

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Otimização de uso de Pista no Gerenciamento de Fluxo de Tráfego Aéreo: O Problema de Pouso de Aeronaves

Lorrany Cristina da Silva

Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional (PPG-CCMC)

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Lorrany Cristina da Silva

Otimização de uso de Pista no Gerenciamento de Fluxo de Tráfego Aéreo: O Problema de Pouso de Aeronaves

Tese apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientador: Prof. Dr. André Carlos Ponce de Leon Ferreira de Carvalho

Coorientadora: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

USP – São Carlos
Novembro de 2022

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

S586o Silva, Lorrany Cristina
Otimização de uso de Pista no Gerenciamento de
Fluxo de Tráfego Aéreo: O Problema de Pouso de
Aeronaves / Lorrany Cristina Silva; orientador
André Carlos Ponce de Leon Ferreira de Carvalho;
coorientadora Maristela Oliveira dos Santos. -- São
Carlos, 2022.
140 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em
Ciências de Computação e Matemática Computacional) --
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação,
Universidade de São Paulo, 2022.

1. Problema de Pouso de Aeronaves. 2. Formulação
Matemática. 3. Programação Inteira Mista. 4.
Matheuristic. I. de Carvalho, André Carlos Ponce de
Leon Ferreira, orient. II. dos Santos, Maristela
Oliveira, coorient. III. Título.

Lorrany Cristina da Silva

**Runway use optimization in the Air Traffic Flow Management:
The Aircraft Landing Problem**

Thesis submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP – in accordance with the requirements of the Computer and Mathematical Sciences Graduate Program, for the degree of Doctor in Science. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and Computational Mathematics

Advisor: Prof. Dr. André Carlos Ponce de Leon Ferreira de Carvalho

Co-advisor: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

**USP – São Carlos
November 2022**

Este trabalho é dedicado para meu primo Wellington (in memorian) que perdeu a batalha para este maldito vírus, mas que sempre levarei no meu coração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Vânia e Milton, e irmãos, Laura e Junior, por sempre apoiarem os meus sonhos e fazerem de tudo para que eles fossem realidade. Sem vocês, nenhum sonho faria sentido. Agradeço também meu cunhado, João, por compartilhar sua família comigo em São Carlos.

Agradeço meu orientador, Prof. Dr. André Carlos Ponce de Leon Ferreira de Carvalho, que acreditou em mim desde o primeiro dia. Obrigada por me direcionar, me orientar, me ensinar, me compreender e pelos conselhos quando as coisas não estavam fáceis.

Agradeço minha coorientadora, Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos, por contribuir bastante com este trabalho e sempre estar a disposição para ajudar. Eu aprendi coisas importantes com você.

Agradeço ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) pelo ótimo ambiente para estudos e aos funcionários em geral que sempre me deram um excelente suporte.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - PROEX e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) processo nº2017/21488-2, pelo apoio financeiro durante o meu doutorado.

Agradeço aos membros da banca examinadora, pelo interesse e disponibilidade.

Agradeço aos amigos que São Carlos me deu, em especial, Magno, Jaime, Tati, Jaqueline, Giovanna, Fernanda, Aline e Laine. Vocês foram responsáveis pelos meus melhores momentos nesta cidade, cada história e cada segundo com vocês foi a principal motivação para continuar.

Agradeço aos porteiros do meu antigo prédio, Rair e Cláudio, como foi bom ver vocês durante quatro anos e cada conversa que tivemos em bons e maus momentos. Vocês faziam o meu dia a dia ser melhor e alegre.

Agradeço à todos, de um modo geral, que estiveram comigo nesta caminhada.

*“Existem muitas hipóteses em ciência que estão erradas. Isso é perfeitamente aceitável,
eles são a abertura para achar as que estão certas.”*
(Carl Sagan)

RESUMO

SILVA, L. C. **Otimização de uso de Pista no Gerenciamento de Fluxo de Tráfego Aéreo: O Problema de Pouso de Aeronaves.** 2022. 140 p. Tese (Doutorado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2022.

Com a crescente utilização de transporte aéreo, o gerenciamento deste tráfego tem se tornado cada vez mais complexo. Um dos principais gargalos do gerenciamento é o planejamento da utilização eficiente de pistas para pouso e decolagem. Esta tese tem como objetivo investigar o Problema de Pouso de Aeronaves que busca minimizar atrasos e/ou adiantamentos do tempo de pouso das aeronaves, atribuindo-a a uma pista para pousar e sequenciando-as. A primeira contribuição da tese está na comparação de quatro formulações matemáticas da literatura, três comparáveis diretamente e outra contendo uma particularidade que não permite uma comparação direta com as demais formulações. Além de comparar e identificar qual das formulações apresenta o melhor desempenho computacional para resolver as instâncias do problema, também analisa-se a qualidade da solução da última formulação ao considerar um novo conjunto de restrições. O pacote de otimização *Gurobi Optimizer* foi utilizado para os testes computacionais. A segunda contribuição da tese está na nova formulação matemática baseada em *Job Shop* proposta para o problema, juntamente com uma *matheuristic* para resolver instâncias com maior número de aeronaves que o *Gurobi Optimizer* não consegue resolver de forma ótima. A *matheuristic* primeiro encontra uma solução inicial usando a *relax-and-fix* (RF) e depois a *fix-and-optimize* (FO) melhora a solução encontrada. Para definir bons parâmetros na RF, foi realizada a calibração destes através de testes extensivos para obter uma solução de qualidade em um tempo viável de execução. Também foram feitas comparações utilizando a primeira solução obtida pelo *Gurobi Optimizer* e depois melhorando-a com a FO. Os testes computacionais foram realizados em 49 instâncias da literatura e em 17 instâncias geradas a partir de dados reais do Aeroporto Internacional de São Paulo. A formulação proposta foi comparada com outras formulações matemáticas da literatura, se mostrando competitiva. Entre as variações das *matheuristics*, a que obteve melhores resultados foi a combinação da RF com a FO e a RF também mostrou eficiência comparado com os trabalhos da literatura que utilizam *matheuristics*.

Palavras-chave: Problema de Pouso de Aeronaves, Formulação Matemática, Programação Inteira Mista, Matheuristic.

ABSTRACT

SILVA, L. C. **Runway use optimization in the Air Traffic Flow Management: The Aircraft Landing Problem.** 2022. 140 p. Tese (Doutorado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2022.

Air traffic management has become increasingly complex due to the increasing use of air transport. One of the main management bottlenecks is planning the efficient use of runways for takeoff and landing. This thesis aims to investigate the Aircraft Landing Problem, which seeks to minimize earliness and tardiness in aircraft landing time, assigning it to a runway to land and sequencing them. The first contribution of the thesis is in the comparison of four mathematical formulations from the literature, three directly comparable and another containing a particularity that does not allow a direct comparison with the other formulations. In addition to comparing and identifying which of the formulations presents the best computational performance to solve the problem instances, we also analyze the quality of the solution of the last formulation when considering a new set of constraints. The optimization package Gurobi Optimizer was used for the computational tests. The second contribution of the thesis lies in the new mathematical formulation proposed for the problem, together with a matheuristic to solve instances with a greater number of aircraft that Gurobi Optimizer cannot solve optimally. Matheuristic first finds an initial solution using relax-and-fix (RF) and then fix-and-optimize (FO) improves the solution found. In order to define good values of parameters for the RF, we perform the calibration of these through extensive tests to obtain a quality solution in a viable runtime. Comparisons were also made using the first solution obtained by Gurobi Optimizer and later improving it with FO. Computational tests were performed on 49 instances of the literature and in 17 instances generated from real data from the GRU Airport. The proposed formulation was compared with other mathematical formulations in the literature, proving to be competitive. Among the variations of matheuristics, the one that obtained the best results was the combination of RF with FO and the RF also showed efficiency compared to the work in the literature that uses matheuristics.

Keywords: Aircraft Landing Problem, Mathematical Formulations, Mixed Integer Programming, Matheuristic.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Comparação de sequenciamento de pouso usando FCFS e usando Ordenação Crescente.	27
Figura 2 – Janela do tempo de uma aeronave a.	42
Figura 3 – Desempenho das formulações matemáticas da literatura (F1, F2, F3, F4a e F4b) considerando o valor da função objetivo.	53
Figura 4 – Desempenho das formulações matemáticas F1, F3 e F5 considerando o valor da função objetivo.	53
Figura 5 – Movimentação de aeronaves (pousos e decolagens) no Aeroporto Internacional de São Paulo (GRU) durante os anos de 2019, 2020, 2021 e 2022 até o momento.	57
Figura 6 – Diferença percentual média das soluções para as variações dos valores de W e O	65
Figura 7 – Desempenho das <i>matheuristics</i> considerando o valor da função objetivo. . .	68
Figura 8 – Comportamento do parâmetro O em relação a diferença média percentual. .	138
Figura 9 – Comportamento do parâmetro O em relação ao tempo médio percentual. . .	140

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – *Matheuristics* para resolver o ALP com grande número de aeronaves. . 64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumos dos trabalhos citados que resolvem o ALP com métodos exatos.	34
Tabela 2 – Resumos dos trabalhos citados que resolvem o ALP com métodos heurísticos.	40
Tabela 3 – Notações matemáticas utilizadas neste trabalho.	43
Tabela 4 – Variáveis de decisão.	43
Tabela 5 – Principais diferenças das formulações matemáticas.	49
Tabela 6 – Relação do número total das variáveis de decisão e das restrições de cada formulação.	49
Tabela 7 – Comparação geral entre as formulações matemáticas.	50
Tabela 8 – Diferença percentual entre as formulações matemáticas comparáveis.	51
Tabela 9 – Janela do tempo para a aeronave a da instância Airland1.	54
Tabela 10 – Tempo de separação $S_{aa'}$ entre as aeronaves a e a' da instância Airland1.	55
Tabela 11 – Representação da solução para a instância Airland1 variando o número de pistas disponíveis de 1 a 3.	56
Tabela 12 – Melhoria percentual da regra FCFS com a F5 com instâncias baseadas em dados reais de GRU.	59
Tabela 13 – Resultados computacionais obtidos pelas <i>matheuristics</i>	66
Tabela 14 – Diferença percentual com os resultados da solução objetivo encontradas por Salehipour (2020) e Ahmadian e Salehipour (2022).	67
Tabela 15 – Melhoria percentual entre as melhores soluções encontrada neste trabalho e a regra FCFS.	69
Tabela 16 – Resultados computacionais da formulação de Beasley <i>et al.</i> (2000) (F1).	92
Tabela 17 – Resultados computacionais da formulação de Salehipour, Modarres e Naeni (2013) (F2).	93
Tabela 18 – Resultados computacionais da formulação de Faye (2015) (F3).	95
Tabela 19 – Resultados computacionais da formulação de Ikli <i>et al.</i> (2020) (F4).	96
Tabela 20 – Resultados computacionais da formulação F4a.	97
Tabela 21 – Resultados computacionais da formulação F4b.	98
Tabela 22 – Resultados computacionais da formulação baseada em <i>Job Shop</i> (F5).	100
Tabela 23 – Calibração dos parâmetros: $W = 20$	136
Tabela 24 – Calibração dos parâmetros: $W = 25$	136
Tabela 25 – Calibração dos parâmetros: $W = 30$	136
Tabela 26 – Calibração dos parâmetros: $W = 35$	137
Tabela 27 – Calibração dos parâmetros: $W = 40$	137

Tabela 28 – Calibração dos parâmetros: $W = 45$	137
Tabela 29 – Calibração dos parâmetros: $W = 50$	138
Tabela 30 – Diferença percentual dos valores da soluções obtidas entre as variações de W e O	139

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACO	Ant Colony Optimization
ALNS	Adapted Large Neighborhood Search
ALP	Aircraft Landing Problem
ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
ATFM	Air Traffic Flow Management
CCoGA	Cooperative Co-evolutionary Genetic Algorithm
CPS	Constrained Position-Shifting
DP	Dynamic Programming
ELW	Earliest Landing-time Windows
FO	Fix-and-Optimize
GA	Genetic Algorithms
GRU	Aeroporto Internacional de São Paulo
ILS	Iterated Local Search
ISA	Iterated Simulated Annealing
LR	Linear Regression
LS	Local Search
MIP	Mixed Integer Programming
ML	Machine Learning
MSP	Machine Scheduling Problem
MTSP	Multiple Traveling Salesman Problem
NN	Neural Networks
OP	Optimistic Planning
R&S	Relax-and-Solve
RF	Relax-and-fix
RHC	Receding Horizon Control
RSGA	Ripple-Spreading Genetic Algorithm
SA	Simulated Annealing
SVR	Support Vector Regression
TS	Tabu Search
TSP	Travelling Salesman Problem
VND	Variable Neighborhood Descent
VRP	Vehicle Routing Problem

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Organização da tese	28
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE O ALP	31
2.1	Formulações matemáticas para o ALP	31
2.2	Métodos de solução	33
2.2.1	<i>Métodos exatos</i>	33
2.2.2	<i>Métodos heurísticos</i>	34
3	PROBLEMA DE POUSO DE AERONAVES	41
3.1	Descrição do Problema	41
3.2	Formulações matemáticas	42
3.2.1	<i>Formulação matemática de Beasley et al. (2000) (F1)</i>	45
3.2.2	<i>Formulação matemática de Salehipour, Modarres e Naeni (2013) (F2)</i>	45
3.2.3	<i>Formulação matemática de Faye (2015) (F3)</i>	46
3.2.4	<i>Formulação matemática de Ikli et al. (2020) (F4)</i>	47
3.2.5	<i>Formulação matemática baseada em Job Shop (F5)</i>	48
3.3	Comparação das Formulações Matemáticas	49
3.3.1	<i>Representação e análise da solução</i>	54
3.4	Estudo de caso - Aeroporto Internacional de São Paulo	55
4	APLICAÇÃO DA MATHEURISTIC	61
4.1	Obtendo uma solução inicial	61
4.2	Melhorando a solução com <i>Fix-and-Optimize</i>	63
4.3	Resultados computacionais	63
4.3.1	<i>Comparação com a regra FCFS</i>	67
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	71
	REFERÊNCIAS	73
	APÊNDICE A FORMULAÇÕES COMPLETAS	79
A.1	Formulação matemática de Beasley et al. (2000) (F1)	79

A.2	Formulação matemática de Salehipour, Modarres e Naeni (2013) (F2)	80
A.3	Formulação matemática de Faye (2015) (F3)	81
A.4	Formulação matemática de Ikli <i>et al.</i> (2020) (F4)	82
A.5	Formulação matemática baseada em <i>Job Shop</i> (F5)	83
APÊNDICE B	CÓDIGO EM <i>PYTHON 3</i> PARA A FORMULAÇÃO BASEADA EM <i>JOB SHOP</i> (F5)	85
APÊNDICE C	RESULTADOS DETALHADOS OBTIDOS PELAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS	91
C.1	Resultados Obtidos	91
APÊNDICE D	INSTÂNCIAS GERADAS A PARTIR DOS DADOS REAIS DO AEROPORTO INTERNACIONAL DE SÃO PAULO	101
APÊNDICE E	CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS W E O	135
E.1	Resultados obtidos variando os valores de W e O	135

INTRODUÇÃO

O transporte aéreo é considerado um dos transportes mais seguros utilizado para carregar cargas e pessoas. O primeiro vôo comercial aconteceu no primeiro dia do ano de 1914, cerca de 7 meses antes do início da primeira guerra mundial. Este vôo, que ocorreu nos Estados Unidos, saiu da cidade de São Petersburgo, na Flórida, em direção a Tampa, no mesmo estado, percorrendo 34 quilômetros em 23 minutos. Nesta época, talvez as pessoas nem imaginassem que um dia poderia haver um congestionamento de vôos comerciais que precisasse de uma otimização da sequência de pousos e decolagens.

Atualmente, o Aeroporto Internacional Hartsfield-Jackson em Atlanta (EUA) considerado o mais movimentado do mundo recebeu em 2019 o recorde de 110 milhões de passageiros entre embarque e desembarque¹. Já o Aeroporto Internacional de Pequim na China em 2019 recebeu mais de 100 milhões de passageiros, se tornando o segundo maior aeroporto mais movimentado do mundo². O Aeroporto Internacional de São Paulo, em Guarulhos, é considerado o maior aeroporto do Brasil e em 2019 recebeu um pouco mais de 43 milhões de passageiros no total e quase 292 mil aeronaves realizaram pousos e decolagens³.

Assim, com o grande volume de passageiros e voos, as pistas dos aeroportos se tornam um grande gargalo para o gerenciamento de fluxo do tráfego aéreo (ATFM, do inglês *Air Traffic Flow Management*) e um dos principais fatores para determinar a capacidade dos aeroportos. A construção de novas pistas para descongestionar os aeroportos não é um recurso sempre disponível pelos altos custos de investimento. Portanto, a alternativa é a otimização das infraestruturas já existentes.

¹ <<https://www.atl.com/about-atl/history-of-atl/#1626902216426-5d3860d7-45aa>> Acesso em: 08 de junho de 2022.

² <http://english.www.gov.cn/archive/statistics/202003/11/content_WS5e6861e1c6d0c201c2cbe089.html> Acesso em: 08 de junho de 2022.

³ <<https://www.gru.com.br/pt/institucional/informacoes-operacionais/movimentacao-aeroportuaria>> Acesso em: 08 de junho de 2022.

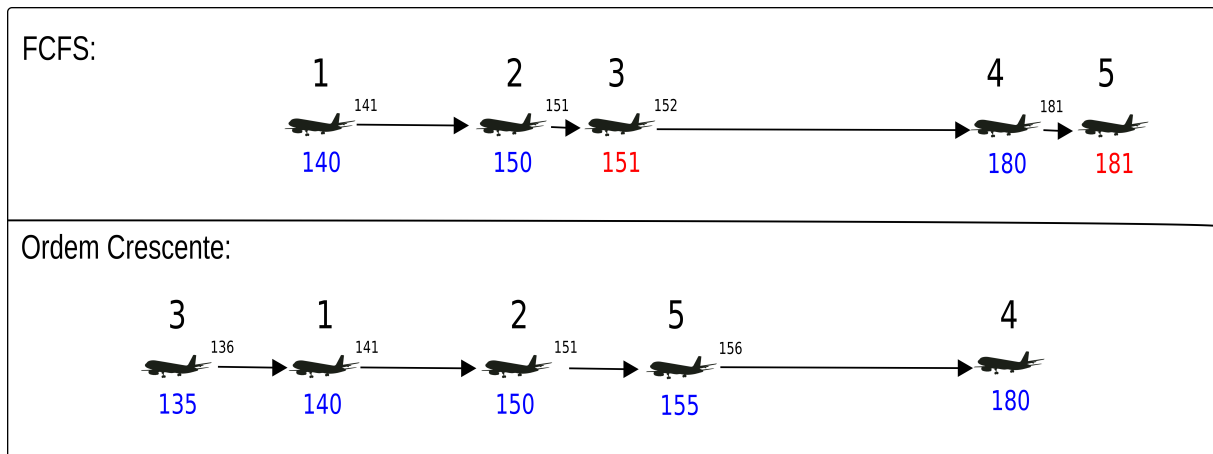
O Problema de Pouso de Aeronaves (ALP, do inglês *Aircraft Landing Problem*) consiste em atribuir uma pista que a aeronave irá pousar e sequenciar as aeronaves para pousar respeitando uma janela do tempo, ou seja, um intervalo de tempo para realizar seu pouso. Além disso, a solução para o problema deve considerar o tempo de separação entre o pouso de uma aeronave e o pouso da próxima.

O ALP pode ser abordado e classificado de diversas maneiras. [Ikli et al. \(2021\)](#) consideraram os seguintes fatores para classificar o problema:

- A disponibilidade dos dados de entrada: a versão estática do problema, ou seja, não é permitida nenhuma alteração no conjunto de aeronaves, ou a versão dinâmica, o sequenciamento de pouso é atualizado dentro de um intervalo de tempo a medida que novas aeronaves vão chegando para pousar;
- O número de pistas: a utilização de uma ou mais pistas para pouso (única ou múltiplas pistas). Segundo [Salehipour e Ahmadian \(2017\)](#), o esforço computacional para encontrar a solução ótima se torna menor quando utiliza-se múltiplas pistas;
- O seu objetivo: a função objetivo pode ser maximizar o rendimento da pista, minimizar atraso e/ou adiantamento, multiobjetivo, dentre outras. [Messaoud \(2021\)](#) apresentaram várias funções objetivo relevantes para o ALP;
- As restrições: as restrições de separação são fundamentais por serem relacionadas a segurança do pouso, mas restrições de janela do tempo, restrições de deslocamento de posição máxima (CPS, do inglês *Constrained Position-Shifting*) ou restrições de precedência também são adicionadas. As restrições CPS são quando a aeronave só pode desviar um número predefinido de posições da sua posição inicial e as restrições de precedência são quando algumas aeronaves não podem ultrapassar outras por prioridade.

Os controladores de voo comumente usam a regra da primeira aeronave que chega, será a primeira aeronave a pousar (FCFS, do inglês *First-Come First-Served*). Nesta abordagem, as aeronaves pousam conforme a ordem dos horários de chegada na pista respeitando os tempos de separação mínimos. Segundo [Balakrishnan e Chandran \(2006\)](#), o FCFS não é o método ideal para aproveitamento da pista. A Figura 1 exemplifica como seria um sequenciamento de pouso de cinco aeronaves considerando que todas estão disponíveis para pouso e o tempo de pouso ideal de cada uma seja 140, 150, 135, 180 e 155 unidades de tempo, respectivamente. Além disso, atribui-se uma unidade de tempo como tempo de separação mínima entre elas para pousar a aeronave seguinte. Utiliza-se o FCFS e um método simples de sequenciar de acordo com o tempo de pouso em ordem crescente. Por exemplo, utilizando FCFS, duas aeronaves (tempo de pouso real em vermelho) pousam atrasadas e três no tempo de pouso ideal (tempo de pouso real em azul). Ordenando de forma crescente todas as aeronaves pousam no seu tempo ideal. Assim, atrai o desenvolvimento de métodos que buscam otimizar o ALP satisfazendo suas restrições.

Figura 1 – Comparação de sequenciamento de pouso usando FCFS e usando Ordenação Crescente.



Fonte: Elaborada pela autora.

O ALP é considerado um problema NP-difícil (GIRISH, 2016), assim várias abordagens de solução vem sendo desenvolvidos na literatura para o problema, entre métodos exatos e métodos heurísticos. A formulação clássica para o ALP é apresentada por Beasley *et al.* (2000). A partir dela, surgiram variações tanto nas restrições, quanto na função objetivo. Em Beasley *et al.* (2000), Salehipour, Modarres e Naeni (2013), Faye (2015) e Ikli *et al.* (2020) os autores buscam minimizar o atraso e adiantamento de pouso total. Em outros artigos, Beasley, Sonander e Havelock (2001) e Ji, Cao e Tang (2016), são consideradas despesas adicionais, como custos indiretos causados por pouso antes ou após o instante de tempo ideal.

Métodos exatos como programação inteira mista (MIP, do inglês *Mixed Integer Programming*) ((BEASLEY *et al.*, 2000), (FAYE, 2015), (PRAKASH; PIPLANI; DESAI, 2018)) e programação dinâmica (DP, do inglês *Dynamic Programming*) ((BALAKRISHNAN; CHANDRAN, 2006), (BRISKORN; STOLLETZ, 2014), (LIEDER; BRISKORN; STOLLETZ, 2015)) foram utilizados para resolver o problema. Além também de métodos heurísticos como, Algoritmos genéticos (GA, do inglês *Genetic Algorithms*), Colônia de Formigas (ACO, do inglês *Ant Colony Optimization*), Busca local (LS, do inglês *Local Search*), entre outras. Entre os trabalhos que utilizaram GA, podem ser citados Stevens (1995), Beasley, Sonander e Havelock (2001) e Cheng, Crawford e Menon (1999). Os trabalhos que empregaram ACO incluem Bencheikh *et al.* (2009). Já LS, foi utilizado, por exemplo, por Soomer e Franx (2008). Trabalhos com *matheuristics* também são encontrados em artigos desenvolvidos por Vadlamani e Hosseini (2014), Salehipour e Ahmadian (2017) e Ahmadian e Salehipour (2022).

Visto isto, esta tese tem o interesse de investigar o ALP com única e múltiplas pistas considerando a versão estática do problema, com restrições de separação e janela do tempo com objetivo de minimizar o atraso e/ou adiantamento do tempo de pouso das aeronaves, por ser mais abordada na literatura (AHMADIAN; SALEHIPOUR, 2022). Com o objetivo de contribuir

com a literatura do ALP na formulação do problema e em métodos de solução, uma nova formulação matemática foi proposta para o ALP com única e múltiplas pistas baseada em *Job Shop* e comparada com quatro formulações já existentes. O objetivo é sequenciar o conjunto de aeronaves prontas para pousar, buscando o menor desvio possível do tempo ideal de pouso, respeitando os tempos de separação entre as aeronaves e uma comparação detalhada utilizando 49 instâncias *benchmark* da literatura com 10 a 500 aeronaves. Para validar os benefícios da otimização no sequenciamento de pouso, realiza-se também um estudo de caso com dados reais do Aeroporto Internacional de São Paulo.

As formulações matemáticas resolvem instâncias com até 50 aeronaves sem muito esforço computacional. Assim, *matheuristics* foram propostas para resolver as instâncias com número de aeronaves maiores ou iguais a 100 que não encontram a solução ótima pela formulação baseada em *Job Shop*. Utiliza-se esta por ser competitiva em relação as demais formulações da literatura, apresentando 94% das melhores soluções das instâncias da literatura testadas para o problema. Uma *matheuristic* é um algoritmo de otimização que surge da integração de meta-heurísticas e programação matemática (BOSCHETTI *et al.*, 2009) e são eficazes para lidar com problemas NP-difícil (MANIEZZO; BOSCHETTI; STÜTZLE, 2021). Os métodos dividem o problema em subproblemas menores, exigindo menor esforço computacional, e um resolvidor de otimização, aqui usado o *Gurobi Optimizer*, encontra uma solução. Primeiramente, uma solução inicial obtida utilizando a heurística *Relax-and-fix* (RF) e a primeira solução factível encontrada pelo *Gurobi*. Depois aplicado a heurística *Fix-and-Optimize* (FO) para melhorar os valores das soluções iniciais. Além disso, foi feita uma calibração dos parâmetros utilizados na RF para bons limitantes superiores no problema. As *matheuristics* foram desenvolvidas com o intuito de buscar a contribuição para resolver o ALP com maior número de aeronaves de maneira eficiente, com menor esforço computacional e que sejam competitivas com a literatura.

Baseado nos estudos de Kothari (2004), esta tese segue uma pesquisa descritiva, aplicada e quantitativa. Descritiva por seus objetivos serem apresentar novos métodos de solução para o problema, trabalhando sobre os resultados para quantificar a viabilidade dos métodos e aplicando-os em dados reais. Adicionalmente, considerando também, a realização de experimentos computacionais sobre dados disponíveis em outros trabalhos da literatura, comparando e verificando a eficácia dos métodos propostos.

1.1 Organização da tese

Como visto, o [Capítulo 1](#) introduz o ALP, suas aplicações, suas classificações, o problema de interesse e a proposta desta tese. Em seguida, no [Capítulo 2](#) apresenta-se uma revisão da literatura para os trabalhos mais relevantes e recentes que resolveram o problema, que são de interesse da tese, juntamente com as formulações matemáticas, métodos de solução exatos e aproximados utilizados.

No [Capítulo 3](#) apresenta-se a descrição para o problema, quatro formulações matemáticas da literatura (F1, F2, F3 e F4) e uma nova formulação baseada em *Job Shop* (F5). Comparações entre as formulações foram realizadas, a representação e análise da solução de uma instância e um estudo de caso para instâncias com dados reais do Aeroporto Internacional de São Paulo. Parte dos resultados deste capítulo, foram publicados e apresentados no *LIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* ([SILVA; CARVALHO; SANTOS, 2021](#)).

No [Capítulo 4](#) propõe-se *matheuristics* para resolver instâncias com número de aeronaves maiores ou iguais a 100, que a F5 não encontrou a solução ótima. Teste computacionais para calibração dos parâmetros utilizados pela RF foram apresentados para obter uma boa qualidade de solução inicial em um tempo viável. As devidas comparações foram realizadas com os valores da solução encontradas nesta tese com dois trabalhos da literatura (([SALEHIPOUR, 2020](#)) e ([AHMADIAN; SALEHIPOUR, 2022](#))) e a regra FCFS. Os testes computacionais aprontaram resultados competitivos para RF e RF + FO, além de evidenciar a melhoria dos valores da solução com métodos de otimização em relação a regra FCFS.

No [Capítulo 5](#) descreve-se as conclusões obtidas com o desenvolvimento desta tese e sugestões de trabalhos futuros para ampliar os estudos com o ALP. Por fim, no [Apêndice B](#), [Apêndice C](#), [Apêndice D](#) e [Apêndice E](#) disponibiliza-se o código para F5, os resultados detalhados para as formulações analisadas, as instâncias geradas a partir dos dados reais do Aeroporto Internacional de São Paulo e os resultados detalhadas da calibração de parâmetros para RF, respectivamente.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE O ALP

Neste capítulo apresenta-se uma revisão da literatura contendo os trabalhos mais relevantes e recentes que resolvem o problema de pouso de aeronaves. O ALP foi estudado primeiramente na década de 70 por [Dear \(1976\)](#) e desde então não perdeu a sua relevância com o crescente uso do transporte aéreo. As abordagens encontradas são diversas, envolvendo métodos exatos, como MIP e DP, e métodos heurísticos.

2.1 Formulações matemáticas para o ALP

O problema de pouso de aeronaves é similar a alguns problemas de otimização combinatoria bastante conhecidos, como o problema de programação de máquinas (MSP, do inglês *Machine Scheduling Problem*), o problema do caixeiro viajante (TSP, do inglês *Travelling Salesman Problem*) e o problema de roteamento de veículos (VRP, do inglês *Vehicle Routing Problem*), sendo suas formulações matemáticas derivadas, na maioria das vezes, destes problemas.

[Luenberger \(1988\)](#) formulou o ALP com pista única baseado no TSP. Cada cidade a ser visitada corresponde as aeronaves e as distâncias entre as cidades são os tempos de separação entre o pouso de uma aeronave e o pouso da próxima. Já o ALP com múltiplas pistas se assemelha com o TSP múltiplo (MTSP, do inglês *Multiple Traveling Salesman Problem*) ([BENNELL; MESGARPOUR; POTTS, 2011](#)). O MTSP é uma generalização do TSP e consiste em determinar várias rotas com o menor custo possível visitando cada cidade exatamente uma vez.

Em [Beasley et al. \(2000\)](#) encontra-se a formulação matemática considerada a clássica para o problema e, conseqüentemente, a mais citada na literatura. Eles utilizaram o MSP para modelar o ALP considerando que as pistas disponíveis para pouso são as máquinas idênticas e as aeronaves os trabalhos que precisam ser realizados. Os autores apresentaram uma formulação para o problema com única pista com o objetivo de minimizar o adiantamento e/ou atraso das

aeronaves e, a partir desta, outra formulação para o problema com múltiplas pistas. A maioria das formulações encontradas na literatura são baseadas nela, como a de Salehipour, Modarres e Naeni (2013) e a de Faye (2015). As três formulações são apresentadas no Capítulo 3, juntamente com as suas diferenças e comparações.

Autores como, Bianco, Dell’Olmo e Giordani (2006) e Bencheikh *et al.* (2009) apresentaram formulações baseadas em *Job Shop*. Já Briskorn e Stolletz (2014) formularam o ALP agrupando as aeronaves em classes adaptando da formulação de Beasley *et al.* (2000). Eles consideravam que as aeronaves da mesma classe são iguais em relação a turbulência e, assim, possuem os mesmos custos de atrasos. Os autores também fizeram a relação do ALP com o VRP, as pistas são os veículos disponíveis e as aeronaves correspondem aos clientes a serem atendidos.

Autores como, Balakrishnan e Chandran (2006), Chandran e Balakrishnan (2007), Balakrishnan e Chandran (2010), Rodríguez-Díaz, Adenso-Díaz e González-Torre (2017), Prakash, Piplani e Desai (2018) e Ikli *et al.* (2020) consideraram restrições CPS nas formulações apresentadas, ou seja, as aeronaves só podem desviar da sua posição inicial de pouso um número predefinido de posições para antes ou depois. Por exemplo, se uma aeronave está na décima posição para pousar e o número permitido de deslocamento é igual a 3, esta aeronave só poderá pousar nas posições 7, 8, 9, 10, 11, 12 ou 13. Balakrishnan e Chandran (2006) e Balakrishnan e Chandran (2010) também adicionaram restrições de precedência entre as aeronaves, sugerindo que algumas aeronaves não podem ultrapassar outras de acordo com a prioridade dos voos. A formulação de Ikli *et al.* (2020) é descrita no Capítulo 3, testes computacionais e variações das restrições CPS foram realizadas para as devidas comparações com as formulações de Beasley *et al.* (2000), Salehipour, Modarres e Naeni (2013), Faye (2015) e a proposta neste trabalho.

Messaoud, Ghedira e Kefi (2018) apresentaram uma nova formulação para o ALP considerando tanto uma pista única quanto múltiplas pistas. O problema principal é dividido em três subproblemas, sendo: minimização de tempo, sequenciamento das aeronaves e designação das aeronaves nas pistas. A validação do modelo foi realizada utilizando instâncias com apenas 12 aeronaves.

As formulações matemáticas mais encontradas na literatura, como a maioria dos trabalhos citados nesta seção, buscam minimizar os custos com atraso e/ou adiantamento no tempo de pouso das aeronaves com restrições de tempo de separação entre as aeronaves e restrições de janela do tempo. Porém, observa-se restrições CPS e de precedências, como variações de abordagens. O mesmo acontece com os objetivos das formulações, como podendo ser minimizar custos operacionais, maximizar o rendimento da pista ou minimizar os efeitos ambientais. Em Messaoud (2021) foram apresentadas várias funções objetivo relevantes para o problema.

2.2 Métodos de solução

2.2.1 Métodos exatos

O tempo de execução das técnicas de otimização crescem exponencialmente com o número de aeronaves disponíveis para pouso, assim nos métodos de solução exatas são utilizadas técnicas para redução da grandeza do ALP (VERESNIKOV *et al.*, 2019). A maioria dos trabalhos encontrados na literatura que resolvem por métodos exatos não fornecem solução ótima para instâncias com mais de 50 aeronaves. Na Tabela 1 apresenta-se um resumo das abordagens exatas apresentadas nesta seção.

Uma das primeiras abordagens DP para o ALP foi desenvolvida por Psaraftis (1978) considerando única pista e depois duas pistas. O autor utilizou dois objetivos sendo minimizar o tempo de pouso da última aeronave (*makespan*) e minimizar o custo total de atrasos do passageiro. Testes computacionais foram realizados com instâncias pequenas com no máximo 15 aeronaves.

Beasley *et al.* (2000) resolveram a formulação matemática do ALP utilizando CPLEX com instâncias de Beasley (1990) com até 50 aeronaves e quatro pistas, que são resolvidas de forma ótima. Salehipour, Modarres e Naeni (2013) parte da formulação clássica simplificando algumas restrições redundantes e obtiveram resultados ótimos utilizando o CPLEX para as mesmas instâncias que Beasley *et al.* (2000). Em Faye (2015) a formulação de Beasley *et al.* (2000) foi adaptada retirando duas variáveis e substituindo diretamente na função objetivo. O autor usou uma abordagem baseada em aproximação da matriz de tempo de separação e na discretização do tempo para resolver o ALP com múltiplas pistas.

Balakrishnan e Chandran (2006), Chandran e Balakrishnan (2007) e Balakrishnan e Chandran (2010) resolveram o ALP utilizando DP e considerando restrições CPS. Balakrishnan e Chandran (2006) buscaram maximizar o rendimento da pista aplicando em dados reais para o Aeroporto Internacional de Denver, nos Estados Unidos, com 11, 19 e 23 aeronaves. Chandran e Balakrishnan (2007) consideraram incertezas nos tempos de pouso causando violação das restrições de separação. Já Balakrishnan e Chandran (2010) considera outros objetivos, minimizar o atraso em média e minimizar o atraso máximo.

Briskorn e Stolletz (2014) resolveram sua formulação particionando as aeronaves em classes e a regra ELW (do inglês, *Earliest Landing-time Windows*) usando DP. A ELW é uma estratégia de fixação de variáveis que fixa a ordem de algumas aeronaves pertencentes a mesma classe. Os autores apresentaram resultados teóricos sobre a complexidade polinomial da abordagem proposta. Adaptaram a formulação de Beasley *et al.* (2000), a função objetivo dependendo de cada classe das aeronaves, e assim resolvendo-a. Eles concluem que a regra ELW pode reduzir significativamente os tempos de computação da formulação matemática.

Lieder, Briskorn e Stolletz (2015) utilizaram o método de Briskorn e Stolletz (2014) impossibilitando que as aeronaves pousem antes do tempo ideal. Além desta restrição, os autores

também desenvolvem um critério de dominância para reduzir o espaço de busca permitindo a eficiência do algoritmo DP de [Briskorn e Stolletz \(2014\)](#). A junção destas duas abordagens reduz o espaço de busca e os resultados mostraram que problemas com até 100 aeronaves foram resolvidos de forma ótima.

[Bennell, Mesgarpour e Potts \(2017\)](#) propuseram o ALP com única pista multiobjetivo, ponderando a maximização da pontualidade, minimização dos custos de combustível e maximização da capacidade da pista. Os autores utilizaram da DP para resolver o problema dividido em três etapas e consideraram o caso estático e dinâmico. O testes computacionais foram realizados em instâncias geradas a partir dos dados reais do Aeroporto Heathrow, em Londres, com 21, 42 e 84 aeronaves utilizando o CPLEX. Os resultados na abordagem estática mostraram resultados semelhantes aos comparados com o do aeroporto, já o dinâmico apresentou superioridade. Os autores justificaram dizendo que os controladores de tráfego aéreo buscam maximizar a capacidade de pista, sem consideram os outros objetivos abordados no trabalho.

Tabela 1 – Resumos dos trabalhos citados que resolvem o ALP com métodos exatos.

Métodos Exatos	Trabalhos	n. pistas	Restrições	Função Objetivo	Instâncias, n. aeronaves
DP	Psarafitis (1978)	1 e 2	Separação Janela do tempo	Multiobjetivo	Geradas, 15 aeronaves
	Balakrishnan e Chandran (2006)	1	CPS Separação Janela do tempo Precedência	Max rendimento da pista	Aeroporto Internacional de Denver, 11, 19 e 23 aeronaves
	Chandran e Balakrishnan (2007)	1	CPS Separação Janela do tempo	Max rendimento da pista	Geradas, 10 a 50 aeronaves
	Balakrishnan e Chandran (2010)	1	CPS Separação Janela do tempo Precedência	Multiobjetivo	Geradas, 20 aeronaves
	Briskorn e Stolletz (2014)	≥ 1	Separação Janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Bianco, Dell'Olmo e Giordani (1999) , 30 a 44 aeronaves
	Lieder, Briskorn e Stolletz (2015)	≥ 1	Separação Janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Bianco, Dell'Olmo e Giordani (1999) , 30 a 44 aeronaves Geradas, 50 a 100 aeronaves
	Bennell, Mesgarpour e Potts (2017)	1	Separação Janela do tempo	Multiobjetivo	Aeroporto Heathrow, em Londres, 21, 42 e 84 aeronaves
MIP	Beasley <i>et al.</i> (2000)	≥ 1	Separação Janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990) , 10 a 50 aeronaves
	Salehipour, Modarres e Naeni (2013)	≥ 1	Separação Janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990) , 10 a 500 aeronaves
	Faye (2015)	≥ 1	Separação Janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990) , 10 a 44 aeronaves

Fonte: Elaborada pela autora.

2.2.2 Métodos heurísticos

O ALP por ser um problema NP-difícil e o esforço computacional aumentar exponencialmente de acordo com o aumento do número de aeronaves, métodos heurísticos são mais estudados que os métodos exatos. Os métodos exatos conseguem resolver instâncias com números menores de aeronaves comparados com os trabalhos que utilizam métodos heurísticos.

Uma importante observação é que a utilização do GA para resolver o ALP foi bastante utilizada na literatura anterior a 2012 como, em [Stevens \(1995\)](#), [Ciesielski e Scerri \(1997\)](#), [Cheng, Crawford e Menon \(1999\)](#), [Beasley, Sonander e Havelock \(2001\)](#), [Hansen \(2004\)](#), [Hu e Chen \(2005\)](#), [Hu e Paolo \(2008\)](#), [Hu e Paolo \(2009\)](#), [Yu *et al.* \(2009\)](#) e [Hu e Paolo \(2011\)](#).

Atualmente, encontra-se trabalhos também voltados para busca tabu (TS, do inglês *Tabu Search*) e recozimento simulado (SA, do inglês *Simulated Annealing*), ACO, descida em vizinhança variável (VND, do inglês *Variable Neighborhood Descent*), *matheuristics* e abordagens baseadas em aprendizado de máquinas, entre outras. Na [Tabela 2](#) apresenta-se um resumo das abordagens heurísticas apresentadas nesta seção.

Em [Salehipour, Naeni e Kazemipoor \(2009\)](#), resolveram o ALP buscando minimizar o atraso e/ou adiantamento utilizando VND. A solução inicial foi calculada a partir do GA de [Hansen \(2004\)](#). Os autores propuseram quatro estruturas de vizinhança, sendo: troca de aeronaves na mesma pista, em pistas diferentes, troca de uma sequência de aeronaves de pistas e remoção de uma aeronave de uma pista e inserção em outra. O tempo de separação entre as aeronaves foram assumidos como sendo duas unidades de tempo na mesma pista e uma unidade de tempo em pistas diferentes. Os testes computacionais foram realizados nas instâncias de [Hansen \(2004\)](#) com até 20 aeronaves e cinco pistas. A abordagem melhorou a solução de [Hansen \(2004\)](#), porém utilizou um maior esforço computacional.

[Hu e Paolo \(2011\)](#) resolveram o ALP com única pista minimizando o atraso total com uma abordagem chamada pelos autores de *Ripple-Spreading Genetic Algorithm* (RSGA). Eles introduziram uma nova estrutura GA, representação dos cromossomos diferente das clássicas, e inspiraram na ondulação que se espalha em um superfície clássica. Inicialmente, as aeronaves foram projetadas como pontos em um espaço artificial e usada a *Ripple-Spreading*, que utiliza alguns parâmetros como entrada para realizar a conexão dos pontos no espaço de solução bidimensional. Assim, o GA tradicional foi usado para otimizar os parâmetros de *Ripple-Spreading* até encontrar uma sequência de pouso ótima. Os autores realizaram extensos estudos comparativos com instâncias de até 60 aeronaves com os métodos de [Bianco, Dell’Olmo e Giordani \(1997\)](#), [Hu e Chen \(2005\)](#) e [Hu e Paolo \(2008\)](#), concluindo que o RSGA superou os algoritmos GA até então existentes.

[Zhan et al. \(2010\)](#) resolveram o ALP com única pista buscando minimizar o atraso juntando ACO com controle de horizonte retrocedente (RHC, do inglês *Receding Horizon Control*). Os autores utilizaram o intervalo de tempo de uma janela de agendamento e a largura total do horizonte como parâmetros. No ACO, a FCFS foi utilizada para encontrar o feromônio inicial e após, realizaram atualizações locais e globais para aumentar a diversidade da população e intensificar para encontrar melhores soluções. Foram utilizadas instâncias com 30 e 60 aeronaves e as de [Bianco, Dell’Olmo e Giordani \(1997\)](#), sendo os resultados comparados com [Hu e Chen \(2005\)](#). Eles concluíram que utilizar ACO com RHC retornava melhores resultados comparados com GA.

[Bencheikh, Boukachour e Alaoui \(2011\)](#) resolveram o ALP com múltiplas pistas utilizando um algoritmo ACO. No ACO proposto as formigas partiam de um nó inicial fictício, selecionavam uma pista e assim, uma aeronave era inserida nesta pista, baseado na prioridade da aeronave e na memória da colônia. A seleção terminava quando todas as aeronaves estivessem

sequenciadas e as atualizações globais de feromônios eram então executadas. Os testes computacionais foram realizados nas instâncias de [Beasley \(1990\)](#) com 10 a 50 aeronaves e até 5 pistas e encontraram as soluções ótimas pra 80% das instâncias.

[Salehipour, Modarres e Naeni \(2013\)](#) desenvolveram um MIP para o ALP com única e múltiplas pistas e, também, devido a complexidade do problema, apresentaram uma meta-heurística híbrida utilizando SA e VND. Os autores utilizaram VND para melhorar a solução dentro de um SA. As estruturas de vizinhança utilizadas foram trocar duas aeronaves na mesma pista, em pistas diferentes e remoção de uma aeronave de uma pista e inserção em outra. O VND escolhe uma estrutura de vizinhança e tenta melhorar a melhor solução atual. A validação do algoritmo foi realizada nas instâncias de [Beasley \(1990\)](#). A solução ótima é encontrada para instâncias com até 50 aeronaves e encontra soluções com boa qualidade para as demais instâncias com até 500 aeronaves.

[Vadlamani e Hosseini \(2014\)](#) apresentaram uma *matheuristic* baseada em busca adaptativa em vizinhança de grande porte (ALNS, do inglês *Adapted Large Neighborhood Search*) para resolver o ALP com pista única. Os autores dividiram o ALP em dois subproblemas, sendo um subproblema de *scheduling* e outro de viabilidade. A solução inicial foi gerada aleatoriamente e no primeiro subproblema o ALNS foi aplicado encontrando uma solução de pouso quase ótima. Após, a solução encontrada foi utilizada pelo segundo subproblema e o CPLEX usado para verificar a viabilidade. Os testes computacionais foram realizados nas instâncias de [Beasley \(1990\)](#) de 10 a 150 aeronaves e comparada com os resultados de [Salehipour, Modarres e Naeni \(2013\)](#). A abordagem encontrou solução ótima para todas as instâncias, sendo que [Salehipour, Modarres e Naeni \(2013\)](#) não encontrou para as instâncias com 50 e 100 aeronaves.

Em [Furini et al. \(2015\)](#) foi proposto um TS para resolver o ALP com única pista com objetivo de minimizar o atraso e/ou adiantamento dos voos. A instância inicial foi dividida em partes e em seguida TS resolviam estas sub-instâncias. Uma solução viável era definida por uma permutação do conjunto das aeronaves e a solução vizinha desta solução era definida com movimentos de troca, trocando a posição de duas aeronaves, ou com movimentos de deslocamento, mudando uma aeronave para outra posição. Os testes computacionais foram realizados nas instâncias do *Operations Research Group Bologna (OR Group Bologna)*¹ com 60 aeronaves, com o TS resolvendo as sub-instâncias com tempo limite de 15,00 segundos.

[Sabar e Kendall \(2015\)](#) propuseram um algoritmo de busca local iterada (ILS, do inglês *Iterated Local Search*) para resolver o ALP com múltiplas pistas. Na fase de busca local, os autores utilizavam o VND com as estruturas de vizinhança de [Salehipour, Naeni e Kazemipour \(2009\)](#). Os testes computacionais foram realizados nas instâncias de [Beasley \(1990\)](#) com até 500 aeronaves e comparando com os métodos de [Salehipour, Modarres e Naeni \(2013\)](#) e [Pinol e Beasley \(2006\)](#). O ILS com VND não conseguiu encontrar a melhor solução conhecida em alguns casos, mas encontrou 16 novas melhores soluções das 49 instâncias. Além de apresentar

¹ <<http://or.dei.unibo.it/>>

menores tempos computacionais em todas as instâncias, em relação aos trabalhos comparados.

Rodríguez-Díaz, Adenso-Díaz e González-Torre (2017) consideraram o ALP com única pista e restrições CPS, resolvendo com o mesmo SA de Salehipour, Modarres e Naeni (2013). O objetivo dos autores foi propor soluções quase ótimas que melhorassem significativamente o FCFS. As soluções candidatas foram geradas pela troca das aeronaves pra cumprir as restrições CPS e de separação. Os testes computacionais foram realizados com as instâncias de Beasley (1990) e comparados com Salehipour, Modarres e Naeni (2013) e Pinol e Beasley (2006), superando o tempo computacional para todas as instâncias, mas os trabalhos da literatura apresentaram resultados percentuais melhores no valor da solução. Os autores realizaram testes também em 2.000 instâncias geradas com 50 a 200 aeronaves com soluções exatas conhecidas, mostrando que o SA foi capaz de encontrar 828 soluções ótimas (41,4% das instâncias). Por fim, realizaram testes com dados reais do Aeroporto de Gatwick, em Londres, apresentando uma melhoria de 30%.

Utilizando o algoritmo de Salehipour, Modarres e Naeni (2013) para obter um solução inicial de pouso, Salehipour e Ahmadian (2017) resolveram o ALP com única pista. Após esta solução inicial, os autores aplicaram um LS que permitiram que uma porcentagem das aeronaves mudem de posição inicial. Com esta sequência de pouso fixa, o CPLEX era utilizado. Os experimentos computacionais foram realizados nas instâncias de Beasley (1990) e comparados com as heurísticas de Pinol e Beasley (2006) e Salehipour, Modarres e Naeni (2013). Os resultados mostraram que a abordagem em questão foi melhor para 10 das 13 instâncias analisadas.

Xu (2017) propôs um ACO para resolver o ALP com o objetivo de minimizar o *makespan*. Duas etapas principais para encontrar a solução foram abordadas, primeiro a matriz de separação foi aproximada com a de Faye (2015) se tornando uma nova matriz independente de solução mais fácil e depois o ACO foi utilizado para compensar a perda da precisão da solução devido a aproximação da matriz de separação. O autor realizou testes com as instâncias de Hu e Chen (2005) encontrando solução ótima em 15,00 segundos para 20 aeronaves. Testes também foram realizados com instâncias geradas de 20 a 260 aeronaves, com um incremento de 30, observando que o algoritmo proposto encontra melhores soluções do que o CPLEX.

Ahmed, Alam e Barlow (2018) utilizaram o GA para resolver o ALP considerando a maximização do rendimento da pista e considerando restrições CPS. Os autores utilizaram o GA co-evolutivo cooperativo (CCoGA, do inglês *Cooperative Co-evolutionary Genetic Algorithm*), pelo qual a sequência das aeronaves e a configuração da pista foram modeladas como espécies individuais, cooperando entre si e co-evoluindo para encontrar a sequência que melhor maximiza o rendimento da pista. Os testes computacionais foram realizados para instâncias com dados reais do Aeroporto Internacional O'Hare, em Chicago, com 50 aeronaves e 8 pistas. O método conseguiu melhorar a capacidade da pista do aeroporto analisado, aumentando de 168 para 170 voos por hora.

Ikli *et al.* (2019) resolveram o ALP com única pista utilizando uma heurística de busca

baseada em *optimistic planning* (OP). Partiram da ideia que todas as aeronaves estavam disponíveis para pouso, o OP explorava incrementando a árvore de busca para identificar o ramo ótimo o mais rápido possível satisfazendo as restrições operacionais. Os autores utilizaram o FCFS para calcular o custo das rotas. Os testes computacionais foram realizados em instâncias geradas a partir do Aeroporto de Paris-Orly com 18 a 40 aeronaves e comparados com o FCFS, mostrando que em algumas instâncias a melhoria na função objetivo foi de até 37%.

Hammouri *et al.* (2020) apresentaram uma abordagem de ILS com SA, conhecido como recozimento simulado iterado (ISA, do inglês *Iterated Simulated Annealing*) para resolver o ALP com múltiplas pistas. O método híbrido possui dois *loops* sendo, um interno que utilizou o SA para melhorar as soluções atuais através de um esquema de resfriamento, utilizando as estruturas de vizinhança de Salehipour, Naeni e Kazemipoor (2009) e um externo utilizando ILS para perturbar a solução ou reiniciar a busca. Os testes computacionais foram realizados nas instâncias de Beasley (1990) e comparados com Salehipour e Ahmadian (2017) e Pinol e Beasley (2006). Os resultados mostraram que o ISA conseguiu encontrar a solução ótima para as menores instâncias (até 50 aeronaves) com tempos computacionais pequenos, mas não encontrou as soluções mais conhecidas para algumas instâncias com maior número de aeronaves.

Ikli *et al.* (2020) partiram da heurística introduzida em Ikli *et al.* (2019) para resolver o ALP. A diferença foi que os autores ao invés do FCFS para calcular os custos, eles partiram para investigação de diferentes algoritmos de aprendizado de máquina (ML, do inglês *Machine Learning*). O uso do ML contribuiu para estimar com mais rapidez e precisão os custos comparados com o FCFS. Os algoritmos utilizados foram a regressão linear (LR, do inglês *Linear Regression*), redes neurais (NN, do inglês *Neural Networks*) e a regressão por vetores suporte (SVR, do inglês *Support Vector Regression*). Os testes computacionais foram realizados em instâncias geradas com 20 a 40 aeronaves e comparados com o FCFS. O OP com SVR foi o que apresentou melhor porcentagem de melhoria em relação ao FCFS na sequência de pouso, com 27,45%, e o OP com LR apresentam melhores custos.

Faye (2018) resolveram o ALP com única pista buscando minimizar o atraso e/ou adiantamento utilizando DP com SA. O DP foi utilizado para calcular os tempos de pouso e o SA utilizado para sequenciar as aeronaves. Os testes computacionais foram realizados nas instâncias de Beasley (1990) e comparando o DP + SA com os resultados obtidos pelo pacote de otimização *FICO-Xpress* + SA. O DP + SA mostrou maior qualidade das soluções obtidas realizando mais iterações (> 10 vezes) comparados com *FICO-Xpress* + SA, o que concluiu uma melhor exploração do espaço de busca.

Salehipour (2020) estendeu a abordagem de Salehipour e Ahmadian (2017) para o ALP com múltiplas pistas. O que diferenciou o algoritmo foi que o autor realizou a decomposição do problema em subproblemas menores para serem mais fáceis de resolver e utilizaram o *Gurobi*. Uma solução inicial foi gerada a partir do sequenciamento crescente do tempo ideal de pouso das aeronaves e atribuindo as aeronaves para outras pistas caso não pousassem neste tempo. A

partir desta solução inicial, o algoritmo escolhe um pequeno número de aeronaves, relaxa as posições de pouso na sequência e otimiza utilizando o *Gurobi*. Os testes computacionais foram realizados em 124 instâncias, as 49 de [Beasley \(1990\)](#) e 75 de [Ghoniem e Farhadi \(2015\)](#), e comparados com métodos de [Awasthi, Kramer e Lässig \(2013\)](#), [Sabar e Kendall \(2015\)](#) e os resultados apresentados pelo *Gurobi* em 300,00 segundos. Esta *matheuristic* superou todos as abordagens comparadas nas instâncias de [Sabar e Kendall \(2015\)](#), mas em relação as instâncias de [Beasley \(1990\)](#), [Sabar e Kendall \(2015\)](#) tem o maior percentual de melhores soluções.

[Ahmadian e Salehipour \(2022\)](#) resolveram o ALP com múltiplas pistas utilizando *matheuristic* propondo um algoritmo *relax-and-solve* (R&S). Os autores utilizaram o algoritmo de [Salehipour, Modarres e Naeni \(2013\)](#) para gerar a solução inicial. Dada esta solução, nas etapas *relax*, a aeronave podia mudar de posição na sequência de pouso e nas etapas *solve* uma sequência com solução viável era obtida. Os testes computacionais foram realizados nas instâncias de [Beasley \(1990\)](#) com até 500 aeronaves, as comparações foram e realizadas com treze métodos de solução aproximadas da literatura e o CPLEX. O R&S só não encontrou a melhor solução conhecida para uma instância em um tempo de 60,00 segundos.

Dos trabalhos da literatura revisados, pode-se observar que os métodos heurísticos são mais utilizados que os métodos exatos. Os métodos exatos conseguem resolver instâncias com números menores de aeronaves comparados com os trabalhos que utilizam métodos heurísticos de resolução. Uma importante observação é que a utilização do GA para resolver o ALP foi bastante comum na literatura, mas atualmente outros métodos heurísticos também são abordados como *matheuristics* que apresentaram bons resultados. Além disso, diversas formulações matemáticas são encontradas partindo de problemas clássicos da otimização combinatória, considerando funções objetivos e restrições diferentes.

Tabela 2 – Resumos dos trabalhos citados que resolvem o ALP com métodos heurísticos.

Trabalhos	Métodos Aproximados	n. pistas	Restrições	Função Objetivo	Instâncias, n. aeronaves
Salehipour, Naeni e Kazemipour (2009)	GA + VND	>=1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Hansen (2004), 12, 15 e aeronaves
Hu e Paolo (2011)	GA (RSGA)	1	Separação janela do tempo	Min atraso	Geradas, 20 a 60 aeronaves
Zhan <i>et al.</i> (2010)	ACO + RHC	1	Separação janela do tempo	Min atraso	Geradas, 30 e 60 aeronaves Bianco, Dell’Olimo e Giordani (1997), 20 e 30 aeronaves
Bencheikh, Boukachour e Alaoui (2011)	ACO	>=1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 50 aeronaves
Salehipour, Modarres e Naeni (2013)	SA + VND	>=1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves
Vadlamani e Hosseini (2014)	ALNS + CPLEX	1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 150 aeronaves
Sabar e Kendall (2015)	ILS + VND	>=1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves
Furini <i>et al.</i> (2015)	TS	1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	OR Group Bologna, 60 aeronaves
Rodríguez-Díaz, Adenso-Díaz e González-Torre (2017)	SA	1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves Geradas, 50 a 200 aeronaves Aeroporto de Gatwick ^a
Salehipour e Ahmadian (2017)	LS + CPLEX	1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves
Xu (2017)	ACO	1	Separação janela do tempo	Min makespan	Hu e Chen (2005), 20 aeronaves Geradas, 20 a 260 aeronaves
Ahmed, Alam e Barlow (2018)	GA (CoGA)	>=1	Separação janela do tempo	Max rendimento da pista	Aeroporto Internacional O’Hare, em Chicago, com 50 aeronaves
Iki <i>et al.</i> (2019)	OP+FCFS	1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Aeroporto de Paris-Orly, 18 a 40 aeronaves
Hammouri <i>et al.</i> (2020)	ISA (SA + ILS)	>=1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves
Iki <i>et al.</i> (2020)	OP + ML	1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Geradas, 20 a 40 aeronaves
Faye (2018)	DP + SA	1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves
Salehipour (2020)	LS + <i>Gerabi</i>	>=1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves Sabar e Kendall (2015), 15 a 50 aeronaves
Ahmadian e Salehipour (2022)	R&S + CPLEX	>=1	Separação janela do tempo	Min atraso e/ou adiantamento	Beasley (1990), 10 a 500 aeronaves

Fonte: Elaborada pela autora.

^a Os autores não informaram a quantidade de aeronaves.

PROBLEMA DE POUSO DE AERONAVES

Este capítulo descreve o problema de pouso de aeronaves, apresenta os parâmetros usados para definir o problema, as formulações matemáticas de quatro artigos encontrados na literatura e a nova formulação proposta. São descritos, na respectiva ordem, a formulação clássica do problema de [Beasley *et al.* \(2000\)](#) (F1), a formulação apresentada por [Salehipour, Modarres e Naeni \(2013\)](#) (F2), a formulação apresentada por [Faye \(2015\)](#) (F3), a formulação apresentada por [Ikli *et al.* \(2020\)](#) (F4) e, por fim, uma nova formulação baseada em *Job Shop* (F5).

Os resultados computacionais obtidos com as formulações são discutidos fazendo as devidas comparações entre as formulações com o intuito de observar qual tem o melhor desempenho com 49 instâncias da literatura, variando o número de aeronaves de 10 a 500 aeronaves e o número de pistas variando de 1 a 5. Além disso, foram geradas 17 instâncias baseadas em dados reais do Aeroporto Internacional de São Paulo com 15 a 32 aeronaves e uma pista para a realização de um estudo de caso.

Os resultados iniciais obtidos pela comparação entre as formulações matemáticas encontradas na literatura foram publicados como artigo completo e apresentados no *LIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* ([SILVA; CARVALHO; SANTOS, 2021](#)) e as comparações com a nova formulação proposta (F5) foram submetidas para um periódico internacional.

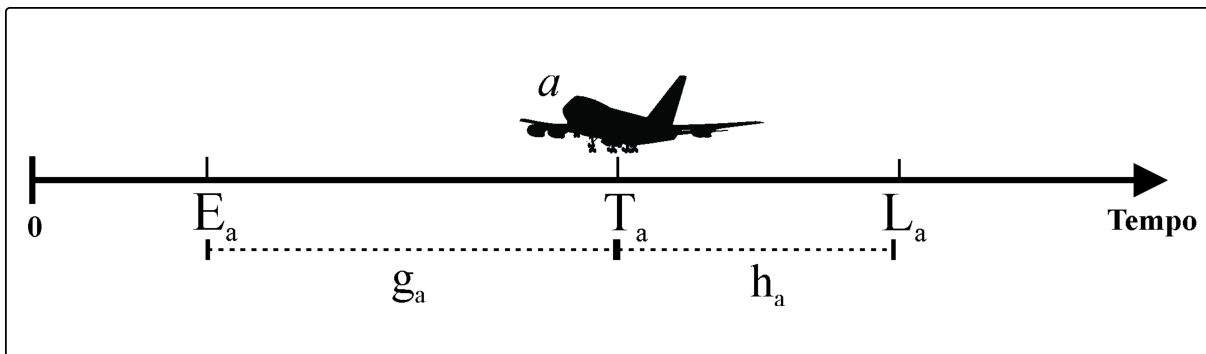
3.1 Descrição do Problema

O problema de pouso de aeronaves busca a menor modificação possível no instante de tempo ideal de pouso das aeronaves. Logo, ele visa otimizar os tempos de pousos das aeronaves que chegam na pista dos aeroportos. Para isso, considera-se que cada aeronave possui uma janela do tempo, ou seja, um intervalo de tempo para realizar seu pouso. Além disso, a solução para o problema deve considerar o tempo de separação entre o pouso de uma aeronave e o pouso da próxima. No ALP, pode-se considerar a utilização de uma ou mais pistas para pouso

(única ou múltiplas pistas). Entretanto, segundo (SALEHIPOUR; AHMADIAN, 2017), o esforço computacional para encontrar a solução ótima se torna menor quando utiliza-se múltiplas pistas.

O ALP considera o número de aeronaves A , no qual cada aeronave $a \in A$ possui um intervalo de tempo para pouso, chamado de janela do tempo. Sendo E_a o primeiro instante de tempo de pouso da aeronave a , este corresponde ao horário de pouso caso a aeronave voe na sua velocidade máxima. O instante de tempo ideal de pouso T_a da aeronave a é o tempo esperado quando ela voa na velocidade ideal, conhecida como velocidade de cruzeiro. O último instante de tempo de pouso L_a da aeronave a é o tempo máximo permitido para manter a aeronave voando antes de pousar. O desvio do pouso de T_a gera custos extras, g_a e h_a que são penalidades (≥ 0) para quando a aeronave pousa antes ou depois do T_a , respectivamente. A Figura 2 representa esta janela do tempo para cada aeronave a .

Figura 2 – Janela do tempo de uma aeronave a .



Fonte: Elaborada pela autora.

Além disso, são considerados tempos de separação entre as aeronaves para a realização de um pouso seguro. $S_{aa'}$ é o tempo mínimo de separação entre as aeronaves a e a' com $a \neq a'$ e $s_{aa'}$ é o tempo mínimo de separação entre as aeronaves a e a' em diferentes pistas com $a \neq a'$. Considerando R o número de pistas disponíveis, com cada pista $r \in R$. Nas restrições CPS uma dada aeronave a pode desviar um número m de posições antes ou depois da sua posição inicial de pouso. Segundo Balakrishnan e Chandran (2006), a vantagem de adicionar restrições CPS é permitir que as aeronaves não desviem muito da ordem inicial. Os autores sugerem utilizar m variando de 1 a 3 para ser justa na definição da ordem de pouso. A Tabela 3 resume as notações matemáticas utilizadas neste trabalho.

3.2 Formulações matemáticas

Apresenta-se abaixo as quatro formulações encontradas na literatura (F1, F2, F3 e F4) e a nova formulação proposta (F5). Estas formulações foram escolhidas por apresentarem resultados competitivos dentro da literatura, além da F1 ser a formulação clássica do problema.

Tabela 3 – Notações matemáticas utilizadas neste trabalho.

Conjuntos	
A	O conjunto de aeronaves.
R	O conjunto de pistas.
Parâmetros	
E_a	O primeiro instante de tempo de pouso da aeronave a com $a \in A$.
T_a	O instante de tempo ideal de pouso da aeronave a com $a \in A$.
L_a	O último instante de tempo de pouso da aeronave a com $a \in A$.
g_a	A penalidade de custo ($g_a > 0$) quando a aeronave a pousa antes de T_a com $a \in A$.
h_a	A penalidade de custo ($h_a > 0$) quando a aeronave a pousa após de T_a com $a \in A$.
$S_{ad'}$	O tempo mínimo de separação entre as aeronaves a e a' com $a, a' \in A$ e $a \neq a'$.
$s_{ad'}$	O tempo mínimo de separação entre as aeronaves a e a' em diferentes pistas com $a, a' \in A$ e $a \neq a'$.
m	O número de posições antes ou depois da posição inicial que a aeronave a pode pousar.

Fonte: Elaborada pela autora.

As formulações F1, F2, F3 e F5 são comparáveis diretamente, elas usam a mesma função objetivo de minimizar atrasos e o adiantamentos no pouso das aeronaves e os conjuntos de restrições são equivalentes. A F4 não possui o mesmo conjunto de soluções das quatro formulações anteriores, por considerar o conjunto de restrições CPS. Assim, utiliza-se neste estudo duas variações dela (F4a e F4b) para as devidas comparações. Todas as formulações apresentam restrições de janela do tempo e de separação. Elas diferem-se, principalmente, em como formulam o conjunto de restrições de separação.

A Tabela 4 apresenta as variáveis de decisão utilizadas nas formulações. Essas variáveis são do tipo binárias e contínuas, sendo que cada formulação usa um dado subconjunto.

Tabela 4 – Variáveis de decisão.

Variáveis de Decisão	
Binária	
$\delta_{aa'}$:	1 se a aeronave a pousa antes da aeronave a' com $a \neq a'$, e 0 caso contrário.
y_{ar} :	1 se a aeronave a pousa na pista $r \in R$, e 0 caso contrário.
$z_{aa'}$:	1 caso as aeronaves a e a' pousem na mesma pista, e 0 caso contrário.
$\delta_{aa'}^1$:	1 se a aeronave a pousa antes da aeronave a' na mesma pista com $a \neq a'$, e 0 caso contrário.
$\delta_{aa'}^2$:	1 se a aeronave a pousa antes da aeronave a' em pistas diferentes com $a \neq a'$, e 0 caso contrário.
$\delta_{aa'r}$:	1 se a aeronave a pousa antes da aeronave a' na pista r com $a \neq a'$ e $r \in R$, e 0 caso contrário.
Contínua	
x_a :	O tempo de pouso da aeronave a .
α_a :	A quantidade de tempo que a aeronave a pousa antes do T_a .
β_a :	A quantidade de tempo que a aeronave a pousa depois do T_a .

Fonte: Elaborada pela autora.

A seguir, para ressaltar as diferenças entre as formulações, será apresentada uma formulação em comum. Esta formulação tem a função objetivo (3.1), comum a todas, e as restrições que todas ou a maioria utilizam (3.2) a (3.14).

Minimizar

$$\sum_{a \in A} (g_a \alpha_a + h_a \beta_a) \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$E_a \leq x_a \leq L_a, \quad \forall a \in A \quad (3.2)$$

$$\sum_{r \in R} y_{ar} = 1, \quad \forall a \in A \quad (3.3)$$

$$\delta_{aa'} + \delta_{a'a} = 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (3.4)$$

$$z_{aa'} \geq y_{ar} + y_{a'r} - 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (3.5)$$

$$x_a = T_a - \alpha_a + \beta_a, \quad \forall a \in A \quad (3.6)$$

$$\alpha_a \geq T_a - x_a, \quad \forall a \in A \quad (3.7)$$

$$\beta_a \geq x_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (3.8)$$

$$\delta_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (3.9)$$

$$z_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (3.10)$$

$$y_{ar} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall r \in R \quad (3.11)$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (3.12)$$

$$0 \leq \alpha_a \leq T_a - E_a, \quad \forall a \in A \quad (3.13)$$

$$0 \leq \beta_a \leq L_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (3.14)$$

A função objetivo (3.1) busca minimizar atraso e o adiantamento do horário de pouso das aeronaves. As restrições em (3.2) indicam a janela do tempo de cada aeronave a a ser respeitada. Em (3.3), as restrições asseguram que uma aeronave pouse em apenas uma pista. As restrições em (3.4) garantem a viabilidade do pouso das aeronaves, ou seja, a aeronave a pousa antes de a' ou depois. As restrições em (3.5) relacionam as variáveis de decisão $z_{aa'}$ e y_{ar} , garantindo que se y_{ar} e $y_{a'r}$ forem 1 na mesma pista r , então $z_{aa'}$ também vale 1, ou seja, a e a' pousam na mesma pista. As restrições em (3.6), (3.7) e (3.8) relacionam as variáveis de decisão x_a com T_a , α_a e β_a . E, por fim, o domínio das variáveis referem-se às restrições em (3.9) a (3.14).

3.2.1 Formulação matemática de *Beasley et al. (2000)* (F1)

Os autores *Beasley et al. (2000)* apresentaram uma formulação para resolver o ALP considerando múltiplas pistas. A F1 é dada pela função objetivo (3.1), com todas as restrições da formulação comum (3.2) a (3.14) mais as restrições em (3.15) a (3.18).

$$z_{aa'} = z_{a'a}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (3.15)$$

$$\delta_{aa'} = 1, \quad \forall (a, a') \in W \cup V \quad (3.16)$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'}z_{a'a} + s_{aa'}(1 - z_{aa'}), \quad \forall (a, a') \in V \quad (3.17)$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'}z_{a'a} + s_{aa'}(1 - z_{aa'}) - (L_a + \max(S_{aa'}, s_{aa'}) - E_{a'})\delta_{aa'}, \quad \forall (a, a') \in U \quad (3.18)$$

As restrições em (3.15) evitam soluções simétricas, ou seja, se a aeronave a pousa na mesma pista que a' então, conseqüentemente, a aeronave a' pousa na mesma pista que a . As restrições de separação estão em (3.16) a (3.18), *Beasley et al. (2000)* utiliza três conjuntos distintos de pares de voos. Para o conjunto U , não se sabe se a aeronave a pousa antes da aeronave a' . Este conjunto é definido como $U = [(a, a') | \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a; E_{a'} \leq E_a \leq L_{a'} \vee E_{a'} \leq L_a \leq L_{a'} \vee E_a \leq E_{a'} \leq L_a \vee E_a \leq L_{a'} \leq L_a]$. No conjunto V , a aeronave a pousa antes da aeronave a' , mas as restrições de separação não são satisfeitas automaticamente, com $V = [(a, a') | \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a; L_a < E_{a'} \wedge L_a + S_{aa'} > E_{a'}]$. Por fim, o conjunto W que garante que a aeronave a pousa antes da aeronave a' com as restrições de separação totalmente satisfeitas, sendo $W = [(a, a') | \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a; L_a < E_{a'} \wedge L_a + S_{aa'} \leq E_{a'}]$. Assim, as restrições em (3.16) asseguram que a aeronave a pousa antes de a' . Finalmente, em (3.17) e (3.18) são apresentadas as restrições de separação para os conjuntos V e U , respectivamente. Na [Seção A.1](#) apresenta-se a formulação completa da F1.

3.2.2 Formulação matemática de *Salehipour, Modarres e Naeni (2013)* (F2)

Em *Salehipour, Modarres e Naeni (2013)*, os autores também propuseram uma formulação para o ALP com múltiplas pistas, simplificando a F1. A F2 é dada pela função objetivo (3.1) sujeita às restrições em comum (3.2) a (3.12), com as restrições em (3.19) a (3.21). Vale ressaltar que nas restrições em (3.4) e (3.5), *Salehipour, Modarres e Naeni (2013)* utilizam $a \neq a'$, resultando em um maior número de restrições comparado com as formulações que utilizam $a' > a$.

$$x_{a'} - x_a \geq S_{aa'}z_{a'a} + s_{aa'}(1 - z_{aa'}) - M\delta_{aa'}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (3.19)$$

$$\alpha_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (3.20)$$

$$\beta_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (3.21)$$

As restrições (3.19) referem-se as restrições de separação e as restrições (3.20) e (3.21) referem-se ao domínio das variáveis de decisão. Na [Seção A.2](#) encontra-se a formulação completa da F2.

3.2.3 Formulação matemática de [Faye \(2015\)](#) (F3)

Em [Faye \(2015\)](#) foi apresentada uma formulação para o ALP com múltiplas pistas, ligeiramente diferente da F1. A F3 é dada pela função objetivo (3.1) sujeita as restrições em comum (3.2), (3.3), (3.5), (3.10), (3.11) e (3.12) com as restrições em (3.22) a (3.27). [Faye \(2015\)](#) calculou a quantidade de tempo de adiantamento e atraso (α_a e β_a) diretamente na função objetivo, já substituindo os valores sendo $(T_a - x_a)$ e $(x_a - T_a)$, respectivamente. Além disso, a variável de decisão $\delta_{aa'}$ foi substituída pelas variáveis $\delta_{aa'}^1$ e $\delta_{aa'}^2$ que consideram, respectivamente, o uso da mesma pista e de pistas diferentes.

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} + (1 - \delta_{aa'}^1)(-S_{aa'} - L_a + E_{a'}), \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (3.22)$$

$$x_{a'} \geq x_a + s_{aa'} + (1 - \delta_{aa'}^2)(-s_{aa'} - L_a + E_{a'}), \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (3.23)$$

$$\delta_{aa'}^1 + \delta_{a'a}^1 = z_{aa'}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (3.24)$$

$$\delta_{aa'}^2 + \delta_{a'a}^2 = 1 - z_{aa'}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (3.25)$$

$$\delta_{aa'}^1 \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (3.26)$$

$$\delta_{aa'}^2 \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (3.27)$$

As restrições em (3.22) e (3.23) referem-se às restrições de separação para a mesma pista e para pistas diferentes, respectivamente. As restrições em (3.24) estão relacionadas com as restrições em (3.22), se a aeronave a está na mesma pista que a aeronave a' , $z_{aa'} = 1$ ativa a restrição e se $z_{aa'} = 0$ desativa. O mesmo vale para as restrições em (3.25), relacionadas com as restrições em (3.23) para pistas diferentes. Por fim, as restrições de (3.26) e (3.27) representam os domínios das variáveis de decisão. Na [Seção A.3](#) apresenta-se a formulação completa da F3.

3.2.4 Formulação matemática de Ikli et al. (2020) (F4)

Em Ikli et al. (2020) foi proposta uma formulação para o ALP considerando múltiplas pistas e restrições CPS. A F4 é representada pela função objetivo (3.1), sujeita às restrições em comum (3.2), (3.3), (3.4), (3.6), (3.9), (3.11), (3.12), (3.13) e (3.14), com as restrições em (3.28) a (3.34). É possível observar que, nesta formulação, a variável de decisão $z_{aa'}$ não é utilizada e sim, a variável $\delta_{aa'r}$, já considerando a pista $r \in R$.

$$\sum_{r \in R} (\delta_{aa'r} + \delta_{a'ar}) \leq 1 \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (3.28)$$

$$\delta_{aa'r} + \delta_{a'ar} \geq y_{ar} + y_{a'r} - 1 \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (3.29)$$

$$2(\delta_{aa'r} + \delta_{a'ar}) \leq y_{ar} + y_{a'r} \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (3.30)$$

$$x_{a'} \geq x_a - M(1 - \delta_{aa'}) \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (3.31)$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} - M(1 - \delta_{aa'r}) \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a', \forall r \in R \quad (3.32)$$

$$a - m \leq |A| + \sum_{a \in A, a' \neq a} \delta_{aa'} \leq a + m \quad \forall a \in A \quad (3.33)$$

$$\delta_{aa'r} \in \{0, 1\} \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a', \forall r \in R \quad (3.34)$$

As restrições em (3.28) fortalecem as ordens de precedência das aeronaves na pista e as restrições em (3.29) e (3.30) relacionam as variáveis $\delta_{aa'r}$ e y_{ar} . As restrições de separação em (3.31) estão relacionadas a ordem de tempo de pouso das aeronaves. As restrições de separação em (3.32) garantem que o tempo de separação das aeronaves seja respeitado no pouso em uma mesma pista. As restrições em (3.33) são as relacionadas ao CPS e as restrições de domínios das variáveis em (3.34). Na [Seção A.4](#) apresenta-se a formulação completa da F4.

A F4 não é diretamente comparável com as outras formulações, mesmo utilizando a mesma função objetivo, por possuir restrições CPS. Estas restrições limitam o número de mudanças na posição inicial de pouso de cada aeronave, ou seja, um menor desvio do sequenciamento inicial, diminuindo o espaço de soluções possíveis. Assim, para as devidas comparações com as formulações F1, F2, F3 e F5, modifica-se a F4. A F4a possui o relaxamento das restrições CPS, usando $m = |A| - 1$. Dessa forma, cada aeronave pode deslocar todas as possibilidades da sua posição inicial. Já na F4b retira-se as restrições CPS. Isso permite uma comparação mais justa destas formulações (F4a e F4b) com as demais, que não utilizam restrições CPS e que consideram as restrições de separação de uma forma diferente.

3.2.5 Formulação matemática baseada em Job Shop (F5)

A formulação matemática proposta neste trabalho é baseada na formulação para *Job Shop* de Manne (1960). Trabalhos como Bianco, Dell'Olmo e Giordani (2006) e Bencheikh *et al.* (2009) também formularam o ALP utilizando *Job Shop*. Bianco, Dell'Olmo e Giordani (2006) propuseram a formulação levando em consideração as configurações das pistas e restrições operacionais como separação longitudinais e diagonais em espaços aéreos específicos. Já Bencheikh *et al.* (2009) apresentaram uma formulação baseada em uma representação gráfica para mostrar a relação do ALP com o *Job Shop*.

O *Job Shop* geralmente consiste em ordenar um conjunto de tarefas a serem realizadas por um conjunto de máquinas. Cada máquina pode processar apenas uma tarefa por vez, as tarefas têm rotas distintas nas máquinas e todas as máquinas podem iniciar e terminar as tarefas, do mesmo modo que no ALP quando as aeronaves pousam exclusivamente em uma pista e qualquer uma pode iniciar ou terminar a rota. Assim, as tarefas são as aeronaves e as máquinas as pistas disponíveis para pouso com objetivo de atribuir e sequenciar as rotas.

A F5 é dada pela função objetivo (3.1), sujeita às restrições em comum (3.2), (3.3), (3.6), (3.7), (3.8), (3.11), (3.12), (3.13) e (3.14), com as restrições em (3.35) a (3.37).

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} - M(1 - y_{ar}) - M(1 - y_{a'r}) - M(1 - \delta_{aa'r}), \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, r \in R \quad (3.35)$$

$$x_a \geq x_{a'} + S_{a'a} - M(1 - y_{ar}) - M(1 - y_{a'r}) - M\delta_{aa'r}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, r \in R \quad (3.36)$$

$$\delta_{aa'r} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (3.37)$$

As restrições em (3.35) e (3.36) são as de separação em relação as aeronaves a e a' . Em (3.35) a aeronave a' só poderá pousar após a aeronave a considerando o tempo de separação entre elas, se pousarem na mesma pista r ($y_{ar} = y_{a'r} = 1$) e a' pousar após a na pista r ($\delta_{aa'r} = 1$). Na restrição (3.36) representa o mesmo considerando que a aeronave a pousa após a aeronave a' na mesma pista e a' não pousar após a na pista r ($\delta_{aa'r} = 0$). Em (3.37), as restrições de domínio das variáveis de decisão são representadas. Na Seção A.5 encontra-se a formulação completa da F5.

A Tabela 5 apresenta-se um resumo das principais diferenças das formulações matemáticas, considerando número de índices das variáveis de decisão, diferença na abordagem das restrições de separação e observações gerais.

Tabela 5 – Principais diferenças das formulações matemáticas.

Formulações Matemáticas	Variáveis de Decisão	Restrições de Separação	Observações
F1	Um e dois índices	Três conjuntos de restrições considerando mesma pista e pistas diferentes no mesmo conjunto	Formulação Clássica Três conjuntos distintos de pares de voos
F2	Um e dois índices	Um conjunto de restrições considerando mesma pista e pistas diferentes no mesmo conjunto	Simplificação da F1
F3	Um e dois índices	Dois conjuntos de restrições considerando mesma pista e pistas diferentes em conjuntos distintos	Baseada na F1
F4	Um, dois e três índices	Dois conjuntos de restrições e não considerando que exista tempo de separação entre as aeronaves em pistas diferentes (s_{ad})	Restrições CPS
F5	Um, dois e três índices	Dois conjuntos de restrições e não considerando que exista tempo de separação entre as aeronaves em pistas diferentes (s_{ad})	Formulação baseada em Job Shop

Fonte: Elaborada pela autora.

Considerando $|A|$ o número de aeronaves e $|R|$ a quantidade de pistas disponíveis para pouso, na Tabela 6 encontra-se o número total das variáveis de decisão contínuas, binárias e das restrições para cada formulação. O número total de restrições exclui os limites das variáveis de decisão.

Tabela 6 – Relação do número total das variáveis de decisão e das restrições de cada formulação.

Formulações	Var. Contínuas	Var. Binárias	Restrições
F1	$3 A $	$[2 A (A - 1) + A R]$	$[4 A + (4 + R) A (A - 1)/2]$
F2	$3 A $	$[2 A (A - 1) + A R]$	$[4 A + (2 + R) A (A - 1)]$
F3	$ A $	$[3 A (A - 1) + A R]$	$[A + (R + 2) A (A - 1)/2 + 2 A (A - 1)]$
F4	$3 A $	$[A (A - 1) + A R + A R (A - 1)]$	$[3 A + (1 + R) 2A (A - 1)]$
F4a	$3 A $	$[A (A - 1) + A R + A R (A - 1)]$	$[3 A + (1 + R) 2A (A - 1)]$
F4b	$3 A $	$[A (A - 1) + A R + A R (A - 1)]$	$[2 A + (1 + R) 2A (A - 1)]$
F5	$3 A $	$[A R + A R (A - 1)]$	$[4 A + A R (A - 1)]$

Fonte: Elaborada pela autora.

3.3 Comparação das Formulações Matemáticas

As formulações matemáticas foram implementadas em *Python 3* utilizando o pacote de otimização *Gurobi Optimizer* versão 9.0.1, na forma padrão. O código da formulação baseada em *Job Shop* (F5) está disponível no Apêndice B. Os testes computacionais foram realizados em um computador com processador Intel Core i7-7500U de 2,70 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Linux Ubuntu 16.04 LTS. Como critério de parada foram atribuídos para cada instância 3.600 segundos como tempo limite total para a execução.

Os testes computacionais consideraram um conjunto com 13 instâncias¹ de Beasley (1990) com o número de aeronaves (A) variando de 10 a 500. O número de pistas R foi atribuído até o valor da função objetivo ser igual a zero, ou seja, não tendo atraso nem adiantamento nos voos, totalizando 49 instâncias. Além disso, cada instância possui o primeiro tempo de pouso (E_a), o tempo ideal (T_a), o último tempo de pouso (L_a) e as penalidades de custo (g_a e h_a) para

¹ <<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/airlandinfo.html>>

cada aeronave a e o tempo mínimo de separação ($S_{aa'}$) entre as aeronaves a e a' . O tempo de separação ($s_{aa'}$) entre as aeronaves em pistas diferentes foi considerado como zero, conforme encontrado na literatura. O valor para M sendo o menor valor possível igual a $L_a + S_{aa'} - E_{a'}$ e $m = 3$ na F4, permitindo que cada aeronave só desvie três posições da sua posição inicial.

Na [Tabela 7](#) contém o resumo dos resultados dos testes obtidos em 3.600 segundos para todas as formulações analisadas neste trabalho. Para mais detalhes, encontra-se no [Apêndice C](#) os resultados completos para cada formulação dispostos em tabelas.

Tabela 7 – Comparação geral entre as formulações matemáticas.

Formulações Matemáticas	Soluções Ótimas	Soluções Viáveis	Tempo Médio(s)	GAP(%) Médio	GAP(%) Mínimo	GAP(%) Máximo
Formulações Matemáticas Comparáveis						
F1	41	8	615,48	5,44	10,52	52,53
F2	39	10	735,98	8,20	25,56	59,56
F3	41	8	613,71	4,76	3,63	51,20
F4a	34	14	1.116,74	18,63	28,16	100,00
F4b	34	14	1.044,87	19,85	28,11	100,00
F5	40	9	693,95	8,02	19,17	73,32
Formulação Matemática não comparável						
F4	17	31	2.523,92	27,31	3,30	100,00

Fonte: Elaborada pela autora.

A F4 não é comparável diretamente com as demais pelas restrições CPS, por este motivo os resultados separados. Entre as formulações comparáveis, a F1 e a F3 encontraram o maior número de soluções ótimas (41 instâncias), ou seja, GAP igual a 0,00%. A F5 encontra apenas uma instância a menos (40 instâncias) em número de soluções ótimas. O GAP percentual médio, a variação dos GAPs e o tempo médio em segundos de execução da F3 foram os menores em relação as demais.

Na [Tabela 8](#) encontra-se a diferença percentual do valor da solução encontrado das formulações comparáveis analisadas. Para cada formulação, considerando f como o valor da solução e Melhor Solução como o menor valor da solução entre todas as formulações, a diferença percentual foi calculada sendo:

$$\text{Diferença}(\%) = \frac{f(F_i) - f(\text{Melhor Solução})}{f(F_i)} \times 100, \quad i = F1, F2, F3, F4a, F4b \text{ e } F5 \quad (3.38)$$

A média percentual da F3 e F5 foram as menores comparadas com as demais formulações, sendo 0,04% e 0,08%, respectivamente. Além disso, a F3 só não encontra a melhor solução em três instâncias e a F5 em quatro instâncias das 49 analisadas. As formulações F4a e F4b não encontraram solução para uma instância com 500 aeronaves e 2 pistas disponíveis (Airland13-2).

Visto as observações feitas anteriormente e os resultados apresentados na [Tabela 7](#) e na [Tabela 8](#), F1, F3 e F5 mostraram superioridade as demais formulações comparáveis neste estudo. Afim de realizar uma análise de desempenho aprimorada, autores como [Dolan e Moré \(2002\)](#) propuseram uma ferramenta conhecida como perfis de desempenho (em inglês, *Performance*

Tabela 8 – Diferença percentual entre as formulações matemáticas comparáveis.

Instâncias	A	R	Melhor Solução	F1	F2	F3	F4a	F4b	F5
Airland1	10	1	700,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	90,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland2	15	1	1.480,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	210,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland3	20	1	820,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	60,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland4	20	1	2.520,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	640,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	130,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland5	20	1	3.100,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	650,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	170,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	554,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		2	135,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland9	100	1	5.611,70	0,12	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
		2	444,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	75,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland10	150	1	12.640,42	0,63	2,95	0,00	1,22	1,22	1,41
		2	1.143,70	0,00	0,00	0,00	1,17	1,52	0,00
		3	205,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,36	0,00
		4	34,22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland11	200	1	12.462,18	2,59	0,00	1,65	0,38	0,38	1,52
		2	1.330,91	0,00	0,00	0,00	17,33	16,06	0,00
		3	253,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		4	54,53	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland12	250	1	16.629,10	1,58	1,37	0,34	2,78	1,30	0,00
		2	1.695,62	0,00	0,19	0,00	12,87	23,69	0,00
		3	221,97	0,00	0,00	0,00	26,95	26,95	0,00
		4	2,44	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland13	500	1	39.287,52	3,10	2,12	0,00	0,55	10,24	0,58
		2	3.923,30	0,40	1,28	0,00	-	-	0,52
		3	673,85	0,00	1,20	0,00	38,43	58,38	0,00
		4	89,95	0,00	0,00	0,00	33,20	33,20	0,00
		5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Média:				0,17	0,19	0,04	2,81	3,61	0,08
Diferença > 0,00%				6	7	3	10	11	4

Fonte: Elaborada pela autora.

Profiles) para facilitar a visualização e interpretação dos resultados obtidos em experimentos computacionais por diversas abordagens. Para as devidas análises, P é o conjunto de 49 instâncias, S são as quantidades de formulações analisadas e t é a métrica de avaliação. Assim, a qualidade da solução r_{ps} é calculada em (Equação 3.39),

$$r_{ps} = \frac{t_{ps}}{\min\{t_{ps} : s \in S\}} \quad (3.39)$$

ou seja, a solução obtida por cada formulação dividida pelo mínimo valor da solução entre as formulações. Nesta equação, t_{ps} é o valor da solução pela formulação em S para resolver a instância p .

Sendo Np o número total de instâncias, a probabilidade $P_s(\tau)$ de que cada formulação seja igual ou melhor a τ é dada por:

$$P_s(\tau) = \frac{|P \in P : r_{ps} \leq \tau|}{Np} \quad (3.40)$$

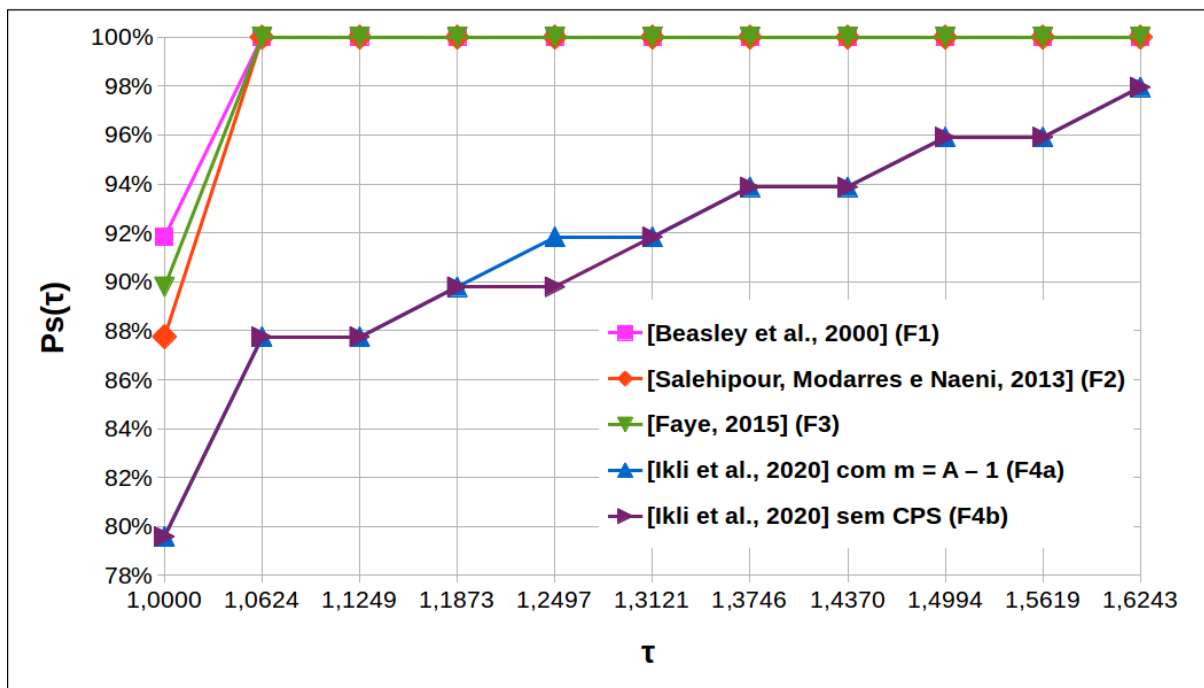
A Figura 3 apresenta o desempenho das formulações da literatura (F1, F2, F3, F4a e F4b), considerando o valor da função objetivo e S valendo 5. O $\tau = 1,0000$ representa a porcentagem de instâncias que a formulação em S fornece a melhor/menor solução. Assim, observa-se que, em relação a função objetivo, a formulação F1 possui 91,84% destas soluções em $\tau = 1,0000$. Isso significa que esta formulação apresentou melhor solução em 45 das 49 instâncias comparadas com as demais formulações. As formulações de F2 e F3 possuem aproximadamente 88,00% e 90,00% dessas soluções, respectivamente, já as variações F4a e F4b conseguem quase 80,00% das melhores soluções nas instâncias.

Conclui-se que as formulações F1 e F3 são competitivas e demonstraram bons resultados computacionais. A formulação F1 se destacou por possuir a maior quantidade de menores soluções encontradas (91,84%), quando comparada com as demais formulações, já que o problema de pouso de aeronaves tem como objetivo minimizar o atraso e o adiantamento dos pousos. Já a formulação F3 destacou-se por apresentar o maior número de soluções ótimas, além de tempo médio e GAP médio percentual menores.

A Figura 4 apresenta o desempenho das formulações F1, F2, F3 (as formulações da literatura que apresentaram superioridade) e a proposta (F5) considerando o valor da função objetivo, com $S = 4$. Observa-se que, em relação a função objetivo, as formulações F3 e F5 apresentaram aproximadamente 94% destas soluções em $\tau = 1,0000$. Isso significa que estas formulações apresentaram melhor solução em 46 das 49 instâncias comparadas com a F1 e a F2. As formulações de F1 e F2 possuem, aproximadamente, 88% dessas soluções. Além disso, a F3 conseguiu convergir mais rápido para a probabilidade ($P_s(\tau)$) de 100%. Em seguida, a F5 convergiu em $\tau = 1,0160$, depois F2 em $\tau = 1,0256$ e F1 só no último τ .

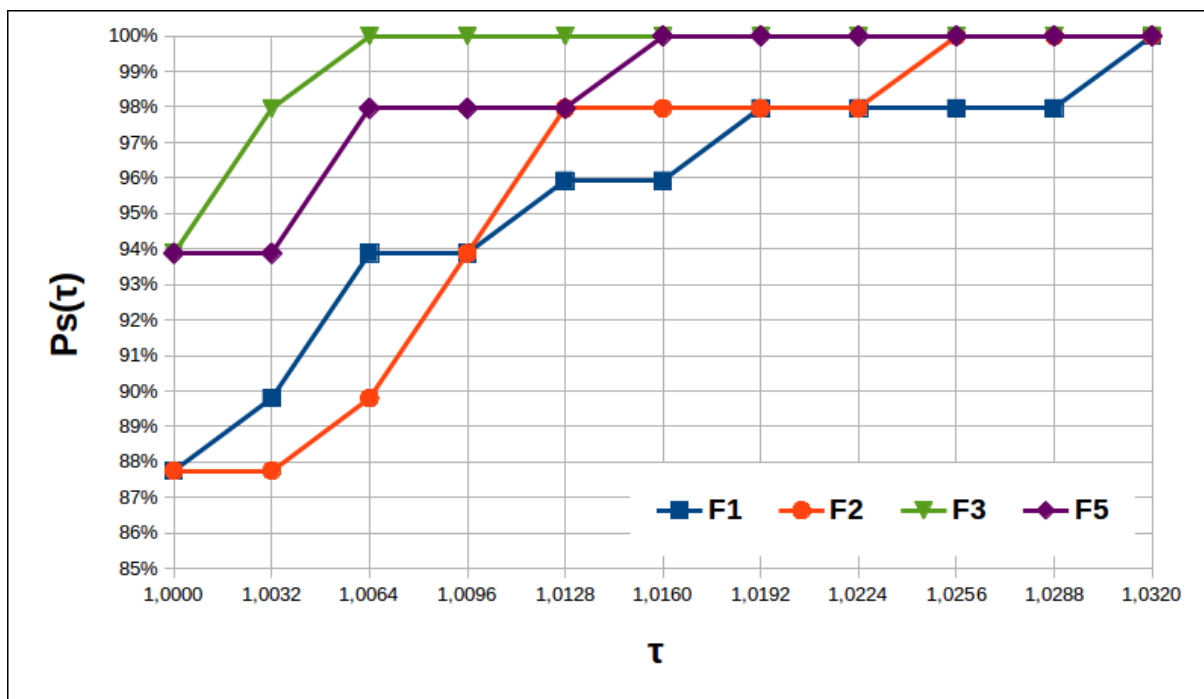
As formulações F3 e F5 foram as com melhor desempenho em relação aos valores apresentados pela função objetivo. As formulações F3 e F5 se destacaram por apontar a maior

Figura 3 – Desempenho das formulações matemáticas da literatura (F1, F2, F3, F4a e F4b) considerando o valor da função objetivo.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4 – Desempenho das formulações matemáticas F1, F3 e F5 considerando o valor da função objetivo.



Fonte: Elaborada pela autora.

quantidade de menores soluções encontradas (94%), quando comparadas com a F1 e a F2. A F3 apresentou o maior número de soluções ótimas, com tempo médio e GAP médio percentual menores. Destacando também que F3 e F5 apresentaram apenas três e quatro instâncias, respectivamente, com valores maiores ao melhor valor da solução comparado com as demais formulações analisadas. A F3 apresentou a menor diferença média percentual (0,04%) e a F5 a segunda menor valendo 0,08%. Por fim, conclui-se que a F5, formulação proposta neste trabalho, se mostrou competitiva em relação as formulações analisadas.

3.3.1 Representação e análise da solução

Considerando a instância Airland1, apresenta-se a representação e análise da solução variando o número de pistas até todas as aeronaves pousarem no tempo ideal. Esta instância com 10 aeronaves, precisou de três pistas para isso. Na Tabela 9 os dados da janela do tempo de cada aeronave a são apresentados, sendo E_a o primeiro tempo de pouso, T_a o tempo ideal de pouso e L_a o último tempo de pouso e as penalidades de custo g_a e h_a . Na Tabela 10 encontra-se os tempos de separação $S_{aa'}$ entre a aeronave a e a' . Lembrando que $s_{aa'}$ foi considerado igual a zero, ou seja, não existe tempo de separação entre as aeronaves a e a' em pistas diferentes.

Tabela 9 – Janela do tempo para a aeronave a da instância Airland1.

Aeronave (a)	E_a	T_a	L_a	g_a	h_a
1	129	155	559	10,00	10,00
2	195	258	744	10,00	10,00
3	89	98	510	30,00	30,00
4	96	106	521	30,00	30,00
5	110	123	555	30,00	30,00
6	120	135	576	30,00	30,00
7	124	138	577	30,00	30,00
8	126	140	573	30,00	30,00
9	135	150	591	30,00	30,00
10	160	180	657	30,00	30,00

Fonte: Elaborada pela autora.

Na Tabela 11 observa-se a sequência de pouso ótima para a instância em questão com 1, 2 e 3 pistas disponíveis para pouso, respectivamente, o tempo de pouso da aeronave a (x_a), a quantidade de tempo que cada aeronave pousou antes ou depois do tempo ideal (Quant. desvio) e a penalidade de custo ao pousar fora deste tempo.

Na Airland1 com uma pista, cinco aeronaves pousam fora do seu tempo ideal T_a ($a = 1, 5, 6, 7, 8$). A primeira aeronave a pousar foi a $a = 3$ no seu tempo ideal e logo após a $a = 4$, como o tempo de separação entre as duas S_{34} é igual a 8, a segunda aeronave não poderia pousar antes do tempo 106, sendo o seu tempo ideal. As próximas aeronaves a pousar $a = 5$ e $a = 6$ poderiam pousar também no seu tempo ideal, 123 e 135, respectivamente, mas a partir disso a

Tabela 10 – Tempo de separação $S_{aa'}$ entre as aeronaves a e a' da instância Airland1.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	3	15	15	15	15	15	15	15	15
2	3	-	15	15	15	15	15	15	15	15
3	15	15	-	8	8	8	8	8	8	8
4	15	15	8	-	8	8	8	8	8	8
5	15	15	8	8	-	8	8	8	8	8
6	15	15	8	8	8	-	8	8	8	8
7	15	15	8	8	8	8	-	8	8	8
8	15	15	8	8	8	8	8	-	8	8
9	15	15	8	8	8	8	8	8	-	8
10	15	15	8	8	8	8	8	8	8	-

Fonte: Elaborada pela autora.

aeronave $a = 7$ não poderia pousar antes do tempo 143, gerando 5 unidades de tempo de atraso. Evidenciando que se as aeronaves $a = 6$ e $a = 7$ pousarem em pistas diferentes, poderia ser interessante para reduzir os custos. A sequência da Airland1 com duas pistas, faz exatamente isto. Fazer com que as aeronaves $a = 6$ e $a = 7$ pousem em pistas diferentes, a redução foi de cinco aeronaves que pousaram fora do tempo ideal, para apenas uma aeronave. Esta redução fez com que o valor da função objetivo diminuísse quase 8 vezes de 700,00 para 90,00 de custo. O mesmo interesse acontece para as aeronaves $a = 1$ e $a = 9$. Por fim, conclui-se que o número de pistas ideal para esta instância foi de três pistas para todas as aeronaves disponíveis pousarem no seu tempo ideal.

3.4 Estudo de caso - Aeroporto Internacional de São Paulo

O Aeroporto Internacional de São Paulo (GRU) foi inaugurado em 20 de janeiro de 1985 e é considerado a anos o maior aeroporto do Brasil e o mais movimentado da América do Sul. O GRU concentra voos internacionais e nacionais e em 2019 recebeu mais de 43 milhões de passageiros no total e quase 292 mil aeronaves realizaram pousos e decolagens.² Atualmente, o GRU possui duas pistas, uma para pouso (3.700 m x 45 m) e outra para decolagem (3.000 m x 45 m) sendo permitido realizar operações simultâneas desde 06 de dezembro de 2018. Estas operações podem ser realizadas quando as condições meteorológicas são favoráveis, com o objetivo de melhorar o fluxo das aeronaves³.

Analisando os dados de movimentação aeroportuária de GRU⁴, Figura 5, dos anos de

² <<https://www.gru.com.br/pt/RelatorioOperacional/2019-12.pdf>> Acesso em: 08 de fevereiro de 2022.

³ <<https://bit.ly/3PAqPIy>> Acesso em: 08 de fevereiro de 2022.

⁴ <<https://www.gru.com.br/pt/institucional/informacoes-operacionais/movimentacao-aeroportuaria>> Acesso em: 15 de junho de 2022.

Tabela 11 – Representação da solução para a instância Airland1 variando o número de pistas disponíveis de 1 a 3.

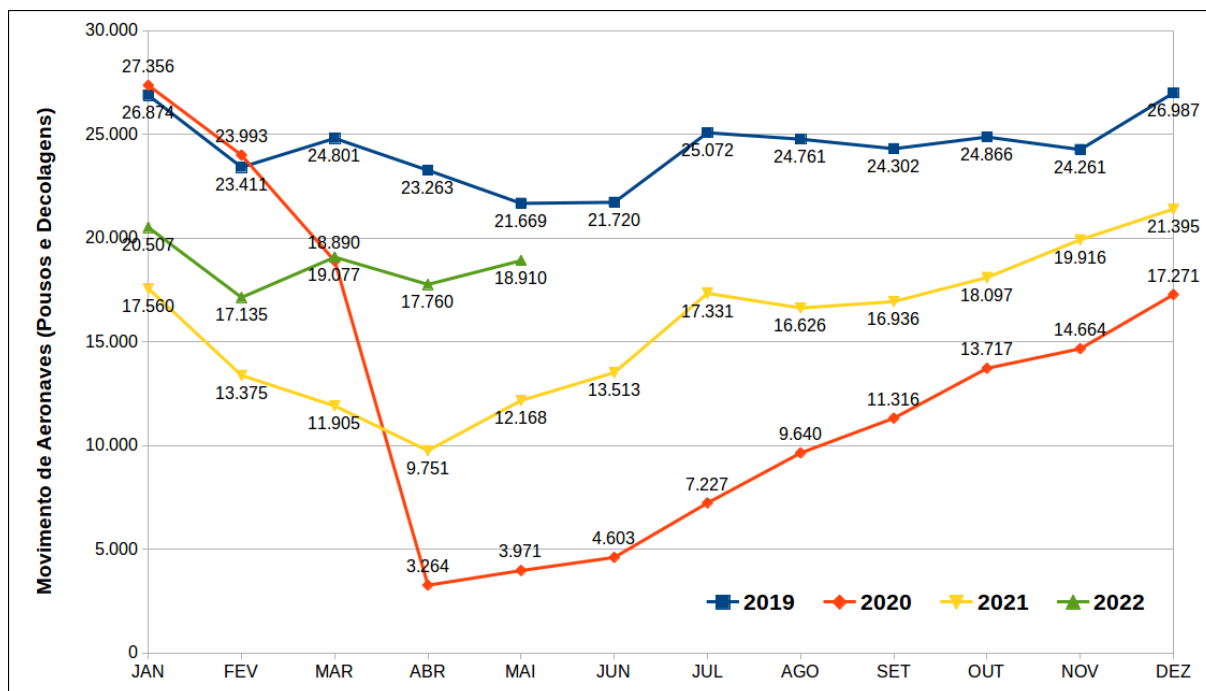
Instância	R	Sequência	x_a	Quant. desvio	Penalidade	
Airland1	1	3	98	0	0,00	
		4	106	0	0,00	
		5	118	5	150,00	
		6	126	9	270,00	
		7	134	4	120,00	
		8	142	2	60,00	
		9	150	0	0,00	
		1	165	10	100,00	
		10	180	0	0,00	
		2	258	0	0,00	
Valor da Função Objetivo					700,00	
Instância	R	Sequência	x_a	Quant. desvio	Penalidade	
Airland1	1	7	138	0	0,00	
		9	150	0	0,00	
		2	258	0	0,00	
	2	3	98	0	0,00	
		4	106	0	0,00	
		5	123	0	0,00	
		6	132	3	90,00	
		8	140	0	0,00	
		1	155	0	0,00	
		10	180	0	0,00	
		Valor da Função Objetivo				
	Instância	R	Sequência	x_a	Quant. desvio	Penalidade
	Airland1	1	7	138	0	0,00
			1	155	0	0,00
2		3	98	0	0,00	
		4	106	0	0,00	
		5	123	0	0,00	
		8	140	0	0,00	
		9	150	0	0,00	
		10	180	0	0,00	
		2	258	0	0,00	
3		6	135	0	0,00	
Valor da Função Objetivo					0,00	

Fonte: Elaborada pela autora.

2019, 2020, 2021 e parte de 2022 foi possível ver o impacto da pandemia do COVID-19. A queda da movimentação no GRU foi bem clara, a partir de abril de 2020, sendo o início da pandemia. O aeroporto que antes recebia 23.263 aeronaves entre pousos e decolagens em abril de 2019, passa a receber 3.264 em abril de 2020, apresentando uma redução de quase 86% da movimentação. Observa-se, também, através dos dados de 2022 até o momento, que a quantidade

de pousos e decolagens veem em uma tendência de aumento e uma possível volta ao que era antes da pandemia.

Figura 5 – Movimentação de aeronaves (pousos e decolagens) no Aeroporto Internacional de São Paulo (GRU) durante os anos de 2019, 2020, 2021 e 2022 até o momento.



Fonte: Elaborada pela autora.

Mesmo em contexto pandêmico, a demanda dos aeroportos brasileiros podem crescer cerca de 6,14% ao ano, em um cenário otimista, e 3,35% ao ano, em um cenário conservador, até 2037 por ser um meio de transporte que facilita a mobilidade das pessoas e redução de tempos de viagem⁵. Em GRU, existe uma estimativa que o prazo de atingir o limite da capacidade de movimentação das aeronaves é em 2022 ou realizando uma reorganização do fluxo aéreo em 2028. Além disso, existe uma proposta para construção de uma terceira pista, não sendo uma alternativa viável devido aos custos apresentados serem em torno de 500 milhões de reais⁶. Todas estas análises, enfatiza a importância de um bom gerenciamento de fluxo do tráfego aéreo e dos estudos que envolvem a otimização das pistas dos aeroportos, de forma geral.

A partir disso, foram geradas 17 instâncias com dados reais baseados no dia 12 de janeiro de 2020, por anteceder a pandemia do COVID-19, com fluxo de pousos normais no GRU, retirados do site da Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC)⁷, para testes computacionais com a F5. Neste dia, 396 aeronaves pousaram durante as 24 horas. As instâncias variaram de

⁵ <<https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/dados-de-transportes/sistema-de-transportes/aviacao-20-anos>> Acesso em: 08 de fevereiro de 2022.

⁶ <<https://bit.ly/3Bgm3Mb>> Acesso em: 08 de fevereiro de 2022.

⁷ <https://www.gov.br/anac/pt-br/assuntos/dados-e-estatisticas/percentuais-de-atrasos-e-cancelamentos-2/2019/vra_012019.csv> Acesso em: 08 de fevereiro de 2022.

15 a 32 aeronaves disponíveis para pouso em uma pista, sendo agrupadas de acordo com os seus horários previstos de chegada. Esta quantidade de aeronaves ficou dentro da declaração de capacidade de infraestrutura aeroportuária temporada W19 (27/10/2019 a 28/03/2020)⁸. A capacidade da pista neste período foi de 57 pousos e decolagens, divididos pela regra da partição de operações que permite 32 pousos e 25 decolagens ou 25 pousos e 32 decolagens, por este motivo as instâncias foram limitadas a 32 aeronaves. As aeronaves foram agrupados de acordo com os seus horários previstos de chegada, sendo:

- ins0004: aeronaves previstas para pousar de 00:00 às 04:59;
- ins05: aeronaves previstas para pousar de 05:00 às 05:59;
- ins06: aeronaves previstas para pousar de 06:00 às 06:59;
- ins07: aeronaves previstas para pousar de 07:00 às 07:59;
- ins08: aeronaves previstas para pousar de 08:00 às 08:59;
- ins0910: aeronaves previstas para pousar de 09:00 às 10:59;
- ins11: aeronaves previstas para pousar de 11:00 às 11:59;
- ins1213: aeronaves previstas para pousar de 12:00 às 13:59;
- ins14: aeronaves previstas para pousar de 14:00 às 14:59;
- ins15: aeronaves previstas para pousar de 15:00 às 15:59;
- ins16: aeronaves previstas para pousar de 16:00 às 16:59;
- ins17: aeronaves previstas para pousar de 17:00 às 17:59;
- ins18: aeronaves previstas para pousar de 18:00 às 18:59;
- ins19: aeronaves previstas para pousar de 19:00 às 19:59;
- ins20: aeronaves previstas para pousar de 20:00 às 20:59;
- ins21: aeronaves previstas para pousar de 21:00 às 21:59;
- ins2223: aeronaves previstas para pousar de 22:00 às 23:59;

Os agrupamentos das aeronaves foram feitos no intervalo de uma hora, exceto as instâncias ins0004, ins0910, ins1213 e ins2223. Estas instâncias e seus respectivos horários, tiveram menos aeronaves disponíveis para pouso, por isso assumem janelas de tempo maiores.

⁸ <<https://www.gru.com.br/pt/SBGR/W19.pdf>> Acesso em: 08 de fevereiro de 2022.

A janela do tempo de cada aeronave foi de 10 minutos antes e 10 minutos depois do tempo ideal de pouso, por ser a média de tempo de adiantamentos e atrasos no dia analisado. Os tempos de separação foram considerados como sendo um minuto, pois analisando os dados reais o aeroporto realizou pousos no mesmo horário. Portanto, por não ser informado os segundos, considera-se este mínimo de separação. As penalidades de custo foram assumidas também como sendo um, tanto para atraso e tanto para adiantamento, com intuito de verificar a quantidade de minutos de desvio do tempo ideal de pouso por instância. No [Apêndice D](#) disponibiliza-se estas instâncias.

Na [Tabela 12](#) encontram os resultados computacionais obtidos com as instâncias, no qual A como o número de aeronaves em cada, o valor da solução com a FCFS adotada pelo aeroporto, o valor da solução com a F5 e a porcentagem de melhoria em relação a FCFS, que foi calculada, como:

$$\text{Melhoria}(\%) = \frac{f(\text{FCFS}) - f(\text{F5})}{f(\text{FCFS})} \times 100 \quad (3.41)$$

Tabela 12 – Melhoria percentual da regra FCFS com a F5 com instâncias baseadas em dados reais de GRU.

Instâncias	A	FCFS	F5		Melhoria (%)
		Valor da Solução	Valor da Solução	Tempo (s)	
ins0004	23	213,00	4,00	0,01	98,12
ins05	25	142,00	15,00	0,94	89,44
ins06	27	828,00	16,00	1,09	98,07
ins07	18	122,00	7,00	0,02	94,26
ins08	23	266,00	12,00	0,11	95,49
ins0910	29	250,00	15,00	0,05	94,00
ins11	16	98,00	5,00	0,01	94,90
ins1213	30	231,00	11,00	0,05	95,24
ins14	15	143,00	6,00	0,02	95,80
ins15	19	122,00	10,00	0,06	91,80
ins16	19	128,00	10,00	0,04	92,19
ins17	18	264,00	7,00	0,02	97,35
ins18	20	100,00	9,00	0,03	91,00
ins19	31	332,00	26,00	7,19	92,17
ins20	26	91,00	16,00	0,65	82,42
ins21	25	354,00	14,00	0,10	96,05
ins2223	32	195,00	15,00	0,05	92,31
Média:				0,61	93,56

Fonte: Elaborada pela autora.

Analisando os valores da solução da FCFS e da F5, a diferença na minimização de atraso e/ou adiantamento são notavelmente diferentes. A F5 foi capaz de encontrar melhores

sequências em todas as instâncias. O maior valor da F5 foi de 26 minutos enquanto da FCFS foi de 828 minutos na ins06⁹. A melhoria percentual foi de 93,56% em relação a FCFS, observando que a menor foi de 82,42% na ins20 e o maior de 98,12% na ins0004. O tempo de execução da F5 foi, em média, de 0,61 segundos, apresentando um tempo muito pequeno para obter as soluções ótimas. Por ser tratar de dados reais e possuir incertezas que não foram analisadas, a diferença em atrasos e adiantamentos se torna bastante expressiva. Não deixando de validar a necessidade de utilizar métodos de otimização no gerenciamento de fluxo do tráfego aéreo e usar como ferramenta de apoio a decisão para os controladores de tráfego aéreo, principalmente em instâncias com pequenos números de aeronaves disponíveis. A utilização destes métodos buscam não gerar grandes desvios de pouso do tempo ideal que conseqüentemente, se torna prejuízo para os aeroportos.

⁹ Nesta instância específica, observa-se uma aeronave com atraso excessivo justificando o valor maior da solução.

APLICAÇÃO DA *MATHEURISTIC*

Neste capítulo, apresenta-se *matheuristics* para solução das instâncias com número de aeronaves maiores ou iguais a 100 que não encontraram a solução ótima pela formulação baseada em *Job Shop*. As *matheuristics* são métodos eficazes para lidar com Problemas de Atribuição Generalizada (do inglês, *Generalized Assignment Problem*) e problemas NP-difíceis (MANIEZZO; BOSCHETTI; STÜTZLE, 2021). Com o aumento das aeronaves disponíveis para pouso, um maior esforço computacional é exigido. Assim, aplicar *matheuristics* gera uma melhor solução com menor tempo computacional.

Primeiramente, a solução inicial foi obtida utilizando a heurística RF e, também, a primeira solução factível do *Gurobi*. Após, foi aplicado um procedimento de melhoria baseado em decomposição das variáveis binárias (FO) e o *Gurobi* resolve os problemas inteiros menores. O [Algoritmo 1](#) apresenta o pseudocódigo do método de resolução proposto. Os resultados são apresentados e discutidos com trabalhos da literatura e com a regra FCFS. Estas *matheuristics* juntamente com os seus resultados foram submetidos para um periódico internacional.

4.1 Obtendo uma solução inicial

A heurística RF foi utilizada para reduzir a complexidade do problema quando se aumenta o número de aeronaves significativamente e gerar uma solução inicial para o ALP. Em resumo, a RF otimiza o problema com diferentes variáveis fixas, binárias e relaxadas em cada iteração, até encontrar uma solução final. Segundo Farhadi (2016), explorar a relaxação linear de problemas NP-difíceis possui um custo computacional baixo para obter soluções viáveis para estes problemas. Sendo uma estratégia comum para encontrar limitantes superiores, relaxando o domínio das variáveis binárias ou inteiras.

Neste trabalho, na RF os conjuntos de variáveis binárias Q de um MIP são particionadas em D conjuntos distintos Q_1, \dots, Q_D . As variáveis relacionadas com Q são relaxadas.

O número de iterações é definido pelo valor de D . Na iteração $d = 1$, o subproblema MIP^1 possui todas as variáveis relacionadas a Q_1 mantidas no seu domínio original e o *Gurobi* resolve este subproblema. Nas próximas iterações $d = 2, \dots, D$, o subproblema MIP^d relacionado as variáveis Q_d são mantidas no seu domínio original e as variáveis relacionadas com Q_{d-1} são fixadas juntamente com a solução obtida do MIP^{d-1} se a solução for factível; senão pare. Ao fim, na iteração D , a solução do MIP^D é a solução heurística para o problema; se a solução é inviável a heurística falhou. O tempo limite para resolver cada subproblema MIP^d é igual a $\text{Tempo Limite} \setminus D$. Se o MIP^d não utilizar todo o seu tempo limite, ele é utilizado na iteração seguinte.

Para particionar o conjunto Q , considera-se o *overlap* (O) $O_d = Q_d \cap Q_{d-1} \neq 0$, com $d = 1, \dots, D - 1$. Na iteração d , com $1 < d < D$, as variáveis relacionadas a $Q_{d-1} \setminus O_{d-1}$ são fixadas. As variáveis relacionadas a Q_d continuam no domínio original e as restantes são relaxadas. Já o *window* (W) indica o número de elementos que o Q_d possui. Podendo o Q_D possuir um número menor ou igual de elementos por ser o último conjunto. Altos valores de W levam a maiores subproblemas, mas uma quantidade menor deles, levando um maior esforço computacional. Os valores de O_d estão relacionados a quantidade de subproblemas, números maiores levará a mais subproblemas aumentando o tempo computacional.

Exemplificando como funciona as partições em RF, considera-se a instância *Airland9* com uma pista e 100 aeronaves ($A = 1, 2, 3, \dots, 100$). Escolhendo $W = 20$ e $O = 5$, temos $D = 7$ iterações ($1, \dots, 7$) e consequentemente, sete partições em $Q = Q_1, \dots, Q_7$ e seis *overlap* $O = O_1, \dots, O_6$ (em negrito):

$$Q_1 = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20];$$

$$Q_2 = [\mathbf{16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20} \ 21 \ 22 \ 23 \ 24 \ 25 \ 26 \ 27 \ 28 \ 29 \ 30 \ 31 \ 32 \ 33 \ 34 \ 35];$$

$$Q_3 = [\mathbf{31 \ 32 \ 33 \ 34 \ 35} \ 36 \ 37 \ 38 \ 39 \ 40 \ 41 \ 42 \ 43 \ 44 \ 45 \ 46 \ 47 \ 48 \ 49 \ 50];$$

$$Q_4 = [\mathbf{46 \ 47 \ 48 \ 49 \ 50} \ 51 \ 52 \ 53 \ 54 \ 55 \ 56 \ 57 \ 58 \ 59 \ 60 \ 61 \ 62 \ 63 \ 64 \ 65];$$

$$Q_5 = [\mathbf{61 \ 62 \ 63 \ 64 \ 65} \ 66 \ 67 \ 68 \ 69 \ 70 \ 71 \ 72 \ 73 \ 74 \ 75 \ 76 \ 77 \ 78 \ 79 \ 80];$$

$$Q_6 = [\mathbf{76 \ 77 \ 78 \ 79 \ 80} \ 81 \ 82 \ 83 \ 84 \ 85 \ 86 \ 87 \ 88 \ 89 \ 90 \ 91 \ 92 \ 93 \ 94 \ 95];$$

$$Q_7 = [\mathbf{91 \ 92 \ 93 \ 94 \ 95} \ 96 \ 97 \ 98 \ 99 \ 100].$$

Os domínios das variáveis ficariam da seguinte forma, considerando o exemplo acima, supondo que todas as iterações obtêm uma solução factível: $d = 1$: variáveis em Q_1 mantidas no domínio original e as demais $[21, 22, \dots, 100]$ são relaxadas; $d = 2$: variáveis em Q_2 mantidas no domínio original, $Q_1 \setminus O_1 = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15]$ são fixadas com as soluções encontradas e as demais $[36, 37, \dots, 100]$ são relaxadas; e assim consequentemente até $D = 7$.

4.2 Melhorando a solução com *Fix-and-Optimize*

A heurística FO foi introduzida por Pochet e Wolsey (2006) chamada de *exchange* e renomeada por Helber e Sahling (2010) para resolver problemas de planejamento da produção. O algoritmo FO melhora uma sequência relaxando uma subsequência da sequência atual, que possui um subconjunto de aeronaves consecutivas e reconstrói uma sequência viável usando técnicas de otimização (AHMADIAN; SALEHIPOUR, 2022). A partir de uma solução inicial, é feita a fixação de uma parte das variáveis e otimizando os subproblemas resultantes. Como no RF, o conjunto de variáveis binárias Q são particionadas em D subconjuntos Q_1, \dots, Q_D .

Em cada iteração d , $1 \leq d \leq D$, um subproblema é definido, no qual as variáveis Q_d continuam no seu domínio original e as demais é fixado a melhor solução factível encontrada até o momento. O subproblema obtido é resolvido e se encontra uma nova melhor solução, esta passa a ser a nova solução incumbente. O algoritmo é interrompido quando não é encontrada uma melhor solução após um número de iterações máximo estipulado ou após atingir o tempo limite de execução. As variáveis foram particionadas pelo número de aeronaves, por ser o maior conjunto de parâmetros do ALP para os casos analisados.

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo de toda a *matheuristic* proposta no trabalho para resolver o ALP com grande número de aeronaves que o método exato apresenta maior dificuldade para solucionar, desde encontrar a solução inicial com o FO e a primeira solução do *Gurobi*, juntamente com a melhoria da solução usando RF nas duas soluções iniciais.

4.3 Resultados computacionais

A F5 foi utilizada juntamente com as heurísticas RF e FO para resolver o ALP em instâncias com o número entre 100 a 500 aeronaves. As heurísticas foram implementadas em *Python 3* e utilizando o pacote de otimização *Gurobi Optimizer* versão 9.0.1, na forma padrão. Os testes computacionais foram realizados em um computador com processador Intel Core i7-7500U de 2,70 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Linux Ubuntu 16.04 LTS.

Para definir bons valores de W e O na RF, realiza-se a calibração destes através de testes extensivos para obter uma solução de qualidade em um tempo de execução viável. Primeiramente, o valor para W foi considerado menor ou igual a 50 por ser a quantidade de aeronaves das instâncias que foram resolvidas com tempos computacionais consideravelmente pequenos e retornando o valor ótimo da solução. Assim, considera W com 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50 aeronaves e variando o O em 5, 10 e 15 sobreposições. Na Figura 6, os valores das diferenças médias entre a variação dos valores para W e O são melhores observados e no Apêndice E, detalhes desta calibração são apresentados. Utiliza-se W valendo 25 e O valendo 15 para gerar a solução inicial, por apresentar a menor diferença percentual (em vermelho).

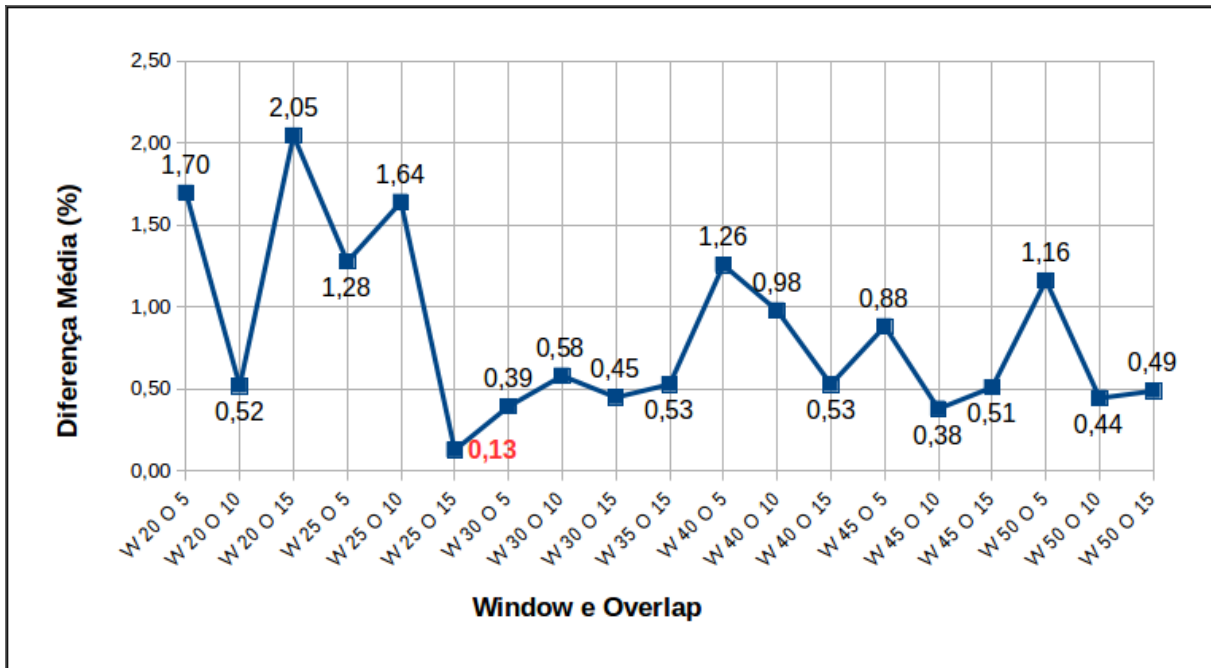
Algoritmo 1 – *Matheuristics* para resolver o ALP com grande número de aeronaves.

```

1: Entrada:  $Q_d$  e  $O_d$ , com  $d = 1, \dots, D$ ;
2:  $SolInicial_1 \leftarrow$  primeira solução do Gurobi;
3:  $SolInicial_2 \leftarrow \emptyset$ ;
4: As variáveis binárias relacionadas a  $Q$  são relaxadas;
5: para  $d \leftarrow 1$  to  $D$  faça
6:   se  $d > 1$  então
7:     As variáveis relacionadas com  $Q_{d-1} \setminus O_{d-1}$  são fixadas com a solução obtida do
        $MIP^{d-1}$ .
8:   fim se
9:   Variáveis relacionadas a  $Q_d$  são mantidas no seu domínio original;
10:  Subproblema  $MIP^d$  é resolvido com o tempo de execução limitado a  $(Tempo\ Limite/D)$ ;
11:  Caso o  $MIP^d$  não utilizar todo o tempo dele, o tempo restante é utilizado na próxima
    iteração.
12:  se  $MIP^d$  é infactível então
13:    retorna  $SolInicial_2 \leftarrow \emptyset$ 
14:  fim se
15: fim para
16: retorna  $SolInicial_2$ .
17: se  $SolInicial_1 \neq \emptyset$  ou  $SolInicial_2 \neq \emptyset$  então
18:   $k \leftarrow 0$ ;
19:   $objVal \leftarrow SolInicial_1$  ou  $SolInicial_2$ ;
20:   $objValNew \leftarrow objVal$ ;
21:  enquanto  $k < KMax$  e  $objValNew < objVal$  e  $Tempo < Tempo\ Limite$  faça
22:    para  $d \leftarrow 1$  to  $D$  faça
23:      Todas as variáveis que não estão relacionadas a  $Q_d$  são fixadas a melhor solução
      factível encontrada até o momento ( $objValNew$ ) e o restante possui o domínio original;
24:      Resolve o  $MIP^d$ ;
25:      se  $objVal < objValNew$  então
26:         $objValNew \leftarrow objVal$ ;
27:      fim se
28:    fim para
29:  fim enquanto
30:  retorna  $Sol$  ▷ Melhor solução encontrada
31: fim se

```

Os testes computacionais foram realizados em 9 das 49 instâncias em que a formulação F5 não encontrou a solução ótima no tempo de execução de 3.600,00 segundos. Estas instâncias possuem um número maior de aeronaves dificultando a resolução por métodos exatos. Na [Tabela 13](#) encontra-se os resultados computacionais obtidos através da resolução da F5 com o *Gurobi* em 3.600,00 segundos, da RF em 600,00 segundos, da combinação da RF com FO em 1.200,00 segundos e da combinação da primeira solução factível obtida pelo *Gurobi* com FO em 1.200,00 segundos, respectivamente. Vale ressaltar que o tempo de execução gasto com a combinação de RF com FO foi o tempo gasto para gerar a solução inicial usando RF mais o tempo gasto pela FO para melhorar a solução. Os melhores valores encontrados por cada método, comparados entre si, estão apresentados em negrito. A diferença percentual da solução,

Figura 6 – Diferença percentual média das soluções para as variações dos valores de W e O .

Fonte: Elaborada pela autora.

considerando f como o valor da solução e Melhor Solução como o menor valor entre os métodos, foi calculada da seguinte forma:

$$\text{Diferença}(\%) = \frac{f(i) - f(\text{Melhor Solução})}{f(i)} \times 100, \quad (4.1)$$

$i = F5, RF, RF + FO \text{ e } G + FO$

A RF apresentou o melhor valor da solução em 7 das 9 instâncias, encontrando as outras duas menores soluções combinada com a FO. Sendo a diferença percentual, em média, de 0,11% para o RF e de 0,00% para RF + FO. Destacando a importância da RF para obter um limitante superior e o uso de bons valores para W e O . A utilização da primeira solução factível do *Gurobi* junto com FO foi o método que retorna os piores valores de solução, com uma diferença média de 31,34% da melhor solução encontrada.

Além disso, o esforço computacional comparando as *matheuristics* com o método exato foi significativamente menor. O melhor método, RF + FO, reduz aproximadamente 90% do tempo de execução médio comparado com os tempos computacionais gastos para resolver usando a F5 e apresentando melhores ou iguais valores de solução.

A Tabela 14 traz a diferença percentual dos valores da solução comparados com os de Salehipour (2020) e de Ahmadian e Salehipour (2022), ambos trabalhos que utilizaram *matheuristics* mais recentemente. Salehipour (2020) estipulou como tempo limite 300,00 segundos,

Tabela 13 – Resultados computacionais obtidos pelas *matheuristics*.

Instâncias	A	R	F5			RF		
			Valor da solução	Tempo (s)	Diferença (%)	Valor da solução	Tempo (s)	Diferença (%)
Airland9	100	1	5.611,70	3.600,00	0,00	5.611,70	66,39	0,00
Airland10	150	1	12.821,12	3.600,00	4,13	12.385,59	443,62	0,75
		2	1.143,70	3.600,00	0,00	1.143,70	4,84	0,00
Airland11	200	1	12.654,18	3.600,00	1,86	12.418,32	159,31	0,00
Airland12	250	1	16.629,10	3.600,00	3,05	16.161,42	556,97	0,24
		2	1.695,62	3.600,00	0,00	1.695,62	26,96	0,00
Airland13	500	1	39.516,34	3.600,00	4,66	37.674,88	593,11	0,00
		2	3.943,85	3.600,00	0,59	3.920,39	169,12	0,00
		3	673,85	3.600,00	0,00	673,85	173,47	0,00
Média:				3.600,00	1,59		243,76	0,11

Instâncias	A	R	RF + FO			G + FO		
			Valor da solução	Tempo (s)	Diferença (%)	Valor da solução	Tempo (s)	Diferença (%)
Airland9	100	1	5.611,70	66,39	0,00	5.611,70	132,47	0,00
Airland10	150	1	12.292,20	656,28	0,00	41.101,88	1.200,00	70,09
		2	1.143,70	4,84	0,00	1.862,46	5,75	38,59
Airland11	200	1	12.418,32	159,31	0,00	12.418,32	1.200,00	0,00
Airland12	250	1	16.122,18	562,85	0,00	16.129,78	1.200,00	0,05
		2	1.695,62	26,96	0,00	2.807,37	25,47	39,60
Airland13	500	1	37.674,88	1.200,00	0,00	52.336,62	1.200,00	28,01
		2	3.920,39	169,12	0,00	7.607,88	215,62	48,47
		3	673,85	173,47	0,00	1.574,99	291,87	57,22
Média:				335,47	0,00		607,91	31,34

Fonte: Elaborada pela autora.

já [Ahmadian e Salehipour \(2022\)](#) estipularam tempos diferentes de acordo com o número de aeronaves. A diferença percentual foi calculada como:

$$\text{Diferença}(\%) = \frac{f(i) - f(\text{Melhor Solução})}{f(i)} \times 100, \quad (4.2)$$

$i = \text{Salehipour (2020), Ahmadian e Salehipour (2022), F5, RF, RF + FO e G + FO}$

Observa-se na comparação, a superioridade da RF e da RF + FO em relação a [Salehipour \(2020\)](#) e apenas perdendo para os valores apresentados pela F5 com uma diferença percentual média de 1,76% da melhor solução e G + FO com esta diferença de 31,46%. Vale ressaltar também que a diferença percentual dos valores de [Salehipour \(2020\)](#) foi em média 1,27%, sendo não tão distantes assim dos valores da F5.

O método que combina RF com FO só encontrou o valor de solução maior para a instância Airland13 com uma pista por atingir o critério de parada de 1.200,00 segundos de execução, comparando com [Ahmadian e Salehipour \(2022\)](#). Esta instância foi a de maior complexidade computacional por possuir 500 aeronaves para serem sequenciadas em apenas uma pista. Em [Ahmadian e Salehipour \(2022\)](#), a solução desta instância também foi maior do que a melhor solução conhecida (37.064,11 de [Girish \(2016\)](#)). O RF + FO apresentou uma diferença média de 0,18%, em média, para todas as 9 instâncias. Usando apenas o RF esta diferença média percentual também se mostra relativamente pequena, sendo 0,29% e em um tempo computacional quase 2,5% menor.

Tabela 14 – Diferença percentual com os resultados da solução objetivo encontradas por Salehipour (2020) e Ahmadian e Salehipour (2022).

Instâncias	A	R	Melhor Solução	Salehipour (2020)	Ahmadian e Salehipour (2022)	F5
				Diferença (%)	Diferença (%)	Diferença (%)
Airland9	100	1	5.611,70	0,00	0,00	0,00
Airland10	150	1	12.292,20	0,54	0,00	4,13
		2	1.143,70	0,68	0,00	0,00
Airland11	200	1	12.418,32	0,00	0,00	1,86
Airland12	250	1	16.122,18	2,98	0,00	3,05
		2	1.695,62	0,00	0,00	0,00
Airland13	500	1	37.077,40	6,42	0,00	6,17
		2	3.920,39	0,00	0,00	0,59
		3	673,85	0,80	0,00	0,00
Média:				1,27	0,00	1,76
Instâncias	A	R	Melhor Solução	RF	RF + FO	G + FO
				Diferença (%)	Diferença (%)	Diferença (%)
Airland9	100	1	5.611,70	0,00	0,00	0,00
Airland10	150	1	12.292,20	0,75	0,00	70,09
		2	1.143,70	0,00	0,00	38,59
Airland11	200	1	12.418,32	0,00	0,00	0,00
Airland12	250	1	16.122,18	0,24	0,00	0,05
		2	1.695,62	0,00	0,00	39,60
Airland13	500	1	37.077,40	1,59	1,59	29,16
		2	3.920,39	0,00	0,00	48,47
		3	673,85	0,00	0,00	57,22
Média:				0,29	0,18	31,46

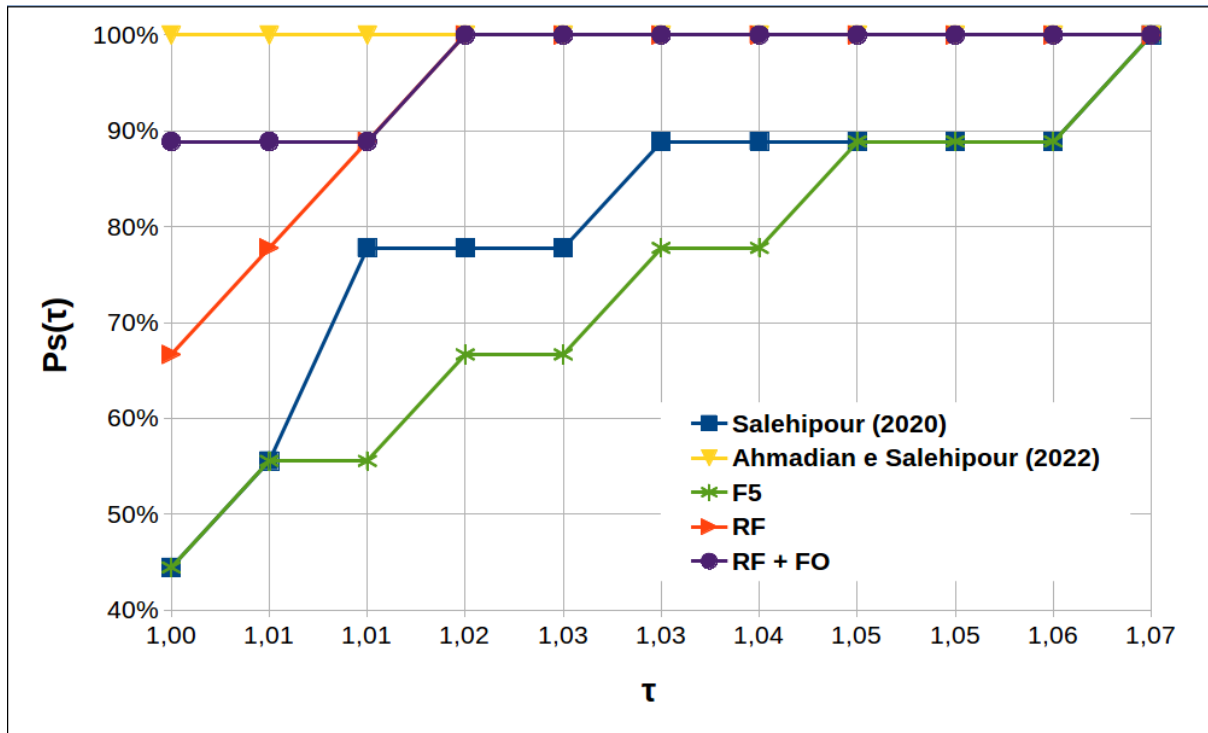
Fonte: Elaborada pela autora.

Utilizando os perfis de desempenho de Dolan e Moré (2002) para a análise de desempenho das *matheuristics* em relação as de Salehipour (2020) e Ahmadian e Salehipour (2022) de acordo com o valor da função objetivo. Considerando $P = 9$ e $S = 5$, G + FO não foi considerado por apresentar a maior diferença média, na Figura 7 apresenta-se o desempenho dos métodos.

Observa-se que, em relação a função objetivo, a RF + FO obteve aproximadamente 89% destas soluções em $\tau = 1,00$, ou seja, apresentou melhor solução em 8 das 9 instâncias comparadas com as de Ahmadian e Salehipour (2022). Em Salehipour (2020), RF e F5 apresentaram, aproximadamente, 44% (4 instâncias), 67% (6 instâncias) e 44% (4 instâncias) das soluções, respectivamente. Vale ressaltar que F5 foi resolvido por método exato, mas encontrou a mesma quantidade de melhores soluções comparado com Salehipour (2020). A RF + FO e RF conseguiram convergir a probabilidade ($P_s(\tau) = 100\%$) em $\tau = 1,02$, em seguida F5 e Salehipour (2020) com $\tau = 1,07$.

4.3.1 Comparação com a regra FCFS

Os controladores do tráfego aéreo sequenciam as aeronaves de acordo com a regra FCFS, na Tabela 15 compara-se os melhores valores da solução encontrados entre o método exato e o método heurístico com o valor da solução usando FCFS para verificar como métodos de

Figura 7 – Desempenho das *matheuristics* considerando o valor da função objetivo.

Fonte: Elaborada pela autora.

otimização podem melhorar os custos nos aeroportos. A melhoria percentual foi calculada como:

$$\text{Melhoria(\%)} = \frac{f(\text{FCFS}) - f(\text{Melhor Solução})}{f(\text{FCFS})} \times 100, \quad (4.3)$$

Observa-se que a FCFS encontra solução igual aos métodos de otimização em quatro instâncias das 49 (Airland6 com uma e três pistas, Airland7 com uma e duas pistas). Nas demais instâncias, consegue-se melhoria em até 100,00% nos valores das soluções. Esta melhoria variou de 17,32% até 100,00% com média percentual de 72,28%. Os números obtidos evidenciam ainda mais a eficiência dos métodos de solução propostos.

Tabela 15 – Melhoria percentual entre as melhores soluções encontrada neste trabalho e a regra FCFS.

Instâncias	A	R	Melhor Solução	FCFS	Melhoria(%)
Airland1	10	1	700,00	1.280,00	45,31
		2	90,00	200,00	55,00
		3	0,00	50,00	100,00
Airland2	15	1	1.480,00	1790,00	17,32
		2	210,00	310,00	32,26
		3	0,00	70,00	100,00
Airland3	20	1	820,00	1.790,00	54,19
		2	60,00	150,00	60,00
		3	0,00	90,00	100,00
Airland4	20	1	2.520,00	4.890,00	48,47
		2	640,00	1.330,00	51,88
		3	130,00	550,00	76,36
		4	0,00	340,00	100,00
Airland5	20	1	3.100,00	6.470,00	52,09
		2	650,00	860,00	24,42
		3	170,00	320,00	46,88
		4	0,00	190,00	100,00
Airland6	30	1	24.442,00	24.442,00	0,00
		2	554,00	728,00	23,90
		3	0,00	0,00	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	1.550,00	0,00
		2	0,00	0,00	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	18.915,00	89,69
		2	135,00	15.115,00	99,11
		3	0,00	14.515,00	100,00
Airland9	100	1	5.611,70	17.602,63	68,12
		2	444,10	10.325,96	95,70
		3	75,75	8.718,40	99,13
		4	0,00	8.197,53	100,00
Airland10	150	1	12.292,20	27.201,83	54,81
		2	1.143,70	13.526,62	91,54
		3	205,21	11.475,79	98,21
		4	34,22	10.720,51	99,68
		5	0,00	10.521,95	100,00
Airland11	200	1	12.418,32	33.405,36	62,83
		2	1.330,91	18.075,68	92,64
		3	253,07	15.745,94	98,39
		4	54,53	14.645,84	99,63
		5	0,00	14.445,33	100,00
Airland12	250	1	16.122,18	43.351,63	62,81
		2	1.695,62	24.522,92	93,09
		3	221,97	21.468,14	98,97
		4	2,44	20.293,54	99,99
		5	0,00	20.040,19	100,00
Airland13	500	1	37.674,88	91.991,72	59,05
		2	3.920,39	49.890,14	92,14
		3	673,85	41.744,78	98,39
		4	89,95	39.767,02	99,77
		5	0,00	38.330,88	100,00
Média:					72,28

Fonte: Elaborada pela autora.

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesta tese foi abordado o Problema de Pouso de Aeronaves (ALP), o qual refere-se a utilização de uma pista quando uma aeronave realiza o pouso e busca minimizar o adiantamento e/ou atraso do pouso das aeronaves. Primeiramente, contribui-se comparando quatro formulações matemáticas (F1, F2, F3 e F4) encontradas na literatura, duas variações (F4a e F4b) foram abordadas para uma comparação mais justa, com uma nova formulação proposta (F5). Todas foram codificadas na linguagem *Python 3* e resolvidas utilizando o pacote de otimização *Gurobi Optimizer* versão 9.0.1 com o intuito de comparar a qualidade das soluções geradas e o desempenho computacional.

Experimentos computacionais foram realizados em 49 instâncias da literatura com 10 a 500 aeronaves e variando o número de pistas de 1 a 5. Nestes experimentos, observa-se que a formulação F4 se comporta de maneira diferente das demais por possuir restrições *constrained position-shifting* (CPS). Esta formulação retornou valores de função objetivo maiores por permitir que cada aeronave desvie um número limitado de posições da sua inicial. Apesar das CPS restringir o conjunto de soluções, elas podem melhorar o sequenciamento *first-come first-served* (FCFS) e ampliar o rendimento da pista. Entre as formulações comparáveis, a F5 se mostrou competitiva com as demais por encontrar uma maior quantidade de menores soluções para o problema, 94% das 49 instâncias analisadas da literatura.

Apresenta-se um estudo de caso com 17 instâncias geradas a partir de dados reais do Aeroporto Internacional de São Paulo (GRU), utilizando 15 a 32 aeronaves e uma pista aplicadas na F5. Os resultados obtidos com os testes computacionais evidenciaram a importância da aplicação de métodos de otimização no gerenciamento de fluxo do tráfego aéreo e na utilização de pistas, apresentando uma melhoria de 93,56% em relação ao sequenciamento em um tempo computacional de 0,61 segundos, em média.

Para as instâncias da literatura que a F5 não encontrou solução ótima no tempo de execução estipulado (9 instâncias), propusemos *matheuristics* eficientes para resolver o ALP

com maior número de aeronaves disponíveis para pouso. Primeiro encontrando uma solução inicial usando *relax-and-fix* (RF) e a primeira solução obtida pelo *Gurobi Optimizer* e posteriormente aplicando o *fix-and-optimize* (FO) para melhoria da solução. Em RF foi realizado testes extensivos para calibração dos parâmetros W e O . Experimentos computacionais foram realizados e comparados com os resultados obtidos com a formulação matemática (F5), com a RF, com a combinação da solução inicial encontrada pelo RF e depois o FO (RF + FO) e com a combinação da primeira solução encontrada com o *Gurobi Optimizer* e depois FO (G + FO). A RF encontra a melhor solução em 7 das 9 instâncias e combinada com FO, encontra as outras duas melhores soluções em um tempo médio de execução de 335,47 segundos. As comparações também foram realizadas com os resultados de [Salehipour \(2020\)](#) e [Ahmadian e Salehipour \(2022\)](#), que são os trabalhos mais recentes que utilizaram *matheuristic*. Em relação a [Salehipour \(2020\)](#), os resultados foram melhores utilizando RF e RF + FO. Já com [Ahmadian e Salehipour \(2022\)](#), só não encontrou a melhor solução para uma instância (Airland13 com uma pista) com a RF + FO. Além disso, realiza-se comparações com os melhores valores de solução encontrados pelos métodos exato e heurísticos com a regra FCFS. Os resultados obtidos evidenciaram a eficiência dos métodos de solução melhorando, em média, 72,28% comparados com FCFS.

Visto os resultados promissores obtidos nesta tese, trabalhos futuros poderão ser realizados para o ALP dinâmico, quando alguns tempos de pouso são desconhecidos no início da otimização e novas funções objetivo também podem ser consideradas e analisadas de acordo com as formulações. Além disso, o estudo e implementação de outras *matheuristics* que mostraram ser eficientes apresentando uma alta qualidade de solução para instâncias com maior número de aeronaves. [Ikli et al. \(2020\)](#) mostraram resultados promissores utilizando diferentes algoritmos de ML, podendo ser interessante aprofundar também nestes métodos.

REFERÊNCIAS

AHMADIAN, M. M.; SALEHIPOUR, A. Heuristics for flights arrival scheduling at airports. **International Transactions in Operational Research**, v. 29, n. 4, p. 2316–2345, 2022. Citado nas páginas 19, 27, 29, 39, 40, 63, 65, 66, 67 e 72.

AHMED, M.; ALAM, S.; BARLOW, M. A cooperative co-evolutionary optimisation model for best-fit aircraft sequence and feasible runway configuration in a multi-runway airport. **Aerospace**, v. 5, p. 85, 08 2018. Citado nas páginas 37 e 40.

AWASTHI, A.; KRAMER, O.; LÄSSIG, J. Aircraft landing problem: An efficient algorithm for a given landing sequence. In: **2013 IEEE 16th International Conference on Computational Science and Engineering**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 20–27. Citado na página 39.

BALAKRISHNAN, H.; CHANDRAN, B. Scheduling aircraft landings under constrained position shifting. 2006. Citado nas páginas 26, 27, 32, 33, 34, 42 e 94.

_____. Algorithms for scheduling runway operations under constrained position shifting. **Operations Research**, v. 58, p. 1650–1665, 12 2010. Citado nas páginas 32, 33 e 34.

BEASLEY, J. E. Or-library: Distributing test problems by electronic mail. **The Journal of the Operational Research Society**, Palgrave Macmillan Journals, v. 41, n. 11, p. 1069–1072, 1990. Citado nas páginas 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40 e 49.

BEASLEY, J. E.; KRISHNAMOORTHY, M.; SHARAIHA, Y. M.; ABRAMSON, D. Scheduling aircraft landings—the static case. **Transportation Science**, v. 34, n. 2, p. 180–197, 2000. Citado nas páginas 19, 23, 27, 31, 32, 33, 34, 41, 45, 79, 91 e 92.

BEASLEY, J. E.; SONANDER, J.; HAVELOCK, P. Scheduling aircraft landings at london heathrow using a population heuristic. **Journal of the Operational Research Society**, v. 52, n. 5, p. 483–493, 2001. Citado nas páginas 27 e 34.

BENCHEIKH, G.; BOUKACHOUR, J.; ALAOU, A. Improved ant colony algorithm to solve the aircraft landing problem. **International Journal of Computer Theory and Engineering**, v. 3, p. 224 – 233, 04 2011. Citado nas páginas 35 e 40.

BENCHEIKH, G.; BOUKACHOUR, J.; KHOUKHI, F.; ALAOU, A. Hybrid method for aircraft landing scheduling based on a job shop formulation. **International Journal of Computer Science and Network Security**, v. 9, p. 78 – 88, 08 2009. Citado nas páginas 27, 32 e 48.

BENNELL, J.; MESGARPOUR, M.; POTTS, C. Airport runway scheduling. **4OR**, v. 9, p. 115–138, 06 2011. Citado na página 31.

BENNELL, J. A.; MESGARPOUR, M.; POTTS, C. N. Dynamic scheduling of aircraft landings. **European Journal of Operational Research**, v. 258, n. 1, p. 315 – 327, 2017. Citado na página 34.

BIANCO, L.; DELL'OLMO, P.; GIORDANI, S. Scheduling models and algorithms for tma traffic management. In: BIANCO, L.; DELL'OLMO, P.; ODONI, A. R. (Ed.). **Modelling and Simulation in Air Traffic Management**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1997. p. 139–167. Citado nas páginas 35 e 40.

_____. Minimizing total completion time subject to release dates and sequence-dependent processing times. **Annals of Operations Research**, v. 86, p. 393–415, 1999. Citado na página 34.

BIANCO, L.; DELL'OLMO, P.; GIORDANI, S. Scheduling models for air traffic control in terminal areas. **Journal of Scheduling**, v. 9, p. 223–253, 06 2006. Citado nas páginas 32 e 48.

BOSCHETTI, M.; MANIEZZO, V.; ROFFILLI, M.; BOLUFÉ-RÖHLER, A. Matheuristics: Optimization, simulation and control. In: . [S.l.: s.n.], 2009. v. 5818, p. 171–177. ISBN 978-3-642-04917-0. Citado na página 28.

BRISKORN, D.; STOLLETZ, R. Aircraft landing problems with aircraft classes. **Journal of Scheduling**, v. 17, n. 1, p. 31–45, Feb 2014. Citado nas páginas 27, 32, 33 e 34.

CHANDRAN, B.; BALAKRISHNAN, H. A dynamic programming algorithm for robust runway scheduling. In: **2007 American Control Conference**. [S.l.: s.n.], 2007. p. 1161–1166. Citado nas páginas 32, 33 e 34.

CHENG, V. H. L.; CRAWFORD, L. S.; MENON, P. K. Air traffic control using genetic search techniques. In: **Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications (Cat. No.99CH36328)**. [S.l.: s.n.], 1999. v. 1, p. 249–254. Citado nas páginas 27 e 34.

CIESIELSKI, V.; SCERRI, P. An anytime algorithm for scheduling of aircraft landing times using genetic algorithms. **Australian Journal of Intelligent Information Processing Systems**, p. 206–213, 1997. Citado na página 34.

DEAR, R. **The dynamic scheduling of aircraft in the near terminal area**. Cambridge, 1976. Citado na página 31.

DOLAN, E.; MORÉ, J. Benchmarking optimization software with performance profiles. **Mathematical Programming**, v. 91, n. 2, p. 201 – 213, 2002. Citado nas páginas 50 e 67.

FARHADI, F. Heuristics and meta-heuristics for runway scheduling problems. In: _____. [S.l.: s.n.], 2016. p. 141–163. ISBN 978-3-319-26022-8. Citado na página 61.

FAYE, A. Solving the aircraft landing problem with time discretization approach. **European Journal of Operational Research**, v. 242, n. 3, p. 1028 – 1038, 2015. Citado nas páginas 19, 23, 24, 27, 32, 33, 34, 37, 41, 46, 81 e 95.

_____. A quadratic time algorithm for computing the optimal landing times of a fixed sequence of planes. **European Journal of Operational Research**, v. 270, n. 3, p. 1148–1157, 2018. ISSN 0377-2217. Citado nas páginas 38 e 40.

FURINI, F.; KIDD, M. P.; PERSIANI, C. A.; TOTH, P. Improved rolling horizon approaches to the aircraft sequencing problem. **Journal of Scheduling**, Springer Verlag, v. 18, n. 5, p. 435–447, 2015. Citado nas páginas 36 e 40.

GHONIEM, A.; FARHADI, F. A column generation approach for aircraft sequencing problems: A computational study. **Journal of the Operational Research Society**, v. 66, p. 1717–1729, 01 2015. Citado na página 39.

GIRISH, B. S. An efficient hybrid particle swarm optimization algorithm in a rolling horizon framework for the aircraft landing problem. **Applied Soft Computing**, v. 44, p. 200 – 221, 2016. Citado nas páginas 27 e 66.

HAMMOURI, A.; BRAIK, M.; AL-BETAR, M.; AWADALLAH, M. Isa: a hybridization between iterated local search and simulated annealing for multiple-runway aircraft landing problem. **Neural Computing and Applications**, v. 32, p. 1–21, 08 2020. Citado nas páginas 38 e 40.

HANSEN, J. V. Genetic search methods in air traffic control. **Computers Operations Research**, v. 31, n. 3, p. 445 – 459, 2004. Citado nas páginas 34, 35 e 40.

HELBER, S.; SAHLING, F. A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **International Journal of Production Economics**, v. 123, n. 2, p. 247–256, 2010. ISSN 0925-5273. Citado na página 63.

HU, X.-B.; CHEN, W.-H. Genetic algorithm based on receding horizon control for arrival sequencing and scheduling. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 18, n. 5, p. 633 – 642, 2005. ISSN 0952-1976. Citado nas páginas 34, 35, 37 e 40.

HU, X. B.; PAOLO, E. D. Binary-representation-based genetic algorithm for aircraft arrival sequencing and scheduling. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 9, n. 2, p. 301–310, 2008. Citado nas páginas 34 e 35.

HU, X.-B.; PAOLO, E. D. An efficient genetic algorithm with uniform crossover for air traffic control. **Computers Operations Research**, v. 36, n. 1, p. 245–259, 2009. ISSN 0305-0548. Part Special Issue: Operations Research Approaches for Disaster Recovery Planning. Citado na página 34.

_____. A ripple-spreading genetic algorithm for the aircraft sequencing problem. **Evolutionary computation**, v. 19, p. 77–106, 03 2011. Citado nas páginas 34, 35 e 40.

IKLI, S.; MANCEL, C.; MONGEAU, M.; OLIVE, X.; RACHELSON, E. An Optimistic Planning Approach for the Aircraft Landing Problem. In: ENRI. **EIWAC 2019: 6th ENRI International Workshop on ATM/CNS**. Tokyo, Japan: Springer, 2019. (Lecture Notes in Electrical Engineering book series (LNEE), v. 731), p. pp 173–188. Disponível em: <<https://hal-enac.archives-ouvertes.fr/hal-02382692>>. Citado nas páginas 37, 38 e 40.

_____. Coupling Mathematical Optimization and Machine Learning for the Aircraft Landing Problem. In: **ICRAT 2020, 9th International Conference for Research in Air Transportation**. Tampa, United States: [s.n.], 2020. (ICRAT 2020). Citado nas páginas 19, 23, 24, 27, 32, 38, 40, 41, 47, 72, 82 e 96.

_____. The aircraft runway scheduling problem: A survey. **Computers Operations Research**, v. 132, p. 105336, 2021. ISSN 0305-0548. Citado na página 26.

JI, X.-P.; CAO, X.-B.; TANG, K. Sequence searching and evaluation: a unified approach for aircraft arrival sequencing and scheduling problems. **Memetic Computing**, v. 8, p. 109–123, 2016. Citado na página 27.

- KOTHARI, C. **Research Methodology: Methods and Techniques**. [S.l.]: New Age International (P) Limited, 2004. ISBN 9788122415223. Citado na página 28.
- LIEDER, A.; BRISKORN, D.; STOLLETZ, R. A dynamic programming approach for the aircraft landing problem with aircraft classes. **European Journal of Operational Research**, v. 243, n. 1, p. 61–69, 2015. ISSN 0377-2217. Citado nas páginas 27, 33 e 34.
- LUENBERGER, R. **A Traveling-salesman-based Approach to Aircraft Scheduling in the Terminal Area**. [s.n.], 1988. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=FTQ2AQAAMAAJ>>. Citado na página 31.
- MANIEZZO, V.; BOSCHETTI, M. A.; STÜTZLE, T. Matheuristics: Algorithms and implementations. In: _____. [S.l.]: Springer International Publishing, 2021. ISBN 978-3-030-70276-2. Citado nas páginas 28 e 61.
- MANNE, A. S. On the job-shop scheduling problem. **Operations Research**, v. 8, n. 2, p. 219–223, 1960. Citado na página 48.
- MESSAOUD, M. B. A thorough review of aircraft landing operation from practical and theoretical standpoints at an airport which may include a single or multiple runways. **Applied Soft Computing**, v. 98, p. 106853, 2021. ISSN 1568-4946. Citado nas páginas 26 e 32.
- MESSAOUD, M. B.; GHEDIRA, K.; KEFI, M. Detailed mathematical programming formulations for the aircraft landing problem on a single and multiple runway configurations. **Procedia Computer Science**, v. 126, p. 345 – 354, 2018. Knowledge-Based and Intelligent Information Engineering Systems: Proceedings of the 22nd International Conference, KES-2018, Belgrade, Serbia. Citado na página 32.
- PINOL, H.; BEASLEY, J. Scatter search and bionomic algorithms for the aircraft landing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 171, n. 2, p. 439 – 462, 2006. Citado nas páginas 36, 37 e 38.
- POCHET, Y.; WOLSEY, L. Production planning by mixed integer programming. 01 2006. Citado na página 63.
- PRAKASH, R.; PIPLANI, R.; DESAI, J. An optimal data-splitting algorithm for aircraft scheduling on a single runway to maximize throughput. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 95, p. 570–581, 2018. ISSN 0968-090X. Citado nas páginas 27 e 32.
- PSARAFTIS, H. N. **A Dynamic Programming approach to the Aircraft Sequencing problem**. Cambridge, 1978. Citado nas páginas 33 e 34.
- RODRÍGUEZ-DÍAZ, A.; ADENSO-DÍAZ, B.; GONZÁLEZ-TORRE, P. Minimizing deviation from scheduled times in a single mixed-operation runway. **Computers Operations Research**, v. 78, p. 193–202, 2017. ISSN 0305-0548. Citado nas páginas 32, 37 e 40.
- SABAR, N. R.; KENDALL, G. An iterated local search with multiple perturbation operators and time varying perturbation strength for the aircraft landing problem. **Omega**, v. 56, n. C, p. 88–98, 2015. Citado nas páginas 36, 39 e 40.
- SALEHIPOUR, A. An algorithm for single- and multiple-runway aircraft landing problem. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 175, p. 179–191, 2020. ISSN 0378-4754. The 22nd International Congress on Modelling and Simulation held in Tasmania, Australia. December 3–8, 2017. Citado nas páginas 19, 29, 38, 40, 65, 66, 67 e 72.

- SALEHIPOUR, A.; AHMADIAN, M. A heuristic algorithm for the aircraft landing problem. In: **22nd International Congress on Modelling and Simulation**. Hobart - Austrália: [s.n.], 2017. p. 1344–1349. Citado nas páginas 26, 27, 37, 38, 40 e 42.
- SALEHIPOUR, A.; MODARRES, M.; NAENI, L. M. An efficient hybrid meta-heuristic for aircraft landing problem. **Computers Operations Research**, v. 40, n. 1, p. 207 – 213, 2013. Citado nas páginas 19, 23, 24, 27, 32, 33, 34, 36, 37, 39, 40, 41, 45, 80 e 93.
- SALEHIPOUR, A.; NAENI, L.; KAZEMIPOOR, H. Scheduling aircraft landings by applying a variable neighborhood descent algorithm: Runway-dependent landing time case. **Journal of Applied Operational Research**, v. 1, p. 39–49, 01 2009. Citado nas páginas 35, 36, 38 e 40.
- SILVA, L. C. d.; CARVALHO, A. C. P. d. L. F. d.; SANTOS, M. O. d. Comparação de formulações matemáticas para o problema de pouso de aeronaves. In: **LIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO**. João Pessoa, PB - Brasil: SOBRAPO, 2021. p. 1–12. Citado nas páginas 29 e 41.
- SOOMER, M.; FRANX, G. Scheduling aircraft landings using airlines preferences. **European Journal of Operational Research**, v. 190, n. 1, p. 277–291, 2008. Citado na página 27.
- STEVENS, G. **An Approach To Scheduling Aircraft Landing Times Using Genetic Algorithms**. MIT University, 1995. Citado nas páginas 27 e 34.
- VADLAMANI, S.; HOSSEINI, S. A novel heuristic approach for solving aircraft landing problem with single runway. **Journal of Air Transport Management**, v. 40, p. 144–148, 2014. ISSN 0969-6997. Citado nas páginas 27, 36 e 40.
- VERESNIKOV, G.; EGOROV, N.; KULIDA, E.; LEBEDEV, V. Methods for solving of the aircraft landing problem. i. exact solution methods. **Automation and Remote Control**, v. 80, p. 1317–1334, 2019. Citado na página 33.
- XU, B. An efficient ant colony algorithm based on wake-vortex modeling method for aircraft scheduling problem. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 317, p. 157–170, 2017. ISSN 0377-0427. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042716305854>>. Citado nas páginas 37 e 40.
- YU, S.; CAO, X.; HU, M.; DU, W.; ZHANG, J. A real-time schedule method for aircraft landing scheduling problem based on cellular automaton. In: . [S.l.: s.n.], 2009. p. 717–724. Citado na página 34.
- ZHAN, Z.-H.; ZHANG, J.; LI, Y.; LIU, O.; KWOK, S. K.; IP, W. H.; KAYNAK, O. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 11, n. 2, p. 399–412, 2010. Citado nas páginas 35 e 40.

FORMULAÇÕES COMPLETAS

A.1 Formulação matemática de *Beasley et al. (2000)* (F1)

Minimizar

$$\sum_{a \in A} (g_a \alpha_a + h_a \beta_a) \quad (\text{A.1})$$

Sujeito a:

$$E_a \leq x_a \leq L_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.2})$$

$$\sum_{r \in R} y_{ar} = 1, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.3})$$

$$\delta_{aa'} + \delta_{a'a} = 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (\text{A.4})$$

$$z_{aa'} \geq y_{ar} + y_{a'r} - 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (\text{A.5})$$

$$z_{aa'} = z_{a'a}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (\text{A.6})$$

$$\delta_{aa'} = 1, \quad \forall (a, a') \in W \cup V \quad (\text{A.7})$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} z_{a'a} + s_{aa'} (1 - z_{aa'}), \quad \forall (a, a') \in V \quad (\text{A.8})$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} z_{a'a} + s_{aa'} (1 - z_{aa'}) - (L_a + \max(S_{aa'}, s_{aa'}) - E_{a'}) \delta_{aa'}, \quad \forall (a, a') \in U \quad (\text{A.9})$$

$$x_a = T_a - \alpha_a + \beta_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.10})$$

$$\alpha_a \geq T_a - x_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.11})$$

$$\beta_a \geq x_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.12})$$

$$\delta_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (\text{A.13})$$

$$z_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (\text{A.14})$$

$$y_{ar} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall r \in R \quad (\text{A.15})$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.16})$$

$$0 \leq \alpha_a \leq T_a - E_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.17})$$

$$0 \leq \beta_a \leq L_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.18})$$

A.2 Formulação matemática de Salehipour, Modarres e Naeni (2013) (F2)

Minimizar

$$\sum_{a \in A} (g_a \alpha_a + h_a \beta_a) \quad (\text{A.19})$$

Sujeito a:

$$E_a \leq x_a \leq L_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.20})$$

$$\sum_{r \in R} y_{ar} = 1, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.21})$$

$$\delta_{aa'} + \delta_{a'a} = 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (\text{A.22})$$

$$z_{aa'} \geq y_{ar} + y_{a'r} - 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a, \forall r \in R \quad (\text{A.23})$$

$$x_{a'} - x_a \geq S_{aa'} z_{a'a} + s_{aa'} (1 - z_{aa'}) - M \delta_{aa'}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (\text{A.24})$$

$$x_a = T_a - \alpha_a + \beta_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.25})$$

$$\alpha_a \geq T_a - x_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.26})$$

$$\beta_a \geq x_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.27})$$

$$\delta_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (\text{A.28})$$

$$z_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (\text{A.29})$$

$$y_{ar} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall r \in R \quad (\text{A.30})$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.31})$$

$$\alpha_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.32})$$

$$\beta_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.33})$$

A.3 Formulação matemática de Faye (2015) (F3)

Minimizar

$$\sum_{a \in A} (g_a(T_a - x_a) + h_a(x_a - T_a)) \quad (\text{A.34})$$

Sujeito a:

$$E_a \leq x_a \leq L_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.35})$$

$$\sum_{r \in R} y_{ar} = 1, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.36})$$

$$z_{aa'} \geq y_{ar} + y_{a'r} - 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (\text{A.37})$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} + (1 - \delta_{aa'}^1)(-S_{aa'} - L_a + E_{a'}), \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (\text{A.38})$$

$$x_{a'} \geq x_a + s_{aa'} + (1 - \delta_{aa'}^2)(-s_{aa'} - L_a + E_{a'}), \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (\text{A.39})$$

$$\delta_{aa'}^1 + \delta_{a'a}^1 = z_{aa'}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (\text{A.40})$$

$$\delta_{aa'}^2 + \delta_{a'a}^2 = 1 - z_{aa'}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (\text{A.41})$$

$$z_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (\text{A.42})$$

$$y_{ar} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall r \in R \quad (\text{A.43})$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.44})$$

$$\delta_{aa'}^1 \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (\text{A.45})$$

$$\delta_{aa'}^2 \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (\text{A.46})$$

A.4 Formulação matemática de *Ikli et al. (2020)* (F4)

Minimizar

$$\sum_{a \in A} (g_a \alpha_a + h_a \beta_a) \quad (\text{A.47})$$

Sujeito a:

$$E_a \leq x_a \leq L_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.48})$$

$$\sum_{r \in R} y_{ar} = 1, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.49})$$

$$\delta_{aa'} + \delta_{a'a} = 1, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (\text{A.50})$$

$$\sum_{r \in R} (\delta_{aa'r} + \delta_{a'ar}) \leq 1 \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a \quad (\text{A.51})$$

$$\delta_{aa'r} + \delta_{a'ar} \geq y_{ar} + y_{a'r} - 1 \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (\text{A.52})$$

$$2(\delta_{aa'r} + \delta_{a'ar}) \leq y_{ar} + y_{a'r} \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (\text{A.53})$$

$$x_{a'} \geq x_a - M(1 - \delta_{aa'}) \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a' \quad (\text{A.54})$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} - M(1 - \delta_{aa'r}) \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a', \forall r \in R \quad (\text{A.55})$$

$$a - m \leq |A| + \sum_{a \in A, a' \neq a} \delta_{aa'} \leq a + m \quad \forall a \in A \quad (\text{A.56})$$

$$x_a = T_a - \alpha_a + \beta_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.57})$$

$$\delta_{aa'} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' \neq a \quad (\text{A.58})$$

$$y_{ar} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall r \in R \quad (\text{A.59})$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.60})$$

$$0 \leq \alpha_a \leq T_a - E_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.61})$$

$$0 \leq \beta_a \leq L_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.62})$$

$$\delta_{aa'r} \in \{0, 1\} \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a \neq a', \forall r \in R \quad (\text{A.63})$$

A.5 Formulação matemática baseada em Job Shop (F5)

Minimizar

$$\sum_{a \in A} (g_a \alpha_a + h_a \beta_a) \quad (\text{A.64})$$

Sujeito a:

$$E_a \leq x_a \leq L_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.65})$$

$$\sum_{r \in R} y_{ar} = 1, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.66})$$

$$x_{a'} \geq x_a + S_{aa'} - M(1 - y_{ar}) - M(1 - y_{a'r}) - M(1 - \delta_{aa'r}), \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, r \in R \quad (\text{A.67})$$

$$x_a \geq x_{a'} + S_{a'a} - M(1 - y_{ar}) - M(1 - y_{a'r}) - M\delta_{aa'r}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, r \in R \quad (\text{A.68})$$

$$x_a = T_a - \alpha_a + \beta_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.69})$$

$$\alpha_a \geq T_a - x_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.70})$$

$$\beta_a \geq x_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.71})$$

$$y_{ar} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall r \in R \quad (\text{A.72})$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.73})$$

$$0 \leq \alpha_a \leq T_a - E_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.74})$$

$$0 \leq \beta_a \leq L_a - T_a, \quad \forall a \in A \quad (\text{A.75})$$

$$\delta_{aa'r} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A, \forall a' \in A, a' > a, \forall r \in R \quad (\text{A.76})$$

CÓDIGO EM *PYTHON 3* PARA A FORMULAÇÃO BASEADA EM *JOB SHOP* (F5)

Nesta seção, disponibilizamos o código em *Python 3* utilizando o *Gurobi Optimizer* para resolver a formulação F5 na [Subseção 3.2.5](#).

Primeiro foi definido os parâmetros (*MyParameters*) da formulação matemática, ou seja, as informações disponíveis nas instâncias e depois as variáveis de decisão (*MyVariables*). Então, a leitura dos dados (*readInstance*) da instância foram realizados. A partir disso, é possível montar a F5. Começamos adicionando nas variáveis de decisão (*addMyVar*) os seus argumentos, como: o seu tamanho, tipo e nome. Depois definimos a função objetivo (*addMyObjectiveFunction*) e adicionamos as restrições (*addMyConstraints*) para a formulação. Em *inicializeModel*, inicializamos os parâmetros, os dados da instância no arquivo e construímos a formulação para o ALP. No *main*, chamamos o *Gurobi* para otimizar a formulação e imprimimos os resultados encontrados.

```

1  import numpy as np
2  import gurobipy as grb
3  from gurobipy import GRB
4
5  import sys
6  import itertools
7
8  class MyParameters:
9
10     #===PARÂMETROS===
11     A: int #numero de aeronaves a
12     R: int #numero de pistas r disponiveis
13
14     E = {} #primeiro tempo de pouso da aeronave a
15     L = {} #ultimo tempo de pouso da aeronave a
16     T = {} #tempo ideal de pouso da aeronave a
17
18     S = {} #tempo minimo de separação entre as aeronaves a e a'
19
20     g = {} #penalidade de custo se a aeronave a chegar antes de Ta
21     h = {} #penalidade de custo se a aeronave a chegar após Ta
22
23 class MyVariables:
24
25     #===VARIÁVEIS DE DECISÃO===
26     #Continuas
27     #Tempo de pouso da aeronave a
28     x = {}
29
30     #Quanto o pouso da aeronave a foi antes do tempo Ta
31     alpha = {}
32
33     #Quanto o pouso da aeronave a' foi depois do tempo Ta
34     beta = {}
35
36     #Binarias
37     #Se a aeronave a pousar na pista r
38     y = {}
39
40     #Se a aeronave a pousa antes da aeronave a' na pista r
41     delta = {}
42
43
44 def readInstance(fileName, myPar):
45
46     #===LEITURA DA INSTÂNCIA===
47     f = open(fileName)
48
49     myPar.R = range(int(f.readline())) #R
50
51     myPar.A = range(int(f.readline())) #A
52
53     #Ea: primeiro tempo de pouso da aeronave a
54     #La : ultimo tempo de pouso da aeronave a
55     #Ta: tempo ideal de pouso da aeronave a
56     #ga: penalidade de custo se a aeronave a chegar antes de Ta
57     #ha: penalidade de custo se a aeronave a chegar depois de Ta
58     for i in myPar.A:
59         line = f.readline().split()
60         myPar.E.update({i: int(line[1])})
61         myPar.T.update({i: int(line[2])})
62         myPar.L.update({i: int(line[3])})
63         myPar.g.update({i: float(line[4])})
64         myPar.h.update({i: float(line[5])})
65
66     for i in myPar.A:

```



```

67         line = f.readline().split()
68         for j in myPar.A:
69             myPar.S.update({(i,j): int(line[j])}) #Saa'
70
71     f.close()
72
73
74 def addMyVar(model,myPar,myVar):
75
76     #=== VARIÁVEIS ===
77     #Continuas
78     myVar.x = model.addVars(myPar.A, vtype=GRB.CONTINUOUS, name="x")
79
80     myVar.alpha = model.addVars(myPar.A, vtype=GRB.CONTINUOUS,
name="alpha")
81
82     myVar.beta = model.addVars(myPar.A, vtype=GRB.CONTINUOUS, name="beta")
83
84     #Binarias
85     myVar.y = model.addVars(myPar.A, myPar.R, name="y", vtype=GRB.BINARY)
86
87     myVar.delta = model.addVars(myPar.A, myPar.A, myPar.R, name="delta",
vtype=GRB.BINARY)
88
89
90     model.update()
91
92
93 def addMyObjectiveFunction(model,myPar,myVar):
94
95     #=== FUNÇÃO OBJETIVO ===
96     obj = 0.0
97
98     adiamento = sum(myPar.g[i]*myVar.alpha[i] for i in myPar.A)
99     atraso = sum(myPar.h[i]*myVar.beta[i] for i in myPar.A)
100
101     obj = adiamento + atraso
102
103     model.setObjective(obj, GRB.MINIMIZE)
104
105     model.update()
106
107
108 def addMyConstraints(model,myPar,myVar):
109
110     #=== RESTRIÇÕES ===
111     #restrição: janela do tempo
112     model.addConstrs(myVar.x[i] >= myPar.E[i] for i in myPar.A)
113     model.addConstrs(myVar.x[i] <= myPar.L[i] for i in myPar.A)
114
115     #restrição: cada aeronave a pouso em uma unica pista r
116     model.addConstrs(sum(myVar.y[i,r] for r in myPar.R) == 1.0 for i in
myPar.A)
117
118     #restrição: separação considerando primeiro a'
119     model.addConstrs(myVar.x[j] >= myVar.x[i] + myPar.S[i,j] -(myPar.L[i]
+ myPar.S[i,j] - myPar.E[j])*(1 - myVar.y[i,r]) -(myPar.L[i] + myPar.S[i,j] -
myPar.E[j])*(1 - myVar.y[j,r]) -(myPar.L[i] + myPar.S[i,j] - myPar.E[j])*(1 -
myVar.delta[i,j,r]) for i in myPar.A for j in myPar.A if j > i for r in
myPar.R)
120
121     #restrição: tempo de separação considerando primeiro a
122     model.addConstrs(myVar.x[i] >= myVar.x[j] + myPar.S[j,i] -(myPar.L
[i] + myPar.S[i,j] - myPar.E[j])*(1 - myVar.y[i,r]) -(myPar.L[i] + myPar.S
[i,j] - myPar.E[j])*(1 - myVar.y[j,r]) -(myPar.L[i] + myPar.S[i,j] - myPar.E
[j])*(myVar.delta[i,j,r]) for i in myPar.A for j in myPar.A if j > i for r in

```

```

    myPar.R)
123
124     #valor de xa
125     model.addConstrs(myVar.x[i] == myPar.T[i] - myVar.alpha[i] +
myVar.beta[i] for i in myPar.A)
126
127     #limitante alpha
128     model.addConstrs(myVar.alpha[i] >= myPar.T[i] - myVar.x[i] for i in
myPar.A)
129     model.addConstrs(myVar.alpha[i] <= myPar.T[i] - myPar.E[i] for i in
myPar.A)
130     model.addConstrs(myVar.alpha[i] >= 0 for i in myPar.A)
131
132     #limitante beta
133     model.addConstrs(myVar.beta[i] >= myVar.x[i] - myPar.T[i] for i in
myPar.A)
134     model.addConstrs(myVar.beta[i] <= myPar.L[i] - myPar.T[i] for i in
myPar.A)
135     model.addConstrs(myVar.beta[i] >= 0 for i in myPar.A)
136
137
138     model.update()
139
140
141 def inicializeModel(fileName):
142
143     # Iniciação dos parâmetros para o ALP
144     myPar = classALP.MyParameters()
145     myVar = classALP.MyVariables()
146
147     # Leitura da instância no arquivo
148     modelALP.readInstance(fileName, myPar)
149
150     # Construção da formulação pro ALP
151     model = grb.Model("ALP")
152     modelALP.addMyVar(model, myPar, myVar)
153     modelALP.addMyObjectiveFunction(model, myPar, myVar)
154     modelALP.addMyConstraints(model, myPar, myVar)
155
156 if __name__ == '__main__':
157
158     return(model, myPar,
myVar)
159
160     path = sys.argv[1]
161     TimeMax = int(sys.argv[2])
162     instance = sys.argv[3]
163
164     fileName = path + "/instance/"+instance
165
166     print
167     ("-----")
168     print("Instância: ", instance)
169     print
170     ("-----")
171
172     model, myPar, myVar = inicializeModel(fileName)
173
174     model.setParam('TimeLimit', TimeMax)
175     model.optimize()
176
177     model.printStats()
178     fileWriteSolName = "gurobiALP"
179     with open(fileWriteSolName+'.txt', 'a') as myfile:
        myfile.write('%s & %s & %s & %s & %s \r\n'
        % (

```

```
180         str(instance),
181         str(model.Status),
182         str(round(model.objVAL,2)),
183         str(round(model.Runtime,2)),
184         str(round(100*model.MIPGap,2)),
185     )
186 )
```

RESULTADOS DETALHADOS OBTIDOS PELAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS

Nesta seção, foram apresentados os resultados computacionais detalhados da [Seção 3.3](#) obtidos pelas formulações matemáticas analisadas neste trabalho.

C.1 Resultados Obtidos

As Tabelas a seguir trazem o nome das 13 instâncias, a quantidade de aeronaves (A) e o número de pistas (R) que varia de 1 até o número necessário para que não tenha atrasos e/ou adiantamentos nos voos. O valor da solução encontrado pela formulação em questão, o tempo gasto em segundos e o GAP apresentado pelo *Gurobi Optimizer* em porcentagem.

Na [Tabela 16](#) são apresentados os resultados computacionais obtidos pela F1. São obtidas 41 soluções ótimas (GAP igual a 0,00%) das 49 instâncias analisadas. Atingindo tempo máximo de execução em 8 das 49 instâncias (tempo igual a 3.600,00 segundos). O GAP encontrado nestas instâncias varia de 10,52% a 52,53%. Já o GAP médio apresentado pela formulação de [Beasley et al. \(2000\)](#) é de 5,44% e o tempo, em média, de execução é de 615,48 segundos.

Na [Tabela 17](#) são apresentados os resultados obtidos com a F2. A formulação consegue encontrar GAP igual a 0,00%, ou seja, solução ótima em 39 instâncias. Sendo que em 10 das 49 instâncias o tempo máximo de 3.600,00 segundos é atingido. O GAP nestas instâncias possui uma variação de 25,56% a 59,56%. O GAP, em média, para todas as instâncias foi de 8,20% e gastando uma média de 735,98 segundos.

Na [Tabela 18](#) são apresentados os resultados obtidos com a F3. A formulação encontrou 41 soluções ótimas para o conjunto de instâncias. Das 24 instâncias maiores (100 a 500 aeronaves), só não conseguiu resolver 8 delas atingindo o tempo máximo de execução. O GAP teve uma variação de 3,63% a 51,20% para estas instâncias. E, em geral, a média de GAP foi de

Tabela 16 – Resultados computacionais da formulação de *Beasley et al. (2000)* (F1).

Instâncias	A	R	Formulação F1		
			Valor da Solução	Tempo(s)	GAP(%)
Airland1	10	1	700,00	0,03	0,00
		2	90,00	0,01	0,00
		3	0,00	0,00	0,00
Airland2	15	1	1.480,00	0,09	0,00
		2	210,00	0,02	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland3	20	1	820,00	0,03	0,00
		2	60,00	0,02	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland4	20	1	2.520,00	0,67	0,00
		2	640,00	0,63	0,00
		3	130,00	0,07	0,00
		4	0,00	0,02	0,00
Airland5	20	1	3.100,00	3,40	0,00
		2	650,00	1,91	0,00
		3	170,00	0,12	0,00
		4	0,00	0,01	0,00
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00
		2	554,00	0,07	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,09	0,00
		2	0,00	0,01	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	0,40	0,00
		2	135,00	0,21	0,00
		3	0,00	0,09	0,00
Airland9	100	1	5.618,66	3.600,00	24,60
		2	444,10	0,87	0,00
		3	75,75	0,28	0,00
		4	0,00	0,14	0,00
Airland10	150	1	12.720,66	3.600,00	52,53
		2	1.143,70	45,76	0,00
		3	205,21	3,94	0,00
		4	34,22	0,43	0,00
		5	0,00	0,27	0,00
Airland11	200	1	12.793,11	3.600,00	35,98
		2	1.330,91	1.257,53	0,00
		3	253,07	5,38	0,00
		4	54,53	0,74	0,00
		5	0,00	0,41	0,00
Airland12	250	1	16.895,51	3.600,00	42,26
		2	1.695,62	3.600,00	10,52
		3	221,97	27,89	0,00
		4	2,44	0,85	0,00
		5	0,00	0,60	0,00
Airland13	500	1	40.545,19	3.600,00	52,08
		2	3.939,17	3.600,00	21,36
		3	673,85	3.600,00	27,28
		4	89,95	3,25	0,00
		5	0,00	2,05	0,00
Média:				615,48	5,44

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 17 – Resultados computacionais da formulação de Salehipour, Modarres e Naeni (2013) (F2).

Instâncias	A	R	Formulação F2		
			Valor da Solução	Tempo(s)	GAP(%)
Airland1	10	1	700,00	0,03	0,00
		2	90,00	0,02	0,00
		3	0,00	0,00	0,00
Airland2	15	1	1.480,00	0,11	0,00
		2	210,00	0,04	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland3	20	1	820,00	0,03	0,00
		2	60,00	0,05	0,00
		3	0,00	0,02	0,00
Airland4	20	1	2.520,00	0,60	0,00
		2	640,00	8,31	0,00
		3	130,00	0,11	0,00
		4	0,00	0,03	0,00
Airland5	20	1	3.100,00	3,86	0,00
		2	650,00	1,00	0,00
		3	170,00	0,20	0,00
		4	0,00	0,03	0,00
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00
		2	554,00	0,10	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,13	0,00
		2	0,00	0,01	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	0,38	0,00
		2	135,00	0,30	0,00
		3	0,00	0,12	0,00
Airland9	100	1	5.611,99	3.600,00	26,32
		2	444,10	6,04	0,00
		3	75,75	0,39	0,00
		4	0,00	0,23	0,00
Airland10	150	1	13.025,18	3.600,00	53,75
		2	1.143,70	3.600,00	28,43
		3	205,21	4,91	0,00
		4	34,22	0,69	0,00
		5	0,00	0,51	0,00
Airland11	200	1	12.462,18	3.600,00	33,36
		2	1.330,91	3.600,00	25,56
		3	253,07	11,32	0,00
		4	54,53	1,57	0,00
		5	0,00	0,83	0,00
Airland12	250	1	16.860,45	3.600,00	42,75
		2	1.698,90	3.600,00	32,91
		3	221,97	5,03	0,00
		4	2,44	1,99	0,00
		5	0,00	1,24	0,00
Airland13	500	1	40.138,49	3.600,00	51,45
		2	3.974,04	3.600,00	47,95
		3	682,04	3.600,00	59,56
		4	89,95	6,87	0,00
		5	0,00	6,03	0,00
Média:				735,98	8,20

Fonte: Elaborada pela autora.

4,76% com tempo de execução de 613,71 segundos, em média.

A formulação de F4 possui restrições de CPS com $m = 3$, ou seja, cada aeronave só pode ser desviada três vezes da sua posição inicial. Segundo [Balakrishnan e Chandran \(2006\)](#), a vantagem de adicionar restrições CPS é permitir que as aeronaves não desviem muito da ordem FCFS. Além disso, os autores sugerem utilizar m valendo 1, 2 ou 3 para manter uma "justiça" entre as companhias aéreas na ordem de pouso.

Do conjunto de 49 instâncias, F4 não conseguiu resolver uma delas que possui 500 aeronaves e duas pistas (Airland13-2). Encontrou solução ótima, ou seja, GAP igual a 0,00% em 17 instâncias. As demais, 31 instâncias, não conseguiram encontrar solução ótima variando o GAP de 3,30% a 100,00%. O GAP, em média, foi de 27,31% e o tempo médio gasto, em segundos, foi de 2.523,92. A F4 retorna valores de função objetivo maiores comparado com as demais formulações por permitir que cada aeronave desvie um número limitado da sua posição inicial. Adicionalmente, também exigiu um maior esforço computacional.

Observando a solução da instância Airland1 considerando uma pista, pode-se exemplificar como a F4 se comporta comparado com o valor da solução das demais formulações. A F4 retorna o valor da função objetivo valendo 16.050,00 e as demais retornam valendo 700,00. Todas as formulações encontram solução ótima para esta instância. O motivo pela qual a F4 retorna um valor da função objetivo consideravelmente maior (aproximadamente, 23 vezes maior) são as restrições de CPS. Podendo deslocar apenas três vezes cada aeronave da sua posição inicial, a F4 retorna a seguinte sequência de pouso: 3 - 4 - 1 - 2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10. As demais formulações retornam a sequência 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 1 - 10 - 2. Vale ressaltar que a sequência de F4 não desloca nenhuma aeronave três posições a mais ou a menos que a posição inicial das aeronaves, além do sequenciamento ser bastante diferente do obtido pelas demais formulações.

Para comparar as formulações de uma forma mais justa, relaxa-se as restrições CPS com m valendo $|A| - 1$ (F4a), ou seja, cada aeronave pode deslocar todas as possibilidades da sua posição inicial. Fazendo isto, o número de restrições aumenta em uma quantidade considerável. Por exemplo, uma instância com 10 aeronaves testando todas as possibilidades, aumenta 90 restrições na formulação. Já com 500 aeronaves, como a última instância (Airland13), são adicionadas 249.500 restrições considerando as restrições de CPS relaxadas. Além disso, faz-se a F4 sem as restrições CPS (F4b). Justifica-se esta abordagem pelos autores considerarem de forma diferente as restrições de separação. Nas [Tabela 20](#) e [Tabela 21](#) apresenta-se os resultados computacionais obtidos.

As variações F4a e F4b encontraram resultados parecidos de uma forma geral. Não conseguiram encontrar solução para uma instância no tempo máximo de execução. Além disso, ambas obtiveram solução ótima para 34 instâncias das 49 analisadas. Ou seja, 14 instâncias encontraram solução factível. A F4a, consegue encontrar GAP variando nestas instâncias de 28,16% a 100,00%. Já a F4b a variação de GAP de 28,11% a 100,00%. O GAP, em média, ficou de 18,63% na F4a e 19,85% na F4b. O tempo computacional gasto em média foram de 1.116,74

Tabela 18 – Resultados computacionais da formulação de Faye (2015) (F3).

Instâncias	A	R	Formulação F3		
			Valor da Solução	Tempo(s)	GAP(%)
Airland1	10	1	700,00	0,02	0,00
		2	90,00	0,02	0,00
		3	0,0	0,04	0,00
Airland2	15	1	1.480,00	0,07	0,00
		2	210,00	0,03	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland3	20	1	820,00	0,04	0,00
		2	60,00	0,05	0,00
		3	0,00	0,03	0,00
Airland4	20	1	2.520,00	0,60	0,00
		2	640,00	1,03	0,00
		3	130,00	0,10	0,00
		4	0,00	0,07	0,00
Airland5	20	1	3.100,00	3,44	0,00
		2	650,00	1,37	0,00
		3	170,00	0,18	0,00
		4	0,00	0,05	0,00
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00
		2	554,00	0,08	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,09	0,00
		2	0,00	0,02	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	0,30	0,00
		2	135,00	0,54	0,00
		3	0,00	0,23	0,00
Airland9	100	1	5.611,99	3.600,00	23,27
		2	444,10	3,25	0,00
		3	75,75	0,54	0,00
		4	0,00	0,30	0,00
Airland10	150	1	12.640,42	3.600,00	51,20
		2	1.143,70	281,66	0,00
		3	205,21	1,95	0,00
		4	34,22	0,86	0,00
		5	0,00	0,87	0,00
Airland11	200	1	12.671,87	3.600,00	33,48
		2	1.330,91	936,56	0,00
		3	253,07	9,00	0,00
		4	54,53	1,40	0,00
		5	0,00	0,76	0,00
Airland12	250	1	16.686,51	3.600,00	42,72
		2	1.695,62	3.600,00	3,63
		3	221,97	6,74	0,00
		4	2,44	2,32	0,00
		5	0,00	2,23	0,00
Airland13	500	1	39.287,52	3.600,00	50,37
		2	3.923,30	3.600,00	14,38
		3	673,85	3.600,00	14,00
		4	89,95	8,08	0,00
		5	0,00	6,91	0,00
Média:				613,71	4,76

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 19 – Resultados computacionais da formulação de *Ikli et al. (2020)* (F4).

Instâncias	A	R	Formulação F4		
			Valor da Solução	Tempo(s)	GAP(%)
Airland1	10	1	16.050,00	0,32	0,00
		2	12.330,00	9,62	0,00
		3	11.160,00	9,89	0,00
Airland2	15	1	23.830,00	4,05	0,00
		2	17.860,00	648,41	0,00
		3	15.970,00	1.937,03	0,00
Airland3	20	1	24.530,00	10,44	0,00
		2	20.580,00	639,64	0,00
		3	19.790,00	3.600,00	3,50
Airland4	20	1	37.940,00	138,08	0,00
		2	27.980,00	3.600,00	15,40
		3	25.290,00	3.600,00	6,40
		4	24.500,00	3.600,00	3,30
Airland5	20	1	45.180,00	353,44	0,00
		2	35.150,00	3.600,00	15,00
		3	32.780,00	3.600,00	9,60
		4	31.670,00	3.600,00	5,20
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00
		2	563,00	2,92	0,00
		3	0,00	0,04	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,11	0,00
		2	0,00	0,06	0,00
Airland8	50	1	93.965,00	3.600,00	24,90
		2	83.290,00	3.600,00	29,60
		3	81.985,00	3.600,00	27,80
Airland9	100	1	7.511,19	3.600,00	18,80
		2	2.400,10	3.600,00	22,60
		3	1.862,95	3.600,00	7,20
		4	1.733,32	2.783,32	0,00
Airland10	150	1	14.193,65	3.600,00	51,00
		2	4.222,96	3.600,00	62,80
		3	2.869,94	3.600,00	75,40
		4	2.190,51	3.600,00	63,40
		5	1.975,09	3.600,00	51,60
Airland11	200	1	15.248,96	3.600,00	38,40
		2	3.619,68	3.600,00	49,50
		3	2.055,72	3.600,00	78,50
		4	1.682,81	3.600,00	43,60
		5	1.618,45	1.934,90	0,00
Airland12	250	1	19.774,97	3.600,00	44,90
		2	10.238,31	3.600,00	80,60
		3	3.337,17	3.600,00	92,10
		4	2.565,75	3.600,00	74,70
		5	2.338,39	3.600,00	66,60
Airland13	500	1	49.460,82	3.600,00	55,20
		2	-	3.600,00	-
		3	10.783,31	3.600,00	100,00
		4	8.228,31	3.600,00	54,20
		5	6.708,05	3.600,00	39,10
Média:				2.523,92	27,31

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 20 – Resultados computacionais da formulação F4a.

Instâncias	A	R	Formulação F4a		
			Valor da Solução	Tempo(s)	GAP(%)
Airland1	10	1	700,00	0,06	0,00
		2	90,00	0,03	0,00
		3	0,00	0,02	0,00
Airland2	15	1	1.480,00	0,15	0,00
		2	210,00	0,15	0,00
		3	0,00	0,02	0,00
Airland3	20	1	820,00	0,07	0,00
		2	60,00	0,11	0,00
		3	0,00	0,04	0,00
Airland4	20	1	2.520,00	0,94	0,00
		2	640,00	2,48	0,00
		3	130,00	1,07	0,00
		4	0,00	0,05	0,00
Airland5	20	1	3.100,00	5,02	0,00
		2	650,00	4,28	0,00
		3	170,00	0,82	0,00
		4	0,00	0,05	0,00
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00
		2	554,00	1,51	0,00
		3	0,00	0,04	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,10	0,00
		2	0,00	0,06	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	0,55	0,00
		2	135,00	2,93	0,00
		3	0,00	0,22	0,00
Airland9	100	1	5.611,70	3.600,00	28,16
		2	444,10	394,20	0,00
		3	75,75	28,95	0,00
		4	0,00	1,08	0,00
Airland10	150	1	12.797,06	3.600,00	53,57
		2	1.157,20	3.600,00	43,64
		3	205,21	3.600,00	38,37
		4	34,22	70,14	0,00
		5	0,00	4,46	0,00
Airland11	200	1	12.509,29	3.600,00	37,67
		2	1.609,93	3.600,00	58,83
		3	253,07	3.600,00	74,71
		4	54,53	3.600,00	100,00
		5	0,00	6,99	0,00
Airland12	250	1	17.105,21	3.600,00	46,97
		2	1.945,99	3.600,00	59,12
		3	303,85	3.600,00	100,00
		4	2,44	35,04	0,00
		5	0,00	10,57	0,00
Airland13	500	1	39.503,11	3.600,00	53,29
		2	-	3.600,00	-
		3	1.094,52	3.600,00	100,00
		4	134,65	3.600,00	100,00
		5	0,00	147,89	0,00
Média:				1.116,74	18,63

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 21 – Resultados computacionais da formulação F4b.

Instâncias	A	R	Formulação F4b		
			Valor da Solução	Tempo(s)	GAP(%)
Airland1	10	1	700,00	0,03	0,00
		2	90,00	0,04	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland2	15	1	1.480,00	0,14	0,00
		2	210,00	0,14	0,00
		3	0,00	0,02	0,00
Airland3	20	1	820,00	0,07	0,00
		2	60,00	0,11	0,00
		3	0,00	0,04	0,00
Airland4	20	1	2.520,00	0,91	0,00
		2	640,00	4,11	0,00
		3	130,00	2,34	0,00
		4	0,00	0,05	0,00
Airland5	20	1	3.100,00	4,89	0,00
		2	650,00	3,63	0,00
		3	170,00	3,12	0,00
		4	0,00	0,05	0,00
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00
		2	554,00	1,48	0,00
		3	0,00	0,05	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,11	0,00
		2	0,00	0,08	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	0,56	0,00
		2	135,00	9,39	0,00
		3	0,00	0,34	0,00
Airland9	100	1	5.611,70	3.600,00	28,11
		2	444,10	392,05	0,00
		3	75,75	26,64	0,00
		4	0,00	1,36	0,00
Airland10	150	1	12.797,06	3.600,00	53,57
		2	1.161,34	3.600,00	43,86
		3	205,96	3.600,00	81,30
		4	34,22	134,54	0,00
		5	0,00	4,51	0,00
Airland11	200	1	12.509,29	3.600,00	37,67
		2	1.585,59	3.600,00	58,63
		3	253,07	3.600,00	75,16
		4	54,53	3.600,00	100,00
		5	0,00	8,49	0,00
Airland12	250	1	16.848,29	3.600,00	45,51
		2	2.221,91	3.600,00	68,97
		3	303,85	3.600,00	100,00
		4	2,44	37,54	0,00
		5	0,00	10,62	0,00
Airland13	500	1	43.770,11	92,42	59,93
		2	-	3.600,00	-
		3	1.619,10	3.600,00	100,00
		4	134,65	3.600,00	100,00
		5	0,00	58,64	0,00
Média:				1.044,87	19,85

Fonte: Elaborada pela autora.

e 1.044,87 segundos pela F4a e F4b, respectivamente.

Na [Tabela 22](#) são apresentados os resultados computacionais obtidos pela F5. São obtidas 40 soluções ótimas (GAP igual a 0,00%) das 49 instâncias analisadas, atingindo tempo máximo de execução em 9 instâncias (tempo igual a 3.600,00 segundos). O GAP encontrado nestas instâncias varia de 19,17% a 73,32%. Já o GAP médio apresentado pela formulação baseada em *Job Shop* é de 8,02% e o tempo, em média, de execução é de 693,95 segundos.

Para os resultados obtidos, as seis formulações comparáveis (F1, F2, F3, F4a, F4b e F5) conseguiram encontrar a solução ótima (GAP igual a 0%) para as oito primeiras instâncias (Airland1 a Airland8) que totalizam 25 instâncias com a variação de pistas *R*. Visto que elas correspondem, no máximo, a 50 aeronaves, tornando as formulações com menos variáveis e restrições. Além disso, o tempo computacional é relativamente pequeno considerando o gasto pelas demais instâncias com número maior de aeronaves. A F4 consegue encontrar a solução ótima com tempo computacional relativamente pequeno para 15 das 25 primeiras instâncias.

As demais instâncias (Airland9 a Airland13) são instâncias com um número maior de aeronaves (100 a 500), o que dificulta a resolução por métodos exatos. Importante também enfatizar que a dificuldade computacional aumenta de acordo com o aumento do número de aeronaves. Além disso, observa-se uma considerável diminuição do esforço computacional quando se considera duas ou mais pistas em todo o conjunto de instâncias.

Tabela 22 – Resultados computacionais da formulação baseada em *Job Shop* (F5).

Instâncias	A	R	Formulação F5		
			Valor da Solução	Tempo(s)	GAP(%)
Airland1	10	1	700,00	0,02	0,00
		2	90,00	0,03	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland2	15	1	1.480,00	0,09	0,00
		2	210,00	0,04	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland3	20	1	820,00	0,03	0,00
		2	60,00	0,04	0,00
		3	0,00	0,04	0,00
Airland4	20	1	2.520,00	0,54	0,00
		2	640,00	0,47	0,00
		3	130,00	0,12	0,00
		4	0,00	0,03	0,00
Airland5	20	1	3.100,00	3,41	0,00
		2	650,00	0,53	0,00
		3	170,00	0,13	0,00
		4	0,00	0,03	0,00
Airland6	30	1	24.442,00	0,00	0,00
		2	554,00	0,32	0,00
		3	0,00	0,01	0,00
Airland7	44	1	1.550,00	0,10	0,00
		2	0,00	0,01	0,00
Airland8	50	1	1.950,00	0,34	0,00
		2	135,00	0,30	0,00
		3	0,00	0,21	0,00
Airland9	100	1	5.611,70	3.600,00	26,82
		2	444,10	262,74	0,00
		3	75,75	0,64	0,00
		4	0,00	0,48	0,00
Airland10	150	1	12.821,12	3.600,00	51,97
		2	1.143,70	3.600,00	31,47
		3	205,21	22,51	0,00
		4	34,22	1,02	0,00
		5	0,00	1,15	0,00
Airland11	200	1	12.654,18	3.600,00	31,93
		2	1.330,91	1.245,67	0,00
		3	253,07	12,63	0,00
		4	54,53	3,32	0,00
		5	0,00	1,53	0,00
Airland12	250	1	16.629,10	3.600,00	41,45
		2	1.695,62	3.600,00	66,01
		3	221,97	25,12	0,00
		4	2,44	2,36	0,00
		5	0,00	2,34	0,00
Airland13	500	1	39.516,34	3.600,00	50,62
		2	3.943,85	3.600,00	73,32
		3	673,85	3.600,00	19,17
		4	89,95	14,85	0,00
		5	0,00	0,30	0,00
Média:				693,95	8,02

Fonte: Elaborada pela autora.

INSTÂNCIAS GERADAS A PARTIR DOS DADOS REAIS DO AEROPORTO INTERNACIONAL DE SÃO PAULO

Nesta seção, disponibiliza-se as 17 instâncias utilizadas na [Seção 3.4](#) para o estudo de caso.

Os arquivos possuem os seguintes nomes: ins0004.txt, ins05.txt, ins06.txt, ins07.txt, ins08.txt, ins0910.txt, ins11.txt, ins1213.txt, ins14.txt, ins15.txt, ins16.txt, ins17.txt, ins18.txt, ins19.txt, ins20.txt, ins21.txt e ins2223.txt.

As instâncias estão organizadas da seguinte maneira:

R

A

$E[a]$ $T[a]$ $L[a]$ $g[a]$ $h[a]$: para cada aeronave $a(a = 1, \dots, A)$

$S[a, a']$: para cada aeronave $a(a = 1, \dots, A)$, para cada aeronave $a'(a' = 1, \dots, A)$

1	1								
2	23								
3	0	5	15	1.00	1.00				
4	0	10	20	1.00	1.00				
5	5	15	25	1.00	1.00				
6	5	15	25	1.00	1.00				
7	10	20	30	1.00	1.00				
8	20	30	40	1.00	1.00				
9	25	35	45	1.00	1.00				
10	35	45	55	1.00	1.00				
11	50	60	70	1.00	1.00				
12	65	75	85	1.00	1.00				
13	100	110	120	1.00	1.00				
14	120	130	140	1.00	1.00				
15	135	145	155	1.00	1.00				
16	175	185	195	1.00	1.00				
17	185	195	205	1.00	1.00				
18	200	210	220	1.00	1.00				
19	200	210	220	1.00	1.00				
20	200	210	220	1.00	1.00				
21	260	270	280	1.00	1.00				
22	260	270	280	1.00	1.00				
23	270	280	290	1.00	1.00				
24	275	285	295	1.00	1.00				
25	280	290	300	1.00	1.00				
26	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
27	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
37	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1

	1	1	1	1	1				
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1				
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1				
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1				
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1				
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1				
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1				
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1				
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1				
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999				

41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1		
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1		
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1		
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1		
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1		
49	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1		
50	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1		
51	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1		
52	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999		

1	1								
2	23								
3	470	480	490	1.00	1.00				
4	470	480	490	1.00	1.00				
5	475	485	495	1.00	1.00				
6	480	490	500	1.00	1.00				
7	480	490	500	1.00	1.00				
8	480	490	500	1.00	1.00				
9	485	495	505	1.00	1.00				
10	490	500	510	1.00	1.00				
11	490	500	510	1.00	1.00				
12	490	500	510	1.00	1.00				
13	495	505	515	1.00	1.00				
14	495	505	515	1.00	1.00				
15	495	505	515	1.00	1.00				
16	500	510	520	1.00	1.00				
17	500	510	520	1.00	1.00				
18	500	510	520	1.00	1.00				
19	505	515	525	1.00	1.00				
20	505	515	525	1.00	1.00				
21	510	520	530	1.00	1.00				
22	515	525	535	1.00	1.00				
23	525	535	545	1.00	1.00				
24	525	535	545	1.00	1.00				
25	525	535	545	1.00	1.00				
26	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
27	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
37	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1

	1	1	1	1	1				
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1				
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1				
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1				
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1				
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1				
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1				
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1				
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1				
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999				

	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1							
58	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1							
59	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1							
60	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999							

1	1								
2	16								
3	655	665	675	1.00	1.00				
4	660	670	680	1.00	1.00				
5	660	670	680	1.00	1.00				
6	665	675	685	1.00	1.00				
7	670	680	690	1.00	1.00				
8	675	685	695	1.00	1.00				
9	675	685	695	1.00	1.00				
10	680	690	700	1.00	1.00				
11	680	690	700	1.00	1.00				
12	685	695	705	1.00	1.00				
13	690	700	710	1.00	1.00				
14	695	705	715	1.00	1.00				
15	700	710	720	1.00	1.00				
16	700	710	720	1.00	1.00				
17	705	715	725	1.00	1.00				
18	705	715	725	1.00	1.00				
19	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
20	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
21	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
22	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
23	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
24	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
25	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
26	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1		
27	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1		
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1		
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1		
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1		
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1		
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1		
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1		
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999		

	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
49	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
50	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
51	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
52	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
53	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1						
54	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1						
55	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1						
56	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1						
57	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1						

58	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
59	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
60	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
61	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
62	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1

1	1								
2	15								
3	830	840	850	1.00	1.00				
4	830	840	850	1.00	1.00				
5	840	850	860	1.00	1.00				
6	840	850	860	1.00	1.00				
7	840	850	860	1.00	1.00				
8	845	855	865	1.00	1.00				
9	845	855	865	1.00	1.00				
10	850	860	870	1.00	1.00				
11	860	870	880	1.00	1.00				
12	860	870	880	1.00	1.00				
13	865	875	885	1.00	1.00				
14	870	880	890	1.00	1.00				
15	875	885	895	1.00	1.00				
16	880	890	900	1.00	1.00				
17	880	890	900	1.00	1.00				
18	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1			
19	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1			
20	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1			
21	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1			
22	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1			
23	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1			
24	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1			
25	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1			
26	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1			
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1			
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1			
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1			
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1			
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1			
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999			

1	1								
2	20								
3	1070	1080	1090	1.00	1.00				
4	1070	1080	1090	1.00	1.00				
5	1070	1080	1090	1.00	1.00				
6	1075	1085	1095	1.00	1.00				
7	1080	1090	1100	1.00	1.00				
8	1085	1095	1105	1.00	1.00				
9	1085	1095	1105	1.00	1.00				
10	1090	1100	1110	1.00	1.00				
11	1095	1105	1115	1.00	1.00				
12	1095	1105	1115	1.00	1.00				
13	1100	1110	1120	1.00	1.00				
14	1100	1110	1120	1.00	1.00				
15	1105	1115	1125	1.00	1.00				
16	1105	1115	1125	1.00	1.00				
17	1105	1115	1125	1.00	1.00				
18	1110	1120	1130	1.00	1.00				
19	1115	1125	1135	1.00	1.00				
20	1115	1125	1135	1.00	1.00				
21	1125	1135	1145	1.00	1.00				
22	1125	1135	1145	1.00	1.00				
23	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
24	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
26	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
27	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
37	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1

	1	1							
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1							
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1							
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1							
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1							
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999							

	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
49	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
50	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
51	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
52	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
53	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
54	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
55	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
56	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
57	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
58	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1

	1	1	1	1					
59	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1					
60	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1					
61	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
62	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1					
63	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	999999999	1	1				
64	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999					

1	1								
2	26								
3	1190	1200	1210	1.00	1.00				
4	1190	1200	1210	1.00	1.00				
5	1190	1200	1210	1.00	1.00				
6	1195	1205	1215	1.00	1.00				
7	1200	1210	1220	1.00	1.00				
8	1200	1210	1220	1.00	1.00				
9	1200	1210	1220	1.00	1.00				
10	1205	1215	1225	1.00	1.00				
11	1205	1215	1225	1.00	1.00				
12	1205	1215	1225	1.00	1.00				
13	1210	1220	1230	1.00	1.00				
14	1210	1220	1230	1.00	1.00				
15	1215	1225	1235	1.00	1.00				
16	1215	1225	1235	1.00	1.00				
17	1220	1230	1240	1.00	1.00				
18	1220	1230	1240	1.00	1.00				
19	1220	1230	1240	1.00	1.00				
20	1220	1230	1240	1.00	1.00				
21	1225	1235	1245	1.00	1.00				
22	1230	1240	1250	1.00	1.00				
23	1235	1245	1255	1.00	1.00				
24	1235	1245	1255	1.00	1.00				
25	1235	1245	1255	1.00	1.00				
26	1240	1250	1260	1.00	1.00				
27	1240	1250	1260	1.00	1.00				
28	1240	1250	1260	1.00	1.00				
29	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
37	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1

41	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1	1		
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1	1		
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1	1		
46	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1		
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1		
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999	1	1	1	1		
49	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1		
50	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1		
51	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	99999	1		
52	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	99999		

	1	1	1	1	1	1	99999	1	1
	1	1	1	1	1	1			
60	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	99999	1
	1	1	1	1	1	1			
61	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	99999
	1	1	1	1	1	1			
62	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	99999	1	1	1	1	1	1	1	1
63	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	99999	1	1	1	1	1	1	1
64	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	99999999	1	1	1	1	1	1
65	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	99999	1	1	1	1	1
66	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	99999	1	1	1	1

CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS W E O

Nesta seção, apresenta-se os resultados computacionais detalhados obtidos para calibração dos parâmetros W e O para o ALP da [Seção 4.3](#).

E.1 Resultados obtidos variando os valores de W e O

A heurística RF não resulta no ótimo global para a formulação matemática completa do ALP, pelo valor da solução se dar através dos subproblemas obtidos com as relaxações lineares. Estas soluções são consideradas limitantes superiores para o problema, elevando a importância da definição de bons parâmetros para os subproblemas. Os tamanhos dos subproblemas (W) e quantidade de sobreposições (O) são as decisões de parâmetros essenciais para obter bons limitantes.

Primeiramente, o valor para W foi considerado menor ou igual a 50 por ser a quantidade de aeronaves das instâncias que foram resolvidas com tempos computacionais pequenos e retornando o valor ótimo da solução. Assim, consideramos W contendo 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50 aeronaves e variando o O em 5, 10 e 15 sobreposições. Nas [Tabela 23](#), [Tabela 24](#), [Tabela 25](#), [Tabela 26](#), [Tabela 27](#), [Tabela 28](#) e [Tabela 29](#) apresenta-se os resultados obtidos em um tempo limite de 600,00 segundos.

Para as devidas análises, na [Tabela 30](#) realiza-se a comparação dos valores da solução (f) obtidos por cada variação de W e O , através da diferença, sendo:

$$\text{Diferença}(\%) = \frac{f(W_i O_j) - f(\text{Melhor Solução})}{f(i)} \times 100, \quad (\text{E.1})$$

$i = 20, 25, 30, 35, 40, 45$ e 50 $j = 5, 10$ e 15

Observa-se que a melhor variação foi com $W = 25$ e $O = 15$ dentre os valores testados com um tempo médio de execução de 243,76 segundos. Nesta variação de valores dos parâmetros,

Tabela 23 – Calibração dos parâmetros: $W = 20$.

Instâncias	A	R	W 20 O 5		W 20 O 10		W 20 O 15	
			Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)
Airland9	100	1	5.611,70	64,32	5.611,70	56,68	5.611,70	44,93
Airland10	150	1	12.658,96	472,41	12.477,24	442,77	12.765,15	444,17
		2	1.143,70	3,00	1.143,70	3,86	1.178,21	7,71
Airland11	200	1	12.440,12	68,93	12.418,32	55,13	12.418,32	58,10
Airland12	250	1	16.596,57	565,48	16.249,68	559,33	16.161,42	565,47
		2	1.696,59	11,46	1.695,62	16,21	1.695,62	45,41
Airland13	500	1	37.743,68	586,97	37.405,35	587,08	37.969,88	595,35
		2	4.023,05	86,57	3.942,80	126,78	3.942,80	258,27
		3	719,89	118,27	690,43	186,07	749,09	370,50
Média:				219,71		225,99		265,55

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 24 – Calibração dos parâmetros: $W = 25$.

Instâncias	A	R	W 25 O 5		W 25 O 10		W 25 O 15	
			Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)
Airland9	100	1	5.611,70	67,15	5.611,70	63,13	5.611,70	66,39
Airland10	150	1	12.726,00	450,53	12.450,94	442,48	12.385,59	443,62
		2	1.155,90	2,89	1.143,70	3,34	1.143,70	4,84
Airland11	200	1	12.418,32	183,31	12.418,32	109,86	12.418,32	159,31
Airland12	250	1	16.527,09	554,46	16.222,25	565,28	16.161,42	556,97
		2	1.708,81	9,79	1.708,81	19,16	1.695,62	26,96
Airland13	500	1	37.714,25	560,89	37.574,43	541,15	37.674,88	593,11
		2	3.920,48	75,36	3.920,39	93,35	3.920,39	169,12
		3	698,62	83,00	767,69	120,75	673,85	173,47
Média:				220,82		217,61		243,76

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 25 – Calibração dos parâmetros: $W = 30$.

Instâncias	A	R	W 30 O 5		W 30 O 10		W 30 O 15	
			Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)
Airland9	100	1	5.625,92	210,90	5.635,23	183,45	5.635,23	95,39
Airland10	150	1	12.563,92	500,41	12.763,55	450,53	12.646,96	480,58
		2	1.143,70	3,02	1.144,98	6,64	1.143,70	4,87
Airland11	200	1	12.418,32	327,88	12.418,32	436,78	12.418,32	415,05
Airland12	250	1	16.241,29	600,11	16.247,44	554,55	16.132,58	565,38
		2	1.695,62	20,31	1.695,62	10,28	1.695,62	29,37
Airland13	500	1	37.754,64	588,32	37.700,84	601,72	37.902,51	584,98
		2	3.921,60	82,65	3.920,39	101,74	3.920,39	559,06
		3	673,85	67,43	673,85	97,75	673,85	125,38
Média:				266,78		271,49		317,78

Fonte: Elaborada pela autora.

todas as soluções encontradas são ótimas (nenhuma instância com tempo $\geq 600,00$ segundos) e apenas 3 soluções maiores que a melhor solução entre todas as variações.

Na [Figura 8](#) observa-se o comportamento das variações do O em relação a diferença média percentual com os valores de W . De maneira geral, valores maiores para o O levam a diferenças menores, ou seja, melhores limitantes superiores. Além disso, na [Figura 9](#) foi analisado o tempo médio gasto, em segundos, dos valores de O de acordo com as variações de

Tabela 26 – Calibração dos parâmetros: $W = 35$.

Instâncias	A	R	W 35 O 5		W 35 O 10		W 35 O 15	
			Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)
Airland9	100	1	5.611,99	153,23	5.625,92	213,93	5.625,92	250,24
Airland10	150	1	12.466,87	480,52	12.429,73	500,31	12.616,38	450,44
		2	1.182,22	4,47	1.143,70	4,31	1.143,70	13,11
Airland11	200	1	12.440,12	436,26	12.440,12	490,06	12.440,12	460,79
Airland12	250	1	16.491,69	534,05	16.241,29	600,12	16.358,23	554,47
		2	1.695,62	14,86	1.695,62	24,73	1.695,62	30,63
Airland13	500	1	37.625,87	591,79	37.827,55	599,14	37.735,22	600,21
		2	3.920,39	122,09	3.920,39	136,13	3.920,39	580,33
		3	673,85	75,33	673,85	71,07	673,85	104,50
Média:				268,07		293,31		338,30

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 27 – Calibração dos parâmetros: $W = 40$.

Instâncias	A	R	W 40 O 5		W 40 O 10		W 40 O 15	
			Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)
Airland9	100	1	5.611,99	242,94	5.635,23	202,61	5.635,23	199,66
Airland10	150	1	12.619,01	480,30	12.511,03	480,41	12.638,95	500,36
		2	1.149,44	9,06	1.143,70	24,57	1.143,70	54,61
Airland11	200	1	12.488,84	451,96	12.494,10	440,71	12.440,12	349,83
Airland12	250	1	16.221,72	525,60	16.253,74	534,00	16.203,33	600,21
		2	1.695,62	21,57	1.695,62	20,71	1.695,62	73,17
Airland13	500	1	38.161,09	567,49	37.858,25	585,33	37.966,50	601,78
		2	3.960,67	261,08	3.920,39	132,72	3.920,39	206,82
		3	706,33	53,40	706,33	57,46	673,85	71,10
Média:				290,38		275,39		295,28

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 28 – Calibração dos parâmetros: $W = 45$.

Instâncias	A	R	W 45 O 5		W 45 O 10		W 45 O 15	
			Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)
Airland9	100	1	5.611,70	203,91	5.611,70	219,11	5.635,23	210,30
Airland10	150	1	12.686,96	450,27	12.471,05	480,16	12.519,15	480,27
		2	1.143,70	31,31	1.143,70	14,56	1.143,70	32,82
Airland11	200	1	12.471,81	539,82	12.440,12	523,25	12.440,12	445,13
Airland12	250	1	16.550,16	514,98	16.148,82	525,43	16.345,00	533,95
		2	1.695,62	38,26	1.695,62	41,36	1.695,62	33,78
Airland13	500	1	38.165,77	561,69	38.099,89	564,96	37.932,25	594,11
		2	3.920,39	428,19	3.920,39	513,49	3.920,39	315,83
		3	676,40	55,48	676,40	53,65	673,85	175,83
Média:				313,77		326,22		313,56

Fonte: Elaborada pela autora.

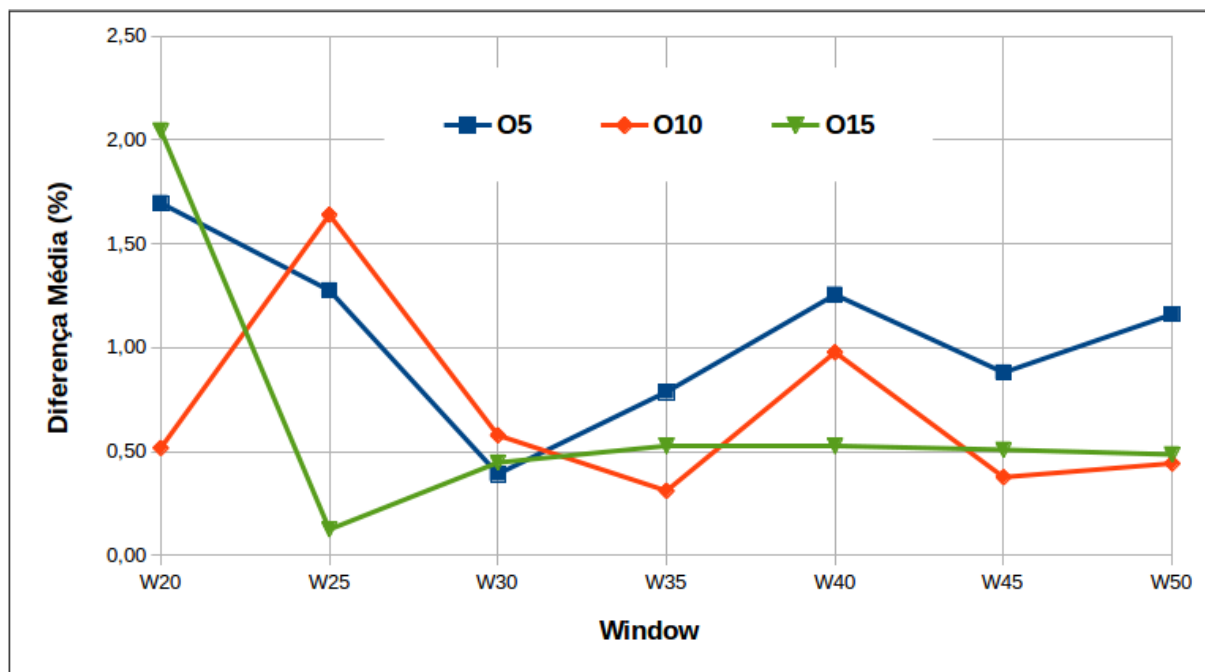
W . Notando que maiores valores para O geram um maior custo computacional, em média.

Por fim, acrescenta-se que valores maiores para W geram menos subproblemas porém maiores, que se tornam mais difíceis de resolver de maneira ótima em um curto espaço de tempo. E, valores maiores de O aumentam a quantidade de subproblemas, exigindo maior esforço computacional.

Tabela 29 – Calibração dos parâmetros: $W = 50$.

Instâncias	A	R	W 50 O 5		W 50 O 10		W 50 O 15	
			Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)	Valor da solução	Tempo (s)
Airland9	100	1	5.635,23	200,63	5.635,23	208,48	5.635,23	233,34
Airland10	150	1	12.581,48	450,27	12.356,13	450,28	12.407,26	480,16
		2	1.143,70	127,56	1.143,70	27,84	1.143,70	39,72
Airland11	200	1	12.418,32	486,67	12.418,32	600,10	12.418,32	519,17
Airland12	250	1	16.531,52	600,20	16.434,86	514,98	16.261,72	525,43
		2	1.709,87	52,65	1.695,62	75,69	1.695,62	84,49
Airland13	500	1	38.666,29	552,73	38.065,71	570,10	38.465,66	563,80
		2	3.989,43	270,97	3.920,39	455,30	3.920,39	563,00
		3	673,85	42,15	673,85	46,38	673,85	53,08
Média:				309,32		327,68		340,24

Fonte: Elaborada pela autora.

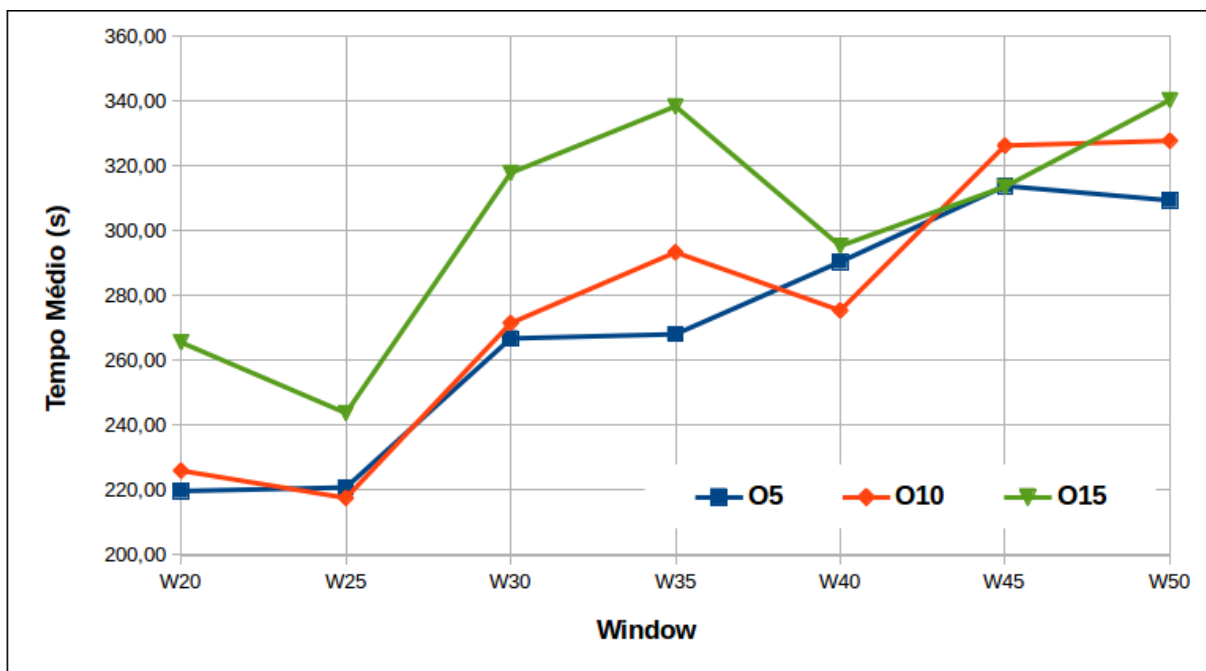
Figura 8 – Comportamento do parâmetro O em relação a diferença média percentual.

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 30 – Diferença percentual dos valores da soluções obtidas entre as variações de W e O.

Instâncias	A	R	Melhor Solução	W 20 O 5	W 20 O 10	W 20 O 15	W 25 O 5	W 25 O 10	W 25 O 15
Airland9	100	1	5.611,70	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland10	150	1	12.356,13	2,39	0,97	3,20	2,91	0,76	0,24
		2	1.143,70	0,00	0,00	2,93	1,06	0,00	0,00
Airland11	200	1	12.418,32	0,18	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland12	250	1	16.132,58	2,80	0,72	0,18	2,39	0,55	0,18
		2	1.695,62	0,06	0,00	0,00	0,77	0,77	0,00
Airland13	500	1	37.405,35	0,90	0,00	1,49	0,82	0,45	0,72
		2	3.920,39	2,55	0,57	0,57	0,00	0,00	0,00
		3	673,85	6,40	2,40	10,04	3,55	12,22	0,00
Média:				1,70	0,52	2,05	1,28	1,64	0,13
Instâncias	A	R	Melhor Solução	W 30 O 5	W 30 O 10	W 30 O 15	W 35 O 5	W 35 O 10	W 35 O 15
Airland9	100	1	5.611,70	0,25	0,42	0,42	0,01	0,25	0,25
Airland10	150	1	12.356,13	1,65	3,19	2,30	0,89	0,59	2,06
		2	1.143,70	0,00	0,11	0,00	3,26	0,00	0,00
Airland11	200	1	12.418,32	0,00	0,00	0,00	0,18	0,18	0,18
Airland12	250	1	16.132,58	0,67	0,71	0,00	2,18	0,67	1,38
		2	1.695,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland13	500	1	37.405,35	0,93	0,78	1,31	0,59	1,12	0,87
		2	3.920,39	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	673,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Média:				0,39	0,58	0,45	0,79	0,31	0,53
Instâncias	A	R	Melhor Solução	W 40 O 5	W 40 O 10	W 40 O 15	W 45 O 5	W 45 O 10	W 45 O 15
Airland9	100	1	5.611,70	0,01	0,42	0,42	0,00	0,00	0,42
Airland10	150	1	12.356,13	2,08	1,24	2,24	2,61	0,92	1,30
		2	1.143,70	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland11	200	1	12.418,32	0,56	0,61	0,18	0,43	0,18	0,18
Airland12	250	1	16.132,58	0,55	0,75	0,44	2,52	0,10	1,30
		2	1.695,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Airland13	500	1	37.405,35	1,98	1,20	1,48	1,99	1,82	1,39
		2	3.920,39	1,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		3	673,85	4,60	4,60	0,00	0,38	0,38	0,00
Média:				1,26	0,98	0,53	0,88	0,38	0,51
Instâncias	A	R	Melhor Solução	W 50 O 5		W 50 O 10		W 50 O 15	
Airland9	100	1	5.611,70	0,42		0,42		0,42	
Airland10	150	1	12.356,13	1,79		0,00		0,41	
		2	1.143,70	0,00		0,00		0,00	
Airland11	200	1	12.418,32	0,00		0,00		0,00	
Airland12	250	1	16.132,58	2,41		1,84		0,79	
		2	1.695,62	0,83		0,00		0,00	
Airland13	500	1	37.405,35	3,26		1,73		2,76	
		2	3.920,39	1,73		0,00		0,00	
		3	673,85	0,00		0,00		0,00	
Média:				1,16		0,44		0,49	

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 9 – Comportamento do parâmetro O em relação ao tempo médio percentual.

Fonte: Elaborada pela autora.

