano inclinado (com todos os elementos envolvidos existindo de verdade), a partir da comparação dos pontos experimentais da trajetória com aqueles calculados pelo modelo.

B) Procedimento de análise

B13. Nos itens B1 e B2 da Parte I do experimento, você verificou se o movimento real da moeda correspondia à sua previsão. Quão bem você antecipou o movimento que observou? Conhecendo agora um pouco mais sobre as grandezas relativas à situação física, analise como o movimento da moeda é alterado quando se varia:

- o ângulo de inclinação do plano;
- o ângulo de lançamento da moeda;
- o coeficiente de atrito da moeda com a superfície do plano.

No item B10 da Parte I, foram determinadas as componentes da força de atrito nas direções Ox e Oy do sistema de referência usado na descrição do movimento. As leis empíricas do atrito de contato aplicadas à moeda *em movimento* determinam as características vetoriais da força de atrito: sua direção é a mesma da velocidade, mas com sentido *contrário* ao deslocamento, e seu módulo é dado por:

$$|\vec{f}_{at}| = \mu_c N \Rightarrow \sqrt{f_{at_x}^2 + f_{at_y}^2} = \mu_c mg \cos \theta, \quad (11)$$

Essa expressão é suficiente para lidar com a questão do módulo, mas para verificar se a velocidade e a força de atrito têm mesma direção e sentidos contrários, serão recuperadas também as componentes da velocidade da moeda em cada instante de tempo, do item B6 da Parte I.

B14. Verificando como varia o módulo da força de atrito. O gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo foi construído na Parte I. Determine o valor médio da força de atrito a partir dos pontos experimentais conhecidos. Trace então, nesse gráfico, uma reta paralela ao eixo dos tempos na média dos valores medidos. Consulte o *Apêndice ao Roteiro (Parte II)* e verifique, a partir do método sugerido, que a distribuição dos pontos em torno do valor médio é consistente com a Equação (11) – módulo da força de atrito constante. Determine, assim, o coeficiente de atrito cinético μ_c , a partir desse valor médio de $|\vec{f}_{at}|$ e dos valores conhecidos de m , g e θ .

1

B15. Verificando como varia a direção da força de atrito. As componentes da velocidade da moeda e da força de atrito atuante sobre a mesma foram calculadas na Parte I. A Figura 1 mostra um quadro do experimento, com a moeda sobre o quadriculado. Sobre a moeda foram desenhados dois vetores, o da velocidade e o da força de atrito. No desenho ao lado estão representados esses mesmos vetores e os ângulos que formam com o eixo Ox .

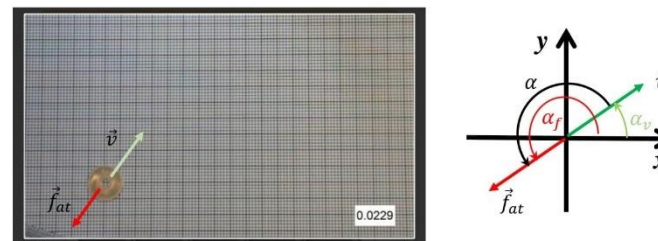


Figura 1. À esquerda, quadro extraído do vídeo com os vetores velocidade e força de atrito sobrepostos. À direita, esquema com os mesmos vetores e os ângulos que formam com o eixo Ox .

O ângulo α_v entre o vetor velocidade e o eixo Ox pode ser calculado de acordo com a expressão:

$$\alpha_v = \arctg\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (12)$$

onde v_y e v_x são as projeções da velocidade da moeda nas direções Ox e Oy . O ângulo α_f entre a força de atrito e o eixo Ox se calcula da mesma forma, substituindo as componentes do vetor velocidade pelas respectivas componentes da força de atrito, porém, como o vetor pertence ao 3º quadrante, será preciso somar π rad ao arco tangente – **não deixe** de consultar o *Apêndice ao Roteiro (Parte II)*, que explica e detalha a maneira de lidar com a função arco-tangente ao calcular esses ângulos.

A partir dos valores das componentes da velocidade e da força de atrito, calcule os ângulos α_v e α_f , bem como o ângulo α entre eles, dado pela expressão a seguir, e verifique se ele se corresponde com π radianos.

$$\alpha = \alpha_f - \alpha_v. \quad (13)$$

B16. Elaborando um modelo. Uma vez verificado que, dentro da precisão dos dados, o módulo da força de atrito é constante e que os vetores velocidade e força de atrito têm sentidos contrários, podemos elaborar um modelo que descreva a trajetória da moeda baseado no fato de que o atrito se comporta conforme as leis empíricas. Considerando que os vetores força de atrito e velocidade são opostos, condição obtida no item B15, podemos relacionar os dois por meio da equação:

$$\vec{f}_{at} = \mu_c N \left(-\frac{\vec{v}}{v} \right) \quad (14)$$

em que μ_c corresponde ao coeficiente de atrito cinético, N ao módulo da força normal que atua na moeda e $v = |\vec{v}|$. O termo entre parênteses corresponde ao versor da direção do vetor velocidade, e o sinal de menos indica que a força de atrito está no sentido contrário ao da velocidade.

2

Vimos também que na direção Ox a única força que atua na moeda é a componente horizontal da força de atrito. Já na direção Oy (que acompanha a inclinação do plano e, portanto, *não* é a vertical no sentido estrito), atuam componentes das forças de atrito e peso. A força resultante sobre a moeda na direção do movimento é

$$\vec{F}_{res} = f_{at_x} \hat{i} + (f_{at_y} + P_y) \hat{j} \quad (15)$$

Assim, de acordo com as orientações do referencial pré-definidas,

$$\vec{F}_{res} = (\mu_c N \cos \alpha_f) \hat{i} + (\mu_c N \sin \alpha_f - mg \sin \theta) \hat{j} \quad (16)$$

Dado que a força de atrito e a velocidade são opostas, $\cos \alpha_f = -\cos \alpha_v$ e $\sin \alpha_f = -\sin \alpha_v$. Usando $\cos \alpha_v = v_x/v$, $\sin \alpha_v = v_y/v$ e sabendo que $N = mg \cos \theta$ é possível substituir essas relações na equação (16), de maneira que:

$$\vec{F}_{res} = \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_x}{v}\right) \hat{i} + \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_y}{v} - mg \sin \theta\right) \hat{j} \quad (17)$$

O módulo da velocidade pode ser obtido a partir do valor das suas componentes, v_x e v_y , então:

$$\vec{F}_{res} = \left(-\frac{\mu_c mg \cos \theta v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}\right) \hat{i} + \left(-\frac{\mu_c mg \cos \theta v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - mg \sin \theta\right) \hat{j} \quad (18)$$

Finalmente, com a aplicação da 2ª Lei de Newton

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} = m(a_x \hat{i} + a_y \hat{j}), \quad (19)$$

podem-se determinar as projeções da aceleração da moeda e obter as equações de movimento:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\mu_c g \cos \theta v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\mu_c g \cos \theta v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - g \sin \theta \end{cases} \quad (20)$$

B17. Calculando a trajetória (método numérico de determinação das equações horárias). A velocidade da moeda em cada instante pode ser obtida pela solução dessas equações diferenciais acopladas e não-lineares, que só podem ser resolvidas numericamente. Para isso, serão tomados pequenos intervalos de tempo tais que, durante cada intervalo, a velocidade seja aproximadamente constante e igual à velocidade no instante em que começa o intervalo, mas a velocidade no intervalo seguinte será diferente, sendo calculada com a aceleração da equação (20) e o valor conhecido da velocidade. Na página de [Guias Auxiliares](#) do Laboratório Virtual, consta o [Roteiro de Integração Numérica](#), que dá um exemplo de aplicação desse método em um movimento unidimensional e que explica com mais detalhes o procedimento adotado.

A partir das posições e velocidades em um instante $t = t_n$ e tomando um intervalo de tempo Δt igual ao intervalo entre quadros sucessivos (a fim de que seja pequeno, uma vez que a aproximação será tanto melhor quanto menor for o intervalo), calcula-se, para um instante de tempo t_{n+1} posterior:

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t, \quad (21)$$

as novas posições:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + v_{x(n)} \Delta t \\ y_{n+1} = y_n + v_{y(n)} \Delta t \end{cases} \quad (22)$$

e as novas velocidades, usando a_x e a_y da expressão (20):

$$\begin{cases} v_{x(n+1)} = v_{x(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \theta v_{x(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}}\right) \Delta t \\ v_{y(n+1)} = v_{y(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \theta v_{y(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} - g \sin \theta\right) \Delta t \end{cases} \quad (23)$$

Inicia-se o processo com os valores de posição e velocidade correspondentes ao primeiro valor de instante médio da planilha de dados experimentais, já que este corresponde ao primeiro instante em que se conhece a velocidade instantânea do corpo. As novas posições e velocidades calculadas com as equações (22) e (23) podem ser inseridas no membro *direito* dessas equações, a fim de obter posição e velocidade no instante subsequente; este processo pode ser repetido sucessivamente até o último instante de interesse.

B18. Ajustando os parâmetros do modelo. Compare as posições calculadas por integração numérica com aquelas lidas nos quadros. A fim de facilitar a comparação, sobreponha em um mesmo gráfico os dados experimentais (já plotados no item B4 da Parte I) e os resultados calculados no item B17. Caso o cálculo tenha dado uma trajetória um pouco deslocada, mude ligeiramente (dentro de um ou dois desvios-padrões) um dos parâmetros μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} ou v_{0y} e recalcule a planilha (se você implementou corretamente todas as fórmulas, basta mudar o valor na célula do parâmetro e pressionar *Enter*). Comece por tentar encontrar os melhores valores de v_{0x} ou v_{0y} , depois procure ajustar μ_c e só mexa em x_0 e y_0 quando entender o efeito de mudar os outros parâmetros. Normalmente, depois de algumas tentativas que não tomarão mais que alguns minutos, você deve encontrar um conjunto de valores desses parâmetros que forneça uma trajetória bastante compatível com a experimental, embora dificilmente o ajuste será perfeito.

C) Procedimento de elaboração do relatório

O relatório deve tomar como referência um público que não conheça nem o experimento nem o que foi realizado e analisado a partir do mesmo, mas que possua conhecimentos em Física. A finalidade do relatório é que uma pessoa possa compreender o que foi feito, a qual conclusão se chegou e como essa conclusão foi obtida. Redija apresentações claras, objetivas e sintéticas. Deve ser elaborado apenas um relatório por equipe contendo as seguintes seções:

C0. Identificação. Inclua os nomes dos integrantes da equipe, a turma e a situação que lhe foi designada.

C1. Introdução. Resuma a explicação da situação física e o objetivo do experimento.

C2. Descrição do experimento. Descreva, com suas próprias palavras, o arranjo experimental de forma sucinta, mencionando os principais dispositivos e componentes usados, assim como suas características.

C3. Resultados Obtidos. Apresente os resultados numéricos dos itens B14 e B15, na forma de tabelas e gráficos. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com o número adequado de algarismos significativos, bem como se inseriu barras de incerteza em todos os gráficos. Resuma as razões pelas quais esses gráficos indicam a validade ou não das leis empíricas do atrito e como a interpretação estatística das barras de incerteza contribui para sua conclusão.

C4. Análise de Dados. Primeiro, apresente em um mesmo sistema de eixos os gráficos das trajetórias medida e calculada na primeira tentativa (com as estimativas iniciais do item B17), informando os valores iniciais de μ_c , v_{0x} e v_{0y} usados nesse cálculo. Depois, apresente em um mesmo sistema de eixos os gráficos das trajetórias medida e calculada após ajustar os parâmetros (segundo o item B18), informando os melhores valores encontrados para μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} . Não inclua os dados brutos nem os extraídos da análise inicial do conjunto de quadros, uma vez que estes já foram apresentados na síntese da Parte I.

C5. Discussão. Discuta a validade das leis empíricas do atrito de contato testadas nos itens B14 e B15, em particular a Equação (11), à luz dos resultados obtidos (item C3). Aponte eventuais discrepâncias entre a trajetória medida e a calculada apresentadas no item C4 e sugira possíveis causas para as diferenças observadas. Comente se os valores ajustados de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} são compatíveis com os valores medidos e, caso encontre discrepâncias, sugira as razões para isso. Comente, por fim, como a análise dos dados corroborou ou não as expectativas traçadas no item B13.

C6. Conclusão. Retome a introdução, atente para o objetivo do experimento e comente se ele foi alcançado plenamente, parcialmente ou não.

Apêndice ao Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte II

Detalhes da análise dos dados e da equação de movimento

Nos itens B14 e B15 do roteiro da Parte II é proposto verificar se os dados experimentais obtidos das situações filmadas estão de acordo com as leis empíricas do atrito de contato. Essas leis definem, dentre outras propriedades, as características vetoriais (módulo, direção e sentido) da força de atrito. Caso os dados experimentais validem essas leis, é possível propor um modelo que preveja o movimento da moeda ao longo do plano inclinado. Irá se montar um sistema de equações de movimento que permitirão determinar a trajetória da moeda a partir dos parâmetros do sistema (a massa m da moeda, o coeficiente de atrito μ_c entre a moeda e a superfície do plano, o ângulo θ de inclinação do plano com a horizontal e a aceleração da gravidade g) e das condições iniciais do lançamento (as posições iniciais x_0 e y_0 da moeda e as componentes v_{0x} e v_{0y} de sua velocidade inicial).

Verificando se a força de atrito tem módulo constante

Com relação ao módulo da força de atrito, $|\vec{f}_{at}|$, as leis empíricas estabelecem que ele é constante e proporcional ao módulo da força normal, N ,

$$|\vec{f}_{at}| = \mu_c N \quad (1)$$

em que a constante de proporcionalidade μ_c é o *coeficiente de atrito cinético*.

A partir das componentes da força de atrito para cada instante, calcula-se o seu módulo:

$$|\vec{f}_{at}| = \sqrt{f_{atx}^2 + f_{aty}^2} \quad (2)$$

Da condição de equilíbrio de forças na direção perpendicular ao plano do movimento, deduz-se que:

$$N = mg \cos \theta \quad (3)$$

Substituindo as equações (2) e (3) na equação (1):

$$\sqrt{f_{atx}^2 + f_{aty}^2} = \mu_c mg \cos \theta \quad (4)$$

Se o módulo da força de atrito for realmente constante, pode-se usar a equação (4) para estimar o coeficiente de atrito entre a moeda e a superfície do plano inclinado – que é um dos parâmetros do modelo analítico. Os valores do módulo da força de atrito ao longo do tempo, calculados com a equação (2), permitem analisar se ela permaneceu constante, dentro da flutuação estatística dos dados. Note que as equações (2) e (4) correspondem às equações (10) e (11) dos Roteiros das Partes I e II do experimento.

A Figura 1 apresenta os valores experimentais do módulo da força de atrito em função do tempo de uma das situações, a caráter de exemplo. O valor médio de conjunto de dados é $|\vec{f}_{at}| = 1741 \text{ g.cm/s}^2$ e o desvio-padrão da distribuição é $\sigma = 315 \text{ g.cm/s}^2$.

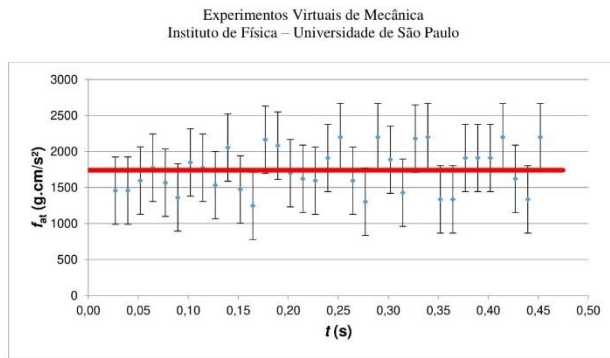


Figura 1. Valores experimentais do módulo da força de atrito em função do tempo, calculados de acordo com a equação (2). As barras de incerteza correspondem a um desvio-padrão e a linha contínua é o valor médio dos dados experimentais.

Quando uma grandeza tem um valor constante e os dados obtidos têm função de probabilidade gaussiana, devem ser encontrados cerca de 68% dos valores medidos a menos de um desvio-padrão da média, cerca de 95% deles a menos de dois desvios e nenhum a mais de três desvios, a não ser que se tomem muitos dados (da ordem de cem ou mais). Observando os pontos do gráfico da Figura 1, isto claramente ocorre e, assim, pode-se adotar o valor médio do módulo da força de atrito para estimar μ_c , a partir da equação (4).

Verificando se a força de atrito é oposta à velocidade

As leis empíricas estabelecem também que a força de atrito tem a mesma direção da velocidade, porém sentido contrário a ela. Uma forma de comprovar esta propriedade é verificar se o ângulo entre os vetores força de atrito e velocidade é igual a π radianos em todos os instantes.

No diagrama da Figura 2 a seguir, que ilustra essa situação, α_v e α_f são os ângulos que os vetores velocidade e força de atrito fazem com o semieixo positivo da direção Ox e α é o ângulo entre ambos os vetores. Perceba que é muito importante que tanto o ângulo da velocidade quanto o da força de atrito refiram-se ao mesmo eixo em todos os casos, o que requererá cuidados especiais.

Por construção, tem-se:

$$\alpha = \alpha_f - \alpha_v \tag{5}$$

Como dispomos dos valores das componentes de ambos os vetores nas direções Ox e Oy do sistema de referências adotado, é conveniente determinar os ângulos α_v e α_f a partir de suas tangentes. A função arco-tangente convencionalmente retorna um arco do primeiro ou do quarto quadrante, de modo que devemos levar em conta que o mesmo valor de tangente está associado a 2 ângulos diferentes – para um arco do primeiro quadrante há sempre outro do terceiro quadrante de mesma tangente, e para um arco do quarto quadrante, há outro no segundo quadrante com mesma tangente. Esta ideia está resumida a seguir na Figura 3.

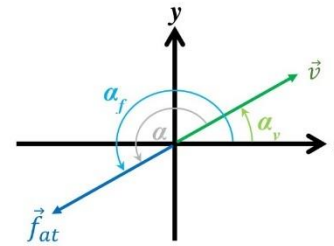


Figura 2. Definição dos ângulos dos vetores força de atrito e velocidade no sistema de referência adotado.

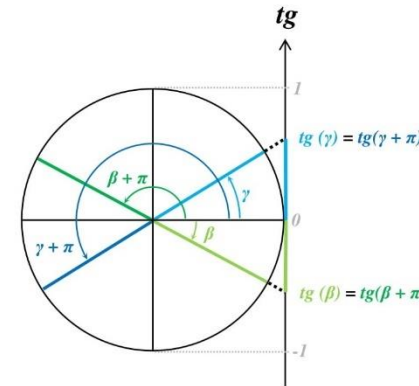


Figura 3. Correspondência de valores da tangente nos diferentes pares de quadrantes do círculo trigonométrico.

Infelizmente, a função inversa da tangente não pode fornecer valores de arco no intervalo entre 0 e 2π rad, uma vez que os ângulos α e $\alpha + \pi$ têm a mesma tangente. Convencionou-se que a função arco-tangente tem um conjunto imagem limitado ao intervalo $]-\pi/2; +\pi/2[$, como mostra a Figura 4.

Assim, para se usar o arco-tangente, é necessária uma adaptação ao cálculo dos ângulos. Quando um vetor $\vec{u} = u_x\hat{i} + u_y\hat{j}$ aponta numa direção do primeiro ou quarto quadrante, o ângulo α_u formado com o semi-eixo Ox está na imagem do arco-tangente, e basta calcular diretamente

$$\alpha_u = \text{arctg} \frac{u_y}{u_x} \quad \text{quando } u_x > 0 \tag{6}$$

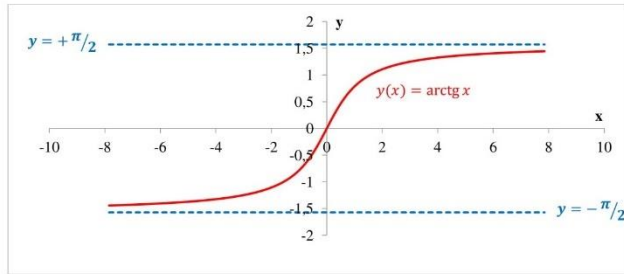


Figura 4. A função inversa da tangente tem domínio real e é limitada, convencionalmente, ao intervalo $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

A condição $u_x > 0$ expressa o fato de \vec{u} apontar numa direção do primeiro ou quarto quadrante. Já quando \vec{u} aponta numa direção do segundo ou terceiro quadrantes, o ângulo α_u formado com o semi-eixo Ox está no intervalo $]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$, portanto fora da imagem do arco-tangente. A Figura 2 mostra que é preciso calcular

$$\alpha_u = \pi + \arctg \frac{u_y}{u_x} \quad \text{quando } u_x < 0 \quad (7)$$

com a condição $u_x < 0$ expressando o fato de \vec{u} apontar numa direção do segundo ou terceiro quadrante.

No movimento de subida da moeda ao longo do plano, seu vetor velocidade pertence ao primeiro quadrante, o que fornece um ângulo α_v positivo e agudo. No seu movimento de descida, ele pertence ao quarto quadrante, de forma que α_v é também agudo, mas negativo. Em ambos os casos, a expressão (6) poderá ser usada. Com relação ao vetor força de atrito, é esperado que no movimento de subida da moeda ele pertença ao terceiro quadrante e no de descida, ao segundo quadrante, de modo que normalmente será usada a expressão (7). No entanto, flutuações estatísticas dos dados das componentes da velocidade e da força de atrito em função do tempo podem fazer com que os vetores estejam fora dos quadrantes esperados. Enfim, as expressões que devem ser aplicadas são:

$$\alpha_v = \begin{cases} \arctg \frac{v_y}{v_x}, & \text{se } v_x > 0 \\ \pi + \arctg \frac{v_y}{v_x}, & \text{se } v_x < 0 \end{cases} \quad (8)$$

e uma expressão análoga para α_f , substituindo v_x e v_y por f_{at_x} e f_{at_y} , respectivamente.

Note que se a componente na direção Ox de um dos vetores se anula, a fração que serve de argumento ao arco-tangente nas equações não pode ser calculada, o que condiz com o fato de a tangente não estar definida para os arcos $\pi/2 + k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$. Uma maneira de se implementar a relação 8 numa planilha Excel é usando expressões condicionais, por exemplo:

$$=SE(CompX>0; ATAN(CompY/CompX); PI()+ATAN(CompY/CompX))$$

onde “CompX” e “CompY” são, respectivamente as células correspondentes às componentes nas direções Ox e Oy de um dos vetores, velocidade ou força de atrito. Portanto, essas células devem necessariamente pertencer às colunas de v_x , v_y , f_{at_x} ou f_{at_y} da tabela. Se “CompX” for nula em algum ponto, é necessário ou colocar o valor do ângulo correspondente à mão, ou implementar uma fórmula que atenda também a este caso. Se você não quiser usar radianos para medir os ângulos no Excel, lembre-se que terá que transformá-los explicitamente para graus, uma vez que os argumentos das funções trigonométricas nessa planilha têm sempre que estar em radianos.

Uma vez determinados α_f e α_v , usa-se a equação (5) para determinar o ângulo α entre a força de atrito e a velocidade. A Figura 5 apresenta tais valores para uma das situações, como exemplo.

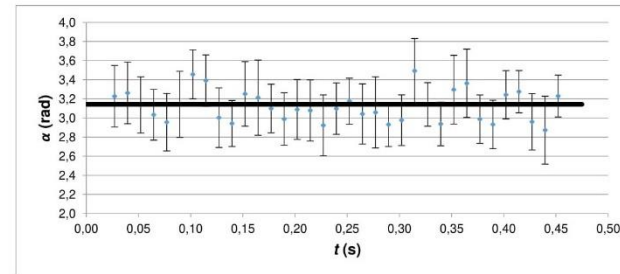


Figura 5. Valores experimentais do ângulo entre a força de atrito e a velocidade em função do tempo, calculados de acordo com a equação (6). As barras de incerteza correspondem a um desvio-padrão e a linha contínua é o valor esperado, π rad.

Pouquíssimos são os pontos dessa distribuição que distam mais de um desvio-padrão do valor esperado π rad. Além disso, o valor médio ponderado desta distribuição, $\bar{\alpha} = 3,11(5)$ rad é compatível com o valor esperado dentro de um desvio-padrão. Assim, os dados experimentais não contradizem a lei empírica que estabelece que a força de atrito é oposta à velocidade.

Uma vez bem definida a força de atrito, em módulo, direção e sentido, será elaborada a equação de movimento da moeda, que possibilitará a previsão da sua trajetória ao longo da superfície do plano inclinado.

Anexo G. Questionário Final (3ª intervenção/2017)

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO Experimento Virtual: Força de Atrito Variável

Gostaríamos de saber suas opiniões e conclusões a respeito do experimento virtual de Atrito Variável. Para as questões a seguir, assinale nenhuma, uma ou mais de uma alternativa, de forma a contemplar sua opinião. Suas respostas são totalmente anônimas. Agradecemos a colaboração!

1. Sobre o *experimento virtual* de Atrito Variável, você o acha:

- Coerente com a matéria dada em sala de aula
 Deslocado do conteúdo visto em classe
 Complementar aos assuntos vistos na disciplina teórica
 Com nível de dificuldade/elaboração abaixo do esperado
 Com nível de dificuldade/elaboração acima do esperado

2. O que você acha da *metodologia de coleta dos dados* do laboratório virtual?

- Adequada para os objetivos da experiência
 Inadequada para os objetivos da experiência
 Inevitada, pois ela seria mais plausível a partir de um software de aquisição automática de dados
 Rudimentar, dado o nível mais avançado desta disciplina
 Aplicável, independentemente do nível da disciplina

3. O que você pode dizer da *qualidade dos dados obtidos* no Laboratório Virtual?

- Não têm tanta precisão quanto as medidas tomadas em um laboratório tradicional
 São mais precisos que as medidas realizadas num laboratório real
 As posições lidas nos quadros são tão boas quanto aquelas obtidas em um laboratório convencional
 A leitura de posições pelos quadros dificulta a coleta de dados
 A leitura de posições pelos quadros facilita a coleta de dados

4. Sobre os *instantes de tempo obtidos a partir dos quadros*, você acredita que:

- São precisos e muito confiáveis
 Não são precisos nem muito confiáveis
 Não tenho certeza se o método para determiná-los é confiável
 São estimativas razoáveis dos instantes verdadeiros
 São equivalentes ao tempo medido com um cronômetro

5. Você acredita que através do quadro fornecido, você está *realizando uma medida*?

- Sim
 Não, definitivamente
 Não, o que fiz foi parecido, mas não foi a mesma coisa
 Não, a tomada de dados pelos quadros não corresponde exatamente a um processo de medição
 Em partes, pois uma leitura feita manualmente com o próprio instrumento de medida seria mais confiável

6. Que grandezas físicas podem ser obtidas a partir da *leitura direta* do quadro?

- Instantes de tempo
 Posições lineares
 Posições angulares
 Velocidades
 Acelerações

7. Em que situações você consideraria que um *experimento virtual* é viável?

- Quando ele contextualiza a teoria e demonstra na prática o que teoricamente é apresentado em sala
 Quando ele aplica a teoria e verifica quantitativamente se modelos teóricos têm aplicabilidade prática
 Quando são abordados experimentos que não podem ser realizados em um laboratório tradicional
 Quando é proposto em conjunto com laboratórios tradicionais
 Nunca

8. Sem realizar o experimento, que forma você imaginou que a *trajetória da moeda* teria no plano inclinado?

- Circunferência
 Elipse
 Parábola
 Meia parábola
 Meia parábola combinada com um movimento de descida ao longo do plano

9. Pensando na *trajetória da moeda*, que grandezas são importantes...

	Para determiná-la experimentalmente?	Para determiná-la teoricamente?	Para alterá-la quando modificadas?
Instante Inicial (t_0)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Instantes de tempos (t)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Posições iniciais (x_0, y_0)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Posições (x, y)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vetor velocidade inicial (\vec{v}_0)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ângulo de inclinação do plano (θ)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aceleração da gravidade (g)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Massa da moeda (m)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coefficiente de atrito (μ)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. Que grandeza física varia ao longo do movimento e de que maneira ocorre essa variação?

- $|\vec{v}|$ sempre diminuindo
 $|\vec{v}|$ sempre aumentando
 $|\vec{v}|$ inicialmente diminuindo e depois aumentando
 $|\vec{v}|$ inicialmente aumentando e depois diminuindo
 $|\vec{f}_{at}|$ e μ oscilando em torno de um valor constante
 $|\vec{f}_{at}|$ e μ sempre diminuindo
 $|\vec{f}_{at}|$ e μ sempre aumentando
 \vec{f}_{at} e \vec{v} mudando de direção e sentido juntos
 \vec{f}_{at} e \vec{v} mudando de direção e sentido independentemente uma da outra

11. Qual a sua opinião a respeito dos *roteiros e apêndices* fornecidos para orientar a realização da experiência?

12. Caso tenha utilizado os *tutoriais em vídeo* disponibilizados para guiar a análise, qual a sua opinião a respeito deles?

13. Você achou útil o *modelo de síntese* disponibilizado na Parte 1? Teria sido útil um modelo análogo para o relatório da Parte 2?

Comentários adicionais (seção divã)

Anexo H. Questionário Inicial (4ª intervenção/2018)

Complementos de Mecânica Clássica – 2018

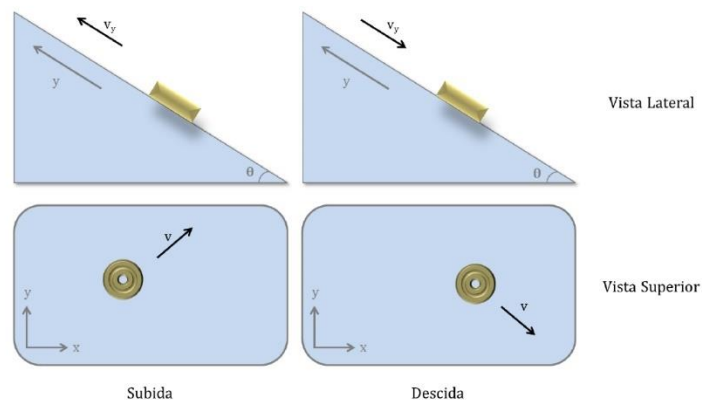
Você foi aluno(a) desta disciplina em 2017? () Sim () Não

Este questionário é parte de uma pesquisa de mestrado. O objetivo é identificar as suas concepções prévias a respeito do movimento de uma moeda, quando lançada obliquamente sobre a superfície de um plano inclinado com atrito. Sua identificação é opcional.

Nome (opcional): _____

Assista às demonstrações antes de responder às questões a seguir.

1. Descreva, com suas palavras, a forma da trajetória da moeda após ser lançada.
2. Enumere as forças que atuam sobre a moeda ao longo do seu movimento, identificando, para cada uma, que outro corpo interage com ela.
3. Em cada figura, represente as forças que atuam sobre a moeda – decompostas ou não, dependendo do caso, no sistema de eixos xy sugerido.



Essas figuras esquematizam o plano inclinado com a moeda, em vistas lateral e superior. Os movimentos de subida e descida estão nas figuras à esquerda e à direita, respectivamente, conforme indicam as setas que representam a velocidade da moeda.

Complementos de Mecânica Clássica – 2018

4. A primeira coluna da tabela a seguir relaciona diversas grandezas relevantes no movimento. Para cada uma delas decida se, quando modificada, ela altera a trajetória da moeda – assinalando um X na respectiva coluna.

Grandeza	É capaz de alterar a trajetória da moeda?		Comentário - Se Sim, comente como você acha que se dá essa alteração. - Se Não, explique por que a grandeza é indiferente para a trajetória.
	Sim	Não	
Ângulo de inclinação do plano			
Ângulo de lançamento da moeda			
Coefficiente de atrito entre a moeda e a superfície do plano			
Módulo da velocidade inicial da moeda			
Massa da moeda			
Aceleração da gravidade			

5. Considere todas as grandezas da tabela assinaladas com “Sim”, portanto, capazes de influenciar na trajetória.
 - a) Você acha que, conhecendo bem todas essas grandezas em um dado cenário, será possível prever (teoricamente) a trajetória da moeda, sem fazer o lançamento de fato?
 - b) Em caso afirmativo, comente, em linhas gerais, como seria possível fazer essa previsão (por exemplo, diga que conceitos, equações, métodos etc., você usaria).

Anexo I. Roteiros e Apêndices Adaptados (4ª intervenção/2018)

Experimentos Virtuais de Mecânica – IFUSP

Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte I

A) Introdução ao experimento

Uma moeda em repouso é lançada obliquamente sobre a superfície de um plano inclinado de acrílico transparente, debaixo do qual há um papel quadriculado que permite medir as coordenadas dos diferentes pontos da trajetória bidimensional. De um vídeo desse lançamento, selecionamos quadros que permitem acompanhar os deslocamentos da moeda. O objetivo do experimento é fornecer dados que possibilitem estudar a mecânica do movimento de um corpo sob a ação de força variável, em particular, relacionar as grandezas envolvidas com as características do movimento.

Nesta primeira parte do experimento, serão determinadas as grandezas cinemáticas inerentes ao movimento da moeda e a força de atrito em diversos pontos do seu percurso sobre o plano. Na segunda parte do trabalho, usaremos esses dados a fim de elaborar um modelo teórico, que permita prever a trajetória da moeda.

B) Procedimento de análise

B1. Como o arranjo experimental filmado é real, o atrito entre a moeda e o plano não pode ser ignorado. Assista ao vídeo disponível na aba *Apresentação* da página do experimento e reflita sobre as questões abaixo, tomando nota de suas hipóteses e indagações.

- Qual a forma da trajetória da moeda?
- É possível prever o movimento da moeda? Quais são as grandezas físicas que devem ser conhecidas a fim de prever esse movimento? Elabore um raciocínio baseado nas leis de Newton e nas leis empíricas do atrito de contato que descreva o movimento observado.

B2. Assista atentamente aos vídeos das situações experimentais (disponíveis na aba *Vídeos*, acessível a partir da aba *Filmes e Quadros* da página do experimento). Observe se o movimento ocorreu segundo suas previsões.

B3. Observe os quadros da situação que lhe foi designada. O papel está dividido em quadros grandes, delimitados por linhas grossas a cada 1 cm, e em quadros pequenos, por linhas mais finas a cada 0,2 cm.

Escolha um referencial xOy para ler as duas coordenadas que definem a posição da moeda a cada instante. É prático escolher como origem do referencial o ponto de cruzamento de duas linhas grossas, próximas ao local onde se inicia o movimento da moeda. Daqui em diante, x identifica a coordenada horizontal, e y , a coordenada sobre o plano e perpendicular a Ox , com Ox orientado para a direita do quadro e Oy , para cima.

Monte uma tabela, associando a cada quadro i o instante de tempo t_i e as posições correspondentes $x(t_i)$ e $y(t_i)$ do centro da moeda. Para facilitar a leitura, o cursor do mouse tem a forma de uma mira: centralize-o na moeda e use suas linhas em forma de cruz para determinar as respectivas posições. Adote a metade da menor divisão da escala que conseguir medir como desvio padrão da medida da posição (sugere-se $\sigma_x = \sigma_y = 0,04 \text{ cm}$). Ignore a incerteza no tempo.

B4. Construa os gráficos das coordenadas de posição da moeda em função do tempo, $x(t)$ e $y(t)$, e também o da trajetória da moeda, $y \times x$. Não esqueça as barras de incerteza. No gráfico da trajetória, as escalas em x e em y devem ser iguais.

B5. A partir da tabela do item **B3**, calcule as componentes da velocidade média da moeda, \bar{v} , no intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$, que são dadas por:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

Experimentos Virtuais de Mecânica – IFUSP

$$\bar{v}_x [t_{i-1}; t_{i+1}] = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (1)$$

$$\bar{v}_y [t_{i-1}; t_{i+1}] = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (2)$$

em que x e y correspondem às coordenadas de posição da moeda, t ao instante de tempo e i , ao número do quadro em questão. A notação $x(t_{i+1})$ na fórmula significa a posição horizontal da moeda no instante de tempo t_{i+1} .

B6. Adote a seguinte aproximação:

$$\bar{v}_x [t_{i-1}; t_{i+1}] \cong v_x(\bar{t}_i) \quad (3)$$

$$\bar{v}_y [t_{i-1}; t_{i+1}] \cong v_y(\bar{t}_i) \quad (4)$$

onde $v_x(\bar{t}_i)$ e $v_y(\bar{t}_i)$ correspondem às componentes da velocidade linear instantânea no instante médio \bar{t}_i , que é dado por:

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_{i+1}}{2} \quad (5)$$

Essa aproximação é muito boa, porque o intervalo de tempo $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ é pequeno. Além disso, como os intervalos de tempo entre quadros são iguais, temos que $\bar{t}_i = t_i$ para todos os i . Finalmente, não é possível calcular a velocidade para o primeiro nem para o último quadro, como pode ser observado na Tabela 1.

B7. Determine o módulo da velocidade da moeda a cada instante, dado por:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (6)$$

B8. Construa os gráficos das componentes e do módulo da velocidade em função do tempo, respectivamente $v_x(\bar{t})$, $v_y(\bar{t})$ e $|\vec{v}|(\bar{t})$. Não esqueça as barras de incerteza.

B9. Determine as componentes F_x e F_y da força resultante \vec{F}_R :

$$\vec{F}_R = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad (7)$$

Para isso, calcule as acelerações médias, com fórmulas análogas às das Equações (1 – 5), e use a 2ª Lei de Newton para obter as componentes da força resultante nas direções Ox e Oy : multiplique a componente da aceleração em cada direção pela massa da moeda. Busque a massa da moeda na página de parâmetros das situações (aba *Filmes e Quadros*), na tabela *Massa da Moeda*, que remete para uma imagem da respectiva medição.

B10. Determine o módulo da força resultante a cada instante, que é dado por:

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (8)$$

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte II

A) Introdução à Parte II do experimento

Na Parte I da análise do experimento, as grandezas cinemáticas relativas ao movimento da moeda foram determinadas, bem como a força de atrito em diversos pontos do seu percurso sobre o plano inclinado. Deve ter ficado claro que a trajetória não é uma parábola, portanto, a força resultante sobre a moeda varia.

Nesta segunda parte, tentaremos elaborar uma equação de movimento, encontrar sua solução e explicar a trajetória observada. Verificaremos inicialmente o comportamento do módulo e da direção da força de atrito ao longo do movimento. Esses resultados nos possibilitarão propor um modelo teórico para o movimento da moeda sobre o plano e calcular as funções horárias para os deslocamentos nos eixos Ox e Oy . Finalmente, será avaliada a qualidade da previsão do movimento da moeda em um plano inclinado a partir da comparação dos pontos experimentais da trajetória com aqueles calculados pelo modelo.

B) Procedimento de análise (Continuação)

Na Parte I, foram determinadas as componentes da força de atrito nas direções Ox e Oy do sistema de referência usado na descrição do movimento. A dedução das relações entre a força de atrito e a força resultante, Equações (10) e (11), consta no *Apêndice ao Roteiro*, disponível na aba *Apresentação* da página do experimento.

As leis empíricas do atrito de contato aplicadas à moeda em movimento determinam as características vetoriais da força de atrito: sua direção é a mesma da velocidade, mas com sentido contrário ao deslocamento, e seu módulo é dado por:

$$|\vec{f}_{at}| = \mu_c N \Rightarrow \sqrt{f_{at_x}^2 + f_{at_y}^2} = \mu_c mg \cos \theta. \quad (13)$$

Essa expressão é suficiente para lidar com a questão do módulo, mas para verificar se a velocidade e a força de atrito têm mesma direção e sentidos contrários, serão recuperadas também as componentes da velocidade da moeda em cada instante de tempo.

B16. Comportamento do módulo da força de atrito. Recupere o gráfico do módulo da força de atrito em função do tempo, que foi construído na Parte I, e acrescente uma reta paralela ao eixo dos tempos na média dos valores medidos. Verifique que a distribuição dos pontos em torno do valor médio é consistente com uma força de atrito de módulo constante, conforme a Equação (13); se necessário, consulte o *Apêndice ao Roteiro*, onde é sugerido um método para isso. Determine, assim, o coeficiente de atrito cinético μ_c , a partir desse valor médio de $|\vec{f}_{at}|$ e dos valores conhecidos de m , g e θ .

B17. Comportamento da direção da força de atrito. As componentes da velocidade da moeda e da força de atrito que atua sobre ela foram calculadas na Parte I. A **Figura 1** mostra um quadro do experimento, em que a velocidade e a força de atrito estão representadas, ao lado de um esboço que indica o ângulo formado por esses vetores. A fim de comparar a orientação relativa entre a velocidade e a força de atrito ao longo da trajetória, é preciso medir esse ângulo sempre no mesmo sentido, que pode ser da velocidade para a força de atrito, conforme ilustrado na figura.

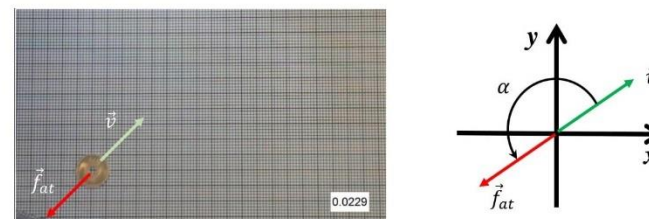


Figura 1. À esquerda, quadro extraído do vídeo com as representações dos vetores velocidade e força de atrito. À direita, esquema com os mesmos vetores e o ângulo entre eles.

Calcule o ângulo α entre os vetores velocidade e força de atrito para todos os instantes:

$$\alpha = \arcsen\left(\frac{v_x f_{at_y} - v_y f_{at_x}}{v f_{at}}\right) \quad (14)$$

onde v_x, v_y e f_{at_x}, f_{at_y} são as projeções nas direções Ox e Oy da velocidade e da força de atrito, respectivamente. O *Apêndice ao Roteiro* explica e detalha a maneira de lidar com a função arco-seno. Construa o gráfico desse ângulo em função do tempo e acrescente uma reta paralela ao eixo dos tempos no valor esperado $\alpha = \pi$ rad. Verifique que a distribuição dos pontos do gráfico em torno do valor esperado e o valor médio de α a partir dos pontos experimentais corroboram a oposição entre os vetores velocidade e força de atrito.

B18. Determinação das equações horárias. Neste item, as equações horárias da moeda serão obtidas numericamente. A metodologia está apresentada nas equações (15) a (21) e as equações (22) a (24) têm as fórmulas que serão usadas. As orientações de como proceder estão ao final deste item.

Podemos elaborar um modelo que descreva a trajetória da moeda baseado no fato de que o atrito se comporta conforme as leis empíricas. Uma vez que os vetores força de atrito e velocidade são opostos, condição obtida no item **B17**, podemos escrever:

$$\vec{f}_{at} = \mu_c N \left(-\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \right) \quad (15)$$

em que μ_c corresponde ao coeficiente de atrito cinético e N ao módulo da força normal que atua sobre a moeda. O termo entre parênteses corresponde ao versor da direção do vetor velocidade, e o sinal de menos indica o sentido contrário.

Vimos também que na direção Ox a única força que atua na moeda é a componente horizontal da força de atrito. Já na direção Oy , atuam as componentes das forças de atrito e peso. A força resultante sobre a moeda na direção do movimento é

$$\vec{F}_R = f_{at_x} \hat{i} + (f_{at_y} + P_y) \hat{j} \quad (16)$$

Assim, de acordo com as orientações do referencial pré-definidas,

$$\vec{F}_R = (\mu_c N \cos \alpha_f) \hat{i} + (\mu_c N \sin \alpha_f - mg \sin \theta) \hat{j} \quad (17)$$

onde α_f é o ângulo que o vetor força de atrito forma com o semieixo positivo da direção Ox .

Sendo α_v o ângulo que o vetor velocidade forma com o semieixo positivo da direção Ox , teremos que $\cos \alpha_f = -\cos \alpha_v$ e $\sin \alpha_f = -\sin \alpha_v$. Uma vez que $\cos \alpha_v = v_x/v$ e $\sin \alpha_v = v_y/v$, e sabendo que $N = mg \cos \theta$ é possível substituir essas relações na equação (17), de maneira que:

$$\vec{F}_R = \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_x}{v}\right) \hat{i} + \left(-\mu_c mg \cos \theta \frac{v_y}{v} - mg \sin \theta\right) \hat{j} \quad (18)$$

O módulo da velocidade pode ser calculado a partir do valor das suas componentes, v_x e v_y , então:

$$\vec{F}_R = \left(-\frac{\mu_c mg \cos \theta v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}\right) \hat{i} + \left(-\frac{\mu_c mg \cos \theta v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - mg \sin \theta\right) \hat{j} \quad (19)$$

Finalmente, com a aplicação da 2ª Lei de Newton

$$\vec{F}_R = m\vec{a} = m(a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) \quad (20)$$

podem ser determinadas as projeções da aceleração da moeda e obter as equações de movimento:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\mu_c g \cos \theta v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\mu_c g \cos \theta v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - g \sin \theta \end{cases} \quad (21)$$

A velocidade da moeda em cada instante pode ser obtida pela solução do sistema de equações diferenciais acopladas e não-lineares das fórmulas (21), que só podem ser resolvidas numericamente. Para isso, serão tomados pequenos intervalos de tempo tais que, durante cada intervalo, a velocidade seja aproximadamente constante e igual à velocidade no instante em que começa o intervalo, mas a velocidade no intervalo seguinte será diferente, sendo calculada com a aceleração da equação (21) e o valor da velocidade no início do intervalo. No menu *Guias Auxiliares* da página do Laboratório Virtual, consta o *Roteiro de Integração Numérica*, que dá um exemplo de aplicação desse método em um movimento unidimensional e que explica com mais detalhes o procedimento adotado.

A partir das posições e velocidades em um instante $t = t_n$ e tomando um intervalo de tempo Δt igual ao intervalo entre quadros sucessivos, calcula-se, para um instante de tempo t_{n+1} posterior:

$$t_{n+1} = t_n + \Delta t \quad (22)$$

as novas velocidades, usando a_x e a_y da equação (21):

$$\begin{cases} v_{x(n+1)} = v_{x(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \theta v_{x(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}}\right) \Delta t \\ v_{y(n+1)} = v_{y(n)} + \left(-\frac{\mu_c g \cos \theta v_{y(n)}}{\sqrt{v_{x(n)}^2 + v_{y(n)}^2}} - g \sin \theta\right) \Delta t \end{cases} \quad (23)$$

com as quais se calculam as novas posições:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + v_{x(n)} \Delta t \\ y_{n+1} = y_n + v_{y(n)} \Delta t \end{cases} \quad (24)$$

Inicie o processo de determinação das equações horárias com os valores de velocidade e posição correspondentes ao primeiro valor de instante médio da planilha de dados experimentais, já que este corresponde ao primeiro instante em que se determinou a velocidade instantânea do corpo. As novas velocidades e posições calculadas com as equações (23) e (24) devem ser inseridas no membro *direito* dessas equações, a fim de calcular a velocidade e a posição no instante subsequente; esse processo deve ser repetido sucessivamente até o último instante de interesse.

B19. Ajuste dos parâmetros do modelo. Compare as posições calculadas por integração numérica com aquelas lidas nos quadros. A fim de facilitar a comparação, sobreponha em um mesmo gráfico os dados experimentais (já plotados no item **B4** da Parte I) e os resultados calculados no item **B18**. Caso o cálculo tenha dado uma trajetória um pouco deslocada, mude ligeiramente (dentro de um ou dois desvios-padrões) *um* dos parâmetros μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} ou v_{0y} e recalcule a planilha (se você implementou corretamente todas as fórmulas, basta mudar o valor na célula do parâmetro e pressionar *Enter*). Comece por tentar encontrar os melhores valores de v_{0x} ou v_{0y} , depois procure ajustar μ_c e só mexa em x_0 e y_0 quando entender o efeito de mudar os outros parâmetros. Normalmente, depois de algumas tentativas que não tomarão mais que alguns minutos, você deve encontrar um conjunto de valores desses parâmetros que forneça uma trajetória bastante compatível com a experimental, embora dificilmente o ajuste será perfeito.

C) Procedimento de elaboração do relatório

O relatório deve tomar como referência um público que não conheça nem o experimento nem o que foi realizado e analisado a partir do mesmo, mas que possua conhecimentos em Física. A finalidade do relatório é que uma pessoa possa compreender o que foi feito, a qual conclusão se chegou e como essa conclusão foi obtida. Redija apresentações claras, objetivas e sintéticas. Deve ser elaborado apenas um relatório por equipe contendo as seguintes seções:

C6. Identificação: com os nomes dos integrantes da equipe, a turma e o conjunto de dados (situação) que analisou.

C7. Introdução: resuma a situação física analisada e explique quais os objetivos do experimento.

C8. Descrição Experimental: com suas próprias palavras, descreva sucintamente o arranjo experimental, mencionando os principais dispositivos e componentes usados, assim como suas características.

C9. Resultados Obtidos: apresente os resultados numéricos dos itens **B16** e **B17**, na forma de tabelas e gráficos. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com o número adequado de algarismos significativos, bem como se inseriu barras de incerteza em todos os gráficos.

C10. Análise de Dados. Resuma as razões pelas quais os gráficos do item anterior indicam a validade ou não das leis empíricas do atrito e como a interpretação estatística das barras de incerteza contribuiu para sua conclusão. Apresente em um mesmo sistema de eixos os gráficos das trajetórias medida e calculada na primeira tentativa (com as estimativas iniciais do item **B18**), informando os valores iniciais de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} .

usados nesse cálculo. Depois, plote em um mesmo sistema de eixos os gráficos das trajetórias medida e calculada após ajustar os parâmetros (segundo o item **B19**), informando os melhores valores encontrados para μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} . **Não inclua** os dados brutos nem os extraídos da análise inicial do conjunto de quadros, uma vez que estes já foram apresentados na síntese da Parte I.

C11. Discussão. Com base nos testes efetuados nos itens **B16** e **B17**, justifique por que você considerou que as leis empíricas do atrito de contato são válidas ou não. Aponte eventuais discrepâncias entre as trajetórias medida e calculada, apresentadas no item **C10**, e sugira possíveis causas para as diferenças observadas. Comente se os valores ajustados de μ_c , x_0 , y_0 , v_{0x} e v_{0y} são compatíveis com os valores medidos e, caso encontre discrepâncias, sugira as razões para isso. Indique **como** o movimento da moeda é alterado quando se varia:

- o ângulo de inclinação do plano;
- o ângulo de lançamento da moeda;
- o coeficiente de atrito entre a moeda e a superfície do plano;
- o módulo da velocidade inicial da moeda;
- a massa da moeda;
- a aceleração da gravidade.

C12. Conclusão. Retome a introdução, atente para o objetivo do experimento e comente se ele foi alcançado plenamente, parcialmente ou não. *Sugestão:* retome os itens **C5 (Parte I)** e **C11 (Parte II)** e comente em que aspectos a validação das leis empíricas do atrito de contato e a aplicação de um modelo teórico que preveja a trajetória possibilitam um aprofundamento do estudo da mecânica do movimento de um corpo submetido a uma força variável ao longo do tempo.

Apêndice ao Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável”

I. Definição dos sinais na Equação de Movimento

Nas figuras abaixo, o referencial xOy foi escolhido da mesma maneira que no Roteiro da Parte I. Na direção x , o movimento é sempre progressivo. Já na direção y , o movimento é progressivo no início e retrógrado no final, com uma inversão de sentido dentro do intervalo de tempo considerado. A **Figura 1** abaixo mostra o diagrama de forças em uma vista lateral do plano inclinado.

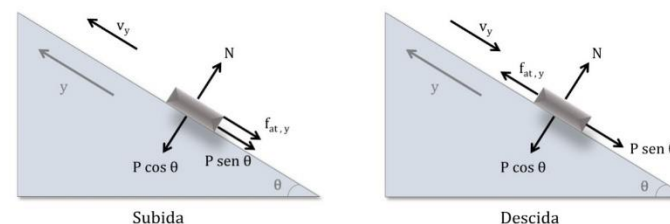


Figura 1. Diagrama de forças sobre a moeda, em que P é o módulo do peso, N o módulo da força normal, $f_{at,y}$ o módulo da componente y da força de atrito e θ , o ângulo de inclinação do plano com relação à horizontal. Esquema em vista lateral.

Uma vez que a moeda se movimenta apenas na superfície do plano inclinado, existe equilíbrio de forças na direção perpendicular ao plano, ou seja, $N = P \cos \theta$ ao longo de todo o movimento. O diagrama de forças, em uma vista superior do plano do movimento, consta na **Figura 2** abaixo.

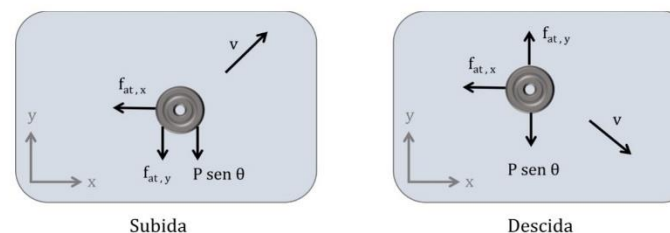


Figura 2. Vista superior do mesmo diagrama de forças ilustrado na Figura 1. $f_{at,x}$ é o módulo da componente x da força de atrito.

É preciso adotar com cuidado a regra geral de atribuição dos sinais na equação de movimento: devemos **impor** a cada **dado** o sinal adequado para que ele corresponda à situação física desejada, ou seja, devemos atribuir às coordenadas (que definem a posição da moeda na superfície do plano) sinais coerentes com a referência escolhida. Feito isso, as grandezas deduzidas (como a velocidade e a aceleração) saem com os sinais corretos por consequência das propriedades algébricas das equações, sempre respeitadas pelas leis da física. Fazendo as projeções nas direções x e y da equação de movimento na forma vetorial, $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$, obtemos:

$$\begin{cases} F_x = m \cdot a_x \\ F_y = m \cdot a_y \end{cases}$$

Com a orientação escolhida para o eixo y , conforme a **Figura 2**, vemos que o peso (um dado do problema) aponta no **sentido contrário** ao eixo. Assim,

$$F_y = f_{at,y} - mg \sen \theta$$

uma vez que $m > 0$ e $g > 0$, de acordo com a convenção habitual de representar pela letra g o **módulo** da aceleração da gravidade. Já com relação ao sinal da força de atrito, usamos as leis empíricas do atrito de contato. Essas leis informam que ela tem módulo igual a $\mu_c |\vec{N}|$ – em que $|\vec{N}|$ é o módulo da força normal e μ_c é o coeficiente de atrito cinético – e mesma direção que a velocidade, mas sentido oposto, ou seja, cada uma das componentes do atrito tem sinal oposto ao da componente correspondente da velocidade. Assim, esses sinais não são postos a mão, mas são deduzidos da velocidade a cada instante. Das **Figuras 1 e 2**, portanto, obtemos as componentes da força de atrito:

$$f_{at,x} = F_x$$

$$f_{at,y} = F_y + mg \sen \theta$$

tal como constam no roteiro da Parte I, nas equações (10) e (11).

II. Detalhes da análise dos dados e da equação de movimento

Nos itens **B16** e **B17** da Parte II, é proposto verificar se os dados experimentais obtidos das situações filmadas estão de acordo com as leis empíricas do atrito de contato. Essas leis definem, dentre outras propriedades, as características vetoriais (módulo, direção e sentido) da força de atrito. Caso os dados experimentais validem essas leis, é possível elaborar um modelo teórico que preveja o movimento da moeda ao longo da superfície do plano inclinado. No roteiro da Parte II, esse modelo resume-se à equação (21): um sistema de equações de movimento que permitem determinar a trajetória da moeda a partir dos **parâmetros do sistema** (o coeficiente de atrito μ_c entre a moeda e a superfície, o ângulo θ de inclinação do plano com a horizontal e a aceleração da gravidade g) e das **condições iniciais do lançamento** (as posições iniciais x_0 e y_0 da moeda e as componentes v_{0x} e v_{0y} de sua velocidade inicial).

Comportamento do módulo da força de atrito

Com relação ao módulo da força de atrito, $|\vec{f}_{at}|$, as leis empíricas estabelecem que ele é constante e proporcional ao módulo da força normal, $|\vec{N}|$,

$$|\vec{f}_{at}| = \mu_c |\vec{N}| \quad (1)$$

em que a constante de proporcionalidade μ_c é o coeficiente de atrito cinético. Da condição de equilíbrio de forças na direção perpendicular ao plano do movimento, deduz-se que:

$$|\vec{N}| = mg \cos \theta \quad (2)$$

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

A partir das componentes da força de atrito para cada instante, calcula-se o seu módulo:

$$|\vec{f}_{at}| = \sqrt{f_{at,x}^2 + f_{at,y}^2} \quad (3)$$

Substituindo as equações (2) e (3) na equação (1):

$$\sqrt{f_{at,x}^2 + f_{at,y}^2} = \mu_c mg \cos \theta \quad (4)$$

Note que as equações (3) e (4) correspondem às equações (12) e (13) dos roteiros das Partes I e II do experimento. Se o módulo da força de atrito for realmente constante, como indica o membro da direita na equação (4), o valor médio desse módulo pode ser usado nessa equação para estimar o coeficiente de atrito cinético entre a moeda e a superfície do plano inclinado – que é um dos parâmetros do modelo teórico. Os valores do módulo da força de atrito ao longo do tempo, calculados com a equação (3), permitem analisar se ela permaneceu constante, dentro da flutuação estatística dos dados.

A **Figura 3** apresenta os valores experimentais do módulo da força de atrito em função do tempo de uma das situações, a caráter de exemplo. O desvio padrão da distribuição é $\sigma = 279$ g·cm/s² e o valor médio do conjunto de dados é $\bar{f}_{at} = 826(54)$ g·cm/s².

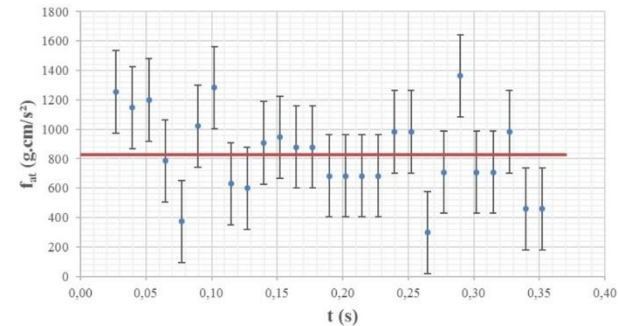


Figura 3. Valores experimentais do módulo da força de atrito em função do tempo, calculados de acordo com a equação (3). As barras de incerteza correspondem a um desvio-padrão e a linha contínua foi traçada no valor médio dos dados experimentais.

Quando uma grandeza tem um valor constante e os dados obtidos têm função de probabilidade gaussiana, devem ser encontrados cerca de 68% dos valores medidos a menos de um desvio-padrão da média, cerca de 95% deles a menos de dois desvios e provavelmente nenhum a mais de três desvios, a não ser que se tomem muitos dados (da ordem de cem ou mais). Observando os pontos do gráfico da **Figura 3**, isto claramente ocorre, uma vez que 18 dos 27 pontos estão a menos de um desvio-padrão do valor médio. Assim, é plausível adotar que o módulo da força de atrito é constante e, portanto, pode-se usar o valor médio dessa distribuição para estimar, a partir da equação (4), $\mu_c = 0,29(2)$.

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

Comportamento da direção da força de atrito

As leis empíricas estabelecem também que a força de atrito tem a mesma direção da velocidade, porém sentido contrário, portanto, o ângulo entre os vetores força de atrito e velocidade é igual a π rad em todos os instantes. Uma forma de comprovar esta propriedade é verificar se os valores experimentais desse ângulo são compatíveis com o valor esperado. Para calcular esse ângulo, é possível se valer das conhecidas expressões para o produto vetorial:

$$\vec{v} \times \vec{f}_{at} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ f_{at_x} & f_{at_y} & 0 \end{vmatrix} = (v_x f_{at_y} - v_y f_{at_x}) \hat{k} \quad (5)$$

onde, dependendo do sinal de sua componente \hat{k} , o vetor $\vec{v} \times \vec{f}_{at}$ apontará no sentido $+\hat{k}$ ou $-\hat{k}$. Pode-se também aplicar:

$$|\vec{v} \times \vec{f}_{at}| = v \cdot f_{at} \cdot \sin \alpha, \quad \text{com } \alpha \in [0; \pi] \quad (6)$$

que, por ser uma grandeza positiva ou nula, remete ao menor ângulo entre os vetores. Como o produto vetorial é anti-comutativo, $(\vec{v} \times \vec{f}_{at}) = -(\vec{f}_{at} \times \vec{v})$, e o seno é uma função ímpar, $\sin \alpha = -\sin(-\alpha)$, é possível adotar:

$$v_x f_{at_y} - v_y f_{at_x} = |\vec{v}| \cdot |\vec{f}_{at}| \cdot \sin \alpha, \quad \text{com } \alpha \in [0; 2\pi] \quad (7)$$

desde que α seja o ângulo varrido desde o vetor velocidade até o vetor força de atrito no sentido anti-horário, adotado como positivo. Assim:

$$\alpha = \arcsen\left(\frac{v_x f_{at_y} - v_y f_{at_x}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{f}_{at}|}\right), \quad \text{com } \alpha \in [0; 2\pi] \quad (8)$$

A incerteza em $\alpha = \arcsen(u)$ depende da incerteza em u . Se u for pequeno, seus valores flutuarão em torno de zero. Como a aproximação $\alpha \approx \sin \alpha$ é válida para valores pequenos, pode-se mostrar que $\sigma_\alpha \approx \sigma_u$, ou seja, a variância do ângulo e de seu seno são aproximadamente iguais. Retomaremos mais adiante esta observação, pois o cálculo de α requer cuidados especiais.

É de se notar que cada valor de seno no intervalo $[-1; 1]$ remete a dois arcos do intervalo $[0; 2\pi]$, uma vez que o seno é positivo no primeiro e no segundo quadrantes, e negativo no terceiro e no quarto. Por essa razão, é necessário escolher, no domínio da função seno, que ramo deve ser usado. Em outras palavras, é necessário estabelecer se são requeridos os arcos do primeiro e do quarto quadrantes, ou do segundo e do terceiro.

Lembre-se que para verificar a oposição entre os vetores velocidade e força de atrito, o ângulo α deve ser compatível com π rad, que é o valor do arco de transição entre o segundo quadrante e o terceiro. Porém, diante da flutuação estatística dos dados experimentais, é provável que os ângulos calculados a cada instante sejam diferentes desse valor, para mais ou para menos. Por isso, são de interesse os arcos $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$. A **Figura 4** esclarece, para o presente caso, as possíveis configurações que podem surgir dessas flutuações.

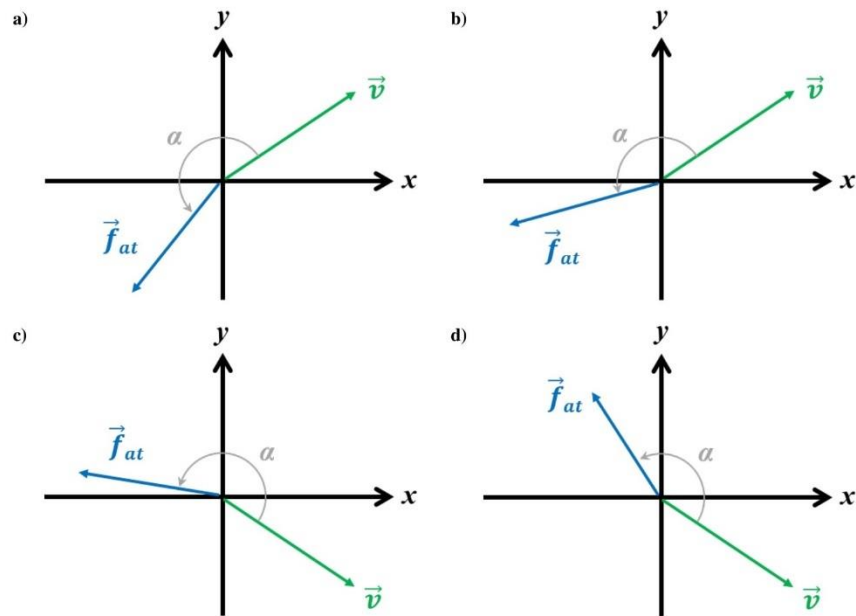


Figura 4. Possíveis orientações dos vetores velocidade e força de atrito no plano do movimento.

Em **a)** e **b)**, a moeda está subindo (vetor velocidade no 1º quadrante) e em **c)** e **d)**, descendo (vetor velocidade no 4º quadrante).

Em **a)** e **c)**, em um dado instante t_i tem-se $\alpha(t_i) > \pi$ e o argumento da função arco-seno na equação (8) é negativo.

Já em **b)** e **d)**, em um dado instante t_i tem-se $\alpha(t_i) < \pi$ e o argumento da função arco-seno na equação (8) é positivo.

Para implementar numa planilha eletrônica um cálculo como o da equação (8) para um ramo particular do domínio da função seno, devem ser tomados cuidados específicos, uma vez que a função $\text{ASEN}(\cdot)$ retorna arcos no intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, o que não é diretamente o caso da situação física em questão.

A **Figura 5** mostra o gráfico da função seno. Como cada ramo invertível do domínio da função seno tem extensão de π unidades, há de se analisar como podem ser obtidos ângulos do intervalo $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ uma vez dispo de valores no intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Num primeiro lance intuitivo, poder-se-ia pensar em somar π ao resultado. Porém, perceba que deslocando o ramo com $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ de π unidades para a direita, não se obtém o ramo com $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$; esses ramos estão espelhados, portanto:

$$\alpha = \pi - \arcsen\left(\frac{v_x f_{at_y} - v_y f_{at_x}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{f}_{at}|}\right). \quad (9)$$

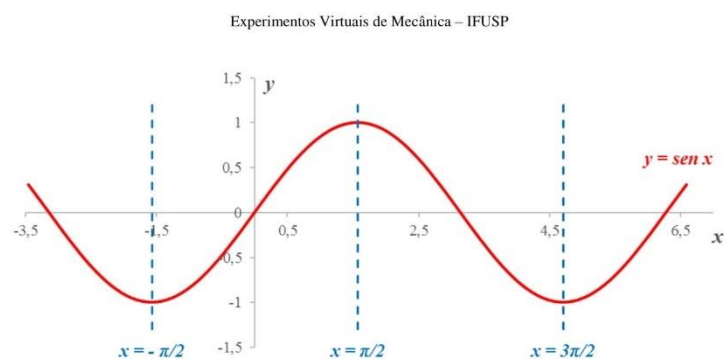


Figura 5. Gráfico da função $y = \text{sen } x$ nas vizinhanças de $x = \pi/2$.

Quando um arco α informado pela função arco-seno é do primeiro quadrante, seu seno é positivo e, portanto, o arco simétrico de interesse é o do segundo quadrante. Porém, o valor $\pi + \alpha$ representa um arco do terceiro quadrante. Logo, a redução ao primeiro quadrante correta deve ser a correspondente ao segundo quadrante, o que resulta em $\pi - \alpha$. Em termos de sintaxe da fórmula, pode-se escrever na respectiva célula da planilha eletrônica:

$$=PI() - \text{ASEN}((v_x * f_y - v_y * f_x) / (v * f))$$

onde v_x , v_y , v , f_x , f_y e f devem referenciar, respectivamente, as células das componentes x e y e dos módulos da velocidade (v) e da força de atrito (f).

Retomando a discussão a respeito da incerteza em α , notamos que, como as equações (8) e (9) diferem entre si por uma constante, a incerteza do ângulo α é a incerteza do quociente $u = \frac{v_x f_{at_y} - v_y f_{at_x}}{|v| |f_{at}|}$. A incerteza em u provém das incertezas das componentes da velocidade e da força de atrito. Observando seus dados, você pode constatar que a incerteza relativa na velocidade é muito menor que aquela na força de atrito. Assim, podemos obter uma boa estimativa para σ_α ignorando a incerteza relativa em v . O cálculo é longo, mas após bastante álgebra, chega-se em:

$$\sigma_\alpha \approx \frac{\sigma_{f_{at}}}{f_{at}} \quad (10)$$

Note que no membro da direita aparece uma incerteza relativa, enquanto que no esquerdo, a incerteza é no próprio ângulo.

Da análise estatística da Figura 3, concluiu-se que a força de atrito tem módulo constante, dentro das incertezas experimentais. Portanto, na equação (10) podem ser utilizados o valor médio da força de atrito e o desvio padrão com que se mede cada valor de força de atrito, de modo que a incerteza de uma medida do ângulo α é a mesma para todos os instantes. A Figura 6 apresenta os valores experimentais do ângulo α em função do tempo, para a mesma situação analisada na Figura 3.

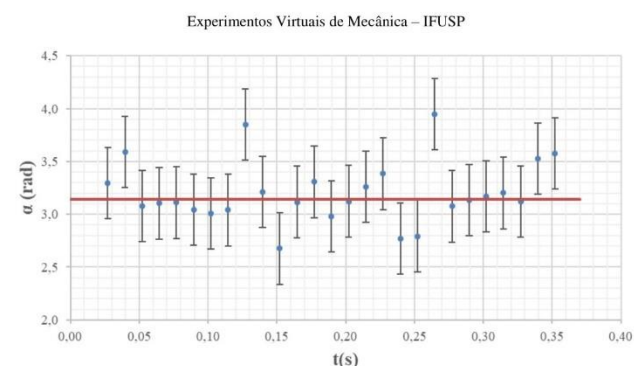


Figura 6. Valores experimentais do ângulo entre a força de atrito e a velocidade em função do tempo, calculados de acordo com a equação (9). As barras de incerteza são de um desvio-padrão, vide a equação (10), e a linha contínua foi traçada no valor esperado π rad.

Observando os pontos do gráfico da Figura 6, 19 dos 27 pontos estão a menos de um desvio-padrão do valor esperado π rad, e o valor médio da distribuição é $\bar{\alpha} = 3,20(7)$ rad – note que 0,07 é o desvio padrão do valor médio $\bar{\alpha}$, e não de cada dado α_i , para um instante específico t_i . Portanto, seja pela interpretação estatística do gráfico, seja pela análise do valor médio, os dados experimentais não contradizem a lei empírica que estabelece que a força de atrito é oposta à velocidade. Assim, adotaremos que o ângulo α é π rad.

Uma vez bem definida a força de atrito, em módulo, direção e sentido, será elaborada a equação de movimento da moeda, que possibilitará a previsão da sua trajetória ao longo da superfície do plano inclinado.

Anexo J. Questionário Final (4ª intervenção/2018)

Complementos de Mecânica Clássica – 2018

Gostaríamos de saber suas opiniões e conclusões a respeito do experimento virtual de Atrito Variável. Nas questões, assinale uma, mais de uma ou nenhuma alternativa, de forma a contemplar sua opinião. Agradecemos a colaboração!

Nome: _____

1. O que você acha da *metodologia de coleta dos dados* do laboratório virtual?

- Adequada para os objetivos da experiência
 Inadequada para os objetivos da experiência
 Indevida, pois ela seria mais plausível a partir de um software de aquisição automática de dados
 Rudimentar, dado o nível mais avançado desta disciplina
 Aplicável, independentemente do nível da disciplina

2. O que você pode dizer da *qualidade dos dados obtidos* no Laboratório Virtual?

- Não têm tanta precisão quanto as medidas tomadas em um laboratório tradicional
 São mais precisos que as medidas realizadas num laboratório real
 As posições lidas nos quadros são tão boas quanto aquelas obtidas em um laboratório convencional
 A leitura de posições pelos quadros dificulta a coleta de dados
 A leitura de posições pelos quadros facilita a coleta de dados

3. Sobre os *instantes de tempo obtidos a partir dos quadros*, você acredita que:

- São precisos e muito confiáveis
 Não são precisos nem muito confiáveis
 Não tenho certeza se o método para determiná-los é confiável
 São estimativas razoáveis dos instantes verdadeiros
 São equivalentes ao tempo medido com um cronômetro

4. Você acredita que através do quadro fornecido, você está *realizando uma medida*?

- Sim
 Não, definitivamente
 Não, pois a tomada de dados pelos quadros não corresponde exatamente a um processo de medição
 Em partes, pois o que fiz foi parecido, mas não foi exatamente uma medida
 Em partes, pois uma leitura feita manualmente com o próprio instrumento de medida seria mais confiável

5. Que grandezas físicas variam ao longo do movimento e *de que maneira ocorre essa variação*? Em cada um dos três blocos de opções, assinale apenas uma das alternativas.

- $|\vec{v}|$ sempre diminuindo
 $|\vec{v}|$ sempre aumentando
 $|\vec{v}|$ inicialmente diminuindo e depois aumentando
 $|\vec{v}|$ inicialmente aumentando e depois diminuindo

- $|\vec{f}_{at}|$ e μ oscilando em torno de um valor constante
 $|\vec{f}_{at}|$ e μ sempre diminuindo
 $|\vec{f}_{at}|$ e μ sempre aumentando

- \vec{f}_{at} e \vec{v} mudando de direção e sentido juntas
 \vec{f}_{at} e \vec{v} mudando de direção e sentido independentemente uma da outra

Complementos de Mecânica Clássica – 2018

6. A primeira coluna da tabela a seguir contém diversas grandezas relevantes no movimento. Para cada uma delas decida e comente se, quando modificada, ela é capaz de alterar a trajetória da moeda – assinalando um X na respectiva coluna.

Grandeza	É capaz de alterar a trajetória da moeda?		Comentário - Se Sim, comente como você acha que se dá essa alteração. - Se Não, explique por que a grandeza é indiferente para a trajetória.
	Sim	Não	
	<i>Ângulo de inclinação do plano</i>		
<i>Ângulo de lançamento da moeda</i>			
<i>Coefficiente de atrito entre a moeda e a superfície do plano</i>			
<i>Módulo da velocidade inicial da moeda</i>			
<i>Massa da moeda</i>			
<i>Aceleração da gravidade</i>			

7. Qual a sua opinião a respeito dos *roteiros e apêndices* fornecidos para orientar a experiência?

8. Qual a sua opinião com relação aos *tutoriais em vídeo* disponibilizados para guiar a análise?

Comentários adicionais

