Problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores

Mayron César de Oliveira Moreira

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura:_____

Mayron César de Oliveira Moreira

Problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores

Tese apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências - Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientador: Prof. Dr. Alysson Machado Costa

USP – São Carlos
Julho de 2015

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

dp de Oliveira Moreira, Mayron César
Problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores / Mayron César de Oliveira Moreira; orientador Alysson Machado Costa. -- São Carlos, 2015.
123 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2015.

1. Linhas de produção. 2. Trabalhadores com deficiência. 3. Programação inteira-mista. 4. Heurísticas construtivas. I. Machado Costa, Alysson, orient. II. Título.

Mayron César de Oliveira Moreira

The assembly line worker integration and balancing problem

Doctoral dissertation submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of the Doctorate Program in Computer Science and Computational Mathematics. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and Computational Mathematics

Advisor: Prof. Dr. Alysson Machado Costa

USP – São Carlos
July 2015

A todos aqueles que acreditaram em mim ...

Agradecimentos

Esta tese foi definitivamente uma obra coletiva. A todos os autores, que contribuíram diretamente ou indiretamente com esta obra, seguem os meus mais sinceros agradecimentos.

Agradeço a Deus pela vida. Aos meus pais, Adilson e Vera, por todo apoio incondicional.

Aos meus irmãos, Amanda e Mayke, e à toda minha família mineira, avó, tios, tias, primos, primas e afilhados. Em especial, fica a minha eterna gratidão às minhas tias Naná, Adalúcia e Arleth.

À minha família de Macaubal, pelos momentos aos quais tenho o prazer de viver desde 2011.

À FAPESP e à CAPES, por todo apoio financeiro.

Aos meus orientadores, Cristóbal Miralles, Rafael Pastor, Jean-François Cordeau e Gilbert Laporte, pelo apoio científico, pela generosidade e pelo respeito.

Ao Alysson, pelas orientações, conversas, momentos descontraídos e pela amizade, a qual me orgulha tanto.

À professora Franklina, por todo apoio durante toda caminhada.

Ao meu amigo Carlos, pelo companheirismo e atenção durante minha estadia em Valência.

Aos meus amigos David, Serge, Bruno, Larissa e Gisa, por me proporcionarem momentos maravilhosos em Montréal.

Aos meus amigos Alex, Thaís, Vinícius, Maikel, Flávio, Rafa, Físico, Januario, Chris e Rafa Rossato, que me estenderam a mão em momentos tão oportunos nesses quatro anos.

Aos meus amigos do LOT, do DOE, do CIRRELT e da vilinha: obrigado por deixarem a minha rotina mais leve.

À Andreza, pelo amor, companheirismo, cumplicidade e carinho. Este momento é nosso!

Resumo

Diversas pesquisas e estudos científicos mostram que uma grande porcentagem das pessoas com deficiência é excluída do mercado de trabalho, sobretudo em países em desenvolvimento. Com o intuito de alterar essa realidade, destacam-se, entre outras medidas, a criação de Centros de Trabalho para Deficientes (CTDs). Tais organizações empregam trabalhadores com deficiência em vários setores empresariais, dando-lhes oportunidades iniciais e preparando-os para que possam, mais tarde, ser inseridos no mercado de trabalho convencional. Vários destes centros operam linhas de produção, principal objeto de estudo desta tese.

Nosso estudo é situado em uma etapa idealmente posterior aos CTDs, referente à inserção de trabalhadores com deficiência em linhas de produção convencionais. A demanda por estudos neste contexto tem crescido nos últimos anos, devido sobretudo a políticas corporativas de responsabilidade social e exigências legislativas, como a "Lei das Cotas", presentes em diversos países.

O planejamento da operação de linhas de produção na presença de trabalhadores com deficiência envolve uma série de desafios, devido à heterogeneidade entre trabalhadores, que faz com que o tempo de execução das tarefas seja dependente de cada indivíduo. Nos deparamos, assim, com um problema de dupla alocação, em que as variáveis de decisão determinam as tarefas a serem inseridas em estações e a alocação de trabalhadores para as mesmas, de modo a otimizar alguma medida de eficiência. O balanceamento de linhas de produção convencionais com uma parcela de trabalhadores com deficiência é denominado *problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores* (ALWIBP, do inglês: *assembly line worker integration and balancing problem*), sendo um caso particular do *problema de balanceamento de linhas de produção e designação de trabalhadores* (ALWABP, do inglês: *assembly line worker assignment and balancing problem*), cuja ocorrência é mais comum em linhas de CTDs.

Nosso objetivo consiste em estudar formas eficientes de proporcionar a integração de trabalhadores com deficiência em linhas convencionais. Para tanto, abordamos variações do ALWIBP que consideram: (*i*) minimização de diferentes funções objetivo (número de estações ou tempo de ciclo); (*ii*) linha de produção com leiautes distintos (simples ou em U); (*iii*) incertezas quanto ao tempo de execução de cada tarefa (abordagem robusta); (*iv*) estratégias de rotação de tarefas ou alocação de trabalhadores com deficiência na linha com espaçamento regular. Para cada uma destas extensões, foram desenvolvidos formulações matemáticas, métodos de resolução e novos conjuntos de instâncias teste.

Experimentos computacionais indicam possibilidades de adaptação de linhas de produção convencionais à inserção de trabalhadores com deficiência, a custos adicionais baixos ou quase nulos. Portanto, este trabalho oferece alternativas para uma maior flexibilidade na integração de pessoas com deficiência, tornando-os tão eficientes quanto qualquer outro trabalhador denominado "convencional".

Palavras-chave: Linhas de produção, integração de trabalhadores com deficiência, programação inteira-mista.

Abstract

A number of studies show that a large percentage of disabled people are excluded from the labor market, in particular in developing countries. In order to deal with this problem, one can highlight the importance of Sheltered Work Centers for Disabled (SWDs). These organizations employ disabled workers in various corporate sectors, giving them initial opportunities and preparing them so that they can be later integrated into the conventional labor market. Many of these centers operate assembly lines, the main object of study of this thesis.

Our study considers an ideally later stage of SWDs, related with the insertion of disabled workers in conventional assembly lines. The demand for studies in this field has grown over the years, due to corporate social responsibility policies and legal requirements such as "quotas legislations", present in many countries.

Planning the operation of assembly lines with disabled workers involves a series of challenges due to the heterogeneity among workers, which are reflected in task times being worker dependent. This results in a double allocation problem, where decisions must determine both the tasks and the workers to be assigned to the stations, in order to optimize some efficiency measure. The conventional assembly line balancing with a parcel of disabled workers is known as the assembly line worker integration and balancing problem (ALWIBP), being a particular case of the assembly line worker assignment and balancing problem (ALWABP), which occurance is more common in SWDs.

Our goal consists in studying efficient ways to promote the integration of people with disabilities in conventional assembly lines. For that, we address ALWIBP variants that consider: (i) minimization of different objective functions (number of stations or cycle time); (ii) different assembly line layouts (simple or U-shaped); (iii) uncertainties on task execution times (robust approach); (iv) job rotation strategies or allocation of disabled workers in the line with regular spacing. For each of these extensions, we develop mathematical formulations, solution methods and new sets of benchmark instances.

Computational experiments indicate possibilities for adapting conventional assembly lines to the insertion of disabled workers, at low or close to null additional costs. Therefore, this study offers alternatives ways of increasing flexibility in the integration of people with disabilities, making them as efficient as any other conventional worker.

Keywords: Assembly lines, integration of disabled workers, mixed-integer programming.

Sumário

Lista de Abreviaturas **xiii**

Lista de Figuras **xv**

Lista de Tabelas **xvii**

1 Introdução **1**

2 Definições formais do problema **5**

2.1 Notações e definições 5

2.2 SALBP 6

2.2.1 Variantes de interesse do SALBP 7

2.2.1.1 SALBP-F 7

2.2.1.2 SALBP-1 9

2.2.1.3 SALBP-2 10

2.2.1.4 SALBP-E 11

2.3 ALBP com trabalhadores heterogêneos 13

2.3.1 Variantes de interesse do ALBP com trabalhadores heterogêneos 14

2.3.1.1 ALWABP-2 14

2.3.1.2 UALWABP 17

2.3.1.3 ALWABP com rotação de tarefas 18

2.3.1.4 ALBP na presença de um único trabalhador com deficiência 20

3 Revisão bibliográfica **23**

3.1 SALBP 23

3.1.1 Variantes de interesse do SALBP 24

3.1.1.1 SALBP-1 24

3.1.1.2 SALBP-2 26

3.1.1.3 SALBP-E 26

3.1.1.4 RSALBP 27

3.1.1.5 UALBP 27

3.1.1.6 ALBP com rotação de tarefas 29

3.1.1.7 ALBP com trabalhadores de diferentes níveis de desempenho 30

3.2 ALBP com trabalhadores heterogêneos 31

3.2.1 Variantes de interesse do ALBP com trabalhadores heterogêneos 31

3.2.1.1 ALWABP-2 31

3.2.1.2 Outras problemas de linhas de produção com trabalhadores heterogêneos . . . 32

4 ALWIBP **35**
4.1 Formulação matemática . . . 35
4.1.1 ALWIBP-1 . . . 35
4.1.2 ALWIBP-1S$_{min}$ . . . 37
4.2 Métodos heurísticos . . . 37
4.2.1 Heurística Construtiva de Inserção . . . 37
4.2.1.1 Estrutura geral da heurística . . . 37
4.2.1.2 Pseudocódigo . . . 40
4.2.1.3 Variantes do algoritmo . . . 40
4.2.2 Heurística de Pós-Otimização . . . 40
4.2.2.1 Busca Local 1 . . . 41
4.2.2.2 Busca Local 2 . . . 42
4.3 Experimentos computacionais . . . 42
4.3.1 Instâncias teste . . . 42
4.3.2 Resultados . . . 43
4.3.2.1 Experimento 1: resultados dos modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$ 43
4.3.2.2 Experimento 2: resultados das heurísticas . . . 47
4.3.2.3 Experimento 3: validação das heurísticas . . . 48

5 RALBP com trabalhadores heterogêneos **53**
5.1 Formulação matemática . . . 53
5.1.1 Modelo MR1 . . . 54
5.1.2 Modelo MR2 . . . 55
5.2 Métodos heurísticos . . . 57
5.2.1 Heurística Construtiva de Inserção - Versão Robusta . . . 57
5.3 Experimentos computacionais . . . 58
5.3.1 Instâncias teste . . . 58
5.3.2 Resultados . . . 58
5.3.2.1 Experimento 1: aplicabilidade da abordagem robusta . . . 59
5.3.2.2 Experimento 2: resultados dos modelos . . . 59
5.3.2.3 Experimento 3: resultados da heurística . . . 60

6 UALWIBP **65**
6.1 Formulação matemática . . . 65
6.1.1 UALWIBP-1 . . . 66
6.1.1.1 Modelo MU1 . . . 66
6.1.1.2 Modelo MU2 . . . 67
6.1.2 UALWIBP-1Cr . . . 68
6.1.2.1 Modelo MUCr1 . . . 68
6.1.2.2 Modelo MUCr2 . . . 68
6.2 Métodos heurísticos . . . 69

6.2.1 Heurística Construtiva de Inserção - Versão linhas em U 69
6.3 Experimentos computacionais 70
6.3.1 Instâncias teste 70
6.3.2 Resultados 70
6.3.2.1 Experimento 1: resultados dos modelos UALWIBP-1 e UALWIBP-1Cr 71
6.3.2.2 Experimento 2: resultados das heurísticas 72
6.3.2.3 Experimento 3: comparações entre as soluções dos modelos UALWIBP-1 e ALWIBP-1 75

7 ALWIBP-2 79
7.1 Formulação matemática 79
7.1.1 ALWIBP-2 79
7.1.2 ALWIBP-2WR 80
7.2 Métodos heurísticos 84
7.2.1 Heurística construtiva baseada em regularidade de trabalhadores 84
7.2.2 Heurística construtiva baseada em regularidade de trabalhadores com aleatoriedade 86
7.3 Experimentos computacionais 86
7.3.1 Instâncias teste 86
7.3.2 Resultados 86
7.3.2.1 Experimento 1: resultados do modelo ALWIBP-2 87
7.3.2.2 Experimento 2: resultados do modelo e heurísticas do ALWIBP-2WR 87

8 ALWIBP com rotação de tarefas 91
8.1 Formulação matemática 91
8.1.1 Modelo Básico 94
8.1.2 Modelo Cíclico 95
8.2 Experimentos computacionais 95
8.2.1 Instâncias teste 95
8.2.2 Resultados 96
8.2.2.1 Experimento: resultados dos modelos Básico e Cíclico 96

9 Conclusões 101

A Heurísticas construtivas de Scholl e Voss (1996) 105

Referências Bibliográficas 109

Lista de Abreviaturas

ALBP	*Assembly Line Balancing Problem*
ALBHW	*Assembly Line Balancing with Hierarquical Worker Assignment*
ALWABP	*Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem*
ALWIBP	*Assembly Line Worker Integration and Balancing Problem*
ALWIBP-2WR	*Assembly Line Worker Integration and Balancing Problem type 2 with Worker Regularity*
B&B	*Branch-and-Bound*
BS	*Iterated Beam Search*
CIH	*Constructive Insertion Heuristic*
CH	*Constructive Heuristic for ALWABP*
CS	*Clustering Search*
CTD	Centros de Trabalho para Deficientes
GRASP	*Greedy Randomized Adaptative Search Procedure*
HAJR	*Hybrid Algorithm for the Job Rotation scheduling*
Het-FSSP	*Heterogeneous Flow Shop Scheduling Problem*
HGA	*Hybrid Genetic Algorithm*
OS	*Order Strength*
PALWABP	*Parallel Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem*
PD	Programação Dinâmica
RALWIBP	*Robust Assembly Line Worker Integration and Balancing Problem*
RICH	*Robust Insertion Constructive Heuristic*
RP	Regra de Prioridade
RSALBP	*Robust Simple Assembly Line Balancing Problem*
SALBP	*Simple Assembly Line Balancing Problem*
SH	*Substitution Heuristic*
SSI	*Solution Similarity Index*
UALBP	*U-shaped Assembly Line Balancing Problem*
UALWABP	*U-shaped Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem*
UALWIBP	*U-shaped Assembly Line Worker Integration and Balancing Problem*
UCIH	*U-shaped Constructive Insertion Heuristic*
WRCH	*Worker Regularity Constructive Heuristic*
WRCHR	*Worker Regularity Constructive Heuristic with Randomness*
WREA	*Worker Regularity Exact Algorithm*
WRGM	*Worker Regularity Generator Model*
WRM	*Worker Regularity Model*

Lista de Figuras

2.1 Grafo (rede) de precedências com 9 tarefas. 6
2.2 Solução do SALBP-F para $m = 5$ e $c = 8$. 8
2.3 Solução do SALBP-1 para $\overline{c} = 9$, obtendo $m = 5$. 9
2.4 Solução do SALBP-1 para $\overline{c} = 9$, obtendo $m = 4$. 10
2.5 Solução do SALBP-2 para $m = 3$ e $c = 13$. A estação s_1 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção. 11
2.6 Solução do SALBP-2 para $m = 3$ e $c = 18$. A estação s_1 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção. 11
2.7 SALBP-E – solução da combinação $m = 3$ e $c = 13$. 12
2.8 Solução do ALWABP com infactibilidade do tipo trabalhador/tarefa. 14
2.9 Solução factível do ALWABP para $m = 3$ e $c = 14$. 14
2.10 Solução do ALWABP-2 para $m = 3$ e $c = 35$. A estação s_2 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção. 15
2.11 Solução do ALWABP-2 para $m = 3$ e $c = 25$. A estação s_3 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção. 15
2.12 Linhas de produção em U com 7 estações de trabalho (Fonte: (Becker e Scholl, 2006)). 17
2.13 Grafo de precedências da Figura 2.1 com a adição da rede de precedências "fantasma". 18
2.14 Solução factível do ALWABP com rotação de tarefas, com 3 estações, 9 tarefas e 2 subperíodos. 19
2.15 Solução do ALWABP com rotação de tarefas com infactibilidade trabalhador/tarefa na estação s_2 (tarefas E e D), relativa ao trabalhador w_2. 19
2.16 Solução do ALWABP com rotação de tarefas com infactibilidade trabalhador/tarefa na estação s_2 (tarefa B), relativa ao trabalhador w_3. 20

4.1 Heurística construtiva de inserção: escolha de qual trabalhador com deficiência inserir nas estações candidatas. 39
4.2 Heurística construtiva de inserção: alocação do trabalhador com deficiência na estação mais apropriada. 39
4.3 Heurística construtiva de inserção: fixação de tarefas e trabalhadores, com a alocação do trabalhador com deficiência restante. 39

6.1 Tarefas candidatas à designação – condições (i) e (ii). 69
6.2 Tarefas candidatas à designação – condição (iii). 69
6.3 Tarefas candidatas à designação – condição (iv), com fixação de estações *backward*. . 70
6.4 Tarefas candidatas à designação – condição (v). 70

7.1 Instância com 8 tarefas e 2 trabalhadores com deficiência. 82
7.2 Solução do ALWIBP-2WR com tempo de ciclo igual a 30 e regularidade igual a 0,8. 82
7.3 Solução do ALWIBP-2WR com tempo de ciclo igual a 25 e regularidade igual a 1,2. 82

8.1 Grafo (rede) de precedências com 15 tarefas. 92
8.2 Solução factível do ALWIBP com rotação de tarefas *Básica*, com 8 estações, 15 tarefas, 4 subperíodos e 3 trabalhadores com deficiência. 93
8.3 Solução factível do ALWIBP com rotação de tarefas *Cíclica* com 8 estações, 15 tarefas, 4 subperíodos e 3 trabalhadores com deficiência. 93

Lista de Tabelas

2.1 Notação. 5
2.2 Versões do SALBP. 7
2.3 Matriz dos tempos de execução dos tarefas no ALWABP. 13

3.1 Trabalhos que estudam balanceamento de linhas de produção com tempos de execução de tarefas dependentes do trabalhador. 33

4.1 Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela CIH 40
4.2 Resultados computacionais dos modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$ ($|N| = 50$) . . 45
4.3 Resultados computacionais dos modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$ ($|N| = 100$) . 46
4.4 Resultados computacionais das abordagens heurísticas ($|N| = 50$) 49
4.5 Resultados computacionais das abordagens heurísticas ($|N| = 100$) 50
4.6 Resultados computacionais da CIH ($|N| = 1000$) 51

5.1 Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela RICH 57
5.2 Número de instâncias cujas soluções obtidas pelo modelo do ALWIBP-1 foram factíveis para o RALWIBP-1. 59
5.3 Número de soluções por status. 60
5.4 Preço da robustez (%) considerando a melhor solução dos modelos MR1 e MR2. . . 61
5.5 Gaps (%) dos modelos MR1 e MR2 obtidos pelo CPLEX. 62
5.6 Tempo computacional(s) dos modelos MR1 e MR2 obtidos pelo CPLEX. 63
5.7 Resultados obtidos pela RICH. 64

6.1 Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela UCIH 70
6.2 Resultados computacionais dos modelos MU1, MU2, MUCr1 e MUCr2 para instâncias médias ($|N| = 50$) e grandes ($|N| = 100$). 71
6.3 Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1 para instâncias médias ($|N| = 50$). 72
6.4 Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1 para instâncias grandes ($|N| = 100$). 73
6.5 Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1Cr para instâncias médias ($|N| = 50$). 73
6.6 Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1Cr para instâncias grandes ($|N| = 100$). 74
6.7 Resultados computacionais da U-CIH para instâncias médias ($|N| = 50$). 75
6.8 Resultados computacionais da U-CIH para instâncias grandes ($|N| = 100$). 76

6.9 Resultados computacionais da U-CIH para instâncias muito grandes ($|N| = 1000$). . 76
6.10 Comparações entre as soluções ótimas dos modelos ALWIBP-1 e UALWIBP-1, para instâncias médias ($|N| = 50$). 77
6.11 Comparações entre as soluções ótimas dos modelos ALWIBP-1 e UALWIBP-1, para instâncias grandes ($|N| = 100$). 77

7.1 Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela CH. 85
7.2 Resultados do modelo ALWIBP-2 com as melhores soluções do modelo SALBP-2 ($|N| = 50$). 87
7.3 Resultados dos algoritmos WREA, WRCH e WRCHR com as melhores soluções do modelo SALBP-2 ($|N| = 50$). 89
7.4 Percentual de instâncias para as quais cada regra de prioridade forneceu a melhor solução ($|N| = 50$). 89

8.1 Exemplo dos tempos de execução das tarefas. A coluna "conv" corresponde ao tempo de execução de cada tarefa por um trabalhador "convencional". 92
8.2 Resultados computacionais dos modelos de rotação de tarefas *Básico* e *Cíclico* ($|N| = 50$). 97
8.3 Resultados computacionais dos modelos de rotação de tarefas *Básico* e *Cíclico* ($|N| = 100$). 98
8.4 Resultados computacionais referentes aos aumentos de tempo de ciclo e percentual de execução de tarefas diferentes, para os modelos de rotação de tarefas *Básico* e *Cíclico* ($|N| = 50$). 98
8.5 Resultados computacionais referentes aos aumentos de tempo de ciclo e percentual de execução de tarefas diferentes, para os modelos de rotação de tarefas *Básico* e *Cíclico* ($|N| = 100$). 99

Capítulo 1

Introdução

Desde os tempos mais remotos, a civilização leva consigo a ideia de que a deficiência é um sinal de desarmonia, impureza, ou até "pecado", segregando e causando várias formas de discriminação (Carmo, 1989). Um exemplo deste descaso pode ser visto na Carta Magna de 1824, considerada a primeira Constituição brasileira. Este documento declarava que pessoas com deficiência não eram capazes de realizar qualquer atividade, não tendo seus direitos garantidos por lei (Paim, 2006).

Segundo o Relatório Mundial sobre a Deficiência, mais de um bilhão de pessoas apresentam algum tipo de necessidade especial, das quais aproximadamente 200 milhões possuem severos tipos de dificuldades funcionais (WHO e WBG, 2011). No Brasil, de acordo com dados do Censo 2010 publicados no fim de 2011, existe um contingente de 15,8 milhões (8,3 % da população) de deficientes físicos.

Pessoas com deficiência foram historicamente excluídas da sociedade, enfrentando restrições a direitos básicos como educação, transporte, moradia, saúde e emprego, em parte causadas pelas barreiras arquitetônicas das cidades. Em particular, a respeito das taxas de empregabilidade, podemos dizer que variam de acordo com o país ou região considerados (Costa e Miralles, 2009). No entanto, em muitas nações, não existem dados de confiança relacionados à presença do portador de deficiência no mercado de trabalho (WHO e WBG, 2011). Para se ter uma ideia, a Organização Internacional do Trabalho (ILO, do inglês *International Labor Organization*) constatou que 16 de 111 países e territórios pesquisados não possuiam dado algum sobre trabalhadores com deficiência (ILO, 2007a). Com base no que há disponível a este respeito, o percentual de vários países em relação à razão de empregabilidade[1] compreende valores que vão desde baixos, como na África do Sul (30%) e Polônia (33%), até signicativos, como na Suíça (81%) e na Noruega (76%) (Mitra, 2008; OECD, 2003).

De acordo com uma pesquisa feita pela Secretaria do Trabalho da cidade de São Paulo, cerca de 90% dos cidadãos deficientes em idade adulta do município estão desempregados (SERPRO, 2004). Recentemente, Garcia (2014) apresentou um mapeamento sobre a inserção formal de trabalhadores com deficiência no mercado de trabalho brasileiro baseado em estatísticas do Censo 2010 e da RAIS 2010 (Relação Anual de Informações Sociais). De acordo com este estudo, a população brasileira com deficiência em idade produtiva corresponde a 6,5 milhões (3,4% da população total). Destes, 3,1 milhões estão desempregados. Levando em conta que os dados indicaram 306 mil vínculos formais para trabalhadores com deficiência, podemos inferir que muitos deles estão em mercados informais, realizando atividades precárias, sem cobertura trabalhista e previdenciária.

Com frequência, fatores como a falta de preparo profissional aliada ao preconceito social e desconhecimento do próprio potencial do trabalhador são apontados como motivos principais da exclusão de pessoas com necessidades especiais do mercado de trabalho (Lobato, 2009). Todavia, tais motivos não são suficientes para explicar este fenômeno, uma vez que fatores políticos e corporativos continuam a influenciar de maneira muito forte essa inclusão social (WHO e WBG,

[1] Do inglês *employment ratio*: mede a razão da taxa de pessoas com deficiência empregadas pela taxa de empregabilidade da população em geral. Notemos que, quanto maior for este valor, menor será a discrepância entre o número de trabalhadores com e sem deficiência que participam do mercado formal.

2011).

Tendo em vista esse contexto, propiciar uma maior participação de pessoas com deficiência no mercado de trabalho vem sendo encarado como um grande desafio. Pesquisas recentes mostram que o trabalho tem influência direta nos âmbitos profissional e pessoal do indivíduo (Lobato, 2009). De acordo com Antunes (2004), o trabalho é fundamental na vida humana porque é condição para a existência social do homem. Giordano (2000) vai além e afirma que o trabalho como uma atividade de cunho social resulta em efeitos psicológicos positivos relevantes para o trabalhador. Além disso, Costa (2001) mostra que o trabalho leva a um aumento na auto-estima e na segurança no enfrentamento de barreiras sociais por parte das pessoas com deficiência.

A declaração e aprovação dos Direitos da Pessoa com Deficiência da Organização das Nações Unidas (ONU), em 1975, representa um marco na história da luta por melhores condições de vida, uma vez que obrigou países membros da ONU a proporem políticas de apoio a pessoas com deficiência. Além disso, mais recentemente, o artigo 27 da Convenção da ONU pelos Direitos das Pessoas com Deficiência reconhece e reforça o direito ao trabalho de maneira igualitária e imparcial (UN, 2006). Assim, com o objetivo de melhorar esse cenário tão desfavorável, algumas iniciativas foram adotadas.

Em países como Alemanha, Nova Zelândia, Canadá e Inglaterra, foram criados fundos de investimentos voltados à capacitação e ao treinamento do trabalhador deficiente (WHO e WBG , 2011). Outros programas que visam a formação técnica e profissional destes trabalhadores estão presentes em países como Bangladesh (Kalimullah e de Klerk, 2008), África do Sul (Coleridge , 2007), Nigéria (Alade, 2004), Camboja (ILO, 2007b) e Estados Unidos (Timmons *et al.*, 2006). O Brasil também possui programas similares aos referenciados acima, promovidos por organizações tais como a AACD (Associação de Assistência à Criança Deficiente) (AACD, 2001), o CVI-Rio (Centro de Vida Independente do Rio de Janeiro) (CVI Rio, 1982) e a FADERS (Fundação de Articulação e Desenvolvimento de Políticas Públicas para Pessoas Portadoras de Deficiência e de Altas Habilidades do Rio Grande do Sul) (FADERS, 1973).

Além de propostas que visam preparar o trabalhador, existe uma extensa legislação que garante os direitos do cidadão com deficiência. O poder público, entretanto, nem sempre garante sua eficácia (Paim, 2006; WHO e WBG, 2011). Particularmente, Lobato (2009) aborda a questão da Lei 8.213 de 1991, mais conhecida como "Lei das Cotas", que obriga a reserva de 2% a 5% das vagas em empresas com mais de 100 funcionários para portadores de deficiência. Por meio de uma série de depoimentos de indivíduos de diferentes níveis de deficiência, Toldrá (2009) mostra que a lei de cotas permitiu uma redução do preconceito e uma maior visibilidade das diferentes capacidades desta parcela da população. Por outro lado, apesar de ser um instrumento de inclusão social, tal iniciativa é criticada por muitos, devido ao seu caráter emergencial e assistencialista (Lobato, 2009).

Uma outra forma de propiciar a inclusão de trabalhadores com deficiência são os Centros de Trabalho para Deficientes (CTDs), empresas sem fins lucrativos com sedes em países como Espanha, Japão, Inglaterra e Suíça. A política destes centros se baseia na contratação do maior número possível de trabalhadores com necessidades especiais, a fim de propiciar treinamento e um primeiro contato com o mercado de trabalho (Chaves, 2009). Idealmente, após um certo período nos CTDs, estas pessoas são absorvidas por empresas convencionais.

Pretendemos situar nosso estudo em linhas de produção na presença de trabalhadores com deficiência, em particular nos ambientes produtivos convencionais. Linhas de produção são componentes essenciais para a fabricação, em larga escala, de itens padronizados. As operações necessárias para a montagem de um produto são compostas por tarefas indivisíveis sujeitas a restrições tecnológicas como, por exemplo, relações de precedências. O transporte de um dado item entre diferentes estações é feito de maneira sequencial e, em cada estação, parte das tarefas necessárias para sua fabricação é executada pelo trabalhador ali alocado.

A motivação de se estudar linhas de produção neste contexto advém o potencial empregatício dessa atividade para pessoas com deficiência. Ford (1922) já descrevia em sua obra (ainda que de forma caricatural) que existiam muitas tarefas na indústria que não exigiam plenas capacidades físicas, podendo ser executadas por trabalhadores com deficiência. Simonelli (2005, 2009) e

Lobato (2009) apresentam dados e realizam estudos de caso que revelam oportunidades de trabalho promissoras no ambiente industrial. Com efeito, o estudo de Simonelli *et al.* (2006) realizado no município de São Carlos mostra que 88% das vagas disponíveis para pessoas com deficiência estão na produção.

Encontrar a melhor designação das tarefas aos trabalhadores respeitando suas restrições de precedência, além de outras peculiaridades do ambiente produtivo, constitui o que chamamos de *problema de balanceamento de linhas de produção* (ALBP, do inglês *assembly lines balancing problem*). No clássico *problema simples de balanceamento de linhas de produção* (SALBP, do inglês: *simple assembly line balancing problem*), devemos nos preocupar com a designação de tarefas às estações, uma vez que trabalhadores as executam em tempos homogêneos. Por outro lado, no *problema de balanceamento de linhas de produção e designação de trabalhadores* (ALWABP, do inglês: *assembly line worker assignment and balancing problem*), típico de ambientes como os CTDs, as particularidades de cada trabalhador fazem com que os tempos de execução das tarefas sejam muito distintos e dependentes do trabalhador escolhido. Isto dá origem a um problema de dupla alocação simultânea (trabalhadores e tarefas a estações de trabalho) de alta complexidade.

O *problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores* (ALWIBP, do inglês: *assembly line worker integration and balancing problem*) ocorre em linhas convencionais em que há um subconjunto de trabalhadores com algum tipo de deficiência, que deve ser incluído ou já faz parte do sistema. O caráter heterogêneo desta parcela de trabalhadores exige que novos modelos e algoritmos sejam desenvolvidos, tratando a questão da dupla alocação sujeita a restrições de precedências e possíveis infactibilidades das designações trabalhador/tarefa. Com efeito, o ALWIBP tem ganhado ênfase em muitos contextos práticos, uma vez que empresas vêm sendo obrigadas a ter um maior cuidado com a inserção de trabalhadores com deficiência em seus quadros de funcionários.

Neste trabalho, pretendemos estudar formas eficientes de se integrar trabalhadores com deficiência em linhas de produção convencionais, abordando variantes do problema que consideram diferentes formatos de linha e distintas características dos tempos de execução das tarefas. Nosso objetivo é mostrar que o bom planejamento de linhas de produção pode tornar invisíveis as dificuldades de trabalhadores com deficiência, levando-os a serem tão eficientes como qualquer outro trabalhador "convencional".

O restante deste documento está estruturado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta uma formalização dos problemas em estudo. O Capítulo 3 efetua uma revisão bibliográfica das abordagens mais próximas a este trabalho. No restante da tese, apresentamos a metodologia proposta, assim como os experimentos computacionais relativos a cada problema abordado. Com efeito, as contribuições deste trabalho são apresentadas do Capítulo 4 ao 8. No Capítulo 4, tratamos do ALWIBP, introduzindo formalmente o problema através de uma formulação matemática. Além disso, estudamos uma variação deste problema e desenvolvemos uma heurística construtiva baseada em regras de prioridade de tarefas. No Capítulo 5, estudamos uma abordagem robusta do ALWIBP, por meio da técnica de *budget* de incerteza (Bertsimas e Sim, 2003, 2004) incorporada a dois novos modelos baseados nos trabalhos mais proeminentes da literatura de linhas de produção com trabalhadores heterogêneos. Por fim, adaptamos a heurística proposta no capítulo anterior a fim de tratar do caso robusto. O Capítulo 6 se concentra em duas variantes do ALWIBP em um ambiente de linhas em U, através de dois modelos matemáticos para cada abordagem e uma outra extensão da heurística do ALWIBP. Estudamos o tipo 2 do ALWIBP no Capítulo 7, apresentando um modelo para o caso mais geral e acrescentando a este problema características que visam distribuir de forma mais uniforme os trabalhadores com deficiência em uma linha de produção. Para tanto, três algoritmos são propostos. O Capítulo 8 propõe dois mecanismos para o planejamento de rotação de tarefas no ALWIBP, baseados na fixação de tarefas nas estações de trabalho e realizando a rotação de trabalhadores em grupos de estações previamente determinados. Assim, o desafio deste problema consiste em determinar uma designação apropriada de tarefas e trabalhadores de forma que o tempo de ciclo máximo do período completo de rotação seja minimizado. Algumas conclusões e novas perspectivas para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 9. Por fim, o Apêndice A descreve um método frequentemente utilizado nos algoritmos propostos: as heurísticas construtivas

de Scholl e Voss (1996).

Observemos que mesmo nos atendo à temática de trabalhadores com deficiência, os problemas propostos, assim como seus métodos de resolução, podem ser diretamente aplicados a linhas de produção na presença de trabalhadores em geral, cujo comportamento na execução de tarefas possua um viés heterogêneo.

Capítulo 2

Definições formais do problema

Neste capítulo, focamos na formalização do ALWABP e algumas de suas variações. Para tanto, a Seção 2.1 apresenta algumas notações e definições. A Seção 2.2 descreve o problema simples de balanceamento denominado SALBP, assim como suas versões mais conhecidas propostas na literatura. Finalmente, a Seção 2.3 aborda o contexto de linhas de produção com trabalhadores heterogêneos, em especial no ambiente dos CTDs, desde o problema geral até algumas extensões, definindo suas características e seus respectivos modelos matemáticos.

2.1 Notações e definições

Nesta seção, apresentamos notações e definições utilizadas para descrever os problemas abordados neste trabalho. Para tanto, tomemos como base a obra de Scholl (1999) a fim de enunciar os conceitos básicos. Alguns termos utilizados neste trabalho podem ser vistos na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: *Notação.*

n	número de tarefas
N	conjunto de tarefas: $\{1, ..., n\}$
i, j	índices para tarefas: $i, j \in N$
$i \preceq j$	relação de precedência direta entre i e j
$i \prec j$	relação de precedência direta e transitiva entre i e j
D_j	conjunto de tarefas imediatamente predecessoras a tarefa j: $\{i \in N;\ i \preceq j\}$
F_j	conjunto de tarefas imediatamente sucessoras a tarefa j: $\{i \in N;\ j \preceq i\}$
E	conjunto de relações de precedências diretas entre tarefas: $\{(i, j);\ i, j \in N, j \in F_i\}$
D_j^*	conjunto de todos os predecessores da tarefa j: $\{i \in N;\ i \prec j\}$
F_j^*	conjunto de todos os sucessores da tarefa j: $\{i \in N;\ j \prec i\}$
E^*	conjunto de todas as relações de precedência entre tarefas: $\{(i, j);\ i, j \in N, j \in F_i^*\}$
m	número de estações
S	conjunto de estações: $\{1, ..., m\}$
s, k	índices para estações: $s, k \in S$
N_s	conjunto de tarefas designadas à estação s
$t(N_s)$	tempo total gasto pelas tarefas designadas à estação s
c	tempo de ciclo: $\max\{t(N_s);\ s \in S\}$
t_j	tempo de execução da tarefa j
t^+	maior tempo de execução de uma tarefa: $\max\{t_j;\ j \in N\}$
t^-	menor tempo de execução de uma tarefa: $\min\{t_j;\ j \in N\}$
t_{sum}	soma dos tempos de execução das tarefas: $\sum_{j \in N} t_j$.

Definição 1 (Grafo de Precedências)**.** *Em problemas de balanceamento de linhas de produção, a relação de precedência entre as tarefas pode ser representada por um grafo direcionado acíclico transitivamente reduzido $G = (N, E)$, em que $N = \{1, \ldots, n\}$ é um conjunto de nós e $E = \{(i, j); i, j \in N, j \in F_i\}$ um conjunto de arcos. Semanticamente, os nós são as tarefas a serem alocadas na linha e os arcos as relações entre elas.*

Uma tarefa i que deve ser executada antes de uma tarefa j é chamada de predecessora, enquanto j é denominada sucessora. O par (i, j) pode ter precedência direta ou imediata se nenhuma das tarefas que sucede i é predecessora de j. Além disso, o nó correspondente a uma tarefa sem predecessores (sucessores) é chamado de origem (sumidouro).

A respeito da orientação dos arcos, o grafo G pode ser considerado de duas maneiras: forward e backward. A primeira constitui a abordagem convencional, ou seja, com os arcos em sua configuração original. Já a segunda forma de visualizar a relação entre as tarefas assume a orientação reversa de G, definida por meio do grafo G^t, cujas origens tornam-se sumidouros, predecessores tornam-se sucessores, e vice-versa.

A Figura 2.1 apresenta um exemplo de grafo de precedências com 9 tarefas, no qual podemos ver, por exemplo, que a tarefa D deve ser executada antes das tarefas F e G, mas depois das tarefas A e E. Os valores acima de cada nó correspondem ao tempo de execução de cada tarefa.

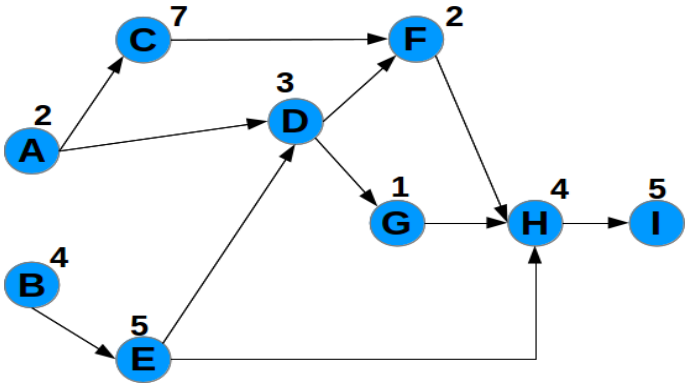


Figura 2.1: *Grafo (rede) de precedências com 9 tarefas.*

Definição 2 (*Order strength*)**.** *Razão entre o número de relações de precedência de um grafo G e o maior número possível de arestas,* $\dfrac{2|E|}{n(n-1)}$.

Definição 3 (Balanceamento da Linha)**.** *Uma designação ou alocação é definida por meio da partição do conjunto N em m subconjuntos disjuntos ordenados N_s, com $s \in S$ e tal que, para todo par $(i, j) \in E$, se $i \in N_{s_1}$ e $j \in N_{s_2}$, então $s_1 \leq s_2$. A factibilidade de uma alocação é garantida para um dado tempo de ciclo c se o tempo gasto para executar as tarefas em cada estação não exceder esse valor $(t(N_s) \leq c, s \in S)$. Desta forma, uma alocação factível constitui um balanceamento da linha. Notemos que dada a propriedade indivisível das tarefas, uma condição necessária para um balanceamento é a de que $c \geq t^+$.*

Nas próximas seções, estudamos os problemas abordados na literatura relevantes a este trabalho. Na Seção 2.2, apresentamos o problema simples de balanceamento e suas variações de interesse no nosso estudo. Posteriormente, na Seção 2.3, apresentamos alguns problemas de linhas de produção na presença de trabalhadores com deficiência.

2.2 SALBP

A fabricação de produtos em uma linha de montagem se dá a partir de um conjunto de tarefas. Estas, por sua vez, possuem um tempo de execução pré-determinado e estão sujeitas a restrições de precedência, como apresentado na Seção 2.1.

O problema simples de balanceamento de linhas de produção, denominado SALBP, é um problema clássico na literatura, tendo motivado diversos trabalhos (Battaïa e Dolgui, 2013; Baybars , 1986; Becker e Scholl, 2006; Scholl e Becker, 2006). Segundo Scholl (1999), as principais características do SALBP são:

- produção em massa de um produto homogêneo (sistema produtivo de apenas um tipo de produto);
- linhas ritmadas, isto é, cada estação tem um tempo máximo (tempo de ciclo) para realizar todas as tarefas alocadas a ela;
- tempos de processamento das tarefas, t_j, fixos e determinísticos;
- ausência de restrições de designação além das restrições de precedência de tarefas;
- linha de leiaute serial com tarefas sendo executadas em um único lado da linha, na presença de m estações de trabalho;
- estações de trabalho igualmente equipadas nos aspectos físicos e de trabalhadores;
- presença de exatamente um trabalhador em cada estação de trabalho;
- diferentes tipos de medidas podem ser avaliadas, tais como tempo de ciclo (c), número de estações (m) e eficiência da linha (E).

A Tabela 2.2, proposta por Scholl e Becker (2006), apresenta as quatro extensões mais elementares do SALBP. Cada linha da tabela considera o atributo número de estações (m), enquanto cada coluna se refere ao tempo ciclo (c). Por meio de variações entre um atributo fixo ("Dado") e um que desejamos otimizar ("Min."), definimos as principais versões deste problema: SALBP-F, SALBP-1, SALBP-2 e SALBP-E. Nas próximas subseções, cada uma dessas abordagens é estudada.

Tabela 2.2: *Versões do SALBP.*

m \ c	Dado	Min.
Dado	SALBP-F	SALBP-2
Min.	SALBP-1	SALBP-E

2.2.1 Variantes de interesse do SALBP

A seguir, apresentamos as variantes de interesse do SALBP estudadas neste trabalho.

2.2.1.1 SALBP-F

O SALBP-F é um problema de factibilidade que consiste em determinar se uma alocação é factível para uma dada combinação do número de estações (m) e do tempo de ciclo (c). A Figura 2.2 apresenta um exemplo de solução factível para esse problema, com $m = 5$ e $c = 8$. Notemos que não teríamos um balanceamento possível na linha caso $m = 5$ e $c = 7$ ou $m = 4$ e $c = 8$.

Wee e Magazine (1982) e Scholl (1999) mostram que o SALBP-F pertence à classe dos problemas NP-Completos. O raciocínio usado pelos autores se baseia na redução do *problema de partição*[1], em tempo polinomial, a uma instância do SALBP-F. Para tanto, restrições de precedência das tarefas são relaxadas e tomamos $m = 2$ e $c = p_{sum}/2$.

[1] O *problema de partição* pertence a classe dos problemas NP-Completos. O objetivo consiste em decidir se existe um conjunto de números inteiros que pode ser dividido em dois conjuntos com a mesma soma de valores.

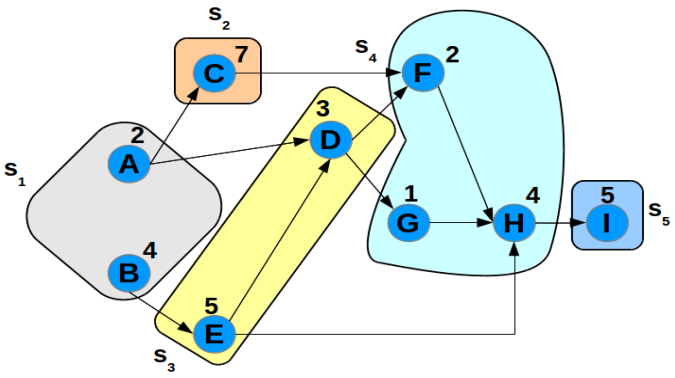


Figura 2.2: *Solução do SALBP-F para $m = 5$ e $c = 8$.*

Uma propriedade empregada tanto na literatura do SALBP-F quanto em outras variantes do SALBP (veja Seções 2.2.1.2, 2.2.1.3 e 2.2.1.4) consiste em restringir as estações às quais uma tarefa pode ser designada por meio de suas relações de precedência. Assim, surgem as definições de estação mais cedo e estação mais tarde de uma tarefa j, denotadas por ${e_j}^{c'}$ e ${l_j}^{m',c'}$, respectivamente. Segundo Scholl (1999), ${e_j}^{c'}$ e ${l_j}^{m',c'}$ podem ser definidas por:

$$ {e_j}^{c'} = \left\lceil \left(t_j + \sum_{i \in D_j^*} t_i \right) / c' \right\rceil \qquad \forall j \in N \tag{2.1} $$

$$ {l_j}^{m',c'} = m' + 1 - \left\lceil \left(t_j + \sum_{i \in F_j^*} t_i \right) / c' \right\rceil \qquad \forall j \in N \tag{2.2} $$

A equação (2.1) estabelece um limitante inferior para a estação a qual j pode ser inserida, para um dado tempo de ciclo c'. De fato, ${e_j}^{c'}$ estabelece que a tarefa j não deve ser alocada antes que todas suas tarefas predecessoras sejam executadas. Analogamente, pode-se usar a equação (2.2) para a obtenção de um limitante superior da estação a qual j será designada, dado um número de estações m' e um tempo de ciclo c'.

A partir do cálculo de ${e_j}^{c'}$ e ${l_j}^{m',c'}$, definimos o conjunto de todas as estações às quais a tarefa j pode ser designada, denotado por ${SI_j}^{m',c'} = \{s \in S;\ {e_j}^{c'} \leq s \leq {l_j}^{m',c'}\}$. Além disso, obtemos o conjunto de todas as tarefas que podem eventualmente ser designadas à estação s, dado por ${B_s}^{m',c'} = \{j \in N;\ s \in {SI_j}^{m',c'}\}$. Finalmente, notemos que para o SALBP-F, tomamos os parâmetros c' e m' utilizados em (2.1)–(2.2) iguais a c e m, respectivamente.

Modelagem matemática

Nesta seção, apresentamos a modelagem matemática do SALBP-F proposta por Patterson e Albracht (1975). Por se tratar de um problema de factibilidade, a função objetivo é omitida. Dados m estações e um tempo de ciclo c, o modelo é mostrado a seguir.

$$ x_{sj} = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{se a tarefa } j \text{ é designada à estação } s \\ 0 & \text{caso contrário} \end{array} \right\} \qquad \forall j \in N, \forall s \in {SI_j}^{m,c} \tag{2.3} $$

sujeito a

$$ \sum_{s \in {SI_j}^{m,c}} x_{sj} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{2.4} $$

$$\sum_{s \in SI_i{}^{m,c}} sx_{si} \leq \sum_{s \in SI_j{}^{m,c}} sx_{sj} \qquad \forall j \in N, \forall i \in \{i' \in D_j;\ e_j{}^c \leq l_{i'}{}^{m,c}\} \tag{2.5}$$

$$\sum_{j \in B_s{}^{m,c}} t_j x_{sj} \leq c \qquad \forall s \in S \tag{2.6}$$

$$x_{sj} \in \{0,1\} \qquad \forall s \in SI_j{}^{m,c}, \forall j \in N. \tag{2.7}$$

As restrições (2.4) indicam que toda tarefa deve ser executada em uma estação. As relações de precedência entre tarefas são respeitadas por meio das restrições (2.5). Finalmente, as restrições (2.6) asseguram que o tempo total gasto em cada estação na execução das tarefas não ultrapasse o tempo de ciclo.

2.2.1.2 SALBP-1

O SALBP-1 é um problema de otimização que herda características do SALBP-F, diferindo no seguinte aspecto: neste problema, dado um tempo de ciclo pré-determinado, $\overline{c}$, o objetivo consiste em minimizar o número de estações da linha de produção. Este problema pertence à classe dos problemas NP-Difíceis, cuja solução pode ser obtida através da resolução iterativa de várias instâncias do SALBP-F (Scholl, 1999; Wee e Magazine, 1982). Em relação à sua aplicabilidade, o SALBP-1 aparece em contextos em que se sabe, *a priori*, boas estimativas da demanda, permitindo assim uma previsão da taxa de produtividade desejada.

Nas Figuras 2.3 e 2.4, vemos duas soluções factíveis para o SALBP-1, em que o exemplo da Figura 2.4 obtém um balanceamento com menos estações, quando comparado com a solução da Figura 2.3.

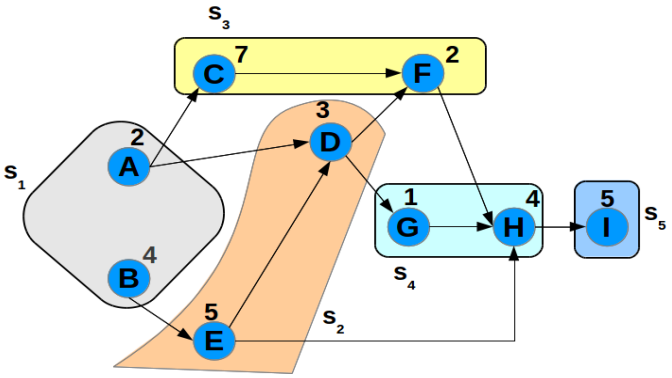


Figura 2.3: *Solução do SALBP-1 para* $\overline{c} = 9$*, obtendo* $m = 5$*.*

Modelagem matemática

A formulação apresentada nesta seção se refere ao trabalho de Patterson e Albracht (1975). Nesta abordagem, os autores modelam a função objetivo por meio da introdução de um nó destino fictício q. Assim, seja q uma tarefa artificial e D_q o conjunto das tarefas imediatamente predecessoras de q, formado por todas aquelas que não possuem sucessores no grafo de precedências e definido por $D_q = \{i \in N;\ F_i = \varnothing\}$. Em seguida, façamos o tempo de execução da tarefa q nulo ($t_q = 0$). Deste modo, através do conjunto de tarefas modificado, $N' = N \cup \{q\}$, do novo conjunto de relações de precedência, $E' = \{(i,j);\ i,j \in N', j \in F_i\}$, e do limitante superior para o número de estações denotado por $\overline{m}$, apresentamos o modelo para o SALBP-1:

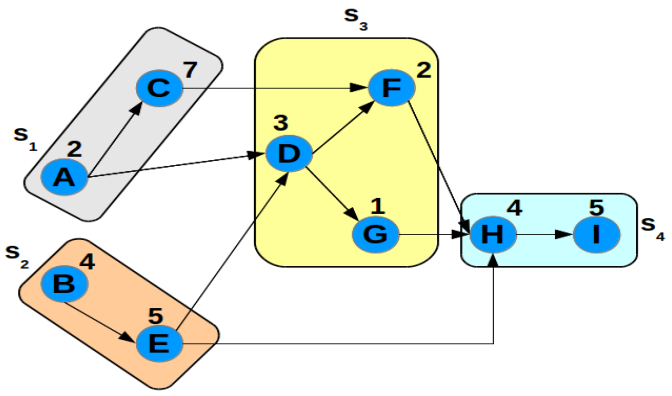


Figura 2.4: *Solução do SALBP-1 para $\overline{c} = 9$, obtendo $m = 4$.*

$$\text{minimize} \sum_{s \in SI_q^{\overline{m},\overline{c}}} sx_{sq} \tag{2.8}$$

sujeito a

$$\sum_{s \in SI_j^{\overline{m},\overline{c}}} x_{sj} = 1 \qquad \forall j \in N' \tag{2.9}$$

$$\sum_{s \in SI_i^{\overline{m},\overline{c}}} sx_{si} \leq \sum_{s \in SI_j^{\overline{m},\overline{c}}} sx_{sj} \qquad \forall j \in N', \forall i \in \{i' \in D_j;\ e_j^{\overline{c}} \leq l_{i'}^{\overline{m},\overline{c}}\} \tag{2.10}$$

$$\sum_{j \in B_s^{\overline{m},\overline{c}}} t_j x_{sj} \leq \overline{c} \qquad \forall s \in \{1, ..., \overline{m}\} \tag{2.11}$$

$$x_{sj} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in SI_j^{\overline{m},\overline{c}}, \forall j \in N'. \tag{2.12}$$

Neste modelo, minimizar o número de estações consiste em encontrar a estação de menor índice para a designação da tarefa q (equação (2.8)). As restrições (2.4)–(2.7) possuem o mesmo valor semântico das restrições (2.9)–(2.12), com a diferença de que, nas últimas, consideramos a tarefa fictícia e um limitante para o número de postos de trabalho ($\overline{m}$).

2.2.1.3 SALBP-2

O SALBP-2 é um problema de otimização que consiste em minimizar o tempo de ciclo c da linha de produção, dado um número pré-estabelecido de estações de trabalho m. Assim como o SALBP-1, o SALBP-2 pertence à classe dos problemas NP-Difíceis, cuja solução ótima depende da resolução de pelo menos uma instância do SALBP-F (Scholl e Becker, 2006). As Figuras 2.5 e 2.6 apresentam dois exemplos distintos para o problema.

Em contextos práticos, Scholl e Becker (2006) afirmam que o SALBP-2 pode ter até mais relevância que o SALBP-1, uma vez que está presente quando existem variações da demanda que requerem uma reestruturação da produção, enquanto o SALBP-1 muitas vezes surge apenas na instalação da linha.

Modelagem matemática

Para a formulação proposta do SALBP-2, serão aproveitadas as restrições do SALBP-F. No entanto, seja $\overline{c}$, agora, um limitante superior do tempo de ciclo. Dadas essas considerações, apresentamos a seguir uma das modelagens presentes na literatura para o SALBP-2.

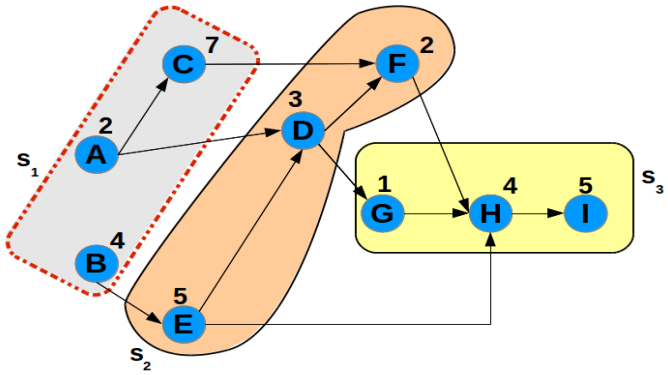


Figura 2.5: *Solução do SALBP-2 para $m = 3$ e $c = 13$. A estação s_1 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção.*

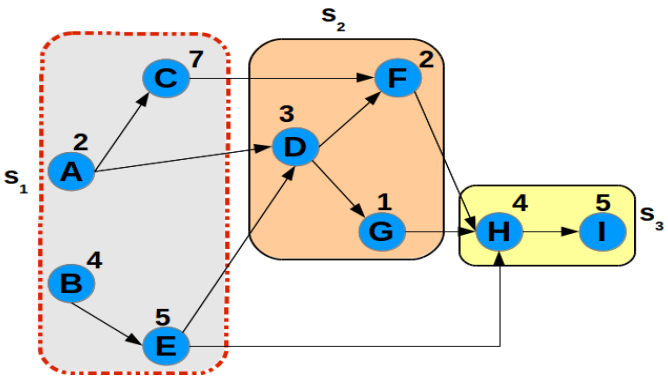


Figura 2.6: *Solução do SALBP-2 para $m = 3$ e $c = 18$. A estação s_1 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção.*

$$\text{minimize } c \tag{2.13}$$

sujeito a

$$\sum_{s \in SI_j{}^{m,\bar{c}}} x_{sj} = 1 \qquad \forall j \in N \tag{2.14}$$

$$\sum_{s \in SI_i{}^{m,\bar{c}}} s x_{si} \leq \sum_{s \in SI_j{}^{m,\bar{c}}} s x_{sj} \qquad \forall j \in N, \forall i \in \{i' \in D_j;\ e_j{}^{\bar{c}} \leq l_{i'}{}^{m,\bar{c}}\} \tag{2.15}$$

$$\sum_{j \in B_s{}^{m,\bar{c}}} t_j x_{sj} \leq c \qquad \forall s \in S \tag{2.16}$$

$$x_{sj} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in SI_j{}^{m,\bar{c}}, \forall j \in N. \tag{2.17}$$

As restrições (2.14) garantem a designação de cada tarefa na linha de produção. As precedências entre tarefas são garantidas pelas restrições (2.15). Além disso, as restrições (2.16) determinam o tempo de ciclo como o tempo total gasto pelo trabalhador na estação mais carregada da linha.

2.2.1.4 SALBP-E

O SALBP-E é a versão mais geral das quatro variações principais do SALBP e visa a maximização da eficiência da linha por meio da minimização simultânea de m e c (Scholl e Becker, 2006). De acordo com Scholl (1999), esse problema pertence à classe dos proble-

mas NP-Difíceis.

Em geral, maximizamos a eficiência da linha no SALBP-E através da fórmula $e = \frac{t_{sum}}{mc}$. No entanto, outras abordagens equivalentes já foram propostas na literatura a fim de resolver esse problema, tais como:

- Minimização da capacidade da linha, $cap = mc$;
- Minimização do tempo de atraso do balanceamento (*delay time*), $dt = mc - t_{sum}$;
- Minimização da taxa de atraso do balanceamento (*delay ratio*), $dr = 1 - \frac{t_{sum}}{mc}$.

A Figura 2.7 apresenta um exemplo factível para o SALBP-E, com $m = 3$ e $c = 13$. Para tanto, utilizamos o grafo de precedências ilustrado na Figura 2.1. Neste exemplo, adotamos uma representação linear das tarefas nas estações, na qual o grupo de tarefas (A,B,C), (E,D) e (F,G,H,I) pertencem às estações 1, 2 e 3, respectivamente. Além disso, este formato nos permite visualizar a quantidade de tempo ocioso presente em cada estação como sendo os espaços entre a última tarefa de cada estação e o início do próximo ciclo de produção. Notemos que os valores de e, cap, dt, dr são 0,84, 39, 6, 0,15, respectivamente.

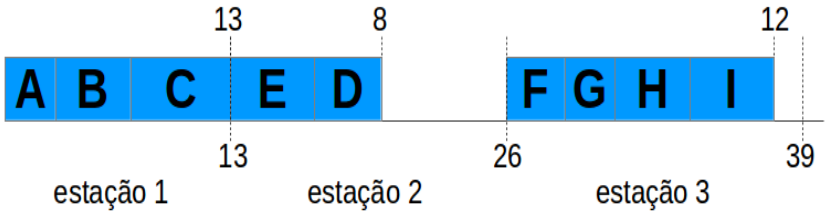


Figura 2.7: *SALBP-E – solução da combinação $m = 3$ e $c = 13$.*

Modelagem matemática

A formulação do SALBP-E considera uma função objetivo não-linear, minimizando o produto mc. A seguir, apresentamos o modelo proposto na literatura que possui as mesmas restrições do SALBP-1, diferindo apenas na função objetivo.

$$\text{minimize} \left(\sum_{s \in SI_q^{\overline{m},\overline{c}}} sx_{sq} \right) c \tag{2.18}$$

sujeito a

$$\sum_{s \in SI_j^{\overline{m},\overline{c}}} x_{sj} = 1 \qquad \forall j \in N' \tag{2.19}$$

$$\sum_{s \in SI_i^{\overline{m},\overline{c}}} sx_{si} \leq \sum_{s \in SI_j^{\overline{m},\overline{c}}} sx_{sj} \qquad \forall j \in N', \forall i \in \{i' \in D_j;\ e_j^{\overline{c}} \leq l_{i'}^{\overline{m},\overline{c}}\} \tag{2.20}$$

$$\sum_{j \in B_s^{\overline{m},\overline{c}}} t_j x_{sj} \leq c \qquad \forall s \in \{1, ..., \overline{m}\} \tag{2.21}$$

$$x_{sj} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in SI_j^{\overline{m},\overline{c}}, \forall j \in N'. \tag{2.22}$$

A formulação acima minimiza a capacidade da linha como sendo o produto do tempo de ciclo pelo número mínimo de estações (2.18). As equações (2.19)–(2.22) remetem às restrições (2.4)–(2.7), com a diferença de que os índices das variáveis desta modelagem estão sujeitos aos limitantes de estações e tempo de ciclo.

2.3 ALBP com trabalhadores heterogêneos

Apesar do SALBP ser tema de um grande número de trabalhos publicados na literatura, este problema possui limitações do ponto de vista prático. Becker e Scholl (2006) afirmam que as suposições do SALBP são muito restritas se levarmos em conta as linhas de produção encontradas na prática. Em particular, no contexto dos CTDs, fica inviável tentar resolver o balanceamento utilizando essa abordagem, uma vez que os trabalhadores destes centros executam as tarefas em tempos bastante heterogêneos. Deste modo, após investigar as características das linhas de montagem em CTDs, Miralles *et al.* (2007) propuseram o ALWABP, um problema pertencente à classe do NP-Difíceis, por se tratar de uma generalização do SALBP.

No ALWABP, assim como no SALBP, as tarefas devem ser designadas às estações de trabalho, sujeitas a restrições de precedência, a fim de otimizar alguma medida de eficiência. A principal diferença entre estes dois problemas está no fato de que as particularidades dos trabalhadores nos CTDs fazem com que o tempo de execução de cada tarefa seja distinto e dependente do trabalhador designado a ela. Além disso, em alguns casos, podem haver trabalhadores que não são capazes de realizar certas tarefas. Surge, assim, um problema de dupla alocação, cujo objetivo é designar as tarefas às estações, levando em conta as precedências entre elas e evitando infactibilidades do tipo trabalhador/tarefa. A seguir, apresentamos um exemplo a fim de dimensionar as dificuldades inerentes a este problema.

Considere a Tabela 2.3 com sendo a matriz de tempos de execução das tarefas[2] em uma linha de produção com 3 trabalhadores e 9 tarefas. Notemos que, enquanto no SALBP, os exemplos mostrados anteriormente (veja Seção 2.2) preconizavam desempenhos homogêneos entre os trabalhadores, no ALWABP isso não ocorre. Neste caso, podemos ver uma grande variabilidade nos tempos de execução das tarefas pelos trabalhadores, além de situações nas quais os mesmos não conseguem executar um subconjunto de tarefas, como os trabalhadores w_1, w_2 e w_3 para as tarefas F, D e B, respectivamente. Nesta seção, os próximos exemplos de soluções para o ALWABP e suas variações utilizarão a matriz de tempos da Tabela 2.3 como base.

Tarefas	**Trabalhadores**		
	w_1	w_2	w_3
A	5	7	40
B	4	4	∞
C	11	10	2
D	3	∞	9
E	2	∞	7
F	∞	12	3
G	10	3	25
H	30	1	20
I	15	9	35

Tabela 2.3: *Matriz dos tempos de execução dos tarefas no ALWABP.*

As Figuras 2.8 e 2.9 representam duas alocações para o ALWABP. Apesar de ambas respeitarem as precedências entre as tarefas, a solução da Figura 2.8 é infactível, pois o trabalhador w_2 é designado para a execução da tarefa E. Uma troca de posição entre os trabalhadores w_1 e w_2 gera a solução mostrada na Figura 2.9, que respeita todas as restrições do problema.

De forma similar ao SALBP-1, o ALWABP-1 também está associado à otimização do número de estações e o ALWABP-2 à minimização do tempo de ciclo.

[2]Por convenção, a infactibilidade da tarefa para algum trabalhador é representada pelo símbolo ∞.

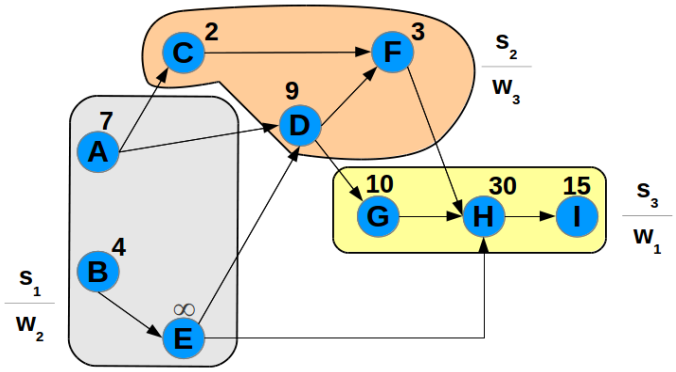


Figura 2.8: *Solução do ALWABP com infactibilidade do tipo trabalhador/tarefa.*

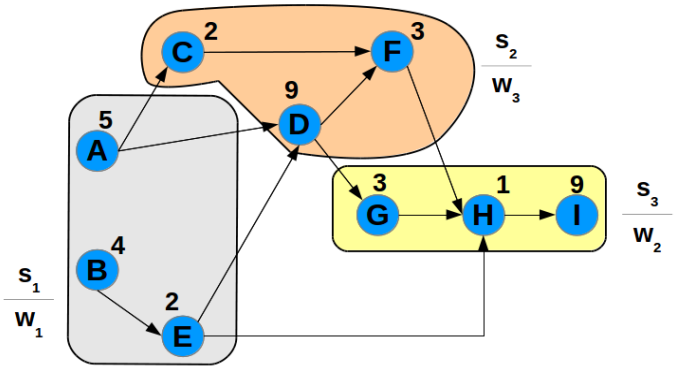


Figura 2.9: *Solução factível do ALWABP para* $m = 3$ *e* $c = 14$.

2.3.1 Variantes de interesse do ALBP com trabalhadores heterogêneos

A seguir, apresentamos as variantes de interesse do ALBP com trabalhadores heterogêneos estudadas neste trabalho.

2.3.1.1 ALWABP-2

Devido às características assistenciais dos CTDs, a política de emprego presente em grande parte destes centros consiste em dar oportunidades para o maior número possível de trabalhadores. Assim, a situação mais típica encontrada neste ambiente pode ser modelada através do ALWABP-2, ou seja, dado um número fixo de trabalhadores, buscamos otimizar a eficiência da linha por meio da minimização de seu tempo de ciclo. As Figuras 2.10 e 2.11 mostram duas soluções factíveis para o problema.

Modelagem matemática

A primeira formulação matemática do ALWABP-2 foi proposta por Miralles *et al.* (2007). A seguir, apresentamos uma formulação de Moreira e Costa (2009), usando restrições de precedência adaptadas de Ritt e Costa (2013), além das notações da Seção 2.1 e de uma nomeclatura adicional, introduzida na sequência. Considere $W = \{1, ..., o\}$ como o conjunto de trabalhadores com deficiência ($|W| = |S|$) e t_{wi} como o tempo gasto pelo trabalhador w para executar a tarefa i. Definimos $W_i = \{w \in W; t_{wi} \neq \infty\}$ como o conjunto de trabalhadores que são capazes de executar a tarefa i e $N_w = \{i \in N; w \in W_i\}$ como o conjunto de tarefas cujo trabalhador w é capaz de executar. Sejam x_{swi} uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa i é designada ao trabalhador w na estação s e y_{sw} uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador w é alocado na estação s. Assim, podemos escrever este modelo como:

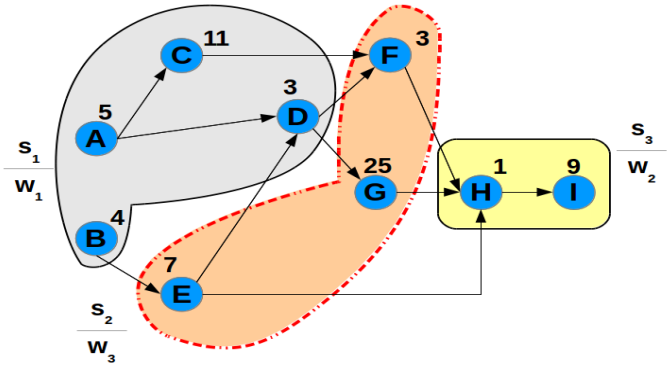


Figura 2.10: *Solução do ALWABP-2 para $m = 3$ e $c = 35$. A estação s_2 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção.*

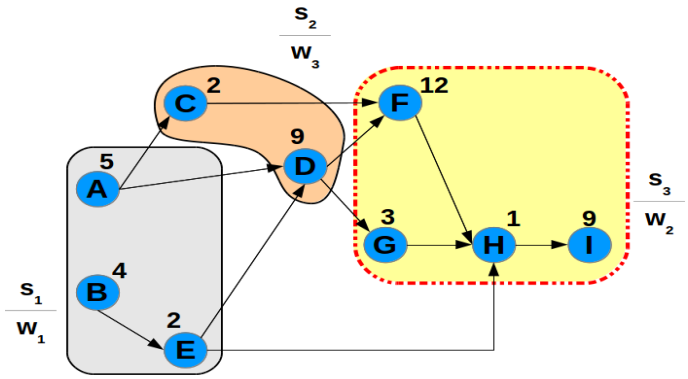


Figura 2.11: *Solução do ALWABP-2 para $m = 3$ e $c = 25$. A estação s_3 em destaque representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção.*

$$\text{minimize } c \tag{2.23}$$

sujeito a

$$\sum_{w \in W_i} \sum_{s \in S} x_{swi} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{2.24}$$

$$\sum_{s \in S} y_{sw} = 1 \qquad \forall w \in W \tag{2.25}$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} = 1 \qquad \forall s \in S \tag{2.26}$$

$$\sum_{w \in W_i} \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{swi} \leq \sum_{w \in W_j} \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{swj} \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j, \forall k \in S \backslash \{1\} \tag{2.27}$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{swi} \leq c \qquad \forall s \in S \tag{2.28}$$

$$x_{swi} \leq y_{sw} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w \tag{2.29}$$

$$y_{sw} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{2.30}$$

$$x_{swi} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w. \tag{2.31}$$

O objetivo do modelo inteiro-misto (2.23)–(2.31) é a minimização do tempo de ciclo. As restrições (2.24) garantem que cada tarefa seja alocada a um trabalhador, enquanto as restrições (2.25) e (2.26) asseguram que cada trabalhador é designado a uma única estação de trabalho e

cada estação recebe um único trabalhador, respectivamente. As restrições (2.27) estabelecem as precedências entre tarefas. Tratam-se, neste modelo, de uma versão das restrições propostas por Ritt e Costa (2013), escolhidas devido ao seu desempenho superior às demais restrições de precedência conhecidas. Explicamos esta restrição através de um exemplo. Considerando a solução da Figura 2.11, tomemos a relação de precedência entre as tarefas A e C. Para $k = 2$, observemos que $\sum_{w \in W}(x_{2wA} + x_{3wA}) = 0$ e $\sum_{w \in W}(x_{2wC} + x_{3wC}) = 1$, o que torna a designação válida para este par de tarefas. Analisando $k = 3$, segue que $\sum_{w \in W} x_{3wA} = 0$ e $\sum_{w \in W} x_{3wC} = 0$. Deste modo, notemos que se $i \in D_j$ e $i \in N_k$, então j deve ser executada na própria estação k ou em outra posterior. Assim, no nosso exemplo, se A pertencesse à estação s_2 e C pertencesse a s_1, para $k = 2$, teríamos $\sum_{w \in W}(x_{2wA} + x_{3wA}) = 1 \leq 0 = \sum_{w \in W}(x_{2wC} + x_{3wC})$, o que torna a solução infactível. As restrições (2.28) definem a função objetivo c como o maior dos tempos gastos em uma estação de trabalho, enquanto que as restrições (2.29) garantem que uma tarefa é executada por um trabalhador w na estação s se este trabalhador estiver designado à estação em questão.

Recentemente, Borba e Ritt (2014a) introduziram uma nova formulação que considera a designação de tarefas a trabalhadores e sua posição relativa na linha de produção. Sejam x_{wi} uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa $i \in N$ é designada ao trabalhador $w \in W$ e $d_{w'w}$ uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador w' precede o trabalhador w. Esta formulação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\text{minimize } c \tag{2.32}$$

sujeito a

$$\sum_{w \in W_i} x_{wi} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{2.33}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{wi} \leq c \qquad \forall w \in W \tag{2.34}$$

$$d_{ww'} \geq x_{wi} + x_{w'j} - 1 \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j, \forall w \in W_i, \forall w' \in W_j \backslash \{v\} \tag{2.35}$$

$$d_{ww''} \geq d_{ww'} + d_{w'w''} - 1 \qquad \forall \{w, w', w''\} \subseteq W; |\{w, w', w''\}| = 3 \tag{2.36}$$

$$d_{ww'} + d_{w'w} \leq 1 \qquad \forall w \in W, \forall w' \in W \backslash \{w\} \tag{2.37}$$

$$x_{wi} \in \{0, 1\} \qquad \forall w \in W, \forall i \in N_w \tag{2.38}$$

$$d_{ww'} \in \{0, 1\} \qquad \forall w \in W, \forall w' \in W \backslash \{w\}. \tag{2.39}$$

Restrições (2.33) estabelecem que cada tarefa deve ser executada por um trabalhador. Restrições (2.34) garantem que a carga de trabalho de cada estação não deve exceder o tempo de ciclo. Relações de precedência entre tarefas são impostas pelas restrições (2.35): se as tarefas i e j são designadas aos trabalhadores w e w', respectivamente, então o trabalhador w deve preceder o trabalhador w'. As restrições (2.36) indicam relações de transitividade entre os trabalhadores, enquanto as restrições (2.37) revelam propriedades antissimétricas na alocação destes.

Borba e Ritt (2014a) também mostram que o modelo acima pode ser melhorado adicionando as seguintes restrições de continuidade de tarefas:

$$x_{wj} \geq x_{wi} + x_{wj'} - 1 \qquad \forall i \in N, \forall j \in F_i^*, \forall j' \in F_j^*, \forall w \in W_i \cap W_j \cap W_{j'} \tag{2.40}$$

$$x_{wj'} + x_{wi} \leq 1 \qquad \forall i \in N, \forall j \in F_i^*, \forall j' \in F_j^*, \forall w \in W_i \cap (W \backslash W_j) \cap W_{j'}. \tag{2.41}$$

As restrições (2.40) forçam que a tarefa j seja executada pelo trabalhador w sempre que ambas as tarefas predecessora i e sucessora j' sejam executadas pelo mesmo trabalhador. Restrições (2.41) estabelecem que se uma tarefa i é designada ao trabalhador w e sua sucessora (predecessora) j é infactível para w ($t_{wj} = \infty$), então nenhum sucessor (predecessor) de j podem ser designados a w.

2.3.1.2 UALWABP

O problema de linhas de produção com leiaute em U foi proposto e formulado por Miltenburg e Wijngaard (1994). Neste tipo de linha de montagem, as estações de trabalho são dispostas em forma de U, de modo que um mesmo trabalhador pode participar de etapas distintas na fabricação de um produto. Basicamente, a principal diferença entre as linhas simples e linhas em U está no fato de que, nestes sistemas de manufatura, uma estação s pode conter não apenas tarefas cujos predecessores foram alocados em estações anteriores ou na própria estação s, mas também tarefas cujos predecessores serão executados até que o produto retorne pela segunda vez nesta estação (Monden, 1998). Assim, a alocação de tarefas neste ambiente pode ser feita de modo *forward* e *backward*. A Figura 2.12 apresenta um exemplo de uma linha em U, no qual S_1 e S_5 participam duas vezes do processo produtivo. Na literatura, cada uma dessas estações recebe o nome de estação *crossover* (*crossover station*).

Para ilustrar essa situação, tomemos a Figura 2.12. Suponhamos que existam $i, j \in N$ tal que $i \in D_j$, $i \in N_{S_7}$ e $j \in N_{S_5}$. Notemos que se considerarmos somente disposição *forward* do grafo de precedências, essa designação torna-se inviável, já que S_5 vem antes de S_7. No entanto, isso pode ser contornado se utilizarmos uma alocação de tarefas *backward*, a qual $j \in D_i$ e a posição das tarefas nas estações é então coerente, de modo que o trabalhador de S_5 deixe para executar j somente no retorno do fluxo da linha em sua estação, com a tarefa i finalizada.

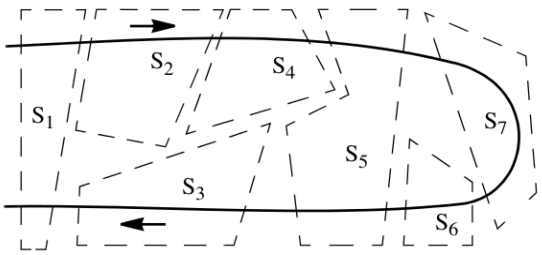


Figura 2.12: *Linhas de produção em U com 7 estações de trabalho (Fonte: (Becker e Scholl, 2006)).*

A aplicabilidade efetiva de linhas em U pode ser atestada em empresas de alcance global, tais como Volvo, Toyota e Allen-Bradley. De fato, foi constatado que esta configuração pode melhorar fatores como redução do inventário (*work-in-process*) e evitar atrasos nas datas de entrega (Miltenburg, 2001b). Tais informações confirmam a flexibilidade e eficiência das linhas em U, no sentido de promover a interação dos trabalhadores em vários estágios do processo.

Ao nosso conhecimento, Miralles *et al.* (2005) foram os únicos a estudar o problema de linhas em U no contexto dos CTDs, denominando-o UALWABP (do inglês: *U-shaped assembly line worker assignment and balancing problem*). Assim como no ALWABP, os autores restringiram-se ao UALWABP-2, por se tratar de uma situação mais comum nos CTDs.

Modelagem matemática

A extensão do modelo matemático do ALWABP para o caso de linhas em U possui a alocação de tarefas de modo *forward* e *backward*. Para contornar isso, Miralles *et al.* (2005) adotaram uma estratégia similar a de Urban (1998), que consiste em adicionar à rede de precedências original um grafo de precedências "fantasma". A Figura 2.13 apresenta um exemplo desta abordagem, com os nós "fantasma" em cinza e o conjunto de relações de precedência destes nós em linhas pontilhadas. Assim, iniciando na metade deste grafo extendido, podemos realizar designações *forward* por meio do grafo original e *backward* através do grafo "fantasma".

A fim de apresentar o modelo proposto para o UALWABP-2, seja v_{swi} uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa i é designada ao trabalhador w na estação s no grafo de precedências "fantasma". A formulação do modelo UALWABP-2 é mostrada na sequência.

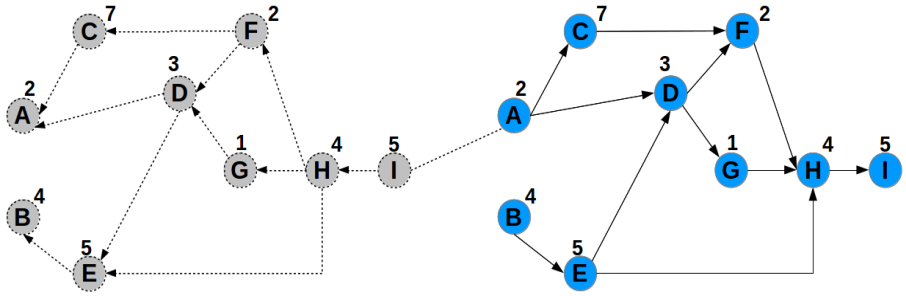


Figura 2.13: *Grafo de precedências da Figura 2.1 com a adição da rede de precedências "fantasma".*

$$\text{minimize } c \tag{2.42}$$

sujeito a

$$(2.25)\text{–}(2.26), (2.30)\text{–}(2.31) \text{ e}$$

$$\sum_{w \in W_i} \sum_{s \in S} (x_{swi} + v_{swi}) = 1 \qquad \forall i \in N \tag{2.43}$$

$$\sum_{w \in W_i \cap W_j} \sum_{s \in S} (m - s + 1)(x_{swi} - x_{swj}) \geq 0 \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j \tag{2.44}$$

$$\sum_{w \in W_i \cap W_j} \sum_{s \in S} (m - s + 1)(v_{swj} - v_{swi}) \geq 0 \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j \tag{2.45}$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{i \in N_w} t_{wi}(x_{swi} + v_{swi}) \leq c \qquad \forall s \in S \tag{2.46}$$

$$x_{swi} + v_{swi} \leq y_{sw} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w \tag{2.47}$$

$$v_{swi} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w. \tag{2.48}$$

As restrições (2.43), (2.46) e (2.47) possuem o mesmo valor semântico que as restrições (2.24), (2.28) e (2.29) do ALWABP-2, respectivamente, com a diferença de que, para o UALWABP, consideramos alocações de tarefas no sentido *forward* e *backward*. As restrições (2.44) e (2.45) garantem que a precedência de tarefas seja respeitada no grafo original e no grafo "fantasma".

2.3.1.3 ALWABP com rotação de tarefas

Em linhas de produção convencionais, o mecanismo de rotação de tarefas é muito comum e se baseia no pressuposto de que a troca de tarefas designadas a trabalhadores durante um certo período pode aumentar o desempenho e satisfação dos empregados. Eriksson e Ortega (2006) afirmam que este recurso pode ser favorável não somente para os que participam diretamente da rotação, mas também para pessoas de escalas hierárquicas superiores, como por exemplo, os empregadores. Os resultados desta prática contribuem para que os trabalhadores sejam mais generalistas, uma vez que passam a ter uma visão mais ampla do sistema (Champion *et al.*, 1994; Ouchi, 1981), além de ajudar na prevenção de doenças comuns no trabalho, tais como estresse muscular e lesões por esforço repetitivo (Michalos *et al.*, 2010). Em um estudo específico de um departamento de coleta de lixo, Kuijer *et al.* (1999) mostram que houve uma redução da carga de trabalho física por parte dos trabalhadores, melhorando questões de cunho postural do mesmos.

No caso dos CTDs, esse último aspecto assume uma relevância considerável, já que segundo Miralles *et al.* (2007), trabalhadores com deficiência necessitam, em geral, de um maior acompanhamento médico do que normalmente é feito. Desta forma, além do desenvolvimento de habilidades latentes do trabalhador, a rotação de tarefas poderia ser vista com caráter terapêutico. No que se refere ao desenvolvimento profissional, outro benefício desta prática está relacionada à inclusão do

trabalhador com deficiência em linhas convencionais, auxiliado pela exposição do mesmo a tarefas diferentes.

A grande dificuldade desse problema está na variabilidade existente entre os trabalhadores deficientes, tornando a simples estratégia de troca de trabalhadores entre subperíodos um risco à factibilidade da solução. Com base no grafo de precedências da Figura 2.1, as Figuras 2.14, 2.15 e 2.16 apresentam três exemplos com 3 trabalhadores, 9 tarefas e 2 subperíodos. Notemos que as inviabilidades nas instâncias das Figuras 2.15 e 2.16, representadas pelas tarefas verdes, são devido a duas alterações distintas: troca de trabalhadores das estações s_2 e s_3 e inserção da tarefa B na estação s_2. Em ambos os casos, os trabalhadores w_2 e w_3 são incapazes de realizar algumas das tarefas alocadas em suas estações de trabalho no último subperíodo.

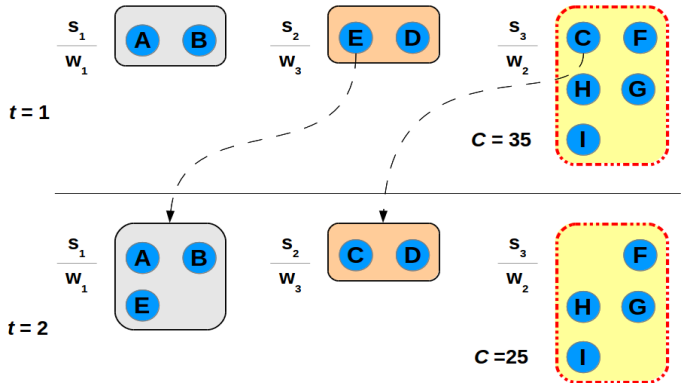


Figura 2.14: *Solução factível do ALWABP com rotação de tarefas, com 3 estações, 9 tarefas e 2 subperíodos.*

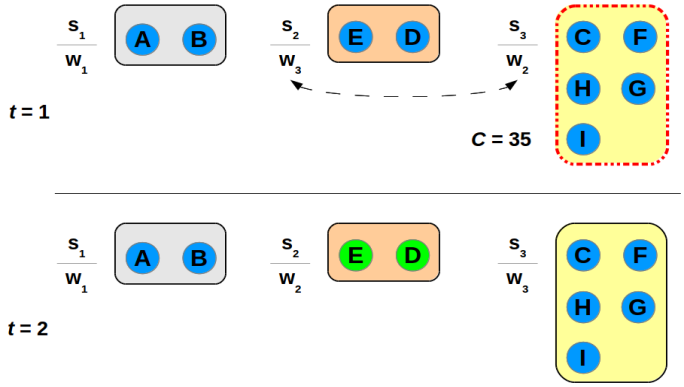


Figura 2.15: *Solução do ALWABP com rotação de tarefas com infactibilidade trabalhador/tarefa na estação s_2 (tarefas E e D), relativa ao trabalhador w_2.*

Modelagem matemática

Costa e Miralles (2009) foram os primeiros a estudar o ALWABP no contexto da rotação de tarefas, propondo como métrica o número de tarefas diferentes executadas pelos trabalhadores durante o período completo de rotação. Além disso, o controle de uma perda aceitável na eficiência da linha é feito através de restrições do modelo, limitando a soma dos tempos de ciclo dos subperíodos dentro de uma tolerância pré-estabelecida pelo tomador de decisões. Considere $T = \{1, ..., \bar{t}\}$ como o conjunto de subperíodos, $\tilde{c}$ como o tempo de ciclo médio desejado e c_t como o tempo de ciclo do subperíodo t. Sejam x_{swit} uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa i é designada ao trabalhador w alocado na estação s no subperíodo t e y_{swt} uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador w é alocado na estação s no subperíodo t. Definimos z_{wi} como uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador w executa a tarefa i em pelo menos um subperíodo. O modelo de rotação de tarefas é apresentado abaixo:

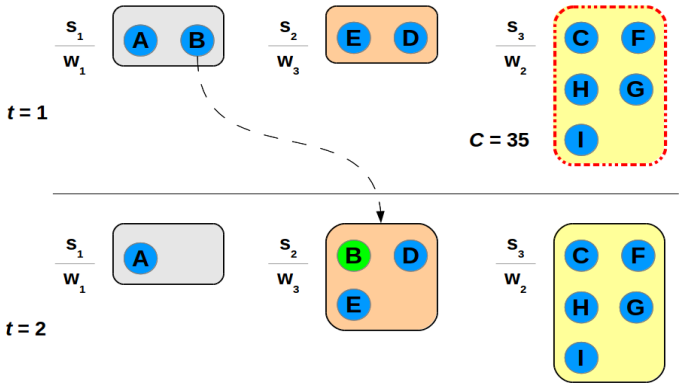


Figura 2.16: *Solução do ALWABP com rotação de tarefas com infactibilidade trabalhador/tarefa na estação s_2 (tarefa B), relativa ao trabalhador w_3.*

$$\text{maximize} \sum_{w \in W} \sum_{i \in N} z_{wi} \tag{2.49}$$

sujeito a

$$\sum_{w \in W_i} \sum_{s \in S} x_{swit} = 1 \qquad \forall i \in N, \forall t \in T \tag{2.50}$$

$$\sum_{s \in S} y_{swt} = 1 \qquad \forall w \in W, \forall t \in T \tag{2.51}$$

$$\sum_{w \in W} y_{swt} = 1 \qquad \forall s \in S, \forall t \in T \tag{2.52}$$

$$\sum_{w \in W_i} \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{swit} \leq \sum_{w \in W_j} \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{swjt} \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j, \forall k \in S \backslash \{1\}, \forall t \in T \tag{2.53}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{swit} \leq c_t \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall t \in T \tag{2.54}$$

$$x_{swit} \leq y_{swt} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w, \forall t \in T \tag{2.55}$$

$$\sum_{t \in T} c_t \leq |T| \tilde{c} \tag{2.56}$$

$$z_{wi} \leq x_{swit} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w, \forall t \in T \tag{2.57}$$

$$y_{swt} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall t \in T \tag{2.58}$$

$$x_{swit} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w, \forall t \in T. \tag{2.59}$$

A função objetivo (2.49) maximiza o número de tarefas diferentes executadas pelos trabalhadores. As restrições (2.50)–(2.55) garantem que as restrições do ALWABP sejam respeitadas para todo subperíodo. As restrições de acoplamento (2.56) e (2.57) estabelecem um limitante superior $\tilde{c}$ para o tempo de ciclo médio da rotação de tarefas[3] e que as variáveis z_{wi} representem, de fato, a execução de uma tarefa i pelo trabalhador w, respectivamente.

2.3.1.4 ALBP na presença de um único trabalhador com deficiência

Ao contrário das versões do ALWABP apresentadas anteriormente, nesta seção nos interessamos pelo problema de balanceamento de linhas presente em fábricas convencionais, na presença de apenas um trabalhador com deficiência. Tal motivação vem da própria política de inclusão es-

[3] A média aritmética é usada na literatura mas um trabalho futuro pode considerar a produtividade real, dada pela média harmônica.

tabelecida pelos CTDs, cujo objetivo final é a inserção de pessoas com deficiência no mercado de trabalho convencional.

Este problema consiste em um caso particular do ALWABP-2, podendo ser modelado e resolvido através de técnicas similares. Na subseção seguinte, apresentamos o modelo matemático proposto em (Costa *et al.*, 2009; Moreira *et al.*, 2009).

Modelagem matemática

A formulação do ALWABP-2 apresentada na Seção 2.3.1.1 poderia ser empregada para resolver o problema de balanceamento de linhas convencionais na presença de um trabalhador com deficiência. Assim, $|W| - 1$ trabalhadores teriam tempos de execução iguais e múltiplas soluções similares poderiam ser obtidas pela troca de posição de dois ou mais destes trabalhadores. No intuito de eliminar estas simetrias, Moreira *et al.* (2009) e Costa *et al.* (2009) modelam esse problema por meio de uma adaptação do modelo do SALBP-2 (veja Seção 2.2.1.3). Assim, seja y_s uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador com deficiência é alocado na estação s. Definimos a_i como o tempo adicional que o trabalhador com deficiência executa as tarefas quando comparado com um trabalhador "convencional" e L como uma constante suficientemente grande. A seguir, apresentamos uma versão desta modelagem.

$$\text{minimize } c \tag{2.60}$$

sujeito a

$$\sum_{s \in S} x_{si} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{2.61}$$

$$\sum_{s \in S} y_s = 1 \tag{2.62}$$

$$\sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{si} \leq \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{sj} \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j, \forall k \in S \backslash \{1\} \tag{2.63}$$

$$\sum_{i \in N} t_i x_{si} \leq c \qquad \forall s \in S \tag{2.64}$$

$$\sum_{i \in N} (t_i + a_i) x_{si} \leq c + L(1 - y_s) \qquad \forall s \in S \tag{2.65}$$

$$y_s \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S \tag{2.66}$$

$$x_{si} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall i \in N. \tag{2.67}$$

Além das restrições (2.61), (2.63), (2.64) e (2.67), com origem no SALBP-2, a minimização do tempo de ciclo está sujeita às seguintes condições. As restrições (2.62) garantem que o único trabalhador deficiente seja alocado em uma estação de trabalho. Caso o trabalhador com deficiência esteja alocado à estação s, então as restrições (2.65) asseguram que o tempo de ciclo é respeitado nesta seção. Notemos que o valor de L deve ser suficientemente grande para desativar estas restrições para os casos em que $y_s \neq 1$. Para tanto, Costa *et al.* (2009) sugerem o uso de $L = \sum_{i \in N} a_i$. Para contornar as infactibilidades trabalhador/tarefa para uma dada $i \in N$, os autores definem $a_i = p_{sum}$ no caso em que o trabalhador não consiga executar a tarefa i, ou seja, um limitante superior de c obtido se um trabalhador "convencional" executasse todas as tarefas sozinho.

Capítulo 3

Revisão bibliográfica

O objetivo deste capítulo é apresentar uma revisão da literatura de problemas referentes a linhas de produção na presença de trabalhadores heterogêneos, enfatizando o ambiente dos CTDs. A organização desta parte do trabalho possui a seguinte estrutura: primeiramente, na Seção 3.1, são apresentadas análises sobre o SALBP e algumas extensões do ALBP. Já a Seção 3.2 apresenta artigos relacionados ao ALBP com trabalhadores heterogêneos, envolvendo as primeiras formulações e métodos de resolução do ALWABP, assim como trabalhos que se referem a algumas de suas extensões e problemas correlatos.

3.1 SALBP

Desde a primeira formulação do ALBP proposta por Salveson (1955), diversos *surveys* têm compilado os resultados de anos de estudo nesta área de pesquisa. De fato, foi a partir dos anos 80 que se viu um impulso no desenvolvimento de métodos para a resolução deste problema, já que antes disto poucas empresas utilizavam algoritmos específicos para o planejamento de linhas de produção (Chase, 1974; Schöniger e Spingler, 1989).

O artigo de Baybars (1986) constitui um dos *surveys* mais importantes na literatura do SALBP. Neste trabalho, o autor apresenta uma revisão das abordagens e formulações propostas para esse problema em anos anteriores a 1986. Com o foco em descrever generalizações do SALBP, Becker e Scholl (2006) estudam problemas de linhas de produção que diferem quanto ao leiaute, tempos de processamento das tarefas (determinísticos ou estocásticos), função objetivo e a presença ou não de outras restrições de designação. Scholl e Becker (2006) apresentam uma compilação de métodos exatos e heurísticos aplicados ao SALBP-1, SALBP-2 e SALBP-E. Boysen *et al.* (2007, 2008) se concentram em revisões que visam a classificação das variantes desse problema simples de balanceamento, além de indicar lacunas favoráveis ao desenvolvimento de novas extensões.

Ritt e Costa (2013) comparam diferentes restrições de precedência do SALBP em termos da qualidade de suas relaxações lineares e propõem novas desigualdades. Battaïa e Dolgui (2013) apresentam uma nova classificação de problemas de linhas de produção em termos de número de linhas balanceadas, atributos das tarefas, atributos das estações de trabalho, restrições do problema e funções objetivo. De fato, essa taxonomia constitui um dos mais completos artigos de revisão encontrados na literatura, com mais de 300 artigos catalogados. Sivasankaran e Shahabudeen (2014) realizam um estudo do estado da arte do SALBP e variações dividindo-o em 8 tipos de problemas dependentes dos seguintes parâmetros: tipo do modelo (linhas simples ou múltiplas), natureza dos tempos de processamento (determinístico ou estocástico) e tipo da linha (*straight* ou linhas em U). O trabalho de Pape (2015) fornece uma análise de 12 heurísticas e 9 limitantes inferiores publicados até 2011, testados utilizando conjuntos de dados recentemente disponibilizados na literatura. Além de categorizar os métodos abordados pelo seu desempenho nas instâncias teste, o autor propõe melhorias em um procedimento de programação dinâmica e de busca tabu. Citamos, por fim, o estudo conduzido por Pereira (2015), que consiste em um levantamento sobre limitantes inferiores existentes para o SALBP, assim como a proposição de novos procedimentos para calculá-los e uma

adaptação destes em outras variantes de problemas de linhas de produção.

3.1.1 Variantes de interesse do SALBP

A seguir, apresentamos alguns trabalhos que compõem o estado da arte das variantes de interesse do SALBP estudadas neste trabalho.

3.1.1.1 SALBP-1

Estudos a respeito do SALBP-1 já datam mais de 50 anos. Muitos dos trabalhos utilizam limitantes inferiores do problema de *bin packing*, já que o SALBP-1 relaxado nas restrições de precedência é equivalente a esse problema (Scholl e Becker, 2006). Outros limitantes podem ser vistos em (Baybars, 1986; Johnson, 1988; Scholl e Klein, 1997). A maioria dos métodos exatos aplicados ao SALBP-1 se resumem a técnicas de programação dinâmica (PD) e *branch and bound* (B&B). Nas primeiras abordagens, Jackson (1956) e Held *et al.* (1963) subdividem as estações em estágios e o conjunto de alocações factíveis de tarefas como estados. De modo alternativo, Gutjahr e Nemhauser (1964) transformam o SALBP-1 em um problema de caminho mínimo ao modificar o método de Jackson (1956) de forma que os arcos do grafo representem os tempos ociosos das estações (*idle times*).

Johnson (1988) propõe uma versão de um algoritmo de B&B com ramificação nas tarefas, denominando-o FABLE. Mais tarde, Nourie e Venta (1991) desenvolvem o algoritmo *OptPack*, que ramifica o B&B nas estações de trabalho. Os autores implementam uma estrutura em árvore para armazenar as soluções parciais, levando a uma poda mais eficiente do que a observada no FABLE. Em um método conhecido como EUREKA, Hoffmann (1992) também expande a árvore do B&B pelas estações, construindo as soluções nos sentidos *forward* e *backward* dentro de um tempo limite pré-determinado.

Um grande salto na qualidade de resolução dos problemas se deu a partir do método SALOME (acrônimo do inglês *Simple Assembly Line Optimization MEthod*), proposto por Scholl e Klein (1997). Esta abordagem faz uso de um esquema de geração de nós filhos com base na ideia de limitante inferior local (*local lower bound*), de forma bidirecional, através de novos limitantes e regras de redução e dominância. Em seguida, os autores propõem melhorias ao SALOME (Scholl e Klein, 1999a), inserindo regras de dominância que utilizam a estrutura de Nourie e Venta (1991) e uma extensão da regra de Jackson (1956), além de uma regra dinâmica de renumeração que favorece as tarefas a serem alocadas na estação atual, preservando sua ordem topológica. Ainda no mesmo ano, Sprecher (1999) considera uma reformulação do problema SALBP-1 como o problema de programação de projetos, com resultados competitivos aos melhores da literatura.

Peeters e Degraeve (2006) desenvolvem uma formulação baseada na Decomposição de Dantzig-Wolfe, resolvida por um algoritmo de geração de colunas. Devido à complexidade deste modelo, os autores propõem outra modelagem relaxando as restrições de precedência no problema mestre, resolvendo-a por meio de um B&B. Apesar do elevado custo computacional na resolução das grandes instâncias, esta abordagem apresentou bons limitantes inferiores.

Mais de uma década se passou até o SALOME ser superado pelo BB&R (do inglês: *branch, bound, and remember algorithm*), proposto por Sewell e Jacobson (2012). Este método híbrido é baseado em B&B e PD. Assim, enquanto o B&B utiliza os limitantes obtidos para eliminar alguns nós da árvore, a PD trabalha com memória para manter soluções parciais, eliminando subproblemas gerados que porventura são dominados pelos já armazenados. Esta abordagem contempla diferentes estratégias, tais como ramificação orientada a estação (assim como o FABLE e *OptPack*), limitantes inferiores do problema *bin packing*, limitante superior gerado por uma nova versão da heurística de Hoffmann (Hoffmann, 1992), regras de dominância, formas de ramificação baseada no cálculo da estação mais cedo e estação mais tarde e uma nova estratégia de busca que adapta a conhecida *best first search* com um caráter cíclico, voltando ao nível menos profundo da árvore quando uma certa profundidade é atingida. Os experimentos numéricos mostraram o poder desse algoritmo,

que resolve na otimalidade todas as instâncias clássicas propostas em (Hoffmann, 1990, 1992; Scholl e Klein, 1997; Talbot *et al.*, 1986) em uma média de 6 segundos.

No intuito de sanar as limitações encontradas nos clássicos *benchmarks* disponíveis na literatura, Otto *et al.* (2013) apresentam um novo gerador de problemas teste que agrega características comuns a linhas de produção encontradas em contextos práticos. Com isso, instâncias de caráter mais desafiador foram propostas, variando aspectos como número de tarefas, distribuição dos tempos de execução, morfologia e densidade do grafo de precedências. Munidos desse novo conjunto de dados, Morrison *et al.* (2014) testaram novamente o desempenho do BB&R já descrito nesta seção. Os autores propõem uma nova regra de *backtracking* para resolver em especial instâncias de grande porte. Nesta abordagem, o método reduz substancialmente a quantidade de memória utilizada para armazenar nós parciais da árvore. Como resultado, este algoritmo conseguiu provar otimalidade de 86% dos problemas que ainda não haviam sido resolvidos.

O trabalho de Pastor e Ferrer (2009) se destaca pelo desenvolvimento de melhorias nas formulações clássicas do SALBP-1 e SALBP-2 (veja as Seções 2.2.1.2 e 2.2.1.3). Através de um novo conjunto de restrições, a designação de cada tarefa às suas respectivas estações candidatas (veja Seção 2.2.1.1) é limitada, caso estas não estejam instaladas na solução atual. De acordo com os testes computacionais, as desigualdades propostas aumentam a quantidade de instâncias resolvidas na otimalidade em ambos os problemas, além de reduzir o número de exemplares que não se conhecia sequer alguma solução factível.

É considerável o número de métodos heurísticos para o SALBP-1. Hoffmann (1963) propõe uma heurística construtiva com alocação de tarefas bidirecional, designando a cada estação o subconjunto que minimize o tempo ocioso. Wee e Magazine (1982) adaptam heurísticas do problema de *bin packing* e as resolvem com um enfoque no SALBP-1. Em (Talbot *et al.*, 1986), são comparadas 26 heurísticas implementadas para esse problema. Um trabalho com o mesmo caráter pode ser visto em (Ponnambalam *et al.*, 1999). Scholl e Voss (1996) implementam seis regras de prioridade para outro método construtivo. Além disso, os autores adaptam uma versão de um algoritmo de busca tabu. Em particular, esse trabalho se destaca por resolver também o tipo 2 do SALBP (veja Seção 3.1.1.2).

Fleszar e Hindi (2003) propõem uma melhoria na heurística de Hoffmann (1963), motivados pela deficiência desta em apresentar valores altos de tempos ociosos nas últimas estações de trabalho alocadas. Neste método, as tarefas são alocadas alternando entre abordagens *forward* e *backward* do grafo de precedências. Em comparação com os outros algoritmos presentes na literatura, essa nova estratégia se mostra competitiva. Bautista e Pereira (2009) implementam um conjunto de regras de prioridade utilizadas para reduzir o espaço de busca dentro de um algoritmo de programação dinâmica. Com esse artifício, esse método é capaz de resolver 267 das 269 instâncias clássicas em cerca de 10 minutos, em média.

Inspirado pelo bom desempenho da heurística de Fleszar e Hindi (2003), Sternatz (2014) propõe um algoritmo que preza pela generalidade, uma vez que é capaz de agregar de forma flexível vários requerimentos relevantes de linhas de produção em indústrias automotivas. Os resultados numéricos comprovam a qualidade deste método, mostrando sua competitividade mesmo quando comparado a outros procedimentos desenvolvidos para problemas mais específicos.

Otto e Otto (2014) apresentam uma proposta inovadora ao investigar como regras de prioridade podem ser projetadas a fim de produzir soluções com alto nível de diversidade, precisão e eficiência. Por meio de princípios como agregação, composição, especificidade estrutural e influência aleatória, os autores realizam baterias de testes com as diversas variações das principais regras de prioridade e reportam conclusões interessantes sobre o comportamento das mesmas em instâncias com 1000 tarefas. De fato, Baykasoğlu e Özbakır (2015) corroboram com a ideia de que regras de prioridade funcionam melhor se foram utilizadas de forma complementar e não de forma isolada. Além destes estudos, observou-se o emprego de metaheurísticas tais como algoritmos genéticos (Gonçalves e Almeida, 2002; Kim *et al.*, 2000; Sabuncuoglu *et al.*, 2000), busca tabu (Chiang, 1998; Lapierre *et al.*, 2006; Scholl e Voss, 1996), *simulated annealing* (Heinrici, 1994) e algoritmos baseados em colônias de formigas (Bautista e Pereira, 2002; Zheng *et al.*, 2012).

Heurísticas baseadas no algoritmo SALOME e no *método do caminho crítico* (CPM, do inglês: *critical path method*), amplamente utilizado em problemas de gerenciamento de projetos, podem ser vistas em (Yeh e Kao, 2009). Finalmente, apresentamos dois artigos que modelam o SALBP-1 como uma rede de Petri. Kilincci e Bayhan (2006) estabelecem que as transições da rede são representadas pelas tarefas e cada arco remete ao desenho do grafo de precedências. Invariantes destas redes são propostas posteriormente (Kilincci e Bayhan, 2008). Em ambos os casos, os resultados computacionais mostram a eficácia da abordagem.

3.1.1.2 SALBP-2

Ao contrário do que acontece para o SALBP-1, existem poucos métodos que resolvem diretamente o SALBP-2. Scholl (1994) propõe um B&B que usa um limitante superior inicial por meio de um algoritmo de busca tabu. O método utiliza busca em profundidade, e regras de prioridade são aplicadas para a designação das tarefas às estações. A melhoria desta abordagem se deu com o SALOME-2, proposto por Klein e Scholl (1996) e visando agregar as qualidades advindas do SALOME-1 no contexto do ALBP do tipo 2. Os resultados computacionais mostram que o algoritmo se comporta bem diante das instâncias testadas, provando a otimalidade em 71% dos casos, com tempo médio de 157 segundos.

À exceção dos métodos enumerativos apresentados acima, algoritmos desenvolvidos para o SALBP-2 consistem, em geral, de estratégias do SALBP-1 utilizadas de forma iterativa, por meio de limitantes inferiores e superiores, que podem ser vistos com mais detalhes em (Scholl e Klein , 1999a). Com base nesses limitantes, técnicas de busca sequencial ou binária são aplicadas para encontrar o menor tempo de ciclo dentro desse intervalo que leve a uma solução factível com m estações. Trabalhos desse cunho são encontrados em (Hackman *et al.*, 1989; Scholl e Voss, 1996). Já Ugurdag *et al.* (1997) propõem uma heurística executada em duas fases, utilizando a formulação inteira do problema e um procedimento baseado no método Simplex. Ainda podemos encontrar artigos ligados ao desenvolvimento de metaheurísticas, tais como a versão paralela de busca tabu proposta por Bock e Rosenberg (2000) e adaptações de *simulated annealing* (Heinrici, 1994) e algoritmo genético (Kim *et al.*, 1996; Nearchou, 2007; Watanabe *et al.*, 1995).

Kilincci (2010) resolve o SALBP-2 através de um método baseado em redes Petri. Nesse contexto, a análise de alcançabilidade e o movimento de marcas dos estados da rede (comumente chamados de *tokens*) são úteis para determinar tarefas disponíveis a serem designadas às estações de trabalho. Os resultados obtidos relativos ao aumento do tempo de ciclo em relação às melhores soluções variam de 2,73% a 3,22%.

3.1.1.3 SALBP-E

O referencial bibliográfico do SALBP-E se resume em grande parte a estratégias similares ao SALBP-2. Mais precisamente, diversas combinações de m e c são feitas dentro de seus respectivos limitantes a fim de maximizar a eficiência da linha. Um exemplo de trabalho deste tipo pode ser visto em (Zäpfel, 1975).

Plans e Corominas (1999) apresentam modelos e uma adaptação da heurística *relax-and-fix* para tratar o problema. Mesmo com testes realizados em um pequeno número de instâncias, os autores mostram que esse método é eficiente e obtém soluções de boa qualidade. Wei e Chao (2011) desenvolvem uma nova formulação que otimiza simultaneamente a eficiência e o tempo ocioso das estações. Através de experimentos numéricos aplicados a uma linha de produção específica para a fabricação de computadores e com algumas instâncias da literatura, os autores comprovam que essa proposta consegue resolver problemas com um número reduzido de variáveis e restrições em baixo tempo computacional. Pouco depois, García-Villoria e Pastor (2013) apresentam uma errata que contribui para um melhor entendimento do trabalho de Wei e Chao (2011), levando em conta correções de notações, definições e erros tipográficos.

3.1.1.4 RSALBP

Modelos determinísticos podem ser inapropriados para alguns tipos de problemas de decisão. Nesses casos, fatores relativos a incerteza devem ser levados em conta na modelagem a fim de prover uma melhor representação do contexto estudado. Considerando linhas de produção, Becker e Scholl (2006) afirmam que tempos de execução passíveis de mudanças são comuns e causados com frequência por variações da taxa produtiva da linha, assim como níveis de motivação e eficiência dos trabalhadores.

Alguns trabalhos abordam esta questão através de modelos de curvas de aprendizagem. Deste modo, tempos de execução das tarefas são dinâmicos e concebidos através de conjuntos *fuzzy*. Para mais detalhes, sugerimos ao leitor as obras de Boucher (1987), Tsujimura *et al.* (1995), Hop (2006), Toksarı *et al.* (2010), Digiesi *et al.* (2009), Toksarı *et al.* (2010), Zacharia e Nearchou (2012), Zacharia e Nearchou (2013), Alavidoost *et al.* (2015).

Outros autores definem tempos estocásticos de execução das tarefas sob uma função de distribuição de probabilidade, geralmente a curva normal. Encontramos na literatura exemplos de trabalhos que abordam o SALBP-1 e SALBP-E (Nkasu e Leung, 1995), SALBP-2 (Liu *et al.*, 2005), linhas em U (Baykasoğlu e Özbakır, 2007; Urban e Chiang, 2006) e linhas com modelos mistos (Özcan *et al.*, 2011). Estratégias que consideram a variabilidade de tempo por cenários podem ser vistas em (Chiang e Urban, 2006; Dolgui e Kovalev, 2012).

Nos últimos anos, observamos uma maior tendência no estudo de incertezas em linhas de produção via otimização robusta. Isso se deve ao fato de que muitas vezes é difícil determinar qual distribuição de probabilidade é melhor para cada linha. Assim, dado um intervalo de valores ao qual o tempo de cada tarefa pode assumir, é comum a tentativa de minimizar o pior caso a fim de assegurar um nível de robustez da solução.

Gurevsky *et al.* (2013) propõem a versão robusta do SALBP-1, denominada RSALBP-1 (do inglês: *robust SALBP-1*), minimizando o número de estações de trabalho dados tempo de ciclo e um intervalo de valores a serem assumidos como tempos das tarefas. Os autores implementam um modelo robusto baseado na estratégia de "*budget*" de incerteza, proposta por Bertsimas e Sim (2003, 2004), além de um algoritmo B&B. Hazır e Dolgui (2013) realizam um estudo semelhante, aplicado neste caso ao SALBP-2. No RSALBP-2, dois modelos robustos também baseados na ideia do "*budget*" de incerteza e um procedimento alicerçado na decomposição de Benders são desenvolvidos. Os resultados obtidos se mostram promissores em vista deste trabalho pioneiro. O avanço destas técnicas de resolução de problemas com incertezas se estendeu recentemente para as linhas em U, por Hazır e Dolgui (2015). Os autores apresentam um modelo robusto e um algoritmo de decomposição.

3.1.1.5 UALBP

A importância de linhas em U é reconhecida desde o início dos anos 90 (Sheridan, 1990). Em (Miltenburg, 2000), por exemplo, discute-se a comparação de linhas desse formato com as convencionais quando ocorrem panes no sistema. Os experimentos destacam a superioridade das linhas em U às convencionais naquele contexto abordado. Além disso, Miltenburg (2001b) e Aase *et al.* (2004) realizam estudos e mostram que com esse tipo de leiaute pode-se haver um aumento médio considerável na produtividade.

Assim como no SALBP, o *problema de balanceamento de linhas de produção em U* (UALBP, do inglês: *U-shaped assembly line balancing problem*) foi mais estudado para sua variação do tipo 1 (dado um tempo de ciclo, minimizar o número de estações). Miltenburg e Wijngaard (1994) estudam o UALBP-1 e apresentam um modelo que resolve instâncias de pequeno porte (da ordem de 11 tarefas) e uma heurística baseada na técnica de RPW (do inglês: *ranked positional weighted*). Um ano depois, Miltenburg e Sparling (1995) desenvolvem adaptações de algoritmos de PD e B&B com busca em largura e profundidade. Para os testes, os autores consideram instâncias com até 40 tarefas.

No fim dos anos 90, houve um aumento de publicações a respeito deste tema. Urban (1998)

propõe uma formulação inteira e através do *solver* CPLEX, consegue resolver na otimalidade instâncias maiores do que as estudadas anteriormente. Ajenblit e Wainwright (1998) implementam um algoritmo genético aplicado ao problema de linhas em U com o objetivo de minimizar o número de estações e obter um maior balanceamento de carga das estações. Os resultados mostram que essa metaheurística obteve os melhores resultados em 60 dos 61 testes realizados. Inspirados no algoritmo SALOME (Scholl e Klein, 1997), Scholl e Klein (1999b) propõem sua versão para linhas em U, denominando-a ULINO (*U-line optimizer*), acrescentando a ele limitantes e testes lógicos típicos do UALBP-1. Este método se mostrou viável, inclusive para instâncias de grande porte, com até 297 tarefas. Mais tarde, Aase *et al.* (2003) confirmam a eficácia do B&B na obtenção das melhores soluções através de um estudo comparativo entre métodos exatos. Destacamos uma formulação alternativa ao UALBP proposta por Gökçen *et al.* (2005), implementada por meio de uma alusão deste problema com o problema de encontrar rotas mais curtas em grafos.

Visando a generalidade na resolução dos problemas em linhas em U, Boysen e Fliedner (2008) apresentam o algoritmo AVALANCHE (acrônimo do inglês: *a versatile assembly line algorithm for numerous characteristic extensions*), capaz de incorporar os tipos 1, 2 e E do UALBP. Os experimentos computacionais foram promissores, uma vez que mostram a superioridade do AVALANCHE em relação a métodos baseados em regras de prioridade e de desempenho comparável a outros algoritmos mais sofisticados. Özcan e Toklu (2009) consideram um algoritmo híbrido baseado na ideia de aprendizado adaptativo e *simulated annealing*. O objetivo consiste na minimização do número de estações e na melhor distribuição da carga em cada posto de trabalho (minimização do *smoothness criterion*). O resultados obtidos comparados com outros métodos da literatura (algoritmo genético e *simulated annealing*) mostram a eficácia e eficiência deste método, mesmo para instâncias grandes. Já Avikal *et al.* (2013) extendem a heurística de Yeh e Kao (2009) para linhas em U a fim de minimizar o número de estações e melhorar a produtividade laboral dos trabalhadores. Para tanto, utilizam um esquema de designações bidirecionais dentro de um método baseado em CPM.

Fattahi *et al.* (2014) apresentam uma nova formulação para o UALBP-1 que, ao contrário do modelo de Urban (1998), não faz uso de um grafo "fantasma" para simular uma alocação *backward*. Os autores demonstram que este modelo respeita todos os pressupostos do problema de balanceamento de linhas em U, além de indicar que para instâncias grandes, o número de variáveis pode reduzir-se à metade quando comparado com o modelo clássico de Urban. Com o objetivo de melhorar a relaxação linear desta abordagem, os autores propõem três tipos de cortes lógicos: (*i*) cortes que delimitam a abrangência de designação de cada tarefa em relação às estações disponíveis; (*ii*) cortes que controlam abertura de uma estação baseados no fato de que existe ou não tarefa alocada a ela; (*iii*) cortes do tipo mochila, ou capacidade, que geram um conjunto de inequações correspondentes às possíveis tarefas em uma estação que, por sua vez, podem ser combinadas de modo que respeitem as restrições de tempo de ciclo. Os experimentos computacionais comprovam a eficiência deste novo modelo, assim como sua melhoria com a inserção dos cortes, em especial os do tipo (*i*).

Fattahi e Turkay (2015) propõem correções nas restrições de precedência de tarefas presentes nos modelos de Aase *et al.* (2003) e Aase *et al.* (2004). Estes últimos modelam as relações entre as tarefas de uma linha por meio de inequações que assumem a forma de restrições disjuntivas com variáveis binárias. No entanto, tais relações permitem soluções infactíveis. Fattahi e Turkay (2015) propõem novas desigualdades e realizam experimentos computacionais com este novo modelo. Outras abordagens como *simulated annealing* (Erel *et al.*, 2001), algoritmos genéticos (Hwang *et al.*, 2008), algoritmos de colônias de formigas (Baykasoğlu e Dereli, 2009; Sabuncuoglu *et al.*, 2009) ou baseados em programação por metas (Gökçen e Agpak, 2006) também são discutidos na literatura.

Sparling e Miltenburg (1998) estudam o problema de linhas em U com modelos mistos, propondo uma nova formulação de uma heurística para resolvê-lo. Já Miltenburg (1998) aborda um ambiente de múltiplas linhas em U, minimizando o número de estações abertas e respeitando o tempo de ciclo, sendo que cada estação pode incluir tarefas de, no máximo, duas linhas adjacentes. Por meio de um algoritmo de PD, o autor obtém soluções ótimas para pequenas instâncias. Sparling (1998) também considera a questão das multilinhas, porém, neste caso, as linhas em U

operam individualmente com o mesmo tempo de ciclo e estão conectadas por estações comuns a mais de um sistema de montagem. Para tanto, o autor desenvolve uma heurística.

Uma outra extensão com poucos trabalhos, mas não menos importante em contextos práticos, consiste em considerar tempos de deslocamento dos trabalhadores nas linhas em U. Miltenburg (2001a) propõe um modelo e um método de PD para este problema e o resolve para instâncias com 10 tarefas. Heurísticas nesta temática são apresentadas em (Shewchuk, 2008). Sirovetnukul e Chutima (2010) desenvolvem uma metaheurística multiobjetivo que considera o número de estações, o balanceamento da carga em cada posto de trabalho e o tempo total de deslocamento dos trabalhadores. Este método se mostra poderoso, resolvendo instâncias de grande porte e lidando com modelos simples ou mistos de linhas em U. Outra variação desse contexto é mostrada em (Nakade e Ohno, 1999), na qual cada trabalhador opera não somente em uma estação, mas em um conjunto delas. Assim, uma modelagem matemática é feita minimizando o tempo de ciclo a partir de um número mínimo de trabalhadores que sejam capazes de atender a demanda. Os mesmos autores consideram o fator de deslocamento de maneira estocástica, em linhas em U com cada trabalhador se movimentando em postos de trabalho adjacentes uns aos outros ou sem essa restrição pré-estabelecida (Nakade e Ohno, 2003).

3.1.1.6 ALBP com rotação de tarefas

Na literatura, muitas vezes trabalhos envolvendo rotação de tarefas vem acompanhados de objetivos ergonômicos, já que a essa prática são relacionados benefícios à saúde do trabalhador. Carnahan *et al.* (2000) incorporam demandas físicas à designação de tarefas e encaram a rotação de tarefas como uma forma de atenuar lesões, mais especificamente na coluna. Os autores propõem um modelo inteiro-misto estocástico e um índice de insalubridade das tarefas (JSI, do inglês: *job severity index*) como elemento da função objetivo. Tharmmaphornphilas e Norman (2004) consideram o mesmo contexto abordado por Carnahan *et al.* (2000), resolvendo o problema por meio de um método baseado em programação matemática que minimiza em um caso o JSI decorrente da designação das tarefas e, em outra formulação, o ruído máximo ao qual o trabalhador é exposto diariamente. Estes mesmos autores continuaram seus estudos nessa temática, porém, minimizando o números de dias perdidos no trabalho em virtude de lesões. A resolução deste problema se dá por um novo modelo e uma heurística (Tharmmaphornphilas e Norman, 2007).

Aryanezhad *et al.* (2009) integram o desenvolvimento destes últimos autores em uma modelagem multiobjetivo, visando a minimização da exposição dos trabalhadores ao ruído e o número de dias de absenteísmo causado por lesões. Mais recentemente, Otto e Scholl (2013) propõem uma heurística para esse problema, que pode ser utilizada como solução inicial ou como procedimento de intensificação em um algoritmo de busca tabu. Os resultados computacionais mostram que quase todas as instâncias são resolvidas por meio dessa abordagem, superando o *solver FICO Xpress* e a heurística gulosa de Tharmmaphornphilas e Norman (2007). Outros trabalhos que dedicam atenção à rotação de tarefas com o enfoque ergonômico podem ser vistos em (Asensio-Cuesta *et al.*, 2012b; Seçkiner e Kurt, 2007, 2008).

Alguns artigos modelam fatores emocionais como parte do método de solução, tais como a falta de interesse dos trabalhadores ao executar as mesmas tarefas durante um dado horizonte de planejamento. Bhadury e Radovilskya (2006) consideram o problema de forma bi-objetiva, levando em conta os custos de designação e o tédio dos trabalhadores que, neste caso, é dado pela quantidade de tarefas repetidas realizadas dentro de um período de rotação. Asensio-Cuesta *et al.* (2012a) aliam os aspectos ergonômicos ao objetivo de maximizar o interesse laboral. Estes autores implementam um algoritmo genético, balanceando esses fatores em um tempo computacional aceitável. Ayough *et al.* (2012) elaboram o índice de similaridade entre as tarefas, propondo um modelo que visa rotacioná-las, de forma que cada trabalhador execute as tarefas mais diversas quanto possível, minimizando os custos de designação. Acrescido a isso, um algoritmo genético e um algoritmo competitivo imperialista são implementados, sendo esta abordagem melhor do que aquela.

Um outro segmento de pesquisa consiste em realizar a rotação de tarefas sujeita a curvas de aprendizagem (Nembhard e Norman, 2006). Allwood e Lee (2004) estudam o desempenho dos tra-

balhadores em meio a variações de rendimento através de um modelo de simulação, no contexto de uma linha dentro do ambiente *flow shop* serial. Azizi *et al.* (2010) apresentam uma formulação que minimiza os atrasos ao se executar as tarefas, incorporando, além do aprendizado, taxas motivacionais na execução das mesmas. Além disso, uma metaheurística é proposta baseada no trabalho de Azizi *et al.* (2007). Por fim, Corominas *et al.* (2010) desenvolvem diferentes formulações para a rotação de tarefas, a fim de minimizar o tempo final de execução e tomando a experiência de cada trabalhador ao perfazer cada tarefa, sendo esta dinamicamente atualizada durante os subperíodos.

3.1.1.7 ALBP com trabalhadores de diferentes níveis de desempenho

Nesta seção, apresentamos trabalhos que não consistem em extensões diretas do SALBP, mas que contemplam ambientes presentes em linhas de montagem ou em outros sistemas produtivos que necessitam de designação de tarefas a trabalhadores, com restrições de recursos como tempo, número de estações/trabalhadores, etc.

Mansoor (1968) foi um dos primeiros a considerar trabalhadores com diferentes níveis de desempenho em linhas de produção, propondo uma heurística para esse problema. Bartholdi e Eisenstein (1996) abordam um problema de balanceamento motivado pela *Toyota Sewn Products Management System*, caracterizada pela sua flexibilidade e pela presença de trabalhadores com diferentes velocidades. Em um ambiente de linhas síncronas do tipo *unpaced*, Gel *et al.* (2002) estudam técnicas de balanceamento desses sistemas com trabalhadores de habilidades distintas e um fator hora-extra, caso a cota de produção diária não tenha sido atingida. Corominas *et al.* (2008) realizam um estudo mais específico, considerando linhas de montagem de motocicletas com a existência de trabalhadores habilidosos e não-habilidosos, adicionado a um fator de incompatibilidades entre grupos de tarefas. Outros trabalhos que investigam trabalhadores com patamares de performance variados podem ser vistos em (Avramidis *et al.*, 2010; Bellenguez-Morineau e Néron, 2007; Cai e Li, 2000; Hopp *et al.*, 2004; Koltai *et al.*, 2014; Li e Womer, 2009). Uma classificação mais detalhada de problemas que envolvam trabalhadores com habilidades distintas é apresentada por De Bruecker *et al.* (2015).

O *problema de designação de tarefas e técnicos* (TTSP, do inglês: *technician and task scheduling problem*) surge, em especial, nas grandes empresas de telefonia. De fato, esse foi o tema escolhido pela Sociedade Francesa de Pesquisa Operacional, comumente referenciada por ROADEF (do francês: *Societé Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Decisión*) para um concurso a fim de encontrar o melhor método de solução para o TTSP. Em linhas gerais, Dutot *et al.* (2006) define o TSSP como: dado um conjunto de tarefas e de técnicos que, por sua vez, as perfazem com diferentes níveis de desempenho, o objetivo consiste em encontrar a melhor designação de tarefas a técnicos que minimize, por exemplo, o tempo final de execução. Além disso, restrições que limitam o tempo total de execução das tarefas em cada grupo de trabalhadores podem ser inseridas ao problema.

Hurkens (2009), vencedor do ROADEF 2007, considera uma abordagem baseada nos modelos de *matching*, encontrando designações técnico/tarefa de forma simultânea. Outras duas propostas que participaram desse prêmio também merecem destaque. Cordeau *et al.* (2010) propõem um modelo inteiro-misto e um algoritmo composto por uma adaptação do *simulated annealing*, como fase construtiva, e por busca local em grande vizinhança, composta por métodos de construção e destruição de soluções. Estellon *et al.* (2009) seguem a mesma linha de Cordeau *et al.* (2010), apresentando heurísticas que são auxiliadas por buscas locais de melhoria. De fato, estes trabalhos ressaltam como parâmetros estocásticos são importantes a fim de melhorar a diversificação das soluções encontradas por esse algoritmo. Em um artigo recente, Fırat e Hurkens (2012) promovem uma maior flexibilidade à concepção do TSSP, ao estabelecer algumas modificações ao problema geral como, por exemplo, estabelecer relações de precedência entre as tarefas. Um algoritmo genético é desenvolvido, juntamente com uma nova formulação.

3.2 ALBP com trabalhadores heterogêneos

Nesta seção, apresentamos uma revisão de literatura focada em problemas de balanceamento de linhas com trabalhadores heterogêneos. Neste âmbito, abrangemos desde o contexto dos CTDs a linhas de produção convencionais. Pesquisas que se concentram na resolução do ALWABP foram apenas recentemente publicadas. Esse fato, todavia, não diminui a relevância do problema. Miralles *et al.* (2010) mostram que ferramentas do tipo OR/MS (termo inglês para se referir a: *Operations Research and Management Science*), quando aplicadas corretamente, podem ter um impacto significativo na acessibilidade do trabalhador e no aumento da produtividade, havendo assim uma tentativa de criar um ponto de convergência entre questões filantrópicas e empresariais (Porter e Kramer, 2002, 2006).

3.2.1 Variantes de interesse do ALBP com trabalhadores heterogêneos

A seguir, apresentamos a revisão da literatura das variantes de interesse do ALBP com trabalhadores heterogêneos estudadas neste trabalho.

3.2.1.1 ALWABP-2

A descrição do ALWABP-2 (normalmente referido na literatura somente como ALWABP), juntamente com sua primeira formulação, é atribuída a Miralles *et al.* (2007). Neste trabalho, esses pesquisadores apresentam um modelo inteiro-misto para o problema, além de um estudo de caso em um CTD na região de Valência, Espanha. Os mesmos autores desenvolvem um algoritmo B&B com três estratégias de busca e diferentes parâmetros (Miralles *et al.*, 2008). Apesar do B&B proposto ter apresentado bons resultados para instâncias menos complexas, esse algoritmo encontrou dificuldades nas instâncias de grande porte. Desta forma, iniciou-se o desenvolvimento de abordagens heurísticas para contornar os obstáculos encontrados pelos métodos exatos.

Chaves *et al.* (2009) propõem uma heurística baseada em busca por agrupamentos (CS, do inglês: *clustering search*) que, em suma, possui quatro componentes: (*i*) busca de uma solução através de uma metaheurística; (*ii*) procedimento de agrupamento iterativo; (*iii*) análise do centro do *cluster*; e, finalmente, (*iv*) aplicação de uma busca local. Moreira e Costa (2009) implementam um algoritmo de busca tabu minimalista que valoriza dois fatores principais: flexibilidade, na medida que resolve dificuldades em factibilizar algumas soluções por meio de penalidades dinâmicas (Gendreau *et al.*, 1994) e simplicidade, uma vez que faz uso de estruturas de vizinhança simples. Essa abordagem, mesmo desprovida de características sofisticadas, apresentou resultados competitivos em comparação ao CS.

Inspirados pela proposta de Scholl e Voss (1996), Moreira *et al.* (2012) desenvolveram heurísticas construtivas para o ALWABP, com 16 regras de prioridade para tarefas e 3 regras de prioridade para a escolha dos trabalhadores. Além disso, um *algoritmo genético híbrido* do tipo *biased random key*, denominado HGA (do inglês: *hybrid genetic algorithm*), foi proposto utilizando as heurísticas como decodificadoras das soluções. O HGA apresenta bons resultados, em especial para uma família de instâncias de grande porte.

Blum e Miralles (2011) propõem um algoritmo de *beam search* (BS), que constroi parcialmente as soluções do problema auxiliado por um critério guloso e uma estimativa de limitante inferior de tempo de ciclo. Os bons resultados retratados no artigo mostram o quão é eficiente e preciso o comportamento desse método, em especial para as grandes instâncias. Mutlu *et al.* (2013) implementam um *algoritmo genético iterativo* (IGA, do inglês *iterative genetic algorithm*) composto por três etapas: a primeira consiste no cálculo da estimativa do tempo de ciclo por meio do método da bisecção modificado. Na sequência, é determinada a ordem das tarefas a serem alocadas na linha por meio do algoritmo genético e, finalmente, a terceira fase realiza a designação das tarefas e trabalhadores às estações utilizando uma busca local iterativa. Os experimentos computacionais mostram que o IGA foi superior em grupos de instâncias com poucos trabalhadores, perdendo em alguns problemas com mais trabalhadores deficientes para o *beam search* de Blum e Miralles

(2011). Entretanto, o IGA se mostrou mais rápido e robusto que os outros métodos existentes na literatura.

Ultimamente, métodos enumerativos tem conseguido avanços significativos. Vilà e Pereira (2014) propõem limitantes inferiores e um B&B cujas ramificações se dão nas estações de trabalho. Esta abordagem contém elementos do BB&R com estratégia cíclica da busca pelo primeiro melhor (Sewell e Jacobson, 2012). Borba e Ritt (2014a) introduzem uma nova formulação para o ALWABP assim como uma heurística baseada no algoritmo de *beam search*. Além disso, os autores desenvolvem uma adaptação do B&B com estratégia de ramificação pelas tarefas e novos limitantes inferiores, acrescidos de regras de redução. Os mesmos autores desenvolvem uma versão paralela de seu B&B obtendo melhorias no número de problemas resolvidos (Borba e Ritt, 2014b). Os três estudos podem ser considerados, ao nosso conhecimento, como o estado da arte relativo a métodos exatos para resolver o ALWABP. Não obstante, a segunda e terceira abordagens conseguem, em geral, provar otimalidade utilizando memória computacional constante.

3.2.1.2 Outras problemas de linhas de produção com trabalhadores heterogêneos

Miralles *et al.* (2005) introduzem o ALWABP no ambiente de linhas em U, apresentando uma primeira modelagem do problema, além de um estudo de caso em um CTD espanhol. Moreira *et al.* (2009) e Costa *et al.* (2009) estudam o problema de balanceamento de linhas de produção com trabalhadores "convencionais" na presença de apenas um trabalhador deficiente, propondo um modelo matemático e mostrando, através de testes computacionais, que um bom planejamento pode deixar as deficiências do trabalhador praticamente invisíveis diante da produtividade da linha.

Costa e Miralles (2009) foram os primeiros a estudarem o ALWABP com o recurso da rotação de tarefas. Neste trabalho, são propostas uma primeira formulação do problema, além de um método heurístico de decomposição por períodos. Apesar dos bons resultados, esse algoritmo não é escalável para instâncias de grande porte. Diante disso, Moreira e Costa (2013) implementam um algoritmo híbrido (HAJR, do inglês: *hybrid algorithm for the job rotation scheduling problem*), composto por três fases: (i) construção de um conjunto de soluções factíveis do ALWABP; (ii) escolha de $|T|$ soluções desse conjunto que maximizem o número de tarefas diferentes executadas pelos trabalhadores e (iii) aplicação de intensificação às $|T|$ soluções selecionadas em (ii) por meio de buscas locais em vizinhança inteira mista. Os resultados dessa abordagem se mostram bastantes satisfatórios perante aos melhores conhecidos.

Araújo *et al.* (2012) introduzem duas novas variações do ALWABP, permitindo que trabalhadores executem as tarefas de forma paralela ou colaborativa. A primeira abordagem introduz flexibilidade na linha, uma vez que um mesmo conjunto de tarefas pode ser executado por duas ou mais estações de trabalho. Na segunda abordagem, dois ou mais trabalhadores podem ser alocados na mesma estação, sendo que cada um deles pode ou não executar todas as tarefas designadas a ela. De fato, a vantagem deste mecanismo está na possibilidade de um trabalhador poder suprir a dificuldade do outro. Para a resolução dos problemas, os autores propõem modelos matemáticos e heurísticas construtivas. Os resultados computacionais mostram que essas duas extensões foram benéficas tanto para a produtividade da linha quanto para à inclusão dos trabalhadores, mesmo em casos em que os indivíduos são completamente distintos uns dos outros. Ainda explorando a questão do paralelismo, Araújo *et al.* (2014) apresentam duas formulações inteira-mistas para o *problema de balanceamento de linhas paralelas e designação de trabalhadores* (PALWABP, do inglês: *parallel assembly line worker assignment and balancing problem*). São desenvolvidos dois métodos heurísticos: o primeiro baseado em busca tabu e o segundo definido como uma adaptação de um algoritmo genético do tipo *biased random-key*. Os bons resultados obtidos a partir de um novo conjunto de instâncias da literatura mostram que o uso de linhas paralelas pode aumentar os níveis de produtividade, além de permitir que as cargas de trabalho em cada estação sejam mais equilibradas.

Cortez e Costa (2014) estudam pela primeira vez o problema integrado de sequenciamento de modelos e balanceamento de linhas de produção no contexto dos CTDs. Como principais contri-

buições, os autores propõem uma formulação matemática, heurísticas construtivas, procedimentos de busca local e uma adaptação da metaheurística GRASP (do inglês: *greedy randomized adaptive search procedure*). Testes computacionais mostram que os algoritmos propostos foram satisfatórios em termos de precisão e eficiência, principalmente no que se refere aos métodos de busca local.

Benavides *et al.* (2014) apresentam uma extensão do problema de *flow shop* no contexto dos CTDs, chamando-o de *problema de escalonamento de tarefas flow shop heterogêneo* (Het-FSSP, do inglês: *heterogeneous flow shop scheduling problem*). O problema consiste em decidir simultaneamente a alocação de trabalhadores mais apropriada e o sequenciamento de tarefas que minimizem o tempo total de produção (*makespan*). Neste artigo, uma formulação matemática para o Het-FSSP é introduzida, assim como heurísticas adaptadas dos algoritmos *scatter search* e *path relinking*. Os bons resultados experimentais obtidos com reduzido tempo computacional mostram que essa abordagem escalável pode ser uma boa ferramenta a ser aplicada em diferentes linhas que lidam com sequenciamento de tarefas e designação de trabalhadores.

Sungur e Yavuz (2014) abordam o *problema de balanceamento de linhas de produção com designação de trabalhadores hierárquica* (ALBHW, do inglês: *assembly line balancing with hierarquical worker assignment*). Neste contexto, tarefas e trabalhadores estão classificados em níveis de qualificação, de modo que uma tarefa só pode ser executada por trabalhadores que possuem competência comprovada para tal. Os tempos de execução das tarefas pelos trabalhadores são proporcionais ao seu nível de destreza ao executá-las. Quanto mais qualificado o trabalhador, maior será o custo de admití-lo na linha. Deste modo, no ALBHW, pretende-se minimizar o custo total de alocação dos trabalhadores. No artigo em questão, os autores apresentam um modelo matemático e uma série de testes computacionais que relacionam os efeitos de tempo e custo no valor do custo total e no número de diferentes tipos de trabalhadores alocados na linha.

Na sequência, apresentamos uma tabela em forma de resumo dos principais trabalhos envolvendo balanceamento de linhas de produção com tarefas cujo tempo de execução é dependente do trabalhador. Cada item é classificado conforme o problema estudado e as contribuições resultantes.

Tabela 3.1: *Trabalhos que estudam balanceamento de linhas de produção com tempos de execução de tarefas dependentes do trabalhador.*

Artigo	Problema	Contribuições
Miralles *et al.* (2005)	UALWABP	Modelo
Miralles *et al.* (2007)	ALWABP	Modelo
Miralles *et al.* (2008)	ALWABP	B&B
Chaves *et al.* (2009)	ALWABP	CS
Moreira e Costa (2009)	ALWABP	Busca Tabu
Costa *et al.* (2009)	ALBP + 1 trabalhador deficiente	Modelo
Costa e Miralles (2009)	ALWABP + rotação de tarefas	Modelo e Método de Decomposição
Blum e Miralles (2011)	ALWABP	BS e Limitantes
Moreira *et al.* (2012)	ALWABP	Heurísticas e Algoritmo Genético
Araújo *et al.* (2012)	ALWABP + estações paralelas	Modelos e Heurísticas
Moreira e Costa (2013)	ALWABP + rotação de tarefas	Algoritmo Híbrido
Mutlu *et al.* (2013)	ALWABP	Algoritmo Genético
Vilà e Pereira (2014)	ALWABP	B&B e Limitantes
Borba e Ritt (2014a)	ALWABP	Modelo, B&B, BS e Limitantes
Borba e Ritt (2014b)	ALWABP	B&B
Araújo *et al.* (2014)	PALWABP	Modelos e Heurísticas
Cortez e Costa (2014)	ALWABP + linhas mistas	Modelo e Heurísticas
Benavides *et al.* (2014)	Het-FSSP	Modelo e Heurísticas
Sungur e Yavuz (2014)	ALBHW	Modelo

Em trabalhos envolvendo CTDs ou outros ambientes produtivos na presença de pessoas com deficiência, adotamos que os trabalhadores em questão são heterogêneos, no que se refere ao tempo de execução das tarefas por cada um. Problemas de linhas de produção convencionais consideram que cada tarefa seja executada em um tempo homogêneo, independente do trabalhador alocada à

estação. Ao que consta na tabela acima, não existe, ao nosso conhecimento, artigos que resolvam problemas de linhas de produção convencionais, cuja maior parte é composta por trabalhadores que executam as tarefas em tempos similares, na presença de um grupo com mais de um trabalhador com deficiência. Motivados a contribuir nesta questão tão relevante, concentramos nossas propostas a seguir na resolução deste problema e de algumas variantes.

Capítulo 4

ALWIBP

Neste capítulo, abordamos modelos e métodos para o *problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores* (ALWIBP, do inglês: *assembly line worker integration and balancing problem*). Enquanto o ALWABP é inspirado na realidade dos CTDs, cuja mão-de-obra possui grande diversidade nos tempos de execução das tarefas, em linhas de produção convencionais objetivamos a integração eficiente de uma parcela de trabalhadores com deficiência, em geral de 2-5%, a fim de cumprir imposições legislativas ou metas de programas de responsabilidade social corporativa.

Em princípio, o ALWABP proposto por Miralles *et al.* (2007) é uma generalização do ALWIBP e, portanto, o seu modelo visto no capítulo anterior pode ser utilizado para resolver o ALWIBP, através da utilização de múltiplos trabalhadores com os mesmos valores de tempos de execução de tarefas (representando os trabalhadores homogêneos ou "convencionais"). Esta estratégia apresenta dificuldades de convergência quando resolvida por pacotes de resolução de problemas inteiro-mistos devido ao alto grau de simetria.

Moreira *et al.* (2009) propuseram uma formulação que elimina estas simetrias, mas que considera o caso em que apenas um trabalhador com dados diferentes dos demais está presente na linha. Neste trabalho, generalizamos esta abordagem através da proposta de modelos e métodos capazes de considerar uma porcentagem qualquer de trabalhadores com deficiências em uma linha de produção. Neste contexto, faz sentido resolver o problema do tipo 1, já que é razoável que tomadores de decisão pretendam inserir uma parcela de trabalhadores minimizando o número de estações da linha de produção, dada uma taxa de produtividade desejada.

Na Seção 4.1, apresentamos modelos para o ALWIBP-1 e uma variante deste problema que minimiza o número de estações e aumenta a carga de trabalho designada a trabalhadores com deficiência (ALWIBP-1S$_{min}$). Dando continuidade, propomos uma heurística construtiva aplicada a ambos os problemas (Seção 4.2). Na Seção 4.3, encerramos este capítulo apresentando resultados computacionais relativos às duas abordagens.

4.1 Formulação matemática

A seguir, apresentamos as formulações matemáticas para os problemas ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$.

4.1.1 ALWIBP-1

O ALWIBP-1 consiste em encontrar um balanceamento da linha de produção que aloque todos os trabalhadores com deficiência e tal que o número de estações seja minimizado, dado um tempo de ciclo pré-estabelecido $\bar{c}$. Para a formulação descrita nesta seção, seguimos a mesma ideia proposta por Patterson e Albracht (1975), a partir da criação de uma tarefa artificial q que sucede todas as outras tarefas no grafo de precedências (veja Seção 2.2.1.2). Consideremos $W = \{1, ..., \omega\}$ como o conjunto de trabalhadores com deficiência ($|W| < |S|$), x_{si} uma variável binária igual a 1 se e

somente se a tarefa i é designada à estação s e y_{sw} uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador com deficiência w é alocado à estação s. Supondo que todos os trabalhadores consigam executar a tarefa q ($W_q = W$), $N_w = \{i \in N'; w \in W_i\}$ e tomando L_w uma constante suficientemente grande, apresentamos o modelo do ALWIBP-1:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} s x_{sq} \tag{4.1}$$

sujeito a

$$\sum_{s \in S} x_{si} = 1 \qquad \forall i \in N' \tag{4.2}$$

$$\sum_{s \in S} y_{sw} = 1 \qquad \forall w \in W \tag{4.3}$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} \leq 1 \qquad \forall s \in S \tag{4.4}$$

$$\sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{si} \leq \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{sj} \qquad \forall j \in N', \forall i \in D_j, \forall k \in S \backslash \{1\} \tag{4.5}$$

$$\sum_{i \in N'} t_i x_{si} \leq \overline{c} \qquad \forall s \in S \tag{4.6}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{si} \leq \overline{c} + L_w(1 - y_{sw}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{4.7}$$

$$y_{sw} \leq 1 - x_{si} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N' \backslash N_w \tag{4.8}$$

$$y_{sw} \leq \sum_{i \in N_w} x_{si} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{4.9}$$

$$x_{si} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall i \in N' \tag{4.10}$$

$$y_{sw} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W. \tag{4.11}$$

A função objetivo (4.1) minimiza o índice associado à última estação utilizada, a qual executa a tarefa artificial q. Notemos que, associada às restrições (4.3) que garantem a alocação de cada trabalhador com deficiência a alguma estação, a função objetivo minimiza o número de trabalhadores "convencionais" presentes na linha de produção. As restrições (4.2) garantem a execução de cada tarefa em uma única estação de trabalho, enquanto que nas restrições (4.4), estabelecemos a presença ou não de um trabalhador de W em uma estação de trabalho. As restrições de precedências de tarefas são estabelecidas pelas desigualdades (4.5). As restrições (4.6) e (4.7) garantem que o tempo de ciclo é respeitado em estações com trabalhadores "convencionais" e com deficiência, respectivamente. Observemos que, assim como no modelo da Seção 2.3.1.4, o valor de L_w nas restrições deve ser suficientemente grande para desativá-las nos casos em que $y_{sw} = 0$. Neste trabalho, adotamos que $t_i \leq t_{wi}$, para cada $i \in N, w \in W$. Assim, tomamos L_w igual a $\sum_{i \in N_w} t_{wi} - t_i$. Esta expressão assume o maior tempo adicional que um trabalhador com deficiência w deve gastar em uma estação, quando comparado a um trabalhador "convencional". As restrições (4.8) evitam que as tarefas que um trabalhador é incapaz de executar sejam designadas à estação a qual ele está alocado. Finalmente, as restrições (4.9) forçam que um trabalhador com deficiência execute pelo menos uma tarefa. Para exemplificar estas últimas restrições, suponhamos uma linha de produção na presença de 1 trabalhador com deficiência e cujo número ótimo de estações seja 7 ($x_{7q} = 1$), com $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Tomemos $y_{81} = 1$. Assim, $y_{81} = 1 \leq \sum_{i \in N_1} x_{8i} = 0$, o que torna este balanceamento infactível.

Uma característica presente nos problemas de balanceamento de linhas de produção do tipo 1 é a ocorrência de múltiplas soluções ótimas. Diante disso, nos parece conveniente propor variações desta formulação a fim de buscar dentre o espaço de soluções ótimas, aquelas com outras características desejadas. Na subseção seguinte, portanto, apresentamos um objetivo secundário para o ALWIBP-

1.

4.1.2 ALWIBP-1S$_{min}$

No ALWIBP-1S$_{min}$, acrescentamos um termo à função objetivo do ALWIBP-1, visando agora não apenas minimizar o número de estações, mas também reduzir o tempo ocioso (conhecido como *idle time*, na literatura) de cada trabalhador com deficiência em seu respectivo posto de trabalho. Com isso, esperamos obter soluções mais balanceadas e que aumentem a participação destes trabalhadores no processo produtivo.

Para a modelagem do ALWIBP-1S$_{min}$, sejam δ_w, $w \in W$, variáveis reais não negativas que mensuram os tempos ociosos dos trabalhadores com deficiência. Além disso, consideremos as variáveis de folga l_{sw}, $s \in S$, $w \in W$, associadas às restrições (4.7). O modelo proposto é apresentado a seguir.

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} s x_{sq} + \sum_{w \in W} \frac{\delta_w}{\overline{c}|W|} \tag{4.12}$$

sujeito a

$$(4.2)\text{–}(4.6), (4.8)\text{–}(4.11), \text{ e}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{si} + l_{sw} = \overline{c} + L_w(1 - y_{sw}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{4.13}$$

$$\delta_w \geq l_{sw} - \left(L_w + \sum_{i \in N_w} t_i \right) (1 - y_{sw}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{4.14}$$

$$l_{sw} \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{4.15}$$

$$\delta_w \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall w \in W. \tag{4.16}$$

Nesta formulação, valorizamos as soluções que minimizem o número de estações e que reduzam os tempos ociosos de estações ocupadas por trabalhadores com deficiência. Notemos que a razão $1/(\overline{c}|W|)$ é utilizada para normalizar o segundo termo da função objetivo e torná-lo hierarquicamente menos importante que o primeiro. As restrições (4.13) apresentam o mesmo significado das restrições (4.7), com a diferença de se ter o acréscimo das variáveis de folga. Por fim, as restrições (4.14) estabelecem as relações entre δ_w e as variáveis de folga, definindo o tempo ocioso em cada caso. A constante $(L_w + \sum_{i \in N_w} t_i)$ foi convenientemente escolhida para definir corretamente as variáveis δ_w nos casos em que não haja a presença do trabalhador w na estação s.

4.2 Métodos heurísticos

Na Seção 4.2.1, apresentamos a descrição de uma heurística construtiva que pode ser aplicada em ambos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$. Na sequência, mostramos um procedimento de pós-otimização utilizado ao fim da heurística em questão (Seção 4.2.2).

4.2.1 Heurística Construtiva de Inserção

A *heurística construtiva de inserção* (CIH, do inglês: *constructive insertion heuristic*) faz uso de similaridades entre o ALWIBP e o SALBP. Na seção seguinte, descrevemos a estrutura geral deste algoritmo. Em seguida, nas Seções 4.2.1.2 e 4.2.1.3, apresentamos seu pseudocódigo e uma variante desta heurística.

4.2.1.1 Estrutura geral da heurística

O objetivo da CIH consiste em integrar os trabalhadores com deficiência em uma linha convencional balanceada de modo a reduzir um possível aumento no número de estações. Assim, dada

uma solução factível do SALBP-1, determina-se um subconjunto tentativa de estações de trabalho para a inserção de um trabalhador com deficiência ainda não alocado. Em cada estação s deste subconjunto, tentamos a alocação de um trabalhador percentence a W de maneira que as tarefas designadas às estações anteriores à s sejam fixadas, enquanto que as tarefas da estação escolhida (atual) e de suas sucessoras são alocadas por meio da heurística construtiva de Scholl e Voss (1996) (veja o Apêndice A). Este método, por sua vez, é fundamentado na abertura sequencial de estações, ordenando as tarefas disponíveis de acordo com regras de prioridade. Em seguida, estas são designadas à estação atual enquanto a restrição de tempo de ciclo é respeitada. Após avaliarmos esta estratégia para cada trabalhador com deficiência em todas as estações candidatas à inserção, escolhemos a melhor configuração que minimize o número de estações instaladas na linha. A cada passo, portanto, a alocação das tarefas advindas da solução inicial do SALBP-1 é modificada com base no trabalhador com deficiência designado. Este procedimento se repete com a definição de um novo subconjunto tentativa de estações aptas a receberem um trabalhador com deficiência e termina, por sua vez, quando todos estes trabalhadores estiverem alocados.

Explicaremos, a seguir, de forma mais detalhada cada uma dessas fases.

Fase 1: solução inicial

Denotamos por x^r a solução factível utilizada como ponto de partida da CIH. Neste trabalho, tomamos x^r como a melhor solução encontrada pelo CPLEX 12.4 ao executar o modelo deste problema em 10 minutos de tempo computacional, através de uma única *thread* e limitação do tamanho da árvore de busca em 6 GB. Dentro dessas configurações, a formulação não obteve soluções factíveis em apenas uma das instâncias com 50 tarefas e em quatro dos problemas teste com 100 tarefas. Nestes casos e em todos os exemplares com 1000 tarefas, obtivemos um balanceamento da linha por meio das heurísticas de Scholl e Voss (1996).

Fase 2: divisão da linha em segmentos

Esta etapa do algoritmo possui as seguintes finalidades: (i) permitir que haja estações suficientes para a designação do restante dos trabalhadores com deficiência após cada alocação de um indivíduo deste grupo; (ii) impor uma distribuição igualitária dos trabalhadores com deficiência ao longo da linha, como uma forma de propiciar uma integração mais profunda entre trabalhadores com e sem deficiências.

Para tanto, seja $W_a \subseteq W$ o conjunto de trabalhadores disponíveis. Definimos S_c como o conjunto de estações candidatas tal que $S_c \leftarrow \left\{ s_b + 1, ..., s_b + 1 + \left\lfloor \frac{m_c - s_b}{|W_a|} \right\rfloor \right\}$, em que s_b é a última estação fixada e m_c é o número de estações da solução atual. Notemos que se W_a possui apenas um indivíduo, todas as estações do restante da linha se tornam aptas a receber o trabalhador em questão.

Fase 3: designações em cada segmento

Nesta fase, realizamos todas as tentativas de designação dos trabalhadores de W_a nas estações candidatas de S_c, um de cada vez. Assim, considerando $w \in W_a$ e $s \in S_c$, procedemos da seguinte forma: dada uma solução x^c, fixamos tarefas e trabalhadores ("convencionais" ou não) das estações anteriores a s em x^c e forçamos a alocação do trabalhador w à estação s. Para a designação de tarefas, definimos a função $genSol(x^c, s)$ como a heurística construtiva de Scholl e Voss (1996) aplicada da estação s em diante gerando, ao final, uma solução do ALWIBP-1.

As Figuras 4.1–4.3 ilustram o funcionamento da CIH. Na Figura 4.1, note a presença de 6 estações de trabalho, um grafo de precedências que contém 9 tarefas e dois trabalhadores com deficiência, representados pelas cores verde e amarela. Cada um destes trabalhadores disponíveis no exemplo deve ser inserido no primeiro grupo de três estações, como destacado na figura. As linhas pontilhadas mostram as estações candidatas à alocação de cada trabalhador. A Figura 4.2 mostra a melhor alocação obtida, por meio da designação das tarefas A e B a um trabalhador

"convencional" na primeira estação, e com a alocação do trabalhador com deficiência verde na segunda estação, executando as tarefas C e E. Com isso, na Figura 4.3, fixamos as duas primeiras estações e viabilizamos a inserção do outro trabalhador com deficiência tomando somente as tarefas disponíveis nesse momento, indicadas em azul.

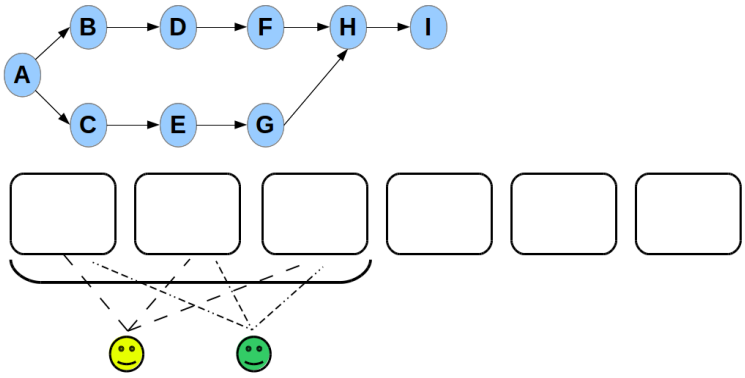


Figura 4.1: *Heurística construtiva de inserção: escolha de qual trabalhador com deficiência inserir nas estações candidatas.*

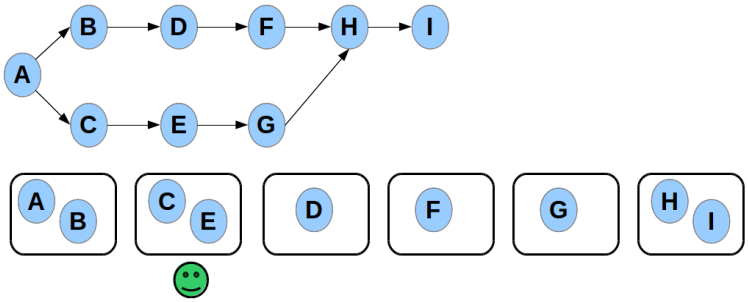


Figura 4.2: *Heurística construtiva de inserção: alocação do trabalhador com deficiência na estação mais apropriada.*

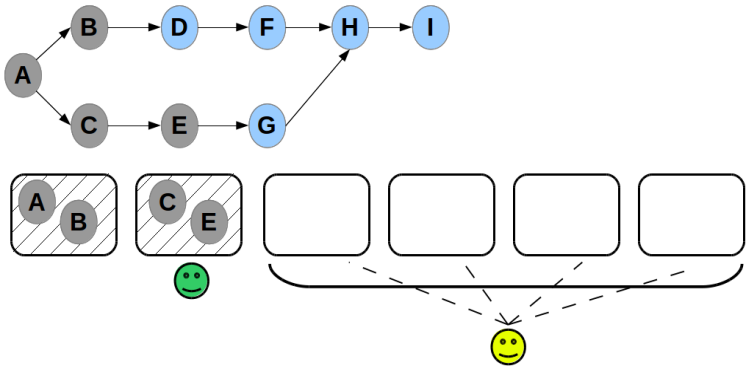


Figura 4.3: *Heurística construtiva de inserção: fixação de tarefas e trabalhadores, com a alocação do trabalhador com deficiência restante.*

Neste trabalho, utilizamos as regras de prioridade para a designação de tarefas apresentadas na Tabela 4.1. Como critério de desempate entre duas tarefas, escolhemos a que possui menor índice. Notemos que nas estações em que $w \in W_a$ é o trabalhador alocado, modificamos os parâmetros t_i e t_j por t_{wi} e t_{wj}, respectivamente, na regras *MaxTime* e *MaxPW*.

Tabela 4.1: *Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela CIH*

MaxTime	ordem decrescente dos tempos de execução das tarefas, t_i
MaxPW	ordem decrescente dos chamados *positional weights*, $pw_i = t_i + \sum_{j \in F_i^*} t_j$
MaxIF	ordem decrescente do número de sucessores imediatos, F_i
MaxF	ordem decrescente do número de sucessores, F_i^*

Fase 4: escolha da melhor designação

Nesta etapa, selecionamos x^* como a melhor solução proveniente da Fase 3. Para tanto, uma solução x^1 obtida pela alocação de w_1 em s_1 é dita melhor que a solução x^2 se o número de estações de x^1, denotado por m_1, é menor que o número de estações de x^2 ($m_1 < m_2$). Como regra de desempate, priorizamos a solução cujo tempo ocioso da última estação seja o maior.

4.2.1.2 Pseudocódigo

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo da CIH. Na linha 1, partimos de uma solução inicial do SALBP-1 (Fase 1). A subdivisão da linha de produção em segmentos pode ser vista nos passos 3−4 e 23−24. No laço de repetição representado pelas linhas 7−25, executamos operações da Fase 3 (linhas 8−20) e, dentro deste mesmo trecho, procedemos com a Fase 4, ao armazenar a melhor solução resultante da combinação de s e w (linhas 13−17) e atualizar a solução atual x^c para a próxima iteração (linhas 21−24). Observemos que na linha 24 utilizamos o maior inteiro menor que $\frac{m_c - s_b}{|W_a|}$ (representado pelo símbolo $\lfloor\ \rfloor$) a fim de determinar as estações de S_c, diferente do que foi feito inicialmente (veja a linha 4). Essa prática é utilizada com o intuito de flexibilizar a alocação do último trabalhador com deficiência, já que, no decorrer das iterações, a diminuição do número de estações disponíveis para a alocação torna mais complexa a inserção dos trabalhadores do conjunto W_a.

4.2.1.3 Variantes do algoritmo

A CIH proposta realiza alocações de trabalhadores da primeira para a última estação. Uma variante deste método consiste em começar este processo de trás para frente na linha de produção, o que chamamos de estratégia *backward* de alocação de trabalhadores. Assim, modificamos as linhas 4 e 24 do Algoritmo 1 fazendo $S_c \leftarrow \left\{ \left\lceil \frac{m_c}{|W_a|} \right\rceil, ..., m_c \right\}$ e $S_c \leftarrow \left\{ \left\lfloor \frac{s_b - 1}{|W_a|} \right\rfloor, ..., s_b - 1 \right\}$, respectivamente. Notemos que o primeiro critério de desempate adotado nesta abordagem considera o maior tempo ocioso da última estação criada, não necessariamente a estação localizada ao fim da linha. Isso ocorre pois, ao fixar alguns postos de trabalho no fim da linha de produção, estações intermediárias (localizadas antes das fixadas) podem ser instaladas com o intuito de designar as tarefas e alocar os trabalhadores remanescentes. Caso este critério ainda seja incomparável entre as soluções, priorizamos o balanceamento que possua o maior tempo ocioso na última estação.

Em relação ao grafo de precedência das tarefas, a heurística considera as orientações das arestas no sentido convencional (*forward*) e no sentido reverso (*backward*). Deste modo, em conjunto às duas abordagens de alocação dos trabalhadores, temos um total de 4 combinações possíveis na obtenção da solução pela CIH. Visto que este algoritmo é eficiente (veja Seção 4.3), todas as 4 variações são utilizadas em cada execução e a melhor solução é armazenada.

4.2.2 Heurística de Pós-Otimização

Nesta seção, apresentamos duas buscas locais aplicadas à solução da CIH. Em suma, a ideia consiste em fixar a alocação dos trabalhadores proveniente da heurística e explorar uma vizinhança inteira mista para a designação das tarefas, a fim de minimizar o número de estações e reduzir os

Algoritmo 1 Heurística Construtiva de Inserção (CIH)

1: Seja x^r uma solução inicial do SALBP-1;
2: $W_a \leftarrow W$;
3: $x^c \leftarrow x^r$;
4: $S_c \leftarrow \left\{1, ..., \left\lceil \frac{m_c}{|W_a|} \right\rceil \right\}$;
5: Seja x^* a melhor solução atual;
6: Tome $m_* \leftarrow \infty$;
7: **enquanto** $W_a \neq \varnothing$ **faça**
8: **para todo** $w \in W_a$ **faça**
9: **para todo** $s \in S_c$ **faça**
10: Fixe a designação de trabalhadores e tarefas em x^c alocados às estações $s' \in S$ tal que $s' < s$;
11: Aloque w em s na solução x^c;
12: $x^c \leftarrow genSol(x^c, s)$;
13: **se** $m_c < m_*$ **então**
14: $w_b \leftarrow w$;
15: $s_b \leftarrow s$;
16: $x^* \leftarrow x^c$;
17: **fim**
18: $x^c \leftarrow x^r$;
19: **fim**
20: **fim**
21: $W_a \leftarrow W_a \backslash \{w_b\}$;
22: $x^r \leftarrow x^*$;
23: $x^c \leftarrow x^*$;
24: $S_c \leftarrow \left\{s_b + 1, ..., s_b + 1 + \left\lfloor \frac{m_c - s_b}{|W_a|} \right\rfloor \right\}$;
25: **fim**
26: **retorne** x^* (melhor solução encontrada).

tempos ociosos dos trabalhadores do conjunto W (objetivo hierarquicamente secundário). Com essa estratégia, visamos obter um balanceamento que nos remeta a uma solução do ALWIBP-1S$_{min}$.

4.2.2.1 Busca Local 1

Consideremos s_w um parâmetro que representa a estação na qual o trabalhador com deficiência w está alocado na solução obtida por CIH. Tomando a variável δ_w definida na Seção 4.1.2, o modelo utilizado pela Busca Local 1 (LS1, do inglês: *local search* 1) é dado por:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} s x_{sq} + \sum_{w \in W} \frac{\delta_w}{\overline{c}|W|} \tag{4.17}$$

sujeito a

$$(4.2)\text{–}(4.6), (4.8)\text{–}(4.11), (4.16) \text{ e}$$

$$y_{s_w,w} = 1 \quad \forall w \in W \tag{4.18}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{s_w i} + \delta_w = \overline{c} \quad \forall w \in W. \tag{4.19}$$

A função objetivo minimiza não apenas o número de estações, mas também os termos relativos aos tempos ociosos de cada trabalhador com deficiência em seu respectivo posto de trabalho. A LS1 dá liberdade à realocação das tarefas em qualquer estação da linha. As restrições (4.18) fixam os trabalhadores com deficiência nas mesmas estações da solução obtida pela heurística. As restrições (4.19) definem δ_w como o tempo ocioso da estação s_w ocupada pelo trabalhador w.

4.2.2.2 Busca Local 2

O procedimento denominado Busca Local 2 (LS2, do inglês: *local search* 2) é uma versão particular da LS1. Com efeito, sua ideia é similar a LS1, com a exceção de que, agora, limitamos para quais estações de trabalho podemos mover uma tarefa de sua estação atual. A seguir, apresentamos a formulação matemática utilizada por LS2.

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} s x_{sq} + \sum_{w \in W} \frac{\delta_w}{\bar{c}|W|} \tag{4.20}$$

sujeito a

$$(4.2)\text{–}(4.6), (4.8)\text{–}(4.11), (4.16), (4.18)\text{–}(4.19) \text{ e}$$

$$x_{si} + x_{s-1,i} + x_{s+1,i} = 1 \qquad \forall i \in N, \forall s \in S \backslash \{1, m\} \tag{4.21}$$

$$x_{1i} + x_{2i} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{4.22}$$

$$x_{mi} + x_{m-1,i} = 1 \qquad \forall i \in N. \tag{4.23}$$

Nosso objetivo continua sendo a minimização do número de estações, com o objetivo secundário de diminuição do tempo ocioso trabalhadores com deficiência. No entanto, observemos que nas restrições (4.21)–(4.23) uma tarefa pode ser inserida somente em estações adjacentes a sua estação atual.

4.3 Experimentos computacionais

Nesta seção, apresentamos aspectos relativos aos experimentos computacionais realizados. Na Seção 4.3.1, introduzimos a descrição do conjunto de instâncias teste utilizado neste trabalho. Logo após, na Seção 4.3.2, apresentamos os resultados referentes ao modelo e à heurística construtiva do problema ALWIBP-1.

4.3.1 Instâncias teste

As instâncias teste mais comumente utilizadas na literatura de problemas de linhas de produção são provenientes da biblioteca do SALBP, disponibilizadas em www.assembly-line-balancing.de. Entretanto, Otto *et al.* (2013) mostram que este conjunto de dados não parece rigoroso o suficiente. Estas instâncias advêm de fontes empíricas e não-empíricas, baseadas em apenas 25 grafos de precedências distintos, dos quais apenas 18 possuem mais que 25 tarefas. Os autores apontam que alguns destes problemas podem ser trivialmente solucionados, com mais de 57% das soluções ótimas encontradas em pelo menos uma de 10.000 execuções de um algoritmo simples de busca aleatória com construção gulosa. Com efeito, em 44 instâncias (16% do conjunto de dados), a multiplicidade de soluções ótimas no espaço de busca é maior que 90% e, em 24 problemas, a solução ótima é encontrada em todas as execuções do algoritmo simples proposto. A fim de sanar tais limitações, os autores implementam um gerador de instâncias para o SALBP e um conjunto de dados mais desafiador, com um número suficiente de novas morfologias nos grafos de precedência. Em suma, são propostas diferentes "células" de dados (25 instâncias por célula) através de uma combinação fatorial dos seguintes parâmetros:

- número de tarefas: pequeno, médio, grande e muito grande;
- tipo do grafo de precedências: grafos que contêm uma maior quantidade de estruturas do tipo cadeia (*chain*)[1], ou estruturas gargalo (*bottleneck*)[2], ou mistas (*mixed*) (*chains* e *bottlenecks*, conjuntamente);

[1]Cadeias (*Chains*) são estruturas de um grafo de precedências cujas tarefas formam um caminho e possuem, cada uma, apenas um precedessor e um sucessor direto.

[2]Uma tarefa do tipo gargalo (*bottleneck*) caracteriza-se por ser a única sucessora direta de pelo menos dois predecessores imediatos e por ser a única predecessora direta de pelo menos duas tarefas que a sucedem diretamente.

- densidade do grafo (OS, do inglês: *order strength*): baixa, média ou alta;
- distribuição dos tempos de execução das tarefas: pico na parte inferior (*peak at the bottom*)[3], *bimodal* [4] e pico no meio (*peak in the middle*) [5].

Desta forma, para criar o conjunto de instâncias ALWIBP, procedemos da seguinte maneira:

- utilizamos as instâncias de médio ($|N| = 50$), grande ($|N| = 100$) e muito grande ($|N| = 1000$) porte;
- dessas instâncias, consideramos as que pertencem ao subconjunto *mixed*, com baixa e alta densidade do grafo, uma vez que esta estrutura do grafo de precedências já possui suficiente variabilidade;
- a respeito da distribuição dos tempos de execução, foram selecionados os subconjuntos *peak at the bottom* e *bimodal*. Desconsideramos o subconjunto *peak in the middle* por não possuir a solução conhecida para o SALBP em quase metade das instâncias, o que impossibilitaria uma comparação direta do ALWIBP com uma linha composta exclusivamente de trabalhadores "convencionais".

Assim, após a escolha das 100 instâncias do SALBP respeitando as características descritas acima em cada grupo ($N = \{50, 100, 1000\}$), o conjunto de problemas teste do ALWIBP foi gerado como segue. Para cada uma das instâncias, foram mantidos do problema SALBP original o grafo de precedências e os tempos de execução das tarefas pelo trabalhador "convencional" (t_i). Foram consideradas quatro maneiras de adicionar um trabalhador com deficiência, variando parâmetros como o tempo de execução de cada tarefa (Var) e o percentual de incompatibilidade das mesmas (Inc) em dois níveis nomeados "baixo" e "alto". Estabelecemos que os tempos de execução das tarefas com variabilidade baixa e alta seriam gerados pela distribuição $U[t_i, 2t_i]$ e $U[t_i, 5t_i]$, respectivamente. Finalmente, o percentual de incompatibilidade das tarefas foram definidos em aproximadamente 10% (baixo) e 20% (alto) do total de tarefas da linha de produção. Estas variações deram origem a 400 instâncias, ou seja, quatro instâncias para cada instância original do SALBP.

Seguindo o mesmo esquema, mais 400 instâncias foram geradas assumindo a presença de dois, três e quatro trabalhadores com deficiência, num total de 1600 instâncias em cada grupo. Em todas as instâncias, consideramos $\overline{c} = 1000$, como sugerido em (Otto *et al.*, 2013)

4.3.2 Resultados

O estudo computacional proposto nesta seção subdivide-se em três partes: primeiro, avaliamos o desempenho dos modelos em instâncias de médio e grande porte (Seção 4.3.2.1) . No segundo experimento, o mesmo conjunto de problemas é utilizado para comparar os resultados entre soluções obtidas pelas formulações e pelas heurísticas (Seção 4.3.2.2). A terceira série de testes investiga o comportamento da heurística construtiva em instâncias muito difíceis de serem resolvidas. Por fim, na Seção 4.3.2.3, o método é comparado a outro algoritmo heurístico como forma de validar os resultados obtidos. Os modelos e algoritmos foram codificados utilizando a linguagem de programação C++, no sistema operacional Linux. Além disso, utilizamos o CPLEX 12.4 configurado com 1 thread, tempo limite de 1800s e 6 GB como limite da árvore de busca, em uma máquina Intel Core i7 3.4 GHz com 16 GB RAM.

4.3.2.1 Experimento 1: resultados dos modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$

Em linhas de montagem, um índice de produtividade é a razão entre o tempo de ciclo e o seu número de estações. Dado que, neste contexto, representamos o primeiro termo pelo valor

[3]Distribuição normal com o pico concentrado nas tarefas com menor tempo de execução.
[4]Distribuição de probabilidade contínua com dois picos.
[5]Distribuição normal com pico em 0,5·$\overline{c}$.

fixo $\overline{c}$, o aumento do número de estações implica no decréscimo da produtividade. Neste primeiro experimento, vamos mostrar que os métodos propostos conseguem uma grande taxa de inclusão de trabalhadores com deficiência sem perdas significativas na produtividade. Em ambos os modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$, utilizamos um limitante superior igual à melhor solução conhecida para o SALBP-1 acrescida de $|W|$.

Nas Tabelas 4.2 e 4.3, as colunas indicam:

- $\mathbf{\Delta}$: número de instâncias resolvidas na otimalidade;
- $\mathbf{t(s)}$: tempo computacional médio;
- $\mathbf{m}_{\uparrow}$ e $\sigma_{\mathbf{m}_{\uparrow}}$: número de estações adicionadas em relação à melhor solução do SALBP-1 (média e desvio padrão);
- $\mathbf{m}_{\uparrow}$ e $\sigma_{\mathbf{m}_{\uparrow}}(\%)$: percentual do número de estações adicionadas em relação à melhor solução do SALBP-1 (média e desvio padrão);
- τ: tempo ocioso médio de uma estação na presença de um trabalhador com deficiência no ALWIBP-1;
- $\tau_{\mathbf{Smin}}$: tempo ocioso médio de uma estação na presença de um trabalhador com deficiência no ALWIBP-1S$_{min}$;
- $\eta(\%)$: percentual de tarefas executadas pelos trabalhadores com deficiência em relação à média das tarefas designadas a um trabalhador "convencional" no ALWIBP-1;
- $\eta_{\mathbf{Smin}}(\%)$: percentual de tarefas executadas pelos trabalhadores com deficiência em relação à média das tarefas designadas a um trabalhador "convencional" no ALWIBP-1S$_{min}$;
- β e $\sigma_{\beta}(\%)$: percentual do número de trabalhadores com deficiência na linha de produção dado por $\left(\frac{|W|}{m}\right)$, onde m é o número de estações em uma solução do ALWIBP-1 (média e desvio padrão);
- θ: número de instâncias do ALWIBP-1 em que não há aumento no número de estações em comparação à melhor solução obtida para o SALBP-1.

Como o número de estações em uma solução do ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$ são equivalentes, uma vez que no ALWIBP-1S$_{min}$ a minimização do tempo ocioso das estações com trabalhadores com deficiência é um objetivo secundário, agrupamos os resultados das duas variantes nas Tabelas 4.2 e 4.3.

Para instâncias de médio ($|N| = 50$) e grande porte ($|N| = 100$), os modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S$_{min}$ são resolvidos em tempos computacionais razoáveis. Observemos que o número de estações adicionadas em relação à melhor solução do SALBP-1 aumenta, como era de se esperar, com o acréscimo no número de trabalhadores com deficiência na linha. Todavia, notemos que mesmo no caso mais complexo ($|W| = 4$, com tempos de execução das tarefas variando em até 5 vezes o tempo de um trabalhador "convencional" e 20% de incompatibilidade) com 50 tarefas, apenas uma média de 1,6 estações de trabalho foram acrescentadas, com um desvio padrão de 0,6 postos de trabalho. Além disso, observemos que apesar das médias de estações a mais serem semelhantes nas linhas com 50 e 100 tarefas, estas possuem um percentual de aumento menor, devido ao fato de haver mais possibilidades de designação de tarefas considerando o mesmo número de trabalhadores.

Consideremos agora os resultados referentes à métrica β. Vejamos que um aumento médio de 0,4 estações de trabalho para linhas de médio e grande porte implica em, aproximadamente, 20% e 11% da força de trabalho composta por trabalhadores com deficiência, respectivamente. Isso, de fato, é uma constatação bastante relevante, uma vez que a linha é pouco alterada diante de uma

Tabela 4.2: *Resultados computacionais dos modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S_{min} ($|N|$ = 50)*

$\|W\|$	**Var**	**Inc**	$\mathbf{\Delta}$	**t(s)**	$\mathbf{m_\uparrow \pm \sigma_{m_\uparrow}}$	$\mathbf{m_\uparrow \pm \sigma_{m_\uparrow}}$(%)	τ	$\tau_{\mathbf{S_{min}}}$	η(%)	$\eta_{\mathbf{S_{min}}}$(%)	$\beta \pm \sigma_\beta$(%)	θ
1	**U[t,2t]**	**10%**	95	104,0	0,2 ± 0,4	2,8% ± 5,5%	149,9	1,6	66,2%	87,6%	10,9% ± 2,7%	78
		20%	95	90,6	0,2 ± 0,4	2,9% ± 5,6%	131,4	3,1	62,8%	85,6%	10,9% ± 2,7%	78
	U[t,5t]	**10%**	95	125,0	0,4 ± 0,5	5,0% ± 6,3%	231,6	9,6	43,7%	63,4%	10,6% ± 2,6%	59
		20%	95	120,4	0,4 ± 0,5	5,4% ± 6,5%	244,1	10,2	39,9%	58,9%	10,6% ± 2,5%	57
2	**U[t,2t]**	**10%**	92	177,7	0,4 ± 0,5	4,7% ± 6,5%	105,9	1,9	67,9%	81,6%	21,3% ± 5,0%	63
		20%	96	85,8	0,4 ± 0,5	4,7% ± 6,3%	101,3	3,5	63,0%	79,9%	21,3% ± 5,2%	62
	U[t,5t]	**10%**	93	166,3	0,7 ± 0,5	8,5% ± 6,8%	127,1	7,4	51,6%	64,3%	20,5% ± 4,8%	30
		20%	93	152,7	0,7 ± 0,5	8,6% ± 7,1%	140,1	8,1	47,7%	60,6%	20,5% ± 4,8%	30
3	**U[t,2t]**	**10%**	91	195,7	0,5 ± 0,5	6,4% ± 6,5%	72,8	2,7	73,0%	82,0%	31,4% ± 7,3%	48
		20%	89	213,6	0,6 ± 0,5	6,9% ± 6,4%	76,5	3,1	69,0%	79,2%	31,3% ± 7,3%	43
	U[t,5t]	**10%**	95	109,6	1,1 ± 0,5	13,3% ± 8,1%	114,0	7,4	51,3%	62,0%	29,4% ± 6,5%	8
		20%	90	217,0	1,2 ± 0,5	14,1% ± 8,6%	126,5	11,0	51,1%	57,9%	29,2% ± 6,3%	6
4	**U[t,2t]**	**10%**	89	222,7	0,7 ± 0,5	8,3% ± 6,8%	56,5	3,9	75,9%	81,3%	41,2% ± 9,5%	32
		20%	86	301,2	0,8 ± 0,5	9,2% ± 7,5%	68,0	5,0	70,5%	77,7%	40,8% ± 9,3%	28
	U[t,5t]	**10%**	89	278,8	1,5 ± 0,6	17,0% ± 9,7%	109,6	11,7	53,7%	59,7%	37,9% ± 7,8%	1
		20%	84	362,9	1,6 ± 0,6	18,1% ± 9,9%	120,5	11,7	50,7%	58,2%	37,6% ± 7,9%	0

Tabela 4.3: *Resultados computacionais dos modelos ALWIBP-1 e ALWIBP-1S_{min} ($|N|$ = 100)*

$\|W\|$	**Var**	**Inc**	**Δ**	**t(s)**	$\mathbf{m_\uparrow} \pm \sigma_{\mathbf{m_\uparrow}}$	$\mathbf{m_\uparrow} \pm \sigma_{\mathbf{m_\uparrow}}(\%)$	τ	$\tau_{\mathbf{S_{min}}}$	$\eta(\%)$	$\eta_{\mathbf{S_{min}}}(\%)$	$\beta \pm \sigma_\beta(\%)$	θ
1	**U[t,2t]**	**10%**	86	309,1	0,2 ± 0,4	1,0% ± 2,3%	68,9	1,1	74,4%	87,0%	5,6% ± 1,4%	83
		20%	85	330,6	0,2 ± 0,4	1,0% ± 2,3%	85,6	1,7	67,0%	85,7%	5,6% ± 1,4%	82
	U[t,5t]	**10%**	81	435,2	0,3 ± 0,5	2,0% ± 2,9%	109,1	3,4	56,8%	66,0%	5,5% ± 1,3%	66
		20%	74	521,9	0,4 ± 0,5	2,4% ± 3,1%	125,1	5,3	49,7%	67,0%	5,5% ± 1,3%	59
2	**U[t,2t]**	**10%**	67	675,8	0,4 ± 0,5	2,3% ± 3,1%	70,4	1,5	71,4%	88,5%	11,0% ± 2,7%	61
		20%	65	679,5	0,4 ± 0,5	2,4% ± 3,1%	72,7	1,7	71,3%	85,5%	11,0% ± 2,7%	59
	U[t,5t]	**10%**	53	971,1	0,7 ± 0,5	4,2% ± 2,9%	95,9	5,5	57,1%	65,9%	10,8% ± 2,6%	28
		20%	49	1045,3	0,8 ± 0,4	4,5% ± 2,7%	105,5	4,8	55,4%	66,2%	10,8% ± 2,6%	21
3	**U[t,2t]**	**10%**	47	1070,7	0,6 ± 0,5	3,3% ± 3,1%	48,8	1,7	74,6%	85,2%	16,4% ± 3,9%	43
		20%	47	1099,7	0,6 ± 0,5	3,5% ± 3,0%	55,0	2,8	73,4%	83,8%	16,4% ± 3,9%	39
	U[t,5t]	**10%**	28	1397,5	1,1 ± 0,5	6,4% ± 3,2%	86,7	5,5	57,4%	65,1%	15,9% ± 3,7%	5
		20%	28	1407,1	1,1 ± 0,5	6,5% ± 3,2%	87,4	4,1	58,0%	63,3%	15,9% ± 3,7%	4
4	**U[t,2t]**	**10%**	34	1300,6	0,8 ± 0,5	4,4% ± 2,9%	55,2	2,7	74,1%	82,6%	21,6% ± 5,1%	26
		20%	32	1362,7	0,8 ± 0,5	4,6% ± 2,9%	55,5	3,4	72,4%	80,8%	21,6% ± 5,1%	22
	U[t,5t]	**10%**	8	1707,1	1,5 ± 0,5	8,4% ± 4,0%	89,3	7,4	57,7%	61,4%	20,8% ± 4,7%	2
		20%	12	1724,5	1,5 ± 0,5	8,5% ± 3,7%	109,6	8,2	57,6%	58,5%	20,8% ± 4,8%	1

participação bem superior ao preconizado pela a legislação de diversos países (2% a 5% no número de trabalhadores com deficiência nas empresas).

Na análise referente ao critério θ, vemos que, em cerca 38% dos casos para as linhas com 50 e 100 tarefas, obtemos um balanceamento de linhas no ALWIBP-1 com o mesmo número de estações que a melhor solução obtida no SALBP-1. Alcançamos, portanto, o melhor cenário possível, ou seja, a inserção de todos os trabalhadores com deficiência sem aumentar os custos do sistema produtivo. O percentual médio de trabalhadores com deficiência que fazem parte da força de trabalho nestes casos se manteve em pelo menos 5%.

Quanto aos tempos ociosos médios das estações cujos trabalhadores alocados pertencem ao conjunto W, vemos que o critério secundário presente na função objetivo do ALWIBP-1S$_{min}$ é eficaz no aumento da participação destes trabalhadores na linha. Com efeito, em ambas as tabelas, os valores de $\tau_{\mathbf{Smin}}$ são bastante reduzidos quando comparados aos valores de τ. Isso é refletido nas colunas relativas aos critérios $\eta(\%)$ e $\eta_{\mathbf{Smin}}(\%)$, já que esse aumento acompanha a redução do tempo ocioso em todos os cenários considerados.

4.3.2.2 Experimento 2: resultados das heurísticas

Nesta seção, realizamos testes com as 1600 instâncias dos grupos com 50 e 100 tarefas, totalizando 3600 instâncias. Comparamos o desempenho da abordagem "pura" da CIH juntamente com as versões CIH + LS1 e CIH + LS2, dadas pela combinação da heurística com as buscas locais LS1 e LS2, respectivamente. Para a execução da pós-otimização, utilizamos as mesmas configurações do CPLEX descritas na Seção 4.3.2.1, com a exceção do limite do tempo de execução de cada procedimento, modificado para 60s.

Nas Tabelas 4.4 e 4.5, as colunas indicam:

- $\mathbf{m_{h_\uparrow}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$: número de estações adicionadas com a CIH em relação à solução obtida pelo modelo ALWIBP-1 (média e desvio padrão);
- $\mathbf{m_{h_\uparrow}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}(\%)$: percentual do número de estações adicionadas com a CIH em relação à solução obtida pelo modelo ALWIBP-1 (média e desvio padrão);
- $\mathbf{t_h}(\mathbf{s})$: tempo computacional médio gasto pela heurística;
- **Emp**: número de instâncias onde a CIH alcança o mesmo número de estações que a solução do modelo ALWIBP-1;
- $\mathbf{Emp_{sp1}}$: número de instâncias onde a CIH alcança o mesmo número de estações que a melhor solução do SALBP-1.

As Tabelas 4.4 e 4.5 comprovam o bom desempenho da heurística proposta. De fato, para instâncias com 50 tarefas, a CIH obteve, em 69% dos exemplares, soluções com mesmo número de estações que as melhores obtidas pelo modelo do ALWIBP-1. Notemos que para os outros casos, o aumento do número de estações é, em média, de até 0,6, ou 5,2%. Os tempos computacionais são praticamente nulos, destacando a eficiência do método. Comparando, agora, as abordagens da CIH com pós-otimização, vemos que a maior flexibilidade da LS1 implica em melhorias significativas às soluções da CIH, aumentando o número de empates em relação à formulação do ALWIBP-1 em 24% (272 instâncias). Destacamos também que, em alguns casos, a média do número de estações acrescidas se reduziu pela metade. Apesar da LS2 melhorar a qualidade das soluções em apenas 24 instâncias, podemos dizer que se trata de uma estratégia bastante válida, devido ao seu baixo tempo de execução (cerca de 0,1 segundos).

Em relação ao critério **Emp**, observamos na Tabela 4.5 um comportamento semelhante nas linhas de produção de médio porte. O valor da função objetivo da CIH coincide com o resultado do modelo ALWIBP-1 em 66% dos casos. No entanto, chamamos a atenção para o número médio de estações adicionadas, valor este bem menor que o apresentado em cada cenário da Tabela 4.4. Isso

constata que o desempenho da CIH impulsionado pela flexibilidade de linhas com muitas tarefas. Considerando o tempo computacional das três abordagens da CIH, podemos dizer que a eficiência dos métodos foi mantida. Outro resultado animador se refere ao fato de que a LS1 aumentou em 17% o número de empates comparada à resolução exata do ALWIBP-1, gastando até 53 segundos em média, enquanto que a resolução da formulação através do CPLEX quase sempre ultrapassa 1000 segundos ao resolver muitos dos problemas.

Em todos os testes com diferentes tamanhos de linhas, constatamos que a combinação de alocação de trabalhadores *forward* e o grafo de precedência com esta mesma direção foi a que mais gerou soluções de qualidade pela CIH.

4.3.2.3 Experimento 3: validação das heurísticas

Métodos exatos existentes encontram dificuldades para resolver instâncias do SALBP com 1000 tarefas, propostas por Otto *et al.* (2013). Da mesma forma, o ALWIBP-1 ainda não pode ser resolvido pelo CPLEX. Entretanto, mesmo que consideradas mais teóricas do que práticas, instâncias deste tipo são importantes para testar a escalabilidade dos métodos de resolução. Desta forma, destacamos o desempenho da CIH ao resolver problemas em linhas deste porte, como mostrado na Tabela 4.6. Utilizamos como solução referência de comparação, para cada instância, a melhor solução obtida pela heurística de Scholl e Voss (1996). Em 21% dos problemas, o número de estações da linha convencional não se alterou com a inserção dos trabalhadores com deficiência. Assim, dada a dificuldade em encontrar soluções factíveis em tais linhas, consideramos relevantes os resultados referentes ao aumento do número de estações adicionadas, com um tempo computacional médio de 136 segundos.

A fim de estudar a eficácia da CIH com estratégias de busca mais diretas, consideremos uma *heurística simples de substituição* (SH, do inglês: *substitution heuristic*). Neste algoritmo, dada uma solução factível do SALBP-1, tentamos substituir trabalhadores "convencionais" por trabalhadores com deficiência de forma que não haja modificação na designação de tarefas, respeitando o tempo de ciclo e as factibilidades trabalhador/tarefa. O Algoritmo 2 apresenta o pseudocódigo desta heurística.

Algoritmo 2 Heurística Simples de Substituição (SH)

1: Seja x^r uma solução inicial do SALBP-1;
2: Seja $K \in \mathbb{R}^{m_r \times |W|}$;
3: Tome N_s como o conjunto de tarefas designadas à estação s na solução x^r;
4: **para todo** $s \in \{1, ..., m_r\}$ **faça**
5: **para todo** $w \in W$ **faça**
6: $K_{sw} \leftarrow \sum_{i \in N_s} t_{wi}$;
7: **fim**
8: **fim**
9: Sejam l^* e y^* as soluções obtidas pela formulação (4.24)–(4.29);
10: **se** $l^* \leq \bar{c}$ **então**
11: **retorne** y^*;
12: **senão**
13: Não existe solução factível;
14: **fim**

Tabela 4.4: *Resultados computacionais das abordagens heurísticas ($|N| = 50$)*

$\|W\|$	Var	Inc	CIH				CIH-LS1				CIH-LS2			
			$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$ (%)	$\mathbf{t_h}$(s)	**Emp**	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$ (%)	$\mathbf{t_h}$(s)	**Emp**	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$ (%)	$\mathbf{t_h}$(s)	**Emp**
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	1,8% ± 4,3%	0,0	84	0,1 ± 0,2	0,6% ± 2,7%	10,5	95	0,1 ± 0,3	1,3% ± 3,6%	0,1	88
		20%	0,1 ± 0,3	1,3% ± 3,6%	0,0	88	0,0 ± 0,1	0,2% ± 1,7%	10,8	98	0,1 ± 0,3	1,1% ± 3,4%	0,1	89
	U[t,5t]	**10%**	0,2 ± 0,4	2,1% ± 4,5%	0,0	81	0,1 ± 0,3	0,6% ± 2,6%	10,8	92	0,2 ± 0,4	1,8% ± 4,2%	0,1	83
		20%	0,2 ± 0,4	2,3% ± 4,7%	0,0	79	0,0 ± 0,2	0,4% ± 1,8%	9,9	96	0,2 ± 0,4	2,0% ± 4,4%	0,0	81
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	2,3% ± 4,6%	0,0	79	0,1 ± 0,3	0,9% ± 3,1%	12,2	91	0,2 ± 0,4	2,0% ± 4,4%	0,1	82
		20%	0,2 ± 0,4	2,4% ± 4,7%	0,0	78	0,1 ± 0,3	1,0% ± 3,4%	10,7	91	0,2 ± 0,4	2,4% ± 4,7%	0,1	78
	U[t,5t]	**10%**	0,3 ± 0,5	3,2% ± 5,1%	0,0	70	0,2 ± 0,4	1,7% ± 4,1%	13,4	85	0,3 ± 0,5	3,0% ± 5,0%	0,1	72
		20%	0,3 ± 0,5	3,4% ± 5,2%	0,0	69	0,2 ± 0,4	2,1% ± 4,4%	12,1	81	0,3 ± 0,5	3,4% ± 5,2%	0,1	69
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,5	3,3% ± 5,2%	0,0	69	0,1 ± 0,3	1,3% ± 3,4%	16,4	86	0,3 ± 0,5	3,1% ± 5,0%	0,1	71
		20%	0,3 ± 0,4	2,8% ± 5,0%	0,0	74	0,1 ± 0,3	0,9% ± 3,0%	14,1	91	0,2 ± 0,4	2,4% ± 4,7%	0,1	78
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	3,9% ± 5,2%	0,0	62	0,2 ± 0,4	1,4% ± 3,5%	17,0	85	0,4 ± 0,5	3,9% ± 5,2%	0,0	62
		20%	0,4 ± 0,5	3,9% ± 5,1%	0,0	61	0,2 ± 0,4	1,6% ± 3,5%	14,4	83	0,4 ± 0,5	3,9% ± 5,1%	0,0	61
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,4 ± 0,5	3,9% ± 5,4%	0,0	63	0,2 ± 0,4	2,0% ± 4,5%	16,6	82	0,4 ± 0,5	3,7% ± 5,3%	0,1	65
		20%	0,3 ± 0,5	3,5% ± 5,1%	0,0	66	0,1 ± 0,3	1,3% ± 3,7%	13,4	84	0,3 ± 0,5	3,4% ± 5,1%	0,0	67
	U[t,5t]	**10%**	0,5 ± 0,5	5,2% ± 5,1%	0,0	46	0,3 ± 0,4	2,3% ± 4,2%	18,7	75	0,5 ± 0,5	5,1% ± 5,1%	0,0	47
		20%	0,6 ± 0,5	5,2% ± 5,1%	0,0	46	0,3 ± 0,5	2,6% ± 4,3%	14,6	72	0,5 ± 0,5	5,2% ± 5,0%	0,0	46

Tabela 4.5: *Resultados computacionais das abordagens heurísticas ($|N|$ = 100)*

$\|W\|$	Var	Inc	CIH				CIH-LS1				CIH-LS2			
			$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$ (%)	$\mathbf{t_h}$(s)	**Emp**	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$ (%)	$\mathbf{t_h}$(s)	**Emp**	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$ (%)	$\mathbf{t_h}$(s)	**Emp**
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,4	1,5% ± 2,6%	0,0	73	0,1 ± 0,3	0,5% ± 1,6%	47,5	89	0,2 ± 0,4	1,1% ± 2,3%	5,2	79
		20%	0,3 ± 0,5	1,8% ± 2,9%	0,0	71	0,2 ± 0,4	0,9% ± 2,3%	46,9	82	0,2 ± 0,4	1,3% ± 2,6%	6,6	77
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	1,9% ± 2,7%	0,0	64	0,2 ± 0,4	0,8% ± 2,0%	43,4	81	0,4 ± 0,5	1,9% ± 2,7%	2,7	65
		20%	0,3 ± 0,4	1,4% ± 2,5%	0,0	73	0,1 ± 0,3	0,4% ± 1,7%	40,2	87	0,3 ± 0,4	1,3% ± 2,4%	2,8	75
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,4	1,3% ± 2,4%	0,0	70	0,2 ± 0,4	0,8% ± 1,9%	48,1	80	0,2 ± 0,4	1,0% ± 2,2%	2,3	76
		20%	0,3 ± 0,4	1,3% ± 2,4%	0,0	75	0,2 ± 0,4	0,8% ± 2,0%	46,6	82	0,2 ± 0,4	1,2% ± 2,3%	2,1	77
	U[t,5t]	**10%**	0,3 ± 0,5	1,7% ± 2,7%	0,1	68	0,2 ± 0,4	0,9% ± 2,2%	46,3	74	0,3 ± 0,5	1,6% ± 2,6%	3,0	70
		20%	0,3 ± 0,5	1,6% ± 2,6%	0,0	72	0,2 ± 0,4	0,9% ± 2,2%	43,9	78	0,3 ± 0,5	1,6% ± 2,6%	1,3	72
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,5	1,5% ± 2,6%	0,1	70	0,2 ± 0,4	0,9% ± 2,1%	49,6	78	0,3 ± 0,4	1,4% ± 2,5%	3,1	72
		20%	0,3 ± 0,5	1,6% ± 2,6%	0,1	71	0,2 ± 0,4	0,6% ± 1,9%	46,9	82	0,3 ± 0,4	1,4% ± 2,4%	2,5	74
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	2,1% ± 2,9%	0,1	63	0,2 ± 0,4	0,9% ± 2,1%	53,4	79	0,4 ± 0,5	2,1% ± 2,9%	0,7	63
		20%	0,4 ± 0,5	2,2% ± 2,8%	0,1	57	0,2 ± 0,4	0,9% ± 2,2%	46,9	75	0,4 ± 0,5	2,2% ± 2,8%	1,2	58
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,5	1,6% ± 2,5%	0,1	68	0,3 ± 0,4	1,0% ± 2,4%	48,3	68	0,3 ± 0,5	1,4% ± 2,4%	1,7	70
		20%	0,4 ± 0,5	1,8% ± 2,8%	0,1	63	0,2 ± 0,4	0,9% ± 2,2%	48,9	74	0,3 ± 0,5	1,7% ± 2,7%	2,0	66
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	2,3% ± 2,8%	0,1	56	0,2 ± 0,4	0,7% ± 2,2%	50,5	72	0,4 ± 0,5	2,2% ± 2,8%	2,3	57
		20%	0,5 ± 0,5	2,7% ± 2,9%	0,1	52	0,3 ± 0,4	1,3% ± 2,5%	49,6	70	0,5 ± 0,5	2,5% ± 2,9%	0,9	55

Tabela 4.6: *Resultados computacionais da CIH ($|N|$ = 1000)*

$\|W\|$	Var	Inc	CIH			
			$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{h_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{h_\uparrow}}}(\%)$	$\mathbf{t_h}(\mathbf{s})$	$\mathbf{Emp}_{sp1}$
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,8 ± 0,9	0,5% ± 0,7%	50,1	34
		20%	0,9 ± 0,9	0,5% ± 0,7%	50,8	31
	U[t,5t]	**10%**	0,9 ± 0,9	0,6% ± 0,7%	50,4	31
		20%	1,0 ± 0,9	0,6% ± 0,7%	50,2	29
2	**U[t,2t]**	**10%**	1,1 ± 0,9	0,7% ± 0,7%	106,6	25
		20%	1,1 ± 0,9	0,7% ± 0,7%	105,9	24
	U[t,5t]	**10%**	1,5 ± 1,0	1,0% ± 0,8%	105,9	16
		20%	1,5 ± 1,1	1,0% ± 0,8%	105,9	17
3	**U[t,2t]**	**10%**	1,2 ± 1,0	0,8% ± 0,8%	167,1	21
		20%	1,3 ± 1,0	0,8% ± 0,7%	167,3	22
	U[t,5t]	**10%**	1,8 ± 1,1	1,1% ± 0,8%	164,4	14
		20%	1,9 ± 1,0	1,2% ± 0,8%	163,6	8
4	**U[t,2t]**	**10%**	1,4 ± 1,0	0,9% ± 0,8%	223,4	21
		20%	1,4 ± 1,0	0,9% ± 0,8%	225,4	21
	U[t,5t]	**10%**	2,1 ± 1,2	1,4% ± 0,9%	224,1	10
		20%	2,1 ± 1,2	1,4% ± 0,9%	222,0	9

$$\text{minimize } l \tag{4.24}$$

sujeito a

$$l \geq K_{sw} y_{sw} \qquad \forall s \in \{1, ..., m_r\}, \forall w \in W \tag{4.25}$$

$$\sum_{s=1}^{m_r} y_{sw} = 1 \qquad \forall w \in W \tag{4.26}$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} \leq 1 \qquad \forall s \in \{1, ..., m_r\} \tag{4.27}$$

$$y_{sw} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in \{1, ..., m_r\}, \forall w \in W \tag{4.28}$$

$$l \in \mathbb{R}. \tag{4.29}$$

Definimos K_{sw} como a carga de trabalho resultante ao substituir um trabalhador "convencional" da estação s por um trabalhador com deficiência w, levando em conta as tarefas alocadas a s em x^r (linha 3). As linhas 1−8 do Algoritmo 2 correspondem aos passos para o cálculo dos elementos da matriz K. Na linha 9, resolvemos o modelo (4.24)–(4.29) que determina a melhor alocação de trabalhadores de W que minimize o tempo de ciclo. Se o valor de l^* for menor ou igual ao tempo de ciclo esperado $\overline{c}$, obtemos uma solução factível para o ALWIBP-1 sem alterar as configurações das tarefas já designadas (linhas 10−11). Senão, a solução em questão não é factível.

Os testes computacionais da SH foram realizados com as mesmas soluções iniciais que utilizamos na CIH, assim como os parâmetros do CPLEX. Os resultados mostram que esta heurística de substituição encontra soluções factíveis em apenas 3%, 2% e 7% das instâncias com número médio, grande e muito grande de tarefas, respectivamente, mostrando que uma estratégia simples de substituição de trabalhadores sem realocação de tarefas não é capaz de conseguir resultados competitivos aos da CIH.

Capítulo 5

RALBP com trabalhadores heterogêneos

A otimização robusta é uma técnica utilizada para lidar com incertezas quando a distribuição de probabilidade de certos parâmetros é desconhecida (Gabrel *et al.*, 2014). Na Seção 3.1.1.4, vimos que variações dos tempos de execução de tarefas em linhas de produção decorrem de situações habituais, tais como flutuação na demanda ou modificações nos níveis de motivação dos trabalhadores. Em ambientes produtivos como os CTDs ou em linhas convencionais na presença de trabalhadores com deficiência, tais variações podem ser significativas devido à alta heterogeneidade dos operários e à falta de experiência profissional dos mesmos.

Neste capítulo, vamos investigar o *problema robusto de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores* (RALWIBP, do inglês: *robust assembly line worker integration and balancing problem*). Para tanto, determinamos intervalos de possíveis valores que podem ser assumidos pelos tempos de execução das tarefas. Consideramos a abordagem robusta do orçamento ("*budget*") de incerteza proposta por Bertsimas e Sim (2003, 2004). Esta estratégia usa uma constante ("*budget*") que limita a variação simultânea dos parâmetros incertos em relação aos seus valores nominais. Podemos ver esta metodologia aplicada com êxito a diferentes problemas de otimização combinatória (Alem e Morabito, 2011; Bertsimas e Thiele, 2006; Hazır *et al.*, 2011; Lu *et al.*, 2014; Moon e Yao, 2011; Solyalı *et al.*, 2012, e.g.).

O estudo que apresentamos a seguir estende os modelos de Gurevsky *et al.* (2013) e Hazır e Dolgui (2013), originalmente propostos para o *problema robusto simples de balanceamento de linhas de produção* (RSALBP, do inglês: *robust simple assembly line balancing problem*). Na Seção 5.1, introduzimos duas formulações robustas para o RALWIBP-1. Dando continuidade, na Seção 5.2 mostramos uma adaptação da *heurística construtiva de inserção* (veja Seção 4.2.1) considerando a robustez do problema estudado. Encerramos este capítulo com experimentos computacionais envolvendo os modelos e algoritmos desenvolvidos (Seção 5.3).

5.1 Formulação matemática

Neste capítulo, lidamos com a versão 1 do RALWIBP, ou seja, consideramos a minimização do número de estações de trabalho da linha dada uma taxa de produtividade fixa representada pelo tempo de ciclo $\overline{c}$. A escolha pelo tipo 1 do problema se dá pela sua relevância prática em linhas de produção convencionais (veja Capítulo 4). Assumimos que os tempos das tarefas são independentes entre si e que o tempo em que um trabalhador com deficiência $w \in W$ executa a tarefa $i \in N_w$ pertence ao intervalo $[\overline{t}_{wi}, \overline{t}_{wi} + \hat{t}_{wi}]$, em que $\overline{t}_{wi}$ ($\overline{t}_{wi} \geq 0$) é o valor nominal e $\hat{t}_{wi}$ ($\hat{t}_{wi} \geq 0$) é o desvio máximo em relação a $\overline{t}_{wi}$. Analogamente, o tempo de uma tarefa i quando executada por um trabalhador "convencional" compreende os valores em $[\overline{t}_i, \overline{t}_i + \hat{t}_i]$.

A seguir, apresentamos as duas formulações matemáticas para o RALWIBP-1, denominadas MR1 e MR2. A primeira é baseada na proposta de Borba e Ritt (2014a), enquanto a segunda leva em conta a modelagem apresentada na Seção 4.1.1. Ainda que o modelo de Miralles *et al.* (2007)

pudesse ser adaptado a este contexto, testes preliminares mostraram que esta abordagem teve dificuldades em encontrar soluções factíveis robustas até mesmo para instâncias de médio porte. Por esta razão, não o consideramos neste capítulo.

5.1.1 Modelo MR1

O modelo robusto MR1 é inspirado na formulação proposta por Borba e Ritt (2014a) para o ALWABP-2 (veja Seção 2.3.1.1). Suponhamos um conjunto estendido de trabalhadores com deficiência e de trabalhadores "convencionais", $W^H = \{1, ..., \varepsilon\}$, tal que $W \subset W^H$. Sem perda de generalidade, reordenamos $W^H = \{1, ..., \omega, ..., \varepsilon\}$ de forma que os primeiros indivíduos pertençam a W. Consideremos W_i^H como o conjunto de trabalhadores de W^H capazes de executar a tarefa $i \in N$, dado por $W_i^H = W_i \cup \{\omega + 1, ..., \varepsilon\}$, e N_w^H como o conjunto de tarefas que podem ser executadas pelos trabalhadores, dado por $N_w^H = N_w$, para $w \in \{1, ..., \omega\}$, e $N_w^H = N$, para $w \in \{\omega + 1, ..., \varepsilon\}$. Seja λ_w uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador $w \in W^H$ está alocado na linha. Definimos variáveis reais u_{wi} que medem a taxa de aumento do tempo da tarefa $i \in N_w^H$ quando executada pelo trabalhador $w \in W^H$ e Γ_w como o "*budget*" de incerteza para cada trabalhador $w \in W^H$. Através desta notação, o modelo não-linear NL1 preliminar ao MR1 é dado por:

$$\text{minimize} \sum_{w \in W^H} \lambda_w \tag{5.1}$$

sujeito a

$$\sum_{w \in W_i^H} x_{wi} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{5.2}$$

$$\sum_{i \in N_w^H} \bar{t}_{wi} x_{wi} + \max\left\{ \sum_{i \in N_w^H} \hat{t}_{wi} x_{wi} u_{wi} : \sum_{i \in N_w^H} u_{wi} \leq \Gamma_w, \; u_{wi} \in [0,1] \;\; \forall i \in N_w^H \right\} \leq \bar{c} \qquad \forall w \in W^H \tag{5.3}$$

$$d_{ww'} \geq x_{wi} + x_{w'j} - 1 \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j, \forall w \in W_i^H, \forall w' \in W_j^H \backslash \{w\} \tag{5.4}$$

$$d_{ww''} \geq d_{ww'} + d_{w'w''} - 1 \qquad \forall \{w, w', w''\} \subseteq W^H; \; |\{w, w', w''\}| = 3 \tag{5.5}$$

$$d_{ww'} + d_{w'w} \leq 1 \qquad \forall w \in W^H, \forall w' \in W^H \backslash \{w\} \tag{5.6}$$

$$x_{wj} \geq x_{wi} + x_{wj'} - 1 \qquad \forall i \in N, \forall j \in F_i^*, \forall j' \in F_j^*, \forall w \in W_i^H \cap W_j^H \cap W_{j'}^H \tag{5.7}$$

$$x_{wj'} + x_{wi} \leq 1 \qquad \forall i \in N, \forall j \in F_i^*, \forall j' \in F_j^*, \forall w \in W_i^H \cap (W^H \backslash W_j^H) \cap W_{j'}^H \tag{5.8}$$

$$\sum_{i \in N_w^H} x_{wi} \leq |N_w^H| \lambda_w \qquad \forall w \in W^H \tag{5.9}$$

$$\sum_{i \in N_w^H} x_{wi} \geq 1 \qquad \forall w \in W \tag{5.10}$$

$$\lambda_{w+1} \leq \lambda_w \qquad \forall w \in W^H \tag{5.11}$$

$$x_{wi} \in \{0, 1\} \qquad \forall w \in W^H, \forall i \in N_w^H \tag{5.12}$$

$$d_{ww'} \in \{0, 1\} \qquad \forall w \in W^H, \forall w' \in W^H \backslash \{w\} \tag{5.13}$$

$$\lambda_w \in \{0, 1\} \qquad \forall w \in W^H. \tag{5.14}$$

Dado que uma das características do nosso problema consiste na presença de um trabalhador por posto de trabalho, a função objetivo (5.1) minimiza o número de estações pela redução do número de trabalhadores alocados na linha de produção. As restrições (5.2) garantem a designação das tarefas na linha. O subproblema contido nas restrições de capacidade (5.3) constitui a parcela robusta do modelo. Assim, pretendemos encontrar o balanceamento no qual haja a maior variabilidade dos tempos de execução das tarefas de modo que o tempo de ciclo seja ainda respeitado. Notemos que a soma dos desvios das variáveis u_{wi} é restrita pelo parâmetro Γ_w. Logo, se $\Gamma_w = 0$, temos o problema determinístico. Por outro lado, se $\Gamma_w = |N_w|$, chegamos ao cenário em que o trabalhador w executa cada tarefa com a maior duração, situação passível de infactibilidade, dada a limitação do tempo de ciclo $\overline{c}$. As relações de precedência entre tarefas, assim como relações de transitividade e antissimetria entre trabalhadores, são indicadas por (5.4)–(5.6). As restrições (5.7)–(5.8) são similares às inequações (2.40)–(2.41) e utilizadas com o intuito de melhorar a relaxação linear do modelo. Restrições de acoplamento (5.9) estabelecem que um trabalhador faz parte da linha se o mesmo executa pelo menos uma tarefa, enquanto as restrições (5.10) forçam a inserção de trabalhadores com deficiência na linha de produção, uma vez que asseguram a designação de no mínimo uma tarefa a cada um. Finalmente, as restrições de quebra de simetria (5.11) são válidas devido às restrições (5.10) e ao fato de que ordenamos os indivíduos de W como primeiros no conjunto W^H.

A fim de linearizar o modelo NL1, consideremos as variáveis duais θ_w e α_{wi} associadas às restrições do subproblema de maximização presente nas restrições (5.3). O dual correspondente é dado por:

$$\text{minimize } \Gamma_w \theta_w + \sum_{i \in N_w^H} \alpha_{wi} \tag{5.15}$$

sujeito a

$$\theta_w + \alpha_{wi} \geq \hat{t}_{wi} x_{wi} \qquad \forall i \in N_w^H \tag{5.16}$$

$$\theta_w \in \mathbb{R}_+ \tag{5.17}$$

$$\alpha_{wi} \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall i \in N_w^H. \tag{5.18}$$

De acordo com Bertsimas e Sim (2003, 2004), podemos utilizar o Teorema da Dualidade Forte como ferramenta para escrever a versão linear de NL1. Substituindo o subproblema de maximização pela formulação dual (5.15)–(5.18), apresentamos o modelo MR1:

$$\text{minimize } \sum_{w \in W^H} \lambda_w \tag{5.19}$$

sujeito a

$$(5.2), (5.4)\text{–}(5.14) \text{ e}$$

$$\sum_{i \in N_w^H} \bar{t}_{wi} x_{wi} + \Gamma_w \theta_w + \sum_{i \in N_w^H} \alpha_{wi} \leq \overline{c} \qquad \forall w \in W^H \tag{5.20}$$

$$\theta_w + \alpha_{wi} \geq \hat{t}_{wi} x_{wi} \qquad \forall w \in W^H, \forall i \in N_w^H \tag{5.21}$$

$$\theta_w \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall w \in W^H \tag{5.22}$$

$$\alpha_{wi} \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall w \in W^H, \forall i \in N_w^H. \tag{5.23}$$

5.1.2 Modelo MR2

Nesta seção, desenvolvemos a formulação MR2 com base na estratégia de criação da tarefa artificial q proposta por Patterson e Albracht (1975) e mostrada na Seção 2.2.1.2. Nosso objetivo consiste em estender o modelo do ALWIBP-1 proposto na Seção 4.1 para sua variante robusta. Notemos que, neste caso, não temos a necessidade de utilizar o conjunto de trabalhadores W^H como

visto no MR1, já que as variáveis de decisão designam tarefas às estações, e não diretamente aos trabalhadores. Portanto, vamos considerar novamente os conjuntos estendidos N', W_i e N_w, introduzidos na modelagem do ALWIBP-1 (Seção 4.1.1). Definimos duas variáveis contínuas u_{swi} e u_{si} que calculam a taxa de variação dos tempos das tarefas quando executadas por trabalhadores com ou sem deficiência alocados na estação $s \in S$, respectivamente. Tomando L'_w como uma constante positiva e Γ e Γ_w como os "*budgets*" de incerteza definidos para trabalhadores "convencionais" e para cada $w \in W$, respectivamente, escrevemos o modelo não-linear robusto NL2 na sequência:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} s x_{sq} \tag{5.24}$$

sujeito a

$$(4.2)\text{–}(4.5), (4.8)\text{–}(4.11) \text{ e}$$

$$\sum_{i \in N'} \bar{t}_i x_{si} + \max\left\{ \sum_{i \in N'} \hat{t}_i x_{si} u_{si} : \sum_{i \in N'} u_{si} \leq \Gamma \right.$$
$$\left. u_{si} \in [0,1] \quad \forall i \in N' \right\} \leq \bar{c} \qquad \forall s \in S \tag{5.25}$$

$$\sum_{i \in N_w} \bar{t}_{wi} x_{si} + \max\left\{ \sum_{i \in N_w} \hat{t}_{wi} x_{si} u_{swi} : \sum_{i \in N_w^H} u_{swi} \leq \Gamma_w \right.$$
$$\left. u_{swi} \in [0,1] \quad \forall i \in N_w \right\} \leq \bar{c} + L'_w(1 - y_{sw}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{5.26}$$

Nas restrições de tempo de ciclo (5.25) e (5.26), vemos a presença do subproblema robusto que maximiza a variação dos tempos adicionais de trabalhadores "convencionais" e de trabalhadores com deficiência. Notemos que para determinar L'_w, seguimos a mesma ideia utilizada na modelagem do ALWIBP-1: escolher um valor que torne redundante o conjunto de restrições (5.26) no caso de $y_{sw} = 0$. Tomamos, então, $L'_w = \sum_{i \in N_w} [(\bar{t}_{wi} + \hat{t}_{wi}) - (\bar{t}_i + \hat{t}_i)]$.

Seguindo os mesmos pessos adotados para linearizar o modelo MR1, consideramos as variáveis duais ρ_s e φ_{si}, além de θ_{sw} e α_{swi} associadas aos subproblemas de maximização das restrições (5.25) e (5.26), respectivamente. Finalmente, podemos escrever o modelo MR2:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} s x_{sq} \tag{5.27}$$

sujeito a

$$(4.2)\text{–}(4.5), (4.8)\text{–}(4.11) \text{ e}$$

$$\sum_{i \in N'} \bar{t}_i x_{si} + \Gamma \rho_s + \sum_{i \in N'} \varphi_{si} \leq \bar{c} \qquad \forall s \in S \tag{5.28}$$

$$\rho_s + \varphi_{si} \geq \hat{t}_i x_{si} \qquad \forall s \in S, \forall i \in N' \tag{5.29}$$

$$\sum_{i \in N_w} \bar{t}_{wi} x_{si} + \Gamma_w \theta_{sw} + \sum_{i \in N_w} \alpha_{swi} \leq \bar{c} + L'_w(1 - y_{sw}) \qquad s \in S, \forall w \in W \tag{5.30}$$

$$\theta_{sw} + \alpha_{swi} \geq \hat{t}_{wi} x_{si} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w \tag{5.31}$$

$$\rho_s \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall s \in S \tag{5.32}$$

$$\varphi_{si} \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall s \in S, \forall i \in N' \tag{5.33}$$

$$\theta_{sw} \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{5.34}$$

$$\alpha_{swi} \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N_w. \tag{5.35}$$

5.2 Métodos heurísticos

Nosso foco de estudo nesta seção consiste na versão robusta da *heurística construtiva de inserção* (CIH), denominada RICH (do inglês: *robust insertion constructive heuristic*), aplicada ao RALWIBP-1. O conteúdo apresentado na sequência especifica os novos atributos deste algoritmo em relação à CIH.

5.2.1 Heurística Construtiva de Inserção - Versão Robusta

A ideia geral da RICH coincide com o funcionamento da CIH: dada uma solução inicial composta por trabalhadores unicamente "convencionais", devemos inserir na linha os trabalhadores com deficiência do conjunto W de modo que o número de estações adicionais seja minimizado. Neste novo algoritmo, mantivemos o mecanismo de segmentação da linha (Seção 4.2.1, Fase 2) e a tentativa de alocação de cada trabalhador com deficiência nas estações candidatas (Seção 4.2.1, Fase 3). As alterações realizadas na CIH têm impacto nas Fases 1 (solução inicial), 3 (designação de tarefas) e 4 (critério de desempate na escolha da melhor solução). Tais mudanças se devem à característica robusta das soluções do problema em questão e, também, a avanços do estado da arte de problemas de linhas de produção, como detalhado a seguir.

Na Fase 1, iniciamos o método com a solução obtida através de uma versão da heurística de Scholl e Voss (1996). Mais especificamente, modificamos o processo de designação de tarefas, também relacionado à Fase 3, da seguinte forma. Seja i uma tarefa cujos predecessores já foram alocados e N_s o conjunto de tarefas já designadas à estação s. Dizemos que i é candidata a ser inserida em s se:

$$\sum_{j \in N_s \cup \{i\}} \bar{t}_j + \max\left\{ \sum_{j \in N_s \cup \{i\}} \hat{t}_j u_j : \sum_{j \in N_s \cup \{i\}} u_j \leq \Gamma \right. \\ \left. u_j \in [0,1] \quad j \in N_s \cup \{i\} \right\} \leq \bar{c}. \tag{5.36}$$

Em outras palavras, a tarefa i está disponível em s se sua inserção não causar infactibilidade na restrição de tempo de ciclo, levando em conta o subproblema robusto de maximização interno à desigualdade. Notemos que quando temos um trabalhador $w \in W$ alocado à estação s, situação esta que pode ocorrer na Fase 3, alteramos os valores de $\bar{t}_i$, $\hat{t}_i$ e Γ em (5.36) para $\bar{t}_{wi}$, $\hat{t}_{wi}$ e Γ_w, respectivamente.

Tabela 5.1: *Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela RICH*

T	ordem decrescente dos tempos de execução das tarefas, t_i
PW	ordem decrescente dos chamados *positional weights*, $pw_i = t_i + \sum_{j \in F_i^*} t_j$
TdL	ordem decrescente da razão do tempo de execução da tarefa i pela estação mais tarde a qual podemos designá-la, $\frac{t_i}{l_i(m,\bar{c})}$
TdS	ordem decrescente da razão do tempo de execução da tarefa i pela folga $l_i(m,\bar{c}) - e_i(\bar{c}) - 1$, isto é, $\frac{t_i}{l_i(m,\bar{c}) - e_i(\bar{c}) - 1}$
F	ordem decrescente do número de sucessores, F_i^*

Na Seção 3.1.1.1, vimos que Otto *et al.* (2013) apresentam um novo arcabouço para a construção de regras de prioridades, contemplando elementos de agregação, composição, especificidade estrutural e influência estocástica. Motivados pelo bom desempenho das regras de prioridade elementares mostradas na Tabela 5.1, segundo estes autores, adotamo-as como critérios de seleção da tarefa mais apropriada a ser incluída em uma estação. Mais uma vez, observemos que os tempos relativos à execução de uma tarefa por um trabalhador "convencional" devem ser substituídos pelos

parâmetros correspondentes quando um trabalhador com deficiência ocupa a estação.

A fim de obter soluções diversificadas, aplicamos neste trabalho o princípio da agregação, dando preferência para os valores máximos das seguintes regras: $T^{1\%\bar{c}}$, $T^{3,3\%\bar{c}}$, $PW^{1\%\bar{c}}$, $PW^{3,3\%\bar{c}}$, $TdL^{1\%\bar{c}}$, $TdL^{3,3\%\bar{c}}$, $TdS^{1\%\bar{c}}$, $TdS^{3,3\%\bar{c}}$, $F^{5\%n}$ e $F^{10\%n}$. Dentre estas, as regras que consideram tempos de execução de tarefas (número de sucessores) arredondam o valor obtido para um múltiplo do tempo de ciclo (número de tarefas), com o objetivo de reduzir alguma porção de "ruído" em seus cálculos. Exemplificamos este procedimento por meio da regra $T^{1\%\bar{c}}$, definida por $\left\lfloor \frac{t_i}{0.01\bar{c}} \right\rfloor 0.01\bar{c}$. Se tomarmos $\bar{c} = 1000$, $t_1 = 185$ e $t_2 = 512$, o resultado desta regra, a nível de 1% de $\bar{c}$, é dado por $t_1 = 180$ e $t_2 = 510$. Em ambas as regras elementares e agregadas, consideramos como desempate a tarefa de menor índice.

Adicionamos regras compostas em nosso conjunto de critérios heurísticos, às quais são obtidas pela combinação de cada par de regras elementares (Tabela 5.1) de forma que a primeira regra possa receber pesos 1, 2 e 0,5, enquanto que o peso da segunda regra é fixado em 1. Deste modo, alternando papéis primários e secundários dessas regras, temos $3 \times 5 \times 4 = 60$ opções, no total de 75 variações.

No que se refere à Fase 4 da RICH, modificamos o critério de desempate entre duas soluções com o mesmo número de estações, favorecendo a escolha daquela que possui o menor valor do *índice de suavidade* de alocação da linha. Este termo, conhecido na literatura como *smoothness criterion* ou *smoothness index* (Ponnambalam *et al.*, 2000), é dado por $\sqrt{\sum_{s \in S}(\bar{c} - t(N(s))^2}$ e mede o grau de equilíbrio da carga alocada nas estações da linha.

Por fim, podemos afirmar que o pseudocódigo referente a RICH é idêntico ao Algoritmo 1, à exceção do Passo 1 e da função $genSol(x^c,s)$ (Passo 12), cujas alterações foram explicitadas acima. Além disso, à condição do Passo 13, devemos adicionar o critério de desempate que prioriza soluções com menor valor de *índice de suavidade*.

5.3 Experimentos computacionais

Apresentamos a seguir os experimentos numéricos relativos ao RALWIBP-1. Na Seção 5.3.1, mostramos as configurações das instâncias adotadas nos testes computacionais, enquanto a Seção 5.3.2 reporta os resultados dos modelos e métodos implementados para o problema em estudo.

5.3.1 Instâncias teste

As instâncias teste utilizadas neste trabalho são as mesmas apresentadas para o ALWIBP-1 na Seção 4.3.1. Dado que resultados preliminares das formulações MR1 e MR2 mostraram que ambas tiveram dificuldade em encontrar soluções factíveis para problemas de grande porte (100 tarefas), consideramos o grupo de 1600 exemplares com 50 tarefas. Determinamos os tempos adicionais das tarefas $\hat{t}_i$ e $\hat{t}_{wi}$ como 1%, 5%, 10% e 50% de seus valores nominais $\bar{t}_i$ e $\bar{t}_{wi}$, respectivamente. Para finalizar, definimos o "budget" de incerteza $\Gamma = \Gamma_w$, para cada $w \in W$, podendo assumir os seguintes valores: 1, 2,5 e 5.

5.3.2 Resultados

Dividimos este estudo computacional em três seções: primeiro, avaliamos a aplicabilidade dos modelos propostos frente à necessidade ou não de se considerar soluções robustas (Seção 5.3.2.1). Na sequência, avaliamos os resultados das duas formulações (5.3.2.2), seguidos de testes referentes à *heurística robusta de inserção de tarefas* (Seção 5.3.2.3). Os modelos e algoritmos foram codificados em C++, no sistema operacional Linux. Além disso, utilizamos o CPLEX 12.6 configurado com 4 threads, tempo limite de 3600s e 6 GB como limite da árvore de busca, em uma máquina Intel Xeon X550 2.67 GHz com 12 GB RAM.

5.3.2.1 Experimento 1: aplicabilidade da abordagem robusta

O primeiro conjunto de testes consiste em avaliar a aplicabilidade desta abordagem robusta. Para tanto, avaliamos se as melhores soluções obtidas pelo modelo ALWIBP-1 (Seção 4.1.1), executado durante 3600 segundos, são ao mesmo tempo aceitáveis para o RALWIBP-1. Na Tabela 5.2, apresentamos a quantidade de soluções finais do ALWIBP-1 factíveis para o RALWIBP-1, para cada combinação de "*budget*" de incerteza e percentual de tempo adicional $\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}$ (testamos 1600 instâncias para cada combinação de "budget" e tempo adicional). Podemos ver que, na maioria dos casos, a solução determinística é infactível se considerarmos a premissa de robustez. Mesmo no cenário "menos complexo", com $\Gamma = 1$ e 1% de percentual de tempo extra, vemos que apenas 38% das soluções são factíveis.

Tabela 5.2: *Número de instâncias cujas soluções obtidas pelo modelo do ALWIBP-1 foram factíveis para o RALWIBP-1.*

	$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}(\%)$			
Γ	1	5	10	50
1	606	97	16	0
2,5	406	11	0	0
5	260	2	0	0

5.3.2.2 Experimento 2: resultados dos modelos

Os modelos MR1 e MR2 foram comparados em termos do status das soluções encontradas por ambos, dos *gaps* de otimalidade e do tempo computacional necessário para a convergência. As duas formulações usam um limitante superior para o número de estações dado pelo resultado do algoritmo de Scholl e Voss (1996) no caso robusto acrescido de $|W|$. Amparados pelos bons resultados em (Otto e Otto, 2014), consideramos, nesta heurística, a regra de prioridade TdL com critério de desempate pelo identificador da tarefa. A Tabela 5.3 resume o desempenho dos modelos levando em conta o número de instâncias resolvidas. As duas primeiras colunas apresentam os valores de "Budget" e "Status" das soluções, respectivamente. Nas Colunas "1", "5", "10" e "50", indicamos o número de instâncias cujas melhores soluções dentro do tempo limite foram "Ótima", "Não Ótima" (solução factível, porém sem garantia de otimalidade) e "Não Encontrada", para percentuais de tempos adicionais de 1%, 5%, 10% e 50%. Em todos os cenários testados, o modelo MR2 superou o modelo MR1 se considerarmos o número de soluções ótimas e o número de instâncias sem soluções encontradas. Com efeito, confirmamos a qualidade e eficiência do MR2 nos testes seguintes.

A Tabela 5.4 analisa o chamado preço da robustez, definido aqui como o número de estações incrementadas na linha ao se optar por uma abordagem robusta em detrimento de uma determinística. Os resultados são agrupados pelos seguintes parâmetros: $|W|$ (número de trabalhadores com deficiência), Var (variabilidade dos tempos das tarefas) e Inc (percentual de incompatibilidade de tarefas pelos trabalhadores de W). Como valores de referência, consideramos as melhores soluções obtidas por ambos MR1 e MR2 e, pelo modelo do ALWIBP-1 executado com 1 hora de tempo limite. Podemos ver que 1%, 5% e 10% de tempos adicionais levam a soluções com pequeno ou nenhum aumento no número de estações. Claramente, constatamos que valores elevados de "budget" ou percentuais de tempos adicionais implicam na elevação do preço da robustez.

Nas Tabelas 5.5 e 5.6, comparamos as médias dos *gaps* de otimalidade obtidos pelo CPLEX e o tempo computacional gasto em segundos. Notemos que nos dois critérios de avaliação, o modelo MR2 foi melhor que o MR1. Efetivamente, podemos dizer que o MR2 leva grande vantagem em relação ao MR1 devido a maneira com que modela a presença de trabalhadores "convencionais", evitando restrições redundantes.

Finalmente, tomando o modelo MR2, o melhor comprovado por meio dos experimentos acima descritos, mensuramos o preço da robustez quando lidamos com diferentes valores de probabilidade

Tabela 5.3: *Número de soluções por status.*

		MR1				MR2			
		$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}(\%)$				$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}(\%)$			
Γ	Status	1	5	10	50	1	5	10	50
1	Ótima	918	794	677	273	1311	1278	1192	915
	Não Ótima	678	798	905	1248	288	322	408	684
	Não Encontrada	4	8	18	79	1	0	0	1
2,5	Ótima	873	649	476	13	1277	1177	1024	746
	Não Ótima	720	935	1091	1361	323	423	576	852
	Não Encontrada	7	16	33	226	0	0	0	2
5	Ótima	518	486	450	383	1175	1086	953	780
	Não Ótima	1015	1022	1060	1129	425	514	647	813
	Não Encontrada	67	92	90	88	0	0	0	7

de violação da restrição de tempo de ciclo. Os testes consideram o cenário com tempo adicional de execução de tarefas igual a 10% do valor nominal. Tomamos as probabilidades de violação desta restrição iguais a 0%, 1%, 5%, 10% e maior que 50%. O cálculo dos parâmetros Γ e Γ_w foi efetuado utilizando uma aproximação do limitante 3 proposto em (Bertsimas e Sim, 2004). Comparando apenas as soluções obtidas na otimalidade em todos os cenários e no modelo determinístico, comprovamos que o aumento do número de estações nos quatro primeiros valores de probabilidade foram idênticos a 8,32%, em média. Esse valor relativamente alto pode ser justificado pelo fato que Γ e Γ_w foram maiores ou iguais ao número de tarefas que, em geral, são designadas a cada estação de trabalho. Assim, o modelo sempre escolherá todas (ou grande parte) das tarefas com valor máximo de variação do tempo de execução. Para a probabilidade de violação das restrições de tempo de ciclo maior que 50%, não encontramos aumento no número de estações, já que se trata do caso nominal.

5.3.2.3 Experimento 3: resultados da heurística

A Tabela 5.7 apresenta os resultados do algoritmo RICH, aplicado na resolução do RALWIBP-1. As Colunas 1 e 2 indicam os valores de média para cada combinação de "budget" e percentual de tempos adicionais. Nas Colunas "Gap$^-$(%) (RP)" e "Gap$^+$(%) (RP)", mostramos os desvios médios e as regras de prioridade de melhores e piores desempenhos, respectivamente. A Coluna "Gap (%)" nos dá o desvio médio considerando todas as regras de prioridade. Vale ressaltar que nessas três colunas, comparamos o valor da heurística com a melhor solução obtida pelos modelos MR1 e MR2. A Coluna "Emp. (%)" mede o percentual de instâncias que obtiveram solução idêntica à melhor conhecida. A última coluna da tabela, denominada "Mel. (%) (#inst)" mostra o percentual de melhoria e o número de instâncias nas quais a RICH foi melhor, dado que em alguns casos, nenhuma das formulações pôde provar otimalidade.

A heurística se mostrou eficiente, com tempo de execução médio de 1 segundo. Regras de prioridade compostas pelos critérios F e PW levaram aos melhores resultados, enquanto regras agregadas, como por exemplo, a $F^{10\%n}$, não obtiveram êxito. Os valores dos *gaps* apontam que a RICH foi robusta no conjunto de instâncias testado, já que os melhores e piores desvios se situam perto da média. O número de empates da RICH demonstra sua precisão frente às soluções do modelo. Além disso, observamos que as melhorias nas soluções encontradas pela heurística ocorrem em cenários onde o número de soluções ótimas obtidas pelo modelo é baixo. De fato, constatamos que nestes exemplos as melhores soluções obtidas pelos modelos foram iguais aos seus respectivos limitantes superiores.

A fim de mensurar o quanto a designação de tarefas modificou da solução inicial à solução final, utilizamos a métrica proposta por Otto e Otto (2014) e denominada *índice de similaridade de soluções* (SSI, do inglês: *solution similarity index*). Para definí-la, seja $\overline{N} \times \overline{N}$ o conjunto de todos os possíveis pares de tarefas tal que $\overline{N} = N \cup \{0\}$ e $j \times 0$ indica que a tarefa j é designada sozinha a uma estação. Definimos $G_X \subseteq \overline{N} \times \overline{N}$ como o conjunto dos pares de tarefas designados

Tabela 5.4: *Preço da robustez (%) considerando a melhor solução dos modelos MR1 e MR2.*

				$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}$ (%)			
Γ	$\|W\|$	Var	Inc	1	5	10	50
1	1	2	10	0,28	1,38	3,69	20,10
			20	0,56	1,41	3,65	19,89
		5	10	0,57	2,14	3,43	19,13
			20	0,24	1,71	3,27	18,90
	2	2	10	0,64	1,82	3,28	19,29
			20	0,78	2,20	3,73	20,25
		5	10	0,53	2,19	4,02	19,61
			20	0,11	2,04	4,44	20,41
	3	2	10	0,71	1,58	3,82	20,71
			20	0,37	1,41	3,69	20,00
		5	10	0,56	1,85	3,69	19,38
			20	0,65	1,56	3,40	18,70
	4	2	10	0,38	2,15	4,45	20,89
			20	0,33	1,49	3,82	19,42
		5	10	0,50	2,24	3,47	19,54
			20	0,39	1,86	4,32	19,55
	Média			0,48	1,81	3,76	19,74
2,5	1	2	10	0,63	3,72	6,52	37,28
			20	0,65	3,70	6,47	37,14
		5	10	0,69	3,21	6,26	37,88
			20	0,45	2,96	6,37	36,97
	2	2	10	1,06	3,18	6,19	37,61
			20	0,78	3,45	7,15	37,42
		5	10	0,67	3,77	7,15	36,51
			20	0,34	3,43	6,98	37,13
	3	2	10	0,79	3,64	7,51	37,90
			20	0,55	3,34	7,37	37,48
		5	10	0,41	3,73	6,30	35,60
			20	0,87	3,05	5,47	34,22
	4	2	10	0,96	4,13	7,49	37,34
			20	0,84	3,56	6,91	36,93
		5	10	1,06	3,06	6,49	34,90
			20	0,74	3,98	6,97	34,76
	Média			0,72	3,49	6,73	36,69
5	1	2	10	0,64	4,47	9,80	49,71
			20	0,65	4,30	9,38	48,66
		5	10	1,49	4,04	8,86	48,45
			20	0,80	4,21	9,53	47,67
	2	2	10	1,06	4,18	8,88	48,35
			20	1,20	4,68	9,62	48,20
		5	10	0,74	4,94	9,13	46,28
			20	0,86	5,26	8,64	46,87
	3	2	10	1,04	4,48	9,20	48,09
			20	0,63	5,35	9,59	47,03
		5	10	0,61	4,18	8,49	44,84
			20	1,12	3,77	7,96	43,33
	4	2	10	1,10	5,60	9,48	48,24
			20	1,19	4,39	8,70	46,45
		5	10	1,48	4,55	9,02	44,87
			20	0,86	4,56	8,60	43,48
	Média			0,97	4,56	9,06	46,91

Tabela 5.5: *Gaps (%) dos modelos MR1 e MR2 obtidos pelo CPLEX.*

				MR1				MR2			
				$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}(\%)$				$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}(\%)$			
Γ	$\|W\|$	Var	Inc	1	5	10	50	1	5	10	50
1	1	2	10	8,52	10,71	13,93	22,30	0,33	0,67	0,93	5,43
			20	10,16	12,48	13,54	23,86	0,23	0,39	1,00	5,02
		5	10	10,91	7,66	9,26	19,25	0,74	0,46	0,79	5,23
			20	8,37	9,70	9,65	21,20	0,47	0,49	1,26	4,86
	2	2	10	12,12	14,77	14,34	21,68	0,97	1,02	1,24	5,14
			20	10,31	13,45	13,61	24,10	0,86	1,25	1,31	6,48
		5	10	7,90	11,42	8,98	19,73	1,07	1,45	2,38	6,68
			20	7,68	11,09	10,42	20,44	1,07	1,98	2,66	7,55
	3	2	10	11,22	14,61	14,75	25,97	1,16	1,17	2,11	8,23
			20	11,92	13,80	13,26	25,15	1,43	1,28	2,35	7,99
		5	10	11,43	11,50	10,75	22,23	2,23	2,76	3,72	9,52
			20	7,99	9,46	10,84	20,88	2,54	2,60	3,16	8,49
	4	2	10	14,99	15,46	17,06	26,98	2,44	2,83	3,38	9,21
			20	12,40	13,48	13,63	24,63	2,26	2,48	3,25	9,00
		5	10	11,14	12,61	12,84	22,56	5,46	4,92	5,93	12,42
			20	10,82	9,89	11,28	20,95	5,06	6,10	6,82	12,80
	Média			10,49	12,01	12,38	22,62	1,77	1,99	2,64	7,75
2,5	1	2	10	11,35	13,32	16,52	36,79	0,58	1,05	1,79	10,42
			20	11,28	13,18	15,86	33,96	0,52	1,03	1,81	10,44
		5	10	12,70	12,90	15,00	34,01	0,72	1,04	2,19	11,20
			20	10,58	11,98	12,67	31,41	0,48	1,04	2,95	11,73
	2	2	10	14,62	12,85	18,83	36,59	1,11	1,38	2,98	11,51
			20	12,26	13,25	16,16	34,17	0,88	1,23	3,33	12,28
		5	10	10,36	12,70	13,68	31,99	1,21	1,93	3,46	11,97
			20	8,58	12,05	13,71	30,72	1,45	2,03	3,42	13,10
	3	2	10	12,71	17,17	19,30	37,55	1,62	2,80	4,61	12,29
			20	11,87	14,37	18,76	37,22	1,46	2,52	3,92	12,84
		5	10	12,23	12,72	15,28	31,95	2,86	3,75	5,43	14,23
			20	10,98	13,11	14,18	29,84	3,02	3,31	4,79	14,89
	4	2	10	14,00	17,37	17,87	36,78	2,40	3,62	4,89	13,53
			20	14,82	17,67	18,59	35,07	2,27	3,81	5,20	13,94
		5	10	13,43	14,21	17,01	30,37	6,08	6,03	7,81	17,96
			20	11,00	14,35	16,19	30,30	5,77	6,81	7,48	17,03
	Média			12,05	13,95	16,23	33,67	2,03	2,71	4,13	13,09
5	1	2	10	10,73	16,38	21,99	40,66	0,58	1,15	3,32	11,63
			20	10,00	14,83	22,93	41,76	0,56	1,07	3,07	10,88
		5	10	13,04	11,13	17,61	40,03	1,23	1,33	2,94	12,25
			20	11,23	12,30	16,85	37,77	0,59	1,67	3,30	11,76
	2	2	10	11,96	17,18	19,43	39,39	1,24	1,91	3,83	12,91
			20	11,98	15,79	19,33	40,24	0,99	1,67	3,62	13,00
		5	10	10,83	13,98	18,17	34,79	1,35	2,64	4,20	14,99
			20	9,03	11,84	15,44	36,14	1,54	2,87	3,84	13,72
	3	2	10	13,83	17,57	21,13	39,96	1,39	3,17	4,61	14,10
			20	11,17	16,17	18,91	39,49	1,60	3,54	4,72	13,44
		5	10	11,83	15,76	16,92	35,36	2,91	4,43	6,21	16,83
			20	9,26	13,15	15,93	35,32	3,07	4,32	6,31	16,63
	4	2	10	15,86	19,52	20,87	41,81	2,58	3,98	6,08	15,43
			20	15,35	16,54	19,72	39,93	3,03	3,58	6,10	15,93
		5	10	12,58	15,44	19,38	33,09	5,50	7,28	8,79	21,44
			20	9,92	14,49	15,00	33,25	5,82	7,71	9,02	20,70
	Média			11,79	15,13	18,73	38,06	2,12	3,27	5,00	14,73

Tabela 5.6: *Tempo computacional(s) dos modelos MR1 e MR2 obtidos pelo CPLEX.*

				MR1				MR2			
				$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}(\%)$				$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}(\%)$			
Γ	$\|W\|$	Var	Inc	1	5	10	50	1	5	10	50
1	1	2	10	1652	1844	2203	2833	169	437	463	1165
			20	1581	1903	2186	3018	142	270	488	1252
		5	10	1797	1810	1957	2976	346	331	504	976
			20	1611	1910	1958	2853	246	283	566	932
	2	2	10	1941	2173	2111	2923	470	495	653	1419
			20	1810	2089	2298	2977	460	587	630	1440
		5	10	1813	2077	2223	3012	660	804	1020	1462
			20	1698	2246	2447	3219	629	958	1100	1356
	3	2	10	1969	2191	2534	3072	664	780	1086	1832
			20	1974	2112	2477	3114	745	735	1062	1726
		5	10	2041	2269	2358	3140	1285	1426	1583	1983
			20	2039	2009	2299	3136	1405	1347	1370	1815
	4	2	10	2253	2520	2722	3258	1227	1444	1596	1934
			20	2235	2295	2653	3249	1238	1307	1604	1976
		5	10	2270	2534	2511	3120	2147	2002	2150	2533
			20	2174	2373	2500	3150	2050	1970	2026	2305
	Média			1929	2147	2340	3066	868	948	1119	1632
2,5	1	2	10	1816	2223	2449	3504	249	496	828	1710
			20	1648	2360	2456	3483	242	569	834	1815
		5	10	1933	1985	2485	3501	409	554	980	1523
			20	1729	2055	2591	3482	268	557	1228	1558
	2	2	10	2056	2156	2757	3517	543	668	1132	1644
			20	1882	2171	2769	3518	450	654	1342	1742
		5	10	1879	2418	2691	3560	748	969	1367	1732
			20	1734	2448	2621	3567	795	1045	1258	1844
	3	2	10	1997	2513	2933	3568	830	1290	1654	1677
			20	2005	2546	2901	3535	816	1216	1534	1947
		5	10	2173	2509	2689	3566	1484	1689	1764	2327
			20	2157	2331	2702	3513	1470	1525	1528	1842
	4	2	10	2403	2749	2749	3588	1377	1725	1771	2137
			20	2325	2688	2792	3587	1321	1637	1890	2287
		5	10	2431	2667	2836	3571	2310	2168	2119	2773
			20	2213	2738	2975	3554	2213	2129	2099	2593
	Média			2024	2410	2712	3538	970	1181	1458	1947
5	1	2	10	1746	2297	2973	3546	263	524	1312	1634
			20	1685	2191	3005	3551	283	529	1267	1496
		5	10	1950	2182	2858	3483	527	630	1276	1460
			20	1778	2276	3017	3484	309	775	1235	1629
	2	2	10	2053	2453	2961	3542	599	844	1453	2050
			20	1988	2378	3043	3540	535	886	1430	1809
		5	10	1924	2617	2927	3503	786	1264	1522	2235
			20	1807	2375	2745	3519	855	1282	1505	1796
	3	2	10	2135	2572	2918	3578	779	1432	1723	2210
			20	1944	2657	2820	3550	828	1551	1802	2322
		5	10	2234	2629	2913	3576	1483	1879	1903	2410
			20	2181	2443	2981	3594	1525	1712	1696	2680
	4	2	10	2561	2809	2914	3600	1310	1726	1939	2521
			20	2373	2637	2918	3535	1409	1693	1984	2613
		5	10	2509	2731	3223	3576	2288	2259	2475	2997
			20	2300	2687	2957	3551	2243	2242	2316	3185
	Média			2073	2496	2948	3545	1001	1327	1677	2190

à mesma estação na solução X. Segue, então, que o valor de SSI entre duas soluções A e B é dado por $SSI_{A,B} = \frac{2|G_A \cap G_B|}{|G_A|+|G_B|}$. Para efeito de ilustração, tomemos as soluções A e B como $\{1,2\}$, $\{3,4\}$ e $\{1,2,3\}$, $\{4\}$, respectivamente. Temos que G_A é composto pelos pares $\{1,2\}$ e $\{3,4\}$, e G_B por $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ e $\{4,0\}$. Com isso, chegamos a $SSI_{A,B} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Nossos resultados mostraram que as tarefas mantêm sua posição relativa em, aproximadamente, 23% dos casos nos cenários com 1%, 5% e 10% de tempos adicionais, enquanto que para valores de 50%, essa média aumenta para 47%. No que compete aos melhores esquemas de alocação de trabalhadores e orientação do grafo de precedência, verificamos que as alocações de trabalhadores no estilo *forward* com orientação reversa de arestas no grafo (*backward*) produziram os melhores resultados, seguidas pela configuração *forward-forward*.

Tabela 5.7: *Resultados obtidos pela RICH.*

Γ	$\hat{t}_i \backslash \hat{t}_{wi}$(%)	Gap$^-$(%) (RP)	Gap$^+$(%) (RP)	Gap (%)	Emp. (%)	Mel. (%) (#inst)
1	1	3,97 (F, TdS, 1)	4,69 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	4,37	58,20	-13,33 (1)
	5	4,14 (F, PW, 2)	4,85 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	4,47	56,56	-6,67 (1)
	10	3,97 (PW, TdS, 1)	4,69 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	4,40	56,65	-11,76 (1)
	50	3,21 (PW$^{3,3\%\overline{c}}$, Id, 1)	4,21 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	3,52	60,85	-5,69 (34)
2,5	1	4,06 (F, PW, 2)	4,73 (T, TdL, 1)	4,44	57,26	- (0)
	5	3,99 (F, PW, 1)	4,74 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	4,37	57,02	- (0)
	10	3,98 (F, PW, 2)	4,74 (F, Id, 1)	4,28	56,73	-5,56 (1)
	50	2,54 (PW, T, 2)	3,85 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	2,76	62,45	-5,89 (98)
5	1	4,00 (F, PW, 2)	4,76 (T, F, 1)	4,45	57,11	- (0)
	5	6,45 (F, PW, 1)	7,19 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	6,78	36,20	-6,67 (1)
	10	3,56 (F, PW, 2)	4,41 (F$^{10\%n}$, ID, 1)	3,89	59,13	-6,11 (2)
	50	2,03 (PW$^{3,3\%\overline{c}}$, Id, 1)	3,58 (F$^{10\%n}$, Id, 1)	2,33	62,59	-6,51 (128)

Capítulo 6

UALWIBP

O leiaute em U é um dos mais encontrados em linhas de produção em situações práticas. Neste tipo de linha, o produto percorre estações de trabalho organizadas em forma de U, com a possibilidade de que trabalhadores na parte interior acessem, facilmente, estações de trabalho diferentes. As linhas em questão possuem algumas vantagens, sendo utilizadas, por exemplo, em ambientes de produção que seguem a filosofia *just-in-time* (Miltenburg, 2001a). Lemos e Fogliato (2003) afirmam que as linhas de produção do tipo U são empregadas para promover uma melhor comunicação entre os trabalhadores, facilitando o balanceamento da produção e levando a uma maior aproximação dos envolvidos no processo. Com efeito, este modelo de linha é mais flexível, permitindo que trabalhadores participem de distintas etapas da produção, promovendo o aprendizado e o dinamismo.

Miralles *et al.* (2005) foram os primeiros a abordar o fator heterogeneidade em linhas em U. Considerando o ambiente dos CTDs, uma formulação inteira mista para o *problema de balanceamento de linhas de produção em U e designação de trabalhadores* (UALWABP, do inglês: *U-shaped assembly line worker assignment and balancing problem*) é proposta, utilizando uma versão do algoritmo B&B com estratégia de ramificação proveniente da busca em profundidade denominada LAU (do inglês: *LAser search designed for UALWABP*). A fim de testar a metodologia proposta, os autores geram algumas instâncias baseadas no SALBP e fazem um estudo de caso com dados reais.

Visto que não há um trabalho que aborde o contexto do ALWIBP em linhas U, introduzimos nesta seção o *problema de balanceamento de linhas de produção em U e integração de trabalhadores* (UALWIBP, do inglês: *U-shaped assembly line worker integration and balancing problem*). Nossa motivação se fundamenta nos benefícios que estes sistemas produtivos podem trazer à efetiva inclusão de trabalhadores com deficiência.

A organização deste capítulo é a seguinte. Na Seção 6.1, estudamos o problema geral (UALWIBP-1) e uma variante do UALWIBP que não permite a presença de trabalhadores com deficiência em estações *crossover* (UALWIBP-1Cr). Em cada uma dessas abordagens, propomos duas formulações matemáticas inspiradas nos modelos desenvolvidos por Urban (1998) e Fattahi *et al.* (2014). A Seção 6.2 apresenta adaptações na heurística CIH para o caso de linhas em U, enquanto a Seção 6.3 finaliza a abordagem deste conteúdo por meio de experimentos computacionais.

6.1 Formulação matemática

A principal característica de linhas de produção em U está no fato de que uma estação pode conter tarefas alocadas nos sentidos *forward* e *backward* do grafo de precedências. As modelagens que veremos nesta seção consideram, de alguma forma, este artifício. Vamos resolver o UALWIBP-1, ou seja, a minimização do número de estações de trabalho dado um tempo de ciclo, $\overline{c}$, com a garantia de que os trabalhadores com deficiência sejam inseridos e restrições de precedência de tarefas e factibilidade trabalhador/tarefa sejam obedecidas. Na subseção 6.1.1, apresentamos dois modelos para o UALWIBP-1, chamados MU1 e MU2. O primeiro contempla a modelagem de Urban

(1998), enquanto o segundo é alicerçado nas ideias propostas por Fattahi *et al.* (2014). Dando continuidade, explicitamos os modelos MUCr1 e MUCr2, aplicados ao UALWIBP-1Cr (Seção 6.1.2) e baseados nos mesmos trabalhos previamente citados.

6.1.1 UALWIBP-1

A seguir, apresentamos os modelos MU1 e MU2.

6.1.1.1 Modelo MU1

O modelo MU1 trata as designações de tarefas nos sentidos *forward* e *backward* através de um grafo "fantasma", anexado à rede de precedências original com as arestas invertidas (veja Figura 2.13). Assim como em (Urban, 1998), seja x_{si} (v_{si}) uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa i está designada à estação s através do grafo original ("fantasma"). Definimos y_{sw} uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador com deficiência $w \in W$ está alocado na estação $s \in S$ e z_s uma variável binária igual a 1 apenas se a estação s está instalada na linha. Considerando o conjunto de trabalhadores com deficiência capazes de executar a tarefa $i \in N$, definido por $W_i = \{w \in W; t_{wi} \neq \infty\}$, o conjunto de tarefas que podem ser executadas pelo trabalhador $w \in W$, dado por $N_w = \{i \in N; w \in W_i\}$, e tomando novamente L_w como uma constante suficiente grande, apresentamos o modelo MU1:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} z_s \tag{6.1}$$

sujeito a

$$(4.3)\text{–}(4.4), (4.11) \text{ e}$$

$$\sum_{s \in S} (x_{si} + v_{si}) = 1 \qquad \forall i \in N \tag{6.2}$$

$$\sum_{s \in S} (m - s + 1)(x_{si} - x_{sj}) \geq 0 \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j \tag{6.3}$$

$$\sum_{s \in S} (m - s + 1)(v_{sj} - v_{si}) \geq 0 \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j \tag{6.4}$$

$$\sum_{i \in N} t_i (x_{si} + v_{si}) \leq \bar{c} z_s \qquad \forall s \in S \tag{6.5}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} (x_{si} + v_{si}) \leq \bar{c} z_s + L_w (1 - y_{sw}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{6.6}$$

$$(x_{si} + v_{si}) \leq 1 - y_{sw} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \backslash N_w \tag{6.7}$$

$$y_{sw} \leq \sum_{i \in N_w} (x_{si} + v_{si}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{6.8}$$

$$z_{s+1} \leq z_s \qquad s \in S \backslash \{m\} \tag{6.9}$$

$$x_{si} \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in N, \forall s \in S \tag{6.10}$$

$$v_{si} \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in N, \forall s \in S \tag{6.11}$$

$$z_s \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S. \tag{6.12}$$

O objetivo desta formulação é minimizar o número de estações de trabalho necessárias. Restrições (6.2) garantem que uma tarefa deve ser alocada em uma estação, seja no grafo original ou no grafo "fantasma". Relações de precedência entre tarefas são respeitadas através das restrições (6.3) e (6.4), em ambos os grafos original e "fantasma", respectivamente. Restrições (6.5) e (6.6) garantem que o tempo de ciclo é respeitado em estações na presença de trabalhadores "convencionais" ou trabalhadores com deficiência. Notemos que a constante L_w é definida da mesma forma

como no modelo ALWIBP-1 (Seção 4.1.1): $L_w = \sum_{i \in N_w} |t_{wi} - t_i|$, para $w \in W$. Restrições (6.7) e (6.8) não permitem que uma tarefa seja designada a uma estação cujo trabalhador alocado não seja capaz de executá-la. Finalmente, as restrições (6.9) indicam que uma estação só será utilizada se a anterior já foi instalada.

6.1.1.2 Modelo MU2

Recentemente, Fattahi *et al.* (2014) apresentaram uma nova modelagem para o UALBP-1 que não utiliza o grafo de precedência "fantasma", originalmente proposto por Urban (1998). Os autores implementam a estratégia de designação de tarefas *forward-backward* através de restrições disjuntivas binárias que, em alguns casos, reduzem pela metade o número de variáveis em comparação ao modelo de Urban. Assim, consideremos u_i como uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa i for alocada de maneira *forward*. O modelo MU2 pode ser escrito como:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} z_s \tag{6.13}$$

sujeito a

$$(4.3)\text{–}(4.4), (4.11), (6.9)\text{–}(6.10), (6.12) \text{ e}$$

$$\sum_{s \in S} x_{si} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{6.14}$$

$$\sum_{s \in S} s(x_{si} - x_{sj}) \leq |S|(1 - u_j) \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j \tag{6.15}$$

$$\sum_{s \in S} s(x_{sj} - x_{si}) \leq |S| u_j \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j \tag{6.16}$$

$$u_i \geq u_j \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j \tag{6.17}$$

$$\sum_{i \in N} t_i x_{si} \leq \bar{c} z_s \qquad \forall s \in S \tag{6.18}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{si} \leq \bar{c} z_s + L_w(1 - y_{sw}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{6.19}$$

$$x_{si} \leq 1 - y_{sw} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \backslash N_w \tag{6.20}$$

$$y_{sw} \leq \sum_{i \in N_w} x_{si} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{6.21}$$

$$u_i \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in N. \tag{6.22}$$

A função objetivo (6.13) minimiza o número de estações utilizadas. As restrições (6.14) e (6.18)–(6.21) possuem a mesma semântica das desigualdades (6.2) e (6.5)–(6.9), respectivamente. As restrições (6.15)–(6.17) garantem o respeito à precedência das tarefas. Notemos que se uma tarefa j é designada a uma estação de maneira *forward*, as restrições (6.15) ficam ativadas, uma vez que $\sum_{s \in S} s(x_{si} - x_{sj}) \leq 0$, e as restrições (6.16) tornam-se redundantes, isto é, $\sum_{s \in S} s x_{si} \leq \sum_{s \in S} s x_{sj} + |S|$. Forçamos, ainda, a designação de todas as tarefas predecessoras de j no sentido em questão. O raciocínio é análogo no caso de j ser designada a uma estação de modo *backward*. Por fim, observemos que o número de variáveis nesta formulação é da ordem de $O(m(n+\omega+1)+n)$, em contraste com $O(m(2n + \omega + 1))$ da formulação MU1. A título de ilustração, tomando $n = 50$, $\omega = 4$ e $m = 7$, vemos que a formulação MU1 necessita de 735 variáveis, enquanto o modelo MU2 exige apenas 435 variáveis.

6.1.2 UALWIBP-1Cr

Como introduzido no início deste capítulo, sabemos que linhas de produção em U permitem uma maior diversidade de combinações na designação de tarefas, o que as tornam mais flexíveis e eficientes. Com efeito, a presença de tarefas pertencentes a diferentes etapas do processo produtivo em estações *crossover* exige a alocação de trabalhadores mais preparados nestas estações (Nakade e Nishiwaki, 2008; Nakade e Ohno, 1999).

Exemplos práticos mostram que, em alguns casos, é desejável que trabalhadores com deficiência não sejam alocados a estações desse tipo, dado que os indivíduos em questão podem ser admitidos sem experiência profissional ou possuir condições físicas que os limitem. Essa situação típica justifica o estudo da variante do UALWIBP-1 denominada UALWIBP-1Cr, composta por restrições que proíbem a presença de trabalhadores com deficiência em estações *crossover*. A seguir, apresentamos os modelos MUCr1 e MUCr2 aplicados a este problema.

6.1.2.1 Modelo MUCr1

O modelo MUCr1 estende a formulação MU1. Para tal efeito, seja α_s (β_s) uma variável binária igual a 1 se e somente se existe pelo menos uma tarefa alocada na estação $s \in S$ de modo *forward* (*backward*). Utilizando as notações definidas na Seção 6.1.1, apresentamos o modelo MUCr1 na sequência:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} z_s \tag{6.23}$$

sujeito a

$$(4.3)\text{–}(4.4), (4.11), (6.2)\text{–}(6.12) \text{ e}$$

$$\sum_{i \in N} x_{si} \leq |N|\alpha_s \qquad \forall s \in S \tag{6.24}$$

$$\sum_{i \in N} v_{si} \leq |N|\beta_s \qquad \forall s \in S \tag{6.25}$$

$$\alpha_s + \beta_s + \sum_{w \in W} y_{sw} \leq 2z_s \qquad \forall s \in S \tag{6.26}$$

$$\alpha_s \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S \tag{6.27}$$

$$\beta_s \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S. \tag{6.28}$$

As restrições (6.24)–(6.25) definem as variáveis α_s e β_s. Já as restrições (6.26) estabelecem que, uma vez instalada a estação s, nenhum trabalhador com deficiência pode ser alocado a s se esta possuir tarefas designadas de maneira *forward* e *backward*.

6.1.2.2 Modelo MUCr2

O modelo apresentado nesta subseção segue diretamente da formulação MU2. Utilizando as notações definidas anteriormente, escrevemos o MUCr2 como:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} z_s \tag{6.29}$$

sujeito a

$$(4.3)\text{–}(4.4), (4.11), (6.9)\text{–}(6.10), (6.12), (6.14)\text{–}(6.22), (6.26)\text{–}(6.28) \text{ e}$$

$$x_{si} + u_i \leq \alpha_s + 1 \qquad \forall i \in N, \forall s \in S \tag{6.30}$$

$$x_{si} - u_i \leq \beta_s \qquad \forall i \in N, \forall s \in S. \tag{6.31}$$

As restrições (6.30)–(6.31) indicam se cada estação de trabalho $s \in S$ possui tarefas designadas de maneira *forward* e *backward*, e utilizam essas informações para restringir ou não a presença de trabalhadores com deficiência em s.

6.2 Métodos heurísticos

O estudo conduzido nesta seção promove adaptações na *heurística construtiva de inserção* (CIH) para o UALWIBP-1. Apresentamos, na sequência, as alterações propostas para a denominada *heurística construtiva de inserção em linhas em U* (UCIH, do inglês: *U-shaped line constructive insertion heuristic*).

6.2.1 Heurística Construtiva de Inserção - Versão linhas em U

A estrutura básica da UCIH é originária da CIH: dada uma solução inicial do UALBP-1, devemos inserir os trabalhadores com deficiência na linha de produção tal que o número de estações adicionais seja minimizado. Na UCIH, permanecemos com o mecanismo de segmentação da linha (Seção 4.2.1, Fase 2) e tentativa de alocação de cada trabalhador com deficiência nas estações candidatas (Seção 4.2.1, Fase 3). Esta heurística difere da CIH no mecanismo de geração da solução inicial (Seção 4.2.1, Fase 1) e no critério que determina se uma tarefa pode ser designada ou não a uma estação (Seção 4.2.1, Fase 3). Explicitamos cada uma dessas modificações a seguir.

Na Fase 1, partimos da melhor solução encontrada pela execução do modelo UALBP-1 pelo CPLEX 12.5.1, com tempo limite de 10 minutos, em uma máquina Intel 2.3 GHz 6GB RAM. Nas instâncias em que o pacote comercial foi incapaz de encontrar alguma solução factível, utilizamos uma adaptação da heurística de Scholl e Voss (1996) para linhas em U. Em especial, redefinimos o conceito de tarefa disponível aplicado ao nosso contexto, cuja utilização se faz presente na Fase 3. Notemos que o fato de uma tarefa ser inserida a uma estação de maneira *forward* ou *backward* deve ser levado em conta. Assim, uma tarefa i é candidata a ser designada à estação s se: (i) não possui predecessores; (ii) não possui sucessores; (iii) todos os predecessores imediatos foram designados a estações anteriores ou, inclusive, à estação s; (iv) todos os predecessores imediatos foram designados a estações posteriores ou, inclusive, à estação s (fixação de estações *backward*); (v) todos os sucessores imediatos foram designados a estações anteriores ou, inclusive, à estação s. Nas Figuras 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, vemos exemplos de tarefas disponíveis, destacadas em vermelho, e as designações em cada um desses casos. Estações e tarefas hachuradas representam elementos fixados na Fase 3, durante o processo de construção da solução final. No que se refere às regras de prioridade, adotamos aquelas apresentadas na Tabela 6.1, às quais envolvem escolhas baseadas em características de designações *forward* e *backward*.

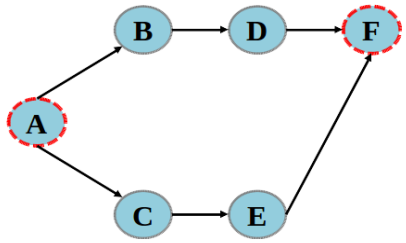


Figura 6.1: *Tarefas candidatas à designação – condições (i) e (ii).*

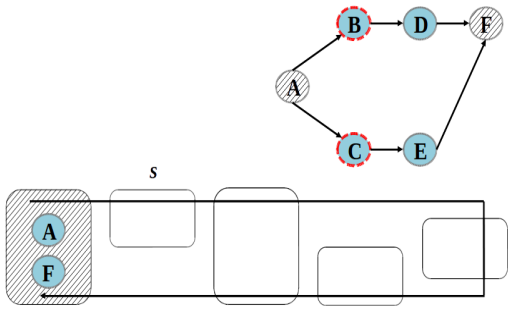


Figura 6.2: *Tarefas candidatas à designação – condição (iii).*

Finalmente, podemos dizer que a UCIH possui pseudocódigo similar ao Algoritmo 1, exceto pelo Passo 1 e pela função $genSol(x^c,s)$ (Passo 12), cujas modificações foram explicitadas acima.

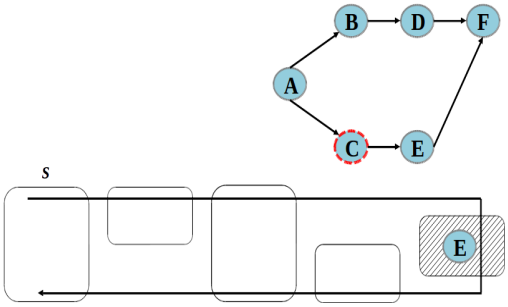


Figura 6.3: *Tarefas candidatas à designação – condição (iv), com fixação de estações backward.*

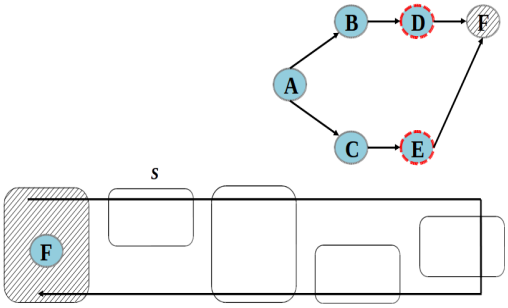


Figura 6.4: *Tarefas candidatas à designação – condição (v).*

Tabela 6.1: *Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela UCIH*

MaxTime	ordem decrescente dos tempos de execução das tarefas, t_i
MaxPW	ordem decrescente do valor máximo dos chamados *positional weights* para designações *forward* e *backward*, $pw_i = \max\{t_i + \sum_{j \in F_i^*} t_j,\ t_i + \sum_{j \in D_i^*} t_j\}$
MaxIF_ID	ordem decrescente do valor máximo do número de sucessores imediatos e predecessores imediatos, $\max\{F_i,\ D_i\}$
MaxF_D	ordem decrescente do valor máximo do número de sucessores e predecessores, predecessores $\max\{F_i^*,\ D_i^*\}$

6.3 Experimentos computacionais

Apresentamos a seguir os experimentos numéricos relativos ao UALWIBP-1 e ao UALWIBP-1Cr. Na Seção 6.3.1, mostramos as configurações das instâncias adotadas nos testes computacionais. Na sequência, a Seção 6.3.2 apresenta os resultados dos métodos desenvolvidos, além de uma análise de melhorias das linhas no UALWIBP-1, em comparação com o ALWIBP-1.

6.3.1 Instâncias teste

As instâncias utilizadas neste estudo computacional correspondem aos 4800 exemplares descritos na Seção 4.3.1, classificados em três grupos de 1600 instâncias com número médio ($|N|$=50), grande ($|N|$=100) e muito grande ($|N|$=1000) de tarefas.

6.3.2 Resultados

O estudo computacional conduzido nesta seção subdivide-se em três experimentos. Primeiramente, avaliamos o desempenho dos modelos baseados nas formulações de Urban (1998) e de Fattahi *et al.* (2014) para os problemas UALWIBP-1 e UALWIBP-1Cr (Seção 6.3.2.1). Na Seção 6.3.2.2, testamos a eficiência e a qualidade das soluções obtidas pela heurística U-CIH. Para finalizar, na Seção 6.3.2.3, apresentamos vantagens relacionadas à implantação de linhas em U quando comparadas ao contexto de linhas seriais. De fato, explicitamos a redução no número de estações instaladas na linha de produção ao alternarmos entre os problemas ALWIBP-1 e UALWIBP-1. Os modelos e algoritmos foram codificados em C++, no sistema operacional Linux. Utilizamos o CPLEX 12.6 configurado com 1 thread, tempo limite de 3600s e 6 GB como limite da árvore de busca, em uma máquina Intel Xeon X5675 3.07GHz com 96 GB RAM.

6.3.2.1 Experimento 1: resultados dos modelos UALWIBP-1 e UALWIBP-1Cr

Neste primeiro experimento, comparamos o desempenho dos modelos MU1 e MU2, aplicados ao UALWIBP-1, assim como os resultados referentes às formulações MUCr1 e MUCr2 para o UALWIBP-1Cr. Para o cálculo do limitante do número de estações em ambos os problemas, determinamos uma solução para o problema de linhas em U com trabalhadores "convencionais". Para tanto, optamos primeiramente pela resolução exata do modelo UALBP-1. Caso uma solução factível não seja encontrada, utilizamos o algoritmo de Scholl e Voss (1996) adaptado para o contexto de linhas em U. Por fim, o limite superior do número de estações é dado pela solução do UALBP-1 acrescido de $|W|$.

A Tabela 6.2 apresenta os resultados considerando medidas de desempenho como número de instâncias resolvidas na otimalidade (Δ_u), percentual médio de *gap* fornecido pelo CPLEX ($\text{Gap}_u(\%)$) e tempo computacional ($\text{t}_u(\text{s})$) para instâncias de médio ($|N| = 50$) e grande porte ($|N| = 100$). Comparando os modelos do UALWIBP-1, vemos que o MU2, cuja modelagem é baseada na formulação de Fattahi *et al.* (2014), se sobressai diante do MU1 nos três critérios de qualidade escolhidos. Não obstante, vejamos que esta diferença diminui quando consideramos instâncias com 100 tarefas. Podemos estender esta mesma análise ao tomarmos os modelos para o UALWIBP-1Cr. Nestes problemas maiores, os modelos MUCr1 e MUCr2 demonstraram comportamento praticamente iguais aos das formulações MU1 e MU2, no mesmo conjunto de instâncias.

Tabela 6.2: *Resultados computacionais dos modelos MU1, MU2, MUCr1 e MUCr2 para instâncias médias ($|N| = 50$) e grandes ($|N| = 100$).*

$\|N\|$	Modelos	Δ_u	$\text{Gap}_u(\%)$	$\text{t}_u(\text{s})$
50	MU1	1122	3,0	1242
	MU2	1207	2,5	1026
	MUCr1	990	4,1	1535
	MUCr2	1058	3,6	1379
100	MU1	500	4,2	2607
	MU2	503	4,1	2603
	MUCr1	435	4,7	2742
	MUCr2	430	4,7	2746

Nas Tabelas 6.3–6.6, utilizamos como referência as melhores soluções obtidas, em cada instância, pelos modelos MU1 e MU2 (UALWIBP-1), e pelas formulações MUCr1 e MUCr2 (UALWIBP-1Cr). Consideramos algumas medidas de qualidade adotadas na Seção 4.3.2.1, modificadas para o contexto de linhas em U:

- $\mathbf{m_{u\uparrow}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{u\uparrow}}}$: número de estações adicionadas em relação à melhor solução do UALBP-1 (média e desvio padrão);
- $\mathbf{m_{u\uparrow}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{u\uparrow}}}(\%)$: percentual do número de estações adicionadas em relação à melhor solução do UALBP-1 (média e desvio padrão);
- $\eta_{\mathbf{u}}(\%)$: percentual de tarefas executadas pelos trabalhadores com deficiência em relação à média das tarefas designadas a um trabalhador "convencional" no UALWIBP-1;
- $\beta_{\mathbf{u}}$ e $\sigma_{\beta_{\mathbf{u}}}(\%)$: percentual do número de trabalhadores com deficiência na linha de produção dado por $\left(\frac{|W|}{m}\right)$, onde m é o número de estações em uma solução do UALWIBP-1 (média e desvio padrão);
- $\theta_{\mathbf{u}}$: número de instâncias do UALWIBP-1 em que não há aumento no número de estações em comparação à melhor solução obtida pelo UALBP-1;

- $\mathbf{m_{cr}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{cr}}}(\%)$: percentual do número de estações *crossover* presentes na solução obtida pelo UALWIBP-1 (média e desvio padrão);

- $\mathbf{m_{cr,w}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{cr,w}}}(\%)$: percentual de estações *crossover*, em uma solução do UALWIBP-1, cujos trabalhadores alocados possuem algum tipo de deficiência (média e desvio padrão).

Comparando as soluções obtidas para o UALWIBP-1, vemos nas Tabelas 6.3 e 6.4 um acréscimo médio de estações de trabalho praticamente igual em ambos os cenários com 50 e 100 tarefas. Como era de se esperar, quanto maior o número de trabalhadores com deficiência a serem inseridos, maior o percentual de estações adicionais instaladas na linha em relação a uma solução do UALBP-1. Com efeito, se analisarmos as colunas 6 e 7 das Tabelas 4.2 e 4.3, na Seção 4.3.2.1, veremos que o comportamento do modelo proposto para o ALWIBP-1 é semelhante aos modelos do UALWIBP-1. Esta conclusão é, de fato, bem interessante, uma vez que nos diz que a adaptação de uma linha em U para receber trabalhadores com deficiência apresenta um aumento similar no tamanho da linha.

Ao analisarmos os resultados da métrica $\beta_{\mathbf{u}}$, vemos a presença de, no mínimo, 5% de trabalhadores com deficiência compondo a força de trabalho das linhas referentes às instâncias testadas. Avaliando as soluções em termos da medida $\eta_{\mathbf{u}}$, podemos dizer que estes trabalhadores executam em média 58% da quantidade de tarefas executadas por trabalhadores "convencionais". Além disso, em 41% dos casos, não há acrescimo no tamanho da linha convencional. Finalmente, observamos que em alguns casos, trabalhadores com deficiência chegam a ocupar metade das estações *crossover*, o que indica a participação em etapas cruciais do sistema produtivo. Por outro lado, isso pode impor dificuldades caso os trabalhadores tenham dificuldades em movimentação, por exemplo.

As Tabelas 6.5 e 6.6 indicam um leve acréscimo no número de estações, em comparação ao que obtivemos com o UALWIBP-1. Observamos, ainda, uma redução do número de estações *crossover* na linha, resultante da impossibilidade de trabalhadores com deficiência ocuparem estes postos de trabalho. Notemos que esta característica do problema implica na redução do fator η_u, dado que a designação de tarefas nestes postos de trabalho pode ser feita em apenas um sentido (*forward* ou *backward*).

Tabela 6.3: *Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1 para instâncias médias ($|N|$ = 50).*

$\|\mathbf{W}\|$	Var	Inc	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}$	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}(\%)$	$\eta(\%)$	$\beta \pm \sigma_\beta(\%)$	θ	$\mathbf{m_{cr}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{cr}}}(\%)$	$\mathbf{m_{cr,w}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{cr,w}}}(\%)$
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	2,2 ± 5,0	68,5	11,1 ± 2,7	82	60,8 ± 16,9	7,9 ± 9,0
		20%	0,2 ± 0,4	2,6 ± 5,4	68,1	11,0 ± 2,6	80	58,9 ± 18,5	6,2 ± 8,7
	U[t,5t]	**10%**	0,3 ± 0,5	3,4 ± 5,8	50,9	10,9 ± 2,6	72	58,6 ± 18,3	6,9 ± 9,1
		20%	0,3 ± 0,5	4,1 ± 6,1	51,1	10,9 ± 2,6	67	57,7 ± 19,0	8,1 ± 13,0
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,4	3,1 ± 5,7	72,0	21,9 ± 5,2	75	63,8 ± 17,3	19,8 ± 13,5
		20%	0,3 ± 0,5	3,7 ± 5,9	70,7	21,8 ± 5,2	70	60,7 ± 16,6	18,0 ± 13,8
	U[t,5t]	**10%**	0,6 ± 0,5	7,1 ± 6,3	58,8	21,1 ± 4,8	40	63,6 ± 16,2	15,3 ± 12,3
		20%	0,6 ± 0,5	7,4 ± 6,2	54,8	21,0 ± 4,8	37	60,2 ± 14,9	15,7 ± 13,5
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,4 ± 0,5	5,2 ± 6,4	75,3	32,2 ± 7,5	57	63,4 ± 16,6	31,9 ± 15,1
		20%	0,5 ± 0,5	5,7 ± 6,3	73,3	32,1 ± 7,6	52	63,3 ± 14,2	29,0 ± 14,4
	U[t,5t]	**10%**	0,9 ± 0,4	10,9 ± 6,3	60,3	30,5 ± 6,7	12	62,2 ± 15,3	24,4 ± 16,2
		20%	1,0 ± 0,4	11,8 ± 6,3	55,5	30,2 ± 6,7	7	61,5 ± 13,8	28,4 ± 14,5
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,6 ± 0,5	7,4 ± 6,2	76,1	42,0 ± 9,7	37	62,5 ± 16,7	39,3 ± 16,3
		20%	0,6 ± 0,5	7,6 ± 6,2	76,5	42,0 ± 9,6	36	63,6 ± 16,7	40,0 ± 17,8
	U[t,5t]	**10%**	1,3 ± 0,5	15,2 ± 8,4	60,5	39,0 ± 8,1	3	60,3 ± 16,8	33,6 ± 16,1
		20%	1,4 ± 0,5	16,2 ± 8,1	58,7	38,7 ± 8,2	1	59,2 ± 16,8	34,3 ± 19,7

6.3.2.2 Experimento 2: resultados das heurísticas

Nesta seção, apresentamos os resultados computacionais referentes à UCIH para instâncias de médio e de grande porte. A fim de avaliar seu desempenho, adotamos as métricas mostradas a seguir:

Tabela 6.4: *Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1 para instâncias grandes ($|N|$ = 100).*

$\|\mathbf{W}\|$	**Var**	**Inc**	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}$	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}(\%)$	$\eta(\%)$	$\beta \pm \sigma_\beta(\%)$	θ	$\mathbf{m_{cr}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{cr}}}(\%)$	$\mathbf{m_{cr,w}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{cr,w}}}(\%)$
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	1,3 ± 2,6	70,2	5,7 ± 1,4	77	54,0 ± 23,8	3,5 ± 4,7
		20%	0,2 ± 0,4	1,1 ± 2,4	73,0	5,7 ± 1,4	81	54,8 ± 22,5	5,0 ± 5,6
	U[t,5t]	**10%**	0,3 ± 0,5	2,1 ± 3,0	55,5	5,7 ± 1,3	63	56,1 ± 20,2	3,4 ± 4,5
		20%	0,3 ± 0,5	2,0 ± 3,0	58,4	5,6 ± 1,4	67	59,0 ± 21,3	4,1 ± 5,4
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,4 ± 0,5	2,1 ± 3,0	75,7	11,2 ± 2,7	65	60,9 ± 17,8	10,6 ± 7,6
		20%	0,4 ± 0,5	2,2 ± 3,0	77,0	11,2 ± 2,7	62	60,9 ± 17,8	9,4 ± 7,2
	U[t,5t]	**10%**	0,7 ± 0,5	3,9 ± 3,0	60,2	11,1 ± 2,6	33	61,0 ± 16,7	8,4 ± 6,7
		20%	0,7 ± 0,4	4,3 ± 2,9	61,4	11,1 ± 2,6	26	64,1 ± 14,5	9,2 ± 6,5
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,6 ± 0,5	3,6 ± 3,1	75,1	16,6 ± 3,9	39	63,6 ± 17,5	15,8 ± 8,0
		20%	0,6 ± 0,5	3,6 ± 3,0	75,1	16,6 ± 4,0	38	61,6 ± 15,7	15,6 ± 9,3
	U[t,5t]	**10%**	1,1 ± 0,5	6,6 ± 3,6	61,6	16,0 ± 3,7	6	60,3 ± 15,9	13,1 ± 8,1
		20%	1,2 ± 0,4	7,0 ± 3,5	58,3	16,1 ± 3,7	2	61,4 ± 17,6	13,4 ± 10,3
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,9 ± 0,4	5,4 ± 3,0	75,6	21,8 ± 5,1	12	62,7 ± 15,4	21,5 ± 11,3
		20%	0,8 ± 0,4	4,9 ± 2,9	73,4	21,8 ± 5,1	19	63,1 ± 15,8	20,4 ± 11,0
	U[t,5t]	**10%**	1,5 ± 0,6	8,7 ± 4,2	61,8	21,3 ± 4,7	3	60,6 ± 14,3	18,8 ± 9,2
		20%	1,5 ± 0,6	9,0 ± 4,2	59,1	21,2 ± 4,7	1	60,6 ± 15,1	17,5 ± 10,6

Tabela 6.5: *Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1Cr para instâncias médias ($|N|$ = 50).*

$\|\mathbf{W}\|$	**Var**	**Inc**	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}$	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}(\%)$	$\eta(\%)$	$\beta \pm \sigma_\beta(\%)$	θ	$\mathbf{m_{cr}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{cr}}}(\%)$
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	2,3 ± 5,0	67,4	11,1 ± 2,7	82	54,4 ± 17,0
		20%	0,2 ± 0,4	2,8 ± 5,4	61,6	11,0 ± 2,6	78	51,3 ± 16,8
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	4,3 ± 6,2	50,1	10,8 ± 2,6	65	55,0 ± 19,6
		20%	0,4 ± 0,5	4,6 ± 6,3	45,9	10,8 ± 2,5	63	53,3 ± 17,5
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,5	3,9 ± 6,1	68,8	21,8 ± 5,1	68	49,5 ± 15,1
		20%	0,4 ± 0,5	4,3 ± 6,1	67,1	21,7 ± 5,2	65	50,1 ± 16,0
	U[t,5t]	**10%**	0,7 ± 0,5	8,4 ± 5,9	51,5	20,8 ± 4,7	29	50,7 ± 13,8
		20%	0,7 ± 0,5	8,4 ± 6,4	47,5	20,8 ± 4,7	30	50,4 ± 13,3
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,5 ± 0,5	6,2 ± 6,4	74,7	31,9 ± 7,5	48	42,3 ± 13,5
		20%	0,6 ± 0,5	7,0 ± 6,2	68,2	31,7 ± 7,4	40	42,2 ± 12,3
	U[t,5t]	**10%**	1,1 ± 0,5	12,7 ± 7,3	55,9	30,0 ± 6,6	8	42,8 ± 14,4
		20%	1,2 ± 0,5	13,7 ± 7,5	50,9	29,7 ± 6,4	3	46,9 ± 14,7
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,7 ± 0,5	8,0 ± 6,1	71,8	41,8 ± 9,5	32	38,4 ± 11,9
		20%	0,8 ± 0,5	9,3 ± 6,8	69,8	41,3 ± 9,2	24	37,6 ± 13,9
	U[t,5t]	**10%**	1,5 ± 0,5	17,9 ± 8,4	54,1	38,1 ± 7,9	0	39,3 ± 11,7
		20%	1,6 ± 0,5	18,7 ± 9,4	51,8	37,9 ± 7,8	0	38,6 ± 12,3

Tabela 6.6: *Resultados computacionais das melhores soluções dos modelos UALWIBP-1Cr para instâncias grandes (|N| = 100).*

|W|	Var	Inc	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}$	$\mathbf{m}_\uparrow \pm \sigma_{\mathbf{m}_\uparrow}(\%)$	$\eta(\%)$	$\beta \pm \sigma_\beta(\%)$	θ	$\mathbf{m_{cr}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{cr}}}(\%)$
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	1,4 ± 2,6	69,5	5,6 ± 1,4	75	51,4 ± 20,9
		20%	0,3 ± 0,4	1,6 ± 2,8	65,5	5,6 ± 1,4	73	52,0 ± 20,6
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	2,2 ± 3,0	57,7	5,6 ± 1,4	63	53,5 ± 18,9
		20%	0,4 ± 0,5	2,5 ± 3,1	56,7	5,6 ± 1,3	57	56,5 ± 20,1
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,4 ± 0,5	2,3 ± 3,0	71,7	11,2 ± 2,7	61	52,4 ± 15,7
		20%	0,5 ± 0,5	2,7 ± 3,1	71,2	11,2 ± 2,7	53	54,8 ± 15,4
	U[t,5t]	**10%**	0,8 ± 0,4	4,6 ± 2,7	52,9	11,0 ± 2,6	20	54,4 ± 17,6
		20%	0,8 ± 0,4	4,8 ± 2,6	54,5	10,9 ± 2,6	18	53,9 ± 17,1
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,7 ± 0,5	4,0 ± 3,0	74,9	16,5 ± 3,9	32	51,3 ± 13,0
		20%	0,7 ± 0,4	4,2 ± 2,8	71,9	16,4 ± 3,9	26	50,9 ± 14,4
	U[t,5t]	**10%**	1,3 ± 0,5	7,3 ± 3,9	55,6	16,0 ± 3,7	4	50,7 ± 14,4
		20%	1,3 ± 0,5	7,5 ± 3,9	52,0	16,0 ± 3,6	2	52,6 ± 13,4
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,9 ± 0,5	5,2 ± 3,1	73,0	21,7 ± 5,1	15	46,5 ± 12,4
		20%	1,0 ± 0,4	5,5 ± 2,8	73,0	21,8 ± 5,1	11	50,7 ± 10,7
	U[t,5t]	**10%**	1,7 ± 0,6	10,0 ± 4,7	54,9	21,1 ± 4,6	1	49,9 ± 12,3
		20%	1,7 ± 0,6	10,3 ± 4,9	52,7	21,0 ± 4,5	1	50,9 ± 13,6

- $\mathbf{m_{uh_\uparrow}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}$: número de estações adicionadas com a UCIH em relação às melhores soluções factíveis obtidas pelos modelos UALWIBP-1 (média e desvio padrão);
- $\mathbf{m_{uh_\uparrow}}$ e $\sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}(\%)$: percentual do número de estações adicionadas com a UCIH em relação às melhores soluções factíveis obtidas pelos modelos UALWIBP-1 (média e desvio padrão);
- Emp_{uh}: número de instâncias onde a UCIH alcança o mesmo número de estações que as melhores soluções factíveis do modelo UALWIBP-1.

Para cada execução da heurística, utilizamos as 4 regras de prioridade de tarefas apresentadas na Tabela 6.1, além das alocações de trabalhadores no sentido *forward* e *backward* da linha. Armazenamos a melhor solução obtida dessas combinações. As Tabelas 6.7 e 6.8 mostram a eficácia da UCIH na resolução do problema de linhas em U em questão. O número médio de estações adicionais em relação à melhor solução do UALWIBP-1 é de 0,6, o que corresponde a, aproximadamente, 5% de aumento. Considerando o critério Emp_{uh}, vemos que sua diminuição está mais relacionada com o aumento da variação dos tempos das tarefas executadas pelos trabalhadores de W do que com os valores de incompatibilidade de tarefas (Inc). Em média, para instâncias com 50 e 100 tarefas, temos empates das soluções da UCIH comparadas às soluções do modelo UALWIBP-1 em 57% e 49% dos casos, respectivamente. Quanto aos tempos computacionais, constatamos que esta heurística não requer mais que 1s, mesmo em problemas com 100 tarefas.

Na Tabela 6.9, testamos a escalabilidade da UCIH em instâncias com 1000 tarefas. Dada a dificuldade da resolução exata destes exemplares, comparamos os resultados da UCIH com a solução obtida pela heurística de Scholl e Voss (1996) adaptada para linhas em U. Assim, definimos a métrica Emp2_{uh} a fim de calcular o número de instâncias para as quais os dois métodos obtêm o mesmo valor de função objetivo. Em 49% dos testes, a solução proveniente de uma linha convencional com trabalhadores homogêneos não apresentou acréscimo no número de estações devido à inserção de trabalhadores com deficiência. Os valores negativos mostrados na tabela indicam que a UCIH obteve soluções ligeiramente melhores (uma estação a menos, em 11% das instâncias), que sua solução referência do UALBP-1. Nestes casos, isso faz sentido, uma vez que: (i) as respectivas soluções advindas do UALBP-1 não são ótimas e (ii) a alocação de um trabalhador com deficiência

em uma dada estação, pela UCIH, pode alterar a prioridade de designação de tarefas remanescentes na linha, o que, eventualmente, gera uma solução com menos estações. Neste grupo de instâncias, a UCIH foi executada com tempo médio de 86s.

As soluções obtidas pela UCIH podem ser utilizadas como solução inicial de métodos mais sofisticados, visto que esta heurística é eficiente e encontra soluções factíveis para todas as instâncias. Os testes computacionais ainda nos mostram que a alocação de trabalhadores com deficiência no sentido *forward* foi a mais eficaz e, em média, 29% das tarefas da solução inicial permaneceram nas mesmas estações ao final da execução da UCIH.

Tabela 6.7: *Resultados computacionais da U-CIH para instâncias médias ($|N| = 50$).*

$\|\mathbf{W}\|$	**Var**	**Inc**	$\mathbf{m_{uh_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{uh_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}(\%)$	Emp_{uh}
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,5	3,4 ± 5,4	69
		20%	0,3 ± 0,5	3,3 ± 5,3	70
	U[t,5t]	**10%**	0,5 ± 0,5	5,2 ± 5,8	53
		20%	0,5 ± 0,5	5,1 ± 5,9	54
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,4 ± 0,5	4,7 ± 5,8	58
		20%	0,5 ± 0,5	5,0 ± 5,8	55
	U[t,5t]	**10%**	0,5 ± 0,5	5,7 ± 5,6	47
		20%	0,6 ± 0,5	6,0 ± 5,7	45
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,5 ± 0,5	5,7 ± 5,8	48
		20%	0,5 ± 0,5	5,1 ± 5,7	53
	U[t,5t]	**10%**	0,7 ± 0,5	7,5 ± 5,1	28
		20%	0,6 ± 0,5	6,6 ± 5,3	36
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,6 ± 0,5	5,9 ± 5,5	44
		20%	0,6 ± 0,5	6,1 ± 5,6	43
	U[t,5t]	**10%**	0,8 ± 0,5	8,0 ± 5,2	24
		20%	0,8 ± 0,4	8,0 ± 4,6	21

6.3.2.3 Experimento 3: comparações entre as soluções dos modelos UALWIBP-1 e ALWIBP-1

No último experimento realizado, quantificamos os benefícios da utilização de linhas em U em detrimento de linhas simples. As colunas das Tabelas 6.10 e 6.11 mostram a diminuição média e percentual do número de estações obtidas pelas soluções ótimas dos modelos MU1 e MU2 em relação às soluções ótimas do modelo ALWIBP-1. A coluna "Impr." se refere ao número de instâncias que apresentaram esta redução. Para os grupos de problemas com 50 e 100 tarefas, observamos soluções com uma estação a menos que no ALWIBP-1 em 19% e em 4% das instâncias, respectivamente. Tais resultados confirmam a flexibilidade que as linhas em U podem trazer a um ambiente produtivo, reduzindo seus custos sem perda de eficiência.

Tabela 6.8: *Resultados computacionais da U-CIH para instâncias grandes ($|N| = 100$).*

$\|\mathbf{W}\|$	**Var**	**Inc**	$\mathbf{m_{uh_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{uh_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}(\%)$	Emp_{uh}
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,5	1,7 ± 2,7	71
		20%	0,4 ± 0,5	2,2 ± 3,0	64
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	2,6 ± 3,1	53
		20%	0,5 ± 0,5	2,6 ± 3,0	54
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,4 ± 0,5	2,1 ± 2,9	62
		20%	0,3 ± 0,5	2,0 ± 2,9	66
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	2,5 ± 3,0	55
		20%	0,4 ± 0,5	2,3 ± 2,9	57
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,5	1,8 ± 2,8	68
		20%	0,4 ± 0,5	2,1 ± 2,9	62
	U[t,5t]	**10%**	0,5 ± 0,5	2,8 ± 3,0	51
		20%	0,5 ± 0,5	2,6 ± 3,0	51
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	1,4 ± 2,6	71
		20%	0,3 ± 0,5	1,9 ± 2,9	64
	U[t,5t]	**10%**	0,6 ± 0,5	3,4 ± 3,0	37
		20%	0,6 ± 0,5	3,2 ± 2,9	39

Tabela 6.9: *Resultados computacionais da U-CIH para instâncias muito grandes ($|N| = 1000$).*

$\|\mathbf{W}\|$	**Var**	**Inc**	$\mathbf{m_{uh_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}$	$\mathbf{m_{uh_\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m_{uh_\uparrow}}}(\%)$	Emp2_{uh}
1	**U[t,2t]**	**10%**	-0,2 ± 0,5	-0,1 ± 0,3	74
		20%	-0,2 ± 0,5	-0,1 ± 0,2	75
	U[t,5t]	**10%**	0,1 ± 0,6	0,1 ± 0,3	69
		20%	0,1 ± 0,6	0,1 ± 0,3	67
2	**U[t,2t]**	**10%**	-0,1 ± 0,6	0,0 ± 0,3	67
		20%	0,0 ± 0,6	0,0 ± 0,3	66
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,7	0,3 ± 0,4	45
		20%	0,4 ± 0,6	0,3 ± 0,4	44
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,7	0,1 ± 0,4	56
		20%	0,1 ± 0,7	0,1 ± 0,4	58
	U[t,5t]	**10%**	0,9 ± 0,7	0,6 ± 0,5	23
		20%	0,9 ± 0,7	0,6 ± 0,5	23
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,6	0,2 ± 0,4	52
		20%	0,4 ± 0,7	0,3 ± 0,4	44
	U[t,5t]	**10%**	1,3 ± 0,7	0,8 ± 0,5	12
		20%	1,3 ± 0,7	0,8 ± 0,5	13

Tabela 6.10: *Comparações entre as soluções ótimas dos modelos ALWIBP-1 e UALWIBP-1, para instâncias médias (|N| = 50).*

|W|	**Var**	**Inc**	$\mathbf{m1_{u\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m1_{uh_\uparrow}}}$	$\mathbf{m1_{u\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m1_{uh_\uparrow}}}(\%)$	Impr.
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	1,8 ± 3,8	17
		20%	0,2 ± 0,4	1,6 ± 3,6	16
	U[t,5t]	**10%**	0,3 ± 0,4	2,6 ± 4,4	25
		20%	0,3 ± 0,4	2,6 ± 4,5	25
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,4	2,5 ± 4,4	21
		20%	0,2 ± 0,4	2,1 ± 4,1	19
	U[t,5t]	**10%**	0,3 ± 0,4	2,4 ± 4,2	21
		20%	0,2 ± 0,4	2,3 ± 4,2	20
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	2,4 ± 4,4	18
		20%	0,3 ± 0,5	2,9 ± 4,6	21
	U[t,5t]	**10%**	0,4 ± 0,5	3,5 ± 4,8	24
		20%	0,4 ± 0,5	3,8 ± 4,9	26
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,3 ± 0,4	2,3 ± 4,1	15
		20%	0,3 ± 0,5	3,0 ± 4,8	18
	U[t,5t]	**10%**	0,2 ± 0,4	1,9 ± 4,1	8
		20%	0,2 ± 0,4	2,3 ± 4,5	8

Tabela 6.11: *Comparações entre as soluções ótimas dos modelos ALWIBP-1 e UALWIBP-1, para instâncias grandes (|N| = 100).*

|W|	**Var**	**Inc**	$\mathbf{m1_{u\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m1_{uh_\uparrow}}}$	$\mathbf{m1_{u\uparrow}} \pm \sigma_{\mathbf{m1_{uh_\uparrow}}}(\%)$	Impr.
1	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	0,8 ± 2,0	10
		20%	0,2 ± 0,4	0,9 ± 2,0	12
	U[t,5t]	**10%**	0,2 ± 0,4	1,2 ± 2,3	12
		20%	0,2 ± 0,4	1,0 ± 2,1	9
2	**U[t,2t]**	**10%**	0,2 ± 0,4	0,7 ± 1,8	6
		20%	0,2 ± 0,4	0,8 ± 1,9	6
	U[t,5t]	**10%**	0,1 ± 0,3	0,6 ± 1,8	2
		20%	0,1 ± 0,2	0,4 ± 1,5	1
3	**U[t,2t]**	**10%**	0,1 ± 0,3	0,5 ± 1,4	2
		20%	0,0 ± 0,0	0,0 ± 0,0	0
	U[t,5t]	**10%**	0,0 ± 0,0	0,0 ± 0,0	0
		20%	0,0 ± 0,0	0,0 ± 0,0	0
4	**U[t,2t]**	**10%**	0,0 ± 0,0	0,0 ± 0,0	0
		20%	0,0 ± 0,0	0,0 ± 0,0	0
	U[t,5t]	**10%**	0,0 ± 0,0	0,0 ± 0,0	0
		20%	-	-	-

Capítulo 7

ALWIBP-2

Neste capítulo, nos interessamos pela etapa posterior à inserção de trabalhadores com deficiência em linhas de produção convencionais. Desta forma, dados conjuntos fixos de estações e trabalhadores disponíveis, desejamos maximizar a taxa de produtividade, caracterizando, portanto, o *problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores tipo 2* (ALWIBP-2, do inglês: *assembly line worker integration and balancing problem type II*). Mais ainda, visamos enriquecer este cenário inicial com outra típica característica deste ambiente: distribuir trabalhadores "convencionais" e trabalhadores com deficiência o mais uniformemente possível ao longo da linha, suposição esta que pode ser desejável tanto em CTDs quanto em linhas convencionais. Definimos, assim, o ALWIBP-2 *com regularidade de trabalhadores* (ALWIBP-2WR, do inglês: ALWIBP-2 *with worker regularity*), cujos objetivos são intuitivamente conflitantes, uma vez que o posicionamento homogêneo de grupos de trabalhadores na linha tende a aumentar o tempo de ciclo, devido à redução de flexibilidade durante o processo de alocação.

Este capítulo é organizado da seguinte forma. Na Seção 7.1, apresentamos formulações matemáticas referentes ao ALWIBP-2 e ao ALWIBP-2WR. Na Seção 7.2, propomos duas heurísticas para a resolução do ALWIBP-2WR. Finalizamos este conteúdo com experimentos computacionais que corroboram a eficácia das abordagens estudadas.

7.1 Formulação matemática

Apresentamos nesta seção uma formulação matemática para cada um dos problemas ALWIBP-2 e ALWIBP-2WR. Para isso, minimizamos o tempo de ciclo da linha, c, dados os trabalhadores com deficiência pertencentes ao conjunto W e as estações pré-determinadas do conjunto S. Na Seção 7.1.1, propomos um modelo para o ALWIBP-2 fundamentado na formulação do ALWIBP-1 (Seção 4.1.1). Na sequência, introduzimos uma modelagem para o ALWIBP-2WR inspirada no critério de regularidade definido por Miltenburg (1989).

7.1.1 ALWIBP-2

Seja x_{si} uma variável binária igual a 1 apenas se a tarefa i for designada à estação $s \in S$, e y_{sw} uma variável binária que assume o valor 1 se e somente se o trabalhador com deficiência $w \in W$ for alocado à estação s. Utilizando os conjuntos de tarefas que podem ser executadas por $w \in W$ (N_w) e uma constante positiva suficientemente grande L_w, para cada w, escrevemos o modelo do ALWIBP-2 como:

$$\text{minimize } c \tag{7.1}$$

sujeito a

$$\sum_{s \in S} x_{si} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{7.2}$$

$$\sum_{i \in N} x_{si} \geq 1 \qquad \forall s \in S \tag{7.3}$$

$$\sum_{s \in S} y_{sw} = 1 \qquad \forall w \in W \tag{7.4}$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} \leq 1 \qquad \forall s \in S \tag{7.5}$$

$$\sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{si} \leq \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{sj} \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j, \forall k \in S \backslash \{1\} \tag{7.6}$$

$$\sum_{i \in N} t_i x_{si} \leq c \qquad \forall s \in S \tag{7.7}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{si} \leq c + L_w(1 - y_{sw}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W \tag{7.8}$$

$$y_{sw} \leq 1 - x_{si} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \backslash N_w \tag{7.9}$$

$$x_{si} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall i \in N \tag{7.10}$$

$$y_{sw} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W. \tag{7.11}$$

A função objetivo (7.1) minimiza a carga de trabalho da estação mais carregada da linha. Nas restrições (7.2)–(7.3), estabelecemos a designação de cada tarefa na linha e forçamos que cada estação possua ao menos uma tarefa, respectivamente. Com esta última restrição, evitamos a ocorrência de trabalhadores com deficiência alocados em estações vazias. As restrições (7.4)–(7.5) definem que cada trabalhador com deficiência seja alocado em uma estação e que, em cada posto de trabalho, exista um único trabalhador de W, na devida ordem. Asseguramos o respeito às relações de precedência pelas restrições (7.6). Em seguida, as restrições (7.7)–(7.8) garantem que a carga de trabalho de uma estação não ultrapasse o tempo de ciclo. A constante L_w mede o tempo adicional gasto por um trabalhador com deficiência w na execução de suas tarefas, quando comparado a um tralhador "convencional". Com efeito, esse parâmetro é calculado de forma similar ao que foi visto na Seção 4.1.1 e torna as desigualdades (7.8) redundantes quando $y_{sw} = 0$. Encerramos a descrição deste modelo com as restrições (7.9), que impossibilitam a execução de tarefas infactíveis para cada trabalhador $w \in W$.

7.1.2 ALWIBP-2WR

O modelo proposto para o ALWIBP-2WR minimiza o tempo de ciclo enquanto realiza uma distribuição mais uniforme de trabalhadores "convencionais" e de trabalhadores com deficiência na linha. Justificamos o estudo desta métrica em virtude dos seguintes fatores: (*i*) em alguns CTDs, existe uma pequena parcela da mão-de-obra (máximo de 30%, em geral) composta por trabalhadores "convencionais" que exercem o papel de monitores ao longo da linha. Uma distribuição regular destes trabalhadores pode ser benéfica no auxílio da execução das tarefas pelos trabalhadores com deficiência; (*ii*) em linhas convencionais, uma alocação regular evita o agrupamento de trabalhadores com deficiência, o que poderia, em alguns casos, dificultar sua efetiva inclusão no processo produtivo.

Com o intuito de medir a regularidade de trabalhadores, utilizamos o critério proposto por Miltenburg (1989) e aplicado ao *problema de variação de taxa de produtos* (PRVP, do inglês: *product rate variation problem*). O PRVP aparece em sistemas do tipo *just-in-time*, particularmente

em linhas de modelos mistos. Seu objetivo consiste em determinar uma distribuição regular de produtos tal que quantidades exatas de cada item sejam produzidas, mantendo assim a taxa de utilização da linha. Seja p a quantidade de produtos diferentes e $\overline{\zeta}$ o número de unidades a serem sequenciadas. Consideremos, também, p_i como o número de unidades de cada produto i e ϕ_{ij} como o total de produtos i processados até a posição j. O critério de regularidade para o escalonamento de produtos é dado por:

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{\overline{\zeta}}\left(\phi_{ij}-\frac{p_i}{\overline{\zeta}}j\right)^2. \tag{7.12}$$

A equação (7.12) estabelece a soma dos quadrados da diferença entre a quantidade de itens do tipo i processados com seu valor ideal no instante j. Estudos envolvendo métricas de regularidade em sequenciamento de produtos são clássicos e podem ser vistos em (Bautista *et al.*, 1996a,b; Boysen *et al.*, 2009; Duplaga e Bragg, 1998; Kubiak, 1993; Kubiak e Sethi, 1991; Lebacque *et al.* , 2007; Monden, 1983, e.g.). Em nosso contexto, seja r_s (h_s) o número de trabalhadores "convencionais" (heterogêneos) alocados em estações anteriores (e inclusive) à s. Definimos a função de distribuição regular de trabalhadores por:

$$\Phi=\sum_{s\in S}\left[\left(h_s-\frac{|W|}{|S|}s\right)^2+\left(r_s-\frac{|S|-|W|}{|S|}s\right)^2\right]. \tag{7.13}$$

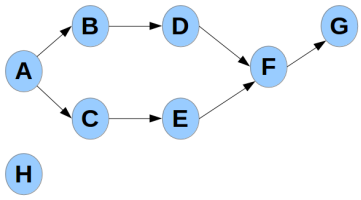
Observemos que, neste caso, não é necessário considerar simultaneamente os dois termos do somatório na equação (7.13), uma vez que uma distribuição regular de trabalhadores com deficiência implica em uma alocação adequada de trabalhadores "convencionais". Deste modo, tomando $r_s = s - h_s$, para cada $s \in S$, reescrevemos a equação (7.13) como:

$$\begin{aligned}\Phi=\sum_{s\in S}\left[\left(h_s-\frac{|W|}{|S|}s\right)^2+\left(s-h_s-\frac{|S|-|W|}{|S|}s\right)^2\right]=\\ \sum_{s\in S}\left[\left(h_s-\frac{|W|}{|S|}s\right)^2+\left(-h_s+\frac{|W|}{|S|}s\right)^2\right]=\\ \sum_{s\in S}\left[2\left(h_s-\frac{|W|}{|S|}s\right)^2\right]=2\sum_{s\in S}\left[\left(h_s-\frac{|W|}{|S|}s\right)^2\right].\end{aligned} \tag{7.14}$$

Tomando como base a instância representada pela Figura 7.1, as Figuras 7.2 e 7.3 apresentam dois exemplos de soluções do ALWIBP-2WR. Algumas considerações sobre as figuras: (i) a estação destacada representa o gargalo (tempo de ciclo) da linha de produção em cada subperíodo; e (ii) o valor acima de cada estação representa a carga alocada ao trabalhador a ela designado. A título de ilustração, a regularidade calculada na estação s_2 da primeira figura é dada por $\left(1-\frac{2}{5}2\right)^2 = 0,04$. Por outro lado, na segunda figura, o critério em questão avaliado na estação s_4 é igual a $\left(2-\frac{2}{5}4\right)^2 = 0,16$. Vemos que, nestes dois casos, o caráter multi-objetivo do problema faz com que a escolha do balanceamento mais apropriado seja dependente de interesses dos tomadores de decisão, priorizando uma função objetivo em detrimento da outra.

Consideremos, agora, π_s como uma variável binária igual 1 se e somente se um trabalhador com deficiência é alocado à estação $s \in S$. O modelo aplicado na resolução do problema de regularidade de trabalhadores é apresentado na sequência:

$$\text{minimize}\ \sum_{s\in S}\left(h_s-\frac{|W|}{|S|}s\right)^2 \tag{7.15}$$



Tarefas	Tempos		
	t_i	t_{1i}	t_{2i}
A	10	∞	10
B	8	12	30
C	5	5	5
D	6	20	∞
E	8	9	30
F	10	∞	10
G	15	25	25
H	12	15	12

Figura 7.1: *Instância com 8 tarefas e 2 trabalhadores com deficiência.*

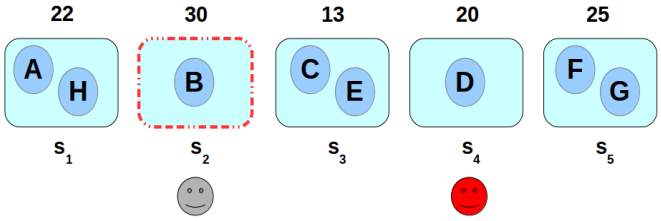


Figura 7.2: *Solução do ALWIBP-2WR com tempo de ciclo igual a 30 e regularidade igual a 0,8.*

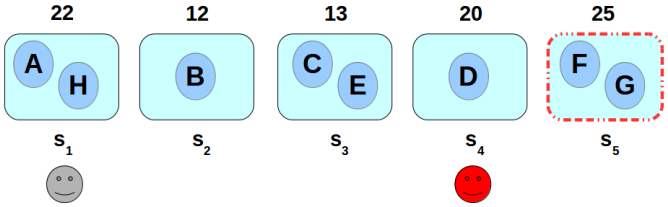


Figura 7.3: *Solução do ALWIBP-2WR com tempo de ciclo igual a 25 e regularidade igual a 1,2.*

sujeito a

$$\sum_{s \in S} \pi_s = |W| \tag{7.16}$$

$$h_s = \sum_{\substack{s' \in S; \\ s' \leq s}} \pi_{s'} \qquad \forall s \in S \tag{7.17}$$

$$\pi_s \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S \tag{7.18}$$

$$h_s \in \mathbb{N} \qquad \forall s \in S. \tag{7.19}$$

A função objetivo (7.15) prioriza a distribuição uniforme de trabalhadores com deficiência. As restrições (7.16) garantem a alocação dos indivíduos de W na linha de produção, enquanto as restrições (7.17) calculam a quantidade acumulada destes trabalhadores para cada estação.

O modelo resultante é não-linear. A fim de linearizá-lo, tomemos como κ_s o número máximo de trabalhadores com deficiência alocados até a estação s, dado por $\kappa_s = min\{s, |W|\}$, e K_s o conjunto de quantidades possíveis de trabalhadores com deficiência inseridos até s, definido por $K_s = \{0, ..., \kappa_s\}$. Ainda, consideremos $\gamma_{s\kappa}$ uma variável binária igual a 1 se e somente se existem κ trabalhadores com deficiência alocados até a estação s. Apresentamos, portanto, a formulação linear para o problema de regularidade de trabalhadores:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} \sum_{\kappa \in K_s} \left[\kappa^2 - 2\kappa \left(\frac{|W|}{|S|} s \right) + \left(\frac{|W|}{|S|} s \right)^2 \right] \gamma_{s\kappa} \tag{7.20}$$

sujeito a

$$(7.16), (7.18) \text{ e}$$

$$\sum_{\kappa \in K_s} \gamma_{s\kappa} = 1 \qquad \forall s \in S \tag{7.21}$$

$$\sum_{\substack{s' \in S; \\ s' \leq s}} \pi_{s'} = \sum_{\kappa \in K_s} \kappa \gamma_{s\kappa} \qquad \forall s \in S \tag{7.22}$$

$$\gamma_{s\kappa} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall \kappa \in K_s. \tag{7.23}$$

A função objetivo (7.20) é o formato linear da soma dos quadrados dos desvios da quantidade real e ideal de trabalhadores com deficiência alocados até a estação $s \in S$. Já as restrições (7.21)–(7.22) definem a quantidade de trabalhadores de W já distribuídos parcialmente na linha.

O método exato desenvolvido para a resolução do ALWIBP-2WR requer a definição do *modelo de regularidade de trabalhadores* (WRM, do inglês: *worker regularity model*). Isto posto, seja $s^p = ({s_1}^p \ {s_2}^p \ ... \ {s_m}^p)$ uma m-upla que representa a presença de trabalhadores com deficiência na p-ésima solução, onde ${s_k}^p = 1$ se e somente se existe um trabalhador $w \in W$ na estação $k \in S$. Tomando então uma distribuição de trabalhadores s'_p, modelamos o WRM da seguinte forma:

$$\text{minimize } c \tag{7.24}$$

sujeito a

$$(7.2)\text{–}(7.11) \text{ e}$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} - {s'_s}^p = 0 \qquad \forall s \in S. \tag{7.25}$$

Observemos que as restrições (7.25) forçam a presença de trabalhadores com deficiência em estações pré-determinadas pelo parâmetro ${s'_s}^p$.

Procedemos, na sequência, definindo $\overline{p}$ como o número total de combinações para a alocação de trabalhadores na linha e $P_{\overline{p}}$ como o conjunto de todas as configurações s^p, em que $p \in \{1, ..., \overline{p}\}$. Analisamos o comportamento do tempo de ciclo para cada alocação de trabalhadores por meio do Algoritmo 3, denominado *algoritmo exato para regularidade de trabalhadores* (WREA, do inglês: *worker regularity exact algorithm*).

Algoritmo 3 Algoritmo Exato para Regularidade de Trabalhadores (WREA)

1: Seja c^* um tempo de ciclo referência;
2: Seja $P_{\overline{p}}$ o conjunto de todas as distribuições de trabalhadores na linha;
3: Considere $\hat{c} = \{\hat{c}^1 \ \hat{c}^2 \ ... \ \hat{c}^{\overline{p}}\}$ a $\overline{p}$-upla que mede o aumento do tempo de ciclo da linha para cada configuração $p \in \{1, ..., \overline{p}\}$;
4: **para todo** $s^p \in P_{\overline{p}}$ **faça**
5: $\quad c^p \leftarrow resolveWRM(s^p)$;
6: $\quad \hat{c}^p \leftarrow \dfrac{c^p - c^*}{c^*}$;
7: **fim**
8: **retorne** $\hat{c}$ ($\overline{p}$-upla com as variações do tempo de ciclo para cada configuração).

Este método requer um tempo de ciclo referência (Passo 1), a fim de mensurar a qualidade de

cada balanceamento obtido para uma dada configuração $s^p \in P_{\overline{p}}$ (Passo 6). No laço de repetição 3–6, utilizamos uma função auxiliar *resolveWRM*(s^p) que recebe a distribuição de trabalhadores s^p e executa o modelo WRM, com o intuito de obter o tempo de ciclo resultante (Passo 5). Notemos que a geração de todo o conjunto $P_{\overline{p}}$ pode ser de extrema complexidade em razão da característica combinatória do problema. Por exemplo, se tormarmos uma linha com 30 estações e 9 trabalhadores com deficiência, teremos $|P_{\overline{p}}| = C_9^{30} = 14.307.150$. Deste modo, vamos considerar as $\tilde{p}$ melhores alocações de trabalhadores do ALWIBP-2WR, com $\tilde{p} \leq \overline{p}$. Para tal efeito, dado $P_0 = \varnothing$ e $p \geq 1$, calculamos o p-ésimo elemento deste conjunto pelo *modelo gerador de regularidade de trabalhadores* WRGM (do inglês: *worker regularity generator model*), mostrado a seguir:

$$\text{minimize} \sum_{s \in S} \sum_{\kappa \in K_s} \left[\kappa^2 - 2\kappa \left(\frac{|W|}{|S|} s \right) + \left(\frac{|W|}{|S|} s \right)^2 \right] \gamma_{s\kappa} \tag{7.26}$$

sujeito a

$$\begin{aligned} &(7.16), (7.18), (7.21)\text{–}(7.23) \text{ e} \\ &\qquad s^{p'} \pi \leq |W| - 1 \qquad \forall s^{p'} \in P_{p-1}. \end{aligned} \tag{7.27}$$

Geramos configurações de trabalhadores em estações de trabalho por meio de $\tilde{p}$ resoluções iterativas do WRGM. Ao fim de cada execução, fazemos $s_p \leftarrow \pi$. Notemos que, nas restrições (7.27), proibimos a ocorrência de elementos repetidos em P para obrigar que pelo menos um trabalhador com deficiência na distribuição π esteja em uma estação diferente de cada um dos elementos $s'_p \in P_{p-1}$. Em termos práticos, executamos o WREA tomando $\overline{p} = \tilde{p}$.

7.2 Métodos heurísticos

Nesta seção, enfatizamos o desenvolvimento de heurísticas construtivas para o ALWIBP-2WR. Justificamos a escolha deste problema devido às vantagens que a distribuição regular de trabalhadores em linhas de produção podem trazer. Com efeito, esta abordagem nos permite inserir trabalhadores com deficiência em diferentes etapas da produção em linhas convencionais, além de posicionar de forma mais adequada trabalhadores monitores em CTDs, com o objetivo de prestar uma assistência apropriada a trabalhadores com deficiência. Nas Seções 7.2.1 e 7.2.2, apresentamos um algoritmo determinístico e um algoritmo estocástico, respectivamente, que determinam inicialmente um conjunto de configurações de trabalhadores na linha e utilizam o método proposto por Moreira *et al.* (2012) para a designação de tarefas.

7.2.1 Heurística construtiva baseada em regularidade de trabalhadores

A *heurística construtiva baseada em regularidade de trabalhadores* (WRCH, do inglês: *worker regularity constructive heuristic*) é composta por duas fases: (i) geração de um conjunto de distribuições de trabalhadores na linha; (ii) para cada alocação de trabalhadores pré-fixada, designação de tarefas a estações por meio de um procedimento aplicado ao ALWABP-2, já que este também considera trabalhadores com tempos de execução variados em linhas de produção.

Na primeira fase da WRCH, executamos iterativamente o modelo WRGM a fim de obter um conjunto das $\tilde{p}$ melhores configurações de acordo com o critério de regularidade. Em seguida, na Fase 2, para cada distribuição de trabalhadores pertencente a $P_{\tilde{p}}$, aplicamos a *heurística construtiva* (CH, do inglês: *constructive heuristic*) proposta por Moreira *et al.* (2012) para o ALWABP-2. A lógica da CH consiste em adicionar sequencialmente tarefas à estação atual respeitando as relações de precedência e o tempo de ciclo. Para isso, diferentemente do que ocorre em (Scholl e Voss, 1996), os autores propõem 16 adaptações de regras de prioridade que incluem a característica marcante de problemas neste contexto: tempos de execução de tarefas que variam com o trabalhador. Apresentamos, na Tabela 7.1, o conjunto de regras em questão, considerando $w_i^* \in \text{argmin}_{w \in W_i} t_{wi}$ como

o trabalhador com deficiência que executa a tarefa i com mais rapidez e $t_i^- = \min_{w \in W_i} t_{wi}$, $t_i^+ = \max_{w \in W_i} t_{wi}$ e $\bar{t}_i = \sum_{w \in W_i} \frac{t_{wi}}{|W|}$ como os tempos mínimo, máximo e médio da tarefa i, respectivamente. Mais ainda, tomemos $t_{wi} = \sum_{w' \in W_i} t_{w'i}$ sempre que o trabalhador $w \in W$ não é capaz de executar a tarefa i. Nas estações ocupadas por trabalhadores "convencionais", adotamos as regras de prioridade já mostradas na Tabela 4.1.

Moreira *et al.* (2012) ainda implementam 3 regras de prioridade para a escolha de trabalhadores, baseadas em medidas como o número de tarefas executadas e estimativas de tempo de ciclo. A fim de selecionar o melhor trabalhador com deficiência a ocupar cada estação reservada, utilizamos a regra *MinRLB*, reportada pelos autores como a melhor dentre as três. A *MinRLB* ordena os trabalhadores com deficiência disponíveis por ordem crescente do chamado limitante inferior restrito, dado por

$$\frac{\sum_{i \in N \setminus \Omega_w} t^-(W_a \setminus \{w\})}{|W_a| - 1} \tag{7.28}$$

em que $W_a \subseteq W$ é o conjunto de trabalhadores disponíveis para alocação, Ω_w é o conjunto de tarefas designadas a w e $t^-(U) = \min_{w \in U} t_{wi}$ é o tempo de execução mínimo da tarefa $i \in N$ tomando os trabalhadores com deficiência do conjunto U. Esta regra calcula um limitante inferior do tempo de ciclo considerando as tarefas remanescentes na linha e os trabalhadores de W_a.

O pseudocódigo da WRCH segue a mesma estrutura do Algoritmo 3, necessitando apenas das seguintes modificações: (i) $\overline{p} = \tilde{p}$; (ii) no Passo 5, obtemos o valor de c^p através da função $executaCH(s^p)$, que retorna o tempo de ciclo da melhor designação de tarefas obtida por uma das 16 regras de regras de prioridade.

Tabela 7.1: *Regras de prioridade de tarefas utilizadas pela CH.*

MaxIF	ordem decrescente do número de sucessores imediatos, F_i
MaxF	ordem decrescente do número de sucessores, F_i^*
MaxTime$^-$	ordem decrescente do tempo mínimo de execução, t_i^-
MaxTime$^+$	ordem decrescente do tempo máximo de execução, t_i^+
Max$\overline{Time}$	ordem decrescente do tempo médio de execução, $\bar{t}_i$
MinTime$^-$	ordem crescente do tempo mínimo de execução, t_i^-
MinTime$^+$	ordem crescente do tempo máximo de execução, t_i^+
Min$\overline{Time}$	ordem crescente do tempo médio de execução, $\bar{t}_i$
MaxPW$^-$	ordem decrescente dos *positional weights*, $pw_i^- = t_i^- + \sum_{j \in F_i^*} t_j^-$
MaxPW$^+$	ordem decrescente dos *positional weights*, $pw_i^+ = t_i^+ + \sum_{j \in F_i^*} t_j^+$
Max$\overline{PW}$	ordem decrescente dos *positional weights*, $\overline{pw}_i = \bar{t}_i + \sum_{j \in F_i^*} \bar{t}_j$
MinD(w)	ordem crescente da diferença do tempo de execução em relação ao melhor trabalhador, $t_{wi} - t_{w_i^* i}$
MinR(w)	ordem crescente da razão do tempo de execução em relação ao melhor trabalhador, $\frac{t_{wi}}{t_{w_i^* i}}$
MaxIFTime(w)	ordem descrescente do número de sucessores imediatos pelo tempo de execução, $\frac{\lvert F_i \rvert}{t_{wi}}$
MaxFTime(w)	ordem descrescente do número de sucessores pelo tempo de execução, $\frac{\lvert F_i^* \rvert}{t_{wi}}$
MinRank(w)	ordem crescente da classificação de trabalhadores por eficiência na execução de tarefas, $\lvert\{w' \in W;\ t_{w'i} < t_{wi}\}\rvert$

7.2.2 Heurística construtiva baseada em regularidade de trabalhadores com aleatoriedade

Estendemos a ideia proposta na seção anterior ao considerar aleatoriedade na escolha das tarefas a serem inseridas em uma estação. Para isso, seja $\mathcal{N} \subseteq N$ o conjunto de tarefas disponíveis à alocação, isto é, $i \in \mathcal{N}$ se suas predecessoras já foram designadas e se a inserção de i na estação atual s não excede o tempo de ciclo. Definimos $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{N}$ como o conjunto de tarefas candidatas a designação à estação s, com os melhores critérios calculados segundo a regra de prioridade adotada. Assim, selecionamos aleatoriamente a tarefa $j \in \mathcal{R}$. O algoritmo resultante, denominado *heurística construtiva baseada em regularidade de trabalhadores com aleatoriedade* (WRCH-Rand, do inglês: *worker regularity constructive heuristic with randomness*), possui o mesmo pseudocódigo da WRCH e utiliza as mesmas regras de prioridade. A alteração necessária à WRCH-Rand consiste na adaptação da heurística CH para a escolha estocástica das tarefas alocadas em cada estação aberta, conforme mostrado anteriormente nesta seção.

7.3 Experimentos computacionais

Na Seção 7.3.1, apresentamos um novo conjunto de instâncias para este problema. Na sequência, a Seção 7.3.2 mostra os resultados referentes ao modelo ALWIBP-2 e aos métodos de resolução aplicados ao ALWIBP-2WR.

7.3.1 Instâncias teste

A descrição de instâncias apresentada a seguir está inserida no contexto de uma linha convencional em que uma parcela da mão-de-obra é composta por pessoas com deficiência. Como neste caso já temos, *a priori*, o total de estações e os trabalhadores que serão alocados na linha de produção (ao contrário do ALWIBP-1), surge a necessidade do desenvolvimento de um novo conjunto de dados para o ALWIBP-2. Consideramos três classes de problemas com 50, 100 e 1000 tarefas, selecionando, para cada classe, as mesmas 100 instâncias do SALBP indicadas na Seção 4.3.1. Os grafos de precedência destas instâncias são mantidos, assim como os tempos das tarefas t_i quando executadas por trabalhadores "convencionais". Para a geração de dados relativa aos trabalhadores com deficiência, consideramos os seguintes parâmetros:

- Variabilidade dos tempos de execução das tarefas (Var): "baixa" ($U[t_i, 2t_i]$) e "alta" ($U[t_i, 5t_i]$);
- Incompatibilidade na execução de tarefas por cada trabalhador (Inc): "baixa" (10% do total de tarefas) e "alta" (20% do total de tarefas);

Variando esses dois fatores, temos o total de $2 \times 2 \times 100 = 400$ instâncias. O número de estações, m, considerado para cada exemplar deste *benchmark* é o mesmo de sua instância correspondente no SALBP. A quantidade de trabalhadores "convencionais" e de trabalhadores com deficiência é dada por $m - \lceil \mu \times m \rceil$ e $\lceil \mu \times m \rceil$, respectivamente, onde μ representa o percentual estimado de trabalhadores com deficiência na linha de produção. Por fim, adotando 3 valores diferentes para μ, 10%, 20% e 30%, obtemos um total de 1200 instâncias para cada grupo de 50, 100 e 1000 tarefas.

7.3.2 Resultados

Sumarizamos, nesta seção, dois experimentos considerando as 1200 instâncias de médio porte ($|N| = 50$) descritas na Seção 7.3.1. Primeiramente, avaliamos o comportamento do modelo ALWIBP-2 frente ao balanceamento de linhas compostas exclusivamente por trabalhadores "convencionais" (Seção 7.3.2.1). Em seguida, finalizamos este capítulo com os resultados do ALWIBP-2WR, comparando o desempenho do algoritmo WREA e das heurísticas construtivas WRCH e WRCHR (Seção 7.3.2.2). Nos testes realizados, implementamos os modelos e métodos em C++, no sistema operacional Linux. Utilizamos o CPLEX 12.6 configurado com 1 thread e 6 GB como limite da árvore de busca, em uma máquina Intel(R) Xeon(R) X5675 3.07GHz com 96 GB RAM.

7.3.2.1 Experimento 1: resultados do modelo ALWIBP-2

O experimento apresentado nesta seção considera a execução do modelo ALWIBP-2 com tempo limite de 3600s. Na Tabela 7.2, utilizamos as seguintes medidas de avaliação:

- Δ_c: quantidade de instâncias resolvidas na otimalidade pelo modelo ALWIBP-2;
- $\Upsilon_1^*(\%)$: percentual de aumento do tempo de ciclo da solução do ALWIBP-2 comparada com a melhor solução do SALBP-2;
- Gap(%): *gap* médio de otimalidade obtido pelo CPLEX;
- t(s): tempo computacional médio de execução do modelo.

Os resultados mostram que o modelo obteve soluções ótimas em, aproximadamente, 69% das instâncias. De fato, os reduzidos *gaps* de otimalidade nos levam a crer que mesmo em instâncias cuja otimalidade não foi provada, é possível que tenhamos obtido uma solução ótima ou de boa qualidade. Com relação aos valores de tempo de ciclo do ALWIBP-2 comparados à melhor solução do SALBP-2, observamos um aumento de aproximadamente 16% nos cenários mais difíceis. Isso é bastante animador, visto que, nestes casos, as linhas em questão apresentam uma elevação aceitável do tempo de ciclo na presença de uma quantidade superestimada de trabalhadores com deficiência na linha (30%, enquanto que, na prática, encontra-se entre 2% e 5%). Por fim, o tempo computacional médio de 1219s se mostra razoável e aplicável em planejamentos operacionais de linhas de produção no âmbito do ALWIBP-2.

Tabela 7.2: *Resultados do modelo ALWIBP-2 com as melhores soluções do modelo SALBP-2 ($|N|$ = 50).*

τ	Var	Inc	Δ_c	$\Upsilon_1^*(\%)$	Gap(%)	t(s)
10	2	10	70	2,2	0,3	1168
		20	68	2,6	0,3	1277
	5	10	72	5,3	0,2	1102
		20	75	5,7	0,2	1087
20	2	10	61	4,0	0,5	1487
		20	67	4,6	0,4	1264
	5	10	73	10,0	0,3	1067
		20	73	10,7	0,3	1068
30	2	10	66	6,3	0,7	1335
		20	61	6,6	0,7	1482
	5	10	74	15,2	0,6	1116
		20	70	16,6	0,8	1175
	Média			7,5	0,4	1219

7.3.2.2 Experimento 2: resultados do modelo e heurísticas do ALWIBP-2WR

Os resultados mostrados nesta seção consideram os algoritmos implementados para a resolução do ALWIBP-2WR. O tempo limite do modelo ALWIBP-2 executado no método WREA, para cada $p \in \{1, ..., \tilde{p}\}$, é dado por $\mathcal{T}_p$. Para determiná-lo, seja ϵ a quantidade de diferentes critérios de regularidade encontrados no conjunto $P_{\tilde{p}}$ e ψ_l a quantidade de vezes que cada valor de regularidade l aparece em $P_{\tilde{p}}$. Consideremos $reg(p)$ como um procedimento que retorna a regularidade da p-ésima distribuição de trabalhadores no conjunto $P_{\tilde{p}}$. Tomando 7200s como o tempo máximo de execução de cada instância, definimos $\mathcal{T}_p = \frac{7200}{\epsilon\psi_l}$, para $p \in \{1, ..., \tilde{p}\}$ tal que $reg(p)$ é igual a l. No caso do

modelo ALWIBP-2 ser executado em tempo inferior ao seu limite na configuração de trabalhadores p, acrescentamos o tempo remanescente da distribuição p ao tempo limite de $p+1$. Neste trabalho, em todas as abordagens implementadas, optamos pelas 30 melhores distribuições de trabalhadores obtidas pelo modelo WRGM ($\tilde{p} = 30$). Devido ao seu caráter estocástico, cada configuração de trabalhadores foi executada 20 vezes na heurística WRCHR. A quantidade máxima de tarefas candidatas a serem escolhidas na etapa de designação desta heurística foi experimentalmente calibrada para 5.

As colunas da Tabela 7.3 apresentam as métricas:

- $\Upsilon_2^*(\%)$: percentual médio de aumento do tempo de ciclo comparadas à melhor solução do SALBP-2;
- $\Upsilon_2(\%)$: percentual médio de aumento do tempo de ciclo considerando todas as regras de prioridade das heurísticas e/ou repetições da WRCHR, comparadas à melhor solução do SALBP-2;
- Emp1: quantidade de instâncias com configurações cujo tempo de ciclo é igual à melhor solução do SALBP-2.

Na Tabela 7.3, os resultados da métrica $\Upsilon_2(\%)$ referentes às heurísticas WRCH e WRCHR consideram o melhor tempo de ciclo de cada configuração, levando em conta todas as regras de prioridade e repetições (no caso da WRCHR). Assim, a partir destes dados, vemos que ao priorizarmos a alocação de trabalhadores de maneira uniforme, elevamos em aproximadamente 10% o tempo de ciclo da linha, comparado a uma solução do SALBP-2. Ao analisar as heurísticas WRCH e WRCHR, este valor sobe a 14% e 12%, respectivamente. A diversidade resultante da escolha aleatória de tarefas pela WRCHR foi benéfica para seu desempenho, em comparação à WRCH. No que se refere ao critério Emp1, concluímos que somente em poucos casos obtemos soluções com tempos de ciclo idênticos aos vistos no SALBP-2.

A fixação de determinadas estações a receberem trabalhadores com deficiência pode levar a problemas sem solução, uma vez que, nestes casos, existe a possibilidade de não haver designações de tarefas que respeitem restrições de tempo de ciclo ou factibilidades trabalhador/tarefa. Juntos, os três métodos propostos para o ALWIBP-2WR não encontraram soluções para menos de 0,8% das configurações testadas. Quanto ao tempo computacional das três abordagens, dizemos que a resolução do ALWIBP-2 para cada configuração de trabalhadores gastou, em média, 354s, 0,02s e 0,20s nos algoritmos WREA, WRCH e WRCHR, respectivamente.

Para finalizar, na Tabela 7.4 investigamos a eficácia das diferentes regras de prioridade na resolução ao ALWIBP-2WR por meio das heurísticas construtivas. Considerando a WRCH, vemos que regras beaseadas em tempos de execução que priorizam o maior valor foram as que obtiveram melhores resultados. Por outro lado, ao examinarmos o desempenho da WRCHR, inferimos que a característica aleatória de escolha das tarefas candidatas à designação levou a um comportamento semelhante das regras de prioridade, à exceção da regra $Min\overline{Time}$, cujos resultados foram inferiores às demais.

Tabela 7.3: *Resultados dos algoritmos WREA, WRCH e WRCHR com as melhores soluções do modelo SALBP-2 (|N| = 50).*

τ	Var	Inc	WREA		WRCH			WRCHR		
			$\Upsilon_2^*(\%)$	Emp1	$\Upsilon_2(\%)$	$\Upsilon_2^*(\%)$	Emp1	$\Upsilon_2(\%)$	$\Upsilon_2^*(\%)$	Emp1
10	2	10	3,6	5	10,6	6,4	2	7,1	4,9	4
		20	4,3	2	11,2	7,1	1	7,7	5,6	2
	5	10	7,5	0	15,4	11,3	0	11,6	9,0	0
		20	7,9	0	15,7	11,5	0	11,9	9,4	0
20	2	10	5,7	1	13,1	9,2	0	9,9	7,6	1
		20	6,5	1	14,0	10	0	10,7	8,3	1
	5	10	12,5	0	21,9	17,4	0	18,0	14,8	0
		20	13,4	0	22,7	18,2	0	18,7	15,6	0
30	2	10	8,3	0	16,6	12,6	0	13,5	10,8	0
		20	9,3	0	18,0	13,7	0	14,6	11,8	0
	5	10	18,8	0	30,5	25,3	0	26,3	22,3	0
		20	20,5	0	32,3	26,9	0	27,6	23,7	0
	Média		9,9		18,5	14,1		14,8	12,0	

Tabela 7.4: *Percentual de instâncias para as quais cada regra de prioridade forneceu a melhor solução (|N| = 50).*

Regras	WRCH	WRCHR
MaxIF	12,9	10,4
MaxF	6,2	10,3
$MaxTime^-$	42,4	10,3
$MaxTime^+$	40,9	10,1
$Max\overline{Time}$	41,3	10,3
$MinTime^-$	1,9	10,0
$MinTime^+$	1,9	10,1
$Min\overline{Time}$	1,9	7,6
$MaxPW^-$	37,6	10,4
$MaxPW^+$	37,2	10,2
$Max\overline{PW}$	37,3	10,3
MinD(w)	8,8	10,3
MinR(w)	7,2	10,2
MaxIFTime(w)	6,2	10,2
MaxFTime(w)	6,2	10,2
MinRank(w)	8,3	10,3

Capítulo 8

ALWIBP com rotação de tarefas

Motivados pelos benefícios descritos na literatura a cerca da prática da rotação de tarefas (veja as Seções 2.3.1.3 e 3.1.1.6), propomos, neste capítulo, uma formulação para o ALWIBP na presença deste recurso. Primeiramente, consideremos um número fixo de estações de trabalho e, por consequência, quantidades pré-determinadas de trabalhadores "convencionais" e de trabalhadores com deficiência. Adotamos a seguinte estratégia quanto à política de rotação: fixando-se as tarefas nas estações, os trabalhadores serão designados a diferentes postos de trabalho em cada subperíodo considerado. Para tanto, são escolhidas *a priori* estações de trabalho a serem inseridas em grupos, de tal forma que os trabalhadores rotacionem entre si dentro de um mesmo grupo. Essa condição insere mais uma dificuldade na resolução deste problema: escolher quais tarefas e trabalhadores a serem alocados em cada grupo de tal forma que, durante um período completo de rotação, não existam infactibilidades do tipo trabalhador/tarefa.

Esta forma de abordar o problema de rotação de tarefas difere da maneira adotada por Costa e Miralles (2009) e Moreira e Costa (2013). Os autores maximizam o número de tarefas distintas executadas pelos trabalhadores durante o período completo de rotação, mantendo-os, na maioria das vezes, nas mesmas estações e promovendo inserções e trocas de tarefas, dada uma eficiência da linha. De fato, nos ambientes do ALWABP e do ALWIBP, a troca de dois indivíduos entre duas estações pode ser complexa devido à existência de incompatibilidades trabalhador/tarefa. No entanto, a métrica adotada por estes pesquisadores alcançaria um valor elevado se existisse uma forma de rearranjar os trabalhadores na linha de modo que executassem tarefas novas em cada subperíodo. É nesse ponto que se baseia nossa ideia: promover, ao máximo, o contato dos trabalhadores com diferentes tarefas, garantindo a eficiência da linha e simplificando a implementação prática dos planos de rotação gerados.

É desejável que o número de estações seja igualmente distribuído entre os grupos, de maneira que correspondam ao número de subperíodos da rotação. Em casos de haver grupos com o número de estações em quantidade não múltipla do número de períodos, os postos de trabalho são subdivididos de modo que grupo(s) com menos estações tenha(m) apenas uma estação de diferença em relação a grupos com o número completo de estações. Alguns trabalhos que consideram arranjos de trabalhadores organizados em grupos podem ser vistos em (Dimitriadis, 2006; Fırat e Hurkens, 2012; Nakade e Ohno, 2003).

Estruturamos o conteúdo deste capítulo da seguinte forma: na Seção 8.1, apresentamos duas formulações matemáticas para o ALWIBP com rotação de tarefas, distintas pela maneira com que os trabalhadores trocam de estações de um subperíodo a outro. A eficácia destas abordagens é atestada por meio de experimentos computacionais mostrados na Seção 8.2.

8.1 Formulação matemática

Modelamos dois tipos de rotação de tarefas no contexto do ALWIBP, denominadas *Básica* e *Cíclica*. Para ilustrar o funcionamento dos esquemas, tomemos o grafo de precedências e os tempos de execução das tarefas pelos trabalhadores provenientes da Figura 8.1 e da Tabela 8.1. Além disso,

escolhamos as cores amarelo, verde e cinza para representar as estações com os trabalhadores w_1, w_2 e w_3, respectivamente.

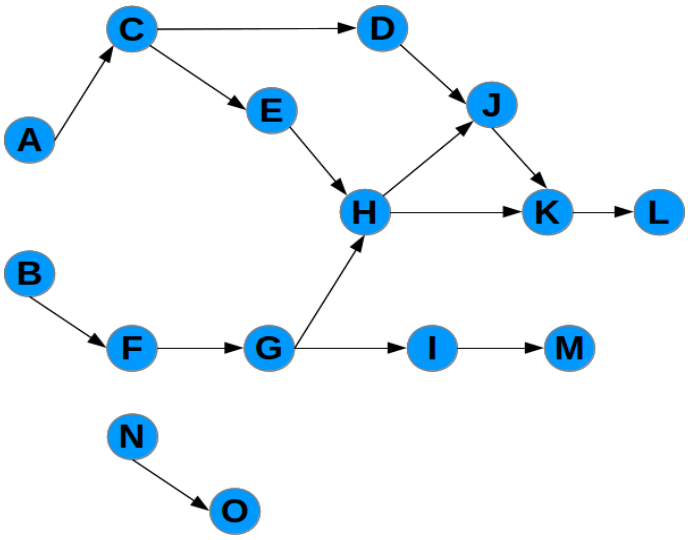


Figura 8.1: *Grafo (rede) de precedências com 15 tarefas.*

Tarefas	Trabalhadores			
	conv.	w_1	w_2	w_3
A	2	3	11	8
B	5	5	∞	40
C	7	10	11	16
D	8	15	9	22
E	8	17	12	∞
F	10	∞	13	16
G	12	∞	20	26
H	11	12	25	15
I	4	20	8	10
J	5	23	6	17
K	15	17	20	20
L	18	21	26	23
M	13	19	18	11
N	6	11	∞	30
O	7	10	10	∞

Tabela 8.1: *Exemplo dos tempos de execução das tarefas. A coluna "conv" corresponde ao tempo de execução de cada tarefa por um trabalhador "convencional".*

A rotação de tarefas *Básica* permite que um trabalhador se desloque, entre cada subperíodo, para qualquer estação dentro do grupo ao qual foi alocado. A Figura 8.2 apresenta um exemplo de solução factível desta variação, considerando as estações gargalo destacadas, os valores de carga de trabalho indicados acima de cada estação e a linha pontilhada no centro da figura como ponto de divisão dos dois grupos de 4 estações. Notemos que não há um padrão específico para delinear em qual estação cada trabalhador com deficiência deve ser alocado em cada período.

O problema de rotação de tarefas *Cíclica* estabelece que cada trabalhador ocupe a estação adjacente à atual no próximo subperíodo. Seguindo as mesmas considerações feitas para a Figura 8.2, a Figura 8.3 apresenta uma solução factível desta extensão. Notemos que este tipo de enfoque visa tornar mais simples o processo de rotação de tarefas, visto que o trabalhador deve deslocar-se à estação ao lado. Uma aplicação similar a esta pode ser vista em (Nakade e Ohno, 2003).

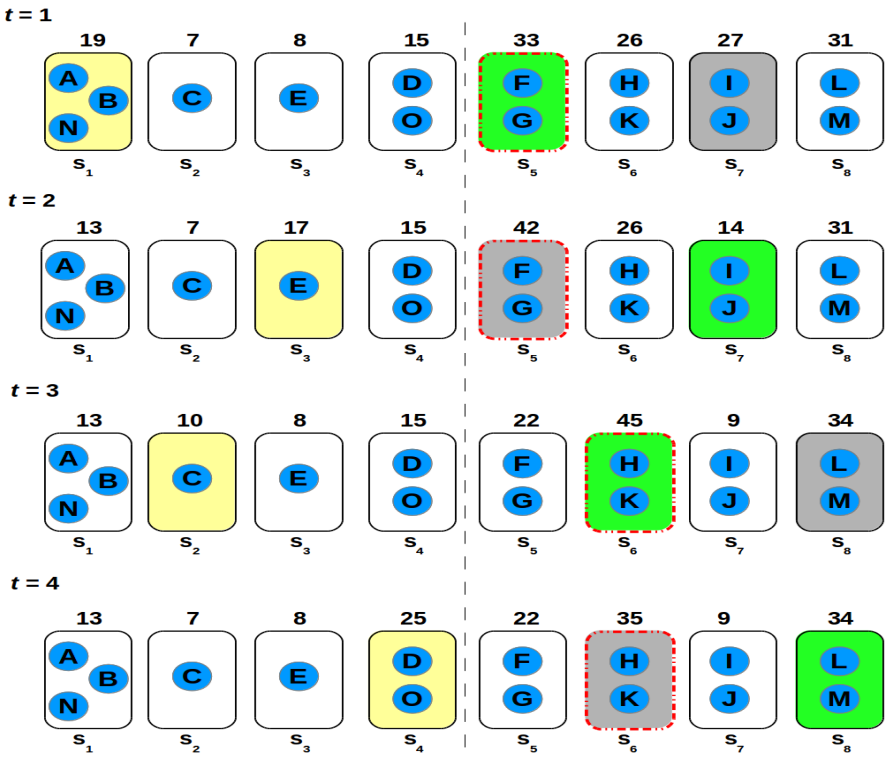


Figura 8.2: *Solução factível do ALWIBP com rotação de tarefas* Básica*, com 8 estações, 15 tarefas, 4 subperíodos e 3 trabalhadores com deficiência.*

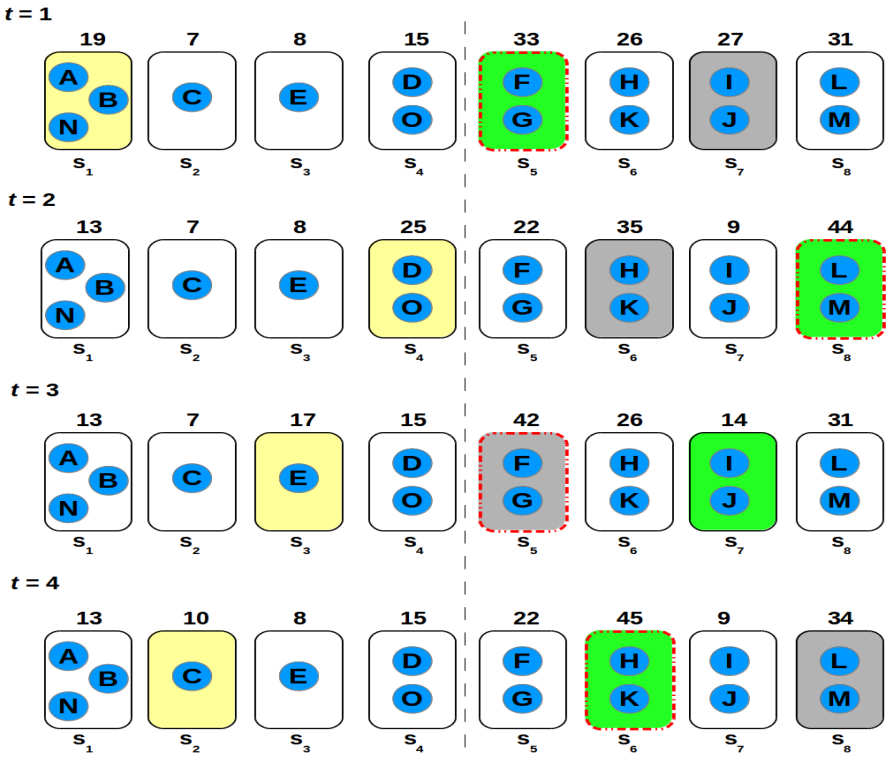


Figura 8.3: *Solução factível do ALWIBP com rotação de tarefas* Cíclica *com 8 estações, 15 tarefas, 4 subperíodos e 3 trabalhadores com deficiência.*

8.1.1 Modelo Básico

Seja $G = \{1, ..., \xi\}$ o conjunto de grupos de estações e $G_g \subset S$ o subconjunto de estações pertencentes ao grupo $g \in G$. Mais ainda, consideremos $T = \{1, ..., \bar{t}\}$ como o conjunto de subperíodos. Definimos y_{swt} como uma variável binária igual a 1 se e somente se o trabalhador $w \in W$ é alocado à estação $s \in S$ no subperíodo $t \in T$ e x_{si} com uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa $i \in N$ é designada à estação s. Introduzimos a variável binária u_{wg} igual a 1 apenas se o trabalhador w é alocado no grupo de estações g. O tempo de ciclo em cada subperíodo é mensurado pela variável c_t, enquanto c_{max} corresponde ao maior tempo de ciclo do período completo de rotação. Por fim, dada uma constante positiva L_w, para cada w, escrevemos o modelo *Básico* do ALWIBP com rotação de tarefas:

$$\text{minimize } c_{max} \tag{8.1}$$

sujeito a

$$\sum_{s \in S} x_{si} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{8.2}$$

$$\sum_{i \in N} x_{si} \geq 1 \qquad \forall s \in S \tag{8.3}$$

$$\sum_{s \in S} y_{swt} = 1 \qquad \forall w \in W, \forall t \in T \tag{8.4}$$

$$\sum_{w \in W} y_{swt} \leq 1 \qquad \forall s \in S, \forall t \in T \tag{8.5}$$

$$\sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{si} \leq \sum_{\substack{s \in S; \\ s \geq k}} x_{sj} \qquad \forall j \in N, \forall i \in D_j, \forall k \in S \backslash \{1\} \tag{8.6}$$

$$\sum_{i \in N} t_i x_{si} \leq c_t \qquad \forall s \in S, \forall t \in T \tag{8.7}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{si} \leq c_t + L_w(1 - y_{swt}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall t \in T \tag{8.8}$$

$$y_{swt} \leq 1 - x_{si} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \backslash N_w, \forall t \in T \tag{8.9}$$

$$c_t \leq c_{max} \qquad \forall t \in T \tag{8.10}$$

$$\sum_{g \in G} u_{wg} = 1 \qquad \forall w \in W \tag{8.11}$$

$$u_{wg} \leq \sum_{t \in T} y_{swt} \qquad \forall w \in W, \forall g \in G, \forall s \in G_g \tag{8.12}$$

$$\sum_{t \in T} y_{swt} \leq (|T| - |G_g| + 1) u_{wg} \qquad \forall w \in W, \forall g \in G, \forall s \in G_g \tag{8.13}$$

$$x_{si} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall i \in N \tag{8.14}$$

$$y_{swt} \in \{0, 1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall t \in T \tag{8.15}$$

$$u_{wg} \in \{0, 1\} \qquad \forall w \in W, \forall g \in G. \tag{8.16}$$

Diferente da abordagem proposta por Costa e Miralles (2009), a função objetivo (8.1) minimiza o maior dos tempos de ciclo de todos os subperíodos. As restrições (8.2) e (8.3) asseguram que toda tarefa será alocada na linha e que cada estação terá pelo menos uma tarefa, respectivamente. As restrições (8.4)-(8.9) garantem que as restrições originais do ALWIBP sejam respeitadas para cada subperíodo. Definimos a função objetivo c_{max} através das restrições (8.10). Estabelecemos que um trabalhador com deficiência fará parte de um único grupo de estações, como mostrado pelas restrições (8.11). Nas restrições (8.12), determinamos que os trabalhadores em questão devem ser alocados no máximo uma vez a cada estação do grupo ao qual pertencem. Nas restrições (8.13),

delimitamos o máximo de estações às quais cada trabalhador de W pode ser alocado de forma reincidente no período completo de rotação.

8.1.2 Modelo Cíclico

Na abordagem *Cíclica* da rotação de tarefas, tomamos o deslocamento dos trabalhadores em uma estação adjacente no sentido anti-horário. Assim, para cada $s \in S$, sejam $f(s)$, $r(s)$ e $o(s)$ primeira estação no grupo ao qual s pertence, a posição relativa da estação s em seu grupo e o tamanho deste grupo, respectivamente. Consideremos $g(s,t) = (r(s) + t - 2) \bmod o(s)$ a função de mapeamento para a próxima estação a ser ocupada pelo trabalhador com deficiência, a variável binária y_{sw} igual 1 se e somente se o trabalhador $w \in W$ está presente na estação $s \in S$ e L_w a constante citada anteriormente. A formulação proposta é apresentada a seguir.

$$\text{minimize } c_{max} \tag{8.17}$$

sujeito a

$$(8.2)\text{–}(8.3), (8.6)\text{–}(8.7), (8.10), (8.14) \text{ e}$$

$$\sum_{s \in S} y_{sw} = 1 \qquad \forall w \in W \tag{8.18}$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} \leq 1 \qquad \forall s \in S \tag{8.19}$$

$$\sum_{i \in N_w} t_{wi} x_{si} \leq c_t + L_w(1 - y_{f(s)+g(s,t),w}) \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall t \in T \tag{8.20}$$

$$x_{si} \leq 1 - \sum_{s'=f(s)}^{f(s)+o(s)} y_{s'w} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \backslash N_w, \tag{8.21}$$

$$y_{sw} \in \{0,1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W. \tag{8.22}$$

As restrições (8.20) garantem o respeito ao tempo de ciclo para cada subperíodo. Notemos que o cálculo de $f(s) + g(s,t)$ permite localizar qual a posição do trabalhador w na linha sabendo apenas a primeira estação ao qual este foi alocado. As restrições (8.21) permitem que, durante todo o período de rotação, um trabalhador só execute as tarefas às quais ele seja apto. Podemos ver que, com essa abordagem, obtemos o planejamento da rotação com um número de variáveis menor que a modelagem *Básica*, ainda que tenhamos menor grau de liberdade para designar os trabalhadores durante o processo.

8.2 Experimentos computacionais

Os experimentos computacionais relativos às abordagens de rotação de tarefas no ALWIBP são divididos em duas seções. Inicialmente, apresentamos as instâncias utilizadas no conjunto de testes (Seção 8.2.1). Na sequência, a Seção 8.2.2 mostra os resultados dos dois modelos propostos para o problema em questão.

8.2.1 Instâncias teste

Posto que o ALWIBP com rotação de tarefas é visto como uma extensão do ALWIBP-2, adotamos o mesmo conjunto de instâncias descrito na Seção 7.3.1. Determinamos os grupos de estações de forma que cada agrupamento tenha no mínimo 3 e no máximo 4 estações. Mais precisamente, para cada instância são criados $\lfloor |S|/3 \rfloor$ grupos, sendo os $|S| \bmod 3$ últimos compostos por 4 estações, enquanto todos os outros possuem apenas 3 delas. Por simplicidade, consideramos as estações a serem alocadas em cada grupo por ordem crescente de seus índices. Como exemplo, suponhamos uma linha com $|S| = 11$. Neste caso, teremos o total de 3 grupos, uma vez que

$|G| = \lfloor |S|/3 \rfloor = \lfloor 11/3 \rfloor = 3$, com $G_1 = \{1, 2, 3\}$, $G_2 = \{4, 5, 6, 7\}$ e $G_3 = \{8, 9, 10, 11\}$. Definimos o conjunto de subperíodos como $T = \{1, ..., g_{max}\}$, onde g_{max} é a cardinalidade do maior grupo de estações, dada por $g_{max} = \max_{g \in G} |G_g| = 4$.

8.2.2 Resultados

Os testes computacionais realizados neste capítulo consideram os grupos de instâncias com 50 e 100 tarefas, num total de 2400 problemas teste. Na próxima seção, vamos avaliar o desempenho dos modelos *Básico* e *Cíclico* de rotação de tarefas no ALWIBP. As duas modelagens foram codificadas em C++, utilizando o sistema operacional Linux. Os modelos foram resolvidos pelo CPLEX 12.6 configurado com tempo limite de 3600s, 1 thread e 6 GB como limite da árvore de busca, em uma máquina Intel Xeon X550 2.67 GHz com 12 GB RAM.

8.2.2.1 Experimento: resultados dos modelos Básico e Cíclico

O comportamento das formulações *Básica* e *Cíclica* do ALWIBP com rotação de tarefas foi estudado por meio das seguintes métricas:

- Inf: quantidade de instâncias sem solução factível;
- Δ_{jr}: número de instâncias resolvidas na otimalidade pelo modelo de rotação de tarefas;
- Gap(%): *gap* de otimalidade fornecido pelo CPLEX;
- t(s): tempo computacional gasto pelo método, em segundos.

As Tabelas 8.2 e 8.3 apresentam as informações relativas à execução dos modelos para exemplares de médio ($|N| = 50$) e grande porte ($|N| = 100$). Para problemas com 50 tarefas, o número de instâncias sem solução factível equivale a 3% do total. A maior parte dessas instâncias estão em linhas com percentual estimado de trabalhadores com deficiência igual a 30%. Isso, aliado à característica mista do grafo de precedências (com a presença de estruturas *cadeia* e *gargalo*), torna inviável uma fixação de tarefas em grupos que atenda às outras exigências do problema. A quantidade de problemas resolvidos na otimalidade por ambas abordagens supera os 71%. O fato da rotação *Cíclica* obter melhores resultados que a rotação *Básica*, em alguns casos, apesar de ser um caso particular desta, pode ser explicado por conta dos *gaps* de otimalidade do CPLEX serem menores para esta formulação. Em outras palavras, as soluções factíveis encontradas dentro de um mesmo tempo limite às vezes são melhores para o caso *Cíclico*. Os dois modelos são executados com tempo médio de 900s.

Com relação aos resultados referente às instâncias com 100 tarefas, vemos que há uma redução do número de instâncias resolvidas na otimalidade e um aumento do *gap* em ambas as formulações. No entanto, notemos que, em todos os casos, encontramos ao menos uma solução factível para cada problema testado. Os tempos computacionais se mostram mais elevados, ultrapassando 2500s, em média. Assim, ao analisar os experimentos com instâncias com 50 e 100 tarefas, concluímos que a maior simplicidade do modelo de rotação *Cíclica* (devido aos requisitos da abordagem), comparado à formulação *Básica*, esteve diretamente ligada ao seu desempenho.

Nas Tabelas 8.4 e 8.5, utilizamos duas outras métricas a fim de avaliar as soluções obtidas pelos esquemas de rotação de tarefas:

- $\Upsilon_2(\%)$: percentual de aumento no tempo de ciclo máximo do período completo de rotação (c_{max}) comparado à melhor solução do ALWIBP-2;
- $\Theta(\%)$: percentual de aumento no número de tarefas executadas por trabalhadores com deficiência, quando submetidos a um mecanismo de rotação de tarefas, em relação ao que executavam em uma linha equivalente no ALWIBP-2.

Os resultados mostram um aumento no tempo de ciclo de até 32% para instâncias médias. No caso de problemas de grande porte, devido à maior possibilidade de designações de tarefas, a elevação máxima do tempo de ciclo foi de 23%. Notemos que os valores de Υ_2 são similares em ambos os mecanismos de rotação de tarefas. Com relação aos resultados da medida Θ, a rotação *Cíclica* apresentou valores médios próximos aos resultados obtidos pela rotação *Básica*, mesmo que esta variante permita mais flexibilidade ao planejamento da rotação do que aquela. Assim, para uma linha com percentual estimado de 10% de trabalhadores com deficiência, tempos de execução das tarefas uniformemente distribuídos entre $[t_i, 2t_i]$ e Inc = 10%, temos um aumento médio de 195% no número de tarefas executadas, em comparação a um sistema produtivo que não considere rotação de tarefas. Este contexto evidencia a relação entre a execução de um maior número de tarefas diferentes pelo conjunto de trabalhadores e o aumento do tempo de ciclo.

Uma informação adicional aos experimentos, não presente nas tabelas, se refere ao fato de não haver garantia de aumento no número de tarefas diferentes executadas por trabalhadores com deficiência na rotação, em detrimento de uma linha sem esse mecanismo. Verificamos que mesmo apresentando em média bons resultados nesse fator, 5% das instâncias médias e grandes possuiam a melhor solução encontrada pelo CPLEX (ótima ou não) com trabalhadores de W executando menos tarefas do que no ALWIBP-2. O comportamento das formulações é compreensível, uma vez que, o objetivo é minimizar o tempo de ciclo máximo. Portanto, eventualmente, o modelo pode optar por alternativas desse cunho, priorizando somente a eficiência da linha.

Por fim, observamos que as soluções de algumas instâncias concentram diferentes trabalhadores com deficiência em grupos iguais. Isto era, de fato, esperado, devido à complexidade de resolução de uma estrutura de rotação de tarefas como essa. Visamos, em uma pesquisa futura, melhorar a forma de distribuição de trabalhadores de maneira a aumentar a interação entre eles.

Tabela 8.2: *Resultados computacionais dos modelos de rotação de tarefas* Básico *e* Cíclico *($|N| = 50$).*

				Básica			*Cíclica*		
τ	Var	Inc	Inf	Δ_{jr}	Gap(%)	t(s)	Δ_{jr}	Gap(%)	t(s)
10	2	10	0	75	0,2	1003	80	0,2	811
		20	1	76	0,3	867	78	0,2	818
	5	10	0	81	0,2	795	82	0,1	752
		20	3	72	0,3	959	76	0,2	869
20	2	10	1	68	0,4	1180	77	0,3	900
		20	4	73	0,4	922	77	0,2	779
	5	10	2	73	0,5	1074	82	0,2	653
		20	3	75	0,4	914	79	0,2	746
30	2	10	2	65	0,9	1247	77	0,3	861
		20	12	68	0,9	927	70	0,2	789
	5	10	2	70	1,2	1146	80	0,2	808
		20	10	67	1,5	974	75	0,2	671
	Média				0,6	1001		0,2	788

Tabela 8.3: *Resultados computacionais dos modelos de rotação de tarefas* Básico *e* Cíclico *(*$|N| = 100$*).*

				Básica			*Cíclica*		
τ	Var	Inc	Inf	Δ	Gap(%)	t(s)	Δ	Gap(%)	t(s)
10	2	10	0	26	2,5	2729	44	1,5	2175
		20	0	32	2,6	2382	48	1,4	2075
	5	10	0	29	4,1	2710	43	1,7	2288
		20	0	31	3,8	2609	48	1,8	2103
20	2	10	0	24	5,4	2757	38	2,8	2364
		20	0	26	5,7	2714	43	2,7	2255
	5	10	0	22	9,0	2851	33	4,6	2640
		20	0	23	9,7	2884	38	4,3	2477
30	2	10	0	24	9,9	2765	29	5,1	2635
		20	0	23	11,2	2962	37	4,6	2545
	5	10	0	13	17,8	3320	30	8,9	2688
		20	0	20	18,8	3112	29	9,3	2722
	Média				8,4	2816		4,1	2414

Tabela 8.4: *Resultados computacionais referentes aos aumentos de tempo de ciclo e percentual de execução de tarefas diferentes, para os modelos de rotação de tarefas* Básico *e* Cíclico *(*$|N| = 50$*).*

			Básica		*Cíclica*	
τ	Var	Inc	Υ_2(%)	Θ(%)	Υ_2(%)	Θ(%)
10	2	10	19,0	195	19,0	196
		20	24,2	157	24,2	154
	5	10	27,8	151	27,8	152
		20	30,4	156	30,4	156
20	2	10	20,9	140	21,0	137
		20	28,3	108	28,2	106
	5	10	26,4	124	26,4	126
		20	29,5	100	29,5	99
30	2	10	23,7	154	23,6	158
		20	33,1	95	33,0	94
	5	10	28,0	114	27,9	114
		20	32,7	90	32,6	93
	Média		27,0	132	27,0	132

Tabela 8.5: *Resultados computacionais referentes aos aumentos de tempo de ciclo e percentual de execução de tarefas diferentes, para os modelos de rotação de tarefas* Básico *e* Cíclico *($|N| = 100$).*

			Básica		*Cíclica*	
τ	Var	Inc	$\Upsilon_2(\%)$	$\Theta(\%)$	$\Upsilon_2(\%)$	$\Theta(\%)$
10	2	10	5,4	169	5,2	170
		20	6,6	142	6,4	139
	5	10	8,3	110	8,2	107
		20	8,8	84	8,6	92
20	2	10	7,6	159	7,1	163
		20	9,5	119	9,0	120
	5	10	11,2	103	10,7	106
		20	12,1	87	11,6	97
30	2	10	12,2	181	11,3	185
		20	17,1	143	16,0	144
	5	10	20,4	124	19,1	126
		20	23,1	111	21,4	113
	Média		11,9	128	11,2	130

Capítulo 9

Conclusões

Neste trabalho, efetuamos um estudo sobre o *problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores* (ALWIBP, do inglês: *assembly line worker integration and balancing problem*), além de algumas de suas variantes. O ALWIBP se insere em um contexto em que se deseja otimizar o funcionamento de linhas de produção convencionais na presença de trabalhadores com deficiência, parcela esta da mão-de-obra que apresenta heterogeneidade quanto ao tempo de execução das tarefas. Um levantamento inicial sobre a participação de pessoas com deficiência no mercado de trabalho foi realizado. Diversas estatísticas encontradas forneceram motivação para a resolução dos problemas propostos neste estudo.

Investigamos formas eficientes para a integração de trabalhadores com deficiência em linhas de produção convencionais, abordando variantes do ALWIBP. Consideramos diferentes formatos de linha e distintas características dos tempos de execução das tarefas. Listamos estes problemas a seguir: (i) ALWIBP-1; (ii) ALWIBP *robusto* (RALWIBP, do inglês: *robust assembly line worker integration and balancing problem*); (iii) ALWIBP em linhas em U (UALWIBP, do inglês: *U-shaped assembly line worker integration and balancing problem*); (iv) ALWIBP-2; (v) ALWIBP com rotação de tarefas. Nos itens (i)–(iii), efetuamos o balanceamento da linha minimizando o número de estações de trabalho para um dado tempo de ciclo, enquanto os itens (iv)–(v) se concentram na minimização do tempo de ciclo, considerando uma linha com um número pré-determinado de estações e trabalhadores. A escolha das funções objetivo em questão se dá devido a sua relevância prática e presença na maior parte dos trabalhos encontrados na literatura. Em todos os casos, garantimos a inserção dos trabalhadores com deficiência no sistema produtivo. Nosso objetivo é mostrar que o bom planejamento de linhas de produção pode possibilitar a inserção de trabalhadores com deficiência nas linhas sem que isso represente perdas significativas de produtividade.

Após uma revisão bibliográfica envolvendo o *problema simples de balanceamento de linhas de produção* (SALBP, do inglês: *simple assembly line balancing problem*), o *problema de balanceamento de linhas de produção e designação de trabalhadores* (ALWABP, do inglês: *assembly line worker assignment and balancing problem*) e problemas correlatos ao ALWIBP, iniciamos nosso desenvolvimento metodológico a partir do ALWIBP-1. Propusemos um modelo inteiro-misto para este problema, além de uma outra variante do ALWIBP-1 que adiciona um objetivo hierarquicamente secundário, visando uma maior participação de trabalhadores com deficiência pelo aumento de suas cargas de trabalho. A grande contribuição desta abordagem consiste em uma *heurística construtiva de inserção* (CIH, do inglês: *constructive insertion heuristic*), que se mostrou flexível a adaptações em outros problemas mostrados mais adiante.

Em síntese, a CIH parte de uma solução inicial composta por trabalhadores exclusivamente "convencionais" e tenta inserir os trabalhadores com deficiência de modo a reduzir o número de estações adicionais. Propomos também duas buscas locais baseadas em vizinhanças inteiro-mistas. Dando continuidade, projetamos um novo conjunto de instâncias a partir de características mais realistas encontradas em contextos práticos e relatadas na literatura. Os resultados computacionais mostram que, nas instâncias testadas, conseguimos um percentual de inserção de trabalhadores com deficiência de pelo menos 5%, com um ligeiro aumento no número de estações de trabalho.

Além disso, a CIH se mostrou eficaz e eficiente na resolução do ALWIBP-1 e sua escalabilidade foi atestada pela resolução de instâncias com até 1000 tarefas.

A questão da incerteza, inerente aos tempos de execução de tarefas por trabalhadores nas linhas de produção, é estudada no RALWIBP-1 através da abordagem do "budget" de incerteza (Bertsimas e Sim, 2003, 2004). Introduzimos duas formulações robustas inspiradas em modelos proeminentes de linhas de produção com trabalhadores heterogêneos. De forma complementar, uma adaptação da CIH denominada RICH (do inglês: *robust insertion constructive heuristic*) foi implementada para tratar o caso robusto do ALWIBP-1. Através de uma sequência de experimentos numéricos, variando parâmetros como "budget" de incerteza e percentual tempos adicionais de execução de tarefas, num total de 12 combinações, chegamos à conclusão de que o aumento do número de estações em soluções robustas é aceitável e, em alguns casos, nulo. Quanto à RICH, comprovamos sua eficiência a partir dos tempos computacionais e da qualidade das soluções obtidas. Podemos afirmar, diante de tais resultados, que esta abordagem se mostra importante em contextos nos quais é necessário trabalhar com soluções que tenham uma certa imunidade a variações do sistema.

Conduzimos um estudo sobre linhas em U no contexto do ALWIBP, motivados pela sua flexibilidade e eficácia, principalmente em sistemas do tipo *just-in-time*. Este tipo de linha tem a peculiaridade de permitir que tarefas sejam designadas às estações de maneira *forward* e *backward*. Propomos duas formulações para o UALWIBP-1 e uma versão da CIH para este problema, chamada *heurística construtiva de inserção em linhas em U* (UCIH, do inglês: *U-shaped line constructive insertion heuristic*). Adicionalmente, estudamos uma extensão do UALWIBP-1 que não permite a presença de trabalhadores com deficiência em estações *crossover*, uma vez que, em algumas situações, a ocupação destes postos exige características que alguns trabalhadores não possuem (por exemplo: facilidade de movimentação). Dois modelos foram propostos para esta variante, denominada UALWIBP-1Cr. Os testes computacionais indicam que a complexidade de se inserir trabalhadores com deficiência em linhas em U é similar à inserção dos mesmos em linhas convencionais simples. Além disso, verificamos o bom desempenho da abordagem heurística, que foi capaz de resolver problemas muito grandes (1000 tarefas) em menos de 100s, em média.

Consideramos, também, a minimização do tempo de ciclo diante de um número previamente fixado de estações. Primeiramente, estudamos o ALWIBP-2 e uma versão deste problema valorizando a distribuição uniforme de trabalhadores ao longo da linha (ALWIBP-2WR, do inglês: ALWIBP-2 *with worker regularity*), a fim de contribuir com a sua integração no sistema. Foram propostas formulações para os dois problemas, além de duas heurísticas construtivas para o ALWIBP-2WR. A *heurística construtiva baseada em regularidade de trabalhadores* (WRCH, do inglês: *worker regularity constructive heuristic*) trabalha com um conjunto de configurações de trabalhadores na linha, ordenados de forma ascendente pelo critério de regularidade. Em seguida, para cada distribuição obtida, utiliza uma heurística construtiva do ALWABP-2 para realizar as designações de tarefas. A diferença fundamental entre a WRCH e a WRCHR é que, na última, perfazemos as designações de tarefas escolhendo, aleatoriamente, uma dentre uma lista de candidatas. Assim como no ALWIBP-1, introduzimos um novo conjunto de instâncias para o ALWIBP-2. Os experimentos computacionais realizados apresentaram bons resultados iniciais referentes ao percentual de aumento do tempo de ciclo, comparado às melhores soluções do SALBP-2.

Por último, nos concentramos no desenvolvimento de modelos matemáticos para o problema de rotação de tarefas no contexto do ALWIBP. Este mecanismo possui uma função muito importante no planejamento e gerenciamento de linhas de produção, uma vez que está diretamente ligado a fatores como motivação e bem-estar dos trabalhadores. Desenvolvemos uma abordagem que fixa tarefas nas estações e rotaciona trabalhadores dentro de grupos de estações pré-determinados. Assim, os trabalhadores com deficiência são alocados às estações de forma que sejam capazes de executar as tarefas de seu grupo durante o período completo de rotação. Quanto a função objetivo, minimizamos o tempo de ciclo máximo considerando todos os subperíodos. Propomos duas formulações matemáticas baseadas em duas maneiras distintas para se efetuar a rotação, denominadas *Básica* e *Cíclica*. A partir de testes computacionais, observamos que ambas obtiveram

resultados similares, propiciando uma boa política de execução de tarefas diferentes sem, para isso, afetar consideravelmente o tempo de ciclo da linha.

Esta tese teve o caráter de introduzir e apresentar componentes elementares para a exploração dos cinco problemas aplicados ao contexto de linhas de produção convencionas na presença de trabalhadores com deficiência. Os próximos passos dos problemas (i), (ii) e (iii) consistem no desenvolvimento de metaheurísticas e algoritmos híbridos. Em relação ao problema (iv), faz-se necessário um estudo mais completo envolvendo testes computacionais com instâncias maiores, a fim de extrair informações complementares sobre o comportamento dos métodos propostos. Por fim, quanto ao problema (v), pretendemos considerar requisitos adicionais às modelagens, a fim de tratar questões como o agrupamento de trabalhadores com deficiência em um mesmo conjunto de estações e uma possível redução do número de tarefas executadas por trabalhadores com deficiência, devido à característica do tipo de rotação.

Como conclusão geral, pode-se extrair que a integração de trabalhadores com deficiência em linhas de produção convencionais dá origem a uma grande quantidade de problemas de otimização. Nesta tese, introduzimos alguns destes problemas, propondo modelos e métodos de resolução. Esperamos que este trabalho ajude a chamar a atenção da comunidade para esta família de problemas que possuem relevância científica e social.

Apêndice A

Heurísticas construtivas de Scholl e Voss (1996)

Neste apêndice, apresentamos as heurísticas construtivas propostas por Scholl e Voss (1996) para o SALBP-1 e SALBP-2. Para tanto, utilizamos as notações apresentadas na Seção 2.1. Estes algoritmos são baseados na designação de tarefas às estações por meio de regras de prioridade. Em linhas gerais, o procedimento adotado para a resolução do SALBP-1 parte de um limitante do número de estações, $\overline{m}$, e considera que a tarefa $i \in N$ é *candidata* à designação *forward* (*backward*) em uma estação s se:

1. todos os seus predecessores (sucessores) imediatos ou transitivos já foram inseridos em s ou em estações anteriores; e
2. o tempo de execução t_i adicionado à carga de trabalho atual da estação s, $t(N_s)$, não ultrapassa o tempo de ciclo c.

A cada passo, selecionamos a tarefa candidata com melhor valor de regra de prioridade e a após esta escolha, atualizamos a lista de tarefas candidatas. Caso não seja possível inserir mais tarefas à estação atual, abrimos a seguinte e o processo é reiniciado. O procedimento termina quando todas as tarefas são alocadas na linha de produção. O Algoritmo 4 apresenta o pseudocódigo proposto para a resolução do SALBP-1. Definimos $cand(U)$ como uma função que retorna um conjunto de tarefas candidatas a serem designadas à estação s com base nas tarefas disponíveis em U (linha 5). O laço principal do algoritmo corresponde às linhas 6–15. Consideremos que a função $seleciona(A, c - t(N_s))$ obtem a tarefa $i \in A$ com melhor valor de regra de prioridade em A que respeite o tempo remanescente na estação s, dado por $c - t(N_s)$ (linha 7). No caso de ausência de alguma tarefa candidata, a função retornará o valor -1. Caso contrário, nas linhas 9–13, atualizamos a carga alocada a s e os conjuntos N_s, U e A, este último através da função $refaz(A, U, \overline{c} - t(N_s))$, que adiciona tarefas advindas de U ou elimina tarefas provenientes de A, levando em conta o valor de $t(N_s)$. Note que o critério de parada garantindo que todas as tarefas estarão presentes na linha é alcançado quando U for vazio (linha 17–19). Se nenhuma solução factível for encontrada, o procedimento retorna o valor ∞ (linha 20).

A heurística construtiva desenvolvida para o SALBP-2 se baseia em sucessivas resoluções do problema SALBP-1, com diferentes valores de tempo de ciclo. O Algoritmo 5 apresenta o pseudocódigo proposto. Dados os limitantes inferior e superior de tempo de ciclo, denotados no método por $\underline{c}$ e $\overline{c}$, respectivamente, buscamos encontrar o menor valor de c tal que obtenhamos uma solução factível para o SALBP-2 (linhas 2–4). A designação de tarefas é realizada por meio do Algoritmo 4. Caso uma solução do problema não puder ser obtida para os valores de tempo de ciclo em questão, a função retorna ∞.

Por fim, quanto às regras de prioridade, Scholl e Voss (1996) optaram pelas seis variações mais encontradas na literatura, mostradas a seguir:

1. (MaxTime) tempos de execução de tarefas, t_i, tomados em ordem decrescente;

Algoritmo 4 Heurística Construtiva para o SALBP-1

entradas c: tempo de ciclo
1: $U \leftarrow N$;
2: **para** $s \leftarrow 1$ **até** $\overline{m}$ **faça**
3: $t(N_s) \leftarrow 0$;
4: $N_s \leftarrow \varnothing$;
5: $A \leftarrow cand(U)$;
6: **repetir**
7: $i \leftarrow seleciona(A, c - t(N_s))$
8: **se** $i \neq -1$ **então**
9: $N_s \leftarrow N_s \cup \{i\}$;
10: $t(N_s) \leftarrow t(N_s) + t_i$;
11: $A \leftarrow A \backslash \{i\}$;
12: $U \leftarrow U \backslash \{i\}$;
13: $A \leftarrow refaz(A, U, \overline{c} - t(N_s))$;
14: **fim**
15: **até** $i = -1$
16: **fim**
17: **se** $U = \varnothing$ **então**
18: **retorne** s;
19: **fim**
20: **retorne** ∞ (nenhuma solução encontrada).

Algoritmo 5 Heurística Construtiva para o SALBP-2

1: **para** $c' \leftarrow \underline{c}$ **até** $\overline{c}$ **faça**
2: $s \leftarrow$ **Algoritmo 4**(c');
3: **se** $s \neq \infty$ **então**
4: **retorne** c';
5: **fim**
6: **fim**
7: **retorne** ∞ (nenhuma solução encontrada).

2. (MaxPw) valores decrescentes do chamado *positional weights*, $pw_i = t_i + \sum_{j \in F_i^*} t_j$;
3. (MaxF) número decrescente de sucessores diretos e transitivos, F_i^*;
4. (MaxIF) número decrescente de sucessores imediatos, F_i;
5. (MaxTimeL) número decrescente da razão entre o tempo de execução t_i e no índice da estação mais tarde l_i, $\dfrac{t_i}{l_i}$;
6. (MaxTimeSlack) número decrescente da razão entre o tempo de execução t_i e a diferença entre $l_i - e_i$, $\dfrac{t_i}{l_i - e_i}$.

Referências Bibliográficas

AACD (2001) Associação de Assistência à Criança Deficiente (Programa Trabalho Eficiente) - AACD. http://www.aacd.org.br/pacientes.aspx (acessado em 15 de março de 2012), 2001. Citado na(s) pág(s). 2

Aase *et al.* **(2003)** G. R. Aase, M. J. Schniederjans e J. R. Olson. U-OPT: an analysis of exact U-shaped line balancing procedures. *International Journal of Production Research*, 41:4185–4210. Citado na(s) pág(s). 28

Aase *et al.* **(2004)** G. R. Aase, J. R. Olson e M. J. Schniederjans. U-shaped assembly line layouts and their impact on labor productivity: an experimental study. *European Journal of Operational Research*, 156:698–711. Citado na(s) pág(s). 27, 28

Ajenblit e Wainwright (1998) D. A. Ajenblit e R. L. Wainwright. Applying genetic algorithms to the U-shaped assembly line balancing problem. Em *Proceedings of the 1998 IEEE Evolutionary Computation*, 96–101, Anchorage, EUA. Citado na(s) pág(s). 28

Alade (2004) E. B. Alade. Community-based vocational rehabilitation (CBVR) for people with disabilities: experiences from a pilot project in Nigeria. *British Journal of Special Education*, 31: 143–149. Citado na(s) pág(s). 2

Alavidoost *et al.* **(2015)** M. H. Alavidoost, M. H. Fazel Zarandi, M. Tarimoradi e Y. Nemati. Modified genetic algorithm for simple straight and U-shaped assembly line balancing with fuzzy processing times (accepted for publication). *Journal of Intelligent Manufacturing*, 1–24. Citado na(s) pág(s). 27

Alem e Morabito (2011) D. Alem e R. Morabito. Production planning in furniture settings via robust optimization. *Computers & Operations Research*, 39:139–150. Citado na(s) pág(s). 53

Allwood e Lee (2004) J. M. Allwood e W. L. Lee. The impact of job rotation on problem solving skills. *International Journal of Production Research*, 42:865–881. Citado na(s) pág(s). 29

Antunes (2004) R. Antunes. *A dialética do trabalho: escritos de Marx e Engels.* Expressão Popular, São Paulo. Citado na(s) pág(s). 2

Araújo *et al.* **(2012)** F. F. B. Araújo, A. M. Costa e C. Miralles. Two extensions for the assembly line worker assignment and balancing problem: parallel stations and collaborative approach. *International Journal of Production Economics*, 140:483–495. Citado na(s) pág(s). 32, 33

Araújo *et al.* **(2014)** F. F. B. Araújo, A. M. Costa e C. Miralles. Balancing parallel assembly lines with disabled workers (accepted for publication). *European Journal of Industrial Engineering.* Citado na(s) pág(s). 32, 33

Aryanezhad *et al.* **(2009)** M. B. Aryanezhad, A. S. Kheirkhah, V. Deljoo e S. M. J. Mirzapour Al-e-hashem. Designing safe job rotation schedules based upon workers' skills. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 41:193–199. Citado na(s) pág(s). 29

Asensio-Cuesta *et al.* **(2012a)** S. Asensio-Cuesta, J. A. Diego-Más, L. Canós-Darós e C. Andrés-Romano. A genetic algorithm for the design of job rotation schedules considering ergonomic and competence criteria. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 60:1161–1174. Citado na(s) pág(s). 29

Asensio-Cuesta *et al.* **(2012b)** S. Asensio-Cuesta, J. A. Diego-Más, L. V. Cremades-Oliver e M. C. González-Cruz. A method to design job rotation schedules to prevent work-related musculoskeletal disorders in repetitive work. *International Journal of Production Research*, 50:7467–7478. Citado na(s) pág(s). 29

Avikal *et al.* **(2013)** S. Avikal, R. Jain, P.K. Mishra e H.C. Yadav. A heuristic approach for U-shaped assembly line balancing to improve labor productivity. *Computers & Industrial Engineering*, 64:895–901. Citado na(s) pág(s). 28

Avramidis *et al.* **(2010)** A. N. Avramidis, W. Chan, M. Gendreau, P. L'Ecuyer e O. Pisacane. Optimizing daily agent scheduling in a multi-skill call center. *European Journal of Operational Research*, 200:822–832. Citado na(s) pág(s). 30

Ayough *et al.* **(2012)** A. Ayough, M. Zandieh e H. Farsijani. GA and ICA approaches to job rotation scheduling problem: considering employee's boredom. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 60:651–666. Citado na(s) pág(s). 29

Azizi *et al.* **(2007)** N. Azizi, S. Zolfaghari e M. Liang. A new meta-heuristic approach for combinatorial optimization and scheduling problems. Em *Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Scheduling*, 7–14, Hawaii, USA. Citado na(s) pág(s). 30

Azizi *et al.* **(2010)** N. Azizi, S. Zolfaghari e M. Liang. Modeling job rotation in manufacturing systems: the study of employee's boredom and skill variations. *International Journal of Production Economics*, 123:69–85. Citado na(s) pág(s). 30

Bartholdi e Eisenstein (1996) J. J. Bartholdi e D. D. Eisenstein. A production line that balances itself. *Operations Research*, 44:21–34. Citado na(s) pág(s). 30

Battaïa e Dolgui (2013) O. Battaïa e A. Dolgui. A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches. *International Journal of Production Economics*, 142:259–277. Citado na(s) pág(s). 7, 23

Bautista e Pereira (2002) J. Bautista e J. Pereira. Ant algorithms for assembly line balancing. Em Marco Dorigo, Gianni Di Caro e Michael Sampels, editors, *Ant Algorithms Proceedings of the Third International Workshop ANTS 2002*, 65–75. Springer. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2463. Citado na(s) pág(s). 25

Bautista e Pereira (2009) J. Bautista e J. Pereira. A dynamic programming based heuristic for the assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 194:787–794. Citado na(s) pág(s). 25

Bautista *et al.* **(1996a)** J. Bautista, R. Companys e A. Corominas. Heuristics and exact algorithms for solving Monden problem. *European Journal of Operational Research*, 88:101–113. Citado na(s) pág(s). 81

Bautista *et al.* **(1996b)** J. Bautista, R. Companys e A. Corominas. A note on the relation between the product rate variation (PRV) problem and apportionment problem. *Journal of the Operational Research Society*, 47:1410–1414. Citado na(s) pág(s). 81

Baybars (1986) I. Baybars. A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. *Management Science*, 32:909–932. Citado na(s) pág(s). 7, 23, 24

Baykasoğlu e Dereli (2009) A. Baykasoğlu e T. Dereli. Simple and U-type assembly line by using an ant colony based algorithm. *Mathematical and Computational Applications*, 14:1–12. Citado na(s) pág(s). 28

Baykasoğlu e Özbakır (2007) A. Baykasoğlu e L. Özbakır. Stochastic U-line balancing using genetic algorithms. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 32:139–147. Citado na(s) pág(s). 27

Baykasoğlu e Özbakır (2015) A. Baykasoğlu e L. Özbakır. Discovering task assignment rules for assembly line balancing via genetic programming. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 76:417–434. Citado na(s) pág(s). 25

Becker e Scholl (2006) C. Becker e A. Scholl. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168:694–715. Citado na(s) pág(s). xv, 7, 13, 17, 23, 27

Bellenguez-Morineau e Néron (2007) O. Bellenguez-Morineau e E. Néron. A branch-and-bound method for solving multi-skill project scheduling problem. *RAIRO - Operations Research*, 47:155–170. Citado na(s) pág(s). 30

Benavides *et al.* (2014) A. J. Benavides, M. Ritt e C. Miralles. Flow shop scheduling with heterogeneous workers. *European Journal of Operational Research*, 237:713–720. Citado na(s) pág(s). 33

Bertsimas e Sim (2003) D. Bertsimas e M. Sim. Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming*, Ser. B 98:49–71. Citado na(s) pág(s). 3, 27, 53, 55, 102

Bertsimas e Sim (2004) D. Bertsimas e M. Sim. The price of robustness. *Operations Research*, 52:35–53. Citado na(s) pág(s). 3, 27, 53, 55, 60, 102

Bertsimas e Thiele (2006) D. Bertsimas e A. Thiele. A robust optimization approach to inventory theory. *Operations Research*, 54:150–168. Citado na(s) pág(s). 53

Bhadury e Radovilskya (2006) J. Bhadury e Z. Radovilskya. Job rotation using the multi-period assignment model. *International Journal of Production Research*, 44:4431–4444. Citado na(s) pág(s). 29

Blum e Miralles (2011) C. Blum e C. Miralles. On solving the assembly line worker assignment and balancing problem via beam search. *Computers & Operations Research*, 38:328–339. Citado na(s) pág(s). 31, 33

Bock e Rosenberg (2000) S. Bock e O. Rosenberg. A new parallel breadth first tabu search technique for solving production planning problems. *International Transactions in Operational Research*, 7:625–635. Citado na(s) pág(s). 26

Borba e Ritt (2014a) L. Borba e M. Ritt. A heuristic and a branch-and-bound algorithm for the assembly line worker assignment and balancing problem. *Computers & Operations Research*, 45:87–96. Citado na(s) pág(s). 16, 32, 33, 53, 54

Borba e Ritt (2014b) L. Borba e M. Ritt. A Parallel Branch-and-Bound for the Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem. Em *XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2293–2303, Salvador, Brasil. Citado na(s) pág(s). 32, 33

Boucher (1987) T. Boucher. Choice of assembly line design under task learning. *International Journal of Production Research*, 25:513–524. Citado na(s) pág(s). 27

Boysen e Fliedner (2008) N. Boysen e M. Fliedner. A versatile algorithm for assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 184:39–56. Citado na(s) pág(s). 28

Boysen *et al.* **(2007)** N. Boysen, M. Fliedner e A. Scholl. A classification of assembly line balancing problems. *European Journal of Operational Research*, 183:674–693. Citado na(s) pág(s). 23

Boysen *et al.* **(2008)** N. Boysen, M. Fliedner e A. Scholl. Assembly line balancing: which model to use when? *International Journal of Production Economics*, 111:509–528. Citado na(s) pág(s). 23

Boysen *et al.* **(2009)** N. Boysen, M. Fliedner e A. Scholl. Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique. *European Journal of Operational Research*, 192: 349–373. Citado na(s) pág(s). 81

Cai e Li (2000) X. Cai e K. N. Li. A genetic algorithm for scheduling staff of mixed skills under multi-criteria. *European Journal of Operational Research*, 125:359–369. Citado na(s) pág(s). 30

Carmo (1989) A. A. Carmo. *Deficiência física: a sociedade brasileira cria, "recupera" e discrimina*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas. Citado na(s) pág(s). 1

Carnahan *et al.* **(2000)** B. J. Carnahan, M. S. Redfern e B. A. Norman. Designing safe job rotation schedules using optimization and heuristic search. *Ergonomics*, 43:543–560. Citado na(s) pág(s). 29

Champion *et al.* **(1994)** M. Champion, L. Cheraskin e M. Stevens. Career-related antecedents and outcomes of job rotation. *Academy of Management Journal*, 37:1518–1542. Citado na(s) pág(s). 18

Chase (1974) R. Chase. Survey of paced assembly lines. *Industrial Engineering*, 6:14–18. Citado na(s) pág(s). 23

Chaves (2009) A. A. Chaves. *Uma metaheurística híbrida com busca por agrupamentos aplicada a problemas de otimização combinatória*. Tese de Doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Citado na(s) pág(s). 2

Chaves *et al.* **(2009)** A. A. Chaves, L. A. N. Lorena e C. Miralles. Hybrid metaheuristic for the assembly line worker assignment and balancing problem. *Lecture Notes on Computer Science*, 5818:1–14. Citado na(s) pág(s). 31, 33

Chiang (1998) W.-C. Chiang. The application of a tabu search metaheuristic to the assembly line balancing problem. *Annals of Operations Research*, 77:209–227. Citado na(s) pág(s). 25

Chiang e Urban (2006) W.-C. Chiang e T. L. Urban. The stochastic U-line balancing problem: a heuristic procedure. *European Journal of Operational Research*, 175:1767–1781. Citado na(s) pág(s). 27

Coleridge (2007) P. Coleridge. Economic empowerment. Em T. Barron e P. Amerena, editors, *Disability and inclusive development*. Leonard Cheshire International, London. Citado na(s) pág(s). 2

Cordeau *et al.* **(2010)** J.-F. Cordeau, G. Laporte, F. Pasin e S. Ropke. Scheduling technicians and tasks in a telecommunications company. *Journal of Scheduling*, 13:393–409. Citado na(s) pág(s). 30

Corominas *et al.* **(2008)** A. Corominas, R. Pastor e J. Plans. Balancing assembly line with skilled and unskilled workers. *Omega*, 36:1126–1132. Citado na(s) pág(s). 30

Corominas *et al.* **(2010)** A. Corominas, J. Olivella e R. Pastor. A model for the assignment of a set of tasks when work performance depends on experience of all tasks involved. *International Journal of Production Economics*, 126:335–340. Citado na(s) pág(s). 30

Cortez e Costa (2014) P. M. C. Cortez e A. M. Costa. Sequencing mixed-model assembly lines operating with a heterogeneous workforce (accepted for publication). *International Journal of Production Research*, 1–18. Citado na(s) pág(s). 32, 33

Costa e Miralles (2009) A. M. Costa e C. Miralles. Job rotation in assembly lines employing disabled workers. *International Journal of Production Economics*, 120:625–632. Citado na(s) pág(s). 1, 19, 32, 33, 91, 94

Costa *et al.* **(2009)** A. M. Costa, L. M. R. Santos, M. C. O. Moreira e C. Miralles. Análise da eficiência de linhas de produção com trabalhadores deficientes. Em *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 698–709, Porto Seguro, Brasil. Citado na(s) pág(s). 21, 32, 33

Costa (2001) V. A. Costa. *Formação na perspectiva da teoria crítica da sociedade: As experiências dos trabalhadores deficientes visuais do serviço federal de processamento de dados.* Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Citado na(s) pág(s). 2

CVI Rio (1982) Centro de Vida Independente do Rio de Janeiro - CVI Rio. http://www.cvi-rio.org.br/mercado-de-trabalho/ (acessado em 15 de março de 2012), 1982. Citado na(s) pág(s). 2

De Bruecker *et al.* **(2015)** P. De Bruecker, J. V. Bergh, J. Beliën e E. Demeulemeester. Workforce planning incorporating skills: State of the art. *European Journal of Operational Research*, 243: 1–16. Citado na(s) pág(s). 30

Digiesi *et al.* **(2009)** S. Digiesi, A. Kock, G. Mummolo e J. Rooda. The effect of dynamic worker behavior on flow line performance. *Production Planning and Control*, 120:368–377. Citado na(s) pág(s). 27

Dimitriadis (2006) S. G. Dimitriadis. Assembly line balancing and group working: a heuristic procedure for workers' groups operating on the same product and workstation. *Computers & Operations Research*, 33:2757–2774. Citado na(s) pág(s). 91

Dolgui e Kovalev (2012) A. Dolgui e S. Kovalev. Scenario based robust line balancing: Computational complexity. *Discrete Applied Mathematics*, 160(13–14):1955–1963. Citado na(s) pág(s). 27

Duplaga e Bragg (1998) E.A. Duplaga e D.J. Bragg. Mixed-model assembly line sequencing heuristics for smoothing component parts usage: a comparative analysis. *International Journal of Production Research*, 36:2209–2224. Citado na(s) pág(s). 81

Dutot *et al.* **(2006)** P.-F. Dutot, A. Laugier e A.-M. Bustos. Technicians and interventions scheduling for telecommunications. Relatório técnico, France Telecom, Paris, France. Citado na(s) pág(s). 30

Erel *et al.* **(2001)** E. Erel, I. Sabuncuoglu e B. A. Aksu. Balancing of U-type assembly systems using simulated annealing. *International Journal of Production Research*, 39:3003–3015. Citado na(s) pág(s). 28

Eriksson e Ortega (2006) T. Eriksson e J. Ortega. The adoption of job rotation: testing the theories. *Industrial and Labor Relations Review*, 59:653–666. Citado na(s) pág(s). 18

Estellon *et al.* **(2009)** B. Estellon, F. Gardi e K. Nouioua. High-performance local search for task scheduling with human resource allocation. *Lecture Notes on Computer Science*, 5752:1–15. Citado na(s) pág(s). 30

FADERS (1973) Fundação de Articulação e Desenvolvimento de Políticas Públicas para Pessoas Portadoras de Deficiência e de Altas Habilidades do Rio Grande do Sul - FADERS. http://www.faders.rs.gov.br/portal/index.php?id=servico&cat=2 (acessado em 15 de março de 2012), 1973. Citado na(s) pág(s). 2

Fattahi e Turkay (2015) A. Fattahi e M. Turkay. On the MILP model for the U-shaped assembly line balancing problems. *European Journal of Operational Research*, 242:343–346. Citado na(s) pág(s). 28

Fattahi *et al.* (2014) A. Fattahi, S. Elaoud, E. S. Azer e M. Turkay. A novel integer programming formulation with logic cuts for the u-shaped assembly line balancing problem. *International Journal of Production Research*, 52:1318–1333. Citado na(s) pág(s). 28, 65, 66, 67, 70, 71

Fleszar e Hindi (2003) K. Fleszar e K. S. Hindi. An enumerative heuristic and reduction methods for the assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 145:606–620. Citado na(s) pág(s). 25

Ford (1922) H. Ford. *My life and work - An autobiography of Henry Ford*. Citado na(s) pág(s). 2

Fırat e Hurkens (2012) M. Fırat e C. A. J. Hurkens. An improved MIP-based approach for a multi-skill workforce scheduling problem. *Journal of Scheduling*, 15:363–380. Citado na(s) pág(s). 30, 91

Gabrel *et al.* (2014) V. Gabrel, C. Murat e A. Thiele. Recent advances in robust optimization: An overview. *European Journal of Operational Research*, 235:471–483. Citado na(s) pág(s). 53

Garcia (2014) V.G. Garcia. *Revista Trabalho, Educação e Saúde*, 12:165–187. Citado na(s) pág(s). 1

García-Villoria e Pastor (2013) A. García-Villoria e R. Pastor. Erratum to "a solution procedure for type e simple assembly line balancing problem". *Computers and Industrial Engineering*, 66:201–202. Citado na(s) pág(s). 26

Gel *et al.* (2002) E. S. Gel, W. J. Hopp e M. P. Van Oyen. Factors affecting opportunity of worksharing as a dynamic line balancing mechanism. *IIE Transactions*, 34:847–863. Citado na(s) pág(s). 30

Gendreau *et al.* (1994) M. Gendreau, A. Hertz e G. Laporte. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Management Science*, 40:1276–1290. Citado na(s) pág(s). 31

Giordano (2000) B. W. Giordano. *(d)eficiência e trabalho: analisando suas representações*. Annablume: FAPESP, São Paulo. Citado na(s) pág(s). 2

Gökçen e Agpak (2006) H. Gökçen e K. Agpak. A goal programming approach to simple U-line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 171:577–585. Citado na(s) pág(s). 28

Gökçen *et al.* (2005) H. Gökçen, A. Kürsat, C. Gencer e E. Kizilkaya. A shortest route formulation of simple U-type assembly line balancing problem. *Applied Mathematical Modelling*, 29:373–380. Citado na(s) pág(s). 28

Gonçalves e Almeida (2002) J. F. Gonçalves e J. R. Almeida. A hybrid genetic algorithm for assembly line balancing. *Journal of Heuristics*, 8:629–642. Citado na(s) pág(s). 25

Gurevsky *et al.* (2013) E. Gurevsky, Ö. Hazır, O. Battaïa e A. Dolgui. Robust balancing of straight assembly lines. *Journal of the Operational Research Society*, 64:1607–1613. Citado na(s) pág(s). 27, 53

Gutjahr e Nemhauser (1964) A. L. Gutjahr e G. L. Nemhauser. An algorithm for the line balancing problem. *Management Science*, 11:308–315. Citado na(s) pág(s). 24

Hackman *et al.* (1989) S. T. Hackman, M. J. Magazine e T. S. Wee. Fast, effective algorithms for the simple assembly line balancing problems. *Operations Research*, 37:916–924. Citado na(s) pág(s). 26

Hazır e Dolgui (2013) Ö. Hazır e A. Dolgui. Assembly line balancing under uncertainty: Robust optimization models and exact solution method. *Computers & Industrial Engineering*, 65:261–267. Citado na(s) pág(s). 27, 53

Hazır e Dolgui (2015) Ö. Hazır e A. Dolgui. A decomposition based solution algorithm for U-type assembly line balancing with interval data (accepted for publication). *Computers & Operations Research*, 1–20. Citado na(s) pág(s). 27

Hazır *et al.* (2011) Ö. Hazır, E. Erel e Y. Günalay. Robust optimization models for the discrete time/cost trade-off problem. *International Journal of Production Economics*, 130:87–95. Citado na(s) pág(s). 53

Heinrici (1994) A. Heinrici. Comparison between simulated annealing and tabu search with an example from the production planning. Em H. Dyckhoff, editor, *Operations Research Proceedings*, 498–503, Berlin. Springer. Citado na(s) pág(s). 25, 26

Held *et al.* (1963) M. Held, R. M. Karp e R. Shareshian. Assembly line balancing - dynamic programming with precedence constraints. *Operations Research*, 11:442–459. Citado na(s) pág(s). 24

Hoffmann (1963) T. R. Hoffmann. Assembly line balancing with a precedence matrix. *Management Science*, 9:551–562. Citado na(s) pág(s). 25

Hoffmann (1990) T. R. Hoffmann. Assembly line balancing: a set of challenging problems. *International Journal of Production Research*, 28:1807–1815. Citado na(s) pág(s). 25

Hoffmann (1992) T. R. Hoffmann. Eureka: a hybrid system for assembly line balancing. *Management Science*, 38:39–47. Citado na(s) pág(s). 24, 25

Hop (2006) N.V. Hop. A heuristic solution for fuzzy mixed-model line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 168:798–810. Citado na(s) pág(s). 27

Hopp *et al.* (2004) W. J. Hopp, E. Tekin e M. P. Van Oyen. Benefits of skill chaining in serial production lines with cross-trained workers. *Management Science*, 50:83–98. Citado na(s) pág(s). 30

Hurkens (2009) C. A. J. Hurkens. Incorporating the strength of MIP modeling in schedule construction. *RAIRO - Operations Research*, 43:409–420. Citado na(s) pág(s). 30

Hwang *et al.* (2008) R. K. Hwang, H. Katayama e M. Gen. U-shaped assembly line balancing problem with genetic algorithm. *International Journal of Production Research*, 46:4637–4649. Citado na(s) pág(s). 28

ILO (2007a) International Labour Organization - ILO. *The employment situation of people with disabilities: towards improved statistical information.* International Labour Organization. Citado na(s) pág(s). 1

ILO (2007b) International Labour Organization - ILO. Replicating success: a handbook and manual on alleviating poverty through peer training. Relatório técnico, International Labour Organization, Geneva, Switzerland. Citado na(s) pág(s). 2

Jackson (1956) J. R. Jackson. A computing procedure for a line balancing problem. *Management Science*, 2:261–271. Citado na(s) pág(s). 24

Johnson (1988) R. V. Johnson. Optimally balancing large assembly lines with 'FABLE'. *Management Science*, 34:240–253. Citado na(s) pág(s). 24

Kalimullah e de Klerk (2008) N. A. Kalimullah e T. de Klerk. Encompassing all: impact study of the PSID program of BPKS. Relatório técnico, Protibandhi Kallyan Somity, Dhaka, Bangladesh. Citado na(s) pág(s). 2

Kilincci (2010) O. Kilincci. A Petri net-based heuristic for simple assembly line balancing problem of type 2. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 46:329–338. Citado na(s) pág(s). 26

Kilincci e Bayhan (2006) O. Kilincci e G. M. Bayhan. A Petri net approach for simple assembly line balancing problems. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 30:1165–1173. Citado na(s) pág(s). 26

Kilincci e Bayhan (2008) O. Kilincci e G. M. Bayhan. A P-invariant-based algorithm for simple assembly line balancing problem of type-1. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 37:400–409. Citado na(s) pág(s). 26

Kim *et al.* **(1996)** Y. K. Kim, Y. J. Kim e Y. Kim. Genetic algorithms for assembly line balancing with various objectives. *Computers & Industrial Engineering*, 30:397–409. Citado na(s) pág(s). 26

Kim *et al.* **(2000)** Y. K. Kim, Y. Kim e Y. J. Kim. Two-sided assembly line balancing: a genetic algorithm approach. *Production Planning and Control*, 11:44–53. Citado na(s) pág(s). 25

Klein e Scholl (1996) R. Klein e A. Scholl. Maximizing the production rate in simple assembly line balancing - a branch and bound procedure. *European Journal of Operational Research*, 2217: 367–385. Citado na(s) pág(s). 26

Koltai *et al.* **(2014)** T. Koltai, V. Tatay e N. Kalló. Application of the results of simple assembly line balancing models in practice: the case of a bicycle manufacturer. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 27:887–898. Citado na(s) pág(s). 30

Kubiak (1993) W. Kubiak. Minimizing variations of production rates in just-in-time systems: a survey. *European Journal of Operational Research*, 66:259–271. Citado na(s) pág(s). 81

Kubiak e Sethi (1991) W. Kubiak e S. Sethi. A note on level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems. *Management Science*, 37:121–122. Citado na(s) pág(s). 81

Kuijer *et al.* **(1999)** P. P. Kuijer, B. Visser e H. C. Kemper. Job rotation as a factor in reducing physical workload at a refuse collecting department. *Ergonomics*, 42:1167–1178. Citado na(s) pág(s). 18

Lapierre *et al.* **(2006)** S. D. Lapierre, A. Ruiz e P. Soriano. Balancing assembly lines with tabu search. *European Journal of Operational Research*, 168:826–837. Citado na(s) pág(s). 25

Lebacque *et al.* **(2007)** V. Lebacque, V. Jost e N. Brauner. Simultaneous optimization of classical objectives in JIT sequencing. *European Journal of Operational Research*, 182:29–39. Citado na(s) pág(s). 81

Lemos e Fogliato (2003) F. Lemos e F. Fogliato. Implantação de layout tipo "U" na linha de produção de uma empresa de pequeno porte. Em *Anais do XXIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, Ouro Preto, Brasil. Citado na(s) pág(s). 65

Li e Womer (2009) H. Li e K. Womer. Scheduling projects with multi-skilled personnel by a hybrid MILP/CP benders decomposition algorithm. *Journal of Scheduling*, 12:281–298. Citado na(s) pág(s). 30

Liu *et al.* **(2005)** S. B. Liu, H. L. Ong e H. C. Huang. A bidirectional heuristic for stochastic assembly line balancing Type II problem. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25:71–77. Citado na(s) pág(s). 27

Lobato (2009) B. C. Lobato. *Pessoas com deficiência no mercado de trabalho: implicações da lei de cotas*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de São Carlos. Citado na(s) pág(s). 1, 2, 3

Lu *et al.* **(2014)** C.-C. Lu, K.-C. Ying e S.-W. Lin. Robust single machine scheduling for minimizing total flow time in the presence of uncertain processing times. *Computers & Industrial Engineering*, 74:102–110. Citado na(s) pág(s). 53

Mansoor (1968) E. M. Mansoor. Assembly line balancing: a heuristic algorithm for variable operator performance levels. *Journal of Industrial Engineering*, 19:618–629. Citado na(s) pág(s). 30

Michalos *et al.* **(2010)** G. Michalos, S. Makris, L. Rentzos e G. Chryssolouris. Dynamic job rotation for workload balancing in human based assembly systems. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 2:153–160. Citado na(s) pág(s). 18

Miltenburg (1989) J. Miltenburg. Level schedules for mixed-model assembly lines in Just-in-Time production systems. *Management Science*, 35:192–207. Citado na(s) pág(s). 79, 80

Miltenburg (1998) J. Miltenburg. Balancing U-lines in a multiple U-line facility. *European Journal of Operational Research*, 109:1–23. Citado na(s) pág(s). 28

Miltenburg (2000) J. Miltenburg. The effect of breakdowns on U-shaped production lines. *International Journal of Production Research*, 38:353–364. Citado na(s) pág(s). 27

Miltenburg (2001a) J. Miltenburg. One-piece flow manufacturing on U-shaped production lines: a tutorial. *IIE Transactions*, 33:303–321. Citado na(s) pág(s). 29, 65

Miltenburg (2001b) J. Miltenburg. U-shaped production lines: A review of theory and practice. *International Journal of Production Economics*, 70:201–214. Citado na(s) pág(s). 17, 27

Miltenburg e Sparling (1995) J. Miltenburg e D. Sparling. Optimal solution algorithms for the U-line balancing problem. Relatório técnico, McMaster University, Hamilton, Canada. Citado na(s) pág(s). 27

Miltenburg e Wijngaard (1994) J. Miltenburg e J. Wijngaard. The U-line balancing problem. *Management Science*, 40:1378–1388. Citado na(s) pág(s). 17, 27

Miralles *et al.* **(2005)** C. Miralles, J. P. Garcia e C. Andres. Application of U-lines principles to the assembly line worker assignment and balancing problem (UALWABP). A model and a solving procedure. Em *Proceedings of the Operational Research Peripatetic Postgraduate Programme International Conference ORP3*, Valência, Espanha. Citado na(s) pág(s). 17, 32, 33, 65

Miralles *et al.* **(2007)** C. Miralles, J. P. García-Sabater, C. Andrés e M. Cardos. Advantages of assembly lines in sheltered workcentres for disabled. A case study. *International Journal of Production Economics*, 110:187–197. Citado na(s) pág(s). 13, 14, 18, 31, 33, 35, 53

Miralles *et al.* **(2008)** C. Miralles, J. P. García-Sabater, C. Andrés e M. Cardos. Branch and bound procedures for solving the assembly line worker assignment and balancing problem: application to sheltered work centres for disabled. *Discrete Applied Mathematics*, 156:352–367. Citado na(s) pág(s). 31, 33

Miralles *et al.* **(2010)** C. Miralles, J. A. Marin-Garcia, G. Ferrus e A. M. Costa. Operations research/management science tools for integrating people with disabilities into employment. A study on Valencia's sheltered work centres for disabled. *International Transactions in Operational Research*, 17:457–473. Citado na(s) pág(s). 31

Mitra (2008) S. Mitra. The recent decline in the employment of persons with disabilities in South Africa. *South African Journal of Economics*, 76:480–492. Citado na(s) pág(s). 1

Monden (1983) Y. Monden. *Toyota production system: practical approach to production management*. Industrial Engineering and Management Press, Boca Ratón, 1st ed. Citado na(s) pág(s). 81

Monden (1998) Y. Monden. *Toyota production system - An integrated approach to just-in-time.* Kluwer, Dordrecht, 3rd ed. Citado na(s) pág(s). 17

Moon e Yao (2011) Y. Moon e T. Yao. A robust mean absolute deviation model for portfolio optimization. *Computers & Operations Research*, 38:1251–1258. Citado na(s) pág(s). 53

Moreira e Costa (2009) M. C. O. Moreira e A. M. Costa. A minimalist yet efficient tabu search algorithm for balancing assembly lines with disabled workers. Em *Anais do XLI SBPO*, 660–671, Porto Seguro, Brasil. Citado na(s) pág(s). 14, 31, 33

Moreira e Costa (2013) M. C. O. Moreira e A. M. Costa. Hybrid heuristics for planning job rotation schedules in assembly lines with heterogeneous workers. *International Journal of Production Economics*, 141:552–560. Citado na(s) pág(s). 32, 33, 91

Moreira *et al.* **(2009)** M. C. O. Moreira, L. M. R. Santos e A. M. Costa. Trabalhadores com deficiência em linhas de produção: modelo, resultados e discussões. Em *Anais da XIV Escuela Latinoamericana de Investigacion Operativa*, El Fuerte, México. Citado na(s) pág(s). 21, 32, 35

Moreira *et al.* **(2012)** M. C. O. Moreira, M. Ritt, A. M. Costa e A. A. Chaves. Simple heuristics for the assembly line worker assignment and balancing problem. *Journal of Heuristics*, 18:505–524. Citado na(s) pág(s). 31, 33, 84, 85

Morrison *et al.* **(2014)** D. R. Morrison, E. C. Sewell e S. H. Jacobson. An application of the branch, bound, and remember algorithm to a new simple assembly line balancing dataset. *European Journal of Operational Research*, 236:403–409. Citado na(s) pág(s). 25

Mutlu *et al.* **(2013)** Ö. Mutlu, O. Polat e A. A. Supciller. An iterative genetic algorithm for the assembly line worker assignment and balancing problem of type-II. *Computers & Operations Research*, 40:418–426. Citado na(s) pág(s). 31, 33

Nakade e Nishiwaki (2008) K. Nakade e R. Nishiwaki. Optimal allocation of heterogeneous workers in a U-shaped production line. *Computers & Industrial Engineering*, 54:432–440. Citado na(s) pág(s). 68

Nakade e Ohno (1999) K. Nakade e K. Ohno. An optimal worker allocation problem for a U-shaped production line. *International Journal of Production Economics*, 60-61:353–358. Citado na(s) pág(s). 29, 68

Nakade e Ohno (2003) K. Nakade e K. Ohno. Separate and carousel type allocations of workers in a U-shaped production line. *European Journal of Operational Research*, 145:403–424. Citado na(s) pág(s). 29, 91, 92

Nearchou (2007) A. C. Nearchou. Balancing large assembly lines by a new heuristic based on differential evolution method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 34: 1016–1029. Citado na(s) pág(s). 26

Nembhard e Norman (2006) D. A. Nembhard e B. A. Norman. Cross-training in production systems with human learning and forgetting. Em Adedeji B . Badiru, editor, *Handbook of industrial and systems engineering*, 1–13. CRC Press, New York. Citado na(s) pág(s). 29

Nkasu e Leung (1995) M.M. Nkasu e K.H. Leung. A stochastic approach to assembly line balancing. *International Journal of Production Research*, 33:975–991. Citado na(s) pág(s). 27

Nourie e Venta (1991) F. J. Nourie e E. R. Venta. Finding optimal line balances with OptPack. *Operations Research Letters*, 10:165–171. Citado na(s) pág(s). 24

OECD (2003) Organisation for Economic Co-operation and Development - OECD. *Transforming disability into ability policies to promote work and income security for disabled people.* OECD Publishing. Citado na(s) pág(s). 1

Otto e Otto (2014) A. Otto e C. Otto. How to design effective priority rules: example of simple assembly line balancing. *Computers & Industrial Engineering*, 69:43–52. Citado na(s) pág(s). 25, 59, 60

Otto e Scholl (2013) A. Otto e A. Scholl. Reducing ergonomic risks by job rotation scheduling. *OR Spectrum*, 35:711–733. Citado na(s) pág(s). 29

Otto *et al.* **(2013)** A. Otto, C. Otto e A. Scholl. Systematic data generation and test design for solution algorithms on the example of salbpgen for assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 228:33–45. Citado na(s) pág(s). 25, 42, 43, 48, 57

Ouchi (1981) W. G. Ouchi. *Theory Z: how american business can meet the japanese challenge.* Addison-Wesley. Citado na(s) pág(s). 18

Özcan e Toklu (2009) U. Özcan e B. Toklu. Multiple-criteria decision-making in two-sided assembly line balancing: a goal programmming and a fuzzy goal programming models. *Computers & Operations Research*, 36:1955–1965. Citado na(s) pág(s). 28

Özcan *et al.* **(2011)** U. Özcan, T. Kellegöz e B. Toklu. A genetic algorithm for the stochastic mixed-model u-line balancing and sequencing problem. *International Journal of Production Research*, 49:1605–1626. Citado na(s) pág(s). 27

Paim (2006) P. Paim. Estatuto da pessoa com deficiência, 2006. Citado na(s) pág(s). 1, 2

Pape (2015) T. Pape. Heuristics and lower bounds for the simple assembly line balancing problem type 1: Overview, computational tests and improvements. *European Journal of Operacional Research*, 240:32–42. Citado na(s) pág(s). 23

Pastor e Ferrer (2009) R. Pastor e L. Ferrer. An improved mathematical program to solve the simple assembly line balancing problem. *International Journal of Production Research*, 47: 2943–2959. Citado na(s) pág(s). 25

Patterson e Albracht (1975) J. H. Patterson e J. J. Albracht. Assembly-line balancing: zero-one programming with fibonacci search. *Operations Research*, 23:166–172. Citado na(s) pág(s). 8, 9, 35, 55

Peeters e Degraeve (2006) M. Peeters e Z. Degraeve. An linear programming based lower bound for the simple assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 168: 716–731. Citado na(s) pág(s). 24

Pereira (2015) J. Pereira. Empirical evaluation of lower bounding methods for the simple assembly line balancing problem. *International Journal of Production Research*, 53:3327–3340. Citado na(s) pág(s). 23

Plans e Corominas (1999) J. Plans e A. Corominas. Modelling and solving the SALBP-E problem. Em *Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, 356–360, Porto, Portugal. Citado na(s) pág(s). 26

Ponnambalam *et al.* **(1999)** S. G. Ponnambalam, P. Aravindan e G. M. Naidu. A comparative evaluation of assembly line balancing heuristics. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 15:577–586. Citado na(s) pág(s). 25

Ponnambalam *et al.* **(2000)** S. G. Ponnambalam, P. Aravindan e G. M. Naidu. A Multi-Objective Genetic Algorithm for Solving Assembly Line Balancing Problem. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 16:341–352. Citado na(s) pág(s). 58

Porter e Kramer (2002) M. E. Porter e M. R. Kramer. The competitive advantage of corporate philanthropy. *Harvard Business Review*, 80:56–68. Citado na(s) pág(s). 31

Porter e Kramer (2006) M. E. Porter e M. R. Kramer. Strategy and society: the link between competitive advantage and corporate social responsibility. *Harvard Business Review*, 84:78–92. Citado na(s) pág(s). 31

Ritt e Costa (2013) M. Ritt e A. M. Costa. A comparison of formulations for the simple assembly line balancing problem arxiv:1111.0934 [cs.dm]. 2013. Citado na(s) pág(s). 14, 16, 23

Sabuncuoglu *et al.* (2000) I. Sabuncuoglu, E. Erel e M. Tanyer. Assembly line balancing using genetic algorithm. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 11:295–310. Citado na(s) pág(s). 25

Sabuncuoglu *et al.* (2009) I. Sabuncuoglu, E. Erel e A. Alp. Ant colony optimization for the single model U-type assembly line balancing problem. *International Journal of Production Economics*, 120:287–300. Citado na(s) pág(s). 28

Salveson (1955) M. E. Salveson. The assembly line balancing problem. *Journal of Industrial Engineering*, 6:18–25. Citado na(s) pág(s). 23

Scholl (1994) A. Scholl. Ein B&B-Verfahren zu Abstimmung von Einprodukt-Fliessbändern bei gegebener Stationsanzahl. Em H. Dyckhoff, editor, *Operations Research Proceedings*, 175–181, Berlin. Springer. Citado na(s) pág(s). 26

Scholl (1999) A. Scholl. *Balancing and sequencing of assembly lines*. Physica-Verlag. Citado na(s) pág(s). 5, 7, 8, 9, 11

Scholl e Becker (2006) A. Scholl e C. Becker. State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168: 666–693. Citado na(s) pág(s). 7, 10, 11, 23, 24

Scholl e Klein (1997) A. Scholl e R. Klein. SALOME: a bidirectional branch-and-bound procedure for assembly line balancing. *INFORMS Journal on Computing*, 9:319–334. Citado na(s) pág(s). 24, 25, 28

Scholl e Klein (1999a) A. Scholl e R. Klein. Balancing assembly lines effectively - a computational comparison. *European Journal of Operational Research*, 114:50–58. Citado na(s) pág(s). 24, 26

Scholl e Klein (1999b) A. Scholl e R. Klein. ULINO: optimally balancing U-shaped JIT assembly lines. *International Journal of Production Research*, 37:721–736. Citado na(s) pág(s). 28

Scholl e Voss (1996) A. Scholl e S. Voss. Simple assembly line balancing–heuristic approaches. *Journal of Heuristics*, 2:217–244. Citado na(s) pág(s). xi, 4, 25, 26, 31, 38, 48, 57, 59, 69, 71, 74, 84, 105

Schöniger e Spingler (1989) J. Schöniger e J. Spingler. Planung der Montageanlage. *Technica*, 14:27–32. Citado na(s) pág(s). 23

Seçkiner e Kurt (2007) S. U. Seçkiner e M. Kurt. A simulated annealing approach to the solution of job rotation scheduling problems. *Applied Mathematics and Computation*, 188:31–45. Citado na(s) pág(s). 29

Seçkiner e Kurt (2008) S. U. Seçkiner e M. Kurt. Ant colony optimization for the job rotation scheduling problem. *Applied Mathematics and Computation*, 201:149–160. Citado na(s) pág(s). 29

SERPRO (2004) Serviço Federal de Processamento de Dados - SERPRO. http://www.serpro.gov.br/noticias-antigas/noticias-2004/20041221 (acessado em 07 de abril de 2009), 2004. Citado na(s) pág(s). 1

Sewell e Jacobson (2012) E. C. Sewell e S. H. Jacobson. A branch, bound, and remember algorithm for the simple assembly line balancing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 24:433–442. Citado na(s) pág(s). 24, 32

Sheridan (1990) J. Sheridan. World class manufacturing – Part I. *Industry Week*, 239:36–46. Citado na(s) pág(s). 27

Shewchuk (2008) J. P. Shewchuk. Worker allocation in lean U-shaped production lines. *International Journal of Production Research*, 46:3485–3502. Citado na(s) pág(s). 29

Simonelli (2005) A. P. Simonelli. *Desenvolvimento e sistematização de modelo de análise de tarefas industriais para inclusão de portadores de necessidades especiais no trabalho*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de São Carlos. Citado na(s) pág(s). 2

Simonelli (2009) A. P. Simonelli. *Contribuições da análise da atividade e do modelo social para a inclusão no trabalho de pessoas com deficiência*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de São Carlos. Citado na(s) pág(s). 2

Simonelli *et al.* **(2006)** A. P. Simonelli, D. S. Rodrigues e L. B. T. Soares. Caracterização do perfil de trabalhadores afastados e de pessoas com deficiência no mercado de trabalho do município de São Carlos. Em *Anais das XIV Jornadas de Jovens Pesquisadores da Associação de Universidades do Grupo Montevidéu*, Campinas, Brasil. Citado na(s) pág(s). 3

Sirovetnukul e Chutima (2010) R. Sirovetnukul e P. Chutima. The impact of walking time on U-shaped assembly line worker allocation problems. *Engineering Journal*, 14. Citado na(s) pág(s). 29

Sivasankaran e Shahabudeen (2014) P. Sivasankaran e P. Shahabudeen. Literature review of assembly line balancing problems. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 73:1665–1694. Citado na(s) pág(s). 23

Solyalı *et al.* **(2012)** O. Solyalı, J.-F Cordeau e G. Laporte. Robust inventory routing under demand uncertainty. *Transportation Science*, 46:327–340. Citado na(s) pág(s). 53

Sparling (1998) D. Sparling. Balancing JIT production units: the N U-line balancing problem. *Information Systems and Operational Research*, 36:215–237. Citado na(s) pág(s). 28

Sparling e Miltenburg (1998) D. Sparling e J. Miltenburg. The mixed-model U-line balancing problem. *International Journal of Production Research*, 36:485–501. Citado na(s) pág(s). 28

Sprecher (1999) A. Sprecher. A competitive branch-and-bound algorithm for the simple assembly line balancing problem. *International Journal of Production Research*, 37:1787–1816. Citado na(s) pág(s). 24

Sternatz (2014) J. Sternatz. Enhanced multi-Hoffmann heuristic for efficiently solving real-world assembly line balancing problems in automotive industry. *European Journal of Operacional Research*, 235:740–754. Citado na(s) pág(s). 25

Sungur e Yavuz (2014) B. Sungur e Y. Yavuz. Assembly line balancing with hierarchical worker assignment (in press). *Journal of Manufacturing Systems*, 1–9. Citado na(s) pág(s). 33

Talbot *et al.* **(1986)** F. B. Talbot, J. H. Patterson e W. V. Gehrlein. A comparative evaluation of heuristic line balancing techniques. *Management Science*, 32:430–454. Citado na(s) pág(s). 25

Tharmmaphornphilas e Norman (2004) W. Tharmmaphornphilas e B. A. Norman. A quantitative method for determining proper job rotation intervals. *Annals of Operations Research*, 128:251–266. Citado na(s) pág(s). 29

Tharmmaphornphilas e Norman (2007) W. Tharmmaphornphilas e B. A. Norman. A methodology to create robust job rotation schedules. *Annals of Operations Research*, 155:339–360. Citado na(s) pág(s). 29

Timmons *et al.* **(2006)** J. Timmons, M. Mack, A. Sims, R. Hare e J. Wills. Paving the way to work: a guide to career-focused mentoring for youth with disabilities. Relatório técnico, National Collaborative on Workforce and Disability for Youth, Institute for Educational Leadership, Washington, USA. Citado na(s) pág(s). 2

Toksarı *et al.* **(2010)** M. Toksarı S. İşleyen, E. Güner e Ö. Baykoç. Assembly line balancing problem with deterioration tasks and learning effect. *Expert Systems with Applications*, 37: 1223–1228. Citado na(s) pág(s). 27

Toldrá (2009) R.C. Toldrá. Políticas afirmativas: opinião das pessoas com deficiência acerca da legislação de reserva de vagas no mercado trabalho. *Revista Terapia Ocupacional da Universidade de São Paulo*, 20:110–117. Citado na(s) pág(s). 2

Tsujimura *et al.* **(1995)** Y. Tsujimura, M. Gen e E. Kubota. Solving fuzzy assembly-line balancing problem with genetic algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, 29:543–547. Citado na(s) pág(s). 27

Ugurdag *et al.* **(1997)** H. F. Ugurdag, R. Rachamadugu e C. A. Papachristou. Designing paced assembly lines with fixed number of stations. *European Journal of Operational Research*, 102: 488–501. Citado na(s) pág(s). 26

UN (2006) United Nations - UN. Convention on the rights of persons with disabilities. Relatório técnico, United Nations, New York, USA. Citado na(s) pág(s). 2

Urban (1998) T. L. Urban. Optimal balancing of U-shaped assembly lines. *Management Science*, 44:738–741. Citado na(s) pág(s). 17, 27, 28, 65, 66, 67, 70

Urban e Chiang (2006) T. L. Urban e W.-C. Chiang. An optimal piecewise-linear program for the U-line balancing problem with stochastic task times. *European Journal of Operational Research*, 168:771–782. Citado na(s) pág(s). 27

Vilà e Pereira (2014) M. Vilà e J. Pereira. A branch-and-bound algorithm for assembly line worker assignment and balancing problems. *Computers & Operations Research*, 44:105–114. Citado na(s) pág(s). 32, 33

Watanabe *et al.* **(1995)** T. Watanabe, Y. Hashimoto, I. Nishikawa e H. Tokumaru. Line balancing using a genetic evolution model. *Control Engineering Practice*, 3:69–76. Citado na(s) pág(s). 26

Wee e Magazine (1982) T. S. Wee e M. J. Magazine. Assembly line balancing as generalized bin packing. *Operations Research Letters*, 1:56–58. Citado na(s) pág(s). 7, 9, 25

Wei e Chao (2011) N. C. Wei e I.-M. Chao. A solution procedure for type E simple assembly line balancing problem. *Journal Computers & Industrial Engineering*, 61:824–830. Citado na(s) pág(s). 26

WHO e WBG (2011) World Health Organization e World Bank Group - WHO e WBG. World report on disability. Relatório Técnico 17-18, World Health Organization and The World Bank, Geneva, Switzerland. Citado na(s) pág(s). 1, 2

Yeh e Kao (2009) D. H. Yeh e H. H. Kao. Computers & Industrial Engineering. *A new bidirectional heuristic for the assembly line balancing problem*, 57:1155–1160. Citado na(s) pág(s). 26, 28

Zacharia e Nearchou (2012) P. Zacharia e A. Nearchou. Multi-objective fuzzy assembly line balancing using genetic algorithms. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 23:615–627. Citado na(s) pág(s). 27

Zacharia e Nearchou (2013) P. Zacharia e A. Nearchou. A meta-heuristic algorithm for the fuzzy assembly line balancing type-E problem. *Computers & Operations Research*, 40:3033–3044. Citado na(s) pág(s). 27

Zäpfel (1975) G. Zäpfel. *Ausgewählte fertigungswirtschaftliche Optimierungsprobleme von Fliessfertigungssystemen*. Beuth, Berlin. Citado na(s) pág(s). 26

Zheng *et al.* **(2012)** Q. X. Zheng, Y. X. Li, M. Li e Q. H. Tang. An improved ant colony optimization for large-scale simple assembly line balancing problem of type-1. *Applied Mechanics and Materials*, 159:51–55. Citado na(s) pág(s). 25