

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS**

Gustavo Alves de Oliveira

**Processos de perdas de 3-corpos em gases ultrafrios de
sódio e potássio**

São Carlos

2022

Gustavo Alves de Oliveira

Processos de perdas de 3-corpos em gases ultrafrios de sódio e potássio

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Física Teórica e Experimental

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Patricia Marques Castilho

Coorientador: Prof. Dr. Vanderlei Salvador Bagnato

Versão original

São Carlos

2022

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Oliveira, Gustavo Alves de

Processos de perdas de 3-corpos em gases ultrafrios de sódio e potássio / Gustavo Alves de Oliveira; orientadora Patricia Marques Castilho; co-orientador Vanderlei Salvador Bagnato -- São Carlos, 2022.

72 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Física Teórica e Experimental) -- Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2022.

1. Gases ultrafrios. 2. Condensado de Bose-Einstein. 3. Colisões de 3-corpos. 4. Sódio. 5. Potássio. I. Castilho, Patricia Marques, orient. II. Bagnato, Vanderlei Salvador, co-orient. III. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Gustavo Alves de Oliveira

Dissertação apresentada ao Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências. Área de Concentração: Física Teórica e Experimental

Aprovado(a) em: 11/07/2022

Comissão Julgadora

Dr(a). Patricia Christina Marques Castilho

Instituição: (IFSC/USP)

Dr(a): Pedro Ernesto Schiavinatti Tavares

Instituição: (IFSP/São Paulo)

Dr(a). Rodrigo Figueiredo Shiozaki

Instituição: (UFSCar/São Carlos)

AGRADECIMENTOS

Este trabalho não seria possível sem o apoio dos meus pais, Osni e Rita, que me permitiram mudar 900 km da minha cidade natal, que financiaram minha vida até meus 22 anos e me apoiaram, incondicionalmente em todas as decisões que tomei, me dando suporte nos momentos que precisei e estando presentes, por mais que distantes, em minha vida, juntamente dos meus irmãos, Murilo e Maria. Sem eles eu não chegaria onde cheguei hoje e não seria metade do que sou.

Sou grato a todos meus amigos que me mantiveram sã durante todos esses anos e principalmente durante essa pandemia da Covid-19, incluindo meus colegas de laboratório, orientadoras e coorientador.

Agradeço à Kilvia, que me orientou durante o primeiro ano de mestrado (no papel, pois na prática continuou me ajudando no dia a dia), e também durante a iniciação científica.

Agradeço à Patrícia, que me orientou no restante do mestrado, mas que me proporcionou um enorme aprendizado e foi incrivelmente paciente comigo, mesmo eu não entregando os melhores dos resultados nos prazos que combinávamos e também sendo bastante compreensiva em decisões que acabei tomando para a minha carreira. Reconheço que sem ela as coisas seriam incrivelmente mais difíceis.

Também sou muitíssimo grato ao meu coorientador, Vanderlei, acredito que sem ele eu passaria algumas dificuldades com bolsa que aqui no IFSC não enfrentei, mesmo durante a pandemia e com os cortes de bolsas que ocorreram nesse período. Ainda, sou grato por ele ter resistido ao fechamento dos laboratórios, pois sem ele eu não teria aprendido tanta coisa ou não teria os resultados que tive hoje nessa dissertação.

Agradeço ao Emmanuel, companheiro de laboratório e amigo, que juntamente das minhas orientadoras e coorientador, me ensinou muito do que aprendi hoje e além de compartilhar momentos de café e lanchinhos nos intervalos do lab.

Além disso, o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

*“O estudo, a busca da verdade e da beleza são domínios
em que nos é consentido sermos crianças por toda a vida.”*

Albert Einstein

RESUMO

OLIVEIRA, G. A. **Processos de perdas de 3-corpos em gases ultrafrios de sódio e potássio**. 2022. 72p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

Como já observado em outras combinações de nuvens atômicas de misturas bosônicas, e na própria combinação sódio-potássio, colisões de 3-corpos inter-espécies causam grandes perdas no número de átomos de cada espécie quando resfriadas a baixas temperaturas. Neste trabalho de mestrado, documentamos uma análise das perdas de átomos de uma mistura atômica de sódio (^{23}Na) e um dos isótopos bosônicos de potássio (^{39}K) em uma armadilha magnética durante o processo de resfriamento evaporativo por micro-ondas. Confirmamos o resfriamento simpático de K pela primeira vez em nosso laboratório e verificamos que as perdas de 3-corpos inter-espécies ocorrem abaixo de $6\mu\text{K}$, e por fim, conseguimos reproduzir as medições com uma simulação no MATLAB. Esta análise das perdas possibilitará a criação de uma rota experimental que permita a obtenção de condensados de Bose-Einstein de mistura atômica considerando as duas espécies já citadas, sendo este o objetivo principal do experimento desenvolvido em nosso laboratório.

Palavras-chave: Gases ultrafrios. Condensado de Bose-Einstein. Colisões de 3-corpos. Sódio. Potássio.

ABSTRACT

OLIVEIRA, G. A. **3-body loss process in ultracold gases of sodium and potassium**. 2022. 72p. Dissertation (Master of Science) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

As already observed in other atomic cloud combinations of bosonic mixtures, and in the sodium-potassium combination itself, inter-species 3-body collisions cause large losses in the number of atoms of each species when cooled to low temperatures. In this master's thesis, we document an analysis of the loss of atoms of an atomic mixture of sodium (^{23}Na) and one of the bosonic isotopes of potassium (^{39}K) in a magnetic trap during the process microwave evaporative cooling. We confirmed the sympathetic cooling of K for the first time in our laboratory and verified that inter-species 3-body losses occur below $6\mu\text{K}$, and finally, we were able to reproduce the measurements with a simulation in MATLAB. This analysis of losses will allow the creation of an experimental route that allows obtaining Bose-Einstein condensates of atomic mixture considering the two species already mentioned, which is the main objective of the experiment developed in our laboratory.

Keywords: Ultracold gases. Bose-Einstein condensate. 3-body collisions. Sodium. Potassium.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Potencial de interação entre um par de átomos ou moléculas dado pelo potencial de Lennard-Jones (em vermelho). As curvas azul e preta representam os potenciais de Coulomb e de van der Waals, limites para curtas e longas distâncias, respectivamente.	24
Figura 2 – Uma onda plana de número de onda k incidindo sobre um centro espalhador, e em seguida, sendo espalhada como uma onda esférica.	25
Figura 3 – Evolução do número de átomos como função do tempo em escala linear (a) e semi-logarítmica (b). Os casos considerando perdas de 1-corpo, 3-corpos e 1+3-corpos seguem ilustradas em azul, vermelho e amarelo, respectivamente.	31
Figura 4 – Esquema do sistema de vácuo do experimento para a produção de gases atômicos de duas espécies atômicas, sódio e potássio.	42
Figura 5 – Níveis de energia da linha D2 para os átomos de sódio (à esquerda) e das linhas D1 e D2 para os átomos de potássio (à direita). As transições relevantes ao experimento em cada caso seguem indicadas, bem como o ponto de estabilização das frequências dos lasers utilizados.	44
Figura 6 – Cálculo da imagem de absorção normalizada, usada para extrair todas as informações da nuvem atômica.	45
Figura 7 – Imagem de absorção da nuvem de sódio à esquerda e da nuvem de potássio à direita para $t_{evap} = 7300$ ms em $t_{TOF} = 3$ ms para o K e $t_{TOF} = 10$ ms para o Na. Neste caso, a fluorescência do MOT do K é de 50mV.	47
Figura 8 – Sequência experimental. As curvas tracejadas são referentes ao Na e as curvas contínuas são do K. P é referente à potência e d à dissintonia (ou <i>detuning</i> , do inglês).	48
Figura 9 – Carregamento do MOT de duas espécies ^{23}Na - ^{39}K . (a) Carregamento do MOT de K seguido do MOT do Na, mostrando uma grande influência na nuvem de K em detrimento do Na. (b) Carregamento do MOT de Na seguido do MOT de K, mostrando pouca alteração no MOT de Na devido a inclusão do MOT de K.	49
Figura 10 – Caminho da evaporação com plug (quadrados verdes) e sem (pontos pretos) na armadilha magnética.	53
Figura 11 – À esquerda é apresentado um esquema de como ocorre a evaporação. À direita é apresentada a rampa de evaporação por micro-ondas do Na.	54

Figura 12 – Evolução do número de átomos de Na e K como função da temperatura no decorrer do resfriamento evaporativo. Os pontos em azul representam os dados de sódio com a influência do potássio e os pontos em vermelho representam os dados de potássio na presença de sódio. Os pontos pretos representam o sódio sem influência do potássio. Nas figuras acima do gráfico é apresentado a evolução da nuvem de Na. Neste caso, o sinal de fluorescência do MOT de potássio era de 200 mV.	55
Figura 13 – Número de átomos de sódio como função da temperatura da nuvem ao decorrer da rampa de evaporação de micro-ondas.	58
Figura 14 – Esquema do potencial da armadilha Plug (em preto) e da armadilha de quadrupolo (curva tracejada cinza).	60
Figura 15 – Resfriamento da nuvem atômica do Na com micro-ondas à esquerda (a) e taxa de resfriamento da nuvem à direita (b).	62
Figura 16 – Gráfico do número de átomos em função da temperatura ao longo do processo de resfriamento evaporativo para os átomos de sódio, em azul, e potássio, em vermelho. Os dados em preto representam o caso do sódio na ausência do potássio. As curvas tracejadas azul e vermelha representam o resultado da simulação numérica para o sódio e o potássio, respectivamente. Neste caso, o sinal de fluorescência do MOT de potássio era de 200 mV.	63
Figura 17 – Número de átomos como função da temperatura para a nuvem de sódio (em azul) e de potássio (em vermelho) ao longo do processo de resfriamento evaporativo considerando três condições iniciais diferentes para o número de átomos de potássio carregados na armadilha Plug referentes a sinais de fluorescência do MOT de potássio de 100 mV (a), 250 mV (b) e 200 mV (c). Em todos os gráficos o número de átomos de potássio foi corrigido pelo fator multiplicativo ótimo com $\gamma = 9.4 \pm 0.1$. As curvas tracejadas azul e vermelha representam os resultados da simulação numérica para o sódio e o potássio, respectivamente.	65
Figura 18 – Imagem de absorção de um BEC de sódio à esquerda e da nuvem de potássio à direita para $t_{TOF} = 10$ ms realizadas simultaneamente na ODT.	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BEC	Bose-Einstein Condensate
CMOT	Compressed Magneto-Optical Trap
MOT	Magneto-Optical Trap
MT	Magnetic Trap
ODT	Optical Dipole Trap
SC	Science Chamber
USP	Universidade de São Paulo
USPSC	Campus USP de São Carlos

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Esta dissertação	20
2	TEORIA	23
2.1	Colisões em gases ultrafrios	23
2.1.1	Interação em condensados de Bose-Einstein	26
2.2	Processos de colisões	27
2.2.1	Colisões inelásticas e perdas	27
2.2.2	Colisões elásticas	32
2.3	Resfriamento evaporativo	33
2.4	Colisões em gases de duas espécies	38
3	DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO	41
3.1	Sistema de vácuo e lasers	41
3.1.1	Sistema de laser do sódio	43
3.1.2	Sistema de laser de potássio	43
3.2	Imagem das nuvens atômicas	44
3.3	Sequência experimental	47
3.3.1	MOT de duas espécies	48
3.3.2	Transferência para a armadilha Plug	50
3.3.2.1	MOT comprimido e MOT comprimido híbrido	50
3.3.2.2	(Gray) Molasses	50
3.3.2.3	Pre-Pump	51
3.3.3	Armadilha Plug	51
3.3.4	Resfriamento das nuvens atômicas na armadilha Plug	53
4	PERDAS DE 3-CORPOS EM MISTURAS ULTRAFRIAS DE Na-K	57
4.1	Na sozinho	57
4.2	Mistura Na-K	59
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	67
5.1	Conclusões	67
5.2	Perspectivas	68
	REFERÊNCIAS	69

1 INTRODUÇÃO

Desde a sua primeira realização experimental em meados de 1990,¹ condensados de Bose-Einstein (do inglês, “Bose-Einstein condensates” - BECs) têm sido vastamente estudados experimental e teoricamente. Caracterizado pela ocupação macroscópica do estado de menor energia do sistema, que acontece para o caso de partículas bosônicas abaixo de uma temperatura crítica,² o alto grau de controle atingido experimentalmente (densidade, temperatura, confinamento, interação entre as partículas, etc.) tem possibilitado o estudo de suas propriedades sob diferentes condições e a utilização desses sistemas como simuladores quânticos ideais.³ Dentre esses estudos podemos destacar a nucleação de vórtices quantizados e sua cristalização em redes de Abrikosov⁴ como a assinatura inquestionável de superfluidez nestes sistemas.⁵

Ainda mais interessante é o caso de condensados de mistura atômica, compostos por dois condensados de espécies diferentes, sejam dois estados hiperfinos da mesma espécie atômica^{6,7} ou duas espécies atômicas distintas,⁸⁻¹⁰ sendo produzidos simultaneamente. Neste contexto, não apenas a extensão dos fenômenos já observados para o caso de um único BEC é possível, mas também o aparecimento de fenômenos intrínsecos da mistura. Diferentes regimes de miscibilidade são possíveis de acordo com a competição entre as interações inter- e intra-espécies o que, adicionada a possibilidade de alterar a força da interação atômica por meio de ressonâncias de Feshbach,¹¹ têm possibilitado atingir esses diferentes regimes em um mesmo sistema experimental.¹²⁻¹⁴ Novos estados da matéria, por exemplo, os droplets quânticos,¹⁵ gotas gasosas com características de líquido, foram observados em condensados de mistura homo-¹⁶ e heteronucleares.¹⁷ A formação sistemática de moléculas também é uma sub-área importante no contexto de condensados de mistura tendo possibilitado a obtenção de condensados moleculares.¹⁸ E, efeitos relacionados à Física de Efimov explorados principalmente no contexto de misturas atômicas com grande desbalanço de massa entre as espécies,¹⁹ são apenas alguns dos exemplos do que tem sido realizado ao longo das duas últimas décadas.

Assim como acontece o aumento dos fenômenos acessíveis a condensados de mistura atômica, também aumentam as dificuldades experimentais associadas a estes sistemas. Além das dificuldades iniciais relacionadas ao desenho do sistema de vácuo e das armadilhas capazes de aprisionar simultaneamente as duas espécies atômicas, uma vez iniciado o trabalho com os átomos, perdas inter-espécies têm se mostrado um verdadeiro desafio em diversas fases da sequência experimental. Presentes já na armadilha magneto-óptica (do inglês, “magneto-optical trap” MOT), usualmente utilizada como o estágio inicial de experimentos em condensados, em que acontecem de forma assistida pela luz,²⁰ essas perdas podem limitar significativamente o número inicial de átomos das nuvens atômicas. O caso

específico da combinação sódio-potássio, relevante para esta dissertação, não é diferente e também sofre dessas perdas.²¹ Felizmente, estratégias simples, como a separação espacial dos MOTs de cada espécie, podem ser realizadas atingindo um bom comprometimento entre o número de átomos de cada nuvem atômica. Na sequência, perdas por colisões de três-corpos inter-espécies podem ser o grande impedimento à obtenção de um condensado de mistura. Mais relevantes à medida que a temperatura das nuvens atômicas diminui e as densidades aumentam, a taxa de perda de três-corpos L_3 depende do comprimento de espalhamento de ondas- s , parâmetro que media as colisões em gases ultrafrios. Assim, alterando o valor do comprimento de espalhamento é possível mitigar as perdas e criar uma rota capaz de condensar ambas as espécies. É neste contexto em que está inserida esta dissertação de mestrado.

Neste mestrado, realizamos um estudo das perdas de três-corpos inter-espécies em uma mistura atômica de sódio (^{23}Na) e um dos isótopos bosônicos de potássio (^{39}K) aprisionada por uma armadilha magnética na qual o comprimento de espalhamento ainda não pode ser alterado por meio das técnicas de ressonâncias de Feshbach. Dessa forma, a taxa de colisões de 3-corpos inter-espécies se mantém constante e, variando o número de átomos inicial de potássio, alteramos a quantidade de perdas em ambas as espécies buscando encontrar uma melhor combinação a ser transferida à uma armadilha puramente óptica onde se torna possível alterar a interação atômica. Utilizando um modelo simples para as perdas, foi possível reproduzir os dados obtidos experimentalmente obtendo um valor das taxas de perdas de três corpos para cada um dos canais inter-espécies (L_3^{112} e L_3^{122} , que consideram duas perdas da espécie 1 e uma perda da espécie 2 e vice-versa, respectivamente) compatíveis com os valores encontrados na literatura.⁹ Na sequência, apresento como está organizada esta dissertação de mestrado.

1.1 Esta dissertação

Esta dissertação de mestrado foi realizada durante 2 anos e 5 meses sendo quase toda a sua totalidade acontecendo durante a pandemia de Covid-19. Respeitando as restrições impostas pela Universidade, ainda foi possível executar os estudos experimentais que seguem descritos aqui. No caso, adotamos um sistema de rodízio entre os alunos de pós-graduação (principalmente entre eu e o aluno no final do doutorado) que foi capaz de manter uma sequência ao experimento mesmo que em ritmo mais lento do que o habitual. Abaixo, indico como esta dissertação de mestrado está organizada.

No capítulo 2, vamos explicar como ocorrem as interações entre átomos em uma nuvem atômica e essas interações aparecem no caso de um BEC. Em seguida, ainda no capítulo 2, discutimos primeiro os processos de colisões possíveis que acarretam em perdas no número de átomos de uma nuvem atômica de apenas uma espécie e, depois, o processo de termalização da nuvem atômica e como funciona o método de resfriamento evaporativo

capaz de levar um gás ao estado condensado. Por fim, na seção 2.4, discutimos como acontecem as colisões em gases de duas espécies atômicas, que será o principal foco deste trabalho.

No capítulo 3, descrevemos o sistema experimental no qual foram realizadas as medidas de perdas de 3-corpos em gases ultrafrios de sódio e potássio. Grande parte do sistema experimental em que os resultados deste mestrado foram obtidos segue descrito nas teses de doutorado.^{22,23} Aqui, me ateno a fazer um breve resumo dos aspectos gerais do experimento (sistema de laser, sistema de vácuo, técnicas de resfriamento e imageamento atômico, etc.) e descrevo com mais detalhes os passos para a produção simultânea de nuvens atômicas de sódio e potássio.

No capítulo 4, apresentamos as medidas experimentais e as análises resultado desta dissertação de mestrado. Analisamos os dados experimentais das perdas de 3-corpos inter-espécies (entre os átomos de sódio e potássio) ao longo do processo de evaporação em uma armadilha magnética do tipo Plug comparando-os com simulações numéricas que, de modo geral, conseguiram reproduzir satisfatoriamente os nossos dados.

Por fim, no capítulo 5, apresentamos as conclusões e discutimos algumas perspectivas futuras para o experimento em que esta dissertação de mestrado esteve inserida.

2 TEORIA

Sistemas de gases ultrafrios produzidos a temperaturas de poucas centenas de microkelvins são interessantes principalmente pela facilidade em modelar a interação entre os seus constituintes. Neste caso, e como veremos a seguir, apenas colisões do tipo ondas-s são relevantes e o potencial de interação pode ser aproximado por um potencial de contato.^{24,25} Assim, a dinâmica de colisões em um gás ultrafrio é facilmente modelada, assim como também é no caso de um Condensado de Bose-Einstein, como veremos na seção 2.1.

O resultado principal desta dissertação de mestrado é estudar a dinâmica de perdas em um gás ultrafrio de mistura atômica, ^{23}Na - ^{39}K ao longo do processo de resfriamento rumo à obtenção de um condensado de duas espécies atômicas. Essas perdas são resultado de colisões inelástica de três-corpos inter-espécies e podem ser facilmente modeladas no caso de colisões do tipo ondas-s. Assim, neste capítulo, apresentamos uma discussão sucinta dos conceitos teóricos relevantes às medidas de perdas de 3-corpos em nuvens atômicas ultrafrias. Na seção 2.1, apresentamos como ocorrem as colisões em sistemas de gases ultrafrios introduzindo como estas colisões são modeladas no caso de condensados de Bose-Einstein (subseção 2.1.1), mesmo que este não seja o foco desta dissertação. Na sequência, na seção 2.2, discutimos os diferentes processos de colisões usualmente relevantes no contexto de nuvens atômicas ultrafrias. Na seção 2.3, descrevemos, a partir de um modelo simplificado, o processo de resfriamento evaporativo capaz de resfriar nuvens atômicas à temperaturas de apenas algumas dezenas de nanokelvins e atingir o estado de condensado de Bose-Einstein. E, por fim, estendemos os conceitos desenvolvidos ao longo do capítulo no contexto de gases de uma única espécie atômica para gases de duas espécies atômicas.

2.1 Colisões em gases ultrafrios

De forma geral, pares de átomos ou moléculas em um gás interagem por meio de colisões mediadas pelo potencial de Lennard-Jones. Esse potencial, resultado de uma interação de dois potenciais, um de curto alcance (potencial de Coulomb) e outro de longo alcance (potencial de van der Waals). Na figura 1, a curva vermelha ilustra o comportamento do potencial resultante, enquanto as curvas azul e verde representam as forças de Coulomb e van der Waals, respectivamente. Como a força de Coulomb é de curto alcance, a força resultante do potencial de Lennard-Jones acaba tendo o mesmo comportamento para curtas distâncias, enquanto para longas distâncias, a força de interação de van der Waals acaba predominando. O caso de gases ultrafrios produzidos a algumas centenas de microkelvins é interessante já que, devido às baixas energias associadas aos processos de colisão de seus

constituintes, é possível realizar algumas simplificações no potencial de interação e no tipo de espalhamento relevante ao sistema. Nesta seção, iremos apresentar uma breve discussão de como acontece a interação nestes sistemas.

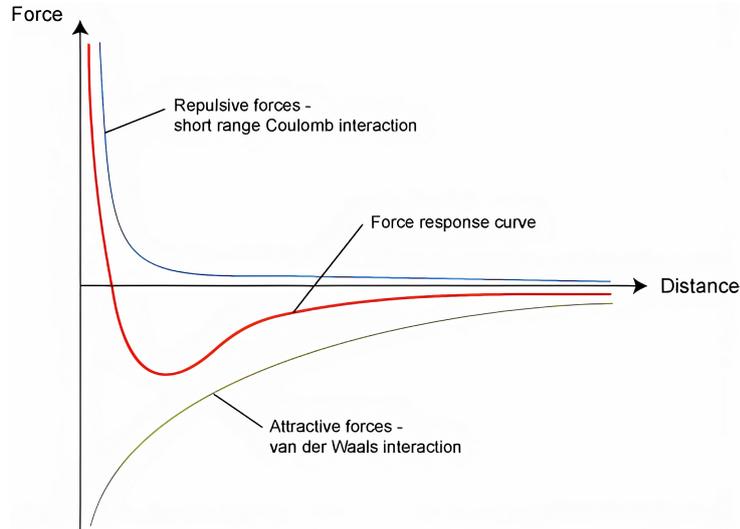


Figura 1 – Potencial de interação entre um par de átomos ou moléculas dado pelo potencial de Lennard-Jones (em vermelho). As curvas azul e preta representam os potenciais de Coulomb e de van der Waals, limites para curtas e longas distâncias, respectivamente.

Fonte: AMMAR.²⁶

Sejam dois átomos de massa m separados por uma distância r , o problema de colisão entre esses átomos pode ser reformulado em termos de uma onda plana incidente $\Psi(r)$ de vetor de onda k espalhada por um centro espalhador com potencial $U(r)$, de modo que:

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2\mu} + U(r) \right) \Psi(r) = E\Psi(r), \quad (2.1)$$

onde μ é expressão para a massa reduzida $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ e $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu$ é a energia da colisão e \hbar é a constante de Plank dividido por 2π .

Longe do centro espalhador ($r \rightarrow \infty$), a onda espalhada pode ser descrita como uma onda esférica modulada por uma “amplitude de espalhamento” $f(\vartheta, \phi)$, - onde ϑ e ϕ são os ângulos que a caracterizam esfericamente - de modo que a função de onda total (dada pela soma da onda incidente e a onda espalhada) pode ser escrita como:

$$\Psi(r, \vartheta, \phi) \underset{r \rightarrow \infty}{=} e^{ikr \cos(\vartheta)} + f(\vartheta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (2.2)$$

A amplitude de espalhamento representa uma medida da “força” da interação/espalhamento entre os átomos. Na figura 2, apresentamos um esquema do processo de espalhamento de

uma onda plana por um centro espalhador descrito pela equação 2.2.

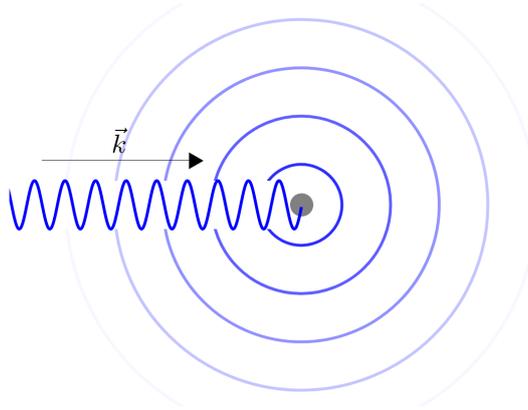


Figura 2 – Uma onda plana de número de onda k incidindo sobre um centro espalhador, e em seguida, sendo espalhada como uma onda esférica.

Fonte: BLINDER.²⁷

Como o potencial de interação (espalhamento) tem simetria esférica $U(\mathbf{r}) = U(|\mathbf{r}|)$, a função de onda espalhada pode ser escrita como o produto de funções que dependem apenas de r e apenas de θ e ϕ , com:

$$\Psi(\mathbf{r}) = Y_{\ell,m}(\theta, \phi)\psi_{\ell}(r). \quad (2.3)$$

Substituindo a Eq. 2.3 na Eq. 2.1 e realizando o procedimento de separação de variáveis, encontramos que as funções ψ_{ℓ} obedecem à equação radial de Schrödinger, dada por:

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2\psi_{\ell}(r)}{dr^2} + \left[U(r) + \frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] \psi_{\ell}(r) = E\psi_{\ell}(r). \quad (2.4)$$

Em baixas temperaturas, a velocidade das partículas colidindo é pequena minimizando a energia associada ao processo de colisão. Assim, apenas as colisões de menores energias, com $l = 0$, são relevantes à baixas temperaturas. Estas colisões recebem o nome de colisões de ondas- s e resultam em ondas espalhadas com simetria esférica. À partir daqui, iremos considerar apenas este tipo de colisão, uma vez que são as relevantes a sistemas de gases ultrafrios.

Consideremos agora a equação (2.1) com potencial nulo. As soluções da equação devem ser $\psi_+(r) = \cos(kr)$ e $\psi_-(r) = \sin(kr)$, os sinais representam a paridade das funções. A última solução obedece à condição de contorno $\psi_-(0) = 0$. Após isso, adicionamos um potencial somente para perturbar o sistema, e examinamos a função de onda da onda espalhada $\psi = 2\pi/k$. A distorção da função de onda devido ao potencial de interação provocará uma diferença de fase φ .

Agora quando analisamos o limite $r \rightarrow \infty$, a solução da onda espalhada pode então ser escrita como:

$$\psi(r) \underset{r \rightarrow \infty}{=} \sin(kr + \varphi(k)), \quad (2.5)$$

onde ψ é a função de onda resultante da inclusão do potencial e a diferença de fase φ descreve o avanço ou atraso da onda esférica em comparação ao caso $U(r) = 0$. A diferença de fase também depende da energia cinética na colisão, em que é levado em conta ao expressar a função $\varphi(k)$ em termos do vetor de onda k . Assim, considerando o limite de baixas energias com $l = 0$ e fazendo $k \rightarrow 0$ podemos definir o **comprimento de espalhamento de onda-s** (a) como:

$$\lim_{k \rightarrow 0} k \cot(\varphi(k)) = -\frac{1}{a}. \quad (2.6)$$

O parâmetro a então, obtido diretamente da diferença de fase de espalhamento, descreve todo o efeito de interação do potencial. O que implica que para espalhamentos de baixas energias, a forma exata do potencial de interação não é importante contanto que leve à mesma diferença de fase.

Usando a aproximação para ângulos pequenos na equação (2.6), chegamos em $\tan(\varphi(k)) \approx \varphi(k) = -ka$ e inserindo na equação (2.5) chegamos em:

$$\psi \approx \sin(kr - ka) \approx k(r - a), \quad (2.7)$$

para a função da onda espalhada para baixas energias, longe do centro espalhador.

2.1.1 Interação em condensados de Bose-Einstein

Quando a temperatura de um sistema de partículas bosônicas chega abaixo de uma temperatura crítica, e o número de partículas é suficientemente grande, uma grande quantidade dessas partículas passa a ocupar o estado de menor energia do sistema e assim, e temos o aparecimento de um novo estado da matéria, o condensado de Bose-Einstein^{2,28} que exhibe propriedades interessantes, dentre elas, o fenômeno de superfluidez²⁹ no caso de sistemas interagentes. Em sistemas de gases atômicos produzidos experimentalmente, as temperaturas críticas são da ordem de poucas centenas de nanokelvins, de modo que a interação entre os átomos, ou moléculas, que constituem esses gases pode ser descrita apenas em termos dos comprimentos de espalhamento de onda-s que acabamos de discutir. Além disso, devido às baixas densidades desses sistemas (da ordem de $10^{13} \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$) o gás é dito fracamente interagente e a descrição pode ser dada a partir de uma aproximação de campo médio com potencial efetivo dado por $U_0 = 4\pi\hbar^2 a/m$. Aqui, a é justamente o comprimento de espalhamento de onda-s definido anteriormente.

Nesse contexto, um gás já condensado em $T = 0$ é comumente descrito em termos da equação de Gross-Pitaevskii (do inglês “Gross-Pitaevskii equation” - GPE) dada por²²

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) + U_0|\psi(\mathbf{r})|^2\psi(\mathbf{r}) = \mu\psi(\mathbf{r}), \quad (2.8)$$

onde ψ é a função de onda de uma única partícula oriunda da expansão de Hartree-Fock,³⁰ m é a massa da partícula, $U(r)$ é um potencial externo arbitrário, μ o potencial químico. Iremos assumir que o comprimento de espalhamento a é positivo, uma vez que, se fosse negativo faria com que o potencial efetivo fosse atrativo, para o qual o condensado não é estável.³¹

É possível notar que a GPE é a equação de Schrödinger a menos de um termo não linear. Diferentemente da equação de Schrödinger, o autovalor da GPE não é mais ϵ - a energia do estado - e sim μ , o potencial químico, que representa a mudança na energia do sistema ao adicionar ou remover uma partícula.

O importante aqui é notarmos que o comprimento de espalhamento a é importante tanto na teoria de espalhamento quanto na formação do condensado. Como o foco em si desta dissertação não é o estudo do condensado, iremos nos ater aqui mas indicamos ao leitor que informações mais aprofundadas podem ser encontradas em.^{2,22,30}

2.2 Processos de colisões

Uma vez que a interação em um gás ultrafrio é mediada por colisões entre as partículas que o constituem (ver 2.1), podemos estudar os diferentes processos de colisões possíveis nestes sistemas.

De modo geral, colisões podem ser elásticas ou inelásticas. Colisões elásticas entre dois átomos ou moléculas são responsáveis por garantir o **equilíbrio térmico** do gás e são fundamentais para a realização de processos de **resfriamento** como o resfriamento evaporativo³² que discutimos na seção 2.3. Enquanto colisões inelásticas, acarretam **perdas de átomos** e dessa forma, devem ser minimizadas em experimentos. Nesta seção, vamos nos restringir a nuvens atômicas de uma espécie atômica. Começamos discutindo o caso de colisões inelásticas e suas perdas para cada variação possível (perdas de 1-, 2-, e 3-corpos), analisando um caso analítico, e em seguida discutiremos sobre colisões elásticas.

2.2.1 Colisões inelásticas e perdas

Perdas por colisões estão presentes em qualquer nuvem atômica. De forma geral, a equação que descreve a variação da densidade da nuvem atômica no tempo é dada por um somatório de potências na densidade:⁹

$$\frac{dn(\mathbf{r})}{dt} = -L_1n(\mathbf{r}) - L_2n^2(\mathbf{r}) - L_3n^3(\mathbf{r}), \quad (2.9)$$

com L_1 , L_2 e L_3 sendo, respectivamente, a taxa de perdas de 1-,2- e 3-corpos.

- No caso da contribuição referente à taxa de **1-corpo**, as perdas acontecem devido a colisões dos átomos da nuvem atômica com partículas do **vapor de fundo** do sistema de vácuo. Dessa forma, esse termo avalia a qualidade do vácuo, e está diretamente relacionado com o “tempo de vida” τ da nuvem atômica, com $L_1 = \frac{1}{\tau}$. Ou seja, se o vácuo do sistema fosse perfeito, esse termo seria zero, mas para isso acontecer o tempo de vida da nuvem atômica deveria ser infinito.
- No caso da contribuição referente à taxa de **2-corpos**, as perdas acontecem devido a colisões entre dois átomos da nuvem atômica. No caso de uma espécie atômica, está diretamente relacionada a **colisões inelásticas** de átomos de estados hiperfinos, ou seja, de spins, diferentes. Contudo, usualmente trabalhamos com amostras polarizadas, isto é, de um único estado hiperfino, e isto é suficiente para que as colisões de 2-corpos sejam elásticas, como discutido na seção 2.2.2. Nessas condições podemos fazer $L_2 = 0$.
- Por fim, o último termo da equação 2.9, refere-se a perdas de **3-corpos**, resultado da **colisão inelástica** entre três átomos da nuvem atômica. Essas colisões podem ou não, resultar em formação de moléculas, que deixarão de ser aprisionadas pela armadilha. O valor de L_3 varia para cada espécie atômica e é dado pela equação

$$L_3 = I(a) \frac{\hbar}{m} a^4, \quad (2.10)$$

em que a é justamente o comprimento de espalhamento de onda- s e $I(a)$ é uma constante que está relacionada aos estados de Efimov.³³ Note que há uma alta dependência do L_3 com o comprimento de espalhamento a . Portanto, um leve aumento em a acarreta uma grande aumento nas perdas de 3-corpos. Dessa forma, assumindo a possibilidade de alterar o valor do comprimento de espalhamento via a técnica de ressonâncias de Feshbach^{11,13,34} a partir da aplicação de um valor constante de campo magnético, espera-se que, na vizinhança de uma ressonância de Feshbach, em que o comprimento de espalhamento diverge, ocorre um aumento drástico das perdas de 3-corpos. Este aumento é justamente um dos métodos utilizados para identificar a posição de novas ressonâncias de Feshbach em gases ultrafrios.

Desconsiderando então, as perdas de 2-corpos e fazendo a mudança de $L_1 = \frac{1}{\tau}$ conseguimos simplificar a equação da taxa da densidade da nuvem atômica para

$$\frac{dn(\mathbf{r})}{dt} = -\frac{1}{\tau}n(\mathbf{r}) - L_3n^3(\mathbf{r}). \quad (2.11)$$

Por simplicidade e por fins didáticos, vamos analisar o caso de 1-corpo e 3-corpos separadamente. Vamos supor ainda que a densidade de uma nuvem de N átomos aprisionada por um potencial externo $U(\mathbf{r})$ a uma temperatura T pode ser dada por:

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \exp \left[-\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T} \right], \quad (2.12)$$

onde n_0 é a densidade de pico, ou seja, o ponto de maior densidade da nuvem, e k_B é a constante de Boltzmann.

A fim de trabalharmos com grandezas mais acessíveis experimentalmente, podemos utilizar o número de átomos ao invés da densidade atômica. É possível fazer essa mudança ao considerarmos que

$$N = \int_V n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (2.13)$$

Além disso, podemos usar a seguinte representação, para melhor visualização de casos em que as integrais não podem ser analiticamente resolvidas (veremos mais detalhes no final da seção):

$$\langle N^j \rangle_V = \int_V n^j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_V n_0^j \exp \left[-\frac{jU(\mathbf{r})}{k_B T} \right] d\mathbf{r}, \quad (2.14)$$

com j sendo um número inteiro positivo.

A equação da taxa (2.11), usando essas alterações, fica então dada por:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{\tau} N - L_3 \langle N^3 \rangle_V. \quad (2.15)$$

1. Perdas de 1-corpo

Ao desconsiderarmos as perdas por 3-corpos, a equação (2.15) pode ser reescrita como:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{\tau} N, \quad (2.16)$$

cujas solução é obtida facilmente:

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau) \quad (2.17)$$

com N_0 sendo o número inicial de átomos da nuvem. Dessa forma, temos que para 1-corpo, o decaimento ocorre de forma exponencial, com tempo característico igual

ao tempo de vida da nuvem, τ .

2. Perdas de 3-corpos

Ao desconsiderarmos as perdas de 1-corpo, a equação (2.15) fica reescrita como:

$$\frac{dN}{dt} = -L_3 \langle N^3 \rangle_V. \quad (2.18)$$

Em experimentos com gases ultrafrios, a nuvem atômica é aprisionada por armadilhas magnéticas ou ópticas com diferentes formas do potencial de aprisionamento. Apesar disso, nas vizinhanças do valor mínimo do potencial, este potencial pode ser usualmente aproximado por um **potencial harmônico** da forma:

$$U_H(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m \left(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2 \right), \quad (2.19)$$

onde ω_i é a frequência angular ao longo do eixo- i (com $i = x, y, z$). Utilizando esta aproximação, a integral da equação 2.18 resulta em:

$$\langle N^3 \rangle_V = \int_V n^3(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = n_0^3 \left(\frac{2\pi k_B T}{3m} \right)^{3/2} \frac{1}{\bar{\omega}^3}, \quad (2.20)$$

com $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$. Podemos obter o valor de n_0 em termos de N ao resolvermos a integral (2.13), de modo que:

$$n_0 = N \bar{\omega}^3 \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2}. \quad (2.21)$$

Substituindo n_0 em (2.20), podemos reescrever a equação (2.18) como:

$$\frac{dN}{dt} = -L_3 \gamma \frac{N^3}{T^3}, \quad (2.22)$$

com $\gamma = \frac{1}{3\sqrt{3}} \left[\frac{m\bar{\omega}^2}{2\pi k_B} \right]^3$. A equação 2.22 pode agora ser facilmente resolvida, e segue dada por:

$$N(t) = \sqrt{\frac{N_0^2 T^3}{T^3 + 2N_0 L_3 \gamma t}}. \quad (2.23)$$

Vale notar, que diferentemente do caso de 1-corpo, não ocorre um decaimento exponencial, e dessa forma, enquanto que para tempos curtos, a taxa de perdas por colisões de 3-corpos é maior do que a de 1-corpo, a perda de átomos para tempos muito grandes inverte esse cenário, sendo a perda por colisões de 3-corpos é mais lenta que a perda por colisões de 1-corpo. Esta comparação pode ser vista nos

gráficos da Fig. 3 onde mostramos a evolução do número de átomos como função do tempo considerando perdas por colisões de 1-corpo em azul e perdas por colisões de 3-corpos em vermelho.

Alterando a forma do potencial de aprisionamento da nuvem atômica altera a dependência do número de átomos com o tempo e, muitas vezes, não é possível encontrar uma solução analítica para esta dependência. Esta constatação será importante para os dados que iremos analisar no Capítulo 4 desta dissertação e voltaremos a discuti-la ainda neste capítulo.

3. Perdas de 1- e 3- corpos

Agora, considerando ambos os casos acima, **ainda para um potencial harmônico**, podemos reescrever a equação (2.18) como:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{\tau}N - L_3\gamma\frac{N^3}{T^3}, \quad (2.24)$$

cuja solução é dada por⁹:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left[\left(1 + L_3\xi\tau N_0^2 \right) \left(e^{2t/\tau} - \frac{L_3\xi\tau N_0^2}{1 + L_3\xi\tau N_0^2} \right) \right]^{-1/2}, \quad (2.25)$$

com $\xi = \gamma/T^3$.

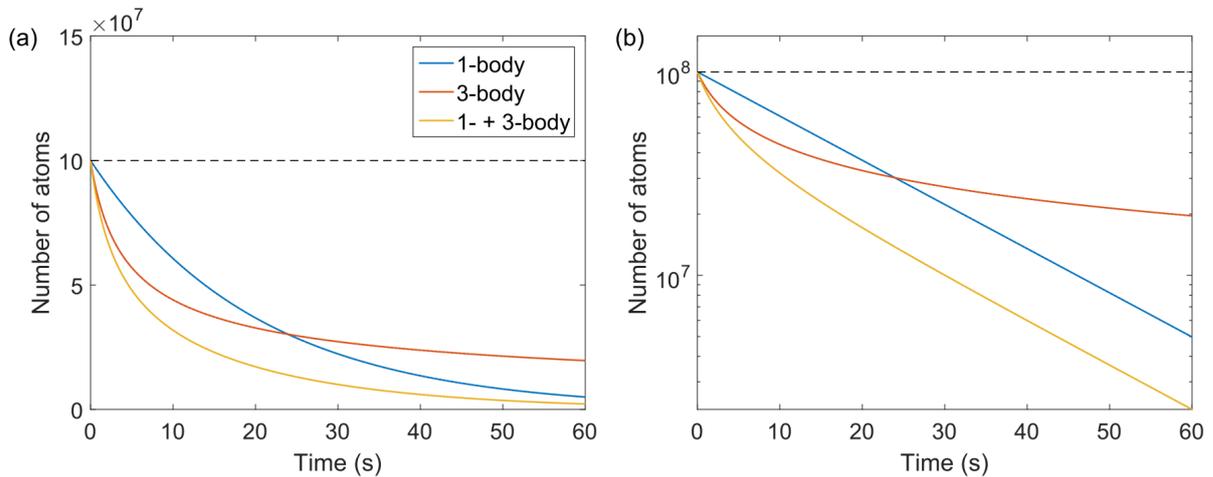


Figura 3 – Evolução do número de átomos como função do tempo em escala linear (a) e semi-logarítmica (b). Os casos considerando perdas de 1-corpo, 3-corpos e 1+3-corpos seguem ilustradas em azul, vermelho e amarelo, respectivamente.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com essa análise, podemos comparar como ocorrem as perdas de 1-,2- e 3-corpos. Como podemos verificar no gráfico da figura 3 (a), fica evidente que o número de átomos

para o caso de 3-corpos decai mais rapidamente que inicialmente o caso de 1-corpo, mas para tempos longos, as perdas de 1-corpo predominam. Isso fica ainda mais evidente ao notar que as curvas de 1- e 1+3 corpos ficam paralelas na figura (b). Ou seja, neste caso, o número de átomos para o caso de 1+3-corpos para tempos longos decai com a mesma taxa das perdas de 1-corpo.

No entanto, não é sempre que a utilização do potencial harmônico é uma boa aproximação do potencial real pelo qual os átomos estão aprisionados. Dependendo da temperatura do gás, é necessário usar a forma mais geral do potencial. Relevante para os dados dessa dissertação é o caso de um gás aprisionado por um **potencial quadrupolar**, que pode ser descrito como:

$$U_Q(\mathbf{r}) = \mu B' \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2}, \quad (2.26)$$

onde o eixo- z é o eixo principal da armadilha magnética, com $\mu = m_F g_F \mu_B$ é o momento magnético atômico, m_F é o número quântico do momento angular total, g_F é o fator- g hiperfino de Landé, μ_B é o magneton de Bohr e B' é o gradiente de campo magnético ao longo do eixo principal.

Com esse potencial na definição de densidade da nuvem atômica a uma temperatura T em (2.12), a equação da variação do número de átomos considerando as perdas de 1- e 3-corpos continua sendo dada pela equação (2.15), porém as integrais da equação (2.14) não são mais passíveis de solução analítica devido a forma do potencial. O que faremos então em nossa análise dos resultados apresentados no Capítulo 4, é resolver essas integrais numericamente para cada diferencial de tempo.

2.2.2 Colisões elásticas

Diferentemente das colisões inelásticas, que são uma fontes de perdas em uma nuvem atômica, temos as colisões elásticas, que são majoritariamente dadas por colisões de 2-corpos e não promovem perdas de átomos.

As colisões elásticas são definidas pela conservação tanto de energia cinética, quanto momento linear do sistema. Devido a essa conservação de energia e momento, elas serão responsáveis por distribuir igualmente a energia do sistema, inicialmente fora do equilíbrio, de modo a obter uma distribuição de energias do tipo Maxwell-Boltzmann, característica de um sistema em equilíbrio térmico. Ou seja, as colisões elásticas de 2-corpos, são essenciais para a termalização da nuvem. Ainda, podemos dizer que a taxa de colisões influencia diretamente no tempo de termalização da nuvem, já que quanto mais colisões por segundo, mais rápido ocorrem as trocas de energia e conseqüentemente mais rápido é a termalização.

Essa taxa de colisões é dada pela equação³⁵:

$$\frac{1}{\tau_{elast}} = n_0 \bar{v}_r \sigma, \quad (2.27)$$

onde n_0 é a densidade de pico, $\bar{v}_r = \sqrt{15k_B T / \pi m}$ é a a velocidade relativa média dos átomos, e σ é a seção de choque dada por:

$$\sigma \simeq 4\pi a^2. \quad (2.28)$$

É interessante notar que novamente vemos o aparecimento do comprimento de espalhamento a na definição da seção de choque de colisões. Isto era de se esperar uma vez que este é o parâmetro que media as colisões entre os átomos em um gás a baixas temperaturas.

2.3 Resfriamento evaporativo

A fim de atingir as temperaturas da ordem de poucas centenas de nanokelvins necessárias à obtenção de condensados de Bose-Einstein em gases atômicos, diversas técnicas de resfriamento são combinadas possibilitando o resfriamento de nuvens atômicas à temperatura ambiente ou mesmo quentes, com $T \geq 200^\circ C$ dependendo da espécie atômica com que se escolhe trabalhar. A primeira técnica de resfriamento utilizada nesses experimentos, a técnica de resfriamento à laser (do inglês, “laser cooling”)²⁴ se baseia na ação de uma força dispersiva, a força de pressão de radiação, resultado de processos de absorção e emissão de luz laser pelos átomos da nuvem atômica e consegue atingir temperaturas da ordem de poucas dezenas de microkelvins, ainda acima das temperaturas críticas usuais para a obtenção do BEC. Dessa forma, utiliza-se uma outra técnica de resfriamento que pode ser realizada em uma armadilha conservativa, a técnica de resfriamento evaporativo (do inglês, “evaporative cooling”).³² No caso dos dados apresentados nesta dissertação, o processo de resfriamento evaporativo desempenha um papel fundamental e, portanto, nesta seção optamos por apresentar um modelo simplificado que descreve a sua dinâmica de resfriamento.

A ideia básica por trás do resfriamento evaporativo é que ao **remover seletivamente átomos de energia maior que a média do sistema**, a nova energia média do sistema será um pouco menor, e conseqüentemente será a temperatura da nuvem. Uma analogia ao resfriamento evaporativo acontece ao resfriar uma xícara de café: ao assoprar o café, a camada de vapor mais quente, mais próxima da superfície, é removida, dando lugar a camada menos quente e entrando novamente em equilíbrio térmico. Dessa forma, fazendo isso sequencialmente, conseguimos diminuir a temperatura do café. No caso de átomos ultrafrios, o “sopro” é substituído por radiação de radiofrequência ou micro-onda que promovem transições entre estados hiperfinos atômicos, no caso de potenciais magnéticos,

ou pela diminuição da intensidade de um laser responsável por aprisionar os átomos em uma armadilha óptica. Aqui, fazemos uma discussão geral do processo de resfriamento que pode ser estendido a ambos os métodos supracitados.

Vamos discutir primeiro um modelo simples, em que não há perdas por colisões. Suponhamos que temos uma nuvem de uma espécie atômica com N átomos e energia média $\bar{\epsilon}$ dentro de um potencial $U(\vec{r})$. Definindo:

- A energia média de um átomo é dada por $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_K + \bar{U}$.
- A energia média de um átomo evaporado, ou seja que possui energia maior que a média, é $\bar{\epsilon}_{\text{evap}} = (1 + \beta)\bar{\epsilon}$.
- A mudança no número de átomos aprisionados é negativa, já que os átomos da nuvem diminuem $dN < 0$.

β é um valor constante, adimensional positivo - note que isso é outra simplificação do problema, pois isso não ocorre experimentalmente -, $\bar{\epsilon}$ é a energia média de um átomo e \bar{U} é o potencial médio desse átomo.

Para saber, então, a mudança total na energia da nuvem devido à evaporação,

$$E_{\text{evap}} = \bar{\epsilon}_{\text{evap}} dN = (1 + \beta)\bar{\epsilon} dN. \quad (2.29)$$

Os átomos ainda aprisionados na nuvem são dados, então, por

$$N' = N + dN \quad (2.30)$$

$$E' = E + E_{\text{evap}} = N\bar{\epsilon} + (1 + \beta)\bar{\epsilon} dN. \quad (2.31)$$

A energia média da nuvem aprisionada será,

$$\bar{\epsilon} + d\bar{\epsilon} = \frac{E'}{N'} = \frac{N\bar{\epsilon} + (1 + \beta)\bar{\epsilon} dN}{N + dN}, \quad (2.32)$$

$$(\bar{\epsilon} + d\bar{\epsilon})(N + dN) = N\bar{\epsilon} + (1 + \beta)\bar{\epsilon} dN. \quad (2.33)$$

Negligenciando o produto das diferenciais e fazendo as devidas simplificações chegamos em:

$$\frac{1}{\beta} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} = \frac{dN}{N}. \quad (2.34)$$

Podemos reescrever a expressão acima como,

$$\frac{d\ln(\bar{\epsilon})}{d\ln(N)} = \beta \quad (2.35)$$

Integrando de ambos os lados da equação (2.34), temos:

$$\ln\left(\frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_0}\right) = \ln\left(\frac{N}{N_0}\right)^\beta \quad (2.36)$$

$$\frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_0} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^\beta \quad (2.37)$$

Dessa forma, chegamos a uma equação que relaciona a energia ao número de átomos e agora precisamos relacionar energia com temperatura, para finalmente sabermos como a temperatura muda de acordo com o número de átomos.

A relação entre a energia média e a temperatura depende do potencial da armadilha. Considere um potencial que consiste de funções homogêneas das coordenadas de grau ν ,

$$U(\mathbf{r}) = K(\hat{\mathbf{r}})r^\nu, \quad (2.38)$$

onde $K(\hat{\mathbf{r}})$ é um coeficiente que pode depender da direção. Uma outra variável é a dimensão d da armadilha. Para uma armadilha de três dimensões (3D), $d = 3$. Para um gás ideal, clássico e não interagente, podemos mostrar que

$$2\bar{\epsilon}_K = \frac{3}{d}\nu\bar{U}, \quad (2.39)$$

e ainda nessas condições do gás, temos que a energia cinética é dada por

$$\bar{\epsilon}_K = \frac{3}{2}kT. \quad (2.40)$$

Com isso, sabendo a energia cinética da partícula, podemos calcular a energia média da partícula na armadilha,

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_K + \bar{U} = \left(\frac{3}{2} + \frac{d}{\nu}\right)kT \quad (2.41)$$

Se aplicarmos \ln de ambos os lados, temos,

$$\ln(\bar{\epsilon}) = \ln\left(\left(\frac{3}{2} + \frac{d}{\nu}\right)kT\right) \quad (2.42)$$

$$= \ln\left(\left(\frac{3}{2} + \frac{d}{\nu}\right)k\right) + \ln T. \quad (2.43)$$

Tomando o diferencial da equação acima, o termo constante é eliminado, dessa forma, chegamos em,

$$d\ln(\bar{\epsilon}) = d\ln(T). \quad (2.44)$$

Inserindo agora na equação (2.35), chegamos finalmente em

$$\boxed{\frac{d\ln(T)}{d\ln(N)} = \beta}, \quad (2.45)$$

uma expressão que relaciona temperatura e número de átomos, a taxa de evaporação.

Agora, podemos tornar nosso problema um pouco mais realista ao incluirmos as perdas por colisões com o vapor de fundo, enquanto também ocorrem perdas devido a evaporação. A equação da taxa de variação do número de átomos no tempo é:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN}{dt}|_{evap} + \frac{dN}{dt}|_{perdas} = -\frac{N}{\tau_{evap}} - \frac{N}{\tau_{perdas}}, \quad (2.46)$$

onde τ_{evap} e τ_{perdas} são os tempos de vida tanto por perdas devido a evaporação como por perdas devido a colisões com o vapor de fundo.

Devemos descobrir novamente, como ocorre a relação entre o número de átomos e a temperatura e para isso, façamos:

$$\frac{dN}{N} = \left(-\frac{1}{\tau_{evap}} - \frac{1}{\tau_{perdas}} \right) dt = -\frac{dt}{\tau_{evap}\tau_{perdas}} (\tau_{evap}\tau_{perdas}), \quad (2.47)$$

que também pode ser escrito como:

$$d\ln(N) = -\frac{dt}{\tau_{evap}\tau_{perdas}} (\tau_{evap}\tau_{perdas}). \quad (2.48)$$

Como $\frac{dN_{evap}}{dt} = -\frac{N_{evap}}{\tau_{evap}}$ e portanto $d\ln(N_{evap}) = -\frac{dt}{\tau_{evap}}$, podemos reescrever a equação (2.48) da seguinte forma:

$$\frac{d\ln(N_{evap})}{d\ln(N)} = \frac{\tau_{perdas}}{\tau_{evap} + \tau_{perdas}}, \quad (2.49)$$

e multiplicando de ambos os lados por $d\ln(T)$, obtemos:

$$\frac{d\ln(T)}{d\ln(N)} = \frac{d\ln(T)}{d\ln(N_{evap})} \frac{\tau_{perdas}}{\tau_{perdas} + \tau_{evap}} \quad (2.50)$$

Do modelo mais simples, que leva em conta somente a evaporação, sabemos quem é β pela equação (2.45). Portanto, podemos modificar a equação acima para:

$$\frac{d \ln(T)}{d \ln(N)} = \beta \frac{\tau_{perdas}}{\tau_{perdas} + \tau_{evap}} = \beta_{(perdas+evap)}. \quad (2.51)$$

Queremos saber quem é τ_{evap} . Para isso, considere que qualquer partícula com energia ϵ_p maior que uma energia escolhida pela evaporação ϵ_{evap} , é removida do sistema e ainda, que $\epsilon_{evap} \gg kT$. Como vimos na sessão anterior 2.2.2, as colisões elásticas são responsáveis pela termalização da nuvem, mas durante esse processo de termalização, as partículas podem atingir energias mais altas que a energia média do sistema. Porém, se esse acréscimo resultar em uma energia maior que a permitida pela evaporação, essas partículas serão eliminadas do sistema, deixando assim, somente partículas de menor energia que a energia de evaporação. Portanto, temos uma relação inversa entre a taxa de colisões elásticas e a taxa de evaporação, pois quanto maior a taxa de colisões, maior será o número de átomos *eliminados* do sistema. Nessas condições, temos³⁵:

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{evap} = - \left. \frac{dN}{dt} \right|_{elast} = -N n_0 \sigma \bar{v} \left(\frac{\epsilon_{evap}}{kT} \right) e^{-\epsilon_{evap}/kT}, \quad (2.52)$$

e como $\left. \frac{dN}{dt} \right|_{evap} = -N/\tau_{evap}$, podemos chegar em:

$$\frac{1}{\tau_{evap}} = n_0 \sigma \bar{v} \left(\frac{\epsilon_{evap}}{kT} \right) e^{-\epsilon_{evap}/kT}. \quad (2.53)$$

Por outro lado, temos taxa de colisões elásticas dada pela equação (2.27). Fazendo $\bar{v}_r = \sqrt{2}\bar{v}$ e inserindo na equação acima, chegamos em:

$$\frac{1}{\tau_{evap}} = \frac{1}{\sqrt{2}\tau_{elast}} \left(\frac{\epsilon_{evap}}{kT} \right) e^{-\epsilon_{evap}/kT}. \quad (2.54)$$

Agora, podemos reescrever a equação (2.51), como:

$$\frac{d \ln T}{d \ln N} = \beta \left(1 + \frac{\tau_{elast}}{\tau_{perdas}} \frac{\sqrt{2}kT}{\epsilon_{evap}} e^{\epsilon_{evap}/kT} \right)^{-1}. \quad (2.55)$$

Como $\epsilon_{evap} \gg kT$, é suficiente considerarmos $\epsilon_{evap} = (1 - \beta)\bar{\epsilon}$, como fizemos no modelo anterior. Dessa forma, chegamos finalmente em:

$$\frac{d \ln T}{d \ln N} = \left(\frac{\epsilon_{evap}}{\bar{\epsilon}} - 1 \right) \left(1 + \frac{\tau_{elast}}{\tau_{perdas}} \frac{\sqrt{2}kT}{\epsilon_{evap}} e^{\epsilon_{evap}/kT} \right)^{-1} \quad (2.56)$$

Como vimos na subseção 2.2.2, as colisões elásticas dependem da seção de choque, e a seção de choque depende do comprimento de espalhamento a . Portanto, não é de se surpreender que o comprimento de espalhamento é importante no resfriamento evaporativo.

2.4 Colisões em gases de duas espécies

Como vimos na subseção 2.2.1, em uma nuvem atômica, temos colisões elásticas, responsáveis pela termalização da nuvem, e colisões inelásticas, que acarretam a perda de átomos da nuvem, podendo ser de 1-,2- e 3- corpos, a variação da densidade da nuvem no tempo pode ser descrita por uma equação que relaciona coeficientes a cada tipo de perda. No caso de uma espécie, tínhamos 3 termos, um para cada tipo de colisão. Porém, ao lidarmos com duas espécies, essas combinações possíveis aumentam, pois devemos contabilizar a interação entre elas. Para o caso de uma mistura atômica de uma espécie a com uma espécie b , as interações por colisões de 3-corpos podem acontecer via dois canais de perdas que são (a, a, b) e (a, b, b) . As colisões inelásticas de dois corpos continuam não sendo consideradas devido a nuvem ser polarizada.

Podemos escrever a equação de taxa da densidade de uma nuvem de uma espécie a para o caso inter-espécie como:

$$\frac{dn_a}{dt} = -L_1^a n_a - L_3^a n_a^3 - \frac{2}{3} L_3^{aab} n_a^2 n_b - \frac{1}{3} L_3^{abb} n_a n_b^2. \quad (2.57)$$

Já para a taxa da densidade da nuvem da espécie b , basta inverter a e b , dessa forma, temos:

$$\frac{dn_b}{dt} = -L_1^b n_b - L_3^b n_b^3 - \frac{2}{3} L_3^{bba} n_b^2 n_a - \frac{1}{3} L_3^{baa} n_b n_a^2, \quad (2.58)$$

Podemos notar que as equações acima são acopladas, pois a densidade da espécie b aparece na taxa de densidade da espécie a assim como o contrário. Além disso, é interessante verificar que os dois primeiros termos da direita equivalem à equação de uma espécie (2.11), e os outros dois termos levam em conta a interação entre as duas espécies, relativa às colisões de 3-corpos, cujos coeficientes $1/3$ e $2/3$ são devido à distribuição probabilística dessas colisões. Podemos perceber também, a dependência cúbica da taxa de densidade tanto para o caso de uma espécie como para o caso de interação. Isto implica uma predominância das perdas de 3-corpos em altas densidades.

Como queremos saber a relação entre o número de átomos, e não a densidade, devemos integrar no volume,

$$\boxed{\frac{dN_a}{dt} = -L_1^a N_a - L_3^a \langle N_a^3 \rangle_V - \frac{2}{3} L_3^{aab} \langle N_a^2 N_b \rangle_V - \frac{1}{3} L_3^{abb} \langle N_a N_b^2 \rangle_V}, \quad (2.59)$$

e para a espécie b :

$$\boxed{\frac{dN_b}{dt} = -L_1^b N_b - L_3^b \langle N_b^3 \rangle_V - \frac{2}{3} L_3^{bba} \langle N_b^2 N_a \rangle_V - \frac{1}{3} L_3^{baa} \langle N_b N_a^2 \rangle_V}. \quad (2.60)$$

Iremos analisar somente a equação (2.59), pois o processo é análogo para a equação (2.60). Aqui, a fim de simplificarmos, usamos a relação,

$$\boxed{\langle N_a^i N_b^j \rangle_V = \int_V n_a^i n_b^j d^3r}. \quad (2.61)$$

Considerando inicialmente o caso de um **potencial harmônico** tanto para a espécie a quanto para a espécie b , o potencial de cada uma é descrito por:

$$U_H^a(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m (\omega_{x_a}^2 x^2 + \omega_{y_a}^2 y^2 + \omega_{z_a}^2 z^2), \quad (2.62)$$

$$U_H^b(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m (\omega_{x_b}^2 x^2 + \omega_{y_b}^2 y^2 + \omega_{z_b}^2 z^2). \quad (2.63)$$

Para resolver as integrais da equação (2.59) podemos usar a equação 2.12 e substituir $U(\mathbf{r})$ de acordo com a espécie. Por fim, temos:

$$\langle N_a^3 \rangle_V^H = \gamma_a \frac{N_a^3}{T^3}, \quad (2.64)$$

$$\langle N_a^2 N_b \rangle_V^H = \xi_{abb} \frac{N_a^2 N_b}{T^3}, \quad (2.65)$$

$$\langle N_a N_b^2 \rangle_V^H = \xi_{aab} \frac{N_a N_b^2}{T^3}, \quad (2.66)$$

onde definimos,

$$\gamma_a = \frac{1}{3\sqrt{3}} \left(\frac{m_a \bar{\omega}_a^2}{2\pi k_B} \right), \quad (2.67)$$

$$\xi_{aab} = \frac{1}{(2\pi k_B)^3} \frac{(\bar{\omega}_a^2 m_a)^3 (\bar{\omega}_b \sqrt{m_b})^3}{a_{xaab} a_{yaab} a_{zaab}}, \quad (2.68)$$

$$\xi_{abb} = \frac{1}{(2\pi k_B)^3} \frac{(\bar{\omega}_b^2 m_b)^3 (\bar{\omega}_a \sqrt{m_a})^3}{a_{xabb} a_{yabb} a_{zabb}}. \quad (2.69)$$

$$a_{iaab} = (2m_a \omega_{ia}^2 + m_b \omega_{ib}^2)^{1/2} \quad (2.70)$$

$$a_{iabb} = (2m_b \omega_{ib}^2 + m_a \omega_{ia}^2)^{1/2}. \quad (2.71)$$

Dessa forma, podemos reescrever a equação (2.59) como:

$$\frac{dN_a}{dt} = -\frac{1}{\tau_a}N_a - L_3^a\gamma_a\frac{N_a^3}{T^3} - \frac{2}{3}L_3^{aab}\xi_{aab}\frac{N_aN_b^2}{T^3} - \frac{1}{3}L_3^{abb}\xi_{abb}\frac{N_a^2N_b}{T^3}. \quad (2.72)$$

Aqui, já fizemos a alteração para o coeficiente de perda de 1-corpo $L_1^a = \frac{1}{\tau_a}$. O mesmo pode ser feito para b ficando então:

$$\frac{dN_b}{dt} = -\frac{1}{\tau_b}N_b - L_3^b\gamma_b\frac{N_b^3}{T^3} - \frac{2}{3}L_3^{bba}\xi_{bba}\frac{N_bN_a^2}{T^3} - \frac{1}{3}L_3^{baa}\xi_{baa}\frac{N_b^2N_a}{T^3}. \quad (2.73)$$

O caso do aprisionamento por um potencial de quadrupolo, relevante aos dados apresentados no Capítulo 4, seguem sem uma expressão analítica. Assim, como mencionamos no caso de uma espécie, iremos realizar integrais numéricas durante a análise dos dados apresentada no Capítulo 4.

3 DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

Experimentos de gases ultrafrios são experimentos complexos que envolvem o domínio de diversas técnicas experimentais indo desde vácuo e óptica até programação e eletrônica. Devido a sua complexidade, esses experimentos são construídos ao longo de gerações de alunos de pós-graduação que contribuem técnica e cientificamente para a evolução do experimento. Neste capítulo iremos discutir brevemente como é o nosso aparato experimental para a formação das nuvens atômicas de ^{23}Na e ^{39}K e como foram feitas as nossas medidas. A descrição completa do sistema experimental pode ser encontrada em outras teses do nosso laboratório.^{22,23} Aqui, damos mais enfoque à sequência experimental utilizada para a obtenção da mistura atômica e da coleta dos dados referentes às perdas de 3-corpos inter-espécies. Na seção 3.1, fazemos um breve resumo dos sistemas de vácuo e lasers utilizados, seguido da descrição do nosso método de imagem da nuvem atômica (seção 3.2) única forma de detecção da nuvem atômica utilizada em nosso experimento. Por fim, na seção 3.3, apresentamos a sequência experimental para a realização da mistura atômica aprisionada por uma armadilha magnético do tipo Plug e como foram coletados os dados referentes às perdas de 3-corpos inter-espécies.

3.1 Sistema de vácuo e lasers

Uma parte fundamental de experimentos com gases ultrafrios é garantir as condições necessárias a obtenção de gases a temperaturas extremamente baixas. Para isso, necessitamos de um ambiente livre de impurezas em que temos “apenas” o átomo que pretendemos estudar. Para isso, utiliza-se um sistema de vácuo.

O sistema de vácuo do experimento Na-K é composto por duas câmaras utilizadas como fonte de átomos, uma para cada átomo, e uma câmara de ciência localizada entre essas duas câmaras. Um esquema desse sistema de vácuo segue ilustrado na Figura 4, abaixo. Localizados abaixo das câmaras dos átomos, temos os fornos para Na e K. Os átomos inicialmente em formato metálico são transformados em vapor através do aquecimento desses fornos (120°C para o K e 230°C para o Na) e vão de encontro às câmaras, onde são aprisionados por uma armadilha magneto-óptica 2D (do inglês, MOT-2D).^{36,37} As armadilhas magneto-ópticas são usualmente o primeiro estágio de experimentos com átomos ultrafrios. Produzidas a partir da combinação de feixes de laser com frequência próxima à frequência da transição atômica e campo magnético, elas baseiam o seu funcionamento na força de pressão de radiação resultado de processos de absorção/emissão de luz. Em nosso experimento, o MOT-2D realiza um pré-resfriamento dos átomos ainda nas câmaras secundárias antes de serem transferidos para a câmara de ciência com o auxílio de um feixe de laser denominado push. Uma vez na câmara de

ciência, esses átomos são novamente aprisionados por uma armadilha magneto-óptica tridimensional (MOT-3D) dando sequência ao processo inicial de resfriamento.

De modo a manter um ambiente “limpo” dentro do sistema de vácuo, cada câmara de vácuo é bombeada por bombas iônicas (também ilustradas na Fig. 4). As câmaras dos MOTs-2D se mantêm a pressões da ordem de 10^{-9} Torr para o sódio e 10^{-8} Torr para o potássio, enquanto que a câmara de ciência é mantida à 10^{-11} Torr. Tubos de bombeamento diferencial garantem a diferença de pressão entre as câmaras.

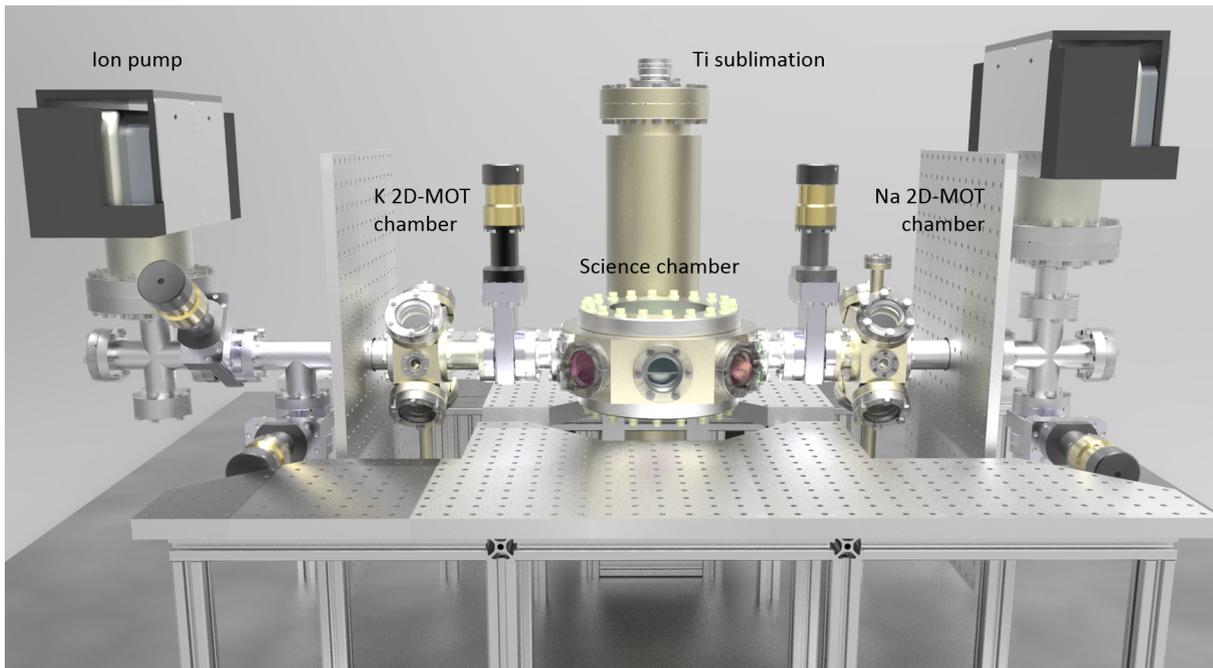


Figura 4 – Esquema do sistema de vácuo do experimento para a produção de gases atômicos de duas espécies atômicas, sódio e potássio.

Fonte: CASTILHO.²²

Como já mencionado anteriormente, luz laser exibe um papel fundamental em experimentos de gases ultrafrios uma vez que é responsável pelo primeiros estágios de resfriamento da nuvem atômica. Além disso, é também a partir do uso de luz laser que é possível manipular o estado interno dos átomos e realizar o seu diagnóstico a partir de técnicas de imagens. Assim, grande atenção deve ser dada ao desenho do sistema de laser de modo a garantir a obtenção de todas as frequências necessárias durante a sequência experimental. No caso do experimento de Na-K, contamos com dois sistemas de laser, um para o sódio e outro para o potássio. A descrição completa desses sistemas de lasers segue em.^{22,23} Aqui, faremos apenas uma qualitativa da montagem e indicaremos as frequências utilizadas no experimento. Para isso, precisamos das luzes laser próximas à transição atômica das linhas D1 e D2 para o K, com $\lambda = 770$ nm e $\lambda = 767$ nm, respectivamente, e da linha D2 para o Na com $\lambda = 589$ nm. Para mais detalhes referentes ao sistema de lasers seguem descritos em.^{22,23} Na figura 5, mostramos um esquema dos níveis de energia

para os átomos de sódio e potássio identificando as transições relevantes ao experimento. Para mudar a frequência e controlar o ligamento e desligamento dos feixes durante a sequência experimental, utilizamos moduladores acusto-ópticos (do inglês, “acousto-optical modulators” - AOMs).

3.1.1 Sistema de laser do sódio

Átomos de sódio são facilmente resfriados utilizando luz laser com frequência próxima às transições da linha D2 do sódio com $\lambda = 589$ nm, ilustrada no esquema de energias à esquerda da Fig. 5. De modo a criar uma transição fechada de resfriamento para a realização dos MOTs, utiliza-se luz quase ressonante com duas transições atômicas: a luz de resfriamento (do inglês, “cooling light”) com frequência próxima à transição $F = 2 \rightarrow F' = 3$ (em amarelo) e a luz de rebombeio (do inglês, “repumper light”) com frequência próxima à transição $F = 1 \rightarrow F' = 2$ (em laranja). Para gerar essas luzes utilizamos um laser de dobramento de frequência da Toptica modelo DL-RFA-TA-SHG com frequência estabilizada na transição de resfriamento (“lock-in” representado pela linha vertical preta na figura). À partir da utilização de moduladores acusto-ópticos (AOMs) e eletro-ópticos (EOMs) é possível gerar feixes de laser com frequências levemente diferentes cobrindo todas as frequências de laser necessárias ao experimento: MOTs, rebombeio óptico e imagem.

3.1.2 Sistema de laser de potássio

O resfriamento de átomos de potássio é um pouco mais sutil do que o caso do sódio. Isso porque o pequeno espaçamento entre os níveis de energia do estado excitado da linha D2 do potássio (ver Fig. 5), com $\lambda = 767$ nm, dificulta a obtenção de uma transição fechada de resfriamento. Assim, é comum utilizar luz com frequência próxima à linha D1 do potássio (também representada na Fig. 5), com $\lambda = 770$ nm, a fim de garantir um bom processo de resfriamento à laser.³⁸ Dessa forma, contamos com dois lasers da Toptica modelo TA-pro sintonizados para 767 nm e 770 nm de modo a gerar toda a luz necessária ao experimento. As transições de resfriamento e rebombeio de cada linha do potássio seguem ilustradas na figura bem como o ponto de estabilização das frequências dos lasers (“lock-in”). Aqui também, AOMs garantem a obtenção de feixes de laser com frequências levemente diferentes cobrindo todas as frequências necessárias à produção, manipulação e imageamento dos átomos de potássio.

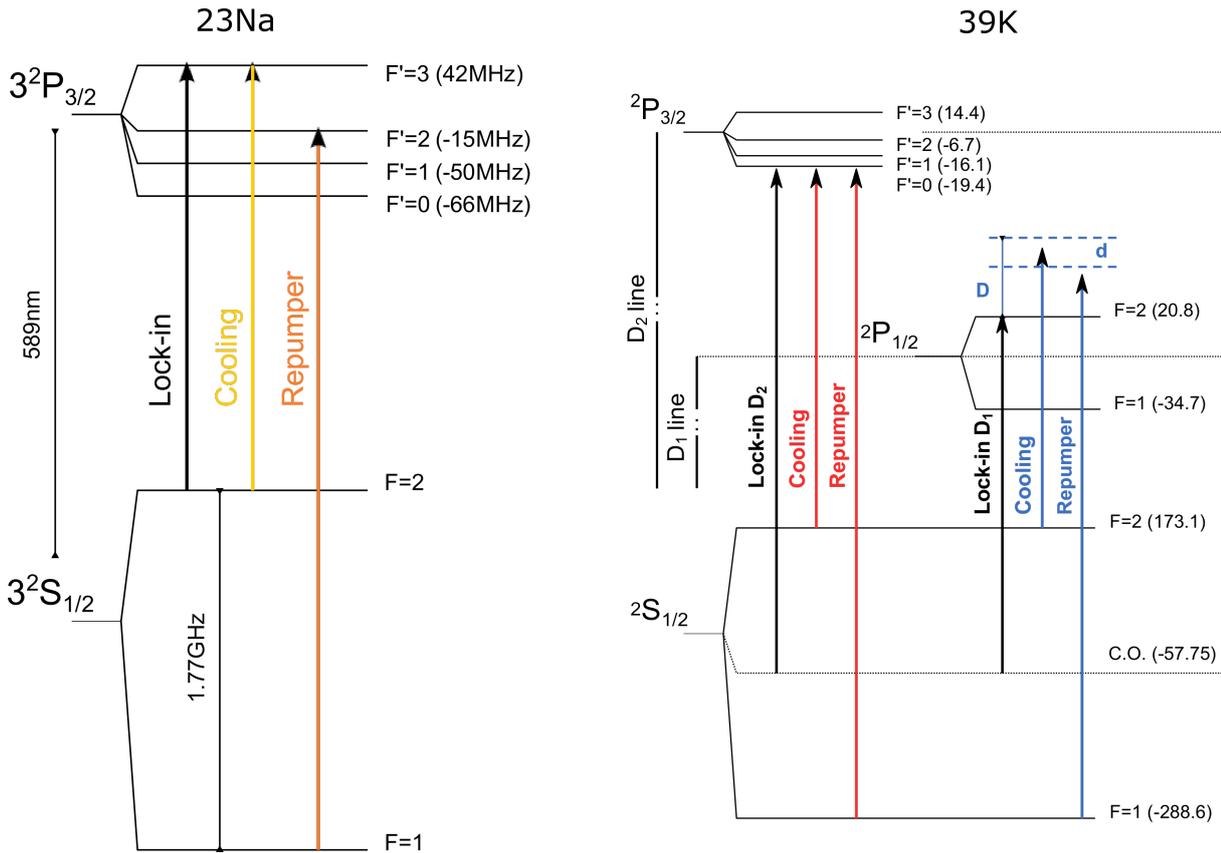


Figura 5 – Níveis de energia da linha D2 para os átomos de sódio (à esquerda) e das linhas D1 e D2 para os átomos de potássio (à direita). As transições relevantes ao experimento em cada caso seguem indicadas, bem como o ponto de estabilização das frequências dos lasers utilizados.

Fonte: Adaptada de CASTILHO.²²

3.2 Imagem das nuvens atômicas

No experimento Na-K, a detecção das nuvens atômicas de sódio e potássio é feita a partir da técnica de imagem de absorção³⁹ que tem sido muito utilizada na detecção de átomos em experimentos de átomos frios. O procedimento é análogo à reconstrução de um objeto, a partir de sua sombra ao ser iluminado por uma lanterna. No caso dos átomos, ao incidirmos um feixe ressonante com uma de suas transições atômicas, a sombra formada por eles é devido a absorção e posterior espalhamento, de forma aleatória, de fótons e sua forma (transversal) pode ser observada após a nuvem atômica (em uma CCD). Para compensarmos o ruído da medição, podemos tirar três imagens, uma com átomos, uma sem átomos e com luz e uma sem átomos e sem luz. Com isso, podemos fazer a imagem normalizada dos átomos, minimizando o ruído. Este procedimento é dado pela figura 6.

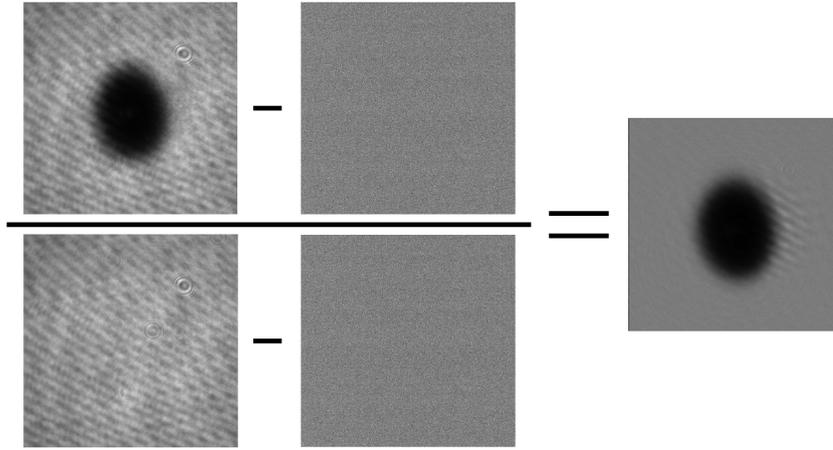


Figura 6 – Cálculo da imagem de absorção normalizada, usada para extrair todas as informações da nuvem atômica.

Fonte: CASTILHO.²²

Com uma imagem 2D da nuvem atômica, parâmetros da câmera utilizada e sabendo como uma nuvem atômica é descrita matematicamente, podemos obter todas as informações necessárias sobre a nuvem atômica, incluindo número de átomos e temperatura. Iremos discutir como essas duas grandezas podem ser obtidas na sequência.

A intensidade de um feixe de laser, $I(x, y)$, propagando em um meio absorvedor no eixo \hat{z} é descrito pela lei de Beer-Lambert:

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp\left(-\sigma \int n(x, y, z) dz\right), \quad (3.1)$$

onde $I_0(x, y)$ é a intensidade inicial do feixe laser, σ é a seção transversal de absorção e $n(x, y, z)$ a densidade de absorção do meio. O perfil de densidade bidimensional do meio, resultado da imagem de absorção, pode ser obtido integrando $n(x, y, z)$ na direção \hat{z} , tal que:

$$\rho(x, y) \equiv \int n(x, y, z) dz = -\frac{1}{\sigma} \ln \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}. \quad (3.2)$$

Sendo este meio espalhador um gás composto de N átomos, o número total de átomos pode finalmente ser obtido efetuando a integral:

$$N = \int \rho(x, y) dx dy \quad (3.3)$$

Imagens de absorção são normalmente feitas após a liberação da nuvem da armadilha por um tempo de voo (do inglês, “time-of-flight” - TOF), permitindo sua expansão, e diminuição da densidade, para evitar a saturação da imagem. No caso de nuvens aprisionadas, a saturação da imagem acontece porque, uma nuvem pequena e muito densa

absorve todos os fótons incidentes na sua região mais densa e, por isso, a densidade da nuvem fica saturada a um valor máximo. Para uma nuvem fria, ainda não condensada, com um tempo t_{TOF} , podemos descrevê-la assumindo um perfil Gaussiano de densidade com:

$$\rho_{\text{T}}(x, y) = \frac{N_{\text{T}}}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-x_0)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{\sigma_y^2}\right]\right), \quad (3.4)$$

onde N_{T} é o número de átomos térmicos, σ_x e σ_y as larguras à meia altura ao longo dos eixos \hat{x} e \hat{y} , respectivamente, e (x_0, y_0) são as coordenadas do centro da nuvem atômica.

A temperatura da nuvem térmica pode ser extraída do perfil obtido pela imagem de absorção através da variação do t_{TOF} , no entanto, para tempos de voos longos, maiores que 10ms como o nosso caso do Na, o tamanho inicial da nuvem atômica pode ser negligenciado. Através da aplicação do teorema da equipartição, tem-se por fim:

$$T = \frac{m}{k_B} \left(\frac{\sigma_i}{t_{\text{TOF}}}\right)^2. \quad (3.5)$$

Em nosso experimento realizamos a imagem ao longo de um eixo no plano perpendicular à gravidade com dois sistemas de imagem de magnificação 0.5 e 1.6 que podem ser usados de forma independente para ambas as espécies atômicas dependendo do tamanho da nuvem atômica. Ao operarmos o sistema com a mistura ^{23}Na - ^{39}K necessitamos realizar a imagem das nuvens atômicas de forma simultânea. Para isso, combinamos a luz de imagem de cada espécie ressonante com a transição $F = 2 \rightarrow F' = 3$ respectiva em cada caso a partir da utilização de espelhos dicróicos que refletem um comprimento de onda e transmitem o outro. Assim, ambos os feixes percorrem o mesmo caminho óptico e, após passarem pelas nuvens atômicas, são separados com a utilização de outro espelho dicróico atingindo duas câmeras CCDs distintas da Allied Vision, modelo Stingray F-145. Assim, as imagens do sódio e do potássio são realizadas de forma simultânea em nosso experimento. Ainda, devido a restrições no número de átomo de potássio em algumas etapas do experimento, é possível realizar tempos de TOF diferentes entre as nuvens atômicas facilitando o diagnóstico. Na Fig. 7 apresentamos a imagem de absorção da nuvem de sódio à esquerda e da nuvem de potássio à direita para $t_{\text{evap}} = 7300\text{ms}$ em $t_{\text{TOF}} = 3\text{ms}$ para o K e $t_{\text{TOF}} = 10\text{ms}$ para o Na. Neste caso, a fluorescência do MOT do K é de 50mV.

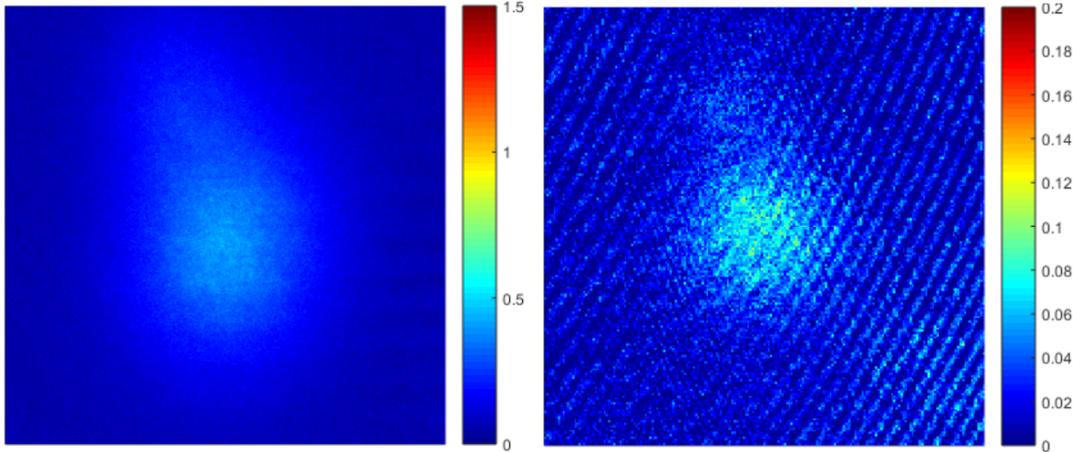


Figura 7 – Imagem de absorção da nuvem de sódio à esquerda e da nuvem de potássio à direita para $t_{evap} = 7300$ ms em $t_{TOF} = 3$ ms para o K e $t_{TOF} = 10$ ms para o Na. Neste caso, a fluorescência do MOT do K é de 50mV.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O controle da aquisição das imagens pelas cameras CCDs é feito a partir de um programa escrito no LabVIEW, e nele é feito o processamento das imagens, as quais são analisadas por um programa em Python e se é obtido o número de átomos e temperatura da nuvem atômica através de um ajuste Gaussiano do perfil de densidade. O programa também nos permite alterar esse ajuste para bimodal, para o caso de quando é identificado um condensado.

3.3 Sequência experimental

Experimentos em condensados de Bose-Einstein contam com uma complexa sequência experimental que tem por principal objetivo resfriar e aprisionar a nuvem atômica. Para efetuarmos esta sequência, utilizamos programas em Python e LabView (da National Instruments) que controlam equipamentos e placas de canais analógicos e digitais (também da National Instruments) garantindo o sincronismo de todos os processos necessários em cada parte da sequência. Na figura 8, temos um esquema da sequência experimental mostrando os parâmetros relevantes (laser de Na e K, campo magnético, feixe de Plug), em que d representa a dissintonia e P a potência dos feixes de resfriamento (do inglês, *cooling*) e rebombeio (do inglês, *repumper*). As curvas tracejadas são referentes ao Na e as contínuas referentes ao K.

Na sequência, descrevemos em detalhes cada um dos estágios da sequência experimental.

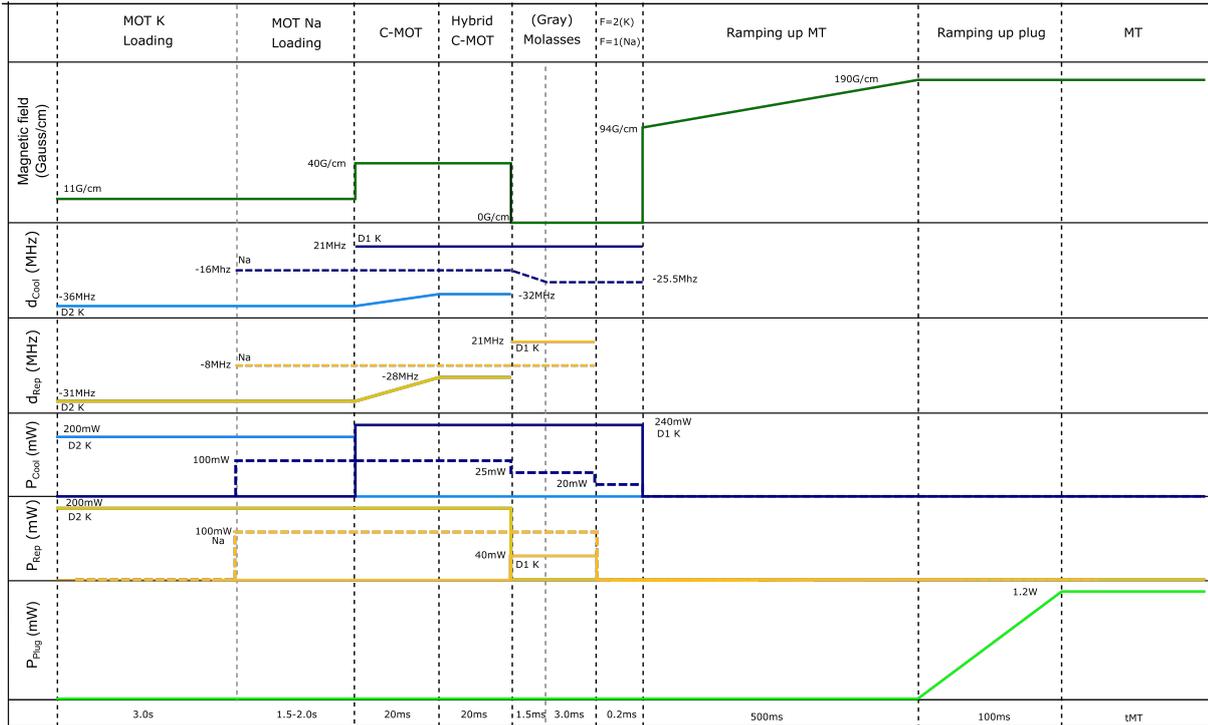


Figura 8 – Sequência experimental. As curvas tracejadas são referentes ao Na e as curvas contínuas são do K. P é referente à potência e d à dissintonia (ou *detuning*, do inglês).

Fonte: Elaborada pelo autor.

3.3.1 MOT de duas espécies

Como mencionado anteriormente, nas câmaras de vácuo laterais (ver figura 4) realizam-se armadilhas magneto-ópticas bidimensionais (MOTs-2D) independentes de cada espécie atômica, ^{23}Na e ^{39}K , e servem apenas como fonte de átomos à câmara de ciência, no centro da figura. Os átomos pré-resfriados são então transferidos à câmara de ciência com o auxílio de um feixe de laser denominado *push* que literalmente empurra os átomos até a outra câmara. Uma vez na câmara de ciência, os átomos são re-capturados em um MOT-3D formado por três pares de feixes contra-propagantes (um em cada uma das três direções do espaço) e um campo magnético quadrupolar proveniente de um par de bobinas em configuração anti-Helmholtz alinhadas ao longo da vertical. Assim como para os MOTs-2D, luzes com frequências próximas à transição de resfriamento e de rebombeio são necessárias garantindo que os átomos se mantenham no ciclo de resfriamento. No caso do MOT do ^{39}K , temos luzes de resfriamento e rebombeio em todos os três pares de feixes contra-propagantes do MOT. Já, para o ^{23}Na , a luz de rebombeio é obtida a partir de um feixe independente que apresenta um círculo escuro de 5.4mm de diâmetro no centro. Esta configuração é denominada dark-SPOT MOT⁴⁰ e é comumente utilizada no caso de átomos de sódio garantindo uma maior densidade à nuvem atômica. A operação do MOT de duas espécies é possível combinando os feixes de laser de cada espécie atômica com a

utilização de espelhos dieletricos comerciais da Laser Optik, que refletem um comprimento de onda (normalmente o 767nm) e transmitem outro comprimento de onda (normalmente o 589nm).

Assim como já observado para outras misturas atômicas,^{8-10,41} o MOT de duas espécies do Na-K sofre de grandes perdas. Essas perdas, diferentes das perdas discutidas no Capítulo 2, acontecem apenas na presença de luz e são comumente chamadas de “perdas assistidas por luz”. Um exemplo do efeito dessas perdas segue ilustrado na figura 9 em que mostramos o sinal de fluorescência dos MOTs de Na e ³⁹K capturado por fotodetectores independentes como função do tempo de carregamento do MOT. Em (a), o MOT de potássio é carregado primeiro e vemos um grande decréscimo da sua fluorescência e consequentemente, do seu número de átomos, uma vez carregado o MOT do sódio. O caso contrário, em que o MOT de sódio é carregado primeiro, segue ilustrado em (b) e é possível perceber que o MOT do Na não sofre praticamente nenhuma influência do MOT do K. Diversos métodos tem sido usados para minimizar as perdas induzidas por luz em MOTs de mais de uma espécie atômica,^{8-10,41} no nosso caso combinamos dois procedimentos que garantiram um bom compromisso entre o número de átomos de sódio e potássio: (i) os MOTs de cada espécie são alinhados espacialmente separados e (ii) fazemos um carregamento sequencial dos MOTs, carregando primeiro o potássio até a sua saturação (cerca de 20s) e na sequência o sódio durante apenas 0.5s. Nesta situação, obtemos MOTs com cerca de 3×10^3 átomos a ~ 5 mK para o potássio e $\sim 1 \times 10^9$ átomos a ~ 350 mK para o sódio.

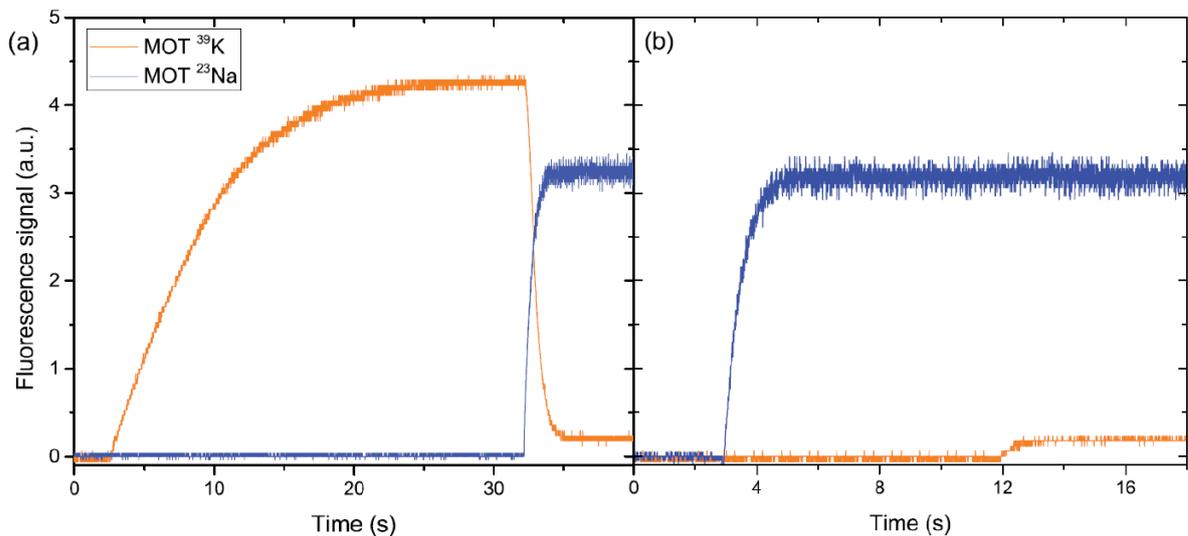


Figura 9 – Carregamento do MOT de duas espécies ²³Na-³⁹K. (a) Carregamento do MOT de K seguido do MOT do Na, mostrando uma grande influência na nuvem de K em detrimento do Na. (b) Carregamento do MOT de Na seguido do MOT de K, mostrando pouca alteração no MOT de Na devido a inclusão do MOT de K.

Nas medidas finais desta dissertação de mestrado nas quais pretendemos estudar as perdas de 3-corpos inter-espécies ao longo do processo de resfriamento evaporativo em uma armadilha do tipo Plug, precisamos variar o número inicial de átomos de potássio. Para isso, alteramos a potência dos feixes do MOT do ^{39}K mantendo a razão entre as luzes de resfriamento e rebombeio. Com isso, foi possível variar o valor de saturação do sinal de fluorescência do MOT em intervalos de 50mV de 50mV a 250mV. Como o sinal de fluorescência é proporcional ao número de átomos do MOT, esperamos a mesma porcentagem de variação no número inicial. No Capítulo 4, iremos discutir essa variação já na armadilha Plug e ela acaba sendo menor do que a variação do MOT, mas já é suficiente para alterar a dinâmica de perdas das nuvens atômicas.

3.3.2 Transferência para a armadilha Plug

Após a realização do MOT de duas espécies atômicas, realizamos uma série de estágios que tem como objetivo resfriar ainda mais a nuvem atômica e garantir uma melhor transferência para uma armadilha conservativa que, no nosso caso, é a armadilha Plug. Nesta seção, descrevemos brevemente cada um desses estágios.

3.3.2.1 MOT comprimido e MOT comprimido híbrido

Os estágios de MOT comprimido (do inglês, “compressed MOT” – CMOT) e MOT comprimido híbrido (do inglês, “Hybrid CMOT”)⁴² são responsáveis por diminuir o tamanho das nuvens atômicas resfriando-as além da temperatura atingida no MOT. Para isso, aumentamos o gradiente de campo magnético de 11 G/cm para 40 G/cm de forma abrupta no início do CMOT. Os parâmetros referentes ao sódio (potências e frequências dos feixes de laser) se mantêm constantes durante os 20ms do CMOT, enquanto alteramos a frequência do feixe de rebombeio do potássio e inserimos a luz de resfriamento da linha D1. No CMOT híbrido, mantemos a configuração final do CMOT por outros 20ms. Sem perdas significativas no número de átomos, as nuvens atômicas após estes estágios de compressão são menores e exibem uma forma mais simétrica atingindo temperaturas de $\sim 800\mu\text{K}$ e $\sim 350\mu\text{K}$ para o potássio e o sódio, respectivamente.

3.3.2.2 (*Gray*) Molasses

Continuando o processo de resfriamento das nuvens atômicas, realizamos um estágio de resfriamento sub-doppler comumente conhecido como Molasses.⁴³ Este estágio consiste em deixar a nuvem atômica expandir em um campo de luz na ausência de campos magnéticos. No caso dos átomos de sódio, este molasses é feito com luz de resfriamento e de rebombeio próximas às transições da linha D2 e o mecanismo de resfriamento acontece devido ao resfriamento tipo “Sisyphus”.²² Após 4.5 ms, a nuvem de sódio atinge temperaturas da ordem de $\sim 80\mu\text{K}$. No caso dos átomos de potássio, devido ao pequeno espaçamento energético entre os níveis excitados da linha D2 (ver figura 5), é mais difícil

realizar uma transição fechada e o estágio de molasses é normalmente pouco eficiente. Uma alternativa ao molasses usual é realizar um *gray* molasses utilizando luzes com frequências próximas às transições da linha D1 (ver figura 5). Neste caso, utilizam luzes de resfriamento e rebombeio para o azul das transições atômicas mantendo uma configuração do tipo lambda.²² O princípio de funcionamento do *gray* molasses se baseia na existência de dois estados fundamentais, um “claro” e um “escuro”, e no acoplamento desses estados com um estado excitado. Combinando o mecanismo de “*velocity selective population transfer*”⁴⁴ com o “Sisyphus”, é possível atingir temperaturas tão frias quanto $\sim 6\mu\text{K}$. No nosso caso, ao final do estágio de *gray* molasses, a nuvem de potássio atinge temperaturas de $\sim 30\mu\text{K}$.

3.3.2.3 Pre-Pump

Por fim, antes de transferir as nuvens atômicas à armadilha magnética do tipo Plug é necessário realizar um processo de pré-pump durante o qual os átomos expandem por $\sim 250\mu\text{s}$ na presença apenas da luz de resfriamento do sódio e do potássio. Após isso, todos os átomos são acumulados no estado fundamental $|F = 1\rangle$ sem nenhum aquecimento extra das nuvens atômicas. Um terço desses átomos, os átomos com $|F = 1, m_F = -1\rangle$ de ambas as espécies, são magneticamente aprisionáveis e podem então ser transferidos para a armadilha Plug.

3.3.3 Armadilha Plug

Armadilhas magnéticas tem sido amplamente utilizadas em experimentos de átomos frios devido a sua capacidade de capturar um grande volume de átomos com uma alta taxa de colisões elásticas de 2-corpos entre os átomos aprisionados, permitindo uma rápida termalização da nuvem atômica e sendo portanto essencial para um processo de resfriamento evaporativo eficiente. Uma das configurações mais comuns é o quadrupolo magnético, produzido por um par de bobinas em configuração anti-Helmholtz. Nessa configuração, a corrente elétrica circulam as bobinas em sentido oposto, causando uma ausência de campo magnético no centro, e um potencial de aprisionamento proporcional ao gradiente do campo que pode ser escrito como:

$$U_{\text{Quad}} = \mu B' \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2}, \quad (3.6)$$

onde μ é o momento magnético do átomo e B' , o gradiente do campo magnético no eixo das bobinas, escolhido aqui como a direção \hat{z} .

Nos locais em que o campo é nulo, o momento magnético dos átomos não é bem definido podendo realizar transições entre estados não mais magneticamente aprisionados a perda desses átomos da armadilha. Essas perdas são chamadas de perdas de Majorana.⁴⁵ A fim de evitarmos, uma armadilha óptica (do inglês, *optical dipole trap* - ODT) repulsiva, composta por um feixe de laser de alta potência e com frequência para o azul das transições

atômicas do sódio e do potássio, alinhada no centro do potencial de quadrupolo. Assim, criamos uma barreira de potencial, impedindo que os átomos passem na região de campo magnético nulo. No caso de um feixe de laser alinhado no centro da armadilha magnética, temos o potencial a seguir:

$$U_{\text{Plug}} = \mu B' \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2} + U_0 \frac{1}{1 + (x/x_R)^2} e^{-\frac{2r^2}{w_0^2} \frac{1}{1 + (x/x_R)^2}}, \quad (3.7)$$

com $U_0 = 3c^2\Gamma P/\omega_0^3\Delta w_0^2$ sendo a profundidade do potencial do plug, com ω_0 sendo a frequência angular, Γ a taxa de decaimento da transição atômica, P a potência do laser, c a velocidade da luz no vácuo e Δ é a diferença entre a frequência do laser e a frequência de transição atômica. Já que as frequências de transição do Na e do K são diferentes, a profundidade óptica será menor para o potássio do que para o sódio. Desta forma, foi montado um sistema capaz de lidar com o buraco de Majorana em ambas as espécies, evitando assim, perdas por mudança de spin.

Na figura 10 podemos ver uma comparação da evolução do número de átomos como função da temperatura ao longo do processo de resfriamento evaporativo na armadilha magnética com (quadrados verdes) e sem (círculos pretos) a presença do feixe de Plug. Acima de $30\mu K$, perdas de Majorana são desprezíveis, e o feixe de Plug não faz muita diferença. No entanto, abaixo desta temperatura, a curva com a barreira óptica pode manter os átomos na armadilha, permitindo uma maior eficiência na evaporação, podendo atingir número de átomos em uma temperatura suficientemente baixa para a obtenção do condensado de Bose-Einstein. Mais detalhes desse sistema pode ser encontrado em.²²

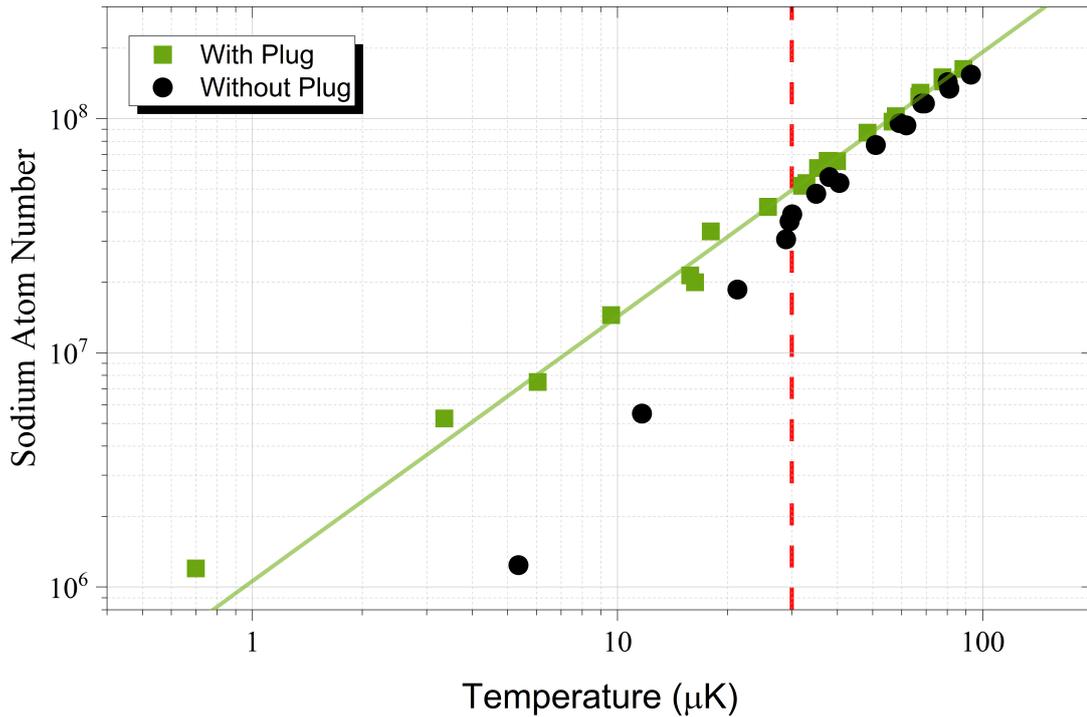


Figura 10 – Caminho da evaporação com plug (quadrados verdes) e sem (pontos pretos) na armadilha magnética.

Fonte: GUTIERREZ.²³

3.3.4 Resfriamento das nuvens atômicas na armadilha Plug

Uma vez na armadilha Plug, é necessário continuar o resfriamento dos átomos a fim de chegar às temperaturas críticas usuais para a transição para condensado de Bose-Einstein. De modo geral, este processo consiste no processo de resfriamento evaporativo, discutido na seção 2.3, que a partir da remoção seletiva dos átomos mais quentes garante que a nuvem atômica termalize à uma temperatura menor. Dependendo do tipo de armadilha, esta remoção pode ser feita utilizando antenas de radio-frequência ou micro-ondas, para as quais a frequência da radiação define a energia das partículas a serem removidas, ou reduzindo a profundidade de um potencial óptico diminuindo a potência do laser que o produz.

No caso de misturas atômicas, usualmente escolhe-se uma espécie para ser evaporada enquanto a outra é resfriada de forma simpática via colisões elásticas de 2-corpos interespécies. Assim a segunda espécie diminui sua temperatura sem que ocorram perdas de átomos. Em nosso experimento, escolhemos por favorecer a nuvem de K, pois é a que possui menor número de átomos. Dessa forma, utilizamos uma antena de micro-ondas em $\sim 1.7\text{GHz}$, de modo a excitar transições entre os estados fundamentais $|F = 1\rangle$ e $|F = 2\rangle$ do sódio sem que o potássio seja afetado. Evaporando apenas os átomos de Na foi possível resfriar a nuvem de K de forma simpática. A rampa de evaporação feita com a micro-ondas está representado na figura 11 juntamente de um esquema de como ocorre essa evaporação

para os átomos de Na.

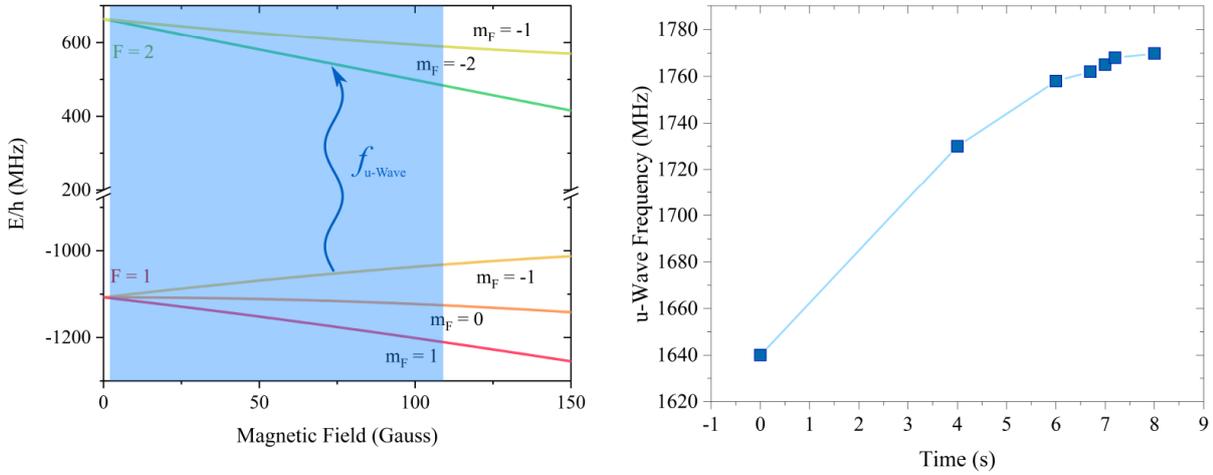


Figura 11 – À esquerda é apresentado um esquema de como ocorre a evaporação. À direita é apresentada a rampa de evaporação por micro-ondas do Na.

Fonte: GUTIERREZ.²³

A evolução do número de átomo de sódio e potássio como função da temperatura durante o processo de resfriamento evaporativo por ser vista no gráfico da figura 12. Como podemos notar o número de átomos de Na diminui inicialmente com a temperatura, enquanto o número de átomos de potássio se mantém praticamente constante, até chegar a uma temperatura próxima de $6\mu K$. Portanto, podemos notar o resfriamento simpático dos átomos de K durante o resfriamento evaporativo do Na. Porém, abaixo de $6\mu K$ notamos um comportamento diferente, relacionado a perdas por colisões de 3-corpos inter-espécies, e é a análise desse comportamento o objetivo dessa dissertação de mestrado, que segue realizada no próximo capítulo.

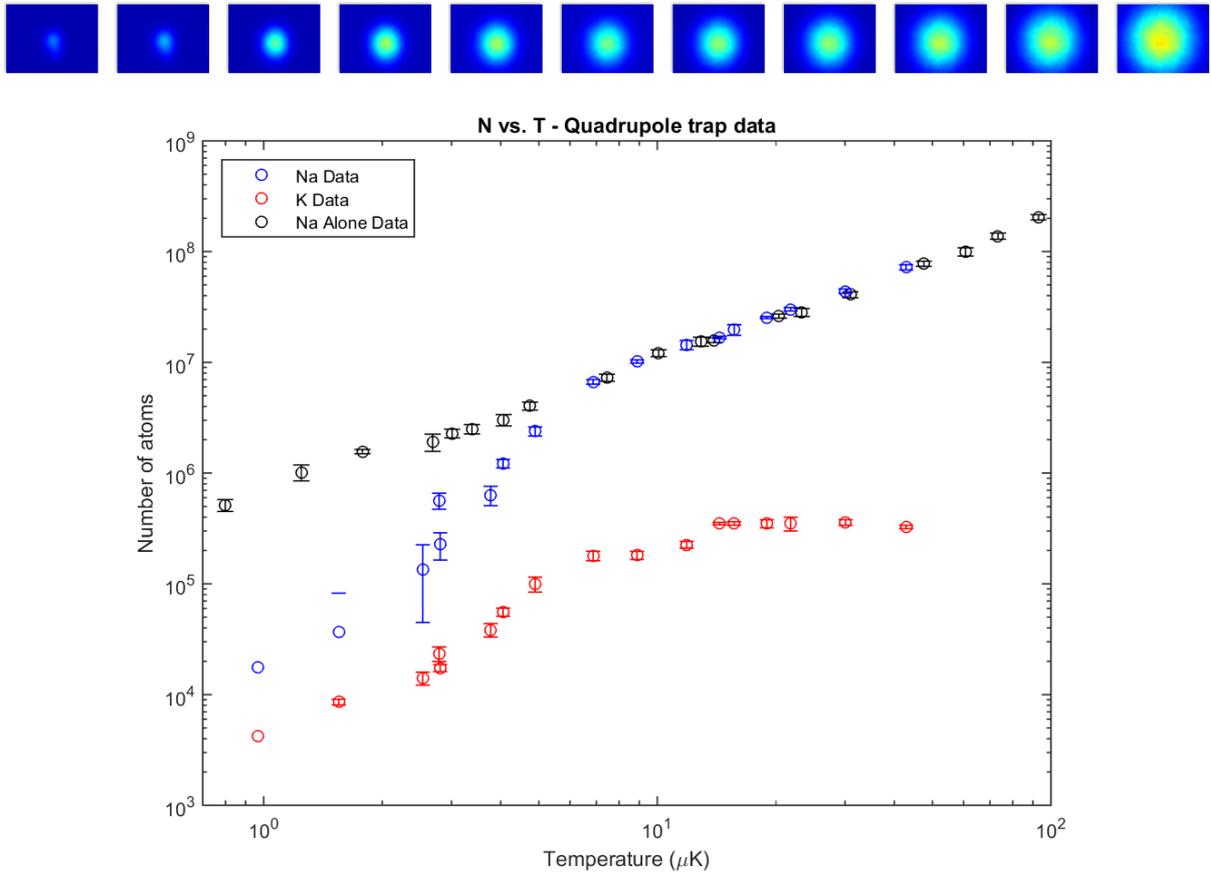


Figura 12 – Evolução do número de átomos de Na e K como função da temperatura no decorrer do resfriamento evaporativo. Os pontos em azul representam os dados de sódio com a influência do potássio e os pontos em vermelho representam os dados de potássio na presença de sódio. Os pontos pretos representam o sódio sem influência do potássio. Nas figuras acima do gráfico é apresentado a evolução da nuvem de Na. Neste caso, o sinal de fluorescência do MOT de potássio era de 200 mV.

Fonte: Elaborada pelo autor.

4 PERDAS DE 3-CORPOS EM MISTURAS ULTRAFRIAS DE NA-K

Gases atômicos estão sujeitos a perdas de átomos em diferentes etapas da sequência experimental rumo à obtenção de condensados de Bose-Einstein. Das baixas eficiências de captura de MOTs quando comparados à quantidade de vapor disponível às perdas que ocorrem durante à transferência da nuvem para uma armadilha conservativa e as perdas intrínsecas do processo de resfriamento evaporativo, cabe ao experimentalistas dessa área encontrar a rota experimental que mais minimize essas perdas. O caso de misturas atômicas é ainda mais sutil, como já mencionado e discutido nesta dissertação, devido ao surgimento de novos canais de perdas mediados pela interação inter-espécies. Aqui também é fundamental identificar essas perdas e buscar rotas experimentais que as minimize. É portanto neste contexto que o trabalho desenvolvido neste mestrado está inserido a partir do estudo de perdas de 3-corpos em misturas ultrafrias de ^{23}Na - ^{39}K .

Nos capítulos anteriores descrevemos os processos de colisões que acontecem em nuvens de átomos ultrafrios de uma e duas espécies atômicas (Capítulo 2) e apresentamos o sistema experimental no qual este trabalho de mestrado foi realizado (Capítulo 3). Neste capítulo, iremos apresentar nossos dados e discutir as análises realizadas juntando as previsões teóricas com as observações experimentais. Começamos discutindo o caso da nuvem de Na sozinha e aprisionada na armadilha Plug (seção 4.1) e, na sequência (seção 4.2), discutimos o caso da mistura Na-K já introduzido no final do Capítulo 3.

4.1 Na sozinha

Nosso objetivo final é analisar como ocorrem as perdas inter-espécies durante a evaporação de uma mistura atômica de Na e K na armadilha tipo Plug. Mas antes, iremos verificar como a nuvem de Na se comporta sozinha durante a rampa de evaporação de micro-ondas apresentada na seção 3.3.4 do capítulo anterior. Esta análise é importante uma vez que, durante o processo de evaporação, tanto a temperatura como o número de átomos de sódio diminui. Assim, a fim de estudar as perdas inter-espécies que ocorrem na mistura, é necessário separar a contribuição às perdas provenientes do processo de resfriamento evaporativo das perdas resultantes das colisões inter-espécies.

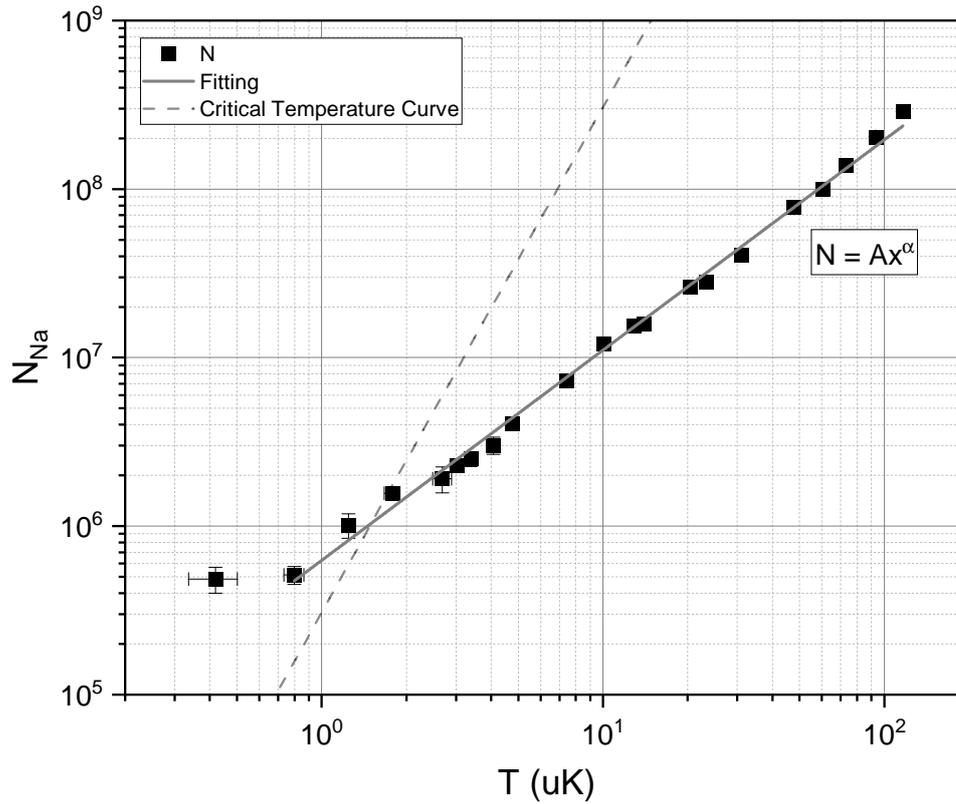


Figura 13 – Número de átomos de sódio como função da temperatura da nuvem ao decorrer da rampa de evaporação de micro-ondas.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A fim de estudar a dinâmica da evaporação dos átomos de sódio, evaporamos os átomos com a rampa de micro-ondas apresentada na Fig. 11 e realizamos imagens da nuvem atômica em diferentes tempos de evaporação. Assim, conseguimos observar a nuvem sob diferentes condições de número de átomos e temperatura. No gráfico da figura 13, apresentamos o comportamento do número de átomos de sódio em função da temperatura da nuvem atômica em escala loglog. A curva crítica da transição para o BEC segue dada pela linha cinza tracejada e, para o caso de um gás aprisionado por um potencial harmônico, é dada por²⁸:

$$T_c \approx 0.94 \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} N^{1/3}. \quad (4.1)$$

À esquerda dessa curva, temos o aparecimento de um condensado de sódio caracterizado por um grande aumento da densidade no centro da nuvem atômica, como pode ser visto na imagem mais à esquerda do inset da Fig. 13. Com base no modelo simples apresentado na seção de resfriamento evaporativo do Capítulo 2, a relação entre o número de átomos e a temperatura durante este processo segue dada pela equação 2.45. Esta é uma relação em que $N = AT^\alpha$ com $\alpha = \frac{1}{\beta}$ e que é portanto linear em um

gráfico em escala loglog. De fato, à excessão do ponto de menor temperatura em que temos uma fração condensada significativa ($\geq 30\%$), todos os pontos no gráfico da Fig. 13 exibem um comportamento linear. Realizando um ajuste dos dados experimentais pela equação mencionada acima, encontramos $\alpha = 1.25 \pm 0.02$ e $A = 6.3 \pm 0.4$. Iremos utilizar esta equação nas análises dos dados das perdas inter-espécies da mistura Na-K a fim de quantificar a variação do número de átomos de sódio devido unicamente ao processo de resfriamento evaporativo. Assim, associaremos a diferença na variação do número de átomos de sódio como sendo resultado das perdas de 3-corpos inter-espécies.

4.2 Mistura Na-K

De modo a estudar a dinâmica de perdas de 3-corpos inter-espécies em nuvens ultrafrias de sódio e potássio ao longo do processo de resfriamento evaporativo, seguimos a sequência experimental descrita na seção 3.3 e realizamos imagens simultâneas das nuvens atômicas de cada espécie em diferentes tempos da rampa de evaporação de micro-ondas, como feito na seção 4.1 apenas para a nuvem de sódio. Neste caso, a variação do número de átomos de sódio, dN_{Na} , será resultado de uma variação devido à evaporação somada à variação devido às perdas de 3-corpos inter-espécies acontecendo por dois canais: Na-Na-K e Na-K-K. Com isso, dN_{Na} segue dado por:

$$dN_{Na} = dN_{Na}^{Evap} + dN_{Na}^{Na-Na-K} + dN_{Na}^{Na-K-K}. \quad (4.2)$$

Como utilizamos uma evaporação por micro-ondas cuja frequência é distante das frequências das transições atômicas do potássio, podemos considerar para a variação do número de átomos de K, dN_K , apenas a contribuição devido às perdas de 3-corpos inter-espécies, o que implica:

$$dN_K = dN_K^{Na-Na-K} + dN_K^{Na-K-K}. \quad (4.3)$$

Na Fig. 16 apresentamos um gráfico do número de átomos em função da temperatura das nuvens atômicas para o caso do sódio sozinho (em preto), o sódio na presença do potássio (em azul) e o potássio na presença do sódio (em vermelho). Nestes dados o valor da carga do MOT do potássio (parâmetro variável, como será discutido mais para frente) era de 200 mV resultando em um número inicial de átomos na armadilha tipo Plug de cerca de 3.5×10^5 átomos¹. A partir desses dados, é possível verificar que o número de átomos de K se mantém constante no início da evaporação enquanto diminui a sua temperatura, evidenciando o sucesso do seu resfriamento simpático. O número de átomos de potássio só

¹ Mais para frente iremos discutir um fator de correção à este número de átomos de modo a conseguir reproduzir os dados experimentais com as simulações numéricas.

é alterado quando as nuvens atingem uma determinada densidade (ou temperatura), em que as perdas de 3-corpos inter-espécies começam.

Nosso principal objetivo é então modelar as perdas de 3-corpos inter-espécies utilizando simulações numéricas baseadas nos modelos de perdas discutidos no Capítulo 2. De grande importância para o nosso modelo é a forma do potencial de aprisionamento uma vez que ela define o perfil de densidade da nuvem atômica dado pela Eq. 3.4. No nosso caso, temos ambas nuvens atômicas aprisionadas por uma armadilha Plug com potencial ao longo do plano perpendicular à propagação do feixe de Plug dado de forma qualitativa pela figura 14. Nela, o potencial da armadilha Plug, resultado da combinação de uma armadilha magnética de Quadrupolo e de uma armadilha óptica repulsiva, segue ilustrado em preto enquanto que o potencial devido unicamente à armadilha magnética, segue ilustrado pela curva tracejada cinza. Vemos claramente a barreira de potencial no centro da armadilha resultado do potencial óptico. Neste caso, para baixas temperaturas (próximas à T_c), os átomos se acumulam em um dos mínimos do potencial e, assim, é possível fazer uma aproximação harmônica. Porém, no caso de altas temperaturas, como as relevantes às medidas das perdas inter-espécies que queremos fazer aqui, o potencial do Plug tem pouca influência e as nuvens atômicas se comportam como se fossem majoritariamente aprisionadas por uma armadilha magnética de quadrupolo. Dessa forma, as integrais das densidades das nuvens atômicas necessárias para averiguar a variação do número de átomos (ver discussão do Capítulo 2) precisam ser realizadas numericamente, uma vez que não apresentam solução analítica para o caso de um potencial quadrupolar como o explicitado na Eq. 3.7 do Capítulo 3, considerando um gradiente de campo magnético ao longo do eixo principal da armadilha (eixo-z) de 190 G/cm.

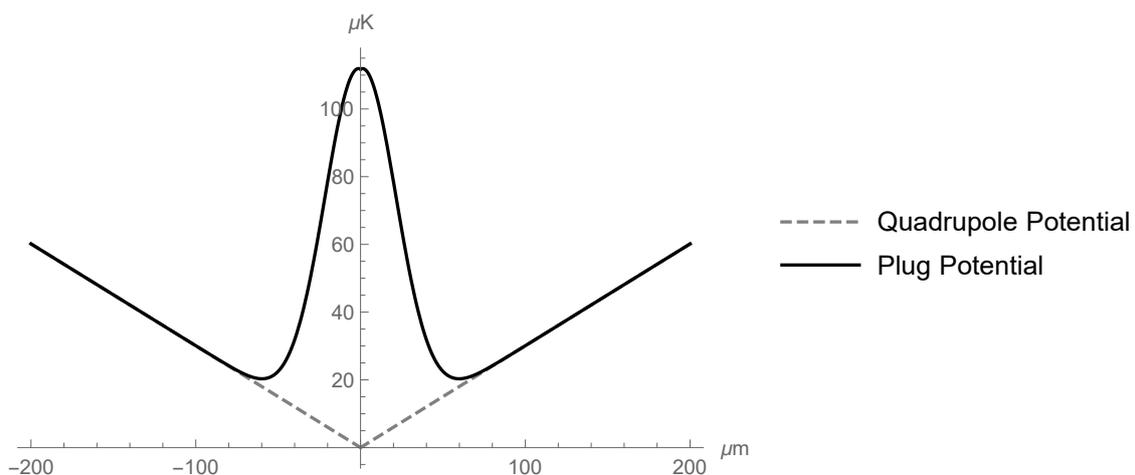


Figura 14 – Esquema do potencial da armadilha Plug (em preto) e da armadilha de quadrupolo (curva tracejada cinza).

Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim, partindo das Eqs. 4.2 e 4.3, construímos um código em MATLAB a fim de

realizar uma simulação numérica da evolução do número de átomos de cada espécie como função do tempo de evaporação. Cada um dos termos das equações segue dado por:

$$dN_{Na}^{Evap} = \alpha \frac{N_{Na}}{T} \frac{dT}{dt} dt, \quad (4.4)$$

$$dN_{Na}^{Na-Na-K} = -\frac{2}{3} L_3^{Na-Na-K} \langle N_{Na}^2 N_K \rangle dt, \quad (4.5)$$

$$dN_{Na}^{Na-K-K} = -\frac{1}{3} L_3^{Na-K-K} \langle N_{Na} N_K^2 \rangle dt, \quad (4.6)$$

$$dN_K^{Na-Na-K} = -\frac{1}{3} L_3^{Na-Na-K} \langle N_{Na}^2 N_K \rangle dt, \quad (4.7)$$

$$dN_K^{Na-K-K} = -\frac{2}{3} L_3^{Na-K-K} \langle N_{Na} N_K^2 \rangle dt, \quad (4.8)$$

onde dt é um intervalo de tempo infinitesimal da evaporação utilizado na simulação. A relação 4.4 é obtida diretamente da expressão para o comportamento de N_{Na} em função de T usada para ajustar os dados experimentais do sódio sozinho e dT/dt representa a taxa de variação da temperatura com o tempo de evaporação para cada instante de tempo. Esta taxa de resfriamento é obtida à partir do gráfico da Fig. 15 (a) que mostra a temperatura como função do tempo de evaporação da rampa de micro-ondas descrita na seção 3.3 e de sua derivada numérica, Fig. 15 (b). Os termos entre $\langle \rangle$ nas Eqs. (4.5)-(4.8) são as integrais numéricas como definidas no Capítulo 2 (Eq. 2.61) realizadas considerando um potencial quadrupolar (Eq. 3.7 do Capítulo 3). Iniciamos as simulações numéricas assumindo os coeficientes de perdas de 3-corpos inter-espécies como dado pelos valores reportados em⁹ com $L_3^{Na-Na-K} = 1.03 \times 10^{-25} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ e $L_3^{Na-K-K} = 0.50 \times 10^{-25} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$. Resolvendo as Eqs. 4.2 e 4.3 de forma acoplada esperávamos ser possível reproduzir os dados experimentais ilustrados na figura 16 onde as simulações numéricas seguem dadas pelas curvas tracejadas azul e vermelha no caso do sódio e do potássio, respectivamente.

Diferentemente do esperado, as simulações (curvas tracejadas) não condizem com os resultados experimentais: enquanto que o sódio segue o caminho natural devido apenas à evaporação sem sentir a presença do potássio, as perdas no potássio são muito mais intensas do que o observado experimentalmente, destruindo completamente a nuvem assim que começam a ocorrer. Isto também ocorre ao realizarmos as análises das curvas obtidas para diferentes números iniciais de átomos de potássio. Assim, estes fatos nos fazem crer que temos um erro sistemático em nossas medidas que altera o número de átomos detectados. No caso dos átomos de sódio, acreditamos estar medindo o número correto de átomos uma vez que eles condizem com a temperatura crítica observada experimentalmente e dada pela Eq. 4.1 com um desvio em torno de 5% que pode ser atribuído à interação entre os átomos.⁴⁶ Assim, o erro deve estar relacionado ao número de átomos de potássio e pode estar relacionado ao curto tempo de TOF (de apenas 3 ms ao invés dos 10 ms realizados para a detecção da nuvem de sódio) durante o qual é possível que tenhamos algum campo magnético espúrio. A presença de campos magnéticos espúrios,

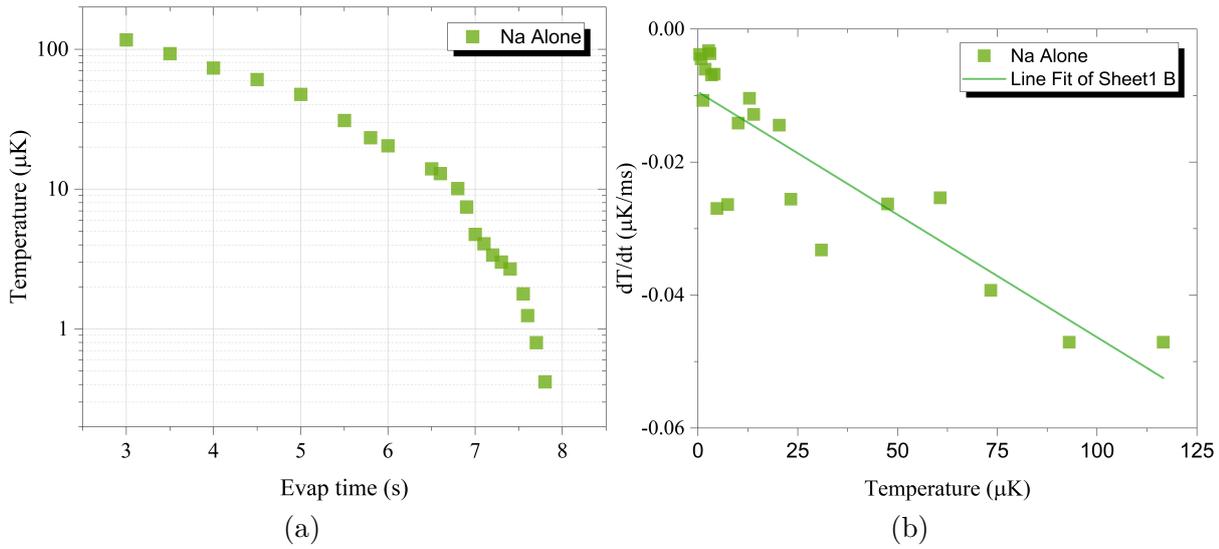


Figura 15 – Resfriamento da nuvem atômica do Na com micro-ondas à esquerda (a) e taxa de resfriamento da nuvem à direita (b).

Fonte: GUTIERREZ.²³

muito provavelmente resultado do desligamento do campo de quadrupolo da armadilha Plug, altera a frequência da transição atômica com a qual se faz a imagem, indicando que veríamos menos átomos de potássio do que de fato temos no experimento. Infelizmente, constatamos esta inconsistência apenas na fase de análise e, devido a problemas técnicos do experimento, não foi possível refazer as medidas utilizando o valor correto de frequência da luz da imagem para o potássio. Assim, optamos por corrigir os dados já coletados a partir de um fator de correção comum a todas as curvas realizadas.

De modo a termos uma maior influência da nuvem de átomos de potássio na nuvem de átomos de sódio precisamos que o número de átomos de potássio seja maior do que o que foi medido e decidimos usar um fator multiplicativo $\gamma = 1 \rightarrow 10$ ao número de átomos de potássio. Variando γ e realizando a simulação numérica para cada um desses valores foi possível encontrar um valor ótimo comum a três das cinco curvas feitas para N_K iniciais levemente diferentes. O valor ótimo de γ foi obtido minimizando o erro quadrático médio definido como:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{points}} \frac{(N_{exp}^i - N_{sim}^i)^2}{(N_{exp}^i)^2}, \quad (4.9)$$

para cada uma das curvas, onde $N_{exp}^i = \gamma N_K^i$ é o número de átomos corrigido pelo fator γ e N_{sim}^i é o número de átomos de potássio obtido da simulação feita considerando o número inicial corrigido como ponto inicial. Fazendo a média dos valores de γ encontrados para as três curvas analisadas encontramos $\gamma = 9.4 \pm 0.1$.

Na figura 17, mostramos os gráficos novamente os gráficos do número de átomos em

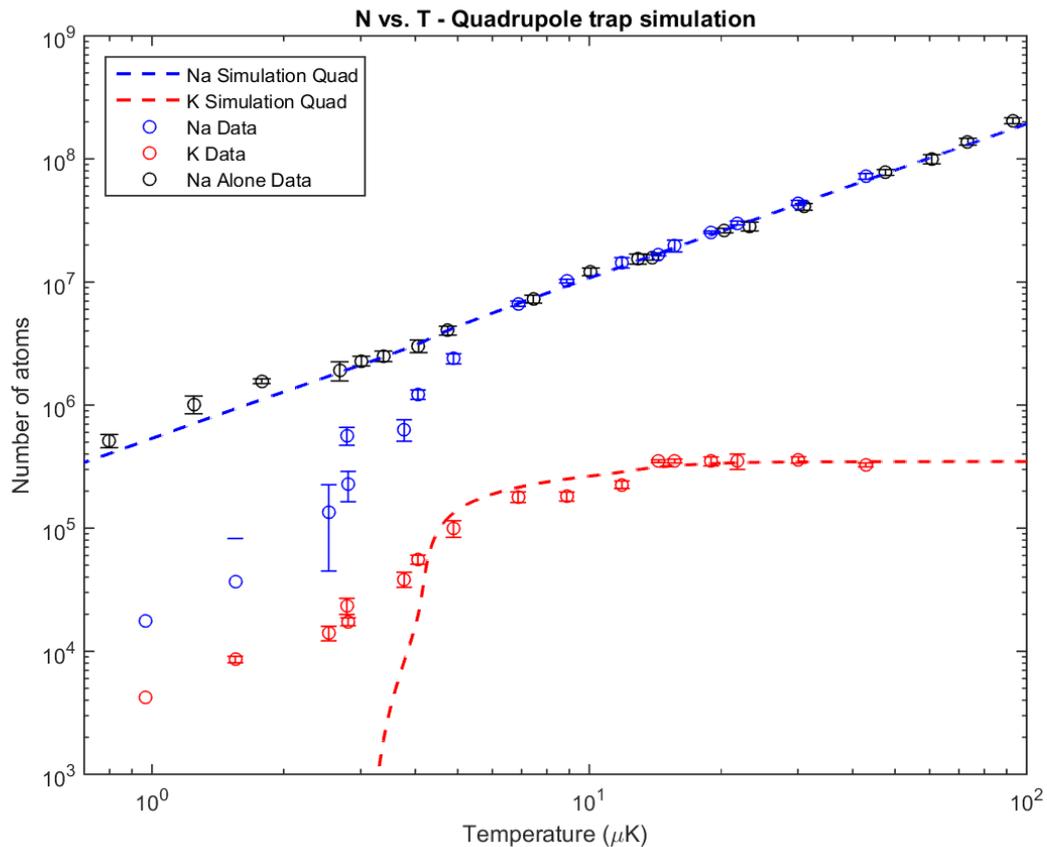


Figura 16 – Gráfico do número de átomos em função da temperatura ao longo do processo de resfriamento evaporativo para os átomos de sódio, em azul, e potássio, em vermelho. Os dados em preto representam o caso do sódio na ausência do potássio. As curvas tracejadas azul e vermelha representam o resultado da simulação numérica para o sódio e o potássio, respectivamente. Neste caso, o sinal de fluorescência do MOT de potássio era de 200 mV.

Fonte: Elaborada pelo autor.

função da temperatura para as nuvens de sódio (em azul) e potássio (em vermelho) para as três curvas analisadas a fim de encontrar o fator γ com sinais de fluorescência do MOT de potássio de 100 mV (a), 250 mV (b) e 200 mV (c). Assim, o número de átomos de potássio já corrigido inicialmente carregado na armadilha Plug era de 2.5×10^6 , 3.5×10^6 e 4×10^6 átomos, respectivamente. É possível ver que, quanto maior o número de átomos de potássio inicialmente carregado na armadilha, maior será a perda de átomos de sódio devido às colisões de 3-corpos inter-espécies, como era de se esperar. Nossa simulação numérica (linhas tracejadas na Fig. 18) reproduzem de forma razoável os dados experimentais tanto em relação à temperatura com a qual essas perdas passam a ser relevantes, com $T \leq 6\mu K$, como na forma com que acontece o decaimento no número de átomos de ambas as espécies. Os valores de $L_3^{Na-Na-K}$ e L_3^{Na-K-K} já citados na literatura⁹ foram confirmados com os nossos dados. A fim de se obter uma maior precisão desses valores, seria interessante

novas realizar medidas sem incertezas no número de átomos de potássio ou pensar em um outro conjunto de dados que possa ser realizado em uma armadilha puramente óptica na qual, além dos valores já reportados, seria possível estudar a dependência dos coeficientes L_3 com o comprimento de espalhamento a partir da sua alteração via ressonâncias de Feshbach.

Das análises realizadas durante este mestrado, fica evidente que seria interessante definir uma rota experimental na qual as perdas inter-espécies possam ser minimizadas antes delas começarem a ter um papel significativo. Assim, seria interessante transferir as nuvens atômicas para uma armadilha óptica no caso de temperaturas pouco acima de $6\mu K$ e já sintonizar as interações inter-espécies para valores nos quais os coeficientes L_3 se tornem muito pequenos. Um caminho semelhante já foi realizado por um grupo na Alemanha⁹ em que eles conseguiram produzir o condensado de mistura atômica como almejamos realizar em nosso laboratório no IFSC. Em conjunto com as simulações desenvolvidas aqui, podemos melhorar ainda mais esta rota trabalhando também com a razão inicial entre o número de átomos de sódio e potássio de modo a maximizar o condensado de mistura atômica a ser obtido no final da sequência

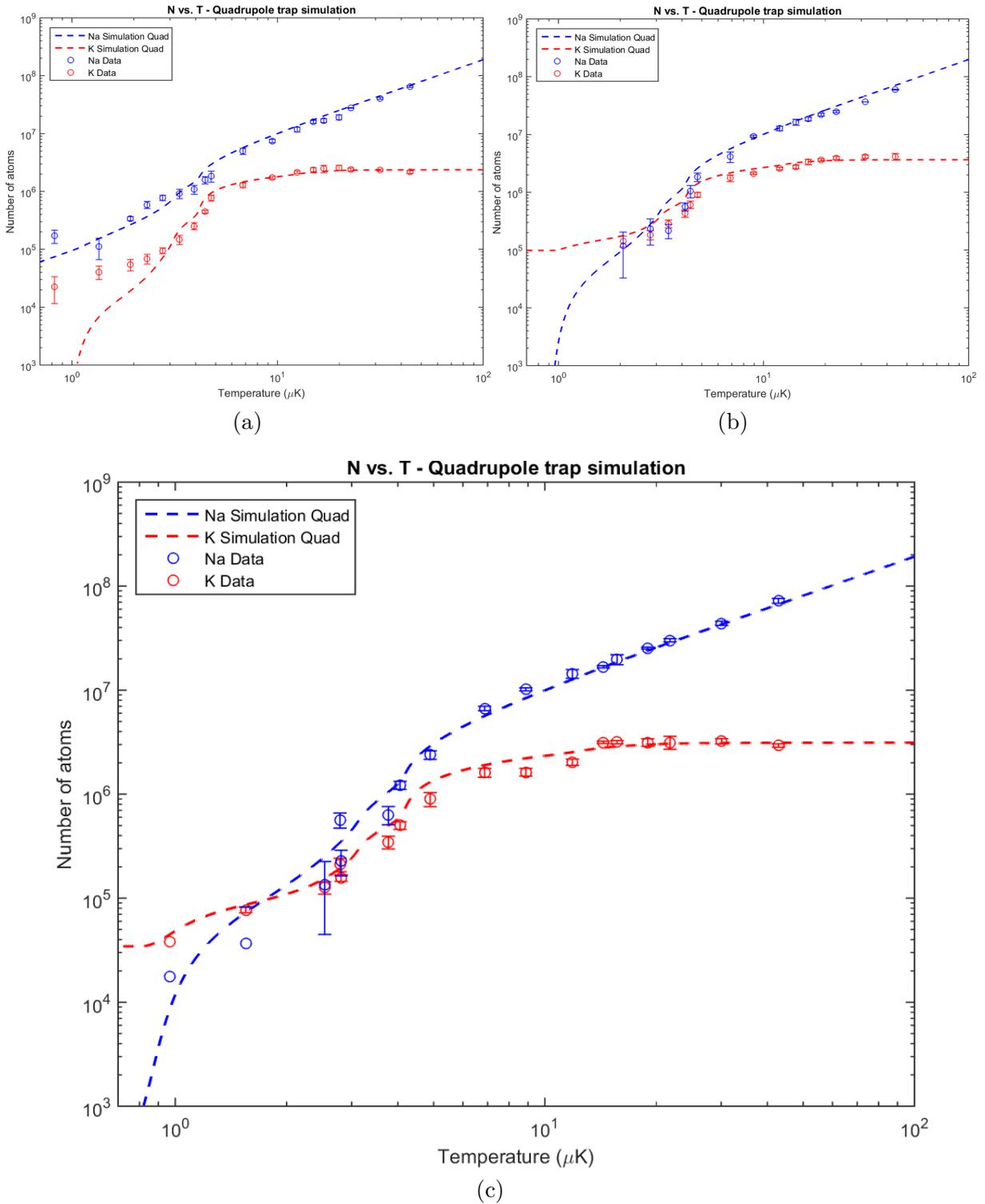


Figura 17 – Número de átomos como função da temperatura para a nuvem de sódio (em azul) e de potássio (em vermelho) ao longo do processo de resfriamento evaporativo considerando três condições iniciais diferentes para o número de átomos de potássio carregados na armadilha Plug referentes a sinais de fluorescência do MOT de potássio de 100 mV (a), 250 mV (b) e 200 mV (c). Em todos os gráficos o número de átomos de potássio foi corrigido pelo fator multiplicativo ótimo com $\gamma = 9.4 \pm 0.1$. As curvas tracejadas azul e vermelha representam os resultados da simulação numérica para o sódio e o potássio, respectivamente.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Experimentos de átomos ultrafrios são bastante desafiadores a alunos iniciando a sua carreira científica. Isto porquê, além da física específica que se pretende estudar em detalhe em um projeto de mestrado, é necessário adquirir conhecimento de todos os detalhes experimentais presentes no dia-a-dia de fazer funcionar a “máquina”. Nesta direção, um experimento com mistura atômica é ainda mais desafiador já que envolve técnicas e equipamentos específicos a cada uma das espécies atômicas. Assim, ser capaz de entender e realizar o experimento neste contexto é com certeza o maior resultado de um projeto de mestrado nesta área. Nesta seção, elencamos as conclusões específicas provenientes deste trabalho de mestrado e discutimos algumas perspectivas futuras ao experimento.

5.1 Conclusões

Neste trabalho, discorremos sobre canais de perdas em uma nuvem atômica de uma e duas espécies atômicas e como ocorre o resfriamento evaporativo de uma nuvem atômica. Obtivemos aqui uma nuvem fria de ^{23}Na e ^{39}K e conseguimos analisar como ocorrem as perdas de 3-corpos inter-especies nessa mistura durante o processo de resfriamento evaporativo dos átomos de sódio realizado por micro-ondas com frequência em torno de 1.7 GHz. No decorrer dessa rampa de evaporação, confirmamos também a ocorrência de um resfriamento simpático dos átomos de potássio devido à termalização com a nuvem de sódio sendo resfriada. Dessa forma, a nuvem de potássio resfria sem que ocorram perdas de átomos durante o processo à menos das perdas de 3-corpos inter-especies que passam a ocorrer para $T \leq 6\mu\text{K}$. resfriamento direto dos átomos de Na, evitando dessa forma, perdas de K pelo resfriamento.

Durante a coleta dos dados, percebemos que tínhamos uma inconsistência com o número de átomos de K em nossas curvas quando comparadas ao previsto pelas simulações numéricas. No entanto, devido a impossibilidade de replicar as medidas por problemas técnicos do experimento, resolvemos utilizar um fator multiplicativo ao número de átomos de potássio que fosse capaz de aproximar os dados experimentais das simulações numéricas. O fator numérico encontrado a partir da análise de três curvas experimentais realizadas com número inicial de átomos de potássio levemente diferentes ($2.5 \times 10^6 - 4 \times 10^6$ átomos) foi de $\gamma = 9.4 \pm 0.1$. Utilizando este fator, as simulações numéricas foram capazes de reproduzir os resultados experimentais tanto com relação à temperatura a partir da qual as perdas inter-especies passam a ser relevantes (com $T \approx 6\mu\text{K}$) como na forma com que o decaimento do número de átomos de cada espécie acontece. Ainda, confirmamos os valores dos coeficientes de perdas de três corpos inter-especies para o ^{23}Na e o ^{39}K , $L_3^{Na-Na-K}$ e

L_3^{Na-K-K} , já citados na literatura.⁹

5.2 Perspectivas

Com a realização dos estudos apresentados nesta dissertação de mestrado foi possível ganhar um maior conhecimento da dinâmica da mistura $^{23}\text{Na} - ^{39}\text{K}$ na armadilha Plug sob diferentes temperaturas. Mais importante, conseguimos identificar que, dentro do range que conseguimos variar do número de átomos de potássio, as perdas de 3-corpos inter-espécies acontecem aproximadamente abaixo de uma mesma temperatura em torno de $6\mu\text{K}$. Quanto menor a temperatura, menor o tamanho da nuvem atômica e maior a sua densidade, implicando um aumento no número de colisões de 3-corpos inter-espécies. Como foi discorrido neste texto, o comprimento de espalhamento está diretamente associado às perdas de 3-corpos e como sabemos em que instante essas perdas ocorrem poderemos otimizar a transferência da nuvem para uma armadilha puramente óptica e diminuir essas perdas através de ressonâncias de Feshbach.¹¹

Já tivemos alguns resultados nesta direção antes de finalizarmos este trabalho de mestrado, em que obtivemos uma nuvem fria de K ($N = 9 \times 10^3, T = 150\text{nK}$) e um BEC de Na ($N_{\text{BEC}} = 7 \times 10^4, T = 150\text{nK}$).²³ Na figura 18, mostramos imagens de absorção dessas nuvens com o sódio à esquerda e o potássio à direita. A fim de melhorar ainda mais este resultado podemos ampliar as simulações numéricas desenvolvidas aqui adicionando a transferência para a armadilha óptica e as perdas iniciais que acontecem antes de ser possível sintonizar as ressonâncias de Feshbach. Com isso, poderemos traçar um melhor caminho para atingir a condensação de Bose-Einstein da mistura em nosso experimento.

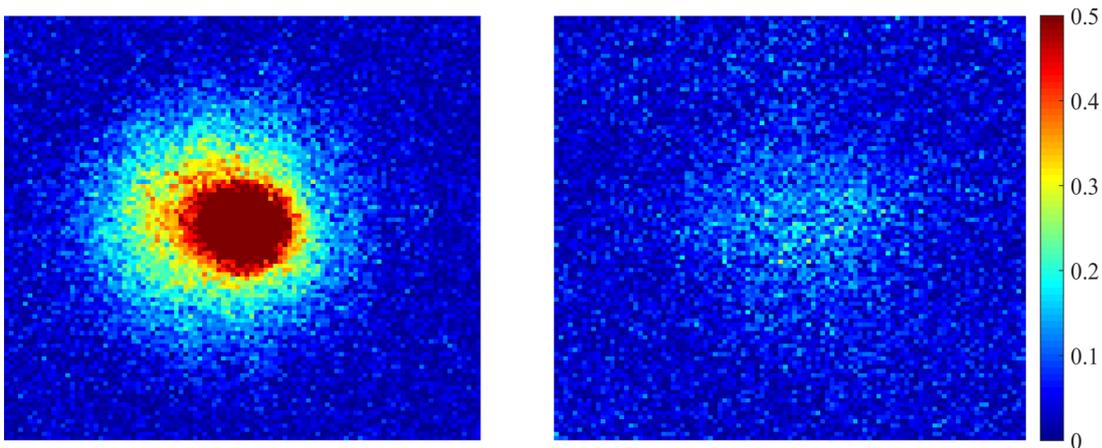


Figura 18 – Imagem de absorção de um BEC de sódio à esquerda e da nuvem de potássio à direita para $t_{TOF} = 10$ ms realizadas simultaneamente na ODT.

Fonte: GUTIERREZ²³

REFERÊNCIAS

- 1 ANDERSON, M. H. *et al.* Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 269, n. 5221, p. 198–201, 1995.
- 2 KETTERLE, W.; DURFEE, D. S.; STAMPER-KURN, D. **Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates**. 1999. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/9904034.pdf>. Acesso em: 23 Jan. 2021.
- 3 BLOCH, I.; DALIBARD, J.; NASCIBENE, S. Quantum simulations with ultracold quantum gases. **Nature Physics**, Nature Publishing Group, v. 8, n. 4, p. 267–276, 2012.
- 4 ABO-SHAEER, J. R. *et al.* Observation of vortex lattices in Bose-Bose condensates. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 292, n. 5516, p. 476–479, 2001.
- 5 GRIMM, R. A quantum revolution. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 435, n. 7045, p. 1035–1036, 2005.
- 6 MYATT, C. *et al.* Production of two overlapping Bose-Einstein condensates by sympathetic cooling. **Physical Review Letters**, APS, v. 78, n. 4, p. 586, 1997.
- 7 STENGER, J. *et al.* Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 396, n. 6709, p. 345–348, 1998.
- 8 LERCHER, A. *et al.* Production of a dual-species Bose-Einstein condensate of Rb and Cs atoms. **The European Physical Journal D**, Springer, v. 65, n. 1, p. 3–9, 2011.
- 9 SCHULZE, T. A. **Quantum degenerate mixtures of ^{23}Na – ^{39}K and coherent transfer paths in NaK molecules**. 2018. Thesis (Doctor in Science) — Institutionelles Repositorium der Leibniz, Universität Hannover, Hannover, 2018.
- 10 BHATT, R. P. *et al.* Stochastic dynamics of a few sodium atoms in presence of a cold potassium cloud. **Scientific Reports**, Nature Publishing Group, v. 12, n. 1, p. 1–11, 2022.
- 11 CHIN, C. *et al.* Feshbach resonances in ultracold gases. **Reviews of Modern Physics**, APS, v. 82, n. 2, p. 1225, 2010.
- 12 WANG, F. *et al.* A double species ^{23}Na and ^{87}Rb Bose-Einstein condensate with tunable miscibility via an interspecies Feshbach resonance. **Journal of Physics B: atomic, molecular and optical physics**, IOP Publishing, v. 49, n. 1, p. 015302, 2015.
- 13 HARTMANN, T. *et al.* Feshbach resonances in $^{23}\text{Na} + ^{39}\text{K}$ mixtures and refined molecular potentials for the NaK molecule. **Physical Review A**, APS, v. 99, n. 3, p. 032711, 2019.
- 14 SCHULZE, T. A. *et al.* Feshbach spectroscopy and dual-species Bose-Einstein condensation of ^{23}Na – ^{39}K mixtures. **Physical Review A**, APS, v. 97, n. 2, p. 023623, 2018.

- 15 PETROV, D. Quantum mechanical stabilization of a collapsing Bose-Bose mixture. **Physical Review Letters**, APS, v. 115, n. 15, p. 155302, 2015.
- 16 CABRERA, C. *et al.* Quantum liquid droplets in a mixture of Bose-Einstein condensates. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 359, n. 6373, p. 301–304, 2018.
- 17 FERRIER-BARBUT, I. *et al.* Observation of quantum droplets in a strongly dipolar bose gas. **Physical Review Letters**, APS, v. 116, n. 21, p. 215301, 2016.
- 18 ZWIERLEIN, M. W. *et al.* Observation of Bose-Einstein condensation of molecules. **Physical Review Letters**, APS, v. 91, n. 25, p. 250401, 2003.
- 19 PIRES, R. *et al.* Observation of Efimov resonances in a mixture with extreme mass imbalance. **Physical Review Letters**, APS, v. 112, n. 25, p. 250404, 2014.
- 20 WEINER, J. *et al.* Experiments and theory in cold and ultracold collisions. **Reviews of Modern Physics**, APS, v. 71, n. 1, p. 1, 1999.
- 21 WU, C.-H. **Strongly interacting quantum mixtures of ultracold atoms**. 2013. 212 p. Thesis (Doctor in Science) — Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2013.
- 22 CASTILHO, P. C. M. **New experimental system to study coupled vortices in a two-species Bose-Einstein condensate $^{23}\text{Na} - ^{41}\text{K}$ with tunable interactions**. 2017. 216 p. Thesis (Doctor in Science) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.
- 23 GUTIERREZ, E. D. M. **Hydrodynamic studies of atomic fluids in quantum regime**. 2021. 124 p. Thesis (Doctor in Science) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.
- 24 METCALF, H. J.; STRATEN, P. Laser cooling and trapping of atoms. **Journal of the Optical Society of America B**, v. 20, n. 5, p. 887–908, 2003.
- 25 FOOT, C. J. **Atomic physics**. Oxford: Oxford University Press, 2005. (Oxford master series in physics, atomic, optical, and laser physics, 7).
- 26 AMMAR, H. B. **Investigation of ternary AlInN and quaternary AlGaInN alloys for High Electron Mobility Transistors by Transmission Electron Microscopy**. 2017. Thesis (Doctor in Science) — Normandie Université, 2017.
- 27 BLINDER, S. M. **Quantum Scattering by a Rigid Sphere**. 2011. Disponível em: <http://demonstrations.wolfram.com/QuantumScatteringByARigidSphere/>. Acesso em: 09 Jun. 2022.
- 28 BAGNATO, V.; PRITCHARD, D. E.; KLEPPNER, D. Bose-Einstein condensation in an external potential. **Physical Review A**, APS, v. 35, n. 10, p. 4354, 1987.
- 29 PITAEVSKII, L.; STRINGARI, S. **Bose-Einstein condensation and superfluidity**. Oxford: Oxford University Press, 2016. v. 164. (International series of monographs on physics, v. 164).

-
- 30 ERDŐS, L.; SCHLEIN, B.; YAU, H.-T. Rigorous derivation of the Gross-Pitaevskii equation. **Physical Review Letters**, APS, v. 98, n. 4, p. 040404, 2007.
- 31 BORTOLOTTI, D. *et al.* Scattering length instability in dipolar Bose-Einstein condensates. **Physical Review Letters**, APS, v. 97, n. 16, p. 160402, 2006.
- 32 DALIBARD, J. Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases. *In*: **Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases**. Amsterdam: IOS Press, 1999. p. 321–349.
- 33 NAIDON, P.; ENDO, S. Efimov physics: a review. **Reports on Progress in Physics**, IOP Publishing, v. 80, n. 5, p. 056001, 2017.
- 34 MAZO, P. L. **Controlling the interaction via Feshbach resonances in a dual-species Bose-Einstein condensate: the implementation for potassium**. 2020. Dissertation (Master in Science) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.
- 35 PETHICK, C. J.; SMITH, H. **Bose-Einstein condensation in dilute gases**. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- 36 LAMPORESI, G. *et al.* Compact high-flux source of cold sodium atoms. **Review of Scientific Instruments**, American Institute of Physics, v. 84, n. 6, p. 063102, 2013.
- 37 PEDROZO-PENAFIEL, E. *et al.* Direct comparison between a two-dimensional magneto-optical trap and a Zeeman slower as sources of cold sodium atoms. **Laser Physics Letters**, IOP Publishing, v. 13, n. 6, p. 065501, 2016.
- 38 SALCEDO, E. G. I. **The gray molasses cooling technique for optimizing the temperature of ^{39}K atoms**. 2021. 86 p. Dissertation (Master in Science) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.
- 39 KONSTANTINIDIS, G. O. *et al.* Atom number calibration in absorption imaging at very small atom numbers. **Central European Journal of Physics**, Springer, v. 10, n. 5, p. 1054–1058, 2012.
- 40 KETTERLE, W. *et al.* High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap. **Physical Review Letters**, APS, v. 70, n. 15, p. 2253, 1993.
- 41 WACKER, L. *et al.* Universal three-body physics in ultracold KRb mixtures. **Physical Review Letters**, APS, v. 117, n. 16, p. 163201, 2016.
- 42 MEWES, M.-O. *et al.* Simultaneous magneto-optical trapping of two lithium isotopes. **Physical Review A**, APS, v. 61, n. 1, p. 011403, 1999.
- 43 PHILLIPS, W. D. *et al.* Optical molasses: cold atoms for precision measurements. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 40, n. 2, p. 78–80, 1991.
- 44 LAWALL, J. *et al.* Three-dimensional laser cooling of helium beyond the single-photon recoil limit. **Physical Review Letters**, APS, v. 75, n. 23, p. 4194, 1995.
- 45 BRINK, D. M.; SUKUMAR, C. V. Majorana spin-flip transitions in a magnetic trap. **Physical Review A**, v. 74, n. 3, p. 035401, 2006.

46 GIORGINI, S.; PITAEVSKII, L.; STRINGARI, S. Thermodynamics of a trapped Bose-condensed gas. **Journal of Low Temperature Physics**, Springer, v. 109, n. 1, p. 309–355, 1997.