

KÁTIA MARIA MONTEIRO RODRIGUES-DE-CARVALHO

**Da discriminação à magnitude da sensação:
um ensaio formal**

Tese apresentada ao Departamento de Psicologia e Educação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Psicobiologia
Orientador: Prof. Dr. José Aparecido DaSilva

Ribeirão Preto
2007

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE

FICHA CATALOGRÁFICA

Rodrigues-de-Carvalho, Kátia Maria Monteiro Rodrigues de Carvalho

Da discriminação à magnitude da sensação: um ensaio formal. Ribeirão Preto, 2007.

334 p. : il. ; 30cm

Tese de Doutorado, apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras Ribeirão Preto/USP. Área de concentração: Psicobiologia.

Orientador: José Aparecido DaSilva.

1. Discriminação. 2. Fração de Ekman. 3. Fração de Weber. 4. Função potência. 5. Psicofísica. 6. Movimento browniano.

Kátia Maria Monteiro Rodrigues-de-Carvalho
Da discriminação à magnitude da sensação: um ensaio formal

Tese apresentada ao Departamento de Psicologia e Educação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Ciências.
Área de Concentração: Psicobiologia

Aprovado em: 03/12/2007.

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Aparecido da Silva (Orientador)
Instituição: Departamento de Psicologia e Educação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto – USP

Assinatura: _____

Prof. Dr. Luiz de Gonzaga Gawryszewski
Instituição: Departamento de Neurobiologia do Centro de Estudos Gerais – UFF

Assinatura: _____

Prof. Dr. Norberto Cysne Coimbra
Instituição: Departamento de Farmacologia da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, USP

Assinatura: _____

Prof. Dr. José Roberto Campanha
Instituição: Departamento de Física do Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro – UNESP

Assinatura: _____

Prof. Dr. Sérgio Sheiji Fukusima
Instituição: Departamento de Psicologia e Educação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto – USP

Assinatura: _____

Prof. Dr. _____
Instituição: _____

Assinatura: _____

Para Fanny, Ariza, Willy e Nina,
com meu carinho e gratidão.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Aparecido da Silva, pelo acolhimento e incentivo durante todo o desenvolvimento desse trabalho.

Ao Prof. Dr. Alexandre Souto Martinez, o docente assessor, pelos apontamentos matemáticos.

Ao Prof. Dr. Sérgio Sheiji Fukusima, pelas longas horas de discussão sobre psicofísica, pelo apoio e pela crítica edificante. A ele também agradeço a permissão de utilização dos dados experimentais de sua dissertação de mestrado, para o estudo da distribuição estatística da sensação, do estímulo físico e do expoente n de Stevens.

Aos docentes da UNESP, Prof. Dr. José Silvio Govone e Prof. Dr. José Roberto Campanha, pelo suporte estatístico e matemático que sempre me proporcionaram.

Ao Prof. Dr. Ubiraci Pereira da Costa Neves e ao Prof. Dr. Evandro Marcos Saidel Ribeiro, pela colaboração nas idéias sobre movimento browniano.

Aos pesquisadores que passaram pelo Laboratório de Psicofísica e Percepção da Psicobiologia nos últimos 19 anos, cujos dados dos estudos experimentais foram utilizados na metanálise da distribuição do expoente n e de seu desvio padrão. Dentre eles, o Prof. Dr. Nilton Pinto Ribeiro Filho, a quem agradeço também as discussões teóricas sobre a transformação de variáveis psicofísicas.

Aos meus colegas da Pós-Graduação, pelo companheirismo, discussões teóricas e momentos felizes que permearam os meus dias como aluna de novo.

Aos funcionários Igor Otto Douchkin, pelas sugestões técnicas experimentais, Regina Teles, pelo suporte de secretaria ao Laboratório de Psicofísica e Percepção e Renata Beatriz Vicentini, pela retidão e constância na condução das tarefas que suportam a vida acadêmica da Psicobiologia em Ribeirão Preto.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

À Fundação Municipal de Saúde de Rio Claro, pela concessão de afastamento sem vencimentos que me possibilitou cursar a Pós-Graduação.

Aos meus pais, por me educarem, me amarem e me possibilitarem ser médica.

Aos meus irmãos, pelo carinho e incentivo, e a minha cunhada Sílvia Márcia Menezes Rodrigues de Carvalho, pelas traduções para o inglês.

A Célia Joana Damião, pelos apontamentos gramaticais do português.

Aos meus amigos queridos (eles sabem quem são), que torceram muito para que o trabalho se materializasse.

A Fanny Kaori Usami, Ariza Maria Aily e Willy Lucas Katsuhiko Damascena, pela convivência, tolerância, carinho, incentivo e amparo físico e emocional, na tecedura dos dias.

A Taiga, Indra, Iolanda, Fidel e Ninha, por pedirem pouco e me darem muito.

À Matemática, pela possibilidade de dizer a natureza de uma forma abstrata e à Medicina, pela possibilidade de aplicar a abstração à concretude polissêmica do ser humano.

A Deus, pela maravilhosa chance da vida.

Quando vejo o seu rosto é que emerge, do caos probabilístico dos sinais luminosos, o arranjo específico que tem significado. E eu sorrio, porque percebo você.

Resumo

RODRIGUES-DE-CARVALHO, K.M.M. **Da discriminação à magnitude da sensação: um ensaio formal**. 2007. 334 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2007.

Por um caminho dedutivo formal, o presente estudo psicofísico investiga a relação entre a discriminação e a magnitude de resposta sensorial a estímulos de mesma modalidade perceptiva, estabelecendo uma conexão estatística entre a Fração de Weber (w) e o expoente (n) da função potência de Stevens. No desenvolvimento matemático dedutivo, reedita a lei de Ekman e utiliza a invariância da razão de respostas sensoriais a estímulos com diferença apenas perceptível, no valor de 0,03, para reescrever a função potência, agora com parâmetro w . Com base na premissa thurstoniana de que um fenômeno discriminatório subjaz a cada julgamento de sensação, busca a natureza estatística da distribuição das respostas sensoriais, no contínuo físico e sensorial, deduzindo um modelo browniano de ativação neural, correlacionado ao funcionamento sensorial discriminatório. Os modelos propostos das distribuições das sensações e dos estímulos físicos são comparados a outros modelos estatísticos vigentes na literatura psicofísica quanto à predição do fenômeno biológico sensorial, utilizando dados experimentais da dissertação de mestrado de Fukusima (1988, FFCLRP, USP). A distribuição estatística de n e sua dispersão são investigadas em metanálise das pesquisas conduzidas no Laboratório de Psicofísica e Percepção da FFCLRP, USP, de 1988 a 2006. A distribuição estatística da Fração de Weber é deduzida a partir da distribuição de n , possibilitando testar, estatisticamente, a premissa thurstoniana inicial. Em todas as etapas dedutivas, o modelo matemático proposto é comparado à realidade biológica pela reprodução do fenômeno sensorial em simulação computacional, utilizando o método estocástico de Monte Carlo. Os resultados apontam uma relação inversa entre n e w , tendo a Fração de Ekman como constante de proporcionalidade; a natureza browniana do fenômeno discriminatório, assim como da ativação neural; a distribuição gama para a resposta sensorial no contínuo físico e gama modificada através da função potência (GMPFP) para a resposta sensorial no contínuo psicológico; a distribuição gaussiana do expoente n ; a taxa de dispersão de n com invariância intermodal no valor de 0,33; a dependência da distribuição da Fração de Weber em relação à dispersão dos estímulos físicos utilizados na prova experimental, embora valores médios dos intervalos de confiança tenham sido estabelecidos a partir da invariância da taxa de dispersão de n ; e a veracidade estatística da premissa thurstoniana. O sistema sensorial processa a informação perceptiva em um código comum, que amplia a percepção de estímulos físicos com baixa variabilidade na natureza e comprime a percepção de estímulos físicos com alta variabilidade, donde decorre um novo conceito introduzido: curvas de isossensação. Conclui-se que é possível prever, estatisticamente, a magnitude aparente com base na discriminação sensorial e vice-versa.

Palavras-chave

Discriminação, Fração de Ekman, Fração de Weber, função potência, psicofísica, movimento browniano.

Abstract

RODRIGUES-DE-CARVALHO, K.M.M. **From discrimination to apparent magnitude: a formal essay**. 2007. 334 f. Thesis (Doctoral) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2007.

Through a formal deductive way, the present psychophysical study investigates the relation between the discrimination and the magnitude of the sensorial response to stimuli of the same perceptual modality, establishing a statistical connection between the Weber's Fraction (w) and the exponent (n) of Stevens' Power Function. In the deductive mathematical development, it reedits Ekman's Law and uses the invariance of the ratio of sensorial responses to stimuli with just noticeable difference (jnd) at the value of 0,03 to rewrite the power law with the parameter w now. Based on the Thurstonian premise that states that a discriminatory phenomenon underlies each sensation judgement, it searches the statistical nature of the distribution of the sensorial responses at the physical and sensorial continuum deducing a Brownian pattern of neural activation correlated to the discriminatory sensorial performance. The proposed patterns of the distributions of the sensations and physical stimuli are compared to other actual sensorial patterns in the psychophysical literature in relation to the sensorial biological phenomenon, using experimental data from Fukusima's mastership thesis (1988, FFCLRP, USP). The statistical distribution of n and its dispersion are investigated in metanalysis of the researches undertaken at the Laboratory of Psychophysics and Perception of FFCLRP, USP), from 1988 to 2006. The statistical distribution of Weber's Fraction is deduced from n distribution, being possible to test, statistically, the initial Thurstonian premise. In all deductive stages the proposed mathematical pattern is compared with the biological reality through the reproduction of the sensorial phenomenon in computational simulation using Monte Carlo stochastic method. The results point at an inverse relation between n and w having Ekman's Fraction as a constant of proportionality, the Brownian nature of the discriminatory phenomenon as well as of the neural activation, the gamma distribution for the sensorial response at the physical continuum and modified gamma through the power function (MGTPF) for the sensorial response at the psychological continuum, the Gaussian distribution of the exponent n , the dispersion rate of n with intermodal invariance at the value of 0,33, the dependence of the distribution of Weber's Fraction in relation to the dispersion of the physical stimuli used in the experimental test though the average values of the reliability intervals could have been established from the invariance of the dispersion rate of n , and the statistical veracity of the Thurstonian premise. The sensorial system processes the perceptive information in a common code that enlarges the perception of physical stimuli with low variability in the nature and reduces the perception of physical stimuli with high variability from where a new introduced concept occurs: isosensation curves. It is concluded that it is possible to foresee, statistically, the apparent magnitude based on the sensorial discrimination and vice versa.

Kay words

Discrimination, Ekman's Fraction, Weber's Fraction, power function, psychophysics, Brownian motion.

Lista de figuras

Figura 1 – Uma esquematização das idéias de Ekman (1956).	38
Figura 2 – n em função de $1/w$	42
Figura 3 – Sensação em função de estímulo físico, em coordenadas logarítmicas.	48
Figura 4 – Desvio padrão de n em função de n	54
Figura 5 – Um exemplo de aplicação do Método de Monte Carlo.	61
Figura 6 – Simulação de respostas discriminatórias por métodos adaptativos.	63
Figura 7 – Modelo inspirado na Lei dos Julgamentos Comparativos de Thurstone (1927) e em Ekman (1956 e 1959).	67
Figura 8 – Transformação logarítmica de escala de curvas psicométricas.	77
Figura 9 – Expoente da função potência (n) em função da Fração de Weber (w).	81
Figura 10 – Resíduo (diferença entre o valor experimentalmente obtido e o valor esperado) em função da Fração de Weber (w).	82
Figura 11 – Expoente n de Stevens em função do inverso da Fração de Weber ($1/w$).	82
Figura 12 – w em função de E , por modalidade sensorial.	88
Figura 13 – w em função de E e n	89
Figura 14 – Módulo da Fração de Weber $ w $ em função do módulo da Fração de Ekman $ E $	91
Figura 15 – Método do erro médio ou de ajustamento.	93
Figura 16 – Densidade de probabilidade do desvio padrão amostral (s).	96
Figura 17 – Representação geométrica de um conceito central em estatística: as áreas sob as curvas de densidades de probabilidade de variáveis atreladas por uma função $y = g(x)$, em intervalos correspondentes, se equivalem.	98
Figura 18 – Representação geométrica do erro de se assumir os desvios padrão das distribuições de estímulo físico e sensação como derivadas.	101
Figura 19 – Distribuição normal de n em função da distribuição da sensação.	103
Figura 20 – Transformação logarítmica de escala em quatro possíveis distribuições estatísticas da sensação.	104
Figura 21 – Curvas das diferenças entre a sensação produzida por um valor de expoente e as sensações produzidas pelo mesmo expoente reduzido e ampliado em 5%.	105
Figura 22 – Dois conjuntos de neurônios A e B interconectados.	108
Figura 23 – Esquematização do processo estocástico de formação dos subconjuntos de neurônios que, numa determinada etapa, compartilham o mesmo número de coinervações ativadas.	115
Figura 24 – Excitação do núcleo B (14 neurônios) pelo núcleo A (10 neurônios), com limiar neural r valendo 2.	116
Figura 25 – Resultados do processo dedutivo iterativo referente a cada subconjunto de neurônios (linhas), no suceder das etapas que crescem de um em um neurônio disparando em A (colunas).	120
Figura 26 – Triângulo de Pascal, composto por número binomiais, resultantes da combinação z_A, c a c	121
Figura 27 – Esquema da discretização da distância x percorrida pela partícula em movimento browniano em m etapas de comprimento δ	127
Figura 28 – Representação esquemática de neurônios sensitivos organizados em duas condições espaciais distintas.	134
Figura 29 – Distribuições binomial negativa e gama, na mesma escala, utilizando os parâmetros calculados com base nas equações 108 e 109.	137

Figura 30 – Distribuições gama da resposta sensorial no contínuo físico: probabilidade acumulada à esquerda e densidade de probabilidade à direita, para diversos valores da Fração de Weber da instância global de percepção, com $\phi_p = 1$	138
Figura 31 – Primeiro momento ou média da distribuição GMPFP obtida no <i>Mathematica 5</i>	143
Figura 32 – Segundo momento da distribuição GMPFP obtido no <i>Mathematica 5</i>	143
Figura 33 – Variância da distribuição GMPFP obtida no <i>Mathematica 5</i>	144
Figura 34 – Fração de Ekman obtida no <i>Mathematica 5</i> , em função de κ e n	144
Figura 35 – Estímulo físico de referência ϕ_i para a sensação $\bar{\psi}_i$, obtido no <i>Mathematica 5</i> , em função de κ e n	144
Figura 36 – Fração de Weber, obtida no <i>Mathematica 5</i> , em função de κ e n	145
Figura 37 – Distribuição gama modificada pela função potência (GMPFP), para três valores de n	148
Figura 38 – Razão entre a Fração de Ekman e a de Weber, obtida no <i>Mathematica 5</i> , na relação da distribuição gama com a distribuição GMPFP.....	149
Figura 39 – Simulação computacional de respostas sensoriais em escala psicológica, pelo método de Monte Carlo, para diferentes valores de n	154
Figura 40 – Distribuição GMPFPLog, para três valores de n	159
Figura 41 – Desvio padrão da distribuição GMPFPLog, obtida no <i>Mathematica 5</i>	160
Figura 42 – Proporção de não normalidade detectada pelo teste Shapiro-Wilk ($\alpha = 0,05$), à esquerda, e Kolmogorov-Smirnov ($\alpha = 0,05$), à direita, aplicados às amostras simuladas nas várias distribuições de sensações, em função da Fração de Ekman.	174
Figura 43 – Fluxograma decisório a partir da aplicação da análise de variância com medidas repetidas.....	183
Figura 44 – Transformação logarítmica das respostas sensoriais de Fukusima (1988) para obtenção de homocedasticidade.....	184
Figura 45 – Resultados médios de p no teste Kolmogorov-Smirnov ($\alpha = 0.05$) de aderência entre os valores empíricos e os modelos estatísticos teóricos das quatro distribuições com assimetria positiva.....	193
Figura 46 – Média da soma dos erros quadráticos quando comparados os dados empíricos de estimação de magnitude com os modelos teóricos, à esquerda, e de produção de magnitude, à direita.	193
Figura 47 – Ajustamento de uma distribuição GMPFP às respostas sensoriais simuladas com a distribuição normal truncada, por Baird (1977).....	196
Figura 48 – As respostas dos experimentos de Fukusima (1988) foram multiplicadas por 3, para testar se as variáveis dependentes Ψ e Φ atendem à propriedade escalar da gama.	198
Figura 49 – As respostas dos experimentos de Fukusima (1988), referentes a um mesmo nível de tratamento, foram aleatoriamente somadas a elas mesmas, para testar se as variáveis dependentes Ψ e Φ atendem à propriedade de reprodutividade da gama.	200
Figura 50 – Distribuições GMPFP das respostas de estimação de magnitude de distância visual.	202
Figura 51 – Distribuições gama das respostas de produção de magnitude (tato no escuro)..	202
Figura 52 – Simulação computacional da distribuição gama dos estímulos físicos ligados, através da função potência, a distribuição GMPFP das sensações.	203
Figura 53 – Distribuição de 68 estimativas de expoente de som, obtidos em experimentos de emparelhamento intermodal com sabor.	208
Figura 54 – Valores dos parâmetros de configuração do Simulador Fukusima DaSilva GMPFP k para simulação da distribuição de n , a partir da distribuição da sensação GMPFP.	211

Figura 55 – Distribuições estatísticas simuladas de n (pontos esparsos), comparadas aos modelos teóricos gaussianos (linhas vermelhas).	214
Figura 56 – Resultados dos valores de p obtidos no teste Shapiro-Wilk aplicado a 114 amostras do expoente n de Stevens.	216
Figura 57 - Relação linear entre o desvio padrão de n e n	231
Figura 58 – Sensações fixadas e estimulação física variável.	233
Figura 59 – Distribuições gaussianas de n promovidas por estímulos físicos fixos, à esquerda, e sensações fixas, à direita.	234
Figura 60 – À esquerda, taxa de dispersão de n em função linear da Fração de Ekman e à direita, taxa de dispersão de n em função inversa do intervalo de variação da sensação em unidades logarítmicas.	235
Figura 61 – <i>Range</i> da sensação em função da Fração de Ekman, na instância global de percepção, mantendo-se constante a taxa de dispersão de n em 0,33.	240
Figura 62 – Curvas de isossensação, traçadas na relação entre o range dos estímulos físicos e n	242
Figura 63 – Curvas de isossensação linearizadas, traçadas na relação entre o intervalo de variação dos estímulos físicos e o inverso de n	243
Figura 64 – Representação gráfica dos estímulos físicos da Tabela 29 em função da Fração de Weber.	248
Figura 65 – Distribuição da Fração de Weber deduzida a partir da distribuição gaussiana de n , através da relação $n = 0,03/w$ e taxa de dispersão de n de 0,33.	250
Figura 66 – Distribuição da Fração de Weber comparada à distribuição normal, com mesmo valor de média e desvio padrão.	252
Figura 67 – Intervalos de confiança da Fração de Weber por modalidade sensorial.	254
Figura 68 – Régua de especificidade de n : a altura em cm da coluna de uma mesma cor, dividida por 10 cm, denota a chance de um valor de n corresponder àquela modalidade sensorial.	256
Figura 69 – Régua de especificidade de w : a altura em cm da coluna de uma mesma cor, dividida por 10 cm, denota a chance de um valor de w corresponder àquela modalidade sensorial.	256
Figura 70 – Parâmetros de configuração do Simulador Eliene, na planilha “Geral”, para os ensaios em distribuição normal.	261
Figura 71 – Parâmetros de configuração do Simulador Eliene, na planilha “Geral”, para os ensaios em distribuição gama.	261
Figura 72 – Relação linear entre a media das diferenças entre os estímulos de convergência para os pontos de probabilidades acumuladas 0,707 e 0,293 e a Fração de Weber, com respostas discriminatórias em distribuição gama.	264
Figura 73 – Exemplos de evoluções temporais unidimensionais de movimento browniano.	266
Figura 74 – Esquematização do procedimento metodológico empregado para obtenção de valores médios dos desvios quadráticos para alimentar a equação da densidade de probabilidade da Fração de Weber.	270
Figura 75 – Desvio padrão da Fração de Weber em função de n	272
Figura 76 – Modelo teórico da distribuição da Fração de Weber, em linhas contínuas, sobreposto às respostas sensoriais no contínuo físico, simuladas.	273
Figura 77 – Planilha “Configuração” do Simulador Fukusima DaSilva Gama	294
Figura 78 – Distribuições estatísticas simuladas de n , referentes a cinco modalidades sensoriais.	298
Figura 79 – Logaritmo da sensação simulada em função do logaritmo do estímulo físico.	299
Figura 80 – Recorte da tela de configuração da planilha “Geral” do Simulador Eliene, com indicação dos dados a serem informados pelo pesquisador.	301

Lista de tabelas

Tabela 1 – Compilação de dados da Fração de Weber, expoente de Stevens e fração de crescimento sensorial de nove modalidades sensoriais, por Teghtsoonian (1971).....	41
Tabela 2 – Valor médio e desvio padrão de n por modalidade sensorial.....	50
Tabela 3 – Resultados dos testes das equações 38, 35 e 43	83
Tabela 4 – A razão entre as frações de Ekman e de Weber não é exatamente n	149
Tabela 5 – Resultado empírico simulado do desvio padrão da sensação em escala logarítmica comparado ao resultado teórico esperado pela equação da Figura 41	162
Tabela 6 – Parâmetros de configuração dos simuladores Fukusima DaSilva para investigar o erro de se tomar distribuições não normais por normais.....	173
Tabela 7 – Relação dos valores dos estímulos físicos utilizados por Fukusima (1988).....	177
Tabela 8 - Teste de normalidade Shapiro-Wilk ($\alpha = 0,05$) do estudo de estimação de magnitude de distância visual de Fukusima (1988).....	180
Tabela 9 – Teste de normalidade Shapiro-Wilk ($\alpha = 0,05$) do estudo de produção de magnitude (tato no escuro) de Fukusima (1988)	181
Tabela 10 – Teste de Levene para igualdade do erro de variância.....	185
Tabela 11 – Análise de variância com medidas repetidas aplicada aos dados de estimação de magnitude de distância visual de Fukusima (1988).....	186
Tabela 12 – Análise de variância com medidas repetidas aplicada aos dados de produção de magnitude (tato no escuro) de Fukusima (1988)	186
Tabela 13 – Distribuições não normais das respostas sensoriais de julgamento de distâncias visuais.....	187
Tabela 14 – Distribuições não normais das respostas sensoriais de produção de magnitude de tato no escuro	187
Tabela 15 – Estatística descritiva das grandes amostras das provas de estimação de magnitude de distância visual, conduzidas por Fukusima (1988)	188
Tabela 16 – Estatística descritiva das grandes amostras das provas de produção de magnitude (tato no escuro), conduzidas por Fukusima (1988).....	188
Tabela 17 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de estimação de magnitude de distância visual (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição Weibull	189
Tabela 18 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de estimação de magnitude de distância visual (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição log-normal.....	190
Tabela 19 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de estimação de magnitude de distância visual (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição GMPFP	190
Tabela 20 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de produção de magnitude – tato no escuro – (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição Weibull.....	191
Tabela 21 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de produção de magnitude – tato no escuro – (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da log-normal	191
Tabela 22 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de produção de magnitude – tato no escuro – (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição Gama.....	191
Tabela 23 – Distribuições não normais dos logaritmos das respostas sensoriais de julgamento de distâncias visuais	194

Tabela 24 – Distribuições não normais do logaritmo das respostas sensoriais de produção de magnitude de tato no escuro.	195
Tabela 25 – metanálise de normalidade dos expoentes n médios utilizando a compilação de dados sobre percepção de espaço visual realizada por DaSilva, DosSantos e Silva (1983)	209
Tabela 26 – Proporção de normalidade encontrada na simulação computacional da distribuição estatística de n	213
Tabela 27 – Metanálise de n , utilizando 114 amostras experimentais.....	217
Tabela 28 – Reteste com o Kolmogorov-Smirnov (Aderência Lilliefors), das amostras experimentais de n consideradas não normais pelo teste Shapiro-Wilk	228
Tabela 29 – Conjunto de sete estímulos físicos em progressão geométrica, para provas discriminatórias pelo método dos estímulos constantes, por modalidade sensorial	249
Tabela 30 – Intervalos de confiança da Fração de Weber por modalidade sensorial para nível de significância de 0,1 e 0,05, mantendo a dispersão de n em 0,33.....	254
Tabela 31 – Valores de convergência e dispersão obtidos em 300 ensaios simulados, para cada método adaptativo, supondo uma distribuição normal da resposta discriminatória	263
Tabela 32 – Análise de variância (ANOVA) das seis amostras de valores de convergência para cada método adaptativo	263
Tabela 33 – Valores de convergência e dispersão obtidos em 100 ensaios simulados para cada método adaptativo <i>versus</i> configuração, com distribuição gama da resposta discriminatória no contínuo físico.....	264
Tabela 34 – Estatística descritiva e teste Kolmogorov-Smirnov (Lilliefors, $\alpha = 0,05$), de normalidade e de aderência, de amostras simuladas de Fração de Weber na instância global de percepção, para diferentes valores do expoente n	271
Tabela 35 – Parâmetros e funções estatísticas utilizadas nos Simuladores Fukusima DaSilva	297
Tabela 36 – Arquivos contidos no CD.....	326

Lista de equações

(1)	26
(2)	27
(3)	27
(4)	28
(5)	28
(6)	29
(7)	31
(8)	32
(9)	35
(10)	36
(11)	37
(12)	38
(13)	39
(14)	39
(15)	39
(16)	40
(17)	42
(18)	43
(19)	51
(20)	51
(21)	68
(22)	68
(23)	69
(24)	69
(25)	69
(26)	69
(27)	69
(28)	70
(29)	70
(30)	71
(31)	72
(32)	72
(33)	73
(34)	73
(35)	73
(36)	74
(37)	74
(38)	74
(39)	75
(40)	75
(41)	75
(42)	76
(43)	76
(44)	77
(45)	86
(46)	86
(47)	86
(48)	87

(49)	87
(50)	87
(51)	87
(52)	87
(53)	92
(54)	93
(55)	94
(56)	94
(57)	94
(58)	95
(59)	95
(60)	95
(61)	95
(62)	99
(63)	99
(64)	100
(65)	102
(66)	102
(67)	109
(68)	109
(69)	114
(70)	117
(71)	117
(72)	117
(73)	117
(74)	118
(75)	118
(76)	118
(77)	118
(78)	118
(79)	119
(80)	119
(81)	119
(82)	120
(83)	120
(84)	121
(85)	122
(86)	122
(87)	122
(88)	123
(89)	126
(90)	126
(91)	126
(92)	128
(93)	128
(94)	128
(95)	129
(96)	129
(97)	129
(98)	129

(99)	130
(100)	130
(101)	130
(102)	130
(103)	131
(104)	131
(105)	132
(106)	135
(107)	135
(108)	136
(109)	136
(110)	136
(111)	142
(112)	143
(113)	145
(114)	145
(115)	146
(116)	146
(117)	147
(118)	147
(119)	147
(120)	147
(121)	150
(122)	151
(123)	151
(124)	151
(125)	151
(126)	152
(127)	152
(128)	152
(129)	152
(130)	153
(131)	155
(132)	157
(133)	158
(134)	160
(135)	164
(136)	165
(137)	165
(138)	166
(139)	166
(140)	166
(141)	166
(142)	166
(143)	167
(144)	168
(145)	168
(146)	168
(147)	168
(148)	168

(149)	169
(150)	169
(151)	169
(152)	169
(153)	169
(154)	170
(155)	170
(156)	170
(157)	170
(158)	171
(159)	171
(160)	227
(161)	231
(162)	231
(163)	236
(164)	236
(165)	236
(166)	238
(167)	241
(168)	246
(169)	247
(170)	251
(171)	252
(172)	253
(173)	253
(174)	265

Lista de abreviaturas e siglas

<i>dap</i>	Diferença apenas perceptível
CD	Disco compacto
CR10 BORG	Escala de Borg, Category-Ratio
DP	Desvio padrão
FFCLRP	Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto
GL	Graus de liberdade
GMPFP	Gama modificada pela função potência
GMPFPLog	Gama modificada pela função potência em escala logarítmica
IBOVESPA	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
LD	Limiar diferencial
LILACS	Literatura Latino-Americana e do Caribe em Ciências da Saúde
LJC	Lei dos julgamentos comparativos
MEDLINE	Livraria Internacional em Ciências da Saúde
PA	Progressão aritmética
PG	Progressão geométrica
<i>pis</i>	Ponto de igualdade subjetiva
QM	Média dos quadrados
QUEST	Um método psicométrico adaptativo
SNC	Sistema Nervoso Central
SQ	Soma dos quadrados
TDS	Teoria de Detecção do Sinal
UNESP	Universidade Estadual de São Paulo
USP	Universidade de São Paulo
VAS	Escala visual analógica

Lista de símbolos

z	Abscissa da distribuição normal padrão; Total de neurônios excitados num conjunto de neurônios.
γ_1	Assimetria de uma distribuição estatística.
λ	Caminho livre médio.
cm	Centímetros
A, B	Conjuntos de neurônios interconectados.
k	Constante da função potência de Stevens, dependente da unidade de medida; Número de respostas corretas consecutivas nos métodos adaptativos up-down e suas modificações.
s_{ij}	Correlação entre as variáveis i e j .
γ_2	Curtose de uma distribuição estatística.
$f_x(x)$	Densidade de probabilidade da variável da abscissa.
$f_y(y)$	Densidade de probabilidade da variável da ordenada.
s	Desvio padrão da amostra.
σ	Desvio padrão da população.
Δ_ψ	Diferença apenas perceptível.
δ	Distância discreta percorrida em cada ensaio do movimento browniano de partículas.
λ_k	Distância média percorrida pela partícula em movimento browniano até a k -ésima colisão.
NB	Distribuição binomial negativa
N	Distribuição normal ou gaussiana
$E(x)$	Esperança da variável x .
ϕ_c	Estímulo físico de comparação.
ϕ_i	Estímulo físico de referência.
ϕ_p	Estímulo físico padrão.
ϕ	Estímulo físico.
φ_A	Excitação do conjunto de neurônios A, de 0 a 1.
φ_B	Excitação do conjunto de neurônios A, de 0 a 1.
n	Expoente da função potência de Stevens.
E	Fração de Ekman.
w	Fração de Weber.
w_ϕ	Fração de Weber. O mesmo que w .
$f(x), g(x)$	Função da variável x
$\Gamma(x)$	Função gama da variável x .
x	Genericamente, variável da abscissa; Distância percorrida pela partícula em movimento browniano
y	Genericamente, variável da ordenada.
d'	Índice de discriminação da Teoria de Detecção do Sinal.
i, j	Índices de ordenação, associados a estímulos físicos ou sensações.
ϕ_0	Intensidade basal de estímulo físico.

Δ_ϕ	Limiar diferencial.
r	Limiar neural; Coeficiente de correlação linear.
\bar{x}	Média da amostra da variável x .
μ	Média da população.
mV	Milivolts
t	Momento ou etapa temporal.
l	Número de ensaios no percurso de x a $x + \Delta x$ da partícula em movimento browniano.
v	Número de neurônios de A que enviam projeção para cada neurônio de B.
u	Número de neurônios de B que cada neurônio de A se projeta.
$N_{z_A, c}$	Número de neurônios que, numa determinada etapa referente a z_A (alocada na primeira posição do índice), compartilham a mesma quantidade c de co-inerções ativadas (alocada na segunda posição do índice).
w_ψ	O equivalente da Fração de Weber na escala sensorial.
κ	Parâmetro da distribuição gama, kapa-ésima colisão do movimento browniano.
θ	Parâmetro da distribuição gama.
b	Parâmetro da distribuição logística.
M	Parâmetro da distribuição log-normal.
S	Parâmetro da distribuição log-normal.
β	Parâmetro da distribuição Weibull
	Número de neurônios do conjunto de neurônios B.
α	Parâmetro da distribuição Weibull.
	Número de neurônios do conjunto de neurônios A.
γ	Parâmetro de localização da distribuição Weibull.
Δx	Pequena distância percorrida pela partícula em movimento browniano.
P, p	Probabilidade.
H	Proporção de acertos, <i>hittis</i> .
F	Proporção de alarmes falsos.
r_ϕ	Razão entre estímulos físicos.
ψ	Sensação.
m	Tamanho da amostra; Número de ensaios no percurso x da partícula em movimento browniano.
z_A	Total de neurônios excitados no conjunto A de neurônios.
c	Utilizado como constante; Co-inerções ativadas.
$var(x)$	Variância da variável x .

Sumário

1	Introdução.....	24
1.1	O tema.....	25
1.2	Revisão do que já foi feito e apontamento das questões.....	34
1.3	A hipótese geral.....	45
1.4	Justificativa da pesquisa.....	46
1.5	Condução das idéias pelo caminho formal.....	47
1.6	Como fazer?.....	55
1.6.1	Material.....	56
1.6.2	Métodos, em linhas gerais.....	56
2	Sobre a relação entre n e w	65
2.1	A propagação do erro da sensação.....	66
2.2	As frações de Ekman e de Weber como erros relativos.....	71
2.2.1	O teste das equações.....	78
2.3	A Fração de Weber como uma probabilidade.....	85
2.4	Valores críticos variáveis para o limiar diferencial.....	92
2.5	Um erro decorrente da assunção do desvio padrão da resposta sensorial como uma derivada.....	97
3	As distribuições dos estímulos físicos e das sensações.....	102
3.1	Dedução da distribuição estatística da sensação.....	108
3.1.1	O caso discreto.....	108
3.1.2	O caso contínuo e o movimento browniano.....	124
3.1.3	A distribuição da sensação no contínuo físico e psicológico e a significação dos parâmetros.....	132
3.1.4	A distribuição GMPFP em escala logarítmica.....	156
3.2	Simulação de sensações.....	163
3.2.1	Dedução dos parâmetros das outras possíveis distribuições estatísticas da sensação.....	165
3.2.2	Teste da normalidade das distribuições com dispersões crescentes.....	171
3.3	A procura da distribuição das respostas sensoriais em dados de experimentação psicofísica.....	177
3.3.1	Teste de normalidade das pequenas amostras de Fukusima.....	179
3.3.2	Composição de duas grandes amostras de respostas sensoriais.....	182
3.3.3	Revelação da verdadeira natureza da distribuição da sensação.....	187
4	A distribuição estatística de n	206
4.1.1	Simulação da distribuição esperada de n	210
4.1.2	Metanálise da distribuição estatística de n	214
4.1.3	A invariância intermodal da dispersão de n e as curvas de isossensação.....	232
5	A distribuição da Fração de Weber.....	244
5.1	Dedução da distribuição da Fração de Weber.....	245
5.2	A especificidade relativa do expoente n e da Fração de Weber.....	255
5.3	Pontos limiares em métodos adaptativos.....	257
5.3.1	Método da investigação de pontos limiares em <i>staircases</i>	260
5.3.2	Resultados e discussão da investigação de pontos limiares em <i>staircases</i>	262
5.3.3	Visualização da natureza browniana da discriminação.....	265
5.4	O fenômeno discriminatório subjacente ao julgamento de magnitude aparente.....	267
5.4.1	Método da investigação da veracidade da premissa thurstoniana.....	269

5.4.2	Resultados e conclusão da investigação da veracidade da premissa thurstoniana	271
6	Conclusões	274
	Apêndice A – Os Simuladores Fukusima DaSilva	292
	Apêndice B – O Simulador Eliene	300
	Apêndice C – O trabalho do exame de qualificação	303
	Apêndice D – Arquivos contidos no CD	326
	Referências	327

1 Introdução

A percepção é um dos fenômenos mais intrigantes da mente. Ela é a interface cognitiva com o mundo e permite que se representem internamente todos os estímulos físicos que, considerando contexto e intensidade, foram capazes de suscitar resposta. Cores, sabores, odores, brilhos, asperezas, sons, temperaturas e tantos outros estímulos podem se fazer objeto da percepção animal, em modalidades sensoriais diversas, ou seja, com especificidades de receptores neurais, transdução neural (sistema nervoso periférico), e representação cortical (sistema nervoso central).

Estímulo físico e sensação estão correlacionados, como atesta a sobrevivência das espécies. Se assim não fosse, elas não teriam sucesso na interação com o mundo, modulada pela percepção, sucumbindo no processo de seleção natural por avaliarem mal a distância de uma presa, ou o tamanho dela, ou ainda por terem comido frutos verdes por maduros, ou estimado mal o tempo de colisão de um corpo em movimento, entre tantas possibilidades de insucesso. Assim, ainda que haja variação dessa correlação nas diversas modalidades sensoriais para uma mesma espécie animal, é esperado que haja invariâncias que possibilitem uma proporcionalidade no padrão de resposta em função da intensidade dos estímulos. Sem tais invariâncias, não seria possível o aprendizado com a experiência sensorial presente, reproduzindo comportamentos bem sucedidos no futuro, frente a sensações semelhantes. Em outras palavras, mesmo havendo uma expansão da sensação em relação à magnitude do estímulo físico que a produziu, ou, ao contrário, uma contração dessa sensação, espera-se uma constância nesse processo de expansão ou contração, que permita modular adequadamente o padrão de resposta comportamental.

De fato, a pesquisa experimental, desde os trabalhos de Weber (1834/1996), revela que, nos fenômenos perceptivos, existe uma lógica funcional que lhes confere invariância o bastante para permitir previsões das respostas sensoriais aos estímulos. É na apreensão dessa lógica funcional que trabalha a psicofísica, uma área da psicologia que estuda a relação entre a magnitude de um estímulo físico e a intensidade com a qual ele é percebido por um observador.

1.1 O tema

Na busca das invariâncias, uma das mais importantes questões da psicofísica diz respeito à relação entre a discriminação das sensações e a magnitude da percepção delas, e este é o tema geral do presente estudo psicofísico, referente à espécie humana. Discriminar dois estímulos significa percebê-los como diferentes e isto, como intuitivamente aponta a experiência vivida, não depende das intensidades absolutas deles, mas de suas intensidades relativas. Por mais forte que seja um estímulo, é possível existir um outro apenas ligeiramente diferente, de modo a não ser possível a discriminação entre eles. Em relação a cada intensidade de estímulo, existe um limiar diferencial, uma *diferença apenas perceptível (dap)*, aquém do qual não se reconhecem os estímulos como diferentes.

A invariância dessa relatividade entre estímulos que alcançam a possibilidade de serem discriminados ou, melhor dizendo, da razão entre eles, foi documentada experimentalmente por Weber (1834/1996), nos estudos sobre sensações cutâneas e cinestesia, conduzidos entre 1829 e 1834 e publicados em latim, em sua monografia *De Tactu: anotationes anatomicas et physiologicae*. Posteriormente, Fechner (1860/1966) expressou formalmente essa invariância na Fração de Weber (w), onde ϕ_p e ϕ_c são estímulos

perceptíveis, ou supralimiar¹, de uma dada modalidade sensorial, havendo entre eles um limiar diferencial² ($\underline{\Delta\phi}$) ou, em termos de sensação, uma *dap*:

$$\frac{\underline{\Delta\phi}}{\phi} = \frac{\phi_c - \phi_p}{\phi_p} = w \quad (1)$$

A Lei de Weber diz que o limiar diferencial é uma Fração constante do estímulo padrão³.

A Fração de Weber, da primeira lei psicofísica (Equação 1), é adimensional e pode ser expressa como um percentual do estímulo padrão. É específica para cada modalidade sensorial, funcionando como um índice sensorial (Fechner, 1860/1966): quanto menor for w , maior a discriminação, maior a sensibilidade.

É provável que haja uma dependência entre a capacidade de uma espécie discriminar estímulos de uma dada modalidade sensorial e a constância no processo de expansão ou contração da sensação em relação à realidade física, apontada no início da introdução, ou seja, o processo de julgamento de magnitude. Duas linhas teóricas, expressas em leis psicofísicas, se posicionam divergentemente em relação a esse tema. Quando Fechner (1860/1966) concebeu a segunda lei psicofísica (Equação 2), em 1850, ele estava convicto de que a magnitude da sensação dependia da Fração de Weber, na medida em que ela definia, subjetivamente, constantes intervalos de sensação. A partir do limiar absoluto, assumido como nível zero de sensação, cada unidade de sensação era produzida por uma *dap* entre os estímulos supralimiar¹ (Equação 4). Como a Fração de Weber se traduz num percentual constante do estímulo padrão, tem-se que, na assunção fechneriana, razões iguais entre estímulos produzem intervalos de sensações iguais (Equação 3). Em oposição, Stevens (1957)

¹ Superior ao limiar absoluto, a partir do qual, em 50% das vezes, percebe-se o estímulo físico, considerando-se uma condição experimental onde a probabilidade de discriminação do sinal varie de 0 a 1.

² Respeitados os limites biológicos definidos abaixo pelo limiar absoluto e acima pelo limiar terminal, qualquer estímulo de comparação ϕ_c pode ser comparado a um estímulo padrão ϕ_p , havendo entre eles uma diferença $\underline{\Delta\phi}$. Para diferenciar a condição particular onde entre ϕ_c e ϕ_p existe um limiar diferencial, grafou-se o delta sublinhado, $\underline{\Delta\phi}$.

³ Durante todo o texto, várias deduções matemáticas serão apresentadas. Para facilitar a compreensão, o conteúdo formal foi traduzido em palavras, dispostas ao lado ou abaixo das expressões matemáticas. A leitura desses pequenos textos não é obrigatória para a compreensão do desenvolvimento das idéias, visto que eles não contêm informação que, de uma outra forma, não tenha sido manifesta ao longo da redação.

postula, na terceira lei psicofísica, que razões iguais entre estímulos produzem razões de sensações iguais (Equação 6), o que implica uma função potência na relação entre intensidade física e intensidade sensorial (Equação 5). A invariância, nesta relação, não está assinalada pela Fração de Weber, e sim pelo valor do expoente n da função potência, específico para cada modalidade sensorial.

Dizendo formalmente, considerem-se os estímulos supralimiais ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 e ϕ_4 de uma mesma modalidade sensorial, que suscitam as respectivas sensações ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 e ψ_4 ,

sendo a razão dos estímulos $\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_3}{\phi_4} = r_\phi$.

Para Fechner,

$$\psi = w \log \phi \quad (2)$$

Para Fechner, a sensação é proporcional ao logaritmo do estímulo físico, sendo a Fração de Weber a constante de proporcionalidade.

então $\psi_1 = w \log \phi_1 \rightarrow \frac{\psi_1}{w} = \log \phi_1 \rightarrow \phi_1 = 10^{\frac{\psi_1}{w}}$, obtendo expressões semelhantes para ϕ_2 ,

ϕ_3 e ϕ_4 . Substituindo os estímulos pelas correspondentes funções das sensações tem-se:

$$\begin{aligned} r_\phi &= \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_3}{\phi_4} \\ &= \frac{10^{\frac{\psi_1}{w}}}{10^{\frac{\psi_2}{w}}} = \frac{10^{\frac{\psi_3}{w}}}{10^{\frac{\psi_4}{w}}} \\ &= 10^{\frac{\psi_1 - \psi_2}{w}} = 10^{\frac{\psi_3 - \psi_4}{w}} \end{aligned} \quad (3)$$

Partiu-se de duas duplas de estímulos físicos que tinham em comum a mesma relação de intensidade, ou seja, razões iguais. Usando-se a Lei de Fechner, substituíram-se os estímulos pelas respectivas funções das sensações que eles produziam. Finalmente, obtiveram-se intervalos de sensações iguais para razões iguais entre os estímulos.

$$\begin{aligned} \log(r_\phi) &= \frac{\psi_1 - \psi_2}{w} = \frac{\psi_3 - \psi_4}{w} \\ w \log(r_\phi) &= \psi_1 - \psi_2 = \psi_3 - \psi_4 \end{aligned}$$

Ou seja, razões iguais entre estímulos produzem intervalos de sensações iguais. Nota-se que, quando existe um limiar diferencial entre ϕ_1 e ϕ_2 e um limiar diferencial entre ϕ_3 e ϕ_4 , então

$\phi_1 = \phi_2 \pm w\phi_2 = \phi_2(1 \pm w)$ e $\phi_3 = \phi_4(1 \pm w)$ e, portanto, $r_\phi = 1 \pm w$. Quando se substitui esse valor na igualdade das razões da Equação 3, obtém-se a Equação 4:

$$1 \pm w = \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_3}{\phi_4} \quad (4)$$

$$w \log(1 \pm w) = \psi_1 - \psi_2 = \psi_3 - \psi_4$$

Aumentar ou diminuir um limiar diferencial entre estímulos implica uma diferença constante entre as sensações. Essa diferença é uma unidade sensorial fechneriana, definida em função da Fração de Weber.

Portanto, para Fechner, as sensações produzidas por estímulos com *dap* estão separadas por um intervalo constante cujo valor tem uma unidade de sensação, definida pela Fração de Weber (Equação 4), o que implica dizer que se o estímulo cresce de limiar diferencial em limiar diferencial, a sensação o faz de unidade sensorial em unidade sensorial.

Já para Stevens, a sensação é uma função potência do estímulo físico (Equação 5),

$$\psi = k\phi^n \quad (5)$$

Para Stevens, a sensação é uma função potência do estímulo físico, independente da Fração de Weber.

onde k é uma constante arbitrária que depende da unidade de medida do estímulo físico, uma

constante escalar. Então $\psi_1 = k\phi_1^n \rightarrow \frac{\psi_1}{k} = \phi_1^n \rightarrow \phi_1 = \left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}}$, obtendo expressões semelhantes

para ϕ_2 , ϕ_3 e ϕ_4 . Substituindo os estímulos pelas correspondentes funções das sensações se tem:

$$\begin{aligned}
 r_\phi &= \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_3}{\phi_4} \\
 &= \frac{\left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{\psi_2}{k}\right)^{\frac{1}{n}}} = \frac{\left(\frac{\psi_3}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{\psi_4}{k}\right)^{\frac{1}{n}}} \\
 &= \left(\frac{\psi_1}{\psi_2}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\psi_3}{\psi_4}\right)^{\frac{1}{n}} \\
 r_\phi^n &= \frac{\psi_1}{\psi_2} = \frac{\psi_3}{\psi_4}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Novamente, partiu-se de duas duplas de estímulos físicos que tinham em comum a mesma relação de intensidade, ou seja, razões iguais. Usando-se, dessa vez, a função potência de Stevens, substituíram-se os estímulos pelas respectivas funções das sensações que eles produziam. Finalmente, obtiveram-se razões de sensações iguais para razões iguais entre os estímulos.

Ou seja, razões iguais entre estímulos produzem razões de sensações iguais, independentes da unidade de medida deles. Note-se que as magnitudes das sensações, aqui, como já foi dito, não dependem da Fração de Weber, exceto se ela estiver oculta no expoente n , parâmetro extremamente importante que reflete um índice de sensibilidade perceptiva, próprio da modalidade sensorial. Para um mesmo valor de k , quando n é igual a 1, existe uma concordância fiel entre estímulo e resposta. Para n menor que 1, tem-se uma compressão da resposta sensorial em relação ao estímulo que a produziu, de modo que o estímulo é percebido como tendo intensidade menor do que a que realmente tem. Em oposição, os estímulos são supradimensionados quando n é maior que 1, havendo uma expansão da percepção em relação à realidade física. Em coordenadas logarítmicas, n é o coeficiente angular, ou seja, o valor que estabelece a inclinação da reta que representa a função (DaSilva & DeMacedo, 1982; Stevens, 1957; Teghtsoonian, 1973).

Há, portanto, uma divergência na invariância entre as duas leis, que pode depender do método de obtenção da resposta sensorial, havendo respostas que evoluem em escalas logarítmicas e em escalas da função potência, inclusive em simulações de redes neurais (Copelli, Roque, Oliveira, & Kinouchi, 2002). É possível que não haja distinção entre as duas leis, do ponto de vista do código neural subjacente (MacKay, 1963), com função de

transferência neural logarítmica obedecendo a lei de Fechner, quando se mede a atividade elétrica neuronal como resposta; e com função de transferência obedecendo a função potência de Stevens, quando a resposta medida é a área sob a curva, ou seja, a somatória da atividade elétrica neuronal (Wasserman, Felsten, & Easland, 1979). O que obedece a função potência é a resultante da atividade neural, que se interpõe entre a entrada (o estímulo físico) e a saída (a sensação), embora a função de transferência em nível celular neuronal obedeça predominantemente um padrão logarítmico (K. O. Johnson, Hsiao, & Yoshioka, 2002; Mountcastle, Poggio, & Werner, 1963). Uma bem sucedida tentativa de unificação das duas leis foi feita por Norwich e Wong (1997), na “forma completa da lei de Fechner”, inspirada no trabalho de Nutting (1907). Com adequada manipulação dos parâmetros da equação, para dar continência às especificidades da modalidade sensorial e aos atributos dos estímulos, a função assume uma configuração mais logarítmica ou mais em potenciação.

Via de regra, a concepção fechneriana tem se mostrada adequada para contínuos metatéticos (qualitativos), mas não para protéticos (quantitativos, que aceitam adição de grandezas) (Stevens, 1966a). Em função disto, nos estudos experimentais que envolvem quantificações de estímulos e de respostas, a função potência de Stevens costuma produzir melhor estimativa das respostas que a concepção fechneriana.

No entanto, para Stevens (1957), o expoente n nada tem a ver com a Fração de Weber, não demandando mensuração da discriminação sensorial para ser estabelecido. Ele argumenta que o limiar diferencial é antes um fenômeno estatisticamente determinado que propriamente um limiar, de limites bem definidos, como pode sugerir o termo (Stevens, 1946). As curvas sigmóides encontradas nos experimentos de discriminação (Panek & Stevens, 1966) traduzem as frequências acumuladas de “ogivas normais”, sem que se detecte nenhum degrau que possa ser propriamente chamado de um limiar. O limiar diferencial refere-se a uma medida da variabilidade da resposta discriminatória ou do ruído sensorial, inerente à natureza

dinâmica e flutuante da atividade neural, que subjaz ao funcionamento do sistema perceptivo. Em concordância com Ekman (1959), Stevens (1972) prefere escrever a Fração de Weber acrescentando um ϕ_0 ao estímulo padrão, correspondente ao ruído sensorial, na chamada forma geral da lei de Weber (Equação 7):

$$\underline{\Delta\phi} = w(\phi_p + \phi_0) \quad (7)$$

Numa forma geral, a lei de Weber inclui o acréscimo de um valor mínimo (ϕ_0) ao estímulo padrão, de modo que, mesmo quando ϕ_p assumir valor nulo, haverá uma sensação basal de fundo, ou ruído sensorial.

Sendo assim, entende que a delimitação quantitativa do limiar diferencial é arbitrária, podendo ser expressa pela inclinação da curva psicométrica, pelo desvio padrão ou pelo quartil, não devendo, portanto, ser incluída na função de quantificação da magnitude das sensações (Stevens, 1961b). Também Fechner (1860/1966) entende que o limiar diferencial pode ser traduzido como uma medida da dispersão do erro do observador ao procurar identificar a igualdade entre estímulos físicos. Ambos concordam na natureza estatística do limiar diferencial, mas divergem no estabelecimento de uma interdependência entre o fenômeno de discriminação, num microuniverso perceptivo, e o fenômeno de julgamento da magnitude dos estímulos físicos, num macrouniverso perceptivo.

De fato, a divergência histórica entre Fechner e Stevens deixou para a atualidade um legado dual nas vertentes de pesquisa: a psicofísica *local* e a *global* (Luce & Green, 1974). A última trabalha basicamente com o macrouniverso perceptivo, traduzido em escalas sensoriais, utilizando os métodos de estimação de magnitude, produção de magnitude e de emparelhamento intermodal, entre outros. A ampla variação dos estímulos físicos permite a quantificação das intensidades das sensações, estabelecendo-se um contínuo sensorial paralelo ao contínuo físico. A primeira, a instância local de percepção, se refere ao microuniverso perceptivo e busca a detecção de limiares utilizando os métodos clássicos fechnerianos (método dos estímulos constantes, dos limites e de ajustamento) além das novas técnicas

(métodos sim-não, de escolha-forçada e *up-down* e suas modificações), que suportam a Teoria da Detecção do Sinal (TDS) (Green & Swets, 1966/1974; Macmillan & Creelman, 1991). Na instância local, as respostas são basicamente categoriais.

A TDS fornece a fundamentação teórica e experimental ao ruído sensorial, referido por Ekman (1959) e Stevens (1972), ao considerar a ocorrência das “omissões” e dos “alarmes falsos” (F) nas respostas do observador, e não somente os “acertos” (H, de *hitis*) e as “rejeições corretas”. Omissão significa a não detecção de um sinal presente e alarme falso, a detecção de um sinal ausente. A distância entre as médias das distribuições do ruído sensorial e das respostas corretas é definida como uma grandeza d' . Um limiar absoluto ocorre quando d' alcança o valor de um desvio padrão. De uma forma equivalente, d' pode representar a distância entre as médias das distribuições das sensações desencadeadas pelo estímulo padrão e pelo estímulo de comparação, ocorrendo um limiar diferencial quando d' alcança o valor de um desvio padrão (Macmillan & Creelman, 1991). O valor de d' é medido pela diferença entre os dois pontos de projeção das probabilidades H e F na abscissa de curvas cumulativas padronizadas, onde se representa o contínuo físico. Na distribuição normal padrão, portanto, d' equivale a diferença das notas z referentes a H e a F (Equação 8) (Macmillan & Creelman, 1991).

$$d' = z(H) - z(F) \quad (8)$$

A função z corresponde à função inversa da distribuição normal padrão acumulada. Ou seja, dada uma probabilidade, z traduz o valor no eixo das abscissas que corresponde a ela, em unidades de desvio padrão. d' equivale à diferença das notas z referentes à probabilidade de acertos (H) e a probabilidade de alarmes falsos (F), numa prova de discriminação ou de detecção do sinal.

Correlacionado ao limiar diferencial e, conseqüentemente, à Fração de Weber, d' representa uma medida de quão discrimináveis são dois estímulos muito similares, com a vantagem de não ser afetado pelo critério cognitivo de decisão da resposta (Coren & Ward, 1999).

A resolução do viés cognitivo da resposta discriminatória representou um grande avanço da psicofísica local, sem correlato na psicofísica global. Um hiato teórico e experimental segrega os dois níveis de percepção. O fato é que a não inclusão da Fração de Weber na função potência, a expressão matemática que traduz a magnitude da sensação em função da intensidade do estímulo, pode, enganosamente, fazer supor que a discriminação de sensações seja regida por mecanismos e sistemas perceptivos diversos dos que produzem a experiência subjetiva da magnitude das sensações. De fato, se existe uma unidade funcional no sistema sensorial e no modo como o sistema nervoso capta e processa as informações perceptivas, deve se esperar que a Fração de Weber, ou outro índice aferidor de discriminação sensorial, como d' , esteja embutido no valor do expoente n de Stevens. Se assim for, poder-se-á esperar que o conhecimento quantitativo da discriminação, de uma dada modalidade sensorial, proporcione uma estimativa das respostas perceptivas suscitadas por intensidades diversas de estímulos supralimiares, ou, no sentido oposto, o conhecimento do valor do índice sensorial n permita, em igual medida, prever o padrão de resposta discriminatória para a mesma modalidade sensorial.

É exatamente este o foco do presente trabalho. Numa abordagem formal, busca esclarecer as relações entre o fenômeno sensorial de discriminação e o fenômeno da aparente magnitude dos estímulos físicos. Não há, diretamente, o intuito de unificar as duas correntes divergentes da psicofísica, mas de estabelecer uma ponte entre Stevens e Weber, o que, inevitavelmente, trará uma nuance fechneriana à nova expressão da função potência, escrita em função de w . Caso discriminação e sensação sejam fenômenos perceptivos interdependentes, pretende-se responder, em termos estatísticos, qual o valor esperado para um quando se conhece o outro, e vice-versa. Em metanálise de dados experimentais e simulação computacional, pretende-se testar as hipóteses oriundas da dedução formal.

1.2 Revisão do que já foi feito e apontamento das questões

As medidas de w foram estabelecidas para a maioria das modalidades sensoriais e, experimentalmente, costumam ser mais difíceis de se obter que o índice sensorial n , além de serem mais variáveis entre os sujeitos, ou para um mesmo sujeito em contextos diferentes. Isso é ainda mais evidente nas modalidades em que ocorre uma compressão da sensação em relação ao estímulo físico, ou seja, n é menor que 1. Além disso, a distribuição de w é desconhecida e dependente da distribuição das respostas sensoriais nas provas de discriminação. Apesar dessa vulnerabilidade, por cerca de 99% de um contínuo sensorial, w se mantém oscilando em torno de uma constante, desviando-se nos extremos quando estímulos muito pequenos se confundem com o ruído sensorial basal, ou estímulos muito intensos distorcem o processamento sensorial (Coren & Ward, 1999).

Na literatura psicofísica, as correlações apontadas entre discriminação e magnitude sensoriais nem sempre se traduzem em expressões matemáticas formais vinculando n a w , sendo a deficiência maior no tocante aos aspectos estatísticos dessas relações. A revisão que se segue enfoca especificamente os trabalhos onde uma abordagem formal foi tecida entre o fenômeno de discriminação sensorial e a magnitude da sensação.

Fechner (1860/1966) desenvolveu o formalismo de sua lei partindo da premissa de que a dap , assim como o limiar diferencial, poderiam ser assumidos como derivadas. Para ele, essa era a chave da passagem do nível sensorial local para o global. Curiosamente, a integral fechneriana pode prever a função potência de Stevens, como sugeriu Brentano (1874) pela primeira vez. O desenvolvimento formal que se segue foi apresentado por Baird e Noma em 1978 .

Fechner se referia à Fração de Weber em dois contínuos: o físico (w_ϕ) e o sensorial (w_ψ). Então, $\Delta_\phi = \phi w_\phi$ e $\Delta_\psi = \psi w_\psi$, onde Δ_ϕ é o limiar diferencial e Δ_ψ é a *dap*.

Assumindo-os como derivadas, segue-se:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta_\psi}{\Delta_\phi} &= \frac{\psi w_\psi}{\phi w_\phi} \\ \frac{\Delta_\psi}{\psi w_\psi} &= \frac{\Delta_\phi}{\phi w_\phi} \\ \frac{d\psi}{\psi w_\psi} &= \frac{d\phi}{\phi w_\phi} \\ \frac{1}{w_\psi} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{\psi} &= \frac{1}{w_\phi} \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{d\phi}{\phi} \\ \frac{1}{w_\psi} \ln\left(\frac{\psi}{\psi_0}\right) &= \frac{1}{w_\phi} \ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)\end{aligned}$$

$$\text{Então, } \left(\frac{\psi}{\psi_0}\right) = \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^{\frac{w_\psi}{w_\phi}}.$$

E rearranjando,

$$\psi = \psi_0 \left(\frac{1}{\phi_0}\right)^{\frac{w_\psi}{w_\phi}} \phi^{\frac{w_\psi}{w_\phi}}. \quad (9)$$

Fazendo $k = \psi_0 \left(\frac{1}{\phi_0}\right)^{\frac{w_\psi}{w_\phi}}$, chega-se finalmente à função potência $\psi = k\phi^{\frac{w_\psi}{w_\phi}}$, sendo o

expoente n a razão entre a Fração de Weber no contínuo sensorial e no contínuo físico.

É muito importante a perspicácia de Fechner de conceber um correlato sensorial à Fração de Weber. Mesmo assim, a falta desse componente sensorial na Equação 1 da Fração de Weber foi motivo de uma crítica severa de Thurstone (1927) a ela, estendida,

A integral fechneriana surge à custa de duas premissas: Fechner concebe a existência de um equivalente à Fração de Weber (w_ϕ) na escala sensorial (w_ψ); e os denominadores de ambas as frações são tomados como derivadas.

Nesta etapa da resolução da integral, a função logarítmica desaparece pela propriedade $a \log b = \log b^a$, acrescida da aplicação de antilog dos dois lados da equação.

Se Fechner tivesse considerado $\psi_0 \left(\frac{1}{\phi_0}\right)^{\frac{w_\psi}{w_\phi}}$ uma constante, teria chegado à uma função potência, ao invés da resolução logarítmica.

conseqüentemente, a lei de Weber-Fechner⁴. Para Thurstone, a Fração de Weber diz muito pouco a respeito da sensação e, trazendo uma informação em escala de categoria física, não permite uma mensuração linear ao longo do contínuo psicológico. Quando em conjunto, a lei de Weber-Fechner só seria válida na condição em que a dispersão da resposta de discriminação se mantivesse constante por todo o contínuo subjetivo. Em sua Lei dos Julgamentos Comparativos (LJC), Thurstone (1927) quantifica a discriminação num contínuo sensorial, permitindo a comparação de quaisquer dois estímulos físicos i e j . Em sua forma mais geral, a LJC é expressa por

$$\psi_i - \psi_j = z_{ij} \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2s_{ij}\sigma_i\sigma_j}, \quad (10)$$

Na Lei dos Julgamentos Comparativos de Thurstone a discriminação entre dois estímulos é traduzida em termos da diferença das sensações que eles produzem. Essa diferença é proporcional ao sigma correspondente à proporção de vezes que um estímulo físico i foi considerado maior que um j . Também depende da dispersão da distribuição das respostas suscitadas pelos estímulos i e j . Além disso, quanto mais correlacionados forem dois estímulos, menor a diferença entre as sensações que eles produzem e, conseqüentemente, mais difícil de serem discriminados.

onde ψ_i é a sensação provocada pelo estímulo i ; z_{ij} é a nota z da distribuição normal acumulada correspondente à proporção das vezes onde o estímulo i foi considerado maior que o estímulo j ; σ_i é o desvio padrão da distribuição de respostas suscitadas pela repetição do estímulo i , tendo ψ_i como a moda dessa distribuição; e s_{ij} é a correlação entre as dispersões discriminatórias dos estímulos i e j . Note-se que quando as dispersões discriminatórias dos estímulos i e j são iguais e os estímulos não são correlacionados ($s_{ij} = 0$), caracterizando o “caso 5” da LJC (Thurstone, 1927), a Equação 10 se assemelha ao conceito de d' , da TDS. A LJC se abstém do cômputo dos alarmes falsos, enquanto a TDS desconsidera a correlação

⁴ Forma comum como é denominada, na literatura psicofísica, a segunda lei da psicofísica que indiretamente inclui a primeira.

entre os estímulos, indiretamente computando essa componente nos alarmes falsos. De fato, quanto mais correlacionados estão dois estímulos, mais difícil é discriminá-los.

Na concepção thurstoniana, os valores escalares da magnitude da sensação são derivados da dispersão da discriminação, impedindo uma investigação direta da relação entre as duas instâncias de percepção, local e global, sem se cair numa redundância. Por esta razão, Ekman (1956), que conhecia o pensamento de Thurstone, se propôs a investigar uma relação entre a sensibilidade diferencial e a absoluta por uma outra abordagem teórica. Ele sabia que, fosse qual fosse a função tradutora da magnitude da sensação desencadeada pelo estímulo físico ($f(\phi) = \psi$), haveria um equivalente da dispersão do estímulo físico no contínuo psicológico, estimado à custa da derivada de $f(\phi) = \psi$. O modelo de Ekman está representado na Figura 1. No procedimento experimental, o mesmo conjunto de estímulos foi utilizado tanto para as provas de estimação de magnitude, quanto para as de discriminação, porém conduzidas por diferentes experimentadores. Na Figura 1, aparecem as distribuições das respostas discriminatórias de três estímulos (C) e as respectivas distribuições das sensações (A). Nenhuma assunção foi feita em relação à natureza das distribuições de estímulo físico e sensação. Em B, uma função de relação entre estímulo físico e sensação ($f(\phi) = \psi$). Em rosa, os correspondentes desvios padrão do estímulo físico (σ_ϕ) e da sensação (σ_ψ), e em azul claro, as correspondentes probabilidades de ocorrência no contínuo físico (y_ϕ) e no sensorial (y_ψ), expressas como funções.

As duas funções de frequência, com ordenadas y_ϕ e y_ψ , foram relacionadas pela

Equação 11,

$$y_\psi = \frac{d\phi}{d\psi} y_\phi \quad , \quad (11)$$

A probabilidade de um estímulo suscitar uma resposta sensorial é proporcional à probabilidade de uma sensação produzir um estímulo físico numa prova de produção de magnitude (veja nota 28), e a constante de proporcionalidade é a taxa de variação instantânea do estímulo físico em relação à sensação.

e as duas dispersões de discriminação, σ_ϕ e σ_ψ , pela Equação 12.

$$\sigma_\psi = \frac{d\psi}{d\phi} \sigma_\phi \quad (12)$$

A dispersão de resposta sensorial a um estímulo físico é proporcional à dispersão de estímulos físicos produzidos por uma sensação, e a constante de proporcionalidade é a taxa de variação instantânea da sensação em relação ao estímulo físico.

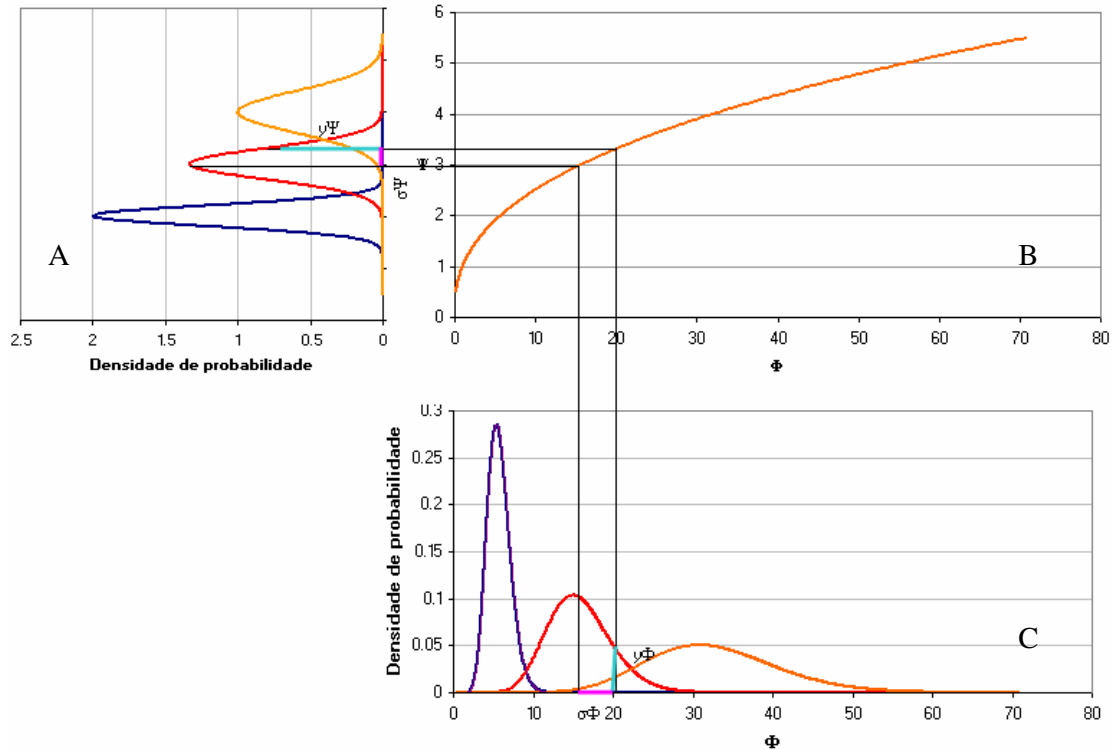


Figura 1 – Uma esquematização das idéias de Ekman (1956).

Estímulo físico e sensação estão representados em escala arbitrária. Em C, distribuições referentes a três estímulos físicos (ϕ) e, em A, três correspondentes distribuições de sensações (ψ). Entre elas, em B, uma $f(\phi) = \psi$ medeia a relação entre as duas variáveis, determinando as interdependências entre y_ϕ e y_ψ , bem como entre σ_ϕ e σ_ψ .

O limiar diferencial e a *dap* foram assumidos como equivalentes às dispersões de discriminação. Em pequenos intervalos de variação do estímulo físico, a $f(\phi) = \psi$ foi tratada como linear e as derivadas foram obtidas utilizando-se um método gráfico.

Os resultados apontaram uma relação linear entre a variabilidade da resposta e a média de sensação de cada estímulo físico, para modalidade peso (um correspondente da Fração de

Weber no contínuo subjetivo); uma relação constante para brilho e tonalidade; e uma relação não linear para sabor salgado.

Os primeiros resultados de Ekman (1956) foram mistos e dependentes do atributo do estímulo físico. Num estudo posterior, Ekman e Künnapas (1957) formulam a relação entre a dap ($\underline{\Delta}_\psi$) e a média das respostas sensoriais suscitadas por um mesmo estímulo físico em termos matemáticos. A expressão é utilizada por Ekman em 1959, quando desenvolve o mesmo raciocínio tecido em 1956, porém agora utilizando um método analítico dedutivo, partindo da premissa de que a $f(\phi) = \psi$ é a função potência de Stevens, escrita com o acréscimo de um valor basal de estímulo físico ϕ_0 ao valor do estímulo físico experimental.

$$\psi = k(\phi + \phi_0)^n$$

(13)

Uma forma geral da função potência de Stevens, utilizada por Ekman (1959), coerente com a Equação 7, onde ϕ_0 corresponde ao ruído sensorial basal.

Assim, se a relação entre a dap e a sensação é linear, onde E é a constante de proporcionalidade,

$$\underline{\Delta}_\psi = E\psi$$

(14)

E corresponde à Fração de Ekman, ou seja, a razão entre uma dap e a sensação de referência.

e assumindo a dap e o limiar diferencial como os desvios padrão na Equação 12, obtém-se

$$\underline{\Delta}_\psi = \frac{d\psi}{d\phi} \underline{\Delta}_\phi,$$

(15)

Uma dap é proporcional ao limiar diferencial e a constante de proporcionalidade é a taxa de variação instantânea da sensação em relação ao estímulo físico, como na Equação 12.

sendo $\frac{d\psi}{d\phi} = kn(\phi + \phi_0)^{n-1},$

A taxa de variação instantânea da sensação em relação ao estímulo físico é a tangente da função potência (Equação 13).

que também pode ser escrito como

$$\frac{d\psi}{d\phi} = \frac{n\psi}{(\phi + \phi_0)} .$$

Então,

$$\begin{aligned}\Delta_{\phi} &= \frac{E\psi}{n\psi} \\ &= \frac{E}{n}(\phi + \phi_0)\end{aligned}$$

A Fração de Weber é a razão entre a Fração de Ekman e o expoente n da função potência de Stevens.

Finalmente, considerando-se a forma geral da Fração de Weber (Equação 7),

$$n = \frac{E}{w}$$

(16)

O expoente n é a razão entre as frações de Ekman e de Weber. Portanto, considerando-se a Equação 9, a Fração de Ekman equivale à W_{ψ} da integral fechneriana.

A Equação 14 foi chamada por Stevens (1966b) de Lei de Ekman. Desde então, tem sido utilizada em vários estudos experimentais psicofísicos (Helmström, 2000; Hoffmann & Mortimer, 1996; Sousa & DaSilva, 1996, 1999, 2003; Sousa & Giuntini, 2001; Sousa, Kamizaki, & DaSilva, 1996). Ekman (1956, 1959) expressou matematicamente observações experimentais já descritas previamente por Brentano (1874) e Harper e Stevens (1948): quando a variação de um estímulo é medida em unidade subjetiva, ela é linearmente correlata à variação da magnitude da sensação psicológica, medida na mesma unidade.

Comparando-se a Equação 16 com o resultado do desenvolvimento da integral fechneriana (Equação 9), observa-se que a Fração de Ekman (E) é a equivalente da Fração de Weber no contínuo sensorial. Além disso, da comparação das equações 1 e 14 conclui-se que o limiar diferencial está para o contínuo físico assim como a dap está para o contínuo subjetivo.

Como dentro de medianos intervalos biológicos, de uma mesma modalidade sensorial, w e n são razoavelmente constantes, é esperado, pela Equação 16, que E seja razoavelmente constante também. Mais que isso, um achado muito importante é que E se mostra invariante

entre modalidades sensoriais diferentes. Num trabalho em que procurava averiguar se o argumento de Poulton (1967, p. 316) de que “o valor do expoente é meramente uma função da condição experimental sendo por ela determinado”, Teghtsoonian (1971) aponta, elencando dados experimentais do próprio Poulton e de outros autores (Tabela 1), a invariância intermodal da fração sensorial $\frac{\Delta\psi}{\psi}$ em um valor médio de 0,03. Significa que cerca de 3% de uma magnitude aparente corresponde à *dap*.

Tabela 1 – Compilação de dados da Fração de Weber, expoente de Stevens e fração de crescimento sensorial de nove modalidades sensoriais, por Teghtsoonian (1971)

Contínuo	$\frac{\Delta\phi}{\phi} = w$	n	$\frac{\Delta\psi}{\psi}$
Brilho	0,079	0,33	0,026
Sonoridade	0,048	0,60	0,029
Extensão do dedo	0,022	1,30	0,029
Peso	0,020	1,45	0,029
Comprimento	0,029	1,04	0,030
Sabor, NaCl	0,083	0,41	0,033
Saturação, vermelho	0,019	1,70	0,033
Choque elétrico	0,013	2,50	0,033
Vibração			
60 Hz	0,036	0,95	0,034
125 Hz	0,046	0,67	0,031
250 Hz	0,046	0,64	0,029
Média			0,031
Média dos nove contínuos			0,030

Nota – Nota-se a invariância nos dados da última coluna, cujo desvio padrão é da ordem de milésimo (0,002).

Teghtsoonian (1971) desenvolveu o seguinte raciocínio: considerando-se um contínuo de estímulos físicos e seu correspondente sensorial, o incremento de um $\Delta\phi$ se acompanha de um corresponde $\Delta\psi$, que matematicamente não deve se alterar pela subsequente divisão pelas grandezas de referência para o incremento, correspondentes no contínuo físico e subjetivo. Esquemáticamente:

$$\psi = k\phi^n \xrightarrow{\text{somando } \Delta} \psi + \Delta\psi = k(\phi + \Delta\phi)^n \xrightarrow{\text{correspondente}} \left(1 + \frac{\Delta\psi}{\psi}\right) = \left(1 + \frac{\Delta\phi}{\phi}\right)^n \quad (17)$$

Partindo da função potência de Stevens é possível se alcançar a relação $(1 + E) = (1 + w)^n$.

Essa relação deriva, portanto, da lei de Ekman. A novidade de Teghtsoonian foi perceber a invariância intermodal, a qual vincula n a w numa relação de proporcionalidade inversa, como será examinado na seção 2.2.

Baird e Noma (1978) e também Link (1992), compilando valores de w e n referentes a várias modalidades sensoriais, confirmaram a invariância intermodal apontada por Teghtsoonian, mas a expressaram numa relação linear de proporcionalidade inversa. No gráfico da Figura 2, de n em função de $1/w$, é baseado nos dados experimentais compilados pelos primeiros autores.

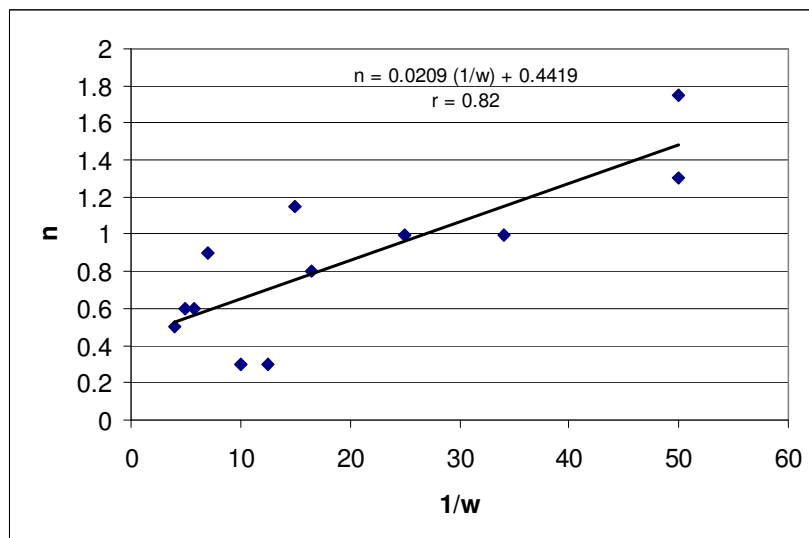


Figura 2 – n em função de $1/w$.
Baseado nos dados publicados por Baird e Noma (1978). Uma regressão linear correlaciona as duas variáveis, com coeficiente de correlação de 0,82.

Em 1986, Laming discute a relação entre a Fração de Weber e d' , o índice de discriminação da TDS, listando valores representativos de w e parâmetros de discriminação de

várias modalidades sensoriais. Em desacordo com a invariância intermodal, que conecta n a w , Laming (1989) argumenta que as altas correlações obtidas pelos outros autores, que compilaram dados de diversos pesquisadores, não foram reproduzidas quando os experimentos de discriminação e julgamento de magnitude foram conduzidos todos no mesmo laboratório, em condições experimentais comparáveis. Em seu trabalho, ele não especifica exatamente quais eram as tais condições experimentais comparáveis, nem refere claramente o valor de r obtido entre n e w , que denotava ser da ordem de 0,5 pelo exame do gráfico apresentado. Revendo os dois trabalhos, fica claro que Laming defende a dicotomia entre os dois níveis, local e global, de percepção: já que correlaciona w a d' e não correlaciona w a n , então, indiretamente, não correlaciona d' a n .

No entanto, o pensamento de Ekman (1956, 1959), de que havia uma relação entre a discriminação e a magnitude sensorial, foi corroborado por vários outros autores (Hellman & Hellman, 1995; Norwich, 1993; Ward, 1995; Ward, Armstrong, & Golestani, 1996; Zwislocki, 1994). Ward (1996) e Ward et al. (1996), incluindo tanto d' como w na análise, argumentam que uma clara relação existe entre o expoente n e os índices de sensibilidade. Quando comparados aos pares de modalidades sensoriais (i,j), essa relação pode ser expressa por

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{w_j}{w_i} . \quad (18)$$

Entre duas modalidades sensoriais, i e j , a relação entre o expoente n de i e o expoente n de j é inversamente proporcional à relação entre a Fração de Weber de i e a Fração de Weber de j .

Examinado os dados experimentais publicados por Teghtsoonian (1971) (Tabela 1), de par em par de modalidades sensoriais e dispondo os resultados num gráfico da razão dos expoentes em função da razão inversa das frações de Weber, Ward (1996) obteve uma relação linear bem ajustada, com coeficiente angular 0,91.

Também Ross (1997) aponta uma correlação positiva entre o expoente n de Stevens e o inverso da Fração de Weber, quando fatores contextuais, como contraste, adaptação e

tamanho escalar, são bem controlados. Tanto a habilidade de estimar a magnitude quanto de discriminar aumenta com a eficiência neural. Portanto, fatores contextuais que possam alterar a eficiência neural, em especial o fenômeno de adaptação, afetam a estabilidade da correlação entre o micro e o macrouniverso perceptivo, rompendo a relação monotônica entre n e $1/w$.

Na última década, a literatura psicofísica aprofundou-se nas duas vertentes teóricas: de um lado, o estudo dos limiares e de outro, a percepção quantitativa expressa em escalas sensoriais. Os trabalhos que correlacionam discriminação e magnitude aparente foram basicamente conduzidos dentro da concepção fechneriana (Dzhafarov, 2003a, 2003b; Dzhafarov & Colonius, 1999; Dzhafarov & Colonius, 2005a, 2005b; Falmagne, 1971, 1977, 1994; Falmagne & Iverson, 1979; Narens, 1980) e nenhuma nova relação foi estabelecida entre n e w .

Embora tenha se caminhado bastante na construção da ponte entre a sensação relativa e a absoluta, a literatura não elucidou o significado neurofuncional dessa relação, nem esclarece seus aspectos estatísticos. Por qual razão os valores de w encontrados na modalidade sensorial de choque elétrico, com alto valor de n (da Tabela 2, 3,5 para Stevens, 1975, e 2,8 para DaSilva e Macedo, 1982) variam menos do que os observados em modalidades sensoriais com valores mais baixos de n , como brilho e intensidade sonora? Qual a natureza estatística da distribuição de w ? Para um dado intervalo de confiança, quais os valores críticos de w ? Qual é o significado estatístico do limiar diferencial e da dap ? Qual é a distribuição estatística de n e qual a relação dela com a distribuição das respostas sensoriais? Haveria alguma invariância intermodal nos parâmetros dessas distribuições? Seria realmente normal a distribuição das respostas de um observador que tenta igualar um estímulo? A diferença entre o ponto de igualdade subjetiva (pis) e o estímulo padrão seria apenas um viés das respostas ou estaria também incluindo um caráter intrínseco ao funcionamento sensorial? Qual a natureza estatística da distribuição dos estímulos físicos produzidos por uma mesma sensação? Seria

possível estatisticamente prever respostas discriminatórias sendo conhecidos os julgamentos de magnitudes sensoriais? Seria possível expressar a distribuição das respostas sensoriais e dos estímulos físicos incluindo os índices discriminatórios como parâmetros? Qual o correlato neural dessas distribuições? Todas essas questões constituem um campo aberto em pesquisa psicofísica e a clarificação delas trará maior compreensão do fenômeno sensorial integral, local e global, com conseqüentes aplicações experimentais e clínicas.

O presente trabalho se propõe a trazer alguma elucidação, ainda que parcial, para as questões em aberto.

1.3 A hipótese geral

(1.3.1) Discriminação sensorial e magnitude aparente são fenômenos perceptivos interdependentes. Tal interdependência se traduz numa correlação muito significativa entre o expoente n da função potência de Stevens e a Fração de Weber de uma mesma modalidade sensorial. (1.3.2) Na relação de interdependência, uma diminuição de um implica um aumento linear do outro, com constante de proporcionalidade correlata à Fração de Ekman. Por conseqüência, o exame experimental do limiar diferencial de uma dada modalidade de percepção pode produzir previsão quantitativa da magnitude da resposta sensorial na mesma modalidade e vice-versa. (1.3.3) Um fenômeno discriminatório está subjacente a cada julgamento sensorial, ora de ordem comparativa física (externa, real), ora de ordem mnêmica (interna, imaginária). (1.3.4) A Fração de Ekman tem constância intermodal nas duas condições: (1.3.4.1) cerca de 3% de uma sensação padrão corresponde a uma diferença apenas perceptível quando dois estímulos são fisicamente comparados e (1.3.4.2) cerca de 33% de uma sensação padrão corresponde a uma diferença apenas perceptível num

juízo de magnitude, quando a comparação entre os estímulos é apenas de ordem mnêmica. (1.3.5) A Fração de Weber, nas duas instâncias, representa a probabilidade dessas diferenças sensoriais serem alcançadas. (1.3.6) O fenômeno discriminatório subjacente tem natureza browniana e o limiar diferencial e a $d'ap$ correspondem ao desvio padrão da distribuição das respostas discriminatórias. (1.3.7) No contínuo físico, trata-se de uma distribuição gama, com parâmetros correlatos às frações de Weber e de Ekman. (1.3.8) No processamento neural, a distribuição gama é reproduzida pelo acúmulo de neurônios que alcançam a excitação à medida que cresce a diferença entre dois estímulos comparados. (1.3.9) O sistema sensorial processa a informação perceptiva em faixas de isossensação, comprimindo modalidades sensoriais com alta variabilidade de estímulos físicos, e expandindo modalidades com baixa variabilidade dos estímulos físicos. (1.3.10) O construto formal teórico suporta o mimetismo de respostas sensoriais biológicas em simulações computacionais.

Esta é a hipótese geral do trabalho, que, ao longo do texto, será fracionada e examinada de parte em parte.

1.4 Justificativa da pesquisa

A comprovação experimental cruzada de leis psicofísicas é um dos argumentos mais fortes para a confirmação das invariâncias que elas traduzem, uma vez que, se são realmente válidas, suportam manuseios matemáticos cujas expressões resultantes produzem previsões verificáveis na experiência sensorial. Observe-se que tais leis, dentro de razoáveis intervalos

biológicos, são invariantes, esperando-se, portanto, um correlato experimental das relações formais estabelecidas entre elas, ao longo dos contínuos físico e sensorial.

Apesar de uma produção científica de milhares de trabalhos sobre as leis da psicofísica no século 20 (Teigen, 2002), muitas vezes a invariância das leis é questionada (Poulton, 1967; Weiss, 1981), e a produção científica nessa área vem progressivamente decaindo. Em relação ao tema específico, como foram apontadas, muitas questões ainda estão em aberto, especialmente referentes aos aspectos estatísticos da relação entre discriminação e magnitude aparente e aos seus correlatos neurais.

Um outro ponto importante é a perspectiva de facilitação dos procedimentos experimentais na pesquisa de limiares diferenciais. Normalmente, tais estudos demandam um longo tempo experimental, muitas vezes sofrendo interferências decorrentes da fadiga dos observadores, ou de fenômenos de adaptação sensorial (Ross, 1997). Já as provas de julgamentos de magnitudes são mais fáceis de serem executadas e não demandam tantas reapresentações dos estímulos para obtenção do índice sensorial n (DaSilva & DeMacedo, 1982). Se os índices discriminatórios puderem ser estatisticamente previstos à custa da identificação do valor de n , as provas de discriminação poderão ser abreviadas ou circunscritas a um intervalo mais conciso do contínuo físico, dirigidas mais para confirmação que para identificação. Podem-se vislumbrar futuras aplicações clínicas dessa facilitação de procedimento.

O estudo se justifica ainda pela perspectiva de compreensão mais integrada da percepção humana, uma das áreas mais importantes e complexas da neurociência.

1.5 Condução das idéias pelo caminho formal

A magnitude da sensação cresce em função potência da magnitude do estímulo físico (Stevens, 1957, 1961b). Como já foi dito, o expoente n é o parâmetro mais importante dessa função, determinando uma expansão da sensação em relação à realidade física, para valores maiores que um, ou uma contração desta, para valores menores que um. Stevens (1975) listou valores médios de n , por modalidade sensorial e atributos dos estímulos físicos. Posteriormente, DaSilva e DeMacedo (1982), fazendo uma metanálise de vários estudos experimentais utilizando métodos baseados em julgamentos de razão, compilaram valores médios de n e seus respectivos desvios padrão, por modalidade sensorial. Um agregado das duas listas é apresentado na Tabela 2, sendo possível a comparação entre a média oriunda de vários autores e os valores apontados por Stevens (1975). Na espécie humana, uma baixa sensibilidade pode ser observada para luminância e odores e uma alta sensibilidade, para choque elétrico, enquanto a percepção de comprimento visual é praticamente da mesma magnitude da realidade física.

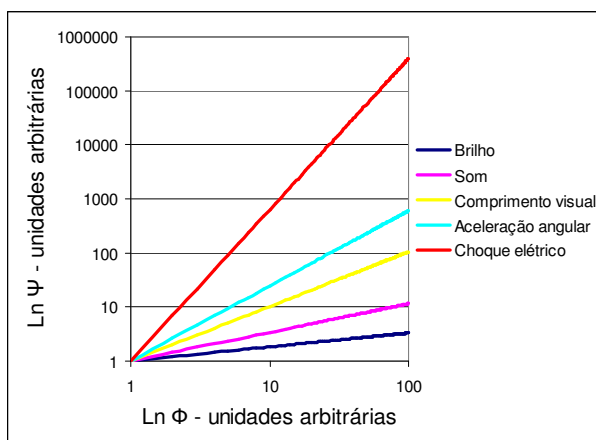


Figura 3 – Sensação em função de estímulo físico, em coordenadas logarítmicas.

São representadas cinco modalidades sensoriais. Em coordenadas logarítmicas, a função potência de Stevens se transforma numa reta, cujo coeficiente angular é o expoente n .

É possível reescrever a Equação 5 como uma equação de primeiro grau $y = a + bx$, onde n passa a ser o coeficiente angular b . Desta forma, num gráfico duplo-log, a

especificidade do expoente n para cada modalidade sensorial é traduzida pela diversidade de inclinação das retas de regressão, como ilustra a Figura 3, onde as unidades de medida são arbitrárias. O expoente n governa o crescimento da sensação em função do estímulo físico.

Tabela 2 – Valor médio e desvio padrão de n por modalidade sensorial

Modalidade ou atributo	Stevens, 1975	DaSilva e Macedo, 1982	
	Expoente médio	Expoente médio	Desvio-padrão
Odor: octanol		0,14	0,11
Odor: amil-acetato		0,19	0,14
Odor: geraniol		0,19	0,12
Brilho	0,33 - 0,50 - 1,00	0,26	0,13
Odor: heptano	0,60	0,35	0,26
Viscosidade	0,42		
Sabor: sacarina	0,80	0,53	0,29
Som	0,67	0,56	0,13
Odor: benzeno		0,56	0,01
Sabor: amargo		0,57	0,23
Vibração	0,60 - 0,95		
Desconforto: calor	0,70		
Número		0,72	0,21
Volume visual		0,72	0,10
Tonalidade		0,77	0,51
Área visual	0,70	0,77	0,16
Dureza	0,80		
Numerosidade		0,84	0,22
Tempo	1,10	0,91	0,18
Sabor: azedo		0,94	0,28
Sabor: sacarose	1,30	0,97	0,49
Distância visual		0,97	0,22
Dor por temperatura calor	1,00		
Comprimento visual	1,00	1,01	0,27
Pressão na palma	1,10		
Esforço vocal	1,10		
Temperatura: frio	1,00	1,04	0,05
Sabor: salgado	1,40	1,07	0,41
Temperatura: quente	0,70 - 1,30 - 1,60	1,14	0,37
Peso	1,45	1,18	0,17
Luminosidade	1,20		
Amplitude dos dedos das mãos	1,30		
Aceleração angular	1,40	1,39	0,52
Aspereza de superfície	1,50	1,61	0,76
Saturação de vermelho	1,70		
Desconforto: frio	1,70		
Força muscular	1,70		
Choque elétrico	3,50	2,80	0,99

Nota – Os dados, baseados em Stevens, 1975 e DaSilva e DeMacedo, 1982, estão organizados em ordem crescente de grandeza do expoente. Na segunda coluna, mais de um valor médio de n por modalidade sensorial se refere a diferentes condições dos estímulos.

Embora específico para cada modalidade sensorial, n varia, como qualquer indicador biológico. Sua variação depende da variação das respostas sensoriais dadas pelos observadores, produzidas pelos estímulos físicos. Para um único indivíduo, a variação é produzida pelo mesmo fenômeno: a diversidade das respostas de magnitude de sensações. A reta de regressão, que representa a função potência num gráfico em coordenadas logarítmicas, equivale à melhor resolução da minimização do erro das respostas e pode ser obtida pelo método dos mínimos quadrados. As equações 19 e 20 fornecem os valores de n e $\ln k$, onde $\bar{\psi}$ é a média aritmética⁵ das respostas dadas para um mesmo estímulo físico i , e m se refere ao tamanho amostral⁶, ou seja, o número de estímulos apresentados no teste (DaSilva & DeMacedo, 1982; Neter & Wasserman, 1974). A constante escalar k pode ser obtida pelo antilog desse valor, $k = e^{\ln k}$.

$$n = \frac{m \sum_{i=1}^m (\ln \phi_i \ln \bar{\psi}_i) - m \sum_{i=1}^m (\ln \phi_i) - m \sum_{i=1}^m (\ln \bar{\psi}_i)}{m \sum_{i=1}^m (\ln \phi_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^m (\ln \phi_i) \right)^2} \quad (19)$$

As variáveis sofrem transformação logarítmica e o método dos mínimos quadrados é aplicado às variáveis transformadas. A Equação 19 define o coeficiente angular da reta de regressão e a Equação 20 define o ponto de interseção da reta com a ordenada.

$$\ln k = \frac{\sum_{i=1}^m (\ln \bar{\psi}_i) - n \sum_{i=1}^m (\ln \phi_i)}{m} \quad (20)^7$$

Se em cada ponto de coordenada (x,y) se fixar um vértice de um quadrado, cujo vértice na diagonal oposta toca a reta de regressão, as equações apresentadas resolvem a posição da reta que produz a menor somatória das áreas dos quadrados. Daí o nome do método.

⁵ Muitos autores preferem a média geométrica das respostas, como apontam DaSilva & Macedo, 1982, que produz valores iguais ou menores que a média aritmética e é menos afetada por valores extremos.

⁶ Embora a palavra *amostral* não esteja correta, ela é consagrada na terminologia estatística, justificando o emprego no presente trabalho.

⁷ Embora não seja tradição da literatura psicofísica, durante todo o desenvolvimento matemático optou-se pela base natural para as expressões logarítmicas. O logaritmo neperiano é utilizado na maioria dos modelos matemáticos para fenômenos biológicos. Como ficará evidente na sessão 2.2, ele facilita o formalismo dedutivo e a compreensão do fenômeno de percepção.

Existem muitas razões para a resposta sensorial variar e, conseqüentemente, para n variar. São basicamente razões dependentes da condição experimental e próprias dos observadores (DaSilva & DeMacedo, 1983).

No primeiro grupo incluem-se a seqüência de apresentação dos estímulos, o ambiente experimental em sala fechada ou em espaço aberto, disponibilizando pistas pictóricas diversas (Teghtsoonian & Teghtsoonian, 1970), a tarefa escalar (J. C. Baird, 1970), a altura dos olhos na observação visual (Wohlwill, 1963), a presença ou não de instrução aparente (Rogers & Gogel, 1975) e a amplitude de variação dos estímulos apresentados na prova, entre outras (Teghtsoonian, 1973). Quando a amplitude dos estímulos aumenta muito, ou seja, cresce a razão entre o estímulo maior e o menor, o expoente da função potência cai. Em 21 modalidades sensoriais diferentes, Teghtsoonian (1973) encontrou uma correlação constante ($r = 0,94$) entre o logaritmo da amplitude entre os estímulos e o recíproco dos expoentes n . Para Poulton (1968), só essa variável já explica 33% da variância dos expoentes experimentalmente obtidos.

No segundo grupo estão a faixa etária dos observadores (Bond & Stevens, 1969), a diversidade biológica dos órgãos envolvidos no processo de percepção e a experiência prévia com a modalidade sensorial (DaSilva & DeMacedo, 1982).

Em relação a este último ponto, duas correntes teóricas concorrem em relação à natureza da resposta sensorial: a “aprendizagem sensório-probabilística” e a “sensório-determinista”. A primeira entende que os processos cognitivos, incluindo aqui o aprendizado, regem predominante o julgamento da magnitude aparente. A variabilidade do expoente não é apenas um viés metodológico, mas resultado de diferentes experiências de aprendizado (Warren & Warren, 1963). A segunda prioriza o aspecto biológico, entendendo que o padrão de resposta sensorial é próprio da espécie e dependente predominantemente de características intrínsecas dos receptores e órgãos do sentido. Os mecanismos sensórios determinam

integralmente a lei de Stevens e o valor do expoente n (Bond & Stevens, 1969; Stevens, 1961a).

Estudar o fenômeno discriminatório paralelamente à instância perceptiva global pode trazer maior compreensão dos princípios biológicos envolvidos no fenômeno da percepção, visto que é pouco provável que um componente aprendido interfira concomitante e proporcionalmente tanto na discriminação de estímulos quanto no julgamento sensorial de suas magnitudes. Além disso, se a sensação pode ser estimada por uma lei expressa matematicamente, que se sustentou por meio século de experimentação psicofísica, a invariância da resposta corrobora a vertente biológica. De fato, dada a imensa diversidade cultural, se o padrão perceptivo fosse regido predominantemente pelo aprendizado, esperar-se-ia uma impossibilidade de previsão da resposta, ou uma covariância com o padrão cultural. No entanto, os valores médios dos expoentes n para as diversas modalidades sensoriais, independentes do padrão cultural dos integrantes dos grupos de experimentação, não variam muito, como pode ser observado pelos desvios padrão na Tabela 2.

O argumento que se segue é fundamental para consolidar uma natureza mais estrutural biológica da variabilidade da resposta sensorial: traçando-se a relação do desvio padrão de n em função de n , na Figura 4, com base nos dados da Tabela 2, observa-se uma tendência de crescimento da dispersão de n à medida que o expoente n aumenta, caminhando de modalidades sensoriais de menor sensibilidade para modalidades com maior sensibilidade. Uma função linear com coeficiente angular de 0,335 se ajustou bem aos dados, com coeficiente de determinação de 0,72. Este achado pode estar denotando uma invariância intermodal, intrínseca ao funcionamento do sistema perceptivo: quanto maior a sensibilidade de uma modalidade sensorial, mais diversificado é o padrão de resposta.

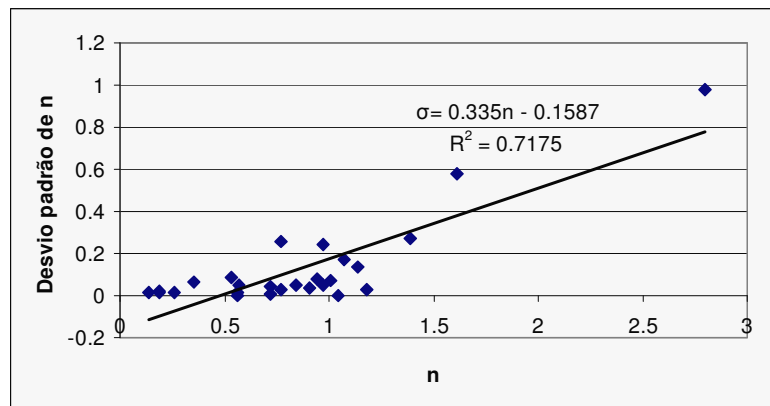


Figura 4 – Desvio padrão de n em função de n .
O desvio padrão de n cresce linearmente com n numa taxa da ordem de 33%.

O presente trabalho compartilha a idéia de Thurstone (1927, p. 368) de que um fenômeno discriminatório está subjacente a cada julgamento de magnitude aparente, “através do qual o organismo identifica, distingue, discrimina ou reage ao estímulo”. Desse modo, os observadores variarão sua resposta por julgarem como iguais os estímulos que receberam o mesmo valor de magnitude aparente. Este entendimento não é incompatível com a variação de resposta secundária à condição experimental e, ao mesmo tempo, aceita certa dose de variação inerente ao processo de aprendizado, pois a variação na discriminação de estímulos pode estar sujeita às mesmas origens de variação descritas acima. No entanto, este entendimento teórico pressupõe que as invariâncias observadas no julgamento da magnitude aparente, incluindo o aumento linear do desvio padrão de n em função de n , possam ser relacionadas às invariâncias observadas no fenômeno de discriminação sensorial, e vice-versa.

Tal integração do processo de percepção, se alcançada, inevitavelmente corroborará a vertente biológica. Em termos matemáticos, ela implica uma interdependência das distribuições estatísticas de n e w , das sensações produzidas por um mesmo estímulo e, no sentido oposto, dos estímulos atrelados a uma mesma sensação. A investigação dessas interdependências estatísticas demanda:

1. Estudar a propagação do erro entre sensação e estímulo físico;
2. Investigar a relação formal entre n e w ;
3. Deduzir a distribuição da ativação neural para expectar a distribuição das respostas sensoriais no contínuo físico;
4. Deduzir a distribuição das sensações a partir da distribuição formalmente esperada para os estímulos físicos, reconhecendo os equivalentes biológicos dos modelos matemáticos obtidos;
5. Testar as distribuições deduzidas contra dados experimentais biológicos e simulados, em comparação a outras distribuições consagradas na literatura psicofísica;
6. Investigar a natureza da distribuição de n e de sua dispersão, em simulação computacional e em metanálise de dados experimentais;
7. E, finalmente, deduzir a distribuição da Fração de Weber a partir da distribuição de n ; estabelecendo a ponte entre as duas instâncias de percepção, local e global.

Os primeiros dois itens serão tratados no próximo capítulo, os itens 3, 4 e 5 serão examinados no capítulo 3, o item 6 será conduzido no capítulo 4, ficando o último item para o capítulo 5.

Resta saber como tais tarefas serão feitas.

1.6 Como fazer?

Cabe a esta seção traçar linhas metodológicas gerais do trabalho, visto que o detalhamento de cada método utilizado será apresentado posteriormente, nos devidos contextos temáticos. O método dedutivo formal permeia todo o desenvolvimento do texto. Cada trecho da hipótese geral será matematicamente deduzido, de modo a dar significado estatístico e psicofísico aos parâmetros empregados. Desenvolvido cada modelo matemático,

expresso em equações, ele será testado por comparação a dados experimentais produzidos por outros autores ou através de simulações computacionais. Ficam então, para este momento, a descrição do material utilizado, que é comum a todos os procedimentos, a descrição de como se procedeu a revisão bibliográfica, e aspectos gerais de metanálise e simulação computacional, em especial o método de Monte Carlo, extensivamente empregado nesse trabalho.

1.6.1 Material

- Computador Dell® Inspiron 16000, com processador Intel® Pentium® M, de 1,73 GHz, com 1 GB de RAM, com sistema operacional Windows XP, da Microsoft®, versão 2002.
- Aplicativos⁸
 - Planilha matemática Excel 2002, da Microsoft®, para simulações computacionais;
 - Programa de cálculo Mathematica 5, da Wolfram Research;
 - Pacote estatístico BioEstat 2,0, para análise dos dados;

1.6.2 Métodos, em linhas gerais

1.6.2.1 Revisão da literatura sobre o tema

⁸ Todos os aplicativos se encontram devidamente licenciados.

A revisão bibliográfica foi realizada na Biblioteca Virtual de Saúde, nas bases de dados disponíveis *on line* em <http://www.bireme.br>, que incluem a Literatura Latino-Americana e do Caribe em Ciências da Saúde (LILACS) e a Livraria Internacional em Ciências da Saúde (MEDLINE), entre outras, no período de 1966 a 2007, bem como na base de dados Web of Science (ISI), com acesso *on line*, no ambiente do Campus Universitário de Ribeirão Preto, USP, em <http://isiknowledge.com>, de 1956 a 2007, cruzando as seguintes palavras chaves: *Ekman e law; Ekman e Stevens; Ekman e Weber e law; Ekman e Weber e fraction; Weber e law e Stevens; Weber e fraction e power e function*; e, finalmente, *Weber e law e power e function*.

As referências bibliográficas apontadas nas publicações estudadas foram uma segunda e importante fonte de literatura pesquisada.

1.6.2.2 Metanálise

A metanálise consiste no exame simultâneo de várias pesquisas sobre o mesmo tema, com o objetivo de se extrair uma conclusão em comum e/ou aumentar a confiança nas inferências estatísticas.

Ao longo do texto, três estudos de metanálise foram conduzidos e serão brevemente apresentados nessa introdução. O objetivo do primeiro estudo foi investigar a natureza da distribuição estatística das respostas sensoriais, no contínuo físico e psicológico. Os dois últimos estudos visaram identificar a natureza da distribuição estatística do expoente da função potência de Stevens, acrescentando no terceiro a investigação da invariância intermodal de sua dispersão.

- Primeiro estudo

- Nesse estudo, o caráter de metanálise não está atrelado ao exame concomitante de vários estudos, mas ao fato de resultados oriundos de procedimentos diferentes, sem diferenças na análise de variância empregada, terem sido agregados para composição de amostras maiores, favorecendo o exame da natureza da distribuição. Utilizaram-se dados das respostas dos observadores experimentais, nas modalidades distância visual e tato no escuro, da dissertação de mestrado de Fukushima (1988), conduzida nos laboratórios de Psicofísica e Percepção da Psicobiologia, Departamento de Psicologia e Educação da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto, USP, sob orientação de DaSilva. As respostas sensoriais, em valores brutos e em valores logarítmicos, agregadas por estímulo físico, foram submetidas ao teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, aderência Lilliefors (Lilliefors, 1967), nível de significância de 0,05. Em valores brutos, as respostas também foram comparadas a outras distribuições (log-normal, logística, Weibull, gama e gama modificada pela função potência – GMPFP), utilizando o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$). Detalhes metodológicos serão apresentados na seção 3.3.
- Segundo estudo
 - Utilizaram-se os dados de 451 experimentos, compilados por DaSilva, DosSantos e Silva (1983), sobre valores médios dos expoentes n em modalidades sensoriais envolvidas na percepção espacial. Os dados foram agrupados por modalidade sensorial e submetidos ao teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$). Detalhes metodológicos serão apresentados no início do capítulo 4.
- Terceiro estudo

- Utilizaram-se dados das dissertações de mestrado e teses de doutorado sobre psicofísica e percepção, defendidas de 1988 a 2006, cujos experimentos, que utilizaram métodos baseados em julgamentos de razão em várias modalidades sensoriais, foram conduzidos nos laboratórios de Psicofísica e Percepção da Psicobiologia, Departamento de Psicologia e Educação da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto, USP. Dentro de uma mesma caracterização experimental, os expoentes n dos observadores experimentais foram agrupados, submetidos ao teste de normalidade Shapiro-Wilk (Shapiro & Wilk, 1965), com nível de significância 0,05. Numa análise intermodal, a dispersão das amostras foi estudada em função do valor do expoente. Detalhes metodológicos serão apresentados na seção 4.1.2.

1.6.2.3 Simulações computacionais

Uma simulação computacional é um programa computacional capaz de simular o comportamento real de um sistema particular (Hromkovic, 2001). Em psicofísica, a simulação computacional proporciona a possibilidade de se testar modelos matemáticos aplicados ao fenômeno de percepção, simulando-se as respostas sensoriais de observadores ideais, ensaiando-se a variação de tamanho amostral, quantidade de estímulos, amplitude dos passos e repetição de apresentações dos estímulos na prova experimental. Essas condições experimentais nem sempre são praticáveis ao observador humano, sujeito à fadiga e à perda de motivação numa tarefa muitas vezes entediante para ele, e exaustiva para o examinador, sem se considerarem as questões éticas. Ela tem sido amplamente utilizada no estudo de limiares sensoriais (Findlay, 1978; García-Pérez, 2000, 2002; Kaernbach, 1990, 1991; Lam, Dubno, & Mills, 1999; Meese, 1995; Saberi & Green, 1996; Taylor & Creelman, 1967;

Zwislocki & Relkin, 2001), em estudos da Fração de Ekman (Galante-Jr, Torro-Alves, Rodrigues-de-Carvalho, Fukusima, & DaSilva, 2007), bem como em modelos unificados de funcionamento perceptivo, como o Sensory Aggregate Model de Baird (1997).

No presente estudo, a simulação computacional foi utilizada para gerar respostas sensoriais em várias distribuições (seção 3.2.2) e gerar distribuições do expoente n de Stevens a partir de distribuições estatísticas de respostas sensoriais (seção 4.1.1). Ela também foi utilizada para simular respostas de discriminação no método adaptativo *up-down* e duas de suas modificações (seção 5.3), possibilitando a visualização do modelo browniano sugerido para a discriminação, e para resgatar a distribuição da Fração de Weber a partir da distribuição gama das respostas sensoriais no contínuo físico (seção 5.4).

Alguns procedimentos e métodos foram utilizados em praticamente todas as simulações e serão genericamente descritos aqui.

1.6.2.3.1 Geração de dados aleatórios

- No Excel, é possível gerar dados aleatórios, com específicas distribuições estatísticas, utilizando-se a ferramenta “Análise de dados”, subitem “Geração de número aleatório”, fornecendo-se os parâmetros requeridos na distribuição desejada e o tamanho amostral (m). Dados aleatórios em distribuição normal, por exemplo, podem ser gerados fornecendo-se a média e o desvio padrão.
- A função “Aleatório” do Excel retorna um número aleatório maior ou igual a 0 e menor que 1, distribuído uniformemente, com nove casas decimais. Cada sorteio corresponde, portanto, a uma probabilidade de um em um bilhão. Os dados gerados com essa função servem de entrada para o método Monte Carlo.

1.6.2.3.2 Método Monte Carlo

Trata-se de um método estatístico utilizado em simulações de processos estocásticos. Um processo estocástico é um conjunto de ocorrências aleatórias que podem ser descritas por uma distribuição estatística (Hromkovic, 2001). No Método Monte Carlo, uma relação de proporção é utilizada para se estimar uma probabilidade ou, em sentido oposto, uma probabilidade é utilizada para se estimar uma relação de proporção (Metropolis & Ulam, 1949). Isto permite o cálculo de integrais complexas, como o volume de um lago, uma área irregular, ou a progressão de uma detonação nuclear. Exemplificando, é possível se calcular a extensão de uma área desconhecida, alocada dentro de uma área de extensão conhecida, contando-se o número de pontos que caem sobre ela, após se jogar, aleatoriamente, um número conhecido de pontos sobre toda a extensão da área conhecida. Partindo-se do princípio de que os pontos estão distribuídos uniformemente, existe uma relação de proporção entre a extensão desconhecida e o número de pontos aleatórios que caem sobre ela (Figura 5).

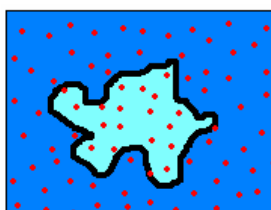


Figura 5 – Um exemplo de aplicação do Método de Monte Carlo.

O retângulo ao lado tem área conhecida de $16,13 \text{ cm}^2$. A área central irregular tem extensão desconhecida. Sobre a área total do retângulo foram lançados, aleatoriamente, 80 pontos. Destes, 18 pontos caíram sobre a área irregular. Uma estimativa da

dimensão (x) desta área pode ser obtida pelo método de Monte Carlo, fazendo-se o cálculo $\frac{x}{16,13} = \frac{18}{80} \rightarrow x = 3,63 \text{ cm}^2$.

As curvas psicométricas, em relação às provas de discriminação, traduzem a probabilidade de um observador reconhecer o estímulo de comparação como sendo maior que o estímulo padrão. Tratam-se de curvas sigmóides de probabilidade acumulada, em função do

estímulo físico, que estabilizam minimamente em zero, para valores de estímulo físico muito menores que o estímulo padrão, e em um, para valores muito maiores que este. Para cada estímulo físico com probabilidade $P(\phi_c)$ de ser reconhecido como maior que o estímulo padrão, existe sempre uma chance complementar $1 - P(\phi_c)$ de não ser reconhecido como maior que esse. Então, num método adaptativo *up-down* (veja descrição na 5.3), a decisão do observador se considera o estímulo comparado maior ou menor que o estímulo padrão é governada por um fator randômico com probabilidade $P(\phi_c)$. Com base nisto, pelo método Monte Carlo, pode-se simular a resposta de discriminação de um observador ideal, para o qual a função psicométrica é conhecida, lembrando-se que cada ponto correspondente a $P(\phi_c)$ se refere a uma área desconhecida, que pode ser estimada pela probabilidade de ocorrência de um sorteio de um ponto nela, em comparação a uma área total conhecida de valor 1. O algoritmo de julgamento discriminatório se desenvolve nas seguintes etapas:

1. Um estímulo físico arbitrário ϕ_c é escolhido como ponto inicial, sendo que a ele corresponde uma probabilidade $P(\phi_c)$ de ser reconhecido como maior que o estímulo padrão ϕ_p . Note-se que se $\phi_c \ll \phi_p$ então a área correspondente a $P(\phi_c)$ será muito menor que $1 - P(\phi_c)$, o inverso ocorrendo se $\phi_c \gg \phi_p$.
2. Sorteia-se um número aleatório de 0 a 1 (ou da menor probabilidade de ocorrência da resposta a 1). A chance é proporcional à extensão da área correspondente à $P(\phi_c)$. Se o valor obtido for menor ou igual a $P(\phi_c)$ então a resposta simulada do observador ideal é “Sim, eu reconheço esse estímulo como maior que o padrão”. Caso o valor sorteado seja maior que $P(\phi_c)$, caracteriza-se o intervalo de probabilidade complementar $1 - P(\phi_c)$ e a resposta simulada é “Não, eu não reconheço esse estímulo como sendo maior que o padrão”.

3. Dada a resposta simulada, o experimentador virtual vai alterar o estímulo por um valor dependente da regra vigente no método. Exemplificando, num método *up-down* simples, de passos fixos, se a resposta for “Sim, eu reconheço esse estímulo como maior que o padrão” então o estímulo físico é decrescido de um passo, reiniciando-se um novo julgamento discriminatório em 2.
4. O processo, teoricamente infinito, pode ser interrompido quando uma condição pré-estabelecida é satisfeita, como, por exemplo, a estabilização das respostas em torno de um valor de atração por um certo número de tentativas.

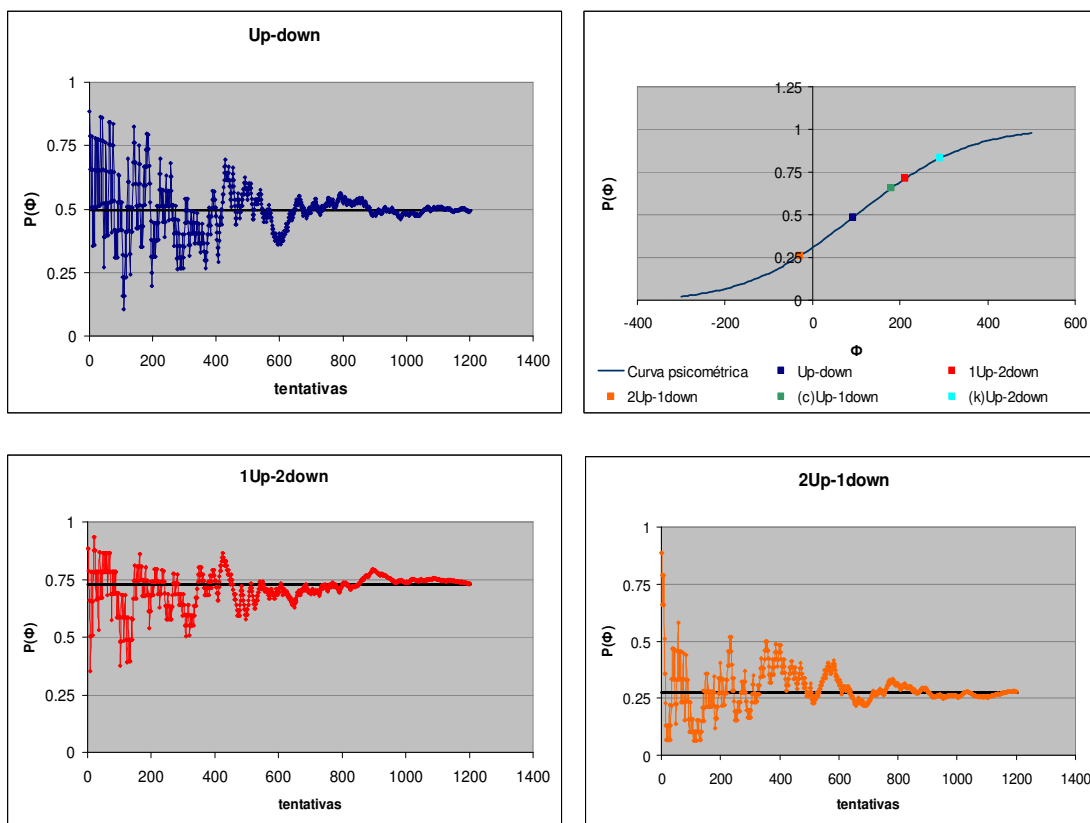


Figura 6 – Simulação de respostas discriminatórias por métodos adaptativos.

A simulação computacional utiliza uma combinação do método estatístico Monte Carlo com o método adaptativo *up-down* de passos não fixos, e duas de suas variações, *1up-2down* e *2up-1down*. Os pontos de convergência das respostas denotam valores limiares e estão apontados na curva psicométrica.

A Figura 6 ilustra o emprego do algoritmo descrito e a utilização do método Monte Carlo na obtenção de limiares diferenciais simulados. Trata-se da simulação computacional das respostas discriminatórias de um observador ideal, com curva psicométrica conhecida, submetido a provas do método *up-down* de passos não fixos, e duas de suas variações (veja seção 5.4). Os pontos atratores de respostas, ou pontos de convergência, foram alocados sobre a curva psicométrica do canto superior direito da figura.

Descrições dos simuladores desenvolvido no Excel foram apresentadas nos Apêndices A e B.

Conhecidos, em linhas gerais, os caminhos metodológicos do trabalho, será dado início ao desenvolvimento dedutivo no próximo capítulo, que trata da relação entre w e n .

2 Sobre a relação entre n e w

Este capítulo trata do estabelecimento das relações entre n e w por um caminho dedutivo formal, de modo a dar significação estatística aos achados, ao mesmo tempo em que os compara com as expressões apontadas por outros autores. Primeiramente, será estudada a propagação do erro da sensação que, mediada por uma função potência, deixa pronta a possibilidade de compreensão do significado do limiar diferencial e da *dap*, bem como das frações de Weber e de Ekman. O modelo é baseado na concepção de Thurstone (1927), que entendia que um processo discriminatório está subjacente a cada julgamento de magnitude, mas principalmente na visão de Ekman e seus colegas da Universidade de Estocolmo, que conceberam o estudo da discriminação e da magnitude aparente paralelamente, utilizando o mesmo conjunto de estímulos aqui e acolá. As significações vieram por um outro caminho dedutivo, desenhado na seção 2.2. Da comparação dos dois caminhos, fica claro que a eleição do desvio padrão da distribuição das respostas discriminatórias como indicador do limiar diferencial não é pura arbitrariedade. Ela decorre da natureza de erros relativos das frações de Weber e de Ekman. Na seção 2.2.1, as equações obtidas foram testadas quanto à previsibilidade dos dados experimentais, utilizando a compilação feita por Teghtsoonian em 1971 (Tabela 1). Finalizando o capítulo, três temas novos são abordados nas seções 2.3, 2.4 e 2.5: uma possível natureza probabilística da Fração de Weber, a dependência do tamanho amostral para definição dos pontos críticos de um pré-estabelecido intervalo de confiança, para as frações de Weber e de Ekman e um erro conseqüente à assunção do desvio padrão das respostas sensoriais como uma derivada.

2.1 A propagação do erro da sensação

Em percepção, a diferença entre um valor esperado e o atual, ou seja, um erro absoluto, não se refere, obrigatoriamente, a um erro de aferição do experimentador. Partindo da premissa de que nenhum erro de medida foi cometido na obtenção dos resultados, pode-se considerar o erro como inerente ao processo sensorial do observador. Um limiar diferencial é, por exemplo, um erro absoluto: dentro de um limite probabilístico, não é possível se reconhecer estímulos mais próximos em magnitude como sendo diferentes. A relação entre um erro absoluto e o valor esperado é chamada de erro relativo. A Fração de Weber é um erro relativo do sistema sensorial ao tentar distinguir diferenças entre estímulos. O desvio padrão é a mais representativa medida de dispersão absoluta, ou dos erros absolutos. Um erro relativo pode, portanto, ser representado pela razão entre o desvio padrão e a média, $\frac{\sigma}{\mu}$ ou, tratando-se de uma amostra, entre o desvio padrão amostral e a média amostral, $\frac{s}{\bar{x}}$. Nesta condição particular, o erro relativo é o coeficiente de variação de Pearson. A Fração de Weber pode ser representada pela razão $\frac{s_i}{\phi_i}$, onde ϕ_i é o estímulo físico de referência para o julgamento sensorial.

Para cada julgamento numa escala de magnitude sensorial existe um conjunto de sensações passíveis de serem suscitadas por um mesmo estímulo, distribuídas no contínuo sensorial (Figura 7a). Igualmente, uma sensação pode ser resposta a um conjunto de estímulos físicos, distribuídos no contínuo físico (Figura 7b). Se existe uma função que relaciona as duas variáveis, então a propagação do erro da resposta dar-se-á mediada por essa função.

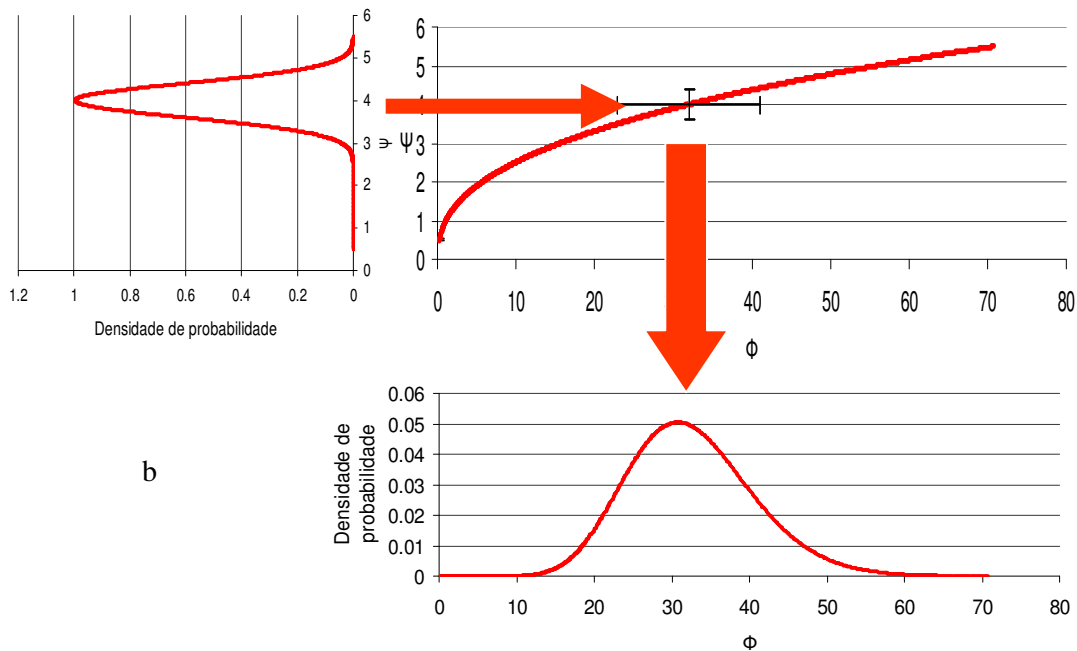
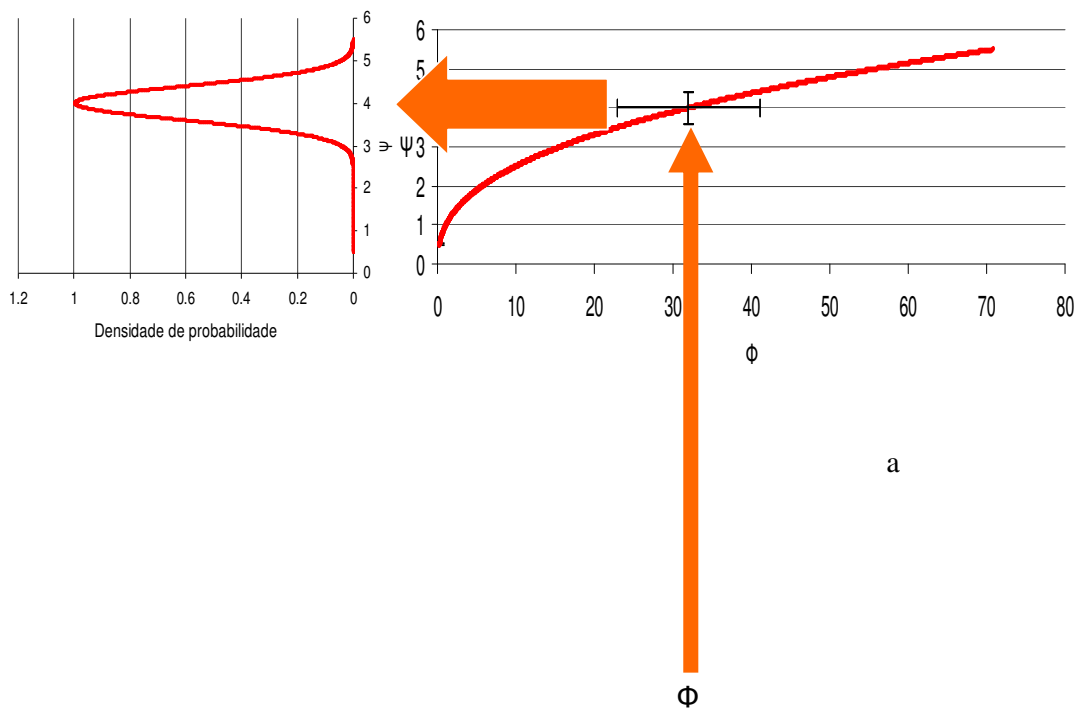


Figura 7 – Modelo inspirado na Lei dos Julgamentos Comparativos de Thurstone (1927) e em Ekman (1956 e 1959).

a) Um único estímulo físico Φ pode desencadear um conjunto de sensações Ψ distribuídas pelo contínuo sensorial. b) No sentido oposto, uma mesma sensação pode corresponder a um conjunto de estímulos físicos distribuídos no contínuo físico. A propagação do erro é mediada pela função que correlaciona as duas variáveis. Em contrapartida, se algum parâmetro caracteriza a função $\Psi=f(\Phi)$ então sua dispersão está correlacionada com a dispersão de Ψ .

Pretende-se estudar a propagação do erro da distribuição da sensação para a distribuição do estímulo físico⁹, sejam quais forem as distribuições envolvidas. Dada a fórmula geral $y = f(x)$, para um erro absoluto em x de dx , tem-se um erro absoluto em y de dy e um erro relativo de $\frac{dy}{y}$. Analogamente, se $\psi = f(\phi, v, \dots)$, então

$$\psi_i - \bar{\psi} = (\phi_i - \bar{\phi}) \frac{\partial \psi}{\partial \phi} + (v_i - \bar{v}) \frac{\partial \psi}{\partial v} + \dots, \quad (21)$$

Uma derivada traduz uma taxa de mudança ou variação instantânea ou pontual. Aqui, cada erro absoluto está sendo ponderado pela derivada da sensação em relação às variáveis independentes. No próximo bloco, esse cálculo do erro absoluto é utilizado na fórmula da variância amostral. Veja a série de Taylor na Equação 36.

onde $\bar{\psi}$ denota a média da sensação, sendo a variância amostral dada por

$$\begin{aligned} s_{\psi}^2 &\equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\psi_i - \bar{\psi})^2 \\ &= \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \left[(\phi_i - \bar{\phi})^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right)^2 + (v_i - \bar{v})^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right)^2 + 2(\phi_i - \bar{\phi})(v_i - \bar{v}) \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right) + \dots \right] \end{aligned}$$

(22) A variância da sensação é uma média da somatória dos quadrados dos erros absolutos. Como a sensação depende de ϕ, v, \dots então a variância pode ser expressa em função de ϕ, v, \dots , como mostra o desenvolvimento polinomial.

onde m é o tamanho amostral¹⁰.

Pela definição de variância e covariância tem-se

⁹ A dedução que se segue, nas próximas duas páginas, é baseada na dedução genérica apresentada em Weisstein (2006a), fazendo-se as adequadas mudanças de variáveis para aplicação ao tema em desenvolvimento.

¹⁰ Durante todo o texto, optou-se por representar o tamanho amostral pela letra m , e não a convencional n , para que não houvesse confusão com o expoente n de Stevens, que aparecerá como variável em expressões algébricas subsequentes.

$$s_{\phi}^2 \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\phi_i - \bar{\phi})^2 \quad (23)$$

$$s_v^2 \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (v_i - \bar{v})^2$$

$$s_{\phi v} \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\phi_i - \bar{\phi})(v_i - \bar{v}) \quad (24)$$

(onde $s_{ii} \equiv s_i^2$), então

$$s_{\psi}^2 = s_{\phi}^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right)^2 + s_v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right)^2 + 2s_{\phi v} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right) + \dots \quad (25)$$

Essas passagens são fundamentais na análise da propagação do erro. Note-se que estava embutida na equação prévia as variâncias das variáveis independentes e a covariância entre elas, ou seja, o quanto o valor de uma interfere no valor de outra. Se elas forem independentes, a covariância é nula, concluindo a dedução de forma mais concisa na Equação 27.

Esta é a Equação 22 onde se substituíram as variâncias de ϕ, v, \dots e as covariâncias entre elas, utilizando-se as equações 23 e 24.

Se ϕ e v não são correlacionados, então $s_{\phi v} = 0$, ficando

$$s_{\psi}^2 = s_{\phi}^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right)^2 + s_v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right)^2 \quad (26)$$

Se ϕ, v, \dots forem variáveis não correlacionadas, então todos os termos da Equação 25 que incluem um produto pela covariância entre elas serão zerados, remanescendo os termos que incluem as variâncias de cada uma delas. Assim, seja qual for a função que traduz a magnitude da sensação, sua variância amostral é uma soma das variâncias das variáveis independentes, ponderadas pelo quadrado das taxas de variação instantânea, ou pontual, da sensação em relação a elas.

Para uma propagação de erro em função potência, com $\psi = k\phi^n$,

$$\frac{\partial \psi}{\partial \phi} = \pm kn\phi^{n-1} = \pm \frac{n\psi}{\phi}, \text{ então}$$

$$s_{\psi}^2 = s_{\phi}^2 \frac{n^2 \psi^2}{\phi^2} \quad (27)$$

$$\frac{s_{\psi}}{\psi} = n \frac{s_{\phi}}{\phi}$$

A dedução geral da propagação do erro agora pode ser aplicada a uma relação conhecida: a sensação é uma função potência do estímulo físico. Nesse caso, não foi utilizada a variável v .

A Equação 27 deduzida é válida para qualquer valor de ϕ e seu correspondente ψ .

Requerem-se, agora, valores representativos de ϕ e ψ , para que a significação estatística dos índices sensoriais possa ser resgatada num segundo caminho dedutivo. Para qualquer valor de

n as medianas das variáveis dependente e independente, $\hat{\psi}$ e $\hat{\phi}$, estão ligadas nas projeções do plano cartesiano (Browne, 2000), sendo verdadeira a relação da Equação 28¹¹.

$$\frac{S_{\psi}}{\hat{\psi}} = n \frac{S_{\phi}}{\hat{\phi}} \quad (28)$$

O coeficiente de variação de Thorndike da sensação é proporcional ao coeficiente de variação de Thorndike do estímulo físico, com constante de proporcionalidade igual ao expoente n de Stevens. A mediana do estímulo físico corresponde ao pis , numa prova onde a chance de resposta varie de 0 a 1.

Esta relação é importante quando a referência no contínuo físico é o pis , representado pela mediana dos estímulos físicos, considerando uma prova experimental onde a chance de resposta varie de 0 a 1. No entanto, como o expoente n é obtido pelo método dos mínimos quadrados, que trabalha com a média e não com a mediana das sensações evocadas por cada estímulo ϕ_i , faz-se interessante uma relação que inclua especificamente $\bar{\psi}_i$. Note-se que quando ψ assume um valor médio $\bar{\psi}_i$, o estímulo que lhe corresponde, mediado pela função potência, é exatamente ϕ_i , sendo que só será $\bar{\phi}_i$ na condição singular em que n valer um. Então, pode-se reescrever a Equação 27 como:

$$\frac{S_{\psi_i}}{\bar{\psi}_i} = n \frac{S_{\phi_i}}{\phi_i} \quad (29)$$

Finalmente, a conclusão é que um erro relativo de sensação é proporcional a um erro relativo de estímulo físico, com constante de proporcionalidade igual ao expoente n de Stevens. Note-se a relação com a Equação 16 de Ekman (1956)

Na Equação 29, conclui-se que um erro relativo de sensação é proporcional a um erro relativo de estímulo físico, com o expoente n funcionando como constante de proporcionalidade ou, dizendo em outras palavras, o expoente n é um índice sensorial que traduz a razão entre o erro relativo da sensação e o erro relativo do estímulo físico. Particularmente, o coeficiente de variação de Pearson da sensação é proporcional ao erro

¹¹ A razão entre o desvio padrão de uma variável e sua mediana é chamada de coeficiente de variação de Thorndike (Silva, 2007).

relativo ao estímulo físico de referência. A próxima seção se dedica a demonstrar que esses erros relativos particulares são, respectivamente, a Fração de Ekman e a Fração de Weber.

2.2 As frações de Ekman e de Weber como erros relativos

Se a primeira lei da psicofísica, a lei de Weber, se interessa pela discriminação de estímulos de uma dada modalidade sensorial, enquanto a terceira lei, a função potência de Stevens, se interessa pela magnitude das sensações, pode-se antever que as respostas às correlações entre a sensibilidade e a sensação estejam numa ponte entre estas duas leis. Entre a Equação 1, da Fração de Weber, e a Equação 5, da função potência, existe uma variável em comum: o estímulo físico. Pretende-se utilizá-la para estabelecer a relação entre n e w .

Considerem-se os estímulos supralimiais ϕ_1 e ϕ_2 de uma mesma modalidade sensorial, havendo entre eles um limiar diferencial ($\Delta\phi$). A um observador que compara estes dois estímulos, só é possível fornecer respostas em escala nominal (igual ou diferente), ou maximamente ordinal (maior ou menor). Embora matematicamente existam magnitudes de sensações estimadas para eles, experimentalmente elas não podem ser obtidas. Então, para que a dedução que se segue possa ter um correlato experimental, utilizar-se-á uma estratégia de ponderação do limiar diferencial, multiplicando-se os dois lados da Equação 1 por uma constante c , maior ou igual a 1, sem matematicamente se alterar a constância da fração:

$$\frac{c(\phi_2 - \phi_1)}{\phi_1} = \frac{c\phi_2 - c\phi_1}{\phi_1} = cw \quad (30)$$

Esta é a mesma Equação 1, da Fração de Weber. A diferença é que se multiplicou uma constante c , dos dois lados da equação, como uma estratégia de modulação do limiar diferencial, para que ele possa assumir grandezas passíveis de quantificação sensorial, e não somente qualificação.

Seja ψ_1 a resposta perceptiva para o estímulo ϕ_1 e ψ_2 a magnitude da sensação para o estímulo $c\phi_2$. O novo estímulo obtido é passível de ser julgado, em magnitude aparente, pelo observador. Como razões iguais entre os estímulos produzem razões de sensações iguais (Equação 6), o logaritmo neperiano da magnitude da sensação suscitada por $\ln \phi_2$ poderá ser obtido pela proporcionalidade do inverso de c .

Reescrevendo-se a Equação 5 em função das sensações, obtém-se:

$$\psi_1 = k\phi_1^n \rightarrow \phi_1 = \left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (31) \quad \text{A função potência de Stevens escrita em função de } \psi_1.$$

$$\psi_2 = k(c\phi_2)^n \rightarrow c\phi_2 = \left(\frac{\psi_2}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (32) \quad \text{A função potência de Stevens escrita em função de } \psi_2. \\ \text{Observe-se que } \psi_2 \text{ é a sensação produzida por } c\phi_2.$$

Substituindo-se as equações 31 e 32 na Equação 30, se obtém a Equação 33.

$$\begin{aligned} cw &= \frac{c\phi_2 - c\phi_1}{\phi_1} \\ &= \frac{\left(\frac{\psi_2}{k}\right)^{\frac{1}{n}} - c\left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}}} \\ &= \left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right)^{\frac{1}{n}} - c \\ c + cw &= \left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right)^{\frac{1}{n}} \\ c(w+1) &= \left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right)^{\frac{1}{n}} \\ \frac{1}{n} &= \log_{\left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right)}^{c(w+1)} \end{aligned}$$

Na Fração de Weber, os estímulos físicos comparados podem ser escritos em função das sensações que eles suscitam.

$$n = \log_{c(w+1)} \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right) = \frac{\ln \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right)}{\ln [c(w+1)]} \quad (33)$$

Assim, supondo uma função potência entre estímulo físico e sensação, o expoente n pode ser escrito em função da Fração de Weber.

A Equação 33 tem aplicabilidade prática experimental e representa uma primeira relação entre o expoente n e w . É importante salientar que a relação obtida independe de k , ou seja, independe da unidade de medida utilizada para dimensionar o estímulo.

Dando-se continuidade ao desenvolvimento formal, quando $c = 1$ existe uma *dap* entre ψ_1 e ψ_2 . Então a razão entre as sensações pode ser reescrita como

$$\left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right) = \left(\frac{\psi_2 - \psi_1 + \psi_1}{\psi_1} \right) = \left(\frac{\Delta_\psi}{\psi_1} + 1 \right), \quad (34)$$

Quando existe uma *dap* entre duas sensações comparadas, a razão entre elas equivale à Fração de Ekman acrescida de um. O resultado é um valor adimensional. Compare-se com a Equação 17.

onde $\frac{\Delta_\psi}{\psi_1}$ é a fração de crescimento da sensação associada $\frac{\Delta\phi}{\phi_1}$, explicando dedutivamente o raciocínio de Teghtsoonian (1971) esquematizado na Equação 17. Variação de estímulo se acompanha de variação correspondente de sensação, ambos medidos em unidade subjetiva, como enuncia a Lei de Ekman (Stevens, 1966a) e tal qual $\frac{\Delta\phi}{\phi_1} = w$, também $\frac{\Delta_\psi}{\psi_1} = E$. Já que

$$\frac{\psi_2}{\psi_1} = E + 1, \text{ então}$$

$$n = \frac{\ln \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right)}{\ln(w+1)} = \frac{\ln(E+1)}{\ln(w+1)}. \quad (35)$$

O expoente n de Stevens é a razão entre o logaritmo da Fração de Ekman acrescida de um e o logaritmo da Fração de Weber acrescida de um. O resultado é um valor adimensional.

Assim como E assume um valor centesimal, também w tem valores baixos, não ultrapassando 0,08 na maioria das modalidades sensoriais, como evidencia a Tabela 1. Por conta disso, torna-se possível simplificar a Equação 35 considerando-se que, sendo x um número fracionário próximo a 0, então $\ln(x+1) \cong x$. A evidência vem ao aplicar-se a série de Taylor num ponto a do contínuo de valores de x (Piskunov, 1980). Assim,

$$f(x) = f(a) + (x-a) \frac{f'(x)}{1!} + (x-a)^2 \frac{f''(x)}{2!} + \dots + (x-a)^m \frac{f^{(m)}(x)}{m!} + \dots \quad (36)$$

A série de Taylor aplicada a um ponto a . Uma maneira de resolver a $f(x)$.

onde f', f'', \dots denota a primeira derivada, a segunda derivada, e assim sucessivamente, e x é

definido nas vizinhanças de a . Fazendo-se $a = 0$ e $f(x) = \ln(1+x)$, com $f'(x) = \frac{1}{1+x}$, tem-

se:

$$\ln(1+x) = 0 + \frac{x}{(1+0)} + \frac{1}{(1+0)^2} \frac{x^2}{2!} + \dots \quad (37)$$

Dessa vez, a $f(x)$ é $\ln(1+x)$ e o ponto a é 0. A série de Taylor foi aplicada. Os termos de segunda ordem ou mais (elevados ao quadrado, ao cubo, ...) assumem valores muito pequenos, podendo ser desprezados. Então, nessas condições, $\ln(1+x) = x$.

Quando x tende a zero, os termos de segunda ordem ou mais podem ser desprezados, pois convergem a zero muito mais rápido que o termo x . Assim *resulta* que $\ln(1+x) \cong x$.

Considerado-se os valores fracionários centesimais de E e w , então

$$n = \frac{\ln(E+1)}{\ln(w+1)} \cong \frac{E}{w} \quad (38)$$

O expoente n da função potência de Stevens é aproximadamente igual à razão entre a Fração de Ekman e a Fração de Weber. Como na Equação 16.

Mas da Equação 29 sabe-se que $n = \frac{s_\psi}{\frac{s_\phi}{\bar{\psi}_i}}$. Considerando que os denominadores das

duas frações estão fixados em ϕ_1 e $\bar{\psi}_1$, onde $\bar{\psi}_1$ é a resposta sensorial média dada a ϕ_1 , conclui-se que

$$E \cong \frac{s_\psi}{\bar{\psi}_i} \quad (39)$$

A Fração de Ekman equivale a um erro relativo de sensação, especificamente o coeficiente de variação de Pearson.

$$w \cong \frac{s_\phi}{\phi_i} \quad (40)$$

A Fração de Weber equivale a um erro relativo de estímulo físico.

ou seja, as frações de Ekman e de Weber são respectivamente o coeficiente de variação de Pearson da sensação e o erro relativo ao estímulo físico de referência. Conseqüentemente,

$$\underline{\Delta}_\psi \cong s_\psi \quad \text{e} \quad \underline{\Delta}_\phi \cong s_\phi. \quad (41)$$

A dap é o desvio padrão amostral da sensação e o limiar diferencial é o desvio padrão amostral do estímulo físico que suscita aquela sensação.

Portanto, existe mais lógica do que arbitrariedade na eleição do desvio padrão como representante do limiar diferencial, ao contrário do que pensava Stevens (1961b). O limiar diferencial, assim como a dap , é um erro absoluto intrínseco ao sistema sensorial, cuja magnitude assume o valor do desvio padrão da distribuição das respostas perceptivas, dadas para, ou em relação a, um mesmo valor de estímulo físico. Assim, a última parte do item (1.3.6) da hipótese geral é formalmente procedente.

A relação estabelecida na Equação 29 é tão mais verdadeira quanto mais discriminante for a modalidade sensorial, ou seja, quanto mais baixo o valor de w . Considerando-se, no entanto, as exceções aos valores centesimais da Fração de Weber, como a discriminação

passiva de pesos, com w igual a 0,2 (Weber, 1834/1996), pode-se escrever a mesma expressão sem a aproximação no denominador:

$$n = \frac{E}{\ln(1+w)} \quad (42)$$

Sem aplicar a série de Taylor (Equação 37) ao denominador da razão que aparece na Equação 35 e fazendo-o ao numerador, então o expoente n é a razão entre a Fração de Ekman e o logaritmo da Fração de Weber acrescentada a um. O resultado é adimensional.

Conseqüentemente,

$$\begin{aligned} \ln(w+1) &= \frac{E}{n} \\ w+1 &= e^{\frac{E}{n}} \\ w &= e^{\frac{E}{n}} - 1 \end{aligned} \quad (43)$$

Escrevendo-se a Equação 42 em função de n , tem-se que a Fração de Weber é uma função exponencial.

Para aplicação posterior (seção 2.3) e antes das expressões deduzidas serem testadas, deseja-se ainda demonstrar que, em decorrência da constância da Fração de Ekman, em escala logarítmica o desvio padrão da distribuição das respostas sensoriais se mantém constante e, portanto, o intervalo correspondente à *dap* é o mesmo. Para tanto, considerem-se as sensações ψ_1 e ψ_2 , como respostas a dois estímulos físicos diferentes, sendo a razão c entre elas conhecida, $\frac{\psi_2}{\psi_1} = c$. Assim, a segunda sensação pode ser escrita em função da primeira:

$$\psi_2 = c\psi_1. \text{ Se } \frac{s_{\psi_1}}{\psi_1} = \frac{s_{\psi_2}}{\psi_2} = E, \text{ então } \frac{s_{\psi_1}}{\psi_1} = \frac{s_{\psi_2}}{c\psi_1} \text{ e } cs_{\psi_1} = s_{\psi_2}.$$

Em escala logarítmica, o intervalo correspondente ao desvio padrão pode ser representado por $\ln(s_{\psi} + \psi) - \ln(\psi)$. Se este intervalo se mantém constante, a resolução de uma equação que iguale dois intervalos relativos a sensações diferentes encontrará uma relação verdadeira. E isso acontece, como demonstra o desenvolvimento da Equação 44:

$$\begin{aligned}
 \ln(s_{\psi_1} + \psi_1) - \ln(\psi_1) &= \ln(s_{\psi_2} + \psi_2) - \ln(\psi_2) \\
 &= \ln(cs_{\psi_1} + c\psi_1) - \ln(c\psi_1) \\
 &= \ln[c(s_{\psi_1} + \psi_1)] - \ln(c\psi_1) \\
 &= \ln(c) + \ln(s_{\psi_1} + \psi_1) - \ln(c) - \ln(\psi_1) \\
 &= \ln(s_{\psi_1} + \psi_1) - \ln(\psi_1)
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Em escala logarítmica, o desvio padrão da distribuição das respostas sensoriais se mantém constante e, portanto, o intervalo correspondente à *dap* é o mesmo.

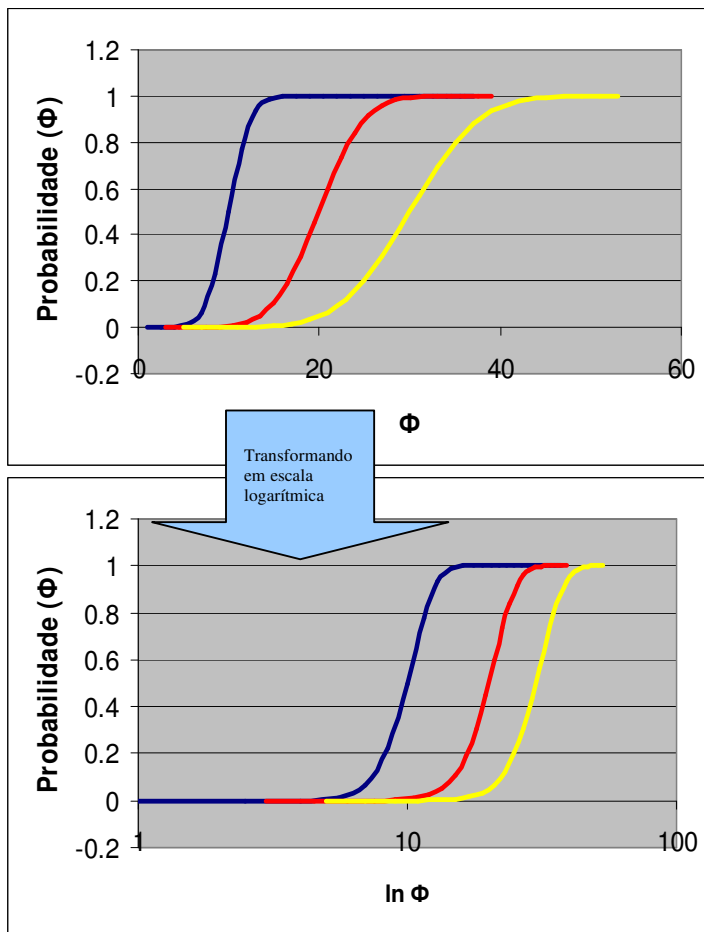


Figura 8 – Transformação logarítmica de escala de curvas psicométricas. As curvas denotam distribuições discriminatórias referentes a três estímulos físicos padrão. Notem-se as diferentes inclinações das curvas, acima, convertidas numa mesma inclinação, abaixo, com a transformação logarítmica da escala, tornando constante o intervalo correspondente ao limiar diferencial.

Em função da constância da Fração de Weber ao longo do contínuo físico, o mesmo raciocínio pode ser feito em relação ao limiar diferencial. Assim, as inclinações das curvas psicométricas são a mesma, em escala logarítmica. Para visualização, comparem-se os gráficos da Figura 8.

A assunção de que a função psicométrica tem a mesma forma quando expressa como uma função do logaritmo da intensidade do estímulo físico, diferindo somente na posição ao longo do eixo da abscissa, é tomada como premissa em modelos como o QUEST, um método psicométrico adaptativo bayesiano (Watson & Pelli, 1983). Como demonstrado, esta assunção é válida quando o limiar diferencial é uma fração constante do estímulo físico de referência ao longo do contínuo físico.

2.2.1 O teste das equações

Com objetivo de se avaliar a presivibilidade do fenômeno sensorial, as equações 38, 35 e 43 foram testadas utilizando-se os dados experimentais referidos por Teghtsoonian (1971) e listados na Tabela 1¹². Quatro perguntas foram levantadas:

- 1) Se a fração de crescimento sensorial tem constância intermodal, como referiu Teghtsoonian (1971), qual o melhor valor de ajuste?
- 2) Qual modelo matemático melhor explica os dados experimentais?
- 3) Os erros entre os dados experimentais e os previstos pelos modelos matemáticos têm distribuição normal?
- 4) Existe correlação dos erros com o valor de w ?

2.2.1.1 Método do teste das equações

¹² Esta é a única sessão em que perguntas, método, hipóteses e resultados aparecem separadamente. Ela serve como um modelo de encadeamento de idéias que ficará subentendido nos subseqüentes estudos, onde esses tópicos não aparecerão destacados, seqüenciando seus conteúdos no curso do texto.

- 1) Para definir o melhor valor de ajuste da Fração de Ekman, empregou-se o método dos mínimos quadrados.
- 2) Para investigar qual equação produziu o melhor modelo matemático para os dados experimentais, o teste de correlação linear de Pearson, nível de significância 0,05, foi aplicado aos pares \hat{w}_i (os valores de Fração de Weber estimados por cada equação, Equação 38, 35 e 43) e w_i (a Fração de Weber obtida experimentalmente em 11 modalidades sensoriais), procurando-se o maior valor do coeficiente de determinação (r^2).
- 3) Para investigar a normalidade do resíduo, o teste Shapiro-Wilk (Shapiro & Wilk, 1965), nível de significância 0,05, foi empregado à variável $w_i - \hat{w}_i$, gerada por cada equação (Equação 38, 35 e 43).
- 4) Para investigar a relação entre o valor do resíduo e o valor da Fração de Weber, aplicou-se o teste de correlação linear de Pearson, nível de significância 0,05, aos pares w_i e $|w_i - \hat{w}_i|$, considerando-se cada equação em separado (Equação 38, 35 e 43).

2.2.1.2 Hipóteses do teste das equações

- 1) H_0 : Não existe invariância intermodal da Fração de Ekman. Assim, um único valor atribuído a ela não satisfará o ajuste para cada item i da relação w_i e \hat{w}_i e, conseqüentemente, menos de 70% dos dados serão explicados pelos modelos matemáticos, obtendo-se $r^2 < 0.7$ na etapa 2 do procedimento metodológico¹³.
- H_1 : Existe uma invariância intermodal da Fração de Ekman. Assim, um único valor atribuído a ela satisfará o ajuste para cada item i da relação w_i e \hat{w}_i e, conseqüentemente,

¹³ Em provas escalares psicofísicas, coeficientes de determinação de 0,7 ou mais são considerados altos (DaSilva & DeMacedo, 1983).

70% ou mais dos dados serão explicados pelos modelos matemáticos, obtendo-se $r^2 \geq 0.7$ na etapa 2 do procedimento metodológico.

2) H_0 : O modelo matemático não contempla os dados experimentais, não havendo associação entre w_i e \hat{w}_i ($r^2 = 0$), tomando-se cada equação separadamente (Equação 38, 35 e 43).

H_1 : O modelo matemático contempla os dados experimentais, havendo associação entre w_i e \hat{w}_i ($r^2 \neq 0$), tomando-se cada equação separadamente (Equação 38, 35 e 43).

3) H_0 : A distribuição do resíduo é normal, considerando-se cada equação separadamente (Equação 38, 35 e 43).

H_1 : A distribuição do resíduo não é normal, considerando-se cada equação separadamente (Equação 38, 35 e 43).

4) H_0 : A variância do erro se mantém constante com o aumento da Fração de Weber ($r = 0$), considerando-se cada equação separadamente (Equação 38, 35 e 43).

H_1 : A variância do erro não se mantém constante com o aumento da Fração de Weber ($r \neq 0$), considerando-se cada equação separadamente (Equação 38, 35 e 43).

2.2.1.3 Resultados do teste das equações

Os resultados estão apresentados na Tabela 3, que lista os valores experimentais de w e n , oriundos da Tabela 1 (Teghtsoonian, 1971), comparados aos valores esperados da Fração de Weber pelas equações 38, 35 e 43, bem como o consolidado dos testes estatísticos aplicados.

Os valores de ajuste obtidos para cada equação puderam ser arredondados para 0,03, sendo, portanto, o mesmo valor referido por Teghtsoonian (1971). Fazendo uma média dos valores, encontrou-se o melhor valor de ajuste comum a todas as três equações: 0,0311. Deste

modo, um único valor de E satisfaz o conjunto de dados experimentais das várias modalidades sensoriais diferentes. Todas as curvas produzidas pelas funções deduzidas se ajustam perfeitamente aos dados experimentais referidos, sendo o coeficiente de determinação mais baixo 0,9532, ou seja, mais de 95% dos dados experimentais se justificam pelas relações matemáticas referidas (H_1 dos itens 1 e 2 foram satisfeitas).

No gráfico da Figura 9, de n em função de w , os pontos azuis, esparsos, representam os dados experimentais da Tabela 1. As curvas contínuas foram obtidas fixando-se E em 0,0311. A curva azul clara foi traçada com a Equação 38. Em amarelo, aparece a curva traçada com a Equação 35 e abaixo, em vermelho, a curva traçada com a Equação 43. Ainda que muito próximos, o melhor r^2 foi obtido com a Equação 38, 0,9555, sendo ela a única que produz distribuição gaussiana do resíduo (H_0 do item 3 foi satisfeita só para a Equação 38).

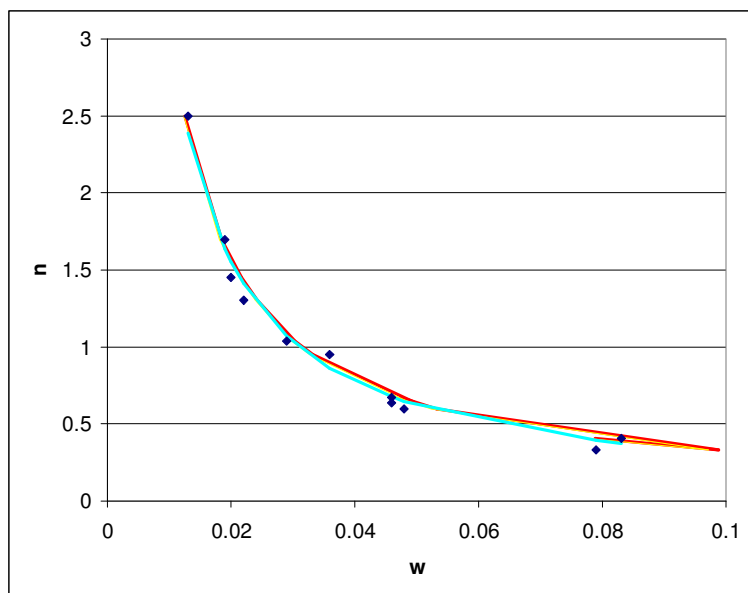


Figura 9 – Expoente da função potência (n) em função da Fração de Weber (w).

Em azul, pontos mais esparsos, valores experimentais de várias modalidades sensoriais (Tabela 1). Em azul claro, valores calculados usando a Equação 38, em amarelo, a Equação 35 e em vermelho, a Equação 43. O melhor ajuste dos dados experimentais é conseguido quando se impõe à Fração de Ekman o valor 0,0311.

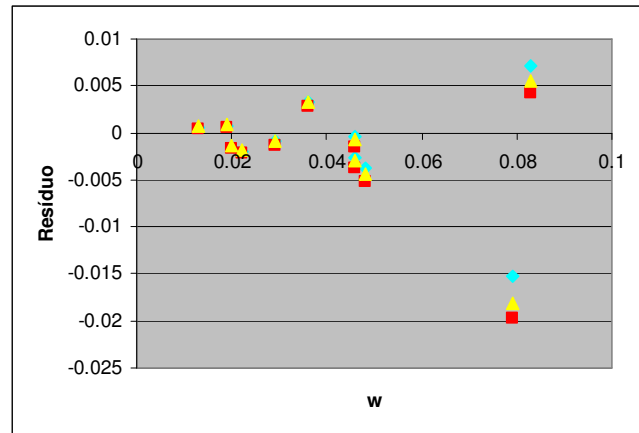


Figura 10 – Resíduo (diferença entre o valor experimentalmente obtido e o valor esperado) em função da Fração de Weber (w).

Em azul claro, valores obtidos utilizando-se a Equação 38, em amarelo, a Equação 35 e em vermelho, a Equação 43. Nota-se o aumento da variância do resíduo à medida que a w cresce. Apenas a distribuição do erro referente à Equação 38 é normal.

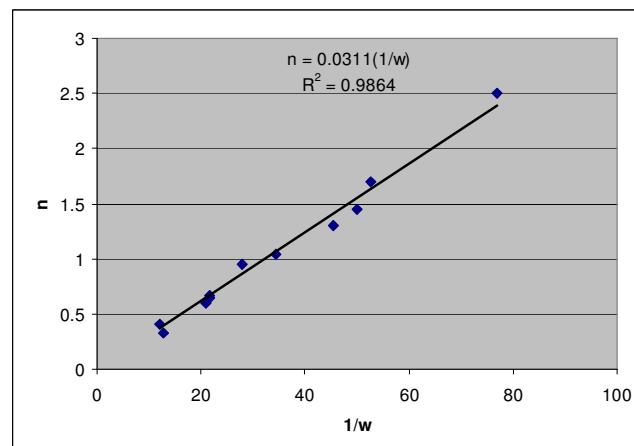


Figura 11 – Expoente n de Stevens em função do inverso da Fração de Weber ($1/w$).

Utilizando-se a Equação 38 fica evidente a relação linear, apontada por Baird e Noma (1978), entre n e $1/w$. A novidade é a significação da constante de proporcionalidade dessa relação: a Fração de Ekman (E). O melhor ajuste foi obtido com E valendo 0,0311, que pode ser arredondado para o mesmo valor obtido por Teghtsoonian, ou seja, 3% da sensação de referência.

A variância do erro ($w_i - \hat{w}_i$) aumenta com w , com r variando entre 0,7 e 0,8 nas três equações (H_1 do item 4 foi satisfeita). A Figura 10, da relação resíduo em função de w , facilita a visualização deste achado.

Tabela 3 – Resultados dos testes das equações 38, 35 e 43

Dados experimentais			Equação 38	Resíduo (Equação 38)	Equação 35	Resíduo (Equação 35)	Equação 43	Resíduo (Equação 43)
i	w_i	n_i	$\hat{w}_i = \frac{E}{n_i}$	$w_i - \hat{w}_i$	$\hat{w}_i = e^{\left(\frac{\ln(E+1)}{n_i}\right) - 1}$	$w_i - \hat{w}_i$	$\frac{E}{\hat{w}_i = e^{n_i - 1}}$	$w_i - \hat{w}_i$
1	0,083	0,41	0,075806	0,007194	0,077509	0,005491	0,078754	0,004246
2	0,079	0,33	0,094184	-0,015180	0,097187	-0,018190	0,098762	-0,019760
3	0,048	0,60	0,051801	-0,003800	0,052336	-0,004340	0,053166	-0,005170
4	0,046	0,67	0,046389	-0,000390	0,046742	-0,000740	0,047482	-0,001480
5	0,046	0,64	0,048563	-0,002560	0,048986	-0,002990	0,049762	-0,003760
6	0,036	0,95	0,032716	0,003284	0,032743	0,003257	0,033258	0,002742
7	0,029	1,04	0,029885	-0,000890	0,029868	-0,000870	0,030336	-0,001340
8	0,022	1,30	0,023908	-0,001910	0,023824	-0,001820	0,024196	-0,002200
9	0,02	1,45	0,021435	-0,001430	0,021333	-0,001330	0,021666	-0,001670
10	0,019	1,70	0,018283	0,000717	0,018167	0,000833	0,018451	0,000549
11	0,013	2,50	0,012432	0,000568	0,012318	0,000682	0,012510	0,000490
Correlação linear (alfa = 0,05) aplicada aos pares w_i e \hat{w}_i								
Coeficiente de correlação de Pearson ®			0,9775		0,9763		0,9763	
IC 95% =			0,91 a 0,99		0,91 a 0,99		0,91 a 0,99	
IC 99% =			0,87 a 1,00		0,86 a 1,00		0,86 a 1,00	
Coeficiente de determinação (r^2) =			0,9555		0,9532		0,9532	
t =			13,9057		13,5458		13,5405	
GL =			9		9		9	
(p) =			< 0,0001		< 0,0001		< 0,0001	
Teste de normalidade Shapiro-Wilk (alfa = 0,05) aplicado aos resíduos			(p) = 0,0519		(p) = 0,0099		(p) = 0,0096	
Correlação linear (alfa = 0,05) aplicada aos pares w_i e $w_i - \hat{w}_i$								
Coeficiente de correlação de Pearson ®			0,8074		0,7378		0,7000	
IC 95% =			0,40 a 0,95		0,25 a 0,93		0,17 a 0,92	
IC 99% =			0,20 a 0,97		0,03 a 0,95		-0,04 a 0,94	
Coeficiente de determinação (r^2) =			0,6519		0,5443		0,4900	
t =			4,1054		3,2790		2,9403	
GL =			9		9		9	
(p) =			0,0026		0,0095		0,0164	

Nota – No alto da tabela, a comparação dos dados experimentais compilados por Teghtsoonian (1971), listados na Tabela 1, com os valores esperados pelas equações 38, 35 e 43, reescritas em função de n . Em seguida, testes de correlação e normalidade do erro.

2.2.1.4 Discussão do teste das equações

Na Figura 9, uma pequena dissociação entre as curvas aparece com valores crescentes de w , em função da aproximação $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x+1) = x$ discutida previamente, na seção 2.2. Considerando-se o mais alto coeficiente de determinação obtido, a simplicidade da expressão, além da distribuição normal do resíduo, optou-se pela Equação 38 como melhor representante da relação entre n e os índices sensoriais de discriminação. Utilizando-a, foi possível traçar a reta de regressão na Figura 11, onde n aparece em função do inverso da Fração de Weber ($1/w$). A relação linear, apontada previamente por Baird e Noma (1978), traz aqui uma novidade: a Fração de Ekman é a constante de proporcionalidade. *Portanto, os itens (1.3.1), (1.3.2) e a última parte do item (1.3.5) da hipótese geral são formal e experimentalmente procedentes.*

O aumento da variância do erro com o crescimento da Fração de Weber, observada na Figura 10, aponta para um provável aumento da dispersão das distribuições de w , na medida em que se caminha de modalidades sensoriais de maior discriminação para aquelas de menor discriminação, como será examinado na seção 5.1.

O expoente n de Stevens decai progressivamente com o aumento da Fração de Weber. Quanto maior a discriminação da sensação, mais expandida é sua magnitude em relação à magnitude do estímulo que a produziu e, inversamente, estímulos subdimensionados no julgamento sensorial requerem diferenças relativamente maiores para serem discriminados. Existe uma lógica comum na forma como o Sistema Nervoso Central (SNC) processa a informação perceptual: uma alta acuidade discriminatória se acompanha de um mecanismo de amplificação da magnitude percebida dos estímulos, numa proporção invariante. As frações de Weber e Ekman estão despercebidamente embutidas no expoente n de Stevens.

Como havia apontado Teghtsoonian (1971), para ser discriminada de uma outra, uma sensação deve ser modificada, para mais ou para menos, em 3%, *tornando procedente, formal e experimentalmente, o item (1.3.4.1) da hipótese geral*. Essa constância intermodal da Fração de Ekman é um forte indício de que um código neural comum subjaz ao processo sensorial, expandindo ou comprimindo as sensações para processar as mais díspares amplitudes de variação dos estímulos físicos, encontrados na natureza, em uma faixa sensorial comum, intermodal. Para dar continência a essa idéia, concordante com o pensamento de Teghtsoonian, será introduzido na seção 4.1.3 o conceito de *curva de isossensação*, traduzida pela equivalência de uma intensidade sensorial entre modalidades sensoriais diferentes.

Antes disso, é necessário examinar três aspectos: a possibilidade da Fração de Weber ser assumida como uma probabilidade; uma importante consequência do desvio padrão amostral ser o estimador do limiar diferencial e da *dap*; e um erro decorrente de se tomar os desvios padrão e , conseqüentemente, o limiar diferencial e a *dap*, como derivadas. Estas tarefas serão conduzidas nas três próximas seções.

2.3 A Fração de Weber como uma probabilidade

Embora a Equação 38 tenha sido escolhida para representar a relação entre n e os índices de discriminação sensorial, todas as três equações (Equação 38, 35 e 43) se equivalem do ponto de vista matemático, aceitas as aproximações discutidas na seção 2.2. Ainda algumas considerações devem ser feitas em relação à Equação 43, cujo coeficiente de determinação, quando comparada aos dados experimentais, é bastante elevado também: 0,9532. O caminho dedutivo dela traz a possibilidade de uma ressignificação da Fração de Weber. Lembrando-se que tanto w quanto E são valores adimensionais e que representam

uma proporção do estímulo padrão ou da sensação desencadeada por ele, teceu-se o desenvolvimento que se segue.

Como a função potência é essencialmente monotônica, ou seja, o aumento do estímulo físico implica aumento da sensação, o expoente n sempre assume valores positivos¹⁴. Por conseqüência, baseando-se na Equação 38, w e E sempre assumem o mesmo sinal: ou ambos são positivos, ou ambos são negativos. Considerem-se, então, os módulos das frações de Weber e de Ekman, não importando, portanto, se o estímulo de comparação ϕ_c é menor ou maior que o estímulo padrão ϕ_p . A Equação 38 pode ser reescrita como

$$n = \frac{|E|}{|w|} . \quad (45)$$

Como o sinal da Fração de Ekman (+ ou -) acompanha o sinal da Fração de Weber, aplicar módulo a ambas as frações não altera o resultado.

Multiplicando-se os dois lados da Equação 45 por -1, obtém-se:

$$n = \frac{-|E|}{-|w|} \quad (46)$$

O resultado de uma razão onde denominador e numerador foram multiplicados por um mesmo valor não se altera.

Agora, seguindo-se o caminho inverso da dedução desenvolvida na seção 2.2, onde se aplicou a série de Taylor, pode se aproximar $|w| \cong \ln(1 - |w|)$, considerando-se os baixos valores da Fração de Weber. Então,

$$n = \frac{-|E|}{\ln(1 - |w|)} , \quad (47)$$

Se $|w|$ tem um valor centesimal pequeno, então, pela aplicação da série de Taylor, $|w| \cong \ln(1 - |w|)$. Substituindo-se este valor na Equação 46 obteve-se a atual.

que é uma versão modificada da Equação 43. Isolando-se $|w|$ tem-se:

¹⁴ Existem exceções a essa regra, dependendo do atributo do estímulo físico que está sendo julgado. Stevens e Harris (1962) descrevem, por exemplo, um expoente negativo para som, quando o julgamento estima a agradabilidade, ao invés da intensidade do estímulo. Nesse caso, quanto mais intenso o som, menos agradável a sensação que ele produz, donde decorre um expoente negativo. Quando o julgamento diz respeito à magnitude do estímulo físico, n é essencialmente uma grandeza positiva.

$$n = \frac{-|E|}{\ln(1-|w|)}$$

$$\ln(1-|w|) = -\frac{|E|}{n}$$

$$(1-|w|) = e^{-\left(\frac{|E|}{n}\right)}$$

$$-|w| = e^{-\left(\frac{|E|}{n}\right)} - 1$$

A Equação 47 está sendo resolvida em função de $|E|$.

$$|w| = 1 - e^{-\frac{|E|}{n}}$$

(48)

A Fração de Weber é a probabilidade da Fração de Ekman alcançar um determinado valor, dado um valor do expoente n de Stevens.

A função de distribuição cumulativa Weibull (Weibull, 1951) é dada pela expressão:

$$F(x; \alpha, \beta) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}, \text{ com } \alpha > 0 \text{ e } \beta > 0$$

(49)

A distribuição de probabilidade (cumulativa) Weibull.

A equação para a função de densidade de probabilidade Weibull é:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}$$

(50)

A distribuição de densidade de probabilidade (não cumulativa) Weibull.

Comparando-se as Equações 48 e 49, observa-se que o módulo da Fração de Weber assume um novo significado: a probabilidade da Fração de Ekman alcançar um determinado valor, dado um valor do expoente n de Stevens.

A distribuição exponencial é um caso especial da Weibull, bem como da distribuição gama, onde α é igual a 1 e o parâmetro λ assume o valor de $\frac{1}{\beta}$:

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{e}$$

(51)

A distribuição de densidade de probabilidade exponencial.

$$F(x; \lambda) = 1 - e^{-\lambda x} \quad .$$

(52)

A distribuição de probabilidade (cumulativa) exponencial.

Trata-se exatamente do caso em questão, onde $x = E$, $\lambda = \frac{1}{n}$ e $F(x; \lambda) = |w|$.

A média da distribuição exponencial é dada por $\mu = \frac{1}{\lambda}$ e a variância, $\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$.

Portanto, $\mu = n$ e $\sigma^2 = n^2$.

O expoente n confere a taxa de incremento e vai determinar a inclinação da curva que representa a função cumulativa de probabilidade. O gráfico da Figura 12 foi traçado usando a função de probabilidade acumulada da Equação 52, para várias modalidades sensoriais, cujos valores representativos de n foram extraídos da Tabela 2.

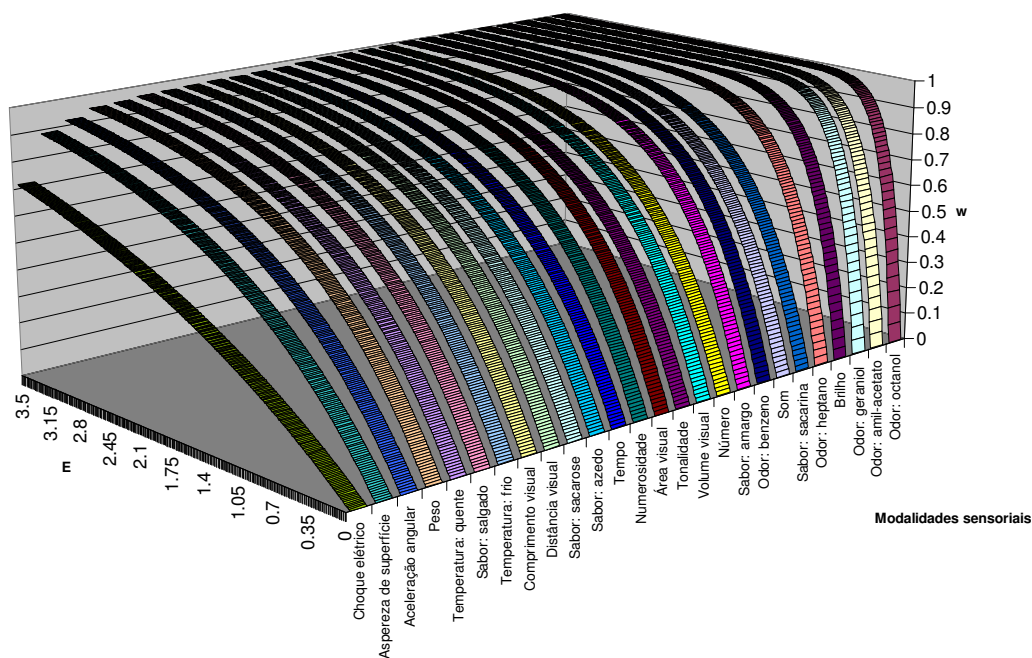


Figura 12 – w em função de E , por modalidade sensorial.

Neste gráfico tridimensional, as Frações de Weber (na altura) e de Ekman (na profundidade) aparecem em escala de razão, enquanto as modalidades sensoriais (na largura) estão em escala ordinal, com base nos valores dos respectivos expoentes n de funções potência. w corresponde à probabilidade de E assumir um determinado valor, considerando-se a modalidade sensorial.

Na Figura 12, as modalidades sensoriais aparecem como categorias. Se ao invés disso, cada curva fosse disposta em escala de razão, no ponto correspondente ao valor do expoente

da modalidade e imaginando-se que o plano do fundo do gráfico fosse sendo deslocado para frente, até cortar o eixo da Fração de Ekman na profundidade de 0,03, reproduzir-se-ia, projetada nesse fundo, a curva da relação entre n e w , previamente vista no gráfico da Figura 9. Esta disposição geométrica está representada na Figura 13.

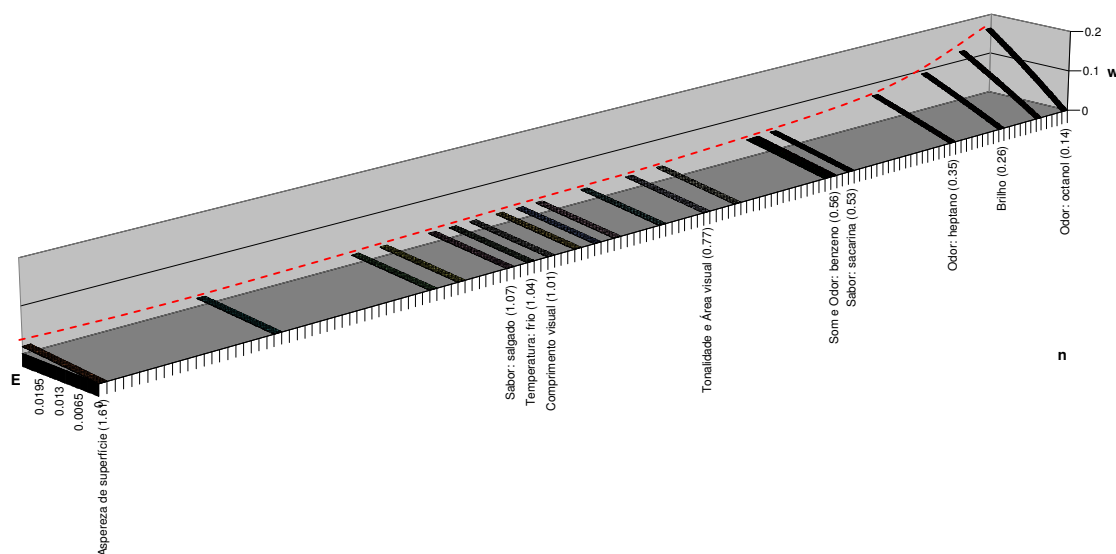


Figura 13 – w em função de E e n .

Este gráfico é semelhante ao anterior. Novamente as frações de Weber (na altura) e de Ekman (na profundidade) aparecem em escala de razão. As modalidades sensoriais (na largura) estão alocadas também em escala de razão, com base nos valores médios dos respectivos expoentes n listados na Tabela 2. O plano do fundo do gráfico foi deslocado para frente, cortando o eixo da Fração de Ekman no valor 0,03. Assim, uma curva tracejada em vermelho se forma à custa do encontro desse plano com as curvas referentes a cada modalidade sensorial, reproduzindo a função intermodal que correlaciona n e w , demonstrada na Figura 9.

Quando é imposto o valor 0,0311 à Fração de Ekman, submetendo-se a Equação 48 aos mesmos testes conduzidos na seção 2.2.1, obtém-se:

- r^2 mais elevado que o da Equação 38: 0,9785;
- Distribuição normal do resíduo (Shapiro-Wilk: $p = 0,1574$), como a Equação 38;
- Aumento da variância do resíduo à medida que w aumenta ($r = 0,8742$), como as outras três equações testadas.

Portanto, a Equação 48 também se mostrou válida para representar a relação entre n e os índices de sensibilidade, *tornando procedente, formal e experimentalmente, o item (1.3.5) da hipótese geral.*

Conforme comentado na nota de rodapé 2, um estímulo ϕ_c pode ser comparado a um estímulo padrão ϕ_p , ainda que não haja entre eles uma diferença apenas perceptível. A Fração de Weber é caracterizada, como já dito, quando a diferença entre ϕ_c e ϕ_p alcança um limiar diferencial, assim como a Fração de Ekman requer uma *dap* entre as sensações comparadas. A Equação 48 está se referindo, portanto, a uma extensão do conceito de frações de Weber e de Ekman, onde um *dégradé* de diferenças podem ser comparadas. Conforme a diferença entre dois estímulos aumenta, a discriminação entre eles aumenta. A equação prediz que não é necessário um aumento maior que o dobro do estímulo padrão para haver o máximo de discriminação. Como os denominadores de ambas as frações são mantidos constantes (ϕ_p para w e módulo de sensação, ou sensação suscitada pelo estímulo padrão, para E), o que está mudando é a amplitude de variação entre os estímulos comparados, ou entre as sensações comparadas. O fenômeno de discriminação vai ocorrer quando a sensação de comparação alcança uma diferença de cerca de 3% do módulo de sensação.

Em outras palavras, a Fração de Weber, enquanto uma proporção de incremento ou decremento do estímulo padrão, corresponde à probabilidade da sensação alcançar uma variação de cerca de 3% da sensação produzida pelo estímulo padrão, na instância sensorial

local. Neste momento, ocorre a discriminação, como um fenômeno probabilístico, portanto. Pode-se conjecturar que, a partir desse ponto, com a taxa de variação da sensação se mantendo à custa do expoente n de Stevens, a magnitude de sensação vai rapidamente assumindo o lugar da discriminação. O observador experimenta uma mudança na natureza de sensação: a discriminação permite uma apreciação qualitativa da informação sensorial, enquanto a magnitude de sensação permite o acréscimo da quantificação à informação sensorial.

A progressiva variação qualitativo-quantitativa foi ilustrada no fundo do gráfico da Figura 14, módulo da Fração de Weber em função do módulo da Fração de Ekman, utilizando a função de probabilidade (acumulada) da distribuição Weibull (Equação 49), com α valendo 1. Conjecturou-se que caminhando para o extremo esquerdo da figura esteja ocorrendo a discriminação e no sentido oposto, a magnitude da sensação.

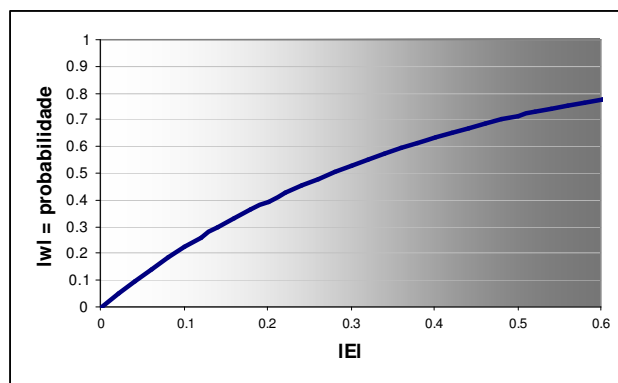


Figura 14 – Módulo da Fração de Weber $|W|$ em função do módulo da Fração de Ekman $|E|$.

Para relacionar as variáveis foi utilizada a distribuição de probabilidade (acumulada) Weibull, com α valendo 1.

2.4 Valores críticos variáveis para o limiar diferencial

Como Fechner (1860/1966) entendia que cada unidade de sensação estava determinada por uma *dap*, cuidou de estabelecer procedimentos capazes de detectar, com precisão, o limiar diferencial, bem como de definir matematicamente seu estimador. Um dos primeiros métodos introduzidos na psicofísica, que se prestou a este fim, foi o método do erro médio ou de ajustamento, no qual um observador tenta ajustar um estímulo de modo que se pareça igual a um outro, oferecido como padrão. Seus erros assumem uma distribuição supostamente normal, cuja média, comumente desviada do valor do estímulo padrão por um viés, é o ponto de igualdade subjetiva (*pis*).

Para Fechner (1860/1966), a largura média do espalhamento da distribuição dos erros do observador estimava o limiar diferencial: quanto maior a dispersão, menor a acurácia e menor a sensibilidade discriminatória. Posteriormente, o desvio padrão passou a ser a medida de dispersão empregada, mantida até hoje (Guilford, 1954). Portanto, o desvio padrão da distribuição dos erros de um observador, no método de ajustamento, tem sido considerado, ao longo da história da psicofísica, um bom estimador do limiar diferencial e, indiretamente, de w (Figura 15). Como demonstrado, o limiar diferencial pode ser considerado como um *erro absoluto* do sistema perceptivo, a menor diferença perceptível entre dois estímulos comparados.

$$\underline{\Delta\phi} = \phi_c - \phi_p \cong s_\phi \quad (53)$$

O limiar diferencial é, matematicamente, um erro absoluto, ou seja, uma diferença entre um valor inferido (estímulo de comparação ϕ_c) e um valor atual (estímulo padrão ϕ_p). Como demonstrado, esta diferença pode ser representada pelo desvio padrão amostral.

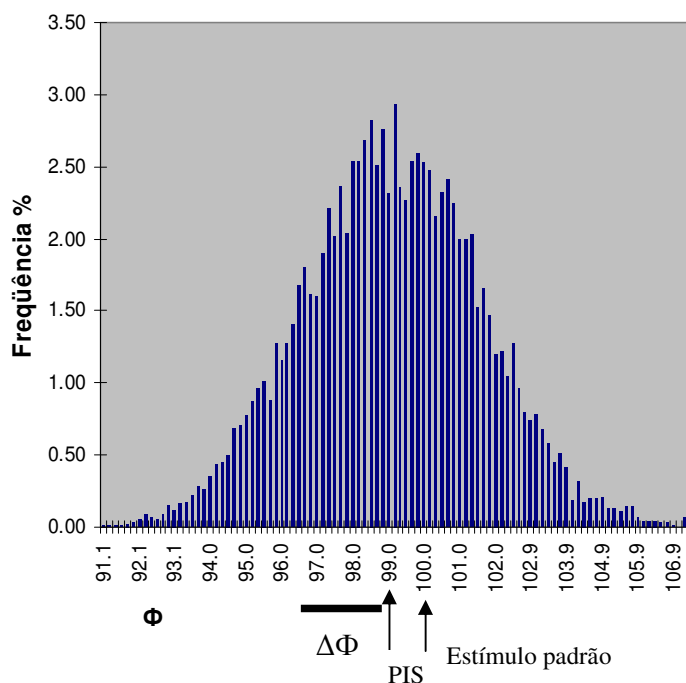


Figura 15 – Método do erro médio ou de ajustamento.

Simulação computacional de 1.000 tentativas de igualar um estímulo padrão de 100g, por um observador hipotético. A média da distribuição supostamente normal, 99g, é o ponto de igualdade subjetiva (PIS) e a Fração de Weber é calculada pela razão $w = s/\text{estímulo padrão} = 2,5/100 = 0,025$.

Igualmente, a Fração de Weber equivale ao *erro relativo*, resultante da razão entre o desvio padrão (s) e o estímulo padrão (Equação 54).

$$w = \frac{s_{\phi}}{\phi_p}$$

(54) Matematicamente, a Fração de Weber é um erro relativo, ou seja, um erro absoluto comparado ao estímulo padrão ϕ_p , como expressa a Equação 1.

O desvio do *pis* em relação ao estímulo padrão levanta o questionamento de uma possível assimetria, muito discreta, na distribuição das respostas do observador (veja discussão na seção 3.1.3). Aceitando-se, em princípio, que a distribuição da sensação referida seja normal, pretende-se conhecer qual seria a distribuição do desvio padrão amostral s e,

portanto, do limiar diferencial ou da *dap*. Além disso, é interesse evidenciar de quais parâmetros ela é dependente.

Considere-se uma variável $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$ denotando uma amostra aleatória de tamanho m de uma distribuição normal $N(\mu, \sigma^2)$. Para cada amostra, o desvio padrão (s) é dado por

$$s \equiv \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2} \quad (55)$$

O desvio padrão amostral é a raiz quadrada da variância amostral, como na Equação 23.

Sabendo-se que a variável aleatória

$$U = \sum_{i=1}^m \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \quad (56)$$

Como X_i tem distribuição normal, então

$\left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right) = z$ e U é a somatória dos quadrados das notas z .

tem uma distribuição qui-quadrado¹⁵ com m graus de liberdade, dada pela função

$$f(U; m) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) 2^{\frac{m}{2}}} U^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{U}{2}} \quad (57)$$

A distribuição de densidade de probabilidade qui-quadrado.

¹⁵ A distribuição qui-quadrado é um caso especial da distribuição gama $f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}$, onde $\alpha = \frac{m}{2}$ e $\beta = 2$. Ela representa a distribuição das somatórias dos quadrados de independentes z_i , $i = 1, 2, \dots, m$, com distribuição normal padrão, uma vez que $z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$.

e conhecendo-se que a variável $\frac{s^2 m}{\sigma^2}$ também tem distribuição qui-quadrado com $m - 1$ graus de liberdade (Hogg & Craig, 1978), é possível derivar-se a distribuição do desvio padrão amostral, dada pela função

$$f(s; m) = 2 \frac{\left(\frac{m}{2\sigma^2}\right)^{\frac{m-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)} e^{-\frac{ms^2}{2\sigma^2}} s^{m-2} \quad (58)$$

A distribuição de densidade de probabilidade do desvio padrão amostral de uma variável com distribuição normal.

onde $\sigma^2 \equiv \frac{ms^2}{m-1}$ estima a variância populacional, quando desconhecida (Weisstein, 2003).

Sendo uma distribuição já estudada (Kenney & Keeping, 1951), a média e a variância da distribuição do desvio padrão são dadas por:

$$\langle s \rangle = \sqrt{\frac{2}{m}} \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)} \sigma = b(m)\sigma, \quad (59)$$

Esta é a média da distribuição do desvio padrão amostral. O desvio padrão amostral se desvia do desvio padrão populacional por um viés b , que é função do tamanho da amostra m .

$$\text{onde } b(m) = \sqrt{\frac{2}{m}} \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)} \text{ é um } \quad (60)$$

Este é o viés b , dependente do tamanho da amostra m .

viés, e

$$\text{var}(s) = \frac{1}{m} \left[m - 1 - \frac{2\Gamma^2\left(\frac{m}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{m-1}{2}\right)} \right] \sigma^2, \quad (61)$$

Esta é a variância da distribuição do desvio padrão amostral.

sendo $\frac{s}{b(m)}$ um estimador não enviesado de σ .

Nota-se que a densidade de probabilidade de um dado valor de s depende dos graus de liberdade, ou seja, do tamanho da amostra m . Esse fato tem repercussão no cálculo da média e da variância, dependentes de um viés $b(m)$. Derivada do qui-quadrado, a distribuição do desvio padrão tem assimetria direita, tendendo à simetria na medida em que m cresce. Nessa condição, a distribuição vai progressivamente diminuindo a dispersão, concentrando-se em torno de σ , o desvio padrão da população. Para ilustrar, as curvas de densidade de probabilidade da Figura 16 foram obtidas com a Equação 58, para um valor arbitrário de $\sigma = 0,013$. Observa-se a diminuição da dispersão nas sucessivas distribuições, com m crescendo de 2 (curva laranja), a 10 (curva rosa), bem evidente na curva vermelha, onde o tamanho da amostra cresce para 50. Com o aumento progressivo da curtose¹⁶, a média vai caminhando para a mediana e esta, para a moda.

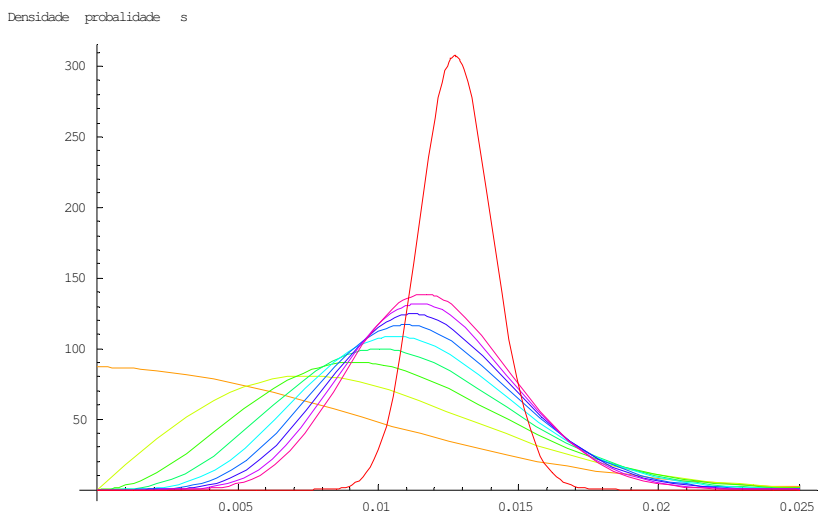


Figura 16 – Densidade de probabilidade do desvio padrão amostral (s). O tamanho da amostra foi variado e, conseqüentemente, os graus de liberdade, de 2 (curva laranja) até 10 (curva rosa). Observa-se progressiva concentração da distribuição em torno do desvio padrão da população ($\sigma = 0.013$) na medida em que o tamanho amostral aumenta, como denota a curva vermelha, produzida por m igual a 50.

¹⁶ Curtose, do grego *kyrtosis*, igual a convexidade. É uma medida do achatamento da curva.

Ainda que a distribuição da sensação não seja normal, como o desvio padrão é modificado pelo tamanho amostral m (Equação 55), sua distribuição possuirá m como parâmetro.

Do exposto, pode-se concluir que ter o desvio padrão como um indicador biológico implica a variação dos pontos demarcadores do intervalo de confiança em função dos graus de liberdade. Isso significa que quaisquer testes de hipóteses terão seus valores críticos variando com m , para um mesmo nível de significância. Portanto, o limiar diferencial, assim como a dap , são índices sensoriais cujas amplitudes de variação aceitas como normais variam com o tamanho amostral.

Mas será que a discriminação sensorial de fato varia com o tamanho amostral? Essa pergunta não tem resposta empírica, visto que se cai numa redundância: o que se sabe do limiar diferencial diz respeito à medida de seu estimador, o desvio padrão da distribuição das respostas do observador nos vários métodos usados para se estudar a discriminação e, se ele varia com o tamanho da amostra, infere-se que o limiar diferencial também faça o mesmo. Uma saída para este impasse é, uma vez conhecida a relação entre n e w , deduzir a distribuição de w a partir da distribuição de n , fixando a Fração de Ekman no valor obtido de 0,0311. Essa tarefa será conduzida na seção 5.1.

2.5 Um erro decorrente da assunção do desvio padrão da resposta sensorial como uma derivada

Embora a Equação 38 tenha sido apontada como melhor modelo para se representar a relação entre n e os índices discriminatórios, ela implica um pequeno erro. O que será examinado nessa seção é que a razão entre a Fração de Ekman e a Fração de Weber não é exatamente n , como previa a dedução feita por Ekman (1959), expressa na Equação 16 (igual à Equação 38), mas um valor próximo de n . Na verdade, Ekman não utilizou uma relação

apontada por ele mesmo no trabalho de 1959 (Equação 11), que será desenvolvida aqui, e que produz um resultado mais acurado. O erro, embora pequeno, interfere na transformação de uma variável em outra, através de uma função e será apontado dedutivamente.

Se x é uma variável aleatória, com densidade de probabilidade $f_x(x)$, que foi transformada na variável y pela função $y = g(x)$, com densidade de probabilidade $f_y(y)$, então a chance de x se encontrar no intervalo $[x_1, x_2]$, é igual à chance de y se encontrar no intervalo $[y_1, y_2] = [f_x(x_1), f_x(x_2)]$. Esse é um conceito fundamental da estatística que, geometricamente, equivale a dizer que a área sob a curva de densidade de probabilidade de x no intervalo $[x_1, x_2]$ equivale a área sob a curva de densidade de probabilidade de y no intervalo $[y_1, y_2]$. Isto está representado na Figura 17 pela equivalência das áreas A.

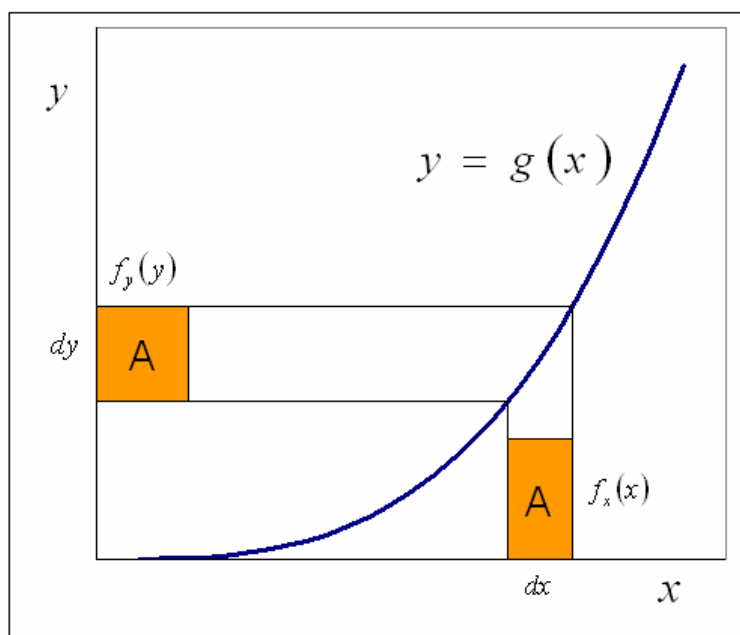


Figura 17 – Representação geométrica de um conceito central em estatística: as áreas sob as curvas de densidades de probabilidade de variáveis atreladas por uma função $y = g(x)$, em intervalos correspondentes, se equivalem.

Igualando as probabilidades, representadas pela área A, obtém-se a Equação 62, quando dx e dy tendem a zero:

$$A = |f_y(y)dy| = |f_x(x)dx|$$

$$\Rightarrow f_y(y) = \left| \frac{dx}{dy} \right| f_x(x) \quad (62)$$

Em intervalos correspondentes de duas variáveis associadas por uma função, as áreas sob as curvas de densidade de probabilidade se equivalem e podem ser consideradas retangulares quando dx e dy tendem a zero.

Considere-se agora que x é o estímulo físico ϕ e y , a sensação ψ , relacionados pela

função potência $\psi = k\phi^n$. Sendo $\frac{d\phi}{d\psi} = \pm \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}-1}}{nk} = \pm \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{nk \frac{\psi}{k}} = \pm \frac{\phi}{n\psi}$, então

$$f_\psi(\psi) = \left| \frac{d\phi}{d\psi} \right| f_\phi(\phi)$$

$$f_\psi(\psi) = \left| \pm \frac{\phi}{n\psi} \right| f_\phi(\phi)$$

$$\psi = \frac{f_\phi(\phi)\phi}{f_\psi(\psi)n} \quad (63)$$

Uma nova maneira de traduzir a relação entre estímulo físico e sensação: o expoente da função potência é a razão entre um estímulo físico ponderado por sua probabilidade e a sensação ponderada por sua probabilidade.

A Equação 63 traduz uma nova maneira de se estimar a magnitude da sensação em função da intensidade de um estímulo físico. Ela diz que a sensação equivale ao produto de duas razões: a primeira é a razão entre a probabilidade de uma dada sensação produzir um estímulo físico (veja nota 28) e a probabilidade de um dado estímulo físico suscitar uma sensação; e a segunda, a razão entre o estímulo físico e o expoente n de Stevens.

Reescrevendo, $n = \frac{f_\phi(\phi)\phi}{f_\psi(\psi)\psi}$, o expoente da função potência é a razão entre um estímulo físico

ponderado por sua probabilidade e a sensação ponderada por sua probabilidade.

Quando $\phi = \phi_i$, então $\psi = \bar{\psi}_i$, logo $\bar{\psi}_i = \frac{f_\phi(\phi_i)\phi_i}{f_\psi(\bar{\psi}_i)n}$. Dividindo-se os dois lados da

equação pelo produto dos desvios padrão de ϕ e ψ , $\sigma_\phi\sigma_\psi$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\psi}_i}{\sigma_\phi\sigma_\psi} &= \frac{f_\phi(\phi_i)\phi_i}{f_\psi(\bar{\psi}_i)n\sigma_\phi\sigma_\psi} \\ \frac{\sigma_\phi\sigma_\psi}{\bar{\psi}_i} &= \frac{f_\psi(\bar{\psi}_i)n\sigma_\phi\sigma_\psi}{f_\phi(\phi_i)\phi_i} \\ E\sigma_\phi &= \frac{f_\psi(\bar{\psi}_i)n\sigma_\psi}{f_\phi(\phi_i)} \\ \frac{E}{w} &= n \frac{f_\psi(\bar{\psi}_i)\sigma_\psi}{f_\phi(\phi_i)\sigma_\phi} \end{aligned} \quad (64)$$

A razão entre as frações de Ekman e de Weber não é exatamente o expoente n da função potência. Existe um pequeno fator que tende a ampliar o expoente quando ele é maior que um e a reduzi-lo quando ele é menor que um. Esse fator depende das densidades de probabilidade das duas variáveis e de suas dispersões.

Assumindo $\sigma_\phi = d\phi$ e $\sigma_\psi = d\psi$, implica $\frac{f_\psi(\bar{\psi}_i)\sigma_\psi}{f_\phi(\phi_i)\sigma_\phi} = \frac{f_\psi(\bar{\psi}_i)d\psi}{f_\phi(\phi_i)d\phi} = 1$ e, portanto,

$\frac{E}{w} = n$, tal qual deduziu Ekman (1959) (Equação 16), como também se encontrou na Equação

38. Então

$$\begin{aligned} f_\psi(\bar{\psi}_i)\sigma_\psi &= f_\phi(\phi_i)\sigma_\phi \\ f_\psi(\bar{\psi}_i) &= \frac{\sigma_\phi}{\sigma_\psi} f_\phi(\phi_i) \\ \frac{\sigma_\phi}{\sigma_\psi} &= \frac{d\phi}{d\psi} \\ \sigma_\psi &= \frac{d\psi}{d\phi} \sigma_\phi \end{aligned} \quad (12)$$

Esta é a equação utilizada por Ekman em 1959 (Equação 12) a partir da qual, aceitando uma função potência na relação entre estímulo físico e sensação, chega à relação $E/w = n$.

chegando à equação utilizada por Ekman para iniciar a dedução de 1959 (Equação 12).

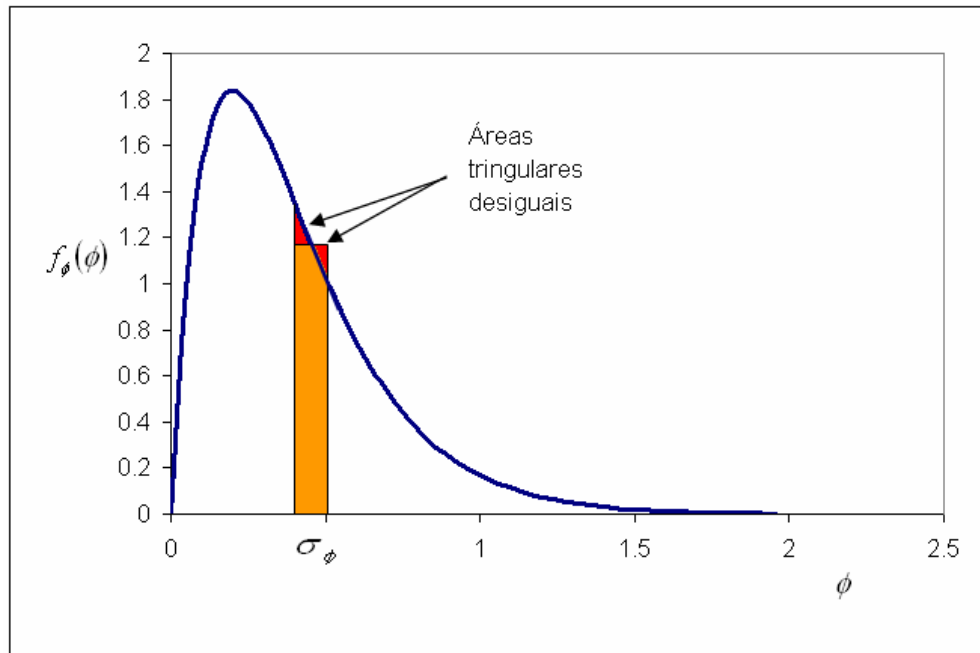


Figura 18 – Representação geométrica do erro de se assumir os desvios padrão das distribuições de estímulo físico e sensação como derivadas.
Quanto maior o desvio padrão, maior o erro representado pela ligeira desigualdade das áreas vermelhas triangulares.

No entanto, quanto mais dispersa a distribuição, maior o erro de se assumir $\sigma_\phi = d\phi$ e $\sigma_\psi = d\psi$. Este erro equivale à compensação entre duas áreas triangulares no histograma de base σ , em relação à curva de densidade de probabilidade, como geometricamente está representado na Figura 18. Quanto maior a base da coluna do histograma, ou seja, quanto maior a dispersão da distribuição, menos os dois triângulos coloridos em vermelho se compensam. A tendência é produzir uma razão E/w maior que n , para n maior que 1, e uma razão menor que n , para n menor que 1.

Embora o erro seja de ordem centesimal, algebricamente faz diferença quando se deduz uma distribuição em função de outra, inter-relacionadas por uma determinada função. Na seção 3.1.3.1, quando se deduz a distribuição gama modificada pela função potência (GMPFP) a partir da distribuição gama, a Tabela 4 ilustra quantitativamente o erro de assumir o desvio padrão como uma derivada.

3 As distribuições dos estímulos físicos e das sensações

A distribuição de w pode ser deduzida com base na relação estabelecida na Equação 38, supondo-se conhecida a distribuição de n . Esta, por sua vez, depende da distribuição das respostas sensoriais, havendo como invariância, entre os vários níveis médios de sensação de uma mesma modalidade perceptiva, a Fração de Ekman, como visto no capítulo anterior. Então, a questão central deste capítulo é examinar a natureza da distribuição das sensações no fenômeno discriminatório, ficando o capítulo 4 destinado a definir a distribuição de n em função dela e o capítulo 5, a distribuição de w em função da distribuição de n .

Como visto na seção 1.5, o expoente n corresponde ao coeficiente angular da reta de regressão que minimiza o erro da resposta sensorial, num sistema de coordenadas duplo-log. Qual seria a natureza da distribuição desse expoente? Genericamente, já foi demonstrado que a distribuição dos coeficientes angulares de retas de regressão é normal quando a distribuição da variável dependente é normal, com variância constante em relação às várias médias atreladas ao conjunto de respostas suscitadas por cada valor da variável independente (Neter & Wasserman, 1974). Nessas condições, os valores esperados de média e variância do coeficiente angular b são dados pelas equações 65 e 66, onde $y = bx + a$.

$$\mu_b = b \quad (65)$$

$$\sigma_b^2 = \sigma_y^2 \frac{1}{\sum (x_i - \mu_x)^2} \quad (66)$$

Média e variância da distribuição do coeficiente angular b , que corresponde a n quando sensação e estímulo físico estão em escala logarítmica.

A Figura 19, adaptada de Neter e Wasserman (1974), facilita a compreensão do que foi dito acima.

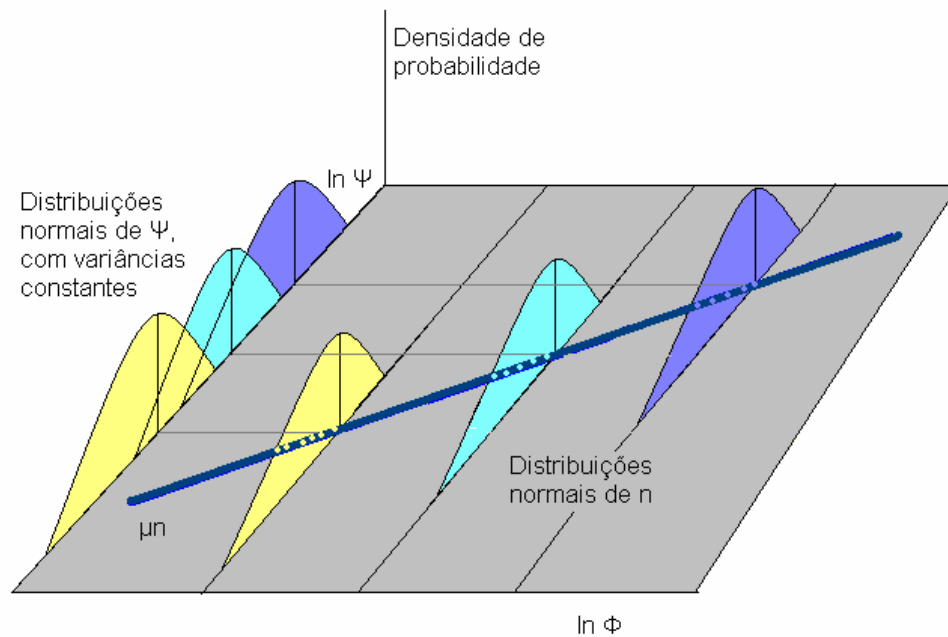


Figura 19 – Distribuição normal de n em função da distribuição da sensação.

Na profundidade, o logaritmo da sensação, em função do logaritmo do estímulo físico, na largura. Na altura, está representada a densidade de probabilidade. A reta azul inclinada tem, como coeficiente angular, um valor médio de n . A distribuição de n depende das distribuições da sensação. Ela será normal quando as distribuições das sensações forem normais em escala logarítmica, com variância constante. A figura foi adaptada de Neter e Wasserman, 1974.

No caso em questão, a variável independente é o estímulo físico e a dependente é a sensação. A reta de regressão se forma num plano cartesiano em coordenadas logarítmicas. Então, para n ter distribuição normal, a distribuição do logaritmo da sensação deveria ser normal, com variância constante. A última condição é satisfeita pela constância da Fração de Ekman ao longo do contínuo sensorial. Como visto no final da seção 2.2, o intervalo correspondente ao desvio padrão das funções psicométricas discriminantes, de uma mesma modalidade sensorial, se mantém constante em escala logarítmica. Formalmente, a primeira condição só seria satisfeita se a distribuição da sensação fosse log-normal. Porém, afrouxando-se o rigor matemático, várias distribuições podem produzir o mesmo efeito, tendo em comum uma assimetria positiva que tende a ser reduzida, ou neutralizada, ao se tomar o logaritmo da sensação.

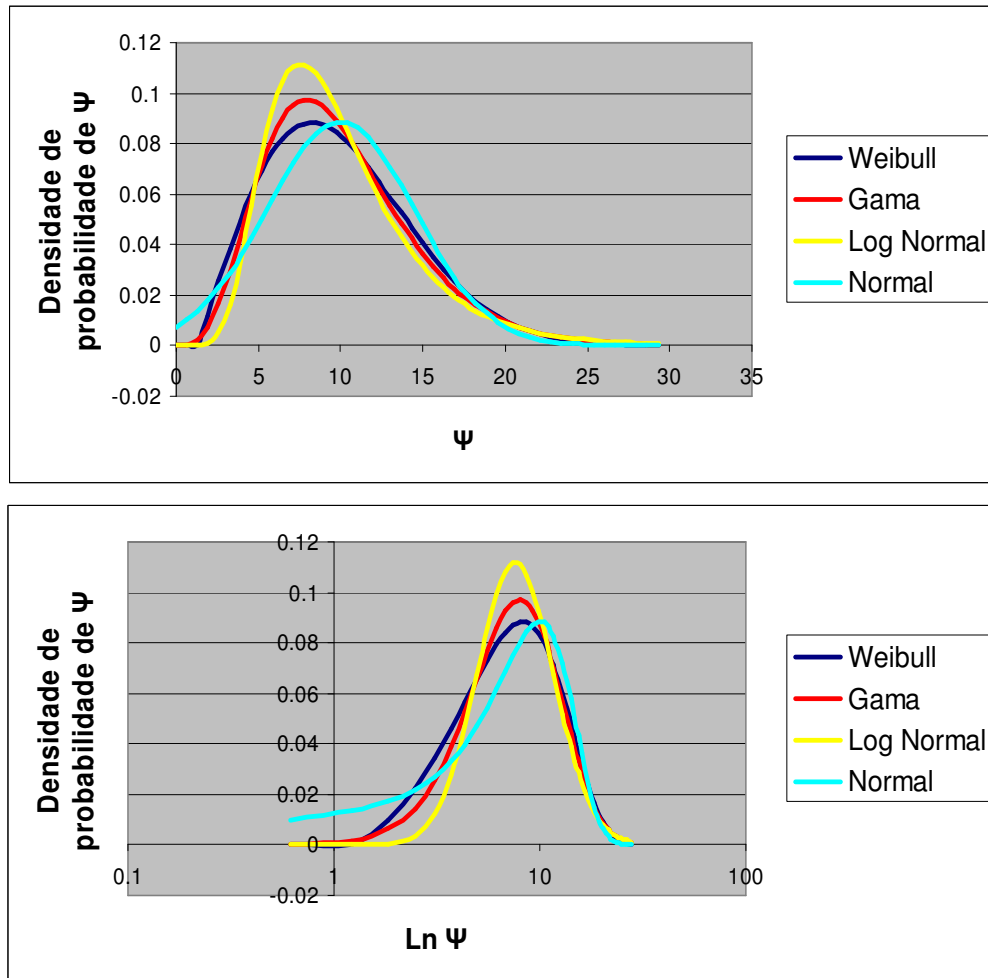


Figura 20 – Transformação logarítmica de escala em quatro possíveis distribuições estatísticas da sensação.
 Acima, distribuições com assimetria positiva, Weibull (com parâmetro de inclinação 2), gama e log-normal, comparadas à distribuição gaussiana, simétrica. Abaixo, em escala logarítmica, as mesmas distribuições com assimetria positiva tornam-se mais simétricas, enquanto a distribuição normal ganha assimetria negativa.

Os gráficos da Figura 20 ilustram como distribuições com assimetria positiva, tais quais a gama, a log-normal e a Weibull (com parâmetro $\alpha = 2$), aparecem mais simétricas em escala logarítmica, enquanto funções simétricas, como a densidade de probabilidade gaussiana, ganham assimetria negativa em escala logarítmica.

Se a distribuição de n for simétrica, como, por exemplo, uma gaussiana, isso significaria que, numa mesma modalidade perceptiva, o sistema sensorial teria uma tendência

de expandir a sensação, mais do que a comprimi-la. Isto se deve ao fato da distribuição de n ser gerada a partir das sensações em escala logarítmica, de modo que, quando retornadas à escala original, alongam os valores distais que estavam comprimidos pela transformação logarítmica. Para ilustrar este fenômeno, o gráfico da Figura 21 traça a diferença das sensações produzidas por um mesmo estímulo físico, à custa de acréscimo e diminuição simétricos de 5% no valor médio de n . Observa-se que a diferença entre a sensação maior e a de referência, em vermelho, é maior do que a diferença entre a sensação de referência e a menor, em azul. Conseqüentemente, uma assimetria positiva, ou seja, uma cauda voltada para direita, tanto mais intensa quanto maior o valor de n , seria esperada na distribuição da sensação, caso a distribuição de n seja simétrica.

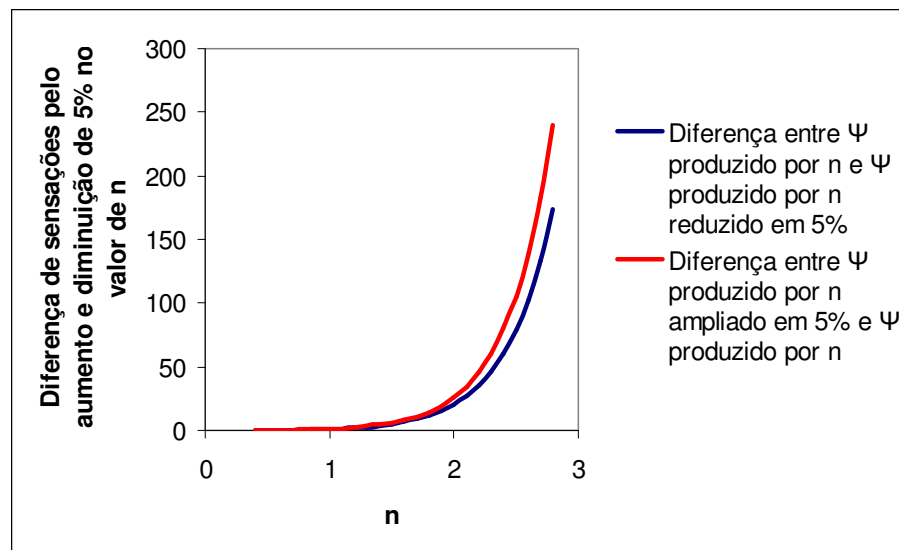


Figura 21 – Curvas das diferenças entre a sensação produzida por um valor de expoente e as sensações produzidas pelo mesmo expoente reduzido e ampliado em 5%.

Havendo uma assimetria positiva da distribuição de n poder-se-ia esperar uma tendência ainda maior à amplificação da sensação em relação à realidade física. Esperar-se-ia uma distribuição simétrica da sensação, ou seja, uma igual tendência de reduzir ou ampliar a magnitude da sensação, em função do estímulo físico que a produziu, na condição oposta,

numa distribuição de n com assimetria negativa. Se a assimetria da distribuição de n fosse acentuadamente negativa, poder-se-ia esperar até uma tendência à compressão da sensação em relação à realidade física. A questão, portanto, assume importância significativa na compreensão do funcionamento da percepção humana e será extensivamente discutida no próximo capítulo.

A discussão sobre a natureza da distribuição da sensação, em princípio, parece não pertinente, visto que distribuições simétricas já são consagradas na literatura psicofísica, como modelos matemáticos da discriminação. São elas: a própria distribuição normal (Blackwell, 1953; Green & Swets, 1966/1974; Laming, 1986), a distribuição logística (Berkson, 1951; Macmillan & Creelman, 1991) e a distribuição Weibull, com parâmetro de inclinação 3,25 (Quick, 1974; Watson, 1979; Weibull, 1951). As duas últimas distribuições são muitas vezes preferidas não por traduzirem mais fielmente o fenômeno discriminatório, e sim por terem expressões analíticas para suas funções de probabilidade (cumulativas), havendo formulações de conversão das probabilidades estimadas em comparação à distribuição normal (Gilchrist, Jerwood, & Ismaiel, 2005). As curvas psicométricas, onde as probabilidades de respostas são representadas, se referem a estas funções de probabilidades acumuladas.

Uma distribuição normal pode ser reconhecida aplicando-se um teste estatístico de normalidade, sendo o teste Shapiro-Wilk comumente utilizado para o exame de amostras pequenas ($3 \leq m \leq 50$) (Shapiro & Wilk, 1965), e o Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors¹⁷) para amostras maiores (Lilliefors, 1967). O primeiro teste ordena os dados do menor para o maior, e calcula a razão entre a somatória ponderada das diferenças entre os valores extremos em direção aos valores centrais (o extremo maior menos o extremo menor; o próximo menor que o maior menos o próximo maior que o menor; e assim sucessivamente) e a variância do conjunto de dados. Conseqüentemente, faz uma análise da variância dos dados

¹⁷ O teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov trabalha com uma função de distribuição normal, com média e variância conhecidas. Lilliefors (1967) fez uma modificação do teste, ampliando seu uso nos casos em que média e variância não são conhecidas, mas estimadas através dos dados amostrais.

empíricos e a compara com a esperada na distribuição normal, sendo bastante sensível à ocorrência de assimetria na distribuição examinada (Hahn & Shapiro, 1967). O segundo teste examina a maior distância vertical entre a distribuição acumulada obtida, ou empírica, e a esperada, ou teórica, para cada intervalo da variável alocada na abscissa das curvas (Campos, 1983). Quando aplicado como teste de normalidade, a distribuição esperada é uma gaussiana acumulada.

Como será demonstrado por simulação computacional na seção 3.2.2, os testes de normalidade falham na detecção de distribuições não normais quando as amostras examinadas têm desvio padrão pequeno, sendo mais eficazes quando amostras com maior desvio padrão são examinadas (Rodrigues-de-Carvalho, Govone, Fukusima, Torro-Alves, & DaSilva, 2007). No fenômeno de discriminação sensorial, a *dap* corresponde a cerca de 3% da sensação de referência, ou seja, um desvio padrão pequeno. Questiona-se, pois, se as funções psicométricas são realmente curvas normais ou se são tomadas como tal simplesmente porque os testes de normalidade empregados não têm poder suficiente de reconhecimento da não normalidade. Uma saída vem do próprio modelo teórico: quando se propõe que um fenômeno discriminatório esteja ocorrendo subjacente a cada julgamento de sensação, obtém-se a possibilidade de se examinar uma distribuição mais dispersa, visto que, nesta condição, a amplitude do desvio padrão da resposta sensorial cresce. Assim, a verdadeira natureza da distribuição da sensação discriminatória será melhor documentada a partir de respostas sensoriais em julgamentos de magnitudes de sensação, que implicam uma maior dispersão da resposta. Na busca dessa natureza, dados biológicos serão examinados na seção 3.3 e comparados às distribuições teóricas consagradas pela literatura psicofísica, além da esperada pela dedução matemática com base na premissa de que a ativação neural de um conjunto de neurônios subjaz ao fenômeno discriminatório (seção 3.1).

O capítulo se inicia, pois, resgatando dedutivamente uma possível ponte neural para a sensação.

3.1 Dedução da distribuição estatística da sensação

3.1.1 O caso discreto

Sejam A e B dois conjuntos de neurônios compostos por α e β neurônios respectivamente, interconectados, sendo A o núcleo eferente (emissor de projeções) e B o núcleo aferente (receptor das projeções). Cada neurônio em A se projeta sobre u neurônios de B, e cada neurônio em B recebe projeções de v neurônios de A, implicando que todas as células nervosas de A enviam projeções e todas as células nervosas de B recebem projeções (Figura 22)¹⁸.

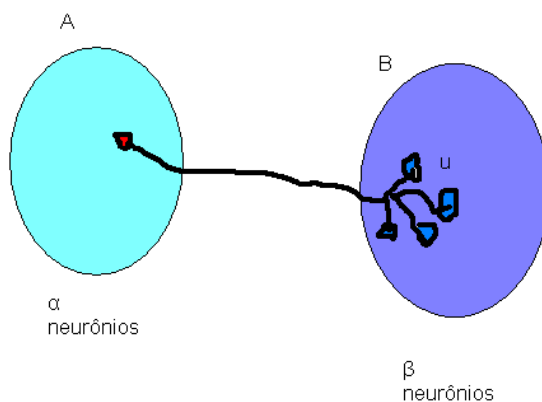


Figura 22 – Dois conjuntos de neurônios A e B interconectados. A é eferente para B. Cada neurônio de B recebe conexões de v neurônios de A e cada neurônio de A envia conexões para u neurônios de B.

¹⁸ O modelo, em princípio, não contempla as conexões intrínsecas a um mesmo conjunto de neurônios (interneurônios), compensando-as pela variação do limiar neural. Em linhas gerais, o desenvolvimento dedutivo conduzido nessa seção antecede o doutorado e se refere ao estudo de conexões neurais desenvolvido pela autora há cerca de 6 anos. O estudo teve a colaboração de José Roberto Campanha e José Sílvio Govone, docentes da UNESP (Rodrigues-de-Carvalho, Campanha, & Govone, 2005; Rodrigues-de-Carvalho, Govone, & Campanha, 2005). Para compor a tese de doutorado, o texto foi reescrito, sendo a ponte com o fenômeno sensorial inteiramente nova.

Quando os neurônios de A estão inibidos, B não recebe estimulação. Quando o número de neurônios excitados em A aumenta, a estimulação dos neurônios em B tende a crescer, em função do peso da conexão neural entre A e B. A estimulação de A para B poderá ser excitatória, produzindo, a partir de determinado limiar, excitação dos neurônios de B; ou inibitória, produzindo não só ausência de excitação em B, como também um aumento da resistência à resposta excitatória, por acentuar o desnível entre o potencial celular e seu limiar de excitação. Como o evento de excitação neuronal é um fenômeno tudo ou nada, pode-se estabelecer que a excitação de A, chamada φ_A , assim como a resultante em B, φ_B , assumam um valor variando entre 0 e 1, onde 0 signifique que nenhum neurônio do conjunto está excitado, 0,5 traduza que 50% do conjunto está excitado e 1 expresse que todos os neurônios do conjunto se encontram excitados, naquele momento. Portanto, a excitação neural pode ser traduzida por uma probabilidade, dada pela proporção dos neurônios excitados z em relação ao total de neurônios do conjunto. Assim,

$$\varphi_A = \frac{z_A}{\alpha} \quad \text{e} \quad (67)$$

$$\varphi_B = \frac{z_B}{\beta}, \quad (68)$$

A probabilidade de excitação de um conjunto de neurônios pode ser expressa pela razão entre o número de neurônios excitados em relação ao total de neurônios, num determinado momento. Ou seja, a proporção estima a probabilidade.

onde z_A e z_B denotam o número de neurônios co-excitados nos núcleos A e B, respectivamente.

Vários neurônios em A podem estar excitadas ao mesmo tempo, porém, o mais comum, do ponto de vista biológico, é que existam pequenas defasagens temporais, produzindo eclosões de excitação não sincrônicas, aqui e acolá. Para facilitar a compreensão física e posterior modelagem matemática, transforme-se a variável contínua tempo t numa variável discreta, de pequenos intervalos de tempo. Exemplificando, um primeiro evento

ocorrido em $t = 1,2$ e um segundo evento ocorrido em $t = 1,4$ poderão ser sincrônicos, se considerados ambos pertencentes à etapa t_1 , que difere da etapa t_2 , condição biologicamente contemplada pelo fenômeno neuronal de somação temporal. Assim, admitir-se-á a condição hipotética da concomitância dos disparos de estimulação oriundos de A para B, de modo que a excitação de A, e a conseqüente em B, possam ser examinadas como eventos do conjunto nuclear, saindo do âmbito celular neuronal para uma instância macroscópica neural ou pelo menos multicelular.

Assuma-se, agora, que a conexão entre A e B é excitatória. Então, num determinado tempo t , a excitação de B é uma função da excitação de A, ou seja, $\varphi_B = f(\varphi_A)$, que pode ser expressa como $\varphi_B = f(z_A)$. Seja qual for a curva desta função, ela deve ser essencialmente monotônica: à medida que z_A cresce, φ_B cresce. Provavelmente uma sigmóide variando entre 0 e 1, decolando do eixo das abscissas quando o número de neurônios excitados em A for suficiente para desencadear alguma estimulação em B, o que passa a ser chamado de limiar de excitação nuclear r . O limiar r se baseia, em última instância, no limiar de excitação neuronal, embora, no atual modelo, não seja expresso em mV . O limiar r representa o número mínimo de neurônios de A, convergentes para um determinado neurônio em B, que devem estar co-excitados¹⁹ num momento t , suficientes para deflagrarem uma resposta excitatória no ponto de convergência das eferências, ou seja, em pelo menos um neurônio de B. Portanto, r deve ser igual ou menor que v . Na prática, trata-se, portanto, de uma grandeza pertencente ao conjunto N , dos números naturais, embora possa ser representado idealmente por um valor fracionário.

¹⁹ Utilizou-se o termo coinervação para designar a convergência espacial de fibras para um mesmo destino celular. Na conexão neural entre A e B, v neurônios de A coenervam cada neurônio de B. Coexcitação se refere à excitação concomitante e convergente. Significa que, das v fibras que enervam um neurônio, algumas delas estão excitadas ao mesmo tempo. Quando o número de fibras coexcitadas é aquém do limiar, a excitação da célula alvo não acontece. Então, utilizou-se preferencialmente o termo coinervação ativada para designar a coexcitação de fibras, sem erroneamente passar a mensagem da excitação da célula alvo, que pode ocorrer ou não.

Em se tratando de um conjunto de neurônios e não de um ou outro neurônio anatomicamente especificado, não há definição, em nível celular, da excitação de pontos específicos do núcleo B. Isso significa que os z_A neurônios excitados podem se projetar sobre neurônios vizinhos entre si no tecido neural de B, havendo abundante sobreposição das projeções e, assim, rapidamente alcançando o limiar de excitação r , como podem se projetar sobre sítios distantes dentro do núcleo B, havendo pouca ou nenhuma convergência de fibras eferentes, não alcançando r e, por conta disto, não desencadeando excitação em B. Em outras palavras, na medida em que se trabalha com conexões neurais e não com conexões neuroniais, é mais exequível o lido com a probabilidade da ocorrência de eventos no conjunto e não com a certeza pontual da ocorrência destes. Sendo assim, será lançada mão da estatística e da teoria dos conjuntos para desenhar a função de relação entre z_A e φ_B .

Então, a questão agora é responder, dados u e v , ou seja, conhecido o peso da conexão entre A e B, como variará φ_B em função de z_A . Para tanto, implemente-se um acréscimo sucessivo, um a um, de neurônios excitados em A, $z_A = 0; z_A = 1; z_A = 2; \dots; z_A = \alpha$, como se um intervalo de tempo t fosse fragmentado em porções muito pequenas, criando etapas de excitação que, em sua somatória, poderão ser consideradas concomitantes, todas pertencentes ao momento t . Portanto, a cada etapa, z_A aumenta em uma célula. Primeiramente, pretende-se estudar estatisticamente a distribuição do número de co-inerções ativadas c que ocorrem no total de neurônios do núcleo B, com o aumento sucessivo de z_A . Chame-se $N_{z_A, c}$ o número de neurônios que, numa determinada etapa referente a z_A (alocada na primeira posição do índice), compartilham a mesma quantidade c de co-inerções ativadas (alocada na segunda posição do índice). Assim, nessa etapa, $N_{z_A, 0}$ agrega todos os neurônios de B que não receberam nenhuma ativação, $N_{z_A, 1}$ refere-se ao subconjunto de neurônios que receberam

apenas uma inervação ativada, $N_{z_A, r}$ representa o subconjunto de neurônios que receberam r co-inerções ativadas, enquanto N_{z_A, r^+} congrega os neurônios que receberam mais que r co-inerções ativadas. Como cada neurônio de B se encontra em algum subconjunto e somente num deles, pode-se antecipar que a soma dos elementos de todos os subconjuntos que compartilham o mesmo índice z_A é igual a β .

Estabeleça-se, apenas para facilitar a compreensão do modelo, r igual a 3 co-inerções ativadas e se implemente a progressiva excitação do núcleo A, neurônio a neurônio. Assim, na etapa inicial, $z_A = 0$, nenhum neurônio em A está disparando. A resultante excitatória em B é obviamente nula e $N_{0,0} = \beta$. Na etapa seguinte, $z_A = 1$, tem-se um neurônio disparando em A e u neurônios em B recebendo estímulo, porém insuficiente para produzir excitação, visto que $r = 3$. Nesta etapa, então, $N_{1,1} = u$, enquanto $N_{1,0} = \beta - u$. Na segunda etapa, $z_A = 2$, se tem a condição anterior acrescida de mais um neurônio disparando em A. As u projeções desse segundo neurônio vão se distribuir, estatisticamente, em função da proporção $\frac{u}{\beta}$: uma parte sobre $N_{1,0}$, valendo $N_{1,0} \times \frac{u}{\beta}$, transformando-a numa parcela de $N_{2,1}$; outra parte sobre $N_{1,1}$, valendo $N_{1,1} \times \frac{u}{\beta}$, transformando-a em $N_{2,2}$. Note-se que o outro pedaço de $N_{2,1}$ é composto pelo remanescente de $N_{1,1}$ que não se converteu em $N_{2,2}$, ou seja,

$$N_{2,1} = N_{1,0} \frac{u}{\beta} + N_{1,1} - \left(N_{1,1} \frac{u}{\beta} \right) = N_{1,0} \frac{u}{\beta} + N_{1,1} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right).$$

Na terceira etapa, $z_A = 3$, as novas u inerções ativadas vão se distribuir novamente na proporção de $\frac{u}{\beta}$: uma parte sobre $N_{2,0}$, valendo $N_{2,0} \times \frac{u}{\beta}$, transformando-a num pedaço de $N_{3,1}$; outra parte sobre $N_{2,1}$, valendo

$N_{2,1} \times \frac{u}{\beta}$, transformando-a num pedaço de $N_{3,2}$; e mais uma parte sobre $N_{2,2}$, valendo

$N_{2,2} \times \frac{u}{\beta}$, transformando-a em $N_{3,3}$. Neste caso, $N_{3,3}$ corresponde a $N_{3,r}$, ou seja, o

contingente de neurônios que é disparado em B, por ter alcançado o limiar de excitação r . De novo, os sucessivos subconjuntos recebem um quinhão de composição do subconjunto com índice z_A imediatamente anterior e com índice c igual ao atual. Assim, por exemplo,

$$\begin{aligned} N_{3,1} &= N_{2,0} \frac{u}{\beta} + N_{2,1} - \left(N_{2,1} \frac{u}{\beta} \right) = N_{2,0} \frac{u}{\beta} + N_{2,1} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \text{ e } N_{3,2} = N_{2,1} \frac{u}{\beta} + N_{2,2} - \left(N_{2,2} \frac{u}{\beta} \right) = \\ &= N_{2,1} \frac{u}{\beta} + N_{2,2} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right). \end{aligned}$$

Exceção se faz à $N_{z_A,r}$ que não pode receber esse quinhão, pois, sendo r co-inerções ativadas o evento de sucesso, ao ocorrer já é integralmente computado, não podendo perdurar como evento de sucesso para uma próxima etapa. Então, no caso atual,

$n_{3,r} = N_{2,2} \frac{u}{\beta}$. Na quarta etapa, $z_A = 4$, tudo se repete novamente sobrepondo as u inerções

ativadas sobre os subconjuntos da etapa anterior, $N_{3,c}$, na proporção de $\frac{u}{\beta}$. A novidade é que

começa a aparecer, nesta etapa de $z_A = r + 1$, a formação de N_{z_A,r^+} . Este subconjunto de

neurônios crescerá com o suceder das etapas, à custa da transformação de $N_{z_A-1,r}$ que se

somará ao N_{z_A-1,r^+} para compô-lo. Essa última parte representa uma porção “não produtiva”

dessas u projeções, visto que, alcançado o limiar r , o acréscimo de estímulo não produz

aumento da resposta, uma vez que o fenômeno excitatório neuronal se dá como um pulso,

tudo ou nada.

A somatória de todos os subconjuntos $N_{z_A, r}$ traduz o número de neurônios excitados em B até a etapa de z_A e φ_B poderá ser calculado dividindo-se o valor encontrado pelo número total de neurônios do núcleo B, ou seja, por β .

Do exposto, pode-se observar que está se lidando com um processo iterativo, onde um valor precedente é utilizado no cálculo de um valor atual, valendo-se da mesma fórmula de recorrência, começando em $N_{0,0} = \beta$ e terminando em $N_{z_A, r^+} = \frac{u}{\beta} N_{z_A-1, r} + N_{z_A-1, r^+}$. Eis a fórmula de recorrência:

$$N_{z_A, c} = \frac{u}{\beta} N_{z_A-1, c-1} + \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) N_{z_A-1, c} \quad (69)$$

Os neurônios do núcleo aferente que compartilham c co-ineruações ativadas quando a z_A -ésima célula nervosa dispara no núcleo eferente resulta da somatória dos neurônios que tinham $c-1$ co-ineruações na etapa anterior e ganharam mais uma nesta e os neurônios que já tinham c co-ineruações na etapa anterior e não ganharam nenhuma mais nesta.

Assim, a construção dos diversos subconjuntos de neurônios se dá num curso estocástico, sempre dependente dos valores encontrados nos subconjuntos $c-1$ precedentes, compiladas nas etapas z_A-1 anteriores²⁰. Tal construção está esquematizada na Figura 23.

²⁰ Irwin (1964) descreve o mesmo processo ao estudar a propagação de epidemias e, ao final de sucessivas provas independentes de Bernoulli, encontra a binomial negativa, como se sucederá na seqüência deste trabalho.

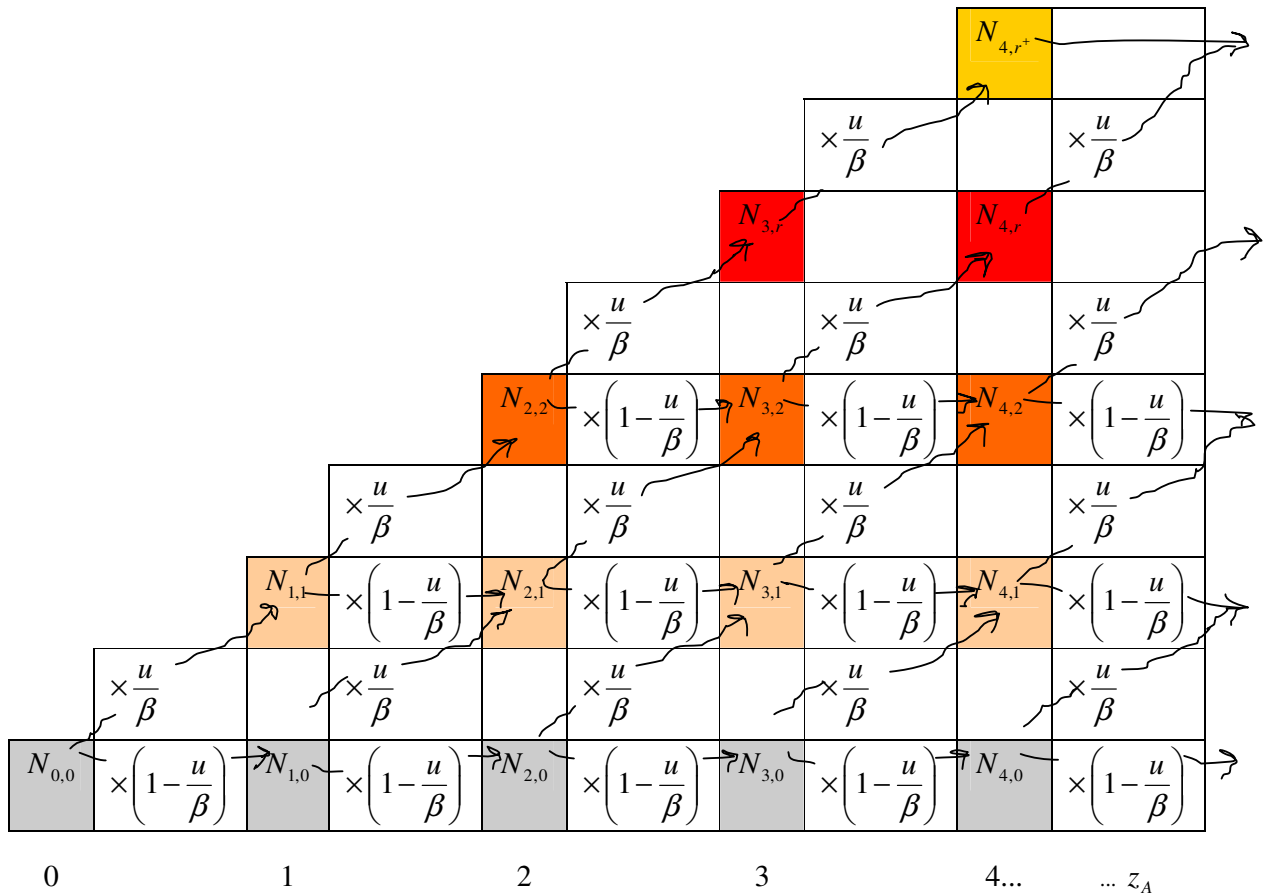


Figura 23 – Esquematização do processo estocástico de formação dos subconjuntos de neurônios que, numa determinada etapa, compartilham o mesmo número de coinerações ativadas.

Cada subconjunto de neurônios se forma pela soma da ascensão de um subconjunto prévio para a condição atual e do remanescente da condição atual, já existente na etapa prévia. A ascensão ou remanescência dependem, respectivamente, da chance de receber uma nova projeção ativada (u/β) e de não recebê-la ($1-u/\beta$).

Para exemplificar, idealize-se um pequeno modelo de conexão excitatória, onde α valha 10 neurônios e β , 14 neurônios, com $u=4$, $v=3$ e $r=2$ e implemente-se a progressiva excitação de A, neurônio a neurônio. Os gráficos da Figura 24 resumem os valores encontrados nas sucessivas etapas e apontam a progressão estatisticamente esperada da excitação de B em função da progressão da excitação de A. O primeiro, do tipo empilhamento de colunas em total de 100%, objetiva comparar a porcentagem de contribuição de cada valor dos subconjuntos de neurônios com o total, em função de z_A . O segundo, abaixo, denota o valor absoluto não cumulativo dos subconjuntos de neurônios, em função de z_A .

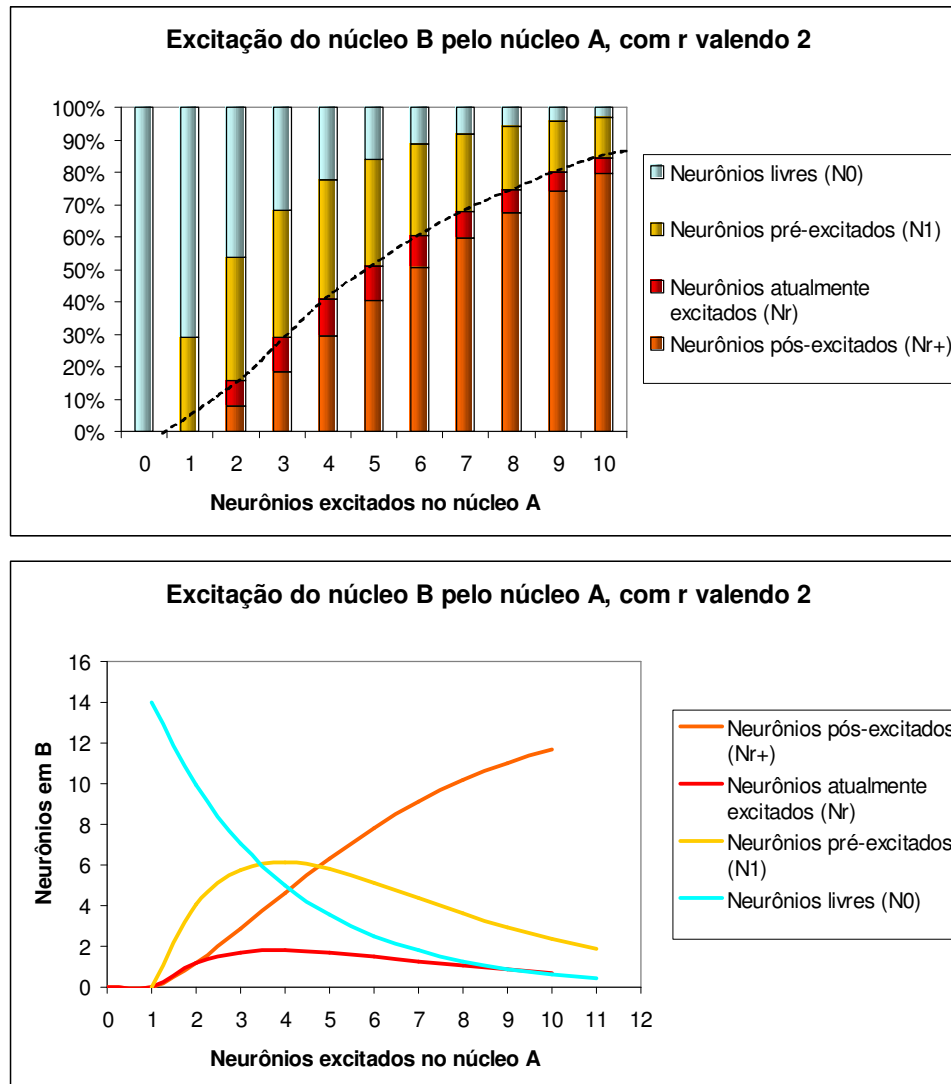


Figura 24 – Excitação do núcleo B (14 neurônios) pelo núcleo A (10 neurônios), com limiar neural r valendo 2.

Acima, a somatória dos neurônios, distribuídos nas quatro condições possíveis, totaliza 100% em todas as etapas de excitação de B por A. A linha pontilhada, uma sigmóide, representa a suposta função de ativação de B, $\varphi_B = f(z_A)$. Abaixo, o número de neurônios de B dispostos em cada fase de ativação. Na medida em que o número de neurônios excitados em A aumenta, os neurônios livres de qualquer estimulação (N_0) em B decrescem, enquanto os que já foram excitados se elevam (N_{r+}). A excitação atual (N_r) se refere à quantidade de neurônios recebendo a r -ésima ativação no momento atual.

Note-se que a somatória das colunas de excitação atual (vermelhas) e excitação prévia (em abóbora escuro), no primeiro gráfico, vai desenhando uma curva sigmóide, como era esperado. A estimulação progressiva ao núcleo B faz com que a curva decole do eixo das abscissas quando se alcança o limiar r , a partir do qual ascende até um valor modal, quando

começa a desacelerar, conduzindo a excitação a um platô máximo, com limite de 100%, para o qual converge assintoticamente, quando os β neurônios de B estão co-excitados num momento t , praticamente não havendo, então, aumento da resposta excitatória frente a estímulos excedentes.

O esforço dedutivo deve se concentrar agora na tentativa de encontrar uma expressão comum para a resultante do processo de iteração. Pretende-se, algebricamente, percorrer subconjunto por subconjunto, reescrevendo-os de modo genérico, utilizando a fórmula de recorrência da Equação 69. Espera-se que tal procedimento conduza à apreensão de um padrão comum entre as expressões algébricas dos sucessivos subconjuntos de neurônios.

O processo terá início em $N_{z_A,0}$, que é, como já visto, o número de neurônios em B livres de qualquer excitação, a cada etapa que acrescenta um neurônio a mais disparando no núcleo A. Quantitativamente, o subconjunto de neurônios livres de qualquer estimulação oriunda de A progride da seguinte maneira:

$$N_{0,0} = \beta \quad (70)$$

$$N_{1,0} = \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \quad (71)$$

$$\begin{aligned} N_{2,0} &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \\ &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^2 \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} N_{3,0} &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^2 \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \\ &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^3 \end{aligned} \quad (73)$$

Quando o conjunto de neurônios em A está inativo, o número de neurônios em B que não está recebendo nenhuma inervação ativada é igual ao total de neurônios de B. Quando o primeiro neurônio disparou em A, B recebe u inervações ativadas e, portanto, o número de neurônios em B livres de qualquer inervação ativada passa a ser $\beta - u$.

Número de neurônios em B que não está recebendo nenhuma inervação ativada quando o segundo neurônio em A disparou.

Número de neurônios em B que não está recebendo nenhuma inervação ativada quando o terceiro neurônio em A disparou.

$$\begin{aligned}
 N_{4,0} &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^3 \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \\
 &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^4 \quad (74)
 \end{aligned}$$

Número de neurônios em B que não está recebendo nenhuma inervação ativada quando o quarto neurônio em A disparou.

Ao se aumentar um a um os neurônios excitados em A, quantitativamente, o subconjunto de neurônios com apenas uma inervação ativada progride da seguinte maneira:

$$N_{1,1} = u \quad (75)$$

Quando o primeiro neurônio disparou em A, B recebe u inerações ativadas e, portanto, o número de neurônios com apenas uma inervação ativada é u .

$$\begin{aligned}
 N_{2,1} &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \left(\frac{u}{\beta}\right) + u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \\
 &= 2u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \quad (76)
 \end{aligned}$$

Número de neurônios em B com apenas uma inervação ativada quando o segundo neurônio em A disparou.

$$\begin{aligned}
 N_{3,1} &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^2 \left(\frac{u}{\beta}\right) + 2u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \\
 &= u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^2 + 2u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^2 \\
 &= 3u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^2 \quad (77)
 \end{aligned}$$

Número de neurônios em B com apenas uma inervação ativada quando o terceiro neurônio em A disparou.

$$\begin{aligned}
 N_{4,1} &= \beta \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^3 \left(\frac{u}{\beta}\right) + 3u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^2 \left(1 - \frac{u}{\beta}\right) \\
 &= u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^3 + 3u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^3 \\
 &= 4u \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^3 \quad (78)
 \end{aligned}$$

Número de neurônios em B com apenas uma inervação ativada quando o quarto neurônio em A disparou.

Ao se aumentar um a um os neurônios excitados em A, quantitativamente, o subconjunto de neurônios com duas co-inerações ativadas progride da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 N_{2,2} &= u \left(\frac{u}{\beta} \right) \\
 &= \frac{u^2}{\beta}
 \end{aligned}
 \tag{79}$$

Número de neurônios em B com duas co-inerções ativadas quando o segundo neurônio em A disparou.

$$\begin{aligned}
 N_{3,2} &= u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) + 2u \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \left(\frac{u}{\beta} \right) \\
 &= 3u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \\
 &= \frac{3u^2}{\beta} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)
 \end{aligned}
 \tag{80}$$

Número de neurônios em B com duas co-inerções ativadas quando o terceiro neurônio em A disparou.

$$\begin{aligned}
 N_{4,2} &= 3u \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2 \left(\frac{u}{\beta} \right) + 3u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \\
 &= 3u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2 + 3u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2 \\
 &= 6u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2 \\
 &= \frac{6u^2}{\beta} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2
 \end{aligned}
 \tag{81}$$

Número de neurônios em B com duas co-inerções ativadas quando o quarto neurônio em A disparou.

Ao se aumentar um a um os neurônios excitados em A, quantitativamente, o subconjunto de neurônios com três co-inerções ativadas progride da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
N_{3,3} &= u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(\frac{u}{\beta} \right) \\
&= u \left(\frac{u}{\beta} \right)^2 \\
&= \frac{u^3}{\beta^2}
\end{aligned} \tag{82}$$

Número de neurônios em B com três co-inerções ativadas quando o terceiro neurônio em A disparou.

$$\begin{aligned}
N_{4,3} &= 3u \left(\frac{u}{\beta} \right) \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \left(\frac{u}{\beta} \right) + u \left(\frac{u}{\beta} \right)^2 \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \\
&= 3u \left(\frac{u}{\beta} \right)^2 \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) + u \left(\frac{u}{\beta} \right)^2 \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \\
&= 4u \left(\frac{u}{\beta} \right)^2 \left(1 - \frac{u}{\beta} \right) \\
&= \frac{4u^3}{\beta^2} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)
\end{aligned} \tag{83}$$

Número de neurônios em B com três co-inerções ativadas quando o quarto neurônio em A disparou.

Os resultados de cada seqüência dedutiva foram agrupados na Figura 25. Observe-se a relação dos fatores que aparecem no início de cada termo dos sucessivos subconjuntos de neurônios, variando em função do número de neurônios excitados em A.

$N_{z_A,4}$				$\frac{u^3}{\beta^2}$	
$N_{z_A,3}$			$\frac{u^3}{\beta^2}$	$\frac{3u^3}{\beta^2} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)$	
$N_{z_A,2}$		$\frac{u^2}{\beta}$	$\frac{3u^2}{\beta} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)$	$\frac{6u^2}{\beta} \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2$	
$N_{z_A,1}$		u	$2u \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)$	$3u \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2$	$4u \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^3$
$N_{z_A,0}$	β	$\beta \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)$	$\beta \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^2$	$\beta \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^3$	$\beta \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^4$
	$z_A = 0$	$z_A = 1$	$z_A = 2$	$z_A = 3$	$z_A = 4$

Figura 25 – Resultados do processo dedutivo iterativo referente a cada subconjunto de neurônios (linhas), no suceder das etapas que crescem de um em um neurônio disparando em A (colunas).

Os fatores que aparecem no início de cada produto são números binomiais.

Isolando somente esses fatores iniciais e alocando-os numa matriz, tendo z_A nas linhas e as co-inerções ativadas c nas colunas obtém-se um Triângulo de Pascal (Figura 26).

	$c = 0$	$c = 1$	$c = 2$	$c = 3$	$c = 4$	$c = 5$
$z_A = 0$	$1 = \binom{0}{0}$					
$z_A = 1$	$1 = \binom{1}{0}$	$1 = \binom{1}{1}$				
$z_A = 2$	$1 = \binom{2}{0}$	$2 = \binom{2}{1}$	$1 = \binom{2}{2}$			
$z_A = 3$	$1 = \binom{3}{0}$	$3 = \binom{3}{1}$	$3 = \binom{3}{2}$	$1 = \binom{3}{3}$		
$z_A = 4$	$1 = \binom{4}{0}$	$4 = \binom{4}{1}$	$6 = \binom{4}{2}$	$4 = \binom{4}{3}$	$1 = \binom{4}{4}$	
$z_A = 5$	$1 = \binom{5}{0}$	$5 = \binom{5}{1}$	$10 = \binom{5}{2}$	$10 = \binom{5}{3}$	$5 = \binom{5}{4}$	$1 = \binom{5}{5}$

Figura 26 – Triângulo de Pascal, composto por número binomiais, resultantes da combinação z_A, c a c .

Os valores encontrados representam números binomiais resultantes da combinação de z_A neurônios c a c :

$$C_{z_A, c} = \binom{z_A}{c} = \frac{z_A!}{(z_A - c)!c!} \quad (z_A \geq c) \quad (84) \quad \text{Número binomial, resultante da combinação } z_A, c \text{ a } c.$$

Esse padrão binomial, mantido a cada subconjunto neuronal, é o laço em comum que permite escrever a expressão matemática genérica que traduz o número de neurônios em B que estatisticamente se encontram em determinado subconjunto, em função do número de neurônios z_A excitados em A, válida inclusive para o subconjunto $N_{z_A, 0}$, livre de qualquer excitação:

$$N_{z_A, c} = \binom{z_A}{c} \frac{u^c}{\beta^{c-1}} \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^{z_A - c} \quad (85)$$

Número de neurônios em B com c co-inerções ativadas quando o z_A -ésimo neurônio disparou em A.

Interessa, especialmente, o subconjunto de neurônios $N_{z_A, r}$, que representa o contingente de neurônios de B que está sendo excitado na medida em que se aumenta, um a um, o valor de z_A . Como visto, o subconjunto $N_{z_A, r}$ é obtido ao se calcular a parcela de u que estatisticamente se sobrepõe ao subconjunto imediatamente anterior a r , ou seja, $N_{z_A-1, r-1}$, em relação ao total β de neurônios, resultante do produto de $N_{z_A-1, r-1}$ por $\frac{u}{\beta}$.

$$N_{z_A-1, r-1} = \binom{z_A-1}{r-1} \frac{u^{r-1}}{\beta^{r-2}} \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^{(z_A-1)-(r-1)}$$

$$N_{z_A, r} = \frac{u}{\beta} N_{z_A-1, r-1}$$

$$= \binom{z_A-1}{r-1} \frac{u^r}{\beta^{r-1}} \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^{z_A-r} \quad (86)$$

Aqui está se calculando o número de neurônios excitados em B, quando é excitado o z_A -ésimo neurônio em A. Para tanto, tomou-se o número de neurônios em B que se encontra na condição imediatamente anterior à excitação, ou seja, com $r-1$ co-inerções ativadas, quando o z_A-1 -ésimo neurônio em A disparou, e multiplicou-se pela chance de receber mais uma inervação ativada, u/β .

A divisão de $N_{z_A, r}$ pelo total de neurônios β equivale à proporção de neurônios em B que está sendo excitada quando o z_A -ésimo neurônio dispara em A. Assumindo essa proporção como uma probabilidade, a Equação 87 é uma densidade de probabilidade.

$$\frac{N_{z_A, r}}{\beta} = \binom{z_A-1}{r-1} \left(\frac{u}{\beta}\right)^r \left(1 - \frac{u}{\beta}\right)^{z_A-r} \quad (87)$$

Densidade de probabilidade de excitação de B quando o z_A -ésimo neurônio de A é ativado.

A somatória das densidades de probabilidade $\frac{N_{z_A, r}}{\beta}$, nas etapas sucessivas de r a z_A ,

equivale à probabilidade acumulada de excitação de B em decorrência da excitação em seu aferente A. Assim, a relação entre φ_B e z_A é finalmente dada pela Equação 88.

$$\varphi_B = \sum_r \frac{N_{z_A, r}}{\beta} = \sum_r \binom{z_A - 1}{r - 1} \left(\frac{u}{\beta} \right)^r \left(1 - \frac{u}{\beta} \right)^{z_A - r} \quad (88) \quad \begin{array}{l} \text{Probabilidade de excitação de} \\ \text{B por } z_A \text{ neurônios de A.} \end{array}$$

Felizmente, a expressão encontrada (Equação 87) é exatamente um padrão conhecido de distribuição de probabilidades para variáveis discretas: a binomial negativa, também chamada de Distribuição de Pascal ou de Póly²¹. De fato, em estatística, a distribuição binomial negativa estima a chance do r -ésimo sucesso ocorrer na z -ésima tentativa, não tendo ocorrido em $z - 1$ tentativas anteriores (Weisstein, 2005b). O r -ésimo sucesso funciona, portanto, como um limiar e, minimamente, ocorrerá quando o tamanho da amostra z se igualar ao número de sucessos r . É exatamente o que foi respondido na Equação 87: estatisticamente, qual a chance dos neurônios de B receberem r estímulos concomitantes quando o z -ésimo neurônio dispara em A ou, em outras palavras, qual a chance de excitação em B quando o z -ésimo neurônio dispara em A.

Resumindo o que foi deduzido: cada neurônio de A envia u eferências para B e cada neurônio de B recebe v aferências de A. Um neurônio de B dispara quando, das v aferências que recebe, r estão concomitantemente ativas. A chance de excitação de B quando o z -ésimo neurônio dispara em A é dada por uma distribuição binomial negativa, com parâmetros probabilidade p igual a $\frac{u}{\beta}$ e limiar r .

²¹ Para entender melhor como a binomial negativa é usada em estatística, suponha que um experimento aleatório seja repetido independentemente até que um evento A ocorra pela r -ésima vez. Seja a probabilidade de A ocorrer $P(A) = p$ (sucesso) e $P(\bar{A}) = q = 1 - p$ (fracasso), em cada tentativa do experimento. Seja x o número de repetições necessárias para que A ocorra pela r -ésima vez. Se $X = x$, o evento A ocorre pela r -ésima vez na repetição de número x . Logo, A ocorre $(r-1)$ vezes nas $(x-1)$ repetições anteriores. $\therefore P(X = x) = \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r}$, para $x \geq r$. A variável X , assim definida, tem distribuição binomial negativa. Muitas vezes, na literatura matemática, a binomial negativa é expressa como $NB = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x$, onde p é a probabilidade de sucesso na $(x+r)$ -ésima tentativa, tendo havido $r-1$ sucessos anteriores e x insucessos, nas $x+r-1$ tentativas anteriores. Portanto, nesta última versão, a variável z_A corresponde a $x+r$ e p corresponde a u/β .

A binomial negativa é, dedutivamente, a função de ativação de um conjunto de neurônios, que podem ser os abarcados pela arborização axonal de um neurônio aferente, os que compartilham a mesma área receptora, ou ainda um núcleo neuroanatômico. Trata-se de uma distribuição assimétrica o que logo contrasta com as funções mais utilizadas na literatura: logística e hiperbólica. Historicamente, os estudiosos da ativação neural emprestaram para os aglomerados neuroniais, ou seja, para o coletivo, as funções de ativação do neurônio individual (Scannell, Burns, Hingettag, O'Neil, & Young, 1999; Young, Hingettag, & Scannell, 2000). As funções logística e hiperbólica são contínuas e permitem a utilização de parâmetros fracionários. Do ponto de vista biológico, isso é importante quando, por exemplo, um limiar é medido em mV e não em números de co-inerções ativadas ou, como será visto adiante, quando a aferência não se origina num outro aglomerado de neurônios e sim num estímulo físico, passível de gradação. A dedução discreta tem extrema importância para a compreensão neurofisiológica do significado dos parâmetros. Esse significado será carregado, agora, na passagem do caso discreto para o contínuo, o que se constitui a próxima tarefa.

3.1.2 O caso contínuo e o movimento browniano

Em homenagem ao botânico Robert Brown que, em 1828, observou um movimento irregular em zigue-zague de partículas de grãos de pólen suspensos na água, o termo *movimento browniano* refere-se ao movimento caótico de moléculas, determinado por colisões sucessivas destas com as do solvente onde estão imersas. Ao se chocarem, as moléculas mudam a direção de seu curso prévio, sendo arremessadas para um novo caminho, desenhando uma trajetória errante, continuamente alterada pela sucessão de impactos. Na tese de doutorado, em 1905, Einstein estimou estatisticamente, com base na Mecânica Newtoniana,

o comportamento cinético de partículas em movimento browniano (Stachel, 1998)²². Foi possível prever, por exemplo, o quanto um grão de pólen se distancia, em média, de sua origem, com o passar do tempo (Soshichi, 2005). Confirmações experimentais posteriores das previsões estatísticas de Einstein facilitaram, entre outras conquistas, uma medida acurada do número de Avogadro (Perrin, 1909). A apreensão estatística do comportamento desse fenômeno tem gerado modelos matemáticos aplicáveis a outros sistemas instáveis, que compartilham a mesma natureza errática e flutuante, como as oscilações de preços em bolsas de valores, a condutividade elétrica em metais, a ocorrência de cheias nos rios e a difusão de neurotransmissores nas sinapses.

Pode-se conceber uma nova análise estatística do movimento browniano, centrada na distribuição de partículas que sofrem determinado número de colisões na medida em que se deslocam no espaço. Em termos práticos, tal análise se aplica à estimativa do tempo de espera, ou do percurso prévio, necessário para a repetição de um determinado número de vezes de uma dada condição, num sistema instável qualquer, cujo comportamento se assemelhe ao movimento browniano.

Pretende-se emprestar dos modelos matemáticos do movimento browniano a passagem do caso discreto para o contínuo na ativação neural, uma vez que ambos os fenômenos compartilham a mesma natureza²³. Além do comportamento errático e flutuante em comum e da independência dos eventos, a afirmação se respalda na convergência dos

²² Esta obra contém a tradução dos quatro artigos originais de 1905 e da tese de doutorado de Einstein.

²³ O desenvolvimento dedutivo que se segue, da passagem do caso discreto, da binomial negativa, para o caso contínuo, da gama, integra um trabalho ainda não publicado, do movimento browniano aplicado às flutuações da bolsa de valores, desenvolvido paralelamente ao doutorado, em colaboração com Ubiraci P. C. Neves (1º autor), do Departamento de Física da FFCLRP, USP, e Evandro M. S. Ribeiro (3º autor), do Departamento de Contabilidade da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, USP. Em 2008, pretende-se submeter o trabalho, intitulado “Waiting-time distributions in random motion and stock markets”, ao *Physica A – Statistical Mechanics and its Applications*. As deduções formais apresentadas na presente seção, embora resultantes da discussão e trabalho dos três autores, foram escritas pelo 1º autor e adaptadas aqui para mera adequação das variáveis ao tema em desenvolvimento. Para a autora, este trabalho tem extrema importância para a compreensão da ponte entre a distribuição binomial negativa, da ativação neural, e a distribuição gama, da resposta sensorial no contínuo físico, como será visto na próxima seção.

modelos estatísticos que descrevem ambos os fenômenos: a distribuição de partículas que sofrem a k -ésima colisão ao se deslocar por m etapas discretas no espaço é uma binomial negativa (Equação 89).

$$P_k(m) = \binom{m-1}{k-1} p^k (1-p)^{m-k}, n = k, k+1, k+2... \quad (89)$$

$$E(n) = \frac{k}{p}, \quad (90)$$

$$\text{var}(n) = \frac{k(1-p)}{p^2} \quad (91)$$

Uma binomial negativa descreve a distribuição das partículas que sofrem a k -ésima colisão ao percorrerem m etapas do percurso, no movimento browniano de partículas, com esperança e variância dependentes da probabilidade p de colisão e do número de colisões k estipulado como sucesso.

A importância da comparação da ativação neural com o movimento browniano de partículas está na significação dos parâmetros na mudança do caso discreto para o contínuo, o que seria muito difícil sem um modelo intermediário. Intuitivamente, pode-se antever alguma relação entre o peso da conexão neural u e o caminho livre médio (λ), ou seja, a distância média que uma partícula viaja entre as sucessivas colisões, assim como entre o número de neurônios excitados em A , z_A , e a distância x percorrida pela partícula. No entanto, aqui o formalismo é imprescindível, visto que tanto λ quanto x são parâmetros do caso contínuo, enquanto u e z_A são parâmetros do caso discreto. Assim, espera-se que a apreensão da transformação que os parâmetros do caso discreto do movimento browniano tiveram necessariamente que sofrer, para se constituírem em λ e x no caso contínuo, vá possibilitar compreender a transformação que os parâmetros u e z_A , do caso discreto, terão que sofrer para se constituírem em novos parâmetros do caso contínuo da ativação neural.

Dando início, então, ao trabalho dedutivo, considere-se o movimento de uma partícula em um líquido homogêneo. A partícula sofre colisões com as moléculas do líquido e, como resultado, encontra-se em movimento continuamente desordenado. A tarefa é tentar encontrar a distribuição de probabilidade de que a partícula percorra uma distância entre x e

$x + \Delta x$ imediatamente antes de sofrer a k -ésima colisão, sendo Δx uma distância muito pequena.

Inicialmente, fixou-se x e $x + \Delta x$ e discretizou-se a distância percorrida pela partícula, de tal forma que $x = m\delta$ e $\Delta x = l\delta$, onde m é o número de ensaios até x e l , o número de ensaios de x a $x + \Delta x$ (Figura 27). Então, a probabilidade p de colisão em um ensaio é proporcional à pequena distância δ percorrida em cada ensaio, ou seja, $p = c\delta$, onde c é a constante de proporcionalidade.

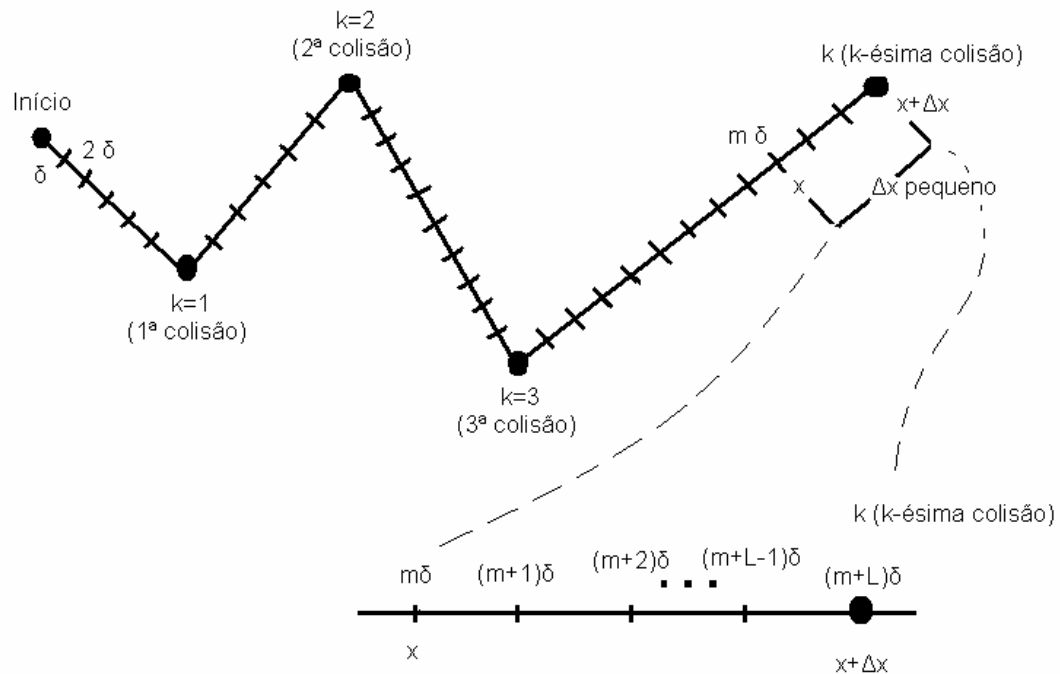


Figura 27 – Esquema da discretização da distância x percorrida pela partícula em movimento browniano em m etapas de comprimento δ .

Seja $P(x, x + \Delta x)$ a probabilidade de que a partícula percorra entre x e $x + \Delta x$ imediatamente antes da k -ésima colisão.

No caso discreto, $P(x, x + \Delta x)$ significa a probabilidade de necessitar de m ensaios, ou $m+1$ ensaios, ..., ou $m+l$ ensaios, imediatamente antes do k -ésimo sucesso, ou seja, da k -ésima colisão. Isso equivale à somatória das binomiais negativas no intervalo Δx :

$$\sum_{m=m}^{l-1} P_k(m) = P_k(m) + P_k(m+1) + \dots + P_k(m+l-1) \quad (92)$$

A chance da partícula percorrer o espaço entre x e $x + \Delta x$ imediatamente antes de sofrer a k -ésima colisão é dado pela somatória das binomiais negativas no intervalo Δx .

O caso contínuo é obtido no limite de $m \rightarrow \infty$ e $\delta \rightarrow 0$, o que implica $p = c\delta \rightarrow 0$, de modo que $mp = mc\delta = mc \frac{x}{m} = cx$ permanece constante, uma vez fixado x .

A conexão do caso discreto com o contínuo se dá pela aproximação

$$\begin{aligned} P(x, x + \Delta x) &\approx \sum_{m=m}^{l-1} P_k(m) \\ &\approx lP_k(m) \end{aligned} \quad (93)$$

Esta é a ponte do caso discreto para o contínuo: tomar todas as binomiais negativas somadas na Equação 92 como sendo iguais entre si, o que só é possível na condição em que p tende a zero e m tende a infinito, de modo a se manter constante o produto entre eles.

válida para a condição em que m é grande, p é pequeno, $mp = cx$, Δx é pequeno e fixo e $x = m\delta$. Então, satisfeitas essas condições,

$$\begin{aligned} P(x, x + \Delta x) &\approx P_k(m) \frac{\Delta x}{\delta} \\ &\approx m \frac{P_k(m)}{x} \Delta x \end{aligned} \quad (94)$$

A chance da partícula percorrer o espaço entre x e $x + \Delta x$ imediatamente antes de sofrer a k -ésima colisão está sendo escrito em função da binomial negativa no m -ésimo ensaio, do próprio número de ensaios, do pequeno intervalo Δx e, como não podia deixar de ser, da distância percorrida x .

Seja $g(x, \Delta x) = \frac{P(x, x + \Delta x)}{\Delta x} = m \frac{P_k(m)}{x}$ definida no limite em que $m \rightarrow \infty$, $\delta \rightarrow 0$, e

$mp = cx$. Então

$$\begin{aligned}
g(x, \Delta x) &= \lim_{\substack{m \rightarrow \infty \\ \delta \rightarrow 0 \\ mp=cx}} m \frac{P_k(m)}{x} \\
&= \lim_{\substack{m \rightarrow \infty \\ \delta \rightarrow 0 \\ mp=cx}} \frac{m}{x} \binom{m-1}{k-1} p^k (1-p)^{n-k} \\
&= \lim_{\substack{m \rightarrow \infty \\ \delta \rightarrow 0 \\ mp=cx}} \frac{m}{x} \frac{(m-1)!}{(k-1)!(m-k)!} p^k (1-p)^{n-k} \\
&= \lim_{\substack{m \rightarrow \infty \\ \delta \rightarrow 0 \\ mp=cx}} \frac{m!}{(k-1)!(m-k)! x} \left(\frac{cx}{m}\right)^k \left(1 - \frac{cx}{m}\right)^{n-k} \quad (95)
\end{aligned}$$

A função $g(x, \Delta x)$, concebida na condição em que o número de etapas tende a infinito, a probabilidade de colisão em cada etapa tende a zero e o produto entre eles é proporcional à distância percorrida, é a função que antecede a densidade de probabilidade da k -ésima colisão num determinado ponto do percurso.

Note-se que $\frac{m!}{(k-1)!} = \underbrace{m(m-1)(m-2)\dots[m-(k-1)]}_{k \text{ fatores}} \approx m^k$, pois $m \gg k$ e

conseqüentemente, sendo a finito, $m - a \approx m$. Logo,

$$\begin{aligned}
g(x, \Delta x) &= \lim_{\substack{m \rightarrow \infty \\ \delta \rightarrow 0 \\ mp=cx}} \frac{m^k}{(k-1)! x} \frac{(cx)^k}{m^k} \left(1 - \frac{cx}{m}\right)^{n-k} \\
&= \frac{c^k}{(k-1)!} x^{k-1} \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{cx}{m}\right)^{n-k} \\
&= \frac{c^k}{(k-1)!} x^{k-1} \left[\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{cx}{m}\right)^n \right] \underbrace{\left[\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{cx}{m}\right)^{-k} \right]}_1 \quad (96)
\end{aligned}$$

A função $g(x, \Delta x)$ resulta num produto de fatores. Dentre os fatores, dois são limites, sendo que um deles vale 1.

onde o primeiro limite pode ser calculado fazendo-se $-\frac{cx}{m} = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{-m}{cx} < 0$:

$$\begin{aligned}
\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{cx}{m}\right)^n &= \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{y}\right)^{-cxy} \\
&= \left[\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{y}\right)^y \right]^{-cx} \\
&= e^{-cx} \quad (97)
\end{aligned}$$

O segundo limite que aparece na função $g(x, \Delta x)$ é uma função exponencial.

Portanto,

$$g(x, \Delta x) = \frac{c^k x^{k-1}}{(k-1)!} e^{-cx} \quad (98)$$

A função $g(x, \Delta x)$ está concluída. Ela inclui uma função exponencial e uma fatorial

A densidade de probabilidade $f_k(x)$ aparece no limite de $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned}
 f_k(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x, x + \Delta x)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x, \Delta x) \\
 &= \frac{c^k x^{k-1}}{(k-1)!} e^{-cx}
 \end{aligned}
 \tag{99}$$

Quando o intervalo Δx tende a zero, a função $g(x, \Delta x)$ é a própria densidade de probabilidade procurada.

, $k = 1, 2, 3, \dots$ e $x \geq 0$

Encontrada a densidade de probabilidade, é possível se calcular a distância média λ_k percorrida pela partícula imediatamente antes da k -ésima colisão:

$$\mu_x = \lambda_k = \int_{-\infty}^{\infty} x f_k(x) dx
 \tag{100}$$

A média de uma densidade de probabilidade é dada pela integral do produto da função pela variável independente.

Como para $x < 0$, $f_k(x) = 0$, então

$$\begin{aligned}
 \lambda_k &= \int_0^{\infty} x f_k(x) dx \\
 &= \int_0^{\infty} x \frac{c^k x^{k-1}}{(k-1)!} e^{-cx} dx \\
 &= \frac{c^k}{(k-1)!} \int_0^{\infty} x^k e^{-cx} dx
 \end{aligned}
 \tag{101}$$

Procura-se a distância média λ_k percorrida pela partícula imediatamente antes da k -ésima colisão e, na resolução da integral, aparece a função gama.

onde $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1} e^{-x} dx$ é a função gama de k , sendo $\Gamma(k+1) = k!$, se $k = 1, 2, 3, \dots$. Segue-se,

então

$$\begin{aligned}
 \lambda_k &= \frac{c^k}{(k-1)!} \frac{\Gamma(k+1)}{c^{k+1}} \\
 &= \frac{c^k}{(k-1)!} \frac{k!}{c c^k} \\
 &= \frac{k}{c}
 \end{aligned}
 \tag{102}$$

A distância média λ_k percorrida pela partícula é uma função do número de colisões e da constante de proporcionalidade da probabilidade, $p = c \delta$, do início da dedução.

Portanto, $c = \frac{k}{\lambda_k}$, para $k = 1, 2, 3, \dots$

A distância média percorrida pela partícula imediatamente antes da primeira colisão,

$k = 1$, é, portanto, $\lambda_1 = \frac{1}{c}$. Logo, $\frac{1}{\lambda_1} = \frac{k}{\lambda_k}$ e, conseqüentemente,

$$\lambda_k = k\lambda_1$$

(103)

A distância média percorrida pela partícula imediatamente antes da k -ésima colisão é o produto do número de colisões pelo caminho livre médio.

Como também demonstrou Hobbie (1997), λ_1 , ou simplesmente λ , é o caminho livre médio. Reescrevendo a densidade de probabilidade da Equação 99 em função de λ e utilizando a função gama no lugar do fatorial para permitir valores fracionários de k , tem-se:

$$\begin{aligned} f_k(x) &= \frac{c^k x^{k-1}}{(k-1)!} e^{-cx} \\ &= \frac{1}{\lambda^k \Gamma(k)} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\lambda}} \end{aligned} \quad , \quad k > 0, \lambda > 0 \text{ e } x \geq 0 \quad (104)$$

A densidade de probabilidade é uma distribuição gama.

Esta é a distribuição gama, com $\mu = k\lambda$ e $\sigma^2 = k\lambda^2$ (Weisstein, 2005a). Ou seja, quando os intervalos de classe da distribuição binomial negativa vão tendendo a zero e o número de intervalos tendendo a infinito, ela, que é uma distribuição discreta, se transforma na distribuição gama, contínua. A ponte entre as duas distribuições também foi trilhada por Wilks (1962), por um outro caminho dedutivo.

A distribuição gama é freqüentemente utilizada, em estatística, para estimar o tempo de espera para a ocorrência de um evento (N. L. Johnson & Kotz, 1976). No caso estudado do movimento browniano, a distribuição gama estima o percurso percorrido pela partícula até a ocorrência da k -ésima colisão.

3.1.3 A distribuição da sensação no contínuo físico e psicológico e a significação dos parâmetros

Alcançada a ponte entre o caso discreto e o contínuo, faz-se necessário rever a transformação dos parâmetros na passagem de lá para cá no movimento browniano para possibilitar a compreensão da mudança de parâmetros na ativação neural, da distribuição binomial negativa para a gama:

$$\underbrace{mp}_{\text{caso_discreto}} \rightarrow \frac{x}{\underbrace{\lambda}_{\text{caso_contínuo}}} \quad \text{e} \quad \underbrace{k}_{\text{caso_discreto}} \rightarrow \underbrace{k}_{\text{caso_contínuo}} \quad (105)$$

Transformação dos parâmetros na passagem do caso discreto para o contínuo, no movimento browniano.

Observa-se que apenas o número de colisões k perdurou do caso discreto para o contínuo. Não existe exatamente um equivalente da probabilidade p de colisão no caso contínuo, nem muito menos um equivalente do número de ensaios m , mas sim um correspondente ao produto deles, o que estabelece uma escala no caso contínuo. λ tem o papel de um parâmetro escalar na distribuição gama, visto que divide a variável x no expoente do número de Euler, enquanto k define a forma da distribuição, tanto mais próxima da normal quanto maior seu valor (N. L. Johnson & Kotz, 1976). Em termos biológicos, provavelmente o parâmetro λ esteja associado ao padrão temporal de disparo do neurônio, por isso a mudança de escala.

Então, por equivalência, apenas o número de convergências neuronais ativadas r perdurará da binomial negativa para a gama na ativação neural e o produto $z_A \frac{u}{\beta}$ será transformado numa escala. Do ponto de vista biológico, a mudança da distribuição discreta para contínua pode ser traduzida pela contagem de sinapses e não de z_A neurônios, ou, seguindo o limite para infinito, vesículas de neurotransmissores, e não sinapses, ou ainda moléculas de neurotransmissores, e não vesículas. Assim, progressivamente a probabilidade p

de ativação neural se aproxima de 0, enquanto o produto equivalente a $z_A \frac{u}{\beta}$ se mantém constante. Como referir, então, os parâmetros da distribuição gama da ativação neural e quem seria a variável correspondente à variável x ?

Ao presente estudo interessa especificamente a ativação neural dos núcleos sensitivos, cujas excitações se originam na estimulação física sensorial. No modelo, então, a origem do estímulo neural deixa de ser o conjunto de neurônios A e passa a ser o estímulo físico ϕ , que se constitui na variável da distribuição gama, equivalente à variável x do movimento browniano de partículas. Isso implica o entendimento de que a experiência sensorial básica, sem elaboração cognitiva, tem sua origem na ativação neural periférica, o que passa a ser um pressuposto do modelo.

Como a entrada da excitação não se dá pela chegada de fibras de um núcleo aferente, e sim pela estimulação física, u representa um *quantum* neural, ou seja, uma certa quantia de estimulação física correspondente ao poder de excitação de um neurônio aferente ao núcleo sensitivo. Esse valor é definido pelo arranjo arquitetônico do campo receptor do neurônio sensitivo, em combinação com características do estímulo físico. Portanto, trata-se de um valor dinâmico, que tem um componente funcional, físico, e um estrutural, neuroanatômico. Assim, um campo receptor amplo, com várias intersecções com outros campos receptores vizinhos, associado a um estímulo físico que alcança espacialmente uma área receptora ampla, vai significar o mesmo que um neurônio de A projetando numerosas conexões u sobre o conjunto neural B.

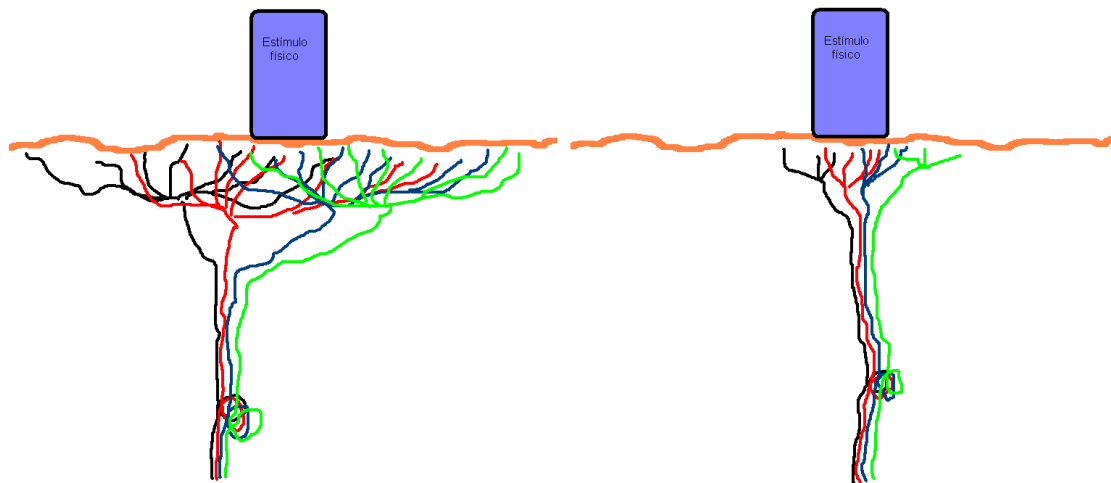


Figura 28 – Representação esquemática de neurônios sensíveis organizados em duas condições espaciais distintas.

À esquerda, campos receptores mais dispersos e sobrepostos e à direita, campos receptores mais circunscritos, com menor sobreposição dendrítica. Para um mesmo estímulo físico, essa disposição arquitetônica dos campos receptores corresponde, no caso discreto, ao número de conexões u que cada neurônio do núcleo A envia para o núcleo B, ou *quantum* neural. Assim, a conformação mais dispersa faz com que quatro neurônios sejam ativados pelo estímulo supralimiar, enquanto no segundo caso, com a árvore receptora mais circunscrita, o mesmo estímulo físico só alcança três neurônios.

A Figura 28 ilustra o conceito de *quantum* neural: um mesmo estímulo físico ativa mais neurônios à esquerda, onde os campos receptores neuronais estão mais intensamente sobrepostos, do que à direita, onde os campos receptores neuronais são mais circunscritos.

O conceito de *quantum* neural aqui sugerido difere do conceito empregado por Stevens e Volkman (1940). Inicialmente, Békésy (1930, 1960), estudando audição, havia proposto que o limiar diferencial equivalia à intensidade de estímulo físico necessário para recrutar um neurônio sensitivo. Portanto, para Békésy, a cada célula a mais ativada no tecido neural sensitivo, uma *dap* se acrescentava à sensação. No modelo proposto por Stevens e Volkman (1940), chamado NQ (de *Neural Quanta*), um *quantum* neural equivalia à intensidade de estimulação física capaz de recrutar uma unidade neural sensitiva. Diferindo do modelo de Békésy (1930,1960), no modelo NQ o limiar diferencial equivalia à intensidade de estímulo físico que, somado à fração de um *quantum* remanescente de uma estimulação física prévia, totalizava o valor de um novo *quantum* e, como decorrência, uma unidade neural a

mais era ativada. O modelo contemplava a visão de S. S. Stevens (1961b) de que o limiar diferencial não é uma unidade sensorial bem estabelecida, pois, dependendo da fração remanescente do estímulo prévio, ele poderia variar desde uma pequena parte de um *quantum* até um *quantum* inteiro.

O *quantum* neural aqui proposto integra um modelo no qual quantidades diferentes de neurônios excitados num determinado patamar de frequência de disparo podem suscitar a mesma resposta sensorial, pois a sensação é entendida como uma probabilidade. O limiar diferencial não equivale à demanda de estimulação que recruta uma unidade neural a mais e sim a uma relação entre o estímulo de referência ϕ_i e o limiar neural r , que, adiante, será definida matematicamente na Equação 131.

Seja

$$p_{gama}(\phi; \kappa, \theta) = \frac{1}{\theta^\kappa \Gamma(\kappa)} \phi^{\kappa-1} e^{-\left(\frac{\phi}{\theta}\right)} \quad (106) \quad \text{Densidade de probabilidade da distribuição gama.}$$

a distribuição da resposta sensorial no contínuo físico, com parâmetros κ e θ , e seja

$$P_{gama}(\phi; w) = \frac{\Gamma_\phi(\kappa)}{\Gamma(\kappa)}, \quad (107) \quad \text{Probabilidade acumulada da distribuição gama.}$$

a função de probabilidade acumulada (N. L. Johnson & Kotz, 1976), onde $\Gamma_\phi(\kappa) = \int_0^\phi t^{\kappa-1} e^{-t} dt$ é chamada função gama incompleta. Suponha-se que a estimulação física seja medida em *quantum*. Cada ensaio da binomial negativa vale, então, uma unidade de estímulo físico, variável contínua. Isso significa que, resgatando a ponte com o movimento browniano, $\delta = 1$, ou seja, um valor grande. Pretende-se sobrepor a gama à binomial negativa, ainda que a probabilidade de excitação neural não tenda a zero, nem o número de ensaios tenda a infinito,

igualando as esperanças e variâncias de ambas distribuições. Chamou-se $\frac{u}{\beta}$ de p e deduziram-se os parâmetros da distribuição contínua em função da discreta nas equações 108 e 109. Note-se que, ao tomar o limite das expressões obtidas, fazendo p tender a zero, os valores encontrados na Equação 110 confirmam o que já havia sido encontrado anteriormente, na passagem do caso discreto para o contínuo.

$$E(n) = \underbrace{\frac{r}{p}}_{\text{caso_discreto}} = \underbrace{\kappa\theta}_{\text{caso_contínuo}} = E(\phi)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\theta}_{\text{caso_contínuo}} = \underbrace{\frac{1}{p}}_{\text{caso_discreto}} \quad (108)$$

Transformação dos parâmetros na passagem do caso discreto para o contínuo, na ativação neural.

$$\text{var}(n) = \underbrace{\frac{r(1-p)}{p^2}}_{\text{caso_discreto}} = \underbrace{\kappa\theta^2}_{\text{caso_contínuo}} = \text{var}(\phi)$$

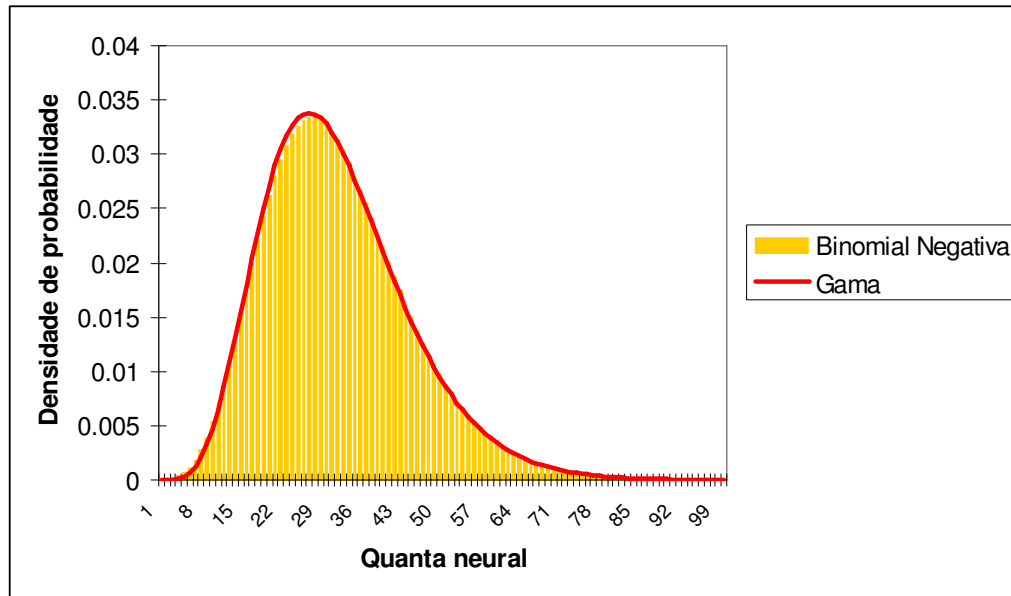
$$\Rightarrow \underbrace{\kappa}_{\text{caso_contínuo}} = \underbrace{r(1-p)}_{\text{caso_discreto}} \quad (109)$$

$$\theta = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{1}{p} \right) = \infty$$

$$\kappa = \lim_{p \rightarrow 0} [r(1-p)] = r \quad (110)$$

No limite de p tendendo a zero, κ se mantém no mesmo valor de r , enquanto θ tende a infinito, o que implica $quanta$ tender a infinito.

A Figura 29 ilustra o emprego das equações 108 e 109 no cálculo dos parâmetros da distribuição contínua em função dos parâmetros da distribuição discreta. A distribuição gama, em vermelho, define precisamente o contorno do histograma da distribuição binomial negativa, sendo tão mais perfeito quanto mais p tender a zero e $quanta$ tender a infinito.



fator	p	r	κ	θ	Média do <i>quantum</i>
1	0,22	8	6,24	4,545455	28,36364
3,1999	0,068752	8	7,449983	14,545	108,36
319,99	0,000688	8	7,9945	1454,5	11628
319990	6,88E-07	8	7,999994	1454500	11635992
20799350	1,06E-08	8	8	94542500	7,56E+08

Figura 29 – Distribuições binomial negativa e gama, na mesma escala, utilizando os parâmetros calculados com base nas equações 108 e 109.

O gráfico foi traçado utilizando os parâmetros da primeira linha da tabela, para 100 *quanta*. Nas linhas seguintes, aparecem os valores dos parâmetros calculados, à medida que se conduzia p a zero e *quanta* ao infinito, à custa da divisão de p e produto dos *quanta* pelo fator que aparece na primeira coluna da tabela. Observe-se a progressiva aproximação de κ em relação ao valor fixo de r . Ao mesmo tempo, θ aumenta à custa do aumento do valor médio dos *quanta*. O processo ilustra a passagem do caso discreto para o contínuo.

Quantum funciona, portanto, como uma escala neurofisiológica comum, para a qual qualquer natureza de estímulo físico protético pode ser convertida. O modelo aqui apresentado entende que o sistema sensorial lê a estimulação física em *quanta*. De fato, uma vez excitados os neurônios sensitivos, a luz, o som, a aspereza, a temperatura, o brilho, e tantas outras modalidades sensoriais deixam de ser o que são para se transformarem numa linguagem binária, codificada no tempo e no espaço do tecido neural, uma linguagem neuronal. *Quanta* é a entrada probabilística do sistema: não garante a excitação neuronal,

mas aumenta a chance dela ocorrer na medida em que cresce, enquanto o sistema não é saturado.

Como também concebem Purves e Lotto (2003), a experiência sensorial discriminatória é fruto de uma probabilidade. Seja a discriminação propriamente dita, da instância local de percepção, seja a discriminação subjacente que opera no julgamento de magnitude, na instância global de percepção, trata-se de um fenômeno estocástico, de natureza browniana, como já suspeitava Klein (2001). Reafirmando, quantidades diferentes de neurônios excitados num determinado patamar de frequência de disparo podem suscitar a mesma resposta sensorial. Quanto menos discriminante a modalidade sensorial, mais diversificado é o arranjo de excitações responsável pela mesma experiência sensorial. Então, quanto maior w , mais dispersa a curva psicométrica produzida pela Equação 124 (da seção 3.1.3.2), como ilustra a Figura 30, onde foram escolhidos valores w da instância de percepção global para ficar bem marcada a distinção entre as curvas.

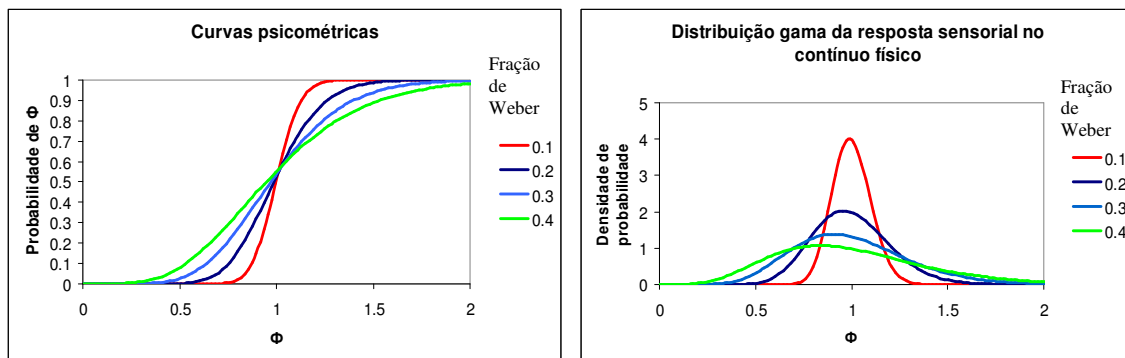


Figura 30 – Distribuições gama da resposta sensorial no contínuo físico: probabilidade acumulada à esquerda e densidade de probabilidade à direita, para diversos valores da Fração de Weber da instância global de percepção, com $\phi_p = 1$.

A inclinação das curvas psicométricas é tanto mais íngreme quanto menor a Fração de Weber, ou seja, quanto mais discriminante a modalidade sensorial. Além disso, modalidades menos discriminantes produzem curvas mais assimétricas. As previsões do modelo estatístico deduzido são compatíveis com os achados biológicos. As curvas foram traçadas utilizando a Equação 124, discutida na seção 3.1.3.2.

Na Figura 30, observa-se ainda que, quanto menor w , mais simétrica é a curva, se aproximando da normal. Daí a razão das curvas psicométricas da instância de percepção

local terem sido equivocadamente modeladas por distribuições simétricas na literatura psicofísica, tema que será discutido na seção 3.3.

Uma importante consequência inerente à assimetria positiva das curvas é uma dissociação entre a média e a mediana das distribuições. O ponto de igualdade subjetiva se refere ao estímulo para o qual há 50% de chance de uma resposta e 50% de chance da resposta contrária, em provas com duas opções de resposta. Como na literatura psicofísica as distribuições simétricas, como a gaussiana, a logística e a Weibull com parâmetro de forma 3,25, são utilizadas para modelar o padrão de respostas discriminatórias, o *pis* é sempre referido como a média das respostas (Guilford, 1954), uma vez que mediana e média não se distinguem. Numa distribuição assimétrica, conceitualmente o *pis* deve ser alocado na mediana da distribuição, numa prova cuja probabilidade de resposta varie de 0 a 1. Sendo a assimetria positiva, a média da distribuição ficará, então, deslocada para a direita desse ponto. Isto implica que, ao menos parcialmente, o erro constante, inicialmente descrito por Fechner (1860/1966), é inerente ao funcionamento do sistema sensorial.

O erro constante corresponde ao deslocamento do *pis* em relação ao ϕ_p , e tem sido considerado, na literatura psicofísica, basicamente um viés metodológico da resposta (Guilford, 1954). No método dos estímulos constantes, este viés metodológico está basicamente associado à amplitude de variação dos estímulos apresentados, em relação ao ϕ_p (Doughty, 1949; Restle & Levison, 1971). No modelo estatístico aqui proposto, há um componente do erro constante intrínseco ao funcionamento sensorial, correspondente à diferença entre a média e o *pis*, alocado na mediana da distribuição, e um componente de viés metodológico, correspondente à diferença entre a média e o ϕ_p . Esse entendimento é fortalecido pelo fato do erro constante se instaurar logo na primeira resposta, como demonstrou Masin (1987), não estando, portanto, inteiramente dependente dos processos

adaptativos operantes no transcorrer das sucessivas apresentações dos estímulos comparados, como pensava Helson (1947), onde o viés metodológico se instala.

O próximo passo agora é deduzir a distribuição da sensação em função da distribuição gama dos estímulos físicos e expressá-las, ambas, em termos psicofísicos. O conceito apresentado do *quantum* neural permitiu a compreensão de como o valor de κ perdurou na passagem do caso discreto para o contínuo. Mantendo-se o limiar neural, agora expresso como uma intensidade de estimulação física κ , pretende-se utilizar o índice sensorial n para escrever a distribuição da sensação no contínuo físico e no contínuo sensorial. A primeira será a equivalente contínua da distribuição binomial negativa da ativação neural e a segunda, derivada da primeira. A grande dificuldade deste processo está na localização do estímulo de referência ϕ_i no contínuo físico²⁴, em relação ao parâmetro κ . É sabido que a média da sensação $\bar{\psi}_i$ é resultado de uma função potência de ϕ_i . Portanto, usar-se-á a seguinte estratégia:

- 1) Deduzir-se-á a distribuição da resposta sensorial no contínuo psicológico a partir da distribuição gama da resposta sensorial no contínuo físico (Equação 111);
- 2) Com o auxílio do aplicativo *Mathematica 5*, encontrar-se-á a média (equação que aparece na Figura 31) e a variância (equação que aparece na Figura 33) dessa distribuição expressas em função de κ e θ .

²⁴ Numa prova de estimação de magnitude, da instância global de percepção, o estímulo padrão corresponde ao estímulo com o qual a magnitude dos outros é comparada. Para cada estímulo apresentado, no entanto, existe uma distribuição gama de estímulos que poderiam ser produzidos pela mesma intensidade de sensação, supondo um fenômeno discriminatório subjacente ao julgamento de magnitude. Então, cada estímulo apresentado na prova de estimação de magnitude poderia corresponder ao estímulo padrão de uma prova discriminatória, da instância local de percepção. Para não haver confusão de termos, utilizou-se a nomenclatura “estímulo de referência”, ϕ_i , para cada estímulo da prova, em torno do qual haverá a distribuição de estímulos atrelados à mesma sensação.

- 3) Depois, pela função potência, encontrar-se ϕ_i a partir de $\bar{\psi}_i$ (equação que aparece na Figura 35).
- 4) Tendo o desvio padrão da distribuição gama e ϕ_i , escrever-se-á a Fração de Weber (equação que aparece na Figura 36) e tendo o desvio padrão da distribuição da sensação e $\bar{\psi}_i$, escrever-se-á a Fração de Ekman (equação que aparece na Figura 34).
- 5) Estabelecidas essas relações, os dois primeiros passo poderão ser refeitos dado um valor de ϕ_i , possibilitando se escrever o parâmetro θ em função de κ , n e ϕ_i no contínuo físico e κ , n e $\bar{\psi}_i$ no contínuo sensorial (equações 113 e 115).
- 6) Finalmente, a distribuição gama poderá ser escrita em função de κ , n e ϕ_i , no contínuo físico (Equação 114), e a distribuição da resposta sensorial no contínuo psicológico, em função de κ , n e $\bar{\psi}_i$ (Equação 116).

3.1.3.1 Dedução da distribuição GMPFP da sensação a partir da distribuição gama dos estímulos físicos

Obtida a distribuição da sensação no contínuo físico, ou distribuição dos estímulos físicos, é possível deduzir-se a distribuição da sensação no contínuo psicológico, ou distribuição das sensações, propagando-se a variável independente para a dependente através da função que estabelece a relação entre as duas, ou seja, a função potência de Stevens. O método utiliza a derivada de uma variável em relação à outra, na matriz jacobiana, e se baseia na igualdade unitária das áreas sob as duas densidades de probabilidade. É o que é feito na Equação 111.

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} f(\phi; \kappa, \theta) d\phi &= \int_0^{\infty} f(\psi; \kappa, \theta, n, k) d\psi = 1 \\
\psi &= k\phi^n \\
\phi &= \left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \\
\frac{d\phi}{d\psi} &= \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}-1}}{kn} = \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{n\psi} \\
\int_0^{\infty} \frac{1}{\theta^{\kappa}\Gamma(\kappa)} \phi^{\kappa-1} e^{-\frac{\phi}{\theta}} d\phi &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta^{\kappa}\Gamma(\kappa)} \phi^{\kappa-1} e^{-\frac{\phi}{\theta}} \frac{d\phi}{d\psi} d\psi = 1 \\
f(\psi; \kappa, \theta, n, k) &= \frac{1}{\theta^{\kappa}\Gamma(\kappa)} \phi^{\kappa-1} \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{n\psi} e^{-\frac{\phi}{\theta}} \\
&= \frac{1}{\theta^{\kappa}\Gamma(\kappa)} \left[\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}\right]^{\kappa-1} \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{n\psi} e^{-\frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{\theta}} \\
&= \frac{1}{\theta^{\kappa}\Gamma(\kappa)n\psi} \left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{\kappa}{n}} e^{-\frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{\theta}} \\
&= \frac{1}{\theta^{\kappa} k^{\frac{\kappa}{n}} \Gamma(\kappa)n\psi} \psi^{\frac{\kappa}{n}} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{\theta k^{\frac{1}{n}}}} \\
&= \frac{1}{\left(\theta k^{\frac{1}{n}}\right)^{\kappa} \Gamma(\kappa)n} \psi^{\frac{\kappa}{n}-1} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{\theta k^{\frac{1}{n}}}}
\end{aligned}$$

(111)

Dedução da distribuição gama modificada pela função potência de Stevens (GMPFP).

Como a expressão obtida não é nenhuma densidade de probabilidade conhecida, nomear-se-á distribuição gama modifica pela função potência, ou distribuição GMPFP. Observa-se que, nesta primeira versão, a distribuição GMPFP da sensação tem vários parâmetros: κ, θ, n e a constante escalar k da função potência. Ao final do processo dedutivo, os parâmetros escalares θ e k serão substituídos por uma função de κ e $\bar{\psi}_i$.

A média e variância da distribuição GMPFP foram obtidas com a ajuda do *Mathematica 5*, que calculou o primeiro e segundo momentos da distribuição com base nas igualdades da Equação 112, sendo que a GMPFP é definida só no domínio real positivo.

$$\begin{aligned}\bar{\psi} &= \text{primeiro_momento} = \int_0^{\infty} \psi f(\psi; \kappa, \theta, k) d\psi \\ \text{segundo_momento} &= \int_0^{\infty} \psi^2 f(\psi; \kappa, \theta, k) d\psi \\ \sigma_{\psi}^2 &= \text{segundo_momento} - (\text{primeiro_momento})^2\end{aligned}\quad (112)$$

Funções para cálculo da média e variância da GMPFP, utilizando o primeiro e segundo momentos da distribuição.

Assumindo $n > 0$, a parte real de $\kappa > 0$, a parte real de $\theta > 0$ e a parte real de $\left(\frac{k}{\theta}\right)^{\frac{1}{n}} > 0$, o primeiro momento, correspondente à média da distribuição, é

$$\text{Média de psi} = \frac{k^{-\frac{\text{kapa}}{\text{ene}}} \left(\frac{k^{-1/\text{ene}}}{\text{teta}}\right)^{-\text{ene} - \text{kapa}} \text{teta}^{-\text{kapa}} \text{Gamma}[\text{ene} + \text{kapa}]}{\text{Gamma}[\text{kapa}]}$$

Assumptions $\rightarrow \{\text{ene} > 0, \text{Re}[\text{kapa}] > 0, \text{Re}[(k^{-1/\text{ene}})/\text{teta}] > 0, \text{Re}[\text{teta}] > 0\}$

Figura 31 – Primeiro momento ou média da distribuição GMPFP obtida no *Mathematica 5*.

onde $\text{ene} = n$, $\text{kapa} = \kappa$, $\text{teta} = \theta$, $\text{psi} = \psi$ e $\text{Gamma}[x] = \Gamma(x)$.

O segundo momento é

$$\text{Segundo momento} = \frac{k^{-\frac{\text{kapa}}{\text{ene}}} \left(\frac{k^{-1/\text{ene}}}{\text{teta}}\right)^{-2 \text{ene} - \text{kapa}} \text{teta}^{-\text{kapa}} \text{Gamma}[2 \text{ene} + \text{kapa}]}{\text{Gamma}[\text{kapa}]}$$

Assumptions $\rightarrow \{\text{ene} > 0, \text{Re}[\text{kapa}] > 0, \text{Re}[(k^{-1/\text{ene}})/\text{teta}] > 0, \text{Re}[\text{teta}] > 0\}$

Figura 32 – Segundo momento da distribuição GMPFP obtido no *Mathematica 5*.

A variância da distribuição GMPFP é

$$\text{Variância de psi} = \frac{1}{\text{Gamma}[\text{kapa}]^2} \left(k^{-\frac{2 \text{kapa}}{\text{ene}}} \left(\frac{k^{-1/\text{ene}}}{\text{teta}} \right)^{-2(\text{ene} + \text{kapa})} \text{teta}^{-2 \text{kapa}} \left(-\text{Gamma}[\text{ene} + \text{kapa}]^2 + k^{\frac{\text{kapa}}{\text{ene}}} \left(\frac{k^{-1/\text{ene}}}{\text{teta}} \right)^{\text{kapa}} \text{teta}^{\text{kapa}} \text{Gamma}[\text{kapa}] \text{Gamma}[2 \text{ene} + \text{kapa}] \right) \right)$$

Figura 33 – Variância da distribuição GMPFP obtida no *Mathematica 5*.

Dispondo da média e da variância da distribuição GMPFP foi possível o cálculo de E, que não depende de parâmetros escalares como k e θ :

$$\text{Fração de Ekman} = \frac{(-\text{Gamma}[\text{ene} + \text{kapa}]^2 + \text{Gamma}[\text{kapa}] \text{Gamma}[2 \text{ene} + \text{kapa}])^{0.5}}{\text{Gamma}[\text{ene} + \text{kapa}]}$$

Figura 34 – Fração de Ekman obtida no *Mathematica 5*, em função de K e n .

Agora, aplicando-se a função potência, obteve-se ϕ_i a partir de $\bar{\psi}_i$:

$$\text{Estímulo físico de referência} = \left(\frac{k^{-1 - \frac{\text{kapa}}{\text{ene}}} \left(\frac{k^{-1/\text{ene}}}{\text{teta}} \right)^{-\text{ene} - \text{kapa}} \text{teta}^{-\text{kapa}} \text{Gamma}[\text{ene} + \text{kapa}]}{\text{Gamma}[\text{kapa}]} \right)^{\frac{1}{\text{ene}}}$$

Figura 35 – Estímulo físico de referência ϕ_i para a sensação $\bar{\psi}_i$, obtido no *Mathematica 5*, em função de K e n .

De posse ϕ_i e conhecendo-se que a variância da distribuição gama é dada por

$\sigma_\phi^2 = \kappa \theta^2$, pôde-se calcular w utilizando-se a Equação 40, em função de κ e n :

$$\text{Fração de Weber} = \text{kapa}^{0.5} \left(\frac{\text{Gamma}[\text{ene} + \text{kapa}]}{\text{Gamma}[\text{kapa}]} \right)^{-1/\text{ene}}$$

Figura 36 – Fração de Weber, obtida no *Mathematica 5*, em função de κ e n .

Estabelecidas essas relações, foi possível eleger-se um valor de ϕ_i como variável independente e, sabendo-se que na distribuição gama $\sigma_\phi = \kappa^2 \theta$, obter-se θ em função de ϕ_i , κ e n :

$$\frac{\kappa^2 \theta}{\phi_i} = \kappa^2 \left[\frac{\Gamma(\kappa + n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow \theta = \phi_i \left[\frac{\Gamma(\kappa + n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{-\frac{1}{n}} \quad (113)$$

O parâmetro θ foi deduzido em função de ϕ_i , κ e n , utilizando-se a Fração de Weber.

Agora, utilizando-se Equação 113, a distribuição gama das respostas sensoriais no contínuo físico foi reescrita em função de ϕ_i , κ e n :

$$p_{\text{gama}}(\phi; \kappa, \theta) = \frac{1}{\theta^\kappa \Gamma(\kappa)} \phi^{\kappa-1} e^{-\left(\frac{\phi}{\theta}\right)}$$

$$p_{\text{gama}}(\phi; \phi_i, \kappa, n) = \frac{1}{\left(\frac{\phi_i}{\left[\frac{\Gamma(\kappa + n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}} \right)^\kappa} \phi^{\kappa-1} e^{-\left(\frac{\phi \left[\frac{\Gamma(\kappa + n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}}{\phi_i} \right)} \quad (114)$$

Distribuição gama dos estímulos físicos em função de ϕ_i , κ e n .

Considerando-se que θ também pode ser expresso em função de $\bar{\psi}_i$ (Equação 115), a distribuição GMPFP pode ser reescrita em função de $\bar{\psi}_i$, κ e n (Equação 116).

$$\theta = \frac{\phi_i}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}} = \frac{\left(\frac{\bar{\psi}_i}{k} \right)^{\frac{1}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}} \quad (115) \quad \text{O parâmetro } \theta \text{ em função de } \bar{\psi}_i, \kappa \text{ e } n.$$

$$f(\psi; \bar{\psi}_i, \kappa, n, k) = \frac{1}{\left(\frac{\left(\frac{\bar{\psi}_i}{k} \right)^{\frac{1}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}} k^{\frac{1}{n}} \right)^{\kappa}} \psi^{\frac{\kappa}{n}-1} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{\bar{\psi}_i}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}}}$$

$$f(\psi; \bar{\psi}_i, \kappa, n) = \frac{1}{\left(\frac{\bar{\psi}_i^{\frac{1}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}} \right)^{\kappa}} \psi^{\frac{\kappa}{n}-1} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{\bar{\psi}_i^{\frac{1}{n}} \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}}}$$

$$= \frac{1}{\frac{\bar{\psi}_i^{\frac{\kappa}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{\kappa}{n}}} \Gamma(\kappa)n} \psi^{\frac{\kappa}{n}-1} e^{-\left\{ \frac{\psi \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)} \right]^{\frac{1}{n}}}{\bar{\psi}_i} \right\}^{\frac{1}{n}}}$$

(116)

Distribuição GMPFP reescrita em função de $\bar{\psi}_i, \kappa$ e n .

Finalmente, cumprindo-se o último passo da estratégia dedutiva, foi obtido o primeiro e o segundo momentos da distribuição GMPFP, agora em função de $\bar{\psi}_i, \kappa$ e n , com os quais foram calculados as novas e simplificadas versões da média e da variância da distribuição (equações 117 e 118) e, por extensão, do desvio padrão e Fração de Ekman (equações 119 e 120).

$$E(\psi) = \bar{\psi} \quad (117) \quad \text{Média da distribuição GMPFP.}$$

$$\sigma_{\psi}^2 = \frac{\bar{\psi}^2 (-\Gamma(\kappa+n)^2 + \Gamma(\kappa)\Gamma(\kappa+2n))}{\Gamma(\kappa+n)^2} \quad (118) \quad \text{Variância da distribuição GMPFP.}$$

$$\sigma_{\psi} = \frac{\bar{\psi} (-\Gamma(\kappa+n)^2 + \Gamma(\kappa)\Gamma(\kappa+2n))^{0.5}}{\Gamma(\kappa+n)} \quad (119) \quad \text{Desvio padrão da distribuição GMPFP.}$$

$$E = \frac{(-\Gamma(\kappa+n)^2 + \Gamma(\kappa)\Gamma(\kappa+2n))^{0.5}}{\Gamma(\kappa+n)} \quad (120) \quad \text{Fração de Ekman, que não se alterou em relação à equação que aparece na Figura 34.}$$

As curvas azuis da Figura 37 são a distribuição GMPFP, para valores diferentes de n . Quando comparada à gama (curvas vermelhas), ela difere predominantemente no padrão de assimetria, tanto mais positiva quanto maior o valor de n . Esse efeito é indiretamente relatado por Baird (1997) que descreve uma queda da assimetria positiva da distribuição da resposta sensorial em escala psicológica à medida que aumenta a amplitude de variação do estímulo físico. De fato, modalidades com valores de n abaixo de 1, como brilho e odor, tem maior amplitude de variação da estimulação física, o que torna o modelo teórico coerente com os dados biológicos.

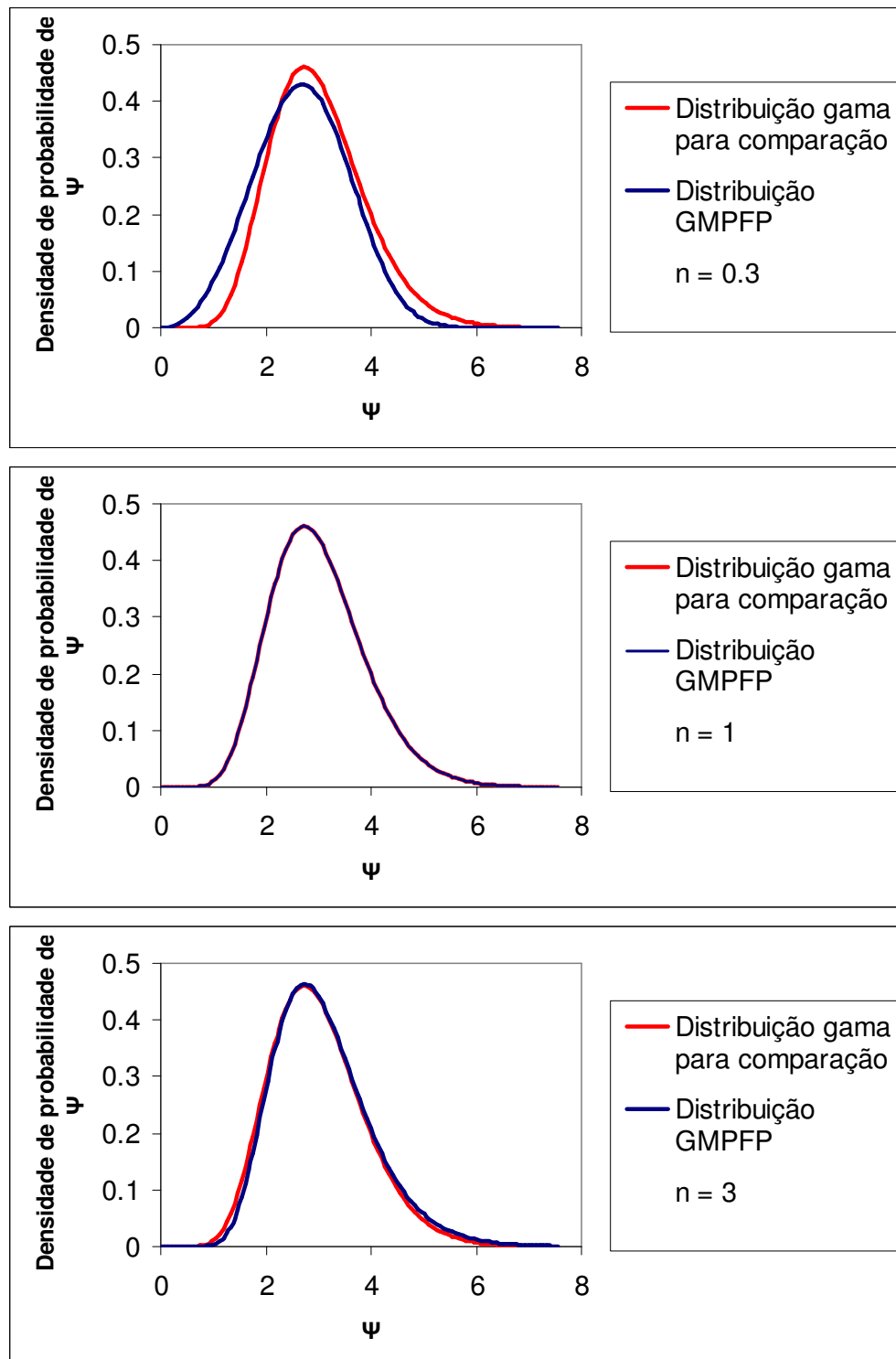


Figura 37 – Distribuição gama modificada pela função potência (GMPFP), para três valores de n . Para cada valor do expoente n da função potência foi traçada a distribuição GMPFP da sensação em azul, bem como uma gama com mesma média e desvio padrão, apenas para comparação, em vermelho. De cima para baixo, a assimetria positiva da distribuição GMPFP aumenta, na medida em que o valor de n cresce.

3.1.3.2 Aceitação de dois erros para inclusão dos índices sensoriais w e E nas expressões da distribuição gama e GMPFP e ressignificação de κ

Na dedução da distribuição das sensações a partir da distribuição dos estímulos físicos, conduzida na seção anterior, a razão entre a Fração de Ekman e a Fração de Weber obedece à Equação 64, ou seja, não é exatamente n , como foi discutido na seção 2.5. A função que estabelece a relação é dada pela equação da Figura 38, que nada mais é que o resultado algébrico da Equação 64.

$$\text{RazaoEKmanWeber}[\kappa_ , ene_] := \frac{\left(\frac{\text{Gamma}[ene + \kappa_]}{\text{Gamma}[\kappa_]} \right)^{\frac{1}{ene}} \left(-\text{Gamma}[ene + \kappa_]^2 + \text{Gamma}[\kappa_] \text{Gamma}[2 ene + \kappa_] \right)^{0.5}}{\kappa_^{0.5} \text{Gamma}[ene + \kappa_]}$$

Figura 38 – Razão entre a Fração de Ekman e a de Weber, obtida no *Mathematica 5*, na relação da distribuição gama com a distribuição GMPFP.

Tabela 4 – A razão entre as frações de Ekman e de Weber não é exatamente n .

E	W	n	E/w	(E/w) – n
0.33	0.949255	0.4	0.347641	-0.05236
0.33	0.485027	0.7	0.680374	-0.01963
0.33	0.330000	1.0	1.000000	0.000000
0.33	0.232765	1.4	1.417739	0.017739
0.33	0.115222	2.8	2.864035	0.064035

Nota – O erro é de ordem centesimal. $E/w > n$ se $n > 1$ e $E/w < n$ se $n < 1$. A razão E/w só é igual a n quando n vale 1.

Para se ter uma idéia da dimensão do erro de $E/w = n$, a Tabela 4 relaciona cinco valores de n , mantendo-se fixa a Fração de Ekman em 0.33, variando-se, portanto, a Fração de Weber. Observa-se a diferença entre a razão E/w e os valores de n . Quando n é maior que 1, a razão é maior que n , invertendo-se quando n é menor que 1. A razão E/w só é exatamente

igual a n quando o expoente da função potência vale 1. Como pode ser observado na última coluna da tabela, o erro é de ordem centesimal.

Escritas as distribuições dos estímulos físicos e das sensações em função de κ e n , resta saber, em termos psicofísicos, qual o significado de κ . Trata-se do limiar neural, que está associado à Fração de Weber e de Ekman pela equação que aparece na Figura 36 e pela Equação 120. Nelas, não é possível se isolar algebricamente κ , havendo apenas solução numérica para o parâmetro.

É possível se ter uma idéia mais próxima do significado psicofísico desse parâmetro tratando o caso particular de n igual a 1, onde a razão $E/w = n$ e o estímulo de referência ϕ_i é exatamente o estímulo médio $\bar{\phi}_i$, que está atrelado à sensação média $\bar{\psi}_i$. Então, se a distribuição da resposta sensorial em escala física tem distribuição gama dada pela Equação 106 e se σ_ϕ^2 for estimada por s_ϕ^2 e μ_ϕ for estimada por $\bar{\phi}_i$, os parâmetros κ e θ da distribuição podem ser calculados em função da Fração de Weber e do estímulo físico de referência $\phi_i = \bar{\phi}_i$.

Partindo da variância, isola-se κ :

$$\begin{aligned} s_\phi &= w\phi_i \\ s_\phi^2 &= w^2\phi_i^2 = \kappa\theta^2 \\ \kappa &= \frac{w^2\phi_i^2}{\theta^2} \end{aligned} \quad (121)$$

A variância da distribuição gama foi escrita em função da Fração de Weber e do estímulo físico padrão, isolando-se o parâmetro κ .

Substituindo-se κ na expressão da média, tem-se:

$$\begin{aligned}
\bar{\phi}_i &= \kappa\theta = \phi_i \\
&= \frac{w^2\phi_i^2}{\theta^2} \theta \\
&= \frac{w^2\phi_i^2}{\theta} \\
\theta &= w^2\phi_i
\end{aligned} \tag{122}$$

O parâmetro θ foi deduzido em função da Fração de Weber e do estímulo físico padrão.

Finalmente, pode-se escrever κ em função da Fração de Weber:

$$\begin{aligned}
\kappa &= \frac{w^2\phi_i^2}{\theta^2} \\
&= \frac{w^2\phi_i^2}{(w^2\phi_i)^2} \\
&= \frac{1}{w^2}
\end{aligned} \tag{123}$$

O parâmetro κ foi deduzido em função da Fração de Weber.

Nota-se a simplicidade dos parâmetros escritos em termos psicofísicos, no caso particular de n igual a 1. Isso acontece porque naturalmente a distribuição gama tem expressões para média e variância muito parecidas com as expressões deduzidas no estudo da propagação do erro, conduzido na seção 2.1.

Encontrados os parâmetros, pode-se escrever a densidade de probabilidade em função da Fração de Weber e do estímulo físico de referência,

$$p_{gama}(\phi; \phi_i, w) = \frac{1}{(w^2\phi_i)^{\frac{1}{w^2}} \Gamma\left(\frac{1}{w^2}\right)} \phi^{\frac{1}{w^2}-1} e^{-\left(\frac{\phi}{w^2\phi_i}\right)}, \tag{124}$$

Densidade de probabilidade da distribuição gama, em função da Fração de Weber e do estímulo físico de referência.

ou em função da Fração de Weber e do limiar diferencial σ_ϕ ,

$$p_{gama}(\phi; \sigma_\phi, w) = \frac{1}{(w\sigma_\phi)^{\frac{1}{w^2}} \Gamma\left(\frac{1}{w^2}\right)} \phi^{\frac{1}{w^2}-1} e^{-\left(\frac{\phi}{w\sigma_\phi}\right)}. \tag{125}$$

Densidade de probabilidade da distribuição gama, em função da Fração de Weber e do limiar diferencial.

A média, variância, assimetria e curtose da distribuição gama da sensação no contínuo físico são dadas pelas equações 126, 127, 128 e 129, respectivamente.

$$\begin{aligned}\mu_{\phi} &= \kappa\theta \\ &= \frac{1}{w^2} w^2 \phi_i \\ &= \phi_i\end{aligned}\quad (126) \quad \text{Média da distribuição gama da sensação no contínuo físico.}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\phi}^2 &= \kappa\theta^2 \\ &= \frac{1}{w^2} w^4 \phi_i^2 \\ &= w^2 \phi_i^2 \\ &= \frac{s_{\phi}^2}{\phi_i^2} \phi_i^2 \\ &= s_{\phi}^2\end{aligned}\quad (127) \quad \text{Variância da distribuição gama da sensação no contínuo físico.}$$

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{2}{\sqrt{\kappa}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{w^2}}} \\ &= 2w\end{aligned}\quad (128) \quad \text{Assimetria da distribuição gama da sensação no contínuo físico.}$$

$$\begin{aligned}\gamma_2 &= \frac{6}{\kappa} \\ &= \frac{6}{\frac{1}{w^2}} \\ &= 6w^2\end{aligned}\quad (129) \quad \text{Curtose da distribuição gama da sensação no contínuo físico.}$$

Igualmente, a distribuição das sensações no contínuo psicológico pode ser deduzida pelo mesmo método utilizado na Equação 111, como se segue:

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} f(\phi; \phi_i, w) d\phi &= \int_0^{\infty} f(\psi; \bar{\psi}_i, E, n) d\psi = 1 \\
\psi &= k\phi^n \\
\phi &= \left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \\
\frac{d\phi}{d\psi} &= \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}-1}}{kn} = \frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{n\psi} \\
\int_0^{\infty} \frac{1}{(w^2\phi_i)^{\frac{1}{w^2}} \Gamma\left(\frac{1}{w^2}\right)} \phi^{\frac{1}{w^2}-1} e^{-\frac{\phi}{w^2\phi_i}} d\phi &= \int_0^{\infty} \frac{1}{(w^2\phi_i)^{\frac{1}{w^2}} \Gamma\left(\frac{1}{w^2}\right)} \phi^{\frac{1}{w^2}-1} e^{-\frac{\phi}{w^2\phi_i}} \frac{d\phi}{d\psi} d\psi = 1 \\
f(\psi; \bar{\psi}_i, E, n) &= \frac{1}{(w^2\phi_i)^{\frac{1}{w^2}} \Gamma\left(\frac{1}{w^2}\right)} \phi^{\frac{1}{w^2}-1} \left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{n\psi} e^{-\frac{\phi}{w^2\phi_i}} \\
&= \frac{1}{\left(w^2 \left(\left(\frac{\bar{\psi}_i}{k}\right)^{\frac{1}{n}}\right)\right)^{\frac{1}{w^2}} \Gamma\left(\frac{1}{w^2}\right) n\psi} \left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{w^2} e^{-\frac{\left(\frac{\psi}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{w^2 \left(\frac{\bar{\psi}_i}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}} \\
&= \frac{1}{\left(w^2 \bar{\psi}_i^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{w^2}} \Gamma\left(\frac{1}{w^2}\right) n\psi} \left(\psi^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{w^2}} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{w^2 \bar{\psi}_i^{\frac{1}{n}}}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}_i^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n\psi} \left(\psi^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}_i^{\frac{1}{n}}}} \\
&= \frac{n^{\frac{2n^2}{E^2}-1}}{E^{\frac{2n^2}{E^2}} \bar{\psi}_i^{\frac{n}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right)} \psi^{\frac{n}{E^2}-1} e^{-\frac{n^2 \psi^{\frac{1}{n}}}{E^2 \bar{\psi}_i^{\frac{1}{n}}}}
\end{aligned}$$

(130)

Dedução da distribuição GMPFP no caso particular de n igual a 1.

Note-se que os parâmetros no contínuo psicológico passam a valer $\kappa = \frac{n^2}{E^2} = \frac{1}{w^2}$ e

$$\theta = E^2 \bar{\psi}_i.$$

A distribuição gama e GMPFP foram escritas em função dos índices sensoriais no caso particular de n igual a 1. A generalização das expressões deduzidas para qualquer valor de n implica a aceitação de dois erros: $\frac{E}{w} = n$ e, como sugere Baird (1997), $\bar{\phi}_i = \phi_i$. Trata-se de uma aproximação bastante aceitável. Para se ter uma idéia, o gráfico da Figura 39 foi gerado no simulador Fukusima DaSilva – GMPFP, pelo método Monte Carlo, partindo-se da distribuição gama dos estímulos físicos, utilizando como parâmetros $\kappa = \frac{1}{w^2}$ e $\theta = w^2 \phi_i$. Observa-se que o modelo teórico, em linhas contínuas, se ajusta muito bem aos dados empíricos simulados, em pontos esparsos.

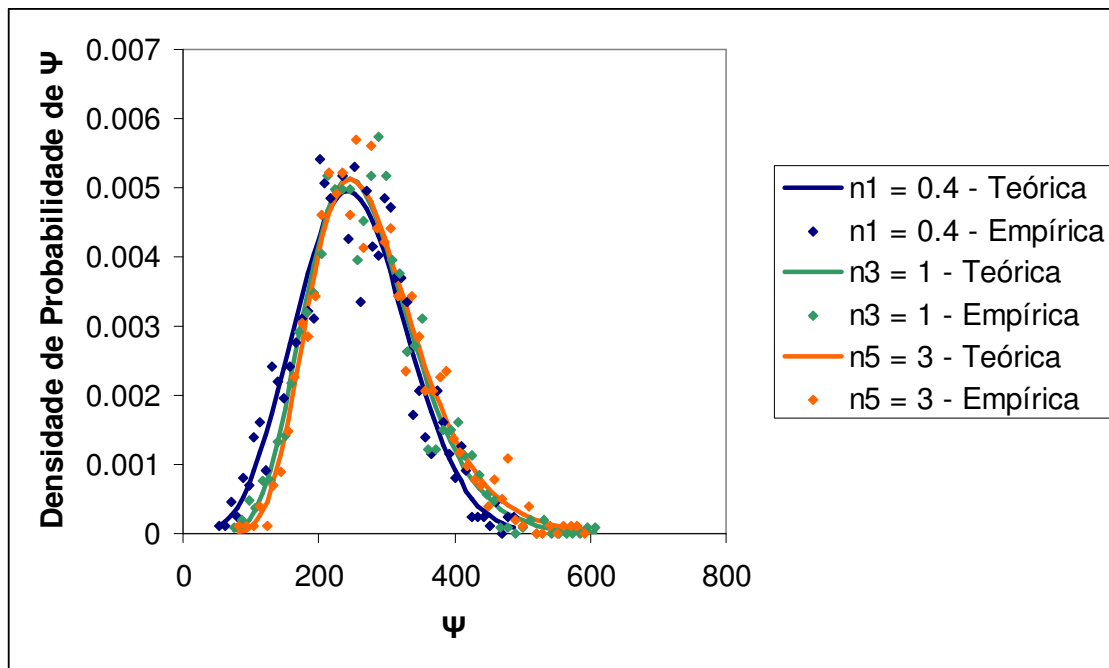


Figura 39 – Simulação computacional de respostas sensoriais em escala psicológica, pelo método de Monte Carlo, para diferentes valores de n .

O modelo teórico da distribuição GMPFP se ajusta perfeitamente aos dados empíricos simulados a partir da distribuição gama dos estímulos físicos. Os dados foram gerados no Simulador Fukusima DaSilva – GMPFP, que utiliza parâmetros das distribuições expressos pelos índices psicofísicos w , E e n .

Aceitas algumas aproximações decorrentes dos erros apontados, torna-se mais fácil a interpretação do parâmetro κ . Revendo a função de probabilidade acumulada da distribuição gama (Equação 107) fica evidente que toda a função está na dependência de κ . Portanto, espera-se que o limiar neural defina tanto o início da ascensão da curva quanto sua forma. De fato, pode-se observar que, no parâmetro escalar θ , substituído por $w^2\phi_i$, tem embutido o limiar neural $\kappa = \frac{1}{w^2}$, visto que $z_A \frac{u}{\beta} = \frac{\phi}{w^2\phi_p} = \frac{1}{w^2} \frac{\phi}{\phi_p}$. Ou seja, o limiar neural vai definir tanto a intensidade de estímulo necessária para a excitação neural, quanto o patamar temporal de freqüência de disparo dos neurônios sensoriais, diretamente associado à dispersão da resposta.

É possível, então, definir-se o limiar diferencial em função do limiar neural (Equação 131): na transição do caso discreto para o contínuo, o limiar diferencial é a razão entre o estímulo de referência e a raiz quadrada do limiar neural, ponderado pela probabilidade $q = 1 - p$ de não conexão. No caso contínuo, q tende a 1 e o denominador da razão passa a ser a raiz quadrada do limiar neural.

$$\begin{aligned} \frac{1}{w^2} &\cong r(1-p) \\ \left(\frac{\phi_i}{\sigma_\phi}\right)^2 &\cong r(1-p) \\ \sigma_\phi &\cong \frac{\phi_i}{\sqrt{r(1-p)}} \end{aligned} \quad (131)$$

transição_do_caso_discreto_para_o_contínuo

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{\phi_i}{\sqrt{r(1-p)}} = \frac{\phi_i}{\sqrt{r}} = \frac{\phi_i}{\sqrt{\kappa}}$$

caso_contínuo

No caso contínuo, quantas vezes a raiz quadrada do limiar neural couber no estímulo padrão, este será o limiar diferencial. Na transição do caso discreto para o contínuo, o limiar neural ainda deve ser ponderado pela probabilidade de não conexão, $q = 1 - p$, antes de se extrair a raiz quadrada.

Fica aqui uma homenagem a Ekman que, no trabalho de 1959, percebeu que o limiar absoluto estava associado ao limiar relativo, ou limiar diferencial. O processo dedutivo aqui

conduzido confirmou as idéias originais de Ekman, trazendo uma ponte entre o fenômeno de ativação neural e a sensação traduzida pelos índices psicofísicos.

3.1.4 A distribuição GMPFP em escala logarítmica

Para se obter o valor do expoente n , numa prova de estimação de magnitude, por exemplo, as respostas sensoriais dos observadores, bem como os estímulos físicos, são previamente convertidos em escala logarítmica. Portanto, a distribuição de n , tema que será discutido no próximo capítulo, deriva da distribuição GMPFP em escala logarítmica, ou GMPFPLog. Valendo-se do mesmo processo dedutivo da seção 3.1.3.1, a distribuição GMPFPLog foi obtida a partir da GMPFP (Equação 130).

Assim como a distribuição GMPFP pôde ser escrita em função dos índices sensoriais, aceitando-se os erros $\frac{E}{w} = n$ e $\bar{\phi}_i = \phi_i$, a distribuição GMPFPLog foi deduzida na Equação 132 em função de E , n e $\bar{\psi}_i$. A aproximação, embora ainda aceitável, é menos adequada que no caso da GMPFP, visto que ocorre propagação e ampliação dos erros à medida que uma distribuição é convertida em outra através das funções que as associam.

As curvas azuis da Figura 40 são a distribuição GMPFPLog, para valores diferentes de n . Quando comparada à distribuição log-normal (curvas vermelhas), que em escala logarítmica produz curvas gaussianas, ela difere predominantemente no padrão de assimetria, que se torna negativa à medida que diminui o valor de n . Exceto para valores muito baixos de n , a distribuição GMPFPLog é muito próxima da log-normal, ou seja, normal em escala logarítmica. Portanto, o modelo teórico prevê uma distribuição praticamente normal de n , com discreta tendência à assimetria negativa nas modalidades sensoriais com expoentes mais baixos.

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} f(\psi; \bar{\psi}_i, \kappa, n) d\psi &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\psi_{\log}; \bar{\psi}_i, \kappa, n) d\psi_{\log} = 1 \\
\psi_{\log} &= \ln \psi \\
\psi &= e^{\psi_{\log}} \\
\frac{d\psi_{\log}}{d\psi} &= e^{-\psi_{\log}} \\
\int_0^{\infty} \frac{1}{\frac{\bar{\psi}_i^{\frac{\kappa}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]^{\frac{\kappa}{n}}} \Gamma(\kappa)n} \psi^{\frac{\kappa}{n}-1} e^{-\left\{\frac{\psi \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]}{\bar{\psi}_i}\right\}^{\frac{1}{n}}} d\psi &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\frac{\bar{\psi}_i^{\frac{\kappa}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]^{\frac{\kappa}{n}}} \Gamma(\kappa)n} \psi^{\frac{\kappa}{n}-1} e^{-\left\{\frac{\psi \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]}{\bar{\psi}_i}\right\}^{\frac{1}{n}}} \frac{d\psi_{\log}}{d\psi} d\psi = 1 \\
f(\psi_{\log}; \bar{\psi}_i, \kappa, n) &= \frac{1}{\frac{\bar{\psi}_i^{\frac{\kappa}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]^{\frac{\kappa}{n}}} \Gamma(\kappa)n} \left(e^{\psi_{\log}}\right)^{\frac{\kappa}{n}-1} e^{-\left\{\frac{e^{\psi_{\log}} \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]}{\bar{\psi}_i}\right\}^{\frac{1}{n}}} e^{\psi_{\log}} \\
&= \frac{1}{\frac{\bar{\psi}_i^{\frac{\kappa}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]^{\frac{\kappa}{n}}} \Gamma(\kappa)n} e^{\frac{\kappa\psi_{\log}}{n}} e^{-\left\{\frac{e^{\psi_{\log}} \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]}{\bar{\psi}_i}\right\}^{\frac{1}{n}}} \\
&= \frac{1}{\frac{\bar{\psi}_i^{\frac{\kappa}{n}}}{\left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]^{\frac{\kappa}{n}}} \Gamma(\kappa)n} e^{\frac{\kappa\psi_{\log}}{n} - \left\{\frac{e^{\psi_{\log}} \left[\frac{\Gamma(\kappa+n)}{\Gamma(\kappa)}\right]}{\bar{\psi}_i}\right\}^{\frac{1}{n}}}
\end{aligned}$$

(132) Dedução da distribuição GMPFPLog a partir da distribuição GMPFP.

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} f(\psi; \bar{\psi}, E, n) d\psi &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\psi_{\log}; \bar{\psi}, E, n) d\psi_{\log} = 1 \\
\psi_{\log} &= \ln \psi \\
\psi &= e^{\psi_{\log}} \\
\frac{d\psi_{\log}}{d\psi} &= e^{-\psi_{\log}} \\
\int_0^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n \psi} \left(\psi^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{n^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}} d\psi &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n \psi} \left(\psi^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{n^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}} \frac{d\psi_{\log}}{d\psi} d\psi = 1 \\
f(\psi_{\log}; \bar{\psi}, E, n) &= \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n \psi} \left(\psi^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} e^{-\frac{\psi^{\frac{1}{n}}}{n^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}} e^{\psi_{\log}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n e^{\psi_{\log}}} \left(e^{\psi_{\log} \frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} e^{-\frac{e^{\psi_{\log} \frac{1}{n}}}{n^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}} e^{\psi_{\log}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n} \left(e^{\frac{\psi_{\log}}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} e^{-\frac{e^{\frac{\psi_{\log}}{n}}}{n^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n} e^{\frac{n \psi_{\log}}{E^2}} e^{-\frac{n^2 e^{\frac{\psi_{\log}}{n}}}{E^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n} e^{\frac{n \left(\psi_{\log} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}} - n e^{\frac{\psi_{\log}}{n}}\right)}{E^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{E^2}{n^2} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{n^2}{E^2}} \Gamma\left(\frac{n^2}{E^2}\right) n} e^{\frac{n \left(\psi_{\log} \bar{\psi}^{\frac{1}{n}} - n e^{\frac{\psi_{\log}}{n}}\right)}{E^2 \bar{\psi}^{\frac{1}{n}}}}
\end{aligned}$$

(133)

Dedução da distribuição GMPFPLog aceitando-se os erros $E/w = n$ e $\phi_i = \bar{\phi}_i$, utilizando os índices sensoriais E e n como parâmetros.

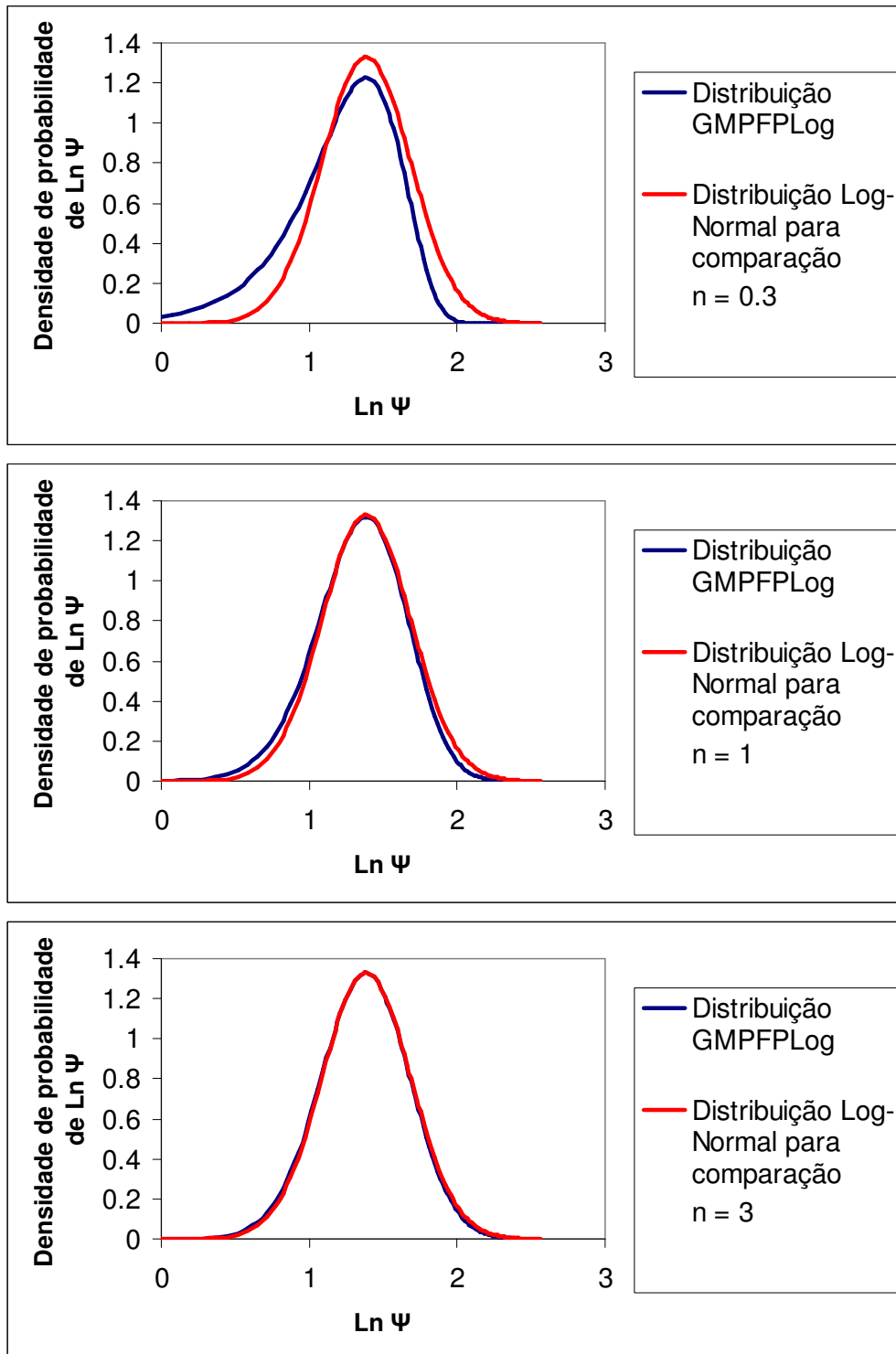


Figura 40 – Distribuição GMPFPLog, para três valores de n . Para cada valor do expoente n da função potência foi traçada a distribuição GMPFPLog da sensação em escala logarítmica, em azul, bem como uma log-normal com mesma média e desvio padrão, apenas para comparação, em vermelho. Ambas as distribuições são muito próximas para valores mais altos de n . Uma assimetria negativa aparece em valores baixos de n .

A grande importância de se ter definida a distribuição GMPFPLog está na previsão teórica da distribuição de n , que deriva dela, e na obtenção da expressão de sua dispersão, visto que a dispersão da distribuição de n estará na sua dependência.

Com o auxílio do *Mathematica 5*, usando-se as relações

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_{Log} &= \text{primeiro_momento} = \int_0^{\infty} \psi_{Log} f(\psi_{Log}; \kappa, n) d\psi_{Log} \\ \text{segundo_momento} &= \int_0^{\infty} \psi_{Log}^2 f(\psi_{Log}; \kappa, n) d\psi_{Log} \\ \sigma_{\psi_{Log}} &= \left[\text{segundo_momento} - (\text{primeiro_momento})^2 \right]^{0.5}\end{aligned}\quad (134)$$

Funções para cálculo da média e desvio padrão da GMPFPLog, utilizando o primeiro e segundo momentos da distribuição.

obteve-se a expressão do desvio padrão da distribuição GMPFPLog (Figura 41).

$$\text{DesvioPadGamaMPFPLog}[\text{kapa_}, \text{ene_}] := \text{ene} * \text{PolyGamma}[1, \text{kapa}]^{0.5}$$

Figura 41 – Desvio padrão da distribuição GMPFPLog, obtida no *Mathematica 5*.

A poligama é uma função complexa dada pela n -ésima + 1 derivada logarítmica da gama. Segue-se um trecho extraído da ajuda do *Mathematica 5*, que esclarece a função:

“Derivatives of the gamma function often appear in summing rational series.

The **digamma function** `PolyGamma[z]` is the logarithmic derivative of the gamma function, given by $\psi(z) = \Gamma'(z)/\Gamma(z)$. For integer arguments, the digamma function satisfies the relation $\psi^{(n)} = -\gamma + H_{n-1}$, where γ is Euler's constant (`EulerGamma` in *Mathematica*) and H_n are the harmonic numbers.

The **polygamma functions** `PolyGamma[n, z]` are given by $\psi^{(n)}(z) = d^n \psi(z) / dz^n$. Notice that the digamma function corresponds to $\psi^{(0)}(z)$. The general form $\psi^{(n)}(z)$ is the $(n+1)$ th, not the n th, logarithmic derivative of the gamma function. The polygamma functions satisfy the relation

$$\psi^{(n)}(z) = (-1)^{n+1} n! \sum_{k=0}^{\infty} 1/(z+k)^{n+1} .”$$

A função poligama não pode ser implementada no Excel, de modo que, no Simulador Fukusima DaSilva – GMPFP κ , onde estão implantadas as distribuições gama e GMPFP com parâmetros n e κ , o desvio padrão do logaritmo neperiano das sensações simuladas foi obtido empiricamente, com dados da própria simulação computacional, e utilizado no cálculo do desvio padrão de n , como será discutido na seção 4.1.3. Porém, para se avaliar o quanto a equação que aparece na Figura 41, como modelo teórico, traduz o fenômeno empírico da dispersão da sensação em escala logarítmica, compararam-se os resultados de dez valores empíricos de $\sigma_{\psi_{Log}}$ com os valores teóricos esperados, calculados no *Mathematica 5*, para cinco valores do expoente n . Os dez valores de $\sigma_{\psi_{Log}}$ se originaram de amostras de 1000 sensações simuladas, com Fração de Ekman fixada em 0.33, a partir de dez estímulos físicos diferentes, dispostos em progressão geométrica. Como pode ser observado nas duas últimas colunas da Tabela 5, o modelo teórico prevê com precisão o fenômeno empírico simulado, com coeficiente de determinação de 0,75. A dispersão é ligeiramente mais alta para valores mais baixos de n . Note-se que, se a Equação 26 fosse inteiramente verdadeira, o desvio padrão das sensações em escala logarítmica deveria se manter constante no valor E igual a 0.33.

Tabela 5 – Resultado empírico simulado do desvio padrão da sensação em escala logarítmica comparado ao resultado teórico esperado pela equação da Figura 41

Desvios padrão das sensações simuladas em escala logarítmica												
n	$\sigma_{\Psi_{Log1}}$	$\sigma_{\Psi_{Log2}}$	$\sigma_{\Psi_{Log3}}$	$\sigma_{\Psi_{Log4}}$	$\sigma_{\Psi_{Log5}}$	$\sigma_{\Psi_{Log6}}$	$\sigma_{\Psi_{Log7}}$	$\sigma_{\Psi_{Log8}}$	$\sigma_{\Psi_{Log9}}$	$\sigma_{\Psi_{Log10}}$	Média de $\sigma_{\Psi_{Log}}$	Valor teórico esperado de $\sigma_{\Psi_{Log}}$
0,4	0,361879406	0,378985633	0,369916624	0,366290473	0,357961111	0,367233917	0,344642962	0,381613869	0,338908841	0,356641060	0,362407390	0,368630452
0,7	0,351262505	0,329924641	0,358780762	0,360971462	0,342901498	0,344022062	0,349170573	0,347938918	0,351176011	0,343592596	0,347974103	0,347540165
1,0	0,327221017	0,342717248	0,355347933	0,350580917	0,329537052	0,341409542	0,330740550	0,346000651	0,349076401	0,338638979	0,327221017	0,339339972
1,4	0,330657331	0,329017634	0,336874878	0,318340394	0,348311760	0,328313823	0,322186515	0,332295406	0,321507451	0,350629342	0,331813453	0,334052379
3,0	0,329848443	0,321135135	0,328363942	0,336742308	0,331689084	0,328070376	0,322161158	0,315523603	0,317043515	0,325459219	0,329848443	0,327667993

Nota – A simulação foi gerada no Simulador Fukushima DaSilva – GMPFP k para cinco valores diferentes de n , com Fração de Ekman constante de 0,33 e dez estímulos de referência dispostos em progressão geométrica. Cada desvio padrão traduz a dispersão de uma amostra de sensação em escala logarítmica de tamanho 1000. O coeficiente de determinação (r^2) entre a média empírica e o resultado teórico esperado foi de 0,75.

3.2 Simulação de sensações

Concluída a dedução matemática das sensações, em escala física e subjetiva, inicia-se a etapa de identificação de qual modelo melhor traduz o fenômeno sensorial biológico. O primeiro passo é justificar a necessidade de se rever a natureza estatística das respostas sensoriais. O que será feito nesta seção é a simulação de respostas sensoriais com dispersões variáveis, supondo algumas possíveis distribuições estatísticas para elas: normal, logística, Weibull, log-normal²⁵ e GMPFP. O objetivo é deduzir os parâmetros das quatro primeiras distribuições em termos psicofísicos, tal qual foi feito na seção 3.1.3.2 para a distribuição gama, e documentar que distribuições sabidamente não normais podem ser tomadas como normais quando são pouco dispersas, contemplando a justificativa.

As distribuições normal, logística e Weibull foram escolhidas por serem consagradas na literatura psicofísica como modelos matemáticos da discriminação sensorial, como mencionado previamente. A distribuição log-normal foi escolhida por formalmente ser a distribuição esperada da sensação caso a distribuição de n seja normal. A distribuição GMPFP foi escolhida por ser a distribuição matematicamente deduzida para as respostas sensoriais no contínuo psicológico. Tal qual a log-normal, a distribuição GMPFP tem assimetria positiva e poderia resultar também numa distribuição normal de n , como apontado na introdução do capítulo 3. Ela se origina da gama, que tem sido utilizada como modelo matemático de estimação de tempo de espera para a ocorrência de um determinado evento, assim como a distribuição Weibull. De fato, tanto a distribuição gama quanto a distribuição Weibull são expressões particulares de uma forma generalizada de gama (Stacy, 1962). Na Equação 135, quando $\alpha = 1$, tem-se a distribuição Weibull e quando $c = 1$, tem-se a distribuição gama.

²⁵ Durante toda a seção 3.1, serão utilizadas expressões matemáticas pertinentes às distribuições referidas, em especial fórmulas de densidades de probabilidade, probabilidades acumuladas, médias e variâncias, extraídas de Johnson e Kotz (1976) e Weisstein (2006b).

$$p_z(z) = \frac{1}{\beta^{c\alpha}\Gamma(\alpha)} cz^{c\alpha-1} e^{-\left(\frac{z}{\beta}\right)^\alpha} \quad (135)$$

Distribuição gama generalizada. Dependendo do valor dos parâmetros, a distribuição se configura numa Weibull ($\alpha=1$), numa meia-normal ($\alpha=1/2; c=2$) ou na própria gama ($c=1$).

Primeiramente, serão deduzidas as expressões algébricas dos parâmetros das distribuições normal, logística, Weibull e log-normal, de modo a satisfazer a propagação do erro da sensação através de uma função potência, como demonstrado na seção 2.1, aceitando-se o erro $E/w = n$. Os parâmetros serão deduzidos pela comparação das conhecidas expressões de média e variância de cada distribuição com a Equação 39, tal qual foi feito para a distribuição gama na seção 3.1.3.2.

Fica já apontado que todas as expressões deduzidas poderiam ser expressas em termos dos estímulos físicos, utilizando a Equação 40, e fazendo-se a correta mudança de variável através da derivação da variável nova em relação à variável a ser substituída, valendo-se da matriz jacobiana. No entanto, como os valores médios dos expoentes das duas modalidades sensoriais que serão analisadas na seção 3.3 são muito próximos de 1, a distribuição das respostas sensoriais em escala física é a mesma do contínuo psicológico, bastando a simples substituição da Fração de Ekman pela de Weber, bem como da média da sensação pelo estímulo físico de referência nas funções de densidade de probabilidade e de probabilidade acumulada. Da mesma forma, quando n vale 1, a distribuição GMPFP do contínuo psicológico é a mesma distribuição gama, do contínuo físico, como ilustra a Figura 37.

Em termos experimentais, na instância global de percepção, a utilização da Fração de Ekman se aplica às provas de estimação de magnitude, quando um conjunto de sensações é suscitado por um mesmo estímulo físico, e a Fração de Weber, às provas de produção de magnitude, quando um conjunto de estímulos físicos fica atrelado a uma mesma sensação. Ambas as formas expressam a distribuição das respostas sensoriais em contínuos distintos. Quando nas provas de discriminação, a segunda forma é mais empregada, visto que as funções psicométricas utilizam o contínuo físico na abscissa das curvas. Para facilitar a

denominação, de agora em diante serão utilizados os termos *distribuição das sensações*, para a distribuição das respostas sensoriais no contínuo psicológico e *distribuição dos estímulos físicos*, para a distribuição das respostas sensoriais no contínuo físico.

3.2.1 Dedução dos parâmetros das outras possíveis distribuições estatísticas da sensação

3.2.1.1 Suposição da distribuição da sensação ser normal

Se a distribuição da sensação das respostas de um observador que aquilata a magnitude de um estímulo físico tem distribuição normal

$$p_{normal}(\psi; \mu_{\psi}, \sigma_{\psi}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\psi}^2}} e^{-\frac{(\psi - \mu_{\psi})^2}{2\sigma_{\psi}^2}} \quad (136)$$

Densidade de probabilidade gaussiana da sensação.

então, se σ_{ψ}^2 for estimada por s_{ψ}^2 e μ_{ψ} for estimada por $\bar{\psi}$, os parâmetros da distribuição são simplesmente $\bar{\psi}$ e s_{ψ} . Assim, utilizando a Equação 39, pode-se escrever a densidade de probabilidade em função da Fração de Ekman:

$$p_{normal}(\psi; \bar{\psi}, E) = \frac{1}{E\bar{\psi}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\psi - \bar{\psi})^2}{2(E\bar{\psi})^2}} \quad (137)$$

Densidade de probabilidade gaussiana da sensação, escrita em função da Fração de Ekman.

3.2.1.2 Suposição da distribuição da sensação ser logística

Se a distribuição da sensação das respostas de um observador que aquilata a magnitude de um estímulo físico tem distribuição logística

$$p_{\text{logística}}(\psi; \bar{\psi}, b) = \frac{e^{-\frac{(\psi - \mu_{\psi})}{b}}}{b \left[1 + e^{-\frac{(\psi - \mu_{\psi})}{b}} \right]^2} \quad (138)$$

Densidade de probabilidade da distribuição logística.

$$P_{\text{logística}}(\psi; \bar{\psi}, b) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{(\psi - \mu_{\psi})}{b}}} \quad (139)$$

Função de probabilidade cumulativa da distribuição logística.

com $b > 0$, média = $\bar{\psi}$ e

$$\sigma_{\psi}^2 = \frac{\pi^2 b^2}{3}, \quad (140)$$

Variância da distribuição logística.

e se σ_{ψ}^2 for estimada por s_{ψ}^2 e μ_{ψ} for estimada por $\bar{\psi}$, o parâmetro b da distribuição pode ser calculado em função da Fração de Ekman:

$$\begin{aligned} s_{\psi} &= E\bar{\psi} \\ s_{\psi}^2 &= E^2\bar{\psi}^2 = \frac{\pi^2 b^2}{3}, \\ \pi b &= E\bar{\psi}\sqrt{3}, \\ b &= \frac{E\bar{\psi}\sqrt{3}}{\pi} \end{aligned} \quad (141)$$

Dedução do parâmetro b da distribuição logística, por comparação com a Fração de Ekman.

Assim, utilizando a Equação 39, pode-se escrever a densidade de probabilidade e a função de probabilidade cumulativa em função da Fração de Ekman:

$$p_{\text{logística}}(\psi; \bar{\psi}, E) = \frac{\pi e^{-\frac{(\psi - \bar{\psi})\pi}{E\bar{\psi}\sqrt{3}}}}{E\bar{\psi}\sqrt{3} \left[1 + e^{-\frac{(\psi - \bar{\psi})\pi}{E\bar{\psi}\sqrt{3}}} \right]^2} \quad (142)$$

Densidade de probabilidade da distribuição logística, em função da Fração de Ekman.

$$P_{\text{logística}}(\psi; \bar{\psi}, b) = \frac{1}{1 + e^{\frac{(\psi - \bar{\psi})\pi}{E\bar{\psi}\sqrt{3}}}} \quad (143) \quad \text{Probabilidade cumulativa da distribuição logística, em função da Fração de Ekman.}$$

3.2.1.3 Suposição da distribuição da sensação ser Weibull

Como já mencionado na seção 2.3, a distribuição Weibull, na sua forma básica, tem dois parâmetros: α e β . O parâmetro α confere forma à distribuição, enquanto o β é um parâmetro escalar. Num exemplo prático de aplicação da distribuição Weibull, é estimado o tempo útil de uma peça mecânica, até que ocorra o evento de sua falência. Quando o parâmetro $\alpha = 2$, existe uma relação linear entre a taxa de falência das peças em relação ao tempo. Conseqüentemente, a taxa de falência aumenta numa razão constante à medida que o tempo passa. Valores de α maiores que 2 implicam uma taxa de falência das peças aumentando numa taxa crescente à medida que o tempo passa. Aplicando, agora, a distribuição Weibull ao fenômeno sensorial, a taxa de falência é transformada na discriminação e o tempo, na intensidade da sensação. A aceitação da constância da Fração de Ekman ao longo do contínuo sensorial implica, portanto, um valor 2 para α : a *dap* aumenta numa taxa constante à medida que a sensação cresce. Impor um valor 3 ou 3,5 a α , como praticado na literatura, diminui a assimetria positiva observada na condição anterior, tornando a curva bem próxima da normal, no entanto, não dá continência a uma possível significação biológica dos parâmetros. Sendo assim, empregar-se-á o valor 2 para α , e deduzir-se-á o valor de β .

Em sua forma mais completa, a distribuição Weibull inclui um terceiro parâmetro, γ , responsável pelo deslocamento da distribuição sobre o eixo da abscissa, interferindo, portanto, na média, moda e mediana da distribuição. Trata-se, assim, de um parâmetro de localização.

Então, se a distribuição da sensação das respostas de um observador que aquilata a magnitude de um estímulo físico tem distribuição Weibull

$$P_{\text{weibull}}(\psi; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} (\psi - \gamma)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{\psi-\gamma}{\beta}\right)^\alpha} \quad (144) \quad \text{Densidade de probabilidade da distribuição Weibull.}$$

$$P_{\text{weibull}}(\psi; \alpha, \beta) = 1 - e^{-\left(\frac{\psi-\gamma}{\beta}\right)^\alpha} \quad (145) \quad \text{Função de probabilidade cumulativa da distribuição Weibull. Como em (48).}$$

com

$$\mu_\psi = \gamma + \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad \text{e} \quad (146) \quad \text{Média da distribuição Weibull.}$$

$$\sigma_\psi = \beta \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}, \quad (147) \quad \text{Desvio padrão da distribuição Weibull.}$$

onde $\Gamma(x)$ é a função gama de x , e se σ_ψ^2 for estimada por s_ψ^2 e μ_ψ for estimada por $\bar{\psi}$, o parâmetro β da distribuição pode ser calculado em função da Fração de Ekman:

$$\begin{aligned} s_\psi &= E\bar{\psi} = \beta \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \\ E\bar{\psi} &= \beta \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \\ &= \beta \sqrt{\Gamma(2) - \Gamma^2\left(\frac{3}{2}\right)} \\ &= \beta \sqrt{1 - (0.88627)^2} \\ &= 0.463251\beta \\ \beta &= \frac{E\bar{\psi}}{0.463251} \end{aligned} \quad (148) \quad \text{Dedução do parâmetro } \beta \text{ da distribuição Weibull, por comparação com a Fração de Ekman. O parâmetro } \alpha \text{ foi fixado no valor 2.}$$

O parâmetro γ pode também ser deduzido:

$$\begin{aligned}
\gamma &= \bar{\psi} - \beta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \\
&= \bar{\psi} - \beta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \\
&= \bar{\psi} - \frac{E \bar{\psi}}{0.463251} \Gamma \left(\frac{3}{2} \right) \\
&= \bar{\psi} - \frac{E \bar{\psi} 0.88627}{0.463251} \\
&= \bar{\psi} - 1.91306 E \bar{\psi} \\
&= \bar{\psi} (1 - 1.91306 E)
\end{aligned} \tag{149}$$

Dedução do parâmetro γ da distribuição Weibull, com base no valor encontrado para β . O parâmetro α foi fixado no valor 2.

Assim, utilizando a Equação 39, pode-se escrever a densidade de probabilidade e a função de probabilidade cumulativa em função da Fração de Ekman e da média da sensação:

$$p_{weibull}(\psi; \bar{\psi}, E) = \frac{0.429203}{E^2 \bar{\psi}^2} (\psi - \bar{\psi} (1 - 1.91306 E)) e^{-\left(\frac{0.463251 (\psi - \bar{\psi} (1 - 1.91306 E))}{E \bar{\psi}} \right)^2} \tag{150}$$

Densidade de probabilidade da distribuição Weibull, em função da Fração de Ekman e da média da sensação.

$$P_{weibull}(\psi; \alpha, \beta) = 1 - e^{-\left(\frac{0.463251 (\psi - \bar{\psi} (1 - 1.91306 E))}{E \bar{\psi}} \right)^2} \tag{151}$$

Probabilidade cumulativa da distribuição Weibull, em função da Fração de Ekman e da média da sensação.

3.2.1.4 Suposição da distribuição da sensação ser log-normal

Se a distribuição da sensação das respostas de um observador que aquilata a magnitude de um estímulo físico tem distribuição log-normal

$$p_{\log_normal}(\psi; M, S) = \frac{1}{\psi \sqrt{2\pi S^2}} e^{-\frac{(\ln \psi - M)^2}{2S^2}} \tag{152}$$

Densidade de probabilidade log-normal da sensação.

com

$$\mu_{\psi} = e^{M + \frac{S^2}{2}} \tag{153}$$

Média da distribuição log-normal.

$$\sigma_{\psi}^2 = e^{S^2+2M} (e^{S^2} - 1), \quad (154) \quad \text{Variância da distribuição log-normal.}$$

e se σ_{ψ}^2 for estimada por s_{ψ}^2 e μ_{ψ} for estimada por $\bar{\psi}$, os parâmetros M e S da distribuição podem ser calculados em função da Fração de Ekman e da média da sensação.

Partindo da média,

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= e^{M+\frac{S^2}{2}} \\ \ln(\bar{\psi}) &= M + \frac{S^2}{2} \\ M &= \ln(\bar{\psi}) - \frac{S^2}{2} \end{aligned} \quad (155) \quad \text{Dedução do parâmetro M da distribuição log-normal, em função da média da sensação.}$$

e depois da variância

$$\begin{aligned} s_{\psi} &= E\bar{\psi} \\ s_{\psi}^2 &= E^2\bar{\psi}^2 = e^{S^2+2M} (e^{S^2} - 1) \end{aligned}, \quad (156) \quad \text{A variância da distribuição log-normal foi escrita em função da Fração de Ekman e da média da sensação.}$$

pode-se encontrar o valor de S, substituindo M na expressão anterior:

$$\begin{aligned} E^2\bar{\psi}^2 &= e^{S^2+2\left(\ln(\bar{\psi})-\frac{S^2}{2}\right)} (e^{S^2} - 1) \\ &= e^{2\ln(\bar{\psi})} (e^{S^2} - 1) \\ &= \bar{\psi}^2 (e^{S^2} - 1) \\ \frac{E^2\bar{\psi}^2}{\bar{\psi}^2} &= e^{S^2} - 1 \\ e^{S^2} &= E^2 + 1 \\ S^2 &= \ln(E^2 + 1) \\ S &= \sqrt{\ln(E^2 + 1)} \end{aligned} \quad (157) \quad \text{Dedução do parâmetro S da distribuição log-normal, por comparação com a Fração de Ekman, substituindo-se o valor de M previamente encontrado na Equação 155.}$$

Finalmente, o valor de M pode ser expresso em função da Fração de Ekman e da média da sensação:

$$\begin{aligned}
 M &= \ln(\bar{\psi}) - \frac{S^2}{2} \\
 &= \ln(\bar{\psi}) - \frac{\ln(E^2 + 1)}{2}
 \end{aligned}
 \tag{158}$$

Dedução do parâmetro M da distribuição log-normal, em função da Fração de Ekman e da média da sensação.

Encontrados os parâmetros, pode-se escrever a densidade de probabilidade em função da Fração de Ekman e da média da sensação:

$$p_{\log_normal}(\psi; \bar{\psi}, E) = \frac{1}{\psi \sqrt{2\pi \ln(E^2 + 1)}} e^{-\frac{\left(\ln \psi - \ln(\bar{\psi}) + \frac{\ln(E^2 + 1)}{2}\right)^2}{2 \ln(E^2 + 1)}}
 \tag{159}$$

Densidade de probabilidade log-normal da sensação, em função da Fração de Ekman e da média da sensação.

3.2.2 Teste da normalidade das distribuições com dispersões crescentes

Observa-se que todas as quatro distribuições puderam ser escritas em função da média sensorial e da Fração de Ekman. A GMPFP inclui ainda o expoente n como parâmetro. Pretende-se agora submeter amostras aleatórias de sensações simuladas nas quatro distribuições não normais aos testes de normalidade Shapiro-Wilk (amostras de tamanho 50) e Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, amostras de tamanho 1000), ambos com nível de significância 0,05. Nos dois testes, satisfazer H_0 significará confirmar a normalidade e satisfazer H_1 , descartar a normalidade da distribuição. O objetivo é documentar a frequência de ocorrência da não normalidade, em função da dispersão das amostras, para se ter uma estimativa do erro de se tomar distribuições não normais por normais.

As sensações foram geradas utilizando-se o método Monte Carlo, nos Simuladores Fukusima DaSilva Logística, Fukusima DaSilva Log-normal, Fukusima DaSilva Weibull

($\alpha = 2$) e Fukusima DaSilva GMPFP²⁶, que trabalham com os parâmetros deduzidos na seção 3.1.3.2 e 3.2.1. Cada distribuição representa o conjunto de sensações que estatisticamente poderiam ser consideradas como iguais a um estímulo físico de referência, por um observador ideal, sendo o desvio padrão correspondente a *dap* da instância global de percepção, visto tratar-se de uma prova de julgamento de magnitude.

Os parâmetros de configuração dos simuladores estão listados na Tabela 6. Nas quatro distribuições de sensação estudadas, os parâmetros foram arbitrariamente escolhidos²⁷ e mantidos constantes, variando-se apenas o valor da Fração de Ekman e, por consequência, o valor da dispersão da distribuição. Assim, para as dez sensações dispostas em progressão geométrica de passo 1,47912 (2; 2,95824; 4,375592; 6,472026; 9,572902; 14,15947; 20,94356; 30,97803; 45,82023; 67,77362), e uma Fração de Ekman de 0,03, por exemplo, têm-se os seguintes desvios padrão: 0,06; 0,088747; 0,131268; 0,194161; 0,287187; 0,424784; 0,628307; 0,929341; 1,374607; 2,033209, ou seja, 3% da sensação de referência. Para cada valor da Fração de Ekman foram coletadas dez amostras aleatórias de sensações simuladas de tamanho 50 e dez amostras de tamanho 1000.

²⁶ Informações sobre os Simuladores Fukusima DaSilva encontram-se no Apêndice A. Os arquivos do Excel dos simuladores encontram-se em anexo no CD.

²⁷ Para os simuladores funcionarem, todos os parâmetros referidos no Apêndice A precisam estar definidos. Quaisquer valores de *k* poderiam ser escolhidos, pois não afetam os valores estatísticos das distribuições de sensação. Os valores de *n* só afetam a distribuição GMPFP, por isso foram fixados no valor 1, que torna a GMPFP igual à gama, em todas as provas. A arbitrariedade na escolha dos parâmetros está basicamente em quatro pontos: sensações fixas, escolha de dez sensações médias de cada vez, a progressão geométrica e o passo da progressão. Como ficará claro no próximo capítulo, a escolha de sensações fixas, e não estímulos fixos, se justifica pela natureza funcional do sistema sensorial, que trabalha em faixas de isossensação (veja seção 4.1.3); a escolha de dez sensações médias se justifica por ser um número de estímulos (e consequentemente de sensações médias) comumente utilizado em provas experimentais de julgamento de magnitudes (DaSilva & DeMacedo, 1982); igualmente, a PG se justifica pelo freqüente uso experimental, visto que produz equidistâncias entre os estímulos em escala logarítmica (Guilford, 1954); e finalmente o passo da progressão foi calculado para produzir um \log_{10} da razão entre a maior e a menor sensação de 1,53, valor referido por Teghtsoonian (1971, 1973) como sendo a amplitude comum intermodal de funcionamento sensorial. Portanto, os parâmetros foram arbitrariamente escolhidos para produzir uma condição de simulação o mais próxima da condição funcional biológica.

Tabela 6 – Parâmetros de configuração dos simuladores Fukusima DaSilva para investigar o erro de se tomar distribuições não normais por normais.

Simulador	<i>n</i>	<i>k</i>	E											Estímulos ou sensações fixas	Primeiro valor de sensação	PA ou PG	Passo da progressão
Fukusima DaSilva Normal	1	1	0,03	0,06	0,08	0,1	0,16	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	2	2	2	1,47912
Fukusima DaSilva Logística	1	1	0,03	0,06	0,08	0,1	0,16	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	2	2	2	1,47912
Fukusima DaSilva Weibull	1	1	0,03	0,06	0,08	0,1	0,16	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	2	2	2	1,47912
Fukusima DaSilva log-normal	1	1	0,03	0,06	0,08	0,1	0,16	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	2	2	2	1,47912
Fukusima DaSilva GMPFP	1	1	0,03	0,06	0,08	0,1	0,16	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	2	2	2	1,47912

Nota – Todos as possíveis variáveis interferentes estão mantidas constantes, variando-se os valores da Fração de Ekman e, conseqüentemente, dos desvios padrão das distribuições de sensação. Sobre a escolha dos parâmetros, veja nota 26.

3.2.2.1 Resultados dos testes de normalidade das distribuições com dispersões crescentes

Aplicados os testes, os resultados foram sintetizados nos gráficos da Figura 42 numerados de 16 a 20, da proporção de $p \leq 0,05$ em relação ao total de testes (10), em função de E. Distribuições normais acumuladas foram as curvas que melhor se ajustaram aos resultados, minimizando a soma das diferenças quadráticas entre os dados experimentais e as funções matemáticas com a ferramenta “solver” do Excel. Os respectivos coeficientes de determinação, obtidos na relação linear entre os valores esperados e os empíricos simulados, foram incluídos nos gráficos, bem como os valores de média e desvio padrão das curvas ajustadas. Os resultados dos testes para a distribuição logística não foram representados em gráficos pela constância dos valores: uma proporção de não normalidade variando muito pouco da média de 0,78 foi obtida para os dez valores de Fração de Ekman no teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors) e de 0,1 no teste Shapiro-Wilk. Também os resultados do teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors) da distribuição Weibull não

foram representados em gráfico, pois a não normalidade da distribuição foi detectada 100% das vezes, ou seja, numa proporção constante de 1.

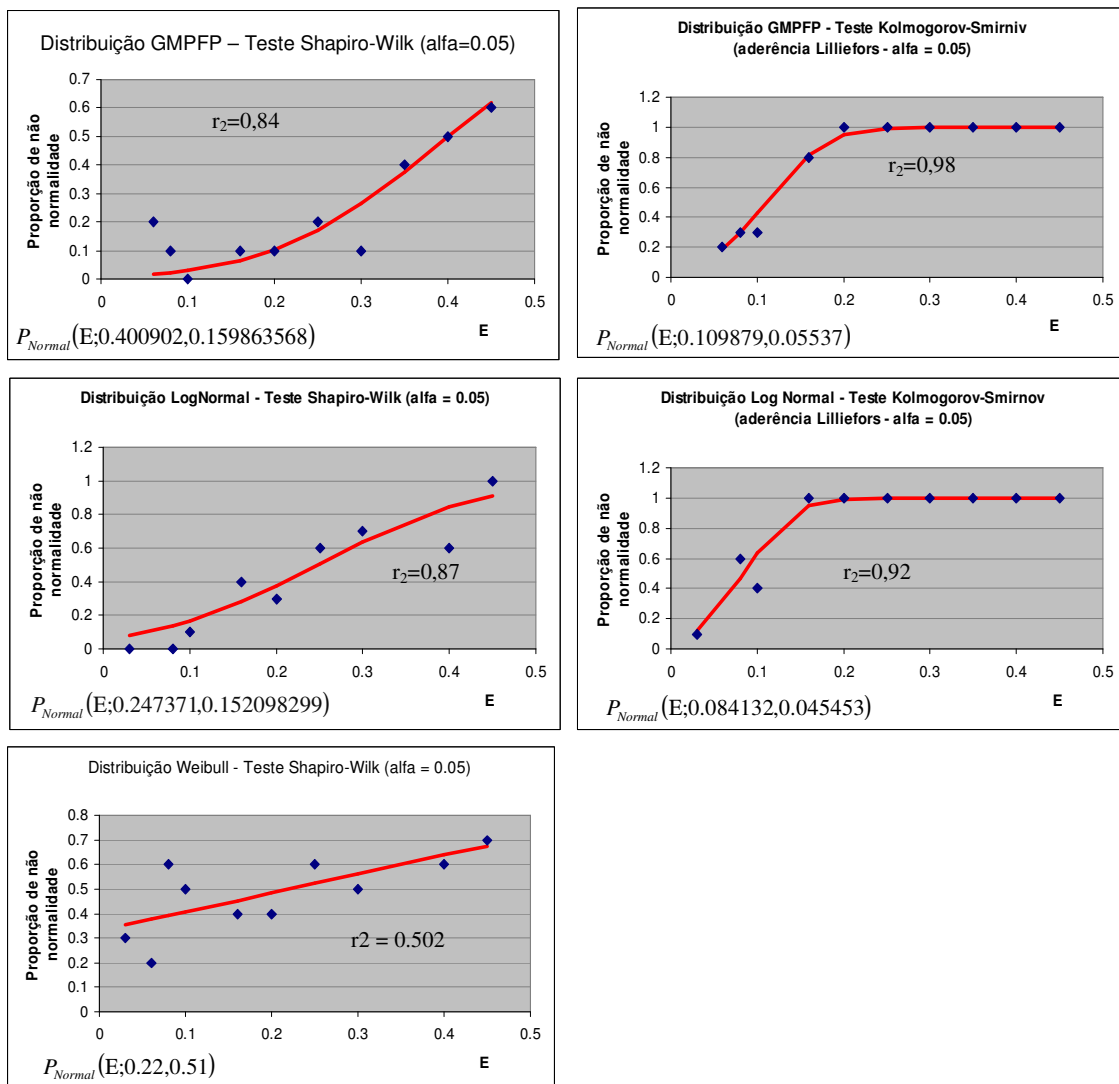


Figura 42 – Proporção de não normalidade detectada pelo teste Shapiro-Wilk ($\alpha = 0,05$), à esquerda, e Kolmogorov-Smirnov ($\alpha = 0,05$), à direita, aplicados às amostras simuladas nas várias distribuições de sensações, em função da Fração de Ekman.

Nos sucessivos gráficos, notem-se os altos coeficientes de determinação da proporção de não normalidade obtida nos testes de normalidade (pontos esparsos, em azul) em relação aos valores modelados pela acumulada normal (curvas contínuas, em vermelho). O mais baixo r^2 (0,502) aparece no gráfico inferior esquerdo. No canto inferior esquerdo de cada gráfico, aparecem as notações dos parâmetros das curvas ajustadas: $P_{Normal}(E; \mu, \sigma)$.

3.2.2.2 Discussão dos resultados dos testes de normalidade das distribuições com dispersões crescentes

Como era esperado, em todas as distribuições, a chance de se identificar corretamente uma distribuição não normal com os testes de normalidade aumenta com o tamanho da amostra. De fato, o poder dos testes estatísticos, em geral, aumenta com o tamanho da amostra, embora não de forma linear (Pearson & Hartley, 1951). Nota-se que, na faixa de variação da Fração de Ekman, o teste Shapiro-Wilk, que trabalhou com amostras menores (50), produz curvas mais dispersas e com médias maiores que as produzidas pelo teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors), que trabalhou com amostras maiores (1000). Não se discute aqui se um teste é mais ou menos sensível que o outro, imputando-se a diferença basicamente ao tamanho amostral. A novidade está na influência da dispersão da distribuição na eficácia dos testes rejeitarem H_0 , na análise de amostras sabidamente não normais, ou seja, no poder do teste. Nas distribuições gama, log-normal e Weibull o poder de detecção da não normalidade do teste Shapiro-Wilk aumenta com o aumento da dispersão da amostra, o mesmo ocorrendo com o teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors) nas distribuições gama e log-normal. Para este último teste, em amostras grandes, a distribuição Weibull assimétrica é sempre detectada como uma distribuição não normal. No caso da distribuição logística, a sensibilidade do teste, na faixa de variação da Fração de Ekman, não foi influenciada pela dispersão, somente pelo tamanho amostral. Trabalhando-se com amostras pequenas, como é comum na prática experimental psicofísica, uma distribuição logística é tomada por uma gaussiana 90% das vezes. Os achados foram confirmados posteriormente por Rodrigues-de-Carvalho et al (2007), que estudaram vários tamanhos amostrais.

Esses resultados têm importantes conseqüências para a compreensão do funcionamento sensorial. Na literatura psicofísica, existe certa tranqüilidade em considerar as

funções psicométricas discriminantes como curvas normais, ou Weibull ($\alpha = 3$ ou $\alpha = 3,5$), ou logística: todas funções simétricas, muito próximas entre si. O tamanho amostral é, via de regra, pequeno (em torno de 6 a 20 observadores) e o desvio padrão, como já discutido, em torno de 3% da sensação de referência. Tudo favorece H_0 nos testes de normalidade.

É possível que as curvas psicométricas não sejam distribuições normais acumuladas e tenham sido tomadas erroneamente como tal. Se forem funções logísticas serão confundidas com normais nada mais que 90% das vezes. Mas, como demonstrou os resultados em discussão, nada impede que sejam curvas assimétricas como a log-normal ou a GMPFP, visto que se fossem Weibull assimétricas ($\alpha = 2$, entre outros valores) seriam logo detectadas como não normais sempre que se aumentasse a amostra. Este procedimento é comum em simulação computacional, mas quase inexequível na prática experimental, com observadores humanos. No entanto, a simulação computacional gera dados segundo um modelo matemático e, se o modelo foi previamente definido como uma distribuição Weibull simétrica, ou normal, ou logística, então ela não poderá gerar respostas diferentes disso, impossibilitando, por uma questão heurística, confirmar a veracidade do modelo.

Assim, já que raramente se dispõe de grandes amostras biológicas, a verdadeira natureza estatística das funções psicométricas poderá ser pesquisada no exame das distribuições das respostas de observadores que julgam magnitudes de estímulos físicos, onde se pressupõe um fenômeno discriminatório subjacente, como discutido ao longo do capítulo 2. Nessas condições, a dispersão das respostas é da ordem de dez vezes maior que as obtidas nas provas de discriminação, facilitando a detecção de uma possível não normalidade (seção 3.2.2). Esse caminho pode ser completado pela simulação computacional da distribuição de n à custa da distribuição da sensação. Os resultados simulados, se verdadeiros, devem predizer os achados biológicos da percepção humana (seção 4.1.1).

Conhecer-se a natureza da distribuição da sensação é fundamental para se estabelecer a distribuição de n , e vice-versa, e conhecer-se a distribuição de n é fundamental para se deduzir a distribuição de um índice de sensibilidade, como a Fração de Weber.

3.3 A procura da distribuição das respostas sensoriais em dados de experimentação psicofísica

Do exposto na seção 3.2.2 conclui-se que é necessário examinar uma amostra grande de respostas sensoriais, em tarefa de julgamento de magnitude (desvio padrão maior que o das tarefas de discriminação), para detectar a verdadeira natureza estatística da resposta sensorial. Em complementação, a distribuição dos estímulos físicos atrelados a uma sensação²⁸ poderá ser investigada em provas de produção de magnitude, examinando grandes amostras experimentais.

Em sua dissertação de mestrado, Fukusima (1988), orientado por DaSilva, submeteu 120 observadores à estimação de magnitude de dez estímulos físicos de distâncias visuais, e produção de magnitude do tamanho de seis estímulos físicos, palpados no escuro (Reveja nota 28). Os estímulos, numerados de 1 a 10 e de 11 a 16 têm seus valores listados na Tabela 7.

Tabela 7 – Relação dos valores dos estímulos físicos utilizados por Fukusima (1988)

ϕ 1	Estimação de magnitude de distância visual (cm)									ϕ 10	Produção de magnitude (cm) – tato no escuro				
	ϕ 2	ϕ 3	ϕ 4	ϕ 5	ϕ 6	ϕ 7	ϕ 8	ϕ 9	ϕ 11		ϕ 12	ϕ 13	ϕ 14	ϕ 15	ϕ 16
40	52,8	69,7	92	121,4	160,3	211,6	279,3	368,7	486,7	1	2,5	4	6	7,5	9

²⁸ Nas provas de estimação de magnitude, os estímulos físicos são as variáveis independentes, enquanto as respostas de magnitude de sensação, dadas pelos observadores, são as variáveis dependentes. Nas provas de produção de magnitude, um valor de estímulo físico é apresentado ao observador, cuja tarefa é produzir uma magnitude física que se equivalha àquele valor. Aqui, é como se uma sensação produzisse um estímulo físico. Diferindo da primeira condição experimental, portanto, esse estímulo físico é uma variável dependente e traduz a intensidade da sensação do observador, em escala física. É importante observar, no texto que se segue, quando ϕ está representando uma variável dependente, como resposta sensorial, ou independente, passível de manipulação pelo experimentador.

No desenho experimental, tanto as provas de estimação de magnitude de distâncias quanto as de produção de magnitude de tamanho, utilizando o tato no escuro, estão divididas em três condições experimentais diferentes, cada uma delas subdividida em outras duas: instruções aparentes e instruções objetivas. No total, obtiveram-se 60 conjuntos de respostas em cada subdivisão do experimento 1 e 2, e 30 conjuntos em cada subdivisão do experimento 3, totalizando 300 conjuntos de 10 respostas de estimação de magnitude e 300 conjuntos de 6 respostas de produção de magnitude. Fukusima (1988) fez a análise de variância dos expoentes n oriundos de cada conjunto de respostas, não encontrando diferença entre os grupos. As respostas sensoriais não foram diretamente analisadas, apenas se supondo, em princípio, não haver diferença entre os grupos, com base indireta na análise dos valores de n .

Pretende-se conduzir uma metanálise dos resultados de Fukusima (1988), ampliando-se o tamanho da amostra por aglutinação de grupos que estatisticamente não difiram entre si. O objetivo é prover condições para a investigação da natureza estatística da distribuição da sensação, bem como dos estímulos físicos suscitados por uma sensação. Primeiramente, será testada a normalidade das pequenas amostras em que estão subdivididos os dados experimentais. Depois, uma análise de variância das respostas será conduzida para possibilitar se juntarem as amostras que compartilhem a mesma origem. Finalmente, a natureza estatística da distribuição da amostra maior será investigada submetendo-a a testes de aderência em relação às possíveis distribuições da sensação, discutidas na seção 3.2.1, incluindo agora a distribuição gama, referente à distribuição dos estímulos físicos nas provas de produção de magnitude. Este último procedimento será conduzido separadamente: primeiro na grande amostra de estimação de magnitude e depois na grande amostra de produção de magnitude.

3.3.1 Teste de normalidade das pequenas amostras de Fukusima

As respostas de cada subgrupo experimental de 10 observadores foram submetidas ao teste de normalidade Shapiro-Wilk, com nível de significância 0,05.

Foram examinadas 300 amostras, de tamanho 10, nas provas de estimação de magnitude e 180 amostras, de tamanho 10, nas provas de produção de magnitude de tato no escuro. As tabelas 8 e 9 trazem os consolidados dos valores de p obtidos nos testes. Tanto nas provas de estimação de magnitude, quanto nas de produção de magnitude, 80% das amostras satisfizeram H_0 , ou seja, apresentaram distribuição normal. Este resultado poderia bastar para se assumir a distribuição da sensação e dos estímulos físicos atrelados a uma sensação como sendo gaussianas, se não fossem as considerações tecidas na seção 3.2.2. Em princípio, ao menos autorizam o emprego de testes paramétricos, conduzidos na próxima seção.

Tabela 8 - Teste de normalidade Shapiro-Wilk ($\alpha = 0,05$) do estudo de estimação de magnitude de distância visual de Fukusima (1988)

Estimação de magnitude - distância visual		$\Phi 1$	$\Phi 2$	$\Phi 3$	$\Phi 4$	$\Phi 5$	$\Phi 6$	$\Phi 7$	$\Phi 8$	$\Phi 9$	$\Phi 10$	Proporção de normalidade
		Valores de p obtidos no teste Shapiro-Wilk (nível de significância 0,05)										
Experimento 1	A	0,4024	0,9186	0,7243	0,8085	0,4702	0,3278	0,0339	0,0155	0,0099	0,0117	0,6
	B	0,3729	0,4474	0,471	0,3352	0,0096	0,1949	0,1941	0,1757	0,5633	0,0925	0,9
	C	0,1891	0,0494	0,0411	0,1745	0,495	0,3716	0,4913	0,0239	0,0196	0,0257	0,5
	D	0,1711	0,0815	0,0226	0,4398	0,2034	0,4164	0,1579	0,0099	0,3439	0,7737	0,8
	E	0,0073	0,0082	0,0876	0,0924	0,0827	0,189	0,0158	0,379	0,0913	0,9151	0,7
	F	0,0442	0,0278	0,1578	0,01	0,0096	0,0149	0,1385	0,3453	0,5473	0,0263	0,4
	Média	0,1978	0,2555	0,2507	0,3101	0,2118	0,2524	0,1719	0,1582	0,2626	0,3075	0,7
	A	0,01	0,2234	0,2842	0,6484	0,1598	0,5827	0,1924	0,2548	0,2294	0,4017	0,9
	B	0,2781	0,4712	0,3284	0,296	0,0945	0,0593	0,3608	0,4031	0,0494	0,0093	0,8
	C	0,9675	0,9854	0,7529	0,5617	0,5428	0,9508	0,6049	0,5135	0,427	0,8057	1
	D	0,0747	0,3447	0,1046	0,4043	0,4087	0,2916	0,9342	0,2748	0,9586	0,3648	1
	E	0,2971	0,6628	0,1812	0,1527	0,0094	0,0759	0,0097	0,4051	0,0907	0,2473	0,8
	F	0,1986	0,4588	0,372	0,3868	0,6477	0,7983	0,4557	0,9331	0,7519	0,4171	1
Média	0,3043	0,5244	0,3372	0,4083	0,3105	0,4598	0,4263	0,4641	0,4178	0,3743	0,9	
Média Exp. 1	0,2511	0,3899	0,294	0,3592	0,2611	0,3561	0,2991	0,3111	0,3402	0,3409	0,8	
Experimento 2	A	0,5721	0,3802	0,3848	0,9409	0,3924	0,8089	0,8672	0,3984	0,224	0,0792	1
	B	0,0187	0,3931	0,6762	0,6599	0,9676	0,5223	0,4032	0,0097	0,0437	0,2366	0,7
	C	0,2759	0,0424	0,53	0,028	0,7602	0,7357	0,6372	0,4594	0,3645	0,6805	0,8
	D	0,4658	0,97	0,8386	0,0996	0,378	0,5739	0,3503	0,6044	0,1107	0,0282	1
	E	0,7093	0,6211	0,2981	0,0576	0,0296	0,413	0,2248	0,3035	0,3651	0,4985	0,9
	F	0,3936	0,363	0,3358	0,2783	0,0422	0,0882	0,3792	0,012	0,0118	0,0655	0,7
	Média	0,4059	0,4616	0,5106	0,3441	0,4283	0,5237	0,477	0,2979	0,1866	0,2648	0,9
	A	0,0477	0,3946	0,3165	0,5155	0,0083	0,2278	0,5969	0,2732	0,4986	0,0147	0,7
	B	0,0291	0,4223	0,3969	0,1642	0,0098	0,6035	0,3023	0,4051	0,2381	0,3216	0,8
	C	0,1598	0,168	0,3552	0,9344	0,4923	0,7544	0,4313	0,0948	0,208	0,1706	1
	D	0,7788	0,4833	0,4266	0,2725	0,2753	0,3181	0,408	0,2943	0,7158	0,066	1
	E	0,0438	0,4223	0,189	0,3258	0,4955	0,5816	0,2579	0,7261	0,433	0,4525	1
	F	0,0444	0,6097	0,364	0,6034	0,009	0,8343	0,4473	0,1307	0,654	0,6611	0,8
Média	0,1839	0,4167	0,3414	0,4693	0,215	0,5533	0,4073	0,3207	0,4579	0,2811	0,9	
Média Exp. 2	0,2949	0,4392	0,426	0,4067	0,3217	0,5385	0,4421	0,3093	0,3223	0,2729	0,9	
Experimento 3	A	0,0222	0,4228	0,6839	0,1383	0,0097	0,1954	0,3868	0,0184	0,0395	0,0919	0,6
	B	0,3054	0,01	0,457	0,2947	0,232	0,2572	0,2242	0,5368	0,3054	0,2594	0,9
	C	0,1535	0,7009	0,1047	0,0757	0,2527	0,0614	0,4736	0,2646	0,0176	0,5394	0,9
	Média	0,1604	0,3779	0,4152	0,1696	0,1648	0,1713	0,3615	0,2733	0,1208	0,2969	0,8
	A	0,4176	0,0398	0,0337	0,4397	0,0861	0,0241	0,4198	0,2848	0,8682	0,028	0,6
	B	0,0097	0,0481	0,0218	0,4368	0,3539	0,0746	0,664	0,0089	0,0079	0,288	0,5
	C	0,3284	0,8021	0,4118	0,0494	0,2387	0,047	0,3802	0,7647	0,6539	0,3247	0,8
Média	0,2519	0,2967	0,1558	0,3086	0,2262	0,0486	0,488	0,3528	0,51	0,2136	0,6	
Média Exp. 3	0,2061	0,3373	0,2855	0,2391	0,1955	0,11	0,4248	0,313	0,3154	0,2552	0,7	
Média geral	0,2507	0,3888	0,3351	0,335	0,2594	0,3348	0,3887	0,3112	0,326	0,2897	0,8	

Nota – Das 300 pequenas amostras (tamanho 10) examinadas, 80% foram consideradas pelo teste como sendo normais.

Tabela 9 – Teste de normalidade Shapiro-Wilk ($\alpha = 0,05$) do estudo de produção de magnitude (tato no escuro) de Fukushima (1988)

Produção de magnitude (tato no escuro)		Φ 11	Φ 12	Φ 13	Φ 14	Φ 15	Φ 16	Proporção de normalidade
		Valores de p obtidos no teste Shapiro-Wilk (nível de significância 0,05)						
Experimento 1	A	0,313	0,4863	0,3481	0,6672	0,7391	0,4638	1
	B	0,9841	0,693	0,3676	0,2161	0,8509	0,2788	1
	C	0,0963	0,4102	0,9052	0,1492	0,391	0,2558	1
	D	0,0146	0,385	0,0313	0,337	0,9417	0,3872	0,6667
	E	0,5169	0,5232	0,3636	0,9625	0,9464	0,4939	1
	F	0,7188	0,5533	0,4668	0,3912	0,298	0,0325	0,1667
	Média	0,440617	0,5085	0,413767	0,453867	0,694517	0,318667	0,8056
	A	0,1106	0,604	0,886	0,4035	0,4486	0,9168	1
	B	0,3454	0,9871	0,1404	0,8321	0,9572	0,9197	1
	C	0,0565	0,0287	0,5701	0,5626	0,2274	0,0464	0,6667
	D	0,0418	0,2901	0,9288	0,3221	0,4829	0,4517	0,8333
	E	0,0089	0,3692	0,0659	0,4359	0,0729	0,0345	0,6667
	F	0,3936	0,1001	0,0349	0,4904	0,3529	0,4258	0,1667
	Média	0,159467	0,396533	0,437683	0,507767	0,42365	0,465817	0,7222
Média Exp. 1	0,300042	0,452517	0,425725	0,480817	0,559083	0,392242	0,7639	
Experimento 2	A	0,3461	0,4447	0,6079	0,703	0,5378	0,1152	1
	B	0,4575	0,4252	0,5332	0,9814	0,93	0,4752	1
	C	0,6371	0,4606	0,1066	0,0304	0,6942	0,4097	0,8333
	D	0,2124	0,4212	0,7664	0,4163	0,8057	0,8245	1
	E	0,018	0,3918	0,5594	0,8958	0,5082	0,0097	0,6667
	F	0,0089	0,0076	0,0074	0,0078	0,0081	0,0083	0
	Média	0,28	0,358517	0,43015	0,505783	0,580667	0,3071	0,75
	A	0,0191	0,9697	0,6556	0,2406	0,692	0,0432	0,6667
	B	0,0285	0,5147	0,5892	0,3168	0,5821	0,2322	0,8333
	C	0,0432	0,6111	0,7707	0,7253	0,3526	0,7061	0,8333
	D	0,9224	0,4624	0,4805	0,3822	0,6722	0,8918	1
	E	0,0093	0,0669	0,0789	0,8068	0,5193	0,3111	0,8333
	F	0,4797	0,0179	0,4416	0,0842	0,4782	0,9597	0,8333
	Média	0,250367	0,44045	0,50275	0,425983	0,5494	0,524017	0,8333
Média Exp. 2	0,265183	0,399483	0,46645	0,465883	0,565033	0,415558	0,7917	
Experimento 3	A	0,3697	0,316	0,9036	0,5862	0,0244	0,0096	0,6667
	B	0,4151	0,4503	0,1957	0,8521	0,477	0,6953	1
	C	0,1926	0,02	0,5636	0,0701	0,4828	0,5127	1
	Média	0,3258	0,2621	0,5543	0,5028	0,328067	0,405867	0,8889
	A	0,28	0,5119	0,2036	0,3294	0,2405	0,637	1
	B	0,2637	0,0577	0,631	0,5788	0,0916	0,3557	1
	C	0,4212	0,6739	0,0729	0,0778	0,0093	0,0154	0,6667
Média	0,321633	0,4145	0,3025	0,328667	0,1138	0,336033	0,8889	
Média Exp. 3	0,323717	0,3383	0,4284	0,415733	0,220933	0,37095	0,8889	
Média geral	0,296314	0,396767	0,440192	0,454144	0,44835	0,392917	0,8148	

Nota – Das 180 pequenas amostras (tamanho 10) examinadas, 81% foram consideradas pelo teste como sendo normais.

3.3.2 Composição de duas grandes amostras de respostas sensoriais

Para se verificar se havia diferença estatística entre os grupos experimentais, o conjunto de dados foi submetido à análise de variância com medidas repetidas (ANOVA *between-within* para medidas repetidas). Os resultados dos testes de normalidade da seção anterior apontaram distribuição normal das respostas em 80% dos pequenos grupos, existia independência entre os grupos e, para se atender ao pré-requisito de homocedasticidade, os dados foram transformados pela função logarítmica neperiana, como discutido no final da seção 2.2. A Figura 43 ilustra o fluxograma de decisões a partir da análise de variância: será composta uma grande amostra com as pequenas amostras que não apresentarem diferenças estatísticas, desprezando as restantes.

Várias amostras pequenas Estimação de magnitude				10 níveis de tratamento
				10 estímulos físicos
	Experimento	Instruções	Observadores	Respostas expressas em escala logarítmica
6 grupos	1	Aparentes	60	600
		Objetivas	60	600
	2	Aparentes	60	600
		Objetivas	60	600
	3	Aparentes	30	300
		Objetivas	30	300

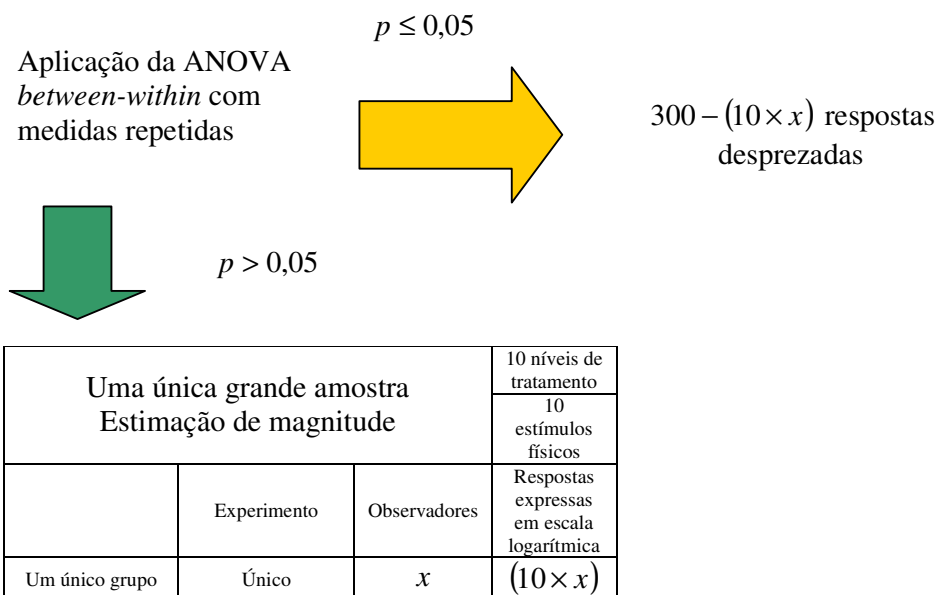


Figura 43 – Fluxograma decisório a partir da aplicação da análise de variância com medidas repetidas. Tomados os logaritmos neperianos das respostas, os dados serão submetidos ANOVA *between-within* com medidas repetidas. As amostras que não diferirem ($p > 0,05$), serão incorporadas numa única. As restantes serão desprezadas. O mesmo raciocínio será utilizado nos experimentos de produção de magnitude

3.3.2.1 Resultados da análise de variância

Os gráficos da Figura 44 ilustram o efeito de homogeneização da variância, pela transformação logarítmica. O teste de Levene apontou homocedasticidade ao longo dos grupos experimentais, para respostas suscitadas por um mesmo estímulo físico, nas provas de

estimação de magnitude; bem como para estímulos atrelados a uma mesma sensação, nas provas de produção de magnitude (Tabela 10).

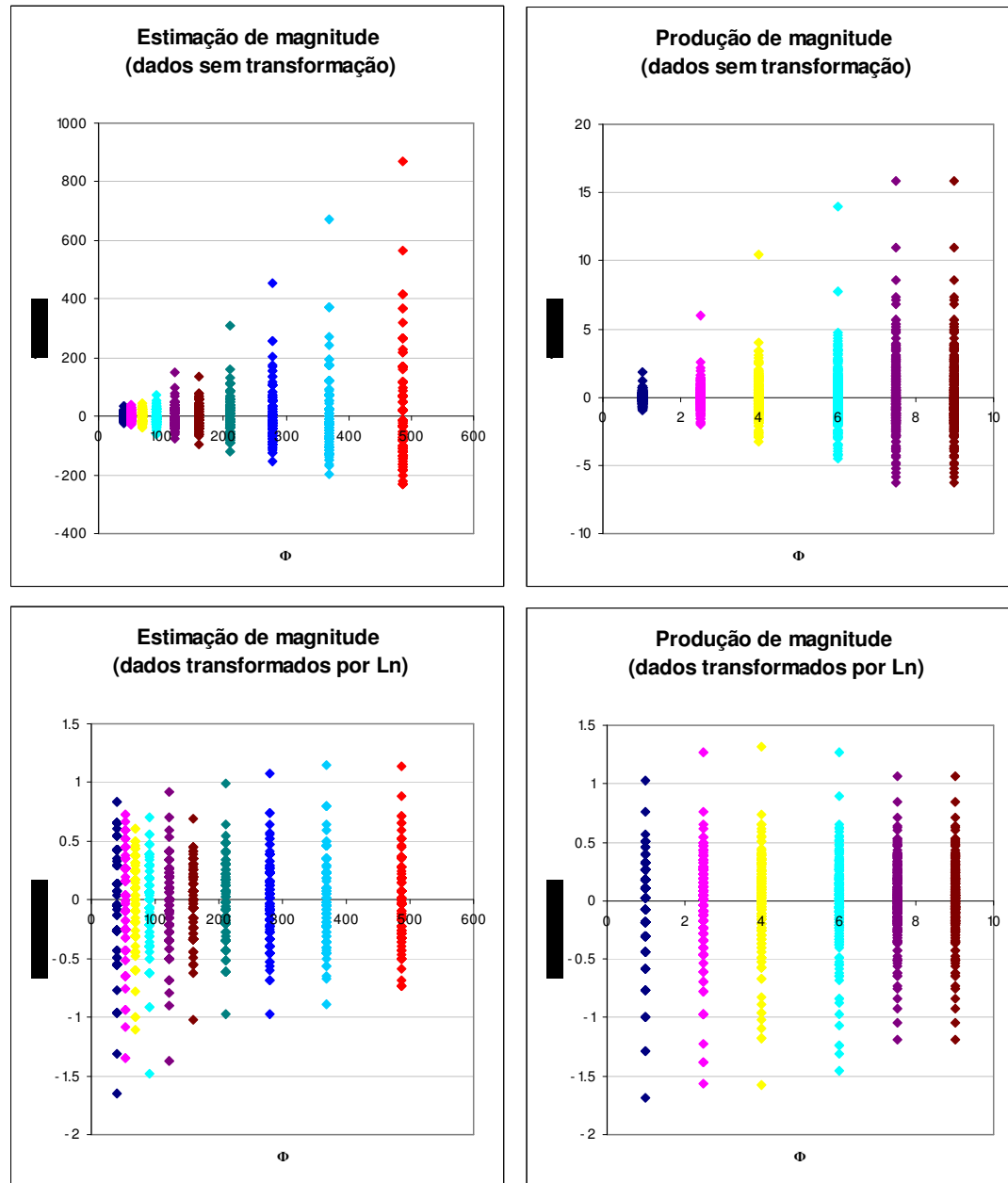


Figura 44 – Transformação logarítmica das respostas sensoriais de Fukusima (1988) para obtenção de homocedasticidade.

Acima, resíduo, ou erro absoluto, das respostas de estimação de magnitude de distância visual, à esquerda, e de produção de magnitude (tato no escuro), à direita. Abaixo, à esquerda, resíduo, ou erro absoluto, dos logaritmos neperianos das respostas de estimação de magnitude de distância visual e, à direita, de produção de magnitude (tato no escuro). Observa-se o efeito de homogeneização da variância produzido pela transformação dos dados pela função logarítmica.

Apesar da transformação logarítmica dos dados, a homocedasticidade entre os níveis de tratamento só foi alcançada no estudo de produção de magnitude. Por conta da heterogeneidade do conjunto de respostas dadas aos dois primeiros estímulos, em relação ao restante, a homocedasticidade não foi completamente alcançada no estudo de estimação de magnitude, sendo compensada pela igualdade no tamanho das amostras examinadas, não inviabilizando a análise de variância proposta (Keppel, 1982). Além disso, é previamente sabido que existe diferença entre os níveis de tratamento, sendo objeto de interesse uma possível diferença entre os grupos experimentais, o que inviabilizaria a aglutinação das pequenas amostras em uma única, mantendo-se, como não podia deixar de ser, os níveis de tratamento separadamente.

Tabela 10 – Teste de Levene para igualdade do erro de variância

Estimação de magnitude	F	gl1	gl2	p	Produção de magnitude	F	gl1	gl2	p
respostas (Φ 1)	0,199	5	294	0,963	respostas (Φ 11)	3,342	5	294	0,006
respostas (Φ 2)	0,409	5	294	0,842	respostas (Φ 12)	2,084	5	294	0,067
respostas (Φ 3)	0,697	5	294	0,626	respostas (Φ 13)	1,435	5	294	0,212
respostas (Φ 4)	1,470	5	294	0,199	respostas (Φ 14)	1,301	5	294	0,263
respostas (Φ 5)	0,741	5	294	0,594	respostas (Φ 15)	1,892	5	294	0,096
respostas (Φ 6)	0,602	5	294	0,698	respostas (Φ 16)	1,594	5	294	0,162
respostas (Φ 7)	0,563	5	294	0,729					
respostas (Φ 8)	0,788	5	294	0,559					
respostas (Φ 9)	1,374	5	294	0,234					
respostas (Φ 10)	2,211	5	294	0,053					

Nota – Testa a hipótese nula do erro de variância das respostas sensoriais ser igual através dos grupos (experimentos e instruções). Como 94% dos p obtidos foram maiores que 0,05, existe homogeneidade de variância das respostas desencadeadas por um mesmo estímulo físico (estimação de magnitude), através dos grupos; bem como entre os estímulos atrelados a uma mesma sensação (produção de magnitude), através dos grupos.

Aplicando então os testes, a análise de variância não revelou diferenças entre os grupos experimentais, nem no estudo de estimação de magnitude (Tabela 11), nem no estudo de produção de magnitude (Tabela 12). Inclusive as interações entre experimentos e instruções não foram significativas. Esses resultados possibilitaram a constituição de duas

grandes amostras: de 3000 respostas em 10 níveis de tratamento (estimação de magnitude) e de 1800 respostas em 6 níveis de tratamento (produção de magnitude).

Tabela 11 – Análise de variância com medidas repetidas aplicada aos dados de estimação de magnitude de distância visual de Fukushima (1988)

Efeito	Teste	Valor	F	Hipótese gl	Erro gl	p
respostas	<i>Pillai's Trace</i>	0,998	15574,988	10	285	0,000
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,002	15574,988	10	285	0,000
	<i>Hotelling's Trace</i>	546,491	15574,988	10	285	0,000
instruções	<i>Pillai's Trace</i>	0,009	0,261	10	285	0,989
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,991	0,261	10	285	0,989
	<i>Hotelling's Trace</i>	0,009	0,261	10	285	0,989
experimentos	<i>Pillai's Trace</i>	0,084	1,259	20	572	0,201
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,917	1,264	20	570	0,197
	<i>Hotelling's Trace</i>	0,089	1,269	20	568	0,193
instruções * experimentos	<i>Pillai's Trace</i>	0,085	1,262	20	572	0,198
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,917	1,259	20	570	0,201
	<i>Hotelling's Trace</i>	0,088	1,255	20	568	0,203

Nota – Não houve diferença significativa entre os grupos experimentais (instruções e experimentos), nem na interação entre eles, para nenhum dos testes aplicados, considerando nível de significância 0,05. Como era esperado, existe diferença estatística entre os níveis de tratamento.

Tabela 12 – Análise de variância com medidas repetidas aplicada aos dados de produção de magnitude (tato no escuro) de Fukushima (1988)

Efeito	Teste	Valor	F	Hipótese gl	Erro gl	p
respostas	<i>Pillai's Trace</i>	0,988	4012,721	6	289	0,000
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,012	4012,721	6	289	0,000
	<i>Hotelling's Trace</i>	83,309	4012,721	6	289	0,000
instruções	<i>Pillai's Trace</i>	0,010	0,471	6	289	0,830
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,990	0,471	6	289	0,830
	<i>Hotelling's Trace</i>	0,010	0,471	6	289	0,830
experimentos	<i>Pillai's Trace</i>	0,047	1,156	12	580	0,312
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,954	1,158	12	578	0,311
	<i>Hotelling's Trace</i>	0,048	1,160	12	576	0,309
instruções * experimentos	<i>Pillai's Trace</i>	0,044	1,082	12	580	0,373
	<i>Wilks' Lambda</i>	0,957	1,079	12	578	0,375
	<i>Hotelling's Trace</i>	0,045	1,076	12	576	0,378

Nota – Não houve diferença significativa entre os grupos experimentais (instruções e experimentos), nem na interação entre eles, para nenhum dos testes aplicados, considerando nível de significância 0,05. Como era esperado, existe diferença estatística entre os níveis de tratamento.

3.3.3 Revelação da verdadeira natureza da distribuição da sensação

Reexaminando-se a normalidade das novas amostras de tamanho 300, para cada nível de tratamento, com o teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors), nível de significância 0,05, passou-se a encontrar não normalidade em 100% delas, tanto nas tarefas de estimação de magnitude (Tabela 13), quanto nas de produção de magnitude (Tabela 14). Este achado surpreendente apareceu à custa do exame de amostras grandes, com desvio padrão maior do que o encontrado nas provas de discriminação sensorial.

Tabela 13 – Distribuições não normais das respostas sensoriais de julgamento de distâncias visuais

	Estimação de magnitude de distância visual									
	Φ 1	Φ 2	Φ 3	Φ 4	Φ 5	Φ 6	Φ 7	Φ 8	Φ 9	Φ 10
Tamanho da amostra (m) =	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
Desvio máximo =	0,1987	0,1654	0,1638	0,1295	0,1931	0,1692	0,1665	0,1707	0,1485	0,1417
Valor crítico (0,05) =	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512
Valor crítico (0,01) =	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595
p(valor)	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01

Nota – Resultado da aplicação do teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors – $\alpha = 0,05$) à grande amostra de 300 observações, nas provas de estimação de magnitudes de distâncias visuais conduzidas por Fukusima (1988). Observam-se os valores de p todos menores que 0,01, confirmando a hipótese da não normalidade da distribuição da sensação.

Tabela 14 – Distribuições não normais das respostas sensoriais de produção de magnitude de tato no escuro

	Produção de magnitude (tato no escuro)					
	Φ 11	Φ 12	Φ 13	Φ 14	Φ 15	Φ 16
Tamanho da amostra (m) =	300	300	300	300	300	300
Desvio máximo =	0,093	0,1145	0,0819	0,0884	0,1006	0,1079
Valor crítico (0,05) =	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512
Valor crítico (0,01) =	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595
p(valor)	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01

Nota – Resultado da aplicação do teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors – $\alpha = 0,05$) à grande amostra de 300 observações, nas provas de produção de magnitudes (tato no escuro) conduzidas por Fukusima (1988). Observam-se os valores de p todos menores que 0,01, confirmando a hipótese da não normalidade da distribuição dos estímulos físicos.

A estatística descritiva de ambas as tarefas revela uma assimetria positiva da distribuição (tabelas 15 e 16), que já podia ser suspeitada ao se examinar com atenção os

gráficos dos resíduos, onde as dispersões positivas predominam sobre as negativas (Figura 44). Este sinal estatístico, mais evidente nas distribuições mais dispersas, descarta as distribuições simétricas, como a logística e a Weibull, com parâmetro α igual a 3 a 3,5, além da própria gaussiana, que já foi afastada pelos testes de normalidade²⁹.

Tabela 15 – Estatística descritiva das grandes amostras das provas de estimação de magnitude de distância visual, conduzidas por Fukushima (1988)

	Estimação de magnitude									
	Φ 1	Φ 2	Φ 3	Φ 4	Φ 5	Φ 6	Φ 7	Φ 8	Φ 9	Φ 10
Tamanho da amostra	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
Mediana	25	40	54	80	100	150	200	250	300	400
Média Aritmética	27,69	40,37	56,51	77,12	102,02	143,51	190,28	245,16	327,45	432,08
Variância	92,96	152,32	209,11	356,68	592,89	1102,08	2304,02	4329,60	9330,18	17084,02
Desvio Padrão	9,6414	12,3419	14,4605	18,8861	24,3493	33,1976	48,0002	65,7997	96,5929	130,7059
Erro Padrão	0,5566	0,7126	0,8349	1,0904	1,4058	1,9167	2,7713	3,7989	5,5768	7,5463
Assimetria (g1)	0,7393	0,495	0,296	0,1847	0,9665	0,3679	1,1228	1,7103	1,8566	1,7347
Curtose (g2)	0,5065	0,4158	-0,04	0,4253	5,2826	0,3537	5,3643	8,2685	8,7082	7,2199
Fração de Ekman	0,3482	0,3057	0,2559	0,2449	0,2387	0,2313	0,2523	0,2684	0,2950	0,3025
Média de E										0,27428

Nota – Na penúltima linha, a Fração de Ekman foi calculada pela razão entre o desvio padrão e a média aritmética. Existe homogeneidade nos valores obtidos, que variam muito pouco da média de 0,27428.

Tabela 16 – Estatística descritiva das grandes amostras das provas de produção de magnitude (tato no escuro), conduzidas por Fukushima (1988)

	Produção de magnitude (tato no escuro)					
	Φ 11	Φ 12	Φ 13	Φ 14	Φ 15	Φ 16
Tamanho da amostra	300	300	300	300	300	300
Mediana	1,1	2,5	4	5,8	6,9	8,5
Média Aritmética	1,129	2,499	4,093	5,8383	7,1093	8,8863
Variância	0,1009	0,5638	1,7233	3,5582	4,8825	6,6678
Desvio Padrão	0,3177	0,7509	1,3128	1,8863	2,2096	2,5822
Erro Padrão	0,0183	0,0434	0,0758	0,1089	0,1276	0,1491
Assimetria (g1)	0,6273	1,7654	1,8437	1,6273	1,7407	1,4009
Curtose (g2)	4,1621	13,5742	12,796	10,1981	8,6551	5,5394
Fração de Ekman calculada	0,3058	0,3265	0,3485	0,3511	0,3377	0,3158
Média de E						0,3309
Fração de Weber	0,2814	0,3005	0,3207	0,3231	0,3108	0,2906
Média de w						0,3054

Nota – Na penúltima linha, a Fração de Weber foi calculada pela razão entre o desvio padrão e a média aritmética. Existe homogeneidade nos valores obtidos, que variam muito pouco da média de 0,3054.

²⁹ Sabendo-se, agora, que os dados não são normalmente distribuídos, julgou-se prudente refazer a análise de variância com um teste não paramétrico. Em concordância com os resultados obtidos na análise de variância paramétrica, o teste Kruskal-Wallis (Kruskal & Wallis, 1952), nível de significância 0,05, não acusou diferenças significativas entre os grupos experimentais, para nenhum dos níveis de tratamento, autorizando a constituição das duas grandes amostras de tamanho 300.

Restam ainda as distribuições Weibull (com $\alpha = 2$), log-normal e GMPFP/gama como candidatas a representarem a natureza estatística das respostas sensoriais. Para testá-las, foi empregado o Kolmogorov-Smirnov, nível de significância 0,05, como teste de aderência. Para tanto, as frequências relativas das respostas sensoriais foram obtidas para nove intervalos iguais, representados por seu ponto médio. De um extremo a outro, os intervalos contemplavam toda a amplitude de variação das respostas, em cada nível de tratamento. Os valores empíricos foram então comparados aos valores teóricos, calculados com as expressões deduzidas nas seções 3.1.3.2 e 3.2.1 (equações 150, 159, 130 e 124), aplicadas a cada ponto médio dos intervalos. As médias aritméticas foram utilizadas como parâmetros nessas expressões, bem como o valor médio da Fração de Ekman (nas provas de estimação de magnitude) e de Weber (nas provas de produção de magnitude), listados nas tabelas 15 e 16. Realizados os testes de aderência, calculou-se o valor médio de p para cada distribuição. Os resultados estão apresentados nas tabelas numeradas de 17 a 22, sendo as três primeiras referentes às provas de estimação de magnitude e as três últimas, às de produção de magnitude.

Tabela 17 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de estimação de magnitude de distância visual (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição Weibull

Distribuição Weibull ($\alpha = 2$)	Estimação de magnitude de distância visual									
	$\Phi 1$	$\Phi 2$	$\Phi 3$	$\Phi 4$	$\Phi 5$	$\Phi 6$	$\Phi 7$	$\Phi 8$	$\Phi 9$	$\Phi 10$
Tamanho da primeira amostra	132,727	104,643	90,244	55,827	32,667	31,848	17,384	12,254	8,592	6,75
Tamanho da segunda amostra	138,348	108,488	91,598	56,978	33,64	32,232	17,233	12,198	8,731	7,013
Desvio máximo (bilateral)	0,0729	0,0849	0,0891	0,0518	0,1149	0,0941	0,0707	0,1079	0,0514	0,0719
Valor crítico (0,05)	0,1652	0,1863	0,2017	0,2561	0,3341	0,3398	0,4623	0,5501	0,6535	0,7333
Valor crítico (0,01)	0,198	0,2233	0,2418	0,307	0,4004	0,4073	0,5541	0,6593	0,7833	0,8789
p (bilateral)	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05
Qui-Quadrado (unilateral)	1,4381	1,5368	1,4432	0,3031	0,8751	0,5676	0,1728	0,2846	0,0457	0,0711
Graus de liberdade	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
p (unilateral)	0,4872	0,4638	0,486	0,8594	0,6456	0,7529	0,9172	0,8674	0,9774	0,9651
Média de p										0,7422

Nota – Com nível de significância 0,05, o teste aceita a distribuição Weibull ($\alpha = 2$) como modelo estatístico da distribuição das respostas sensoriais (p médio 0,7422).

Tabela 18 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de estimação de magnitude de distância visual (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição log-normal

Distribuição Log-normal	Estimação de magnitude de distância visual									
	Φ 1	Φ 2	Φ 3	Φ 4	Φ 5	Φ 6	Φ 7	Φ 8	Φ 9	Φ 10
Tamanho da primeira amostra	136,364	107,143	91,463	56,391	33,333	32,609	17,442	12,295	8,621	6,818
Tamanho da segunda amostra	136,236	106,973	90,845	56,264	33,417	32,532	17,391	12,22	8,543	6,817
Desvio máximo (bilateral)	0,0461	0,068	0,09	0,0464	0,079	0,0968	0,0827	0,091	0,0084	0,0806
Valor crítico (0,05)	0,1647	0,1859	0,2015	0,2563	0,3329	0,337	0,4609	0,5494	0,6566	0,7366
Valor crítico (0,01)	0,1974	0,2228	0,2414	0,3071	0,399	0,4039	0,5524	0,6584	0,7869	0,8828
p (bilateral)	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05
Qui-Quadrado (unilateral)	0,5794	0,9892	1,476	0,243	0,4171	0,6099	0,2379	0,2032	0,0012	0,0886
Graus de liberdade	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
p (unilateral)	0,7485	0,6098	0,4781	0,8856	0,8118	0,7372	0,8878	0,9034	0,9994	0,9567
Média de p										0,8018

Nota – Com nível de significância 0,05, o teste aceita a distribuição log-normal como modelo estatístico da distribuição das respostas sensoriais. O valor médio de p , 0,80183, favorece a log-normal em relação à Weibull ($\alpha = 2$).

Tabela 19 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de estimação de magnitude de distância visual (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição GMPFP

Distribuição GMPFP	Estimação de magnitude de distância visual									
	Φ 1	Φ 2	Φ 3	Φ 4	Φ 5	Φ 6	Φ 7	Φ 8	Φ 9	Φ 10
Tamanho da primeira amostra	136,364	107,143	91,463	56,391	33,333	32,609	17,442	12,295	8,621	6,818
Tamanho da segunda amostra	136,365	107,07	91,095	56,341	33,338	32,578	17,434	12,281	8,61	6,825
Desvio máximo (bilateral)	0,0493	0,0509	0,1032	0,0477	0,0725	0,0776	0,0642	0,1101	0,0231	0,0659
Valor crítico (0,05)	0,1647	0,1858	0,2013	0,2562	0,3331	0,3369	0,4606	0,5487	0,6553	0,7364
Valor crítico (0,01)	0,1974	0,2227	0,2413	0,307	0,3993	0,4038	0,552	0,6576	0,7854	0,8826
p (bilateral)	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05
Qui-Quadrado (unilateral)	0,6628	0,5559	1,9427	0,2563	0,3507	0,393	0,1436	0,2978	0,0092	0,0592
Graus de liberdade	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
p (unilateral)	0,7179	0,7573	0,3786	0,8797	0,8392	0,8216	0,9307	0,8616	0,9954	0,9708
Média de p										0,81528

Nota – Com nível de significância 0,05, o teste aceita a distribuição GMPFP como modelo estatístico da distribuição das respostas sensoriais. O valor médio de p , 0,81528, favorece a GMPFP em relação à log-normal e à Weibull ($\alpha = 2$).

Tabela 20 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de produção de magnitude – tato no escuro – (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição Weibull

Distribuição Weibull	Produção de magnitude (tato no escuro)					
	Φ 11	Φ 12	Φ 13	Φ 14	Φ 15	Φ 16
Tamanho da primeira amostra	26,696	9,344	5,456	4,041	3,652	3,382
Tamanho da segunda amostra	26,842	8,721	5,038	3,825	3,68	3,341
Desvio máximo (bilateral)	0,0815	0,0736	0,0844	0,0462	0,0444	0,0261
Valor crítico (0,05)	0,3717	0,6403	0,8403	0,9702	1,0045	1,0491
Valor crítico (0,01)	0,4455	0,7675	1,0071	1,1628	1,204	1,2573
p (bilateral)	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05
Qui-Quadrado (unilateral)	0,356	0,0977	0,0746	0,0168	0,0144	0,0046
Graus de liberdade	2	2	2	2	2	2
p (unilateral)	0,837	0,9523	0,9634	0,9917	0,9928	0,9977
Média de p						0,9558

Nota – Com nível de significância 0,05, o teste aceita a distribuição Weibull ($\alpha = 2$) como modelo estatístico da distribuição das respostas sensoriais. O valor médio de p foi 0,9558.

Tabela 21 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de produção de magnitude – tato no escuro – (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da log-normal

Distribuição Log-normal	Produção de magnitude (tato no escuro)					
	Φ 11	Φ 12	Φ 13	Φ 14	Φ 15	Φ 16
Tamanho da primeira amostra	26,786	9,375	5,474	4,054	3,676	3,394
Tamanho da segunda amostra	26,917	9,342	5,43	4,015	3,629	3,38
Desvio máximo (bilateral)	0,0731	0,0504	0,0594	0,0445	0,0151	0,0119
Valor crítico (0,05)	0,3712	0,6287	0,8237	0,9576	1,0063	1,0451
Valor crítico (0,01)	0,4449	0,7535	0,9872	1,1477	1,2061	1,2526
p (bilateral)	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05
Qui-Quadrado (unilateral)	0,2868	0,0475	0,0385	0,016	0,0017	0,001
Graus de liberdade	2	2	2	2	2	2
p (unilateral)	0,8664	0,9765	0,9809	0,992	0,9992	0,9995
Média de p						0,9691

Nota – Com nível de significância 0,05, o teste aceita a distribuição log-normal como modelo estatístico da distribuição das respostas sensoriais. O valor médio de p , 0,9691, favorece a log-normal em relação à Weibull ($\alpha = 2$).

Tabela 22 – Teste de aderência Kolmogorov-Smirnov da distribuição das respostas experimentais de produção de magnitude – tato no escuro – (Fukusima, 1988) ao modelo teórico da distribuição Gama

Distribuição Gama	Produção de magnitude (tato no escuro)					
	Φ 11	Φ 12	Φ 13	Φ 14	Φ 15	Φ 16
Tamanho da primeira amostra	26,786	9,375	5,474	4,054	3,676	3,394
Tamanho da segunda amostra	26,789	9,335	5,441	4,032	3,668	3,391
Desvio máximo (bilateral)	0,0614	0,0265	0,0285	0,0132	0,0271	0,0169
Valor crítico (0,05)	0,3716	0,6288	0,8233	0,9565	1,0037	1,0443
Valor crítico (0,01)	0,4454	0,7537	0,9867	1,1464	1,203	1,2516
p (bilateral)	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05	> 0,05
Qui-Quadrado (unilateral)	0,2019	0,0132	0,0089	0,0014	0,0054	0,0019
Graus de liberdade	2	2	2	2	2	2
p (unilateral)	0,904	0,9934	0,9956	0,9993	0,9973	0,999
Média de p						0,9814

Nota – Com nível de significância 0,05, o teste aceita a distribuição gama como modelo estatístico da distribuição das respostas sensoriais. O valor médio de p , 0,9814, favorece a gama em relação à log-normal e à Weibull.

3.3.3.1 Discussão dos resultados do teste de aderência e confirmação das distribuições GMPFP e Gama

O teste de aderência Kolmogorov-Smirnov não rejeitou nenhuma das distribuições assimétricas examinadas, embora tenha gerado valores de probabilidade discretamente mais favoráveis à distribuição GMPFP/gama, como ilustra a Figura 45. Nas provas de produção de magnitude os modelos matemáticos foram ligeiramente mais fidedignos em função da menor dispersão das respostas, uma vez que se utilizaram estímulos de menor intensidade. Uma segunda razão está associada às nuances das respostas. Nas provas de estimação de magnitude, os observadores preferem alguns valores inteiros e arredondados como resposta, por exemplo, 200 a 197. Isto salienta alguns intervalos de valores, em detrimento de outros vizinhos, distorcendo um pouco a variação de respostas em torno de um valor mediano³⁰. Nas provas de produção de magnitude, as nuances de respostas reaparecem, tornando mais suave a mudança de frequências de um intervalo para outro, produzindo maior aderência ao modelo matemático.

A discreta preponderância da distribuição GMPFP e da gama poderia ser suficiente para elegê-las como as melhores representantes estatísticas das respostas sensoriais, aquela no contínuo psicológico e esta, no contínuo físico, mas tal escolha seria mais confortável se corroborada por um outro caminho.

³⁰ Essa é uma das críticas que Poulton (1967) tece à invariância da função potência de Stevens, na relação entre estímulo físico e sensação. Como demonstrado aqui, o fenômeno não é suficiente para descaracterizar a distribuição estatística subjacente aos dados, como apontou os altos valores de p obtidos no teste de aderência ao modelo teórico.

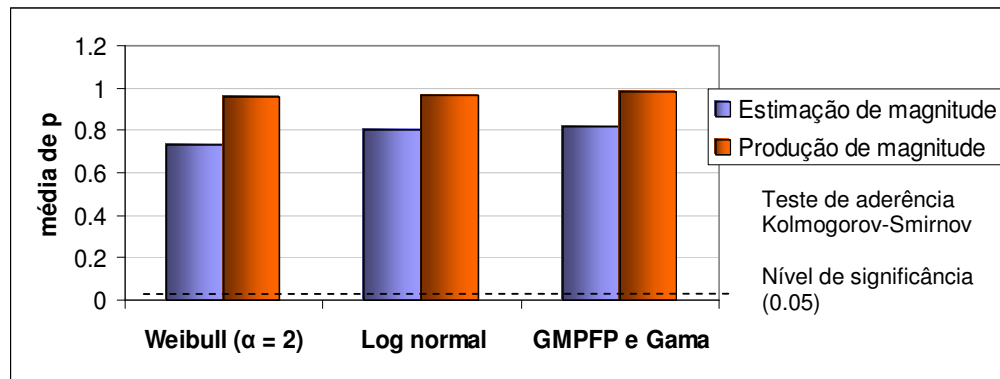


Figura 45 – Resultados médios de p no teste Kolmogorov-Smirnov ($\alpha = 0.05$) de aderência entre os valores empíricos e os modelos estatísticos teóricos das quatro distribuições com assimetria positiva. As quatro distribuições podem representar a distribuição estatística das respostas sensoriais, com discreta vantagem das distribuições GMPFP e gama.

Em complementação ao teste de aderência empregado, a soma dos erros quadráticos, comparando cada valor empírico da densidade de probabilidade com seu par teórico, foi calculado para as quatro distribuições. A média das somas obtidas para cada valor da variável independente, das provas experimentais, está sumarizada nos gráficos da Figura 46.

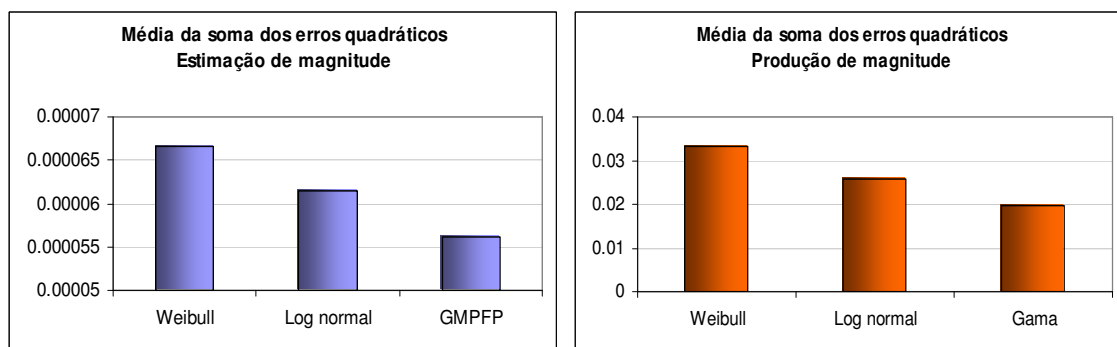


Figura 46 – Média da soma dos erros quadráticos quando comparados os dados empíricos de estimação de magnitude com os modelos teóricos, à esquerda, e de produção de magnitude, à direita.

Em ambos os gráficos, a coluna mais baixa representa o melhor resultado: a distribuição GMPFP na prova de estimação de magnitude e gama, na prova de produção de magnitude. O resultado foi concordante com o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov.

Em concordância com o teste Kolmogorov-Smirnov, a distribuição Weibull, com parâmetro α valendo 2, produziu a maior média de somatória dos erros quadráticos, não sendo, portanto, o melhor modelo para representar a distribuição das respostas sensoriais.

Também a distribuição log-normal, nas provas de estimação e produção de magnitude, reproduziu o mesmo resultado do teste de aderência anterior: teve performance pior que a GMPFP e a gama. Portanto, as distribuições GMPFP e gama se mostraram os mais adequados modelos teóricos das respostas sensoriais no contínuo psicológico e físico, respectivamente.

Em função da pequena diferença obtida entre a GMPFP/gama e a log-normal no teste Kolmogorov-Smirnov, considere-se ainda a possibilidade da distribuição das respostas sensoriais ser log-normal. Se assim for, então $Z_\psi = \ln(\psi)$ será uma variável normalmente distribuída, nas provas de estimação de magnitude, bem como $Z_\phi = \ln(\phi)$ será uma variável normalmente distribuída, nas provas de produção de magnitude. Não satisfazer essa condição implicará ψ e ϕ não terem distribuição log-normal. Efetuada a transformação logarítmica das duas variáveis, os dados transformados foram submetidos ao teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors – $\alpha = 0,05$).

Tabela 23 – Distribuições não normais dos logaritmos das respostas sensoriais de julgamento de distâncias visuais

	Estimação de magnitude de distância visual – dados transformados em $Z_\psi = \ln(\psi)$									
	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$	$\Phi 1$
Tamanho da amostra (m) =	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
Desvio máximo =	0,1404	0,1404	0,1404	0,1404	0,1404	0,1404	0,1404	0,1404	0,1404	0,1404
Valor crítico (0,05) =	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512	0,0512
Valor crítico (0,01) =	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595	0,0595
p(valor)	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01

Nota – Resultado da aplicação do teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors – $\alpha = 0,05$) à grande amostra de 300 observadores, nas provas de estimação de magnitudes de distâncias visuais conduzidas por Fukusima (1988). Observem-se os valores de p todos menores que 0,01, confirmando a hipótese da não normalidade da distribuição do logaritmo da sensação. A distribuição da sensação não é log-normal.

Tabela 24 – Distribuições não normais do logaritmo das respostas sensoriais de produção de magnitude de tato no escuro.

	Produção de magnitude (tato no escuro) – dados transformados em $Z_\phi = \ln(\phi)$					
	$\Phi 11$	$\Phi 12$	$\Phi 13$	$\Phi 14$	$\Phi 15$	$\Phi 16$
Tamanho da amostra (m) =	300	300	300	300	300	300
Desvio máximo =	0.1475	0.1464	0.089	0.0901	0.0766	0.083
Valor crítico (0,05) =	0.0512	0.0512	0.0512	0.0512	0.0512	0.0512
Valor crítico (0,01) =	0.0595	0.0595	0.0595	0.0595	0.0595	0.0595
p(valor)	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01

Nota – Resultado da aplicação do teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors – $\alpha = 0,05$) à grande amostra de 300 observadores, nas provas de produção de magnitudes (tato no escuro) conduzidas por Fukusima (1988). Observem-se os valores de p todos menores que 0,01, confirmando a hipótese da não normalidade da distribuição do logaritmo dos estímulos físicos. Como na tabela anterior, a distribuição das respostas sensoriais não é log-normal.

Os resultados, apresentados nas tabelas 23 e 24, afastam definitivamente a possibilidade das viáveis ψ e ϕ terem distribuição log-normal, visto que Z_ψ e Z_ϕ tiveram distribuição não normal. A exclusão fortalece a GMPFP e a gama. Este resultado dá continência ao argumento de Baird (1997) de que não seria sensato se conceber valores negativos de sensação, previstos num modelo de distribuição gaussiano.

A observação de assimetria positiva nas respostas sensoriais é descrito na literatura (J. C. Baird, 1997; J. C. Baird, Berglund, & Olsson, 1996; Green, Luce, & Duncan, 1977). À medida que o intervalo de variação da sensação aumenta, nas modalidades sensoriais com valores de expoentes mais baixos, a distribuição ganha uma tendência à assimetria negativa. Para contemplar ambas as tendências, Baird (1977) utiliza uma distribuição normal truncada em dois pontos: cerca de dois desvios padrão abaixo e acima da média (N. L. Johnson & Kotz, 1976). O processo impede a ocorrência de valores negativos na abscissa da curva, reproduzindo também a assimetria positiva empiricamente observada, para baixa amplitude de variação das respostas sensoriais.

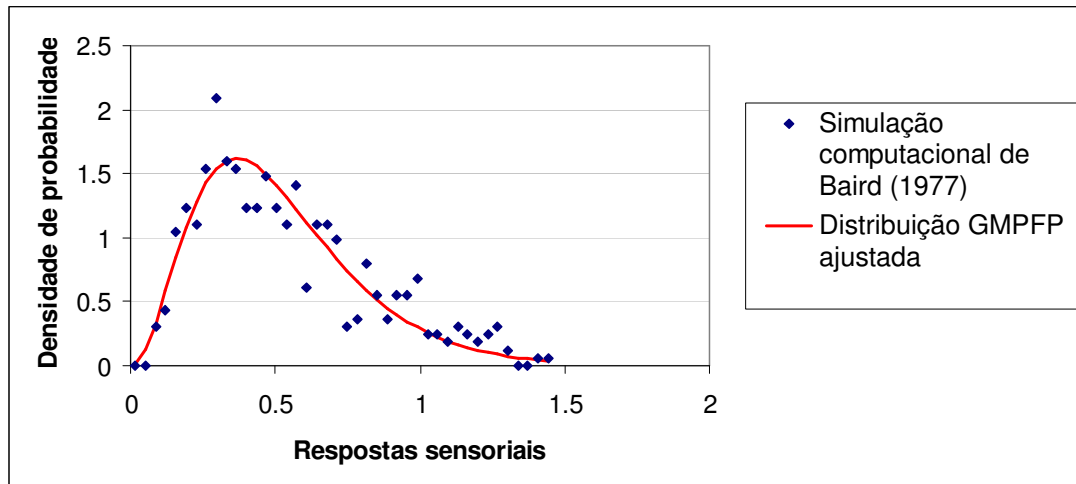


Figura 47 – Ajustamento de uma distribuição GMPFP às respostas sensoriais simuladas com a distribuição normal truncada, por Baird (1977).

O bom ajuste do modelo GMPFP aos dados de Baird (1977) produziu $p = 0,9239$ no testes Kolmogorov-Smirnov.

Uma distribuição GMPFP foi ajustada a uma das simulações computacionais apresentadas por Baird (1977), utilizando a distribuição normal truncada. O ajuste aos dados simulados foi excelente (Figura 47), com $p = 0,9239$ no teste de aderência Kolmogorov-Smirnov. De fato, Johnson e Kotz (1976) referem que um caso particular da distribuição normal truncada reproduz a distribuição meio-normal, que por sua vez é uma das distribuições pertencentes à família gama generalizada, assim como a Weibull e a própria gama.

Além desses resultados favoráveis, resta ainda uma etapa a ser testada, para confirmar a distribuição GMPFP como modelo estatístico das sensações e a gama como modelo estatístico dos estímulos físicos. Formalmente falando, se a distribuição dos estímulos físicos for gama, então a variável deve obrigatoriamente satisfazer as propriedades da distribuição gama. Como o expoente médio obtido nas provas de estimação de magnitude foi 1,09, que é praticamente 1, a GMPFP, nessa condição particular, funciona como uma gama. Portanto, também a variável sensação, das provas de estimação de magnitude, deve obrigatoriamente satisfazer as propriedades da gama. Destas, duas não incluem outras distribuições em seus postulados. Essas duas propriedades da distribuição gama serão utilizados para testar se as variáveis dependentes ψ e ϕ têm, realmente, distribuição gama: a segunda, como uma

natureza mantida e a primeira, como um estado circunstancial, somente pela condição particular unitária do expoente n .

3.3.3.1.1 Submissão das variáveis ψ e ϕ à propriedade escalar da gama

“Se X é uma variável aleatória com distribuição gama tendo parâmetros κ e θ , então cX tem distribuição gama com parâmetros κ e $c\theta$, para qualquer $c > 0$.” (Johnson e Kotz, 1976, p. 170)

Para testar a propriedade, fez-se c valer 3, valor pelo qual foram multiplicadas todas as respostas dos participantes dos experimentos de estimação de magnitude de distância visual e produção de magnitude (tato no escuro) de Fukushima (1988). As frações de Ekman e de Weber, bem como as médias de 3ψ e 3ϕ foram recalculadas.

Espera-se que, se ψ e ϕ tiverem distribuição gama, então as novas variáveis 3ψ e 3ϕ também terão distribuição gama, sendo que seus parâmetros κ permanecerão os mesmos, enquanto os θ serão triplicados.

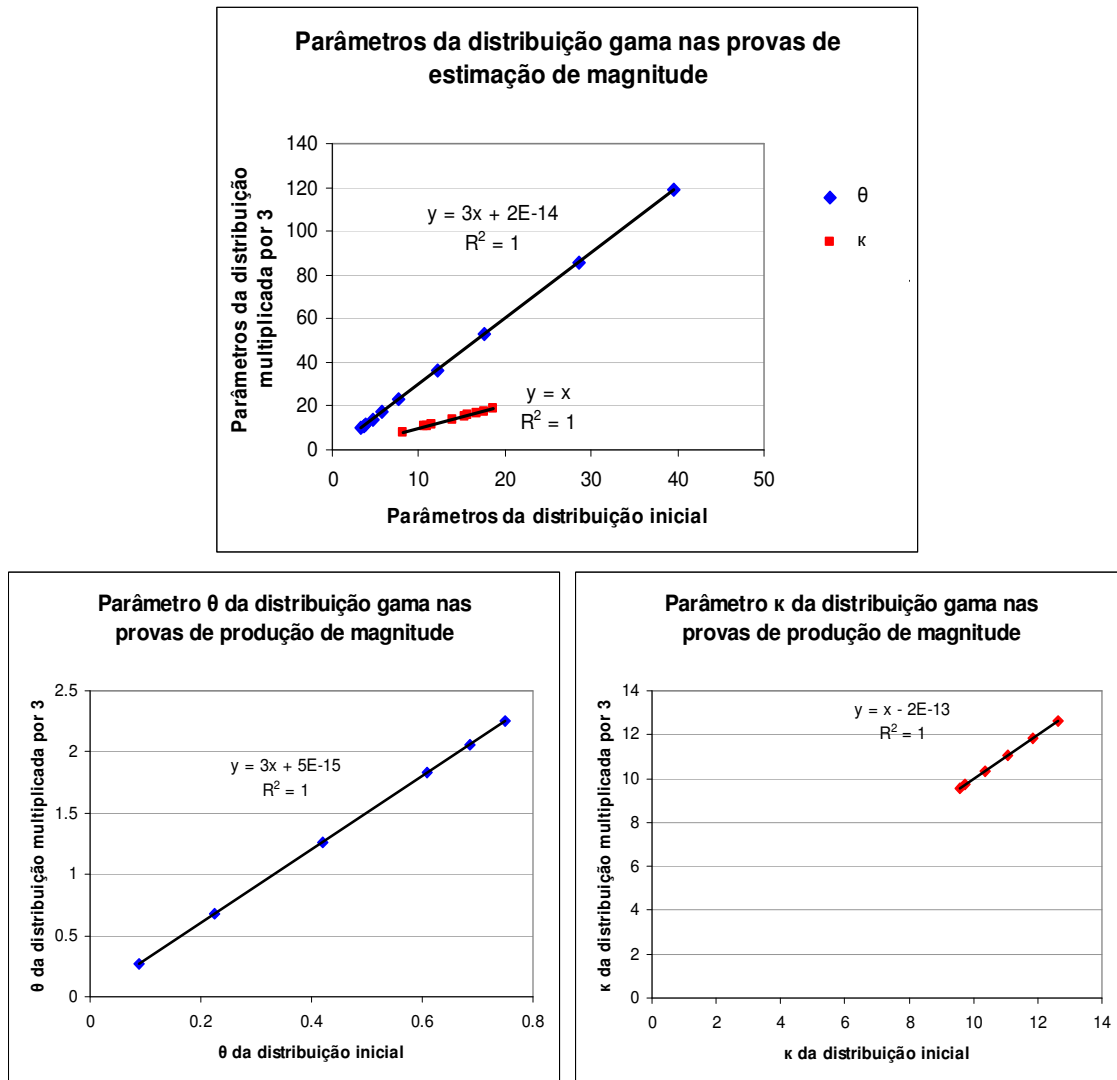


Figura 48 – As respostas dos experimentos de Fukushima (1988) foram multiplicadas por 3, para testar se as variáveis dependentes Ψ e Φ atendem à propriedade escalar da gama. Acima, parâmetros da distribuição GMPFP, circunstancialmente funcionando como gama, após multiplicação dos dados de estimação de magnitude, em relação aos parâmetros prévios. Abaixo, parâmetros θ e κ da distribuição gama após multiplicação dos dados de produção de magnitude, em relação aos parâmetros θ e κ prévios. As variáveis experimentais Ψ e Φ satisfazem a propriedade escalar da distribuição gama: os parâmetros κ permaneceram os mesmos, enquanto os θ foram triplicados.

Com os mesmos procedimentos descritos na seção 3.3.3, as frequências relativas amostrais ($m = 300$) foram submetidas ao teste Kolmogorov-Smirnov, com nível de significância 0,05, para testar o ajuste ao modelo de distribuição gama. Todos os valores obtidos foram superiores ao nível de significância. Nas provas de estimação de magnitude, o valor médio de p foi 0,9285, e nas de produção de magnitude, 0,9955.

Os resultados do cálculo dos parâmetros, utilizando as equações 122 e 123, foram representados nos gráficos da Figura 48, dos parâmetros novos em função dos velhos. Os ajustes das retas de regressão aos parâmetros calculados com base nos dados empíricos foram tão perfeitos, que todos os coeficientes de determinação assumiram valor 1. Os valores de κ permaneceram os mesmos, enquanto os de θ foram triplicados.

Portanto, as variáveis ψ e ϕ satisfizeram a propriedade escalar da gama.

3.3.3.1.2 *Submissão das variáveis ψ e ϕ à propriedade de reprodutividade da gama*

“Se X_1, X_2, \dots, X_m são variáveis independentes e aleatórias com distribuição gama tendo parâmetros $(\kappa_1, \theta), (\kappa_2, \theta), \dots, (\kappa_m, \theta)$, então $\sum_{i=1}^m X_i$ tem distribuição gama com parâmetros $\sum_{i=1}^m \kappa_i$ e θ .” (Weisstein, 2005a, p. 4).

Para testar a propriedade, tomou-se cada amostra, de tamanho 300, das respostas dos participantes dos experimentos de estimacão de magnitude de distância visual e produção de magnitude (tato no escuro) de Fukusima (1988) e somou-se a elas mesmas, após aleatorizados os dados. As frações de Ekman e de Weber, bem como as médias de $\psi_1 + \psi_{1_aleatorizada}$ e $\phi_1 + \phi_{1_aleatorizada}$ foram recalculadas.

Espera-se que, se ψ e ϕ tiverem distribuição gama, então as novas variáveis $\psi_1 + \psi_{1_aleatorizada}$ e $\phi_1 + \phi_{1_aleatorizada}$ também terão distribuição gama, sendo que seus parâmetros κ serão duplicados, enquanto os θ permanecerão os mesmos.

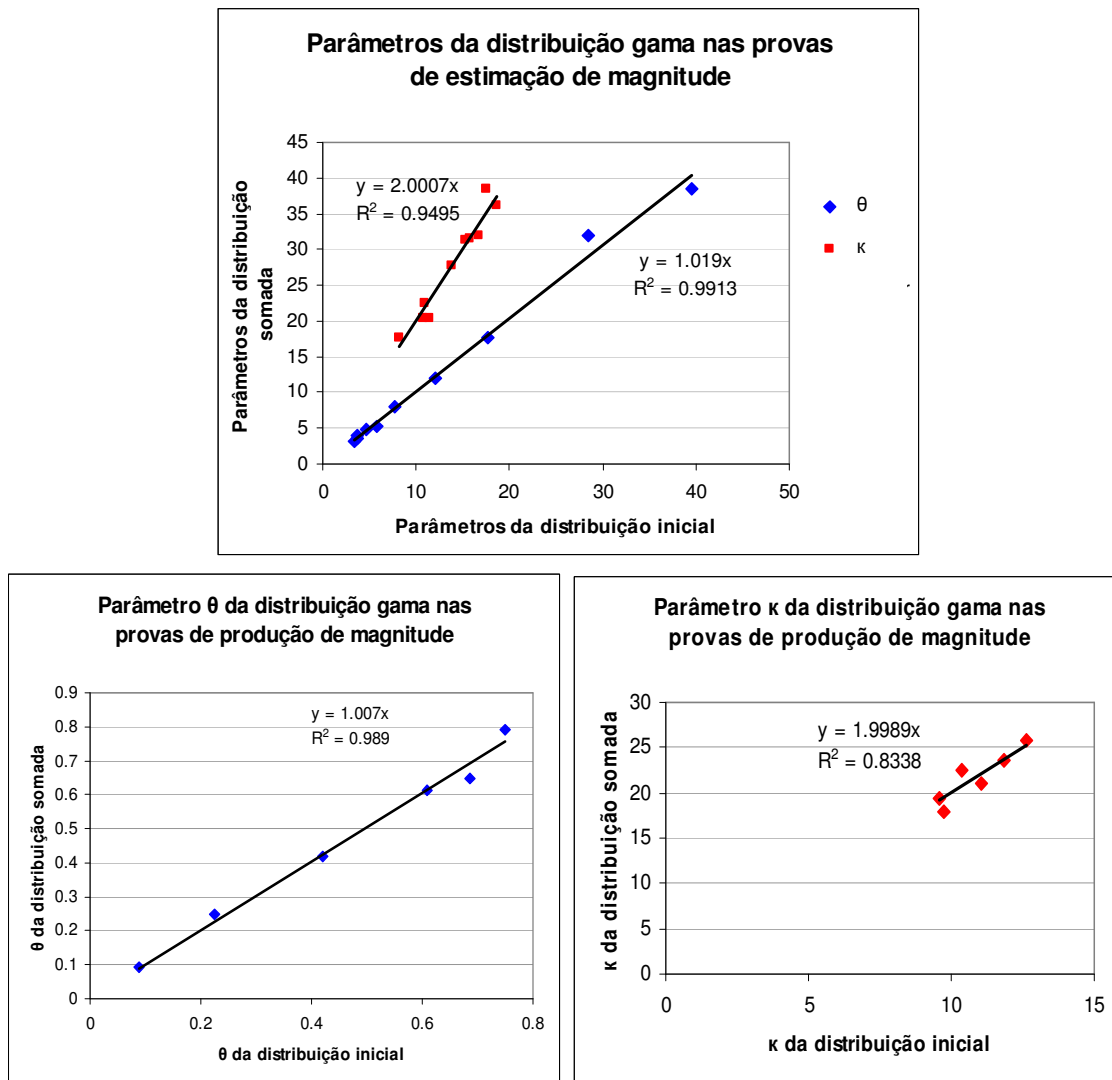


Figura 49 – As respostas dos experimentos de Fukushima (1988), referentes a um mesmo nível de tratamento, foram aleatoriamente somadas a elas mesmas, para testar se as variáveis dependentes Ψ e Φ atendem à propriedade de reprodutividade da gama.

Acima, parâmetros da distribuição GMPFP, circunstancialmente funcionando como gama, após soma aleatória da variável a si mesma (dados de estimação de magnitude), em relação aos parâmetros prévios. Abaixo, parâmetros θ e κ da distribuição gama após soma aleatória da variável a si mesma (dados de produção de magnitude), em relação aos parâmetros θ e κ prévios. As variáveis experimentais Ψ e Φ satisfizeram a propriedade de reprodutividade da distribuição gama: os parâmetros κ foram duplicados, enquanto os θ permaneceram os mesmos.

Com os mesmos procedimentos descritos na seção 3.3.3, as novas frequências relativas amostrais ($m = 300$) foram submetidas ao teste Kolmogorov-Smirnov, com nível de significância 0,05, para testar o ajuste ao modelo de distribuição gama. Todos os valores obtidos foram superiores ao nível de significância. Nas provas de estimação de magnitude, o valor médio de p foi 0,8476, e nas de produção de magnitude, 0,9872.

Os resultados do cálculo dos parâmetros, utilizando as equações 122 e 123, foram representados nos gráficos da Figura 49, dos parâmetros novos em função dos velhos. Os ajustes das retas de regressão aos parâmetros calculados com base nos dados empíricos foram muito bons: mais de 83% dos coeficientes se justificam pelas regressões. Os valores de κ foram duplicados, enquanto os de θ permaneceram os mesmos.

Portanto, as variáveis ψ e ϕ satisfizeram a propriedade de reprodutividade da gama.

3.3.3.2 Conclusão sobre a distribuição das respostas sensoriais

Com base nos testes de aderência, na exclusão da distribuição log-normal e das distribuições simétricas, e na satisfação das propriedades da gama, conclui-se que a sensação tem distribuição GMPFP e os estímulos físicos atrelados a uma sensação têm distribuição gama. *Portanto, o item (1.3.7) da hipótese geral é procedente.* A distribuição gama é referida na literatura psicofísica como modelo teórico do tempo de reação em provas psicofísicas de tomadas de decisão, mas não como modelo do fenômeno discriminatório, como documenta a extensa revisão de Luce e Green (1972).

Os gráficos das figuras 50 e 51 apresentam as distribuições empíricas oriundas dos experimentos de Fukusima (1988), em pontos esparsos, e os modelos teóricos das distribuições GMPFP e gama, em linhas contínuas, respectivamente. As curvas teóricas não foram ajustadas. Elas simplesmente foram traçadas à custa do cálculo dos parâmetros deduzidos.

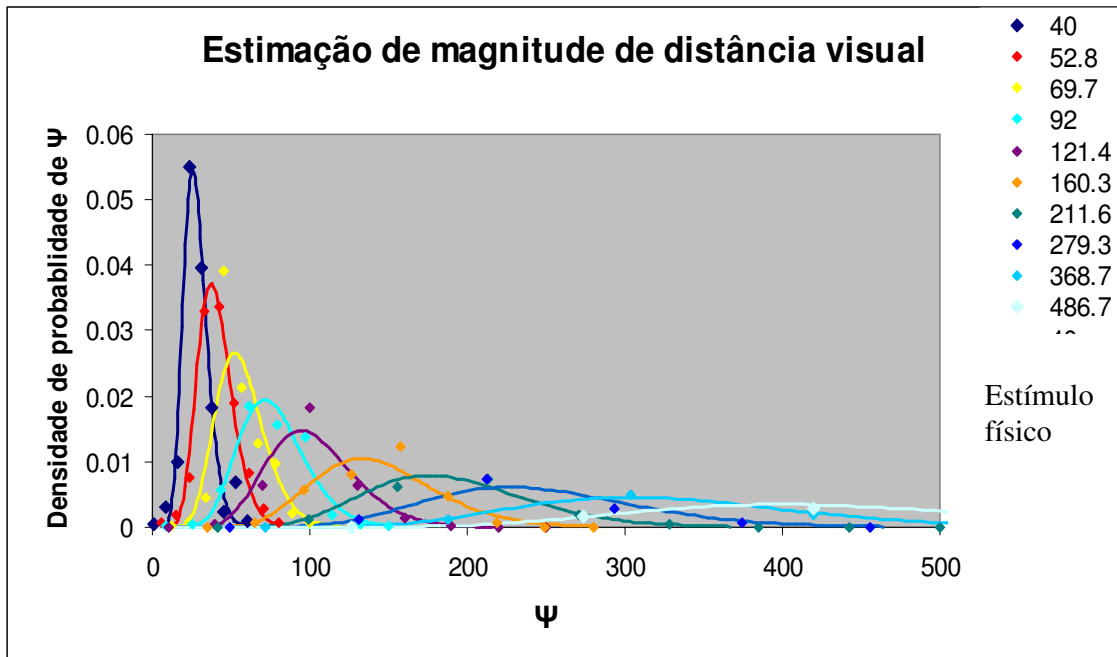


Figura 50 – Distribuições GMPFP das respostas de estimacão de magnitude de distância visual.

Os pontos esparsos são os dados empíricos, baseados nos experimentos de Fukushima (1988). As curvas contínuas são as teóricas esperadas, traçadas utilizando-se os parâmetros deduzidos. Não foram feitos ajustes.

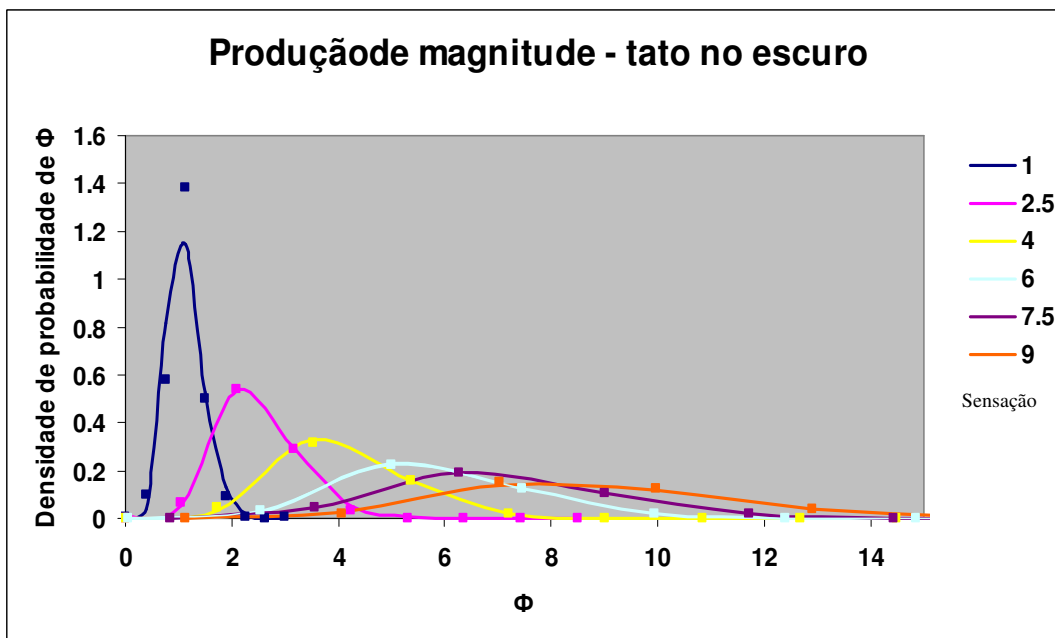


Figura 51 – Distribuições gama das respostas de produção de magnitude (tato no escuro).

Os pontos esparsos são os dados empíricos, baseados nos experimentos de Fukushima (1988). As curvas contínuas são as teóricas esperadas, traçadas utilizando-se os parâmetros deduzidos. Não foram feitos ajustes.

Os resultados empíricos podem ser simulados como ilustra a Figura 52. A simulação computacional, pelo método de Monte Carlo, foi conduzida no Simulador Fukushima DaSilva – GMPFP k , que utiliza os modelos teóricos deduzidos na seção 3.1.3.1. A figura mostra dez distribuições gama de estímulos físicos associadas a dez distribuições GMPFP de sensações, através da função potência de Stevens. Os pontos esparsos são os dados simulados e as curvas contínuas, os modelos teóricos calculados, não ajustados.

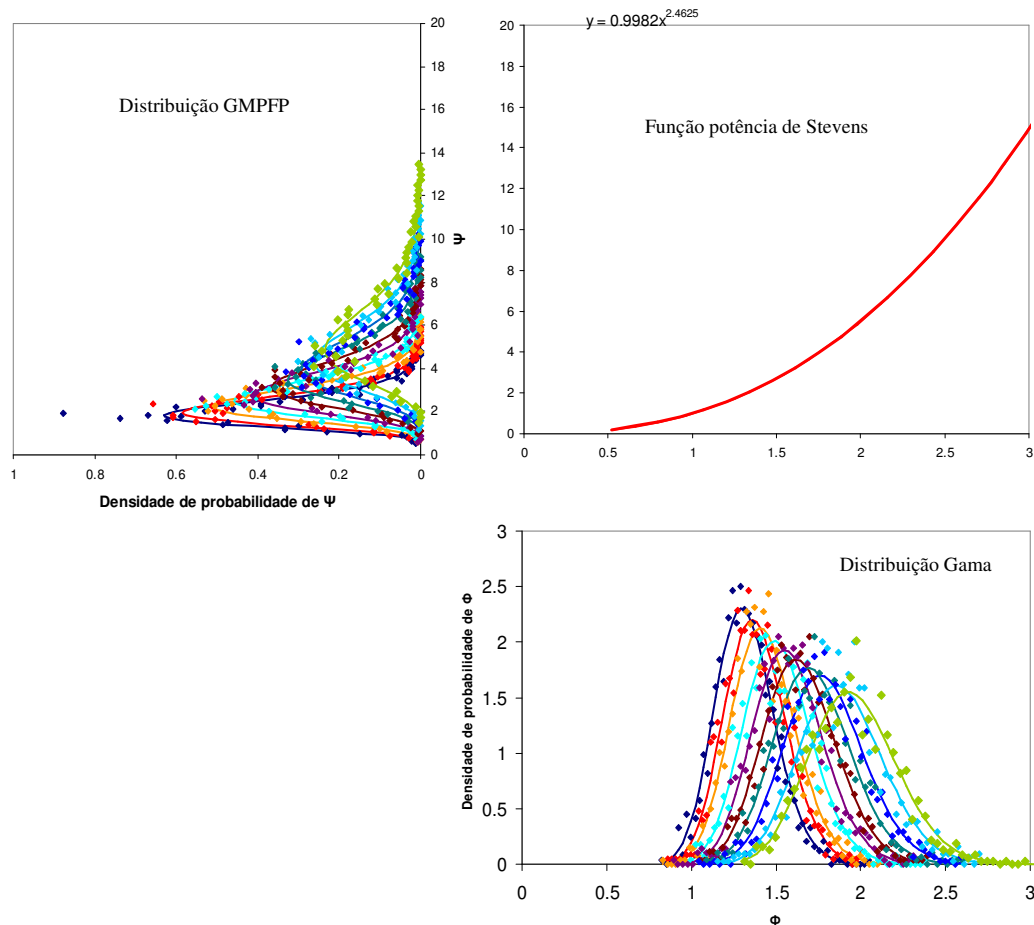


Figura 52 – Simulação computacional da distribuição gama dos estímulos físicos ligados, através da função potência, a distribuição GMPFP das sensações. Os pontos esparsos são os dados simulados no Simulador Fukushima DaSilva GMPFP k e as curvas contínuas são os modelos teóricos não ajustados, dispostos apenas pelo cálculo dos parâmetros de acordo com os modelos matemáticos propostos na seção 3.1.3.1.

Embora não obrigue uma relação de dependência, o fato da análise de dados experimentais ter conduzido às mesmas distribuições deduzidas para a ativação neural

fortalece o modelo proposto e possibilita a conjectura de que um fenômeno esteja diretamente associado ao outro. Desse ponto de vista, a sensação básica é essencialmente um fenômeno probabilístico, decorrente da ativação neural de um conjunto de neurônios sensitivos, num determinado padrão. Existem várias combinações de ativação neural que podem suscitar a mesma resposta sensorial, daí o caráter probabilístico. A natureza da ativação neural é browniana e, conseqüentemente, também o é a natureza do fenômeno discriminatório, seja ele propriamente dito, da instância de percepção local, seja aquele subjacente ao julgamento da magnitude sensorial, da instância de percepção global. *A primeira parte do item (1.3.6) e o item (1.3.8) da hipótese geral são formalmente procedentes.*

Então, no limite da indecisão, quando o estímulo comparado é muito próximo do estímulo padrão, o ser humano terá sua decisão vagando como uma partícula em movimento browniano, caótica, ora prevalecendo a sensação de maior, ora prevalecendo a sensação de menor, mas com uma tendência sutil, naturalmente determinada, de decidir pelo maior. Igualmente, quando estímulos são submetidos a julgamento de magnitude, as respostas prévias, ou a experiência prévia, funcionam como estímulos de comparação de natureza mnêmica e o fenômeno discriminatório opera novamente: o observador pode dar a mesma resposta sensorial a grandezas diferentes, interpretadas probabilisticamente como iguais. Novamente se manifesta a natureza browniana da discriminação subjacente: ora a magnitude ψ é um pouco maior, ora é um pouco menor e a decisão vagueia como uma partícula em curso aleatório. Por traz de ambos os fenômenos sensoriais, quem está funcionando num modelo browniano é a ativação neural. O sinal é percebido essencialmente como um padrão estatístico, configurado no tempo e no espaço do tecido neural.

Como dito previamente, os resultados obtidos não são suficientes para confirmar este modelo neurofuncional do fenômeno sensorial, mas certamente não o afastam e, ao contrário,

o corroboram. Fica um campo aberto para novas pesquisas da psicologia experimental, alocadas na interface entre a neurofisiologia e a psicofísica.

Os resultados obtidos são suficientes, no entanto, para se propor a revisão de dois modelos estatísticos das respostas sensoriais utilizados no dimensionamento intervalar de categorias: o modelo da sensação normal de Thurstone (1927; Thurstone, 1959) e o modelo Rasch (Rasch, 1960/1980), onde as respostas sensoriais são modeladas como uma função logística. Pelos resultados obtidos, as categorias deveriam ser convertidas em escala intervalar utilizando o modelo estatístico da distribuição GMPFP, o que se configura mais um novo e importante campo de pesquisa.

No momento, será pertinente pensar nas implicações da distribuição GMPFP da sensação sobre a natureza da distribuição estatística de n , tema do próximo capítulo.

4 A distribuição estatística de n

Em linhas gerais, a tarefa primeira deste capítulo é examinar a distribuição estatística de n , através de metanálise de dados experimentais. A simulação computacional será utilizada para gerar a distribuição de n a partir da distribuição GMPFPLog das respostas sensoriais em escala logarítmica, para se ter uma idéia de que distribuição esperar partindo da distribuição GMPFP da sensação. Uma segunda tarefa, conduzida na seção 4.1.3, será compreender, a partir do modelo estatístico, o fenômeno de crescimento da dispersão de n em função do aumento do valor do expoente da função potência. Aqui, será introduzido o conceito de curvas de isossensação, estimando-se amplitudes das sensações.

A rigor, como os dados analisados no capítulo anterior provieram das modalidades distância visual e tato, dever-se-ia afirmar somente que, nessas modalidades sensoriais, a distribuição da sensação é GMPFP e do estímulo físico é gama. Aceite-se, por ora, a afirmação como genérica. Como a distribuição de n deriva da distribuição da sensação, se o exame da distribuição de n em metanálise de várias modalidades se comportar como o esperado, então a generalização da afirmação é verdadeira. Caso contrário, ela se aplica somente às duas modalidades estudadas. Diga-se, de antemão, que a psicofísica, ao longo de sua história científica, tem apontado as invariâncias do sistema sensorial e modelos comuns de funcionamento são freqüentes entre as modalidades sensoriais. E o que é esperado?

Se a distribuição da sensação é GMPFP, e a distribuição GMPFPLog é muito próxima da distribuição log-normal em escala logarítmica, como discutido na seção 3.1.4, espera-se que a distribuição de n seja quase normal, passando por normal nos testes de normalidade. Como argumentado no início do capítulo anterior, a distribuição de n só seria formalmente normal se a distribuição da sensação fosse log-normal, com base nas deduções genéricas sobre regressão linear apresentadas por Neter e Wasserman (1974). As distribuições log-

normal e GMPFP são muito próximas, como na prática demonstraram os resultados dos testes de aderência conduzidos na seção 3.3.3. Em função disso, espera-se um comportamento muito parecido da distribuição de n se ela se originasse da sensação distribuída em log-normal ou em GMPFP: normalidade, no primeiro caso, e quase normalidade, no segundo caso.

A dedução matemática da distribuição de n , enquanto coeficiente angular da regressão linear que associa o logaritmo dos estímulos físicos ao logaritmo das sensações, é muito complexa, em especial por conta da função gama existente na expressão da distribuição GMPFPLog³¹. Portanto, a hipótese de normalidade de n será investigada em simulação computacional e em metanálise de experimentos psicofísicos.

A literatura psicofísica, embora não diga explicitamente, trata a distribuição de n como normal. Stevens (1969), referindo-se aos dados de Moskowitz (1968) (68 estimativas do expoente n de sonoridade emparelhada com sabor), descreve a distribuição das frequências em forma de sino (Figura 53), deixando subentendida a normalidade dos dados. No entanto, ao submeter os dados ao teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors), o valor obtido de p foi menor que 0,001, refutando, neste exemplo, a normalidade.

DaSilva e Macedo (1982), ao publicarem os valores médios de n e seus desvios padrão, listados na Tabela 2, deixam entender que a distribuição de n é normal, mas não o dizem claramente. Assim também o fazem Teghtsoonian (1973) e Baird (1970). A aceitação implícita da normalidade de n fica também evidente no emprego de testes paramétricos, na maioria dos estudos experimentais psicofísicos que trabalham com escalas e magnitudes sensoriais.

³¹ Uma outra dificuldade na dedução da distribuição de n em função da distribuição GMPFPLog está no fato de n covariar com k , a constante escalar da função potência. A reta de regressão na relação entre $\ln(\phi)$ e $\ln(\psi)$ tem um ponto médio de maior estabilidade e sua extremidade proximal vai cortar o eixo das ordenadas definindo $\ln(k)$. Assim, quando o expoente aumenta, parte do aumento é neutralizado pela diminuição de k , de modo que nem toda a variabilidade da sensação é absorvida na variabilidade de n , gerando uma taxa de dispersão discretamente menor que a esperada. O fenômeno é tão mais presente quanto menor o *range* da sensação, ou maior a variabilidade dela. As simulações computacionais geradas no Simulador Fukushima DaSilva GMPFP k produzem distribuições de k com assimetria marcadamente positiva.

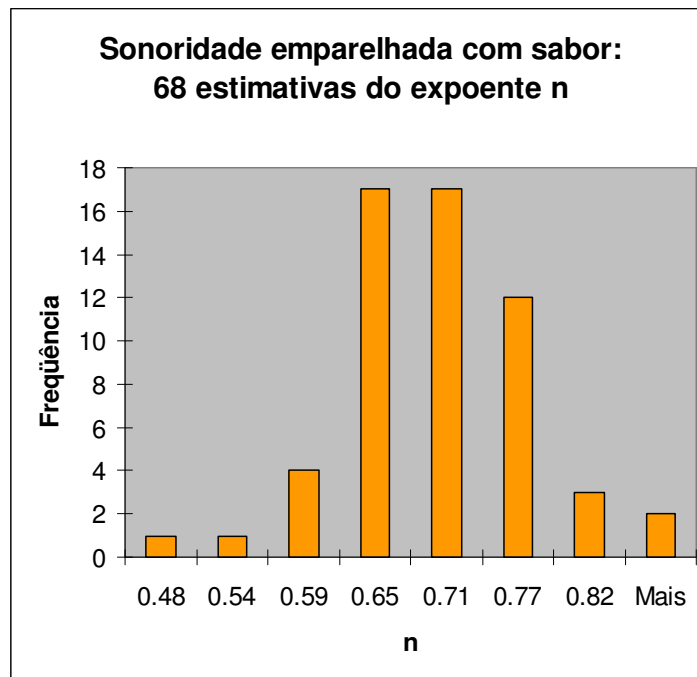
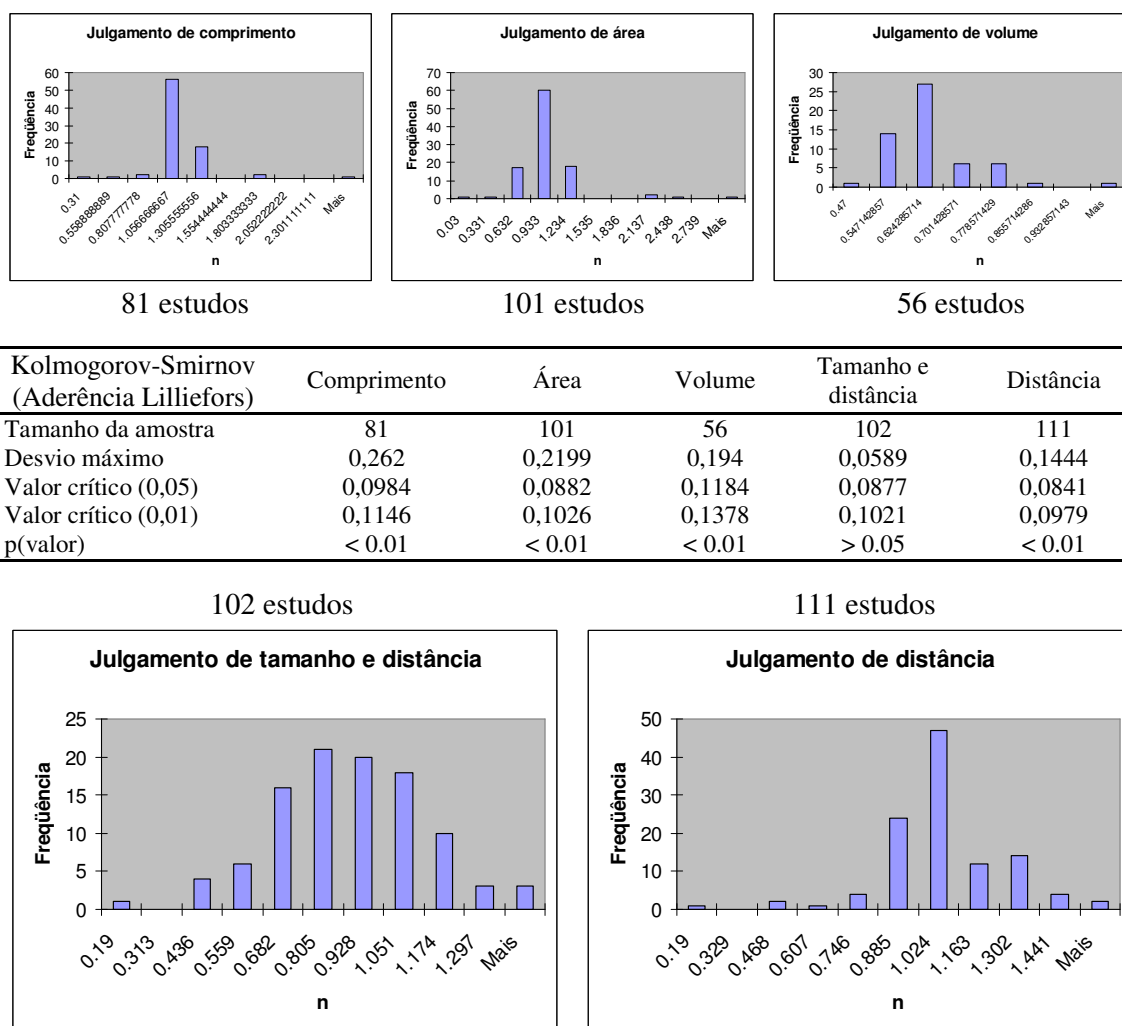


Figura 53 – Distribuição de 68 estimativas de expoente de som, obtidos em experimentos de emparelhamento intermodal com sabor.

Dados de Moskowitz (1968), citados por Stevens (1969). A distribuição do expoente, testada pelo Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors), nível de significância 0,05, não foi normal.

Há que se ter cuidado ao se considerar de qual conjunto de valores de n se analisa a provável quase normalidade. As sensações têm distribuição GMPFP quando se consideram as possíveis respostas dadas a um mesmo valor de estímulo físico. Então, a distribuição de n provavelmente será normal quando respeitados os contextos experimentais, visto que ela deriva da distribuição da sensação. Desse ponto de vista, embora as modalidades sensoriais sejam tratadas em escala de categoria, pode-se conceber um contínuo em escala de razão, supondo a existência de um valor nulo absoluto, onde uma sucessão de subpopulações de n se distribuem. Esta idéia abre caminho para uma concepção mais global do funcionamento sensorial, com invariâncias intermodais, como as curvas de isossensação, que serão discutidas na seção 4.1.3.

Tabela 25 – metanálise de normalidade dos expoentes n médios utilizando a compilação de dados sobre percepção de espaço visual realizada por DaSilva, DosSantos e Silva (1983)



Nota – No total, foram analisados 451 estudos, subdivididos nas modalidades sensoriais comprimento visual, área, volume, tamanho e distância, e somente distância. Quando submetidos os dados ao teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, nível de significância 0,05), somente a modalidade tamanho e distância visual teve distribuição gaussiana.

Para documentar a necessidade desse cuidado, os dados sobre percepção de espaço visual compilados por DaSilva, DosSantos e Silva (1983), agregando valores médios dos expoentes n para as modalidades sensoriais comprimento visual (81 estudos), área (101 estudos), volume (56 estudos), tamanho e distância (102 estudos), e somente distância (111 estudos) foram, aqui, metanalisados quanto à normalidade. No total, 451 pesquisas psicofísicas, de autores diferentes, que tinham em comum a aplicação de métodos baseados

em julgamento de razão. Os valores médios de n por modalidade sensorial foram listados e submetidos ao teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, nível de significância 0,05). A hipótese nula foi: a distribuição de n por modalidade sensorial é normal.

Os resultados estão apresentados na Tabela 25, que inclui os histogramas das distribuições de n por modalidade sensorial. Com exceção da modalidade tamanho visual e distância, todas as outras apresentaram distribuições não normais de n .

Independente da comprovação que esse resultado traz da necessidade de se examinar dados que compartilham os mesmos contextos experimentais, fica evidente, pela observação dos histogramas, que, ao menos parcialmente, a não normalidade foi encontrada porque os pesquisadores arredondam os valores de n em uma, ou, quando muito, duas casas decimais. Como os valores de n são baixos (expoentes mais altos para choque elétrico, 2.8), uma casa decimal pode representar uma quantia muito significativa do ponto de vista estatístico³². Notam-se as modas salientes dos histogramas, representando valores de n provavelmente arredondados para o valor mais comum da modalidade sensorial. Na modalidade tamanho visual e distância esse fenômeno não aparece, e é exatamente ela que satisfaz o critério de normalidade do teste.

Propõe-se, então, estudar a distribuição de n por um caminho combinado: a simulação computacional a partir da distribuição GMPFP da sensação, comparando os resultados esperados com a metanálise de dados experimentais biológicos, respeitando-se os contextos metodológicos.

4.1.1 Simulação da distribuição esperada de n

³² O comentário se faz necessário também porque, pelo Teorema Central do Limite, a distribuição das médias, seja qual for a distribuição de origem da variável, converge para a normalidade. Não foi o que se obteve aqui.

A distribuição de n depende da distribuição da sensação. Então, simulando-se sensações pode-se, indiretamente, se simular a distribuição de n .

As sensações foram simuladas pelo método Monte Carlo, no Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ , programado com a Equação 116 da distribuição GMPFP³³. Os parâmetros de configuração do simulador aparecem na Figura 54, que é um recorte da tela de configuração do simulador.

Simulador Fukusima & DaSilva - GMPFP k		
2	Um simulador de magnitude aparente em função da discriminação, em homenagem aos meus professores.	
3	Planilha de configuração de parâmetros	
4	Digite os valores dos respectivos parâmetros nas células cinzas da coluna C. Não digite valores em outras células	
5	As etapas de configuração estão ordenadas na coluna A. Não deixe nenhum parâmetro sem referir.	
6	1	Digite os valores do expoente n da função potência de Stevens que deseja estudar. Você deve referir 5 valores:
7	n1	0,4
8	n2	0,7
9	n3	1
10	n4	1,4
11	n5	2,8
12	2	Digite os valores de k , a constante escalar da função potência de Stevens. Você deve referir 5 valores:
13	k1 para n1	1
14	k2 para n2	1
15	k3 para n3	1
16	k4 para n4	1
17	k5 para n5	1
18	3	Refira o valor da fração de Ekman. Trata-se de um valor da ordem de 0,3, mas você pode fazer ensaios:
19	4	Digite 1 se você deseja fixar estímulos e 2 caso deseje fixar sensações (curvas de isossensação):
20	5	Você está trabalhando em unidades arbitrárias. Refira o primeiro valor de sensação. São 10 no total.
21	6	Para Progressão Aritmética (PA) digite 1 e para Progressão Geométrica digite (PG) 2. Observe o range abaixo.
22	7	Qual o passo da progressão?
23	Range da sensação em unidades logarítmicas	
		1.11751

Figura 54 – Valores dos parâmetros de configuração do Simulador Fukusima DaSilva GMPFP k para simulação da distribuição de n , a partir da distribuição da sensação GMPFP.

Os valores dos parâmetros foram escolhidos arbitrariamente. Os cinco valores de n englobam tanto modalidades que comprimem (0,4, brilho e 0,7, área visual), quanto que expandem (1,4, saturação de vermelho e 2,8, choque elétrico) as sensações em relação às magnitudes físicas, além de um valor de constância sensorial (1, comprimento visual). Como os simuladores trabalham em unidades arbitrárias, os valores de k foram escolhidos como 1,

³³ Como já mencionado na nota 26, o Apêndice A detalha o funcionamento dos Simuladores Fukusima DaSilva, cujos arquivos se encontram no CD em anexo. O leitor deve se reportar a esse texto para compreender o significado dos valores dos parâmetros.

embora pudessem ser quaisquer outros, trazendo apenas uma variação de escala. O valor da Fração de Ekman escolhido foi 0,3, aproximadamente o mesmo valor encontrado nas provas de estimação de magnitude de Fukusima (1988). Para todos os valores de n estudados, simularam-se os mesmos dez valores de sensação (sensações fixas), implicando, portanto, variações dos valores de estímulos físicos para cada modalidade sensorial. Isto permite que cada distribuição de n tenha origem num conjunto de distribuições de sensação que compartilham entre si os mesmos parâmetros estatísticos, embora sejam simulados separadamente. O primeiro valor de sensação escolhido foi 30 (unidades arbitrárias), a partir do qual os outros nove valores foram calculados em progressão geométrica com passo 1,1052. Este é o valor necessário para a amplitude de variação das sensações alcance o valor de 1,11751 unidades de logaritmo neperiano, valor aquém do reportado por Teghtsoonian (1971, 1973) como sendo o intervalo intermodal de variação das sensações (1.53 unidades de \log_{10}). A razão da escolha desse valor será posteriormente discutida na seção 4.1.3.3.

Configurados os parâmetros, as simulações computacionais foram conduzidas, coletando-se 14 amostras de n para cada valor do expoente estudo, ou sejam, 70 amostras de n para cada tamanho amostral estudado, a saber, 1000, 100, 40, 30, 20 e 10. As 420 amostras simuladas de n foram submetidas ao teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, nível de significância 0,05). A normalidade das 280 amostras com tamanho menor ou igual a 40 também foi testada pelo Shapiro-Wilk (nível de significância 0,05).

4.1.1.1 Resultados das simulações computacionais de n

Das 420 amostras testadas pelo Kolmogorov-Smirnov, 94,28% alcançaram valores de p acima de 0,05, ou seja, eram normais. Das 280 amostras analisadas pelo Shapiro-Wilk, 96,42% eram normais (Tabela 26). Das amostras não normais, um predomínio significativo

ocorreu na faixa de n menor ou igual a 1: 67% no teste Kolmogorov-Smirnov e 90% no Shapiro-Wilk. Não houve correlação significativa entre o tamanho da amostra e a proporção de normalidade encontrada em ambos os testes, de modo que, em média, 95% das amostras eram normais. A diferença de 5% equivale exatamente ao valor esperado do erro tipo 1. Portanto, partindo da distribuição das sensações GMPFP, a distribuição esperada de n é gaussiana.

Tabela 26 – Proporção de normalidade encontrada na simulação computacional da distribuição estatística de n .

Teste de normalidade (proporção de normalidade) – nível de significância 0,05												
Tamanho amostral	Kolmogorov-Smirnov					Shapiro-Wilk						
	$n = 0,4$	$n = 0,7$	$n = 1$	$n = 1,4$	$n = 2,8$	Total marginal	$n = 0,4$	$n = 0,7$	$n = 1$	$n = 1,4$	$n = 2,8$	Total marginal
10	0,1857	0,2	0,2	0,2	0,174	0,9571	0,1714	0,1857	0,1857	0,2	0,2	0,9429
20	0,1857	0,2	0,1857	0,1857	0,1857	0,9429	0,2	0,1857	0,1714	0,2	0,2	0,9571
30	0,2	0,2	0,1714	0,2	0,2	0,9714	0,2	0,1857	0,2	0,2	0,2	0,9857
40	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1,000	0,2	0,1857	0,2	0,1857	0,2	0,9714
100	0,2	0,2	0,1571	0,1857	0,1714	0,9142	—	—	—	—	—	—
1000	0,1429	0,1429	0,2	0,1857	0,2	0,8715	—	—	—	—	—	—
Média	0,1857	0,1905	0,1857	0,1928	0,1885	0,9428	0,1928	0,1857	0,1893	0,1964	0,2	0,9642
Não normais - proporção por faixa de n	0,67		0,33				0,9			0,1		

Nota – Para cada tamanho amostral, 70 amostras de n simuladas foram submetidas aos testes de normalidade Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk (amostras menores ou iguais a 40), com nível de significância 0,05. Os resultados apontaram normalidade em 95% das amostras analisadas. A não normalidade predominou nas amostras de n menor ou igual a 1.

A Figura 55 apresenta as distribuições simuladas de n (pontos esparsos) e as distribuições normais correspondentes (linhas contínuas em vermelho), com perfeita sobreposição. As distribuições normais utilizaram os parâmetros de média e desvio padrão de amostras de 1000 valores de n simulados. Observa-se a concordância das modas das distribuições com os valores de n que se desejavam estudar (0,4; 0,7; 1; 1,4 e 2,8), referidos na planilha de configuração (Figura 54).

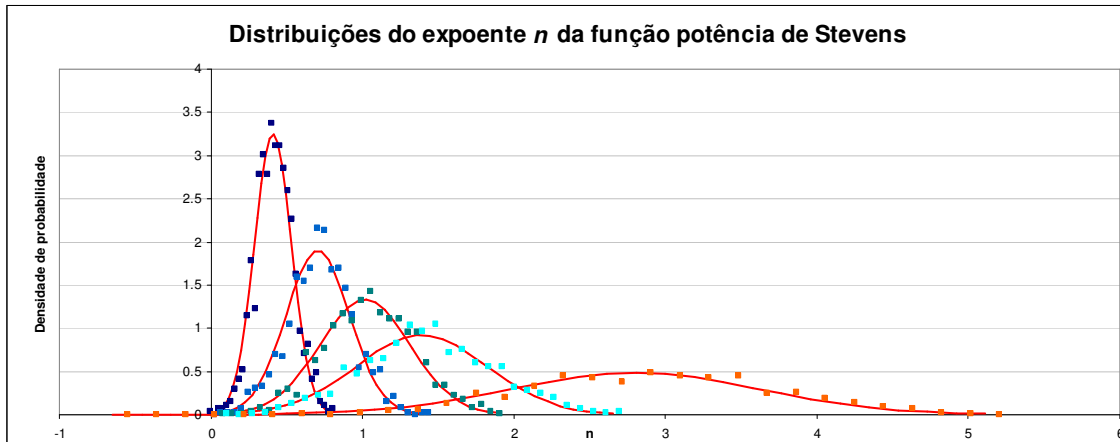


Figura 55 – Distribuições estatísticas simuladas de n (pontos esparsos), comparadas aos modelos teóricos gaussianos (linhas vermelhas).

O gráfico, extraído do Simulador Fukushima DaSilva GMPFP \mathcal{K} , exemplifica o resultado de simulação computacional das frequências de n , partindo-se da distribuição gama das sensações. Observa-se que as modas das distribuições se localizam exatamente nos valores de n que se pretendiam estudar na simulação: 0,4; 0,7; 1; 1,4 e 2,8.

Resta agora examinar os dados psicobiológicos em metanálise para investigar se a distribuição de n obtida nos experimentos psicofísicos é condizente com a distribuição teoricamente esperada e, por conseqüência, se a distribuição da sensação é GMPFP.

4.1.2 Metanálise da distribuição estatística de n

Este estudo de metanálise da distribuição de n levou em consideração a necessidade de se preservarem os contextos experimentais na compilação dos dados. Incluíram-se, aqui, dados dos expoentes n individuais dos participantes de 112 experimentos psicofísicos realizados nos laboratórios de Psicofísica e Percepção do Departamento de Psicologia e Educação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, USP, no período de 1988 a 2006. Agregaram-se ainda dois consolidados dos experimentos de Fukushima, 1988, visto que na análise de variância de n realizada pelo pesquisador não houve diferença significativa entre elas, totalizando-se, pois, 114 amostras.

Os experimentos integravam dissertações de mestrado e teses de doutorado da Psicobiologia, sendo as tabelas dos valores de n publicadas nos textos ou, quando ausentes neles, gentilmente fornecidas pelos autores para o presente fim. Como no estudo de DaSilva e DeMacedo (1982), foram selecionados somente experimentos que utilizaram métodos baseados em julgamentos de razão, com grandezas protéticas de várias modalidades sensoriais. Os dados foram digitalizados³⁴ e submetidos ao teste de normalidade Shapiro-Wilk, com nível de significância 0,05, onde satisfazer H_0 implica normalidade. Embora não seja habitual para esse fim, empregou-se um teste Z, com nível de significância 0,05, para comparação das proporções de normalidade observada e esperada. As duas amostras consolidadas dos experimentos de Fukushima (1988), bem como as amostras que geraram resultados não normais no teste Shapiro-Wilk, foram examinadas com o teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors), com mesmo nível de significância, no qual satisfazer H_0 também implica normalidade.

O objetivo foi estudar a natureza estatística da distribuição de n , bem como investigar a relação intermodal entre o valor de n e seu desvio padrão, procurando-se confirmar a correlação observada no gráfico da Figura 4. Pelo resultado da simulação da seção 4.1.1.1, esperava-se encontrar distribuição normal de n , possibilitando a generalização da distribuição GMPFP das respostas sensoriais das duas modalidades estudadas na seção 3.3 (distância visual e tato) para outras modalidades sensoriais. Dentre as amostras não normais, esperava-se ainda um predomínio de não normalidade nas amostras com média de n até 1, da ordem de 90%. A estimativa foi retirada do resultado do teste Shapiro-Wilk na simulação computacional (Tabela 26), visto que o tamanho médio das amostras experimentais era 12,74. Esperava-se também uma correlação positiva e significativa entre o valor de n e de sua dispersão.

³⁴ Os valores de n foram listados e se encontram na planilha em Excel “n normal” no CD em anexo.

4.1.2.1 Resultados e conclusões da metanálise – a distribuição estatística de n

A metanálise foi gerada à custa de 1427 valores individuais experimentais de n . A Tabela 27 lista os valores médios de n por experimento e seus respectivos desvios padrão, além dos resultados do teste Shapiro-Wilk. A normalidade foi encontrada em 88,6% dos experimentos. Como esperado, 92,3% da não normalidade ocorreu nas amostras com valores de n menores que 1,094, que correspondiam a dois terços dos estudos. Um consolidado dos valores de p obtidos no teste Shapiro-Wilk é apresentado na Figura 56.

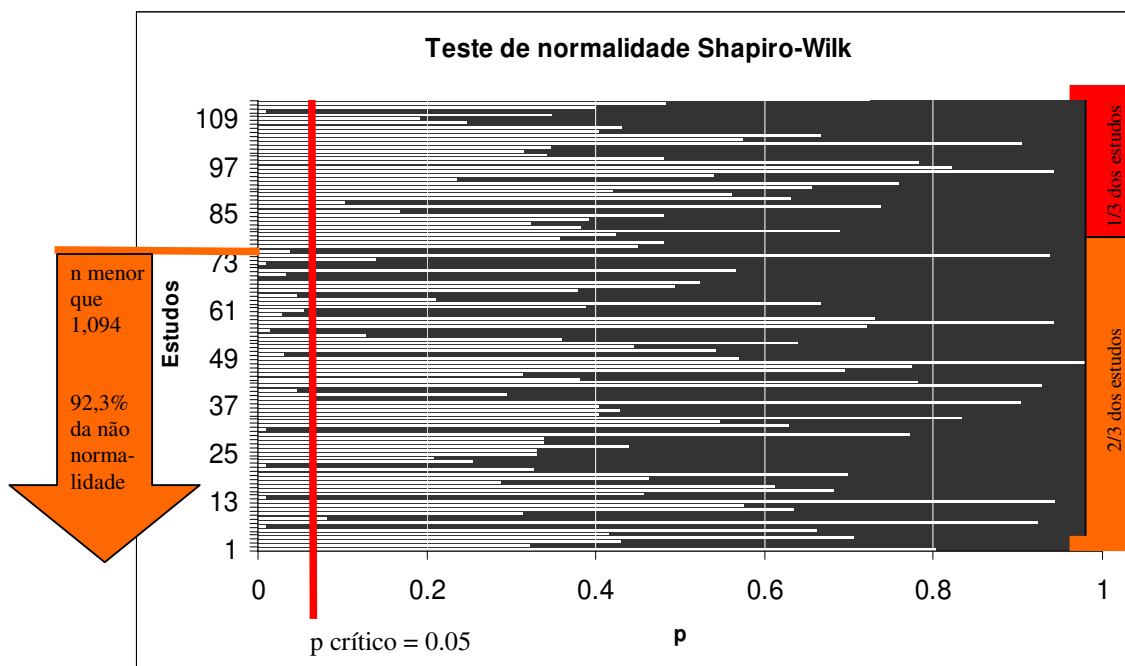


Figura 56 – Resultados dos valores de p obtidos no teste Shapiro-Wilk aplicado a 114 amostras do expoente n de Stevens. Valores maiores que 0,05, que denotam normalidade, foram encontrados em 88,6% dos experimentos. Da não normalidade, 92,3% ocorreu nas amostras com valores de n menores que 1,094, que correspondiam a dois terços dos estudos.

Tabela 27 – Metanálise de n , utilizando 114 amostras experimentais

Autores	Experimento		Tamanho amostral	n		Shapiro-Wilk	
	Modalidade sensorial	Condição experimental		Expoente n de Stevens (médio)	Desvio padrão de n	W	P (Valor crítico = 0,05)
Cruz (1991)	Comprimento visual	Estimação de magnitude	15	1,038933	0,157328	0,8628	0,029
Cruz (1991)	Distância visual	Estimação de magnitude	15	0,913267	0,096709	0,9287	0,3264
Cruz (1991)	Área visual	Estimação de magnitude	15	0,783067	0,174064	0,9271	0,3132
Cruz (1991)	Volume visual	Estimação de magnitude	15	0,5738	0,161128	0,9281	0,321
Cruz (1991)	Força dinamométrica	Estimação de magnitude	15	1,293267	0,383998	0,9377	0,3999
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 0,76m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções objetivas	10	1,124	0,105219	0,9414	0,5397
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções objetivas	10	1,118	0,151936	0,96	0,7591
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,032	0,121179	0,9059	0,3137
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,033	0,156422	0,9545	0,6945
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,49m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções objetivas	10	1,089	0,153655	0,9436	0,5662
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 2,10m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções objetivas	10	1,116	0,113157	0,9242	0,4197

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>		Shapiro-Wilk		
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	p (Valor crítico = 0,05)
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,073	0,134994	0,888	0,2102
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,046	0,089716	0,9285	0,4448
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 6,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções objetivas	10	1,153	0,142365	0,9062	0,3155
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 11,0 x 17,2 cm - 1,07m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções objetivas	10	1,102	0,145968	0,9135	0,3581
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções objetivas	10	1,109	0,118458	0,9581	0,737
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 11,0 x 17,2 cm - 2,03m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções objetivas	10	1,029	0,137473	0,9173	0,3801
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções objetivas	10	1,057	0,095922	0,977	0,9414
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções objetivas	10	1,076	0,160983	0,8367	0,0455

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>		Shapiro-Wilk		
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	p (Valor crítico = 0,05)
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,132	0,196797	0,977	0,9413
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 0,76m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções aparentes	10	1,148	0,198763	0,9108	0,3423
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções aparentes	10	1,092	0,154402	0,7413	0,0095
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,12	0,139921	0,8924	0,2357
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,142	0,189373	0,9344	0,4792
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,49m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções aparentes	10	1,067	0,166403	0,8441	0,0538
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 2,10m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções aparentes	10	1,055	0,115109	0,9567	0,7205
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,072	0,107579	0,9187	0,3879

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>	Shapiro-Wilk			
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	P (Valor crítico = 0,05)
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,189	0,249152	0,926	0,4303
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 6,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções aparentes	10	1,078	0,137421	0,9169	0,3776
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 11,0 x 17,2 cm - 1,07m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções aparentes	10	1,103	0,189094	0,9176	0,3818
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções aparentes	10	1,188	0,189901	0,9521	0,6656
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (cartas de baralho - 11,0 x 17,2 cm - 2,03m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções aparentes	10	1,111	0,262698	0,8693	0,1017
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções aparentes	10	1,048	0,138146	0,9137	0,3592
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções aparentes	10	0,993	0,09056	0,9213	0,4033
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,005	0,10427	0,9724	0,9033
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 0,76m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções objetivas	10	1,072818	0,168164	0,9521	0,6654

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>	Shapiro-Wilk			
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	p (Valor crítico = 0,05)
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções objetivas	10	1,013031	0,097891	0,9026	0,2946
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,013976	0,210411	0,8356	0,0447
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,104236	0,108104	0,9195	0,3925
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,49m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções objetivas	10	1,047443	0,090735	0,9499	0,6402
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 2,10m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções objetivas	10	1,182153	0,168079	0,9725	0,9041
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,034581	0,100693	0,9894	0,99
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,093865	0,132609	0,8277	0,038
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 6,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções objetivas	10	1,064213	0,117377	0,8153	0,0277

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>	Shapiro-Wilk			
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	P (Valor crítico = 0,05)
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 11,0 x 17,2 cm - 1,07m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções objetivas	10	1,095684	0,140194	0,9293	0,4498
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções objetivas	10	1,102939	0,104202	0,9539	0,6874
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 11,0 x 17,2 cm - 2,03m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções objetivas	10	1,208351	0,132724	0,9119	0,3487
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções objetivas	10	1,106568	0,134301	0,8806	0,1673
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções objetivas	10	0,967042	0,107265	0,9611	0,7718
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções objetivas	10	1,116024	0,184146	0,9512	0,6555
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 0,76m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções aparentes	10	1,082245	0,099624	0,9371	0,4945
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções aparentes	10	1,195101	0,155742	0,8848	0,1917

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>	Shapiro-Wilk			
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	p (Valor crítico = 0,05)
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,092607	0,117181	0,9764	0,9367
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,10351	0,063367	0,9075	0,3233
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,49m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções aparentes	10	1,092402	0,206478	0,8758	0,1391
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 2,10m - θ : 0,028 x 0,043 rad) – Instruções aparentes	10	1,18431	0,209365	0,9442	0,5734
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,033766	0,174304	0,9613	0,7738
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,045185	0,156645	0,9417	0,5431
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 6,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções aparentes	10	1,051755	0,066783	0,7912	0,0141
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções aparentes	10	1,105896	0,190832	0,9345	0,4799

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>		Shapiro-Wilk		
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	P (Valor crítico = 0,05)
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 11,0 x 17,2 cm - 2,03m - θ : 0,054 x 0,086 rad) – Instruções aparentes	10	1,048216	0,111169	0,8736	0,1264
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) – Instruções aparentes	10	1,09661	0,156265	0,9344	0,4791
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) – Instruções aparentes	10	1,027112	0,154167	0,9619	0,7809
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) – Instruções aparentes	10	1,102363	0,114012	0,9248	0,4232
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (consolidado)	300	1,09	0,154567	Não normal pelo Kolmogorov-Smirnov (Lilliefors)	
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (consolidado)	300	1,08664	0,145354	Normal pelo Kolmogorov-Smirnov (Lilliefors)	
Galante-Jr.(2006)	Esforço físico	CR10 BORG	20	1,958	0,649426	0,9702	0,7236
Galante-Jr.(2006)	Esforço físico	VAS	20	1,8565	0,64294	0,9573	0,4828
Oliveira (1996)	Área visual	Áreas familiares, informações previamente adquiridas e instrução aparente	10	0,541	0,112591	0,9637	0,8026
Oliveira (1996)	Área visual	Áreas familiares, informações previamente adquiridas e instrução objetiva	10	0,607	0,150263	0,9555	0,7054
Oliveira (1996)	Área visual	Áreas familiares, informações perceptivas e instrução aparente	10	0,881	0,08749	0,9011	0,2862

Tabela 27 – Continuação

Autores	Experimento		Tamanho amostral	<i>n</i>		Shapiro-Wilk	
	Modalidade sensorial	Condição experimental		Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	P (Valor crítico = 0,05)
Oliveira (1996)	Área visual	Áreas familiares, informações perceptivas e instrução objetiva	10	0,893	0,095574	0,9316	0,463
Oliveira (1996)	Área visual	Áreas não familiares, informações perceptivas e instrução aparente	10	0,618	0,094493	0,9235	0,4159
Oliveira (1996)	Área visual	Áreas não familiares, informações perceptivas e instrução objetiva	10	0,579	0,09122	0,9258	0,4293
Ribeiro-Filho (1993)	Tamanho visual	Tamanho visual – Monocular 5m	20	1,14075	0,113454	0,9751	0,8215
Ribeiro-Filho (1993)	Tamanho visual	Tamanho visual – Monocular 18m	20	1,190655	0,211312	0,9344	0,2476
Ribeiro-Filho (1993)	Tamanho visual	Tamanho visual - Binocular 5m	20	1,113992	0,230423	0,9655	0,6301
Ribeiro-Filho (1993)	Tamanho visual	Tamanho visual - Binocular 18m	20	1,14167	0,138805	0,9731	0,7827
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Egocêntrica – Monocular 5m	20	0,840673	0,269723	0,9681	0,6817
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Egocêntrica – Monocular 18m	20	0,905546	0,276427	0,9688	0,6969
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Egocêntrica - Binocular 5m	20	0,946728	0,209179	0,9531	0,4395
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Egocêntrica - Binocular 18m	20	0,920798	0,328397	0,9351	0,2544
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Exocêntrica – Monocular 5m	20	0,931496	0,173517	0,9306	0,2091
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Exocêntrica – Monocular 18m	20	0,979022	0,211501	0,9614	0,5472
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Exocêntrica - Binocular 5m	20	1,005908	0,203707	0,9103	0,0678
Ribeiro-Filho (1993)	Distância visual	Exocêntrica - Binocular 18m	20	1,020365	0,188729	0,9812	0,9279
Santos (2006)	Comprimento visual	Estimação de magnitude	16	1,221344	0,300874	0,7773	0,0092
Terrível (2005)	Distância visual	Atletas	12	1,035	0,084585	0,9481	0,5685
Terrível (2005)	Distância visual	Não atletas	12	1,059167	0,073911	0,9603	0,7307
Terrível (2005)	Distância – Locomoção	Atletas	12	0,981667	0,037132	0,9284	0,4026
Terrível (2005)	Distância – Locomoção	Não atletas	12	0,865	0,070518	0,9513	0,6111
Terrível (2005)	Distância – Lançamento	Lançamento por cima – atletas	12	0,958333	0,077791	0,9189	0,339

Tabela 27 – Continuação

Experimento			<i>n</i>		Shapiro-Wilk		
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Tamanho amostral	Expoente <i>n</i> de Stevens (médio)	Desvio padrão de <i>n</i>	W	P (Valor crítico = 0,05)
Terrível (2005)	Distância – Lançamento	Lançamento por cima – não atletas	12	0,944167	0,103261	0,9173	0,3286
Terrível (2005)	Distância – Lançamento	Lançamento por baixo – atletas	12	0,958333	0,077791	0,9189	0,339
Terrível (2005)	Distância – Lançamento	Lançamento por baixo – não atletas	12	0,944167	0,103261	0,9173	0,3286
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - não visual - linha em L	10	0,973494	0,225131	0,766	0,0098
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - não visual - linha curva	10	1,08869	0,240353	0,8216	0,033
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - visual - linha reta	10	1,08462	0,113351	0,94	0,5233
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - visual - linha em L	10	1,18808	0,274851	0,9212	0,4028
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - visual - linha curva	10	0,981137	0,174308	0,9664	0,8339
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - não visual - linha reta	10	0,97695	0,200109	0,9489	0,6285
Zedu (1991)	Espessura visual	Espessura de 0,19 mm a 2,55 mm - grupo visual	20	1,158	0,202032	0,944	0,3465
Zedu (1991)	Espessura visual	Espessura de 0,19 mm a 20 mm - grupo visual	20	0,987	0,137921	0,9519	0,4274
Zedu (1991)	Espessura visual	Espessura de 0,19 mm a 80 mm - grupo visual	20	0,9205	0,226122	0,867	0,01
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 2,55 mm - tato induzido	20	0,7215	0,323277	0,8497	0,0098
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 20 mm - tato induzido	20	0,8315	0,207041	0,9548	0,4566
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 80 mm - tato induzido	20	0,831	0,207742	0,7843	0,009
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 2,55 mm - tato natural	20	0,745	0,307203	0,9145	0,0818
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 20 mm - tato natural	20	0,7245	0,222675	0,9808	0,9225

Tabela 27 – Continuação

Autores	Experimento		Tamanho amostral	n		Shapiro-Wilk	
	Modalidade sensorial	Condição experimental		Expoente n de Stevens (médio)	Desvio padrão de n	W	P (Valor crítico = 0,05)
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 80 mm - tato natural	20	0,628	0,148523	0,9671	0,6622
Zedu (1991)	Área visual	Estimativa de área - grupo visual	20	0,8115	0,120668	0,9628	0,576
Zedu (1991)	Área pelo tato	Estimativa de área - tato induzido	20	0,8255	0,14073	0,9825	0,9438
Zedu (1991)	Área pelo tato	Estimativa de área - tato natural	20	0,789	0,231833	0,9658	0,6351

A condição experimental especifica o método utilizado ou algum atributo do estímulo dentro da modalidade sensorial. O tamanho amostral médio foi de 12,74, indicando o teste Shapiro-Wilk na análise da normalidade, cujos resultados aparecem nas duas últimas colunas. Estão listados os valores médios do expoente por experimento, bem como seus respectivos desvios padrão.

Resta saber se a proporção de normalidade observada ($\hat{p} = 0,86$) difere significativamente da proporção de normalidade esperada ($p_0 = 0,95$), considerando-se um erro tipo 1 fluando em torno de 5%, referente à distribuição de n ser normal mas não ser reconhecida como tal pelo teste de normalidade. O teste Z (Equação 160), com nível de significância 0,05, foi empregado, não acusando diferença significativa entre a proporção de normalidade observada e a esperada:

$$Z = \frac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\frac{\hat{p} - (1 - \hat{p})}{m}}} = \frac{|0,86 - 0,95|}{\sqrt{\frac{0,86 - (1 - \hat{p})}{m}}} = 1,88875 < 1,96 \quad (160)$$

Teste Z, comparando a proporção de normalidade obtida, 0,86, com a esperada, 0,95. O resultado do teste está abaixo do valor crítico, apontando que não há diferença significativa entre as proporções.

Conclui-se, pois, que a distribuição de n é gaussiana. Corroborando este achado, a Tabela 28 traz os resultados do reteste com o Kolmogorov-Smirnov (Aderência Lilliefors), das amostras experimentais de n consideradas não normais pelo teste anterior. Dos 11,4%

resultados não normais, 30,77% preencheram critérios de normalidade para o teste Kolmogorov-Smirnov (Aderência Lilliefors), com mesmo nível de significância.

Tabela 28 – Reteste com o Kolmogorov-Smirnov (Aderência Lilliefors), das amostras experimentais de n consideradas não normais pelo teste Shapiro-Wilk

Experimento		Kolmogorov-Smirnov (Lilliefors)			Descrição		
Autores	Modalidade sensorial	Condição experimental	Desvio máximo	Valor crítico (0,05)	p(valor)	Assimetria	n médio
Cruz (1991)	Comprimento visual	Estimação de magnitude	0,2735	0,22	< 0,01	1,3132	1,0389
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (tamanho assumido - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) - Instruções objetivas	0,336	0,258	< 0,01	1,3563	1,0760
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (retângulos brancos - 5,8 x 9,0 cm - 1,07m - θ : 0,054 x 0,084 rad) - Instruções aparentes	0,3052	0,258	< 0,01	1,4955	1,0920
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (retângulos brancos - 4,1 x 6,5 cm - 1,07m - θ : 0,038 x 0,061 rad) - Instruções objetivas	0,2091	0,258	> 0,05	-1,5598	1,0140
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 5,8 x 9,0 cm - 1,49m - θ : 0,038 x 0,061 rad) - Instruções objetivas	0,2333	0,258	> 0,05	-0,4149	1,0939
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 6,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) - Instruções objetivas	0,3013	0,258	< 0,01	1,3620	1,0642

Tabela 28 – Continuação

Autores	Experimento		Kolmogorov-Smirnov (Lilliefors)			Descrição	
	Modalidade sensorial	Condição experimental	Desvio máximo	Valor crítico (0,05)	p(valor)	Assimetria	<i>n</i> médio
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (cartas de baralho - 6,8 x 9,0 cm - 0,56m - θ : 0,104 x 0,161 rad) - Instruções aparentes	0,2336	0,258	> 0,05	1,6166	1,0518
Fukusima (1988)	Distância visual	Estimação de magnitude (consolidado)	0,0602	0,0512	< 0,01	0,6498	1,09
Fukusima (1988)	Tato	Produção de magnitude no escuro (consolidado)	0,0498	0,0512	> 0,05	0,1696	1,087
Santos (2006)	Comprimento visual	Estimação de magnitude	0,2911	0,213	< 0,01	1,8508	1,2213
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - não visual - linha em L	0,2531	0,258	> 0,05	2,0758	0,9735
Tosetto (2005)	Comprimento de linha	Estimação de magnitude - não visual - linha curva	0,2907	0,258	< 0,05	1,1436	1,0886
Zedu (1991)	Espessura visual	Espessura de 0,19 mm a 80 mm - grupo visual	0,2224	0,19	< 0,05	1,4892	0,9205
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 2,55 mm - tato induzido	0,2375	0,19	< 0,01	1,2381	0,7215
Zedu (1991)	Tatual – cinestésica	Espessura de 0,19 mm a 80 mm - tato induzido	0,2827	0,19	< 0,01	2,1880	0,8310

Apesar de infreqüente, a não normalidade predominou marcadamente nas amostras com médias de *n* até 1,094. Nesta faixa de *n*, uma discreta tendência à assimetria negativa e curvas mais leptocúrticas são observadas. Isso é previsto pela forma da distribuição da sensação em escala logarítmica deduzida na seção 3.1.4, da qual a distribuição de *n* deriva (Figura 40). Como já foi comentado, com rigor formal, a distribuição de *n* só seria puramente gaussiana se a distribuição das sensações fosse log-normal. Porém, a diferença entre a distribuição real e a gaussiana é indistinguível para os testes de normalidade, mesmo

aumentando-se o tamanho amostral, como demonstrou a simulação computacional conduzida na seção 3.2.2. Do ponto de vista prático experimental, aplicados os testes de normalidade, encontrar-se-ão, portanto, distribuições de n normais como demonstrou a presente metanálise. Os achados autorizam, pois, a conclusão da normalidade da distribuição de n , bem como a aplicação de testes paramétricos na análise de amostras dos expoentes da função potência de Stevens.

Considerando-se a natureza demonstrada da distribuição da sensação nas duas modalidades sensoriais examinadas na seção 3.3 e partindo-se da premissa de que um processamento neural comum subjaz às várias modalidades sensoriais, uniformizando a mesma natureza estatística entre elas, a atual comprovação da normalidade da distribuição de n traz consigo a comprovação de que a distribuição da sensação é GMPFP, em escala sensorial, e gama, em escala física, nas várias modalidades sensoriais. *Portanto, o item (1.3.7) da hipótese geral é formal e experimentalmente procedente.*

4.1.2.2 Resultados e conclusões da metanálise – a invariância intermodal da dispersão de n

Tomando-se a média dos valores de n em intervalos de 0,05 e as respectivas médias dos desvios-padrão de n nos mesmos intervalos, a partir dos dados da Tabela 27, obtém-se uma correlação positiva significativa: a dispersão de n cresce linearmente à medida que n cresce, numa taxa de aproximadamente 33%. A reta de regressão obtida sobre a nuvem de pontos, apresentada na Figura 57 (Equação 162), tem praticamente a mesma equação da reta de regressão traçada na Figura 4 (Equação 161), ao submeter os dados de DaSilva e DeMacedo (1982) à mesma análise.

$$\sigma_{n_{Fig.4}} = 0,335n - 0,1587 \quad (161)$$

$$\sigma_{n_{Fig.57}} = 0,3298n - 0,1139 \quad (162)$$

Quando se traçou um gráfico dos valores de desvio padrão de n em função de n nos dados publicados por DaSilva e Macedo (1982) o coeficiente angular da reta de regressão obtido (Figura 4) foi praticamente o mesmo obtido na metanálise atual, num novo gráfico de desvio padrão de n em função de n (Figura 57): 0,33.

Este importante achado psicofísico confirma a invariância intermodal da dispersão de n : quanto mais sensível uma modalidade sensorial, mais variável é o expoente n que a representa. Este é essencialmente um aspecto neurobiológico do funcionamento sensorial humano, provavelmente implicado na integração intermodal da percepção. Essa integração intermodal se reflete no funcionamento da percepção mantendo equivalências quantitativas de sensações, tema que será examinado na próxima seção. Dificilmente uma teoria da resposta sensorial na vertente da aprendizagem sensório-probabilística poderia de explicar este fenômeno da invariância da dispersão de n .

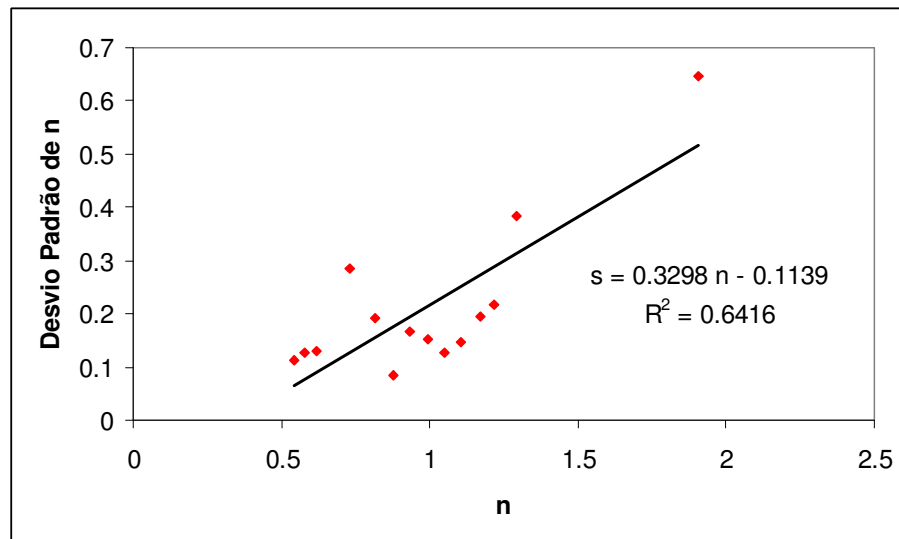


Figura 57 - Relação linear entre o desvio padrão de n e n .
A dispersão de n cresce à medida que n aumenta, numa taxa de aproximadamente 33%.

4.1.3 A invariância intermodal da dispersão de n e as curvas de isossensação

Conhecidas agora as naturezas das distribuições das respostas sensoriais e do expoente n de Stevens e de posse do Simulador Fukushima DaSilva GMPFP κ , cujos modelos estatísticos reproduzem os encontrados no exame dos dados experimentais, pode-se manipular os parâmetros de configuração, listados no Apêndice A, de modo a identificar quais variáveis são responsáveis pela produção do fenômeno de aumento da dispersão de n à medida que n cresce. Os resultados serão examinados em dois grupos: variáveis não interferentes e interferentes na taxa de dispersão de n .

4.1.3.1 Variáveis não interferentes na taxa de dispersão de n

A taxa de dispersão de n não depende de:

- Valores específicos de n

O desvio padrão de n cresce com n , mas a taxa de dispersão de n não depende de n . Quaisquer valores de n podem ser escolhidos para estudo, respeitados os limites biológicos, obtendo-se a mesma taxa de dispersão, traduzida pelo coeficiente angular da reta de regressão na relação entre desvio padrão de n e n .

- Constante escalar k

A constante escalar k da função potência de Stevens não afeta a taxa de dispersão de n . Ela apenas desloca o nível da distribuição, na ordenada.

- Intensidade do primeiro estímulo físico, ou da primeira sensação

Não importa qual seja o primeiro estímulo físico do conjunto de dez estímulos utilizados no simulador para suscitar as dez respostas sensoriais. A taxa de dispersão de n não

depende dos valores absolutos dos estímulos físicos ou das sensações, mas, como será visto adiante, dos valores relativos.

- Progressão aritmética ou geométrica dos estímulos físicos ou sensações

Quaisquer das progressões podem ser utilizadas na sucessão dos dez estímulos físicos e das atreladas dez sensações, sem haver influência sobre a taxa de dispersão de n .

4.1.3.2 Variáveis interferentes na taxa de dispersão de n

A taxa de dispersão de n depende de:

- Sensações fixas

Esta é a condição primeira para a existência da taxa de dispersão de n , sem a qual todas as outras variáveis interferentes perdem sua ação. Fixar sensações significa que, para cada modalidade sensorial estudada, representada pelo valor de n escolhido na configuração, será utilizado um conjunto diferente de dez estímulos físicos, em unidades arbitrárias.

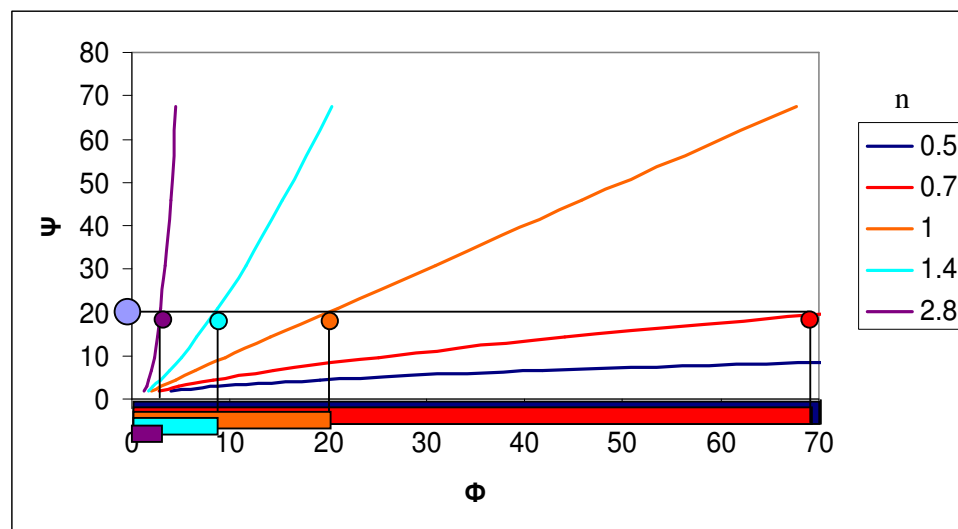


Figura 58 – Sensações fixadas e estimulação física variável.
A mesma intensidade de sensação 20 é suscitada por intensidades diferentes de estímulos físicos, nas diversas modalidades sensoriais representadas por diferentes valores de n .

A Figura 58 ilustra a fixação de sensações. Observa-se que a mesma sensação de intensidade 20 pode ser suscitada por intensidades diversas de estimulação física variando-se o valor de n .

Ao contrário, fixar estímulos físicos significa que para um mesmo conjunto de dez estímulos físicos serão gerados conjuntos diversos de sensações, dependendo da modalidade sensorial, ou seja, dos valores de n .

Para um mesmo valor de E , a fixação de estímulos físicos anula a taxa de dispersão de n . Sejam quais forem os valores de n estudados, todas as distribuições de n assumem o mesmo desvio padrão, como ilustra o gráfico da esquerda da Figura 59. A fixação de sensações, ao contrário, promove a ocorrência da variação dos desvios padrão das distribuições de n , como mostra o gráfico da direita da Figura 59.

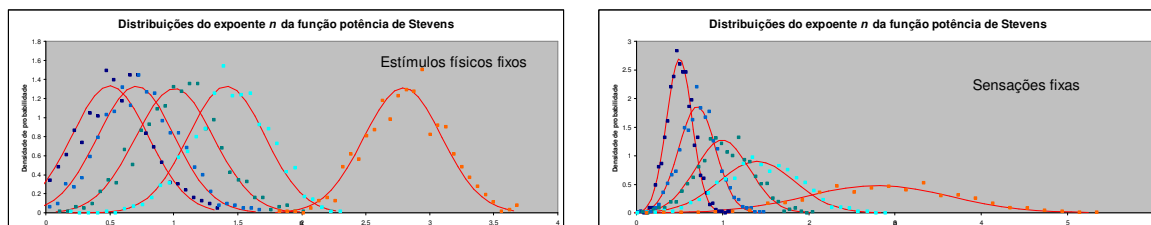


Figura 59 – Distribuições gaussianas de n promovidas por estímulos físicos fixos, à esquerda, e sensações fixas, à direita.

Os pontos esparsos resultam da simulação computacional e as linhas contínuas vermelhas são as distribuições normais esperadas pelo modelo teórico. A fixação de sensações produz aumento do desvio padrão de n à medida que n cresce. Estímulos físicos fixados, ao contrário, neutralizam a taxa de dispersão de n .

- Fração de Ekman

A taxa de dispersão de n aumenta linearmente com a Fração de Ekman, como demonstra o gráfico da esquerda da Figura 60, cujos pontos esparsos vermelhos resultam da simulação computacional.

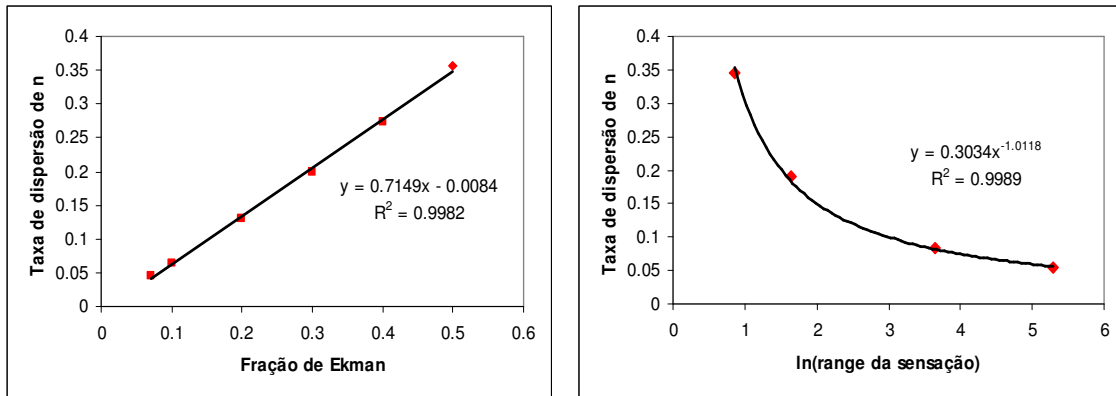


Figura 60 – À esquerda, taxa de dispersão de n em função linear da Fração de Ekman e à direita, taxa de dispersão de n em função inversa do intervalo de variação da sensação em unidades logarítmicas.

A variância de n é diretamente proporcional à variância da sensação e inversamente proporcional ao intervalo de variação da sensação em escala logarítmica. Sobre os pontos vermelhos resultantes da simulação computacional, foram traçadas as correspondentes regressões. As equações delas são apenas ilustrativas, pois a primeira varia com a amplitude de variação da sensação e a segunda, com a Fração de Ekman.

- Passo da progressão

A taxa de dispersão de n diminui com o aumento do passo da progressão das sensações, seja aritmética ou geométrica. O passo da progressão acaba definindo o *intervalo de variação* da sensação, ou seja, a razão entre a maior e a menor sensação. Quanto maior o *range*, portanto, maior a amplitude de variação das sensações e, conseqüentemente, dos estímulos físicos que as suscitaram. O gráfico da direita da Figura 60, resultante de simulação computacional, traz a relação de proporcionalidade inversa entre a taxa de dispersão de n e o logaritmo neperiano do *range* da sensação.

4.1.3.3 Discussão dos achados das simulações computacionais referentes à dispersão de n

A taxa de dispersão de n aumenta linearmente com a Fração de Ekman porque a variância de n é diretamente proporcional à variância da sensação, como prevê a Equação 65 de Neter e Wasserman (1974). Então, utilizando-se a equação da Figura 41, que traduz o desvio padrão da sensação em escala logarítmica, pode-se reescrever a Equação 65 para se

obter a função do desvio padrão de n na Equação 163, onde $\langle \ln \phi_i \rangle$ denota a média dos logaritmos dos estímulos físicos utilizados na prova.

$$\sigma_n = \text{PollyGamma}[1, \kappa]^{0.5} \frac{n}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \quad (163)$$

Desvio padrão da distribuição de n , dependente do desvio padrão da sensação em escala logarítmica.

Como discutido na seção 3.1.4, a Fração de Ekman é aproximadamente igual ao desvio padrão da sensação em escala logarítmica. Quando a Fração de Ekman é menor ou igual a 0,5, e a amplitude de variação da sensação é da ordem de uma unidade de \ln , é possível se observar, na simulação computacional, que a aproximação $\sigma_{\psi_{\text{Log}}} \cong E$ produz um erro desprezível, permitindo reescrever a Equação 163 como a Equação 164. Aumentando-se o *range* da sensação, a Equação 164 produz uma boa previsão da taxa de dispersão de n mesmo que a Fração de Ekman cresça para valores até 0,7, já biologicamente improváveis.

$$\sigma_n \cong E \frac{1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \quad (164)$$

Desvio padrão da distribuição de n , aceitando-se a aproximação da Fração de Ekman ao desvio padrão da sensação em escala logarítmica, válida para valores de E até 0,5, aplicados a *ranges* da sensação da ordem de uma unidade de logaritmo neperiano.

Dizendo em palavras, o desvio padrão de n é diretamente proporcional ao desvio padrão da sensação em escala logarítmica (aproximadamente igual à Fração de Ekman) e inversamente proporcional à raiz quadrada da somatória do erro quadrático dos estímulos físicos em escala logarítmica. Por essa razão, na simulação computacional a taxa de dispersão de n foi afetada pela Fração de Ekman, atrelada à variabilidade da sensação, e pelo passo da progressão, atrelado à variabilidade do estímulo físico.

A taxa de dispersão de n é dada pela razão entre um delta da ordenada e o correspondente delta da abscissa, ou seja, pela tangente da reta que traduz a função do desvio padrão de n em relação a n :

$$\frac{d\sigma_n}{dn} = \frac{\frac{\text{PollyGamma}[1, \kappa_2]^{0.5} n_2}{\sqrt{\sum (\ln \phi_{i_2} - \langle \ln \phi_{i_2} \rangle)^2}} - \frac{\text{PollyGamma}[1, \kappa_1]^{0.5} n_1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_{i_1} - \langle \ln \phi_{i_1} \rangle)^2}}}{n_2 - n_1} \quad (165)$$

Taxa de dispersão de n , dada pela razão entre um delta da ordenada e o correspondente delta da abscissa na relação entre desvio padrão de n e n .

O simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ utiliza a Equação 165 no cálculo da taxa de dispersão de n e o resultado obtido reproduz o valor empírico simulado com bastante precisão. Note-se que, para um mesmo valor de E , se estão fixos os estímulos físicos, ou seja, o conjunto de estímulos $\{\phi_{i_1}, \phi_{j_1}, \dots\}$ é igual ao conjunto de estímulos $\{\phi_{i_2}, \phi_{j_2}, \dots\}$, o numerador da fração apresentada na Equação 165 se anula, anulando a taxa de dispersão de n .

O que foi observado na metanálise de n é que a taxa de dispersão de n é um valor razoavelmente constante em torno de 0.33. Comparando-se duas modalidades sensoriais quaisquer, a Equação 165 prevê que existem basicamente duas maneiras de se obter esse valor: ou se modifica o desvio padrão da sensação em escala logarítmica ou se variam as intensidades dos estímulos físicos integrantes da prova experimental. A própria natureza se encarrega de variar o *range* dos estímulos físicos e, conseqüentemente, de sua dispersão. Modalidades sensoriais com expoentes baixos, como brilho, têm amplitude de variação dos estímulos físicos muito maior que modalidades com altos valores do expoente n , como choque elétrico. O que o sistema sensorial está fazendo é basicamente comprimir modalidades sensoriais de alta variabilidade de estímulos e expandir modalidades sensoriais de baixa variabilidade de estímulos. Desta forma, aloca as sensações numa mesma faixa de variação.

Talvez, a principal razão filogenética da existência de valores diferentes do expoente da função potência numa mesma espécie seja a demanda da homogeneidade das sensações oriundas de modalidades diferentes. Considerando-se a sensação um fenômeno probabilístico, sua homogeneidade implica homogeneidade de sua dispersão, que pode ser traduzida pela constância na Fração de Ekman. Recorde-se que, no fenômeno discriminatório da instância local de percepção, E tem constância intermodal de 0,03, como examinado na seção 2.2.1. Então, a Equação 165 produz a taxa de dispersão de n de 0,33 à custa de tender a ampliar a diferença de variabilidade da *estimulação física* entre modalidades sensoriais diferentes e tender a restringir a diferença de variabilidade da *sensação* entre modalidades sensoriais

diferentes, embora na instância global de percepção não ocorra uma constância intermodal da Fração de Ekman, como na instância local. A Fração de Ekman, na instância global de percepção, oscila em torno de 33%, variando mais freqüentemente entre 23 e 43% (J. C. Baird, 1997). Para ilustrar, observe-se a tendência à constância dos valores da Fração de Ekman obtidos nos experimentos de Fukusima (1988), listados nas tabelas 15 e 16. A média de E para a modalidade distância visual foi de 0,2743 e para a modalidade tato no escuro foi 0,3309. Quando a Fração de Ekman alcança a constância entre modalidades sensoriais diferentes, ou seja $E_1 \cong E_2 \cong \dots \cong E$, e aceitando-se a aproximação do desvio padrão da sensação em escala logarítmica ser igual à E, pode-se reescrever a Equação 165 como Equação 166.

$$\frac{d\sigma_n}{dn} = \frac{E \left(\frac{1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_{i_2} - \langle \ln \phi_{i_2} \rangle)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_{i_1} - \langle \ln \phi_{i_1} \rangle)^2}} \right)}{n_2 - n_1} \quad (166)$$

Taxa de dispersão de n , em escala logarítmica, assumindo constância intermodal da Fração de Ekman na instância global de percepção.

A expressão matemática 166 atende ao achado da simulação computacional de proporcionalidade direta da taxa de dispersão de n com a Fração de Ekman. Esclarece também que o *range* da sensação determina indiretamente a variabilidade de n , na medida em que ele é estabelecido pela variabilidade dos estímulos físicos. Utilizando a Equação 166, o gráfico da Figura 61 apresenta a relação entre o intervalo de variação da sensação e a Fração de Ekman, para uma taxa de dispersão de n constante de 0,33. Para construí-lo, utilizaram-se dez valores de estímulos físicos em cada modalidade, dispostos em progressão geométrica e calcularam-se as sensações pela função potência, tomando-se o logaritmo neperiano da razão entre a maior e a menor sensação na ordenada em função da Fração de Ekman na abscissa.

Observe-se que o valor apontado por Teghtsoonian (1971, 1973) para o *range* da sensação, de 1,53 unidades de Log_{10} , correspondente a 3,523 unidades de Ln, implica uma

Fração de Ekman de 1,1734 para manter a taxa de dispersão de n em 0,33. Isso significa ter que um pouco mais que dobrar a sensação para ela ser reconhecida como diferente 50% das vezes, numa prova com duas opções de respostas, o que parece um exagero. A faixa de variação da sensação apontada por Teghtsoonian é, portanto, um valor extremo, embora ainda bem abaixo do limiar terminal alocado em torno de 5,16 unidades de Ln (Teghtsoonian, 1971, 1973).

Para se encontrar um ponto de equilíbrio, suponha que a taxa de dispersão de n fosse inversamente proporcional à Fração de Ekman: o cruzamento da função linear dada pela Equação 166 e esta nova função, tracejada no gráfico da Figura 61, ocorre no ponto em que a Fração de Ekman vale 0,33 e o intervalo de variação da sensação é de exatamente uma unidade de logaritmo neperiano. O ponto é bastante razoável, visto que, em estatística, um coeficiente de variação de 0,3 é considerado um valor freqüente nos fenômenos biológicos. Este seria o valor da Fração de Ekman para um *range* de sensação de cerca de três vezes (o número de Euler, na base do logaritmo neperiano, vale 2.71828182845905...). Pode-se inferir que este seja o *range* sensorial no foco de atenção: cada vez que se observa um estímulo físico a atenção se concentra num raio de cerca de três vezes a magnitude aparente do estímulo observado. Frise-se que tal afirmação é apenas uma inferência, apontando um possível tema de pesquisa.

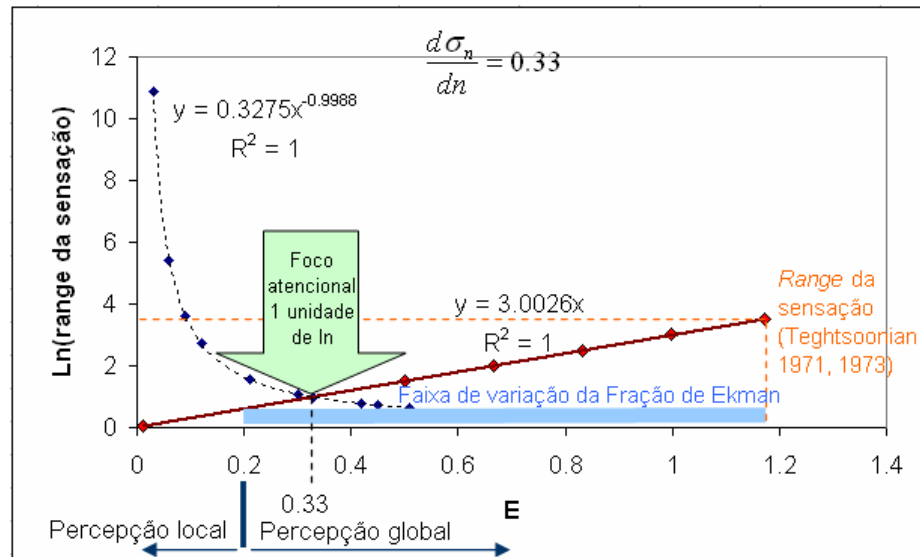


Figura 61 – *Range* da sensação em função da Fração de Ekman, na instância global de percepção, mantendo-se constante a taxa de dispersão de n em 0,33.

A faixa de variação da Fração de Ekman é de 0,2 a 1,17, havendo um ponto médio de 0,33, onde se infere que esteja alocado o foco atencional. Nesta localização, o *range* sensorial é de uma unidade de logaritmo neperiano. A função linear com pontos vermelhos se refere à Equação 166, enquanto a função tracejada, com pontos azuis, se refere à condição oposta, onde a taxa de dispersão de n é inversamente proporcional à Fração de Ekman, apenas idealmente considerada para se obter um ponto de equilíbrio. Fixando-se a taxa de dispersão de n no valor biológico de 0,33, a Equação 166 é bem ajustada pela função $\text{Ln}(\text{range da sensação}) = 3.0026E$.

Considerando-se os valores biológicos apontados por Baird (1997) e o *range* de sensação referido por Teghtsoonian (1971, 1973), a faixa de variação da Fração de Ekman na instância global de percepção foi definida entre 0,2 e 1,17, marcada em azul claro no gráfico da Figura 61. Portanto, o item (1.3.4.2) da hipótese geral não é empírica nem formalmente procedente.

Com base nesse constructo teórico, os fenômenos sensoriais ocorrem em faixas sensoriais intermodais: a *dap* equivale a 3% da sensação de referência, o foco atencional ocorre numa faixa de cerca de três vezes a sensação de referência, o *range* sensorial é de cerca de 3,523 unidades de logaritmo neperiano e o limiar terminal, de cerca de 5,16 unidades de logaritmo neperiano. Aqui se introduz o conceito de curvas de isossensação. Curvas de isossensação se referem à equivalência de uma intensidade sensorial entre modalidades sensoriais diferentes. O conceito atende ao fenômeno sensorial de compressão das sensações

cuja amplitude de variação na natureza é muito grande, como brilho, e expansão das sensações com menor variabilidade, como choque elétrico. Deste modo, a informação sensorial pode ser processada numa faixa comum, traduzida no código neural.

A função potência de Stevens trouxe, paralelamente ao seu desenvolvimento, toda uma teoria da mensuração e da significação e elaboração de escalas psicométricas. As magnitudes das sensações podem ser expressas em valores numéricos, bem como pela equiparação de outra sensação de modalidade sensorial diversa, no chamado emparelhamento intermodal (Stevens, 1969). Propriedades de transitividade e de comutatividade permitem a conversão, no sistema perceptivo, da intensidade de uma percepção na intensidade experimentada em outra modalidade sensorial. De fato, se a intensidade da sensação reflete uma propriedade fundamental do sistema perceptivo, o mesmo princípio funcional norteia a resposta de um observador, quando ele tenta emparelhar uma sensação com outra. Este fato possibilita a concepção de uma escala arbitrária, expressa em unidades de sensação. A relação intermodal das sensações pode ser apreendida fixando-se a sensação na função potência de Stevens, transformando o expoente n na variável independente e o estímulo físico, expresso em valor absoluto do Ln do *range* em relação ao limiar absoluto, na variável dependente (Equação 167).

$$\begin{aligned}
 \psi &= k\phi^n \\
 \psi_0 &= k\phi_0^n \\
 \frac{\psi}{\psi_0} &= \frac{k\phi^n}{k\phi_0^n} \\
 \left(\frac{\psi}{\psi_0}\right) &= \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^n \\
 \ln\left(\frac{\psi}{\psi_0}\right) &= n \ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right) \quad (167)
 \end{aligned}$$

O range dos estímulos físicos foi expresso em relação ao limiar absoluto, em unidades de logaritmo neperiano.

Fazendo-se $\psi_0 = 1$, como valor de módulo sensorial,

$\ln\left(\frac{\psi}{\psi_0}\right) = \ln(\psi)$ pode ser fixado para se encontrar as curvas de isossensação, ou sensações equivalentes entre modalidades sensoriais diferentes, na relação entre $\ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)$ e n .

Conseqüentemente, curvas de isossensação podem ser traçadas num gráfico de $\ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)$ em função do expoente n (Figura 62). A mesma relação pode ser linearizada quando na abscissa se toma o inverso de n (Figura 63). A variação dos estímulos ao longo das curvas de isossensação traduz a progressiva expansão da sensação que o sistema perceptivo faz, à medida que cresce o valor do expoente n , na abscissa. As faixas de distribuição predominante das várias modalidades sensoriais, assinadas por seus respectivos valores de $1/n$ foram grafadas verticalmente sobre o gráfico da Figura 63.

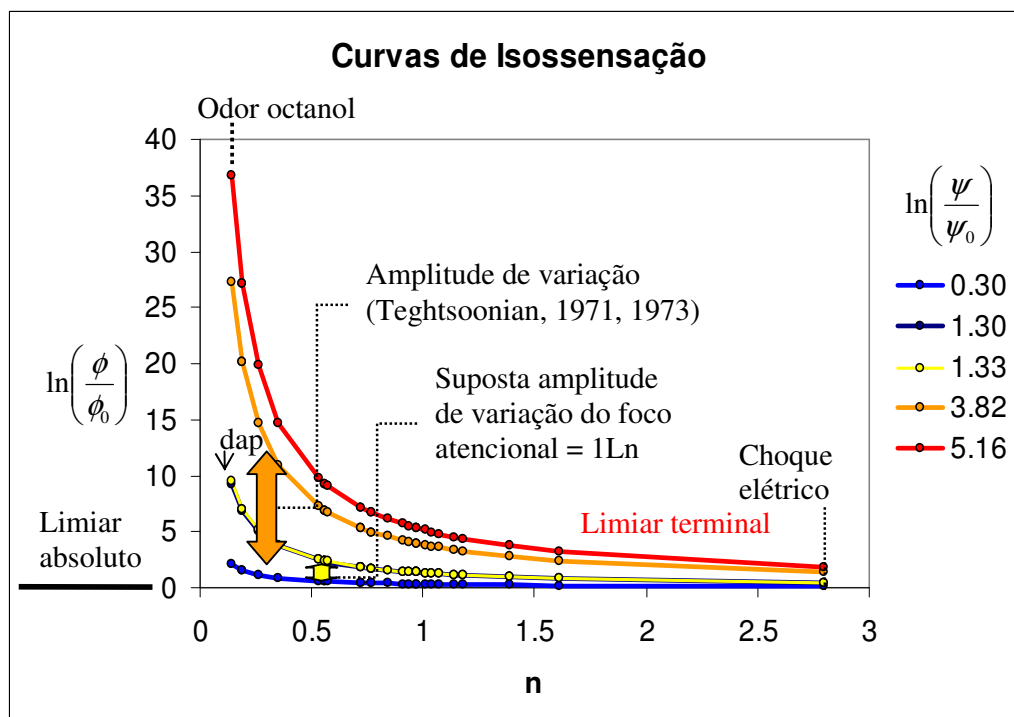


Figura 62 – Curvas de isossensação, traçadas na relação entre o range dos estímulos físicos e n . O limiar absoluto está coincidente com o eixo das abscissas e o limiar terminal corresponde à curva de isossensação vermelha, com base nos valores apontados por Teghtsoonian (1971, 1973). O intervalo de variação da sensação, entre as curvas azul e laranja, é de 3,523 unidades de Ln enquanto o intervalo de variação inferido para o foco atencional é de uma unidade de Ln .

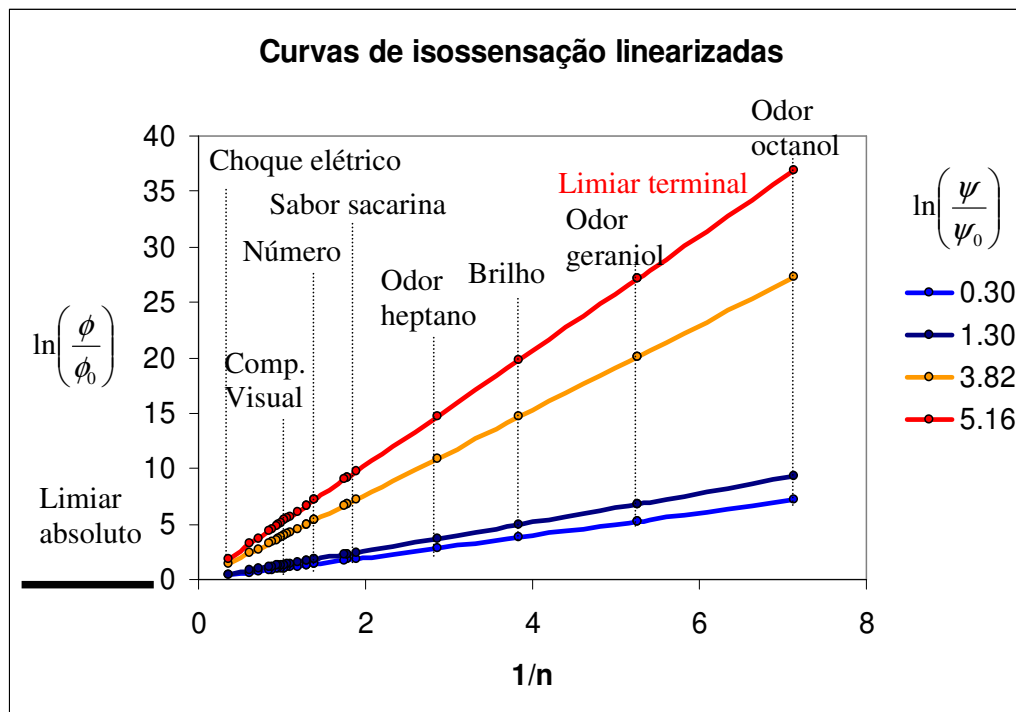


Figura 63 – Curvas de isossensação linearizadas, traçadas na relação entre o intervalo de variação dos estímulos físicos e o inverso de n .

Os valores médios de $1/n$ correspondentes a algumas modalidades sensoriais estão apontados, com base nos valores referidos por DaSilva e DeMacedo (1982), listados na Tabela 2.

Com base nos valores previstos por Teghtsoonian (1971, 1973), nas figuras 62 e 63, supostas curvas de isossensação limiares foram traçadas: abaixo, o limiar absoluto coincidente com o eixo das abscissas e acima, o limiar terminal em vermelho. Também foram traçadas curvas de isossensação azul e laranja marcando os extremos do *range* sensorial, e curvas azul e amarela marcando os extremos do suposto *range* do foco atencional. Feito isto, a escala expressa em unidades arbitrárias sensoriais pode ser convertida para qualquer escala de medida convencional de grandezas protéticas, estabelecendo um emparelhamento intermodal matematicamente deduzido. O constructo teórico vislumbra a possibilidade de uma padronização intermodal de escalas de percepção, a semelhança do código neural, que converte todas as informações sensoriais numa mesma linguagem de processamento. *O item (1.3.9) da hipótese geral é ao menos formalmente procedente.*

5 A distribuição da Fração de Weber

Este capítulo se dedica aos aspectos estatísticos da Fração de Weber, incluindo a determinação de limiares em métodos adaptativos, considerando os novos modelos estatísticos apontados para as respostas sensoriais. Pretende-se que se conclua, aqui, uma possível ponte entre as duas instâncias sensoriais, a local e a global, tema que norteou todo o texto, como sintetiza o título da tese.

O capítulo se inicia com a dedução da distribuição da Fração de Weber a partir da distribuição gaussiana de n . Como conjecturado na seção 2.4, esta foi a saída encontrada para se lidar com o fato do limiar diferencial, enquanto desvio padrão das respostas sensoriais em escala física, depender do tamanho da amostra experimental. A perspectiva veio da relação intermodal, discutida na seção 4.1.3, da dispersão de n em relação a n . A taxa de dispersão de n mantida estável em 0,33 é o fenômeno sensorial necessário para alimentar uma variabilidade natural à distribuição da Fração de Weber. Isto possibilitou a determinação de intervalos de confiança do índice sensorial discriminatório. Os valores assim definidos retratam a variabilidade natural dos estímulos físicos e, funcionando como valores médios, ficam independentes da dispersão dos estímulos na condição experimental.

Tendo as duas distribuições estabelecidas, de n de w , foram criadas réguas de especificidade relativa dos dois índices sensoriais, na seção 5.2. As réguas apontam a chance de um determinado valor do índice sensorial representar determinada modalidade sensorial. Fique já apontado que, enquanto especificidade relativa, a inclusão de mais modalidades sensoriais ao conjunto de modalidades representadas nas réguas altera os valores endereçados a cada uma delas, ou seja, o total de 100% passa a ser dividido em um número maior de fatias.

A seção 5.3 foi dedicada à determinação de pontos limiares em três métodos adaptativos: *up-down*, *2up-1down* e *1up-2down*. Aqui foi utilizada, novamente, simulação

computacional pelo método de Monte Carlo, processada no Simulador Eliene, discutido no Apêndice B. O emprego do simulador propicia a rica visualização do fenômeno browniano ocorrendo na discriminação sensorial.

O capítulo se finaliza na seção 5.4 onde a premissa thurstoniana, de que o fenômeno discriminatório subjaz à magnitude aparente, sobre a qual se sustentou todo o trabalho dedutivo da tese, foi examinada do ponto de vista estatístico. O modelo formal construído ao longo dos cinco capítulos, no conjunto, foi capaz de reproduzir, em simulação computacional, a distribuição da Fração de Weber a partir da distribuição das respostas sensoriais no contínuo físico, segunda instância do processo dedutivo estatístico. Isso denota, ao menos, consistência das idéias propostas, lembrando que a distribuição da Fração de Weber será deduzida a partir da distribuição gaussiana de n , originada na distribuição GMPFPLog das sensações em escala logarítmica, deduzida da GMPFP das sensações, deduzida da gama dos estímulos físicos, deduzida da binomial negativa da ativação neural, que, por sua vez, foi deduzida da lógica do funcionamento coletivo de neurônios.

5.1 Dedução da distribuição da Fração de Weber

Na Equação 168, a distribuição da Fração de Weber foi deduzida a partir da distribuição normal de n . A densidade de probabilidade ainda depende do desvio padrão de n , dado pela Equação 163, e do valor médio de n da modalidade sensorial.

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} f(n; \mu_n, \sigma_n) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(w; \mu_n, \sigma_n, E) = 1 \\
n &= \frac{E}{w} \\
\left| \frac{dn}{dw} \right| &= \frac{E}{w^2} \\
\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{(n-\mu_n)^2}{2\sigma_n^2}} dn &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{\left(\frac{E}{w}-\mu_n\right)^2}{2\sigma_n^2}} \frac{dn}{dw} dw = 1 \\
f(w; \mu_n, \sigma_n, E) &= \frac{E}{\sigma_n \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\left(\frac{E}{w}-\mu_n\right)^2}{2\sigma_n^2}} \quad (168)
\end{aligned}$$

Novamente procura-se encontrar a distribuição de probabilidade de uma variável conhecendo-se a distribuição de probabilidade de uma outra, partindo-se da premissa que a área sob a curva, ou seja, a integral da função, deve totalizar 1. Neste caso, n tem distribuição normal, como já demonstrado, e procura-se conhecer a expressão da densidade de probabilidade da Fração de Weber. A derivada de n em relação a w é utilizada para possibilitar a mudança de variável do expoente n de Stevens para a Fração de Weber. Nota-se que a expressão final ainda depende da média de n e de seu desvio padrão.

Aceitando-se E como o desvio padrão da sensação em escala logarítmica e substituindo-se $\mu_n = \frac{E}{\hat{w}}$, onde \hat{w} é a mediana da distribuição da Fração de Weber, obtém-se:

$$\begin{aligned}
f(w; \mu_n, \sigma_n, E) &= \frac{E}{\sigma_n \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\left(\frac{E}{w}-\mu_n\right)^2}{2\sigma_n^2}} \\
&= \frac{E}{\frac{1}{E \sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\left(\frac{E}{w}-\frac{E}{\hat{w}}\right)^2}{2 \left(\frac{E}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \right)^2}} \\
&= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\left(E \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\hat{w}} \right) \right)^2}{2 \left(\frac{E}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \right)^2}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(w; \hat{w}, \phi_i) &= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\hat{w}}\right)^2}{2 \left(\frac{1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}}\right)^2}} \\
 &= \frac{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}}{\sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2 \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\hat{w}}\right)^2}{2}}
 \end{aligned} \quad (169)$$

A distribuição da Fração de Weber é uma função da dispersão dos estímulos físicos utilizados na prova e do valor mediano de w .

Na Equação 169, conclui-se que a distribuição da Fração de Weber depende da dispersão dos estímulos utilizados na prova experimental, bem como do valor mediano de w . De fato, como discutido na seção 2.4, como o desvio padrão depende da dispersão dos estímulos, bem como do número deles, a Fração de Weber, enquanto índice sensorial que traduz o valor relativo da dispersão da resposta sensorial, mantém dependência das mesmas variáveis. Em concordância, Masin e Vidotto (1982) fazem uma revisão das fórmulas de estimação da variação do limiar diferencial em função do intervalo de variação dos estímulos físicos empregados na prova experimental, no método dos estímulos constantes, documentando formalmente a dependência das duas variáveis.

Pretende-se utilizar a constância da taxa de dispersão de n em 0,33 para obter uma variabilidade natural que alimente a equação 169 e possibilite a determinação dos valores críticos médios de w para erros tipo 1 de 10 e de 5%. A Tabela 29 traz sete estímulos físicos, em progressão geométrica, para cada modalidade sensorial. O quarto estímulo, central, funciona como estímulo padrão numa prova discriminatória. A ele foi estipulado o valor 100 para possibilitar, por percentagem, conversão em outras escalas. A PG tem sua origem no estímulo padrão e se propaga com o mesmo passo acima e abaixo desse valor central. O passo da PG, que satisfaz a relação $passoPG = 1 + 0,574014660686959w$, foi escolhido de modo a produzir uma taxa de dispersão de n de 0,33. Este valor de passo da PG resulta natural e convenientemente numa diferença entre o quarto e o terceiro estímulos, ou entre o quinto e o

quarto estímulos, um pouco aquém do limiar diferencial da modalidade sensorial, sendo que a Fração de Weber foi calculada pela relação aproximada $0,03/n$, lembrando que 0,0311 é o valor de E na instância local de percepção. Por sua vez, os valores médios de n foram extraídos da Tabela 2 (DaSilva & DeMacedo, 1982).

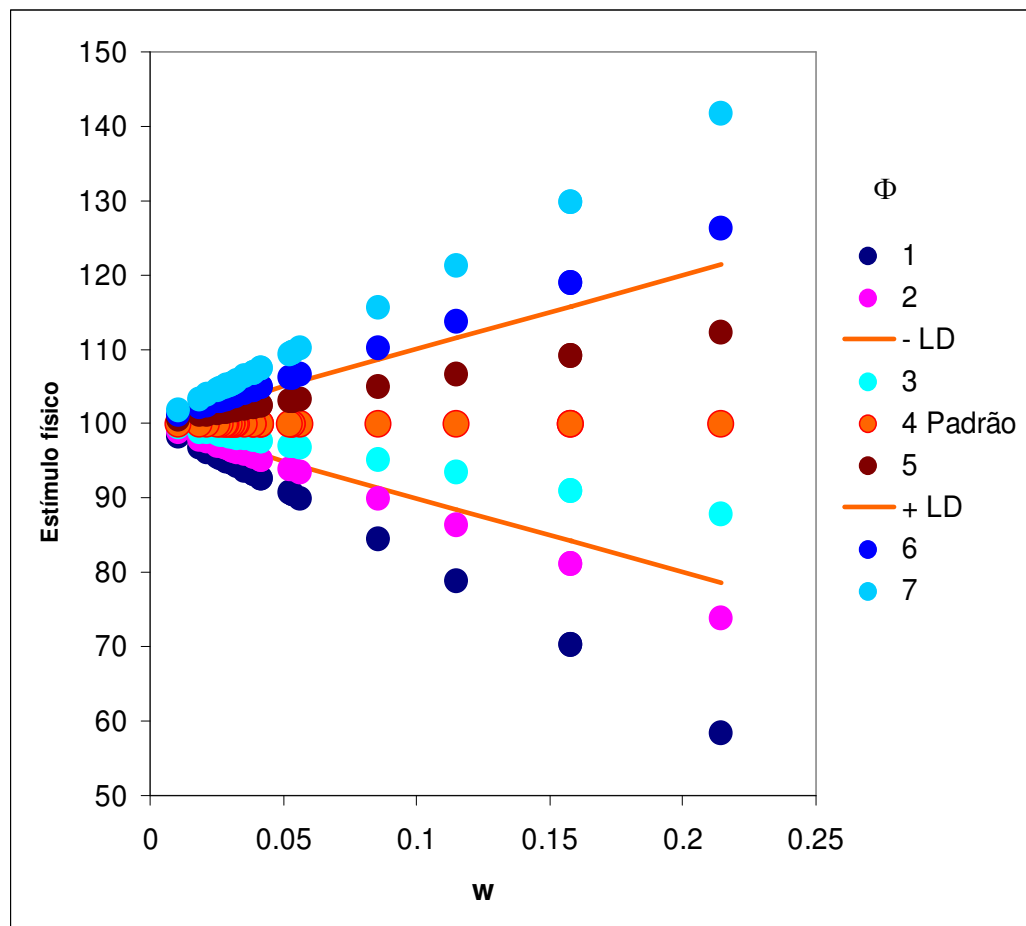


Figura 64 – Representação gráfica dos estímulos físicos da Tabela 29 em função da Fração de Weber. As linhas contínuas são os limiares diferenciais (LD) aquém e além do estímulo físico padrão, de valor 100.

Tabela 29 – Conjunto de sete estímulos físicos em progressão geométrica, para provas discriminatórias pelo método dos estímulos constantes, por modalidade sensorial

Modalidade ou atributo	Expoente médio	w	$\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}$	Passo da PG	Φ1	Φ2	Φ3	Φ4	Φ5	Φ6	Φ7
Odor: octanol	0,14	0,214286	0,759010	1,123003	58,37402	73,88639	87,69969	100	112,3003	126,1136	141,6260
Odor: amil-acetato	0,19	0,157895	0,529454	1,090634	70,27103	81,05177	90,93661	100	109,0634	118,9482	129,7290
Odor: geraniol	0,19	0,157895	0,529454	1,090634	70,27103	81,05177	90,93661	100	109,0634	118,9482	129,7290
Brilho	0,26	0,115385	0,374304	1,066232	78,78519	86,31483	93,37675	100	106,6232	113,6852	121,2148
Odor: heptano	0,35	0,085714	0,272579	1,049201	84,50148	89,91767	95,07987	100	104,9201	110,0823	115,4985
Sabor: sacarina	0,53	0,056604	0,176909	1,032491	89,93244	93,39615	96,75086	100	103,2491	106,6038	110,0676
Som	0,56	0,053571	0,167148	1,030751	90,48817	93,75528	96,92492	100	103,0751	106,2447	109,5118
Odor: benzeno	0,56	0,053571	0,167148	1,030751	90,48817	93,75528	96,92492	100	103,0751	106,2447	109,5118
Sabor: amargo	0,57	0,052632	0,164130	1,030211	90,66004	93,86647	96,97887	100	103,0211	106,1335	109,3400
Número	0,72	0,041667	0,129167	1,023917	92,65184	95,15934	97,60827	100	102,3917	104,8407	107,3482
Volume visual	0,72	0,041667	0,129167	1,023917	92,65184	95,15934	97,60827	100	102,3917	104,8407	107,3482
Tonalidade	0,77	0,038961	0,120607	1,022364	93,13957	95,47714	97,76358	100	102,2364	104,5229	106,8604
Área visual	0,77	0,038961	0,120607	1,022364	93,13957	95,47714	97,76358	100	102,2364	104,5229	106,8604
Numerosidade	0,84	0,035714	0,110369	1,020501	93,72290	95,85787	97,94995	100	102,0501	104,1421	106,2771
Tempo	0,91	0,032967	0,101735	1,018924	94,21482	96,17948	98,10764	100	101,8924	103,8205	105,7852
Sabor: azedo	0,94	0,031915	0,098435	1,018320	94,40282	96,30252	98,16804	100	101,8320	103,6975	105,5972
Sabor: sacarose	0,97	0,030928	0,095343	1,017753	94,57898	96,41788	98,22470	100	101,7753	103,5821	105,4210
Distância visual	0,97	0,030928	0,095343	1,017753	94,57898	96,41788	98,22470	100	101,7753	103,5821	105,4210
Comprim. visual	1,01	0,029703	0,091510	1,017050	94,79731	96,56094	98,29501	100	101,7050	103,4391	105,2027
Temperatura: frio	1,04	0,028846	0,088832	1,016558	94,94986	96,66096	98,34419	100	101,6558	103,3390	105,0501
Sabor: salgado	1,07	0,028037	0,086306	1,016094	95,09372	96,75532	98,39061	100	101,6094	103,2447	104,9063
Temperatura: quente	1,14	0,026316	0,080937	1,015106	95,39951	96,95605	98,48944	100	101,5106	103,0439	104,6005
Peso	1,18	0,025424	0,078158	1,014594	95,55772	97,05998	98,54064	100	101,4594	102,9400	104,4423
Aceleração angular	1,39	0,021583	0,066224	1,012389	96,23712	97,50689	98,76112	100	101,2389	102,4931	103,7629
Aspereza de superfície	1,61	0,018634	0,057093	1,010696	96,75678	97,84937	98,93041	100	101,0696	102,1506	103,2432
Choque elétrico	2,8	0,010714	0,032705	1,006150	98,14358	98,76619	99,38498	100	100,6150	101,2338	101,8564

Nota – A raiz quadrada da soma do quadrado das diferenças dos estímulos em escala logarítmica pode ser utilizada na expressão da densidade de probabilidade de w. Os valores foram obtidos satisfazendo a taxa de dispersão de n no valor 0,33 e a Fração de Ekman em 0,03.

O objetivo da Tabela 29 é, além de sugerir valores de estímulos para provas discriminatórias pelo método dos estímulos constantes, estudar a dispersão dos estímulos na instância local de percepção, para utilizá-la na expressão de densidade de probabilidade de w . O gráfico da densidade de probabilidade da Fração de Weber, para algumas modalidades sensoriais, foi produzido à custa da Equação 169, utilizando os estímulos físicos sugeridos na Tabela 29 (Figura 65).

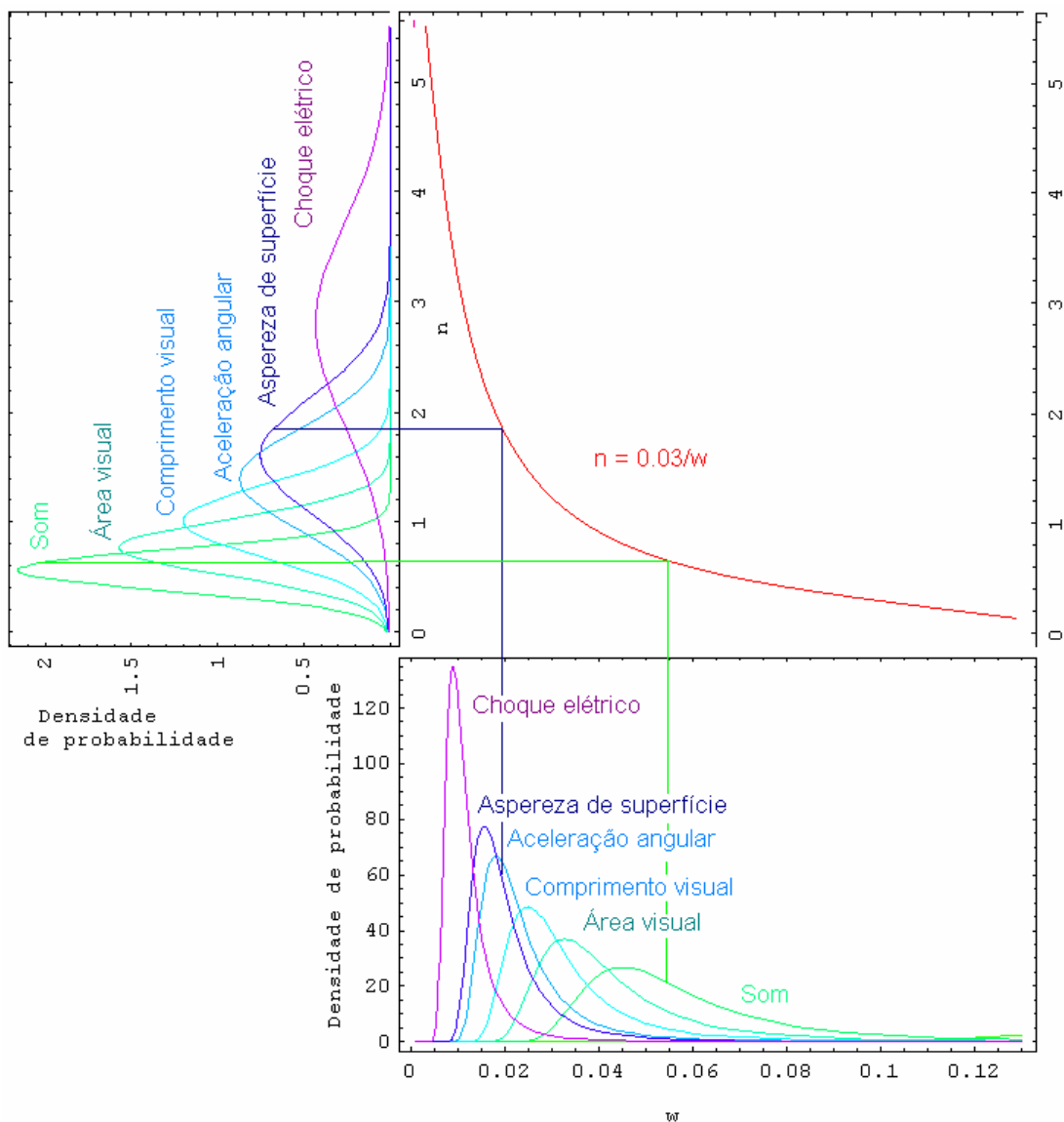


Figura 65 – Distribuição da Fração de Weber deduzida a partir da distribuição gaussiana de n , através da relação $n = 0,03/w$ e taxa de dispersão de n de 0,33.

A Figura 65 ilustra todo o processo dedutivo discutido: a distribuição da Fração de Weber se origina na distribuição gaussiana de n , através da relação $n = 0,03/w$, mantendo-se a taxa biológica de dispersão de n de 0,33.

Então, considerando o *range* dos estímulos físicos no ambiente natural, a Equação 168 pode ser reescrita com Equação 170. Nela, a dispersão de n é substituída pela relação intermodal da taxa de dispersão de n de 0,33, encontrada na metanálise da seção 4.1.2.2, enquanto o valor médio de n é substituído pela relação $\mu_n = 0,03/\hat{w}$. No gráfico da densidade de probabilidade de w da Figura 65 as curvas produzidas pelas equações 169 e 170 estão sobrepostas. Elas não aparecem destacadas porque simplesmente são coincidentes. Frisando: satisfazer a taxa de dispersão de n no valor 0,33 produz conjuntos de estímulos adequados para provas experimentais da instância local de percepção.

$$\begin{aligned}
 f(w; \mu_n, \sigma_n, E) &= \frac{E}{\sigma_n \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\left(\frac{E}{w} - \mu_n\right)^2}{2\sigma_n^2}} \\
 f(w; \hat{w}) &= \frac{E}{0,33 \frac{E}{\hat{w}} \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\left(\frac{E}{w} - \frac{E}{\hat{w}}\right)^2}{2\left(0,33 \frac{E}{\hat{w}}\right)^2}} \\
 &= \frac{\hat{w}}{0,33 \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{E^2 \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\hat{w}}\right)^2}{2E^2 \left(\frac{0,33}{\hat{w}}\right)^2}} \\
 &= \frac{\hat{w}}{0,33 \sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\hat{w}^2 \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\hat{w}}\right)^2}{0,2178}}
 \end{aligned}
 \tag{170}$$

Satisfazendo a taxa de dispersão de n no valor biológico de 0,33, a densidade de probabilidade da Fração de Weber pode ser escrita tendo apenas um parâmetro: o valor mediano de w .

Não foi possível, algebricamente, se estabelecer funções para média e variância da distribuição da Fração de Weber, usando a integral que define o primeiro e segundo momentos da distribuição, devendo esses valores ser calculados numericamente. Comparada

geometricamente à distribuição normal, a distribuição de w tem assimetria positiva e tendência à curtose positiva (Figura 66).

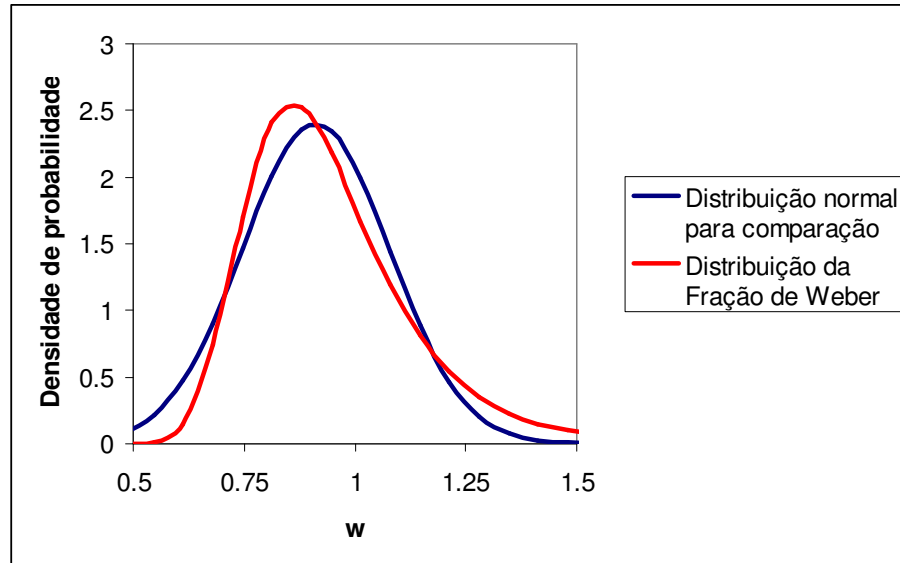


Figura 66 – Distribuição da Fração de Weber comparada à distribuição normal, com mesmo valor de média e desvio padrão. A distribuição da Fração de Weber tem assimetria positiva e tendência a valores positivos de curtose.

Uma aproximação do desvio padrão pôde ser obtida através do estudo de propagação do erro, utilizando a Equação 26. Assim, a Equação 171 estabelece uma relação entre a dispersão de n e de w .

$$s_n^2 = s_w^2 \left(\frac{\partial n}{\partial w} \right)^2$$

$$n = \frac{E}{w} \Rightarrow \frac{\partial n}{\partial w} = \pm \frac{E}{w^2}$$

$$s_n^2 = s_w^2 \left(\pm \frac{E}{w^2} \right)^2$$

$$s_n = s_w \frac{E}{w^2}$$

$$s_w = \frac{s_n w^2}{E}$$

(171) Desvio padrão da Fração de Weber em função do desvio padrão de n , utilizando a Equação 26 da propagação do erro discutida na seção 2.1.

Deseja-se, especificamente, a condição do valor médio de n , correspondente ao valor mediano de w , uma vez que n tem distribuição simétrica. Então, substituindo-se o desvio padrão de n pela Equação 171, obtém-se a Equação 172, do desvio padrão da Fração de Weber.

$$\begin{aligned}
 s_w &= \frac{s_n \hat{w}^2}{E} \\
 &= \frac{E \frac{1}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}} \hat{w}^2}{E} \\
 &= \frac{\hat{w}^2}{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}}
 \end{aligned}
 \tag{172}$$

Desvio padrão da distribuição da Fração de Weber, deduzido em função do desvio padrão da distribuição de n .

Os intervalos de confiança, com erro tipo 1 de 0,1 e 0,05, foram numericamente estabelecidos com o auxílio do *Mathematica*, resolvendo a integral da Equação 173, originada da Equação 169, alimentada com a variação dos estímulos listados na Tabela 29.

$$f_{cumulativa}(w; \hat{w}, \phi_i) = \int_{w_{crítico_inf}}^{w_{crítico_super}} \frac{\sqrt{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2}}{\sqrt{2\pi} w^2} e^{-\frac{\sum (\ln \phi_i - \langle \ln \phi_i \rangle)^2 \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\hat{w}}\right)^2}{2}} dw
 \tag{173}$$

Função cumulativa da distribuição da Fração de Weber, utilizada para determinação numérica dos intervalos de confiança.

Os valores críticos dos intervalos de confiança obtidos no cálculo integral estão listados na Tabela 30 e representados graficamente na Figura 67. Os retângulos amarelos denotam o intervalo correspondente a 90% de probabilidade e as barras verticais, 95%. Em ambos, a taxa de dispersão de n foi mantida em 0,33. Como era esperado, os intervalos são mais amplos nas modalidades sensoriais menos discriminantes, explicando porque as provas experimentais discriminatórias produzem resultados de Fração de Weber tão díspares em modalidades sensoriais de expoente baixo, como brilho (Teghtsoonian, 1971).

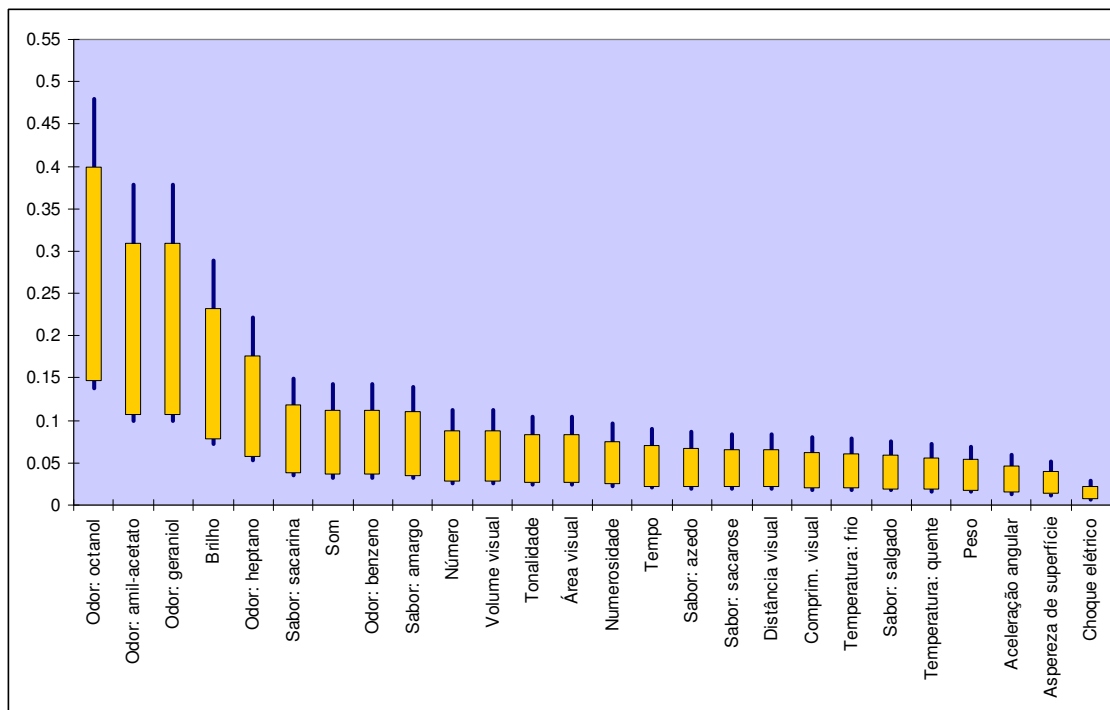


Figura 67 – Intervalos de confiança da Fração de Weber por modalidade sensorial.

As barras azuis verticais correspondem ao intervalo entre 0,025 e 0,975 de probabilidade acumulada, enquanto os retângulos amarelos se referem ao intervalo de confiança entre 0,05 e 0,95. Os valores numéricos estão listados na Tabela 30.

Tabela 30 – Intervalos de confiança da Fração de Weber por modalidade sensorial para nível de significância de 0,1 e 0,05, mantendo a dispersão de n em 0,33

Modalidade sensorial	Fração de Weber estimada	Intervalo de confiança para $p = 0,1$		Intervalo de confiança para $p = 0,05$	
Odor: octanol	0,214286	0,1463000	0,400000	0,13787	0,47880
Odor: amil-acetato	0,157895	0,1058500	0,309300	0,09953	0,37821
Odor: geraniol	0,157895	0,1058500	0,309300	0,09953	0,37821
Brilho	0,115385	0,0764800	0,233300	0,07179	0,28930
Odor: heptano	0,085714	0,0564200	0,176800	0,05290	0,22120
Sabor: sacarina	0,056604	0,0370300	0,118900	0,03468	0,14988
Som	0,053571	0,0350200	0,112700	0,03280	0,14221
Odor: benzeno	0,053571	0,0350200	0,112700	0,03280	0,14221
Sabor: amargo	0,052632	0,0344100	0,110780	0,03222	0,13984
Número	0,041667	0,0271700	0,088250	0,02544	0,11172
Volume visual	0,041667	0,0271700	0,088250	0,02544	0,11172
Tonalidade	0,038961	0,0253950	0,082640	0,02378	0,10470
Área visual	0,038961	0,0253950	0,082640	0,02378	0,10470
Numerosidade	0,035714	0,0232650	0,075850	0,02178	0,09621
Tempo	0,032967	0,0214600	0,070120	0,02009	0,08901
Sabor: azedo	0,031915	0,0207710	0,067930	0,01945	0,08624
Sabor: sacarose	0,030928	0,0201250	0,065860	0,01884	0,08364
Distância visual	0,030928	0,0201250	0,065860	0,01884	0,08364
Comprim. visual	0,029703	0,0193232	0,063290	0,01809	0,08040
Temperatura: frio	0,028846	0,0187630	0,061500	0,01756	0,07814
Sabor: salgado	0,028037	0,0182340	0,059792	0,01707	0,07599
Temperatura: quente	0,026316	0,0171110	0,056180	0,01602	0,07142
Peso	0,025424	0,0165270	0,054300	0,01547	0,06905
Aceleração angular	0,021583	0,0140200	0,046190	0,01312	0,05879
Aspereza de superfície	0,018634	0,0120980	0,039940	0,01132	0,05087
Choque elétrico	0,010714	0,0069460	0,023060	0,00650	0,02946

5.2 A especificidade relativa do expoente n e da Fração de Weber

Obtidas as distribuições de n e da Fração de Weber é possível elaborar uma régua de especificidade dos índices sensoriais que traduza a chance de um determinado valor de n ou de w representar determinada modalidade sensorial, considerando as modalidades listadas na Tabela 2.

As figuras 68 e 69 são réguas de especificidade de n e w , respectivamente. Para obtê-las, os valores de w foram estimados pela relação $w = 0,03/n$ e as densidades de probabilidade de todas as modalidades sensoriais listadas na Tabela 2 foram somadas, para cada ponto da variável independente n ou w . O valor total foi representado numa escala de 10 cm de altura, empilhando as parcelas correspondentes a cada modalidade sensorial na mesma proporção. Assim, de posse de um determinado valor do índice sensorial, basta medir a altura da coluna correspondente, em cm, e dividir o valor obtido por 10 cm para se obter a chance daquele valor do índice representar aquela modalidade sensorial.

Exemplificando o uso das réguas, a chance do valor de n 2,76 representar a modalidade sensorial choque elétrico é 0,8, pois, no ponto 2,76 da abscissa, a coluna azul esverdeada, que representa a modalidade sensorial choque elétrico, mede 8 cm. O mesmo valor tem chance de 0,14 de representar a modalidade aspereza de superfície, visto que, no ponto 2,76, a coluna azul, que representa a modalidade sensorial aspereza de superfície, mede 1,4 cm. Fique bem claro que a probabilidade obtida não denota a chance de se obter aquele valor do índice sensorial na modalidade, mas sim a chance, uma vez obtido um determinado valor do índice, deste valor representar aquela modalidade sensorial, sendo, portanto, um valor relativo às outras modalidades sensoriais.

Embora seja difícil visualizar na impressão, as colunas correspondentes aos valores médios do expoente foram marcadas com bordas claras na Figura 68.

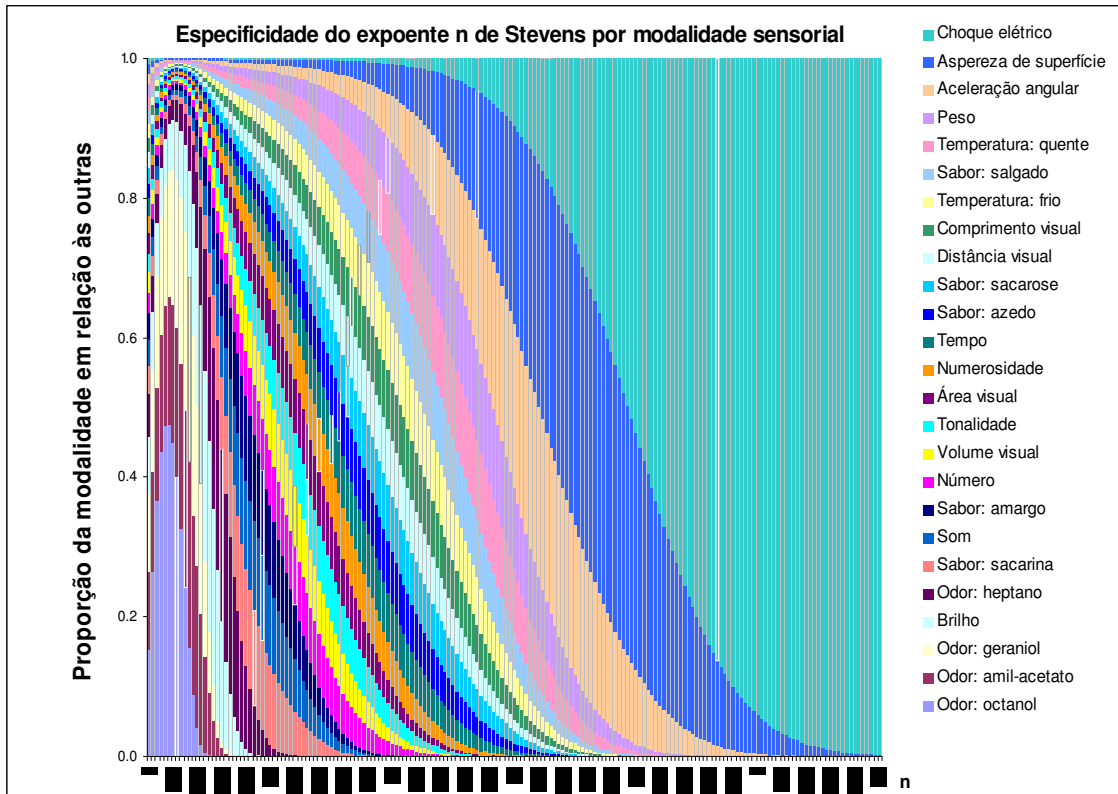


Figura 68 – Régua de especificidade de n : a altura em cm da coluna de uma mesma cor, dividida por 10 cm, denota a chance de um valor de n corresponder àquela modalidade sensorial.

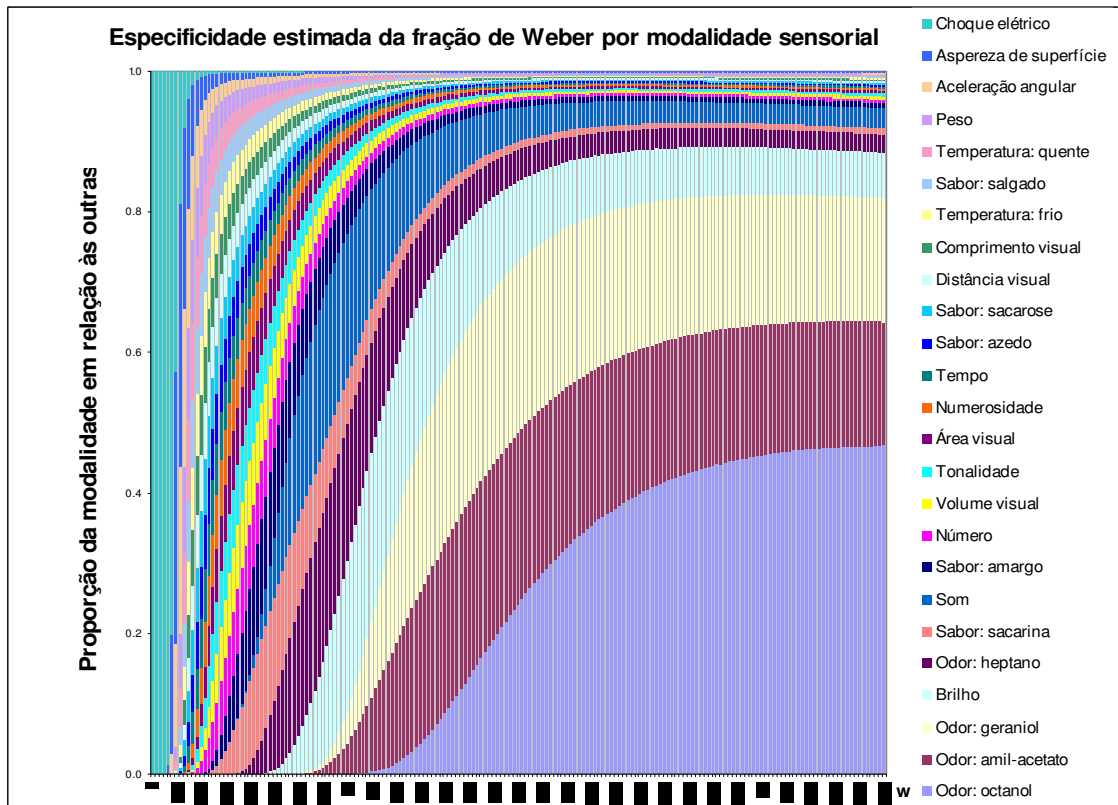


Figura 69 – Régua de especificidade de w : a altura em cm da coluna de uma mesma cor, dividida por 10 cm, denota a chance de um valor de w corresponder àquela modalidade sensorial.

Observa-se que, em ambas as réguas, valores extremos dos índices sensoriais n e w são mais específicos que valores intermediários. As réguas permitem uma apreensão rápida da especificidade relativa dos índices sensoriais n e w e resultam da dedução das funções de densidade de probabilidade dos dois índices sensoriais.

5.3 Pontos limiares em métodos adaptativos

Nessa altura do texto conhecem-se as distribuições das respostas sensoriais nos contínuos físico e psicológico, a distribuição do expoente n e agora a distribuição de w , todas interdependentes. Foi estabelecida a ponte entre o fenômeno de ativação neural periférica e a distribuição da sensação no contínuo físico, através da natureza browniana da percepção discriminatória. Agora, o texto será dedicado a alguns aspectos da discriminação absoluta. Esta seção se destina à determinação de alguns pontos limiares, que já estavam definidos na literatura psicofísica, supondo distribuições simétricas como modelos teóricos das sensações.

O limiar diferencial e a dap foram definidos como os desvios padrão das respostas discriminatórias, aquele no contínuo físico e esta, no contínuo psicológico. No entanto, outros pontos limiares podem ser estabelecidos, dependendo do procedimento empregado na prova discriminatória, por um lado, e da natureza browniana do fenômeno, por outro. Dentre os métodos dedicados à pesquisa de limiares, os adaptativos são especialmente adequados para a evidenciação da natureza browniana da discriminação sensorial. A característica básica deles é a ausência de pré-definição da seqüência e, em alguns casos, da intensidade dos estímulos apresentados. Tratam-se de métodos dinâmicos, onde a próxima conduta do experimentador depende da resposta prévia, ou das respostas prévias, do observador. Dentre eles, estão o método *up-down* ou *staircase*, e as suas subseqüentes transformações.

No método *up-down* simples, um observador é convidado a julgar se o estímulo atual é maior ou menor que o padrão, por exemplo. Caso responda que é maior (+), o experimentador reduz o estímulo em um passo fixo, solicitando nova resposta do observador. Se a resposta é que o estímulo comparado agora se tornou menor (-) que o padrão, o experimentador eleva o estímulo em um passo. A diferença deste método para o método clássico dos limites é que a prova não termina após a primeira inversão das respostas. Por um processo inerente ao método, diferentemente do método dos estímulos constantes, a prova vai se concentrando em estímulos próximos ao limiar. Assim, quanto mais os estímulos comparados se aproximam do padrão, mais aleatória se torna a resposta do observador, a qual fica zigzagueando, como as partículas em movimento browniano, em torno de um ponto de atração ou um valor limiar. Dá-se que esse ponto de atração muda com a mudança de procedimento. Isto é útil na pesquisa das sensações discriminatórias, pois, de posse de dois pontos limiares e de um modelo de distribuição das respostas, tem-se a inclinação da curva e, conseqüentemente, pode-se calcular o limiar diferencial.

Supondo uma distribuição normal como pressuposto teórico da sensação, Levit (1970) calculou e definiu pontos limiares para o método *up-down* e suas principais transformações, que se caracterizam pela diferença de quantidade de resposta + ou - necessárias para o experimentador elevar o estímulo em um passo, ou decrescê-lo em um passo, ao longo das tentativas do observador. Então, o experimentador pode elevar um passo após duas respostas - do observador, e decrescer um passo após apenas uma resposta +, ou uma resposta - seguida de uma +. Este seria o método *2up-1down*. O procedimento inverso, descer um passo após duas respostas + do observador, e elevar um passo após apenas uma resposta -, ou uma resposta + seguida de uma -, seria o *1up-2down*.

Segundo Levit (1970), os métodos *up-down*, *2up-1down* e *1up-2down* convergem para $P_{up-down}(\phi) = 0,5$, $P_{2up-1down}(\phi) = 0,293$ e $P_{1up-2down}(\phi) = 0,707$. Discordante, García-Pérez

(1998; García-Pérez, 2000) refere que os *staircases* raramente alcançam os destinos presumidos. Para ele, tal fenômeno se deve ao fato dos pontos de convergência variarem com o tamanho do passo. Seu estudo demonstrou que quando utilizava uma variante do método onde o passo *down* era uma determinada fração fixa do passo *up*, tornava a convergência invariante com o tamanho do passo. Satisfeito este contexto experimental, chamando de k as consecutivas respostas + após uma resposta -, refere que os *staircases* convergem para o ponto de 0,7785, quando $k = 1$; 0,8085, quando $k = 2$; 0,8315, quando $k = 3$ e 0,8584, quando $k = 4$. Posteriormente, o autor reafirma estes pontos atratores em simulação computacional (García-Pérez, 2002), no entanto, em nenhum momento ele questiona uma assimetria da curva psicométrica, o que justificaria a demanda de passos descendentes serem frações específicas dos passos ascendentes.

O presente trabalho afirma que a distribuição subjacente ao fenômeno sensorial discriminante não é normal, e sim gama, quando a variável independente cursa no contínuo físico. Faz-se necessária, portanto, a revisão de pelo menos os principais pontos de convergência, assumindo este novo modelo teórico. Tal investigação será feita em simulação computacional, utilizando o Simulador Eliene³⁵, cujo algoritmo serviu como exemplo do método Monte Carlo no capítulo introdutório. Não é objetivo, aqui, determinar-se a eficácia do método, traduzida pelo número mínimo de tentativas necessárias para se alcançar o ponto atrator, aspecto extremamente importante do ponto de vista experimental, uma vez que não é possível se submeter os observadores a um número excessivo de tentativas, problema não existente na simulação computacional. Pretende-se, sim, investigar se as convergências ocorrem e para quais pontos atratores, bem como a dispersão dessas convergências, utilizando as mesmas 1000 tentativas empregadas no trabalho de simulação computacional de García-Pérez (2002).

³⁵ O nome do simulador é uma homenagem à mãe da autora e denota seu carinho e gratidão. Aspectos gerais e parâmetros de configuração do Simulador Eliene foram descritos no Apêndice B. O arquivo do Excel se encontra no CD e pode ser utilizado para fins de ensino e pesquisa, desde que citada a fonte.

Tal investigação será conduzida para a distribuição normal, com objetivo de se confirmar os pontos de convergência referidos por Levit (1970) para os métodos *up-down*, *1up-2down* e *2up-1down*, e para a distribuição gama, novo modelo proposto para a resposta discriminatória no contínuo físico.

Uma terceira tarefa é determinar a equação empírica que possibilita a obtenção do desvio padrão da curva psicométrica a partir de dois pontos limiares da distribuição gama.

Para a distribuição normal, se utiliza a relação $\sigma_{\phi} = \frac{\phi_{0,707} - \phi_{0,293}}{1,09}$ (Levit, 1970).

5.3.1 Método da investigação de pontos limiares em *staircases*

Trabalhou-se apenas com a planilha “Geral” do Simulador Eliene. A cada atualização, o simulador gera 1200 respostas discriminatórias, que representam 1200 tentativas independentes do observador ideal, cuja curva psicométrica de resposta pode ser definida pela distribuição estatística, média e desvio padrão escolhidos na configuração. Das 1200 respostas, apenas as 1000 últimas foram analisadas para obtenção de média, mediana e desvio padrão.

Uma amostra de 300 atualizações do simulador foi utilizada para a investigação das convergências na distribuição normal, utilizando apenas uma configuração de parâmetros: estímulo padrão 1, desvio padrão 0,03, passos fixos de valor 1 e início das tentativas coincidente com o estímulo padrão (Figura 70).

	A	B	C	D	E	F	G
1	kapa		Φ início	Início	PA	Máximo	
2	1111.111	De 1 a 99	50	0.94	0.0012	1.06	
3	teta	Passo	1	2	1	Φ	0.94
4	0.0009	Distribuição	n	c e k	Média	1	0.022750062
5		Distribuição normal			DP	0.03	
6	w	Click em Salvar para realeatorizar			α	3.5	
7	0.03				β	1	
8			Φ	0.999034343		1.01683284	
9	0.485215		Mediana	0.484046501		0.712260318	
10	0.72843		Moda	0.436440527		0.712260318	
11	0.27054		Erro relativo	0.13860416		0.061093907	
12	0.668357	Convergência	Média	0.487160785		0.712633536	
13	0.747629		DP de P(Φ)	0.067522511		0.043537567	
14	1	tentativas	ordem de Φ	up-down	ordem de Φ	1up-2down	ordem de Φ
15	1	1	1	50	0.5	50	0.5
16	1	2	2	49	0.484046501	50	0.5
17	1	3	3	48	0.46811856	49	0.484046501
18	1	4	4	47	0.45224153	49	0.484046501

Figura 70 – Parâmetros de configuração do Simulador Eliene, na planilha “Geral”, para os ensaios em distribuição normal.

O simulador, nesta configuração, gerará 1200 respostas discriminatórias independentes para cada método adaptativo estudado, supondo um observador ideal cujas respostas sensoriais em escala física têm distribuição normal (célula C4 valendo N), com média 1 (célula F4), desvio padrão 0,03 (célula F5). Os estímulos serão apresentados em passos fixos (célula A14 valendo 1) de valor 1 (célula C3), iniciando-se no valor médio dos estímulos (célula C2 valendo 50%).

	A	B	C	D	E	F	G
1	kapa		Φ início	Início	PA	Máximo	
2	100	De 1 a 99	50	0.8	0.004	1.2	
3	teta	Passo	1	2	1	Φ	0.8
4	0.01	Distribuição	G	c e k	Média	1	0.017108309
5		Distribuição gama			DP	0.1	
6	w	Click em Salvar para realeatorizar			α	3.5	
7	0.1				β	1	
8			Φ	1.000618965		1.056425276	
9	0.538507		Mediana	0.513298811		0.732891311	
10	0.743092		Moda	0.513298811		0.732891311	
11	0.306213		Erro relativo	0.12977576		0.058263667	
12	0.64485	Convergência	Média	0.515765066		0.72145319	
13	0.698382		DP de P(Φ)	0.066933804		0.042034508	
14	1	tentativas	ordem de Φ	up-down	ordem de Φ	1up-2down	ordem de Φ
15	1	1	1	50	0.513298811	50	0.513298811
16	1	2	2	49	0.497326529	50	0.513298811
17	1	3	3	48	0.481315874	49	0.497326529

Figura 71 – Parâmetros de configuração do Simulador Eliene, na planilha “Geral”, para os ensaios em distribuição gama.

O simulador, nesta configuração, gerará 1200 respostas discriminatórias independentes para cada método adaptativo estudado, supondo um observador ideal cujas respostas sensoriais em escala física têm distribuição gama (célula C4 valendo G), com média 1 (célula F4), desvio padrão 0,1 (célula F5). Os estímulos serão apresentados em passos fixos (célula A14 = 1) de valor 1 (célula C3), iniciando-se no valor médio dos estímulos (célula C2 = 50%).

Para a investigação das convergências na distribuição gama, foram utilizadas seis amostras de 100 atualizações do simulador, todas com passos fixos de valor 1, início das tentativas coincidente com o estímulo padrão e as seguintes variações de média e desvio padrão, respectivamente: 10 e 6; 10 e 3; 10 e 1; 1 e 0,6; 1 e 0,1; 1 e 0,06 (Figura 71). Pelos valores dos desvios padrão em relação às médias, note-se que foram escolhidas combinações tanto representativas da instância local de percepção, quanto global.

Frise-se que os passos, em todos os ensaios, foram mantidos fixos no valor unitário. Este procedimento é desejável visto que o valor do passo é uma variável interferente na convergência (García-Pérez, 2000; Levit, 1970). Portanto, não houve ajuste do passo para se obter a convergência. Havendo convergência para pontos específicos, apesar das diferentes configurações de média e desvio padrão das curvas psicométricas, uma análise de variância (ANOVA, 1 fator, $\alpha = 0,05$) será empregada para autorizar ou não a consolidação de médias, supondo a distribuição normal das convergências, investigada pelo teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$).

5.3.2 Resultados e discussão da investigação de pontos limiares em *staircases*

Os pontos de convergência referidos por Levit (1970) foram encontrados, supondo uma distribuição normal das respostas discriminatórias, para os três métodos adaptativos estudados (Tabela 31). As medianas das respostas se mostraram discretamente mais acuradas que as médias, o que não faz diferença, visto que a distribuição é simétrica. A observação permite a sugestão do emprego preferencial das medianas na análise dos resultados. Outro achado favorável foi a baixa dispersão dos pontos atratores, sendo o mais alto coeficiente de variação encontrado no valor 0,1681, referente ao método *2up-1down*.

Tabela 31 – Valores de convergência e dispersão obtidos em 300 ensaios simulados, para cada método adaptativo, supondo uma distribuição normal da resposta discriminatória

Método adaptativo	Distribuição Normal			
	Mediana	Média	Desvio padrão	Coefficiente de variação
1up-2down	0,7070	0,705588	0,014379	0,0698
up-down	0,5010	0,500788	0,015662	0,0313
2up-1down	0,2929	0,294332	0,014137	0,1681

Nota – Observa-se que os valores médios obtidos são muito próximos dos esperados por Levit (1970) e coincidentes com eles, quando tomadas as medianas. Os pontos atratores são razoavelmente estáveis, com baixa variabilidade.

A distribuição das convergências obtidas pelas medianas das respostas discriminatórias na distribuição gama não é normal, pelo teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$). Portanto, foram utilizadas as convergências obtidas pelas médias das respostas discriminatórias que, em todas as amostras, satisfaz os critérios de normalidade do mesmo teste. Para estas, a análise de variância (ANOVA) não detectou diferenças entre as convergências oriundas de configurações diferentes, para um mesmo método adaptativo (Tabela 32), possibilitando a consolidação de médias apresentadas na Tabela 33.

Tabela 32 – Análise de variância (ANOVA) das seis amostras de valores de convergência para cada método adaptativo

Métodos adaptativos	Fontes de variação	GL	SQ	QM
1up-2down	Tratamentos	5	0,002	30,3 e-05
	Erro	600	0,104	17,3 e-05
	F =	1,7533		
	(p) =	0,1196		
Up-down	Tratamentos	5	52,0 e-05	10,4 e-05
	Erro	600	0,155	25,9 e-05
	F =	0,4027		
	(p) =	0,848		
2up-1down	Tratamentos	5	0,002	35,4 e-05
	Erro	600	0,168	27,9 e-05
	F =	1,2685		
	(p) =	0,2749		

Nota – A mudança de configuração de média e desvio padrão das curvas psicométricas gamas do observador ideal, na simulação computacional de sensações discriminatórias, não produzem diferenças estatisticamente significativas entre as amostras, possibilitando a aglutinação das médias, por método adaptativo.

Tabela 33 – Valores de convergência e dispersão obtidos em 100 ensaios simulados para cada método adaptativo versus configuração, com distribuição gama da resposta discriminatória no contínuo físico

Média da Gama	10	10	10	1	1	1	Média total	DP	CV
DP da Gama	3	6	1	0,1	0,6	0,06			
1up-2down	0,70764	0,70625	0,70957	0,70694	0,70554	0,70975	0,707616	0,01324	0,01871
up-down	0,49873	0,49886	0,49880	0,50137	0,49904	0,49962	0,499404	0,00758	0,01518
2up-1down	0,28886	0,29382	0,29147	0,29158	0,29397	0,29213	0,291973	0,01398	0,04789

Nota – Observa-se que os valores obtidos são muito próximos dos esperados para a distribuição normal, referidos por Levit (1970). Os pontos atratores são estáveis, com baixa variabilidade.

Os pontos atratores obtidos são praticamente os mesmos esperados para a distribuição normal, uma vez que, por traz de uma distribuição gama, existe uma binomial negativa numa escala discreta, assim como por traz de uma normal, existe uma binomial. A diferença está na equação utilizada para obtenção do desvio padrão, a partir de dois pontos limiares.

Tomando a média das diferenças $\phi_{0,707} - \phi_{0,293}$, para cada amostra da simulação, em função da Fração de Weber calculada à custa dos valores conhecidos de estímulo padrão e desvio-padrão da configuração da curvas psicométricas, obteve-se a relação documentada na Figura 72, cuja reta de regressão resulta do método dos mínimos quadrados.

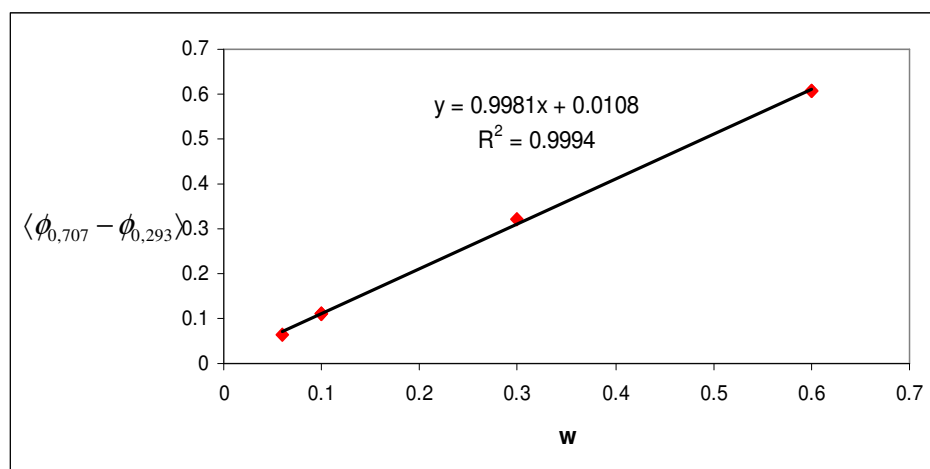


Figura 72 – Relação linear entre a media das diferenças entre os estímulos de convergência para os pontos de probabilidades acumuladas 0,707 e 0,293 e a Fração de Weber, com respostas discriminatórias em distribuição gama.

A partir da função da reta de regressão da Figura 72, obteve-se a Equação 174, que permite encontrar o desvio padrão da curva psicométrica com base no resultado das convergências dos métodos *1up-2down* e *2up-1down*.

$$\sigma_{\phi} = \frac{\phi_{0,707} - \phi_{0,293}}{0,9981} - 0,01082056\phi_p \quad (174)$$

Desvio padrão da curva psicométrica gama em função dos pontos de convergência $\phi_{0,707}$ e $\phi_{0,293}$.

Concluindo, os pontos limiares para os métodos *up-down*, *2up-1down* e *1up-2down* para curvas psicométricas em distribuição gama são os mesmos referidos por Levit (1970) para a distribuição normal, ou sejam: $P_{up-down}(\phi) = 0,5$, $P_{2up-1down}(\phi) = 0,293$ e $P_{1up-2down}(\phi) = 0,707$. A função de cálculo do desvio padrão em função dos limiares (Equação 174), no entanto, não é a mesma da distribuição normal e depende do valor do estímulo padrão utilizado na prova. Finalmente, o presente estudo não confirmou as observações de García-Pérez (1998, 2000, 2002).

Outros pontos de convergência, referentes às várias transformações do método *up-down* simples, precisam ser investigados. O Simulador Eliene é uma boa ferramenta para tal, podendo também ser empregado na determinação da eficácia dos métodos adaptativos na obtenção de limiares.

5.3.3 Visualização da natureza browniana da discriminação

Examinem-se os gráficos da Figura 73 referentes à evolução temporal de três fenômenos brownianos distintos. Omitiram-se as variáveis das abscissas em dois dos gráficos, para que o leitor não reconheça os fenômenos logo na primeira observação. Nota-se o marcante aspecto aleatório das oscilações nas três evoluções.

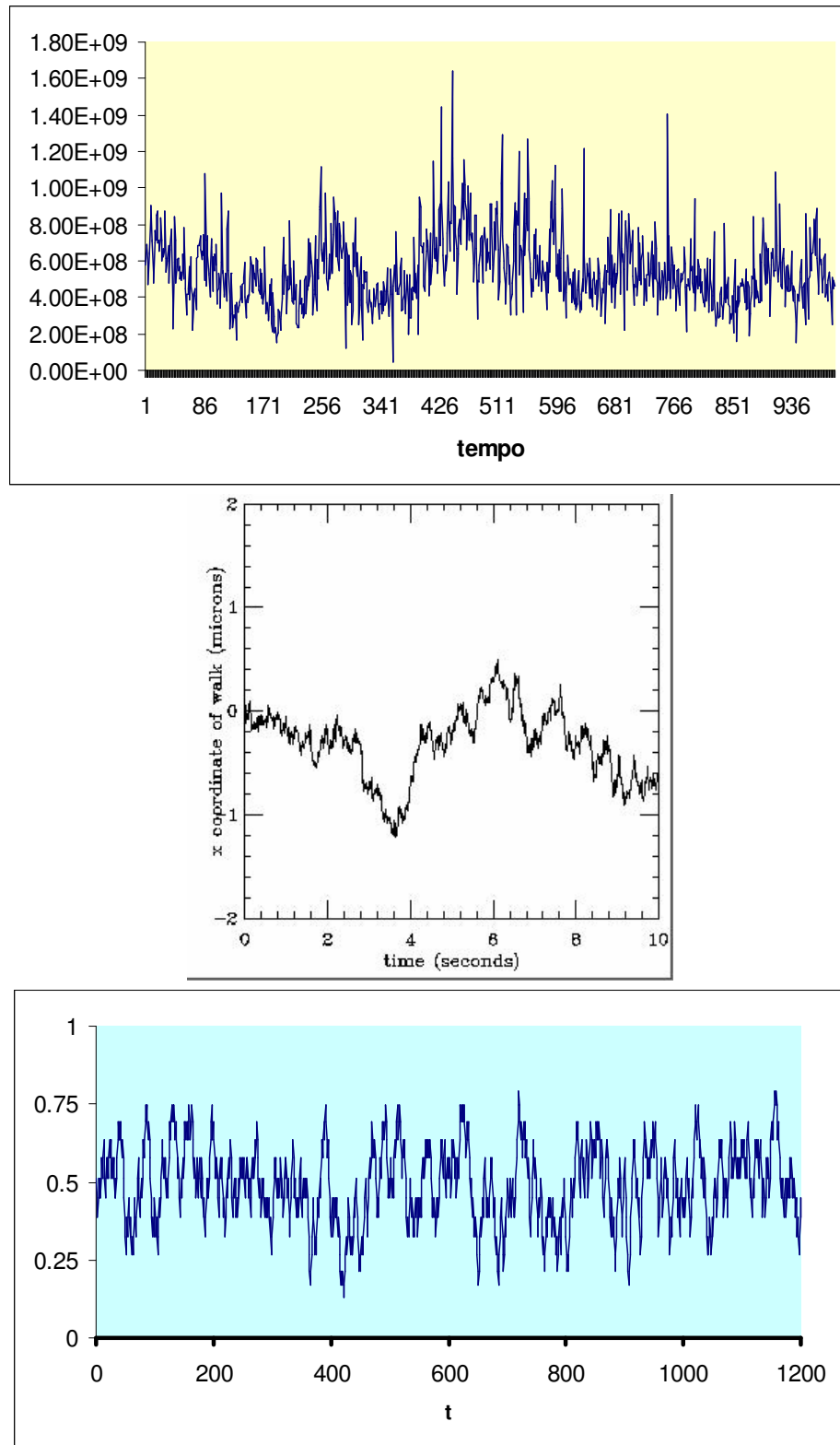


Figura 73 – Exemplos de evoluções temporais unidimensionais de movimento browniano. Acima, recorte do volume de ações negociados na IBOVESPA em função do tempo, em dias. No meio, movimento browniano unidimensional de partículas (Lee, 1995). Abaixo, prova *up-down* de discriminação sensorial do Simulador Eliene: probabilidade acumulada em função de tentativas (t).

Na Figura 73, o gráfico superior se refere ao movimento de negociações em bolsa de valores. As flutuações do mercado financeiro têm natureza browniana e a distribuição do k -ésimo volume negociado é gama³⁶. O caráter do fenômeno é o mesmo do curso aleatório das partículas no gráfico central. Assim também, como discutido no capítulo 3, as respostas sensoriais discriminatórias tem natureza browniana e, alcançado um limiar neural κ , o fenômeno opera. O gráfico inferior denota a progressão das respostas discriminatórias de um observador ideal numa prova *up-down*, processada no Simulador Eliene. A distribuição subjacente é gama. Trata-se de um claro fenômeno browniano que, agora, além de entendido, pode ser visualizado. *Portanto, a primeira parte do item (1.3.6) da hipótese geral é formal e empiricamente procedente.* A natureza browniana da discriminação está subjacente ao julgamento da magnitude aparente, como será documentado na próxima seção.

5.4 O fenômeno discriminatório subjacente ao julgamento de magnitude aparente

Durante todo o trabalho, considerou-se a premissa thurstoniana do fenômeno discriminatório estar subjacente ao julgamento de magnitude. A idéia é que, quando um observador estima a grandeza de uma sensação e lhe confere um valor, dará valores iguais para outras sensações que julgar iguais à primeira, implicando não discriminar aquela destas. Mas, no momento em que o observador julga cada estímulo físico, seja numa prova experimental ou no ambiente natural, os estímulos precedentes não obrigatoriamente estão presentes para comparação discriminatória. Então, infere-se que o fenômeno discriminatório subjacente ao fenômeno sensorial da instância global de percepção opere com base na memória da experiência sensorial prévia. Naturalmente pode-se apreender a importância dessa

³⁶ Veja nota 23 para referência.

premissa na formação de conceitos ou na nomeação (Rodrigues-de-Carvalho, 1993). O que um ser humano chama de verde, por exemplo, implica a discriminação de outras cores e a não discriminação de uma faixa de frequência luminosa comum, que resulta na sensação de verde.

Todo o trabalho dedutivo e a ponte entre a discriminação e a magnitude aparente traçada neste trabalho dependem da veracidade dessa premissa. Se ela estiver falsa, se desorganiza todo o constructo teórico. A comprovação desta premissa implica trabalho experimental de elaborado desenho metodológico. Ela foge ao escopo deste trabalho, ficando, portanto, um ponto em aberto que sabidamente pode fazer questionar a veracidade das relações estabelecidas. No entanto, como a simulação computacional se mostrou, pela comparação com as metanálises conduzidas, fidedigna ao fenômeno sensorial biológico, espera-se que a premissa em questão possa ser testada em simulação computacional, utilizando os modelos até aqui deduzidos. Essa seção tem esta finalidade.

A distribuição da Fração de Weber foi deduzida a partir da distribuição de n . Na instância local de percepção, os estímulos $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_i$ são comparados entre si, por exemplo, numa prova de comparação aos pares. Em relação a um valor padrão, uma única curva psicométrica se forma e os estímulos ficam alocados na abscissa da curva, que traduz a chance deles serem considerados maiores que o padrão. Na instância global de percepção, os estímulos $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_i$ tem magnitudes absolutas e relativas que permitem sair da resposta categorial e passar à quantificação, mudando, portanto, de escala ordinal para escala de razão ou, minimamente, intervalar. Onde está, então, o fenômeno discriminatório subjacente? Certamente não está somente na distinção entre ϕ_i e ϕ_j . Pela premissa, ele deve estar em todos os valores julgados iguais a cada estímulo, ou seja, iguais a ϕ_i , iguais a ϕ_j , ... Assim, as curvas psicométricas, na mudança da instância de percepção local para a global, se deslocam ortogonalmente: deixam de estar entre $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_i$ e passam a estar entre $\phi_{i_1}, \phi_{i_2}, \phi_{i_3}, \dots$ ou

entre $\phi_{j_1}, \phi_{j_2}, \phi_{j_3}, \dots$, unidos basicamente por um vínculo mnêmico, uma vez que não estão concomitantemente presentes no momento do julgamento sensorial. A Figura 52, da seção 3.3.3.2, ilustra as várias distribuições, e não uma única, que se formam na instância global de percepção, uma para cada estímulo de referência ϕ_i . As curvas psicométricas seriam as funções acumuladas dessas sucessivas distribuições gamas, que não aparecem na figura. Da argumentação, espera-se que a Fração de Weber da instância global dependa da variação dos estímulos $\phi_i, \phi_{i_2}, \phi_{i_3}, \dots$ e não da variação dos estímulos $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_i$, na Equação 169. Portanto, se o constructo teórico está correto, cujo núcleo se refere à premissa de que a discriminação subjaz à magnitude da sensação, espera-se conseguir reproduzir a distribuição da Fração de Weber não a partir da distribuição de n , mas a partir das sucessivas distribuições gamas atreladas a cada estímulo de referência.

5.4.1 Método da investigação da veracidade da premissa thurstoniana

A simulação computacional foi conduzida no Simulador Fukushima DaSilva GMPFP κ , o único que apresenta uma planilha a mais, chamada “Fração de Weber”. Os parâmetros do simulador foram os mesmos listados na seção 4.1.1. Como discutido no Apêndice A, para cada valor de referência ϕ_i o simulador gera 1000 respostas independentes. Portanto, a independência das respostas permite a divisão da grande amostra de 1000 em amostras menores. Assim, escolheu-se o tamanho amostral 30, mais compatível com a prática experimental biológica. Deste modo, cada vez que o simulador atualiza seus dados, gera, pelo método Monte Carlo, 330 amostras de resposta sensorial no contínuo físico (33 para cada valor de ϕ_i), para cada valor de n estudado. Tomaram-se os desvios padrão dessas amostras e cada valor obtido foi dividido pelo estímulo de referência ϕ_i correspondente. Assim, a cada atualização do simulador, 330 Frações de Weber da instância global de percepção são

geradas, para cada modalidade sensorial estudada. Foram feitas análises descritivas de 10 destas amostras de Fração de Weber, com o intuito de se documentar a variação das dispersões em função do valor de n estudado, bem como a assimetria e curtose, pontos cruciais para o teste do modelo matemático.

Finalmente, as freqüências relativas em 17 intervalos iguais, distribuídos entre os valores máximo e mínimo da variável w foram obtidas, para comparação com os valores teóricos previstos pelo modelo matemático, expresso na Equação 169. Foi tomada a soma dos quadrados dos desvios dos logaritmos naturais das respostas sensoriais de 10 amostras aleatórias de tamanho 30, para cada valor de n . Assim, em cada modalidade sensorial, a Equação 169 foi alimentada com a média dos desvios quadráticos obtidos nestas 10 amostras. A Figura 74, que inclui uma parte da planilha “Fração de Weber” do Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ , esquematiza o procedimento descrito.

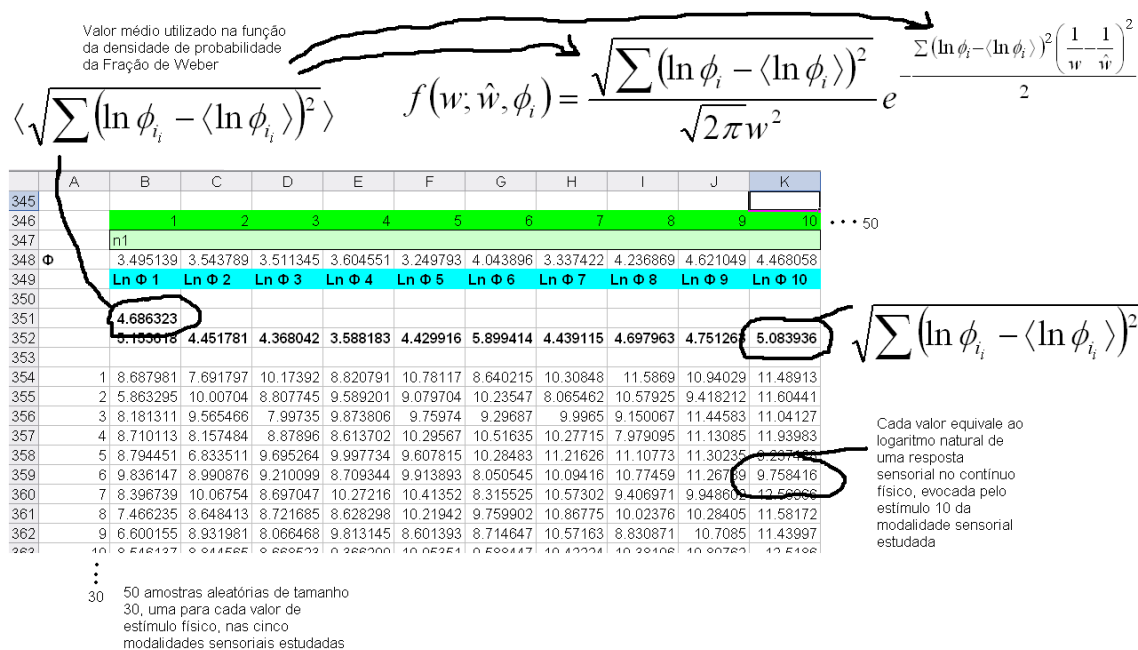


Figura 74 – Esquematização do procedimento metodológico empregado para obtenção de valores médios dos desvios quadráticos para alimentar a equação da densidade de probabilidade da Fração de Weber.

Cinquenta distribuições de w , dez de cada valor de n estudado, foram testadas quanto à normalidade com o Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$). Posteriormente,

foi empregado novamente o teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$) para se pesquisar a aderência das distribuições obtidas às distribuições teóricas esperadas. Os resultados dos testes de normalidade foram sumarizados em percentuais de não normalidade e os resultados dos testes de aderência, em valores médios de p .

5.4.2 Resultados e conclusão da investigação da veracidade da premissa thurstoniana

Tabela 34 – Estatística descritiva e teste Kolmogorov-Smirnov (Lilliefors, $\alpha = 0,05$), de normalidade e de aderência, de amostras simuladas de Fração de Weber na instância global de percepção, para diferentes valores do expoente n .

Expoente n	0.4	0.7	1	1.4	2.8
Tamanho da amostra	330	330	330	330	330
Mínimo	0,3997	0,258	0,191	0,1265	0,0604
Máximo	1,3708	0,6452	0,4501	0,2808	0,1405
Amplitude Total	0,9711	0,3872	0,2591	0,1543	0,0801
Mediana	0,8237	0,4326	0,2925	0,2041	0,1037
Primeiro Quartil (25%)	0,7222	0,385	0,2665	0,1903	0,0968
Terceiro Quartil (75%)	0,9303	0,4811	0,3244	0,2233	0,1132
Desvio Interquartilico	0,2082	0,0961	0,0578	0,0331	0,0164
Média Aritmética	0,8417	0,4345	0,2959	0,2071	0,1049
Variância	0,0291	0,0049	0,0018	0,0008	0,0002
Desvio Padrão	0,1705	0,0697	0,0427	0,0274	0,0133
Erro Padrão	0,0094	0,0038	0,0023	0,0015	0,0007
Coefficiente de Variação	20,26%	16,03%	14,43%	13,23%	12,72%
Assimetria (g1)	0,5928	0,2301	0,4652	0,2401	0,0901
Curtose (g2)	0,3014	0,0603	0,5089	0,1141	0,1669
Percentual de não normalidade pelo teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$) em 50 ensaios	100%	78%	62%	39%	21%
Valores médios de p obtidos pelo teste Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors, $\alpha = 0,05$) em 50 ensaios	0,93694	0,93248	0,83138	0,79244	0,60958

Nota – As amostras, de tamanho 330, foram obtidas no Simulador Fukusima DaSilva GMPFP \mathcal{K} , com Fração de Ekman de 0,3 e taxa de dispersão de n de 0,33. Observa-se a assimetria e curtose positivas, as quais são compatíveis com o modelo matemático. A dispersão das amostras diminuiu com o aumento de n . A não normalidade das amostras foi encontrada em 60% dos ensaios, sendo que testes não significativos foram mais frequentes em amostras com menor desvio padrão. Ainda assim, o percentual de não normalidade excede o erro tipo 1 de 5%, mostrando que as distribuições examinadas não são normais. O teste de aderência Kolmogorov-Smirnov teve valor médio de p de 0,820564, denotando bom ajuste do modelo matemático aos dados.

Um exemplo típico da estatística descritiva das amostras de Fração de Weber está apresentado na Tabela 34. A assimetria e curtose da distribuição são positivas, como previa o modelo matemático da distribuição. A relação entre o desvio padrão de w e o expoente n está representada no gráfico da Figura 75. Como esperado, a dispersão das amostras de w aumenta com a diminuição do expoente n .

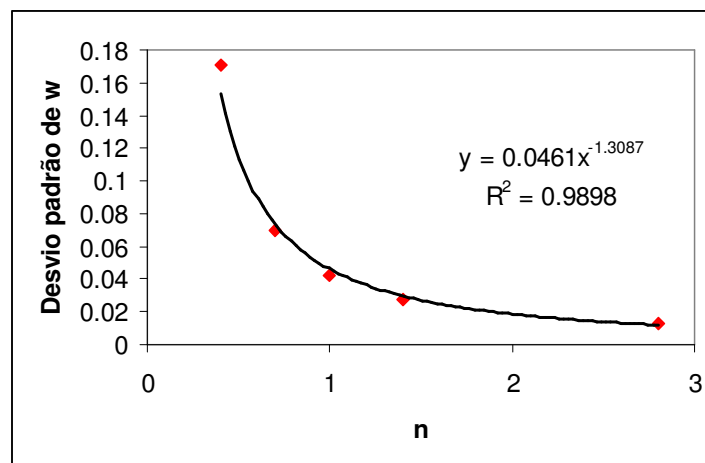


Figura 75 – Desvio padrão da Fração de Weber em função de n .

Como previsto pelo modelo matemático, a dispersão de w cai à medida que o expoente n aumenta. Modalidades sensoriais menos discriminantes produzem Frações de Weber mais dispersas.

O teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov (aderência Lilliefors) acusou não normalidade em 60% dos ensaios, sendo que as amostras menos dispersas eram mais vezes tomadas como normais. Esse provável equívoco do teste, em função da dispersão das amostras, foi discutido na seção 3.2.2. Apesar disto, em nenhuma das vezes o percentual de não normalidade alcançou o valor de 5%, correspondente ao erro tipo 1. Portanto, os resultados indicam não normalidade das amostras.

Satisfazer H_0 no teste de aderência Kolmogorov-Smirnov significa aceitar o modelo teórico testado. Em todos os ensaios, H_0 foi satisfeita, sendo que o valor médio obtido de p foi 0,820564. Portanto, o modelo teórico é um bom descritor do fenômeno empírico. A Figura 76 mostra a sobreposição das curvas teóricas, em linhas contínuas, em relação aos dados simulados, em pontos esparsos. Frise-se que as curvas não foram ajustadas: a sobreposição se dá apenas pela correta previsão dos parâmetros. Assim, a distribuição da Fração de Weber, deduzida a partir da distribuição de n , pode ser recuperada a partir da distribuição das respostas sensoriais no contínuo físico.

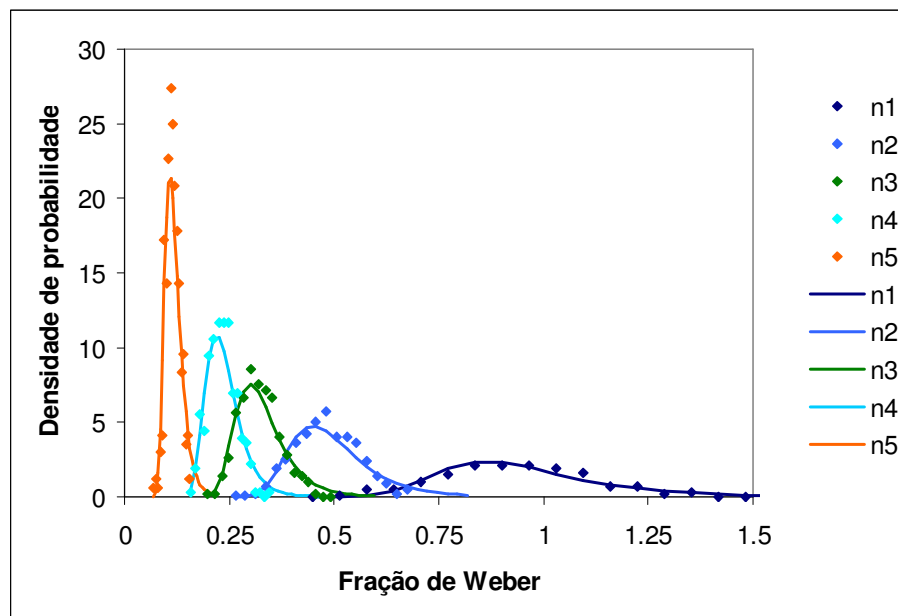


Figura 76 – Modelo teórico da distribuição da Fração de Weber, em linhas contínuas, sobreposto às respostas sensoriais no contínuo físico, simuladas.

As curvas teóricas não foram ajustadas. Estão coincidentes com os dados empíricos apenas pela correta previsão dos parâmetros. Na legenda, $n_1=0,4$, $n_2=0,7$, $n_3=1$, $n_4=1,4$ e $n_5=2,8$ referem-se a cinco modalidades sensoriais diferentes estudadas na simulação.

Conclui-se que a premissa thurstoniana de que um fenômeno discriminatório está subjacente a cada julgamento de magnitude é estatisticamente verdadeira. A comprovação biológica de sua veracidade demanda, no entanto, experimentação psicofísica. *O item (1.3.3) da hipótese geral é ao menos formalmente procedente e o item (1.3.10) se mostrou procedente por todo o desenvolvimento da tese.*

6 Conclusões

Neste capítulo de conclusões, é proveitoso refazer o fio associativo que conduziu o processo dedutivo formal.

O objetivo primeiro era estabelecer uma ponte entre o fenômeno de discriminação sensorial, onde opera a Lei de Weber, e a magnitude aparente dos estímulos físicos, onde opera a função potência de Stevens. As duas instâncias de percepção, local e global, são representadas formalmente pelos índices sensoriais w e n , implicando a busca formal das relações entre eles para se alcançar o objetivo. O estudo da propagação do erro entre a distribuição dos estímulos físicos e das sensações, mediada pela função potência, proporcionou, pela comparação com um segundo caminho dedutivo, a compreensão do significado das Frações de Weber e de Ekman como erros relativos do sistema sensorial ao tentar reconhecer a diferença entre estímulos, enquanto o limiar diferencial e a dap , como erros absolutos, foram relacionados ao desvio padrão daquelas distribuições, respectivamente. Duas importantes relações resultaram dessa etapa: a relação inversa entre n e w , com a Fração de Ekman como constante de proporcionalidade, já apontada por Ekman em 1956 e a concepção nova da Fração de Weber, em módulo, como uma probabilidade da Fração de Ekman alcançar o valor da constante intermodal de 0,0311, na instância local, e valores maiores, na instância global, dada pela função acumulada da distribuição Weibull.

Seguiram-se os desenhos estatísticos das sucessivas distribuições investigadas. A primeira foi a distribuição da ativação neural, encontrando-se dedutivamente a binomial negativa. Na passagem do caso discreto para o contínuo, utilizou-se o modelo browniano, cuja natureza estatística da k -ésima colisão da partícula em curso aleatório é a mesma da r -ésima co-inervação ativada de um neurônio no núcleo receptor. A tarefa dedutiva resultou na distribuição gama, permitindo, por comparação com o movimento browniano, a compreensão

do significado psicofísico dos parâmetros e a concepção do *quantum* de ativação sensorial. Em decorrência da assimetria da distribuição gama das respostas sensoriais no contínuo físico compreendeu-se a natureza, inerente ao sistema sensorial, de um componente do erro constante, descrito inicialmente por Fechner (1860/1966).

Da distribuição gama, deduziu-se a distribuição GMPFP das respostas sensoriais discriminatórias no contínuo subjetivo e, desta, a distribuição GMPFPLog, das mesmas respostas em escala logarítmica. Os parâmetros foram reescritos utilizando os índices sensoriais n , E e w e o limiar diferencial foi traduzido em termos de limiar neural, agora expresso pelo parâmetro κ . Desenhado o modelo, procedeu-se o teste de sua fidedignidade ao fenômeno sensorial biológico.

Primeiramente, a investigação da natureza da distribuição das respostas sensoriais foi justificada pela comprovação de que os testes estatísticos de normalidade falham na detecção da não normalidade de amostras com distribuições assimétricas, quando pouco dispersas, como são as amostras das respostas sensoriais discriminatórias. A demanda de amostras grandes, com maiores desvios padrão que os encontrados nas provas discriminatórias da instância local de percepção, levou ao exame de respostas sensoriais de estimação de magnitude e produção de magnitude, partindo da premissa thurstoniana de que um fenômeno discriminatório está subjacente a cada julgamento sensorial. A metanálise dos dados experimentais de Fukusima (1988), em comparação a outros modelos estatísticos da discriminação sensorial, resultou na distribuição gama para as respostas de produção de magnitude (tato no escuro) e GMPFP para as respostas de estimação de magnitude (distância visual). A dedução da função da ativação neural e a metanálise de dados de respostas sensoriais conduziram às mesmas distribuições, estabelecendo, por inferência, uma ponte formal entre os dois processos.

A partir da distribuição GMPFPLog, a distribuição esperada para n em simulação computacional era a gaussiana. A metanálise de amostras de expoentes médios de mesmas modalidades, compilados por DaSilva, DosSantos e Silva (1983), porém oriundos de procedimentos experimentais diversos, demonstrou a necessidade de se preservar o mesmo contexto experimental na análise das amostras. Procedeu-se então a metanálise de dados experimentais de 112 experimentos psicofísicos conduzidos nos laboratórios de psicofísica e percepção do Departamento de Psicologia e Educação da FFCLRP, USP, que conduziu à distribuição normal de n , como era esperado pelo modelo. Este achado confirmou, retroativamente, a distribuição gama e GMPFP, para as respostas sensoriais nos contínuos físico e subjetivo, respectivamente.

O segundo resultado fundamental da metanálise de n foi a constância intermodal da taxa de dispersão do expoente no valor de 0,33. O achado denunciava um processo sensorial sistematizado de compressão das sensações com alta variabilidade física na natureza e expansão das sensações com baixa variabilidade física na natureza. O conceito de curvas de isossensação foi introduzido, do qual decorreu a inferência do *range* do foco atencional em uma unidade de logaritmo neperiano. Os dados de Teghtsoonian (1971, 1973) foram utilizados para traçar curvas dos limiares absoluto e terminal, bem como do *range* das sensações. A expressão da dispersão de n em função da variabilidade dos estímulos físicos foi formalmente estabelecida, bem como a expressão da taxa de dispersão do expoente.

A distribuição da Fração de Weber foi, finalmente, deduzida a partir da distribuição de n e a constância intermodal da taxa de dispersão de n foi utilizada para se estabelecer, em média, os intervalos de confiança dos valores de w . Os pontos limiares apontados por Levit (1970) para os métodos adaptativos *up-down*, *2up-1down* e *1up-2down* foram confirmados em simulação computacional, inclusive utilizando o modelo gama das respostas sensoriais discriminatórias.

Na última etapa dedutiva, a premissa thurstoniana do fenômeno discriminatório subjacente ao julgamento de magnitude aparente foi confirmada estatisticamente, em simulação computacional, quando a distribuição da Fração de Weber foi reproduzida a partir da distribuição das respostas sensoriais do contínuo físico. Com isso, amarrou-se o fio entre as instâncias global e local de percepção.

Feita essa breve retrospectiva do trabalho, as conclusões serão elencadas retomando os itens da hipótese geral levantada na Introdução, reescrita aqui para facilitar a leitura:

(1.3.1) Discriminação sensorial e magnitude aparente são fenômenos perceptivos interdependentes. Tal interdependência se traduz numa correlação muito significativa entre o expoente n da função potência de Stevens e a Fração de Weber de uma mesma modalidade sensorial. (1.3.2) Na relação de interdependência, uma diminuição de um implica um aumento linear do outro, com constante de proporcionalidade correlata à Fração de Ekman. Por consequência, o exame experimental do limiar diferencial de uma dada modalidade de percepção pode produzir previsão quantitativa da magnitude da resposta sensorial na mesma modalidade e vice-versa. (1.3.3) Um fenômeno discriminatório está subjacente a cada julgamento sensorial, ora de ordem comparativa física (externa, real), ora de ordem mnêmica (interna, imaginária). (1.3.4) A Fração de Ekman tem constância intermodal nas duas condições: (1.3.4.1) cerca de 3% de uma sensação padrão corresponde a uma diferença apenas perceptível quando dois estímulos são fisicamente comparados e (1.3.4.2) cerca de 33% de uma sensação padrão corresponde a uma diferença apenas perceptível num julgamento de magnitude, quando a comparação entre os estímulos é apenas de ordem mnêmica. (1.3.5) A Fração de Weber, nas duas instâncias, representa a probabilidade dessas diferenças sensoriais serem alcançadas. (1.3.6) O fenômeno

discriminatório subjacente tem natureza browniana e o limiar diferencial e a dap correspondem ao desvio padrão da distribuição das respostas discriminatórias.

(1.3.7) No contínuo físico, trata-se de uma distribuição gama, com parâmetros correlatos às frações de Weber e de Ekman. (1.3.8) No processamento neural, a distribuição gama é reproduzida pelo acúmulo de neurônios que alcançam a excitação à medida que cresce a diferença entre dois estímulos comparados. (1.3.9) O sistema sensorial processa a informação perceptiva em faixas de isossensação, comprimindo modalidades sensoriais com alta variabilidade de estímulos físicos, e expandindo modalidades com baixa variabilidade dos estímulos físicos. (1.3.10) O construto formal teórico suporta o mimetismo de respostas sensoriais biológicas em simulações computacionais.

Buscando responder as questões inicialmente formuladas, são estas, as conclusões:

- 1) Um fenômeno discriminatório está subjacente a cada julgamento sensorial, ora de ordem comparativa física (externa, real), ora de ordem mnêmica (interna, imaginária). Esta premissa thurstoniana foi comprovada estatisticamente, mas demanda investigação experimental.

Portanto, o item (1.3.3) da hipótese geral é formalmente procedente.

- 2) O limiar diferencial e a dap são erros absolutos inerentes ao funcionamento do sistema sensorial. Eles são representados dedutivamente, e não arbitrariamente, pelo desvio padrão das respostas sensoriais nos contínuos físico e subjetivo, respectivamente. A posição teórica é discordante da visão de Stevens (1961b), que entende que a delimitação quantitativa do limiar diferencial é arbitrária, podendo ser expressa pela

inclinação da curva psicométrica, pelo desvio padrão ou pelo quartil, não devendo, portanto, ser incluída na função de quantificação da magnitude das sensações.

A segunda parte do item (1.3.6) da hipótese geral é formal e empiricamente procedente.

- 3) Sendo desvios padrão, a distribuição estatística do limiar diferencial e da *dap* dependem da variabilidade dos estímulos empregados na prova experimental, ou da variabilidade deles no ambiente natural. A posição teórica é concordante com a revisão de Masin e Vidotto (1982), que examinaram o melhor modelo matemático para estimar o limiar diferencial a partir do *range* dos estímulos utilizados na prova experimental, supondo uma distribuição normal das respostas sensoriais.
- 4) A Fração de Weber e a Fração de Ekman são erros relativos do sistema sensorial ao tentar reconhecer a diferença entre estímulos, referentes ao contínuo físico e psicológico das respostas sensoriais discriminatórias, respectivamente. Formalmente, a Fração de Weber é a razão entre o desvio padrão das respostas sensoriais discriminatórias e o estímulo padrão, enquanto a Fração de Ekman é o coeficiente de variação de Pearson das respostas sensoriais.
- 5) A Fração de Ekman, primariamente um índice sensorial da instância global de percepção, tem um correlato na instância local de percepção: equivale ao que Teghtsoonian (1971) chamou de fração de crescimento sensorial. A Fração de Weber, primariamente um índice sensorial da instância local de percepção, tem um correlato na instância global de percepção. Quando na instância local, os índices operam a discriminação propriamente dita, quando na instância global, os índices operam o fenômeno discriminatório subjacente a cada julgamento de magnitude aparente.
- 6) Numa mesma modalidade sensorial, a constância da Fração de Weber se traduz pela manutenção de uma mesma forma da curva psicométrica quando expressa como uma

função do logaritmo da intensidade do estímulo físico, diferindo somente na posição ao longo do eixo da abscissa. A assunção desta premissa, feita por alguns modelos teóricos, como o QUEST (Watson & Pelli, 1983), implica, portanto, a aceitação de que o limiar diferencial é uma fração constante do estímulo físico de referência ao longo do contínuo físico, salvos os extremos da faixa de percepção da modalidade.

- 7) Discriminação sensorial e magnitude aparente são fenômenos perceptivos interdependentes. Aproximadamente, tal interdependência se traduz por uma relação de proporcionalidade inversa entre n e w de uma mesma modalidade sensorial, onde a Fração de Ekman é a constante de proporcionalidade. Quanto maior a discriminação da sensação, mais expandida é sua magnitude em relação à magnitude do estímulo que a produziu e, inversamente, estímulos subdimensionados no julgamento sensorial requerem diferenças relativamente maiores para serem discriminados. Assim, a diminuição de um índice implica um aumento linear do outro, como já havia sido apontado por Ekman (1959), Baird e Noma (1978) e Link (1992). Por consequência, o exame experimental do limiar diferencial de uma dada modalidade de percepção pode produzir previsão quantitativa da magnitude da resposta sensorial na mesma modalidade e vice-versa, como acreditava Fechner (1860/1966) e não acreditava Stevens (1961b).

Os itens (1.3.1) e (1.3.2) da hipótese geral são formal e empiricamente procedentes.

- 8) Numa relação formalmente mais precisa, o expoente da função potência é a razão entre um estímulo físico ponderado por sua probabilidade e a correspondente sensação, ponderada por sua probabilidade (Equação 63). Portanto, a razão entre as frações de Ekman e de Weber não é exatamente o expoente n . Existe um pequeno fator que tende a ampliar o expoente quando ele é maior que um e a reduzi-lo quando

ele é menor que um. Este fator depende das densidades de probabilidade das duas variáveis e de suas dispersões (Equação 64) e foi reproduzido em simulação computacional.

- 9) Numa mesma modalidade sensorial, na instância local de percepção, a constância da Fração de Ekman, portanto, é uma consequência das constâncias do expoente da função potência e da Fração de Weber.
- 10) A Fração de Ekman tem constância intermodal na instância local de percepção no valor de 0,0311, o qual é concordante com o apontado por Teghtsoonian (1971). Isto significa que cerca de 3% de uma sensação padrão corresponde a uma diferença apenas perceptível.

O item (1.3.4.1) da hipótese geral é formal e empiricamente procedente.

- 11) Na instância local de percepção, o módulo da Fração de Weber pode ser entendido como a probabilidade do módulo da Fração de Ekman alcançar o valor de 3% da sensação de referência, dado um valor do expoente n . A função de probabilidade é uma distribuição acumulada Weibull (Equação 49). Na instância global, a mesma relação traduz a chance do módulo da Fração de Weber assumir determinado valor, dado um valor de n .

O item (1.3.5) da hipótese geral é formal e empiricamente procedente, excetuando-se o fato de que o valor da Fração de Ekman na instância global de percepção não se restringe a 33% da sensação de referência, como hipotetizado.

- 12) Partindo do pressuposto de que a ativação neural de conjuntos de neurônios sensoriais é uma função da estimulação física periférica, a natureza da ativação neural sensitiva é browniana e pode ser modelada por uma distribuição binomial negativa, numa escala discreta, ou por uma distribuição gama, numa escala contínua. A posição teórica é divergente de outros autores que emprestam para os aglomerados neuroniais, ou seja,

para o coletivo, as funções logística e hiperbólica de ativação do neurônio individual (Scannell, Burns, Hingettag, O'Neil, & Young, 1999; Young, Hingettag, & Scannell, 2000).

O item (1.3.8) da hipótese geral é formalmente procedente.

- 13) O modelo proposto possibilitou a inferência da existência do *quantum* neural. Nos neurônios sensitivos, periféricos, como a entrada da excitação não se dá pela chegada de fibras de um núcleo aferente, e sim pela estimulação física, o antigo número de conexões aferentes u passa a ser representado por um *quantum* neural, ou seja, uma certa quantia de estimulação física correspondente ao poder de excitação de um neurônio aferente ao núcleo sensitivo. Este valor é definido pelo arranjo arquitetônico do campo receptor do neurônio sensitivo, em combinação com características do estímulo físico. Portanto, trata-se de um valor dinâmico, que tem um componente funcional, físico, e um estrutural, neuroanatômico. *Quantum* funciona, portanto, como uma escala neurofisiológica comum, para a qual qualquer natureza de estímulo físico protético pode ser convertida. Infere-se que o sistema sensorial leia a estimulação física em *quanta*, que é a entrada probabilística do sistema: não garante a excitação neuronal, mas aumenta a chance dela ocorrer na medida em que cresce, enquanto o sistema não é saturado.
- 14) No processamento neural, a distribuição gama é reproduzida pelo acúmulo de neurônios que alcançam a excitação à medida que cresce a diferença entre dois estímulos comparados. A assunção de que o fenômeno discriminatório, em primeira instância, se baseia na ativação de conjuntos de neurônios sensitivos periféricos é fortemente corroborada pelo fato da resposta sensorial, no contínuo físico, ter distribuição gama. A posição teórica, da distribuição gama dos estímulos físicos, é divergente de outros autores que defendem distribuições simétricas como modelos

sensoriais, tais quais a própria distribuição normal (Blackwell, 1953; Green & Swets, 1966/1974; Laming, 1986), a distribuição logística (Berkson, 1951; Macmillan & Creelman, 1991) e a distribuição Weibull, com parâmetro de inclinação em torno de 3,25 (Quick, 1974; Watson, 1979; Weibull, 1951) e parcialmente concordante com Baird (1977), que utiliza uma distribuição normal truncada, para impedir a ocorrência de valores negativos na abscissa da curva.

- 15) Os testes de normalidade, como o Shapiro-Wilk (Shapiro & Wilk, 1965) e o Kolmogorov-Smirnov com aderência Lilliefors (Lilliefors, 1967), falham na detecção da não normalidade de distribuições assimétricas quando o desvio padrão dessas distribuições é baixo, em concordância com Rodrigues-de-Carvalho et al. (2007). Por esta razão, a distribuição das respostas discriminatórias da instância local de percepção, cujos coeficientes de variação para a maioria das modalidades estão entre 0,02 e 0,08, é equivocadamente tomada como simétrica.
- 16) Supondo uma distribuição normal da sensação no contínuo físico, os pontos limiares apontados por Levit (1970) para os métodos adaptativos *up-down*, *2up-1down* e *1up-2down*, a saber $P_{up-down}(\phi) = 0,5$, $P_{2up-1down}(\phi) = 0,293$ e $P_{1up-2down}(\phi) = 0,707$, foram reproduzidos em simulação computacional, sem manipulação do tamanho do passo, sendo a mediana das respostas discretamente mais acurada para obtenção dos pontos de convergência que as médias. A confirmação de tais pontos de convergência das respostas discriminatórias é discordante da posição de García-Pérez (1998, 2000) que refere que os *staircases* raramente alcançam os destinos presumidos.
- 17) Assim como a ativação neural, a discriminação sensorial tem natureza browniana. A simulação computacional, usando o modelo browniano da distribuição gama, reproduziu os mesmos pontos limiares esperados por Levit (1970) para os métodos adaptativos *up-down*, *2up-1down* e *1up-2down*. A função empírica de determinação do

limiar diferencial a partir dos dois pontos limiares extremos é dada pela Equação 174, que difere da utilizada para a distribuição gaussiana. A posição teórica é concordante com Klein (2001), que suspeitava da natureza browniana das respostas discriminatórias.

A primeira parte do item (1.3.6) da hipótese geral é formal e empiricamente procedente.

- 18) Enquanto um fenômeno browniano, a discriminação é essencialmente um acontecimento probabilístico, decorrente, em primeira instância, da ativação neural de um conjunto de neurônios sensitivos, num determinado padrão. Existem várias combinações de ativação neural que podem suscitar a mesma resposta sensorial, daí o caráter probabilístico. A posição teórica é concordante com a concepção de Purves e Lotto (2003).
- 19) A distribuição gama das respostas sensoriais discriminatórias no contínuo físico pode ser escrita em função do estímulo de referência, do expoente da função potência e do parâmetro κ , equivalente ao limiar de excitação neural r , ao se concluir a passagem do caso discreto da binomial negativa para o caso contínuo (Equação 114). Portanto, o limiar de excitação neural determina tanto a decolagem da distribuição do eixo das abscissas, quanto a inclinação da curva. Neste último ponto, a posição teórica é concordante com Ekman (1959) que previu a interdependência dos limiares absoluto e diferencial.
- 20) Em função da assimetria da distribuição gama das respostas discriminatórias no contínuo físico, o erro constante, inicialmente descrito por Fechner (1860/1966), ao menos parcialmente, é inerente ao funcionamento do sistema sensorial. O erro constante corresponde ao deslocamento do *pis* em relação ao estímulo padrão (ϕ_p), e tem sido considerado, na literatura psicofísica, basicamente um viés metodológico da

resposta (Guilford, 1954), associado à amplitude de variação dos estímulos apresentados, em relação ao ϕ_p (Doughty, 1949; Restle & Levison, 1971). Infere-se que o componente do erro constante intrínseco ao funcionamento sensorial corresponda à diferença entre a média e o p_{is} , alocado na mediana da distribuição, enquanto o componente de viés metodológico corresponda à diferença entre a média e o ϕ_p . Este entendimento é fortalecido pelo fato do erro constante se instaurar logo na primeira resposta, como demonstrou Masin (1987), não estando, portanto, inteiramente dependente dos processos adaptativos operantes no transcorrer das sucessivas apresentações dos estímulos comparados, como pensava Helson (1947), onde o viés metodológico se instala.

- 21) Aceitando-se as aproximações do expoente n ser igual à razão entre a Fração de Ekman e a Fração de Weber e do estímulo físico de referência corresponder à média da distribuição, a distribuição gama das respostas sensoriais discriminatórias no contínuo físico pode ser escrita em função do estímulo de referência e de w (Equação 125). Nestas condições, o inverso do quadrado da Fração de Weber é o parâmetro κ (parâmetro de forma da distribuição), enquanto o parâmetro θ (parâmetro escalar da distribuição) equivale ao produto do quadrado da Fração de Weber pelo estímulo físico de referência.

O item (1.3.7) da hipótese geral é formal e empiricamente procedente.

- 22) O limiar diferencial é uma função do limiar neural, do expoente da função potência e do estímulo de referência, dado pelo produto da equação que aparece na Figura 36 pelo estímulo físico de referência. Nessa expressão, o parâmetro κ , inserido em várias funções gama, não pode ser isolado algebricamente. Porém, aceitas as aproximações apontadas no item anterior, quantas vezes a raiz quadrada do limiar neural couber no estímulo de referência, este será o limiar diferencial (Equação 131).

- 23) A distribuição das respostas sensoriais discriminatórias no contínuo subjetivo é gama modificada pela função potência, ou simplesmente GMPFP, escrita em função de n , da média da sensação e do parâmetro κ . Trata-se de uma distribuição nova, com assimetria positiva para n igual ou maior que 1, quando tem comportamento muito parecido com a log-normal, e que vai ganhando assimetria negativa à medida que decresce o valor do expoente (Equação 116). As funções de média, variância e desvio padrão são dadas pelas equações 117, 118 e 119, respectivamente. A posição teórica é divergente de Thurstone (1927, 1959), que defende uma distribuição gaussiana da resposta sensorial no contínuo subjetivo e do modelo Rasch (Rasch, 1960/1980), onde as respostas sensoriais são modeladas como uma função logística.
- 24) Aceitando-se as aproximações do expoente n ser igual à razão entre a Fração de Ekman e a Fração de Weber e do estímulo físico de referência corresponder à média da distribuição gama, a distribuição GMPFP, das respostas sensoriais discriminatórias no contínuo subjetivo, pode ser escrita em função da média da sensação, de n e de E (Equação 130). Nestas condições, o quadrado da razão entre o expoente n e a Fração de Ekman é o parâmetro κ , enquanto o parâmetro θ equivale ao produto do quadrado da Fração de Ekman pela média da sensação.
- 25) A distribuição das respostas sensoriais discriminatórias no contínuo subjetivo, em escala logarítmica, é a distribuição gama modificada pela função potência em escala logarítmica, ou simplesmente GMPFPLog. A GMPFPLog é uma distribuição nova, muito parecida com a log-normal em escala logarítmica para valores de n maiores ou iguais a 1, ganhando assimetria negativa com o decréscimo do expoente. O desvio padrão da GMPFPLog envolve a função poligama em sua expressão, que aparece na Figura 41. Esse valor é aproximadamente igual à Fração de Ekman.

- 26) A distribuição de n é gaussiana. Com rigor formal, ela só seria normal se a distribuição das respostas sensoriais no contínuo subjetivo fosse log-normal. No entanto, em função da semelhança entre as distribuições GMPFPLog e log-normal em escala logarítmica, os testes de normalidade não detectam uma possível não normalidade da distribuição, mesmo aumentando-se o tamanho da amostra, como foi demonstrado em simulação computacional. A posição teórica é implicitamente assumida na literatura psicofísica na medida em que se utilizam testes paramétricos na análise das amostras do expoente. No entanto, a distribuição normal não é explicitamente apontada pelos pesquisadores da área.
- 27) A distribuição de n pode não ser normal quando analisados expoentes oriundos de uma mesma modalidade sensorial, porém resultantes de contextos experimentais diversificados. A distribuição empírica de n também pode ser distorcida pelo arredondamento dos valores obtidos do expoente, produzindo modas excessivamente salientes, recomendando-se a expressão do valor com pelo menos casa centesimal.
- 28) A distribuição gaussiana de n implica uma tendência do sistema sensorial ampliar a magnitude da sensação em relação à realidade do estímulo físico que a produziu.
- 29) A distribuição da constante escalar k da função potência de Stevens tem assimetria positiva.
- 30) A dispersão de n depende da dispersão da resposta sensorial no contínuo subjetivo e da variabilidade dos estímulos físicos empregados na prova experimental ou da variabilidade dos estímulos dispostos no ambiente natural. Quanto mais sensível a modalidade sensorial, mais dispersa. O desvio padrão da distribuição é dado pela Equação 163, podendo ser aproximado pela Equação 164 aceitando-se a Fração de Ekman como desvio padrão das respostas sensoriais no contínuo subjetivo, em escala logarítmica. A posição teórica deriva do trabalho dedutivo de Neter e Wasserman

(1974), sobre a dispersão do coeficiente angular de retas de regressão em sistemas cartesianos.

- 31) A taxa de dispersão de n , ou seja, a relação do desvio padrão de n em relação a n , tem constância intermodal no valor de 0,33. Ela é dada pela Equação 165. Isto significa que o sistema sensorial sistematicamente comprime sensações cuja amplitude de variação física na natureza é muito grande, como brilho, e expande sensações com menor variabilidade física, como choque elétrico. Deste modo, a informação sensorial pode ser processada numa faixa comum, traduzida no código neural. A posição teórica é ideologicamente concordante com Stevens (1969).
- 32) Mantendo-se a Fração de Ekman no valor aproximado de 0,03, satisfazer a taxa de dispersão de n no valor 0,33 produz conjuntos de estímulos naturalmente adequados para provas experimentais da instância local de percepção.
- 33) Considerando-se os valores biológicos apontados por Baird (1997) e o *range* de sensação referido por Teghtsoonian (1971, 1973), em 1,53 unidades de Log_{10} , a faixa de variação da Fração de Ekman na instância global de percepção foi estimada entre 0,2 e 1,17. O cálculo utilizou a constância intermodal da dispersão de n no valor de 0,33. Portanto, a Fração de Ekman, na instância global de percepção, não apresenta constância intermodal como a observada na instância de percepção local.

Conseqüentemente, o item (1.3.4.2) da hipótese geral não é formal, nem empiricamente procedente.

- 34) Para satisfazer a taxa de dispersão de n em 0,33, a variabilidade da estimulação física quando a Fração de Ekman assume um valor médio de 0,33, como apontado por Baird (1997), é de uma unidade de logaritmo neperiano. Infere-se que este seja o valor de *range* do foco atencional. Tudo sugere que o sistema sensorial processe a informação perceptiva em faixas de isossensação, comprimindo modalidades sensoriais com alta

variabilidade de estímulos físicos, e expandindo modalidades com baixa variabilidade dos estímulos físicos. As faixas de isossensação podem ser obtidas numa relação entre $\ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)$ e n , onde ϕ_0 é o estímulo físico correspondente ao limiar absoluto da modalidade sensorial (Equação 167). Elas se tornam lineares quando a relação é estabelecida entre $\ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)$ e o inverso de n . O foco atencional seria uma destas faixas de isossensação, assim como o é a *dap*, correspondente a 0,0311 da sensação de referência. A posição teórica é concordante com o pensamento de Teghtsoonian (1971, 1973) que em metanálise de dados experimentais estabeleceu o *range* sensorial e o limiar terminal em cerca de 3,523 e 5,16 unidades de logaritmo neperiano, respectivamente. Também é concordante com Stevens (1969), quando documentou a possibilidade de expressar a sensação produzida por um estímulo físico através da magnitude da sensação em modalidade sensorial diversa, no emparelhamento intermodal.

O item (1.3.9) da hipótese geral é ao menos formalmente procedente.

- 35) A distribuição da Fração de Weber, derivada da distribuição gaussiana de n , é dependente da variabilidade dos estímulos físicos utilizados na prova experimental, ou da variabilidade dos estímulos dispostos no ambiente natural. A posição teórica é concordante com a revisão de Masin e Vidotto (1982), que documentaram formalmente a dependência do limiar diferencial em relação ao *range* dos estímulos utilizados na prova experimental. Trata-se de uma distribuição com assimetria positiva. Aceitando-se a Fração de Ekman como desvio padrão das respostas sensoriais no contínuo subjetivo, em escala logarítmica, a função é dada pela Equação 169 e seu desvio padrão pode ser estimado pela Equação 172. Quanto menor a

sensibilidade da modalidade sensorial, mais dispersa ela é, condição contrária à encontrada na distribuição de n .

- 36) Embora dependente da variabilidade dos estímulos físicos apresentados na prova experimental, os intervalos de confiança da distribuição da Fração de Weber, na instância local de percepção, podem ser obtidos, como valores médios, com base na constância intermodal da taxa de dispersão de n (Tabela 30). Os valores foram calculados pela propagação da dispersão da distribuição de n para a distribuição de w , através da relação que intermedeia as duas distribuições (Equação 38), mantendo-se constante a Fração de Ekman em 0,03.
- 37) O conhecimento das distribuições estatísticas de n e w permite a tomada de decisão, com base estatística, nos testes de hipóteses referentes a valores experimentalmente obtidos dos índices sensoriais, para uma determinada modalidade de percepção. No sentido oposto, o conhecimento das distribuições permite a determinação da especificidade relativa do índice sensorial, traduzindo a chance do mesmo representar determinada modalidade sensorial em comparação a outras modalidades sensoriais. Réguas de especificidade de n e w são úteis para este fim (figuras 68 e 69).
- 38) Embora não seja tradição da literatura psicofísica, o emprego da base natural para as expressões logarítmicas facilita o formalismo dedutivo e a compreensão do significado dos parâmetros envolvidos no fenômeno de percepção. O logaritmo neperiano é utilizado na maioria dos modelos matemáticos para fenômenos biológicos. A psicofísica se beneficiaria de utilizá-lo nas escalas de representação das intensidades de estímulos físico e respostas sensoriais.
- 39) O constructo formal teórico, desenvolvido ao longo dos capítulos da tese, suporta o mimetismo de respostas sensoriais biológicas em simulações computacionais utilizando o método Monte Carlo.

O item (1.3.10) da hipótese geral é formal e empiricamente procedente.

Como fica evidente, muitas das conclusões decorrem exclusivamente da dedução formal, ou da simulação computacional, e demandam, ainda, investigação experimental. Não houve pretensão de esgotar todas as questões em aberto sobre o tema, nem seria possível fazê-lo. Dentre as questões que não foram examinadas no trabalho, aponta-se aqui uma de fundamental importância para a compreensão das relações entre a instância local e global de percepção: a interdependência de d' , o índice discriminatório da TDS, e o expoente da função potência de Stevens. Fica, pois, um grande campo de pesquisa a ser desenvolvido.

Finalizando, a sensação é a interface entre o interno cognitivo e o externo físico. Ela é essencialmente um fenômeno probabilístico, característica que torna as percepções particulares, variações em torno de um padrão próprio da espécie. As percepções suscitam sentimentos, pensamentos e memórias. Estudar o fenômeno sensorial é, pois, um passo fundamental para a compreensão do funcionamento cognitivo. Esse trabalho procurou ser uma contribuição na busca das invariâncias, dos padrões funcionais da percepção humana.

Apêndice A – Os Simuladores Fukusima DaSilva

Foram criados sete simuladores Fukusima DaSilva³⁷ no Excel, cada um correspondente a uma distribuição estatística da sensação:

Distribuição normal —	Simulador Fukusima DaSilva Normal
Distribuição logística —	Simulador Fukusima DaSilva Logística
Distribuição Weibull —	Simulador Fukusima DaSilva Weibull
Distribuição log-normal —	Simulador Fukusima DaSilva Log-normal
Distribuição gama —	Simulador Fukusima DaSilva Gama
Distribuição GMPFP —	Simulador Fukusima DaSilva GMPFP
Distribuição GMPFP, com parâmetro κ —	Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ

Os simuladores produzem amostras aleatórias de respostas sensoriais simuladas nas distribuições estatísticas específicas (fenômeno discriminatório – real ou imaginário), e ensaiam as conseqüentes distribuições do expoente n da função potência de Stevens (magnitude aparente). Portanto, se prestam ao estudo estatístico das sensações produzidas por um observador ideal que julga a magnitude de estímulos físicos de intensidades variáveis, bem como ao estudo estatístico de n , de sua dispersão e das curvas de isossensação.

Cada simulador é composto por sete planilhas:

- Configuração
 - Planilha onde são configurados os parâmetros e onde aparecem os resultados gráficos das distribuições do expoente n .
- $n1$
 - Planilha onde são geradas as sensações correspondentes à modalidade sensorial com o primeiro valor do expoente n escolhido para estudo.
- $n2$
 - Planilha onde são geradas as sensações correspondentes à modalidade sensorial com o segundo valor do expoente n escolhido para estudo.
- $n3$
 - Planilha onde são geradas as sensações correspondentes à modalidade sensorial com o terceiro valor do expoente n escolhido para estudo.

³⁷ O nome Fukusima DaSilva é uma homenagem aos professores Sérgio Sheiji Fukusima e José Aparecido da Silva, docentes do Departamento de Psicologia e Educação da FFCLRP, USP. Os simuladores se encontram em anexo no CD e podem ser livremente utilizados para ensino e pesquisa, desde que citada a fonte.

- n4
 - Planilha onde são geradas as sensações correspondentes à modalidade sensorial com o quarto valor do expoente n escolhido para estudo.
- n5
 - Planilha onde são geradas as sensações correspondentes à modalidade sensorial com o quinto valor do expoente n escolhido para estudo.
- Consolidado de 50
 - Planilha que consolida as sensações geradas nas cinco planilhas anteriores, com intuito de facilitar as análises estatísticas.

Somente o Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ inclui ainda uma planilha dedicada à simulação e estudo da distribuição da Fração de Weber.

Na planilha “Configuração” o pesquisador digita os valores dos parâmetros que deseja ensaiar, nas células cinzas da coluna C (de C7 a C11 e de C12 a C22). A Figura 77 ilustra a tela de configuração, com *layout* comum a todos os simuladores. As planilhas não proíbem a inclusão de dados em quaisquer células, porém a digitação fora dos espaços de configuração dos parâmetros poderá apagar expressões imprescindíveis para o bom funcionamento dos programas.

	A	B	C
1		Simulador Fukusima & DaSilva - Gama	
2		Um simulador de magnitude aparente em função da discriminação, em homenagem aos meus professores.	
3		Planilha de configuração de parâmetros	
4		Digite os valores dos respectivos parâmetros nas células cinzas da coluna C. Não digite valores em outras células	
5		As etapas de configuração estão ordenadas na coluna A. Não deixe nenhum parâmetro sem referir.	
6	1	Digite os valores do expoente n da função potência de Stevens que deseja estudar. Você deve referir 5 valores:	
7		n_1	0.4
8		n_2	0.7
9		n_3	1
10		n_4	1.4
11		n_5	2.8
12	2	Digite os valores de k , a constante escalar da função potência de Stevens. Você deve referir 5 valores:	
13		k_1 para n_1	1
14		k_2 para n_2	1
15		k_3 para n_3	1
16		k_4 para n_4	1
17		k_5 para n_5	1
18	3	Refira o valor da fração de Ekman. Trata-se de um valor da ordem de 0.03, mas você pode fazer ensaios:	0.33
19	4	Digite 1 se você deseja fixar estímulos e 2 caso deseje fixar sensações (curvas de isossensação):	2
20	5	Você está trabalhando em unidades arbitrárias. Refira o primeiro valor de sensação. São 10 no total.	30
21	6	Para Progressão Aritmética (PA) digite 1 e para Progressão Geométrica digite (PG) 2. Observe o range abaixo.	2
22	7	Qual o passo da progressão?	1.11753
23		Range da sensação em unidades logarítmicas	1.00008

Figura 77 – Planilha “Configuração” do Simulador Fukusima DaSilva Gama

Tela de configuração dos simuladores Fukusima DaSilva. O pesquisador digita os valores dos parâmetros que deseja estudar nas células cinza da coluna C: cinco valores de n ; cinco valores de k ; a Fração de Ekman; escolhe se deseja fixar sensações ou estímulos físicos e o primeiro valor deles, em unidades arbitrárias; se a progressão do estímulo físico ou da sensação se dará geométrica ou aritmeticamente e qual o passo da progressão.

Os parâmetros de configuração são os seguintes:

- Cinco valores do expoente n de Stevens
 - Os simuladores permitem estudar cinco modalidades sensoriais de cada vez, representadas por cinco valores médios diferentes de n .
- Cinco valores da constante escalar k da função potência de Stevens
 - Para cada valor de n escolhido, o pesquisador deve escolher um valor da constante escalar k . Como os simuladores operam em unidades arbitrárias, o valor 1 é o padrão.
- A Fração de Ekman
 - A pergunta básica é: qual proporção da sensação será discriminada? Escolher um valor de 0,4, por exemplo, corresponde a dizer que em relação a uma sensação média, produzida por um estímulo físico, sensações outras, na faixa de 40% para mais ou para menos dela, serão reconhecidas como iguais ou não serão discriminadas.
- Estímulos fixos ou sensações fixas
 - O pesquisador deverá digitar 1 se deseja fixar estímulos, ou seja, se deseja que os mesmos valores de estímulos físicos, em unidades arbitrárias, operem nas cinco modalidades sensoriais estudadas. Esta opção implica um conjunto de sensações de amplitude variável para cada valor de n escolhido.
 - O pesquisador deverá digitar 2 se deseja fixar sensações, ou seja, se deseja que os mesmos valores de sensações, em unidades arbitrárias, operem nas cinco

modalidades sensoriais estudadas. Esta opção implica um conjunto de estímulos físicos de amplitude variável para cada valor de n escolhido.

- O primeiro valor de dez estímulos físicos ou sensações
 - O pesquisador escolhe um valor inicial a partir do qual o sistema vai calcular outros nove valores, em progressão geométrica ou aritmética, dependendo da próxima configuração. Deve se lembrar que está trabalhando em unidades arbitrárias, ou seja, as grandezas são absolutas. Se, na configuração anterior, fixaram-se estímulos físicos, esse valor se refere ao primeiro estímulo físico. Se fixaram-se sensações, o valor se refere à primeira sensação.
- PG ou PA
 - Se o pesquisador deseja que os dez estímulos físicos, ou as dez sensações, se distanciem entre si por uma progressão aritmética, deverá digitar 1, ou por uma progressão geométrica, deverá digitar 2.
- O passo da progressão
 - Seja aritmética ou geométrica, o pesquisador deverá referir aqui o passo da progressão. O passo define o *range*, ou a amplitude de variação dos estímulos físicos, ou das sensações. A razão entre o maior valor e o menor é automaticamente calculada na célula C23 da planilha de configurações.

O Simulador Fukushima DaSilva GMPFP κ exige ainda cinco valores do parâmetro κ que não podem ser calculados automaticamente, pois as funções envolvidas não tem solução algébrica. Para obtê-los o pesquisador deve abrir um outro arquivo do Excel chamado “Calculador de kapa”. É importante chamar novamente o programa Excel para que as operações do calculador não fiquem lentas, pela concomitância de tarefas aleatórias inerentes ao Simulador Fukushima DaSilva GMPFP κ . No “Calculador de kapa” insere-se os valores desejados de n e E nas células amarelas e, usando-se a ferramenta *atingir meta* do Excel, calcula-se, por iteração, os valores de κ fazendo cada célula vermelha da coluna D atingir o valor 1. Feito isso, o pesquisador deve copiar e colar (especial – só valores) os valores de κ das células B4 a B8, para as células C31 a C35 da planilha “Configurações” do Simulador Fukushima DaSilva GMPFP κ . O procedimento deve ser repetido sempre que houver mudanças nos parâmetros da Fração de Ekman e dos expoentes estudados.

Falando ainda de aspectos gerais da planilha “Configuração”, nela aparecem os resultados gráficos das simulações que serão comentados posteriormente.

Nas planilhas “n1” a “n5” está ocorrendo a simulação propriamente dita. Em linhas gerais, números aleatórios no intervalo de um valor mínimo a 1 são gerados, representando probabilidades acumuladas (colunas de B a K). Os valores mínimos (de B2 a K2) dos intervalos de números aleatórios são específicos para cada distribuição estatística e garantem a não ocorrência de sensações com valores negativos, visto que distribuições como a gaussiana e a logística têm funções com domínio do infinito negativo ao positivo (Tabela 35). Depois, o sistema calcula os respectivos valores de sensação (colunas M a V), correspondentes a essas probabilidades, utilizando os parâmetros configurados de médias das dez sensações e Fração de Ekman, bem como as funções estatísticas deduzidas nas seções 3.1.3.2 e 3.2.1, específicas para cada simulador (Tabela 35). Este procedimento utiliza, portanto, o método Monte Carlo, explanado na seção 1.6.2.3.2. Em seguida, são tomados os logaritmos das sensações simuladas (colunas X a AG). Tendo os logaritmos das sensações simuladas e os logaritmos dos estímulos físicos, oriundos da configuração dos parâmetros, os valores de n (coluna AH) e de $\ln(k)$ (coluna AI) são calculados. Cada valor de n corresponde à inclinação da reta de regressão que minimiza o erro das dez sensações simuladas em cada linha da planilha, enquanto cada valor de k corresponde ao anti-log do ponto de intersecção da reta de regressão com o eixo das ordenadas. Em cada planilha “n*”, 1000 valores de n e 1000 valores de k são gerados, à custa de 10.000 sensações simuladas (10 em cada linha \times 1000 linhas).

Nos Simuladores Fukusima DaSilva GMPFP e Fukusima DaSilva GMPFP κ , primeiro são calculados os estímulos físicos (colunas M a V) e depois as sensações (colunas X a AG), já em logaritmos.

Tabela 35 – Parâmetros e funções estatísticas utilizadas nos Simuladores Fukusima DaSilva

Simulador	Valor mínimo (inclusive) do intervalo de números aleatórios	Valor máximo (exclusive) do intervalo de números aleatórios	Parâmetros da distribuição estatística (equação)	Função estatística utilizada para geração das sensações (equação ou função do Excel)	
Fukusima DaSilva Normal	Função do Excel DIST.NORM(0.0000001; $\bar{\psi}$; s_{ψ} ;VERDADEIRO) Retorna a distribuição cumulativa normal para $\psi = 0,0000001$, como os parâmetros $\bar{\psi}$ e s_{ψ} especificados	1	$\bar{\psi}$	s_{ψ} Equação 39	Função do Excel INV.NORM(probabilidade; $\bar{\psi}$; s_{ψ}) Retorna o inverso da distribuição normal cumulativa de ψ , com parâmetros $\bar{\psi}$ e s_{ψ}
Fukusima DaSilva Logística	Equação 143 aplicada a $\psi = 0,0000001$	1	$\bar{\psi}$	b Equação 141	Equação 143
Fukusima DaSilva Weibull	0	1	$\alpha = 2$ ou configurável na célula F36 da planilha “Configuração”	β Equação 148	Equação 151
Fukusima DaSilva Log-normal	0	1	M Equação 158	S Equação 157	Função do Excel INVLOG (probabilidade; M ; S) Retorna o inverso da distribuição log-normal cumulativa de ψ , onde $\log(\psi)$ é normalmente distribuído, com parâmetros M e S .
Fukusima DaSilva Gama	0	1	θ Equação 122	κ Equação 123	Função do Excel INVGAMA(probabilidade; κ , θ) Retorna o inverso da distribuição gama cumulativa de ψ , com parâmetros κ e θ
Fukusima DaSilva GMPFP	0	1	θ Equação 122	κ Equação 123	Função estatística utilizada para geração dos estímulos físicos Função do Excel INVGAMA(probabilidade; κ , θ) Retorna o inverso da distribuição gama cumulativa de ψ , com parâmetros κ e θ
Fukusima DaSilva GMPFP k	0	1	θ Equação 115	κ Calculador de kapa.xls	Função do Excel INVGAMA(probabilidade; κ , θ) Retorna o inverso da distribuição gama cumulativa de ψ , com parâmetros κ e θ

Retomando a planilha “Configuração”, os resultados simulados da distribuição de n , oriundos das cinco planilhas “n*”, estão consolidados em dois gráficos: um mostrando as distribuições simuladas de n (pontos esparsos) em comparação com distribuições normais com médias e desvios padrão extraídos da amostra de 1000 n simulados em cada planilha (curvas em vermelho); e desvio padrão de n em função de n . Os gráficos se encontram na parte superior da planilha, na altura das colunas de D a L. Um exemplo do primeiro, extraído do Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ é apresentado na Figura 78.

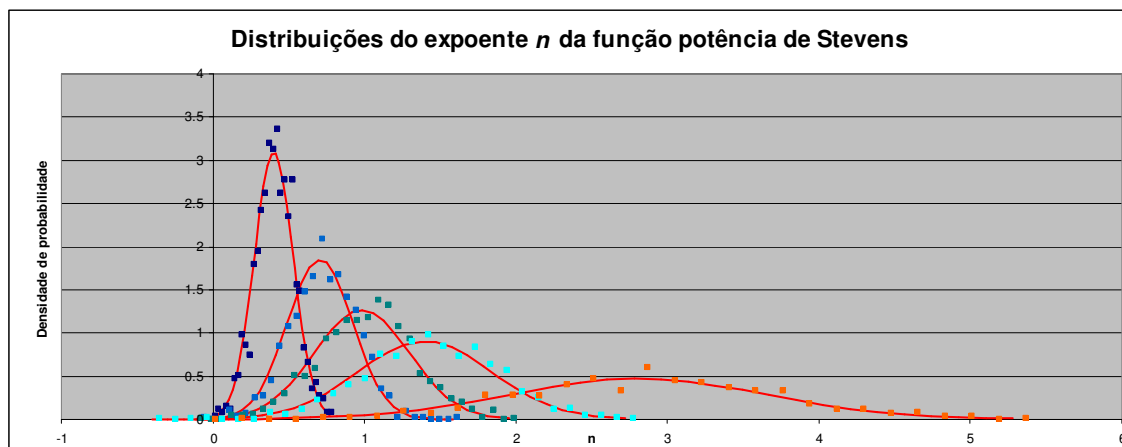


Figura 78 – Distribuições estatísticas simuladas de n , referentes a cinco modalidades sensoriais. Os pontos esparsos representam os dados gerados por simulação computacional no Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ . Nota-se como se ajustam bem a curvas normais (linhas cheias, em vermelho), quando a distribuição da sensação é GMPFP.

A planilha “Configuração” inclui ainda outros gráficos, sendo necessário mencionar um gráfico do logaritmo das respostas sensoriais simuladas apenas da primeira linha de dados de cada planilha “n*”, em função do logaritmo dos estímulos físicos. Retas de regressão foram mostradas, incluindo suas expressões matemáticas e os respectivos coeficientes de determinação. Um exemplo extraído do Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ é apresentado na Figura 79.

Nos gráficos de taxa de dispersão de n em função de n dos Simuladores Fukusima DaSilva Gama, GMPFP e GMPFP κ da planilha “Configurações”, além dos valores simulados, aparecem também valores calculados. Os dois primeiros simuladores aceitam o erro de tomar a Fração de Ekman como desvio padrão da sensação em escala logarítmica. O Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ , mais acurado em suas estimativas, utiliza as equações deduzidas na seção 3.1.3.1. Este último simulador apresenta ainda, na planilha “Configurações”, um gráfico da distribuição da Fração de Weber, cujos dados foram processados na planilha “Fração de Weber”, já discutida na seção 5.4.1.

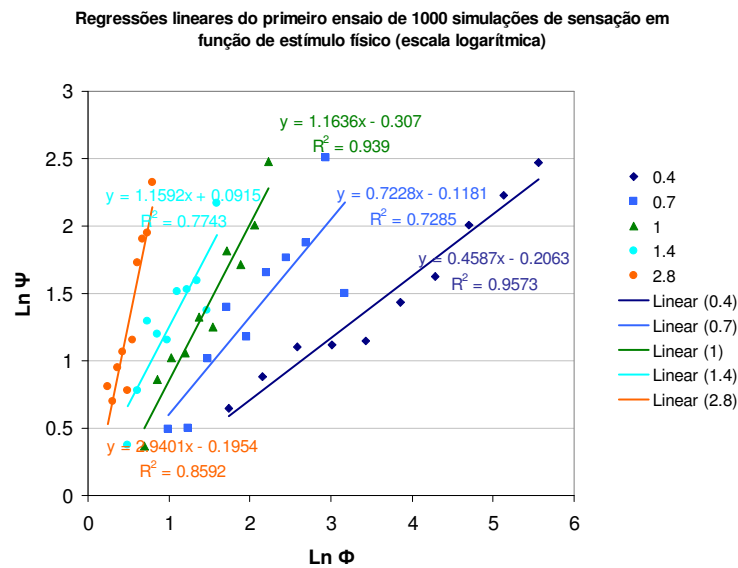


Figura 79 – Logaritmo da sensação simulada em função do logaritmo do estímulo físico.

Um exemplo extraído do Simulador Fukusima DaSilva GMPFP κ representando a simulação da função potência de Stevens de cinco modalidades sensoriais diferentes. Os resultados representam o primeiro dos mil ensaios gerados em cada planilha.

Apêndice B – O Simulador Eliene

O Simulador Eliene, que carrega o nome da mãe da autora, destina-se à simulação de respostas sensoriais discriminatórias expressas no contínuo físico, pelo método adaptativo *up-down* e algumas de suas transformações, discutidas na seção 5.3.1. Utiliza, no processo de simulação, o método Monte Carlo. Seu algoritmo foi usado como exemplo deste método na seção 1.6.2.3.2 da Introdução, não precisando, portanto, ser aqui repetida.

A primeira coisa a fazer ao abrir o arquivo do Excel do simulador é escolher a opção *Ativar macros*. O Simulador Eliene contém três planilhas: “Métodos adaptativos 10”, “Métodos adaptativos 100” e “Geral”. A primeira planilha trabalha com uma variação de somente dez estímulos físicos e as outras duas, com qualquer *range* de estímulos físicos, que é transformado numa escala de 0 a 100. A diferença é que, na planilha “Geral”, a variação dos estímulos é contínua, e não discreta.

Os parâmetros das várias planilhas são semelhantes, portanto, só será discutida a configuração da planilha “Geral”. Os parâmetros se localizam logo nas primeiras células da planilha e uma tela de configuração está apresentada na Figura 80, indicando a localização dos dados a serem informados. É necessário se referir a distribuição da curva psicométrica na célula C4, que pode ser normal (N), logística (L), Weibull (W) ou gama (G), sua média (célula F4) e desvio padrão (célula F5). Os estímulos serão apresentados em passos fixos se a célula A14 valer 1, ou com redução progressiva, inserindo um número fracionário menor que 1. O valor do passo deve ser informado na célula C3, e o primeiro valor de estímulo, numa escala de 0 a 100, na célula C2. Quando esta célula vale 50%, o primeiro estímulo apresentado é o estímulo padrão. As células F6 e F7 se referem aos parâmetros da distribuição Weibull. A área verde claro, nas primeiras colunas das linhas 8 a 12 consolida os dados dos métodos adaptativos em indicadores estatísticos.

Estas primeiras células estão calculando os parâmetros k e θ da distribuição gama, bem como a Fração de Weber

Aqui se escolhe a distribuição da curva psicométrica que pode ser: Normal (N), Logística (L), Weibull (W) ou Gama (G).

Numa escala de 0 a 100, aqui se deve referir o valor do primeiro estímulo a ser apresentado ao observador virtual

Aqui entram média e desvio padrão das funções psicométricas

O passo dos estímulos físicos deve ser um número natural. Apenas a planilha "Geral" aceita números fracionários.

Estes são os parâmetros da distribuição Weibull

Nesta área verde estão os indicadores estatísticos do atual processo discriminatório.

Aqui se escolhe se os passos serão fixos (1) ou fracionários (0,996 por exemplo).

Aqui ocorre o processamento das 1200 tentativas do observador virtual, nos métodos up-down e algumas de suas transformações.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	kapa		Φ início	Início	PA	Máximo		
2	100	De 1 a 99		50	0.8	0.004	1.2	1
3	teta	Passo		2	2	1		
4	0.01	Distribuição	G					
5		Distribuição gama			Média		0.8	0.804
6	w	Click em Salvar para realeatorizar			DP		0.1	0.017108309
7	0.1				α		3.5	0.019173763
8					β		1	
9	0.496152		Φ	1.001724286		1.050771914		0.937400415
10	0.712661		Mediana	0.513298811		0.693479786		0.267410111
11	0.3033		Moda	0.513298811		0.693479786		0.240561118
12	0.650115	Convergência	Erro relativo	0.156110588		0.09580336		0.258357419
13	0.724697		Média	0.520165431		0.702836374		0.27244564
			DP de P(Φ)	0.081203331		0.067334086		0.070336403
14	1	tentativas	ordem de Φ	up-down	ordem de Φ	1up-2down	ordem de Φ	2up-1down
15	2	1	50	0.513298811	50	0.513298811	50	0.513298811
16	2	2	48	0.481315874	52	0.545027053	48	0.481315874
17	2	3	46	0.44928184	54	0.576305821	48	0.481315874
18	2	4	48	0.481315874	56	0.606951258	50	0.513298811
19	2	5	50	0.513298811	58	0.636794009	50	0.513298811

Figura 80 – Recorte da tela de configuração da planilha “Geral” do Simulador Eliene, com indicação dos dados a serem informados pelo pesquisador.

Configurados os parâmetros, a cada atualização o simulador gerará 1200 respostas discriminatórias independentes para cada método adaptativo estudado, supondo um observador ideal cujas respostas sensoriais em escala física têm a distribuição escolhida para estudo. O simulador pode ser atualizado salvando-se o arquivo ou após digitação de qualquer valor. O pesquisador deve se atentar para a barra de função do Excel, onde aparecem os conteúdos das células. Algumas células estão digitadas com letras brancas, apenas para não poluir o visual das telas, e podem erroneamente parecer células vazias. As planilhas não proíbem a inclusão de dados em quaisquer células, porém a digitação fora dos espaços de configuração dos parâmetros poderá apagar expressões imprescindíveis para o bom funcionamento do programa.

O pesquisador poderá salvar as principais informações de configuração e estatísticas de cada atualização através de uma macro acionada pelas teclas Ctrl + t. Os dados são enviados para as primeiras colunas da linha 1220 de cada planilha. Para gerar as amostras

discutidas na seção 5.3.1, por exemplo, este procedimento teve que ser repetido 900 vezes (seis amostras de tamanho 100 e uma de tamanho 300). Uma vez salvos, os dados podem ser utilizados em análises nos pacotes estatísticos, copiando do Excel e colando no outro aplicativo.

Apêndice C – O trabalho do exame de qualificação

O texto apresentado aqui inclui as correções e apontamentos realizados pelos docentes que integraram a banca do exame de qualificação, realizado em 21 de junho de 2007: Dr. Sérgio Sheiji Fukusima, do Departamento de Psicologia e Educação da FFCLRP – USP, Dr. Alexandre Souto Martinez, do Departamento de Física e Matemática da FFCLRP – USP, que foi o docente assessor, e Dr. José Sílvio Govone, do Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional do Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro – UNESP.

O artigo versou apenas sobre os dois capítulos iniciais da tese. Para incorporá-lo neste apêndice, as equações foram referidas pela letra E, seguida da numeração e as figuras aparecem como Figura C, seguindo-se a numeração, para manter a integridade das referências internas do texto, sem confundi-las com as do corpo da tese.

Dentre as modificações realizadas no texto inicial, a mais importante foi a exclusão da seção “Valores críticos variáveis para o limiar e a *dap*”, a qual deverá ser incorporada num segundo artigo, que traga alguma solução para o problema do limiar diferencial e da *dap* serem indicadores sensoriais dependentes do tamanho da amostra experimental.

No segundo semestre de 2007, após a apresentação do trabalho, um aspecto teórico foi revisto e aparece diferente no texto da tese em relação ao defendido no artigo da qualificação. Tratam-se das Frações de Weber e de Ekman como coeficientes de variação de Thorndike, que implicam as respectivas medianas, do estímulo físico e da sensação, no denominador das frações. Nas distribuições dos estímulos físicos e das sensações, as medianas das variáveis estão, realmente, interligadas. Não há erro nesta afirmação. No entanto, como visto na seção 1.5, na psicofísica global, para obtenção do expoente n , utiliza-se o método dos mínimos quadrados para traçar a reta de regressão, que trabalha com a média das respostas e não com a

mediana delas. Este fato gerou um impasse na ponte estatística entre as duas instâncias de percepção, a local e global. O problema foi resolvido nas seções 2.1 e 2.2, quando se associa a média da sensação ao estímulo físico padrão, independente da posição que ele se localiza na distribuição dos estímulos físicos. Assim, enquanto a Fração de Ekman é o coeficiente de variação de Pearson, a Fração de Weber é um erro relativo ao estímulo padrão. Ela só será um coeficiente de variação de Pearson na condição singular em que n valer um, quando as médias das distribuições das duas variáveis estão interligadas no plano cartesiano.

Mesmo constatado esse fato, o artigo não foi aqui modificado, pois traduz uma posição teórica defendida na ocasião, que certamente será revisada por ocasião da publicação.

A RELAÇÃO ENTRE A FRAÇÃO DE WEBER, O EXPOENTE DA FUNÇÃO POTÊNCIA DE STEVENS E A VARIABILIDADE DAS RESPOSTAS DE DISCRIMINAÇÃO SENSORIAL

Kátia Maria Monteiro Rodrigues-de-Carvalho

José Aparecido DaSilva

Resumo

Por dois caminhos dedutivos formais, o presente estudo psicofísico investiga a relação entre a discriminação e a magnitude aparente de uma mesma modalidade sensorial, estabelecendo uma conexão estatística entre a Fração de Weber (w) e o expoente n da função potência de Stevens. A ponte entre as duas instâncias perceptivas, local e global, utiliza a Fração de Ekman e se vale da premissa de que um fenômeno discriminatório subjaz a cada julgamento de sensação. Demonstra-se que estimar o limiar diferencial ou a *dap* pelo desvio padrão das respostas de discriminação não é uma arbitrariedade, mas uma consequência da relação entre o contínuo físico e o sensorial ser regida por uma função potência. Quatro modelos matemáticos satisfazem a relação entre n e w , quando comparados a dados experimentais. Dentre eles, destaca-se a distribuição cumulativa Weibull, que implica conceber a Fração de Weber como uma probabilidade de ocorrência do fenômeno discriminatório. É confirmada a invariância da Fração de Ekman, na instância perceptiva local, entre modalidades sensoriais diferentes, no valor de 0,0311. Conclui-se que é possível prever, estatisticamente, magnitudes de respostas sensoriais com base nas respostas de discriminação, e vice-versa.

Palavras-chave

Discriminação, magnitude aparente, Fração de Weber, Fração de Ekman, função potência, psicofísica.

Na busca das invariâncias do sistema perceptivo, uma das mais importantes questões da psicofísica diz respeito à relação entre a discriminação sensorial e a magnitude aparente. É provável que haja uma dependência entre a capacidade da espécie humana discriminar estímulos de uma dada modalidade sensorial e o processo de julgamento de magnitude de estímulos físicos. Duas linhas teóricas psicofísicas se posicionam divergentemente em relação a esse tema. Quando Fechner (1860/1966) concebeu a segunda lei psicofísica, em 1850, ele estava convicto de que a magnitude da sensação dependia da Fração de Weber, na medida em que ela definia, subjetivamente, constantes intervalos de sensação. Como a Fração de Weber se traduz numa proporção constante do estímulo padrão, na função logarítmica fechneriana, razões iguais entre estímulos produzem intervalos de sensações iguais. Em oposição, Stevens (1957) postula que razões iguais entre estímulos produzem razões de sensações iguais, o que implica uma função potência na relação entre intensidade física e intensidade sensorial. A invariância, nessa relação, não está assinalada pela Fração de Weber, e sim pelo valor do expoente n da função potência.

Fração de Weber (w) e expoente n são ambos índices sensoriais, específicos para cada modalidade sensorial e adimensionais, aquele referente à sensibilidade e este, à sensação. Para Stevens (1957), o expoente n nada tem a ver com a Fração de Weber, não demandando mensuração da discriminação sensorial para ser estabelecido. Ele argumenta que o limiar diferencial é antes um fenômeno estatisticamente determinado que propriamente um limiar, de limites bem definidos, como pode sugerir o termo (Stevens, 1946). As curvas sigmóides encontradas nos experimentos de discriminação traduzem as frequências acumuladas de

“ogivas normais”, sem que se detecte nenhum degrau que possa ser propriamente chamado de um limiar (Panek & Stevens, 1966). O limiar diferencial refere-se a uma medida da variabilidade da resposta discriminatória ou do ruído sensorial, inerente à natureza dinâmica e flutuante da atividade neural, que subjaz ao funcionamento do sistema perceptivo. Em concordância com Ekman (1959), Stevens (1972) prefere escrever a Fração de Weber acrescentando um ϕ_0 ao estímulo padrão, correspondente ao ruído sensorial, na chamada forma geral da lei de Weber

$$\underline{\Delta\phi} = w(\phi_p + \phi_0), \quad (\text{E1})$$

onde $\underline{\Delta\phi}$ é o limiar diferencial³⁸, ϕ_p é o estímulo padrão e w é a Fração de Weber.

Sendo assim, Stevens (1957) entende que a delimitação quantitativa do limiar diferencial é arbitrária, podendo ser expressa pela inclinação da curva psicométrica, pelo desvio padrão ou pelo quartil, não devendo, portanto, ser incluída na função de quantificação da magnitude das sensações (Stevens, 1961b). Também Fechner (1860/1966) entende que o limiar diferencial pode ser traduzido como uma medida da dispersão do erro do observador ao procurar identificar a igualdade entre estímulos físicos. Ambos concordam na natureza estatística do limiar diferencial, mas divergem no estabelecimento de uma interdependência entre o fenômeno de discriminação, num microuniverso perceptivo, e o fenômeno de julgamento da magnitude dos estímulos físicos, num macrouniverso perceptivo.

Há, portanto, uma divergência na invariância entre as duas leis, que pode depender do método de obtenção da resposta sensorial, havendo respostas que evoluem em escalas logarítmicas e em escalas da função potência, inclusive em simulações de redes neurais (Copelli, Roque, Oliveira, & Kinouchi, 2002). É possível que não haja distinção entre as duas leis, do ponto de vista do código neural subjacente (MacKay, 1963), com função de transferência neural logarítmica, obedecendo a lei de Fechner, quando se mede a atividade elétrica neuronal como resposta; e com função de transferência obedecendo a função potência de Stevens, quando a resposta medida é a área sob a curva, ou seja, a somatória da atividade elétrica neuronal (Wasserman, Felsten, & Easland, 1979). O que obedece a função potência é a resultante da atividade neural, que se interpõe entre a entrada (o estímulo físico) e a saída (a sensação), embora a função de transferência em nível celular neuronal obedeça predominantemente um padrão logarítmico (K. O. Johnson, Hsiao, & Yoshioka, 2002; Mountcastle, Poggio, & Werner, 1963). Via de regra, a concepção fechneriana tem se mostrada adequada para contínuos metatéticos (qualitativos), mas não para protéticos (quantitativos, que aceitam adição de grandezas) (Stevens, 1966a). Em função disso, nos estudos experimentais que envolvem quantificações de estímulos e de respostas, a função potência de Stevens costuma produzir melhor estimativa das respostas que a concepção fechneriana.

De fato, a divergência histórica entre Fechner e Stevens deixou para a atualidade um legado dual nas vertentes de pesquisa: a psicofísica *local* e a *global* (Luce & Green, 1974). A primeira se refere ao microuniverso perceptivo e busca a detecção de limiares utilizando os métodos clássicos fechnerianos, ou sejam, método dos estímulos constantes, dos limites e de ajustamento, além das novas técnicas, tais quais métodos sim-não, de escolha-forçada e *up-*

³⁸ Respeitados os limites biológicos definidos abaixo pelo limiar absoluto e acima pelo limiar terminal, qualquer estímulo de comparação ϕ_c pode ser comparado a um estímulo padrão ϕ_p , havendo entre eles uma diferença $\Delta\phi$. Para diferenciar a condição particular onde entre ϕ_c e ϕ_p existe um limiar diferencial, grafou-se o delta sublinhado, $\underline{\Delta\phi}$.

down e suas derivações, que suportam a Teoria da Detecção do Sinal (TDS) (Green & Swets, 1966/1974; Macmillan & Creelman, 1991). Na instância local, as respostas são basicamente categoriais. Já a instância global de percepção trabalha basicamente com o macrouniverso perceptivo, traduzido em escalas sensoriais, utilizando os métodos de estimação de magnitude, produção de magnitude e de emparelhamento intermodal, entre outros. A ampla variação dos estímulos físicos permite a quantificação das intensidades das sensações, estabelecendo-se um contínuo sensorial paralelo ao contínuo físico.

Um hiato teórico e experimental segrega os dois níveis de percepção, local e global. O fato é que a não inclusão da Fração de Weber na função potência, a expressão matemática que traduz a magnitude da sensação em função da intensidade do estímulo, pode, enganosamente, fazer supor que a discriminação de sensações seja regida por mecanismos e sistemas perceptivos diversos dos que produzem a experiência subjetiva da magnitude das sensações. De fato, se existe uma unidade funcional no sistema sensorial e no modo como o sistema nervoso capta e processa as informações perceptivas, deveria se esperar que a Fração de Weber estivesse embutida no valor do expoente n de Stevens. Se assim for, poder-se-á esperar que o conhecimento quantitativo da discriminação, de uma dada modalidade sensorial, proporcione uma estimativa das respostas perceptivas suscitadas por intensidades diversas de estímulos supralimiáres. Em contrapartida, o conhecimento do valor do índice sensorial n permitirá, em igual medida, prever o padrão de resposta discriminatória para a mesma modalidade sensorial.

As relações formais entre w e n

As medidas de w foram estabelecidas para a maioria das modalidades sensoriais e, experimentalmente, costumam ser mais difíceis de se obter que o índice sensorial n , além de serem mais variáveis entre os sujeitos, ou para um mesmo sujeito em contextos diferentes. Isso é ainda mais evidente nas modalidades em que ocorre uma compressão da sensação em relação ao estímulo físico, ou seja, n é menor que 1. Além disso, a distribuição de w é desconhecida e dependente da distribuição das respostas sensoriais nas provas de discriminação. Apesar dessa vulnerabilidade, por cerca de 99% de um contínuo sensorial, w se mantém oscilando em torno de uma constante, desviando-se nos extremos quando estímulos muito pequenos se confundem com o ruído sensorial basal, ou estímulos muito intensos distorcem o processamento sensorial (Coren & Ward, 1999).

Na literatura psicofísica, as correlações apontadas entre discriminação e magnitude sensoriais nem sempre se traduzem em expressões matemáticas formais vinculando n a w , sendo a deficiência maior no tocante aos aspectos estatísticos dessas relações. A revisão que se segue enfoca especificamente os trabalhos onde uma abordagem formal foi tecida entre o fenômeno de discriminação sensorial e a magnitude da sensação.

Fechner (1860/1966) desenvolveu o formalismo de sua lei partindo da premissa de que a *dap*, assim como o limiar diferencial, poderiam ser assumidos como derivadas. Para ele, essa era a chave da passagem do nível sensorial local para o global. Ele se referia à Fração de Weber em dois contínuos: o físico (w_ϕ) e o sensorial (w_ψ). Então, $\Delta_\phi = \phi w_\phi$ e $\Delta_\psi = \psi w_\psi$, onde Δ_ψ é a *dap* e ψ é a sensação atrelada ao estímulo físico ϕ . Assumindo o limiar diferencial e a *dap* como derivadas, segue-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta_\psi}{\Delta_\phi} &= \frac{\psi w_\psi}{\phi w_\phi} \\
\frac{\Delta_\psi}{\psi w_\psi} &= \frac{\Delta_\phi}{\phi w_\phi} \\
\frac{d\psi}{\psi w_\psi} &= \frac{d\phi}{\phi w_\phi} \\
\frac{1}{w_\psi} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{\psi} &= \frac{1}{w_\phi} \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{d\phi}{\phi} \\
\frac{1}{w_\psi} \ln\left(\frac{\psi}{\psi_0}\right) &= \frac{1}{w_\phi} \ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right) \quad (\text{E2})
\end{aligned}$$

Curiosamente, a integral fechneriana (E2) pode predizer a função potência de Stevens (1957), $\psi = k\phi^n$, como sugeriu Brentano (1874) pela primeira vez. No formalismo apresentado por Baird e Noma (1978), o desenvolvimento de E2 pode ser escrito como

$$\left(\frac{\psi}{\psi_0}\right) = \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^{\frac{w_\psi}{w_\phi}} \rightarrow \psi = \psi_0 \left(\frac{1}{\phi_0}\right)^{\frac{w_\psi}{w_\phi}} \phi^{\frac{w_\psi}{w_\phi}} \quad (\text{E3})$$

Fazendo $k = \psi_0 \left(\frac{1}{\phi_0}\right)^{\frac{w_\psi}{w_\phi}}$, chega-se finalmente à função potência $\psi = k\phi^{\frac{w_\psi}{w_\phi}}$, sendo o

expoente n , a razão entre a Fração de Weber no contínuo sensorial e no contínuo físico.

É muito importante a perspicácia de Fechner de conceber um correlato sensorial à Fração de Weber. Mesmo assim, a falta desse componente sensorial na expressão matemática da Fração de Weber foi motivo de uma crítica severa de Thurstone (1927) a ela, estendida, conseqüentemente, a lei de Fechner. Para Thurstone, a Fração de Weber diz muito pouco a respeito da sensação e, trazendo uma informação em escala de categoria física, não permite uma mensuração linear ao longo do contínuo psicológico. Assim, a lei de Fechner só seria válida na condição em que a dispersão da resposta de discriminação se mantivesse constante por todo o contínuo subjetivo. Em sua Lei dos Julgamentos Comparativos (LJC), Thurstone (1927) quantifica a discriminação num contínuo sensorial, permitindo a comparação de quaisquer dois estímulos físicos i e j . Em sua forma mais geral, a LJC é expressa por

$$\psi_i - \psi_j = z_{ij} \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2r_{ij}\sigma_i\sigma_j}, \quad (\text{E4})$$

onde ψ_i é a sensação provocada pelo estímulo i ; z_{ij} é a nota z da distribuição normal acumulada correspondente à proporção das vezes onde o estímulo i foi considerado maior que o estímulo j ; σ_i é o desvio padrão da distribuição de respostas suscitadas pela repetição do estímulo i , tendo ψ_i como a moda dessa distribuição; e r_{ij} é a correlação entre as dispersões discriminatórias dos estímulos i e j . Note-se que quando as dispersões discriminatórias não

são correlacionadas ($r_{ij} = 0$), a LJC (E4) de Thurstone antecipa o conceito de d' , da Teoria da Detecção do Sinal (TDS), faltando a componente referente aos alarmes falsos.

Na concepção thurstoniana, os valores escalares da magnitude da sensação são derivados da dispersão da discriminação, impedindo uma investigação direta da relação entre as duas instâncias de percepção, local e global, sem se cair numa redundância. Por essa razão, Ekman (1956), que conhecia o pensamento de Thurstone, se propôs a investigar uma relação entre a sensibilidade diferencial e a absoluta por uma outra abordagem teórica. Ele sabia que, fosse qual fosse a função tradutora da magnitude da sensação desencadeada pelo estímulo físico ($f(\phi) = \psi$), haveria um equivalente da dispersão do estímulo físico no contínuo psicológico, estimado à custa da derivada de $f(\phi) = \psi$. O modelo de Ekman está representado na Figura C 1. No procedimento experimental, o mesmo conjunto de estímulos foi utilizado tanto para as provas de estimação de magnitude, quanto para as de discriminação, porém conduzidas por diferentes experimentadores. Na Figura C1, aparecem as distribuições das respostas discriminatórias de três estímulos (C) e as respectivas distribuições das sensações (A). Nenhuma assunção foi feita em relação à natureza das distribuições de estímulo físico e sensação. Em B, uma função de relação entre estímulo físico e sensação ($f(\phi) = \psi$). Em rosa, os correspondentes desvios padrão do estímulo físico (σ_ϕ) e da sensação (σ_ψ), e em azul claro, as correspondentes probabilidades de ocorrência no contínuo físico (y_ϕ) e no sensorial (y_ψ), expressas como funções.

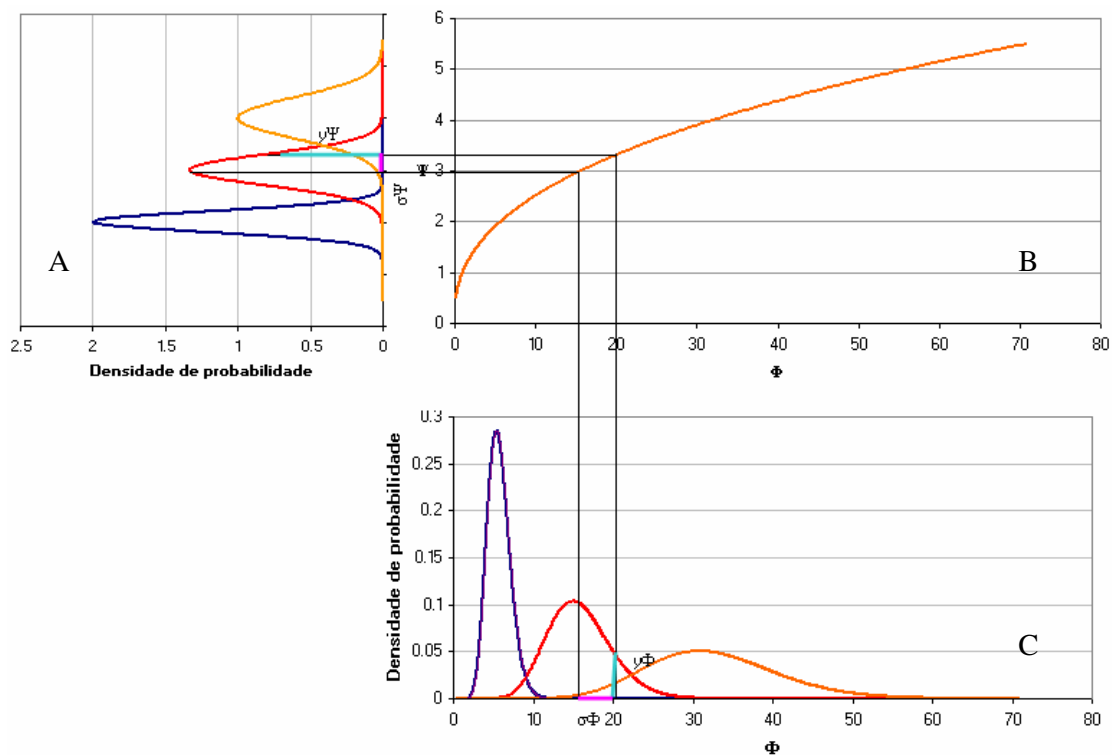


Figura C1 – Uma esquematização das idéias de Ekman (1956).

Estímulo físico e sensação estão representados em escala arbitrária. Em C, distribuições referentes a três estímulos físicos (ϕ) e, em A, três correspondentes distribuições de sensações (ψ). Entre elas, em B, uma $f(\phi) = \psi$ medeia a relação entre as duas variáveis, determinando as interdependências entre y_ϕ e y_ψ , bem como entre σ_ϕ e σ_ψ .

As duas funções de frequência, com ordenadas y_ϕ e y_ψ , foram relacionadas pela equação

$$y_\psi = \frac{d\phi}{d\psi} y_\phi \quad (\text{E5})$$

e as duas dispersões de discriminação, σ_ϕ e σ_ψ , pela equação

$$\sigma_\psi = \frac{d\psi}{d\phi} \sigma_\phi \quad (\text{E6})$$

O limiar diferencial e a *dap* foram assumidos como equivalentes às dispersões de discriminação. Em pequenos intervalos de variação do estímulo físico, a $f(\phi) = \psi$ foi tratada como linear e as derivadas foram obtidas utilizando-se um método gráfico.

Os resultados apontaram uma relação linear entre a variabilidade da resposta e a média de sensação de cada estímulo físico, para modalidade peso (um correspondente da Fração de Weber no contínuo subjetivo); uma relação constante para brilho e tonalidade; e uma relação não linear para sabor salgado.

Os primeiros resultados de Ekman (1956) foram mistos e dependentes do atributo do estímulo físico. Num estudo posterior, Ekman e Künnapas (1957) formulam a relação entre a *dap* (Δ_ψ) e a média das respostas sensoriais suscitadas por um mesmo estímulo físico em termos matemáticos. A expressão é utilizada por Ekman em 1959, quando desenvolve o mesmo raciocínio tecido em 1956, porém agora utilizando um método analítico dedutivo, partindo da premissa de que a $f(\phi) = \psi$ é a função potência de Stevens, escrita com o acréscimo de um valor basal de estímulo físico ϕ_0 ³⁹ ao valor do estímulo físico experimental:

$$\psi = k(\phi + \phi_0)^n \quad (\text{E7})$$

Assim, se

$$\Delta_\psi = E\psi \quad (\text{E8})$$

onde E é a constante da relação linear e, reproduzindo a E6,

$$\Delta_\psi = \frac{d\psi}{d\phi} \Delta_\phi, \quad (\text{E9})$$

³⁹ Propagou-se na literatura psicofísica que ϕ_0 corresponde ao limiar absoluto. Isso se deveu à primeira concepção de Ekman, que foi revista e corrigida no trabalho de 1959. Ekman considera ϕ_0 o valor basal de estímulo físico que seria correspondente ao necessário para produzir o ruído sensorial. O ruído sensorial é a sensação experimentada mesmo na ausência de estímulo físico, responsável pela emissão de respostas de falso alarme. Portanto, o pensamento de Ekman antecipa conceitos posteriormente empregados na TDS.

sendo $\frac{d\psi}{d\phi} = kn(\phi + \phi_0)^{n-1}$,

que também pode ser escrito como

$$\frac{d\psi}{d\phi} = \frac{n\psi}{(\phi + \phi_0)},$$

então

$$\begin{aligned} \Delta_\phi &= \frac{E\psi}{\frac{n\psi}{(\phi + \phi_0)}} \\ &= \frac{E}{n}(\phi + \phi_0) \end{aligned}$$

Finalmente, considerando-se a forma geral da Fração de Weber (E1),

$$n = \frac{E}{w} \quad (\text{E10})$$

A E8 foi chamada por Stevens (1966b) de Lei de Ekman. Desde então, tem sido utilizada em vários estudos experimentais psicofísicos (Helmiström, 2000; Hoffmann & Mortimer, 1996; Sousa & DaSilva, 1996, 1999, 2003; Sousa & Giuntini, 2001; Sousa, Kamizaki, & DaSilva, 1996). Ekman (1956, 1959) expressou matematicamente observações experimentais já descritas previamente por Brentano (1874) e Harper e Stevens (1948): quando a variação de um estímulo é medida em unidade subjetiva, ela é linearmente correlata à variação da magnitude da sensação psicológica, medida na mesma unidade.

Tabela 1 – Compilação de dados da Fração de Weber, expoente de Stevens e fração de crescimento sensorial de nove modalidades sensoriais, por Teghtsoonian (1971)

Contínuo	$\frac{\Delta\phi}{\phi} = w$	n	$\frac{\Delta\psi}{\psi} = E$
Brilho	0,079	0,33	0,026
Sonoridade	0,048	0,60	0,029
Extensão do dedo	0,022	1,30	0,029
Peso	0,020	1,45	0,029
Comprimento	0,029	1,04	0,030
Sabor, NaCl	0,083	0,41	0,033
Saturação, vermelho	0,019	1,70	0,033
Choque elétrico	0,013	2,50	0,033
Vibração			
60 Hz	0,036	0,95	0,034
125 Hz	0,046	0,67	0,031
250 Hz	0,046	0,64	0,029
Média			0,031
Média dos nove contínuos			0,030

Nota – Nota-se a invariância nos dados da última coluna, cujo desvio padrão é da ordem de milésimo (0,002).

Comparando-se a E10 com o resultado do desenvolvimento da integral fechneriana (E3), observa-se que a Fração de Ekman (E) é a equivalente da Fração de Weber no contínuo sensorial. Além disso, da comparação das equações E1 e E8 conclui-se que o limiar diferencial está para o contínuo físico assim como a *dap* está para o contínuo subjetivo.

Como dentro de medianos intervalos biológicos, de uma mesma modalidade sensorial, w e n são razoavelmente constantes, é esperado, pela E10, que E seja razoavelmente constante também. Mais que isso, um achado muito importante é que E se mostra invariante entre modalidades sensoriais

diferentes. Num trabalho em que procurava argüir o argumento de Poulton (1967, p. 316) de que “o valor do expoente é meramente uma função da condição experimental sendo por ela

determinado”, Teghtsoonian (1971) aponta, compilando dados experimentais do próprio Poulton e de outros autores (Tabela 1), a invariância intermodal da fração sensorial $\frac{\Delta\psi}{\psi}$ em um valor médio de 0,03. Significa que cerca de 3% de uma magnitude aparente corresponde à *dap*.

Teghtsoonian (1971) desenvolveu o seguinte raciocínio: considerando-se um contínuo de estímulos físicos e seu correspondente sensorial, o incremento de um $\Delta\phi$ se acompanha de um corresponde $\Delta\psi$, que matematicamente não deve se alterar pela subsequente divisão pelas grandezas de referência para o incremento, correspondentes no contínuo físico e subjetivo. Esquemáticamente:

$$\psi = k\phi^n \xrightarrow{\text{somando}\Delta} \psi + \Delta\psi = k(\phi + \Delta\phi)^n \xrightarrow{\text{correspondente}} \left(1 + \frac{\Delta\psi}{\psi}\right) = \left(1 + \frac{\Delta\phi}{\phi}\right)^n \quad (\text{E11})$$

Essa relação deriva, portanto, da lei de Ekman. A novidade de Teghtsoonian foi perceber a invariância intermodal, a qual vincula n a w numa relação de proporcionalidade inversa. De fato, Baird e Noma (1978) e também Link (1992), compilando valores de w e n referentes a várias modalidades sensoriais, confirmaram a invariância intermodal apontada por Teghtsoonian, mas a expressaram numa relação linear de proporcionalidade inversa.

Em 1986, Laming discute a relação entre a Fração de Weber e d' , o índice de discriminação da TDS (Green & Swets, 1966/1974; Macmillan & Creelman, 1991), listando valores representativos de w e parâmetros de discriminação de várias modalidades sensoriais. Em desacordo com a invariância intermodal, que conecta n a w , Laming (1989) argumenta que as altas correlações obtidas pelos outros autores, que compilaram dados de diversos pesquisadores, não foram reproduzidas quando os experimentos de discriminação e julgamento de magnitude foram conduzidos todos no mesmo laboratório, em condições experimentais comparáveis. Em seu trabalho, ele não especifica exatamente quais eram as tais condições experimentais comparáveis, nem refere claramente o valor de r obtido entre n e w . Revendo os dois trabalhos, fica claro que Laming defende a dicotomia entre os dois níveis, local e global, de percepção: já que correlaciona w a d' e não correlaciona w a n , então, indiretamente, não correlaciona d' a n .

No entanto, o pensamento de Ekman (1956, 1959), de que havia uma relação entre a discriminação e a magnitude sensorial, foi corroborado por vários outros autores (Hellman & Hellman, 1995; Norwich, 1993; Ward, 1995; Ward, Armstrong, & Golestani, 1996; Zwislocki, 1994). Ward (1996) e Ward et al. (1996), incluindo tanto d' como w na análise, argumentam que uma clara relação existe entre o expoente n e os índices de sensibilidade. Quando comparados aos pares de modalidades sensoriais (i,j), essa relação pode ser expressa por

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{w_j}{w_i} \quad (\text{E12})$$

Examinado os dados experimentais publicados por Teghtsoonian (1971) (Tabela 1), de par em par de modalidades sensoriais e, dispondo os resultados num gráfico da razão dos expoentes em função da razão inversa das frações de Weber, Ward obteve uma relação linear bem ajustada, com coeficiente angular 0,91.

Também Ross (1997) aponta uma correlação positiva entre o expoente n de Stevens e o inverso da Fração de Weber, quando fatores contextuais (como contraste, adaptação e tamanho escalar) são bem controlados. Tanto a habilidade de estimar a magnitude quanto de discriminar aumenta com a eficiência neural. Portanto, fatores contextuais que possam alterar a eficiência neural, em especial o fenômeno de adaptação, afetam a estabilidade da correlação entre o micro e o macrouniverso perceptivo, rompendo a relação monotônica entre n e $1/w$.

Na última década, a literatura psicofísica aprofundou-se nas duas vertentes teóricas: de um lado, o estudo dos limiares e de outro, a percepção quantitativa expressa em escalas sensoriais. Os trabalhos que correlacionam discriminação e magnitude aparente foram basicamente conduzidos dentro da concepção fechneriana (Dzhafarov, 2003a, 2003b; Dzhafarov & Colonius, 1999; Dzhafarov & Colonius, 2005a, 2005b; Falmagne, 1971, 1977, 1994; Falmagne & Iverson, 1979; Narens, 1980) e nenhuma nova relação foi estabelecida entre n e w .

Estudar o fenômeno discriminatório paralelamente à instância perceptiva global pode trazer uma maior compreensão dos princípios biológicos envolvidos no fenômeno da percepção, visto que é pouco provável que um componente aprendido interfira concomitante e proporcionalmente tanto na discriminação de estímulos quanto no julgamento sensorial de suas magnitudes.

O presente trabalho compartilha a idéia de Thurstone (1927, p. 368) de que um fenômeno discriminatório está subjacente a cada julgamento de magnitude aparente, “através do qual o organismo identifica, distingue, discrimina ou reage ao estímulo”. Desse modo, os observadores variarão sua resposta por julgarem como iguais os estímulos que receberam o mesmo valor de magnitude aparente. Esse entendimento não é incompatível com a variação de resposta secundária à condição experimental e, ao mesmo tempo, aceita certa dose de variação inerente ao processo de aprendizado, pois a variação na discriminação de estímulos pode estar sujeita às mesmas origens de variação da instância global de percepção. No entanto, esse entendimento teórico pressupõe que as invariâncias observadas no julgamento da magnitude aparente possam ser relacionadas às invariâncias observadas no fenômeno de discriminação sensorial, e vice-versa.

Utilizando-se o método dedutivo formal, pretende-se demonstrar a relação entre a Fração de Weber e o expoente n da função potência de Stevens, ou seja, entre o fenômeno sensorial de discriminação e da aparente magnitude dos estímulos físicos. Pretende ainda demonstrar que a eleição do desvio padrão das respostas discriminatórias como estimador do limiar diferencial não é apenas uma arbitrariedade, mas uma consequência da sensação ser regida por uma função potência do estímulo físico. Serão ainda examinadas duas implicações estatísticas dessas relações: a Fração de Weber como uma probabilidade e a dependência do tamanho da amostra para o limiar diferencial e a *dap*. As funções deduzidas serão comparadas aos dados experimentais compilados por Teghtsoonian (1971), listados na Tabela 1.

A ressignificação estatística dos índices sensoriais discriminatórios em relação ao expoente n se dá pela comparação de dois caminhos dedutivos diferentes.

Primeiro caminho dedutivo: o estudo da propagação do erro

Em percepção, a diferença entre um valor esperado e o atual, ou seja, um erro absoluto, não se refere, obrigatoriamente, a um erro de aferição do experimentador. Partindo da premissa de que nenhum erro de medida foi cometido na obtenção dos resultados, pode-se considerar o erro como inerente ao processo sensorial do observador. Um limiar diferencial é, por exemplo, um erro absoluto: dentro de um limite probabilístico, não é possível se reconhecer estímulos mais próximos em magnitude como sendo diferentes. O desvio padrão é

a mais representativa medida de dispersão absoluta, ou dos erros absolutos. A relação entre um erro absoluto e o valor esperado é chamada de erro relativo. A Fração de Weber é um erro relativo do sistema sensorial ao tentar distinguir diferenças entre estímulos.

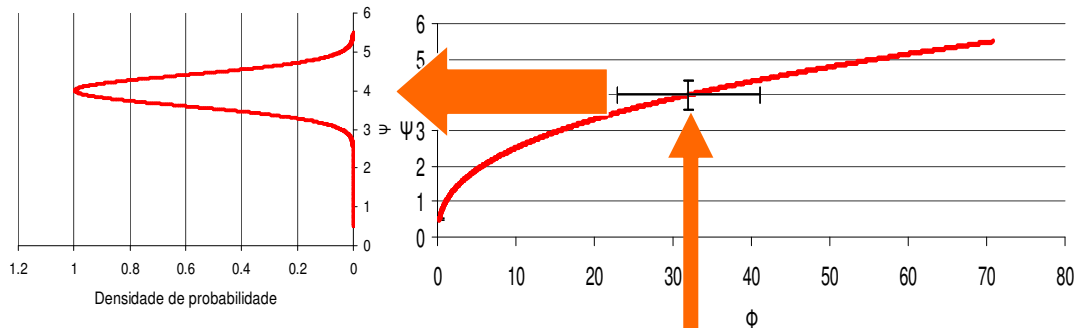
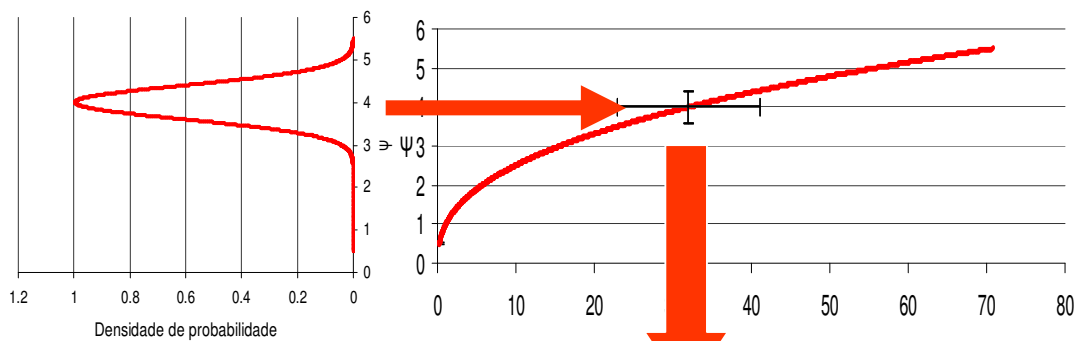


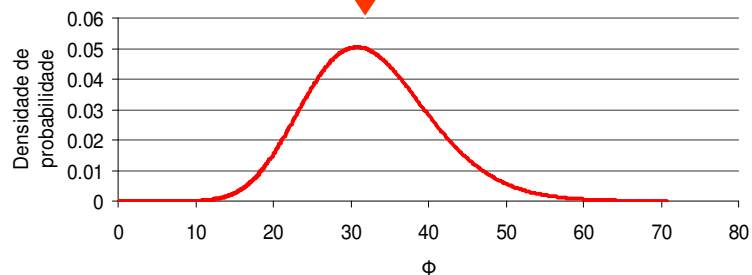
Figura 2 – Modelo inspirado na Lei dos Julgamentos Comparativos de Thurstone (1927) e em Ekman (1956 e 1959).

a) Um único estímulo físico Φ pode desencadear um conjunto de sensações Ψ distribuídas pelo contínuo sensorial. b) No sentido oposto, uma mesma sensação pode corresponder a um conjunto de estímulos físicos distribuídos no contínuo físico. A propagação do erro é mediada pela função que correlaciona as duas variáveis.

a

 Φ 

b



Um erro relativo pode, portanto, ser representado pela razão entre o desvio padrão e a mediana, $\frac{\sigma}{Med(x)}$ ou, tratando-se de uma amostra, entre o desvio padrão da amostra e a

mediana da amostra, $\frac{s}{\hat{x}}$. Nesses dois casos, o erro relativo é especificamente o coeficiente de

variação de Thorndike. Assim, a Fração de Weber pode ser representada pela razão $\frac{s_\phi}{\hat{\phi}}$.

Para cada julgamento numa escala de magnitude sensorial existe um conjunto de sensações passíveis de serem suscitadas por um mesmo estímulo, distribuídas no contínuo sensorial (Figura C2a). Igualmente, uma sensação pode ser resposta a um conjunto de estímulos físicos, distribuídos no contínuo físico (Figura C2b). Se existe uma função que relaciona as duas variáveis, então a propagação do erro da resposta dar-se-á mediada por essa função.

Repetindo os passos dedutivos de Weisstein (2006a), pretende-se estudar a propagação do erro da distribuição da sensação para a distribuição do estímulo físico, sejam quais forem as distribuições envolvidas. Dada a fórmula geral $y = f(x)$, para um erro absoluto em x de dx , tem-se um erro absoluto em y de dy e um erro relativo de $\frac{dy}{y}$. Analogamente, se $\psi = f(\phi, v, \dots)$, então

$$\psi_i - \bar{\psi} = (\phi_i - \bar{\phi}) \frac{\partial \psi}{\partial \phi} + (v_i - \bar{v}) \frac{\partial \psi}{\partial v} + \dots, \quad (\text{E13})$$

onde $\bar{\psi}$ denota a média da sensação, sendo a variância da amostra dada por (E14)

$$\begin{aligned} s_\psi^2 &\equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\psi_i - \bar{\psi})^2 \\ &= \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \left[(\phi_i - \bar{\phi})^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right)^2 + (v_i - \bar{v})^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right)^2 + 2(\phi_i - \bar{\phi})(v_i - \bar{v}) \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right) + \dots \right], \end{aligned} \quad (\text{E14})$$

onde m é o tamanho da amostra.

Pela definição de variância e covariância tem-se

$$s_\phi^2 \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\phi_i - \bar{\phi})^2, \quad (\text{E15})$$

$$s_v^2 \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (v_i - \bar{v})^2,$$

$$s_{\phi v} \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\phi_i - \bar{\phi})(v_i - \bar{v}), \quad (\text{E16})$$

(onde $s_{ii} \equiv s_i^2$), então

$$s_\psi^2 = s_\phi^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right)^2 + s_v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right)^2 + 2s_{\phi v} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right) + \dots \quad (\text{E17})$$

Se ϕ e v não são correlacionados, então $s_{\phi v} = 0$, ficando

$$s_{\psi}^2 = s_{\phi}^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right)^2 + s_v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial v} \right)^2. \quad (\text{E18})$$

Para uma propagação de erro em função potência, com $\psi = k\phi^n$, $\frac{\partial \psi}{\partial \phi} = \pm kn\phi^{n-1} = \pm \frac{n\psi}{\phi}$, então

$$s_{\psi}^2 = s_{\phi}^2 \frac{n^2 \psi^2}{\phi^2}$$

$$\frac{s_{\psi}}{\psi} = n \frac{s_{\phi}}{\phi}. \quad (\text{E19})$$

A relação deduzida (E19) é válida para qualquer valor de ϕ e seu correspondente ψ . Requer-se, agora, um valor representativo de ϕ e ψ , para que a significação estatística dos índices sensoriais possa ser resgatada no segundo caminho dedutivo. Note-se que quando ϕ assume um valor médio, a sensação que lhe corresponde, mediada pela função potência, só será $\bar{\psi}$ na condição singular em que n valer um. Para qualquer valor de n , no entanto, as medianas das variáveis dependente e independente, $\hat{\psi}$ e $\hat{\phi}$, estão ligadas nas projeções do plano cartesiano (Browne, 2000). Assim, como no contínuo sensorial cada valor mediano de ϕ se acompanha, no contínuo físico, de um correspondente valor mediano de ψ , pode-se reescrever (E19) como:

$$\frac{s_{\psi}}{\hat{\psi}} = n \frac{s_{\phi}}{\hat{\phi}}. \quad (\text{E20})$$

Em E20 se conclui que um erro relativo de sensação é proporcional a um erro relativo de estímulo físico, com o expoente n funcionando como constante de proporcionalidade. Dizendo em outras palavras, o expoente n é um índice sensorial que traduz a razão entre o coeficiente de variação de Thorndike da sensação e o coeficiente de variação de Thorndike do estímulo físico. O próximo caminho dedutivo se dedica a demonstrar que esses coeficientes de variação de Thorndike são, respectivamente, a Fração de Ekman e a Fração de Weber.

Segundo caminho dedutivo: as frações de Ekman e de Weber como coeficientes de variação de Thorndike

Se a primeira lei da psicofísica, a lei de Weber, se interessa pela discriminação de estímulos de uma dada modalidade sensorial, enquanto a terceira lei, a função potência de Stevens, se interessa pela magnitude das sensações, pode-se antever que as respostas às correlações entre a sensibilidade e a sensação estejam numa ponte entre essas duas leis. Entre a expressão da Fração de Weber e a expressão da função potência existe uma variável em comum: o estímulo físico, ϕ . Pretende-se utilizá-la para novamente estabelecer a relação entre n e w .

Considerem-se os estímulos supralimiais ϕ_1 e ϕ_2 de uma mesma modalidade sensorial, havendo entre eles um limiar diferencial ($\Delta\phi$). A um observador que compara esses dois estímulos, só é possível fornecer respostas em escala nominal (igual ou diferente), ou maximamente ordinal (maior ou menor). Embora matematicamente existam magnitudes de sensações estimadas para eles, experimentalmente elas não podem ser obtidas. Então, para que a dedução que se segue possa ter um correlato experimental, utilizar-se-á uma estratégia de ponderação do limiar diferencial, multiplicando-se os dois lados da equação da Fração de Weber por uma constante c , maior ou igual a 1, sem matematicamente se alterar a constância da fração:

$$\frac{c(\phi_2 - \phi_1)}{\phi_1} = \frac{c\phi_2 - c\phi_1}{\phi_1} = cw \quad (\text{E21})$$

Seja ψ_1 a resposta perceptiva para o estímulo ϕ_1 e ψ_2 a magnitude da sensação para o estímulo $c\phi_2$. O novo estímulo obtido é passível de ser julgado, em magnitude aparente, pelo observador. Como razões iguais entre os estímulos produzem razões de sensações iguais, o logaritmo neperiano da magnitude da sensação suscitada por $\ln\phi_2$ poderá ser obtido pela proporcionalidade do inverso de c .

Reescrevendo-se a função potência de Stevens em função das sensações, obtém-se:

$$\psi_1 = k\phi_1^n \rightarrow \phi_1 = \left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{E22})$$

$$\psi_2 = k(c\phi_2)^n \rightarrow c\phi_2 = \left(\frac{\psi_2}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{E23})$$

Substituindo-se E22 e E23 em E21:

$$\begin{aligned} cw &= \frac{c\phi_2 - c\phi_1}{\phi_1} \\ &= \frac{\left(\frac{\psi_2}{k}\right)^{\frac{1}{n}} - c\left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{\psi_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}}} \\ c + cw &= \left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right)^{\frac{1}{n}} \\ c(w+1) &= \left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right)^{\frac{1}{n}} \\ \frac{1}{n} &= \log_{\left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right)}^{c(w+1)} \end{aligned}$$

$$n = \log_{c(w+1)} \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right) = \frac{\ln \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right)}{\ln [c(w+1)]} \quad (\text{E24})$$

A expressão obtida em E24 tem aplicabilidade prática experimental e representa uma primeira relação entre o expoente n e w . É importante salientar que a relação obtida independe de k , ou seja, independe da unidade de medida utilizada para dimensionar o estímulo.

Dando-se continuidade ao desenvolvimento formal, quando $c = 1$ existe uma *dap* entre ψ_1 e ψ_2 . Então a razão entre as sensações pode ser reescrita como

$$\left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right) = \left(\frac{\psi_2 - \psi_1 + \psi_1}{\psi_1} \right) = \left(\frac{\Delta_\psi}{\psi_1} + 1 \right), \quad (\text{E25})$$

onde $\frac{\Delta_\psi}{\psi_1}$ é a fração de crescimento da sensação associada $\frac{\Delta\phi}{\phi_1}$, explicando dedutivamente o raciocínio de Teghtsoonian (1971) esquematizado em E11. Variação de estímulo se acompanha de variação correspondente de sensação, ambos medidos em unidade subjetiva, como enuncia a Lei de Ekman (Stevens, 1966a) e tal qual $\frac{\Delta\phi}{\phi_1} = w$, também $\frac{\Delta_\psi}{\psi_1} = E$. Já que

$\frac{\psi_2}{\psi_1} = E + 1$, então

$$n = \frac{\ln \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right)}{\ln(w+1)} = \frac{\ln(E+1)}{\ln(w+1)}. \quad (\text{E26})$$

Assim como E assume um valor centesimal, também w tem valores baixos, não ultrapassando 0.08 na maioria das modalidades sensoriais, como evidencia a Tabela 1. Por conta disso, torna-se possível simplificar a E26 considerando-se que, sendo x um número fracionário próximo a 0, então $\ln(x+1) \cong x$. A evidência vem ao aplicar-se a série de Taylor num ponto a do contínuo de valores de x (Piskunov, 1980), já utilizada na E13. Assim,

$$f(x) = f(a) + (x-a) \frac{f'(x)}{1!} + (x-a)^2 \frac{f''(x)}{2!} + \dots + (x-a)^m \frac{f^{(m)}(x)}{m!} + \dots \quad (\text{E27})$$

onde f', f'', \dots denota a primeira derivada, a segunda derivada, e assim sucessivamente, e x é definido nas vizinhanças de a . Fazendo-se $a = 0$ e $f(x) = \ln(1+x)$, com $f'(x) = \frac{1}{1+x}$, tem-se:

$$\ln(1+x) = 0 + \frac{x}{(1+0)} + \frac{1}{(1+0)^2} \frac{x^2}{2!} + \dots \quad (\text{E27})$$

Quando x tende a zero, os termos de segunda ordem ou mais podem ser desprezados, pois convergem a zero muito mais rápido que o termo x . Assim resulta que $\ln(1+x) \cong x$. Considerado-se os valores fracionários centesimais de E e w , então

$$n = \frac{\ln(E+1)}{\ln(w+1)} \cong \frac{E}{w} \quad (\text{E10})$$

Mas de E20 sabe-se que $n = \frac{\frac{s_\psi}{\hat{\psi}}}{\frac{s_\phi}{\hat{\phi}}}$, onde $\hat{\phi}$ e $\hat{\psi}$ foram pré determinados pela função

potência. Então

$$E \cong \frac{s_\psi}{\hat{\psi}} \quad (\text{E28})$$

$$w \cong \frac{s_\phi}{\hat{\phi}} \quad (\text{E29})$$

ou seja, as frações de Ekman e de Weber são respectivamente os coeficientes de variação de Thorndike da sensação e do estímulo físico. Conseqüentemente,

$$\Delta_\psi \cong s_\psi \quad \text{e} \quad \Delta_\phi \cong s_\phi \quad (\text{E30})$$

Portanto, existe mais lógica do que arbitrariedade na eleição do desvio padrão como representante do limiar diferencial, ao contrário do que pensava Stevens (1961b). O limiar diferencial, assim como a *dap*, é um erro absoluto intrínseco ao sistema sensorial, cuja magnitude assume o valor do desvio padrão da distribuição das respostas perceptivas, dadas para, ou em relação a, um mesmo valor de estímulo físico.

A Fração de Ekman como uma probabilidade

A relação estabelecida em E10 é tão mais verdadeira quanto mais discriminante for a modalidade sensorial, ou seja, quanto mais baixo o valor de w . Considerando-se, no entanto, as exceções aos valores centesimais da Fração de Weber, como a discriminação passiva de pesos, com w igual a 0,25 (Weber, 1834/1996), pode-se escrever a mesma expressão sem a aproximação no denominador:

$$n = \frac{E}{\ln(1+w)} \quad (\text{E31})$$

Conseqüentemente,

$$\ln(w+1) = \frac{E}{n}$$

$$w = e^{\frac{E}{n}} - 1 \quad (\text{E32})$$

Como a função potência é essencialmente monotônica, ou seja, o aumento do estímulo físico implica aumento da sensação, o expoente n sempre assume valores positivos⁴⁰. Por conseqüência, baseando-se na E10, w e E sempre assumem o mesmo sinal: ou ambos são positivos, ou ambos são negativos. Considerem-se, então, os módulos das frações de Weber e de Ekman, não importando, portanto, se o estímulo de comparação ϕ_c é menor ou maior que o estímulo padrão ϕ_p . A E10 pode ser reescrita como

$$n = \frac{|E|}{|w|} . \quad (\text{E33})$$

Multiplicando-se os dois lados da E33 por -1, obtém-se:

$$n = \frac{-|E|}{-|w|} \quad (\text{E34})$$

Agora, seguindo-se o caminho inverso da dedução desenvolvida na seção anterior, onde se aplicou a série de Taylor, pode se aproximar $-|w| \cong \ln(1-|w|)$, considerando-se os baixos valores da Fração de Weber. Então,

$$n = \frac{-|E|}{\ln(1-|w|)} , \quad (\text{E35})$$

Isolando-se $|w|$ tem-se:

$$n = \frac{-|E|}{\ln(1-|w|)}$$

$$\ln(1-|w|) = -\frac{|E|}{n}$$

$$(1-|w|) = e^{-\left(\frac{|E|}{n}\right)}$$

$$|w| = 1 - e^{-\frac{|E|}{n}} \quad (\text{E36})$$

A função cumulativa da distribuição Weibull (Weibull, 1951) é dada pela expressão:

⁴⁰ Existem exceções a essa regra, dependendo do atributo do estímulo físico que está sendo julgado. Stevens e Harris (1962) descrevem, por exemplo, um expoente negativo para som, quando o julgamento estima a agradabilidade, ao invés da intensidade do estímulo. Nesse caso, quanto mais intenso o som, menos agradável a sensação que ele produz, donde decorre um expoente negativo. Quando o julgamento diz respeito à magnitude do estímulo físico, n é essencialmente uma grandeza positiva.

$$F(x; \alpha, \beta) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}, \text{ com } \alpha > 0 \text{ e } \beta > 0 \quad (\text{E37})$$

Comparando-se as expressões E36 e E37, observa-se que o módulo da Fração de Weber assume um novo significado: a probabilidade da Fração de Ekman alcançar um determinado valor, dado um valor do expoente n de Stevens.

A distribuição exponencial é um caso especial da Weibull, onde α é igual a 1 e o parâmetro λ assume o valor de $\frac{1}{\beta}$:

$$F(x; \lambda) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (\text{E38})$$

Trata-se exatamente do caso em questão, onde $x = E$, $\lambda = \frac{1}{n}$ e $F(x; \lambda) = |w|$.

A média da distribuição exponencial é dada por $\mu = \frac{1}{\lambda}$ e a variância, $\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$.

Portanto, $\mu = n$ e $\sigma^2 = n^2$.

O expoente n confere a taxa de incremento e vai determinar a inclinação da curva que representa a função cumulativa de probabilidade. O gráfico da Figura C3 foi traçado usando a função de probabilidade acumulada (E38), para várias modalidades sensoriais, cujos valores representativos de n foram extraídos de DaSiva e DeMacedo (1982).

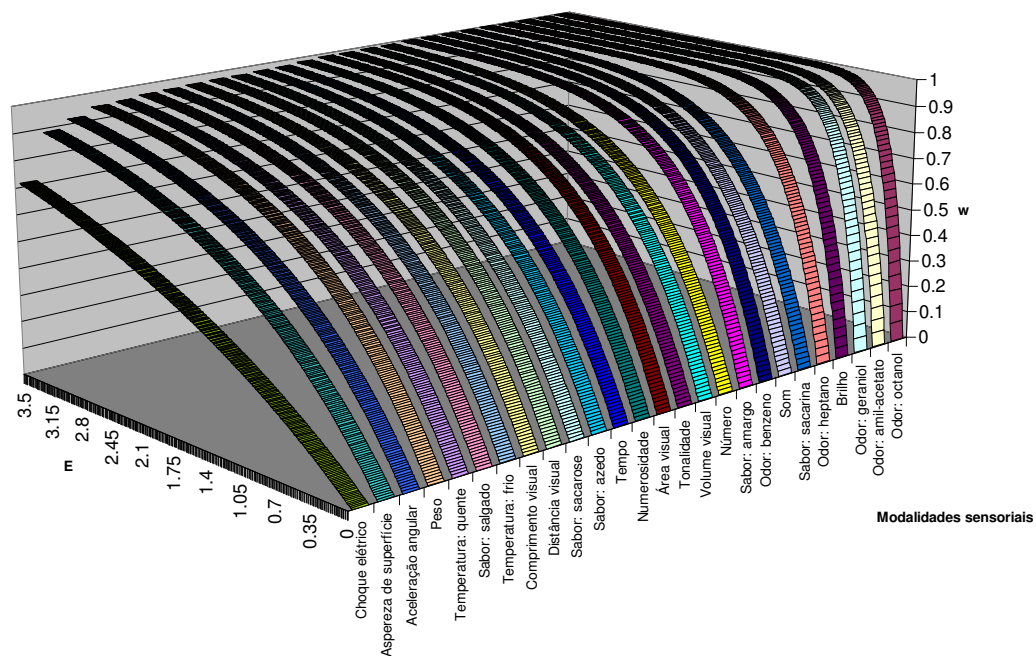


Figura C3 – Um gráfico de w em função de E , por modalidade sensorial. Nesse gráfico tridimensional, as frações de Weber (na altura) e de Ekman (na profundidade) aparecem em escala de razão, enquanto as modalidades sensoriais (na largura) estão em escala ordinal, com base nos valores dos respectivos expoentes n de funções potência. w corresponde à probabilidade de E assumir um determinado valor, considerando-se a modalidade sensorial.

No gráfico da Figura C3, as modalidades sensoriais aparecem como categorias. Se ao invés disso, cada curva fosse disposta em escala de razão, no ponto correspondente ao valor

do expoente da modalidade e imaginando-se que o plano do fundo do gráfico sendo deslocado para frente, até cortar o eixo da Fração de Ekman na profundidade de 0,03, reproduzir-se-ia, projetada nesse fundo, a curva da relação entre n e w , apresentada na próxima seção.

Aplicação das equações deduzidas aos dados de Teghtsoonian (1971)

Com objetivo de se avaliar o quanto os modelos teóricos deduzidos predizem o fenômeno empírico sensorial, as equações E10, E26, E32 e E36 foram testadas contra os dados experimentais referidos por Teghtsoonian (1971) e listados na Tabela 1.

Especificamente, procura-se responder as seguintes questões: Se a fração de crescimento sensorial tem constância intermodal, como referiu Teghtsoonian (1971), qual o melhor valor de ajuste? Qual modelo matemático melhor explica os dados experimentais? Os erros entre os dados experimentais (w) e os previstos pelos modelos matemáticos (\hat{w}) têm distribuição normal? Existe correlação dos módulos dos erros ($|w - \hat{w}|$) com o valor de w ?

Material e método

Para manejo matemático dos dados foi utilizada a planilha matemática Excel 2002, da Microsoft®, e o pacote estatístico SPSS 12.0 para Windows.

O melhor valor de ajuste de E foi obtido com a ferramenta solver do Excel, minimizando-se a soma do erro quadrático entre os valores empíricos da Fração de Weber e os valores teóricos produzidos por cada equação examinada. O melhor modelo matemático foi identificado pelo maior coeficiente de determinação (r^2), obtido na relação entre os valores w e \hat{w} , lembrando que valores maiores ou iguais a 0,7 são todos satisfatórios em provas escalares psicofísicas (DaSilva & DeMacedo, 1983). Para investigar uma possível correlação entre w e $|w - \hat{w}|$ foi calculado o coeficiente de correlação (r). Para testar a hipótese nula de normalidade do resíduo ($w - \hat{w}$), foi empregado o teste de normalidade Shapiro-Wilk (Shapiro & Wilk, 1965), com nível de significância 0,05.

Resultados

Um único valor de E satisfaz o conjunto de dados experimentais das várias modalidades sensoriais diferentes, sendo 0,0311 o melhor valor de ajuste. Arredondando-se, o valor obtido da Fração de Ekman é o mesmo referido por Teghtsoonian (1971). Todas as curvas produzidas pelas funções deduzidas se ajustam perfeitamente aos dados experimentais referidos, sendo o coeficiente de determinação mais baixo 0,9532, na relação \hat{w} em função de w . Ainda que muito próximos, o melhor r^2 foi obtido com a E36, 0,9785.

No gráfico da esquerda da Figura C4, de n em função de w , os pontos azuis, esparsos, representam os dados experimentais da Tabela 1. As curvas contínuas foram obtidas fixando-se E em 0,0311. A curva azul anil foi traçada com a equação E36 e a azul clara, com a E10. Em amarelo, aparece a curva traçada com a E26 e abaixo, em vermelho, a curva traçada com a E32. As equações E36 e E10 são as únicas que produzem distribuição gaussiana do resíduo. A variância do erro aumenta com w , com r variando entre 0,7 e 0,9 nas quatro equações. O gráfico da direita da Figura C4, resíduo em função de w , facilita a visualização desse achado.

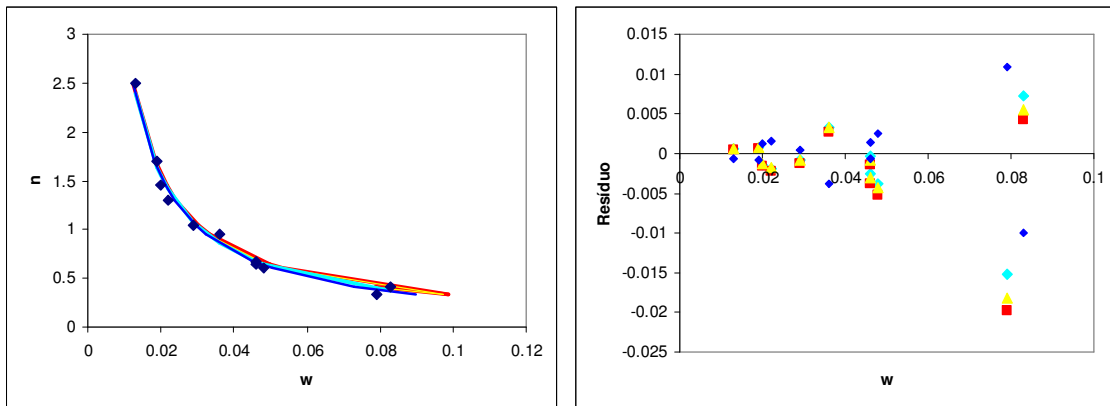


Figura C4 – À esquerda, gráfico do expoente da função potência (n) em função da Fração de Weber (w). Em azul, pontos mais esparsos, valores experimentais de várias modalidades sensoriais (Tabela 1). Em azul anil, valores calculados usando a função E36, em azul claro, a E10, em amarelo, a E26 e em vermelho, a E32. O melhor ajuste dos dados experimentais é conseguido quando se impõe à Fração de Ekman o valor 0,0311. À direita, gráfico do resíduo (diferença entre o valor experimentalmente obtido e o valor esperado) em função da Fração de Weber (w). Utilizou-se a mesma correspondência de cores do gráfico anterior. Apenas as distribuições do erro referente à equação E10 e a E36 foram normais.

Discussão

Discriminação sensorial e magnitude aparente são fenômenos sensoriais interdependentes. Tal interdependência se traduz numa correlação muito significativa entre o expoente n da função potência de Stevens e a Fração de Weber de uma mesma modalidade sensorial. A relação de interdependência foi estudada por dois caminhos dedutivos diferentes, com intuito de se resgatar a significação estatística dos índices de sensibilidade. Primeiramente, foi estudada a propagação do erro da sensação, mediada pela função potência de Stevens. O modelo baseou-se na concepção de Thurstone (1927), que entendia que um processo discriminatório está subjacente a cada julgamento de magnitude, mas principalmente na visão de Ekman (1956, 1969) e seus colegas da Universidade de Estocolmo. Eles conceberam o estudo da discriminação e da magnitude aparente paralelamente, utilizando o mesmo conjunto de estímulos aqui e acolá. A variável comum na instância local e global de percepção, o estímulo físico, viabilizou o segundo caminho dedutivo. Quando comparado ao primeiro, ele possibilitou a compreensão das frações de Weber e de Ekman como coeficientes de variação de Thorndike, e do limiar diferencial e da *dap* como desvios padrão das respostas discriminatórias. Note-se que, supondo a distribuição da sensação simétrica, não há diferença entre o coeficiente de variação de Thorndike e o de Pearson, visto que mediana e média são iguais. No entanto, considerando-se a possibilidade de uma distribuição não simétrica para a sensação, como será examinada em um próximo trabalho, a distinção entre os coeficientes se faz importante. O coeficiente de variação de Thorndike é uma medida relativa de dispersão mais resistente que o coeficiente de variação de Pearson, sofrendo menos influência de valores extremos.

O desvio padrão estima o limiar diferencial, assim como a *dap*, não por uma arbitrariedade, como argumentava Stevens (1961b), mas por uma conseqüência natural da relação entre sensação e estímulo físico ser mediada por uma função potência. Se a função mediadora fosse logarítmica, como pensava Fechner (1860/1966), tal vinculação não seria uma conseqüência natural. Limiar diferencial e *dap* são, portanto, erros absolutos intrínsecos ao sistema sensorial. Pode-se conjecturar que eles sejam imprescindíveis para o estabelecimento de conceitos, homogeneizando pequenas diferenças numa mesma identidade.

Quatro modelos matemáticos foram deduzidos para traduzir a relação entre n e w . Um único valor de E satisfaz as equações E10, E26, E32 e E36, entre modalidades sensoriais diferentes. Como havia apontado Teghtsoonian (1971), para ser discriminada de uma outra, uma sensação deve ser modificada, para mais ou para menos, em 3%. Essa constância intermodal da Fração de Ekman é um forte indício de que um código neural comum subjaz ao processo sensorial, expandindo ou comprimindo as sensações para processar as mais dispareas amplitudes de variação dos estímulos físicos, encontrados na natureza, em uma faixa sensorial comum, intermodal. Para dar continência a esta idéia, concordante com o pensamento de Teghtsoonian (1973), será introduzido, num próximo trabalho, o conceito de *curva de isossensação*, traduzida pela equivalência de uma intensidade sensorial entre modalidades sensoriais diferentes. Stevens (1959) utilizou a mesma lógica no emparelhamento intermodal, quando igualou matematicamente sensações de modalidades diferentes, para expressar quantitativamente a magnitude de uma sensação através de outra.

Dos modelos matemáticos deduzidos para a relação entre n e w , apenas o primeiro (E10) já havia sido apontado na literatura (J. C. Baird & Noma, 1978; Brentano, 1874; Ekman, 1959; Link, 1992; Teghtsoonian, 1971). Aqui, ele reaparece numa dupla dedução formal. Na relação de interdependência entre os dois índices sensoriais, uma diminuição de um implica um aumento linear do outro, com constante de proporcionalidade correlata à Fração de Ekman. Os outros três modelos matemáticos (E26, E32 e E36) também se mostraram válidos para representar a relação entre sensibilidade absoluta e relativa. É importante apontar que a E24, donde deriva a E26, tem aplicabilidade na prática experimental, por proporcionar um manejo matemático do limiar diferencial.

Examinando a performance das equações, no gráfico à esquerda da Figura C4, uma pequena dissociação entre as curvas aparece com valores crescentes de w , em função da aproximação $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x+1) = x$. Ainda que divergentes, mais de 95% dos dados experimentais se justificaram pelas relações matemáticas referidas. Por conseqüência, o exame experimental do limiar diferencial de uma dada modalidade de percepção pode produzir previsão quantitativa da magnitude da resposta sensorial na mesma modalidade e vice-versa. Tal integração do processo de percepção inevitavelmente corrobora um entendimento biológico do funcionamento sensorial, embora não descarte, de todo, o efeito do aprendizado, da cultura, no fenômeno de percepção.

Considerando-se o mais alto coeficiente de determinação obtido, a natureza estatística da expressão, além da distribuição normal do resíduo, a E36 é especialmente interessante para representar a relação entre a discriminação e a magnitude aparente. Conforme comentado na nota de rodapé 1, um estímulo ϕ_c pode ser comparado a um estímulo padrão ϕ_p , ainda que não haja entre eles uma diferença apenas perceptível. A Fração de Weber é caracterizada, como já dito, quando a diferença entre ϕ_c e ϕ_p alcança um limiar diferencial, assim como a Fração de Ekman requer uma *dap* entre as sensações comparadas. A E36 está se referindo, portanto, a uma extensão do conceito de frações de Weber e de Ekman, onde um *dégradé* de diferenças podem ser comparadas, como o faz a LJC de Thurstone (1927). Conforme a diferença entre dois estímulos aumenta, a discriminação entre eles aumenta. A equação prediz que não é necessário um aumento maior que o dobro do estímulo padrão para haver o máximo de discriminação. Como os denominadores de ambas as frações são mantidos constantes (ϕ_p para w e módulo de sensação, ou sensação suscitada pelo estímulo padrão, para E), o que está mudando é a amplitude de variação entre os estímulos comparados, ou entre as sensações comparadas. O fenômeno de discriminação vai ocorrer quando a sensação de comparação alcança uma diferença de cerca de 3% do módulo de sensação.

Em outras palavras, a Fração de Weber, enquanto uma proporção de incremento ou decremento do estímulo padrão, corresponde à probabilidade da sensação alcançar uma

variação de cerca de 3% da sensação produzida pelo estímulo padrão. Nesse momento, ocorre a discriminação, como um fenômeno probabilístico, portanto. Pode-se conjecturar que, a partir desse ponto, com a taxa de variação da sensação se mantendo à custa do expoente n de Stevens, a magnitude de sensação vá rapidamente assumindo o lugar da discriminação. O observador experimenta uma mudança na natureza de sensação: a discriminação permite uma apreciação qualitativa da informação sensorial, enquanto a magnitude de sensação permite o acréscimo da quantificação à informação sensorial.

É nesse ponto da discussão que se faz possível entender o emprego dual da Fração de Ekman na instância local e global de percepção, feita nesse trabalho. Via de regra, a Fração de Ekman diz respeito à constância da variabilidade relativa da resposta em provas baseadas em julgamento de razão, na instância global. Em contra partida, a Fração de Weber se refere à constância da variabilidade relativa da resposta em provas de discriminação, na instância local. É por essa razão que Teghtsoonian (1971), ao se referir ao correspondente da Fração de Weber, no contínuo subjetivo, prefere usar a expressão “fração de crescimento sensorial”, ao invés de Fração de Ekman. De fato, quando um observador julga a magnitude aparente de um estímulo físico, a *dap* é de ordem mnêmica, ou conceitual: ele dará o mesmo valor de magnitude para estímulos que julgar como sendo iguais, embora eles não estejam sendo comparados entre si. Daí o caráter mnêmico. Nesse caso, a Fração de Ekman vai assumir valores cerca de dez vezes maior que 0,0311. Conseqüentemente, o correlato dela no contínuo físico, também sofrerá expansão. Trata-se de um mesmo fenômeno sensorial em escalas diferentes. Utiliza-se, pois, Fração de Ekman aqui e acolá, baseando-se na premissa thurstoniana de que a discriminação subjaz ao julgamento de magnitude.

Em linhas gerais, o expoente n de Stevens decai progressivamente com o aumento da Fração de Weber. Quanto maior a discriminação da sensação, mais expandida é sua magnitude em relação à magnitude do estímulo que a produziu. Inversamente, estímulos subdimensionados no julgamento sensorial requerem diferenças relativamente maiores para serem discriminados. Existe uma lógica comum na forma como o sistema nervoso processa a informação perceptual: uma alta acuidade discriminatória se acompanha de um mecanismo de amplificação da magnitude percebida dos estímulos, numa proporção invariante. As frações de Weber e Ekman estão, pois, despercebidamente embutidas no expoente n de Stevens.

O aumento da variância do erro com o crescimento da Fração de Weber, observada no gráfico à direita da Figura C4, aponta para um provável aumento da dispersão das distribuições de w , na medida em que se caminha de modalidades sensoriais de maior discriminação para aquelas de menor discriminação. A distribuição estatística da Fração de Weber está, obviamente, atrelada à distribuição do limiar diferencial, o qual é estimado pelo desvio padrão das respostas discriminatórias. Ter o desvio padrão como um indicador biológico implica a variação dos pontos demarcadores do intervalo de confiança em função dos graus de liberdade. Isso significa que quaisquer testes de hipóteses terão seus valores críticos variando com o número de estímulos empregados na prova, para um mesmo nível de significância. Portanto, o limiar diferencial, assim como a *dap*, são índices sensoriais cujas amplitudes de variação aceitas como normais variam com o tamanho da amostra. Isso tem importante implicação na prática clínica e experimental. Pretende-se discutir esse problema num próximo trabalho, onde, uma vez conhecida a relação entre n e w , será deduzida a distribuição de w a partir da distribuição de n , fixando a Fração de Ekman no valor obtido de 0,0311.

Finalmente, aponta-se a importância do emprego da base natural para as expressões logarítmicas, divergindo da tradição psicofísica que utiliza a base 10. O logaritmo neperiano é empregado na maioria dos modelos matemáticos para fenômenos biológicos. Aqui, ele facilitou o formalismo dedutivo e a compreensão estatística dos fenômenos de percepção estudados.

Apêndice D – Arquivos contidos no CD

Os arquivos contidos no CD podem ser utilizados para fins de ensino e pesquisa, desde que citada a fonte. Eles estão listados na Tabela 36.

Tabela 36 – Arquivos contidos no CD

Nome do arquivo	Extensão	Natureza
Tese de doutorado Rodrigues-de-Carvalho	pdf	Texto integral da tese
Simulador Fukusima DaSilva Normal	xls	Simulador de magnitude aparente
Simulador Fukusima DaSilva Logística	xls	Simulador de magnitude aparente
Simulador Fukusima DaSilva Weibull	xls	Simulador de magnitude aparente
Simulador Fukusima DaSilva Log-normal	xls	Simulador de magnitude aparente
Simulador Fukusima DaSilva Gama	xls	Simulador de magnitude aparente
Simulador Fukusima DaSilva GMPFP	xls	Simulador de magnitude aparente
Simulador Fukusima DaSilva GMPFP k	xls	Simulador de magnitude aparente
Calculador de kapa	xls	Calculador do parâmetro κ utilizado no Simulador Fukusima DaSilva GMPFP k
Simulador Eliene	xls	Simulador de resposta sensorial discriminatória por métodos adaptativos
Relnw	xls	Estudo de curvas de isossensação
n normal	xls	Dados digitalizados dos expoentes da metanálise de n
Psicofisica	mdb	Banco de dados para arquivo de experimentos psicofísicos e cálculo do expoente n

Referências

- Baird, J. C. (1970). *Psychophysical analysis of visual space*. London: Pergamon Press.
- Baird, J. C. (1997). *Sensation and judgment: complementary theory of psychophysics* (1 ed. Vol. 1). New Jersey: Laurence Erlbaum Associates.
- Baird, J. C., Berglund, B., & Olsson, M. J. (1996). Magnitude estimation of perceived odor intensity: empirical and theoretical properties. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 22, 244-255.
- Baird, J. C., & Noma, E. (1978). *Fundamentals of scaling and psychophysics*. New York: Wiley.
- Békésy, v. G. (1930). Über das Fechnersche Gesetz und seine Bedeutung für die theorie der akustischen Beobachtungsfehler und die theorie des Hörens. *American Journal of Psychology*, 7, 329-359. English translation in Békésy, 1960, p. 1328 ff.
- Békésy, v. G. (1960). *Experiments in hearing*. New York: McGraw-Hill.
- Berkson, J. (1951). Why I prefer logits to probits. *Biometrics*, 7, 327-339.
- Blackwell, H. R. (1953). Studies of the form of visual threshold data. *Journal of the Optical Society of America*, 34, 3534-3540.
- Bond, B., & Stevens, S. S. (1969). Cross-modality matching of brightness to loudness by 5-year-olds. *Perception & Psychophysics*, 6(6A), 337-339.
- Brentano, F. (1874). *Psychologie vom empirischen standpunkte*. Leipzig: Duncker & Humbolt.
- Brown, R. (1828). A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganics bodies. *Edinburgh New Philosophical Journal*, 5, 358-371.
- Browne, J. M. (2000, 2007). Probabilistic design. from <http://www.grassmannalgebra.info/probabilisticdesign/coursenotes/notespdf/4ProbabilisticDesign.pdf>
- Campos, H. (1983). *Estatística experimental não-paramétrica* (4 ed.). Piracicaba: ESALQ.
- Copelli, M., Roque, A. C., Oliveira, R. F., & Kinouchi, O. (2002). Physics of psychophysics: Stevens and Weber-Fechner laws are transfer functions of excitable media. *Physical Review - E*, 65(6 Pt 1), 060901.
- Coren, S., & Ward, L. M. (1999). *Sensation and perception*. Orlando: Harcourt Brace College Publishers.
- Cruz, M. A. C. Q. M. (1991). *Canais visuais separados para a percepção de comprimento, distância, área e volume: um enfoque da psicofísica experimental*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- DaSilva, J. A., & DeMacedo, L. (1982). A função-potência na percepção – significado e procedimento de cálculo do expoente. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, 34(4), 27-45.
- DaSilva, J. A., & DeMacedo, L. (1983). Efeitos de algumas variáveis experimentais sobre a invariância das escalas perceptivas. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, 35(2), 48-70.
- DaSilva, J. A., DosSantos, R. A., & DaSilva, C. B. (1983). Análise psicofísica do espaço visual - teoria e pesquisa: tributo a S.S. Stevens. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, 35(3), 3-53.

- Doughty, J. H. (1949). The effect of psychophysical method and context on pitch and loudness functions. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 39, 729-745.
- Dzhafarov, E. N. (2003a). Thurstonian-type representations for "same-different" discriminations: deterministic decisions and independent images. *Journal of Mathematical Psychology*, 47(2), 184-204.
- Dzhafarov, E. N. (2003b). Thurstonian-type representations for "same-different" discriminations: probabilistic decisions and interdependent images. *Journal of Mathematical Psychology*, 47(2), 205-219.
- Dzhafarov, E. N., & Colonius, H. (1999). Fechnerian metrics in unidimensional and multidimensional stimulus spaces. *Psychonomic Bulletin & Review*, 6(2), 239-268.
- Dzhafarov, E. N., & Colonius, H. (2005a). Psychophysics without physics: a purely psychological theory of Fechnerian scaling in continuous stimulus spaces. *Journal of Mathematical Psychology*, 49(1), 1-50.
- Dzhafarov, E. N., & Colonius, H. (2005b). Psychophysics without physics: extension of Fechnerian scaling from continuous to discrete and discrete-continuous stimulus spaces. *Journal of Mathematical Psychology*, 49(2), 125-141.
- Ekman, G. (1956). Discriminal sensitivity on the subjective continuum. *Acta psychologica*, 12(4), 233-243.
- Ekman, G. (1959). Weber law and related functions. *Journal of Psychology*, 47(2), 343-352.
- Ekman, G., & Künnapas, T. M. (1957). Subjective dispersion and the Weber fraction. *Reports from the Psychological Laboratory, the University of Stockholm*(41).
- Falmagne, J.-C. (1971). The generalized Fechner problem and discrimination. *Journal of Mathematical Psychology*, 8(1), 22-43.
- Falmagne, J.-C. (1977). Weber's inequality and Fechner's problem. *Journal of Mathematical Psychology*, 16(3), 267-271.
- Falmagne, J.-C. (1994). On the interpretation of the exponent in the "near-miss-to-Weber's law". *Journal of Mathematical Psychology*, 38(4), 497-503.
- Falmagne, J.-C., & Iverson, G. (1979). Conjoint Weber laws and additivity. *Journal of Mathematical Psychology*, 20(2), 164-183.
- Fechner, G. T. (1860/1966). *Elemente der psychophysik* (H. E. Adler, Trans. Vol. I). New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Findlay, J. M. (1978). Notes and comment - Estimates on probability functions: a more virulent PEST. *Perception & Psychophysics* 23(2), 181-185.
- Fukushima, S. S. (1988). *O tamanho familiar é um indicativo para percepção de tamanho e distância?*, Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Galante-Jr, W. (2006). *Percepção do esforço físico: comparação entre as escalas Visual Analógica e CR10 de Borg*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Galante-Jr, W., Torro-Alves, N., Rodrigues-de-Carvalho, K. M. M., Fukushima, S. S., & DaSilva, J. A. (2007). *Função de Ekman polinomial em escala visual analógica: abordagens empírica e computacional*. Paper presented at the VII São Paulo Research Conference - Cérebro e Pensamento, São Paulo.
- García-Pérez, M. A. (1998). Forced-choice staircases with fixed step sizes: asymptotic and small-sample properties. *Vision Research*, 38, 1861-1881.
- García-Pérez, M. A. (2000). Optimal setups for forced-choice staircases with fixed step sizes. *Spatial Vision*, 13(4), 431-448.
- García-Pérez, M. A. (2002). Properties of some variants of adaptative staircases with fixed step sizes. *Spatial Vision*, 15(3), 303-321.

- Gilchrist, J. M., Jerwood, D., & Ismaiel, H. S. (2005). Comparing and unifying slope estimates across psychometric function models. *Perception & Psychophysics*, *67*(7), 1289-1303.
- Green, D. M., Luce, R. D., & Duncan, J. E. (1977). Variability and sequential effects in magnitude production and estimation of auditory intensity. *Perception and Psychophysics*, *22*, 450-456.
- Green, D. M., & Swets, J. A. (1966/1974). *Signal detection theory and psychophysics*. New York: Huntington.
- Guilford, J. P. (1954). *Psychometric methods* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Hahn, G. J., & Shapiro, S. S. (1967). *Statistical models in engineering*: John Wiley & Sons.
- Harper, R. S., & Stevens, S. S. (1948). A psychological scale of weight and a formula for its derivation. *American Journal of Psychology*, *61*(3), 343-351.
- Hellman, W. S., & Hellman, R. P. (1995, 1995). *Relation the Weber fraction to loudness*. Paper presented at the Fechner Day 95, Cassis, France.
- Helmström, A. (2000). Sensation weighting in comparison and discrimination of heaviness. *Journal of Experimental Psychology - Human Perception and Performance*, *26*(1), 6-17.
- Helson, H. (1947). Adaptation-level as a frame of reference for prediction of psychophysical data. *American Journal of Psychology*, *60*, 1-29.
- Hobbie, R. K. (1997). Transport in an infinite medium. In R. K. Hobbie (Ed.), *Intermediate physics for medicine and biology* (pp. 78-104). New York: Springer-Verlag.
- Hoffmann, E. R., & Mortimer, R. G. (1996). Scaling of relative velocity between vehicles. *Accident analysis and prevention*, *28*(4), 415-441.
- Hogg, R. V., & Craig, A. T. (1978). *Introduction to mathematical statistics* (4 ed. Vol. 1). New York: Macmillan Publishing Co.
- Hromkovic, J. (2001). *Algorithms for hard problems: introduction to combinatorial optimization, randomization, approximation, and heuristics*. London: Springer-Verlag.
- Irwin, J. O. (1964). The contributions of G. U. Yule and A. G. McKendrick to stochastic process methods in biology and medicine. In J. Gurland (Ed.), *Stochastic models in medicine and biology* (pp. 147-165). Madison: The University of Wisconsin Press.
- Johnson, K. O., Hsiao, S. S., & Yoshioka, T. (2002). Neural coding and the basic law of psychophysics. *Neuroscientist*, *8*(2), 111-121.
- Johnson, N. L., & Kotz, S. (1976). *Distributions in Statistics - continuous univariate distributions* (Vol. 1). New York: John Wiley and Sons.
- Kaernbach, C. (1990). A single-interval adjustment-matrix (SIAM) procedure for unbiased adaptive testing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, *88*(6), 2645-2655.
- Kaernbach, C. (1991). Simple adaptive testing with the weighted up-down method. *Perception & Psychophysics*, *49*(3), 227-229.
- Kenney, J. F., & Keeping, E. S. (1951). The distribution of the standard deviation. In V. Nostrand (Ed.), *Mathematics of statistics* (2 ed., pp. 170-173). Princeton: NJ.
- Keppel, G. (1982). *Design and analysis: a research 's handbook*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Klein, S. A. (2001). Measuring, estimating, and understanding the psychometric function: a commentary. *Perception & Psychophysics*, *63*(8), 1421-1455.
- Kruskal, W. H., & Wallis, W. A. (1952). Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, *47*(260), 583-621.
- Lam, C. F., Dubno, J. R., & Mills, J. H. (1999). Determination of optimal data placement for psychometric function estimation: a computer simulation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, *106*(4), 1969-1976.
- Laming, D. (1986). *Sensory analysis*. London: Academic Press.

- Laming, D. (1989). Experimental evidence for Fechner's and Stevens's laws. *Behavioral and Brain Sciences*, *12*, 277-280.
- Lee, Y. K. (1995). Application of Brownian motion. 2007, from http://www.doc.ic.ac.uk/~nd/surprise_95/journal/vol4/ykl/report.html
- Levit, H. (1970). Transformed up-down methods in psychoacoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, *49*(2), 467-477.
- Lilliefors, H. W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*, *62*, 399-402.
- Link, S. W. (1992). *The wave theory of difference and similarity*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Luce, R. D., & Green, D. M. (1972). A neural timing theory for response times and the psychophysics of intensity. *Psychological Review*, *79*(1), 14-57.
- Luce, R. D., & Green, D. M. (1974). The response ratio hypothesis for magnitude estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, *11*, 1-14.
- MacKay, D. M. (1963). Psychophysics of perceived intensity: a theoretical basis for Fechner's and Stevens' laws. *Science*, *139*, 1213-1216.
- Macmillan, N., & Creelman, C. D. (1991). *Detection theory: a user's guide*. New York: Cambridge University Press.
- Masin, S. C. (1987). Different biases in the methods of constant and single stimuli. *Bulletin of the Psychonomic Society*, *25*(5), 379-382.
- Masin, S. C., & Vidotto, G. (1982). A review of the formulas for the standard error of threshold from the method of constant stimuli. *Perception & Psychophysics*, *31*(6), 585-588.
- Meese, T. S. (1995). Using the standard staircase to measure the point of subjective equality: a guide based on computer simulation. *Perception & Psychophysics*, *57*(3), 267-281.
- Metropolis, N., & Ulam, S. (1949). The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, *44*, 335-341.
- Moskowitz, H. R. (1968). *Scales of intensity for single and compound tastes*. Harvard University, Harvard.
- Mountcastle, V. B., Poggio, G. F., & Werner, G. (1963). The relation of thalamic cell response to peripheral stimuli varied over an intensive continuum. *Journal of Neurophysiology*, *26*, 807-834.
- Narens, L. (1980). A note on Weber's law for conjoint structures. *Journal of Mathematical Psychology*, *21*(1), 88-91.
- Neter, J., & Wasserman, W. (1974). *Applied linear statistical models* (1 ed.). London: Irwin-Dorsey International.
- Norwich, K. H. (1993). *Information, sensation and perception*. San Diego: Academic Press.
- Norwich, K. H., & Wong, W. (1997). Unification of psychophysical phenomena: The complete form of Fechner's law. *Perception & Psychophysics*, *59*(6), 929-940.
- Nutting, P. G. (1907). The complete form of Fechner's law. *Bulletin of the Bureau of Standards*, *3*, 59-64.
- Oliveira, S. L. M. (1996). *Funções psicofísicas para estimativas perceptivas e mnemônicas de área e volume familiares e não familiares*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Panek, D. W., & Stevens, S. S. (1966). Saturation of red - prothetic continuum. *Perception & Psychophysics*, *1*(2), 59-66.
- Pearson, E. S., & Hartley, H. O. (1951). Charts of the power function for analysis of variance tests, derived from the non-central F-distribution. *Biometrika*, *39*, 112-130.
- Perrin, J. (1909). Mouvement brownien et réalité moléculaire. *Annales de Chimie et de Physique*, *18*(81), 171-239.

- Piskunov, N. (1980). *Cálculo diferencial e integral* (5 ed. Vol. 1). Moscou: Mir.
- Poulton, E. C. (1967). Population norms of top sensory magnitudes and S.S. Stevens exponents *Perception & Psychophysics*, 2(7), 312-316.
- Poulton, E. C. (1968). New psychophysics - six models for magnitude estimation. *Psychological Bulletin*, 69(1), 1-19.
- Purves, D., & Lotto, B. R. (2003). *Why we see what we do: an empirical theory of vision*. Sunderland: Sinauer Associates.
- Quick, R. F. (1974). A vector magnitude model for contrast detection. *Kybernetik*, 16, 65-67.
- Rasch, G. (1960/1980). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Restle, F., & Levison, M. (1971). Method of constant stimuli: invalid to the third power. *Perception & Psychophysics*, 9, 312-314.
- Ribeiro-Filho, N. P. (1993). *Percepções de configurações espaciais de estímulos em grande campo aberto*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Rodrigues-de-Carvalho, K. M. M. (1993). *Memória I: um estudo teórico clínico utilizando trechos da narrativa autobiográfica de velhos*. Universidade de Campinas, Campinas.
- Rodrigues-de-Carvalho, K. M. M., Campanha, J. R., & Govone, J. S. (2005). *Modelo estatístico do peso de conexões neurais*. Paper presented at the 50^a Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de biometria - RBRAS e 11^o Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica - SEABRO, Londrina, PR.
- Rodrigues-de-Carvalho, K. M. M., Govone, J. S., & Campanha, J. R. (2005). *Um modelo estatístico da ativação neural usando a distribuição beta*. Paper presented at the 50^a Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de biometria - RBRAS e 11^o Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica - SEABRO, Londrina, PR.
- Rodrigues-de-Carvalho, K. M. M., Govone, J. S., Fukusima, S. S., Torro-Alves, N., & DaSilva, J. A. (2007). *Influência de coeficiente de variação amostral no poder dos testes de normalidade*. Paper presented at the 52^a Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de biometria - RBRAS e 12^o Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica - SEABRO, Santa Maria, RS.
- Rogers, S. P., & Gogel, W. C. (1975). The relation between judged and physical distance in multicue conditions as a function of instructions and tasks. *Perceptual and Motor Skills*, 41, 171-178.
- Ross, H. E. (1997). On the possible relations between discriminability and apparent magnitude. *British Journal of Mathematical & Statistical Psychology*, 50, 187-203.
- Saberi, K., & Green, D. M. (1996). Adaptative psychophysical procedures and imbalance in the psychometric function. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(1), 528-536.
- Santos, J. (2006). *Percepção de fala: análise das vogais do português brasileiro em tempo comprimido*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Scannell, J. W., Burns, G. A. P. C., Hingetag, C. C., O'Neil, M. A., & Young, M. P. (1999). The connectional organization of the cortico-thalamic system of the cat. *Cerebral Cortex*, 9, 277-299.
- Shapiro, S. S., & Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52(3 and 4), 591-611.
- Silva, P. C. R. (2007). Introdução à estatística econômica - 2^o ano. 2007, from <http://www.ai.com.br/pessoal/indices/2A16.HTM>

- Soshichi, U. (2005). Einstein on Brownian Motion. from <http://www.bun.kyoto-u.ac.jp/~suchii/einsteinBM.html>
- Sousa, F. A., & DaSilva, J. A. (1996). Psicofísica do prestígio social: comparação entre estimação de magnitudes e de comparação aos pares. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, 48(3), 69-79.
- Sousa, F. A., & DaSilva, J. A. (1999). Validação da escala de razão de prestígio profissional do enfermeiro através do método de emparelhamento intermodal. *Revista Latino Americana de Enfermagem*, 7(1), 27-37.
- Sousa, F. A., & DaSilva, J. A. (2003). Psicofísica do prestígio social: comparação entre diferentes métodos. *Revista Latino Americana de Enfermagem*, 11(3), 320-325.
- Sousa, F. A., & Giuntini, P. B. (2001). Mensuração da gravidade de quadros clínicos resultantes de cirurgias: estimação de magnitudes versus estimação de categorias. *Revista Latino Americana de Enfermagem*, 9(1), 96-101.
- Sousa, F. A., Kamizaki, R., & DaSilva, J. A. (1996). Measurement of social readjustment: A psychophysical approach. *International Journal of Psychology*, 31(3-4), 1817-1817.
- Stachel, J. (1998). *Einstein's miraculous year*. New Jersey: Princeton University Press.
- Stacy, E. W. (1962). A generalization of the gamma distribution. *Annals of mathematical statistics*, 33, 1187-1192.
- Stevens, S. S. (1946). The 2 basic mechanisms of sensory discrimination. *Federation Proceedings*, 5(1), 101-101.
- Stevens, S. S. (1957). On the psychophysical law. *Psychological Review*, 64(3), 153-181.
- Stevens, S. S. (1959). Cross-modality validation of subjective scales for loudness, vibration, and electric-shock. *Journal of Experimental Psychology*, 57(4), 201-209.
- Stevens, S. S. (1961a). The psychophysics of sensory function. In W. Rosenblath (Ed.), *Sensory communication* (pp. 1-33). Cambridge: MIT Press.
- Stevens, S. S. (1961b). To honor Fechner and repeal his law - a power function, not a log function, describes operating characteristic of a sensory system. *Science*, 133(344), 80-86.
- Stevens, S. S. (1966a). Matching functions between loudness and ten other continua. *Perception & Psychophysics*, 1(1), 5-8.
- Stevens, S. S. (1966b). A metric for social consensus. *Science*, 151(3710), 530-541.
- Stevens, S. S. (1969). On predicting exponents for cross-modality matches. *Perception & Psychophysics*, 6(4), 251-256.
- Stevens, S. S. (1972). Neural quantum in sensory discrimination. *Science*, 177(4051), 749-&.
- Stevens, S. S. (1975). *Psychophysics: introduction to its perceptual, neural and social prospects*. New York: Wiley.
- Stevens, S. S., & Harris, J. R. (1962). Scaling of subjective roughness and smoothness. *Journal of Experimental Psychology*, 64(5), 489-494.
- Stevens, S. S., & Volkman, J. (1940). The quantum of sensory discrimination. *Science*, 92, 583-585.
- Taylor, M. M., & Creelman, C. D. (1967). PEST: Efficient estimates on probability functions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 41(4), 782-787.
- Teghtsoonian, R. (1971). Exponents in Stevens law and constant in Ekmans law. *Psychological Review*, 78(1), 71-&.
- Teghtsoonian, R. (1973). Range effects in psychophysical scaling and a revision of Stevens law. *American Journal of Psychology*, 86(1), 3-27.
- Teghtsoonian, R., & Teghtsoonian, M. (1970). Effects of size and distance on magnitude estimations of apparent size. *American Journal of Psychology*, 83(4), 601-&.
- Teigen, K. H. (2002). One hundred years of laws in psychology. *American Journal of Psychology*, 115(1), 103-118.

- Terrível, H. N. (2005). *Julgamento de distâncias por atletas de diferentes modalidades esportivas e não-atletas através de registro verbal e motor (ação visualmente dirigida)*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Thurstone, L. L. (1927). A law of comparative judgment. *Psychological Review*, 34, 273-286.
- Thurstone, L. L. (1959). *The measurement of values*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Tosetto, A. P. (2005). *Percepção visual e háptica de comprimento de linha apresentados em diferentes formas*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Ward, L. M. (1995). *On the role of discriminability in psychophysics*. Paper presented at the Fechner Day 95, Cassis, France.
- Ward, L. M., Armstrong, J., & Golestani, N. (1996). Intensity resolution and subjective magnitude in psychophysical scaling. *Perception & Psychophysics*, 58, 793-801.
- Warren, R. M., & Warren, R. P. (1963). A critique of S. S. Stevens's "New Psychophysics". *Perceptual and Motor Skills*, 16, 797-810.
- Wasserman, G. S., Felsten, G., & Easland, G. S. (1979). The psychophysical function: Harmonizing Fechner and Stevens. *Science*, 204, 85-87.
- Watson, A. B. (1979). Probability summation over time. *Vision Research*, 19, 515-522.
- Watson, A. B., & Pelli, D. G. (1983). QUEST: a bayesian adaptative psychometric method. *Perception & Psychophysics*, 33(2), 113-120.
- Weber, E. H. (1834/1996). *De tactu: anotationes anatomicas et physiologicae* (H. E. Ross & D. J. Murray, Trans. 2 ed.). Hove: Erlbaum (UK) Taylor & Francis.
- Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 18, 292-297.
- Weiss, D. J. (1981). The impossible dream of Fechner and Stevens. *Perception*, 10(4), 431-434.
- Weisstein, E. W. (2003). Standard deviation distribution: MathWorld - A Wolfram Web Resource, from <http://mathworld.wolfram.com/StandardDeviationDistribution.html>.
- Weisstein, E. W. (2005a). Gamma distribution: MathWorld - A Wolfram Web Resource, from <http://mathworld.wolfram.com/StandardDeviationDistribution.html>.
- Weisstein, E. W. (2005b). Negative binomial distribution: MathWorld - A Wolfram Web Resource, from <http://mathworld.wolfram.com/NegativeBinomialDistribution.html>.
- Weisstein, E. W. (2006a). Error propagation: MathWorld - A Wolfram Web Resource, from <http://mathworld.wolfram.com/ErrorPropagation.html>.
- Weisstein, E. W. (2006b). Probability and statistics: MathWorld - A Wolfram Web Resource, from <http://mathworld.wolfram.com>.
- Wilks, S. S. (1962). *Mathematical statistics* (2 ed.). New York, London: John Wiley & Sons.
- Wohlwill, J. F. (1963). Overconstancy in distance as function of the texture of the stimulus field and other variables. *Perceptual and Motor Skills*, 17, 831-846.
- Young, M. P., Hingettag, C. C., & Scannell, J. W. (2000). On imputing function to structure from the behavioral effects of brain lesions *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological sciences*, 335(147-161).
- Zedu, P. M. M. (1991). *Escalas perceptivas visual e tatal-cinestésica de espessura e área em observadores normais e cegos*. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.
- Zwislocki, J. J. (1994). *Differential intensity sensitivity in relation to subjective magnitude: experimental results and mathematical theory*. Paper presented at the Fechner Day 94, Vancouver, Canada.

Zwislocki, J. J., & Relkin, E. M. (2001). On a psychophysical transformed-rule up and down method converging on a 75% level of correct responses. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 98(4811-4814).