

e.1

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Física



MESTRADO
ACVI

"O USO DE MODELOS NO ENSINO DA FÍSICA:
UMA APLICAÇÃO AOS CIRCUITOS ELÉTRICOS"

SBI-IFUSP



305M810T1449

Dissertação de Mestrado em
Ensino de Ciências (Modali-
dade Física)-Instituto de
Física e Faculdade de Edu-
cação - USP

Manoel Roberto Robilotta
Manoel Roberto Robilotta
Manoel Roberto Robilotta

Maurício Pietrocola Pinto de Oliveira
Prof. Dr. Manoel Roberto Robilotta (Orientador)

Deferido em 12/09/88

São Paulo
1988

Agradecimentos

- . Ao amigo **Mané**, pela co-autoria, pelo interesse, pela orientação pacienzosa, pela revisão minuciosa e principalmente pelo carinho com o qual conduziu o trabalho.
- . Ao **Aníbal**, amigo, "companheiro", incentivador e crítico, com quem pudemos dividir os bons e maus momentos.
- . Ao **Tex**, primeiro orientador, que nos iniciou no campo da pesquisa.
- . Ao **Arnaldo e Zé Roberto**, pelas conversas proveitosas e elaboração final do trabalho.
- . À **Alzira**, pelas várias noites perdidas na correção dos manuscritos.
- . À **Rita e a Claudia**, pela presteza e orientação durante o curso todo.
- . À **Lia e a Iracema**, pelos diversos favores que permitiram o término desse trabalho.
- . À **Raquel, Virgínia e a Mitsui** pela datilografia.
- . Ao **Luciano**, pela revisão técnica de parte da apostila.
- . À **Sônia F. Pessoa**, pela discussão e encaminhamento de alguns problemas.
- . À **Yassuko** pela crítica e discussão do trabalho.
- . E à **Leonora**, que tendo participado apenas dos últimos seis meses desse trabalho, teve papel decisivo para a sua conclusão, incentivando, criticando, discutindo, amparando e elogiando durante todo o tempo.

APRESENTAÇÃO

A física é uma disciplina extremamente complexa, tanto no que diz respeito ao conhecimento acabado, quanto ao processo de obtenção do mesmo. Neste trabalho argumentamos que algumas das dificuldades encontradas no ensino de física decorrem de se subestimar essa complexidade. Em particular, a beleza e coerência das teorias físicas parecem sugerir a existência de dois mundos, um lógico e matemático, outro real. Esta é uma fonte de problemas para o ensino, já que muitos professores e, por extensão, seus alunos, tendem a esquecer que a autonomia desses dois mundos é apenas relativa, existindo ligações profundas entre eles.

O objetivo central deste trabalho consiste na recuperação destas ligações, no caso de um tópico de física particular. Este é composto por duas grandes partes. Na primeira, fazemos uma discussão da relação entre o conteúdo epistemológico da física e o seu ensino, e na segunda tentamos incorporar as nossas idéias sobre o assunto num texto didático acerca de circuitos elétricos, destinado a alunos de um curso básico de física na universidade.

A B S T R A C T

Physics is an extremely complex subject regarding both the final knowledge and the process to obtain it. In this work we argue that some of the difficulties found in Physics teaching are due to the underestimation of this complexity. In particular, the beauty and coherence of physical theories seem to suggest the existence of two worlds, one logical and mathematical, the other real. This is a source of problems in the teaching activity, since many teachers and, by extension, their students, tend to forget that the autonomy of these worlds is a relative one, for there are deep links between them.

The main purpose of this work consists in the recovering of these links, in the case of a particular topic of Physics. It is divided into two large blocks. In the first one we discuss the relationship between the epistemological content of Physics and its teaching, whereas in the second one we try to incorporate our ideas about the subject into a text about electric circuits aimed at students of basic university courses.

Í N D I C E

Capítulo I. Motivações	
I.1. Introdução	1
I.2. Alguns Problemas de Conteúdo Físico ...	13
Referências	21,A
Capítulo II. Aspectos Gerais da Atividade Científica	
II.1. Ciência Normal	22
II.2. Conhecimento em Profundidade	34
Referências	44,A
Capítulo III. Aspectos do Texto Proposto	
III.1. Introdução	45
III.2. Justificativa do Índice	46
III.3. Pré-Requisitos	47
III.4. Particularidades do Texto	48
Capítulo IV. Um Texto de Circuitos Elétricos Baseado no Conhecimento em Profundidade	
IV.1. Índice	58
Bibliografia	

CAPÍTULO I

I.1 - Introdução

Através de nossa prática como professor, percebemos que os alunos, muitas vezes, têm uma postura apática frente ao conhecimento físico. Frequentemente, não externam dúvidas acerca de assuntos considerados difíceis, mesmo quando incentivados a fazê-lo, o que nos leva a imaginar que as mesmas não chegam a existir.

Parece não haver uma percepção completa dos problemas propostos. A impressão que se tem é que tanto na aula, como no processo de ensino-aprendizagem em geral, o aluno parece assumir a posição de mero espectador, sem sentir necessidade de analisar ou criticar o que está sendo exposto. O conteúdo transmitido parece tão distante que ele apenas percebe nuances, quase sem se preocupar com o cerne do tópico apresentado.

É comum ouvir os alunos expressarem, após o término de um curso em que obtiveram conceitos bons, a necessidade de voltar a estudar o conteúdo já ministrado, como se todo o trabalho desenvolvido anteriormente não tivesse dado segurança do conhecimento apreendido. O educando sente ter incorporado parte do que lhe foi exposto, mas parece sentir que isto não foi o bastante.

Nós mesmos e vários colegas, no curso de graduação, sentíamos algo parecido. Muitas vezes, ao terminar um curso, no qual havíamos passado com bom conceito, sentíamos que não obtivéramos todo o conhecimento, e isso não podia ser atribuído à didática do professor ou falta de empenho nosso para com o curso. Parecia-nos que o conteúdo aprendido era difuso. Em várias oportunidades, sentíamos necessidade

de reestudar tais conteúdos através de consultas voluntárias à bibliografia especializada. De alguma forma, o ensino, apesar de tecnicamente eficiente, não era capaz de nos dar segurança frente ao conhecimento.

Esse tipo de insegurança foi marcante na nossa relação com muitas das disciplinas na Universidade. Naquele momento, não conseguíamos perceber como nos apropriar daquele conhecimento. Os cursos eram quase que só entendidos como uma série longa e cansativa de resolução de exercícios, e isso não nos dava segurança sobre o conteúdo dos mesmos. A Física que, no segundo grau, fora motivo de êxtase, passou, na Universidade, a ser sinônimo de medo e desconforto. A sensação de impotência era tamanha que, muitas vezes, questionamos a nossa inclinação para tal área.

O conhecimento parecia acessível apenas às pontas de nossos dedos. Ao terminar um curso específico, não nos sentíamos donos do conhecimento que havia sido exposto. Hoje, percebemos que, entre outras coisas, a própria forma de transmissão do conteúdo dificultava de maneira sutil a sua apreensão.

A nossa relação com a física era análoga à de uma pessoa numa cidade que ela não conhece, como tentaremos mostrar a seguir.

Certo domingo, um professor visitante chega a São Paulo para uma rápida visita. Ele não conhece a cidade e aloja-se na USP. No dia seguinte, sai para um passeio com um amigo paulista até o Parque do Ibirapuera e, para chegar até lá, eles percorrem o caminho abaixo, passando pelas avenidas Eusébio Matoso, Rebouças e Brasil

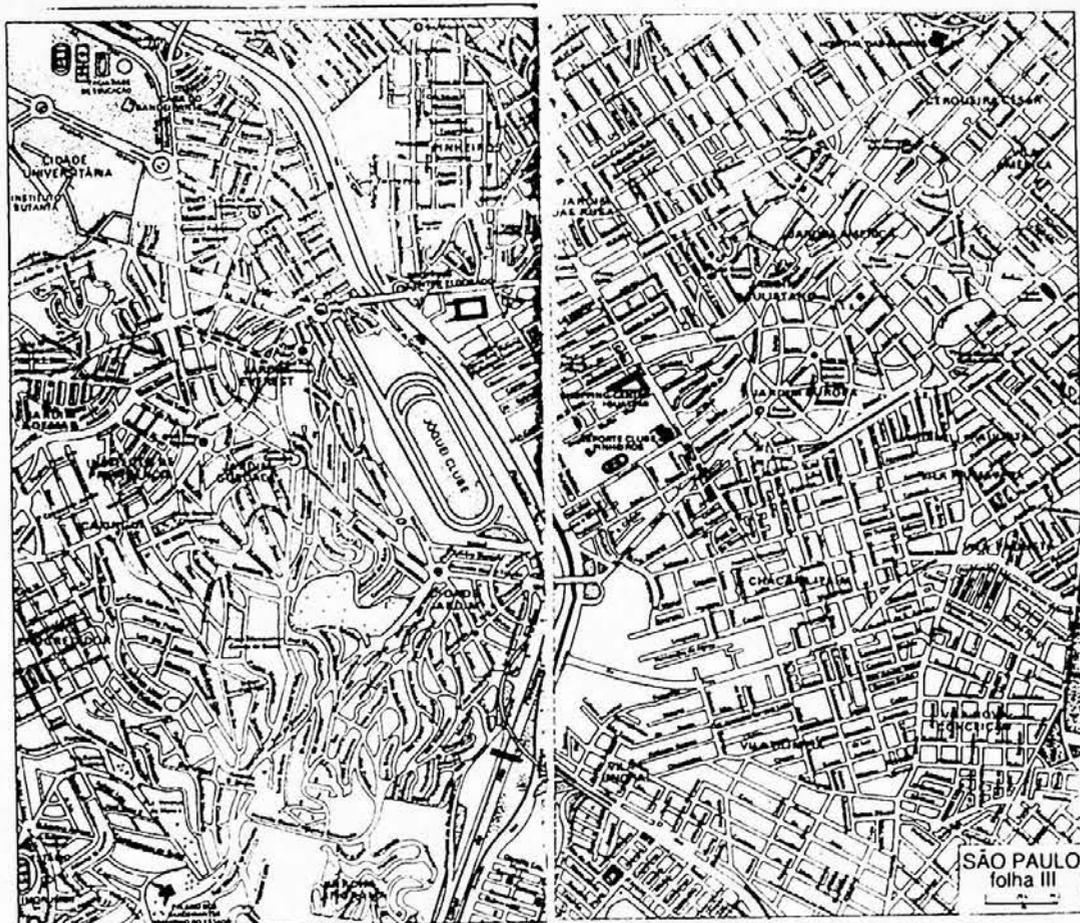


Figura I.1.1

Durante o caminho, o amigo vai dando os nomes das avenidas, lugares por onde passou. O visitante presta muita atenção na explicação. Vez por outra, o primeiro nomeia outras avenidas que cruzam o itinerário e pontos de referência que se localizam nas proximidades. Por exemplo, no fim da avenida Vital Brasil aponta o Jockey Club. Ao passar pela avenida Rebouças, mostra o cruzamento com a avenida Faria Lima e aponta o Shopping Iguatemi. Na volta para casa, toma outro caminho, indo pela República do Líbano, Juscelino Kubitschek até a USP.

O mapa da cidade na Fig. I.1.1 representa o mapa mental do amigo do professor, que lhe permite locomover-se com desenvoltura na cidade.

No dia seguinte, o visitante precisa ir até a avenida Juscelino Kubitscheck, onde já havia estado no passeio com seu amigo. Para tanto, toma o seu carro e vai sozinho.

O professor não tem o mapa mental, para ele resta apenas a seqüência anterior, relembrando o trajeto feito no dia anterior. Refaz a seqüência mentalmente: saio pela Vital Brasil, no final da mesma percorro a Eusébio Matoso, cruzo a ponte, passo em frente ao Eldorado. Ao terminar a Eusébio Matoso, cruzo a Faria Lima continuando na Rebouças. No quinto semáforo, dobro à direita e entro na avenida Brasil, depois República do Líbano e estou na Juscelino.

Ele tenta seguir exatamente a mesma seqüência de caminhos feitos no dia anterior. A sensação de medo acompanha-o durante todo o trajeto, pois ele tem consciência de que qualquer engano será fatal: num dado cruzamento, se ele seguir em frente, irá parar na Penha. O mesmo trajeto que parece "natural" para o amigo do visitante é motivo de angústia para este.

A partir de quinta-feira, já tendo exercitado o caminho várias vezes, domina o trajeto entre a USP e a Juscelino Kubitscheck, visualizando-o como a figura abaixo.

V. Brasil E. Matoso Rebouças av. Brasil Rep do Líbano J. Kubitscheck

Figura 1.1.2

Na sexta-feira, porém a ponte de Pinheiros é bloqueada e ele não pode seguir o seu trajeto costumeiro. Nesse momento, a unidimensionalidade do seu conhecimento faz com que entre em "pânico". Tal coisa não aconteceria com seu amigo, pois este possui na mente o mapa da cidade, mostrado na Fig. I.1.1, e facilmente achará um caminho alternativo. O domínio da espacialização da cidade é fundamental para que se possa trafegar na mesma com segurança. Sônia Salém faz uma discussão dessa característica da cidade:

"Uma cidade, além de indivíduos, é constituída basicamente por objetos arquitetônicos e ruas, 'coisas' e 'caminhos'. Num dado período histórico, essas coisas e caminhos estão organizados espacialmente numa forma particular, que não é de todo homogênea, respeita algumas leis econômicas, sociais ou culturais e também regras específicas, como aquelas relativas ao tráfego. Assim, a cidade é dividida em regiões geográficas que podem ser mais ou menos importantes, centrais ou periféricas, mais ou menos ricas, com maior ou menor concentração demográfica e com diferentes funções no conjunto que é a cidade: comerciais, industriais, residenciais etc.. Um motorista de táxi consegue locomover-se na cidade com relativa facilidade. Em cada ponto onde está, situa-se no todo, tem noção do que existe à sua volta, sabe quais são as vias de acesso principais ou mais adequadas para ir de um ponto a outro. Se algum problema de tráfego, um congestionamento ou trecho em obras, por exemplo, impedi-lo de utilizar algum desses acessos, ele tem um certo traquejo para desviar e optar por outros ... em outras palavras, ele tem um mapa mental da cidade" ¹⁾

A situação passada pelo visitante é muito simi-

lar à nossa vivência nos cursos. Assim como a cidade, as teorias físicas também são espacializadas. Os elementos e relações existentes não são justapostos, mas formam uma estrutura, ocupando posições bem determinadas na mesma.

O mapa de uma cidade representa a sua organização espacial. No caso de uma teoria física, é possível obter o mesmo tipo de mapa, por exemplo, a eletrostática, que é um conjunto de relações entre conceitos, como cargas elétricas, campo elétrico, força, energia etc.. Esta teoria pode ser representada pelo mapa abaixo, tal como elaborado por Sônia Salém.

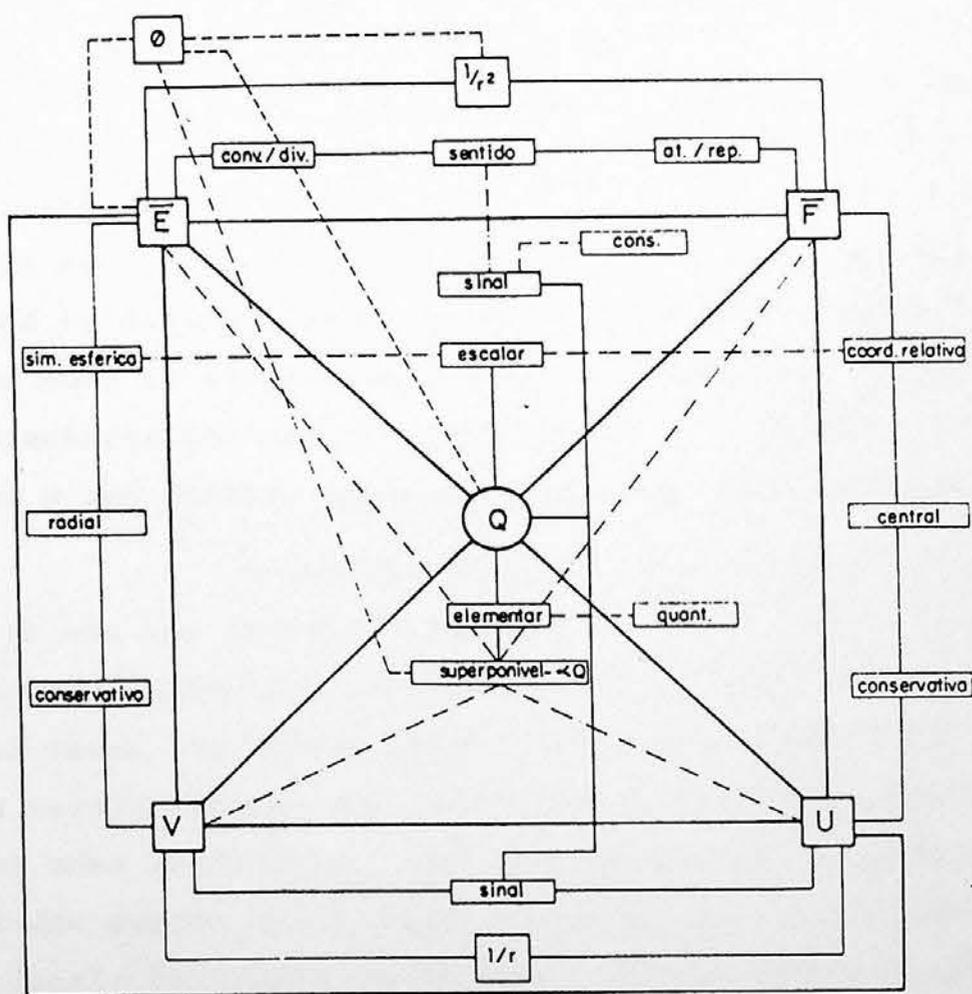


Figura I.1.3

- Mapa conceitual da Eletrostática.

A não apreensão do caráter espacial das teorias físicas era responsável por parte da nossa sensação de insegurança e impotência vivenciada nos cursos. A nossa relação com a física era análoga à de um visitante numa cidade estranha: apenas um conjunto de seqüências a serem percorridas. Qualquer obstáculo que impedisse a utilização destas era motivo de "pânico". A dependência do visitante frente aos trajetos pré-determinados era igual à que tínhamos frente às relações aprendidas. Não obtínhamos um retrato mental de como se espacializava a teoria. As relações que aprendêramos não levava à apropriação do conhecimento como um todo coeso.

Somente após um longo período de contato com a física, nos cursos de pós-graduação, percebemos que, para incorporar a estrutura que representa as teorias físicas, era necessário transcender as seqüências aprendidas e formar o mapa mental que organizasse as mesmas. Em muitas situações, após os quatro anos de curso de graduação, ainda nos sentíamos como turistas numa cidade desconhecida. Essa tarefa de espacialização não foi feita durante os cursos, e só obtivemos o seu caráter espacial depois de anos de formados.

O exemplo do professor visitante procurou mostrar uma das fontes de problemas para o ensino associado à espacialização do conteúdo físico, existem, porém, outras. Muitas vezes, os alunos obtêm a estrutura formal que engloba certa teoria física, mas, diante de um problema prático, não sabem como abordá-lo. Não são capazes de relacionar o conteúdo dos cursos com o mundo material, que, em última análise, é o objeto de estudo da Física. Parece haver um abismo entre esse mundo material e as teorias que eles não conseguem su -

plantar. Elas parecem difusamente relacionadas ao mundo material. Conseqüentemente, quando propomos uma questão em que se apresenta uma situação prática, relativa a uma teoria estudada, é raro que os alunos saibam como começar a resolvê-la, pois parecem não conseguir relacionar os elementos estudados na teoria com os da situação prática.

Como afirma Robilotta:

"Existem outros modos de se conhecer o mundo físico, é possível um relacionamento do tipo sentimento. Um tal modo de conhecer é caracteristicamente não formal, pode ser não verbal e acontece num mundo de coisas às quais se atribui um certo grau de realidade. O acesso a esse mundo é feito por meio de sensações, palavras, imagens e intuição, e a mente busca a intimidade do objeto a ser conhecido. Neste tipo de conhecimento não existe a clareza fria da razão".²⁾

Por exemplo no estudo da eletrostática:

"... No caso da relação $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$, o conhecimento tipo sentimento poderia ser facilitado se associássemos essa expressão formal à idéia de uma aura a envolver a carga. Assim, para se ensinar Física, é preciso também administrar a postura dos símbolos formais à realidade".²⁾

A inexistência desse relacionamento tipo sentimento promove a separação formalismo-realidade. As duas situações a seguir descrevem experiências onde isso ocorre.

A primeira apareceu no curso de Instrumentação para ensino de Física, no ano de 1983. Este curso, que é ministrado no IFUSP, em dois semestres, é matéria obrigatória para a licenciatura e serve como optativa para o bacharelado. Diversos alunos do quarto ano procuram-na.

Muitos dos quais já fizeram os cursos de Eletromagnetismo, Es

estrutura da Matéria, Mecânica Clássica entre outros, ou seja, teoricamente possuindo conhecimentos profundos sobre estas teorias.

O curso, em 1983, enfatizou a construção e utilização de experimentos com base em materiais de baixo custo e a sua inserção num curso de física. A primeira experiência feita na parte de eletrostática era atritar um canudo de refresco num pedaço de papel e observar que grudava na parede. A pergunta era por quê? Interessante foi perceber que, no ano em que realizamos o curso, nenhuma explicação coerente apareceu. Mesmo alunos, que estavam prestes a se graduar, não conseguiram resolver o problema.

Após o término daquele curso, continuamos a interagir com o grupo que trabalhava com Instrumentação, mais especificamente com os professores Norberto Ferreira e Antonio Violin, e fomos, por seis meses, monitor do curso. Tivemos, por isso, oportunidade de perceber que o fato ocorrido com a experiência do canudo de refresco aparecia em diversas outras experiências. Mesmo alunos que eram capazes de resolver complexos problemas formais, nos outros cursos, demonstrando que possuíam uma parte do conhecimento encerrado pela Física, não eram capazes de analisar situações práticas.

Outra situação interessante foi a discussão sobre o que era um ímã. Os alunos já haviam estudado magnetismo, no mínimo duas vezes (Física 3 e Eletromagnetismo), e conheciam a estrutura interna da matéria (núcleo, elétrons, spin, momento etc.), porém foram necessárias aproximadamente duas horas de discussão em grupo para chegar-se a um modelo simples sobre a estrutura interna de um ímã.

Os alunos pareciam não conseguir relacionar o que haviam estudado nos cursos com a realidade trazida pelos experimentos, como se o conhecimento formal dos mesmos fosse desvinculado da realidade. O curso de Instrumentação aparentava reatar um laço da estrutura teórica de conhecimento com o mundo material, permitindo que o mesmo pudesse ser olhado com o "filtro" da teoria. O prazer sentido pelos alunos, nesse momento, era muitas vezes externado com um: "agora estou aprendendo Física!!"

Outra situação, vivenciada por um colega nosso do IFUSP³⁾, aparece em um contexto totalmente diferente do primeiro, ao participar de um projeto de ensino de ciências na Guiné-Bissau (África). Essa situação é descrita na dissertação de mestrado de Sônia Salém e transcrevemo-la abaixo:

"Em uma aula de um curso de formação de professores, discutia-se a alavanca como uma máquina simples. Quando um dos coordenadores do curso, solicitou dos alunos (no caso, professores), exemplos de alavanca, todos limitaram-se a citar aqueles exemplos comumente encontrados nos livros-texto de iniciação científica, classificando-os, inclusive, quanto ao tipo (interpotente, interresistente e interfixa). Esses exemplos referiam-se a objetos desconhecidos ou pouco utilizados pela comunidade local, estando, portanto, fora de seu universo cultural. Como descreve esse colega, os alunos ...'eram capazes de nomear os tipos de alavancas, de equacionar e resolver as equações de equilíbrio de alavanca, mas não o foram em relacionar aquele conhecimento com, por exemplo, o próprio instrumento de trabalho que utilizavam na lavoura!' "

Os alunos, nesse momento, não haviam compreen-

dido o significado de alavanca, mas apenas memorizado mecanicamente os textos lidos, bem como as técnicas de solução das equações correspondentes. Ainda que houvessem entendido formalmente o modelo teórico de alavanca, não eram capazes de relacioná-lo a qualquer objeto que fizesse parte de sua experiência. Não sabiam, de fato, o que era uma alavanca e, por isso, dificilmente poderiam utilizar esse conhecimento de modo consciente quer para interferir na realidade de produção agrícola em que viviam, quer para ensiná-lo. Esses indivíduos não eram "proprietários" do próprio conhecimento; mas dependiam dos livros ou anotações de aulas, limitando-se simplesmente a repetir o seu conteúdo.

Os coordenadores desse curso, na Guiné, com a preocupação de problematizar o conteúdo envolvido no conceito de alavanca a partir da realidade concreta daquela comunidade e, portanto, do que era familiar aos alunos, encaminharam a discussão de maneira que eles percebessem a relação entre as "alavancas dos livros" e o seu uso tradicional pela comunidade. Após algum tempo de discussão, um aluno forneceu, como exemplo de alavanca, o "arado balanta" usado na lavoura. A partir daí, vários outros objetos foram identificados a alavancas, tais como: "catanas (facão), remos, o suporte de madeira empregado pelos caçadores para transporte de caça ou, então, para o transporte de outra carga qualquer, e, com maior ênfase, aos instrumentos agrícolas empregados pelos camponeses".

No momento em que isso ocorreu, os alunos tiveram consciência da relação entre os exemplos ensinados nos livros e aqueles vindos de sua experiência. Através dessa relação, foram capazes de perceber aquilo que era a essência

do conceito de alavanca, o seu caráter universal. A partir daí, tanto os instrumentos que conheciam podiam ser compreendidos, analisados e utilizados à luz do modelo teórico de alavanca, como o próprio modelo podia ser enriquecido e desenvolvido a partir do seu conhecimento prático. O conhecimento de alavanca passou a pertencer a esses indivíduos, que se tornaram potencialmente capazes de utilizá-lo de forma consciente para interferir no seu meio". 4)

Estes exemplos evidenciam a existência de uma desvinculação entre formalismo e realidade. Isso é decorrência de um ensino com ênfase excessiva na parte formal do conhecimento físico. Este ponto é reafirmado por Robilotta:

"Em geral, a maior parte do esforço despendido no ensino de Física a nível básico tem por objetivo fazer com que os estudantes passem a dominar os vários aspectos das relações lógica-matemáticas de uma teoria". 5)

A ligação entre o formalismo e a realidade, que enche de significado a teoria, geralmente não é feita nos cursos. Deixa-se essa difícil tarefa por conta do aluno, que, em geral, não consegue realizá-la. O que fica é, quase sempre, um formalismo que longe está de relacionar-se ao mundo natural. O conhecimento físico parece ser uma estrutura independente, que, muitas vezes, apenas serve para resolver listas de exercícios e fazer provas, tal como uma árvore cortada pelo caule (sem raízes) e transferida para outro lugar. Ao deixarmos a raiz, fica-se sem a ligação com o solo, que é a fonte da sua vida.

I.2 - Alguns Problemas do Conteúdo Físico

O nosso relacionamento com o conteúdo de física, tanto através dos cursos que fizemos, quanto dos livros e textos consultados, levou-nos a perceber que o desligamento formalismo-realidade não ocorre só para os professores da Guiné-Bissau ou alunos da instrumentação para ensino, na verdade, ele é muito amplo.

Uma postura que tenha como objetivo explícito propiciar essa ligação, não é comum nos meios de ensino. Os cursos de física poderiam incorporar estratégias que possibilitassem a apreensão desse tipo de conhecimento, mas não o fazem. Tomemos, por exemplo, o caso do oscilador harmônico simples, que é um problema muito estudado em Mecânica Clássica. Na maioria das abordagens, começa-se por estudo de um corpo preso a uma mola distendida de uma distância A da posição de equilíbrio, como mostra a figura abaixo:

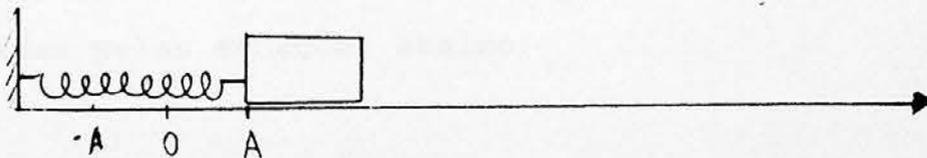


Figura I.2.1

A força agente sobre o corpo é a força elástica aplicada pela mola, que é representada pela expressão:

$$F = -K.X \quad (\text{Eq.1})$$

A equação horária desse movimento é obtida através da segunda lei de Newton

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + KX = 0 \quad (\text{Eq.2})$$

A solução para essa equação diferencial é:

$$X = A \cdot \cos(\omega_0 t + 0) \quad (\text{Eq.3})$$

Substituindo a equação 3 em 2, temos:

$$\omega_0 = \sqrt{K/m} \quad (\text{Eq.4})$$

que é a equação que descreve o movimento do corpo da figura I.2.1. A velocidade do corpo assim como a aceleração são obtidas pelas equações abaixo:

$$v = \frac{d X}{d t} = - \omega_0 A \text{ sen}(\omega_0 t + 0) \quad (\text{Eq.5})$$

$$a = \frac{d^2 X}{dt^2} = \omega_0^2 A \text{ cos}(\omega_0 t + 0) \quad (\text{Eq.6})$$

As equações 3, 5 e 6 permitem o estudo da cinemática do corpo em questão. Através delas é possível descre

ver o movimento do corpo em qualquer instante.

Formalmente o problema poderia ser encerrado aqui, pois já obtiveram as três equações que descrevem posição, velocidade e aceleração do movimento. Fazer isso, entretanto, seria privar os alunos de um conhecimento mais significativo, pois, isoladamente, ser-lhes-ia muito difícil costurar essa solução formal a uma eventual descrição mais concreta da natureza. O tratamento formal poderia ser enriquecido com a discussão dos aspectos qualitativos do problema. Seria interessante, por exemplo, mostrar aos alunos que, no instante $t=0$, o corpo encontra-se na posição $X=A$, estando a mola distendida e exercendo uma força $K.A$ (máximo valor) no sentido de X negativo, ou seja, de trazer o corpo para a posição de equilíbrio. Ao fazer isso, a mola acelera o corpo até a posição $X=0$. Nesta posição, a velocidade do mesmo é máxima, pois, a partir daí, a mola estará comprimida e aplicando uma força no sentido de X positivo, retardando o movimento do corpo, que pára na posição $X=-A$. A força agora é máxima e acelera o corpo no sentido de X positivo. Na posição $X=0$ (de equilíbrio), o corpo atinge sua máxima velocidade. Nesse instante, a força é zero e inverte o seu sentido, pois agora a mola está distendida, retardando o movimento e fazendo o corpo parar em $X=A$.

Uma descrição puramente formal, na ausência de uma discussão qualitativa, desvincula o conhecimento físico do mundo que o gerou, e do qual ele se alimenta.

Uma discussão qualitativa está na base da elaboração de um modelo explicativo, dando segurança e estendendo o conhecimento físico a outras situações. Esses modelos têm uma função extremamente importante, tanto na apropriação

do conhecimento físico, como no seu desenvolvimento e extensão.

Para ver como isso ocorre, é conveniente voltar à situação do oscilador harmônico, agora sujeito a uma força motora que varia segundo a equação:

$$F = F_M \cdot \cos w \cdot t \quad (\text{Eq.7})$$

e uma força de atrito do tipo

$$F_{\text{At}} = -b \cdot \frac{dX}{dt} \quad (\text{Eq.8})$$

Substituindo na segunda lei de Newton todas as forças, temos:

$$-KX - b \frac{dX}{dt} + F_M \cdot \cos w \cdot t = m \frac{d^2 X}{dt^2} \quad (\text{Eq.9})$$

A solução desta equação será:

$$X = \frac{F_M}{\sqrt{m^2 (w^2 - w_0^2)^2 + b^2 w^2}} \cdot \text{sen} (wt + 0) \quad (\text{Eq.10})$$

Um aspecto importante desse problema é a situação de ressonância que ocorre quando a frequência angular da força externa (w) é igual à frequência natural do sistema (w_0). Nesse caso, a amplitude do movimento é máxima, como pode ser formalmente constatada pela equação abaixo:

$$X = \frac{F_M}{\sqrt{b^2 w^2}} \cdot \text{sen} (wt + 0) \quad (\text{Eq.11})$$

Neste caso, novamente, uma discussão qualitativa enriquece a compreensão do problema. Analisando os comportamentos da força motora e da velocidade na situação de ressonância e no regime estacionário, essas duas grandezas estão em fase, ou seja, têm sempre o mesmo sentido. Quando uma é positiva, a outra também o é; quando uma inverte o seu sentido, a outra também o faz, e assim por diante. Desse modo, a força motora nunca se opõe ao movimento, sendo a potência transmitida para o sistema máximo, levando o corpo a oscilar com grande amplitude, assim como a obter grande velocidade, ao passar pela posição de equilíbrio.

Este tipo de abordagem, que não se restringe apenas às equações descritivas, contribui para o conhecimento do tipo sentimento, que torna o formalismo mais próximo do mundo físico.

Este mesmo tipo de problema aparece em diversos outros tópicos do conteúdo físico. As abordagens parecem, muitas vezes, criar uma ruptura entre formalismo e mundo físico, dificultando o aprendizado dos mesmos. Entre estes tópicos, encontra-se o estudo de circuitos elétricos que constitui o conteúdo focado nesse trabalho.

Mesmo sendo aplicações da teoria eletromagnética, não levam em conta o conceito de campo, por isso os estudos de circuitos parecem basear-se em uma outra teoria. O processo tradicionalmente usado, neste item, resume-se em obter uma equação diferencial que permite escrever uma expressão descritiva do comportamento da corrente, ou similar. Raramente aparece qualquer menção das causas que levam ao comportamento do que é descrito.

Sendo um pouco mais específicos, tomemos como exemplo o livro de David Halliday, Robert Resnick*, que é adotado em grande parte dos cursos de ciências exatas, nas Universidades Brasileiras e em algumas do mundo.

A apresentação usada no texto não é mais próxima da realidade que a alavanca estudada pelos guineenses.

O livro inicia o estudo da corrente elétrica com uma pequena discussão sobre movimento de cargas num metal (p.133). Logo em seguida, toma um pedaço de fio e liga as extremidades do mesmo aos terminais de uma bateria. Afirma que *"estabelecer-se-á imediatamente um campo elétrico em todos os pontos do fio"*. Mais à frente diz que *"este campo elétrico E atuará sobre os elétrons dando origem a um movimento..."* e, em seguida, define o conceito de campo elétrico. Não há nenhuma menção à fonte que cria este campo elétrico dentro do fio.

Continua definindo densidade de corrente, resistência, resistividade e condutividade. Nessas definições, utiliza a noção de campo elétrico constantemente, como podemos perceber na página 139. Na seção 31-3 (p.142), fornece a lei de Ohm, discutindo materiais que obedecem à mesma.

Na página 144, faz uma abordagem bem qualitativa, descrevendo um modelo microscópico para entender-se por que os metais obedecem à lei de Ohm. Esta seção parece ser o único momento em que um modelo teórico é usado para interpretar uma situação.

Inicia realmente o estudo de circuitos elétricos

* Física - Halliday e Resnick, 2ª edição, livros técnicos e científicos, S.A.

cos, na seção 32.1 com força eletromotriz. Define geradores como elementos capazes de manter uma diferença de potencial entre seus terminais. Diz que estes aparelhos são chamados de fontes de força eletromotriz, permitindo, dessa forma, que a corrente elétrica se desloque no interior do fio. Usando as palavras dos autores *"Uma F.E.M. é representada por uma seta desenhada ao lado da sua fonte a qual indica o sentido que teria o movimento dos portadores de cargas positivas sob ação desta fonte, caso atuasse sozinha"*.

O aluno, lendo este trecho, não saberá o que movimenta as cargas elétricas no fio. Se é a d.d.p. ou a flecha que representa a F.E.M.. Uma descrição sobre o funcionamento do gerador não é feita. A impressão causada no estudante é que o último é um elemento mágico, que faz "aparecer" movimento nas cargas elétricas via d.d.p.. A noção de campo elétrico no fio simplesmente desaparece. A alusão ao campo criado pela bateria, na página 133, é uma das últimas feitas em todo o capítulo.

A principal lei usada, neste tópico que, por enquanto, só emprega resistores é a lei das "malhas". Para obtê-la, utiliza o princípio da conservação da energia (p.158). Logo em seguida, obtém a referida lei via potencial elétrico, apenas afirmando que o mesmo é uma função do ponto e, conseqüentemente, ao percorrer um caminho fechado, as quedas de potencial, que aparecem nos resistores, devem ser iguais à elevação do potencial relativo ao gerador. A leitura desse trecho sugere que o potencial é um conceito auto-suficiente, desvinculado da noção de campo, ao contrário do que é feito no estudo da teoria eletromagnética.

O texto leva o leitor a não mais questionar a

noção de campo e sobre as cargas que a ele se associam. A abordagem via potencial torna-se hegemônica, dispensando outros conceitos.

A dificuldade, nessa visão, é que o potencial acaba sendo o começo e o fim do entendimento do que ocorre. Perguntas, tais como "Por que o potencial elétrico cai no resistor?", ficam no ar e devem ser aceitas, pois não é possível ir além, amparado exclusivamente pela noção de potencial.

De maneira geral, os autores limitam-se a aumentar a complexidade formal dos circuitos apresentados, não abordando os aspectos qualitativos do problema. Utilizam vários resistores, capacitores, indutores, fontes alternadas etc.. Para cada novo elemento introduzido, obtém-se uma relação para a queda de potencial dos mesmos e insere-a na lei das malhas.

A ausência de uma abordagem qualitativa impede a formação de uma base concreta sobre a qual o pensamento do aluno irá operar. As técnicas utilizadas na descrição de situações físicas praticamente hipnotizam a mente, impedindo o questionamento de algo mais que a própria técnica.

Neste capítulo, procuramos mostrar a existência de dois problemas ligados ao conhecimento: um é referente à sua especialização, e outro à sua vinculação à realidade. Neste trabalho, estudaremos e tentaremos propor uma estratégia dirigida ao segundo problema, para o caso dos circuitos elétricos.

O ensino de 3º Grau, na maioria das Universidades, é fortemente influenciado pela visão do conhecimento físico que o professor possui. Parte do problema é oriundo de

uma exposição linear forçada do conteúdo, que mascara a sua complexidade. No capítulo seguinte, iniciaremos uma análise geral sobre a estruturação e propagação do conhecimento físico.

- Referências

1. Salém, Sonia - "Estruturas Conceituais no Ensino de Física, uma Aplicação em Eletrostática". Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências (modalidade Física), Instituto de Física, Faculdade de Educação - USP, p.27.
2. Ver 1, p.100.
3. Robilotta, Manoel - "O Cinza, o Branco e o Preto - da Relevância da História da Ciência no Ensino da Física", Instituto de Física da Universidade de São Paulo, Publicação Interna p.8.
4. Ver 1, p.3.
5. Ver 3, p.5.

CAPÍTULO II

II.1 - Ciência Normal

O fazer ciência pode, entre outras coisas, ser entendido como a interpretação e a descrição dos fenômenos naturais. No caso específico da Física, a atividade do cientista é complexa e envolve, por exemplo, pressupostos teóricos, métodos matemáticos e experimentos. Durante o processo de investigação científica, é comum acontecer competição entre várias correntes de pensamentos diferentes. Por exemplo, no século XVII, o estudo da luz era feito tanto com base na visão corpuscular, como na ondulatória. A Física, muitas vezes, passa por períodos em que uma dada linha de pensamento se destaca, calcada em êxitos obtidos através de vários trabalhos. O sucesso nessa atividade garante a credibilidade nessa visão que passa a ser aplicada amplamente, sufocando linhas de pensamentos rivais. Quando isso acontece, essa linha de pensamento é adotada em caráter geral, tornando-a hegemônica. Esta irá direcionar os futuros trabalhos na área de pesquisa. A essa linha de pensamento que se torna hegemônica, durante certo período, é o que Kuhn qualifica como paradigma.

O paradigma é uma linha de pensamento incorporada em alguns trabalhos que obtiveram êxito. Em geral, ele não aparece explicitamente, mas está diluído nos produtos do processo científico. O paradigma, nas palavras de Kuhn, é:

"... em primeiro lugar, um resultado científico fundamental que inclui ao mesmo tempo uma teoria e algumas aplicações típicas aos resultados das experiências e da observação. Mais importante ainda é um resultado cujo completar está em aberto e que deixa toda a espécie de investigação ainda por ser feita. E por fim, é um resultado aceito no sentido de que é recebido por um grupo, cujos membros deixam de

tentar opor-lhe rival ou criar alternativas. Pelo contrário, tentam desenvolvê-lo e explorá-lo numa variedade de formas..."¹⁾

A adoção do paradigma por uma comunidade científica específica torna o campo de pesquisa por ela abrangido como potencialmente explicável. O êxito desses trabalhos, em buídos dessa linha de pensamento, parece irradiar uma confiança na resolução de todos os problemas relacionados à pesquisa.

uito esquematicamente, podemos representar essa idéia pela figura abaixo.

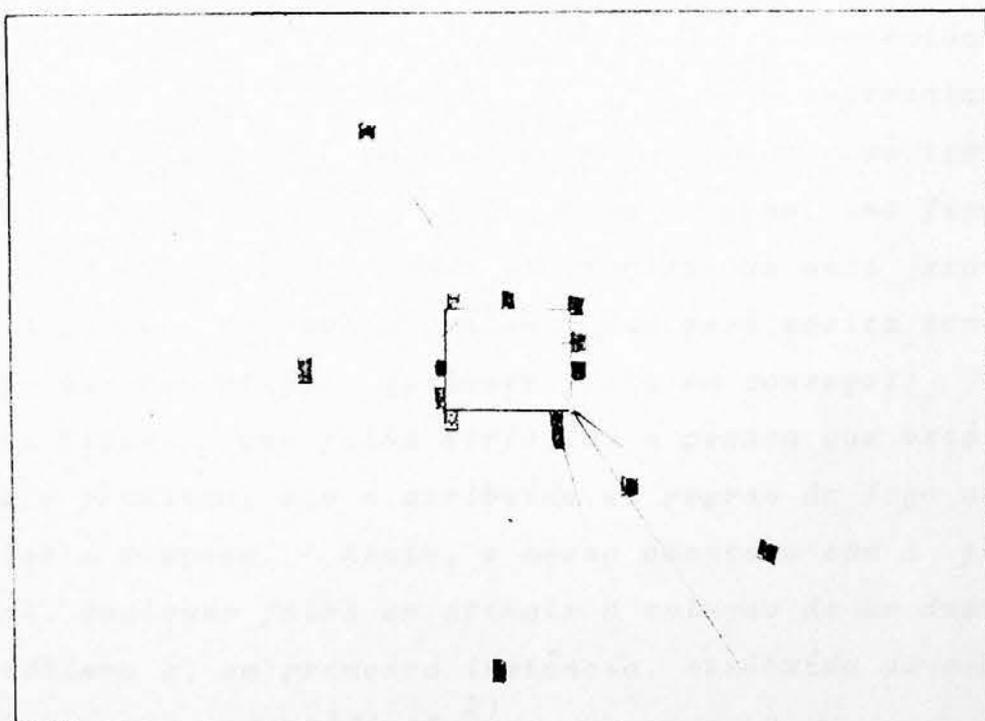


Figura II .1.1

A função do cientista, após ter incorporado o paradigma, é transformar o potencial de resolução, irradiado sobre o campo de pesquisa, em resultados concretos. Os diversos problemas existentes tentarão ser resolvidos dentro da es

estrutura que compõe o paradigma.

Essa atividade científica, que visa completar o campo de pesquisa baseado no paradigma, é o que Kuhn chama de ciência normal.

Zanetic sintetiza esta atividade como: "...o objetivo primeiro da ciência não é a procura de novidades, mas o aperfeiçoamento da teoria dominante. Desta forma, os problemas da ciência normal se resumem em atingir algo já antecipado pela teoria, resolver toda uma série de problemas matemáticos complexos, preparar uma parafernália de instrumental, ou, ajustar a natureza dentro da caixa fornecida pela ciência normal. Toda essa atividade, Kuhn argumenta, assemelha-se muito com um jogo de quebra-cabeça: você tem que ajuntar todas as peças a fim de obter no final uma figura que você já conhecia de antemão; é preciso que seja exatamente aquela figura; uma outra qualquer não será aceita como solução do quebra-cabeças, qualquer falha em conseguir chegar àquela figura é uma falha atribuída à pessoa que está resolvendo o problema, não é atribuída às regras do jogo ou às peças que o compõem. Assim, o mesmo acontece com a pesquisa normal, qualquer falha em atingir a solução de um determinado problema é, em primeira instância, atribuída ao cientista e não à teoria científica".²⁾

O uso da palavra normal para designar uma parte importante da atividade científica criou alguns problemas na comunidade, que recebeu tal expressão como depreciativa. Kuhn, porém, não atribui essa conotação à palavra, ao contrário, qualifica tal atividade como essencial dentro do processo de pesquisa. Nas suas palavras: "... os resultados obtidos pela ciência normal são significativos, porque contribuem

para aumentar o alcance e a precisão com os quais o paradigma pode ser aplicado".³⁾

A comparação feita por Kuhn entre o fazer ciência normal e a montagem de quebra-cabeças sugere que o cientista, ao pesquisar, está imerso num conjunto de regras que ele deve seguir. No caso do quebra-cabeça, as regras podem ser:

- respeitar os encaixes;
- agrupar as pedras de cores semelhantes;
- iniciar pelos cantos;
- seguir a tonalidade das pedras.

No contexto da Física, existem regras com funções análogas. Por exemplo, as conservações da energia e do momento linear, ou a convariância das leis físicas por mudança de referência, muitas vezes, funcionam como critério para determinar se um resultado teórico é aceitável ou não, ou, em outras palavras, se este pode ser uma "peça" de uma teoria física. Ao fazer ciência, respeitam-se essas regras e utilizam-se também outras, incorporadas nas técnicas específicas do problema que se quer abordar.

A atividade de ciência normal, em geral, pode ser associada à montagem de um grande quebra-cabeça. As partes prontas sugerem que todo o jogo possa ser completado. O trabalho de cada grupo de pesquisa consiste em atuar sobre uma parte específica do quebra-cabeça como, no exemplo abaixo, a montagem do telhado, ou da cerca etc..

Em geral, o trabalho de cada cientista envolve a manipulação de algumas peças. A obtenção de uma relação entre conceitos, o ajuste de um parâmetro numa equação ou a calibração de um aparelho de medida contribuem para que o

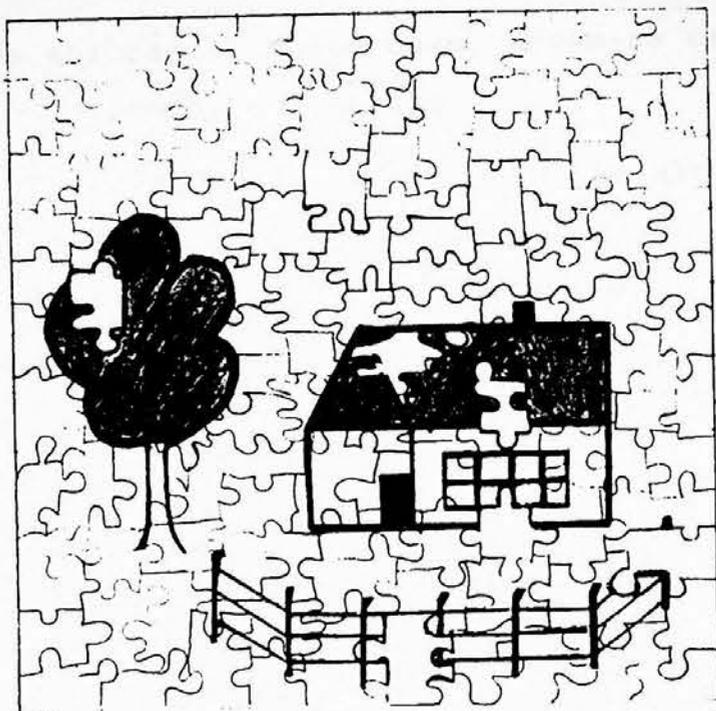


Figura II.1.2

conhecimento físico seja expandido e articulado. Esta expansão, fruto do trabalho de vários grupos de cientistas, define uma micro estrutura inserida numa estrutura teórica bem mais ampla.

A micro estrutura, geralmente, é elaborada no interior da estrutura maior e só é incorporada à última, quando, entre outras coisas, tem-se uma continuidade, tanto no formalismo matemático, como na visão do mundo.

Para o ensino, é importante notar que a coerência, existente no final, não é algo natural. Ao contrário, ela é, em geral, obtida penosamente, através de um processo iterativo de idas e vindas da micro para a macro estrutura.

O estudo de um problema é iniciado, podendo não

levar a uma solução. Neste caso, devem-se reestruturar as premissas e recomeçar o trabalho.

O início do trabalho contém alguns elementos irracionais, e seus procedimentos empregados são marcados por um alto grau de incerteza. Em geral, quando se começa a abordar um problema, ele aparece de modo difuso. Muitas vezes, algumas relações entre o problema e a estrutura mais geral são conhecidas, outras são apenas intuídas, existindo aquelas que se manifestam apenas ao término do problema. À medida que o processo avança, as relações conhecidas do problema começam a encaixar-se, emergindo uma pequena estrutura lógica. É apenas com o desenrolar do mesmo, que se vai adquirindo o domínio lógico do problema. A passagem da fase "irracional" (início) para o "racional" (fim) depende da habilidade do cientista e das condições materiais de trabalho.

Não há um método único de aplicação de uma teoria. Existem, sim, algumas técnicas que valem para situações muito particulares. Muitas vezes, obtém-se, através da solução de um problema, uma nova técnica de abordagem que pode fornecer bons resultados em outras situações.

Este processo de solução de problemas é lento e cansativo. Em algumas ocasiões, chega a ser desanimador. O que mantém viva a esperança de conclusão do trabalho é o paradigma que afirma que ela existe. Todo o processo, vivenciado no trabalho, organiza o problema permitindo a racionalização. Ele passou de difuso para claro, quase óbvio. As partes, que, no início, eram desconexas, agora formam um todo.

Após a solução do problema, é comum iniciar uma outra etapa, que consiste em passar o resultado a limpo, par

tindo das premissas e reforçando o encadeamento lógico de cada passo.

Da resolução de vários problemas ligados a uma parte específica de pesquisa, surge uma micro estrutura teórica. Depois de passada a limpo, esta aplica-se perfeitamente ao ramo estudado, dando sensações de coesão e auto-explicando-se, isto é, se tomarmos as considerações básicas, é possível entender e relacionar todas as partes da mesma, relacionando-se integralmente à teoria mais ampla. Tanto a micro estrutura, como as estruturas mais amplas apresentam características comuns, à medida que apresentam conceitos organizados por relações lógico-matemáticas. Em toda a estrutura existe um jogo entre as partes e o todo. Para darmos um exemplo disso, tomemos a figura do cãozinho abaixo.



Figura II.1.3

As diversas partes do cãozinho têm funções específicas na figura, fornecendo a imagem como um todo. Como aborda Robilotta:

*"Essa figura é composta por diversos elementos, dispostos de modo a transmitir a idéia de cãozinho, o que deixa claro que ele é constituído por esses elementos e depende de cada um deles. Por outro lado, cada uma das partes da figura está subordinada ao cão, por exemplo, representa uma orelha. O que nos permite afirmar isto é o contexto no qual o elemento está inserido, que é o que lhe empresta significado de orelha."*⁴⁾

A figura do cãozinho revela uma relação orgânica entre as suas várias partes. O significado de cada uma não está nela mesma. Ao contrário, é determinado pela sua interação com o contexto.

No caso das teorias físicas, ocorre esse tipo de relação entre o todo e a parte. No exemplo da eletrostática, o conceito de campo elétrico compõe a teoria, ao mesmo tempo que é por ela definido. Este jogo entre a parte e o todo é fundamental para a incorporação do conhecimento físico.

O professor, muitas vezes, ignora esta relação orgânica existente entre as partes do conteúdo físico. A clareza da estrutura como que o hipnotiza, fazendo com que ache que as relações lógicas existentes na mesma tenham caráter universal e possam ser percebidas por qualquer um. Uma manifestação desse problema aparece, por exemplo, quando se divide o conteúdo em partes, definindo-se isoladamente cada uma delas e colocando-as na forma de seqüência, indo das consideradas mais fundamentais às mais complexas. Tornando is

so mais claro, seria como dividir a representação do cãozinho em suas partes, defini-las e seqüenciá-las como abaixo:

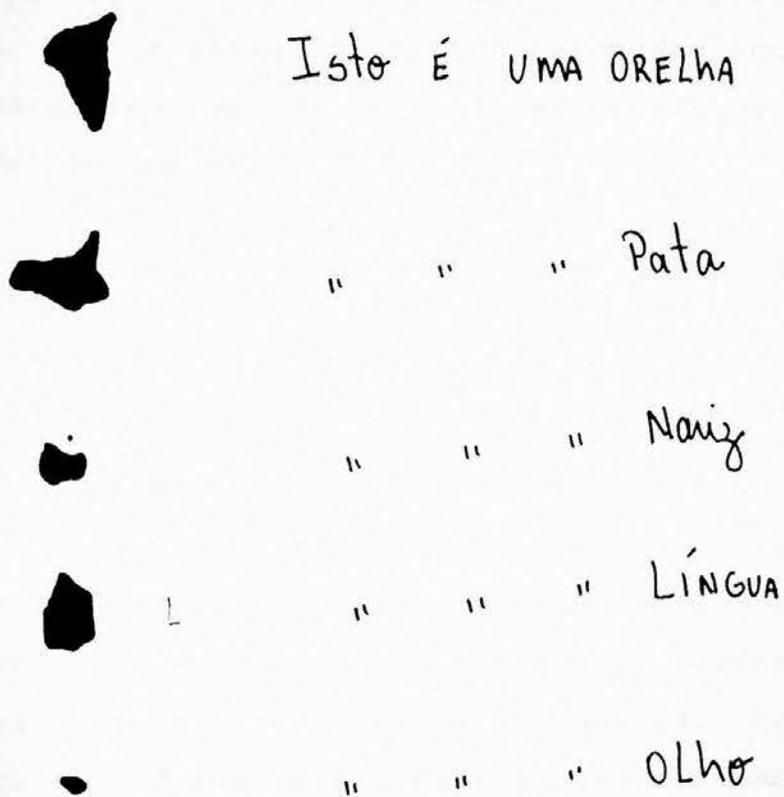


Figura II.1.4

Ao utilizar esse procedimento, espera-se que os alunos tenham obtido a estrutura como um todo, ou seja, nesse exemplo, a imagem do cãozinho. O educando, ao observar cada parte, restringe-se ao significado particular, contido nelas. A obtenção do todo raramente ocorre, restando apenas as partes, com seu significado estrito, encadeadas através de uma seqüência.

Parte significativa do tempo gasto nos cursos básicos de física resume-se em implantar tal procedimento, definindo os elementos que compõem as estruturas teóricas e demonstrando as relações matemáticas entre os mesmos. Robi lotta reforça estes pontos, ao afirmar que:

*"Em geral, a maior parte do esforço despendido no ensino da Física a nível básico tem por objetivo fazer com que os estudantes passem a dominar os vários aspectos das relações lógico-matemáticas de uma teoria. Assim por exemplo, nos cursos de eletrostática é importante ensinarmos aos alunos como se calcula V a partir de E , por meio de integrals de linha. Este é um processo artesanal, onde são necessários muitos exercícios para que o aluno possa sentir e viver as várias nuances de um problema. É esse, também, o tipo de conhecimento que costuma ser cobrado nas provas."*⁵⁾

Uma seqüência linear de conceitos físicos não é uma teoria física, do mesmo modo que uma seqüência de pedaços de cachorro não é um cachorro. O emprego insistente de conteúdos linearizados não permite a apropriação do conhecimento pelos estudantes, acarretando um estado de angústia tal como o descrito no exemplo do professor-visitante, do capítulo I.

Um outro problema grave no ensino é o esqueci-

mento do processo de montagem das estruturas. No seu início, a estrutura aparece apenas de modo parcial, demonstrada, sem nexos, mas, à medida que o processo avança, mente e estrutura ajustam-se uma a outra de modo gradual.

A vivência continuada com a estrutura montada, faz com que o professor esqueça da fase inicial do processo, passando a tomá-la como algo natural e lógico. Este processo de esquecimento ocorre também com um profissional após incorporar os pressupostos do paradigma vigente, necessários à sua atuação. Essa incorporação não é bem "precisada", ocorrendo durante o processo de formação acadêmica do mesmo, começando no curso de graduação, desde a primeira aula, passando pelas listas de exercícios, provas, mestrado, doutorado e continua durante toda a sua atividade profissional.

O professor tem seu discurso apoiado na visão de mundo que a teoria fornece, enquanto o aluno pode ter ou um conhecimento desestruturado ou uma estruturação alternativa. Esta última situação pode ser encontrada nos vários exemplos fornecidos pelos estudos em conceitos intuitivos, em que o aluno pensa baseado numa visão de mundo calcada no cotidiano. As várias experiências diárias, vividas pelos mesmos, levam-nos a "enxergar" os fenômenos físicos, segundo uma concepção diferente da científica, elaborada por eles.

Esta situação aparece com frequência em cursos de mecânica, no segundo grau, quando se inicia o estudo das causas do movimento. O professor, mesmo após já ter fornecido a lei da inércia e discutido insistentemente, ainda percebe o surgimento de dúvidas sobre a força resultante agente num corpo em movimento uniforme. O abandono do referencial intuitivo não é imediato, exigindo do professor uma atenção

especial sobre este ponto. O discurso do professor é sempre feito sobre o contexto da teoria. Em muitos casos, a falta de atenção para este ponto leva-o a esquecer que as implicações da teoria não são óbvias para os alunos.

Uma estratégia que pode minimizar este problema é agir explicitamente nos cursos de Física, no sentido de tentar passar ao aluno o contexto que dá sentido às afirmações. É preciso ensinar a orelha do cachorro, ao mesmo tempo que o cachorro como um todo.

Dessa maneira, o ensino de Física torna-se tarefa delicada, sendo a função do professor extremamente importante, pois ele é o principal agente na incorporação desse contexto pelos alunos.

II.2 - Conhecimento em Profundidade

A análise mais aprofundada da atividade científica é necessária à compreensão de alguns problemas presentes no ensino da Física. O cientista atua na interface entre a realidade e a representação conceitual da mesma. A noção de realidade é muito complexa, tendo sido abordada desde a Antiguidade. Por exemplo, uma colocação clássica desse problema aparece numa passagem dos Diálogos de Platão:

"Imagina homens em morada subterrânea, em forma de caverna que tenha em toda extensão a largura uma entrada aberta para a luz; estes homens aí se encontram desde a infância, com as pernas e o pescoço acorrentados, de sorte que não podem mexer-se nem ver alhures exceto diante deles, pois a corrente os impede de virar a cabeça; a luz lhes vem de um fogo aceso, ao longe, atrás deles; entre o fogo e os prisioneiros passa um caminho elevado; imagina que, ao longo deste caminho, ergue-se um pequeno muro, semelhante aos tabiques que os exibidores de fantoches erigem à frente deles e por cima dos quais exibem as suas maravilhas ...

Figura agora ao longo deste muro homens a transportar objetos de todo gênero, que ultrapassam o muro, bem como estatuetas de todo gênero, que ultrapassam o muro, bem como estatuetas de homens e animais de pedra, de madeira e de toda espécie de matéria ... (os homens acorrentados) jamais hajam visto afora as sombras projetadas pelo fogo a parede da caverna que está a sua frente."¹⁾

O mundo para esses homens é percebido através dessas imagens. Nas palavras de Platão:

"Seguramente tais homens só atribuirão realida

de às sombras dos objetos fabricados".

Ele considera a possibilidade de alguns homens diferenciarem, passando a perceber regularidades na sucessão de imagens, minúcias que levem a mente a extrapolar as informações obtidas da parede. Ele considera a possibilidade de existir "aquele que captasse com olhar mais vivo a passagem das sombras, que se recordasse melhor das que costumava vir em primeiro lugar ou em último ou caminhar juntos e que, por isso, fosse o mais hábil em adivinhar o aparecimento delas..."³⁾

Estes poderiam começar a imaginar algo mais que as próprias sombras. Talvez atribuir uma existência além das mesmas e fazer suposições a respeito delas. As sombras na parede, nesse caso, passariam a ser encaradas como uma manifestação de algo mais básico que só poderia ser atingido através da mente.

Um modo de se chegar a essa existência extra sensorial seria a percepção de regularidades diluídas na sombra. Esse processo envolve tanto a apreensão das informações obtidas como a sua "manipulação" mental. Suponha que apareça na parede da caverna uma forma com quatro pernas, sempre seguida de uma circular raiada. Poder-se-ia imaginar que existe uma carroça puxada por um cavalo deslocando-se. A imagem não é nítida na parede, mas, após várias observações, certas minúcias seriam percebidas pelos mais atentos.

Esse processo promove o alargamento da visão de mundo. A partir desse momento, o universo torna-se mais que as sombras na parede. A imaginação dos supostos objetos, que causariam as sombras, libera a mente para ir muito além da parede da caverna.

A atividade do cientista é parcialmente análoga ao exemplo platônico, já que este também busca algo que

está por trás das aparências. A percepção do mundo é difusa, assim como as sombras. Para o observador despreparado, ela não será muito mais que isso, porém certas particularidades podem ser percebidas. Essa parece ser uma das funções do cientista: a observação e obtenção de regularidades que procuram descrever o comportamento dos fenômenos naturais na forma de leis.

Uma das primeiras manifestações, nesse sentido, ocorreu na Grécia, quando, baseado em observações do movimento dos corpos celestes, Ptolomeu imaginou um sistema teórico que os explicasse. Para ele, o universo podia ser fielmente representado no contexto da sua concepção. Hoje, sabemos que esta era baseada não só nas observações, mas também numa visão sua do Universo, que era fortemente influenciada pelos trabalhos de Aristóteles.

A elaboração de sistemas explicativos é essencial na atividade de um físico. Nesse processo, selecionam-se algumas características observadas de uma situação física, e procura-se obter uma imagem conceitual da mesma que permita correlacioná-las.

Podemos destacar dois fatores importantes nesse processo: um objetivo, calcado nas observações e dados experimentais; e um subjetivo, centrado nas convicções ideológicas do cientista, na sua visão de mundo e bagagem cultural.

Na elaboração de sistemas explicativos, a percepção dos conceitos pertinentes começa a ser educada, como se um filtro fosse colocado entre o observador e o observado. Por exemplo, é um filtro desse tipo que faz com que, nos estudos da interação entre um fio percorrido por corrente e uma bússola, não se atente nem para a massa, nem para a cor da

agulha. À medida que o processo avança, o cientista separa o que ele julga ser significativo e passa a fazer considerações apenas sobre isso.

O cientista seleciona quais os elementos pertinentes ao aspecto da natureza que ele deseja investigar, busca as leis relevantes e encadeia-as de maneira a obter um corpo de conhecimento com lógica interna e que possa ser contrastado ao objetivo de investigação natural. Esse corpo de conhecimento constitui-se numa representação teórica da natureza. Um dos objetivos na elaboração de uma representação teórica é alcançar a sua consistência interna. Quando a mesma é alcançada, é possível trabalhar internamente a mesma. Isso ocorrendo e havendo uma correlação entre a experiência e a representação conceitual, esta adquire o status de teoria.

A elaboração de teorias é considerada uma forma elevada de apreensão conceitual da realidade. É preciso notar, entretanto, que mesmo o uso da palavra mais simples é também um caso sofisticado de apreensão conceitual da realidade.

O mundo é composto por uma variedade enorme de elementos, sejam eles objetos, ações, sensações etc.. A etapa inicial do processo de apreensão mental parece ser agrupar os elementos com propriedades comuns em classes. Por exemplo, a palavra cadeira sugere uma classe de elementos que têm como uma propriedade servir para sentar. Ao entrarmos numa sala, será possível dizer qual elemento pertencente à classe cadeira e qual não. Ela contém uma variedade enorme de elementos que, no entanto, possuem propriedades comuns. Ao classificarmos os elementos cadeiras, algumas características são consideradas, como o número de pernas, cor, tamanho,

etc.. O processo de agrupar elementos de acordo com o critério de semelhança, é chamado de indução⁴⁾. Nele diferenças são esquecidas e reforçadas as coincidências de tal forma que, numa situação, tenhamos quase o mesmo resultado com qualquer elemento da classe, sendo este o processo responsável pela existência de muitas das palavras e conceitos usados normalmente. Por exemplo, as palavras copo, caneta e garrafa representam conceitos que foram induzidos, através dos anos, no contato com o mundo.

Este tipo de indução também aparece no exemplo da caverna de Platão, quando consideramos que cada observação das sombras podem ser associadas a conceitos. As formas na parede são relacionadas a elementos com existência além da mesma, representando, a partir desse momento, conceitos que passam a conferir um grau de realidade às sombras. A observação dessas particularidades nas mesmas não são entendidas igualmente por todos os homens acorrentados. Cada qual poderá elaborar conceitos diferentes.

A palavra "degrau", por exemplo, em português, tem seu significado dividido em inglês nos domínios representados pelas palavras "step" e "rung". Aí reside uma das dificuldades de se aprender um idioma estrangeiro, pois não é apenas o aprendizado de um novo código (símbolos), mas uma nova divisão de domínios. Essas divisões têm origens históricas, étnicas, sociais, entre outras, tornando mais diferentes os idiomas quanto mais diversos forem os povos.

A língua pode medir o nível de especialização de um povo. No tupi-guarani, temos cerca de 600 palavras, enquanto, no português, aproximadamente 100.000. As palavras do primeiro têm sentido mais amplo, os domínios são

mais extensos. No português, as palavras carregam significados mais específicos, refletindo uma especialização na maneira de pensar. Podemos ilustrar tal fato através da palavra assento. Este conceito está subdividido em pelo menos três: cadeira, banco e poltrona. Um assento sem encosto e sem apoio de braço é banco; um assento com encosto, mas sem apoio de braço chama-se cadeira, e um assento com encosto e com apoio de braço é poltrona. À medida que a civilização evolui, faz-se necessário especificar os conceitos, criando novas palavras. Alguns exemplos recentes de novos domínios, no português, são representados pelas palavras importadas "xerox" e "plotar", assim como pela ainda oficiosa "graficar". A criação de novos domínios ocorre com a especialização da atividade humana, que passa a exigir maior precisão no uso das palavras, ou com o aparecimento de novas atividades e elementos que não são bem definidos pelos já existentes. A gíria é uma forma de introduzir novas palavras numa língua. Após um tempo, muitas vezes, tais palavras são incorporadas no vocabulário oficial.

As palavras podem representar também conceitos que não são obtidos de objetos concretos, são conceitos que não possuem existência isolada. Por exemplo, a palavra força não é um objeto. É, na verdade, uma ação entre eles, que não existe separadamente dos mesmos. Esse processo de incorporar tais conceitos é chamado abstração.⁵⁾

Na civilização ocidental, este processo de obtenção de relação entre conceitos desembocou, entre outras coisas, na construção de "leis" que expressam regularidades do comportamento da natureza. Na Física, em particular, as leis têm papel fundamental. Elas tentam apreender as regularidades da natureza, sendo, para muitos, consideradas

como portadoras das essências que comporiam o universo. As leis permitem uma visão de realidade que pode ser contraposta à natureza, compondo parte do conhecimento físico. Uma lei pode ser entendida como uma relação entre conceitos que se relacionam ao mundo físico. Na situação da caverna, as leis expressariam regularidades no comportamento das sombras.

No contexto da Física, as leis são encaradas como fonte segura de conhecimento. Essa prática, no passado foi levada ao extremo, pois muitos acreditavam que as leis científicas seriam verdades gerais e infalíveis, e isso era atribuído ao fato da Física ser fortemente baseada em dados empíricos. Os indutivistas, em particular, acreditavam que a experimentação era totalmente objetiva, e desde que, conduzida com cautela e repetida um número muito grande de vezes, levaria ao conhecimento "verdadeiro" da natureza.

Essa visão da ciência é criticável sob dois aspectos: um de origem lógico-matemática e um da ciência como atividade humana. O primeiro é que há um salto, quando, a partir de um número finito de casos particulares, passa-se a afirmações gerais. Não há, como afirmou Popper, nenhuma garantia que, se n observações de um tipo resultaram num fato, a enésima primeira resultará no mesmo. So há condição de provar o indutivismo baseado nele próprio. O segundo é que as observações são sempre embuídas de preconceitos, ou seja, elas não são objetivas e neutras, havendo sempre uma bagagem cultural, social e, até mesmo, existencial que influencia o observador. Bachelar afirma que:

*"O pensamento científico autêntico é metafisicamente indutivo, ... ele lê o complexo no simples, revela a lei a propósito do fato, a regra a propósito do exemplo."*⁶⁾

Na Física, muitas vezes, as leis e conceitos estão incorporados em estruturas maiores: as teorias. Estas últimas, tais como os conceitos e as leis que as compõem, também podem ser vistas como representações da realidade. Apesar de formuladas em termos matemáticos, elas comportam uma significação maior, associada a um grau de realidade, em bora ela nem sempre seja percebida com essa característica.

A relação entre a teoria e o mundo físico po de ser comparada àquela de um edifício com o chão.



Figura II.2.1

Cada elemento da teoria possui um vínculo na natureza, permitindo a elaboração de uma pequena visão de mundo. A estrutura como um todo permite encadear essas visões e formar uma concepção de realidade que é própria da teoria. Esse é um tipo de conhecimento que a teoria permite. Um mergulho profundo nela, pode levar-nos a um processo de conhecimento gnóstico, ou seja, uma relação sem mediador com o cosmos. Esta é uma das possíveis funções das teorias: permitir este conhecimento gnóstico associado a um estado de êxtase, quando temos a impressão, motivada pela sensação, de ter alcançado o significado essencial do universo.

Todas estas sensações diferentes que parecem atuar a nível racional podem ocorrer, porque a teoria é muito mais que uma estrutura logicamente consistente. É algo calcado no mundo e que dele se alimenta.

A estrutura de conhecimento, que é elaborada pelo processo de pesquisa, a partir do mundo físico, pode ser comparada a uma flor de lótus, que nasce no lodo.

A flor seria a estrutura espacializada da teoria com toda sua coerência e beleza. Nela é relativamente fácil identificar as partes e fazer relações entre as mesmas, ou seja, é possível operar a nível racional. A flor assim como a estrutura teórica passam a sensação de perfeição, de algo coeso e belo. A raiz, nessa analogia, seria a relação entre estrutura de conhecimento com o mundo material. Por estar ligada ao substrato, a raiz da flor não é facilmente identificada. Suas partes não são visíveis, não se percebe uma coerência interna, pois ela se mistura ao lodo. Ela é análoga ao conhecimento tipo sentimento associado às teorias. Nossa razão relaciona-se com a raiz de maneira diferente

da que com a flor. A primeira é algo que está fora do alcance de uma apreensão racional, pois parece ser apenas acesível ao nosso tato, enquanto a flor regala aos olhos.

Mesmo a raiz, não tendo a beleza e coerência da flor, é fundamental para a vitalidade da mesma, pois sem raiz a flor não se alimenta. Quando isso deixa de ocorrer, ela perde o viço, a vida.

O professor possui a flor completa e deseja transmiti-la para o aluno. Muitas vezes, despreza a existência da raiz, como se esta não fosse essencial para a vida da flor.

Nesse caso, a estrutura teórica torna-se estéril, sem vínculo com o mundo físico, como uma flor seca que foi amputada pelo caule. Talvez fosse possível identificar a coerência espacial da mesma, mas dificilmente entenderíamos onde ela se fixa e o que ela representa. Supondo que nunca se tivesse observado uma flor no solo, a visão de uma seca seria algo artificial, não se perceberia qual a relação da mesma com a natureza.

Muitas vezes, no ensino, transmite-se apenas a estrutura teórica para o aluno e espera-se que este a relacione com o mundo físico. Isso é tão difícil de acontecer como uma flor seca, jogada sobre o solo, criar raízes.

Essa ênfase na estrutura lógico-matemática é mais fácil, pois ela é mais passível de apreensão pela razão. Em contrapartida, a ligação da teoria com o mundo material, a compreensão do significado dos seus elementos é algo mais nebuloso, complexo e envolve sensações.

Na Física, é comum enfrentar esse problema com

o auxílio de modelos conceituais. Estes são embasados numa teoria e representam situações que foram previamente simplificadas, de modo a deixar transparente o funcionamento da mesma. Eles contribuem para intensificar o contato com o mundo físico, enriquecendo o conteúdo, tornando o conhecimento das teorias mais profundo.

As poucas raízes existentes entre a flor e o lodo poderiam ser relacionadas e explicitadas. No ensino, este processo é muito importante, pois permite educar a percepção da natureza e elaborar suportes conceituais que permitam encarar as fórmulas como uma maneira mais concreta de interpretar a natureza.

A existência desses modelos propicia uma forte correlação entre conhecimento formal e mundo físico. Através delas, é possível elaborar uma visão de realidade que tenta desvendar a existência que está por trás do formalismo, do mundo que gera as sombras na caverna.

- Referências

II.1

1. KUHN, T.
"A Função do Dogma na Investigação Científica", em
"A Crítica da Ciência", Deus J.D. (org.) edit. Zahar
2. ZANETTI, J.
"Notas de Evolução"
IFUSP, 1981, p. 16
3. KUHN, T.
"Estruturas das Revoluções Científicas", p. 58
4. ROBILOTTA, M.R.
"O Cinza, o Branco e o Preto - da Relevância da História
da Ciência no Ensino da Física"
IFUSP, 1988, p. 6
5. Ver 4, p.6

II.2

1. Diálogos de Platão
Ed. Universidade Federal do Pará
2. Ver 1
3. Aurélio Buarque de Holanda
"Novo Dicionário Aurélio"
Ed. Nova Fronteira
4. Ver 3
5. BACHELAR, G.
"O Novo Espírito Científico", ed. 70

The first part of the book is devoted to a general survey of the history of the subject. It begins with a brief account of the early attempts to explain the phenomena of life, and then proceeds to a more detailed consideration of the various theories which have been advanced from time to time. The author's aim is to show how the scientific method has been applied to the study of life, and how the knowledge of life has been gradually accumulated.

CAPÍTULO III

The second part of the book is devoted to a detailed study of the various theories which have been advanced from time to time. It begins with a consideration of the theory of spontaneous generation, and then proceeds to a more detailed consideration of the theory of evolution. The author's aim is to show how the scientific method has been applied to the study of life, and how the knowledge of life has been gradually accumulated.

The third part of the book is devoted to a detailed study of the various theories which have been advanced from time to time. It begins with a consideration of the theory of spontaneous generation, and then proceeds to a more detailed consideration of the theory of evolution. The author's aim is to show how the scientific method has been applied to the study of life, and how the knowledge of life has been gradually accumulated.

The fourth part of the book is devoted to a detailed study of the various theories which have been advanced from time to time. It begins with a consideration of the theory of spontaneous generation, and then proceeds to a more detailed consideration of the theory of evolution. The author's aim is to show how the scientific method has been applied to the study of life, and how the knowledge of life has been gradually accumulated.

III.1 - Introdução

O conhecimento físico apresenta duas características diferentes. Uma ligada à razão, representada pelo formalismo matemático, e outra muito próxima da sensação, relacionada a um grau de realidade que se pode obter das teorias.

Esse conhecimento poderia ser visto como um vasto território entrecortado por um grande rio. O aluno é colocado na margem do formalismo, nos cursos em geral, sendo levado a aprender minuciosamente o seu relevo e a deslocar-se no seu interior, entretanto tem alguma noção sobre o outro lado do rio, que está relacionado à realidade. O seu ser pode por algo mais que o formalismo matemático, alguma interpretação ligada as teorias físicas que contenha mais significado. Muitas vezes, ele tenta transpor o rio e passar para o outro lado, fracassando na maioria das vezes. Os poucos conhecimentos sobre a outra margem parecem mantê-lo com expectativas de que esse tipo de conhecimento possa ser obtido.

O ensino de Física pode dar acesso a esses dois tipos de conhecimento, permitindo a construção de pontos entre as duas margens. Estas seriam ligações entre a estrutura formal das teorias e a sua significação realística, que podem tornar o conteúdo físico muito mais próximo dos alunos. Essas "pontes" formalismo-significação podem ser feitas em diversas regiões do território físico, fazendo com que haja um livre trânsito entre as duas margens.

A fim de concretizar essa idéia, proporemos um texto de apoio que será uma "ponte" para o conhecimento profundo do estudo sobre circuitos elétricos. Este texto pretende ser suporte para a disciplina de Física IV (2º ano) de

III.2 - Justificativa do Índice

A partir do índice acima, é possível perceber que o texto não possui muitas diferenças com relação ao conteúdo abrangido. Como já foi dito, a diferença básica entre este texto proposto e os livros textos, em geral, é a abordagem qualitativa, que permite uma significação maior dos assuntos estudados. Talvez o item 1 seja a única grande exceção, pois nele abordamos os condutores metálicos, o que não é feito na maioria dos textos afins. Este tópico tem papel importante na estratégia da apostila, ou seja, permitir uma significação maior das teorias, pois quase todos os fenômenos relativos aos circuitos ocorrem no interior dos metais. É necessário fornecer ao aluno uma visão próxima do entendimento, que possibilite compreender como seria um condutor metálico de maneira geral.

O conteúdo dos demais itens é muito similar ao encontrado nos livros textos em geral. Optamos por fazer o estudo dos efeitos indutivos e capacitivos de maneira separada, sempre, no entanto, associados ao resistivo. Essa estratégia permite analisar as variações do campo elétrico e magnético isoladamente, tornando o seu entendimento mais fácil. O efeito conjunto começa a ser feito apenas no circuito L-C.

Essa apostila dá ênfase à forma de abordar e analisar o conteúdo, e não ao próprio conteúdo. Muitas vezes optamos por abordar as situações de uma maneira muito diferente das encontradas normalmente. Procuramos problematizá-las, a fim de motivar o aluno a querer obter respostas a perguntas que, em geral, passam despercebidas.

O nível matemático usado na apostila é o mesmo da bibliografia didática utilizada nos cursos. Evitaremos a resolução completa de algumas equações diferenciais da mesma forma que os outros textos.

A justificativa de sugerir essa apostila, como material de apoio, reside no fato de ela não conter exercícios destinados a aplicação de técnicas formais em circuitos elétricos. Nesse sentido, talvez fosse possível suprir essa falta acrescentando um texto só de exercício ou adotá-la paralelamente ao uso de um livro texto tradicional.

III.3 - Pré-requisito

A parte de circuitos elétricos é tratada aqui como uma aplicação da teoria eletromagnética. O aluno deverá, portanto, conhecer o eletromagnetismo básico, por exemplo, tendo um semestre de curso (Física III). As equações de Maxwell são elemento importante na nossa abordagem. O estudante, então, deve conhecê-las e já estar aplicado em algumas situações. Faremos a suposição de que os capacitores e bobinas já foram estudados de forma individual, sendo conhecidas as expressões que relacionam energia e campo.

No tratamento matemático, serão necessários o conhecimento de resolução de equações diferenciais e o cálculo integral-diferencial.

Sugestão para Leitura do Tópico III.3

Sugerimos que a leitura de cada item da seção III.3 seja seguida pela leitura do item correspondente no capítulo 4.

III.4 - Particularidades do Texto

1. Condutores Metálicos

Iniciaremos a apostila analisando as características dos condutores metálicos. Isso é importante para o aluno, pois este será o palco das futuras discussões.

Este item tem como objetivo permitir a elaboração de uma visão do que seria um condutor metálico. Os fenômenos associados aos circuitos elétricos passam a ocorrer num contexto "concreto", facilitando a sua compreensão.

A abordagem será dividida em duas partes: propriedades estáticas e dinâmicas. Na primeira, procuramos suprir três problemas básicos ligados aos condutores, enquanto a estrutura ainda não percorrida por corrente elétrica. Inicialmente discutimos qual a visão interna que se tem de um metal. Pretendemos com isso mostrar que a matéria, nesse caso, é muito mais vazia do que se acha, embasando o aluno para varios fenômenos futuros, principalmente para aqueles ligados ao movimento de cargas no seu interior.

Logo após, pretendemos discutir a existência dos chamados elétrons livres e a sua relação com o metal, seja a nível macroscópico ou microscópico. Esses elétrons apresentam particular interesse porque eles compõem a corrente elétrica.

Por último, analisamos, de maneira muito superficial, a coesão da estrutura iônica do metal, já que ela é inteiramente positiva.

A discussão desses três pontos permite desmistificar algumas características internas do metal através de mo

delos simples, que, no entanto, facilitam a sua "visualização".

Com respeito as propriedades dinâmicas, introduzimos a discussão de como se poderia entender a resistência elétrica e a de um modelo que desse conta de explicar a lei de Ohm.

Essa última análise, associada às propriedades estáticas do metal, fornecem a primeira ponte que permite a ligação formalismo-significação. As equações descritivas do comportamento das cargas elétricas podem ser associadas a graus de realidade que incrementam o conteúdo.

2. Gerador

Neste tópico, procuramos desenvolver um modelo simples de gerador elétrico que desse conta das situações que aparecem nos circuitos. O nosso modelo de gerador é do tipo mecânico (de atrito) e tem alguma semelhança com o gerador Van der Graaf.

Os livros textos, em geral, passam-nos a impressão de que o gerador é um ente mágico, que cria campo elétrico do nada, ou pior, que empurra os elétrons através do fio.

Na discussão presente, neste item, é possível ver que um gerador é um elemento que necessariamente possui distribuições de cargas opostas, e que associado a elas se tem o campo elétrico que move a corrente. Além disso, o processo de acumulação dessas cargas pode ser visualizado no modelo, bem como age o elemento externo (no caso gravitacional), transformando energia não elétrica em elétrica. Esse mecanismo de transformação de energia é particularmente importante no circuito RLC, onde parte da energia fornecida pelo gerador volta, sendo retransformada em energia potencial gravitacional.

um curso de graduação em Física. Como estratégia fundamental para atingir a maior significação do conteúdo, faremos uma abordagem qualitativa dos problemas, associada às resoluções formais dos mesmos.

Os circuitos elétricos, nessa apostila, são tratados como uma aplicação da teoria eletromagnética, dando destaque às equações de Maxwell. Pretendemos, dessa maneira, transbordar a visão do mundo associada ao eletromagnetismo também para o estudo dos circuitos. A visão de campo eletromagnético é fundamental para isso, sendo as discussões e relações contidas no texto, sempre que possível, iniciadas a partir dela. Além disso, esta visão é importante para as situações físicas de maneira geral, sendo as próprias equações de Maxwell escritas dessa forma.

3. Circuito Resistivo

Na maioria dos livros textos, este assunto não recebe muita atenção, sendo tratado de maneira muito rápida. O formalismo ligado a este tópico é simples, sendo basicamente constituído pela lei de Ohm, porém, por trás dessa aparência ingênua, existe uma Física muito mais complexa, ligada à visão de campos e cargas.

Nossa intenção, nesse tópico, é permitir ao aluno um enriquecimento do conteúdo apresentado pelas equações. As discussões, por exemplo, de como as linhas de campo elétrico são confinadas no interior de um fio ligado a um gerador, ou de como o módulo do mesmo campo varia em fios, de resistividade diferente, ligados em série, revelam um conhecimento extra, que está além do formalismo apresentado. Este formalismo é visto, muitas vezes, pelos alunos como o aprendizado final nos cursos.

A estratégia usada no texto visa deslocar o centro de atenção dos estudantes da tensão, resistência, para campos e cargas. Dessa forma, as situações ganham um certo grau de "concreteza", tornando-se mais próximas dos mesmos.

4. Circuito Capacitivo-Resistivo (C.C.)

A abordagem utilizada nos textos, em geral, parece deslocar a atenção dos alunos para outro lado, "criando" uma linguagem própria para o estudo dos circuitos. Ao analisar um texto qualquer, temos a impressão de que lá está uma nova teoria, não havendo uma relação completa com o eletromagnetismo.

Iniciamos este item com a resolução do problema em que um capacitor descarrega através de grafite colocada no seu interior. Nessa situação, a visualização do movimento de cargas e de ação do campo é muito clara, reforçando a relação do assunto com o eletromagnetismo. Associa-se essa situação àquela em que a descarga do capacitor é feita através de um fio. Esta estratégia visa relacionar a abordagem tradicional do problema à visão dos campos. A solução desse segundo problema é feita utilizando-se uma das equações de Maxwell.

Um comentário qualitativo importante é feito no final da resolução do problema, quando relacionamos a resistência do fio como responsável pela velocidade através da qual o capacitor descarrega.

Outra discussão importante é feita sobre como variam os campos elétricos associados ao gerador e capacitor, e como eles interferem no movimento das cargas elétricas. Essa discussão permite ao aluno compreender como e por que a corrente no circuito diminui com o tempo. A visão dos campos dá acesso à relação causal entre movimento e força, que está muito mais próxima do aluno.

A aplicação da equação de Maxwell resulta numa equação diferencial que fornece o comportamento da carga acumulada no capacitor. Optamos por apenas indicar o resultado da mesma, centrando nossa atenção em discussões qualitativas. Esse procedimento é adotado em todo o texto.

O quadro explicativo da situação é completado com a introdução do conceito de energia, onde fazemos o balanço energético nos elementos do circuito (gerador, capacitor e resistência).

5. Circuito Indutivo-Resistivo (C.C.)

Não houve nenhum livro, por nós consultado, que contivesse algum comentário sobre como a bobina influencia a corrente no circuito. Menciona-se a F.E.M. induzida pela mesma, e resolvem-se os problemas baseados na conservação de energia ou na lei de Kirchhoff. Os comentários, em geral, restringem-se as variações temporais das grandezas em questão (corrente, tensão etc.), que são formalmente comprovadas.

O aluno, nesse processo, pode acompanhar o desenvolvimento lógico do problema, mas terá dificuldades em entender como a bobina influencia a corrente em todo o circuito.

Com as discussões feitas no texto do capítulo quatro, pretendemos que o aluno elabore um modelo que permita entender com mais profundidade o que ocorre num circuito indutivo. O passo mais importante, nesse sentido, é que, quando discutimos que a existência de um campo elétrico induzido pela variação temporal do campo magnético, aumenta a inércia da bobina, causando o aparecimento da distribuição de cargas nas extremidades da mesma. Não é o campo induzido que retarda o movimento dos elétrons no restante do circuito, mas o campo elétrico associado a estas cargas.

6. Circuito L-C (Oscilante)

A discussão feita nos livros textos, em geral, é boa. O ponto importante aqui é a oscilação da energia da forma elétrica para a magnética.

No texto em questão, iniciamos com o tratamento formal completo. Após isso, consideramos a resistência igual a

zero e analisamos as implicações disso nas equações. Nessa situação, fazemos uma discussão qualitativa das variações de campos elétricos e magnéticos, bem como da energia associada aos mesmos. No final da seção, dispensa-se especial atenção para o efeito resistivo no circuito.

7. Circuito RLC (Tensão Constante)

Neste tópico apenas estudamos uma situação onde todos os elementos aparecem juntos. O tratamento continua baseado na visão de campos e sua variação.

Nesse tipo de circuito, em dado momento, a corrente movimenta-se contra o campo elétrico criado pelo gerador. A energia fornecida pelo gerador ($\mathcal{E}_0 \cdot I$) é negativo, indicando que ela está voltando para o gerador. É possível relacionar este fato à subida do peso que movimenta o nosso gerador mecânico, pois há o acúmulo da energia elétrica em potencial gravitacional.

8. Gerador de Tensão Alternada

Aqui desenvolvemos um modelo de gerador mecânico de tensão alternada. Esse gerador não é encontrado em situações práticas, porém é possível visualizar nele o processo de inversão do campo elétrico.

9. Circuito RLC (Tensão Alternada)

Abordamos nesse item os efeitos capacitivos, indutivos e resistivos em presença de um gerador de tensão alternada. Damos ênfase as configurações dos campos elétricos

associados a cada elemento em função do tempo. O uso de gráficos e circuitos esboçados auxiliam essa tarefa.

10. Ressonância

Aqui estudamos a situação em que o circuito anterior funciona com máxima eficiência. Damos atenção ao fato da energia não ser dividida ao gerador, e a haver uma constante troca entre a energia do capacitor para o indutor. Novamente o uso de gráficos auxilia esta tarefa.

Instituto de Física
Universidad de San Carlos

CAPÍTULO IV

Instituto de Física
da
Universidade de São Paulo

CIRCUITOS ELÉTRICOS

Maurício Pietrocola P.Oliveira
Manoel Roberto Robilotta

São Paulo
1988

Í N D I C E

- Circuitos Elétricos	pág.
Seção 1.	
Condutores Metálicos	1
. Propriedades Estáticas	1
. Propriedades Dinâmicas	10
Seção 2.	
Gerador	21
Seção 3.	
Circuito Resistivo	28
Seção 4.	
Circuito Capacitivo-Resistivo (C.C.)	51
Seção 5.	
Circuito Indutivo-Resistivo (C.C.)	65
Seção 6.	
Circuito Oscilante L-C	81
Seção 7.	
Circuito RLC (Tensão Contínua)	91
Seção 8.	
Geradores Alternados	95
Seção 9.	
Circuito RLC (Tensão Alternada)	98
Seção 10.	
Ressonância	112

1. Condutores Metálicos

Nosso objetivo, nessa apostila, é estudar os fenômenos relativos à parte da eletrodinâmica em meios condutores. Para tanto, será de importância capital conhecer um pouco da estrutura e propriedades do meio no qual se processam tais fenômenos.

O capítulo 1 do presente texto deter-se-á em estudar os meios condutores. Dividiremos esse estudo em duas partes: propriedades estáticas e propriedades dinâmicas.

- Propriedades Estáticas

Nessa parte, estaremos interessados em descrever a estrutura de um metal não percorrido por corrente elétrica. A proposta é tentar obter uma imagem conceitual do que seria um metal. A maioria dos metais é composta por uma estrutura regular formada por átomos positivos que perderam tipicamente um ou dois elétrons, sendo, portanto, íons positivos. Essa estrutura iônica é bastante rígida, permitindo apenas pequenas acomodações.

Os elétrons perdidos pelos átomos formam uma nuvem negativa superposta à estrutura positiva. Essa nuvem é composta pelos chamados elétrons livres, ou seja, elétrons que não estão ligados a nenhum átomo especificamente. Cada um desses elétrons pode percorrer toda a extensão do metal.

A - Estrutura Interna

Ao pensarmos em um metal, a imagem que nos vem

à cabeça é de uma estrutura compacta, onde os átomos parecem estar muito próximos. Será, porém, esta uma visão correta?

O espaçamento entre átomos de Ferro de uma barra qualquer de metal pode ser obtida de uma maneira bem simples. Para isso, precisamos da densidade da barra de ferro ($\sim 7.86 \text{ g/cm}^3$) e da massa atômica (56). Sabemos, da relação de Avogrado, que em 1 mol de uma substância existem aproximadamente 6.02×10^{23} átomos. Assim:

$$\begin{aligned} 56\text{g} & \text{ de Ferro} \dots\dots X \text{ cm}^3 \\ 7.86\text{g} & \text{ de Ferro} \dots\dots 1 \text{ cm}^3 \\ X & = 7.12 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Em 7.12 cm^3 de ferro temos 6.02×10^{23} átomos, o volume para cada átomo é:

$$V = \frac{7.12 \times 10^{-6} \text{ m}^3}{6.02 \times 10^{23} \text{ at}} = 1.183 \times 10^{-29} \text{ m}^3 / \text{at}$$

A distância entre cada par de átomos de ferro será:

$$l = (1.183 \cdot 10^{-29})^{\frac{1}{3}} = 2.27 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad [a.1]$$

A mecânica quântica permite calcular o raio de cada íon de ferro que compõe o metal. A tabela SARGENT-WELCH fornece o valor para um íon de Ferro duas vezes ionizado:

$$r_1 = 0.76 \times 10^{-10} \text{ m}$$

A distância entre cada par de íons é três vezes maior que o raio do íon. Esquematicamente teríamos:

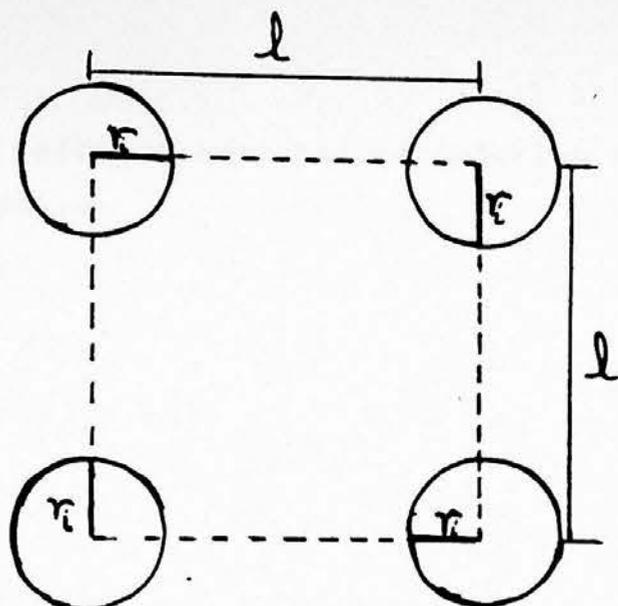


Figura A.1

Para um volume de l^3 , teríamos nela oito oitavos do volume de cada íon, ou seja, 1 volume iônico.

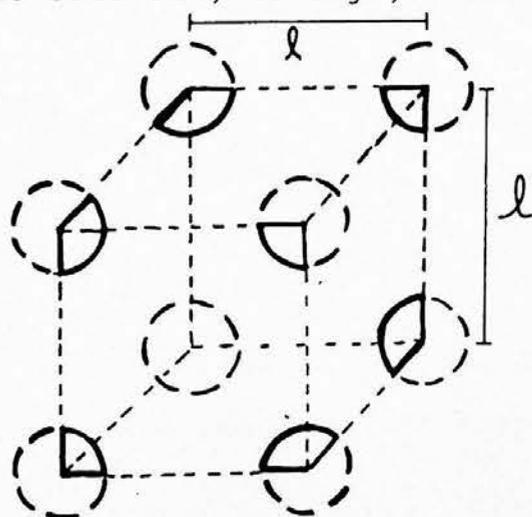


Figura A.2

O volume total considerado é:

$$l^3 = 1.183 \times 10^{-29} \text{ m}^3,$$

sendo o volume do íon dado por:

$$V = \frac{4\pi}{3} \cdot 4,39 \cdot 10^{-31} = 18,39 \cdot 10^{-31} \text{ m}^3$$

O volume ocupado pelos íons corresponde, portanto, a cerca de 15% do volume total de uma barra de Ferro.

Cálculos semelhantes poderiam ser feitos para o Zinco e Mercúrio:

Zinco

$$d = 7.29 \text{ g/cm}^3$$

$$R = 0,74 \times 10^{-10} \text{ m} \quad l = 2.46 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\text{M.A.} = 65.4 ,$$

o que fornece cerca de 11% de volume ocupado na barra de Zinco.

Mercúrio

$$d_{\text{Hg}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$$

$$R_{\text{Hg}^{+2}} = 0.95 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$l = 2.9 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\text{M.A.} = 200 \quad \text{cerca de 16\% de volume ocupado.}$$

Através desses cálculos é possível perceber que a estrutura iônica está longe de ser compacta, contendo bastante espaço vazio.

B - Barreira de Potencial

Na descrição do metal, dissemos que existem elétrons livres que não estão ligados a nenhum átomo em especial. Essa liberdade, porém, é restrita ao interior do metal, não podendo haver o abandono do mesmo. Qual o mecanismo que pode explicar tal comportamento ?

Para responder a essa pergunta, devemos analisar -

sar a interação dos elétrons livres com os íons positivos no interior do metal. Essa interação não é simples, e limitaremos-nos a um estudo em uma só dimensão.

Inicialmente, devemos entender como é a interação entre um único íon monopositivo e um elétron. Suponha, então, que este elétron está em uma dada posição, afastando-se do íon com velocidade V como mostra a figura abaixo:

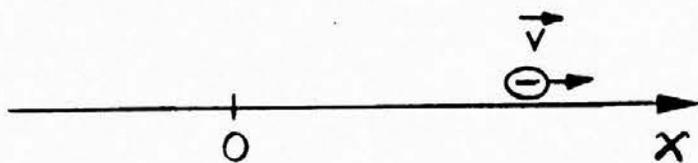


Figura B.1

Como as cargas são de sinais contrários, o elétron sente uma força de atração que é contrária ao seu movimento. Ele pára numa posição $X_{\text{máx}}$, movendo-se, logo em seguida, no sentido do íon em movimento acelerado. Ao passar pelo íon, é novamente freado, parando na posição $-X_{\text{máx}}$. O movimento desse elétron é restrito ao trecho $[X_{\text{máx}}, -X_{\text{máx}}]$. Dizemos que este elétron está ligado ao íon, sendo a sua energia total menor que zero. Na figura abaixo, esboçamos, de maneira esquemática, o potencial atrativo e a energia total do sistema:

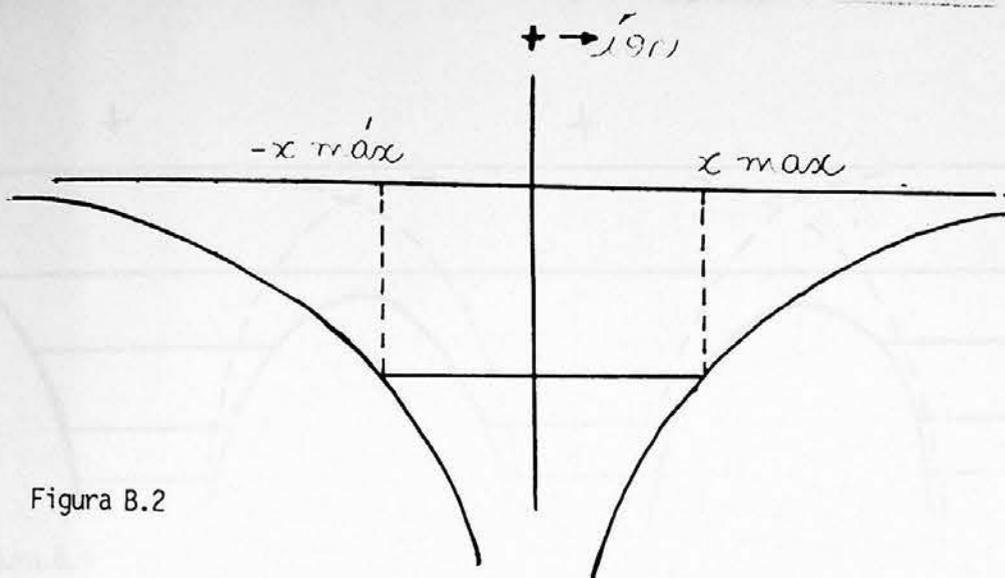


Figura B.2

Se este sistema contivesse outros elétrons com velocidade pouco menores, ainda com energia total zero, eles continuariam ligados, entretanto teriam seu movimento restrito a um intervalo maior.

Na figura abaixo, representamos a energia desse sistema:

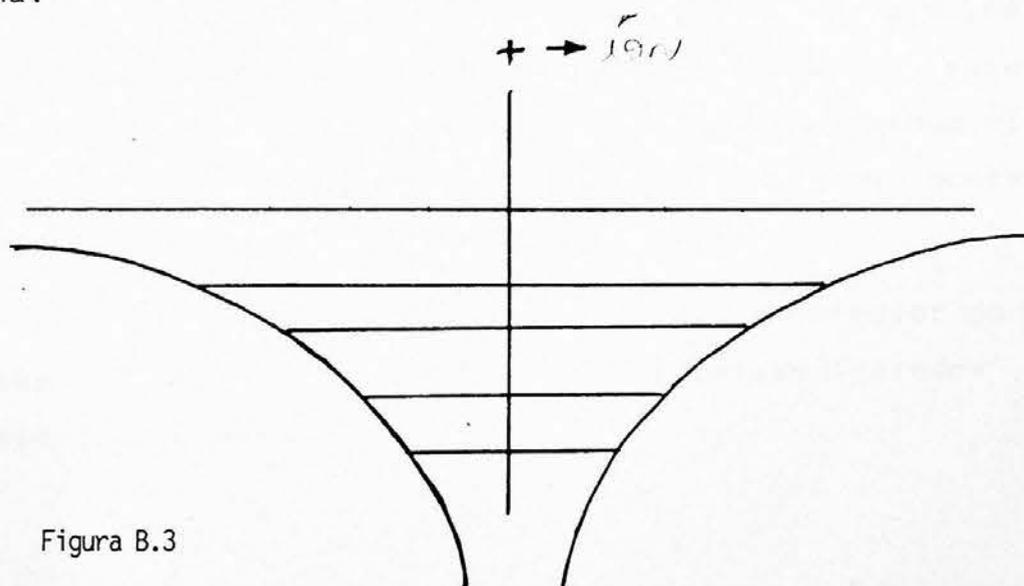


Figura B.3

No interior do metal, temos uma seqüência regular de íons que formam a estrutura metálica. A configuração esquemática dessa situação deve ser (pelo princípio da superposição) uma soma das energias potenciais de cada íon positivo.

Fazendo isso em apenas uma direção, temos:

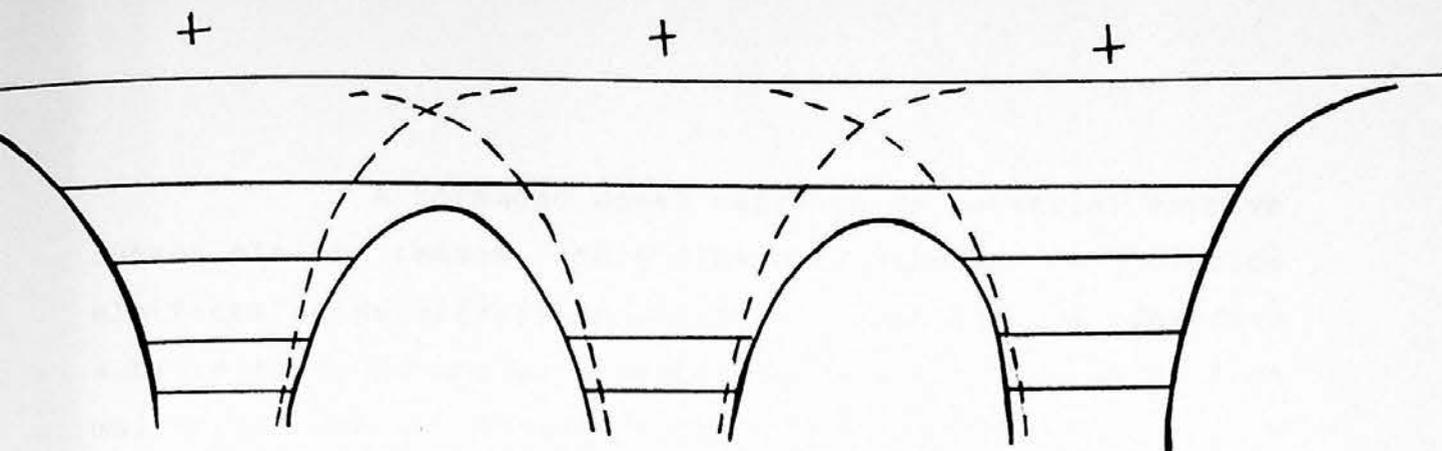


Figura B.4

Os tracejados representam o potencial resultante no interior do metal. Observe que o mesmo é menor que o de cada íon individualmente. Dessa maneira, é possível que certos elétrons tenham energia maior que a barreira de cada íon, tornando-se livres no interior do metal.

O potencial diminui no interior do mesmo, devido à superposição, porém note que a primeira linha da esquerda não se altera. Isso ocorre, porque não existe nenhum vizinho à sua esquerda para modificá-la. Algo análogo ocorre na outra extremidade.

Os elétrons podem transitar no interior do metal, mas não podem abandoná-lo, pois encontram "paredes" nas extremidades do mesmo.

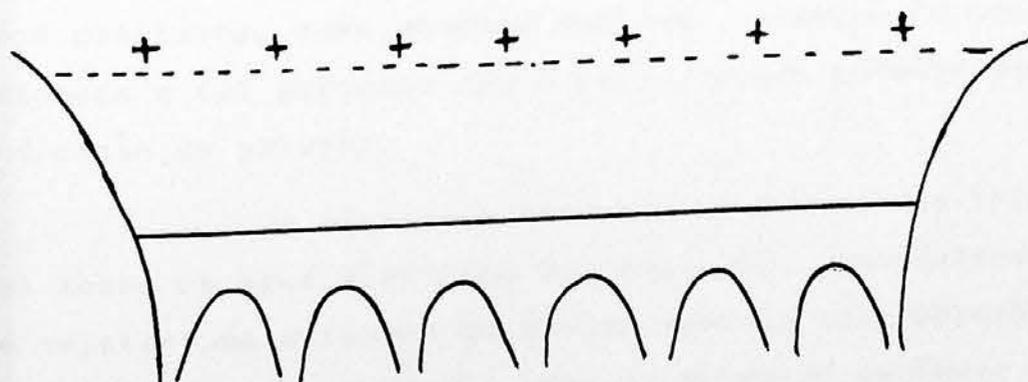


Figura B.5

A formação dessa barreira de potencial envolve outros efeitos também, entre eles a existência de dipolos elétricos na superfície do metal*. A função que descreve a barreira de potencial é proporcional a $1/n^5$, ou seja, sobe muito rapidamente, assemelhando-se muito a uma parede. O metal poderia ser visto como uma caixa rígida.

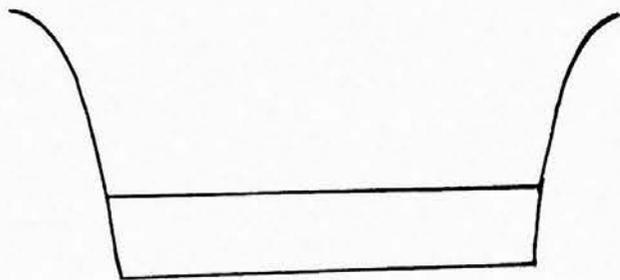


Figura B.6

C - Coesão do Metal

Já que a estrutura cristalina é formada por íons positivos, como podemos explicar a coesão do metal? A resposta a tal pergunta não é fácil, porém podemos dar uma indicação da solução.

Um sistema é estável, se a soma das forças agentes sobre os seus elementos for nula, ou, equivalentemente, se existir uma situação de mínima energia que mantenha as características do sistema. Assim, devem-se escrever os tipos de energia que compõem esse sistema e procurar obter a situação de mínima energia, isto é, a situação estável.

* Ver Ashcroft, Solid State Physic, p. 355.

Uma parte importante da energia do sistema é devido à interação Coulombiana entre as cargas que compõem o metal (íon-íon, elétron-elétron, elétron-íon), e é dada por:

$$E_{co} = \frac{-24.35}{r_s/a_0} (eV/atm) \quad [c.1]$$

Devido à complexidade da situação que um metal assume, várias considerações que não serão explicadas aqui tiveram de ser feitas para obter-se tal equação. A variável V_s representa o raio de Wegner-Seitz, que é o raio da esfera que possui a carga de um elétron. A nuvem eletrônica, aqui, está sendo considerada uniforme. A constante A_0 é o raio de Bohr, e vale 0.52918×10^{-10} m. A energia é negativa, simbolizando uma interação atrativa.

Os elétrons da nuvem não estão parados, temos, por isso, uma energia cinética associada a esse movimento dado por:

$$E_c = \frac{30.1}{(r_s/a_0)^2} (eV/atm) \quad [c.2]$$

A essas duas formas de energia devemos somar uma terceira, devido ao princípio de exclusão de Pauli (energia de troca). Esse efeito quântico é importante, pois, sem ele, não se obtém uma configuração estável* .

$$E_{ex} = \frac{-12.5}{(r_s/a_0)^2} (eV/atm) \quad [c.3]$$

* Para maiores detalhes ver: Ashcroft, Solid State Physics, p. 410.

A energia total do sistema será:

$$E_t = \frac{-24.35}{r_s/a_0} + \frac{30.10}{(r_s/a_0)^2} - \frac{12.5}{(r_s/a_0)^2} \quad [c.4]$$

Minimizando a função energia, temos:

$$\frac{\partial E_t}{\partial r_s} = 0 \implies r_s = 1.6.a_0 \quad [c.5]$$

que produz uma configuração estável para o metal, fazendo com que a densidade da nuvem de elétrons não seja infinita (colapso), nem zero (dispersão total).

- Propriedades Dinâmicas

D - Corrente Elétrica

Suponha um certo pedaço de fio metálico em cujo interior existe um campo elétrico uniforme, mantido por um aparelho chamado gerador. Mas adiante, veremos como isso ocorre, bem como um esquema do seu funcionamento. Todas as cargas do fio sentem a presença campo, porém só os elétrons livres, no interior do mesmo, movimentar-se-ão no sentido oposto ao campo, formando uma corrente elétrica.

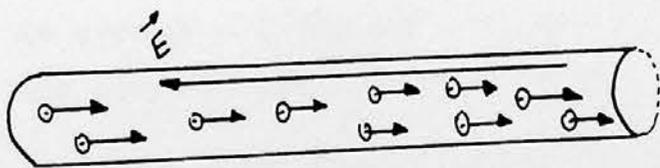


Figura D.1

De maneira formal, definimos corrente elétrica como a quantidade de carga que passa por uma seção reta do fio, em um intervalo de tempo:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [d.1]$$

Outra grandeza de particular interesse é a densidade de corrente (\vec{J}). Ela é um vetor que representa o fluxo de corrente por unidade de área. Podemos escrever a corrente elétrica em função da densidade de corrente:

$$I = \int \vec{J} \cdot \vec{dA} \quad [d.2]$$

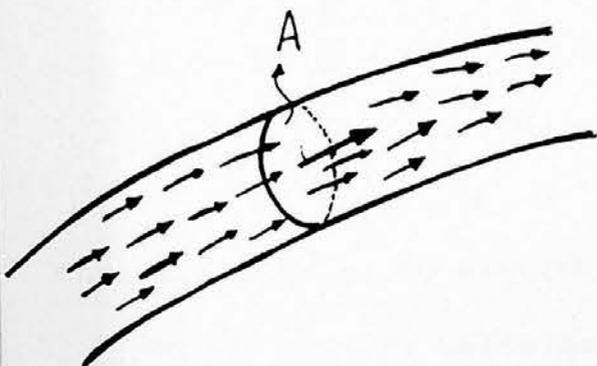


Figura D.2

É interessante notar que a corrente elétrica é a mesma em qualquer ponto. Dessa maneira, teremos um valor de J maior, nos trechos de área menor, e vice-versa. O comportamento da corrente elétrica é muito similar ao escoamento de água num cano de pressão constante.

Seria interessante definir a corrente elétrica em termos de sua velocidade de deslocamento* no fio. Para

* Será abordado mais à frente.

isso, suponha um pedaço de fio de comprimento l , por onde circula uma corrente I (figura D.3)

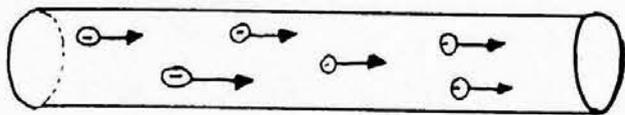


Figura D.3

Seja n a densidade volumétrica de portadores no fio, e A a área da seção reta do mesmo, temos que a quantidade de cargas, nesse trecho do fio, é:

$$dQ = n \cdot A \cdot e \cdot dl \quad [d.3]$$

onde e é a carga do elétron.

Se a velocidade dos portadores é v_d , esta quantidade de carga dq levará um intervalo de tempo dt para atravessar a extremidade direita do fio:

$$v_d = \frac{dl}{dt} \quad [d.4]$$

Dessa forma, a corrente pode ser escrita como:

$$I = n \cdot A \cdot e \cdot v_d \quad [d.5]$$

Igualando D.5 com D.2 temos:

$$\int_0^A \vec{J} \cdot d\vec{A} = n \cdot A \cdot e \cdot v_d \quad [d.6]$$

Se \vec{J} não variar relativamente à area, temos:

$$\vec{J} = n \cdot e \cdot v_d \quad [d.7]$$

E - Resistência Elétrica

Quando não existe campo elétrico, um elétron livre, no interior de um metal, possui movimento, que é tanto mais intenso, quando maior a temperatura. Esse movimento não ocorre num espaço vazio, ao contrário, ele acontece na presença dos íons positivos e dos demais elétrons livres. Esse elétron livre interage com todas as demais carga, resultando disso um movimento intercortado por uma série de choque, tornando seu movimento caótico.

Quando aplicamos um campo elétrico no con-
dutor em questão, aparece uma força elétrica que condiciona um outro movimento, que se superpõe ao movimento caótico descrito anteriormente. Este novo movimento é ordenado e oposto ao sentido de \vec{E} . Nas figuras a seguir, representamos, muito esquematicamente, o movimento de um elétron na ausência e na presença de um campo elétrico.

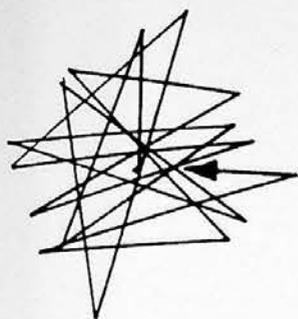


Figura E.1a

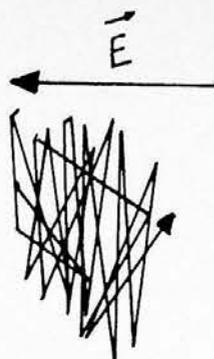


Figura E.1b

Como no caso sem campo elétrico, os choques com as demais cargas introduzem uma componente aleatória no movimento ordenado dos elétrons livres. Para o estudo da corrente elétrica, porém, tal movimento não precisa ser considerado. Apenas o movimento associado ao campo é responsável pela corrente elétrica.

A existência do campo elétrico e, conseqüentemente, de uma força elétrica sobre os elétrons livres poderia levar à conclusão de que a corrente deveria aumentar continuamente com o tempo. É preciso lembrar, no entanto, que as demais cargas são responsáveis por outra força, que é contrária ao movimento. Essa força contrária à corrente está associada à resistência elétrica.

A resistência depende das colisões no interior do fio. Como o número de colisões depende da velocidade, podemos supor que a força resistiva está associada à velocidade. O efeito resistivo pode ser associado a uma força do tipo viscoso. Esta acaba por tornar o movimento dos elétrons livres uniforme, ou seja, com força resultante zero. A intensidade da força resistiva é auto regulável: com o aumento da velocidade devido ao campo elétrico, aumenta a força resistiva. A corrente elétrica desse tipo de movimento é dita estacionária, já que ela não varia com o tempo.

$$F = \beta.v^n \quad [e.1]$$

Em muitos condutores, a relação entre o movimento dos elétrons e a sua causa é expressa pela Lei de Ohm ($U = R.I$). Para lembrar um modelo simples que permite explicar a sua resistência, que é uma lei empírica, deve-se considerar o expoente da velocidade da equação acima como igual a um. Assim, podemos supor que a força de resistência elétrica é do tipo:

$$F_r = \beta.v \quad [e.2]$$

Através da experiência, sabemos que, em uma situação em que os elétrons se movem num condutor sob tensão constante, a corrente é estacionária, e a força resultante sobre a carga nula, ou seja:

$$F_e = F_r \quad [e.3]$$

porém,

$$e.E = \beta.v_d \quad [e.4]$$

onde e é a carga do elétron, e E o campo elétrico, porém sabemos que $v_d = J/n.e$ (equação D.7), e assim:

$$e.E = \beta.\frac{J}{n.e} \quad [e.5]$$

$$E = \frac{\beta}{n \cdot e^2} \cdot J \quad [e.6]$$

A constante depende da natureza do condutor utilizado e é denominada resistividade:

$$\rho = \frac{\beta}{n \cdot e^2} \quad [e.7]$$

Podemos reescrever a equação E.6 como:

$$E = \rho \cdot J \quad [e.8]$$

Essa expressão é a Lei de Ohm na forma microscópica. Associada à resistividade (ρ), temos a condutividade (σ) onde:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad [e.9]$$

Usando o conceito de condutividade, podemos reescrever a equação E.8 como:

$$J = \sigma \cdot E \quad [e.10]$$

Para chegar da relação anterior a $U = R \cdot I$, suponha agora um fio condutor de comprimento l e seção reta A percorrido por uma corrente estacionária I (figura E.2), onde existe um campo uniforme E .

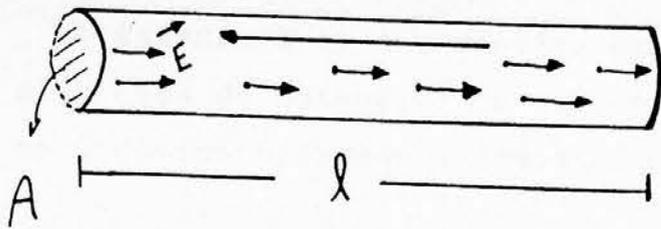


Figura E.2

Entre as extremidades do fio teremos uma diferença de potencial (ΔV) dada pela expressão:

$$\Delta V = - \int_0^l \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot l \quad [e.11]$$

substituindo E.8 em E.11, temos:

$$\Delta V = \rho \cdot J \cdot l \quad [e.12]$$

porém, $J = I/A$ (vide item D), então,

$$\Delta V = \rho \cdot \frac{l}{A} \cdot I \quad [e.13]$$

onde $\rho \frac{l}{A}$ é a resistência elétrica (R). A resistência elétrica só depende do condutor utilizado, visto que ela depende da resistividade (que só depende do condutor), do comprimento e da área do mesmo. Essa relação entre a resistência, resistividade, comprimento e área do fio é conhecida como 2ª Lei de Ohm.

- Lei de Ohm

A equação E.13 é a maneira usual de relacionar tensão (ou diferença de potencial) e corrente elétrica, sendo o termo de proporcionalidade a resistência elétrica.

Ohm, físico alemão, foi um dos primeiros cientistas a estudar a corrente elétrica e suas causas. Através de sucessivas experiências, ele percebeu que, para alguns condutores, a resistência elétrica era constante relativamente à tensão, ou seja, para qualquer valor de tensão usado, ao medir a corrente elétrica que circulava em um circuito, obtinha-se o mesmo quociente. Estes condutores são chamados ôhmicos, e sua resistência é uma constante, desde que as condições externas sejam mantidas (como temperatura, pressão etc.). Para esses condutores, (σ) e (ρ) são constantes que dependem unicamente da natureza dos mesmos.

F - O Efeito Joule e o Equilíbrio Energético

Ligando-se um gerador a um fio condutor, o primeiro transformará energia não elétrica em elétrica. Após alguns instantes, a corrente elétrica é estacionária, ou seja, não aumenta de valor. Como a energia fornecida pelo gerador não fica no sistema, este deve perdê-la de alguma forma. Sabemos que a corrente, ao circular, o faz num meio resistivo, colidindo com núcleos, outros elétrons etc.. Assim, cada colisão transfere parte ou toda energia dos elétrons para a rede. Essa energia transforma-se quase toda em vibração, isto é, calor, que é transferido, posteriormente, para fora do fio. Dessa forma, o sistema está sempre recebendo energia do gerador e transferindo-a para a rede em forma de calor. Essa transferência de energia recebeu o nome de

efeito Joule. Joule foi um dos cientistas que percebeu que era possível obter calor através de corrente elétrica. Em sua homenagem, batizou-se a unidade de energia.

Imagine um certo pedaço de fio (ligado a um gerador) com um campo elétrico uniforme no seu interior.

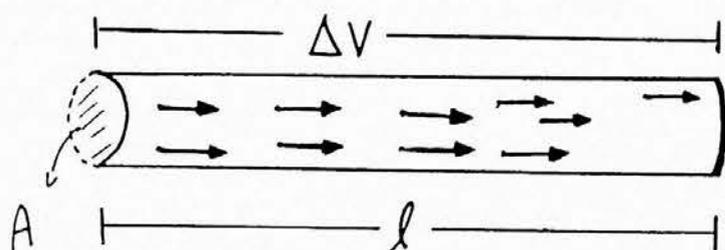


Figura F.1

Cada partícula viaja com velocidade v_d , no regime estacionário a velocidade é constante. A energia, ganha devido à força elétrica, deve ser perdida por causa da força de resistência elétrica. Assim:

$$|\tau_{Fe}| = |\tau_{Fr}| \quad [f.1]$$

O primeiro termo da equação F.1 representa o trabalho realizado pela força elétrica, e o segundo o realizado pela força de resistência elétrica para um certo intervalo de tempo.

Podemos reescrever o trabalho da força elétrica como:

$$d\tau_{Fe} = N \cdot F_e \cdot dl \quad [f.2]$$

pois a força elétrica agente, nos elétrons, é constante e N representa o número total de elétrons livres no circuito, que percorrem a distância dl no intervalo de tempo dt .

Reescrevendo F.2, temos:

$$d\tau_{Fe} = n.l.A.e.E.dl \quad [f.3]$$

Dividindo a equação anterior por dt , temos:

$$\frac{d\tau_{Fe}}{dt} = n.l.A.e.E \frac{dl}{dt} \quad [f.4]$$

Substituindo $n.e \frac{dl}{dt}$ por j , e lE por ΔV , temos:

$$\frac{d\tau_{Fe}}{dt} = J.A.\Delta V \quad [f.5]$$

porém $j.A$, nesse caso, corresponde à corrente I , e $\frac{d\tau}{dt} F_E$ corresponde à potência dissipada, fornecida ao sistema. Assim, podemos escrever F.5 como:

$$P = I.\Delta V \quad [f.6]$$

Esta potência representa a energia fornecida pelo gerador na unidade de tempo, que é numericamente igual ao calor perdido por efeito Joule, na situação estacionária.

Toda energia transferida pelo gerador na forma de campo, que deveria aumentar a energia cinética das partículas, é transformada em calor. Poderíamos representar es

quematicamente o sistema como abaixo:

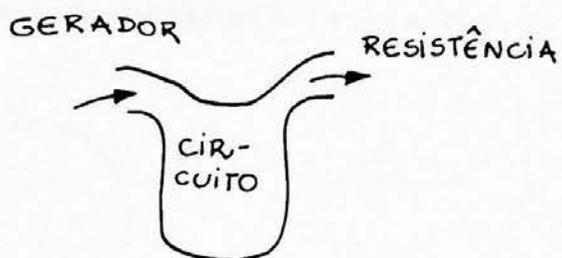


Figura F.2

O gerador constitui a "boca" de entrada de energia do circuito, e a resistência, a de saída.

2. Gerador

Os corpos condutores apresentam-se neutros, de maneira geral. Suponha uma situação, como mostrada na figu-

ra 2.1.a, em que deslocamos uma certa quantidade de elétrons do condutor B e colocamo-los em A. Nesse exemplo, a existência desse acúmulo de cargas proporcionou o aparecimento de um campo elétrico em todo o espaço e, conseqüentemente, de uma diferença de potencial entre A e B.

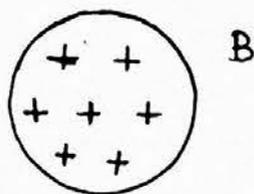
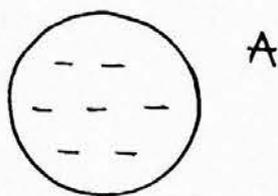


Figura 2.1a

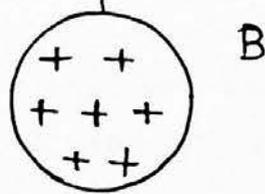
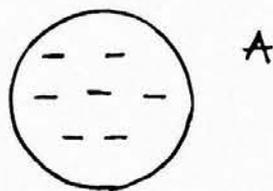


Figura 2.1b

Esses condutores, num período de tempo muito curto, estarão novamente neutralizados, se conectarmos um fio metálico entre A e B (Figura 2.1.b), pois existe uma força de origem elétrica entre as cargas positivas e negativas.

A existência desse campo elétrico condicionou o movimento dos portadores negativos numa direção privilegiada através do fio. O movimento ordenado das cargas é a corrente elétrica. Em geral, essa corrente neutraliza o sistema.

Seria possível manter esse acúmulo de carga em A e B e, com isso, possibilitar que o campo elétrico criado

mantivesse essa corrente elétrica circulando? A resposta a tal pergunta é sim, desde que se tenha um agente não elétrico para manter o acúmulo de carga citado. O aparelho utilizado para esse fim chama-se gerador.

Para manter esse acúmulo de carga constante, cada uma que sai do condutor A, precisa ser repostada por uma outra trazida de B pelo agente externo. Nesse caso, temos o condutor A sempre com excesso de cargas negativas e o B com falta. A função do gerador é manter constantemente os dois condutores com excesso de carga, criando, dessa maneira, uma tensão entre os mesmos.

Existem vários tipos de geradores, entre eles podemos destacar as pilhas, baterias, células solares etc.. Fixar-nos-emos, porém, no gerador mecânico (de atrito), por permitir uma visualização bem clara do processo de transporte de cargas. Um modelo esquemático desse tipo de gerador pode ser visto na figura 2.2.a:

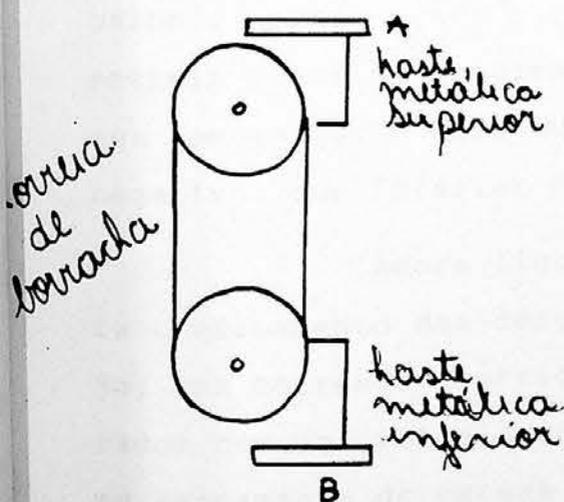


Figura 2.2a

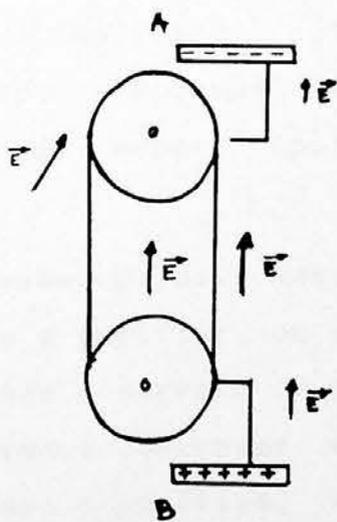


Figura 2.2b

O gerador é constituído por duas polias que movimentam uma correia de borracha. Essa correia atrita-se com a haste, metálica inferior a está muito próxima à haste metálica superior. As hastes metálicas estão ligadas a duas placas, também metálicas (A e B), chamadas pólos do gerador. O atrito da borracha com a haste inferior separa as cargas. Suponha que, nesse processo, elétrons são retirados da haste inferior (conseqüentemente a placa B também ficará com falta de elétrons) e levados pela correia de borracha até a parte superior do gerador. É bom lembrar que a borracha da correia é um material isolante, não permitindo o movimento de cargas no seu interior. Os elétrons presentes na correia são retirados da mesma pela haste metálica superior. Nesse processo, temos o pólo inferior positivo (falta de elétrons) e o pólo superior negativo (excesso de elétrons). Perceba que, ao levar cargas negativas para o pólo superior, estabelece-se um campo elétrico na região entre os pólos, orientado de baixo para cima (Fig. 2.2.b). Assim, ao transportarmos os elétrons do inferior para o superior, estamos realizando um trabalho externo contra o sistema elétrico, que implicará numa energia elétrica armazenada na forma de campo. Podemos dizer também que o pólo superior tem um potencial menor (pólo negativo) que inferior (pólo positivo).

Agora liguemos um fio entre esses pólos. Haverá o escoamento das cargas do negativo para o positivo, ou seja, uma corrente elétrica. Se movimentarmos a correia do gerador com uma velocidade conveniente, poderemos compensar esse escoamento de cargas do pólo negativo para o positivo, de tal maneira a manter as concentrações de cargas constantes nos dois pólos, mantendo o campo elétrico e a tensão entre os mesmos.

A correia do gerador mecânico poderia, por exemplo, ser movimentada através de uma manivela ou da queda de um objeto, como aparece na figura 2.3.a..

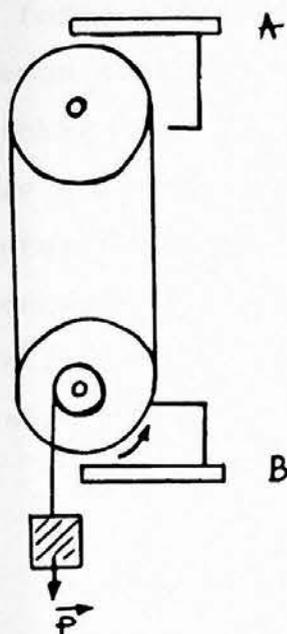


Figura 2.3a

Figura 2.3b

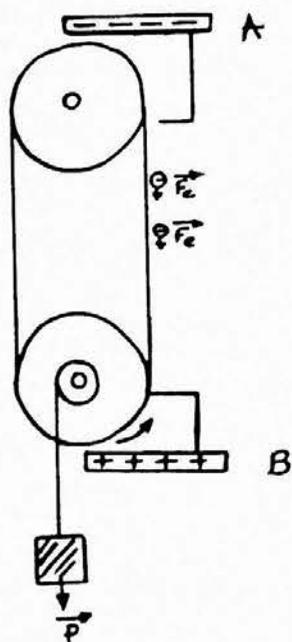
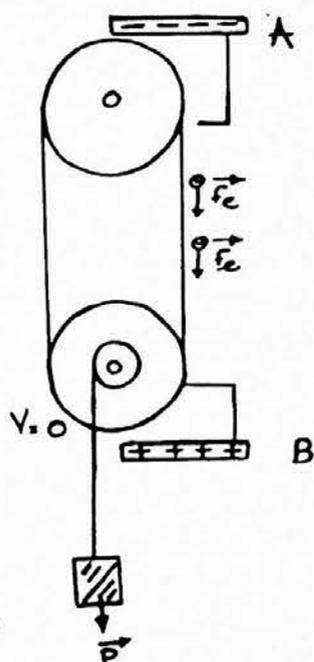


Figura 2.3c



Como vimos anteriormente, é necessária a realização de um trabalho externo sobre os elétrons, para levá-los do pólo positivo para o negativo, visto que esse movimento se processa contra a força elétrica (Fig. 2.3.b). Nesse modelo, a queda do objeto proporciona uma variação na sua energia potencial gravitacional, que é transformada em energia potencial elétrica. Inicialmente, ao liberarmos o objeto, seu movimento é acelerado, assim como o movimento da correia (se desprezarmos os efeitos dissipativos, nenhuma outra força age no objeto, além do seu peso). No entanto, ao movimentar a correia, transportamos cargas, e cada nova carga que chega ao pólo negativo, o faz com maior dificuldade. Essa nova carga, por sua vez, aumenta a força contrária ao movimento da correia e, conseqüentemente, à queda do objeto.

Se não houvesse um fio ligado aos pólos do gerador, chegaríamos à situação onde os pólos positivo e negativo possuiriam uma quantidade de carga tão grande que o movimento do objeto seria bloqueado através da correia, isto é, a força elétrica equilibra o peso (Fig. 2.3.c). Se quiséssemos aumentar as concentrações de cargas, teríamos que aumentar a massa do objeto suspenso. A ação gravitacional sobre a massa é o agente externo, que movimenta as cargas no interior do gerador, acumulando-as nas placas. Para cada concentração de cargas, existe um campo elétrico na região entre os pólos e, conseqüentemente, uma tensão que pode ser calculada pela expressão:

$$|T(t)| = \left| \int_A^B \vec{E}(t) \cdot d\vec{l} \right| \quad [2.1]$$

O valor do campo elétrico não aumenta indefinidamente com o tempo. Quando o movimento do objeto é bloqueado, temos o máximo valor do campo e o máximo da tensão^{*}. Para essa situação, podemos escrever:

$$|T_{max}| = \left| \int_A^B \vec{E}_{max} \cdot d\vec{l} \right| \quad [2.2]$$

Como já dissemos, esse valor só depende da massa do objeto pendurado. Esse valor máximo da tensão entre os pólos do gerador é chamado de força eletromotriz desse gerador.

$$\epsilon_0 = T_{max} \epsilon_0 \Rightarrow \quad [2.3]$$

* Desconsideramos pequenas variações devido a oscilações do objeto.

Num circuito, o gerador é o responsável pela criação do campo elétrico. Sua função é manter cargas acumuladas nos seus pólos positivo e negativo através de algum processo. O gerador mais comum de se encontrar no dia-a-dia é a pilha que realiza a mesma função, através de reações químicas. Daqui para frente, sempre que quisermos representar um gerador, usaremos o seguinte símbolo:

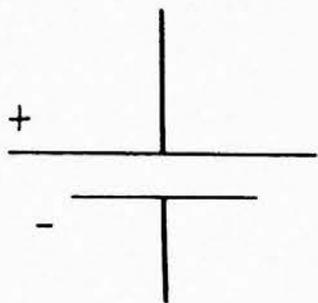


Figura 2.4

A barra menor simboliza o pólo negativo, e a barra maior, o positivo.

- Comentário:

Os símbolos têm a vantagem de resumir o conteúdo prático do que se simboliza. Eles não descrevem totalmente a realidade, mas uma parte da mesma, que mantemos sob nosso enfoque. Nesse caso, estamos interessados em representar geradores. Como já mencionamos, existem vários tipos de geradores: pilhas, mecânico, solares etc.. O que há de comum em todos eles é o fato de terem pólos com concentração de cargas de sinais contrários. Para nós, passa a ser importante a característica comum dos geradores: os pólos, por isso a escolha do símbolo acima. Procedimento similar será adotado em outras situações.

Vamos estudar a configuração do campo elétrico criado por um gerador. Na figura 2.5, são esboçadas as linhas de campo elétrico criadas por um gerador qualquer.

Esta relação é qualitativamente igual à situação de um capacitor. Podemos observar que o campo se espalha por todo o espaço. A energia associada ao campo elétrico corresponde ao trabalho externo realizado pelo gerador, para produzir essa distribuição do campo. Voltando a falar no gerador mecânico, o trabalho realizado pelo peso, ao transportar os elétrons da placa positiva para a negativa, é igual à energia acumulada na forma de campo elétrico.

$$\tau_g = \int_v \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot E^2 dV \quad [2.4]$$

3. Circuito Resistivo

- Campos no Circuito

Tomemos o gerador mecânico, descrito no item anterior, e conectemos um fio condutor entre os pólos + e - do mesmo.

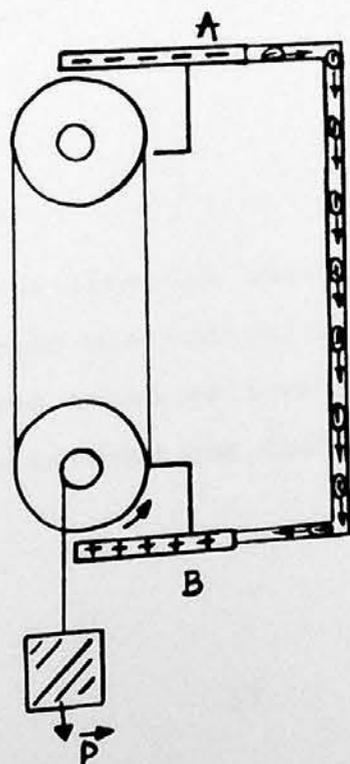
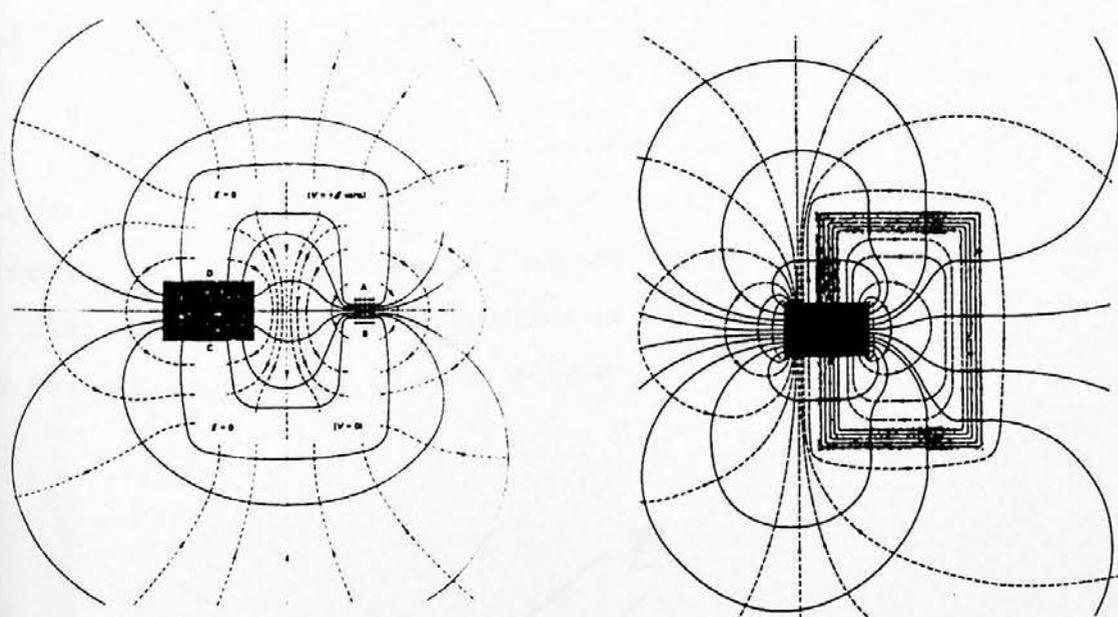


Figura 3.1

O campo elétrico, criado pelo gerador, ocupa todo o espaço, inclusive as regiões inferiores do fio. Como aí existem elétrons, esse campo movimentará as cargas que escoarão do pólo negativo para o positivo através do fio. Por outro lado, a queda do objeto preso à polia obrigará os elétrons a moverem do pólo positivo para o negativo, através da correia de borracha.

O gerador é, assim, o elemento que mantém o excesso de cargas nos pólos e, conseqüentemente, o campo elétrico.

Na figura 3.2, temos um esboço mais completo das linhas de campo elétrico para um circuito interrompido e outro fechado.



Para o circuito aberto, não temos campo no interior do fio (situação eletrostática para o condutor), as cargas em excesso, que antes estavam agrupadas nas placas do gerador, agora se distribuem por toda a superfície do fio. No

circuito fechado, temos um campo no interior do fio com módulo constante e paralelo ao mesmo.

Isto ocorre pois, quando temos um fio entre as duas placas do gerador, as linhas de campo cortam o mesmo de diversas maneiras, como na figura abaixo:

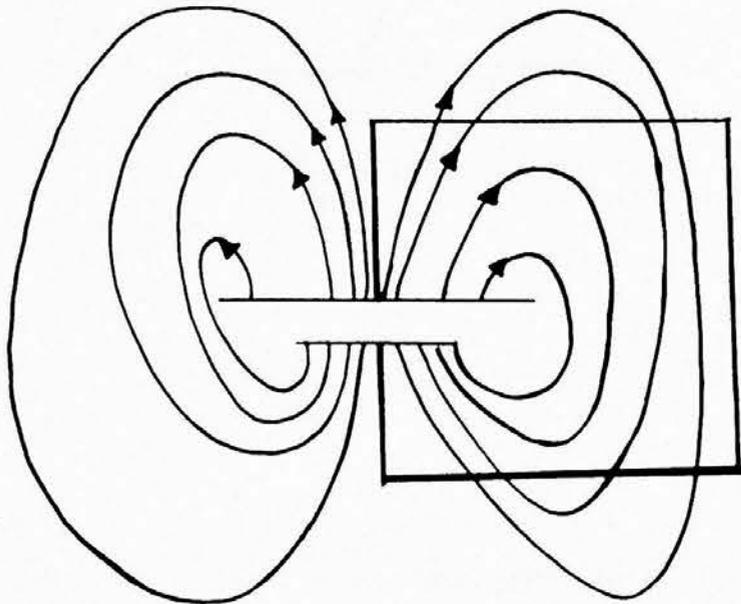


Figura 3.3

Como, no fio, existem elétrons livres, estes deslocar-se-ão na presença do campo elétrico. Ao longo do fio, teremos pequenas distribuições de cargas devido à existência do campo. Suponha a situação da figura abaixo, que ilustra um trecho do fio da figura acima.

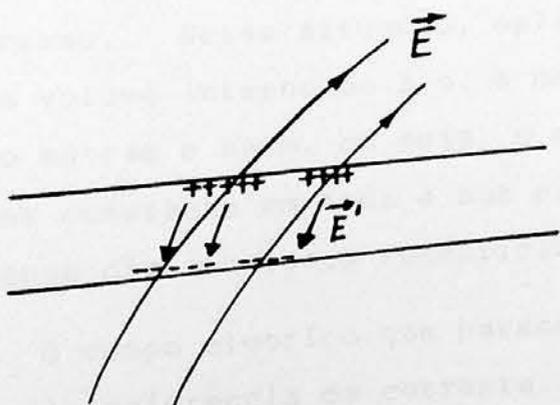


Figura 3.4

A linha pontilhada representa o campo associado ao gerador, e a contínua, à distribuição de carga. A soma dos campos fornece, internamente ao fio, um campo paralelo ao mesmo. Vide figura abaixo:

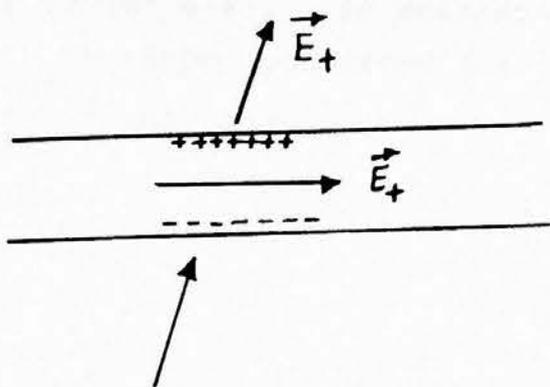


Figura 3.5

Para cada trecho do fio, temos uma distribuição de cargas, cujo campo elétrico, somado ao do gerador, fornece um campo elétrico paralelo ao fio em questão. Toda esta acomodação das cargas é completada, quando conectamos o fio aos terminais do gerador.

O fio, neste caso, é exatamente igual em toda sua extensão. Não há nenhum motivo, relacionado ao mesmo, que possa privilegiar qualquer uma de suas partes. Não há, dessa maneira, como supor a existência de acúmulo de cargas no interior do mesmo. Nessa situação, aplicando-se a Lei de Gauss para um volume interno do fio, a mesma quantidade de linhas de campo entram e saem, ou seja, o módulo do campo elétrico deve ser constante em toda a sua extensão. Dessa forma, temos apenas distribuições superficiais de carga no fio.

O campo elétrico que parece dentro do fio é o responsável pela existência da corrente. Os elétrons sentem a presença do campo e começam a mover-se. Por exemplo,

quando fechamos o circuito da figura 3.2.b, existe um pequeno intervalo de tempo entre o início do movimento de cada elétron, que corresponde ao tempo necessário para o campo elétrico estabelecer-se dentro do fio, pois o mesmo propaga-se com a velocidade da luz ($3 \cdot 10^8$ m/s). Se desprezarmos esses pequeníssimos intervalos de tempo, poderemos considerar o movimento de cada elétron como coletivo.

- *Comentário:*

A palavra "corrente" elétrica tem um sentido bem preciso, que merece ser destacado. Vamos analisar o que seria uma corrente no caso geral, por exemplo, uma corrente de elos de ferro. Cada elo está ligado ao seus vizinhos, fazendo com que todos eles se constituam num único corpo deformável. O movimento de um dos elos por um agente externo condiciona o movimento do sistema todo. Para ilustrar, observe o desenho abaixo, em que colocamos nossa corrente entre duas engrenagens, uma coroa e um pinhão, formando o sistema de transmissão de uma bicicleta.

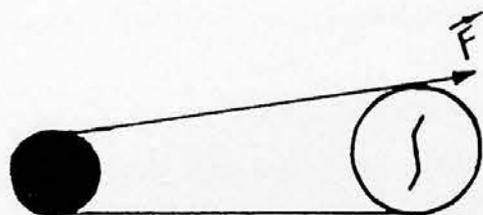


Figura 3.6

A coroa aplica força nos pontos A e B, porém essa força é repassada a todos os elos da corrente por causa da

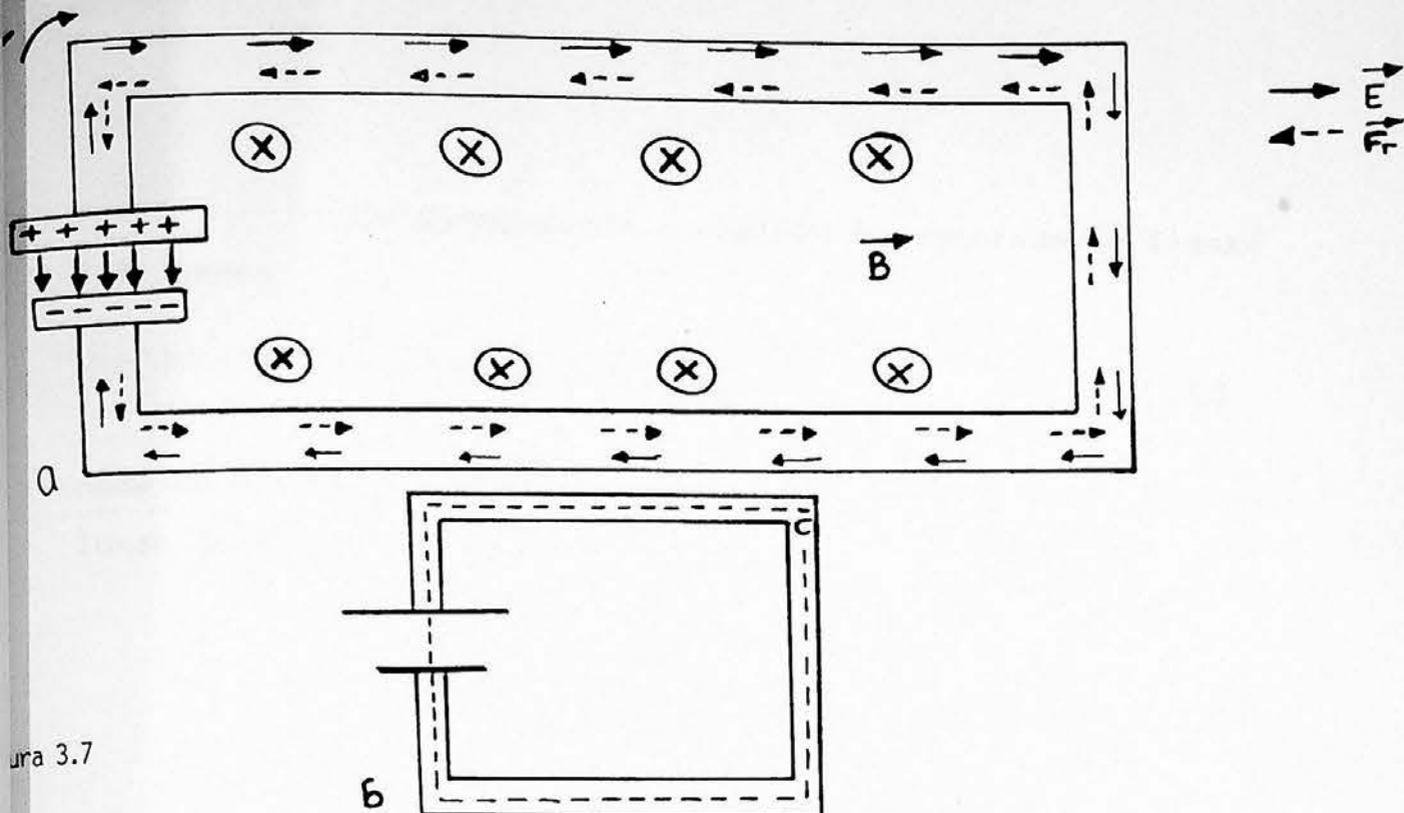
interação entre os mesmos.

Os elos da corrente estão ligados por forças de atração, que condicionam o movimento do grupo ao movimento de cada um. Não é possível mover um dos elos sem mover o conjunto todo.

No caso dos elétrons, existe um tipo de relação parecida, porém eles não estão ligados por força de atração, mas por força de repulsão. Quando os elétrons estão uniformemente distribuídos no metal, a força que cada elétron sente de seus vizinhos é nula, pois temos o fundo positivo, constituído pelos núcleos, equilibrando a interação entre os primeiros. Se comprimirmos os elétrons, forças de repulsão obrigam o sistema a retornar à situação de equilíbrio, condicionando a distribuição de todo o condutor. É impossível mover elétrons apenas em uma região do condutor sem causar movimento no restante dos mesmos, pois a força Coulombiana é de longo alcance e muito forte.

- Equação de Maxwell no Circuito-Resistivo

Suponha o circuito esquematizado a seguir. Temos um campo elétrico no fio criado pelo gerador. Os elétrons livres, presentes no fio, sentirão esse campo e estão movendo-se. Esse movimento dá-se na presença de resistência, visto que há núcleos e outros elétrons. Lembrando a discussão feita no capítulo 1 sobre resistência, existe uma força do tipo viscosa que age sobre os elétrons, limitando a sua velocidade. Na figura a seguir, estamos representando a corrente convencional de cargas.



ura 3.7

As 4 equações de Maxwell são todo o conhecimento necessário para resolver-se qualquer problema eletromagnético e serão, por isso, empregadas nesse caso.

Quando se liga o circuito, a corrente é inicialmente zero. A existência do campo elétrico acelera os elétrons, gerando corrente. Devido à existência da resistência e do efeito indutivo, que estudaremos mais adiante, a corrente elétrica atinge um valor máximo em poucos instantes. Durante esse intervalo de tempo, houve a formação de campo magnético variável em todo o espaço.

Sabemos que:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad [3.1]$$

Como a variação da corrente só ocorre, ao ligarmos o circuito, podemos desprezar a variação de \vec{B} ou considerá-la pequena, e dessa forma, na situação estacionária, temos:

$$\nabla \times \vec{E} = \vec{0} \quad [3.2]$$

Se escolhermos o caminho C, mostrado na figura 3.7, temos

$$\int \vec{E}_g \cdot d\vec{l} + \int \vec{E}_f \cdot d\vec{l} = 0 \quad [3.3]$$

onde EG é o campo entre os pólos do gerador, EF é o campo ao longo do fio. Para o gerador,

$$\int \vec{E}_g \cdot d\vec{l} = -\epsilon_0 \quad [3.4]$$

enquanto no fio,

$$\int \vec{E}_f \cdot d\vec{l} = R.I \quad [3.5]$$

Substituindo 3.4 e 3.5 em 3.3, temos

$$\epsilon_0 = R.I \quad [3.6]$$

Na equação 3.6, obtemos uma relação aparentemente sem complexidade, pois ele é a lei de Ohm. Por trás dessa aparência inocente, existe uma implicação maior, pois os conceitos nela presentes são externos ao eletromagnetismo e aparecem relacionados. A primeira é o gerador, e a segunda, a resistência. É interessante notar que essas duas partes estão em regiões diferentes do espaço.

A F.E.M. age exclusivamente no interior do gerador, e a resistência elétrica no interior do fio. O que permitiu escrever essa relação foi justamente a existência do campo elétrico (com rotacional nulo), que está presente tanto

no gerador como no fio.

- Associação Série (fios de formas diferentes)

Nesta parte do assunto, estamos interessados em entender o que acontece, ao associarmos corpos de resistências diferentes. Suponha que iremos associar fios em série.

Quais são as características, nos fios, possíveis de serem mudadas para obtermos resistências diferentes? Se tais resistências forem ôhmicas, e mantivermos as condições ambientes, a resistência dependerá da forma (geometria) do corpo e do material que constitui a mesma. Ao associarmos corpos com resistências diferentes, devemos ter pelo menos uma das grandezas acima modificadas.

Suponha que estejamos tratando com fios cilíndricos. Em primeiro lugar, pegaremos dois fios do mesmo material, porém de formas diferentes. Imagine a situação representada pelas figuras abaixo, onde retiramos um pedaço do fio, no trecho XY.

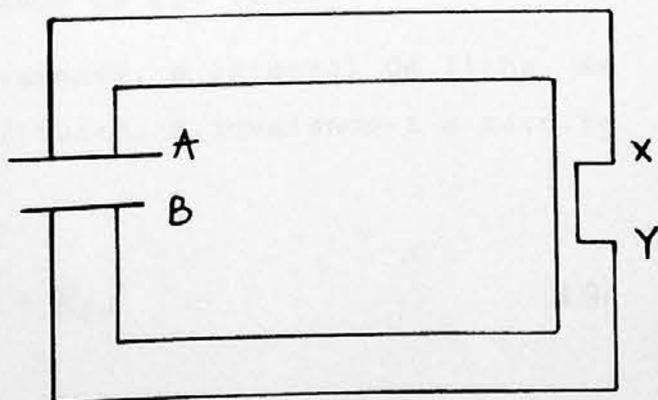
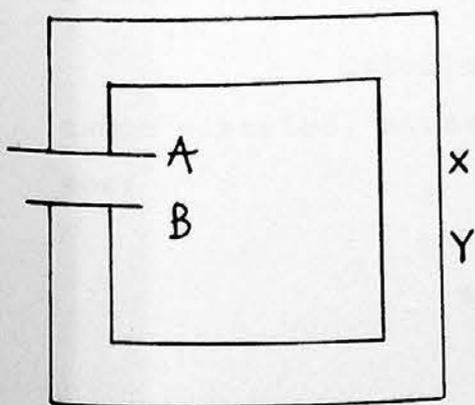


Figura 3.8a

Figura 3.8b

Na figura 3.8b, o fio do circuito tem, no trecho XY, área menor. Quais serão as mudanças na corrente e no campo elétrico, na situação b em relação a a ?

Para tanto, suponha que o gerador utilizado tenha F.E.M. igual a E_0 , o fio todo tenha o comprimento L e área A , o pedaço retirado tenha o comprimento l e a área S , e a resistividade do material seja ρ . Supomos o circuito como constituído de dois fios: um de espessura A e comprimento $L-l$, e outro de espessura $A-S$, e comprimento l . Podemos calcular a resistência elétrica para cada fio, baseados na 2ª Lei de Ohm.

$$R_1 = \rho \cdot \frac{L-l}{A} \quad [3.7]$$

$$R_2 = \rho \frac{l}{A-S} \quad [3.8]$$

A equação 1 representa a resistência elétrica para o fio grande e grosso, enquanto a equação 2 representa a resistência elétrica do pedaço de fio fino.

Calculando, novamente, a integral de linha de campo elétrico, através do circuito, e igualando-a a zero, temos:

$$\epsilon_0 = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I \quad [3.9]$$

Perceba que esta equação traz, como pressuposto, a constância da corrente que passa em cada resistor. Não

há dificuldade em aceitar esta condição, pois, se lembrarmos que as cargas livres não são criadas e nem podem acumular-se dentro do fio, a corrente deve ser a mesma em qualquer ponto do circuito.

A corrente em cada fio tem um mesmo valor, porém a densidade de corrente não é a mesma. Temos:

$$J_1 = \frac{I}{A} \quad [3.10]$$

$$J_2 = \frac{I}{A - S} \quad [3.11]$$

A densidade da corrente é maior no fio mais fino e vice-versa. Este resultado era esperado, pois há menor área para o fluxo de cargas. Se aplicarmos a lei de Ohm na forma microscópica para as duas partes do circuito, e lembrarmos que a resistividade do fio é a mesma, o campo elétrico, em cada trecho, deve ser diferente.

$$E_1 = \rho \cdot J_1 \quad [3.12]$$

$$E_2 = \rho \cdot J_2 \quad [3.13]$$

Como J_2 é maior que J_1 , devemos ter que $E_2 > E_1$.

O fato de a resistividade ser igual impõe igual dificuldade para cada elétron mover-se. Individualmente, ca

da elétron sente a mesma oposição à passagem tanto no trecho largo como no estreito. Devemos ter, portanto, um campo elétrico maior, para obtermos uma velocidade maior dos elétrons, no trecho estreito, compatível com o mesmo valor da corrente, em ambos os trechos.

O problema da constância da corrente, em resistências ligadas em série, merece uma discussão mais minuciosa. À primeira vista, poderíamos ser levados a pensar erroneamente que nos trechos de resistência maior, a corrente seria menor. Para esclarecer este ponto, faremos uma analogia com uma situação cotidiana.

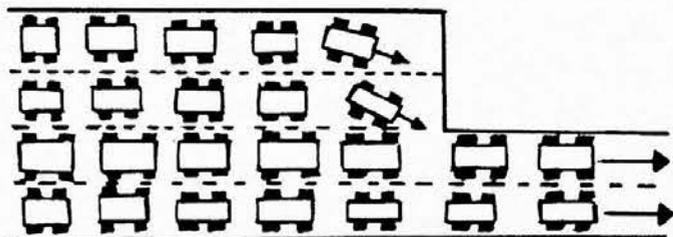


Figura 3.9

"Numa certa estrada de quatro pistas, temos um trecho com apenas duas e uma fila muito grande e compacta de carros a trafegar. Se a velocidade, no trecho estreito é de 40 Km/h, os carros que estão antes desse trecho, na parte larga, serão obrigados a trafegar a 20 Km/h, pois o fluxo de carros, através de qualquer seção reta da estrada,

deve ter o mesmo valor. Para cada 4 carros que cruzam o ponto A, num dado instante, no trecho largo, apenas 2 o fazem no ponto B".

Nesta situação, o que determinou a uniformização da "corrente de carros" foi uma condição imposta pelos próprios carros, pois não pode haver superposição dos mesmos. Para a corrente elétrica também há um mecanismo que a uniformiza.

Tomemos o trecho do fio "estreitado" e, sobre o mesmo, desenharemos o campo elétrico associado ao gerador (Figura 3.10a).

Como no interior do fio há uma obstrução e um campo elétrico forçando os elétrons a moverem-se da esquerda para a direita, teremos um acúmulo de cargas negativas, no lado esquerdo do trecho interrompido, e uma falta dos mesmos, no lado direito (Figura 3.10b).

Estas duas distribuições induzirão cargas na lateral do fio inferior. Estas novas distribuições de cargas terão seu campo elétrico associado (Fig. 3.10c). Somando o campo elétrico do gerador com o campo elétrico produzido pela distribuição de cargas no buraco, teremos o campo resultante no fio (Fig. 3.10d).

Observe que temos um aumento na densidade de linhas do campo dentro da região estreitada, indicando que o campo elétrico aí foi aumentado. O valor do campo elétrico relacionado ao gerador não depende em nada do fio, seu valor é o mesmo, na situação em que o fio é contínuo.

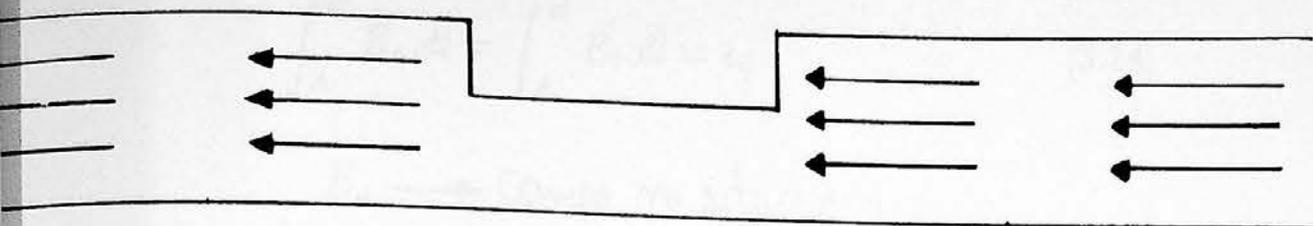


Figura 3.10a

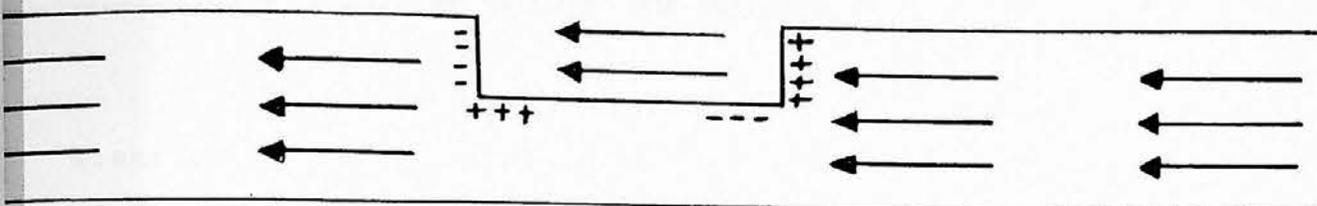


Figura 3.10b

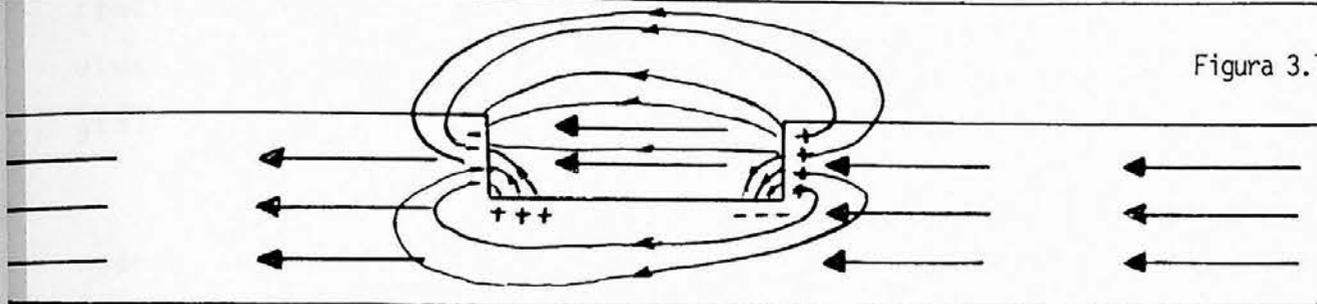


Figura 3.10c

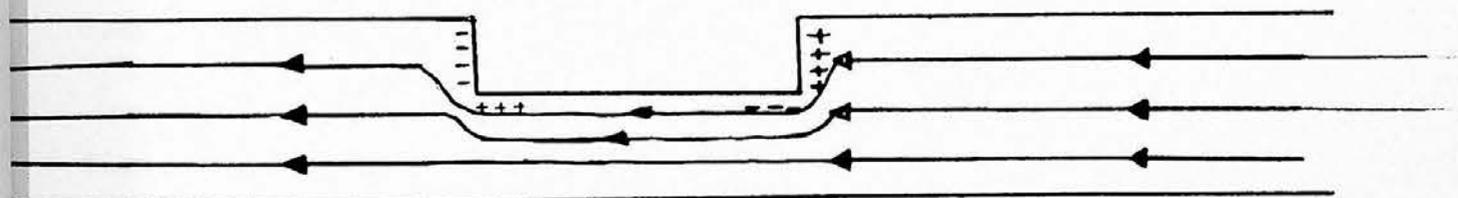


Figura 3.10d

Ao retirarmos parte do fio, a distribuição adicional de carga, que aparece, é a responsável pelo aumento do campo, na região estreita, e por uma diminuição no restante do fio.

Como a F.E.M. do gerador é a mesma, a integral de \vec{E} deve ter o mesmo valor, quando se vai de uma das placas do gerador para a outra, independentemente da situação externa ao mesmo. Devemos ter, para os dois circuitos da figura 3.8, o mesmo valor para a integral de E . Assim:

$$\int_A^B \vec{E}_a \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_b \cdot d\vec{l} = \epsilon_0 \quad [3.14]$$

$E_a \longrightarrow$ Campo na situação a

$E_b \longrightarrow$ Campo na situação b

Como no primeiro termo da expressão, o campo elétrico resultante foi aumentado em um trecho (na parte estreita), necessariamente deve diminuir no resto do caminho, visto que o comprimento do fio é o mesmo para as duas integrais.

O estreitamento do fio, que a princípio seria apenas uma diferença geométrica, acaba interferindo no circuito eletricamente. A distribuição de cargas que se estabelece na região estreita é responsável por uma variação, no campo elétrico de todo o circuito.

Se tomarmos a circuitação do campo através dos fios, no sentido horário (veja Fig. 3.8), obteremos:

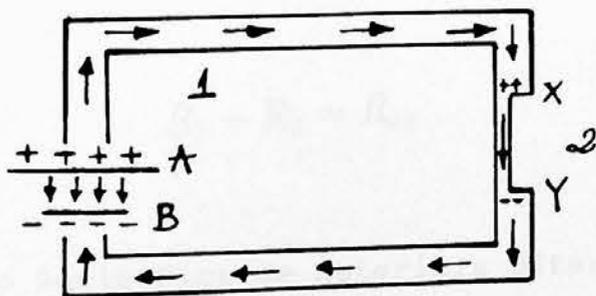


Figura 3.10e

$$\int_A^X \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_X^Y \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_Y^B \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_B^A \vec{E}_g \cdot d\vec{l} = 0 \quad [3.15]$$

$$E_1.(L - l) + E_2.l - \epsilon_0 = 0 \quad [3.16]$$

Podemos substituir em 3.16 as equações 3.12 e 3.13

$$\rho.J_1.(L - l) + \rho J_2.l = \epsilon_0 \quad [3.17]$$

Substituindo 3.8 e 3.7 em 3.17, temos:

$$(R_1 + R_2).I = \epsilon_0 \quad [3.18]$$

onde obtemos a mesma equação 3.9.

O termo $(R_1 + R_2)$, na equação 3.18, é chamado de resistência equivalente. Seria o valor de uma única resistência que, substituindo R_1 e R_2 no circuito, manteria a mesma corrente I .

$$R_1 + R_2 = R_{eq} \quad [3.19]$$

- Associação Série-Fios de Materiais Diferentes

Suponha que agora estejamos interessados em associar, também em série, fios de materiais diferentes, porém de mesma geometria (comprimento, área). Para tanto, ligaremos dois fios de comprimento L , área A , de resistividade ρ_1 e ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) um gerador de F.E.M. E_0 .

Novamente podemos associar a resistência elé -

trica do fio, segundo a lei de Ohm.

$$R_1 = \rho_1 \cdot \frac{l}{A} \quad [3.20]$$

$$R_2 = \rho_2 \cdot \frac{l}{A} \quad [3.21]$$

Pelos mesmos argumentos da seção anterior, podemos afirmar que a corrente elétrica que passa no fio 1 é igual àquela que atravessa o fio 2. A analogia anteriormente usada (o movimento dos automóveis) também é válida, apenas substituindo-se as pistas estreitas por uma de mesma largura, embora sem pavimentação.

Neste caso, além da constância no valor da corrente, temos também o mesmo valor para a sua densidade em cada fio, visto que as áreas transversais são as mesmas.

Como será o valor do campo elétrico em cada fio ?

Para responder a essa pergunta, tomemos a lei de Ohm na forma microscópica.

$$E_1 = \rho_1 \cdot J \quad [3.22]$$

$$E_2 = \rho_2 \cdot J \quad [3.23]$$

Como $(\rho_1) < (\rho_2)$, teremos que $E_1 < E_2$. O cam-

po elétrico, no fio 1, deve ser menor que no fio 2 ou não te remos o mesmo valor de J .

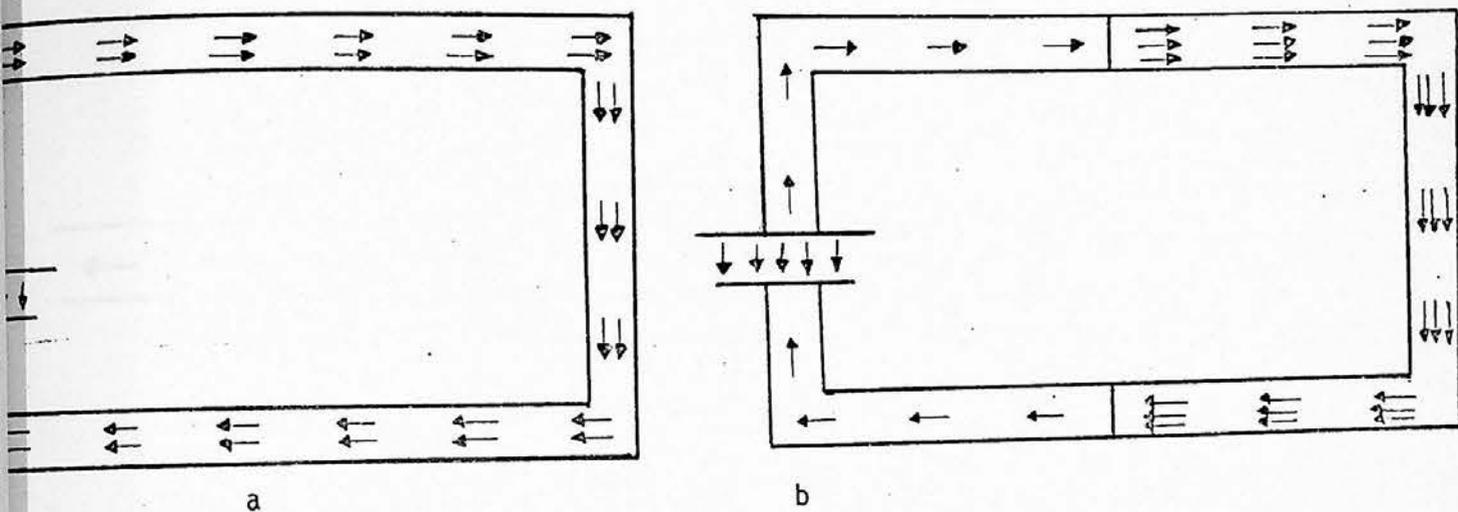


figura 3.11

Para entender melhor o problema na figura 3.11a, representamos o circuito formado apenas pelo fio 1, com comprimento $2l$, e o campo elétrico criado pelo gerador.

Na figura 3.11b, baseados nas equações 3.21 e 3.22, podemos afirmar que o campo elétrico, no fio 2, é maior que no fio 1, porém não é possível apenas aumentar o campo elétrico em dois. Será necessário diminuí-lo em um, pois a circulação do campo, através do fio, tem valor constante E_0 , nos dois casos.

Como os comprimentos são iguais, se E_2 aumentar em relação ao campo elétrico produzido pelo gerador, obrigatoriamente teremos E_1 menor que o campo do gerador.

Agora nos preocuparemos em explicar o porquê dessa variação no valor do campo elétrico.

Apliquemos a lei de Gauss na região onde existe a emenda do fio 1 com o fio 2. Para tanto, suponhamos uma superfície gaussiana como representa na figura 4.

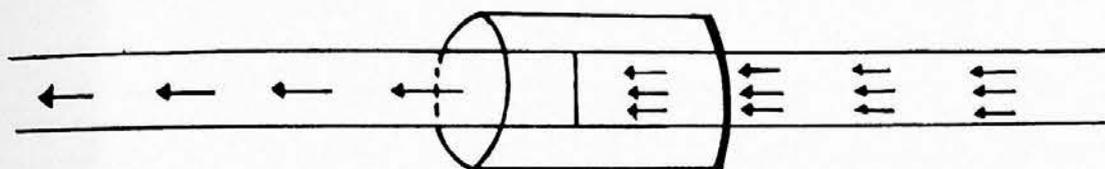


Figura 3.12

$$\int_{tamp} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{lat} \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad [3.24]$$

Não há campo elétrico atravessando a lateral do cilindro imaginário, porém a integral de superfície do campo sobre a tampa que está no fio 1 é menor que a do fio 2, isto é, há um fluxo efetivo saindo da região envolta pela gaussiana.

(Eq. 3.25)

Concluimos que há uma distribuição de cargas positivas na interface dos fios 1 e 2.

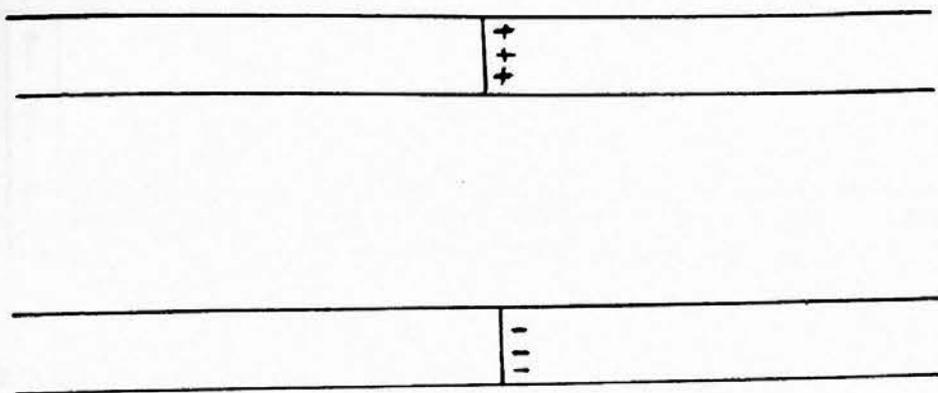


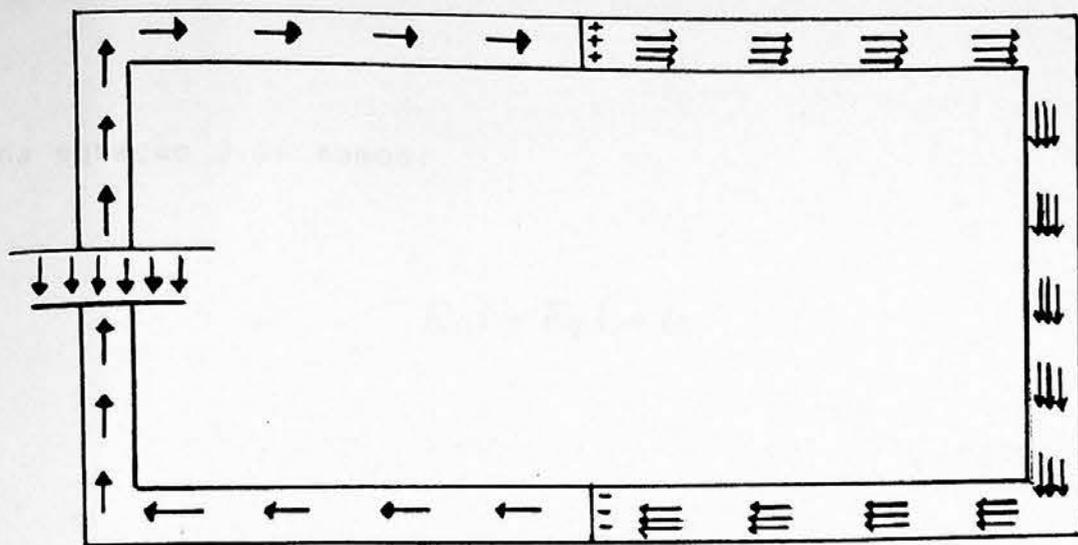
Figura 3.13

Se aplicarmos a lei de Gauss na outra interface, teremos um resultado muito parecido, porém as cargas distribuídas, naquela interface, serão negativas.



Figura 3.14

O campo elétrico responsável pelo movimento dos elétrons é a soma dos associados ao gerador e às distribuições de carga (Figura 3.15).



I_{Real}

Figura 3.15

A explicação física para este acúmulo de cargas, as interfaces, está ligada ao fato dos materiais possuírem barreiras de potencial diferentes (Cap. 1, p. 4). Ao emendarmos os fios, temos, na interface C, como que um "degrau" que impede a passagem das cargas. O acúmulo delas propicia uma força adicional permitindo a sua passagem.

Podemos fazer a circuitação do campo elétrico resultante baseados na figura 3.15 e obter:

$$\int_A^C \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_A^B \vec{E}_g \cdot d\vec{l} = 0 \quad [3.26]$$

onde: E_1 => campo elétrico resultante no fio 1
 E_2 => campo elétrico resultante no fio 2
 E_G => campo elétrico no interior do gerador

da equação 3.26 temos:

$$E_1.l + E_2.l = \epsilon_0 \quad [3.27]$$

Substituindo 3.22 e 3.23 em 3.27, temos:

$$\rho_1.J.l + \rho_2.J.l = \epsilon_0 \quad [3.28]$$

Lembrando que $J/A = I$, podemos reescrever 3.28:

$$\rho_1 \cdot \frac{I}{A} . l + \rho_2 \cdot \frac{I}{A} . l = \epsilon_0 \quad [3.29]$$

Substituindo 3.19 e 3.20 em 3.29, temos:

$$(R_1 + R_2).I = \epsilon_0 \quad [3.30]$$

que é a própria equação 3.18, onde $(R_1 + R_2)$ é novamente a re sistência equivalente. Este tipo de associação de fios é chamada série, e a resistência total do sistema resistivo é simplesmente a soma das resistências individuais.

- Associação em Paralelo

Outro tipo possível de circuito, contendo 2 fios de resistividades diferentes e mesmas dimensões, é o mostrado a seguir, que recebe o nome de ligação em paralelo. Cada sub circuito é chamado malha.

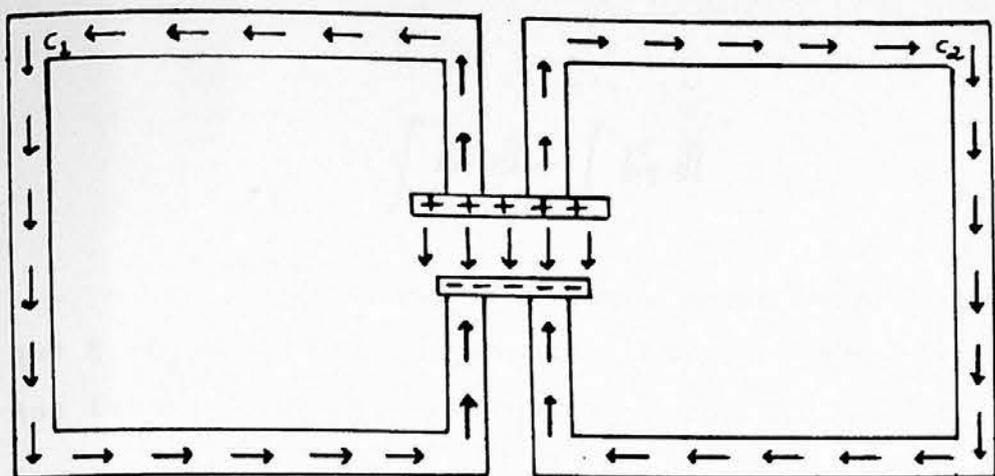


Figura 3.16

Sabemos que $(\vec{\nabla}) \times (\vec{E}) = 0$, em qualquer região do espaço, assim a \oint , através do caminho c_1 , deve ser zero, bem como através do caminho c_2 . Cada um desses dois caminhos é composto por duas partes, uma através do gerador e outra ao longo do fio. Para o circuito 1, temos:

$$\int \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int \vec{E}_g \cdot d\vec{l} = 0 \quad [3.31]$$

e, para o 2, temos:

$$\int \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int \vec{E}_g \cdot d\vec{l} = 0 \quad [3.32]$$

Como o termo correspondente ao gerador é comum nas equações acima, podemos concluir que:

$$\int \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} \quad [3.33]$$

Como os fios têm o mesmo comprimento, obtemos que $E_1 = E_2 = E$. Os fios possuem resistividades diferentes, o que fará com que as densidades de correntes sejam diferentes.

$$J_1 = \frac{E}{\rho_1} \quad [3.34]$$

$$J_2 = \frac{E}{\rho_2} \quad [3.35]$$

Nesse caso, não há interferência da corrente de um fio sobre o outro.

Na equação 3.31, temos:

$$\epsilon_0 = R_1 \cdot I_1 \quad [3.36]$$

Na equação 3.32, temos:

$$\epsilon_0 = R_2 \cdot I_2 \quad [3.37]$$

4. Circuito Capacitivo-Resistivo (C.C.)

Consideremos, agora, o caso de um capacitor plano de placas paralelas com carga q , que contém grafite no seu interior. Esta substância é condutora e caracterizada por

uma resistividade ρ . A energia elétrica armazenada no capacitor é devido à existência do campo elétrico (Figura 4.1).

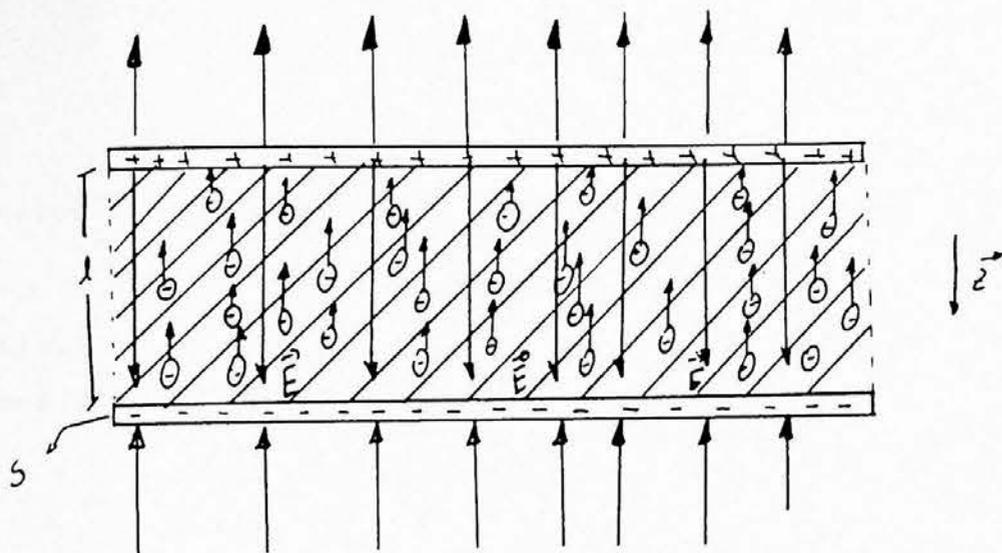


Figura 4.1

A carga inicial no capacitor é Q_0 , e o movimento desses elétrons corresponde a uma corrente elétrica (convencional) de B para A, que varia no tempo. Se imaginarmos que a área das placas é S, teremos:

$$\vec{J}(t) = \frac{I(t)}{S} \cdot \vec{z} \quad [4.1]$$

Essa densidade de corrente não é constante, pois, à medida que as cargas saem de A e chegam a B, a carga total diminui, diminuindo o campo elétrico.

O último pode ser calculado via lei de Gauss:

$$\vec{E}(t) = \frac{\sigma}{\epsilon} \cdot \vec{z} = \frac{Q(t)}{S \cdot \epsilon} \cdot \vec{z} \quad [4.2] \quad (\text{via lei de Gauss})$$

Por outro lado, a lei de Ohm, na forma microscópica, é:

$$\vec{E}(t) = \rho \cdot \vec{J}(t) \quad [4.3]$$

Resolver este problema consiste em descobrir o valor de $\sigma(t)$, $E(t)$ ou $J(t)$.

Se obtivermos uma expressão que descreve a variação de $\sigma(t)$ (densidade superficial de cargas), obteremos $E(t)$ e $J(t)$.

Da equação da continuidade temos:

$$J(t) = -\frac{\partial \sigma(t)}{\partial t} \quad [4.4]$$

Igualando 4.2 e 4.3, temos:

$$\rho \cdot J(t) = \frac{\rho(t)}{\epsilon} \quad [4.5]$$

De 4.5 com 4.4, temos:

$$\frac{\sigma(t)}{\epsilon \cdot \rho} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad [4.6]$$

Integrando a equação 4.6, temos:

$$\int_0^t \frac{dt}{\epsilon \cdot \rho} = \int_{\rho_0}^{\rho} -\frac{d\sigma}{\sigma(t)} \quad [4.7]$$

$$\sigma(t) = \rho_0 \cdot e^{-\frac{t}{\epsilon \cdot \rho}} \quad [4.8]$$

ou multiplicando 4.8 por S (área)

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{\frac{-t}{\epsilon \cdot \rho}} \quad [4.9]$$

O problema está completamente resolvido.

Podemos exprimir $\epsilon \cdot \rho$ em função da resistência e capacitância. Para isso basta lembrar que:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad [4.10]$$

$$C = \epsilon \cdot \frac{S}{l} \quad [4.11]$$

Dessa forma, temos:

$$\epsilon \cdot \rho = R \cdot C \quad [4.12]$$

Reescrevendo 4.9, vem:

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \quad [4.13]$$

À medida que o tempo passa, há um movimento contínuo de cargas da placa A para o capacitor B. O campo elétrico existente entre as placas do mesmo faz com que todas as cargas livres da grafite se movimentem em direção a B. Dessa forma, obtemos um efeito global nos elétrons livres que se deslocam todos de uma pequena distância.

O que mudaria, se a grafite que está entre as placas do capacitor estivesse por fora, criando outro caminho ?

Analise o seguinte esquema:

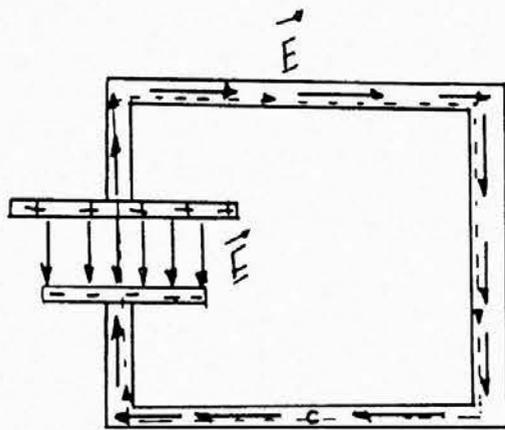


Figura 4.2

A grafite, que antes se encontrava entre as placas do capacitor, agora é substituída por um fio de resistência total R . Dentro do fio existe um campo elétrico uniforme, cujo módulo não varia com a posição.

Este caso difere da montagem anterior apenas pelo fato dos elétrons fluírem por outro caminho (não entre as placas). Para resolver essa situação, podemos usar a equação de Maxwell e, considerando a variação temporal do campo magnético pequena, obter:

$$\nabla \times \vec{E} = \vec{0} \quad [4.14]$$

Tomando o caminho c representado na figura 4.2,

temos:

$$\int_A^B \vec{E}_c \cdot d\vec{l} + \int_B^A \vec{E}_f \cdot d\vec{l} = 0 \quad [4.15]$$

E_c é o campo no interior das placas do capacitor, e E_f , no fio. Da equação 4.15, temos:

$$\frac{-Q}{C} + R.I = 0 \quad [4.16]$$

Podemos relacionar corrente elétrica com a carga no capacitor, para isso basta lembrar que o fio todo é, internamente, uma estrutura neutra para qualquer instante. Assim, o movimento dos elétrons livres, no seu interior, em direção à placa B do capacitor, deve ser completado pela entrada de outros vindos da placa A. Dessa forma, temos:

$$I(t) = -\frac{dQ(t)}{dt} \quad [4.17]$$

Q é a carga acumulada na placa positiva do capacitor. O sinal menos indica, neste caso, que o capacitor está descarregando.

Substituindo 4.17 em 4.16, obtemos:

$$\frac{Q(t)}{C} = -R \cdot \frac{dQ(t)}{dt} \quad [4.18]$$

Resolvendo, temos:

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad [4.19]$$

que é exatamente a mesma que a equação 4.13.

As cargas fluem da placa negativa para a positiva, porém aqui o fazem externamente, pois o dielétrico que movia as cargas, na primeira situação, através da grafite, aqui o faz através do fio.

Sem dúvida, estamos interessados em analisar circuitos elétricos.

A resolução do primeiro caso reforça que as equações de Maxwell estão sempre presentes, ao trabalharmos em circuito.

Nos dois casos, à medida que a corrente circulava, as cargas saíam das placas, diminuindo a densidade nas mesmas. O campo elétrico diminuía tornando a corrente menor. O capacitor é um elemento com uma capacidade limitada de realizar trabalho. Para a corrente circular constantemente com o mesmo valor, o capacitor deveria sempre fornecer a mesma potência para compensar o efeito Joule. Como isso não é possível, a corrente vai diminuindo. Como a função que descreve a variação da quantidade de carga nas placas é uma exponencial com expoente negativo e tende a zero apenas para um tempo infinitamente grande. A energia que o capacitor tem, na forma de campo, é finita e é transferida cada vez mais devagar para o sistema, mantendo as cargas circulando cada vez mais devagar, porém ininterruptamente.

O papel da resistência é simplesmente se opor ao movimento, tornando esse escoamento de cargas mais rápido ou mais lento, dependendo do seu valor ser maior ou menor.

- Carga de um Capacitor

Na seção anterior, analisamos como se dá a des

carga de um capacitor através de um material condutor. Como esse capacitor foi carregado? A maneira mais comum seria usando um circuito composto por um gerador.

Suponhamos a situação abaixo, onde o fio de ligação possui uma resistência R , e o gerador é do tipo mecânico.

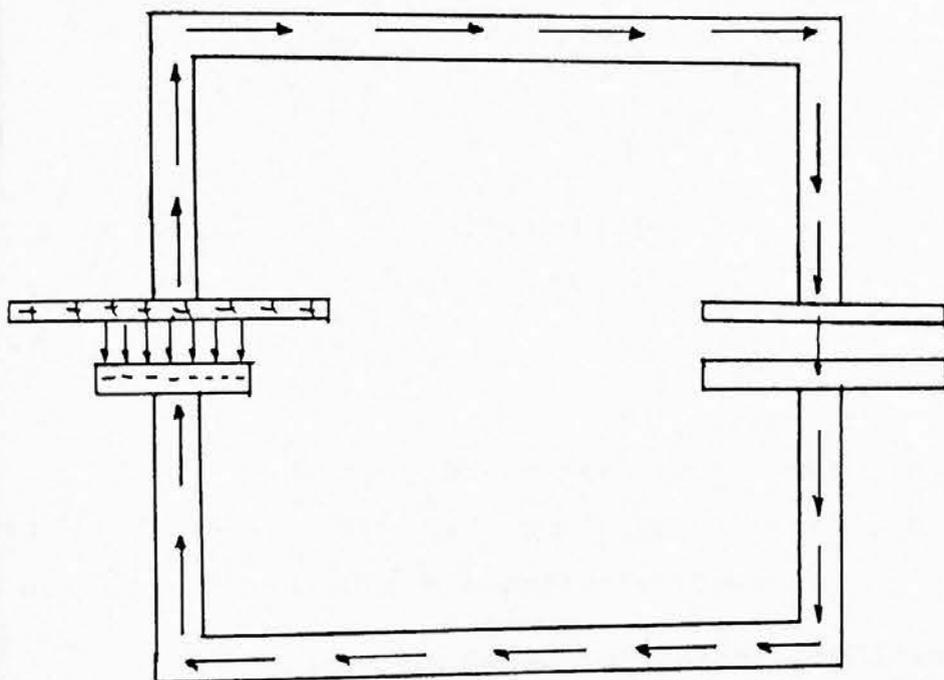


Figura 4.3

A figura 4.3 representa o instante $t = 0$, onde o capacitor não possui carga, e a corrente elétrica não começou ainda a circular. As flechas representam o campo elétrico e , conseqüentemente, o sentido em que a corrente convencional circulará (os elétrons mover-se-ão no sentido contrário). Como é impossível as cargas moverem-se no interior do capacitor (meio dielétrico), as mesmas começarão a acumular-se na placa B e a r_A refazer-se na placa A. (Fig. 4.4)

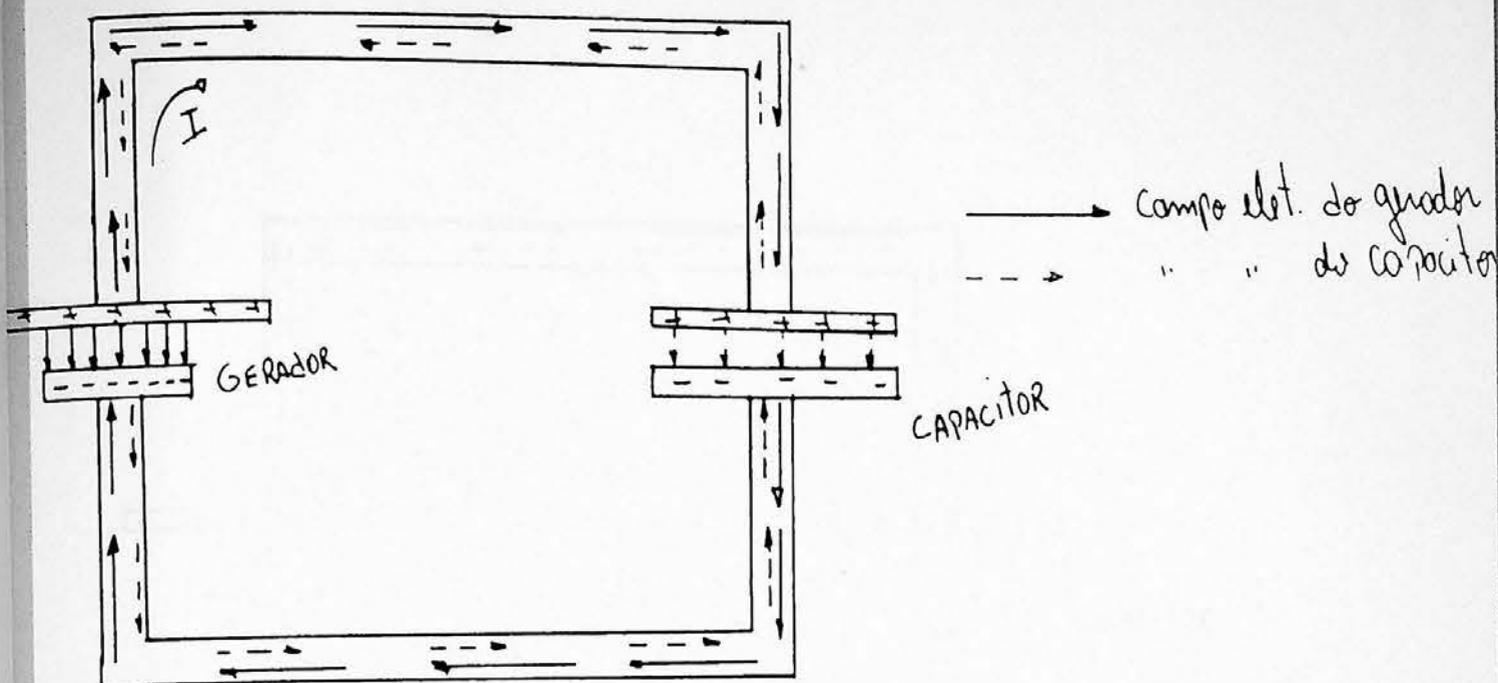


Figura 4.4

O acúmulo das cargas, nas placas do capacitor, cria um campo elétrico que, no interior do fio, é oposto àquele criado pelo gerador e à corrente elétrica.

O campo do capacitor tende, por isso, a diminuir a corrente e o fluxo de cargas para suas placas, porém este campo é proporcional à quantidade de cargas que está nas placas. Como a corrente continua fluindo, cada vez mais cargas são acumuladas no capacitor, e o campo, contrário à mesma, aumenta de intensidade. A resistência do fio é simplesmente contra o movimento, já que é uma força de oposição tipo viscosa (vide capítulo 1). A carga do capacitor vai aumentando (e com isso seu campo) até o instante em que ele se torna tão intenso que se iguala ao produzido pelo gerador, impedindo a circulação da corrente elétrica.

Nessa situação, dizemos que o capacitor está carregado, pois mais nenhuma carga entrará nas placas do capacitor, nem sairá das placas do gerador, bloqueando o funcionamento do último.

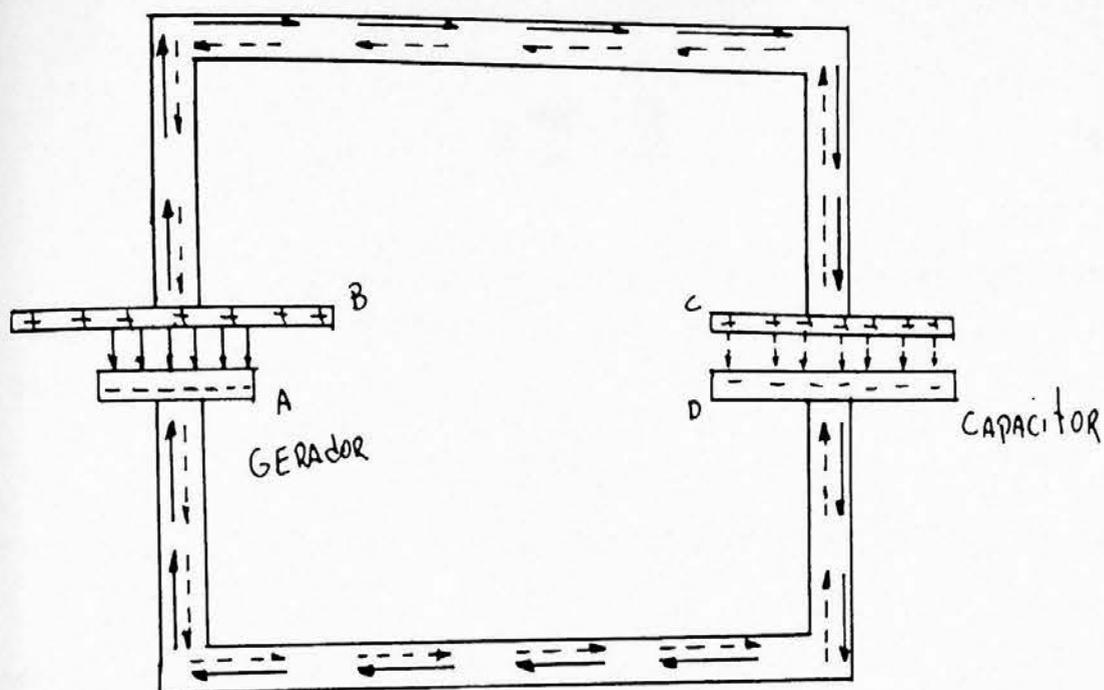


Figura 4.5

Para resolvermos esse problema, devemos obter as variações de Q e I no tempo. Para isso, vamos escrever a integral de linha de campo elétrico para um caminho C (vide figura 4.5), através do fio, num instante qualquer.

$$\int_A^B \vec{E}_g \cdot d\vec{l} + \int_B^C \vec{E}_f \cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{E}_c \cdot d\vec{l} + \int_D^A \vec{E}_f \cdot d\vec{l} = 0 \quad [4.20]$$

onde $E_F \Rightarrow$ campo elétrico no fio
 $E_G \Rightarrow$ campo elétrico no gerador
 $E_C \Rightarrow$ campo elétrico no capacitor

$$\epsilon_0 = R \cdot I + \frac{Q}{C} \quad [4.21]$$

Lembrando que $I = dQ/dt$ (carga aumentando no capacitor) e substituindo em 4.21, temos:

$$\epsilon_0 = R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \quad [4.22]$$

A equação 4.22 é uma equação diferencial completa de primeira ordem, cuja solução, levando-se em conta que $q(0) = 0$ e $I(0) = 0$, é:

$$Q(t) = C \cdot \epsilon_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad [4.23]$$

onde $C \cdot \epsilon_0$ é a carga máxima no capacitor.

A corrente pode ser calculada por:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\epsilon_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad [4.24]$$

- Energia do Sistema

Do ponto de vista formal, o problema anteriormente proposto está resolvido. Já sabemos expressar a carga acumulada no capacitor assim como a corrente que circula no fio. Será interessante, neste momento, fazermos uma pequena discussão sobre os processos energéticos envolvidos neste sistema.

O gerador é o elemento responsável por transmitir energia para o sistema. A energia dele, neste caso, está associada ao peso que o movimenta, ou seja, está na forma potencial gravitacional. Esta energia gravitacional é, pri-

meiramente, armazenada no campo elétrico associado ao acúmulo de carga que existe nos pólos do gerador. Quando ligamos um fio aos mesmos, essa energia é transferida para o capacitor, sendo acumulada na forma de campo elétrico criado pelo mesmo e parte dissipada no fio, devido ao efeito Joule. Isso ocorre porque o movimento dos elétrons no fio não ocorre num meio inerte, há atrito da corrente com a rede atômica que compõe o fio. É por aí que a energia sai do sistema, como no circuito puramente resistivo.

Podemos calcular a energia fornecida pelo gerador através da expressão abaixo:

$$dU_g = P_g \cdot dt = \epsilon_0 \cdot I(t) \cdot dt \quad [4.25]$$

Para a situação em que o capacitor está totalmente carregado, temos:

$$U_2 = \int_0^{\infty} \epsilon_0 \cdot I(t) \cdot dt \quad [4.26]$$

substituindo 4.24 em 4.26, temos:

$$U_g = \epsilon_0^2 \cdot C \quad [4.27]$$

A energia dissipada, por efeito Joule, pode ser calculada pela expressão:

$$dU_d = P_d \cdot dt = R \cdot I^2 \cdot dt \quad [4.28]$$

considerando-se o tempo de 0 até ∞ , no qual a corrente existe, e substituindo 4.24, temos:

$$U_d = \frac{\epsilon_0^2 \cdot C}{2} \quad [4.29]$$

A energia acumulada no capacitor é:

$$U_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_{\max}^2}{C} \quad [4.30]$$

Onde Q_{\max} pode ser obtido da equação 4.23, no limite de $t \rightarrow \infty$.

$$U_c = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0^2 \cdot C \quad [4.31]$$

Comparando as equações 4.27, 4.29 e 4.31, podemos observar que o princípio da conservação da energia foi satisfeito. Metade da energia fornecida pelo gerador foi acumulada, no capacitor, na forma de campo elétrico, e a outra metade dissipada em forma de calor.

Como no caso da descarga, a função dominante para a expressão da carga em função do tempo é a exponencial. Perceba que esta expressão está totalmente de acordo com a discussão feita anteriormente.

A carga máxima, no capacitor, depende exclusivamente da sua capacitância (características do capacitor) e do gerador. Para aumentar o valor máximo de carga no capacitor, poderíamos aumentar a F.E.M. do gerador, de tal maneira a obter um campo mais forte, ou modificar as características do

capacitor, de tal maneira a criar um campo menor para a mesma quantidade de cargas nas suas placas (capacitância maior).

A corrente só é máxima para $t=0$. Isto acontece no início, quando o capacitor está descarregado, e temos apenas a oposição criada pela resistência elétrica.

Nesse caso,

$$\lim_{t \rightarrow 0} I(t) = \frac{\epsilon_0}{R} \quad [4.32]$$

No instante inicial, tudo se passa como se o capacitor não existisse, pois ele está descarregado.

Abaixo se encontram os gráficos Qxt e Ixt .

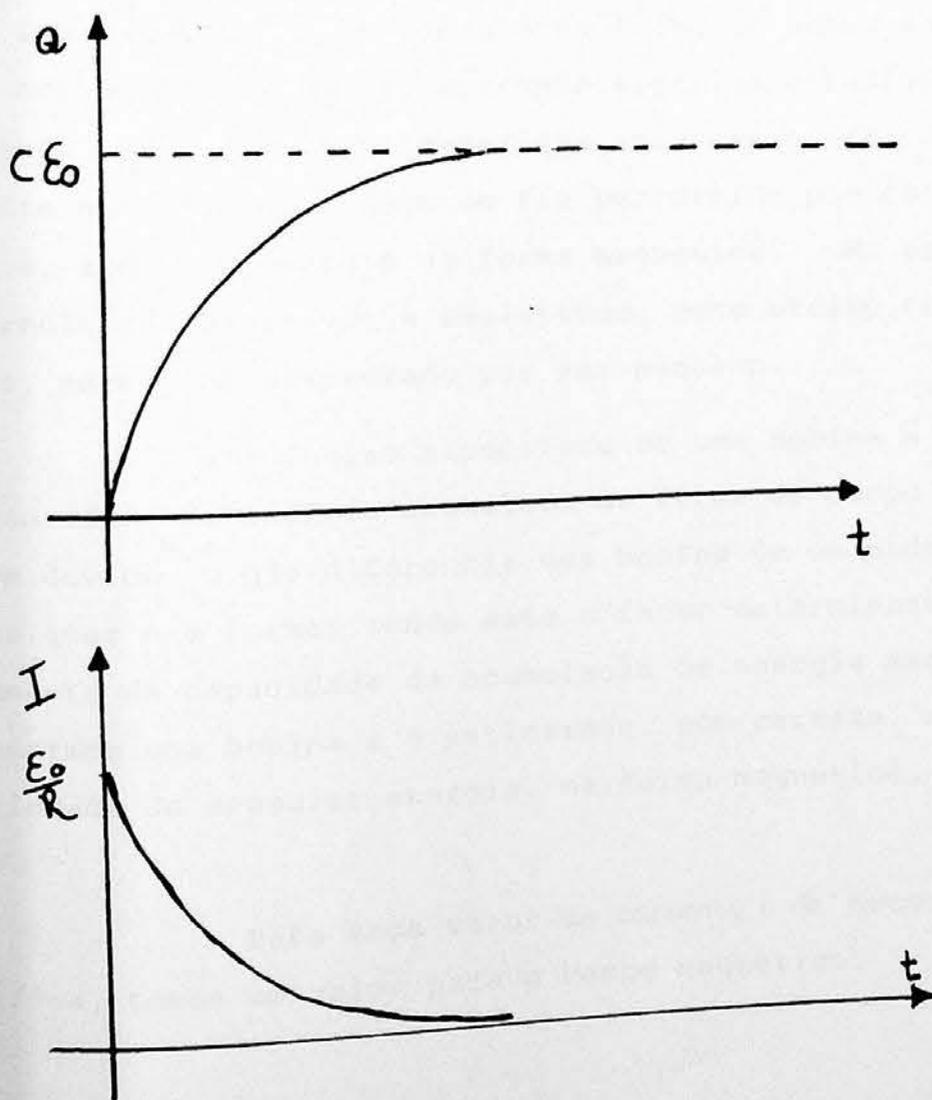


Figura 4.6

Observe que o valor da carga máxima não depende da resistência. A resistência só tem influência na parte temporal da expressão da carga, porque ele só pode facilitar ou dificultar a passagem dos elétrons no fio, não podendo, entretanto, impedir a sua passagem, por isso, depois de um tempo muito grande, toda a carga, que teria que escoar, já o fez.

5. Circuito Indutivo-Resistivo

- O Indutor

Neste capítulo, estudaremos o que acontece, ao ligarmos um indutor (bobina) num circuito de tensão contínua. Os indutores acumulam energia na forma de campo magnético. Isto ocorre porque existe corrente elétrica circulando pelo mesmo. É importante lembrar que este mesmo efeito está presente num simples pedaço de fio percorrido por corrente. Isto é, acumular energia na forma magnética. No estudo dos circuitos capacitivos e resistivos, este efeito também existia, porém foi desprezado por ser pequeno.

A função específica de uma bobina é aumentar a quantidade de energia acumulada na forma de campo magnético. Sem dúvida, o que diferencia uma bobina de um pedaço de fio qualquer é a forma, sendo este o fator determinante para o aumento da capacidade de acumulação de energia magnética. Se tomarmos uma bobina e a esticarmos, com certeza, a sua propriedade de acumular energia, na forma magnética, diminui muito.

Para cada valor de corrente e de geometria específica, temos um valor para o campo magnético. Poderíamos

calcular o valor de B, utilizando a lei de Ampère e fazendo algumas considerações. O importante é perceber que o valor de B está relacionado à intensidade da corrente e à geometria do circuito, no caso a bobina.

Quando o campo magnético é B, a energia pode ser escrita como:

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot \int_v \frac{B^2}{\mu_0} \cdot dV \quad [5.1]$$

Ao ligarmos qualquer circuito, sempre temos uma variação inicial no valor da corrente, havendo, dessa maneira, um acúmulo inicial de energia na forma de campo magnético.

A corrente elétrica é responsável pela criação do campo magnético. Quando a corrente varia, este campo também o faz, e sabemos, através de umas das equações de Maxwell, que a variação de campo magnético gera um campo elétrico induzido. Este campo elétrico induzido, no nosso caso, aparece relacionado à bobina.

Existe relação entre a corrente e o campo magnético e, quando este varia, com o campo elétrico induzido, é possível obter uma expressão que relacione a variação da corrente e a variação do campo magnético. A mesma é dada por:

$$\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = L \cdot \frac{dI}{dt} \quad [5.2]$$

O lado direito da expressão acima também é conhecido como F.E.M. induzida.

- Campos - Circuito Indutivo Resistivo

Passaremos, agora, a analisar o circuito elétrico propriamente dito. Para tanto, suponha o esquema abaixo:

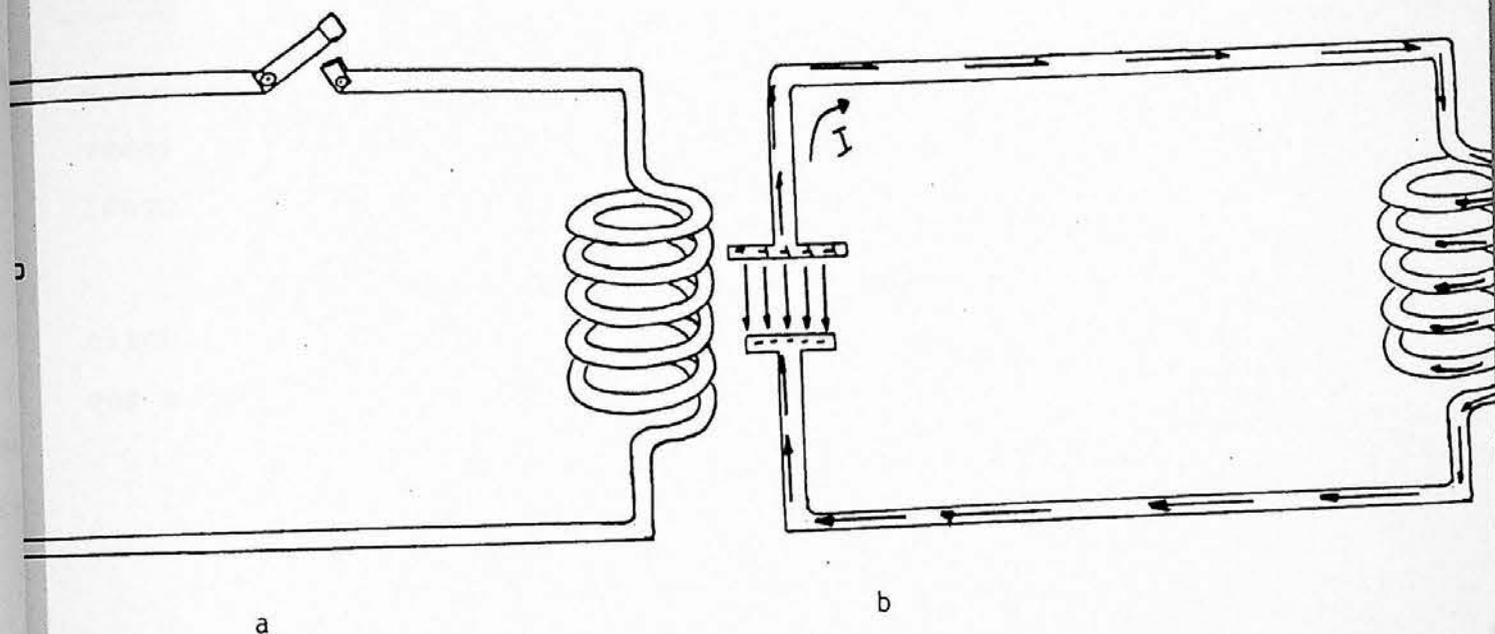


Figura 5.1

A figura 5.1 representa um circuito aberto com posto por um gerador de tensão contínua, um fio de resistividade, uma bobina de indutância L . Os efeitos magnéticos relativos ao fio serão desprezados.

No instante $t=0$, ligamos a chave do circuito, e a corrente, que era zero, começa a aumentar, ou seja, o campo magnético associado a essa corrente varia, induzindo um campo elétrico que se opõe à corrente, no interior da bobina.

Antes de continuarmos a discussão sobre indução causada pela bobina, convém notar que a corrente, em cada ponto do circuito, deve ser a mesma através da equação da continuidade e do fato de praticamente não haver acúmulos de cargas no fio. Se considerarmos o fio em questão com diâme

tro constante, a densidade da corrente J deve ser constante também, pois

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \quad [5.3]$$

e ρ é o mesmo, se considerarmos o fio do mesmo material, devemos ter, em cada instante, um campo elétrico uniforme ao longo do fio, para garantir a constância da corrente.

Para poder compreender o papel da bobina no circuito, é interessante discutir o que mudaria, se o fio, que a compõe, fosse esticado.

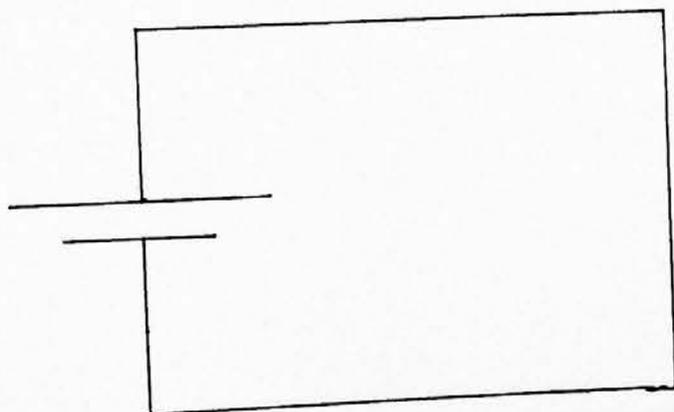


Figura 5.2

Nos dois casos, depois de um certo tempo, os efeitos indutivos desaparecem, e as correntes, que fluem, são as mesmas. A diferença entre o fio esticado e o fio enrolado é que, no primeiro, a corrente entra num regime estacioná

rio muito mais rapidamente, porque os efeitos indutivos são substancialmente menores.

Qual será o mecanismo pelo qual a bobina age no circuito ?

Para responder a essa pergunta, vamos primeiro, considerar os aspectos formais do problema, e, logo em seguida, passaremos à discussão dos aspectos qualitativos.

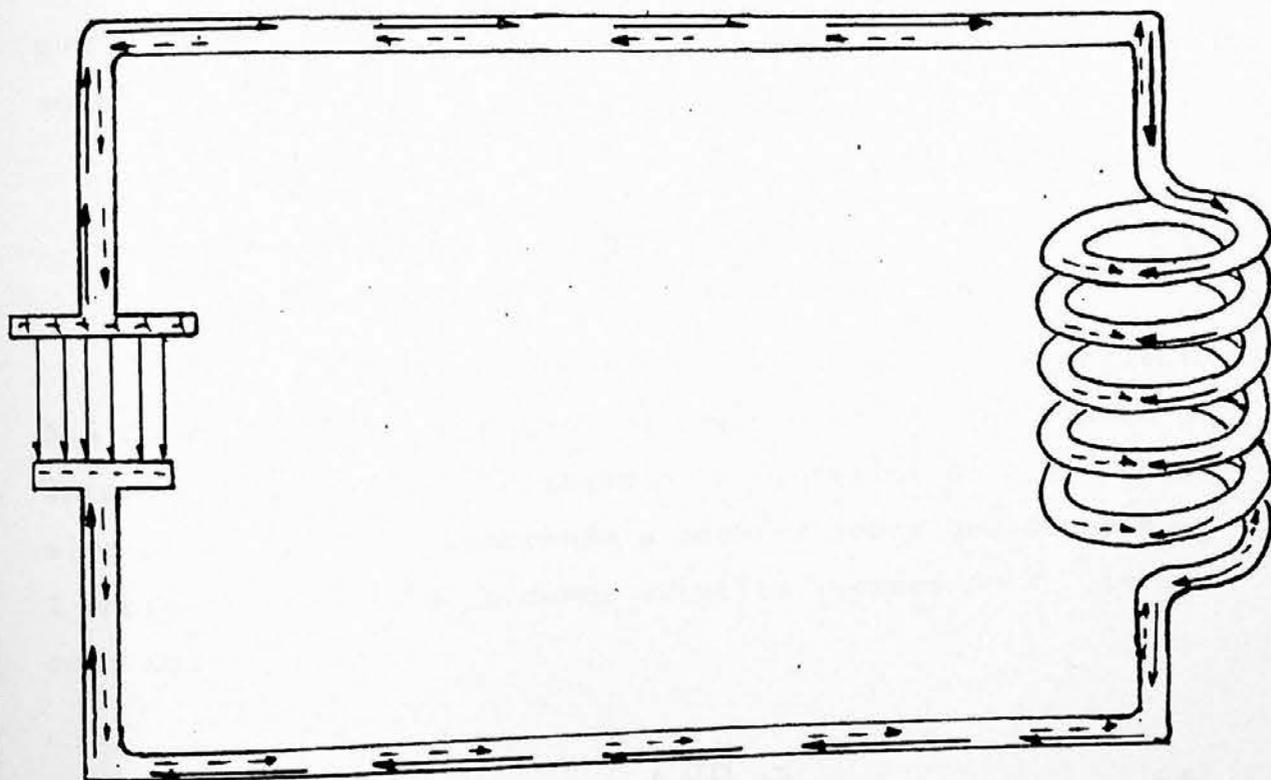


Figura 5.3

Na figura acima, representamos o circuito indutivo-resistivo num instante qualquer, enquanto a corrente ainda variava. Na mesma, estão representados todos os dois campos elétricos que agem nos elétrons, a saber:

- o contínuo é o associado ao gerador;
- o pontilhado é o induzido pela bobina.

A lei de Faraday, na forma integral, permite-nos escrever que:

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad [5.4]$$

Para a integral de linha, escolhemos o caminho que passa pelo fio, no sentido horário, e como superfície, aquela apoiada numa das espiras das bobina. Assim temos:

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad [5.5]$$

O primeiro termo do lado esquerdo da equação 5.5 refere-se à "circulação" do campo elétrico resultante no interior do gerador, e o segundo, no interior do fio, inclusive pela bobina. Lembrando a seção 2 sobre geradores e a 1 sobre a lei de Ohm, podemos substituir esses dois termos como abaixo:

$$-\epsilon_0 + R.I = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad [5.6]$$

O lado direito da igualdade refere-se ao acúmulo de energia na forma de campo magnético. Como já dissemos, desprezaremos tal efeito fora da bobina, assim podemos substituir na equação 5.6 a equação 5.2 e teremos:

$$\epsilon_0 = R.I + L \frac{dI}{dt} \quad [5.7]$$

Por motivo de simplificação, suporemos a bobina como formada por aros empilhados. Nessa situação, a área seria um disco circular.

Resolvendo a equação anterior, temos:

$$I = \frac{\epsilon_0}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad [5.8]$$

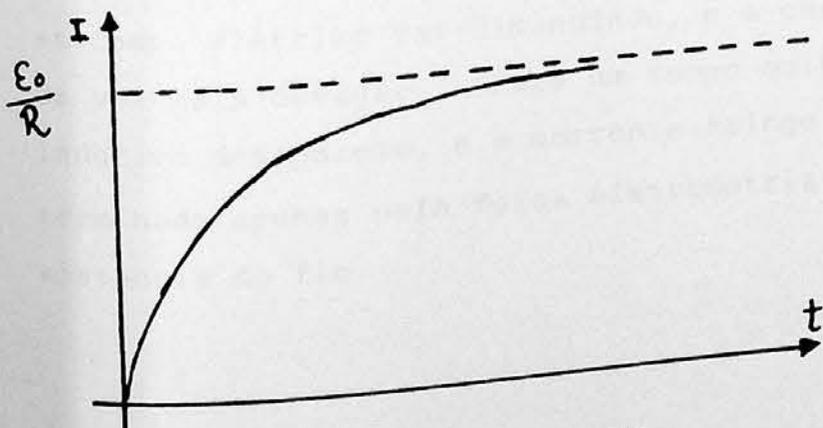
Podemos verificar facilmente que esta solução é correta, substituindo-a na equação 5.7.

É de grande interesse analisar os limites dessa equação para $t=0$ e $t \rightarrow \infty$.

$$t = 0 \Rightarrow I = \frac{\epsilon_0}{R} (1 - e^0) = 0 \quad [5.9]$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow I = \frac{\epsilon_0}{R} (1 - e^{-\infty}) = \frac{\epsilon_0}{R} \quad [5.10]$$

Estes resultados estão de acordo com a discussão feita anteriormente. Para o instante inicial, ainda não há corrente, e para um tempo muito grande, o circuito comporta-se como se não existisse bobina, deixando claro que o efeito indutivo é o responsável pelo regime transitório. Abaixo traçamos o gráfico de I_{xt} .



Para estudar este efeito, convém analisar a variação temporal da corrente, que é proporcional ao valor do campo elétrico criado pela bobina. Ela pode ser obtida, derivando-se a equação 5.8

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\epsilon_0}{L} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} \quad [5.11]$$

os limites para a expressão 5.10 são:

$$t = 0 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{\epsilon_0}{L} \quad [5.12]$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dI}{dt} = 0 \quad [5.13]$$

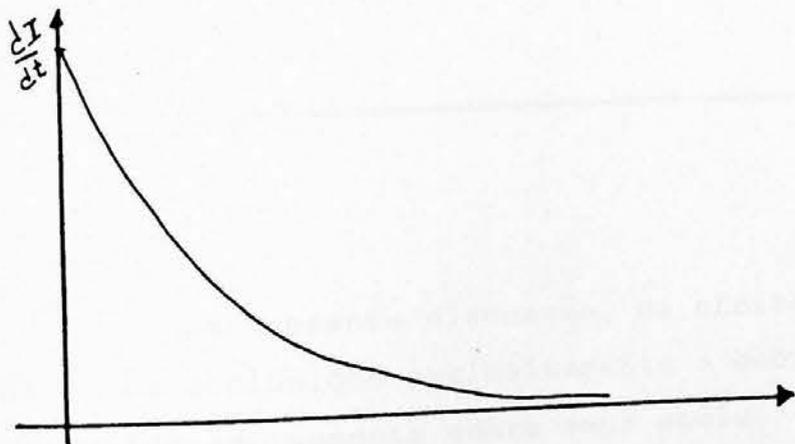


Figura 5.4

Analisando o gráfico acima, podemos concluir que a influência da bobina sobre o circuito é máxima, no início.

Logo nos primeiros instantes, o valor do campo elétrico criado pela bobina é muito grande, fazendo com que a corrente seja muito pequena. À medida que o tempo passa, esse campo elétrico vai diminuindo, e a corrente aumentando cada vez mais devagar. Para um tempo muito grande, o efeito indutivo desaparece, e a corrente atinge seu valor limite, determinado apenas pela força eletromotriz do gerador e pela resistência do fio.

A rapidez com que a corrente tende a seu valor máximo depende da indutância (L). Para deixar isso claro, na figura abaixo, esboçamos o gráfico de I vs t para dois valores de L diferentes.

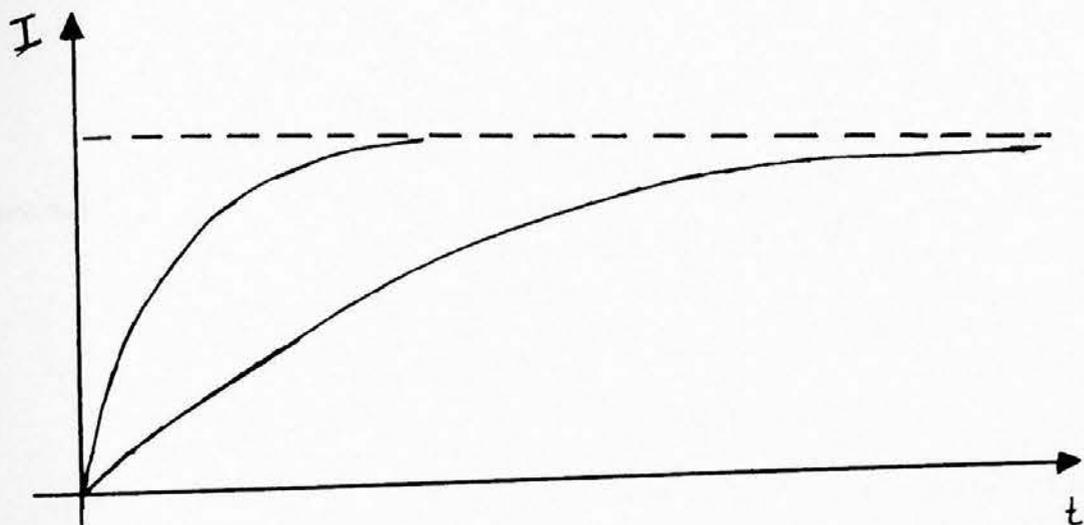


Figura 5.5

Na presente discussão, os efeitos indutivos do sistema foram atribuídos exclusivamente à bobina, portanto o campo induzido age somente sobre seus anéis. Isso sugere que os efeitos indutivos ficariam confinados apenas à região delimitada pela mesma, entretanto a corrente como um todo é modificada pela mesma, tanto nas espiras da bobina como no trecho retilíneo do fio. Isso acontece, quer esse trecho seja comprido ou curto. Como podemos explicar essa aparente contradição?

A explicação para isso está ligada à existência de um acúmulo de cargas nas extremidades da bobina. Essas cargas têm associado um campo elétrico, que é contrário à corrente, no trecho retilíneo. A figura a seguir representa essas cargas:

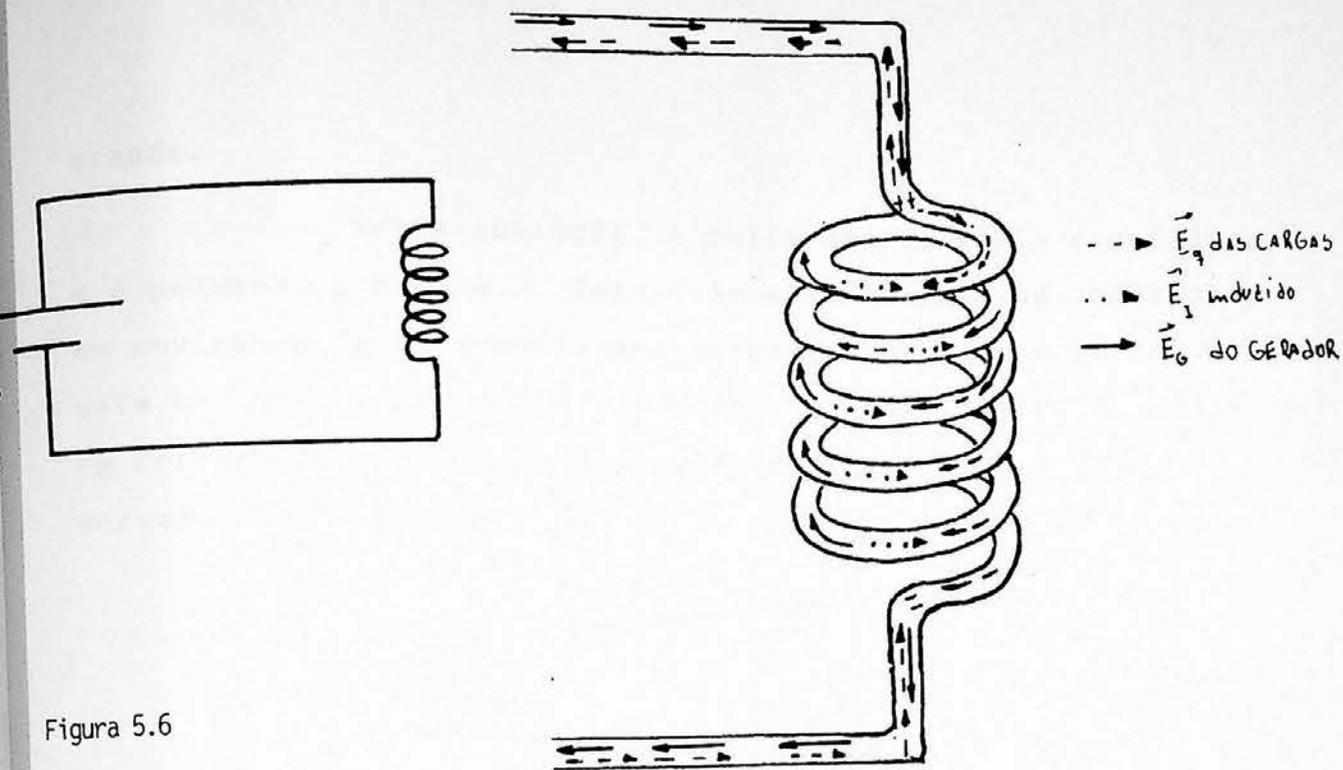


Figura 5.6

Essas cargas aparecem devido à existência do campo elétrico induzido, que é contrário à passagem da corrente apenas no interior da bobina. A mesma teria como que uma "inércia elétrica" grande, tornado mais difícil o estabelecimento do movimento dos elétrons no seu interior.

Uma analogia mecânica pode ser vista abaixo:



Figura 5.7

A polia grande é movida por uma manivela, ligada por uma correa elástica a uma menor, que possui uma massa

grande.

Nesta analogia, a polia grande seria o gerador, e a pequena, a bobina. Para colocar a correia de borracha em movimento, é necessária uma força grande para a parte que está em contato com a polia pequena. Dessa forma, a parte da correia posterior a ela fica mais esticada, e a anterior, enrugada (vide figura 5.8)

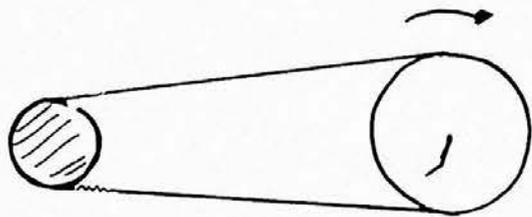
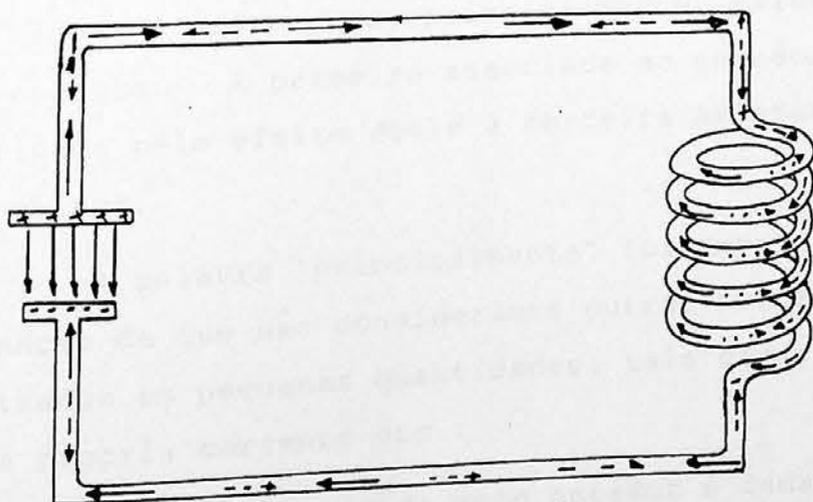


Figura 5.8

O circuito está sujeito a 3 campos elétricos: um devido ao gerador, outro devido às cargas nas extremidades da bobina e o induzido, restrito apenas ao interior da bobina.

A representação desses campos pode ser vista na figura abaixo:



À medida que o tempo passa, a corrente tende a um valor estacionário, diminuindo o campo elétrico induzido e fazendo com que o acúmulo de cargas tende a desaparecer.

Pergunta: Uma bobina pode ser comparada a um resistor variável ?

- Energia no Sistema

No item anterior, centramos nossa discussão exclusivamente sobre os campos no circuito. Nesta parte, estaremos preocupados em analisar o mesmo sistema sob o ponto de vista da energia.

De maneira diferente do circuito capacitivo, no indutivo, a corrente não será bloqueada. Enquanto o gerador criar campo elétrico, haverá corrente circulando no mesmo.

Dessa forma, as quantidades de energia envolvidas nesse sistema serão dependentes do tempo, isto é, quanto mais o sistema permanecer em funcionamento, maiores serão essas quantidades. Neste caso, principalmente, existem três formas de energia. A primeira associada ao gerador, a segunda dissipada pelo efeito Joule a terceira armazenada no indutor (bobina).

A palavra "principalmente" foi empregada para chamar atenção de que não consideramos outras formas de energia encontradas em pequenas quantidades, tais como: radiação, energia da própria corrente etc..

A potência cedida pelo gerador é dada por:

$$P_g = \epsilon_0 \cdot I \quad [5.14]$$

Se desejarmos calcular a energia fornecida, pelo gerador, ao sistema entre o instante inicial e outro instante qualquer (t), basta integrar a equação 5.14:

$$U_g = \int_0^t \epsilon_0 \cdot I \cdot dt \quad [5.15]$$

Substituindo a equação 5.8 em 5.15 e resolvendo, temos:

$$U_g = \frac{\epsilon_0^2}{R} \cdot t + \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{L}} - \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} \quad [5.16]$$

A potência dissipada por efeito Joule pode ser calculada pela expressão abaixo:

$$P_d = R \cdot I^2 \quad [5.17]$$

Integrando a equação 5.17 entre o zero e t , temos a energia dissipada.

$$U_d = \frac{\epsilon_0^2}{R} \cdot t + \frac{2 \cdot L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{L}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{2 \cdot R \cdot t}{L}} - \frac{3}{2} \cdot \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} \quad [5.18]$$

A energia armazenada pelo indutor, na forma de campo magnético, pode ser calculada diretamente pela expressão abaixo:

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \quad [5.19]$$

Substituindo a equação 5.8 em 5.19, teremos:

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} - \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad [5.20]$$

Comparando a equação 5.18 com as equações 5.16 e 5.20, verifica-se o princípio de conservação de energia. A energia cedida pelo gerador ao circuito é parcialmente dissipada pela resistência do material, e o restante é armazenado pelo indutor.

É interessante notar que o acúmulo de energia, na forma de campo magnético, no interior do indutor, é finita. Para um tempo muito grande, temos:

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{R^2} \quad [5.21]$$

- O Circuito sem Gerador

Na discussão, vimos que o indutor é capaz de transformar a energia associada à corrente elétrica em energia, na forma de campo magnético. Podemos esperar que este processo possa ocorrer ao contrário. Realmente isto é possível. Suponha que tenhamos deixado o circuito, esquematizado anteriormente, funcionando durante um intervalo de tempo muito grande. Nesta situação, a bobina já não influencia mais o circuito, com uma energia armazenada que pode ser calculada, tomando-se a equação 5.21.

Se agora, repentinamente, desligarmos o gerador do circuito, através da chave Ch, a configuração será

como a representada abaixo:

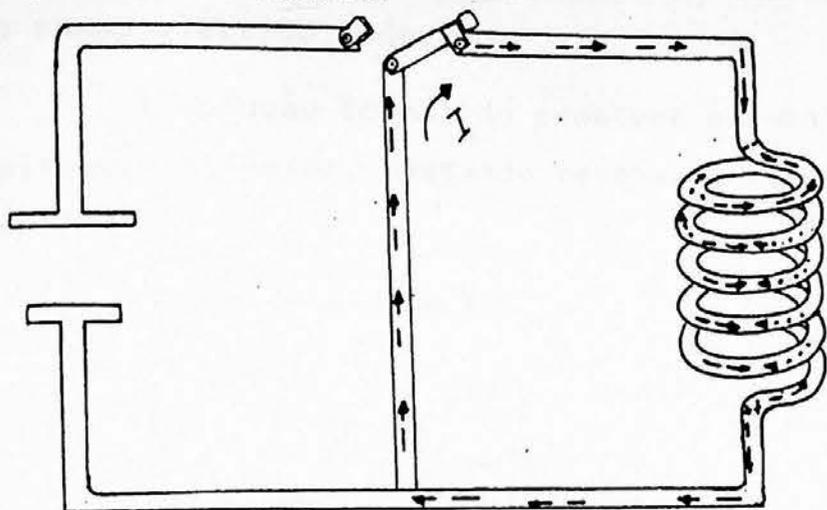


Figura 5.9

No momento em que o gerador é desligado do sistema, a corrente continua fluindo pela nova malha. A partir daí, ela começa a diminuir, ou seja, dI/dt torna-se negativo, fazendo com que o campo elétrico induzido na bobina seja a favor da corrente. Com isto, também as cargas acumuladas nas extremidades da bobina invertem. Seria como se o campo induzido que aumentava a "inércia" elétrica dos elétrons livres, no interior da bobina, agora fizesse o contrário, forçando-os a prosseguirem o seu movimento inicial e acumulando cargas positivas, na saída da bobina, e negativas, na entrada. Este acúmulo de cargas é o responsável pelo campo elétrico, no restante do fio, que tende a manter a corrente circulando. Depois de algum tempo, a corrente cessa devido ao efeito Joule.

Agora o indutor está funcionando como um verdadeiro gerador, ao mover as cargas no interior da bobina. O campo elétrico induzido pode ser comparado à força externa que age no interior do gerador mecânico (seção 2), acumulando as cargas nas extremidades do mesmo. A corrente continuará circulando, enquanto houver energia na forma magnética que possa ser transformada em campo elétrico. Na figura 5.9, estão representados os campos presentes no circuito. O tracejado

está associado à distribuição de cargas na bobina, e o pontilhado é o campo elétrico induzido.

A solução formal do problema é totalmente análoga à situação anterior, bastando retomar a equação 5.7 e fazer $\epsilon=0$.

A sua resolução é:

$$I = \frac{\epsilon_0}{R} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} \quad [5.22]$$

Para um tempo muito grande teremos:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I = \frac{\epsilon_0}{R} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} = 0 \quad [5.23]$$

Como era de se esperar, a energia armazenada na bobina era finita, acabando. Abaixo, representamos o gráfico de I em função do tempo para o circuito sem gerador.

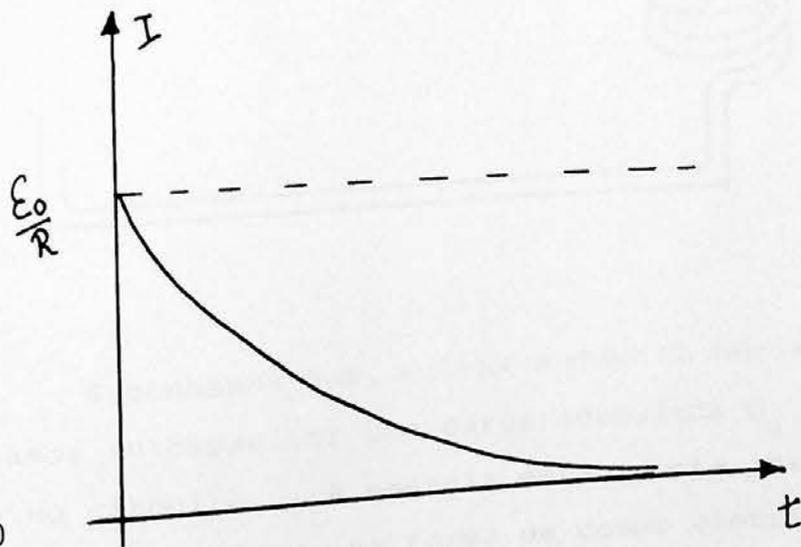


Figura 5.10

Podemos concluir que o valor da variação temporal da corrente vai diminuindo com o passar do tempo. O cam-

po elétrico induzido é cada vez menor, transferindo a energia armazenada na bobina lentamente, até que, para um tempo muito grande (tempo infinito), a corrente, juntamente com o campo elétrico induzido, cessam.

6. Circuito Oscilante L-C

Nos dois capítulos precedentes, detivemo-nos separadamente no estudo de indutores, capacitores em circuito. Neste momento, estudaremos uma situação particular onde os dois elementos aparecem juntos.

No circuito esquematizado abaixo, ligamos uma bobina e um capacitor através de condutores, sem gerador.

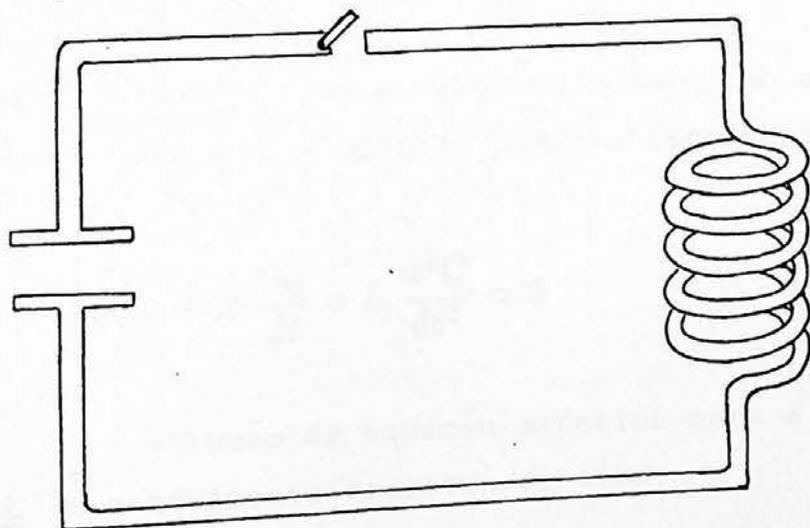


Figura 6.1

Suponhamos que, ao ligar a chave Ch inicialmente em, $(t=0)$ tenhamos no capacitor uma carga acumulada Q_0 e a corrente nula no circuito. A energia está, neste instante, toda acumulada no capacitor, na forma de campo elétrico (vi-de figura 6.1), e o seu valor pode ser calculado pela expres-

são abaixo:

$$U_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_0^2}{C} \quad [6.1]$$

Da lei de Faraday, temos:

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{S_{\text{ext}}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad [6.2]$$

ou

$$-\frac{Q}{C} + R \cdot I = -L \cdot \frac{dI}{dt} \quad [6.3]$$

Lembrando que a carga em módulo, no capacitor, diminuiu com o tempo ($I = dQ/dt$), podemos escrever:

$$\frac{Q}{C} + R \cdot \frac{dQ}{dt} + L \cdot \frac{d^2Q}{dt^2} = 0 \quad [6.4]$$

A solução da equação anterior para a situação de $R^2 < \frac{4L}{C}$ (amortecimento fraco) é do tipo:

$$Q(t) = A \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{2L}} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad [6.5]$$

Isso permite-nos escrever,

$$\dot{Q}(t) = -A \cdot \left(\frac{R}{2L} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) + \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) \right) e^{-\frac{R \cdot t}{2L}} \quad [6.6]$$

$$\ddot{Q}(t) = A \cdot \left(\frac{R^2}{2L} \cdot \cos(\omega.t + \phi) + \frac{R}{2L} \cdot \omega \cdot \sin(\omega.t + \phi) + \right. \\ \left. \omega \cdot \frac{R}{2L} \cdot \sin(\omega.t + \phi) - \omega^2 \cdot \cos(\omega.t + \phi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \quad [6.7]$$

Substituindo 6.5, 6.6 e 6.7 em 6.4, temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L.C} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad [6.8]$$

Para resolver completamente o problema, precisamos determinar as constantes A e ϕ , por isso usamos duas condições iniciais:

$$Q(0) = Q_0$$

e

$$I(0) = 0$$

Assim temos:

$$A = \frac{Q_0 \cdot \sqrt{R^2 + 4L^2 \cdot \omega^2}}{2L \cdot \omega} \quad [6.9]$$

e

$$\phi = \text{arctg}\left(-\frac{R}{2L \cdot \omega}\right) \quad [6.10]$$

A corrente é descrita pelo oposto da derivada da equação 6.5.

$$I = A \cdot \left(\frac{R}{2L} \cdot \cos(\omega.t + \phi) + \omega \cdot \sin(\omega.t + \phi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \quad [6.11]$$

Para estudarmos a evolução dessa situação no tempo, faremos, num primeiro momento, a suposição de que não

haja resistência elétrica no circuito. Sem dúvida, essa situação é totalmente fora da realidade, porém será de grande valia analisá-la do ponto de vista conceitual. Já podemos adiantar que a energia não terá como sair do sistema, visto que o único elemento dissipador, considerado em nossa abordagem, é a resistência.

A solução para este caso pode ser obtida fazendo $R=0$, nas equações anteriores. Assim, temos:

$$Q(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad [6.12]$$

porém

$$A = Q_0 \quad [6.13]$$

e

$$\phi = 0 \quad [6.14]$$

temos como expressão para a variação temporal de carga,

$$Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad [6.15]$$

A frequência agora é dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} = \omega_0 \quad [6.16]$$

A constante \sqrt{LC}^{-1} é chamada de frequência natural de oscilação do circuito.

A expressão para a corrente passa a ser,

$$i = Q_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \quad [6.17]$$

A expressão para a carga no capacitor e para a corrente estão defasadas. Quando tivermos máxima carga acumulada no capacitor, teremos necessariamente corrente zero.

Isto pode ser visto nos gráficos de carga e de corrente em função do tempo:

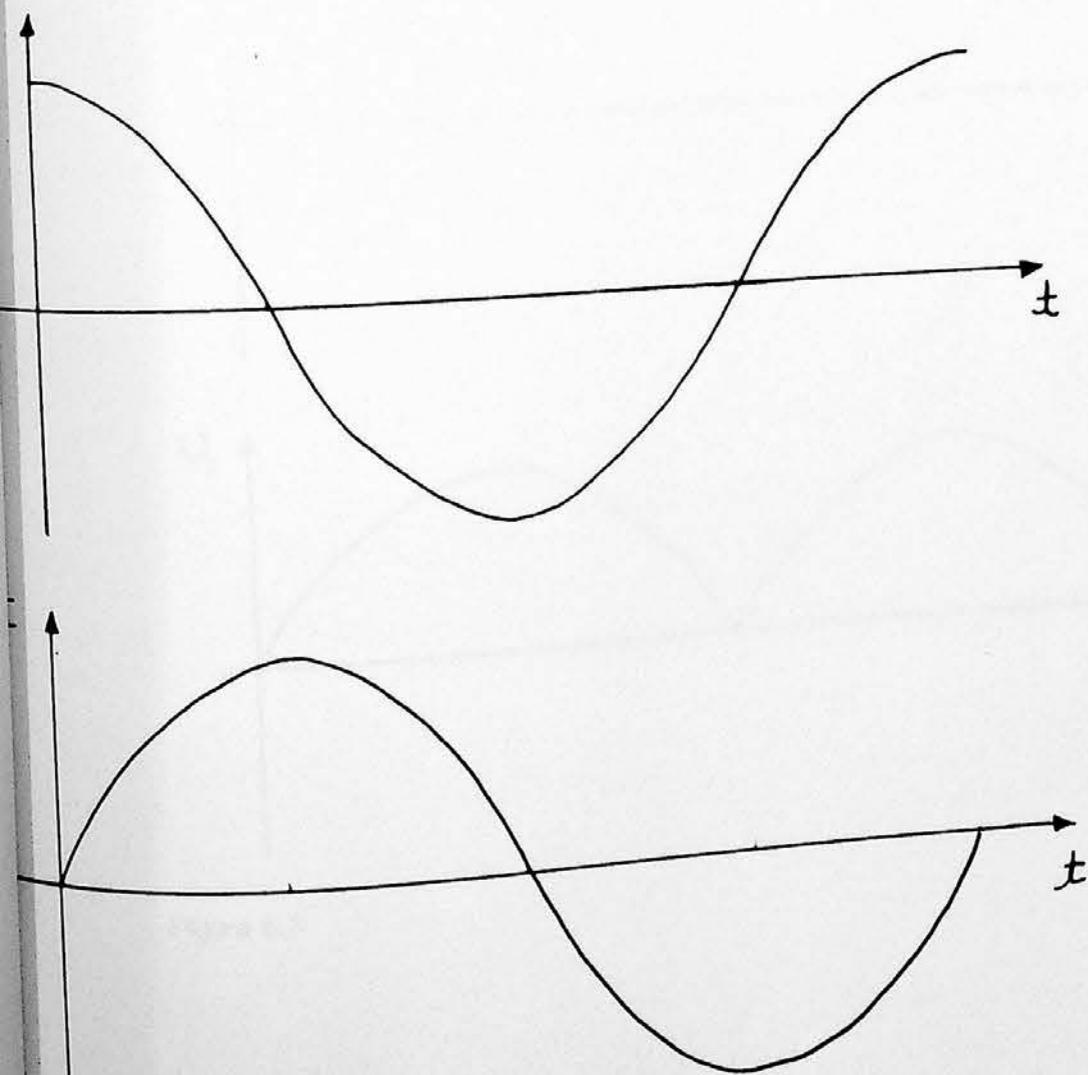


Figura 6.2

As energias acumuladas, na forma de campo, no indutor, e no capacitor, num dado instante, podem ser calculadas por:

$$U_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2(t)}{C} \quad (6.18)$$

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2(t) \quad (6.19)$$

Essas funções são representadas nas figuras abaixo:

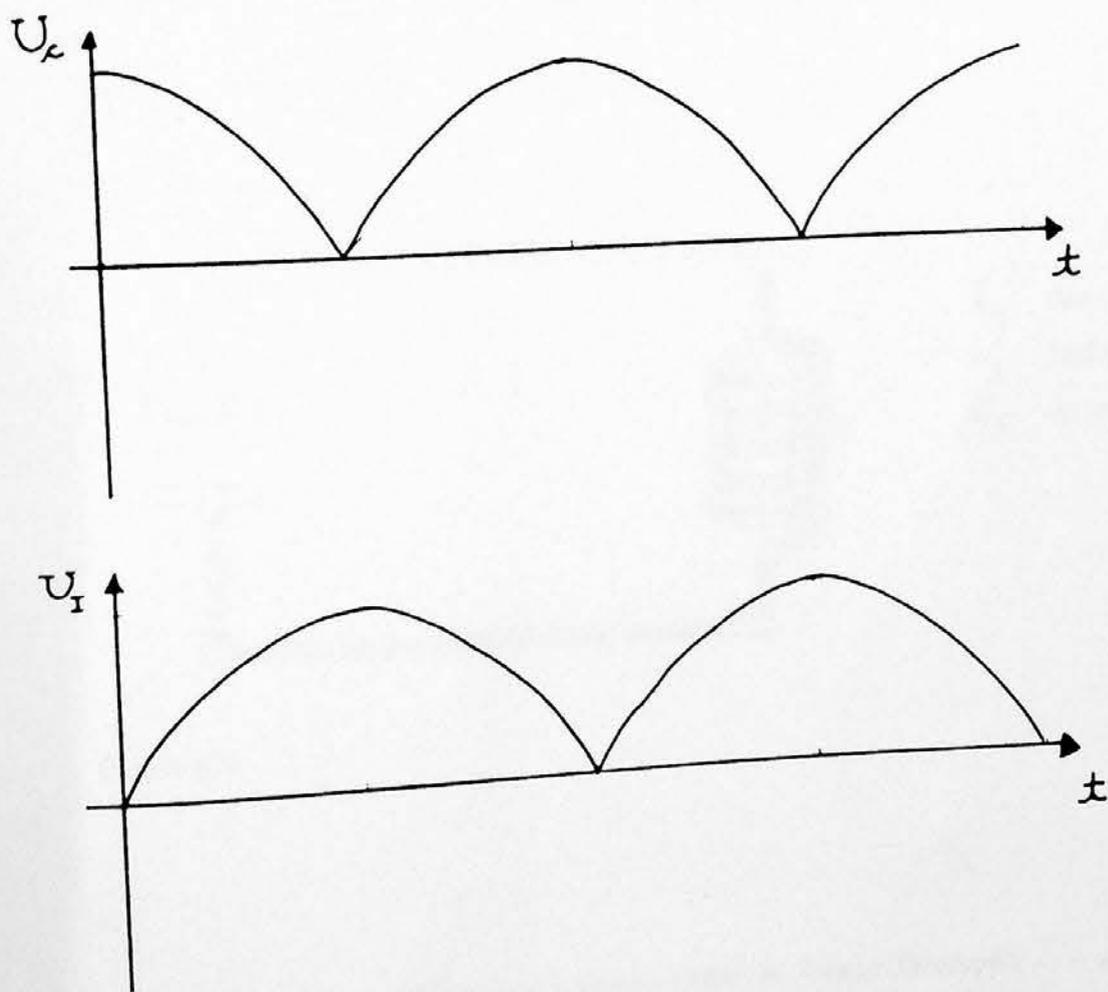


Figura 6.3

Passaremos, agora, a uma discussão qualitativa da situação. Como inicialmente não há corrente, não há energia armazenada, na forma de campo magnético, no indutor, porém temos o campo criado pelo capacitor agindo nos portadores livres do fio, que, após este instante, estarão movimentando-se. Não há resistência no fio, e seria de se esperar que esta corrente se elevaria rapidamente a valores muito grandes. À medida que a corrente começa a circular, aumentando seu valor, iniciam-se a formação de campo magnético, no indutor, e o campo elétrico induzido no mesmo, que acaba por criar as distribuições de cargas nas suas extremidades.

Na figura abaixo, temos o esboço desses campos, num instante qualquer:

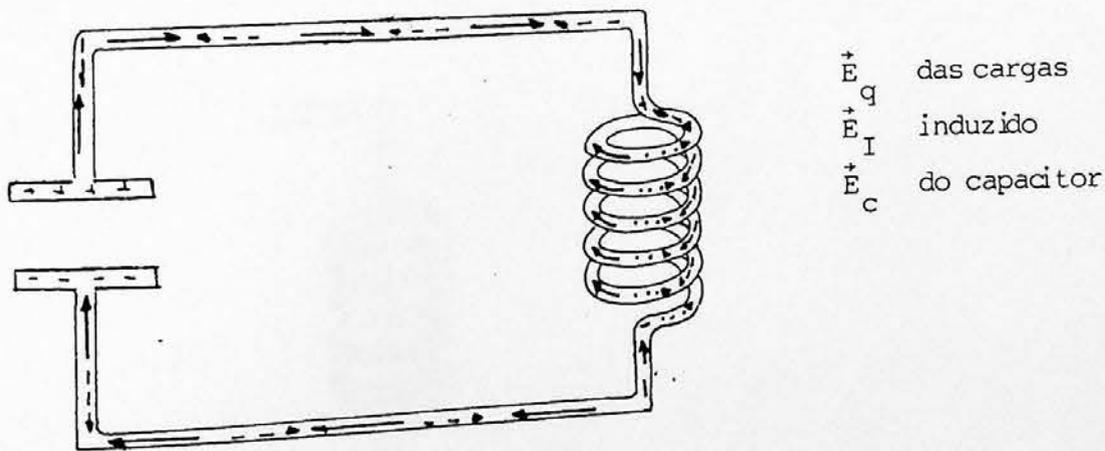


Figura 6.4

O campo elétrico associado à distribuição de cargas, no indutor, é o responsável pela limitação da corrente.

te no fio. Neste caso, como não há resistência ($\rho=0$) pela lei de Ohm, devemos ter campo elétrico resultante nulo.

$$\vec{E} = \rho \cdot J \quad [6.20]$$

$$\vec{E} = 0$$

Nesses trechos, o valor do campo elétrico associado às cargas, na bobina, é igual em módulo e oposto ao campo elétrico do capacitor. $\vec{E}_c = \vec{E}_q$

No fio que forma a bobina, devemos ter campo elétrico resultante também zero, pois lá também não há resistência (Figura 6.6). Portanto:

$$\vec{E}_c + \vec{E}_q = \vec{E}_I \quad [6.21]$$

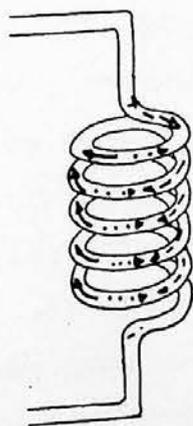


Figura 6.5

Estes campos variam no tempo, pois à medida que o capacitor descarrega, seu campo diminui, modificando todo o

sistema. Na figura abaixo, fazemos uma série de esboços dos campos elétricos do capacitor e magnético da bobina, numa sequência de instantes.

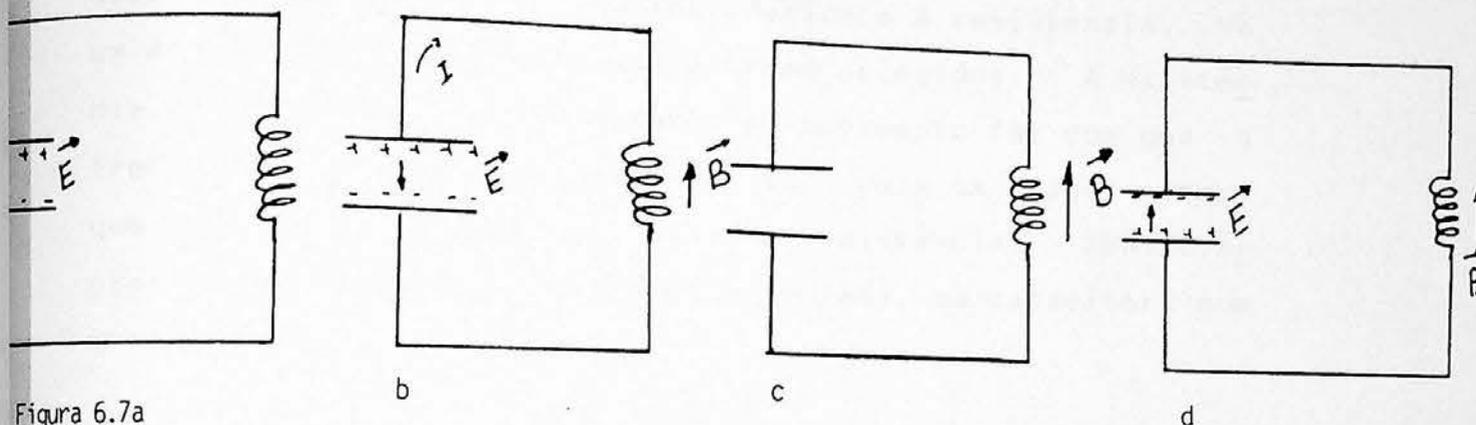


Figura 6.7a

No instante inicial, temos a configuração da figura 6.7a. À medida que a corrente começa a fluir, a energia no capacitor diminui. As cargas em excesso escoam de uma placa para outra, passando pelo indutor, fazendo com que a energia comece a armazenar-se nele (Figura 6.7b). Com o passar do tempo, mais e mais energia é deslocada do capacitor para o indutor, até o instante em que o primeiro está descarregado e o último com toda a energia, na forma magnética (Figura 6.7c). A partir desse momento, a corrente começa a diminuir. O campo elétrico, induzido na bobina, passa agora a agir no mesmo sentido que a corrente. As cargas positivas, que estavam acumuladas na placa superior, passam a ser depositadas na inferior, isto é, o capacitor começa a ser novamente carregado, porém com polaridade invertida (Figura 6.7d). Isto ocorre, porque, quando a corrente começa a diminuir sua intensidade, o campo induzido inverte seu sentido, forçando a corrente a continuar. O capacitor, ao carregar-se com polaridade invertida, gera um campo elétrico

contrário à corrente, até bloqueá-la.

Não havendo resistência, a energia oscila continuamente da forma elétrica para a magnética (daí o nome circuito "oscilante"). Ao introduzirmos a resistência, há um atraso nos valores máximos a serem atingidos. A existência de uma outra força contrária ao movimento faz com que a frequência de oscilação passe de \sqrt{LC} para um valor menor, que depende diretamente do valor da resistência. Abaixo, representamos a variação da carga acumulada, no capacitor, com o tempo.

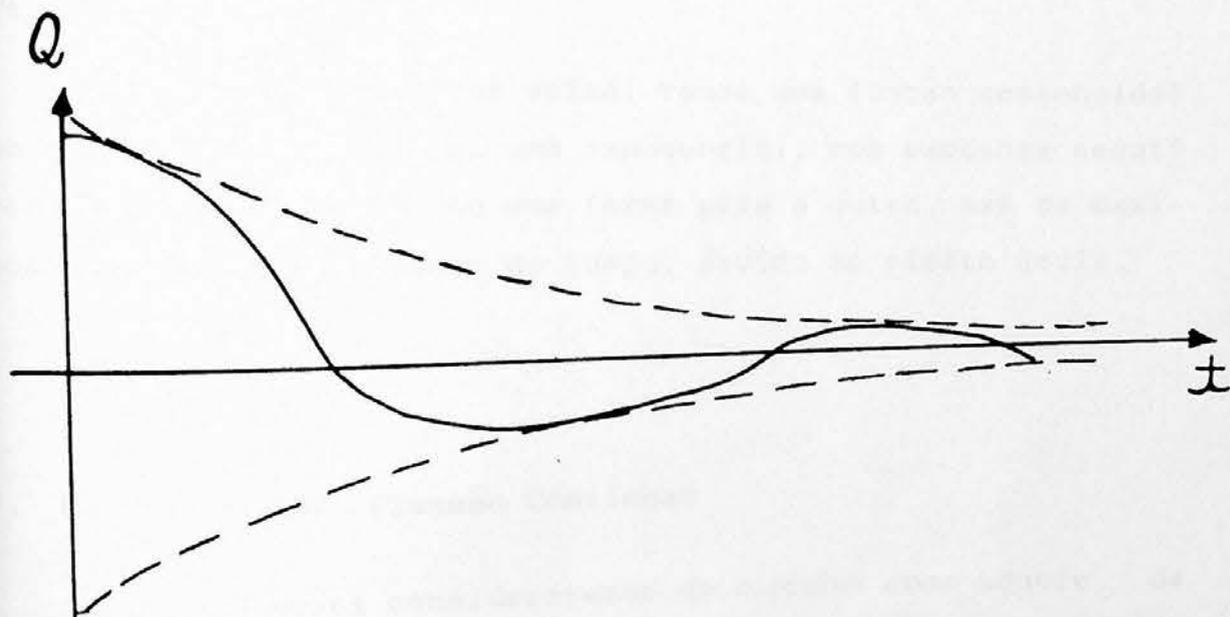


Figura 6.8

A carga diminui, pois parte da energia, na forma de campo elétrico, associada ao acúmulo de cargas, é dissipada no fio por efeito Joule. Nessa situação, teríamos as cargas acumuladas no capacitor, na figura 6.7, em menor quantidade a cada meio ciclo.

O gráfico representa a energia acumulada no capacitor e no indutor, em função do tempo.

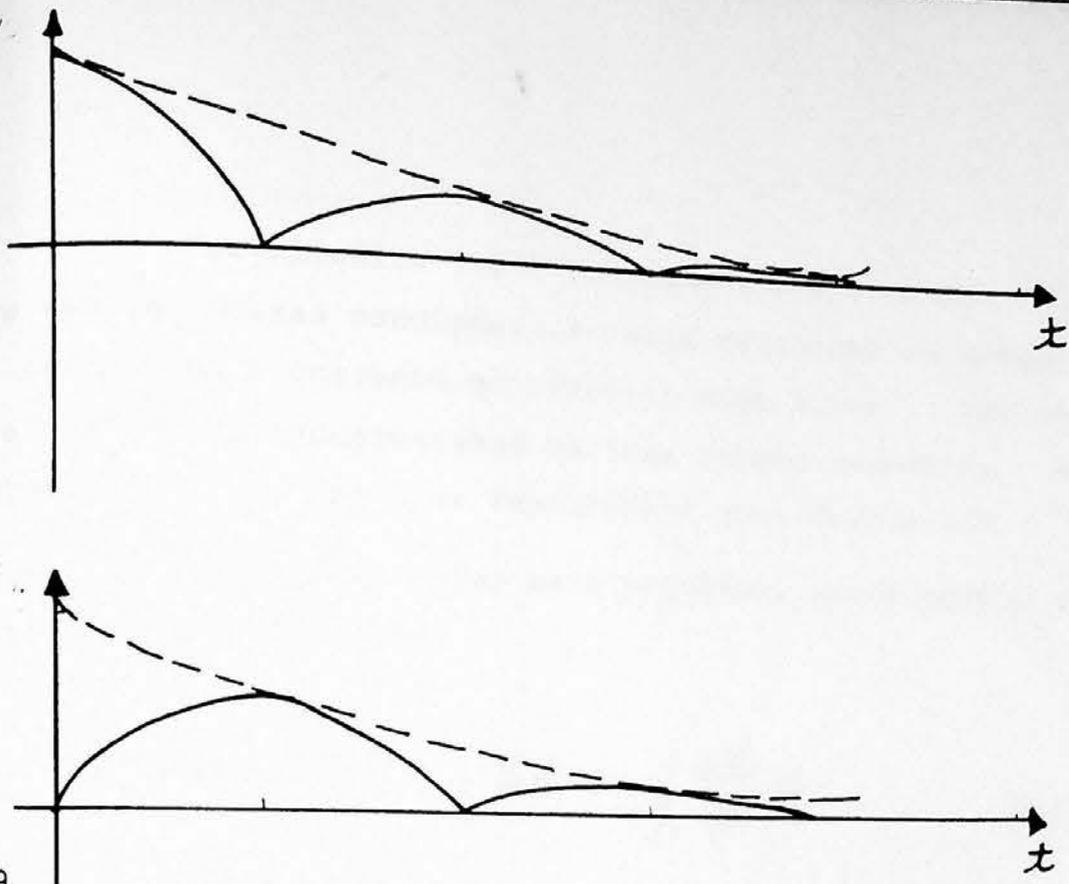


Figura 6.9

Nos gráficos acima, temos uma função cossenoidal ao quadrado, modulada por uma exponencial, com expoente negativo. A energia oscila de uma forma para a outra, mas os máximos diminuem com o passar do tempo, devido ao efeito Joule.

7. Circuito RLC - (Tensão Contínua)

Agora consideraremos um circuito como aquele da figura 7.1. Assemelha-se ao do capítulo anterior, exceto pela inclusão de um gerador.

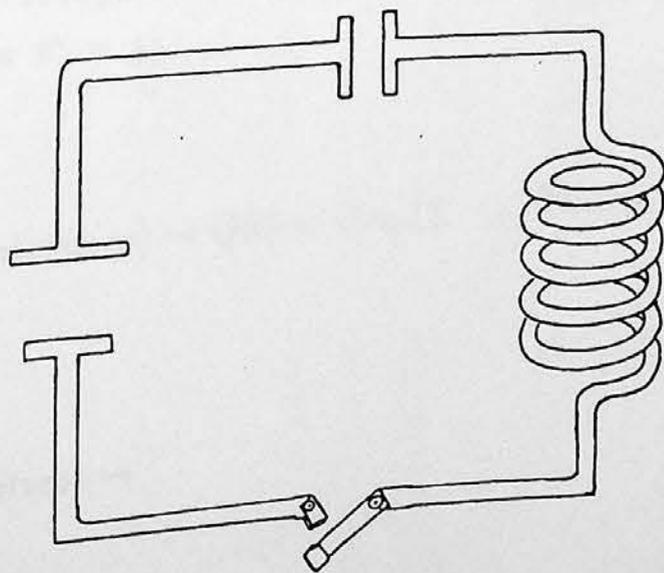


Figura 7.1

No circuito 7.1, fechamos a chave Ch no instante $t=0$, e, nessas condições, a carga acumulada no capacitante posterior, assim como a corrente no circuito eram nulas. Num instante posterior, representamos os três campos magnético do indutor. O valor total da resistência considerada é R.

Para solucionar este problema, procederemos como nas seções anteriores.

$$\int_g \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_f \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad [7.1]$$

ou

$$-\epsilon_0 + R.I + \frac{Q}{C} = -L \frac{dI}{dt} \quad [7.2]$$

Substituindo $I = dQ/dt$, temos:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \epsilon_0 \quad [7.3]$$

A solução dessa equação está ligada aos valores de R, L e C. Podemos distinguir três tipos de situações, dependendo da relação entre R^2 e $\frac{4L}{C}$:

$$4 \frac{L}{C} > R^2 \text{ (amortecimento subcrítico)} \rightarrow Q(t) = C \cdot \epsilon_0 \cdot (1 - e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \cos(\omega \cdot t)) \quad [7.4]$$

$$4 \frac{L}{C} = R^2 \text{ (amortecimento crítico)} \rightarrow$$

[7.5]

$\frac{L}{C} < R^2$ (amortecimento supercrítico) →

[7.6]

As soluções, dadas anteriormente, para a variação da carga no tempo, já levam em consideração as condições iniciais, ou seja,

$$Q(0) = 0 \quad [7.7]$$

$$I(0) = \frac{C_0}{R} \quad [7.8]$$

Nossa discussão qualitativa ficará restrita ao comportamento da corrente. Podemos obter expressões que descrevem a variação da corrente, bastando, para isso, derivar as equações 7.4, 7.5 e 7.6. Abaixo, podemos ver o esboço das curvas que representam as mesmas:

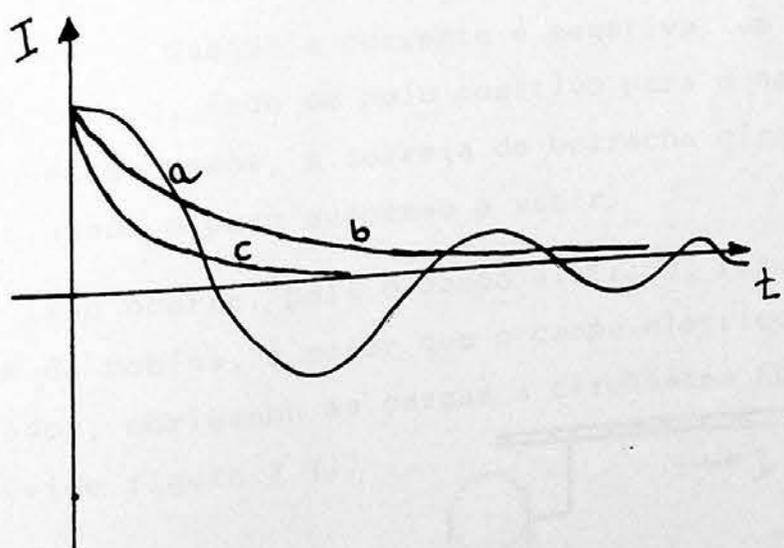


Figura 7.2

A curva "a" representa a situação onde a resis-

tência no circuito é pequena, quando comparada com $\sqrt{\frac{4L}{C}}$. A corrente oscila, mudando seu sentido a cada meio ciclo. Isto ocorre, pois o efeito indutivo acaba auxiliando, em certos momentos, o gerador a carregar o capacitor com uma carga maior que a máxima para um dado (ϵ) e a capacitância. O efeito Joule vai diminuindo a amplitude da corrente, fazendo-a tender a zero. Para um tempo grande, teremos também o capacitor carregado.

As curvas "b" e "c" representam os casos de amortecimento crítico e super crítico. As resistências, nesses casos, são maiores que no primeiro, dificultando a circulação da corrente, que tem seu máximo em $t=0$ e tendendo a zero.

Na situação de amortecimento subcrítico, temos intervalos de tempo, quando o valor da corrente é negativo, ou seja, ela inverte seu sentido de circulação no circuito. O sinal positivo representa a circulação da corrente no sentido horário. Neste caso, o nosso gerador mecânico transporta, através da sua correia de borracha, cargas positivas do pólo negativo para o positivo, devido à queda do peso ligado à polia (seção 2). Quando a corrente é negativa, as cargas circulam ao contrário, indo do pólo positivo para o negativo do gerador. Nesses casos, a correia de borracha circula ao contrário, obrigando o peso suspenso a subir.

Isso ocorre, pois o campo elétrico, resultante do capacitor e da bobina, é maior que o campo elétrico produzido pelo gerador, obrigando as cargas a circularem no sentido contrário (vide figura 7.3).

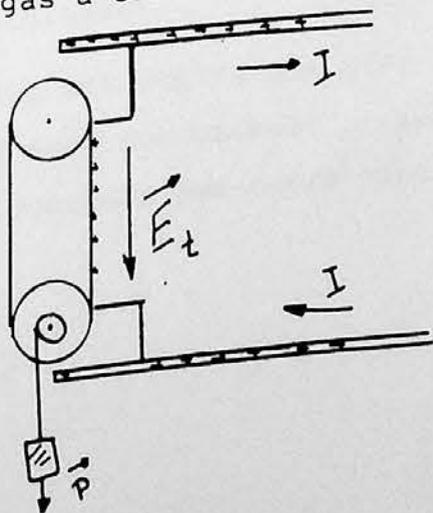


Figura 7.3

O circuito estará realizando um trabalho sobre o gerador, armazenando energia no mesmo, na forma potencial gravitacional (subida do peso).

8. Geradores Alternados

Neste capítulo, introduziremos uma mudança qualitativa no estudo dos circuitos elétricos. Utilizaremos geradores de tensão alternados para alimentar os circuitos. No que eles diferem dos geradores de tensão contínua ?

Você já deve ter ouvido falar em "dínamos" e, com certeza, sabe que a eletricidade recebida nas residências provém de um gerador hidroelétrico. Os aparelhos citados são geradores de tensão alternada. A diferença em comparação básica com o gerador usado nos capítulos anteriores é que agora a F.E.M. não é constante. Talvez, para você, possa ter passado despercebido que a tensão elétrica na tomada da sua casa é $110\sqrt{2}$ Volts, 60 Hz. Os 60 Hz, no caso, informam qual a frequência com que a tensão oscila. Por exemplo: a tomada de uma resistência pode ser considerada como um gerador alternado, com F.E.M., máximo de $110\sqrt{2}$ V, e que oscila 60 vezes num segundo.

Os geradores alternados têm uma larga aplicação, pois por razões técnicas são mais eficientes e econômicos para produzir energia em grande escala. Um dinâmo, constitui-se num dos mais comuns geradores alternados.

Basicamente, temos nele uma espira que gira na presença de um campo magnético, que pode ser causado tanto por um ímã como por uma corrente circulando num outra espira.

Na figura abaixo, temos uma espira de área S , girando na presença de um campo magnético \vec{B}

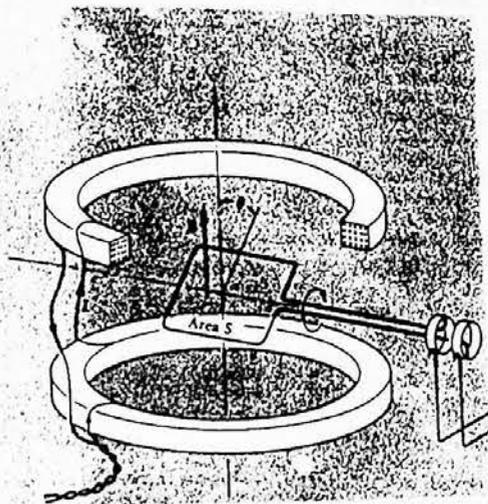


Figura 8.1

A F.E.M. será proporcional ao seno de ωt , alternando seu valor entre um valor máximo positivo e um mínimo negativo. Apesar de um dínamo ser um gerador alternado real, a nossa discussão será feita utilizando um gerador alternado didático. Ele, se, por um lado, tem a desvantagem de não ser prático, por outro, permite uma compreensão de como se efetua a transformação de energia mecânica em elétrica.

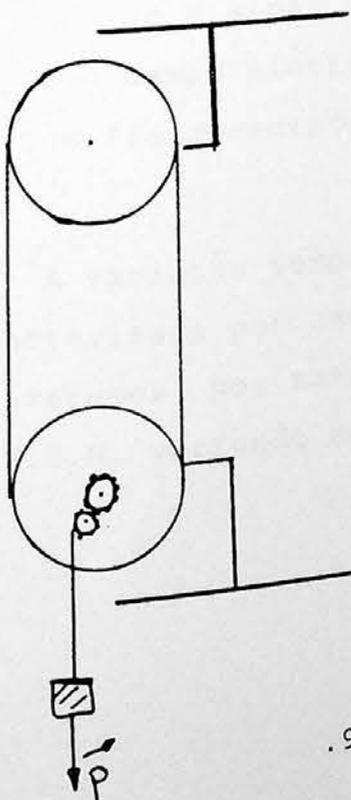


Figura 8.2

Na figura 8.2, retomamos o gerador do capítulo 2, porém acrescentamos um sistema de engrenagem que inverte o movimento da correia, em intervalos constantes. Admitimos também que é possível atritar a correia de borracha tanto com a haste inferior com a superior, tornando o funcionamento do gerador possível nos dois sentidos.

Suponha que a correia se mova inicialmente no sentido horário. Com o passar do tempo, a placa superior começará a ficar carregada positivamente e a inferior negativamente. Quando a engrenagem inverter o movimento da correia, inicia-se a retirada de cargas positivas da placa superior com o transporte das mesmas para a placa inferior. Com isso, a placa superior, que era positiva, fica cada vez menos positiva, e a placa inferior (negativa), menos negativa. Chega o instante em que as duas estão descarregadas e, com a continuidade do movimento da correia, há a inversão das cargas acumuladas nas placas: inferior positiva e superior negativa.

Observe que o fato de as placas terem suas cargas variando no tempo implica que a F.E.M. também o faz. A variação não só aparece no valor mas também no sinal da mesma. Ao inverter-se o sinal das cargas acumuladas nas placas, inverte-se o campo elétrico criado pelas mesmas que, no caso de haver um fio conectado às placas, inverteria o sentido da corrente.

A variação temporal da tensão de cada gerador pode ser caracterizada por uma função matemática. No nosso estudo, utilizaremos, por razão de simplicidade, um gerador que tem sua F.E.M. variando no tempo, segundo uma função \cos seno.

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad [8.1]$$

O símbolo ω é dito frequência angular da fonte e está relacionado ao período pela relação:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad [8.2]$$

9. Circuito RLC - (Tensão Alternada)

Consideremos um circuito onde conectamos um gerador de tensão alternada ($\epsilon = \epsilon_0 \cdot \cos \omega t$), um indutor (L) e um capacitor (C) através de um fio de resistência total R, como indica a figura abaixo.

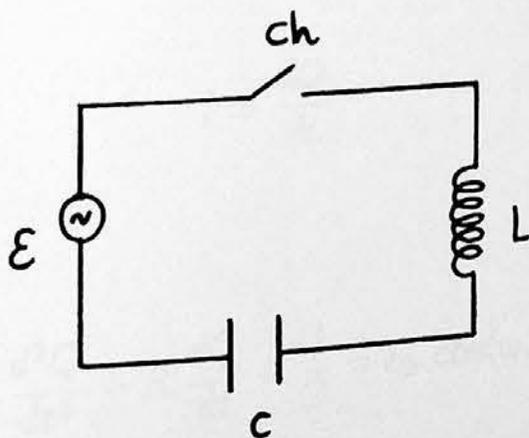


Figura 9.1

O movimento dos elétrons, no trecho retilíneo do circuito, é determinado pela existência de 3 campos elétricos: do gerador, do capacitor e das cargas presentes nas extremidades do indutor. No interior da bobina, além desses, existe um quarto ligado à variação temporal do campo magnético. Todos estes campos variam, no tempo, de tal maneira que a combinação dos mesmos fornecerá a configuração do sistema em cada instante. Usando uma das equações de Maxwell temos:

$$\int_g \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{fio} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad [9.1]$$

Portanto,

$$-\epsilon_0 \cdot \cos(\omega.t) + R.I + \frac{Q}{C} = -L \cdot \frac{dI}{dt} \quad [9.2]$$

A corrente relaciona-se à carga acumulada, na placa direita do capacitor, por:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [9.3]$$

Portanto,

$$L \cdot \frac{d^2Q}{dt^2} + R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \epsilon_0 \cdot \cos(\omega.t) \quad [9.4]$$

Temos de resolver uma equação diferencial de 2ª ordem completa. Ela difere qualitativamente das consideradas anteriormente pela existência de uma função temporal no

seu lado direito, por isso, agora, a sua solução geral é obtida, somando-se a solução da equação homogênea (Q_H) com uma solução particular da não homogênea (Q_{NH}).

$$Q = Q_H + Q_{NH} \quad [9.5]$$

A equação homogênea é obtida zerando-se o lado direito da equação 9.4, e a sua solução já foi apresentada na seção 6, portanto precisamos apenas conhecer uma solução particular para a equação 9.4, para resolver o problema. Limitar-nos-emos, aqui, a apresentar uma delas, dada por:

$$Q_{NH} = Q_0 \sin(\omega.t - \phi) \quad [9.6]$$

A solução geral é:

$$Q(t) = Q_H + Q_0 \sin(\omega.t - \phi) \quad [9.7]$$

A solução para a equação homogênea tende a zero com o passar do tempo. Como aqui estamos interessados em estudar o regime estacionário, a sua contribuição será muito pequena. Assim dizemos que, após algum tempo, teremos a solução do problema restrita apenas à solução da não homogênea. Nessa situação, para obter a solução do problema, basta impor a forma genérica dada pela equação 9.6 à equação 9.4. A solução será:



$$Q(t) = Q_0 \sin(\omega.t - \phi) \quad [9.8]$$

onde

(Eq. 9.9)

e

$$\phi = \text{arctg}\left(\frac{\frac{1}{\omega.C} - \omega.L}{R}\right) \quad [9.10]$$

A fase ϕ será positiva ou negativa, dependendo dos valores de L e C .

Passaremos, agora, a estudar dois casos particulares: circuito sem efeito indutivo e sem efeito capacitivo:

- Circuito RC

Para obter a solução para este tipo de problema, basta fazer $L=0$. Obteremos:

$$Q(t) = Q_0 \sin(\omega.t - \phi) \quad [9.11]$$

onde

$$Q_0 = \frac{\epsilon_0.C}{\sqrt{1 + (R.\omega.C)^2}} \quad [9.12]$$

e

$$\phi = \arctg\left(-\frac{1}{R.\omega.C}\right)$$

[9.13]

Abaixo esboçamos os gráficos de Q_{xt} , ξ_{xt} e I_{xt} .

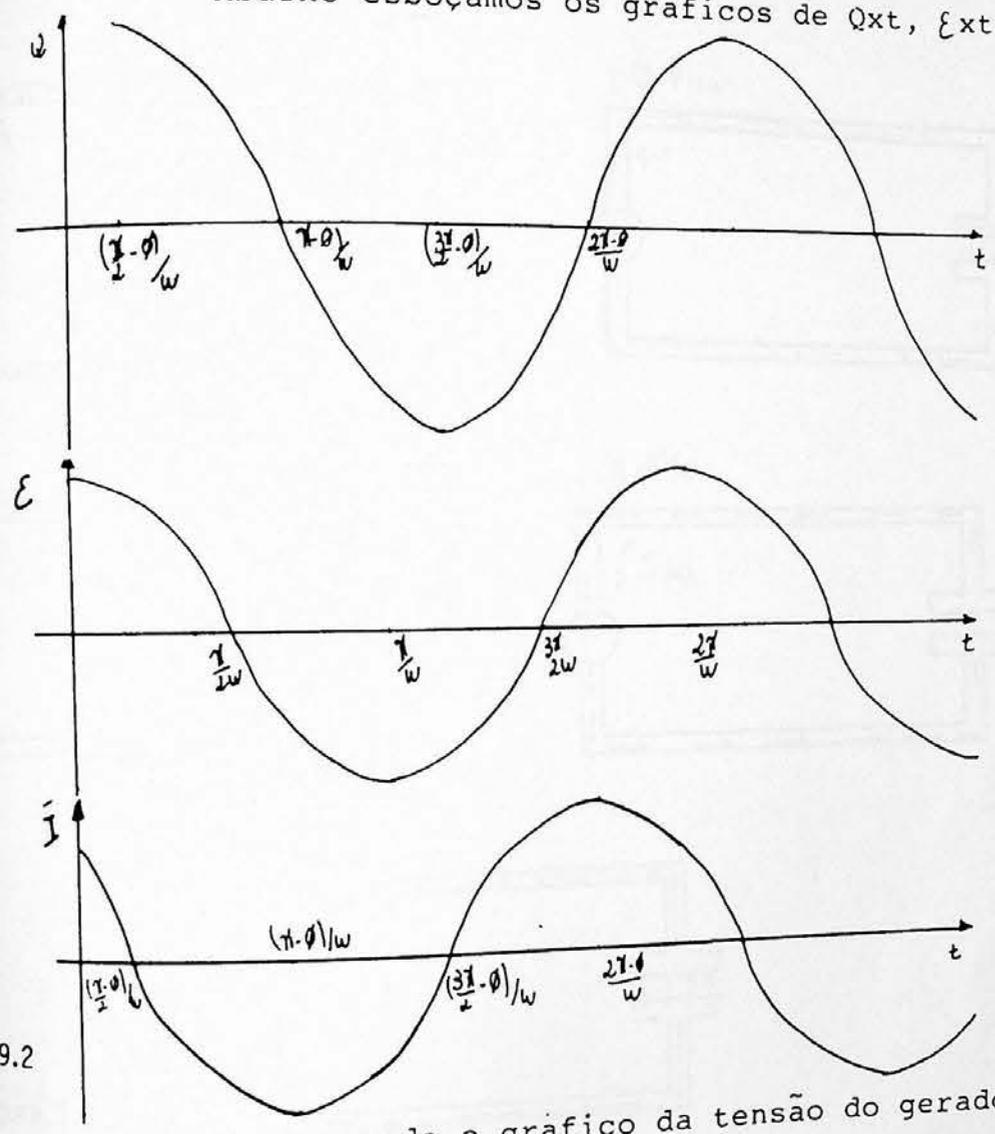


Figura 9.2

Comparando o gráfico da tensão do gerador com o da corrente, podemos notar que os seus picos estão defasados. A defasagem ocorre, porque não é apenas o gerador que causa a corrente elétrica, já que também existe influência do capacitor.

O campo elétrico criado pelo gerador é proporcional ao valor da sua F.E.M.. A carga acumulada, no capacitor, está diretamente relacionada ao campo elétrico produzido por ele. A partir desses gráficos, é possível conhecer os

campos produzidos pelo capacitor e pelo gerador, em qualquer instante, o que nos permite esboçar os circuitos abaixo, para alguns instantes particulares.

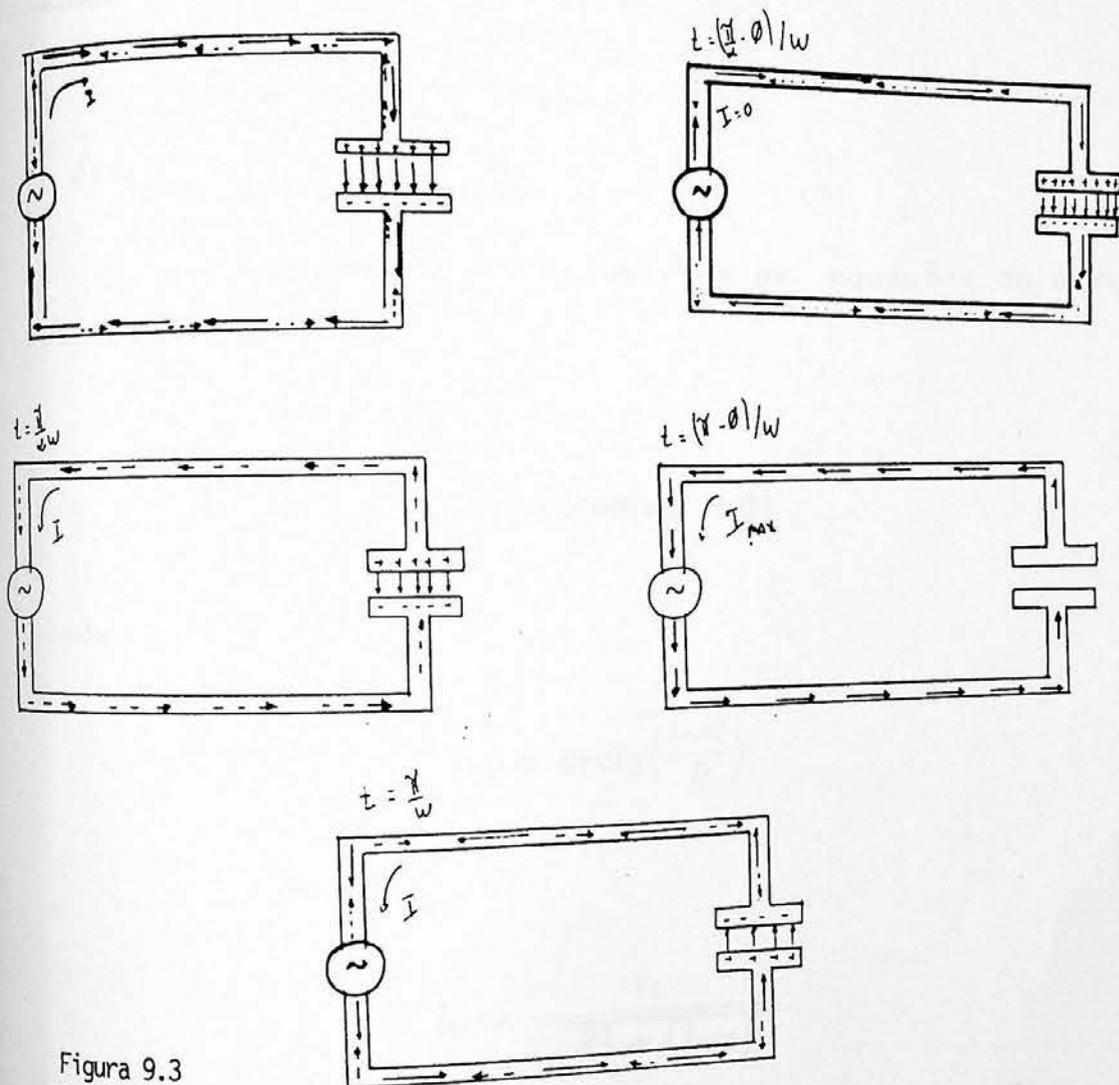


Figura 9.3

No instante $t=0$, considerado (no regime estacionário), o campo elétrico produzido pelo gerador é maior que o produzido pelo capacitor, e a corrente circula de acordo com sentido do primeiro. No instante $t = (\frac{\pi}{2} - \phi) / \omega$, os campos do capacitor e do gerador igualam-se, zerando a corrente. No instante $t = \pi / 2\omega$, o campo do gerador inverte de sentido, e

o do capacitor é nulo. Aí temos o máximo valor da corrente.

No instante $t = (\frac{\pi}{4} - \phi)/\omega$, o capacitor está carregado ao contrário (campo no sentido contrário ao do gerador), porém ainda sendo menor que o último.

- Circuito RL

Aqui basta retomarmos as equações do circuito RLC, fazendo $C \rightarrow \infty$.

$$I = I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi) \quad [9.14]$$

onde

$$\phi = \text{arctg}\left(\frac{L \cdot \omega}{R}\right) \quad [9.15]$$

e

$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2}} \quad [9.16]$$

Abaixo, esboçamos os gráficos de $\frac{dI}{dt}$ xt, Ext,

Ixt.

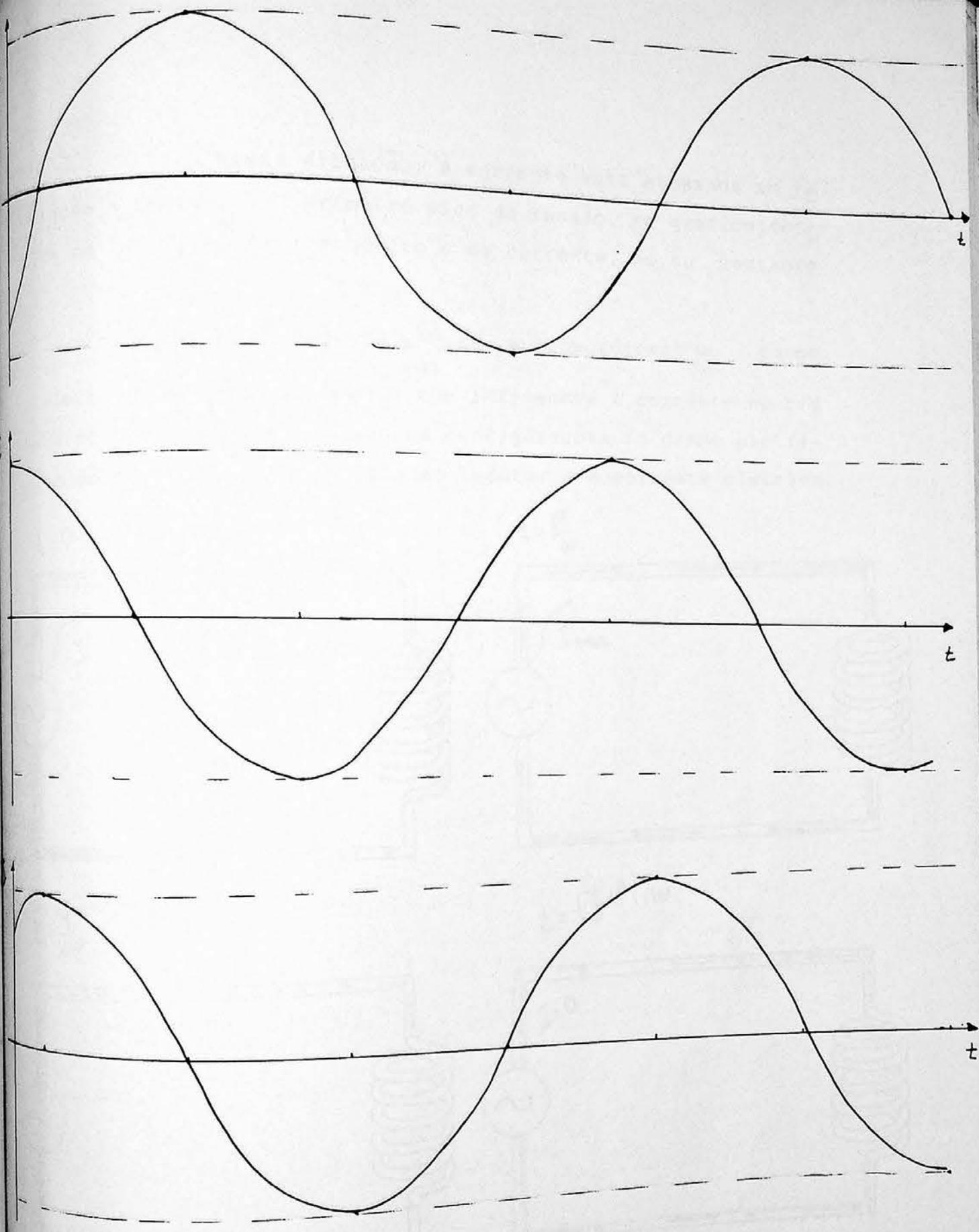


Figura 9.4

Nesta situação, a corrente está atrasada em relação à tensão. O primeiro pico da tensão, no gráfico, ocorre no instante zero, enquanto o da corrente, só no instante

O gráfico de $-\frac{dI}{dt}$ $\times t$ é proporcional ao campo elétrico criado pela bobina que influencia a corrente no circuito. Abaixo, esboçamos as configurações do campo elétrico do gerador, do associado ao indutor e a corrente elétrica.

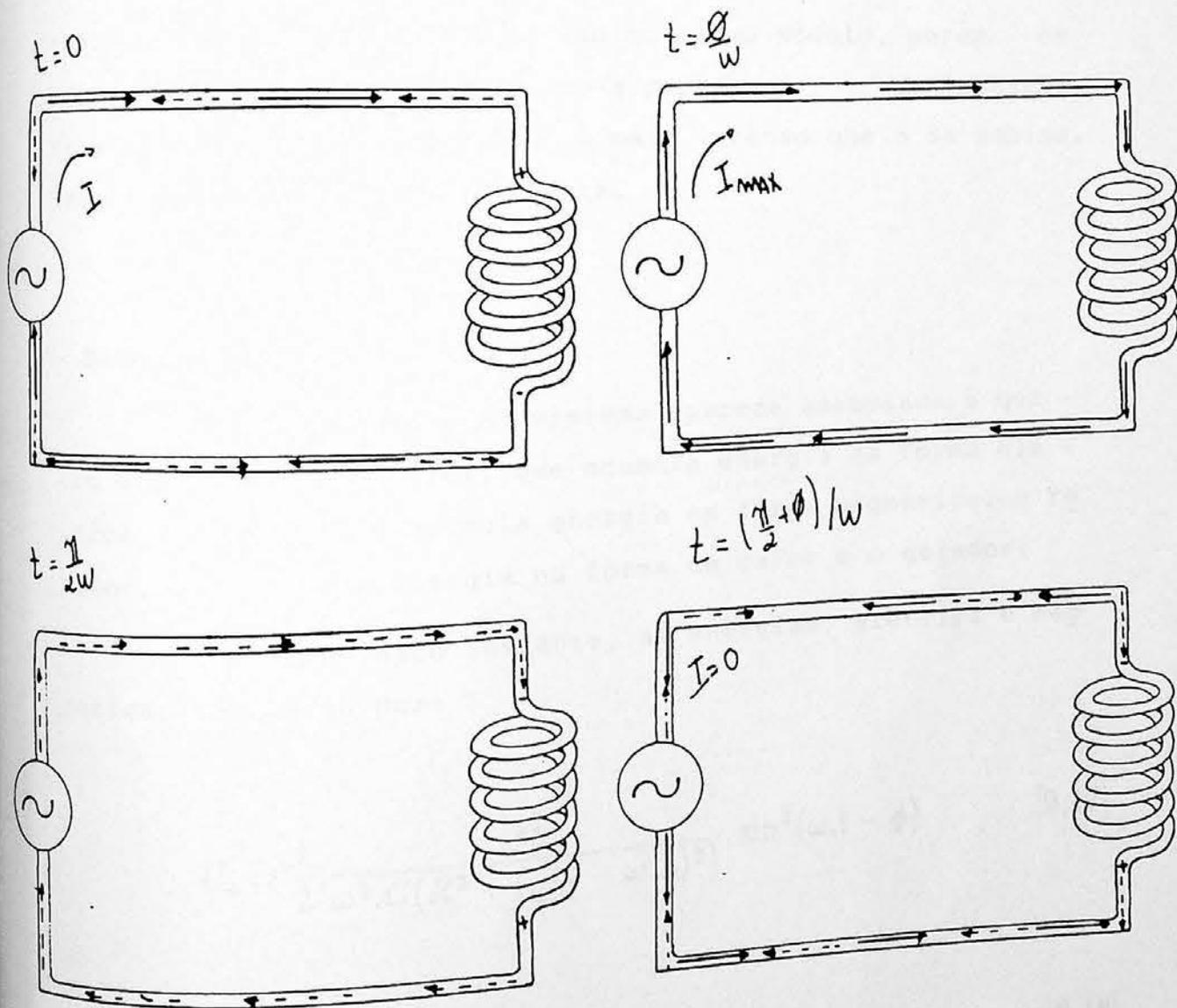


Figura 9.5

No instante $t=0$, o campo elétrico do gerador é mais intenso que o associado à bobina, e a corrente desloca-se no sentido do primeiro. No instante $(t = \phi/\omega)$, o campo elétrico associado ao indutor é nulo, o campo do gerador movimenta a corrente, que é máxima. No instante $(t = \pi/2\omega)$, o campo do gerador é nulo, e o campo elétrico associado à bobina inverte o seu sentido, a corrente continua circulando no mesmo sentido. No instante $t = (\frac{\pi}{2} + \phi)/\omega$, o campo do gerador e o associado à bobina são do mesmo módulo, porém em sentidos contrários, bloqueando a corrente. No instante $(t = \pi/\omega)$, o campo do gerador é mais intenso que o da bobina, invertendo o sentido da corrente.

- Energia no Circuito RLC

A energia no sistema aparece associada a quatro elementos: **capacitor**, que acumula energia na forma elétrica; a **bobina** que acumula energia na forma magnética; o **resistor**, que dissipa energia na forma de calor e o **gerador**.

Num dado instante, as energias, elétrica e magnética, são dadas por:

$$U_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0^2}{\omega^2 \cdot C (R^2 + (\frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L)^2)} \cdot \sin^2(\omega \cdot t - \phi) \quad [9.17]$$

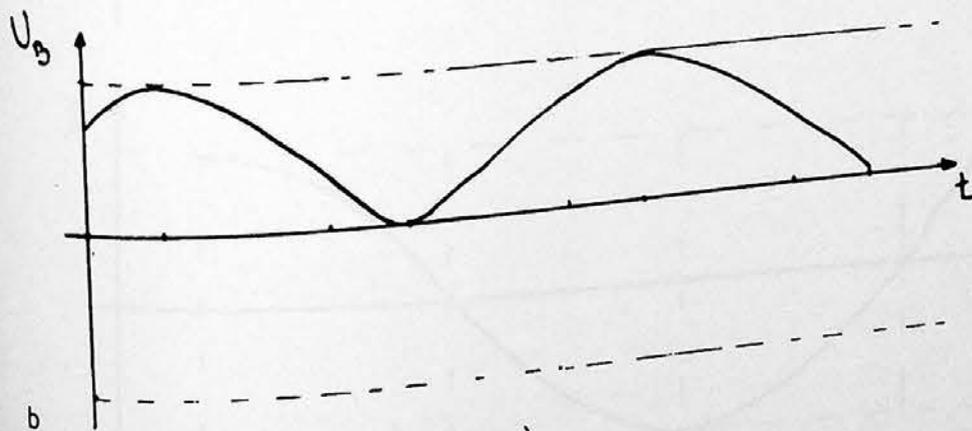
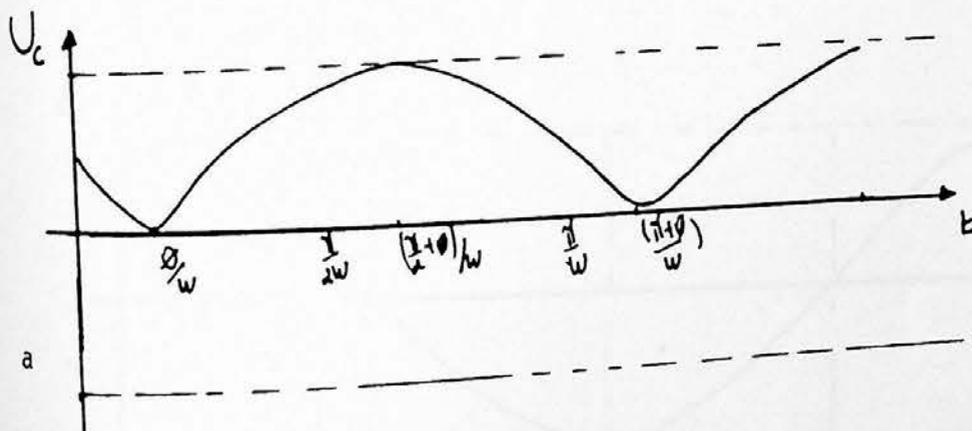
$$U_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{L \cdot \epsilon_0^2}{(R^2 + (\frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L)^2)} \cdot \cos^2(\omega \cdot t - \phi) \quad [9.18]$$

A potência, fornecida pelo gerador e dissipada pelo resistor é:

$$P_g = \frac{\epsilon_0^2 \cdot \cos(\omega.t)}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega.C} - \omega.L\right)^2}} \cdot \cos(\omega.t - \phi) \quad [9.19]$$

$$P_d = \frac{\epsilon_0^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega.C} - \omega.L\right)^2} \cdot \cos^2(\omega.t - \phi) \quad [9.20]$$

Abaixo, esboçamos alguns gráficos, supondo uma fase ϕ positiva.



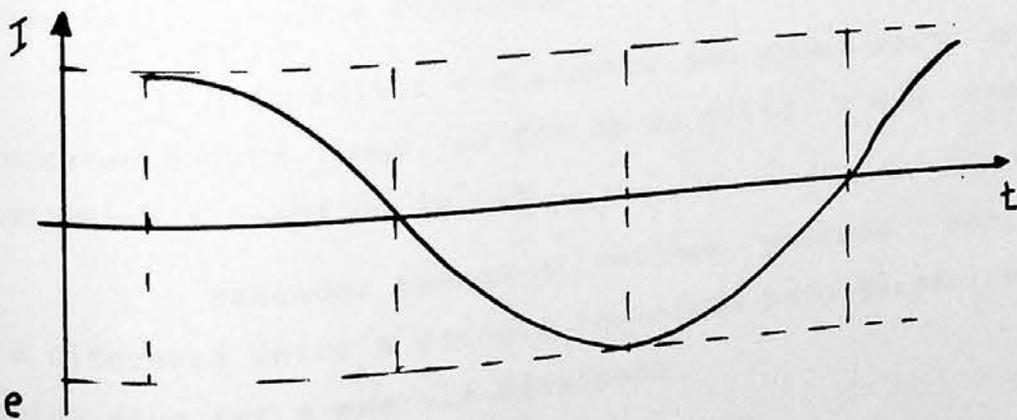
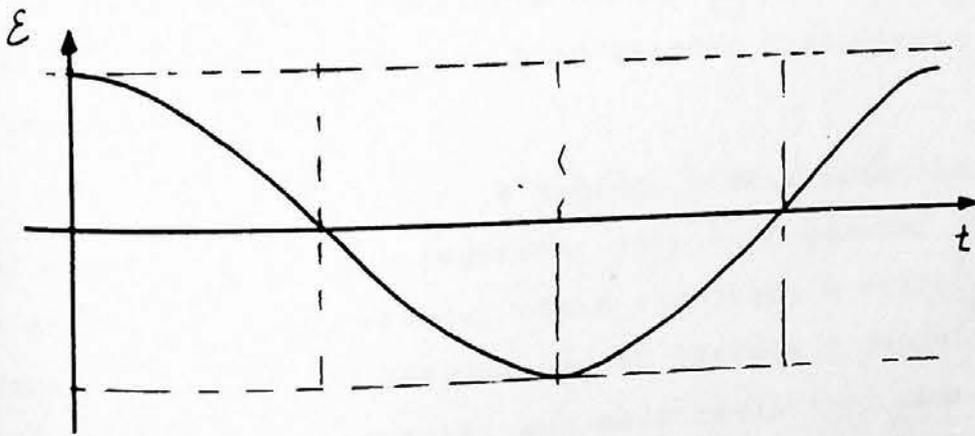
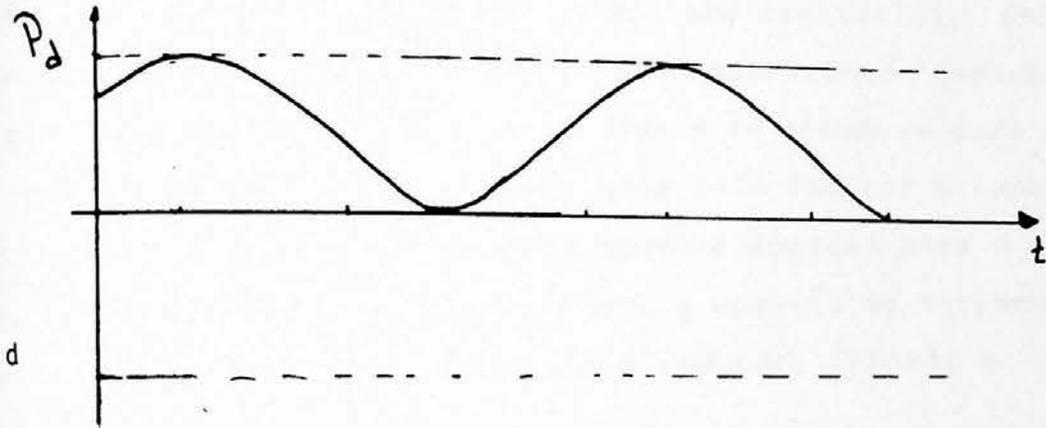
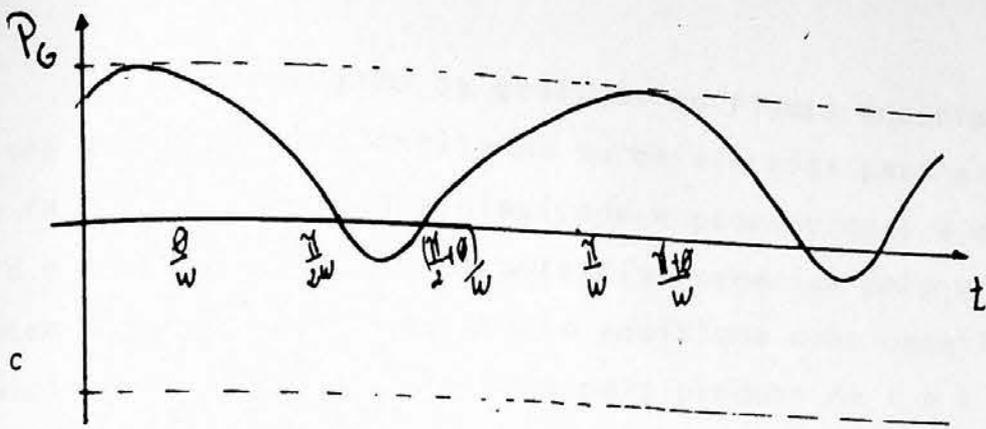


Figura 9.6

Observando os gráficos da figura anterior, percebemos que a energia oscila da forma elétrica para a magnética (a e b). A energia dissipada é proporcional à corrente (d e f). No gráfico da potência fornecida pelo gerador, existem regiões de valores tanto positivos como negativos. A potência do gerador é calculada pelo produto de I e ϵ . O sinal positivo indica que essas duas grandezas agem em concordância. No caso negativo, I e ϵ são contrários. Em outras palavras, o campo elétrico do gerador tenta "empurrar" os elétrons livres para um lado, mas eles movem-se para o lado oposto, devido aos campos criados pelo indutor e capacitor. Nessa situação, o sistema devolve energia para o gerador. No caso do gerador mecânico, a correia de borracha é movida pelos campos do capacitor e indutor, fazendo o peso subir.

Calculando a área sob os gráficos de P_G e P_D , temos as energias fornecidas pelo gerador e dissipada pelo resistor.

No gráfico f, a região, onde a potência é positiva, é bem maior que a negativa, isto é, o gerador fornece mais energia do que recebe. Este resultado é claro, pois devemos lembrar que o gerador não só carrega o capacitor e a bobina, mas move a corrente, num meio resistivo, onde parte da energia fornecida é dissipada.

O capacitor e o indutor não podem acumular energia constantemente, logo, ao fim de um ciclo, a sua energia é exatamente a mesma do início.

Baseados nessas afirmações, podemos concluir que a diferença entre a energia fornecida pelo gerador e a recebida deve ser a energia dissipada.

Podemos verificar esta afirmação, calculando a energia resultante fornecida pelo gerador, num período, e compará-la com a energia dissipada na resistência.

A energia fornecida pelo gerador, num período, é:

$$U_g = \int_0^T P_g dt \quad [9.21]$$

$$U_g = \frac{\epsilon_0^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2} \cdot R \cdot \frac{\pi}{\omega} \quad [9.22]$$

Para calcular a energia dissipada, podemos escrever que:

$$U_d = \int_0^T P_d dt \quad [9.23]$$

$$U_d = \frac{R \cdot \epsilon_0^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2} \cdot \frac{\pi}{\omega} \quad [9.24]$$

Comparando 9.24 com 9.22, temos nossa afirmação verificada.

Existe uma situação onde o circuito funciona com melhor eficiência. Essa situação depende exclusivamente do valor da frequência de oscilação da fonte. Esse assunto será tratado na próxima seção.

10. Ressonância

Ao ligarmos uma fonte alternada a um circuito elétrico, já observamos que a mesma impõe a sua frequência de oscilação à corrente, independentemente dos elementos que aí se encontram, porém teremos resultados diferentes em função da mesma. Há um valor de frequência onde a transferência de energia entre o gerador e o sistema acontece com maior eficiência.

A frequência da fonte do sistema pode fazer com que a amplitude de oscilação da corrente seja grande ou pequena. Esta associada à máxima amplitude de oscilação da corrente é dita ressonância.

Inicialmente, estudaremos a variação da carga acumulada no capacitor em função da frequência da fonte. Para tanto, tomamos parte da equação 9.8 da seção 9.

$$Q_0 = \frac{C_0}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}} \quad [10.1]$$

corresponde à amplitude da quantidade da carga acumulada no capacitor. O valor de ω , que dá o máximo valor de Q_0 , pode ser obtido derivando a equação 10.1 e igualando-a a zero.

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad [10.2]$$

O comportamento da carga em função da frequência da fonte é mostrado na próxima página:

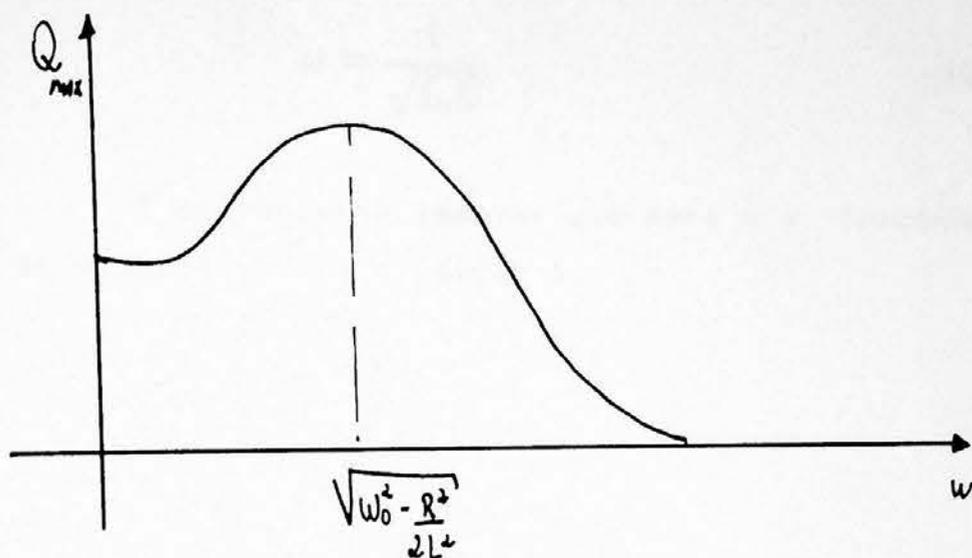


Figura 10.1

Para $w = 0$ temos a situação do gerador de tensão contínua, discutido na seção 7. Por outro lado, quando a tensão oscila muito rapidamente, a carga acumulada no capacitor tende a zero. Isso acontece, porque, quando a frequência de oscilação é muito alta, o circuito não permite que a corrente circule, ou seja, a carga acumulada no capacitor é nula.

Outra grandeza que nos interessa analisar o comportamento em função da frequência da fonte, é a corrente. Para isso, tomaremos parte da equação do capítulo 9.

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L\right)^2}} \quad [10.3]$$

representa a amplitude da corrente num circuito RLC alternado. Novamente derivaremos a equação 10.3, igualando-a a zero para obter o valor máximo.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L.C}} \quad [10.4]$$

É conveniente lembrar que esta é a frequência natural do sistema, vista na seção 6.

Observe que para frequência muito baixa (tendendo a zero) ou muito alta (tendendo a infinito) não há corrente, isto é, não temos o estabelecimento do regime estacionário. No caso da frequência da fonte quase zero, recaímos no circuito RLC. tensão contínua, onde a corrente tende a zero para um tempo muito grande. No caso de frequência muito altas, a "inércia" elétrica impede a corrente de oscilar, pois a fonte está constantemente alterando o sentido de seu campo elétrico. Não há tempo dos elétrons moverem-se. Quando a fonte, por exemplo, estabelece um campo elétrico com intuito de mover a corrente em sentido horário, e os elétrons iniciam o movimento, a fonte inverte seu campo e tenta mover os mesmos no sentido contrário.

A energia fornecida pela fonte num ciclo também depende da sua frequência, como pode ser visto abaixo:

$$U_g = \frac{\epsilon_0^2 . R . \pi}{\omega . (R^2 + (\frac{1}{\omega . C} - \omega . L)^2)} \quad [10.5]$$

O seu máximo ocorre em:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L.C} - \frac{R^2}{2.L^2}} \quad [10.6]$$

que é igual ao valor de frequência, onde a carga é máxima. A dependência de I_x e U_G estão nos gráficos abaixo:

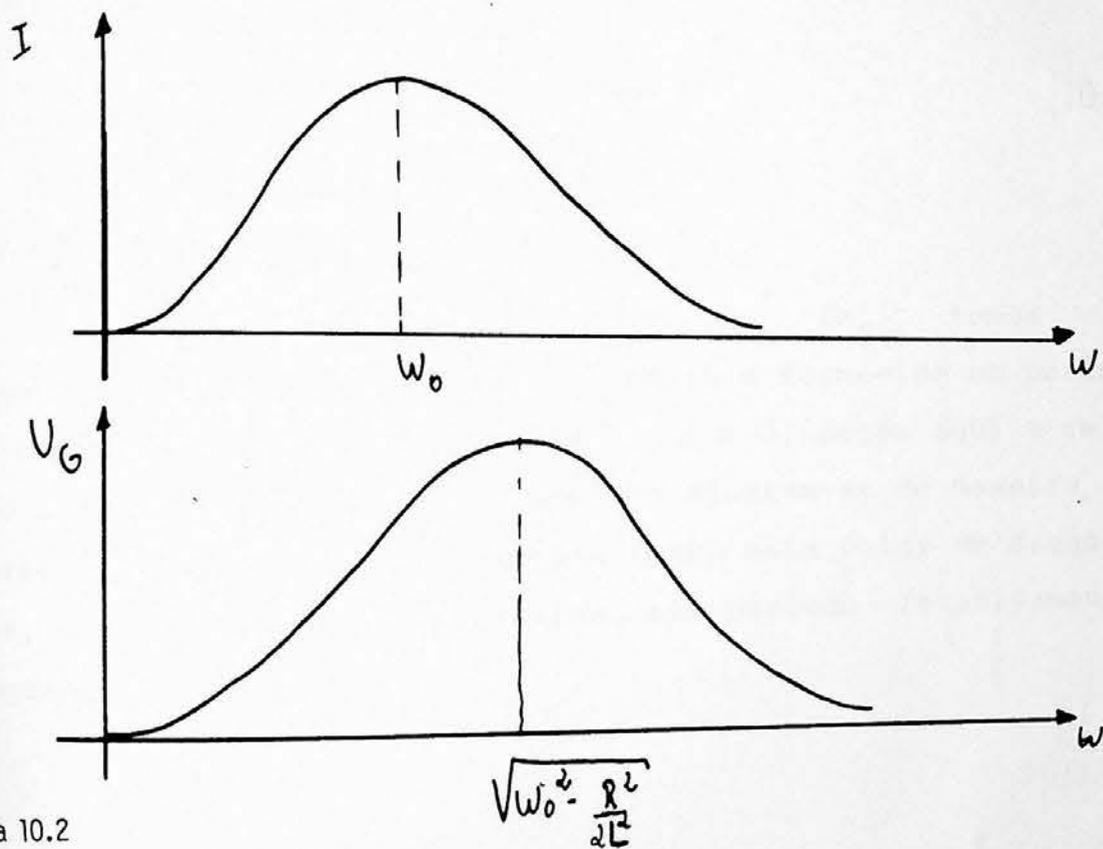


Figura 10.2

A potência média fornecida por período pela fonte também depende da sua frequência. Ela é definida por:

$$\bar{P}_G = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T P_G \cdot dt \quad [10.7]$$

onde \bar{P}_G é a potência média fornecida pelo gerador em um período, e P_G é a potência instantânea do mesmo. Dessa forma, temos:

$$P_g = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0^2 \cdot R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L\right)^2} \quad [10.8]$$

O máximo é obtido derivando a equação 10.8 e igualando-a a zero. Ele ocorre na frequência

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \omega_0 \quad [10.9]$$

que é a mesma onde a corrente é máxima.

Na frequência \sqrt{LC} (ω_0), temos o maior rendimento do sistema. A energia fornecida no período não é maior (vide gráfico de $U_G \times w$), porém aqui a relação energia fornecida - período ajustam-se de maneira a fornecer a máxima potência média (para este valor de frequência, há uma energia quase máxima, num período relativamente pequeno).

A frequência para a qual a potência média fornecida pela fonte é máxima é chamada ressonância. Assim, quando a frequência da fonte é igual à frequência natural do circuito, temos o mesmo funcionamento com máxima eficiência. A energia fornecida pelo gerador serve apenas para compensar o efeito Joule no fio, ou seja, ele não recebe energia do

sistema, havendo uma troca entre energia na forma elétrica do capacitor para o indutor, na forma magnética. Isto ocorre, pois o campo elétrico do capacitor é sempre contrário e de mesmo módulo que o campo elétrico produzido pelo indutor. A corrente circula como se só houvesse o gerador e resistência. Nessa situação, a defasagem ϕ entre corrente (I) e tensão (E) é zero, ou seja, o sistema "aceita" toda a energia fornecida pelo gerador.

$$\operatorname{tg}(\phi) = -\left(\frac{1}{\omega_0 C} - L \cdot \omega_0\right) = 0 \quad [10.10]$$

ou

$$\phi = 0 \quad [10.11]$$

Nessa condição, o gráfico de P_G vs t , tem o seguinte esboço:

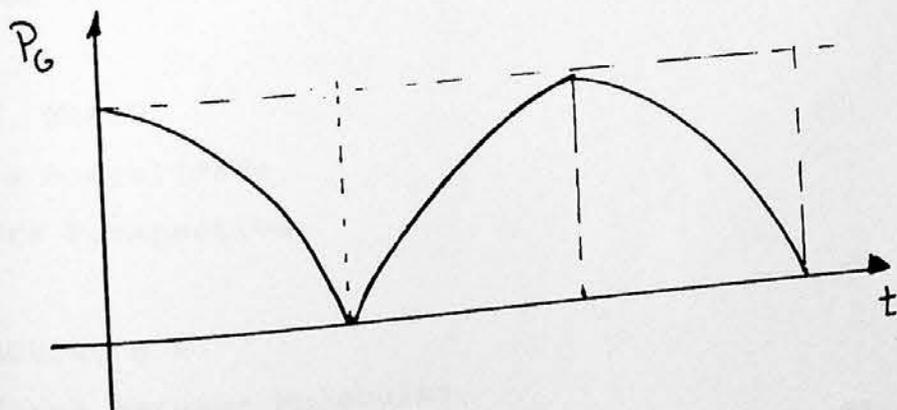


Figura 10.3

- Bibliografia

- ASHOROFT, N.M.
Solid State Physics
New York, Holt, Rimehart 1976.
- BECKER
Eletromagnetic Field and Interaction.
- BOLTZMANN, LUDWIG
Theoretical Physics and
Philosophial Problems
Edited by Brian McGuinnes
Vienna Circle Collections.
- BRONOWSKI, J. and MAZLISH, B.
A Tradição Intelectual do Ocidente
Edições 70, 1960.
- BUNGE, MARIO
A Filosofia da Física
Edições 70, 1973.
- BUNGE, MARIO
Teoria e Realidade
Editora Perspectiva.
- DERJAGUIN, B.V.
The Force Between Molecules
(Scientific American - vol. 203, 1960, nº 1 p. 47)
- FEYERABEND, P. et al.
Cristicism and the Growth of Knowledge
Cambridge University Press, 1974.

- FEYNMAN, R.P.
Lectures on Physics
Second edition.

- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.
Física
Livros técnicos e científicos editora, 1979.

- KITTEL, C.
Introdução a Física do Estado Sólido
Ed. Guanabara 2, 1978.

- KOYRÉ, A.
Do Mundo Fechado ao Universo Infinito
Forense - Universitária, 1978.

- KUHN, T.
Estruturadas Revoluções Científicas
Ed. Perspectiva, 1978.

- KUHN, T.
The Copernican Revolution
Harvard University Press, 1957.

- LANDAU, L.D. and LIFSHITZ, E.M.
Electrodynamics of continuous media
Oxford, Pergamon, 1960.

- MACKELVEY, J.P.
Física
Editora Harbra.

- MASCARENHAS, Y.
Problemas de Física para a Universidade.

- PLATÃO
Diálogos, vol. XI
Coleção Amazônica, série Farias Brito.

- POPPER, K.
Investigação Científica.

- POPPER, K.
Sociedade Aberta e seus Inimigos
Ed. Itatiaia Limitada, 1974.

- PURCELL, E.M.
Curso de Física de Berkeley
Ed. Bücher, 1970.

- REITZ, J.; MILFORD, F.J.; CHRISTY, R.W.
Foundation of Electromagnetic Theory
Addison Wesley, 1980.

- ROBILOTTA, M.R.
Construção e Realidade
Publicação IFUSP.

- ROBILOTTA, M.R.
O Cinza, o Branco e o Preto - da Relevância da História da
Ciência no Ensino da Física
Publicação IFUSP.

- ROCHE, J.

Explaining Electromagnetic Induction: A Critical
Re-examination

Physics Education nº 22, 1987, p.91.

- SEARS, F.W.

Física (Magnetismo-Eletricidade)

1947.

- SHOLL, C.A.

The Calculation of Electrostatic Energies of Metals by
Plane-wise Summation

(Proc. Phys. Society vol. 92, 1967, p.434).

- TAYLOR, L.W.

Physics, the Pioneer Science

(vol. 2, 1941 - Dover editions).

- WOLKENSTEIN, T.

Electrons and Crystals

(MIR, 1985).