

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS

OK



ASPECTOS DA TEORIA DE CARGA ESPACIAL APLICADA
À IRRADIAÇÃO DE DIELÉTRICOS COM FEIXES ELETRÔ-
NICOS

LUIZ NUNES DE OLIVEIRA

(Trabalho apresentado ao Instituto
de Física e Química de São Carlos ,
USP, para a obtenção do título de
Mestre em Física)

Orientador:

Prof.Dr. Bernhard Gross

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS
São Carlos - 1975

À Mara Cristina e à Maria Carolina

(gente carinhosa que não acaba
mais...)

Este trabalho foi realizado com apoio financeiro da FAPESP, BNDE e da CNEN.

ÍNDICE

Agradecimentos.....	I
Resumo.....	II
Abstract.....	III
Contribuições Originais.....	IV
I - Introdução.....	1
II- Efeitos de irradiação com elétrons em dielétricos.	
1 - Efeitos gerais.....	2
2 - Efeitos gerais- Aspectos teóricos.....	5
3 - Técnicas experimentais de irradiação.....	8
4 - Resenha de resultados experimentais.....	12
III- Formulação matemática.....	17
5 - Equação de transporte.....	18
6 - Modelos equivalentes.....	25
7 - Efeitos de carga espacial.....	30
IV - Aplicações a arranjos experimentais particulares..	
Pequena penetração.....	34
8 - Modo de circuito aberto.....	34
9 - Modo de circuito fechado.....	38
V - Aplicações a <u>arranjos experimentais particulares..</u>	
Elétrons quase trespessantes.....	48
10 - Modo de circuito fechado. Regime estacionário	48
VI - Conclusões e sugestões para trabalhos futuros.....	60
Tabela I	62
Bibliografia.....	63

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação é fruto de um esforço coletivo envolvido de tantas pessoas que é impossível dar conta, aqui, de todos os nomes que dele participam.

Permito-me mencionar apenas os elementos mais diretamente ligados ao trabalho aqui desenvolvido.

As figuras de proa dessa equipe, Profs. Bernhard Gross e Guilherme Fontes Leal Ferreira são, sem dúvida, excepcionais. A amizade, a compreensão, o incentivo, o interesse, a autenticidade que neles encontrei ultrapassam os limites de qualquer escala. O uso da primeira pessoa do plural na frase que considero a mais significativa do presente trabalho é, antes da homenagem que pretendia ser, um mínimo de justiça que se pode fazer a esses dois Educadores. Não há construção, ou figura de linguagem que possam expressar-lhes a minha gratidão.

Agradeço ao Renê Moreno, amigo sincero, pelas valiosas discussões que sempre está disposto a manter e também pela pronta ajuda e incentivo nas incursões que fiz no campo experimental.

Ao Paulo Cesar de Camargo agradeço pela leitura e crítica do manuscrito, um símbolo de sua amizade e senso de colaboração.

Aos Profs. Sérgio Mascarenhas de Oliveira e Milton S. de Campos, a minha gratidão pelo incentivo.

Agradeço à Loreni pela boa vontade, presteza e perfeição com que datilografou este trabalho.

Sou grato também ao Paulinho que traçou vários dos desenhos que ilustram esta dissertação.

Enfim a todos os professores e funcionários desta instituição de ensino e pesquisa, que tanto influíram e ainda influem em minha formação, o meu mais profundo reconhecimento.

RESUMO

A irradiação de dielétricos sólidos com feixes eletrônicos tem-se revelado uma poderosa ferramenta na investigação das características de armazenamento e condução de carga elétrica nesses materiais.

O presente trabalho faz uma revisão dos resultados que se têm obtido no campo, discute uma equação de transporte para carga em excesso em isolantes amorfos e aplica-a a particulares montagens experimentais. Encontra-se que os efeitos de carga espacial não são em geral importantes para pequenas penetrações do feixe na amostra, mas desempenham papel essencial no caso de elétrons quase-trespasantes. Em particular, obtém-se satisfatória concordância com os resultados experimentais de Spear (1955).

ABSTRACT

Irradiation of solid dielectric with electron beams has been used as a powerful tool in investigations of charge storage and transport in such materials.

The present work reviews some of the results that have been obtained in this area and discusses the formulation of a transport equation for excess charge in irradiated insulators. This equation is subsequently applied to various experimental set-ups. It is found that space charge effects play an essential role in the establishment of stationary currents in samples subject to quasi-penetrating electron beams. Such effects may, however, be neglected for low electron ranges. Theoretical results are in good agreement with experimental findings by Spear (1955).

CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS

Constituem contribuições originais do presente trabalho:

1. Uma formulação mais geral da equação para transporte de carga em excesso em dielétricos amorfos, mostrando as limitações da expressão usualmente utilizada na literatura.
2. Solução do problema da irradiação de isolantes amorfos com elétrons pouco penetrantes, com inclusão dos efeitos mais relevantes de carga espacial, possibilitando uma mais segura interpretação de dados experimentais.
3. Estudo do regime estacionário associado à irradiação de dielétricos com elétrons quase-trespasantes, explicando as características essenciais dos resultados experimentais de Spear.

CAPÍTULO I

I - INTRODUÇÃO

A técnica de irradiação de sólidos com feixes eletrônicos tem sido extensivamente usada no último quarto de século, e com particular ênfase no estudo de propriedades elétricas de isolantes. Enquanto que muitos autores, nesse campo, se dedicaram a medidas realizadas após o término da irradiação¹⁻⁵, outros - e principalmente nos anos 70- têm-se especializado na obtenção de dados durante o bombardeio⁶⁻¹⁶. Este último tipo de experimento proporciona maior riqueza de informações que, no entanto, são complementadas por resultados conseguidos com a outra técnica experimental.

Paralelamente a esse progresso no terreno da experimentação, a última década viu um considerável avanço na teoria de carga espacial em sólidos¹⁷⁻²⁸, como consequência principalmente da aplicação de ferramentas matemáticas poderosas¹⁸ - ainda que simples - à solução das equações básicas que regulam o transporte de cargas em dielétricos.

O presente trabalho busca uma adaptação da teoria de carga espacial, que torne possível a aplicação desta a situações experimentais nas quais as medidas são feitas durante a irradiação de isolantes com feixes eletrônicos. Longe da pretensão de ser um tratado sobre o assunto, ele tocará apenas superficialmente em tópicos que não sejam fundamentais. As técnicas experimentais a serem abordadas, outrossim, serão apenas aquelas a que o programa em vista se aplica com maior simplicidade. Ainda que uma variedade de métodos possam ser discutidos dentro desse critério, classes inteiras serão deixadas de lado, notadamente a irradiação por pulsos ou com feixes de alta energia.

Na secção II encontra-se um breve apanhado sobre irradiação eletrônica em isolantes; na secção III o problema é matematicamente formulado e nas secções IV e V faz-se a aplicação a montagens experimentais.

II - EFEITOS DE IRRADIAÇÃO COM ELÉTRONS EM DIELÉTRICOS

Nesta Secção, uma pequena revisão é feita do que se conhece sobre irradiação de isolantes com feixes eletrônicos. Naturalmente, apenas os tópicos relevantes ao desenvolvimento posterior do trabalho serão abordados. Os itens 1 e 2 tratam dos efeitos da radiação nos seus aspectos mais gerais. O item 3 fala das montagens experimentais mais práticas e o 4, passando em revista os resultados experimentais mais recentes, aponta aqueles cuja interpretação ainda está em aberto.

1 - EFEITOS GERAIS

Os efeitos da radiação em sólidos constituem tema tão vasto quanto interessante. Enquanto que este qualificativo convida, aquele proíbe uma discussão geral do assunto. Mesmo o tópico da irradiação com feixes eletrônicos extravasa, em sua generalidade, os propósitos desta dissertação. Dela só pode fazer parte uma descrição dos efeitos que constituirão o assunto das futuras discussões. Estes podem ser reunidos sob dois títulos:

A - Produção de carga espacial

B - Alteração direta das propriedades de transporte

A - O primeiro efeito é característica (ainda que não exclusiva²⁹⁻³⁰) da irradiação de amostras com feixes eletrônicos não transpassantes, isto é, de baixa energia. Entende-se que, nessas circunstâncias, um acúmulo de elétrons primários dará origem a carga espacial dentro da amostra. A presença da carga em excesso pode ser comprovada, por exemplo, pelo aparecimento de rupturas causadas por campos excessivamente altos no interior do espécimen^{1,31}.

Muitos autores têm-se dedicado à coleta de dados sobre as características de deposição dos elétrons na amostra irradiada; os

estudos que se encontram na literatura se referem tanto a isolantes como a condutores, alumínio tendo sido um favorito neste tipo de trabalho. Duas áreas de interesse podem ser definidas aqui, da primeira³²⁻³⁵ fazendo parte medidas do alcance do feixe dentro da amostra, e da segunda³⁶⁻⁴⁰ as determinações de perfis de deposição, ou de curvas de transmissão, para o feixe no interior do material. A conclusão generalizada, no que toca a estas últimas, está esquematicamente indicada na Fig. (1).

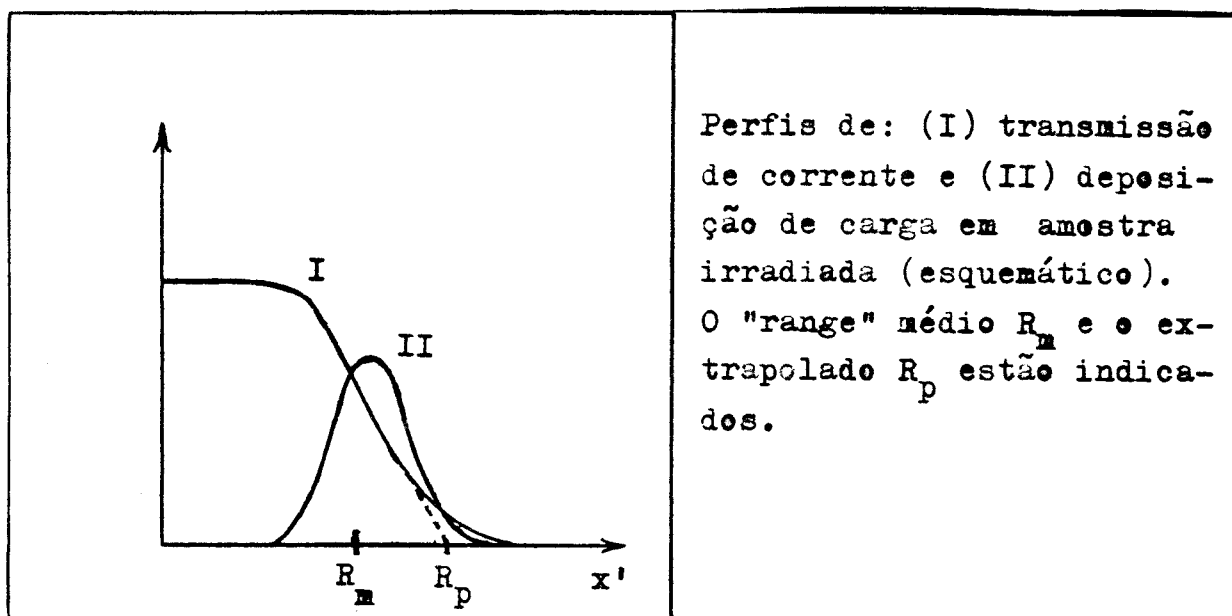


Fig. (1)

Observa-se que o perfil de deposição tem uma largura que corresponde a uma fração finita da espessura da amostra. Não há, portanto, um alcance (ou "range") bem demarcado para o feixe. Para fins de medidas de penetração, costumam-se definir duas grandezas: o "range" extrapolado R_p , que corresponde a uma extrapolação da parte linear da curva de transmissão, e o "range" médio R_m dado pelo baricentro do perfil de deposição. Ambos estão assinalados na Fig. (1). A relação entre R_p e R_m varia com a energia do feixe e com o material irradiado. Consti

tui³⁰, no entanto, boa aproximação tomar-se $R_m/R_p = 2/3$. Na literatura se encontram³²⁻³⁵ vários estudos sobre a relação entre penetração e energia do feixe. Existe concordância geral quanto a que o "range" (médio ou extrapolado) seja proporcional a alguma potência da energia cinética dos elétrons primários. Os expoentes obtidos, porém, variam de autor para autor na razão em que variam as condições experimentais, particularmente as faixas energéticas usadas. Uma das primeiras relações que se evidenciou³², destaca-se por encontrar amparo teórico como caso limite da equação de Bethe⁴¹ para baixas energias. Esta lei (de Thomson-Whiddington) se escreve

$$V_p^2 = \alpha R_m \quad (1.1)$$

onde V_p é a energia dos elétrons incidentes, R_m o "range" médio, e α uma constante que depende da amostra irradiada. Diversos autores^{7,33,40} tem comprovado a validade dessa lei na faixa de energia de dezenas de keV.

Convém ressaltar, neste ponto, que a carga primária, em geral, não manterá o seu perfil de deposição. Não só a condutividade induzida por radiação concorrerá para a sua neutralização, como os próprios elétrons, dotados de mobilidade, tenderão a migrar para a periferia da amostra. Este último efeito, importante para criar novas perspectivas para a condução no material, manifesta-se macroscopicamente por uma alteração na corrente elétrica através do isolante.

B - A discussão das alterações nas propriedades de transporte em amostras irradiadas deve ser feita com algum detalhe, dada a relativa complexidade que envolve esse fenômeno.

É fato experimentalmente conhecido desde há várias décadas⁴² que a radiação produz um aumento da condutividade elétrica de isolantes; plásticos cujas condutividades normais ("no escuro") são da ordem de $10^{-20}/\Omega$ cm passam a ser maus isolantes,

com condutividade várias ordens de grandeza aumentadas, quando irradiados.

Numa análise qualitativa, pode-se atribuir o crescimento da condutividade a um aumento da densidade de portadores no material. Esse aumento, por sua vez, deve-se ao poder de ionização da radiação incidente, responsável pela criação de muitos pares elétrons-buracos.

A condutividade induzida por radiação (RIC) varia com a taxa que se impõe à amostra de acordo com a relação⁴²⁻⁴³

$$g = g_0 (\dot{\phi} / \dot{\phi}_0)^\Delta \quad (1.2)$$

Aqui g_0 e $\dot{\phi}_0$ são constantes com dimensões de condutividade e taxa de radiação, respectivamente, enquanto que Δ é adimensional e depende tanto do material como da temperatura. O seu valor, experimentalmente determinado, nunca é menor do que 1/2, porém não excede a unidade.

Ainda sob o título de alterações de propriedades de transporte, um segundo efeito deve ser levado em conta: Havendo formação de carga espacial na amostra irradiada, os elétrons que constituem essa carga, poderão, eventualmente, se deslocar através do material, conforme já foi ressaltado. Esses elétrons em excesso, porém, não se distinguem fisicamente dos demais. Não será, portanto, descabido questionar a imutabilidade das características de movimentação da carga espacial em amostra sujeita a irradiação. Objetivamente, esta questão exige um estudo da variação da mobilidade efetiva dos elétrons como função da taxa de irradiação. Um tal estudo, sob um ponto de vista experimental é bastante inconclusivo, dada a disparidade entre os valores que se encontram na literatura^{11,44} para mobilidades eletrônicas em isolantes amorfos.

2 - EFEITOS GERAIS - ASPECTOS TEÓRICOS

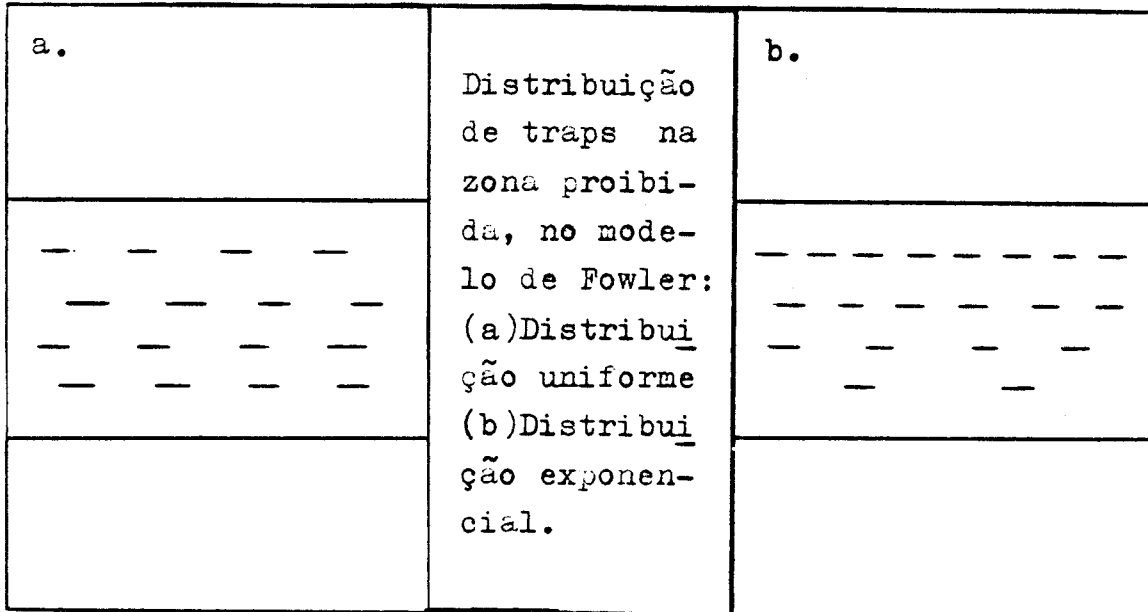
O modelo proposto por Rose⁴⁵ para explicar as caracte-

rísticas básicas da fotocondutividade também se aplica à irradiação com elétrons. Fowler⁴³, em 1956, combinou essas idéias teóricas com resultados experimentais, em uma análise quantitativa do crescimento da condutividade em isolantes amorfos irradiados. Esse trabalho pioneiro se refere à irradiação com raios X; não obstante, as idéias básicas - e conseqüentemente os resultados - podem ser utilizados para a irradiação com elétrons.

O modelo admite a existência de uma banda de condução separada da banda de valência por uma zona proibida na qual se faz presente uma distribuição contínua (na energia) de centros localizados ("traps") capazes de aprisionar elétrons. Sempre seguindo Rose, Fowler⁴³ analisa dois tipos de expressão matemática para a distribuição energética $M(E)$ dos traps na zona proibida:

- a) Distribuição uniforme - $M(E) = M_0$.
- b) Distribuição exponencial - $M(E) = M_1 e^{-E/kT_1}$.

M_0 , M_1 e T_1 são constantes que dependem do material e a energia E se mede da banda de condução para baixo. Admite-se que a temperatura característica T_1 seja superior às temperaturas em que as medidas são feitas.



Através desse modelo, Fowler obtém uma dependência correta da condutividade com a taxa de radiação (isto é, aquela expressa pela Eq. (1.2)) e, de acordo com o tipo de distribuição que usa, encontra os seguintes valores para a constante adimensional Δ :

- a) Distribuição uniforme $-\Delta = 1$.
- b) Distribuição exponencial $-\Delta = T_1 / (T + T_1)$

A faixa de valores percorrida por Δ está, então, em perfeita harmonia com os resultados experimentais.

Embora não concerna diretamente o desenvolvimento do presente trabalho, vale a pena ressaltar que o modelo de Rose - Fowler prediz uma correta variação da condutividade com a temperatura, bem como mostra boa concordância com os dados experimentais no que se refere ao decaimento da condutividade como função do tempo após o término da irradiação.

O trabalho de Fowler, no entanto, não menciona a possibilidade de formação de barreiras de carga espacial nas vizinhanças dos eletrodos. Esse efeito, que pode influenciar os resultados experimentais, tem sido objeto de recentes análises teóricas⁴⁶⁻⁴⁷. Os dados de que se dispõem atualmente, porém, não permitem uma avaliação de sua importância efetiva nas medidas de condutividade induzida por radiação.

A dependência da mobilidade efetiva dos portadores como função da taxa de radiação foi objeto de recente análise teórica feita por Gross⁴⁸. Antes de se exporem os resultados conseguidos, convém esclarecer-se o que se entende por mobilidade efetiva. Esse conceito pode ser concisamente discutido com base no modelo de bandas usado por Fowler: Um elétron gasta uma fração pequena de sua "vida" na banda de condução; a maior parte do tempo ele permanece preso em centros localizados. Assim sendo, a velocidade efetiva de um elétron é bastante pequena em relação à sua velocidade real na banda. A mobilidade efetiva, ou modulada por traps, do elétron é proporcionalmente reduzida (o fator de redução é igual à ra

zão entre número de elétrons na banda e número total - livres mais presos em traps - de elétrons) em relação à mobilidade livre.

Gross⁴⁸ encontra uma relação entre a mobilidade efetiva e a taxa de radiação dada por §:

$$\mu = [\alpha g_0^2 W / \mu_0 e^2 \delta \dot{\phi}_0] (\dot{\phi} / \dot{\phi}_0)^{2\Delta-1} \quad (2.1)$$

onde $\underline{\mu}$ e $\underline{\mu}_0$ são as mobilidades modulada e livre, $\underline{\alpha}$ o coeficiente de recombinação entre buracos e elétrons, \underline{W} a energia necessária para produzir um par elétron-buraco, \underline{e} a carga eletrônica e $\underline{\delta}$ a densidade do material. De acordo com essa expressão, a dependência da mobilidade com respeito à taxa de radiação é mais fraca do que a da condutividade, em geral.

Para finalizar esta secção, resta observar-se que a condutividade induzida por radiação é função da penetração do feixe na amostra, conforme se constata das Eqs. (1.1) e (1.2). Notando-se que a taxa de radiação é proporcional à energia do feixe e inversamente proporcional à penetração média, vem:

$$g = g_D (D/R_m)^{\Delta/2} \quad (2.2)$$

onde g_D é a condutividade para penetração total, ($R_m = D$).

3 - TÉCNICAS EXPERIMENTAIS DE IRRADIAÇÃO

No campo da irradiação de dielétricos com elétrons de baixa energia, dentre as várias montagens experimentais descritas

§ Convém notar que o resultado de Gross é obtido sob hipóteses menos restritivas do que as usadas por Fowler. Embora a suposição de que os buracos se prendam a centros de recombinação (implícita na Ref. (43)), seja necessária, a dedução da Eq. (2.1) independente da distribuição de traps na zona proibida.

na literatura, destaca-se, senão pela sua popularidade, ao menos por eficiência e simplicidade, o arranjo introduzido por Spear⁷ em 1955, e recentemente denominado "Caixa de Faraday Partida"¹⁴⁻¹⁶. Sendo o formato da amostra aquele de um filme fino, depositam-se eletrodos sobre suas superfícies maiores. Toma-se normalmente a precaução de se fazerem os eletrodos suficientemente tênues para que não constituam barreira significativa para os elétrons primários. O conjunto amostra-eletrodos assume assim as características de um condensador.

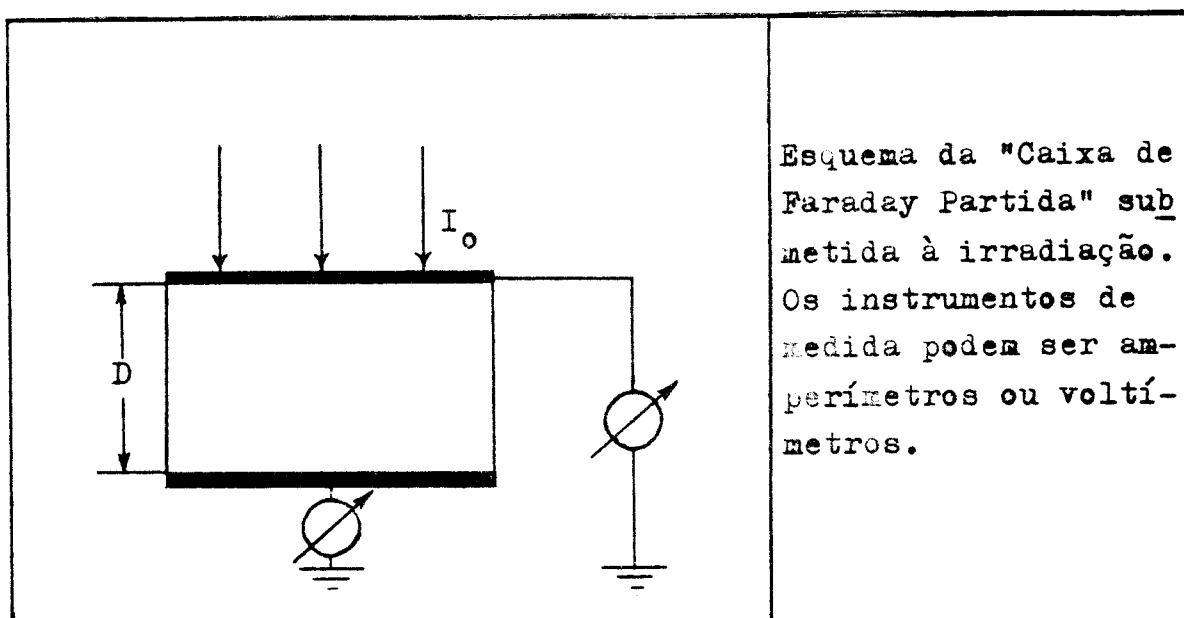


Fig. (3)

A irradiação se faz através de um dos eletrodos - conhecidos como eletrodo da frente - e paralelamente à sua normal. Instrumentos de medida elétrica são conectados entre os eletrodos e a Terra. A natureza desses instrumentos determina o modo de operação da montagem. Na prática¹⁴⁻¹⁶, utilizam-se os três modos cuja descrição se segue:

Modo A

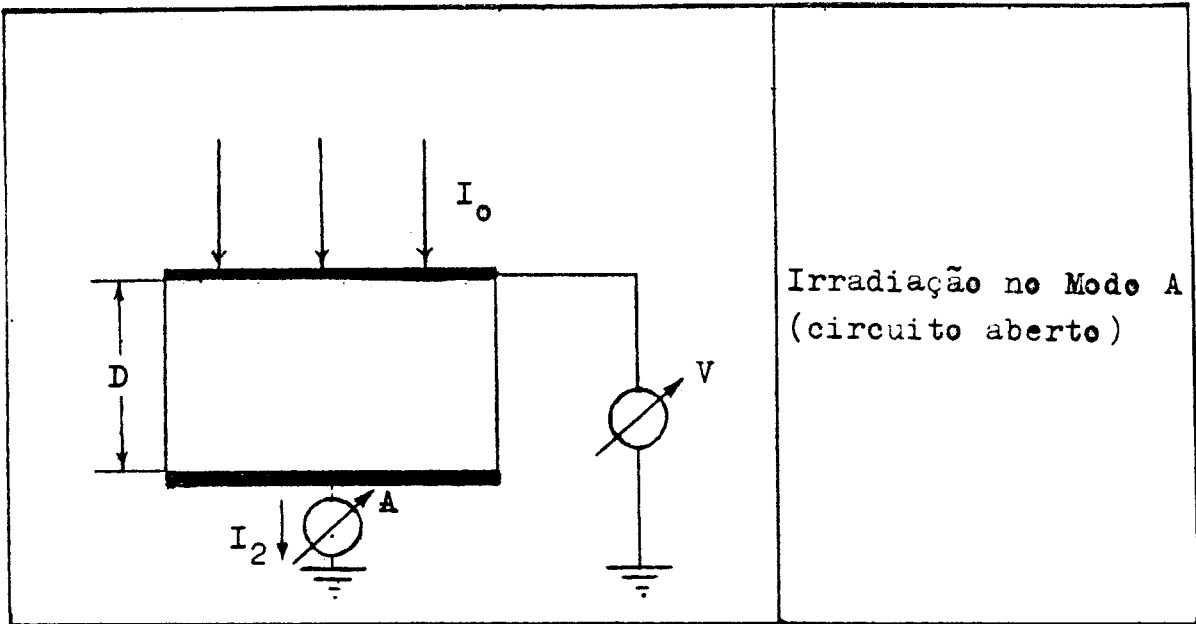


Fig. (4)

Nesta montagem, um voltímetro se liga ao eletrodo da frente, enquanto que ao posterior um amperímetro se conecta. Sendo a energia do feixe insuficiente para trespassar a amostra, a corrente de incidência, I_0 , deve ser idêntica à que atravessa o amperímetro, I_2 . O voltímetro mede a diferença de potencial entre os dois eletrodos, que é o dado de interesse.

Modo B

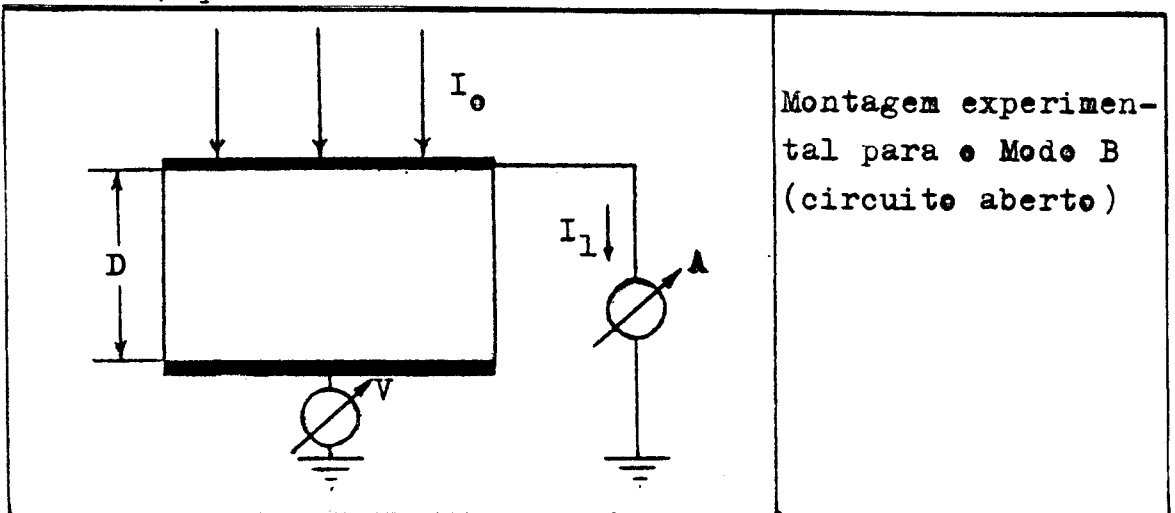


Fig. (5)

O modo B obtém-se de A trocando-se as posições dos instrumentos de medida. Exige-se agora que a corrente fluindo do eletrodo dianteiro à Terra, I_1 , seja igual à corrente incidente I_0 . O voltímetro novamente indica a diferença de potencial entre os eletrodos. Vale observar que, embora semelhantes na disposição, os modos A e B diferem fundamentalmente em uma característica: Enquanto que em A uma corrente I_0 circula pela amostra, no modo B a corrente através da amostra é nula. A dinâmica dos portadores é marcadamente variada de um caso para outro, como consequência.

Modo C

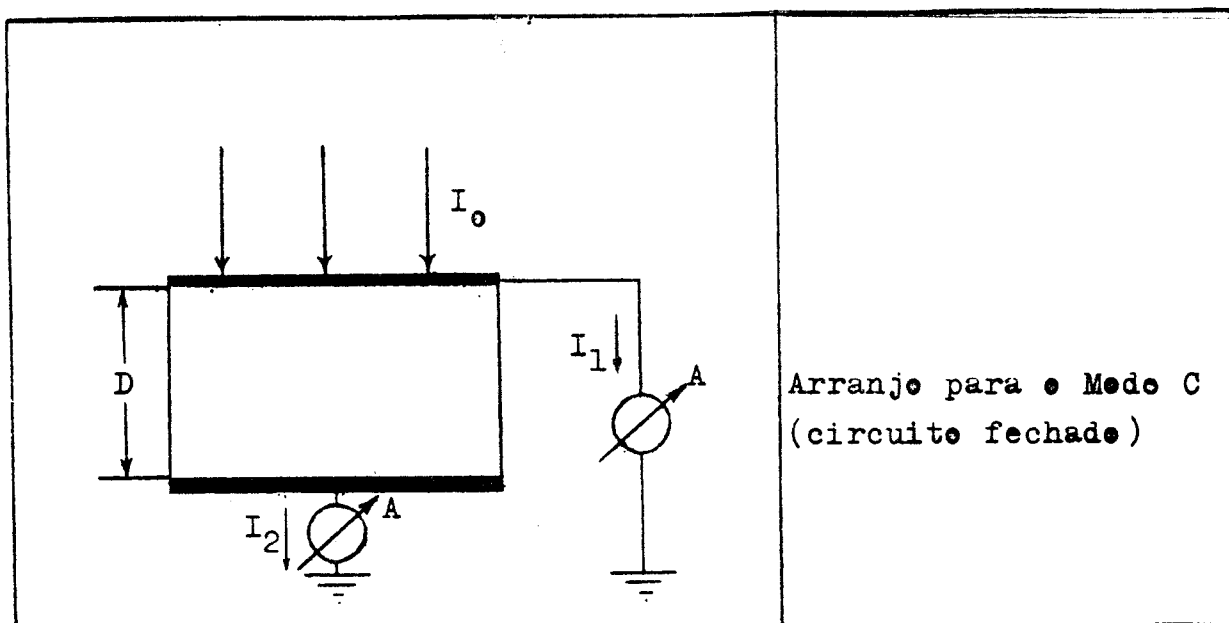


Fig. (6)

Neste terceiro arranjo, ambos os eletrodos se ligam à Terra por amperímetros. Não havendo trespassagem da amostra pelo feixe, e uma vez que a diferença de potencial entre os seus extremos é mantida constante, a conservação da carga elétrica exige que a corrente fluindo dos eletrodos para a Terra iguale a incidente, ou seja^{7, 14}:

$$I_0 = I_1 + I_2 \tag{3.1}$$

O amperímetro ligado ao eletrodo de trás fornece então a corrente I_2 através da amostra em cada instante. A corrente I_1 , medida no outro amperímetro permite registrar a corrente de incidência como função do tempo.

O modo C permite, ainda, variantes:

- i. Liga-se uma fonte de tensão entre um dos amperímetros e a Terra. Consegue-se com isso o estabelecimento de uma tensão controlada entre os eletrodos.
- ii. Intercala-se um resistor a amperímetro e Terra. O efeito desse procedimento é um aumento dos tempos de relaxação elétricos, o que significa transientes mais longos.

4 - RESENHA DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste ítem, serão descritos resultados experimentais diretamente relacionados com a formulação teórica que será posteriormente feita. Mais especificamente, só serão tratados os experimentos em que filmes finos de material isolante são continuamente bombardeados com feixes eletrônicos não trespassantes. Dentro dessa classe, ainda uma divisão pode ser feita: muitos autores⁶⁻¹⁰ se dedicaram ao estudo de regimes estacionários, enquanto que outros¹¹⁻¹⁶ aos efeitos transientes que se seguem ao início da irradiação. As duas áreas de interesse serão abordadas nessa ordem, que é ditada pela cronologia dos trabalhos publicados.

4a) Estudos relacionados com regime estacionário

Destacam-se no campo os trabalhos de Enrenberg e colaboradores^{6,8}. Encontraram eles, ao irradiarem amostras de diversos materiais (As_2S_3 , Si_2S_3 , Al_2O_3 , ZnS) que correntes estacionárias fluíam através das mesmas apenas para energias do feixe eletrônico acima de um valor crítico. Ficou patente que, para energias inferiores ao valor crítico não havia trespassagem da amostra por

parte dos elétrons primários, muito embora não fosse possível, dos resultados experimentais, extrair qualquer conclusão quanto à completa penetração da amostra pelos feixes de radiação para energias além do valor crítico. Levantou-se, conseqüentemente, a hipótese que o valor crítico corresponderia à energia de trespassagem. Essa suposição foi posta por terra por Spear⁷, que mostrou que a penetração crítica correspondia a um "range" extrapolado aproximadamente igual à metade da espessura da amostra. Esta conclusão, verificou ser válida para uma variedade de materiais, (Pyrex, Mica, As_2S_3). A interpretação de Spear baseou-se em considerações sobre a posição do plano de campo nulo em relação ao máximo da curva de deposição da carga primária. Essa explicação não foi aceita por Ehrenberg e Bowlt que, mais recentemente¹⁰ voltam a atacar o problema com novos recursos experimentais. Verificam eles a correção do achado de Spear com respeito à relação entre penetração crítica e espessura, mas concluem que nenhuma explicação baseada no que atualmente se conhece sobre transporte de carga poderá justificar o fenômeno.

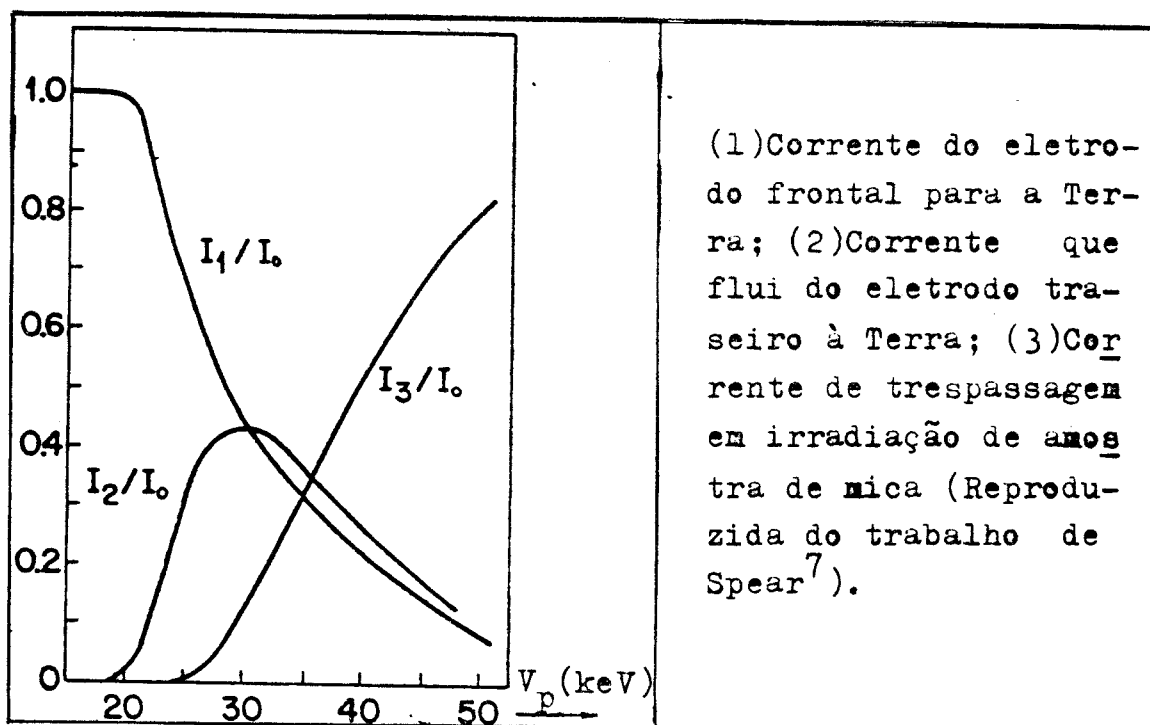


Fig. (7)

O trabalho de Spear⁷ é, sem dúvida, o mais rico em da-

dos úteis - senão o mais importante - da série. Por ser tão relevante ao assunto desta dissertação, duas de suas figuras são aqui reproduzidas. A Fig. (7) mostra típicas curvas de corrente como função da energia do feixe. A curva assinalada I_1 se refere à corrente do eletrodo frontal para a Terra, I_2 à corrente do eletrodo traseiro para a Terra e a corrente I_3 mede a fração do feixe que trespassa a amostra (coletada numa caixa de Faraday). Esta última curva revela que, para uma energia de aproximadamente 27 keV - correspondente a uma extrapolação para transmissão nula - o "range" extrapolado R_p se igual à espessura da amostra. Da mesma forma, o seu ponto de inflexão corresponde aproximadamente a "range" médio $R_m = D$. Este último evento tem lugar em $V_0 \approx 35$ keV. Lançando-se mão da relação de Thomson-Whiddington³², Eq. (1.1)*, vem (para uma mesma energia do feixe):

$$R_m/R_p = (27/35)^2 \approx 0,6$$

próximo da relação $R_m/R_p = 2/3$ citada anteriormente.

Deve-se notar que a penetração crítica dá-se para $V_p \approx 21$ keV. Esse valor corresponde, novamente de acordo com a relação de Thomson-Whiddington³², a alcances dados por:

$$R_m/D \approx 0,36$$

$$R_p/D \approx 0,6$$

O último valor é o apresentado por Spear¹ como sendo próximo da cifra 1/2. O alcance médio, correspondente ao máximo do perfil de deposição eletrônica é, no entanto, uma grandeza mais significativa.

* Spear tem o cuidado de verificar experimentalmente a validade dessa lei, nas condições em que trabalha.

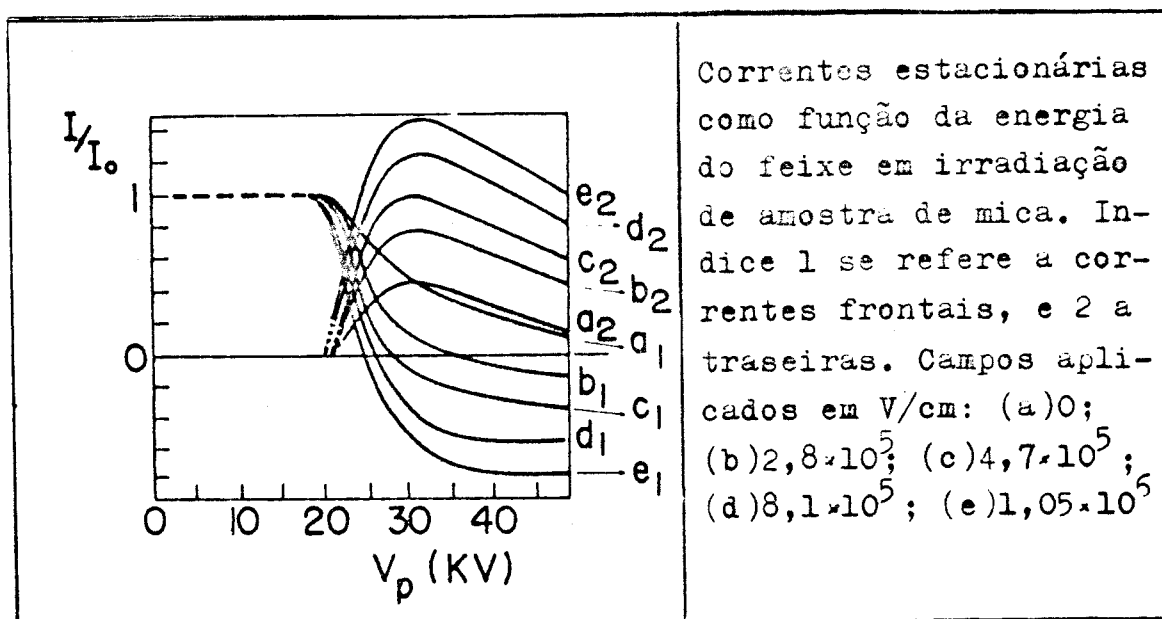


Fig. (8)

A Fig. (8) mostra curvas análogas às reveladas na ilustração anterior, para várias tensões aplicadas à amostra. As curvas de transmissão foram excluídas desse gráfico. Além de características gerais diferentes, nota-se particularmente que as curvas com tensão aplicada tendem a valores finitos para grandes energias do feixe. Essa particularidade será de grande valia na determinação da condutividade induzida por radiação.

4b) Efeitos relacionados com medidas feitas durante o transiente

As medidas de transientes são, naturalmente, obrigatórias quando se trata de irradiação com feixes pulsados. Embora essa técnica experimental não seja diretamente relevante ao que se pretende estudar aqui, a importância que ela tem como precursora da técnica de medida de transientes em amostras irradiadas com feixes contínuos não pode ser posta de lado.

Entre os fenômenos observados na irradiação com feixes pulsados, destacam-se dois: O primeiro se refere à emissão de elé-

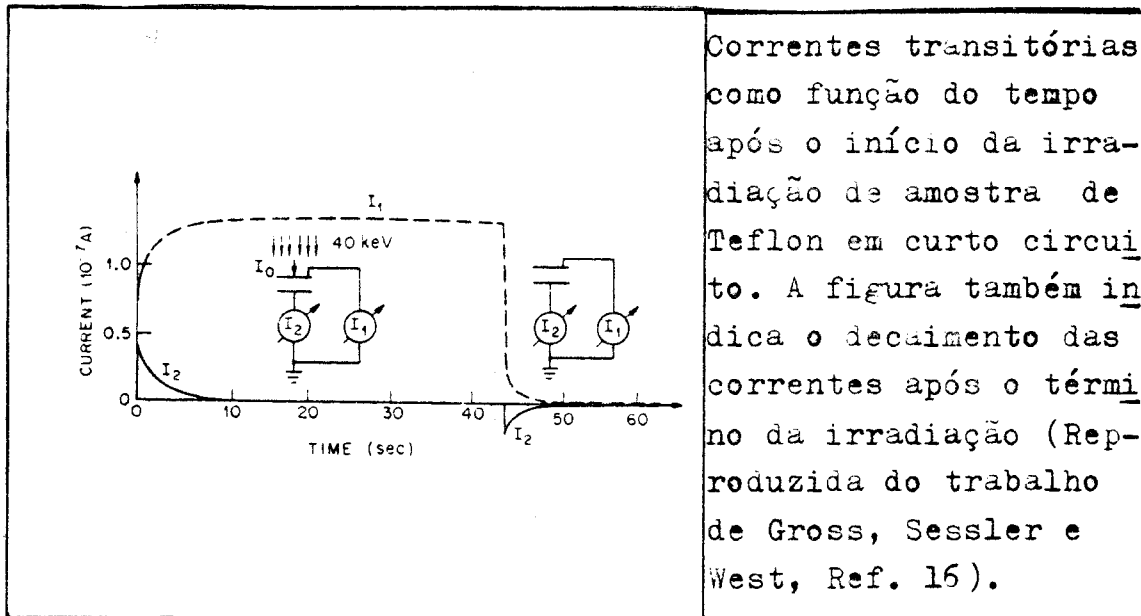
trons secundários da superfície irradiada⁴⁹. A deposição de eletrodo transparente ao feixe sobre a face irradiada da amostra diminui esse efeito indesejável¹². Tem no entanto a desvantagem de impossibilitar medidas de penetração da carga depositada pelo método da indução⁵⁰. Não obstante, a montagem da Caixa de Faraday Partida¹⁴⁻¹⁶ abre novos caminhos para a medição dessa grandeza. Em verdade, o arranjo experimental introduzido por Spear⁷ foi revivido nos últimos anos^{12,13} em experimentos com feixes pulsados, a principal vantagem residindo na possibilidade de se medir diretamente a corrente líquida introduzida na amostra, tornando irrelevante a emissão secundária. A técnica pode ser transplantada para experimentos com reixes contínuos, e abre nesse campo as portas para medidas de transientes.

O segundo efeito interessante observado na irradiação com pulsos é o da redução de "range"⁵¹⁻⁵². Esse efeito, que só aparece nas irradiações feitas com maciças correntes primárias, deve-se ao acúmulo de carga primária, que gera um campo elétrico na região irradiada, campo este que pode ser suficientemente intenso para desacelerar o feixe, a ponto de reduzir-lhe o alcance de forma considerável. Esse efeito, que pode igualmente ocorrer em irradiação com feixes contínuos, recebeu tratamento teórico quantitativo de Gross e Nablo²⁰. Não será, portanto, discutido em mais detalhes no presente trabalho, mesmo porque as correntes envolvidas nos experimentos que aqui serão analisados são absolutamente insuficientes para produzirem efeitos notáveis dessa natureza.

Medidas de transientes em irradiação com feixes contínuos constituem tópico bastante recente. Uma primeira comunicação por Gross, Sessler e West¹⁴ pode ser considerada como a cartilha do assunto. Nela se demonstra como vários tipos de medidas podem ser conduzidas com a Caixa de Faraday Partida, bem como se indicam os vários dados relevantes que podem ser extraídos dos resultados experimentais.

Essa introdução à técnica é mais tarde complementada por estudos mais extensos pelos mesmos autores¹⁵⁻¹⁶. Em todos os casos, a análise dos dados é feita com base em analogia com circuitos elétricos. A concordância entre as previsões teóricas fundamen-

tadas nessa analogia e resultados experimentais é bastante boa, e permite que se determinem características do material submetido à irradiação tais como a condutividade (RIC) e a penetração dos elétrons. A Fig. (9) mostra curvas típicas de corrente obtidas quando da irradiação de amostra no modo de circuito fechado, evidenciando o decaimento exponencial característico de circuitos RC, cuja relação com o arranjo experimental será discutido na Secção III.



Correntes transitórias como função do tempo após o início da irradiação de amostra de Teflon em curto circuito. A figura também indica o decaimento das correntes após o término da irradiação (Reproduzida do trabalho de Gross, Sessler e West, Ref. 16).

Fig. (9)

III - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Esta secção é toda dedicada a uma discussão da equação para o transporte de carga em isolantes. O ítem 5 indica algumas das dificuldades associadas ao estabelecimento dessa equação, o 6 mostra como uma aproximação linear permite tratar o problema da irradiação por análise simples de circuitos elétricos, enquanto que o ítem 7 estabelece as bases para que os efeitos não-lineares possam ser tratados em uma primeira aproximação.

5 - EQUAÇÃO DE TRANSPORTE*

Busca-se uma expressão para a densidade de corrente como função do campo elétrico. Essa expressão é bem conhecida em duas situações extremas: a) Na ausência de carga em excesso, a densidade de corrente de condução é dada por

$$i'_c = gE' \quad (5.1)$$

onde g é a condutividade do material, e E' o campo elétrico.

b) no caso em que a condutividade é nula, a densidade de corrente se escreve**

$$i'_c = \mu_o \rho'_l E' \quad (5.2)$$

onde μ_o é a mobilidade livre e ρ'_l a densidade de carga livre em excesso.

* A discussão que se segue não pretende absolutamente esgotar o tema. Ao contrário, deve ser encarada como um estudo cuja intenção é mostrar as limitações e hipóteses que se escondem por trás da equação de transporte. Um exemplo de situação real que não se adapta ao modelo estudado é aquela em que os buracos são os portadores mais móveis, como é caso de vários polímeros (veja-se, por exemplo, a Ref. (1?)), rapidamente discutida na pág. 25.

** A expressão (5.2), bem como todo o tratamento que se segue, desconsidera a difusão como meio de transporte de carga em excesso. Esse procedimento tem sido amplamente usado na solução de problemas de carga espacial em sólidos e encontra sua justificativa na pequenez do termo de difusão frente às demais parcelas que compõem na equação de transporte. Uma excelente discussão do ponto, com outras referências bibliográficas, pode ser encontrada na Ref. (3), Secção 5.5.

A situação geral em que carga em excesso se movimenta a través de um material dotado de condutividade exige, porém, uma análise mais cuidadosa: Embora seja tentadora uma superposição linear das Eqs. (5.1) e (5.2), deve-se levar em conta que os elétrons em excesso influirão na dinâmica de trocas banda-traps. É necessário voltar os olhos para o modelo usado por Fowler⁴³, para dele se extraírem as conclusões necessárias. No seguinte tratamento desse modelo, várias hipóteses serão feitas:

A. A distribuição de traps na banda proibida é exponencial e dada por:

$$M(E) = M_1 \exp (E/kT_1)$$

B. O número de portadores em traps é muito superior ao de portadores livres.

C. Existe equilíbrio entre portadores na banda de condução e nos centros localizados, e também entre produção e recombinação de pares elétrons-buracos.

D. Praticamente todos os buracos encontram-se presos a centros de recombinação.

Enquanto que as hipóteses (A) e (B) não representam perda de generalidade (enquanto se trabalha com os isolantes com que se preocupa esta dissertação), as (C) e (D) exigem uma justificação. A hipótese (D) representa - para excitações médias - uma de duas mais prováveis situações⁴⁸ (a outra correspondendo a elétrons presos em centros de recombinação^{*}). A suposição (C), por outro lado, corresponde a uma real restrição. É, no entanto, a mais realista entre as hipóteses que não conduzirão o problema a um emaranhado matemático do qual dificilmente emergirá qualquer resultado interessante. Uma condição suficiente para que a hipótese (C) seja válida é que os tempos de aprisionamento e liberação dos portadores seja muito menor do que o tempo de trânsito dos mesmos. Essa condição só pode se

^{*}Veja-se, no entanto, a nota (*) ao pé da página anterior.

realizar, aproximadamente, se os traps mais profundos são relativamente pouco numerosos.

Admitindo-se verdadeiras as quatro hipóteses lançadas, podem-se facilmente obter relações para o número de elétrons livres (n) e número de elétrons presos (m), por unidades de volume, como função do nível de Fermi (E_F):

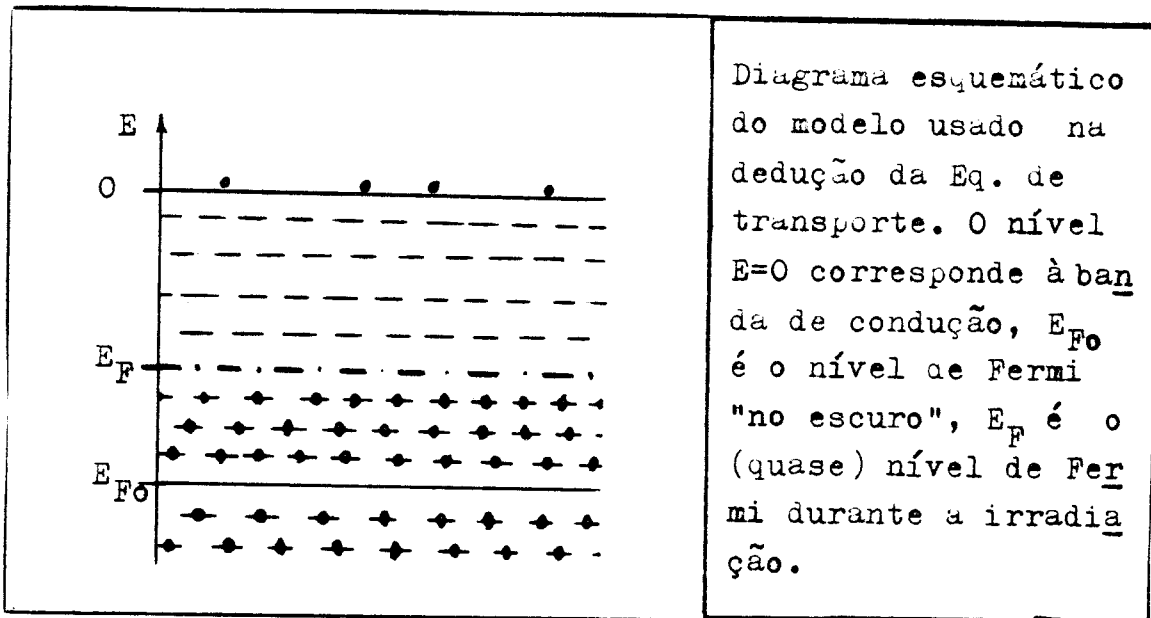


Fig. (10)

$$n = N \exp (E_F/kT) \tag{5.3}$$

$$m \approx M_1 kT_1 \exp(E_F/kT_1) \tag{5.4}$$

onde N é o número de estados por unidade de volume na banda de condução, e a Eq. (5.4) está na aproximação de que todos os traps abaixo do nível de Fermi estão cheios, e todos os acima vazios.

A equação que fixa o número de elétrons na banda de condução é dada pela condição de equilíbrio entre produção e recombinação entre pares de portadores:

$$q = \alpha n p_g \tag{5.5}$$

onde q é a taxa de produção de pares - proporcional à taxa de radiação - α é o coeficiente de recombinação e p_g é a densidade de buracos (o índice indica que se prendem a centros de recombinação).

A conservação da carga elétrica exige que o número de buracos seja igual à diferença entre número de portadores (livres ou presos) e o número de elétrons em excesso, livres (\bar{n}) ou presos (\bar{m}):

$$p_g = n + m - \bar{n} - \bar{m} \approx m - \bar{m} \quad (5.6)$$

A última aproximação se baseia na grande superioridade numérica de elétrons presos sobre livres (hipótese (B)). A Eq. (5.5) se escreve, então:

$$q = \alpha n (m - \bar{m}) \quad (5.7)$$

O sistema (5.3-5.6), resolvido, permite conhecer a densidade de elétrons na banda de condução. A densidade de corrente de condução elétrica é dada por:

$$i'_c = \mu_0 n e E' \quad (5.8)$$

onde e é a carga eletrônica. A relação entre a mobilidade livre e a efetiva permite reescrever a Eq. (5.8) na forma:

$$i'_c = \mu_0 \frac{n}{n+m} (n+m) e E' \approx \mu e E' \quad (5.9)$$

O primeiro passo a ser dado é, portanto, a determinação do nível de Fermi. Nesse sentido, substituem-se as Eqs. (5.3) e (5.4) em (5.7); obtém-se:

$$q = \alpha N e^{\frac{E_F}{kT}} (M_1 k T_1 e^{\frac{E_F}{kT_1}} - \bar{m}) \quad (5.10)$$

Essa equação se rende facilmente a uma solução no caso particular em que $T_1 = T$, correspondendo a $\Delta = 0,5$, de acordo com o mo-

delo de Fowler. Nesse caso se tem:

$$q/\alpha N = e^{2E_F/kT_1} M_1 kT_1 - e^{E_F/kT_1} \bar{m}$$

A solução é dada por:

$$2M_1 kT_1 e^{E_F/kT_1} = \bar{m} + (\bar{m}^2 + 4M_1 kT_1 q/\alpha N)^{1/2}$$

A corrente de condução, assim, se escreve:

$$i'_c = \mu_0 n e E' = (\mu_0 N / 2M_1 kT_1) [\bar{m}^2 + (\bar{m}^2 + 4M_1 kT_1 q/\alpha N)^{1/2}] e E' \quad (5.11)$$

A expressão (5.11), para $q=0$, se reduz à já anunciada fórmula:

$$i'_c = e(\mu_0 \bar{m} N e E' / M_1 kT_1) E' = \mu \bar{m} e E' = \mu \rho' E' \quad (5.12)$$

No extremo oposto, em que $\bar{m}^2 \ll 4M_1 kT_1 q/\alpha N$, vem:

$$i'_c \approx \mu_0 N \bar{m} e E' / 2M_1 kT_1 + (qN / M_1 kT_1)^{1/2} e E' \mu_0 \quad (5.13)$$

A primeira parcela do membro direito é idêntica - a menos de fator 2, pouco relevante - ao da expressão (5.12). Note-se que a mobilidade efetiva é independente da radiação, de acordo com a previsão feita por Gross⁴⁸ para o caso $\Delta = 0,5$. (Eq. (2.1))

Quanto ao segundo termo do membro direito da Eq. (5.13), reconhece-se nele o resultado da teoria de Fowler⁴³ para $T = T_1$: a condutividade varia com a potência 0,5 da razão de produção de pares - e portanto da taxa de radiação.

A conclusão é que, dentro das restrições impostas, é lícito escrever-se a densidade de corrente como[§]

$$i'_C = \mu \rho' E' + g E' \quad (5.14)$$

Tendo sido tratado o limite inferior para Δ , será também conveniente estudar-se o extremo superior $\Delta=1$. Para tanto, considera-se, no modelo de Fowler, a distribuição uniforme de traps, definida pela densidade $M(E)=M_0$. Nesse caso, o número de portadores na banda de condução continua sendo dada pela Eq. (5.3), mas a carga total nos traps deve ser re-calculada. Tem-se:

$$m \cong (E_F - E_{F0}) M_0 \quad (5.15)$$

A Eq. (5.7) continua valendo, e aqui assume a forma:

$$q = \alpha N e^{E_F/kT} (M_0 (E_F - E_{F0}) - \bar{m}) \quad (5.16)$$

Essa equação transcendente para E_F não tem solução analítica. No entanto, uma solução numérica, W_F , por exemplo, pode ser encontrada para especificados valores das variáveis q , T e \bar{m} . Para uma ampla gama de variações em torno desses valores, o nível de Fermi pode ser aproximadamente obtido:

$$e^{E_F/kT} \cong q / \alpha N (M_0 (W_F - E_{F0}) - \bar{m}) \quad (5.16')$$

A corrente de condução será então especificada pelas Equações (5.8) e (5.3):

$$i'_C = [\mu_0 e q / \alpha (M_0 (W_F - E_{F0}) - \bar{m})] E' \quad (5.17)$$

[§] A Eq. (5.14) tem sido discutida e usada na literatura. Veja-se, por exemplo: J. Van Turnhout, Re. (3), Secção 5.1; Eq. 5.11, em particular; K. Keyi Kazanawa, J. P. Batra, H. J. Wintle - J. Appl. Phys. 43, 719 (1972); G. F. Leal Ferreira, B. Gross - Ref. (24).

Os cálculos, no entanto, devem ser refeitos no caso $q = 0$, quando a aproximação (5.16') não é mais válida. O nível de Fermi é, nesse caso, explicitado pela Eq. (5.15) que assume a forma:

$$\bar{m} = M_0 (E_F - E_{F0})$$

ou ainda

$$E_F = E_{F0} + \bar{m}/M_0$$

A Eq. (5.8) então conduz a:

$$i'_c = \mu_0 N e^{E_{F0}/kT} e^{\bar{m}/M_0 kT} eE' \quad (5.17')$$

Esta relação foge completamente à forma da Eq. (5.2). O máximo que se pode fazer para remediar a situação é definir-se u ma mobilidade efetiva dependente (exponencialmente) da densidade de carga nos traps.

No limite de baixa densidade de carga em excesso, porém, e com razão de criação $q \neq 0$, uma satisfatória expressão é obtida da Eq. (5.17):

$$i'_c = \mu_0 e q E' / \alpha M_0 (W_F - E_{F0}) + \left[e q \bar{m} E' / \alpha M_0^2 (W_F - E_{F0})^2 \right] \mu_0 \quad (5.18)$$

Vê-se que, novamente, é possível escrever a corrente de condução de forma simples:

$$i'_c = gE' + \mu \rho' E' \quad (5.14')$$

onde agora g cresce linearmente com a taxa de radiação, em acordo com o modelo de Fowler, e o mesmo acontece com a mobilidade efetiva das cargas em excesso, em concordância com o resultado de Gross⁴⁸, para $\Delta=1$.

Deve-se ter em mente, porém, que tanto a Eq. (5.14) como a (5.14') são válidas quando o número de portadores em excesso é grandemente superado pelo número de portadores responsáveis pela condutividade. Curiosamente, essa condição torna-se supérflua no caso em que os buracos são os portadores responsáveis pela condutividade, situação esta que merece ser aqui discutida por prevalecer em vários polímeros¹¹: Substituindo-se a hipótese D, em que se fundamenta todo o estudo acima, pela condição de que praticamente todos os elétrons se prendam a centros de recombinação, reconhece-se que a condutividade dependerá exclusivamente da concentração e mobilidade dos buracos. Os raros elétrons que se movam na banda de condução, no entanto, darão uma contribuição do tipo transporte de carga em excesso para a corrente. Dada a independência dos dois processos de transporte, a densidade de corrente de condução assumirá a forma de superposição linear expressa pela Eq. (5.14).

6 - MODELOS EQUIVALENTES

De posse da Eq. de transporte (5.14), uma primeira aproximação para o tratamento do problema da irradiação de isolantes com elétrons pouco penetrantes pode ser facilmente obtida.

Com esse fim, as seguintes aproximações são feitas:

- a) O perfil de deposição de carga primária, descrito na seção II, ítem 1, é simulado por uma distribuição tipo δ centrada numa profundidade R_m medida a partir do eletrodo dianteiro. Não se advoga qualquer justificativa de cunho físico para essa escolha. Trata-se apenas de uma simplificação matemática comumente empregada na literatura¹⁶ que, presume-se, não alterará significativamente os resultados a serem alcançados. Para efeito de comparação com resultados experimentais, a melhor escolha para R_m será, sem dúvida, o "range" médio (o que torna a presente notação compatível com a da seção II).
- b) O (fictício) plano de deposição da carga primária divide a amo

tra em duas regiões espaciais^{11, 16}: A região irradiada se estende do eletrodo da frente até o plano de deposição, enquanto que a zona não irradiada ocupa o restante do material. A condutividade (RIC) na região irradiada é relativamente alta. Sabe-se, por outro lado, que, via de regra, cada elétron primário produz dezenas de pares elétrons-buracos antes de parar. Justifica-se, portanto, numa primeira aproximação, admitir-se que os efeitos de carga espacial nessa região do material são desprezíveis face à magnificência da outra via de transporte (condutividade).

- c) Na região não irradiada, a condutividades se faz representar pelo seu baixíssimo valor "no escuro". Este é suficientemente pequeno para ser posto de lado, enquanto que se admite a completa ausência de portadores em excesso nessa região. Esse procedimento baseia-se nos dados experimentais^{6, 8, 10} apresentados no ítem 4, da Secção II, que revelam inexistência de transporte de carga na região não-irradiada para pequenas penetrações dos elétrons primários.

Com essas hipóteses, as equações que regem o problema perdem o seu caráter não linear e passam a ser facilmente solúveis.

Soluções fisicamente mais atraentes podem, no entanto, ser obtidas por analogia entre a amostra irradiada e elementos de circuitos elétricos¹⁶. A região irradiada é posta em analogia com um capacitor ligado em paralelo com resistor, enquanto que a região não-irradiada se identifica com um segundo condensador. Para complementar o esquema, o feixe primário se faz representar por um gerador de corrente ligado entre a Terra e o ponto de contato dos três elementos passivos.

Podem-se, então tratar com facilidade os vários modos de operação descritos no ítem 3 da Secção II:

Modo A: Neste caso a montagem experimental equivale ao circuito mostrado na Fig. (12).

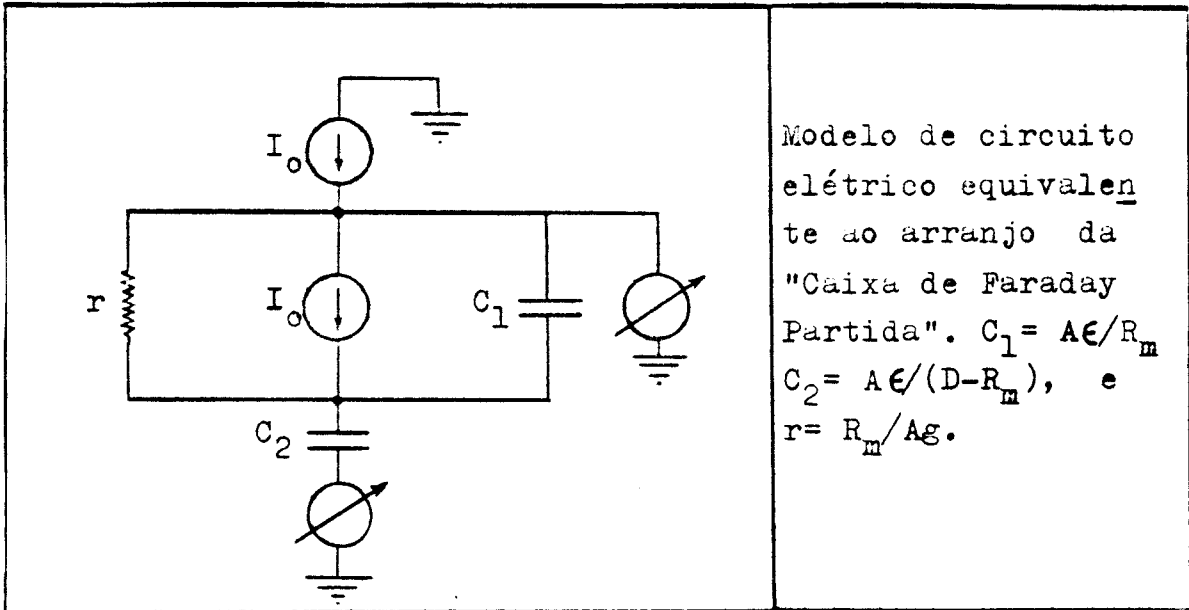


Fig. (11)

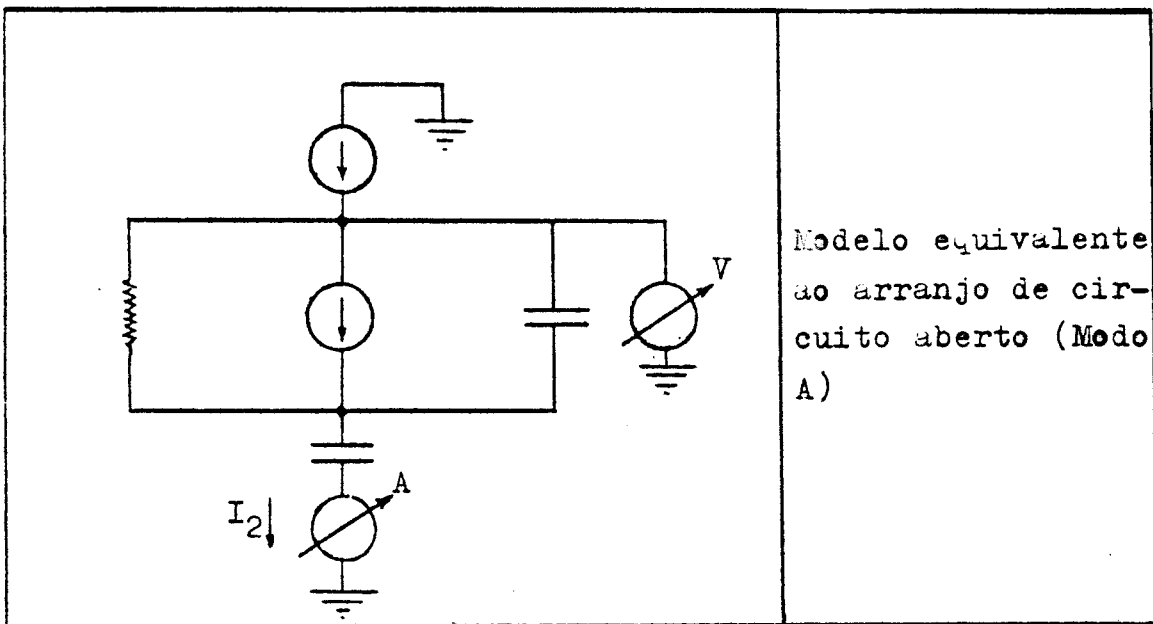


Fig. (12)

Vê-se imediatamente que uma corrente I_0 deve constantemente circular pelo capacitor C_2 , enquanto que a corrente através de C_1 deve ser nula, estando este inicialmente descarregado. Assim:

$$I_0 = C_2 \frac{dV'}{dt'}$$

onde V' é tensão no capacitor C_2 . Esta é medida pelo voltímetro ligado ao eletrodo da frente, e deve crescer linearmente com o tempo de acordo com a relação:

$$V' = -I_0 t' / C_2 = -I_0 (D - R_m) t' / \epsilon A$$

Os resultados experimentais permitem, conseqüentemente, que se obtenha um número para R_m .

Na prática, o indefinido crescer da tensão entre os extremos da região não irradiada tem um limite na rigidez dielétrica do material; irradiações excessivamente prolongadas acabam por produzir rupturas no interior da amostra.

Modo B: O circuito equivalente a este arranjo está indicado na Fig. (13).

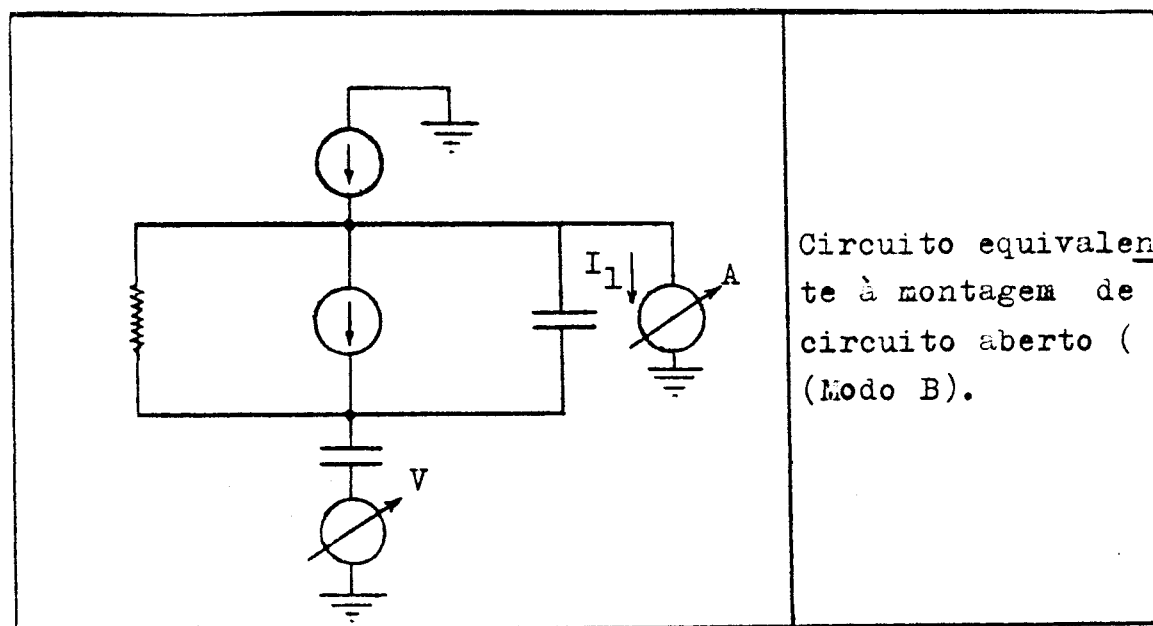


Fig. (13)

A corrente através de C_2 é agora nula, enquanto que as correntes através de C_1 e r devem totalizar I_0 . Sendo I_c a corrente que passa por C_1 , vem:

$$I_c = I_0 e^{-t'/rC_1}$$

A corrente pelo resistor é dada por:

$$I_r = I_0 (1 - e^{-t'/rC_1})$$

A tensão entre os terminais do resistor aparece no voltímetro, e é evidentemente dada por:

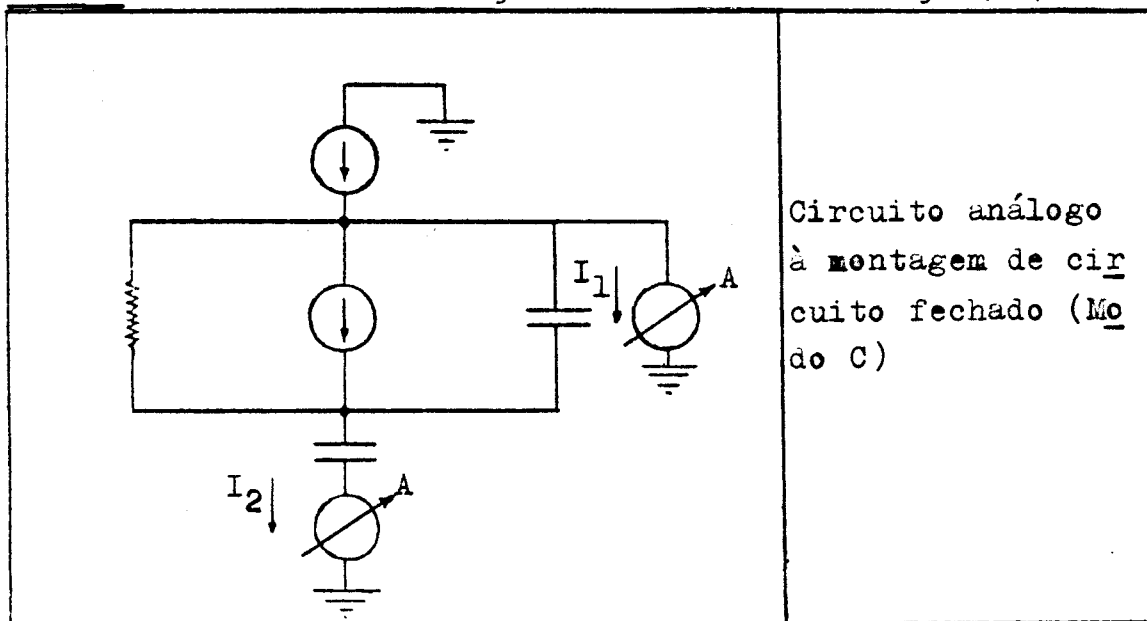
$$V' = -rI_0 (1 - e^{-t'/rC_1}) \quad (6.1)$$

O tempo de relaxação do circuito é:

$$\tau' = rC_1 = \epsilon/g$$

O modo B de operação dá, portanto, informação sobre a RIC.

Modo C: O circuito análogo está mostrado na Fig. (14).



Circuito análogo à montagem de circuito fechado (Modo C)

Fig. (14)

Notando-se que, em efeito, os três elementos passivos do circuito estão ligados em paralelo, obtém-se trivialmente:

$$I_1 = I_0 (1 - (C_2/C_1 + C_2)) e^{-t'/\tau'} \quad (6.2)$$

e

$$I_2 = I_0 (C_2/C_1 + C_2) e^{-t'/\tau'} \quad (6.3)$$

onde o tempo de relaxação é agora dado por:

$$\tau' = r(C_1 + C_2) = (\epsilon/g)(D/D - R_m) \quad (6.4)$$

Por outro lado, a corrente pelo eletrodo de trás, no instante inicial, é dada por:

$$I_2(0) = I_0 C_2 / (C_1 + C_2) = I_0 R_m / D \quad (6.5)$$

Observa-se, dessa forma, que os dados fornecidos pela montagem do circuito fechado permitem que se obtenham as mesmas grandezas que as duas montagens de circuito aberto põem em evidência. Sob esse aspecto, o modo C é o mais interessante.

7 - EFEITOS DE CARGA ESPACIAL

Apesar, ou melhor, por causa de sua simplicidade, a solução do problema por analogia com circuito elétrico pode ser criticada em vários pontos. Dentre eles, o mais vulnerável, sem dúvida, é a pouca importância que se dá aos efeitos de carga espacial. Se frágeis são os argumentos a favor da hipótese de campo elétrico uniforme na região irradiada, a negação da existência de portadores em excesso no restante da amostra torna-se insustentável para penetrações do feixe eletrônico que se aproxima da espessura da amostra,

face aos dados experimentais⁶⁻⁸ expostos na Secção II, ítem 4. Remediar essa situação exige, em primeiro lugar, que se estabeleçam as equações que controlam a movimentação de carga, com inclusão dos efeitos de carga espacial. Uma destas é a Eq. (5.14) , ou a (5.14'), que, com as ressalvas que acompanham sua derivação, descreve o transporte de carga na região irradiada. Na região não irradiada, a condutividade não tem papel relevante. A densidade de corrente de condução será então dada, respectivamente nos extremos inferior e superior para Δ , pela Eq. (5.12) ou pela (5.17). Ainda que tratável, a última expressão só poderá ser utilizada se dados detalhados sobre a distribuição (uniforme) de traps forem fornecidos. Na ausência destes, e sob o estandarte da simplicidade, apenas a menos complexa Eq. (5.12) será envolvida no estudo que se segue . Em resumo, levando-se em conta a densidade de corrente introduzida na região irradiada pelo feixe eletrônico, tem-se:

$$i'_C = \mu_{I} \rho' E' + gE' + I_0/A \quad (\text{região irradiada}) \quad (7.1a)$$

$$i'_C = \mu_{II} \rho' E' \quad (\text{região não irradiada}) \quad (7.1b)$$

Os índices I e II são necessários, pois a mobilidade da carga em excesso assumirá valores diferentes em uma ou outra região do material, no caso mais geral.

A contribuição da carga espacial para o campo elétrico no interior do material é levada em conta através da Eq. de Poisson que, dada a geometria da amostra, assume a forma:

$$\epsilon \partial E' / \partial x' = \rho' \quad (7.2)$$

onde x' denota a posição e pode ser medido, por exemplo, a partir do eletrodo da frente.

Note-se que ρ' é a densidade volumétrica de carga total (livre mais presa). O aparecimento dessa mesma grandeza (em lugar da densidade de carga livre) nas Eqs. (7.1) só é possível graças à introdução da mobilidade efetiva que, no entanto, só tem um valor

bem definido em condições um tanto restritivas já discutidas.

Define-se a densidade de corrente total (j') pela relação:

$$j'(t') = i'_c + \epsilon \partial E' / \partial t' \quad (7.3)$$

Impondo-se, conforme assinalado na Eq. acima, que a corrente total seja função só do tempo, a Eq. da continuidade fica automaticamente satisfeita. A corrente total é uma grandeza experimentalmente mensurável. Ela se liga à corrente que flui do eletrodo de trás para o Terra pela igualdade:

$$j' = I_2 / A \quad (7.4)$$

A resolução do sistema (7.1-7.3) exige o estabelecimento de condições de contorno e iniciais. Enquanto que estas se resumem à uniformidade do campo elétrico na amostra em $t=0$, aquelas dependem de forma essencial das condições experimentais, principalmente do modo de operações usado. As Seções IV e V serão dedicadas à resolução do sistema para os diversos arranjos.

Antes de se penetrar nessa selva, porém, será útil definir-se variáveis adimensionais que, além de simplificarem a matemática, reduzem a um mínimo o número de parâmetros de que depende a solução do problema.

As variáveis adimensionais estarão relacionadas com as originais de acordo com as seguintes equações:

$$\begin{aligned} x &= x' / D \\ t &= t' / (\epsilon / g) \\ E &= E' / (I_0 / Ag) \\ \rho &= \rho' / (\epsilon I_0 / AgD) \\ V &= V' / (I_0 D / Ag) \\ j &= j' / (I_0 / A) \end{aligned} \quad (7,5a)$$

Outras grandezas poderão ser reduzidas de forma semelhante. Assim, por exemplo, qualquer grandeza z' com dimensão de comprimento será dada por $z=z'/D$, enquanto que densidade (adimensional) superficial de carga será definida por:

$$\sigma = \sigma' / (I_0 \epsilon / g A) \quad (7.5b)$$

A tabela I traz uma lista de símbolos e transformações por que passam as grandezas físicas usadas no trabalho todo.

Com auxílio das recém-definidas variáveis, as Eqs. básicas (7.1-7.3) ficam reduzidas a:

$$i_c = \mu_1 \rho E + E + 1 \quad (x < R) \quad (7.1a')$$

$$i_c = \mu_2 \rho E \quad (x > R) \quad (7.1b')$$

$$\partial E / \partial x = \rho \quad (7.2')$$

$$j = i_c + \partial E / \partial t \quad (7.3')$$

onde

$$\mu_{1,2} = \mu_{I,II} \times (I_0 \epsilon / g^2 D A)$$

e

$$R = R_m / D \quad (7.6)$$

são agora os únicos parâmetros de que deve depender a solução do sistema (7.1'-7.3').

IV - APLICAÇÕES A ARRANJOS EXPERIMENTAIS PARTICULARES.
PEQUENA PENETRAÇÃO.

Nesta secção, a penetração do feixe eletrônico será suposta suficientemente pequena para que os efeitos de carga espacial possam ser ignorados na região não-irradiada. Os limites de validade dessa simplificação podem ser inferidos dos resultados obtidos por Spear, já descritos na Secção II, ítem 4 e serão tratados teoricamente na Secção V.

O ítem 8, a seguir, refere-se ao modo B de operação, enquanto que o 9 trata do modo C. O modo A será descartado, uma vez que a solução por analogia com circuito elétrico é perfeitamente aceitável, dentro da aproximação em que se desprezam os efeitos de carga espacial na região não-irradiada.

8 - MODO DE CIRCUITO ABERTO

Neste arranjo, recorda-se, a corrente fluindo do eletrodo traseiro para a Terra é nula. Nula é, portanto, a corrente total, e a Eq. (7.3'), com a (7.1a'), se reduz a:

$$\partial E / \partial t + 1 + \mu_1 \rho E + E = 0 \quad (x < R) \quad (8.1)$$

A densidade de cargas é nula em toda a amostra para $t = 0$, quando a irradiação se inicia. Como, por hipótese, as cargas primárias se depositam no plano definido por $x=R$, a região irradiada se vê invadida, pouco a pouco, por uma multidão de cargas que migram rumo ao eletrodo dianteiro, sob a ação do campo elétrico provocado por aquelas que se situam entre elas e o plano de deposição. Se s' é a posição da frente de cargas que lidera essa turba (ver Fig. (15)), a sua variação com o tempo é dada, em unidades reduzidas, por:

$$ds(t)/dt = \mu_1 E(0, t) \quad (8.2)$$

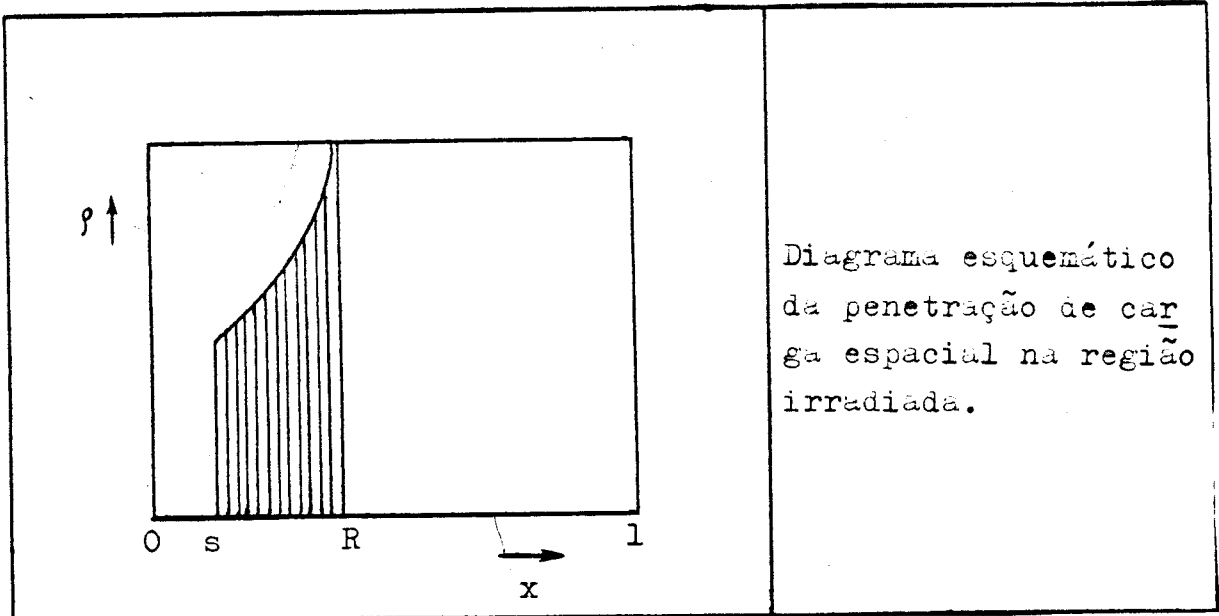


Fig. (15)

A densidade de cargas na região irradiada pode então ser escrita:

$$\begin{aligned} \rho &= 0 & 0 < x < s(t) \\ \rho &= \rho(x, t) & s(t) < x < R \end{aligned} \tag{8.3}$$

A Eq. (8.1) se desdobra em duas:

$$\partial E / \partial t + E + 1 = 0 \quad 0 < x < s \tag{8.4a}$$

$$\partial E / \partial t + E + \mu_1 \rho E + 1 = 0 \quad s < x < R \tag{8.4b}$$

A solução da Eq. (8.4a) é imediata, e fornece:

$$E(x, t) = e^{-t} - 1 \quad 0 < x < s \tag{8.5a}$$

A Eq. (8.2), combinada com a condição inicial $s(0) = R$, conduz então a:

$$s(t) = R + \mu_1 (1 - \tau - e^{-t}) \tag{8.5b}$$

Das Eqs. (8.4b) e (7.2'), vem uma Eq. diferencial para o campo elétrico dentro da distribuição de cargas:

$$\mu_1 E \partial E / \partial x + \partial E / \partial t + E = -1 \quad (8.6)$$

Definindo-se então linhas de corrente pela relação¹⁸:

$$dx(t)/dt = \mu_1 E(x(t), t) \quad (8.7)$$

a Eq. (8.6) transforma-se em Eq. diferencial ordinária:

$$dE(x(t), t)/dt + E = -1 \quad (8.8)$$

cuja solução é bastante elementar. Tem-se:

$$E(x(t), t) = Ae^{-t} - 1 \quad (8.9)$$

onde A é constante de integração cujo valor é especificado pelo valor do campo elétrico junto ao plano de deposição no instante t_0 em que a frente de cargas que ora se considera foi emitida (isto é, deixou a posição $x=R$). A escolha de uma expressão para o campo junto ao plano de deposição do feixe constitui uma condição de contorno que merece breve discussão: O campo elétrico na região não irradiada é permanentemente nulo. Segue-se que um campo não nulo em $x=R$ exige uma descontinuidade do campo nesse ponto. Esta, por sua vez, implica na existência de uma densidade superficial de cargas junto ao plano de deposição das cargas primárias. Nesse caso, a densidade volumétrica de cargas $-\rho$ deve crescer indefinidamente à medida que $x \rightarrow R$. No entanto, um campo finito e uma densidade de cargas infinita implicam, quando juntos, em corrente de condução infinita. Em conclusão, a hipótese de campo finito em $x=R$ é inaceitável. Impondo-se $E(R, t_0) = 0$, obtém-se $A = e^{+t_0}$. Segue-se que, dentro da distribuição de cargas que avança na região irradiada:

$$E(x(t), t) = e^{t_0 - t} - 1 \quad (s < x < R) \quad (8.10)$$

Quanto às posições das respectivas frentes de cargas , são obtidas das Eqs. (8.7) e (8.10):

$$x = R + \mu_1 (1 - e^{-(t-t_0)} - (t-t_0)) \quad (8.11)$$

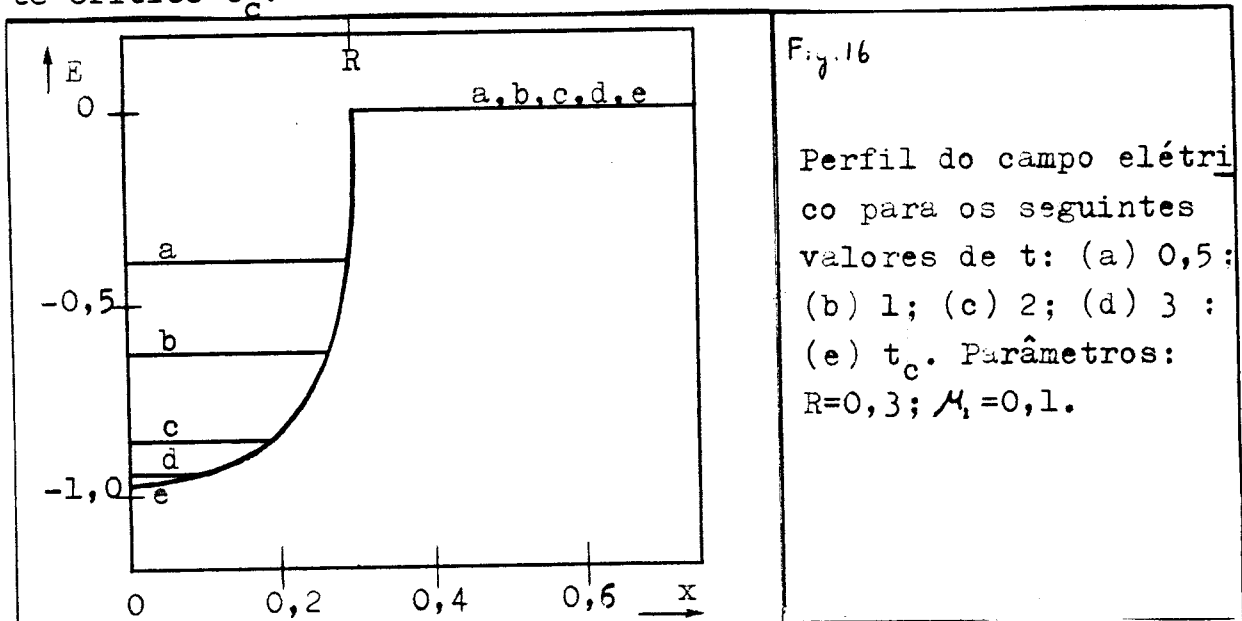
com a condição $x(t_0) = R$. As Eqs. (8.10) e (8.11) permitem que se obtenha uma relação implícita entre campo elétrico e posição:

$$E - \ln(1+E) = (R-x)/\mu_1 \quad (s < x < R) \quad (8.12)$$

Existe um instante crítico t_c em que a frente de cargas, a primeira delas, atinge o eletrodo dianteiro. t_c é implicitamente dado pela expressão:

$$s(t_c) = R + \mu_1 (1 - t_c - e^{-t_c}) = 0 \quad (8.13)$$

obtida da Eq. (8.5). Para tempos posteriores ao instante crítico, a carga espacial ocupa toda a região irradiada, e o campo elétrico é então dado pela Eq. (8.12), com $s=0$. É curioso observar-se que o campo elétrico em qualquer ponto do volume irradiado torna-se independente do tempo após a passagem da primeira frente de cargas por ele. Essa característica, claramente mostrada na Fig. (16), que indica o perfil do campo elétrico em vários instantes, implica em que a amostra entre em regime estacionário imediatamente após o instante crítico t_c .



A grandeza experimentalmente mensurável é a tensão, ou seja a diferença de potencial V entre os pontos $x=0$ e $x=R$. Ela pode ser obtida prontamente como se segue:

$$V(t) = \int_0^1 E dx = \int_0^S E dx + \int_S^R E dx \quad (8.14)$$

Enquanto que o campo na primeira integral no membro da direita é expresso pela Eq. (8.5a), a segunda integral pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\int_S^R E dx = \int_S^R E (dx/dE) dE \quad (8.15)$$

A Eq. (8.12) permite que se escreve (dx/dE) como função do campo elétrico. Subsequentes manipulações conduzem a:

$$\int_S^R E dx = -(R-s) + \mu_1 E^2(s)/2 \quad (8.16)$$

Substituindo-se a dependência temporal de cada uma das variáveis na Eq. acima, e voltando-se à Eq. (8.14), vem:

$$V(t) = -(1-e^{-t})R - \mu_1 (e^{-2t}-1)/2 - \mu_1 t e^{-t} \quad (8.17)$$

É conveniente observar-se que, para $\mu_1 \rightarrow 0$, a Eq. (8.17) se reduz, após um retorno às unidades originais, à Eq. (6.1) obtida por analogia com circuito elétrico.

A Fig. (17) mostra a variação da tensão como função do tempo para vários valores de μ_1 . Conforme indicado, a tensão se estabiliza para $t > t_c$. O valor final de V é dado pela Eq. (8.17) com $t=t_c$ especificado pela relação (8.13).

9 - MODO DE CIRCUITO FECHADO

O arranjo de circuito fechado impõe condições de contorno totalmente diferentes das que apareciam no caso de circuito aberto. Assim, a corrente total não será mais nula, passando, con-

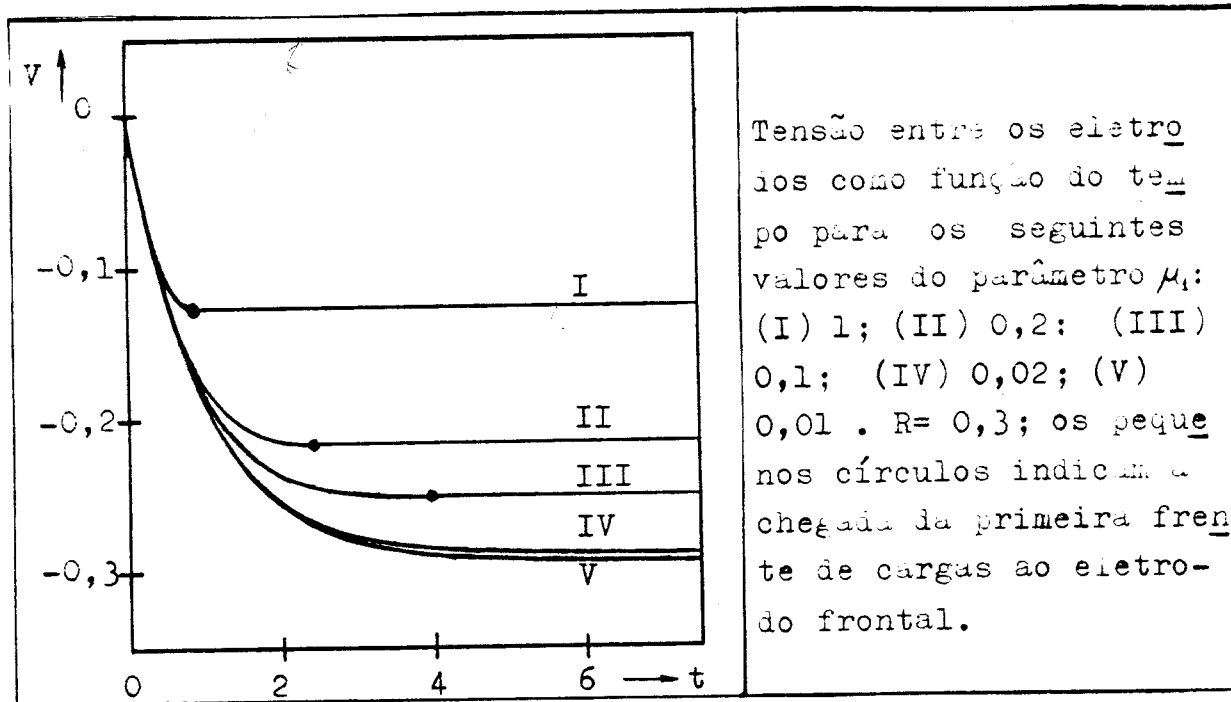


Fig. (17)

forme descrito na Secção II, a ser a grandeza de interesse experimental. A diferença de potencial entre os eletrodos sendo nula na ausência de tensão aplicada, pode-se escrever:

$$\int_0^1 E \, dx = 0 \quad (9.1)$$

Além da Eq. (8.18), mais uma condição de contorno será necessária. Da experiência com o caso de circuito aberto, espera-se que a especificação do campo elétrico junto ao plano de deposição da carga primária seja a procurada condição. Embora se possa concluir que, também nesse caso, o campo elétrico deva-se anular em $x=R$, o raciocínio elaborado para o caso de circuito aberto não pode aqui ser aplicado "ipsis litteris". De fato, o campo na região não-irradiada não é mais nulo. Ao contrário, imediatamente após o início da irradiação, deve ter sinal oposto ao do campo na região irradiada, para manter a condição (8.18). Sendo uniforme na região não-irradiada, e não podendo trocar de sinal na região irradiada, ele será necessariamente descontínuo na interface. Fala-se do campo em $x=R_-$ e $x=R_+$, indicando-se com isso os seus valores imedia

tamente à esquerda e à direita, respectivamente, da descontinuidade. Esta implica, outrossim, na existência de uma densidade superficial de cargas em $x=R$. A densidade volumétrica de cargas em $x=R$ deve então ser infinita, o que por sua vez significa que o campo $E(R, t)$ seja nulo para que a corrente de condução seja infinita. Em resumo, têm-se as condições de contorno desejadas:

$$\rho(R, t) = \infty \quad (9.2a)$$

$$E(R, t) = 0 \quad (9.2b)$$

A - TRANSIENTE

Pode-se, agora, partir para a resolução do problema, isto é, determinar-se a corrente total como função do tempo. O procedimento que se segue é o padrão¹⁷⁻¹⁸ para problemas de carga espacial, havendo apenas algumas complicações que têm suas raízes nas propriedades distintas que as duas regiões da amostra apresentam.

Substituem-se as Eqs. (7.1') (com $\mu_2=0$) na (7.3') e integra-se sobre toda a amostra. Com auxílio da Eq. de Poisson (7.2'), vem:

$$j = \mu_1 E^2(R, t)/2 - \mu_1 E^2(0, t)/2 + R + \int_0^R E \, dx + d\left(\int_0^1 E \, dx\right)/dt$$

As condições de contorno (9.1) e (9.2b) reduzem consideravelmente essa expressão:

$$j = R - \mu_1 E^2(0, t)/2 - \int_R^1 E \, dx$$

Mas na região não-irradiada o campo elétrico é uniforme e a integral do membro direito da Eq. acima é trivial. Segue-se que:

$$j = R - \mu_1 E^2(0, t)/2 - E(1, t)(1-R) \quad (9.3)$$

A resolução dessa Eq. exige uma relação entre o campo elétrico ($E(0,t)$) e a densidade de corrente total j . Tal relação é bastante simples na ausência de carga espacial em $x=0$. Nesse caso, a Eq. (7.3'), com a (7.1'), se escreve:

$$j = 1 + E + dE(0,t)/dt \quad (t < t_0) \quad (9.4)$$

A condição entre parênteses ressalta que a expressão só é válida antes da chegada da primeira frente ao eletrodo dianteiro. Para tempos posteriores a t_0 , a relação entre corrente e campo se torna não linear:

$$j = 1 + E(0,t) + dE(0,t)/dt + \mu_1 \rho(0,t)E(0,t) \quad (9.5)$$

$(t > t_0)$

Para $t < t_0$, a Eq. (9.3) se deixa escrever, com uso da Eq. (9.4):

$$dE(0,t)/dt + \mu_1 E^2(0,t)/2 + E(0,t) + 1-R = E(1,t)(R-1)$$

Derivando-se ambos os membros dessa igualdade com relação ao tempo, e recordando-se a Eq. (7.3'), com a hipótese de que não há condução na região não-irradiada, resulta:

$$d^2 E(0,t)/dt^2 + \mu_1 (dE(0,t)/dt)E(0,t) + dE(0,t)/dt = j(R-1) \quad (9.6)$$

Nova substituição de j pelo seu valor dado na Eq. (9.4) leva finalmente a uma Eq. diferencial para $E(0,t)$:

$$d^2 E(0,t)/dt^2 + \mu_1 E(0,t)dE(0,t)/dt + (2-R)dE(0,t)/dt + E(0,t)(1-R) + (1-R) = 0 \quad (t < t_0) \quad (9.6')$$

Das duas condições iniciais necessárias, uma é estabele

cida pela ausência de campo na amostra no início da irradiação:

$$E(0,0) = 0 \tag{9.7}$$

A segunda pode ser obtida por comparação das Eqs. (9.3) e (9.4) no instante inicial. A Eq. (9.7), conduz a:

$$dE(0,t)/dt)_{t=0} = R-1 \tag{9.8}$$

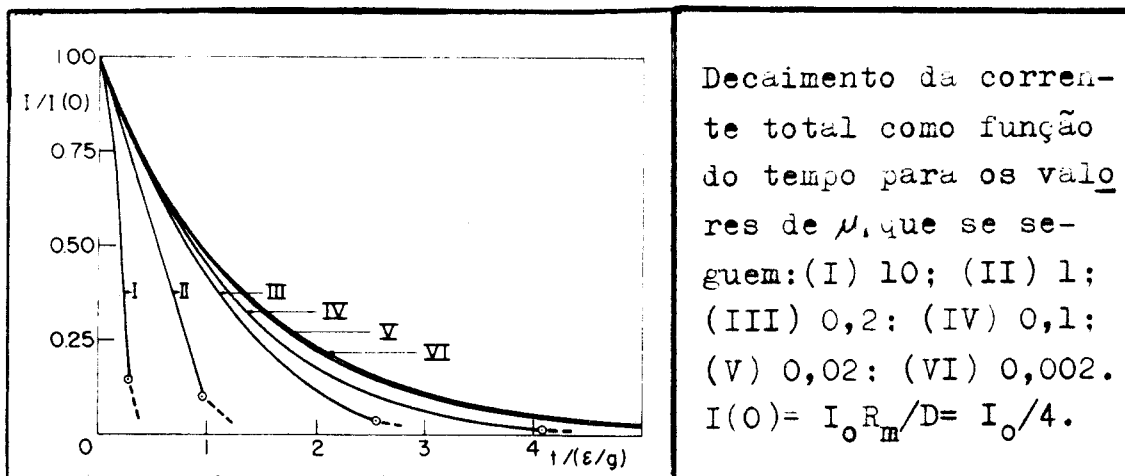


Fig. (18)

A Eq. (9.6') se resolve numericamente em calculadora HP9100A pelo método de Runge-Kutta de 1ª ordem. A Eq. (9.4) determina simultaneamente a densidade de corrente total como função do tempo. A Fig. (18) mostra, em gráfico, o resultado que se obtém para $R=1/4$ e vários valores do parâmetro μ_1 . Os pequenos círculos indicam a chegada da primeira frente de carga ao eletrodo dianteiro. O correspondente instante t_0 pode ser numericamente obtido através da integração da Eq. (8.2) (que aqui igualmente se aplica), com a condição $s(t_0)=0$.

Para tempos que excedem t_0 , a determinação da corrente

total como função do tempo fica complicada pela presença de cargas junto ao eletrodo dianteiro. A Fig. (18) por outro lado revela que, para $t > t_0$, a corrente é pequena demais para oferecer interesse. Será satisfatório encontrar-se a inclinação das curvas imediatamente após o trânsito da primeira frente. Derivando-se a Eq. (9.3) com relação ao tempo, obtém-se uma expressão para a derivada da corrente, válida para qualquer instante:

$$dj/dt = -\mu_1 E(0,t) dE(0,t)/dt - (1-R) dE(1,t)/dt \quad (9.9)$$

As derivadas que aparecem no membro direito podem ser conseguidas prontamente para $t=t_{0+}$. Uma se extrai da Eq. (7.3') mais a condição de que só existe corrente de deslocamento na região não irradiada (isto é, $j = dE(1,t)/dt$), e a outra da Eq. (9.5). Resulta:

$$dj/dt)_{t=t_{0+}} = -\mu_1 E(0,t_0) [j(t_0) - 1 - \mu_1 \rho(0,t_0) E(0,t_0) - E(0,t_0)] + (R-1) j(t_0) \quad (9.9')$$

A densidade $\rho(0,t_0)$ pode ser obtida da seguinte forma¹⁸: A variação da densidade de carga elétrica junto à primeira frente de cargas que avança para o eletrodo frontal é dada por:

$$d\rho(x(t),t)/dt = \partial\rho/\partial x dx/dt + \partial\rho/\partial t$$

Enquanto que dx/dt , a velocidade de avanço da frente é dada pela Eq. (8.2), a segunda parcela do membro direito da Eq. acima pode ser obtida da Eq. da continuidade. Após algumas manipulações envolvendo a Eq. de Poisson (7.2'), encontra-se¹⁸:

$$d\rho(x(t),t)/dt = -\rho(\rho+1) \quad (9.10)$$

A solução dessa Eq. diferencial ordinária é imediata e conduz a:

$$\rho(x(t), t) = 1/(e^{t-\alpha} - 1)$$

A constante de integração α pode ser obtida recordando-se que a primeira frente deixou o plano de deposição dos elétrons primários em $t=0$. A Eq. (9.2a) será então satisfeita pela escolha $\alpha=0$. Assim, a densidade de cargas junto ao eletrodo frontal no instante em que a ele chega a primeira frente de cargas a cruzar a região irradiada será descrita por:

$$\rho(0, t_{0+}) = 1/(e^{t_0} - 1) \quad (9.11)$$

As retas tracejadas na Fig. (18) indicam as inclinações das correspondentes curvas imediatamente após a chegada da primeira frente, obtidas por substituição da Eq. (9.11) na Eq. (9.9'). (O valor de $E(0, t_0)$ é, naturalmente, conhecido da integração numérica previamente feita).

A Fig. (18) presta-se à análise de dados experimentais; algumas características das curvas nela apresentadas são particularmente úteis nessa tarefa. Assim, por exemplo, o valor inicial da corrente dá informação sobre a penetração do feixe eletrônico na amostra. De fato, vê-se claramente na Figura que $j(0)=R$, conclusão que também pode ser tirada da Eq. (9.3). Em termos de grandezas dimensionais, pode-se escrever:

$$I_2(0) = I_0 R_m / D$$

Já a inclinação inicial das curvas (que, mostra a Fig. (18), independe do parâmetro μ_1) é dada pelas Eqs. (9.9) e (7.3'):

$$dj/dt)_{t=0} = - (1-R) R$$

De volta às unidades originais, tem-se:

$$dI_2/dt' \Big|_{t=0} = \left[- (D-R_m) R_m I_0 / D^2 \right] (g/\epsilon)$$

A medida da inclinação inicial de curva de corrente como função do tempo permite, assim, que se determine a condutividade (RIC) da amostra. Quanto à avaliação da mobilidade efetiva dos elétrons, ela só poderá ser feita através de uma determinação do parâmetro μ_1 . No entanto, as curvas da Fig. (18) mostram que apenas para valores relativamente altos da mobilidade efetiva, correspondendo a μ_1 da ordem de 10^{-1} ou mais, é que se pode tentar obter um valor para essa grandeza. Ora, recordando-se a definição do parâmetro μ_1 , Eq. (7.6), é fácil ver que $\mu_1 \approx 1$ corresponde aproximadamente à condição $\mu_1 \rho' \approx g$. Esta última desigualdade, espera-se que não se realize (pois um cálculo simples revela que cada elétron primário produz vários pares elétrons-buracos). De mais a mais, o seu prevalimento invalida a Eq. de transporte (5.14) em que se baseiam todas as conclusões aqui tiradas.

O consenso que se pode extrair dessa discussão é que, em geral, o tipo de experiência aqui descrito é insuficiente para a determinação da mobilidade efetiva dos elétrons. Presta-se, no entanto, à obtenção de outros dados referentes aos efeitos da irradiação sobre a amostra. Será conveniente assinalar-se, outrossim, que o efeito da carga espacial sobre o comportamento da corrente total e por extensão, sobre toda a dinâmica do problema, é bem pouco acentuada, a não ser em situações extremas ($\mu_1 \gg 1$) cuja ocorrência não é confirmada pelos existentes dados experimentais, e assim, na prática, a análise por analogia com circuitos elétricos é bastante satisfatória.

B - REGIME ESTACIONÁRIO

Atingida a situação estacionária, a corrente total se anula, conclusão forçada pela ausência de condução na região não ir-

radiada. Como consequência, é inevitável uma identificação deste regime com a correspondente situação no caso de circuito aberto. Os mesmos perfis de campo elétrico prevalecem, no que toca à região irradiada, porém o campo não se anula na região não atingida pela irradiação. $E(l, t \rightarrow \infty)$ fica determinado pela condição de curto circuito, a qual exige que a queda de potencial na região não-irradiada seja simétrica à queda na região irradiada. Esta última é obtida da Eq. (8.17). Tem-se:

$$E(l, t \rightarrow \infty) = [(1 - e^{-t_c})R + \mu_1 (e^{-2t_c} - 1)/2 + t_c \mu_1 e^{-t_c}] / (1 - R) \quad (9.12)$$

onde t_c , que não tem significado físico no presente caso é especificado pela condição $s(t_c) = 0$ na Eq. (8.13).

A descontinuidade do campo elétrico no plano de deposição do feixe eletrônico, conforme já assinalado, implica na existência de uma densidade superficial de cargas em $x=R$. Essa grandeza é numericamente igual (em unidades adimensionais) ao campo na região não irradiada. Experimentalmente, ela pode ser medida através do seguinte procedimento: Em primeiro lugar, irradia-se a amostra no modo B (circuito aberto). Segue-se a formação de uma densidade volumétrica de cargas na região irradiada. Aguarda-se um tempo suficiente para que o regime estacionário tenha sido atingido, desliga-se o feixe e, imediatamente após, curto-circuita-se a amostra. A configuração de campo elétrico sendo igual à que prevalecia (na região irradiada) no modo de circuito aberto, o único efeito de um tal procedimento será a passagem de uma carga ΔQ de um eletrodo a outro. Essa carga, que pode ser medida externamente, está relacionada com a densidade planar de cargas, que se deposita na interface das regiões irradiadas e não, por:

$$\sigma = \Delta Q / A$$

A Fig. (19) mostra σ como função do parâmetro μ_1 . No limite $\mu_1 \rightarrow 0$, σ não deve ser comparada com os números que se obtêm (por analogia com circuito elétrico) para a carga total localizada

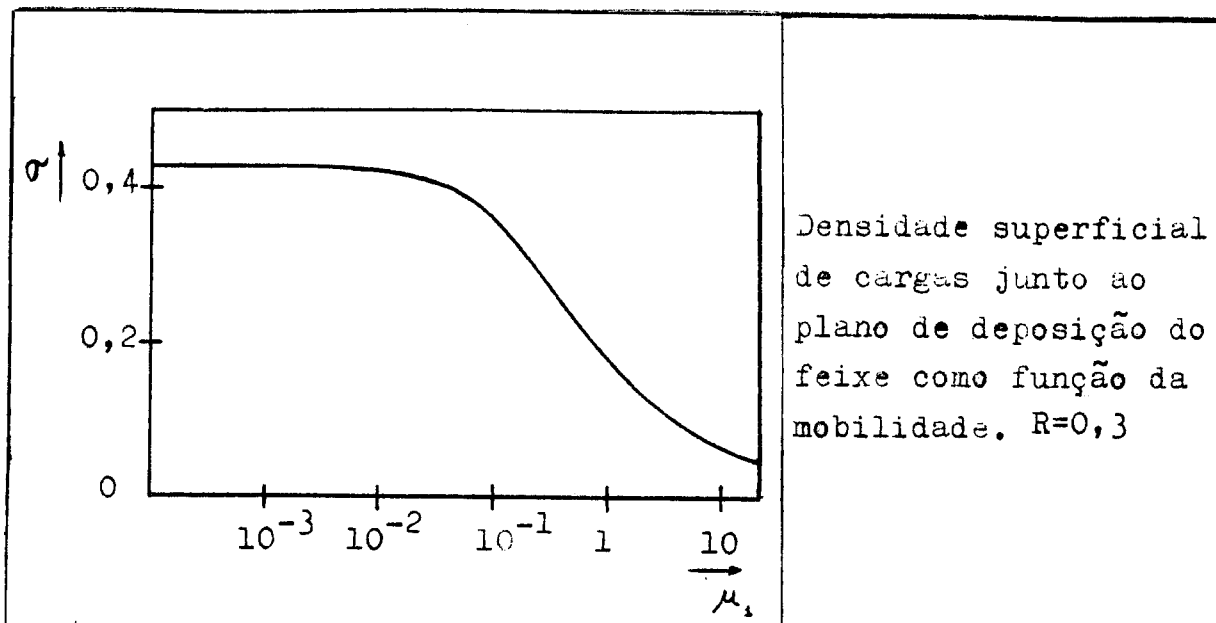


Fig. (19)

junto ao plano de deposição dos elétrons. Esta última grandeza corresponde à densidade interfacial propriamente dita mais a carga es pacial que, impossibilitada de penetrar na região irradiada por um valor excessivamente reduzido da mobilidade, acumula-se num volume infinitesimal junto ao plano de deposição.

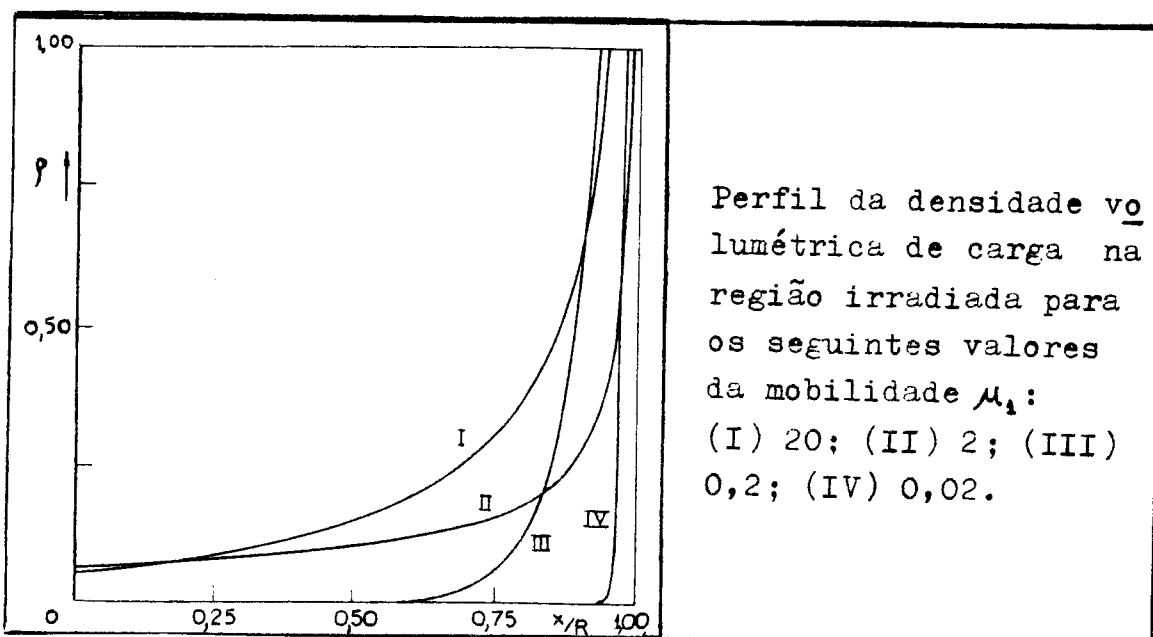


Fig. (20)

A Fig. (20) mostra perfis da densidade de carga espacial na região irradiada, no regime estacionário, para vários valores do parâmetro μ_1 . Sendo a distribuição idêntica nos modos de circuito aberto e fechado, esta figura, que igualmente poderia ter sido inserida no ítem 8, é obtida da Eq. (8.12) através da Eq. de Poisson (7.2').

V - APLICAÇÕES A ARRANJOS EXPERIMENTAIS PARTICULARES ELÉTRONS QUASE TRANSPASSANTES

Para feixes eletrônicos dotados de energia suficiente para penetrar profundamente na amostra ($R_m > D/2$), a situação será bem diferente da descrita na Secção anterior: Os experimentos discutidos na Secção II, ítem 4, revelam a existência de um processo de condução na região não-irradiada. O aparecimento de corrente persistente quando se aumenta a penetração do feixe é demasiadamente abrupto para poder ser explicada pela condutividade da região não-irradiada. Descartada esta, apenas o transporte de carga em excesso poderá ser responsabilizado pela condução no volume não-irradiado.

Na presente Secção, os efeitos de carga espacial que se movimenta além do plano de deposição do feixe serão considerados. Não se estudará senão o caso mais interessante de circuito fechado, e mesmo este será tratado apenas no regime estacionário. Dessa forma, a Secção V será composta de apenas um ítem, o 109 desta dissertação. Dada a extensão do assunto, no entanto, diversos sub-títulos serão introduzidos.

10 - MODO DE CIRCUITO FECHADO, REGIME ESTACIONÁRIO

A Eq. de transporte para a carga em excesso na região não irradiada assumirá, respectivamente nos casos $\Delta=0,5$ e $\Delta=1$, as formas (5.12) e (5.17'). Enquanto que a primeira se rende a um tratamento simples envolvendo apenas o parâmetro μ_2 , representativo

da mobilidade efetiva na região não irradiada, a segunda exigiria cálculos um pouco mais complexos, e requer um conhecimento da distribuição de traps que excede os dados de que se dispõe atualmente. Apenas o tratamento do caso $\Delta=0,5$ será levado a cabo neste trabalho, por essas razões.

A - RELAÇÃO ENTRE CORRENTE E TENSÃO

As hipóteses de trabalho que se fazem no presente desenvolvimento são as mesmas levantadas no ítem 6 da Secção III, salvo, é claro, a que se refere à ausência de transporte no volume não irradiado. Em particular, sublinhe-se, os efeitos de carga espacial não serão considerados na região irradiada. As conclusões tiradas na Secção IV (mais especificamente, a discussão da Fig. (18)) justificam plenamente essa simplificação. Em resumo, o transporte de carga na amostra será regido pelas Eqs. (7.1') com a imposição $\mu_I=0$. No regime estacionário, as derivadas temporais se anulam, e estas podem ser combinadas com a Eq. (7.3') para fornecerem:

$$j = l + E \quad (x < R) \quad (10.1a)$$

$$j = \mu_2 \rho E \quad (R < x < l) \quad (10.1b)$$

Quanto às condições de contorno, visando-se uma mais fácil comparação com os dados experimentais, a imposição de curto-circuito será relaxada para uma condição de voltagem constante V aplicada. Tem-se, assim:

$$V = \int_0^l E \, dx \quad (10.2)$$

Mais uma condição de contorno será necessária, especificando o campo elétrico junto ao plano de deposição do feixe de radiação. Ao contrário do que ocorria no caso de pequena penetração, a região de interesse (no que toca aos efeitos de carga espacial) é, aqui, a não-irradiada. O campo elétrico $E(R_+, t)$ é que de-

ve ser especificado. Uma linha de argumentação bastante análoga à seguida na Secção IV exige que $E(R_+) = 0$ para $V=0$. Ver-se-á mais adiante que essa condição deve ser abandonada para valores absolutos suficientemente grandes da tensão aplicada.

A Eq. (10.1a) não só revela que o campo elétrico na região irradiada é uniforme como também especifica o seu valor em função da corrente total:

$$E(x < R) = j^{-1} \quad (10.3a)$$

A Eq. (10.1b) tem um papel semelhante com respeito ao campo na região livre da radiação. Combinada com a Eq. de Poisson (7.2') ela se escreve:

$$\mu_2 E \, dE/dx = j \quad (x > R)$$

ou, após integração:

$$E(x) = \pm [E^2(R_+) + 2j(x-R)/\mu_2]^{1/2} \quad (x > R) \quad (10.3b)$$

O sinal se escolhe de acordo com a natureza dos portadores em excesso. Se estes forem elétrons o sinal superior será usado, uma vez que i_0 , em termos de que todas as grandezas adimensionais foram definidas, é negativa.

Neste ponto torna-se possível a imposição da condição de contorno, Eq. (10.2). As Eqs. (10.3) transcrevem-na sob a forma:

$$V = (j+1) R \mu_2 \{ [E^2(R_+) + 2j(1-R)/\mu_2]^{3/2} - |E(R_+)|^3 \} / 3j \quad (10.4)$$

B - CONDIÇÃO DE CONTORNO EM $x=R$: TENSÃO POSITIVA APLICADA

A expressão acima é válida para qualquer tensão aplicada. Dado $E(R_+)$, ela determina a densidade de corrente total j como função do potencial e da penetração R . $E(R_+)$, no entanto, depende

de V e a sua especificação só pode ser feita através de cuidadosa análise. Será conveniente partir-se do caso simples de tensão nula aplicada e estudarem-se casos paulatinamente mais complexos, correspondentes a tensões cada vez maiores para, em seguida, voltar-se à estaca zero (isto é, o caso de curto circuito) e proceder-se à análise da aplicação de voltagens negativas.

Para $V=0$, $E(R_+)=0$, conforme já discutido. A Eq. (10.4) se reduz, nesse caso, a:

$$(j-1)R + [(8/9) * j * (1-R)^3 / \mu_2]^{1/2} = 0 \quad (10.5a)$$

O sinal positivo foi escolhido adiante da raiz quadrada, levando-se em conta que a região não irradiada tem elétrons em excesso na condição de curto-circuito.

Para tensões positivas aplicadas (e suficientemente pequenas), o campo elétrico continua a ter sentidos opostos nas duas regiões que compõem a amostra. Ainda existe uma descontinuidade junto ao plano de deposição dos elétrons primários; pelos argumentos usados na Secção IV conclui-se que ainda prevalece $E(R_+)=0$. Ainda da Eq. (10.4), a densidade de corrente total é dada, como função do alcance dos elétrons primários e da tensão aplicada, por:

$$(j-1)R + [(8/9)j(1-R)^3 / \mu_2]^{1/2} = V \quad (10.5b)$$

O efeito da tensão aplicada é de aumentar a carga espacial na região irradiada, enquanto que o campo na região irradiada diminui em módulo, conforme se reconhece por um aumento na corrente total.

Aumentada ainda mais a diferença de potencial entre os eletrodos que faziam a amostra, mais se ressaltam as características acima apontadas, até que o campo elétrico na região irradiada se anule. A tensão crítica em que essa situação é atingida é aquela que corresponde a $j=1$, conforme indica a Eq. (10.3a). A Eq. (10.4) mostra que o seu valor é:

$$V_c^2 = (8/9) (1-R)^3 / \mu_2 \quad (10.5c)$$

A relação acima é formalmente idêntica à lei de Child⁵³ para injeção de carga espacial em sólidos; observe-se, no entanto, que a tensão aplicada cai toda sobre apenas uma fração, correspondente ao volume não-irradiado, da amostra. Conhecido, em medidas experimentais, o valor de V_c , a mobilidade efetiva dos elétrons na região não-irradiada pode ser prontamente avaliada.

Superada a tensão crítica, desaparece a descontinuidade do campo elétrico em $x=R$, levando consigo a densidade superficial de cargas que aí se depositava. Igualmente perdem consistência os argumentos para a imposição de um campo nulo em $x=R_+$. Uma nova condição de contorno pode ser imediatamente encontrada: O campo elétrico deve ser contínuo na interface das regiões irradiada e não. Assim:

$$E(R_+) = E(R_-) = E(0) = j-1 \quad (V > V_c)$$

A Eq. (10.4) assume forma ligeiramente mais complexa, neste caso:

$$V = (j-1)R + \mu_2 \left[\left((j-1)^2 + 2j(1-R)/\mu_2 \right)^{3/2} - (j-1)^3 \right] / 3j \quad (10.5d)$$

Embora já não se possa exprimir j analiticamente como função de V e de R , para dados valores destas grandezas, a expressão acima permite que a densidade de corrente total seja obtida numericamente.

C - CONDIÇÃO DE CONTORNO EM $x=R$: TENSÃO NEGATIVA APLICADA

Para pequenas tensões negativas aplicadas, a condição $E(R_-)=0$ continua válida, e a corrente como função de R é novamente dada pela Eq. (10.5b). No entanto, à medida que a voltagem se faz mais negativa, a corrente diminui em módulo até se anular. A corres

pondente voltagem V_0 é determinada fazendo-se $j=0$ na Eq. (10.5b).
Vem:

$$V_0 = -R \quad (10.5e)$$

Esta relação, que reflete o caráter ôhmico da região irradiada, é de algum interesse experimental, pois as transformações que conduzem de volta às unidades originais, Eqs. (7.5a), mostram que a condutividade induzida por radiação pode ser determinada a partir dela, conhecidos R e V_0 .

Para $V=V_0$, o campo elétrico na região não-irradiada se anula, enquanto que um campo finito se estabelece no volume irradiado. Uma densidade superficial que atinge o seu máximo valor se acumula na fronteira entre as duas regiões da amostra. Tensões progressivamente mais negativas produzem um decréscimo nessa densidade superficial. No entanto, a corrente total permanecerá nula enquanto o número de buracos - provenientes da região irradiada - que se acumulam junto ao plano de deposição do feixe não for suficientemente alto para anular a carga negativa ali existente e invadir a região não-irradiada. O limite de tensão V'_C para a ausência de buracos na região não-irradiada pode ser facilmente determinado: Não havendo descontinuidade do campo em $x=R$, e não existindo excesso de carga na região não atingida pela radiação, o campo deve ser uniforme em toda a amostra. Segue-se que:

$$V'_C = -1 \quad (10.5f)$$

Tensões ainda mais negativas resultam em correntes negativas. A região não-irradiada tem agora buracos em excesso. Na Eq. (10.4), o sinal inferior deve ser escolhido. À semelhança do caso $V > V'_C$, o campo elétrico é contínuo junto ao plano de deposição do feixe. Tem-se então, da Eq. (10.4):

$$V = (j-1)R - \mu_2 \left\{ \left[(j-1)^2 + \frac{2j}{\mu_2} (1-R) \right]^{3/2} - (j-1)^3 \right\} / 3j \quad (10.5g)$$

O valor de μ_2 que se aplica a esta última relação não é igual ao valor que comparece nas análogas Eqs. (10.5a-e). Em primeiro lugar, a mobilidade dos buracos tem sinal oposto ao da mobilidade eletrônica. Por outro lado, a dinâmica dos buracos será, em geral, distinta da dos elétrons. Dessa forma, será mera coincidência se a mobilidade dos elétrons for igual, mesmo em módulo, à dos buracos.

D - O FEIXE COMO ELETRODO VIRTUAL

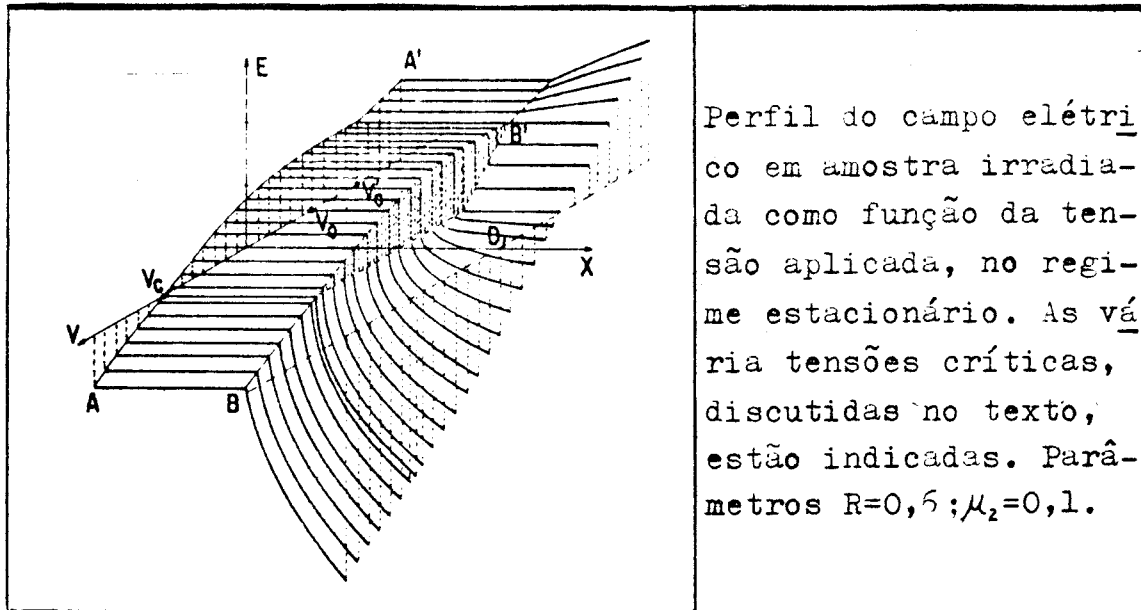


Fig. (21)

A Fig. (21) resume os resultados que se têm encontrado. Nela se expõe o perfil do campo elétrico dentro da amostra para várias tensões aplicadas. Assim, para $V > V_c$, observa-se que o campo é contínuo em $x=R$, uniforme na região irradiada e tem a curvatura característica da presença de carga espacial (elétrons) na região não-irradiada. Para $V = V_c$, o campo se anula na região irradiada, e para tensões ainda menores deixa de ser contínuo no plano de deposição do feixe. Progredindo-se ainda mais ao longo do eixo

dos potenciais, entra-se na região de tensões negativas. O aspecto geral do perfil do campo sofre marcante modificação quando se atinge a tensão V_0 . Nesse ponto, o campo na região não-irradiada se uniformiza. Tensões mais negativas mantêm inalterado o campo na região irradiada enquanto que no restante da amostra, o campo cresce, em módulo, até se uniformizar em todo o material. Daí por diante, a continuidade em $x=R$ prevalece, mas o perfil do campo na região livre de radiação passa a ser convexo.

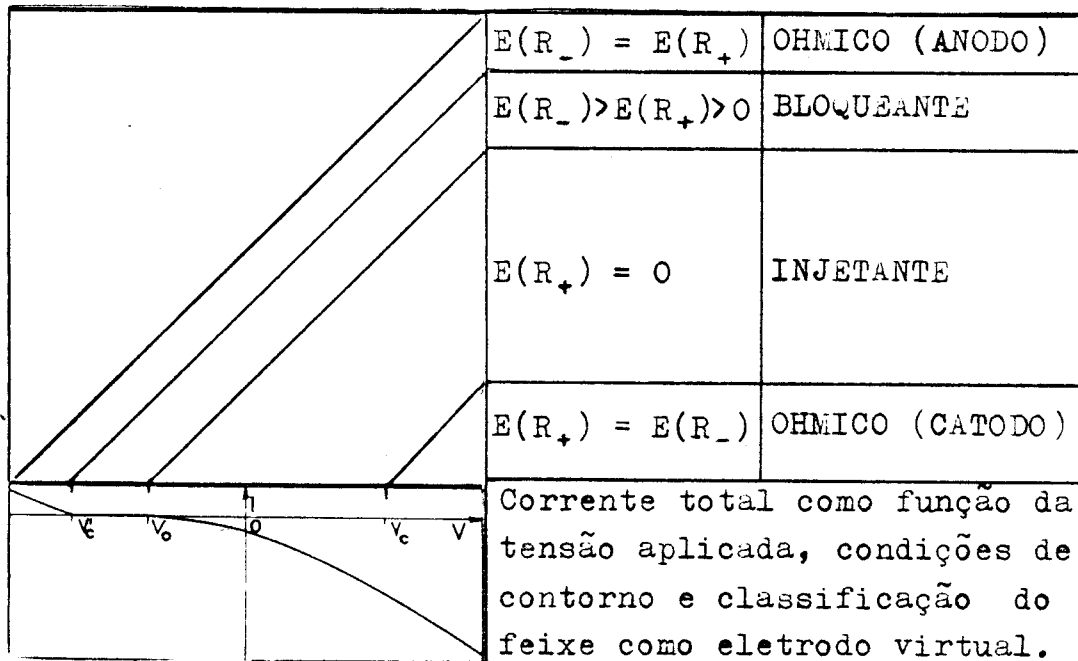


Fig. (22)

A Fig. (22) mostra que a evolução descrita acima pode ainda ser discutida sob outro aspecto. As características de condução elétrica no plano de deposição do feixe sofrem várias mudanças à medida que os diversos valores críticos para tensão aplicada se sucedem. As quatro "zonas de tensão" (caracterizadas pelos limites V_c , V_0 e V_c') correspondem três comportamentos distintos para o plano de deposição que, dessa forma, pode ser comparado a um contato ou eletrodo inserido na amostra. Para tensões superiores à V_c' , a continuidade do campo em $x=R$ permite classificar o "contato" como

neutro ou ôhmico (embora este último termo tenha sido usado com frequência na literatura para designar o que adiante será classificado como injetante), o mesmo ocorrendo para voltagens inferiores a V'_C . Para V entre V_C e V_O , a condição de contorno (Eqs. (9.2)) em $x=R$ é tipicamente a de contato injetante. Finalmente, para tensões superiores a V'_C , mas inferiores a $V_{O'}^{\S}$, a ausência de corrente elétrica caracteriza o contato bloqueante[§].

É para nós motivo de grande satisfação observar que essa interpretação - recentemente proposta na literatura^{54,55} - emerge de forma natural da solução do problema que aqui foi apresentada.

E - COMPARAÇÃO COM RESULTADOS DE SPEAR

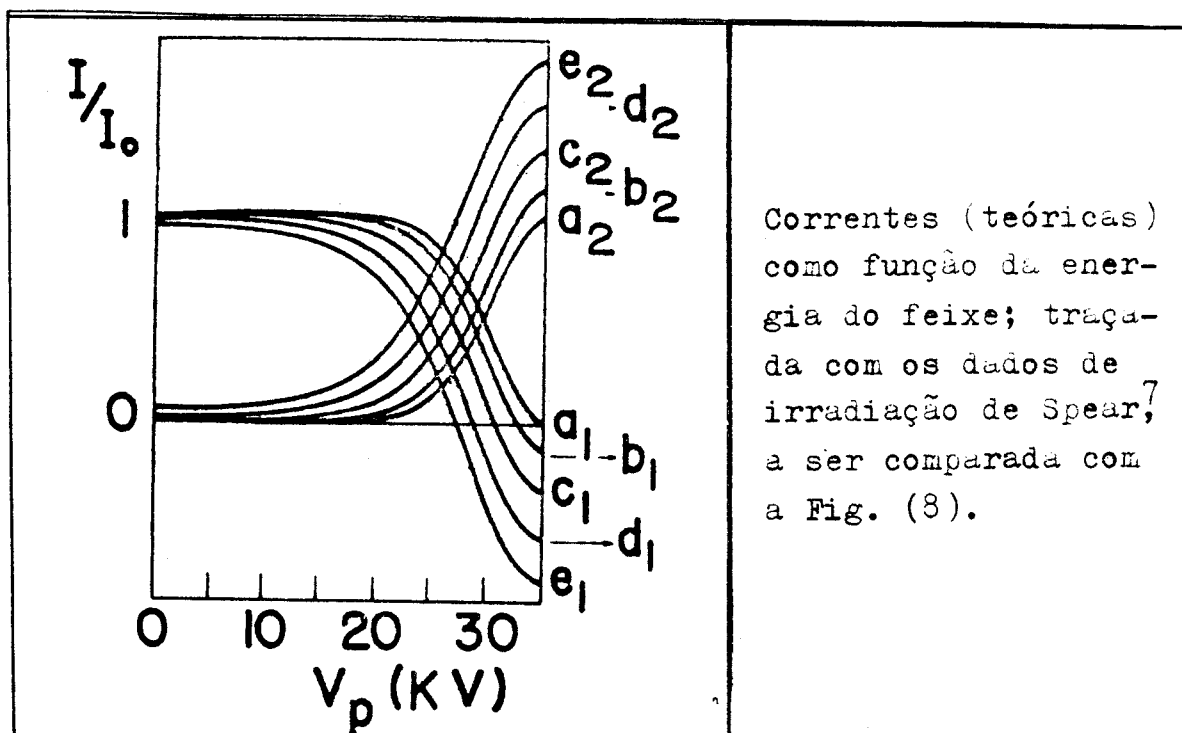


Fig. (23)

§ A rigor, isolante, de acordo com uma classificação que reserva o termo "bloqueante" para os eletrodos que impedem a passagem de portadores em ambos os sentidos. O contato acima discutido impede a transferência de buracos apenas no sentido região irradiada-região não-irradiada.

A Fig. (23) mostra as densidades de corrente que fluem respectivamente do eletrodo dianteiro e traseiro para a Terra, como função da energia do feixe de irradiação, para várias tensões aplicadas. As diversas curvas foram traçadas a partir das Eqs. (10.5), sendo que R é relacionado com a energia (V_p) de incidência dos elétrons primários pela relação de Thomson-Whiddington³². A variação da condutividade induzida por radiação foi levada em conta, para tanto usando-se o valor $\Delta=0,5$, coerente com a Eq. de transporte para a carga em excesso na região não-irradiada. Buscando-se uma comparação com os resultados de Spear, o valor de μ_2 foi escolhido de modo a otimizar a concordância com os resultados experimentais. Obtém-se assim $\mu_2=0,1$.

Os resultados teóricos, de um modo geral, reproduzem bem os experimentais; em particular, a existência de uma penetração mínima crítica para o despertar das correntes estacionárias se manifesta de maneira satisfatória. A má concordância para $R=1$ é o preço que se paga por se ignorar a largura finita que tem o perfil (real) de deposição do feixe primário: Para penetrações que se aproximam da espessura da amostra, uma fração considerável do feixe atravessa o eletrodo posterior, reduzindo o valor líquido da corrente de irradiação.

As curvas de Spear, descritas na Secção II, permitem que se determine a mobilidade eletrônica na região não irradiada: A tensão crítica V_c , correspondente a densidade de corrente total $j=1$, está relacionada com o parâmetro μ_2 através da Eq. (10.5c). $j=1$ equivale a $I_1=0$; a intersecção da curva e_1 com o eixo das energias conduz então a $\mu_2=0,22$, em boa concordância (considerando-se a ampla gama de valores existentes na literatura^{11,44}) com o valor usado anteriormente para melhor ajuste entre teoria e evidência experimental.

A determinação da mobilidade dos elétrons na região não irradiada exige então um conhecimento da condutividade g . Esta também pode ser obtida da Fig. (8) por uma análise das curvas na região de transpassagem ($R>1$ ou $V_p \approx 45$ keV). Com efeito, elétrons trespassantes estendem a região irradiada por toda a amostra. Assim, a condutividade pode ser determinada diretamente da lei de Ohm. Obtém-se $g_D = 4.8 \times 10^{-13} / \Omega \text{cm}$. Introduzindo-se esse valor nas Eqs. (2.2) e (7.5a)

com $\epsilon = 5 \times 10^{-13}$ F/cm, vêm para a mobilidade, correspondendo respectivamente aos números obtidos do "fitting" das curvas e da aplicação da lei de Child:

$$\mu_{II} = -3 \times 10^{-11} \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad (\text{ajuste})$$

$$\mu_{II} = -7.1 \times 10^{-11} \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad (\text{lei de Child})$$

Esses resultados comparam-se bastante bem com valores publicados⁴⁴ para mobilidades em isolantes amorfos.

F - OUTROS RESULTADOS NUMÉRICOS

A partir dos resultados para a condutividade e mobilidade, algumas outras grandezas de interesse geral podem ser obtidas: o "schubweg" (s) dos portadores, definido como sendo a distância média avançada por um elétron ou buraco antes de se recombinar com carga de sinal oposto é em geral dependente do campo elétrico. Um teto para essa grandeza, porém, pode ser estabelecido tomando-se $E' = 1.05 \times 10^6$ V/cm, correspondendo ao campo externo mais intenso aplicado por Spear. Um raciocínio simples revela que o "schubweg" é proporcional à corrente de condução, na ausência de carga espacial:

$$s = gE'/qe$$

A razão de criação de pares de portadores (q) pode ser obtida por combinação da taxa de radiação $\dot{\phi}$, densidade δ e energia W para criação de um par elétron-buraco no interior da amostra. Enquanto que a última grandeza tem sido estimada em 100 eV, as outras duas podem ser obtidas diretamente dos dados de irradiação de Spear. Têm-se $\dot{\phi} = 1.8 \times 10^6$ rad/s, e:

$$q = \dot{\phi}\delta/W = 3.4 \times 10^{18} / \text{cm}^3 \text{ s}$$

Chega-se finalmente a $s \approx 10^{-6}$ cm. Esse é um resultado tranquilizante, pois uma condição necessária para a validade da Eq. de transporte (5.1) é, sem dúvida, que $s \ll D$.

O conhecimento de s permite que se determine a densidade de carga presa na região irradiada. De fato, $s = \mu_0 \tau E'$, onde τ é a vida média dos elétrons. Esta última grandeza depende do número de elétrons presos) e do coeficiente de recombinação: $\tau = 1/\alpha m$. Assim:

$$m = (\mu_0/\alpha)/(s/E')$$

O quociente (μ_0/α) pode ser estimado a partir da relação de Langevin⁵⁶ $\alpha/\mu_0 = e/\epsilon$ e tem-se então:

$$m = (\epsilon E'/e \times s)$$

Usando os dados obtidos do trabalho de Spear, vem:

$$m \approx 10^{17}/\text{cm}^3$$

Finalmente é possível estimar-se a mobilidade efetiva das cargas em excesso na região irradiada. Ela se relaciona com a mobilidade livre por:

$$\mu = \mu_0 n/(n+m)$$

A condição de neutralidade $q = \alpha n (n+m)$ pode então ser combinada com a definição de condutividade $g = \mu_0 en$ para dar:

$$\mu = (\alpha/\mu_0) (g^2/e^2 q)$$

Se a relação de Langevin⁵⁶ é novamente usada, chega-se a

$$\mu = g^2/eq\epsilon = 8 \times 10^{-13} \text{cm}^2/\text{Vs}$$

Numa comparação desse resultado com os valores obtidos anteriormente, deve-se levar em conta que a incerteza em várias das grandezas usadas no último cálculo poderia justificar uma discrepância de uma ou duas ordens de magnitude, e também que o recém-obtido valor refere-se à região irradiada enquanto que as estimativas anteriores se referiam à região não-irradiada. Espera-se, intuitivamente, que a mobilidade na região excitada pela radiação seja maior do que a da região no "escuro". Esta questão, porém, é bastante complexa visto que as duas regiões têm dinâmicas bastante diferentes, e os resultados de uma análise intuitiva podem estar longe da realidade.

VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Os resultados das seções anteriores podem ser resumidos em uma frase: Os efeitos de carga espacial no problema da irradiação de isolantes com feixes eletrônicos (contínuos e de energias na região das dezenas de keV) são pouco importantes nas situações em que os elétrons penetram pouco na amostra, mas tornam-se essenciais quando o alcance do feixe excede a metade da espessura da mesma. Essa conclusão, no entanto, emerge da análise de um modelo um tanto idealizado que, embora reproduza as características fundamentais da configuração real, ainda pode ser aproximado dela por diversas vias. As modificações que se propõem a seguir são particularmente importantes na situação tratada na Seção V.

Uma primeira correção se refere à suposição de que o feixe se deposita em um único plano. Uma curva gaussiana, ou mesmo retangular poderá ser usada para o perfil de deposição da carga primária, em combinação com coerentes hipóteses sobre a variação de condutividade e mobilidade no interior da amostra.

Alterações mais complexas dizem respeito ao efeito dos "traps" na região não-irradiada que, na análise aqui apresentada, foi apenas incluído na mobilidade efetiva das cargas em excesso.

Duas alternativas aqui se apresentam: admitir-se que haja equilíbrio, e tratar o caso de distribuição linear de "traps" na zona proibida, (isto é, usar a Eq. (5.17') para o transporte de carga na região não-irradiada), ou aventurar-se por um tratamento que envolva a dinâmica banda-traps fora do equilíbrio.

Em uma lista de sugestões para outros trabalhos, não pode faltar um estudo sobre o transiente nos casos de $R > D/2$. Aqui o problema se bifurca: a tensão pode ser aplicada antes ou depois do início da irradiação. Esperar-se, naturalmente, que o regime estacionário seja independente da ordem das ligações, mas essa questão ainda está em aberto.

Finalmente, pode-se propor um estudo sobre Correntes Termo Estimuladas (TSC) após o término da irradiação. Estudos experimentais recentemente realizados⁵⁷ com relação a esse tópico revelam, entre outras interessantes características, que tanto cargas positivas como negativas podem ser injetadas na região não-irradiada, dependendo da polaridade do campo externo aplicado. A citação desse fato experimental bem caberia como conclusão do presente trabalho, pois constitui forte evidência a favor dos resultados teóricos aqui obtidos.

Algumas palavras, no entanto, devem ser apostas, que digam respeito a tratamentos alternativos ao apresentado: Recentemente, métodos estocásticos têm sido introduzidos no estudo de fotocondutividade "hopping", tanto em redes cristalinas⁵⁸ como em materiais amorfos⁵⁹. Esse tipo de tratamento pode, naturalmente, ser transplantado para a área de condutividade induzida por radiação. O modelo de condutividade "hopping", no entanto, parece insuficientemente fundamentado para substituir o de Rose-Fowler⁴³ na descrição do transporte de cargas em materiais amorfos, razão porque o tratamento tradicional foi preferido no presente trabalho.

Deve-se mencionar, por fim, o trabalho de Aris e colaboradores⁶⁰ que, muito recentemente, deram tratamento teórico ao problema da irradiação de isolantes com elétrons quase-trespasantes, embora de forma bem mais simplificada do que a aqui apresentada.

TABELA I
 GRANDEZAS ENVOLVIDAS NA TRANS-
 FORMAÇÃO PARA UNIDADES REDUZIDAS

Grandeza	Unidade	Símbolo	Grandeza adimensional associada
Espessura da amostra	cm	D	
Permitividade dielétrica	F/cm	ϵ	
Condutividade	$1/\Omega\text{-cm}$	g	
Corrente do feixe	A	I_0	
Área do eletrodo	cm^2	A	
Profundidade (medida do eletrodo frontal)	cm	x'	$x = x'/D$
"Range Médio"	cm	R_m	$R = R_m/D$
Posição da frente de cargas	cm	s'	$s = s'/D$
Tempo	s	t'	$t = t'/(g/\epsilon)$
Densidade volumétrica de cargas	C/cm^3	ρ'	$\rho = \rho' / (\epsilon I_0 / AgD)$
Densidade superficial de cargas	C/cm^2	σ'	$\sigma = \sigma' / (\epsilon I_0 / Ag)$
Campo elétrico	V/cm	E'	$E = E' / (I_0 / Ag)$
Voltagem	V	V'	$V = V' / (I_0 D / Ag)$
Densidade de corrente de condução	A/cm^2	i'_c	$i_c = i'_c / (I_0 / A)$
Densidade de corrente total	A/cm^2	j'	$j = j' / (I_0 / A)$
Mobilidade	$\text{cm}^2/\text{V-s}$	$\mu_{I,II}$	$\mu_{1,2} = \mu_{I,II} / (g^2 DA / \epsilon I_0)$

B I B L I O G R A F I A

- 1- B.Gross - Phys.Rev. 107,368(1957).
- 2- L.K.Monteith, J.R.Hauser - J.Appl.Phys. 38,5355(1967).
- 3- J. van Turnhout - Tese Univ. de Leidon.
- 4- G.M.Sessler, J.West - Appl.Phys.Lett., 17,507(1970).
- 5- J.Gibbons - J.Phys.D, 7, 433(1974).
- 6- F.Ansbacher, W.Ehrenberg - Proc.Phys.Soc. A64,362(1951).
- 7- W.E.Spear - Proc.Phys.Soc. B68,991(1955).
- 8- W.Ehrenberg, J.Hidden - J.Phys-Chem.Solids 23,1135(1962).
- 9- P.R.Collings, J.Hirsch - Brit.J.Appl.Phys. 15,797(1964).
- 10- C.Bowlt, W.Ehrenberg - J.Phys.C 2,159(1969).
- 11- E.H.Martin, J.Hirsch - J.Appl.Phys. 43,1001(1973); 43,1008(1972).
- 12- B.Gross, J.Dow, S.V.Nablo - J.Appl.Phys. 44,2459(1973).
- 13- B.Gross, J.Dow - Extended Abstracts vol.72-2 (Electrochemical Soc., New York, 1972) pp. 296-297.
- 14- B.Gross, G.M.Sessler, J.West - Appl.Phys.Lett., 22,315(1973).
- 15- B.Gross, G.M.Sessler, J.West - 1973 Annual Report Conf.Electr. Instr.Dielectr.Phenomena; J.Appl.Phys. 45,284(1974).
- 16- B.Gross, G.M.Sessler, J.West - Appl.Phys.Lett.24,351(1974).
- 17- W.Helirisch, P.Mark - Z.Phys. 166,370(1962).
- 18- A.Many, G.Rakavy - Phys.Rev. 126,1980(1962).
- 19- R.B.Schilling, H.Schachter - J.Applied Phys. 38,841(1967).
- 20- B.Gross, S.V.Nablo - J.Appl.Phys. 38,2272(1967).
- 21- I.P.Batra, K.K.Kanazawa, H.Seki - J.Appl.Phys. 41,3416(1970).
I.P.Batra, B.H.Sehechtman, H.Seki - Phys.Rev. B 2,1592(1970).
K.Keiji Kanazawa, I.P.Batra - J.Appl.Phys. 43, 1845(1972).

- 22- B.Gross, M.M.Perman - J.Appl.Phys. 43,853(1972).
- 23- J.van Turnhout - em Electrets - Charge Storage and Transport in Dielectrics, The Electrochem.Soc.Inc., Princeton, 1973, p. 230.
- 24- G.F.Leal Ferreira, B.Gross - Rev.Bras.Física 2,205(1972).
- 25- A.I.Rudenko - Soviet Physics, Solid State 14,2706(1973).
- 26- G.F.Leal Ferreira - Tese IFQSC/USP (1973).
- 27- L.E.Carrano de Almeida - Tese IFQSC/USP (1974).
- 28- P.C. de Camargo - Tese IFQSC/USP (1975).
- 29- B.Gross - J.Appl.Phys. 36,1635(1965).
- X 30- B.Gross - J.Electrostatics 1,125(1975), *pag. 4*
- 31- A.Watson, J.Dow - J.Appl.Phys. 39,5935(1968).
- 32- R.Whiddington - Proc.Roy.Soc. A 89,554(1914).
- 33- H.M.Terril - Phys.Rev. 24, 616(1924).
- 34- J.G.Trump, K.A.Wright, A.M.Clocke - J.Appl.Phys. 21,345(1950).
- 35- C.Feldman - Phys.Rev. 117,455(1960) e referências que traz.
- 36- B.Gross, K.S.Wright - Phys.Rev. 114,725(1959).
- 37- B.Gross, A.Bradley, A.P.Pinkerton - J.Appl.Phys. 31. 1035(1960).
- 38- T.Tabat, R.Ito, S.O.Kabe - Phys.Rev. B 3,572(1971).
- 39- J.Vandijk, J.C.F. Mac Donald - Radiation Res. 50,20(1972).
- 40- L.Pensak - Phys.Rev. 75,472(1949).
- 41- Veja-se, e.g., J.D.Jackson - Classical Electrodynamics (John Wiley & Sons), cap.13, secção 13.3.
- 42- Para se citarem apenas alguns trabalhos mais recentes:
 - F.T.Farmer - Nature 150,521(1942);
 - F.C.Amstead, J.C.Pennok, W.L.Mead - Phys.Rev. 76,860(1949);
 - S.Mayburg, N.L.Lawrence - J.Appl.Phys. 23,1006 (1952);
 - J.H.Coleman, D.Bohm - J.Appl.Phys. 24,497(1953);
 - K.Yahagé, H.Danno - J.Appl.Phys.34,804(1963);

- N.Ehrenberg, B.Ghosh - J.Phys.C 2,152(1969).
- 43- J.Fowler - Proc.Roy.Soc. A 236,464(1956).
- X 44- A.Reiser, M.W.B.Lock, J.Knight - Trans.Faraday Soc. 65,2168 *, p. 5*
(1969).
- 45- A.Rose - Phys.Rev. 97,322(1955).
- 46- A.M.Goodman, A.Rose - J.Appl.Phys. 42,2823(1971).
- 47- L.N.Oliveira, G.F.L.Ferreira - Phys.Rev. B 11,2311(1975).
- 48- B.Gross - Solid State Communic. 15,1655(1974).
- 49- J.E.Rauch, A.Andrews - IEEE Transactions Nucl.Science NS, 13,
109(1966).
- 50- G.M.Sessler - J.Appl.Phys. 43,408(1972).
- 51- H.Lackner, Kohbberg, S.V.Nablo - J.Appl.Phys. 36,2064(1965).
- 52- L.A.Harrah - Appl.Phys.Lett., 17,421(1970).
- 53- N.F.Mott, R.Gurney - Electronic Processes in Ionic Crystals -
(Dover, New York, 1948), p. 172.
- 54- L.M.Beckley, T.J.Lewis, D.M.Taylor - Solid State Commun. 10 ,
557(1972).
- 55- M.A.Lampert, W.C.Johnson, R.Bottoms - Rep. Nº AFCRL-TR-
740229 - Princeton University Dep. Electr.Eng.(1974) p.17
(não publicado).
- 56- P.Langevin - Ann.Chim.Phys., 28, 289(1903), 28,433(1903).
- 57- B.Gross, G.M.Sessler, J.West (ainda por ser publicado).
- 58- W.W.Montroll, H.Scher - J.Statist.Phys., 9,101(1973).
- 59- H.Scher - Proc.Int.Conf. Amorphous and Liquid Semiconductors
(1973).
- 60- F.C.Aris, M.Barton, T.J.Lewis, R.Toomer - Conf.Dielect. Mat.
Meas.Applications - Inst.Electric.Engin., Inst.Phys.,
Inst.Electronics and Radio Engineers (julho 1975) Cambridge,
Inglaterra.