# UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

Naomy Duarte Gomes

Átomos de Rydberg como uma plataforma avançada para o estudo da transparência eletromagneticamente induzida

São Carlos

2024

## Átomos de Rydberg como uma plataforma avançada para o estudo da transparência eletromagneticamente induzida

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutora em Ciências.

Área de concentração: Física Básica

Orientador: Prof. Dr. Luis Gustavo Marcassa

Versão corrigida (Versão original disponível na Unidade que aloja o Programa) AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

> Gomes, Naomy Duarte Átomos de Rydberg como uma plataforma avançada para o estudo da transparência eletromagneticamente induzida / Naomy Duarte Gomes; orientador Luis Gustavo Marcassa versão corrigida -- São Carlos, 2024. 105 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Física Básica) -- Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2024.

1. Átomos de Rydberg. 2. Transparência eletromagneticamente induzida. 3. Espectroscopia por polarização. 4. Microondas. I. Marcassa, Luis Gustavo, orient. II. Título.

Em memória de minha avó Lia, a melhor avó de todo o espaço-tempo.

### AGRADECIMENTOS

Meu primeiro agradecimento sempre será para minha mãe, Shirley, por ter criado com muita coragem e dedicação a mim e à minha irmã sem a ajuda do meu pai, por ter me ensinado tanto e me motivado a buscar o melhor, e por ser a melhor mãe do multiverso.

Agradeço à minha avó Lia por ter sido a melhor avó de todo o espaço-tempo, por ter me ensinado tanto, pelas comidas gostosas que ela fazia pra mim e por toda a motivação para que tivéssemos uma vida melhor que a dela. Olha onde nós chegamos, vó.

Aos meus tios Zema, Sílvia e Ricardo por todo o apoio moral e financeiro que eles sempre me deram, por me levarem em olimpíadas científicas e por tudo que eles fizeram para que eu entrasse na USP. Em especial, agradeço ao Ricardo por todas as nerdices que ele ensinou e incentivou.

À minha irmã Nathaly, por ser uma companheira, por cozinhar pra mim desde criança, mesmo sendo a irmã mais nova, por aguentar minhas chatices de irmã e por me ajudar sempre que preciso.

Ao meu melhor amigo João Pedro, por ser um grande amigo já há tantos anos, que acompanhou toda a minha trajetória acadêmica, por me acompanhar também nos momentos felizes, por me aconselha e consolar nos momentos difíceis e por discutir todo tipo de assunto sério e bobeiras.

Ao meu companheiro André, por me apoiar durante todo o meu doutorado, por dividir comigo a alegria de tantos momentos bons, por me apoiar em meus projetos, por estar presente e me ajudar nos momentos ruins, e por sempre aceitar viver novas aventuras comigo.

Ao meu padastro Eduardo, por toda a ajuda, por me levar para fazer as olimpíadas científicas, por me levar para os vestibulares e por ser o companheiro de vida da minha mãe.

Ao meu orientador Marcassa, por tudo que ele me ensinou sobre Física e sobre a vida acadêmica durante os experimentos, pelas oportunidades e pelos passeios nos pântanos cheios de jacaré da Flórida.

À Bárbara, por toda ajuda e pelo que ela me ensinou no meu primeiro ano de doutorado, e ao prof. Reginaldo, por toda a ajuda durante este último ano do doutorado.

À cachorrada que torna a vida muito mais divertida: Molly, Dolly, Sírius, Judith e Meg. Em especial, à Matilda, que tanto me proporcionou felicidade, que foi uma vida tão cheia de luz, alegria e vitalidade, mas que foi embora muito mais cedo do que seria justo. Aos professores, desde a escola até a pós-graduação, que me inspiraram e incentivaram de alguma forma, como o prof. Leo Maia, que além de ser tão cuidadoso com suas aulas, sempre esteve aberto a conversar e aconselhar.

Ao meu grande amigo Matheus, por todos esses anos no IFSC, pelas risadas, pelo apoio e por todos os dias no lab avançado que ficarão pra sempre como os melhores momentos da minha graduação.

Por último, mas não menos importante, agradeço ao IFSC/USP pelas oportunidades únicas que me foram oferecidas desde o momento em que vim para a EFC, em 2010, antes mesmo de entrar na graduação. A universidade pública mudou minha vida. Scientia Vinces.

"O mais profundo consolo reside na compreensão." Tuomas Holopainen

### RESUMO

GOMES, N.D. Átomos de Rydberg como uma plataforma avançada para o estudo da transparência eletromagneticamente induzida. 2024. 105p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

Átomos de Rydberg são átomos altamente excitados que interagem de maneira excepcionalmente forte com campos elétricos e magnéticos externos, tornando-os ferramentas poderosas para diversas aplicações em física quântica. Neste trabalho, utilizando átomos de Rubídio em célula de vapor, exploramos as propriedades dos átomos de Rydberg, aliadas à técnica de transparência eletromagneticamente induzida (EIT), para investigar a interação entre esses átomos e campos de microondas. Estes estudos têm o potencial de aplicação no desenvolvimento de sensores altamente sensíveis para este espectro de radiação. Mostramos que o uso da técnica de espectroscopia por polarização (PS) permite estender a região de medida da amplitude de campo elétrico de microondas quando comparada com um espectro de EIT em Autler-Townes (EIT-AT). Acrescentando uma lente de microondas, triplicamos o campo dentro da célula e podemos, assim, realizar medidas de campos microondas aproximadamente 15 vezes menores do que medidas de EIT-AT simples. Ainda neste contexto de átomos de Rydberg em EIT interagindo com campos de microondas, realizamos também uma medição precisa da posição das séries dos estados  $P_{3/2}$  e  $F_{7/2}$  por meio das transições  $5S_{1/2} - 5P_{3/2} - nD - (n + 2)P_{3/2}$  ou  $(n - 2)F_{7/2}$ .

**Palavras-chave**: Átomos de Rydberg. Transparência eletromagneticamente induzida. Espectroscopia por polarização. Microondas.

### ABSTRACT

GOMES, N.D. Rydberg atoms as an advanced platform for the study of electromagnetically induced transparency. 2024. 105p. Thesis (Doctor in Science) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

Rydberg atoms are highly excited atoms that interact exceptionally strongly with external electric and magnetic fields, making them powerful tools for various applications in quantum physics. In this study, using Rubidium atoms in a vapor cell, we explored the properties of Rydberg atoms in conjunction with the technique of Electromagnetically Induced Transparency (EIT) to investigate their interaction with microwave fields. These studies have the potential for applications in developing highly sensitive sensors for this radiation spectrum. We demonstrated that employing Polarization Spectroscopy (PS) extends the range of microwave electric field amplitude measurements compared to Electromagnetically Induced Transparency in Autler-Townes (EIT-AT) spectra. By adding a microwave lens, we tripled the field inside the cell, enabling measurements of microwave fields approximately 15 times smaller than those obtained with simple EIT-AT measurements. Furthermore, within the context of Rydberg atoms interacting with microwave fields through EIT, we also accurately measured the positions of the  $P_{3/2}$  and  $F_{7/2}$  state series using the transitions  $5S_{1/2} - 5P_{3/2} - nD - (n+2)P_{3/2}$  or  $(n-2)F_{7/2}$ .

**Keywords**: Rydberg atoms. Electromagnetically induced transparency. Polarization spectroscopy. Microwave.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Energia (em eV) como função dos estados em um átomo de <sup>85</sup> Rb para $n = 5,, 60$	32
Figura 2 –	Defeitos quânticos teóricos para o átomo de $^{85}$ Rb para diferentes valores de $n$ e de $l$	33
Figura 3 –	Níveis de energia do átomo de <sup>85</sup> <i>Rb</i> . Os feixes de prova e de controle são representados, respectivamente, pelas flechas vermelha e azul, com suas correspondentes frequências de Rabi e dessintonias. A taxa de decaimento do estado $ 2\rangle$ é $\Gamma_p$	38
Figura 4 –	Esquema do aparato experimental utilizado para detectar o sinal de EIT. Os feixes de prova e de controle entram na célula contrapropagantes. O feixe de prova passa por um retardador de cristal líquido (LCR) e é dividido em dois feixes pelo cubo polarizador (PBS), formando o sinal de dispersão. O feixe de controle passa pela lâmina de quarto de onda $(\lambda/4)$ e, quando no modo LG, pela placa retardadora de meia onda de vórtice de ordem zero (WPV), sendo refletido por um espelho dicróico para dentro da célula.	38
Figura 5 –	Diagrama de energia mostrando a estrutura hiperfina do $^{85}Rb$ e as transições varridas pelos feixes de prova a 780 nm e controle a 480 nm.	39
Figura 6 –	Espectro de absorção saturada do ${}^{85}Rb$ evidenciando a separação entre os estados hiperfinos do estado $5P_{3/2}$ usado para a calibração do eixo das frequências. Os números 2, 3, e 4 indicam as transições para os estados $F'$ do nível $5P_{3/2}$	40
Figura 7 –	Esquema da configuração experimental: os feixes de prova e de controle contrapropagam dentro da célula de vapor de rubídio sob a influência de um campo microondas na antena de MW. O feixe de prova passa por um retardador de cristal líquido (LCR), por um cubo divisor de feixe (PBS), sendo detectado nos fotodetectores DET1 e DET2. O feixe de controle passa por uma lâmina de quarto de onda ( $\lambda/4$ ), sendo refletido	
Figure 9	pelo espelho dicróico para dentro da célula.	41
rigura o –	$5P_{3/2}$ ; o de controle, os níveis $5P_{3/2} - 68S_{1/2}$ ; a microondas, os níveis	
Figura 9 –	$68S_{1/2} - 68P_{3/2}$ Modelo 3D da lente cilíndrica de microondas (MW) de 17 x 17 cm com raio de curvatura de 2.5 m abertura numérica de 0.44 e distância focal	42
	$de 20 \text{ cm}. \dots \dots$	43

Figura 10 –	Perfil do campo elétrico 3D da lente cilíndrica MW projetada quando excitada por uma onda plana. Em $z = 18, 9$ cm, o campo elétrico tem a menor flutuação ao longo da direção dos átomos de Rydberg (±5.1%) e aumenta o campo elétrico médio na região dos átomos em 2,55 vezes. Em $z = 18.9$ cm a $FWHM \neq 3.1$ cm	44
Figura 11 –	Sinal da cavidade ótica para o laser de 960 nm.	45
Figura 12 –	a) Esquema da montagem experimental da medição dos defeitos quânti-	
-	cos. b) Níveis de energia envolvidos neste experimento	46
Figura 13 –	Sinais de transmissão do feixe de prova com o feixe de controle no modo Gaussiano. A curva em vermelho é obtida com um único fotodetector, mostrando o perfil de transmissão Lorentziano da EIT. A curva em preto é obtida com a técnica PS. Os parâmetros experimentais são $\Delta_{\rm e} = 0 \ {\rm e} \ \Omega_{\rm e} 0/2\pi = 4.6 \ {\rm MHz}$	48
Figura 14 –	Sinal de PS experimental obtido como função de $\Delta_p$ para: a) modo Gaussiano (linha verde) e b) modo $LG_0^1$ (linha azul) do feixe de controle. Os parâmetros experimentais são $\Omega_{c,0} = 4.6$ MHz, $\Delta_c = 0, N \approx 1 \times 10^{-10}$ cm <sup>3</sup> , resultando em larguras $\alpha_G/2\pi = 4.3 \pm 0.2$ MHz e $\alpha_{LG}/2\pi = 3.5 \pm 0.2$ MHz, o que mostra o estreitamento quando o controle está no modo $LG_0^1$ .	48
Figura 15 –	a) Valores experimentais de $\alpha$ como função de $\Omega_{c,0}$ para o modo Gaussiano (quadrados verdes) e $LG_0^1$ (círculos azuis abertos). b) $\alpha_{LG}/\alpha_G$ como função de $\Omega_{c,0}$ para o experimento (triângulos cinzas). As linhas	
Figura 16 –	pontilhadas são apenas um guia ocular	49
riguia io	elétrico na direção x e campo magnético na direção y	50
Figura 17 –	Cintura do feixe Gaussiano ao longo da direção de propagação z, com uma cintura mínima $w_0$ no foco e um alcance de Rayleigh dado pela	
	distância $z_R$ . R(z) é o raio da frente de onda	51
Figura 18 –	Perfis de intensidade dos modos LG. O modo $LG_0^1$ , gerado por uma luz de comprimento de onda em 480 nm, é utilizado em um experimento	
	deste trabalho.	52
Figura 19 –	Configuração dos níveis de energia para EIT: (a) $\Lambda$ , (b) V e (c) escada. A flecha vermelha indica a transição onde age o feixe de prova; a azul,	
D: 00	onde age o feixe de controle	55
Figura 20 –	Graficos de (a) dispersao do feixe de prova ( $\propto Re[\rho_{12}]$ ) para o feixe de controle nos modos Gaussiano (roxo) e LG (vinho) e (b) transmissão de feixe de prova ( $\propto Im[a_{-}]$ ) para ambas os modos. Os parêmetros	
	utilizados foram: $\Delta_c = 0$ , $\Omega_{c,0}/2\pi = 4$ MHz, $\Gamma_r/2\pi = 6.6$ MHz, $\gamma_r = 1$	
	MHz e $\gamma_c = 2$ MHz	59

(linha verde) e b) modo LG (linha azul) do feixe de controle. As linhas em preto são teóricas.	59
Figura 22 – $\alpha_{\alpha_{LG}}$ como função de $\Omega_{c,0}$ para o experimento (triângulos cinzas) e teoria (estrelas roxas). As linhas pontilhadas são apenas um guia ocular.	60
Figura 23 – Sinais típicos de EIT-AT (preto) e PSEIT-AT (vermelho) com as respetivas separações $\Delta_{EIT-AT}$ e $\Delta_{PSEIT-AT}$ , ambos como função de $\Delta_c$ quando um campo elétrico de MW de potência 15.84 mW é aplicado	62
Figura 24 – Sinal de EIT-AT mostrando que a separação entre os picos diminui com a diminuição da potência do campo de MW, tornando a medida difícil.	62
Figura 25 – $\Delta_{EIT-AT}$ como função da raíz quadradada da potência da microondas. A linha vermelha é um ajuste linear aos dados.	63
Figura 26 – Definição da amplitude de campo elétrico mínima mensurável para a técnica de EIT-AT sem lente de MW. O campo elétrico mínimo é o último ponto que obedece à relação $w_L < \Delta_{EIT-AT}$	64
Figura 27 – Mínimo mensurável de amplitude do campo de MW para a técnica de EIT-AT, onde relação linear entre campo e separação é dada pela curva em preto e o valor mínimo de campo é de $4.4 \pm 0.3$ mV/cm	64
Figura 28 – Separações medidas como função do campo elétrico de MW aplicado para as técnicas de EIT-AT (círculos vermelhos) e PSEIT-AT (quadrados azuis). Para realizar estas medidas, o campo de MW foi variado de 6.95 mV/cm a 49.17 nV/cm. A linha em preto é o ajuste linear de $\Delta_{EIT-AT}$ .	65
<ul> <li>Figura 29 – Mínimo mensurável de amplitude do campo de MW para a) a técnica de EIT-AT, onde relação linear entre campo e separação é dada pela curva em preto e o valor mínimo de campo é de 4.4 ± 0.3 mV/cm, e</li> <li>b) para a técnica de PSEIT-AT, onde a intersecção das duas linhas ajustadas fornece o mímino mensurável de campo, que é de 0.87 ± 0.10 mV/cm.</li> </ul>	66
Figura 30 – Sinal de EIT-AT com a lente de MW mostrando que a separação entre os picos diminui com a diminuição da amplitude do campo de MW	67
Figura 31 – Definição da amplitude de campo elétrico mínima mensurável para a técnica de EIT-AT com lente de MW. O campo elétrico mínimo é o último ponto que obedece à relação $w_L < \Delta_{EVE}$ at	68
Figura 32 – $\Delta_{EIT-AT}$ com a lente (triângulos verdes) e sem a lente (círculos verme- lhos) e as respectivas linhas ajustadas (em preto). O uso da lente de MW estende a região mensurável.	69

Figura 33 –	a) Medidas de $\Delta_{PSEIT-AT}$ com lente (estrelas roxas) e sem lente (qua- drados pretos). A separação é maior com a lente, mas ambas as medidas tendem para um valor estacionário para campos baixos. b) $\Delta_{PSEIT-AT}$ com lente em um gráfico log-log. A intersecção das linhas ajustadas é tomada como o ponto de mínimo campo mensurável, que é de $0.31 \pm 0.08$	
Figura 34 –	mV/cm	69
Figura 35 –	$\approx 12 \text{ GHz}$ Curvas de transmissão do feixe de prova para: a) EIT com 3 níveis de energia (em vermelho) e b) EIT com 4 níveis de energia e efeito Autler-Townes (em azul). A aplicação da MW abre o pico principal em dois outros, separados por uma distância $\Omega_{MW}$ . Para gerar os gráficos, foram utilizados os seguintes valores (quando aplicável): $\Omega_p/2\pi = 1$ MHz, $\Omega_c/2\pi = 5$ MHz, $\Omega_{MW}/2\pi = 20$ MHz, $\Delta_c = 0$ , $\Gamma_2/2\pi = 6$ MHz, $\Gamma_3/2\pi = 300$ kHz e $\Gamma_4/2\pi = 500$ kHz	70 73
Figura 36 –	Estrutura hiperfina, com 39 estados, de um átomo de <sup>85</sup> Rb com níveis de Rydberg $68S_{1/2}$ e $68P_{3/2}$ . $D$ é o estado $dummy$ para qual decaem todos os estados.	74
Figura 37 –	Espectro de transmissão teórico e experimental para a) EIT sem campo de microondas aplicado, e b) com campo de microondas de 5.51 mV/cm.	78
Figura 38 –	Concordância quantitativa entre teoria com níveis hiperfinos e medidas experimentais de EIT-AT sem lente. A reta em preto mostra a relação linear esperada entre amplitude do campo microondas e separação dos picos do sinal EIT-AT	79
Figura 39 –	Polarização linear do feixe de prova decomposta em duas polarizações circulares $\sigma_+$ (transições em vermelho claro) e $\sigma$ (transições em verme- lho escuro). A polarização circular $\sigma_+$ do feixe de controle (transições em azul) introduz uma quebra de simetria, fazendo com que alguns estados não estejam mais conectados a outros	80
Figura 40 –	Esquema da montagem com a definição dos eixos e as polarizações (em verde) de cada campo elétrico	81
Figura 41 –	Espectro de transmissão teórico e experimental para a) EIT sem campo de microondas aplicado, e b) com campo de microondas de 3.10 mV/cm	83
Figura 42 –	Concordância quantitativa entre teoria com níveis hiperfinos, que leva em conta as diferentes polarizações, e medidas experimentais de PSEIT- AT sem lente.	84

Figura 43 –	Sinal de EIT para varredura da microondas ao redor das transições a) $46D \rightarrow 44R$ a b) $46D \rightarrow 44F$ com patência do entrada no gerador do	
	$40D \rightarrow 44T$ e b) $40D \rightarrow 44T$ , com potencia de entrada no gerador de MW variável.	86
Figura 44 –	Gráfico log x log de $\Delta_{EIT-AT} \times P_{in}$ para o 48P (em azul) e 44F (em vermelho). As linhas em preto são os ajustes lineares que nos permitem	
	obter as equações 6.1.	87
Figura 45 –	Frequências de transição como função da potência normalizada e de $n$ ,	
	para as transições $nD \to (n+2)P$	88
Figura 46 –	Frequências de transição como função da potência normalizada e de $n$ ,	
	para as transições $nD \to (n-2)F$	89
Figura 47 –	Determinação da frequência de transição e erro associado para a transi-	
	ção $nD \to (n-2)F$ por meio de um ajuste linear, que fornece o valor	~ ~
	$50844 \pm 1$ MHz	89
Figura 48 –	Desvio relativo entre as medidas obtidas experimentalmente neste tra-	
	balho e os valores previstos utilizando os defeitos quânticos medidos	
	por Li et al e Han et al.	91
Figura 49 –	Comparação da diferença de frequências de transições para os estados	
	$P \in F$ para o presente experimento, experimentos de Li e Han $et al$ e	
	outros dois experimentos.	92
Figura 50 –	a) Sinal de elétrons evidenciando a transferência do estado 43D para	
	os estados 45P e 41F, para densidades variáveis, devido à ressonância	
	Förster natural que ocorre no primeiro estado. Uma rampa de campo	
	elétrico é aplicada para ionizar seletivamente os estados (em vermelho).	
	b) Porcentagem de átomos transferidos de acordo com a equação 6.5	
	em função do número quântico $n$ . Observa-se um máximo para $n = 43$ .	93
Figura 51 –	Sinal obtido para as transições $43D_{5/2} \rightarrow 45P_{3/2}$ e $43D_{5/2} \rightarrow 41F_{7/2}$	94

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Tabela de leis de escala para átomos de Rydberg alcalinos	
Tabela 2 $\ -$	– Frequência das transições $nD \rightarrow (n+2)P$ (n=41-46) em MHz e incer-	
	tezas para nossas medidas e os valores previstos utilizando os defeitos	
	quânticos medidos por Li <i>et al</i> e Han <i>et al</i>	90
Tabela 3 $\ -$	Frequência das transições $nD \rightarrow (n-2)F$ (n=41-46) em MHz e incer-	
	tezas para nossas medidas e os valores previstos utilizando os defeitos	
	quânticos medidos por Li <i>et al</i> e Han <i>et al</i>	90
Tabela 4 –	Tabela defeitos quânticos medidos $\delta_0$ e $\delta_2$ para as séries $P_{3/2}$ e $F_{7/2}$ do	
	$^{85}\mathrm{Rb}$ com os erros entre parênteses	91
Tabela 5 $$ –	Módulo da diferença de frequências de transições $nD \rightarrow (n+2)P_{3/2}$	
	e $nD \rightarrow (n-2)F_{7/2}$ (n=41-46) para o nosso experimento, para os	
	experimentos de Li e Han <i>et al</i> , de Li <i>et al</i> e de Sanguinetti e Johnson	
	<i>et al</i> , em MHz	92

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASF	Angular Spectrum Formalism
CoSy	Compact Saturation Spectroscopy
DET1	Fotodetector 1
DET2	Fotodetector 2
DM	Espelho dicróico
EIT	Transparência Eletromagneticamente Induzida
EIT-AT	Sinal de transmissão em EIT com efeito Autler-Townes
FDM	Fused Deposition Modeling
LC	Lente cilíndrica
LCR	Retardador de cristal líquido
LG	Laguerre-Gauss
MW	Microondas
OAM	Orbital angular momentum
PBS	Cubo divisor de feixe
PLA	Polylactic Acid
PS	Polarization Spectroscopy
PSEIT-AT	Sinal de transmissão por espectroscopia de polarização com efeito Autler- Townes
PZT	Material cerâmico piezoelétrico
SI	Sistema Internacional de Unidades
WPV	Placa retardadora de meia onda de vórtice de ordem zero

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	29
2.1	Transparência eletromagneticamente induzida	29
2.2	Átomos de Rydberg	30
2.2.1	Propriedades gerais	30
2.2.2	Defeitos quânticos	31
2.2.3	Momentos de dipolo	33
2.2.4	Interação com luz contendo momento angular orbital	35
3	MONTAGEM EXPERIMENTAL	37
3.1	Átomos de Rydberg em EIT com feixes Gaussiano e LG	37
3.2	Átomos de Rydberg em EIT para medir campos microondas	41
3.3	Átomos de Rydberg em EIT para medir defeitos quânticos	46
4	EIT ENVOLVENDO ÁTOMOS DE RYDBERG COM FEIXES GAUS-	
	SIANO E LAGUERRE-GAUSS	47
4.1	Resultados experimentais	47
4.2	Teoria: EIT com três níveis de energia	49
4.2.1	Modos de propagação da luz	50
4.2.2	Interação átomo-campo	53
4.2.3	Transparência eletromagneticamente induzida	54
5	ÁTOMOS DE RYDBERG EM EIT PARA MEDIR CAMPOS MI-	
	CROONDAS: RESULTADOS E TEORIA	61
5.1	Resultados experimentais	61
5.2	Teoria: EIT com quatro níveis de energia	70
5.2.1	Quatro níveis sem estrutura hiperfina	70
5.2.2	Quatro níveis principais com estrutura hiperfina	73
6	ÁTOMOS DE RYDBERG EM EIT E DEFEITOS QUÂNTICOS:	
	RESULTADOS	85
6.1	Resultados experimentais	85
7	CONCLUSÃO	95
	REFERÊNCIAS	97

### 1 INTRODUÇÃO

A história dos átomos de Rydberg remonta ao início do século XX, quando o físico sueco Johannes Rydberg desenvolveu a chamada fórmula de Rydberg, em 1888. Esta fórmula foi uma generalização da fórmula empírica de Balmer para descrever as linhas espectrais do hidrogênio (1). Posteriormente, em 1909, o físico alemão Arnold Sommerfeld refinou a fórmula de Rydberg para incluir órbitas elípticas, levando ao desenvolvimento da teoria dos átomos de Rydberg (2–4). No entanto, a verdadeira revolução na compreensão dos átomos de Rydberg ocorreu com o avanço da física quântica. Niels Bohr, em 1913 (5), propôs o modelo de átomo com órbitas quantizadas, onde os elétrons podem saltar entre órbitas discretas. Esta teoria foi fundamental para explicar as séries espectrais dos átomos de hidrogênio e foi posteriormente estendida para os átomos de Rydberg.

A observação experimental dos átomos de Rydberg em laboratório começou a ganhar destaque na década de 1970, graças aos avanços na técnica experimental. A capacidade de criar e manipular átomos de Rydberg em estados altamente excitados, por meio do desenvolvimento dos lasers sintonizáveis, permitiu uma série de experimentos inovadores. A técnica de resfriamento a laser (6), desenvolvida nas últimas décadas, também contribuiu significativamente para estudar átomos de Rydberg em condições controladas (7).

Os átomos de Rydberg encontraram uma ampla gama de aplicações em diversas áreas da física e tecnologia, proporcionando uma janela fascinante para explorar fenômenos e tecnologias quânticas (8). Suas enormes escalas de energia e tamanho abrem caminho para efeitos quânticos exuberantes, como a interação de longo alcance entre átomos (9,10), a formação de estados coerentes (11–13) e a sensibilidade extrema a campos eletromagnéticos. Essas características os tornam ferramentas poderosas para investigar a mecânica quântica em regimes incomuns e testar as leis fundamentais da física. Além de sua relevância teórica, os átomos de Rydberg têm aplicações práticas surpreendentes. Eles podem ser usados para construir sistemas quânticos de informação, como qubits altamente coerentes, que são essenciais para a computação quântica e criptografia quântica (14–19). Além disso, sua sensibilidade extrema a campos elétricos e magnéticos torna-os excelentes detectores para medições precisas dos primeiros e imageamento dos últimos (20–27).

Para serem usados como detectores, é preciso aliar as características únicas dos átomos de Rydberg à interação com a luz. A combinação destes átomos com o fenômeno óptico chamado de transparência eletromagneticamente induzida (em inglês, *Electromagnetically Induced Transparency* – EIT) é particularmente atraente para tecnologias quânticas (28). A EIT é um fenômeno não-linear oriundo da interação dos campos eletromagnéticos com um meio atômico. Em suma, é um fenômeno de interferência quântica usado para modificar a resposta ótica de um meio atômico a um campo de laser ressonante, tornando

o meio, outrora opaco, transparente na presença de um segundo feixe de laser, também ressonante e forte, reduzindo a velocidade de propagação da luz no meio (efeito de luz lenta) (29–31). Foi observado pela primeira vez em 1991 (32) em vapor de estrôncio e, desde então, a extensa lista de trabalhos usando a EIT como principal tópico estudado, ou como técnica, só cresce.

Os sistemas atômicos de três níveis são os mais simples onde podemos observar a EIT. Eles consistem de um nível de energia fundamental e dois excitados que estão em ressonância com dois feixes de luz. A EIT ocorre quando o feixe de luz que denominamos controle é forte o suficiente para induzir a transparência do feixe que denominamos prova. Nestas condições, observa-se uma janela de transmissão deste feixe de prova. No entanto, quando a intensidade do feixe de controle é muito alta, outro fenômeno interessante passa a ocorrer, que é o efeito Autler-Townes (AT) (33–35). Neste caso, a janela de transmissão passa a apresentar dois picos cuja separação é diretamente proporcional ao campo elétrico do feixe de controle.

Já a EIT em sistemas atômicos de quatro níveis, sendo os últimos dois níveis de Rydberg, tem sido utilizada para medir campos de microondas com grande precisão em configurações compactas como células de vapor (20, 21, 23, 36–42). Nestes sistemas, a microondas é aplicada conectando os dois níveis de Rydberg e o efeito AT causa uma separação no pico de transmissão que é proporcional à amplitude do campo elétrico da microondas, sendo, portanto, uma medida rastreável ao Sistema Internacional de Unidades (SI) (23).

Embora a sensibilidade da EIT com átomos de Rydberg tenha trazido melhorias significativas, ainda existem algumas limitações. A separação dos picos causada pelo efeito AT estabelece um limite para a medição de campos elétricos de microondas baixos, que é determinado pela largura de linha da EIT (43). No entanto, ao observar a diminuição da transparência do feixe de prova nas proximidades da ressonância EIT de Rydberg, a menor intensidade de campo elétrico de microondas medida até o momento foi de 8  $\mu$ V/cm (20) em células de vapor. Este método alcança grande sensibilidade, mas requer a comparação de duas medições de transmitância com e sem campos de microondas. Um outro método envolvendo o espectro do laser de prova em condição de EIT-AT em células de vapor em temperatura ambiente foi proposto. Ele envolve modulação da amplitude do campo de micro-ondas (42) e atingiu a intensidade mínima detectável de campo elétrico de 430 $\mu$ V/cm. Portanto, é oportuno desenvolver técnicas para medir pequenos campos de microondas.

Nesta tese, exploramos o efeito de espectroscopia por polarização (em inglês *Polarization Spectroscopy* - PS) (44), que consiste em analisar o espectro da luz do feixe de prova para diferentes polarizações, e mostramos que tal espectro nos permite estender a região mensurável do campo elétrico. Assim, obtemos uma precisão maior do que a

medida do espectro de EIT-AT simples oferece. A esta medida utilizando PS em átomos de Rydberg sob efeito EIT-AT damos o nome de PSEIT-AT.

Também, ao empregar a interação de átomos de Rydberg em EIT com campos de microondas, medimos com precisão as frequências de transição da série  $nD_{5/2}$  para as séries  $P_{3/2}$  e  $F_{7/2}$ . Ao obter essas medições precisas e ao combinar esses resultados com os defeitos quânticos (que são irregularidades em sistemas físicos devidas a flutuações quânticas durante processos de formação ou interações) medidos por diferentes grupos de pesquisa, podemos comparar as diferenças nas frequências de transição entre os estados  $P \in F$ . Isso nos permite validar e selecionar os valores mais apropriados para os defeitos quânticos. Dado o papel fundamental que o conhecimento preciso dos defeitos quânticos desempenha em diversas áreas que exploram tecnologias quânticas e que dependem de informações precisas sobre as propriedades dos átomos, essas medições desempenham um papel valioso ao ajudar na seleção dos valores ideais a serem utilizados.

Este trabalho é estruturado da seguinte maneira: no capítulo 2 introduzimos a EIT, os átomos de Rydberg e suas principais propriedades e os experimentos e resultados já estabelecidos nas áreas que serão abordadas nesta tese. No capítulo 3, detalhamos as montagens experimentais utilizadas ao longo da tese. No Capítulo 4, apresentamos os resultados experimentais obtidos no experimento de EIT em célula de Rubídio com feixes Gaussiano e Laguerre-Gauss, assim como a teoria por trás do experimento. No capítulo 5, apresentamos os resultados experimentais da medição de campos de microondas, juntamente com os modelos teóricos correspondentes. No capítulo 6, apresentamos os resultados experimentais das medição entre os estados  $nD_{5/2} \rightarrow (n+2)P_{3/2}$  e  $nD_{5/2} \rightarrow (n-2)F_{7/2}$ , para 40 < n < 47. Por fim, no capítulo 7, abordamos os principais resultados obtidos, conclusões e perspectivas futuras.

### 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, realizamos uma revisão bibliográfica sobre a transparência eletromagneticamente induzida e os átomos de Rydberg, áreas que são uma base fundamental desta tese. Fazemos um resumo histórico de cada uma dessas áreas, destacando conceitos importantes e alguns trabalhos já desenvolvidos. Essa revisão é essencial para fornecer uma base sólida de conhecimento sobre o assunto, entender as principais abordagens adotadas e identificar lacunas ou oportunidades de pesquisa.

### 2.1 Transparência eletromagneticamente induzida

Nos últimos anos, o fenômeno da EIT emergiu como uma área de intensa pesquisa no campo da ótica quântica. Este fenômeno intrincado descreve um estado peculiar em que um meio atômico ou molecular torna-se quase completamente transparente para uma determinada faixa de frequências de luz, enquanto outras frequências adjacentes continuam sendo absorvidas. A EIT é um exemplo notável de controle coerente de estados quânticos (45, 46), onde a interação sutil entre campos eletromagnéticos e átomos em um meio condiciona drasticamente as propriedades óticas desse meio.

Os fundamentos teóricos da EIT estão profundamente enraizados na teoria quântica da matéria, especialmente nas interações entre átomos e campos eletromagnéticos. A EIT é, essencialmente, um resultado da interferência construtiva e destrutiva de diferentes caminhos quânticos que um átomo pode seguir durante a interação com a luz (31). Apesar de ser um fenômeno quântico, a EIT pode ser explicada classicamente usando um análogo de osciladores harmônicos interferentes (47,48), o que é muito útil para uma compreensão do fenômeno baseada em sistemas acessíveis no dia-a-dia.

As primeiras observações experimentais do fenômeno da EIT ocorreram nas últimas décadas do século XX (32). A tecnologia a laser avançada e a capacidade de manipular átomos em estados altamente controlados foram essenciais para essas observações. Os primeiros experimentos destacaram a sensibilidade extrema da EIT às condições experimentais, como a intensidade e polarização da luz, bem como a densidade do meio atômico.

A descoberta e compreensão da EIT abriram as portas para uma série de aplicações inovadoras. Desde relógios atômicos precisos (49,50) a ferramentas de informação quântica (51–54), a EIT tem sido um fenômeno crucial em diversas áreas da física e da tecnologia. Mais especificamente, seu uso em eletrometria de microondas de grande precisão tem se mostrado muito frutífero (20,21,23,36–42), mas ainda aberto a aprimoramentos e novas descobertas. A EIT representa não apenas uma conquista científica notável, mas também uma janela para um futuro de descobertas e inovações. À medida que a pesquisa continua a desvendar os segredos da EIT e suas aplicações práticas se expandem, torna-se evidente que este fenômeno continuará a desempenhar um papel fundamental no avanço da ciência e da tecnologia óptica. Sua capacidade de manipular estados quânticos com precisão e eficiência promete uma revolução em campos tão diversos quanto computação quântica, comunicações seguras e sensoriamento de alta precisão. Assim, a EIT representa um dos marcos mais significativos na história da ótica quântica, moldando o futuro do nosso entendimento do mundo quântico e das tecnologias que dele emergem.

### 2.2 Átomos de Rydberg

Átomos de Rydberg são átomos excitados em um estado de alta energia, com um elétron orbitando em um nível muito afastado do núcleo atômico. Esses átomos apresentam características únicas, como níveis de energia altamente discretos e interações fortes entre partículas. Devido a essas propriedades, os átomos de Rydberg têm sido amplamente explorados em várias áreas da física, incluindo a manipulação quântica de informações (55), estudos de colisões atômicas (56) e detecção de campos elétricos de alta precisão (57). Neste trabalho, átomos de Rydberg de números quânticos n elevados (n = 41, 42, ..., 46 e 68) são utilizados em rubídio 85 (<sup>85</sup>Rb). Portanto, nesta seção, exploraremos suas propriedades.

### 2.2.1 Propriedades gerais

Os átomos de Rydberg, uma classe especial de átomos altamente excitados, desempenham um papel fundamental na física atômica e molecular, abrindo portas para uma compreensão mais profunda das propriedades quânticas e fenômenos fundamentais. Sua história remonta ao início do século XX, quando o físico sueco Johannes Rydberg desenvolveu uma relação empírica que descrevia os espectros de hidrogênio. Para o caso de átomos semelhantes, os átomos alcalinos, que são os comumente utilizados, as energias são dadas pela fórmula de Rydberg (58):

$$E_n = \frac{-Ry}{(n - \delta_{nlj})^2} = \frac{-Ry}{n^{*2}},$$
(2.1)

onde n é o número quântico principal, inteiro;  $\delta_{nlj}$  é o defeito quântico, que vem da interação do elétron com outros elétrons e o núcleo, quando ele passa próximo a este; e Ryé uma constante que para o átomo de rubídio vale Ry = 109736.605 cm<sup>-1</sup> (3).

A descoberta dos átomos de Rydberg trouxe à luz propriedades surpreendentes e intrigantes. Esses átomos são caracterizados por uma eletrosfera fortemente expandida, resultante do elevado nível de excitação eletrônica. À medida que um elétron se move para órbitas mais afastadas do núcleo, a energia e o tamanho da eletrosfera aumentam drasticamente. Isso resulta em propriedades únicas, como altos raios orbitais e, portanto, altos momentos de dipolo, que escalam com  $n^2$ , altas energias de ionização e fortes interações elétron-elétron, como mostra a tabela 1, que lista as principais propriedades dos átomos de Rydberg e suas leis de escala com o número quântico principal.

Quantidade	Lei de escala	Ref.
Raio	$n^2$	(3)
Dipolo de transição	$n^2$	(3)
Energia de ligação	$n^{-2}$	(3)
Polarizabilidade	$n^7$	(3)
Interações dipolo-dipolo	$n^4$	(55)
Interações de van der Waals	$n^{11}$	(55)
Tempos de vida	$n^3$	(3)

Tabela 1 – Tabela de leis de escala para átomos de Rydberg alcalinos.

Fonte: Elaborada pela autora.

Outra característica distintiva dos átomos de Rydberg é seu longo tempo de vida, que escala com  $n^3$ . Devido à sua alta energia eletrostática, os elétrons nos estados de Rydberg têm uma probabilidade significativamente menor de colidir com o núcleo ou outros elétrons, resultando em tempos de vida mais longos. Essa longa vida é fundamental para experimentos que requerem manipulação e estudo detalhado dos estados quânticos (55).

No entanto, para os experimentos que serão mostrados nesta tese, concentrarnos-emos em algumas propriedades dos átomos de Rydberg, que são: energias e defeitos quânticos, momentos de dipolo e sua interação com luz que carrega um momento angular intrínseco, como os feixes Laguerre-Gauss.

#### 2.2.2 Defeitos quânticos

As medidas de defeitos quânticos são uma técnica experimental que envolvem medições da frequência de transição de um átomo quando este é excitado de um estado a outro. Essas frequências, para os átomos de Rydberg, podem ser calculadas de acordo com a fórmula (3):

$$\nu_{nn'} = Ry \left( \frac{1}{(n-\delta_n)^2} - \frac{1}{(n'-\delta_{n'})^2} \right) c, \qquad (2.2)$$

onde Ry é a constante de Rydberg já citada, c é a velocidade da luz, e  $\delta_n$  e  $\delta_{n'}$  são os defeitos quânticos dos estados inicial e final, respectivamente. Tais defeitos quânticos podem ser aproximados pelos coeficientes de Rydberg-Ritz modificados, para n > 20 (59–62):

$$\delta_n \approx \delta_0 + \frac{\delta_2}{(n - \delta_0)^2},\tag{2.3}$$

sendo  $\delta_0 \in \delta_2$  as constantes de defeito quântico.

Defeitos quânticos medidos com grande precisão fornecem uma base teórica para prever as propriedades de estados altamente excitados como, por exemplo, os momentos de dipolo, pois eles afetam as funções de onda dos átomos de Rydberg. A figura 1 mostra como ficam os níveis de energia (calculados teoricamente (63)) para diferentes valores do número quântico l (estados S, P, D e F) do átomo de Rubídio com níveis de energia variando de n = 5 até n = 60. Pode-se notar como muda a distribuição dos valores de energia para os diferentes estados, o que é um efeito causado pelos defeitos quânticos, cujos valores estão mostrados na figura 2 e demonstram que, conforme l aumenta, os defeitos quânticos diminuem.

Diversos grupos experimentais já realizaram medidas de defeitos quânticos, sempre em busca de melhorar a precisão dos mesmos e obter os valores mais adequados. Gallagher *et al* contribuíram grandemente para este campo com medidas das séries nS,  $nP \in nD$  (61), e com medidas da série nF (64), ambas para <sup>85</sup>Rb usando uma armadilha magneto-óptica e excitações de três fótons, aplicando campos microondas para atingir o estado final desejado, que melhoraram em uma ordem de grandeza o valor dos defeitos quânticos. Seus valores são utilizados no pacote Python Arc : Alcaly Rydberg Atoms (63) e também por outros grupos (65) para comparação.



Figura 1 – Energia (em eV) como função dos estados em um átomo de  $^{85}{\rm Rb}$  para n=5,...,60.

Fonte: Elaborada pela autora.



Figura 2 – Defeitos quânticos teóricos para o átomo de  $^{85}{\rm Rb}$  para diferentes valores de n e de l.

Fonte: Elaborada pela autora.

Sanguinetti *et al* fizeram medidas de precisão para o <sup>85</sup>Rb em células de vapor das séries  $nP_{3/2}$  (66) e  $nF_{7/2}$  (67), usando excitações óticas de três fótons até os estados finais. Estes trabalhos foram pioneiros nas medidas absolutas de energia para estes estados utilizando excitações ópticas. Mais recentemente, Li *et al* também fizeram medidas para as séries  $nP_{3/2}$  e  $nF_{7/2}$ , em células de vapor de <sup>85</sup>Rb, utilizando espectroscopia com EIT assistida por microondas (65), com as frequências de transição sendo obtidas pela extrapolação precisa dos desvios de frequência para um campo de microondas zero.

A medição precisa de defeitos quânticos é, portanto, de extrema importância para não apenas validar as teorias existentes, mas também para refiná-las. A precisão nas previsões teóricas é crucial para calcular os momentos de dipolo com alta confiabilidade.

### 2.2.3 Momentos de dipolo

O momento de dipolo é uma medida da separação de carga elétrica dentro de uma molécula ou átomo. Em termos simples, ele representa a magnitude do desequilíbrio de carga elétrica entre duas extremidades opostas de uma estrutura, criando um dipolo elétrico. Nos átomos de Rydberg, os momentos de dipolo assumem importância especial devido à distribuição altamente excêntrica dos elétrons longe do núcleo atômico. À medida que o átomo é excitado para um estado de Rydberg, os elétrons orbitam em órbitas extremamente distantes do núcleo, criando um momento de dipolo significativo que, conforme mostrado na tabela 1, escala com  $n^2$ .

Para calcular os momentos de dipolo  $\mu_{ij}$  das transições  $i \to j$ , onde j seriam níveis de Rydberg, é preciso das funções de onda destes estados, que são obtidas resolvendo-se a equação de Schroedinger:

$$\left(-\frac{1}{2}\nabla^2 - V(r)\right)\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}),\tag{2.4}$$

onde V(r) é um potencial central. Esta equação pode ser separada em suas partes angular e radial e resolvida independentemente para cada uma delas, resultando em uma função de onda do tipo  $\Psi(\mathbf{r}) = R_{n,L}(r)Y_{L,m}(\theta, \phi)$ . O momento de dipolo também pode ser dividido em uma parte radial e outra angular, da forma  $\mu_{ij} = \mu_{rad,ij} \times \mu_{ang,ij}$ , e cada parte depende da função de onda equivalente. Como a função de onda e as autoenergias dependem do número quântico n o qual, por sua vez, depende do defeito quântico, o momento de dipolo também será alterado pelo defeito quântico.

Os momentos de dipolo são cruciais para medidas de campos microondas utilizando EIT. Nestas medidas, o efeito que a microondas causa no sinal de EIT depende fortemente do acoplamento do átomo com seu campo elétrico, que é determinado pela frequência de Rabi da transição,  $\Omega_{MW} = \mu_{MW} E/\hbar$ . Por esta relação, fica claro que, quanto maior o momento de dipolo da transição, maior é o acoplamento. Desta forma, átomos de Rydberg são excelentes sistemas para se medir campos microondas. Nesta área, diversos estudos já mostraram quão viáveis e precisos esses sistemas são (8,20–22,24,68,69). Por exemplo, em 2012, Sedlaceck et al (20) mostraram que, utilizando uma montagem simples que consistia em uma célula de vapor de rubídio à temperatura ambiente, onde três campos elétricos (prova, controle e microondas) interagem, na condição de EIT sob efeito Autler-Townes, é possível medir campos microondas de intensidades tão baixas quanto 8  $\mu$ V/cm, algo superior ao que outras técnicas de eletrometria com antenas eram capazes de medir (70,71). Este método altamente sensível perturba minimamente o campo elétrico de microondas, sendo, além disso, uma medida direta deste campo rastreável ao Sistema Internacional de Unidades (SI), pois depende apenas da constante de Planck e do momento de dipolo da transição de Rydberg considerada. Essa montagem compacta foi ainda modificada, em 2013, de modo a capacitá-la para medidas não só de amplitude do campo elétrico de microondas, como também de polarização do mesmo (21), demonstrando a grande sensibilidade e utilidade dos átomos de Rydberg como sensores.

Os trabalhos pioneiros supracitados de eletrometria de microondas com átomos de Rydberg abriram as portas para outros, como os trabalhos de Meyer *et al* (72–74). Em 2018, os autores demonstraram que esse sistema, além de ser compacto e muito sensível aos campos de microondas em uma larga faixa do espectro (100 MHz a mais de 1 THz), pode ser implementado como uma "antena" receptora de microondas com um protocolo digital de comunicação de 8 estados com chaveamento de fase e cuja capacidade de canal é limitada pelo ruído de fótons de até 8.2 Mbit/s (72). Já em 2019, eles demonstraram a sensibilidade do sistema a campos elétricos oscilantes (73), e em 2021, os autores apresentam uma análise
detalhada das limitações na sensibilidade dos sensores quânticos de três níveis baseados em EIT, estabelecendo os limites de desempenho e demonstrando que a EIT em escada não pode atingir o limite quântico padrão devido à perda de absorção inevitável nesse tipo de configuração (74). Assim, os trabalhos de Meyer *et al* não só demonstraram as vantagens dos átomos de Rydberg à temperatura ambiente em condição de EIT como sensores de microondas, como também mostraram claramente as limitações que este sistema possui.

### 2.2.4 Interação com luz contendo momento angular orbital

Outra área bastante promissora é a da interação de átomos de Rydberg com feixes de luz que contenham momento angular orbital (em inglês, Orbital Angular Momentum -OAM) intrínseco, os chamados feixes Laguerre-Gauss (LG). Tais feixes carregam um OAM de  $l\hbar$  por fóton (75, 76) e possuem aplicações em criptografia quântica (77), memórias quânticas (78), codificação de informação quântica (79) e computação quântica no geral (16). Em 2016, Rodrigues et al fizeram um estudo teórico da excitação de estados de Rydberg usando fótons com OAM. Os autores demonstraram que, em uma configuração geométrica específica, é possível transferir Momento Angular Orbital (OAM) para os graus de liberdade internos dos átomos, violando as regras de seleção dipolar convencionais. Utilizando a teoria da perturbação para calcular a força de acoplamento radial entre o estado fundamental e um estado de Rydberg com alta ordem angular, os autores revelaram que essa força de acoplamento está intrinsecamente ligada à estrutura espacial do feixe Laguerre-Gauss (LG) e ao número de unidades de OAM transportado pelo feixe. Além disso, eles exploraram a generalização do acoplamento de momento angular para incluir os efeitos da divisão fina e hiperfina, evidenciando que essas divisões podem ter um impacto significativo na força de acoplamento e na posição dos estados de Rydberg resultantes. Como conclusão, Rodrigues et al afirmam que essa abordagem inovadora pode ser eficientemente empregada para excitar estados de Rydberg com alta ordem angular de forma precisa e controlada. Essa descoberta abre novas possibilidades em várias áreas, incluindo física atômica, fotônica quântica e computação quântica, indicando um avanço promissor no campo da manipulação de estados de átomos de Rydberg.

Podemos ainda citar a interação de átomos de Rydberg com feixes LG sob o regime de EIT. Nesta condições, o feixe LG é utilizado como feixe de controle e foi demonstrado que, quando comparado a um feixe de controle no modo Gaussiano, o modo LG diminui a largura à meia altura do sinal de transmissão de EIT (80–84), como consequência da distribuição espacial do seu perfil de intensidade. Esta diminuição da largura do sinal de EIT pode ter diversas aplicações como, por exemplo, em memórias quânticas (85–87), devido ao fato de que larguras menores do sinal de EIT implicam em menores velocidades de grupo da luz no meio questão (81,88).

# **3 MONTAGEM EXPERIMENTAL**

Neste capítulo, apresentamos e descrevemos todo o aparato experimental e as técnicas utilizadas para a observação e medida do efeito de EIT na célula de Rb. Inicialmente, na seção 3.1, descrevemos o aparato experimental utilizado para medir perfis de transmissão em EIT para os feixes Gaussiano e Laguerre-Gauss (LG). Na seção 3.2, descrevemos as modificações que foram introduzidas para incluir um campo microondas ( $\approx 12 \text{ GHz}$ ) e uma lente cilíndrica para o mesmo. Esta montagem nos permite medir a amplitude do campo elétrico de microondas com grande precisão. Por fim, na seção 3.3, a montagem é modificada para incluir uma fonte microondas no intervalo de 50-75 GHz, a qual realizará as transições entre os estados  $nD_{5/2} \rightarrow nP_{3/2}$  e  $nD_{5/2} \rightarrow nF_{7/2}$ , para 40 < n < 47.

## 3.1 Átomos de Rydberg em EIT com feixes Gaussiano e LG

O primeiro experimento, cuja montagem serve de base para os demais experimentos realizados, considera os níveis de energia mostrados na figura 3, e a montagem experimental da figura 4. Nesta montagem, temos uma célula de vapor comercial de Rb a uma temperatura de 20°C, de l = 7.5 cm de comprimento, por onde os feixes de prova (vermelho) e controle (azul) contrapropagam. O feixe de prova é linearmente polarizado e focalizado no centro da célula, com uma cintura  $w_{0,p} = 170 \ \mu \text{m}$  (comprimento de Rayleigh  $z_R \approx 116$ mm). Após sair da célula, passa por um espelho dicróico, uma lâmina de meia onda retardadora de cristal líquido (LCR, modelo Thorlabs LCC1111-B) e um cubo polarizador (PBS). O cubo o decompõe em dois feixes linearmente polarizados ortogonais, que são, por sua vez, enviados a dois fotodetectores DET1 e DET2. O uso de apenas um detetor fornece o sinal de transmissão, enquanto que o uso de ambos fornece o sinal dispersão. Um dos fotodetectores gera sinal positivo enquanto o outro gera sinal negativo. O feixe de controle passa por uma lâmina de quarto de onda ( $\lambda/4$ ) antes de entrar na célula, tornando-se circularmente polarizado, sendo focalizado na mesma posição do feixe de prova, com uma cintura  $w_{0,c} = 190 \ \mu \text{m}$  (comprimento de Rayleigh  $z_R \approx 236 \text{ mm}$ ), tanto para o modo Gaussiano como para o modo  $LG_0^1$ . Este último é obtido com o uso de uma placa retardadora de meia onda de vórtice de ordem zero (WPV10-480, da Thorlabs).

Para realizar a medida do sinal de dispersão, utilizamos a técnica de espectroscopia não-linear por polarização (44). Esta técnica consiste em medir a diferença entre os dois sinais gerados pelo PBS e detectados em cada um dos detectores. Na ausência do feixe de controle, estes dois sinais são iguais e sua diferença é zero. Porém, a presença do feixe de controle com polarização circular gera uma anisotropia no meio atômico tornando-o birrefringente e, desta forma, passa a existir uma diferença de fase entre os dois sinais, o que resulta em um sinal de dispersão.



Figura 3 – Níveis de energia do átomo de <sup>85</sup>*Rb*. Os feixes de prova e de controle são representados, respectivamente, pelas flechas vermelha e azul, com suas correspondentes frequências de Rabi e dessintonias. A taxa de decaimento do estado  $|2\rangle \in \Gamma_p$ .

Fonte: Elaborada pela autora.



Figura 4 – Esquema do aparato experimental utilizado para detectar o sinal de EIT. Os feixes de prova e de controle entram na célula contrapropagantes. O feixe de prova passa por um retardador de cristal líquido (LCR) e é dividido em dois feixes pelo cubo polarizador (PBS), formando o sinal de dispersão. O feixe de controle passa pela lâmina de quarto de onda ( $\lambda/4$ ) e, quando no modo LG, pela placa retardadora de meia onda de vórtice de ordem zero (WPV), sendo refletido por um espelho dicróico para dentro da célula.

Neste ponto, é importante ressaltar que trabalharemos com o isótopo  $^{85}Rb$ , cuja estrutura hiperfina está mostrada na figura 5. Vale notar que a estrutura hiperfina do estado de Rydberg é desprezível. Além disso, a escolha de isótopo é arbitrária, pois o outro isótopo também poderia ser utilizado.



Figura 5 – Diagrama de energia mostrando a estrutura hiperfina do  $^{85}Rb$  e as transições varridas pelos feixes de prova a 780 nm e controle a 480 nm.

Fonte: Elaborada pela autora.

O feixe de prova varre a transição  $5S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 5P_{3/2}(F' = 4)$  do <sup>85</sup>Rb em 780 nm, com uma potência de incidência na célula de 3.5  $\mu$ W, uma largura de linha  $\gamma_p \approx 1$ MHz e dessintonia  $\Delta_p$ . Este feixe é gerado por um laser de diodo, modelo DL100 da Toptica. Para monitorar a frequência do laser de prova, utilizamos uma CoSy (*Compact Saturation Spectroscopy*, TEM Messtechnik GmbH), a qual consiste de um módulo compacto para geração de espectro de absorção livre de efeito Doppler. Quanto ao feixe de controle, para este experimento ele é estabilizado por meio do uso do medidor de comprimento de onda WS7 da High-finesse, na transição  $5P_{3/2}(F' = 4) \rightarrow 40D_{5/2}$  em 480 nm, com uma potência de saída da fibra de 60 mW e dessintonia  $\Delta_c$ . Para a geração deste feixe de 480 nm, utilizamos o laser DLPRO100 da Toptica de 960 nm e com largura de linha de aproximadamente 500 kHz e, por meio da geração de segundo harmônico em uma cavidade ótica, obtemos o laser de 480 nm com uma largura de linha  $\gamma_c \approx 1$  MHz, que é modulado por um modulador acusto-óptico (AOM) na taxa de 4 kHz. Maiores detalhes sobre essa fonte de luz podem ser obtidos na tese de doutorado de Kondo (89).

O sinal proveniente dos fotodetectores é processado por um amplificador lockin e adquirido por meio de um programa de LabView. Esse programa envia uma rampa de tensão ao laser de prova, de modo que ele faça a varredura na transição desejada. O programa então lê o sinal do amplificador *lock-in*, que é o sinal amplificado dos fotodetectores da transmissão do feixe de prova, e o espectro de absorção saturada do <sup>85</sup>*Rb*, da CoSy. O espectro de absorção saturada é utilizado como calibração da escala de tensão para a escala de frequência, conforme mostra a figura 6.

O primeiro passo do experimento consiste em obter o sinal de transmissão que surge no espectro de absorção do  ${}^{85}Rb$  quando a EIT é atingida. Este sinal foi adquirido direcionando o feixe de prova após a célula para um dos fotodetectores, colocando-se a saída do mesmo no osciloscópio e, por ser um sinal muito pequeno, na escala de 10 mV, torna-se necessário, para alcançar melhores resultados e aumentar a relação sinal-ruído, modular o feixe de controle a uma taxa de 4KHz e colocar o sinal dos fotodetectores em um amplificador *lock-in*. Uma vez obtida a janela de transmissão que indica a EIT, prosseguimos com a medida dos sinais de transmissão e de PS do feixe de prova.



Figura 6 – Espectro de absorção saturada do  ${}^{85}Rb$  evidenciando a separação entre os estados hiperfinos do estado  $5P_{3/2}$  usado para a calibração do eixo das frequências. Os números 2, 3, e 4 indicam as transições para os estados F' do nível  $5P_{3/2}$ .

# 3.2 Átomos de Rydberg em EIT para medir campos microondas

Neste experimento, a montagem da figura 4 é modificada de modo a incluir a fonte e a lente de microondas que serão utilizadas, resultando na montagem experimental esquematizada na figura 7. A figura 8 mostra os níveis de energia considerados no experimento.



Figura 7 – Esquema da configuração experimental: os feixes de prova e de controle contrapropagam dentro da célula de vapor de rubídio sob a influência de um campo microondas na antena de MW. O feixe de prova passa por um retardador de cristal líquido (LCR), por um cubo divisor de feixe (PBS), sendo detectado nos fotodetectores DET1 e DET2. O feixe de controle passa por uma lâmina de quarto de onda ( $\lambda/4$ ), sendo refletido pelo espelho dicróico para dentro da célula.

Fonte: Elaborada pela autora.

Os lasers de prova (linha vermelha) e controle (linha azul) contrapropagam na célula e um espelho dicróico é usado para separá-los e analisar o feixe de prova. Ambos os feixes são filtrados espacialmente usando fibras óticas monomodo para obter um feixe Gaussiano, e são focalizados no centro da célula, que não é blindada magneticamente e, portanto, está sujeita à interferência de campos magnéticos externos que podem contribuir com pequenos erros na medida. O laser de prova neste experimento tem uma potência



Figura 8 – Níveis de energia considerados. O feixe de prova acopla os níveis  $5S_{1/2} - 5P_{3/2}$ ; o de controle, os níveis  $5P_{3/2} - 68S_{1/2}$ ; a microondas, os níveis  $68S_{1/2} - 68P_{3/2}$ .

Fonte: Elaborada pela autora.

total de 3.5  $\mu$ W com a mesma cintura de 170 ± 5  $\mu$ m, o que corresponde a uma frequência de Rabi calculada  $\Omega_p/2\pi = 7.4$  MHz. O laser de prova neste experimento é travado em uma cavidade ótica na transição  $5S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 5P_{3/2}(F' = 4)$  do <sup>85</sup>Rb, com uma largura de linha abaixo de 0.1 MHz a 780 nm. O laser de controle tem uma potência de 36 mW com a mesma cintura de 190 ± 5  $\mu$ m e uma freqüência de Rabi calculada  $\Omega_c/2\pi = 3.56$ MHz, sendo varrido na transição  $5P_{3/2}(F' = 4) \rightarrow 68S_{1/2}(F'' = 3)$ . Um gerador de sinal de microondas SynthHD Dual Channel (Windfreak Technologies) alimenta uma antena, gerando um campo que acopla a transição  $68S_{1/2} \rightarrow 68P_{3/2}$  a 11.6612 ± 0.0001 GHz, e cuja potência pode ser variada de -60 a -7 dBm. A antena de microondas modelo PE9856B/SF-15 (Pasternack) é colocada a 82 cm da célula de vapor, para garantir que uma onda plana chegue na célula. Quando a lente cilíndrica de microondas é usada, ela é colocada entre a antena de microondas e a célula de vapor, a 27 cm da última. Após o espelho dicróico, o feixe de prova passa pelo LCR, é decomposto pelo PBS e cada feixe é detectado por um fotodetector (DET1 e DET2).

A lente cilíndrica foi fabricada por Vinícius Pepino, aluno de doutorado da engenharia elétrica da EESC. A lente foi construída em uma impressora tridimensional (3D) de modelagem por deposição fundida (FDM) com plástico de ácido polilático (PLA), semelhante a outras metalentes impressas em 3D e lentes *bulk* (90) com diferentes porcentagens de preenchimento. A permissividade relativa do PLA medida é  $\epsilon_r = 2.8 - i0.017$  a 11.66 GHz (91). Optamos por um design de lente *bulk* cilíndrica, uma vez que o comprimento de onda grande da microondas requer uma metalente muito espessa para alcançar o controle completo de fase da frente de onda. Além disso, como o padrão de preenchimento geralmente é muito menor que o comprimento de onda, ele pode ser tratado como um meio efetivo cuja permissividade efetiva  $\epsilon_{eff}$  é escrita da seguinte forma (92):

$$\varepsilon_{eff} = 1 + k_f(\varepsilon_r - 1), \tag{3.1}$$

onde  $k_f$  é a porcentagem de preenchimento. Como resultado, a permissividade efetiva é  $\varepsilon_{eff} = 2.26 - i0.012$ , correspondendo a um índice de refração efetivo n = 1.5 - i0.004. Os raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$  da lente, assumindo uma distância focal f = 20 cm, são calculados da seguinte forma (93):

$$f = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{3.2}$$

resultando em  $R_1 = 2.51$  m, com  $R_2 \rightarrow \infty$  para uma lente plano-convexa. O desenho 3D da lente mostrado na figura 9, cujas dimensões são limitadas pela área máxima de impressão (17 x 17 cm), possui uma abertura numérica NA = 0.44. Assim, a largura total à meia altura (FWHM) do feixe focalizado é limitada pelo limite de difração de Abbe (94):

$$FWHM = \frac{\lambda}{2NA} = 2.92 \text{ cm.} \tag{3.3}$$



Figura 9 – Modelo 3D da lente cilíndrica de microondas (MW) de 17 x 17 cm com raio de curvatura de 2.5 m, abertura numérica de 0.44 e distância focal de 20 cm.

Fonte: Cedida por Vinícius Pepino.

A metalente é simulada utilizando-se um método de elementos finitos (COMSOL Multiphysics 6.1). Primeiro, excitamos a lente com uma onda plana e a propagamos por 5 cm. A seguir, usamos o formalismo de espectro angular (ASF) (93) para propagar a onda difratada por distâncias maiores para reduzir o custo computacional. O ASF utiliza algoritmos de transformada de Fourier para calcular a onda difratada, produzindo resultados precisos para a propagação de frentes de onda arbitrárias através de meios homogêneos. A figura 10 mostra o perfil do campo elétrico 3D normalizado da lente cilíndrica (oculto para x > 0 devido à simetria). A difração indesejada nas bordas superior e inferior da lente quebra a simetria cilíndrica do foco. Em z = 25.4 cm, onde o campo elétrico é máximo, o foco é elíptico causando flutuações indesejadas no campo ao longo dos átomos de Rydberg. Assim, optamos por trabalhar na distância onde a ondulação do campo é minimizada para  $\pm 5.1\%$  do seu valor médio, ou seja, em z = 18.9 cm (destacado por um plano cinza na figura 10), onde FWHM = 3.1 cm. Finalmente, o ganho fornecido pela lente (ou seja, a razão entre o campo integrado sobre os átomos de Rydberg com e sem a lente), de acordo com as simulações, é 2.55. Deve-se ressaltar que quando a lente é excitada por uma frente de onda não plana, sua distância focal aumenta devido à expansão da frente de onda, e o ganho resultante também aumenta. Isso ocorre porque a amplitude da frente de onda sem a lente é menor que a de uma onda plana, enquanto a amplitude com a lente é semelhante.



Figura 10 – Perfil do campo elétrico 3D da lente cilíndrica MW projetada quando excitada por uma onda plana. Em z = 18, 9 cm, o campo elétrico tem a menor flutuação ao longo da direção dos átomos de Rydberg (±5.1%) e aumenta o campo elétrico médio na região dos átomos em 2,55 vezes. Em z = 18.9 cm, a FWHM é 3.1 cm.

Fonte: Cedida por Vinícius Pepino.

Para detectar o sinal EIT-AT, os lasers de prova e controle são polarizados linearmente na direção x, enquanto que o campo elétrico de microondas é linearmente polarizado na direção z. Nesta situação, o laser de prova é detectado por um único detector. Para detectar o sinal PSEIT-AT, que é o sinal de EIT com Autler-Townes utilizando PS, os campos de prova e microondas continuam linearmente polarizados nas direções indicadas anteriormente, enquanto que o campo de controle é circularmente polarizado em torno do eixo z, o que gerará a anisotropia do meio e possibilitará a medida dispersiva. Neste caso, os sinais dos fotodetectores são subtraídos, resultando no sinal PS. Para aumentar a relação sinal-ruído, o feixe de controle é modulado a 4 kHz e o sinal detectado é processado por um amplificador *lock-in*.

Quando das medidas, aquisicionamos dois sinais: o sinal de EIT e o sinal da cavidade devido à varredura em frequência para o laser em 960 nm. Com este último, podemos fazer a conversão dos valores no eixo x, que são obtidos em unidades de tempo, para megahertz, uma vez que sabemos que os picos menores na figura 11 estão separados de 50 MHz. Mais detalhes sobre a cavidade ótica podem ser encontrados na dissertação de David Fernandez (95).



Figura 11 – Sinal da cavidade ótica para o laser de 960 nm.

# 3.3 Átomos de Rydberg em EIT para medir defeitos quânticos

O aparato experimental utilizado neste experimento está esquematizado na figura 12 a), enquanto que os níveis de energia envolvidos estão mostrados em 12 b).

O feixe de prova de 780 nm continua linearmente polarizado e é travado na cavidade ótica na transição  $5S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 5P_{3/2}(F' = 4)$ . O feixe de controle de 480 nm agora é linearmente polarizado e também é travado na cavidade ótica na transição  $5P_{3/2}(F' = 4) \rightarrow nD_{5/2}$ , onde 40 < n < 47, com a frequência ajustada para cada nível nD por meio do WS7. Os feixes possuem as cinturas e as potências especificadas na seção anterior. O sinal de EIT, agora, é detectado, após a célula, por apenas um fotodetector do mesmo modelo utilizado nos experimentos anteriores.

A microondas, gerada pelo gerador de sinal SynthHD Mini da Windfreak Technologies, é variada no intervalo de 6 a 9 GHz. Uma chave (modelo D1956, General Microwave) permite modularmos esse sinal em 1 kHz, que em seguida passa por um duplicador (modelo ZX90-2-24-S+, Minicircuits). O sinal duplicado é inserido em um quadruplicador (modelo 934VF-10/385, Mi-Wave), o qual é acoplado à uma corneta. O feixe de microondas propaga-se perpendicularmente à direção dos feixes de prova e controle e é varrido entre 50 e 75 GHz para realizar as transições  $nD_{5/2} \rightarrow (n+2)P_{3/2}$  e  $nD_{5/2} \rightarrow (n-2)F_{7/2}$ . Todo este procedimento é necessário para atingirmos a frequência de MW que será utilizada nos experimentos



Figura 12 – a) Esquema da montagem experimental da medição dos defeitos quânticos. b) Níveis de energia envolvidos neste experimento.

# 4 EIT ENVOLVENDO ÁTOMOS DE RYDBERG COM FEIXES GAUSSIANO E LAGUERRE-GAUSS

Neste capítulo, apresentamos os resultados experimentais obtidos no primeiro experimento descrito no capítulo anterior e o modelo teórico desenvolvido para fundamentar esses resultados. Na seção 4.1, temos os sinais de transmissão e de PS na EIT obtidos para os modos Gaussiano e LG do feixe de controle utilizados, comparando os sinais gerados por cada modo com os valores previstos pela teoria, oferecendo uma compreensão crítica das correspondências e discrepâncias observadas. Na seção 4.2, introduzimos os modos de propagação da luz utilizados, que são o Gaussiano e o LG, derivamos as equações para a interação átomo-campo e, por fim, utilizamos a teoria de EIT com três níveis de energia para derivar as curvas teóricas e obter suas larguras. Como mencionado da seção 2.2.4, este experimento assume uma importância significativa ao proporcionar uma redução na largura do sinal de EIT, que pode ter implicações inovadoras em áreas como comunicações ópticas, processamento de informação quântica e sensores de alta precisão.

#### 4.1 Resultados experimentais

A figura 13 mostra os sinais de transmissão e de PS do feixe de prova para um feixe de controle Gaussiano como função de  $\Delta_p$  para  $\Delta_c = 0$  e frequência de Rabi do feixe de controle  $\Omega_{c,0}/2\pi = 4.6$  MHz. A linha vermelha foi obtida usando um único fotodetector e corresponde à transmissão do feixe de prova, enquanto que a linha preta é o sinal PS obtido pela subtração dos sinais medidos em DET1 e DET2, como descrito no capítulo 3. A obtenção deste sinal de PS é uma técnica muito sensível livre de Doppler, que produz um perfil de absorção dispersivo com uma boa relação sinal-ruído. A largura  $\alpha_G$  mostrada na figura 13 é a largura dos sinais, que é obtida, para o sinal de EIT, por um ajuste de uma curva Lorentziana, e para o sinal de dispersão PS, definimos sua largura como a distância pico-vale, que é encontrada usando a função *scipy.signal argrelextrema* (96), que calcula o extremo relativo dos dados, retornando sua posição no eixo x e, portanto, não requer um ajuste de função para o cálculo de largura à meia altura.

Os resultados experimentais obtidos mostram que as medidas no modo LG apresentam um estreitamento na largura da curva em relação ao modo Gaussiano, tanto para a transmissão quanto para a dispersão, devido à dependência espacial do primeiro modo, que diminui a área de interação do feixe LG com os átomos. A figura 14 mostra esse estreitamento para o sinal PS com o controle nos modos Gaussiano (14 a)) e LG (14 b)). Para esta figura, os parâmetros experimentais são  $\Omega_{c,0} = 4.6$  MHz,  $\Delta_c = 0$ , densidade atômica  $N \approx 1 \times 10^{-10}$  cm<sup>3</sup>, resultando em larguras  $\alpha_G/2\pi = 4.3 \pm 0.2$  MHz e  $\alpha_{LG}/2\pi = 3.5 \pm 0.2$ MHz, para os modos Gaussiano e  $LG_0^1$ , respectivamente.



Figura 13 – Sinais de transmissão do feixe de prova com o feixe de controle no modo Gaussiano. A curva em vermelho é obtida com um único fotodetector, mostrando o perfil de transmissão Lorentziano da EIT. A curva em preto é obtida com a técnica PS. Os parâmetros experimentais são  $\Delta_c = 0$  e  $\Omega_{c,0}/2\pi = 4.6$  MHz.



Figura 14 – Sinal de PS experimental obtido como função de  $\Delta_p$  para: a) modo Gaussiano (linha verde) e b) modo  $LG_0^1$  (linha azul) do feixe de controle. Os parâmetros experimentais são  $\Omega_{c,0} = 4.6$  MHz,  $\Delta_c = 0$ ,  $N \approx 1 \times 10^{-10}$  cm<sup>3</sup>, resultando em larguras  $\alpha_G/2\pi = 4.3 \pm 0.2$  MHz e  $\alpha_{LG}/2\pi = 3.5 \pm 0.2$  MHz, o que mostra o estreitamento quando o controle está no modo  $LG_0^1$ .

A figura 15 a) mostra as medidas da largura do sinal PS realizadas para valores variáveis da frequência de Rabi do controle. Para ambos os modos, as larguras foram medidas pela distância pico-a-pico no eixo x como função destas frequências. O resultado evidencia não só a diminuição das larguras no modo LG, como também valores menores do que o tempo de vida do estado intermediário, que é de  $\approx 6$  MHz, o que é chamado de larguras subnaturais. Já a figura 15 b) mostra as razões  $\alpha_{LG}/\alpha_G$  para o experimento. Na próxima seção, mostraremos a teoria desenvolvida para este experimento.



Figura 15 – a) Valores experimentais de  $\alpha$  como função de  $\Omega_{c,0}$  para o modo Gaussiano (quadrados verdes) e  $LG_0^1$  (círculos azuis abertos). b)  $\alpha_{LG}/\alpha_G$  como função de  $\Omega_{c,0}$  para o experimento (triângulos cinzas). As linhas pontilhadas são apenas um guia ocular.

Fonte: Elaborada pela autora.

#### 4.2 Teoria: EIT com três níveis de energia

Como mencionado na seção 2.2.4, feixes LG são campos eletromagnéticos que carregam um momento angular orbital intrínseco e, dentre suas muitas utilidades, eles podem ser usados para estreitar perfis de transmissão de EIT (83). Para que possamos entender como se dá a interação do feixe LG com os átomos, precisamos descrever este modo de propagação da luz. Portanto, nesta seção, começamos por familiarizar o leitor com o modo LG e, em seguida, apresentamos a teoria da EIT.

## 4.2.1 Modos de propagação da luz

Consideremos um feixe de luz, o qual podemos descrever através dos seus campos elétrico  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  e magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  (as letras em negrito representam vetores). A propagação deste feixe ao longo de uma determinada direção é dada pelas variações de  $\mathbf{E} \in \mathbf{B}$  (ver figura 16), e as equações de Maxwell permitem chegar a uma equação de onda para a variação destes campos. Neste caso, estamos interessados no comportamento do campo elétrico, que pode ser obtido pela seguinte equação de onda:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = 0, \qquad (4.1)$$

onde  $\nabla^2$  é o Laplaciano. Para resolver esta equação, assumimos que o campo elétrico pode ser separado nas suas variáveis da forma  $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})T(t)$ , onde  $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$  é uma função da posição e T(t) é uma função do tempo. Esta separação de variáveis aplicada à Eq. 4.1 resulta em duas equações, uma para T(t):

$$\frac{d^2T}{dt^2} + \kappa^2 c^2 T = 0, (4.2)$$

que nos diz que a função T é do tipo  $T(t) \propto e^{-i\kappa ct}$ , e uma para a componente espacial

$$(\nabla^2 + \kappa^2)A = 0, \tag{4.3}$$

onde  $\kappa$  é uma constante. A Eq. 4.3 é a notória equação de Helmholtz, sendo ela nossa equação de interesse para descrever os modos de propagação da luz.



Figura 16 – Propagação de um campo eletromagnético na direção z, com o campo elétrico na direção x e campo magnético na direção y.

Fonte: Elaborada pela autora.

Para um campo elétrico propagando-se na direção z, um ansatz da forma  $\mathbf{A} = u(x, y, z)\hat{\mathbf{x}}e^{-i\kappa z}$  pode ser uma solução da equação de Helmholtz (Eq. 4.3), onde u(x, y, z)é uma função complexa do envelope do feixe de luz. Se u(x, y, z) for uma função que varia lentamente em z, então a derivada de ordem mais alta com respeito a esta direção pode ser desconsiderada. Portanto, neste caso, a equação de Helmholtz pode ser escrita como a equação paraxial de Helmholtz (97)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2i\kappa \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \qquad (4.4)$$

cuja solução para o campo elétrico é, dentre outras, o feixe Gaussiano, descrito pela função

$$A(r,z)_G = A_{0,G} \hat{x} \frac{w_0}{w(z)} e^{-r^2/w^2(z)} e^{-i[kz+kr^2/2R(z)-\Psi(z)]},$$
(4.5)

onde r é a distância radial ao eixo central de propagação do feixe,  $A_{0,G} = A(0,0)$  é a amplitude do campo elétrico na posição (0,0),  $w_0$  é a cintura do feixe no foco,  $k = 2\pi/\lambda$  é o número de onda no vácuo correspondente ao comprimento de onda  $\lambda \in \Psi(z)$  é a fase de Gouy. Os termos que são função de z na Eq. 4.5 são dados por

$$R(z) = z \left[ 1 + \left(\frac{z_R}{z}\right) \right], \tag{4.6a}$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)},\tag{4.6b}$$

e são, respectivamente, o raio da frente de onda e a cintura do feixe, com  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ sendo o alcance de Rayleigh, dado pela distância do foco até onde a cintura é  $\sqrt{2}w_0$ , conforme mostrado na figura 17.



Figura 17 – Cintura do feixe Gaussiano ao longo da direção de propagação z, com uma cintura mínima  $w_0$  no foco e um alcance de Rayleigh dado pela distância  $z_R$ . R(z) é o raio da frente de onda.

Fonte: Elaborada pela autora.

O feixe Gaussiano é a solução mais conhecida da equação paraxial de Helmholtz, sendo o modo mais utilizado nos lasers.

Outra solução para a Eq. 4.4 são os modos Laguerre-Gauss (LG), uma família de modos cilíndricos de alta ordem (97):

$$A(r,\Phi,z) = A_{0,LG} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^l L_p^l \frac{2r^2}{w^2(z)} e^{-il\Phi} \frac{w_0}{w(z)} e^{-r^2/w^2(z)} e^{-i[kz+kr^2/2R(z)-\Psi(z)]}, \quad (4.7)$$

onde  $A_{0,LG}$  é amplitude do campo elétrico na posição (0,0);  $p \ge 0$  é o índice radial; l é o índice azimutal, que pode ser positivo, negativo ou zero, com  $l\hbar$  sendo o momento angular orbital (MAO) por fóton (75) carregado pelo feixe ao longo da direção de propagação.  $L_p^l$  são os polinômios de Laguerre generalizados e o fator de fase  $\Phi$  leva em conta os efeitos rotacionais introduzidos pelo índice l.

Os perfis de intensidade transversais dos modos LG estão mostrados na figura 18. Neste trabalho, o modo utilizado é o modo  $LG_0^1$ , com p = 0 e l = 1, também conhecido como vórtice ou modo rosquinha. E pode-se notar que o modo  $LG_0^0$  é o modo Gaussiano.

Os modos LG têm sido utilizados em diversos trabalhos devido às suas propriedades. Por possuírem momento angular orbital, podem ser utilizados em experimentos com aprisionamento de átomos (98) e transições atômicas (99, 100). Pelo fato de constituírem uma família infinita de modos ortogonais que podem carregar informação com seu MAO, são de interesse para uso em experimentos de ótica quântica (101, 102) e telecomunicações (103, 104). Porém, neste trabalho, nosso interesse nesse modo encontra-se em explorar sua altamente pronunciada dependência radial.



Figura 18 – Perfis de intensidade dos modos LG. O modo  $LG_0^1$ , gerado por uma luz de comprimento de onda em 480 nm, é utilizado em um experimento deste trabalho.

Fonte: Elaborada pela autora.

Para ambos os tipos de modos, considerando como região de interesse da ação dos feixes aquela na qual z é pequeno comparado ao alcance de Rayleigh ( $z \ll z_R$ ), podemos fazer as seguintes suposições:  $w(z) \approx w_0 e \lim_{(z\to 0)} R(z) = \infty$ . Isto implica que o campo elétrico  $E_G$  de um feixe Gaussiano pode ser tomado como constante nessa região (aproximação de onda plana), enquanto que para um feixe  $LG_0^1$  o campo elétrico  $E_{LG}$  será uma função de r:

$$E_G = E_0, \tag{4.8a}$$

$$E_{LG} = E_0 \frac{r\sqrt{2}}{w_0} e^{-r^2/w_0^2}.$$
(4.8b)

Neste trabalho, onde serão utilizados tanto o feixe Gaussiano como o LG, usaremos a aproximação de ondas planas para o feixe Gaussiano, haja vista que a consideração da dependência espacial deste feixe não altera o resultado dos cálculos teóricos, como verificado por Akin *et al* (10).

#### 4.2.2 Interação átomo-campo

Quando da interação do átomo com um campo eletromagnético, o tratamento semiclássico pode ser utilizado com sucesso. Neste tratamento, o átomo é considerado como um sistema quântico de níveis de energia discretos, enquanto que o campo eletromagnético é clássico e obedece às equações de Maxwell, conforme mostrado na seção anterior.

O sistema átomo + campo é mediado pela interação entre o momento dipolar do átomo e o campo elétrico. Quando o campo está na vizinhança de frequências de ressonância do átomo, este absorve ou emite energia do campo, alterando assim seus níveis de energia. Para que possamos descrever a evolução temporal desse sistema no qual haja processos de absorção e emissão de fótons, precisamos considerar que a emissão espontânea não é um decaimento direcionado, mas sim que popula uma mistura estatística de estados, fazendo com que o átomo não possa ser descrito por apenas uma função de onda, mas uma distribuição delas. Desta forma, torna-se importante definir o operador densidade em termos das funções de onda  $\Psi$  do sistema:

$$\rho(t) = \sum_{i} p_i |\Psi_i(t)\rangle \langle \Psi_i(t)|, \qquad (4.9)$$

onde  $\Psi_i$  é um conjunto completo de estados ortonormais com  $p_j$  sendo a probabilidade de se encontrar o sistema no estado  $\Psi_j$  e  $\sum_i p_i = 1$ . O operador densidade descreve, então, a probabilidade de se encontrar o sistema em cada estado possível.

Para representar a evolução temporal do operador densidade, podemos utilizar o operador de evolução temporal, que translada temporalmente o sistema de um tempo  $t_0$  para um tempo t da forma  $U(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle = |\Psi(t)\rangle$  e escrever

$$\rho(t) = \sum_{i} p_{i} |\Psi_{i}(t)\rangle \langle \Psi_{i}(t)| = \sum_{i} p_{i}U(t,t_{0}) |\Psi_{i}(t_{0})\rangle \langle \Psi_{i}(t_{0})| U^{\dagger}(t,t_{0}) = U(t,t_{0})\rho(t)(t_{0})U^{\dagger}(t,t_{0})$$
(4.10)

Para um sistema cujo Hamiltoniano depende do tempo, temos:

$$U(t,t_0) = e^{-i\hat{H}(t-t_0)/\hbar}.$$
(4.11)

Derivando a Eq. 4.10 em relação ao tempo e utilizando a derivada da Eq. 4.11, finalmente chegamos a

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\rho(t), \hat{H}]. \tag{4.12}$$

A Eq. 4.12 descreve a evolução temporal do sistema, porém ainda não inclui o que estamos procurando, que seria descrever a evolução temporal do sistema no qual haja processos dissipativos característicos de um sistema quântico aberto, ou seja, que interage com o ambiente. Para isto, devemos incluir o operador de Lindblad (105,106), que descreve os diferentes tipos de processos dissipativos e decoerências que afetam o sistema. Quando incluímo-lo, obtemos a equação mestra:

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\rho(t), \hat{H}] + \mathcal{L}(\rho(t)), \qquad (4.13)$$

sendo  $\mathcal{L}(\rho(t))$  dado por

$$\mathcal{L}(\rho(t)) = \sum_{m} C_{m} \rho(t) C_{m}^{\dagger} - \frac{1}{2} \sum_{m} \{ C_{m}^{\dagger} C_{m}, \rho(t) \}, \qquad (4.14)$$

onde *m* são todos os modos de decaimentos  $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$  e  $C_m = \sqrt{\Gamma_i} |j\rangle \langle i|$ .

### 4.2.3 Transparência eletromagneticamente induzida

A transparência eletromagneticamente induzida é um fenômeno não-linear de interferência quântica que ocorre em sistemas atômicos com pelo menos três níveis de energia em configurações do tipo  $\Lambda$ , V e escada (ver figura 19), nos quais o nível de energia  $|1\rangle$  interage com um feixe de prova de baixa intensidade e dessintonia  $\Delta_p$ , conectando-o ao nível  $|2\rangle$  que, por sua vez, interage com um feixe de controle de alta intensidade, com dissintonia  $\Delta_c$ , conectando-o ao nível  $|3\rangle$ . Não há transição permitida entre os níveis  $|1\rangle$ e  $|3\rangle$ . A absorção do feixe de prova em tais arranjos é reduzida ou até mesmo eliminada quando a condição de ressonância de dois fótons com  $\Delta_p + \Delta_c = 0$  é satisfeita. Deste modo, um meio que antes era opaco ao feixe de prova agora apresenta um pico de transmissão. Este pico, que é uma janela de transparência no sinal do feixe de prova criada pela EIT, possui largura que pode chegar a ser ordens de magnitude menores do que a largura de linha natural da transição do feixe de prova (107). Isto faz com que a EIT seja uma ótima ferramenta para experimentos de espectroscopia de alta resolução (108) e para o travamento de lasers (109, 110).

Para este experimento, consideramos uma configuração do tipo escada em átomos de <sup>85</sup>Rb, onde o último nível é um estado de Rydberg do tipo nD (ver figura 3). A transição do feixe de prova em 780 nm ocorre entre os estados  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ , com frequência de



Figura 19 – Configuração dos níveis de energia para EIT: (a) Λ, (b) V e (c) escada. A flecha vermelha indica a transição onde age o feixe de prova; a azul, onde age o feixe de controle.

Rabi  $\Omega_p = \mu_{12} E_p/\hbar$ . Esta frequência representa a interação entre as transições atômicas com momento de dipolo de transição  $\mu_{ij}$  e o campo elétrico do feixe de luz aplicado a ela. Já a transição do feixe de controle ocorre em 480 nm entre os estados  $5P_{3/2} \rightarrow 40D$ , com frequência de Rabi  $\Omega_c = \mu_{23} E_c/\hbar$ . Há também uma taxa de decaimento espontâneo do nível  $|2\rangle$  para o  $|1\rangle$  dada por  $\Gamma_p$ . Não consideramos a taxa de decaimento do nível  $|3\rangle$ , uma vez que este é um estado de Rydberg que possui um tempo de vida alto se comparado à  $1/\Gamma_p$ .

Para este sistema de três níveis de energia, o Hamiltoniano, após feitas as aproximações de dipolo e de ondas girantes, fica

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega_p^* & 0\\ \Omega_p & -2\Delta_p & \Omega_c^*\\ 0 & \Omega_c & -2(\Delta_p + \Delta_c) \end{bmatrix}.$$
 (4.15)

Ao diagonalizar o Hamiltoniano da equação 4.15, na condição de ressonância de dois fótons com  $\Delta_p = \Delta_c = 0$ , obtemos os autoestados

$$|1'\rangle = -\Omega_c^* |1\rangle + \Omega_p |3\rangle, \qquad (4.16a)$$

$$|2'\rangle = \Omega_p * |1\rangle - \sqrt{|\Omega_p|^2 + |\Omega_c|^2} |2\rangle + \Omega_c |3\rangle, \qquad (4.16b)$$

$$|3'\rangle = \Omega_p^* |1\rangle + \sqrt{|\Omega_p|^2 + |\Omega_c|^2} |2\rangle + \Omega_c |3\rangle.$$
(4.16c)

Podemos ver que o autoestado  $|1'\rangle$  só possui componentes dos estados  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$ , diferentemente dos outros autoestados que possuem componentes de todos os estados iniciais. Sendo assim, o estado  $|1'\rangle$  não pode interagir com os campos de prova e de controle, tornando-se, então, um estado escuro. Este tipo de estado é transparente ao campo aplicado, e isto só ocorre devido à existência do campo de controle (podemos notar, nas equações 4.16, que se  $\Omega_c = 0$ , o efeito não ocorre). Este efeito é, portanto, uma transparência induzida pelo campo de controle, de onde vem o nome transparência eletromagneticamente induzida.

O Lindbladiano para este sistema inclui um termo de taxa de decaimento do estado intermediário  $\Gamma_p$ , dado por

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \Gamma_p \rho_{22} & -\frac{\Gamma_p}{2} \rho_{12} & 0\\ \frac{\Gamma_p}{2} \rho_{21} & -\Gamma_2 \rho_{22} & -\frac{\Gamma_p}{2} \rho_{23}\\ 0 & \frac{\Gamma_p}{2} \rho_{32} & 0 \end{bmatrix},$$
(4.17)

e termos de defasagens do tipo  $\sum_{ij} -\gamma_l \rho(t)_{ij} |i\rangle \langle j|$ , para  $i \neq j$ , onde l = p, c indica a transição do feixe de prova ou de controle. Estes termos são uma soma das defasagens devido às larguras de linha dos lasers que conectam os estados  $i \leftrightarrow j$  e não afetam os termos da diagonal da matriz de densidade, sendo então dados por

$$\mathcal{L}_{d} = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_{p}\rho_{12} & -\gamma_{s}\rho_{13} \\ \gamma_{p}\rho_{21} & 0 & -\gamma_{c}\rho_{23} \\ -\gamma_{s}\rho_{31} & -\gamma_{c}\rho_{32} & 0 \end{bmatrix},$$
(4.18)

com  $\gamma_s=\gamma_p+\gamma_c,$  devido à independência dos las<br/>ers de prova e controle.

Os elementos  $\rho_{ii}$  da diagonal da matriz de densidade são as populações nos estados *i*, enquanto que os elementos  $\rho_{ij}$  fora da diagonal são chamados coerências e representam a interação do átomo com o meio, sendo associados às transições entre os níveis de energia *i* e *j*, com  $\rho_{ii} = \rho_{ii}^*$ , \* significando o complexo conjugado.

Por meio da equação mestra, podemos derivar as equações ópticas de Bloch (111), que são um conjunto de equações diferenciais que descrevem a evolução temporal dos elementos da matriz densidade. Para o sistema aqui considerado, elas são:

$$\frac{d\rho(t)_{11}}{dt} = \Gamma_p \rho(t)_{22} - \frac{i\Omega_p}{2} (\rho(t)_{12} - \rho(t)_{21}), \tag{4.19a}$$

$$\frac{d\rho(t)_{22}}{dt} = -\Gamma_p \rho(t)_{22} + \frac{i\Omega_p}{2} (\rho(t)_{12} - \rho(t)_{21}) - \frac{i\Omega_c}{2} (\rho(t)_{23} - \rho(t)_{32}), \qquad (4.19b)$$

$$\frac{d\rho(t)_{33}}{dt} = \frac{i\Omega_c}{2}(\rho(t)_{23} - \rho(t)_{32}), \tag{4.19c}$$

$$\frac{d\rho(t)_{12}}{dt} = -\frac{\gamma_{12}}{2}\rho(t)_{12} + \frac{i\Omega_c}{2}\rho(t)_{13} + \frac{i\Omega_p}{2}(\rho(t)_{11} - \rho(t)_{22}), \qquad (4.19d)$$

$$\frac{d\rho(t)_{13}}{dt} = -\frac{\gamma_{13}}{2}\rho(t)_{13} - \frac{i\Omega_p}{2}\rho(t)_{23} + \frac{i\Omega_c}{2}\rho(t)_{12}, \qquad (4.19e)$$

$$\frac{d\rho(t)_{23}}{dt} = -\frac{\gamma_{23}}{2}\rho(t)_{23} - \frac{i\Omega_p}{2}\rho(t)_{13} + \frac{i\Omega_c}{2}(\rho(t)_{22} - \rho(t)_{33}), \qquad (4.19f)$$

onde  $\gamma_{12} = \Gamma_p + \gamma_p + 2i\Delta_p$ ,  $\gamma_{13} = \gamma_c + 2i(\Delta_p + \Delta_c)$  e  $\gamma_{13} = \gamma_c + 2i\Delta_c$ . Estas equações podem ser resolvidas analiticamente no estado estacionário considerando-se um feixe de prova fraco ( $\Omega_p \ll \Omega_c, \Gamma_p$ ), o que leva a uma solução perturbativa de primeira ordem em  $\Omega_p$ , simplificando alguns elementos da matriz de densidade:  $\rho(t)_{11} \approx 1$  e  $\rho(t)_{22}, \rho(t)_{23}$  e

 $\rho(t)_{33} \approx 0 \ (112)$ . Nestas condições, sendo o interesse analisar a transmissão do feixe de prova, precisamos calcular o elemento da matriz de transição relacionado a ela, que é a coerência  $\rho(t)_{12}$ :

$$\rho(t)_{12} = \frac{i\gamma_{13}\Omega_p}{\gamma_{12}\gamma_{13} + \Omega_c^2}.$$
(4.20)

Na frequência do feixe de prova, o momento de dipolo induzido p, relacionado à susceptibilidade elétrica complexa  $\chi = \chi' + i\chi''$ , é uma função de  $\rho(t)_{12}$ :

$$p = \mu_{12} N(\rho(t)_{12} e^{-i\omega_p t} + \rho(t)_{21} e^{i\omega_p t} = \frac{\epsilon_0}{2} (\chi E_p e^{-i\omega_p t} + \chi^* E_p^* e^{i\omega_p t}),$$
(4.21)

onde N é o número de átomos por unidade de volume da amostra. Da Eq. 4.21, podemos concluir que a susceptibilidade elétrica complexa é dada por

$$\chi = \frac{2\mu_{12}N\rho(t)_{12}}{\epsilon_0 E_p},\tag{4.22}$$

sendo que a parte imaginária de  $\chi$  fornece o coeficiente de absorção a, e a parte real, o coeficiente de dispersão d, que são obtidos pelas relações de Kramers-Kronig (113):

$$a = k_p \chi'' = \frac{2Nk_p}{\hbar\epsilon_0} \frac{Im[\rho(t)_{12}]\mu_{12}^2}{\Omega_p},$$
(4.23a)

$$d = \frac{k_p \chi''}{2} = \frac{Nk_p}{\hbar \epsilon_0} \frac{Re[\rho(t)_{12}]\mu_{12}^2}{\Omega_p},$$
(4.23b)

onde  $k_p$  é o número de onda do feixe de prova e  $E_p$  foi substituído pela frequência de Rabi correspondente.

Neste trabalho, como os experimentos são realizados em átomos em uma célula de rubídio à temperatura ambiente, devemos levar em conta o movimento destes átomos. O efeito Doppler causado pelas velocidades dos átomos com respeito às direções de propagação dos feixes de prova e controle, que no caso são contrapropagantes, leva a um alargamento Doppler do espectro de transmissão, e é um tipo de alargamento inomogêneo, pois cada átomo possui uma velocidade diferente (114). As dessintonias são, então, modificadas de forma que  $\Delta_p \rightarrow \Delta_p + k_p v$  para o feixe de prova no sentido positivo e  $\Delta_c \rightarrow \Delta_c - k_c v$  para o feixe de controle no sentido negativo.

É necessário, ainda, integrar as Eqs. 4.23 na distribuição de Maxwell-Boltzman das velocidades dos átomos na célula à temperatura T. Além disso, iremos agora considerar que o campo de controle poderá estar em um dos dois modos da luz descritos anteriormente: o Gaussiano e o LG. Para o feixe LG, o campo elétrico e, por consequência, a frequência de Rabi dependem da distribuição espacial do feixe (Eq. 4.8b), que para o feixe Gaussiano nós tomamos como constante, de modo que as Eqs. 4.23 ficam, para ambos os modos do

feixe de controle:

$$a_G = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2N(v)k_p}{\hbar\epsilon_0} \frac{Im[\rho(t)_{12}]\mu_{12}^2}{\Omega_p} r dr dv, \qquad (4.24a)$$

$$a_{LG} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{w_{0,p}} \frac{2N(v)k_{p}}{\hbar\epsilon_{0}} \frac{Im[\rho(t)_{12}]\mu_{12}^{2}}{\Omega_{p}} r dr dv, \qquad (4.24b)$$

$$d_G = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N(v)k_p}{\hbar\epsilon_0} \frac{Re[\rho(t)_{12}]\mu_{12}^2}{\Omega_p} r dr dv, \qquad (4.24c)$$

$$d_{LG} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{w_{0,p}} \frac{N(v)k_{p}}{\hbar\epsilon_{0}} \frac{Re[\rho(t)_{12}]\mu_{12}^{2}}{\Omega_{p}} r dr dv, \qquad (4.24d)$$

onde  $N(v) = \frac{N}{u\sqrt{\pi}}e^{-v^2/u^2}$ , sendo  $u = \sqrt{2k_BT/m}$  a velocidade quadrática média de um átomo com massa m e temperatura T;  $a_G$  e  $a_{LG}$  são a absorção do feixe de prova para um feixe de controle no modo Gaussiano e  $LG_0^1$ , respectivamente. A transmissão do feixe de prova é calculada por  $\Phi = e^{-a_{G,LG}l}$ , onde l é o comprimento da célula. Os mesmos subscritos valem para as dispersões d. A integral em r é feita na região de EIT onde os feixes de prova e controle interagem. Como o interesse principal é ver os efeitos da EIT no feixe de prova, tomamos essa região como sendo um círculo de raio  $w_{0,p}$ , que é a cintura deste feixe.

A figura 20 mostra os gráficos teóricos de dispersão e transmissão versus a dessintonia  $\Delta_p$  do feixe de prova para  $\Omega_{c,0}/2\pi = 4$  MHz e  $\Gamma_p/2\pi = 6$  MHz com o feixe de controle nos modos Gaussiano (em roxo) e LG (em vinho). No nosso experimento, estamos interessados principalmente nas medidas de dispersão do feixe de prova, que são proporcionais ao sinal de espectroscopia por polarização (PS - *Polarization Spectroscopy*) (44, 115).

Os valores de largura das curvas de dispersão (figura 20 a)) obtidos teoricamente foram:  $\alpha_G/2\pi = 3.8$  MHz e  $\alpha_{LG}/2\pi = 2.8$  MHz. Já as larguras à meia altura das curvas de transmissão (figura 20 b)) são  $\beta_G/2\pi = 3.1$  MHz e  $\beta_G/2\pi = 2.3$  MHz. É notável a diminuição nas larguras  $\alpha \in \beta$  dos sinais de dispersão e transmissão, respectivamente, quando o feixe de controle está no modo LG. Isto se deve à dependência espacial da frequência de Rabi neste modo.

A figura 21 compara os sinais teóricos (em preto) e experimentais para os modos Gaussiano (verde) e LG (azul). Já a figura 22 compara as razões  $\alpha_{\alpha_{LG}}$  como função de  $\Omega_{c,0}$  para teoria e experimento. Podemos observar que a teoria concorda qualitativamente com o experimento e prevê o estreitamento no modo LG, mas não quantitativamente, conforme mostrado na figura 22. Isto pode ser explicado por vários fatores que alargam as curvas e que o modelo não leva em conta, tais como os efeitos de colisões, de tempo de trânsito, os subníveis magnéticos e a polarização dos lasers (116, 117).



Figura 20 – Gráficos de (a) dispersão do feixe de prova ( $\propto Re[\rho_{12}]$ ) para o feixe de controle nos modos Gaussiano (roxo) e LG (vinho) e (b) transmissão do feixe de prova ( $\propto Im[\rho_{12}]$ ) para ambos os modos. Os parâmetros utilizados foram:  $\Delta_c = 0$ ,  $\Omega_{c,0}/2\pi = 4$  MHz,  $\Gamma_p/2\pi = 6.6$  MHz,  $\gamma_p = 1$  MHz e  $\gamma_c = 2$  MHz.



Figura 21 – Comparação dos sinais PS para teoria e experimento: a) modo Gaussiano (linha verde) e b) modo LG (linha azul) do feixe de controle. As linhas em preto são teóricas.



Figura 22 –  $\alpha_{\alpha_{LG}}$  como função de  $\Omega_{c,0}$  para o experimento (triângulos cinzas) e teoria (estrelas roxas). As linhas pontilhadas são apenas um guia ocular.

# 5 ÁTOMOS DE RYDBERG EM EIT PARA MEDIR CAMPOS MICROONDAS: RESULTADOS E TEORIA

Neste capítulo, apresentamos os resultados experimentais da medição de campos de microondas, juntamente com os modelos teóricos correspondentes. Na seção 5.1, são apresentados os sinais de EIT-AT e PSEIT-AT e suas respectivas separações em função dos campos de microondas aplicados, para medidas primeiramente sem e depois com a lente cilíndrica de microondas. Verificamos que a técnica de PSEIT-AT estende a região mensurável e que a introdução da lente cilíndrica permite uma extensão ainda maior, resultando em um aumento total de aproximadamente 15 vezes no campo mensurável. Na seção 5.2, derivamos a teoria para a EIT com quatro níveis de energia sem e com estrutura hiperfina, mostrando o surgimento do efeito AT e a concordância quantitativa entre a teoria com níveis hiperfinos e o experimento. Como mencionado no capítulo 2.2.3, estes experimentos são importantes para o desenvolvimento de uma eletrometria de microondas de alta precisão e rastreável ao SI.

#### 5.1 Resultados experimentais

A figura 23 mostra os sinais típicos de EIT-AT e PSEIT-AT como função da dessintonia do laser de controle quando a MW é aplicada. O sinal de transmissão de EIT-AT (em preto) mostra dois picos, conhecidos como dubletos Autler-Townes, separados por uma distância  $\Delta_{EIT-AT}$ , que é dada pela frequência de Rabi do campo de microondas. Já o sinal PSEIT-AT (em vermelho) possui um formato dispersivo, apresentando um pico e um vale mais externos, cuja distância definimos como  $\Delta_{PSEIT-AT}$ . A largura dos picos é definida pelo tempo de vida do estado intermediário  $5P_{3/2}$ . Nesta figura, é notável que  $\Delta_{PSEIT-AT} > \Delta_{EIT-AT}$ , e por isso esperamos que o sinal PSEIT-AT melhore a medida da amplitude do campo elétrico da MW.

A figura 24 mostra os diversos sinais de EIT-AT obtidos para diferentes valores de potência de campo MW aplicadas, como função da dessintonia do laser de controle. Podemos observar que, para potências baixas ( $P_{MW} < 3.16$  mW), a separação dos picos diminui de tal modo que fica difícil medi-la. Este comportamento já foi observado (35,118,119) e extensamente estudado (43). Em suma, o que ocorre é que os dubletos Autler-Townes, conforme o campo diminui, vão se aproximando até chegar ao ponto em que fundem-se em um só (campo de MW nulo), de modo que, a partir de um certo valor, não se pode mais afirmar que a separação é igual à frequência de Rabi da MW. Deste modo, esta técnica apresenta um mínimo mensurável de amplitude do campo MW.

A separação entre os picos é obtida pelo ajuste de duas funções Lorentzianas. A figura 25 mostra, em azul, os resultados de  $\Delta_{EIT-AT}$  obtidos como função da raiz quadrada



Figura 23 – Sinais típicos de EIT-AT (preto) e PSEIT-AT (vermelho) com as respetivas separações  $\Delta_{EIT-AT}$  e  $\Delta_{PSEIT-AT}$ , ambos como função de  $\Delta_c$  quando um campo elétrico de MW de potência 15.84 mW é aplicado.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 24 – Sinal de EIT-AT mostrando que a separação entre os picos diminui com a diminuição da potência do campo de MW, tornando a medida difícil.

da potência  $P_{MW}$  da microondas. A linha vermelha é um ajuste que mostra a relação linear entre  $\Delta_{EIT-AT} \in P_{MW}^{1/2}$ . Podemos observar como algumas medidas desviam desta relação.



Figura 25 –  $\Delta_{EIT-AT}$  como função da raíz quadradada da potência da microondas. A linha vermelha é um ajuste linear aos dados.

Fonte: Elaborada pela autora.

A amplitude do campo elétrico de MW é obtida usando  $\Delta_{EIT-AT}$  da forma

$$E_{MW} = \frac{\hbar \Delta_{EIT-AT}}{\mu_{MW}},\tag{5.1}$$

onde o momento de dipolo da transição  $68S_{1/2} \rightarrow 68P_{3/2}$ , que é calculado de maneira análoga ao que foi feito em (120), resulta em  $\mu_{MW} = 1953a_0e$ , sendo  $a_0$  é o raio de Bohr e *e* a carga elétrica fundamental. Daqui para frente, usaremos os valores calculados da amplitude de campo pela equação 5.1 e não mais os valores de potência da MW.

Conforme observado na figura 25, quando a separação entre os picos torna-se muito pequena, as medidas ficam imprecisas e desviam de uma relação linear com o campo MW. Neste experimento, observamos que, quando as cinturas  $w_l$  das Lorentzianas, usadas para ajustar as curvas de EIT-AT, são maiores ou iguais à separação, a medida não é mais confiável. Levando em conta essa limitação, definimos o mínimo mensurável de amplitude do campo MW como o último ponto obedecendo à relação  $w_L < \Delta_{EIT-AT}$  (ver figura 26), o que nos dá um valor mínimo de 4.4 ± 0.3 mV/cm, conforme mostrado também na figura 27.



Figura 26 – Definição da amplitude de campo elétrico mínima mensurável para a técnica de EIT-AT sem lente de MW. O campo elétrico mínimo é o último ponto que obedece à relação  $w_L < \Delta_{EIT-AT}$ .



Figura 27 – Mínimo mensurável de amplitude do campo de MW para a técnica de EIT-AT, onde relação linear entre campo e separação é dada pela curva em preto e o valor mínimo de campo é de 4.4  $\pm$  0.3 mV/cm.

A figura 28 mostra as separações medidas  $\Delta_{EIT-AT}$  (em vermelho), seu respectivo ajuste linear (em preto), e  $\Delta_{PSEIT-AT}$  (em azul) como função da amplitude do campo elétrico de MW aplicado. Para obter estas medidas, o campo de MW foi variado de 6.95 mV/cm a 49.17 nV/cm e, para cada amplitude, o espectro foi registrado e a separação medida para ambas as técnicas. Como o sinal PSEIT-AT possui um formato dispersivo, apresentando um pico e um vale mais externos, realizamos sua medida de separação de maneira análoga àquela feita na seção anterior utilizando a função *scipy.signal argrelextrema*.



Figura 28 – Separações medidas como função do campo elétrico de MW aplicado para as técnicas de EIT-AT (círculos vermelhos) e PSEIT-AT (quadrados azuis). Para realizar estas medidas, o campo de MW foi variado de 6.95 mV/cm a 49.17 nV/cm. A linha em preto é o ajuste linear de  $\Delta_{EIT-AT}$ .

Fonte: Elaborada pela autora.

Para a técnica de PSEIT-AT, o mínimo mensurável de amplitude do campo de MW foi determinado por meio de um gráfico log-log que nos permite ver melhor os dados obtidos, como mostra a figura 29 b). Para campos baixos,  $\Delta_{PSEIT-AT}$  torna-se constante e, conforme o campo aumenta,  $\Delta_{PSEIT-AT}$  também aumenta. A intersecção entre duas funções lineares ajustadas para esses dois regimes foi tomada como o campo mínimo mensurável, resultando em um valor de  $0.87 \pm 0.10 \text{ mV/cm}$ , o que mostra um aumento de



Figura 29 – Mínimo mensurável de amplitude do campo de MW para a) a técnica de EIT-AT, onde relação linear entre campo e separação é dada pela curva em preto e o valor mínimo de campo é de 4.4  $\pm$  0.3 mV/cm, e b) para a técnica de PSEIT-AT, onde a intersecção das duas linhas ajustadas fornece o mímino mensurável de campo, que é de 0.87  $\pm$  0.10 mV/cm.

 $\simeq 5$  vezes na sensibilidade da medida. Além disso, se comparado com o aumento de seis vezes obtido por Liu *et al* (42) em relação à tecnica convencional de EIT, onde o campo de MW mínimo medido foi de 0.43 mV/cm, o aumento obtido pela técnica de PSEIT-AT é um valor comparável e uma técnica que não necessita de modulação do campo MW, ao contrário da técnica empregada por Liu *et al*.

Visando melhorar ainda mais o mínimo de campo elétrico de MW mensurável, colocamos uma lente cilíndrica de MW entre a antena e a célula de vapor, como mostrado na figura 7, a 27 cm da última. De acordo com as simulações feitas para a lente (ver seção 3.2), esperamos que a amplitude do campo de MW seja aumentada de 2.55 vezes na célula de vapor, o que deve melhorar a sensibilidade das técnicas. A figura 30 mostra como ficam as separações dos picos em função da amplitude do campo de MW aplicado para este sinal EIT-AT com a lente de MW. Podemos notar, novamente, que os picos vão se fundindo à medida que o campo de MW se aproxima de zero, tornando a medida da separação imprecisa.



Figura 30 – Sinal de EIT-AT com a lente de MW mostrando que a separação entre os picos diminui com a diminuição da amplitude do campo de MW.

Fonte: Elaborada pela autora.

Aplicando o mesmo procedimento descrito anteriormente para identificar o campo mínimo mensurável pela técnica de EIT-AT (ver figura 31), obtemos o valor de  $1.4 \pm 0.3$ mV/cm com a lente, o que é  $\simeq 3$  vezes menor do que o valor medido pela técnica de EIT-AT sem a lente. Claramente, lente de MW estende a região mensurável, como pode ser visto na figura 32. Aqui, é importante ressaltar que, quando a lente é estimulada por uma frente de onda não-plana, sua distância focal aumenta devido à expansão da frente de onda, resultando em um aumento no ganho. Isso se deve ao fato de que a amplitude da frente de onda sem a lente é menor do que a de uma onda plana, enquanto a amplitude com a lente é comparável. Como resultado, é esperado que o ganho experimental seja superior ao valor teórico.

Prosseguimos, então, para as medidas de  $\Delta_{PSEIT-AT}$  como função da amplitude do campo elétrico de MW aplicado, com a lente de MW, e comparamos estas medidas com as medidas sem a lente, conforme mostra a figura 33 a). Os valores de  $\Delta_{PSEIT-AT}$ são maiores com a lente, mas tendem ao mesmo valor estacionário para campos pequenos, assim como ocorre sem a lente. A figura 33 b) mostra os valores de  $\Delta_{PSEIT-AT}$  em gráfico log-log como função da amplitude do campo elétrico de MW aplicado. A intersecção entre as linhas ajustadas nos dá o valor mínimo mensurável do campo, que, para esta técnica, é de  $0.31 \pm 0.08$  mV/cm. Portanto, a técnica de PSEIT-AT com a lente apresenta um mínimo mensurável de amplitude de campo elétrico de MW  $\simeq 15$  vezes menor do que o mínimo da técnica de EIT-AT sem lente, um aumento considerável na sensibilidade do sistema, demonstrando o potencial da técnica de PSEIT-AT como uma técnica que, além de possuir um *setup* experimental simples, não requer intervenções no campo de MW tais como modulações. Ademais, vale lembrar que os limites inferiores recentemente estabelecidos são determinados pelo estado de Rydberg específico selecionado para o experimento. Ao acoplar diferentes estados de Rydberg, pode-se obter valores mais altos ou mais baixos para os campos elétricos limitados, a depender do valor do momento de dipolo de cada estado.

Vale, aqui, explicitar que o aumento de sensibilidade proporcionado pela técnica de PSEIT-AT é diferente para as situações sem e com lente. Na primeira, observamos um aumento de  $\approx 3$  vezes em relação à técnica de EIT-AT, no entanto, na segunda, observamos um aumento de  $\approx 5$  vezes. Isto ocorre, pois a separação entre os picos é uma constante mais uma parte que depende do campo aplicado, ou seja,  $\Delta_{PSEIT} = A + BE_{MW}$ . A lente só atua na parte do campo, então quando  $BE_{MW}$  for da ordem de A, o fator de multiplicação será diferente de 3.



Figura 31 – Definição da amplitude de campo elétrico mínima mensurável para a técnica de EIT-AT com lente de MW. O campo elétrico mínimo é o último ponto que obedece à relação  $w_L < \Delta_{EIT-AT}$ .



Figura 32 –  $\Delta_{EIT-AT}$  com a lente (triângulos verdes) e sem a lente (círculos vermelhos) e as respectivas linhas ajustadas (em preto). O uso da lente de MW estende a região mensurável.



Figura 33 – a) Medidas de  $\Delta_{PSEIT-AT}$  com lente (estrelas roxas) e sem lente (quadrados pretos). A separação é maior com a lente, mas ambas as medidas tendem para um valor estacionário para campos baixos. b)  $\Delta_{PSEIT-AT}$  com lente em um gráfico log-log. A intersecção das linhas ajustadas é tomada como o ponto de mínimo campo mensurável, que é de  $0.31 \pm 0.08$  mV/cm.

# 5.2 Teoria: EIT com quatro níveis de energia

Em busca de uma teoria que descreva o que está sendo observado no experimento, começaremos pela mais simples, que consiste em um sistema de quatro níveis de energia sem estruturas subjacentes. Esta teoria simplificada nos permite entender como ocorre a interação luz-matéria, que dá origem ao fenômeno de EIT neste sistema e de separação Autler-Townes. Porém, ela não é capaz de descrever quantitativamente o que foi observado experimentalmente. Por isso, na seção 5.2.2 descrevemos uma teoria completa, onde os quatro níveis de energia possuem subníveis hiperfinos, e verificamos sua concordância com o experimento.

#### 5.2.1 Quatro níveis sem estrutura hiperfina

Para este experimento, consideramos a estrutura de níveis de energia de um átomo de <sup>85</sup>Rb mostrada na figura 34. Um feixe de prova de 780 nm de baixa intensidade, frequência de Rabi  $\Omega_p$  e dessintonia  $\Delta_p$  acopla os estados  $|1\rangle$  (5S<sub>1/2</sub>) e  $|2\rangle$  (5P<sub>3/2</sub>). Este último possui uma taxa de decaimento  $\Gamma_2$  e é acoplado ao estado  $|3\rangle$  (68S<sub>1/2</sub>), que é um nível de Rydberg, por um feixe de controle de 480 nm cuja frequência de Rabi é  $\Omega_c$ , com dessintonia  $\Delta_c$ . O estado  $|3\rangle$ , por sua vez, possui uma taxa de decaimento  $\Gamma_3$  e está acoplado ao estado  $|4\rangle$  (68P<sub>3/2</sub>), que também é um nível de Rydberg com taxa de decaimento  $\Gamma_4$ , por um feixe de microondas de  $\approx$  12 GHz cuja frequência de Rabi é  $\Omega_{MW}$ e possui dessintonia  $\Delta_{MW}$ .



Figura 34 – Níveis de energia do átomo de  ${}^{85}Rb$  com quatro estados, sendo os dois últimos níveis de Rydberg acoplados por um campo de microondas de  $\approx 12$  GHz.
O Hamiltoniano do sistema átomo+luz após as aproximações de dipolo e de ondas girantes, é dado por

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega_p^* & 0 & 0 \\ \Omega_p & -2\Delta_p & \Omega_c^* & 0 \\ 0 & \Omega_c & -2(\Delta_p + \Delta_c) & \Omega_{MW}^* \\ 0 & 0 & \Omega_{MW} & -2(\Delta_p + \Delta_c + \Delta_{MW}) \end{bmatrix}.$$
 (5.2)

Podemos diagonalizar este Hamiltoniano para ver com mais clareza os efeitos desses campos no átomo e, em especial, o efeito que vemos nos experimentos. Na condição em que  $\Omega_{MW} \gg \Omega_p, \Omega_c$  e para  $\Delta_{MW} = 0$ , temos as autoenergias dadas por

$$E_1' = 0,$$
 (5.3a)

$$E_2' = -\hbar\Delta_p, \tag{5.3b}$$

$$E'_{3} = -\hbar\Delta_{p} - \hbar\Delta_{c} - \frac{\hbar}{2}|\Omega_{MW}|, \qquad (5.3c)$$

$$E'_{4} = -\hbar\Delta_{p} - \hbar\Delta_{c} + \frac{\hbar}{2}|\Omega_{MW}|$$
(5.3d)

Podemos notar que o estado original  $|3\rangle$  tem sua energia dividida em duas autoenergias  $E'_3$  e  $E'_4$ , com uma diferença de  $\hbar |\Omega_{MW}|$ . Portanto, nesta condição, ocorre o que é chamado de efeito Autler-Townes (33), que divide o pico de transparência em dois cuja separação é dada por  $\Omega_{MW}$ .

Voltando à equação mestra, o Lindbladiano para os termos de decaimento fica

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \Gamma_2 \rho_{22} & -\gamma_{12} \rho_{12} & -\gamma_{13} \rho_{13} & -\gamma_{14} \rho_{14} \\ -\gamma_{21} \rho_{21} & \Gamma_3 \rho_{33} - \Gamma_2 \rho_{22} & -\gamma_{23} \rho_{23} & -\gamma_{24} \rho_{24} \\ -\gamma_{31} \rho_{31} & -\gamma_{32} \rho_{32} & \Gamma_4 \rho_{44} - \Gamma_3 \rho_{33} & -\gamma_{44} \rho_{34} \\ -\gamma_{41} \rho_{41} & -\gamma_{42} \rho_{42} & -\gamma_{43} \rho_{43} & -\Gamma_4 \rho_{44} \end{bmatrix},$$
(5.4)

e, para os termos de defasagem devido às larguras de linha dos lasers,

$$\mathcal{L}_{d} = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_{p}\rho_{12} & -\gamma_{s}\rho_{13} & 0\\ -\gamma_{p}\rho_{21} & 0 & -\gamma_{c}\rho_{23} & 0\\ -\gamma_{s}\rho_{31} & -\gamma_{c}\rho_{32} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
(5.5)

onde, novamente,  $\gamma_s = \gamma_p + \gamma_c$ .

Com estas considerações, as equações ópticas de Bloch pode sem escritas como:

$$\frac{d\rho(t)_{11}}{dt} = i\frac{\Omega_p}{2}(\rho(t)_{12} - \rho(t)_{21}) + \Gamma_{21}\rho(t)_{22},$$
(5.6)

$$\frac{d\rho(t)_{22}}{dt} = -i\frac{\Omega_p}{2}(\rho(t)_{12} - \rho(t)_{21}) + i\frac{\Omega_c}{2}(\rho(t)_{23} - \rho(t)_{32}) - \Gamma_{21}\rho(t)_{22} + \Gamma_{31}\rho(t)_{33}, \quad (5.7)$$

$$\frac{d\rho(t)_{33}}{dt} = -i\frac{\Omega_c}{2}(\rho(t)_{23} - \rho(t)_{32}) + i\frac{\Omega_{MW}}{2}(\rho(t)_{34} - \rho(t)_{43}) - \Gamma_{31}\rho(t)_{33} + \Gamma_{41}\rho(t)_{44}, \quad (5.8)$$

$$\frac{d\rho(t)_{44}}{dt} = -i\frac{\Omega_{MW}}{2}(\rho(t)_{34} - \rho(t)_{43}) - \Gamma_{41}\rho(t)_{44},$$
(5.9)

$$\frac{d\rho(t)_{21}}{dt} = [i\Delta_p - \gamma_{21}]\rho(t)_{21} + i\frac{\Omega_p}{2}(\rho(t)_{22} - \rho(t)_{11}) - i\frac{\Omega_c}{2}\rho(t)_{31},$$
(5.10)

$$\frac{d\rho(t)_{31}}{dt} = [i(\Delta_p + \Delta_c) - \gamma_{31}]\rho(t)_{21} + i\frac{\Omega_p}{2}\rho(t)_{32} - i\frac{\Omega_c}{2}\rho(t)_{21} - i\frac{\Omega_{MW}}{2}\rho(t)_{41}, \tag{5.11}$$

$$\frac{d\rho(t)_{41}}{dt} = [i(\Delta_p + \Delta_c + \Delta_{MW}) - \gamma_{41}]\rho(t)_{21} + i\frac{\Omega_p}{2}\rho(t)_{42} - i\frac{\Omega_{MW}}{2}\rho(t)_{31},$$
(5.12)

$$\frac{d\rho(t)_{32}}{dt} = [i\Delta_c - \gamma_{32}]\rho(t)_{32} + i\frac{\Omega_c}{2}(\rho(t)_{33} - \rho(t)_{22}) + i\frac{\Omega_p}{2}\rho(t)_{31} - i\frac{\Omega_{MW}}{2}\rho(t)_{42}, \quad (5.13)$$

$$\frac{d\rho(t)_{42}}{dt} = [i(\Delta_c + \Delta_{MW}) - \gamma_{42}]\rho(t)_{42} + i\frac{\Omega_p}{2}\rho(t)_{41} + i\frac{\Omega_c}{2}\rho(t)_{43} - i\frac{\Omega_{MW}}{2}\rho(t)_{32}, \quad (5.14)$$

$$\frac{d\rho(t)_{43}}{dt} = [i\Delta_{MW} - \gamma_{43}]\rho(t)_{43} + i\frac{\Omega_{MW}}{2}(\rho(t)_{44} - \rho(t)_{33}) + i\frac{\Omega_c}{2}\rho(t)_{42}.$$
(5.15)

Para o caso de um feixe de prova fraco, novamente podemos fazer as seguintes aproximações:  $\rho(t)_{11} \simeq 1$ ,  $\rho(t)_{22} = \rho(t)_{33} = \rho(t)_{44} = 0$  e  $\rho(t)_{23} = \rho(t)_{24} = \rho(t)_{34} = 0$ . Nestas circunstâncias, no estado estacionário, o elemento da matriz de densidade correspondente à transmissão do feixe de prova é dado pela coerência  $\rho_{12}$ :

$$\rho(t)_{12} = \frac{i\Omega_p/2}{i\Delta_p - \gamma_{21} + \frac{\Omega_c^2[i(\Delta_p + \Delta_c + \Delta_{MW}) - \gamma_{41}]}{4[i(\Delta_p + \Delta_c) - \gamma_{31}][i(\Delta_p + \Delta_c + \Delta_{MW}) - \gamma_{41}] + \Omega_{MW}^2}}.$$
(5.16)

Observamos que, para  $\gamma_{41} = 0$ ,  $\Omega_{MW} = 0$  e  $\Delta_{MW} = 0$ , a equação 5.16 recupera a equação para um átomo de três níveis submetido à EIT (feitas as aproximações de campo de prova fraco):

$$\rho(t)_{12,3n} = \frac{i\Omega_p/2}{i\Delta_p - \gamma_{21} + \frac{\Omega_c^2/4}{i(\Delta_p + \Delta_c) - \gamma_{31}}}.$$
(5.17)

Uma vez que temos a expressão para  $\rho(t)_{12}$ , podemos escrever a susceptibilidade como  $\chi = \frac{2N\mu_{12}}{\epsilon_0 E_p}\rho(t)_{12}$  e a absorção como  $\alpha = k_p Im[\chi]$ , de maneira análoga ao que foi feito no capítulo anterior, e calcular a transmissão do feixe de prova. A figura 35 a) mostra o pico único da EIT, que ocorre quando não há MW. A figura 35 b) mostra a transmissão como função da dessintonia do feixe de prova para os valores  $\Omega_p/2\pi = 1$  MHz,  $\Omega_c/2\pi = 5$ MHz,  $\Omega_{MW}/2\pi = 20$  MHz,  $\Gamma_2/2\pi = 6$  MHz,  $\Gamma_3/2\pi = 300$  kHz e  $\Gamma_4/2\pi = 500$  kHz. O pico único da EIT é dividido em dois picos quando a MW é aplicada, resultando no sinal que chamamos de EIT-AT, graças ao efeito Autler-Townes, e a separação entre eles é dada por  $\Omega_{MW}$ , conforme visto anteriormente. Mas sabemos que a relação entre a frequência de Rabi e o campo elétrico é dada por

$$\Omega_{MW} = \frac{\mu_{MW} |E_{MW}|}{\hbar},\tag{5.18}$$

de modo que a separação entre os picos é uma medida direta e precisa da amplitude do campo elétrico de MW, rastreável ao SI. A equação 5.18 também nos mostra que, quanto maior for o momento de dipolo da transição de MW, mais fácil será a detecção, o que torna os átomos de Rydberg ideais para esse tipo de metrologia de MW.



Figura 35 – Curvas de transmissão do feixe de prova para: a) EIT com 3 níveis de energia (em vermelho) e b) EIT com 4 níveis de energia e efeito Autler-Townes (em azul). A aplicação da MW abre o pico principal em dois outros, separados por uma distância  $\Omega_{MW}$ . Para gerar os gráficos, foram utilizados os seguintes valores (quando aplicável):  $\Omega_p/2\pi = 1$  MHz,  $\Omega_c/2\pi = 5$  MHz,  $\Omega_{MW}/2\pi = 20$  MHz,  $\Delta_c = 0$ ,  $\Gamma_2/2\pi = 6$  MHz,  $\Gamma_3/2\pi = 300$  kHz e  $\Gamma_4/2\pi = 500$  kHz.

Fonte: Elaborada pela autora.

#### 5.2.2 Quatro níveis principais com estrutura hiperfina

A teoria mostrada até aqui faz uso de algumas simplificações que oferecem uma visão qualitativa do experimento, porém não concorda quantitavamente com os resultados obtidos. Para obter esta concordância entre teoria e experimento, precisamos nos voltar ao sistema em sua completude, isto é, devemos considerar a estrutura hiperfina do átomo, uma vez que as diferentes polarizações utilizadas quando das medidas de PSEIT-AT causam transições entre os níveis de energia que só podem ser explicadas considerando-se os subníveis magnéticos.

A figura 36 mostra os 39 estados que resultam da consideração dos números quânticos magnéticos  $m_F$  quando das transições  $|5S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F = 4\rangle \rightarrow |68S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |68P_{3/2}, F = 3, 4\rangle$ , e mais um estado para onde decaem os estados excitados, que chamamos de *dummy* e representamos por  $|D\rangle$ .



Figura 36 – Estrutura hiperfina, com 39 estados, de um átomo de  ${}^{85}$ Rb com níveis de Rydberg  $68S_{1/2}$  e  $68P_{3/2}$ . D é o estado dummy para qual decaem todos os estados.

Analogamente ao que é feito em (120), o estado  $|D\rangle$  existe para simplificar as equações no que se refere aos decaimentos, pois fazemos com que cada estado excitado decaia para o estado  $|D\rangle$ , que então decai para os estados fundamentais populando-os igualmente. Cada estado será numerado como estado *i*, onde i = 1, ..., 39 e  $|i\rangle = |n_i, L_i, S_i, J_i, F_i, m_{Fi}\rangle$ . O estado  $|D\rangle$  fica definido como o estado  $|40\rangle$ . Como os estados de Rydberg possuem tempos de vida altos se comparados aos estados com n = 5, consideraremos apenas o decaimento radiativo do  $5P_{3/2}$ . Para isto, precisamos definir projetores que projetam nos estados adequados. Definiremos, então, um projetor  $\Pi_g$ , que projeta nos 7 estados fundamentais com F = 3 de mais baixa energia, o projetor  $\Pi_e$ , que projeta nos 9 estados excitados  $5P_{3/2}$ , F = 4 e um projetor que projeta no subespaço dos estados com n = 5. Consideremos, também, o projetor Q, que completa o espaço todo, com dimensão igual a 40 e, portanto,  $Q = \mathbb{I} - P$ . Sendo assim, podemos dizer que o subespaço de todos os estados n = 68 e mais o subespaço com o projetor no estado dummy, que é definido como

$$\Pi_D = |D\rangle \langle D|, \qquad (5.20)$$

é dado por Q. Os estados com n = 68 estarão em um subespaço que exclui os estados do P, com n = 5, e exclui o subespaço dummy. Assim,

$$\Pi_Q = Q - \Pi_D. \tag{5.21}$$

Queremos, também, considerar um decaimento uniforme dos estados excitados para o estado dummy e deste para os estados fundamentais. Portanto, escrevemos as taxas de decaimento como

$$\Gamma_{g_m g_n D D} = \Gamma_g, \tag{5.22}$$

que é a taxa de decaimento do estado dummy para os estados fundamentais e

$$\Gamma_{DDq_kq_l} = \Gamma_q, \tag{5.23}$$

que é a taxa de decaimento dos estados excitados para o *dummy*. Estas taxas serão tomadas como idênticas.

Novamente, temos uma equação mestra dada por

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -\frac{i}{\hbar}\left[H(t),\rho(t)\right] + L(\rho(t)), \qquad (5.24)$$

com a Hamiltoniana dada por um termo referente ao átomo

$$H_0 = \sum_{i=1}^{N} \hbar \omega_s \left| i \right\rangle \left\langle i \right|, \qquad (5.25)$$

um termo de interação entre os campos elétricos aplicados e o momento de dipolo  ${\bf d}$ do átomo,

$$H_{int}(t) = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t) \,. \tag{5.26}$$

Aqui queremos, no entanto, considerar as polarizações dos lasers aplicados. Portanto, escrevemos o termos como

$$H_{int}(t) = -\frac{\hbar}{2} \left[ \Omega_p^{\dagger}(\omega_p) \exp\left(-i\omega_p t\right) + \Omega_p(\omega_p) \exp\left(i\omega_p t\right) \right] - \frac{\hbar}{2} \left[ \Omega_c^{\dagger}(\omega_c) \exp\left(-i\omega_c t\right) + \Omega_c(\omega_c) \exp\left(i\omega_c t\right) \right] - \frac{\hbar}{2} \left[ \Omega_m^{\dagger}(\omega_m) \exp\left(-i\omega_m t\right) + \Omega_m(\omega_m) \exp\left(i\omega_m t\right) \right],$$
(5.27)

onde

$$\hbar\Omega_p\left(\omega_p\right) = \sum_{q=-1}^{1} \Pi_g \mathbf{d} \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^* \Pi_e E_q^{(p)\dagger}\left(\omega_p\right), \qquad (5.28a)$$

$$\hbar\Omega_{c}\left(\omega_{c}\right) = \sum_{q=-1}^{1} \Pi_{e} \mathbf{d} \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q}^{*} \Pi_{g_{Q}} E_{q}^{\left(c\right)\dagger}\left(\omega_{c}\right), \qquad (5.28b)$$

$$\hbar\Omega_m\left(\omega_m\right) = \sum_{q=-1}^{1} \Pi_{g_Q} \mathbf{d} \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^* \Pi_{e_Q} E_q^{(m)\dagger}\left(\omega_m\right), \qquad (5.28c)$$

que são os operadores frequência de Rabi dos lasers de prova, controle e da microondas, respectivamente, e  $E_q^{(p)}$ ,  $E_q^{(c)}$  e  $E_q^{(m)}$  são as amplitudes dos campos elétricos dos lasers de prova, controle e da microondas, respectivamente. Porém, para esta parte do Hamiltoniano, precisamos de alguns novos operadores

$$\Pi_{g_Q} = \sum_{i=17}^{23} |i\rangle \langle i| \tag{5.29}$$

е

$$\Pi_{e_Q} = \sum_{i=24}^{39} |i\rangle \langle i|. \qquad (5.30)$$

A convenção dos versores de polarização fica definida como

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\pm 1} = \mp \left(\frac{\hat{\mathbf{x}} \pm i\hat{\mathbf{y}}}{\sqrt{2}}\right),\tag{5.31a}$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 = \hat{\mathbf{z}}.\tag{5.31b}$$

Consideremos, agora, o operador T dado por

$$T = \omega_p \Pi_e + (\omega_c + \omega_p) \Pi_{gQ} + (\omega_m + \omega_c + \omega_p) \Pi_{eQ}$$
(5.32)

onde  $\omega_{p,c,m}$  são as frequências dos lasers de prova (p), controle (c) e microondas (m), de modo que possamos trocar o termo  $H_0$  do Hamiltoniano pelo termo

$$H_{0} - \hbar T = -\hbar \Delta_{pe} \Pi_{e} - \hbar \left( \Delta_{cg_{Q}} + \Delta_{pe} \right) \Pi_{g_{Q}} - \hbar \left( \Delta_{me_{Q1}} + \Delta_{cg_{Q}} + \Delta_{pe} \right) \Pi_{e_{Q1}} - \hbar \left( \Delta_{me_{Q2}} + \Delta_{cg_{Q}} + \Delta_{pe} \right) \Pi_{e_{Q2}}.$$
(5.33)

Os termos de dessintonia são dados por

$$\Delta_{pe} = \omega_p - \omega_e, \tag{5.34a}$$

$$\Delta_{cg_Q} = \omega_c - \omega_{gQ} + \omega_e, \tag{5.34b}$$

$$\Delta_{me_{Q1}} = \omega_m - \omega_{e_{Q1}} + \omega_{gQ}, \tag{5.34c}$$

$$\Delta_{me_{Q2}} = \omega_m - \omega_{e_{Q2}} + \omega_{gQ}, \qquad (5.34d)$$

sendo Q o subespaço dos estados no  $68S_{1/2}$ ,  $Q1 \in Q2$  os subespaços dos estados no  $68P_{3/2} \in \Pi_{e_Q} = \Pi_{e_{Q1}} + \Pi_{e_{Q2}}$ . Com essas definições, a equação mestra pode ser escrita no referencial de ondas girantes como

$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}\left(t\right) = -\frac{i}{\hbar}\left[H_{0} - \hbar T + H_{int}\left(0\right), \tilde{\rho}\left(t\right)\right] + L_{rad}\left(\tilde{\rho}\left(t\right)\right) + L_{ttb}\left(\tilde{\rho}\left(t\right)\right).$$
(5.35)

O Lindbladiano da equação 5.35 possui dois termos: o de radiação e o alargamento de tempo de trânsito (*transit-time broadening* - ttb). O primeiro lida com os decaimentos dos estados excitados, o último está relacionado à forma como os elétrons nos átomos respondem à incidência de um campo elétrico oscilante, como a luz. Quando a luz é absorvida por um átomo e os elétrons começam a se mover, a resposta não é instantânea. Isso leva a uma ampliação (ou alargamento) no tempo necessário para que os elétrons retornem ao seu estado de repouso após a interação com a luz, que é chamado de *transit-time broadening*. O termo de radiação é dado por

$$L_{rad}\left(\tilde{\rho}\left(t\right)\right) = \Pi_{g}\boldsymbol{\Gamma}\tilde{\rho}\left(t\right) \cdot \mathbf{d}\Pi_{g} - \Pi_{g}\mathbf{d}\tilde{\rho}\left(t\right) \cdot \boldsymbol{\Gamma}\Pi_{g} - \frac{1}{2}\left\{\Pi_{e}\mathbf{d}\cdot\boldsymbol{\Gamma}\Pi_{e} - \Pi_{e}\boldsymbol{\Gamma}\cdot\mathbf{d}\Pi_{e}, \tilde{\rho}\left(t\right)\right\},$$
(5.36)

com

$$\Gamma = \frac{2}{3\hbar^4 c^3} \left[ \left[ \left[ \mathbf{d}, H_0 \right], H_0 \right], H_0 \right].$$
(5.37)

Já o termo de alargamento de tempo de trânsito fica

$$L_{ttb}\left(\tilde{\rho}\left(t\right)\right) = \Gamma_{g} \operatorname{Tr}\left[\Pi_{D}\tilde{\rho}\left(t\right)\right] \Pi_{g} - \frac{1}{2}\Gamma_{g}\left\{\Pi_{D},\tilde{\rho}\left(t\right)\right\} + \Gamma_{q} \operatorname{Tr}\left[\Pi_{g_{Q}}\tilde{\rho}\left(t\right)\right] \Pi_{D} - \frac{1}{2}\Gamma_{q}\left\{\Pi_{g_{Q}},\tilde{\rho}\left(t\right)\right\} + \Gamma_{q} \operatorname{Tr}\left[\Pi_{e_{Q}}\tilde{\rho}\left(t\right)\right] \Pi_{D} - \frac{1}{2}\Gamma_{q}\left\{\Pi_{e_{Q}},\tilde{\rho}\left(t\right)\right\}.$$

$$(5.38)$$

Os momentos de dipolo das transições são calculados usando o pacote ARC - Alkali Rydberg Calculator e a função getDipoleMatrixElementHFS (63, 121, 122), que calcula os momentos de dipolo para a estrutura hiperfina em unidades de  $a_0e$ . Os campos elétricos dos lasers de prova e controle são calculados considerando-se feixes de perfil Gaussiano, enquanto que os campos de microondas são calculados por meio dos dados experimentais obtidos.

Utilizando todas as equações mostradas, foi feito um programa na linguagem *Python*, cujos detalhes são mostrados em (123), onde a equação 5.35 é integrada no tempo e avaliada para um tempo t = 10  $\mu$ s, que é quando o sistema atinge o estado estacionário. Então somamos todas as transições entre o estado fundamental (f) e o primeiro excitado (e) para obter a absorção:

$$\alpha_{4n} = \frac{2Nk_p}{\hbar\epsilon_0} \sum_{f,e} \frac{\mu_{fe}^2 Im[\rho_{fe}]}{\Omega_{fe}}.$$
(5.39)

A figura 37 a) mostra espectros de transmissão EIT teórico e experimental obtidos quando não há campo microondas, enquanto que a figura b) mostra os espectros teórico e

experimental de EIT-AT quando o campo de microondas aplicado é de 5.51 mV/cm. Em ambos, a dessintonia do laser de controle é varrida. Novamente, fica evidente o efeito AT da microondas, gerando dois picos separados pela distância  $\Omega_{MW}$ .



Figura 37 – Espectro de transmissão teórico e experimental para a) EIT sem campo de microondas aplicado, e b) com campo de microondas de 5.51 mV/cm.

Fonte: Elaborada pela autora.

Verificamos a concordância entre esta teoria, que considera a estrutura hiperfina, e medidas experimentais de EIT-AT sem lente, como mostra a figura 38.

A teoria para as medidas de PSEIT acrescenta mais um nível de complexidade às equações, pois, para este caso, a polarização do feixe de controle é circular, enquanto que a do feixe de prova é linear, o que gera uma anisotropia no sistema. Podemos observar, na figura 39, como as diferentes polarizações interagem com os níveis de energia. A teoria precisa, então, levar em conta como se comporta a polarização do feixe de prova após a passagem pela célula de vapor. Esta polarização é rodada de um ângulo  $\theta$  dado por (124):

$$\theta = \frac{\pi}{\lambda} (n_+ - n_-)l, \qquad (5.40)$$

onde l é o comprimento da célula de vapor,  $n_+$  e  $n_-$  são os índices de refração experimentados pelas polarizações circulares do feixe de prova, que são a decomposição da polarização linear do mesmo. Precisamos, então, obter os índices de refração. Para isto, consideremos, primeiramente, que o vetor de onda **k** é dado por  $k = 2\pi n/\lambda$ , e portanto calculemos k.

f

Comecemos por definir o campo elétrico complexo do feixe de prova dentro da célula de vapor:

$$\mathbf{E}_{p}(z,t) = -\frac{E_{0}}{2\sqrt{2}}\hat{\epsilon}_{+1}\exp(ik_{+}z - i\omega_{p}t) + \frac{E_{0}}{2\sqrt{2}}\hat{\epsilon}_{-1}\exp(ik_{-}z - i\omega_{p}t),$$
(5.41)



Figura 38 – Concordância quantitativa entre teoria com níveis hiperfinos e medidas experimentais de EIT-AT sem lente. A reta em preto mostra a relação linear esperada entre amplitude do campo microondas e separação dos picos do sinal EIT-AT.

com

$$\hat{\epsilon}_{\pm 1} = \mp \left(\frac{\hat{x} \pm \hat{y}}{\sqrt{2}}\right),\tag{5.42}$$

onde os eixos estão definidos de acordo com a figura 40, e em verde estão mostradas as polarizações dos campos aplicados.

A média temporal do momento de dipolo complexo é dada por

$$\langle \mathbf{d} \rangle = \sum_{f} \sum_{e} \rho_{fe}(z, t) \mathbf{d}_{fe} \exp(-i\omega_{p} t)$$
(5.43)

e será usada para escrevermos o vetor densidade de polarização complexa do campo de prova

$$\mathbf{P}_{p}(z,t) = N \langle \mathbf{d} \rangle = N \sum_{f} \sum_{e} \rho_{fe}(z,t) \mathbf{d}_{fe} \exp(-i\omega_{p} t), \qquad (5.44)$$

onde  $d_{fe}$ , devido às polarições consideradas, é dado por

$$d_{fe} = -\hat{\epsilon}_{+1} \langle f | d_{-1} | e \rangle - \hat{\epsilon}_{-1} \langle f | d_{+1} | e \rangle + \hat{\mathbf{z}} \langle f | d_0 | e \rangle.$$
 (5.45)



Figura 39 – Polarização linear do feixe de prova decomposta em duas polarizações circulares  $\sigma_+$  (transições em vermelho claro) e  $\sigma_-$  (transições em vermelho escuro). A polarização circular  $\sigma_+$  do feixe de controle (transições em azul) introduz uma quebra de simetria, fazendo com que alguns estados não estejam mais conectados a outros.



Figura 40 – Esquema da montagem com a definição dos eixos e as polarizações (em verde) de cada campo elétrico.

Assim, podemos finalmente escrever o vetor polarização como

$$\mathbf{P}_{p}(z,t) = -\hat{\epsilon}_{+1}N\sum_{f}\sum_{e}\rho_{fe}(z,t)\langle f|d_{-1}|e\rangle\exp(-i\omega_{p}t)$$
$$-\hat{\epsilon}_{-1}N\sum_{f}\sum_{e}\rho_{fe}(z,t)\langle f|d_{+1}|e\rangle\exp(-i\omega_{p}t)$$
$$+\hat{\mathbf{z}}N\sum_{f}\sum_{e}\rho_{fe}(z,t)\langle f|d_{0}|e\rangle\exp(-i\omega_{p}t).$$
(5.46a)

Utilizando as equações de Maxwell dentro da célula de vapor, na ausência de fontes de carga e corrente, e considerando que o campo de deslocamento elétrico é dado por  $\mathbf{D} = \mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t) + 4\pi \mathbf{P}_p$ , chegamos à seguinte relação entre o campos elétrico e o vetor polarização:

$$-\frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathbf{E}_p(z,t) = \frac{\omega_p^2}{c^2}\mathbf{E}_p(z,t) + 4\pi \frac{\omega_p^2}{c^2}\mathbf{P}_p(z,t).$$
(5.47)

Substituindo a equação 5.41 em 5.47 e inspecionando a equação resultante elemento por

elemento, obtemos

$$k_{+}^{2} \frac{E_{0}}{2\sqrt{2}} \exp(ik_{+}z - i\omega_{p}t) = \frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}} \left(\frac{E_{0}}{2\sqrt{2}} \exp(ik_{+}z - i\omega_{p}t) - 4\pi\hat{\epsilon}_{+1}^{*} \cdot \mathbf{P}_{p}(z, t)\right), \quad (5.48a)$$

$$k_{-}^{2} \frac{E_{0}}{2\sqrt{2}} \exp(ik_{-}z - i\omega_{p}t) = \frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}} \left(\frac{E_{0}}{2\sqrt{2}} \exp(ik_{-}z - i\omega_{p}t) + 4\pi\hat{\epsilon}_{-1}^{*} \cdot \mathbf{P}_{p}(z,t)\right).$$
(5.48b)

A equação 5.46a implica em

$$\hat{\varepsilon}_{+1}^* \cdot \mathbf{P}_p(z,t) = -N \sum_f \sum_e \rho_{fe}(z,t) \langle f | d_{-1} | e \rangle \exp(-i\omega_p t), \qquad (5.49a)$$

$$\hat{\epsilon}_{-1}^* \cdot \mathbf{P}_p(z,t) = -N \sum_f \sum_e \rho_{fe}(z,t) \langle f | d_{+1} | e \rangle \exp(-i\omega_p t).$$
(5.49b)

Além disso, no regime estacionário,  $\rho_{fe}(z,t)$  fica independente do tempo, de modo que, levando isto em conta e substituindo as equações 5.49 nas equações 5.48, obtemos

$$k_{+}^{2} = \frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}} \left( 1 + \frac{8\pi\sqrt{2}N}{E_{0}} \sum_{f} \sum_{e} \frac{\rho_{fe}(z)}{\exp(ik_{+}z)} \langle f | d_{-1} | e \rangle \right),$$
(5.50a)

$$k_{-}^{2} = \frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}} \left( 1 - \frac{8\pi\sqrt{2}N}{E_{0}} \sum_{f} \sum_{e} \frac{\rho_{fe}(z)}{\exp(ik_{-}z)} \left\langle f \right| d_{+1} \left| e \right\rangle \right).$$
(5.50b)

Observemos, no entanto, que os fatores  $\langle f | d_{\pm 1} | e \rangle$  fazem com que as equações 5.50 independam de z, pois são fatores que selecionam somente os elementos da matriz de densidade que satisfazem as regras de seleção de acordo com as polarizações. Assim, podemos finalmente escrever

$$k_{+}^{2} = \frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}} \left( 1 + \frac{8\pi\sqrt{2}N}{E_{0}} \sum_{f} \sum_{e} \rho_{fe} \langle f | d_{-1} | e \rangle \right),$$
(5.51a)

$$k_{-}^{2} = \frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}} \left( 1 - \frac{8\pi\sqrt{2}N}{E_{0}} \sum_{f} \sum_{e} \rho_{fe} \langle f | d_{+1} | e \rangle \right).$$
(5.51b)

Com isso, podemos obter o ângulo da equação 5.40 pelo qual é rodada a polarização do feixe de prova e, assim, obtemos nosso sinal de dispersão PSEIT-AT.

A figura 41 a) mostra espectros de dispersão PSEIT teórico e experimental obtidos quando não há campo microondas, enquanto que a figura b) mostra os espectros teórico e experimental de PSEIT-AT quando o campo de microondas aplicado é de 3.10 mV/cm. Em ambos, a dessintonia do laser de controle é varrida. Aqui também fica evidente o efeito AT da microondas, gerando uma curva de dispersão cuja distância pico-vale externos é maior. Convém, aqui, atentar para o fato de que as curvas PSEIT teóricas não coincidem em toda sua extensão às curvas experimentais, sendo a diferença consistente com as circunstâncias de que estamos usando um estado *dummy* fictício e não sabemos claramente o valor da taxa de decaimento para o mesmo.

A figura 42 mostra, no entanto, que existe uma boa concordância quantitativa nas posições dos picos e vales mais externos do sinal PSEIT, que é o fator que mais interessa, uma vez que usamos a distância pico-vale para definir nossas medidas.



Figura 41 – Espectro de transmissão teórico e experimental para a) EIT sem campo de microondas aplicado, e b) com campo de microondas de 3.10 mV/cm..



Figura 42 – Concordância quantitativa entre teoria com níveis hiperfinos, que leva em conta as diferentes polarizações, e medidas experimentais de PSEIT-AT sem lente.

## 6 ÁTOMOS DE RYDBERG EM EIT E DEFEITOS QUÂNTICOS: RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos os resultados experimentais das medidas de frequência de transição entre os estados  $nD_{5/2} \rightarrow (n+2)P_{3/2}$  e  $nD_{5/2} \rightarrow (n-2)F_{7/2}$ , para n =41 - 46. Os resultados obtidos são comparados com medidas feitas para as séries  $P_{3/2}$  e  $F_{7/2}$  por outros grupos, permitindo-nos validar, utilizando EIT, os melhores valores de defeitos quânticos medidos, já que nos últimos anos surgiram valores discrepantes. Como mencionado na seção 2.2.2, o conhecimento dos defeitos quânticos é fundamental para refinar teorias e obter valores mais precisos de diversas propriedades atômicas tais como o momento de dipolo.

### 6.1 Resultados experimentais

A medição dos defeitos quânticos em átomos hidrogenóides desempenha um papel crucial em nossa compreensão da mecânica quântica e do comportamento dos elétrons nestas estruturas atômicas. Em particular, o estudo dos defeitos quânticos de séries atômicas específicas fornece valores de energias dos estados e seus dipolos. Há, no entanto, diversos trabalhos (61,64–67) que medem os defeitos quânticos e uma questão central é saber qual deles é o mais adequado. Nesse contexto, utilizando a espectroscopia de EIT assistida por microondas, realizamos a medição das frequências das transições  $5S_{1/2} \rightarrow$  $5P_{3/2} \rightarrow nD \rightarrow (n+2)P_{3/2}$  e  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow nD \rightarrow (n-2)F_{7/2}$ , para n = 41 - 46 e comparamos os valores com os obtidos utilizando-se os defeitos quânticos medidos por diferentes grupos.

A figura 43 mostra os sinais obtidos quando a MW é varrida ao redor das transições  $46D \rightarrow 44F$  e  $46D \rightarrow 48P$ , com potências variáveis. Aqui, a potência que controlamos e que pode ser variada é a que entra no gerador de microondas, e a razão pela qual variamola é para verificar que os valores das transições não são por ela alterados. Os espectros de transmissão são ajustados com uma Lorentziana, o que nos permite obter a posição central em frequência dos picos e, portanto, as frequências de transições. O procedimento é realizado para todos os n considerados, o que nos permite obter as frequências de transições para todos estes estados.

É importante salientar que consideramos neste trabalho somente as transições para o estado  $F_{7/2}$ , uma vez que o momento de dipolo da transição para o estado  $F_{5/2}$  é 4 vezes menor, o que faz com que a intensidade do sinal, que é proporcional ao campo elétrico ao quadrado, seja então 16 vezes menor para este estado.



Figura 43 – Sinal de EIT para varredura da microondas ao redor das transições a)  $46D \rightarrow 44P$  e b)  $46D \rightarrow 44F$ , com potência de entrada no gerador de MW variável.

Para então obter estas frequências de transição como função da potência da microondas, começamos por escolher a frequência do gerador de microondas entre os valores 6 e 9 GHz, de acordo com a transição que queremos realizar. Porém, este intervalo de frequência não é o intervalo necessário para o experimento. Deste modo, enviamos o sinal de MW para um duplicador de frequência modelo ZX90-2-24-S+, Minicircuits, em seguida para um quadruplicador modelo 934VF-10/385, Mi-Wave. Após essas passagens pelo duplicador e quadruplicador, esperamos que haja uma não-linearidade entre os valores de potência inseridos no gerador  $(P_{in})$  e os de saída  $(P_{out})$  após o duplicador e o quadruplicador (125). A medida da relação entre  $P_{in}$  e  $P_{out}$  é feita utilizando-se nossa já sabida relação entre a amplitude do campo de microondas e a separação dos picos de EIT quando ela é aplicada:  $E_{MW} = \hbar \Delta_{EIT-AT} / \mu_{transicão}$ . Com essa relação em mente, aplicamos uma microondas ressonante com as transições  $46D \rightarrow 48P \ e \ 46D \rightarrow 44F$ , medimos a separação gerada no espectro de EIT e fazemos um gráfico log x log de  $\Delta_{EIT-AT} \times P_{in}$  (ver figura 44) para cada uma dessas transições consideradas. Como  $\Delta_{EIT-AT}$  é proporcional ao campo elétrico que, por sua vez, é proporcional à raiz quadrada da potência, temos então as seguintes relacões:

$$P_{out} \propto P_{in}^{11.82}, nD_{5/2} \to (n+2)P_{3/2}$$
 (6.1a)

$$P_{out} \propto P_{in}^{10.18}, nD_{5/2} \to (n-2)F_{7/2}.$$
 (6.1b)



Figura 44 – Gráfico log x log de  $\Delta_{EIT-AT} \times P_{in}$  para o 48P (em azul) e 44F (em vermelho). As linhas em preto são os ajustes lineares que nos permitem obter as equações 6.1.



As figuras 45 e 46 mostram as frequências de transição como função da potência de saída normalizada da microondas e de n, para as transições  $nD \rightarrow (n+2)P$  e  $nD \rightarrow (n-2)F$ , respectivamente.

A determinação do valor experimental medido para cada frequência de transição é feita considerando-se todos os valores obtidos como função de  $P_{out}$  normalizada para cada n e tomando-se um ajuste linear, conforme mostra a figura 47. Este ajuste fornece o valor da frequência de transição e um erro associado. Escolhemos, então, como erro experimental o maior valor de erro observado, considerando todas as transições nD medidas, que é de 1 MHz.

Podemos comparar os valores obtidos experimentalmente com os valores previstos utilizando os defeitos quânticos medidos nos experimentos realizados por Li *et al* (61) e Han *et al* (64), que são utilizados na teoria pelo pacote ARC (121) e tomados como referência em alguns experimentos (65). Para isto, consideremos que o intervalo de frequência entre dois estados n e n', que no presente caso, se referem aos estados iniciais  $nD_{5/2}$  e aos estados finais  $(n + 2)P_{3/2}$  ou  $(n - 2)F_{7/2}$ , respectivamente, pode ser calculado pela fórmula (3):

$$\nu_{nn'} = Ry \left( \frac{1}{(n-\delta_n)^2} - \frac{1}{(n'-\delta_{n'})^2} \right) c, \tag{6.2}$$

onde  $Ry = 109736.605 \text{ cm}^{-1}$  é a constante de Rydberg apresentada na seção 2,  $c = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm/s}$  é a velocidade da luz e  $\delta_{n,n'}$  são os defeitos quânticos, que podem ser aproximados pelos coeficientes de Rydberg-Ritz modificados (59–62):

$$\delta_n \approx \delta_0 + \frac{\delta_2}{(n - \delta_0)^2},\tag{6.3}$$

onde  $\delta_0 \in \delta_2$  são constantes de defeito quântico.



Figura 45 – Frequências de transição como função da potência normalizada e de n, para as transições  $nD \rightarrow (n+2)P$ .

Fonte: Elaborada pela autora.

Com as fórmulas 6.2 e 6.3, é possível, então, calcular a diferença de frequências de transição entre os estados  $nD_{5/2}$  e os estados  $(n+2)P_{3/2}$  e  $(n-2)F_{7/2}$ . Para tanto, utilizamos os seguintes defeitos quânticos obtidos por Li *et al* (com seus respectivos erros entre parênteses) para as séries  $nD_{5/2}$ :  $\delta_0 = 1.34646572(30)$  e  $\delta_2 = -0.59600(18)$ , e  $(n+2)P_{3/2}$ :  $\delta_0 = 2.6416737(10)$  e  $\delta_2 = 0.2950(7)$  (61). Para a série  $(n-2)F_{7/2}$ , utilizamos os valores medidos por Han *et al*:  $\delta_0 = 0.0165437(7)$  e  $\delta_2 = -0.086(7)$  (64). As tabelas abaixo (2 e 3) mostram os valores obtidos experimentalmente no nosso trabalho, os valores previstos utilizando os defeitos quânticos medidos por Li *et al* e Han *et al*, e o desvio relativo para as transições  $nD \rightarrow (n+2)P$  e  $nD \rightarrow (n-2)F$ , que é definido como: *Desvio relativo* =  $(Freq_{medida} - Freq_{prevista})/Freq_{prevista}$ .



Figura 46 – Frequências de transição como função da potência normalizada e de n, para as transições  $nD \rightarrow (n-2)F$ .





Figura 47 – Determinação da frequência de transição e erro associado para a transição  $nD \rightarrow (n-2)F$  por meio de um ajuste linear, que fornece o valor 50844 ± 1 MHz.

A figura 48 mostra como fica o desvio relativo em função de n. Podemos notar a boa concordância entre os valores obtidos experimentalmente neste trabalho e os valores previstos utilizando os defeitos quânticos medidos por Li *et al* e Han *et al*, com concordância maior para as medidas das transições  $nD \rightarrow (n+2)P$ .

Tabela 2 – Frequência das transições  $nD \rightarrow (n+2)P$  (n=41-46) em MHz e incertezas para nossas medidas e os valores previstos utilizando os defeitos quânticos medidos por Li *et al* e Han *et al*.

n	Frequência medida	Freq. prevista Li e Han $et\ al$	Desvio relativo ( $\times 10^{-5}$ )
41	$72377 \pm 1$	$72378.38 \pm 0.11$	$-1.90 \pm 1.54$
42	$67212\pm1$	$67213.37 \pm 0.11$	$-2.03 \pm 1.64$
43	$62527\pm1$	$62528.29 \pm 0.10$	$-2.06 \pm 1.75$
44	$58267 \pm 1$	$58268.68 \pm 0.09$	$-2.88 \pm 1.87$
45	$54386 \pm 1$	$54387.31\pm0.08$	$-2.40 \pm 1.99$
46	$50844 \pm 1$	$50843.13 \pm 0.08$	$1.71 \pm 2.12$

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 3 – Frequência das transições  $nD \rightarrow (n-2)F$  (n=41-46) em MHz e incertezas para nossas medidas e os valores previstos utilizando os defeitos quânticos medidos por Li *et al* e Han *et al*.

n	Frequência medida	Freq. prevista Li e Han $et\ al$	Desvio relativo (×10 <sup>-5</sup> )
41	$72579 \pm 1$	$72577.46 \pm 0.52$	$2.12\pm2.09$
42	$67310\pm1$	$67308.01 \pm 0.46$	$2.95\pm2.17$
43	$62538 \pm 1$	$62536.62 \pm 0.41$	$2.20\pm2.25$
44	$58209\pm1$	$58205.80\pm0.36$	$5.49 \pm 2.34$
45	$54269 \pm 1$	$54265.85 \pm 0.32$	$5.80 \pm 2.43$
46	$50675\pm1$	$50673.64 \pm 0.29$	$2.68 \pm 2.54$

Fonte: Elaborada pela autora.

Podemos, agora, comparar as diferenças de frequências de transições, tanto obtidas neste experimento, quanto previstas usando os defeitos quânticos medidos por Li *et al* e Han *et al* usando os valores tirados de (61) e (64), respectivamente, com previsões obtidas utilizando os defeitos quânticos medidos por outros experimentos para as mesmas séries. Para isto, consideremos então os defeitos quânticos recalculados para a série  $(n + 1)P_{3/2}$ obtidos por Li *et al* (65). Consideremos também outros dois trabalhos que recalcularam os defeitos quânticos para as séries  $nP_{3/2}$  de Sanguinetti *et al* (66) e  $nF_{7/2}$  de Johnson *et al* (67), cujas excitações para os estados  $P \in F$  foram feitas oticamente a partir de um estado  $5D_{5/2}$ . A tabela 4 mostra os valores dos defeitos quânticos medidos em cada experimento e que serão usados para calcular as frequências de transição.

Com os valores da tabela 4, calculamos as frequências de transição previstas para cada uma das séries utilizando os defeitos quânticos medidos pelos diferentes grupos. Tomamos, então, a diferença das frequências de transição P - F, em módulo, para nossas medidas experimentais e as previsões, resultando na tabela 5.



Figura 48 – Desvio relativo entre as medidas obtidas experimentalmente neste trabalho e os valores previstos utilizando os defeitos quânticos medidos por Li et al e Han et al.

Fonte: Elaborada pela autora.

A figura 49 também mostra uma comparação dos valores da tabela 5. É notável que os experimentos de Li *et al* (65) (triângulos azuis) e de Sanguinetti e Johnson *et al* (66,67) (triângulos verdes) apresentam uma diferença considerável dos valores previstos utilizando os defeitos quânticos de Li e Han *et al* (61,64) (quadrados pretos). Já o experimento apresentado neste trabalho (círculos vermelhos) apresenta valores muito próximos aos de Li e Han *et al*, validando e indicando que os defeitos quânticos mais adequados para uso são os medidos em (61) e (64).

Tabela 4 – Tabela defeitos quânticos medidos  $\delta_0$  e  $\delta_2$  para as séries  $P_{3/2}$  e  $F_{7/2}$  do <sup>85</sup>Rb com os erros entre parênteses.

Referência	Processo de transição	$\delta_0$	$\delta_2$
Série $P_{3/2}$			
2021, S. Li <i>et al</i> (65)	$5S_{1/2} - 5P_{3/2} - nD_{5/2} - (n+1)P_{3/2}$	2.64142(15)	0.295
2003, W. Li <i>et al</i> (61)	$5S_{1/2} - 5P_{3/2} - nS_{1/2} - nP_{3/2}$	2.6548849(10)	0.2950(7)
2009, B. Sanguinetti $et \ al \ (66)$	$5S_{1/2} - 5P_{3/2} - 5D_{5/2} - nP_{3/2}$	2.641352	0.4822
Série $F_{7/2}$			
2021, S. Li <i>et al</i> (65)	$5S_{1/2} - 5P_{3/2} - nD_{5/2} - (n-1)F_{7/2}$	0.016411(16)	0.0784
2006, J. Han <i>et al</i> (64)	$5S_{1/2} - 5P_{3/2} - (n+2)D_{5/2} - nF_{7/2}$	0.0165437(7)	-0.086(7)
2010, L. Johnson $et al$ (67)	$5S_{1/2} - 5P_{3/2} - 5D_{5/2} - nF_{7/2}$	0.016473(14)	0.0784(7)

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5 – Módulo da diferença de frequências de transições  $nD \rightarrow (n+2)P_{3/2}$  e  $nD \rightarrow (n-2)F_{7/2}$  (n=41-46) para o nosso experimento, para os experimentos de Li e Han *et al*, de Li *et al* e de Sanguinetti e Johnson *et al*, em MHz.

n	Experimento	Li e Han $et\ al$	Li et al	Sanguinetti e Johnson $et \ al$
41	$202 \pm 2$	$199.08 \pm 0.63$	$160 \pm 8$	$179 \pm 8$
42	$98 \pm 2$	$94.65\pm0.56$	$58 \pm 8$	$76\pm8$
43	$11 \pm 2$	$8.33\pm0.50$	$26 \pm 7$	$10 \pm 8$
44	$58 \pm 2$	$62.88\pm0.45$	$95\pm7$	$80\pm8$
45	$117 \pm 2$	$121.47 \pm 0.40$	$151 \pm 6$	$138\pm8$
46	$168\pm2$	$169.49\pm0.36$	$197\pm~6$	$185 \pm 8$



Figura 49 – Comparação da diferença de frequências de transições para os estados  $P \in F$ para o presente experimento, experimentos de Li e Han *et al* e outros dois experimentos.

Fonte: Elaborada pela autora.

As pequenas discrepâncias observadas entre os nossos valores e os previstos usando as medidas de Li e Han *et al* podem ter algumas razões, dentre as quais podemos citar o uso de átomos quentes, que introduz alargamentos às curvas devido às velocidades dos átomos, e a falta de blindagem da célula, fazendo com que campos eletromagnéticos externos também possam exercer algum efeito na largura das curvas.

Outro ponto importante deste experimento é sua relação com a ressonância Förster. Este efeito é um fenômeno de transferência de energia ressonante, que consiste na troca de energia, de forma não-radiativa, entre duas partículas acopladas por interações do tipo dipolo-dipolo (126). Para o caso de estados de Rydberg no <sup>85</sup>Rb, o estado com n = 43 apresenta uma ressonância Förster natural, o que significa que uma interação dipolar de longo alcance do tipo  $1/R^3$  ocorre entre pares de átomos que apresentam uma quase degenerescência de energia, no caso, os pares  $43D_{5/2} + 43D_{5/2} = 45P_{3/2} + 41F_{7/2}$ , fazendo com que o canal de interação dado por

$$43D_{5/2} + 43D_{5/2} \to 45P_{3/2} + 41F_{7/2} \tag{6.4}$$

ocorra. Como observado por Younge *et al* (127), existe uma considerável transferência do estado D para os estados P e F da equação 6.4, principalmente a altas densidades (ver figura 50 a)), indicando este processo de interação entre dois corpos. Também neste trabalho de Younge *et al*, considerando o canal

$$nD_{5/2} + nD_{5/2} \to (n+2)P_{3/2} + (n-2)F_{7/2}$$
 (6.5)

foi observado que o percentual de mistura entre os estados é maior quando n = 43 (figura 50 b)), pois a diferença de energia entre os lados esquerdo e direito da equação 6.5 é a menor para este n.



Figura 50 – a) Sinal de elétrons evidenciando a transferência do estado 43D para os estados 45P e 41F, para densidades variáveis, devido à ressonância Förster natural que ocorre no primeiro estado. Uma rampa de campo elétrico é aplicada para ionizar seletivamente os estados (em vermelho). b) Porcentagem de átomos transferidos de acordo com a equação 6.5 em função do número quântico n. Observa-se um máximo para n = 43.

Fonte: Adaptada de YOUNGE et al. (124)

Neste experimento, podemos observar com clareza os picos referentes às transições  $43D_{5/2} \rightarrow 45P_{3/2} \ e \ 43D_{5/2} \rightarrow 41F_{7/2}$ , conforme mostra a figura 51, devido à pequena diferença de energia existente entre estes estados, o que confirma o efeito Förster.



Figura 51 – Sinal obtido para as transições  $43D_{5/2} \rightarrow 45P_{3/2}$  <br/>e $43D_{5/2} \rightarrow 41F_{7/2}.$ 

# 7 CONCLUSÃO

Neste estudo, investigamos as propriedades dos átomos de Rydberg interagindo com luz em uma célula de vapor de Rubídio, sob a condição de Transparência Eletromagneticamente Induzida (EIT). Inicialmente, exploramos como a utilização de diferentes modos do feixe de prova, especificamente os modos Gaussiano e LG, afeta o sinal de EIT, concluindo que o modo LG é capaz de reduzir significativamente a largura à meia altura do pico de EIT. Além disso, ao aplicar a técnica de espectroscopia por polarização (PS) a essas medidas, apresentamos um método que permite uma medição direta da largura da curva de EIT. A redução da largura causada pelo feixe LG possui implicações valiosas para diversas aplicações que demandam larguras de linha mais estreitas, e essa melhoria pode ser ainda aprimorada através do ajuste da intensidade do laser de prova e da densidade óptica (128).

Ao incorporar a interação de campos de microondas aos átomos de Rydberg em EIT, utilizando ainda a técnica de PS e acrescentando uma lente cilíndrica de microondas, aprimoramos significativamente a eletrometria de microondas. A técnica de PSEIT-AT permitiu ampliar a faixa de detecção da amplitude mínima de campo elétrico de microondas em cerca de cinco vezes em comparação com a técnica de EIT-AT convencional. A introdução de uma lente cilíndrica de microondas triplicou a intensidade do campo elétrico da mesma na célula de vapor, resultando em outro aumento de aproximadamente três vezes na amplitude mínima detectável do campo elétrico. Portanto, alcançamos um fator de melhoria total de cerca de 15, validando o potencial dessa técnica. Este estudo demonstra a viabilidade de aplicar novas abordagens à eletrometria de microondas que dispensam a necessidade de modulação do sinal, representando melhorias significativas, uma vez que permite medições de campos de microondas com uma resolução maior. Isto é de suma importância em diversas aplicações, como comunicações sem fio, detecção de radiação e pesquisas em física atômica e quântica.

No que se refere à teoria desenvolvida, o modelo teórico multiníveis, que leva em consideração os níveis de energia hiperfinos e diferentes polarizações dos feixes de luz, demonstrou concordância quantitativa e qualitativa notável com os resultados experimentais para as técnicas de EIT-AT e PSEIT-AT, fornecendo valores da separação Autler-Townes (AT) e da distância pico-vale externos que estão em excelente acordo com as medições experimentais.

Adicionalmente, no contexto da interação de átomos de Rydberg em EIT com campos de micro-ondas, conduzimos medições precisas das frequências das transições  $nD_{5/2} \rightarrow (n+2)P_{3/2} \in nD_{5/2} \rightarrow (n-2)F_{7/2}$ . Essas medições são essenciais para determinar o valor dos defeitos quânticos, que desempenham um papel fundamental na melhoria da precisão das tecnologias quânticas e na viabilização de aplicações como a computação quântica. Devido à existência de várias medidas de defeitos quânticos disponíveis na literatura, nossas medidas precisas possibilitaram a validação e a seleção dos valores mais adequados, aprimorando ainda mais nossa compreensão e capacidade de aplicação desses estados altamente excitados de Rydberg.

Os resultados deste estudo abrem portas para diversas perspectivas futuras e aplicações. Uma direção promissora é a otimização contínua das técnicas de medição de microondas com átomos de Rydberg, buscando ainda maior sensibilidade e resolução. Existem ainda possibilidades de melhoramento do sinal como, por exemplo, realizar uma blindagem magnética da célula.

De maneira geral, este estudo revela as múltiplas facetas que se desdobram quando átomos de Rydberg se tornam a fonte de investigação. Em conjunto com a técnica de EIT, desvendamos um conjunto de possibilidades que nos permite não apenas criar sensores de alta precisão, mas também permitiria adentrar o campo do processamento quântico. Assim, esse trabalho celebra a sinergia entre ciência e a capacidade infinita de exploração do universo quântico, onde desvendamos os segredos mais profundos da matéria e da informação.

# REFERÊNCIAS

1 BANET, L. Evolution of the Balmer series. American Journal of Physics, v. 34, n. 6, p. 496–503, 1966.

2 KLEPPNER, D. An introduction to Rydberg atoms. *In*: BRIAND, J. P. (ed.). Atoms in unusual situations. Boston: Springer, 1986. p. 57–75. (Nato ASI series, v. 143).

3 GALLAGHER, T. F. Rydberg atoms. *In*: DRAKE, G. (ed.). Springer handbook of atomic, molecular, and optical physics. Cham: Springer, 1994. p. 231–240.

4 LITTMAN, M. *et al.* Introducing quantum mechanics through its historical roots: the hydrogen Rydberg atom viewed through the lens of the old quantum theory. **American Journal of Physics**, AIP Publishing, v. 91, n. 5, p. 371–371, 2023.

5 BOHR, N. I. on the constitution of atoms and molecules. **The London, Edinburgh,** and **Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science**, Taylor & Francis, v. 26, n. 151, p. 1–25, 1913.

6 PHILLIPS, W. D. Nobel lecture: laser cooling and trapping of neutral atoms. **Reviews** of Modern Physics, APS, v. 70, n. 3, p. 721, 1998.

7 DUNNING, F. *et al.* Recent advances in Rydberg physics using alkaline-earth atoms. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 49, n. 11, p. 112003, 2016.

8 ADAMS, C. S.; PRITCHARD, J. D.; SHAFFER, J. P. Rydberg atom quantum technologies. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 53, n. 1, p. 012002, 2019.

9 FLANNERY, M.; VRINCEANU, D.; OSTROVSKY, V. Long-range interaction between polar Rydberg atoms. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 38, n. 2, p. S279, 2005.

10 SINGER, K. *et al.* Long-range interactions between alkali Rydberg atom pairs correlated to the ns–ns, np–np and nd–nd asymptotes. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 38, n. 2, p. S295, 2005.

11 CERJAN, C. *et al.* Coherent states in a Rydberg atom: quantum mechanics. **Physical Review A**, APS, v. 55, n. 3, p. 2222, 1997.

12 FOX, R. F. Generalized coherent states. **Physical Review A**, APS, v. 59, n. 5, p. 3241, 1999.

13 VELA-AREVALO, L. V.; FOX, R. F. Coherent states of the driven Rydberg atom: quantum-classical correspondence of periodically driven systems. **Physical Review A**, APS, v. 71, n. 6, p. 063403, 2005.

14 RYABTSEV, I. I.; TRETYAKOV, D. B.; BETEROV, I. I. Applicability of Rydberg atoms to quantum computers. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 38, n. 2, p. S421, 2005.

15 SAFFMAN, M. Quantum computing with atomic qubits and Rydberg interactions: progress and challenges. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 49, n. 20, p. 202001, 2016.

16 COHEN, S. R.; THOMPSON, J. D. Quantum computing with circular Rydberg atoms. **PRX Quantum**, APS, v. 2, n. 3, p. 030322, 2021.

17 WU, X. *et al.* A concise review of Rydberg atom based quantum computation and quantum simulation. **Chinese Physics B**, IOP Publishing, v. 30, n. 2, p. 020305, 2021.

18 CONG, I. *et al.* Hardware-efficient, fault-tolerant quantum computation with Rydberg atoms. **Physical Review X**, APS, v. 12, n. 2, p. 021049, 2022.

19 ZHANG, C.; TARBUTT, M. Quantum computation in a hybrid array of molecules and Rydberg atoms. **PRX Quantum**, APS, v. 3, n. 3, p. 030340, 2022.

20 SEDLACEK, J. A. *et al.* Microwave electrometry with Rydberg atoms in a vapour cell using bright atomic resonances. **Nature Physics**, Nature Publishing Group UK London, v. 8, n. 11, p. 819–824, 2012.

21 SEDLACEK, J. *et al.* Atom-based vector microwave electrometry using rubidium Rydberg atoms in a vapor cell. **Physical Review Letters**, APS, v. 111, n. 6, p. 063001, 2013.

22 FAN, H. *et al.* Subwavelength microwave electric-field imaging using Rydberg atoms inside atomic vapor cells. **Optics Letters**, Optica Publishing Group, v. 39, n. 10, p. 3030–3033, 2014.

23 HOLLOWAY, C. L. *et al.* Broadband Rydberg atom-based electric-field probe for si-traceable, self-calibrated measurements. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, IEEE, v. 62, n. 12, p. 6169–6182, 2014.

24 FAN, H. *et al.* Atom based rf electric field sensing. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 48, n. 20, p. 202001, 2015.

25 SIMONS, M. T.; GORDON, J. A.; HOLLOWAY, C. L. Fiber-coupled vapor cell for a portable Rydberg atom-based radio frequency electric field sensor. **Applied Optics**, Optica Publishing Group, v. 57, n. 22, p. 6456–6460, 2018.

26 SIMONS, M. T. *et al.* Rydberg atom-based sensors for radio-frequency electric field metrology, sensing, and communications. **Measurement:** sensors, Elsevier, v. 18, p. 100273, 2021.

27 LIU, B. *et al.* Highly sensitive measurement of a megahertz rf electric field with a Rydberg-atom sensor. **Physical Review Applied**, APS, v. 18, n. 1, p. 014045, 2022.

28 PETROSYAN, D.; OTTERBACH, J.; FLEISCHHAUER, M. Electromagnetically induced transparency with Rydberg atoms. **Physical Review Letters**, APS, v. 107, n. 21, p. 213601, 2011.

29 HARRIS, S. E. Electromagnetically induced transparency. **Physics Today**, American Institute of Physics, v. 50, n. 7, p. 36–42, 1997.

30 MARANGOS, J. P. Electromagnetically induced transparency. Journal of Modern Optics, Taylor & Francis, v. 45, n. 3, p. 471–503, 1998.

31 FLEISCHHAUER, M.; IMAMOGLU, A.; MARANGOS, J. P. Electromagnetically induced transparency: optics in coherent media. **Reviews of Modern Physics**, APS, v. 77, n. 2, p. 633, 2005.

32 BOLLER, K.-J.; IMAMOĞLU, A.; HARRIS, S. E. Observation of electromagnetically induced transparency. **Physical Review Letters**, APS, v. 66, n. 20, p. 2593, 1991.

33 COHEN-TANNOUDJI, C. N. The Autler-Townes effect revisited. *In*: CHIAO, R. Y. (ed.). **Amazing Light:** a volume dedicated to Charles Hard Townes on his 80th birthday. New York: Springer, 1996. p. 109–123.

34 ABI-SALLOUM, T. Y. Electromagnetically induced transparency and Autler-Townes splitting: two similar but distinct phenomena in two categories of three-level atomic systems. **Physical Review A**, APS, v. 81, n. 5, p. 053836, 2010.

35 ANISIMOV, P. M.; DOWLING, J. P.; SANDERS, B. C. Objectively discerning Autler-Townes splitting from electromagnetically induced transparency. **Physical Review Letters**, APS, v. 107, n. 16, p. 163604, 2011.

36 TANASITTIKOSOL, M. *et al.* Microwave dressing of Rydberg dark states. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 44, n. 18, p. 184020, 2011.

37 ANDERSON, D. A. *et al.* Two-photon microwave transitions and strong-field effects in a room-temperature Rydberg-atom gas. **Physical Review A**, American Physical Society, v. 90, n. 4, p. 043419, Oct. 2014.

38 ANDERSON, D. A. *et al.* Optical measurements of strong microwave fields with Rydberg atoms in a vapor cell. **Physical Review Applied**, American Physical Society, v. 5, n. 3, p. 034003, Mar. 2016.

39 SIMONS, M. T.; GORDON, J. A.; HOLLOWAY, C. L. Simultaneous use of cs and rb Rydberg atoms for dipole moment assessment and rf electric field measurements via electromagnetically induced transparency. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing LLC, v. 120, n. 12, p. 123103, 2016.

40 HOLLOWAY, C. L. *et al.* A quantum-based power standard: using Rydberg atoms for a si-traceable radio-frequency power measurement technique in rectangular waveguides. **Applied Physics Letters**, AIP Publishing LLC, v. 113, n. 9, p. 094101, 2018.

41 SIMONS, M. T. *et al.* Electromagnetically induced transparency (eit) and Autler-Townes (at) splitting in the presence of band-limited white gaussian noise. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing LLC, v. 123, n. 20, p. 203105, 2018.

42 LIU, X. *et al.* Using amplitude modulation of the microwave field to improve the sensitivity of Rydberg-atom based microwave electrometry. **AIP Advances**, AIP Publishing, v. 11, n. 8, p. 085127, 2021.

43 HOLLOWAY, C. L. *et al.* Electric field metrology for si traceability: systematic measurement uncertainties in electromagnetically induced transparency in atomic vapor. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 121, n. 23, 2017.

44 CARR, C.; ADAMS, C. S.; WEATHERILL, K. J. Polarization spectroscopy of an excited state transition. **Optics Letters**, Optica Publishing Group, v. 37, n. 1, p. 118–120, 2012.

45 KOCHAROVSKAYA, A.; KHANIN, Y. I. Population trapping and coherent bleaching of a three-level medium by a periodic train of ultrashort pulses. **Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki**, v. 90, p. 1610–1618, 1986.

46 ARIMONDO, E. V coherent population trapping in laser spectroscopy. **Progress in Optics**, Elsevier, v. 35, p. 257–354, 1996.

47 SOUZA, J. A. *et al.* Electromagnetically-induced-transparency-related phenomena and their mechanical analogs. **Physical Review A**, American Physical Society, v. 92, p. 023818, Aug. 2015. DOI: 10.1103/PhysRevA.92.023818.

48 ALZAR, C. L. G.; MARTINEZ, M. A. G.; NUSSENZVEIG, P. Classical analog of electromagnetically induced transparency. **American Journal of Physics**, v. 70, n. 1, p. 37–41, 2002.

49 VANIER, J. Atomic clocks based on coherent population trapping: a review. Applied Physics B, Springer, v. 81, n. 4, p. 421–442, 2005.

50 KITCHING, J. Chip-scale atomic devices. Applied Physics Reviews, AIP Publishing, v. 5, n. 3, p. 031302, 2018.

51 BEAUSOLEIL, R. *et al.* Applications of electromagnetically induced transparency to quantum information processing. **Journal of Modern Optics**, Taylor & Francis, v. 51, n. 16-18, p. 2441–2448, 2004.

52 FIRSTENBERG, O.; ADAMS, C. S.; HOFFERBERTH, S. Nonlinear quantum optics mediated by Rydberg interactions. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 49, n. 15, p. 152003, 2016.

53 MA, L.; SLATTERY, O.; TANG, X. Optical quantum memory based on electromagnetically induced transparency. **Journal of Optics**, IOP Publishing, v. 19, n. 4, p. 043001, 2017.

54 WEI, S.-H. *et al.* Towards real-world quantum networks: a review. Laser & Photonics Reviews, Wiley Online Library, v. 16, n. 3, p. 2100219, 2022.

55 SAFFMAN, M.; WALKER, T. G.; MØLMER, K. Quantum information with Rydberg atoms. **Reviews of Modern Physics**, American Physical Society, v. 82, p. 2313–2363, Aug 2010.

56 PRUNELE, E. D.; PASCALE, J. Theoretical model for the collision of high rydberg atoms with neutral atoms or molecules. **Journal of Physics B:** atomic and molecular physics, IOP Publishing, v. 12, n. 15, p. 2511, 1979.

57 OSTERWALDER, A.; MERKT, F. Using high Rydberg states as electric field sensors. **Physical Review Letters**, American Physical Society, v. 82, p. 1831–1834, Mar 1999.

58 EJNISMAN, R.; NUSSENZVEIG, P. Átomos de Rydberg: estudos quânticos com átomos quase-clássicos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 19, n. 1, p. 90, 1997. 59 LORENZEN, C.; NIEMAX, K. Quantum defects of the n2p1/2, 3/2 levels in 39k i and 85rb i. **Physica Scripta**, IOP Publishing, v. 27, n. 4, p. 300, 1983.

60 SANSONETTI, C. J.; WEBER, K.-H. High-precision measurements of doppler-free two-photon transitions in rb: new values for proposed dye-laser reference wavelengths. **JOSA B**, Optica Publishing Group, v. 2, n. 9, p. 1385–1391, 1985.

61 LI, W. *et al.* Millimeter-wave spectroscopy of cold rb Rydberg atoms in a magneto-optical trap: quantum defects of the ns, np, and nd series. **Physical Review A**, APS, v. 67, n. 5, p. 052502, 2003.

62 DEIGLMAYR, J. *et al.* Precision measurement of the ionization energy of cs i. **Physical Review A**, APS, v. 93, n. 1, p. 013424, 2016.

63 ROBERTSON, E. *et al.* Arc 3.0: an expanded Python toolbox for atomic physics calculations. **Computer Physics Communications**, v. 261, p. 107814, 2021. DOI: 10.1016/j.cpc.2020.107814.

64 HAN, J. *et al.* Rb n f quantum defects from millimeter-wave spectroscopy of cold rb 85 Rydberg atoms. **Physical Review A**, APS, v. 74, n. 5, p. 054502, 2006.

65 LI, S. *et al.* Measurement of the quantum defects of 85rb p and f-series via microwave-assisted electromagnetically induced transparency spectroscopy. **Results in Physics**, Elsevier, v. 29, n. 2, p. 104728, 2021.

66 SANGUINETTI, B. *et al.* Precision measurements of quantum defects in the np3/2 Rydberg states of 85rb. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 42, n. 16, p. 165004, 2009.

67 JOHNSON, L. *et al.* Absolute frequency measurements of 85rbnf7/2 Rydberg states using purely optical detection. **New Journal of Physics**, IOP Publishing, v. 12, n. 6, p. 063028, 2010.

68 FAN, H. *et al.* Effect of vapor-cell geometry on Rydberg-atom-based measurements of radio-frequency electric fields. **Physical Review Applied**, APS, v. 4, n. 4, p. 044015, 2015.

69 KUMAR, S. *et al.* Rydberg-atom based radio-frequency electrometry using frequency modulation spectroscopy in room temperature vapor cells. **Optics Express**, Optica Publishing Group, v. 25, n. 8, p. 8625–8637, 2017.

70 KANDA, M.; ORR, R. D. Generation of standard electromagnetic fields in a TEM cell. 1988. Disponível em: https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/TN/ nbstechnicalnote1319.pdf. Acesso em: 23 jan. 2023.

71 KANDA, M. Standard probes for electromagnetic field measurements. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, IEEE, v. 41, n. 10, p. 1349–1364, 1993.

72 MEYER, D. H. *et al.* Digital communication with Rydberg atoms and amplitudemodulated microwave fields. **Applied Physics Letters**, AIP Publishing LLC, v. 112, n. 21, p. 211108, 2018. 73 MEYER, D. H. *et al.* Assessment of Rydberg atoms for wideband electric field sensing. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 53, n. 3, p. 034001, 2020.

74 MEYER, D. H. *et al.* Optimal atomic quantum sensing using electromagneticallyinduced-transparency readout. **Physical Review A**, APS, v. 104, n. 4, p. 043103, 2021.

75 ALLEN, L. *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. **Physical Review A**, APS, v. 45, n. 11, p. 8185, 1992.

76 BEIJERSBERGEN, M. W. *et al.* Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. **Optics Communications**, Elsevier, v. 96, n. 1-3, p. 123–132, 1993.

77 SOUZA, C. *et al.* Quantum key distribution without a shared reference frame. **Physical Review A**, APS, v. 77, n. 3, p. 032345, 2008.

78 NICOLAS, A. *et al.* A quantum memory for orbital angular momentum photonic qubits. **Nature Photonics**, Nature Publishing Group UK London, v. 8, n. 3, p. 234–238, 2014.

79 FICKLER, R. *et al.* Interface between path and orbital angular momentum entanglement for high-dimensional photonic quantum information. **Nature Communications**, Nature Publishing Group UK London, v. 5, n. 1, p. 4502, 2014.

80 ANUPRIYA, J.; RAM, N.; PATTABIRAMAN, M. Hanle electromagnetically induced transparency and absorption resonances with a Laguerre-Gaussian beam. **Physical Review A**, American Physical Society, v. 81, p. 043804, Apr. 2010. DOI: 10.1103/PhysRevA.81.043804.

81 CHANU, S. R.; NATARAJAN, V. Narrowing of resonances in electromagnetically induced transparency and absorption using a Laguerre–Gaussian control beam. **Optics Communications**, Elsevier, v. 295, p. 150–154, 2013. DOI: 10.1016/j.optcom.2013.01.042.

82 CHAUHAN, V. S. *et al.* Narrowing of electromagnetically induced transparency by using structured coupling light in <sup>85</sup>rb atomic vapor medium. **Laser Physics**, IOP Publishing, v. 30, n. 6, p. 065203, 2020.

83 AKIN, T. *et al.* Electromagnetically induced transparency with Laguerre–Gaussian modes in ultracold rubidium. **Optics Communications**, v. 339, p. 209–215, 2015. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.11.049.

84 AKIN, T. *et al.* Optimization of electromagnetically induced transparency by changing the radial size of Laguerre–Gaussian laser modes. **JOSA B**, Optical Society of America, v. 34, n. 6, p. 1286–1293, 2017.

85 WALTHER, A. *et al.* Experimental superradiance and slow-light effects for quantum memories. **Physical Review A**, APS, v. 80, n. 1, p. 012317, 2009.

86 BHUSHAN, S.; CHAUHAN, V. S.; EASWARAN, R. K. Ultracold Rydberg atoms for efficient storage of terahertz frequency signals using electromagnetically induced transparency. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 382, n. 48, p. 3500–3504, 2018. 87 LEI, X. *et al.* Electromagnetically induced transparency quantum memory for non-classical states of light. **Advances in Physics: X**, Taylor & Francis, v. 7, n. 1, p. 2060133, 2022.

88 SABEGH, Z. A.; MALEKI, M. A.; MAHMOUDI, M. Microwave-induced orbital angular momentum transfer. **Scientific Reports**, Nature Publishing Group UK London, v. 9, n. 1, p. 3519, 2019.

89 KONDO, J. D. M. Estudo de colisões entre átomos de Rydberg ultrafrios em amostras atômicas aprisionadas numa armadilha óptica de dipolo. 2014. Tese (Doutorado em Ciências) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

90 MALIK, B. T. *et al.* Antenna gain enhancement by using low-infill 3dprinted dielectric lens antennas. **IEEE Access**, v. 7, p. 102467–102476, 2019. DOI:10.1109/ACCESS.2019.2931772.

91 MOTA, A. F. *et al.* Constitutive parameter retrieval for uniaxial metamaterials with spatial dispersion. **Physical Review B**, v. 94, n. 11, p. 115410, 2016.

92 MALAS, A. *et al.* Fabrication of high permittivity resin composite for vat photopolymerization 3d printing: morphology, thermal, dynamic mechanical and dielectric properties. **Materials**, v. 12, n. 23, p. 3818, 2019.

93 GOODMAN, J. W. Introduction to Fourier optics. 2nd ed. New York: McGraw Hill, 1996.

94 LIPSON, S. G.; LIPSON, H.; TANNHAUSER, D. **Optical Physics**. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.

95 FERNÁNDEZ, D. R. **Cavidades ópticas para experimentos em física atômica**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ciências) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

96 VIRTANEN, P. *et al.* SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. **Nature Methods**, v. 17, p. 261–272, 2020. DOI: 10.1038/s41592–019–0686–2.

97 PAMPALONI, F.; ENDERLEIN, J. Gaussian, hermite-gaussian, and laguerre-gaussian beams: a primer. 2004. Disponível em: https://arxiv.org/ftp/physics/papers/0410/0410021.pdf. Acesso em: 23 jan. 2023.

98 WRIGHT, E.; ARLT, J.; DHOLAKIA, K. Toroidal optical dipole traps for atomic Bose-Einstein condensates using Laguerre-Gaussian beams. **Physical Review A**, APS, v. 63, n. 1, p. 013608, 2000.

99 FRANKE-ARNOLD, S. Optical angular momentum and atoms. **Philosophical Transactions of the Royal Society A:** mathematical, physical and engineering sciences, The Royal Society Publishing, v. 375, n. 2087, p. 20150435, 2017.

100 RODRIGUES, J.; MARCASSA, L. G.; MENDONÇA, J. Excitation of high orbital angular momentum Rydberg states with Laguerre–Gauss beams. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 49, n. 7, p. 074007, 2016.

101 SIT, A. *et al.* High-dimensional intracity quantum cryptography with structured photons. **Optica**, Optica Publishing Group, v. 4, n. 9, p. 1006–1010, 2017.

102 KRENN, M. *et al.* Orbital angular momentum of photons and the entanglement of Laguerre–Gaussian modes. **Philosophical Transactions of the Royal Society A:** mathematical, physical and engineering sciences, The Royal Society Publishing, v. 375, n. 2087, p. 20150442, 2017.

103 ZHAO, N. *et al.* Capacity limits of spatially multiplexed free-space communication. **Nature Photonics**, Nature Publishing Group UK London, v. 9, n. 12, p. 822–826, 2015.

104 GIBSON, G. *et al.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum. **Optics Express**, Optica Publishing Group, v. 12, n. 22, p. 5448–5456, 2004.

105 LINDBLAD, G. On the generators of quantum dynamical semigroups. **Communications in Mathematical Physics**, Springer, v. 48, p. 119–130, 1976. DOI: 10.1007/BF01608499.

106 GARDINER, C.; ZOLLER, P. **Quantum noise:** a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics. 3rd ed. Berlin: Springer Science & Business Media, 2004. (Springer series in synergetics).

107 LUKIN, M. *et al.* Spectroscopy in dense coherent media: line narrowing and interference effects. **Physical Review Letters**, APS, v. 79, n. 16, p. 2959, 1997.

108 CHENG, H. *et al.* High resolution electromagnetically induced transparency spectroscopy of Rydberg 87 rb atom in a magnetic field. **Optics Express**, Optica Publishing Group, v. 25, n. 26, p. 33575–33587, 2017.

109 ABEL, R. *et al.* Laser frequency stabilization to excited state transitions using electromagnetically induced transparency in a cascade system. **Applied Physics Letters**, AIP Publishing, v. 94, n. 7, p. 071107, 2009.

110 JIAO, Y. *et al.* Laser frequency locking based on Rydberg electromagnetically induced transparency. **Chinese Physics B**, IOP Publishing, v. 25, n. 5, p. 053201, 2016.

111 METCALF, H. J.; STRATEN, P. Van der. Laser cooling and trapping of neutral atoms. **The Optics Encyclopedia**: basic foundations and practical applications. New York: Wiley Online Library, 2007.

112 GEA-BANACLOCHE, J. *et al.* Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: theory and experiment. **Physical Review A**, APS, v. 51, n. 1, p. 576, 1995.

113 BOYD, R. W.; GAETA, A. L.; GIESE, E. Nonlinear optics. *In*: DRAKE, G. W. F. (ed.). **Springer handbook of atomic, molecular, and optical physics**. Cham: Springer, 2008. p. 1097–1110.

114 CHANTRY, P. Doppler broadening in beam experiments. **The Journal of Chemical Physics**, American Institute of Physics, v. 55, n. 6, p. 2746–2759, 1971.

115 MEYER, D. H.; KUNZ, P. D.; SOLMEYER, N. Nonlinear polarization spectroscopy of a Rydberg state for laser stabilization. **Applied Optics**, Optica Publishing Group, v. 56, n. 3, p. B92–B96, 2017.

116 HARRIS, M. *et al.* Polarization spectroscopy in rubidium and cesium. **Physical Review A**, APS, v. 73, n. 6, p. 062509, 2006.

117 DO, H. D.; MOON, G.; NOH, H.-R. Polarization spectroscopy of rubidium atoms: theory and experiment. **Physical Review A**, APS, v. 77, n. 3, p. 032513, 2008.

118 ZHANG, H. *et al.* Autler-Townes spectroscopy with interaction-induced dephasing. **Physical Review A**, American Physical Society, v. 90, p. 043849, Oct. 2014. DOI: 10.1103/PhysRevA.90.043849.

119 ABI-SALLOUM, T. Y. Interference between competing pathways in the interaction of three-level ladder atoms and radiation. Journal of Modern Optics, Taylor & Francis, v. 57, n. 14-15, p. 1366–1376, 2010.

120 SEDLACEK, J. Microwave and surface electrometry with Rydberg atoms. 2016. Tese (Doctor in Philosophy) — Department of Physics and Astronomy, Universidad of Oklahoma, Oklahoma, 2016.

121 ŠIBALIć, N. *et al.* Arc: an open-source library for calculating properties of alkali Rydberg atoms. **Computer Physics Communications**, v. 220, p. 319–331, 2017. DOI: 10.1016/j.cpc.2017.06.015.

122 MEYER, D. H. *et al.* Assessment of Rydberg atoms for wideband electric field sensing. **Journal of Physics B:** atomic, molecular and optical physics, IOP Publishing, v. 53, n. 3, p. 034001, Jan. 2020.

123 CÓDIGO Python: estrutura hiperfina. Disponível em: https://github.com/ naomyduarteg/Rydberg-EIT/blob/main/eitone.py. Acesso em: 23 nov 2023.

124 ZILIO, S. C. **Óptica moderna:** fundamentos e aplicações. São Carlos: Instituto de Física de São Carlos, 2009. p. 217-233.

125 THAICHAROEN, N. *et al.* Electromagnetically induced transparency, absorption, and microwave-field sensing in a rb vapor cell with a three-color all-infrared laser system. **Physical Review A**, APS, v. 100, n. 6, p. 063427, 2019.

126 FÖRSTER, T. Zwischenmolekulare energiewanderung und fluoreszenz. Annalen der Physik, Wiley Online Library, v. 437, n. 1-2, p. 55–75, 1948.

127 YOUNGE, K. *et al.* Mesoscopic Rydberg ensembles: beyond the pairwise-interaction approximation. **Physical Review A**, APS, v. 79, n. 4, p. 043420, 2009.

128 SU, H.-J. *et al.* Optimizing the Rydberg eit spectrum in a thermal vapor. **Optics Express**, Optica Publishing Group, v. 30, n. 2, p. 1499–1510, 2022.