

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

ALESSANDRO EMILIO TERUZZI

**Ensino da matemática e a Pedagogia de Paulo Freire:
olhares oblíquos por uma educação matemática emancipadora**

São Paulo

2023

ALESSANDRO EMILIO TERUZZI

**Ensino da matemática e a Pedagogia de Paulo Freire:
olhares oblíquos por uma educação matemática emancipadora**

Versão Original

Tese apresentado à Banca Examinadora da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Doutor em Educação

Linha de Pesquisa: Educação Científica, Matemática e Tecnológica

Orientador: Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos

São Paulo

2023

2

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo na Publicação

Serviço de Biblioteca e Documentação

Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

Teruzzi, Alessandro Emilio

Ensino da matemática e a Pedagogia de Paulo Freire: olhares oblíquos por uma educação matemática emancipadora / Alessandro Emilio Teruzzi; orientador Vinício de Macedo Santos. -- São Paulo, 2023.
305 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação Educação Científica, Matemática e Tecnológica) -- Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2023.

1. Pedagogia do oprimido. 2. Paulo Freire. 3. Educação matemática. 4. Matemática democrática. 5. Sociologia pragmática da crítica. I. Santos, Vinício de Macedo, orient. II. Título.

Folha de aprovação

Nome: TERUZZI, Alessandro Emilio

Título: Ensino da matemática e a Pedagogia de Paulo Freire: olhares oblíquos por uma educação matemática emancipadora

Tese apresentada à Banca Examinadora da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Educação

Aprovado em: ____/____/2023

Banca Examinadora

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Dedicatória

Este trabalho é dedicado a tod@s @s oprimid@s sem nome que sofreram e lutaram, desde sempre, contra as injustiças. Esta pesquisa só foi possível graças à existência das suas infinitas lutas.

Entre eles, preciso lembrar do meu pai: do jeito dele, também foi um oprimido e foi também um dos primeiros a me ensinar a *ler o mundo*.

Agradecimentos

Desta vez foi difícil. Geralmente, as coisas acabam sendo relativamente fáceis para mim: é uma das vantagens do privilégio. Desta vez, não. Foi extremamente complicado. Tudo. Pandemia, governo Bolsonaro, acontecimentos familiares: um monte de tragédias que abalaram desde as fundações à minha vida.

Só consegui chegar ao fim porque uma rede de suporte feita de pessoas, amigos, parentes, colegas nunca largou a mão de mim. Aliás, a própria tese só pôde ser escrita porque, no mínimo, centenas e centenas de pessoas me deram direta ou indiretamente, um contributo, sem o qual não teria conseguido.

Seria muito difícil fazer uma listagem deste grande mundo que me sustentou, destacando a importância de cada um e o papel que teve. Assim, vou me limitar a um agradecimento geral, que abranja todos e todas.

A única exceção vai ser o meu orientador, o Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos: normalmente, nós agradecemos pela capacidade de nossos orientadores de nos conduzir, de nos manter em uma linha, de nos dar a liberdade de que precisamos. Tudo isso, com certeza, aplica-se também ao meu caso. Mas eu diria que tem um ponto a mais: o professor Vinício tornou possível que eu pudesse escrever uma tese – esta tese! – em que expresse a minha adesão à perspectiva freiriana sobre a educação, a militância, os processos revolucionários. O fato de ele não estar de acordo com tudo, de fato, engrandece ainda mais a sua postura! Por isso, a ele vai toda a minha gratidão e o meu respeito.

Resumo

TERUZZI, Alessandro Emilio. Ensino da matemática e a Pedagogia de Paulo Freire: olhares oblíquos por uma educação matemática emancipadora. 2023. 298 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

Mesmo diante do reconhecimento mundial de Paulo Freire na academia e nas lutas dos movimentos populares, ainda existe uma defasagem na contribuição das suas ideias no campo da educação matemática. Assim, esta pesquisa de cunho teórico articula algumas ideias fundamentais presentes nos escritos de Freire, principalmente na obra "Pedagogia do oprimido", com conceitos da educação matemática: a concepção do ser humano como entidade inacabada, em busca de *ser mais*; a relação dialética entre teoria e prática (*práxis*); as dimensões dialógicas e fundamentalmente democráticas do processo educativo; a crítica à educação bancária; a dinâmica e o significado do tema gerador; as dimensões interligadas à figura do professor; a interconexão entre os processos educativo e *revolucionário*; e a análise dialética dos processos e relações no mundo e, em particular, nas práticas educativas. A presente reflexão busca compreender, a partir de um *olhar oblíquo* que ilumine lugares periféricos e não convencionais, as relações entre a epistemologia matemática e a dinâmica professor-aluno, utilizando elementos da filosofia, historiografia, sociologia (principalmente a crítica e a pragmática), psicologia e sociolinguística. Analisa-se a importância do *frame* e do mito na orientação do significado do discurso sobre a concepção da matemática e do papel dos alunos. Inspirado no humanismo engajado de Paulo Freire, propõe-se uma abordagem humanista e dialética da matemática como produção social, sujeita às contradições das sociedades que a produziram e difundem. Questiona-se a possibilidade de a matemática ser compreendida como uma experiência democrática, bem como o significado de analisá-la sob as categorias políticas de "esquerda" e "direita". Neste contexto, defende-se a necessidade de promover uma dimensão democrática e dialogante no ensino da matemática, ecoando a importância da dimensão dialógica de Paulo Freire. A perspectiva da sociologia pragmática é utilizada para argumentar a relevância da fala do aluno (o ator em ação e/ou em situação crítica) na construção do ambiente da sala de aula e das próprias ideias matemáticas. Discute-se a dimensão violenta do ensino da matemática, tanto no âmbito simbólico quanto socioeconômico, e como tal violência relaciona-se à ideia de educação bancária. Estas questões são colocadas em constante disputa e em tensão dialética com as dimensões libertadoras da educação. A reflexão da sociolinguística é empregada para destacar a negação e o silenciamento da norma linguística "popular" falada por grupos oprimidos, em relação à norma "cultura" da língua defendida e utilizada por opressores. Considera-se que a história da matemática é um recurso valioso, especialmente sob a perspectiva de Walter Benjamin, que convida a "escovar a contrapelo" a história devido às ações de silenciamento e espoliação perpetradas pelos opressores sobre os objetos matemáticos. A fim de articular os temas geradores com as atividades matemáticas, investiga-se a necessidade de encarar a matemática não somente como uma ferramenta para solucionar problemas, mas como uma dimensão do ser humano, em que o humano a (re)cria e a utiliza para discutir as grandes questões da vida. Por fim, estas ideias e perspectivas são articuladas em três situações concretas.

Palavras-chave: Pedagogia do oprimido. Paulo Freire. Educação matemática. Matemática democrática. Sociologia pragmática da crítica.

Abstract

Given the worldwide recognition of Paulo Freire in academia and in the struggles of popular movements, there's a gap in his contribution in the field of mathematics education. So, this theoretic research articulates some of fundamental ideas present in Freire's writings, mainly in the work "Pedagogy of the oppressed", with concepts of mathematics education: the conception of the human being as an unfinished entity, in search of *being more*; the dialectical relationship between theory and practice (*praxis*); the dialogic and fundamentally democratic dimensions of the educational process; criticism of banking education; the dynamics and meaning of the generating theme; the dimensions interconnected to the figure of the teacher; the interconnection between the educational and *revolutionary* processes; and the dialectical analysis of the processes and relations in the world and, especially, in education. This reflection seeks to understand, from an *oblique perspective* enlightening peripheral and non-conventional places, the relationship between mathematical epistemology and teacher-student dynamics, using elements from philosophy, historiography, sociology (mainly critical and pragmatic), psychology and sociolinguistics. The importance of the frame and the myth in guiding the meaning of the discourse on the conception of mathematics and the role of students is analyzed. Inspired by Paulo Freire's engaged humanism, a humanist and dialectical approach to mathematics, understood as a social production, subject to the contradictions of the society that originated it. It is sustained the possibility of mathematics being understood also as a democratic experience, as well as the meaning of analyzing it using "left-wing" and "right-wing" political perspectives. In this context, the need to promote a democratic and dialoguing dimension in mathematics teaching is defended, echoing the importance of Paulo Freire's dialogic dimension. The perspective of pragmatic sociology is used to argue the relevance of the voice of the student (actor in action and/or in critic situation) in the construction of the classroom environment and of mathematics ideas. The violent dimension of mathematics teaching is discussed, both in the symbolic and socioeconomic scope, and how such violence is related to the idea of banking education. These questions are placed in constant dispute and dialectic tension with the liberating dimensions of education. The reflection of sociolinguistics is used to highlight the denial and silencing of the "popular" language spoken by oppressed groups, in relation to the "formal" language defended and used by oppressors. It is considered that the history of mathematics is a valuable resource, especially from the perspective of Walter Benjamin, who invites a history that is "brushed against the grain" due to the actions of silencing and spoliation perpetrated by the oppressors on mathematical objects. In order to articulate the generating themes with the mathematical activities, the need to face mathematics not only as a tool to solve problems, but as a dimension of the human being, where the human being (re)creates and uses it to discuss the big questions of life. Finally, these ideas and perspectives are elaborated within three concrete situations.

Keywords: Pedagogy of the oppressed. Paulo Freire. Mathematics education. Democratic Mathematics. Pragmatic sociology of critique.

Riassunto

A fronte di un riconoscimento mondiale dell'opera freiriana, tanto sul piano accademico, quanto nelle lotte popolari, esiste una discrepanza sul contributo di tali idee nell'educazione matematica. Pertanto, la presente ricerca teorica articola alcuni concetti fondamentali del pensiero di Paulo Freire, principalmente dell'opera "La pedagogia degli oppressi", con tematiche dell'educazione matematica, quali: la concezione dell'essere umano, incompleta e anelando "essere di più"; l'unità dialettica tra la teoria e la pratica (*praxis*); la struttura dialogica e fondamentalmente democratica del processo educativo; la critica all'educazione "depositaria" ("bancaria"); la dinamica e il significato del tema generatore; le dimensioni che si intrecciano nella figura dell'insegnante; la natura fortemente intrecciata del processo educativo con quello *rivoluzionario*; lo sguardo dialettico verso i processi e le relazioni nel mondo e, in particolare, nell'educazione. Per costruire tali articolazioni è necessario uno *sguardo obliquo*, che si collochi guardando l'epistemologia matematica e le relazioni insegnante-alunno in luoghi periferici e non convenzionali, ricorrendo a elementi della filosofia, della storiografia, della sociologia (specialmente della sociologia critica e pragmatica), della psicologia, della sociolinguistica. Strumenti come il *frame* e il mito sono discussi per il loro potere di orientare il significato del discorso a riguardo, per esempio della concezione della matematica e del ruolo dell'alunno. Per dialogare con l'umanismo militante di Freire è importante considerare umanista e dialettica anche la concezione della matematica, riconoscendola come una produzione sociale e che incorpori, perciò, le proprie contraddizioni che convivono nella società che l'ha prodotta. Si colloca qui la possibilità di considerare la matematica come un'esperienza democratica e, ancora, di analizzarla alla luce di categorie politiche come "sinistra" e "destra". Sostenendo questa visione ed entrando in sintonia con l'importanza della dimensione dialogica freiriana, si difende la rilevanza della parola degli attori in situazione critica (nel caso specifico, degli alunni) nella costruzione della lezione e delle idee matematiche, in accordo anche con un fondamento della sociologia pragmatica. Si discute l'approccio spesso violento dell'insegnamento della matematica (sia nel campo simbolico, che in quello socio-economico) e la sua relazione con l'idea di educazione depositaria, collocando queste dimensioni in una disputa continua e dialettica con quelle emancipatrici. Una violenza che è possibile riscontrare anche in un parallelismo con alcune riflessioni elaborate dalla sociolinguistica, in modo particolare la negazione e il silenziamento delle norme "popolari" parlate dai gruppi oppressi a favore della norma "colta" difesa dagli oppressori. Si dà risalto al fatto che attingere alla storia della matematica sia un'opportunità, soprattutto seguendo un approccio che parta dalle tesi di Walter Benjamin: una storia che deve essere "spazzolata in contropelo" per vedere i silenziamenti e i saccheggi fatti dagli oppressori (anche) sugli oggetti matematici. Per articolare i temi generatori con le attività matematiche, si discute la necessità di guardare alla matematica non solo come uno strumento per risolvere problemi (grandi o piccoli), ma come una dimensione dell'essere umano che egli stesso (ri)crea e usa per discutere i grandi temi della propria esistenza. Infine, si presenta un'articolazione tra queste idee e prospettive in tre esempi concreti.

Parole-chiave: Pedagogia degli oppressi. Paulo Freire, Educazione matematica, Matematica democratica. Sociologia pragmatica da critica.

Sumário

Introdução.....	12
1. Discurso sobre (um) método	24
1.1. Elementos para uma (nova?) epistemologia	27
1.2. A necessidade de um olhar oblíquo	36
1.3. Reverência, dogmatismo, antidialética: o que significa a “fidelidade” ao ensino freiriano 44	
2. A pedagogia de Paulo Freire: elementos fundamentais	48
2.1. A concepção do ser humano	49
2.2. A concepção do processo educativo	55
2.3. A superação do <i>dualismo</i> e o imanentismo freiriano	70
2.4. O professor: missionário, trabalhador, profissional, militante, “intelectual orgânico”	73
3. (Há como se falar de um)A matemática do oprimido(?) Pontos e contrapontos para uma conversa coletiva	85
3.1. Matemática, filosofia e ideologia: ferramentas para uma crítica.....	87
3.1.1. Precisamos «enquadrar» o problema: conceito de « <i>FRAME</i> ».....	90
3.1.2. A necessidade de uma boa história: redescobrimo o poder do <i>mito</i>	98
3.1.3. Mitos e molduras conceituais para enquadrar os discursos matemáticos	106
3.2. A violência no ensino da matemática: a matemática entre opressão e emancipação	128
3.2.1. A violência simbólica.....	129
3.2.2. A violência “social”	143
3.3. Democracia e política: o que isso tem a ver com (o ensino d)a matemática?	154
3.4. A norma (o)culta da matemática	163
3.5. Temas geradores e ensino da matemática: em busca do inédito viável	178
3.6. Paulo Freire e Walter Benjamin: dois autores por uma reinvenção da matemática	203

3.7. A centralidade dos atores e a epistemologia freiriana: o grito dos excluídos que “metem o pé” na porta da ciência	218
4. Três casos para continuar o debate	231
4.1. Aritmética e geometria «desencadeadas»!	231
4.1.1. Dividir, Multiplicar, Compartilhar: o milagre da matemática	232
4.1.2. A essência da revolução: “transformar a pirâmide em um círculo”	237
4.2. Teoria dos jogos, Adam Smith e o ser humano: que tipo de sociedade queremos?.....	241
4.3. Polinômios: da tensão dialética entre local e global à emergência da solidariedade	253
5. Conclusões inacabadas	284
5.1. O que fazer (há mais)?.....	289
6. Bibliografia	291

Introdução

Daí que seja este [...] um trabalho para homens radicais.
(FREIRE, 2001, p. 25)

Mudei para o Brasil há mais de 12 anos com a intenção, justamente, de envolver-me com a educação no sentido mais freiriano¹ possível: o compromisso dela com a causa dos oprimidos e com o processo de libertação. Foi um caminho longo, onde os impulsos ideais foram ajustados por elementos concretos do cotidiano, como unir almoço e janta. Neste processo, consegui a habilitação como professor de matemática, a contratação como docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) e o título de mestre, este último em 2018. Tanto a prática docente no meu trabalho de ensinar matemática, quanto o foco da minha pesquisa sobre o uso da história da matemática no seu ensino, levaram-me ao amadurecimento de uma concepção humanista da matemática e do seu ensino. Pensadores e pesquisadores como Caraça, Furinghetti, D'Ambrosio, Ernest e Hersh, mostraram-me uma matemática “humana, demasiada humana”, – um produto cultural, assim como a literatura ou a historiografia, feita por e para pessoas.

Paulo Freire, no livro “Pedagogia do oprimido”, faz um chamado aos “verdadeiros humanistas” (FREIRE, 2001, p. 66) como interlocutores a uma pedagogia revolucionária e emancipadora. Faz sentido, pois numa sociedade dividida em classes, onde a riqueza e a opulência de poucos são construídas sobre sofrimento e discriminação de muitos, ser “humanista” deve necessariamente significar posicionar-se junto aos oprimidos. E isto, no meu caso, significa que o ensino da matemática, para ser autenticamente um ensino libertador de uma matemática humanista, deve engajar-se à causa dos oprimidos.

A importância da obra de Paulo Freire é incontestável, além de alcançar âmbito mundial: as ideias do educador pernambucano tiveram profunda ressonância em toda a Educação, inclusive na prática de alfabetização.

No campo da Educação Matemática tais ligações são mais tênues e esporádicas. Porém vertentes como a etnomatemática e a educação matemática crítica expressam explicitamente uma forte relação com a pedagogia freiriana.

¹ Existem várias possibilidades para declinar o nome de Freire em forma de adjetivo: por exemplo, Saul (2016) e Arelaro (em ARELARO, L.; CABRAL, 2017) utilizam a forma “freireano”; já no Dicionário Paulo Freire (STRECK; REDIN; ZITKOSKI; 2010) a forma predominante é “freiriano”, sendo portanto, em literatura, possíveis as duas. Por uma questão de agrado pessoal a respeito da sonoridade, optei para usar esta última.

Perante esse panorama, a pergunta que move a minha pesquisa é relativa às possibilidades de diálogo que podem ser estabelecidas entre as práticas escolares relacionadas ao ensino-aprendizagem da matemática no ensino básico, e as ideias de Freire postuladas em sua “Pedagogia do oprimido”. E para responder a esta pergunta julgo necessário um empreendimento investigativo de caracteres teórico e bibliográfico, que compreendam a análise e a discussão de ideias de vários autores, que possam fornecer elementos que caracterizem: 1) um quadro epistemológico geral, apoiado nas ideias de narração (mito) e moldura conceitual (*frame*); 2) uma visão específica da matemática como produção humana, social e cultural; 3) um exame crítico de propostas por uma educação matemática “libertadora” (como a da matemática crítica, da análise e recusa da “violência” – social e simbólica -, o uso da história como campo fundamental para orientar a construção de uma proposta pedagógica, o caráter dialético do conhecimento e da sua evolução...) articuladas com as principais ideias freirianas, como as de diálogo, de educação bancária, do tema gerador; e 4) algumas situações concretas de ensino-aprendizagem que ilustrem uma parte destas articulações.

A pedagogia de Paulo Freire, que começa a ser esboçada na obra “Educação como prática de liberdade” e ganha uma dimensão completa no livro “Pedagogia do oprimido”, é um marco social e pessoal. O primeiro marco justifica-se por não haver experiência educativa “de base” e popular, cujo objetivo seja a melhora das condições dos oprimidos, que não faça referência – direta ou indiretamente, explícita ou explicitamente – à práxis freiriana. No segundo marco nota-se que existe uma alta probabilidade – quase uma certeza – que o educador ou a professora que se pretenda progressista, ao longo de sua trajetória pessoal e profissional, se relacione às ideias e/ou às práticas da “Pedagogia do oprimido”.

A relevância da obra de Paulo Freire é atestada não somente na encarnação nos processos de lutas dos oprimidos em todo o planeta, como também no próprio âmbito acadêmico: indubitavelmente Freire pode ser considerado um dos maiores educadores (e intelectuais) do século XX – fato demonstrado por inúmeras traduções e edições da obra “Pedagogia do oprimido”, bem como pelos quarenta e um títulos de Doutor Honoris Causa que ele recebeu de várias universidades (SAUL, 2016)².

² O próprio Antonio Nóvoa o define “um patrimônio incontornável da reflexão pedagógica atual” (NÓVOA, 1998, p. 185).

Tais reconhecimentos e visibilidade devem-se à força da crítica feita por ele à educação bancária³, entendida como um mero depósito – na cabeça do aluno – de um conhecimento já pronto; ao destaque do alcance de práticas socioconstrutivistas centradas na (re)construção do conhecimento; à importância dada ao papel do educador como promotor de temas geradores, a partir dos quais aluno e professor, juntos, constroem o saber; e à indissolubilidade da relação entre a educação e a “tarefa de transformação social”. Todas estas são (algumas das) ideias centrais da teoria e da prática da proposta educativa presente na “Pedagogia do oprimido”, sucessivamente ampliadas e discutidas por Freire ao longo da sua vida. Esta proposta freiriana mantém toda a significatividade e a atualidade no campo da educação, tanto atualmente como há 60 anos, segundo Streck (2011).

A obra do educador brasileiro teve como foco, em geral, a educação e, em particular, o processo de alfabetização em sentido amplo, conforme um processo que se consagrou por meio da expressão “alfabetização com o método Paulo Freire” – expressão cuja propriedade é passível de discussão.

As tentativas de análise e aplicação das ideias da pedagogia freiriana no ensino-aprendizagem da educação matemática são poucas, esporádicas e fragmentárias. Gadotti (1996) afirma que o primeiro artigo em que se discute educação matemática, citando a epistemologia freiriana, é da pesquisadora estadunidense Marilyn Frankenstein, em 1983. Na mesma década é interessante observar que no livro “Na vida dez, na escola zero” (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1988), que trata das diferentes formas de aprender de alunos oprimidos, Paulo Freire não aparece como referência em quaisquer dos capítulos: numa obra que pretende questionar os mecanismos de exclusão da escola, em particular na aula de matemática, para jovens/crianças em situações de extrema vulnerabilidade, a ausência de qualquer referência “freiriana” mostra como o diálogo entre a pedagogia do oprimido com o ensino-aprendizagem da matemática fosse ainda tudo a ser construído. Desde então, várias contribuições foram dadas ao ensino da matemática em diálogo com a perspectiva freiriana, muitas vezes, unindo tal abordagem à etnomatemática, como ocorre, por exemplo, nos trabalhos de Gelsa Knijnik (2003), Santos (2007) e Domite (DOMITE; FORNER, 2014).

³ De maneira eficaz, na tradução italiana da Pedagogia do oprimido (FREIRE, 2002) feita por Linda Bimbi o termo é traduzido com “depositaria”, indicando assim explicitamente o ato do depósito de ideias e noções próprios de tal prática.

Paralelamente pode-se encontrar no campo da (educação) matemática várias experiências originais que, de maneira geral e diversificada, apontam o problema de um(ensino d)a matemática problematizado e problematizador, trazendo elementos pessoais, sociais e históricos.

Sem pretensão de exaustividade eis alguns autores destes trabalhos: Charles-Ange Laisant; Hans Freudenthal, Dirk Jan Struik, Ole Skovsmose, Reuben Hersh, Fulvia Furinghetti, Patrick Trabal, Paola Valero, Paul Ernest, Ubiratan D’Ambrosio.

Cada um, por meio de uma abordagem diferente, tentou destacar elementos que quebrassem “crenças” sobre a matemática e o seu ensino. Como exemplo cito a visão humanista sobre o conhecimento matemático e sobre o ensino de matemática, decorrente de uma visão histórica sobre ela; a ideia de uma matemática do ensino básico “para todos” – que não seja pensada para futuros engenheiros ou matemáticos, mas sim para todos os cidadãos comuns, não especialistas – como direito de acesso fundamental a uma parte tão importante da cultura humana; e a recusa a um ensino tecnicista, algorítmico, normativo, em prol de uma visão holística de todo o conhecimento organizados por ideias (conceitos) fundamentais.

Parece-me que obra e vida de Bento de Jesus Caraça (1901-1948) representam uma pista importante a ser explorada para criar uma ponte entre as ideias da pedagogia freiriana e o ensino da matemática. Do ponto de vista intelectual, Caraça foi pioneiro em pensar a matemática como parte da cultura, como uma produção humana e social, algo não separado (e não separável) dos acontecimentos dos seres humanos e das suas sociedades. Em suas próprias palavras:

A ciência [e, portanto, a matemática], encarada assim, aparece-nos com um *organismo vivo*, impregnado de *condição humana*, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo *entendimento* e pela *libertação*. (CARAÇA, 1989, p. XXIII, grifo do autor).

Sob uma perspectiva humanista, Caraça postula um ensino “para todos”, existindo um corpo de ideias fundamentais da matemática, que deveriam ser um patrimônio da humanidade e um direito para todas as pessoas, e não somente privilégio de “especialistas” (matemáticos, engenheiros, físicos etc.). Ele considera a matemática em constante e direto diálogo com a história e com a filosofia, enquanto parte da “cultura” humana. Coerentemente com essas premissas, Caraça atuou em cursos populares e lidou com o ensino para trabalhadores: à luz disso é possível encontrar convergências entre as propostas freirianas e caracianas.

A partir dessas vertentes sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, a proposta desta pesquisa é, portanto, usar algumas ideias e práticas para fundamentar e formular princípios orientadores que aproximem as ideias freirianas, presentes na “Pedagogia do Oprimido”, de uma

proposta de abordagem para o ensino da matemática no contexto da escola básica. Dito de outra forma, como (re)pensar a educação matemática com a partir da centralidade dos oprimidos e do seu processo de libertação?

Assim, aparecem os seguintes questionamentos: como trabalhar um tema gerador no contexto da matemática?; como relacionar a vida social dos alunos aos tópicos da matemática sem, necessariamente, rebaixá-la à esfera instrumental-utilitarista e causar, deste modo, um “empobrecimento” da matemática proposta aos alunos?; se a prática alfabetizadora freiriana objetiva também desconstruir um discurso sobre o uso do idioma e da norma (o)culta (BAGNO, 2003), caberia um discurso análogo na aula de matemática?; como propor praticas matemáticas que dialoguem com o *frame* de uma matemática feita por seres humanos para seres humanos?; como construir uma matemática onde a aluna tenha espaço e voz?

Essas são algumas das questões que nos desafiam a pensar as propostas para um ensino freiriano da matemática, no âmbito de um processo de luta para melhoria da sociedade em direção a uma realidade mais democrática e mais justa.

O ensino de matemática representa um constante desafio para alunos e professores. É uma encruzilhada na qual dificuldades materiais, falta de utilidade e busca de sentido amarram-se em um problemático nó górdio.

Uma experiência relatada por professores-pesquisadores em contextos conotados politicamente como progressistas (escolas de campo, escolas em assentamentos do Movimento Sem-Terra...) é que a maioria dos alunos, engajados com um projeto de mudança social, interessava-se por várias disciplinas, como história, sociologia, geografia, mas não apresentava interesse por matemática. A explicação era a de que não se percebia a matemática como uma disciplina com algo a dizer sobre os projetos dos alunos (FRANCO NETO, 2017). Este exemplo aponta evidentemente a temática do sentido (e da sua falta) como central no processo de ensino-aprendizagem: qual é o sentido em ensinar matemática?; e qual é o sentido em aprendê-la?

Paralelamente existem várias tentativas de trabalhar a matemática como ferramenta para discutir situações e problemas da atualidade social, particularmente, a estatística e a matemática financeira (seminal a este respeito é, por exemplo, a pesquisa de Olgin, de 2015). Neste sentido, muitas situações específicas produzem ótimos resultados em geral, mas esbarram naquilo que Niss (1995) chama de “paradoxo da relevância”: a matemática “está em tudo”, entretanto, muitas vezes, de uma maneira apreciável somente aos “especialistas”. Portanto discutir com a ferramenta da matemática as novas tecnologias, os problemas energéticos ecológicos ou até possíveis modelos de

distribuição de subsídios (SKOVSMOSE, 2001), torna-se tarefa para engenheiros, matemáticos e físicos, não para alunos do ensino básico. Para superar (ou, mais humildemente, contornar) tais paradoxos e aporias, um caminho ‘obliquo’ será trilhado para explorar possíveis diálogos entre algumas vertentes do ensino da matemática com a proposta da “Pedagogia do oprimido”, coloca-se exatamente nesta confluência: mostrar, dentro de um projeto de mudança social voltado aos interesses de amplas parcelas da sociedade, quais podem ser os possíveis sentidos à matemática, sem necessariamente entrar em uma dimensão prático-utilitarista.

Existem inúmeras vertentes que analisam as dinâmicas do ensino-aprendizagem da matemática na escola básica: a didática francesa (com as suas diferentes declinações), o construtivismo (em seus diferentes matizes), a aprendizagem por problemas etc. E existem ainda mais posições que se colocam na junção das diferentes abordagens, possibilitando verdadeiras bricolagens.

Ademais há também abordagens “críticas” que, de várias maneiras e em vários graus, percebem o ensino da matemática como algo que, do jeito que prevalentemente atuou ao longo da história, precisa ser desconstruído enquanto, muito resumidamente, atua para defender os interesses dos opressores contra os interesses dos oprimidos (nas palavras de Freire). Esta tradição conta com participação explícita e “consciente” de vários autores, como Ole Skovsmose, e Paola Valero. Mas existem muitos outros que atuam, com práticas e com objetivos, segundo diretrizes que poderiam dialogar com a pedagogia freiriana, como, por exemplo, a etnomatemática⁴.

Além disso, existem diversas práticas concretas de ensino da matemática que discutem aspectos da realidade com finalidades críticas: tipicamente, a estatística e os tópicos da matemática financeira (GUTSTEIN; PETERSEN, 2006; os cadernos produzidos a partir das experiências didáticas na gestão de Paulo Freire como secretário da educação municipal em São Paulo). Esta dimensão, que representa algo valioso no ensino da matemática, reconduz ao valor prático e à utilidade imediata, que, por um lado, é inaplicável à maioria dos tópicos do ensino básico; e por outro, banaliza o discurso da matemática à mera aplicabilidade ao excluir questões mais amplas e profundas. Um exemplo disto é próprio conceito de “real” que é, por Santos (2015), problematizado (real imediato, real mediato e real pensado), e mostra como existe relação dialética e dinâmica entre

⁴ A obra de Ubiratan D’Ambrosio seria algo que poderia ser articulado fecundamente com as ideias freirianas; nesta pesquisa não seguirei este caminho por, pelo menos, duas razões: por um lado, esta articulação, por si só, provavelmente se tornaria o tema principal, merecendo uma pesquisa inteira somente para tal tarefa; por outro, o meu desejo é explorar caminhos laterais (“obliquos”), menos “batidos”, menos “óbvios”, menos “iluminados”, como espero elucidar mais adiante.

o prático-imediato e a reflexão. Este tema representa um desafio a ser encarado ao tentar colocar em diálogo a “Pedagogia do oprimido” e o ensino da matemática para todos.

Desde a visão de Caraça até as propostas de Freudenthal, passando por vários outros, a questão de um “ensino da matemática para todos” é – ainda – uma questão central no ensino básico e público no Brasil, e em vários outros lugares do globo. E no que a “Pedagogia do oprimido” possa ajudar nesta difícil tarefa é, ainda, uma questão que merece ser abordada.

Outro ponto central será viabilizar uma visão epistemológica em que a narração desenvolva um papel fundamental (CITTON, 2013) com a conotação negativa que o próprio Freire atribuía ao professor enquanto “contador de histórias”.

Portanto o objetivo da pesquisa pode ser explicitado como uma busca para discutir de que maneira o ensino da matemática na escola básica pode beneficiar-se de uma abordagem freiriana. Ou em outros termos: como pensar o ensino da matemática à luz do quadro da proposta pedagógica freiriana.

Este objetivo geral pode ser colocado em relação e desdobrado com outros objetivos parciais:

- Discutir, a partir de uma perspectiva freiriana sobre o ensino da matemática, as visões epistemológicas e as concepções da matemática que podem oferecer pontos de contato. Neste âmbito, poder-se-ia analisar os *frames*/narrativas/ideologias que atuam hoje prevalentemente no ensino da matemática e, alternativamente, deveriam ser colocados em campo;
- Explorar modalidades e ferramentas propostas por Freire (a dialogicidade, a didiscência, o uso dos temas geradores...) com o fito de identificar possibilidades e limites para pensar o ensino da matemática;
- Construir relações entre a abordagem freiriana e autores e práticas presentes no atual variado quadro do ensino da matemática;
- Propor exemplos que mostrem estas relações possíveis.

A fim de trilhar um caminho de pesquisa que busque estas respostas, vários autores e concepções serão indagados e, por conseguinte, postos em diálogo.

Do ponto de vista epistemológico, serão questionadas as contraposições entre ciências humanas e exatas e o próprio caráter de ciência e matemática será discutido. Experiências intelectuais como a da Boaventura de Sousa Santos serão utilizadas para tanto.

Visando abordar o problema da “ideologia”, tal como discutido por Freire, serão utilizados os conceitos de narrativa como elemento de construção de sentido, segundo Jerome Bruner (1978, 1997), e o conceito de *frame*, assim como desenvolvido por George Lakoff (LAKOFF; JOHNSON,

1980): narrativas, *frames* e ideologias são os elementos (muitas vezes, tácitos), por um lado, sempre presentes em um discurso e, por outro, necessários para a construção do sentido do próprio discurso. É necessário indagar também se, no fundo, não se trataria de três denominações diferentes para indicar o mesmo mecanismo.

Recorremos a diferentes pensadores, dentre os quais o Bruner (1978), Caraça (1989), Amaral (2016) e Nascimento, Moura (2018), para destacar o papel das “ideias (ou conceitos) fundamentais”, indicando, assim, ideias que não se “esgotam” em um assunto ou em outro, nem em uma disciplina escolar ou em outra, mas permeiam o conhecimento em sua totalidade e transcendem a rígida divisão escolar e “se espalham” sobre vários campos do saber. O propósito é indagar uma possível conexão entre “ideia fundamental” e “tema gerador”, assim como proposto e elaborado por Freire, como base à construção de uma didática participativa, democrática e rica de sentido, na qual as visões de professores e alunos componham-se.

Ao se discutir uma educação matemática que dialogue com a “Pedagogia do oprimido”, faz-se necessário, ao menos sumariamente, aventar a natureza do conhecimento matemático e como isto afeta a prática educativa. Assim, além das duas visões arquetípicas, platonistas e aristotélicas, alguns autores contemporâneos, tais como Reuben Hersh (1997), Paul Ernest (1996; 2004), George Lakoff (LAKOFF; NÚÑEZ, 2000), e Caraça (1989), serão postos em diálogo com um ensino da matemática baseado nas ideias freirianas: a ideia de uma matemática humanista, fruto de uma produção social, em relação dialética com a cultura, e as ideias (políticas, sociais, filosóficas...) das sociedades que a produziram. Uma dimensão que permite fazer emergir estas características da matemática (além de outras) é a dimensão histórica (FURINGHETTI, 2020).

Tanto Paulo Freire quanto Bento de Jesus Caraça tinham uma enraizada visão dialética (marxista) sobre o mundo e, em particular, sobre as próprias respectivas áreas de conhecimento “especialista”. Esta convergência parece particularmente promissora para construir caminhos em sala de aula e, do ponto de vista filosófico-epistemológico, valeria a pena destrinchá-la à luz de pelo menos duas outras contribuições: a da *embodied mind*⁵ (LAKOFF; JOHNSON, 1999) e de possíveis paralelismos entre a matemática e a linguagem materna.

O problema da “violência simbólica” fundamentado por Bourdieu (BOURDIEU; PASSERON, 1992) pode ser analisado também na especificidade do ensino da matemática (TRABAL, 2011): trata-

⁵ Trata-se de uma proposta contemporânea, baseada nas recentes descobertas em neurociências, inteligência artificial, linguística e biologia (dentre vários outros campos), que visa a superação da visão dualista, tão eficazmente exemplificada por Descartes, propondo, essencialmente, que o funcionamento da mente seja compreensível a partir das interações/relações com o corpo e não por meio de uma análise “separada”.

se, então, de desmascarar esta violência nas “entrelinhas” das aulas de matemática e propor um contraponto a esta prática violenta, por meio de uma prática democrática e libertadora. Nesta análise, a questão da narração, do *frame*, parece particularmente densa de significado: não é (somente) uma ação ou uma fala que representa uma violência, mas sim a narração em que esta insere-se. Neste sentido, será preciso investigar como existem práticas sociais matemáticas diferentes entre oprimidos e opressores, e como a escola pode lidar com elas, desvelando o que está “por trás” da “norma culta matemática” (um possível paralelismo entre o uso da língua feito pelas classes dominantes, segundo Marcos Bagno, 2003, e o uso da matemática) e promovendo uma síntese “não violenta” e respeitosa das subjetividades envolvidas. Sobre este aspecto é importante indagar o caráter que a avaliação em matemática desempenha, tanto para orientar o currículo, como por “normalizar” os alunos e criar um exército de “excluídos” do ensino básico (SANTOS, 2015).

Nessa abordagem de matemática como produção cultural e humana, um papel importante (fundamental) deve provavelmente ser atribuído ao estudo da dimensão histórica da matemática: há um certo número de autores e pesquisas que focam na história da matemática, entre eles Eves (2011), Bell (1986), Boyer (2012), Struik (1989), Roque (2012) e Furinghetti (2004a, 2004b, 2005, 2007). A partir deste campo, procurarei investigar elementos balizadores para uso da história da matemática como articuladores entre o ensino de matemática e a “Pedagogia do oprimido”; dito de maneira mais específica, questionarei: é possível localizar na história da matemática elementos de conflito em relação com a sociedade, que conferem a um determinado assunto (e, particularmente, à sua gênese e evolução) uma característica pela qual faria sentido a análise por meio da perspectiva da pedagogia freiriana? Para responder, articularei a visão sobre a história de Walter Benjamin com o uso da história da matemática em sala de aula.

Outro possível elemento de diálogo entre a obra de Paulo Freire e o ensino-aprendizagem da matemática pode ser indagado por meio de alguns princípios da (moderna) sociologia pragmática, tais como o espaço que deve estar garantido ao discurso dos atores e o reconhecimento da reflexividade dos atores em ação (BOLTANSKI, 2016) e as suas capacidades e a-determinações: ou seja, os a(u)tores do processo de ensino-aprendizagem (professores e alunos) não podem ser passivos, recebendo “de fora” as ideias e as guias de sua ação, mas devem ser sujeitos reflexivos de suas próprias práticas.

Perante esse quadro, assim vou proceder nesta pesquisa: no primeiro capítulo abordarei algumas questões que, em vários aspectos, relacionam-se à metodologia; além de explicitar o

caráter bibliográfico da pesquisa, tenciono evidenciar algumas questões de cunho epistemológico (questionando, por exemplo, uma divisão rígida entre “ciências exatas” e “humanas” e colocando algumas reflexões sobre o caráter disciplinar da própria educação matemática) e a necessidade de um tipo de olhar “periférico”, “oblíquo”, que me permita construir críticas e ligações entre (o ensino d) a matemática e a proposta freiriana. Por fim, tentarei colocar-me em guarda dos perigos de uma postura reverencial e apologética perante o próprio mestre: se, ao longo da jornada da pesquisa e apesar de todos os cuidados, cair-me nesta armadilha, pelo menos ficará registrada a vontade racional de escapar dela!

No segundo capítulo esboçarei um quadro de (algumas das) ideias que Freire constrói ao longo da sua trajetória como intelectual e como militante ao lado dos oprimidos. Primeiramente abordarei a visão do ser humano freiriano, um ser que constantemente (re)constrói-se como “humano”, numa dimensão necessariamente histórica e social. A partir desta visão, o foco cairá sobre o processo educativo, entendido em um sentido amplo e abrangente, como constituinte da própria natureza do ser humano. Educação que se caracteriza, de acordo com a proposta freiriana, por alguns elementos fundamentais, tais como: a dimensão dialógica, a busca constante e conjunta por uma construção dialética e compartilhada do conhecimento; a dimensão da liberdade, entendida como anseio de todo ser humano, e a luta que os oprimidos podem (e devem!) travar para construí-la; a dimensão de leitura do mundo como parte constituinte de cada pessoa; a relação – complexa e indissociável – entre educação e revolução; e, por fim, o conceito de tema/palavra gerador/a. Destacarei, em seguida, como a perspectiva freiriana é filosófica e metodologicamente construída opondo-se a qualquer tipo de dualismo e, ao contrário, existe sempre na tensão dialética-dialógica entre os elementos que a constituem (entre outros pares: educação/revolução, eu/não eu, douto/ignorante, teoria/práxis, palavra/ação, docente/discente); e somente pode existir em uma dimensão histórica, conflita e tensionada. Em suma: em constante devir. Em seguida abordarei algumas concepções da figura docente que são alimentadas na sociedade (professor como profissional, trabalhador, especialista, missionário, militante, “intelectual orgânico”) ao colocar a proposta de Freire neste debate.

No capítulo 3 pretendo retomar e discutir algumas trajetórias que foram destacadas no variegado e múltiplo espectro que compõe os estudos, as contribuições e as reflexões sobre o ensino e aprendizagem da matemática; particularmente, mostrando os pontos de consonâncias destas propostas com o as ideias freirianas e, eventualmente, possíveis críticas. Ao me movimentar ao longo destes eixos, abordarei as seguintes questões: existe uma matemática do oprimido?; e,

eventualmente, em quais sentidos? Para tanto apoiar-me-ei naquele “olhar oblíquo” que invoquei nas questões metodológicas. Em primeiro lugar, tentarei servir-me de um “enquadramento” filosófico-ideológico sobre a ideia de matemática a partir de duas chaves: o conceito de *frame*, mutuado pelas ciências psicológicas e sociais, e utilizado recentemente por Lakoff (2016; 2019); e a ideia de narração – principalmente na sua forma mais fundativa, a do “mito” – como formativa de uma visão sobre o mundo. Os dois conceitos remetem de alguma maneira um ao outro e servirão ao analisar o discurso sobre a matemática: o “*frame*” que ativa e a ideologia que “esconde”. Sucessivamente, continuando o diálogo com as ciências sociais, interrogar-me-ei sobre a “violência” no ensino de matemática ao considerar as reflexões de alguns autores, como Trabal, Santos, e Pais; e levarei o questionamento à dimensão propriamente social (a matemática, o seu ensino como ferramentas de inclusão/exclusão) e à dimensão pessoal (o ensino da matemática como momento de violência e negação do sujeito). Posteriormente, a partir de um *divertissement* quase irônico – isto é: perguntar-se se a matemática é de esquerda ou de direita – entrarei um pouco mais no questionamento da dimensão “política” do ensino da matemática e do seu caráter possivelmente “democrático”. Em seguida, e continuando com um “olhar oblíquo”, tentarei construir pontes entre a crítica da sociologia linguística a partir principalmente da obra de Bagno e o ensino da matemática. Para isto desobscurecerei preconceitos e desqualificações próprios de uma “norma (o)culta”. Depois, abordarei a questão dos temas geradores no ensino da matemática, construindo um percurso que resgate experiências históricas (o movimento de renovação curricular proposto pelo próprio Paulo Freire na gestão Erundina), ideias da matemática crítica, da visão caraciana da matemática (a saber, o seu caráter humano, histórico, filosófico, político e dialético – a negação da negação –, e mostrando a ênfase das ideias fundamentais) e da própria sociologia pragmática. Sucessivamente, tentando pensar um ensino de matemática que abranja a história da matemática – representando, este último, um campo fundamental tanto do ponto de vista epistemológico quando para enxergar as linhas de fraturas das opressões –, farei uma proposta a partir das teses sobre a história de Benjamin ao mostrar, entre outros pontos, a necessidade de “escovar a história [da matemática] a contrapelo” para que o olhar dos oprimidos seja resgatado em sala de aula. Por fim, continuando a atingir o campo da sociologia, mostrarei como a sociologia pragmática e a pedagogia freiriana insistem em pontos parecidos em particular sendo o protagonismo⁶ e a voz dos atores em situação uma arquitrave que conecta as duas.

⁶ Este termo tem uma certa disputa semântica: muitas vezes está associado à dimensão do “empreendedorismo”, do sucesso pessoal, do “mérito”, enfim, uma visão bem (neo)liberal. O *frame* (ver item 3.1.1) no qual coloco esta palavra

No quarto capítulo analisarei três propostas didáticas⁷ que dialogam com os pontos precedentemente citados e discutidos, sendo elas: uma conversa sobre a estrita ligação – e os aparentes paradoxos – entre multiplicação e divisão e o uso de formas geométricas – pirâmide e círculo – a partir de uma fala do Paulo Galo, mostrando como a matemática faz parte de fato do discurso – também popular e político – e como ela serve para, freirianamente, pronunciar o mundo, não se reduzindo a uma função simplesmente técnica ou utilitarista; uma contribuição da teoria dos jogos para uma discussão interdisciplinar sobre o liberalismo e a mão invisível do mercado, tentando trazer à tona as tensões entre a dimensão individual e coletiva; por fim, uma abordagem sobre o estudo dos polinômios como um caso em que se manifesta o par existencial “local-global”, um par que, acredito, seja um elemento fundamental para discutir a vida e o mundo.

Finalmente, as conclusões.

é, de fato, totalmente oposto: é a dimensão freiriana da solidariedade e do diálogo entre as oprimidas, engajadas no processo de libertação e *ser mais*.

⁷ Os exemplos, e, em geral, toda a trajetória da pesquisa é pensada olhando para o ensino básico, especialmente o ensino médio. O que não significa que, por um lado, considerações e assuntos não possam oferecer pistas e debates também para o ensino superior nem, pelo outro, que não serão discutidos arcabouços teóricos de nível superior para justificar escolhas e elementos levados para o ensino médio (ver, particularmente, item 4.3).

1. Discurso sobre (um) método

“A física não é sobre como o mundo é, é sobre o que nós podemos dizer sobre o mundo” (Niels Bohr, tradução minha)⁸

“... nós que somos o princípio e o fim de tudo o que se diz sobre o mundo” (SOUZA SANTOS, 2007, p. 14-15)

Nos bons tempos nos quais Descartes marcou (mais um) a fratura entre o ser medieval e o ser “moderno”, ele poderia estar sinceramente convencido de que existia “o” método para conduzir a razão na construção do conhecimento no âmbito daquela nova ciência que lentamente estava se formando (e acerca da qual os próprios intelectuais da época estavam tomando consciência), já que Galileu Galilei, Giordano Bruno, Tycho Brahe, Johannes Kepler e muitos outros “dialogaram” entre si e construíram uma nova jornada rumo à criação de um conhecimento praticado de maneira diferente em relação às épocas precedentes. O olhar quantitativo, a progressiva colocação de “considerações metafísicas” em segundo plano, a democratização⁹ do processo de construção do conhecimento e a reivindicação da “livre pesquisa” – desvinculada de dogmas da religião ou do poder – eram características que afloravam nessa “nova ciência” ainda em construção.

Por dever de síntese, um processo histórico complexo e articulado é aqui resumido em apenas um parágrafo, mas, ao olhar cuidadoso, é possível verificar que estes elementos estavam constantemente enxertados e dialeticamente em diálogo com considerações metafísicas e elementos místicos que, “passados a limpo” na história da ciência, tendemos a omitir: as considerações de Kepler sobre o valor místico das órbitas dos planetas e os estudos alquímicos que acomunavam Bruno e Newton apresentam um retrato muito mais complexo.

Nessa época moderna de progresso científico, que parecia ilimitado e repleto de esperança de “dominação” da natureza, a fim de colocá-la a serviço das exigências humanas, Descartes podia crer que trilhava “o” método para alcançar “a” verdade. As primeiras pedras no caminho desta conquista progressiva e contínua apareceram justamente no próprio alvo das ciências, mas percebo que não foram suficientes para mudar substancialmente o olhar “magnífico e progressivo”¹⁰ sobre

⁸ Cf. Davis e Gribbin (1992). “Physics is not about how the world is, it is about what we can say about the world.”

⁹ “O saber escondido [exotérico], tirado do debate e da revisão crítica, estava sendo substituído por um conhecimento aberto, sujeito à verificação e ao debate público” [Il sapere nascosto, sottratto al confronto e alla revisione critica, venne sostituito dal sapere aperto, soggetto alla verifica e alla pubblica discussione.] (VILLA, 2018, p. 47, tradução minha). O próprio fato de intelectuais como Descartes, Galileu e Bruno escreverem as próprias obras em francês e em italiano aponta para esta tendência. Para mais elementos, ver item 3.3.

¹⁰ Na poesia “La ginestra”, publicada em 1836, o intelectual e poeta Giacomo Leopardi usa a expressão “magnifiche sorti e progressive” para criticar a expectativa de que a razão – e com ela, o progresso científico tecnológico – pudesse conduzir a humanidade, sem interrupções e em um processo “monótono”, a um futuro cada vez mais esplêndido e

o caminho da razão científica. Na segunda metade do século XIX, o segundo princípio da termodinâmica colocou um limite nos sonhos da revolução científica e tecnológica das máquinas a vapor, anexando um fato aos fundamentos da ciência, qual seja: a impossibilidade de transformar em trabalho útil todo o calor de uma fonte térmica, com todas as implicações que esta ação comportava (degradação inelidível da energia, impossibilidade do movimento eterno e o conceito de entropia).

Logo em seguida, no começo do século XX, o sonho do Demônio (nos dias de hoje, nós pensaríamos em um “supercomputador”) de Laplace¹¹ – de um ser que, por conhecer posição e velocidade de todos os átomos do universo, pudesse, ao resolver as equações da dinâmica clássica, prever o futuro e reconstruir o passado do cosmo inteiro – naufragou ao se deparar com o princípio da incerteza de Heisenberg, segundo o qual a precisão com que se conhece a posição de uma partícula é inversamente proporcional à precisão com que se conhece a sua velocidade. Por fim, na década de 1930 do século XX, os trabalhos de Gödel e também os de Turing e Church chegaram à constatação estrondosa de que nem tudo o que é “verdadeiro” em matemática poderia ser “demostrado”.

Apesar do baque que essas descobertas representaram, parece-me que, por um lado, foram, de alguma forma, circunscritas ao próprio ramo da ciência que as gerou, e, por outro, que foram superadas com ainda mais admiração pelo método científico, ao perceber que a razão da ciência era capaz até mesmo de enxergar os seus próprios limites.

É extremamente importante perceber que foi um evento “extracientífico” que acabou abalando a confiança profunda na era da razão: o horror nazifascista. Foi justamente a truculência das ditaduras de Mussolini, na Itália, e de Hitler, na Alemanha, com a descoberta, no final da Segunda Guerra Mundial, dos abomináveis campos de concentração no coração da “civilizada” Europa, que fez com que vários intelectuais – em primeira linha, os da Escola de Frankfurt – enxergassem aquilo tudo não como um desvio da razão iluminista e científica, mas sim como o produto “natural” da razão encarnada no modo de produção e nas sociedades divididas em classes na Europa da primeira metade do século XX.

Tanto a Dialética do Esclarecimento, de Adorno e Horkheimer (2014), quanto o olhar de Benjamin (LÖWY, 2010) apontam nesta direção. Este último, apesar de ainda não ter conhecimento

radioso. De fato, sem muita surpresa, o poeta italiano participa do movimento romântico, que nasce do refluxo e da desilusão sobre este grande poder da razão.

¹¹ Este tema inspirou um filme semiamador italiano do 2017 conhecido pelo título “Il Demone di Laplace”, dirigido por Giordano Giulivi.

acerca dos campos de concentração, vislumbra isto com clareza e firmeza em sua última obra (“Sobre o Conceito de História”), na qual critica a interpretação do nazifascismo não como um desvio da história, como uma pedra no caminho do progresso, mas como o ponto “mais alto” da realização da razão tecnicista e expressão (e alimento) das sociedades baseadas na exploração, na Europa do século XX. Visto deste modo, o fascismo não seria um “estado de exceção” do centro de uma história linear, guiada pela “razão” continuamente progressiva, mas um elemento profundamente “enraizado no ‘progresso’ industrial e técnico moderno que, em última análise, não era possível senão no século XX” (LÖWY, 2010, p.85).¹²

Logo, entra com intensidade no debate sobre a história, a cultura e a sociedade uma nova ideia de “razão”: não mais algo “platônico”, etéreo, externo, imutável na história e “indiferente” aos acontecimentos humanos; ao contrário, agora uma razão “encarnada” e produzida no âmbito de um tempo, de um espaço, de uma classe e de um conflito. Assim como a razão da revolução científica de 1600 vê a luz em um processo histórico e cultural demorado e rico de atores e contribuições, do mesmo modo esta razão crítica tem muitos pais e mães, tendo nascido junto aos primeiros conflitos e lutas dos oprimidos na Europa de 1800: os operários do século XIX são o berço desta nova reflexão, e Marx e Bakunin são os primeiros biógrafos deste novo olhar. Até chegar ao dia de hoje, em que vários intelectuais emprestam a própria caneta aos movimentos que fervem nas sociedades, questionando classificações sexuais e de gênero, bem como indagando sobre as estátuas disseminadas ao redor do mundo, a partir do debate sobre personalidades apoiadoras da escravidão¹³.

Com isso presente, posso voltar a Descartes, com talvez o mais famoso trecho de sua obra mais conhecida, “O método”:

Mas, logo em seguida, adverti que, enquanto eu queria assim pensar que tudo era falso, cumpria necessariamente que eu, que pensava, fosse alguma coisa. E, notando que esta

¹² Parece-me que Skovsmose incorpora esta crítica à razão iluminista ao debater o “paradoxo da razão”, assim como expresso por D’Ambrosio: “Como é possível que tão bela, rigorosa e perfeita espinha dorsal [a matemática] sustente um corpo tão feio?” (D’Ambrosio, apud VALLE, 2017, p. 141). O “corpo feio” seriam todas as aplicações violentas e repressivas que os conhecimentos matemáticos permitem. A partir deste posicionamento, Skovsmose reflete: “A colocação de D’Ambrosio aponta para o paradoxo, que eu escolhi chamar como o paradoxo da razão. Por um lado, nosso conhecimento da natureza e o desenvolvimento de novas poderosas tecnologias baseadas no conhecimento ultrapassaram qualquer expectativa possível, e, por outro, testemunhamos um “comportamento humano indigno” diretamente originado nesse conhecimento da natureza e nesse conhecimento com base em tecnologias. O progresso científico não traz simplesmente “maravilhas”. É, também, acompanhado por “horrores”. *Esse paradoxo parece incompreensível, se considerarmos a perspectiva do Iluminismo.* O paradoxo da razão anula a hipótese do progresso. E, de acordo com D’Ambrosio, a matemática está no meio deste paradoxo. As ações sociotecnológicas fundamentadas pela matemática são paradoxais por natureza, no sentido de que mesmo quando podem ser fundamentadas nas competências matemáticas, suas qualidades “progressivas” são questionáveis.” (Skovsmose, 2007, p. 142, grifo meu).

¹³ E que ganhou mais destaque ainda no Brasil, em 2021, com o ato político reivindicado pelo coletivo “Revolução Periférica”, no qual houve a queima da estátua de Borba Gato, na cidade de São Paulo.

verdade: *eu penso, logo existo*, era tão firme e tão certa que todas as mais extravagantes suposições dos cétricos não seriam capazes de a abalar, julguei que podia aceitá-la, sem escrúpulo, como o primeiro princípio da Filosofia que procurava. (DESCARTES, 1973, p. 23, grifos do autor)

À luz do quanto discutido até aqui, penso ser oportuno parafrasear os questionamentos de Paulo Freire frente a “Eva viu a uva”¹⁴, perguntando: quem é o sujeito que pensa, logo existe?; qual era o trabalho dele(a)?; em qual sociedade vivia e qual posição ocupava?; quais conflitos haviam naquela sociedade?; quem lucrava (lucra) com a filosofia desse sujeito?; à qual cultura opunha-se tal sujeito e qual cultura endossava?; quais interesses são beneficiados com esta filosofia?; qual era a cor de sua pele?; dentre outras questões. Dito de outra maneira: é preciso questionar os “dados de fatos” não somente à luz de uma razão “desencarnada”, mas também por meio de questionamentos interdisciplinares, feitos sob pontos de vistas “insólitos”, proporcionando escuta à voz das atrizes, sempre em contato com as dimensões práticas. Será dado início à construção deste *frame* (ver item 3.1.1) começando com elementos que se articulam em busca de um quadro epistemológico.

1.1. Elementos para uma (nova?) epistemologia

A epistemologia trata dos mecanismos do conhecimento, ou seja, visa responder à pergunta: como os seres humanos conhecem? Esta simples indagação tem muitos desdobramentos e implicações, inclusive consequências em sala de aula: de fato, visões diferentes sobre os mecanismos do conhecimento tendem a se desdobrarem em práticas diversas na escola.

No item precedente, esbocei uma crítica à ideia de um conhecimento (uma razão) etéreo e eterno em favor de uma razão encarnada no tempo-espço e nos conflitos da sociedade. O intuito era tentar mostrar, sempre sumariamente, como tal ideia ainda perdura, sobretudo quando o assunto é ciência e – ainda mais! – quando diz respeito à matemática. Por exemplo, um marco sobre a visão da ciência é representado pela obra de Thomas Khun (1970), dos anos 1960: “A estrutura das revoluções científicas” na qual o intelectual propõe uma visão mais complexa do processo de construção científica, que, longe de ser um processo simplesmente “cumulativo”, tem momentos de rupturas e de assentamentos entre paradigmas. Assim, a química vira uma “ciência normal”

¹⁴ “Não basta saber ler mecanicamente que ‘Eva viu a uva’. É necessário compreender qual a posição que Eva ocupa no seu contexto social, quem trabalha para produzir uvas e quem lucra com esse trabalho.” (FREIRE apud GADOTTI, M., 2003, p. 258).

quando o paradigma “atômico-molecular” é assentado na comunidade dos químicos. Portanto, antes de haver esta aceitação, a química estaria em um período pré-paradigmático.

A mesma análise poderia ser feita em relação à física: até a aceitação do paradigma galileano-newtoniano, a física estava em um período pré-paradigmático. Tal paradigma “clássico” foi sucessivamente sendo substituído pelos paradigmas relativista e quântico. É muito significativa a análise de Khun acerca do mecanismo de ruptura: quando um paradigma se estabelece, as pesquisas dos cientistas, por um tempo, acontecem no âmbito do quadro conceitual, de modo a dar destaque aos resultados que confirmam o paradigma e a “esconder” os resultados (e as problemáticas) que, com dificuldades, encaixar-se-iam nele. Tal processo continua até quando, por motivos endógenos – mas também exógenos à própria ciência –, tais resultados “rebeldes” começam a capturar a atenção de cientistas que procuram um novo paradigma, a fim de encaixá-los e, assim, dar-lhes uma explicação satisfatória.

A proposta de Khun é importante por (pelo menos) dois motivos, a saber: primeiramente, ele mostra a não linearidade e as rupturas presentes no fazer ciência ao longo da história, abalando a crença que enxergava a ciência como um campo de certezas e de contínuo acúmulo (não contraditório) de conhecimento; depois, Khun explicitamente invoca a responsabilidade da comunidade científica, já que um paradigma é assentado quando a comunidade de cientistas que trabalham naquele campo o aceita. Parece-me que estamos aqui frente a um manifesto muito forte que assevera: “a ciência (a razão) existe embutida nas comunidades humanas (dos cientistas)!”. Esta característica é ressaltada ainda mais se considerarmos que Khun, ao propor a sua obra, está polemizando abertamente com a teoria de Karl Popper, a qual é centrada no conceito de falsificação¹⁵ e apresenta uma ideia de ciência e razão desencarnada do ser humano.

Apesar do indubitável caráter progressivo da teoria khuniana, ao colocar a ciência em diálogo com as comunidades de cientistas que a produzem, o trabalho do epistemólogo estadunidense aponta para o fato de que, se física e química estão em uma fase paradigmática (na física, o paradigma clássico foi quebrado!), ainda estaríamos com as ciências humanas em fase pré-paradigmática, sendo que a comunidade de pesquisadores ainda não “convergiu” para um único paradigma aceito por todos. A esperança de Khun era, portanto, que, com o tempo e o progresso,

¹⁵ Em síntese, Popper sustenta que uma afirmação de cunho científico distingue-se das outras enquanto “falsificável”, ou seja, pelo fato de prever experimentos e/ou raciocínios que possam demonstrá-la falsa. Mesmo neste resumo brutal da teoria popperiana, faço jus ao filósofo europeu ao mostrar o caráter “cartesiano” de sua visão da ciência: a razão, asséptica e neutra, é o árbitro final das teorias científicas, não havendo espaço ao papel de pessoas envolvidas no processo.

as ciências humanas também entrassem em um estágio paradigmático, assim como as ciências naturais (ou “exatas”).

Neste sentido, existe uma posição epistemológica que fixou de forma bastante rígida esta diferença entre ciências naturais e sociais: estas últimas, devido ao seu caráter subjetivo e por ter – direta ou indiretamente – o ser humano como objeto de estudo, não poderiam se encaixar no mesmo esquema “paradigmático” proposto por Khun (SOUSA SANTOS, 1995, p. 21-22).¹⁶

Boaventura de Souza Santos, em um famoso discurso de abertura do ano acadêmico 1985/1986¹⁷ na Universidade de Coimbra, critica tal assunto sob um olhar diametralmente oposto e preconiza uma “(re)unificação” entre ciências naturais e sociais, não no âmbito da visão khuniana, mas em uma “racionalidade mais plural” (ibidem, p. 35), na consciência de que “todo o conhecimento científico-natural é científico social” (ibidem, p. 37). Sousa Santos ampara este posicionamento ao misturar fatos e descobertas científicas com imagens bonitas e poéticas, reforçando, assim, por meio do próprio estilo, a tese que ele mesmo propõe. Por um lado, ele cita os abalos e limites com os quais entramos em contato quando estudamos a teoria da relatividade, mecânica quântica, os limites da matemática – dos teoremas de Gödel a autopoieses de Maturana e Varela –, a auto-organização dos estados de não equilíbrio de Prigogine, dentre outros citados pelo intelectual lusitano. Por outro, ele critica as dicotomias do (velho?) Paradigma científico (SOUSA SANTOS, 1995, p. 39-40) como natureza/cultura, objeto/sujeito, humano/artificial, coletivo/individual e mente/matéria¹⁸: “é como se o homem e a mulher se tivessem lançado na aventura de conhecer os objetos mais distantes e diferentes de si próprio, para, uma vez aí chegados, se descobrirem refletidos como num espelho” (ibidem, p. 38).

Por meio dessa imagem poética, percebo que Souza Santos indica que, em última análise, todas as ciências são humanas. Isso porque, mesmo aquelas que têm como objeto de estudo algo fora do ser humano (a matéria, os processos químicos, os rios, as estrelas etc.) abordam, de alguma forma, os humanos, porque somos nós que estamos conhecendo algo. Em suas próprias palavras:

¹⁶ Um reflexo bastante forte do embate que os fautores desta posição tiveram com os portadores de uma visão mais fluida e humanista diz respeito às chamadas “Guerras das ciências”, desencadeadas a partir da provocação de Alan Sokal, na segunda metade dos anos 1990.

¹⁷ Este texto, juntamente com várias outras críticas de perspectiva social e cultural, desencadearam, na última década do século XX, as assim chamadas “Guerras das Ciências”, entre, a grosso modo, pós-modernos e neopositivistas (SOUSA SANTOS, 2004, Introdução). O fato de tal tema ainda merecer interesse e discussão (não somente acadêmica) é devido à presença e crescimento, em algumas sociedades e grupos sociais, de teorias equivocadas sobre vacinas e o formato da Terra.

¹⁸ Esta separação é muito “cartesiana”. O filósofo francês usa como base da visão do mundo a separação entre *rex cogitans* (o elemento pensante, a mente) e *rex extensa* (as substâncias com extensão, o mundo).

“não há natureza humana porque toda a natureza é humana” (ibidem, p. 44). E aqui complemento: não existe uma natureza que não seja a natureza observada, vivida, manipulada e pensada por meio dos olhos, corpos, mãos e mentes dos próprios seres humanos.

Ainda, sobre a expulsão do sujeito das ciências naturais a fim de alcançar uma suposta objetividade, Sousa Santos reivindica um retorno de tal sujeito, da sua pessoalidade no fazer ciência, com a nova consciência de seu papel e também da própria ciência (não importando mais se natural ou social): “O sujeito, que a ciência moderna lançara na diáspora do conhecimento irracional, regressa investido da tarefa de fazer erguer sobre si uma nova ordem científica” (SOUSA SANTOS, 1995, p. 43).

E ainda:

Parafrazeando Clausewitz, podemos afirmar hoje que o objecto é a continuação do sujeito por outros meios. Por isso, todo o conhecimento científico é autoconhecimento. A ciência não descobre, cria, e o ato criativo protagonizado por cada cientista e pela comunidade científica no seu conjunto tem de se conhecer intimamente antes que conheça o que com ele se conhece do real. Os pressupostos metafísicos, os sistemas de crenças, os juízos de valor não estão antes nem depois da explicação científica da natureza ou da sociedade. São parte integrante dessa mesma explicação. (ibidem, p. 52)

Em última análise, conhecer a si mesmo é conhecer o objeto – e vice-versa. Observo que estamos aqui perante a ideia “alquimista” de modificar a realidade (transformar os metais) como meio/subproduto de transformação de si¹⁹: isto é, no campo da alquimia, existia todo um aspecto filosófico-moral segundo o qual a transmutação entre substâncias e metais seria um reflexo prático – uma “objetivação” – de transformações do ânimo do próprio alquimista, que estaria alcançando estados de maior “pureza” espiritual; a própria busca da “pedra filosofal”, capaz de transmutar os materiais menos nobres em ouro, seria, ao menos parcialmente, uma metáfora de um processo de melhoras interiores. Evidentemente, não se trata de um simples retorno; é uma volta em espiral, com uma consciência diferente e que possa comportar os feitos da ciência moderna.

Assim, por incrível que pareça, pensar a matemática é pensar naquilo que um ser humano pode ou não pode fazer, a saber: consigo resolver este problema? Responder a esta pergunta? Contar até 1000? E até um bilhão? E até... infinito? Mas existe o infinito? Qual é o sentido de pensar (racionalmente) em um número... irracional? Sempre que um sujeito se coloca questões matemáticas e (tenta) responder, isso não nos diz somente sobre tais questões, mas sim, também, sobre o que significa “ser humano”.

¹⁹ Ou, usando uma outra metáfora, parece a mesma postura da filosofia por trás de algumas artes marciais, segundo as quais a luta com o oponente (em um contexto “esportivo”, ao menos) seria um meio para alcançar um maior conhecimento de si e um aprimoramento do próprio “espírito”.

Diante dessa postura radical frente as ciências, espero que fique evidente a razão pela qual, para a presente tese, não seja possível indicar “o método”, mas sim “um” método, um caminho trilhado e moldado de acordo com escolhas pessoais e com experiências de campo. A honestidade intelectual e a cientificidade da pesquisa não serão garantidas por uma (impossível) “objetividade”, tampouco por um “desaparecimento” da voz do autor, em favor da (toda suposta) neutralidade do uso do verbo impessoal. Ao contrário: a cada momento lembrarei ao meu leitor que quem está falando é Alessandro, com sua vida, suas experiências e seus posicionamentos. Este é o compromisso que reivindico com o caráter científico que a pesquisa justamente tem que ter. Tal como afirma, com potência, Sousa Santos (1995, p. 52): “a ciência é, assim, autobiográfica”. E farei o esforço de assumir este ponto de vista neste trabalho de pesquisa bibliográfica que, por coerência com o quadro epistemológico evocado, será também uma pesquisa autobiográfica em filigrana, no sentido delineado por Sousa Santos:

[...] as nossas trajectórias de vida pessoais e colectivas (enquanto comunidades científicas) e os valores, as crenças e os prejuízos que transportam são a prova íntima do nosso conhecimento, sem o qual as nossas investigações laboratoriais ou de arquivo, os nossos cálculos ou os nossos trabalhos de campo constituiriam um emaranhado de diligências absurdas sem fio nem pavio. No entanto, este saber, suspeitado ou insuspeitado, corre hoje subterraneamente, clandestinamente, nos não-ditos dos nossos trabalhos científicos. No paradigma emergente, o carácter autobiográfico e auto-referenciável da ciência é plenamente assumido. [...] Para isso é necessária uma outra forma de conhecimento, um conhecimento compreensivo e íntimo que não nos separe e antes nos una pessoalmente ao que estudamos. (ibidem, p. 53)

A situação atual e o meu posicionamento de campo levam-me à construção de uma metodologia própria, construída a partir de referências e experiências pessoais e de múltiplas colaborações²⁰, mas que tem uma marca de subjetividade, porque apropriada pelo sujeito particular, situado em uma história e em uma “posição” (social, geográfica) específica; reconhecendo, também, que este movimento acontece no âmbito de uma “pluralidade metodológica” (SOUZA SANTOS, 1995, p. 48).

E, para proceder a esta construção, faz-se necessário assumir uma “transgressão metodológica”, pois “cada método só esclarece o que lhe convém e quando esclarece fá-lo sem surpresa maior” (ibidem, p. 48-49). Assim, tal transgressão espalhar-se-á

[...] nos estilos e gêneros literários que presidem à escrita científica. A ciência pós-moderna não segue um estilo unidimensional, facilmente identificável; o seu estilo é uma configuração de estilos construída segundo *o critério e a imaginação pessoal do cientista*. A tolerância discursiva é o outro lado da pluralidade metodológica. (ibidem, p. 49, grifo meu)

²⁰ Sobre este aspecto, ver a importância da dimensão dialógica na própria obra de Freire (particularmente, no item 2.1 e 2.2).

Parece-me que o “desabafo” de Boltanski se coloca na mesma posição:

O esforço focado em preencher a distância entre as ciências ditas «positivas» e a imitá-las naquilo que elas têm de mais contingente e contestável [é um] compromisso no mesmo tempo meritório (porque expressa um cuidado autêntico com a cientificidade) e patético (porque necessariamente fadado à falência). [...] [Penso] nos marcadores de cientificidade que acompanham a tradução [dos] dados em discurso: a acumulação de *indicadores exteriores de impessoalidade* (como o *plural majestático* e a *construção sintática impessoal* que tomam o lugar do pronome «eu»); a multiplicação das citações de estudiosos sem face, sobre os quais não sabemos e não queremos saber nada mais, e cujos trabalhos perdidos na literatura se reduzem ao nome acompanhado por uma data [...], tudo isso aprisionado na estela funerária dos dois parêntesis, [...] ou ainda, as controvérsias «pontuais» que evitam o esforço de se interrogar sobre as premissas comuns, muitas vezes deixadas nas sombras, polarizam o discurso em relação ao ultimíssimo tópico na moda²¹. (BOLTANSKI, 2016, p. 35, tradução e grifos meus)

É justamente para estabelecer diálogo com esta visão sobre o trabalho científico e a figura do cientista que fiz a opção de utilizar aqui a primeira pessoa do discurso. Acredito que não é fingindo que seja possível fazer desaparecer o sujeito e, assim, alcançar a “objetividade” demandada pela ciência. Penso que seja precisamente ao destacar o “eu” falante é que se cria uma condição mais fértil para a construção de diálogo. De alguma forma, e a partir de pesquisas que utilizam metodologicamente o conceito de narrativa, ou o tomam como base para os dados, e chegando às pesquisas autobiográficas (como por exemplo: SOUZA, 2004, 2010; NACARATO, PASSOS, GARNICA, 2010; SILVA, 2020), parece-me que existem cada vez mais espaços que reconhecem o papel do sujeito como elemento importante no âmbito da pesquisa em educação matemática. Logo, por não se tratar de uma pesquisa narrativa – nem, menos ainda, de uma pesquisa autobiográfica! –, no lugar de colocar “holofote” sobre mim, vou, mais prudentemente, não me esconder.

O trecho do sociólogo francês levanta a questão, também fundamental, de como construímos a articulação entre (as ideias de) autores: parece-me que Boltanski lança um “grito”, chamando a atenção para o fato de que citar o trabalho de uma pesquisadora não é uma atividade burocrática, presa e contida naquelas palavras (e das quais os parêntesis representam o signo gráfico desta “prisão”). Ao contrário, citar uma obra é entrar em relação com o seu autor, é se perguntar: “porque está escrevendo isso?”; “de qual lugar?”; “com qual objetivo?”. É, portanto, entrar em relação com

²¹ “Lo sforzo volto a colmare il divario con le scienze dette «positive» e a imitarle in ciò che esse hanno di piú contingente e contestabile [è un] impegno al tempo stesso meritorio (perché traduce uno scrupolo autentico di scientificità) e patetico (perché necessariamente votato al fallimento). [...] [Penso] ai contrassegni di scientificità che accompagnano la traduzione [dei] dati in discorso: l’accumulazione di indicatori esteriori di impersonalità (come il plurale di maestà e la costruzione sintattica impersonale che prendono il posto del pronome «io»); la moltiplicazione dei rimandi ad altri studiosi senza volto, sul conto dei quali non si sa e non si vuole sapere nient’altro, e i cui lavori dispersi nella letteratura si riducono a un nome accompagnato da una data [...], il tutto imprigionato nella stele funebre di due parentesi, [...] o ancora le controversie «puntuali» che evitano la fatica de interrogarsi sulle premesse comuni, spesso lasciate in ombra, polarizzando il discorso in relazione all’ultimissimo argomento di grido” (BOLTANSKI, 2016, p. 35).

a história (epistemológica, humana, política) das pessoas que produziram as ideias que pretendemos articular em nossa pesquisa. Em contraponto, usarei as próprias palavras do sociólogo Bruno Latour para aludir a uma perspectiva na qual a ação de juntar pessoas e ideias assumam um outro sentido, menos impessoal e burocrático:

[A nossa pesquisa precisa] detectar *quantos participantes* precisam se reunir em uma coisa para fazê-la existir e mantê-la existindo. [...] «Deem-me uma questão de interesse e eu lhes mostrarei toda a terra e todos os céus que têm que ser reunidos para mantê-la firmemente no lugar»? [...] O crítico não é aquele que desmascara, mas aquele que agrega. O crítico não é aquele que tira o tapete debaixo dos pés dos crédulos ingênuos, mas quem oferece aos participantes arenas nas quais podem se reunir. (LATOURE, 2020, p. 99, grifo do autor)

Dito de outra forma, a articulação que busco realizar em uma pesquisa não pode ser uma simples compilação (burocrática, objetiva) de ideias e pesquisas, mas sim uma verdadeira “arena”, uma “reunião” (ibidem, p. 98) de sujeitos, histórias, fatos e quem sabe mais o que. Os pontos que tentarei construir nesta pesquisa só passarão a existir se estes elementos – vivos e em constante debate entre eles – forem suficientes para criar “uma coisa” (ibidem), isto é: um fato com uma arena de sujeitos que conseguem garantir a sua existência como objeto de interesse no meio social.

Tudo isso me parece que se articula em uma reivindicação ao diálogo – motivo de toda a pedagogia freiriana (ver item 2.2) – que me leva a abordar um outro assunto, cuja lida é urgente devido às questões epistemológicas e às demandas cada vez mais à tona na sociedade. Viemos de décadas de *critique* sobre a ciência e o fazer ciência, em que filósofos, sociólogos e historiadores tentaram mostrar que, por trás de aparências fatuais e objetivas, outras forças e aspectos contribuíam para moldar as formas das ciências.

Neste sentido, Latour assim descreve a sua trajetória:

Eu mesmo passei bastante tempo no passado tentando mostrar “a falta de certeza científica” inerente à construção dos fatos. Também eu fiz disso uma “questão primordial”. Mas não pretendia exatamente enganar o público, obscurecendo a certeza de um debate encerrado – ou pretendia? Afinal de contas, fui acusado exatamente desse pecado. Ainda assim, quero acreditar que, pelo contrário, eu pretendia emancipar o público de fatos prematuramente naturalizados e objetivados. (LATOURE, 2020, p. 177, grifos do autor)

Mas por que Latour defende-se de acusações sobre “enganar o público”? O intelectual francês mostra uma inquietude ao olhar alguns resultados depois de décadas de desconstrução de uma certa ideia de objetividade e certeza do discurso da ciência: de fato, ele vai se deparando com uma espécie de pesadelo, no qual, aparentemente, as armas da crítica estão sendo usadas – de má-fé! – para mistificar os resultados científicos. Latour (ibidem) aborda tanto as teorias que negam o aquecimento global de forte componente antrópica, quanto o mundo das ditas teorias conspiracionistas (como por exemplo, a das torres gêmeas de Nova York destruídas pelo próprio

Pentágono; e a da falsidade da expedição à Lua, em 1969). Provavelmente, se reescrevesse o texto nos dias atuais, o exemplo principal seria sobre a sindemia²² de SARS-CoV-2, vírus causador da Covid-19, e as várias teorias que surgiram sobre medicamentos e vacinas.

Essas considerações apresentam um problema – como dito – urgente: não podemos abandonar várias conquistas do olhar “crítico”. Devemos usar ainda mais estas ferramentas na sala de aula de matemática, a fim de construir um ensino emancipador. E temos que confrontar o problema real de contrastar teorias sem fundamentos que se apresentam com a “roupagem” da *critique*.

As questões acima levantadas remetem também, de maneira geral, ao problema da relação entre ciência e senso comum que, pela sua natureza, vem a ser tanto um objeto de pesquisa como um elemento metodológico do meu próprio trabalho científico: faz parte do objeto da pesquisa porque a própria pedagogia freiriana se debruça sobre esta tensão e, de maneira complementar, ao elaborar a pesquisa, precisei me posicionar sobre esta tensão que informa toda a tese. Desde Aristóteles, com a famosa separação entre *logos* e *doxa*, instaura-se uma cisão entre o saber alto, o conhecimento reflexivo, argumentado, fundamentado, “racional” e a opinião, o “saber comum” ou o “bom senso”, uma ideia sem fundamento, supostamente autoevidente e que, por isso, não demanda reflexão nem um “método” de validação.

Souza Santos denomina esta contraposição de “primeira ruptura epistemológica”. Em seus termos:

Afirma Bachelard que «a ciência se opõe absolutamente à opinião». Em ciência, nada é dado, tudo se constrói. O «senso comum», o «conhecimento vulgar», a «sociologia espontânea», a «experiência imediata», tudo isto são opiniões, formas de conhecimento falso com que é preciso romper para que se tome possível o conhecimento científico, racional e válido. *A ciência constrói-se, pois, contra o senso comum* (SOUZA SANTOS, 2007 p. 33, grifos meus)

Assim, por meio desta ruptura, constitui-se

um paradigma que avança pela especialização e pela profissionalização do conhecimento, com o que gera uma nova simbiose entre saber e poder, onde não cabem os leigos que assim se vêem expropriados de competências cognitivas e desarmados dos poderes que elas conferem; um paradigma que se orienta pelos princípios da racionalidade formal ou instrumental, irresponsabilizando-se da eventual irracionalidade substantiva ou final das orientações ou das aplicações técnicas do conhecimento que produz; finalmente, um paradigma que produz um discurso que se pretende rigoroso, anti-literário, sem imagens nem metáforas, analogias ou outras figuras da retórica mas que, com isso, corre o risco de se tornar, mesmo quando falha na pretensão: um discurso desencantado, triste e sem

²² Horton (2020) e Mendenhall (2020) argumentam que o termo sindemia, criado nos anos 1990 pelo médico e antropólogo Merrill Singer, expressa melhor a ideia de uma doença que, com presença em diferentes países, tem comportamentos distintos devido às interações de vários elementos locais: políticas públicas, desigualdades sociais, estruturas de saúde etc.

imaginação, incomensurável com os discursos normais que circulam na sociedade. (ibidem, p. 37-38)

A ruptura é, portanto, epistemológica, haja vista que marca uma oposição, um enfrentamento entre uma posição e outra, entre conhecimentos e ideias, a saber: o sistema geocêntrico e o heliocêntrico; a noção de espaço e tempo “estáticos” e dinâmicos/relativos ao observador; a ideia de multiplicação como uma operação que “aumenta” o resultado²³, e assim por diante. Ademais, demarca meios de expressão, línguas e registros. Mas também é sempre uma ruptura social: quem produz, controla e detém o conhecimento científico está acima de quem “se vira” no mundo com outros conhecimentos. Temos que entender este “acima” de acordo com múltiplos eixos: em termos econômicos, de prestígio, de participação democrática, de posições na divisão do trabalho etc. A ruptura serve ao discurso sobre a ciência, mas, simultaneamente, serve a uma bem definida divisão de poder nas esferas da sociedade.

E uma dinâmica, mais uma vez, dialética e tensionada, a ciência filha da primeira ruptura epistemológica – ao se tornar uma ferramenta de dominação e de esmagamento a serviço de uma sociedade fraturada em oprimidos e opressores – produz as próprias forças que a tencionam no sentido de uma outra ruptura, a “segunda ruptura epistemológica: uma vez feita a ruptura epistemológica com o senso comum, o acto epistemológico mais importante é a ruptura com a ruptura epistemológica”²⁴ (ibidem, p. 44, grifo do autor). É importante destacar aqui que “a dupla ruptura não significa que a segunda ruptura neutralize a primeira e que, assim, se regressse ao *status quo ante*, à situação anterior à primeira ruptura. [...] Pelo contrário, a dupla ruptura procede a um trabalho de transformação *tanto* do senso comum *como* da ciência.” (ibidem, p. 45, grifo do autor) Neste processo, a ciência perde o seu caráter elitista, abstrato, desconectado da “razão prática” e, assim, pode (voltar a) dialogar com o senso comum, não sendo este último visto somente como uma dimensão irracional, superficial, prática (sob um sentido desqualificante), mas sim como uma dimensão estruturante (e imprescindível) que constitui o ser humano.

Em síntese, a “dupla ruptura epistemológica tem por objeto criar uma forma de conhecimento, ou melhor, uma configuração de conhecimentos que sendo prática não deixa de ser esclarecida e sendo sábia não deixa de estar democraticamente distribuída” (ibidem, p. 45): *logos* e *doxa* devem reconhecer um ao outro e dialogar por uma sociedade mais justa e democrática, já que

²³ E, de maneira complementar, a divisão como uma operação que “diminui” o resultado. Estas ideias serão devidamente retomada no item 4.1.1.

²⁴ “A ruptura da ruptura” relembra de maneira bem próxima o movimento dialético da “negação da negação” (ver item 3.5)

a dupla ruptura epistemológica é o equivalente epistemológico à ruptura das linhas de fraturas em que as opressões atuam. Isso porque a conclusão à qual chegou Souza Santos, a partir de considerações epistemológicas, é parecida com a esboçada Paulo Freire, com base no olhar sobre o processo de educação e aprendizagem.

Por fim, sempre atingindo o campo da sociologia pragmática francesa, preciso destacar o modo como a dimensão temporal (e causal) exerce um papel fundamental: teorias, ideias, propostas, possíveis explicações sempre serão um resultado *a posteriori*, fruto da pesquisa, da ação e da reflexão dos sujeitos envolvidos. Neste sentido, os sociólogos das críticas afirmam que “a estrutura, se ela existe, só é realmente visível e determinável após o decorrer das suas [dos atores] ações” (CORREA, 2014, p. 52), indicando como a “realidade social” pode ganhar existência somente depois de a ação/reflexão dos atores indicar o modo como a “estrutura” do social (um possível emaranhado de classes, assimetrias, injustiças, relações de poder declinadas nos diferentes eixos de cor da pele, de gênero, de sexo, de proveniência geográfica e/ou cultural), de fato, constitui-se em uma dada situação. Da mesma maneira, acredito que refletir sobre a pedagogia freiriana no contexto do ensino da matemática somente possa fazer sentido sob esta dimensão: reduzir, ao máximo, aquilo pressuposto *a priori* e trazer as (necessariamente precárias e provisórias) conclusões *a posteriori*, mantendo, assim, a ideia da pedagogia do oprimido, segundo a qual o próprio conhecimento não é dado de antemão, mas é fruto da construção dialógica e coletiva.

1.2. A necessidade de um olhar oblíquo

Para provar o que tenho a dizer, irei me apoiar, não exatamente em fatos, mas em *pequenas pistas*, em dúvidas incômodas, em *sinais perturbadores*. (LATOUR, 2004, p. 176, grifos meus)

Como (re)construir esse olhar sobre a ciência e sobre a matemática? Como (re)colocar em diálogo aquilo que centenas de anos de história do pensamento separaram tão nitidamente? E, no caso específico, precisamos lembrar de que, no “pontapé inicial” da obra “Pedagogia do oprimido” (e, antes, da “Educação como prática da liberdade”), há a experiência de alfabetização popular no município de Angicos, no Rio Grande do Norte, em 1963. Ao longo de sua vida como educador, mobilizador social, político e administrador, Freire nunca enfatizou o ensino de matemática, com exceção de um famoso videoentrevista com Ubiratan D’Ambrosio e Maria do Carmo Domite

(FREIRE; D'AMBROSIO; DOMITE, 1997)²⁵. Em razão deste cenário, acredito que precisaremos de pontos de vistas periféricos, oblíquos e enviesados, a fim de construir uma trajetória freiriana não banal²⁶, que articule, de maneira ampla, as ideias contidas em “Pedagogia do oprimido” com o processo de ensino-aprendizagem da matemática na escola básica, acerca do qual tentarei argumentar o que significa.²⁷

Em seu trabalho seminal, o historiador Carlo Ginzburg (1999) propõe o paradigma indiciário como método de indagação na historiografia: significativamente, denomina-o de “modelo epistemológico” (ibidem, p. 143), ao fazer explicitamente referência ao trabalho de Thomas Khun (ibidem, p. 260), ciente da importância e da centralidade que tal metodologia poderia ter na construção do conhecimento humano e, portanto, na generalidade da visão metodológica proposta.²⁸

No intuito de ilustrar esse método, Ginzburg procura três exemplos em três áreas diferentes da historiografia, quais sejam: a arte, a literatura e a psicanálise. Ele cita o “método morelliano” de atribuição de obras pictóricas aos seus autores, desenvolvido por Giovanni Morelli:

É preciso [para este fim] não se basear, como normalmente se faz, em características mais vistosas, portanto mais facilmente imitáveis, dos quadros: os olhos erguidos para o céu dos personagens de Perugino, o sorriso dos de Leonardo, e assim por diante. Pelo contrário, é necessário examinar os *pormenores mais negligenciáveis*, e menos influenciados pelas características da escola a que o pintor pertencia: os lóbulos das orelhas, as unhas, as formas dos dedos das mãos e dos pés. (ibidem, p. 143, grifo meu)

Ou seja, para detectar a paternidade de um quadro, é preciso olhar nas periferias da tela, naqueles lugares em que o holofote tradicionalmente não se detém, mas que, justamente por isto, podem muito revelar.

Guinzburg, citando diferentes autores, compara o método de Morelli ao *modus operandi* do detetive Sherlock Holmes, criado por Arthur Conan Doyle: “o conhecedor de arte é comparável ao

²⁵ Há várias cópias do vídeo disponíveis *online*, como por exemplo, em: www.youtube.com/watch?v=O_TC3nSz3MM. Acesso em: 05 fev. 2022.

²⁶ Existe uma tradição mais “imediatista” sobre como traduzir a pedagogia freiriana no ensino da matemática, reconduzindo o papel das ideias matemáticas a ferramentas para pensar problemas “concretos”. Esta perspectiva será devidamente discutida no capítulo 3, especialmente no item 3.5, ao apontar para alguns limites.

²⁷ Uma proposta metodológica que se apropria da ideia de praticar um olhar oblíquo parece-me estar, cada vez mais, surgindo em campos diferentes das ciências: por exemplo, na coletânea de Gregolin e Baronas (2001) sobre a análise do discurso (as relações entre matemática e linguagem, assim como da matemática como discurso, serão discutidas no item 3.4), a nota introdutória intitula-se justamente “Olhares oblíquos sobre o sentido do discurso”.

²⁸ É também indicativo de que a perspectiva indiciária seja também referendada pelos próprios sociólogos pragmáticos, os quais compartilham com ela o interesse e o foco “local” em cima dos atores e das suas “micro-histórias” (ver, por exemplo, LAHIRE, 2005, p. 33).

detetive que descobre o autor do crime (do quadro) baseado em indícios imperceptíveis para a maioria” (ibidem, p. 145).

Finalmente, o historiador italiano, ao citar Freud, de “O Moisés de Michelangelo” (1914), mostra como o pai da psicanálise mencionava explicitamente a obra de Morelli como exemplo de afinidade com o método da indagação do subconsciente:

Creio que o seu método está estreitamente aparentado à técnica da psicanálise médica. Esta também tem por hábito penetrar em coisas concretas e ocultas através de elementos pouco notados ou despercebidos, dos detritos ou "refugos" da nossa observação. (FREUD apud GINZBURG, 1999, p. 147)

Ginzburg “fecha” o triângulo²⁹:

Nos três casos, pistas talvez infinitesimais permitem captar uma realidade mais profunda, de outra forma inatingível. Pistas: mais precisamente, sintomas (no caso de Freud), indícios (no caso de Sherlock Holmes), signos pictóricos (no caso de Morelli). (ibidem, p. 150)

Uma vez introduzido o paradigma indiciário, o historiador italiano continua a percorrer as épocas, desde os mitos antigos, no trabalho ancestral do caçador, que segue as pistas, o surgimento do paradigma de Hipócrates no mundo das pólis gregas, até o nascimento da ciência moderna, com Galileu e a revolução iluminista, chegando à instauração do método das digitais para identificação unívoca do indivíduo³⁰, de modo a mostrar como tal paradigma (re)aparece em várias formas, dialogando sempre com um paradigma epistemológico mais geral e universal.

O ponto mais importante a destacar é justamente este: o paradigma indiciário de Guinzburg propõe uma mudança de foco, de ponto de vista, pois no lugar de olhar para o centro, para o suposto “importante”, se quisermos entender no sentido profundo – e não banal – do termo, precisamos dar importância aos detalhes, aos elementos periféricos. Todavia, esta atividade não é “às cegas”: não é observando “qualquer” elemento periférico que podemos aprofundar a análise, pois a escolha de tais elementos é o núcleo do paradigma indiciário.

Neste sentido, a partir desta perspectiva, podemos empreender um passo à frente e tentar destrinchar a seguinte pergunta: o que significa este olhar oblíquo? Literalmente, significa mudar o ponto de vista a fim de descobrir novos significados. Assim como Guinzburg cita o exemplo de Morelli envolvendo as artes figurativas, ilustrarei o significado deste olhar enviesado por meio de

²⁹ Nas páginas em que os três casos são relatados, não faltam elementos para evidenciar contatos (reais ou possíveis) entre os três autores (Morelli, Conan Doyle e Freud), tentando reconstruir uma rede de relações. Por fim, a raiz comum dos três é revelada: sendo todos médicos, é “o modelo da semiótica médica: a disciplina que permite diagnosticar as doenças inacessíveis à observação direta na base de sintomas superficiais, às vezes irrelevantes aos olhos do leigo” (ibidem, p. 151).

³⁰ *En passant*, é muito interessante o destaque que Guinzburg apresenta sobre a invenção do método das digitais: isto emerge da necessidade de os nascentes Estados-nações modernos controlarem e reprimirem o maior pesadelo deles, ou seja, o movimento operário nascente (ibidem, p. 174-177).

um exemplo retirado da escultura e fornecido pelo escritor Wu Ming 1 (2014): ao redor de um chafariz, foi construída a estátua do deus Netuno, feita pelo escultor Giambologna na segunda metade do século XVI, cidade italiana de Bologna. Sob um olhar central, frontal, a estátua aparece de uma determinada maneira; mas, ao mudar o foco, colocando-se de um ponto de vista oblíquo, a estátua assume um outro significado e aparência. Se olhada sob esta perspectiva diferente e “não convencional”, aquilo que frontalmente era o dedo indicador esticado para frente torna-se um pênis erguido e de notáveis dimensões.



Figura 1 – A vista “canônica” de Netuno (à esquerda) e a vista “oblíqua” (à direita). (WU MING 1, 2014)

Assim Wu Ming 1 explica o significado desse olhar:

Contudo, se giramos ao redor de um monumento, pode acontecer de descobrir uma história muito, muito diferente, uma história alternativa. Não a usual, banalíssima, «história escondida», exotérica, oculta, a que gostam os conspiracionistas, mas a história do conflito que cada vez é removido, do múltiplice cada vez reduzido ao Uno. Não tem «chanfradura» que possa apagar o múltiplice, porque é insuprimível. Em cada sociedade e fase histórica o conflito é endógeno, endêmico, inerradicável e basta realmente pouco para que o Uno volte a ser (no mínimo) dois. [...]

Uma lenda local fala de uma brincadeira do [escultor] Giambologna com as freiras do mosteiro adjacente [à estátua de Poseidon]: olhando das janelas, elas enxergavam o deus exibir uma poderosa ereção. Eis que o conflito irrompe, eis que o Uno (a estátua) torna-se dois (o escultor desrespeitoso e as freiras), e depois muitos, porque podemos pensar no poder do comitente, as pessoas que conheciam a brincadeira, os que perceberam isso sozinhos, os que perpetuam a lenda, e depois, quem sabe, se de verdade, é «somente» uma lenda...³¹(WU MING 1, 2014, tradução e grifo meus)

³¹ “Tuttavia, se un monumento lo aggiriamo, può capitarci di scoprire una storia diversissima, una storia alternativa. Non la consueta, banalissima, «storia nascosta», esoterica, occulta, quella che piace ai complottisti, ma la storia del conflitto che viene ogni volta rimosso, del molteplice ricondotto a forza all’Uno. Non c’è «smussatura» che possa cancellare il molteplice, perché è insopprimibile. In ogni società e fase storica il conflitto è endogeno, endemico, inestirpabile, e basta davvero poco perché l’Uno torni a essere (come minimo) due. [...]

Una leggenda locale parla di uno scherzo del Giambologna alle monache dell’adiacente convento: guardando dalle finestre, vedevano il dio esibire una poderosa erezione. Ecco che irrompe il conflitto, ecco che l’Uno (la statua) diventa due (lo scultore irriverente e le suore), e poi molti, perché uno pensa al potere committente, alle persone che sapevano

O motivo de procurar esses pontos de vistas não convencionais não é a busca estéril de anedotas divertidas ou – pior ainda! – de improváveis histórias secretas que fomentam teorias de complô; a intenção é subverter uma história linear, sem conflitos ou polissemia. O que era uma “simples” escultura feita para homenagear o papa Pio IV, desvela-se em um emaranhado de (micro)histórias com muitos mais atores, temáticas e relações de poder (ou de subversão do poder).

Esta necessidade de um olhar oblíquo parece-me estar se espalhando “interdisciplinarmente” entre diferentes campos do conhecimento humano: se os exemplos supracitados remetem ao campo da historiografia, a sociologia (pragmática) também assume elementos de tal perspectiva. Por exemplo, Chateauraynaud, ao discutir a dimensão do “tangível” em relação à produção de provas nas situações de disputa, aponta que, devido à fluidez, à gradualidade, à provisoriedade dos processos de apreensão do “real”, “é preciso identificar ainda em vias de surgimento *signos ambíguos*, «*sinais falhos*», cuja *tangibilidade ainda é incerta*” (CHATEAURAYNAUD, 2018, p. 6, grifo do autor). As expressões usadas pelo sociólogo francês remetem todas a uma dimensão precária e provisória consistente com o olhar pelas beiradas, de modo a fugir da perspectiva central e centralizada: ou seja, fala em empregar um olhar oblíquo.

No âmbito da educação matemática, já há alguns anos se manifestam tensões para lacear as rígidas barreiras entre disciplinas, a fim de dar um fôlego maior ao estudo da educação matemática. Santos e Trabal (2019, p. 24) resumem estas pluralidades de elementos como “movimento que conduz ao mesmo tempo a convocar outras disciplinas e a considerar as múltiplas dimensões do ensino da matemática”. Trata-se de um tipo de movimento que atua em duas dimensões, quais sejam: uma “vertical”, em que o núcleo mais específico da educação matemática busca integrar-se com elementos de outras disciplinas (tais como sociologia, psicologia e neurociência); e uma “horizontal”, que tenta articular (e, possivelmente, combater eventuais dispersões e pulverizações) entre diferentes referenciais dentro do próprio campo da educação matemática³².

Uma outra imagem que acredito que aponte para o mesmo sentido é representada pela ideia de que o currículo da educação matemática se construa como um “rizoma”, tal como sugerido por Monteiro (2018): retomando a imagem da biologia de algumas plantas e aplicando-a às estruturas sócias, Gilles Deleuze e Félix Guattari propõem o conceito como um contraponto (auto)organizativo não planejado à organização “vertical” e “predeterminada” de uma árvore.

della burla, a quelli che se ne sono accorti da soli, a chi tramanda la leggenda, e poi, chissà se è davvero «solo» una leggenda...” (WU MING 1, 2014).

³² Sobre este eixo, há muitas reflexões elaboradas por Artigue (1990, 1995) e, mais recentemente, por Radford (2016).

Assim Monteiro sintetiza o conceito:

o rizoma apresenta-se como uma resistência ao modelo arbóreo. [...] Trata-se de considerar algo que ao se expandir pode fugir, sabotar, cortar caminhos, enfim, trata-se de linhas intensivas e não de caminhos domesticados. Trata-se de linhas que escapam das tentativas massificadoras e totalizadoras. [...] Um rizoma é promiscuidade, é mistura, mestiçagem, é mixagem de reinos, produção de singularidades sem implicar no apelo à identidade. Assim, podemos considerar o rizoma como um campo de possibilidades, um campo de criação, um campo de problematização. E, nesta perspectiva, o currículo não será mais um roteiro fixo a ser seguido, mas ao contrário, um percurso a ser construído, e que só pode ser percebido após o trajeto trilhado. [...] Um currículo na perspectiva rizomática aposta na multiplicidade, investe na desconstrução, na (in)disciplina. (MONTEIRO, 2018, p. 98-99)

Ainda, esta proposta de olhar oblíquo³³ se faz particularmente necessária pelo fato de que a pedagogia freiriana e (o ensino d)a matemática surgiram, a um olhar centralizado e canônico, sem pontos de contato: Freire não produziu praticamente coisa alguma sobre o ensino de matemática e esta apresenta-se como “a mais dura das ciências”, fazendo parecer propostas da construção crítica, coletiva, dialógica e questionadora do conhecimento proposto por Freire como dificilmente aplicável a um teorema de Pitágoras ou à atribuição do valor de π . É como se os feitos da matemática fossem desprovidos de conflitos (sem falar de conflitos sociais!): afinal, o valor de π não é nem de esquerda nem de direita... Deste modo, uma abordagem freiriana do ensino da matemática me parece que tenha que ser construída justamente a partir de olhares oblíquos, de “esguelha”, que capturem e valorizem aquilo que o olhar canônico e padronizado deixa escapar.

Para tanto, proponho-me a seguir dois caminhos, a saber: por um lado, olhar a matemática (e o seu ensino) de formas “ousadas” e periféricas, a fim de mostrar as características humanas, conflituais e “políticas”; e, pelo outro, acredito que a aproximação entre o ensino da matemática e a pedagogia de Freire tenha que passar por mediações, referências e propostas de outros autores e campos de conhecimento, a fim de construir caminhos não banais – e não banalizantes³⁴.

Continuo: a ideia de construir aproximações “de soslaio” já existe no mundo da educação matemática, como prática para permitir elaborações que acrescentem pontos de vistas enriquecedores e que escapem de olhares banais ou estéreis. É o caso, só para citar um exemplo, do trabalho de Furinghetti e Radford (2008), em que um olhar oblíquo é proposto justamente para elaborar ligações entre a história da matemática e o seu ensino (e a visão dos próprios docentes

³³ Em italiano, Wu Ming 1 (ibidem) usa a palavra “sghembo” que, em português, pode significar “torto” ou “empenado”, a depender do contexto. Duas retas no espaço que não pertencem ao mesmo plano também são classificadas como “sghembe” (reversas).

³⁴ Esta ideia é praticada desde o começo da pesquisa, já que, a partir da construção de uma metodologia, eu relaciono perspectivas oriundas da historiografia e da literatura.

sobre o assunto): é precisamente no intuito de escapar de uma visão positivista de recapitulação³⁵ que o olhar para as relações entre a história da matemática e a construção do conhecimento em aula faz-se oblíquo – a fim de enxergar relações indiretas, não lineares, “como uma espécie de desempacotamento do conhecimento histórica e socialmente construído” (ibidem, p. 638, tradução minha)³⁶.

Em geral, no campo da educação matemática ao redor do mundo, existem várias tentativas que buscam sinergias de outras áreas do conhecimento – desde a psicologia, a filosofia até a sociologia – para melhor compreender (e agir) no ensino-aprendizagem da matemática. No âmbito desta trajetória, já realizei incursões (TERUZZI; SILVA, 2019; DEMATTÈ; TERUZZI, 2020) que cruzavam o campo da matemática com o da sociologia:

Nos expressando de maneira sintética, e parcialmente redutiva, poderíamos dizer que trataremos de “sociologia do ensino da matemática”. Mas não estaremos, porém, exclusivamente sob esta perspectiva: em parte porque, sendo professores, somos levados a enfrentar aspectos das relações do cotidiano que é difícil enquadrar de maneira rígida na abordagem de uma específica ciência; em parte porque o testemunho de outros autores [...] nos leva a ler a realidade do ensino, e em geral, a relação com o outro, em perspectiva filosófica. O que permanece é que, para nós, o ingressar da sociologia no interior das “referências” de um professor de matemática pode vir a constituir uma contribuição importante para adquirir uma maior consciência do próprio papel e das próprias ações. (DEMATTÈ; TERUZZI, 2020, p. 453, tradução minha)³⁷

Observo que tal perspectiva não constitui uma novidade no campo da pesquisa sobre o ensino da matemática, podendo, portanto, contar com o aporte de vários autores, dentre os quais, Trabal (2011), Santos e Trabal (2019) e Sfard (2008). O olhar “sociológico” sobre a matemática, a sua natureza e o seu ensino não me parece casual ou acidental: é o reconhecimento da matemática como algo processual e como fruto da colaboração entre pessoas que compartilham um meio social e, portanto, um “discurso” (SFARD, 2008). Como destaca Ernest:

O que é compartilhado entre [Davis, Gillies, Hersh, Kitcher, Kline, Lakatos, Tymoczko³⁸] é um olhar sobre a essencialidade da contribuição da história da matemática para qualquer

³⁵ Em extrema síntese, a recapitulação é a ideia – nascida em âmbito biológico e posteriormente transposta em âmbito cognitivo e psicológico – segundo a qual o ser humano, em sua história cognitiva como indivíduo (ontogênese), percorreria as mesmas etapas da história cognitiva da sociedade (filogênese).

³⁶ “As a kind of unpacking of a historically and culturally constructed knowledge”.

³⁷ “Esprimendoci in maniera sintetica, e in parte necessariamente riduttiva, potremmo dire che ci occuperemo di “sociologia dell’insegnamento matematico”. Non ci metteremo, però, esclusivamente in quest’ottica: un po’ perché il nostro essere insegnanti ci porta ad affrontare nella quotidianità aspetti di relazione che è difficile inquadrare rigidamente negli schemi dello specifico approccio di una determinata scienza; un po’ perché la testimonianza di altri autori [...] ci spinge a leggere la realtà di insegnamento, e in generale il rapporto con l’altro, in prospettiva filosofica. Rimane comunque il fatto che per noi l’ingresso della sociologia all’interno delle “vedute” di un insegnante di matematica può costituire una novità importante per la sua acquisizione di una maggiore consapevolezza del proprio ruolo e delle proprie azioni.”

³⁸ A lista, extraída do texto do próprio Ernest, poderia ser acrescida, sem pretensões de completude, de vários outros nomes, tais como Wittgenstein, Furinghetti e Radford e muitos outros.

aceitação de uma visão da matemática [...] Existe uma ideia compartilhada da matemática como um *fenômeno essencialmente social* – algo há muito tempo aceito entre *historiadores (e sociólogos) da matemática*, mas longamente recusado pelos filósofos tradicionais da matemática³⁹ (ERNEST, 1994, p. 34, tradução e grifos meus)

Existem aqui dois elementos brevemente sintetizados: o caráter social da matemática e como tal natureza é exposta por meio de olhares que focam na história (e, conseqüentemente, no meio social em que esta história acontece) dos processos matemáticos. É precisamente um olhar oblíquo entre estes elementos que perpassará a presente pesquisa e, em seguimento, permitirá indicar rumos à construção de uma “matemática do oprimido”.

Cabe ressaltar que, ao longo desta trajetória de pesquisa, tanto a construção metodológica como a invocação de vários autores (que, a priori, parecem por vezes advir de campos teóricos até bastante diferentes) de alguma forma se encontram no nexó conceitual representado pela ação de lançar olhares oblíquos nos seus respectivos campos de indagação e momentos históricos. Dito de outra forma: se metodologicamente afirmo a necessidade de um olhar enviesado para buscar novas conexões e pontos de vistas diferenciados, no recurso às obras de outros autores posso ver como cada um deles também recorre, mesmo implicitamente, ao mesmo exercício de olhar de esguelha; trata-se, podemos dizer, de um verdadeiro movimento “a fractal”, onde o olhar (metodológico) de toda a estrutura de alguma forma se reproduz em vários sub-níveis.

Preciso, por fim, destacar dois outros aspectos, sendo um relativo a questões de estilo e o outro que remete a uma questão de honestidade intelectual. O primeiro tem a ver com a questão de como articular, no atual momento histórico, as questões de gênero com as regras gramaticais da língua portuguesa⁴⁰: para deixar a linguagem mais inclusiva, de modo a recusar a ideia político-gramatical de que o gênero masculino indique e compreenda o feminino (e demais gradações de gênero), ao redor do mundo existem várias propostas, dentre as quais, o uso da arroba (tod@s), do “e” (todes), do “x” (“todxs”), do schwa (“todəs”). Por não ser ainda um consenso e para ajudar na legibilidade do texto, utilizarei, alternativamente, o masculino e o feminino, isto é, utilizarei uma vez o termo “professor”, outra vez “professora”, e assim por diante. Existe, de fato, já uma certa tradição em optar por esta escolha, como atesta o próprio Devlin (2002); em primeiro lugar, reconhece um problema de opressão de gênero no próprio mundo da matemática, afirmando que

³⁹ “What is shared by [Davis, Gillies, Hersh, Kitcher, Kline, Lakatos, Tymoczko] is a view of the essential contribution of the history of mathematics to any acceptance account of mathematics [...]. There is a shared acceptance of mathematics as an *essentially social phenomenon* – something long agreed by *historians (and sociologist) of mathematics*, but long denied by traditional philosophers of mathematics”.

⁴⁰ Este aspecto se relaciona diretamente com a obra de Freire e com a autocrítica ao seu “machismo” (ver item 2.1) e também com questões levantadas sobre a “norma (o)culta” da língua discutidas no item 3.4.

Historicamente, todos os matemáticos de primeira linha foram homens e isto se reflete na quase completa ausência de personagens femininos no livro. Aqueles dias estão, espero, terminados para sempre. (DEVLIN, 2002, p. viii, tradução minha)⁴¹

Logo em seguida, expõe a solução que usará para estar mais em sintonia com o espírito dos tempos atuais: “Para refletir a situação atual, este livro usa tanto ‘ele’ quanto ‘ela’ de maneira intercambiável como pronome genérico da terceira pessoa”.⁴² (ibidem, tradução minha).

O segundo tem a ver com um “esclarecimento” cuja necessidade descende da metodologia que construí: de fato, se há olhares oblíquos, estes serão em relação com um ponto de observação central, padrão, predefinido. Pois bem, tal posição, no meu caso, é a posição de um professor de matemática cujo campo de especialista – e especializando – é o do ensino-aprendizagem da matemática. É preciso deixar isso claro para não dar lugar a imposturas e mistificações. Dito de outra forma: preciso evidenciar que é da minha posição de professor e pesquisador em educação matemática que lançarei olhares enviesados por perspectivas não convencionais, evocando elementos da filosofia, da sociologia, da política, campos nos quais não sou especialista.

1.3. Reverência, dogmatismo, antidialética: o que significa a “fidelidade” ao ensino freiriano

Alguém era comunista porque tinha entendido o materialismo dialético como o evangelho segundo Lenin ⁴³(Giorgio Gaber, “Qualcuno era comunista”, Il teatro canzone, 1992, tradução minha)

Ao analisar a história do pensamento humano, existe uma dinâmica constante: pegar um pensamento proposto por algum intelectual como um meio de análise, como um elemento dinâmico para fazer avançar o debate e reificá-lo, cristalizá-lo em um *corpus* morto, inerte, supostamente imutável e que representa a palavra final sobre um determinado assunto. Um exemplo clássico na história da filosofia é constituído pela assunção do pensamento aristotélico pela filosofia cristã da Idade Média, quando o “princípio de *auctoritas*” e o *ipse dixit* tornaram-se elementos centrais da discussão intelectual.

⁴¹ “Historically, almost all leading mathematicians were male, and that is reflected in the almost complete absence of female characters in the book. Those days are, I hope, gone forever.”

⁴² “To reflect today’s reality, this book uses both ‘he’ and ‘she’ interchangeably as the generic third person pronoun”.

⁴³ “Qualcuno era comunista perché aveva scambiato il materialismo dialettico per il vangelo secondo Lenin”

Um “perigo” análogo encontra-se presente no legado das ideias freirianas: tomar as propostas do intelectual pernambucano não como elementos de análise da realidade, constantemente revisados e colocados à prova da prática, mas sim como um *corpus* de ideias e práticas acabado e estabelecido de uma vez por todas, imutável no tempo e no espaço.

Esta é uma tendência bastante corrente no próprio “legado” freiriano, quando analisamos, por exemplo, o modo como a proposta de construção de palavras e temas geradores foi retomada da proposição freiriana e traduzida em várias experiências do ensino formal da escola básica. Neste processo, foram pegos elementos contingentes e próprios das situações vividas por Freire e por sua equipe e hipostatizados em pontos centrais de uma abordagem freiriana: por exemplo, o fato de que a palavra geradora “símbolo” da experiência de alfabetização no município de Angicos tenha sido o famoso “tijolo” (FREIRE, 1994 p. 123-125) fez com que toda uma tradição de educadores progressistas e freirianos (e também, um conjunto possivelmente mais amplo de detratores do intelectual pernambucano) assumissem que, *necessariamente*, um tema gerador tenha que ser construído a partir de um objeto concreto ou de uma experiência literalmente “palpável”. Assim, vieram as propostas que trabalham as operações aritméticas a partir de experiências quotidianas com dinheiro e compras no mercado: e isso é ótimo! O problema é estar (auto)preso a este tipo de situação em decorrência de uma mal-entendida fidelidade (até dogmática) à experiência freiriana. A palavra “tijolo” foi escolhida no contexto da alfabetização de adultos em um vilarejo do nordeste brasileiro no começo dos anos 1960 porque aquela palavra era *significativa* para aquelas pessoas;⁴⁴ isso não significa que, ao discutir matemática no ensino básico (formal) nos anos 20 do século XXI, não possamos, juntamente com os nossos alunos, procurar significados em outros campos e experiências, não necessariamente retirando a inspiração em fatos do dia a dia da vida dos alunos.

Há um erro conceitual, quase epistemológico, em tomar os meios como fins: os elementos da proposta educativa freiriana, parece-me, queriam – e querem! – ser ferramentas nas mãos dos oprimidos, a fim de que lutem pela sua própria libertação, para *serem mais*. Neste sentido, a metáfora das ferramentas soa-me extremamente adequada: não existem, em abstrato, ferramentas “melhores” que outras, porém, existem situações em que uma pode ser mais adequada e eficaz do que a outra; ademais, as ferramentas mudam e evoluem ao longo do tempo, conforme aprimoramento, novas ideias e demandas. Trata-se, por fim, de um dinâmico *corpus* de críticas e

⁴⁴ E, cabe lembrar, tal significatividade ganha um sentido amplo e profundo ao ver como, a partir da palavra, passa-se progressivamente a um questionamento do real: “Quem produz o tijolo?”; “Como?”; “Quem fica com a casa onde o tijolo foi assentado?”; e assim por diante.

propostas que, nas intenções de seu próprio criador, deveria constantemente ser posto sob crítica e, por conseguinte, mudar conforme as necessidades; sendo o próprio tensionamento dialético – presente em toda a obra freiriana – uma metáfora de inacabamento e contínua mudança.

Ao contrário, uma postura que se apegue a “detalhes” fossilizados e tomados como elementos imutáveis de uma proposta educativa configurar-se-ia em um grave erro metodológico e em um grande desrespeito à obra freiriana, pois Freire reconhece, ao longo da sua trajetória, mudanças e erros, graças ao debate no âmbito do movimento (ver, por exemplo, no item 2.1, a autocrítica sobre questões de gênero). Ele também explicita que a melhor homenagem que outros pesquisadores/militantes podem tributar-lhe é justamente não assumir as suas propostas de um jeito “bancário”, mas sim as manter vivas nas lutas e reflexões dos oprimidos no caminho permanente de sua própria libertação. E, neste processo, aprofundá-las, criticá-las e até subvertê-las, se for necessário. Por isto, ao ser questionado sobre o fato de que o destinatário da sua proposta não era um “receptor”, mas um “agente de transformação em processo” (PASSETTI, 1998, p. 55), Freire analisa uma crítica recebida em 1971 de um mestrando, e conclui: “[v]ocê tem razão. A única maneira que a minha proposta tinha de atuar era ser assumida não por um receptor” (FREIRE apud PASSETTI, 1998, p. 56). Ainda, ao ser questionado sobre “continuadores” e “herdeiros” de sua obra, ele afirma novamente que “o continuador deve ser capaz de recriar, reinventar o outro”. (ibidem, p. 108).⁴⁵

Espero, mesmo com todas as dificuldades e desvios que inevitavelmente aparecerão nesta jornada intelectual, manter-me o mais fiel possível a essa perspectiva, ao tentar ficar o mais longe possível de ser um “receptor” da pedagogia freiriana, de ser um apologeta da obra “Pedagogia do

⁴⁵ Não posso deixar de destacar como este perigo, esta coisificação da “palavra” freiriana é uma tendência comum ao dogmatismo que, por vezes, envenena o campo da esquerda. Talvez o exemplo mais indicativo seja o relacionamento de Marx com os revolucionários russos, particularmente com Vera Ivanova Zaslitch. Questionado sobre as possibilidades de uma revolução socialista na Rússia pré-industrial e ainda sob o jugo feudal czarista, Marx repudia claramente um olhar histórico economicista, determinístico, “progressivo”, unilinear, evolucionista, “etapista e eurocêntrica” (LÖWY, p. 9, apud MARX, ENGELS, 2013). Marx afirma que a análise que ele faz sobre a construção do capitalismo na Inglaterra e no restante da Europa Central não tem caráter *normativo*, mas sim *descritivo* de um particular processo histórico situado no espaço e no tempo, do qual não se pode deduzir mecanicamente um padrão a ser aplicado em outras realidades. A possibilidade de sobrevivência da comuna agrícola e o seu eventual papel em uma revolução socialista na Rússia não são determinados *a priori* pelas leis da história ou da economia, mas serão o resultado de decisões e lutas políticas e das correlações de força que oprimidos e opressores conseguirão articular ao longo deste processo. Novamente, Marx reconhece a primazia da ação humana, da análise na situação concreta e específica contra o mecanicismo de supostas leis universais. Assim, ele proclama “uma perspectiva dialética, policêntrica, que admite uma multiplicidade de formas de transformação histórica”. (LÖWY, em MARX, ENGELS, 2013, p. 9) De maneira talvez um pouco surpreendente, parece-me que temos, pelo menos em embrião, alguns elementos próprios da sociologia pragmática, que fundamentarão a crítica da sociologia pragmática às sociologias precedentes, isto é, o caráter geral, abrangente, totalizante e pretensamente dedutivo das suas análises.

oprimido” e, ao contrário, manter a crítica e o compromisso com os oprimidos e, por esta razão, assegurar a perspectiva de uma constante “transformação em processo”.

2. A pedagogia de Paulo Freire: elementos fundamentais

[...] estava na resistência sem ter uma linguagem política para formular esse processo. Paulo [Freire] foi um dos pensadores cuja obra me deu uma linguagem. (HOOKS, 2019, p. 66)

A obra de Paulo Freire abrange um período de pelo menos 40 anos de atuação na política, na militância e na prática educativa, com uma vasta produção de livros, dentre os quais, “Pedagogia do oprimido” é sua obra mais conhecida, traduzida e lida.

Este livro foi escrito prevalentemente entre 1967 e 1968⁴⁶, tendo sido publicado no Brasil somente em 1974. A primeira publicação foi no Uruguai e em New York, em 1970 (BRUGALETTA, 2020, p. 86). Notavelmente, quando o livro surgiu, os militantes de esquerdas no Uruguai olhavam-no não como um simples livro de pedagogia ou de “alfabetização”, mas como um discurso sobre a formação das massas protagonizada pelas esquerdas (institucional ou revolucionária que fosse) (ibidem, particularmente cap. V). Passeti destaca estes aspectos afirmando que

Ele foi um dos mais expressivos intelectuais latino-americanos, não só pela importância suscitada pelo método dialógico, mas principalmente pelo *papel de educador como instigador político que o levou aos mais distantes pontos do planeta, engajando-se em diversas lutas* e reafirmando sua vocação humanista. (PASSETTI, 1998, p. 12, grifo meu)

Paradoxalmente, essa é justamente a acusação que certos setores da direita⁴⁷ brasileira fazem à obra de Paulo Freire: não seria uma discussão sobre educação, mas um debate sobre revolução (com todo o horror que esta palavra carrega aos olhos e ouvidos dos opressores de ontem e de

⁴⁶ O movimento mundial dos jovens de 1968 é referenciado por Freire na primeira nota de rodapé do primeiro capítulo: “Os movimentos de rebelião, sobretudo de jovens, no mundo atual, que necessariamente revelam peculiaridades dos espaços onde se dão, manifestam, em sua profundidade, esta preocupação em torno do homem e dos homens, como seres no mundo e com o mundo. Em torno do que e de como estão sendo. Ao questionarem a ‘civilização do consumo’; ao denunciarem as ‘burocracias’ de todos os matizes; ao exigirem a transformação das universidades, de que resultem, de um lado, o desaparecimento da rigidez nas relações professor-aluno; de outro, a inserção delas na realidade; ao proporem a transformação da realidade mesma para que as universidades possam renovar-se; ao rechaçarem velhas ordens e instituições estabelecidas, buscando a afirmação dos homens como sujeitos de decisão, todos estes movimentos refletem o sentido mais antropológico do que antropocêntrico de nossa época”. (FREIRE, 2001, p. 25).

⁴⁷ Por ser fundamental e reivindicadamente uma obra política, acredito que tenha lugar a divisão das críticas à obra freiriana de acordo com a procedência esquerda-direita. Existem também críticas no âmbito do próprio campo da esquerda (a saber, as empreendidas, por exemplo, por Vanilda Paiva e Demerval Saviani), mas, dada a situação vivenciada atualmente, acredito que seja importante focar naquelas que são sob um olhar da direita.

hoje)⁴⁸. É a partir desta – aparente – contradição que começarei a difícil⁴⁹ tarefa de resumir as concepções ontológicas, epistemológicas e políticas de Freire.

2.1. A concepção do ser humano

Primeiramente, acredito que para compreender a trajetória de Freire seja necessário entender o que significa “ser humano”. Em sua própria obra, ele explicitamente fornece uma visão geral e abrangente da pessoa e de sua natureza, tal como testemunham algumas expressões presentes em seu livro intitulado “Pedagogia do oprimido”, quais sejam: “a pedagogia do oprimido, que busca a restauração da intersubjetividade, se apresenta como pedagogia do Homem” (FREIRE, 2001, p. 41); ou “violência real, [que] fere a *ontológica e histórica* vocação dos homens — a do ser mais” (FREIRE, 2001, p. 42, grifo meu). O educador brasileiro resgata o “ser” que deve ser entendido não sob a forma objetivada, mas como um verbo mesmo: o ser humano deixa de ser uma entidade acabada e pronta, para se tornar um contínuo processo inacabado e incompleto; isto é, o “ser humano” está, constantemente, sendo.

Assim, não é (somente) o patrimônio genético que nos faz humanos, há também um processo histórico e consciente de busca e de luta⁵⁰. Dito em uma linguagem tipicamente matemática: nascer pertencendo biologicamente à raça humana é condição necessária, porém não suficiente para estar sendo humano.

Esse quadro é dado em razão de o ser humano ser “inconcluso” (FREIRE, 2001, p. 30), “inacabado”⁵¹ e, diferentemente de outros seres vivos, estar consciente desta condição e, por isto,

⁴⁸ Já fiz aqui e continuarei fazendo uso da palavra – e da categoria – “revolução”, assim como o próprio Freire fez em sua obra seminal. De fato, existem muitos tipos de revoluções: a tecnológica, a industrial, a digital, a burguesa... Há alguns “desavisados” – ou, mais provavelmente, indivíduos de má-fé – que adotam esta categoria também para se referirem ao golpe militar ocorrido no Brasil em 1964. A revolução à qual se refere Freire – mais uma vez e de maneira mais geral possível – é um processo em que oprimidos se organizam para se libertarem das opressões que os impedem de *ser mais*.

⁴⁹ A dificuldade se dá pela extensão e pelo tempo da profundidade que os conceitos elaborados por Freire abrangem. No curso de pós-graduação oferecido pela professora Lisete Arelaro, em 2018, na Faculdade de Educação da USP, a docente relatou que, apesar de ter trabalhado como colaboradora de Paulo Freire e ter acompanhado a sua obra por décadas, cada vez que ela relê a obra “Pedagogia do oprimido”, percebe algo novo.

⁵⁰ Verifico que o professor Bernard Charlot ecoa esta concepção ao sustentar que nascemos hominizados (sob o ponto de vista biológico), porém precisamos de um processo para nos tornar humanizados. É por esta razão que a educação é um direito antropológico. (ver CHARLOT, 2021).

⁵¹ Acredito que um outro termo bem sugestivo que pode acompanhar o termo “inacabado” seja “infinito”, em sua percepção de não completo, não terminado, e que remete ao sentido corriqueiro de infinito: sem fronteiras, sem limites. Outro aspecto é uma ressonância quase mística que aproxima e humaniza a matemática ao ser humano: no começo do século XX, o matemático Kurt Gödel demonstrou a “incompletude” também da matemática (para tentar ser

constantemente em busca de um caminho para a própria construção. Paulo Freire emprega diferentes locuções para indicar este processo: o ser humano precisa “ser mais”, “humanizar-se”...

Se Freire tivesse exposto essa antropologia, essa ontologia do ser humano e parado não teria despertado tanto ódio dentre os opressores e as elites do mundo inteiro, pois, de fato, ele estaria colocando-se no trilho do idealismo clássico alemão⁵²: bem poderia ser a descrição do embate eu/não-eu analisado por Fichte (IBER; STOLZBERG; FRANK, 2007), em que se caracteriza a construção do sujeito (eu) a partir dos embates e da constatação da existência do “outro” (o objeto, entendido como tudo aquilo diferente de si: os outros humanos, a natureza). Contudo, Freire é um intelectual de seu tempo, comprometido com a causa dos “esfarrapados do mundo” (FREIRE, 2001, p. 23). E ele logo deixa claro que este processo de “humanização”, de busca para “ser mais”, não acontece no vácuo etéreo do mundo das ideias, tampouco é um processo “neutro” em que todos os seres humanos do mundo podem participar de igual maneira. Freire deixa explícito como este processo é um movimento que se dá em uma situação concreta, material e socialmente caracterizada, em que a maioria das pessoas do mundo são impedidas de serem humanas, já que são constantemente pisoteadas e destroçadas material e culturalmente. Em duas palavras: são oprimidas.

Para embasar essa visão, Freire assume tanto o trabalho de Karl Marx quanto o de Frantz Fanon. Do primeiro, recupera a análise do funcionamento da sociedade capitalista em que, por meio da expropriação da mais-valia, a riqueza de poucos (capitalistas) é construída a partir da exploração e do empobrecimento de muitos (trabalhadores). Freire resgata do legado marxista também o pensamento dialético-histórico e a relação/tensão entre estrutura-superestrutura. Já do pensador francês Fanon⁵³, o educador apropria-se dos mecanismos culturais de dominação que os colonizadores “instauram” nos colonizados e destrincha tais dinâmicas na contradição opressor-oprimido – a estes assuntos, retornarei com mais profundidade ao longo deste capítulo.

preciso: a incompletude de todos os sistemas matemáticos suficientemente potentes para formular a aritmética). O ser humano, incompleto e perenemente em busca, produziu uma matemática também incompleta. É muita poesia! – arrisco-me a dizer. E, para continuar com imagens e metáforas, coloco também que os processos que estão sendo discutidos (de luta, de humanização, de *ser mais*,...) podem ser vistos como a aproximação de uma curva de sua assíntota. Assim, a assíntota seria uma situação ideal de igualdade social ou de completude humana: apesar de nunca alcançadas, os processos (de luta, de humanização, de libertação,...) nos aproximam delas. Por isso, Paulo Freire sempre será atual! (Devo esta imagem à professora Wanessa Trevizan, à qual vai o meu profundo agradecimento.)

⁵² Freire conhecia bem esta corrente filosófica europeia, já que é a partir dela que Karl Marx (e, em geral, toda a “esquerda hegeliana”) move-se para resgatar o método dialético e transformar aquela que era uma luta do espírito em uma luta entre seres humanos em carne e ossos, movidos por interesses contrapostos. Freire cita explicitamente a dinâmica servo-padrão apontada por Hegel (ibidem, p. 59) e a dialética eu/não-eu (ibidem, p. 71).

⁵³ Manifestadamente, Freire faz referência à principal obra de Fanon ao citar a expressão “condenados da terra” (FREIRE, 2001, p. 31 e 130) e ao referenciar novo trecho da mesma obra (ibidem, p. 49 e 161).

Nota-se que uma grande parcela da humanidade é impedida – por uma sociedade injusta e opressora – de construir a sua própria humanidade e de buscar o seu próprio “ser mais”. Sendo assim, o processo de humanização adquire um caráter não somente metafísico e ontológico, mas político e histórico: o ser humano oprimido somente pode realizar-se lutando contra o seu opressor e os mecanismos (sociais, econômicos e culturais) que o impedem de “ser mais”.

Parece-me que nos deparamos aqui com um ponto teórico fundamental em toda a pedagogia freiriana, do qual descendem quase necessariamente os outros elementos que tornam a sua pedagogia tão impalatável aos reacionários e opressores: a antropologia e a ontologia do ser humanos são essencialmente políticas, já que não existe o ser humano “em essência”, isolado do tempo, da história e da sociedade; o ser humano vive uma historicidade que é uma situação de opressão que o impede justamente de buscar a própria humanidade. Ou seja: não existe um outro ser humano que não seja o ser humano que vive o seu tempo e em sua sociedade.

Na “Pedagogia do oprimido”, Freire não qualifica de maneira explícita e organizada qual seria a opressão, todavia, é relativamente fácil evidenciá-la a partir das referências implícitas contidas na própria obra e das referências que o autor fornece: quando, por exemplo, ele aponta uma “<ordem> social injusta” (FREIRE, 2001, p. 31, grifo do autor), refere-se à sociedade capitalista e colonialista. Podemos enxergar isto ao perceber como Freire descreve a relação entre opressor-oprimido, ao relatar as dinâmicas entre patrão e camponês (ibidem, p. 51), ou quando reforça como, na sociedade capitalista, existem classes diferentes e antagônicas.

Não havendo como negar – ainda que o tentem – a existência das classes sociais em relação dialética⁵⁴ umas com as outras em seus conflitos, fala-se da necessidade de compreensão e de harmonia entre os que compram e os que são obrigados a vender a sua força de trabalho e tempo de vida. Harmonia, no fundo, impossível, em razão do antagonismo indissolúvel que há entre uma classe e outra (ibidem, p. 140-141).

Nas mesmas páginas, em notas de rodapé, Freire cita um documento de bispos do “terceiro mundo” que aponta como “[t]oda compra ou venda do trabalho é uma espécie de escravidão” (ibidem, p. 140-141), e logo na nota sucessiva aponta uma carta do próprio Marx, que termina com

[demostrei] 1) que a existência das classes vai unida a determinadas fases históricas de desenvolvimento da produção; 2) que a luta de classes conduz à ditadura do proletariado; 3) que esta mesma ditadura não é, por si, mais que o trânsito até a abolição de todas as classes, para uma sociedade sem classes. (ibidem, p. 141)

⁵⁴ Debruçar-me-ei mais detidamente sobre as tensões dialéticas entre “os opostos” no item 2.3. De antemão, deixo claro que, além das continuidades presentes entre a dialética clássica de origem heraclitiana e a moderna “reinventada” por Hegel e, sobretudo, por Marx, vou fazer referência a esta última, sendo também o *frame* a que faz referência a obra freiriana.

A crítica ao capitalismo, mesmo nunca sendo este citado, permeia em filigrana toda a obra: se as citações a Karl Marx, Simone de Beauvoir, Frantz Fanon e Jean Paul Sartre não constituíssem caracterização suficiente, há o termo revolução que, continuamente, permeia o texto. Atualmente, estamos acostumados a usar este termo sob diferentes contextos, de maneira esvaziada e até mercadológica: um novo *smartphone* é “revolucionário”; um político promete uma “revolução”; qualquer mudança, verdadeira ou suposta, por menor e insignificante que seja, passa a ser rotulada como “revolução”. Já quando Freire fala em revolução, vê-se que ele dá a esta expressão um significado grande, profundo e radical de mudança total na maneira de pensar e nas estruturas econômicas, sociais e políticas que constituem a sociedade. Este significado é apontado pelos revolucionários que são citados e endossados na “Pedagogia do oprimido”, a saber: Mao Tsé-Tung (ibidem, p. 84-85, p. 134), Ernesto Che Guevara (ibidem, p. 79-80, 164, 168-169), Vladimir Lenin (p. 122), Camilo Torres (p. 161, 169) e Fidel Castro (p. 163).

Acredito, em razão dos elementos discutidos, que quando Freire fala em revolução, este não se refere a uma genérica mudança nos costumes ou somente a algo da esfera da cultura. A revolução é um ato radical de subversão da ordem dominante e dos vínculos de dominação coloniais entre os países imperialistas e os países colonizados. Para nos livrar de quaisquer dúvidas acerca desta questão, basta citar o próprio Freire em duas obras sucessivas à “Pedagogia do Oprimido”: “sou professor contra a ordem capitalista vigente que inventou esta aberração: a *‘miséria dentro da fartura’*” (2015, p. 100, grifo do autor); e a favor do “empenho para a criação do socialismo democrático, enquanto empreitada histórica” (FREIRE, 2005, p. 5).

Assim, ao observar a sociedade, enxergam-se os oprimidos pisoteados e explorados, cuja vocação a “ser mais” lhes é negada na injustiça e na violência por parte dos opressores; e se veem a desumanização e o roubo de humanidade que os opressores perpetram aos oprimidos. Esta condição é não somente uma condição concreta, moldada pelas relações econômicas, de poder e de violência explícita; ela reflete-se e se nutre de uma violência “simbólica”, de uma dominação também mental: os oprimidos, tal como o escravo de Aristóteles⁵⁵, não têm consciência “por si”, são impedidos de realizarem o seu projeto, porém, ao contrário, têm o comportamento prescrito e imposto pela consciência (e o poder material) do opressor (FREIRE, 2001, capítulo 1).

⁵⁵ “Um ser que, por natureza, não pertence a si mesmo, mas a um outro, mesmo sendo homem, este é, por natureza, um escravo. Pertence a um outro que, mesmo sendo homem, é objeto de propriedade e instrumento ordenado à ação e separado”. (POL. I, 5, 1254 a, 14-18, grifo meu). Não sendo capaz de pensar (planejar), o próprio escravo seria o realizador dos projetos do seu patrão. De acordo com alguns estudiosos, o próprio Aristóteles percebia a fraqueza do seu argumento (ver BERTI, Il pensiero politico di Aristotele, Roma-Bari, 1997, p. 33).

Como já mencionado, o principal eixo em que Freire – quando escreve “Pedagogia do oprimido” – enxerga a contradição oprimido-opressor é o eixo de classe. Logo que o livro começa a circular, é apropriado por movimentos sociais e de base, por grupos militantes da esquerda e, mais lentamente, pela academia ao redor do mundo. Sendo assim, começam a surgir também críticas e apontamentos à obra. Parece-me que os mais eficazes são os que questionam a ausência (ou a falta de destaque suficiente) de eixos de opressão segundo as linhas de fratura de gênero (homem-mulher), de “raça” (branco-negro/nativo) e de orientação sexual (hétero-homo).

Destituído do receio de ruir no retrato hagiográfico, quero relatar o modo como Freire teceu ampla autocrítica e, ao longo de sua trajetória política, pessoal e intelectual, abraçou tais apontamentos para repensar o conceito de opressão, a fim de abranger estes eixos presentes na sociedade. A prática do diálogo, a qual ele sempre sustentou ser a base de uma pedagogia progressista e transformadora, não constituiu mero discurso, pelo contrário, foi algo em que ele realmente acreditou e tentou praticar a vida inteira.

Uma destas autocríticas analisadas publicamente com mais veemência é a referente à questão de gênero na linguagem. O próprio Freire relatou:

Começarei exatamente pela linguagem machista que marca todo o livro e de minha dívida a um sem-número de mulheres norte-americanas que, de diferentes partes dos Estados Unidos, me escreveu, entre fins de 1970 e começos de 1971, alguns meses depois que saiu a primeira edição do livro em Nova York. Era como se elas tivessem combinado a remessa de suas cartas críticas que me foram chegando às mãos em Genebra durante dois a três meses, quase sem interrupção. [...] “Ora, quando falo homem, a mulher necessariamente está incluída”. Em certo momento de minhas tentativas, puramente ideológicas, de justificar a mim mesmo, a linguagem machista que usava, percebi a mentira ou a ocultação da verdade que havia na afirmação: “Quando falo homem, a mulher está incluída”. E por que os homens não se acham incluídos quando dizemos: “As mulheres estão decididas a mudar o mundo.”? Nenhum homem se acharia incluído no discurso de nenhum orador ou no texto de nenhum autor que escrevesse: “As mulheres estão decididas a mudar o mundo”. (FREIRE, 2005, p. 66-67)

Freire assumiu o diálogo como forma de construção do ser humano e esteve aberto às críticas que os movimentos lhe levaram, ao ponto de realizar autocrítica em público e de admitir pautas que jazem no fundo de tais críticas, assumindo explicitamente que a luta contra o machismo faz parte da luta dos oprimidos: “a recusa à ideologia machista, que implica necessariamente a recriação da linguagem, faz parte do sonho possível em favor da mudança do mundo”. (FREIRE 2005, p. 68).

Este caminho, que oferece outro ponto de vista, é relatado também por Bell Hooks (2019, capítulo 4). A autora (*nom de plume* da professora e ativista política negra Gloria Jean Watkins) debruça-se sobre o que representa, em sua trajetória política e pessoal, o encontro (metafórico e

presencial) com Freire, reconhecendo como havia questões vinculadas ao machismo na própria “Pedagogia do oprimido” e como o autor demonstrou-se sempre aberto a discutir tais pontos e a acolhê-los como críticas justas e construtivas. De maneira extremamente reveladora, Hooks confessa que: “[m]ais que na obra de muitas pensadoras feministas burguesas brancas, na obra de Paulo havia o reconhecimento da subjetividade dos menos privilegiados” (ibidem, p. 75), e “que me senti incluída em Pedagogia do oprimido, um dos primeiros livros de Freire que li, muito mais do que me senti incluída [...] nos primeiros livros feministas que li”. (ibidem, p. 73).

As questões de gênero, cor da pele e classe formam um emaranhado complexo, e, neste sentido, Bell Hooks admite que a “Pedagogia do oprimido”, mesmo não levando (explicitamente) em consideração o machismo como eixo de opressão desta sociedade, ofereceu a ela, jovem militante negra, tanto um lugar de acolhimento quanto palavras para descrever a sua condição de oprimida: “a obra de Paulo Freire foi uma água viva para mim” (ibidem, p. 72).

Cada vez mais, ao longo da sua jornada, a obra de Freire “abre-se” e recebe as contribuições de grupos e de movimentos engajados ao redor do mundo na tarefa de libertação dos oprimidos, e, aos poucos, o reconhecimento de questões de cor de pele e de gênero como eixos em que se instaura a dinâmica oprimido-opressor. Por exemplo, em um de seus últimos escritos, Freire produz uma lista bem indicativa de grupos oprimidos: “a posição do pobre, do mendigo, do negro, da mulher, do camponês, do operário, do índio” (FREIRE, 2000, p. 66). Ou, ainda:

A prática preconceituosa de raça, de classe, de gênero ofende a substantividade do ser humano e nega radicalmente a democracia. Quão longe dela nos achamos quando vivemos a impunidade dos que matam meninos nas ruas, dos que assassinam camponeses que lutam por seus direitos, dos que discriminam os negros, dos que inferiorizam as mulheres. Quão ausentes da democracia se acham os que queimam igrejas de negros porque, certamente, negros não têm alma. Negros não rezam. Com sua negritude, os negros sujam a branquitude das orações [...] (FREIRE, 2015, p. 37)

Na mesma obra, Freire lista algumas expressões carregadas de ideologias opressoras, dentre as quais:

“O negro é geneticamente inferior ao branco. É uma pena, mas é isso o que a ciência nos diz.”; “Em defesa de sua honra, o marido matou a mulher.”; “Maria é negra, mas é bondosa e competente.”; “Esse sujeito é um bom cara. É nordestino, mas é sério e prestimoso”; “Que vergonha, homem casar com homem, mulher casar com mulher”; “Quando negro não suja na entrada, suja na saída.” (ibidem, p. 129-130)⁵⁶

⁵⁶ A obra "Pedagogia da autonomia" foi publicada pela primeira vez em 1996. Infelizmente, as frases racistas, homofóbicas e classistas que Freire relata não são sua invenção, nem coisa de um passado próximo: ainda hoje o Brasil é cheio de frases como “você não tem cara de médico” (como mostrado relatado nesta reportagem: <https://educacao.uol.com.br/noticias/2016/07/11/antes-de-entrar-na-uerj-aluna-negra-ouviu-que-nao-tinha-cara-de-medica.htm>) ou “você tem cara de empregada” (como relatado nesta matéria: <https://noticias.uol.com.br/saude/ultimas-noticias/redacao/2013/08/27/jornalista-diz-que-medicas-cubanas-tem-cara-de-empregada-domestica.htm>). Ou seja, a derrota do preconceito ainda demandará muito trabalho e muita luta!

Parece-me evidente que o argumento que Eduardo Galeano usava para mostrar a força e a persistência de Ernesto Che Guevara na sociedade⁵⁷ – ou seja, a coerência entre a teoria e a prática, entre o discurso e as ações – aplica-se também à jornada de Paulo Freire: uma postura aberta ao diálogo, às críticas, uma teoria que constantemente tem que se confrontar com as práticas dos movimentos de libertação em cada canto do mundo. De fato, é com isto que nos deparamos quando olhamos o desenvolvimento da obra do educador.

Reforço, a complemento, que justamente em virtude desta visão dialógica e “inacabada” não somente do ser humano, mas também de sua obra e de seu olhar sobre o mundo, Freire seria o primeiro a não concordar em considerar o seu *opus* como “o livro sagrado da libertação”. Neste sentido, penso que, semelhantemente à mesma sorte que recebeu a produção de Marx, aquilo que devia ser uma “caixa de ferramentas” nas mãos dos oprimidos a fim de usarem em seu processo de libertação, foi muitas vezes “fossilizado” em um livro sagrado, sob uma interpretação dogmática, literal e estática de um pensamento que nasce dialético e está constantemente em evolução. Do mesmo modo, a obra de Freire é uma obra viva nas mãos e nas mentes dos oprimidos do mundo, constantemente criticável, alargável e complementável à luz de sempre novas lutas, pautas, vozes e olhares que a história e o protagonismo dos oprimidos nos colocam.

2.2. A concepção do processo educativo

No item precedente, tentei mostrar o caráter dinâmico e processual do “ser humano” aliado, sobretudo, à indissolubilidade desta tarefa com a luta contra a opressão: a opressão (de classe, de gênero, sexual e racista) impede a pessoa de procurar e construir a sua própria humanidade. Por isso, ser humano significa estar constantemente lutando, pois o ser humaniza-se na luta contra as opressões que o impedem de ser humano. A luta é, portanto, parte essencial do processo de ser humano. Não existe humanidade sem luta contra a opressão.

Esse processo de emancipação, tão indissociavelmente vinculado à própria essência do ser humano, apresenta-se na “Pedagogia do oprimido” como uma moeda de duas faces: o processo de libertação das opressões é, por sua vez, uno com um processo educativo. Além de ser evidente pela própria leitura do livro, Freire explicita isto juntando, repetidamente, o campo semântico da

⁵⁷ “Não será por que Che/ Dizia o que pensava e fazia o que dizia?/ Não será por isso que segue sendo/ tão extraordinário/ Num mundo onde palavras/ e atos tão raramente se encontram?” (GALEANO, 2008, p. 304, tradução minha)

educação com o da revolução. Eis alguns exemplos (FREIRE, 2001): “[...] o caráter eminentemente pedagógico da revolução” (p. 54); “[...] o caráter pedagógico da revolução” (p. 133); “se há de reconhecer ao processo revolucionário o seu caráter eminentemente pedagógico” (p. 134-135); “Para o educador humanista ou o revolucionário autêntico [...]” (p. 84); “a concepção problematizadora [da educação] [...] se faz revolucionária” (p. 73); “Educador e educandos (liderança e massas)” (p. 56); “[...] um educador humanista, revolucionário” (p. 62); “[...] uma pedagogia humanizadora, em que a liderança revolucionária [...]” (p. 55); “no processo revolucionário a liderança não pode ser bancária” (p. 75); e “o conteúdo programático da educação ou da ação política” (p. 86).

Esse entrelaçamento entre os processos educativo e revolucionário é revelador da concepção que Freire tem sobre ambos: um processo de mudança radical do mundo necessariamente ocorre mudando também os sujeitos envolvidos – e vice-versa. O processo de tomada de consciência é necessariamente parte integral do processo revolucionário. Dito por meio de um *slogan*: não há um, sem o outro. A “Pedagogia do oprimido” é, portanto, um livro que tem como tema a educação e a revolução; assim, não surpreende o fato de que, por exemplo, quando o livro foi publicado pela primeira vez no Uruguai, no começo dos anos 1970, como já apontado anteriormente, muitos ativistas de esquerda e muitos católicos radicais⁵⁸ o tomaram como base pela própria atividade de militância com os oprimidos (BRUGALETTA, 2020). Devido ao fato de a obra freiriana estar em uma encruzilhada inseparável entre educação e revolução e também ao histórico de recepção deste *corpus* na academia e nas lutas sociais, por vezes, serão citadas obras e experiências que remetem diretamente ao campo dos movimentos sociais e da educação popular⁵⁹.

É preciso destrinchar bem essa união entre a mudança e a educação porque, por trás de uma aparente simplicidade, há várias possibilidades de desentendimentos. Primeiramente, esta relação educação-revolução é, para usar um termo gramsciano, *orgânica* (LIGUORI; VOZA, 2017, p. 883-884), isto é: não é uma relação linear, organizada, em que há causa-efeito e antes-depois, mas sim um processo dialético de contínua interferência e fortalecimento mútuos. Isto significa, por exemplo, que não faz sentido perguntar-se por onde começar: se pela educação ou pela luta, pois

⁵⁸ Refiro-me aqui ao contexto dos anos 60 e 70 do século XX, em que eram comuns experiências de leituras da própria mensagem evangélica à luz das categorias marxistas. O movimento mais exemplificativo a este respeito foi, sem dúvida, a teologia da libertação, que o próprio Freire, de alguma forma, resgata ao citar a vida do “amoroso Camilo Torres” (FREIRE, 2011, p. 161).

⁵⁹ Questionado sobre a experiência de alfabetização no município de Angicos (RN) e a conseqüente obra “Educação como prática da liberdade” não serem “propostas acadêmicas”, Freire responde: “Não, não era. Como sempre, a academia chega depois à realidade [a luta]”. (PASSETTI, 1998, p. 56).

começa-se por onde é possível começar – ressaltando-se que ambas as dimensões operam juntas. O próprio Freire debruça-se sobre este tipo de objeções “etapistas” ou “linearistas”. Em suas palavras:

Esta é a razão por que a concepção problematizadora da educação não pode servir ao opressor. Nenhuma “ordem” opressora suportaria que os oprimidos todos passassem a dizer: “Por quê?”. Se esta educação somente pode ser realizada, em termos sistemáticos, pela sociedade que fez a revolução, isto não significa que a liderança revolucionária espere a chegada ao poder para aplicá-la. No processo revolucionário, a liderança não pode ser “bancária”, para depois deixar de sê-lo. (FREIRE, 2001, p. 75)

Está ainda mais explícito neste trecho a seguir:

“[...] Mesmo porque, continuam [os equivocados], não é possível fazer educação antes da chegada ao poder. Educação libertadora”. [...] Acreditam (não todos) na necessidade do diálogo com as massas, mas não creem na sua viabilidade antes da chegada ao poder. Ao admitirem que não é possível uma forma de comportamento educativo-crítica antes da chegada ao poder por parte da liderança, negam o caráter pedagógico da revolução, como revolução cultural. Por outro lado, confundem o sentido pedagógico da revolução com a nova educação a ser instalada com a chegada ao poder. A nossa posição, já afirmada e que se vem afirmando em todas as páginas deste ensaio, é que seria realmente ingenuidade esperar das elites opressoras uma educação de caráter libertário. Mas, porque a revolução tem, indubitavelmente, um caráter pedagógico que não pode ser esquecido, na razão em que é libertadora ou não é revolução, a chegada ao poder é apenas um momento, por mais decisivo que seja. Enquanto processo, o “antes” da revolução está na sociedade opressora e é apenas aparente. [...] O novo da revolução nasce da sociedade velha, opressora, que foi superada. [...] Por isto é que, numa visão dinâmica e não estática da revolução, ela não tem um antes e um depois absolutos, de que a chegada ao poder seria o ponto de divisão. (FREIRE, 2001, p. 133, grifo do autor)

Por fim, uma crítica explícita a uma visão rasteira e simplista da teoria da reprodução sobre a esquerda:

[Nos anos 1970, a] esquerda burra [sic!] dizia que não havia mais o que fazer dentro de nenhuma escola, porque ela era sempre uma reprodução da ideologia dominante. Mas nos anos 80 essa coisa foi posta em seu devido lugar e se chegou a uma compressão mais dialética das relações da escola com a realidade. (FREIRE apud PASSETTI, 1998, p. 62)

Primeiramente, há de se perceber como, novamente, Freire fala explicitamente das dinâmicas de um processo revolucionário e que, por este motivo, esta conversa atrela a si mesma uma discussão sobre o processo pedagógico que acompanha o processo de mudança.

A questão que Freire formula e à qual responde poderia ser colocada da seguinte maneira: mas se a sociedade na qual vivemos é estruturalmente classista, racista e patriarcal, ou seja, é baseada na mais brutal opressão, não seria impossível, no interior dela, desenvolver uma educação libertadora? A educação libertadora não seria algo passível de construção somente depois da tomada do poder pela revolução?

A resposta de Freire é clara: não! Porque o olhar ao mundo é um olhar dialético e orgânico, sob o qual a revolução não é um fato pontual, localizado no espaço e no tempo (tal como a tomada

da Bastilha, na França, ou do Palácio do Inverno, na Rússia), mas sim um processo que está presente no estado de coisas que se visa superar⁶⁰. Acredito que não há como, por mais opressiva que seja a sociedade, não haver também no interior dela movimentos de resistências; assim como, de semelhante modo, não é possível separar em um imã o polo positivo do negativo: pois, onde há um, deve haver o outro. Esta visão retoma, por um lado, a ideia marxiana de que um estado de coisas traz, em si, as contradições que permitirão superá-lo⁶¹; e, por outro viés, ecoa a ideia gramsciana de hegemonia como a capacidade de um bloco social de ganhar uma narração no corpo da sociedade inteira.

Analiso isso como um ponto fundamental e cheio de esperança: o trabalho que visa a uma educação progressista, libertadora e humanizante pode ser feito mesmo no interior da sociedade mais repressora. Certamente, quanto mais opressora for a sociedade, mais difícil será a propositura de uma educação humanizadora e, por conseguinte, mais será preciso lutar para ganhar espaços a fim de que isto seja possível e viável:

[...] não tenho dúvida de que a confrontação não é pedagógica e sim política. Não é lutando pedagogicamente que vou mudar a pedagogia. Não são os filósofos da educação os que mudam a pedagogia, são os políticos sob nossa pressão que vão fazê-lo, se os pressionarmos. A educação é uma prática eminentemente política. [...] Para mim, repito, esta é uma luta política. (FREIRE, 2008, p. 48)

Eis, de novo, o caráter emaranhado, orgânico⁶² e dialético entre luta e educação, pois não existem melhorias na educação sem luta – e não existe luta que não seja um processo educativo.

Acabei de relatar, resumidamente, como esse processo educativo é, para Freire, um movimento integrando e integrante ao processo revolucionário. É o processo de mudança radical da sociedade que liberta os oprimidos e, por sua vez, tais processos são essenciais (ou “a” essência?) ao caminho do ser humano, que se humaniza precisamente nesta luta por sua liberdade, pelo “ser mais”.

Quais seriam, então, as características deste processo educativo? Tentarei responder a esta pergunta destacando os elementos salientes da pedagogia libertadora de Freire. Pretendo lembrar sempre que o sentido pleno de tais elementos somente pode ser visto ao se considerar que, ao se falar de educação, fala-se também de revolução.

⁶⁰ Aqui também está presente uma ideia de revolução permanente: “[...] uma sociedade de homens em processo de permanente libertação”. (ibidem, p. 134).

⁶¹ Marx analisa o funcionamento do capitalismo e observa o que este necessita para funcionar (e também para extrair e acumular mais-valia): da contratação de trabalhadores assalariados. E devido ao processo de acumulação, periodicamente propiciará a deflagração de crises de superprodução. Estas condições permitirão que os trabalhadores organizem-se e possam lutar para superar a sociedade capitalista.

⁶² Retomo o termo da tradição gramsciana: ver item 2.4.

A primeira característica que evidenciarei é que o processo de humanização-libertação é uma empreitada coletiva: “ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo” (FREIRE, 2001, p. 68). A mesma estrutura é usada ao se trocar o campo semântico educativo pelo da revolução: “ninguém liberta ninguém, ninguém se liberta sozinho: os homens se libertam em comunhão” (ibidem, p. 52). Os dois conceitos são verdadeiros títulos de item, destacando, assim, a importância da ideia; também, mais uma vez, podemos entender como educação e libertação (revolução) constituem um emaranhado em que constantemente um revela o outro e vice-versa. Esta ideia de que a modalidade da educação-libertação é coletiva, “em comunhão” com outras pessoas é uma ideia arquitraque de toda a pedagogia freiriana e, a partir disto, posso tentar mostrar como ela nasce e quais desdobramentos carrega consigo.

Em primeiro lugar, Freire insere-se no trilha filosófico que, desde pelo menos Aristóteles, enxerga o ser humano como um “animal social”: um ser que necessita da dimensão relacional com seus pares para viver a sua humanidade. Em segundo lugar (pelo menos, sob um ponto de vista cronológico), a carência de uma ação coletiva dos oprimidos é um legado das próprias lutas que foram travadas ao longo da história. A constatação é de que, analisando as forças, um operário sozinho que luta pelo aumento de salário e uma mulher sozinha que luta pelo direito ao voto nada contam frente ao poder do patrão ou à sociedade machista. Isto é, somente a ação conjunta e participativa de muitos operários e de muitas mulheres “em comunhão” é que pode alcançar a força, a “massa crítica” para reverter a correlação de forças e, assim, conquistar sua reivindicação. Nas palavras de Freire: “Esta busca do ser mais, porém, não pode realizar-se no isolamento, no individualismo, mas na comunhão, na solidariedade dos existires, daí que seja impossível dar-se nas relações antagônicas entre opressores e oprimidos”. (ibidem, p. 75).

A partir disso, Freire leva adiante sua análise fincada em sua concepção ontológica do ser humano: se a pessoa é um ser histórico que somente se realiza quando pode conscientemente construir o seu próprio caminho e a sua própria humanidade, é necessário que a sua ação não seja imposta por um chefe, mas que seja uma ação na qual ela mantém o protagonismo. O oprimido em processo de libertação não pode ser guiado por um chefe, pois isto nada mais seria do que uma reprodução da opressão sob um (falso) rótulo de libertação; o oprimido tem que agir com os outros de maneira consciente e compartilhada (“comunhão”). Educação, libertação e revolução nunca podem ser feitas para alguém, mas sempre com alguém; juntos e conectados pelo vínculo de solidariedade.

Do ponto de vista educativo, a necessidade do agir compartilhado e da educação como processo mútuo também é desenvolvido a partir de uma quebra radical de concepções assentadas na tradição do pensamento (autoritário) sobre educação. Freire rompe com a visão dicotômica saber/não saber, quem sabe/quem não sabe: todo mundo é portador de conhecimentos e é justamente no processo educativo que tais conhecimentos confrontam-se, modificam-se e geram novo conhecimento⁶³. Esta visão é realmente revolucionária ao acabar com o conceito que Freire rotula de “alienação” (ou “absolutização”) da ignorância (ibidem, p. 58): a ideia de que o ignorante é sempre “o outro” (o aluno, o leigo, o “não estudado”, contraposto ao professor, o especialista, o cientista); ou a perda da dimensão relativa do par ignorância/conhecimento. Ser ignorante é sempre ser ignorante de algo e, em um dado momento, nunca é uma condição absoluta do “ser”. Freire (2005, p. 47-50) relata um acontecimento bem significativo a este respeito: ao participar de um encontro em uma aldeia de camponeses nos arredores de Santiago, no Chile, notou o silêncio dos participantes em razão da convicção de que eles eram pobres camponeses ignorantes e Freire o intelectual da cidade, detentor do conhecimento. O educador então propôs um jogo: tanto ele quanto os aldeões deviam formular dez perguntas, desafiando o outro a responder. O jogo acabou no empate: os camponeses não souberam responder a nenhuma pergunta sobre gramática que Freire propôs, assim como este não soube responder às perguntas sobre as práticas agrícolas que os colonos lhe submeteram. Com toda a evidência, a frase “Fulano é ignorante” não faz sentido: cada um ignora (e conhece) determinados assuntos em um determinado momento.

Freire posiciona as figuras do educando e do educador em uma relação dialética, orgânica e bidirecional, na qual não se sustenta a ideia reacionária de professor como “detentor de conhecimento”, que “preenche” o aluno “vazio”. O processo educativo libertador e humanizador acontece na interação honesta e verdadeiramente aberta à troca e à mudança entre educador e educando, em que ideias, vivências e paixões de todos os atores envolvidos são respeitadas e mobilizadas para a construção de novo conhecimento. Freire rotula a velha postura reacionária de “educação bancária” (FREIRE, 2001, cap. 2). A metáfora chega a ser até brutal na precisão de como descreve o processo desumanizado desta “educação”: tal como alguém leva uma mala de dinheiro ao caixa do banco para depositar na sua conta⁶⁴, assim o professor bancário deposita o

⁶³ Esta visão tem bastantes pontos em comum com a abordagem da sociologia pragmática, sobretudo no que diz respeito a romper com a ideia da necessidade de um “especialista” – no caso, o sociólogo – que, único! está apto a exercer a crítica e a explicar a realidade aos demais. Retomarei a discussão acerca deste aspecto no item 3.7

⁶⁴ Nos dias de hoje, esta metáfora pode ser atualizada de uma maneira ainda mais crua: o depósito já nem envolve mais o atendente no caixa, podendo ser realizado de maneira “robotizada” em um caixa automático 24 horas, ou até em casa, por meio de aplicativo (sem falar, atualmente, do Pix). Freire não podia prever isso, mas a sua metáfora de

conhecimento no aluno, o qual não tem nenhum papel ativo, mas se comporta como um vaso que está sendo devidamente preenchido de terra, de água etc. A educação bancária é uma prática que não reconhece ao educando o *status* de sujeito e de ator, mas o “coisifica” e o reduz a objeto da vontade alheia do educador.

Sempre mantendo presente o elo entre os processos educativo e revolucionário, reitero que a educação bancária está a serviço da conservação de uma sociedade injusta e da divisão entre oprimidos e opressores. Se a “concepção problematizadora [...] se faz revolucionária” (FREIRE, 2001, p. 73), ao contrário, a educação bancária enxerga os educandos “como seres da adaptação, do ajustamento [à realidade opressora]” (ibidem, p. 60). Trata-se de uma educação que visa ao acomodamento e à adaptação, que reprime os desejos e a busca do educando por ler, problematizar e mudar o mundo. Em suma, reprime a sua humanidade e o seu desejo de ser mais.

Apesar dos avanços na concepção e nas práticas pedagógicas, as ideias de uma educação bancária ainda estão enraizadas nas ações escolares e no imaginário da sociedade. Este “*frame* bancário” se mostra quando, ao discutir sobre as ideias a serem debatidas em sala de aula, usa-se o termo “conteúdo”. Ora, se há um conteúdo, deve haver um recipiente, alguém em quem depositar tal “conteúdo”. E, de semelhante modo, fala-se em “dar aula”, como se fosse um objeto que o professor doasse aos alunos. O cúmulo desta concepção bancária e autoritária encontrei recentemente no principal jornal italiano, no qual um intelectual e editorialista de renome deu sua receita para melhorar o funcionamento das escolas:

[É preciso a r]eintrodução, em cada sala de aula da escola, do tablado, de maneira tal que a mesa do professor esteja poucas dezenas de centímetros mais alta do nível em que sentam os alunos. Isto teria o sentido de indicar, com a extrema clareza do símbolo [a mesa mais alta], que a relação pedagógica – assim como escreveu Hannah Arendt, não exatamente uma filósofa gentiliana [referência a Giovanni Gentile, filósofo, político e ministro no fascismo] — tem que ser construída a partir de uma diferença estrutural e não pode implicar *nenhuma forma de igualdade entre docente e aluno*. A sede da própria democracia não são as salas de aulas escolares. Ainda a este princípio, deve se inspirar a reintrodução da obrigatoriedade, para cada turma de qualquer nível escolar, de se levantar em pé como sinal de respeito (e de boa educação) ao professor entrar na sala. (GALLI della LOGGIA, 2018, tradução e grifo meus)⁶⁵

“educação bancária”, cúmplice dos avanços da tecnologia, tornou-se ainda mais eficaz. Como não pensar, por exemplo, na transferência de dinheiro por meio de aplicativo como uma metáfora dos perigos da “educação a distância” que, cúmplice da sindemia do novo coronavírus, tanto espaço ganhou na sociedade?

⁶⁵ “Reintroduzione in ogni aula scolastica della predella, in modo che la cattedra dove siede l’insegnante sia di poche decine di centimetri sopra il livello al quale siedono gli alunni. Ciò avrebbe il significato di indicare con la limpida chiarezza del simbolo che il rapporto pedagogico — ha scritto Hannah Arendt, non propriamente una filósofa gentiliana — non può essere costruito che su una differenza strutturale e non può implicare alcuna forma di eguaglianza tra docente e allievo. La sede propria della democrazia non sono le aule scolastiche. Sempre a questo principio deve ispirarsi la reintroduzione dell’obbligo per ogni classe di ogni ordine e grado di alzarsi in piedi in segno di rispetto (e di buona educazione) all’ingresso nell’aula del docente.”

Primeiramente, quero fazer minha a observação de Marcos Bagno (2003, p. 14-15) e pontuar que falta vergonha a um intelectual que, “em alto e bom som”, mostra no principal jornal da Itália toda a sua ignorância sobre temáticas educativas e pedagógicas. Em segundo lugar, ressalto que tal proposta é um erro e revela uma concepção educativa elitista, bancária e que não busca, freirianamente, a libertação do ser humano; persegue a perpetuação da sua submissão ao presente estado de coisas. Por fim, destaco como tal infeliz artigo não seja casual: o seu autor é gramscianamente um intelectual orgânico que tem perfeitamente clareza ao defender os interesses da classe dos opressores (da qual é fiel servidor) contra os interesses dos oprimidos: explica-se o amor que demonstra à ideia de hierarquia, de poder e de reconhecimento (imposto) de autoridade do professor, que tem todo o desejo de fortalecer tal hierarquia, poder e autoridade da classe dominante.

Como seria possível construir os processos revolucionário (libertação) e educativo “em comunhão”, sem que uns ajam por outros, e todos ajam em uma dimensão de ação participativa e consciente? Respondo: por meio do diálogo. A princípio, pode parecer uma resposta banal, mas se vamos explorar o que Freire entende com isto, descobriremos que não se trata de nada menos do que uma atitude radical. Dialogar significa entrar em relação com o outro e se colocar no lugar deste, a fim de tentar entendê-lo e, ao mesmo tempo, estar apto à mudança. O diálogo é o meio e o fim da comunhão, pois serve para construí-la, e só se faz possível se houver uma disposição à abertura e à mudança: um respeito ao outro que é própria da comunhão. É um diálogo que não se reduz somente à esfera da “conversa”, mas tem que estar baseado nas duplas indissociáveis ação-reflexão e teoria-prática. Tal como evidencia o próprio Freire:

[...] ninguém pode dizer a palavra verdadeira sozinho, ou dizê-la para os outros, num ato de prescrição, com o qual rouba a palavra aos demais. O diálogo é este encontro dos homens, mediatizados pelo mundo, para pronunciá-lo, não se esgotando, portanto, na relação eu-tu. (ibidem, p. 78)

Enxergo aqui como o diálogo não é um simples “blábláblá” (ibidem, p. 78), “troca de ideias” (ibidem, p. 79), “conversa fiada”, “da boca pra fora” ou “lengua de madeira”⁶⁶ (SANTOS, 2020, p. 302); trata-se de uma dimensão essencial e constitutiva do ser humano⁶⁷, necessária ao seu processo histórico de ser mais, de humanização, e que não abrange somente os sujeitos envolvidos, pois compreende a própria realidade. O diálogo é uma modalidade com a qual se aproximar do

⁶⁶ Em italiano, uma expressão equivalente poderia ser “Menar il can per l’aia” (Fazer passear o cachorro no quintal).

⁶⁷ “O diálogo é uma exigência existencial”. (FREIRE, 2001, p. 79).

mundo, na verdade, trata-se da única modalidade, se queremos um processo verdadeiramente emancipador e humanizador de educação/revolução.

O fato de que o diálogo é algo profundo e levado tremendamente à sério na concepção freiriana é demonstrado, por exemplo, pela perspectiva na qual o autor pernambucano se coloca: dialogar com o outro é, antes de mais nada, genuinamente “escuta-lo”; para aprender a dialogar com a outra, é preciso exercer (o próprio) silêncio e prestar honestamente ouvido à sua fala. Assim, ele mesmo coloca

[...] quão importante e necessário é *saber escutar*.

Se, na verdade, o sonho que nos anima é democrático e solidário, não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a *escutar*, mas é *escutando* que aprendemos a *falar com eles*. Somente quem escuta paciente e criticamente o outro, fala *com ele*, mesmo que, em certas condições, precise falar *a ele*. O que jamais faz quem aprende a escutar para poder falar com é falar *impositivamente*. Até quando, necessariamente, fala contra posições ou concepções do outro, fala *com ele* como sujeito da escuta de sua fala crítica e não como objeto de seu discurso. O educador que escuta aprende a difícil lição de transformar o seu discurso, às vezes necessário, ao aluno, em uma fala *com ele*. (FREIRE, 2015, p.110-111, grifo do autor)

Por fim, mais uma demonstração de que quando Freire fala em diálogo, ele refere-se à prática radical e ontológica do ser humano, uma verdadeira modalidade de ser, é o fato de que ele não predica de maneira ingênua o diálogo com todos, mas somente com aqueles abertos e dispostos a tal:

Essa é a razão pela qual não é possível haver diálogo entre os que querem a pronúncia do mundo e os que não a querem; entre os que negam aos demais o direito de dizer a palavra e os que se acham negados deste direito. Antes é preciso que os que se encontram negados no direito primordial de dizer a palavra reconquistem este direito, proibindo que este assalto desumanizante continue. (ibidem, p. 79)

Ainda, “Sublinhemos, mais uma vez, que este encontro dialógico não se pode verificar entre antagônicos” [ibidem, p. 126, nota de rodapé]. Logo, não é possível o diálogo com quem o nega; não pode haver diálogo com quem se acha dono “da verdade e do saber” (ibidem, p. 80). Não é possível entrar naquela dimensão humana e humanizadora que é o diálogo com quem não reconhece a humanidade do outro e constantemente a pisoteia. Enfim, não pode haver diálogo entre oprimido e opressor. E, para que o diálogo possa acontecer, é preciso tolerância, aceitação e convivência com as diferenças; contudo, mais uma vez, não com todos os seres humanos, somente com aqueles que estão na luta contra as opressões: “A tolerância [é] a virtude revolucionária que consiste na convivência com os diferentes para que se possa melhor lutar contra os antagônicos”. (FREIRE, 2005, p. 39).

Para ter sustento de maneira coerente, a visão dialógica da educação deve também repensar o papel do “conteúdo”. A própria palavra pressupõe a existência de um vaso, um pote ou uma forma em que tal conteúdo seja depositado. E isto revela uma concepção bancária do processo educativo, sob a qual, como vimos, quem sabe fornece o conhecimento-conteúdo a quem não sabe. Isto, em um verdadeiro processo educativo para todos, não é possível de uma maneira prescritiva, mas sim descritiva. Para Freire, não é uma questão de preferir uma prática à outra, mas afirmar que, radicalmente, o único jeito no qual um processo educativo acontece é quando as ideias são (re)construídas coletivamente, em um processo dialógico. Tal perspectiva, particularmente na educação matemática, precisa enfrentar a convicção de que as ideias matemáticas estão “prontas”⁶⁸ e o professor, na melhor das hipóteses, precisa “traduzir” e “adaptar” tais ideias em sala de aula. Felizmente, temos uma boa literatura (a exemplo de: DAVIS; RENERT, 2009) que critica esta visão e aponta o professor (e, eu diria, também, os alunos na interação nas aulas) como construtores de novos saberes, situados e específicos, dotados da unicidade que a particular interação dialógica entre professor e alunos permitiu.

À luz da dimensão dialógica da educação (e da revolução), podemos entender, por exemplo, o termo “dodiscência” (docência-discência) que Freire (2015 p. 30) concebe para indicar o emaranhado inseparável existente entre os atos de ensinar e de aprender, assim como entre aluno e professor, uma vez que o papel de quem ensina e de quem aprende constantemente mudam de lado em uma relação verdadeiramente dialógica e comprometida com o processo de emancipação dos oprimidos. O aluno continuamente ensina e o professor continuamente aprende, e é assim, no âmbito desta dimensão dialógica, que a contradição educando-educador – intransponível na educação bancária, já que é o seu pressuposto – é superada na educação libertadora⁶⁹.

Podemos também entender como o antigo e obsoleto jargão de que “escola que tem que ensinar a ler e escrever” vem a ser totalmente ressignificado por Freire: a leitura da qual se fala na “Pedagogia do oprimido” é a leitura do mundo, da qual a escrita é um aspecto particular; nenhum aluno chega na escola “sem saber ler”, já que todos têm uma própria leitura do mundo. E escrever é substituído por “pronunciar” o mundo, que, sob a mesma metáfora de ler o mundo, indica a

⁶⁸ A ideia de que, por exemplo, uma vez “descoberto” e demonstrado o teorema de Pitágoras, este seja estabelecido de uma vez por todas e nunca mais muda. Mais sobre este aspecto, conferir o item 3.1.3.

⁶⁹ Isso não significa negar as diferenças objetivas entre professor e aluno: evidentemente, o professor é especialista em um determinado assunto, cabe a ele, portanto, “preparar” a dinâmica da aula etc. Mas isto de nada muda o que está escrito acima.

mudança, a transformação que os seres humanos, por meio da própria presença e ação consciente, conseguem exercer sobre a realidade.

Ler e pronunciar o mundo é, na pedagogia freiriana, como duas polaridades de uma tensão constante:

A existência, porque humana, não pode ser muda, silenciosa, nem tampouco pode nutrir-se de falsas palavras, mas de palavras verdadeiras, com que os homens transformam o mundo. Existir, humanamente, é pronunciar o mundo, é modificá-lo. O mundo pronunciado, por sua vez, se volta problematizado aos sujeitos pronunciantes, a exigir deles novo pronunciar. (FREIRE, 2001, p. 78)

A síntese de ler e pronunciar o mundo, entre pensar e fazer, entre ação e reflexão é a palavra. Dizer a palavra, para Freire, torna-se uma metonímia da própria ação humana, consciente, transformadora e coletiva. Dizer a palavra é ser humano no mundo.

Olhar para a palavra como uma metáfora da ação humana permite-nos, também, olhar o diálogo não só como uma simples prática intelectual e um debate entre ideias, mas como uma dimensão de interação entre seres humanos que transcende o nível do discurso e passa a ser uma categoria existencial: é o encontro, a troca em todos os níveis, é o compartilhamento das práticas (o diálogo é sempre “mediatizado pelo mundo”, *ibidem*, p. 78), é a alteridade (colocar-se no lugar do outro); é, possivelmente, a comunhão com o outro.

Destaco que, pela própria natureza radical, essencial e existencial da dimensão dialógica no pensamento freiriano, ela não pode existir sob qualquer condição e com qualquer um: “não é possível o diálogo entre os que querem a *pronúncia* do mundo [os oprimidos e os solidários com a sua causa] e os que não a querem [os opressores]”. (*ibidem*, p. 79, grifo do autor)

Essa dimensão dialógica não é somente interpessoal, mas se refletirá também em uma dinâmica interna⁷⁰: o sujeito oprimido vive uma cisão, uma auto-opressão, devido ao fato de a consciência do oprimido ser “colonizada” pelo opressor.

É interessante observar como Memmi (1977, apud FREIRE, 2001), em uma centrada análise da “consciência colonizada”, refere-se à repulsa do colonizado ao colonizador mesclada, contudo, de uma “apaixonada” atração por ele; e, não casualmente, o próprio Freire retoma este autor para embasar o seu conceito de opressor “hospedado” na consciência do oprimido.

⁷⁰ A ideia de uma prática que nasce para se relacionar com os outros e “depois” torna-se instrumento para o trabalho interno do sujeito lembra-me a análise de Vigotsky sobre a linguagem que, analogamente, nasce como ferramenta de comunicação social, mas que, todavia, acaba tendo a função de ajudar o pensamento do próprio sujeito, que começa a raciocinar usando as palavras, em um processo que o psicólogo soviético apelida de “fala egocêntrica” (VIGOTSKY, 1999). Não me parece casual que os dois campos sobre os quais ambos os intelectuais refletem estejam tão interligados: a “linguagem” e o “diálogo”.

A autodesvalia constitui outra característica dos oprimidos. Resulta da introjeção que eles fazem da visão que deles os opressores têm. De tanto ouvirem de si mesmos que são incapazes, que não sabem nada, que não podem saber, que são enfermos, indolentes, que não produzem em virtude de tudo isto, terminam por se convencerem de sua “incapacidade”. Falam de si como os que não sabem e, do “doutor”, como aquele que sabe e a quem devem escutar.

Os critérios de saber que lhes são impostos são os convencionais (FREIRE, 2001, p. 50). Em uma nota de rodapé na página seguinte, ao explicar o medo – da presença do patrão – por parte de um grupo de camponeses em revolta, Freire é ainda mais explícito: “Só sua presença já os assustava. Possivelmente também a ação mesma de lutar contra o patrão lhes provocasse sentimento de culpa. O patrão, na verdade, estava ‘dentro’ deles [...]”. (ibidem, p. 51). E ainda complementa:

Um dos elementos básicos na mediação opressores-oprimidos é a *prescrição*. Toda prescrição é a imposição da opção de uma consciência à outra. Deste lugar é o sentido alienador das prescrições que transformam a consciência recebedora no que chamamos de consciência “hospedeira” da consciência opressora. Por isto o comportamento dos oprimidos é um comportamento prescrito. Faz-se à base de pautas estranhas a eles — as pautas dos opressores. Os oprimidos, que introjetam a “sombra” dos opressores e seguem suas pautas, temem a liberdade. [...] Sofrem uma dualidade que se instala na “interioridade” do seu ser. [...] A libertação, por isto, é um parto. E um parto doloroso. (ibidem, p. 34-35, grifo do autor)

O oprimido tem “emaranhada” com a sua consciência a do opressor, em um nó difícil de desamarar, e da qual não dá para perceber nitidamente o início de uma e o fim de outra. O processo de reconhecimento e “expulsão” da consciência opressora presente no oprimido é difícil – é um parto dolorido! – porque abala profundamente o sujeito. A consciência oprimida tem que reconhecer uma dor, uma fratura na sua vida, no seu comportamento e na sua psique, pois ao expulsar o opressor, o oprimido depara-se com a necessidade de olhar-se como um sujeito ativo, que se encarrega das possibilidades – e dos riscos! – que a liberdade que está construindo faticamente lhe oferece. Também por isto, Freire continuamente reitera que a libertação não é um processo individual: a dor e o medo gerados por este processo podem ser mais facilmente enfrentados e superados se os oprimidos atuarem em redes de solidariedade.

Freire relata, por fim, a questão de como levar a cabo concretamente a pedagogia libertadora que descreve. Ele extrai das suas experiências como alfabetizador e educador popular um conceito abrangente – entretanto, preciso – sobre como construir o “conteúdo programático” deste processo educativo dialógico e humanizador: a ideia do “tema gerador”.

Sob esta expressão, Freire constrói um conjunto de práticas que constituem o núcleo de uma educação emancipadora e que se diferenciam nitidamente das práticas da educação bancária.

Primeiramente, temos a escolha do conteúdo programático: os assuntos e os argumentos que serão levados para dentro do processo educativo.

Será a partir da situação presente, existencial, concreta e refletindo o conjunto de aspirações do povo, que poderemos organizar o conteúdo programático da educação ou da ação política. O que temos de fazer, na verdade, é propor ao povo, através de certas contradições básicas, sua situação existencial, concreta, presente, como problema que, por sua vez, o desafia e, assim, lhe exige resposta, não só no nível intelectual, mas no nível da ação. Nunca apenas dissertar sobre ela e jamais doar-lhe conteúdos que pouco ou nada tenham relação com seus anseios, com suas dúvidas, com suas esperanças e com seus temores. Conteúdos que, às vezes, aumentam estes temores. Temores de consciência oprimida. Nosso papel não é falar ao povo sobre a nossa visão do mundo, ou tentar impô-la a ele, mas dialogar com ele sobre a sua e a nossa visões. (FREIRE, 2001, p. 86-87, grifos meus)

A busca pelo conteúdo programático é, então, algo que deve partir do diálogo dos educadores/revolucionários com a “situação presente, existencial, concreta, refletindo o conjunto de aspirações do povo”. De alguma forma, esta busca tem relação com “contradições básicas” – reveladoras de opressão – que exigirão análises, tomadas de consciência, atitudes e ações. A pena e o custo de não assumir este caminho de construção democrática do conteúdo é – ao invés de construir um caminho rumo à emancipação – de aumentar as contradições, os “temores” que a consciência dividida carrega em si.

Leituras levianas deste trecho, assim como de outros excertos da “Pedagogia do oprimido”, levaram a entender “a situação concreta” como algo meramente prático, com finalidades imediatistas: isto é revelador, por um lado, de uma falta de análise sobre o conceito de situação concreta; e, por outro, de uma má compreensão – uma compreensão objetificada e heterônoma – da consciência das mentes oprimidas. Acerca do primeiro aspecto, a ideia de que concreto seja somente aquilo que o sujeito pode tocar com as mãos foi problematizada por vários autores, inclusive sob o contexto da própria educação matemática. Por exemplo, Santos propõe que:

1) o *real imediato*: refere-se a situações do cotidiano, do contexto próximo ou do microcontexto; aquele que diz respeito ao sujeito e ao ambiente em que se insere, podendo ser: a sala de aula, o lar, a escola, a cidade, valores e crenças do sujeito etc.; 2) o *real mediato*: refere-se a situações que transcendam o ambiente próximo do sujeito, palpáveis ou não, que são do micro, meso ou macrocontextos: o exterior, contextos conexos aos do sujeito, mas diferentes destes: o mundo, o planeta, o universo cósmico ou mesmo o universo microscópico; e 3) o *real pensado/hipotetizado*: relativo a experiências que evidenciam curiosidades, especulações, inferências e levam a indagações, reflexões teóricas e generalizações baseadas num encadeamento consistente de ideias. Tais aspectos, que podem ser validados ou redimensionados — uma vez que se referem a escalas diferentes de universos e contextos, cujas fronteiras são flexíveis e difíceis de serem demarcadas —, levam em consideração um arco de manifestações possíveis para um mesmo sujeito, muitas vezes ao mesmo tempo, que não autoriza uma separação e oposição ostensivas entre concreto e abstrato, entre empírico e teórico, entre particular e geral como elementos que se sucedem numa linha temporal gradativa e que são mutuamente excludentes. (SANTOS, 2015, p. 22, grifo do autor)

Sobre o segundo aspecto, o educador que pensasse que os seus alunos poderiam ter interesse somente por problemas “concretos” (como, por exemplo, dar troco ou dividir as balas) e não, por exemplo, por questões mais “abstratas”, “fantasiosas” e “criativas” (a exemplo de quantos números existem e o que significa infinito) cometeria o erro de não reconhecer a humanidade do ser em sua frente e de rebaixá-lo à sua (limitada) expectativa.

Por essa razão, Freire continuamente recoloca o diálogo no centro do processo verdadeiro e existencial: porque somente abrindo-se ao outro é que é possível quebrar preconceitos e (tentar) entender, de maneira verdadeira, o que o outro pensa, quer e imagina. “A dialogicidade da educação começa na investigação temática” (FREIRE, 2001, p. 114) e tal dimensão dialógica encontra-se aqui atuando em dois níveis diferentes (mas entrelaçados), quais sejam: a busca dos temas é em conjunto aos educandos; e estes deveriam sempre trabalhar em equipe e construir abordagens interdisciplinares.

Assim, mergulhados neste processo dialógico, de busca comum, os educadores podem delinear

[e]stes temas [que] se chamam geradores porque, qualquer que seja a natureza de sua compreensão, como a ação por eles provocada, contêm em si a possibilidade de desdobrar-se em outros tantos temas que, por sua vez, provocam novas tarefas que devem ser cumpridas. (FREIRE, 2001, p. 93)

Tal como em uma reação nuclear em cadeia, a natureza do tema gerador não se esgota em si mesma e favorece um (começo de) movimento que, quanto mais procede, mais se autoalimenta. Desta forma, parece-me que há uma natureza parecida entre o tema gerador e o conceito de ideia fundamental (assunto que será devidamente explorado no item 3.5).

O tema gerador está vinculado à área semântica da significatividade: “os temas de sua significação mais profunda” (FREIRE, 2001, p. 93); “investigação da temática significativa” (p. 94); e “dimensões significativas de sua realidade” (p. 96). O fato de um tema poder ser “gerador” é diretamente associado a quanto “faz sentido” dentro de uma determinada comunidade.

“Os temas se encontram, em última análise, de um lado, envolvidos, de outro, envolvendo as ‘situações-limite’, enquanto as *tarefas* que eles implicam, quando cumpridas, constituem os ‘atos-limite’ aos quais nos referimos.” (ibidem, p. 93, grifos do autor). O conceito de tema gerador carrega em si a sua própria negação, o da situação-limite, pois é algo que impede os sujeitos de resolverem os problemas trazidos no alvo do tema gerador, necessitando, portanto, de uma invenção, da criatividade, que é a característica dos seres humanos na construção do “inédito viável” (ibidem, p. 94).

Esse processo tem dois êxitos positivos sobre os atores envolvidos, a saber: de maneira “objetiva”, eles produzem uma solução tanto original (“inédito”) quanto possível e praticável (“viável”) para uma situação limitante, apontando para sua superação; e existe neste processo uma dimensão subjetiva, pois o aluno reconhece-se como sujeito histórico, atuante, e não meramente como um ser “quase coisificado” (ibidem, p. 95).⁷¹

Os educadores, ao mergulharem junto com os educandos em busca dos temas geradores, têm também a tarefa de organizarem uma proposta de discussão/debate/estudo na qual eles deverão codificar uma situação, um problema e um recorte da realidade a fim de que estes possam ser, de fato, objeto de estudo no processo educativo (ibidem, p. 97-98).

O conceito de tema gerador é estritamente vinculado à ideia de palavra geradora: se na “Pedagogia do oprimido” Freire parece apontar para uma certa sequencialidade – na etapa de alfabetização, há espaço para a palavra geradora, em uma segunda etapa, para o tema (ibidem, p. 102) – sucessivamente, frente às discussões e críticas que sua obra recebeu⁷², ele repensou tal separação e começou a entender a palavra e o tema como dois elementos da mesma unidade geradora. Em suas palavras:

Meu deslize ocorreu quando separei, teoricamente, palavra geradora e tema gerador, porque, na verdade, não se pode separar um do outro: não há temas sem palavras. Primeiro eu estudei as palavras geradoras no livro Educação como prática de liberdade e o tema gerador na Pedagogia do oprimido e isto foi um equívoco. [...] Como não há linguagem sem pensamento e não há linguagem e pensamento sem contexto, todas estas coisas estão intercaladas, entrelaçadas. (FREIRE apud PASSETTI, 1998, p. 55-56)

⁷¹ Considerei muito plástico o dualismo a que Freire se refere ao abordar a diferença deste processo sob o ponto de vista entre oprimidos e opressores: “A libertação desafia, de forma dialeticamente antagônica, oprimidos e opressores. Assim, enquanto é, para os primeiros, seu ‘inédito viável’, que precisam concretizar, constitui-se, para os segundos, como ‘situação-limite’, que necessitam evitar.” (ibidem, p. 94). Dito resumidamente: o inédito viável para alguns é uma situação-limite para os outros, e vice-versa!

⁷² De maneira muito interessante, Freire relata esta crítica como vinda de um estudante holandês, cujo apontamento foi desenvolvido durante sua pesquisa de mestrado. E isto aponta, ao menos, para dois elementos: a súbita recepção da “Pedagogia do oprimido” no mundo; e a teoria freiriana aplicada à sua própria obra! Isto é, Freire sempre reivindicou que a sua obra não fosse cristalizada, que os destinatários da “Pedagogia do oprimido” não a recebessem como se fosse um conteúdo em um processo bancário. O educador sempre quis que a “Pedagogia do oprimido” fosse questionada constantemente por sujeitos em transformação.



Figura 2 - O processo educativo: da indagação de educadores à construção do inédito viável, até o desvendarem de outros temas.
Elaboração própria.

Assim, os elementos propostos por Freire constituem uma espécie de movimento em espiral que move tanto o processo educativo como o de emancipação do ser humano, em que o trabalho na moldura de um tema gerador leva a superar um entrave, um limite para pensar/construir algo novo; mas esta nova situação, pelo próprio caráter inacabado do ser humano, não representa um ponto final, mas sim um novo contexto no qual o sujeito esbarra em novas situações-limites que demandam um enfrentamento e uma superação. E, assim, o processo de *ser mais* “está sendo”.

2.3. A superação do *dualismo* e o imanentismo freiriano

Destaco, após essa análise, as várias dimensões em que Paulo Freire mostra uma concepção filosófica de fundo que permeia todo o seu pensamento e que é baseada, por um lado, na superação do dualismo e, por outro, em uma visão imanente e processual da existência.

O dualismo é entendido aqui como o olhar sobre dois elementos, duas “polaridades”, e reconhecer, a cada um deles, um *status* nítida e rigorosamente separado entre eles: um dos dualismos mais famosos e que tantas joias e dores⁷³ incidiu ao pensamento “ocidental” é o dualismo

⁷³ Se, por um lado, tal separação é oriunda dos avanços científicos a partir da postura da ciência moderna de parar de indagar os fenômenos naturais, ao buscar causas eficientes e metafísicas e se concentrar em aspectos que podiam ser quantificado (espaço, tempo, massa), por outro, tal divisão criou uma cisão dentro do ser humano e da sua cultura, que ainda estamos tentando “costurar”.

cartesiano entre o mundo (a *rex extensa*) e a mente do sujeito (a *rex cogitans*)⁷⁴. Devido ao suposto caráter firmemente distinto, em geral, tais polaridades acabam constituindo-se como “absolutos”⁷⁵.

Combater o dualismo significa reconhecer esses absolutos distantes e divididos como emaranhados, constantemente relacionando-se um com o outro. E reconhecer este caráter demanda também colocar a análise do mundo em um plano de imanência, de processo, de contínuo devir e de inacabamento, de maneira que, parece-me, a superação do dualismo esteja unida ao reconhecimento do caráter dialético e orgânico da realidade. Não casualmente, Heráclito é reconhecido como o primeiro dialético da filosofia, que usa esta visão processual justamente para reconhecer o emaranhado que existe entre “os absolutos”⁷⁶.

Observo que este seja o caminho mais promissor para entender e agir no mundo, ao notar como velhos dualismos tão enraizados nas concepções (das ciências) ocidentais foram sendo abalados nos últimos cem anos: matéria/energia, onda/partícula, espaço/tempo, ser vivo/ser inanimado e equilíbrio/não equilíbrio.

Freire insere-se nessa tradição: educação/revolução, eu/não eu, douto/ignorante, palavra/ação, docente/discente, a “dualidade que se instala na ‘interioridade’ do [oprimido]” (FREIRE, 2001, p. 35). A própria contradição oprimido/opressor é uma contradição intensa que “está sendo”, mas que a ação consciente dos próprios seres humanos vai fazê-la desaparecer. Se pensarmos, ainda mais, na dor que causa ao oprimido ser um estado de fratura, em que a sua consciência coabita emaranhada com a consciência do opressor, é possível entender quão fundamental é a ideia de superação da dualidade. Cabe reforçar, mais uma vez, que não se trata de um processo nem ideal, nem idealista: a superação das fraturas em busca de unidade é justamente tarefa da práxis, da ação/reflexão no campo da atuação histórica consciente dos seres humanos em busca de serem mais.

Assim, também, a construção da nova sociedade e do novo ser humano refugiam-se de lógicas “etapistas” e se colocam em um horizonte processual em que são as lutas que travamos nesta velha sociedade capitalista, racista e machista que começam a construção da superação do estado de coisas e do novo ser humano.

⁷⁴ Esta questão também é abordada no item 1.

⁷⁵ Deste modo, dar conta das interações entre estas polaridades “absolutamente distintas” demanda soluções, muitas vezes, criativas e hilárias: Descartes propôs que o elo entre as duas fosse a glândula pineal; e Platão, para justificar o elo entre o mundo das ideias e o mundo físico, inventou a figura do Demiurgo. Pelo menos a solução de Platão é mais poética!

⁷⁶ No caso da filosofia grega, a grande tensão era entre o “ser” e o “não ser”. A outra escola filosófica da época, liderada por Parmênides, resolvia a contraposição considerando o “ser” como sendo, existindo e o “não ser” como não existindo.

Para este processo de superação do dualismo, das fraturas e pelo reconhecimento do mundo – e do ser humano que nele atua –, Freire se coloca em um *frame* em que a dialética desenvolve um papel notável: ou seja, é por meio da análise dialética, continuamente processual, que as (aparentes) fraturas e hiatos podem ser entendidos e superados, percebendo, assim, que as tensões entre supostos “opostos” representam somente uma parte do quadro, e relações mais complexas, contraditórias, compenetradas, não lineares, “orgânicas” existem e precisam tanto de reconhecimento quanto de ação. Trata-se, para tanto, de uma posição dialética marxista⁷⁷, no sentido de fazer o esforço de olhar sempre para a realidade, as relações entre atores e poderes, mas, ao mesmo tempo, não “dogmática”⁷⁸, recusando a anulação da esfera ideal como mero reflexo do campo material: ao contrário – e novamente –, para Freire, existe uma contínua tensão (dialética!) entre as duas.⁷⁹ Nas suas próprias palavras:

A objetividade dicotomizada da subjetividade, a negação desta na análise da realidade ou na ação sobre ela, é objetivismo. Da mesma forma, a negação da objetividade, na análise como na ação, conduzindo ao subjetivismo que se alonga em posições solipsistas, nega a ação mesma, por negar a realidade objetiva, desde que esta passa a ser criação da consciência. Nem objetivismo, nem subjetivismo ou psicologismo, mas subjetividade e objetividade em *permanente dialeticidade*. (FREIRE, 2001, p. 37, grifo meu)

Esta dimensão permanentemente dialética extrapola dos eixos sujeito-objeto e estrutura-superestrutura e abrange praticamente todos os campos: das relações entre as pessoas, entre as ideias, entre as pessoas com as ideias, entre as pessoas com o mundo e assim por diante. Portanto, ao longo da pesquisa, dialogarei e – por muitos aspectos – apropriar-me-ei desta perspectiva dialética no sentido freiriano discutido.

Também na tradição da reflexão sobre o ensino e aprendizagem da matemática existem autores que se colocam nesta tradição de superação do dualismo: por exemplo, a recusa da separação entre pensar e fazer (“*thinking and doing*”) de Sfard (2008, capítulo 3) e, como em um esquema em fractal, dentro do próprio pensar, reconhece a unidade entre pensar e falar (SFARD, 2008, capítulo 4). Um outro exemplo é constituído da dinâmica objeto-processo (ibidem, p. 162), que apresenta vários pontos em comum com a dialética ferramenta-objeto de Douady (1986): as construções matemáticas apresentam-se na atividade concreta dos alunos como mecanismos para resolver problemas, como elementos de um processo e/ou como objetos matemáticos em si sobre

⁷⁷ Freire reconhece explicitamente esta “genealogia” citando, a respeito da dialética, tanto Hegel (FREIRE, 2001, p. 36, p. 59), quanto Marx (ibidem, p. 37-38).

⁷⁸ Por vezes, Freire chama esta dialética de “sectária” e “domesticada” (FREIRE, 2001, p. 26).

⁷⁹ O próprio Freire explicita continuamente o caráter dialético de várias situações e relações. (ver FREIRE, 2015, p. 74, 81, 96; 2001, p. 72, 90, 92, 109, 110, 140).

os quais refletir. Tudo isto sem que exista uma separação nítida, mas tendo continuamente uma tensão entre os elementos processuais e objetivos.

A ideia também de uma matemática que se apresentaria “tanto uma *ciência* como uma *habilidade necessária à sobrevivência* em uma sociedade complexa e industrializada” (CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, 1988, p. 45, grifo dos autores) deve, sob minha ótica, ser utilizada com cuidado, a fim de não cristalizar um dualismo mais fictício do que funcional, e não ter repercussões negativas na sala de aula no processo de ensino-aprendizagem.

2.4. O professor: missionário, trabalhador, profissional, militante, “intelectual orgânico”

E por isso não pergunte por quem os sinos doam;
eles doam por ti. (John Donne, apud Ernest Hemingway, Por
Quem os Sinos Doam)

Uma resenha sobre as ideias fundamentais da pedagogia freiriana não poderia ser eficaz sem considerar a discussão sobre quem é o professor e qual é o seu papel: há uma vasta literatura que, felizmente, vem se debruçando sobre a figura do professor, interrogando-se sobre as múltiplas dimensões⁸⁰ que se interligam em sua identidade, refletindo, por exemplo, sobre possíveis ontologias (SANTOS, 2016), naturezas profissionais (TARDIFF, 2013), epistemologias⁸¹ (NOVOA, 2009; 2017).

Acredito que fuja ao escopo deste trabalho adentrar em tais dimensões com a pretensão de fornecer um quadro exaustivo e completo; ao contrário, tentarei destrinchar a dimensão política – e política “ativa”! - que faz parte do ser docente. Como escreve Freire:

Da minha parte, não tenho dúvida de que a confrontação não é pedagógica, mas sim política. Não é lutando pedagogicamente que vou mudar a pedagogia. Não são os filósofos da educação que mudam a pedagogia, são os políticos sob a nossa pressão que vão fazê-lo, se os pressionarmos. *A educação é uma prática eminentemente política.* (FREIRE, 2008, p. 48, grifo meu).

Em geral, o político é o meta-nível de qualquer atividade humana. Pode-se pensar em uma analogia com a proposta de Tarski (1936) sobre o conceito de verdade: a decisão sobre as

⁸⁰ Acredito que cada uma destas dimensões seja um verdadeiro e próprio *frame* (ver item 3.1.1), uma moldura conceitual que dá significado e orienta as ações do docente.

⁸¹ Isto é: quais saberes, explícitos ou tácitos, entram para fazer parte da dimensão de ser professor?

verdadeiras proposições de um sistema (axiomatizado) de uma lógica somente pode ser estabelecida a partir das proposições dos objetos, por sua vez, de um sistema lógico “superior”. Ou seja, o conceito de verdade em um sistema lógico L_1 não é imanente ao próprio sistema lógico, mas pode ser estabelecido somente em um sistema lógico L_2 , que toma como objetos as proposições do sistema L_1 . À luz disto, afirmo que a lógica L_2 é uma “meta-lógica” e está além da lógica L_1 . Assim, as questões de economia e de educação não podem ser resolvidas (somente) no âmbito da ciência econômica ou pedagógica, mas sim dentro da política. Por isto, a política é meta-economia; é meta-educação.

Indo além: não existe coisa alguma dos feitos humanos que não remeta – ao menos em última instância – à dimensão política. Ou seja, física e matemática, no fundo, também são modificadas por questões políticas! No exemplo clássico da Renascença, na Europa, toda disputa entre os sistemas geocêntrico e heliocêntrico era permeada pela questão do poder, e as hierarquias da Igreja Romana tinham papel de destaque. Entretanto, aproximadamente na mesma época, o debate sobre os “infinitésimos” não era uma disputa puramente filosófico-matemática, mas era perpassada por, novamente, questões de poder e de hegemonias travadas, particularmente, pelos Jesuítas (ALEXANDER, 2016). A mesma questão, enfrentada no mundo helênico, também era polarizada por meio de questões políticas e sociais (TERUZZI, 2017, item 6.3).

O próprio Caraça escreve, no prefácio de seu “Conceitos fundamentais”, que:

A Ciência, encarada assim, aparece-nos como um *organismo vivo*, impregnado de *condição humana*, com as suas forças e fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo *entendimento* e pela *libertação*; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social. (CARAÇA, 1989, p. 13, grifos do autor).

Se a ciência, a matemática e a pedagogia são *impregnadas* de condições humanas, então é somente na esfera em que a reflexão e a prática sobre a condição humana se juntam – sendo esta esfera, a política –, que estas questões podem ser discutidas e solucionadas. Em vista disto, reitero que, possivelmente, o professor deveria ser (também) um militante. Como afirma Freire (2008, p. 35), não um militante de partido, mas um ser atuante politicamente em seu ambiente de trabalho, em sua escola. Decerto, esta posição é bastante polêmica. Mas vejamos, ao analisar alguns autores, os argumentos que pautam as críticas.

Ao fazer um mapeamento sobre as concepções de professores, Formosinho e Ferreira (2009b, p. 29-30) esboçam cinco visões arquetípicas, quais sejam: a concepção missionária, a militante, a laboral, a burocrática e a romântica.

Formosinho sempre retoma as vertentes concepção missionária e concepção militante, ao explicar que:

A concepção missionária do professor atribui-lhe uma condição para-sacerdotal indispensável para o desempenho da missão educativa que a sociedade lhe comete. A concepção militante substitui o fundamento religioso dessa missão por uma fundamentação ideológica. (FORMOSINHO 2009a, p. 52)

O autor português parece colocar no mesmo plano as duas concepções, condição que tenciona o leitor a considerar que o professor-militante seja o próprio professor-missionário, o sujeito que troca o fundamento religioso pelo ideológico. Posteriormente, Formosinho (ibidem, p. 52) explica que as duas concepções (juntas à concepção laboral) compartilham a ideia de que a ação docente é fruto da “vontade do professor, da sua adesão a princípios religiosos morais e ideológicos, mais do que da sua preparação profissional”. Por isto, o autor valoriza a concepção profissional do professor, segundo a qual o docente tem uma profissionalidade, uma formação, um código deontológico, um conjunto de saberes específicos que o define como profissional (ibidem, p. 55).

Parece-me que, para defender suas teses sobre a organização docente nas escolas de massa, Formosinho se mostra, no mínimo, apressado ao esboçar o significado e as implicações dos diferentes (arquétipos de) papéis aos quais o professor pode ser encaixado e que, de maneira complementar, a sociedade e a escola podem lhe atribuir. Para iluminar este emaranhado, resgato o que Paulo Freire afirma.

Em primeiro lugar, cabe elucidar que professor-missionário e professor-militante não são duas faces da mesma moeda; nem uma a evolução da outra, a partir de uma troca ideológica. Ambas as posições são ontologicamente diferentes e, muitas vezes, estão em conflito aberto.

O professor-missionário tem uma tarefa à qual dedica corpo e alma, sem necessariamente esperar algo em troca. Além de equivocada, trata-se de uma concepção que embasa o discurso reacionário de não remunerar adequadamente o professor. Causam-me justamente grande escândalo as afirmações: “Quem quer dar aula faz isso por gosto, e não pelo salário. Se quer ganhar melhor, pede demissão e vai para o ensino privado. Quem entra em atividade pública deve entrar por amor, não por dinheiro”⁸². Tais frases são atribuídas ao então governador do Ceará, Cid Gomes, em 2001, logo em seguida à repressão violenta, por parte das forças policiais, sobre professores em

⁸² Disponível em: <https://www.terra.com.br/noticias/educacao/verificamos-jaques-wagner-nao-disse-que-professor-deve-dar-aula-por-gosto-nao-pelo-salario,c6078ee616cfc55e846dba2a63586205csm6cfim.html> Acesso em: 13 maio 2018.

greve. Outra frase que se tornou famosa é atribuída ao ex-governador de São Paulo, Paulo Maluf: “Professora não é mal paga, é mal casada”.⁸³

Essas polêmicas declarações encontram justificativa no fato de que, diferentemente das profissões de advogado, engenheiro, médico ou arquiteto, o exercício de ser professor não seria uma profissão, mas uma vocação – com as características religiosas que o termo acarreta –, indicando que professor deve entregar-se ao ofício sem pedir algo em troca. O olhar para o ensino como uma vocação é também um ponto destacado por Tardif (2013, p. 554-556), ao considerar a “primeira idade [fase histórica] do ensino”, quando concretamente o ensino se encontrava majoritariamente em mão de instituições religiosas, e categorias como “vocação”, “fé”, “movimento interior”, “missão” eram mobilizadas para dar sentido à ação docente.

Ao verificar como partes do discurso comum – simbolizado pelas falas dos políticos supracitados – ainda mobilizam tais categorias, parece-me evidente como as condições históricas⁸⁴ da “idade da vocação” – da qual escreve Tardif (2013) – podem ter parcialmente acabado, mas o quadro conceitual, o mito do professor movido por sua “missão”, está ainda bem presente

Freire rechaça esta posição com veemência, ao escrever que

Ensinar é profissão que envolve certa tarefa, certa *militância*, certa especificidade no seu cumprimento enquanto ser *tia* é viver uma relação de parentesco. Ser professora implica assumir uma profissão enquanto não se é *tia* por profissão. (FREIRE, 2007, p. 11, grifo do autor)

O educador destaca, assim, tanto a dimensão militante quanto a profissional da tarefa docente. Logo em seguida, ao relatar uma greve de professores, Freire faz suas as palavras de um sindicalista, apontando que “[p]rofessoras e professores em greve, dizia ele, estavam ensinando, estavam dando a seus alunos, pelo seu testemunho de luta, lições de democracia (de que tanto precisamos neste país, acrescento agora⁸⁵).” (ibidem, p. 12).

O mesmo conceito – a saber, o fato de que ser professora e participar da militância, da luta, formam um emaranhado incindível – é, várias vezes, retomado e destacado por Freire, como por exemplo neste excerto:

Ensinar exige humildade, tolerância e luta em defesa dos direitos dos educadores. Se há algo que os educandos brasileiros precisam saber, desde a mais tenra idade, é que a luta em favor do respeito aos educadores e à educação inclui que a briga por salários menos imorais é um dever irrecusável e não só um direito deles. A luta dos professores em defesa

⁸³ Disponível em: <http://www.pbagora.com.br/conteudo.php?id=20110903120523>. Acesso em: 13 maio 2018.

⁸⁴ Tardif (2013, p. 554) faz explícita referência às sociedades europeias entre o século XVI e XVIII, tendo a Revolução Francesa representado um ponto de virada rumo a uma nova concepção.

⁸⁵ Um comentário amargo: precisamos de “lições de democracia” ainda nos dias de hoje e, talvez, mais do que nunca!

de seus direitos e de sua dignidade deve ser entendida como um momento importante de sua prática docente, enquanto prática ética. *Não é algo que vem de fora da atividade docente, mas algo que dela faz parte.* (FREIRE, 2015, p.65, grifo meu)

Na presente pesquisa, quando falo em professor-militante, este profissional é subsumido como sendo de posição política de esquerda. Esta caracterização apoia-se no fato de ser uma contradição lógica um trabalhador assalariado militar à direita⁸⁶. Aliado a isto, e de acordo com a perspectiva freiriana endossada nesta pesquisa, a educação libertadora, necessariamente, tem posicionamento, e este é no campo da esquerda, em sentido amplo e plural. Isto não significa, obviamente, que não existam ótimos professores de direita ou vice-versa, professores de esquerda com práticas bancárias e reacionárias: o mundo é contraditório e espúrio, e o próprio Freire reconhece que a coerência entre um educador que si diz progressista e a sua prática não é um dado automaticamente posto na realidade.⁸⁷

Explicitado isso, é o próprio Freire (2007), como já destaquei, a afirmar que professores *devem* ser militantes. Docentes não trabalham por amor, missão ou vocação, uma vez que como quaisquer trabalhadores, vendem sua força de trabalho por dinheiro e, por isto, tal como quaisquer trabalhadores assalariados em uma sociedade capitalista, devem efetivamente defender e melhorar suas condições de labor, por meio da luta política e sindical. Ademais, as questões pedagógicas próprias da atividade educativa não podem ser debatidas somente no âmbito pedagógico, já que demandam mais atenção e abrangência – que é a dimensão política, em que, por política, entende-se um projeto de sociedade.

À luz disso, um debate sobre a melhoria da educação no Brasil (ou em qualquer outro país) – que não invoque e demande a participação ativa e engajada de professores (e também de alunos, pais e demais trabalhadores da escola – e, por fim, de todos os oprimidos da sociedade) – é, no mínimo, um projeto utópico e, na pior das hipóteses, um projeto permeado de má-fé.

Freire, ao se posicionar sobre tal aspecto, resgata radicalmente os princípios de democracia e participação que permeiam o debate político desde as primeiras tentativas de democracia. Por isto, não é surpreendente ler no famoso “Elogio fúnebre de Péricles”, relatado pelo historiador Tucídides, que “está viva em todos [os cidadãos] a capacidade de cumprir perfeitamente os públicos encargos,

⁸⁶ Infelizmente, esta não é uma contradição prática: muitos trabalhadores e, em geral, muitos oprimidos, podem pensar e lutar contra os próprios interesses. Este aspecto é amplamente tratado por Freire ao discutir a mecânica do opressor hospedado na consciência do oprimido (ver item 2.2).

⁸⁷ Sobre este aspecto, acho particularmente interessante a dimensão do biconceitual desenvolvida por Lakoff e abordada no item 3.1.2; ainda, na “Pedagogia do Oprimido”, há alertas contínuos sobre como esta coerência entre discurso e prática libertadora seja algo a ser constantemente procurado, checado e (re)avaliado.

seja qual for a natureza da mansão particular deles. É assim porque, únicos no mundo, não avaliamos como tranquilo um sujeito que se abstém dessas públicas atividades [a política], mas como supérfluo.” (TUCIDIDE, livro II, cap. 40, tradução minha).⁸⁸

Um trabalhador da educação contratado para lecionar e que esteja alheio aos acontecimentos da sua escola enquanto lida, em um contexto político mais amplo, de sua cidade, de seu estado ou de seu país – atrevo-me a dizer, até do mundo –, além de mal professor é um inútil! Ressalto aqui também o termo idiota, cuja etimologia remete a *ἰδιώτης* (*idhiótis*), que indica originariamente cidadão privado, individual, que no contexto da Atena Clássica, assume a conotação negativa de quem não participa da vida política daquela sociedade.

A literatura, muitas vezes, consegue mostrar com uma imagem, com uma construção imediata de cena, a realidade que demanda algumas dezenas de palavras e raciocínios para ser compreendida. J. R. R. Tolkien, em sua obra-prima “O senhor dos anéis”, constrói uma personagem “menor”⁸⁹, Tom Bombadil, que ajuda Frodo, o encarregado de levar “O Anel” até a destruição do objeto, em um momento ainda inicial da sua longa jornada. Neste encontro, Tom segura “O Anel” e tranquilamente brinca com ele (2001, p. 140). O fato gera enorme maravilha no leitor (assim como em Frodo), já que uma personagem de “peso pesado” como Gandalf, o poderoso e sábio mago aliado de Frodo, tem medo de tocar neste “Anel”, temendo que o obscuro poder do objeto o corrompa. De fato, nenhuma personagem da obra é imune ao poder do objeto, exceto Tom. Sob esta perspectiva, Tom configura-se como a personagem mais poderosa da trama. Dias depois, no Conselho de Elnord, no qual está reunido o grupo da resistência contra Sauron (o Senhor dos Anéis), sugere-se que Tom, por ser imune ao poder do Anel, possa tornar-se o guardião da peça. Esta proposta é rebatida com o seguinte argumento:

[...] o Senhor dos Anéis saberia do esconderijo, e avançaria com todo o seu poder naquela direção. Poderia esse poder ser desafiado por Bombadil sozinho? Acho que não. Acho que, no fim, se todo o resto for conquistado, Bombadil sucumbirá, vindo a ser o último, da mesma forma como foi o Primeiro; e então a Noite virá. (TOLKIEN, 2001, p. 281)

Mesmo imune ao poder do Anel, nem Tom Bombadil poderia resistir sozinho ao poder de Sauron, o obscuro Senhor dos Anéis, pois se tudo se perder, também Tom sucumbirá. Esta micro história dentro do romance parece-me bem significativa frente ao contexto aqui discutido: fora de

⁸⁸ “Ed è viva in tutti la capacità di adempiere egregiamente agli incarichi pubblici, qualunque sia per natura la consueta mansione. Poiché unici al mondo non valutiamo tranquillo un individuo in quanto si astiene da quelle attività, ma superfluo.”

⁸⁹ O “menor” é devido ao fato de a personagem não ter ganhado transposição cinematográfica e aparecer em um episódio isolado, sem desdobramentos na estrutura da história. Mas, ao ver, trata-se de um elemento que “marca o ponto”.

metáfora, não importa o quanto um professor ache que sua prática pedagógica é boa, o quanto ele ache que “dá conta” das turmas e das necessidades dos alunos. No final, se o professor não tomar lado, não se posicionar politicamente, se, por fim, não atuar como militante dentro da escola, também “sucumbirá”.

Por isso, não somente ser militante para um professor é uma possibilidade posta e legítima, como é também uma necessidade tanto ao professor quanto ao trabalhador, em favor de melhorias ou da manutenção das condições materiais, e apenas em relação ao progresso da educação aos alunos.

Assim a questão foi tratada, em termos absolutamente gerais, válidos para qualquer profissional da educação, independentemente de ordem, grau e organização da sua escola. E, especificamente acerca da realidade em que eu trabalho, no Instituto Federal de São Paulo (IFSP), os termos desta questão tornam-se ainda mais claros. O conceito de gestão democrática consta no estatuto do IFSP. Isto significa, dentre outras coisas, que decisões devem ser tomadas a partir de amplos debates em assembleias, no âmbito de órgãos eleitos e representativos dos atores envolvidos no Instituto: alunos, docentes, funcionários técnicos e pais.

A ausência de fundamento da ideia de associar a professora ao campo do missionário não é somente prescritiva e teórica, mas remete à própria realidade material, em que professores reais atuam concretamente. Na pesquisa narrativa de Silva (2020), há vários relatos de professores e (quase) todos apontam para caminhos bem afastados da narrativa do professor-missionário.

Eis alguns trechos:

Vim de uma família pobre, por isso não fiz cursinho. [...] Depois fui a Rio Claro, onde fiz o bacharelado em Matemática. Na verdade, essa não foi minha escolha inicialmente...

Minha intenção sempre foi fazer Biologia. Eu gostava das aulas de Biologia do colégio... [...] Passei somente na segunda chamada para o curso de Matemática. Com isso, falei assim: “É uma chance de sair de casa”.

Fui a Rio Claro e fiz a matrícula, mas, até na hora de fazer a matrícula, falei: “Se sobrar vaga em Física, você pode me chamar...”. Acho que Matemática não tem muito a minha cara, não... Mas, como não sobrou vaga no curso de Física, fui para a Matemática mesmo... O primeiro ano, eu repeti absolutamente em tudo. Porque não só não gostava muito, como o curso era muito puxado porque era bacharelado. (relato do prof. ANTONIO VICENTE MARAFIOTI GARNICA apud SILVA, 2020, p. 35)

E mais:

Ali, terminei o Ginásio e tinha que iniciar o Secundário que tinha a opção: fazer o Científico ou o Magistério... Minha mãe queria que eu fosse professora, mas eu não queria ser professora... (risos).

[...] Terminei os dois cursos e voltei para Campinas, pois não quis permanecer na zona rural. Cheguei a Campinas e fui trabalhar, lutar, porque havia voltado sozinha e tinha que fazer aquilo que era possível dentro das minhas possibilidades. Nesse período, concorri a uma bolsa de cursinho e ganhei boa porcentagem para estudar, então fiz cursinho o ano inteiro pensando no curso de Economia.

[...] Fui à fila do banco para fazer o pagamento da taxa de inscrição para o vestibular e, quando abri o manual do candidato, vi que tinha aberto o curso noturno de Matemática na PUC; com isso, resolvi fazer o curso. (relato da prof.^a ADAIR MENDES NACARATO, apud SILVA, 2020, p. 59-60)

Ainda:

Eu era filha de operário e costureira, que não mediam esforços para que os filhos estudassem.

[...] Ao ingressar no ensino médio, começo a trabalhar, então passo a estudar no período noturno.

Com relação à minha formação, eu gostava de Matemática, não que fosse uma das melhores alunas da disciplina, mas ela me encantava, embora eu gostasse mais de Física. Então, a princípio, eu tinha vontade de estudar Física, talvez pela aplicabilidade, por ter mais fenômenos... O curso que tinha em Campinas noturno era o da PUC, então ingressei em 1974 no curso de Matemática. [...]

Durante o curso de Matemática, eu não pensava em ser professora... Como eu te disse, gostava de Matemática, mas não pensava em seguir carreira como professora; na verdade, nunca pensei que pudesse ser professora... Eu não ficava pensando: “Ah, eu quero ser professora, ensinar alguém, dar aula particular...”. [...] Quando terminei o curso de Matemática, meu filho nasceu no começo de dezembro e, quatro dias depois, o meu irmão mais novo morreu afogado.

Eu mudei completamente a minha vida a partir dessa tragédia. Com isso, eu pensava: “Como é que eu vou cuidar do meu filho trabalhando o dia todo? Com quem vou deixá-lo?”. Bom, eu pensei: “Eu me formei em Matemática, vou ser professora, vou dar aula à noite!” [...] Foi uma opção por dois motivos: para ficar com meu filho durante o dia e poder continuar trabalhando no período noturno. (relato da prof.^a CÂRMEN LÚCIA BRANCAGLION PASSOS, apud SILVA, 2020, p. 59-60)

O que me parece nessas autonarrações produzidas por diferentes docentes⁹⁰ é que nenhum almejava ser professor, ou queria ser professor de matemática, ou imaginava esta possibilidade em seu futuro, inclusive até quando iniciou o curso bacharelado. Isto ocorreu por situações diferentes em cada caso, dentre condições materiais (falta de vaga no curso desejado), possibilidades concretas (necessidades de cursar à noite) e necessidades familiares ou trabalhistas (conciliar trabalho com os cuidados de um filho). Portanto, há exemplos concretos segundo os quais a retórica da “missão”, da “vocação” de ser professor, a ideia de que a pessoa já nasceu querendo ser professor, são, no mínimo, deveras equivocadas⁹¹.

Ao contrário do quanto articulado até aqui, advogando para um compromisso do professor no âmbito da esfera “política”, a própria voz do professor parece ser continuamente não escutada pelo poder político e, em geral, pela sociedade, se é verdade que é constantemente vítima de apagamentos; como aponta Santos, ao retomar imagens de Nóvoa: “o professor [é visto] como o

⁹⁰ Ao todo na pesquisa de Silva (2020), há a narração de oito docentes, sendo que todos compartilham dessas características sobre a escolha de ser professor.

⁹¹ Como nota autobiográfica, posso relatar que a minha trajetória também se encaixa nessa perspectiva: quando passei a viver no Brasil, tinha clareza de que queria “trabalhar com educação”, mas não pensava minimamente que pudesse tornar-me professor de matemática. Foram as necessidades práticas e concretas da vida que se misturaram aos meus desejos e às possibilidades reais, levando-me ao caminho da docência em matemática.

terceiro excluído (NOVOA, 1998) no debate, da política e da pesquisa” (SANTOS, 2016, p. 175), ou ainda, “o professor [...] ocupa sempre o «lugar do morto» no jogo de cartas (bridge) ou o lugar do «terceiro excluído» em qualquer arranjo de tríades inspirado no triângulo pedagógico de Houssaye (1998) – aluno, professor, saber” (ibidem, p. 181). Dito de outra maneira: a professora é uma oprimida.

Santos conclui a sua análise apontando como:

[n]ão sendo o professor, na sua essência, um “peso morto”, a restituição da sua condição docente, [...] de sujeito capaz de dar significado ao que é e ao que faz e de tomar decisões nesse sentido, configura-se, a meu ver, como a única possibilidade para que ele ocupe o lugar que lhe cabe no centro do projeto de educação pública do país. (SANTOS, 2016, p. 184-185)

Mas como pode se dar esta “restituição”, este reconhecimento de voz, estas dimensões em que o professor, por sua natureza, possa exercer “autonomia, autoridade e alteridade” (ibidem, p. 182-183), se não for pela própria luta das professoras? Para tentar não sermos contraditórios, se prezamos por esta necessidade de reconhecimento à figura docente, precisamos abraçar o fato de que ser professor significa também ser engajado em uma luta – a militância – para tal, seja do ponto de vista sindical (melhores condições de trabalho), seja no campo político (discutir qual projeto de educação e de sociedade está posto em ação). Sem o reconhecimento forte e explícito desta dimensão de luta e de engajamento, estaremos reduzindo o papel do professor ao de “coitadinho”, isto é: um oprimido espoliado de sua dimensão de luta e de possibilidades de emancipação.

A partir dessas sucintas premissas, surge a primeira encruzilhada perante o pesquisador que decide abordar a educação de acordo com tal perspectiva: é evidente que a discussão dessas ideias demanda engajamento e comprometimento às causas dos oprimidos, exigindo do professor-pesquisador uma *práxis* coerentemente em diálogo com o seu empreendimento teórico. Soa-me mais honesto assumir tal pesquisa como declaradamente “de parte” (mas, rigorosamente, apartidária), reivindicando, assim, mais um aspecto da visão pedagógica freiriana, qual seja: na obra “Pedagogia do Oprimido” (FREIRE, 2001, p. 56, 62, 84), continuamente os termos educador/revolucionário são justapostos, indicando a indestrinçável compenetração que existe entre ambas as figuras. O autor defende que não existe atividade pedagógica sem que haja engajamento com uma perspectiva de sociedade e de mundo, assim como inexistente ação de transformação do real – em um sentido progressista – sem componente pedagógico. Durante sua vida inteira, Freire reivindicou tal postura; e o que avalio ser um dos mais belos “resumos” desta concepção, está presente na obra “Pedagogia da autonomia”:

Sou professor a favor da decência contra o despudor, a favor da liberdade contra o autoritarismo, da autoridade contra a licenciosidade, da democracia contra a ditadura de direita ou de esquerda. Sou professor a favor da luta constante contra qualquer forma de discriminação, contra a dominação econômica dos indivíduos ou das classes sociais. Sou professor contra a ordem capitalista vigente que inventou esta aberração: *a miséria na fartura*. Sou professor a favor da esperança que me anima apesar de tudo. Sou professor contra o desengano que me consome e imobiliza. Sou professor a favor da boniteza de minha própria prática, boniteza que dela some se não cuida do saber que devo ensinar, se não brigo por esse saber, se não luto pelas condições materiais necessárias sem as quais meu corpo, descuidado, corre o risco de se amofinar e de já não ser testemunho que deve ser de lutador pertinaz, que cansa, mas não desiste. (FREIRE, 2015, p. 100-101, grifo do autor)

Se o caráter “partigiano⁹²” da pesquisa é explícito, também a concepção de professor (o “professor-pesquisador”) deve compactuar com esta visão. Já mostrei como o professor, tanto na sociedade como na literatura acadêmica, é encarado sob várias formas: profissional, trabalhador, missionário, militante, santo, herói (CHARLOT, 2010, p. 152; FORMOSINHO; FERREIRA, 2009) – e os diferentes rótulos passam a se sobrepor continuamente. Considero que algumas dimensões são imprescindíveis: o professor é um trabalhador; ainda, ser professor é, com efeito, uma profissão – tal como descreve Tardif (2013), apontando como caracterizam esta dimensão conhecimentos específicos, tais como uma ética profissional (uma deontologia), o pertencimento a uma corporação (uma ordem profissional), dentre outras. Outras concepções, ao contrário, precisam ser rechaçadas: não se pode pedir que o professor seja um santo, nem um missionário, tampouco um “tio” (FREIRE 2007).

A dimensão militante do ser professora parece-me que possa se sustentar também por meio da concepção gramsciana de *intelectual orgânico*. É preciso esclarecer que, na obra de Gramsci, o termo orgânico assume ao menos dois significados, que são entrelaçados, mas aplicados em âmbitos diferentes.⁹³ Ao falar de um processo histórico, o adjetivo orgânico é usado pelo intelectual comunista italiano a fim de indicar um caráter de interdependência não mecanicista, nem linear; isto é, a “relação orgânica” se opõe à individualização da “determinação última”, da causa da “última instância”, já que é nesta dimensão orgânica que se desenvolvem relações mútuas e na qual existem

⁹² O termo “partigiano” (quem toma uma posição, uma parte; quem se posiciona ativamente) passou a indicar, na Itália da Segunda Guerra Mundial, os grupos que lutavam contra o nazifascismo. Ainda no começo do século XX, Antonio Gramsci (2011, p. 11, tradução minha) assim dizia: “Odeio os indiferentes. Acredito [...] que «viver significa ser *partigiani*». Quem vive de verdade não pode não ser cidadão, e tomar partido. A indiferença é abulia, é parasitismo, é covardia, não é vida. Por isto odeio os indiferentes. A indiferença é o peso morto da história.” No original em italiano: “Odio gli indifferenti. Credo che vivere voglia dire essere partigiani. Chi vive veramente non può non essere cittadino e partigiano. L’indifferenza è abulia, è parassitismo, è vigliaccheria, non è vita. Perciò odio gli indifferenti. L’indifferenza è il peso morto della storia”.

⁹³ Os dois serão utilizados na presente pesquisa.

relativos espaços de autonomia (por exemplo, entre a estrutura e a superestrutura). Quando o termo é associado à categoria do intelectual – “intelectual orgânico” – isso passa a identificar a função que o intelectual desenvolve dentro da sociedade dividida em classes: a figura do intelectual perde seu caráter (supostamente) universal, cosmopolita e universalista e passa a ser um integrante de uma classe, representando uma parte dos interesses e dinâmicas de tal grupo. Assim, nesse segundo sentido, o termo orgânico passa a indicar duas dimensões: o fato de que o intelectual se articula com a classe da qual ele representa a “voz crítica” (orgânico no sentido de pertencimento) e, ao mesmo tempo, o fato de que tal relação não é nem determinada, nem linear: ao contrário, o intelectual, para exercer plenamente a sua função social, deve ter espaços de autonomia, de crítica, de mediação – novamente, eis a dimensão dialética e não mecanicista (ver VOZA em LIGUORI; VOZA, 2017, p. 648-649).

A distinção que Gramsci elabora entre o intelectual orgânico o tradicional parece-me eficaz, portanto, em suportar a ideia de um professor que, dentre as suas dimensões (os *frames* que significam a sua ação), tem a da militância. Os intelectuais tradicionais seriam, segundo Gramsci, aqueles que “*apareciam* como representantes de uma continuidade históricas ininterrupta mesmo perante as mais complicadas e radicais mudanças das formas sociais e políticas” (GRAMSCI, 1977, Q12, p. 1514, tradução e grifos meus)⁹⁴ e que também pensariam que “os intelectuais *acreditam ser* «independentes», autônomos, adobados com características específicas, etc.” (ibidem, p. 1515, tradução e grifos meus)⁹⁵. O intelectual tradicional se acha a-histórico e apolítico, mas ele também – conscientemente ou não – exerce uma função no âmbito do bloco social do qual faz parte⁹⁶. Em contraposição a esta figura, o intelectual orgânico, por um lado, é o produto explícito de um bloco social (a burguesia, o proletariado...) que tal classe literalmente “cria junto a si mesma e continuamente elabora no seu progressivo desenvolvimento” (ibidem, p. 1514, tradução minha)⁹⁷, “de maneira orgânica” (ibidem, p. 1513, tradução minha)⁹⁸ e, pelo outro, é responsável por construir

⁹⁴ “Apparivano come rappresentanti una continuità storica ininterrotta anche dai più complicati e radicali mutamenti delle forme sociali e politiche”.

⁹⁵ “Gli intellettuali si credono ‘indipendenti’, autonomi, rivestiti di caratteri loro proprii ecc.”

⁹⁶ Foge ao escopo desta pesquisa, mas Gramsci adentra em uma minuciosa análise histórica ao mostrar diferenças entre um intelectual do império romano, da Europa medieval cristã e dos Estados europeus modernos. Nesta análise, por exemplo, o cosmopolitismo deixa espaço, por um lado, ao nacionalismo burguês e, por outro, ao internacionalismo proletário. O “atraso” imputado por Gramsci aos demais intelectuais italianos contemporâneos era devido, justamente, a continuar a se enxergarem como “velhos” intelectuais tradicionais, sem, portanto, ter consciência do seu papel histórico e social: Gramsci brinca que Benedetto “Croce se sente mais ligado a Aristóteles do que a Agnelli” [“Croce si sente come legato ad Aristotele piú che ad Agnelli”]. Agnelli era – é! – a principal família do capitalismo Italiano, dona dentre outros, da FIAT e da Juventus (GRAMSCI, Q4, 1977 p. 475, tradução minha).

⁹⁷ “Crea con se stessa ed elabora nel suo sviluppo progressivo”.

⁹⁸ “Organicamente”.

no grupo do qual são orgânicos “homogeneidade e autoconsciência da própria função [de classe dentro da sociedade] não somente no campo econômico, mas também no campo social e político” (ibidem, p. 1513, tradução minha)⁹⁹.

Se a professora faz parte da categoria intelectual gramsciana – e faz! –, ela está perante uma escolha: se pensar como um ator neutro na sociedade, avulso das forças e dos grupos que o tencionam e que disputam a hegemonia – isto é, um “intelectual tradicional” – ou se autorrepresentar como um intelectual orgânico de um grupo e, assim, assumir a tarefa da militância como parte do seu ser professora.

⁹⁹ “Omogeneità e consapevolezza della propria funzione non solo nel campo economico, ma anche in quello sociale e politico”.

3. (Há como se falar de um)A matemática do oprimido(?) Pontos e contrapontos para uma conversa coletiva

Existe uma abordagem, um ensino, uma modalidade que permita se falar em uma “matemática do oprimido”? Neste terceiro capítulo, tentarei discutir algumas possibilidades a respeito desta questão. No primeiro item, esboçarei um quadro sobre possíveis concepções da matemática (platonista, formalismo, intuicionismo, socioconstrutivista, entre outras) mostrando o modo como cada concepção meta-matemática é funcional a determinadas modalidades de ensino. A fim de destrinchar melhor tais relações, apoiar-me-ei em dois conceitos vinculados entre si, que têm a ver com o campo semântico das narrações e que, mais uma vez, são oriundos, novamente, do campo da sociologia e da sociolinguística: o conceito de *frame* e a ideia de mito como narração que orienta as narrações.

Os trabalhos de Erving Goffman (1974) e de Lakoff (1980, 1999) colocam o conceito de *frame*, “moldura”, como um elemento chave do pensamento e do processo de significação dos seres humanos: por exemplo, a palavra “segurança”, a depender de como for “emoldurada” pelo discurso social pode evocar polícia, prisões, violências de rua, ou ainda, auxílio emergencial, seguro-desemprego, ou, possivelmente, outras coisas. Cabe destacar que, assim como, para Freire, a *palavra geradora* pode abrir o diálogo trazendo à tona o *tema gerador*, assim cada palavra traz um próprio *frame* de referência para o sujeito, com os seus significados e a sua própria *leitura do mundo*.

Por outro lado, Yves Citton, em “Mitocracia” (2013), retoma a importância da função do mito como narração “mestra” que (re)orienta as outras narrações¹⁰⁰ e transporta consigo uma “carga emocional” que pode ser valiosa e eficaz na hora da ação.¹⁰¹

Existe, portanto, uma profunda relação entre os dois aspectos, a saber: o mito cria *frames* e, por sua vez, os *frames* orientam o significado de palavras e histórias.¹⁰² Acredito que esta dinâmica

¹⁰⁰ Completamente dentro do debate político de seu tempo, o autor reivindica também a necessidade, pelas esquerdas, de se reapropriar – como instrumento de luta – do mito e de todas as suas potencialidades.

¹⁰¹ Desconfio que esta ideia de uma narração que movimenta emoções e paixões esteja diretamente associada à ideia espinosiana das “paixões”; este fato é corroborado pelo próprio Citton, que cita numerosas vezes o filósofo dissidente de século XVII

¹⁰² Foge ao alcance desta pesquisa, mas merece pelo menos ser apontado como o conceito de representações sociais proposto por Moscovici (2007), também no âmbito da psicologia social, tenha potencial para dialogar com a ideia de *frame*: “[N]ós nunca conseguimos nenhuma informação que não tenha sido distorcida por representações “superimpostas” aos objetos e às pessoas que lhes dão certa vaguidade e as fazem parcialmente inacessíveis. Quando contemplamos esses indivíduos e objetos, nossa predisposição genética herdada, as imagens e hábitos que nós já aprendemos, as suas recordações que nós preservamos e nossas categorias culturais, tudo isso se junta para fazê-las

possa ser útil para discutir “mitos”¹⁰³ sobre a matemática, sua concepção e suas práticas (a matemática impessoal, exata, objetiva, a-histórica...) e vice-versa, isto é, posso analisar o modo como palavras, situações dentro desta narração ativam *frames* possivelmente negativos e violentos (“erro”, “prova”, “conta”...).

No segundo item, analisarei o ensino da matemática sob a perspectiva da violência, tanto “simbólica” quanto “social”: isto é, olhar para o ensino da matemática como campo de aplicação de exclusão e não reconhecimento do sujeito-ator. Conduzirei tal análise a partir dos elementos oportunizados por ferramentas sociológicas fornecidas pela sociologia crítica e pela sociologia da crítica, articulando-as com um olhar (oblíquo) marxista; estes elementos colocarão em relação esta ideia de violência e o conceito freiriano de educação bancária.

No terceiro item, seguindo alguns apontamentos desenvolvidos nos itens precedentes, questionarei se e como existem as dimensões ligadas à política e à democracia n(o ensino d)a matemática. Ou seja, debruçar-me-ei sobre as perguntas: “a matemática é de esquerda ou de direita?” e “a matemática é democrática?”.

No quarto item, explorarei possíveis paralelismos entre língua materna e matemática, sob o prisma da violência e da opressão que representa a “imposição” de uma suposta “norma culta”, com as hipocrisias e carga opressiva que isso acarreta.

No quinto item, tentarei explorar possíveis significados do conceito de tema gerador, partindo da formulação original freiriana e construindo declinações no campo do ensino da matemática. Para

tais como as vemos. Assim, em última análise, elas são apenas um elemento de uma cadeia de reação de percepções, opiniões, noções e mesmo vidas, organizadas em uma determinada sequência” (MOSCOVICI, 2007, p. 30). Ou seja, nós nunca temos acesso ao “real” assim como ele é, mas sempre por meio de representações, mediações culturais; e, principalmente, estas representações desempenham dois papéis, quais sejam: “a) Em primeiro lugar, elas *convencionalizam* os objetos, pessoas ou acontecimentos que encontram. Elas lhes dão uma forma definitiva, as localizam em uma determinada categoria e gradualmente as colocam como um modelo de determinado tipo, distinto e partilhado por um grupo de pessoas. Todos os novos elementos se juntam a esse modelo e se sintetizam nele. Assim, nós passamos a afirmar que a terra é redonda, associamos comunismo com a cor vermelha, inflação como decréscimo do valor do dinheiro. Mesmo quando uma pessoa ou objeto não se adéquam exatamente ao modelo, nós o forçamos a assumir determinada forma, entrar em determinada categoria, na realidade, a se tornar idêntico aos outros, sob pena de não ser nem compreendido, nem decodificado.” (ibidem, p. 34, grifo do autor); e “b) Em segundo lugar, representações são *prescritivas*, isto é, elas se impõem sobre nós com uma força irresistível. Essa força é uma combinação de uma estrutura que está presente antes mesmo que nós comecemos a pensar e de uma tradição que decreta o que deve ser pensado.” (ibidem, p. 36, grifo do autor). Tais como as molduras conceituais, as representações sociais orientam o sentido de fatos, acontecimentos-objetos na vida do sujeito e, da mesma maneira, representam uma realidade dinâmica, constantemente (re)criada pelo sujeito e pelo grupo social e continuamente tensionada por interesses e necessidades que se articulam entre elas. Enfim, parece-me que, assim como o *frame* e o mito, as representações sociais podem constituir um elemento funcional à subordinação e ao exercício da violência e vice-versa, para um caminho crítico de questionamento e libertação.

¹⁰³ Aqui, a palavra mito é usada com o sentido de “falsidade”, “história inventada que não corresponde à realidade”.

tanto, elementos da obra de Caraça, de Skovsmose e Moura serão postos em diálogo com a obra freiriana.

No sexto item, a dimensão histórica como recurso para o ensino da matemática será discutida ao construir relações entre as ideias freirianas e as teses históricas de Walter Benjamin.

Por fim, no sétimo item, pretendo desenvolver um ponto de contato entre a concepção humana/educativa freiriana e algumas características da sociologia pragmática, a saber: a centralidade da ação/reflexão dos atores em situação.

3.1. Matemática, filosofia e ideologia: ferramentas para uma crítica

Existem várias concepções sobre a matemática que estão entrelaçadas com o fazer matemático, as quais, de alguma forma influem sobre ele, mas que, ao mesmo tempo, colocam-se em um outro nível: o da meta-matemática ou da filosofia da matemática. Dito de outra maneira: qual concepção se tem sobre a matemática? Qual resposta se dá à pergunta “o que é a matemática?”. Não é uma pergunta nova e existem várias (tentativas de) respostas que remetem a tempos antigos: desde a oposição clássica entre platonismo e aristotelismo, até formulações mais modernas, como o formalismo, o intuicionismo e as várias vertentes de construtivismos. Existem vários textos e pesquisas sobre este assunto, como, por exemplo: Ernest (2004), Hersh (1997), Furinghetti (2004a, 2004b, 2005, 2007), Caraça (1989), dentre outros. Muitos pesquisadores que abordam questões ligadas tanto ao ensino-aprendizagem da matemática, quanto à formação e a práticas docentes acabam se debruçando sobre tal tema: por exemplo, Ortega (2011, capítulo 3), o próprio Trabal (2011) e eu mesmo (TERUZZI, 2017, item 3), que tentei reconstruir sumariamente esta polarização entre a ideia de uma matemática construída pelos seres humanos e uma matemática autônoma e (pré-) existente independente deles. Este fato mostra como o campo da pesquisa em educação matemática valoriza as crenças e as concepções sobre a “natureza” da matemática como elemento importante (e, talvez, decisivo) para iluminar e entender as práticas e as dinâmicas do processo de ensino-aprendizagem de tal matéria.

A fim de me manter fiel ao propósito metodológico desta pesquisa – isto é, o de manter um “olhar oblíquo” –, acredito ser preciso dar “um passo para trás” para ressaltar uma outra questão: antes de nos perguntarmos sobre a natureza do saber matemático, talvez precisemos nos debruçar sobre a questão de como nós, seres humanos, lidamos com “a verdade”. Espero que fique claro nas

próximas páginas a importância de abordar tal assunto, bem como a ligação pela qual o recorte que proporei se relaciona ao debate sobre a natureza da matemática.

Existe uma linha de pensamento na filosofia, nas religiões, nas artes... enfim, nas culturas que acompanharam o ser humano em sua jornada, que atribui às concepções de verdade¹⁰⁴ poderes especiais: ela é autoevidente, tem uma força intrínseca que a faz se impor contra a mentira; ela tem até o poder de libertar. Citando somente algumas referências, a título de exemplo e de maneira breve: desde as reelaborações sobre a figura de Ulisses, protótipo do ser humano que busca incessantemente o conhecimento¹⁰⁵ (ou seja, a busca da verdade); de uma ideia da racionalidade, de Descartes¹⁰⁶, até uma famosa fala de Jesus Cristo¹⁰⁷.

Mas, de alguma forma, é com a perspectiva do iluminismo e, logo em seguida, do positivismo que se finca com força na sociedade esta ideia de uma verdade dotada de um vigor intrínseco que permite que ela se imponha, por si só, nas mentes: surge, assim, a metáfora de mostrar ao povo “a verdade” (os fatos objetivos), iluminando-a com a luz da razão – e, portanto, rasgando o velo da “escuridão” da ignorância, da superstição, do prejuízo –; uma vez “vista” e “saboreada”, tal como se fosse uma substância psicotrópica que causa dependência, as pessoas nunca mais poderão ficar sem ela. Não é de se surpreender que esta razão, tão poderosa e agente da libertação humana, como um novo Prometeu, foi elevada ao *status* de Deusa. O positivismo, causa-efeito dos avanços científicos-tecnológicos do século XIX, e filho (de alguma) das ideias do próprio iluminismo, veio reforçar esta visão encorpando a natureza da verdade: trata-se de algo objetivo, “sólido” que só está esperando por alguém que o “descubra”, e os fatos são “objetos” que se encontram bem distintos das opiniões subjetivas.

¹⁰⁴ Não é um tratado teológico-epistemológico sobre a verdade, a sua natureza, a sua existência ou a sua acessibilidade: usarei, portanto, esta expressão em um sentido intuitivo e propositalmente abrangente. Acredito que isso não represente um problema a respeito da discussão apresentada a seguir.

¹⁰⁵ Assim é como Dante Alighieri o interpreta, colocando a exortação: “Fatti non foste a viver come bruti, ma per seguir virtute e canoscenza” (Inferno, canto XXVI).[“Vocês não foram feitos para viver como brutos, mas para buscar a virtude e o conhecimento”, tradução minha]

¹⁰⁶ Para o filósofo e matemático francês, o pensamento racional – maximamente evidente e que encontra na matemática a sua máxima expressão – fica impaludado nas línguas naturais que, ao contrário, são imprecisas e inaptas a um pensamento racional rigoroso. Não por acaso, quando Descartes precisa encontrar as verdades “últimas” (ou “primeiras”, pensando sob um ponto de vista de uma teoria axiomática), ele fecha os olhos e as encontra com o poder da mente (racional).

¹⁰⁷ “E conhecerão a verdade, e a verdade os libertará” (João, 8:32).

Desde então, uma parte da esquerda se colocou neste trilho¹⁰⁸ e pensou (pensa?) que basta explicar, revelar as “verdades” sobre as explorações, as injustiças que permeiam o mundo, a fim de que todas as pessoas oprimidas abracem esta “revelação” e comecem a construir um mundo novo.

George Lakoff assim aponta o problema:

Infelizmente demais progressistas pararam em uma teoria da razão falsa e obsoleta, segundo a qual o enquadramento [*framing*], o pensamento metafórico e a emotividade não teriam influência de jeito nenhum sobre a racionalidade. Tal convicção errada conduziu muitos progressistas a pensar que os fatos, sozinhos, eram suficientes para nos libertar e, por isso, teimam em fazer elencos de fatos e dados concretos. (LAKOFF, 2019, p. 18, tradução minha)¹⁰⁹

[...] verdade, sozinha, não liberta¹¹⁰ (ibidem, p. 37, tradução minha)

Do outro lado do oceano¹¹¹, ecoa Yves Citton:

De Louis Althusser a Clement Rosset a Frédéric Lordon, de todos os lados nos repetem sem parar que ser materialistas significa aceitar *não contar mais histórias*. Existe uma estabelecida tradição sociológica que considerou a “objetivação” e a “desmitificação” o próprio cavalo de batalha. [...]

Trata-se [...] de reconhecer uma profunda alergia que parecem ter para as histórias todas as vozes que se reivindicam “de esquerda”, [...] enquanto a “esquerda” cumpria com zelo o propósito de não contar mais histórias, uma boa parte da sua base começava a dar crédito às histórias simplistas, mas terrivelmente eficazes, que os grandes mestres dos pequenos contos neoliberais, neoconservadores e neofascistas contavam-lhe.¹¹² (CITTON, 2013, p.86-87, tradução minha, grifo do autor)

Os dois autores lançam olhares sob perspectivas bastante diferentes: Lakoff tem uma trajetória de pesquisa no campo da linguística; Citton é um estudioso de literatura. Politicamente, o primeiro milita no campo da esquerda “liberal” estadunidense, e o segundo anima círculos de

¹⁰⁸ E diria que isso nem é de se estranhar: por um lado, é o próprio evento que, de alguma forma, é visto como a primeira realização (de muitas) das ideias do iluminismo – a revolução francesa, que cria aquela metáfora espacial que atualmente ainda é usada para dividir, *grosso modo*, o espectro das posições políticas: a esquerda e a direita. Por outro, a ideia segundo a qual, por séculos, os oprimidos ficaram pisoteados, mas que “agora” é que vão entender estes mecanismos perversos e destruí-los, representa uma narração que bem combina com uma ideia messiânica de uma verdade que conquistará as mentes e os corações dos oprimidos.

¹⁰⁹ “Sfortunatamente fin troppi progressisti si sono formati su una teoria della ragione falsa e obsoleta, in base alla quale il framing, il pensiero metaforico e l’emotività non influirebbero in alcun modo sulla razionalità. Questa convinzione errata ha condotto molti progressisti a credere che i fatti, da soli, bastino a renderci liberi, tant’è che si incaponiscono a elencare fatti e dati concreti.”

¹¹⁰ “la verità, da sola, non rende liberi”

¹¹¹ Lakoff é estadunidense, Citton é francês.

¹¹² “Da Louis Althusser a Clement Rosset a Frédéric Lordon, da tutte le parti ci viene ripetuto senza sosta che essere materialisti corrisponde ad accettare di non raccontare più storie. C’è tutta una tradizione sociologica che ha fatto dell’“oggettivazione” e della “demistificazione” il proprio cavallo di battaglia. [...]

Si tratta [...] di prendere atto di una profonda allergia che sembrano provare verso le storie tutte le voci che si rivendicano “di sinistra”, [...] mentre la “sinistra” si applicava diligentemente nell’esercizio di non raccontare più storie, una buona parte della sua base cominciava a dar credito alle storie semplicistiche, ma terribilmente efficaci, che i grandi maestri di piccoli racconti neoliberali, neoconservatori e neofascisti le raccontavano.”

crítica “radical” da esquerda francesa. Usando ferramentas conceituais e metáforas aparentemente distintas (a ideia de “*frame*” e a de “contar histórias”), os dois apontam para o mesmo “problema”: dados, elementos “objetivos”, demonstrações por “A+B”, por si só, não convencem. Isso vale não somente para o campo da disputa política, mas para todos os aspectos da vida social, inclusive para as atividades em sala de aula e, em particular, as vivências nas aulas de matemática.

O próprio Paulo Freire, mesmo não compactuando absolutamente com uma visão tão dura e “positivista”, utiliza o termo “professor-narrador” como rótulo para o docente que pratica a educação bancária, fortalecendo, assim, a ideia de que as narrações mistificam e escondem a verdade, e que a narração é um elemento negativo da vivência humana, já que se contrapõe ao diálogo. Em suas próprias palavras:

QUANTO MAIS ANALISAMOS as relações educador-educandos, na escola, em qualquer de seus níveis (ou fora dela), parece que mais nos podemos convencer de que estas relações apresentam um caráter especial e marcante — o de serem relações fundamentalmente narradoras, dissertadoras.

Narração de conteúdos que, por isto mesmo, tendem a petrificar-se ou a fazer-se algo quase morto, sejam valores ou dimensões concretas da realidade. Narração ou dissertação que implica um sujeito — o narrador — e objetos pacientes, ouvintes — os educandos.

Há uma quase enfermidade da narração. A tônica da educação é preponderantemente esta — narrar, sempre narrar. (FREIRE, 2001, p. 57)

Se, então, olhar para os fatos não nos ajuda a entender porque eles não convencem; se a ação de narrar é a marca do professor autoritário e antidialógico, então é preciso um olhar a partir de um lugar diferente, que observe de uma posição oblíqua: por isso, tentarei mostrar como, para discutir de (e sobre a) matemática com alunas, é necessário levar estas ferramentas em conta.

3.1.1. Precisamos «enquadrar» o problema: conceito de «*FRAME*»

A ideia de moldura conceitual¹¹³ aparece, pela primeira vez, no campo da sociologia (em uma encruzilhada com a psicologia) por meio do trabalho seminal do sociólogo Erving Goffman, com o título explícito *Frame Analyses: an essay on the organization of Experience*, em 1974¹¹⁴. A potência

¹¹³ A tradução do conceito de *frame* para o contexto das ciências sociais e cognitivas é, pelo menos, múltipla. O sociólogo Diogo Correa utiliza, por exemplo, o termo “enquadramento” (CORREA, 2019); o sintagma “moldura conceitual” também me parece bastante alusivo. Ao longo da pesquisa, os termos em inglês e as suas respectivas traduções serão usados como sinônimos.

¹¹⁴ Tal como todas as ideias que aparecem ao longo da história do pensamento humano, a reconstrução da maternidade de um conceito contém sempre um caráter de arbitrariedade: o próprio Goffman (1974, p. 7) reconhece com uma certa honestidade que outros pesquisadores, Gregory Bateson e Edward T. Cone propuseram um conceito parecido e, continua ressaltando Goffman, de maneira quase certamente independente um do outro.

do conceito e a sua versatilidade como ferramentas de análise das ações (e dos motivos delas) das pessoas em diferentes âmbitos e situações permitiram que outros pesquisadores se apropriassem das molduras. É o caso do linguista George Lakoff, que o aplicou tanto em suas pesquisas “acadêmicas” quanto em suas reflexões sobre os discursos políticos.

Nas primeiras páginas da obra de Goffman, já encontramos uma definição do conceito:

Eu considero que as definições de uma situação são construídas de acordo com *princípios de organização que governam eventos* – pelo menos, os de natureza social – e o nosso engajamento subjetivo neles; moldura conceitual [*frame*] é a palavra que uso para me referir a estes elementos básicos que consigo identificar. Esta é a minha definição de moldura conceitual [*frame*]. A minha expressão “análise das molduras conceituais” [*frame analysis*] é um lema para me referir ao estudo destes elementos de organização da experiência.¹¹⁵ (GOFFMANN, 1974, p. 10-11, grifo e tradução meus)

Uma cena, uma situação que o sujeito esteja vivenciando, ela ganha um significado graças às molduras conceituais que são ativadas no sujeito pela própria situação: esta operação de significação por meio do *frame* permite ao sujeito também a possibilidade de ter um leque de opções de ações disponíveis que vem no mesmo “pacote” da(s) molduras ativadas, e é o elemento que modula o engajamento do sujeito em uma atividade. De fato, “[a ação de] emoldurar uma atividade estabelece o significado para ele. A moldura, também, organiza mais do que o significado: organiza o envolvimento”¹¹⁶ (GOFFMAN, 1974, p. 346, tradução minha).

É importante ressaltar que a proposta de Goffman se coloca em um vasto campo que explícita ou implicitamente remete à dimensão pragmática do agir humano, e isso se evidencia pelo menos em dois aspectos, quais sejam: por um lado, o olhar para situações concretas e como nelas os atores se comportam; por outro, o sociólogo explicitamente advoga (ibidem, p. 8) uma abordagem situacionista, reconhecendo que a ação do indivíduo está sempre vinculada a um contexto e a uma coleção de relações particulares que criam uma amalgama única e específica para o processo de significação e ação do ator.

Merece um destaque, por fim, o fato de que Goffman concentra o seu olhar naquelas situações que representam, de alguma forma, uma ruptura do “protocolo” que supostamente um

¹¹⁵ “I assume that definitions of a situation are built up in accordance with principles of organization which govern events – at least social ones – and our subjective involvement in them; frame is the word I use to refer to such of these basic elements as I am able to identify. That is my definition of frame. My phrase “frame analysis” is a slogan to refer to the examination in these terms of the organization of experience”.

¹¹⁶ “[...] the individual’s framing of activity establishes its meaningfulness for him. Frame, however, organizes more than meaning: it also organizes involvement”.

frame evocaria: assim, “enganos, bobagens e gafes” (ibidem, p. 32) são particularmente interessantes para trazer à luz as molduras que o sujeito mobiliza. Este olhar oblíquo para os momentos “de ruptura” parece-me uma sintonia com o campo da sociologia pragmática francesa, particularmente com a ideia de Latour de olhar para a situação de “pane” (ver item 1.1).

George Lakoff retoma e amplia o trabalho seminal de Goffman e, dentre várias obras diferentes, debruça-se sobre questões políticas (a disputa de poder entre esquerda e direita¹¹⁷, as questões do ambientalismo e da mudança climática antropogênica). Ele também esclarece que “os *frames* são molduras mentais que determinam a nossa visão do mundo, e, por consequência, os nossos objetivos, projetos, as nossas ações[; ...] são ideias”¹¹⁸ (LAKOFF, 2019, p. 15-16, tradução minha).

Neste sentido, podemos ressignificar o próprio conceito de ideologia a partir da sua etimologia: ἰδέοσ, “ideia”, no sentido platônico de “forma” e, portanto, “imagem”: o que é um *frame* senão uma moldura, e, tal como todas as molduras, serve para conter, justamente, uma imagem. Isto é, a ideologia nada mais é que um *macroframe*, uma moldura de base que, literalmente, enquadra e ordena ideias e acontecimentos com os quais nos deparamos, determinando, assim, “a nossa visão do mundo”.

Por ser linguista, Lakoff evidencia a relação estreita que existe entre as palavras e as molduras conceituais: “a linguagem é um sinal dos *frames* subjacentes. Cada palavra se define em relação a uma moldura conceitual subjacente. Cada vez que escutamos uma palavra, no nosso cérebro [...] se ativa imediatamente um *frame*”¹¹⁹ (ibidem, p. 15) O autor fornece um exemplo para explicar esta relação: “cada palavra, como por exemplo, «elefante», evoca um *frame*, seja uma imagem ou um conjunto de noções: os elefantes são grandes, têm orelhas pêndulas, tem presas,

¹¹⁷ O autor se concentra na disputa no campo da política institucional dos Estados Unidos, ou seja: entre republicanos e democratas.

¹¹⁸ “I frame sono cornici mentali che determinano la nostra visione del mondo e di conseguenza i nostri obiettivi, i nostri progetti, le nostre azioni [;...] frame sono idee”.

¹¹⁹ “il linguaggio è una spia dei frame sottostanti. Ogni parola si definisce in relazione a un frame concettuale sottostante. Ogni qualvolta ascoltiamo una parola, nel nostro cervello [...] si attiva immediatamente un frame.” Ainda mais direto: as palavras são definidas por meio da relativa moldura conceitual. As palavras evocam *frames*, por isso você precisa evocar as palavras certas. (“Words are defined relative to conceptual frames. Words evoke frames, and if you want to evoke the right frames, you need the right words.”) (LAKOFF, 2016, p. 323).

tromba, vivem livres na selva ou presos em circos e assim por diante. Cada palavra fica definida em relação ao *frame* que ativa”.¹²⁰

Podemos realizar este experimento com cada palavra e verificar quais molduras conceituais são ativadas por ele. No que vamos pensar, de imediato, quando ouvirmos – ou, no caso, lermos – a palavra “polícia”? Armas, violência, segurança, chacinas, cabo, farda, impunidade são – dentre muitas outras – possíveis respostas e, como é evidente, cada uma delas pode se juntar a outras, formando o *frame* que é ativado pela palavra. E quando lemos a palavra matemática? Exatidão, violência, deus, trabalho, realização, o capeta, beleza, trauma, felicidade, mistérios da fé... estas também seriam possíveis respostas.

É importante destacar como os meros fatos nada podem se estes não encontram uma moldura adequada que possa “agarrá-los” e inseri-los, justamente, em um *frame* que pode organizá-los de maneira coerente, pelo menos até certo ponto. Nas próprias palavras de Lakoff:

Podemos até conhecer os fatos, mas se tais fatos não correspondem às estruturas conceituais [*frames*] presentes no nosso cérebro, eles escapam sem que consigamos interpretá-los. Nós não os escutamos, não os aceitamos como fatos, eles nos confundem, não entendemos o seu sentido, acabamos por tratá-los como dados irracionais, absurdos o de nenhuma importância.¹²¹ (ibidem, p.36, tradução minha)

O seja, não adianta “jogar na cara” de um terraplanista dados, experimentos, contradições, fatos se as suas molduras conceituais estão construídas para rejeitá-los¹²². A ideia toda de provar algo por “A+B” para alguém – como se isso fosse a bala de prata que coloca, por si só, fim à discussão – é uma ideia ingênua que, evidentemente, não corresponde a nossa vida real: tanto quando conversamos com os alunos em sala de aula, quanto em vários outros contextos da vida social (por exemplo, sobre temas políticos), percebemos que, por mais “bons” e “irrefutáveis” que sejam os dados, estes muitas vezes falham em convencer o interlocutor.

¹²⁰ “[o]gni parola, come appunto «elefante», evoca un frame, ovvero un’immagine o un set di nozioni: gli elefanti sono grossi, hanno orecchie pendule, zanne, proboscide, vivono liberi nella giungla oppure in cattività nei circhi e così via. Ogni parola viene definita in base a quel frame.”

¹²¹ “Possiamo anche venire a conoscenza dei fatti, ma se questi non corrispondono alle strutture concettuali presenti nel nostro cervello, ci sfuggono senza che riusciamo a interpretarli. Non li ascoltiamo, non li accettiamo come fatti, ci confondono, non ne comprendiamo il senso, finiamo con l’etichettarli come dati irrazionali, insensati o di nessuna importanza.”

¹²² Parece-me interessante ressaltar uma consonância entre o funcionamento das molduras conceituais e o conceito de “ideia-âncora” proposto por Ausubel (1968). Em extrema síntese: segundo o psicólogo estadunidense, novas situações e ideias “fazem sentido” para um sujeito e conseguem ser articuladas em sua mente e memória se elas se ligarem com ideias poderosas, ou seja, verdadeiros centros atratores já presentes em sua rede de significações. O conceito de *frame*, portanto, parece-me embutir vários atributos do conceito de âncora.

Desdobrando as características das molduras, Lakoff destaca que o uso da negativa é (quase) sempre contraproducente, já que negar uma palavra (conceito) ativa o mesmo *frame* mobilizado em sua afirmação: o próprio autor brinca com isso pedindo ao leitor que não pense no elefante... e o meu leitor pode perceber como este pedido produz exatamente o resultado contrário!¹²³

Este conceito, que é de tipo semântico – isto é, refere-se à esfera do significado das palavras (e das molduras que elas ativam) –, pode ser colocado, de alguma forma, em diálogo com um conceito que pertence mais à esfera do campo sintático, do próprio problema da passagem dos sinais físicos que veiculam as ideias. Dito de outra forma: a própria língua, entendida sob o aspecto do “significante” apresenta um problema parecido com o destacado por Lakoff. Para mostrar isso, usarei o exemplo do maior acidente da história da aviação civil, acontecido em 1977 em Tenerife, no arquipélago das Ilhas Canárias, na Espanha. Sem entrar em detalhes de uma complexa reconstrução dos eventos, um dos fatos principais que levou ao acidente entre os dois aviões foi uma falha de comunicação entre os pilotos e a torre de controle:

Avião: «Estamos decolando agora».

Torre: «Ok, esperem para decolar. Eu vou avisar vocês.»¹²⁴

A comunicação do rádio estava falhando e, portanto, a mensagem que os pilotos do avião “entenderam” foi: “«Ok [...] para decolar [...]»” (Ibidem, tradução minha).

O ponto de contato com a análise de Lakoff é que a torre, ao invés de usar uma palavra que remetesse a um campo oposto, utilizou uma frase que negava (“esperar”) o conceito principal (“decolar”): fica evidente como é fácil que, com um canal de comunicação imperfeito, algumas palavras sejam perdidas ou corrompida, de maneira que o significado se transforme no seu contrário.

De tal fato, pode-se trazer a conclusão acerca da necessidade – quando se constrói um discurso – de se manter a maior distância¹²⁵ possível entre uma afirmação e o seu contrário (no

¹²³ A este respeito, nós, do campo da esquerda, precisamos nos interrogar quanto à utilidade de mensagem como anticapitalista, antirracista – ou até mesmo o próprio chavão “Ele Não”, usado contra Jair Bolsonaro antes das eleições à presidência no ano de 2018 – e das demais “palavras de ordem” para quem não está já convencido disso.

¹²⁴ Airplane: «We are now taking off.»

Tower: «Ok, stand by for take off. I will call you.» Disponível em: https://it.wikipedia.org/wiki/Disastro_aereo_di_Tenerife. Acesso em: 12 set. 2021 (tradução minha).

¹²⁵ Estes aspectos “sintáticos” são muito abordados na teoria dos sinais e na informática: por exemplo, a ideia de fazer trabalhar um computador somente com dois estados (por exemplo: +5volt e -5volt, aberto/fechado) que representam zero e um é devido (também) ao fato de constituir o sistema mais simples (depois do sistema “unário”), em que, entre

caso, “decolar” e “parar” no lugar de “esperar para decolar”), representando isso uma vantagem, tanto do ponto de vista da teoria da comunicação quanto da teoria das molduras conceituais.

Um outro ponto que Lakoff destaca é que as molduras não são imutáveis, cravadas de uma vez por todas em nosso cérebro; ao contrário, é sempre possível reconstruir e remodelar um *frame*: tal operação leva o nome de *reframing* (remolduramento). Assim:

Já que as molduras conceituais são ativadas pela linguagem, para mudá-las é necessário, antes de mais nada, mudar a própria linguagem. Para um novo modo de pensar, será preciso um novo modo de falar. Por isso o remolduramento [*reframing*] não é, em nada, um processo simples ou banal. Não se trata de inventar algumas palavras mágicas. Os *frames* são ideias, não clichês. Para mudá-los, é preciso acessar as convicções inconscientes já presentes nas nossas mentes e naquela de quem pensa como nós, tomar consciências disso e reiterá-las até quando não farão parte no discurso público. Tudo isso não acontecerá de um dia para outro, mas por meio de um processo gradual que necessita dedicação, constância e atenção.¹²⁶ (ibidem, p. 16, tradução minha)

Primeiramente, conforme a proposta freiriana, temos que interpretar o termo “palavras” como aquele emaranhado indissolúvel entre teoria e práxis, ação e reflexão: ou seja, não é o discurso vazio, o “blá blá blá” que muda uma moldura conceitual¹²⁷, mas sim um discurso embutido em uma vivência, em uma prática experienciada juntos. Se olharmos por esta ótica, parece-me que a descrição feita por Lakoff se enriquece bastante e melhor designa os processos reais que ocorrem quando acontece um *reframing*. E, também, podemos entender esta “disputa” pelas palavras (e pelas molduras que elas ativam) como um processo complexo descrito por Gramsci a respeito da disputa pela hegemonia: a contenda acerca de quais molduras conseguem se impor (e dar, assim, um sentido às palavras e aos fatos) remete às disputas na sociedade entre grupos de interesses e poderes, bem como se entrelaça também com a questão da “força” que permeia as relações da sociedade.

os elementos, podemos colocar a maior separação possível. O próprio conceito de “distância” nas mensagens é construído na informática e corresponde à distância de Hamming.

¹²⁶ “Poiché i frame sono attivati dal linguaggio, per mutare i frame sarà necessario cambiare prima di tutto il linguaggio. Per un nuovo modo di pensare occorrerà un nuovo modo di parlare. Ecco perché il reframing non è un processo per nulla semplice o scontato. Non si tratta di inventarsi qualche parolina magica. I frame sono idee, non slogan. Per cambiarli bisogna accedere alle convinzioni inconscie già presenti nella nostra mente e in quella di chi la pensa come noi, prenderne consapevolezza e ripeterle finché non entreranno a far parte del discorso pubblico. Tutto ciò non accadrà da un giorno all’altro, ma attraverso un processo graduale che necessita dedizione, costanza e attenzione.”

¹²⁷ Claramente, se considerarmos campos como o da propaganda, podemos sim considerar que palavras “vazias”, pelo único fato de serem continuamente repetidas, possivelmente por meio de técnicas publicitárias sutilmente afinadas, podem remoldar os *frames*. Mas aqui cabe lembrar, mais uma vez, que estou interessado na construção do sujeito no processo de libertação, do qual ele pode ser protagonista nas aulas de matemática: irei, portanto, deixar de fora do escopo estas técnicas que pertencem mais ao campo do *marketing* do que da educação.

Com esta ideia de *reframing*, enriquecido com elementos da ideia de palavra freiriana e de construção hegemônica gramsciana, podemos verificar como, por exemplo, muitas palavras usadas para compor os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) que fazem parte da chamada “Agenda 2030” da ONU – tais como “igualdade”, “qualidade” e “justiça” – são constantemente tensionadas para ativar molduras diferentes e, geralmente, em conflitos uma com a outra: é a “lengua de madeira” acerca da qual escreve Santos (2020) e que Lakoff (2020, p. 76) chama de “estratégia orwelliana”¹²⁸.

Perante este quadro, posso resumir a tensão que existe entre a linguagem e as molduras conceituais de acordo com o esquema seguinte, no qual, em uma relação instável e circularmente emaranhada, a palavra encontra o seu significado de acordo com a moldura conceitual que a própria palavra evoca.

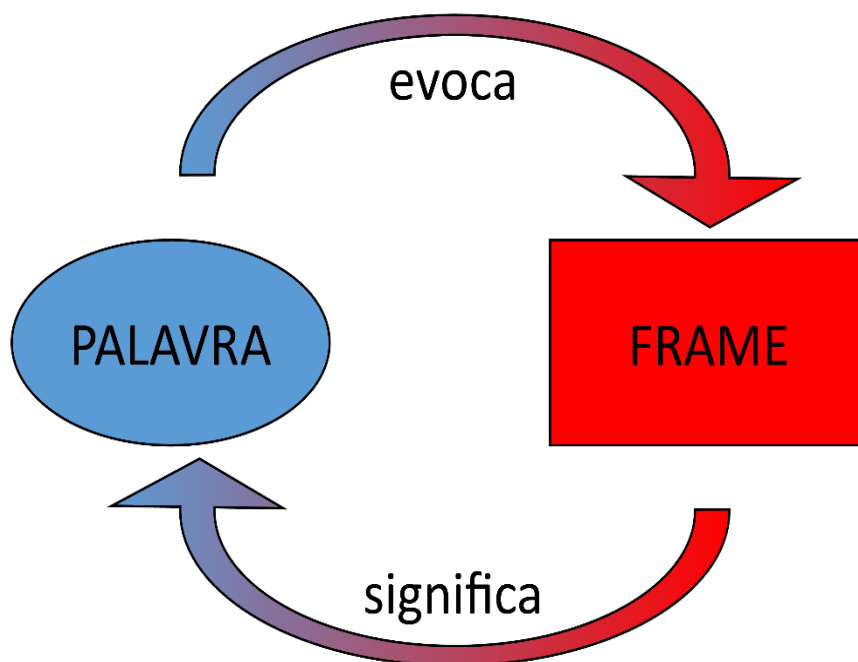


Figura 3 Esquema relacional entre palavra e frame. Autoria própria.

¹²⁸ É evidente a referência à distopia descrita por Orwell em 1984, em que a propaganda do Big Brother distorcia o significado das palavras em seu contrário: “a guerra é paz”, “a liberdade é escravidão” e assim por diante.

O caráter constantemente em disputa desta relação e os elementos dialéticos¹²⁹ que existem entre as diferentes molduras e entre as molduras e as palavras é potencializado por meio da ideia do “biconceitual”. Ao analisar a polarização esquerda-direta em política, Lakoff destaca:

Mas não existe uma ideologia de «meio». Não existem sistemas morais ou posições políticas que definam o «meio». Os eleitores que estão no «meio» são fundamentalmente biconceituais: são conservadores em relação a algumas questões e progressistas a respeito de outras, sem uma separação precisa. Repare bem que disse «é prevalente». Todos nós possuímos ambos os modelos [*frames*], ativa ou passivamente.¹³⁰ (ibidem, p. 39, tradução minha)

O linguista enfatiza como não existe no campo político uma proposta “de meio” (o “de centro”) no eixo esquerda-direita; o que temos, na verdade, é um conjunto de molduras conceituais diferentes, algumas que pertencem a um campo e, outras, ao campo oposto: a depender da questão, o sujeito pode ativar um *frame* ou outro, construindo, assim, uma posição política compósita e multifacetada. E, talvez, o ponto mais importante é que todos os seres humanos possuem esta mistura de molduras, o que implica, novamente, que existe uma constante disputa na sociedade (para fazer ativar determinados *frames* ou outros) e uma tensão dialética no sujeito (no qual existe este tensionamento entre molduras diferentes).

Isso é possível de ser visto por todos, explorando as próprias posições sobre os diferentes assuntos. Neste caso, posso tomar como exemplo o próprio Paulo Freire: a sua posição política é indubitavelmente de esquerda, e a macromoldura que orienta o campo de significação é a ideia de que o mundo é dividido em duas categorias de seres humanos – oprimidos e opressores; tal *frame* abraça todos os outros mobilizados pelo autor para discutir sobre o mundo, política e educação. Mas, quando o assunto vira, por exemplo, o aborto (ver PASSETTI, 1998, p. 115-116), este *frame* deixa espaço para um outro: a defesa da vida, em que, necessariamente, o aborto significa um homicídio.¹³¹ Todos os seres humanos são biconceituais!

¹²⁹ Nem Goffman, nem Lakoff dialogam explicitamente com uma dimensão de análise que contemple a dialética: é uma consideração minha olhar a construção teórica de Lakoff e perceber como nela pode estar presente (ao menos, em “potência”) tal aspecto. Ou seja, acredito que, olhando por meio deste recorte, seja possível explorar ainda mais as possibilidades embutidas na teoria dos *frames*.

¹³⁰ “Ma non c’è un’ideologia del «mezzo». Non esistono sistemi morali o posizioni politiche che definiscano il «mezzo». Gli elettori che stanno nel «mezzo» sono fondamentalmente biconcettuali: sono conservatori riguardo ad alcuni problemi e progressisti riguardo ad altri, senza un discrimine preciso.

Notate bene che ho detto «è prevalente». Tutti noi possediamo entrambi i modelli, attivamente o passivamente.”

¹³¹ Ao mantermos o *macroframe* oprimidos-opressores, ativaríamos, ao contrário, outras ideias, como a opressão no eixo homem-mulher, o direito da mulher à saúde e à autodeterminação sobre a sua vida e o seu corpo.

Esta proposta de análise é elaborada por Lakoff no campo da política, mas, a meu ver, pode ser estendida a todas as situações em que podemos nos deparar com uma polarização forte e estruturante entre duas posições fundamentais, assumindo, portanto, uma capacidade de análise mais geral. E isso é fundamental porque, seja qual for o assunto a ser discutido (aborto, guerra, taxaço das grandes fortunas ou a inexistência de $\sqrt{-1}$), o biconceitualismo é o que pode permitir conversar com quem tem uma posição diferente e, ao mesmo tempo, permite que as posições se modifiquem, já que todos nós temos uma multiplicidade de molduras que podem ser ativadas e ressignificadas: “Os cérebros podem mudar? [...] Nas maior parte dos casos, sim. E o que torna isso possível é o biconceitualismo.”¹³² (LAKOFF, 2019, p. 75).

3.1.2. A necessidade de uma boa história: redescobindo o poder do *mito*

O universo é feito de histórias, não de átomos.¹³³ (Muriel Rukeyser, "The speed of darkness")

A luta dos homens para a sua emancipação [...] passa através da reconquista dos seus meios de expressão e de narração (SALMON, 2008, p. 212)

[Os mitos movem os ânimos porque] contam coisas que nunca aconteceram, mas sempre são. (Saturnino Sallustio, apud VILLA 2018, p.67, tradução minha)¹³⁴

Por muito tempo, tal como exposto na introdução deste item – e, sobretudo, no campo da esquerda – predominou a ideia de que a luta dos oprimidos deveria estar apoiada em – e contar com a ajuda de – fatos, contrapondo-se, sobretudo a partir da década do 1990¹³⁵, ao campo da direita, que se fazia forte ao contar histórias, até que a própria expressão “*storytelling*” – que significa, de maneira neutra, contar histórias – passou a ter uma conotação negativa, apontando para o *frame* da mistificação¹³⁶ (CITTON, 2013, p. 83-84). Isso, retrospectivamente, não é particularmente surpreendente: além de se encaixar em uma bem fundada tradição (ver início do

¹³² “I cervelli possono cambiare? [...] nella maggioranza dei casi sì. A renderlo possibile è il biconcettualismo.”

¹³³ “The universe is made of stories, not atoms”.

¹³⁴ “[I miti muovono le coscienze perché] queste cose non avvennero mai, ma sono sempre”

¹³⁵ A disputa sobre a neutralidade dos discursos e também das ciências é mais antiga. A referência a década dos 1990 é feita pelo próprio Citton para indicar, pelo menos no campo europeu e estadunidense, que é a partir desta data que em âmbito político se assenta a ideia de contar histórias como sinônimo de mentira.

¹³⁶ A obra que marca esta época de olhar suspeito sobre a ação de contar histórias é individuada por Citton na obra “Storytelling: La fabbrica delle storie”, de Christian Salmon (2008).

capítulo), tal visão reflete o estado de coisas na Europa e nos Estados Unidos a partir dos anos 1980. Isso porque se tinha uma derrota generalizada das reivindicações das classes trabalhadoras – com o início das políticas neoliberais de Margaret Thatcher e de Ronald Reagan –, que foi também “idealmente” lacrada pela queda da União Soviética, em 1991: é fácil imaginar como, sob esse contexto, as narrações dominantes são as conservadoras e opressoras (ibidem, p. 85-89).

Esta desconfiança reflete-se também no significado que, correntemente, associamos à palavra mito, a saber: mistificação, impostura, mentira, falsidade, preconceito, “contos da carochinha”. De fato, este sentido da palavra é continuamente reforçado por expressões da linguagem comum ou até da literatura: “mito ou verdade?”, “a mitologia do preconceito linguístico” (BAGNO, 2000, p. 13).

O próprio Freire utiliza repetidamente a palavra mito neste sentido quando, por exemplo, afirma que:

Muitos dos oprimidos que, direta ou indiretamente, participaram da revolução, marcados pelos *velhos mitos* da estrutura anterior, pretendem fazer da revolução a sua revolução privada. (FREIRE, 2001, p.33, grifo meu)

Daí esta exigência radical, tanto para o opressor que se descobre opressor, quanto para os oprimidos que, reconhecendo-se contradição daquele, *desvelam* o mundo da opressão e percebem *os mitos* que o alimentam (ibidem, p. 37, grifo meu)

Isto significa deixar-se cair num dos **mitos da ideologia opressora**, o da *absolutização da ignorância*, que implica a existência de alguém que a decreta a alguém. (ibidem, p. 47, grifo do autor, negrito meu)

O mito, por exemplo, de que a ordem opressora é uma ordem de liberdade. De que todos são livres para trabalhar onde queiram. Se não lhes agrada o patrão, podem então deixá-lo e procurar outro emprego. O mito de que esta “ordem” respeita os direitos da pessoa humana e que, portanto, é digna de todo apreço. O mito de que todos, bastando não ser preguiçosos, podem chegar a ser empresários — mais ainda, o mito de que o homem que vende, pelas ruas, gritando: “doce de banana e goiaba” é um empresário tal qual o dono de uma grande fábrica. O mito do direito de todos à educação, quando o número de brasileiros que chegam às escolas primárias do país e o dos que nelas conseguem permanecer é chocantemente irrisório. O mito da igualdade de classe, quando o “sabe com quem está falando?” é ainda uma pergunta dos nossos dias. O mito do heroísmo das classes opressoras, como mantenedoras da ordem que encarna a “civilização ocidental e cristã”, que elas defendem da “barbárie materialista”. O mito de sua caridade, de sua generosidade, quando o que fazem, enquanto classe, é assistencialismo, que se desdobra no mito da falsa ajuda que, no plano das operosidades dos opressores e o da preguiça e desonestidade dos oprimidos. O mito da inferioridade “ontológica” destes e o da superioridade daqueles. (ibidem, p. 137)

Mas tal como todas as palavras “importantes”, ela, em potência, pode ativar molduras conceituais diferentes, constituindo um exemplo perfeito de biconceitualismo (mas, no caso, seria até melhor o termo multiconceitualismo). É o caso, por exemplo, da propaganda apologética de Bolsonaro: ao apelidar o presidente genocida de “mito”, tenta-se remeter ao campo das histórias

de heróis míticos, antenados dos super-heróis modernos, dotados de capacidades além do humano e capazes de realizar empresas titânicas.¹³⁷ As alunas¹³⁸ que protestaram contra o governo Bolsonaro e os seus cortes financeiros aos setores da cultura e da educação em 2019 conseguiram reverter este *frame* justamente explorando a biconceitualidade da palavra, ao construírem cartazes com frases como: “A ciência/O conhecimento derruba mito(s)”, “A cultura/A educação destrói mito(s)”. Assim, mais uma vez, a palavra mito é colocada na moldura conceitual da ignorância, de um mundo pré-científico.

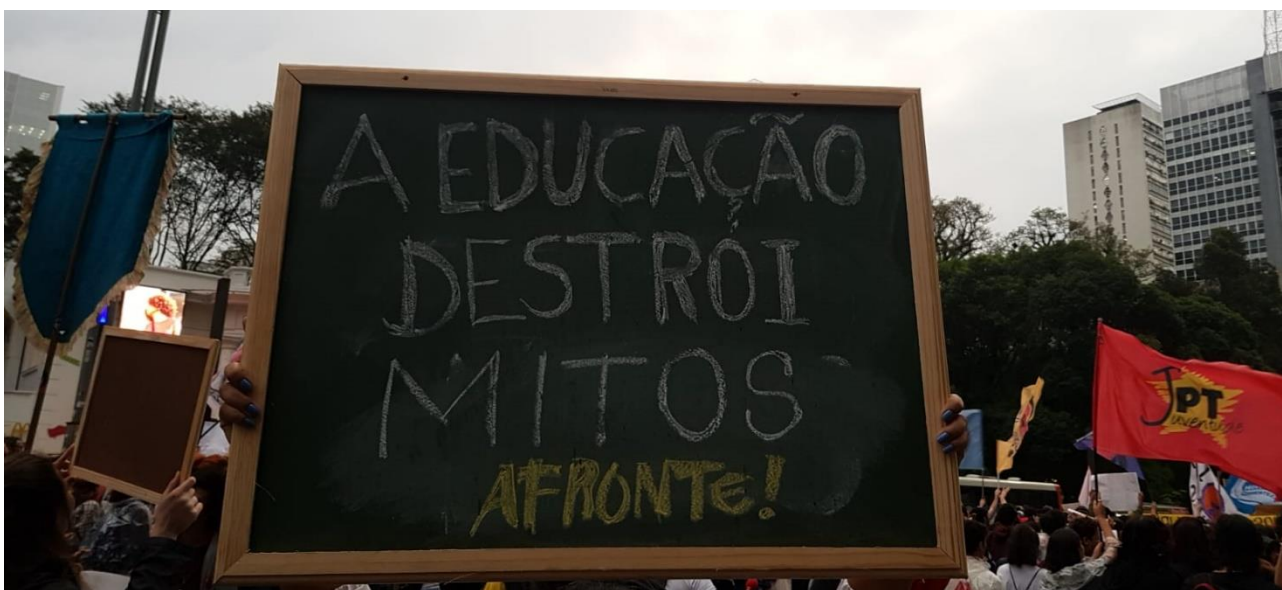


Figura 4 Placa na manifestação a favor da eleição de Lula, na Paulista, no dia 22 de outubro 2022.

Com certeza, a palavra mito é tudo isso, mas também representa uma outra dimensão: “[a] pergunta a ser colocada ao mito não é tanto aquela sobre a sua origem externa à nossa subjetividade, e nem aquela sobre o grau de adequação (necessariamente parcial) à realidade[...] A questão é ao contrário *como nos transforma e para onde nos conduz.*”¹³⁹ (CITTON, 2013, p. 230, tradução minha, grifo do autor). Ou seja, podemos parar de nos perguntarmos o quanto um mito, uma história é fidedigna aos fatos, o quanto seja respeitosa à verdade, e sim qual é a mensagem, a moral que o mito encarna, qual é o *frame* que o mito constrói, reforça e ativa e, sobretudo, quais são as paixões, comportamentos e possibilidades que o mito movimenta. Assim, sob esta

¹³⁷ Vimos que, na verdade, a capacidade ‘mítica’ do sujeito foi aquela de deixar um País em destroços e proteger a sua família dos escândalos que começaram a aparecer.

¹³⁸ Os movimentos da educação de 2019 viram uma grande participação dos secundaristas e dos universitários, onde os estudantes dos Institutos Federais tiveram um peso expressivo.

¹³⁹ “La domanda da porre al mito non é tanto quella sulla sua origine esterna alla nostra soggettività, e neppure quella sul suo grado di adeguamento (necessariamente parziale) alla realtà [...] La questione è piuttosto *ciò che ci fa diventare e verso dove ci conduce.*”

perspectiva, cabe-nos perguntar não tanto se, “de verdade”, Cronos devorava os seus filhos, mas sim o que revela este mito sobre a concepção do poder, bem como que comportamentos ativa entre as pessoas que compartilham este mito; saber “de verdade” se Iansã era casada com Ogum ou Xangó é muito menos interessante do que saber o que isso representa para quem passa o mito de geração em geração e como isso orienta as ações deles.¹⁴⁰

Assim, Citton afirma que:

A mitocracia define o poder de encenação¹⁴¹ dos mitos. Gostaria de incluir nesta categoria [a do mito] não somente as grandes narrções fundadoras, que geralmente qualificamos como “mitos”, mas também aquelas pequenas histórias que contamos a cada dia para enfrentar os poderes em campo ou para uniformarmos com eles, até chegar às simples palavras (formalmente desprovidas de uma dimensão narrativa) às quais fazemos referência nas nossas múltiplas atividades de encenação¹⁴² (CITTON, 2013, p. 110, grifos do autor, tradução minha)

O autor francês condensa em um único paragrafo várias ideias fundamentais da sua obra que tentarei aqui destrinchar. Em primeiro lugar, o termo mitocracia (que dá título ao seu livro) é construído para expressar o fato de que o mito não é, somente, *uma história fundadora* de valores, moral, visão de mundo, é também algo que movimenta as possibilidades, “sulea”¹⁴³ as ações, “conduz as condutas”¹⁴⁴ (ibidem, p. 76): o etéreo e impalpável mito tem, literalmente, o poder de exercer – ou, melhor, de conduzir as pessoas para exercer – ações no mundo. Cabe apontar como, mais uma vez, estamos com um autor que reúne em um único conceito – o do mito – a dimensão da “fala” e da “ação”, assim como o faz Paulo Freire ao juntá-las no conceito de práxis/palavra.

¹⁴⁰ De fato, parece-me que esta perspectiva é um “redescobrimto” da prática que, pelo menos, remete a Platão: ao inventar os mitos (“O mito do Aurigã”, “O mito do Demiurgo”), ele estava propondo uma visão que passasse uma ideia, uma metáfora sobre o funcionamento do mundo e que, ao mesmo tempo, pudesse determinar, em alguma medida, os melhores comportamentos que os seres humanos pudessem colocar em prática. Duvido que até o próprio filósofo de Atenas pensasse as suas histórias em termos da baliza verdade/mentira.

¹⁴¹ O original *scénarisation*, em francês, traduzido para o italiano como *scenarizzazione*, pode ser traduzido em português também com o termo “roteirização”.

¹⁴² “La mitocrazia [...] definisce il potere di scenarizzazione dei miti. Vorrei includere in quest’ultima categoria non solo le grandi narrazioni fondatrici, che solitamente qualificiamo come ‘miti’, ma anche quelle piccole storie che raccontiamo ogni giorno per far fronte ai poteri in campo o per uniformarci ad essi, fino ad arrivare alle semplici parole (formalmente prive di una dimensão narrativa) cui facciamo ricorso nelle nostre molteplici attività di scenarizzazione.”

¹⁴³ Tomei a liberdade de experimentar a troca do termo nortear por “sulear”, a fim de marcar, mais uma vez, a necessidade de olhares periféricos, oblíquos, não eurocêntricos.

¹⁴⁴ A construção teórica de Citton toma esta imagem da obra de Michel Foucault, que pretende diferenciar-se da metáfora do ser humano controlado mecanicamente como um boneco: conduzir as condutas é mais uma forma de “soft-power”, uma força difundida, nunca totalitária, que pode orientar os comportamentos sem ter um caráter inescapável.

Em segundo lugar, precisamos entender porque este poder de condução do mito é resumido por Citton como a capacidade de *encenação*: usando o teatro (e, por extensão, o cinema)¹⁴⁵ como metáfora, são retomados os conceitos de cenário (o contexto em que os atores atuam), de roteiro (os comportamentos previstos para atores) e a finalidade da própria peça (fazer rir, chorar, refletir, fazer uma catarse...). Existe uma articulação – por vezes, muito complexa – entre a peça em si e a plateia, mas, seja qual for tal interligação, ela existe e por isso, Citton fala

de encenação para fazer referência à maneira na qual a narração coloca-se no quadro das transformações que ela pode induzir na dimensão real, por meio da forçagem metalética¹⁴⁶ que transforma os comportamentos das personagens fictícias em comportamentos de pessoas reais, cujas condutas foram abertas em meio à experiência narrativa.¹⁴⁷ (ibidem, p. 110, tradução minha)

De fato, a narração tem um poder pragmático que permite que algo dela extrapole os limites do “palco” e conduza a plateia à ação: em uma atitude pragmatista – em amplo sentido – o mito não é somente a história que dá sentido ao mundo, mas, sobretudo, é aquela história que tem o efeito de induzir um comportamento, que “conduz as condutas”.

Citton continua e, em um movimento de *zoom*, ele parte das grandes histórias fundadoras, normalmente rotuladas como mitos, e nos pede para colocar na mesma etiqueta também as histórias menores – aquelas que um genitor conta para os filhos antes de dormir, aquelas que se trocam entre amigos em momentos de lazer, aquelas que os políticos repetem... – e até as palavras sozinhas. Este movimento é motivado pelo fato de que o autor define o mito como uma história com o poder de ação, “de fazer fazer”, portanto, toda e qualquer narração que socialmente apresente esta característica é um mito. Mas como é possível que uma única palavra – que sob definição alguma pode ser entendida como uma narração – possa ela também ser um mito? A explicação é evidente se repensarmos no funcionamento da moldura conceitual visto no item precedente: cada palavra evoca um *frame*, e este elemento estruturante do significado pode ser,

¹⁴⁵ Em mais um ponto de contato, Citton remete à obra de Goffman, retomada a ideia de estudar as situações teatrais e as situações da vida “real” como se fossem encenações no palco.

¹⁴⁶ A metalepse do narrador, segundo Gérard Genette, acontece quando o narrador faz passar de um nível – por exemplo, o do conto – para um outro – a saber: do próprio narrador (CITTON, 2013, p. 107). Citton extrapola e “estica” o conceito indicando assim quando elementos da narração quebram a quarta parede e passam a atuar/existir no mundo real.

¹⁴⁷ “Di scenarizzazione per far riferimento al modo in cui una narrazione si colloca nel quadro delle trasformazioni che esse è portata a indurre all’interno della dimensione reale, attraverso una forzatura metalettica che trasforma i comportamenti dei personaggi fittizi in comportamenti di individui reali, i cui condotti (le cui condotte) sono stati aperti nel corso dell’esperienza narrativa”.

ele mesmo, uma narração mítica – isto é, uma narração que modifica as condutas de quem escuta.¹⁴⁸

Assim, existem palavras (-chave) que têm a potência de um mito, no sentido de ativar algum *frame* fundamental que significa o mundo e orienta as ações do sujeito: “segurança”, “liberdade”, “justiça”, “Corinthians”, “pátria”, “amor”.

Citton explora extensivamente o conceito de “mitocracia”, debruçando-se sobre mecanismos e dando exemplos literários clássicos e modernos¹⁴⁹: para fins do presente trabalho, precisarei resgatar dois elementos ainda, um entrelaçado ao outro. O primeiro é a ideia de dividir as histórias, os mitos, entre aqueles supostamente progressistas e conservadores: isto é, pensar a *plot* narrativa “de direita” como mitos que reforçam o existente, que “conduzem as condutas” no leito do esperado no âmbito de uma sociedade desigual e injusta, que adormentam o espírito crítico e rebelde, por um lado; e, por outro, olhar, ao contrário, ou seja, por enredos que “conduzem” à subversão, à ruptura como *plot* “de esquerda”. Esta classificação tem um inegável valor de análise, podendo levar a conclusões profundamente erradas:

Em vez de classificar os plots [somente] em asseguradoras categorias estanques – de um lado, “os maus” [...] e, de outro, os “bons” [...] – seria melhor partir da hipótese de que *cada enredo*, assim como é inevitavelmente induzido a se apoiar em gramáticas preestabelecida, *é também sempre animado por um potencial de reconfiguração*¹⁵⁰ (ibidem, p. 137, grifo do autor, tradução minha)

[...] Parece talvez mais fácil agora entender porque ninguém ainda conseguiu determinar “o que pode um conto”. É difícil dizer *a priori*¹⁵¹ se conseguirá capturar a atenção dos ouvintes; ainda mais, [o conto] não opera necessariamente como um todo que mobiliza, de maneira compacta, no sentido de manter o *status quo* ou da Revolução (ibidem, p. 149, tradução minha)¹⁵²

¹⁴⁸ A própria palavra mito parece nos dar mais um elemento neste sentido, já que a etimologia grega (*mithoi*) remete à ideia de palavra, antes que à de fabulação.

¹⁴⁹ Em sua análise, o autor francês se debruça sobre como os mitos podem ser efetivos na medida em que movimentam paixões, em um sentido spinoziano do termo; analisa os conceitos de centros “atratores”, “varcos facilitadores”, dentre outros cuja análise foge ao escopo da presente pesquisa.

¹⁵⁰ “Piuttosto che classificare i plot in rassicuranti categoria stagne – da un lato i cattivi [...] e, dall’altro, i buoni – sarebbe meglio partire dall’ipotesi che *ogni plot*, così come è inevitabilmente indotto ad appoggiarsi su grammatiche prestabilite, *è altresì sempre animato da un potenziale di riconfigurazione*”.

¹⁵¹ O fato que o êxito de uma história quando for recebida é incerto e indecível *a priori* ecoa com a visão da sociologia pragmática segundo a qual o real (social) somente pode ser descrito pelo sociólogo a posteriori de uma controvérsia, nunca de antemão. (ver também o item 3.7)

¹⁵² “Appare forse più facile capire ora perché nessuno è ancora riuscito a determinare «cosa può un racconto». È difficile dire a priori se riuscirà a catturare l’attenzione degli ascoltatori; in più non opera necessariamente come un tutto che mobilita in maniera compatta nel senso del mantenimento dello status quo o della Rivoluzione”.

Um filme, um romance, uma “novela das oito” pode ser construída para ser “sonolenta, afeadora, cúmplice dos tiranos” (ibidem, p. 137)¹⁵³, mas, contanto que roteirista, diretor e atores atuem bem neste sentido, o caráter dialético, contraditório, multifacetado da experiência humana sempre permite que o significado da narração seja “reconfigurado”, revirado até em seu contrário. Por mais bem que um roteiro seja escrito, sempre existem infinitos espaços de reconversão. Assim, por um lado, temos um arcabouço teórico para defender que a ideia de uma “grande conspiração manipuladora que aprisiona cada um em um papel dentro desta maquinaria perfeitamente planejada”¹⁵⁴ (ibidem, p. 141, tradução minha) e executada não se sustenta à prova dos fatos: os planos perfeitos existem somente na mente de conspiracionistas e de Hannibal Smith¹⁵⁵; até no famoso filme “Matrix”, a poderosa realidade virtual induzida pelas máquinas precisava continuamente de reconfiguração para se adaptar às novas jogadas dos atores (os rebeldes), provocando, assim, contínuos *déjà-vu*. Por outro lado, percebemos que nunca somos impotentes: se existe uma narração – e sempre existe! – podemos sempre disputá-la e reconfigurá-la; não se trata de uma operação fácil, pois depende de correlações de forças práticas e ideológicas, mas é possível.

Pode também acontecer uma reconfiguração em sentido contrário: parece-me um exemplo disso os protestos de 2013 que se iniciaram tendo como pauta a reversão do aumento de 20 centavos no preço da passagem do transporte público em São Paulo. No começo, o protesto era expressão de um desejo de participação, de ter mais democracia, de redistribuir melhor o dinheiro que parecia circular a cântaros no Brasil (era a época da Copa do Mundo de futebol), ou seja, era uma crítica, à esquerda, feita aos governos locais e federais. No entanto, com uma certa rapidez houve uma reconfiguração e os protestos assumiram uma pauta de direita, isto é, contra a “corrupção” e contra o governo da presidenta Dilma, fortalecendo, assim, o contexto para o golpe que tirou do cargo a presidente democraticamente eleita, e, em seguida, a eleição de Bolsonaro. Em suma, não é possível determinar *a priori*¹⁵⁶ os efeitos de um mito, pois estes são uma resultante de fatores, sendo a capacidade de re-encenação um elemento-

¹⁵³ “Sonnoletti, abbruttenti e complici dei tiranni”.

¹⁵⁴ “Grande cospirazione manipolatrice che assegna a ciascuno un ruolo all’interno di una macchinazione perfettamente pianificata”.

¹⁵⁵ Personagem icônico do “Esquadrão classe A”, um seriado televisivo dos anos 1980. Ele era famoso por organizar planos que, pontualmente, tinham êxito. Famoso também era o chavão com o qual selava o sucesso: “Adoro os planos bem-sucedidos!”.

¹⁵⁶ O conceito da impossibilidade, *a priori*, de construir sobredeterminações é um ponto-chave também na visão da sociologia pragmática: ver, por exemplo, Boltanski (2011, p.44-46) e Correa (2019).

chave; e, por isso, Citton (2013) explicitamente recusa a metáfora do boneco e insiste na das condutas que são conduzidas.

O segundo problema, conectado ao primeiro que acabei de ilustrar, trata de como é possível pensar na construção de mitos e em cenarizações “de baixo” feitas pelos sujeitos oprimidos como atores em lutas concretas. Assim,

[a]s narrações compartilhadas que nascem sempre em movimentos sociais nunca foram projetadas pelo alto – porque senão não passariam de ferramentas de propaganda. Estas [narrações] se formam porque emergem de uma realidade social e porque alguém foi capaz de trabalhar a partir daquele material.¹⁵⁷ (WU MING apud CITTON, 2013, p. 198, tradução minha)

São os oprimidos-em-ação que criam o material genuíno que alimenta os novos mitos: vimos um exemplo disso na própria obra de Paulo Freire que, por meio do confronto-enfrentamento com os movimentos ao redor do mundo, complexifica o conceito de oprimido não somente sob um eixo econômico baseado nas relações de produção, mas também passa a contemplar o eixo do racismo, das opressões de gênero, conforme as lutas destes atores produzem estes novos espaços narrativos.

Muitas vezes, esquecemos que Marx e Bakunin escreveram (e atuaram) justamente na época em que os explorados estavam começando a ter uma (nova) consciência de si e a mover as primeiras tentativas de luta contra o sistema de exploração capitalista: logo, é mais lógico pensar neles não como desveladores de grandes verdades, mas sim como atores que, a partir do novo material que estava sendo criado por meio das lutas dos trabalhadores, construíram novos e potentes mitos.¹⁵⁸

Em suma, o campo da esquerda precisa (re)construir mitos e reencenar os velhos não como uma operação de propaganda, feita por intelectuais em uma sala desconectados das lutas e das *palavras* (no sentido freiriano) concretas dos oprimidos, já que, sem estes elementos, tratar-se-ia

¹⁵⁷ “[I]e narrazioni condivise che nascono sempre nei movimenti sociali non sono mai state progettate dall’alto – altrimenti sono solo strumenti di propaganda. Queste si formano perché emergono da una realtà sociale e perché qualcuno é stato capace di lavorarci su”.

¹⁵⁸ Esta “inversão de perspectiva”, está sendo cada vez mais resgatada, tanto na própria esquerda quanto nas pesquisas acadêmicas. Por exemplo, Anderson (2019) resgata uma análise de Raia Dunaiévskaja onde a estudiosa e militante destaca que Marx “está rompendo com todo o conceito de teoria como algo intelectual, uma disputa entre teóricos. Em vez de manter uma discussão contínua com teóricos, ele vai direto ao próprio processo de trabalho, e daí para a Jornada de Trabalho. [...] Marx, o teórico, criou novas categorias a partir dos impulsos dos trabalhadores. Não foi ele, contudo, que decidiu que a Guerra Civil dos Estados Unidos era uma guerra santa para os trabalhadores. Foi a classe trabalhadora da Inglaterra, os mesmos que mais sofreram, que decidiram isso. (Dunaiévskaja, apud ANDERSON, 2019 p. 288-289)

de uma mera operação de propaganda. Como afirmava Freire, precisamos construir estas histórias, e precisamos construí-las juntos.

Assim, espero ter esboçado em quadro sucinto e claro a importância de ter consciência e de saber – ao menos um pouco – manusear estas duas ferramentas, a saber: o “poder do mito” e o *frame*. A discussão sobre ambos não é casual, já que a interligação entre os dois conceitos está bem reconhecida pelos próprios pesquisadores citados: continuamente, os trabalhos de Lakoff remetem ao conceito de narrações; e Citton menciona explicitamente as pesquisas sobre as molduras conceituais (CITTON, 2013, p. 93, p. 106). De fato, as duas abordagens tentam dar conta da construção do significado e, sobretudo, das ações que podem ser construídas a partir de “discursos”. Colocando, às vezes, o acento sobre elementos de um ou de outro, nas próximas páginas usarei os termos “mito” e “moldura conceitual” como ideias profundamente emaranhadas que remetem uma à outra.

3.1.3. Mitos e molduras conceituais para enquadrar os discursos matemáticos

O retrato da matemática tem um rosto humano. (LAKOFF; NÚÑEZ, 2000, p. 379, tradução minha)¹⁵⁹

Neste momento, tentarei utilizar estas duas ferramentas – a do mito e a do *frame* – para discutir a respeito do fazer matemático em sala de aula e como isso se entrelaça com a importância da visão que alunos e docentes têm sobre a própria matemática.

Quando se pensa em dar uma resposta à pergunta “o que é a matemática?”, estamos nos colocando em um campo em que a matemática em si é tomada como objeto de estudo, portanto, não é incomum ouvir falar que a resposta tem que ser buscada em um nível metamatemático e, sendo a raiz do termo a mesma de “metafísico” – “além” –, é fácil entender como nos colocamos em terrenos mais escorregadios.

Boaventura de Souza Santos assim esboça o quadro:

No que respeita ao lugar específico da epistemologia nos saberes teóricos, enquanto uns, na esteira do positivismo, pretendem fazer dela uma ciência, outros, quer por reação ao positivismo, quer por fidelidade à história das ideias filosóficas, colocam-na no seio da filosofia ou, pelo menos, em íntima ligação com esta, e outros ainda concebem a

¹⁵⁹ “The portrait of mathematics has a human face.”

epistemologia como uma reflexão compósita, envolvendo a história e a sociologia da ciência, cujo estatuto teórico não discutem. (SOUZA SANTOS, 2007, p. 22)

Portanto, a primeira questão é justamente qual seria o campo de conhecimento que poderia responder a tal questionamento. E a resposta não é nada banal: um tipo próprio de (meta)matemática? Uma filosofia da matemática? Uma sociologia da matemática? Uma epistemologia? Uma teologia? E as propostas poderiam continuar. E, como aponta Souza Santos, no final do seu raciocínio: quais seriam as relações entre este metaconhecimento e a própria matemática? Todas estas perspectivas têm questões legítimas a serem colocadas, e uma disputa teórica sobre os diferentes aspectos que poderiam ser tratados demandaria, por um lado, um trabalho específico e, por outro, seria questionável o interesse a respeito das ideias articuladas nesta tese.

Fiel ao olhar oblíquo pelo qual optei, tentarei responder à seguinte (ligeiramente diferente) pergunta: qual é o mito da matemática? Quais são as molduras conceituais (*frames*) que enquadram o discurso sobre a matemática? Antes de (tentar) procurar respostas a tais questões, é preciso destacar que a própria matemática, em si, tem o poder de constituir um *frame*: pelo menos é assim que pensa Skovsmose (2001). Ele não emprega as metáforas aqui utilizadas (a do mito e a da moldura conceitual), mas utiliza a categoria da formatação:

A tese que discutiremos diz que a matemática faz uma intervenção real na realidade, não apenas no sentido de que um novo *insight* pode mudar as interpretações, mas também no sentido de que a matemática coloniza parte da realidade e a rearruma. A tese é a de que *a matemática está formatando nossa sociedade*. Essa tese sobre o poder de formatação da matemática não implica que a própria matemática não possa ser vista como um constructo social (que é o modo como a entendo) e interpretada como colonizada por interesses econômicos e culturais. O que é enfatizado pela tese da formatação é o fato de que esse constructo social, embora formal, esteja apto a fazer alguma coisa à realidade. (SKOVSMOSE, 2001, p. 80, grifo do autor)

Se a matemática “formata” aspectos da realidade, isso se dá por meio do fato de a própria matemática ser uma moldura que (re)significa os fatos e, por isso, concorre a construir o próprio real e a própria sociedade.¹⁶⁰ Um exemplo que o próprio Skovsmose fornece é o do PIB, o famoso Produto Interno Bruto: uma função matemática criada a partir de todas as trocas de bens e serviços mediados por dinheiro e trocados no âmbito de uma unidade administrativa (um estado, uma

¹⁶⁰ Acredito ser importante, mais uma vez, destacar o *frame* dialético dentro do qual se dá a relação proposta por Skovsmose: a matemática é elaborada para intervir na realidade e, uma vez criada, a própria realidade se transforma a partir da matemática; assim, surgem novas exigências para matemática...

cidade), função esta que passou a indicar a “riqueza” de uma população e a determinar o próprio debate político-econômico.¹⁶¹

Como reconhece o próprio Skovsmose, se a matemática em si é uma moldura que pode orientar o significado do discurso e pode atuar no próprio real, também a matemática, a depender do mito no qual for inserida, adquire diferentes significados e características. Em uma visão genuinamente dialética, a matemática é vista aqui coma a natureza de Espinoza: para o filósofo rebelde e “herético” do século XVII, a natureza era, ao mesmo tempo, *natura naturans* e *natura naturata*, isto é, respectivamente, autora do processo de produção do existente e o próprio produto de tal processo. Da mesma forma, a matemática é um mito que estrutura a realidade e, ao mesmo tempo, existe um mito que informa as características da própria matemática; de fato, tal como em Espinoza, as duas características estão fortemente interligadas. Assim, a discussão sobre o mito da matemática tem a dupla função de tomar consciência e, eventualmente, desconstruir o tal *frame*, tanto pelo poder estruturante que tem a matemática quanto pelo poder de estruturação que este mito tem para formatar a própria matemática (e o seu ensino).

A questão de o mito sobre a matemática ser de radical importância para todo um conjunto de outras questões é evidenciada pelo fato de que, nesta conversa, constantemente ela reaparece como ponto de partida em vários raciocínios vinculados ao seu ensino: por exemplo, Trabal (2011) começa a sua discussão sobre a “violência” no ensino da matemática (ver item 3.3) justamente resgatando dois *frames* nos quais acontece tal processo: a visão platônica e a formalista.

Assim, cortando com um – bem grande! – facão, poderia se responder que existem dois campos possíveis para construir uma resposta à pergunta sobre qual seria o *frame* que estruturaria o discurso sobre a matemática (e o seu ensino): em um, que chamarei de campo humanista, a matemática é uma produção humana; no outro, não. Esta segunda perspectiva é bem resumida em seus caracteres fundamentais, indicando como “a epistemologia básica que orienta o ensino de matemática [não humanista] é apriorística. Os conceitos são tidos como prontos, absolutos, infalíveis, *a-priori* e a-históricos” (DOMITE, 1993, p. 35).

¹⁶¹ O fato de o PIB ser usado como indicador (e orientador) tão forte das políticas públicas é constantemente objeto de controvérsias e debate. Junto a ele, poderíamos fazer uma longa lista de outros elementos matemáticos que orientam o discurso e, ao mesmo tempo, moldam o real: como não pensar, por exemplo, no conceito de dívida pública, sob cujo pretexto foi implementada pelo governo Temer a infausta PEC (Proposta de Emenda Constitucional) do teto de gasto, a qual congelou o orçamento estatal brasileiro por 20 anos, ou ainda, a taxa de juro Selic, somente para citar mais dois exemplos.

Ao contrário, em uma matemática humanista, segundo Hersh, podem conviver posições como a (sócio)construtivista (por exemplo, Piaget, Vigostsky, Ernest), a quase-empíricista (Imre Lakatos) e a naturalista (o próprio Aristóteles), dentre outras (HERSH, 1997, p. 246). Ao tentar extrair algumas características em comum, posso afirmar que a ideia fundamental consiste em pensar a matemática como uma atividade humana, dotada, por isso, de características semelhantes a outros objetos culturais e, ao mesmo tempo, de alguma forma, associada aos vínculos biológicos e físicos dos seres humanos que a produzem e do mundo no qual eles estão inseridos.

Paul Ernest, talvez um dos primeiros socioconstrutivistas no campo da matemática, assim explica “as dívidas” deste programa:

O construtivismo social enxerga a matemática como uma construção social. Se apoia no convencionalismo, aceitando que a *linguagem humana*, com as suas regras e acordos [muitas vezes tácitos] joga um papel em estabelecer e justificar as verdades matemáticas. Ele retoma do quasiempíricismo [proposto por Imre Lakatos] uma epistemologia fallibilista, incluindo a concepção segundo a qual o conhecimento matemático *evolva e muda*. Também incorpora a tese filosófica de Lakatos segundo a qual o conhecimento matemático cresce por meio de conjecturas e refutações, utilizando uma lógica de descoberta matemática. O construtivismo social é *descritivo* em oposição à filosofia da matemática de caráter prescritivo, tendo como objetivo dar conta da *natureza da matemática* em sentido amplo. (ERNST, 2004, p. 42, tradução e grifos meus)¹⁶²

A visão humanista da matemática se expõe a, pelo menos, duas ordens de problemas, sendo eles: 1) como é possível que a matemática seja igual para todos?; e 2) como é possível que a matemática espelhe tão bem o mundo real/físico? A resposta de uma visão platonista é bem direta: o mundo concreto é feito à imagem e semelhança do mundo das ideias (“o mundo das formas”, *eidos*) e a nossa alma relembra as formas porque ela também pertencia àquele mundo. Nesta visão, os objetos matemáticos existem por si só.

Sob um ponto de vista humanista, precisamos nos esforçar um pouco mais: a matemática é construída pelos seres humanos a partir das próprias experiências e manipulações do mundo físico; dado que o mundo físico é, mais o menos, o mesmo para todos os seres humanos do planeta Terra, é razoável que a matemática funcione suficientemente bem para modelizar o mundo... da qual foi extraída: “As nossas ideias matemáticas em geral se encaixam no mundo pelas mesmas razões que

¹⁶² “Social constructivism views mathematics as a social construction. It draws on conventionalism, in accepting that human language, rules and agreement play a key role in establishing and justifying the truths of mathematics. It takes from quasiempiricism its fallibilist epistemology, including the view that mathematical knowledge and concepts develop and change. It also adopts Lakatos’ philosophical thesis that mathematical knowledge grows through conjectures and refutations, utilizing a logic of mathematical discovery. Social constructivism is a descriptive as opposed to a prescriptive philosophy of mathematics, aiming to account for the nature of mathematics understood broadly.”

os nossos pulmões se encaixam na atmosfera da terra”¹⁶³ (HERSH, 1997, p. 17, tradução minha). Podemos perceber isso também “por contraste”, quando experimentamos contextos em que a nossa intuição (física e matemática) é colocada à prova. A existência de números imaginários é dificultada pelo *frame* da associação de números com coisas: eu posso associar o número três a um conjunto específico de maçãs, ou o número -4000 à quantidade de dinheiro que devo ao banco, contudo, fica mais difícil pensar sob os mesmos termos em relação ao número 3i.¹⁶⁴ A existência de probabilidades negativas conflagra todas as definições clássicas as quais estamos acostumados e, mesmo assim, parecem ser um recurso não dispensável na física quântica e na modelização de certos cenários econômicos. Na própria física quântica, o nosso senso comum sobre gatos que, contemporaneamente, podem estar vivos e mortos¹⁶⁵ e sobre uma função d’onda que “gera” infinitos mundos¹⁶⁶ parece mais ficção científica do que ciência.

Também, cabe ressaltar que o ponto 1) traz esta ideia de uma matemática substancialmente igual para todos, em todas as épocas e em todos os lugares. Existe, portanto, uma aparência de legitimidade para este discurso, afinal, não é verdade que o teorema de Pitágoras, desde os gregos, é demonstrado e estabelecido sem mudanças? Ou ainda, que o próprio era conhecido também pelos chineses, sem que, aparentemente, tivessem tido contato a respeito? Na verdade, acredito que a operação de se pronunciar sobre a igualdade entre duas ideias – por exemplo, o conceito do teorema de Pitágoras por um aluno do Ensino fundamental e um docente universitário, ou entre um grego da Atenas do século V e um escriba babilônio – é uma operação crítica, cheia de armadilhas e que me parece legítima somente no âmbito de uma relação dialógica e *a posteriori*. Ou seja, é por meio (e depois!) da escuta autêntica – pressuposto fundamental para que haja diálogo

¹⁶³ “Our mathematical ideas in general match our world for the same reason that our lungs match earth's Atmosphere”.

¹⁶⁴ Eis um exemplo para mostrar a importância da representação: um número complexo representado como tendo uma parte real e uma imaginária fica bem mais “intangível” do que um número que representa um ponto em um plano cartesiano por meio do conceito de módulo e fase. Nesta segunda forma, um número complexo pode ser intuitivamente associado a fenômenos físicos “corriqueiros”, como o andamento de corrente e tensão elétrica em um circuito em regime alternado.

¹⁶⁵ Erwin Schrödinger, literalmente um dos pais da mecânica quântica e o desenvolvedor da fundamental equação pela função d’onda ($i \hbar \Psi = H \Psi$), construiu o experimento mental para mostrar como a ideia da superposição de estados no mundo quântico fosse um *nonsense*. Imaginamos de ter uma caixa com um isótopo radioativo que pode decair com probabilidade, digamos, do 50% e também, um gato; um contador Geiger dentro da caixa pode medir a radiação emitida e, se acionado, pode abrir uma capsula de veneno que em seguida, mata o gato. Pois bem, já que o isótopo, de acordo com a mecânica quântica, decai e não decai ao mesmo tempo, isso significa que o gato está vivo e morto ao mesmo tempo! Quando um observador abre a caixa, a função d’onda quântica colapsa em um só dos dois estados e o ser humano percebe o gato ou vivo ou morto.

¹⁶⁶ Uma explicação (interpretação) da estranheza do mundo quântico é aquela proposta por Hugh Everett III e suportada com força por, por exemplo Sean Carroll (2020): em extrema síntese, eles propõem que cada vez que acontece uma “medição”, ou seja cada vez uma função d’onda “colapsa”, na verdade o universo se bifurca em vários “galhos” (um para possível êxito). Por isso, esta é chamada da interpretação dos “múltiplos mundos”.

no sentido freiriano do termo – que se pode talvez concluir que dois sujeitos estão pensando no mesmo conceito. A redução de diferentes práticas matemáticas ao mesmo conceito é, *a priori*, uma operação violenta, e a prova disso é que a referência à qual se adequar é sempre “a nossa” matemática, nunca é o processo inverso, em que pescadores de uma remota ilha ou habitantes da Amazônia interpretam a “nossa matemática” sob os termos deles. Aparece, assim, com força a ideia de um processo de colonização também da própria matemática, como discutido, por exemplo, por Giraldo e Fernandes (2020), e em muitas outras vertentes, por exemplo, da etnomatemática.

Feitas todas estas ressalvas, podemos acrescentar que a possibilidade de diálogo entre pessoas diversas com ideias matemáticas diferentes é possível também por causa do fato de os seres humanos serem, neste sentido, “todos iguais”: a nossa mente parece ter algumas ideias, algumas metáforas básicas, bem codificadas no próprio cérebro (ver LAKOFF; NUÑES, 2000, mais adiante). Assim sendo, temos uma possível resposta aos pontos historicamente fracos de uma visão humanista.

Tal resposta, necessariamente, abre mão da antiga divisão entre objetos mental e objeto físico, sendo um exemplo do primeiro a ideia de um unicórnio e, do segundo, um tijolo na parede da escola. Se estas duas categorias fossem as únicas existentes, se fossem uma partilha absoluta da realidade, teríamos um problema: ao afirmar que os objetos matemáticos são físicos, estaríamos caindo em um discurso platônico¹⁶⁷; dizendo, ao contrário, que os objetos são mentais, voltaremos a nos deparar com a questão de como é possível que a matemática seja tão bem compartilhada entre seres humanos. Hesh escapa desta (falsa) dicotomia ao afirmar que existem também *objetos sociais*: por exemplo, um tribunal, uma igreja, um governo, não se identifica com prédios nem com (grupos de) pessoas; tampouco o fato de duas pessoas estarem casadas não se reduz nem a um papel, nem ao fato de morarem juntas; em todos os casos enumerados, estamos perante a construções sociais que somente existem nesta dimensão. Assim, os objetos da matemática existem nesta mesma dimensão, sendo eles “uma distinta variedade de objetos sócio-históricos. Eles constituem uma parte especial da cultura. Literatura, religião e a atividade bancária também são [exemplos de] partes específicas da cultura. Cada um é radicalmente diferente dos outros” (HERSH, 1997, p. 22, tradução minha)¹⁶⁸.

¹⁶⁷ Consegui aqui produzir a estrondosa igualdade: físico = metafísico. Para os fins deste raciocínio, de fato, não importa que a materialidade seja deste mundo ou de um outro.

¹⁶⁸ “A distinct variety of social-historic objects. They're a special part of culture. Literature, religion, and banking are also special parts of culture. Each is radically different from the others.”

Sfard (2008) se coloca sob uma perspectiva ligeira – e aparentemente – diferente ao propor que os objetos matemáticos sejam de tipo *discursivo*: “O objeto (discursivo) significado por S (ou simplesmente, o objeto S) em um dado discurso sobre S é a árvore de realização de S dentro desse mesmo discurso” (SFARD, 2008, p. 166, grifo da autora, tradução minha)¹⁶⁹. Vamos ver o que está contido nesta breve, mas densa, definição: primeiramente, a autora entende o fazer matemático como uma prática discursiva, ou seja, os objetos matemáticos são mobilizados por atores que constroem discursos em torno deles. Eis um exemplo fornecido pela própria Sfard:

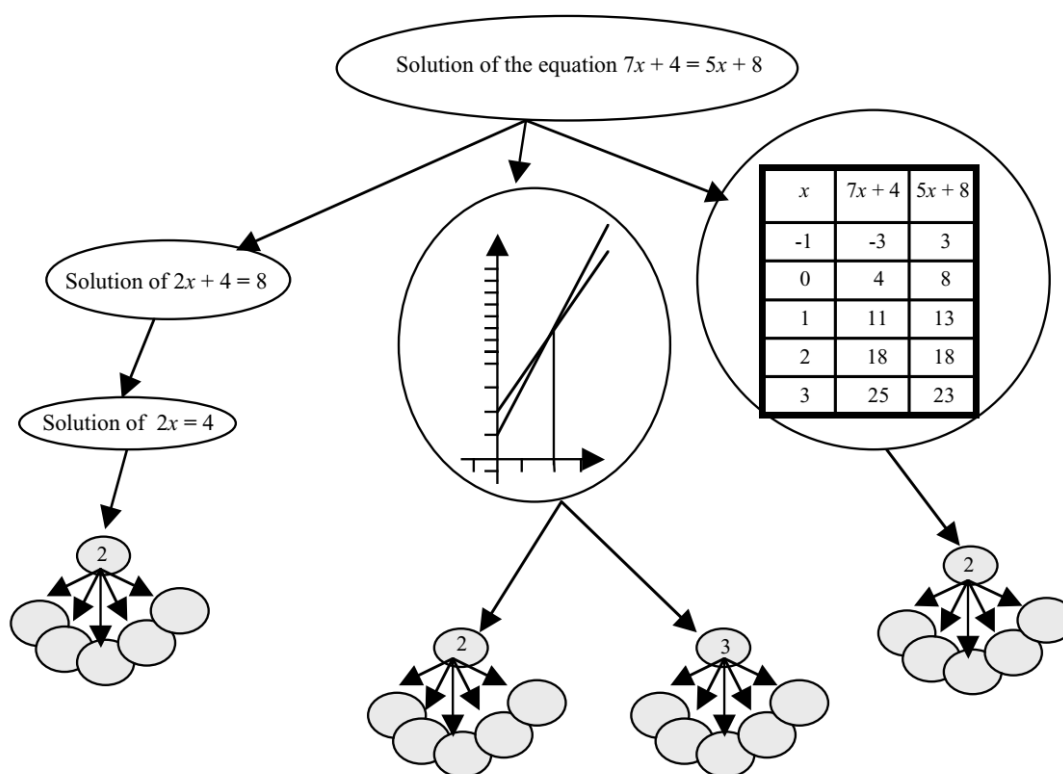


Figura 5 Uma árvore de realização do significante da equação $7x+4=5x+8$ (SFARD, 2008, p. 165, tradução minha)

Temos um signo, a escrita algébrica de uma equação de primeiro grau, que pode vir a ser um objeto matemático de diferentes discursos matemáticos; cada discurso é representado por um diferente ramo da árvore. Um primeiro discurso prevê a realização de manipulações algébricas para encontrar o resultado da equação; um outro, significa a equação como uma igualdade entre funções de primeiro grau e, assim sendo, identifica o resultado como o ponto de intersecção entre as duas retas; por fim, uma representação tabelar é utilizada para encontrar a solução. Logo, a equação

¹⁶⁹ “The (discursive) object signified by S (or simply object S) in a given discourse on S is the realization tree of S within this discourse.”

acima ilustrada é um “artefato simbólico” (ibidem, p. 13) embutido de significado por meio de um (possível) discurso (e das práticas envolvidas) a ele relativo.

A partir desta impositação, a autora destaca algumas consequências, quais sejam: “em primeiro lugar, as árvores de realização [discursos], e por isso, os objetos matemáticos, são *construtos pessoais*, mesmo eles **originando em discursos públicos** que suportam certas versões de tais árvores”¹⁷⁰ (ibidem, p.166, tradução minha, grifo da autora, negrito meu); “em segundo, as árvores de realização são uma fonte de valiosa informação sobre o discurso da pessoa”¹⁷¹ (ibidem); tais discursos podem ser “*profundamente situados*”¹⁷² (ibidem, grifo da autora) e, por isso, é possível – ou melhor, comum – que “*diferentes interlocutores possam construir [o significado] do mesmo significante de maneiras diferentes*”¹⁷³ (ibidem, p. 167, grifo da autora). O primeiro ponto destaca como a dimensão individual-subjetiva está vinculada à dimensão social do discurso, pois se trata de uma realização pessoal no âmbito de um contexto (a sala de aula, a cultura do tempo, as expectativas do docente...); o segundo e o último pontos destacam como é uma operação de honestidade intelectual reconhecer que diferentes discursos apontam para significados diferentes e que, somente após ter construído um diálogo entre eles, é possível, se vier ao caso, afirmar que se trata do mesmo objeto matemático: mais uma vez, podemos chegar a esta conclusão somente *a posteriori*. Um exemplo de como este processo pode apresentar dificuldade é fornecido pela própria autora: ao tentar o alinhamento entre os discursos sobre números naturais e frações, a narração (podemos dizer, o mito ou o *frame*) da multiplicação como algo que faz aumentar é profundamente abalado e precisa de um novo discurso que a redefine (ibidem, p. 186)¹⁷⁴. Ainda podemos dizer que os objetos matemáticos são fruto de um processo de reificação em que os processos (discursos) são coisificados em uma entidade: Sfard indica, por exemplo, como o objeto “fração” pode representar a reificação de um processo de divisão (ibidem, p. 182-183).

Por fim, a abordagem da autora permite elucidar mais duas consequências. Por um lado (ibidem, p. 173), ameniza possíveis “conflitos pedagógicos” entre os objetos matemáticos e as suas

¹⁷⁰ “First, realization trees, and hence mathematical objects, are personal constructs, even though they originate in public discourses that support only certain versions of such trees.”

¹⁷¹ “Second, the realization trees are a source of valuable information about the given person’s discourse”

¹⁷² “*highly situated*”. Está presente aqui, de maneira mais explícita, a referência ao trabalho seminal de Lave e Wenger (1991). Para não ter uma perspectiva “farisaica” – isto é, pregar aos outros aquilo que não se aplica a mim –, esta tese também é extremamente situada: ela foi escrita quase inteiramente no Brasil de Bolsonaro, na pandemia de Covid-19 com os seus quase 700 mil mortos, de modo que estes fatos não são um acidente da pesquisa, mas passam a constituir com ela uma unidade incidível.

¹⁷³ “*different interlocutors may realize the same signifier in different ways*”.

¹⁷⁴ Ver, sobre este aspecto, também o item 4.1.1.

representações: no lugar de pensá-los como entidades separadas, já que símbolos, palavras, desenhos são parte integrante do próprio objeto e não – tal como na visão platônica – uma simples e imperfeita representação dele. Por outro, o caráter autopoietico (ibidem, p. 191) da matemática é explicitado: isto é, os objetos da matemática – e, em geral, a matemática em si – existem enquanto as pessoas criam discursos sobre a matemática; dito de maneira mais freiriana, a matemática existe enquanto existem pessoas que dialogam sobre a matemática.

Ao elucidar esta perspectiva, Sfard reconhece a dívida tanto com Pierce e Lacan quanto com Wittgenstein: dos primeiros, por exemplo, veio o *insight* para a ideia de uma árvore de significações (ibidem, p. 165); do segundo, a ênfase sobre como a ideia dos discursos matemáticos sejam devedores dos jogos de linguagem descritos pelo filósofo austríaco (ibidem, 191). Além disso, existe um isomorfismo entre a função da linguagem por Vygotsky (VYGOTSKY, 1999, particularmente o capítulo 7) e a de discurso: para o intelectual soviético, a linguagem historicamente se desenvolve como meio de comunicação interpessoal, mas, uma vez criado, vira um recurso para o próprio raciocinar do sujeito; há, de alguma forma, um movimento interpessoal, “de dentro pra fora”, e um mental, interno ao sujeito. Do mesmo modo, os discursos que constituem os objetos matemáticos têm a dúplici dimensão de atuar para o sujeito para construir e pensar as ideias matemáticas e, ao mesmo tempo, são necessários para que o fazer matemático seja possível socialmente, ou seja, permitem a comunicação interpessoal. Por isso, Sfard intitula o próprio livro de “Pensar como comunicação” e, em inglês, inventa o termo “commognition” (ibidem, parte 1, capítulo 3 e 4), por meio da fusão entre as palavras *communication* e *cognition*, indicando a inseparabilidade das duas dimensões no campo do fazer (e de ensinar-aprender) a matemática.¹⁷⁵

Ainda, a perspectiva segundo a qual os objetos matemáticos seriam de natureza social corrobora, do ponto de vista epistemológico, o recurso à sociologia como ferramenta de análise não somente das relações nas aulas de matemática, mas também do próprio processo de construção das ideias matemáticas.

Não existe, entre os próprios matemáticos, um consenso sobre essa questão: há figuras de primeira linha na pesquisa e na divulgação matemática que se colocam nos dois campos. Por isso,

¹⁷⁵ Cabe ressaltar que também Paulo Freire se insere nesta tradição: isto aparece claramente quando, por exemplo, afirma que “[u]ma das características da experiência *existencial no mundo* em comparação com *a vida no suporte* é a capacidade que mulheres e homens criamos de entender o mundo sobre o qual e em que atuamos, o qual se desenvolve simultaneamente com a comunicabilidade do entendido. **Não há inteligência da realidade sem a possibilidade de ser comunicada.**” (FREIRE, 2015, p. 115, grifo do autor, negrito meu)

aquilo que orienta a minha escolha não é um argumento teórico¹⁷⁶, mas sim, mais uma vez, *pragmático*; isto é, dá-se a partir do olhar sobre as consequências que um mito sobre a matemática tem em *organizar as condutas* do seu ensino e aprendizagem. Dito de outra forma, desta feita, por Hersh:

Qual é a conexão entre a filosofia da matemática e o ensino da matemática? Cada uma influencia a outra. O ensino da matemática deveria afetar a filosofia da matemática no sentido de que a filosofia da matemática deve ser compatível com o fato de que a matemática pode ser ensinada. Uma filosofia que obscura a ensinabilidade da matemática é inaceitável. Platonistas e formalistas ignoram esta questão. Se os objetos matemáticos são ultraterrenos, uma realidade inumana (Platonismo), ou símbolos e formulas cujo significado é irrelevante (Formalismo), seria um mistério como poderíamos ensiná-los e aprendê-los. A ensinabilidade é o coração de uma concepção humanista da matemática. [...]

O Platonismo pode ser usado como justificativa pela certeza de um aluno de que seja impossível para ele entender a matemática. O platonismo pode justificar a crença de que algumas pessoas não possam aprender matemática. Elitismo em educação e Platonismo em filosofia naturalmente se encaixam um no outro. Uma filosofia humanista, por outro lado, conecta a matemática às pessoas, à sociedade, à história. (HERSH, 1997, p. 237-238, tradução minha)¹⁷⁷

O fato de os dois campos estarem ainda em disputa sobre “A” verdadeira natureza da matemática mostra também um lado – senão místico, ao menos teológico – desta questão: não por acaso, ao longo da história, continuamente se fez recurso “a deus” ao debater sobre matemática. Além do próprio Platão, para quem, como já vimos, deus é o maior geômetra, ainda no século XVIII, para matemáticos e cientistas de primeira linha, tais como Newton e Leibniz, os objetos matemáticos estavam contidos na mente de deus. Questões com o infinito e os infinitésimos sempre tiveram um certo apelo em questões teológicas, como por exemplo, a famosa série de Grandi:

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots$$

¹⁷⁶ Na verdade, e isso é o que talvez coloque este campo mais na “teologia”, acredito que não seja possível achar uma resposta “científica”, assim como não o é responder a questões sobre a existência de seres divinos ou de almas.

¹⁷⁷ “What’s the connection between philosophy of mathematics and teaching of mathematics? Each influences the other. The teaching of mathematics should affect the philosophy of mathematics, in the sense that philosophy of mathematics must be compatible with the fact that mathematics can be taught. A philosophy that obscures the teachability of mathematics is unacceptable. Platonists and formalists ignore this question. If mathematical objects were an other-worldly, nonhuman reality (Platonism), or symbols and formulas whose meaning is irrelevant (formalism), it would be a mystery how we can teach it or learn it. Its teachability is the heart of the humanist conception of mathematics.[...]”

Platonism can justify a student’s certainty that it’s impossible for her/him to understand mathematics. Platonism can justify the belief that some people can’t learn math. Elitism in education and Platonism in philosophy naturally fit together. Humanist philosophy, on the other hand, links mathematics with people, with society, with history.”

que, de acordo com diferentes parentetizações, poderia dar como resultado tanto $S = 1$ quanto $S = 0$, tendo sido interpretada como a prova da existência de deus¹⁷⁸; ou ainda, a “luta” sobre a existência dos infinitésimos, travada no século XVII por motivos político-religiosos.¹⁷⁹ Atualmente, ainda é fácil encontrar apologetas tentando demonstrar a existência de deus a partir de (mal)formuladas questões sobre séries infinitas e paradoxos de Zenão.

Eu diria que isso não é surpreendente: Feuerbach descreve o fenômeno da alienação como uma inversão, isto é, os seres humanos pegam aspectos de suas vidas (a capacidade de amar, de construir, de odiar, de fazer justiça...) e imaginam estas possibilidades estendidas ao infinito (o amor total, uma justiça perfeita, uma obra-prima livre de qualquer defeito...). Um dia, se esquecem de que foram eles que se debruçaram sobre isso e ficam pensando: “Mas, então, deve existir alguém perfeitamente amoroso, justo, etc.”. Pois bem, parece ter acontecido algo parecido com a matemática: as pessoas começaram a contar e a desenhar círculos e quadrados; depois, começaram a se questionar se era possível contar mais e ainda mais, até o infinito; começaram a pensar se não era possível desenhar um círculo ainda mais preciso, que este fosse perfeito; até que um dia, novamente, esqueceram-se disso e começaram a pensar: “Mas, então, deve existir um lugar onde cabem infinitos números, círculos perfeitos, etc.”.¹⁸⁰

Existe uma analogia entre a atuação deste mecanismo de (auto)alienação no campo da matemática e no campo da linguística, particularmente pensando da construção e no papel social da gramática. Assim Bagno descreve tal inversão:

O que aconteceu, ao longo do tempo, foi uma *inversão* da realidade histórica. As gramáticas foram escritas precisamente para descrever e fixar como “regras” e “padrões” as manifestações linguísticas usadas espontaneamente pelos escritores considerados dignos de admiração, modelos a ser imitados. Ou seja, a *gramática normativa é decorrência da língua*, é subordinada a ela, dependente dela. Como a gramática, porém, passou a ser um *instrumento de poder e de controle*, surgiu essa concepção de que os falantes e escritores da língua é que precisam da gramática, como se ela fosse uma espécie de fonte mística invisível da qual emana a língua “bonita”, “correta” e “pura”. A língua passou a ser

¹⁷⁸ O padre se debruçou sobre o assunto em seu livro “*Quadratura circula et hyperbolae per infinitas hyperbolas geometricae exhibita*”. Particularmente, usou o fato que a série era contemporaneamente igual a zero e um como a prova da existência da criação do nada. Mais modestamente, ainda estou esperando ver um aluno com uma autoestima tão grande que, ao se deparar com um erro por ele cometido, o interpretasse como a prova da existência de deus!

¹⁷⁹ Sobre isso, ver Alexander (2016).

¹⁸⁰ Uma clarificação que julgo importante explicitar: estou convencido de que, assim como todos os mitos, também o religioso tenha que ser avaliado em razão de sua capacidade de encenação, pelos *frames* que pode ativar. Por isso, nenhum juízo de valor é formulado, em geral, sobre o conceito de religião; ao contrário, mitos que fomentam a ação de pessoas como o padre Júlio Lancellotti ou Camilo Torres encontram todo o meu favor, e mitos que corroboram o fanatismo religioso e a intolerância, como nos casos dos pastores Milton Ribeiro, Gilmar Santos e Arilton Moura (acusados de trafegar com propinas a base de barras de ouro no MEC no governo Bolsonaro), encontram todo o meu desprezo. Mais uma vez, um juízo pragmático e *a posteriori*.

subordinada e dependente da gramática. O que não está na gramática normativa “não é português”. E os compêndios gramaticais se transformaram em livros sagrados, cujos dogmas e cânones têm de ser obedecidos à risca para não se cometer nenhuma “heresia”. (BAGNO, 2000, p. 64, grifos do autor)

Se a matemática existe em si e o nosso pensamento tem que se conformar aos seus objetos, como não pensar nos *Elementos* ou nos *Principia* como livros sagrados nos quais encontrar, literalmente, a palavra divina.¹⁸¹ Mas, fazendo isso, estamos hipostatizando um processo humano (o fazer matemática/ o falar) e objetos sociais (os objetos matemáticos/ as regras de comunicação), por um lado, espoliando as pessoas de suas habilidades para colocá-las fora delas e, por outro, estamos em um processo indissolúvelmente vinculado à dominação (ver também o item 3.4). Somente esquecendo os processos históricos reais por meio do qual a matemática é continuamente (re)construída é possível pensar que ela coincida com uma versão axiomática “passada a limpo”.

O matemático português Bento de Jesus Caraça, bem à frente do seu tempo, destaca este olhar que esquece a historicidade do processo matemático para pensá-la como um sistema axiomático que nasce já pronto; trata-se, ao contrário, de um fato social e cultural entrelaçado com as vivências humanas:

E aqui tem o leitor um exemplo, possivelmente o mais importante de todos, de como a Matemática, do mesmo modo que toda a construção humana, depende do conjunto de condições sociais em que os seus instrumentos têm de actuar. Subordinação que a não humilha, antes a engrandece. (CARAÇA, 1989, p. 192)

A teoria das séries oferece-nos um dos mais flagrantes exemplos de como as necessidades actuam como agulhões na criação dos conceitos, independentemente da sua ordenação lógica. Primeiro é preciso obter resultados e, para isso, criam-se os instrumentos precisos; as preocupações de rigor e de ordenação aparecem mais tarde.

Isto é a Ciência tal como ela *se faz*, por isso ela nos apresenta um tão maravilhoso entrançado de verdade e erro, uma convivência paredes-meias dos triunfos mais luminosos com os fracassos mais retumbantes. (CARAÇA, 1989, p. 281, grifo do autor)

Verdade e erro não podem tomar-se em absoluto, mas têm significado apenas quando apostos contra o seu contexto. De época para época, este varia e varia conseqüentemente o significado da verdade e do erro. Aquilo que hoje arrepiaria qualquer estudantinho de Matemáticas Gerais numa Universidade foi outrora ouro de lei para os melhores matemáticos; nisso só vejo uma prova do carácter histórico (no sentido acima indicado) e não absoluto da *verdade*; uma prova de que a Ciência é feita pelos homens para os homens, sujeitos a todas as suas limitações. E assim os seus sucessivos triunfos têm maior valor, não é verdade? (ibidem, p. 282, grifo do autor)

Temos aqui uma “ode” à grandeza da ciência/matemática, não já por ela ser fruto de uma força supernatural e divina, mas, ao contrário, por ser resultado das lutas, das tentativas, dos debates dos seres humanos. Neste contexto, verdade e falsidade, certo e errado, tal como no campo

¹⁸¹ Sobre o erro conceitual, epistemológico e político de elevar a palavra de qualquer um ao nível de verdade divina, tentei enunciar este perigo no item 1.3.

moral, também na matemática acabam ganhando diferentes significados conforme o tempo e o espaço nos quais eles estão sendo empregados.

Por um outro ângulo, parece-me que Souza Santos dialoga com esta perspectiva de alienação entre quem produz matemática e o “produto” – os objetos – matemático:

No entanto, na medida em que produzem conhecimento, os sujeitos da ciência são objetivados nos objetos teóricos que criam. A objetivação dos cientistas está bem simbolizada no carácter anônimo do conhecimento científico, no fato de ele, uma vez socialmente produzido e investido, adquirir uma materialidade própria que o separa e o aliena do seu criador. (SOUZA SANTOS, 2007, p. 14)

Souza Santos, a partir de uma análise profundamente marxista, resume em poucas linhas o processo por meio do qual a produção científica (e, portanto, matemática), que é uma produção humana e social, “separa-se” do seu meio e adquire uma dimensão objetiva que consiste, exatamente, na separação das subjetividades que a produziram. O matemático é como um carpinteiro, cuja obra, uma vez criada, existe independentemente do seu criador; do outro lado do espectro, há, por exemplo, um dançador, cuja obra de arte somente existe indissolúvelmente emaranhada com o próprio artista. É fundamental, portanto, repensar e re-entender a matemática (pelo menos a matemática que *está sendo* na escola) menos sob a dimensão apolínea-racional e mais sob a sua dimensão dionisíaca-paixonal, a fim de recolocar o sujeito, o aluno, no centro do processo.

Mais uma vez, no quadro aqui proposto, o que conta não é uma suposta veridicidade de uma visão (mito) a respeito da outra, mas sim qual *frame* cada visão acaba por ativar, quais condutas ela conduz; como a criatividade, a participação, a valorização de si e a crítica ao mundo dos alunos são conduzidas a partir das visões acima ilustradas? O que é estimulado e o que é deixado de lado? Eu aposto em uma perspectiva humanista da matemática para alcançar estes objetivos, sendo a alternativa algo que mais facilmente pode levar a uma abordagem absolutista, em que o aluno pode ser objeto de uma situação de repressão e violência (ver item 3.3).

Seguindo premissas diferentes, parece-me que Souza Santos chega a uma conclusão semelhante:

Na fase de emergência social da ciência moderna, entre o século XVII e meados do século XIX, a reflexão epistemológica representou uma tentativa genuinamente frustrada de investigar as causas da certeza e da objectividade do conhecimento científico para daí deduzir a justificação do privilégio teórico e social desta forma de conhecimento. Tratou-se de uma tentativa genuinamente *frustrada*. (SOUZA SANTOS, 2007, p. 29, grifo do autor)

Se esta tentativa restou frustrada já que não foram achadas estas “causas” da certeza do conhecimento científico,¹⁸² dos “meados do século XIX até hoje [...], o conhecimento científico pôde dispensar a investigação das suas causas como meio de justificação. Socialmente passou a justificar-se, não pelas suas causas, mas pelas suas consequências.” (SOUZA SANTOS, 2007, p. 30). A justificação epistemológica das ciências passou a ser dada, então, não já pelas (supostas) sólidas bases, mas pelos efeitos: a ciência “funciona”, produz tecnologia e permite exercer domínio (sobre as coisas e sobre as pessoas), e isso é o que, *a posteriori*, a valida e lhe dá fundamento. Não surpreende que o autor chame esta epistemologia de “pragmática” (ibidem, p. 31).

Neste sentido, mais uma vez, a visão humanista e social da matemática não se justifica por sua essência (se é que existe), mas pelas consequências que potencialmente pode produzir: isto é, que tipo de ensino, quais relações com o conhecimento e com as alunas esta visão, este *frame*, articula.

Assim, no âmbito destas abordagens humanistas começam também a aparecer as abordagens (sócio)críticas: filho dos movimentos sociais e políticos dos anos 60 e 70 – e dos quais a publicação da “Pedagogia do Oprimido” representa um elemento importante –, tal movimento dá os primeiros passos justamente entre o fim dos anos 70 e o começo dos anos 80, sofrendo um “atraso” entre a formulação das várias teorias críticas em outros campos, como as suas aplicações nas ciências humanas, e a sua atuação nos processos de ensino-aprendizagem da matemática. Nas palavras de Skovsmose:

No entanto, houve um problema particular, que eu sentia ser um grande desafio. Em geral, *a Educação Crítica estava longe de expressar qualquer interesse pela matemática*. Se não simplesmente ignorada, a Educação Matemática era considerada quase uma antítese à Educação Crítica. Esta posição se encontrava fundamentada nas bases da própria Teoria Crítica. (SKOVSMOSE apud CEOLIM; HERMANN, 2012, p. 10, grifo meu)

Esta falta de interesse seria, segundo o próprio intelectual dinamarquês, uma consequência da trajetória da teoria crítica, assim como tinha se desenvolvido até os anos 1960. Particularmente, assim ele sintetiza a concepção científica que Jurgen Habermas argumenta em sua obra mais famosa:

Em ***Conhecimento e Interesses Humanos***, publicado pela primeira vez em alemão em 1968, Habermas destacou que os interesses humanos constituem o conhecimento. E, segundo

¹⁸² Esta tentativa de embasar a certitude das ciências teve o seu equivalente matemático na tentativa fundacionista a cavalo do século XIX e XX, tentativa que também fracassou, sendo Gödel e Turing os principais coveiros que colocaram os pregos finais na caixa e sepultaram a *hybris* dos matemáticos da época.

ele, existem diferentes tipos de interesses que constituem conhecimento: *as ciências naturais, incluindo a matemática, são constituídas por um interesse técnico*; o interesse que constitui o conhecimento das humanidades é a compreensão; enquanto o interesse que constitui o conhecimento das ciências sociais é a emancipação.

[...] Como consequência, parecia contraditório falar de uma Educação Matemática Crítica. *Se a matemática serve a interesses técnicos, como a Educação Matemática poderia servir à emancipação?* (SKOVSMOSE apud CEOLIM; HERMANN, 2012, p. 10-11, grifo meu, negrito do autor)

Skovsmose sublinha aqui como – até para Habermas! – o *mito* da matemática como ciência técnica, portanto, social e politicamente neutra, era um ponto já dado como assentado. Assim, os olhares da *crítica* deviam virar-se às ciências sociais, cujo objetivo seria a libertação do ser humano. Vimos aqui, plasticamente, a ação dúplice do *frame* platônico-tecnicista agindo concretamente sobre a ciência e a reflexão sobre a própria matemática: por um lado, o mito da matemática “objetiva”, neutra, exata, por muito anos a deixou fora do alcance da crítica; por outro, esta impermeabilidade contribuiu para manter de pé este discurso sobre a natureza da matemática, tanto é que, ainda hoje, expressões como “provar por $A+B$ ” são sinônimos de uma visão sobre a matemática associada à exatidão, à objetividade e à ausência de qualquer debate.

Parece-me que Habermas não está sozinho, pois expressa na “cultura alta” aquilo que é um sentimento muito difundido na cultura popular e até mesmo nas próprias experiências concretas de educação popular e emancipadoras da época. Por exemplo, relato aqui alguns trechos de uma *Lettera a una professoressa* (Carta a uma professora) – autorreflexão escrita a várias mãos pelos alunos da escola popular de Barbiana (um vilarejo rural próximo a Florença, na Itália) entre as décadas de 1950 e 1960:

O resultado é que detestava o francês como só se detesta a matemática. (p. 17)
matemática e sadismo

O problema da geometria fazia lembrar uma escultura da Bienal [uma mostra de arte moderna em Veneza]: «Um sólido é formado por uma semiesfera colocada em cima de um cilindro cuja superfície é igual aos três sétimos da superfície da semiesfera».

Não há nenhum instrumento para medir superfícies. Portanto, na vida, nunca se pode conhecer uma superfície sem previamente se conhecerem as dimensões. Um problema destes só pode ter saído da cabeça de um doente. (p. 20)

Nem a matemática lhe parece árida (p. 27)
matemática

O único que poderia ter razões para se queixar de uma escola em que não se reprova é o professor de matemática. As aulas do segundo e do terceiro ano [finais do Ensino fundamental II] são inúteis para quem não saiba as coisas do primeiro ano. [...]

Quais são os cálculos que qualquer pessoa deve ser capaz de fazer para enfrentar os problemas que lhe podem surgir em casa, no trabalho, ou a ler o jornal? Em outras palavras: de qual parte da matemática vai se lembrar um homem culto não especializado?

De tudo o que está *no* programa dos oito anos [do Ensino Fundamental] de escola obrigatória à exceção das expressões numéricas e da álgebra. (*Expressões numéricas*: operações complicadas com as quais, durante o secundário [Ensino Fundamental II], não se resolve qualquer problema prático. *Álgebra*: o mesmo, mas neste caso, as operações são feitas com letras em vez de números. [Nota de rodapé no original]).

Só sobra o problema de enriquecer o próprio vocabulário com a palavra álgebra. Mas para isso, bastava uma aula só de álgebra no ano inteiro. (p. 69)

matemática

A segunda disciplina errada é a matemática. Quem tiver aprendido o programa de matemática do terceiro ano do ensino secundário já estudou matemática a mais. Portanto, na escola normal [magistério], a matemática poderia ser suprimida.

Valia mais que lá se aprendesse a maneira de ensinar, mas isso não é matemática. É um problema de estágio ou de pedagogia.

No que diz respeito às matemáticas superiores enquanto elementos da cultura geral, o melhor seria estudá-las de outra maneira. Pedir a um especialista que em duas ou três conferências dissesse, em palavras, o que é. [...]

É uma matéria na qual não precisa atualizar-se [e formação continuada]. Basta repetir por anos as mesmas besteiras que cada aluno, no final do Ensino Fundamental II, já sabe. A correção das provas se faz em 15 minutos. Aquilo que não está certo, está errado. (SCUOLA DI BARBIANA, 2017, p. 97-98, tradução minha)

Percebamos como a carta reflete a concepção/percepção que um grupo de garotos, expulsos da escola pública estatal, tem sobre a matemática nos anos 1960: uma matemática que, menos do que todas as outras disciplinas, não faz sentido, não tem aplicações práticas, não precisa de atualizações por parte dos professores, e é uma disciplina extremamente “encadeada linearmente” (importâncias dos pré-requisitos) – e apresenta assuntos “cretinos”. E trata-se de uma experiência de educação popular considerada marco fundamental na história da Itália, a respeito da crítica da instituição escolar como classista e – para usar as palavras de Bourdieu – reprodutora das desigualdades sociais!

Ao voltar o olhar à sociologia na academia, cujo objetivo, para Habermas, seria a emancipação, é possível observar que:

O ensino da matemática pouco interessa aos sociólogos. Os saberes do ensinar não aparentam conter questões fundamentais, como é o caso da aprendizagem de História, Línguas ou Economia. Como os conteúdos parecem particularmente estáveis, os debates abordam, no máximo, as pedagogias desenvolvidas, e não fossem as polêmicas que ocuparam o espaço público com a introdução da famosa “matemática moderna”, as querelas mobilizam muito pouco para além do círculo relativamente restrito dos didatas e educadores matemáticos. (SANTOS; TRABAL, 2019, p. 12, grifo meu)

De fato, faz relativamente pouco tempo que reflexões, tais como aquelas de Skovsmose, Hersh e Ernest, começam a ser fincadas como alternativas de peso à visão “clássica”, neutra e objetiva sobre a matemática.

O próprio Skovsmose, para explicar as motivações da Educação Matemática Crítica, refere-se, antes de mais nada, à própria ideia de (meta)matemática, mencionando vários pontos destrinchados precedentemente ao longo deste item:

Ao longo da Era Moderna a Matemática tem sido glorificada como um objeto único, que permite aos seres humanos a compreensão da natureza. Assumiu-se que a Matemática

representava as operações mecânicas da natureza. E temos que lembrar que Descartes, Galileu e Newton acreditavam firmemente na existência de Deus. A Matemática poderia, portanto, ser vista como a racionalidade não só da natureza, mas também de Deus, o criador do Universo. Na verdade, por meio da Matemática, os seres humanos compartilhavam a racionalidade com Deus. Então, havia realmente boas razões para glorificar a Matemática. Além disso, durante a Modernidade, a Matemática era celebrada como uma ferramenta indispensável para proporcionar o progresso tecnológico. E a tecnologia era considerada a força motriz do progresso social em geral. Finalmente, a Matemática era glorificada como uma racionalidade pura – representando a objetividade e a neutralidade.

Todas estas glorificações se integram à perspectiva moderna sobre a Matemática. Pode-se mesmo falar de uma *ideologia da Modernidade*, em que a Matemática é colocada no papel de um ídolo, no que diz respeito à Ciência, e como superagente no que diz respeito à tecnologia e ao progresso.

Para a Educação Matemática Crítica é importante questionar qualquer glorificação geral da Matemática. É importante deixar para trás todas as características de uma ideologia da modernidade. Em vez disso, é importante abordar criticamente qualquer forma de Matemática em Ação. (SKOVSMOSE apud CEOLIM; HERMANN, 2012, p. 11-12, grifo do autor)

Felizmente, desde pelo menos os anos 70 do século XX, várias abordagens começaram a “hybridar” o mundo da matemática e do seu ensino com o mundo da crítica. E isso se deu, a meu ver, por um “movimento de pinça”, sendo, por um lado, o próprio fato das teorias críticas transbordarem do alvo mais usual (o olhar mais virado para a sociedade) e se dedicarem também às ciências “exatas”; por outro, os próprios matemáticos e didatas da matemática sentiram, cada vez mais, a necessidade de olhar para a matemática (e para o seu ensino) não observando *a posteriori* o produto finito, mas sim a própria realização processual de “fazer matemática”.

Talvez, quem forneça um resumo muito eficaz desta duas (macro)visões sobre a matemática são Lakoff e Núñez: por um lado, eles apelidam de “romance da matemática” um *frame* em que coexistem, de maneiras articuladas, as seguintes características:

- A matemática é uma característica objetiva do nosso universo; os objetos matemáticos são reais; a verdade matemática é universal, absoluta e certa.
- O que os seres humanos acreditam sobre a matemática, portanto, não tem efeitos sobre o que a matemática é. A matemática seria a mesma ainda que não tivessem seres humanos, ou seres de qualquer tipo. Mesmo a matemática sendo abstrata e incorpórea, ela é real.
- Os matemáticos são os cientistas supremos, [já que] descobrem as verdades absolutas não somente do mundo físico, mas de todos os possíveis universos.
- Pelo fato da própria lógica poder ser formalizada como lógica matemática, a matemática caracteriza a verdadeira natureza da racionalidade.
- Pelo fato da razão definir o que é propriamente humano e de que a matemática é a forma mais alta de razão, as habilidades matemáticas são as formas mais altas de capacidades intelectuais. Os matemáticos, portanto, são os especialistas supremos da própria natureza da razão.
- A matemática da física reside *nos* próprios fenômenos físicos – existem elipses nas órbitas elípticas dos planetas, fractais nas formas fractais das folhas e galhos [das árvores], logaritmos e espirais logarítmicas nas conchas. Isso significa que “o livro da natureza é

escrito em matematiqûês”, o que implica que a linguagem matemática é a linguagem da natureza e que somente quem a conhece pode verdadeiramente compreendê-la.

- A matemática é a rainha de todas as ciências. Ela define o que é precisão. A habilidade de construir modelos matemáticos e de efetuar cálculos matemáticos é o que faz a ciência o que ela é. Como ciência suprema, a matemática se aplica e tem precedência sobre todas as outras ciências. Somente a própria matemática pode ditar a última palavra sobre a sua própria natureza. (LAKOFF; NÚÑEZ, 2000, p. 339-340, grifo dos autores, tradução minha)¹⁸³

Uma visão não humanista da matemática pode articular estes elementos dando mais força a um ou a outro, mas, fundamentalmente, neles tem que se apoiar. Isso cria um romance, ou seja, um *mito*, que norteia e dá sentido às ideias que, dentro deste *frame*, são articuladas tanto em um sentido geral, quanto em sala de aula. No âmbito destas características, temos o fato de que a matemática expressa uma realidade objetiva sobre a qual o sujeito não expressa qualquer papel, do mesmo jeito que as objeções e as críticas de uma pessoa não teriam consequências sobre os efeitos de uma pedrada que acerte uma cabeça. Usando a velha metáfora filosófica do bosque, na qual cai uma árvore¹⁸⁴, podemos dizer que a matemática existe independentemente das pessoas fazendo matemática. A matemática existe *dentro* da própria natureza: um círculo, π , um ângulo reto estão bem aí, embutidos nos objetos e nos fenômenos naturais; portanto, podemos bem aplicar a metáfora de uma divindade sendo o grande geometra que cria o universo.

Por fim, se a matemática é a ciência suprema que dá as palavras não somente a todas as outras, mas também fornece os elementos da própria racionalidade, os matemáticos são não somente os cientistas supremos, mas são até mesmo seres humanos supremos, enquanto dominadores da característica principal do ser humano, a razão.

Ao contrário, uma matemática vista no *frame* de uma produção humana, histórica e social apresentaria um outro conjunto de características:

¹⁸³ “• Mathematics is an objective feature of the universe; mathematical objects are real; mathematical truth is universal, absolute, and certain. • What human beings believe about mathematics therefore has no effect on what mathematics really is. Mathematics would be the same even if there were no human beings, or beings of any sort. Though mathematics is abstract and disembodied, it is real. • Mathematicians are the ultimate scientists, discovering absolute truths not just about this physical universe but about any possible universe. • Since logic itself can be formalized as mathematical logic, mathematics characterizes the very nature of rationality. • Since rationality defines what is uniquely human, and since mathematics is the highest form of rationality, mathematical ability is the apex of human intellectual capacities. Mathematicians are therefore the ultimate experts on the nature of rationality itself. • The mathematics of physics resides in physical phenomena themselves—there are ellipses in the elliptical orbits of the planets, fractals in the fractal shapes of leaves and branches, logarithms in the logarithmic spirals of snails. This means that “the book of nature is written in mathematics,” which implies that the language of mathematics is the language of nature and that only those who know mathematics can truly understand nature. • Mathematics is the queen of the sciences. It defines what precision is. The ability to make mathematical models and do mathematical calculations is what makes science what it is. As the highest science, mathematics applies to and takes precedence over all other sciences. Only mathematics itself can characterize the ultimate nature of mathematics.”

¹⁸⁴ O quesito – que expressa as possíveis posturas filosóficas sobre o que é real e que relação isso tem com o sujeito – seria: se em uma floresta uma árvore cai, mas não tem ninguém escutando/olhando a queda, a árvore caiu de verdade?

1. A matemática é um produto dos seres humanos. Ela utiliza um conjunto bastante limitado e predefinido de recursos da biologia humana e é moldada pela natureza do nosso cérebro, do nosso corpo, pelo nosso sistema conceitual e pelas problemáticas das sociedades humanas e das culturas.
2. Os elementos da cognição humana que geram a matemática avançada são capacidades normais de pessoas adultas – por exemplo, a capacidade de elaboração de metáforas conceituais. Tais capacidades são comuns entre todos os seres humanos. Portanto, o potencial para [fazer/entender] matemática, mesmo a matemática de ponta, é uma dimensão humana *universal*.
3. A capacidade de uma simples numeração é construída dentro do cérebro humano. Como muitos outros animais, os seres humanos podem “subitizar” – isto é, instantânea e acuradamente perceber o número de entidade de uma pequena coleção. Esta é claramente uma capacidade embutida [no nosso cérebro].
4. Os tópicos da matemática – aritmética, geometria, probabilidade, cálculo infinitesimal, teoria dos conjuntos, combinatória, teoria dos jogos, topologia, etc. – surgem dos interesses e das atividades humanas: por exemplo, contar e mensurar, a arquitetura, o jogo com apostas, o movimento e outras mudanças, agrupamentos, a manipulação de símbolos escritos, jogar, esticar e dobrar objetos. Em outras palavras, a matemática é, fundamentalmente, uma empreitada humana que emerge das atividades humanas.
5. O aspecto matemático destas problemáticas é a precisão – somas precisas, medidas precisas, ângulos precisos, estimativas [probabilísticas] precisas, taxas de variações precisas, categorizações, operações, etc. A precisão é possível porque os seres humanos podem fazer distinções muito precisas e claras entre objetos e categorias sob certas circunstâncias e podem ajeitar a própria mente e lembrar de maneira consistente objetos abstratos como números e formas.
6. A precisão é muito potencializada pela capacidade humana de simbolizar. Os símbolos podem ser concebidos para indicar ideias matemáticas, entidades, operações e relações. Os símbolos permitem também cálculos precisos e repetíveis.
7. Uma metáfora conceitual é um mecanismo cognitivo fundamental incorporado que nos permite usar uma estrutura inferencial de um domínio para raciocinar sobre um outro. Ela permite aos matemáticos de trazer para um domínio da matemática as ideias e os métodos de raciocínio preciso de um outro domínio.
8. Uma vez estabelecidos firmemente na comunidade dos matemáticos, as ideias matemáticas de um dado assunto tendem a não mudar no tempo ou no espaço ou nas culturas. Esta [relativa] estabilidade é uma consequência do fato de que normalmente os seres humanos compartilham os mesmos elementos relevantes do corpo, da mente e das relações com o ambiente que entram no fazer matemático.
9. A matemática não é monolítica em geral. Não existem a geometria, a teoria dos conjuntos ou a lógica formal. Ao contrário, existem versões mutualmente inconsistentes de geometrias, teoria dos conjuntos e lógicas. Cada versão forma um campo distinto e [possivelmente] internamente consistente.
10. A matemática é efetiva em modelar e fazer predições sobre certos aspectos do mundo real assim como o percebemos. Nós evoluímos de tal maneira que as nossas capacidades cognitivas, mais ou menos, se encaixam no mundo assim como o percebemos. A matemática é uma extensão sistemática dos mecanismos da cognição do dia a dia. Cada adequação entre a matemática e o mundo real é mediada e possibilitada pelas capacidades cognitivas humanas. Cada adequação acontece na mente humana, na qual conhecemos tanto o mundo quanto a matemática. (LAKOFF; NÚÑEZ, 2000, p. 351-352, grifo dos autores, tradução minha)¹⁸⁵

¹⁸⁵ “1. Mathematics is a product of human beings. It uses the very limited and constrained resources of human biology and is shaped by the nature of our brains, our bodies, our conceptual systems, and the concerns of human societies and cultures. 2. The parts of human cognition that generate advanced mathematics as an enterprise are normal adult cognitive capacities—for example, the capacity for conceptual metaphor. Such cognitive capacities are common to all human beings. As such, the potential for mathematics, even advanced mathematics, is a human universal. 3. Simple numeration is built into human brains. Like many other animals, human beings can “subitize”—that is, instantly and accurately perceive the numbers of entities in a very small collection. This is clearly an embodied capacity. 4. The subject

Dentre os vários pontos destacados pelos autores, há alguns que gostaria de frisar: em primeiro lugar, o caráter humano, social e cultural da matemática é reafirmado com força; em segundo, existem contatos relevantes entre a capacidade de matemática e a capacidade de usar a língua: as duas são faculdades universais e evoluem construir e fazer uso de símbolos que permitem uma utilização mais eficaz. Sob este aspecto, a pesquisa que Lakoff e Núñez levam a cabo sobre as estruturas “cabladas” na mente que permitem as construções matemáticas parece-me bem próxima da ideia de Noam Chomsky de um “órgão” do cérebro responsável pela construção da linguagem (ver também o item 3.4).

Um terceiro elemento importante é o caráter plural da matemática, no sentido de não ser um constructo monolítico, mas sim um conjunto de várias áreas – até em conflito uma com as outras! – cada uma com seus axiomas, aplicações, verdades. Somente a título de exemplo, a depender do tipo de geometria que utilizarmos, o icônico π pode assumir os mais diferentes valores, podendo ser o mais conhecido 3,14 ... até o número inteiro 4 (FUJIMURA, 2004)¹⁸⁶:

Na geometria euclidiana, argumentar que o π é igual a 3,14159... é correcto, argumentar que 3,14159 ... é o único valor possível para o π , enquanto perímetro de um círculo unitário, é carecer de imaginação e ignorar possibilidades interessantes e radicais. (FUJIMURA, 2004, p. 174)

matters of mathematics—arithmetic, geometry, probability, calculus, set theory, combinatorics, game theory, topology, and so on—arise from human concerns and activities: for example, counting and measuring, architecture, gambling, motion and other change, grouping, manipulating written symbols, playing games, stretching and bending objects. In other words, mathematics is fundamentally a human enterprise arising from basic human activities. 5. The mathematical aspect of these concerns is precision—precise sums, measurements, angles, estimates, rates of change, categorizations, operations, and so on. Precision is made possible because human beings can make very clear and accurate distinctions among objects and categories under certain circumstances and can fix in their minds and consistently recall abstract entities like numbers and shapes. 6. Precision is greatly enhanced by the human capacity to symbolize. Symbols can be devised to stand for mathematical ideas, entities, operations, and relations. Symbols also permit precise and repeatable calculation. 7. Conceptual metaphor is a neurally embodied fundamental cognitive mechanism that allows us to use the inferential structure of one domain to reason about another. It allows mathematicians to bring to one domain of mathematics the ideas and the methods of precise calculation of another domain. 8. Once established firmly within a community of mathematicians, mathematical inferences and calculations for a given subject matter tend not to change over time or space or culture. The stability of embodied mathematics is a consequence of the fact that normal human beings all share the same relevant aspects of brain and body structure and the same relevant relations to their environment that enter into mathematics. 9. Mathematics is not monolithic in its general subject matter. There is no such thing as the geometry or the set theory or the formal logic. Rather, there are mutually inconsistent versions of geometry, set theory, logic, and so on. Each version forms a distinct and internally consistent subject matter. 10. Mathematics is effective in characterizing and making predictions about certain aspects of the real world as we experience it. We have evolved so that everyday cognition can, by and large, fit the world as we experience it. Mathematics is a systematic extension of the mechanisms of everyday cognition. Any fit between mathematics and the world is mediated by, and made possible by, human cognitive capacities. Any such "fit" occurs in the human mind, where we cognize both the world and mathematics.”

¹⁸⁶ Este é o caso, por exemplo, da “geometria do taxista” esboçada no século XX por Hermann Minkowski. Na verdade, mudando o tipo de métrica utilizada, a fantasia é o limite para os valores de π .

Este parece-me um *frame* muito importante para viabilizar uma prática dialógica e plural da matemática em sala de aula, em consonância tanto com a proposta freiriana quanto com a impostação da análise da sociologia pragmática (BOLTANSKI, 2016, p. 77-79).

Difícilmente, estas linhas de análise aqui conduzidas aparecerão explicitamente em uma sala de aula de matemática do ensino básico¹⁸⁷, mas aquilo que estará presente mesmo assim – de maneira tácita – é, como já anunciado, o *frame* que orienta o significado de toda a experiência em sala de aula. Dito de outra forma: se o docente assume um mito de matemática humanista, o significado da prática matemática será orientado por um lado bem específico, e vice-versa, os atos, as palavras, as metáforas usadas em sala de aula se somarão para fortalecer este *frame*. Por exemplo, citar a famosa frase atribuída a Galileu – e citada por Lakoff e Núñez – de que o livro da natureza é escrito em “matematiquês”, pode fortalecer a ideia de que a matemática, de fato, exista embutida no mundo natural. Ora, acredito que a potência deste aforisma esteja em sublinhar como a matemática é uma ferramenta desenvolvida pelos seres humanos justamente para (também) entender o mundo que nos cerca: bastaria, portanto, “corrigir” (*absit iniuria verbo!*) o aforisma de um dos pais da ciência moderna, especificando que, quando falamos do livro da natureza, como de todos os livros, trata-se de algo que as pessoas escreveram.¹⁸⁸ Ou, quando em sala de aula, “escapa” que uma determinada equação “rege” um fenômeno físico: mais uma vez, estamos reafirmando implicitamente o *frame* de uma matemática embutida na natureza, tanto que a antropomorfizamos, fazendo-a seguir uma lei matemática, assim como um engenheiro a seguiria para realizar uma ponte.

Ainda, durante um debate em sala de aula sobre como solucionar um problema, às vezes, discentes interpretam tal atividade como uma perda de tempo, já que, no final, o professor vai “revelar” o resultado (e o método) correto: percebemos aqui que, novamente, está atuando o *frame* da matemática como ciência suprema, em que certo e errado estão cristalinamente separados e cujo juiz supremo é o próprio docente.

As simples e largamente usadas expressões “achamos uma solução”, “descobrimos uma propriedade”, a depender de como forem utilizadas, podem orientar para um mito da matemática

¹⁸⁷ Já é diferente em um curso superior, no qual, a meu ver, discussões deste tipo sobre a natureza da matemática e, em geral, da ciência, fazem-se necessárias.

¹⁸⁸ Mais uma vez, percebam o isomorfismo entre a concepção do livro da natureza como escrito pelos seres humanos ou por alguma entidade (a própria natureza, deus...) e os livros sagrados das religiões.

como coisa que existe em si, independentemente dos seres humanos e dos alunos que se debruçam sobre suas questões.

Também, as respostas às perguntas “porque a matemática é importante?” ou “porque é importante ensinar a matemática?” fornecem um *frame* no qual a raiz do sentido da matemática se constrói. Nas palavras de Pais:

Para alguns pesquisadores a matemática é importante porque contribui para o desenvolvimento de funções psicológicas superiores: pensamento lógico, abstração, metacognição ou a própria criatividade (e.g. Stech, 2008). Para outros, a importância de aprender matemática tem mais a ver com a aquisição de ferramentas matemáticas para solucionar os problemas do dia a dia (e.g. de Lange, 1996), ainda outros privilegiam a dimensão hedonista, destacando o quanto a aprendizagem matemática pode ser estética, prazerosa e atrativa (e.g. Boaler, 2009). Mais recentemente, cresceu a ênfase sobre a importância cultural da matemática, com os pesquisadores destacando o leque de possibilidades que a matemática oferece ao vivê-la como uma experiência social, histórica e cultural (e.g. Radford, 2012). Em um tom mais crítico, alguns destacam o quanto a matemática tem poder de formatar a realidade, o que demanda a exploração de modelos matemáticos reais de uma maneira crítica (e.g. Skovsmose, 1994). (PAIS, 2013, p. 15-16, tradução minha)¹⁸⁹

Isto é, de maneira mais ou menos coerente, o mito na base de ensino da matemática pode ser embasado em desenvolver capacidades lógico-cognitivas, em fornecer ferramentas úteis ao dia a dia, ao “prazer e à beleza”, ao discutir e criticar a realidade social, dentre inúmeras outras possibilidades. É importante destacar, novamente, como o fato de a professora ter um determinado mito que deveria encenar as condutas não significa, linear e deterministicamente, que essa encenação acontecerá: tal como discutido por Citton (2013), a correlação entre o mito formativo e as condutas não é direta, tanto pela irregularidade do processo de transposição da história para as práticas, quanto pelas capacidades – sempre presentes! – de todos os atores envolvidos no processo de ressignificar, de reconduzir as condutas a partir de outras práticas – e de outros mitos.

Parece-me que este mito de uma matemática humana, embutida de paixões e necessidades históricas, seja também a moldura conceitual na qual é mais fácil construir um diálogo com a visão de mundo freiriana e com a sua concepção de educação.

¹⁸⁹ “For some researchers mathematics is important because it contributes to the development of higher psychological functions: logical thinking, abstraction, metacognition, or creativity (e.g. Stech, 2008). For others the importance of learning mathematics has more to do with the acquisition of mathematical instruments for solving everyday problems (e.g. de Lange, 1996), whereas others privilege a hedonistic dimension, by emphasizing how aesthetic, pleasurable and attractive the learning of mathematics can be (e.g. Boaler, 2009). More recently, an emphasis on the cultural importance of mathematics has been growing, with researchers stressing the range of possibilities that mathematics offers to live it as a social, historical and cultural experience (e.g. Radford, 2012). On a more critical note, some researchers emphasize how powerful mathematics can be in formatting reality, which requires an exploration of real mathematical models in a critical way (e.g. Skovsmose, 1994).”

De fato, Freire pontua que

[u]m dos saberes primeiros, indispensáveis a quem, chegando a favelas ou a realidades marcadas pela traição a nosso direito de ser, pretende que sua *presença* se vá tornando *convivência*, que seu *estar no contexto* vá virando *estar com* ele, é o saber do futuro como problema e não como inexorabilidade. **É o saber da História como possibilidade e não como determinação. O mundo não é. O mundo está sendo.** (FREIRE, 2015, p.74, grifos do autor, negrito meu)

E complementa: “o mundo não é um laboratório de anatomia nem os homens são cadáveres que devam ser *estudados passivamente*” (FREIRE, 2001, p. 131, grifo meu). Neste sentido, a matemática não é um produto pronto, finito, acabado, assim como a história, a vida e a própria realidade não o são. O ser humano constantemente se (re)insere no mundo e continuamente o transforma, em sua busca constante para ser mais. Esta ideia de uma matemática viva, constantemente reinventada e desafiada pelos seres humanos, está em sintonia com o resto das coisas do mundo freiriano: a matemática, verdadeiramente, não é; a matemática está sendo.

Esta discussão sobre a natureza da matemática conectada com o mito e o *frame* que ela ativa me conduz a considerar duas questões que tentarei afrontar em seguida, a saber: a carga de “violência” que o ensino da matemática pode vir a ter (item 3.2); e a relação entre matemática e democracia/política (item 3.3).

3.2.A violência no ensino da matemática: a matemática entre opressão e emancipação

eu tinha prova [de matemática]
[...] a inteligência
dela [da amiga Carla] que me explicava
divisão durante o intervalo fazendo assim:

- 2 *sandwiches*
para 2 meninas
 $é = a$
1 sandwiche para cada menina e
zero fome.

Falando deste jeito e depois comendo
o lanche eu entendia
Tudo, pensava
que moleza,
!
mas na hora que a Prova me olhava nos olhos,
minha barriga

Toda a obra de Paulo Freire é baseada na constatação de como a sociedade é perpassada por relações opressoras, violentas, exercidas, como vimos no item 2.2, segundo diferentes – mas muitas vezes, entrelaçados – eixos: econômico, racista, sexual/de gênero...

A partir deste quadro, Freire desvela o mecanismo de introjeção do opressor: isto é, o sujeito opressor não limita a sua ação ao mundo “material”, ao colocar o sujeito oprimido sob condições de pobreza, de exclusão social, de discriminação; ele também exerce uma ação diretamente no sujeito oprimido: ou seja, o opressor se “hospeda” no próprio oprimido. Assim, o oprimido se vê e enxerga o mundo – ao menos, parcialmente – por meio dos olhos do opressor: o oprimido pode se ver, por exemplo, pequeno, impotente, ignorante quando comparado ao seu opressor e, de maneira complementar, ele enxerga a sociedade (e também as relações nela contidas) como “naturais”.

Existe, portanto, uma violência “externa”, interpessoal que, para usarmos o próprio léxico freiriano, é mediatizada pelo mundo que, de maneira dialética, complementar, continuamente se torna uma violência “interna”, psicológica, “simbólica”, segundo a proposta de Bourdieu e Passeron (1970).

Sendo assim, e considerando os espaços formais de educação como pertencentes à sociedade como um todo, a pergunta consequente é, justamente, acerca das possibilidades de opressão que podem vir a ocorrer na própria aula matemática.

As referências ao medo, ao ódio, à rejeição à matemática – tanto na literatura, quanto nos jornais e pesquisas científicas – são numerosas e Trabal (2010, p. 228) fornece alguns exemplos, além de, não último por importância, a própria contribuição de Stendhal (*Vie de Henry Brulard*, 1890), o que aponta como problemas para lidar com o ensino das matemáticas não são vinculados à moda, mas sim a algo mais profundo e duradouro.

Novamente, tal como em vários outros pontos da presente pesquisa, colocar-me-ei observando “sociologicamente” a matemática, sua concepção e seu ensino, a fim de verificar de que maneira as opressões da sociedade podem permear o ensino da matemática. Assim procedendo, individuei duas vertentes, quais sejam: uma que se refere ao campo da violência simbólica; e outra que se expressa como um verdadeiro mecanismo de “exclusão social”.

3.2.1. A violência simbólica

A atenção é a forma mais rara e pura de generosidade. (Simone Weil)

We don't need no education
We don't need no thought control
No dark sarcasm in the classroom
Teacher, leave them kids alone
Hey, teacher, leave them kids alone
All in all, it's just another brick in the wall
(Pink Floyd, Another Brick in The Wall)

O conceito de violência simbólica foi proposto pelo sociólogo Pierre Bourdieu (juntamente com o colega Jean Claude Passeron) no seminal “A Reprodução: elementos para uma teoria do sistema de ensino” (BOURDIEU; PASSERON, 1992). Desde então, tornou-se um dos conceitos-chave mais utilizados nos estudos sociais (e vinculados à educação) em razão de sua capacidade de se tornar uma ferramenta para denunciar as situações de opressões.

O porquê de tamanho sucesso¹⁹⁰ é sucinta e eficazmente ilustrado por Boltanski:

Dada sua falta de atenção às capacidades críticas dos atores, por que as sociologias críticas abrangentes [das quais Bourdieu é um dos pais] parecem, apesar de tudo, gerar **um poder crítico superior** ao das sociologias pragmáticas da crítica que, por contraste, as reconhecem plenamente? Há, talvez, duas razões principais. A primeira é que, adotando o ponto de vista da totalidade, as sociologias abrangentes **fornecem aos atores desfavorecidos ferramentas coletivas e, em particular, modos de classificação** que os ajudam a contrariar as representações meritocráticas individualizantes que contribuem para sua fragmentação e, por isto, dominação. Os instrumentos de classificação que as sociologias abrangentes ajudam a difundir (quer se trate de **classes sociais, gêneros, grupos étnicos ou gerações**) fornecem, assim, aos desfavorecidos, ferramentas para aumentar suas capacidades críticas – ou seja, lutar contra as forças que contribuem para sua fragmentação e identificar pelo que (ou por quem) eles são dominados.

Uma segunda e menos óbvia razão é que, ao adotar claramente **o ponto de vista da totalidade** – algo que (como vimos) supõe a adoção prévia de uma posição de exterioridade (exterioridade simples) – as sociologias abrangentes abrem a possibilidade de **uma relativização da realidade** (pois descrever a ordem social em sua totalidade pressupõe fazê-la como se existisse uma posição a partir da qual esta ordem social em especial pudesse ser comparada com outras ordens possíveis). **A relativização é o primeiro passo da crítica.** Ao contrário, a sociologia pragmática, precisamente porque enraíza-se na proximidade e se propõe a partir da realidade tal como ela apresenta-se tanto aos atores quanto ao observador, tende a produzir um efeito de fechamento da realidade sobre si mesma. (BOLTANSKI, 2011, p. 44-45, grifo do autor, negrito e tradução meus)¹⁹¹

¹⁹⁰ No meio acadêmico, já é de largo uso a expressão – de cunho machista – “viúva de Bourdieu” ao indicar pesquisadores – de todos os sexos e gêneros – que retomam os elementos-chave de sua sociologia.

¹⁹¹ Given their lack of attention to actors' critical capacities, why do overarching critical sociologies seem, despite everything, to generate a critical power superior to that of pragmatic sociologies of critique which, by contrast, fully acknowledge them? There are perhaps two main reasons. The first is that, adopting the standpoint of the totality, overarching sociologies provide disadvantaged actors with collective tools and, in particular, modes of classification, which help them to contradict the individualizing meritocratic representations that contribute to their fragmentation and hence domination. The instruments of classification that overarching sociologies help diffuse (whether they concern social classes, genders, ethnic groups or generations) thus provide the disadvantaged with tools to increase their critical capacities - that is to say, to struggle against the forces which contribute to their fragmentation and to identify by what (or whom) they are dominated.

Condensada em dois parágrafos, temos uma análise sobre várias décadas de evolução dos caminhos da sociologia, em específico, da sociologia francesa: foge ao escopo desta dissertação adentrar nestas questões – afinal, não sou sociólogo! –, mas é preciso fornecer um mínimo de contexto e elucidar um pouco alguns pontos funcionais à discussão, em particular, sobre a violência simbólica. As sociologias críticas são apelidadas de abrangentes em razão do ponto de vista estrutural e nacional que elas assumem, ao levar a cabo a própria indagação: por um lado, é estrutural porque o real (social) é explicado a partir de estruturas (globais e abrangentes) como as de classes, gêneros, “raças” e assim por diante, constituindo, portanto, uma moldura conceitual macro, “a voo de pássaro”¹⁹², ao fazer largo uso de ferramentas totalizantes e sistemáticas como aquelas fornecidas pela estatística. Por outro, justamente por utilizar esta abordagem que olha o real (social) “por cima”, temos uma perspectiva que pressupõe um “dentro” e um “fora”: isto é, para olhar uma organização social em sua “totalidade”, o pressuposto é que o observador esteja em um ponto de observação externo a tal organização. Isso, de fato, significa relativizar o real: outras sociedades são possíveis!

A sociologia de Bourdieu, de acordo com Boltanski, tem sua força justamente por “armar” os oprimidos de ferramentas com as quais, tanto podem ler a realidade quanto podem ser usadas para construir resistências e luta contra a opressão, e também por, implicitamente, fornecer um ponto de vista externo e relativizante com referência à sociedade.

No âmbito destas ferramentas das quais a sociologia crítica se dota (capital cultural, *habitus*, reprodução social e cultural – somente para citar os mais famosos), talvez o conceito de violência simbólica seja o que se carrega de mais significados ao analisar as dinâmicas de uma sala de aula de matemática.¹⁹³ A centralidade – o poder estruturante – deste *frame* é sublinhada também pelo fato de ser substancialmente o primeiro conceito a ser enunciado na obra citada de Bourdieu e Passeron:

A second, less obvious reason is that, in clearly adopting the standpoint of the totality - something which (as we have seen) already assumes the prior adoption of a position of exteriority (simple exteriority) - overarching sociologies open up the possibility of a *relativization* of reality (since to describe the social order in its totality presupposes doing it as if there existed a position from which this particular social order can be compared with other possible orders). Relativization is critique's first move. By contrast, pragmatic sociology, precisely because it is rooted in proximity and set on starting out from reality as it presents itself both to the actors and the observer, tends to produce an effect of closure of reality on itself.”

¹⁹² Isso “complementa-se” com a visão micro(social) própria, por exemplo, do campo da sociologia pragmática (da crítica).

¹⁹³ Dito *en passant*, o próprio livro I desta obra tem uma organização bastante “euclidiana”, sendo composto de proposições (axiomas), escólios e subproposições que relembram a organização em axiomas, teoremas e demonstrações próprias dos Elementos.

“[Proposição] 0. *Todo poder de violência simbólica, isto é, todo poder que chega a impor significações e a impô-las como legítimas, dissimulando as relações de força que estão na base da sua força, acrescenta a sua própria força, isto é, propriamente simbólica, a essas relações de força.*” (BOURDIEU; PASSERON, 1992, p. 19, grifo dos autores). Portanto, uma dominação (opressão) se exerce (também) na base de uma imposição que, ao mesmo tempo, esconde as relações de domínio e as fortalece, tanto material quanto simbolicamente. De fato, Bourdieu refina e reinterpreta outros conceitos presentes nas críticas dos sistemas de dominação: por exemplo, para Marx, o mecanismo de “alienação” desenvolve um papel parecido ao, simultaneamente, mistificar a consciência dos proletários e reforçar a legitimidade do estado de dominação de classe; para Gramsci, com o conceito de “hegemonia”, vimos em ação um emaranhado entre a violência (o poder de coação) e o poder de convicção que o bloco hegemônico consegue exercer sobre o bloco social-histórico. Por fim, o próprio Paulo Freire propõe um mecanismo semelhante quando fala de consciência do oprimido colonizada pelo opressor, ou da consciência do oprimido que hospeda o opressor: isto é, a opressão não é – somente – material, mas se sustenta também no campo simbólico, ao fazer com que o opressor consiga violentar a consciência, a visão de mundo do oprimido.

O gritante ponto de contraste entre o *mito* bourdieusiano e o *mito* freiriano é o caráter totalizante – e totalitário – que assume a categoria da violência simbólica em relação à dimensão pedagógica:

[Proposição]1. Toda **ação pedagógica** (AP) é objetivamente uma violência simbólica enquanto imposição, por um poder arbitrário, de um arbitrário cultural. [...]

[Proposição]1.1. A AP é objetivamente uma violência simbólica, num primeiro sentido, enquanto que as relações de força entre os grupos ou as classes constitutivas de uma formação social estão na base do poder arbitrário que é a condição da instauração de uma relação de comunicação pedagógica, isto é, da imposição e da inculcação de um arbitrário cultural segundo um modo arbitrário de imposição e de inculcação (educação). [...]

[Proposição]1.2. A AP é objetivamente uma violência simbólica, num segundo sentido, na medida em que a delimitação objetivamente implicada no fato de impor e de inculcar certas significações, convencionadas, pela seleção e a exclusão que lhe é correlativa, como dignas de ser reproduzidas por uma AP, re-produz (no duplo sentido do termo) a seleção arbitrária que um grupo ou uma classe opera objetivamente em e por seu arbitrário cultural. (ibidem, p. 20-22, grifo e negrito dos autores)

Pois bem, para Bourdieu, “toda ação educativa” é um ato de violência simbólica. Ponto final. Quanto reducionismo! Um processo (sempre!) dialético – e (possivelmente) dialógico – achatado a

ser sempre e inevitavelmente um ato de violência, de escolha arbitrária¹⁹⁴, de inculcação de conteúdos. Contudo, bastaria trocar nos axiomas precedentes o sintagma “ação pedagógica” por “educação bancária” e, acredito eu, o próprio Paulo Freire assinaria embaixo! Isto é: a educação não é libertadora ou violentadora em si, é um emaranhado espúrio dessas duas dimensões, sendo que o resultado situado da ação educativa depende de um conjunto de intencionalidades, tensionamentos, fatores que só se explicitam nas concretudes dos processos educacionais.

E, obviamente, se sempre e qualquer ação educativa é violenta, deriva quase que de imediato o corolário de que “a AP escolar [é] que reproduz a cultura dominante, contribuindo desse modo para reproduzir a estrutura das relações de força, numa formação social onde o sistema de ensino dominante tende a assegurar-se do monopólio da violência simbólica legítima.” (ibidem, p. 21) O paradoxo aqui é que, provavelmente de maneira não intencional, são precisamente Bourdieu e Passeron que estão sendo violentos: ao querer desmascarar a violência simbólica embutida na sociedade capitalista e na escola que ela (re)produz, eles desconsideram quantas lutas, quantas vidas de oprimidas ao redor do mundo foram pisoteadas para se alcançar o resultado de ter o direito à escola, à escola pública e todas as conquistas que os opressores nunca deram de coração aberto e “de boa” vontade!¹⁹⁵

Do ponto de vista epistemológico-metodológico, também este enquadramento apresenta quase um caráter de caricatura: como reduzir um fenômeno social tão complexo quanto a educação – perpassado, portanto, por todas as fraturas e contradições que permeiam a sociedade – à única dimensão da violência simbólica e da reprodução das relações de opressão? O próprio Marx, muitas

¹⁹⁴ Sobre o conceito de “arbitrário cultural”, assim Bourdieu explica: “A seleção de significações que define objetivamente a cultura de um grupo ou de uma classe como sistema simbólico é *arbitrária* na medida em que a estrutura e as funções dessa cultura não podem ser deduzida de nenhum princípio universal, físico, biológico ou espiritual, não estando unidas por nenhuma espécie de relação interna à «natureza das coisas» ou a uma «natureza humana». [...] A seleção de significações que define objetivamente a cultura de um grupo ou de uma classe como sistema simbólico é sociologicamente *necessária* na medida em que essa cultura deve sua existência às condições sociais da qual ela é o produto e sua inteligibilidade à coerência e às funções da estrutura das relações significantes que a constituem.” (BOURDIEU; PASSERON, 1992, p. 23, grifo dos autores).

Ou seja, o arbitrário cultural é tal porque a cultura (no sentido das escolhas feitas sobre os conteúdos e formas culturais que um grupo decide serem dignos e importantes de serem reconhecidos e “repassados” de uma geração para outra) não tem justificativa em si, mas somente no campo exógeno do grupo social que aquela cultura produz. Dito de outra maneira: o arbitrário cultural não tem motivos, a não ser a própria força e o desejo de dominação do grupo que o impõe. Mais uma vez, estamos perante uma visão unidimensional e empobrecida do que constitui o emaranhado que é formado pelos objetos culturais. Ver, a este respeito, a análise no item 3.6.

¹⁹⁵ Um exemplo trágico de como a ausência da escola pública é um drama, sobretudo para os jovens mais oprimidos da sociedade, foi dado pelos primeiros meses de sindemia de Covid-19, quando as aulas presenciais foram suspensas e foram ativadas atividades substitutivas, de forma *on-line*. Acredito que as consequências (nefastas) desta ausência ainda serão trazidas à luz por várias pesquisas nos próximos anos.

vezes tido como exemplo de “reducionismo estruturalista” e positivista (isto é, a ideia de que, em última análise, o que conta é a estrutura – as relações econômicas) é muito mais articulado e dialético ao reconhecer, por um lado, o caráter progressivo do capitalismo em relação à sociedade feudal que foi sendo substituída, e, por outro, que o próprio modo de produção capitalista gera e não pode viver sem o seu arqui-inimigo histórico: a classe trabalhadora.

Apesar destas limitações (sociais, históricas, epistemológicas), a meu ver, o conceito de violência simbólica – relativizado, ampliado e até corrigido! – ainda oferece elementos preciosos para se discutir um ensino bancário, dogmático, antidemocrático e antidialógico em sala de aula de matemática. O próprio Boltanski enuncia quatro pontos para se continuar mantendo o diálogo com as categorias bourdieusianas e, ao mesmo tempo, utilizar um *frame* diferente¹⁹⁶, sendo tais pontos, em extrema síntese: um olhar mais atento para o ponto de vista “micro”, abrindo mão da centralidade do ponto de vista macro, que tende a coincidir com o Estado-nação (BOLTANSKI, 2011, p. 45); o problema da extensão do domínio da crítica: isto é, se tudo é violência, nada é violência¹⁹⁷ (ibidem, p. 46-47); um terceiro eixo aponta para a possibilidade de fornecer um *frame* que dê conta do protagonismo e das ações críticas que os próprios atores exercem nas estruturas de domínio no duplo ponto de vista de não desmoralizar as ações dos atores em revolta/resistência (ponto de vista político) e de ter poder explanatório para poder explicar tais ações sociologicamente:

A maneira como o equilíbrio é atingido nas imagens da realidade da sociologia crítica entre a descrição das forças de dominação e a descrição das ações tomadas pelos atores para escapar dela é um problema ainda mais complicado. Ao *subestimar as capacidades críticas dos atores* e lhes oferecer uma imagem de si mesmos que acentua sua dependência, passividade e ilusões, as sociologias abrangentes da dominação [a sociologia de Bourdieu] tendem a ter um efeito de desmoralização e, em certo sentido, desapropriação de si, o que [...] pode transformar o relativismo em niilismo e o realismo em fatalismo. Por eles enfatizarem demais o caráter implacável da dominação, a sua preeminência em todas as circunstâncias, incluindo as menores situações de interação, das relações verticais em detrimento das relações horizontais (também, ademais, dentro de coletivos críticos), as teorias abrangentes não são apenas *desanimadoras ao nível da ação política*, mas também *insatisfatórias do ponto de vista da descrição sociológica*. Elas dificultam [...] a compreensão de como os atores podem abrir caminhos para libertação. (ibidem, p. 46, tradução e grifos meus)¹⁹⁸

¹⁹⁶ Justamente, o da sociologia pragmática da crítica.

¹⁹⁷ Ou, como visto anteriormente, se todo o processo educativo é violento, então só sobram duas escolhas, a saber: aceitar a violência ou recusar, por completo, toda e qualquer dinâmica educativa. Isto é: uma moldura conceitual assim constituída se torna inútil tanto do ponto de vista da análise (tudo é violento...) quanto da ação (nada resta a fazer); parece a clássica noite na qual todas as vacas são pretas, já criticada por Hegel a respeito da proposta metafísica de Shelling, justamente para apontar conceitos e definições tautológicos e de pouca utilidade.

¹⁹⁸ “The way in which the balance is struck in critical sociology's pictures of reality between description of the forces of domination and description of the actions performed by actors to escape it is an even trickier problem. By

Esta crítica desenvolvida por Boltanski, particularmente, ecoa o conceito de passividade e fatalismo elaborado por Freire: se o oprimido não desenvolve uma postura ativa, uma consciência acerca das próprias capacidades e do fato de que o mundo não é um dado de fato (ou de deus), mas que está em constante devir, continuamente refeitos pelas ações dos seres humanos, o oprimido ficará à mercê do fatalismo, isto é: da ideia de que as coisas acontecem e nada podemos efetivamente fazer para mudá-las.

Por fim, o quarto eixo que Boltanski aponta é um belo paradoxo: a dominação, em geral, tem a tendência de reduzir a um enquadramento conceitual central as diferentes formas de operação (seja de tipo econômico, racista ou de outras dimensões); do contrário, ao denunciar (e lutar contra) isso, precisamos de um remolduramento (*reframing*) conceitual diferente, que não tenha a pretensão (acadêmica e política), por sua vez, opressora, de reduzir as multiplicidades das lutas e dos pontos de vistas a um fator, em última análise, determinante:

A relação com o pluralismo e com seu oposto – o absolutismo – é, portanto, um dos obstáculos das teorias abrangentes de dominação. Com efeito, uma das armas destas construções críticas de dominação consiste em mostrar como, nas ordens sociais contestadas, ocorre um alinhamento entre diferentes domínios – como crenças religiosas, orientações morais e estéticas, repertórios simbólicos, meios de estabelecer a verdade e assim por diante – em um eixo central, determinado por este símbolo como a *ideologia dominante* e ele próprio ajustado aos interesses específicos de um grupo, seja uma classe social, um grupo nacional ou étnico, um gênero ou o quer que seja. Mas esta denúncia do absolutismo deveria desviar as teorias críticas, por sua vez, da tentação de reduzir todas as dimensões da vida social a um fator considerado determinante “em última instância” e, em vez disto, comprometê-las com o pluralismo. (ibidem, p. 48, tradução e grifo meus.)¹⁹⁹

Sob o ponto de vista epistemológico, esta postura parece-me que assume a posição – novamente freiriana! – do diálogo como dimensão essencial-existencial para a vida e, em particular,

underestimating actors' critical capacities and offering them an image of themselves that stresses their dependency, passivity and illusions, overarching sociologies of domination tend to have an effect of demoralization and, in some sense, dispossession of self, which [...] can transform relativism into nihilism and realism into fatalism. Because they over-emphasize the implacable character of domination, the pre-eminence in all circumstances, including the most minor situations of interaction, of vertical relations at the expense of horizontal relations (also, moreover, within critical collectives), overarching theories are not only discouraging at the level of political action, but also unsatisfying from the angle of sociological description. They make it hard [...] to understand how actors can open up roads to liberation.”

¹⁹⁹ “The relationship to pluralism and to its opposite – absolutism – is therefore one of the stumbling blocks of overarching theories of domination. In effect, one of the weapons of these critical constructions of domination consists in showing how, in the social orders under challenge, an alignment occurs between different domains - such as religious beliefs, moral and aesthetic orientations, symbolic repertoires, ways of establishing the truth and so on - on a central axis, determined by this token as the dominant ideology and itself adjusted to the specific interests of a group, be it a social class, a national or ethnic group, a gender or whatever. But this denunciation of absolutism should divert critical theories in their turn from the temptation to reduce all dimensions of social life to a factor deemed determinant 'in the last instance', and instead commit them to pluralism.”

para o processo educativo: de fato, só pode existir pluralidade real, concreta, vivida, se os atores envolvidos puderem contar com a dimensão dialógica como meio social de existência.

O próprio Boltanski reconhece como a articulação entre (as denúncias d)as sociologias críticas e o programa pragmático não é banal, já que não pode se reduzir a uma colagem de ideias e métodos diferentes (ibidem, p. 48-49). Assim, para construir este olhar oblíquo que se aproveite destas ferramentas teóricas para enxergar os elementos de violência simbólica embutidos em uma educação matemática bancária, começarei retomando alguns apontamentos feitos por Patrick Trabal.

Podemos verificar a construção destas situações de “violência” – opressão – em sala de aula de matemática ao olhar por diferentes eixos e perspectivas. Primeiramente, podemos ver como em um certo ensino da matemática

pede-se [aos estudantes] para renunciarem à sua maneira habitual de conhecer. [Assim] o ato pedagógico violenta os alunos quando impõe conhecimentos que são tanto o resultado de um arbitrário cultural [...], ou que não são de interesse dos estudantes, ou que são encarados como um incômodo, já que se opõem às representações que [os próprios estudantes já] haviam construído. (TRABAL, 2010, p. 230-231, tradução minha)²⁰⁰

A partir da ideia clássica de conhecimento científico (*logos*) como ruptura/antítese do conhecimento comum (*doxa*), é descrita uma metodologia de “ensino” que menospreza o conhecimento dos alunos, pisoteia o que e o como eles conhecem, em favor de algo que, assim proposto, não faz sentido, ao contrário, é percebido de forma extremamente violenta e arbitrária. Parece-me que estamos frente a uma descrição de opressão extremamente alinhada com a visão freiriana: no quarto capítulo da “Pedagogia do Oprimido”, Freire se debruça sobre as consequências da “ação antidialógica”, com foco especial no próprio âmbito da ação política revolucionária. Neste capítulo, é mostrado como seria absurdo que “lideranças revolucionárias”, no lugar de estarem em diálogo com “as massas”, ficassem doutrinando, reificando os outros (p. 130-131), se tornassem burocracia (p. 124), reservassem para si a dimensão da reflexão e deixassem para as massas a pura ação (p. 121-122): trocando lideranças revolucionárias por professores de matemática, e massas por alunos, o discurso continua perfeitamente coerente. E, mais adiante, abordando a invasão cultural:

Qualquer que seja a especialidade que tenham e que os ponha em relação com o povo, sua convicção [dos “técnicos”, dos “revolucionários antidialógicos”] quase inabalável é a de que

²⁰⁰ “[...] se les pide renunciar a su modo de conocimiento habitual; el acto pedagógico violenta a los estudiantes cuando impone conocimientos que aparecen bien sea como resultante de un arbitrario cultural [...] o que no interesen a los estudiantes, o que los fastidien, ya que se oponen a las representaciones que se habían construido.”

lhes cabe “transferir”, “levar”, ou “entregar” ao povo os seus conhecimentos, as suas técnicas.

Veem-se, a si mesmos, como os promotores do povo. Os programas da sua ação, como qualquer bom teórico da ação opressora indicaria, involucram as suas finalidades, as suas convicções, os seus anseios.

Não há que ouvir o povo para nada, pois que, “incapaz e inculto, precisa ser educado por eles para sair da indolência que provoca o subdesenvolvimento”.

Para eles, a “incultura do povo é tal ‘que lhes’ parece um absurdo falar da necessidade de respeitar a ‘Visão do mundo’ que ele esteja tendo. Visão do mundo têm apenas os profissionais” [...] (ibidem, p. 153, grifos do autor)

Mais uma vez, uma descrição que poderia perfeitamente se encaixar em um certo tipo de dinâmica de ensino da matemática, em que “técnicos” e “revolucionários antidialógicos” poderiam ser substituídos por docentes de matemática.

Freire, ao individualizar esta dinâmica, destaca também que uma das consequências desta postura que nega o diálogo é a reificação dos sujeitos, dos alunos – ou das massas. Ao lhes negarem a sua subjetividade, o seu espaço e o seu direito de fala – e de serem ouvidos – os educandos são reduzidos a coisas, exatamente como descrito no processo educativo bancário. Esta negação do sujeito é reconhecida também por Trabal, como direta consequência da imposição de um “arbitrário cultural” de bourdieusiana memória:

Assim, se pretende pedir ao aluno que transforme a sua subjetividade em objetividade, o que equivale a valorizar o objeto à custa do sujeito, quando justamente a busca identitária do aluno o leva a se afirmar por meio da expressão dos seus próprios valores, sua própria opinião, o seu corpo e seus sentidos... todas dimensões que a própria atividade científica pede para deixar de fora. (TRABAL, 2010, p. 231, tradução minha).²⁰¹

Quando Trabal constrói esta descrição que mostra sob quais aspectos e com quais mecanismos a violência simbólica opera em uma aula de matemática, continuamente sou remetido à descrição da educação bancária criticada por Freire: uma educação linear, de cima para baixo, em que o conteúdo já pronto e já determinado é imposto aos alunos. Parece que o professor bancário diz ao aluno: “Não importa o que você pensa a respeito, o que você acha, se você é feliz ou triste, se você concorda ou não, se você entende ou não: o teorema de Pitágoras é isso! Era isso antes de você nascer, é isso agora e continuará a ser isso quando você nada mais for do que uma lembrança. O teorema de Pitágoras não se importa com você! ”

²⁰¹ “Así, se pretende pedirle al estudiante que transforme su subjetividad en objetividad, lo que equivale a valorizar el objeto a costa del sujeto, cuando justamente la búsqueda identitária del estudiante le lleva a afirmarse mediante la expresión de sus propios valores, sus propias opiniones, su cuerpo y sus sentidos... otras tantas dimensiones que la actividad científica pide abstraer.”

Ainda, o caráter de “arbitrário cultural” para as ideias matemáticas se aplica perfeitamente a uma noção/prática de ensino bancário em que as ideias a serem ensinadas são decididas – de uma vez por todas e de maneira monocrática – pelo docente; ainda, não há qualquer preocupação a respeito de quais sentidos, quais relações, quais “utilidades” o aluno pode encontrar para os “conteúdos” que tem obrigatoriamente que “engolir”. Estamos nas antípodas de uma educação entendida e praticada como uma ação humana dialógica e libertadora, na qual todos os sujeitos envolvidos têm a possibilidade de *ser mais*.

Sob esta mesma linha, o formalismo, a “ruptura com o senso comum” pode parecer um fim em si mesmo; pior, pode parecer – e, por vezes, assim se torna! – uma maneira para gerar expulsão e seleção. Por exemplo, o próprio Trabal aponta para o uso da conjunção “e”, que pode ter significados diferentes: “Assim, podemos ver por exemplo que a palavra ‘e’ não tem o mesmo significado nestes dois enunciados a seguir: «Para definir a função f , é necessário que $x^2 \neq 1$; ou seja, que $x \neq 1$ e $x \neq -1$ ». «Calcular a derivada, estudar o sinal e deduzir a partir dele a tabela das variações».” (ibidem, p. 231, tradução e grifo meus).²⁰² Corriqueiramente, ao falar na frente dos alunos, até nós, docentes, dizemos sem qualquer problema que as soluções de uma equação são $x = 3$ e $x = 5$: em matemática formal²⁰³, obviamente, isso seria considerado um erro – e dos graves! –, já que uma variável não pode assumir contemporaneamente dois valores diferentes; logo, o conectivo “ou” seria o correto. Mas tanto nós, docentes, quanto os alunos, ao usarmos a conjunção “e”, nos entendemos: isto é, existe um consenso tácito. Mais uma vez, um formalismo, uma regra, um algoritmo deve ser dialogado entre os atores do processo educativo; o seu significado, a sua necessidade precisam ser construídos juntos.²⁰⁴ O preço de não seguir este caminho é justamente transformar a matemática em um “arbitrário cultural”.

Os casos parecidos com aquele proposto por Trabal seriam inúmeros: por exemplo, a expressão “mais ou menos” pode ter o significado de indicar as duas possíveis operações (tal como na bem conhecida fórmula de Bháskara) ou pode indicar um sinônimo de “cerca”,

²⁰² “Así, se ve por ejemplo que la palabra “y” no tiene el mismo sentido en estos dos enunciados: «Para definir la función f , es necesario que $x^2 \neq 1$; es decir, que $x \neq 1$ y $x \neq -1$ ». «Calcular la derivada, estudiar su signo y deducir de ello el cuadro de variación».”

²⁰³ A “norma culta” da matemática (ver item 3.4).

²⁰⁴ Mais uma situação em que podemos ver o quanto uma concepção sobre a matemática (ver item 3.1) pode interagir e orientar o seu ensino e a sua prática. Para uma concepção formalista, em última análise, a matemática é um conjunto de regras (e escritas) simbólicas que podem transformar conjuntos de símbolos em outros conjuntos: sob esta perspectiva, trocar uma conjunção por outra – e “estragar” assim a perfeição da “linguagem perfeita” – pode bem ser entendido como um dos maiores “crimes”.

“aproximadamente”, “por volta de”; ou, também, solicitar ao aluno que mude a concepção de divisão²⁰⁵ pode ser vivenciado como um ato de violência (simbólica), justamente porque é demandado unilateralmente que o aluno “abra mão” de algo que conhece, que já interiorizou, em prol de um novo conceito cujo sentido, cuja utilidade podem parecer arbitrários. Ainda, a introdução de um algoritmo que “funciona”, mas para o qual não é fornecida uma argumentação e/ou uma explicação, representa mais um caso de educação matemática bancária que acarreta uma dose de violência para os alunos.²⁰⁶

Um outro traço característico de uma dimensão violenta e autoritária no âmbito do ensino-aprendizagem da matemática é representado pelo uso característicos de formas verbais no modo imperativo – “resolva”, “solucione”, “calcule” – que sublinham o caráter mandatório, coagido e explicitam uma relação de poder entre o docente (e o material didático) e os alunos, na qual há quem manda e quem obedece. A este respeito, assim aponta Skovsmose:

Também a educação matemática tem seu “currículo oculto”. Frequentemente, é estipulado que a educação matemática tem funções importantes em reação ao desenvolvimento epistemológico geral dos estudantes. Enfatiza-se que estudos matemáticos tendem a melhorar as habilidades dos estudantes na estruturação e resolução de problemas lógicos. Porém, os rituais da educação matemática vão em outra direção. Estudantes aprendem (também) a seguir *prescrições explicitamente estabelecidas*: “Resolva a equação ...”, “Ache a medida de ...”, “Calcule o valor de ...” etc. Isso não tem muito em comum com os processos reais de investigações ou maneiras criativas de estruturar problemas. Tem muito mais em comum com instruções e regulamentações com as quais muitas pessoas nos processos de rotina de trabalho se confrontam. A educação matemática socializa (também) numa direção completamente diferente daquela presumida com otimismo em declarações “oficiais” sobre as potenciais funções epistemológicas da educação matemática. Presta-se, igualmente, a uma função, ao introduzir a nova força de trabalho em várias rotinas da sociedade tecnológica. A educação, e em particular a educação matemática, implementa uma atitude em relação à tecnologia. Os estudantes aprendem que algumas pessoas são capazes de gerenciar problemas tecnológicos, e que algumas pessoas não são. Consequentemente, os estudantes “incapazes” aprendem a se tornar servís em relação às questões tecnológicas e toram-se servís em relação àqueles que podem lidar com elas. (SKOVSMOSE, 2001, p. 45-46, grifo meu)

O caráter imperativo, repetitivo, reprodutivo de uma dinâmica “servil” de uma forma violenta do ensino da matemática é assim posto pelo pesquisador dinamarquês em relação com a própria função que este tipo de “treino” deve ter no âmbito da sociedade: a construção de pessoas obedientes, que executam as ordens, a partir de uma divisão baseada entre quem conhece (os

²⁰⁵ Da ideia de divisão como repartição à ideia de divisão (mais) formal como operação definida a partir da multiplicação (ver item 4.1.1).

²⁰⁶ Casos típicos são, por exemplo, os critérios de divisibilidades ou o cálculo do determinante (o que representa o determinante de uma matriz e porque é calculado de acordo com o tal algoritmo); ou ainda, as propriedades dos logaritmos, em que frequentemente não são as relações existentes com as propriedades das potências (a ideia intuitiva é que as propriedades dos logaritmos sejam as mesmas das potências... de cabeça para baixo!).

especialistas, os tecnólogos, os competentes) e quem não. Ou seja, não se trata somente de um problema epistemológico sobre a natureza da matemática e o seu ensino (ver item 3.1.3), mas sim de uma questão de cunho político, que coloca questões acerca de que tipo de sociedade queremos, com quais relações “de poder” e com quais objetivos. O caráter impositivo-prescritivo descrito por Skovsmose ecoa com a ideia freiriana do oprimido que, proibido de *ser (mais)*, tem o próprio comportamento *prescrito*: espoliado da própria consciência, da própria liberdade, tem que atuar conforme os desejos (da consciência) do opressor (ver item 2.2, particularmente p. 64)

Todas estas características, de alguma forma, apontam para uma figura autoritária de professor, antidialógica, “o juiz supremo, o mandachuva ou até o Deus Pai”²⁰⁷ (TRABAL, 2010, p. 234, tradução minha) ou, em outras palavras, o “grave equívoco demonstrado pela **educação matemática tradicional**, na qual o professor mantinha uma relação de exagerado controle com o conhecimento.” (DOMITE, 1993, p. 13-14, grifo da autora).

Este *frame* que vem se compondo – no qual perspectivas bancárias de ensino se misturam com concepções absolutas e “inumanas” da matemática, com o autoritarismo do professor – tem como efeito o de pisotear a subjetividade, a dignidade e a autoestima do aluno, negando-lhe, assim, a sua individualidade, humanidade e transformando-o em um objeto (a reificação-coisificação descrita por Freire, 2001, p. 93-95, 130-131, 135, 143, 177).²⁰⁸ Tal mecanismo, que pode estar sempre presente, seja qual for a idade do educando, é – se possível – ainda mais violento quando o aluno se encontra na fase da vida em que está justamente construindo a sua individualidade e personalidade. Mesmo não constituindo o campo de análise do presente estudo, cabe aqui ao menos apontar que, no álveo da psicologia, este mecanismo de não reconhecimento é enxergado e analisado. Por exemplo, “se a criança tem a impressão de que todo acesso a uma fala verdadeira [a dimensão dialógica freiriana] lhe é vedado, pode, em certos casos, procurar na doença uma possibilidade de expressão [...]. Isso coloca o problema da linguagem em certo modo de relação com o Outro e consigo mesmo.” (MANONNI, 1999, p. 60, grifo meu).

Talvez um dos testemunhos mais potentes sobre esta “falta de reconhecimento” seja dada por Paulo Galo²⁰⁹:

²⁰⁷ “el juez supremo, el Mandamás” o incluso “Dios el padre”

²⁰⁸ Com todas as diferenças existentes entre uma prisão sob a ditadura militar e uma aula de matemática nos dias de hoje, acredito que as considerações de Caetano Veloso a respeito do documentário “Narciso em Férias” expressam de maneira contundente a ideia da violência contida na anulação do sujeito e em sua falta de reconhecimento.

²⁰⁹ A escolha do relato dele não é casual, já que também, a partir de um relato dele, foi desenvolvido o item 4.1. Trata-se de um entregador de aplicativos, militante em vários movimentos, entre os quais os que reivindicam melhores

Eu fui um péssimo aluno, mano, dava trabalho na escola, bagunçava e tal; e aí a matéria que eu menos gostava era de matemática e aí apareceu uma professora chamada professora Regina, e ela ficou me olhando, me ganhando; ela não brigava comigo. Todas as outras professora brigavam comigo, ela não brigava comigo... ficava olhando e eu provocava essa professora, mano, nossa, porque parecia que era a única que eu não vencía.

E aí um belo dia ela chegou em mim e falou assim: "Quer ganhar um dinheiro?"

Eu falei: "Eu quero!" [...]

- "Então tem uma árvore na minha casa, preciso cortar os galhos dela: cê pode ir lá e cortar os galhos?"

Eu falei: "Quanto a senhora vai me dar?"

Ela falou: "Vou te dar 50".

- "Se me der 100 eu vou!"

Ela falou: "Tá bom, te dou os 100".

E eu fui lá: não tinha nada para fazer, mano... Bati o facão as duas vezes assim... dois galhos caíram...

- "Toma aqui... Toma o seu dinheiro e toma mais esse daqui e vai ali na padaria e compra um pão e um presunto, um queijo... vai tomar um café, tá bom?"

Falei: "Tá bom".

Desci na padaria, voltei na casa dela: morava atrás da escola. E ela começou a conversar comigo no café e falou assim: "Meu, porque que cê não presta atenção na escola, meu... na sala de aula... porquê?"

Daí eu fiquei meio assim...

Ela falou: "Meu, deixa eu te ensinar uma conta... só uma!"

Eu falei: "Ah... professora...".

E ela foi num papo tão gentil que eu fiquei... eu falei: "tá bom!"

Falou: "Vem aqui, vem aqui: uma vez por semana vou te ensinar essa conta".

E ela foi lá e foi me ensinando, e ela começou a me ensinar essa conta de uma forma diferente, parecia um videogame do jeito que ela ensinou a fórmula... E eu aprendi a fórmula...

E aí, um belo dia, na sala de aula, ela falou: "Gente, agora a gente vai passar para a etapa dois: a gente vai aprender uma nova fórmula...". Era a fórmula que ela já tinha me ensinado! E ela perguntou assim para a sala: "Quem sabe fazer essa fórmula?"

Aí eu... [faz o gesto de levantar a mão].

Quando eu fiz isso a sala inteira deu risada: "Ah... o Paulo vai responder a essa!?" Né? O mais problemático, o mais bagunceiro...

Eu fui lá... [repete o gesto de escrever na lousa].

Sabe aquele filme "um gênio brilhante"... "Uma mente brilhante"? Me senti aquilo lá! [continua repetindo o gesto de escrever na lousa]

A professora: "Tá tudo certinho!"

Aí o pessoal: "[faz suspiro de incredulidade] eu não acredito!"

E aí, mano, as meninas mais bonita da sala, os meninos mais inteligente chegou em mim e falou: "Meu, me ensina!"

Aquele bagulho mexeu comigo de um jeito, mano... mexeu comigo de um jeito... Porra mano, porque que eu bagunçava? Essa professora... eu devo muita coisa para esta professora, mano, porque ela entendeu, mano, eu não queria bagunçar, que eu não queria atrapalhar... *eu queria atenção! Eu era um desesperado por atenção e ela mudou a forma de eu receber atenção.* Agora as meninas queria que ensinasse a conta para elas. Eu bagunçava na sala para ver se as meninas me olhava, eu queria chamar atenção. E agora as meninas queria que eu ensinasse uma conta para elas, mano: "Cê me ensina essa conta?"

- "Eu ensino".

E aí eu comecei a prestar atenção na aula dela [da professora]. Nunca mais eu baguncei na sala de aula dela.

Comecei a prestar atenção em outras... Eu falei: "Pô, mano, dá para chamar atenção assim também!"

Esta professora foi malandra demais comigo, ligeira. Devo muita coisa para ela... Depois eu fui descobrir que ela perdeu um filho nas drogas, né, e eu acho que talvez ela olhava assim para mim... vamos fazer alguma coisa aqui senão isso [o próprio Galo] vai virar um problema...

Esses anjos, essas pessoas assim que têm essa paciência de olhar um olhar mais...

Dar aula na periferia não é tão fácil... precisa entender e ela me entendeu...

E ela mudou o curso de muita coisa ali, mano, ela mudou o curso de muita coisa...

Então, se eu acho que a escola tem importância? Porra, mano, importantíssimo!

Eu tive essa professora... como eu também tive uma professora... que uma vez tava dando aula de história e eu tava escrevendo uma letra de *rap* e ela rasgou minha letra de *rap* na frente de todo mundo e disse que música mesmo era música clássica.

Eu tive essas duas professoras: uma muito ruim e uma muito boa!

Então tem essas experiências, mano: dar aula na periferia para jovens da periferia não é uma coisa simples; *às vezes, não é sobre ensinar uma conta, às vezes é sobre como ensinar essa conta, tá ligado... É sobre como trocar ideias...* é preciso entender essas coisas que é muito sutil... Para mim foi importantíssima a professora Regina, professora de matemática, até hoje eu tento achar essa professora... [...]

Queria poder mostrar que virei um bagulho bacana, fiz umas coisas bacanas: fiz uma greve, queimei umas estátuas... fiz umas coisas legais aí [risadas] (GALO, 2022, grifo meu)²¹⁰

A história mostra exatamente como a dimensão do reconhecimento, da apreciação “social” é fundamental para que um sujeito possa se engajar tanto na escola quanto, em particular, na aula de matemática. Existe também o contraponto feito entre uma professora de matemática, que consegue oportunizar uma ocasião para que o aluno “bagunceiro” possa receber a atenção, o reconhecimento a partir de um assunto matemático, e uma professora de história – esta sim, extremamente violenta! –, que rasga, concreta e metaforicamente, a tentativa de expressão do aluno²¹¹: por meio destes dois exemplos podemos ver plasticamente em ação um processo educativo libertador, humanizador, que permite aos sujeitos envolvidos *serem mais* e uma educação opressora, violenta, na qual o aluno não é reconhecido como sujeito, bem como não é construído um diálogo entre as suas necessidades de expressão e afirmação e a intencionalidade docente.

Tal importância da dimensão dialógica freiriana – ou da sua ausência – parece-me reafirmada por Galo ao afirmar que estar na escola “*às vezes, não é sobre ensinar uma conta, às vezes é sobre como ensinar essa conta, tá ligado... É sobre como trocar ideias...*”: trocar ideias, sob este contexto, parece-me mais um jeito de indicar a prática dialógica apontada por Freire.

²¹⁰ Disponível em: www.youtube.com/watch?v=z-4wLuxcDPQ. Acesso em: 10 dez. 2022.

²¹¹ Aliás, esta cena de violência descrita por Galo assemelha-se fortemente à cena que preanuncia a canção “The Wall” da banda Pink Floyd na longa-metragem homônima dirigida por Alan Parker em 1982. Uma música-manifesto que critica justamente as práticas violentas (simbólicas, mas também físicas) de uma educação bancária que, metaforicamente, funciona como um grande abatedouro que mói os alunos como se fossem gado.

Assim, para usarmos uma imagem mais poética do que analítica, não basta que “a matemática tenha um rosto humano” (LAKOFF, NÚÑEZ, 2000, p. 379), é preciso que o aluno veja “a si mesmo” ao olhar para a matemática, isto é: veja a sua ação de ser humano em busca de ser mais reconhecida – por ele e pelos outros – no fazer matemática. Se o teorema de Pitágoras continuará a ter a “cara” de Pitágoras²¹², ao invés da de João ou da Beatriz, eis a possibilidade de se promover o encarnado papel violento e bancário do ensino da matemática!

3.2.2. A violência “social”

[A matemática é] uma ferramenta verdadeiramente terrorista de seleção das elites (Lichnerowicz, apud TRABAL, 2010, p. 229)

Ao se pensar na violência concreta, física, vários elementos podem ser mobilizados: desde a fome que os alunos experimentam devido às condições precárias das famílias e à falta de equipamento público²¹³, até verdadeiros episódios de matança, como a chacina que aconteceu na escola Raul Brasil, localizada no município de Suzano, em 2019, onde vários alunos, uma inspetora e a coordenadora pedagógica perderam a vida.

O que perpassa estes elementos maximamente dramáticos e situações mais corriqueiras é a dimensão social da exclusão, da rejeição, da indução ao fracasso: é precisamente neste campo que se explicita a violência social da escola em geral e, em particular, do ensino da matemática.

Esta perspectiva já teve várias abordagens na pesquisa:

Os campos da *etnomatemática*, *educação matemática crítica* e, mais em geral, aqueles que se apelidam de *perspectivas sociais, culturais e políticas* na educação matemática mostraram como a matemática é envolvida em processos de construção de credibilidade e seleção social (Atweh, Forgasz, & Nebres, 2001; Bishop & Forgasz, 2007; Stinson, 2004), na exclusão de grupos considerados desfavorecidos (Martin, 2011; Secada, Fennema, & Byrd, 1995), em prover um claro mecanismo social de responsabilidade [accountability] (Brown, 2011), ou em promover a apropriação de

²¹² O caráter ideológico e absolutamente não neutro e objetivo desta situação é escancarado não somente pelo fato de a historicidade do próprio Pitágoras ser altamente questionável, mas, mais ainda, pelo fato de não termos qualquer imagem coeva dele!

²¹³ Mais uma das responsabilidades do governo Bolsonaro: redução do orçamento que garantia às escolas públicas uma merenda adequada, tanto em termos de quantidade (isto é, suficiente para saciar a fome dos alunos) quanto em termos de qualidade (alimentos saudáveis, produzidos por uma agricultura livre de agrotóxicos, em um regime dietético balanceado). Para falar verdade, Bolsonaro não está sozinho nesta “luta”: como não lembrar, por exemplo, de (Bolso)Doria querendo basear a merenda nas escolas da prefeitura de São Paulo nas sobras próximas ao vencimento, processadas na tal de “farinata”; projeto que, felizmente, foi barrado pelo rechaço que recebeu da sociedade.

comportamento e modos de pensamento e ações que deixam todas as crianças controláveis (Popkewitz, 2004). (PAIS, 2013, p. 16, tradução minha, grifo do autor)²¹⁴

Sob perspectivas diferentes, todas estas pesquisas apontam a construção e o funcionamento do ensino da matemática como um mecanismo social para acumular créditos (escolares e não), prestígio, possibilidades de alcançar melhores posições no campo do trabalho e, até, manter as desigualdades presentes na sociedade. No fundo, encontra-se presente, implícita ou explicitamente, a referência bourdieusiana tanto ao “capital cultural” quanto ao papel “reprodutivista” que a escola teria na sociedade. Trabal (2011, p. 234) reforça esta perspectiva ao olhar para o ensino público francês e para o que os próprios alunos percebem sobre o currículo de matemática, achando, assim, também dentre os estudantes, que o lugar da matemática é (também) lugar para seleção.

Trabal e Santos reafirmam e explicitam ainda mais o conceito:

[s]ão aqueles considerados “os melhores alunos” que vão para as áreas identificadas como científicas ou exatas [...]. Ao mesmo tempo, os “melhores alunos” obtêm os melhores postos de trabalho graças às capacidades construídas, de forma explícita, com base na capacidade em resolver problemas matemáticos. (TRABAL; SANTOS, 2019, p. 22)

Este aspecto, esta “utilidade” da matemática no sentido de ser uma ferramenta – social – utilizada para excluir, isolar, expulsar não é uma novidade dos tempos modernos ou das sociedades capitalistas. Há uma velha história, por vezes repetidas nas próprias salas de aula, de acordo com a qual Platão teria feito escrever na entrada da sua escola, a Academia: “Não entre aqui quem não conhece a geometria”. Quando tal fato é relatado em sala de aula, geralmente, o acento cai na questão epistemológica da filosofia platônica: “faz sentido” que exista esta escrita, já que toda a teoria das ideias platônicas é fundamentada em uma precisa concepção da própria matemática²¹⁵. Mas, se olharmos sob uma perspectiva ligeiramente diferente – oblíqua!, podemos entender como esta frase colocada como um aviso na porta da Academia²¹⁶ funciona também como um mecanismo

²¹⁴ “The fields of *ethnomathematics*, *critical mathematics education* and, more generally, what has been known as the *social, cultural and political* perspectives in mathematics education have shown how mathematics is involved in processes of credibilization and social selection (Atweh, Forgasz, & Nebres, 2001; Bishop & Forgasz, 2007; Stinson, 2004), in excluding groups of people considered to be disadvantaged (Martin, 2011; Secada, Fennema, & Byrd, 1995), in providing a clear social mechanism of accountability (Brown, 2011), or in fostering the appropriation of behaviours and modes of thinking and acting that make every child governable” (Popkewitz, 2004).

²¹⁵ Que, justamente, é apelidada atualmente de Platonismo (ver item 3.1.3).

²¹⁶ A natureza violenta deste aviso é sublinhada pelo modo imperativo da escrita e sugere paralelismo com outras escritas violentas: desde o corriqueiro “Cuidado: cão bravo!” até o “diabólico” “Através de mim chega-se na cidade dolorida, através de mim chega-se na dor eterna, através de mim chega-se entre as pessoas perdidas... Abram mão de quaisquer esperanças, vocês que vão entrar...” [“Per me si va ne la città dolente, per me si va ne l'eterno dolore, per

de exclusão: o não conhecer sobre a matemática tinha, na academia platônica, a mesma função que tem em qualquer vestibular contemporâneo no Brasil, isto é, de deixar de fora possíveis alunos.²¹⁷

Pais (2013) continua delineando uma construção do discurso sobre (o ensino d)a matemática em que, por um lado, tem o destaque à importância *em si* das ideias matemáticas e, do outro, como esta importância deriva do uso “político” que se faz de tais ideias, constituindo uma complementariedade em que o primeiro discurso seria o “acobertamento ideológico” do segundo:

[E] se o discurso acerca da intrínseca importância da matemática provê a *ideologia* necessária para mascarar a importância política e econômica da matemática? [...] Ainda mais, o discurso simbólico acerca da importância da matemática nas atividades cotidianas esconde a real importância da matemática como *um aparelho de testagem e classificação*. O que é visto como uma direta propriedade do objeto matemático – a sua utilidade – é, na verdade, o resultado do lugar que a matemática ocupa dentro da *estrutura da economia capitalista*. (PAIS, 2013, p. 17, tradução e grifos meus)²¹⁸

O pesquisador português utiliza a metáfora que remete à tradição marxista da tensão entre estrutura e superestrutura²¹⁹: sob uma “ideologia”²²⁰ que enaltece a importância da matemática devido à sua utilidade no dia a dia, no exercício da cidadania e no enriquecimento cultural do aluno, existe o “real” campo de ação da matemática, ou seja, o da seleção e reprodução das desigualdades sociais e econômicas. Acho este tipo de enquadramento, ao mesmo tempo, potente, enquanto aponta para um problema real a respeito do uso da matemática, e passível de uma ligeira reformulação, a saber: melhor que a tensão estrutura-superestrutura, podemos entender de modo

me si va tra la perdita gente. [...] Lasciate ogne speranza, voi ch'intrate”] que Dante imaginou estar de aviso na porta do inferno.

²¹⁷ Sobre olhar a história (da matemática) “a contrapelo” em buscas de significados diferentes, do ponto de vista dos oprimidos, ver o item 3.6.

²¹⁸ “[W]hat if the discourse around the intrinsic importance of mathematics provides the ideology necessary for masking the political and economic importance of mathematics? [...] Moreover, the symbolic discourse around the importance of mathematics for everyday activities conceals the real importance of mathematics as a testing and grading device. What is seen as a direct property of object mathematics—its utility—is indeed the result of the place mathematics occupies within the structure of capitalist economics. ”

²¹⁹ “A estrutura real [...] de uma sociedade é a estrutura econômica de uma sociedade, a ‘totalidade’ de todas as relações sociais de produção. Esta estrutura molda a superestrutura legal e social, assim como as formas adequadas de consciência da sociedade ” [The real base (...) of society is the economic structure of society, the 'totality' of the social relations of production. This base shapes the legal and social superstructure (...) along with appropriate forms of social consciousness.] (FRASER; WILDE, 2011 p.32, tradução minha). A estrutura seria, portanto, constituída pelas bases materiais e concretas das pessoas, enquanto a superestrutura seria o conjunto de ideias, vínculos legais e sociais, elementos culturais que atuam na sociedade. Na história da esquerda há(via) um grande debate sobre “quem determina quem”: eu concordo com Paulo Freire – e mais um tanto! – segundo o qual há uma relação dialética onde, não há sovradeterminação de um pelo outro, mas sim uma tensão e uma contribuição mutua, dependendo do momento e da situação histórica (FREIRE, 2001, p.36-40).

²²⁰ Pais faz uso do termo ideologia seguindo o marxismo clássico: tratar-se-ia, portanto, de uma verdadeira mistificação do real, uma falsa consciência de que o sistema capitalista continuamente fortalece para esconder a verdade sobre o seu real funcionamento.

mais profundo o problema utilizando as ferramentas dos itens 3.1.1 e 3.1.2. Podemos reconhecer que há uma disputa entre *frames* diferentes, cada um tentando ganhar força em detrimento do outro, e tentando “conduzir as condutas”, encenando as ações dos atores em sala de aula e, em geral, na sociedade.

Este emolduramento da questão permite, a meu ver, avançar em duas direções interligadas, quais sejam: por um lado, permite entender o problema não sob os termos estáticos de (tradição de) Bourdieu, em que o mecanismo da reprodução é um *Juggernaut*²²¹ que tudo absorve e devora, mas sim como uma disputa constante, dialética, espúria e oblíqua entre duas visões, ambas reais e “estruturais”; por outro lado, de fato, permite abandonar a separação real *versus* “pura ficção” (PAIS, 2013, p. 17), reconhecendo na sociedade e na escola o caráter efetivo e atuante dessas duas tendências, sem reduzir uma ao disfarce ideológico da outra.

O valor do ponto de vista de Pais é, em síntese, o de (re)colocar o problema de um ensino de matemática (escola) inclusivo, libertador, em um quadro conceitual em que o fato de que existimos e atuamos em uma sociedade capitalista não é um mero detalhe, mas um ponto central. A partir deste *frame* e resgatando o trabalho de outros autores, o pesquisador português constrói uma análise do ensino da matemática em paralelo com as categorias marxistas da economia política. Em suas palavras:

A matemática na escola é parte daquilo que Vinner (1997, 2000) chama sistema dos créditos escolares, que tem menos a ver com conhecimentos e competências e mais com seleção e reconhecimento [accreditation]:

«Acredito que os estudantes tenham ótimas razões para estudar matemática. Não é a necessidade da matemática na sua futura vida profissional ou no seu dia a dia. É por causa do papel de seleção que a matemática tem em todas as etapas do nosso sistema educativo.» (Vinner, 2000, p. 2)

Contrariamente à hipótese de que a matemática fortalece [empowers] as pessoas porque lhes fornece algumas formas de conhecimento e competência, Vinner sugere que este fortalecimento deve ser, ao contrário, entendido no campo do *valor* [de troca]. A matemática permite aos estudantes acumular créditos no sistema escolar que lhes permitirão continuar os estudos e, sucessivamente, acessar um lugar ao sol. Nesta perspectiva (econômica), a matemática fortalece as pessoas não tanto porque fornece algum tipo de conhecimento ou competência, mas porque é posta como um recurso economicamente valioso. A partir disso, Baldino (1998a, 1998b) utiliza as categorias de valor-de-uso, valor-de-troca e mais-valia – isto é: os créditos que representam o “surplus” da aprendizagem – para mostrar como na escola os alunos aprendem para, sobretudo,

²²¹ No século XIX, a palavra começou a ser usada no mundo anglófono como sinônimo de uma força imparável e irresistível. O elemento concreto que deu origem a este significado era representado por um carro gigantesco que, no meio de um cortejo religioso na Índia, parecia, justamente, imparável e, dizem relatos na beira da lenda, neste seu caminho costumava atropelar e esmagar tudo (e todos) que paravam em sua frente. Mais recentemente, o termo foi usado para nomear uma personagem do mundo dos super-heróis da Marvel Comics, cuja característica principal é, justamente, o fato de não poder ser parado.

aceitar e participar nas condições de produção e apreensão da mais-valia. **O valor daqueles que fracassam é apropriado pelos que conseguem como mais-valia.** O fracasso é colocado como uma *necessidade* para o funcionamento da escola: «para perpetuar o processo de produção/apreensão de mais-valia, uma certa quantidade de fracassos é necessária» (Baldino, 1998a, p. 5). Portanto, “o fracasso dos estudantes significa o sucesso da instituição” (Baldino & Cabral, 2006, p. 34). É minha convicção que o fracasso em alcançar uma educação matemática significativa não um mal funcionamento através de melhores pesquisas e de uma equipe adequada, mas é endêmico na escola capitalista. (ibidem, p. 22, tradução minha, grifo do autor, negrito meu)²²²

O valor da matemática seria um verdadeiro “valor de troca” da tradição marxista, expresso em créditos formativos que podem ser investidos para obter empregos e condições sociais de prestígio. Mas, se a educação (matemática) é tão isomorfa ao sistema econômico capitalista, deve ser verdade também o fato de que o sucesso dos (poucos) alunos em aprender matemática é obtido à custa do fracasso dos (muitos) outros, assim como para Marx, a riqueza dos (poucos) capitalistas é o resultado da expropriação da riqueza dos muitos que trabalham. A violência desta sentença é gritante porque coloca o mesmo mecanismo injusto e perverso que regulamenta a economia capitalista dentro das dinâmicas da sala de aula de matemática: pensando nesta moldura conceitual, quanta carga de violência social podemos verificar em uma nota “vermelha”, em uma reprovação... Nós, docentes, não estamos “simplesmente” avaliando o desempenho ou as competências matemáticas de um aluno, estamos atuando como o gerente de firma que, a mando do patrão, “espreme” os empregados para que o processo de acumulação de créditos (formativos) seja cada vez maior.

Esta metáfora pode parecer forte e, talvez, contraintuitiva, mas, antes de tudo, é preciso lembrar que também a análise marxista da alienação da mais-valia foi recebida pelos economistas

²²² “School mathematics is part of what Vinner (1997, 2000) called the school’s credit system, which has less to do with knowledge and competences than with selection and accreditation: «I suggest that the students have very good reasons to study mathematics. It is not the necessity of mathematics in their future professional life or their everyday life. It is because of the selection role of mathematics has in all stages of our educational system.» (Vinner, 2000, p. 2) Contrary to the assumption that mathematics empowers people because it provides them with some kind of knowledge or competence, Vinner suggests that this empowerment has instead to be understood in the field of *value*. Mathematics allows students to accumulate credit in the school system that will allow them to continue studying and later to achieve a place in the sun. In this (economic) perspective, mathematics empowers people not so much because it provides some kind of knowledge or competence to them but because it is posited as an economically valuable resource. Accepting this condition, Baldino (1998a, 1998b) uses the Marxian categories of use-value, exchange-value and surplus-value—the credentials which represent the surplus products of learning—to show how in schools students learn, above all, to participate in and accept the conditions of production and seizure of surplus-value. **The value of the ones who fail is appropriated by the ones who pass as surplus-value.** Failure is posited as a *necessary* condition for schooling: “in order to perpetuate the process of production/seizure of surplus value, a certain amount of failure is necessary” (Baldino, 1998a, p. 5). Therefore, “failure of students means success of the institution” (Baldino & Cabral, 2006, p. 34). It is my contention that failure in achieving a meaningful mathematics education is not a malfunction which could be solved through better research and a proper crew, but is endemic in capitalist schooling.

liberais e burgueses como uma inversão da realidade: afinal, ainda hoje, muitos patrões se acham benfeitores da humanidade porque dão mercadoria (em troca de dinheiro) e trabalho (mal)pago. De fato, parece “impossível” a um olhar que não esteja disposto a indagar pelas beiradas, de acordo com perspectivas oblíquas, que pessoas que mal conseguem pagar o aluguel ou juntar o almoço com a janta tenham “riqueza” para dar a quem possui mais riqueza do que pequenos estados. Ainda assim, atualmente temos exemplos tecnológicos que mostram como este mecanismo de funcionamento é bastante comum: se pensarmos, por exemplo, no funcionamento de um ar-condicionado no inverno, atuando como “bomba de calor”²²³, enxergaremos um mecanismo que executa um ciclo termodinâmico que pega calor de uma fonte mais fria (o ar externo) e o deposita em uma fonte mais quente (o ar no interior da casa). Nesta metáfora física, o mecanismo econômico capitalista é análogo ao ciclo termodinâmico implementado pelo condicionador: assim como o segundo contrasta a ação “óbvia” do calor passar de uma fonte mais quente para uma mais fria, assim o primeiro impede que a riqueza seja mais uniformemente distribuída.

Assim, a metáfora marxista aplicada ao ensino da matemática pode perder um pouco do seu caráter provocatório se pensarmos que, em uma sociedade dividida em oprimidos e opressores, não é possível que todo mundo “tenha sucesso”, já que isso significaria acabar com esta divisão e permitir que todos pudessem ter as mesmas condições de *serem mais*, tal como advogadas por Freire. É nesse sentido que o sucesso de poucos é obtido à custa do fracasso dos demais: se a escola não discriminasse os alunos entre quem “sabe” e quem “não sabe” a matemática, deixaria de gerar os créditos formativos a serem gastos como investimento no próprio futuro dos estudantes.

Esta analogia, este olhar para o funcionamento da aula de matemática no âmbito do sistema escolar empregando as categorias da economia política marxista é tão imediato e potente em evidenciar a violência social de exclusão exercida na sociedade que há espaço para contínuos desdobramentos da metáfora. Por exemplo, o professor Vinício de Macedo Santos²²⁴, ao se debruçar sobre o assunto e ao questionar as contínuas comparações entre o desempenho das crianças na escola no Brasil e na Finlândia, comentou se, tal como em uma turma o sucesso matemático de poucos se deu à custa do fracasso dos demais, não poderíamos pensar que o sucesso da Finlândia como país

²²³ Mas o mesmo é válido ao se olhar o funcionamento de uma geladeira ou do próprio ar-condicionado atuando enquanto refresca a casa no verão.

²²⁴ Sobre as críticas às comparações forçadas, os problemas com uma avaliação mundial padronizada como o PISA, as imposturas com finalidades políticas e que não levam em conta as especificidades de cada país, ver Santos (2015), particularmente o capítulo 5, sob o evocativo título: “Sobre avaliações e avaliação em matemática: a Finlândia não é aqui!”.

não se deu à custa do fracasso de outros países; afinal, esta seria uma transposição no campo do ensino da teoria marxista do conceito de “divisão internacional de trabalho”.

Se há possibilidade de a matemática na escola ser usada como mecanismo de exclusão/violência na sociedade – como até aqui, espero, ter deixado claro –, também não podemos cometer o erro de pensar que este seja o caráter real, estrutural, da matemática na escola: como vimos, se esta é uma tendência – mais ou menos forte, a depender da situação política e social que estamos vivendo –, da mesma forma, sempre está posto também o seu contrário, isto é, a tentativa constante, apesar de todas as dificuldades, de construir uma matemática emancipadora, inclusiva e não violenta.

Esta tendência “monodimensional” é um perigo para todos nós, é uma tendência muito “antifreiriana”, já que reduz o papel e a força dos oprimidos e mostra um mundo em que há espaço somente para a dominação. Isso fica evidente, por exemplo, quando Pais (2014) discute o *slogan* “matemática para todos”. Em sua análise, ele aponta que:

o mote “matemática para todos” funciona como o necessário ideológico *doublé* que esconde a crua realidade que a matemática não é para todos. Esta “fantasia social”, tal como apelidada por Žižek (2008), nos mantém “na linha”, evitando questionar o sistema como um todo: quem ousaria desafiar um sistema que busca o Bem Comum, neste caso, “a matemática para todos?” A ideologia, ao mesmo tempo, apaga os seus “motivos” enquanto contribui para efetivá-los. [...]

A declaração oficial da “matemática para todos” esconde a obscenidade de um sistema escolar que, ano após ano, joga milhares de pessoas na lixeira da sociedade sob o discurso oficial de uma escola inclusiva e democrática. (PAIS, 2014, p. 1087, tradução minha)²²⁵

O contraste entre o chavão e a contínua expulsão das crianças e dos jovens da escola como “lixo” é “obsceno” é uma violência que clama por vingança, ainda mais depois dos estragos feitos na (gestão da) sindemia; mas precisamos fazer uma leitura atenta do fenômeno, uma leitura que nunca enalteça os opressores acima do real poder deles e que nunca se esqueça do papel de luta e resistência que, constantemente, os oprimidos dão mostra de saber articular. Por isso, colocar, simples e unidimensionalmente, a expressão “matemática para todos” como uma fachada ideológica, uma “fantasia social” construída para esconder a dura e opressora realidade de uma

²²⁵ «the motto “mathematics for all” functions as the necessary ideological double concealing the crude reality that mathematics is not for all. This “social fantasy”, as Žižek (2008b) calls it, keeps us on the “right track” by avoiding putting in question the system as a whole: who will dare to challenge a system that seeks the Common Good, in this case, “mathematics for all”? Ideology simultaneously conceals its “motives” whilst making them actual and effective. [...] The official claim of “mathematics for all” conceals the obscenity of a school system that year after year throws thousands of people into the garbage bin of society under the official discourse of an inclusionary and democratic school.»

escola excludente, por um lado, não rende justiça à gênese histórica do chavão – e, em geral, de todas as lutas para um ensino libertador – e, pelo outro, é uma visão sobre o real que, como dito, tudo concede aos opressores: de fato, eles estruturam a realidade (opressora) e também a ideologia que, ao mesmo tempo, esconde tal realidade e a fortalece.

Na verdade, a situação é mais dialética, espúria e complexa²²⁶:

Essa abordagem é revestida da retórica que apregoa a equidade, o direito à educação, o combate à pobreza e ao analfabetismo. Se, por um lado, tal retórica tem sintonia com a **demanda da sociedade pela construção e execução de um projeto de educação pública para todos**, por outro lado essa demanda social, ligada ao bem-estar e à sobrevivência das populações pobres, corresponde a condições mínimas, nesse momento histórico, para **a sustentação e o desenvolvimento do capital** por meio do aumento da produtividade da população. O ideal de sociedade desenvolvida associado ao desenvolvimento econômico da sociedade, e que não exclui a promoção de bem-estar, teve ampla propagação retórica e, se nutriu uma esperança maior em segmentos da sociedade em relação a ser essa a oportunidade para a articulação de um projeto forte de educação pública para o país, não tardou a ficar evidente que tal ilusão não pode ser realizada.

A publicação da *Declaração mundial sobre educação para todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem*, assinada na conferência de mesmo nome capitaneada pela Unesco, pelo Fundo das Nações Unidas para a Infância (Unicef), pelo BM e pelo Programa das Nações Unidas para o desenvolvimento (Pnud) na cidade de Jomtien, na Tailândia, fomentou certo **clima de esperança** em relação à solução de problemas críticos da Educação, especialmente em países periféricos.

A Declaração de Jomtien se insere nesse contexto, tanto envolvida pelos discursos sobre equidade quanto os institucionalizando segundo uma agenda internacional para a educação. Se, por um lado, **a sua publicação pode ser entendida como uma vitória dos movimentos sociais por justiça social e democratização [...]**, por outro, é possível interpretá-la como **uma solução estratégica adotada pelas grandes potências neoliberais**, através de organizações multilaterais, no sentido tanto de apaziguar as pressões dos movimentos sociais e amenizar os efeitos negativos decorrentes das crises capitalistas, acentuados pelo próprio processo de globalização e pelas políticas neoliberais, quanto de posicionar a educação como um setor de interesse do capitalismo em sua forma global, imprimindo suas próprias lógicas de controle e intervenção. (SILVA, 2019, p. 18)

(SANTOS, 2020, p. 295, grifo do autor, negrito meu)

Este trecho expõe a dinâmica de uma construção de um discurso sobre uma “educação para todos” não tanto – somente – como uma construção ideológica (isto é, uma “falsificação”), mas sim como resultado de uma luta entre tendências contrapostas. Por um lado, as lutas internas às sociedades por uma educação mais inclusiva, mais consoante com as ideias de democracia e acesso

²²⁶ Isto é, há uma convergência entre estas três dimensões em caracterizar o “real”: a realidade é dialética no sentido de que existem contradições e tensionamento, e estes não são cindíveis e separáveis, mas sim emaranhados entre eles. É espúria já que nunca respeita “a teoria”: ou seja, nas situações concretas não existem os elementos limpos e polidos descritos em uma análise, do mesmo jeito que as circunferências que encontramos na vida real sempre são aproximações da ideia euclidiana. Por fim, a complexidade coloca em destaque como análises simplistas, maniqueístas ou monodimensionais correm o risco de serem equivocadas e de não capturarem a dinâmica dos eventos.

também presentes no discurso público; por outro, algo que, de uma certa forma, podia vir a ser funcional ao próprio sistema capitalista de exploração de trabalhadores mais qualificados, abrir novos espaços para que o capital pudesse se reproduzir ao entrar no setor de ensino e, também, diminuir a tensão social, condescendendo com algumas reivindicações de movimentos e lutas sociais.

Deste modo, existe o reconhecimento da dimensão de luta dos atores que, constantemente, atuam para realizar uma escola – uma matemática – mais libertadora: desde o campo da pesquisa até as ações institucionais²²⁷, passando por ações cotidianas de milhares de docentes “sem nome” que atuam todos os dias para construir uma relação diferente com os seus alunos²²⁸. Olhando sob esta perspectiva (espúria, contraditória, oblíqua), o chavão da “matemática para todos” tem o seu sentido, a sua função, a sua aplicação constantemente tensionada e em disputa pelas forças que competem na sociedade. Este fato repercute na própria língua:

Certo linguajar identificado em discursos de políticos e caracterizado, em geral, por seu tom eufemístico, estereotipado, eloquente é denominado “*langue de bois*”²²⁹, “*lengua de madera*”²³⁰, “discurso vazio”²³¹, respectivamente, em francês, em espanhol e em português. Nas últimas décadas, esse modo de falar tem impregnado os discursos sobre educação no Brasil, nos meios de comunicação, em pronunciamentos de autoridades e gestores, em textos oficiais. É uma maneira de falar vaga, pouco clara, pontuada de subterfúgios, que esconde ou distorce fatos, dados, intenções, um léxico próprio em que várias palavras têm um significado único e uma mesma palavra pode ter diferentes significados, cada um deles usado conforme as circunstâncias. (SANTOS, 2020, p. 302, grifo do autor)

Ou seja, este linguajar líquido, que remete a sentidos diferentes, a depender do contexto e da audiência envolvidos, reflete exatamente esta disputa: não podemos nos paralisar, pensando que os

²²⁷ Últimas, em ordem de tempo, na cidade de São Paulo, tivemos as propostas avançadas da gestão do prefeito Fernando Haddad sobre o Ensino Fundamental de 9 anos dividido em três ciclos, a proposta de trabalho por projetos interdisciplinares e a abertura à descolonização do currículo.

²²⁸ O papel desses docentes parece, a meu ver, tanto mais heroico quanto mais penso aos inimigos que tiveram que enfrentar desde bombas de gás do governador de São Paulo, Geraldo Alkmin, na greve de três meses em 2015, até os ministros da educação do governo Bolsonaro, como Abraham Weintraub e o pastor Milton Ribeiro.

²²⁹ A expressão *langue de bois* (língua de madeira), em francês, remonta à segunda década do século XX e várias explicações e significados podem ser encontrados. Desde então, tem sido utilizada para criticar e depreciar discurso político estereotipado, retórico. [Nota do autor].

²³⁰ No espanhol, *lengua de madera* é a tradução aproximada da expressão francesa *langue de bois*, aquela verbosidade vazia do discurso público, construído sobre clichês e frases que nada dizem e nada significam. Disponível em: <https://www.lasprovincias.es/comunitat/opinion/lengua-madera-20200302001840-ntvo.html>. Acesso em: 25 fev. 2020. [Nota do autor].

²³¹ Entre tantos outros, são assemelhados termos como: discurso demagógico, meias-palavras, cantilena, conversa fiada, conversa mole, lorota, lengalenga, balela, papo furado etc. [Nota do autor].

opressores tudo controlam e tudo podem²³². Ao contrário, a “escola única, pública, laica, obrigatória, gratuita” (ibidem, p. 298), inclusiva e de qualidade é uma conquista (parcial) de 200 anos de lutas de oprimidos sem nome nos diferentes cantos do mundo; o capital, tendo tido que fazer esta concessão, por um lado, claramente, tenta se beneficiar constantemente disso, aproveitando a escola pública para os seus interesses (produzir mão de obra funcional ao sistema produtivo, usando a dimensão da escola para se reproduzir...) e, por outro, constantemente tenta restringir a dimensão da escola pública. Assim, também o ideal de uma “matemática para todos” é filho de pesquisadores, pensadores, professores e lutas nas diferentes sociedades que o reivindicaram.

Mais uma prova disso é a coexistência no discurso público do *slogan* da “matemática para todos” com o mito da meritocracia. A meritocracia nasce nos anos 50 do século XX como uma irônica distopia concebida pelo sociólogo Michael Young, a fim de descrever as tendências em ato na sociedade capitalista segundo a qual os ricos (e os seus filhos) tenderiam a defender ideologicamente a sua posição de privilégio se (auto)definindo merecedores das riquezas e do prestígio devido às suas habilidades e competências.²³³ O poder dos opressores nas últimas décadas foi tamanho que conseguiram pegar este termo – embutido de ironia e de escárnio contra os privilegiados – e transformá-lo na retórica oficial das sociedades capitalistas contemporâneas²³⁴. Claramente, uma matemática para todos e uma escola meritocrática não podem conviver juntos, em uma lógica binária, “per la contradizion che nol consente”²³⁵; mas esta coexistência é possível justamente porque, mais uma vez, a realidade – e os discursos produzidos sobre ela – são contraditórios, dialéticos, continuamente tensionados.²³⁶

²³² Quadro conceitual que está na base de todas as teorias de complô: a realidade é fruto predeterminado e previsto de um plano total, bem-sucedido e inescapável elaborado e atuado pelos poderosos. Sob este aspecto, ver o já citado artigo de Latour (2020) e também, por um possível *insight* entre as teorias da conspiração e a força dos movimentos (de esquerda) como “base material” da crítica, ver Aufheben (2020).

²³³ Isso não passa de uma (leve) reformulação do conceito clássico de aristocracia: no mundo greco-romano, os pertencentes às classes dos possidentes se (auto)apelidavam de melhores, excelentes (justamente, *ἄριστος aristos*), pretendendo, assim, justificar o fato de estarem no topo da pirâmide social. Improváveis genealogias os viam descender diretamente de divindades e figuras míticas, assim como a ideia do “sangue azul” remete a esta concepção. A ideia de meritocracia supostamente vincularia o fato de ser “o melhor” não ao direito de nascença, mas sim às próprias capacidades.

²³⁴ O fato de que esta retórica não passa de uma mentira escancarada é facilmente provado mostrando como, em larguíssima parte, quem nasceu privilegiado magicamente acaba tendo mais mérito do quem nasceu em uma favela na periferia de uma megalópole: estranho, realmente, como este tal de mérito seja isomorfo ao conceito de privilégio!

²³⁵ “A contradição que não o consente”, tal como afirma Dante Alighieri, Canto 27 do Inferno.

²³⁶ Mais um exemplo concreto da disputa sobre que escola, que educação e que educação matemática um Estado tem que ter é dado pela escolha feita pela primeira ministra italiana de extrema direita, Giorgia Meloni, de apelidar o ministério da educação de “Ministério da educação e do *Mérito*”.

Em suma, uma sociedade capitalista, racista, homófoba produz uma escola – e uma matemática – entrelaçada com estes elementos, ou seja, uma escola violenta. Mas isso não é um dado estático, totalizante, já que onde há opressores há também as lutas dos oprimidos; no específico, a prática de ensino-aprendizagem da matemática se apresenta como, mais uma vez, uma estrutura dialética complexa e emaranhada, um Janus bifronte em que coexistem caminhos para opressão e, ao mesmo tempo, para a libertação. Paulo Freire é extremamente claro a este respeito: não podemos correr o risco do “etapismo” ao pensar que precisamos esperar mudar a sociedade para poder ter uma educação não violenta e libertadora; as duas perspectivas, na verdade, são dimensões forjadas em uma mesma realidade social. As tendências reprodutoras das injustiças e libertadoras estão constantemente presentes na escola e no ensino da matemática:

a educação é uma forma de intervenção no mundo [...] que além do conhecimento dos conteúdos bem ou mal ensinados e/ou aprendidos implica tanto o esforço de *reprodução* da ideologia dominante quanto o seu *desmascaramento*. Dialética e contraditória, não poderia ser a educação só uma ou só a outra dessas coisas. Nem apenas *reprodutora* nem apenas *desmascaradora* da ideologia dominante. (FREIRE, 2015, p. 96, grifos do autor)

Ainda, o ponto levantado por Pais – o de uma utilidade da matemática não em si, mas enquanto funcional aos mecanismos de expulsão próprios da sociedade capitalista – parece-me muito importante porque é, apesar de uma certa leitura superficial de Paulo Freire, extremamente freiriano: quando o pensador pernambucano enuncia o lema “Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda” (FREIRE, 2000, p. 67), ele situa o processo educacional como um processo de mudança que tem as pessoas como protagonistas.

Para utilizar um jargão matemático: a educação é condição necessária, mas não suficiente à luta dos oprimidos. Embora indevidamente atribuída a Freire²³⁷, a conhecida frase “a educação não muda o mundo, a educação muda as pessoas, as pessoas mudam o mundo” explicita, de modo preciso, a dinâmica entre educação e mudança nos termos postulados pelo próprio Freire. Ou seja, nada há de “salvífico” na educação, por si só, por mais “progressista” que seja, se ela não faz parte de um movimento maior que visa reestruturar toda a sociedade desde os seus fundamentos.

²³⁷ Apesar das inúmeras citações em trabalhos acadêmicos e de um sem-número de memes que circulam na internet, de acordo com próprio Instituto Paulo Freire, tratar-se-ia de uma citação de Carlos Rodrigues Brandão, amigo de Freire e colaborador de várias atividades e livros, tanto com o próprio Freire quanto com o Instituto. Assim, pode-se ler na página do *site* do Instituto Paulo Freire: «A citação ‘a educação não muda o mundo, a educação muda as pessoas, as pessoas mudam o mundo’ é de Paulo Freire? Não. É de Carlos Rodrigues Brandão. A referência correta é: BRANDÃO, Carlos Rodrigues. Minha Casa o Mundo. Aparecida-SP: Ideias & Letras. 2008, p. 164.» Disponível em: www.paulofreire.org/16-responsabilidade-social. Acesso em: 05 fev. 2022.

É sempre possível lutar por uma matemática mais humana e libertadora, não importa o quanto os espaços democráticos sejam estreitos, e vice-versa, a luta por um ensino emancipador não pode se separar do compromisso por uma sociedade que supere a divisão entre oprimidos e opressores. E isso, de alguma maneira, remete-nos à próxima questão.

3.3. Democracia e política: o que isso tem a ver com (o ensino d)a matemática?

A matemática é democrática? A matemática é de direita? À primeira vista, tais perguntas podem parecer *nonsense*: afinal, o Teorema de Pitágoras não é escolhido em votação alguma e o *mito* de uma matemática alheia às ideologias, particularmente na política, é justamente fincado e consolidado num *frame* comum e largamente compartilhado.

No item 3.1, mostrei que o discurso sobre a matemática pode ser inserido em vários *frames* diferentes, podendo até mesmo apresentar características opostas: de alguma forma, o próprio movimento da matemática crítica impulsionado por Skovsmose, em todos os seus componentes, assumiu politização no ensino da matemática, pelo menos no sentido amplo do termo. Todavia, pretendo arriscar-me um pouco mais e abordar a matemática e a política em sentido estreito: política como uma esfera bem determinada da sociedade, que lida explicitamente com projeto político de organização da sociedade e que, após a Revolução Francesa, constitui-se em duas metáforas espaciais – esquerda e direita.²³⁸ Uma vez posta na sociedade, esta metáfora começou a estruturar vários aspectos do pensamento, e a matemática não escapou desse processo.

Por exemplo, o matemático²³⁹ Kurt Gödel (1995, p. 375-407, todas as traduções a seguir são minhas) debruçou-se sobre o tema em vista de uma conferência que acabou não acontecendo, mas para a qual há anotações preparatórias. A primeira consideração que aparece no texto é que as habilidades matemáticas do lógico, de origem austríaca, eram, de alguma forma, “inversamente proporcionais” aos seus conhecimentos sobre política. Ele propõe uma distinção do campo esquerda-direita em que achamos “skeptismo, materialismo e positivismo”²⁴⁰ de um lado, e, do

²³⁸ Particularmente, a metáfora remete às posições – no sentido de assentos – que tomaram os parlamentares eleitos na convecção na Revolução Francesa sendo os progressistas, os jacobinos sentados ‘à esquerda’ e os conservadores, os realistas colocados nas bancadas ‘da direita’.

²³⁹ O fato de que o “pai” dos teoremas de incompletude da matemática pronuncia-se sobre o assunto não significa, obviamente, que ele esteja correto, mas que se trata de um tema que captura a mente e os interesses dos matemáticos. O próprio Gödel formulou uma “demonstração” da existência de “deus”: novamente, isso não diz muita coisa sobre o fato em si, mas sobre a importância que tal questão tem para os matemáticos e, em geral, para os seres humanos.

²⁴⁰ “skeptism, materialism and positivism”.

outro, “espiritualismo, idealismo e a teologia”²⁴¹: isto acontece porque Gödel usa como baliza “o grau e a maneira como [as visões] são afins ou se afastam, respectivamente, da metafísica (ou da religião)”²⁴² (ibidem, p. 375). A partir desta polarização, Gödel desdobra outras: “o apriorismo pertence ao princípio à direita e o empirismo à esquerda”²⁴³ e “o otimismo pertence ao princípio à direita e o pessimismo à esquerda”²⁴⁴. Por fim: “[u]m outro exemplo de teoria evidentemente posicionada à direita é aquela [da existência] de uma verdade objetiva e de valores estéticos objetivos, enquanto a interpretação da ética e da estética na base de costumes, criação, etc., pertence ao campo da esquerda”²⁴⁵ (ibidem, p. 375). É-me evidente aqui uma divisão muito “mística” e “moral(ística)” entre esquerda-direita, que passa bastante longe (temporal e culturalmente) da proposta, por exemplo, de Bobbio (1994), em que liberdade e igualdade são os conceitos básicos que polarizam o eixo esquerda-direita. Mas não há de que se estranhar: Gödel é fundamentalmente um platonista-kantiano, com posições conservadoras e com uma visão fortemente religiosa (no limite, por alguns aspectos, de fanatismo) e tradicionalista,²⁴⁶ tanto que, considerando-se o desenvolvimento da filosofia (e da ciência, em geral) a partir da Renascença, segue da direita à esquerda;²⁴⁷ isto é, da objetividade à subjetividade (ibidem, p. 375-377).

O ponto que me parece fundamental é que, independentemente da questionabilidade da construção da polaridade esquerda-direita e das conclusões às quais chega Gödel²⁴⁸, trata-se de um caso em que a questão se a matemática é de esquerda ou de direita explicitamente entra em peso.

Mais recentemente, Reuben Hersh (1997) analisou a concepção de vários matemáticos-filósofos ao longo da história, classificando-os em “*mainstream*” (cuja principal bandeira é o platonismo, mas não somente) e “*maverik*” (literalmente, uma visão “dissidente” que conduz a uma visão “humanista”) sobre a matemática e a sua natureza. Hersh “diverte-se” ao comparar tais visões e o posicionamento político para checar se existe alguma correlação:

O fato permanece, os filósofos são seres humanos. Nós deveríamos nos interessar em quanto uma filosofia se conecta com os outros campos do pensamento, como se conecta com a sociedade em seu conjunto.

²⁴¹ “spiritualism, idealism and theology”.

²⁴² “the degree and the manner of their affinity to or, respectively, turning away from metaphysics (or religion)”.

²⁴³ “apriorism belongs in principle on the right and empiricism on the left side”.

²⁴⁴ “optimism belongs in principle toward the right and pessimism toward the left”.

²⁴⁵ “Another example of a theory evidently on the right is that of an objective right and objective aesthetic values, whereas the interpretation of ethics and aesthetics on the basis of custom, upbringing, etc., belongs toward the left.”

²⁴⁶ Eu imagino Gödel como um velhinho de bengala, passeando na praça e reclamando dos jovens de hoje e do rumo que a sociedade tomará se continuar como está!

²⁴⁷ Resta a grande vontade de perguntar ao matemático austro-estadunidense: se a filosofia e a ciência rumarão à esquerda, como é que o mundo não parece acompanhá-las?

²⁴⁸ Para uma análise sucinta, mas precisa, do texto de Gödel, ver Bottazzini (2011, p. 164-166).

[...] Os filósofos também têm crenças políticas. Será que existem conexões entre posições políticas e a filosofia da matemática? (HERSH, 1997, p. 239, tradução minha)²⁴⁹

Hersh reconhece a dificuldade de aplicar retrospectivamente a metáfora espacial esquerda-direita em épocas anteriores à Revolução Francesa (momento em que tal denominação surgiu). Assim, ele tenta adequar tal polarização às várias épocas em que se encontram os matemáticos-filósofos que ele examina:

Na Atenas clássica, democratas/oligarcas; durante o iluminismo, clericais/anticlericais, realistas/republicanos; na década de 1930, fascistas/antifascistas. No lugar dos pares "progressista/conservador" ou "popular/aristocrático," eu uso "esquerda/direita" [...] Rotularei qualquer política que restringe os direitos políticos do povo de "direita"; políticas que os aumentam, de "esquerda" (ibidem, p. 239, tradução minha)²⁵⁰

Percebe-se que Hersh explicita qual será a regra a distinguir esquerda de direita: o aumento (ou diminuição) dos direitos políticos do povo. Deste modo, o autor lança-se na classificação e mostra como, não surpreendentemente, existe uma correlação em encontrar pensamentos de esquerda junto a uma visão da matemática humanista:

O conservadorismo político se opõe às mudanças. O platonismo matemático afirma que o mundo matemático nunca muda.

O conservadorismo político favorece uma elite acima das outras camadas da sociedade. No ensino da matemática, o platonismo sugere que o aluno pode "ver" a realidade matemática, ou não pode.

Uma filosofia da matemática humanista/socioconstrutivista/socioconceptualista/quasi-empiricista/naturalista/"maverick" tira a matemática do céu e a coloca bem no chão. Isso bate com o antielitismo próprio da esquerda – a sua luta histórica pelo acesso universal ao letramento, educação universitária, ao conhecimento e à cultura.

Se descobirmos que a visão platonista prevalentemente é associada ao conservadorismo político e a visão humanista a políticas democráticas seria, portanto, uma grande surpresa? (ibidem, p. 245-246, tradução minha)²⁵¹

O autor explicita o ponto de vista sobre esta correlação: uma matemática humanística, construída socialmente, acessível a todos, ressoa com um sentimento igualitário *lato sensu*. De certo que esta aproximação de Hersh é muito pessoal: colocar um autor, ainda mais um autor do passado

²⁴⁹ "The fact remains, philosophers are human beings. We should care how a philosophy connects with other realms of thought, how it connects with society at large. [...] Philosophers also hold political beliefs. Can there also be a connection between political position and philosophy of mathematics?"

²⁵⁰ In classical Athens, democrat/oligarch; during the Enlightenment, clerical/anticlerical, royalist/republican; in the 1930s, Fascist/anti-Fascist. Rather than "progressive/conservative" or "popular/aristocratic," I use "left-wing/right-wing." [...] I call any politics that restricts popular political rights "right wing"; politics that increases them, "left wing."

²⁵¹ Political conservatism opposes change. Mathematical Platonism says the world of mathematics never changes. Political conservatism favors an elite over the lower orders. In mathematics teaching, Platonism suggests that the student either can "see" mathematical reality or she/he can't.

A humanist/social constructivist/social conceptualist/quasi-empiricist/naturalist/maverick philosophy of mathematics pulls mathematics out of the sky and sets it on earth. This fits with left-wing anti-elitism—its historic striving for universal literacy, universal higher education, universal access to knowledge, and culture.

If the Platonist view of number is associated with political conservatism, and the humanist view of number with democratic politics, is that a big surprise?

remoto, abaixo de um rótulo de esquerda ou de direita apresenta vários problemas. Destaco aqui somente dois: por um lado, um pensador pode ter manifestado posições políticas diferentes (ou até antagônicas!), tanto ao longo de sua vida (diacrônico), quanto ao mesmo tempo (sincrônico)²⁵², sendo assim bastante complicado rotular a sua posição política como um todo; este aspecto é analisado por Lakoff ao introduzir a categoria de “biconceitual” (ver item 3.1.1); por outro, existe o caso em que posições políticas que expressam um avanço objetivo em uma época acabam por se tornarem reacionárias em uma outra: o papel das “posições liberais” foi, com certeza, um avanço quando se contrapunha ao regime feudal, ao *ancien régime*, mas, atualmente, a posição liberal é considerada de direita.

Apesar destes apontamentos sobre o rigor da proposta, parece-me evidente como, mais uma vez, um pensador que reflete sobre a natureza da matemática sente a necessidade de confrontar este conjunto de ideias com o horizonte das ideias políticas.

O terceiro exemplo, ainda mais recente, é trazido por Keith Devlin (2003), em um artigo em que o matemático inglês concentra-se no conceito de demonstração matemática e assim começa:

O que é uma demonstração? Esta pergunta tem duas respostas. A definição de direita ("certo-ou-errado", "primado-do-direito") é que uma demonstração é um argumento logicamente correto que estabelece a verdade de uma dada afirmação. A resposta de esquerda (*fuzzy*, democrática e centralizada no ser humano) é que uma demonstração é um argumento que convence um matemático típico²⁵³ da verdade de uma determinada proposição. (DEVLIN, 2003, tradução minha)²⁵⁴

Devlin (re)cria a polaridade esquerda-direita em parte retomando a ideia expressa por Gödel de que o direito “objetivo” faz referência à polaridade de “direita”, enquanto estética e ética baseadas no próprio comportamento social remetem a um quadro de “esquerda”. Assim, o matemático inglês coloca no campo conceitual da demonstração de direita a lógica binária do verdadeiro-falso, ao “império da lei”, enquanto no campo da demonstração da esquerda temos uma lógica menos imperativa e uma visão humanista do consenso de *democracia*. Isto é, Devlin chama de esquerda uma concepção de demonstração baseada no consenso e na aceitação pela comunidade de matemáticos e apresenta vários exemplos disto: a “correção”, depois de 2000 anos, dos elementos de Euclides; a demonstração do “último” Teorema de Fermat, por Andrew Wiles

²⁵² Para oferecer um exemplo famoso: assim como o jovem Hegel propunha uma visão progressista (ou até revolucionária) sobre o mundo, o maduro Hegel assentou-se cada vez mais sobre uma visão conservadora.

²⁵³ O conceito utilizado por Devlin de “matemático típico” para avaliar uma demonstração ecoa na minha mente com a ideia de “trabalho social médio” proposto por Marx para estabelecer o valor de uma mercadoria.

²⁵⁴ “What is a proof? The question has two answers. The right wing (“right-or-wrong”, “rule-of-law”) definition is that a proof is a logically correct argument that establishes the truth of a given statement. The left wing answer (fuzzy, democratic, and human centered) is that a proof is an argument that convinces a typical mathematician of the truth of a given statement.”

(proposta e sucessivamente corrigida pelo autor e por um de seus doutorandos); a demonstração da Conjectura de Poincaré, por Grigori Perelman, que demorou anos de trabalhos para que a comunidade de matemáticos a aceitasse como correta; a demonstração do problema do empilhamento das esferas de Kepler, feita com a ajuda de computador, por Thomas Hales²⁵⁵. E a lista poderia ser enriquecida com muitos outros exemplos que não esgotariam o assunto.²⁵⁶

Após análise destes casos, Devlin conclui que “Quando se chega no cerne da questão, a matemática, apesar de aparecer como a disciplina mais de direita de todas, revela-se, na verdade, radicalmente de esquerda.” (ibidem, tradução minha)²⁵⁷ Este é um tema muito recorrente para quem discute a essência (*mito*) da matemática, tal como abordado no item 3.1.3: por trás de uma aparência objetiva, platonista, eterna e imutável, esconde-se uma atividade profundamente humana e social²⁵⁸. A este respeito, o matemático Yuri Manin parece concordar ao atestar que: “uma demonstração se torna tal após o *ato social* de ‘aceitá-la como uma demonstração’. Tal mecanismo é verdadeiro tanto para a matemática como para a física, a linguística e a biologia.” (MANIN, 1977, p. 48, tradução e grifo meus).²⁵⁹

O matemático e divulgador científico Bottazzini (2011) retoma o texto de Devlin para sublinhar que é por meio da perspectiva histórica sobre o desenvolvimento da matemática que se nota o caráter dinâmico e social da matemática, em que conceitos que parecem absolutos como verdade e rigor sofrem mudanças e ajustes. Este apontamento do matemático italiano, em minha avaliação, é muito significativo já que, de alguma maneira, ressoa em minha trajetória de pesquisa: foi por meio da indagação da história da matemática como ferramenta ao seu ensino que o seu caráter humanista apareceu com evidência (TERUZZI, 2017).

Sobre os casos abordados até agora²⁶⁰ parece-me que compartilham, no fundo, uma característica, qual seja: a ideia de que uma matemática histórica, humanística, constantemente em devir, é considerada “de esquerda” porque implica, de alguma forma, em uma dimensão democrática associada ao fazer matemático. Mas, então, pode-se afirmar que a matemática é

²⁵⁵ Podemos confiar que esteja correta uma demonstração matemática feita por um computador? É possível, por sua vez, demonstrar que um programa é correto? A resposta, em geral, é não, como o próprio Turing ilustrou em sua pesquisa de doutorado, em 1937.

²⁵⁶ Somente a título de exemplo: as ideias dos números transfinitos de Cantor, as geometrias não euclidianas, a análise *non-standard* de Robinson, o problema das quatro cores para o mapa.

²⁵⁷ When it comes down to it, mathematics, for all that it appears to be the most right wing of disciplines, turns out in practice to be left wing to the core.

²⁵⁸ O próprio Hersh (1997) e Ernest (1991, 1994) compartilham esta visão.

²⁵⁹ “a proof becomes a proof after the social act of ‘accepting it as a proof’. This is as true of mathematics as it is of physics, linguistics and biology”.

²⁶⁰ Dos autores citados, o único com simpatias à direita é Gödel.

democrática? Afinal, o Teorema de Pitágoras ou o valor de π não se decide pelo critério da maioria. Ou não?...

Tentativas de fazer passar várias teorias religiosas criacionistas como hipóteses com o mesmo valor da Teoria de Evolução, propostas de ensinar as duas como possibilidades científicas, infelizmente, estão na ordem no dia nos Estados Unidos e, cada vez mais, também em outros países²⁶¹, assim como o ensino do criacionismo em escolas religiosas ou até mesmo a sua presença no debate público (e no poder público) de terraplanistas²⁶²!

Estes aspectos não representam fenômenos bizarros e limitados, curiosidades antropológicas que podem ser desprezadas com leviandade: ao contrário, são exatamente os exemplos que mostram a estreita relação existente entre ciência e democracia. Caso não haja canal certo, de via dupla e “democrático” entre “cientistas” e “cidadãos”, rapidamente podem ganhar o palanque, o espaço público de palavra, as teorias mais “alienadas”, as mais “anticientíficas”. E isto condicionará, em longo prazo, também as próprias pesquisas. Não se deve platonicamente pensar em cientistas – filósofos, no léxico da Atenas do século V – como seres superiores “barricados” na alta cidadela, desligados e alheios aos acontecimentos do mundo “inferior”. Se isso não era verdade na época de Platão, ainda menos é realístico hoje, quando a maioria das pesquisas é interconectada em centros públicos e particulares, tais como universidades, organizações públicas e privadas, incluindo organismos militares de diferentes países. E, cada vez mais, necessitam de importantes financiamentos, particularmente de recursos públicos²⁶³. Suponhamos, como experimento mental²⁶⁴ – mas nem tanto! –, que o governo de um país decidisse retirar do currículo de ciências o ensino da Teoria da Evolução, junto com a teoria sobre a formação do Sistema Solar e da Terra. Quanto, ainda neste país infeliz, os departamentos das universidades, museus e todos os outros centros de pesquisas sobre evolução e geologia continuariam a receber de financiamento?

²⁶¹ Disponível em: www.wired.it/attualita/politica/2017/06/28/turchia-cancellare-evoluzione-rischi/?refresh_ce=. Acesso em: 05 fev. 2022.

²⁶² No caso do Brasil, o ex-presidente bolsonarista e olavista da Funarte, Dante Mantovani. Disponível em: <https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2019/12/03/artistas-criticam-declaracoes-do-novo-presidente-da-funarte.ghtml>. E em: <https://g1.globo.com/globonews/globonews-em-pauta/video/novo-presidente-da-funarte-que-relacionou-rock-a-satanismo-acredita-que-a-terra-e-plana-8137477.ghtml>. Acesso em: 05 fev. 2022.

²⁶³ Emblemático é o caso, sem precedente, do financiamento da maior parte das vacinas contra o SARS-CoV-2, que causa a Covid-19. Disponível em: www.knowledgeportalia.org/covid19-r-d-funding. Acesso em: 05 fev. 2022. Para pontos de vistas críticos, variados e contraditórios sobre as primeiras fases da pandemia de Covid-19 e as consequentes respostas dos diferentes governos, ver a coletânea *Sopa de Wuhan* (AGAMBEN *et al.*, 2020).

²⁶⁴ A realidade já apresenta casos gritantes de descaso com a ciência e a pesquisa, cujos efeitos atingem diretamente a população. O exemplo proposto articula tal descaso com elementos religiosos e o leva até as últimas consequências.

Quantas vezes a ciência foi impelida pela própria sociedade não somente a não ser democrática, mas a se voltar contra a própria humanidade? A bomba atômica na Segunda Guerra Mundial e as teorias racistas do final do século XIX/primeira metade do século XX são, talvez, os exemplos recentes mais arrasadores e inumanos.

Poderíamos cometer o erro de pensar que a matemática não entraria neste discurso, já que não se pode decidir o valor de π por decreto. Ou se pode? Eis o que relata Eves, em sua História concisa da matemática:

Na cronologia acima não incluímos nenhum item sobre a vasta literatura fornecida pelos portadores da *morbis cyclometricus*, a doença da quadratura do círculo. Essas contribuições, frequentemente divertidas e às vezes inacreditáveis, precisariam de uma publicação exclusiva. Para ilustrar esse caráter consideremos um episódio de 1892 em que alguém anunciou no New York Tribune a redescoberta de um segredo de longa data perdido que levava a 3,2 como valor exato de π . Na discussão ardente que se seguiu a esse anúncio muitas pessoas advogaram o novo valor. Além disso, desde a publicação em 1931 de um opúsculo dedicado a provar que $\pi = 3 \frac{13}{81}$, muitas escolas e bibliotecas públicas dos Estados Unidos receberam exemplares autografados da parte do amável autor. E há também o projeto de lei no 246, de 1897, da Assembleia Legislativa do estado de Indiana, que pretendia determinar o valor de π por lei. Na Seção I do projeto se lê: “Seja decretado pela Assembleia Geral do estado de Indiana: encontrou-se que uma área circular está para o quadrado sobre o segmento igual ao quadrante da circunferência como a área de um retângulo equilátero está para o quadrado sobre um lado...” O projeto foi aprovado na casa mas, ridicularizado por certos jornais, foi arquivado no Senado, apesar do apoio da Superintendência estadual do ensino Público (EVES, 2011, p. 147-148).

Se o próprio Eves relata tais fatos com uma certa divertida ironia, proponho que se leve mais a sério esses sinais como um cenário que constantemente ameaça educadores e produtores de conhecimento científico: nunca podemos desconsiderar que uma determinada organização da sociedade chegue a impor “verdades” científicas ou a proibir práticas científicas.

Por isso, precisamos fazer uma opção de campo e fortalecer os aspectos democráticos, dialógicos da ciência e da matemática em um caminho de mão dupla: por um lado, estimular uma prática em que a discussão, o respeito, as regras e os métodos sejam incentivados e considerados como fundamentais à boa atividade científica e, por outro lado, lutar constantemente contra a separação rígida entre a comunidade científica e a sociedade. As novas – fundamentais – ideias que aparecem nos diferentes campos do conhecimento não podem ficar restritas aos especialistas, mas devem poder ser entendidas e aproveitadas pela maioria da população. Isto é necessário não somente por uma postura moral – ou seja, o acesso ao conhecimento produzido pela humanidade é um direito de todas as pessoas –, mas também por motivos bem práticos, pois se advogamos por organizações sociais mais democráticas, em que a sociedade pode expressar-se sobre as mais

diferentes questões, tais como construção de centrais nucleares²⁶⁵, redução da jornada de trabalho²⁶⁶ e utilização de substâncias químicas²⁶⁷, faz-se necessário que toda a população, não somente os especialistas, tenham a possibilidade de entender e de opinar sobre os assuntos.

John Dewey, pensador pragmático e comprometido com questões sociais, em sua obra mais relevante, intitulada “Democracia e Educação”, mostra, ainda no começo do século XX, exatamente como existe um elo muito forte quanto a não haver democracia sem educação. Mais recentemente, e especificamente no campo da matemática, Skovsmose critica um certo ensino da matemática antidialógico (“violento”, ver item 3.2), mecanicista, imperativo, atrelando esta crítica à questão da democracia:

[...] As possibilidades de exercício dos deveres e direitos democráticos não estão apenas relacionadas às estruturas democráticas formais institucionalizadas, mas também a uma atitude democrática individualmente consolidada. Ações democráticas de nível macro devem ser antecipadas no nível micro. Isso quer dizer que não podemos esperar o desenvolvimento de uma atitude democrática se o sistema escolar não contiver atividades democráticas como o principal elemento. Se queremos desenvolver uma atitude democrática pela educação matemática, os rituais dessa educação não podem conter aspectos fundamentalmente não democráticos. O diálogo entre professor e estudantes tem um papel importante. (SKOVSMOSE, 2001, p. 46)

Fiel à sua raiz freiriana, o autor dinamarquês advoga um ensino de matemática permeado pela dimensão dialógica como prática concreta no nível “micro” de um fazer matemática transpassado de atitude democrática. De fato, de pouco adianta ter instituições democráticas – “nível macro” – se os futuros cidadãos praticam na escola, no dia a dia, um exercício antidemocrático e autoritário: na verdade, assim reduzimos as instituições, as características e as práticas democráticas a formalismo vazios e princípios inertes em uma folha de papel.²⁶⁸

A defesa de uma matemática (e de uma ciência) democrática, no duplo sentido de funcionar democraticamente e de ser aberta a todos – especialistas e não – é defendida com força também por Villa (2018), que na obra de título bem indicativo, “Ciência é Democracia”, reconstrói os processos históricos que levaram à construção – ideal e material – da comunidade científica (ou,

²⁶⁵ Por exemplo, houve na Itália dois plebiscitos sobre utilizar ou não energia nuclear no país: o primeiro foi em 1987 e, o segundo, em 2011; ambos foram desfavoráveis ao uso de tal tecnologia.

²⁶⁶ Por exemplo, em 2012, na Suíça, foi derrotado um plebiscito que se propunha a aumentar de quatro para seis as semanas de férias do trabalho, por ano.

²⁶⁷ Por exemplo, em 2020, na Nova Zelândia, convocou-se um plebiscito sobre o uso da Cannabis para fins recreativos. A proposta foi rejeitada.

²⁶⁸ A “crise das democracias” que vimos nos dias atuais é bastante exemplar: números sempre menores em muitos países de cidadãos que votam, como, por exemplo, na Itália e nos Estados Unidos; instituições sempre menos representativas, porque são simples atuadoras de decisões tomadas em outras instâncias (como os governos nacionais em relação à União Europeia); a valorização, por movimentos e partidos políticos, de ditaduras e experiências não democráticas, tal como fez o próprio bolsonarismo.

como a apelida Polany: “a república das ciências”, VILLA, 2018, p. 86). Um dos exemplos mais interessantes é representado pelo escândalo da obra galileiana: contrariamente ao *frame* mais utilizado, o problema da postura de Galileu não era (somente) vinculado às novas ideias sobre o mundo que propunha, mas sim que as comunicações das novas ideias das ciências

não tivessem como alvo somente um círculo de especialistas, mas abrangessem a sociedade em todas as suas dobras. [...] Esta é a ideia perigosa de Galileu: *tirar os conhecimentos dos círculos estreitos das elites e disponibilizá-los, potencialmente, para todos* [...]. Galileu assim criou uma nova ideia de comunicação que se constituirá como um dos fatores imprescindíveis da ciência moderna. (GRECO apud VILLA, p. 56, tradução minha, grifo meu)²⁶⁹

Isto é, escovando a história a contrapelo (ver item 3.6), olhando pelas beiradas, enxergamos como Galileu precisava ser silenciado (pela igreja Romana) porque queria democratizar o acesso às ideias da ciência: eis o crime que o levou a processo! Testemunho disso foi o fato de ele, contrariamente ao resto dos eruditos da Itália entre o século XVI e XVII, escrever boa parte das suas obras em língua italiana e não em latim.

A ciência – a matemática – deve compartilhar aspectos e práticas democráticas, a fim de florescer e, ao mesmo tempo, permitir que as pessoas floresçam (freirianamente, que “sejam mais”) juntos: ou seja, a dimensão do livre diálogo, desprendido de dogmas e de princípios de autoridade, e, portanto, a própria prática de contestação, o aspecto do consenso, a abertura a todos, especialistas ou não; assim, “[O] que é elemento distintivo da ciência [...] é intrinsecamente democrático, já que a força da pesquisa e da inovação, de maneira semelhante àquela da democracia, apoia-se em um idêntico fundamento de *abertura, ceticismo e igualitarismo*” (MERTON apud VILLA, p. 92, tradução minha, grifo do autor).²⁷⁰

Mas, ao contrário, a ciência pode ser usada – e, muitas vezes, o é! – como um martelo para esmagar os “ignorantes”, os “anticientistas”, os “irracionalistas”: isso é o quanto mais longe se deveria ter do espírito realmente científico, no sentido humanista e democrático do termo. Isso deveria ser não somente um imperativo moral, mas também a melhor solução pragmática para construir sociedades mais participativas e com menos “pulsões irracionistas”. Como aponta Souza Santos, “o apogeu da dogmatização da ciência significa também o início do seu declínio e, portanto, o início de um movimento de desdogmatização da ciência que não cessou de se ampliar e aprofundar até

²⁶⁹ “non riguardasse solo una cerchia di esperti, ma investisse la società in tutte le sue pieghe. [...] Questa è l’idea pericolosa di Galileo: sottrarre i saperi a ristrette élite e renderli disponibili potenzialmente a tutti. [...] Galileo ha così creato una nuova idea di comunicazione che costituirà uno dei fattori costitutivi della scienza moderna”.

²⁷⁰ “Ciò che è distintivo della scienza [...] è intrinsecamente democratico, perché la forza della ricerca e dell’innovazione, similmente a quella della democrazia, riposa su un fondamento identico di *apertura, scetticismo e equalitarismo*.”

aos nossos dias” (SOUSA SANTOS, 2007, p.24): isto é, em um movimento dialético existe uma “reação” que puxa para outros lados o olhar sobre o conhecimento científico. É importante ressaltar que os lados são múltiplos: se temos, por um lado, as várias teorias críticas, pós-modernas, humanistas, por outro, não podemos deixar de ver como os movimentos que negam alguns fatos amplamente estabelecidos (como, por exemplo, as mudanças climáticas antrópicas) também são reações à ciência dogmática usada como ferramenta de domínio e silenciamento. Ou seja, respostas reacionárias e obscurantistas, mas, mesmo assim, respostas que necessitam de “contrarrespostas” nas quais a ciência (e a matemática) se abra e se repense.

A matemática (e, em geral, a ciência) não é democrática em si: tal como tudo o que o ser humano produz, é sujeita a uma disputa que continuamente a tensiona em um sentido ou no outro. Ao definir como democrática a matemática²⁷¹, estou colocando uma tensão, um objetivo.

3.4. A norma (o)culta da matemática

Discursos, mitos, *frames* que apresentam uma matemática violenta e útil à reprodução das ideias do opressor podem ser encontrados também olhando de maneira oblíqua as relações entre (o ensino d)a matemática e o discurso sobre a língua materna.

A ideia de falar sobre (educação) matemática e idioma não é uma novidade. O fato de que praticamente todos os currículos do mundo oferecem estas duas disciplinas mostra o reconhecimento que elas emanam e, implicitamente, sugerem associações. O livro de Machado (1993), intitulado “Matemática e língua materna”, constitui-se na busca de relações entre as duas, sugerindo que não há matemática sem que haja língua oral para expressá-la. Um outro exemplo é representado pela análise da natureza da matemática que Petitot esboça ao longo da discussão do par dialético local/global, chegando a afirmar que

a matemática moderna, digamos desde Gauss e Galois, teve de introduzir uma série de conceitos translocais e praticar uma intensa *actividade analógica* de tradução parcial das teorias entre si. Esta «intertextualidade» generalizada cresceu a um ponto tal que a rede léxico-semântica da matemática moderna se tornou bastante próxima da de uma língua natural: *a complexidade global da língua matemática actual assemelha-se à de uma língua natural*, mas com a diferença absolutamente crucial que o sentido se torna aí explicitamente construído e as analogias demonstráveis. (PETITOT, 1985, p. 18, grifos meus)

²⁷¹ Ao adjetivar a matemática como democrática, estou me referindo, portanto, às múltiplas dimensões que a perpassam: o seu uso, a articulação entre as suas ideias, a gênese histórica dos seus objetos, as práticas sociais que a sustentam, as práticas educativas... Enfim, possivelmente democrático é o *frame* no qual o discurso matemático se insere.

O que o matemático francês descreve é o fato de os matemáticos continuamente (tentarem) transpor – ou traduzir – uma (parte de uma) teoria para outra, de um campo matemático para outro. E, realizar tal empreitada, demanda o uso da metáfora, da analogia, deixando, assim, cada vez mais, o discurso matemático semelhante a um discurso de uma língua “natural”. De fato, trata-se de uma experiência bem comum em sala de aula: para discutir algo “novo”, os atores envolvidos tentam propor/reconduzir, prevalentemente por via analógica, as novidades discutidas juntamente a elementos já conhecidos. Prescindindo do peso da suposta diferença que Petitot coloca, no final, entre matemática e linguagem, o ponto é que existe entre elas uma correlação extremamente forte.

Ainda, analogias entre as duas são sugeridas por Hersh, que descreve a seguinte situação:

Destrichar detalhadamente como nós alcançamos esta noção [a do polinômio] comum e objetiva é um grande problema, comparável ao problema da aquisição da linguagem. Ninguém entende claramente como as crianças adquirem as regras da língua Inglesa ou da língua Navajo, que eles seguem sem serem capazes de enunciá-las. Estas regras implícitas não crescem espontâneas no cérebro. Elas provêm do uso compartilhado da língua da comunidade dos falantes. As propriedades dos objetos matemáticos, como as propriedades das frases de língua inglesa, são propriedades de ideias compartilhadas. (HERSH, 1997, p. 18, tradução minha)²⁷²

Assim, para construir este olhar oblíquo, vou utilizar a reflexão do sociolinguista Marcos Bagno sobre a língua na obra intitulada “A norma oculta” (2003), ao fazer assim um trocadilho com a expressão “norma culta” da língua portuguesa.

O primeiro fato que destaco sobre o livro de Bagno é que, apesar de o ensaio ser uma escrita científica (mesmo que orientado à divulgação mais do que à academia), o “estopim”, a motivação da escrita, é eminentemente político: a eleição para o cargo de presidente da república²⁷³ do operário metalúrgico Lula, no final de 2002.²⁷⁴ Este é um elemento metodológico que remete ao caráter da ciência e da pesquisa discutido no começo da presente tese, em que apontei como a perspectiva que temos que assumir como pesquisadores é, justamente, a de uma visão em que pesquisa científica e “mundo” – com a sua política, contradições e injustiças – caminham assumidamente de mãos dadas.

²⁷² “To unravel in detail how we attain this common, objective notion [of polinomials] is a deep problem, comparable to the problem of language acquisition. No one understands clearly how children acquire rules of English or Navajo, which they follow without being able to state them. These implicit rules don’t grow spontaneously in the brain. They come from the shared language-use of the community of speakers. The properties of mathematical objects, like the properties of English sentences, are properties of shared ideas.”

²⁷³ Permito-me escrever em minúsculo porque, uma organização estatal que fomenta o genocídio negro e indígena, que organiza conjuras como a Operação Lava Jato, “com o Supremo, com tudo”, que aceita a eleição de um genocida como Bolsonaro, mais que uma república, parece uma Casa-grande disfarçada.

²⁷⁴ Observe, por gentileza, que o termo político aqui não é usado *lato sensu* (tal como nas expressões: “Fazer cultura é um ato político”, “Comportar-se nas relações afetivas é um ato político”, “Fazer as compras no mercado é um ato político”), mas sim *stricto sensu*: a própria eleição do presidente da república brasileira.

O fato de ser um livro escrito por um sociolinguista remete ao apontamento metodológico segundo o qual o ensino da matemática (mas, quem sabe, a própria matemática) necessita abrir-se aos outros campos disciplinares, a fim de “hibridar-se” com novas metodologias e novos olhares. Apesar de não haver (ainda?) uma “sociomatemática”, há caminhos como o da etnomatemática, bem como as incursões na sociologia pragmática de Santos e Trabal (2018) que parecem ser, acredito, experiências que seguem nesta mesma direção.

Como dito, o livro de Bagno usa como pontapé inicial a primeira eleição de Lula à presidência da república para analisar a crítica que, nos jornais da burguesia, era desenvolvida a partir da – suposta – ignorância, por parte do então presidente, em relação à norma culta (“correta”) da língua portuguesa do Brasil. A partir disto, o autor desmonta as críticas com a seguinte trilha: os próprios críticos de Lula cometem, em ponta de gramática, vários erros “crassos” (BAGNO, 2003, p. 21-27); a própria visão sobre a língua que tais supostos defensores da norma “cultura” têm, na verdade, só mostra a “crassa” e preguiçosa ignorância deles sobre o que é a língua²⁷⁵; por fim, os erros imputados ao presidente Lula não têm qualquer relação com a quebra de regras gramaticais, mas sim com o fato de serem marcadores sociais de sua origem de família pobre e nordestina, de ofício metalúrgico (ibidem, p. 28)²⁷⁶. Tais erros são imperdoáveis porque são erros dos pobres; ao contrário, os erros cometidos por membros das elites são “deslizes” e “descuidos” sem importância (ibidem, p. 29).²⁷⁷

É preciso apontar como esta visão – de que há pessoas detentoras e defensoras da correta língua portuguesa que decidem o que cabe ou não no vocabulário, na gramática, na sintaxe da língua – além de ser arbitrária (sem qualquer fundamento científico), autoritária e violenta (ver item 3.2), apresenta uma dimensão “kármica” que melhora o humor: assim como os próprios censores da língua correta facilmente podem ser questionados por alguém que use o mesmo olhar – tal como o faz o próprio Bagno, com divertida malignidade –, também os professores de matemática que pretendem ser os depositários últimos do justo e correto conhecimento matemático se prestam à mesma crítica.

²⁷⁵ “Esse é um comentário baseado em crenças tão primitivas e ultrapassadas pela ciência há tanto tempo que acaba depondo contra a inteligência de quem se arrisca a imprimi-lo num jornal de grande circulação.” (BAGNO, 2003, p. 14-15).

²⁷⁶ Para ser mais explícito: “... o preconceito linguístico não existe. O que existe, de fato, é um profundo e entranhado *preconceito social*.” (ibidem, p. 16, grifo do autor). Destaco que os ataques contra o suposto falar incorreto de Lula não eram (somente) ataques à sua classe social, mas (sobretudo) ao projeto de Brasil que ele propunha: um projeto que previa uma (pequena, mas até então nunca realizada) redistribuição de renda e acesso à instrução aos mais pobres.

²⁷⁷ Vinte anos depois, diria que Marcos Bagno tinha razão e os vários colonistas classistas estavam errados.

A este respeito, está cravada em minha mente, como se tivesse acontecido anteontem, a experiência desagradável da passagem do “Fundamental I” para o ciclo sucessivo²⁷⁸. Tal passagem significou deixar um ensino de geometria baseado na intuição, na percepção, nas relações numéricas (ângulos medidos em grãos e por meio do transferidor, segmentos de retas medidos em centímetros, com o auxílio de uma régua graduada) para uma (re)proposição de conceitos organizados com uma certa fidelidade à moda axiomática de Euclides, em que as medidas desapareceram e conceitos intuitivamente claros ficaram escondidos por trás de definições complexas e, muitas vezes, sem sentido. O principal exemplo disso envolveu a definição de retas paralelas. A definição com a qual nós, pequenos alunos, fomos familiarizados com tal conceito era a largamente conhecida: “duas retas são paralelas quando, mesmo que a prolonguemos ao infinito, elas nunca se encontram”; além de ser significativa (a ideia de “encontro” de retas é plenamente manuseável por quaisquer pessoas, inclusive por criança de 7-8 anos), ela já está presente como objeto cultural difuso na própria sociedade e já quebrou a barreira dos “especialistas”. Prova disso, por exemplo, são as “piadas” que comediantes reconhecidos fazem sobre o assunto, visando ao grande público.²⁷⁹

Pois bem, no começo do novo ciclo escolar, a definição muda para “duas retas são paralelas quando elas não têm um ponto em comum”²⁸⁰: eu não havia entendido sequer o sentido de tal proposição, mas, sobretudo, não compreendi porque a outra era desqualificada pela nova. Obviamente, na prova foi cobrada tal nova definição e, por ter usado a velha, perdi alguns pontos na “nota final”. Com o tempo, também, o significado da nova definição ficou clara, mas a lembrança de como esta mudança pareceu-me arbitrária e violenta permaneceu. Podem imaginar o meu estupor quando, já como professor de matemática, ao ler os Elementos, descobri qual era a definição que o próprio Euclides dava: “Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo *prolongadas ilimitadamente* em cada um dos lados, em nenhum se *encontram*.” (EUCLIDES, 2009, p. 98, grifo meu). Ora, ora, ora... que descoberta! O matemático grego não somente utilizava o termo “encontrar” para indicar a não incidência das duas retas, mas especificava também que as retas podiam ser prolongadas ao infinito, sugerindo, portanto, que, em seu entender, a reta não era

²⁷⁸ Na Itália, os primeiros 5 anos de escola básica são chamados de ciclo elementar, enquanto os três anos sucessivos estão sob o nome de ensino médio (inferior). Os 5 anos sucessivos constituem o ensino médio superior.

²⁷⁹ Talvez o mais famoso exemplo da Itália seja representado por Corrado Guzzanti, que personifica um poeta que fala em uma língua inventada, na qual mistura, de maneira criativa, poesias e ditados populares, modificando-os para serem divertidos. Em uma destas situações ele diz: “Duas retas paralelas nunca se encontram... e mesmo quando se encontram, não se cumprimentam”. Disponível em: www.youtube.com/watch?v=b5CLCQBitBE. Acesso em: 05 fev. 2022.

²⁸⁰ Uma definição, cabe ressaltar, fruto dos impulsos do movimento da matemática moderna.

aquele conceito de linha ilimitada, mas sim algo mais próximo ao traço feito em uma folha de papel, com lápis e régua.

Percebe-se, portanto, a escolha arbitrária, antidialógica, autoritária da professora que decidiu qual definição era a correta, sem se perguntar, por exemplo, qual era a ideia por trás das diferentes definições, porque, para mim, fazia mais sentido uma e não via qualquer vantagem em usar – ou lembrar! – a outra. Quanto formalismo, quanta arrogância, quanta imposição que esta história revela e, ao repensar nela, quanta raiva e preocupação ela ainda fomenta: raiva por perceber-me “vítima” de uma violência simbólica²⁸¹, e preocupação pelos efeitos de algo que ainda pode estar acontecendo.

Um outro exemplo deste fenômeno é constituído pela definição “aritmética” do conceito de “limite” construída por Weierstrass²⁸²: do ponto de vista histórico, ela é um produto de sucessivas refinações que remetem aos trabalhos de Cauchy, Bolzano e, por fim, do próprio Weierstrass. A “beleza” de tal feito foi, tal como o nome sugere, basear-se somente em conceitos aritméticos (somadas, subtrações, relação de desigualdade), sem invocar os infinitésimos que tanta dor de cabeça criaram aos matemáticos anteriores²⁸³. O problema é que, se historicamente isso representa um ponto importante de um longo e acidentado percurso que visava se livrar do conceito dos “infinitésimos”, do ponto de vista didático, esta definição é extremamente anti-intuitiva e carece de significado: principalmente, como é possível que, para definir algo cujo conceito principal (*frame*) é “tender”, “mover-se para”, nada disso apareça em sua definição formal? O ciclo de violência completa-se quando não somente tal definição é proposta em aula, mas é dada como “a” definição e é cobrada nas avaliações.

O olhar que subjaz às críticas contundentes de Marcos Bagno é uma visão da língua não como uma ferramenta, como algo externo ao ser humano, usada pelas pessoas que, depois, a colocam de volta na gaveta como se fosse uma chave de fenda. Isso porque não existe uma “Língua” com inicial

²⁸¹ Ainda hoje, a sensação de ter sido injustiçado é tamanha que fantasio sobre poder “jogar na cara” da dita professora os próprios Elementos!

²⁸² Também conhecida como “definição de limite epsilon-delta”, assim é formada: seja $f(x)$ uma função e a um ponto contido no domínio de $f(x)$. Dizemos que $f(x)$ tem limite L , no ponto a , se dado qualquer $\varepsilon > 0$, existe um $\delta > 0$ tal que, para qualquer x pertencente ao domínio de $f(x)$, seja satisfeito:

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

²⁸³ Daria para desenvolver um inteiro trabalho acadêmico sobre o assunto: resumidamente, a questão é definir um objeto matemático que “tende” a zero, sem ser atualmente zero e que, portanto, em sua aritmética, comporta-se, às vezes, como um efetivo zero e, às vezes, não. Curiosamente, Robinson, em meados do século XX, retomou esta ideia, tendo conseguido fornecer algumas definições rigorosas e tendo (re)construído o Cálculo infinitesimal sob estas novas bases.

maiúscula, no hiperurânio, como modelo inalcançável pelos falantes. Ao contrário, a língua é parte integrante do ser humano, muda com ele e, por isto, ninguém é ignorante em sua língua materna.

A crítica que Bagno leva a cabo parece-me ecoar uma crítica similar a uma surgida sob o contexto de uma experiência de educação popular da Itália nos anos 1960:

O caso do Gianni foi mais difícil. Tinha saído da sua escola analfabeto e com ódio aos livros. [...]

Mas, no exame, uma professora lhe disse: «Por que não vai a uma escola particular? Bem vêς que não sabes exprimir-te!».

Também eu sei que o Gianni não sabe exprimir-se. [...]

De resto, há que conversar sobre o que é a língua correta. São os pobres que criam as línguas e que estão constantemente a renová-las para o infinito. Os ricos cristalizam-nas para poderem zombar os que não falam como eles. Ou para os reprovar.

A senhora professora diz que o Pierino do doutor escreve bem. Pudera, fala como a senhora; é dos da casa.

A língua que o Gianni fala e escreve é a do pai dele. Quando era pequeno, o Gianni chamava a rádio de lálá. E dizia o pai dele muito sério: «Não é lálá que se diz, é a rádio».

Se fosse possível, era bom que o Gianni também aprendesse a dizer rádio. A vossa língua sempre lhe poderá servir para qualquer coisa. Entretanto, continua a não haver razão para que a senhora o tenha expulsado da escola.²⁸⁴ (SCUOLA DI BARBIANA, 2017, p. 14 -15, tradução e grifo meus)

Há aqui não somente uma crítica ao caráter classista e excludente acerca da ideia de uma “língua correta”, mas também há a consciência de que “os bens culturais” (dos quais a língua é integrante) são uma construção popular expropriada (e “cristalizada”) para “os ricos” (ver item 3.6).

Chama-me a atenção que inúmeros parágrafos em que estes conceitos são desenvolvidos poderiam valer tais e quais se trocássemos “língua” por “matemática”²⁸⁵. Elenco alguns exemplos a seguir na tentativa de mostrar paralelismo entre a análise de Bagno (2003) sobre a língua e o olhar sobre a matemática.

É que a linguagem [a matemática], de todos os instrumentos de controle e coerção social, talvez seja o mais complexo e sutil. (ibidem, p. 16)

Infelizmente, num longo processo histórico, o que passou a ser chamado de *língua [matemática]* é uma “coisa” que é vista como exterior a nós, algo que estaria acima e fora de qualquer indivíduo, externo à própria sociedade: uma espécie de entidade mística sobrenatural, que existe numa dimensão etérea secreta, imperceptível aos nossos sentidos, e à qual só uns poucos iniciados têm acesso. [...] É como se a língua não pertencesse a cada um de nós, não fizesse parte da nossa própria materialidade física, não estivesse inscrita

²⁸⁴ “Gianni fu più difficile. Dalla vostra scuola era uscito analfabeta e con l’odio per i libri. [...]Ma agli esami una professoressa gli disse: «Perché vai a una scuola privata? Lo vedi che non ti sai esprimere?» Lo so anch’io che Gianni non si sa esprimere. [...] Del resto bisognerebbe intendersi su cosa sia lingua corretta. Le lingue le creano i poveri e poi seguitano a rinnovarle all’infinito. I ricchi le cristallizzano per poter sfottere chi non parla come loro. O per bocciarli. Voi dite che Pierino del dottore scrive bene. Per forza, parla come voi. Appartiene alla ditta. Invece la lingua che parla e scrive Gianni è quella del suo babbo. Quando Gianni era piccino chiamava la radio lalla. E il babbo serio. «Non si dice lalla, si dice aradio». Ora, se è possibile, è bene che Gianni impari a dire anche radio. La vostra lingua potrebbe fargli comodo.Ma intanto non potete cacciarlo dalla scuola.”

²⁸⁵ Para evitar equívocos, acredito ser importante ressaltar que a minha hipótese, neste item, não é demonstrar um completo isomorfismo entre os dois campos, mas sim destacar *alguns* aspectos em que existem fortes semelhanças.

dentro de nós – por isto ela pode ser “maltratada”, “pisoteada”, “atropelada”: a língua é vista como um Outro. É como se nosso modo de falar fosse urna imagem defeituosa, tosca e mal-acabada de uma “língua” inacessível aos olhos e aos ouvidos dos mortais comuns. Por isso, a “língua é difícil” – e não poderia ser diferente, já que é uma “ciência oculta”, um saber hermético, quase esotérico.

Ora, “a língua” [“a matemática”] como uma “essência” não existe: o que existe são *seres humanos* que falam línguas [fazem matemática]. A língua [a matemática] não é uma abstração: muito pelo contrário, ela é tão concreta quanto os mesmos seres humanos de carne e osso que se servem dela e dos quais ela é parte integrante. [...]

Isso significa olhar para a língua [a matemática] dentro da realidade histórica, cultural, social em que ela se encontra, isto é, em que se encontram *os seres humanos* que a falam e escrevem [discutem sobre ela]. Significa considerar a língua [a matemática] como uma *atividade social*, como um trabalho empreendido conjuntamente pelos falantes [pelas pessoas que usam a matemática]²⁸⁶. [...]

Em contraposição a essa concepção dinâmica de língua [matemática], a concepção tradicional, operando com uma abstração-redução – a famosa “norma culta” –, tenta nos apresentar essa norma (em sinonímia com “a língua”) como se fosse um corpo estável, homogêneo, um produto acabado, pronto para consumo, uma caixa de ferramentas já testadas e aprovadas, que devem ser usadas para obter-se determinado resultado e depois devolvê-las à caixa no mesmo estado que a encontramos. [...] Ora, hoje já sabemos que a língua (entendida como uma *atividade social*) não é apenas uma ferramenta que devemos usar para obter resultados: ela é a ferramenta e ao mesmo tempo o resultado, ela é o processo e o produto. E não é uma ferramenta pronta: é uma ferramenta que nós criamos exatamente enquanto vamos usando-a. (ibidem, p. 17-20, grifos do autor)

Quando um aluno entra em sala de aula no primeiro ano, salvo exceções específicas, é falante de uma língua – a sua língua materna; ele pode ainda não saber escrever, mas consegue usá-la para comunicar-se com outros falantes da mesma língua. Esta língua pode ser um português “diferente” daquele da norma padrão ou pode até ser uma outra língua (no caso, por exemplo, de um filho de imigrantes de um outro país ou de comunidades de povos originários). O caminho da escola não deve desqualificar o conhecimento deste aluno, tampouco a “sua” língua em nome do português (ou, pior ainda, do “português correto”), mas sim promover uma reflexão sobre a possibilidade, de um indivíduo, de ser poliglota, de falar vários tipos de português, especialmente, de ter espaço para refletir sobre as relações entre tais diferenças e, sobretudo, de ter um espaço de libertação: isto é, um lugar para combater a opressão (“o estigma”) que acompanha os falantes de outros idiomas. Eu não tenho problema algum com o fato de um aluno falar “nós vai” em sala de aula, mas gostaria que houvesse uma reflexão na aula sobre como isto será usado contra o estudante para discriminá-lo em várias situações sociais, em nome de uma norma padrão que prevê o uso da conjugação “nós vamos”. Advogo por um caminho análogo quando penso sobre o ensino da matemática no ensino básico.

²⁸⁶ Existem termos que discriminam quem “simplesmente” fala uma língua (falantes) e quem a estuda (linguistas, gramáticos,...) mas a mesma coisa não se dá no campo da matemática: soaria estranho chamar quem usa a matemática (um cliente na loja, um engenheiro projetando uma ponte) de “matemáticos”.

É verdade que a matemática parece apresentar duas características mais vinculantes se comparada à língua materna, quais sejam: o mundo físico, ao qual se pretende que a matemática seja aplicada; e as regras d(e um)a lógica que garantam sua “consistência”²⁸⁷. Em sua origem, possivelmente, as ideias da matemática estavam vinculadas à interpretação do mundo físico, sugerindo que o espaço, por exemplo, fosse euclidiano e que o ser humano pudesse ter intuição disto justamente pelo fato de a geometria (euclidiana) estar “cabeada” em nossa mente²⁸⁸. Esta ideia foi abundantemente superada, pois existem inúmeras invenções e descobertas da matemática feitas sem a preocupação com uma possível correspondência com estruturas “físicas”, ou feitas até em contraste com estas: desde as geometrias não euclidianas até os números complexos²⁸⁹. Ainda há os vínculos lógicos; ao analisar novamente a história da matemática nota-se como também existem vários possíveis sistemas lógicos²⁹⁰. Tais premissas teóricas demandam um olhar sobre a matemática como um campo de contínua experimentação e debate, não como um campo prescritivo.

Paul Ernest, quando propõe uma visão dialógica sobre a matemática, contextualmente rejeita as teses de que “um conhecimento absoluto matemático, baseado em demonstrações inatacáveis, é um ideal realizável [e que] as propriedades lógicas das demonstrações matemáticas são em si suficientes para estabelecer um conhecimento matemático sem alguma referência à ação humana (*agency*) ou à esfera social.” (ERNEST, 1994, p. 35, tradução minha)²⁹¹. Existe um isomorfismo entre a ideia de um conhecimento absoluto baseado em provas impecáveis (ver item 3.1.3) e a ideia de uma norma culta da língua materna que deveria ser o ideal a ser alcançado nas aulas: as duas ideias existem sob concepções bem determinadas, são objetivos educativos de acordo com determinadas concepções pedagógicas e, por fim, nascem e servem a interesses de classe específicos.

O segundo ponto que Ernest destaca é que existe uma lógica totalmente interna à própria matemática, que seria autossuficiente e permitiria descartar tanto a subjetividade humana quanto o contexto social e que os debates matemáticos acontecem. Novamente, parece-me que tal tese,

²⁸⁷ De maneira sintética, uso aqui o termo para indicar um sistema de axiomas, definições, propriedades e deduções dentro do qual não seja possível demonstrar algo e o seu contrário.

²⁸⁸ Permito-me resumir parafraseando a ideia kantiana da intuição do espaço (euclidiano) como um “*a priori*”.

²⁸⁹ O fato de que, depois um tempo mais ou menos longo, tais descobertas se tornaram “úteis” como ferramentas para alguma análise de certos aspectos do mundo, só aumenta a maravilha e fascínio pela própria matemática e, em última análise, pelos seres humanos que a produzem!

²⁹⁰ Somente para citar alguns, sem pretensão de exaustividade: lógica trivalente, lógica *fuzzy* e lógica temporal.

²⁹¹ “absolute mathematical knowledge based on impeccable proofs is an ideal which is attainable [and] the logical properties of mathematical proof alone suffice to establish mathematical knowledge without reference to human agency or the social domain”.

que conflita com uma posição dialógica sobre a matemática, possa relacionar-se com o discurso sobre a língua, criticado pela sociolinguística: o fato de a língua ter suas razões internas que, sozinhas, permitem avaliar que ela esteja correta (particularmente, em sua “norma culta”), desconsiderando tanto a agência dos atores quanto o contexto em que eles atuam.

Em sua pesquisa, Serra (2018) relata como os alunos do ensino médio, ao manifestarem suas dúvidas (“os porquês da matemática”) sobre diferentes tópicos da matemática básica, muitas vezes suas dúvidas eram acompanhadas por negações, proibições e obrigações. Por exemplo:

Por que *não pode* ter raiz quadrada no denominador das frações? [...]
Por que o zero *não pode* ser negativo? [...]
Por que *não pode* dividir por zero? [...]
Por que ponto, reta e plano são conceitos que *não podem* ser definidos?
Por que *nenhum número pode* ser dividido por zero?
Por que o zero “*não*” *poder* ser considerado par, sendo que 1, que o número seguinte, é ímpar? (SERRA, 2018, anexo 1, grifos meus)

Achei esta persistência da proibição indicativa da percepção dos alunos acerca de um suposto caráter prescritivo da matemática: professores de matemática e alunos estão tão acostumados a ouvir que “não se pode dividir por zero”, que isso vira uma proibição inderrogável. Claro que se pode dividir por zero! Simplesmente com as regras compartilhadas que definem e normatizam multiplicação e divisão, isso levaria a colapsar todos os números em zero!²⁹² Podemos sim dividir por zero: puramente, ao fazer isso, basicamente reduzimos a um único número a riqueza que tem na matemática! Sendo assim, a discussão com os nossos alunos deveria ser: vale a pena? É interessante?

Ainda: “ponto, reta e plano não podem ser definidos”. Primeiramente, é necessário avisar ao próprio Euclides, que os define logo nas páginas iniciais de “Os elementos”! Na teoria moderna da geometria “axiomatizada”, há um mínimo de conceitos primitivos acerca dos quais há as definições: nada nos impede de definir um ponto. Por exemplo, poderíamos definir um ponto como um círculo cujo raio tende a zero; o que nos levaria a definir “raio”, “círculo” e “tender”. Neste caminho, é necessário decidir por uma axiomatização da geometria linear (a partir de poucos conceitos primitivos, há de se ir “sempre em frente”, construindo outros conceitos e descobrindo as suas propriedades) ou “circular” (de definição em definição, voltar-se-á ao início). Dicionários e enciclopédias, de modo geral, não têm problema em se organizarem de maneira circular. Historicamente, a matemática foi organizada de maneira linear pelo seu caráter “dedutivo”. Todavia, espero ter mostrado que nada impede a definição de ponto e reta!

²⁹² Sobre uma bela e sintética análise deste assunto, ver Hersh (1997, p. 255).

Pode-se discutir a possibilidade de extrair a raiz quadrada de menos 1 (-1)? Claro que sim. E pode-se, inclusive, ver o “custo” que isto terá: por exemplo, perder a possibilidade de ordenar os números – complexos – do menor para o maior ou vice-versa. Vale a pena? É interessante? Este parece-me ser o caminho para construir uma matemática dialógica, não violenta (ver item 3.2), ao invés de uma matemática que estabelece proibições e injunções.

Existem propostas na matemática que são criadoras no sentido literal, ou seja, de produzir partes inteiras da matemática. Este é o caso da negação do V postulado de Euclides, no qual existem propostas que podem mudar convenções: o número 1 é primo ou não? Depende. Existem propostas que podem “destruir” uma parte (ou toda!) da matemática: a possibilidade de dividir por zero. Nenhuma destas circunstâncias autoriza-nos a proibir ou a impor algo em sala de aula; ao contrário, são ocasiões maravilhosas para abrir espaço ao diálogo e à pesquisa.

Assim como é errado, se quisermos, de fato, uma escola libertadora, dizer a um aluno que “é errado falar ‘nós vai’”, assim como é censurável dizer que “não pode dividir por zero”. Tal como aponta Valerio (2016, p. 48, tradução e grifo meus): “Como em um sistema de pesos e medidas, *como na linguagem*, na geometria não há verdades, mas oportunidades”²⁹³ e, em minha concepção, no âmbito da visão freiriana do processo educativo, a oportunidade é justamente a possibilidade do diálogo.²⁹⁴

Sob a análise que Bagno constrói entre diferentes idiomas dentro do próprio português e como os opressores usam e mistificam esta pluralidade como ferramenta de opressão, noto a possibilidade de lançar luz à existência de várias matemáticas. Muitas teorias de ensino-aprendizagem da matemática, de alguma forma, polarizam o discurso sobre uma matemática, em geral, abstrata, formalizada – “pura”, e uma matemática não completamente correta, misturada a crenças ou aspectos concretos e práticos – “impura”. Por exemplo, a distinção que Brousseau estabelece entre conhecimento (*connaissance*) e saber (*savoir*) não se reduz à polarização descrita anteriormente, mas engloba várias características nela presentes (ARTIGUE *et al.*, 2016, p. 15; MARGOLINAS, 2012): o conhecimento (matemático ou não) é sempre situado porque o conhecimento existe sempre e somente junto à pessoa que o elabora e o usa naquele momento. Ou, ainda, como repetidamente apontam Carraher, Carraher e Schliemann:

²⁹³ “Come un sistema di pesi e misure, *come il linguaggio*, la geometria non ha verità, ma opportunità”.

²⁹⁴ Mais uma vez: matemática e língua materna não são a mesma coisa; há diferenças que remetem à natureza de cada um dos objetos/contextos que precisam ser consideradas para que a analogia não seja redutora ou compare aquilo que seja incomparável. Nos exemplos tratados, a língua materna apoia-se em uma norma culta, enquanto no caso da matemática, em uma definição. A partir disso, está posta a possibilidade de que, nos dois casos, existam consequências diferentes, talvez mais aceitáveis no caso da língua materna.

Ao nível de sua organização como ciência, na matemática somente são aceitáveis provas por dedução. No entanto, a matemática não é apenas uma ciência: é também uma forma de atividade humana. Ao nível de atividade humana, a construção da matemática não é realizada necessariamente pelas “leis” da lógica. Uma descoberta em matemática pode, na verdade, ocorrer por indução, sendo o processo de prova posterior. [...]

A aprendizagem da matemática na sala de aula é um momento de interação entre a matemática organizada pela comunidade científica, ou seja, a matemática formal, e atividade humana. (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1988, p. 12)

A primeira afirmação é muito “perigosa” e deve ser encarada com cautela: desde a matemática mais antiga à mais moderna, um amontoado de matemática “como ciência” não segue a estreita via da dedução. Por exemplo, uma das obras mais miráveis de Arquimedes é o cálculo dos primeiros dígitos decimais de π . Assim como existem inúmeros feitos matemáticos ainda hoje que ganham notoriedade sendo simplesmente cálculos – a exemplo do cálculo dos maiores primos gêmeos –, existem também demonstrações modernas feitas com o auxílio determinante de grandes cálculos realizados por computadores, cujo caráter dedutivo é ainda objeto de disputa; existe um conjunto de feitos importantíssimos da matemática que são intuições, propostas, “sacadas” que – ainda – não têm demonstração, sendo, talvez, a mais conhecida, a hipótese de Riemann sobre os números primos.

A ideia de que a matemática como ciência (“formal”) seja separada da matemática como atividade humana induz a uma perspectiva errada: tanto a matemática de Wales como a do cliente que averigua o troco em uma loja são “atividades humanas”, uma vez que não existe uma matemática “inumana”. Aquilo que muda entre os dois exemplos é precisamente o contexto, os objetivos gerais e os objetos matemáticos envolvidos, mas a natureza é absolutamente a mesma. Assim como a variante padrão da língua portuguesa do Brasil e a sua variante falada na casa de uma família no Rio Grande do Sul não diferem por natureza (são línguas e cumprem perfeitamente sua função social: comunicar), de igual forma, a matemática praticada por um pesquisador na fronteira do conhecimento matemático e a matemática praticada por um grupo de pedreiros em uma construção civil apresentam sempre a mesma natureza: ou seja, é matemática em ambos os casos.

Apesar desse quadro conceitual problemático sobre matemática “como ciência” e matemática “em aula”, o estudo de Carraher, Carraher e Schliemann (1988), por muitos aspectos seminais, aponta como há uma matemática imposta que não dialoga com conhecimentos, práticas e métodos que os alunos conhecem por meio das próprias vivências. A “imposição” de um método e a desqualificação do outro parecem-me apresentar uma dinâmica muito próxima entre a imposição da norma padrão da língua e a desvalorização da norma falada pelo aluno:

[O] fracasso escolar aparece como um fracasso da escola, fracasso este localizado: a) na incapacidade de aferir a real capacidade da criança; b) no desconhecimento dos processos

naturais que levam a criança a adquirir o conhecimento; na incapacidade de estabelecer uma ponte entre o conhecimento formal que deseja transmitir o conhecimento prático do qual a criança, pelo menos em parte, já dispõe (ibidem, p. 42)

Em primeiro lugar, parece-me que os exemplos dados por Carraher, Carraher e Schliemann (1988) mostram exatamente o que Paulo Freire chama de absolutização/alienação da ignorância (FREIRE, 2001, p. 58): o aluno não sabe e o professor sabe. Ao ter esta premissa epistemológica como base, é evidente que o ensino vira uma prática em que o aluno não tem voz, e a sua prática matemática tem que se adequar aos modelos propostos pelo professor. Para mostrar como tal concepção é enganadora, apresento o relato que o próprio Freire dá sobre uma experiência em um círculo de cultura em um assentamento da reforma agrária, em Santiago (no Chile):

“Desculpe, senhor”, disse um deles [campeiros assentados da reforma agrária], “que estivéssemos falando. O senhor é que podia falar porque o senhor é o que sabe. Nós, não”. [...]

“Muito bem”, disse em resposta à intervenção do camponês. “Aceito que eu sei e vocês não sabem. De qualquer forma, gostaria de lhes propor um jogo que, para funcionar bem, exige de nós absoluta lealdade. Vou dividir o quadro-negro em dois pedaços, em que irei registrando, do meu lado e do lado de vocês, os gols que faremos eu, em vocês; vocês, em mim. O jogo consiste em cada um perguntar algo ao outro. Se o perguntado não sabe responder, é gol do perguntador. Começarei o jogo fazendo uma primeira pergunta a vocês.”

A essa altura, precisamente porque assumira o “momento” do grupo, o clima era mais vivo do que quando começáramos, antes do silêncio.

Primeira pergunta:

– Que significa a maiêutica socrática?

Gargalhada geral e eu registrei o meu primeiro gol.

– Agora cabe a vocês fazer a pergunta a mim – disse.

Houve uns cochichos e um deles lançou a questão:

– Que é curva de nível?

Não soube responder. Registrei um a um.

– Qual a importância de Hegel no pensamento de Marx?

Dois a um.

– Para que serve a calagem do solo?

Dois a dois.

– Que é um verbo intransitivo? Três a dois.

– Que relação há entre curva de nível e erosão?

Três a três.

– Que significa epistemologia?

Quatro a três.

– O que é adubação verde?

Quatro a quatro.

Assim, sucessivamente, até chegarmos a dez a dez.

Ao me despedir deles lhes fiz uma sugestão: “Pensem no que houve esta tarde aqui. Vocês começaram discutindo muito bem comigo. Em certo momento ficaram silenciosos e disseram que só eu poderia falar porque só eu sabia e vocês não. Fizemos um jogo sobre saberes e empatamos dez a dez. Eu sabia dez coisas que vocês não sabiam e vocês sabiam dez coisas que eu não sabia. Pensem sobre isto”. (FREIRE, 2005, p. 46-49)

Existe uma discreta quantidade de literatura que não compreende esse ponto e coloca como guardião do perigo do “populismo educacional”, que seria o fato de nunca corrigir o aluno; nunca

colocar em discussão as suas crenças. Ninguém dentre os que pensaram na educação libertadora e no lado dos oprimidos nem sequer cogitou algo parecido, mas propôs justamente o seu oposto: a escola deve ser o lugar onde mesmo o aluno proveniente do contexto social mais oprimido possa ter seu espaço de reconhecimento e, ao mesmo tempo, tenha acesso ao que é considerado valioso em relação ao patrimônio cultural das culturas humanas, seja isto a história de “A Branca de Neve”, “Odisséia”, a lei de gravitação de Newton ou o cálculo da superfície de um círculo.

Em segundo lugar, a pesquisa de Carraher, Carraher e Schliemann aponta a mesma incapacidade de articular um diálogo entre a matemática que os alunos conhecem e praticam e a matemática assim como é dada na escola (a matemática “cultura”, segundo a analogia com a sociolinguística); uma incapacidade que, nem de longe, é “neutra”, já que tem um caráter “ideológico”: “Quando constatamos que a escola rejeita este saber popular da criança, manifesto (por exemplo) na matemática oral, precisamos perguntar-nos: a quem interessa esta rejeição? Ao aluno? Ao professor? À *sociedade*?” (ibidem, p. 66, grifo meu).

Mais especificamente no contexto do ensino-aprendizagem da matemática, a proposta de Anna Sfard (ver item 3.1.3) de enxergar a matemática como *discurso* é-me muito efetiva ao dialogar com a análise de Bagno sobre o preconceito linguístico e ao explicar as dinâmicas dos casos relatados no estudo de Carraher, Carraher e Schliemann (1988). Se a matemática é um discurso com suas próprias narrativas (e com as suas palavras, imagens e sentidos), existe o concreto problema de a comunicação entre duas pessoas ser difícil se os dois discursos não estiverem “alinhados”.

Nas palavras da própria pesquisadora:

A comunicação matemática é considerada *efetiva* se os participantes não têm motivos para duvidar da integridade do processo. A efetividade é constantemente colocada à prova pela circularidade do processo de desenvolvimento do discurso matemático e pela abrangente vagueza da natureza dos seus objetos. Nenhuma maravilha, então, que o *conflito comunicativo/cognitivo* – o encontro entre interlocutores que usam os mesmos significantes matemáticos (palavras ou símbolos escritos) em maneiras diferentes ou executam a mesma tarefa matemática de acordo com regras diferentes – é um fenômeno comum. Por exemplo, um matemático pode usar palavras como *número* ou *função* de maneira objetificada, isto é, como se apontasse para uma outra, basicamente intangível, entidade; paralelamente outros poderiam considerar estes significantes como objetos-em-si. (SFARD, 2008, p. 161, grifos da autora, tradução minha)²⁹⁵

²⁹⁵ Mathematical communication counts as *effective* if the interlocutors have no reasons to suspect a breach. The effectiveness is constantly being threatened by the circularity of the process of development of mathematical discourse and by the pervasive vagueness as to the nature of its objects. No wonder, then, that *commognitive conflict* – the encounter between interlocutors who use the same mathematical signifiers (words or written symbols) in different ways or perform the same mathematical tasks according to differing rules – is a common phenomenon. For example, one mathematician may use such words as *number* or *function* in the objectified way, that is, as if it signified another, basically intangible entity; whereas others may treat these signifiers as objects-in-themselves.

O processo de desenvolvimento das ideias matemáticas é circular porque, tal como destaca a autora, a matemática é vista como um sistema autopoietico: o próprio discurso matemático cria os objetos matemáticos, mas o discurso matemático pode existir somente se o sujeito conhece os objetos matemáticos. Sfard indica, portanto, um problema de circularidade para, em seguida, apontar o coração do problema acerca da incompreensão matemática: se duas pessoas (o professor e o aluno, por exemplo) produzem discursos matemáticos diferentes sobre os mesmos significantes (palavras, desenhos etc.), existem problemas de comunicação e de entendimento. Compreendo que, neste último problema, há espaço de profunda analogia com análise da língua materna: assim como existem várias línguas (e várias normas) que se encontram – e, por vezes, “brigam” – na escola, também existem potencialmente vários discursos matemáticos que o professor comprometido com o processo de *ser mais* dos seus alunos pode abordar.

Como, então, superar esses dois problemas? Como superar a aparente circularidade da matemática como discurso e a incompreensão entre discursos diferentes? Sfard sugere a “realização dos significantes”: “As realizações dos significantes são objetos acessíveis perceptivamente que podem ser manipulados na tentativa de produzir ou corroborar narrativas matemáticas. [...] As realizações visuais podem ser *simbólicas, icônicas, ou concretas*.” (ibidem, p. 161-162, grifo da autora, tradução minha).²⁹⁶

Aparenta-me que estamos nos dirigindo a dois conceitos, quais sejam: por um lado, fala-se, de maneira muito “freiriana”, da práxis, da prática matemática que representa um caminho para construir as narrativas matemáticas e, com isto, produzir o “discurso matemático”. E sobre isto destaco: a quebra do círculo – potencialmente vicioso – entre o discurso matemático e os seus objetos não se dá com uma abstrata referência “à realidade” ou aos mecanismos analíticos, mas sim com um compartilhamento de práticas que, dialeticamente, permitem a – lenta – construção de discursos comuns. Dito de outra forma: é graças ao compartilhamento dialógico, acolhedor e consciente de práticas matemáticas que os sujeitos envolvidos podem desenvolver discursos afins.²⁹⁷

²⁹⁶ “Realizations of the signifiers are perceptually accessible objects that may be operated upon in the attempt to produce or substantiate mathematical narratives. [...] Visual realizations may be *symbolic, iconic, or concrete*.”

²⁹⁷ A este propósito, não posso deixar de relatar duas experiências que marcaram a minha trajetória de militante em movimentos sociais e de educação popular de inspiração em Paulo Freire, e que repercutem também no caminho da minha pesquisa: a demonstração, mais uma vez, de como a obra freiriana é tanto uma discussão sobre a pedagogia, quanto uma visão sobre a atividade política de mudança de mundo e de libertação dos oprimidos. O primeiro relato relaciona-se com uma reunião em que se discutia a colaboração entre grupos diferentes no mesmo espaço e no mesmo território. Em uma proposta que foi lançada previamente, apesar das diferenças entre as práticas, os grupos podiam colaborar compartilhando as mesmas ideias e análises (provavelmente, entendendo com isto a crítica à sociedade e o

Por outro lado, a realização dos significantes representa descobrir como o próprio sujeito explica e entende um determinado processo matemático. Isto ocorre-me consoante tanto com a proposta dialógica freiriana, quanto com a visão da sociologia pragmática, a qual reconhece a voz dos sujeitos como elemento explicativo de primária importância (ver item 3.7).

Por fim, a tripartição das realizações em “*simbólicas, icônicas ou concretas*” parece-me, novamente, dialogar com a classificação de Santos (2015, p. 22) sobre o *real pensado/hipotetizado*, o *real mediato* e o *real imediato*²⁹⁸: a realidade matematizada pelo sujeito beneficia-se não somente daquele nível que, corriqueiramente, chamamos de “concreto” (por vezes, associado ao que é fisicamente manipulável e “tangível”), mas de níveis mais “abstratos”, que continuam significativos e “manipuláveis” (pelo pensamento). Todos estes níveis são mobilizados quando o sujeito é chamado a explicar – “realizar” os significantes matemáticos.

É importante frisar como a proposta de olhar a matemática como um discurso que se constrói por meio de práticas comuns²⁹⁹ acarreta uma importante consequência: a concepção lógico-dedutiva, rigorosamente organizada da matemática à moda dos elementos é “subvertida” ao colocar o holofote nas próprias práticas e nas explicações dos atores envolvidos nos processos matemáticos. Dito de outra forma: o olhar na sala de aula de matemática tende a deslizar do quadro conceitual – *frame* – do certo/errado, verdadeiro/falso, do encadeamento lógico euclidiano a um ambiente menos “rígido”, em que as interações entre alunos e professor constituem-se mais como uma busca de práticas comuns, como trocas de experiências e *diálogos*.³⁰⁰

desejo de estar ao lado dos oprimidos). Um companheiro, Duilio Felletti, rebateu que, em sua experiência de militância, aconteceu exatamente o contrário: os grupos – e as pessoas – podem colaborar politicamente justamente quando têm práticas comuns, não as mesmas “ideias”. A segunda experiência ocorreu anos depois, quando um outro companheiro, Marcelo, ao discutirmos como avaliar a exatidão e a eficácia de uma proposta política, ele afirmou, de maneira concisa e imediata, que a prática é o critério da verdade. Estas duas experiências fortalecem a própria posição gramsciana sobre “a verdade”: “A questão se ao pensamento humano pertence uma verdade objetiva, não é uma questão teórica, mas prática. É na atividade prática que o homem deve demonstrar a verdade, ou seja, a realidade e o poder, o caráter terreno do seu pensamento. A discussão sobre a realidade ou não realidade de um pensamento, que esteja isolado da práxis, é uma questão puramente acadêmica” (“La questione se al pensiero umano appartenga una verità obiettiva, non é una questione teórica, ma prática. È nell’attività pratica che l’uomo deve dimostrare la verità, cioè la realtà e il potere, il carattere terreno del suo pensiero. La discussione sulla realtà o non-realtà di un pensiero, che si isoli dalla Praxis, è una questione puramente scolastica.”) (GRAMSCI, 1977, p. 2355-2356, tradução minha). À distância de quase duas décadas, parece-me que as propostas dos dois companheiros, desenvolvidas a partir de anos de reflexão/ação concreta no mundo, seguem na mesma direção da proposta de Sford.

²⁹⁸ Ver citação no item 2.2.

²⁹⁹ Anna Sford trabalha no trilho conceitual aberto por Wittgenstein e em seus “jogos de linguagem”.

³⁰⁰ Não é especificamente objeto da presente pesquisa, mas a ideia da matemática como um campo de discursos que se afinam nas práticas concretas das pessoas evoca-me à abertura de espaço às ideias bem inovadoras sobre a avaliação e, sobretudo, a autoavaliação. Em extrema síntese, trata-se de substituir as dicotomias clássicas certo/errado, verdadeiro/falso em prol de comparações em discursos.

Um processo de ensino-aprendizagem emancipador e problematizador da matemática deve, portanto, não insistir em divisões, penso eu, problemáticas e estéreis – ou pior! –, que podem ser usadas para desqualificar conhecimentos, crenças e capacidades dos alunos; mas sim reconhecer a sala de aula como um espaço para o confronto entre ideias, para debater novas possibilidades sem prejuízos e proibições.

3.5. Temas geradores e ensino da matemática: em busca do inédito viável

Apesar de Paulo Freire ter se debruçado pouquíssimo sobre o ensino da matemática, podemos já contar com um conjunto de experiências e reflexões sobre possibilidades que a proposta do tema gerador traz para a sala de aula. De fato, acredito que a pesquisa da professora Maria do Carmo Domite representa um ponto de partida extremamente rico e profundamente consoante, metodologicamente, com a proposta freiriana: com um movimento “de baixo para cima”, a professora indagou, na concretude, as práticas escolares de docentes em meio ao Movimento da Reorientação Curricular promovida e iniciada por Freire como secretário da pasta da educação na prefeitura de São Paulo no governo de Luiza Erundina (1989-1992)³⁰¹. Tal movimento foi proposto e sustentado por Freire ao tentar se manter fiel à modalidade dialógica e democrática sempre defendida por ele: esta proposta, de fato, não foi imposta, mas sim proposta às escolas da prefeitura paulista, tendo, a cada ano, um aumento do número de participantes no projeto.

Tal como destaca Valle, este movimento de reforma marcou uma inversão no sentido de entender o currículo e as políticas públicas: isto é, não seriam mais os expertos, os especialistas da Universidade que preparariam os documentos norteadores, mas sim os próprios docentes, assim, atuando nas escolas, mobilizando o próprio conhecimento e articulando as suas práticas, eles iriam constituir o *corpus* fundamental para dialogar com especialistas e produzir os novos materiais. Nas palavras de Valle:

As políticas curriculares construídas sob a égide desse paradigma [autoritário, de cima para baixo] se dão numa direção, isto é, partem dos gabinetes, das secretarias e, em última instância, do Ministério, rumo às escolas. [...]

³⁰¹ Por problemas de saúde, Freire teve de deixar o cargo em 1991, sem terminar seu mandato.

O Movimento de Reorientação Curricular consiste, [ao contrário], não somente em uma ruptura paradigmática em relação às políticas modernas de currículo, mas, igualmente, em uma inversão radical do vetor dessas políticas. [...]

Na mesma medida em que o texto de Mendonça Filho apresenta um documento “preparado por especialistas, com a valiosa participação de professores e da sociedade”, Freire demonstrou, no decorrer de seu mandato, outra possibilidade, a de um currículo construído coletiva e artesanalmente por professores e sociedade, com uma valiosa contribuição de especialistas de diferentes áreas. (VALLE, 2019, p. 206-207)

Do ponto de vista metodológico e epistemológico, parece-me que esta proposta seja uma tentativa de realização da contemporânea reflexão de Boaventura Souza Santos sobre a dupla ruptura epistemológica, na qual “ciência” e “senso comum” deveriam reconstruir uma nova relação, não mais hierarquizada, em que a primeira reina e o segundo lhe é submisso (ver também item 1.1). Em contraponto, preciso destacar como, ao compararmos a proposta educacional-política de Paulo Freire como gestor no governo Erundina com a versão da proposta de Base Nacional Comum Curricular aprovada na vigência do governo golpista de Michel Temer³⁰² e do qual Mendonça Filho era ministro da educação, a postura democrática do primeiro se torna ainda mais clara: por um lado, temos especialistas que traduzem as diretivas de burocratas e políticos, deixando, supostamente, que os professores “participem”; por outro, temos uma verdadeira “inversão”, já que são os docentes que constroem – na comunhão de suas práticas na escola real, concreta, com seus alunos vivos – o currículo (aí sim, com a participação dos especialistas).

No meio deste movimento concreto, Domite constrói a sua pesquisa olhando para aquelas práticas concretas e vividas, a fim de entender em que medida e de quais maneiras o conceito de tema gerador estava presente e operando. Neste processo, ela elabora quatro estratégias que podem agrupar as diferentes ações empreendidas por docente, quais sejam:

FLAGRAR SITUAÇÕES DO CONTEXTO ESCOLAR OU MAIS AMPLO

O professor deve estar atento para situações que começam a se revelar significativas para os alunos, ou seja, para perceber que certas relações e particularidades de um sistema físico-social passam a prender a atenção dos alunos. A partir desta descoberta, o professor procura participar do diálogo sobre a situação, provavelmente já iniciado pelos alunos e aproveitá-lo como o diálogo de uma problematização.

Denominaremos **ESPONTÂNEA** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código **EE** para identificá-la.

³⁰² Para uma análise circunstanciada e militante sobre o processo de aprovação e a perspectiva da BNCC, ver José Carlos Oliveira Costa (2019). *En passant*, cabe ressaltar que a presidente golpista da Bolívia, Jeanine Áñez, foi recém-condenada justamente por ter participado da deposição ilegal, em 2019, do presidente legítimo Evo Morales. Quem sabe, no futuro, teremos justiça também no caso do Brasil.

CONVOCAR OS ALUNOS PARA A ESCOLHA DE “TEMAS GERADORES”

O professor orienta a aprendizagem da Matemática a partir da necessidade de compreender uma situação da realidade social, problematizando-a. Cabe a ele apresentar essa inovação metodológica, fazendo inicialmente uma análise crítica do ensino tradicional de Matemática e, em seguida, expondo uma situação de aprendizagem, geralmente por ele vivenciada com outro grupo de alunos, que se deu a partir de um tema gerador. Nessa explanação, é importante o professor apresentar algumas ideias de temas interessantes para aquele grupo e informá-lo de que a exploração de um tema não é somente um meio de formular problemas que podem levar à aprendizagem da Matemática, mas também uma estratégia para compreender mais criticamente a realidade estudada.

Denominaremos **TEMA GERADOR** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código **ETG** para identificá-la.

PARTIR DE UM ASSUNTO (TEMA) PREVIAMENTE ESCOLHIDO

Cabe ao professor, a partir de um tema por ele escolhido, iniciar uma problematização que motive a ligação de conteúdos, que ele deseja introduzir, com situações reais que os alunos conhecem e vivenciam. Vale aqui ressaltar que essa proposta de encaminhamento de uma problematização não prioriza, como nas outras, partir de situações reais. Consideramos também, problematizar sobre situações **fictícias**, como uma simulação do real, um jogo. A arte do professor consiste então, em fazer nascer perguntas ligadas ao tema fixado (contexto escolhido, real ou não) e, de acordo com o interesse do grupo, procurar encaminhá-las enquanto problemas.

Denominaremos **PROVOCADA** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código EP para identificá-la.

PARTIR DE UM MODELO MATEMÁTICO CONHECIDO

A problematização, neste caso, constitui-se em um diálogo voltado para a análise de um problema análogo a um estudado, isto é, que utiliza este mesmo modelo matemático para sua solução. Em outras palavras, a partir do instrumental matemático que facilitou a conversão de um problema na sua linguagem matemática, o professor apresenta e analisa problemas, dentro de outros contextos, que utilizam esse mesmo instrumental. Cabe ao professor, inicialmente, encaminhar uma problematização com questões que argumentem sobre a busca de um problema semelhante do ponto de vista matemático, gerado em outro contexto. Uma vez localizado o problema, estender o diálogo para interpretar o modelo matemático estudado no primeiro problema, na linguagem do segundo.

Denominaremos **ANALOGIA** essa estratégia para desencadear uma problematização e usaremos o código **EA** para identificá-la. (DOMITE, 1993, p. 168-170, grifos da autora)

As duas primeiras modalidades parecem ser aquelas que mais se aproximam da formulação freiriana proposta na “Pedagogia do oprimido” e apontam para uma ação (implícita no primeiro caso, “**ESPONTÂNEA**”, explícita no segundo, **TEMA GERADOR**) da professora para dialogar com as alunas e “capturar” um tópico de interesse que possa vir a constituir um tema gerador. Na terceira

(“PROVOCADA”) e quarta propostas (“ANALOGIA”), o tema (ou ideia matemática) é “dado”, mas a partir disso são buscadas problematizações em outros contextos que sejam de interesse dos alunos. É importante ressaltar que, por ser uma caracterização *a posteriori* de práticas docentes que realmente aconteceram, por vezes, a atividade perpassa essas categorias atravessando duas ou mais delas (ibidem, p. 231, 242), ou seja, apresentando evoluções e mudanças “em curso de obra”. A pesquisadora fornece vários exemplos que se encaixam nesta classificação, cada um apresentando características diferentes, seja em termos de gratificação, protagonismo e engajamento dos alunos, seja de aproveitamento de ideias matemáticas, duração do processo, graus de (potencial) indeterminação e (potencial) dispersão, grau de trabalho em equipe, possibilidade de alcançar um trabalho interdisciplinar, diferentes demandas para a atuação da professora (flexibilidade, protagonismo, capacidade de lidar com processos abertos...). Também, a própria visão sobre a matemática que cada processo pode desencadear é diferente: pelos exemplos tratados por Domite, a característica que mais apareceu foi a de uma matemática mais “aplicada”, uma dimensão instrumental à resolução do problema prático, um conhecimento matemático que o aluno precisa buscar, construir e mobilizar para resolver uma determinada tarefa.

Em primeiro lugar, preciso destacar como o movimento generoso e honesto da professora Domite é genuinamente freiriano em um duplo sentido, a saber: por um lado, insere-se nas modalidades propostas pela própria secretaria de ensino, isto é, a ideia de não importar modelos “pré-fabricados”, mas olhar para as próprias práticas dos professores em ação³⁰³; por outro, pelo uso não dogmático da ideia de tema gerador. Mais uma vez, a proposta que Freire faz na “Pedagogia do Oprimido” tem características gerais e elementos particulares resgatados da própria experiência do educador no Chile e, particularmente, do trabalho feito com os camponeses envolvidos em um processo de reforma agrária: cabe aos educadores em ação se apropriarem e repensarem tal proposta nas mais diferentes situações e contextos, mantendo o espírito e reinventando as práticas. Nesse sentido, preocupações como o cumprimento do conteúdo programático, o fato de atuar com crianças e não com adultos, dentre dezenas de fatores, são constrangimentos que obrigam a adequar as propostas pedagógicas.

Em segundo, é possível usar tais reflexões como base de partida para poder alargar a proposta do tema gerador a partir de algumas observações, quais sejam: por um lado, podemos destacar o

³⁰³ Preciso dizer que, mais uma vez, esta atenção “não prescritiva” para as atrizes em ação condiz com a postura da sociologia pragmática.

caráter quase sempre empírico-prático das atividades propostas, em um sentido de ser coisas bem concretas (na dimensão do real tangível e *imediato* elaborado por SANTOS, 2015, p. 22), isto é, o estudo de um prédio ao lado da escola, da organização do fertilizante por uma planta da escola, o custo do bilhete do ônibus, a organização de um torneio esportivo... Estes elementos podem também ser considerados como o fruto de se estar olhando para atividade do ensino fundamental, em particular, do 5º e 6º anos³⁰⁴. Logo, fica mais clara a escolha dos docentes de operar nesta dimensão tão próxima do “concreto” – tangível, palpável – dos alunos. Por outro, parece-me que esteja ausente um aspecto fundamental do tema gerador: o do “conflito”. Claramente, de acordo com a própria visão freiriana, todas as interações entre seres humanos – e, ainda mais, as relações educativas – dão-se em uma dimensão dialógica e dialética em que, por definição, está sempre presente a dimensão do conflito. A reflexão que é preciso fazer é como a docente-pesquisadora pode explicitar tal dimensão e como este conflito extrapola as relações pessoais dos atores envolvidos e se mostra como algo que dialoga com “os” conflitos que fraturam a sociedade.

O trabalho de reflexão sobre a proposta da reorientação curricular feito por Domite destaca o protagonismo e o caráter autoral que os alunos tiveram neste processo. Para se olhar sob o ponto de vista de assuntos que se “insiram” nas fraturas da sociedade, nas contradições, nos conflitos, parece-me importante enxergar as contribuições/reflexões dadas pelo movimento da “matemática crítica”, do qual Ole Skovsmose³⁰⁵ representa uma figura de relevo. Ou seja, em um quadro conceitual (ver item 3.1.3) que visa a uma formação de “*competências críticas*” (SKOVSMOSE, 2001 p. 18, grifo do autor), em que os estudantes possam receber ferramentas para exercer a cidadania de uma forma mais abrangente; para tanto, “é essencial que os problemas [trazidos para a sala de aula] se relacionem com situações e conflitos sociais fundamentais, e é importante que os estudantes possam reconhecer os problemas como «seus próprios problemas»” (ibidem, p. 24). Com o dom da síntese, Skovsmose destaca dois elementos fundamentais que um tema gerador – e, em geral, uma discussão em sala de aula – deveria ter: o elemento conflitual e uma forma de engajamento que tal situação possa vir a ter com as alunas. Ao declinar concretamente esta

³⁰⁴ Infelizmente, pelo fato de o ensino médio não ser de responsabilidade da prefeitura, mas sim do estado, ficou de fora do movimento de reorientação curricular.

³⁰⁵ A “família” de pesquisadores vinculados de diferentes maneiras é, felizmente, extensa e espalhada pelo mundo: sem veleidades de completudes, podemos citar Marilyn Frankenstein, Arthur Powell, Paulus Gerdes, John Volmink, Munir Fasheh, Stieg Mellin-Olsen, de acordo com Marcelo Borba (apud SKOVSMOSE, 2001, p. 7).

perspectiva, o autor recorre a algumas ideias de Jacques Ellul³⁰⁶ sobre a importância da tecnologia nas sociedades modernas, que ele retoma afirmando a seguinte tese:

“[A t]ecnologia é o aspecto dominante da civilização, e o homem está completamente imerso nesta tecnologia. Esta tese lida com o poder e com relações de poder, porque por meio da tecnologia é possível estabelecer e/ou intensificar relações de poder. [...] O homem está situado em uma civilização com *relações de poder determinadas por*, e integradas em, *uma estrutura tecnológica*. (ibidem, p. 29, grifo meu)³⁰⁷”

Se me parece inegável que a nossa sociedade seja altamente tecnológica e que, também, a tecnologia e as relações de poder estejam profundamente emaranhadas uma às outras, a determinação das relações de poder pelas estruturas tecnológicas me parece um passo muito longo a ser dado, além de representar, com roupagem diferente, mais uma forma de determinismo. O fato de as relações de poder não serem linear e univocamente determinadas pelas estruturas tecnológicas de uma determinada sociedade parece-me atestado por vários exemplos, dentre os quais destacarei dois: o primeiro é constituído pelo êxito da guerra do Vietnã – em 1975, o exército invasor estadunidense foi derrotado e teve que deixar o país asiático, apesar da existência de uma enorme diferença em termos tecnológicos entre os dois contendentes. O segundo exemplo tem um respaldo temporal maior e um caráter mais “cultural”: trata-se do fato de, pelo menos a partir de 1800, o aparecimento de novas maravilhas tecnológicas ter feito muitos intelectuais imaginarem melhoras no mundo, as quais, pontualmente, não aconteceram. Quando, em plena revolução industrial, a Europa começou a ser atravessada por trilhos pelos quais máquinas de ficção científica transportavam pessoas em novas e inimagináveis velocidades³⁰⁸, de um canto ao outro do continente, começou a ganhar força a ideia de que, agora que as pessoas podiam “facilmente” transitar de um país para um outro, a compreensão e o entendimento entre os povos ganharia força e, portanto, cada vez menos teríamos guerras e conflitos. Como sabemos, infelizmente, a história

³⁰⁶ Filósofo da tecnologia, é autor do livro “A sociedade tecnológica”, que inspira a reflexão de Skovsmose.

³⁰⁷ Este conceito, o da primazia da dimensão tecnológicas em nossa sociedade, como justificativa até mesmo da divisão do poder, é reafirmada pelo autor várias vezes em sua obra (SKOVSMOSE, 2001, p. 57, p.76-80, p.97-98...).

³⁰⁸ O fascínio pela recém-nascida locomotiva a vapor era algo bem espalhado no século XIX: o próprio Marx apelida o trem de “botas das sete leguas” (MARX, 2013, p.372), a indicar a surpreendente capacidade de percorrer distâncias incríveis em tão pouco tempo. Francesco Guccini homenageia esta admiração cantando justamente que “Parecia também o trem um mito de progresso / Lançado através os continentes ... E a locomotiva parecia ser um monstro estranho / Que o homem dominava com o pensamento e com a mão / Rugindo deixava para trás distâncias que pareciam infinitas / Parecia ter dentro um poder tremendo A mesma força da dinamite” [Sembrava il treno anch' esso un mito di progresso/ Lanciato sopra i continenti ... E la locomotiva sembrava fosse un mostro strano / Che l'uomo dominava con il pensiero e con la mano / Ruggendo si lasciava indietro distanze che sembravano infinite / Sembrava avesse dentro un potere tremendo / La stessa forza della dinamite] (Francesco Guccini, La locomotiva, no disco Radici, 1972, tradução minha)

foi diferente. Curiosamente, quando, a partir do 1990, a internet começou a conectar cada vez mais usuários, novamente este desejo de paz reapareceu: ao final, se o mundo estava cada vez “menor” e as pessoas podiam, cada vez mais, se falarem, explicar e entender, não era de se esperar uma diminuição do conflito? Na verdade, as questões vinculadas à dominação e ao poder não são redutíveis às de tipo tecnológico: há tensões, mas de jeito nenhum uma determinação.

Este erro de perspectiva de Skovsmose, este peso jogado em cima da “tecnologia” o leva a concluir que: “[n]o sistema educacional, a Educação Matemática funciona como a mais significativa introdução à sociedade tecnológica. [... Por isso] o assunto mais importante na escola deve ser «tecnologias» (em um amplo sentido)” (ibidem, p. 32). Ou seja, para o autor, o foco de um ensino crítico e libertador está em discutir e fazer os alunos se apropriarem das... tecnologias!

Ora, é claro que, em uma sociedade permeada de tecnologia, conhecer determinados mecanismos é útil e abre importantes horizontes de reflexão para exercer a própria cidadania: discutir a possibilidade de construir uma central nuclear, saber como funciona o sistema GPS, entender o mecanismo das vacinas, são estes todos elementos importantes. Por um lado, nenhum estudante de ensino médio vai se apropriar de ferramentas tecnológicas que permitam que ele reproduza o processo de fissão nuclear, mande um satélite em órbita para interagir com o sistema de localização do celular, ou produza a sua própria vacina contra a COVID-19; por outro, o fato de possuir um conhecimento sobre estas questões, por si só, em nada muda as estruturas de poder e de opressões sob as quais o aluno está submetido.

A partir desta visão, Skovsmose pergunta-se como a educação matemática crítica pode contribuir para o exercício pleno da democracia. Extrapolando o campo da modelagem matemática, o autor formula a sua crítica: não basta que os estudantes mergulhem em um problema (matemático) e na modelagem (matemática) para construir uma solução, é necessário “alargar o contexto” para entender o problema na sua complexidade e na multiplicidade das suas dimensões.

Nas próprias palavras de Skovsmose:

[...] os problemas fundamentais que dizem respeito às aplicações matemáticas **não são visíveis de “dentro” do processo de modelagem**. Quer dizer, não é possível desenvolver uma atitude crítica em relação à aplicação da matemática somente melhorando a capacidade de modelagem dos estudantes. [...] Assim, uma prática educacional voltada para a democratização das possibilidades de os

estudantes criticarem as atividades de construção de modelos não pode ser apenas pragmática. (ibidem, p. 41, grifo meu)

E ainda:

para desenvolver uma atitude mais crítica em relação a essa construção de modelos, não basta entender a construção matemática do modelo; também temos de conhecer seus pressupostos. Devemos ser capazes de apontar que ideias econômicas estão escondidas atrás da cortina de certas fórmulas matemáticas. (ibidem, p. 42)³⁰⁹

Apesar de Skovsmose não usar muito a expressão “tema gerador”, parece-me que estamos bastante próximos de uma tentativa de aplicações matemáticas das ideias freirianas, tão potentemente resumidas na problematização sobre “Eva viu a uva” (ver páginas 26 e 27): a problematização não pode se esgotar *stricto sensu* no campo (pré-determinado e pré-formatado) da matemática, mas deve ser bem mais abrangente.

Skovsmose, acerca do problema de individuar os temas (geradores) no contexto de um ensino crítico da matemática, reconhece uma espécie de paradoxo:

A matemática tem um campo extenso de aplicações. A matemática é aplicada em economia (macroeconomia e microeconomia), planejamento industrial, em diferentes formas de gerenciamento e em propaganda tanto quanto em campos tradicionais de aplicação na tecnologia. É frequentemente difícil, tanto na escola primária quanto na secundária, apresentar exemplos ilustrativos de aplicações reais; muito frequentes são exemplos que mostram pseudo-aplicações. Aplicações reais da matemática ficam normalmente “escondidas”, embora sejam muitas e importantes. (SKOVSMOSE, 2001, p. 39)

Dito de outra forma: os problemas matemáticos que potencialmente permitiriam discutir aspectos fundamentais da sociedade (que, por sua vez, poderiam apresentar opressões) são também problemas extremamente complexos, que demandariam uma análise crítica por meio de ferramentas matemáticas notáveis, fora do alcance de um aluno do ensino básico. É interessante ressaltar que, ao enquadrar tal paradoxo, Skovsmose faz referência à pesquisa de Mogens Niss, que elaborará um outro paradoxo, o da relevância (NISS, 1995), segundo o qual existe uma “proporcionalidade inversa” entre o reconhecimento dado à importância da matemática em nossa sociedade e a capacidade de individuar exemplos concretos de dita importância. Existe,

³⁰⁹ Não casualmente, a ideia de partir de uma “metodologia ativa”, como a da modelagem matemática (ou até da resolução de problemas), é um traço em comum também com a reflexão desenvolvida por Domite (1993) e é comum também o desejo de problematizar e superar esta dimensão.

evidentemente, um entrelaçamento profundo entre o “paradoxo de Skovsmose” e o paradoxo de Niss: a suposta relevância da matemática se esconde atrás de um manto de complexidade.

Tudo isso leva Skovsmose a enunciar deste modo o problema:

Será possível criar materiais e situações ao mesmo tempo abertas e “libertadoras”? [...] Material aberto poderia resultar em situações abertas e democráticas – porém “libertação” não está garantida, e material “libertador” poderia resultar em entendimento crítico –, mas a abertura não é garantida. (ibidem, p. 53)

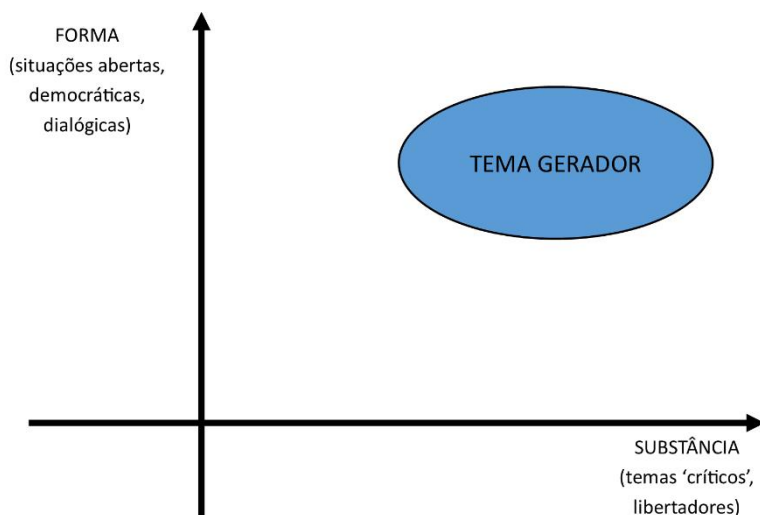


Figura 6 - FORMA e SUBSTÂNCIA por tema gerador em educação matemática crítica

Existe, de acordo com o autor, uma contradição potencial entre atividades em que o aluno é protagonista da sua própria pesquisa e indagações e o processo de crítica da sociedade: no primeiro caso, a matemática envolvida deve ser “mais simples”, para que o sujeito tenha a possibilidade de conduzir as suas indagações; no segundo, ao contrário, a dinâmica de aula será mais fechada e menos dialógica, já que a matemática necessária para exercer a crítica da sociedade é mais avançada. De forma semi-implícita, o pesquisador dinamarquês introduz uma distinção quase aristotélica entre a dimensão da “forma” e da “substância”, ao analisar as possibilidades de temas geradores para um ensino crítico da matemática: a primeira refere-se ao protagonismo do aluno, às possibilidades dialógicas, de descobertas, ao espaço dado à sua subjetividade e à sua dimensão de ator; a segunda remete ao tema da investigação, podendo, portanto, ser um assunto que permita uma indagação acerca de aspectos críticos da realidade que podem colocar à luz injustiças e opressões.

O próprio Skovsmose traz um exemplo disso ao relatar um projeto por ele elaborado e aplicado em uma classe de crianças dinamarquesas, tendo como objeto um caso “real” de distribuição de benefícios para as próprias crianças da prefeitura (ibidem, p. 103-115). Ao longo de

várias etapas, diversos grupos de discentes tentaram reorganizar o tamanho do auxílio conforme várias hipóteses e propostas, cada vez mais algoritmizadas, com a ajuda até de computadores; também, diversas vezes, abriram-se disputas sobre diferentes critérios de prioridade de acesso ao fundo. Como o próprio autor mostra, o exemplo, por ser “real”, esbarra em um problema de complexidade não desprezível:

Quanta matemática está de fato incluída em tal tarefa de fazer a distribuição de um certo montante de dinheiro de acordo com alguns princípios selecionados? O *Jornal Familiar* foi apresentado por Poul Hjarnaa e Andras Reinholt para grupos de estudantes de matemática do Aalborg Teacher Training College. Os grupos trabalharam intensivamente com o problema de fazer um algoritmo para a distribuição, e um dos grupos apareceu com a seguinte questão: a seguinte fórmula,

$$F_i = \left(\frac{\frac{y_i}{x_i}}{\left(\frac{y_i}{x_i} \right)} \right) / \sum_{j=1}^{24} \left(\frac{\frac{y_k}{x_k}}{\left(\frac{y_k}{x_k} \right)} \right) \cdot 240.000$$

onde x significa o salário e y o número de crianças da família i , descreve o auxílio F_i que a família deveria receber? A fórmula poderia ser simplificada? (ibidem, p. 114)³¹⁰

Cabe lembrar que este problema foi debatido por alunos com idade de 7 anos: obviamente, esta fórmula nem foi apresentada às crianças, mas o paradoxo de Skovsmose é bem ilustrado por ela! Estamos perante um exemplo explícito de uma questão colocada para analisar a realidade, dialógica e criticamente, a fim de fazer emergir as contradições e opressões nela escondidas e, ao mesmo tempo, depararmo-nos com um problema concreto de complexidade que pode vir a dificultar a própria discussão sobre o problema.

Por fim, preciso destacar um último elemento: em busca da dimensão crítica, Skovsmose cria uma tripartição entre o conhecimento mobilizado/construído em classe – matemático, tecnológico e reflexivo (p. 115-116) –, sendo este último o mais “amplo”, já que permite perpassar cada dimensão do conhecimento e relacioná-la à vivência dos seres humanos e aos seus valores.³¹¹

³¹⁰ Com um colega de faculdade, inventamos anos atrás a expressão “fórmula de 4 andares”, justamente para classificar jocosamente fórmulas matemáticas que, por terem várias linhas de frações e exponenciações, apresentavam-se como se fossem construídas por vários andares. E, obviamente, apresentavam uma complexidade notável.

³¹¹ Assim, o autor faz, pelo menos parcialmente, um contraponto à importância do conhecimento tecnológico tanto enfatizada em sua obra: “é minha tese que a competência democrática está, em grande medida, baseada no conhecimento reflexivo. Isto quer dizer que, embora a tecnologia tenha um papel crucial na formação da sociedade, não é o conhecimento tecnológico como tal que constitui a competência democrática.” (ibidem, p. 59).

Parece-me que, de acordo com esta visão, é reproduzida, ao menos parcialmente, uma visão matemática em que ela se encontra “a serviço” de outras ciências e tarefas: no caso em exemplo, a matemática seria a ferramenta para construir uma distribuição o mais possível justa entre as 24 famílias da cidade; se esta dimensão pragmática e utilitarista da matemática está, obviamente, presente (de cada aspecto da física até à ação de dar o troco em uma loja), nela não se esgota o potencial e o seu significado.

Acredito que a trajetória de Skovsmose colabora para juntar elementos importantes para uma elaboração de temas geradores no contexto de um ensino da matemática em sala de aula que dialogue com a pedagogia freiriana: a partir destes elementos, tentarei avançar.

Começarei partindo justamente da contradição encontrada por Skovsmose: uma potencial tensão entre assuntos que permitam uma inserção crítica das alunas sobre a sociedade e o mundo e temas que possam permitir o seu protagonismo “metodológico”, construindo a sua própria trajetória. Este conflito nasce a partir de duas hipóteses que o pesquisador dinamarquês assume: por um lado, o papel de destaque da tecnologia na organização da sociedade, do qual descende o fato de que a matemática por trás de elementos conflituais (por exemplo, a distribuição do subsídio para famílias carentes) seja complexa e difícil; por outro, o caráter pragmático-instrumental que a matemática desenvolve na sociedade. Se é verdade que tal papel dado à tecnologia parece-me bem exagerado, é, porém, verdade que, em geral, a matemática por trás de “questões concretas” vai bem mais além da complexidade considerada aceitável no ensino básico. Mas isso – tentarei mostrar – não representa um problema na busca de temas geradores.

Em primeiro lugar, é preciso deixar – mais uma vez! – claro que a matemática tem uma realidade dual na qual convivem, sem uma distinção nítida e marcada, o seu aspecto instrumental e a sua dimensão “abstrata”: como na física quântica, em que, de acordo com o experimento pelo qual é feita a observação, uma partícula se apresenta como tal ou como uma onda, assim a matemática (com a sua evolução e seus problemas), dependendo do olhar, apresenta-se como desenvolvida para resolver questões práticas ou como construída a partir de interesses “endógenos”.³¹²

³¹² Esta “dupla natureza” é bem resumida pela expressão do famoso historiador da matemática, Eric Temple Bell, quando este afirma que ela é serva e rainha de todas as ciências (BELL, 1951); parafraseando a descrição da atuação da classe social dos proletários feita por Marx, também se poderia dizer que a matemática existe tanto como *matemática em si* (objetivamente, “servindo” as outras ciências), quanto como *matemática para si* (tomando consciência de si e “servindo”

Reduzir a matemática à ferramenta para análise e discussão de questões “práticas” pode levar, por um lado, a um empobrecimento da discussão e do valor de se confrontar sobre as suas ideias; por outro, pode não ajudar – ou até mesmo se constituir como empecilho! – rumo a um processo dialógico e crítico sobre o real. Para esclarecer isso, é importante lembrar como a matemática é uma construção cultural que, *ipso facto*, fala-nos dos seres humanos que a produziram: dito de outra forma, a matemática e a sua história contam em si as contradições “fósseis” das opressões que as sociedades que as produziram continham em si. Por isso, nem sempre é necessário – ou até desejável – buscar um “problema concreto” da sociedade para que este seja o núcleo de um possível tema gerador em aula de matemática: a minha tese é que os grandes tópicos da matemática carregam em si um potencial crítico, uma “tensão” que pode ajudar a construir um olhar problematizador sobre o presente, a se posicionar ao lado dos oprimidos mesmo, a princípio, não “usando” a matemática como ferramenta para uma análise de uma situação concreta.

A fim de mostrar de que maneira acredito que isso seja possível, recorrerei a alguns pontos destacados pelo matemático antifascista Bento de Jesus Caraça, a partir de sua obra seminal intitulada “Conceitos Fundamentais da Matemática”.

O primeiro ponto que preciso salientar é o fato de Caraça construir uma narração em que as várias ideias matemáticas são construídas em um processo complexo, não linear, dialético, que está emaranhado aos contextos que estão produzindo estas novas ideias. Por exemplo, nesta descrição da matemática da Atenas clássica, o matemático português conecta diretamente a situação (geo)política com as tendências matemáticas (e filosóficas) da época. Em seus termos:

Estamos no meado do século V a.C. A intensa **atividade política e militar** em que nessa altura a Grécia está mergulhada, traz a cidade de *Atenas* [ao primeiro plano] da vida da península. Ela torna-se a grande metrópole da arte, da filosofia e da ciência gregas, que passam a constituir a corte brilhante dum personagem oculto e perigoso – **o imperialismo ateniense. Os seus desejos de hegemonia** sobre toda a península começam a tomar o primeiro plano das preocupações dos homens, e o próprio tipo do filósofo grego – o homem que procurava viver na demanda da virtude cívica e do conhecimento da Natureza – altera-se pouco a pouco. Surge um conjunto de preocupações, dizendo respeito mais diretamente ao *homem*, o qual tende a tornar-se o *centro do mundo*; surge, mais tarde, a *razão de Estado*, que estabelece uma nova hierarquia de valores e exige uma **subordinação geral aos interesses do imperialismo de Atenas**. A vida borbulhante, talvez um pouco desordenada, das cidades livres dos séculos VII e VI a. C. vira o aparecer das grandes hipóteses, as grandes discussões, as grandes aspirações à inteligibilidade; a vida de Atenas, sem dúvida mais brilhante, mas dominada por um pensamento político de expansão e absorção, vê a

as suas necessidades internas). Cabe lembrar que, conforme desenvolvido nos itens 1.1 e 3.1.3, estas diferenças são por propósitos analíticos, já que, em última análise, a matemática “serve” a um único propósito: o desejo do ser humano.

decadência lenta desses grandes motivos, dessas grandes concepções. Contra o que é habitualmente afirmado, temos que concluir que o *clima* de Atenas foi *mortal* para o desenvolvimento da ciência clássica. [...]

Estes traços – *degradação do número, horror do infinito, horror do movimento* – constituem a trincheira cômoda da hibernação, formam o biombo prudente que o filósofo grego coloca entre si e a realidade. (CARAÇA, 1989, p. 80-81, grifo do autor, negrito meu)

Apesar de um olhar histórico que talvez possa parecer um pouco *naive*, Caraça conecta diretamente o imperialismo ateniense com as expulsões de algumas ideias matemáticas do debate, sendo elas, os números irracionais (degradação do número somente à realidade geométrica), as possibilidades do cálculo infinitesimal e do movimento (vinculado àquilo que modernamente associamos ao conceito de função): o matemático português indica que nas(grandes) ideias matemáticas estejam embutidas as contradições, os conflitos, as opressões dos meios que as produziram.³¹³ Mais à frente, ele retoma o conceito ao explorar ainda mais em profundidade os movimentos matemáticos-filosóficos e as suas relações com a vida política na Grécia clássica:

Houve, é certo, elementos importantes para a sua formação nas cidades em comunicação directa com o mar e que tiraram, portanto, do comércio e artesanato uma das suas fontes de riqueza; mas mesmo nessas cidades – Atenas à frente de todas – se desenvolvia por essa altura [ao redor do V século antes da era comum] uma luta agitada entre a *terra* e o *mar*: a *terra*, o elemento tradicional, fechado, dominado por uma aristocracia limitada nos seus interesses e nos seus horizontes, e o *mar*, o elemento de comunicação de povos, o elemento cosmopolita e renovador por excelência.

De modo que temos, em linhas gerais, a situação seguinte: na Grécia continental interior, uma aristocracia da terra impondo pela força uma estratificação social rígida mas constantemente ameaçada de se subverter, e consumindo nessa tarefa todas as suas energias; na Grécia marítima, uma aristocracia da terra com esse problema e mais o da luta de todos os dias com a classe comercial e dos artesãos. (ibidem, p. 180-181, grifos do autor)

De uma maneira extremamente poética, Caraça retrata o enfrentamento entre duas classes por meio da imagem de uma luta entre “a terra e o mar”: a aristocracia agrária e uma (proto)burguesia vinculada substancialmente aos comércios no mediterrâneo. Caraça analisa, à luz deste conflito político e econômico, os enfrentamentos entre posições filosóficas e matemáticas no seio da sociedade grega: idealismo contra materialismo, elitismo contra democratização, devir

³¹³ Caraça continuamente em sua obra mais famosa faz referências às entidades matemáticas e aos aspectos sociais que as geraram. Por exemplo, no item intitulado “A operação da medição, a propriedade privada e o Estado”, quando afirma que “À primeira vista pode parecer que o aspecto de que estamos tratando – o número que se obtém como resultado da medição – é de somenos importância. Mas é um grande erro supô-lo. Um homem possui um bocado de terra; vejamos a quantidade de circunstâncias em que esse aspecto intervém:

a) Em todas as relações, de base econômica, existentes entre o possuidor e a terra [...]. b) Em relações de indivíduo para indivíduo, com base na terra possuída [...]. c) Em relações do indivíduo para com o Estado, com base na terra possuída [...] Como se vê, as relações do indivíduo para com o Estado, com base na propriedade, impuseram cedo a necessidade da expressão numérica da medição” (ibidem, p. 31-32).

contra permanência, a teoria contra a prática.³¹⁴ Permito-me dizer que nestas (poéticas) descrições, o matemático português mostra plenamente a sua visão do mundo: uma moldura dialética, materialista, marxista.

Tudo isso significa que não é necessário, em geral, *usar* uma ideia matemática na discussão de um problema prático-social para se estar em um processo de construção de uma consciência crítica, de uma leitura do mundo e de posicionamento perante às suas injustiças: existem outros caminhos, como por exemplo, de acordo com a proposta caraciana, entrar na gênese do próprio conceito e trazer à tona tais contradições.³¹⁵

A visão que Caraça tem sobre a matemática é não somente humanista, mas intimamente conectada com o *polemos*, o conflito; em decorrência de sua trajetória marxista, poderíamos afirmar materialista e dialética. E isso aparece continuamente em sua obra, quando reconstrói a gênese de novas ideias matemáticas. Bastante exemplar, neste sentido, é a descrição que o matemático dá acerca da construção dos números irracionais no item intitulado, com máxima clareza, “Negação da negação”³¹⁶:

Fixemos a nossa atenção sobre o aspecto aritmético que esta questão [a dos números racionais] nos apresentou desde o início.

Temos dois números inteiros m e n ($n \neq 0$, $m \neq 0$); estes dois números estão entre si na seguinte relação aritmética – ou m é divisível por n , ou não é; exprimiremos este facto dizendo que entre m e n existe a *qualidade de m ser ou não divisível por n*.

- a) Se a *qualidade* é de m ser divisível por n , os dois números definem, por meio da operação de divisão, um terceiro número - o seu quociente.
- b) Se a *qualidade* é de m não ser divisível por n a operação da divisão, combinada com ela, *nega* a existência do número cociente.

Pois muito bem; a essência da nossa definição [de número racional] consiste precisamente em *negar essa negação* e, desse modo, construir o novo número - o número fraccionário - que veio constituir a parte nova do campo generalizado. (CARAÇA, 1989, p. 37, grifos do autor)

Em primeiro lugar, Caraça mostra concretamente um entendimento sobre a matemática como um campo cultural de contínuas “lutas”, tensões, empecilhos; secundariamente, mostra como os problemas da matemática não são elementos estáticos à espera que algum matemático genial

³¹⁴ De maneira coerente, o matemático associa a “renascença” da matemática na Europa cristã a partir do século XIII à retomada dos comércios e ao nascimento de uma nova classe: a burguesia (CARAÇA, 1989, p. 199).

³¹⁵ Como parece evidente, a dimensão da história da matemática surge com força nesta impostação: isso constituiu um tema de análise em Teruzzi (2017) e para a qual tentarei olhar com uma perspectiva “mais oblíqua” no item a seguir (3.6).

³¹⁶ Se o conceito e a expressão são de origem hegeliana, é a obra de Marx que tem o duplice movimento de trazer a *negação da negação*, por um lado, do mundo das ideias ao mundo do “materialismo histórico”, no meio social das lutas dos oprimidos; por outro, traz-lo para o campo da esquerda. Vale lembrar a conhecida expressão do Capital: “a produção capitalista produz, com a mesma necessidade de um processo natural, a sua própria negação[a classe trabalhadora]. É a negação da negação” (MARX, 2013, p. 832)

os desvele mostrando a solução, mas sim verdadeiras “negações” que podem ser superadas somente a partir de uma jornada que as enfrente e as “negue”.

Esta negação tem um caráter amplo: nega possibilidades concretas – como, por exemplo, fazer divisões cujo resultado não seja um número inteiro³¹⁷ – e nega também possibilidades “mentais”. A meu ver, estamos perante uma descrição no campo matemático que captura muitas (senão todas!) características que Paulo Freire atribui à dimensão da situação-limite:

Os homens, pelo contrário, porque são consciência de si e, assim, consciência do mundo, porque são um “corpo consciente”, vivem uma relação *dialética* entre os condicionamentos e sua liberdade.

Ao se separarem do mundo, que objetivam, ao separarem sua atividade de si mesmos, ao terem o ponto de decisão de sua atividade em si, em suas relações com o mundo e com os outros, os homens ultrapassam as “situações-limite”, que não devem ser tomadas como se fossem barreiras insuperáveis, além das quais nada existe. No momento mesmo em que os homens as apreendem como freios, em que elas se configuram como obstáculos à sua libertação, se transformam em “percebidos destacados” em sua “visão de fundo”. Revelam-se, assim, como realmente são: dimensões concretas e históricas de uma dada realidade. Dimensões desafiadoras dos homens, que incidem sobre elas através de ações que Vieira Pinto chama de “atos-limite” — aqueles que se dirigem à superação e à negação do dado, em lugar de implicarem sua aceitação dócil e passiva.

Esta é a razão pela qual não são as “situações-limite”, em si mesmas, geradoras de um clima de desesperança, mas a percepção que os homens tenham delas num dado momento histórico, como um freio a eles, como algo que eles não podem ultrapassar. No momento em que a percepção crítica se instaura, na ação mesma, se desenvolve um clima de esperança e confiança que leva os homens a se empenharem na superação das “situações-limite”. (FREIRE, 2001, p. 90, grifo meu)

Quando Freire escreve estas linhas, está claramente se referindo a situações concretas que limitavam a liberdade dos camponeses com os quais ele estava atuando à época: a relação de dominação que eles sofrem, a escassez de recursos (água, terra), a falta de acesso a um processo de alfabetização; em suma, à situação de oprimido em uma relação capitalista nos países da América do Sul. Mas isso não significa que uma – aparente – impossibilidade que a matemática coloca não entre na mesma categoria de situação-limite: pelo fato de ela ser uma produção humana, embutida de desejos e necessidades, não seria uma negação, no interior dela, uma negação à própria liberdade dos seres humanos? Ainda mais se, tal como vimos anteriormente, estas negações nunca são absolutas, estáticas, mas são sempre fruto de determinadas situações históricas e culturais, e portanto, delas carregam as fraturas e as tensões. Se é verdade, como discutido em vários momentos do presente trabalho, que a matemática, em última análise, é criada por nós e joga o

³¹⁷ Sobre a possibilidade de uma discussão acerca da divisão, ver discussão no item 5.1.

holofote em cima de nós, qualquer negação que ela nos apresente é uma negação que nos nega, que nos atrapalha em nossa jornada de ser mais.

Ao explicar como é possível problematizar, questionar e, por fim, superar as situações-limite, Freire ressalta como faz parte deste processo enxergá-las não “como se fossem barreiras insuperáveis, além das quais nada existe”; mas ao contrário, já que as pessoas (as oprimidas, os estudantes), ao tomarem consciência de si mesmas e do mundo que as cerca – um mundo que, cabe sempre lembrar, “não é, mas está sendo” – percebem as situações-limite como algo fruto da historicidade dos próprios seres humanos, as quais podem ser questionadas e negadas por meio de um processo dialógico. Assim, uma situação-limite, que é sempre uma negação do sujeito, já coloca na mesa as tensões que apontam para sua superação; e, complementarmente, é ao nos depararmos com uma negação que podemos construir a nossa subjetividade, o nosso olhar crítico sobre nós e sobre o mundo.

Acredito que Caraça, ao explicitar o funcionamento da negação da negação, deixa ainda mais claro como estamos perante a mesma dimensão do tema gerador:

Encontramo-nos, assim, de posse duma operação mental – *negação da negação* – criadora de generalizações. Havemos de encontrar mais vezes a aplicação desta poderosa operação mental. Como agora, o caminho da generalização compreenderá sempre as seguintes etapas:

- 1.^a – reconhecimento da existência duma dificuldade;
- 2.^a – determinação do ponto nevrálgico onde essa dificuldade reside – uma negação;
- 3.^a – negação dessa negação.

Uma generalização passa sempre, por consequência, pelo *ponto fraco* duma construção, e o modo de passagem é a *negação da negação*; tudo está em determinar e isolar, com cuidado, esse *ponto fraco*. (CARAÇA, 1989, p. 37-38, grifos do autor)

O primeiro ponto que o matemático antifascista aponta parece-me muito condizente com a tomada de consciência destacada, por um lado, como necessária ao processo de individuação de uma situação-limite e, ao mesmo tempo, continuamente reconstruída ao se deparar com ela. Ao individuar uma possível situação-limite, é preciso conduzir a reflexão para, de fato, destrinchar onde a negação se encontra. Por fim, é preciso se dar conta de que é possível superar uma situação-limite e abrir espaço para aquilo que Freire chama de inédito viável, a superação das limitações anteriores que não estavam, *a priori*, contidas nelas, mas que são fruto da ação consciente dos sujeitos em busca de serem mais.³¹⁸

³¹⁸ Em “Conceitos Fundamentais da Matemática”, Caraça explica a construção de várias ideias matemáticas por meio do movimento da negação da negação: por exemplo, o aparecimento dos números imaginários (ibidem, p. 160-163). A

Por fim, Caraça reconhece um fato fundamental:

O campo desta operação não se limita às ciências matemáticas; ele abrange não só as denominadas ciências da natureza como as ciências sociológicas; duma maneira geral, pode dizer-se que – *onde há evolução para um estado superior, é realizada a negação duma negação*. (CARAÇA, 1989, p. 38, grifo do autor)

Reconhecer uma “dificuldade”, fruto de uma “negação”, pela qual o ser humano pode buscar uma superação, um *inédito viável*, por meio da “negação da negação”, não representa uma dinâmica própria somente da matemática, ou das ciências “exatas” ou “humanas”, mas representa, em geral, uma dimensão universal da modalidade de ação do ser humano: é a maneira como nós buscamos continuamente sermos mais. Assim como na obra de Paulo Freire, Caraça parte de um contexto vinculado à educação e à aprendizagem, mas o extrapola até discutir, em geral, a própria condição humana: o fato de que ser humano é negar a negação parece-me um outro jeito de dizer que ser humano significa travar uma luta para ser mais.³¹⁹

Tal como Paulo Freire “termina” (provisoriamente) o ciclo – espiral – do tema gerador com a construção do *inédito viável*, parece-me que Caraça coloca no movimento da construção da matemática (e das ciências, em geral) o campo do “inesperado”:

Que quer dizer – *inesperado*? Que o *isolado* não fora convenientemente determinado, que um fator dominante estava ignorado e se revela agora. Será preciso acrescentar que no aparecimento do *inesperado* reside um dos motivos principais do progresso no conhecimento da realidade, porque, obrigando a uma melhor determinação do *isolado*, exige um mais cuidadoso exame das condições iniciais? (ibidem, p. 112, grifos do autor)

Na perspectiva de Freire, o inédito viável é posto como conclusão – momentânea – do processo de pesquisa/luta que ele descreve a partir da escolha do tema gerador, sendo o momento de vislumbre/construção de uma superação teórico-prática de uma situação-limite; já Caraça introduz a ideia do inesperado ao explicar que o processo de inquérito (não somente) científico começa com a construção de um recorte da realidade, o isolado, e, no estudo deste recorte, é

própria natureza contraditória, dialética, tanto do conhecimento (matemático) em si quanto do processo que o produz é reafirmada várias vezes, como por exemplo: “O conceito de função nasceu do de *lei natural*; ao procurar depurá-lo, generalizá-lo, encontramos-nos com o *acaso* [a teoria da probabilidade], noção precisamente oposta à de lei! Condenação dos nossos instrumentos de trabalho que, assim, flutuam entre duas noções opostas? Não! Reconhecimento desta verdade fundamental, enunciada por *Gonseth*: «*lei e acaso são noções conjugadas que só adquirem todo o seu sentido quando tomadas uma em relação à outra. Nem uma nem outra têm existência autónoma - a sua **contradição mútua** faz uma parte do seu sentido.*” (ibidem, p. 210, grifo do autor, negrito meu).

³¹⁹ Parece, ao contrário, um pouco fora da sensibilidade atual a ideia de uma “evolução para um estado superior”, já que, atualmente, a ideia que a evolução seja biológica, seja de outra natureza, não acarreta mais em si o conceito de passagem para um estado superior: o ser humano ou uma esponja representam caminhos evolutivos diferentes, mas não cabe mais dizer que o primeiro é mais evoluído que a segunda.

comum que apareça algo não previsto e que, muitas vezes, é a mola que leva a questionar o recorte feito e conduz até mesmo a uma rediscussão da teoria – *frame* – sob o qual o isolado estava sendo estudado.

Apesar das diferenças entre os dois conceitos – o do inédito viável e do o isolado –, parece-me que existe um apontamento comum, qual seja: a ação do sujeito, do ator que conduz a pesquisa, o inquirido, o processo de aprendizagem, leva à construção de algo novo, que rompe com a teoria que existia antes.

Parece-me que o quadro que Caraça delinea, ao apontar vários elementos como “a negação”, “a negação da negação”, o “inesperado”, seja extremamente dialogante com a proposta freiriana e forneça um referencial bastante rico para superar possíveis tensões derivantes do “paradoxo de Skovsmose”. É preciso, a meu ver, completar o quadro sobre como escolher os tópicos a serem debatidos em sala de aula: Paulo Freire relata como existe toda uma fase de levantamento, de diálogo e preparação que permite a uma equipe (possivelmente, multidisciplinar) construir e elaborar um tópico que possa servir como tema gerador para um processo educativo (particularmente, verificar: FREIRE, 2001, p. 95-120). Os *insights* levantados por Caraça parecem-me que apontam para algumas características que os assuntos da matemática acarretam em si e que podem ser explorados para funcionar como temas geradores: a presença, em sua própria gênese (histórica e/ou lógica), de um processo contraditório, dialético, em que interesses humanos contrapostos estão embutidos. Mas como escolher tais assuntos? O processo elaborado por Freire, nos moldes colocados na “Pedagogia do Oprimido”, é complexo e de difícil aplicação para ser empregado no ensino formal.

As próprias obras de Do Carmo e de Skovsmose dão pistas para possíveis caminhos. Gostaria de somar a tais propostas mais uma sugestão. Tal como aponta Caraça desde o próprio título da sua obra, estamos conversando sobre “conceitos fundamentais”: ideias que apresentam uma radicalidade (no sentido de ir à raiz, ao núcleo) e que reverberam em vários aspectos do conhecimento e da ação do ser humano.³²⁰ Neste sentido, acredito que exista uma relação entre tais ideias e a construção de um tema gerador: o segundo não pode ser construído envolvendo uma questão secundária, de pouca importância, mas, ao contrário, por ser “gerador”, deve envolver algo potente e fundante do ser humano.

³²⁰ Tentei elaborar, com algum detalhe, o conceito de “ideia fundamental” em Teruzzi (2017, item 4.4).

Pois bem, vamos pensar que existam ideias fundamentais em si e para si, parafraseando novamente a função da classe social na análise marxista: tomando emprestada um pouco da licença poética usada pelo próprio Caraça, direi que a ideia fundamental em si é aquele conceito reconhecido como radical e, ao mesmo tempo, seminal pelo próprio especialista, matemático ou professor; o conceito fundamental para si é aquela ideia que o sujeito envolvido no processo educativo, o aluno, reconhece como interessante, ou seja, que o captura. Claramente, trata-se de uma distinção puramente pragmática-operativa, já que, como apontado várias vezes, as ideias da matemática têm sentido – e existência! – somente com referência aos seres humanos; ao olhar por uma perspectiva diferente, poderíamos afirmar que existem conceitos fundamentais para especialista e (potencialmente) outros para aluno.

Para individuar os conceitos fundamentais do especialista (“em si”), acredito que seja valiosa a análise feita por Nascimento e Moura (2018), que exemplificam por meio da discussão sobre “a atividade de dança” em uma possível aula de educação física. Eles começam questionando, para fins didáticos, uma possível definição – corriqueira:

a "dança" refere-se a "qualquer situação que envolva movimentos corporais realizados com música e de forma expressiva". Isso é assim porque o critério par se definir o que a Atividade de Dança é ou não está dado, fundamentalmente, pelos "elementos" dessa atividade que aparecem para nós de um modo mais ou menos direto e imediato, notadamente: a "música", o "movimento coordenado" e o "movimento expressivo". (NASCIMENTO; MOURA, 2018, p. 67)

Estes “elementos diretos e imediatos” – isto é, superficiais – podem não capturar a essência, o espírito que constitui o conceito de “dança”. Os autores, a partir de uma perspectiva histórico-cultural³²¹, entendem que

o conceito de Dança deve se referir às relações essenciais que compõem essa atividade: uma síntese a respeito dos problemas e dos modos de ação historicamente formados nessa atividade e que estruturam e organizam as ações. [...Portanto,] o conceito de Dança não se encontra no nível técnico ou operacional da atividade. [...]

Esse último ponto parece ser particularmente relevante [...], permitindo-nos debater a diferença entre uma análise através dos "elementos" e uma análise através das "relações essenciais" de um dado fenômeno (ibidem, p. 67-68)

Existem, assim, “elementos” que constituem uma ideia, uma prática, que não representam a sua essência, não capturam o “espírito”, o senso; ao contrário, as relações essenciais são os

³²¹ Trata-se do olhar desenvolvido na escola soviética a partir dos trabalhos seminais de Vigotsky e expandidos por Leontiev e Davidov, dentre vários outros.

elementos radicais caracterizantes do assunto: “representam os *aspectos gerais e essenciais* em uma dada área de conhecimento - o *problema fundamental* com o qual a área lida e que se encontra sintetizado nos seus nexos conceituais” (ibidem, p. 64, grifos meus).

No primeiro caso, estamos focando em características que estão (somente) no nível técnico e operacional. Desta maneira,

[o]corre que, muitas vezes, os elementos que compõem uma dada atividade e que podem ser captados de um modo mais ou menos direto e imediato são tomados como expressão da própria atividade em questão, ou como uma conceituação da mesma. (ibidem, p. 69)

Trata-se, de fato, de uma relação de tipo “sinédoque” de má qualidade: uma parte (pouco significativa) para o todo. Assim, algumas características parciais são elevadas a ser elementos constituintes do conceito (atividade), mas sem que “a parte” seja, de alguma maneira, representativa do “todo”. Por exemplo, tomar as características do baile clássico (teatro, palco, coreografias etc.) como representante da dança é uma péssima sinédoque porque não transporta do todo para a parte as características essenciais³²². Parece-me que toda esta estrutura teórica, incluindo-se o exemplo da dança, possa ser utilizada para discutir o ensino da própria matemática. Este tipo de discussão árida é aquela criticada também por Caraça ao elaborar sua crítica ao saber tecnicista³²³, mecânico, limitado, e, também, representa uma crítica em larga parte consistente com o mecanismo de “depósito” da educação bancária, tão fortemente criticada por Freire.

No segundo caso, ao contrário, estamos, parece-me, perante algo que se aproxima dos conceitos fundamentais sobre os quais escreve Caraça e de possíveis bases para os temas geradores apontados por Freire. De fato, tal como continuam problematizando Nascimento e Moura,

[u]ma dança particular pode ou não ter música; pode ou não ter falas durante a apresentação; pode ou não ter uma ideia lógica a ser comunicada; pode ou não acontecer em um palco; pode ou não ter uma técnica padronizada específica; pode ou não almejar a beleza nos movimentos³²⁴. (ibidem, p. 68-69)

Uma vez problematizados estes elementos, parece evidente como “tais características são, justamente, elementos da atividade de Dança e não relações propriamente determinantes e essenciais da mesma.” (ibidem, p. 69). Mas, assim sendo, quais seriam estas relações fundamentais

³²² Assim, “braços para a lavoura” ao invés de “trabalhadores para a lavoura” é uma boa sinédoque? E “O homem” em vez de “ser humano”?

³²³ Para uma análise circunstanciada à crítica de Caraça à visão tecnicista sobre a matemática ver AMARAL (2014)

³²⁴ A problematização acerca desses aspectos poderia ir bem longe ao olhar as diferenças que diversas épocas e lugares propiciaram ao conceito, por exemplo, de “beleza de movimentos”.

e necessárias que constituem a atividade da dança? Os autores respondem que se trata de uma prática histórica e cultural que visa à comunicação e ao estabelecimento de laços entre os sujeitos de uma comunidade³²⁵; é somente no âmbito desta consciência que todos os atributos (música, coreografia, falas, ritmos, palco, balada) podem ser organizados pelo sujeito (ibidem, p. 70-74). Por fim, é a partir desta compreensão da dança que, por um lado, ela se torna tão importante na formação de um ser humano e, por outro, representa um campo de peso para poder exercer a crítica.

Da mesma maneira como foi problematizada a dança, acredito que um raciocínio análogo possa ser engajado para refletir sobre a matemática: provavelmente, não é olhando para os tecnicismos, para os algoritmos, para propriedades, para as listas de – inúmeros e repetitivos – exercícios, para números ou figuras vazios que vamos achar os elementos desencadeadores de atividades que permitam aos envolvidos serem mais e exercerem a crítica³²⁶; ao contrário, (re)construir o núcleo das ideias matemáticas, ter consciência de seu significado profundo, parece-me constituir o primeiro elemento para a construção de temas geradores em uma sala de aula: a ideia de dividir, de organizar alguns dados em uma estatística, de estudar uma função, não precisa, ao princípio, estar a serviço (explícito) de um discurso de crítica ao existente (como no exemplo de Skovsmose sobre a distribuição do auxílio às famílias necessitadas), porque, em si, aquela ideia – fundamental – da matemática vem com as contradições, os engasgos que a sociedade que a produziu – e continuamente a reproduz – traz consigo. Enfim, tal como a obra de Caraça testemunha, não precisa – necessariamente – escolher um problema da sociedade para, depois, “usar” a matemática de forma crítica: é possível começar a nossa jornada libertadora a partir das próprias ideias da matemática!

Se isto parece-me um bom primeiro passo, de jeito nenhum ele é suficiente: se, como afirma Paulo Freire, a construção do conhecimento (assim como de qualquer outra coisa humana) é possível somente na dimensão dialógica, da *didascália*, então é preciso que este potencial contraditório e crítico que as (grandes) ideias da matemática carregam entre em relação com os

³²⁵ Sobre uma discussão a respeito da dimensão histórica, ver o próximo item (3.6).

³²⁶ Estou um pouco relutante em fazer lista de tópicos “áridos”, porque, a depender do contexto, acredito que seja possível que até o pormenor mais mesquinho possa desencadear um processo questionador e humanizador. Mas, feita esta ressalva e considerada a minha experiência, atividades como o estudo do algoritmo da divisão a 2 ou mais dígitos, do cálculo do MMC e do MDC, as fórmulas de duplicação trigonométricas e de prostaférese, a racionalização das frações, as técnicas de análise – matricial – de sistemas lineares, a classificação de funções em injetora, sobrejetora, bijetora, podem constituir elementos a serem discutidos no tocante ao seu potencial crítico...

interesses, os desejos, os sonhos, as emoções das alunas. E, parece-me que é justamente nesta dimensão que o carácter autoral e ético dos professores na estrutura escolar alcança todo o seu potencial: isto é, ajudar na construção de um caminho em que o aluno se reconheça por meio das discussões construídas em sala de aula. Buscando simplificar ao máximo, acredito que seja possível ver dois eixos que formam o plano em que esta ação se constrói: em um, temos aquilo que posso chamar de potencial crítico embutido nas ideias fundamentais da matemática; no outro, há o “interesse” dos alunos³²⁷.

A partir desta encruzilhada é que, ao mesmo tempo, temos a construção do sujeito e também o olhar – crítico – sobre o mundo e as suas injustiças.

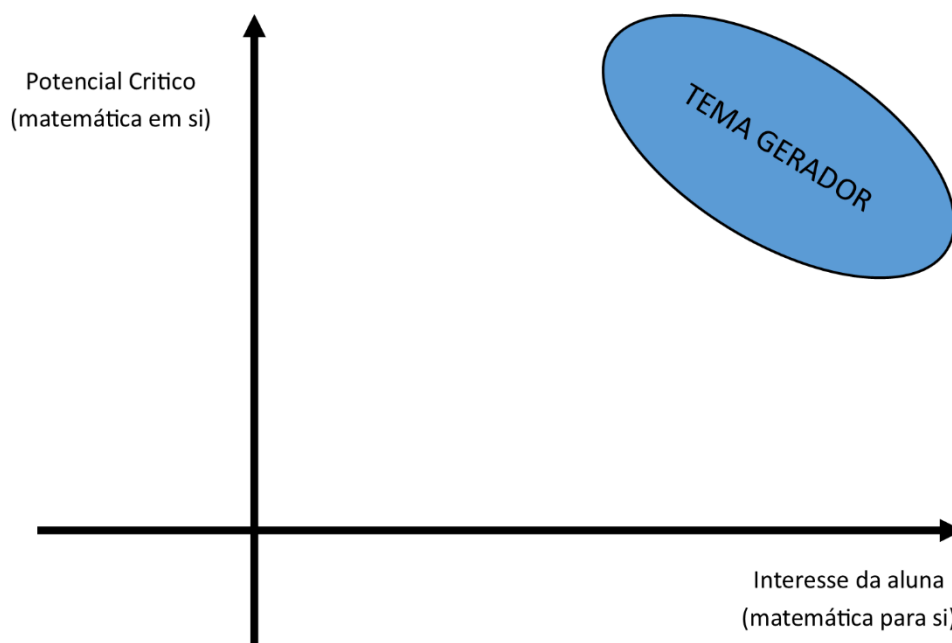


Figura 7 A possibilidade de construção de temas geradores está posta na encruzilhada entre o reconhecimento da radicalidade, profundidade, abrangência das ideias da matemáticas (eixo vertical) e os interesses dos alunos (eixo horizontal).

Por fim, preciso destacar como, uma vez mais, a sociologia pragmática fornece mais uma ferramenta para a análise de uma situação e de um tópico que pode vir a desempenhar o papel de tema gerador: de acordo com os sociólogos da crítica, “o social” passa a ser visto como um fluxo, um devir que, para ser apreendido e compreendido, necessita da própria explicação que os atores

³²⁷ Como explicitado logo antes, não se trata só e necessariamente de um interesse “intelectual”, mas remete às várias esferas do ser humano: sonhos, desejos...

forneem acerca das suas pr3prias a33es. Mas esta vis33o n33 3 *naive*, n33 enaltece o papel dos sujeitos envolvidos na constru333o social de maneira abstrata: a percep333o do social somente 3 poss33vel quando os mecanismos, quando a rotina estabelecida, o “dia a dia” 3 rompido e, ent33o, um problema 3 posto.

Estes tipos de situa333es de ruptura da ordem precedentemente estabelecida ganham v33rios nomes entre os diferentes autores que atuam no campo da sociologia das provas, a saber: “*affaires* (Boltanski e Clav33rie, 2007³²⁸; Chateauraynaud, 2011³²⁹), *momentos cr33ticos* (Boltanski, 1990³³⁰; Boltanski e T33venot, 1991³³¹), situa333es *problem33ticas* (Cefa33, 1996³³²), *momentos [situa333es] de prova e controv33rsias* (Chateauraynaud e Bessy, 1995³³³; Latour, 2006, 2010³³⁴)” (CORREA, 2014, p. 39, grifos do autor). Todas estas locu333es apontam para o mesmo campo, ou seja, que 3 nas situa333es problem33ticas, abertas, incertas, que h33 controv33rsias, quando algo “d33 pane” 3 que emerge o modo como os pr3prios atores (re)constroem o social.

Isso acontece porque, quando “est33 tudo certo”, o ser humano atua mais como um “aut33mato”, tomando como j33 dados e naturais os elementos aos quais est33 acostumado, acerca dos quais j33 n33o pensa mais, j33 que passam despercebidos na flu33ncia sem imprevisto da realidade: n33o h33 questionamentos porque n33o h33 motivos para t33-los. Mas quando esta “normalidade” 3 rompida (ou at33 mesmo apenas levemente perturbada), eis que os diferentes sujeitos envolvidos, de repente, precisam se debru33ar sobre um problema (que at33 ent33o sequer existia), precisam repensar, reestruturar o pr3prio entendimento sobre a quest33o e discutir entre eles a nova situa333o. Nesse sentido, cada vez que um oprimido – no sentido de grupo – pauta a sua situa333o e reclama por uma mudan33a e pela pr3pria emancipa333o, estamos perante exatamente esse mecanismo: aquilo que antes era impercept33vel (a situa333o de opress33o), de repente, faz os sujeitos se posicionarem, apoiando, criticando, escrachando, sendo solid33rios com as novas demandas

³²⁸ BOLTANSKI, L.; CLAVERIE, E.; OFFENSTADT, N.; VAN DAMME, S. (dir.). *Affaires, scandales et grandes causes*. De S33crates 3 Pinochet, Paris: Stock, 2007.

³²⁹ CHATEAURAYNAUD, F. *La faute professionnelle*. Paris: M33talli33, 1991.

³³⁰ BOLTANSKI, Luc. *L’amour et la justice comme comp33tences: trois essais de sociologie de l’action*. Paris: M33talli33, 1990

³³¹ BOLTANSKI, Luc; TH33VENOT, Laurent. *De la justification: les 3conomies de la grandeur*. Paris: Gallimard, 1991.

³³² CEFA33, Daniel. *La construction des probl33mes publics*. D33finitions de situations dans des ar33nes publiques. *Revue R33seaux*, v. 14, n. 75, 1996, p. 43-66.

³³³ CHATEAURAYNAUD, Francis; BESSY, Christian. *Experts et Faussaires*. *Pour une sociologie de la perception*. Paris: M33talli33, 1995.

³³⁴ LATOUR, Bruno. *Changer de Soci33t33*. *Refaire de la sociologie*. Paris: La D33couverte, 2006. LATOUR, Bruno. *An Attempt at a "Compositionist Manifesto"*. *New Literary History*, v. 41, n. 3, summer, p. 471-490, The Johns Hopkins University Press, 2010.

postas à sociedade. Quando os movimentos antirracistas começaram a pichar, destruir, queimar as estátuas de racistas, colonialistas, escravocratas e bandeirantes, aquilo que antes não era um fato social (as estátuas), de repente passou a entrar e a fazer parte dele, com os vários atores se posicionando, justificando-se, tomando partido (ou tomando uma “tocha”...). Claramente, mesmo antes disso, as estátuas exerciam uma função (opressora) na sociedade, reivindicando e enaltecendo determinados valores. O ponto é que isso era pacífico: a partir do momento em que isso vira um problema, já que alguns sujeitos o colocam como problema, torna-se uma questão de interesse e podemos entender, pela própria palavra (no sentido freiriano de ação/reflexão) dos atores, como isso se torna parte dos fatos sociais. Enfim,

o social (dos atores) só é apreendido e apreensível, senão apenas, ao menos sobretudo quando ele se mostra em sua condição incerta, indeterminada e problemática. E essa condição problemática não apenas confere visibilidade aos elementos constitutivos e fundamentais para os próprios atores envolvidos na situação, mas permite, por isso mesmo, que daí se produza um conhecimento que deles parta e se mantenha, ao mesmo tempo, imanente às suas ações. [...]
O social é, nesse sentido, a resultante da atividade dos atores em meio aos problemas.
(CORREA, p. 51-52, grifos do autor)

Assim sendo, parece-me que seria possível usar uma licença poética e sugerir que a sociologia das provas podia bem se chamar *sociologia dos temas geradores*! O que é um tema gerador senão, justamente, uma inserção³³⁵ crítica – e coletiva – de atores na realidade, ao criticar o estado atual das coisas e ao pensar /construir alternativas (o inédito viável); um tema gerador é construído coletivamente justamente quando uma ruptura se insere na realidade e aquilo que era um dado de fato, objetivo, não digno de interesse, vira algo iluminado pelo holofote, o alvo da crítica, um problema que passa – conscientemente – a incomodar e que, portanto, demanda uma busca por soluções. É precisamente quando as coisas deixam de funcionar (como antes) que aparece a disputa pelo significado, no intuito de construir um sentido.

Preciso ressaltar também que esta perspectiva – que, como visto, origina-se no campo da sociologia – ajuda a apontar uma chave de leitura extremamente adequada sobre a ciência: podemos esboçar um (aparente) paradoxo dialético ao destacar como a ciência – e a matemática – se ocupam de regularidades e padrões³³⁶ (as famosas leis), mas, para tanto, elas precisam se concentrar, focar justamente naquilo que quebra tais regularidades. Já destaquei, nas páginas anteriores, a análise dialética (“negação da negação”) que Caraça empreende para mostrar a

³³⁵ Ou, tomando um processo mais amplo, a possibilidade de construir uma inserção.

³³⁶ Devlin (2002, p. 3) usa exatamente esta locução para definir a matemática.

evolução das questões da matemática, como novas ideias e conceitos surgem a partir de problemas, inconsistências, impossibilidades, proibições. Na história da física, podemos destacar uma mesma modalidade: contrariamente às simplificações de acordo com as quais um experimento científico é simplesmente olhar para a realidade³³⁷, quando, na verdade, o experimento serve justamente para criar uma situação problemática, aberta, incerta, anômala, incoerente, em que há (potencialmente) controvérsias e falhas, e na qual algo pode dar errado. A ideia moderna de relação direta entre força e aceleração (e não mais entre força e velocidade) não veio, genericamente, “olhando a realidade”, mas sim, eu quase diria, ao contrário, problematizando o óbvio, o normal, o que era tomado como já dado de fato: o plano inclinado galileano³³⁸ é exatamente isso, uma maneira de tornar problemático aquilo que, aparentemente, era simples, sem interesse, porque óbvio e já resolvido. Inclusive, neste quadro conceitual, podemos resgatar a própria ideia popperiana de hipótese científica: a ideia de poder construir um experimento para invalidar uma teoria é o paralelo de olhar para uma situação de prova para ver como os atores constroem o social. A este respeito, as palavras de Chateauraynaud parecem comprovar exatamente isso:

Múltiplas investigações, suscitadas por problemas práticos, utilizam procedimentos de aproximação e de verificações cruzadas que encontramos sob uma forma mais organizada nas *investigações científicas* ou jurídicas. Qualquer que seja o contexto inicial, a primeira experiência anunciada pela investigação é a da variação. [...] As propriedades pertinentes dos seres, dos dispositivos ou dos acontecimentos se revelam gradualmente *ao resistirem às variações produzidas pelos protagonistas*. As formas de atestação que daí resultam tornam possível um encerramento das disputas, marcando os momentos de verdade que os protagonistas não podem evitar. (CHATEAURAYNAUD, 2018, p. 4, grifos meus)

Assim, encarada à luz deste *frame* fornecido pela sociologia pragmática, podemos entender a aula de matemática como um lugar para *discutir questões*³³⁹ que movimentam uma disputa para

³³⁷ Muitas vezes, esta simplificação é funcional para mostrar uma ruptura entre a ciência antiga e a moderna (galileana): como se Aristóteles ou Demócrito não olhassem para o mundo ao formularem as suas teorias!

³³⁸ A lista poderia ser longa: desde o experimento mental do próprio Galileu, de queda de corpos de peso diferente, até o experimento de Michelson-Morley para testar o éter, passando pelos experimentos com o gelo seco, todos se encaixam nesta visão.

³³⁹ Optei por esta expressão – no lugar da bem mais comum “resolução de problemas” – porque, mesmo com todos os cuidados de contextualização e abrangência, parece-me que, cada vez mais, seja algo que remete a uma dimensão tecnicista e árida da matemática; ao contrário, acredito que “questões” expressem uma abertura, um capturar o olhar do e sobre o ser humano que as conversas de matemática deveriam ter neste espírito freiriano. Para um (exemplo de) olhar problematizador sobre a questão do problema na matemática e o seu contexto, ver Valero (2002), que, em extrema síntese, constrói um *zoom* ao contrário, em que o “contexto” matemático se expande cada vez mais. Primeiramente, vem o *contexto do problema* em sentido estrito, posteriormente, o *contexto de interação* e o *contexto situacional* e, por fim, o *contexto sociopolítico*. Conforme Valero constrói um olhar cada vez mais abrangente, acabam entrando questões vinculadas a questionamentos sobre a escola, o ensino, a sociedade: em suma, conforme o contexto se expande, ganha força a possibilidade de um olhar crítico.

(re)construir a matemática (entendida, justamente, com um fato social – ver item 3.1.3), com novas ideias e soluções, com o protagonismo dos atores. E, mais uma vez, tais ideias devem ser fortes, grandes, abrangentes, conectarem-se com a própria existência de discentes: usando a expressão de Latour, elas não podem “ser dados de fato”, mas sim “questões de interesse” (LATOURE, 2020), questões que movimentam a palavra dos atores e a sua crítica sobre o mundo por serem intimamente conectadas com o desejo de *ser mais*.

3.6. Paulo Freire e Walter Benjamin: dois autores por uma reinvenção da matemática

Serei honesto: eu nem entendo como funciona. Não entendo. Tipo, entendo achar a Teoria Crítica da Raça em livros [didáticos] de história ou sociologia, mas de matemática? Como? Como!? “Bom, pense Trevor, a álgebra ao final fala sobre um grupo de números que recusaram o seu nome de escravos e agora se chamam de X!” Como?!?³⁴⁰

Uma aproximação entre Freire e Benjamin, ligada às questões e aos desafios da educação, é objeto de estudo por Agostoni (2019), que destaca alguns pontos de contato entre a “filosofia” dos dois. Em primeiro lugar (ibidem, parte I), os dois reconhecem a centralidade dos oprimidos, dos derrotados, das pessoas esmagadas na própria reflexão. Para falar da “libertação dos oprimidos” de hoje³⁴¹, Benjamin joga seu olhar, sua crítica “para trás” da história; enquanto Freire, mesmo ao reconhecer abertamente o caráter histórico da opressão, parece mais preocupado com questões do presente e, sobretudo, com possibilidades futuras.

Em segundo lugar, existe uma referência ao campo religioso que permeia a obra dos dois ao dar forma a conceitos e imagens através de metáforas e referências do âmbito judaico-cristão (no caso de Benjamin)³⁴² e cristão (no caso de Freire) (ibidem, parte II). Para Benjamin o elemento religioso mais notável é o messianismo: a fé e a espera por uma reviravolta da história que irá reparar aos tortos e resgatar os oprimidos. Entretanto Benjamin junta esta dimensão mística-religiosa ao marxismo e ao romantismo revolucionário do final do século XIX: assim, o messianismo

³⁴⁰ «I'll be honest: i don't even understand how that works. I don't. Like, i get finding critical race theory in history books or social studies but math? How? How!? “Well think about it Trevor algebra is just a bunch of numbers that rejected their slave names and now go by x!” How?» Esta é uma fala do humorista negro estadunidense Trevor Noah sobre a caça às bruxas no estado da Florida que decidiu banir vários textos escolares culpados de tratar a questão do racismo estrutural na história e na sociedade dos Estados Unidos. Em <https://www.youtube.com/watch?v=coL1uedveZE>

³⁴¹ No caso dos escritos de Benjamin, trata-se dos meados do século XX, mas podemos atualizar isso ao “agora”.

³⁴² Se a procedência religioso-cultural do Benjamin é o judaísmo, ele não se faz problemas a pegar de mão cheia também do cristianismo, especialmente as imagens do “messias” e do “anticristo”.

não está à espera passiva por um salvador (loiro e de olhos azuis, de acordo com a iconografia europeia do cristianismo), de um messias³⁴³ que vire o jogo; ao contrário, é o reconhecimento do que “nos foi dada (pelas gerações passadas), uma *fraca* força messiânica” (BENJAMIN em LÖWY, 2010 p. 48, grifo do autor)³⁴⁴: os oprimidos do passado nos deram a “força messiânica”, a força para vingá-los, reparar as injustiças de ontem e acabar com as injustiças de hoje. É uma força “fraca” porque não é o deus do antigo testamento, onipotente e onisciente, que abre e fecha o mar Vermelho ou lança terríveis pragas no Egito, mas são os submetidos, os silenciados do passado. Portanto a força que eles podem nos ‘conceder’ há de ser fraca, assim como as suas vozes, quase apagadas no passado. Mas, ainda assim, não deixa de ser uma força messiânica, uma força que sentimos estar fincada do lado “certo” e “justo” da história. E isto, em meu entendimento, oferece um impulso incrível à tarefa que as gerações oprimidas passadas nos dão.

A categoria que Freire mais usa do imaginário religioso é a “fé” e, como no caso de Benjamin, com a força messiânica, ela também é logo redefinida: não é uma “fé” em um deus ou em outros elementos específicos do campo religioso, mas é a confiança nos seres humanos. “A fé nos homens [é] um dado *a priori* do diálogo” (FREIRE, 2001, p. 81); é a fé de que todos têm o poder de “fazer, de criar, de transformar” (FREIRE, 2001, p. 81). Nota-se, então, que o objeto da “fé” freiriana não são nem divindades, nem dogmas, mas são as próprias pessoas com suas capacidades e, por isto, Freire especifica que não se trata de uma fé “ingênua”: é uma confiança que continuamente é colocada à prova e constantemente tem que se reconstruir nas lutas concretas dos seres humanos pela sua libertação e, por sua vez, possibilita ter esperança em um futuro melhor e para trabalharmos “em comunhão” com os oprimidos.

Ressalto que, apesar de os dois autores usarem tradições religiosas para formular algumas categorias da própria arquitetura intelectual, nenhum deles pede ao seu leitor o compartilhamento da mesma tradição. A mensagem da qual eles fazem uso pode ser entendida e endossada por pessoas de qualquer crença, inclusive ateus. Isto, sob minha ótica, deixa ainda mais intrigante a relação entre o pensamento dos dois estudiosos com as tradições religiosas das quais provêm.

Em terceiro lugar, é-me muito significativo destacar o caráter não dualista entre memória e revolução em Benjamin, e entre teoria e prática em Freire: “o nosso poder messiânico que contém

³⁴³ Gostaria de ressaltar como o último “Messias” que ganhou destaque aqui no Brasil mais do que “salvar” veio para “destruir”.

³⁴⁴ Daqui em diante, todas as citações das teses de Benjamin foram extraídas do livro de Michael Löwy, do ano de 2010, sob título “Walter Benjamin: aviso de incêndio. Uma leitura das teses «Sobre o conceito de História»”, em que é fornecida também uma hermenêutica e um contexto para colocar as propostas de Benjamin.

algo de contemplativo e algo de ativo [...] Não é memória passiva, mas ação revolucionária” (ibidem, p. 91). Trata-se de ver o estudo da história não como uma mera observação, mas como um ato de entrar ativamente em um campo de disputa e assumir uma atitude revolucionária. E, vice-versa, a ação transformadora – a revolução – não pode existir sem uma relação forte com o passado, com o resgate do legado dos oprimidos que lutaram antes de nós. De maneira semelhante, Freire discorre sobre a reflexão e a ação, juntando-as de maneira dialética e indissolúvel nos conceitos de “práxis” e de “palavra”, indicando, assim como Benjamin, o fato de que não pode existir um vazio no ato de refletir desligado da ação, assim como uma cega atividade que não dialogue constantemente com a reflexão (FREIRE, 2001, p. 77 e seguintes).

Em quarto lugar, pode-se colocar a análise marxista como elemento em comum entre Freire e Benjamin: o materialismo histórico-dialético, a divisão da sociedade em classes com interesses contrapostos e a ideia que seja necessária uma luta da classe oprimida para quebrar as correntes da opressão entre várias outras categorias da obra marxiana. O principal elemento que enfoco a este respeito, em comum aos dois intelectuais, é a crítica absoluta e total a tudo e qualquer tipo de determinismo, de mecanicismo em nome de um humanismo que considera seres humanos como atores protagonistas que atuam historicamente e conscientemente no mundo e nas suas mudanças.³⁴⁵

Por fim, existe um paralelismo que chama atenção: assim como Freire constantemente une as palavras “educador” e “revolucionário”, de semelhante modo Löwy, ao conduzir a análise das teses sobre a história de Benjamin, várias vezes justapõe “historiador” e “revolucionário” (p. 62, 65, 66, 139). E isto é revelador como para os dois campos de estudos (pedagogia e historiografia, respectivamente) são intimamente ligados ao projeto de mudança radical. É sendo fiel a este espírito que espero conduzir esta pesquisa.

No campo do ensino da matemática há uma tradição, ao meu juízo, bem consolidada sobre o uso da história como recurso que, de várias maneiras, pode subsidiar e interagir com tal tarefa. Um exemplo disto é o caráter extensivo que Fauvel e Van Maanen (2000) fornecem em um quadro amplo de diferentes modalidades de utilização da história da matemática em aula. Já Furinghetti

³⁴⁵ O próprio Freire destaca várias vezes uma visão dialética e aberta da história, como quando, por exemplo, afirma que “[o fatalismo é] a posição de quem encara os fatos como algo consumado, como algo que se deu porque tinha que se dar da forma como se deu, é a posição, por isso mesmo, de quem entende e vive a história como *determinismo* e não como *possibilidade*. É a posição de quem se assume como *fragilidade* total diante do todo-poderosismo dos fatos que não apenas se deram porque tinham que se dar, mas que não podem ser ‘reorientados’ ou alterados. Não há, nesta **maneira mecanicista de compreender a história**, lugar para a decisão humana.” (FREIRE, 2015, p. 112, grifo do autor, negrito meu)

(2004a, 2004b, 2005, 2007) discutiu o tema em vários eixos, desde a formação de professores até as implicações epistemológicas sob abordagem histórica. Por fim, em minha própria dissertação de mestrado (TERUZZI, 2017), analiso as possibilidades ligadas do uso da história, entre outros aspectos, para poder trabalhar as “ideias fundamentais” (BRUNNER, 1978) da matemática.

À luz das afinidades discutidas no início do capítulo, para dar um passo a mais no sentido de um ensino da matemática em diálogo com a pedagogia freiriana, tentarei encontrar subsídio a partir da visão histórica de Benjamin (LÖWY, 2005): uma visão dialética que sempre se opõe ao mecanicismo positivista e na qual a história é sempre uma narração entre oprimidos e opressores. Será que a história da matemática também poderia ser encarada desta maneira? Seria possível estudar o surgimento de ideias matemáticas à luz de conflitos da sociedade? Parece-me que, pelo menos em alguns casos a resposta possa ser afirmativa, pois no período grego-helenístico, o debate sobre o “infinito” era profundamente ligado às contraposições filosóficas que remetiam às contraposições sociais³⁴⁶ (TERUZZI, 2017, item 6.3), assim como a retomada deste debate na Renascença europeia, foi perpassado por lutas de poder entre grupos da Igreja Católica (e sucessivamente, com os grupos das igrejas da Reforma), por sua vez, ligados às mudanças sociais, econômicas e políticas, que estavam manifestando-se no continente (ALEXANDER, 2016).

Se, ao que parece, é possível ver a história da matemática sob essa perspectiva benjaminiana, eis uma possibilidade para levar a “Pedagogia do oprimido” à aula de matemática: os conflitos (a base do tema gerador) não precisariam estar somente presentes e contemporâneos à vida dos alunos, mas poderiam ser “descobertos” olhando para a história das ideias (fundamentais) da matemática. Esta perspectiva, inclusive, seria extremamente condizente com a proposta do histórico alemão de luta, não (tanto) como opção para um futuro melhor, mas (quanto) resgate e “vingança” dos oprimidos do passado.

Além de explorar sob esta perspectiva benjaminiana os possíveis desdobramentos do uso da história da matemática como campo fértil para uma abordagem freiriana, penso ser importante aproveitar um outro tema exposto por Benjamin, justamente na primeira tese (LÖWY, 2005, p. 41-47):

Como se sabe, deve ter havido um autômato, construído de tal maneira que, a cada jogada de um enxadrista, ele respondia com uma contrajogada que lhe assegurava a vitória da partida. Diante do tabuleiro, que repousava sobre uma

³⁴⁶ Penso ser importante ressaltar que isso não significa que os conflitos filosóficos-matemáticos eram emanção diretas dos político-sociais. De acordo com a perspectiva de Gramsci existe um jogo entre as esferas da sociedade que nunca é mecanicista e pré-determinado: ao contrário, a relação é profundamente *orgânica* (ver, por exemplo, PRESTIPINO em LIGUORI, VOZA, 2017, p. 883-884 e FROSINI F., LIGUORI G., 2004, p. 85, 86, 224).

ampla mesa, sentava-se um boneco em trajes turcos, com um narguilé à boca. Um sistema de espelhos despertava a ilusão de que essa mesa de todos os lados era transparente. Na verdade, um anão corcunda, mestre no jogo de xadrez, estava sentado dentro dela e conduzia, por fios, a mão do boneco. Pode-se imaginar na filosofia uma contrapartida dessa aparelhagem. O boneco chamado “materialismo histórico” deve ganhar sempre. Ele pode medir-se, sem mais, com qualquer adversário, desde que tome a seu serviço a teologia, que, hoje, sabidamente, é pequena e feia e que, de toda maneira, não deve se deixar ver.

Trata-se da ideia de um autômato (hoje poderíamos dizer robô ou inteligência artificial) que joga (e ganha!) partidas de xadrez, mas esconde um segredo: as engrenagens são, na verdade, movidas por um anão³⁴⁷ escondido dentro do autômato. Esta situação foi relatada pela primeira vez por Edgar Allan Poe (2002) e, desde então, virou um *tropo* literário e cultural de larga referência: o próprio Benjamin usa esta imagem na abertura das suas teses.³⁴⁸

Benjamin utiliza a ideia do turco como metáfora para ilustrar o materialismo dialético de tradição marxista (o autômato) e a “teologia” (o anão), entendida como algo que “deve servir para reestabelecer a força explosiva, messiânica, revolucionária do materialismo” (LÖWY, 2005, p. 45). O próprio materialismo histórico é colocado por Benjamin entre aspas: Löwy ressalta como isto e o estilo da frase “sugerem que esse autômato não é o ‘verdadeiro’ materialismo histórico, mas aquele que se costuma chamar assim” (ibidem, p. 41). Ou seja, o intelectual alemão critica a visão da história e da luta dos oprimidos suportada por uma certa esquerda contemporânea dele, onde o ser humano não teria nenhum papel e seria simplesmente espectador dos mecanismos impessoais e inelutáveis da história. Em minha visão, é claro o sentido fora de metáforas e referências à tradição messiânica judaica: os mecanismos descritos pelo materialismo histórico nada podem por si sós. É necessária participação ativa, consciente e crítica para desencadear o potencial de mudança contido nas situações históricas.

Esta metáfora poderia, analiso, ser inteiramente transferida à matemática (e ao seu ensino). Assim ao enxergá-la como um conjunto de axiomas, definições, deduções, teoremas, algoritmos e técnicas que formam uma engrenagem perfeita (o autômato), cometeremos o mesmo erro que uma parte da esquerda fez ao olhar o materialismo dialético, já que tudo isso somente “ganha” se

³⁴⁷ Cabe destacar como o próprio termo, atualmente, resulta inadequado e, por vezes, desrespeitoso, sendo preferíveis expressões como “pessoa com nanismo”, “pessoa de baixa estatura”. O próprio Benjamin, em sua tese, utiliza a figura do anão para carregá-la de “feiura”: uma posição que atualmente, justamente, se torna problemática e insustentável.

³⁴⁸ Na empresa Amazon, a plataforma dedicada a interação de tarefas pessoa-máquina (por exemplo, é possível contratar pessoas para que “treinem” algoritmos a reconhecer caras, cachorros ou bandeiras.) é chamada de “*mechanical turk*”, assim como “Turk” é o nome do programa na série de ficção científica “Terminator: the Sarah Connor chronicles”, que dará origem às máquinas conscientes da série.

contiver o anão. E o que representaria este pequeno ser humano tão presente no mundo romântico³⁴⁹ e é uma referência a Benjamin? O anão é o sentido, a consciência de que o ser humano tem das ferramentas matemáticas; a curiosidade e a maravilha no olhar para a matemática como um empreendimento humano, social e histórico perenemente em conflito, onde a contradição oprimido-opressor é constantemente presente, pois o anão é o olhar humano e político sobre a matemática. Significativamente, o fato dele ser pequeno e fora dos padrões de beleza da época³⁵⁰ é mais um aspecto da metáfora que se encaixa no contexto do ensino da matemática: quantas vezes a subjetividade, a criatividade, os erros, enfim, tudo aquilo que constitui a unicidade do aluno é reduzido, minimizado, (aparentemente) deixado fora do belo teorema e da sua demonstração? O aforisma lembra-nos que apesar de toda a elegância de uma construção geométrica (o autômato), este só existe graças à humanidade e à unicidade de nós, alunos e professores, que debatemos a matemática.

A metáfora do turco, examino, é perfeitamente adequada para representar a inutilidade de uma abordagem tecnicista³⁵¹ do ensino da matemática, que a deixaria imóvel e sem possibilidade de ganhar, exatamente como o autômato sem o anão, da primeira tese do Benjamin. É a matemática sem alma, reduzida a um inerte autômato que somente pode “ganhar” quando movido pelo anão pequeno, mas cheio de vida e entusiasmo.

Por fim, é preciso averiguar o que significa “ganhar”, fora da metáfora do turco. Para Löwy, existem dois sentidos: por um lado, “interpretar corretamente a história, lutar contra a visão da história dos opressores” (LÖWY, p. 41); e por outro, “vencer o próprio inimigo histórico, as classes dominantes – em 1940: o nazismo” (ibidem, p. 42). Eu quero manter-me fiel a esta hermenêutica e propor também dois significados para “vencer”: de um lado, ensinar-aprender a matemática de uma maneira problematizadora, dialógica, interpretando-a como uma construção humana, encarnada nas culturas, nas sociedades e nos blocos sociais e, por isto, objeto também de disputa de poder. Do outro lado, tirar a matemática das mãos dos opressores que a usam como instrumento de dominação e (re)colocá-la a serviço da luta pela libertação dos oprimidos.

³⁴⁹ Como não pensar, a este respeito, na personagem Quasimodo, o corcunda de Notre-Dame de Paris, que representa – novamente! – a alma e o espírito da catedral gótica.

³⁵⁰ Mais uma vez, é importante destacar como toda esta metáfora se baseia em supostas conotações negativas da figura do “anão”, elementos que, atualmente, acarretam uma visão preconceituosa.

³⁵¹ Aqui e também a seguir, ao indicar um ensino/um professor tecnicista, remeto-me à perspectiva de Demerval Siaviani, segundo a qual métodos e técnicas (e uma suposta objetividade) tomam o lugar do protagonismo tanto da ação do professor quanto do aluno (SAVIANI, 1999, p. 23-27).

A matemática, assim como o autômato de Benjamin, só ganha vida e os corações dos alunos se animada pela humanidade, a criatividade, o debate e o diálogo do anão.

As reflexões de Benjamin sobre a história, a sua concepção e a luta dos oprimidos continuam ao longo das teses. Na tese VII, está “[...] a questão de saber com quem, ao final, propriamente o historiador do Historicismo se identifica efetivamente? A resposta é, inegavelmente, com o vencedor.” (Benjamin em LÖWY, 2005, p. 70)

Quem é este historiador do Historicismo que se identifica com o vencedor? É quem³⁵² estuda a história segundo categorias mecanicistas-positivistas, sempre do ponto de vista de reis e imperadores e, particularmente dos reis e imperadores que “ganharam”. Do ponto de vista da luta social, isto significa contar a história do lado da classe dominante, dos opressores (justamente, “o vencedor”). Benjamin, portanto, contrapõe-se à ideia de “quem ganha tem sempre razão”, fazendo própria a crítica nietzschiana da “idolatria do sucesso e do poder histórico”³⁵³ (NIETZSCHE, p. 65): mas porque é tão presente esta admiração pelos vencedores; esta adesão ao ponto de vista dos opressores? Existem várias respostas no campo marxista a esta pergunta. O fato dos historiadores e, em geral, os intelectuais, serem parte das próprias elites das quais contavam as ‘belezas’, assim como os próprios poderosos permitiam-se, direta ou indiretamente, financiar as empreitadas culturais, de uma forma ou de outra, o intelectual acaba(va?) sendo, conscientemente ou não, “orgânico” – no sentido gramsciano – às classes de cima. Benjamin, segundo Löwy, propõe uma outra leitura, de certa maneira complementar: é a *acídia* que representa

o sentimento melancólico da toda poderosa fatalidade, que priva as atividades humanas de qualquer valor. Conseqüentemente, ela leva a uma submissão total à ordem das coisas que existem. [A *acídia*] se sente atraída pela majestade solene do cortejo dos poderosos. (LÖWY, 2005, p. 71)³⁵⁴

Acredito que este ponto seja extremamente freiriano: é o *fatalismo* que Freire descreve como uma das condições que “amarram” os oprimidos e não lhes permitem enxergarem-se como seres humanos, com desejos, projetos e capacidades, e os deixam passivamente a aceitarem a condição

³⁵² Löwy cita alguns dos historiadores ‘historicistas’ com os quais Benjamin está polemizando: Fustel de Coulanges, Leopold von Ranke (citados pelo próprio Benjamin) e Victor Cousin (citado por LÖWY, *ibidem*, p. 71-72)

³⁵³ Como esta crítica é atual: penso por exemplo, no “movimento Yuppie” dos anos 1980, nos Estados Unidos, e, logo em seguida, na Europa Ocidental; a “verdadeira” idolatria que elementos da sociedade tributam a – supostos – vencedores, como Steve Jobs ou Elon Musk; ainda hoje o proliferar de “gurus” e cursos que prometem “sucesso” – econômico – como caminho da felicidade.

³⁵⁴ Löwy extrapola esta análise da obra de Benjamin “Origem do drama barroco alemão”. Para o autor alemão esta *acídia* não se encontra somente “à direita”, entre os resignados ou aderidos aos opressores, mas também “à esquerda”, entre aqueles “marxistas mecanicistas” que acreditam que a vitória dos oprimidos é inelutável e independente das ações das massas. Por incrível que pareça, no movimento operário do final do século XIX e primeira metade do século XX, tais posições gozavam de uma certa difusão (DI LEMBO 2001).

de oprimido, muitas vezes enxergada como uma situação neutra e sem possibilidade de mudança. (FREIRE, 2001, p.49 e p. 107)

O que produz esta história mecanicista a serviço dos poderosos de ontem e de hoje, que continuamente reproduz um sentimento de impotência e assujeitamento? Benjamin afirma que:

[A existência dos bens culturais] não se deve somente ao esforço dos grandes gênios, seus criadores, mas, também, à corveia sem nome de seus contemporâneos. Nunca há um documento da cultura que não seja, ao mesmo tempo, um documento de barbárie. E assim como ele não está livre da barbárie, também não está o seu processo de sua transmissão, transmissão na qual ele passou de um vencedor para outro. Por isso, o materialista histórico, na medida do possível, se afasta desta transmissão. Ele considera como sua tarefa *escovar a história a contrapelo*. (BENJAMIN em LÖWY, p. 70, grifo meu)

Benjamin anuncia, claramente, que a história é contada a partir do olhar de quem espolia os “bens culturais” (as artes, as literaturas, os conhecimentos) e deles se apropria, apagando assim a história e a herança dos oprimidos. Talvez um dos exemplos que mais elucidam este aspecto (e que Benjamin devia conhecer bem) é a afirmação do fascismo na Itália, na década do 1920: nascido como movimento contrarrevolucionário, financiado inicialmente pela burguesia, sobretudo rural, para contrastar e reprimir o movimento operário e camponês que lutou bravamente no biênio 1919-1920, o fascismo, ao longo da sua história, rouba e ressignifica elementos, símbolos e palavras de ordem do próprio movimento operário. Os “fascios” eram um símbolo de resistência popular no sul agrícola da Itália. A luta contra o capitalismo vira a inócua luta contra “os plutocratas”, uma parte do *arditismo* (DI LEMBO, 2001, p. 130) acaba sendo incorporada pelo próprio movimento fascista – e a lista poderia continuar. Os vencedores não somente torturam e matam os vivos, mas roubam também a sua herança cultural. Por este motivo Benjamin afirma que “também os *mortos* não estarão *seguros* diante do inimigo, se ele for vitorioso”. (BENJAMIN em Löwy, p. 65, TESE VI)

É necessário perceber o fato de que a cultura (e a sua transmissão) carrega em si, de maneira dialética e indissolúvel, o valor positivo da cultura, da civilização, do avanço ao caráter negativo da “barbárie”: a violência, a desapropriação, o sofrimento, o silenciamento, que participou da construção de cada prédio, poesia e descoberta científica.³⁵⁵

Parece-me um aspecto muito importante que merece ser adequadamente destrinchado. Um dos “pais nobres” da teoria crítica, Adorno, na sua obra mais conhecida, “Dialética do esclarecimento”, desenvolve uma crítica contundente e eficaz à indústria cultural de massa, cada vez mais permeando e moldando a vida das pessoas, homogeneizando e pasteurizando o passado

³⁵⁵ Löwy acrescenta que Benjamin devia certamente estar pensando no poema de Brecht “Perguntas de um operário que lê”. Eu colocaria ao lado dele a poesia de Vinicius de Moraes: “Operário em construção”

e o adaptando ao existente presente capitalista. Mas percebo que ao fazer isto, Adorno não reconhece a própria lição de Benjamin: não existe uma indústria cultural “pura”, que não espolie, capture e ressignifique a cultura dos oprimidos e vice-versa. Não há uma cultura “dos oprimidos” que não colha de mãos cheias nos produtos da indústria cultural. Como nos diz Benjamin, é uma luta; uma disputa contínua.

Particularmente, o verdadeiro “ódio” que Adorno parece ter ao jazz, a prática contínua de contrapor esta música que surgiu entre as comunidades negras do sul dos Estados Unidos – e, por isto, uma manifestação com certeza da cultura dos oprimidos! – à “música séria, por exemplo, o mais simples minueto de Beethoven” (ADORNO, HORKHEIMER, 2014, p. 120), soa-me um sinal de má compreensão da história e da cultura dos Estados Unidos.³⁵⁶ Também o é a afirmação segundo a qual “todas as infrações cometidas por Orson Welles contra as usanças de seu ofício lhe são perdoadas, porque, enquanto incorreções calculadas, apenas confirmam ainda mais zelosamente a validade do sistema.”³⁵⁷ (ibidem, p. 120). Percebo que o assunto desponta de uma ideia “monolítica” de indústria cultural, uma concepção “leviatânica” onde não existe a contradição, não existe a disputa, somente uma inescapável homogeneização e um total absorvimento à lógica do capitalismo.

Ao contrário, a crítica que realiza Antonio Gramsci³⁵⁸ aparenta-me bem mais útil para sulear-se na disputa e na luta que representa escovar a “história à contrapelo”, apresentando elementos diferentes em tensões dialéticas. Ao olhar o folclore (sobretudo dos camponeses da Itália, no começo do século XX) ele destaca como isto representa uma “«concepção do mundo e da vida», implícita em grande medida, de determinadas camadas [...] sociais, em contraposição [...] com as concepções do mundo «oficiais» ” (GRAMSCI, 1975, p. 2311, tradução minha)³⁵⁹; tal concepção representa “um amontoado indigesto de fragmentos de todas as concepções do mundo e da vida que se sucederam na história” (ibidem, p. 2312, tradução minha)³⁶⁰, e é justamente no folclore que encontram-se tais documentos de concepções antigas “*mutilados e contaminados*” (“*mutili e contaminati*”, ibidem,

³⁵⁶ Há de se questionar se não estamos perante uma verdadeira forma de elitismo e preconceito.

³⁵⁷ Na verdade, a própria vida do ator-diretor estadunidense aponta ao sentido oposto: uma vida feita de aceitação de papéis e participações em comerciais para financiar os projetos mais pessoais, que o próprio Welles almejava realizar.

³⁵⁸ O intelectual e dirigente comunista italiano não fala, obviamente, de “indústria cultural”, mas analisa o que ele chama de folclore. Apesar das diferenças entre os dois conceitos parece-me que o elo que os mantém é justamente o ‘objetivo’ que a indústria cultural tem, que é precisamente moldar uma visão de mundo às classes “não intelectuais” e populares. A partir disto, acho pertinente colocar neste diálogo a concepção gramsciana.

³⁵⁹ “«concezione del mondo e della vita», implicita in grande misura, di determinati strati [...] della società, in contrapposizione [...] con le concezioni del mondo «ufficiali»”

³⁶⁰ “un agglomerato indigesto di frammenti di tutte le concezioni del mondo e della vita che si sono succeduto nella storia”

p.2312, grifo e tradução meus). Existe, assim, uma diferença entre a ‘cultura’³⁶¹ reelaborada e organizada pelos intelectuais orgânicos (ver final do item 2.4) e uma cultura mais ‘contraditória’ vivida pelo ‘povo’; e é justamente nesta cultura popular que existem contradições:

[existem camadas] fossilizadas que espelham as condições de vida passada e portanto conservadoras e reacionárias, e [existem] aquelas que são um conjunto de inovações, muitas vezes criativas e progressivas, determinadas espontaneamente pelas formas e condições de vida em processo de desenvolvimento e que estão em *contradição*, ou até somente diferentes, *da moral das camadas dirigentes*. (ibidem, p. 2313, grifo e tradução meus)³⁶²

Destaco duas reflexões a partir do trecho acima: por um lado, a distinção do intelectual italiano entre a cultura popular e a cultura organizada pelos intelectuais (orgânicos) parece-me mais uma vez uma análise aplicável também à matemática. Existe uma trajetória onde os matemáticos (e, mais recentemente, os didatas da matemática) determinam, em cada época, o que é a matemática, como tem que ser organizada e o que e como tem que ser ensinada. “Os Elementos” de Euclides são um exemplo de organização, seleção de conteúdo e currículo da matemática mediterrânea e helênica, de 300 anos antes da era comum³⁶³, pensado pelos intelectuais para os intelectuais. Isto diz pouco a respeito da matemática concebida e praticada por pescadores, camponeses e mercadores da mesma época!

Por outro lado, a reflexão de Gramsci coloca em destaque o caráter conflitual e contraditório do folclore, como caldo onde elementos reacionários e progressivos coexistem; e isto não é surpreendente. Por expressar a visão do mundo dos oprimidos, nela aparecem tanto os anseios de libertação (assim, o folclore como expressão da cultura popular, seria uma verdadeira forma de resistência), quanto os elementos de autorrepressão devido ao que Paulo Freire chama de introjeção do opressor: o oprimido se olha – pelo menos parcialmente – com os olhos do opressor. (ver item 2.1).³⁶⁴

Por isso, voltando às palavras de Benjamin, para resgatar esta história silenciada e desapropriada, o historiador que se solidariza para com os oprimidos precisa se “afastar desta

³⁶¹ Gramsci está aqui falando da religião, mas vejo o raciocínio como bastante geral, e pode ser considerado para a cultura nos seus diferentes aspectos.

³⁶² “[esistono strati] fossilizzati che rispecchiano condizioni di vita passata e quindi conservativi e reazionari, e [esistono] quelli che sono una serie di innovazioni, spesso creative e progressive, determinate spontaneamente da forme e condizioni di vita in processo di sviluppo e che sono *in contraddizione*, o solamente diverse, *dalla morale degli strati dirigenti*.”

³⁶³ E que, cabe ressaltar, de modo pouco variado se estendeu através dos séculos na tradição ocidental.

³⁶⁴ Pode-se enxergar esses exemplos em inúmeros casos ao nosso redor: do samba, com os seus elementos contraditórios (o sofrimento do pobre, do trabalhador, assim como o seu lazer e os momentos de alegria por um lado e o machismo do outro) ao recebimento popular da figura de Maradona (um símbolo de resgate por milhões de oprimidos, mas ao mesmo tempo um milionário com filhos não reconhecidos espalhados pelo mundo).

transmissão”: tem que quebrar os mecanismos de “reprodução” e, para tanto, precisa “escovar a história a contrapelo”.

A dualidade desta expressão é analisada por Löwy: por um lado (propriamente histórico), “trata-se de ir contra a corrente oficial da história, opondo-lhe a tradição dos oprimidos” (ibidem, p. 74). Isto significa olhar a história e a cultura sob outro viés e com outros pontos de vista, a partir de um olhar vesgo (ver item 1.2) que seja solidário aos oprimidos. Significa recontar uma outra história onde os heróis não são príncipes, barões ou papas, mas operários, escravos e pobres; é, ainda, olhar aos feitos da cultura “alta” e (re)descobrir a insubordinação, as dívidas com a cultura “popular”, os anseios utópicos contidos em tais objetos culturais. Esta última ideia, particularmente, é muito presente na tradição de esquerda e revolucionária: desde Bakunin, passando por Dario Fo³⁶⁵ e chegando até Paulo Freire. Significa, conforme o próprio Benjamin, “escrever a história no ‘sentido contrário’”³⁶⁶ (ibidem, p. 80).

Como sempre, existe um outro significado que pode ser atribuído às expressões contidas nas Teses sobre a História, um significado que afere ao campo da ação política: “a redenção/revolução não acontecerá graças ao curso natural das coisas – o “sentido da história”, o progresso inevitável. Será necessário lutar contracorrente” (ibidem, p. 74). Ou seja, a história tem um “rumo preferencial”, um caminho de “menor potencial energético” e, portanto, “natural”: é o caminho onde os opressores mantêm seus privilégios e os oprimidos pagam a conta. Para quebrar este rumo, para mudar de direção, é preciso muito trabalho, muita organização e muita vontade, porque significa nadar contra a correnteza e escolher um caminho mais difícil.

Ora, o que tudo isso diz respeito ao ensino da matemática? Parafraseio o primeiro trecho de Benjamin: “... com quem, afinal, propriamente [o professor de matemática (tecnicista)] se identifica afetivamente? A resposta é, inegavelmente: com o vencedor [o opressor].”

Um professor que durante sua atividade de ensino da matemática não a problematiza, que a trata como um conjunto de regras etéreas e imutáveis, que não abre o debate e o questionamento (o diálogo freiriano), que não valoriza a capacidade de raciocínio e cognitiva dos alunos, que não atenta para o que expressam as vozes ou silêncios do aluno na aula de matemática, que não traz

³⁶⁵ O artista prêmio Nobel de Literatura (1997) dedicou sua vida artística a resgatar tanto a cultura popular da Idade Média, quanto a reler as obras clássicas mostrando quanto elas “roubaram” ao mundo dos oprimidos e quanto a historiográfica tradicional fez de tudo para silenciar esta dívida. Por fim, sempre colocava o holofote no caráter de ruptura e de hostilidade ao poder que tais obras, à uma análise ‘a contrapelo’, pudessem revelar.

³⁶⁶ Um outro artista, um cantor, Fabrizio DeAndrè, que se colocou sempre do lado dos oprimidos, dos rejeitados da sociedade (as prostitutas, os ciganos, os gays, as transexuais, os pobres, os ladrões etc.) tem um verso de uma sua música, construída a partir da figura retórica da Hipálage, que virou uma expressão icônica referida à sua poética: “In direzione ostinata e contraria” [Em direção teimosa e contraria, em Smisurata Pregoniera, Anime Salve, 1996]

questões de raça, classe e gênero que estão lá embutidas, e que não critica o uso da matemática como mecanismo de poder e de exclusão; simpatiza com o opressor e não se solidariza com os oprimidos.

E mais uma paráfrase da tese de Benjamin:

[A] existência [das ideias matemáticas] não se deve somente ao esforço dos grandes gênios, seus criadores, mas, também, à corveia sem nome de seus contemporâneos. Nunca há [um teorema, uma fórmula] que não seja, ao mesmo tempo, um documento da barbárie. E, assim como ele não está livre da barbárie, também não o está o processo de sua transmissão, transmissão na qual ele passou de um vencedor [opressor] a outro.

A matemática – exatamente como as pirâmides e a poesia de Shakespeare – é um feito cultural e, como tal, é fruto de “corveias” de inúmeros esquecidos e silenciados: o teorema de Pitágoras deu a glória imortal ao fundador da homônima seita grega³⁶⁷, mas ele já era conhecido no Egito, na Mesopotâmia e na China. Quantos funcionários agrimensores, carpinteiros, construtores e ‘engenheiros’ não pensaram, descobriram e usaram o teorema antes de Pitágoras? Geralmente justifica-se tal escolha de nome com vários fatos, objetivamente verdadeiros: os outros povos citados não ligavam descobertas matemáticas com os nomes dos autores, a prática de demonstrar apareceu no mundo das *polis* gregas. O nome podia ser dado, por exemplo, pelo lugar geográfico ou pelo nome do livro onde a descoberta aconteceu: por exemplo, existe o “papiro de Rhind”; podia justamente existir o teorema de Cheope, ou de Thebes, ou de Siene. A mesma decisão de tributar a descoberta baseada na presença de uma demonstração é arbitrária: a conjectura de Poincaré apostou que vai continuar a levar este nome mesmo depois que – eventualmente – for demonstrada, assim como o “último teorema de Fermat” não mudou para “Teorema de Wiles”, após o matemático Andrew Wiles demonstrá-lo (em um emocionante processo que envolveu um forte debate com a comunidade matemática e que contou com a ajuda de um orientando de doutorado dele, Richard Lawrence Taylor).

É improvável não lembrar, olhando por essa perspectiva, das palavras de Carr:

Nossa imagem da Grécia no século V a.C. é incompleta, não porque tantas partes se perderam por acaso, mas porque é, em grande parte, o retrato feito por um pequeno grupo de pessoas de Atenas. Nós bem sabemos como a Grécia do século V era vista por um cidadão ateniense; mas não sabemos praticamente nada de como era vista por um espartano, um corintiano, ou um tebano – para não mencionar um persa, ou um escravo ou outro não-cidadão residente em Atenas. Nossa imagem foi pré-selecionada e predeterminada para nós, não tanto por acaso mas por pessoas que estavam conscientes ou inconscientemente imbuídas de

³⁶⁷ Se é que o próprio Pitágoras existiu!

uma visão particular e que consideravam os fatos que sustentavam esta visão dignos de serem preservados. (CARR, 1996 p. 49-50)

As palavras do historiador inglês são aplicáveis integralmente ao campo da matemática. O que se sabe da matemática da Grécia do século V (e, dos séculos anteriores) “é, em grande parte, o retrato feito por um pequeno grupo de pessoas de Atenas”: sabem-se das questões matemáticas por Platão (e os matemáticos da sua escola); das questões filosóficas por Aristóteles, que representam os intelectuais que ganharam a “disputa filosófica” e, não surpreendentemente, representam a classe que ganhou a disputa política (a nobreza). Assim, conhece-se o pensamento de Zenão e as propostas matemáticas de sofistas como Antifon (ver EVES, 2011, p. 418 e HERSH, 1997, p. 184), através dos olhos de quem ganhou a disputa intelectual e política.³⁶⁸

O ensino da matemática na escola básica é cheio de Pitágoras, Arquimedes, Fibonacci, Bhaskara, Tales, Zenão, Gauss, e mais alguns: Giovana, Beatriz, Agnese e Carmela faltam à chamada. Quase sem querer, com extrema “naturalização”, apoiando-nos “simplesmente” e “neutralmente” na história, acabamos construindo um *frame*, um mito, em que a matemática tem gênero e, apesar da gramática, é masculina. Tem lugar de fala: grego-europeia; e tem cor: é branca.

Para aplicar a proposta de Benjamin sobre os “bens culturais” no campo da matemática, é fazendo-me apoiar na proposta de Furinghetti (2003, 2003b), propondo que a história da matemática seja enxergada como um artefato. Assim a autora procede:

No seu belo livro de análises de textos narrativos, Umberto Eco (1994, p. 161) retoma um conceito expresso por Hayden White e associa a historiografia ao conceito de *artefato literário*. Eu vejo a história [da matemática] na sala de aula como um *artefato* que funciona como mediador no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Verillon e Rabardel (1995) o artefato (ou seja, o objeto material [...]) torna-se ferramenta (artefato junto com as modalidades de utilização, assim como vistas e interpretada pelo usuário) quando o sujeito que o utiliza consegue finalizar o uso para os próprios fins. Isso vale também para o artefato história da matemática. (FURINGHETTI 2003b, tradução e grifos meus)³⁶⁹

Se, como propõe a matemática italiana, a história da matemática pode vir a ser um verdadeiro e próprio artefato, um “objeto” – mesmo que “literário” –, ainda mais a metáfora de Benjamin de algo concreto produzido por oprimidos e sucessivamente desapropriado pelos opressores ganha

³⁶⁸ Talvez seria mais apropriada a expressão “ganhou a disputa política, portanto também a intelectual”, com o cuidado de não interpretar isto como uma dinâmica mecanicista e linear entre estrutura e superestrutura.

³⁶⁹ “Nel suo bel lavoro di analisi dei testi narrativi Umberto Eco (1994, p. 161) riprende un concetto espresso da Hayden White e parla di storiografia come *artefatto letterario*. Io vedo la storia usata in classe come un artefatto che funziona da mediatore nel processo di insegnamento/apprendimento. Secondo Verillon e Rabardel (1995) l'artefatto (cioè l'oggetto materiale [...]) diventa «strumento» (artefatto insieme alle sue modalità di utilizzazione, così come sono viste e interpretate da un utente) quando il soggetto che lo usa riesce a finalizzarne l'uso ai propri scopi. Questo vale anche per l'artefatto storia della matematica.”

mais sustentação. Dito de outra forma: os oprimidos foram espoliados da sua própria história, inclusive da sua história matemática.

Portanto, é preciso olhar os feitos da matemática e enxergar o potencial de ruptura e subversão que eles apresentam, e os resgatar na sala de aula: à maneira de Caraça (1989, p. 37), é necessário olhar novas descobertas como movimentos de “negação da negação”, como a fantasia e o desejo de escapar dos – aparentes – limites indestrutíveis de uma constante dos seres humanos. Deve-se resgatar, por exemplo, o debate sobre a superação do V postulado de Euclides e a criação de novas geometrias, o debate sobre os infinitésimos (na Antiguidade como na Renascença) não eram somente questões teóricas e intelectuais, mas eram atreladas aos enfrentamentos de poder entre blocos da sociedade (sobre a luta dos infinitésimos e do infinito, ver TERUZZI, 2017, item 6.3).

É difícil ver como a matemática é justamente esta história contada do lado dos vencedores, onde seus feitos são um emaranhado de beleza e violência, justamente porque isto não é evidente: demanda trabalho, energia e engajamento, pois precisa escovar a matemática (e a sua história) a contrapelo. Como escreveu Kareem Abdul-Jabbar em um artigo escrito no auge dos protestos nos Estados Unidos contra o racismo e a violência policial no 2020:

O racismo em América é como a poeira no ar. Ele parece invisível – mesmo até se você sufocar por causa dele – até quando você deixa o sol entrar e clarear [a contraluz]. Assim, você verá o racismo em cada canto. Enquanto nós mantivermos a luz brilhando e iluminando, nós teremos a possibilidade de limpar a poeira seja onde for que ela se deposita. (ABDULL JABBAR, 2020, tradução minha)³⁷⁰

A matemática (e o seu ensino), na penumbra de uma tradição centenária, se apresenta como neutra e objetiva, mas quando se choca com luzes fortes e olhares oblíquos, literalmente em “contraluz”, suportados pela força de reivindicações dos movimentos na rua e da democratização do acesso às próprias universidades³⁷¹, vê-se com esforço e com fadiga esta “poeira no ar”, que, de outra forma, passaria inobservada. Assim como Paulo Freire proclama que “a libertação é um parto, e um parto dolorido” (Freire, 2001 p. 35), assim escovar a contrapelo a matemática, em direção “teimosa e contrária”, não é tarefa fácil, nem intelectualmente (não é fácil ver a “poeira” depositadas em centenas de anos), nem politicamente: trata-se, literalmente, de nadar contra a correnteza.

³⁷⁰ “Racism in America is like dust in the air. It seems invisible — even if you’re choking on it — until you let the sun in. Then you see it’s everywhere. As long as we keep shining that light, we have a chance of cleaning it wherever it lands.”

³⁷¹ A criação dos Institutos Federais, de dezenas de novas universidades públicas e, sobretudo, uma política de cotas são uma condição material importantíssimas para que isso possa acontecer.

Quando, por exemplo, constrói-se uma trilha para a sala de aula para discutir o “escândalo” dos números irracionais, existem pelo menos dois eixos dos quais devem ser abordados: o fato, extremamente contra intuitivo, do que, dadas duas medidas (historicamente, duas medidas lineares), nem sempre é possível achar uma unidade comum que “caiba” um número inteiro de vezes, tanto na primeira quanto na segunda. A história da matemática grega relata como possivelmente esta descoberta foi desenvolvida a partir de um quadrado de lado unitário e da sua diagonal, provando como a medida desta última, $\sqrt{2}$, não fosse um número racional.³⁷² Em todas as versões da história relatada, o integrante do grupo dos pitagóricos que “revelou” este “escândalo”, Hipaso de Metaponto, foi morto pelos próprios companheiros. De fato, uma reação um tanto exagerada! Ainda mais exagerada se consideramos que a matemática grega recuperou-se bastante bem e de maneira deveras rápida: menos de dois séculos depois de Pitágoras, Eudoxo formalizou uma teoria das proporções que permitiu tratar de maneira “rigorosa” os números reais³⁷³. O que deixa o assassinato de Hipaso com uma motivação diferente: o “crime” do pitagórico foi justamente ter revelado para a “plebe”, para o “povão”, para os “não iniciados” aos conhecimentos pitagóricos a recente descoberta. O próprio Caraça destaca esta contradição colocando que

o carácter de seita da escola pitagórica, em que os aspectos místico e político, este fechado e aristocrático, ombreavam com o aspecto científico, prestava-se a essa tentativa de segredo à volta de questão de tal maneira embaraçosa. Onde só havia a ganhar com o debate público e extenso, os pitagóricos instituíram como norma, pelo contrário, o segredo, o silêncio. (CARAÇA, 1989, p. 75)³⁷⁴

Enxergo, assim como o matemático português, esse exemplo como particularmente significativo, pois mostra como um fato abstrato e “platônico” da irracionalidade da raiz de dois, na verdade seja profundamente “encarnado” na história. E a tarefa do professor comprometido com a causa dos oprimidos é justamente, ao escovar esta história a contrapelo, não somente propor e problematizar a questão dos irracionais, nem relatar o conto de Hipaso como uma simples anedota ou uma lenda, mas sim mostrar os engodos que tal história traz: a ideia do conhecimento (o matemático, no caso específico) como um saber não para todos, mas sim para iniciados, exotérico, cuja divulgação ao “povo” era punida com nada menos que a morte!

³⁷² Não há certeza de que este foi o primeiro caso de número irracional descoberto para os pitagóricos, pois o próprio pentagrama, formado por algumas diagonais do pentágono e símbolo do grupo, apresenta incomensurabilidade entre o lado do pentágono e as diagonais usadas para formar a estrela de cinco pontas, sendo a razão entre o lado e a diagonal da figura a famosa razão áurea.

³⁷³ Tal construção teórica é a mesma que Euclides colocou nos seus Elementos.

³⁷⁴ Cabe ressaltar também que, em linha com a sua postura antifascista e socialista, Caraça acreditava profundamente no caráter aberto e democrático que a ciência – a matemática – devia ter: o trecho reafirma esta postura.

Uma outra expressão linguística que revela a constante apropriação da história (e dos seus “bens”) é representada pela expressão “matemática grega”: tal construção linguística revela um desejo homogeneizador de um período histórico longo (de pelo menos quatro séculos!) onde nunca existiu uma matemática, mas sim várias concepções e práticas que constantemente se desafiavam: Zenão, Aristóteles, Platão, Arquimedes, os sofistas e Eudoxo tiveram visões diferentes e, não casualmente, conhecem-se os derrotados (Zenão e os sofistas) pela voz dos vencedores, como Aristóteles.

O olhar oblíquo que escova a história em busca da violência dos opressores, a concepção elitista do conhecimento matemático no passado, é a obrigação que o próprio Benjamin vê para o “historiador”: “O dom de atear ao passado a centelha da esperança pertence somente *àquele* historiador que está perpassado pela convicção de que também os mortos não estarão seguros diante do inimigo, se ele for vitorioso. E esse inimigo não tem cessado de vencer.” (BENJAMIN em Löwy, p. 65, grifo do autor). O olhar de Benjamin é, como visto, revoltado ao passado, mas um passado vivo, em disputa onde o “historiador” tem que buscar a faísca da esperança nas possibilidades do presente e resgatar a memória dos oprimidos e das suas lutas. O inimigo que o intelectual alemão tem à frente é tanto sombrio quanto – aparentemente – invencível: o nazifascismo. Mas, seja qual forem os inimigos (e opressores) de hoje, são inimigos que “não cessam de vencer”; assim, nem os mortos (entre os oprimidos) estão a salvo: a memória deles, o seu legado, as lutas das quais se fizeram protagonistas, a coragem e a resistência que deixaram como herança, tudo isto está constantemente sob ameaça de esquecimento, de apagamento e de resignificação em prol dos opressores.

Löwy (ibidem, p. 80-82) termina a hermenêutica da tese VII ao citar três exemplos latino-americanos que escovaram a história e deram contribuição por uma narração diferente: o pintor mexicano Diego Riveira, o escritor uruguaio Eduardo Galeano e os zapatistas do Chiapas. Sobre estes últimos, o fato que ele relata é bem interessante: a destruição, em 1992, pelos zapatistas, da estátua do conquistador Diego de Mazariega, na cidade de San Cristobal de las Casas. Quase 20 anos depois, são inúmeras as estatuas de racistas e escravistas em vários países do mundo que os militantes antirracistas destruíram, mutilaram, repintaram e recriaram placas explicativas. Se os alunos, em um desejo de “limpar a poeira” da matemática e recontar uma outra história, quisessem derrubar uma hipotética estatua de Pitágoras, nós professores deveríamos estar junto deles, levando as marretas.

3.7. A centralidade dos atores e a epistemologia freiriana: o grito dos excluídos que “metem o pé” na porta da ciência

Toda a obra de Paulo Freire é permeada pelos conceitos de didiscência e dialogicidade como dimensões constitutivas do processo de construção do conhecimento: trata-se do reconhecimento da voz do outro como elemento imprescindível para qualquer trajetória de educação e, mais ainda, propõe uma visão epistemológica específica. Sendo assim, os alunos (e as suas vozes) assumem um papel de destaque na própria aula de matemática.

Historicamente, este movimento na obra de Freire apoia-se na grande trajetória de “subversão” da ordem (social, política, econômica, axiológica) que, desde o século XIX, começa a olhar para os oprimidos – os operários sujos de óleo e carvão – como silenciados cuja voz é necessário que se levante a fim de clamar justiça e uma nova visão sobre o mundo e a sociedade; mais especificamente, Freire vive, atua e escreve na segunda metade do século XX, em que os movimentos anticoloniais, as lutas dos negros nos países africanos, assim como nos Estados Unidos, ganham destaque e, junto a elas, surgem as reflexões dos intelectuais: Frantz Fanon, Angela Davis, Bell Hooks, somente para citar alguns. Seguindo um andamento ondulatório, tais movimentos – sempre presentes nas sociedades hodiernas, mesmo que “abaixo do radar” – reapareceram com muita força, por exemplo, em 2021, momento em que novamente os apagados da história tentaram falar por si mesmo e quando vários atos impactantes, como a derrubada de estátuas de racistas/escravistas, ganharam destaque tanto nos Estados Unidos como em outros países.

Esta ideia segundo a qual o oprimido, a vítima, não deve “ser falado”, “ser agido” pela figura do salvador, mas sim ter a própria autonomia e a própria voz para falar de si mesmo, desde então começou a se fincar cada vez com mais força na sociedade e, também, nas próprias ciências: obviamente, não sem encontrar muita resistência e com grande custo e dispêndio de energia de todos que constantemente lutam para esta finalidade!

Assim, por exemplo, as cotas “raciais” nas faculdades foram um avanço importante neste sentido não somente como elemento de integração, reparação e maior justiça social, mas também porque, paulatinamente, estão permitindo que os afro-brasileiros, os povos originários, possam falar com a sua própria voz sobre a história, a cultura e, em geral, todos os aspectos do conhecimento humano.³⁷⁵

³⁷⁵ Considero indicativo, ao olhar para fenômenos culturais que não necessariamente transitam pela academia, por exemplo, a realização do filme *5x Favela - Agora por Nós Mesmos*, de 2010 que, como temáticas (aspectos da vida – trágicos, divertidos, estereotipados ou genuínos – nas favelas cariocas) e estrutura (episódios dirigidos por diversos diretores) se propõe em continuação ao filme *Cinco Vezes Favela*, de 1962. A diferença que mais se destaca é que a longa-metragem de 1962 foi dirigida por diretores renomados do cinema brasileiro, ao passo que o filme de 2010 foi

Na própria sociologia, esta perspectiva começou a ganhar espaço e, particularmente na vertente da sociologia pragmática, os “objetos” de estudo – as pessoas em determinadas situações – passaram a ser “sujeitos” cujas vozes precisavam ser ouvidas.³⁷⁶ Para contextualizar historicamente, acredito que seja importante destacar o modo como os autores que iniciaram este movimento – Michel Callon e Bruno Latour, por um lado, e Luc Boltanski e Laurent Thévenot, por outro (BARTHE *et al.*, 2016, p. 86) – colocaram-se em uma perspectiva “ir além”³⁷⁷ da sociologia “crítica” e “estruturalista” de Pierre Bourdieu para construir uma trajetória que fosse uma “crítica da crítica”, explorando elementos e dimensões escassamente iluminadas pela sociologia “crítica”: trata-se, portanto, de um movimento que se propõe a aprofundar a crítica. É importante destacar como não se trata de uma “negação”, mas justamente de se colocar no mesmo “campo” para superar aporias e colocar sob luz os elementos negligenciados pelas abordagens precedentes: Vandenberghe (2006, p. 318) sintetiza este movimento ao afirmar que “[a]s novas sociologias francesas [da crítica] não são somente construtivistas. São, igualmente, a um título ou a um outro, críticas”.

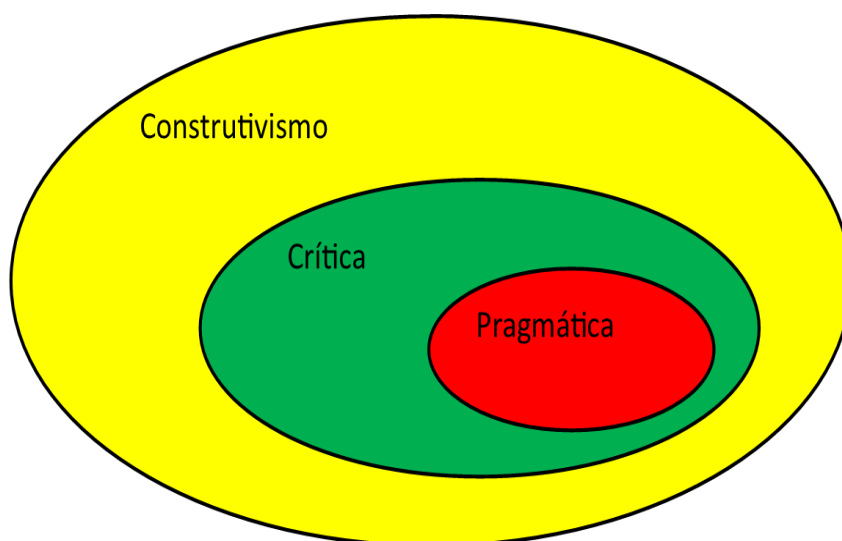


Figura 8 – O “movimento” histórico-epistemológico que coloca as sociologias pragmáticas da crítica no campo das sociologias críticas e, mais em geral, no campo das sociologias construtivistas. Este último termo indica várias concepções (desde a microsociologia de Husserl até a macrosociologia de inspiração marxiana ou weberiana, passando pelo estruturalismo à la Levi-Strauss) em que o social é construído pelos atores dentro de “elementos estruturais”: os contratos sociais, a dialética estrutural. O

escrito e dirigido por jovens artistas da própria favela do Rio de Janeiro: mais uma vez a passagem do falar de alguém e/ou por alguém para ouvir a voz dos próprios protagonistas.

³⁷⁶ Vandenberghe (2006, p. 315, 324) sugere como o termo agente seja “menos empoderado” do que o termo ator, indicando este último um sujeito consciente das suas ações e capaz de motivá-las, enquanto o primeiro remete a um sujeito-objeto, que é conduzido pelas estruturas e, portanto, perde a sua capacidade reflexiva. Usando os termos freirianos, um agente é um ator que perdeu a “palavra”.

³⁷⁷ Ver também, por uma autorreflexão de Boltanski sobre as relações entre as duas sociologias, o item 3.2.1

movimento de Bourdieu insere o elemento da crítica do pesquisador-sociólogo nestes moldes construtivistas. As sociologias pragmáticas rompem com este aspecto colocando o papel da crítica nos próprios atores em jogo.

Neste quadro, não surpreende que umas das características metodológicas da sociologia pragmática seja “«levar a sério» as justificativas e as críticas dos atores” (BARTHE *et al.*, 2016, p. 98), ou seja, escutar a voz dos envolvidos em um determinado processo e utilizá-la como elemento de estudo para que o sociólogo possa explicar-analisar. Mais uma vez, fica claro como uma perspectiva de campo científico – a sociologia – assumiu um olhar que é fruto de décadas de luta dos oprimidos nas sociedades: o reconhecimento da voz, das razões, das explicações dos sujeitos.

O modo como este princípio é concretamente praticado pelos sociólogos pragmáticos parece-me ainda mais indicativo de uma visão problematizadora e dialética da realidade: “levar a sério as justificativas e as críticas, em sociologia pragmática, induz a investigar práticas e, mais ainda, reconstituir as *lógicas contraditórias* da prática que originam a atividade crítica dos atores” (ibidem, p. 98, grifo dos autores). Trata-se, a meu ver, de um projeto intelectual de pesquisa que atualiza a ruptura marxista: olhar para a razão não mais no sentido kantiano e, sobretudo, hegeliano de uma entidade abstrata e autocontida (a “razão pura”, o “espírito”), mas sim em relação inseparável com as práticas sociais que, por um lado, a alimentam e, por outro, continuamente a contradizem. De maneira complementar, a ação é enxergada não somente como o nu “ato”, mas como uma entidade mais complexa em que a explicação, o discurso, a intencionalidade de quem pratica o ato fazem parte do conceito de ação. E a ação é sempre situada, colocada em um contexto que se torna parte integrante da própria ação: não se trata mais de um simples atributo da ação, mas sim de uma dimensão constituinte.

Estamos vendo como a valorização do discurso dos atores passa por uma concepção bem específica do conceito de razão e ação; tal concepção parece-me extremamente afim com as ideias propostas por Freire duas décadas antes:

[...] a *palavra*. [... N]ela, [podemos enxergar] duas dimensões: ação e reflexão, de tal forma solidárias, em uma interação tão radical que, sacrificada, ainda que em parte, uma delas, se ressent, imediatamente, da outra. Não há palavra verdadeira que não seja práxis. Daí que dizer a palavra verdadeira seja transformar o mundo. (FREIRE, 2001, p. 77, grifo do autor)

Tal conceito é considerado tão fundamental na estrutura da pedagogia freiriana que o autor sentiu a necessidade de acompanhá-lo de um esquema para que o seu significado fosse até mais claro:

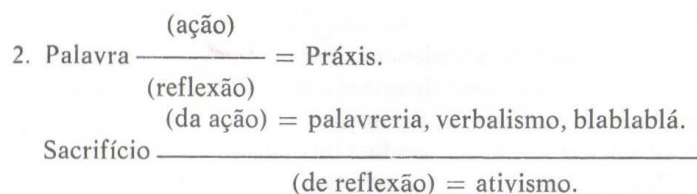


Figura 9 - A palavra como emaranhado entre ação e reflexão (FREIRE, 2001, p. 77, nota de rodapé)

Podemos ver, portanto, como, para Freire, “palavra” e “práxis” podem ser usadas como sinônimos, entendendo os termos como junções inseparáveis das dimensões: ação e reflexão, da prática e da teoria. Tanto que o ato de “*pronunciar o mundo*” (ibidem, p. 78, grifo do autor) não é um simples ato de fala, mas sim uma verdadeira dimensão na qual coexistem a dimensão discursiva e a dimensão da execução: pronunciar o mundo só pode ser equivalente a transformar o mundo (ibidem). E vice-versa, palavras que carecem de ação, são “blábláblá”, palavras ao vento, exercício vazio de retórica.

Os dois movimentos supradescritos – o próprio da sociologia pragmática e o da pedagogia do oprimido – são, de alguma forma, complementares porque chegam a uma posição semelhante, com pontos de partidas diferentes: no primeiro caso, o conceito de ação é questionado e completado com o discurso dos atuantes; no segundo, o conceito de palavra é criticado até englobar o próprio conceito de ação.

Do ponto de vista epistemológico e sob uma ótica – acenada no item 1.1 – de reaproximação entre “ciências exatas” e “ciências humanas”, é preciso sublinhar um paralelismo – oblíquo, mas nem tanto! – presente na perspectiva acima relatada e na física moderna. Por um lado, expus a ênfase com a qual Paulo Freire reivindica como a palavra verdadeira, a palavra cheia de significado, é sempre uma palavra que modifica o mundo: é a palavra de um sujeito que, junto a outros, olha para a realidade e, ao pronunciá-la, a transforma.

Trata-se de uma reaproximação dentro de um *frame* científico do antigo sentir mágico-mitológico segundo o qual “a palavra”, em si, tinha o poder de afetar o real: a simples título de exemplo, posso citar tanto a imagem clássica do bruxo, da feiticeira, do jinn (“gênio”) que, por meio de “palavras mágicas”, pode dobrar a realidade ao seus desejos quanto alguns episódios da Bíblia:

deus é “o verbo” e é por intermédio da própria palavra que deus opera a criação do universo e da Terra; até Adão pode exercer o domínio que deus lhe concedeu sobre os animais escolhendo o nome. Como argumentado no item 3.1.2, não se trata de olhar para os mitos, para as histórias de folclore para “desmistificá-las”, mas sim para buscar os núcleos de verdade, os lugares para os quais apontam, o potencial mobilizador neles contidos (a capacidade de “conduzir as condutas”): no caso, o poder criativo e acionador da palavra.

A sociologia pragmática também se coloca o problema de como o “discurso dos atores” pode exercer uma ação na realidade, particularmente entre as relações e dinâmicas sociais:

Não são decerto os argumentos trocados, as justificativas fornecidas e as críticas emitidas que, considerados em si mesmos, têm o poder de transformar o estado das relações sociais. Mas as ações que consistem em argumentar, justificar e criticar têm esse poder, mesmo marginalmente (por exemplo, levar um dirigente, graças às críticas, a se justificar deve ser considerado como uma alteração, por mínima que seja, das relações sociais e políticas preexistentes). Desse ponto de vista, levar a sério as justificativas e as críticas acarreta, em sociologia pragmática, uma exploração dos efeitos que a crítica pode ter sobre a remodelação dos coletivos, a transformação dos dispositivos sociotécnicos e a reforma das instituições (BARTHE *et al.*, 2016, p. 98)

A crença ingênua no poder “mágico” da palavra é (re)fundamentada olhando não a palavra como um simples ato verbal, uma emissão de som com significado, mas sim como um verdadeiro e próprio ato social, dependendo das situações sociais que o envolvem: se pensarmos, por exemplo, na pronúncia de um ato de guerra por um chefe de Estado, de um veredito por um juiz, de um comício de um sindicalista na frente de cem mil trabalhadores, podemos ver plasticamente como a palavra encarna a dimensão de ação e o poder que tem sobre as modificações das relações sociais.

Esta ressignificação de mitos ancestrais sobre o poder da palavra e, portanto, do poder de o sujeito ler e pronunciar – modificar – o mundo, tal como dito, deu-se, de alguma forma, também no campo da física moderna: nos anos 20 do século passado, o princípio de incerteza de Heisenberg veio selar exatamente que o olhar (uma medição) sobre a realidade (nas dimensões do mundo quântico) necessariamente acarreta uma mudança sobre aquela mesma realidade. Dito de outra forma: o sujeito que olha para o reino quântico para construir o seu discurso, necessariamente vai ter um impacto sobre aquela realidade; ou ainda, a fala sobre o mundo é indissociável da ação sobre ele.

Um outro ponto que acho importante destacar neste olhar sobre o discurso dos atores é a postura dialética e problematizadora que o pesquisador (docente) precisa manter: não se trata, de maneira acrítica e simplista, de acatar, de registrar o ponto de vista dos atores (alunos), mas sim de “considerar que eles têm razões para afirmá-lo – razões ligadas às contradições reais de suas

práticas” (ibidem, p. 99. Ver também: CALLON; RABEHARISOA, 1999). Ainda, se não podemos permanecer na crença ingênua de que, enquanto fala do sujeito-ator, ela seja uma descrição “fiel”, “correta”, “totalmente consciente” (ibidem) ou até eficaz das suas próprias ações, tampouco podemos menosprezá-las como não sendo relevantes. Estas polarizações denotam um campo de tensões entre a ação dos atores e a palavra que a significa, que necessariamente se constitui como um campo dialético, espúrio, permeado de “lógicas contraditórias” (ibidem, p. 98), em que a tarefa do pesquisador/professor é justamente tentar trazer à luz tais contradições, a fim de buscar explicações e possíveis superações.

No âmbito desta perspectiva, Vandenberghe problematiza a hermenêutica embasada nos “mestres da suspeita”:

A sociologia pragmática rompe com o “paradigma do desvelamento” dos mestres da suspeição (Marx, Nietzsche, Freud) para se ligar ao paradigma da interpretação dos hermeneutas e dos fenomenólogos, recusando invocar os mecanismos sociais e as forças inconscientes que determinariam o ator, sem ele saber, e explicariam suas ações. [Por isso, a sociologia pragmática] *toma seriamente os discursos*, os princípios, os valores legitimadores que dão um sentido à ação, sem ver aí ilusões bem fundadas que, *em nome de um conhecimento superior, em nome da Ciência, seria necessário submeter à crítica*. (VANDENBERGHE, 2006, p. 329, grifos meus)

A referência aqui é à famosa expressão que Ricœur (1965) utiliza ao se referir a estes três autores, sublinhando como cada um introduz elementos “fora” do texto necessários à sua própria interpretação. De fato, o pensador de Tübingen destacou como as relações estruturais (condições materiais, “relações de produção”) influenciam (as possibilidades de) o agir humano; o filósofo irracionalista alemão cunhou a expressão “vontade de potência” para indicar uma pulsão que, “por trás dos bastidores”, moveria as pessoas; por fim, o pai da psicanálise descobriu um verdadeiro e próprio mundo, até então “escondido”, o inconsciente, responsável por muito do que entendemos como constituinte do ser humano. Não acredito que o foco seja negar estas três dimensões como constitutivas e – parcialmente – explicativas, mas creio que a perspectiva da sociologia pragmática seja a de deslocar o foco de quem tem a “palavra explicadora”: já não é mais o erudito, o “Cientista”, com o “C” capital – como a divindade Razão, do iluminismo – que utiliza estas categorias para explicar aos inconscientes agentes o porquê e o como de seus atos, mas sim são os próprios atores que podem mobilizar estas categorias para dar conta dos motivos e da eficácia de suas ações.

Esta postura diante da fala dos atores no âmbito do campo da sociologia pragmática parece-me extremamente condizente com a práxis que Freire descreve na “Pedagogia do Oprimido”,

principalmente no que diz a respeito à problematização da consciência do oprimido. De maneira semelhante à proposta da sociologia pragmática, a concepção do oprimido, a sua fala, a sua explicação acerca de seu ato (a “palavra” freiriana) é acolhida como a produção de uma “«consciência colonizada», [que] se refere à sua repulsa de colonizado ao colonizador mesclada, contudo, de “apaixonada” atração por ele [o opressor] (FREIRE, 2001, p. 50, ênfase do autor), já que “os oprimidos [...] «hospedam» o opressor em si” (ibidem, p. 32, ênfase do autor). Ainda, a fala do oprimido é permeada de “autodesvalia”, produzida pela “introjeção que fazem eles [os oprimidos] da visão que deles têm os opressores” (ibidem, p. 50).

Mais explícito ainda, Freire explica como esta cisão da consciência produz o fenômeno do que

quase sempre, num primeiro momento deste descobrimento [da consciência dividida], os oprimidos, em vez de buscar a libertação na luta e por ela, tendem a ser opressores também, ou subopressores. A estrutura de seu pensar se encontra condicionada pela contradição vivida na situação concreta, existencial, em que se “formam”. O seu ideal é, realmente, ser homens, mas, para eles, ser homens, na contradição em que sempre estiveram e cuja superação não lhes está clara, é ser opressores. (ibidem, p. 32)³⁷⁸

Não se trata, mais uma vez, de acatar a fala do oprimido como “A” verdade, mas sim como um elemento imprescindível de um processo de crescimento humano, de libertação de situações de opressão e, sobretudo, de construção “em comunhão” de um conhecimento (matemático). Quando Freire, no famoso diálogo a três com Ubiratan D’Ambrósio e Maria do Carmo Domite (1997), afirma que:

Eu não tenho dúvida nenhuma da importância de qualquer esforço, que não deve inclusive ser um esforço exclusivo do matemático, professor de matemática por exemplo, mas que deveria ser no meu entender um esforço do homem e da mulher, matemático ou físico ou carpinteiro, que é exatamente o esforço de nos reconhecer como corpos conscientes matematicizados. [...]

Eu não tenho dúvida nenhuma que dentro de mim há escondido um matemático que não teve chance de acordar, e *eu vou morrer sem ter despertado esse matemático, que talvez pudesse ter sido bom*. [...]

Mas não houve isso, não ocorreu, e eu pago hoje muito caro, porque na minha geração de brasileiras e brasileiros lá no Nordeste, quando a gente falava em matemática, era um negócio para deuses ou gênios. Se fazia uma concessão para o sujeito genial que podia fazer matemática sem ser deus.

E com isso, quantas inteligências críticas, quantas curiosidades, quantos indagadores, quanta capacidade abstrativa para poder ser concreta, perdemos. Eu acho que nesse congresso, uma das coisas que eu fazia era, não um apelo, mas eu diria aos congressistas, professores de matemática de várias partes do mundo, que ao mesmo tempo em que ensinam que 4 vezes 4 são 16 ou raiz quadrada e isso e aquilo outro, despertem os *alunos*

³⁷⁸ Ao estudar o conceito de *folklore*, Gramsci produz uma análise estruturalmente semelhante, individuando como na “cultura popular” historicamente construída coexistam tanto elementos regressivos e opressivos, quanto aspectos progressivos e vinculados ao anseio de libertação (ver GRAMSCI, 1975, p. 2311-2312).

para que se assumam como matemáticos. (FREIRE apud FREIRE, D'AMBROSIO, DOMITE, 1997, grifo meu)

O fato de os alunos poderem se assumir como “matemáticos” não se refere aqui ao caráter profissional, de especialista, mas sim de um sujeito que tem “algo a dizer” quando o assunto é matemática; um ator com direito de fala na atuação em meio ao fazer matemática. Assumir-se como matemático indica justamente como a aula de matemática tem que ser um lugar para que todos os sujeitos envolvidos possam ter o seu espaço de fala e, muito mais, ter esta fala reconhecida, a pleno título, como parte do processo de fazer matemática – do ato de fazer matemática.

Mas este processo de reconhecimento dos alunos como matemáticos e como “corpos conscientes matematizados” constantemente é obstaculizado por uma postura opressora que a prática da matemática escolar tendeu a reproduzir ao longo dos anos, uma situação em que a fala dos sujeitos é recebida quase sempre em função das categorias do “certo” e “errado”, equivocando clamorosamente o foco do que significa um processo pedagógico, bem como inibindo e perdendo inúmeras “inteligências críticas”, “curiosidades”, “indagadores” e “capacidade abstrativa para poder ser concreta”.

Às vezes, parece-me que estamos em uma encruzilhada que, *mutatis mutandis*, é parecida com a situação da física “aristotélica”³⁷⁹: erroneamente, considera-se a mudança entre a física “antiga” e a “moderna” (galileana) enfatizando o método experimental, a observação da natureza... como se Aristóteles não olhasse para os fenômenos naturais! Um dos pontos que marcaram a ruptura entre uma postura e a outra foi uma mudança (paradigmática!) que, antes de mais nada, alterou as perguntas que o cientista se colocava: na época, ao redor de Galileu, as perguntas sobre “a causa última” e “o fim último” dos processos naturais começaram a ser deixadas de lado em favor de se perguntar (possivelmente, quantitativamente) se existiam relações entre qualidades físicas (como, por exemplo, a posição ocupada por um corpo no espaço e a sua velocidade). Assim, parece-me que o paradigma em sala de aula de matemática ainda esteja permeado da pergunta “está certo?”, quando, na verdade, precisaremos mudar este paradigma para “qual foi o seu raciocínio?”, “porque você acha isso?” e, no limite, “porque está certo?”.

³⁷⁹ O uso de etiquetas como aristotélico, galileano, newtoniano apresentam, com certeza, o problema de reduzir um complexo fenômeno temporal, social e cultural à única figura de um cientista: consciente deste problema, por brevidade, recorrerei as tais etiquetas por falta, ainda, de melhores.

Precisamos entender que, como docentes de matemática, não temos “a escolha” de sermos professores dialogantes, de “dar espaço aos alunos”, assim como um físico nos dias hoje não tem a escolha de ser “relativista”. Dito de outra forma: precisamos parar de pensar que a matemática está dada, e que podemos decidir como se o pensamento dos nossos alunos sobre o tema fosse um “a mais”, um atributo contingente: mais uma vez, a matemática existe somente se existe uma construção coletiva, em “comunhão”, da qual todos os atores participam. Neste sentido, a perspectiva da sociologia pragmática nos oferece belas imagens, a saber: que o social, os fatos sociais, a própria realidade existem de acordo com o os atores. Para usar um lugar comum, posso dizer que são os atores (as ações em situação, as falas, as justificativas, os embates, os acordos) que “criam” o real. Sumariamente, retomarei este aspecto seguindo as diferentes matizes dos principais pragmáticos.

Latour sustenta que “a tarefa de definição da ordenação do social deve ser deixada aos próprios atores, no lugar de ser monopolizada pelo pesquisador” (LATORUR apud CORREA, 2014, p. 41), pois “nosso objetivo não é estabilizar o social no lugar dos atores estudados, mas deixar os atores, ao contrário, fazerem o trabalho de composição em nosso lugar” (ibidem); assim, os fatos sociais existem porque são os atores que os constituem e, conseqüentemente, o sociólogo perde o seu lugar de destaque.

No trabalho “*De la Justificacion*”, Boltanski e Thévenot aplicam a mesma lógica de Latour para entender a hierarquia de valores (axiologia) que orienta as ações em um determinado campo social. E, mais uma vez, tentam responder à pergunta “como os acordos estabelecidos pelos próprios atores em momentos críticos produzem e transformam o social”? (CORREA, 2014, p. 50) chegando à conclusão de que

o social deixa de ser o elemento explicativo dos acordos [entre os atores] e torna-se ele próprio a resultante do trabalho empreendido pelos atores em momentos críticos que envolvem formas de resolução que fazem apelo à dimensão axiológica. O social é, portanto, o que se forma, se faz e se refaz a partir das investigações axiológicas empreendidas pelos atores nas situações críticas. (ibidem)

Além do papel central dos atores, cabe ressaltar como, para os dois sociólogos, ouvir os atores não é algo que pode ou não fazer parte do inquérito sobre o social, como se eles fossem apenas algo “colorido” a ser colocado nos fatos objetivos. Ao contrário, temos uma verdadeira inversão da perspectiva da sociologia “clássica” – a saber, da perspectiva de Émile Durkheim –: se, nesta

perspectiva, o social existe independentemente de qualquer subjetividade³⁸⁰, sendo o palco que, por sua forma e estrutura, orienta a ação dos atores, sob a perspectiva da sociologia pragmática, temos uma inversão que podemos entender em sua dimensão temporal e conceitual. Logo, o que temos, a princípio (da tarefa de indagação social), são os atores, e é a partir da palavra (no sentido freiriano do termo) deles que emerge o que, *a posteriori*, podemos olhar como uma estrutura social. A este respeito, não posso deixar de sublinhar como esta mudança de paradigma me lembra de perto o que a reformulação da teoria da gravidade feita por Einstein representou sobre a concepção do espaço-tempo: se, na teoria clássica newtoniana, o espaço *e* o tempo³⁸¹ constituem um palco, o cenário imóvel, eterno e “indiferente” em que “as coisas acontecem”, já com a relatividade geral, o nosso olhar foi radicalmente transformado. O que antes era inerte e estático, mero “espectador” de movimentos, agora é algo maleável, constantemente modificado pelas “ações” dos “atores” que atuam; na verdade, mais do que isso, o espaço-tempo torna-se, literalmente, o produto das aventuras das massas e energias no universo.

Por fim, está aqui a ideia de que o social – em seus vários aspectos: desde um esquema de valores éticos e morais até um verdadeiro e próprio questionamento do que é o “real”³⁸² – é literalmente feito pelos atores. Da mesma maneira, precisamos levar a sério esta perspectiva em sala de aula de matemática: se “a estrutura [social], se ela existe, só é realmente visível e determinável após o decorrer de suas ações [dos atores]” (ibidem, p. 50), assim, temos que nos acostumar a pensar que o resultado de um problema, a demonstração de uma propriedade, não existe *a priori*, mas somente depois que conseguimos que se expresse um processo – real, contraditório, por vezes, conflitivo – em que todos os atores contribuam e tenham a possibilidade de usar a palavra, isto é, de agir, explicar e justificar a própria ação.

Portanto, a ideia de que existe *a priori* uma matemática correta, teórica, pura, ordenada, “nobre” – aquilo que no item 3.4 chamei de norma (o)culta da matemática – não se sustenta: mais uma vez, a matemática “importante” não é, portanto, uma (suposta e arbitrária) “norma culta”,

³⁸⁰ Em seu trabalho fundante da sociologia, Durkheim utiliza vários argumentos teológicos para mostrar a existência, a força e a capacidade coercitiva do social. (Ver CORRÊA, 2020, particularmente, p. 4-7).

³⁸¹ Na mecânica clássica, as três dimensões do espaço e a do tempo não são intercambiáveis e podem ser sempre “separadas” de maneira objetiva: por exemplo, podemos parar o tempo em um instante e ver as posições (espaço) de várias entidades. Já na teoria da relatividade, estas quatro dimensões formam um emaranhado em que existe até uma simetria entre tempo e espaço. Por isso, no primeiro caso, posso falar em espaço *e* tempo *e*, no segundo, prefiro a expressão espaço-tempo.

³⁸² O sociólogo pragmático que dirige a sua indagação sobre o problema do que é (considerado) real é Francis Chateauraynaud, a partir da sua primeira obra, intitulada “*La faute Professionnelle*”.

codificada nos “clássicos”, nos livros didáticos, nos manuais, mas é a matemática que é (re)construída *naquela* classe, com *aqueles* alunos, *naquela* momento. De acordo com os sociólogos pragmáticos, é a matemática que eles entendem, produzem e que conseguem explicar e justificar: portanto, são eles, os alunos/atores, que constituem o que é real e objetivo na matemática, assim como os atores de Chateauraynaud constroem o que compõe o real.

Preciso, ainda, esclarecer mais uma questão sobre (uma parte d) a justificativa dada por esta nova epistemologia da sociologia da crítica que considera a voz dos atores elemento central do movimento de (re)construção do social: a “dimensão histórica” sintetizada por Correia (2014) como o fato de “cada vez mais a modalidade de aparição e expressão do mundo tem se dado em sua condição problemática” (CORREIA, 2014, p. 40) devido ao fato de “cada vez mais os elementos do mundo têm se mostrado em sua condição incerta” (ibidem). Ainda:

Trata-se de uma questão histórica. O **próprio tecido social se complexificou** e, com isso, passou a exigir da sociologia novas ferramentas de captação. E essa é a leitura que propomos da sociologia pragmática francesa: um esforço para forjar novas ferramentas analíticas de apreensão desse *novo social*, cada vez mais dado em sua modalidade de aparição problemática e, por isso mesmo, exigindo a sua captação nessa condição. (ibidem, p. 57, grifo do autor, negrito meu)

Pois bem, parece-me importante analisar aqui este conceito de complexificação da sociedade: por um lado, poderíamos correr o risco de pensar que a sociedade moderna seja, *em si*, mais complexa do que, por exemplo, a sociedade romana ou a da idade média; por outro, poderíamos descartar este questionamento ontológico (como era e como é a sociedade *em si*) e nos concentrar – de acordo com a própria perspectiva da sociologia pragmática! – sobre as vozes das atrizes. Por meio deste olhar, podemos reformular a questão percebendo como a ruptura de uma aparência monolítica, em correspondência com épocas mais próximas à nossa, corresponde à voz dos atores, antes silenciados, que entra na porta do debate público (e histórico) com todos os pés; e me parece mais honesto, já que avalio ser uma tarefa extremamente difícil (e sempre pronta a cair em elementos exepcionalistas³⁸³ ou até mesmo racistas e supremacistas) avaliar a “complexidade” e “o grau de fracturação” de sociedades do passado. Dito de outra forma: a sociedade romana parecia mais livre de controvérsias não porque, de fato, assim o era, mas porque nós recebemos os testemunhos somente de quem estava do mesmo lado; nós recebemos as

³⁸³ Trata-se da ideia de que existem diferenças substanciais entre uma situação presente e passada, ou até entre duas situações geográficas. Por exemplo, a antiga ideia de que a “matemática surge com os gregos” reflete um suposto excepcionalismo dos povos da Grécia antiga.

memórias de César e o ponto de vista de Crasso – e não de Vercingetorix e de Spartacus. Parece-me que o próprio Correa (2014) enxerga isto ao explicitar que

a sociologia deve ser encarada como a resultante das grandes crises ou rupturas que afetaram profundamente o Ocidente desde, pelo menos, a Revolução Industrial. [De fato] é possível dizer que, mesmo o primeiro “social” dos teóricos clássicos (Marx, Weber, Simmel, Durkheim e cia.), só se tornou retrazável exatamente porque, nesse momento, esse conjunto de reconfigurações já expressavam um estado problemático dos elos e associações que, por isso mesmo, tornou o “social” e a “sociedade” visíveis. (ibidem, p. 57).

Ou seja, é a partir da revolução industrial que os oprimidos, os sem voz, começam a ganhar, prática e culturalmente, um palanque na sociedade e na história (e historiografia). E é isso que nos faz perceber uma sociedade mais complexa e fraturada: todas as sociedades foram assim, mas é mais difícil para nós enxergarmos isso devido a um silenciamento histórico.³⁸⁴

Por fim, um breve adendo: foge ao escopo do presente trabalho adentrar nos motivos e mecanismos da avaliação de discentes a respeito da matemática na escola básica. Contudo, o caminho trilhado até aqui, sobretudo a respeito dos paralelismos entre a matemática e a língua materna, do seu caráter prático-discursivo (item 3.4) e da sua natureza (3.1.3), clama um profundo repensamento sobre a própria natureza dos objetivos e das práticas avaliativas. Em particular, parece-me necessário abandonar progressivamente uma visão maniqueísta (e “moralista”) da avaliação como momento judicial de estabelecimento – de uma vez por todas – do “certo” e do “errado”: primeiramente, justamente, tratam-se de categorias que pertencem mais ao campo da moral do que da matemática; posteriormente, porque seria com certeza mais interessante para os atores envolvidos (alunos, professores) olhar as dinâmicas, os fazeres e os “discursos” não por meio da lente – dualista, pobre e árida – do “certo” e “errado”, mas sim das razões que os próprios atores podem usar para justificar os seus atos, as suas crenças, suas escolhas, mobilizando e trazendo à luz suas argumentações, raciocínios, hipóteses, conjecturas e estratégias, enfim, suas soluções e achados na resolução de problemas e investigações matemáticas.

³⁸⁴ Sobre este aspecto, ver sempre o item 3.6.

4. Três casos para continuar o debate

As ideias discutidas até aqui não têm a pretensão de constituir nem um manual nem, ainda menos, um ‘método’ para a atuação em sala de aula de matemática: trata-se de indicações, dimensões, problematizações que podem orientar as nossas perguntas de professores, pois o nosso trabalho tem uma dimensão “artesanal” que é irreduzível a qualquer currículo, manual, apostila, ‘método’, como declaram, entre outros, Domite (1993, p. 166) e Valle (2019)³⁸⁵. Por isso, tentarei articular em três situações em sala de aula alguns pontos discutidos precedentemente com a intenção que isso possa destacar de maneira mais clara tais ideias. Elementos dos três casos discutidos tem como base a minha própria vivência em sala de aula que será usada como ‘ponto de observação privilegiado’ para lançar aquele olhar oblíquo presente na pesquisa toda.

4.1. Aritmética e geometria «desencadeadas»!

Eu sou da *gang* do Paulo Freire (GALO, 2022)

O exemplo trazido por Skovsmose (no item 3.5) tinha como objetivo atrelar uma discussão matemática ao debate sobre como repartir um bônus entre 24 famílias de uma comunidade. O intuito era desenvolver uma atividade na qual os alunos pudessem ter protagonismo e, através disto, construir um olhar crítico sobre o mundo. Já descrevi algumas criticidades neste louvável exemplo: a complexidade matemática potencialmente envolvida, o uso instrumental-prático da matemática, e os vínculos da discussão de um caso concreto.

Uma das hipóteses que sustento nesta pesquisa é justamente que mesmo os tópicos ‘simples’ podem apresentar a possibilidade de discutir com profundidade as ideias matemáticas e com elas a condição humana e as opressões que moldam e violentam este mundo. Isto pode ser feito (assim como apontado por Domite, item 3.5) a partir das próprias ideias da matemática ou a partir de vivências e relatos fora dela. O importante é que se é verdadeiro aquele chavão segundo o qual a matemática está em qualquer lugar da nossa vida, então precisamos achá-la verdadeiramente em qualquer lugar. Assim, é comum pensar que elementos ‘simples’ e básicos da aritmética, como as quatro operações, bem prestem-se a serem discutidas como ferramentas para lidar com o dia a dia das pessoas em operações como pagar por uma mercadoria, dar e receber o

³⁸⁵ Mais um motivo para entender qual problemática a locução ‘método Paulo Freire’ é portadora.

troco de uma transação e assim por diante. Todavia, se tais conceitos são verdadeiramente entranhados à natureza humana, com a sua “luta pela liberdade”, com o seu desejo de ser mais, então deve ser possível também abordar tais assuntos com outros olhares, mais profundos e menos práticos.

Talvez dois exemplos para fazer isso são oferecidos durante a entrevista que Paulo Galo concedeu ao jornalista Breno Altman, no programa online Vinte Minutos, onde entre as várias experiências e reflexões, Galo relata dois episódios acontecidos na sua estadia na prisão – consequência do ato de incendiar a estátua do bandeirante Borba Gato, na periferia sul de São Paulo³⁸⁶. A partir destes relatos tentarei mostrar como até as questões mais ‘simples’ da matemática são apropriadas no discurso ‘comum’, em uma visão política pelo povo e por militantes; e como também podem fornecer um início à construção de um tema gerador, abrindo-se ao diálogo radical sobre o ser humano, o mundo e as injustiças que o perpassam.

4.1.1. Dividir, Multiplicar, Compartilhar: o milagre da matemática

Paulo Galo, ao chegar no presídio, depara-se com uma precariedade material estrondosa: celas superlotadas e falta de serviços. Ele apelida esta situação de “primitiva”, mas, quase paradoxalmente, é nesta situação onde as pessoas presas (re)descobrem a dimensão de solidariedade. Assim ele relata:

[...Estávamos n]aquela situação precária [na cadeia]... E aí no primitivo nós era coletivo – é muito louco! – Aí nós volta a ser coletivo, nós volta a não pensar individualmente, mas volta a pensar de forma coletiva.

Lembro que quando eu cheguei no Belénzinho [a cadeia] tinha 20 sabonete e tinha 40 mano e aí a gente ficou: "pô, e agora como é que vai fazer para todo mundo tomar banho?"

Aí nós cortou sabonete no meio, né, e aí dividiu deu 40 sabonete para todo mundo ficar.

Catei uns caras, falei: "Vocês viu que nós fez um milagre de Cristo até agora mano, nós *multiplicou* os peixes rapaziada, tá vendo como milagre não é uma coisa que vem do céu, milagre uma coisa que nós pode operar aqui mano"

Nóis cortou cada sabonete aí fez sabonete para todo mundo. [...]

Aqui nós pensa de forma coletiva, ou seja: se faltar um sabonete, se tiver um preso aqui com dois sabonete esse preso vai arrumar problema. Concorda?

Por quê? É, porque tá errado que alguém vai ficar sem sabonete. É, então, o cara tá acumulando, não tá acumulando? Não tá errado? (GALO, 2021)³⁸⁷

³⁸⁶ Só para relembrar o quadro geral, no Brasil, as contas com todo o racismo e o regime escravocrata ainda estão longe de serem acertados. Há rede de TV, colégios particulares e o próprio palácio do governo do Estado de São Paulo que homenageiam os algozes carregando o nome de ‘bandeirantes’.

³⁸⁷ Ao transcrever a fala de Paulo Galo, tentei ao máximo me manter fiel ao português que ele utiliza, mantendo assim, as gírias, as concordâncias verbais e assim por diante. Acredito que esta escolha cumpra tanto do ponto de vista

Vimos como Galo estabelece uma conexão ‘paradoxal’: quanto mais os seres humanos encontram-se em uma situação de extrema precariedade – a “situação primitiva” representada pela prisão – mais a dimensão coletiva e cooperativa afirma-se como uma necessidade concreta para melhorar as condições materiais. Para ilustrar esta consideração, ele relata, de forma vivida e contundente, uma história: frente a escassez dos sabonetes (20 para 40 pessoas) os presos *dividiram* cada tablete de sabão em dois e assim, tiveram como distribuir para todas as quarenta pessoas.

A importância política, cultural e humana deste ato de compartilhamento é sublinhada pela fala sucessiva: tratou-se, de fato, de um verdadeiro ‘milagre’, o próprio milagre atribuído ao Cristo quando *multiplica* os pães, os peixes, os vinhos em um episódio relatado na Bíblia. O milagre ao qual refere-se, parece-me de natureza, pelo menos, tripla: o feito mágico em si (a possibilidade de fato milagrosa de romper com as leis da física e aumentar o número de pães disponíveis para o banquete); o milagre é representado pela própria solidariedade da qual os seres humanos são capazes e que permite suprir as necessidades de todos mesmo em situação de escassez; e há o milagre ‘matemático’, que através da operação de *divisão* seja possível *multiplicar* pães e peixes (e sabonetes).

Este aspecto matemático do milagre é particularmente denso de elementos a serem explorados. Podemos perceber, de fato, como este (aparente) paradoxo – o de uma divisão que multiplica – por um lado ecoa com uma dificuldade típica de crianças que se deparam pela primeira vez com a multiplicação entre números racionais. Eles estão acostumados à ideia desenvolvida a partir da prática de multiplicar números naturais por números naturais, o que garante que o resultado sempre seja maior que cada um dos fatores³⁸⁸; a divisão, por ser definida como uma operação inversa da multiplicação, de maneira bastante natural apresenta-se como algo que oferece como resultado um número menor (pelo menos, do que o dividendo) – inúmeros exercícios acabam confirmando isto. Mas operando com as frações, particularmente com aquelas menores que a unidade³⁸⁹, tal percepção é totalmente contrariada: multiplicar pode ‘diminuir’ um fator, e

metodológico quanto do efeito: por um lado, neste trabalho discuto explicitamente a crítica à ‘norma culta’ da língua portuguesa (ver item. 4.3) e como tal norma seja na verdade uma operação a serviço de interesses de classe (dominante); assim sendo, acredito ser mais do que justo manter a fala o mais possível aderente ao original. Por outro lado, acredito que assim seja mantido o caráter direto, genuíno que experimentei quando, pela primeira vez, vi o vídeo. Assim sendo, espero ter feito jus ao Galo.

³⁸⁸ Neste sentido, sempre a bíblia pode corroborar tal visão, sendo nada menos que deus que convida os seres humanos a “ir e multiplicar-vos” no sentido que multiplicar tem na linguagem comum: o de aumentar de número.

³⁸⁹ Geralmente ao introduzir as frações é também construída uma classificação entre aquelas menores que um, maiores e aquelas que podem ser simplificadas e que de fato representam um número natural, respectivamente, apelidadas de

dividir pode ‘aumentar’ o dividendo. Esta nova realidade pode ser estranha e encontrar resistência nos alunos, podendo, inclusive, constituir um exemplo do obstáculo epistemológico discutido por Brousseau (1983).

A história vivenciada e narrada por Galo explora justamente essa tensão e, ao mesmo tempo, fornece uma construção concreta para superar essa ‘contradição’³⁹⁰: dividir significa também ‘aumentar’ o número de pessoas que podem fruir daquele bem, explorando, assim, o significado da operação de divisão como ‘repartição’. Dito de outra forma: é redutivo associar a operação de divisão ao conceito de diminuição porque na acepção redistributiva da operação está presente (desde os próprios números naturais) a ideia de dar acesso a mais pessoas de um certo bem. Neste sentido, o “milagre” é que dividir pode significar, também, aumentar.

Essa ligação entre divisão e multiplicação apresenta-se de maneira ligeiramente diferente ao tratar das operações aplicadas às frações, pois o algoritmo da divisão ‘padrão’, quase um ‘macete’ é justamente transformar a divisão de duas frações na multiplicação entre a primeira e a inversa da segunda. Aquilo que muitas vezes parece como um mecanismo arbitrário é desvelado ao pensarmos na divisão entre frações, de maneira bastante intuitiva³⁹¹, como uma operação que fornece como resultado uma outra fração, cujo numerador é a razão dos numeradores e cujo denominador é a razão dos denominadores

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a:c}{b:d}$$

Em muitos casos, para não lidar com numeradores e denominadores decimais – até periódicos! –, fica mais conveniente não executar as duas divisões (a no numerador e a no denominador) e rearranjar os fatores, mostrando como transformar a divisão em multiplicação faz sentido:³⁹²

$$\frac{a:c}{b:d} = \frac{a * d}{b * c} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c}$$

frações *próprias*, *impróprias* e *aparentes*. Penso que tal classificação perde um pouco de sentido com o progresso dos anos escolares e, portanto, caberia trazer, suscitar tal discussão nos primeiros anos do ensino básico.

³⁹⁰ Parece-me que a estamos na frente de uma situação que potencialmente pode ser explorada para exercer aquele mecanismo de “negação da negação” descrito por Caraça (ver item 3.5).

³⁹¹ Uns dos elementos que apontam para essa intuição é que a própria multiplicação atua da mesma forma: o produto de duas frações é igual a uma fração com numerador e denominador que são, respectivamente, os produtos dos numeradores e dos denominadores.

³⁹² Sobre uma discussão do algoritmo da divisão entre frações, ver também Almeida (2016, p. 303-304).

Essa situação mostra também um outro aspecto, ou seja, mostra ‘em carne viva’ como a matemática (e as suas ideias) existe como objeto cultural largamente (e diversificadamente) apropriado pelos atores e como parte de um discurso que pode ser emancipador, libertador e revolucionário. Os mecanismos e as concepções (populares, ditas do ‘senso comum’) ligados às operações de divisão e multiplicação são usados, significados e ressignificados em um discurso que mostra como a solidariedade e o compartilhamento (expressos concretamente na divisão de um bem), na verdade, permitem aumentar (‘multiplicar’) os sujeitos que se beneficiam e, com isso, o bem-estar de toda a comunidade.

Trata-se de um exemplo concreto onde encontramos vários aspectos discutidos ao longo da pesquisa. Notamos como é possível que a ciência e o senso comum voltem a dialogar entre ‘pares’ de acordo com a proposta epistemológica de Boaventura de Souza Santos (ver item 1.1); e como o senso comum, o *folklore* como entendido por Gramsci (ver item 3.6 e nota 355), é um grande emaranhado onde convivem as mais variadas ideias, como as matemáticas e as mágico-religiosas, neste caso organizadas claramente em um discurso progressista. Percebemos, ainda, um claro exemplo, de acordo com a análise feita no item 3.6, de como os oprimidos, continuamente espoliados das próprias conquistas, das próprias culturas e dos próprios feitos (materiais e imateriais), têm sempre a força e a possibilidade de (re)apropriarem-se disto.

O exemplo que o trabalhador Galo conta acerca do que lhe aconteceu na prisão, mostra um ator de lutas sociais da periferia paulistana e do mundo (extremamente explorado) dos trabalhadores de empresas de entrega de mercadorias (principalmente refeições) via aplicativos, que expressa a sua apreensão sobre conceitos da matemática pela sua própria voz e, ao ouvi-la e ao trazê-la como núcleo de possíveis temas geradores, eu, professor de matemática e pesquisador, espero fazer jus à ideia da sociologia pragmática a respeito da centralidade dos atores quanto à postura dialógica freiriana. Por fim, este exemplo mostra com toda a força e grandeza que construir um tema gerador na matemática não significa, necessariamente, usar a matemática de maneira instrumental ou técnica para resolver um problema prático, nem eleger de fora para dentro temas supostamente identificados com os interesses das classes populares por docentes ou lideranças pontificando numa verticalidade que, via de regra, silencia a palavra de atores sociais interessados. Ao contrário, construir um tema gerador significa usar ideias grandes e fundamentais da matemática assim como usamos as grandes ideias da filosofia: para discutir a condição humana e a emancipação das pessoas oprimidas (ver item. 3.5).

A história do Galo é concluída assim:

Porque nós acha isso aqui é errado [o cara acumular sabonete para si] na cadeia e lá fora nós acha bonito?

Porque quando nós vê um cara lá fora acumulando sabonete para caramba nos acha ele incrível; fala: "o cara é rico, o cara é foda" mas na cadeia nós acha este cara um pilantra, aquele que tá acumulando sabonete. (ibidem)

Este fechamento mostra como a divisão/multiplicação dos sabonetes são conceitos matemáticos inseridos em uma conversa sobre, em última análise, a ideia de justiça, abrindo mais espaço ainda para discutir, por exemplo, qual seria a divisão justa e certa de um determinado recurso. Este debate é um dos principais sobre a própria estruturação e os fundamentos da organização da sociedade: deveríamos seguir o exemplo dos sabonetes e dividir entre todos em partes iguais, ou teremos que seguir algum critério 'meritocrático' de acordo com o qual cada um receberá de acordo com o seu mérito, a sua contribuição; ou, ainda, teremos que dar parte maiores a quem mais precisa; ou, talvez, combinar vários critérios?³⁹³

O conceito de divisão na aritmética não diferencia as partes, dividindo em igual maneira entre todos; mas através do uso das operações aritméticas básicas (sistemas de equações) é possível repartir seguindo outros critérios³⁹⁴. A famosa 'regra de três', por este caminho, pode ser encarada como uma maneira de construir uma divisão (procurando o dividendo ou o divisor) para manter uma determinada proposição, uma específica 'taxa de repartição'.³⁹⁵

Enfim, o exemplo do Galo aponta exatamente como o paradoxo da 'divisão que multiplica' esteja organicamente (assim como a referência ao milagre cristão) na estruturação de um discurso que, fundamentalmente, critica os processos de acumulação presentes na nossa sociedade e a (consequente) injusta distribuição dos recursos básicos. Nesta perspectiva, divisão e multiplicação

³⁹³ Por exemplo, Marx mostra como no sistema capitalista quem pega a maior parte dos recursos são os próprios capitalistas, donos dos capitais e, por isto, dos meios de produção. Já em uma sociedade revolucionária em transição, uma sociedade "socialista", segundo ele, será possível redistribuir proporcionalmente em base à contribuição de cada um. Por fim, em uma sociedade plenamente comunista – continua Marx – será possível abandonar qualquer critério 'meritocrático' e pegar de cada um por aquilo que pode dar e distribuir a cada um segundo aquilo que precisa.

³⁹⁴ O fato que, a partir de uma operação básica simples – no caso é a divisão – seja possível modificar ou complexificar o funcionamento da operação é algo bastante comum nos diferentes campos da matemática. Por exemplo, na lógica, o operador lógico 'ou' é definido como o \vee (é uma disjunção inclusiva); para expressar o *aut* (a disjunção exclusiva) basta combinar os três operadores lógicos básicos (conjunção, disjunção, negação) na seguinte maneira: $(A \text{ XOR } B) = (A \text{ AND } !B) \text{ OR } (!A \text{ AND } B)$.

³⁹⁵ Nesse sentido, é valioso perceber como a razão áurea é a construção de uma divisão em duas partes de um bem (historicamente de um segmento, mas podia ser qualquer coisa), de maneira tal que a mesma proporção que existe entre o todo e a parte maior seja a mesma entre as duas partes.

não são reduzidas a técnicas ou algoritmos: são verdadeiros estruturantes do discurso (a palavra freiriana: teoria e práxis) que os oprimidos produzem e com o qual disputam o mundo.

4.1.2. A essência da revolução: “transformar a pirâmide em um círculo”

Ao continuar o relato na sua experiência na cadeia, Galo oferece um outro elemento a meu ver valioso: a apropriação da matemática em um discurso popular e progressista.

...e aí esse preso [um 'chefe' entre os presos] pegou e me chamou no meio do pátio [da prisão]. Foi um cara lá dentro da cela e falou: "Ó, o preso lá está te chamando, a Rosa" - vou chamar [ele] de Rosa - "A Rosa tá te chamando lá no meio do pátio lá, pra trocar umas ideias"

Falei: "Vixe, B.O.! Tô falando demais, tô trocando muito ideia aqui: vou tomar uma bronca agora, quer ver?"

Aí a hora que eu cheguei ele pegou e falou assim: "E aí, Galo, onde você quer chegar com essas ideias?"

Eu falei: "Quais ideias, irmão?"

"Essas ideias aí, parça: de estátua do Borba Gato, de revolução... suas ideias que cê fala para os manos aí..."

Cê quer chegar onde com este daí?"

"Ah irmão, de fato uma revolução! Eu quero ajudar a contribuir para esse processo revolucionário e não sou só eu que vou construir esse processo. Tem várias pessoas construindo, eu sou uma das pessoas que estão ajudando a contribuir, entendeu? E aí fico tentando convencer outras pessoas a vir para esse lance aqui de cumprir esse processo."

Ele: "Então uma revolução...o que é uma revolução?"

Falei: "Uma revolução é troca de sistema, irmão. É colocar a classe trabalhadora no lugar da burguesia, não ter mais patrão, entendeu? A classe trabalhadora por si só vai conseguir se organizar, ela não precisa de um patrão, não precisa de toda essa pirâmide: *é transformar essa pirâmide em um círculo.*" (ibidem)

Eis aqui mais um diálogo – socrático?³⁹⁶ – onde para falar de grandes ideias, no caso, a própria revolução, ideias da matemática são mobilizadas. Para explicar o que é revolução, para ilustrar o que significa uma sociedade sem padrões, ele parte da ideia da sociedade atual, dividida em classes, em grupos que oprimem outros e a exemplifica com a imagem – clássica – da pirâmide.

³⁹⁶³⁹⁶ Em outras falas, Paulo Galo fez várias vezes a referência ao mito da caverna de Platão. Desconheço se ele teve acesso a algum texto sobre o 'método socrático', mas o jeito como foi construído o conto, onde a 'Rosa' faz perguntas simples, pontuais, perguntando "o que é..." (o famoso "*ti esti*" socrático), lembrou-me diretamente o método investigativo do filósofo ateniense.

Em termos matemático, de fato, a pirâmide apresenta uma *base* a partir da qual toda a estrutura se ‘afunila’ convergindo para um ponto, o *vértice*.³⁹⁷

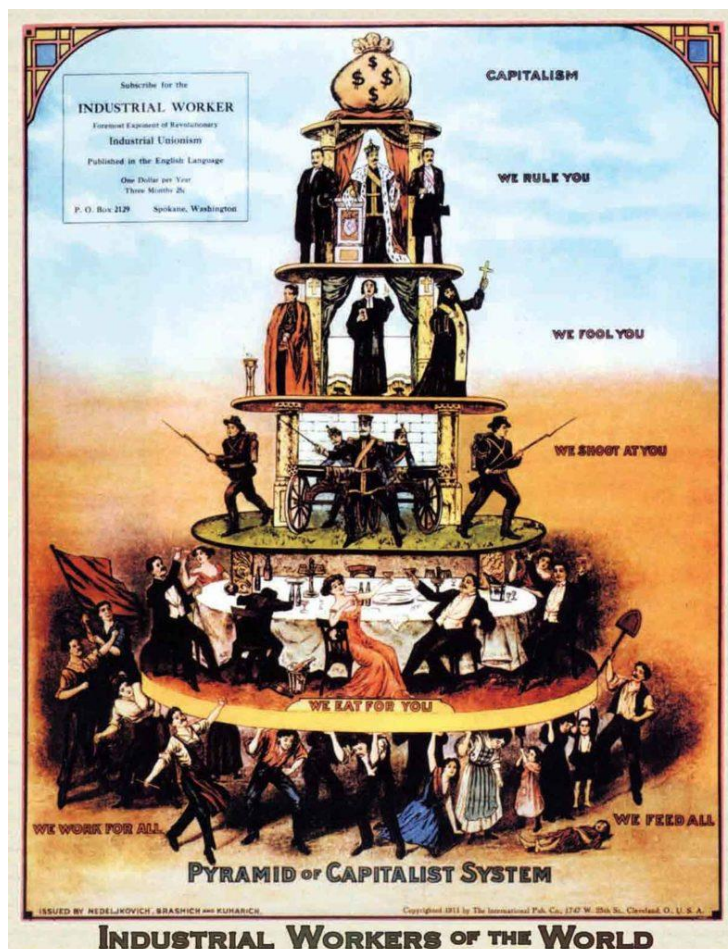


Figura 10 - Icônica imagem publicada na revista Industrial Worker of the World em 1911, representando a estratificação social gerada pelo sistema capitalista (de wikipedia)

A ideia de visualizar os grupos da sociedade em camadas que, uma em cima da outra, constituem uma pirâmide remete, pelo menos, à época da Revolução Francesa e, daí em diante, teve tanto sucesso no imaginário público e no mundo acadêmico, que foi aplicada retroativamente para descrever as sociedades do passado (são inúmeras as pirâmides que classificam as sociedades antigas) e ainda hoje para colocar em um diagrama todas as situações que tem a característica de apresentar uma iniqua distribuição de um ‘bem’ (de poder, de riqueza, da terra, de oportunidade etc.). E uma (quase) direta consequência desta característica é que a quantidade de pessoas sem o bem é muito maior do que o número de pessoas que o detém em abundância.

³⁹⁷ O fato que ‘subindo’ rumo ao vértice a pirâmide afunila-se pode ser traduzido com o fato que o corte transversal efetuado com um plano paralelo à base produz um polígono semelhante à própria base cuja área é proporcional ao quadrado da distância do vértice.

O círculo representa o símbolo da igualdade e da equidistância e, pelo menos, a partir da mesa redonda de Artur com os seus cavalheiros até as rodas que, hoje, ainda fazem-se para organizar uma conversa entre pares. E não há de estranhar-se que assim seja. Uma definição – ‘estática’ – da circunferência é justamente o lugar geométrico dos pontos de um plano que tem uma dada distância (raio) do ponto chamado centro.

O que chama atenção do ponto de vista mais ‘técnico’ é a comparação entre dois objetos geométricos sendo um sólido e o outro uma figura plana: à primeira vista poderia aparecer uma comparação entre objetos de naturezas diferentes. Mas é neste ponto que, mais uma vez, socorremos aquele emaranhado entre ciência e senso comum que experimentamos cotidianamente: de fato, quantas vezes para citarmos uma mesa com tampo retangular não ouvimos (ou até falamos) que se trata de uma mesa ‘quadrada’?; ou quantas vezes ao questionarmos sobre a existência dos terraplanistas não encontramos a dicotomia: “mas a Terra é plana ou redonda”?; na própria literatura, quando se fala em pirâmide social muitas vezes o texto é acompanhado de representação que, ao pé da letra, são triângulos e não pirâmides?

Em todos os casos relatados é possível perceber como o significado de palavras que remetem à precisas entidades geométricas sofre uma mudança, passando a indicar, através prevalentemente de uma operação de sinédoque, outras características: dizer que uma mesa é ‘quadrada’ muitas vezes é um jeito de contrapor uma figura retangular (podendo ou não ter todos os lados iguais) a uma circular; ‘a terra é redonda’ geralmente quer indicar uma forma esférica, contraposta a um círculo (“terra plana”).

É possível perceber, portanto, como a matemática ‘no dia a dia’ discrimina muito menos entre o mundo de duas dimensões e o mundo de três dimensões. Ao contrário, na codificação dos programas escolares, muitas vezes existe uma ideia euclidiano-bourbakista de começar pelos entes geométricos primitivos (segundo a escolha – arbitrária – de Euclides: pontos, retas e planos) e, a partir disto, progredir no estudo de entidades mais complexas chegando, no fim da escola básica, em abordar o espaço tridimensional e os sólidos nele construídos. Na verdade, esta modalidade de construção do currículo é um verdadeiro exemplo de *inversão antididática*, assim como apontado por Freudenthal (GRAVEMEIJER; TERWEL, 2000, p. 781): aquilo do qual o aluno (o ser humano) tem experiência primeiro é justamente o mundo sólido, o mundo dos objetos em três dimensões, mas é aquilo que vem por último no caminho escolar.

Querendo abrir um parêntese e se adentrar um pouco nos tecnicismos da ‘transformação’ de um sólido em uma figura plana, seria possível explorar vários caminhos, envolvendo técnicas de transformação 3D/2D (técnicas utilizadas largamente hoje no campo do processamento da imagem digital e nos videogames); ainda, por exemplo, no campo da topologia, vale que qualquer figura plana (contida em um plano) é equivalente (“homeomórfica”) a um círculo. Paradoxalmente, é mais fácil transformar uma pirâmide em um círculo do que transformar a pirâmide social em uma grande mesa redonda!

Para além da questão (geradora!) dessas tensões embutidas nesta comparação entre o mundo em duas e em três dimensões, destaco – novamente – como estamos na frente de uma (re)apropriação de objetos geométricos dentro um discurso popular e revolucionário. A imagem da revolução é aquarelada pelo Galo com três pinceladas que, imediatamente, revelam a sua essência, mostrando uma pirâmide que é transformada pela ação consciente dos sujeitos, em um círculo. Os objetos matemáticos envolvidos com (algumas) suas propriedades são (re)significados dentro de um contexto amplo, como, no caso, a própria mudança de organização da sociedade.

Isso, na verdade, não representa nenhuma novidade, já que desde épocas antigas entidades geométricas foram associadas aos discursos mais amplos: entre outros, o pentagrama pitagórico (a estrela a 5 pontas obtidas conectando os vértices do pentágono regular), que se tornou o símbolo de reconhecimento dos acólitos da seita; os sólidos platônicos, que ganharam o nome pela associação que o filósofo da Academia estabeleceu entre eles e os elementos básicos da física de então; e Kepler acreditava que cada planeta então conhecido do sistema solar tivesse um sólidos platônicos que contivesse a sua órbita. Como pode-se perceber, as entidades matemáticas e, no caso, as entidades geométricas, nunca limitaram-se a exercer o seu apelo do ponto de vista técnico, mas atrelaram o próprio significado a vários aspectos da ciência, da filosofia e até da astrologia. Em suma, os objetos matemáticos não podem ficar – e nunca ficaram – confinados em um campo matemático ‘estrito’, ‘técnico’ e ‘burocrático’. Ao invés disto, espalham-se para onde for que o ser humano fosse, tornando-se, também, objetos a serviço de um debate (e uma luta) moral e política.

Mais uma vez trago um exemplo concreto onde os objetos (as ideias) matemáticas, por si só, podem desencadear um processo gerador para discutir matemática, ciências e o próprio jeito de como a sociedade é organizada e as próprias ideias que (já) circulam na sociedade – e entre os próprios oprimidos – podem fornecer a base por esta jornada. Dito de outra forma: algumas ideias matemáticas já estão sendo apropriadas pela sociedade não somente como ferramenta técnica e

pontual para resolver problemas práticos (dar o troco na loja), mas para fazer parte e ajudar a estruturar e comunicar a própria visão de mundo.

Em uma reviravolta freiriana – onde quem partiu para ensinar, foi ‘ensinado’! – Galo conclui a história contando como respondeu para ‘Rosa’ ao ser questionado sobre a diferença – clássica – entre reforma e revolução: “Aí, eu *na minha ignorância foi querer ensinar* para Rosa Luxemburgo o que era reforma e o que era revolução”³⁹⁸ (ibidem). Após a explicação, ‘Rosa’, através de um questionamento preciso e pontual, mostra a Galo como a sua posição menosprezante do reformismo é uma petição de princípio pouco pragmática que não considera o sofrimento dos presos ‘aqui e agora’. Galo reconhece a própria *hybris* e a sabedoria nas palavras do colega de prisão e, por isso, o apelida ao longo do caso todo de Rosa... Luxemburgo!

4.2. Teoria dos jogos, Adam Smith e o ser humano: que tipo de sociedade queremos?

Esta discussão baseia-se sobre uma atividade que aconteceu envolvendo duas turmas de segundo ano do ensino médio no Instituto Federal de São Paulo. E toda a minha gratidão vai ao professor de filosofia Rafael Pereira, já que a partir das nossas conversas veio o impulso para construir juntos esta atividade interdisciplinar. E sem a iniciativa, a competência e a amizade dele, esta pesquisa, provavelmente, não existiria.

A pergunta geradora deu-se a partir do questionamento do pilar fundamental da teoria liberal clássica de Adam Smith: “é verdade que se os seres humanos em uma sociedade pensarem e trabalharem somente com o objetivo de maximizar o próprio benefício, isso vai automaticamente gerar o benefício máximo para a sociedade como um todo?”

O economista escocês veio sintetizar a nascente da nova ordem capitalista que se desenvolveria justamente no Reino Unido, na obra “A teoria dos sentimentos morais” (1759) e, sobretudo, na famosa “Uma investigação sobre a natureza e a causa da riqueza das nações” (1776), da qual bem conhecida virou a citação do que “[n]ão é da benevolência do açougueiro, cervejeiro

³⁹⁸ A expressão oximórica usada remete, parece-me, à prática bancária descrita por Freire: o educador bancário quanto mais não reconhece os próprios limites e a necessidade do diálogo, mais tem a pretensão de se colocar no pedestal e depositar o verbo nos educandos.

O mesmo caso sobre reformismo e revolução é contado pelo Galo também na aula da USP disponível aqui <https://www.youtube.com/watch?v=z-4wLuxcDPQ&> e transcrito no item 3.2.1

ou padeiro que esperamos nosso jantar, mas da preocupação por seu interesse. Dirigimo-nos não à sua humanidade, mas ao seu amor-próprio, e nunca lhes falamos de nossas necessidades, mas das vantagens deles.” (SMITH, 2017, p. 31)

Os tempos estavam amadurecendo, já que o mercantilismo colonial exercido nos quatro cantos do mundo pelas potências imperialistas europeias estava apontando com toda a força ao desenvolvimento do sistema capitalista moderno. Assim, a obra de Smith surgiu para capturar ‘o espírito dos tempos’³⁹⁹. O mecanismo segundo o qual aconteceria esta transformação entre o bem individual e o bem coletivo não é destrinchado analiticamente até o fim, tanto que o próprio Smith recorre à imagem da “mão invisível do mercado” como última explicação quase metafísica para explicar tal mecanismo.⁴⁰⁰

Diante da tarefa de elaborar possíveis críticas à ideia, pensamos em oferecer aos alunos como ferramenta (alguns aspectos da) teoria dos jogos, centrando a apresentação sobre o caso (bem famoso) do dilema do prisioneiro. Trata-se de uma área da matemática que lida com o processo de tomada de decisões, tipicamente quando há pelo menos dois atores em um processo que pode ser tanto cooperativo quanto competitivo. É um campo relativamente moderno, sendo considerada a obra seminal que inicia este campo o livro de John von Neumann e Oskar Morgenstern, publicado em 1944: *“The Theory of Games and Economic Behavior”*. E o dilema do prisioneiro foi formalizado por Albert Tucker na década de 1950, e um contributo decisivo foi dado por um aluno de Tucker, John Nash (1928 – 2015)⁴⁰¹.

A proposta do dilema do prisioneiro embasou-se em um fato relativamente recente: a delação premiada dos irmãos Wesley e Joesley Batista, e de como eles forneceram delação premiada dentro da operação da Lava Jato⁴⁰². A partir desta situação real, (re)construí o dilema do

³⁹⁹ Um dos indicadores que apontam para o fato que uma sociedade está produzindo certas ideias e uma visão de mundo e, ao mesmo tempo, é pronta para aceitar intelectuais (orgânicos) que devolvam para ela uma formalização de tal visão, é o fato de ter mais de um autor começando a desenvolver ideias parecidas. No caso, temos, por exemplo, a obra de Bernard de Mandeville (1670 – 1733) que com a sua “A Fábula das Abelhas” foi uma espécie de precursor da ideia contida na “Riqueza das nações”, de Smith.

⁴⁰⁰ Parece-me importante destacar como o próprio Smith na sua obra acentua a necessidade de um espírito de caridade para ajudar os necessitados e que alguns serviços básicos como a construção de escolas e estradas deveriam ser mantido como tarefa coletiva (do estado). Às vezes, os herdeiros do Smith – último, em ordem de tempo, o ministro da economia do Bolsonaro, Paulo Guedes – são mais (neo)liberais do que o próprio autor escocês!

⁴⁰¹ No doutorado esboçou vários conceitos sobre a teoria dos jogos entre os quais aquilo que, mais tarde, seria apelidado de “equilíbrio de Nash”. Pelas suas contribuições à teoria dos jogos, Nash ganhou o prêmio Nobel de economia, em 1994.

⁴⁰² As gravações dadas por Joesley fizeram um certo barulho, pois envolviam o então presidente da câmara (e articulador do golpe parlamentar conta a então presidenta Dilma Rousseff) Eduardo Cunha, o presidente golpista Michel Temer, e o chefe do PSDB, Aécio Neves. Dos três, somente Cunha, por enquanto, foi reconhecido culpado e preso.

prisioneiro. Trata-se de um jogo com dois atores, dois (possíveis) prisioneiros, cada um em estado de ‘prisão preventiva.’ Os dois estão separados, sob custódia; questionados sobre o crime, podem atuar em dois sentidos: “confessar” ou “não confessar”. Existem, portanto, quatro cenários: os dois confessam, os dois não confessam; e duas situações onde um confessa e o outro não. Em cada cenário é atribuído uma dupla de valores – um par ordenado – que indicam os anos a serem cumpridos na prisão para cada um dos dois atores. Assim, uma tabela de dupla entrada revela-se um recurso visual relativamente simples ao mesmo tempo eficaz para entender o jogo e pensar a respeito de possíveis estratégias. No caso do dilema do prisioneiro, por ser um jogo relativamente ‘pequeno’ onde o jogador só tem dois movimentos possíveis a disposição, de fato estratégia e movimento passam a indicar a mesma coisa, mas em jogos maiores (tipicamente o xadrez) o significado é distinto, sendo a estratégia um algoritmo completo que diz ao jogador, em qualquer situação, qual movimento fazer.

Wesley	Confessar	Não Confessar
Joesley	Confessar	Não Confessar
Confessar	(5,5)	(0,6)
Não Confessar	(6,0)	(1,1)

Figura 11 Representação gráfica do dilema do prisioneiro na chamada “matriz de recompensa”. O par ordenado representa os anos de prisão dados respectivamente pra Joesley e Wesley

Antes de discutir as possíveis estratégias dos dois jogadores, é importante destacar que a função de recompensa – também conhecida como função de *payoff* –, que atribui os anos de prisão em cada situação, é por comodidade uma função numérica, mas não há necessidade disso: por exemplo, os valores poderiam ser substituídos por categorias *fuzzy*⁴⁰³ (muitos anos, poucos anos, muito poucos anos) e todas as considerações sobre o jogo continuariam válidas. A própria escolha dos números é arbitrária, sendo a única coisa que precisaria preservar é a posição relativa de cada

⁴⁰³ Literalmente, ‘difuso’. Em matemática, é o adjetivo que denota situações onde os contornos entre categorias são justamente, imprecisos e parcialmente sobrepostos. Por exemplo, em uma perspectiva *fuzzy* um elemento pode ‘pertencer um pouco’ a um conjunto; ainda, na lógica *fuzzy*, um assunto pode ser ‘bastante verdadeiro’.

escolha a respeito das outras: por exemplo, não mudaria nada mudar o valor (6,0) com (7,0) ou o valor (1,1) com (2,2), já que o ordenamento entre as escolhas permaneceria o mesmo.

Para começar a discutir o jogo, é possível se concentrar sobre um jogador, sendo indiferente a escolha, já que o jogo é perfeitamente simétrico. Por exemplo, podemos olhar para a situação do Joesley: ele pode confessar ou ficar calado e cada uma das suas escolhas podem acontecer em dois cenários diferentes, de acordo com a estratégia do outro jogador. Assim, para avaliar a ‘bondade’ da sua estratégia, Joelsey avalia a sua estratégia dentro do mesmo cenário (isto é, dentro da mesma escolha do outro jogador): no primeiro cenário (primeira coluna), confessar lhe garante 5 anos de prisão enquanto não confessar, 6. Neste cenário, confessar é a escolha mais razoável. No segundo cenário (segunda coluna), confessar garante a Joelsey a soltura e não confessar lhe garante um ano de prisão. Novamente, a escolha mais sensata é a de confessar. Assim, Joesley conclui que confessar (“delação premiada”) é a escolha mais interessante para ele. Por ser simétrico, o outro jogador executa exatamente o mesmo raciocínio e conclui que, para ele também, a estratégia melhor é confessar; por isso confessar é apelidado de *estratégia dominante*⁴⁰⁴.

Assim, tanto Joesley quanto Wesley recebem uma condenação cada um a 5 anos de prisão, sendo o total de anos combinados igual a 10. Esta situação representa também um equilíbrio de Nash: isto é, uma situação onde nenhum jogador tem interesse em mudar a sua estratégia unilateralmente, já que qualquer mudança pioraria o resultado (por exemplo, se Joesley não confessasse passaria de uma condenação a 5 para uma de 6 anos). O equilíbrio de Nash, portanto, representa um ‘poço’, um ‘beco sem saída’ para os jogadores: no estudo de funções corresponderia a um mínimo ou máximo local; no plano das fases seria o equivalente a um *atrator* e na cosmologia seria um buraco negro.

A chegada a este resultado criou bastante estranhamento entre os alunos já que, olhando por cima⁴⁰⁵ do problema, a solução mais interessante e mais razoável pareceria que os dois presos mantivessem ‘o bico fechado’. De fato, esta intuição é suportada pela consideração analítica em que a situação onde os dois jogadores não confessassem representaria o menor número de anos de prisão totais (1,1): assim, tal situação toma o nome de ótimo de Pareto, já que representa um ponto

⁴⁰⁴ De fato, uma estratégia é dominante quando é a escolhida independentemente da estratégia do adversário.

⁴⁰⁵ “A voo de pássaro”, tomando a imagem utilizada por Luc Boltanski (2011, p. 43) e a “metáfora aérea” delineada por Bernard Lahire (1996, p. 383) para ilustrar o olhar da sociologia crítica sobre a sociedade.

onde não é possível melhorar a situação de um jogador, sem piorar a do outro;⁴⁰⁶ é possível verificar, de fato, como, mesmo partindo do ótimo (1,1), cada um dos jogadores poderia (pensar de) melhorar a sua situação mudando a sua escolha. Neste sentido, nesse jogo o ótimo de Pareto seria o equivalente de um equilíbrio instável.

A partir deste ‘paradoxo’, desta negação do senso comum, começamos a debater os motivos que levam a este resultado e, possivelmente, em pensar mudanças que pudessem modificar o jogo a favor de um resultado diferente. Uma das primeiras questões que colocamos em foco, foi a ideia de que o jogo não era ‘neutro’, não era um recorte da realidade ‘objetivo’, mas, ao contrário, tratava-se de uma construção operada por um ator preciso, o procurador, cujo fim também era explícito: poder incriminar os dois presos. À luz disso pode-se entender como toda a construção empurra para este sentido: a existência da delação premiada, o fato dos dois já estarem presos⁴⁰⁷ e separados, sem poder conferir um com o outro; a própria ideia de que os dois são culpados e que só precisa da confissão.

Um segundo ponto objeto de análise foi o conceito de racionalidade dos atores: uma das hipóteses que a teoria dos jogos prevê é justamente supor que todos os atores envolvidos sejam ‘racionais’, isto é, não somente não joguem ao acaso ou contra o próprio interesse, mas sim compartilhem a mesma lógica; isso significa, entre outras coisas, que um jogador sempre pode imaginar o que o outro irá fazer. Este aspecto apareceu com força porque os alunos questionaram justamente como Joelsey poderia saber o que Wesley ia fazer.

A partir destas observações, que substancialmente apareceram entre eles e que através do diálogo em sala de aula foram aprimoradas, os próprios alunos começaram a indagar possíveis mudanças do jogo que levassem ao ótimo de Pareto; cabe ressaltar como isso significou, substancialmente, repensar o jogo se solidarizando com os presos⁴⁰⁸. Entre várias ideias, foi proposto que os prisioneiros pudessem falar entre eles, que os prisioneiros estudassem (antes) a

⁴⁰⁶ O ótimo (ou eficiência) paretiano foi desenvolvido pelo engenheiro, economista e sociólogo italiano Vilfredo Pareto (1848 – 1923). Tal conceito tem uma abrangência elevada, se espalhando desde a pesquisa operacional (corresponde naquela área ao máximo) até ao teorema de Arrow (onde representa a condição de unanimidade).

⁴⁰⁷ Trata-se de um verdadeiro caso de prisão preventiva: haveria de se questionar sobre o *habeas corpus*.

⁴⁰⁸ Fato que, prescindindo do exemplo de crônica político-criminal que foi usado para criar um contexto mais próximo, representa, para mim, um ponto decididamente positivo: eu compartilho a proposta, por exemplo, de Angela Davis (2018) e do próprio Galo, para a construção de uma sociedade sem prisões reconhecendo-as como algo totalmente desumanizante e funcional ao sustentamento de uma ordem social enfeada por múltiplas opressões.

teoria dos jogos e que os prisioneiros poderiam ter deixado de roubar, os prisioneiros fugissem para os USA⁴⁰⁹.

Uma das propostas mais interessantes que veio foi a de mudar a função de *payoff* de maneira que fosse uma função de uma única saída numérica, indicando o tempo total de prisão e deixando, portanto, de informar o valor da pena a cumprir para cada um dos jogadores.

Wesley	Confessar	Não Confessar
Joesley		
Confessar	(10)	(6)
Não Confessar	(6)	(2)

Figura 12 Dilema do prisioneiro modificado com uma função de recompensa com o valor total dos anos de prisão em cada cenário.

Com o jogo assim reformulado, o ótimo paretiano e o equilíbrio de Nash passam a coincidir no cenário onde os dois jogadores não confessam. Destaca-se como os anos de condenação são sempre os mesmos do jogo original, mas desta vez, ao usar uma função a um único valor que retorna a soma deles, o resultado do jogo acaba beneficiando maximamente os dois presos. Dito de outra forma: uma função calculada de maneira mais ‘solidária’ (colocando em comum os anos totais) permite que os dois atores recebam o mínimo da pena.

Historicamente, também existiram questionamentos e propostas que modificaram o dilema clássico a fim de permitir um resultado melhor para os prisioneiros. Por exemplo, considerando tanto a tomada de ações, quanto o êxito associado a elas de maneira probabilística, e permitindo que os atores pudessem repetir o jogo várias vezes mantendo a memória das vezes precedentes, e que modificassem as probabilidades de uma ação ou outra em função dos resultados precedentes. O primeiro aspecto, a introdução da incerteza probabilística, serve para dar conta da realidade do mundo que o dilema pretende modelizar, pois apesar de uma confissão, nunca temos certeza do

⁴⁰⁹ Esta opção, inclusive, realmente aconteceu.

êxito de um processo, nem em um sentido, nem no outro⁴¹⁰; igualmente, no “mundo real” é uma hipótese bem atrevida a de supor a total racionalidade dos atores envolvidos.⁴¹¹

Por fim, foram apresentados contextos históricos onde o dilema foi usado para modelizar situações concretas⁴¹², sendo a própria corrida aos armamentos nucleares o exemplo mais terrível, encontrando-se em literatura (por exemplo, PLOUS, 1993 e LINDELAUF, 2021) modelizações feitas tanto pelo formalismo do jogo do prisioneiro quanto pelo do jogo do covarde.⁴¹³

Esse ponto parece-me muito importante porque remete diretamente à postura de Ubiratan D’Ambrosio (1998, 2001; ver também a análise de VALLE, 2017), quando defende com força como o ensino da matemática deve(ria) voltar-se justamente à construção de uma sociedade – e de um mundo – mais pacífico. Ao discutir a natureza da matemática, ele aponta como, no mundo de hoje, esta se encontra indissolúvelmente ligada de mão dupla nos “sistemas tecnológicos, industriais militares, econômicos e políticos e a matemática baseou-se em tais sistemas para ter a base material para os seus contínuos progressos” (D’AMBROSIO, 2001, p.328, tradução minha)⁴¹⁴. O exemplo clássico que costumava fazer nas suas palestras era o do movimento parabólico que, ainda hoje, muitas vezes, é abordado discutindo a trajetória de uma bala de canhão ou de uma bomba: nesta discussão Ubiratan ficava indignado com a falta de ética e de problematização que um tal exemplo representava.

Como segunda etapa desta discussão interdisciplinar, atingimos ao campo cinemático-teatral. Pegamos como referência uma cena do filme “Uma mente brilhante”⁴¹⁵, onde os *insight* sobre a teoria dos jogos alcançados por Nash são mostrados através de uma disputa em um bar.

⁴¹⁰ A saber, basta um certo juiz em Curitiba para ser condenado sem provas e, vice-versa, basta ser presidente e colocar o sigilo de cem anos em determinados documentos para nem ser processado.

⁴¹¹ Quem explora com um certa profundidade diferentes modificações do dilema (até em versões determinísticas) buscando a emergência de uma estratégia cooperativa é Robert Axelrod, no seminal “*The Evolution of Cooperation*” (1984).

⁴¹² Acumulados até hoje, é possível achar estudos que tentam modelizar as mais diferentes situações: desde conflitos sociais, até as políticas ambientais passando pelo comportamento das pessoas nos meios de transporte públicos.

⁴¹³ O *chicken run* (literalmente, a corrida do frango), foi levado a celebridade pela cena do filme *Rebel Without a Cause* (1955) interpretada por James Dean, na qual dois jovens tem que correr de carro rumo um precipício: o primeiro que parar ganha o título de covarde. Os dois portanto, tem o interesse de chegar mais próximos possível da beira do precipício: mas, sendo este o objetivo, um êxito possível é justamente que os dois corram até cair. Bertrand Russell comparou a corrida aos armamentos nucleares dos anos 1950 a esta situação na obra “*Common Sense and Nuclear Warfare*” (RUSSELL, 2010, p. XI)

⁴¹⁴ “into the technological, industrial, military, economic and political systems, and mathematics has relied on these systems for the material bases of its continuing progress.”

⁴¹⁵ Originalmente *A beautiful mind*, foi dirigido em 2001 por Ron Howard e estrelado por Russell Crowe que interpreta o próprio John Nash.

Nash e alguns amigos, ainda jovens, vão a uma balada e surge o problema de como organizarem-se para pedir às mulheres para dançar. Assim a análise procede: se, a turno, os amigos pedissem para a mulher “mais cobiçada” para dançar, no máximo um só deles ‘se daria bem’, sendo que os outros ficariam sem companheira da dança, já que ninguém gosta de ser a segunda escolha; se, ao contrário, cada amigo escolhesse uma garota diferente as probabilidades de sucessos deles aumentariam. A moral, assim como no dilema do prisioneiro, é que se cada um tiver como objetivo somente o máximo benefício para ele é bem provável que o resultado final acabe sendo muito aquém das expectativas: estaríamos, isto é, longe do ótimo paretiano. Ao contrário, considerando-se o êxito coletivo (considerando uma função de *payoff* comum), a estratégia escolhida provavelmente propiciaria um resultado melhor para todos.

Também nós, como professores, fomos colocados frente a um dilema, mesmo não sendo “prisioneiros”: por um lado, tal situação podia exemplificar muito bem a questão dos conflitos entre perseguir um êxito individual e coletivo, possibilitando que os próprios alunos fizessem uma encenação a partir de um roteiro básico e discutissem as possíveis escolhas e êxitos das personagens à moda do teatro-fórum⁴¹⁶; por outro lado, a própria apresentação assim como foi feita no filme refletiria uma situação extremamente machista onde as mulheres eram objetificadas – e este problema não era de fácil solução⁴¹⁷. Após analisarmos os problemas pensamos em inverter os papéis de gênero, pensando que assim pudéssemos criar um constrangimento ao senso comum para que também as questões ligadas ao machismo pudessem parecer; para que ninguém fosse constrangido, utilizamos atores famosos nacionais e hollywoodianos⁴¹⁸: cada um dos atores recebeu uma máscara mostrando a cara da personagem.

⁴¹⁶ O teatro-fórum é uma das práticas pensada dentro do projeto teatral do teatro do oprimido ideado por Augusto Boal a partir da década de 1960. Assim como o oprimido do nome, a proposta de Boal acompanha-se à proposta freiriana justamente porque prevê uma quebra da quarta parede – o muro imaginário que marca a separação entre os atores no palco e as pessoas do público – para que se crie um diálogo que, a partir da problematização da encenação teatral, busque possíveis soluções aos problemas trazidos. Deste jeito, a função teatral clássica – aristotélica – do teatro como catarse, momento emocional-racional de resolução de um conflito (interior) passa a ter um posicionamento mais ativo e prático dentro dos conflitos que permeiam a sociedade.

⁴¹⁷ O filme é de 2001, e a cena que retrata está acontecendo nos Estados Unidos, na década de 1950.

⁴¹⁸ A saber, Rodrigo Santoro, Wagner Moura, Johnny Depp, Leonardo Di Caprio, George Clooney e Danny DeVito. Quem sabe, em futuras adaptações podemos pensar em encenações com pessoas trans e não binárias, para trazer na discussão sobre a opressão que sofrem as pessoas LGBTQIA+.

De fato, as alunas não conheciam o filme do qual a cena era inspirada⁴¹⁹ e isso permitiu que a exploração e os questionamentos que apareceram durante a encenação não fossem viciados por saber de antemão o desfecho ao qual Russell Crowe (o professor Nash, no filme) chega.

O desenvolvimento da atividade aconteceu de uma maneira bastante caótica⁴²⁰, como esperado dada à modalidade escolhida: uma encenação aberta ao debate com o 'público'. Apesar da grande 'movimentação', várias ideias sobre como 'dirigir' os atores nas suas atuações apareceram e foram discutidas⁴²¹ e encenadas, e não demorou muito para que a questão da objetificação das pessoas aparecesse e, foram os próprios alunos que manifestaram um certo desconforto com estas ideias de, substancialmente, não terem um papel ativo, mas, simplesmente, serem escolhidos pelas alunas. Isto mostrou, mais uma vez, como não tem nada melhor para entender uma opressão que experimentá-la, mesmo que através de uma ficção teatral, em cima da própria pele! Espero que isto tenha contribuído à desconstrução do machismo estrutural que permeia a sociedade!

Curiosamente, meses depois, tivemos a ocasião de assistir ao filme inteiro com uma parte das duas turmas. O ponto positivo foi que, ao ver a cena original, uma das alunas exclamou, sorrindo, que era a mesma situação que eles encenaram alguns meses antes; o ponto negativo foi que a mesma aluna reconheceu que no filme ficou muito mais claro o sentido da situação. Talvez a clareza de ver a cena na TV deu-se pelo fato de já ter amplamente debatido o assunto em sala de aula, ou de fato deu-se à dinâmica alegre e bagunçada com a qual os alunos construíram e debateram a encenação. De qualquer forma, acredito ter valido a pena que os alunos tiveram o protagonismo de atuar e debater, em tempo real, em uma atividade de teatro-fórum, ao invés de simplesmente assistirem e debaterem sobre uma cena de filme.⁴²²

Ressalto como existe um entrelaçamento entre a atividade descrita, a teoria dos jogos e a análise de Cixous sobre o poder do mito (ver item. 3.1.2), particularmente a respeito da ênfase que o autor francês coloca sobre a capacidade dos atores – oprimidos – de encenar de baixo como uma

⁴¹⁹ Isto, aliás, é bem comum: basta que um filme tenha mais de dez anos de lançamento e já é praticamente desconhecido pelos jovens do ensino médio.

⁴²⁰ Contribuíram motivos organizativos bem práticos e conjunturais. Por exemplo, as duas turmas estavam juntas e, portanto, a atividade ocorreu com 80 jovens ao mesmo tempo.

⁴²¹ Neste processo eu atuava como 'causa externa': dava contribuições para que as propostas tivessem uma consistência com as ideias originais da teoria dos jogos.

⁴²² Também acredito que seja um fato importante a diversão que a atividade propiciou, tanto para o aprendizado (associar emoções bonitas a um assunto ajuda a ter carinho e boa disposição) quanto para o divertimento em si.

atividade imprescindível para desestruturar os mecanismos – opressores – do poder. Em particular, ficou evidente como a proposta de encenação que trouxemos aos alunos rapidamente foi “reencenada” conforme os seus desejos e os seus entendimentos da questão, o que os capturou: os alunos estavam ‘verdadeiramente’ com o poder de encenar (e contra-encenar) a própria ação no palco.

Foi um exemplo de um caminho de mão dupla: por um lado, estávamos discutindo ideias matemáticas para conversar e avaliar aspectos da sociedade, da economia e, em geral, de como os seres humanos relacionam-se; e por outro lado, para a própria discussão de tais ideias matemáticas usamos uma ferramenta tão insólita para este âmbito, quais as técnicas do teatro do oprimido. Em suma, tratou-se de um exemplo plástico de que a matemática não ‘serve’ só para calcular o troco na loja de conveniência; e que também fazer matemática nem sempre significa resolver equações logarítmicas.

Por fim, a terceira etapa do trabalho consistiu em propor – finalmente! – a construção de uma crítica aos conceitos da economia política de Adam Smith, podendo, para tanto, usar também as ideias que viessem ao acaso a partir da teoria dos jogos. As alunas trabalharam em duplas e registraram as próprias ideias em forma de ensaio, que passou a fazer parte do processo de avaliação.

Dentro destas atividades, várias elaborações originais apareceram. Foram desde tentativas de usar o “esquema” do dilema do prisioneiro para modelizar outras situações de conflito, até possíveis mudanças para o dilema que fizessem como os atores chegassem no ótimo paretiano. Sobre o primeiro caso, foram particularmente interessantes duas elaborações: as reflexões das alunas a respeito do conflito entre o cidadão e o estado sobre o pagamento de impostos; e as análises de um outro grupo sobre os interessantes conflitos entre dois patrões que precisam decidir sobre o uso de EPI (Equipamento de Proteção Individual) para os seus operários. Este segundo cenário foi usado para mostrar como as regras de competição entre os dois atores os levavam a decidir não fornecer EPI aos seus trabalhadores, indicando assim mais um caso no qual a busca por (um) bem individual conflita com (um)a ideia de bem coletivo.

Também foram discutidas ideias para deixar o jogo mais cooperativo para os prisioneiros, por meio de mudanças da função objetiva ou até questionando a legitimidade jurídica e moral de ferramentas com a prisão preventiva e a delação premiada.

Assim, esta proposta parece-me um claro exemplo da disputa e apropriação sobre os bens (materiais e, neste caso, imateriais) da qual escrevia Benjamin (ver item. 3.6), porque a própria gênese histórica da teoria dos jogos oriunda-se de um campo extremamente reacionário e belicista. De fato, o pai reconhecido da teoria, John Von Neumann, era envolvido em numerosas pesquisas militares, desde as primeiras bombas atômicas até a construção dos mísseis intercontinentais e, junto com uma parte dos comandos militares estadunidenses, sempre apoiou o uso da bomba atômica contra a então União Soviética. Muitos desenvolvimentos da teoria dos jogos vieram pela Fundação RAND, um *think thank* reacionário que se ocupava justamente de estudar estratégias de enfrentamento à URSS durante a Guerra Fria. O próprio Nash colaborou com eles por vários anos. O fato de poder pegar todo este legado de guerra e de destruição, para ser reencenado e ressignificado a fim de discutir as categorias do egoísmo e da solidariedade, acredito que seja uma grande vitória, intelectual e, sobretudo, educativa. Ou seja: conseguimos mudar radicalmente o *frame* da teoria dos jogos.

Do ponto de vista dos temas abordados nos precedentes capítulos, destaco alguns elementos presentes nesta proposta didática. Em primeiro lugar, a proposta deu amplo espaço à atuação (até como atores de teatro!) dos alunos em modalidades semi-orientadas, onde foram possíveis questionamentos, testagem de novas propostas, reelaborações pessoais e, sobretudo, houve espaço para que a própria voz estivesse disponível a ser ouvida. E em segundo, friso que o gerador da conversa inicial foram os questionamentos do ‘paradoxo’ que o dilema do prisioneiro oferece: como é possível que eles não vejam que estão indo ao pior lugar possível? E este incomodo, esta ‘negação’ de chegar na solução mais razoável (o ótimo de Pareto) foi superada através de vários questionamentos do problema, da sua formulação e de novas reformulações do dilema. Tratou-se de uma verdadeira negação da negação quase à moda de Caraça, que permitiu uma superação de uma situação limite no sentido freiriano ao explorar novas possibilidades.

Por fim, acredito ser mais um exemplo que mostra como as ideias da matemática podem ser abrangentes e impregnadas de humanidade, para que se tornam efetivas ao entrar em uma argumentação interdisciplinar entre história, filosofia, economia e sociologia, a fim de debater os significados de categorias, como “bem comum”, “egoísmo” e “mão invisível” – ao mesmo tempo sem que isto acarrete necessariamente em uma complexidade técnica que deixe todo o processo inviável (ver item 3.5). Dito de uma forma mais freirianamente possível: este exemplo mostra como a matemática apresenta ideias criadas pelos seres humanos para ler, pensar e refazer o mundo, e

esta atividade não é prerrogativa dos intelectuais, dos especialistas, mas está enraizada na própria dimensão humana.

4.3. Polinômios: da tensão dialética entre local e global à emergência da solidariedade

- Sandokan, neste momento em cada canto do mundo alguns soldados estão tirando a colheita dos camponeses... e nem você pode fazer algo.
 - Sim, mas eu estou aqui, agora! E talvez eu possa fazer algo... eu penso que fugindo das coisas próximas e pequenas se acaba por nunca chegar nas grandes e longes.⁴²³
- (La tigre é ancora viva: Sandokan alla riscossa!, 1977, tradução minha)

O terceiro exemplo para discutir os elementos tratados nesta pesquisa explorará a tensão dialética contida no par local-global colocando o holofote (dentro de um leque enorme de possibilidades) sobre o estudo dos polinômios e, particularmente, das funções polinomiais.⁴²⁴

A partida teórica para essa operação é fornecida pela análise levada a cabo pelo matemático e filósofo Jean Petitot, no capítulo “Local-Global”, da enciclopédia Einaudi (PETITOT, 1985), onde o assunto é assim introduzido:

Se bem que a origem e os seus desenvolvimentos sejam de ordem matemática, *a oposição local/ global tem um significado geral* (enciclopédico) de ordem *conceptual e epistemológica*. Faz parte dessas *grandes oposições* cuja elucidação progressiva assegura à ciência um valor transcendental que excede o domínio metódico dos fenômenos empíricos. Mas, ao contrário das oposições clássicas forma/ substância, discreto/ contínuo, singular /universal, etc., a sua história é recente (pode ser datada de meados do século XIX, aproximadamente). (ibidem, p. 11, grifo meu)

A importância desta tensão (dialética⁴²⁵) é logo destacada como algo estruturante da forma de aprender o mundo do ser humano – ou seja, a epistemologia – e, particularmente, no campo das ciências, é o que permite passar do campo estritamente empírico (a experiência aqui e agora, situado no tempo e no espaço) para o campo do universal. Dito de outra forma, o que permite que um conjunto de observações e experimentos, necessariamente de número finito e localizados no espaço e no tempo possam gerar uma lei, um padrão com validade universal. Por fim, a explicitação desta tensão – pelo menos no âmbito do pensamento ‘ocidental’ – é bem moderna se comparada com outros pares estruturantes, e tem origem direta no campo matemático, diferente, por exemplo, da tensão forma/substância cuja origem é a filosofia (aristotélica). De fato,

fundada originariamente na *intuição espacial*, a oposição local/ global invadiu o campo matemático e presidiu à introdução de metalinguagens que permitiram, nestes últimos

⁴²³ “- Sandokan, in questo momento in ogni parte del mondo dei soldati stanno portando via il raccolto ai contadini... e nemmeno tu puoi farci niente. - Sì, ma io sono qui, adesso! e forse qualcosa posso fare... Io penso che fuggendo le cose piccole e vicine, si finisce col non arrivare mai a quelle grandi e lontane.”

anos, reformular alguns dos problemas «*dialéticos*» mais críticos, colocados pela estrutura lógico-sintático-semântica das línguas naturais. Tal «intrusão» inesperada e enigmática da intuição espacial na gramaticalidade, através de uma série de passagens matemáticas cada vez mais profundas e cada vez mais unitárias, levanta, sem dúvida, mais problemas do que os que resolve. Mas atesta *uma solidariedade* entre os diferentes níveis do campo simbólico cuja compreensão é susceptível de transformar de modo notável a nossa concepção *das relações que ligam a matemática, a língua e a realidade*. (ibidem, grifo meu)

Estamos aqui perante a descrição de um movimento ‘do local para o global’ onde uma intuição espacial primeiro transborda o seu nicho original para os diferentes campos da própria matemática, para também permear tanto a linguagem quanto o próprio jeito de apreender o real. Trata-se, portanto, de uma “problemática técnica e *endógena*” (ibidem, cursivo do autor) que impregna os diferentes campos da própria matemática, desde as várias geometrias (analíticas, diferenciais e topológicas) à álgebra. É suficiente uma rápida pesquisa sobre artigos e publicações científicas para ver como o par local/global permeia o discurso matemático e a sua pesquisa ‘de ponta’.

Não deveríamos tampouco estar surpreendidos por esta dinâmica espalhar-se fora do campo matemático, já que apresenta “um alcance *paradigmático* que fornece *análoga [elementos análogos]* para muitos problemas” (ibidem, grifo do autor): o que é a categorização política esquerda-direita senão um rótulo construído a partir de uma metáfora [analogia] espacial⁴²⁶? Notemos que existe a categoria de ‘Ocidente’ utilizada como rótulo político-geográfico, acarretando não poucos problemas;⁴²⁷ a própria ideia de pirâmide social – discutida no item 4.1.2 – baseia-se na metáfora espacial de lugares ‘altos’ e ‘baixos’ presentes na sociedade. Novamente, uma simples pesquisa bibliográfica pode mostrar como discussões econômicas e sociais utilizam-se deste par para estruturar o próprio discurso. Tudo isto, mais uma vez, indica como pela sua própria natureza

⁴²⁴ O meu profundo agradecimento para este item vai ao professor Nilson José Machado, que, entre várias coisas, me fez conhecer o artigo de Petitot e mostrou a ideia de trabalhar com a taxa de crescimento unitária como substituto da derivada.

⁴²⁵ Como aparecerá claro ao longo desta discussão, o autor coloca sempre as oposições e as tensões que vai descrevendo no campo da dialética, destacando assim tanto o caráter fluido quanto a não mecanicidade e linearidade destas relações.

⁴²⁶ Ver também o item 3.3, particularmente a nota 227

⁴²⁷ O primeiro é justamente constituído pelo fato evidente de ser uma posição relativa (qualquer país é Ocidente de um outro país posicionado mais ao leste), portanto, subsumindo que algo é Ocidente a respeito de um determinado “meridiano de referência”. E, casualmente, esta posição é sempre de alguma maneira eurocêntrica; mas por ser uma referência tácita, ‘Ocidente’ assume um valor absoluto a partir da escolha – relativa e arbitrária! – da posição da Europa como referência: parece o mesmo pecado de *hybris* pelo qual os gregos antigos nomearam a Itália e Anatólia indicando, de fato, o lugar do pôr e nascer do Sol.

Gerard Duveen abre a introdução do texto seminal de Moscovici (2007, p. 7-8) sobre as representações sociais brincando sobre o fato que, no meio da Guerra Fria, Viena era considerada ‘Ocidente’ enquanto Praga era ‘Oriente’, sendo que geograficamente a segunda está a oeste da primeira! A categoria de Ocidente, portanto, seria um exemplo explícito do poder das representações sociais. Ainda hoje, a aplicação desta categoria leva à excentricidade de colocar, por exemplo, um país como a Austrália, no campo do ‘Ocidente’.

a matemática continuamente absorve conceitos – comuns e técnicos – dos outros campos da atuação humana e, vice-versa, exporta ideias às outras esferas do agir humano, sendo este o fundamento teórico que baseia a convicção que ao falar de matemática seja sempre possível falar de e para os seres humanos, das suas vidas e dos seus problemas.

Petitot, a partir dessas considerações iniciais, aprofunda-se sobre como esta tensão local/global atua no campo das ciências, particularmente da física, começando a esclarecer como

o termo 'local' tem um significado duplo: 1) localização no universo dos fenómenos (isto é, escolha metodológica dos fenómenos elementares), e 2) localização espaço-temporal. Esta redução é uma conditio *sine qua non* para a compreensão. [...] a convicção de que a passagem ao global (e isto quer dizer ao universo dos fenómenos) se possa efectuar por extensão progressiva de um local típico tomado como nível de base universal. Tal «imperialismo» de um local particular (o da física clássica), que se pretende universal, é sustido por esta ideologia científica de base, que é o reducionismo. (ibidem, p. 16, grifo do autor)

O local da física tem, portanto, uma dupla natureza: (1) representa o recorte de um pedaço – total, ‘global’ – do real sem o qual não seria possível fazer ciência no sentido moderno, e a escolha das variáveis, as condições dentro das quais construir um experimento, as influências consideradas desprezíveis, as hipóteses de base constituem, neste sentido, a localização da física e relembram de perto o conceito de “isolado” ao qual faz referência Caraça na sua obra (ver item 3.5); e (2) representa um experimento a mostrar/comprovar que uma lei universal (global) tem sempre e necessariamente um carácter local no sentido de ser localizado em um ponto do tempo e do espaço; o fato de que as leis observáveis aqui e agora são universais é uma assunção potente e, até agora, não invalidada, mas mesmo assim continua sendo uma hipótese.

Esse programa de domínio científico – “imperialismo” – rapidamente transborda, mais uma vez, do seu álveo estrito para abranger o campo social e político:

a concepção clássica da universalidade científica (digamos, a expressa pelo programa de Laplace) atinge uma universalidade concreta, político-económica. A *big Science* mundial, consequência da apropriação pela indústria americana do «génio» europeu, possui doravante a capacidade de controlar simultaneamente o domínio dos fenómenos e o controlo social. Assumiu assim o carácter de uma **ciência sem exterior** que submete ao poder generalizado do Capital o que, para as nossas culturas, **representa a verdade**. As suas consequências sócio-culturais são incalculáveis. (ibidem, p. 16-17, grifo do autor, negrito meu)

Aquilo que sumariamente Petitot aponta é uma espécie de paradoxo. O “*programma de Laplace*” é o projeto de uma ciência totalizante (e totalizadora!) expresso de maneira contundente por Laplace, no auge do Positivismo do século XVIII: a ideia, pelo menos teórica, de que, ao chegar

a conhecer velocidade e posições de todas as partículas do universo, e inserir tais valores nas ‘equações do mundo’, seria possível reconstruir todo o passado e prever todo o futuro do universo. Nem precisa dizer como, do ‘lado endógeno’, a física quântica do início do século XX e, do ‘lado exógeno’, as sociologias e filosofias das ciências críticas e pós-modernas deixaram esta visão, senão morta, pelo menos seriamente ferida.⁴²⁸

Ao mesmo tempo, ainda existe uma tendência forte na sociedade e nas instituições (políticas e científicas), que podemos chamar de neopositivista, em fazer coincidir a verdade com a ciência. Por isto Petitot usa a bela imagem de uma “ciência sem exterior”: somente a ciência contém a verdade, os métodos para alcançá-la e as respostas aos problemas que vivemos nesta sociedade; tudo (aquilo que conta, que é bom, que é verdadeiro) está dentro da ciência, fora existe somente perdição e escuridão⁴²⁹. E tal perspectiva funciona particularmente bem para sustentar os interesses das classes dominantes que se aproveitam desta organização da sociedade – o capitalismo –, que continuamente (re)produz as desigualdades e as guerras.⁴³⁰

Sublinhar mais uma vez que ao discutir a matemática, quase de imediato, passa-se a discutir o (des)funcionamento da sociedade: esta é a característica fundamental a ser explorada para construir em sala de aula uma abordagem matemática humana, crítica, dialógica, libertadora.

Quando dirige o seu olhar à matemática, Petitot parte, como era de se esperar, olhando para a geometria, já que a oposição local/ global é constitutiva da nossa representação do espaço. “O nosso espaço é, sem dúvida, localmente euclidiano, e disto oferece ao nosso organismo uma excelente simulação. Mas isto não implica em que o espaço «seja» globalmente euclidiano” (ibidem, p. 19). E isto planta a semente da tensão dialética em sugerir que o fato que localmente a nossa percepção aponte por uma geometria euclidiana, em geral pode não significar que globalmente o seja. Já em épocas antigas, o fato que a Terra tivesse uma forma relativamente próxima à de uma esfera – e não uma ‘pizza’ – contrariava a experiência local de qualquer observador: de fato, era necessária uma capacidade de elaboração notável para admitir que aquilo que parecia plano era,

⁴²⁸ Sobre esta nova epistemologia científica, ver o item 1.1. Sobre a visão específica da matemática, ver 3.1.

⁴²⁹ O caráter integralista desta visão pode ser bem capturado fazendo a experiência de reler esta frase trocando-se ‘ciência’ por qualquer divindade/religião, e ‘verdade’ por salvação.

⁴³⁰ Uma das consequências do uso da ciência como um martelo e como uma autoridade suprema, que deve silenciar o dissenso, é como argumentado em vários pontos deste trabalho o florescer de posições conspiracionistas, terraplanistas, e assim por diante. A própria locução “big Science”, que claramente origina-se em um meio de crítica ao sistema capitalista, é hoje usada (também) para os conspiracionistas para criticar, por exemplo, o uso das vacinas utilizando, neste caso, a locução ‘big Pharma’.

na realidade, a superfície de uma esfera. Mas foi com a elaboração das geometrias não euclidianas que esta tensão explodiu, já que

[e]sta nova geometria [...] hiperbólica [...] forneceu o primeiro exemplo de um fenómeno fundamental para o nosso tema. Localmente, ou seja, em qualquer domínio de extensão «infinitesimal», a geometria hiperbólica torna-se euclidiana. Dito de outra maneira, um espaço hiperbólico admite em cada ponto um espaço euclidiano «tangente». Pode então dizer-se que a geometria hiperbólica concretiza uma outra maneira de estender ao global a estrutura euclidiana local do espaço, diversa da extensão directa. (ibidem, p. 21)

A ideia aqui apontada é que um espaço não euclidiano pode ser sim, localmente, aproximado a um espaço euclidiano, mas isso não acontece, como no caso da física acima analisado, por um princípio/hipótese de globalização, mas sim através do uso de ferramentas mais sutis, a saber, o cuidadoso manuseio do conceito de infinito (e do seu 'dual': o infinitésimo) através do cálculo infinitesimal.

A partir disso, Petitot esboça uma rapidíssima resenha dos feitos notáveis da análise das curvas algébricas, passando pelos sucessos da geometria projetiva e a afirmação dos conceitos de espaços vetoriais e as ideias da álgebra linear; chegando ao trabalho de Bernhard Riemann onde “a passagem do local ao global separa-se de toda a intuição e se torna uma *problemática matemática fundamental*” (ibidem, p. 22, grifo meu)⁴³¹. Ao trilhar este caminho emerge o outro conceito forte do campo em tensão dialética local/global, a ideia de “solidariedade” (ibidem, p. 21-22): inicialmente é uma solidariedade definida internamente ao campo ‘estrito’ da própria matemática, indicando uma relação que perpassa as estruturas locais e globais das curvas algébricas. O caminho que trilharei ao longo deste item é justamente mostrar como tal ideia extrapola o campo matemático *stricto sensu* para abranger, ao todo, a vida do ser humano.

Para tanto, aproveitar-me-ei da análise do matemático francês no ‘pontapé’ que ele utiliza: o exame das funções polinomiais dentro do conjunto das classes de funções (ibidem, p. 23). O fato básico⁴³² é constituído pela propriedade de uma função polinomial estar completamente (e analiticamente) definida a partir de um número finitos de pontos conhecidos, pois, em geral, para uma função polinomial de grau n , são suficientes $n + 1$ pontos para determinar o andamento da função de $-\infty$ para $+\infty$. Este primeiro fato mostra uma potente relação entre o local (os $n +$

⁴³¹ Tal problemática explicita-se em dois campos: na discussão sobre as variedades riemannianas (PETITOT, 1985, p. 36-51), e pelas superfícies de Riemann (ibidem, p. 22-36).

⁴³² É importante destacar como ao começar este exame minucioso o autor proponha, como primeiro exemplo, justamente uma função polinomial de segundo grau, a bem conhecida ‘parábola’. Este elemento é-me chave para corroborar com a ideia de que esta discussão está ao alcance de uma turma do último ano de ensino médio.

1 pontos) e o desenvolvimento global da função, mas a tensão entre localidade e globalidade pode ser ainda mais extremizada.

De fato, Petitot propõe-se a pegar os pontos próximos, “infinitamente próximos”. Assim, as $n + 1$ informações que precisamos para definir a função passam a ser o valor da função no ponto e os valores das derivadas (até a n -ésima ordem) naquele mesmo ponto⁴³³. Ressalta-se que o próprio conceito de derivada é intrinsecamente local, sendo possível enxergar este fato olhando o significado geométrico da derivada ou o seu cálculo através dos infinitésimos. No primeiro caso, vemos como a derivada primeira é interpretável com a reta tangente à função polinomial em um dado ponto ou, dito de outra forma, a reta que ‘aproxima’ a função naquele ponto. E no segundo caso, a ideia dinâmica do cálculo da derivada acarreta uma ideia de movimento ‘infinitesimal’ verso o ponto da função a ser analisado. Mais uma vez, portanto, estamos perante uma correlação entre quantidades totalmente locais (valor da função em um ponto e as derivadas naquele ponto) com o desdobramento global da função.

Este raciocínio – o fato de que qualquer função polinomial possa ser ‘reconstruída’ globalmente a partir dos valores da função e das derivadas em um único ponto – pode ser oportunamente generalizado demonstrando a validade da fórmula de Taylor:

$$P(x) = P(x_0) + P'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!}P''(x_0)(x - x_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!}P^n(x_0)(x - x_0)^n$$

Assim,

[a] fórmula de Taylor exprime então o seguinte facto, muito importante: para os polinómios [funções polinomiais], a *determinação local implica a determinação global*. Para os polinómios [...] existe *uma solidariedade essencial entre local e global*. Poder-se-á dizer que os polinómios manifestam um princípio translocal «de acção à distância»: *não é possível perturbar um polinómio num ponto sem o modificar na totalidade*. (ibidem, p. 23-24, grifo meu)

Chegamos, portanto, ao cerne da questão: ao estudar as funções polinomiais nos deparamos com uma relação de solidariedade entre um ponto e o todo, tão forte que não é possível modificar algo em um ponto sem modificar o todo; e, vice-versa, não é possível mexer na estrutura sem afetar cada ponto. Perceba-se, também, como a tensão global/local explicita-se, aqui, como uma solidariedade entre o *infinitamente pequeno* (o ponto) e o *infinitamente grande* (a extensão da função em cima de todo o conjunto real).

⁴³³ O fato que as derivadas não precisem necessariamente ser calculadas no mesmo ponto não muda o raciocínio, onde estamos tentando correlacionar o máximo da localidade (um ponto) com a globalidade máxima.

Uma outra potencialidade desta abordagem é que existem funções não polinomiais que se prestam muito bem a serem aproximadas pela série – infinita – de Taylor⁴³⁴, como é o caso da função exponencial⁴³⁵; enquanto progressivamente nos adentramos em classes de funções pelas quais tal aproximação perde progressivamente eficácia (de outra forma: progressivamente a eficácia desta aproximação é cada vez mais local e menos global⁴³⁶), paralelamente perde a força o laço de solidariedade entre o local e o global. Desta maneira, a ‘polinomialização’ de uma função passa a ser a ‘unidade de medida’ de entrelaçamento entre o local e o global, pois quanto mais uma função é bem representada (representação global) por um ‘equivalente’ polinomial, mais há solidariedade entre o local e o global.

Todos estes elementos construídos por Petitot constituem não só a base para análise das tensões local/global que ele leva a cabo ao discutir os trabalhos de Riemann, como também a justificativa teórica para a minha proposta didática: a questão que a partir disto coloca-se é como reelaborar as ideias até aqui encadeadas para uma conversa em uma classe de ensino médio?

O tópico dos polinômios já existe tanto nos programas quanto nos textos de matemática para o ensino médio. Parece-me ser preciso uma discussão sobre como organizar este tópico e, sobretudo, se (e como) discutir o tema da derivada, já que desenvolve um papel tão importante em elucidar a tensão local-global.

Sobre o primeiro aspecto, penso que, antes de mais nada, é necessária uma mudança de foco, na medida em que nos deixemos de concentrar-nos sobre o polinômio, e passemos à análise de funções polinomiais. O objeto matemático do polinômio em si não é desprovido de significado nem de sentido, tanto como elemento interno da matemática quanto pelas suas aplicações concretas e modernas. Sem pretensão à exaustividade, citarei nesta questão a possibilidade de construir estruturas algébricas polinomiais, e o papel de destaque que a própria aritmética (modular) polinomial desenvolve nas modernas operações criptográficas nas aplicações informáticas do dia a dia. Mas parece-me que apresentar o estudo das funções polinomiais coloque-se como extensão do

⁴³⁴ $T_{x_0}f = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!}f''(x - x_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!}f^n(x_0)(x - x_0)^n + \dots$

⁴³⁵ Esta classe de funções ganha o rótulo de *inteira*. (ibidem, p. 25)

⁴³⁶ Um exemplo disso pode ser visto na função inversa da função exponencial, isto é, na função logaritmo. É possível ver que, por exemplo, a aproximação de Taylor no ponto $x = 1$ de $f(x) = \ln x$ converge somente no intervalo $0 < x \leq 2$. Trata-se de um caso relativamente simples – pelo menos abordando-o utilizando ferramentas de cálculo automático e elementos gráficos – que mostra a tensão local-global crescendo, pois a aproximação é de fato limitada ao âmbito local e não consegue abranger o domínio inteiro. Este tipo de funções, onde a série de Taylor representa a função somente em um intervalo ao redor de x_0 , são chamadas de *analíticas*.

caminho trilhado ao apresentar a função de primeiro e segundo grau, ao mesmo tempo em que permite discutir esta tensão dialética fundamental entre o local e o global.

Para tanto, é preciso fazer escolhas e, possivelmente, desapegar-se de elementos mais técnicos (tecnicistas), como uma análise minuciosa das relações entre coeficientes do polinômio e as raízes dele, além dos algoritmos úteis para a fatoração (como o dispositivo de Ruffini e o próprio algoritmo de divisão entre polinômios), e privilegiar uma discussão sobre conceitos fundamentais (como a própria ideia e importância da fatoração de um polinômio para a descoberta das suas raízes), apoiando-se em ferramentas informáticas onde for preciso e possível. E, sobretudo, deixando assim espaço para poder construir um diálogo sobre o papel da derivada. Também é preciso destacar como, tendo tempo e, sobretudo, abertura e interesse da turma, seria possível, pelo menos em teoria, não abrir mão da abordagem de nenhum aspecto enunciado acima. Acredito, a este respeito, que seja seminal a reflexão de Ogborn (2005) sobre o fato de que o ‘quanto’ de um assunto deva ser pautado em uma dinâmica de sala de aula, dependa de uma infinidade de fatores pelos quais ao docente cabe o hercúleo trabalho de mediação e avaliação para decidir. Sendo assim, repito mais uma vez, a proposta que estou discutindo não pretende ser uma indicação de conteúdo, mas um exemplo, parcialmente vivenciado, que possa permitir destacar pontos discutidos ao longo desta pesquisa.

O recurso que pode ajudar na apresentação de ideias da derivada sem ter que discutir tal ferramenta matemática de um ponto de vista técnico-operacional (com todos os elementos que isto comportaria: ideia de limite, o estudo dos limites fundamentais e as ‘regras de derivação’) é o fato que muitas propriedades da derivada mantêm-se quando trabalhamos um conceito parecido, o da taxa de variação⁴³⁷ unitária, isto é, a ‘velocidade de variação’ de uma função em um intervalo $\Delta x = 1$:

$$Tx = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x=1} f(x + 1) - f(x)$$

Considerando-se, portanto, que um intervalo unitário resulta em uma simplificação – pelo menos conceitual – da taxa, trata-se substancialmente de calcular a diferença (quanto ‘sobe’ ou ‘desce’ a função) entre dois valores ‘consecutivos’ – considerando o campo dos números inteiros – da função.

⁴³⁷ Este conceito geralmente no cálculo infinitesimal é apelidado de razão incremental; o uso pelo qual optei de taxa de crescimento é para manter mais explícita a referência ao conceito de ‘velocidade’.

Do ponto de vista semântico, as duas ideias são bem próximas. A derivada de uma função representa justamente o limite da taxa de variação quando o intervalo deixa de ser unitário e se reduz progressivamente tendendo a zero:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Tx = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Felizmente, o 'isomorfismo' entre os dois conceitos estende-se em todos os aspectos tocados pelo Petitot: o fato, por exemplo, da taxa representar uma aproximação linear de uma curva em um determinado ponto; da 'taxa da taxa' reduzir progressivamente o seu grau até chegar a zero quando chegarmos na taxa n -ésima de uma função polinomial de grau n ; o fato da taxa unitária ser uma função dos coeficientes de uma função polinomial; e, por fim – e mais importante –, o fato de determinar o andamento global de uma função polinomial a partir das informações locais de 'um ponto' dela – sendo elas o valor da função e as taxas unitárias até o grau n .

Mostrarei uma sequência de exemplos para elucidar os conceitos acima discutidos. Aplicarei as ideias das conhecidas funções de primeiro e segundo graus, para depois discutir exemplos com funções de grau maior.

Observando-se uma função de primeiro grau, o descobrimento da taxa de crescimento unitária é imediato, coincidindo com a própria derivada, e sendo igual ao coeficiente angular: em geral, podemos ver que por uma função $f(x) = ax + b$ a taxa unitária é igual a $Tx = f(x + 1) - f(x) = a(x + 1) + b - (ax + b) = ax + a + b - ax - b = a$. Assim, por exemplo, no caso da função $y = 3x + 5$, a taxa é igual a 3.

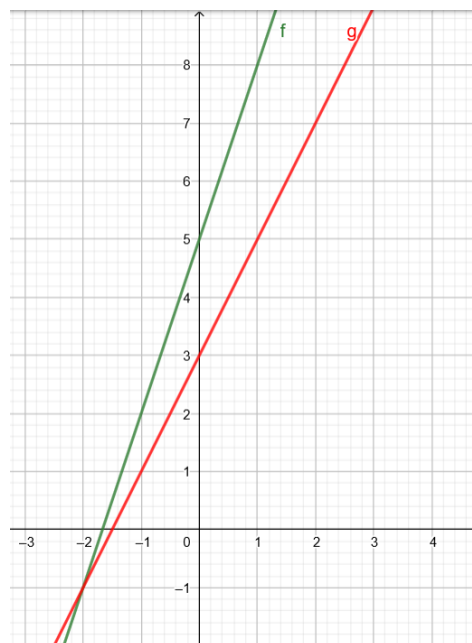


Figura 13 Representação gráfica das funções de primeiro grau $f(x)$ em verde e $g(x)$ em vermelho⁴³⁸

Portanto, ao saber que uma função polinomial tem, por exemplo, os seguintes valores: $g(0) = 3$; $Tx(0) = 2$; as outras taxas são zero; é possível reconstruir o valor global da função.⁴³⁹ O fato de que os valores da taxa sejam nulos a partir da ‘taxa da taxa’ (taxa de segunda ordem), indica que estamos trabalhando com uma função polinomial de primeiro grau do tipo $g(x) = ax + b$. Sendo assim, sabemos que o coeficiente angular a é igual a 2 e o coeficiente linear b é igual a 3. Portanto, $g(x) = 2x + 3$, sendo assim totalmente (globalmente) determinado todo o andamento da função.

Passando a trabalhar com um exemplo de segundo grau podemos proceder de maneira análoga: o valor da taxa de crescimento de $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser calculado como:

$$\begin{aligned}
 Tx(x) &= f(x + 1) - f(x) = \\
 &= a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c - (ax^2 + bx + c) = \\
 &= ax^2 + 2ax + a + bx + b + c - ax^2 - bx - c = \\
 &= 2ax + a + b
 \end{aligned}$$

Parece-me importante sublinhar o fato de que a taxa de crescimento neste caso difere analiticamente da derivada ($f'(x) = 2ax + b$) e não muda o isomorfismo entre as propriedades das duas.

⁴³⁸ Todas as representações gráficas das funções a seguir são realizadas com a ferramenta gratuita, *open source* e *standard de facto* Geogebra.

⁴³⁹ A escolha do ponto como $x = 0$ é arbitrária e funcional para, sobretudo nos próximos exemplos, manter mais simples as contas. Toda a construção aqui proposta vale seja qual for o valor escolhido para x .

O valor da taxa da taxa (taxa de crescimento de segunda ordem) é, portanto, igual:

$$\begin{aligned}Tx^2(x) &= Tx(x+1) - Tx(x) = \\ &2a(x+1) + a + b - [2ax + a + b] = \\ &2ax + 2a + a + b - 2ax - a - b = 2a\end{aligned}$$

Por fim, pode-se notar como o valor da taxa de crescimento de terceira ordem seja zero, assim como as taxas de ordem superior:

$$Tx^3(x) = Tx^2(x+1) + Tx^2(x) = 2a - 2a = 0$$

Sendo assim, é possível, novamente, determinar o andamento global de uma função polinomial sabendo, por exemplo, que $f(0) = -5$, $Tx(0) = 1$, $Tx^2(0) = 2$, $Tx^3(0) = 0$, ..., ou seja, sabendo o valor da função e das taxas de várias ordens no ponto zero, é possível reconstruir todos os valores da função. Primeiramente, por tratar-se de um ponto cujas taxas de crescimento são nulas a partir da taxa de ordem 2, podemos estabelecer que é uma função polinomial de segundo grau. Depois, utilizando os valores da função, da taxa e da taxa da taxa, podemos resolver o sistema:

$$\begin{aligned}f(x) &= ax^2 + bx + c \\ Tx(x) &= 2ax + a + b \\ Tx^2(x) &= 2a\end{aligned}$$

obtendo $f(x) = x^2 - 5$

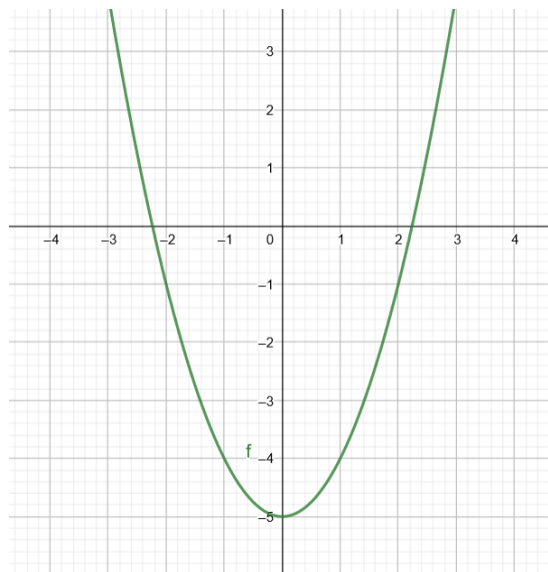


Figura 14 Representação gráfica da função $f(x) = x^2 - 5$

É possível proceder e explorar casos mais complexos, continuando a aumentar o grau do polinômio e, por conseguinte, a quantidade de informações locais que precisaremos para determinar o andamento global. Por exemplo, podemos analisar o caso onde temos os seguintes valores: $f(0) = -6$, $Tx(0) = 6$, $Tx^2(0) = 22$, $Tx^3(0) = 12$, $Tx^4(0) = 0$, Primeiramente, por perceber que as taxas de crescimentos zeram a partir da terceira ordem, podemos determinar que estamos perante uma função polinomial de grau 3: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Em seguida, vamos calcular o valor de cada taxa, obtendo:

$$\begin{aligned}Tx(x) &= f(x+1) - f(x) = \\ &a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d - (ax^3 + bx^2 + cx + d) = \\ &ax^3 + 3ax + 3ax^2 + a + bx^2 + 2bx + b + cx + c + d - ax^3 - bx^2 - cx - d = \\ &3ax^2 + (3a + 2b)x + a + b + c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Tx^2(x) &= Tx(x+1) - Tx(x) = \\ &3a(x+1)^2 + (3a + 2b)(x+1) + a + b + c - [3ax^2 + (3a + 2b)x + a + b + c] = \\ &3ax^2 + 6ax + 3a + (3a + 2b)x + (3a + 2b) + a + b + c - 3ax^2 - (3a + 2b)x - a - b - c = \\ &6ax + 6a + 2b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Tx^3(x) &= Tx^2(x+1) - Tx^2(x) = \\ &6a(x+1) + 6a + 2b - (6ax + 6a + 2b) = \\ &6ax + 6a + 6a + 2b - 6ax - 6a - 2b = 6a\end{aligned}$$

Assim, podemos resolver o sistema:

$$\begin{aligned}f(x) &= ax^3 + bx^2 + cx + d \\ Tx(x) &= 3ax^2 + (3a + 2b)x + a + b + c \\ Tx^2(x) &= 6ax + 6a + 2b \\ Tx^3(x) &= 6a\end{aligned}$$

obtendo $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 1x - 6$.⁴⁴⁰

⁴⁴⁰ Em fatores: $f(x) = 2(x + \frac{3}{2})(x + 2)(x - 1)$

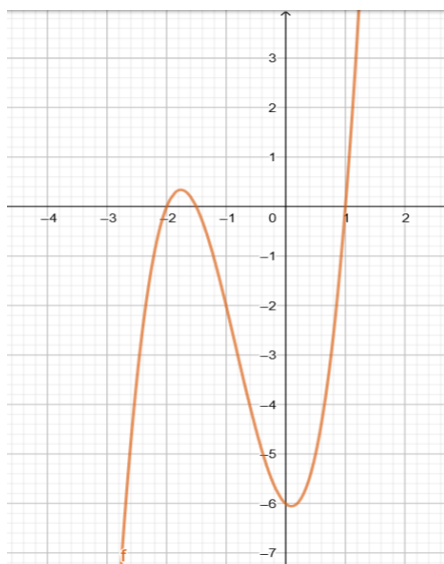


Figura 15 - Gráfico da função $2x^3 + 5x^2 - 1x - 6$

Para corroborar que, de fato, a expressão analítica obtida segue as taxas definidas no começo, podemos, por exemplo, construir uma tabela – uma planilha – que reportam os valores tanto da função, quanto das taxas de crescimento de diversas ordens; verificando, assim, que os valores sejam os esperados.

Tabela 1 - Taxas de crescimento até a terceira ordem calculadas em planilha. A taxa de terceira ordem é constante, já que a função polinomial é de terceiro grau.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y	-126	-50	-12	0	-2	-6	0	28	90	198	364	600	918
Tx	Tx(-5)	Tx(-4)	Tx(-3)	Tx(-2)	Tx(-1)	Tx(0)	Tx(1)	Tx(2)	Tx(3)	Tx(4)	Tx(5)	Tx(6)	
	76	38	12	-2	-4	6	28	62	108	166	236	318	
Tx ²	Tx ² (-5)	Tx ² (-4)	Tx ² (-3)	Tx ² (-2)	Tx ² (-1)	Tx ² (0)	Tx ² (1)	Tx ² (2)	Tx ² (3)	Tx ² (4)	Tx ² (5)		
	-38	-26	-14	-2	10	22	34	46	58	70	82		
Tx ³	Tx ³ (-5)	Tx ³ (-4)	Tx ³ (-3)	Tx ³ (-2)	Tx ³ (-1)	Tx ³ (0)	Tx ³ (1)	Tx ³ (2)	Tx ³ (3)	Tx ³ (4)			
	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12			

Por esse caminho, discutimos a forte solidariedade entre o local e o global que existe na classe de funções polinomiais. O aprofundamento sobre o andamento das taxas de crescimento de diferentes ordens – ou seja, o fato de que, progressivamente, elas diminuem até ficarem constantes (taxas de ordem n) e, por ordens maiores do que n , elas anulam-se – pode ser interessante para explorar as diferenças que existem entre a classe das funções polinomiais com outros tipos de

funções. Por exemplo, a classe de funções exponenciais caracteriza-se por ter uma derivada⁴⁴¹ que reproduz a função inicial:

$$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x \quad f''(x) = e^x \quad \dots$$

Isso significa que, diferentemente das funções polinomiais, a taxa de crescimento de uma função exponencial nunca será ‘achatada’, mas reproduz sempre o andamento (a menos de fatores) da função inicial⁴⁴². Isto pode servir como justificativa/corroboração da ideia de que uma função exponencial ‘vai ao infinito’ infinitamente mais rapidamente que qualquer outra função polinomial⁴⁴³. Este fato veio tristemente a ser discutido na sociedade a partir da sindemia de Covid-19, em 2020, quando justamente o problema de conter o espalhamento da doença precisava ser abordado logo nas primeiras fases do contágio para evitar que, devido ao andamento exponencial, a difusão chegasse no ponto de estar fora do controle⁴⁴⁴. Estamos aqui perante o fato matemático sobre o andamento ‘explosivo’ de uma função exponencial e de como isto é um tema entranhado na nossa vida, nas escolhas de saúde públicas e das decisões políticas⁴⁴⁵. De fato, parece-me muito mais interessante, precisando escolher, uma abordagem que construa temas geradores discutindo (e dando destaque) a este aspecto do que se concentrar em várias técnicas para resolver os inúmeros tipos diferentes de equações exponenciais.

⁴⁴¹ Novamente, as mesmas considerações aplicam-se utilizando a própria derivada ou a taxa de crescimento unitária.

⁴⁴² Isso vale qualquer que seja a base da função exponencial. De fato, é sempre possível trocar a base de uma potência por uma outra: $a^b = (x^y)^b = x^{yb}$, onde $a^b = x^y$. Assim, por exemplo, $f(x) = 2^x = (e^{\ln 2})^x = e^{\ln 2x}$ tem como derivadas $f'(x) = \ln 2 e^{\ln 2x} = \ln 2 * 2^x$, $f''(x) = (\ln 2)^2 e^{\ln 2x} = (\ln 2)^2 * 2^x$, e assim por diante. Utilizando, alternativamente, o conceito de taxa de crescimento unitário, pode-se perceber como a função exponencial na base 2, seja exatamente reproduzida igual a si mesma a cada iteração: $Tx = 2^{x+1} - 2^x = 2 * 2^x - 2^x = (2 - 1)2^x = 2^x$; já utilizando, por exemplo, a base 3, aparece um coeficiente: $Tx = 3^{x+1} - 3^x = 3 * 3^x - 3^x = (3 - 1)3^x = 2 * 3^x$ e $Tx^2 = 2^2 * 3^x$

⁴⁴³ Em fórmula: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty, \forall n > 0$. Este aspecto tem uma importância muito forte na teoria da computação: do ponto de vista da ‘complexidade’, um problema pode ser categorizado como ‘polinomial’ ou ‘não polinomial’ justamente a partir de quantas etapas o algoritmo necessita para alcançar o resultado em função do ‘tamanho’ do input do problema. Os problemas não polinomiais são por isto considerados problemas praticamente insolúveis se os dados iniciais forem suficientemente ‘grandes’, já que o número de passos a serem executados cresce super-polinomialmente (por exemplo, exponencialmente). Exemplos típicos são constituídos pelo problema do caixeiro viajante e pelos atuais algoritmos de criptografia baseados nas propriedades dos números primos.

⁴⁴⁴ De fato, cada vez que estamos perante fenômenos que a cada quantidade de tempo – fixa – duplicam ou triplicam, estamos nos lidando com fenômenos com andamentos exponenciais. Cabe também ressaltar que, felizmente, a difusão de um vírus como outros fenômenos seguem um andamento exponencial somente por um intervalo de tempo, passado o qual a curva ‘perde o impulso’ e, dependendo do caso, pode ‘achatar-se’ ou até ter um pico e depois diminuir.

⁴⁴⁵ Destaco a este respeito como o governo negacionista de Jair Bolsonaro carrega muitas responsabilidades pelos quase 700 mil mortos no Brasil, entre 2020 e 2022, decorrentes da sindemia do Covid-19, sendo muitos deles evitáveis aplicando políticas sanitárias e econômicas públicas diferentes.

Ao longo deste processo, avaliei que houvesse espaço para mostrar a possibilidade de construir um ‘gráfico provável’ a partir da representação algébrica da função⁴⁴⁶. Os elementos destacados foram efetivos para mostrar que a partir de um número relativamente pequenos de informações é possível fornecer uma boa aproximação da representação gráfica da função. Em primeiro lugar, discutimos como o andamento aos infinitos ($+\infty$ e $-\infty$) é substancialmente determinado pelo termo do grau maior, já que, intuitivamente, para valores cada vez maiores (em módulo) de x , é este termo que ‘domina’ os outros. Se esta potência for par, é o sinal do coeficiente a – o coeficiente do termo de grau máximo – que determina se a função tende ao infinito positivo ou negativo; se a potência for ímpar, é preciso multiplicar o sinal entre o termo de grau máximo e o coeficiente.

<i>n é par</i>				<i>n é ímpar</i>			
<i>a > 0</i>		<i>a < 0</i>		<i>a > 0</i>		<i>a < 0</i>	
<i>x → +∞</i>	<i>x → -∞</i>	<i>x → +∞</i>	<i>x → -∞</i>	<i>x → +∞</i>	<i>x → -∞</i>	<i>x → +∞</i>	<i>x → -∞</i>
<i>f(x) → +∞</i>	<i>f(x) → +∞</i>	<i>f(x) → -∞</i>	<i>f(x) → -∞</i>	<i>f(x) → +∞</i>	<i>f(x) → -∞</i>	<i>f(x) → -∞</i>	<i>f(x) → +∞</i>

Tabela 2 – Tendência da função polinomial de grau n quando x tende a $\pm\infty$; a é o coeficiente do termo de grau n .

Em segundo lugar, relembremos o significado das raízes de uma função polinomial e a importância do processo de fatoração, pois é através da transformação de uma forma aditiva para uma multiplicativa que é possível achar os pontos onde a função assume valores nulos. Mais uma vez, a avaliação que fiz foi que a importância fosse no conceito de fatoração e não nas diferentes técnicas⁴⁴⁷. Para tanto, utilizamos as ferramentas disponibilizadas pelo Geogebra para alcançar o resultado, particularmente utilizando o comando IFactor(), que retorna o polinômio na sua forma multiplicativa.⁴⁴⁸

⁴⁴⁶ Mais uma vez, cabe sublinhar como o ponto central da dinâmica em sala de aula é a relação dialética entre o local e o global. Os outros elementos são de alguma forma complementares e não fazem parte do “tema gerador” principal.

⁴⁴⁷ Tipicamente, as técnicas de isolamento (parcial e/ou total) do fator comum, o dispositivo de Briot-Ruffini, a própria divisão de polinômios.

⁴⁴⁸ Claramente a ferramenta Geogebra disponibiliza tanto graficamente quanto por meio de comandos explícitos o cálculo das raízes (e pontos de inflexão, máximos e mínimos etc.): estes recursos foram explorados, mas avaliei que fosse importante destacar mais uma vez a ligação entre raízes e fatores.

●	$g(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6$	⋮
●	$\text{IFactor}(g(x))$	⋮
	$\rightarrow (x - 1)(x + 2)(2x + 3)$	

Figura 16 – Uso da função IFactor em Geogebra: passando a função $g(x)$, IFactor retorna o polinômio decomposto em fatores utilizando, se for preciso, os números irracionais

Por fim, mostrando como o termo linear (o coeficiente do termo de grau zero) indica imediatamente o ponto de passagem da função pelo eixo y e lembrando que a função polinomial é sempre contínua (não tem ‘interrupções’ e ‘buracos’) e sempre derivável (ela é sempre ‘sinuosa’, sem apresentar mudanças ‘repentinas’ – pontos de cúspides –) temos em mãos todos os elementos para esboçar o gráfico (provável) dela.

Destaco, mais uma vez, como a escolha de abordar elementos mais ‘técnicos’, como o cálculo das taxas unitárias e rudimentares técnicas de estudo de função proposta nas páginas precedentes, reflete uma possibilidade de ação, não já uma necessidade; aliás, se na dinâmica de aula tais abordagens não forem possíveis pelos mais diferentes motivos (falta de tempo, de ‘pré-requisitos’ das alunas etc.), felizmente podemos mesmo assim discutir a tensão local-global, com apoio das ferramentas informáticas para fornecer visualmente as bases para isto. A exemplo, cito que podemos mostrar como ‘mexer em um ponto’ de uma função polinomial acarreta mudanças na estrutura toda construindo oportunos cenários no próprio Geogebra⁴⁴⁹. Na figura 13 há a representação de uma particular função polinomial de terceiro grau; mexendo a posição do ponto A através do *slider* (controle deslizante) d , é possível mostrar graficamente e intuitivamente como mudando a posição de um ponto ‘só’ os outros pontos também são solidários e precisam movimentarem-se (figura 14); também é possível mudar a ‘inclinação’ (a derivada) da função no ponto A ao agir no parâmetro c (figura 15).

⁴⁴⁹ O aplicativo, de minha autoria, encontra-se no endereço <https://www.geogebra.org/classic/wwyzbxra>.

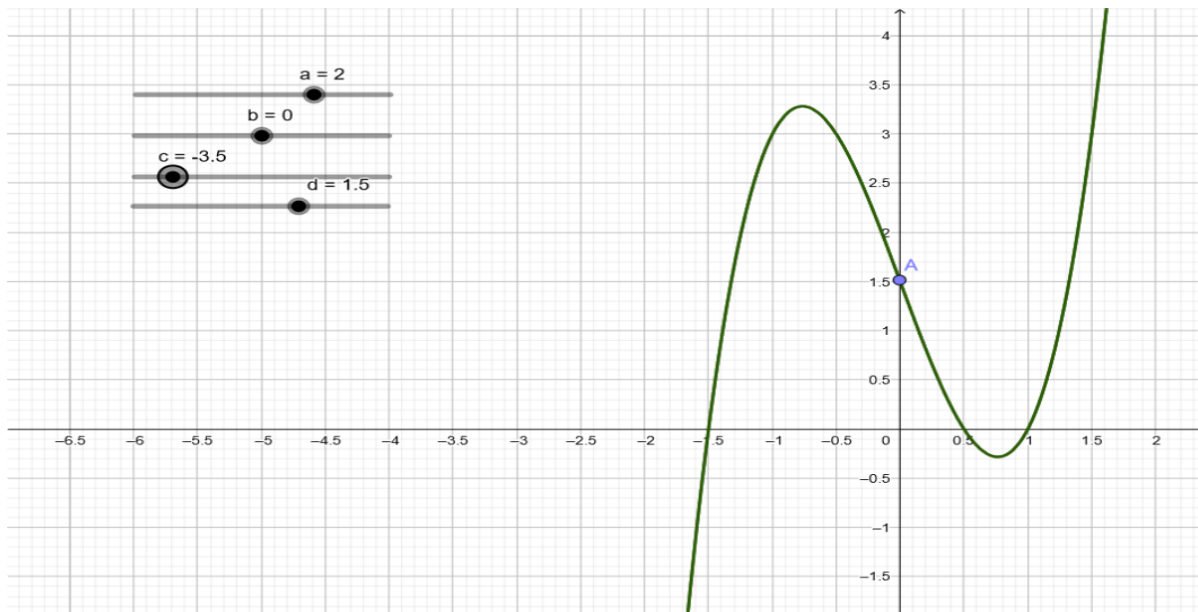


Figura 17 – Em verde temos a representação gráfica da função polinomial $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, sendo os valores dos coeficientes ajustado de acordo com os slider colocados no canto acima a esquerda.

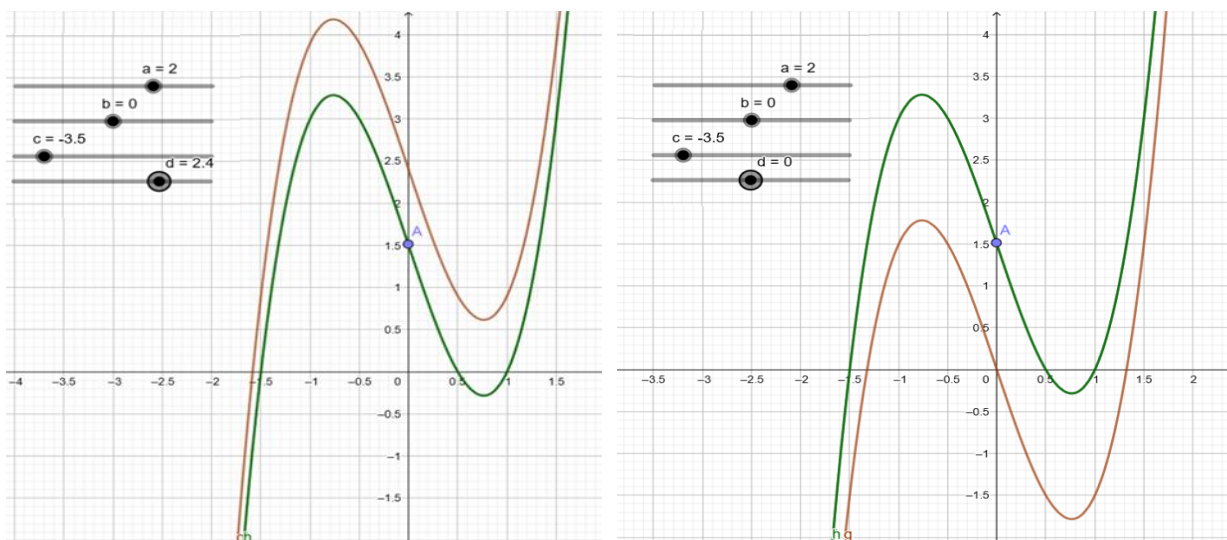


Figura 18 – Em laranja estão representados os ‘movimentos’ da função original ao modificar a posição do ponto A: no quadro a esquerda, o ponto A se move para cima até 2,4; a direita se move pra baixo até a origem dos eixos.

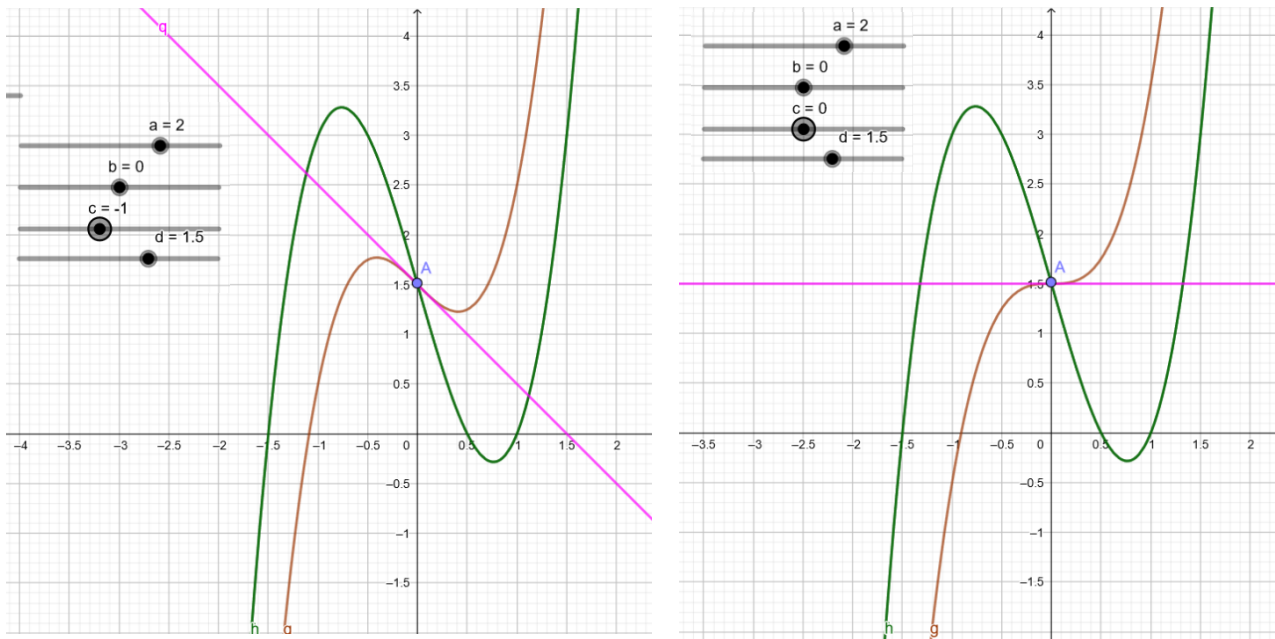


Figura 19 – Em laranja o andamento da função mudando a inclinação (derivada) da função original no ponto A; em fúcsia a reta tangente a nova curva. A esquerda o valor da derivada no ponto A é -1; a direita é 0 e, portanto, a reta tangente é horizontal

Como elemento ‘final’ desta análise, considero importante a ideia de aproximar outros tipos de funções com funções polinomiais, para resgatar, assim, o polinômio de Taylor. E por não querer entrar nas technicalidades das derivadas, usamos o apoio das possibilidades oferecidas pelo Geogebra através da função `TaylorPolinomial()`⁴⁵⁰.

⁴⁵⁰ A função recebe três variáveis em ingresso: a função a ser aproximada, o ponto ao redor da qual executar a aproximação, e a ordem de derivação até onde aproximar. Portanto, a aproximação amarela de quinta ordem da figura 21 foi calculada com o comando: `l(x)=TaylorPolinomial(f,0,5)`.

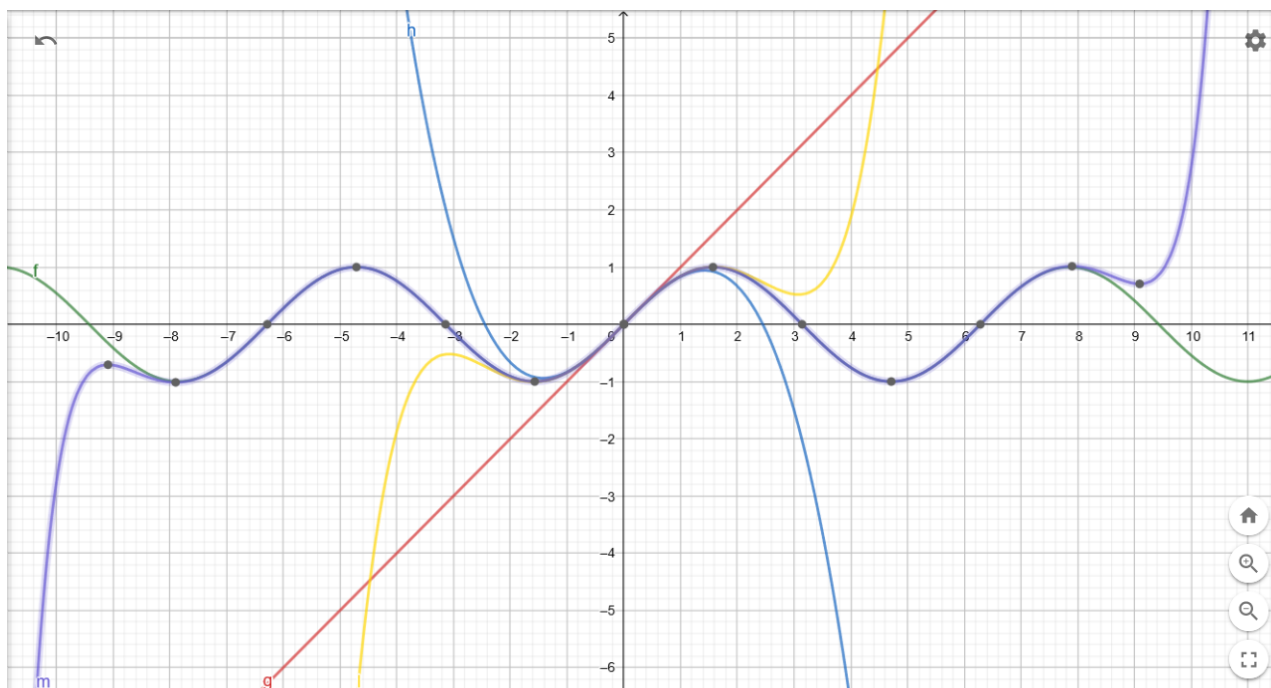


Figura 20 – Em verde, a função $f(x)=\text{sen}(x)$; em vermelho, a aproximação de Taylor de primeiro grau ($g(x) = x$); em azul a aproximação de 3 grau ($h(x) = x - \frac{1}{6} x^3$); em amarelo, a de 5 ($l(x) = x - \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{120} x^5$); em violeta, a aproximação de 21 grau ($m(x) = x - \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{120} x^5 - \frac{1}{5040} x^7 + \frac{1}{362880} x^9 - \frac{1}{11!} x^{11} + \frac{1}{13!} x^{13} - \frac{1}{15!} x^{15} + \frac{1}{17!} x^{17} - \frac{1}{19!} x^{19} + \frac{1}{21!} x^{21}$). O ponto de aproximação foi sempre $x = 0$. O polinômio de Taylor que aproxima a função seno em $(x = 0)$ somente apresenta potências ímpares porque isso deixa a função simétrica a respeito da origem, assim como a própria função seno.

Tendo trilhado, assim, um percurso para observar, concretamente, no estudo das funções polinomiais, a solidariedade entre o local e o global, podemos começar a abrir mais o olhar sobre outros aspectos onde esta tensão (dialética) apresenta-se: desde as questões geométricas (abordadas pelo próprio Petitot e destacada no começo deste item) até algumas classes diferentes de funções, como as funções caóticas. Estas últimas, a meu ver, representam um contraponto às funções polinomiais, pois quando há uma mudança local em uma função deste tipo é verdade que provoca mudanças na estrutura toda, mas estas mudanças são, de alguma forma “proporcionais” ao tamanho da variação. Do contrário, quando estamos perante uma estrutura matemática caótica, a solidariedade entre o local e o global preserva-se, mas vem menos qualquer possibilidade se uma ‘comensurabilidade’ entre a mudança local e o andamento global. Neste cenário, qualquer mudança, por infinitésima que seja em um ponto de uma função caótica pode acarretar mudanças infinitamente grandes no nível global. Usando a famosa metáfora da borboleta que bate as asas, em um contexto polinomial existirá sempre uma comensurabilidade com este evento na escala global; já em uma situação caótica, literalmente, tais batidas podem acarretar qualquer consequência.

Também, conforme a mesma trajetória seguida por Petitot ao abranger as ciências e ao olhar com a lente da tensão local-global, seria impossível não citar o princípio de localidade, tão fundamental na física clássica e até na einsteiniana, mas insustentável no campo quântico. Trata-se da ruptura de uma das hipóteses da física moderna, o fato de ser impossível para qualquer coisa (material ou imaterial) poder propagar-se a uma velocidade superior à luz no vácuo. Mas é exatamente isto que observamos em várias situações que envolvem o *entanglement* entre diferentes partículas. O prêmio Nobel de física de 2022 foi dado aos físicos Alain Aspect, John F. Clauser e Anton Zeilinger por terem conduzido experimentos que provassem como a hipótese de localidade (junto com a de realidade) não são compatíveis experimentalmente com a interpretação da física quântica.

Tudo isto ainda não é suficiente. Se verdadeiramente esta tensão local/global apresenta as potencialidades para constituir-se como um tema gerador, é preciso que esta tensão, de acordo com Petitot, transcenda as fronteiras das ideias matemáticas *stricto sensu* e seja uma categoria constituinte da própria vida dos seres humanos e das suas lutas.

A ideia para construir esta ponte de maneira mais explícita veio-me justamente a partir do movimento 'alter-mondialista' (ou 'no-global'), entre o final da década de 1990 e início da década de 2000, época de vários movimentos de protestos contra o processo de globalização, como a contestação dos povos originários às festas e comemorações do quinto centenário da 'descoberta' das Américas, em 1992; o levante zapatista na selva Lacandona no México, em 1994; e as revoltas contra a Organização Mundial do Comércio, em Seattle, em 1999.

Esses protestos contra o processo de globalização começaram a aparecer na grande mídia (Ocidental) e tais movimentos agruparam diferentes organizações dos quatro cantos dos mundos: organizações não-governamentais, sindicatos, partidos políticos, movimentos sem-terra, movimentos camponeses, jovens, e migrantes em experiências das mais diversificadas, como protesto, manifestações, passeatas, greves e os fóruns mundiais (entre os quais o de Porto Alegre teve ressonância mundial) em contestações aos grandes encontros internacionais.

Tais movimentos nasceram, direta ou indiretamente, contra o processo de globalização capitalista, acelerado pela queda da União Soviética, pela instauração quase global de uma específica fase do capitalismo, o neoliberalismo, que tem como umas das orientações fundativas o Consenso de Washington, que é uma

recomendação internacional que visava a propagar a conduta econômica *neoliberal* com a intenção de combater as crises e misérias dos países subdesenvolvidos, sobretudo os da América Latina (MELO, 2020)⁴⁵¹. Tal documento apresenta como recomendações: disciplina fiscal, redução dos gastos públicos, juros de mercado, câmbio de mercado, abertura comercial, *investimento estrangeiro direto com eliminação de restrições, privatização das estatais, desregulamentação da economia* e direito à propriedade intelectual (MELO, 2020). Ou seja, o marco principal do neoliberalismo e da globalização econômica procura alcançar todos os setores da sociedade, vinculando-os ao mercado. Nesse processo, têm papel importante os acordos sobre serviços estabelecidos entre países da OMC, cuja lista de serviços foi sendo ajustada e adquirindo novos contornos. É nesta perspectiva que a educação vai-se transformando em mercadoria. (SANTOS, 2020, p. 294, grifo meu)

Dentro destes protestos de *lutas globais* contra um *inimigo global* (a globalização neoliberal) aquilo que era continuamente destacado eram exemplos de lutas bem localizadas no espaço: desde os citados zapatistas até as lutas específicas contra uma ‘grande obra’, como um oleoduto que passasse em terras de povos originários. Os próprios fóruns sociais (mundial e regionais) estavam configurando-se como um momento de trocas de ideias e compartilhamento de práticas para sujeitos em lutas diferentes, mas de alguma forma todas relacionadas. Acredito que não fosse casual que um dos motes daquelas lutas e movimentos fosse, justamente: ‘*agir local, pensar global*’; seria impossível haver mais solidariedade entre local e global!⁴⁵²

Trata-se da condensação em um *slogan* de uma reflexão sobre a atuação política que não nascia no final do milênio, mas que começou muito antes e que quem lutava vinte anos atrás conseguiu expressar. A ideia de que, por sermos seres finitos e limitados no alcance das nossas ações e por termos necessidades específicas ligadas ao nosso espaço e tempo, necessariamente podemos lutar neste mesmo espaço-tempo, contra o inimigo que mais diretamente – e localmente, no sentido de ser especificamente localizado no espaço – representava o que Freire chamava de antagônico: o opressor. Contudo, a ‘localidade da luta’ não está fechada em si mesma, não forma um ‘isolado’ (no sentido discutido por Caraça), mas se espalha, reverbera e se solidariza com as

⁴⁵¹ MELO, Guilherme. Consenso de Washington: neoliberalismo, economia dependente e a globalização. [S. l.: s. n.], 2020. Disponível em: <http://www.4pt.su/pt-br/content/consenso-de-washington-neoliberalismo-economia-dependente-e-globalizacao>. Acesso em: 18 fev. 2020.

⁴⁵² A tensão dialética local-global está presente também na obra freiriana, a saber, na tensão existente entre os temas geradores o o que Freire chama de “universo temático”: “Uma unidade epocal se caracteriza pelo conjunto de ideias, de concepções, esperanças, dúvidas, valores, desafios, em interação dialética com seus contrários, buscando plenitude. A representação concreta de muitas destas ideias, destes valores, destas concepções e esperanças, como também os obstáculos ao *ser mais* dos homens, constituem os temas da época.

Estes, não somente implicam outros que são seus contrários, às vezes antagônicos, mas também indicam tarefas a serem realizadas e cumpridas. Desta forma, não há como surpreender os temas históricos isolados, soltos, desconectados, coisificados, parados, mas em relação dialética com outros, seus opostos. Como também não há outro lugar para encontrá-los que não seja nas relações homens-mundo. O conjunto dos temas em interação constitui o “universo temático” da época.” (FREIRE, 2001, p. 92-93, grifo do autor)

outras lutas dos oprimidos, mesmo sendo elas, aparentemente, as mais diferentes. E o próprio inimigo, o opressor contra o qual os oprimidos movem a sua luta de libertação, é somente parcialmente local: ele representa mais uma ‘presença’ global que não é suficiente derrotar em um lugar ou em outro. Seria possível derrotar o capitalismo, o racismo e o machismo somente em um prédio, em uma aldeia, em uma região ou até mesmo, em um país inteiro?

Talvez a primeira reflexão explícita sobre este aspecto⁴⁵³ foi feita pelo próprio Marx, no meio das nascentes lutas dos proletários nos países mais industrializados da Europa, nos meados do século XIX. Ao lançar o “Manifesto Comunista”, em 1848, ele começa afirmando que “[e]mbora não no seu *conteúdo*, na *forma* a luta do proletariado com a burguesia é, inicialmente, uma *luta nacional*. O proletariado de cada país deve, obviamente, antes de mais nada, ajustar as contas com sua própria burguesia” (MARX, 2017, p. 29, grifo meu). Ou seja, o ponto de partida da luta pela libertação da opressão (de classe) é necessariamente com a “sua própria burguesia”, com os opressores que são mais diretamente – localmente – responsáveis pela situação de exploração e de miséria que condena as massas de trabalhadoras e as suas famílias. Não incidentemente, Marx retoma a tensão clássica forma-conteúdo⁴⁵⁴ para posicionar a sua análise: a forma das lutas operárias é local, mas o conteúdo, por contraposição, é global.

Essa dimensão global é esclarecida ao longo do texto com sentenças peremptórias – “Os comunistas são ainda censurados pelo desejo de abolir a pátria e a nacionalidade. Os trabalhadores não têm pátria. (ibidem, p. 37)” – e, sobretudo, como o slogan consagrado mundialmente: “PROLETÁRIOS DE TODOS OS PAÍSES, UNÍ-VOS!” (ibidem, p. 55, letras capitais do autor). Portanto, não é estranho que com estes ‘fundamentos teóricos’ a primeira organização ‘mundial’ dos trabalhadores em luta denomina-se justamente ‘Internacional’ e que, também, o mais famoso hino dos oprimidos, criado nos dias de resistência da Comuna de Paris, tivesse o mesmo nome.

O próprio movimento de todo o “Manifesto Comunista” é marcado pela tensão dialética entre as lutas locais e parciais, como a greve em uma firma só para arrancar melhores condições de trabalho, e uma perspectiva unificante e unificadora – global – que abranja e dê sentido a todas as lutas como parte da mesma luta. Este processo ‘globalizante’ tem, pelo menos, duas dimensões, sendo uma prática e outra moral. A dimensão prática reflete a ideia que não é possível ter uma vitória dos oprimidos que seja duradora e firme somente no nível local, pois o capitalismo tem uma

⁴⁵³ Se não for a primeira, acredito que com certeza deve ser a mais famosa!

⁴⁵⁴ Gosto de lembrar que esta tensão também é citada por Petitot como uma tensão fundativa (como par forma/substancia) no começo do seu artigo sobre a contradição local-global (PETITOT, 1985, p. 11).

dimensão global⁴⁵⁵ e, para tanto, é esta dimensão que a luta deve alcançar. Isto foi tristemente confirmado pelas dificuldades que tiveram os países que, por escolha ou por necessidade, construíram um caminho nacional ao socialismo. A dimensão moral reside na ideia humana e humanizadora de solidariedade, isto é, na ideia de que, em última análise, não é possível ser livre e ser mais se os outros seres humanos são oprimidos e impedidos de sê-lo.

Talvez uma das mais eficazes epígrafes sobre essa solidariedade entre seres humanos contra a injustiça foi escrita pelo intelectual e ativista político cubano José Martí (1853 – 1895): “cada homem verdadeiro [pessoa verdadeira] deve sentir na sua própria face o golpe dado na face de qualquer outro homem [outra pessoa]”⁴⁵⁶ (ZEA, 1993, p. 121, tradução minha). Mas a tensão entre a dimensão local e global ainda pode ser vista na atividade política e revolucionária de Martí, já que na sua prática ele ligou indissolavelmente a ideia de uma luta de libertação (da dominação espanhola) cubana à ideia de uma solidariedade de todas as repúblicas irmãs latino-americanas dentro da abrangente ideia de “pátria magna” (pátria grande)⁴⁵⁷.

Não casualmente, Martí virou o seu olhar também no campo da educação, mostrando, mais uma vez, como a preocupação com a construção de uma sociedade diferente e mais justa esteja estruturalmente entrelaçada com a proposta de educação para a realização dos anseios dos seres humanos (NASSIF, 2010). E, também não surpreendentemente, Martí sempre foi uma figura central no pensamento e nas reflexões de um outro revolucionário, Ernesto Che Guevara, pois além de citá-lo em diferentes ocasiões e discursos, quando escreveu o prologo do livro “El partido marxista-leninista”, publicado em 1963, pela “*Dirección Nacional del Partido Unido de la Revolución Socialista de Cuba*”, colocou a famosa citação do intelectual cubano como exemplo do que sempre colocar em primeiro lugar: a dignidade humana. Parece-me, assim, muito poético que a herança de Martí seja assumida por um argentino que lutou na revolução cubana e depois, em um sem número de outros países na América Latina e na África, em solidariedade com todos os oprimidos do mundo.

Talvez o que mais revela o Che Guevara como símbolo dessa tensão entre (a luta n) o local e (a luta) global é a própria palavra (no sentido freiriano de junção inextricável de teoria e prática) que ele nos deixou. Assim, Löwy resume esta postura internacionalista do Che Guevara:

⁴⁵⁵ Se isso começava a ser verdade em meados do século XIX, hoje, a dimensão global do capitalismo é uma certeza. Tal constatação não apaga as diferenças, as tensões e até as guerras que centros de poderes econômicos diferentes continuamente travam entre eles, já que elas são totalmente internas aos mecanismos capitalistas.

⁴⁵⁶ “todo hombre verdadero debe sentir en la mejilla el golpe dado a cualquier mejilla de hombre”.

⁴⁵⁷ A ideia da pátria grande latinoamericana não nasce com Martí e, felizmente, não morre com ele: aparece como ideia já nas primeiras lutas de libertação das regiões da América do Sul (ZEA, 2006, p. 170-171).

é necessário criar dois, três, muitos Vietnãs, para obrigar o imperialismo [dos EUA] a dispersar as suas forças.

É a primeira vez, desde muito tempo que um dirigente comunista de envergadura mundial tenta delinear uma estratégia revolucionária internacional que não estivesse em função dos interesses de um Estado. [...]

Por outro lado, esse apelo não era um desejo abstrato e platônico. Foi escrito no meio da floresta boliviana, por um homem que tentava cumprir o que pregava e que sacrificou a vida por este fim: ajudar no combate do povo vietnamita, abrindo uma segunda frente na América Latina. (LÖWY, 2012, p. 128)

Acredito que seja uma perspectiva verdadeiramente ‘oblíqua’: se olharmos de perto, vemos Ernesto Che Guevara na selva da Bolívia, tentando construir um movimento de guerrilha para libertar um país oprimido pelo jugo do imperialismo estadunidense; mas se levantamos um pouco o olhar, digamos no nível continental, eis que vemos que já não se trata somente de uma luta regional ou nacional, mas sim de um movimento pelo menos continental apegado a uma ideia de libertação – e solidariedade – de todos os povos da “pátria grande”. Mas, surpreendentemente, podemos olhar de maneira ainda mais lateral e perceber como aquelas poucas pessoas perdidas no meio da Bolívia, na verdade, estavam travando uma luta que, também, era uma só com a luta de libertação do povo Vietnamita.

Acredito que não exista um exemplo mais forte do que isso: no limite, um homem sozinho, um ‘ponto’ localizado no tempo e no espaço, é humanamente e politicamente na mais profunda relação de solidariedade com os oprimidos mais distantes, assim, como, seja-me permitida a analogia, o ponto da função polinomial tem a maior solidariedade de todos os outros pontos da função. E esta solidariedade é ‘bidimensional’: não vale somente no espaço, mas sim no tempo, já que desde as primeiras vitórias na Sierra Maestra até hoje, Ernesto Che Guevara, com a sua vida e a sua palavra é um ‘ponto’ da curva que ainda reverbera e se ‘solidariza’ com as lutas que os oprimidos ainda travam nos quatro cantos do mundo.

Esse fenômeno, essa solidariedade entre oprimidos não importa quão distantes no espaço e no tempo, não é prerrogativa de poucos; nem tampouco de quem vai receber um parágrafo nos livros de história. Entre os inúmeros exemplos, destacarei dois que parecem-me expressarem as características destes fenômenos.

O primeiro exemplo vem da Itália. Trata-se de Carlo Giuliani, um jovem que foi morto pela polícia em 20 de julho de 2001, na cidade de Gênova, no meio dos protestos contra a reunião do G8, que acontecia naquela cidade. Desde a trágico feito, ele foi homenageado em diferentes partes do mundo, pelos anos seguintes, como um mártir de uma luta para todas as pessoas oprimidas do mundo. Anos depois, em 2005, em conversa com um educador de Recife, Jocimar, que faz com a

sua equipe um trabalho muito belo e engajado com crianças que vivem nas situações mais precárias, ao discutir as várias práticas construídas com as crianças, ele conta do “eco da periferia”, manifestações culturais itinerantes feitas nos finais de semana, onde os jovens se produzem atividades culturais nos bairros das pessoas privilegiadas da capital do Pernambuco; existe a tentativa de desmascarar a violência embutida na ideia de que em um jovem deve ser “bandido” ou “prostituta”, somente pelo fato de morar em um bairro periférico ou em uma favela. Além da produção de atividades culturais, como a capoeira, o sarau e a dança, existem temas explícitos que cada eco trata a cada vez. Assim, descubro que

tem um eco para lembrar Carlo Giuliani, um para o problema da [falta de] água. No termino de cada atividade todo mundo senta em círculo no chão formando a ‘roda do diálogo’ e um tema é proposto, para fazer um aprofundamento. Pergunto para ele como consegue explicar para um menino de rua do Brasil quem era Carlo Giuliani e porque foi morto. A minha perplexidade é que isso pode ser algo distante da sua vida e da sua percepção [...].

Mas Jocimar me explica que, ao contrário, estas coisas têm tudo a ver com as pessoas: como Carlo foi morto pela repressão porque lutava por um mundo diferente, assim aqui no Brasil acontecem as mesmas coisas. Ainda, Carlo foi assassinado enquanto protestava contra o G8, que tem a ver com o Brasil porque é lá que é decidido o rumo que o mundo tem que tomar. Assim, nos explica Jocimar, as pessoas adquirem a consciência de si como seres humanos. (TERUZZI, 2007, p. 108, tradução minha)⁴⁵⁸

Mesmo reconhecendo o fato de que a organização não-governamental que levava adiante esse projeto do qual Jocimar participava tinha ligações e troca com associações da Itália, achei potente como eles defendiam a importância de falar das lutas do outro lado do oceano porque a repressão é a mesma, as lutas são as mesmas, e existe uma interconexão entre o que acontece em um lado e as consequências que afetam todos.

A minha dúvida expressada então a Josimar remete diretamente à questão do que é o tangível, questão sobre a qual em vários pontos da pesquisa debruicei-me, particularmente no item 2.2 (“*real imediato, real mediato e real pensado/hipotetizado*”). O último exemplo trazido permite-me destacar mais dois elementos: o caráter abrangente da questão da apreensão do real e insistir, mais uma vez, sobre a reformulação semântica que precisamos dar ao conceito. Sobre o primeiro aspecto, é evidente como não se trata de uma problemática restrita ao campo d(o ensino d)a

⁴⁵⁸ “c'è un'eco per ricordare Carlo Giuliani, una per il problema dell'acqua. Al termine di ogni attività tutti si siedono in cerchio per terra formando la «roda do dialogo» e viene proposto un tema di lettura della giornata, un approfondimento. Gli chiedo come fa a spiegare a un ragazzo di strada brasiliano chi era Carlo Giuliani e perché è morto. La mia perplessità è che queste cose siano distanti dalla vita e dalla percezione di una ragazzo che vive per le strade di Recife.

Ma Jocimar mi spiega che queste cose invece c'entrano con la gente: come Carlo è stato ucciso dalla repressione perché lottava per un mondo diverso, così qui in Brasile succedono le stesse cose. Ancora, Carlo è morto durante il G8, che c'entra col Brasile perché è lì che viene deciso in che direzione deve andare il mondo. In questo modo, ci spiega Jocimar, le persone acquistano coscienza di sé come esseri umani.”

matemática, mas envolve praticamente qualquer âmbito da existência humana, como as questões políticas discutidas pelos educadores de Recife com os seus educandos; a tangibilidade de um objeto matemático pode ser tanto problemática quanto uma discussão sobre repressão. Sobre o segundo aspecto, deixarei espaço às palavras da própria sociologia pragmática:

o que garante a tangibilidade não é a fixidez ou o caráter inacessível de uma coisa não manipulável, mas a possibilidade de reiterar, se necessário, a prova de verdade. O que é tangível persevera malgrado ou sobretudo graças às variações contínuas. Nossos protagonistas parecem adotar um ponto de vista espinozista segundo o qual nada do que é o é, sem *insistir em seu modo de ser*. A *força probatória* depende assim dos meios pelos quais os atores mobilizados puderam experimentar a persistência de verificações cruzadas e a consistência de aproximações. (CHATEAURAYNAUD, p. 23, grifo do autor)

O tangível, dito de outra forma, não é – necessariamente – o manipulável, o ‘objetivo’, mas o que resiste às tentativas dos atores de falsificá-lo. E acredito valer o oposto: se algo é assim profundamente enraizado na mente de alguém, não haverá fatos, raciocínios e ‘provas’ suficientes a convencê-lo do contrário. Um negacionista das mudanças climáticas por causa antrópicas ou um antivacinista convencido que o remédio correto pela Covid-19 é um vermífugo ou a Cloroquina, é exemplo disto. No caso em exame: em qual grau a história do Carlo Giuliani tenha sentido para os jovens de Recife, e em qual grau debater-se sobre as funções polinomiais seja tangível aos alunos do terceiro ano do ensino médio, depende, substancialmente, quanto tais tópicos ecoam com os elementos que os atores estão acostumados a mexer nas próprias disputas para a construção do seu real.

Parece-me, enfim, que através desta construção tensionada entre o local e o global, os educadores de Recife tinham o objetivo de construir o sentimento de pertencimento à comunidade dos seres humanos e, com isso, à própria solidariedade.

Para colocar um exemplo de natureza complementar com o precedente, cito o exemplo da vereadora de Rio de Janeiro, Marielle Franco, barbaramente assassinada – junto com o seu motorista Anderson Pedro Mathias Gomes – pelas milícias da cidade carioca, em 14 de março de 2018. Neste caso, o exemplo é complementar porque partimos do Brasil – na verdade da realidade específica de Rio de Janeiro, da favela da Maré – e abrangemos o mundo inteiro. De fato, em vários países do mundo a figura de Marielle virou um símbolo de luta e, mais uma vez, percebemos nisto toda a força da tensão local-global em ação: uma vereadora comprometida com os direitos humanos pisoteados nas favelas de Rio de Janeiro, e com as lutas das pessoas negras e LGBTQIA+, virou um símbolo para todos os oprimidos. E este fato é testemunhado por iniciativas, encontros e materiais produzidos por movimentos, coletivos e artistas na Itália (imagem 22 e 23).



Figura 21 – Dois chamados para dois eventos diferentes na cidade de Milão, dedicados a Marielle

Todo este caminho exposto precedentemente desde o estudo de uma função de primeiro grau até a figura da Marielle foi articulado em uma dinâmica de aula no Instituto Federal⁴⁵⁹.

⁴⁵⁹ Devido à pandemia, não foi possível fazer isso de uma forma abrangente e estruturada de acordo com os planos iniciais da presente pesquisa. Mais uma vez, terei que ligar com sinais e olhares oblíquos.



Figura 22 - Mural de Marielle Franco, realizado a Roma pelo artista Jorit. Acessado em <https://www.instagram.com/p/CnMQuhzgOOF/?igshid=NjcyZGVjMzk%3D> em data 10/1/2023

Talvez a interação mais potente que aconteceu neste percurso foi quando uma aluna, ao retomar a ideia de que, em uma função polinomial, ao mexer com um [ponto], mexeram com todos, trouxe as lutas dos movimentos feministas à tona. De fato, estávamos no auge da luta dos movimentos na Argentina pela despenalização do aborto⁴⁶⁰ e as repercussões nas mídias (sociais) também aqui no Brasil foram grandes. Além disto, na turma do terceiro ano do ensino médio existia um coletivo de alunas que discutiam questões de gênero de maneira extremamente aprofundada⁴⁶¹

⁴⁶⁰ A lei foi aprovada no final de 2020 em consequência das lutas das mulheres, que culminaram em uma grande manifestação em frente ao Congresso. Entre os vários grupos, um dos quais ganhou mais visibilidade foi “Ni una menos”.

⁴⁶¹ Tive a oportunidade de presenciar a uma discussão do coletivo, organizada no meio da Semana da Ciência, e fiquei golpeado pela maturidade e seriedade expressa por aquelas jovens.

e, por isto, retrospectivamente, não há estranhamento que o comentário consistiu em sublinhar uma das palavras de ordens das mulheres nas lutas, “mexeu com uma, mexeu com todas!”⁴⁶², como a expressão da solidariedade que existe entre as mulheres em luta: uma solidariedade que conecta, novamente, o nível local com o espaço global.⁴⁶³

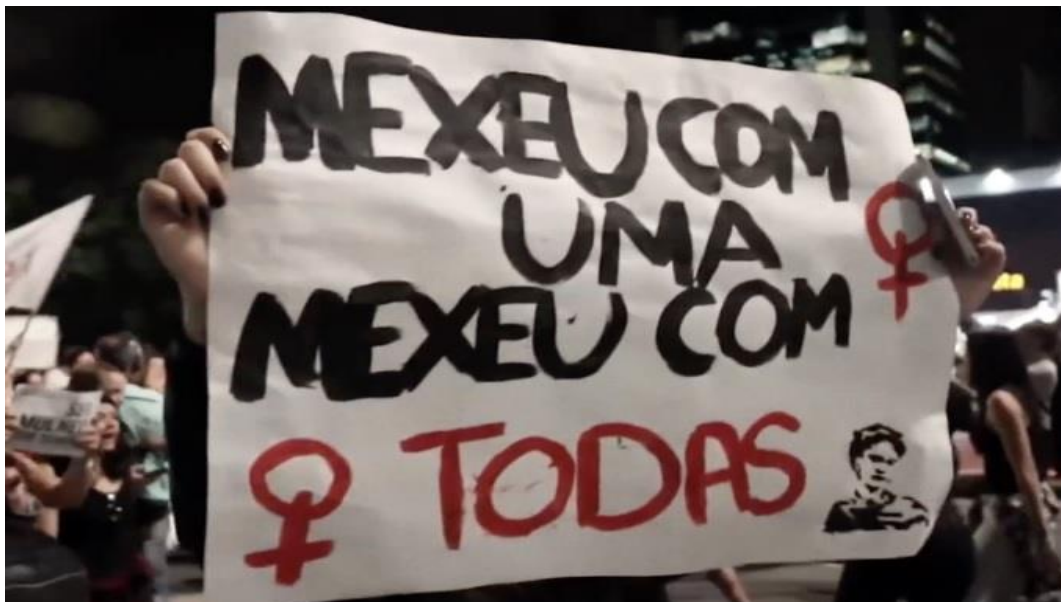


Figura 23 – Imagem de uma manifestação dos movimentos feministas, de <https://claudia.abril.com.br/educacao/7-documentarios-feministas-para-assistir/>, acessada em 05/03/2022

Tanto do ponto de vista matemático, quanto político e social, acredito ser importante sublinhar como a ideia de “solidariedade” é em contraposição à visão (neo)liberal resumida no slogan “faça a sua parte”. É um mote que indica uma suposta ‘importância’ do sujeito singular em fazer a coisa justa, independentemente de todo o resto (as outras pessoas, o contexto etc.). Exemplo disto é a ênfase no ecologismo das escolhas particulares (fazer a diferenciação do lixo, diminuir a própria emissão carbônica, comprar um carro elétrico, enfim, ‘fazer a própria parte’), desconsiderando totalmente a relação que tais ações tem entre elas e com toda a estrutura. Esta perspectiva, este *frame*, é exatamente o contrário da relação local-global discutida até aqui, uma relação tão profunda e solidária que não há como mexer com um ponto sem afetar todos. É bem interessante ressaltar como esta crítica⁴⁶⁴ é semelhante ao que Boltanski recebeu ao defender o

⁴⁶² Existe um documentário chamado assim sobre algumas figuras dos movimentos feministas e as próprias lutas no Brasil dos últimos anos.

⁴⁶³ Cabe lembrar, de fato, que movimentos parecidos nasceram justamente na América Latina e se espalharam em vários outros países; na Itália, por exemplo, existe o coletivo “Non una di meno”.

⁴⁶⁴ Ao debater esta atividade com o colega Lúcio César de Mattos Serrano foi que apareceu esta possível interpretação ‘(neo)liberal’ do ‘agir local’; todo o meu agradecimento vai a ele por explicitar este aspecto.

caráter plural das ações dos oprimidos, não vinculados *a priori* a uma – suposta – única “contradição fundamental”:

a maioria das vezes as teorias zenitais [de análise da sociedade] da dominação [por exemplo, a sociologia crítica de caráter bourdieusiano] parecem ignorar a necessidade de levar à sério o pluralismo, porque o reconhecimento da pluralidade tende a se confundir aos seus olhos com o *individualismo de caráter liberal*. (BOLTANSKI, 2011, p. 48, tradução e grifo meus)⁴⁶⁵

Esta correspondência é útil para destacar que considerada a ação – necessariamente plural e local – dos sujeitos, existe sempre o risco, a depender como a ligação com o global é entendida e continuamente reconstruída, que tal ação seja encaixada e significada através do *frame* do individualismo, e de um sufocante isolamento. É, assim, mais um motivo que atesta a importância de explorar a tensão local-global!

Ao propor tais reflexões em sala de aula – mesmo de uma maneira parcial – as alunas mostraram uma abertura a dialogar com este percurso e aportar as próprias contribuições de formas oral e escrita.

Um eixo que constitui uma diretriz para as alunas colocarem em diálogo o par local-global com elementos e reflexões próprios, foi o campo pessoal, a partir de suas próprias experiências de vida. Um aluno relatou uma doença grave (uma malformação) que teve, ainda criança, no coração e como este evento localizado no “espaço” e no tempo teve repercussões para toda a sua própria vida e dos seus pais⁴⁶⁶. Para além do fato epistemológico e cognitivo de mostrar a capacidade de dialogar com o tema tratado na aula, o feito mais importante parece-me ter conseguido colocar um *frame* para o discurso sobre a matemática, no qual falar de matemática significa falar também de si mesmo e dos fatos mais íntimos da própria experiência de ser humano. Este último ponto, acredito que mereça um destaque por mostrar como um jovem possa sentir-se à vontade em ‘expor’ e compartilhar elementos delicados da própria vida. Talvez isto seja consequência, novamente, de construir uma moldura conceitual para a aula de matemática onde são elementos importantes a não-violência, o acolhimento, a escuta, a abertura ao diálogo e uma ideia de matemática que se relaciona com a vida e os seus problemas.

Um outro eixo foi construído ao articular reflexões sobre temas gerais presentes na sociedade. Neste caso, uma questão citada por vários alunos foi o massacre na Escola Estadual Professor Raul

⁴⁶⁵ “The need to acknowledge pluralism often seems to escape overarching theories of domination, which tend to identify recognition of plurality with liberal individualism.”

⁴⁶⁶ Um outro, refletiu sobre a doença crônica dele, o diabetes.

Brazil, em Suzano, em 13 de março 2019. O evento local teve reverberações globais na vida dos alunos, que conheciam a escola, e na pauta pública, onde os debates sobre armas de fogo, *bullying*, ambiente escolar e o papel da internet viraram assuntos do momento. Novamente: para além de ser um ponto interessante e que mobiliza a tensão local-global para olhar – e criticar – a realidade, mostra o desejo dos alunos de terem as próprias inquietudes e dramas acolhidos dentro da sala de aula.

Um outro questionamento, feito a partir de uma experiência concreta em aula foi sobre o próprio conceito de democracia: quanto é legítimo e em quais contextos, perguntava a aluna, que uma pessoa fale em nome de várias outras? Ainda sobre a democracia, foram feitas reflexões por um outro aluno a respeito das eleições do 2018, questionando o par local-global na reflexão sobre como uma notícia (verdadeira ou *fake*) espalha-se na internet, principalmente nas mídias sociais.

Reflexões históricas acerca da importância de descobertas científicas ou feitos políticos também foram produzidas entre os alunos. As propostas heliocêntricas de Giordano Bruno, o primeiro prêmio Nobel a uma cientista, Marie Curie, a ascensão política de Adolf Hitler, e a descoberta da vacina por Edward Jenner foram alguns exemplos citados.

Os alunos conseguiram produzir reflexões também a partir do campo da literatura. Citou-se, por exemplo, o suicídio da personagem Myrtle como o motor local que reverbera em todo o romance (global) “O grande Gatsby”, de Francis Scott Fitzgerald.

Acredito que esses pontos de debates propostos pelas próprias alunas apontam a uma matemática que se propõe como um campo da produção do conhecimento e da reflexão dos seres humanos, justamente para olharem-se e para olharem o mundo. E destaco, mais uma vez, as ideias matemáticas não estão confinadas a tratar de figuras geométricas e fórmulas algébricas, mas sim integram ao discurso – crítico – sobre o existente.

Por fim, é importante (re)lembrar – para não perder o foco e para manter toda a discussão coerente com as ideias articuladas anteriormente – que esta proposta sobre uma possível abordagem de polinômios no final do ensino médio não foca, necessariamente, nem sobre o ‘estudo de funções’, nem sobre a ideia de aproximação polinomial. Ao contrário, tais ideias podem ser movimentadas para apontar por um feito maior, que perpassa a matemática e pode vir a ser um eixo constituinte da vida do ser humano no seu meio social: a dimensão da solidariedade. É esta a ideia que potencialmente constitui o núcleo de um – possível – tema gerador.⁴⁶⁷

⁴⁶⁷ Inclusive, no limite, é possível que um aluno tenha dificuldade/não goste do estudo de uma função polinomial, mas capture o sentido do par local-global: desta maneira, eu considero a aula um sucesso.

5. Conclusões inacabadas

[Os seres humanos são] seres que *estão sendo*, como seres **inacabados, inconclusos em e com** uma realidade que, sendo histórica também, é igualmente **inacabada**. Na verdade, diferentemente dos outros animais, que são apenas inacabados, mas não são históricos, **os homens [as pessoas] se sabem inacabados**. Têm a consciência de sua inconclusão. Aí se encontram as raízes da educação mesma, como manifestação exclusivamente humana. (FREIRE, 2001, p. 72-73, grifo do autor, negrito meu)

Esta empreitada intelectual começou a partir da pergunta que questionava sobre a(s) maneira(s) de articular o pensamento freiriano com a educação matemática. Como se trata de um campo ainda relativamente inexplorado (ou explorado ainda com elementos de superficialidade), e por não ter o próprio Freire se debruçado explicitamente sobre isso, senti a necessidade de buscar em territórios ousados e de fronteira.

Para tanto, precisei delinear uma metodologia que condissesse com esta perspectiva: uma visão sobre a ciência que colocasse no centro o seu caráter social, humanista e, conseqüentemente, uma perspectiva que apontasse para uma “unificação” entre os campos de estudo humanos e sociais com os técnicos e científicos (os campos de estudos “exatos”); assim, para tal, os contributos de Boaventura de Souza Santos e de Bruno Latour foram fundamentais. A partir disso, expus a necessidade de se ter um olhar oblíquo, enviesado, que desviasse das “perspectivas centrais”, corriqueiras, assentadas tanto na ciência quanto no “senso comum”, no sentido de que esta articulação pudesse, por um lado, justificar-se metodologicamente e, por outro, levar à construção de um conhecimento quanto mais possível coerente e que, ao mesmo tempo, cumprisse o propósito de articular o pensamento freiriano com as teorias e práticas da educação matemática. Isso justifica também a procura por interlocuções entre (o ensino d)a matemática e outras áreas do conhecimento, dentre elas, a filosofia, a sociolinguística, a historiografia e a sociologia, particularmente, sob a vertente da sociologia pragmática.

Ao longo desta pesquisa, percebi que era necessário refletir também sobre o conceito de fidelidade à obra freiriana, particularmente para (me) alertar sobre o perigo de uma recepção acrítica (“bancária”) e apologética das ideias do pensador pernambucano, de modo a acabar, portanto, por trair um dos propósitos da própria obra de Freire.

Busquei dar destaque às ideias principais da obra freiriana, sendo elas: as dimensões constituintes do ser humano, como a do ser mais, do inacabamento, da relação com o outro; a visão dialética do mundo, do ser humano e dos processos, que, inclusive, permitem superar os dualismos

visando a possíveis “sínteses”; o conceito de opressão como antagonista do desejo/fim do ser humano de ser mais e como tal conceito passa, ao longo da obra de Freire, a abranger não somente a opressão econômica/de classe, mas também as de gênero, orientação sexual, racistas etc. As ideias sobre o próprio processo educativo: uma educação libertadora, emaranhada aos processos de emancipação e que, portanto, continuamente desafia e interroga a dimensão revolucionária; a dimensão dialógica como expressão, por um lado, de uma dimensão constitutiva do ser humano e, por outro, de uma modalidade necessária a uma educação que não seja bancária, um simples depósito de conceitos pré-formados; um processo educativo participativo em que, constantemente, os papéis de quem sabe/não sabe, o especialista/o leigo, o professor/o aluno são contínua e fluidamente tensionados e trocados entre si (dodiscência); a ideia do tema gerador, que carrega em si a negação e a sua superação para o inédito viável. Ademais, senti também a necessidade – para fazer jus tanto à minha posição de pesquisador quanto a de professor “freiriano” – de discutir algumas características que constituem a dimensão docente, de modo a rechaçar a categoria de professor-missionário, mas reivindicando o papel de militante, de acordo tanto com a perspectiva freiriana quanto com a ideia gramsciana de intelectual orgânico.

Finalmente, passei a articular alguns eixos sobre a matemática e o seu ensino com as ideias freirianas. Primeiramente, na beira da psicologia e sociologia, resgatei do campo de pesquisa o conceito de *frame*, como ferramenta que dá sentido ao discurso, enquadrando-o sob uma moldura conceitual; paralelamente, atingi o campo, na encruzilhada entre a literatura e a sociologia, para colocar em destaque o poder do mito, como uma história – fundativa – que, em uma relação dialética com quem a escuta, é continuamente tensionada, (re)cenarizada e conduz as condutas dos atores na sociedade. Os dois elementos são posteriormente utilizados ao longo de todo o trabalho a fim de mostrar como existem diferentes (em certos aspectos, até opostos!) discursos sobre (e dentro d) a matemática: em primeiro lugar, sobre a própria natureza da matemática: de um lado, uma matemática abstratamente exata, eterna, divina – ou diabólica! – objetiva, absoluta, e, de outro, uma construção humana, histórica, continuamente tensionada e envolvida pelas paixões e por acontecimentos sociais. Esta segunda dimensão representa o ambiente com o qual busquei dialogar a fim de construir um ensino freiriano da matemática.

O que me leva também a questionar a dimensão violenta da matemática, a partir da articulação feita, principalmente, por Trabal e Pais. Por um lado, discuto a dimensão da violência simbólica da matemática, a partir da tensão entre a proposta de Bourdieu e as críticas movidas pela sociologia pragmática, em correlação com a dimensão da educação bancária discutida e criticada

por Freire; por outro, o caráter social da violência do ensino da matemática utilizado como ferramenta de exclusão e de manutenção do mecanismo de produção na sociedade capitalista: sob esta dimensão, segundo Pais, a existência de um isomorfismo entre o mecanismo de depredação capitalista e o insucesso de muitos na aprendizagem da matemática representa uma imagem potente e terrível que, à moda freiriana, articula uma crítica a um tipo de educação, como as opressões presentes na sociedade. Mas, diferentemente do caráter, por vezes, absoluto (e absolutistas) das propostas dos autores supracitados, a contribuição freiriana é também de colocar sempre estas contradições em uma realidade dialética, continuamente tensionada, em que os núcleos de libertação sempre estão postos e, portanto, nunca é possível reduzir o real somente aos desejos dos opressores.

Continuando a olhar para a matemática (e para seu ensino) por pontos de vistas não usuais, tento responder a respeito do caráter da matemática em relação às categorias políticas: isto é, se a matemática tem caracteres democráticos e, ainda mais, se é de esquerda ou de direita. Após resgatar alguns exemplos de pensadores matemáticos que também se colocaram tal questão (Godel, Hersh, Devlin), discuto, novamente, algumas características, concepções, *frames* que orientam o discurso sobre a matemática, mostrando como, mais uma vez, existe um tensionamento, uma disputa sobre os modos de emoldurar a matemática que podem ser mais conservadores ou mais progressistas, mais democráticos ou mais autoritários.

Uma incursão no campo da sociolinguística, a partir da obra de Bagno, permite-me construir alguns paralelismos entre a matemática e a língua materna, mostrando como não existe uma matemática única, mas sim um conjunto de práticas e concepções, diferentemente enraizadas em grupos diversos. Portanto, assim como falar (e cobrar!) em norma culta na língua portuguesa revela uma ação preconceituosa contra classes e grupos sociais oprimidos, no lugar de cobrar a matemática supostamente “correta” segundo a norma de Euclides, seria mais interessante e proveitoso – e em linha com uma concepção freiriana – abrir uma discussão em sala de aula sobre as diferentes ideias e práticas que coexistem no fazer matemático.

Finalmente, articulo uma ponte entre a ideia de tema gerador presente na Pedagogia do Oprimido com a dimensão do ensino da matemática. A partir das ideias por uma matemática crítica propostas por Skovsmose, debruço-me sobre o significado da busca de tema gerador em uma situação social de crítica e individuando duas limitações neste processo, quais sejam: por um lado, a redução da matemática somente à sua dimensão instrumental e, por outro, a grande complexidade das ferramentas matemáticas necessárias para discutir “situações concretas”. A

partir disso, a fim de superar estas contradições, foi preciso, mais uma vez, se “colocar nas beiradas” para ter um ponto de observação diferente sobre a matemática: olhando, inclusive, para a sua história, é possível ver como as ideias matemáticas carregam dentro de si as próprias contradições para discutir as questões do ser humano, da vida, da sociedade que quer organizar. Isto é, a partir das ideias matemáticas (ideias grandes, fundamentais), é possível discutir os grandes temas envolvidos na condição humana e, particularmente, as questões vinculadas às opressões. Esta ponte entre o tema gerador e o ensino da matemática foi construída ao se articular algumas ideias fornecidas por Caraça, inclusive a própria visão dialética da matemática, da sua epistemologia e da sua história.

E, a respeito da dimensão histórica da matemática, parti da obra de Benjamin e das suas teses (na leitura proposta por Löwy) para construir uma moldura conceitual que (re)constrói o significado da matemática, da sua evolução e dos seus objetos. Neste movimento, o elemento que trouxe Freire à tona foi a ideia de “escovar a história a contrapelo”, em um processo de redescoberta e esclarecimento das opressões e apagamentos embutidos nos objetos matemáticos e da conseqüente (re)apropriação que os oprimidos podem iniciar a fim de resgatar os objetos da matemática para si mesmos. E, tal como na imagem do boneco jogador de xadrez, a matemática não pode ser somente um “um mecanismo” (um conjunto mantido pelo formalismo, por algoritmos, por ferramentas úteis à física ou à economia), mas deve ser animada pelo desejo do ser humano freiriano de *ser mais*.

E, para que este desejo encontre espaço para se realizar, são fundamentais uma escola e uma matemática em que os alunos tenham vez e voz. Assim como Freire postula essa dimensão como necessária a um ensino emancipador (as dimensões dialógicas e da didiscência expressam exatamente isso), também na metodologia (e também na visão ontológica-epistemológica⁴⁶⁸) da sociologia pragmática encontrei a centralidade deste elemento. Dentre vários elementos, há o fato de serem os atores (os alunos) em atuação e em situações críticas que, por meio da própria ação e reflexão, justificam e “dão consistência” ao real, aos valores, a uma visão sobre a sociedade. De maneira semelhante, aponto para uma aula de matemática em que os objetos matemáticos, as práticas, enfim, a própria aula seja reconhecida também como o produto *a posteriori* da ação/reflexão dos alunos. Ainda, trata-se de um processo em que a dimensão da pluralidade dos pontos de vistas, a ausência (*a priori*) de uma estrutura fundamental que organize práticas e

⁴⁶⁸ Em extrema síntese: o real é o que os atores em ação, em situações críticas, reconhecem como tal.

conhecimentos, é algo a ser reconhecido com positividade. Por último, preciso colocar acento sobre como existe um ponto de contato entre o conceito do tema gerador e a construção da realidade (social) como efeito da *práxis* dos atores: as duas dimensões envolvem o conceito de situação crítica, encrespada, geradora de empecilhos e problemas.

Por fim, tentei articular a maior parte dos aspectos tratados até aqui a casos concretos de sala de aula, a fim de apontar indícios e fragmentos sobre como estas ideias podem se articular em exemplos nos quais encontramos atores em ação.

No primeiro caso, a partir da fala do militante Galo, tento mostrar como, de fato, a matemática é algo que existe já na fala do povo, no intuito de discutir o mundo e as injustiças: as ideias que misturam divisão e multiplicação, assim como a metáfora da revolução como transformação da pirâmide em círculo, expressam este ponto. Como afirmava Freire, todo mundo antes de ir para a escola, já está alfabetizado, porque, além de falar, já tem uma “leitura do mundo” (FREIRE, 2015, p. 79). Isso é verdadeiro também sobre a matemática: as pessoas têm um entendimento, uma visão sobre a matemática e as suas ideias. O papel que cabe ao professor em uma dimensão emancipadora é abrir espaços de diálogos entre estas visões, com novas ideias e problematizações. Enfim, reconhecer as capacidades críticas e de mobilizações dos conceitos matemáticos pelos alunos não é, portanto, uma “concessão” feita pelo docente, mas sim o reconhecimento de uma realidade.

No segundo caso, explorei a possibilidade de uma atividade interdisciplinar a partir da teoria dos jogos (com foco específico no conhecido dilema do prisioneiro), por meio da qual foi possível elaborar críticas às maneiras como organizamos a nossa convivência em sociedade, particularmente, a articulação entre a ideia do bem pessoal e o bem coletivo. As várias modalidades pensadas (discussão ao vivo, ensaios em duplas, encenação teatral semidirigida) mostraram exemplos em que a dimensão dialógica e o reconhecimento da fala dos alunos concretamente encontraram espaço. Ainda, em um movimento benjaminiano, “expropriamos” a teoria dos jogos que nasceu sob uma situação militarista e belicista para ressignificá-la como elemento de discussão para uma sociedade mais justa e mais solidária.

No terceiro, discuti a possibilidade de explorar a tensão dialética entre a dimensão local e global ao mostrar como é possível, no interior deste *frame*, discutir tanto funções polinomiais e as suas propriedades, quanto discutir várias outras dimensões da própria vida, das mais pessoais às mais abrangentes. Notavelmente, o fato de vários alunos utilizarem esta possibilidade para abordarem questões “íntimas” e sofridas da própria vida aponta, justamente, o modo como um

ensino dialógico e emancipador de matemática permite a construção de um espaço em que o aluno se sinta acolhido e protegido: exatamente o contrário de uma matemática violenta e bancária.

Os três exemplos revelam também como é possível abordar (grandes) ideias matemáticas mostrando como estas estão radicalmente emaranhadas com a vida, as paixões e as grandes questões que perpassam os seres humanos e o seu desejo de ser mais, de questionar o real e romper as correntes das opressões. Portanto, os três casos reforçam também o mito de uma matemática humana e democrática, que é possível ser construída sob uma dimensão dialógica, em que a importância de balizas como “certo”/“errado” deixa espaço ao gosto pela exploração, pela discussão, pela crítica (tanto dos objetos matemáticos quanto da “realidade”), pelo reconhecimento da contribuição pessoal.

Em suma, busquei construir uma trajetória não exaustiva que mostrasse possibilidades para a construção de *práxis* de ensino da matemática que pudesse dialogar com as principais ideias da pedagogia freiriana: práticas e reflexões que levam a reconhecer a centralidade dos sujeitos que participam do processo, advogando, para tanto, um *frame* que propõe uma matemática com características humanas, democráticas, inclusivas, não violentas, fundamentada no diálogo, na autonomia dos atores e no respeito aos saberes diversos; assim sendo, proponho um olhar preocupado com as pessoas – os alunos – envolvidos no processo prático-reflexivo de fazer matemática e menos interessado nos “objetos matemáticos”, entendidos como uma realidade objetiva e separada dos atores que *estão sendo* matemáticos. Ainda, a construção de um olhar para a matemática não somente como uma ferramenta para, corriqueiramente, resolver problemas práticos, mas como expressão constituinte da própria dimensão humana e que, para tanto, carrega todas as contradições, as opressões e, dialeticamente, os meios de libertação para, freirianamente, ler (entender) o mundo, discutir o mundo, escrever (mudar) o mundo.

5.1. O que fazer (há mais)?

Existem duas diretrizes ao longo das quais enxergo possibilidades para expandir e aprofundar esta pesquisa: uma teórica e uma prática. Do ponto de vista conceitual, esta trajetória abriu diversas possibilidades, várias “correspondências oblíquas” que futuramente podem ser exploradas, como por exemplo, as relações entre a proposta freiriana e as ideias da sociologia pragmática. Sempre no campo sociológico, possivelmente poderiam ser articulados, de maneira aprofundada, os conceitos de moldura conceitual e representações sociais tal como propostos por Moscovici (2007). Ainda, seria possível explorar mais profundamente as possibilidades descoloniais presentes (pelo menos

em embrião) na obra freiriana (cabe lembrar, sobretudo, as referências que Freire faz à obra de Frantz Fanon) visando a uma matemática não eurocêntrica e, também, descolonizada.

Como acenado fugazmente na introdução, um caminho fecundo para discutir as ideias da educação matemática com a pedagogia freiriana seria construir uma articulação a partir das propostas da etnomatemática, em particular da obra do próprio Ubiratan D'Ambrosio: destacando somente um ponto, a tensão (dialética?) entre “sobrevivência e transcendência” (D'AMBROSIO, 2002, p.60) do fazer matemático parece capturar tanto a dimensão corriqueira de “resolver problemas práticos” quanto o desejo freiriano de “*ser mais*” e, portanto, seria seminal para começar esta (futura e possível) jornada.

Se estes representam alguns possíveis eixos de expansão e de aprofundamento das indagações elaboradas nesta pesquisa, do lado prático, acredito estarem também presentes possibilidades promissoras: em primeiro lugar, da continuidade e, se possível, do aprofundamento, de maneira mais estruturada, das práticas debatidas no item 4⁴⁶⁹; ainda, poderia ser explorada a relação que existe entre as práticas freirianas de docentes de matemática com as suas concepções (os seus *frames*) da matemática – e se existe, de fato, uma correlação, mesmo que, como sempre, dialética e espúria; ou seja: é verdade que professores com práticas freirianas têm, mediamente, uma concepção humanista, aberta, democrática da própria matemática? Ainda, e de maneira quase especular, seria interessante indagar tais concepções com os próprios alunos e verificar, pela própria voz deles, o quanto uma matemática “freiriana”⁴⁷⁰ muda a concepção e a relação deles com a matéria.

⁴⁶⁹ Algo que não foi possível construir ao longo desta pesquisa, dada a decretação da síndrome de Covid-19.

⁴⁷⁰ Uso esta expressão, novamente, com um pouco de licença poética e de síntese: uma matemática que se relaciona, mesmo que parcialmente, com os aspectos e as dimensões levantadas nesta pesquisa.

6. Bibliografia

ABDUL-JABBAR, K: Don't understand the protests? What you're seeing is people pushed to the edge em Los Angeles Times, May 30, 2020, disponível em <https://www.latimes.com/opinion/story/2020-05-30/dont-understand-the-protests-what-youre-seeing-is-people-pushed-to-the-edge>

ADORNO, T. W. HORKHEIMER, M. Dialética do esclarecimento. Fragmentos filosóficos, ZAHAR, 2014.

AGAMBEN, G. et al, Sopa de Wuhan, ASPO (Aislamiento Social Preventivo y Obligatorio), 2020.

AGOSTONI, N. Os desafios da educação a partir de Paulo Freire e Walter Benjamin, Editora vozes, 2019.

ALEXANDER, A. *Infinitesimal*. A teoria matemática que mudou o mundo. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.

ALMEIDA, D. F, Are there viable connections between mathematics, mathematical proof and democracy? Em ERNEST P., SRIRAMAN B., ERNEST N., *Critical Mathematics Education. Theory, Praxis and Reality*, Information Age Publishing, 2016.

AMARAL, J. T. do. *Bento de Jesus Caraça: uma visão sobre o valor humano e o valor social da matemática e suas aplicações no ensino*. 2014. 398 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

ANDERSON, K. B. *Marx nas margens: nacionalismo, etnias e sociedades não ocidentais*. São Paulo: Boitempo, 2019

ARELARO, L.; CABRAL, M. R. M. Paulo freire: por uma teoria e praxis transformadora, Instituto Paulo Freire de España, n. 23, 2017, disponível em <http://www.rizoma-freireano.org/articles-2323/paulo-freire-por-uma-teoria-e-praxis-23>

Artigue, M. (1990). Epistemologie et didactique . *Recherches en Didactique Des Mathematiques*, 10(2-3), 241-286.

Artigue, M. (1995). The role of epistemology in the analysis of teaching/learning relationships in mathematics education. In Y. M . Pothier (Ed.), *Proceedings of the 1995 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 7-21). Ontario: University of Western Ontario.

ARTIGUE, M. et al. The French Didactic Tradition in Mathematics, em *European Traditions in Didactics of Mathematics*, ICME 13, Homburg, 2016, Springer.

- Atweh, B., Forgasz, H., & Nebres. (Eds.) (2001). *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- AUFHEBEN, The rise of conspiracy theories. Reification of defeat as the basis of explanation, em *Aufheben*, nº25, p.12-28, 2020.
- AUSUBEL, D. P. *Educational Psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1968.
- AXELROD, R. *The Evolution of Cooperation, Basic Books, 1984*.
- BACHELARD, G. *A formação do espírito científico*. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 2005.
- BAGNO, M. *Preconceito Linguístico. O que é, como se faz*. Edições Loyola. 2000.
- BAGNO, M. *A norma oculta. Língua & poder na sociedade brasileira*. São Paulo: Parábola Editorial, 2003.
- BARTHE, Y. et al. *Sociologia Pragmática: guia do usuário*, Sociologias, Porto Alegre, ano 18, nº 41, p. 84-129, jan/abr 2016.
- BEI, A. *O peso do pássaro morto*, São Paulo, Editora Nos, Edith, 2017.
- BELL, E. T. *Men of mathematics*. Chicago: Touchstone, 1986.
- _____. *Mathematics: Queen and Servant of Science*, McGraw-Hill, New York, 1951.
- Bishop, A., & Forgasz, H. (2007). Issues in access and equity in mathematics education. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1145-1168). Charlotte, NC: Information Age.
- BOBBIO, N. *DESTRA E SINISTRA, Ragioni e significati di una distinzione politica*. Roma: Donzelli Editore, 1994.
- BOLTANSKI, L. *On critique. A sociology of emancipation*. Cambridge, Polity press, 2011.
- BOURDIEU, P.; PASSERON, J. C. *A reprodução: elementos para uma teoria do sistema de ensino*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1992.
- BOTTAZZINI, U. *Demonstrações de direita ou de esquerda? em Matemática, estupefação e poesia, D'Amore*, São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- BOYER, C. *História da Matemática*. São Paulo: Blucher, 2012.

BROUSSEAU, G. Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983.

BROWN, T. *Mathematics education and subjectivity: Cultures and cultural renewal*. Dordrecht: Springer, 2011.

BRUGALETTA, F. La edición de Paulo Freire en la historia reciente de América Latina. Religión, política y mercado en la circulación de una pedagogía para la liberación (1969-1977), Doutorado, Universidad Nacional de la Plata, 2020.

BRUNER J. *O processo da educação*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1978.

CALLON, M.; RABEHARISOA, V. La leçon d'humanité de Gino. *Réseaux*, 95, 1999.

CARAÇA, B. de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Edições Cosmos, 1989.

CARR, E.H. *Que é história?* São Paulo: Paz e Terra, 1996.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. *Na vida dez, na escola zero*, São Paulo: Cortez Editora, 1988.

CARROLL, S. *Qualcosa di nascosto a fondo*. Il mondo dei quanti e l'emergere dello spaziotempo, Einaudi, 2020.

CHARLOT, B. Desafios da educação na contemporaneidade: reflexões de um pesquisador, (entrevista) em *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 36, n. especial, p. 147-161, 2010.

_____. GT Em defesa da Escola Pública - Educação e barbárie, conferencia disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=jsP66YsQ0-Q>, 2021, acessado em 21/1/2022.

CHATEAURAYNAUD, F. A prova do tangível: experiências de investigação e o surgimento da prova. Blog do Sociofilo, Jul. 2018. Disponível em: <https://blogdolabemus.com/2018/07/12/a-prova-do-tangivel-experiencias-de-investigacao-e-o-surgimento-da-prova-parte-1-por-francis-chateauraynaud>.

CITTON, Y. *Mitocrazia*. Storytelling e immaginario di sinistra. Roma: Edizioni Alegre, 2013.

CORREA, D. S. DO PROBLEMA DO SOCIAL AO SOCIAL COMO PROBLEMA: elementos para uma leitura da sociologia pragmática francesa, *POLÍTICA & TRABALHO*, Revista de Ciências Sociais, n. 40, pp. 35-62, Abril de 2014

CORREA, D. S. Prefacio, em *Estudos em educação Matemática: abordagens didáticas e sociológicas*, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019.

D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*, São Paulo: Ática, 1990.

_____. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*, Belo Horizonte: Autentica, 2002.

_____. *Uma história concisa da matemática no Brasil*. Petrópolis: Editora Vozes, 2008.

_____. Mathematics and Peace: Our Responsibilities, em *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **30**, 67, 1998.

_____. Mathematics and Peace: A Reflection on the Basis of Western Civilization, em Leonardo , Vol. 34, No. 4 (2001), pp. 327-332, The MIT Press, 2001.

D'AMORE, B. (org), *Matemática, estupefação, poesia*, São Paulo: Livraria da física, 2011.

DAVIS, A. *Estarão as prisões obsoletas?* Bertrand Brasil, 2018.

DAVIS, B, RENERT, M. Mathematics-for-Teaching as Shared Dynamic Participation em *For the Learning of Mathematics* , Nov., 2009, Vol. 29, No. 3, *Knowing and Using Mathematics in Teaching* (Nov., 2009), pp. 37-43.

DAVIES P. , GRIBBIN J. *THE MATTER MYTH. Dramatic Discoveries That Challenge Our Understanding of Physical Reality* Simon & Schuster/Touchstone, 1992, New York.

DEMATTÉ A., TERUZZI, A. E. Con Paulo Freire. La ricerca di un insegnamento della matematica non violento, em *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol. 43B, N°4, outubro Centro ricerche didattiche Ugo Morin, 2020.

DESCARTES, R. *DISCURSO DO MÉTODO PARA BEM CONDUZIR A PRÓPRIA RAZÃO E PROCURAR A VERDADE NAS CIÊNCIAS*. in *Obras escolhidas*. Introdução de Gilles-Gaston Granger; prefácio e notas de Gérard Lebrun; tradução de Jacob Guinsburg e Bento Prado Jr. São Paulo: Difel – Difusão Européia do Livro, 1962 (col. Clássicos Garnier); 2° ed. 1973, pp. 39-103.

DEVLIN, K. *The language of Mathematics: making the invisible visible*. New York: Henry Holt, 2002.

DEVLIN, K. When is proof? em https://www.maa.org/external_archive/devlin/devlin_06_03.html 2003.

DI LEMBO, L. *Guerra di classe e Lotta umana, L'anarchismo in Italia dal Biennio rosso alla Guerra di Spagna (1919-1939)*, BFS EDIZIONI, PISA, 2001.

DOMITE, M. do C. *Problematização: um caminho a ser percorrido em educação matemática*. 1993. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

DOMITE, M. do C.; FORNER, R. Um encontro entre Paulo Freire e a educação matemática: Maria do Carmo Domite instigada por Régis Forner. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS)*, v. 3, n. 1, p. 157-172, 2014.

DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Paris, v. 7, n. 2, 1986.

Eco, U. (1994). *Sei passeggiate nei boschi narrativi*. Harvard University, Norton Lectures, Milano: Bompiani. 1992-1993.

ERNEST, P. (Org.). *Mathematics, Education and Philosophy: an international perspective*. London: The Falmer Press, 1996.

ERNEST, P. *The Philosophy of Mathematics Education*. London: Taylor & Francis, 2004.

EUCLIDES. Os elementos. Editora UNESP, 2009.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Edunicamp, 2011.

FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. A. (Ed.). *History in Mathematics Education: an ICMI study*. New York: Springer Science & Business Media, 2000. (New ICMI Study Series, 6).

Feuerbach, L. A essência do cristianismo, Editora Vozes, 2007.

FRANCO NETO, V. O enunciado “precisamos de mais matemática” e a produção do currículo de uma formação de professores. *Anais do 4º Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática (4º FNCM)*. Disponível em: <http://4fncm.fe.usp.br/files/ANAIS_4FNCM_2017.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2018.

FREIRE, P. *Educação como prática da liberdade*. São Paulo: Paz e Terra, 1994.

_____. *Pedagogia da indignação*. Cartas pedagógicas e outros escritos. São Paulo: UNESP, 2000.

_____. *Pedagogia do oprimido*. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

_____. *La Pedagogia degli oppressi*. Torino: Ega Editore, 2002.

_____. *Pedagogia da esperança*. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

_____. *Pedagogia do compromisso*. América latina e educação popular. Indaiatuba: Villa das Letras, 2008.

_____. *Pedagogia da autonomia*. São Paulo: Paz e Terra, 2015.

_____. *Professora sim, tia não*. cartas a quem ousa ensinar, OLHO d'água, 2007.

Freire, P., D'Ambrosio, U., do Carmo Mendonça, M. 'A conversation with Paulo Freire'. For the Learning of Mathematics 17, 3, November 1997. Disponível em português em http://matheusmathica.blogspot.com/2011/10/educacao-matematica-entrevista-de-paulo_6967.html

FROSINI F., LIGUORI G., (org) Le parole di Gramsci. Per un lessico dei cuaderni dal carcere. Roma: Carocci Editore, 2004.

FORMOSINHO J., FERREIRA F. I. Concepções de professor. Diversificação, avaliação e carreira docente. Em Formação de professores. Aprendizagem profissional e acção docente, Formosinho J. (coord.), Porto, Porto editora, 2009.

FUJIMURA, J. H. Como conferir autoridade ao conhecimento na ciência e na antropologia, em SOUZA SANTOS B. de (org.), Conhecimento Prudente por uma Vida Decente, p. 151-181 São Paulo: Cortez Editora, 2004.

FURINGHETTI, F. History of Mathematics, mathematics education, school practice: case studies in linking different domains. *For the Learning of Mathematics*, Fredericton, NB, v. 17, n. 1, p. 55-61, feb. 1997.

_____. History as a crossroads of mathematical culture and educational needs in the classroom. *Mathematics in school*, p. 37-41, jan. 2003a.

_____. Storia della matematica per insegnanti e studenti. In: CASTRO, E. (Ed.). *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Granada: Universidad de Granada, 2003b. p. 87-96.

_____. History and mathematics education: a look around the world with particular reference to Italy. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, v. 3, p. 1-20, 2004a.

_____. Quattro anni di impegno internazionale su storia e didattica: bilanci e prospettive. *Insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, v. 27, p. 724-743, 2004b.

_____. A report on the ICMI study: "The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics". *L'Enseignement Mathématique*, Genève, v. 51, p. 365-372, 2005.

_____. Teacher education through the history of mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics*, v. 66, n. 2, The History of Mathematics Education: Theory and Practice, p. 131-143, October, 2007.

_____. Rethinking history and epistemology in mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51, 967-994, 2020.

FURINGHETTI, F.; RADFORD, L. Contrast and Oblique connectinos between historical conceptual developments and classroom learning in mathematics, In L. English (Ed.), Handbook of International Research in Mathematics Education, 2nd Edition (pp. 626 – 655). New York: Routledge, Taylor and Francis., 2008.

GADOTTI, M. *Paulo Freire: uma biobibliografia*. São Paulo: Cortez/ Instituto Paulo Freire; Brasília, DF: UNESCO, 1996.

GADOTTI, M. *Histórias das ideias pedagógicas*. Editora Ática, 2003.

GALEANO, E. *Espejos*. Una historia casi universal, Madrid: Siglo XXI de españa editores, 2008

GALLI della LOGGIA, E. Cattedre più alte per tutti i professori, em https://www.corriere.it/opinioni/18_giugno_05/cattedre-piu-alte-professori-ca9fbf48-6822-11e8-b57b-459a23472be0.shtml, acesso em 15/07/2020.

GALO, P. Paulo Galo: o povo tem o direito à rebelião? - 20 Minutos Entrevista transmitida em 27 setembro 2021, disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=IndlC7jvL28>, acesso em 5/10/2021.

_____. GRAMSCI, Trabalho, Educação e Disputa de Hegemonia - Dia 2, encontro do 9 de agosto 2022, em <https://www.youtube.com/watch?v=z-4wLuxcDPQ>, acesso em 10/09/2022.

GINZBURG, C. *Mitos, emblemas, sinais: morfologia e história*. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.

GIRALDO, V., FERNANDES, F. S. Caravelas à Vista: Giros Decoloniais e Caminhos de Resistência na Formação de Professoras e Professores que Ensinam Matemática, em *Perspectivas da Educação Matemática* 12(30), January 2020.

GÖDEL, K. The modern development of the foundations of mathematics in the light of philosophy em COLLECTED WORKS, Volume III, Unpublished essays and lectures. Oxford OXFORD UNIVERSITY PRESS, 1995.

GOFFMAN, E. *Frame Analysis. An Essay on Organization of Experience*, Northeastern University Press.1974

GRAMSCI, A. *Odio gli indifferenti*, Milano: Chiarelettere, 2011.

GRAMSCI, A. *Quaderni dal carcere*, a cura di Valentino Gerratana , Torino: Einaudi, 1977.

GRAVEMEIJER, K.; TERWEL, J. Hans Freudenthal: um matemático na didática e na teoria do currículo. *Journal of Curriculum Studies*, [s. l.], v. 32, n. 6, p. 777-796, 2000.

GREGOLIN, M. do R., BARONAS, R. (org), *Análise do discurso: as materialidades do sentido*, CLARALUZ, São Carlos, 2001.

GUTSTEIN E., PETERSEN B. *Rethinking Mathematics: Teaching social justice by the number*. Milwaukee: Rethinking Schools, 2006.

HERSH, R. *What is Mathematics, really?* Oxford: University Press, 1997.

HOOKS, B., *Ensinando a transgredir. A educação como prática de Liberdade*. São Paulo: Martins Fontes, 2019.

HORTON, R. Offline: COVID-19 is not a pandemic, em *The Lancet*, Volume 396, ISSUE 10255, P874, September 26, 2020, [https://www.thelancet.com/journals/lancet/article/PIIS0140-6736\(20\)32000-6/fulltext](https://www.thelancet.com/journals/lancet/article/PIIS0140-6736(20)32000-6/fulltext)

HOUSSAYE, J. (1988). *Le triangle pédagogique: théorie et pratiques de l'éducation scolaire*. Berne: Peter Lang.

KIRSHNER, D. *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Second Edition, New York-London: Routledge, 2008.

KHUN T. *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo: Editora Perspectiva, 1970.

KNIJNIK, G. Currículo, etnomatemática e educação popular: um estudo em um assentamento do Movimento Sem Terra. *Curriculo sem fronteiras*, v. 3, nº 1, p. 96-110, Ene-Jun, 2003.

IBER, C., STOLZBERG J., FRANK M. *A dialética do eu e não-eu em Fichte e Schelling*. Fortaleza: Edições UFC, 2007.

LAHIRE, B. La variation des contextes en ciencias sociales: remarques epistemologiques. *Annales HSS*, @, mars-avril, p. 381-407, 1996.

_____. Patrimónios individuais de disposições. Para uma sociologia à escala individual em *Sociologia, problemas e práticas*, n.º 49, p. 11-42, 2005.

LAKOFF, G. *Moral Politics. How Liberals and Conservatives Think*. University of Chicago Press. 2016.

LAKOFF, G. *Non pensare all'elefante! Come riprendersi il discorso politico*. Chiarelettere, 2019.

LAKOFF, G.; JOHNSON, M. *Metaphors We Live By*. Chicago: University of Chicago Press, 1980.

LAKOFF, G.; JOHNSON, M. *Philosophy in the Flesh: The Embodied Mind and its Challenge to Western Thought*. New York: Basic Books, 1999.

LAKOFF, G.; NÚÑEZ, R. *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books, 2000.

LATOUR, B. Porque a crítica perdeu a força? De questões de fato a questões de interesse, em *O que nos faz pensar*, Rio de Janeiro, v29, n.46,p.173-204, jan.-jun. 2020.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning**: legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University Press, 1991.

LIGUORI G., VOZA, P., (org) *Dicionario gramsciano*, Boitempo, 2017.

Lindelauf, R. (2021). Nuclear Deterrence in the Algorithmic Age: Game Theory Revisited. In: Osinga, F., Sweijs, T. (eds) *NL ARMS Netherlands Annual Review of Military Studies* NL ARMS. T.M.C. Asser Press, The Hague, 2020.

LORIA, Gino. *Guida allo studio della storia delle Matematiche*. Milão: Hoepli, 1946.

LÖWY, M. Walter Benjamin: aviso de incêndio. Uma leitura das teses "sobre o conceito de história". São Paulo: Boitempo, 2010.

_____. *O pensamento de Che Guevara*. São Paulo: Expressão Popular, 2012.

MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna*. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1993.

Mendenhall, H. The COVID-19 syndemic is not global: context matters, em *The Lancet* Volume 396, ISSUE 10264, P1731, November 28, 2020,
[https://www.thelancet.com/journals/lancet/article/PIIS0140-6736\(20\)32218-2/fulltext#%20](https://www.thelancet.com/journals/lancet/article/PIIS0140-6736(20)32218-2/fulltext#%20)

MANIN, Y. I. *A course in Mathematical Logic*, New York, Springer, 1977.

MANONNI, M. *A criança, sua "doença" e os outros*. São Paulo: Via Lettera, (1999).

MARGOLINAS, C. Conférence d'ouverture : «Connaissance & savoir : des distinctions frontalières ?» em *Actes du colloque Sociologie et didactiques vers une transgression des frontières*, HEP du canton de Vaud, Lausanne 2012.

MARTIN, D. B. What does quality mean in the context of white institutional space? In B. Atweh, M. Graven, W. Secada, & P. Valero (Eds.), *Mapping equity and quality in mathematics education* (pp. 437-450). New York: Springer. (2011).

MARX, K. *Teses sobre Feuerbach*, em *Obras Escolhidas de Karl Marx e Friedrich Engels*, Editora AlfaOmega, Vol.3,1985.

_____. *O capital: crítica da economia política. Livro I: O processo de produção do capital.* São Paulo, Boitempo, 2013

MARX, K. ENGELS, F. *Lutas de classes na Rússia*, Boitempo, 2013.

_____. *Manifesto do Partido Comunista.* 3. ed. São Paulo: Sundermann, 2017.

MEMMI, A. Retrato do colonizado precedido pelo retrato do colonizador, 2a ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1977.

MONTEIRO, A. Currículo como rizoma: o que se prolifera num campo (in)disciplinar?, em GODOY, E. V, SILVA M. A. da, SANTOS, V. de M. Currículos de matemática em debate, Livraria da Física, 2018.

MOSCOVICI, S. Representações sociais: investigações em psicologia social, Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C.L.B.; GARNICA, A.V. M. Narrativas (auto)biográficas: artes de conhecer.

como professores de matemática se constituem profissionalmente (IV CIPA). 2010. (Mesa Redonda).

Nietzsche, F. Segunda consideração intempestiva: da utilidade e desvantagem da história para a vida, Rio de Janeiro: Relume Dumará, 2003.

NASCIMENTO, C.P. MOURA, M.O. Dos princípios às ações organizadoras da atividade pedagógica, em PEDERIVA, BARROS, PEQUEÑO (orgs), Educar na perspectiva histórico-cultural. Diálogos Vigotskianos, CAMPINAS: Mercados das Letras, 2018.

NASSIF, R. José Martí, Coleção Educadores MEC | Fundação Joaquim Nabuco/Editora Massangana 2010.

NISS, M. Las matemáticas en la sociedad. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Barcelona, v. 2, n. 6, 1995.

NÓVOA, A. (1998). O lugar dos professores: terceiro excluído? *Educação e Matemática*, 50, 29-31.

_____. Paulo Freire (1921-1997): A “inteireza” de um pedagogo utópico. In: APPLE, M. W.; NÓVOA, A. (Orgs.). **Paulo Freire: política e pedagogia**. Porto: Porto Editora, 1998, p. 167 -187.

_____. Professores: imagens do futuro presente. Lisboa: EDUCA (Instituto de Educação da Universidade de Lisboa), 2009.

_____. Firmar a posição como professor, afirmar a profissão docente. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, v. 47, n. 166, p. 1106-1133, out./dez. 2017.

OGBORN, J. Introducing relativity: less may be more. *Physics Education*, p. 213-222, mar. 2005.

OLGIN, Clarissa de Assis. *Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de Matemática do Ensino Médio*. 2015. 265 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2015.

OLIVEIRA COSTA, J. C. Ensino Médio e a BNCC: mais desigualdade com menos qualidade, em *Estudos em Educação Matemática: abordagens didáticas e sociológicas*, p.227-270, Livraria da Física, 2019.

ORTEGA, J. G. *História como sistema*. Madrid: Alianza, 1994.

ORTEGA, E. M. V. A construção dos saberes dos estudantes de pedagogia em relação à matemática e seu ensino no decorrer da formação inicial, TESE, USP, 2011.

PAIS, A. An ideology critique of the use-value of mathematics, em *Educ Stud Math*, p. 15-35, 2013.

_____. Economy: the absent centre of mathematics education, em *ZDM Mathematics Education*, p. 10985-1093, 2014.

PASSETTI, E, *Conversação libertaria com Paulo Freire*, Editora imaginário, 1998.

PETITOT, J, Local/Global, em *Enciclopedia Einaudi*, Vol. 4, Local/Global, Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1985.

PIAGET, J.; GARCIA, R. *Psicogênese e História das ciências*. São Paulo: Editora Vozes, 2011.

PLOUS, S. “The Nuclear Arms Race: Prisoner’s Dilemma or Perceptual Dilemma?” *Journal of Peace Research*, vol. 30, no. 2, pp. 163–79, 1993.

POE, E. A., O Jogador De Xadrez De Maelzel, em *Histórias extraordinárias de Edgar Allan Poe*, São Paulo: Ediouro, 2002.

POPKEWITZ, T. S. The alchemy of the mathematics curriculum: Inscriptions and the fabrication of the child. *American Educational Research Journal*, 41(1), 3-34, 2004.

RADFORD, L. Epistemology as a Research Category in Mathematics Teaching and Learning, em: B. Hodgson, A. Kuzniak, & J. Lagrange (Eds.), *The didactics of mathematics: Approaches and issues* (pp. 31-41). Switzerland: Springer (2016).

RICŒUR, P., *Freud and philosophy: an essay on interpretation*, Book I *Problematic*, section 2: The conflict of interpretations, title: Interpretation as exercise of suspicion, 1965.

ROQUE, T. *História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

RUSSEL, B. *Common Sense and Nuclear Warfare*. London Routledge Classics, 2020.

SALMON, C. *La fabbrica delle storie*, Fazi, 2008.

SANTOS, B. P. *Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio: contribuições para a formação do professor de matemática no Brasil*. 2007. 444 f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

SANTOS, V. de M. A matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarização em discussão. *Cadernos Cedes*, Campinas, v. 28, n. 74, p. 25-38, jan./abr. 2008.

SANTOS, V. de M. PNE e condição docente: para uma ontologia do trabalho docente. em ZETETIKÉ, v.24, n° 45, jan-abr 2016.

_____. *Ensino de Matemática na escola de nove anos: dúvidas, dívidas e desafios*. São Paulo: Cengage Learning, 2015.

_____. Educação pública brasileira: lengua de madeira e políticas de apagamento, em Carlota Boto Vivian Batista da Silva, Vinício de Macedo Santos, Zaqueu Vieira Oliveira (Orgs), *A ESCOLA PÚBLICA EM CRISE Inflexões, apagamentos e desafios*, FEUSP, 2020.

SANTOS, V de M, TRABAL, P. Para uma Sociologia Pragmática da Educação Matemática em ESTUDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ABORDAGENS DIDÁTICAS E SOCIOLÓGICAS VINÍCIO DE MACEDO SANTOS E ZAQUEU VIEIRA OLIVEIRA (ORGS), Livraria da Física (USP), 2019.

SAUL, A. M. Paulo Freire na atualidade: legado e reinvenção. *Revista e-Curriculum*, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 09-34, jan./mar. 2016.

SAVIANI, D. *Escola e democracia*, Campinas: editora Autores Associados, 1999.

SCUOLA DI BARBIANA, *Lettera a una professoressa*, 2017, Milano: Mondadori.

SECADA, W., FENNEMA, E., & BYRD, L. (Eds.). *New directions for equity in mathematics education*. Cambridge: Cambridge University Press. (1995).

SERRA, R. D, O conhecimento matemático para o ensino e os “por quês” dos alunos, Dissertação de mestrado UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS, CAMPUS SOROCABA, 2018.

SFARD, A. Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and Mathematizing, Cambridge University Press, 2008.

SILVA, D. R. da. *Educação matemática: equidade e legitimação*. 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

SILVA, M. dos S, O que podem as narrativas na Educação Matemática brasileira, RIO Claro: UNESP (doutorado), 2020.

SMITH, A., A riqueza das nações [recurso eletrônico]: uma investigação sobre a natureza e as causas da riqueza das nações, tradução Norberto de Paula Lima. 4. ed.]. -- Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2017.

SOUSA SANTOS, B. de, Um discurso sobre as ciências, Edições Afrontamento, Porto, 7° ed. 1995.

_____. Introdução a uma ciência pós-moderna, Paz&Terra, 2007.

_____. Conhecimento Prudente para uma Vida Decente '*Um Discurso sobre as Ciências*' Revisitado. Cortez Editora, 2004.

SANTOS, B. S.; MENESES, M. P. (Orgs.) *Epistemologias do Sul*. São Paulo: Editora Cortez, 2010.

SOUZA, E. C. O conhecimento de si: narrativas do itinerário escolar e formação de professores. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal da Bahia. 2004.

_____. Pesquisa narrativa, (auto)biografias e história oral: ensino, pesquisa e formação em Educação Matemática. Ciências Humanas e Sociais em Revista, 32 (2) 13-27, 2010, julho/dezembro.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papyrus, 2001.

_____. *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. São Paulo: Cortez, 2007.

Stinson, D. (2004). Mathematics as “gate-keeper”(?): Three theoretical perspectives that aim toward empowering all children with a key to the gate. *The Mathematics Educator*, 14(1), 8-18.

STRECK, D. R. Cinco razões para dialogar com Paulo Freire. Em Revista e-curriculum, São Paulo, v. 7, n. 3, dez. 2011.

STRECK, D. R; REDIN, E.; ZITKOSKI, J. J., (orgs.) *Dicionário Paulo Freire*, 2. ed., rev. amp. 1. reimp. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

STRUJK, D. J. *História concisa da matemática*. Lisboa: Gradiva, 1989.

- TARDIF, M. A profissionalização do ensino passados trinta anos: dois passos para frente, três para atrás, em *Educação Social*, Campinas, v.34. n° 123, p.551-571, abr-jun 2013.
- TARSKI, A. The concept of truth in formalized languages, em Tarski, A. (ed.), *Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford University Press. p. 152—278, 1936.
- TERUZZI, A. E. I diari della rodoviaria. *Appunti di viaggio e riflessioni di Alessandro Teruzzi*, Trento: Editrice Uni Service, 2007.
- _____. *A Produção de Sentido na Aula de Matemática: a história da matemática como base para a construção de narrativas no ensino médio*. São Paulo: Universidade de São Paulo (Dissertação de Mestrado), 2017.
- TERUZZI, A. E; SILVA, E. M. da. Os logaritmos em sala de aula: uma análise entre as categorias freirianas e as da sociologia pragmática, em SANTOS, V. de M. OLIVEIRA, Z. V. (org.) *Estudos em Educação Matemática: abordagens didáticas e sociológicas*, p. 207-226. Livraria da Física, 2019.
- TRABAL, P. Una sociología de la enseñanza de las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, Medellín, v. 23, n. 59, jan./abr. 2011.
- TUCIDIDE, *La guerra del Peloponneso*. Traduzione di Ezio Savino, Garzanti: Milano, 2012.
- VALERIO, C. *La matematica é politica*, Giulio Einaudi Editore, 2016.
- VALERO, P. Consideraciones sobre el contexto y la educacion matematica para la democracia, em *Cuadrante*, vol 11, n°1, 2002.
- VALLE, J. C. A. do, A influência de Bertrand Russell no posicionamento político-ideológico da obra de Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(3), p. 129-148, 2017.
- _____. *Inversão do vetor nas políticas curriculares: O Movimento de Reorientação Curricular de Freire em São Paulo (1989-1992)*, Tese de Doutorado, USP: São Paulo, 2019.
- VANDERBERGUE, F. Construção e critica na nova sociologia francesa em *Sociedade e Estado*, Brasília, v.21, n. 2, p. 315-366, maio-agosto 2006.
- VERILLON, P. Rabardel, P. *Cognition and Artifacts: a Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity*. *European Journal of Psychology in Education* 9(3), 77-101, 1995.
- VILLA, M. L. *Scienza é democrazia*. Come funziona il mondo della ricerca. Milano: Guerini e associati, 2018.
- VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*, São Paulo: Martins Fontes, 1999.

WU MING 1, L'#ArmatadeiSonnambuli, la fiction, l'archivio, il Quinto Atto e #Bioscop «unplugged», em <https://www.wumingfoundation.com/giap/2014/06/larmatadeisonnambuli-la-fiction-larchivio-il-quinto-atto-e-bioscop-unplugged/>, 2014.

ZEA, L. *Fuentes de la Cultura Latinoamericana I*. México: Fondo de Cultura Económica, 1993.

_____. (org) *América Latina en sus ideas, Siglo XXI*, 2006.

ŽIŽEK, S. *The plague of fantasies [1997]* (1st ed.). London: Verso, 2008.