

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

DAVID RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ

Cavidades ópticas para experimentos em Física Atômica

São Carlos  
2023



DAVID RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ

Cavidades ópticas para experimentos em Física Atômica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Física Teórica e Experimental  
Orientador: Prof. Dr. Luis Gustavo Marcassa

Versão Corrigida  
(versão original disponível na Unidade que aloja o Programa)

São Carlos  
2023

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Rodríguez Fernández, David  
Cavidades ópticas para experimentos em Física Atômica /  
David Rodríguez Fernández; orientador Luis Gustavo  
Marcassa - versão corrigida -- São Carlos, 2023.  
78 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em  
Física Teórica e Experimental) -- Instituto de Física de São  
Carlos, Universidade de São Paulo, 2023.

1. Cavidades ópticas. 2. Laser estáveis. 3. Átomos de  
Rydberg . 4. Moléculas frias . I. Marcassa, Luis Gustavo,  
orient. II. Título.

## AGRADECIMENTOS

Ao prof. Luis Gustavo Marcassa pela oportunidade de me iniciar na vida científica sob sua direção. Por seu trabalho como educador que não se limita a compartilhar seus conhecimentos, mas também a ensinar um modo de vida. Agradeço também o apoio incondicional que assegurou tanto o difícil início deste projeto como a sua bem-sucedida conclusão.

Ao Manuel Lefrán pela motivação constante de aprender sempre mais, pelo ensino e apoio técnico e pela sua amizade.

Ao Marcos Cardoso, nosso técnico preferido, por sempre estar presente com sua ajuda, suporte e ensino da língua portuguesa.

Ao Douglas quem chegou na metade do caminho, mas foi fundamental para o sucesso desta tarefa. Discutir os problemas científicos com ele sempre foi esclarecedor.

Aos professores todos da pós-graduação que se mostraram sempre dispostos a compartilhar seu conhecimento.

À Lu, quem foi como uma mãe longe de casa.

A meus professores todos, desde o ensino fundamental até o universitário, que sempre tiveram uma dedicação absoluta. O trabalho de educar é o mais nobre de todos.

A toda a minha família: pai, Ali, tia e avós, pelo apoio constante e pelo sacrifício compartilhado de viver à distância. Essas ligações em grupo foram fundamentais para manter a saúde mental.

Em especial à minha mãe, sem ela nada disto seria possível.

Agradeço à Fundação de Amparo à pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pela bolsa de mestrado (processo n° 2019/23510-0)

Por último e mais importante a minha esposa, Silke, por compartilhar todo o seu amor comigo nos momentos felizes, mas também nos mais difíceis. Sua presença faz com que tudo tenha um significado mais profundo. Agradeço também por trazer à Mia e construir uma família para nós três, aquele pequeno raio de sol ilumina nossos dias.



" I came up with an old idea I had had, and this was an important one. It was the idea that we could use Fabry-Perot cavities."

**Ronald Drever**





## RESUMO

RODRIGUEZ FERNANDEZ, D. **Cavidades ópticas para experimentos em Física Atômica**. 2023. 78 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

Lasers altamente estabilizados em frequência são ferramentas fundamentais na construção de relógios atômicos e detecção de ondas gravitacionais. A forma mais eficiente de obter tal estabilidade é utilizar a técnica Pound-Drever-Hall (PDH), usando como referência as frequências de ressonância de cavidades ópticas. Neste trabalho, construímos e avaliamos o desempenho de duas cavidades ópticas estáveis de finesse média ( $\mathcal{F} \sim 1000$ ) usadas para a estabilização de quatro lasers, dois com comprimento de onda 680 nm e dois com comprimento de onda 780 e 960 nm, respectivamente. Os dois primeiros serão usados como lasers de resfriamento em experimentos de moléculas de  $\text{Rb}_2$ , enquanto os outros dois em experimentos com átomos de Rydberg. As cavidades têm como elemento fundamental espaçadores de vidro de coeficiente de expansão térmica ultrabaixa (ULE) com temperatura estabilizada. Nossos resultados indicam que obtivemos uma variação de 1,3 MHz/dia, o qual deverá melhorar a precisão de nossos experimentos a um custo relativamente baixo.

Palavras-chave: Cavidades ópticas. Lasers estáveis. Átomos de Rydberg. Moléculas frias.



## ABSTRACT

RODRIGUEZ FERNANDEZ, D. **Optical cavities for Atomic Physics experiments**. 2023. 78 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

Highly frequency-stabilized lasers have proven to be fundamental tools in building atomic clocks and detecting gravitational waves. The most efficient way to obtain such stability is to use the Pound-Drever-Hall (PDH) technique, which uses the resonant frequencies of optical cavities as a reference. In this work, we built and evaluated the performance of two stable optical cavities of medium finesse ( $F \sim 1000$ ) for the stabilization of four lasers, two with a wavelength of 680 nm, and two with a wavelength of 780 and 960 nm, respectively. The former will be used as cooling lasers in  $\text{Rb}_2$  molecules, while the latter in experiments with Rydberg atoms. The cavities have as a fundamental element glass spacers with an ultra-low coefficient of thermal expansion (ULE), whose temperature is actively controlled. Our results indicate that a long-term drift of 1,3 MHz/day was obtained, which will improve the accuracy of our experiments at a relatively low cost.

Keywords: Optical cavity. Stable lasers. Rydberg atoms. Cold molecules.



## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 - Esquema típico de um circuito de controle usado para estabilizar ativamente um laser. O discriminador de frequência transforma as flutuações de frequência de um laser em relação a um elemento de referência em flutuações em tensão que posteriormente são amplificadas por um circuito servo. A saída do circuito servo retroalimenta um atuador que corrige ativamente as variações em frequência do laser.....26
- Figura 2 - Esquema do modelo de interferência geométrica de múltiplos feixes em uma cavidade óptica. As primeiras reflexões internas são mostradas na figura assim como alguns feixes refletidos e transmitidos, os quais interferirão para formar as ondas refletidas e transmitidas pela cavidade.....28
- Figura 3 - Perfis de intensidade dos modos de Hermite-Gauss ( $HG_{mn}$ ) para  $m$  e  $n \leq 3$ ...31
- Figura 4 - Esquema do perfil transversal de um feixe gaussiano se propagando na direção  $z$ . Sinalizamos o valor raio e o raio de curvatura do feixe na coordenada  $z$ . A dispersão angular do feixe é caracterizada por  $\theta = \lambda/\pi w_0$ .....32
- Figura 5 - Simulação do sinal erro PDH  $\epsilon/2\pi i J_0(\beta) J_1(\beta)$  gerado mediante a demodulação do feixe refletido por uma cavidade de refletividade  $r_2 = 0,998$  e anteriormente modulado com uma frequência  $\Omega = 5$  MHz. Em vermelho é mostrado o sinal PDH ajustando a frequência do oscilador de referência com  $\theta = 0$  rad.....37
- Figura 6 - Imagens das cavidades ópticas. (a) Três vistas diferentes do desenho da cavidade, destacando as principais dimensões. (b) Imagem real da cavidade usada para os comprimentos de onda de 780 e 960 nm.....41
- Figura 7 - Dessintonia dos modos  $TEM_{lnm}$  (com  $l < 50$  e  $n + m < 250$ ) admitidos pela cavidade, em relação ao modo longitudinal  $l$  e transversal fundamental. Para cada modo é indicada a ordem longitudinal  $l$  e transversal  $n + m$ . É importante salientar que os modos de mais alta ordem sofrem degenerescência. ....43
- Figura 8 - Sistema de isolamento e suporte da cavidade óptica. a) Vista 3D do desenho do cilindro de suporte com a cavidade dentro, e do cilindro base. b) Vista frontal 2D do mesmo sistema. As principais medidas são indicadas nas figuras. c) e d) Imagens reais do sistema (lateral e frontal, respectivamente).....44
- Figura 9 - Sistema de vácuo. (a) Desenho do sistema de vácuo formado por um “T” e uma cruzeta montados sobre suportes de alumínio. Nos extremos da cruzeta são instalados uma bomba iônica, os contatos elétricos do sistema de controle de temperatura, e uma válvula de vácuo. (b) Imagem em nosso laboratório do sistema de vácuo .....45
- Figura 10 - Evolução da pressão como função do tempo no sistema de vácuo da cavidade medida pela bomba turno durante aquecimento a 50 °C.....45

- Figura 11 - Sistema de controle de temperatura. (a) Esquema dos termistores e os elementos TEC inseridos na montagem dos cilindros base e de suporte. (b) Circuitos para ligar os termistores e os TEC ao controlador de temperatura. .... 47
- Figura 12 - Esquema da montagem experimental usada para locar um laser na cavidade óptica. O perfil transversal do feixe e a frequência do sinal de transmissão são monitorados para garantir um acoplamento ótimo do modo fundamental da cavidade..... 49
- Figura 13 - (a) Esquema do sistema de lentes usado no acoplamento do feixe que sai do colimador da fibra na cavidade óptica. (b) Representação gráfica do ajuste dos dados do raio do feixe após a lente de 20 cm, e o gráfico do raio teórico obtido após a lente de 10 cm sobreposto com os dados dos raios do feixe nessa região. 51
- Figura 14 - Perfis transversais de intensidades excitados na cavidade, obtidos mediante uma câmara CCD na transmissão. (a) Perfil do modo fundamental ou **HG00**, (b) do modo **HG10**, e do modo **HG20**..... 51
- Figura 15 - (a) Espectro da cavidade com bandas laterais móveis a 100 MHz. (b) Espectro sem bandas laterais móveis, e acoplando apenas o modo fundamental da cavidade. É sinalizado o FSR da cavidade como a distância entre modos fundamentais adjacentes. (c) Espectro com os modos **HG01** e **HG02** excitados devido a um pequeno desalinhamento do deixe com o eixo axial da cavidade na direção horizontal..... 54
- Figura 16 - Esquema usado para medir o FSR da cavidade superpondo as bandas laterais das frequências centrais adjacentes. (a) Gráfico do sinal de reflexão da cavidade em torno as bandas laterais moveis de modos fundamentais adjacentes para vários valores da frequência de modulação. É indicada o sentido do movimento das bandas laterais quando a frequência de modulação aumenta. (b) Gráfico da frequência de modulação vs. a separação entre as bandas laterais. Em preto são mostrados os dados experimentais, e a linha vermelha representa o modelo linear de melhor ajuste. .... 55
- Figura 17 - Sinal de ressonância da transmissão da cavidade. Em pontos pretos são mostrados os dados experimentais, enquanto a curva vermelha representa a função de Airy de melhor ajuste. É sinalizada a largura de linha a meia altura inferida do modelo ajustado. .... 56
- Figura 18 - Sinais de reflexão do laser de **780 nm** na cavidade e o sinal de absorção saturada de <sup>87</sup>Rb, usados para medir a frequência de ressonância da cavidade como função da temperatura..... 58
- Figura 19 - Gráfico da frequência de dessintonia da ressonância da cavidade com respeito à frequência de crossover  $F' = 2 \rightarrow (F'' = 2 \text{ e } F'' = 3)$  do isótopo de <sup>87</sup>Rb como função da temperatura da cavidade. Em preto são mostrados os dados experimentais, e a linha em vermelho representa o modelo linear de melhor ajuste usado para estimar o CTE efetivo da cavidade. O intervalo de temperaturas (**26 °C – 28 °C**) ampliado mostra a evolução temporal do processo de aquecimento entre estes valores. .... 59

- Figura 20 - (a) Em preto mostramos o sinal de reflexão da cavidade varrendo em torno da ressonância do modo fundamental. O laser foi modulado com bandas laterais móveis de **200 MHz** e com bandas laterais a **12,5 MHz**. São assinaladas a frequência principal do modo fundamental e suas respectivas bandas laterais móveis. (b) Em vermelho é apresentado o sinal erro PDH obtido logo de misturar e filtrar digitalmente no Digilock o sinal de reflexão e filtrado digitalmente no Digilock. ....61
- Figura 21 - Gráfico do procedimento utilizado para estimar a qualidade do travamento do laser. (a) Em pontos vermelhos é mostrado o sinal de transmissão da cavidade quando o laser é travado. (b) Enquanto, o sinal de transmissão da cavidade é mostrado em torno a ressonância do modo fundamental. (c) Flutuações em frequências obtidas das flutuações em amplitude, usando o sinal de transmissão da cavidade como referência. São apresentados os histogramas das flutuações em amplitude e frequência também.....62
- Figura 22 - Gráfico de comparação do desvio de longo prazo entre o laser travado na cavidade óptica e o laser correndo livre. Em pontos pretos é mostrado o desvio de longo prazo da frequência do laser travado na cavidade, apresentando uma variação de **10 MHz** num período de **3 h**, dominado pela instabilidade do WS7. Enquanto, o desvio de longo prazo do laser livre é mostrado pelos pontos vermelhos. Um desvio de aproximadamente **200 MHz** durante **2 h** é observado neste caso.....63
- Figura 23 - Montagem experimental usada para medir o sinal de batimento entre dois lasers travados na mesma cavidade. ....65
- Figura 24 - Densidade espectral de potência do sinal de batimento de dois lasers **680 nm** travados em frequências separadas por  $\sim 71$  MHz . A curva azul representa o perfil de Voigt de melhor ajuste formado como a convolução dos perfis de Lorentz (em vermelho) e Gauss (em verde). ....66
- Figura 25 - Espectro do sinal de EIT de referência em preto, acompanhado do sinal de reflexão da cavidade em torno a banda lateral direita de um modo fundamental da cavidade. ....67
- Figura 26 - Diagrama do sistema de três níveis em cascata usados para gerar o sinal de EIT. O laser de prova (**780 nm**) é usado para excitar a transição D2 do isótopo 85 do Rubídio enquanto o laser de acoplamento (**480 nm**) acopla os níveis  $5P_{3/2}$  e  $68S_{1/2}$ . O dessintonia instantâneo desta frequência em relação à ressonância do acoplamento é sinalizado por  $\Delta\nu_c$ .....68
- Figura 27 - Dados da variação em frequência da banda lateral móvel direita de um modo fundamental da cavidade função do tempo. A linha em vermelho representa o modelo linear de melhor ajuste.....69
- Figura 28 - (a) Sistema de energia de quatro níveis quando introduzido um campo de micro-ondas que acopla o estado de Rydberg inicial com estados de Rydberg vizinhos. (b) Diagrama da separação de Autler-Townes do estado de Rydberg obtido para valores de  $\Omega_{MW} \gg \Omega_c, \Omega_p$ .....70

- Figura 29 - Montagem experimental para detecção de campos elétricos usando átomos de Rydberg em uma célula de Rb. .... 71
- Figura 30 - Dados experimentais das janelas de EIT obtidas locando o laser de prova na frequência da transição. As curvas são associadas a diferentes potências da fonte de micro-ondas. A separação entre os picos de EIT no regime de Autler-Townes é usada para detectar a intensidade do campo elétrico..... 71



## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	17
2	TEORIA E ESTADO DA ARTE .....	23
2.1	Introdução ao ruído do Laser .....	23
2.2	Estabilização da frequência do laser .....	24
2.2.1	Estabilização passiva .....	24
2.2.2	Estabilização ativa .....	25
2.3	Cavidade Óptica .....	27
2.3.1	Modos longitudinais e a interferência geométrica de múltiplos feixes.....	27
2.3.2	Modos transversais e óptica gaussiana.....	30
2.3.3	Modo fundamental gaussiano .....	31
2.3.4	Estabilidade da cavidade e condições de ressonância dos feixes de mais alta ordem.....	32
2.4	Técnica de Pound-Drever-Hall.....	34
2.4.1	Modulação do feixe.....	35
2.4.2	Reflexão do feixe modulado na cavidade óptica .....	35
2.4.3	Sinal erro PDH .....	36
2.4.4	Regime de altas frequências de modulação .....	37
2.4.5	Expressão do ruído na técnica PDH.....	38
3	MATERIAIS E MÉTODOS .....	41
3.1	Construção das cavidades e do sistema de isolamento.....	41
3.1.1	Sistema de vácuo.....	44
3.1.2	Sistema de estabilização de temperatura.....	46
3.2	Montagem experimental .....	47
3.2.1	Acoplamento do modo fundamental.....	49
3.2.2	Travamento de vários lasers na mesma cavidade .....	52
4	RESULTADOS .....	53
4.1	Caracterização do <i>free spectral range</i> , largura de linha e <i>finesse</i> .....	53
4.2	Coeficiente de expansão térmica (CTE) da cavidade .....	56
4.3	Sinal erro PDH e avaliação simples do travamento .....	60
4.4	Largura de linha do laser travado.....	64
4.5	Variação de longo prazo.....	66
4.6	Átomos de Rydberg quentes como sensores de micro-ondas.....	69

5	CONCLUSÕES .....	73
	REFERÊNCIAS .....	75

## 1 INTRODUÇÃO

As primeiras sugestões sobre a importância de uma fonte de ondas eletromagnéticas com estabilidade em frequência se remontam antes mesmo da criação do primeiro maser. Foi num artigo de 1946 (1) quando R.V.Pound sugeriu que transições atômicas e moleculares na região das micro-ondas poderiam ser estudadas com uma grande precisão usando um gerador de sinal altamente estável. Pouco tempo depois, em 1954, Charles H. Townes e James Gordon (2) demonstraram o primeiro maser, injetando um feixe de moléculas excitadas de amônia dentro de uma cavidade ressonante onde oscilavam com frequência de 24 GHz. Rapidamente as ideias associadas ao maser foram estendidas à construção de um oscilador óptico para gerar luz coerente mediante a amplificação de emissão estimulada, começando assim uma corrida pela construção do primeiro laser (luz amplificada por emissão estimulada de radiação). Finalmente, em 16 de maio de 1960 Theodore Maiman conseguiu detectar o perfil espectral esperado para um laser aplicando uma alta tensão a uma lâmpada fotográfica em forma de bobina em cujo interior tinha um pequeno cilindro de Ruby. (3) No entanto em seus primórdios, o laser era visto como “uma solução em busca de um problema”, porém rapidamente encontrou um amplo campo de aplicações que continua até os dias atuais.

Quando comparada com a outras fontes de luz, a radiação laser apresenta uma alta monocromaticidade. No entanto, flutuações em intensidade e frequência provocam um alargamento do espectro de potência do laser, assim como uma deriva da frequência na escala de radiofrequências no intervalo de horas. Devido a estas instabilidades, tais lasers têm uma aplicação limitada, por exemplo, em experimentos de física atômica e molecular. Por tanto, é de especial interesse, desde a segunda metade do século passado até hoje, o desenvolvimento de técnicas para a estabilização de lasers e sua aplicação em tão diversos campos da ciência moderna.

Junto com a construção do primeiro laser de gás (He-Ne) e de onda continua (cw) a finais de 1960, desenvolvido pelos cientistas Javan, William Bennett e Donald Herriott (4), foram também introduzidas as primeiras ideias sobre a estabilização destes lasers. Foi proposta a possibilidade de usar como referência os “*holes burned*” no perfil Gaussiano de emissão devido à saturação do meio amplificador, fenômeno conhecido como *Lamb Dip*. (5-6) Estabilidades em frequência da ordem de  $10^{-10}$  foram atingidas usando técnicas servo para travar um laser de He-Ne nestes *dip* de potência. Posteriormente, em 1967 H.L Paul e L.S Michael propuseram pela primeira vez estabilizar lasers usando o sinal de absorção saturada

de uma amostra atômica ou molecular. (7) Eles mostraram que era possível usar duas células separadas numa cavidade laser. Uma primeira célula que contém o meio ativo, neste caso uma mistura He-Ne, e uma segunda que contém o gás que, ao absorver em certas condições, reproduz transições de referência estreitas e estáveis. Esta técnica foi evoluindo com o tempo, por exemplo, Sakai em 1992 incorporou um shift no espectro de absorção, modulando o feixe com um modulador acusto-óptico (MAO) e gerando uma curva dispersiva pela subtração das curvas de absorção dos feixes de ordem zero e um que passam pelo modulador. (8) Até o momento, muitos estudos de estabilização a laser em frequências de transição atômica e molecular foram realizados (9-10), tornando esta técnica uma das mais usadas e presentes em laboratórios modernos. A vantagem fundamental da técnica de travamento em sinais de espectroscopia por absorção saturada é sua propriedade de reproduzir transições de espécies atômicas e moleculares de interesse. Porém, duas desvantagens fundamentais podem ser destacadas. A primeira é que a largura da linha do laser travada no sinal de absorção depende da largura da transição, e a segunda é que apenas um conjunto restrito de referências pode ser usado.

Algumas outras técnicas baseadas nas ideias da espectroscopia por absorção saturada têm sido desenvolvidas. Em 1976, Wieman and Hansch (11) propuseram uma nova técnica conhecida como espectroscopia de polarização, que melhora a razão sinal-ruído SNR quando comparada com a técnica anteriormente discutida. Na espectroscopia de polarização é obtido um sinal livre de efeito Doppler pela análise da mudança de polarização de um feixe fraco de prova linearmente polarizado provocada pela anisotropia óptica induzida numa célula de vapor de uma determinada espécie atômica ou molecular por um feixe forte circularmente polarizado. Além disso, em 1995 Eickhoff e Hall introduziram a técnica de espectroscopia de frequência modulada. (12) O princípio de funcionamento desta técnica é modular o feixe de bombeamento com uma frequência  $\Omega$ , mediante um modulador eletro-óptico (MEO), enquanto um feixe de prova passa pelo meio não linear (célula de vapor da espécie atômica ou molecular) em sentido contrário ao feixe de bombeamento. Se a interação de ambos os feixes com o meio é suficientemente não linear, então é possível transferir a modulação para o feixe não modulado. O batimento do laser de prova e as bandas laterais transferidas nele é o sinal tipo dispersivo usado para travar o laser. A espectroscopia de transferência de modulação, melhora a razão sinal-ruído (SNR) do sinal de travamento, comparando com as duas técnicas discutidas anteriormente e tem uma maior largura de banda. Esta técnica tem sido aplicada, por exemplo, para resolver as transições hiperfinas da molécula de iodo  $I_2$  em várias regiões do espectro. (13-14) Finalmente, o travamento de um laser usando vapor atômico dicróico

(DAVLL), apresentado em 1998 pelo “Joint Institute for Laboratory Astrophysics”, usa como frequência de referência o sinal de dispersão obtido pela subtração dos sinais de absorção com alargamento Doppler de feixes com polarização  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$  numa célula de vapor na presença de um campo magnético modulado. (15)

Em geral, as técnicas de estabilização apresentadas, têm em comum que a largura de linha do laser travado é determinada pela largura da transição atômica ou molecular e que o número de frequências disponíveis como referências estão limitadas pelas transições entre níveis quânticos dos átomos e as moléculas. Uma solução para estes problemas foi apresentada por Drever em 1983. (16) Ele propôs uma técnica baseada na detecção do auto batimento de um feixe modulado em frequência e refletido por uma cavidade óptica ou interferômetro de Fabry-Perot, conhecida atualmente como técnica Pound-Drever-Hall (PDH). São várias as vantagens da técnica PDH quando comparada com as técnicas de travamento em transições atômicas ou moleculares. Primeiramente as cavidades ópticas apresentam muitas frequências separadas periodicamente, diferentemente de umas poucas linhas moleculares no melhor dos casos. A posição, largura e separação destas frequências de ressonância são, em teoria, completamente sintonizáveis com a escolha da geometria da cavidade e refletividade de seus espelhos. Além disso, em caso de sinais de travamento com baixo SNR a intensidade do feixe pode ser aumentada, sem que a transição sofra alargamento devido ao fenômeno de saturação como no caso átomos e moléculas. Porém, em cavidades ultra estáveis, podem ser causadas instabilidades do comprimento devido ao aquecimento quando interagem com feixes muito intensos. Em geral, as desvantagens desta técnica estão associadas como a instabilidade do comprimento da cavidade óptica é transferida diretamente à estabilidade do laser travado, e faz com que as frequências diferentes das ressonâncias da cavidade não sejam reprodutíveis. Na atualidade, cavidades ópticas têm sido isoladas das variações em temperatura, pressão e vibrações mecânicas usando resfriamento criogênico (17), ou espaçadores de matérias de coeficientes de expansão térmica ultrabaixos (ULE). (18) Com estes desenhos tem se atingido estabilidades das frequências dos lasers travados  $\sim 10^{-16}$ .

As principais aplicações de cavidades ópticas para a estabilização de lasers podem ser encontradas no campo da metrologia. Na procura de uma redefinição mais precisa da unidade básica do tempo, o segundo, vem se trabalhando na construção de relógios atômicos que operem com frequências ópticas, ao invés de micro-ondas. (19) O oscilador local em relógios ópticos atômicos é um laser travado em cavidades altamente estáveis. Em 2009, Lamke e colaboradores desenvolveram um relógio óptico baseado em átomos de  $^{171}\text{Yb}(I=1/2)$  e mediram a frequência com uma precisão de  $1.4 \times 10^{-15}$ . (20) Posteriormente, um feixe de

578 nm foi estabilizado usando a técnica PDH conseguindo um relógio óptico com estabilidade de  $1.6 \times 10^{-18}$  durante 7 h. (21) Em 2018 Li e colaboradores melhoraram a estabilidade em frequência de um relógio de rede óptica de Sr travando um laser em uma cavidade óptica ultra estável de 30 cm de comprimento. (22) Além disso, muitos outros campos como espectroscopia de alta resolução (23), captura e resfriamento de átomos e molécula (24), experimentos com átomos de Rydberg e átomos de Rydberg frios (25), e detecção de ondas gravitacionais (26) têm se beneficiado de cavidades óticas estáveis para a estabilização dos lasers usados.

Como discutido anteriormente as cavidades óticas tem ganhado uma grande aplicabilidade e estão presentes em quase todos os laboratórios de física experimental modernos. Sendo comercializadas normalmente. Empresas, como Stable Lasers, fornecem cavidade óticas que rondam as dezenas de milhares de dólares, dependendo de sua finesse. Contudo, há desenhos mais simples com menores exigências de estabilidade, porém que satisfazem necessidades experimentais particulares. Baseado nos desenhos de Stellmer (27) e Boddy (28), de Hond e colaboradores construíram uma cavidade óptica de 10 cm de comprimento para estabilizar lasers de 780 e 960 nm (29), obtendo estabilidades de curto e longo prazo da ordem de  $10^{-9}$  e  $10^{-11}$  através do controle externo da temperatura usando resistências térmicas. A construção dessas cavidades é viável, por um custo muito menor, em torno de 20% do valor comercial. Neste trabalho, construímos e avaliamos o desempenho de duas cavidades óticas estáveis usadas para travar a frequência de dois lasers de 680 nm numa delas, e 780 nm e 960 nm na outra. As cavidades são formadas por um espaçador de ULE de 10 cm de comprimento e dois espelhos altamente refletivos que garantem uma finesse média ( $\mathcal{F} = 1000$ ). As cavidades são mantidas em vácuo, com uma pressão da ordem de  $10^{-8}$  torr e sua temperatura é estabilizada ativamente. Os resultados indicam que obtivemos uma deriva de longo prazo de aproximadamente 1 MHz/dia. Isso nos permitirá utilizá-las nos experimentos de átomos de Rydberg e moléculas de  $\text{Rb}_2$ . Essa dissertação está dividida em quatro capítulos além da introdução. No primeiro, denominado Teoria e estado da arte, vamos realizar uma breve discussão sobre os principais conceitos associados ao ruído laser e vamos discutir algumas questões sobre o travamento de um laser na frequência de uma cavidade óptica mediante a técnica PDH. Serão abordadas as características fundamentais das cavidades óticas e da técnica PDH. No segundo, apresentaremos os detalhes sobre a construção de nossas cavidades óticas, os sistemas de vácuo e de estabilização de temperatura, assim como a montagem experimental para travar os lasers nas frequências de

ressonância das cavidades. A seguir, num terceiro capítulo estudaremos as nossas cavidades ópticas apresentando suas principais características como: o *free spectral range* (FSR) a largura de linha (FWHM), a Finesse, o coeficiente de expansão térmica (CTE), as variações de curto e longo prazo da frequência do laser travado e a deriva de longo prazo da frequência de ressonância da cavidade, entre outras propriedades. Finalmente, será discutido um experimento com átomos de Rydberg como sensores de micro-ondas onde o laser de prova é travado numa de nossas cavidades. Finalmente, serão apresentadas as conclusões da dissertação.





## 2 TEORIA E ESTADO DA ARTE

Neste capítulo, abordamos uma introdução ao estado da arte da estabilização de lasers, principalmente da estabilização PDH de lasers de semicondutores. Primeiramente, estudaremos algumas das características fundamentais da emissão laser e suas limitações em estabilidade. Em seguida, introduziremos as frequências de ressonâncias de cavidades ópticas como os exemplos mais eficientes de referência em frequências ópticas. E finalmente, apresentaremos a técnica PDH para travar lasers nas frequências de ressonâncias de cavidades ópticas.

### 2.1 Introdução ao ruído do Laser

Uma cavidade laser é formada por um meio ativo inserido entre dois espelhos, um deles totalmente refletivo, e o outro parcialmente refletivo. As frequências de emissão serão determinadas pela diferença de energia entre níveis em que ocorre o processo emissão estimulada, e as frequências de ressonância da cavidade formada pelos espelhos. No meio de ganho acontecem simultaneamente os processos de absorção, emissão espontânea, emissão estimulada e decaimento não radiativo. Para o funcionamento do laser, a emissão estimulada é um processo fundamental, e é responsável pela emissão monocromática de radiação. No entanto, os processos de emissão espontânea e decaimento não-radiativo contribuem para o alargamento do espectro de emissão. Vale salientar que estes dois últimos processos são causados pela interação do átomo excitado com as flutuações do vácuo, colisões atômicas no caso de lasers de gases e vibrações da rede cristalina no caso de lasers de estado sólido e semicondutores, respectivamente.

O ruído laser pode ser causado principalmente por dois fenômenos diferentes. O primeiro é devido as influências ambientais sobre os componentes físicos do laser. Variações da temperatura, pressão e vibrações mecânicas podem modificar o comprimento da cavidade laser e o índice de refração do meio entre os espelhos provocando flutuações na frequência da radiação emitida. Também, no caso de um laser de diodo as variações de temperatura e corrente de alimentação podem induzir variações de frequências. Este tipo de ruído é conhecido como ruído técnico e em geral pode ser atenuado mediante técnicas de estabilização passiva. No entanto, uma vez suprimido o ruído técnico, existe um ruído

inerente ao processo de *lasing* que vai impor um limite inferior à estabilidade de um laser operando livremente, i.e., o limite de Schawlow-Townes. Este segundo ruído, conhecido como ruído fundamental, está associado principalmente à natureza aleatória da fase da luz emitida por emissão espontânea (ruído de fase), e o fato de que a luz é composta por fótons que têm dualidade onda-partícula o que provoca um ruído na intensidade da luz laser (*photon shot noise*). Se o laser não está operando livremente e sua frequência é ativamente ligada à uma frequência estável, então o ruído de fase pode ser reduzido, isolando o *photon shot noise* como limite fundamental da estabilidade.

## 2.2 Estabilização da frequência do laser

Tanto o ruído técnico como o fundamental podem ser atenuados mediante técnicas de estabilização passivas e ativas. A técnica passiva procura melhorar a estabilização térmica e diminuir a largura de linha intrínseca do laser, mediante o ajuste da geometria da cavidade laser e a refletividade dos espelhos. Após a aplicação das técnicas passivas, o ruído residual do laser pode ser diminuído através das técnicas ativas. Elas consistem fundamentalmente na detecção do desvio das frequências mediante comparação com uma frequência de referência estável e a sua correção mediante um sistema de retroalimentação.

### 2.2.1 Estabilização passiva

A largura de linha Schawlow-Townes é proporcional ao termo  $(1 - R^2)$  onde  $R$  é a refletividade dos espelhos da cavidade laser, e inversamente proporcional à separação entre os espelhos da cavidade laser. Portanto, aumentar o comprimento da cavidade laser e a refletividade dos espelhos diminui significativamente a largura do laser. Harrison e Morridian foram capazes de diminuir a largura de linha de um laser de diodo de 15 MHz para 30 kHz colocando-o dentro de uma cavidade externa com espelhos altamente refletivos. (30) Um conjunto de lentes de colimação foram necessárias para manter o feixe divergente emitido pelo diodo das dimensões dos espelhos. Também, Dahmani e colaboradores usaram o sinal de reflexão de uma cavidade óptica confocal externa para retroalimentar opticamente um laser comercial de GaAlAs-850 nm. (31) Com esta montagem conseguiram, reduzir de 20 MHz para 20 kHz a largura de linha do laser, e variando a posição de um dos espelhos com a ajuda de um PZT foi possível varreduras maiores a 4 GHz. Esta pesquisa definiu as bases para o

desenvolvimento de uma das técnicas de estabilização passiva mais usadas em laser de diodo, denomina ECDL (*Extended Cavity Diode Laser*). Posteriormente, sucessivas melhoras na redução da largura de linha e da sincronização em frequência foram desenvolvidas usando uma grade de difração como elemento seletivo da frequência de retroalimentação tanto na configuração de Litrow (32-33), quanto de Littman-Metcalf. (34) Mais atualmente, foi proposto substituir a grade de difração por uma *Volume phase holographic (VPH) grating*, aplicada à estabilização de um laser de diodo (Eagleyard Photonics) 780 nm. (35) Uma largura de linha de 500 kHz e um *mode-hop-free tuning range (MHFTR)* superior a 8 GHz foram atingidos.

### 2.2.2 Estabilização ativa

Diferente da técnica de estabilização passiva, em que o laser é retroalimentado opticamente na presença de algum elemento seletivo de frequências, a técnica de estabilização ativa pode ser estudada como um exemplo da teoria de controle. (36) Na Figura 1 é apresentado um esquema de um circuito de controle típico para a estabilização de frequência de um laser. O laser gera uma frequência  $\nu$ , submetido a um ruído caracterizado pela densidade espectral linear de frequência RMS  $S_l(f)$ , que na largura de banda de 1 Hz possui unidades  $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Uma parte do sinal óptico, representado em vermelho na Figura 1, é separado com a ajuda de um separador de feixe. A frequência do sinal é monitorada mediante o sinal erro gerado por um elemento que transforma as flutuações em frequência para flutuações em tensão com um fator de conversão  $D_\nu(f)[\text{V}/\text{Hz}]$ . Este elemento é chamado de discriminador de frequências. Logo, o sinal elétrico agora representado em preto na Figura 1 é inserido e amplificado num circuito servo que tem um coeficiente de ganho adimensional e dependente da frequência  $G(f)[\text{V}/\text{V}]$ . Finalmente, o atuador do laser é retroalimentado com o sinal elétrico de saída do servo e transforma de volta as variações em tensão a variações em frequência corrigindo os desvios da frequência do laser do valor de referência. Cada elemento do circuito de controle tem um ruído associado que afeta o sistema. Se o atuador é um elemento do próprio laser, como a corrente do laser de diodo ou o PZT do elemento seletivo de frequências, então o ruído do atuador é indistinguível do ruído do laser. Portanto, vamos incluir ambos os dois num único ruído e denota-o por  $S_{la}(f) = \sqrt{S_l^2(f) + S_a^2(f)}$ . Também,

$S_d$  e  $S_s$  são as densidades espectrais RMS de ruído da tensão associadas ao discriminador de frequência e ao circuito servo, respectivamente.

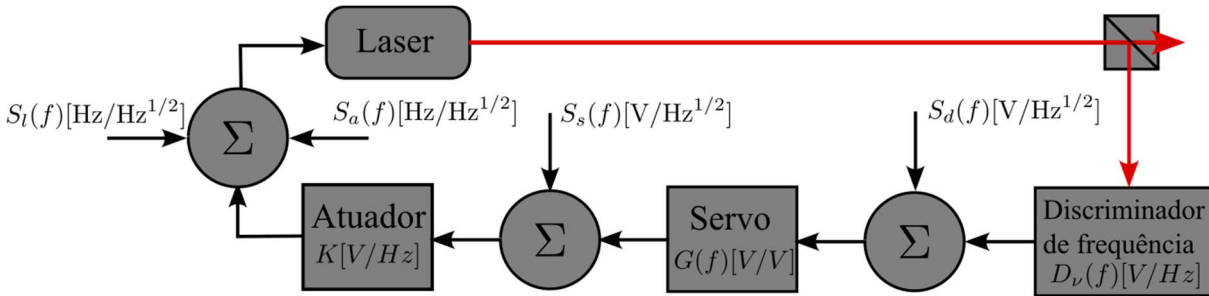


Figura 1- Esquema típico de um circuito de controle usado para estabilizar ativamente um laser. O discriminador de frequência transforma as flutuações de frequência de um laser em relação a um elemento de referência em flutuações em tensão que posteriormente são amplificadas por um circuito servo. A saída do circuito servo retroalimenta um atuador que corrige ativamente as variações em frequência do laser.

Fonte: Adaptada de ZHANG *et. al.* (37)

Logo, a densidade espectral de ruído de frequência do circuito de controle vem dada por,

$$S_c(f) = \frac{\sqrt{S_{la}^2(f) + |KS_s^2(f)|^2 + |KGS_d^2(f)|^2}}{|1 + KGD_v|} \quad (2.1)$$

Se os ganhos de cada elemento são suficientemente grandes, então o terceiro termo da raiz do numerador da equação (2.1) predomina. Podemos aproximar a densidade espectral de ruído de frequência do sistema a

$$S_{c,limite}(f) = \frac{S_d(f)}{D_v} \quad (2.2)$$

O limite inferior do ruído experimentado pelo sistema é determinado pela razão entre o ruído e o coeficiente de ganho do discriminador de frequências. Tanto uma diminuição do ruído do discriminador, quanto um aumento da tangente dele contribuem para a densidade espectral de ruído limite do circuito. Portanto, o discriminador é um elemento crítico para determinar a performance do sistema de controle.

No discriminador a frequência do laser é comparada com uma frequência de referência, sendo que a diferença entre estes valores representa o sinal erro como uma medida da flutuação em frequência do laser. Vários tipos de frequências de referência são usados, divididas em dois grupos fundamentais. Um primeiro é denominado de referências intrínsecas exemplo: as transições laser, e a ressonância de emissão saturada sub-Doppler no meio amplificador em um laser de gás. O segundo grupo, de referências extrínsecas, inclui as linhas espectrais atômicas e moleculares, e as frequências de ressonância de cavidades ópticas. Usar transições atômicas e moleculares é vantajoso no sentido de que são reprodutíveis e em geral

mais estreitas do que as referências intrínsecas. No entanto, a largura de linha delas está limitada pela largura das transições. Logo, não é simples de obter transições estreitas. As cavidades ópticas se apresentam como ótimas respostas ao problema da largura e linha do laser travado. A escolha da geometria e a refletividade dos espelhos determina a qualidade espectral dela. Porém, as frequências de ressonância estão periodicamente distribuídas e dificilmente coincidem com transições atômicas e moleculares. No entanto, Thorpe e colaboradores (38) propuseram travar o laser na ressonância de uma cavidade com uma frequência de offset sintonizável usando um modulador eletro-óptico (MEO). Desta forma as cavidades atendem tanto os requisitos de estreitamento da largura de linha quanto de reproduzir frequências de interesse. Finalmente, devemos apontar que o comprimento da cavidade óptica é afetado pelas flutuações de pressão e temperatura e as vibrações mecânicas. As frequências de ressonância flutuam conforme o comprimento da cavidade, e, portanto, causam instabilidade no laser travado. Logo, é preciso isolar o máximo possível a cavidade do ambiente. A seguir, discutiremos as principais características das cavidades ópticas como fonte de frequências de referência e a técnica PDH para gerar o sinal erro a partir do sinal de reflexão da cavidade.

## 2.3 Cavidade Óptica

Na sua configuração mais simples uma cavidade óptica é formada por duas superfícies parcialmente refletivas (esféricas ou planas) paralelas e separadas por uma distância fixa. Um feixe laser incidente na cavidade sofre múltiplas reflexões dentro da cavidade. Devido aos efeitos de interferência determinados perfis transversais da radiação se reproduzem depois de uma viagem de ida e volta através da cavidade, formando ondas estacionais. Tais perfis sustentados pela cavidade são considerados como auto-estados dela. Os auto-estados da cavidade podem ser longitudinais, aqueles que dependem apenas da separação entre as superfícies refletoras, i.e., da frequência da radiação, e transversais aqueles que dependem tanto da frequência como do perfil de intensidade do feixe.

### 2.3.1 Modos longitudinais e a interferência geométrica de múltiplos feixes

Alguns dos parâmetros fundamentais de uma cavidade óptica, como ressonância, largura de linha e *finesse*, podem ser estudadas mediante um modelo simples. Este considera a

interferência de múltiplos feixes transmitidos por um ressonador plano de comprimento  $L$  e índice de refração  $n$  imersa num meio de índice  $n'$ , como mostrado na Figura 2.

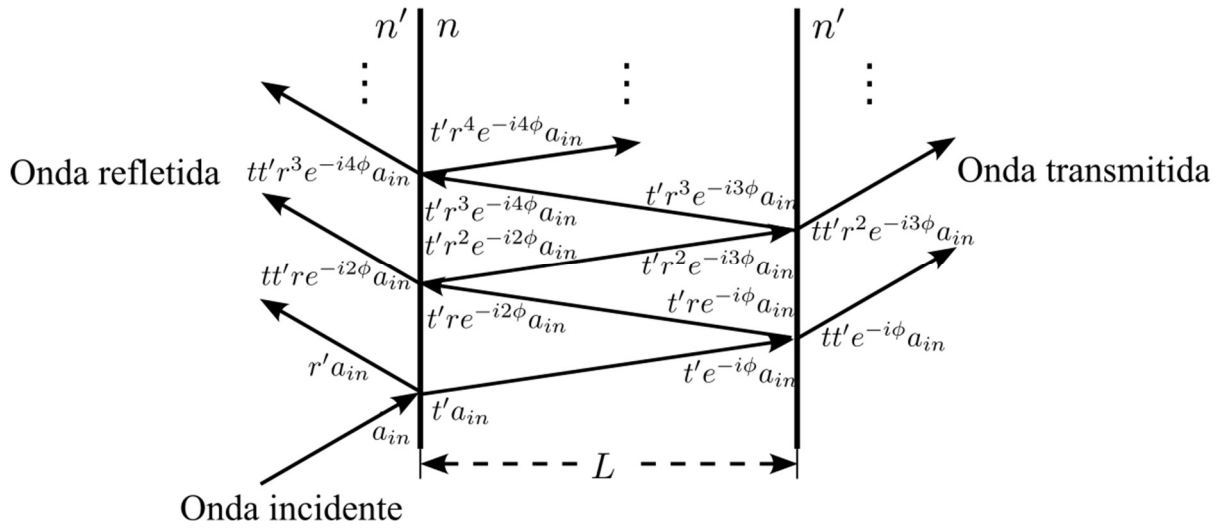


Figura 2- Esquema do modelo de interferência geométrica de múltiplos feixes em uma cavidade óptica. As primeiras reflexões internas são mostradas na figura assim como alguns feixes refletidos e transmitidos, os quais interferirão para formar as ondas refletidas e transmitidas pela cavidade.

Fonte: Adaptada de ÁLVAREZ (39)

Logo, suponhamos que uma onda plana e monocromática de frequência  $\omega$ , e caracterizada pelo campo elétrico

$$E(t) = a(t)e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad (2.3)$$

onde  $a(t) = a_0(t)e^{i\phi}$  é a amplitude complexa da onda incidente. Vamos denotar como  $a_{in} = a(0)$  a amplitude complexa da onda no instante inicial quando o feixe incide na superfície. Após a primeira interação com o plano de incidência, parte da onda é refletida com amplitude  $r'a_{in}$ , e parte é transmitida com amplitude  $t'a_{in}$ , onde  $r'$  e  $t'$  são os coeficientes de reflexão e transmissão do meio externo para o meio interno respectivamente. Logo, a onda transmitida dentro da cavidade, até atingir a segunda superfície, vai variar sua fase em  $\phi = knL$  devido ao caminho óptico percorrido. Como na primeira superfície, a onda que chega na segunda é dividida numa onda refletida com amplitude  $t'ra_{in}e^{i\phi}$  e uma onda transmitida com amplitude  $t'ta_{in}e^{i\phi}$ . Este processo vai se repetir em cada período de circulação do feixe dentro da cavidade, gerando múltiplos feixes transmitidos e refletidos pela cavidade, tendo o feixe número  $j$  uma amplitude  $t'tr^{2j}a_{in}e^{-i(2j+1)\phi}$  e  $t'tr^{2j+1}a_{in}e^{-i(2j)\phi}$ , respectivamente. Logo, a superposição das ondas transmitidas e refletidas pela cavidade podem ser calculadas como

$$a_t(\phi) = t'ta_{in}e^{-i\phi} \sum_{j=0}^{\infty} r^{2j} e^{-i2j\phi} = a_{in} \frac{t'te^{-i\phi}}{1 - r^2e^{-i2\phi}}, \quad (2.4)$$

$$a_r(\phi) = r'a_{in} + t'tra_{in}e^{-2i\phi} \sum_{j=0}^{\infty} r^{2j} e^{-i2j\phi} = r'a_{in} + a_{in} \frac{t'tre^{-2i\phi}}{1 - r^2e^{-i2\phi}}. \quad (2.5)$$

Lembrando que os coeficientes  $r$ ,  $t$ , e  $r'$ ,  $t'$ , em caso de incidência normal, se relacionam mediante as equações de Stokes como  $r = (n - n')/(n + n')$ ,  $r' = -r$  e  $tt' = (1 - r^2)$ , podemos calcular os coeficientes complexos de transmissão e reflexão mediante as razões

$$T(\phi) = \frac{a_t(\phi)}{a_{in}} = \frac{r(e^{-2i\phi} - 1)}{1 - r^2e^{-i2\phi}}, \quad (2.6)$$

$$R(\phi) = \frac{a_r(\phi)}{a_{in}} = \frac{(1 - r^2)e^{-i\phi}}{1 - r^2e^{-i2\phi}}, \quad (2.7)$$

respectivamente. Estes coeficientes representam as respostas em amplitude e fase do ressoador. Enquanto a resposta em intensidade pode ser obtida calculando o produto dos coeficientes pelo seu complexo conjugado. A função de transmissão (ou transmitância) da cavidade é conhecida como distribuição de Airy e vem expressa pela equação

$$\mathcal{T}(\phi) = T^*(\phi)T(\phi) = \frac{1}{1 + \frac{4r^2}{(1 - r^2)^2} \sin^2(\phi)}. \quad (2.8)$$

Vale ressaltar que a transmitância da cavidade apresenta valores máximos iguais a unidade para a condição em que  $\phi = m\pi$ , onde  $m$  é um número inteiro. Neste caso se diz que a radiação incidente está em ressonância com a cavidade. Logo, a condição de ressonância em termos da frequência da radiação vem dada por

$$\nu_m = m \frac{c}{2nL}. \quad (2.9)$$

Tais frequências representam os modos longitudinais da cavidade, sendo que para a dedução não foi considerada a variação transversal do perfil de intensidade da radiação. Os modos longitudinais dependem unicamente do comprimento da cavidade e das características ópticas do meio entre ambas as superfícies refletoras. A diferença em frequência entre dois modos consecutivos é conhecida como *free spectral range* (FSR) da cavidade, e vem dado por:

$$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2nL}. \quad (2.10)$$

No entanto, os picos de ressonância da cavidade não são infinitamente estreitos. Sua largura de linha depende da refletividade dos espelhos, do comprimento da cavidade e do índice de refração do meio entre os espelhos. O valor da largura de linha *full width at half maximum* (FWHM) para valores  $(1 - r^2 \ll 1)$ , deduzida a partir da transmitância pode ser aproximada

a

$$\Delta\nu_{FWHM} \approx \frac{c}{2\pi nL} \frac{(1-r^2)}{r}. \quad (2.11)$$

Outro parâmetro que caracteriza melhor a qualidade das linhas de interferência da cavidade é a *finesse*, definida como a razão entre o FSR e o FWHM

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\Delta\nu_{FWHM}} \approx \frac{\pi r}{(1-r^2)}. \quad (2.12)$$

A *finesse* depende apenas da refletividade de ambos os espelhos. No caso da equação (2.12) foi considerado que ambos os espelhos têm a mesma refletividade, caso contrário podemos calcular mediante  $\mathcal{F} \approx \pi\sqrt{r_1 r_2}/(1-r_1 r_2)$ .

### 2.3.2 Modos transversais e óptica gaussiana

Os feixes lasers apresentam variações da amplitude transversal e fase como função de  $z$ , que não podem ser explicados satisfatoriamente pela óptica geométrica. Portanto, para obter uma correta resposta da cavidade é necessário aprimorar a nosso modelo do feixe incidente.

É amplamente conhecido que a componente espacial de um feixe laser se propagando na direção do eixo  $z$  pode ser descrito como  $u(x, y, z) = a(x, y, z)e^{-ikz}$ , onde  $u(x, y, z)$  é solução da equação de onda escalar e  $a(x, y, z)$  é uma função complexa que carrega a informação sobre a dispersão do feixe e a curvatura do frente de onda, entre outras propriedades dedutíveis das anteriores. Além,  $a(x, y, z)$  é solução da aproximação paraxial da equação de Helmholtz

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial a}{\partial z} = 0, \quad (2.13)$$

onde foi considerado que  $a$  varia ligeiramente com  $z$ , portanto  $\partial^2 a/\partial^2 z$  pode ser negligenciado. As soluções da equação (2.13) admitidas pela cavidade, i.e., ondas cujos perfis transversais se repetem após uma viagem de ida e volta, podem ser escritos como:

$$a_{mn}(x, y, z) = A \frac{w_0}{w(z)} H_m \left[ \sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right] H_n \left[ \sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right] e^{i\zeta_{mn}(z)} e^{\left( -i \frac{k(x^2+y^2)}{2R(z)} - \frac{(x^2+y^2)}{w^2(z)} \right)}, \quad (2.14)$$

onde  $H_n(x)$  são os polinômios de Hermite-Gauss de ordem  $n$ ,  $w(z)$  e  $R(z)$  são a cintura e o raio de curvatura do feixe respectivamente, e  $\zeta_{mn}(z)$  é a diferença de fase experimentado conforme se propaga na direção  $z$ , conhecido como mudança de fase de Gouy. Neste caso, as soluções  $a_{mn}$  são auto-estados de Hermite-Gauss da cavidade, denominados também como  $HG_{mn}$ , sendo que para um ressoador com superfícies refletivas infinitamente grandes formam



um conjunto completo de modos normais e qualquer feixe pode ser escrito como uma combinação linear deles. A condição de superfícies refletivas infinitas é uma boa aproximação quando a cintura do feixe dentro da cavidade é muito menor do que o tamanho dos espelhos. Finalmente, se escolhermos coordenadas polares na direção transversal ao feixe, vamos obter um outro conjunto de modos com simetria polar conhecidos como modos de Laguerre-Gauss ( $LG_{mn}$ ). Na Figura 3 são mostrados alguns dos modos  $HG_{mn}$ .

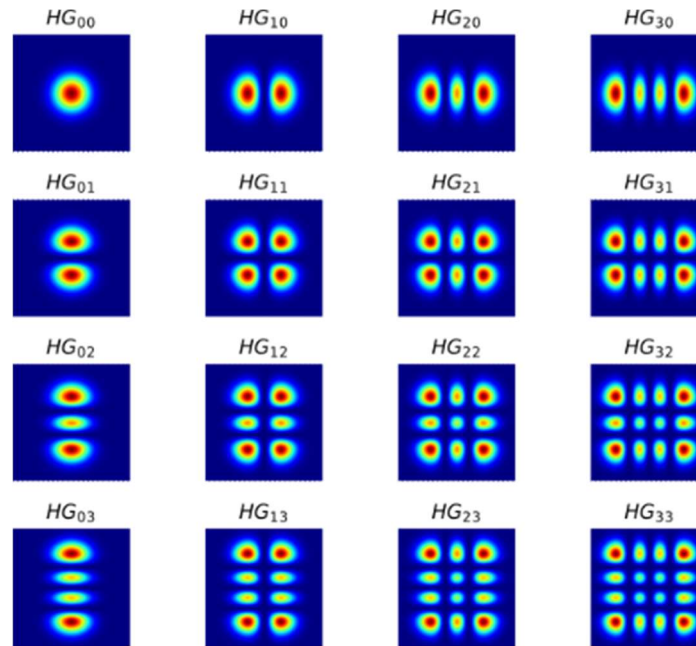


Figura 3 - Perfis de intensidade dos modos de Hermite-Gauss ( $HG_{mn}$ ) para  $m$  e  $n \leq 3$ .

Fonte: Elaborada pelo autor usando LightPipes (40)

### 2.3.3 Modo fundamental gaussiano

Considerando  $n = 0$  e  $m = 0$  na equação (2.14), obtemos o modo fundamental  $HG_{00}$ , também conhecido como feixe gaussiano. Vale salientar que tanto para o feixe gaussiano como para modos de mais alta ordem, o raio do feixe e o raio de curvatura do feixe são dados pelas mesmas equações

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}, \quad (2.15)$$

e

$$R(z) = z(1 + (z_0/z)^2), \quad (2.16)$$

onde  $z_0 = \pi w_0^2 / \lambda$  é a distância na qual o raio do feixe é  $\sqrt{2}$  vezes a cintura do feixe  $w_0$ , conhecida como distância de Rayleigh. Porém, ambos os feixes, gaussiano e  $HG_{mn}$ , não têm a

mesma fase de Gouy. Podemos escrever a fase de Gouy do segundo com respeito ao primeiro como:

$$\zeta_{mn}(z) = (m + n)\zeta(z), \quad (2.17)$$

onde  $\zeta(z) = \tan^{-1}(z/z_0)$ . Na Figura 4 é mostrado o perfil lateral de um feixe gaussiano se propagando na direção  $z$ . Destacamos alguns dos parâmetros que caracterizam o feixe.

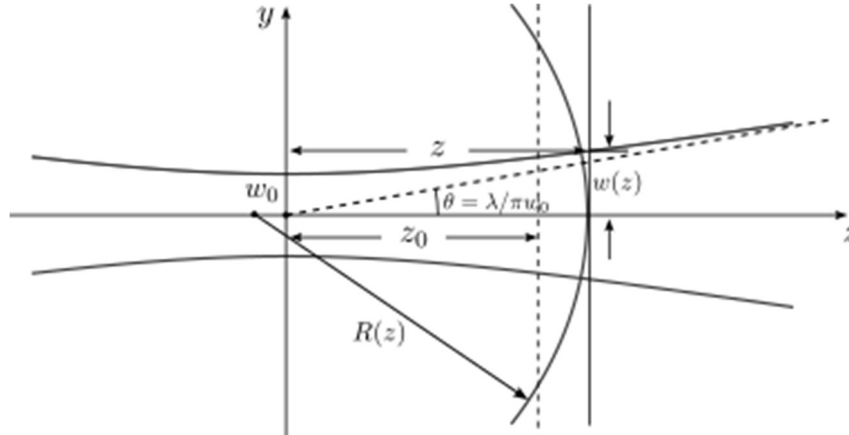


Figura 4 - Esquema do perfil transversal de um feixe gaussiano se propagando na direção  $z$ . Sinalizamos o valor raio e o raio de curvatura do feixe na coordenada  $z$ . A dispersão angular do feixe é caracterizada por  $\theta = \lambda/\pi w_0$ .

Fonte: Elaborada pelo autor

Logo, para descrever univocamente o feixe gaussiano e simplificar o tratamento das transformações que sofre ao passar por algum elemento óptico podemos introduzir o parâmetro complexo  $q(z)$  como

$$q(z) = z + iz_0, \quad (2.18)$$

onde a parte real é a distância à cintura do feixe e a parte imaginária é simplesmente a distância de Rayleigh. Na posição da cintura o parâmetro do feixe complexo é puramente imaginário. Também, pode se escrever o parâmetro complexo do feixe em função do raio e a raio de curvatura do feixe como  $1/q(z) = 1/R(z) - i\lambda/\pi w^2(z)$ . Finalmente, o parâmetro complexo  $q(z)$  satisfaz a lei ABCD para descrever o passo através de diversos elementos ópticos.

### 2.3.4 Estabilidade da cavidade e condições de ressonância dos feixes de mais alta ordem

Vamos considerar uma cavidade óptica com espelhos de raios  $R_1$  e  $R_2$  respectivamente separados por uma distância  $L$ . A matriz de transferência ABCD que descreve uma passagem completa através da cavidade é dada por:

$$\hat{T}(z=0) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{R_2} & 2L - \frac{2L^2}{R_2} \\ -\frac{2}{R_1} - \frac{2}{R_2} + \frac{4L}{R_1 R_2} & 1 - \frac{4L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{4L^2}{R_1 R_2} \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

assumindo a origem de coordenadas no primeiro espelho. Como escrito anteriormente, um determinado feixe é auto-estado da cavidade se depois de uma viagem de ida e volta o feixe fica inalterado. Então o parâmetro complexo  $q(z)$  não muda. Essa condição pode ser expressa como:

$$\begin{pmatrix} q(z) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q(z) \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Resolvendo a equação matricial (2.20) para  $q(z)$ , obtemos

$$q(z) = \frac{A - D}{2C} + i \frac{\sqrt{1 - ((A + D)/2)^2}}{|C|}. \quad (2.21)$$

Se o feixe é confinado na cavidade, ou seja, apresenta um valor da cintura real e positivo, diz-se que a cavidade é estável. Comparando as equações (2.18) e (2.21) temos que a condição de estabilidade é satisfeita se  $-1 \leq (A + D)/2 \leq 1$ . A condição de estabilidade pode ser escrita também em função do parâmetro  $g = ((A + D)/2 + 1)/2$  da cavidade como

$$0 \leq g \leq 1, \quad (2.22)$$

onde  $g = g_1 g_2 = (1 - L/R_1)(1 - L/R_2)$  expressando em termos das características geométricas do ressonador. Cada termo  $g_i$  é conhecido como parâmetro  $g$  dos espelhos. O parâmetro  $g$  da cavidade representa a magnificação que sofre o feixe numa viagem de ida e volta. Se seu valor está entre zero e um implica que após muitas passagens o feixe se mantém finito.

Se o feixe gaussiano é um modo fundamental da cavidade acontece que o raio de curvatura dele deve ser igual aos raios de curvatura dos espelhos em cada uma das superfícies refletivas. Logo, da equação (2.16) vamos obter que:

$$R(z_1) = z_1(1 + (z_0/z_1)^2) = R_1 \quad \text{e} \quad R(z_2) = z_2(1 + (z_0/z_2)^2) = R_2. \quad (2.23)$$

Igualando a parte real e imaginária das equações (2.18) e (2.21) e combinar com as equações (2.23), lembrando que  $z_2 - z_1 = L$ , podemos calcular o valor e a posição da cintura característica do modo fundamental admitido pela cavidade

$$w_0^2 = \frac{\lambda \sqrt{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}{\pi (R_1 + R_2 - 2L)}, \quad (2.24)$$

e

$$z_1 = -\frac{L(R_2-L)}{R_1+R_2-2L}, \quad z_2 = \frac{L(R_1-L)}{R_1+R_2-2L}. \quad (2.25)$$

respectivamente. As condições descritas pelas equações (2.24) e (2.25) devem ser satisfeitas por um feixe gaussiano para acoplar perfeitamente com o modo fundamental da cavidade. Do contrário, uma pequena variação da magnitude ou posição da cintura, ou mesmo do alinhamento do feixe com respeito ao eixo axial pode excitar alguns dos modos de mais alta ordem da cavidade. (41)

Da equação (2.14) dos modos permitidos pela cavidade a fase ao longo do eixo óptico do ressonador é

$$\theta(z) = kz + (n + m + 1) \tan^{-1}(z/z_0). \quad (2.26)$$

Após uma passagem completa pela cavidade, a condição de ressonância do modo exige que a diferença de fase  $\theta(z_2) - \theta(z_1)$  seja um múltiplo inteiro de  $2\pi$ , ou um múltiplo inteiro de  $\pi$  para uma única passagem. Em termo da frequência a condição de ressonância pode se escrever como:

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} l + \frac{c}{2L} \frac{1}{\pi} (n + m + 1) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2}. \quad (2.27)$$

A equação (2.27) assume formas mais simples para geometrias particulares de cavidades ópticas, exemplo: cavidades com espelhos planos  $R_1 = R_2 = \infty$  e com espelhos esféricos de grande curvatura  $R_1, R_2 \gg L$ . Os modos gaussianos admitidos pela cavidade são caracterizados por três números inteiros  $(l, m, n)$ . Aqueles com diferentes valores de  $l$  são ditos diferentes modos longitudinais. A diferença de frequência entre eles é o FSR, como definido na equação (2.10). Modos com diferentes valores de  $m$  e/ou  $n$  são modos transversais diferentes, pois têm perfis transversais distintos. Diferentes perfis transversais, com igual valor de  $(n + m)$  pertencentes ao mesmo modo longitudinal apresentam a mesma frequência, portanto são modos degenerados da cavidade.

## 2.4 Técnica de Pound-Drever-Hall

A estabilização de lasers em frequência Pound-Drever-Hall (PDH) é uma técnica baseada na detecção da frequência de ressonância de um interferômetro de Fabry-Perot por auto batimento com bandas laterais geradas mediante uma modulação em fase. Foi proposta em 1983 por Drever e colaboradores (16) como uma alternativa para aprimorar a estabilização de frequência em cavidades ópticas mediante a técnica de *fringe-side*. (42) Devido a ela, é possível detectar as variações em fase do laser, e, portanto, a banda do circuito servo não é

limitada pelo tempo de resposta da cavidade em questão, i.e., a largura de linha do laser estabilizado não é limitada pela largura de linha da frequência de referência.

### 2.4.1 Modulação do feixe

Na técnica PDH, o feixe laser incidente na cavidade óptica  $E_i = E_0 \exp(i\omega_c t)$  é modulado em fase, (mediante um modulador eletro-óptico (MEO) em nosso caso). Após o modulador, o feixe apresenta a forma:

$$E_i = E_0 \exp\{i(\omega_c t + \beta \sin(\Omega t))\}, \quad (2.28)$$

onde  $\beta$  e  $\Omega$  são a amplitude e a frequência de modulação, respectivamente. Sendo que o termo exponencial na equação (2.28) pode ser escrito como combinação linear de  $e^{\pm ik\Omega t}$

$$E_i = E_0 e^{i\omega_c t} \left( J_0(\beta) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\beta) e^{ik\Omega t} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_k(\beta) e^{-ik\Omega t} \right), \quad (2.29)$$

onde as constantes do desenvolvimento  $J_k(\beta)$  são as funções de Bessel de primeira ordem. No regime de baixas amplitudes de modulação  $\beta \ll 1$  a equação (2.29) pode ser simplificada a:

$$E_i \approx E_0 \left( J_0(\beta) e^{i\omega_c t} + J_1(\beta) e^{i(\omega_c + \Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega_c - \Omega)t} \right). \quad (2.30)$$

A expressão anterior mostra a presença no feixe de uma frequência central ( $\omega_c$ ) e duas bandas laterais, com frequência ( $\omega_c \pm \Omega$ ). Em caso de amplitudes de modulação maiores vão aparecer as bandas laterais de ordem maior. Levando em conta que a potência do feixe incidente é  $P_i = |E_0|^2$ , a potência do feixe com a frequência central e do feixe com a frequência das bandas laterais é  $P_c = J_0(\beta)^2 P_i$  e  $P_s = J_1(\beta)^2 P_i$ , respectivamente. A potência do feixe com a frequência central é compartilhada com as bandas laterais em função da amplitude de modulação.

### 2.4.2 Reflexão do feixe modulado na cavidade óptica

A reflexão de um feixe modulado e acoplado com o modo fundamental na cavidade, pode ser tratado como a reflexão de feixes independentes. Logo, a partir do feixe incidente dado pela expressão (2.30), o feixe refletido pode ser escrito como:

$$E_r = E_0 \left( J_0(\beta) R(\omega_c) e^{i\omega_c t} + J_1(\beta) R(\omega_c + \Omega) e^{i(\omega_c + \Omega)t} - J_1(\beta) R(\omega_c - \Omega) e^{i(\omega_c - \Omega)t} \right), \quad (2.31)$$

onde  $R(\omega_c)$  é a função de reflexão da cavidade, representado como o sinal complementar da transmitância, equação (2.8). Logo, a potência do feixe refletido  $P_r = |E_r|^2$  medida por um fotodetector é

$$\begin{aligned}
P_r = P_i & (|R(\omega)J_0(\beta)|^2 + |R(\omega + \Omega)J_1(\beta)|^2 + |R(\omega - \Omega)J_1(\beta)|^2 \\
& + 2J_0(\beta)J_1(\beta)Re(R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)) \cos \Omega t \\
& + 2J_0(\beta)J_1(\beta)Im(R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)) \sin \Omega t \\
& + 2J_1(\beta)^2 Re(R(\omega - \Omega)R(\omega + \Omega)) \cos \Omega t \\
& + 2J_1(\beta)^2 Im(R(\omega - \Omega)R^*(\omega + \Omega)) \sin \Omega t).
\end{aligned} \tag{2.32}$$

O sinal resultante é uma onda com frequência nominal  $\omega$ , e frequências de batimento  $\Omega$  e  $2\Omega$ . A primeira frequência de batimento corresponde a interferência entre a frequência central e as bandas laterais, enquanto a segunda frequência envolve a interferência entre ambas as bandas laterais. Os termos que oscilam com a frequência de modulação  $\Omega$ , contém a informação sobre a fase do laser. Sendo que, para frequências de modulação pequenas  $\Omega \ll \Delta\omega_{FWHM}$  comparadas com a largura a meia altura da frequência de ressonância da cavidade, o termo  $R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)$  é real, e, portanto, o  $\sin(\Omega t)$  é anulado. O caso contrário acontece no regime de altas frequências  $\Omega \gg \Delta\omega_{FWHM}$  quando  $R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)$  é imaginário e o  $\cos(\Omega t)$  se anula.

### 2.4.3 Sinal erro PDH

Para obter o sinal de erro, o feixe modulado e refletido pela cavidade é misturado com um oscilador de referência (com frequências  $\Omega$  de modulação), usando um circuito misturador de frequências (*mixer*), gerando um sinal que é o produto de ambos os sinais de entrada. Tal sinal pode ser escrito em modo geral como

$$\begin{aligned}
\epsilon & = \sin(\Omega t) \sum_i A_i(t) \sin(\Omega'_i t + \phi_i) \\
& = \frac{1}{2} \sum_i A_i(t) [\cos(\{\Omega'_i - \Omega\}t + \phi_i) - \cos(\{\Omega'_i + \Omega\}t + \phi_i)] ,
\end{aligned} \tag{2.33}$$

onde  $\sin(\Omega t)$  é o oscilador de referência, e  $\sum_i A_i(t) \sin(\Omega'_i t + \phi_i)$  é uma expressão geral para o sinal de reflexão lido pelo fotodetector, considerando a existência de vários harmônicos. Logo após o misturador, o sinal contém ambas as frequências  $(\Omega' - \Omega)$  e  $(\Omega' + \Omega)$ . No caso em que  $(\Omega' = \Omega)$  o termo com  $\cos(\Omega' - \Omega)t$  vira um sinal dc que pode ser isolado por um

filtro passa-baixa. Esse processo também filtra os termos não estacionários e oscilantes com frequência  $2\Omega'$  da equação (2.32). Portanto, combinando as equações (2.32) e (2.33) obtemos

$$\begin{aligned} \epsilon = 2P_i J_0(\beta) J_1(\beta) [ & \operatorname{Re}(R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)) \sin(\phi) \\ & + \operatorname{Im}(R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)) \cos(\phi) ]. \end{aligned} \quad (2.34)$$

O sinal de erro é uma combinação linear das funções  $\sin(\phi)$  e  $\cos(\phi)$ . Para  $\phi = 0$ , o sinal apresenta um comportamento linear perto da ressonância com uma inclinação acentuada, como mostrado pela função em vermelho na Figura 5. Como o valor de  $\phi$  é resultado das diferenças de fase entre os sinais óptico e elétrico, a condição  $\phi = 0$  é atingível ajustando a fase do oscilador de referência. Este sinal antissimétrico perto da ressonância garante uma acentuada dependência com a frequência. Desvios da frequência de ressonância, i.e., da intercepção do sinal erro com o eixo  $x$  podem ser corrigidos periodicamente retroalimentando um circuito servo com o sinal PDH otimizado.

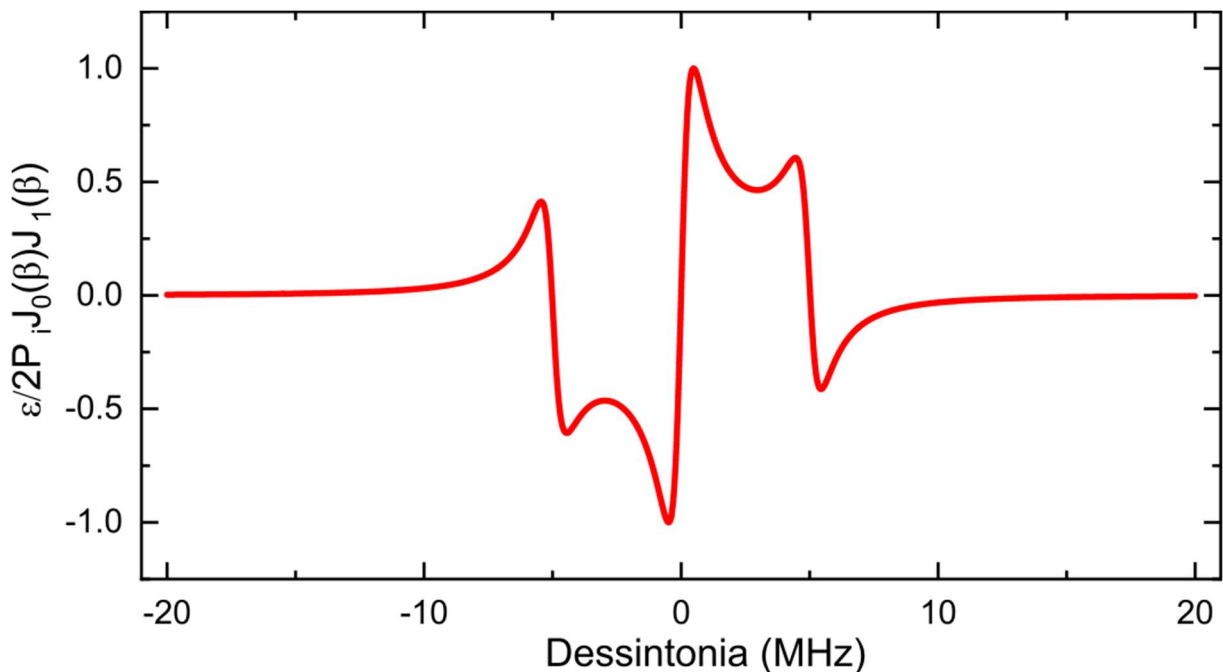


Figura 5- Simulação do sinal erro PDH ( $\epsilon/2P_i J_0(\beta) J_1(\beta)$ ) gerado mediante a demodulação do feixe refletido por uma cavidade de refletividade  $r^2 = 0,998$  e anteriormente modulado com uma frequência  $\Omega = 5 \text{ MHz}$ . Em vermelho é mostrado o sinal PDH ajustando a frequência do oscilador de referência com  $\theta = 0 \text{ rad}$ .

Fonte: Elaborada pelo autor

#### 2.4.4 Regime de altas frequências de modulação

No caso de altas frequências de modulação é válido assumir que as bandas laterais são totalmente refletidas  $R(\omega_c \pm \Omega) \approx -1$ . Também, para frequências perto da ressonância a

diferença de fase contida na equação (2.8) pode ser escrita como  $\delta = 2\pi N + \Delta\omega/\Delta\omega_{\text{FSR}}$ , onde  $\Delta\omega$  é a dessintonia em relação à ressonância. Logo para cavidades de alta *finesse* podemos aproximar o coeficiente de reflexão a

$$R(\Delta\omega) \approx i2\pi \frac{r\Delta\nu/\Delta\nu_{\text{FSR}}}{1-r^2} = i \frac{2\Delta\nu}{\Delta\nu_{\text{FWHM}}}. \quad (2.35)$$

Substituindo a equação (2.35) em (2.34) no regime de altas frequências de modulação obtemos:

$$\epsilon = -4P_i J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\text{FWHM}}}. \quad (2.36)$$

Vale salientar que perto da ressonância existe uma relação linear entre o sinal erro e o dessintonia, cuja tangente é

$$D = \frac{2\epsilon_{pp}}{\Delta\nu_{\text{FWHM}}}, \quad (2.37)$$

onde  $\epsilon_{pp} = 2P_i J_0(\beta) J_1(\beta)$  é a amplitude pico a pico. O termo  $D$ , dado na equação (2.37), é o discriminador de frequência. Este resultado, válido para frequências perto da ressonância, pode ser usado para transformar flutuações do sinal erro a variações em frequência, e, portanto, avaliar a qualidade do travamento e estimar a largura de linha do laser travado. (43) Como foi discutido a tangente do sinal erro perto da ressonância é usado para retroalimentar um circuito servo que vai corrigir desvios do laser com respeito à frequência de ressonância. O discriminador é inversamente proporcional à largura de linha da cavidade. Portanto, cavidades com maior *finesse* são desejadas. Também, podemos otimizar o numerador do discriminador fazendo a potência da banda lateral metade da potência da frequência central, ou, mais precisamente a profundidade de modulação  $\beta = 1,08$ .

#### 2.4.5 Expressão do ruído na técnica PDH

Como mostrado na equação (2.2), o limite inferior da densidade espectral do ruído no circuito de controle é expresso como a razão entre a densidade espectral do ruído e o coeficiente de ganho do discriminador de frequência. O sinal erro gerado pelo discriminador de frequência na técnica PDH depende do sinal óptico modulado e refletido na cavidade óptica, convertido a sinal elétrico pelo fotodetector e demodulado quando misturado com o oscilador de referência. Alguns dos fatores que afetam a estabilidade do sistema são as variações da potência do laser, da resposta do fotodiodo usado, da profundidade de modulação, da diferença de fase entre os dois sinais de entrada no misturador e da frequência



de modulação. Quando o laser é travado no sinal de ressonância, onde a frequência central se anula, o sistema é insensível as variações dos termos anteriores. Também o sistema é sensível a variações de primeira ordem das variações de potência das bandas laterais. Porém, a maior parte das fontes de ruído são inversamente proporcionais à potências da frequência, i.e., seu valor é anulado quando a frequência é suficientemente grande. Portanto, o ruído na potência das bandas laterais pode ser atenuado aumentando a frequência de modulação. No entanto, existe uma fonte de ruído constante que não varia com a frequência. Esta fonte de ruído é conhecida como *shot noise* e tem a ver com a natureza aleatória da transformação de fótons em elétrons no fotodetector. Este fenômeno quântico é um fenômeno físico fundamental e impõe um limite inferior à estabilidade que pode ser atingida com a técnica PDH. Logo, a densidade espectral de ruído de frequência no discriminador antes de ser inserido no circuito servo pode ser escrita como (37)

$$S_d = \kappa R \sqrt{NEP^2 + 2h\nu P_{det}/\eta_d}, \quad (2.38)$$

onde o segundo termo da raiz representa o *shot noise*,  $\kappa$  é a perda por conversão no misturador de frequências,  $R$  e a responsividade do fotodetector em unidades de  $V/W$ ,  $NEP$  é a potência equivalente de ruído óptico do fotodetector,  $\eta_d$  a eficiência quântica do fotodetector, e  $P_{det}$  é a potência do laser refletido pela cavidade, que para baixas amplitudes de modulação pode ser expressa como:

$$P_{det} = (1 - \alpha)J_0^2(\beta)P_i + 2J_1^2(\beta)P_i. \quad (2.39)$$

Na equação (2.39),  $\alpha$  é a eficiência de acoplamento do modo fundamental na cavidade. Logo, escrevemos a tangente do sinal erro, equação (2.37), porém considerando a eficiência do acoplamento, a responsividade do fotodetector e a perda no *misturador* como

$$D_v(\Delta\nu) = \kappa\alpha R \frac{4J_0(\beta)J_1(\beta)P_i}{\Delta\nu_{FWHM}}. \quad (2.40)$$

Combinando as equações (2.38) e (2.40) a densidade espectral de ruído limite do circuito de controle é

$$S_{cl,limite} = \frac{\sqrt{NEP^2 + 2h\nu P_{det}/\eta_d}}{4\alpha J_0(\beta)J_1(\beta)P_{in}} \Delta\nu_{FWHM}. \quad (2.41)$$

Logo, fazemos notar que o discriminador apresenta um ruído branco para baixas dessintonias comparadas com a largura de linha da cavidade. Caso contrário, a densidade espectral de ruído limite do circuito de travamento PDH aumentará em 20 dB/decade, o que é característico do ruído de *flicker-phase*. Para aproximar o ruído do discriminador ao *shot-noise*, é preciso que o NEP seja o mais baixo possível e a eficiência de acoplamento a maior.



### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo, discutiremos os materiais e métodos utilizados durante nossa pesquisa. Apresentaremos o projeto e construção das cavidades ópticas, os sistemas de vácuo e de estabilização de temperatura. Além disso, mostraremos a configuração experimental usada para travar um laser. Será discutido um método para casar o feixe gaussiano incidente na cavidade com seu modo fundamental característico. E por fim apresentaremos alguns métodos utilizados para travar mais de um laser na mesma cavidade.

#### 3.1 Construção das cavidades e do sistema de isolamento

As nossas cavidades seguem o desenho clássico de um interferômetro de Fabry-Perot. Elas estão formadas por um espaçador de vidro em forma de cilindro circular reto e oco de 100 mm de comprimento, 25,4 mm de diâmetro exterior, e 21,7 mm de diâmetro interior, como mostrado na Figura 6. Nas bases do espaçador são colados dois espelhos com cola para vácuo EPO-TEK® 353ND. O espaçador é fabricado com vidro (ULE) coeficiente de expansão térmica ultrabaixo, com CTE  $\alpha_{ULE} = 0 \pm 30 \times 10^{-9} \text{ K}^{-1}$  na faixa de 5 – 35 °C. (44) Um furo de diâmetro 12,7 mm centrado ao longo do eixo do cilindro garante acesso para a evacuação do seu interior. Na Figura 6(b) é mostrada uma imagem real da cavidade usada para os comprimentos de onda 780 e 960 nm.

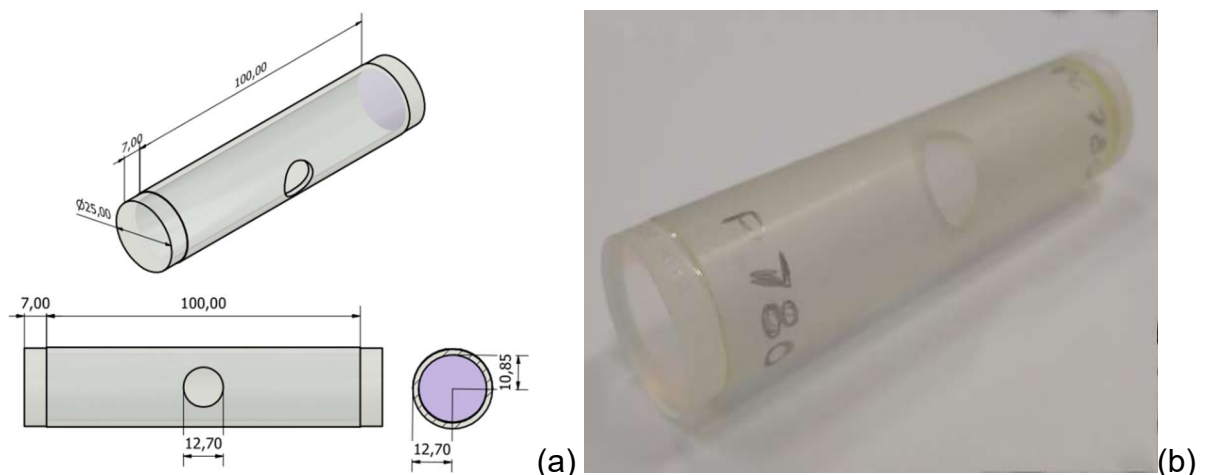


Figura 6 - Imagens das cavidades ópticas. (a) Três vistas diferentes do desenho da cavidade, destacando as principais dimensões. (b) Imagem real da cavidade usada para os comprimentos de onda de **780 e 960 nm**.

Fonte: Elaborada pelo autor

Os espelhos têm forma cilíndrica com 25 mm de diâmetro na base e uma espessura de 7 mm, e estão compostos por sílica fundida, cujo CTE é da ordem de  $\alpha_{FS} \sim 500 \times 10^{-9} \text{ K}^{-1}$  a temperatura ambiente. Os raios de curvatura são de  $R_1 = \infty$  e  $R_2 = 500 \text{ mm}$  para formar uma cavidade plano côncava estável, segundo o critério dado pela equação (2.22). As superfícies internas têm uma refletividade do 99,8 % para os comprimentos de onda de interesse, enquanto as externas são antirreflexivas. O FSR esperado de nossas cavidades é  $\Delta\nu_{FSR} = 1496,62 \text{ MHz}$ . Note que para obter este valor foi acrescentado ao comprimento  $L$  da cavidade um deslocamento axial  $\Delta L = R - \sqrt{R^2 - r^2}$  extra devido à curvatura do espelho côncavo. Aqui  $R$  é o raio de curvatura do espelho e  $r$  o raio de sua base. Também, a partir da equação (2.12) pode se estimar uma finesse  $\mathcal{F} \sim 1500$ . Portanto a largura de linha esperada das frequências de ressonância da cavidade é  $\Delta\nu_{FWHM} \sim 1 \text{ MHz}$ .

Adicionalmente, as nossas cavidades foram desenhadas para os modos fundamentais não sofrerem degenerescência com modos de mais alta ordem. Da equação (2.12) podemos inferir que modos transversais consecutivos associados a um mesmo modo estão separados por  $\Delta\nu_{FSR} \cos^{-1}(\sqrt{1 - L/R})/\pi$ , i.e., um 15 % do FSR, aproximadamente 221 MHz. Portanto, temos uma aceitável qualidade espectral. Porém, alguns modos transversais de mais alta ordem associados a modos longitudinais de ordem  $< l$ , podem apresentar frequências próximas à do modo  $(l, 0)$ . Na Figura 7 são representados os modos de mais alta ordem, até  $n + m = 250$  que estão na faixa de frequências  $\pm 50 \text{ MHz}$  em relação ao modo  $(l, 0)$ . Podemos apontar que o modo de mais baixa ordem mais próximo ao modo fundamental de referência é aquele com  $n + m = 7$ , afastado aproximadamente 50 MHz. Os outros modos são de ordens  $n + m \geq 27$ . Os modos dentro da faixa  $\pm 25 \text{ MHz}$  poderiam afetar a forma do sinal erro, já que essa é a nossa máxima frequência de modulação, porém, e negligenciável com respeito à do modo fundamental.

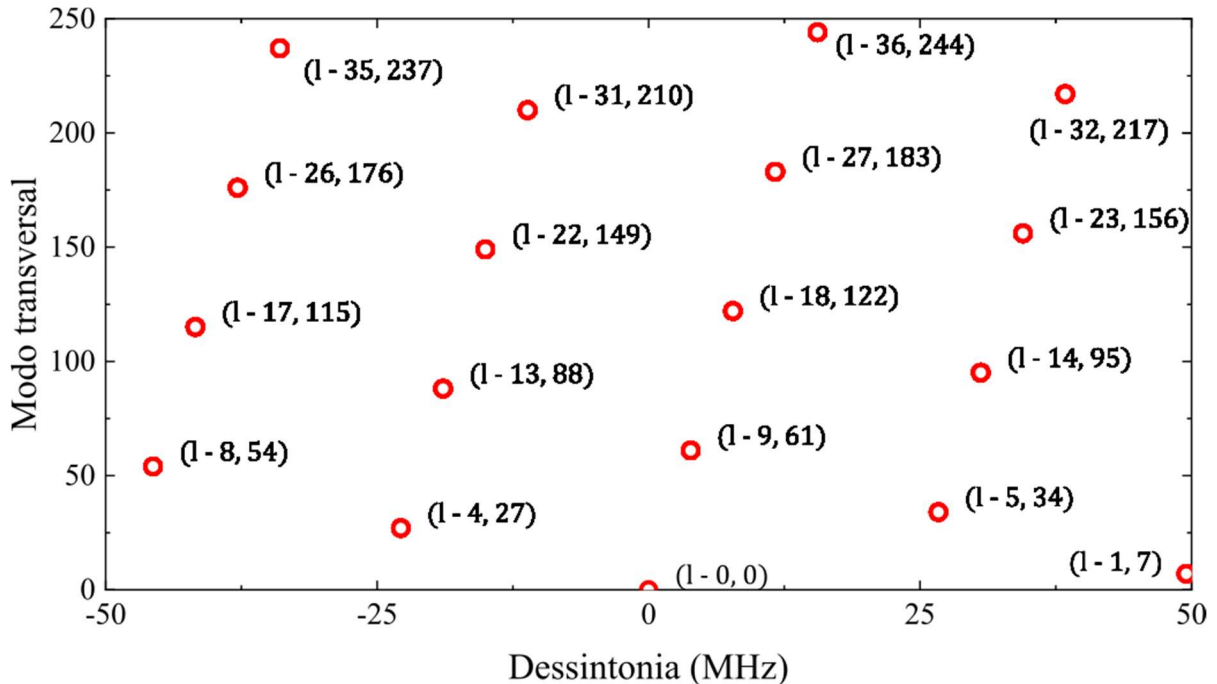


Figura 7- Dessintonia dos modos  $TEM_{lm}$  (com  $l < 50$  e  $n + m < 250$ ) admitidos pela cavidade, em relação ao modo longitudinal  $l$  e transversal fundamental. Para cada modo é indicada a ordem longitudinal  $l$  e transversal  $n + m$ . É importante salientar que os modos de mais alta ordem sofrem degenerescência.

Fonte: Elaborada pelo autor

A cavidade é alojada em um suporte em forma de cilindro oco de alumínio, de comprimento 135,13 mm, com 13,70 mm de raio interno, e 25,70 mm de raio externo, como mostrado na Figura 8 (a) e (b). O cilindro de suporte foi fresado de forma perpendicular à base na direção axial, formando uma base inferior de forma retangular com dimensões (135,13 x 35,71) mm<sup>2</sup>. Dois anéis de Viton acoplam perfeitamente a cavidade no interior do cilindro de suporte. Um segundo cilindro de alumínio de comprimento 155,00 mm de raio 30,16 mm, também fresado na direção axial perpendicular a sua base para formar uma superfície retangular de (155,00 x 40,04) mm<sup>2</sup>, serve como base para o cilindro de suporte. Entre essas peças, instalamos três módulos Peltier ou TEC (*Thermoelectric coolers*), para controlar a temperatura do sistema. Para fechar completamente a cavidade dentro do cilindro de suporte foram parafusadas duas tampas de alumínio nas bases do cilindro de suporte, ver Figura 8 (b). Um furo de 12,70 mm de diâmetro no centro das tampas garante o acesso óptico à cavidade. Na Figura 6 (c) e (d) são mostradas imagens reais do sistema descrito. Ainda não foi inserida a cavidade, embora foram colocados os módulos de Peltier entre ambos os cilindros.

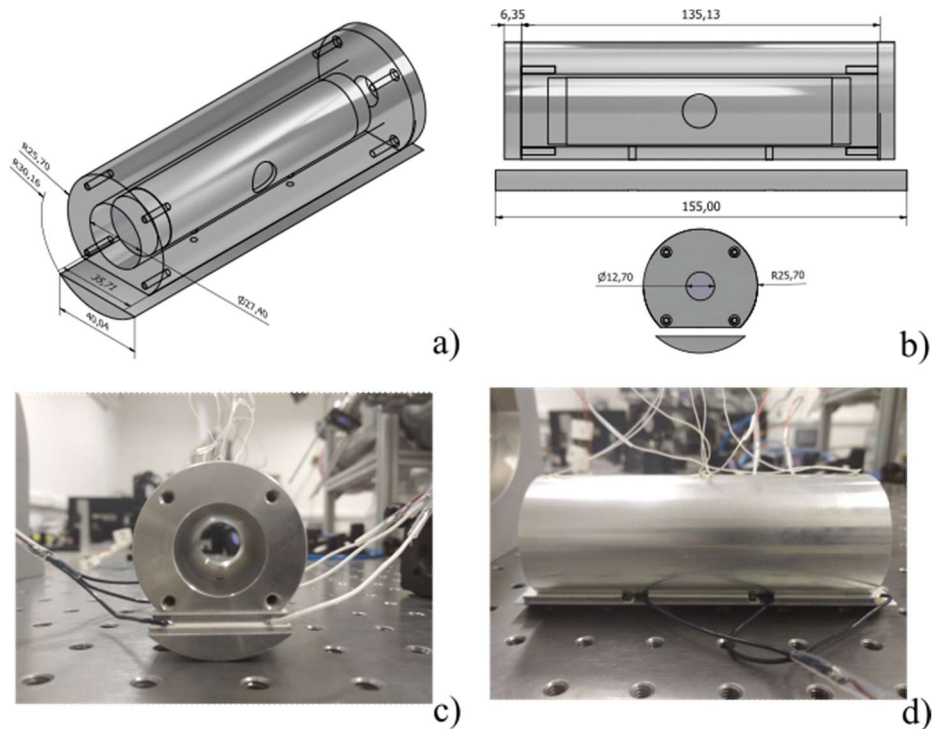


Figura 8- Sistema de isolamento e suporte da cavidade óptica. a) Vista 3D do desenho do cilindro de suporte com a cavidade dentro, e do cilindro base. b) Vista frontal 2D do mesmo sistema. As principais medidas são indicadas nas figuras. c) e d) Imagens reais do sistema (lateral e frontal, respectivamente).

Fonte: Elaborada pelo autor

### 3.1.1 Sistema de vácuo

Para reduzir as flutuações do ar e da temperatura, é utilizado um sistema de vácuo que segue um desenho padrão, formado por um “T” e uma cruzeta, ambos em aço inoxidável, fornecidos da empresa MDC Vacuum. O “T” acomoda a montagem da cavidade e dos cilindros de alumínio. Enquanto, uma bomba de íons (Agilent 10 l/s), uma válvula de vácuo (MDC Vacuum, MAV-150-V) e os conetores elétricos para o sistema de controle de temperatura são colocadas na cruzeta. Todo o sistema foi instalado sobre suportes de alumínio para garantir a estabilidade mecânica. O desenho do sistema é apresentado na Figura 9 (a), junto com uma foto dele montado na mesa óptica de nosso laboratório Figura 9 (b).

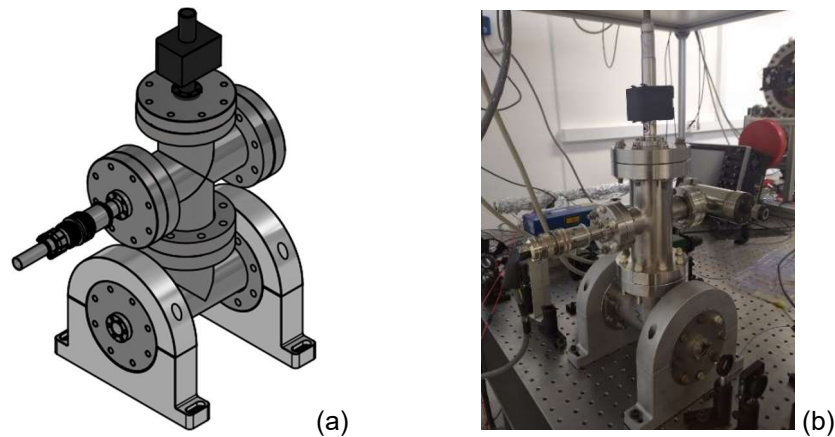


Figura 9 – Sistema de vácuo. (a) Desenho do sistema de vácuo formado por um “T” e uma cruzeta montados sobre suportes de alumínio. Nos extremos da cruzeta são instalados uma bomba iônica, os contatos elétricos do sistema de controle de temperatura, e uma válvula de vácuo. (b) Imagem em nosso laboratório do sistema de vácuo

Fonte: Elaborada pelo autor

Inicialmente, o sistema foi evacuado por uma bomba turbo sendo aquecido moderadamente a uma temperatura de  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Os dados da Figura 10 mostram como após aproximadamente cinco dias a pressão diminuiu exponencialmente até  $4 \times 10^{-7}$  torr. Nesse momento, a bomba iônica foi ligada, a válvula foi fechada, e a bomba turbo desligada. Momentaneamente, a pressão aumentou devido a uma diminuição na taxa de bombeamento, diminuindo posteriormente e estabilizando em  $\approx 10^{-8}$  torr.

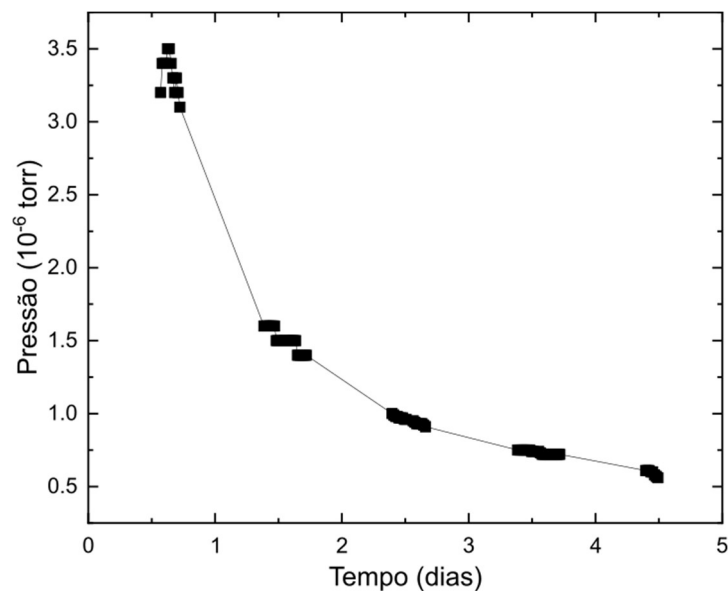


Figura 10 – Evolução da pressão como função do tempo no sistema de vácuo da cavidade medida pela bomba turbo durante aquecimento a  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Fonte: Elaborada pelo autor

Variações de pressão no interior da cavidade podem produzir uma variação do caminho óptico devido a flutuações do índice de refração  $\Delta n$ . O gás dentro do sistema de vácuo é uma mistura de nitrogênio, vapor de água e oxigênio fundamentalmente, que podem

ser descritos como gases ideais nessas condições. Para um gás ideal a variação de pressão  $\Delta P$  induz uma variação relativa do índice de refração dado por (45)

$$\frac{\Delta n}{n} \approx \frac{a}{2k_B T} \Delta P \times 10^2, \quad (3.1)$$

onde  $a$  é a polarizabilidade das partículas do gás ( $\approx 1,4 \times 10^{-30} \text{ m}^3$  nas condições de vácuo)  $k_B$  a constante de Boltzmann e  $T$  a temperatura do sistema em Kelvin. A variação de pressão na equação (3.1) é dada em mbar. Logo, a variação relativa da frequência de ressonância da cavidade causada por variações de pressão  $\leq 10^{-8}$  torr são da ordem de  $10^{-16}$ . Como veremos, as flutuações de frequência induzidas pelas mudanças de temperatura serão muito maiores que as de pressão e dominarão a estabilidade da cavidade.

### 3.1.2 Sistema de estabilização de temperatura

Mesmo no vácuo, pequenas flutuações de temperatura podem variar o comprimento e deformar tanto o espaçador quanto os espelhos da cavidade. A variação do comprimento da cavidade, no regime em que  $\Delta L/L \ll 1$ , causada por uma variação em temperatura  $\Delta T$  é dada por:

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha(T)\Delta T, \quad (3.2)$$

onde  $\alpha(T)$  é o coeficiente de expansão térmica (CTE) da cavidade. Assumindo um CTE da cavidade ordem de dezenas de  $nK^{-1}$ , para o caso do ULE a temperatura ambiente, variações  $1^\circ\text{C}$  na temperatura do laboratório causaria uma variação da frequência de ressonância da cavidade da ordem de 3 MHz. Portanto é preciso isolar das variações externas e controlar de maneira ativa a temperatura da cavidade.

Nosso sistema de controle de temperatura está inserido dentro da câmara de vácuo. O cilindro de suporte é esfriado ou aquecido usando módulos Peltier RC12-8L (Marlow Industries). Os módulos Peltier foram prensados entre o cilindro de suporte e o cilindro base usando dois parafusos. Uma graxa térmica para vácuo ZS-GF-Z10 foi utilizada entre as superfícies dos TEC e os cilindros da base e de suporte, e entre o “T” e a superfície inferior do cilindro base com o objetivo de aumentar a condutividade térmica, e evitar o contato direto entre superfícies metálicas. Para monitorar a temperatura quatro termistores de coeficiente térmico negativo (NTC) BetaTHERM 10K3A1 foram inseridos na superfície exterior do cilindro de suporte. O termistor central da esquerda (Th C1) retroalimenta o controlador de temperatura, enquanto os outros três termistores monitoram o gradiente de temperatura na



peça. O controlador de temperatura usado foi o TECSOURCE™ 5240, também da Arroyo Instruments. As conexões dos TEC e dos termistores aos pinos de entrada do controlador são apresentadas na Figura 11 (b). Os TEC são conectados em paralelo, enquanto apenas o Th C1 é ligado ao controlador, que mede a resistência do termistor via um esquema de ponte de Wheatstone com quatro resistores internos. O controlador de temperatura usado garante uma precisão de  $10^{-2}$  K e uma estabilidade da temperatura de  $4 \times 10^{-3}$  K. Finalmente, podemos salientar que a condutividade térmica de nossa cavidade com o meio acontece apenas através dos anéis de Viton porque a intercambio por convecção dentro do vácuo é desprezível. Portanto, a estabilização de temperatura da cavidade não é imediata e toma algumas horas depois que temperatura do cilindro de suporte estabilizar. Posteriormente serão apresentados alguns dados para caracterizar o processo de estabilização de temperatura da cavidade.

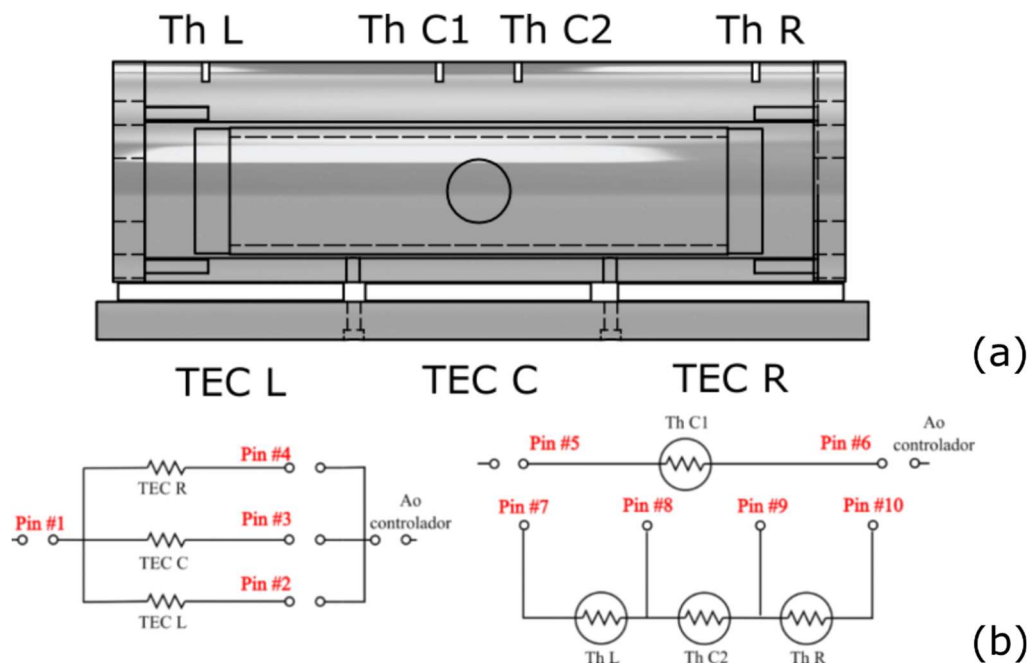


Figura 11 – Sistema de controle de temperatura. (a) Esquema dos termistores e os elementos TEC inseridos na montagem dos cilindros base e de suporte. (b) Circuitos para ligar os termistores e os TEC ao controlador de temperatura.

Fonte: Elaborada pelo autor

### 3.2 Montagem experimental

A seguir descrevemos a montagem experimental utilizada para implementar o travamento em frequência de nossos lasers pela técnica PDH. Devemos apontar que os lasers a serem travados são lasers cw sintonizáveis em frequência (DL Pro, Toptica). Numa primeira cavidade travamos dois lasers de 680 nm, enquanto na segunda travamos lasers de 780 e

960 nm respectivamente. No entanto, a montagem experimental que iremos discutir é a usada para travar apenas um laser em cada cavidade. No final deste capítulo, discutiremos como adaptar esta montagem para travar mais de um laser simultaneamente.

Primeiramente, o feixe do laser é dividido por meio de uma lâmina  $\lambda/2$  e um cubo polarizador em um feixe direcionado ao experimento e outro feixe para ser usado para o travamento na cavidade, com intensidade de 1 mW. Sendo acoplado na fibra óptica monomodo PM (*polarization maintained*) na entrada do MEO, usando dois espelhos M1 e M2, e um acoplador de fibra KT120 da Thorlabs com uma lente convergente C230TMD-B ( $f = 4,51$  mm), também da Thorlabs. O MEO usado é um modulador de niobato de lítio da EOSpace. Na saída do modulador foi obtida uma potência de 200  $\mu$ W, o que representa um 20 % com respeito à potência na entrada. No modulador são injetadas as frequências das bandas laterais móveis, geradas por um sintetizador de radiofrequência (Windfreak, SynthUSBII) e as bandas laterais, geradas pelo Digilock 110 da Toptica em frações de 25 MHz. As bandas laterais móveis são sintonizáveis e vão reproduzir frequências de interesse (exemplo: de transições atômicas e moleculares). Nosso sintetizador tem uma largura de banda de 36 – 4400 MHz o que permite cobrir todo o FSR da cavidade. Porém, sua potência máxima de 0 dBm. Como nosso MEO tem uma tensão de fase  $V_{\pi} = 2,0 V_{pp}$ , é necessário amplificar o sinal do sintetizador. Nossa escolha foi um amplificador de baixo ruído ZFL-1000LN+ da Mini-Circuits, que tem ganho máximo de 20 dB sintonizável com a tensão de alimentação e uma largura de banda de 1 GHz. Na saída do modulador a fibra monomodo PM devolve um feixe gaussiano com polarização horizontal, que posteriormente passa por um sistema de lentes e espelhos para garantir o acoplamento com modo fundamental, admitido pela cavidade. Antes de ser injetado na cavidade, o feixe passa por um cubo polarizador e uma lâmina de quarto de onda que permite uma incidência com polarização circular e a separação do feixe refletido com polarização vertical. O sinal de reflexão é monitorado com um fotodetector rápido amplificado PDA8A2 da Thorlabs é inserido no Digilock. A seguir, o sinal elétrico é misturado com o oscilador de referência e filtrado mediante um filtro passa-banda para gerar o sinal erro PDH. O sinal erro PDH carrega a informação sobre quanto o laser está fora de ressonância com respeito à cavidade. Portanto, ele alimenta os circuitos PID1 e PID2 de retroalimentação do Digilock, que iterativamente corrige a frequência do laser via o PZT e a corrente. Na transmissão, o sinal é separado, sendo que sua intensidade é monitorada mediante um fotodetector rápido DET10A e seu perfil transversal de intensidade usando um perfilometro. Este arranjo é usado para conseguir um

acoplamento ótimo do modo fundamental da cavidade. Na Figura 12 é mostrado um esquema da montagem experimental usada. São representadas apenas as conexões elétricas ao Digilock, porém ele está integrado a um controlador DC 110, com seus respectivos controles de temperatura (DTC 110), corrente (DCC 110) e piezo (SC 100).

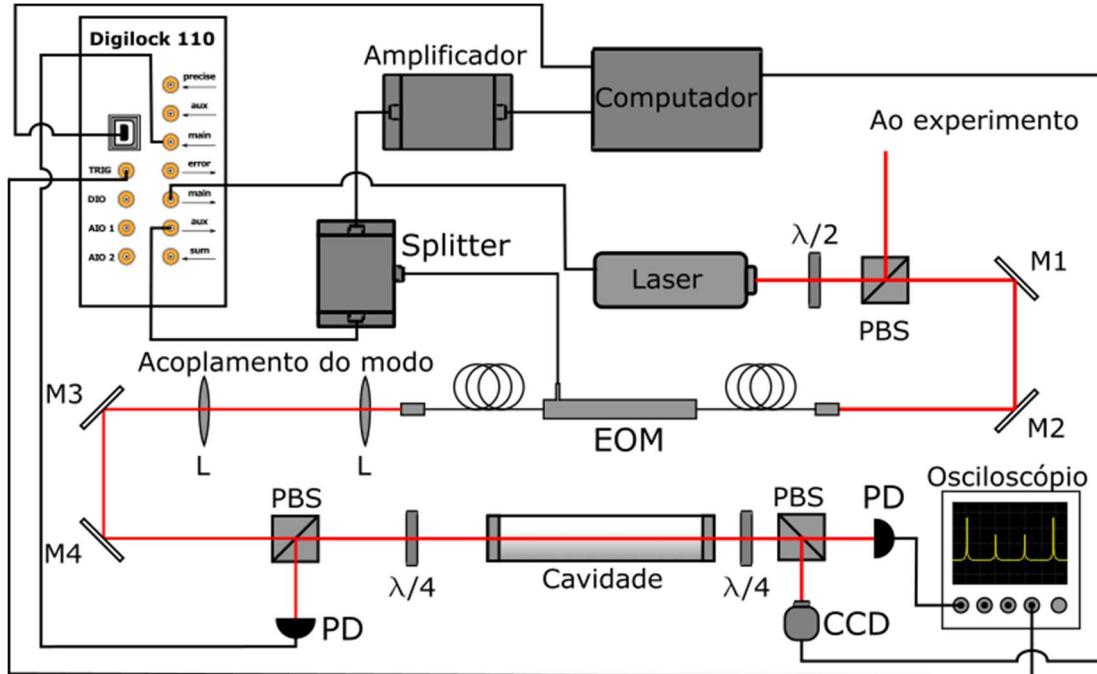


Figura 12 - Esquema da montagem experimental usada para local um laser na cavidade óptica. O perfil transversal do feixe e a frequência do sinal de transmissão são monitorados para garantir um acoplamento ótimo do modo fundamental da cavidade.

Fonte: Elaborada pelo autor

### 3.2.1 Acoplamento do modo fundamental

Para acoplar o feixe gaussiano que sai da fibra com o modo fundamental admitido pela cavidade, é necessário que o raio de curvatura do feixe coincida com o dos espelhos, bem como que a cintura do feixe coincida em magnitude e posição com a do modo fundamental dela. No caso de cavidades plano-côncava como a nossa, fica evidente que a cintura do feixe deve encontrar o espelho plano, e seu valor deduzido da equação (2.24) é dado pela expressão:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} (L(R - L))^{1/4}. \quad (3.3)$$

Para exemplificar o procedimento utilizado no acoplamento, utilizaremos o laser de 680 nm. Neste caso a cintura do modo fundamental da cavidade dada pela equação (3.3) é

208  $\mu\text{m}$ . Devemos destacar que para garantir um alinhamento correto também é necessário que coincidam as posições dos eixos do feixe e da cavidade, e cancelar o ângulo entre ambos os eixos. Um sistema de lentes foi usado no acoplamento do feixe à cavidade como mostrado na Figura 13(a), enquanto dois espelhos M3 e M4 garantem alinhamento fino do feixe com o eixo axial da cavidade.

Após a fibra, o feixe foi colimado com um colimador (Thorlabs, F260F-B, 15,15 mm), obtendo-se uma cintura de aproximadamente 1500  $\mu\text{m}$ . Devido ao alto nível de colimação, não foi possível estimar com precisão a posição da cintura desse feixe. Portanto, optamos por focá-lo com uma lente de 20 cm de foco. Após a lente, o perfil transversal do feixe foi estudado usando uma câmara CCD (Newport, LBP-1-USB). Ajustando a equação (2.15) do raio do feixe gaussiano aos dados, foi estimada uma cintura de  $28,5 \pm 0,3 \mu\text{m}$ , e sua posição a uma distância de  $19,9 \pm 0,1 \text{ cm}$  da lente. Seguindo o procedimento estabelecido pelos autores (46), obteve-se uma distância característica  $f_0 = 2,74 \text{ cm}$ , i.e., qualquer lente com distância focal maior pode ser utilizada para o acoplamento. Nossa escolha foi outra lente com foco de 10 cm, que para satisfazer as condições de acoplamento deve ser colocada nas distâncias  $d_1 = 11,3 \text{ cm}$  e  $d_2 = 80,2 \text{ cm}$  em relação às cinturas  $w_1$  e  $w_2$  respectivamente. Logo, os dados da cintura do feixe após a lente de 20 cm são mostrados na Figura 13(b) em pontos vermelhos junto com a curva de melhor ajuste em preto. Além, o perfil teórico do feixe após a lente de 10 cm é mostrado em azul claro, e os dados reais são mostrados em pontos azuis. Pode se notar uma boa coincidência entre a cintura do feixe calculada teoricamente e os valores obtidos no laboratório.

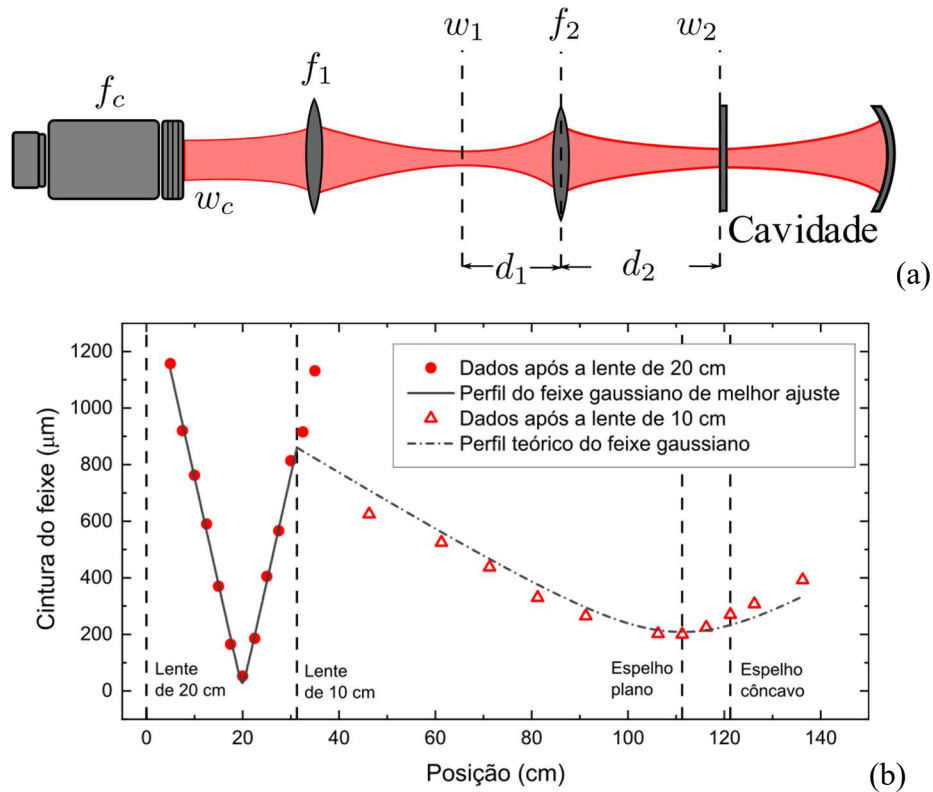


Figura 13 - (a) Esquema do sistema de lentes usado no acoplamento do feixe que sai do colimador da fibra na cavidade óptica. (b) Representação gráfica do ajuste dos dados do raio do feixe após a lente de 20 cm, e o gráfico do raio teórico obtido após a lente de 10 cm sobreposto com os dados dos raios do feixe nessa região.

Fonte: Elaborada pelo autor

Embora em teoria, as condições estabelecidas garantem o acoplamento unicamente do modo fundamental, na prática é muito difícil isolar esse modo e, em geral, vem acompanhado de modos de mais baixa ordem. Mediante este procedimento acoplamentos superiores ao 95 % foram obtidos em todos os casos. A Figura 14 mostra o perfil transversal de intensidade do modo fundamental gaussiano e de alguns modos HG de mais baixa ordem, excitados em nossa cavidade, quando o feixe é ligeiramente desalinhado na direção vertical.

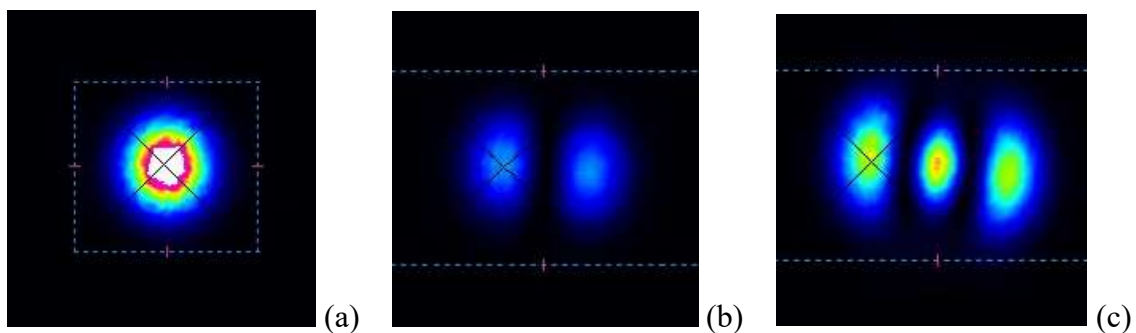


Figura 14 - Perfis transversais de intensidades excitados na cavidade, obtidos mediante uma câmara CCD na transmissão. (a) Perfil do modo fundamental ou  $HG_{00}$ , (b) do modo  $HG_{10}$ , e do modo  $HG_{20}$

Fonte: Elaborada pelo autor

### 3.2.2 Travamento de vários lasers na mesma cavidade

Como discutido anteriormente a montagem apresentada permite o travamento de um único laser. Porém, uma cavidade pode ser usada como elemento de referência para vários lasers de diferente comprimento de onda, tanto para lasers separados por frequências na escala de dezenas MHz, quanto por centenas de THz.

Um primeiro caso mais simples é quando os lasers apresentam comprimentos de onda muito distantes, como no caso de nossos lasers de 680 nm e 780 nm. Sempre que o filme dos espelhos da cavidade reflete ambos os comprimentos de onda, é possível combinar os feixes incidentes que tem direções perpendiculares usando um espelho dicróico. Neste caso, devemos usar um modulador para cada laser, e a detecção também deve ser separada. Um aspecto negativo nesta abordagem é que somente permite travar dois lasers. Além disso como abordado pelos autores (47) é possível travar vários lasers na mesma cavidade usando um único modulador, portanto, o mesmo caminho óptico e a mesma detecção. Os sinais elétricos devem ser misturados com seus respectivos osciladores de referência e passados por filtros passa-baixa para eliminar as frequências de batimento. Devido a que a largura de banda de moduladores comerciais está na escala de uns poucos de THz, esta técnica pode ser aplicada para lasers com comprimentos de onda parecidos. O limite entre as frequências de travamento é estabelecido pelos filtros usados e as bandas laterais injetadas para gerar os sinais PDH. Não é possível travar em bandas laterais móveis de uma mesma frequência central. Finalmente, também é possível usar ambos os acessos ópticos das cavidades para gerar sinais de reflexão contra-propagantes em cada espelho. Notemos que para cavidades plano concavas o acoplamento do modo fundamental quando incidindo pelo espelho côncavo é um pouco mais sensível do que quando pelo espelho plano. No entanto, eficiências semelhantes às do acoplamento pelo espelho plano podem ser atingidas. Essa técnica pode ser usada tanto para lasers com comprimentos de onda longe quanto perto, mas é preciso usar moduladores diferentes e detecções também diferentes.

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo, descreveremos a caracterização e avaliação do desempenho de ambas as cavidades construídas. Os resultados obtidos serão extrapolados de uma cavidade à outra devido à configuração similar de ambas, diferindo apenas no comprimento de onda dos filmes dos espelhos. Assim, no final do capítulo descreveremos os experimentos de átomos de Rydberg realizados usando lasers travados na cavidade.

### 4.1 Caracterização do *free spectral range*, largura de linha e *finesse*

Um estudo espectral da nossa cavidade foi realizado analisando o sinal de transmissão. Bandas laterais de 100 MHz, injetadas com o sintetizador de radiofrequências, foram usadas para calibrar o eixo do tempo a eixo de frequências. O primeiro espectro (em preto) da Figura 15(a) mostra as frequências centrais das bandas laterais a 100 MHz acopladas em modos fundamentais consecutivos da cavidade. Enquanto, na Figura 15 (b) é mostrado (em azul) o espectro da cavidade sem bandas laterais móveis. Neste ponto, vale a pena notar que apenas frequências dos modos fundamentais da cavidade são perceptíveis, consistente com um acoplamento do 99 % da intensidade no sinal de reflexão. Como já foi discutido anteriormente, a separação entre modos fundamentais consecutivos é o FSR da cavidade. Do espectro apresentado na Figura 15(b) foi obtido um FSR de 1489,5 MHz, o que equivale a uns 500  $\mu\text{m}$  de diferença com respeito ao comprimento projetado para a cavidade. Esta medida não é muito precisa devido a que podem acontecer efeitos não lineares na varredura para a amplitude aplicada, e o resultado pode variar alguns MHz de uma varredura para a outra. Finalmente, na Figura 15(c) podemos observar o espectro da cavidade quando os modos  $HG_{01}$  e  $HG_{02}$  são excitados desalinhando ligeiramente o feixe na direção horizontal. Podemos verificar que as frequências desses modos segundo predito pela equação (2.27), é um 15 e 30 % do FSR, respectivamente.

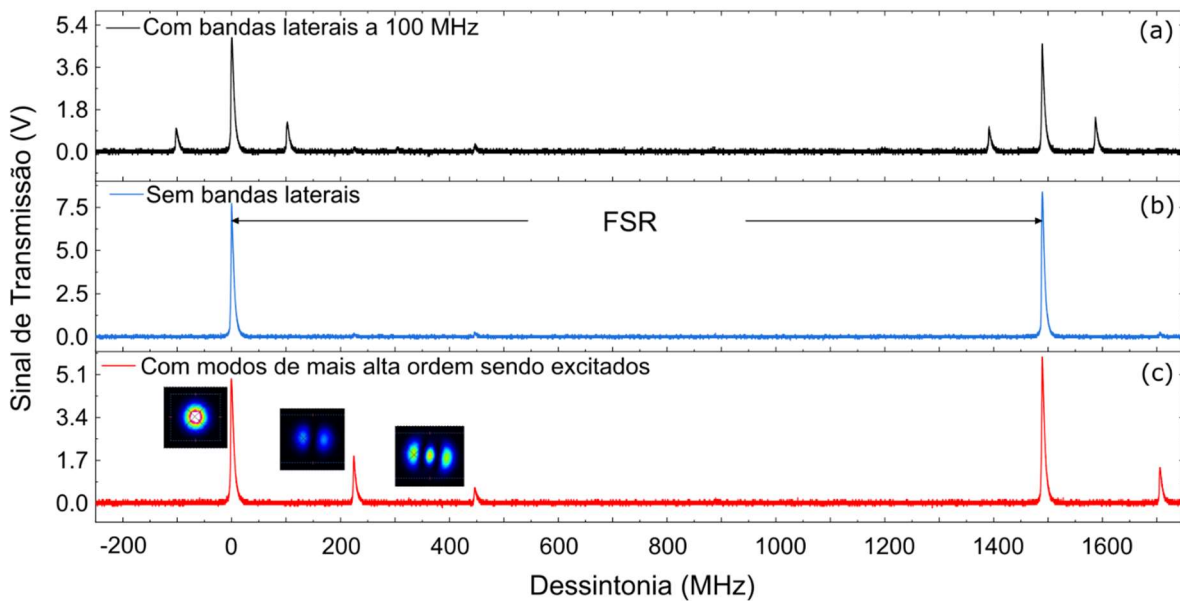


Figura 15 – (a) Espectro da cavidade com bandas laterais móveis a 100 MHz. (b) Espectro sem bandas laterais móveis, e acoplado apenas o modo fundamental da cavidade. É sinalizado o FSR da cavidade como a distância entre modos fundamentais adjacentes. (c) Espectro com os modos  $HG_{01}$  e  $HG_{02}$  excitados devido a um pequeno desalinhamento do eixo com o eixo axial da cavidade na direção horizontal.

Fonte: Elaborada pelo autor

Para obter uma medida mais exata do FSR, foi usado o fato de que as bandas laterais móveis à direita e à esquerda de frequências centrais adjacentes coincidem exatamente na metade do FSR. A seguir, foi variada a frequência de modulação aproximando as bandas laterais móveis até uma posição onde elas coincidem, e logo se afastando uma da outra, como mostrado na Figura 16 (a). A posição relativa entre o pico das bandas laterais móveis foi medida como função da frequência de modulação. Os dados são mostrados, em pontos pretos, na Figura 16 (b). A posição onde os dados interceptam a origem do eixo x no gráfico da Figura 16 (b) pode ser deduzida realizando um ajuste linear. Representamos em uma linha vermelha a função linear de melhor ajuste. O valor obtido, mediante o ajuste linear, da frequência de modulação na qual a posição relativa entre as bandas laterais é cancelada foi de  $748,82 \pm 0,04$  MHz, i.e., um FSR  $\Delta\nu_{FSR} = 1497,64 \pm 0,08$  MHz. Este resultado equivale a uma diferença de 1 MHz em relação ao valor projetado, ou  $65 \mu\text{m}$  de diferença em comprimento.



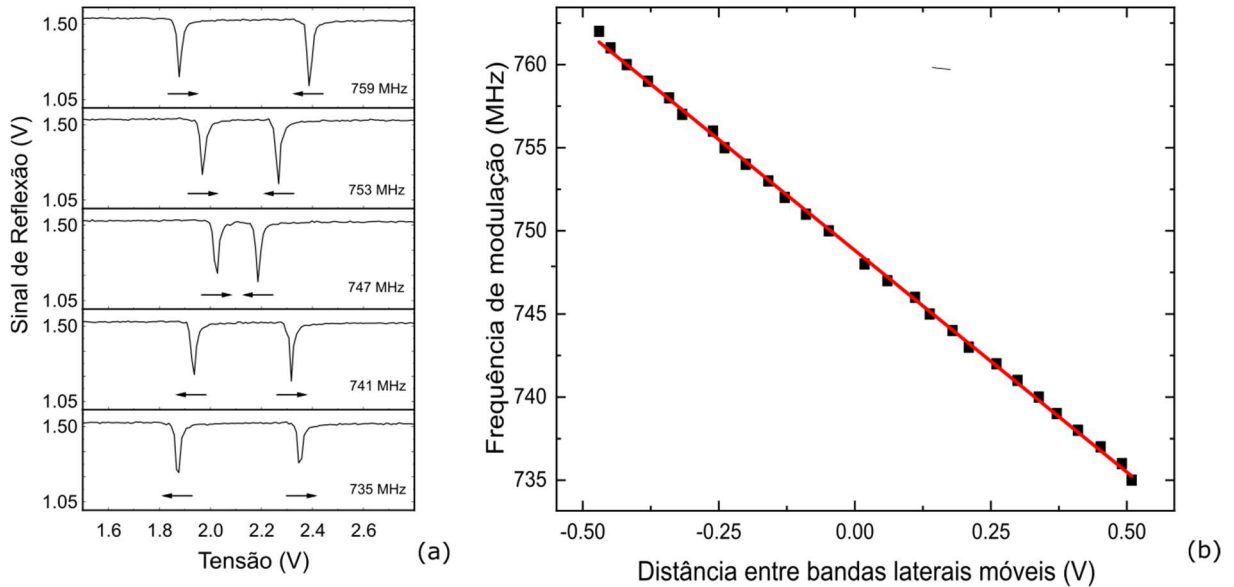


Figura 16 – Esquema usado para medir o FSR da cavidade superpondo as bandas laterais das frequências centrais adjacentes. (a) Gráfico do sinal de reflexão da cavidade em torno as bandas laterais móveis de modos fundamentais adjacentes para vários valores da frequência de modulação. É indicada o sentido do movimento das bandas laterais quando a frequência de modulação aumenta. (b) Gráfico da frequência de modulação vs. a separação entre as bandas laterais. Em preto são mostrados os dados experimentais, e a linha vermelha representa o modelo linear de melhor ajuste.

Fonte: Elaborada pelo autor

O próximo passo foi medir a largura de linha e a finesse da cavidade. Para isso foi obtido um espectro da transmissão da cavidade no fotodetector DET10A varrendo o laser perto da ressonância. O pico de ressonância é mostrado na Figura 17. Como discutido na Capítulo 2, o sinal de transmissão da cavidade é descrito pela função de Airy, equação (2.8). Mediante o ajuste da função de Airy ao sinal de transmissão, usando o valor calculado do FSR foi estimada a refletividade dos espelhos, e indiretamente calculado a largura de linha (FWHM) e a *finesse* da cavidade. A curva em vermelho na Figura 17 representa a função de Airy de melhor ajuste. A refletividade calculada foi  $R = 99,686 \pm 0,001 \%$ , i.e, a largura de linha é  $\Delta\nu_{FWHM} = 1,501 \pm 0,005$  MHz e a *finesse* é  $\mathcal{F} = 998 \pm 3$ . Portanto, podemos concluir que a *finesse* de nossas cavidades é da ordem de mil ( $\mathcal{F} \sim 1000$ ), sendo classificadas como cavidades de *finesse* média.

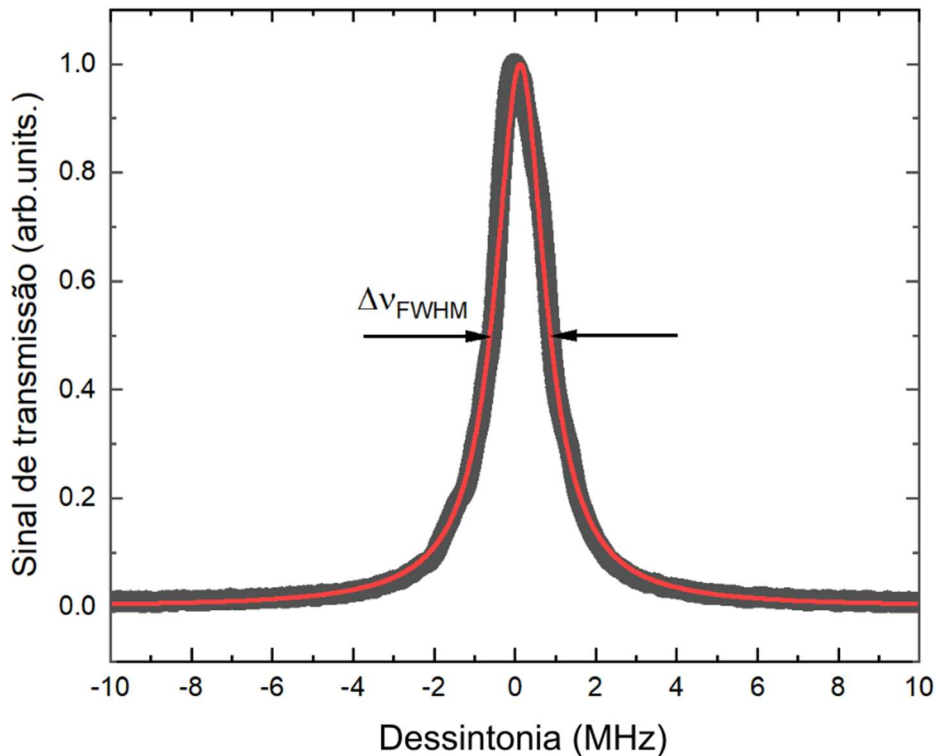


Figura 17 - Sinal de ressonância da transmissão da cavidade. Em pontos pretos são mostrados os dados experimentais, enquanto a curva vermelha representa a função de Airy de melhor ajuste. É sinalizada a largura de linha a meia altura inferida do modelo ajustado.

Fonte: Elaborada pelo autor

## 4.2 Coeficiente de expansão térmica (CTE) da cavidade

Como tem sido discutido em capítulos anteriores, são fundamentalmente as variações da temperatura ambiente quem modificam o comprimento da cavidade, e, portanto, as frequências de ressonância dela. Os espaçadores em nossas cavidades são de vidro ULE. Tipicamente, perto da temperatura ambiente o coeficiente de expansão térmica do ULE tem uma dependência linear com a temperatura  $\alpha_{ULE}(T) = 2,4 \times 10^{-9} (T - T_0)$ , em unidades de  $K^{-1}$ . O ponto para o qual o coeficiente de expansão térmica se anula é conhecido por *zero-crossing point*, cuja temperatura é  $T_0$ . Em geral, a temperatura do *zero-crossing point* para o ULE é  $\approx 21^\circ C$ . No entanto, o substrato dos espelhos de nossas cavidades é sílica fundido, cujo coeficiente de expansão térmica perto da temperatura ambiente é  $\alpha_{FS}(T) = 500 \times 10^{-9} + 2,2 \times 10^{-9} (T - 294,15 K)$ , também em  $K^{-1}$ . A combinação de um espaçador

de ULE e espelhos de sílica fundida muda o coeficiente efetivo de expansão térmica da cavidade e a temperatura de *zero-crossing*. Este efeito é devido principalmente ao aumento da expansão térmica induzido pelos espelhos e a uma deformação estrutural das superfícies dos espelhos, provocada pelo desacoplamento do CTE de ambos os materiais. O CTE efetivo de uma cavidade configurada como a nossa pode ser escrito como (48)

$$\alpha_{eff} = \alpha_{ULE} + 2\delta \frac{R}{L} (\alpha_{FS} - \alpha_{ULE}), \quad (4.1)$$

onde  $\delta$  é o coeficiente de acoplamento, definido como a razão entre a expansão radial  $dR$  e axial  $dA$  dos espelhos ( $\delta = dA/dR$ ). O segundo termo da equação representa o aporte da expansão axial induzida dos espelhos ao CTE efetivo.

Logo, é preciso estudar o comportamento mecânico efetivo de nossas cavidades quando submetidas a variações de temperatura. Como frequências ópticas de ressonância da cavidade são muito maiores do que o FSR, elas apresentam uma maior sensibilidade às mudanças de temperatura e, portanto, de comprimento da cavidade. A relação entre a frequência de um modo  $TEM_{nm}$  acoplado pela cavidade é descrito pela equação (2.29). No caso do modo fundamental gaussiano no regime de frequências ópticas o segundo termo varia mais lentamente com o comprimento da cavidade e pode ser negligenciado quando variações de frequência são tratadas. Então, podemos escrever a variação relativa em frequência como

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta L}{L} = -\alpha(T)\Delta T, \quad (4.2)$$

onde  $\nu$  é a frequência do modo e  $\Delta\nu$  a variação da frequência induzida pela mudança em temperatura  $\Delta T$ . O sinal negativo está associado ao aumento do comprimento da cavidade que implica em uma diminuição da frequência de ressonância.

Para avaliar a expansão térmica da cavidade, o sinal de reflexão do laser de 780 nm foi comparado com o sinal de absorção saturada do átomo de Rubídio obtida mediante uma unidade compacta para espectroscopia por absorção saturada CoSy, da TEM Messtechnik GmbH, que tem uma deriva de longo prazo menor do que 1 MHz. Especificamente, foi monitorada a posição relativa de uma frequência de ressonância da cavidade com respeito à transição de *crossover* do isótopo  $^{87}\text{Rb}$ , segundo a Figura 18, para várias temperaturas entre 15 e 30 °C. Para obter a frequência de dessintonia da ressonância da cavidade com respeito a transição do rubídio, foi usado um programa em Python que lê em tempo real os dados de um osciloscópio Tektronix, acha a posição dos picos com a função `scipy.signal.find_peaks` da biblioteca SciPy (49) de Python e transforma a diferença em frequência, usando as bandas laterais como referência.

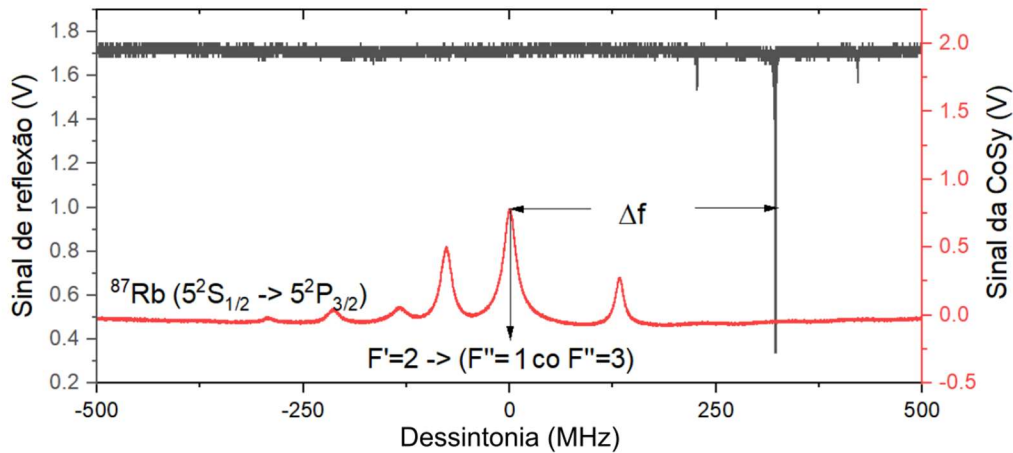


Figura 18 – Sinais de reflexão do laser de **780 nm** na cavidade e o sinal de absorção saturada de  $^{87}\text{Rb}$ , usados para medir a frequência de ressonância da cavidade como função da temperatura.

Fonte: Elaborada pelo autor

Quando a temperatura do controlador é alterada, por exemplo em um Kelvin, o cilindro de suporte atinge o equilíbrio térmico em questão de uns poucos minutos. Porém, como o contato térmico entre a cavidade e o cilindro de suporte é estabelecido apenas mediante os anéis de Viton, o processo de estabilização térmica da cavidade é bem mais demorado. Na Figura 19 são mostrados os valores da frequência como função da temperatura. Uma ampliação da região de aquecimento, entre  $26\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $28\text{ }^{\circ}\text{C}$  mostra a evolução temporal da frequência de ressonância. O primeiro tempo de decaimento do sistema pode ser estimado em 30 min, enquanto o segundo tempo de decaimento é  $\approx 3\text{ h}$ . No entanto, uma vez mudada a temperatura do controlador, esperamos o sistema estabilizar durante 24 h antes de realizar uma medida. Neste ponto, é reportada a frequência média de dessintonia e seu desvio padrão. Devemos salientar que no intervalo de temperaturas pesquisado a frequência de ressonância diminui linearmente com a temperatura. E assim, não foi possível identificar o ponto de *zero-crossing*, representado por um ponto de máximo no gráfico de  $\nu$  vs.  $T$ . Como a tangente observada é negativa, esperamos encontrar o *zero-crossing* para temperaturas mais baixas. Logo, podemos considerar um CTE efetivo constante no intervalo de temperaturas estudado. Assumindo um modelo linear para a frequência de dessintonia como função da temperatura, dado como:

$$\Delta f(T) = \nu - \nu_{co} = -m(T - T_{co}), \quad (4.3)$$

onde  $\nu$  é a frequência de ressonância,  $\nu_{co}$  a frequência da transição de *crossover*,  $m$  a tangente da reta e  $T_{co}$  a temperatura em que as frequências coincidem. Comparando as equações (4.2) e (4.3), podemos escrever CTE efetivo como a razão  $\alpha_{eff} = m/\nu_{co}$ . Mediante o ajuste linear

foi estimada uma tangente de  $m = 52,0 \pm 0,4$  MHz/K o que implica um CTE efetivo de  $135 \pm 1$  ppb/K. Como nosso sistema de controle de temperatura garante uma estabilidade na ordem de 4 mK, a estabilidade em frequência devido a flutuações em temperatura de nossa cavidade é aproximadamente  $5,4 \times 10^{-10}$ , o que equivale a variações de  $\sim 200$  kHz.

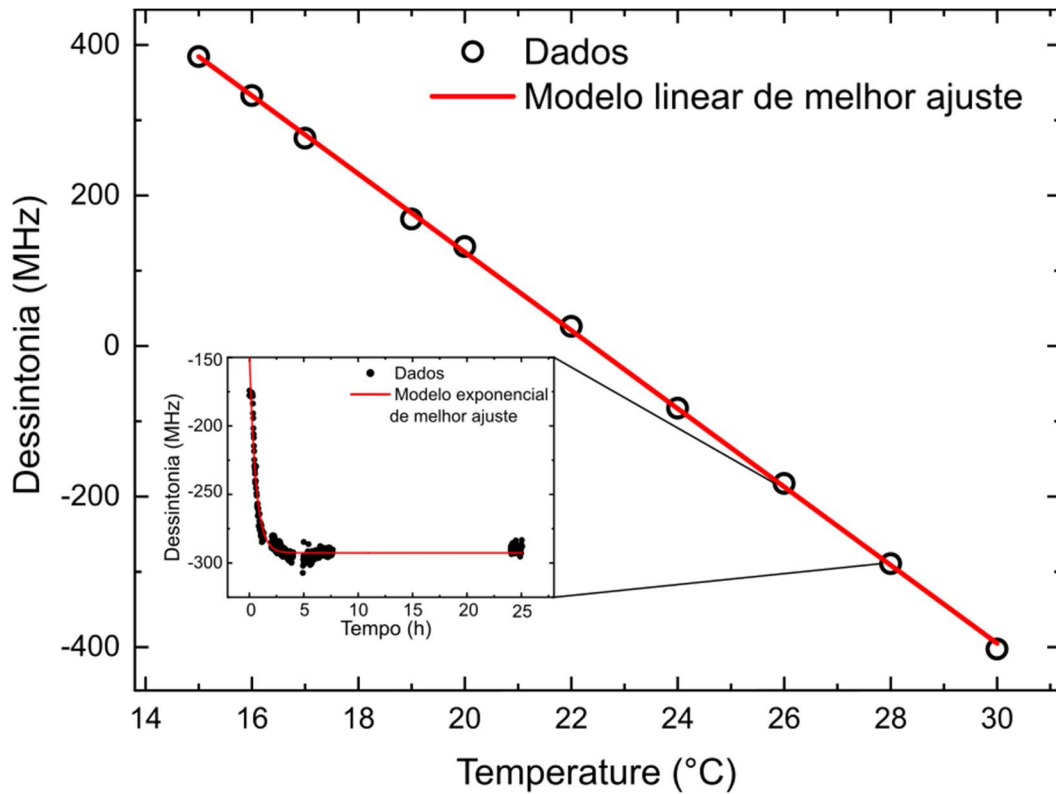


Figura 19 – Gráfico da frequência de dessintonia da ressonância da cavidade com respeito à frequência de crossover  $F'' = 2 \rightarrow (F''' = 2 \text{ e } F'' = 3)$  do isótopo de  $^{87}\text{Rb}$  como função da temperatura da cavidade. Em preto são mostrados os dados experimentais, e a linha em vermelho representa o modelo linear de melhor ajuste usado para estimar o CTE efetivo da cavidade. O intervalo de temperaturas ( $26^\circ\text{C} - 28^\circ\text{C}$ ) ampliado mostra a evolução temporal do processo de aquecimento entre estes valores.

Fonte: Elaborada pelo autor

Voltando à equação (4.1) podemos notar que o segundo termo referido à expansão e deformação dos espelhos, tem uma significativa contribuição ao CTE efetivo da cavidade. Considerando que nesta faixa de temperaturas, o CTE médio do ULE é  $\alpha_{ULE} = 10^{-18} K^{-1}$ , e o CTE da Sílica fundida é  $\alpha_{FS} = 500 \times 10^{-9} K^{-1}$ , o segundo termo da equação (4.1) contribui com  $125 \times 10^{-9} K^{-1}$ . Também, pode se estimar que o coeficiente de acoplamento é  $\delta = 1,02$ . Finalmente, de substituir a expressão  $\alpha_{ULE} = \beta(T - T_0)$ , onde  $\beta = 2,4 \times 10^{-9} K^{-1}$ , na equação (4.1) pode se escrever que

$$\alpha_{eff} = \beta_{eff}(T - T_{0eff}), \quad (4.4)$$

onde  $\beta_{eff} = (1 - 2\delta R/L)\beta$  é o coeficiente linear de expansão térmica efetivo e,  $T_{0eff} = T_0 - 2\delta R\alpha_{FS}/L\beta_{eff}$  a temperatura de *zero-crossing* efetiva. Para os valores calculados, a

temperatura de *zero-crossing* de nossas cavidades é  $\sim -44^{\circ}\text{C}$ . Este resultado não é ideal quando se trabalha com cavidades altamente estáveis que procuram flutuações relativas da frequência da ordem de  $10^{-16}$ . No entanto, conseguimos construir cavidades estáveis ( $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-10}$ ), cujas frequências de ressonância podem ser sintonizadas com a temperatura.

### 4.3 Sinal erro PDH e avaliação simples do travamento

O objetivo dessa seção é gerar o sinal de erro e avaliar o travamento. Para exemplificar, vamos travar a frequência de um laser de 680 nm, modulado com bandas laterais móveis de 200 MHz com 0 dBm de potência. O sinal elétrico é amplificado alimentando o amplificador ZFL-1000LN+. Também, bandas laterais de 12,5 MHz com potências de 0,5 Vpp foram geradas. Na Figura 20, é mostrado um gráfico do espectro de reflexão da cavidade, o qual está centrado na frequência principal, sendo que à esquerda e à direita com dessintonia de 200 MHz são observados os picos de ressonância das bandas laterais móveis. Por sua vez, cada uma de estas três frequências apresentam bandas laterais a 12,5 MHz. Logo, o sinal erro PDH gerado mediante o processo de demodulação pelo Digilock é mostrado na Figura 20 em vermelho. Cada uma das frequências do modo fundamental e das bandas laterais móveis têm um sinal PDH associado onde o laser pode ser travado, variando a frequência gerada pelo sintetizador, podemos travar a frequência do laser em qualquer valor. Além disso, é possível variar a tensão de alimentação do amplificador modificando os potências associadas às bandas laterais e a frequência central.

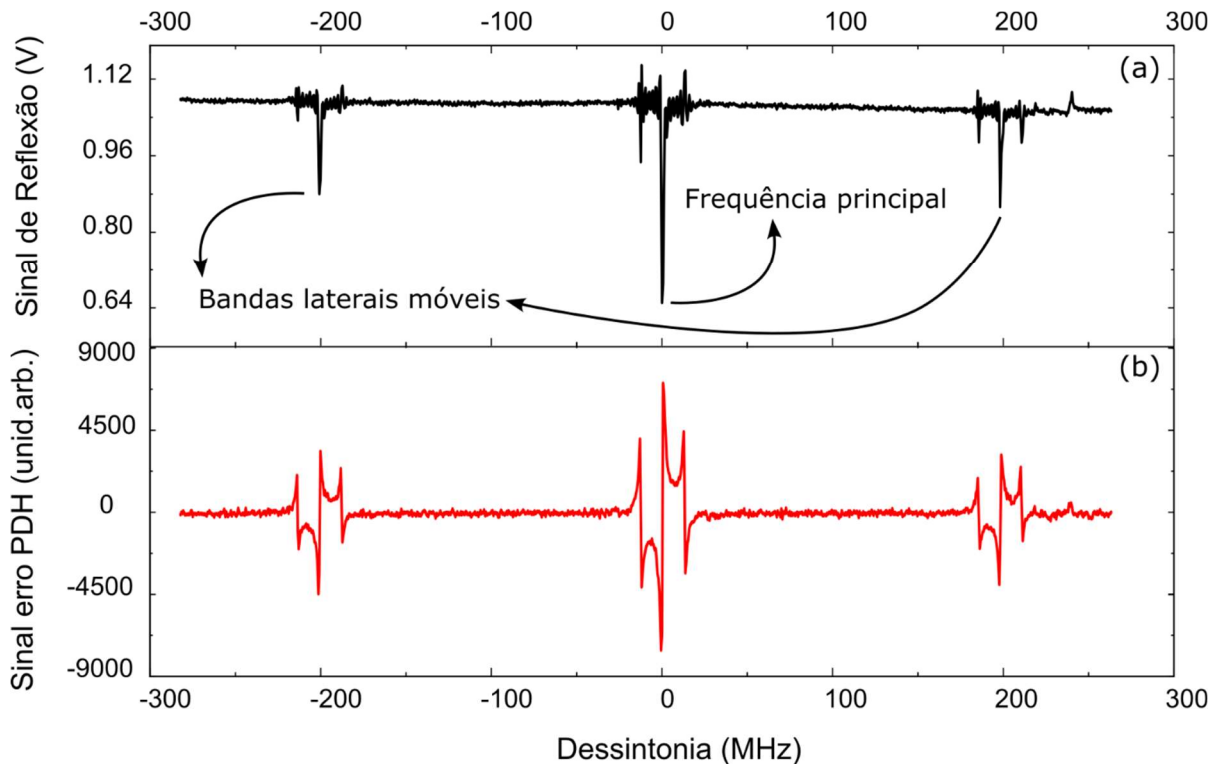


Figura 20 – (a) Em preto mostramos o sinal de reflexão da cavidade varrendo em torno da ressonância do modo fundamental. O laser foi modulado com bandas laterais móveis de **200 MHz** e com bandas laterais a **12,5 MHz**. São assinaladas a frequência principal do modo fundamental e suas respectivas bandas laterais móveis. (b) Em vermelho é apresentado o sinal erro PDH obtido logo de misturar e filtrar digitalmente no Digilock o sinal de reflexão e filtrado digitalmente no Digilock.

Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir vamos avaliar as características do laser de 680 nm travado na frequência de ressonância do modo fundamental. Para travar este laser foram usados os circuitos PID 1 e PID 2 do Digilock. O segundo circuito corrige os desvios da frequência do laser com respeito à cavidade na região de baixas frequências, dirigindo a tensão que o módulo SC110 envia ao piezo do laser. Primeiramente, o laser foi travado usando apenas o circuito PID 2 e os parâmetros de ganho, proporcional, integral e diferencial (G, P, I, D) foram otimizados experimentalmente a partir de diminuir o valor RMS (*root mean square*) do sinal erro reportado pelo Digilock. Logo, foi incluído o circuito PID 1 que dirige a corrente no diodo para anular grandes desvios em frequência. De novo os parâmetros foram otimizados diminuindo o valor RMS do sinal erro.

Uma vez que o laser é travado na cavidade, o feixe é transmitido quase completamente. O desvio padrão deste sinal pode ser transformado em flutuações de frequência tomando o pico de ressonância na transmissão como referência. Na Figura 21 (a) é mostrado em pontos vermelhos o sinal de ruído detectado na transmissão uma vez o laser é travado. Um total de 100 mil pontos foram tomados durante 50 ms, um a cada 500 ns. A

flutuação em amplitude do laser travado pode ser convertida a flutuação da frequência usando a função de Airy de melhor ajuste dos dados do sinal de transmissão, apresentado na Figura 21 (b), quando o laser é varrido perto da ressonância. Em azul são mostrados os valores das flutuações em frequência do laser travado, obtido mediante o procedimento anterior. Como indicador da qualidade do travamento, reportamos o desvio padrão das flutuações em frequência. O valor obtido, dos dados representados pelo histograma em azul, é de 42 kHz. Como apenas foram levados em conta soluções positivas para a variável independente da função de Airy o desvio padrão é o dobro do reportado no histograma, i.e. 84 kHz.

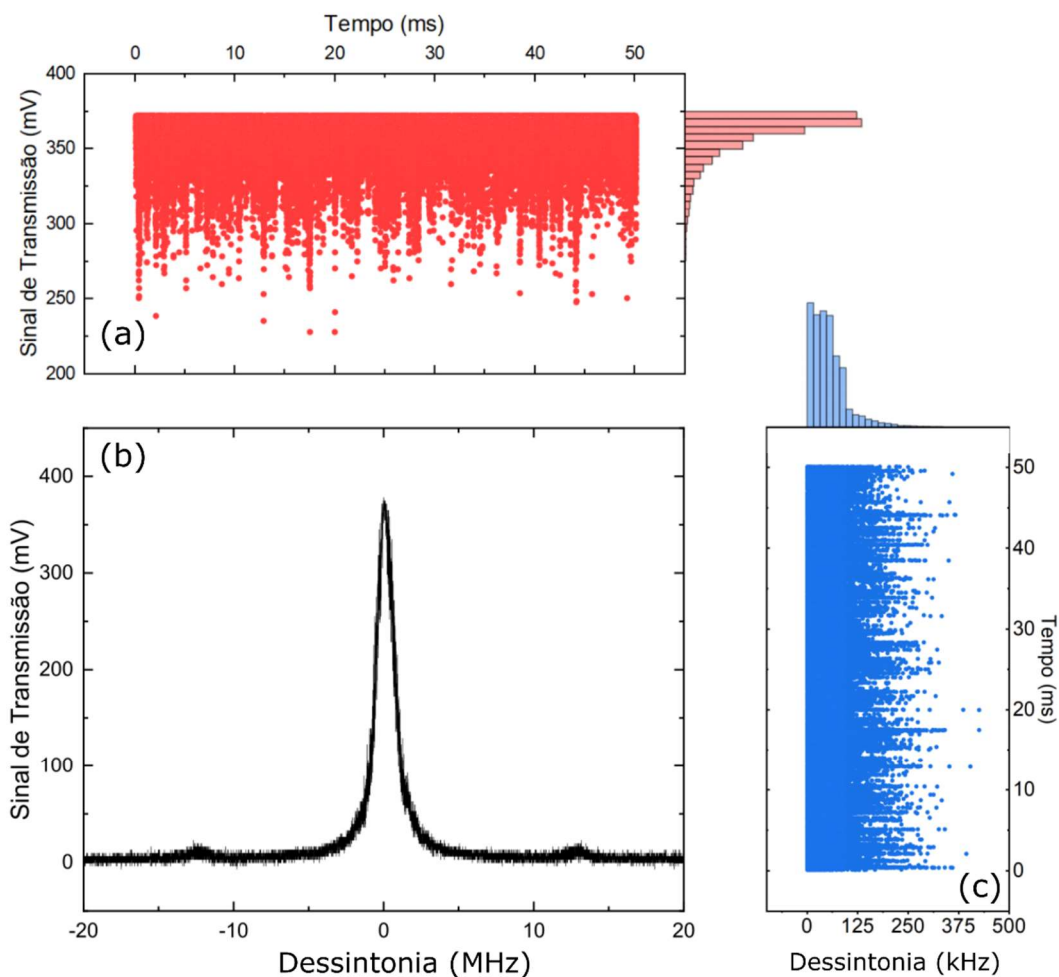


Figura 21 – Gráfico do procedimento utilizado para estimar a qualidade do travamento do laser. (a) Em pontos vermelhos é mostrado o sinal de transmissão da cavidade quando o laser é travado. (b) Enquanto, o sinal de transmissão da cavidade é mostrado em torno a ressonância do modo fundamental. (c) Flutuações em frequências obtidas das flutuações em amplitude, usando o sinal de transmissão da cavidade como referência. São apresentados os histogramas das flutuações em amplitude e frequência também.

Fonte: Elaborada pelo autor



Uma outra forma simples de estimar a qualidade do travamento é utilizar a tangente do sinal erro como referência para transformar o valor de RMS reportado pelo software do Digilock 110 em um valor RMS das flutuações em frequência. A tangente perto da ressonância da frequência principal, mostrado na Figura 20, é 12784 unid. arb./MHz. Levando em conta que quando travado o laser, o valor RMS do sinal erro é  $\approx 1000$  unid. arb. podemos estimar um valor RMS de frequência  $\approx 78$  kHz, o que coincide com o valor obtido de analisar o sinal de transmissão como anteriormente discutido.

Finalmente, o desvio de longo prazo do laser travado na cavidade foi monitorado usando um medidor de comprimento de onda WS7-30, da HighFinesse, e foi comparado com o desvio de longo prazo do laser correndo livremente. O WS7 tem uma acurácia de 30 MHz. Assim as variações em frequência quando o laser é travado, como mostrado em pontos pretos na Figura 22, são dominadas pelas flutuações em temperatura da cavidade de referência do aparelho e não são devidas ao laser. No entanto, quando comparamos ele com o laser livre, representando também na Figura 22 em pontos vermelhos, podemos ver uma diferença marcante. Enquanto o laser travado flutua na escala de 10 MHz no período de 3 h, o laser livre chega aos 200 MHz em apenas 2 h.

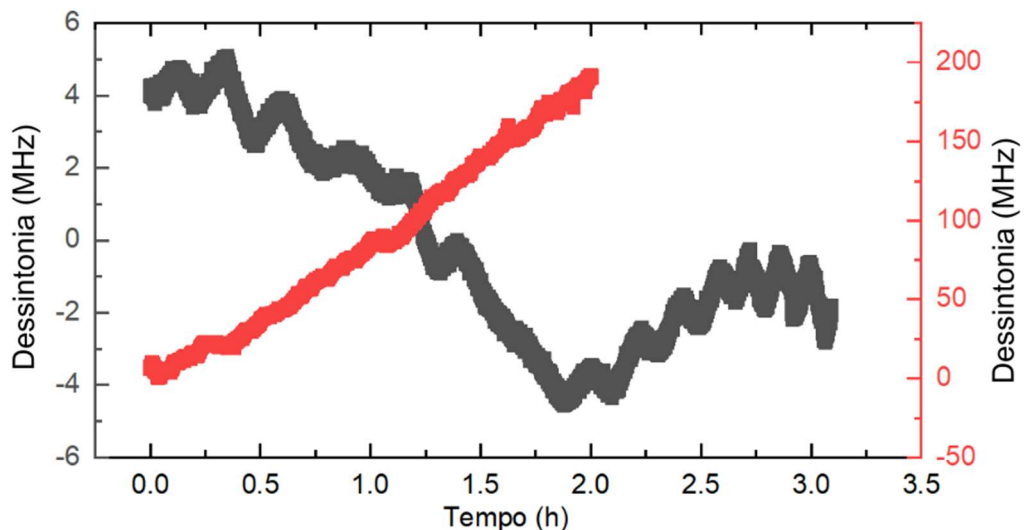


Figura 22 – Gráfico de comparação do desvio de longo prazo entre o laser travado na cavidade óptica e o laser correndo livre. Em pontos pretos é mostrado o desvio de longo prazo da frequência do laser travado na cavidade, apresentando uma variação de **10 MHz** num período de **3 h**, dominado pela instabilidade do WS7. Enquanto, o desvio de longo prazo do laser livre é mostrado pelos pontos vermelhos. Um desvio de aproximadamente **200 MHz** durante **2 h** é observado neste caso.

Fonte: Elaborada pelo autor

#### 4.4 Largura de linha do laser travado

Uma medida precisa da coerência da fonte laser é sua largura de linha (FWHM) da função de densidade espectral de potência das flutuações em frequência. A forma da função de densidade espectral de potência segue uma distribuição de Lorentz quando o laser está caracterizado apenas pelo ruído branco, associado à emissão espontânea. Porém, em presença de *flicker-noise* a função apresenta a forma de um perfil Gaussiano. Em geral, esses dois tipos de ruídos estão presentes conjuntamente na fonte laser e o perfil de densidade pode ser escrito como uma convolução dos perfis de Lorentz e de Gauss. Esta distribuição é conhecida como perfil de Voigt e é expressa por

$$V(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\nu')L(\nu - \nu')d\nu', \quad (4.5)$$

onde

$$G(\nu) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_G} \exp\left[-\frac{4 \ln(2) (\nu - \nu_0)^2}{\Delta\nu_G}\right] \quad \text{e} \quad L(\nu) = \frac{\Delta\nu_L}{2\pi} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \Delta\nu_L^2/4} \quad (4.6)$$

são os perfis de Gauss e Lorentz, com largura de linha  $\Delta\nu_G$  e  $\Delta\nu_L$ , respectivamente. A largura de linha do perfil de Voigt pode ser estimada a partir das larguras de Gauss e Lorentz como (50)

$$\Delta\nu_V = 0,5343 \Delta\nu_L + \sqrt{0,2169\Delta\nu_L^2 + \Delta\nu_G^2}. \quad (4.7)$$

Para medir a largura de linha foi analisado o sinal de batimento de dois lasers de 680 nm travados na mesma cavidade, como mostrado na Figura 23. Os lasers incidem na cavidade em sentido contrário, gerando sinais de reflexão contra-propagantes. As configurações das lâminas de um quarto de comprimento de onda ( $\lambda/4$ ) foram escolhidas para minimizar a potência dos feixes transmitidos a fim de diminuir a interferência de ambos os feixes nos fotodetectores, ou seja, a retro-alimentação. Porém, uma parte muito pequena do feixe transmitido termina sendo lido junto com o feixe refletido pela cavidade no mesmo fotodetector, produzindo um sinal ruidoso quando as frequências de ambos os lasers coincidem com frequências de ressonância associadas a mesma frequência principal. Portanto, ambos os lasers têm que ser travados em frequências principais diferentes. O primeiro laser passa pelo MEO, sendo modulado com bandas laterais móveis a 150 MHz e acoplado na cavidade excitando apenas o modo fundamental. A frequência de travamento escolhida para este laser foi da banda lateral direita no modo fundamental de ordem  $n$ . Enquanto, o segundo laser é acoplado numa fibra óptica monomodo e PM, e é injetado na cavidade de forma tal



foi observado que as flutuações em frequências do primeiro laser é metade do que o segundo. Se levamos em consideração esse fato, então podemos estimar que a largura de linha do laser mais estreito é 13 kHz e 190 kHz, para os perfis de Lorentz e Gauss, respectivamente.

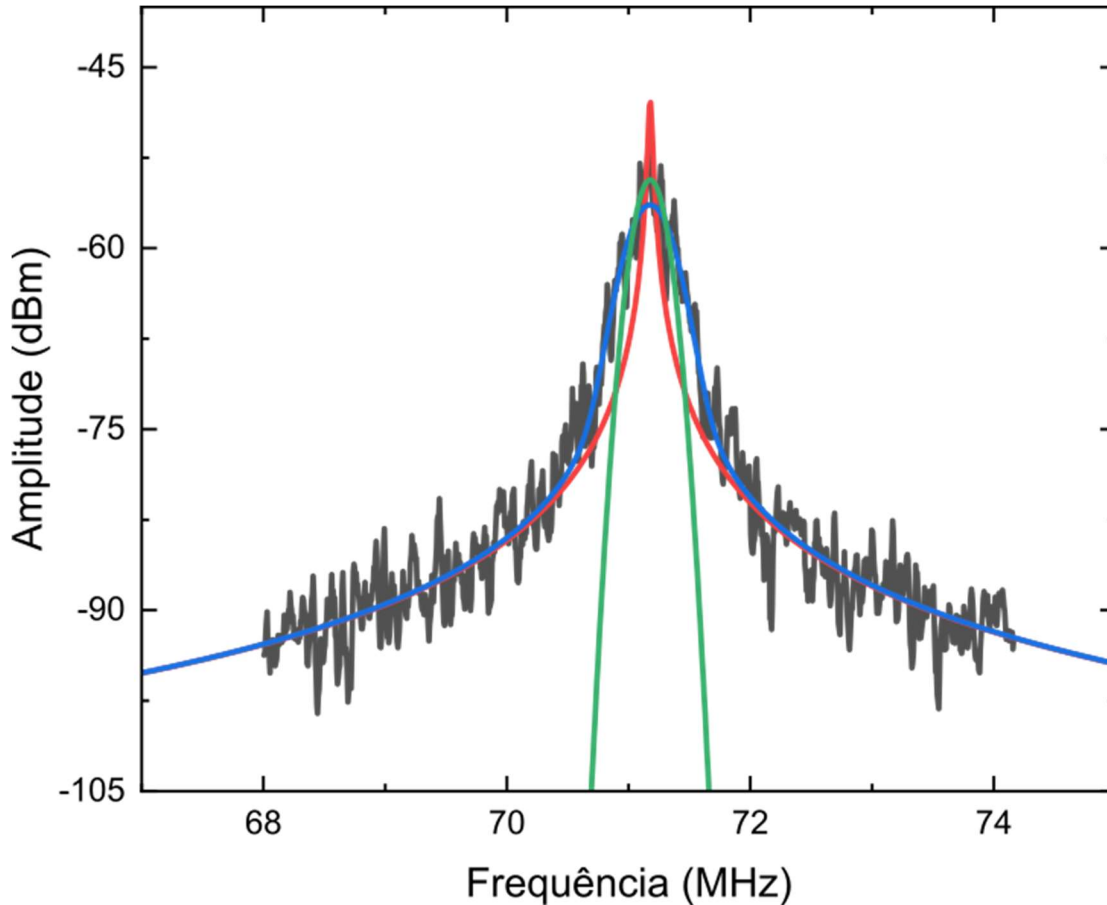


Figura 24 – Densidade espectral de potência do sinal de batimento de dois lasers **680 nm** travados em frequências separadas por **~71 MHz**. A curva azul representa o perfil de Voigt de melhor ajuste formado como a convolução dos perfis de Lorentz (em vermelho) e Gauss (em verde).

Fonte: Elaborada pelo autor

#### 4.5 Variação de longo prazo

Até agora, medimos a qualidade de travamento da frequência do laser e suas flutuações de curto prazo. No entanto, o processo de liberação de estresse dos materiais que compõem as nossas cavidades provoca uma variação pequena (da ordem de picômetros) e contínua (durante anos), do comprimento efetivo delas. Dependendo da aplicação experimental dos lasers travados, esta variação deve ser corrigida a cada intervalo de tempo. Assim, é necessário medir a variação de longo prazo das frequências de ressonância de nossas cavidades.

Para determinar a variação de longo prazo de nossas cavidades, monitoramos a frequência de ressonância do modo fundamental, tomando como referência o sinal de transparência eletromagnética induzida (EIT) em estados de Rydberg, como mostrado na Figura 25.

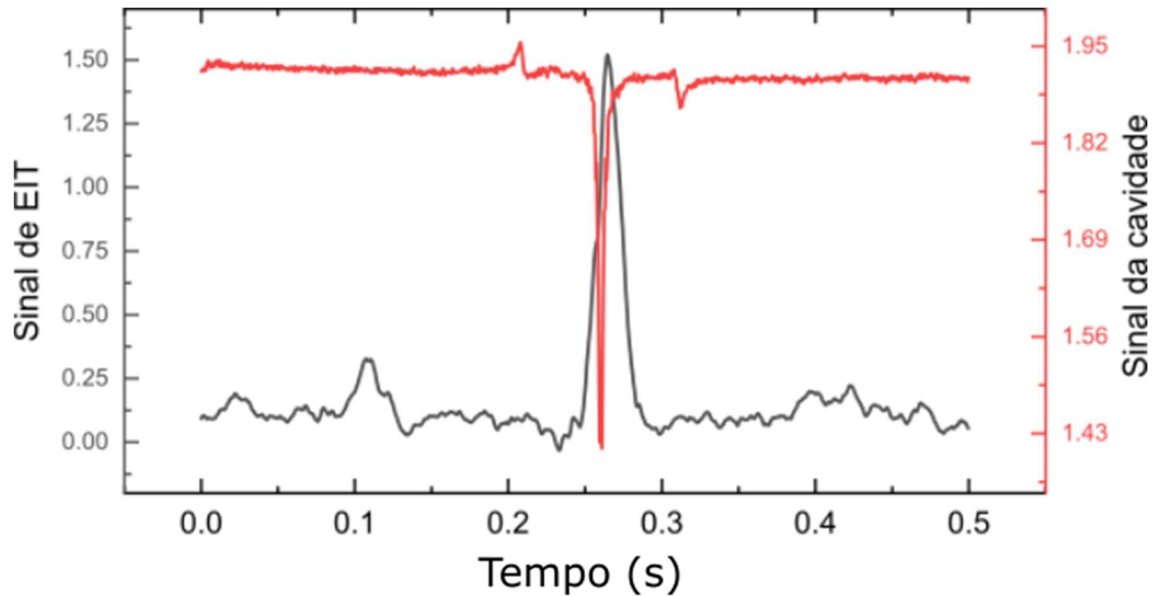


Figura 25 – Espectro do sinal de EIT de referência em preto, acompanhado do sinal de reflexão da cavidade em torno a banda lateral direita de um modo fundamental da cavidade.

Fonte: Elaborada pelo autor

O efeito de EIT é um processo de interferência quântica destrutiva entre os caminhos possíveis pelos quais o átomo chega ao estado de excitado a partir do estado base, passando por um estado intermediário. Neste processo dois lasers são usados para realizar cada uma das transições, sendo que o segundo laser que leva o átomo do estado intermediário ao estado excitado, provoca uma transparência no meio atômico ao passo do primeiro laser. No caso de EIT em átomos de Rydberg, o estado excitado é simplesmente substituído por um estado de Rydberg, como mostrado na Figura 26. Neste caso, um laser de 780 nm, conhecido como laser de prova, com frequência de Rabi  $\Omega_p$ , é usado para excitar a transição  $|g\rangle = 5S_{1/2} (F'' = 3) \rightarrow |e\rangle = 5P_{3/2} (F' = 4)$  do isótopo  $^{85}\text{Rb}_2$ , enquanto um segundo laser de 480 nm, de acoplamento, com frequência de Rabi  $\Omega_c$  conecta o nível excitado  $5P_{3/2} (F' = 3)$  com o estado de Rydberg  $|Ryd\rangle = 68S_{1/2}$ . Para valores determinados da razão entre a frequência de Rabi de ambos os lasers ( $\Omega_c/\Omega_p \ll 1$ ), é observado um aumento da potência do laser 780 nm transmitido pela célula que depende da frequência de dessintonia ( $\Delta\nu_c$ ) em relação à frequência de ressonância.

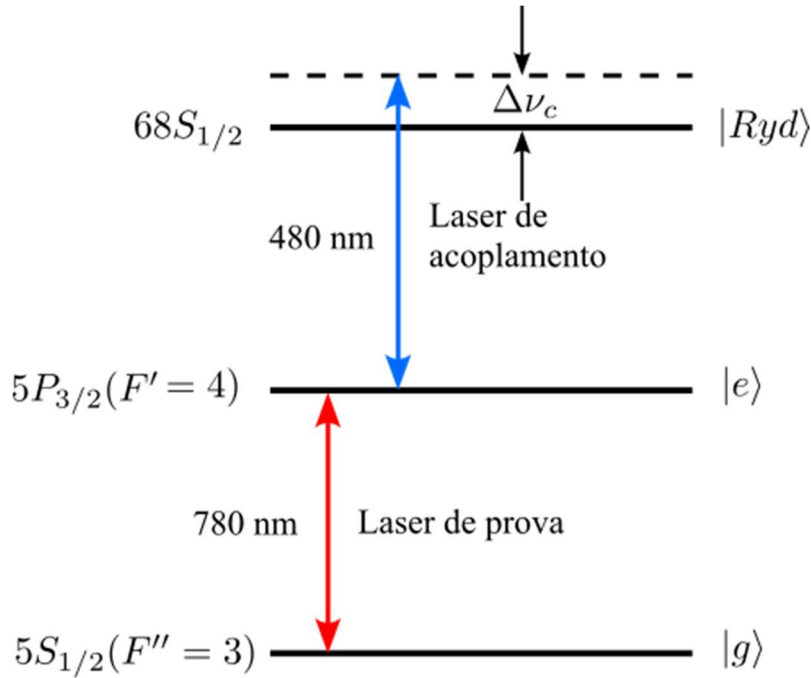


Figura 26 - Diagrama do sistema de três níveis em cascata usados para gerar o sinal de EIT. O laser de prova (**780 nm**) é usado para excitar a transição D2 do isótopo 85 do Rubídio enquanto o laser de acoplamento (**480 nm**) acopla os níveis  $5P_{3/2}$  e  $68S_{1/2}$ . O dessintonia instantâneo desta frequência em relação à ressonância do acoplamento é sinalizado por  $\Delta\nu_c$ .

Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir vamos discutir a montagem experimental usada para gerar o sinal de EIT em átomos de Rydberg. Primeiro, um feixe de prova com comprimento de onda 780 nm com polarização vertical é injetado numa célula com vapor de Rubídio de 80 mm de comprimento, mantida à temperatura ambiente. O sinal de transmissão é lido num fotodetector SM05PD1A da Thorlabs. O laser 780 nm é travado na transição de absorção saturada  $|g\rangle = 5S_{1/2} (F'' = 3) \rightarrow |e\rangle = 5P_{3/2} (F' = 4)$  do  $^{85}\text{Rb}_2$ , gerado pela CoSy. Logo, em direção contra-propagante é inserido na célula de rubídio um feixe de acoplamento de 480 nm com polarização  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ , obtido por geração de segundo harmônico (SHG) a partir de um laser com frequência 312,05620 THz. O segundo laser acopla o estado  $5P_{3/2}$  com o estado de Rydberg  $|Ryd\rangle = 68S_{1/2}$ . Varrendo o laser de 480 nm em torno da frequência de acoplamento é possível identificar a interferência devido a uma diminuição da absorção do estado intermediário  $|e\rangle$ , e, portanto, a um aumento da potência do laser de prova.

A posição relativa da frequência do modo fundamental admitido pela cavidade foi medida em relação ao sinal de EIT a partir de travar o laser de 960 nm numa banda lateral da cavidade e sintonizar a frequência de modulação até maximizar o sinal de transmissão do laser de 780 nm no osciloscópio, o que corresponde com o máximo do sinal de EIT. Na

Figura 27 são mostrados os dados, em pontos pretos, de variação de frequência da banda lateral móvel, medida durante 4 semanas. Mediante um ajuste linear dos dados foi estimado uma variação de longo prazo de  $1,30 \pm 0,03$  MHz/dia. A diminuição da frequência da banda lateral direita implica um aumento da frequência de ressonância da cavidade, i.e., uma diminuição do comprimento da cavidade. A deriva da frequência medida equivale a 338 pm/dia de diminuição do comprimento da cavidade.

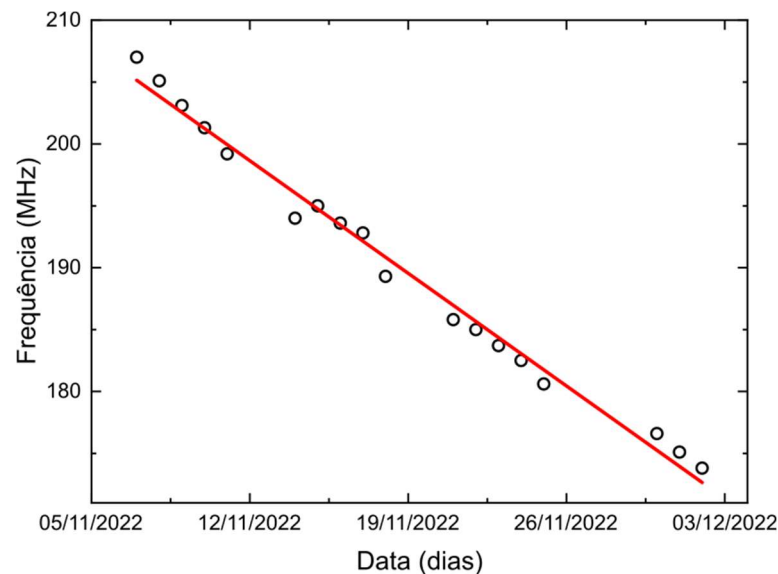


Figura 27 – Dados da variação em frequência da banda lateral móvel direita de um modo fundamental da cavidade função do tempo. A linha em vermelho representa o modelo linear de melhor ajuste.

Fonte: Elaborada pelo autor

#### 4.6 Átomos de Rydberg quentes como sensores de micro-ondas

Para testar a estabilidade de nossas cavidades, reproduzimos o experimento realizado por Jonhatham Sedlacek e colaboradores para utilizar átomos térmicos de Rydberg como sensores de micro-ondas. (52) Os átomos de Rydberg têm uma grande polarizabilidade, e em presença de campos elétricos a.c. se comportam como grandes dipolos. Esta propriedade faz com que sejam bons candidatos como detectores de campos de micro-ondas.

Quando um átomo no estado de Rydberg interage com um campo de micro-ondas ressonante com alguns dos estados de Rydberg vizinhos, um sistema de 4 níveis é formado como mostrado na Figura 28 (a). Para valores suficientemente grandes da frequência de Rabi da micro-ondas ( $\Omega_{MW} \gg \Omega_c, \Omega_p$ ), uma separação de Autler-Townes do estado de Rydberg é induzida. Na Figura 28 (b) observamos a separação do nível  $68S_{1/2}$  em dois níveis virtuais

separados em energia por  $\hbar\Omega_{MW}$ , onde  $\Omega_{MW}$  é a frequência de Rabi da radiação de micro-ondas. Varrendo a frequência do laser de 480 nm perto da ressonância de acoplamento, o efeito do campo de micro-ondas pode ser observado como uma separação da janela de transparência gerando dois picos separados em frequência por  $\Omega_{MW}/2\pi$ . A medida a separação entre picos de transparência dos níveis virtuais gerados por efeito Autler-Townes permite a medida direta da magnitude do campo elétrico de micro-ondas. Como a largura de linha (FWHM) do EIT é da ordem de alguns MHz é preciso ter um controle preciso sobre as frequências das fontes ópticas em nosso experimento.

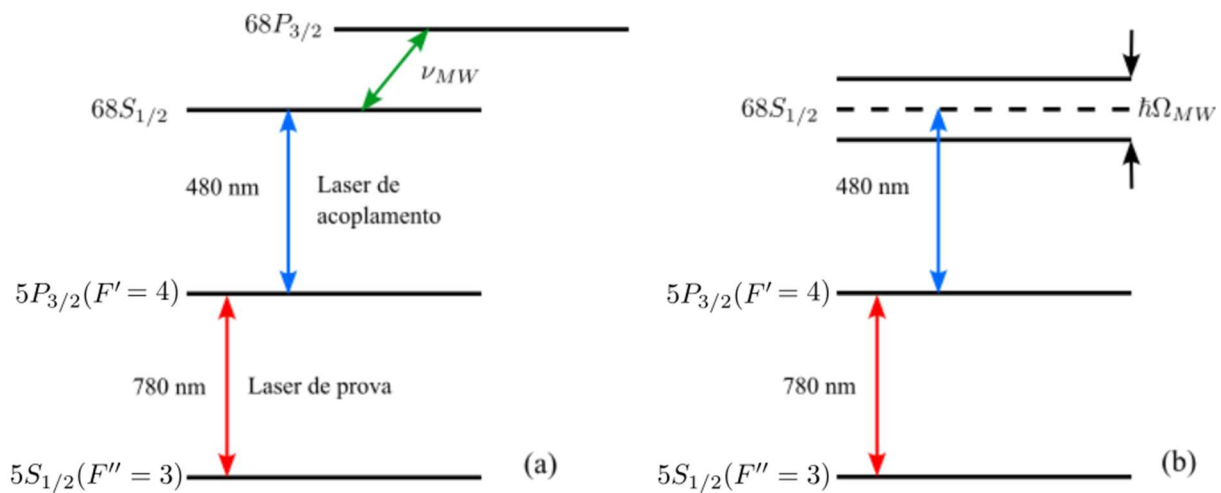


Figura 28 – (a) Sistema de energia de quatro níveis quando introduzido um campo de micro-ondas que acopla o estado de Rydberg inicial com estados de Rydberg vizinhos. (b) Diagrama da separação de Autler-Townes do estado de Rydberg obtido para valores de  $\Omega_{MW} \gg \Omega_c, \Omega_p$ .

Fonte: Adaptada de SEDLACEK (53)

Para realizar o experimento em nosso laboratório foi seguido um esquema similar ao discutido na seção anterior para gerar o sinal de EIT. Na Figura 29 é mostrado um esquema simples do experimento incluindo ambos os feixes contra-propagantes, e uma antena de corneta WR-90 (8,2-12,4 GHz) como fonte de micro-ondas. A transmissão do feixe de prova é monitorada em um fotodetector. O feixe de prova foi modulado em amplitude, usando um AOM, e o sinal processado por um amplificador *lock-in*.



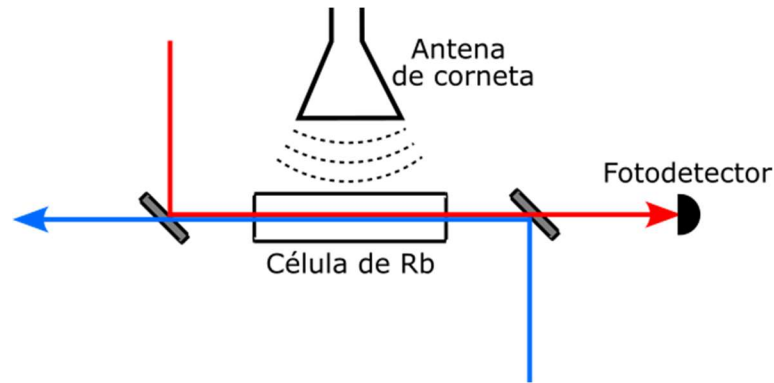


Figura 29 – Montagem experimental para detecção de campos elétricos usando átomos de Rydberg em uma célula de Rb.

Fonte: Adaptada de SEDLACEK (53)

Figura 30 mostra o sinal de transmissão do feixe de prova travado em um banda lateral do modo fundamental de nossa cavidade ressonante com a transição  $5S_{1/2} (F'' = 3) \rightarrow 5P_{3/2} (F' = 4)$ , enquanto o laser de acoplamento é varrido em torno a transição  $5P_{3/2} (F' = 4) \rightarrow 68S_{1/2}$  em presença de um campo de micro-ondas que acopla os estados  $68S_{1/2}$  e  $68P_{3/2}$ . Como medido anteriormente a deriva de longo prazo relativa entre ambos os lasers é  $\sim 50$  kHz/h, o que garante as condições necessárias para realizar o experimento. São apresentadas as curvas variando a potência da radiação de micro-ondas.

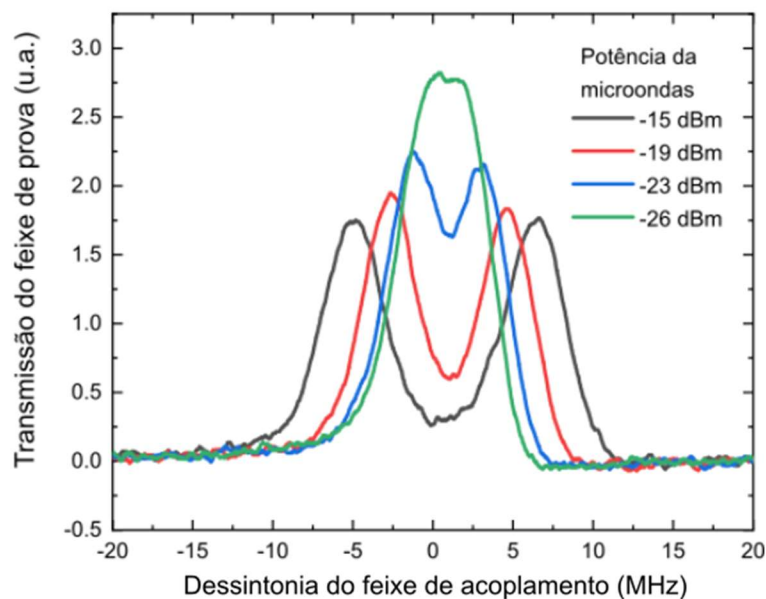


Figura 30 – Dados experimentais das janelas de EIT obtidas locando o laser de prova na frequência da transição. As curvas são associadas a diferentes potências da fonte de micro-ondas. A separação entre os picos de EIT no regime de Autler-Townes é usada para detectar a intensidade do campo elétrico.

Fonte: Elaborada pelo autor

É possível observar uma diminuição da intensidade da janela de EIT e a aparição de dois picos devido ao efeito Autler-Townes, conforme a potência de micro-ondas é aumentada. O campo eléctrico na posição da cavidade pode ser calculado pela equação (52)

$$E_{MW} = \frac{h\Delta\nu_{Ryd}}{\mu_{MW}}, \quad (4.8)$$

onde  $\mu_{MW}$  é o momento de dipolo eléctrico da transição e  $\Delta\nu_{Ryd}$  a separação entre os níveis de Rydberg acoplados pela micro-ondas, que neste caso é igual à separação de Autler-Townes ( $\Delta\nu_{split} = \Delta\nu_{Ryd}$ ). No entanto, podemos observar que para uma potência da fonte de microondas de  $-26$  dBm ambos os picos superpõem e fica impossível medir a separação entre eles. Para estas potências, i.e., campos eléctricos menores, o sistema está fora do regime de Autler-Townes e outras técnicas devem ser aplicadas para medir o campo. (52)

## 5 CONCLUSÕES

Nesta dissertação, foram projetadas, construídas e caracterizadas duas cavidades ópticas de *finesse* média ( $F \sim 1000$ ) para estabilizar dois lasers de 680 nm, e dois de 780 e 960 nm, respectivamente. Cada cavidade é formada por um espaçador de ULE como elemento fundamental, e dois espelhos de FS seguindo o design apresentados por de Hond e colaboradores. (29) A temperatura foi controlada ativamente por um conjunto de termistores e elementos TEC dentro da câmara de vácuo, mantido a  $10^{-8}$  torr. Frequências de transições atômicas e moleculares foram reproduzidas para travamento modulando o feixe incidente nas cavidades com um MEO. Foi executada uma montagem experimental, óptica e elétrica que nos permite travar mais de um laser na mesma cavidade.

Os resultados obtidos com este desenho e montagem foram muito satisfatórios, considerando a sua finalidade. Foi estimado um CTE efetivo de 135 ppb/K, o que em termos da estabilidade garantida por nosso controle de temperatura se traduz numa estabilidade relativa de frequência  $\sim 10^{-1}$ . A temperatura de *zero-crossing* foi estimada em  $-44$  °C. Portanto, nossas cavidades são estáveis e suas frequências de ressonâncias podem ser sintonizadas com a temperatura, varrendo pouco mais da metade do FSR na faixa de temperaturas de 15 – 30 °C. Este resultado sugere que o sistema pode dispensar o modulador mantendo sua aplicabilidade. Aprimorações no desenho da cavidade como as apresentadas por Legero e colaboradores (10), poderiam ser aplicadas para diminuir o coeficiente de acoplamento entre os materiais constituintes de nossas cavidades e sintonizar a temperatura de *zero-crossing* para mais perto da temperatura ambiente, onde o sistema é estabilizado em temperatura. Também foi medida uma deriva de longo prazo da ressonância da cavidade de 1,3 MHz/dia, valor este que é semelhante com o obtido por de Hond e colaboradores. (29) No entanto as nossas cavidades são muito mais leves, simplificando a quantidade de ULE usada no espaçador. Durante nossos experimentos não foi preciso corrigir a frequência das bandas laterais móveis devido à dessintonização da cavidade durante um dia de trabalho. Apenas depois de um dia é preciso realizar algum pequeno ajuste na frequência de modulação. As larguras de linha dos dois lasers de 680 nm travados na cavidade pela técnica PDH foram medidas analisando o sinal de batimento dos dois lasers separados por  $\approx 71$  MHz. Para os perfis de Lorentz e Gauss foi medido uma largura a meia altura de 20 kHz e 233 kHz assumindo que ambos contribuem de forma semelhante para a densidade espectral de potência. Os lasers foram estreitados aproximadamente pela metade. Em nossas aplicações

não é preciso usar lasers muito estreitos já que trabalhamos com transições atômicas e moleculares de larguras na escala de MHz e dezenas de MHz. Porém, é recomendado que para aplicações onde a largura do laser é um parâmetro importante, seja implementada a técnica PDH usando um modulo FALC 110 da Toptica, em vez do Digilock 110, já que sua largura de banda é maior. Neste caso, larguras de linhas da ordem de Hz podem ser atingidas.

Finalmente, foi testada a cavidade projetada para lasers de 780 e 960 nm travando o laser de prova num experimento de átomos de Rydberg como sensores de micro-ondas. Neste caso a separação de Autler-Townes, obtida para micro-ondas geradas por uma fonte com potências  $> -26$  dBm, foi usada para calcular a intensidade do campo na região que ocupa a célula de Rubídio. Os resultados coincidem com os obtidos por Sedlacek e colaboradores. (52) Os sistemas de controle implementados em nosso laboratório permitem a interação com átomos de Rydberg quentes com fontes lasers estreitas e estáveis, que em geral custariam dezenas de milhes de dólares por um preço muito mais baixo. As aplicações imediatas das cavidades serão no travamento de lasers de resfriamento em experimentos de resfriamento rotacional de moléculas de  $Rb_2$  e experimentos com átomos de Rydberg frios, aprisionados numa MOT.

## REFERÊNCIAS

- 1 POUND, R. V. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators. **Review of Scientific Instruments**, v. 17, n. 11, p. 490, 1946.
- 2 GORDON, J. P.; ZEIGER, H. J.; TOWNES, C. H. Molecular microwave oscillator and new hyperfine structure in the microwave spectrum of NH<sub>3</sub>. **Physical Review**, v. 95, n. 1, p. 282, 1954.
- 3 MAIMAN, T. H. Optical and microwave-optical experiments in ruby. **Physical Review Letters**, v. 4, n. 11, p. 564, 1960.
- 4 JAVAN, A.; BENNETT, W. R.; HERRIOTT, D. R. Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a He-Ne mixture. **Physical Review Letters**, v. 6, n. 3, p. 106–110, 1961.
- 5 BENNETT, W. R. Hole burning effects in a He-Ne optical maser. **Physical Review**, v. 126, n. 2, p. 580, 1962.
- 6 LAMB, W. E. Theory of an optical maser. **Physical Review**, v. 134, n. 6A, p. A1429, 1964.
- 7 LEE, P. H. *et al.* Saturated neon absorption inside a 6238-Å laser. **Applied Physics Letters**, v. 10, n. 11, p. 303–305, 1967.
- 8 SAKAI, Y. *et al.* Frequency stabilized laser diode locked to acetylene gas absorption lines using Fiber-Pigtail-type acoustic optical modulator. **IEEE Photonics Technology Letters**, v. 4, n. 1, p. 96–98, 1992.
- 9 GENOV, G. *et al.* Laser frequency stabilization by bichromatic saturation absorption spectroscopy. **Journal of the Optical Society of America B**, v. 34, n. 9, p. 2018–2030, 2017.
- 10 CHERFAN, C. *et al.* Acetylene-based frequency stabilization of a laser system for potassium laser cooling. **Optics Express**, v. 28, n. 1, p. 494, 2020.
- 11 WIEMAN, C.; HÄNSCH, T. W. Doppler-free laser polarization spectroscopy. **Physical Review Letters**, v. 36, n. 20, p. 1170, 1976.
- 12 EICKHOFF, M. L.; HALL, J. L. Optical frequency standard at 532 nm. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 44, n. 2, p. 155–158, 1995.
- 13 KOBAYASHI, T. *et al.* Absolute frequency measurements and hyperfine structures of the molecular iodine transitions at 578 nm. **Journal of The Optical Society of America B-optical Physics**, v. 33, n. 4, p. 725, 2016.
- 14 LIAO, C.-C. *et al.* Precise frequency measurements of <sup>127</sup>I<sub>2</sub> lines in the wavelength region 750–780 nm. **Journal of the Optical Society of America B**, v. 27, n. 6, p. 1208, 2010.
- 15 HAND, C. F. *et al.* Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapor. **Applied Optics**, v. 37, n. 15, p. 3295–3298, 1998.

- 16 DREVER, R. W. P. *et al.* Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. **Applied Physics B**, v. 31, p. 97–105, 1983.
- 17 TAYLOR, C. T. *et al.* Measurement of the coefficient of thermal expansion of a cryogenic, all-sapphire, Fabry-Perot optical cavity. **Optics Communications**, v. 131, n. 4–6, p. 311–314, 1996.
- 18 LEGERO, T.; KESSLER, T.; STERR, U. Tuning the thermal expansion properties of optical reference cavities with fused silica mirrors. **Journal of the Optical Society of America B**, v. 27, n.5, p. 914
- 19 GILL, P. Optical frequency standards. **Metrologia**, v. 42, S125–S137, 2005
- 20 LEMKE, N. D. *et al.* Spin-1/2 optical lattice clock. **Physical Review Letters**, v. 103, n. 6, p. 063001, 2009.
- 21 HINKLEY, N. *et al.* An atomic clock with  $10^{-18}$  instability. **Science**, v. 341, n. 6151, p. 1215–1218, 2013.
- 22 LI, Y. *et al.* An improved strontium lattice clock with  $10^{-16}$  level laser frequency stabilization. **Chinese Optics Letters**, v. 16, n. 5, p. 051402, 2018.
- 23 KOWZAN, G. *et al.* Broadband optical cavity mode measurements at Hz-level precision with a comb-based VIPA spectrometer. **Scientific Reports**, v. 9, n. 8206, p. 1-10, 2019.
- 24 DAI, D. P. *et al.* A linewidth-narrowed and frequency-stabilized dye laser for application in laser cooling of molecules. **Optics Express**, v. 22, n. 23, p. 28645, 2014.
- 25 ZENG, Y. *et al.* Stabilizing dual laser with a tunable high-finesse transfer cavity for single-atom Rydberg excitation. **Journal of the Optical Society of America B**, v. 35, n. 2, p. 454, 2018.
- 26 LIU, Q. *et al.* Analysis and suppression of thermal effect of an ultra-stable laser interferometer for space-based gravitational waves detection. **Chinese Optics Letters**, v. 20, n. 1, p. 011203, 2022.
- 27 STELLMER, S. **Degenerate quantum gases of strontium dissertation**. 2013. 246 p. (Doctor of Science) - Faculty of Mathematics, Computer Science and Physics, University of Innsbruck, Innsbruck, 2013.
- 28 BODDY, D. **First observations of Rydberg blockade in a frozen gas of divalent atoms**. 2014. 168 p. (Doctor of Philosophy)-Department of Physics, Durham University, Durham, 2014.
- 29 DE HOND, J. *et al.* Medium-finesse optical cavity for the stabilization of Rydberg lasers. **Applied Optics**, v. 56, n. 19, p. 5436, 2017.

- 30 HARRISON, J.; MOORADIAN, A. Linewidth reduction of semiconductor diode lasers. In: HÄNSCH, T.W.; SHEN, Y.R. (eds) **Laser spectroscopy VII**. Springer, v. 49, p. 354–357, 1985.
- 31 DAHMANI, B.; HOLLBERG, L.; DRULLINGER, R. Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback. **Optics Letters**, v. 12, n. 11, p. 876, 1987.
- 32 ARNOLD, A. S.; WILSON, J. S.; BOSHIER, M. G. A simple extended-cavity diode laser. **Review of Scientific Instruments**, v. 69, n. 3, p. 1236–1239, 1998.
- 33 HAWTHORN, C. J.; WEBER, K. P.; SCHOLTEN, R. E. Littrow configuration tunable external cavity diode laser with fixed direction output beam. **Review of Scientific Instruments**, v. 72, n. 12, p. 4477–4479, 2001.
- 34 HARVEY, K. C.; MYATT, C. J. External-cavity diode laser using a grazing-incidence diffraction grating. **Optics Letters**, v. 16, n. 12, p. 910–912, 1991.
- 35 YIM, S. H.; KIM, T. H.; CHOI, J. M. A simple extended-cavity diode laser using a precision mirror mount. **Review of Scientific Instruments**, v. 91, n. 4, 2020.
- 36 DAY, T.; GUSTAFSON, E. K.; BYER, R. L. Sub-Hertz relative frequency stabilization of two-diode laser-pumped Nd: YAG lasers locked to a Fabry-Perot interferometer. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, v. 28, n. 4, p. 1106–1117, 1992.
- 37 ZHANG, J. *et al.* Characterization of electrical noise limits in ultra-stable laser systems. **Review of Scientific Instruments**, v. 87, n. 12, p.123105, 2016.
- 38 THORPE, J. I. *et al.* Laser frequency stabilization and control through offset sideband locking to optical cavities. **Optics Express**, v. 16, n. 20, p. 15980-90, 2008.
- 39 DOVALE ÁLVAREZ, M. **Optical cavities for optical atomic clocks, atom interferometry and gravitational-wave detection**. 2019. 245 p. Thesis (Doctor of Philosophy) - University of Birmingham, Birmingham, 2019.
- 40 VDOVIN, G.; VAN GOOR, F; GUYSKK; DOYLE, L. **LightPipes for Python 2.1.3 — LightPipes for Python 2.1.3 documentation**. Disponível em: <https://opticspy.github.io/lightpipes/>. Acesso em: 14 fev. 2023.
- 41 ANDERSON, D. Z. Alignment of resonant optical cavities. **Applied Optics**, v. 23, n. 17, p. 2944, 1984.
- 42 HANSCH, T. W.; COUILLAUD, B. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy. **Optics Communications**, v. 35, n. 3, p. 441–444, 1980.

43 SINGH, S. **Stabilization of 866 nm laser with Pound-Drever-Hall (PDH) technique for quantum manipulation of Ca<sup>+</sup> ion in Paul trap**, 2019, arXiv:2007.00768v1.

44 CORNING INCORPORATED. 7972 ULE Product Information Jan 2016. **Corning Incorporated**, New York:2008.

45 LIU, Y.; DAUM, P. H. Relationship of refractive index to mass density and self-consistency of mixing rules for multicomponent mixtures like ambient aerosols. **Journal of Aerosol Science**, v. 39, n. 11, p. 974–986, 2008

46 KOGELNIK, H.; LI, T. Laser beams and resonators. **Applied Optics**, v. 5, n. 10, p. 1550, 1966.

47 ARIAS, N. *et al.* Frequency locking of multiple lasers to an optical cavity. **Journal of the Optical Society of America B**, v. 35, n. 10, p. 2394, 2018.

48 ZHANG, J. *et al.* Design of an optical reference cavity with low thermal noise and flexible thermal expansion properties. **European Physical Journal D**, v. 67, n. 2, p. 825, 2012.

49 VIRTANEN, P. *et al.* SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. **Nature Method**, v. 17, n. 3, p. 261–272, 2020.

50 OLIVERO, J. J.; LONGBOTHUM, R. L. Empirical fits to the Voigt line width: A brief review. **Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer**, v. 17, n. 2, p. 233–236, 1977.

51 SCHKOLNIK, V.; FARTMANN, O.; KRUTZIK, M. An extended-cavity diode laser at 497 nm for laser cooling and trapping of neutral strontium. **Laser Physics**, v. 29, n.3 p. 035802, 2019.

52 SEDLACEK, J. A. *et al.* Microwave electrometry with Rydberg atoms in a vapour cell using bright atomic resonances. **Nature Physics**, v. 8, n. 11, p. 819–824, 2012.

53 SEDLACEK, J. **Microwave and surface electrometry with Rydberg atoms**. (Doctor of Philosophy) - University of Oklahoma, Oklahoma, 2016, 181 p.