UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

DIANA PATRÍCIA FERREIRA DE SANTANA

É a matemática relativa?
A relação entre conhecimento, matemática e as questões socioculturais a partir de uma leitura das idéias de David Bloor

São Paulo
2007

DIANA PATRICIA FERREIRA DE SANTANA

É a matemática relativa?
A relação entre conhecimento, matemática e as questões socioculturais a partir de uma leitura das idéias de David Bloor

Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Área de Concentração: Ciências e Educação Matemática
Orientador: Oscar João Abdonour

São Paulo
2007

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

375.3 S232e

Santana, Diana Patrícia Ferreira
É a matemática relativa? : a relação entre conhecimento, matemática e as questões socioculturais a partir de uma leitura das idéias de David Bloor / Diana Patrícia Ferreira de Santana ; orientação Oscar João Abdonour. São Paulo : s.n., 2007.
106 p. : il.

Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração : Ciências e Educação Matemática) - - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

1. Bloor, David 2. Matemática – Educação – Sociologia 3. Matemática Aspectos socioculturais 4. Relativismo 5. Filosofia da educação I. Abdonour, Oscar João, orient.

FOLHA DE APROVAÇÃO

DIANA PATRICIA FERREIRA DE SANTANA

É a matemática relativa? A relação entre conhecimento, matemática e as questões socioculturais a partir de uma leitura das idéias de David Bloor

.

Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre.
Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

APROVADA EM:.....

Banca examinadora

Prof. Dr. Oscar João Abdounur (orientador)

Instituição:_____Assinatura:_____

Profª. Drª Maria do Carmo Domite

Instituição:_____Assinatura:_____

Profª. Drª. Adriana Marafon

Instituição:_____Assinatura:_____

SUMÁRIO

PREFÁCIO..... 017

1. CAPÍTULO 1

1.1 O ENCONTRO DA SOCIOLOGIA COM A MATEMÁTICA 023

1.1.2 O Programa Forte..... 023

1.1.3 As considerações de Durkheim..... 024

1.1.4 A abordagem naturalista e as considerações de Frege..... 027

1.1.5 A interpretação sociológica de Bloor sobre a noção de objetividade..... 031

1.1.6 A questão da objetividade matemática..... 034

2. CAPÍTULO 2

2.1 A POSSIBILIDADE DE UMA "MATEMÁTICA ALTERNATIVA" 039

2.1.1 A definição de "matemática alternativa"..... 039

2.1.2 Variações na matemática..... 041

2.1.3 A noção de paradigma e de progresso científico..... 045

2.1.4 Afinal, o que é matemática?..... 051

3. CAPÍTULO 3

3.1 NEGOCIAÇÃO NO PENSAMENTO LÓGICO E MATEMÁTICO..... 063

3.1.1 Três exemplos de negociação em relação ao pensamento lógico e matemático..... 063

3.1.2 Primeiro Exemplo: O todo é maior que a parte..... 063

3.1.3 Segundo Exemplo: A lógica dos Azande..... 065

3.1.4 Terceiro Exemplo: Lakatos e o Teorema de Euler 071

4. CAPÍTULO 4

4.1 O CARÁTER ELATIVISTA DA ABORDAGEM DE BLOOR 075

4.1.1 Fontes do relativismo 075

4.1.2 Formas do relativismo 076

4.1.3 A versão do relativismo de David Bloor 080

4.1.4 É a matemática relativa? 083

5. CAPÍTULO 5

5.1 CONTRIBUIÇÕES PARA A FILOSOFIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA..... 087

5.1.2 As relações entre Filosofia, Educação e Matemática 089

5.1.3 O discurso relativista e a Educação 093

5.1.4 Considerações finais 097

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS..... 101

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho aos meus pais Wolnilson e Marluce, meus primeiros mestres;
aos meus filhos Victor, Rafael e Helena, minha fonte de alegria;
e para aquele que sempre acompanhou meus passos: Rodrigo, meu eterno namorado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Oscar João Abdounur pela paciência, colaboração e empenho em adquirir algumas das fontes que constituíram parte fundamental dessa dissertação, pelas conversas, sugestões e pela amizade.

Agradeço carinhosamente aos professores: Eduardo Brandão, José Jeremias, João Vergílio, Michael Paty, Caetano Plastino, Ari Tank, Ubiratan D'Ambrosio e Maria do Carmo Domite que me auxiliaram lendo, sugerindo e criticando.

Aos meus irmãos: Denílson, Luzia e Darlene que são os meus anjos da guarda.

Aos amigos do grupo GEPEm: Benê, Silvanio, Keli, Delma, Regina, Cristiane, Helenalda, Hideo, Wanderleya, Cláudio e Vanisio pelas discussões, controvérsias e pelo tanto que me fizeram sorrir.

Aos estimados amigos: Antonio Mauro Barbosa, Ana Maria Félix, Sérgio Valente, Glauber Serantoni, Júlio Aledo, Júlio Barreto e Fabrina, pelo incansável incentivo e confiança que me devotaram.

À Faculdade de Educação da USP, pela oportunidade e apoio técnico na realização do curso de mestrado.

E finalmente agradeço a meu esposo por me acompanhar na elaboração dessa dissertação lendo, corrigindo, formatando, acertando erros ortográficos e por olhar as crianças enquanto eu escrevia.

RESUMO

SANTANA, D. P. F. **É a matemática relativa? A relação entre conhecimento, matemática e as questões socioculturais a partir de uma leitura das idéias de David Bloor**. 2008. 42f. Dissertação – Faculdade de Educação, Universidade e São Paulo, São Paulo, 2008.

O presente trabalho tem por objetivo analisar os argumentos apresentados por Bloor a favor de uma sociologia da matemática. Nesta perspectiva, cabe identificar no contexto sociocultural os aspectos imanentes e transcendentes que relacionam os objetos que constituem o conhecimento matemático com as práticas sociais. Investiremos, num primeiro momento, na leitura crítica dos três últimos capítulos do livro *Knowledge and Social Imagery* de David Bloor. O livro se propõe a uma investigação da natureza e conteúdo do conhecimento científico através do chamado programa forte em sociologia. Pretende-se confrontar as hipóteses e os argumentos dos autores que participam do debate e ao final apresentar alguma contribuição para a Filosofia da Educação Matemática. Um ponto que considero relevante tratar nesse trabalho é a orientação relativista sugerida pela proposta de Bloor, alvo das críticas mais pungentes. O caminho (método) que melhor se adequa a essa nossa intenção é a discussão crítica entre os autores, fundamentada apenas em fontes bibliográficas. Não é fruto de uma pesquisa empírica, mas de um exercício de reflexão de cunho teórico.

Temos alguns indícios da possível relação da matemática com as questões socioculturais: o fenômeno da difusão cultural, a existência de certas práticas universais tais como contar, medir, jogar, localizar, etc, a concepção de que certos imperativos universais da matemática são constituídos a partir de formas de vida que participam de um jogo de linguagem, etc.. Seja qual for a explicação que relacione a matemática com as questões socioculturais, há conceitos que ultrapassam a simples determinação social. Nosso trabalho demonstra que esses conceitos existem, e embora divirjam da posição de David Bloor, não impossibilitam a existência de uma sociologia da matemática.

Palavras-chave: Matemática, Sociologia da Matemática, Relativismo, Questões socioculturais.

ABSTRACT

SANTANA, D. P. F. **É a matemática relativa? A relação entre conhecimento, matemática e as questões socioculturais a partir de uma leitura das idéias de David Bloor**. 2008. 42f. Dissertação – Faculdade de Educação, Universidade e São Paulo, São Paulo, 2008.

The purpose of this work is to make an analysis about the arguments in favour of a mathematics sociology. In order to reach this aim, it is necessary to identify the immanent and transcendent aspects in the cultural social context which make a relationship of the objects that form mathematical knowledge with social practices. Firstly, we are going to make a critical reading of three last chapters of "Knowledge and Social Imagery" by David Bloor. This book aims to investigate nature and contents of scientific knowledge by the so called S*trong Program* in *Sociology* whose principles include causality, impartiality, symmetry and reflexivity. The last three chapters are destined to mathematics. Secondly, we will make a confrontation between the hypothesis and the authors' arguments in favour and against Bloor's outlook. Eventually, we will present some contributions to Mathematical Education Philosophy. Therefore, the way (method) that better suits to our purpose is the critical discussion among authors, based on bibliographical sources only. This is not result of empirical research, but a theoretical character reflexion.

There are some elements of possible relationship between mathematics and cultural and social aspects: the cultural diffusion phenomenon, certain universal practices such as counting, measuring, playing, searching, etc, the understanding that certain universal mathematical imperatives are formed from living forms that participate in a language game, etc.. Whatever is the explanation that makes a relationship between mathematics and social cultural questions, there are concepts go beyond any social determination. Our task is to demonstrate that such concepts exists, and although they differ from David Bloor´s outlook, they do not make impossible the existence of a mathematics sociology.

Keywords: Mathematics, Mathematics Sociology, Relativism, Sociocultural issues.

Os espaços, um a um, devíamos
Com jovialidade percorrer,
Sem nos deixar prender a nenhum deles,
Qual uma pátria.

O Espírito Universal não nos quer atar-nos
Nem nos encerrar, mas sim
Elevar-nos degrau por degrau, nos ampliando o ser.

Hermann Hesse,

O Jogo das Contas de Vidro

PREFÁCIO

Motivada pelo artigo *São Vivenciais os Fundamentos da Matemática*? do professor Walzi Silva; e pela discussão envolvendo a proposta de uma abordagem naturalista da matemática em *Knowledge and Social Imagery* de David Bloor - no qual nos deparamos com a expressão *matemática alternativa*, usada por este autor para referir-se a um tipo de matemática diferente da nossa -, procuramos respostas para a seguinte questão: Quais são os elementos presentes na essência do pensamento (ou da atividade) do matemático que são imanentes e que transcendem as determinações socioculturais? Em outras palavras, as diferenças culturais justificariam afirmar que existem diferentes matemáticas?

Há quem pense que existe algo semelhante a uma "realidade matemática" estável, imutável, repleta de objetos e relações. Alguns desses objetos e relações são compreendidos, percebidos, mas para serem explicados necessitam de alguma linguagem. Mas, se por um lado a linguagem pode estar relacionada com uma certa comunidade, que possui sua própria cultura e racionalidade; por outro lado, ela também pode ser criada artificialmente para atender as exigências de formalização de uma ciência. Nossa investigação é a respeito das reais implicações que existem entre uma ciência que evoca para si esta diferente realidade e o conjunto complexo de atividades, instituições, padrões sociais ligados à criação e difusão das belas-artes, ciências humanas e afins (HOUAISS, 2001: 888)[1] que distinguem uma comunidade.

Embora a produção matemática se mostre diversa em função dos diferentes tipos alternativos de manifestação cultural, cremos que há algo na base do pensamento matemático (talvez sua suposta coerência), ou da atividade matemática que *transcende* esses limites. O teorema de Pitágoras, por exemplo, embora tenha sido concebido (ou descoberto) dentro de um determinado contexto cultural, continua tão atual como na época em que surgiram suas primeiras aplicações e já não depende mais dos gregos[2], ele se eternizou; transformou-se num patrimônio da razão.

[1] Tomo a definição de cultura no mais amplo sentido porquanto não pretendo me referir a um grupo específico no espaço ou no tempo, ou ainda a qualquer noção mais específica de alguma escola antropológica ou social.

[2] Embora seja atribuído a Pitágoras o referido teorema, ele já era conhecido pelos egípcios, babilônios e chineses. Um dos primeiros problemas envolvendo o teorema de Pitágoras, está na Tábua BM 85196 do período Hitita

Quando nos referirmos à matemática presente na aritmética maia, na astronomia chinesa, nas figuras indianas do kolam, nos desenhos dos contadores de história da África Central, nos padrões do artesanato dos índios brasileiros ou dos índios maori na Nova Zelândia, além de outras atividades envolvendo os mais diferentes grupos étnicos, estamos afirmando, em primeiro lugar, que eles *têm* uma matemática. Poderíamos chamar esse tipo de pensamento e/ou atividade por outro nome. Mas resolvemos classificar como matemática, e por quê? Talvez porque identificamos nessas atividades e/ou pensamentos conceitos matemáticos semelhantes àqueles que encontramos com freqüência nas classificações da matemática acadêmica ocidental e com os quais nos familiarizamos. O que nos permite fazer essa concessão? O que está envolto em sua natureza que nos habilita reconhecê-la mesmo em outras formas de manifestação? Será que essas diferentes comunidades recorrem à dita "realidade matemática" e a adeqüam à sua própria realidade, pintando com as cores de uma cultura a matemática pura (sem cor); ou será que é na atividade, da qual os problemas matemáticos emergem, que tal conhecimento é criado? Alguns filósofos tentaram responder essa questão, uma nota do tradutor dos "Prolegômenos" de Kant (1959), Antonio Pinto de Carvalho afirma que:

> Não são as formas do entendimento que se adaptam à realidade a fim de a acolherem em si; mas, antes, modelam e plasmam a realidade no ato de a compreender ou de a adaptar a si; até ao ponto de quase poder afirmar-se que, sem esta atividade produtiva do pensamento, a realidade externa não só permanece incompreensível, mas não é[3]

Para Kant, o entendimento compreende uma faculdade; esta faculdade pertence ao sujeito cognoscente, portanto, não é a realidade das coisas que se impõem a nós, mas somos nós que damos sentido a ela, através do entendimento.

Crump explica o aparecimento das instituições numéricas em diversas culturas locais pelo fenômeno da difusão cultural, além disso, segundo ele, é "bastante natural que a difusão das

---

(1650 a 1200 a.C.), proveniente de Sipar, perto de Bagdade. Contém 18 problemas, oito dos quais sobre volumes de construções ou escavações.
No período do séc. III a.C., aparecem no Egito vários problemas envolvendo o teorema de Pitágoras no papiro do Cairo. O problema envolvendo o teorema é encontrado também na China no séc. II a.C. no livro *Nove Capítulos da Arte Matemática*. (Citado:www.math.utah.edu/~carlson/history/2001/LectureOutline.pdf acessado em 21.02.2006).

[3] Nota 30, encontrada na página 189 do livro de Kant (1959).

instituições numéricas tenha ao menos uma dimensão lingüística"[4]. Uma vez compreendida do ponto de vista da cultura local e expressada na língua daquela cultura, estas instituições se libertam quase que imediatamente dos laços culturais (CRUMP, 1994: 245). Bishop diz haver práticas pré-matemáticas presentes em todas as culturas, tais como contar, medir, localizar, desenhar, jogar e explicar (*apud* BARTON, 1995: 233). Strowson, refere-se a um sentimento familiar que temos da matemática que pode parecer estipulativo e convencional, mas que se impõe a nós como compulsório sem que haja chances de imaginarmos uma alternativa diferente. Mesmo quando estipula leis, cria sistemas, o matemático obedece a certos imperativos universais. Que imperativos são estes? Wittgenstein provavelmente diria que esses imperativos, apesar de parecerem estar acima de qualquer escolha, são formas de vida, cujo caráter pretensamente universal ocupa todo o horizonte do jogo de linguagem da matemática (*apud* SILVA, 1996: 111). Seriam, dessa forma, vivenciais os fundamentos da matemática?

O que me proponho a fazer neste trabalho é identificar, no que se refere à matemática, aqueles aspectos que não podem prescindir das questões socioculturais, que são imanentes a elas e, por outro lado, aqueles que as ultrapassam. Utilizarei como ponto de partida os três últimos capítulos do livro de David Bloor e o debate que surgiu em torno de sua proposta. O autor em questão acredita na possibilidade de desenvolver uma sociologia da matemática na perspectiva do programa forte. Seu objetivo é atingir o âmago do conhecimento matemático; explicar a necessidade lógica de um passo num raciocínio e a razão de uma prova ser considerada, de fato, uma prova.

Percebe-se na abordagem de Bloor certas aproximações com o que alguns autores costumam chamar de "novas ciências". As novas ciências referem-se às teses de Kuhn, Popper, Lakatos, Feyerabend e seus seguidores. As unidades epistemológicas dessas teses são, por vezes, tomadas de empréstimo para reforçar certos pontos de vista. Um dos motivos que julgo relevante para justificar este trabalho é justamente analisar a maneira como essas teses são apropriadas. É preciso identificar esses laços (ou nós) e verificar de que forma foram estabelecidos. Seria coerente falar em diferentes matemáticas da mesma maneira que Kuhn fala de diferentes

[4] "...resulta bastante natural que la difusión de las instituciones numéricas tenga a menudo una dimensión lingüística" (CRUMP, 1994: 245).

paradigmas? Até que ponto as afirmações de Lakatos garantem o nexo do componente social na matemática?

Há outro motivo que julgo ter importância capital. Numa avaliação preliminar, identificamos a existência de uma terminologia recente na literatura matemática: matemática alternativa, etnomatemática, etnociência, fundamentos vivenciais da matemática, fundamentos etnometodológicos da matemática, etc. Esta nova terminologia aponta para uma maneira diferenciada em se tratar a disciplina em questão, se opondo à maneira tradicional. Ao mesmo tempo constata-se, em nível nacional, uma discussão teórica muito restrita sobre o aparecimento e uso desses novos termos. Qual o impacto disso na matemática enquanto disciplina de ensino?

A concepção de Bloor incita reações de aversão e ataques que classificam sua postura como irracionalista, porém, os sociólogos da matemática ponderam que do tipo de relativismo que acompanha essa nova concepção, podem surgir o pluralismo e a tolerância epistêmica. Da diversidade de sistemas matemáticos decorrem vários sistemas de cognição alternativos comparáveis a diferentes éticas da cognição (SILVA, 1996: 213-4). Esta ponderação, entretanto, não é unânime entre os sociólogos do conhecimento.

As questões suscitadas são muitas e talvez a resposta a algumas delas fuja ao escopo deste trabalho. Tentaremos empreender uma análise acurada nos pontos que julgarmos haver maior relevância com o objeto; nos demais casos, deixaremos, quando possível, alguma indicação no qual o assunto é desenvolvido de modo mais apurado por algum outro autor.

Os capítulos foram organizados segundo a ordem dos três últimos capítulos de *Knowledge and Social Imagery* e complementados com mais dois capítulos nos quais se discutirá, respectivamente, o caráter relativista da abordagem de Bloor e as contribuições de suas idéias para a Filosofia da Educação Matemática.

O primeiro capítulo procura situar a sociologia da matemática dentro de uma tradição cientifica e explorar os principais referenciais teóricos que influenciaram David Bloor e contribuíram para surgimento das idéias expostas no programa forte. Veremos que subsídios John Stuart Mill fornece para a idéia de uma abordagem naturalista dentro dessa proposta e como a noção de objetividade exposta em *Os Fundamentos da Aritmética* de Frege é re-elaborada por Bloor para atender ao apelo de um elemento social para explicar a matemática.

O segundo capítulo versa sobre a possibilidade de existência de uma matemática alternativa. Bloor procurará respaldar sua convicção de que há matemáticas alternativas partindo de um exemplo hipotético que ele mesmo elabora e sobre o qual procurará preencher através de exemplos extraídos da história da matemática argumentando que há variação e descontinuidade na construção desse conhecimento. Aqui, os críticos de Bloor atentam para as confusões acerca do que Bloor entende por matemática, visto que o autor mistura argumentos de nível teórico e metateórico. Apresentaremos algumas abordagens dentro da filosofia da matemática (portanto, que dizem respeito às questões da metateoria) desde as mais tradicionais às mais recentes.

O Terceiro capítulo volta a abordar uma das formas de variação no pensamento matemático alcunhado por Bloor como uma espécie de negociação. Bloor explora três exemplos nos quais acredita haver um jogo de interesses conflitando com as convicções da matemática. O primeiro exemplo é a negação da proposição: *o todo é maior que a parte* constituir uma evidência; o segundo, se debruça sobre os estudos antropológicos de Evans Pritchard para sugerir que os hábitos dos Azande propiciam uma lógica diferente da nossa; e o terceiro e último exemplo dizem respeito ao estudo histórico de Lakatos sobre o teorema de Euler. Segue-se a esta exposição as críticas levantadas por Tripplet e Freudenthal.

O quarto capítulo discute o caráter relativista da proposta de Bloor esclarecendo alguns tipos de relativismo e ressaltando o tipo de relativismo do qual Bloor é adepto bem como as conseqüências de sua posição. Neste capítulo tentaremos nos posicionar em relação à pergunta que dá título a essa dissertação.

O quinto e último capítulo avalia as conseqüências e contribuições do que foi discutido para a Filosofia da Educação Matemática.

Por fim, ressalto que a tradução de algumas passagens dos textos em inglês e espanhol que serviram de referência para este trabalho e que estão parcialmente reproduzidas são de minha responsabilidade.

CAPÍTULO 1

1.1 O Encontro da Sociologia com a Matemática

1.1.1 O Programa Forte

A sociologia da matemática pode ser compreendida como uma vertente que se abriu no ramo da sociologia da ciência procurando tratar as relações que envolvem a matemática e as questões sociais. A *sociologia da ciência*, por sua vez, é também ramo de um campo de estudo maior conhecido como sociologia do conhecimento. Karl Mannheim, considerado principal articulador[5] desse campo, o define "enquanto teoria," como um ramo da sociologia que "procura analisar a relação entre conhecimento e existência;" e "enquanto pesquisa histórico-sociológica," como um ramo que "busca traçar as formas tomadas por esta relação no desenvolvimento intelectual da humanidade" (MANNHEIM, 1986: 287). Alguns sociólogos divergem quanto ao que entendem por existência e conhecimento, fazendo com que o campo se subdivida em diversos sistemas. De acordo com Schaff, o mérito da sociologia do conhecimento de Mannheim foi o de ter desenvolvido e concretizado a idéia marxiana de que o processo de conhecimento é socialmente condicionado (*apud* Santos, 1979: 18). Mas talvez isto não signifique que todo o conhecimento seja socialmente condicionado.

O Programa Forte em sociologia do conhecimento surge nos rastros dessa tradição mais clássica onde se destacam, além de Mannheim, Marx, Comte, Merton e Durkheim. Entretanto, o Programa Forte dista do ponto de vista teórico, programático e conceitual dessas abordagens e, em função dessa diferenciação, alguns autores consideraram justo afirmar que houve um rompimento dessa nova proposta com a tradição anterior, que passou a ser chamada de tradição fraca.

O programa forte em sociologia tem por objetivo investigar e explicar a natureza e o conteúdo do conhecimento científico valendo-se de quatro princípios: causalidade, imparcialidade, simetria e reflexividade. Assim, em relação às condições que produziriam

crenças ou estados de conhecimento, estas seriam causais. Embora haja outros tipos de causas além das sociais, elas cooperariam na produção de tal conhecimento. Este conhecimento seria imparcial com relação à verdade ou falsidade, racionalidade ou irracionalidade, sucesso ou fracasso; essas dicotomias precisariam ser esclarecidas. Além disso, haveria simetria no estilo dessa explicação; as mesmas causas teriam que explicar as crenças falsas e verdadeiras. E o mais importante, este conhecimento teria que ser reflexivo, ou seja, tal padrão de explicação deveria explicar a própria sociologia (BLOOR, 1991: 7). A maneira como investe com a sociologia do conhecimento sobre o conteúdo, os princípios, os métodos, os padrões de racionalidade, a objetividade e a verdade da ciência, estendendo tais limites a outros domínios do saber é a característica fundamental do programa forte. O tom provocador de sua intenção pode ser percebido através de algumas afirmações incisivas que estabelecem, entre outras coisas, a possibilidade de se tratar cientificamente o conhecimento em toda sua amplitude no sentido de incluir as ciências não-formais e todo conteúdo das ciências-formais no material de investigação sociológica. Isto envolve "uma reformulação e um primado de instrumentos exclusivamente sociológicos de análise" (SILVA, 1985: 43).

As questões de ordem epistemológicas não fazem parte da disciplina empírica da sociologia, mas à metodologia das ciências sociais, uma tarefa que pertence à filosofia (*apud* Santos, 1979: 36). Esta distinção será importante na medida em que farão parte de nossa discussão questões que se referem tanto ao conteúdo da matemática quanto da filosofia da matemática. A clareza em identificar o que constitui objeto de uma ciência é importante pois nos dá uma dimensão dos limites daquilo que ela se propõe explicar.

1.1.2 As considerações de Durkheim

Nosso primeiro desafio será apresentar o panorama que envolveu a proposta de David Bloor e as críticas provocadas por sua abordagem analisando os argumentos teóricos dos autores que participam dessa discussão. Para introduzir o assunto, Bloor discute a experiência usual em matemática, mostrando, a partir da equação $x (x + 2) + 1 = (x + 1)^2$, como a natureza da

[5] Sobre esta avaliação consultar o prefácio de "Ideologia e Utopia" de Mannheim (1986), elaborado por Louis Wirth, às pp. 9-28.

verdade matemática é diferente. Ela é coactiva, ou seja, impõe-se a nós. Acreditamos que a equação acima encerra uma verdade, e ainda, acreditamos que se trata de uma verdade única e imutável. "Perante a nossa consciência, a autoridade de um passo matemático é pelo menos semelhante à autoridade moral absoluta" (BLOOR, 1991: 85, minha tradução)[6]. Nessa declaração de Bloor há uma clara influência de Durkheim. Bloor admite que a teoria que ele pretende desenvolver estabelece uma analogia entre ciência e religião, mesmo que esta última, escreve ele ironicamente, seja uma metáfora imprópria e ofensiva para iluminar a ciência (BLOOR, 1991: 46).

Durkheim entende que, apesar da diversidade de crenças e cultos, há elementos permanentes na religião. Eles envolvem algumas representações fundamentais e atitudes rituais que possuem sempre a mesma *significação objetiva* e desempenham sempre as mesmas funções. Esses elementos permanentes constituem aquilo que há de eterno na religião; expressam o conteúdo objetivo da religião em geral (DURKHEIM, 1995: 151).

Poderíamos estender essa idéia para a matemática? Há elementos permanentes na matemática? Constituiriam esses elementos o que há de eterno na matemática? Seria dessa forma que o conteúdo objetivo da matemática se expressaria?

Para compreender como Bloor transpõe essa idéia para a esfera da realidade matemática precisamos compreender melhor o pensamento de Durkheim, que constitui uma de suas referências, e ainda, algumas noções que estão pouco claras. O que Durkheim quer dizer, por exemplo, com significação objetiva? Onde encontrar ou identificar esses elementos fundamentais sem os quais não poderia haver a religião?

Durkheim nos diz que tudo se reduz ao indispensável, o que não é dispensável é o essencial.

> Na raiz dos nossos julgamentos existe um certo número de noções essenciais que dominam toda a vida intelectual; são aquelas que os filósofos, desde Aristóteles, chamam de categorias do entendimento: noções de tempo, de espaço, de gênero, de número, de causa, de substância, de personalidade, etc. Elas correspondem às propriedades mais universais das coisas. Elas são como os marcos sólidos que encerram o pensamento; este parece não poder liberar-se

[6] Sempre citarei o trecho original em nota de rodapé quando me valer de trecho em outra língua que efetuar tradução minha, como o que foi mencionado. No original de Bloor: "The authority of a mathematical step as it presents itself to our consciousness is at least akin to absolute moral authority" (BLOOR, 1991: 85).

> sem se destruir, pois não parece que possamos pensar nos objetos que não estejam no tempo ou no espaço, que não sejam enumeráveis etc. As outras noções são contingentes e móveis; concebemos que elas possam faltar a um homem, a uma sociedade, a uma época; aquelas nos parecem quase inseparáveis do funcionamento normal do espírito. Elas são como a ossatura da inteligência (DURKHEIM, 1995: 154).

A essência daqueles elementos fundamentais sem os quais não haveria religião, portanto, habita o pensamento, pois eles se encontram "na raiz dos nossos julgamentos". Se, a analogia desses elementos com aqueles que estão na base do pensamento matemático for pertinente, então a essência desses elementos, na matemática, também radica no pensamento. Se pensarmos a matemática a partir dessa citação concluiríamos, sem muito esforço, que os imperativos universais supracitados pertencem a essas categorias, são objetos que se constituem *a priori* no conhecimento matemático, algo talvez ligado à intuição.

Em *As Regras do Método Sociológico*, Durkheim propõe com sua sociologia formular uma teoria do fato social, demonstrando que pode haver uma ciência sociológica objetiva e científica, como nas ciências físico-matemáticas. Para que haja tal ciência são necessárias duas coisas: um objeto específico que se distinga dos objetos das outras ciências e um objeto que possa ser observado e explicado, como se faz nas ciências. Surgem daí duas importantes afirmações de Durkheim: a) os fatos sociais devem ser considerados como coisas; b) os fatos sociais exercem uma coerção sobre os indivíduos. Durkheim explica em seguida que:

> Fato social é toda maneira de agir fixa ou não, suscetível de exercer sobre o indivíduo uma coerção exterior; ou então ainda, que é geral na extensão de uma sociedade dada, apresentando uma existência própria, independente das manifestações individuais que possa ter (DURKHEIM,1987: 11).

As características deste método sociológico:

> [...] em primeiro lugar, é independente de qualquer filosofia (...) em segundo lugar, o nosso método é objetivo. É totalmente dominado pela idéia de que os fatos sociais são coisas e devem ser tratados como tais (...) Mas, se consideramos os fatos sociais como coisas, consideramo-los como coisas sociais. A terceira característica do nosso método é ser exclusivamente sociológico (...) Mostramos que um fato social só pode ser explicado por um

> outro fato social e, simultaneamente, como este tipo de explicação é possível assinalando no meio social interno o motor principal da evolução coletiva[...](DURKHEIM, 1987: 151-3).

Parece ser esta a aproximação proposta por Bloor em relação à matemática. Embora ele não afirme explicitamente que a matemática é um fato social, ele afirma, por outro lado, que a ciência é um fenômeno social e procurará explicar a matemática por meio da sociologia. Ao adotar esta postura, Bloor se contrapõe a Durkheim pois este último afirmava que "...com exceção talvez dos objetos matemáticos, todo objeto da ciência é uma coisa" (DURKHEIM, 1987: XXI), e toda coisa é passível de ser tratada como fato social. Durkheim exclui os objetos matemáticos de suas considerações.

Em *As Formas Elementares da Vida Religiosa*, Durkheim propõe uma teoria geral da religião com base nas formas simples e primitivas das instituições religiosas. Ao observar e analisar os cultos totêmicos das tribos australianas, percebe a sociedade como detentora de uma força capaz de elevar o indivíduo acima de si mesmo. Segundo um comentador de Durkheim, "os homens adoram uma realidade que os ultrapassa, que sobrevive a eles, mas esta realidade é a própria sociedade sacralizada como força superior" (Silva, s/d.). As representações coletivas resultam de imensa colaboração envolvendo múltiplos espíritos que associam, misturam e combinam idéias e sentimentos e acumulam por gerações sua experiência e sabedoria. Para o sociólogo:

> Uma intelectualidade muito particular, infinitamente mais rica e mais complexa que a do indivíduo, aí está como que concentrada. [...] Assim, na mesma medida em que participa da sociedade, o indivíduo ultrapassa a si mesmo, tanto quando pensa, como quando age (DURKHEIM, 1995: 158).

Bloor foi perspicaz em notar que um sentimento semelhante é experimentado pelos praticantes da matemática e procurará mostrar a raiz social sobre a qual este sentimento (pensamento) é construído. Enfim, ele procurará mostrar que, de modo análogo, os praticantes da matemática a tratam (cultuam) da mesma forma que os praticantes da religião cultuam (tratam) aquilo que é sagrado. Bloor acredita que sua tarefa é questionar aquilo que é sagrado para os matemáticos e por essa razão entende que será alvo das mais duras críticas. Essas críticas serão tratadas num capítulo posterior.

1.1.3 A abordagem naturalista e as considerações de Frege

A experiência matemática, segundo Bloor, está associada a uma certa maneira de considerar o seu desenvolvimento tanto em escala individual como em escala histórica. Individualmente a matemática é vista como um corpo de verdades que deve ser dominado e o indivíduo deve ser capaz de alcançar. No que se refere à história da matemática, parece acontecer algo semelhante; apesar de constatarmos a existência de culturas diferentes desenvolvendo diferentemente a matemática em suas atividades, parece que essas contribuições são facetas de um único corpo crescente de teoremas (BLOOR, 1991: 86). São os modos de ser da matemática no mundo. É como se essas culturas desenvolvessem diferentemente uma mesma matemática ou algum aspecto dela. Por exemplo, somos capazes de identificar em culturas diferentes, os mais variados sistemas numéricos de contagem[7], mas a possibilidade de reduzirmos os sistemas numéricos de contagem existentes a um sistema inteligível e acessível a todos[8], indicaria que não existem matemáticas diferentes, mas diferentes maneiras de se contar e essas maneiras sim seriam determinadas culturalmente. Logo, existiriam diferentes maneiras de compreensão matemática, de simbolizá-la e nomear seus objetos, mas a existência de um substrato que se conserva independente das determinações e especificações culturais também parece apontar como um fato evidente (para alguns, inquestionável). O que parece extraordinário para Bloor é que este pensamento pode nos levar a supor que não existe, aparentemente, algo que possa ser considerado como uma "matemática alternativa". Sobre a questão de haver ou não uma "matemática alternativa" discutiremos no próximo capítulo. Nosso intuito no momento é discutir a questão da objetividade e como Bloor adequa esta noção à sua proposta.

Uma linha promissora que Bloor julga ser adequada para expor uma proposta naturalista sobre a natureza da matemática é a do psicólogo que analisa como a matemática é aprendida. Essa abordagem juntamente com a análise das idéias matemáticas que lhe está associada é chamada de "psicologismo". Bloor encontra no *System of Logic* de John Stuart Mill o mote necessário para propor uma aproximação e talvez sua própria explicação acerca da natureza sociológica das verdades matemáticas. No entanto, o psicologismo sofreria seu mais célebre

[7] O sistema indo-arábico, o romano, o babilônico, egípcio, etc.

ataque com *Os Fundamentos da Aritmética* de Gottlob Frege, embora o alvo do autor fosse, na realidade, o empirismo ingênuo de Mill e não especificamente o caráter psicologista de suas asserções. Para Bloor as críticas de Frege não desmerecem a abordagem de John Stuart Mill, elas mostram suas reais limitações e, para provar isto, ele se voltará para os exemplos de Frege e procurará dar uma interpretação sociológica à idéia de objetividade; conceito usado por Frege para justificar a noção de número.

A principal idéia de Mill é que trazemos para o aprendizado da matemática uma série de experiências sobre as propriedades e os comportamentos dos objetos materiais, como a ordenação, a classificação, a organização em padrões e seqüências, as permutações, etc. Esses padrões e agrupamentos, segundo Mill, fornecem modelos para os nossos processos de pensamento. Frege se contrapõe fortemente a essa perspectiva; não porque essas representações[9] não apareçam no pensamento matemático, mas porque são impróprias e vagas para fundamentar conceitos matemáticos. Segundo Frege, não devemos confundir a descrição da gênese de uma representação por uma definição, nem a indicação das condições mentais e corporais para que uma proposição chegue à consciência por uma demonstração e ainda, não devemos confundir uma proposição pensada com sua verdade. Ele reconhece os direitos do método histórico de reflexão, que procura detectar a gênese das coisas e a partir dela reconhecer sua natureza, mas alerta para seus limites (FREGE, 1974: 206). Frege não nega a existência de processos mentais, mas sua irrelevância. Os conceitos são necessários para desenvolver qualquer atividade científica, porém existem conceitos ambíguos. Atribuir uma definição a um conceito é uma forma que permite eliminar a ambigüidade e a vacuidade. A atividade científica precisa de uma linguagem para se expressar e esta é composta, entre outras coisas, de sentenças que expressam proposições. As proposições podem ser falsas ou verdadeiras.

Os cálculos, no entendimento de Mill, não se seguiam das próprias definições, mas dos fatos observados e ele exemplifica esta impressão constatando que ao verter sete litros de um líquido mais cinco litros do mesmo líquido num recipiente, não temos exatamente doze litros, mas uma aproximação. Para Frege, Mill confunde uma aplicação admissível da proposição

[8] Passar de um sistema de base dez para a base binária, ou de um sistema de base sessenta para a base dez, por exemplo.

[9] Por representações entende-se, imagem mental formada a partir dos vestígios deixados por impressões sensíveis anteriores (FREGE, 1974: 205).

aritmética com a proposição puramente matemática. A aplicação de Mill tem caráter empírico, enquanto a proposição aritmética tem caráter lógico. A fim de poder chamar as verdades aritméticas de leis da natureza, Mill introduz um sentido que elas não têm. Aqui, a proposição matemática se distingue de sua aplicação.

Outro aspecto que Frege tenta elucidar é aquele que vê o conceito de número como uma propriedade de objetos externos. A esta questão Mill tem a seguinte proposição:

> O nome de um número designa uma propriedade que pertence ao agregado de coisas que denominamos pelo nome; e esta propriedade é a maneira característica pela qual o agregado é composto ou pode ser decomposto em partes (*apud* FREGE, 1974: 227).

Há uma propriedade no que chamamos "aglomerados de coisas" responsável pela constituição do aglomerado e por sua separação em partes. Mill entende que os números pertencem a essa propriedade. Essa propriedade é "a maneira característica" de como ele (o aglomerado) se constitui e pode ser dividido. Ou seja, o modo como as coisas se agrupam para formar algo ou alguma coisa e o modo como se separam supõe que o aglomerado seja designado de uma maneira diferente cada vez que o agrupamento ou a separação se dá; esta designação carrega uma propriedade que pertence àquele aglomerado – é a sua quantidade. Os números possuem esta propriedade da mesma forma que a "brancura" pertence a uma coisa branca. Segundo esta analogia o número é um predicado. Em suma:

i. número designa uma propriedade;

ii. esta propriedade pertence ao agregado de coisas (ou objetos);

iii. esta propriedade é a maneira característica pela qual o agregado é composto ou decomposto.

Logo, por maneira característica Mill quer dizer a quantidade pela qual o agregado é composto ou decomposto.

Frege considera o artigo definido na expressão "a maneira característica" um erro; pois há maneiras diferentes pelas quais se pode compor ou decompor um agregado, e não se pode dizer que apenas uma seja *a* característica. Podemos falar em *dois* sapatos ou mencionar apenas *um par* de sapatos; *uma dúzia* de ovos ou *doze* ovos. Se selecionarmos um objeto e perguntarmos

pela sua cor, pelo seu tamanho ou sua forma, a resposta é dada prontamente; mas se perguntarmos pelo seu número, outra pergunta deverá ser interposta para que o juízo do número possa ser emitido. Vide o exemplo do baralho dado pelo próprio Frege: podemos nos referir ao número de naipes, ao número de cartas, ao número de ases ou a qualquer outra coisa enumerável no baralho. Logo, não podemos atribuir *o* número *ao* objeto como se ele fosse um predicado.

Bloor se atém às críticas de Frege pelo fato de suas idéias limitarem a abordagem naturalista que ele pretende estabelecer e, ao examinar os argumentos de Frege, a pergunta que o acompanha é saber se eles podem ser re-elaborados para serem colocados a serviço de uma outra visão da matemática. Excluído de dois mundos: do psicológico e do material, para não transformar o número numa completa não-entidade, Frege designa os números por objetos da razão, ou conceitos[10]. Esses conceitos possuem uma importante propriedade - a "objetividade". Mas o que vem a ser objetividade para Frege? Será que Bloor entende tal conceito da mesma maneira?

Quanto ao estatuto da objetividade, Frege declara o seguinte em certo trecho de sua obra *Fundamentos da Aritmética*:

> Distingo o objetivo do palpável, espacial e efetivamente real. O eixo da Terra e o centro de massa do sistema solar são objetivos, mas preferiria não chamá-los efetivamente reais como a própria Terra. Chama-se freqüentemente o equador de linha imaginária; mas seria falso chamá-lo de linha imaginada; ele não nasceu do pensamento, não é produto de um processo mental, mas é apenas conhecido, apreendido pelo pensamento (FREGE, 1974: 230).

É diante dessa definição que Bloor questiona: "Aceitemos a definição de objetividade de Frege, mas o que satisfaz esta definição?" [...] "O que não é mental nem físico; existe mas não é real; e exemplificado por uma noção como o equador?" (BLOOR, 1991: 97, minha tradução)[11].

[10] Frege não chega a afirmar que os números são conceitos, mas "que a indicação numérica enuncia algo objetivo sobre um conceito" (FREGE, 1974: 280).

1.1.4 A interpretação sociológica de Bloor sobre a noção de objetividade

A resposta à questão acima permitirá a Bloor estabelecer o estatuto social para a noção de objetividade. Ele recorre a seguinte analogia: o equador é semelhante a uma fronteira territorial, pois estas também podem ser concebidas como linhas imaginárias. "De uma forma geral, admite-se que as fronteiras terrestres têm o estatuto de convenções sociais", além disso, "elas não podem ser mudadas por desejo ou capricho" "não podem ser alteradas usando apenas o pensamento". Elas "não são, tão pouco objetos físicos que possam ser manipulados ou percebidos, embora objetos reais possam ser usados como com sinais visíveis e indicações dela" (BLOOR, 1991: 97, minha tradução)[12].

Isto sugere haver uma possível relação entre as coisas que têm o estatuto de instituições sociais e a objetividade e, talvez, aquilo que não é psicológico nem físico pertença ao que é social. Considerando a hipótese viável, Bloor procura testá-la nos outros exemplos de Frege, como o centro de gravidade do sistema solar e o eixo da Terra. Acrescenta ainda que estas duas noções escolhidas por Frege não possuem uma realidade empírica, são noções teóricas e afirma que "o componente teórico do conhecimento é precisamente o componente social" (BLOOR, 1991: 98, minha tradução)[13].

Para justificar tal afirmação solicita que consideremos uma outra visão do mundo, ou teoria, que contenha um conceito que desempenhe uma função análoga ao eixo de rotação da Terra. Por exemplo, a cosmologia que dominou a Idade Média. Em vez do eixo, tinha-se um ponto no centro da Terra em torno do qual todo o Universo girava. O centro do cosmo confere com a definição de Frege na medida em que não era subjetivo, não era questão de opinião pessoal ou capricho, nem um fenômeno psicológico que se distinguia de mente para mente. Além disso, não era um objeto real que pudesse ser manipulado mas um conceito teórico que estava em conformidade com a teoria cosmológica da época e ainda, um fenômeno social, uma crença

[11] "Frege's Definition of Objectivity Accepted, But What satisfies This Definition?" […] "What is neither mental nor physical; real but not actual; and exemplified by a notion like the equator?" (BLOOR, 1991: 97).
[12] "It would be generally admitted that territorial boundaries have the status of social conventions" […] "they cannot be changed by whim or caprice. Merely taking thought does not alter them" […] "Nor are they physical objects which can be handled or perceived, though actual objects may be used as visible signs and indications of them"(BLOOR, 1991: 97).
[13] "the theoretical component of knowledge is precisely the social component" (BLOOR, 1991: 98).

institucionalizada, uma parte da cultura. Bloor conclui, portanto que, "a forma de dar significado substancial à definição de objetividade de Frege é equacionando-a com o social. A crença institucionalizada satisfaz a sua definição: é isto que é objetividade" (BLOOR, 1991: 98, minha tradução)[14].

Para compreender melhor esse componente teórico e a sua relação com os fatos chamamos o auxílio de Sokal e Brickmont que reproduziram em seu livro *Imposturas Intelectuais* a definição de "Fato" impressa no livro de Gérard Fourez para professores do segundo grau na Bélgica. A intenção do livro era explicar "algumas noções de epistemologia". Tomamos a liberdade de copiar tal definição:

> **Fato**
>
> O que geralmente se chama fato é uma interpretação de uma situação que ninguém, pelo menos no momento, quer trazer à discussão. Há que lembrar que, como diz a linguagem comum, um fato se estabelece, o que ilustra bem que estamos falando de um modelo teórico que se pretende adequado.
> Exemplo: as afirmações ´o computador está sobre a mesa' e 'se a água é fervida, evapora' são consideradas proposições factuais no sentido de que ninguém deseja contesta-las por ora. Trata-se de proposições de interpretações teóricas que ninguém questiona.
>
> Afirma que uma proposição expressa um fato (quer dizer, tem o status de proposição empírica ou factual) é sustentar que dificilmente existe qualquer controvérsia acerca desta interpretação no momento em que se sta falando. Mas um fato pode ser questionado.
>
> Exemplo: durante séculos foi considerado fato que o Sol girava em torno da Terra cada dia. O surgimento de outra teoria, como a da rotação diária da Terra, acarretou a substituição do fato acima citado por outro: 'a Terra gira em torno de seu eixo cada dia' (*apud* Sokal & Bricmont, 2001: 105).

Os nossos autores alertam para a confusão entre *fatos* e *afirmação de fatos*. Fato é uma situação ou acontecimento do mundo exterior cuja existência não depende do nosso conhecimento. Uma afirmação sobre um fato é algo bem diferente. Dizer que um fato foi substituído por outro no exemplo acima, significaria dizer que antes de Copérnico, a Terra não girava em torno de seu eixo, o que é absurdo, pois ela já girava antes disso. O que estava errado não era o fato, mas a afirmação sobre ele. O que mudou foi a crença consensual das pessoas e não os fatos.

[14] "the way to give a substantial meaning to Frege's definition of objectivity is to equate it with the social. Institutionalised belief satisfies his definition: this is what objectivity is" (BLOOR, 1991: 98).

A interpretação sociológica de Bloor alicerçada sobre essa noção particular de objetividade, que não distingue fatos de afirmações de fatos, embora gere perplexidade, será útil para que ele possa reconstruir a proposta de Mill. Ele sugere que, ao empregar o termo "a maneira característica", Mill estivesse se referindo, inconscientemente, aos padrões matemáticos. Por exemplo, a capacidade de identificar um tapete persa ou uma cerâmica Marajoara a partir do padrão como foi, respectivamente, tecido e esculpido, indica que há certas maneiras usuais e características de ordenar, classificar e organizar os objetos. Segundo Bloor, embora Mill não tivesse a intenção de fazê-lo, ele transmitiu, involuntariamente, a idéia de que nem todos os arranjos ou processos de organizar, ordenar e classificar os objetos são relevantes para a matemática. Os padrões característicos que repercutem em ações matemáticas estão imbuídos do componente social. A teoria de Mill indica, portanto, a necessidade desse componente sociológico para dar corpo as diferentes formas pelas quais podemos experimentar essas propriedades. É somente a falta desse componente que expõe a teoria de Mill a todas as objeções de Frege[15].

1.1.5 A questão da objetividade matemática

A oposição entre os conceitos "objetivo" e "subjetivo" é fonte de muitas controvérsias. É imprescindível, no entanto, estabelecer uma distinção que resolva o sentido ambíguo do termo e a vaguidão de seu uso. Dizer que uma experiência dolorosa sofrida por uma pessoa A é "subjetiva" ou "particular" pode significar simplesmente que outra pessoa B, observando o comportamento de A pode inferir (ou imaginar) sua dor, mas não tê-la, ou seja, B não a experimenta diretamente (Feigl, 1972: 397). "O pensamento mais vivo é sempre inferior à sensação mais embaçada" (Hume, 1990: 35). Deste modo, duas pessoas sentadas uma ao lado da outra numa sala de concerto podem ouvir a mesma música, mas não podemos dizer que a experiência musical de uma delas é a mesma da outra, embora as condições exteriores para ambas sejam similares. Ora, se as condições exteriores são as mesmas, então devem ser as condições internas as responsáveis

[15] Esta explicação de Bloor é problemática. Tomemos como exemplo o padrão de tecelagem de um tapete. Embora exista ali uma maneira característica de organizar o objeto (neste caso a lã), ela não indica a quantidade do objeto, mas uma disposição geométrica.

por tornar uma simples audição musical, uma experiência singular.

De acordo com o exemplo de Feigl, é um fato "objetivo" afirmar que Eisenhower experimentou uma profunda dor quando sofreu um ataque do coração, assim como é um item público da história do mundo afirmar que Churchill, durante um certo discurso, experimentou intensos sentimentos de indignação contra Hitler. Logo, postular a objetividade dessas declarações significa que elas são *confirmadas intersubjetivamente* e incorporadas a uma consideração histórica dos eventos do nosso mundo, embora haja casos em que esta confirmação não é possível. O *princípio da intersubjetividade confirmada* está por trás de algumas declarações consideradas "objetivas" em matemática[16]. Especula-se haver estados subjetivos inacessíveis à confirmação intersubjetiva, Feigl afirma que é possível falar explicitamente de uma "subjetividade absoluta" (Feigl, 1972: 400). Mas esse tipo de situação é totalmente incompatível com o conceito de "objetividade" como intersubjetividade confirmada. Talvez possamos imaginar uma subjetividade absoluta na esfera da ação artística, mas na ciência, e por extensão, na matemática, o caráter objetivo parece ser uma condição necessária. Se entendermos que o veículo da comunicação intersubjetiva necessita de uma linguagem, então uma linguagem absolutamente particular (ou subjetiva) está fora de questão. A linguagem como a conhecemos e usamos não é uma experiência particular absoluta, ela reflete uma característica básica do nosso modo de ser no mundo e embora haja diversas línguas se manifestando em diversas formas de linguagem, há um substrato que sustenta todas essas formas alternativas de linguagem[17]; esse conteúdo é o que há de objetivo na linguagem.

Estabelecer uma correspondência com a realidade externa é uma característica da concepção tradicional de objetividade. Mas para justificar a natureza *a priori* dos objetos matemáticos é necessário recorrer às condições internas, ou seja, a matemática transita entre os fatos da realidade exterior e interior. Isto significa que o par sujeito-objeto são indissociáveis.

O conhecimento racional como é o conhecimento da matemática deve ser capaz de determinar o próprio objeto e ainda seu conceito (plano teórico); ou torná-lo real (plano prático). A parte pura tanto do conhecimento teórico (e também do conhecimento prático) é aquela em que

[16] Esta alegação é de minha inteira responsabilidade.

a razão determina o seu objeto de modo completamente *a priori*. Que isto quer dizer? Uma interpretação kantiana sugere que avançaríamos mais se admitíssemos que os objetos deveriam se regular pelo nosso conhecimento, contrariando a suposição anterior de que nossos conhecimentos se guiavam pelos objetos e estabeleciam, mediante conceitos, algo *a priori* sobre eles. Sua originalidade está na forma de colocar o problema. As coisas são algo para nós e não algo em-si mesmas. Para haver conhecimento, é necessário que haja o *sujeito* que conhece. Esse sujeito que conhece o objeto, só ***o*** conhece por que dispõe de conceitos *a priori*; esses encerram a condição de possibilidade do conhecimento racional. Mas, o que são esses conceitos *a priori*? Para explicá-los devemos volver um pouco mais a terra para não fincar estacas em terreno alheio.

Nem a experiência externa (base da física, do empirismo), nem a experiência interna (base da psicologia empírica) servem de fundamento para o conhecimento. Conhecer, pelo menos no entendimento kantiano, implica em ter uma representação, ser capaz de sair dela e conectá-la com outra[18]. "O conhecimento é, portanto, síntese de representações"(*apud*. Deleuze, 1983:12). Há dois modos de constituir essa síntese: *a posteriori* ou *a priori*. Neste, a síntese se estabelece independente da experiência; naquele, com o auxílio dela. Dessa forma, o conhecimento *a priori* é o conhecimento racional obtido por meio da razão. Os três elementos *apriorísticos* que constituem o pensamento são: a sensibilidade, o entendimento e a razão. A sensibilidade possui as formas *a priori* do espaço e do tempo - o entendimento, as categorias (entre as quais destacamos a quantidade) - e a razão, as idéias. Sensibilidade e entendimento diferem quanto à natureza. A sensibilidade está relacionada à intuição, que pode ser entendida como algo que se apresenta, enquanto fenômeno, de forma imediata. O entendimento está relacionado com conceitos, que nada mais é que uma representação que age por intermédio de outras representações. Em outras palavras, intuição não se confunde com entendimento, ela está mais próxima da idéia de percepção. Já os conceitos são funções do entendimento e se aplicam a objetos. Resta saber como é possível o conhecimento sintético *a priori*. Como se pode intuir alguma coisa *a priori*? E ainda, como pode uma intuição do objeto preceder o próprio objeto? Apenas de um modo: o objeto tem que estar esvaziado de toda a sua materialidade. É quando a

[17] Apesar de não ser possível construir uma prova eficiente a respeito dessa afirmação, convoco o leitor a procurar um contra-exemplo. Mesmo as línguas mais primitivas são constituídas por palavras (ou sons) que designam ordens, ações, adjetivos, etc e que quando compartilhadas numa comunidade formam a linguagem dessa comunidade.

intuição detém logicamente apenas a forma que é anterior as impressões reais que o sujeito recebe do objeto. A conformidade entre as formas *a priori* da sensibilidade e os conceitos do entendimento é esquematizada pela da imaginação. É desta maneira que forma e conteúdo se reconciliam.

A distinção entre *a priori* e *a posteriori*, sintético e analítico na concepção de Frege, no entanto, difere da concepção kantiana. Para o matemático, esses termos referem-se mais apropriadamente à justificação para a sua afirmação que ao conteúdo do juízo. Um certo juízo é analítico quando na ligação do sujeito com o predicado, o predicado não acrescenta ao sujeito algo que já não pudesse ser subsumido, por exemplo na declaração: O cobre é um metal. Já o juízo sintético acrescenta alguma informação a mais ao sujeito que nele não estava pensado, nem poderia ser presumido, como na declaração: Alguns corpos são pesados. Embora alguns corpos sejam de fato pesados; essa condição não é *necessária* como é o metal para o cobre no primeiro exemplo. Para Kant os juízos da matemática são todos sintéticos. A dificuldade em acatar essa posição é o papel da intuição (descrito acima) como fundamento cognitivo. Só é possível falar de conteúdo objetivo da matemática, para Kant, quando este conteúdo se aplica aos objetos dos sentidos. Sem esta condição a matemática pura e a geometria não têm realidade objetiva. (Kant, 1959: 56). Porém um dos modos de se conceber os objetos matemáticos é como uma realidade objetiva e ideal. Ideal por se referir aos objetos como entidades cuja consistência não sendo material nem sensível só se pode dizer pura.

Para Frege, no sentido proposto por Kant, a intuição é inadequada para fundamentar as leis aritméticas. As leis matemáticas, pelo menos no que se refere à aritmética, são *a priori* mas analíticas e não sintéticas. O clássico exemplo em que Kant afirma que "7 + 5 =12" é uma proposição sintética, trata-se de um equivoco no entendimento de Frege. Para Kant é possível inferir o número 12 porque as parcelas são pequenas, se tivéssemos 846455263954 + 84562423234, a resposta não seria dada tão prontamente como no caso anterior.

> O conceito "doze" não é de maneira nenhuma pensado pelo só fato de eu simplesmente pensar aquela reunião de 7 e 5, [...]. É mister ultrapassar estes conceitos chamando em auxílio a intuição correspondente a um dos dois

[18] Há outras formas de considerar esta questão. Wittgenstein, por exemplo, não aposta nas representações, mas na

> números , por exemplo os cinco dedos, ou (como Segner em sua aritmética) cinco pontos, e ir juntando sucessivamente as unidades do número cinco dado na intuição ao conceito do número sete (Kant, 1959:36-37).

Para Frege, é função da análise mostrar algo na proposição que, embora não esteja evidente, está lá de alguma forma. De acordo com Barker, "um juízo é analítico se, e somente se, nada mais que a reflexão em torno dos conceitos do juízo e em torno da forma de combiná-los se fizer necessária para capacitar-nos a saber se o juízo é verdadeiro" (Barker, 1976: 19). A idéia de existir conceitos *a priori* (ou seja, certas estruturas no sujeito que organizam os dados da experiência) e ainda assim ter um conhecimento objetivo da realidade só pode ser garantido pela noção de intersubjetividade.

A interpretação sociológica permite a Bloor investir na idéia de "matemática alternativa" como uma possibilidade efetiva. Ela permitirá ao autor examinar historicamente variações no pensamento matemático relacionando-os às variações da realidade social. Nesse sentido, a teoria de Mill torna-se adequada aos seus propósitos uma vez que a concepção platônica da matemática impossibilitaria uma abordagem pelo viés do programa forte. Veremos no próximo capítulo como Bloor descreve essa matemática alternativa e mais adiante as críticas que suas idéias suscitaram em relação à sua postura relativista e em relação ao desenvolvimento e efetividade de seus argumentos.

Nesta perspectiva, uma abordagem naturalista da matemática é possível para Bloor porque este entende que a objetividade (conceito fundamental que caracteriza o conhecimento matemático) tem caráter sociológico; porque os conceitos objetivos não passam de convenções humanas e essas convenções são instituições sociais. Este é um passo importante para a idéia que Bloor desenvolverá a seguir - a da possibilidade de uma matemática alternativa.

---

existência de uma estrutura lingüística respaldada pelo uso e que possui regras implícitas.

CAPÍTULO 2

2.1 A Possibilidade de uma "Matemática Alternativa"

2.1.1 A definição de "matemática alternativa"

Reestruturando a abordagem naturalista da proposta de Mill com a introdução do componente social, Bloor procurará responder a seguinte questão: Pode haver uma matemática alternativa e por conseguinte, uma lógica alternativa? Como elas seriam? Por quais sinais elas poderiam ser reconhecidas e como poderíamos decidir se, realmente, são alternativas?

Parte da resposta é dada, num primeiro momento, através da seguinte reflexão:

> Uma matemática alternativa pareceria errada ou inadequada. Uma verdadeira alternativa à nossa matemática deveria conduzir-nos ao longo de caminhos que, espontaneamente, não nos sentiríamos inclinados a seguir. Pelo menos alguns de seus métodos e raciocínios deveriam violar nosso sentido de adequação lógica e cognitiva. Talvez obtivéssemos conclusões com as quais, simplesmente, não concordaríamos. Ou talvez, víssemos demonstrações aceites para resultados com que concordávamos, embora nos parecesse que as demonstrações não provavam coisa alguma. Diríamos então que a matemática alternativa obteve respostas corretas por razões erradas[19] (BLOOR, 1991: 108, minha tradução).

A outra parte de sua resposta, será constituída de exemplos extraídos da história interna da matemática; exemplos que, de acordo com Bloor, são ilustrações reais de matemáticas alternativas. No seu entendimento, o mundo não é formado por culturas isoladas que desenvolvem estilos morais e cognitivos autônomos, existe difusão e contato cultural. E na medida em que o mundo é socialmente misturado também o será cognitiva e moralmente. O ambiente físico e a fisiologia das pessoas possuem diferenças, mas também muitos aspectos em comum. Este é um fator que contribui para a uniformidade e existência de um cenário comum a

[19] "An alternative mathematics would look like error or inadequacy. A real alternative to our mathematics would have to lead us along paths where we were not spontaneously inclined to go. At least some o f its methods and steps in reasoning would have to violate our sense of logical and cognitive propriety. Perhaps we would see conclusions being reached with results with which we agreed, but where the proofs did not seem to prove anything at all. We would then say that the alternative mathematics got the right answer for the wrong reason" (BLOOR, 1991: 108).

um estilo cognitivo e moral. Mesmo assim, onde existir essa uniformidade, ela pode ser explicada de modo causal sem a necessidade de postular qualquer "realidade matemática". As únicas realidades que necessitariam ser invocadas seriam a do mundo natural e social. Mas como podemos explicar por causas naturais o padrão de uniformidade e a variedade? Na matemática Bloor tentará mostrar que a variação é semelhante à variação que se observa na religião. A metáfora religiosa é a ponte analógica para as suas considerações acerca da matemática; voltemos então a sua referência – Durkheim.

O sociólogo francês estudou uma religião particular – o totemismo dos povos australianos – e procurou identificar nessa religião "todas as idéias e todas as principais atitudes rituais que estão na base das religiões" (DURKHEIM, 2003: 457) para mostrar que algumas noções fundamentais se explicam sociologicamente. O caminho de Durkheim é identificar na diversidade de religiões (tomando o totemismo como um exemplo dessas religiões particulares), aquilo que é comum a todas, chegando ao conceito geral de religião. Durkheim sai do particular para chegar ao geral.

Bloor parece pretender fazer o caminho inverso. Ele parte de uma noção mais abrangente de matemática, abandona a idéia de que a matemática possui algo de eterno, imutável e universal para chegar às matemáticas, à diversidade da produção e da atividade matemática em toda a sua variedade.

Apesar dos caminhos serem diferentes, o objetivo de ambos parece ser o mesmo: mostrar que as explicações que os engendram se assentam em causas sociais. Para Durkheim, apesar das mitologias conceberem a religião sob tantas formas diferentes e ser a causa objetiva, universal e eterna das sensações *sui generis* da experiência religiosa, a realidade que a constitui é a sociedade.

> ...o que faz o homem é esse conjunto de bens intelectuais que constitui a civilização, e a civilização é obra da sociedade. Assim se explica o papel preponderante do culto em todas as religiões, sejam quais forem. É que a sociedade só pode fazer sentir sua influência se for um ato, e só será um ato se os indivíduos que a compõem se reunirem e agirem em comum. É pela a ação comum que ela toma consciência de si e se afirma (DURKHEIM, 2003: 461).

A relação íntima que Bloor estabelece entre a religião na perspectiva durkheiminiana com a matemática e o tipo de autoridade da qual ambas são detentoras o permite questionar a existência de matemáticas alternativas da mesma forma que é possível falar de morais alternativas. Para ele, o antropólogo estará preparado para falar de sistemas morais alternativos desde que estes estejam estabelecidos e enraizados na vida de uma cultura. É esta característica que ele pretende focalizar na matemática para dar sentido ao seu empreendimento. Para Bloor, mostrar que há variações na construção do conhecimento matemático é suficiente para mostrar que há diferentes matemáticas.

2.1.2 Variações na matemática

Bloor sugere haver quatro tipos de variações no pensamento matemático cuja origem está vinculada a causas sociais e os ilustra com exemplos extraídos da história da matemática, os quais apresentaremos resumidamente. Há ainda um quinto tipo de variação - no conteúdo e no uso de operações básicas de pensamento tomados como verdades lógicas auto-evidentes, ao qual Bloor reserva um capítulo especial e que trataremos num capítulo posterior.

Variação no estilo cognitivo geral da matemática

O exemplo utilizado por Bloor para mostrar esse tipo de variação é a classificação grega dos números em contraposição à nossa classificação. Para os gregos o "um" não era entendido como número. Aristóteles em sua "Metafísica" diz que o "um' (*sic*) significa a medida de alguma pluralidade e 'número' uma pluralidade medida ou uma pluralidade de medidas" (*apud* Bloor, 1991, 110)[20]. Crisipo[21], no terceiro século a.C. falou de uma "multiplicidade um", mas Jâmblico[22] rejeitou tal idéia como uma contradição. Os gregos conheciam as categorias par e

[20] "... one' means the measure of some plurality or a plurality, and 'number' a measured plurality or a plurality of measures" (BLOOR, 1991: 110).
[21] Filósofo grego, um dos maiores expoentes do estoicismo. Entre as obras que lhe são atribuídas destacamos *Das Grandezas e das Quantidades*. (HUISMAN, 2001: 240-241).
[22] Jâmblico nasceu em Cálcia, na Síria, em meados do século III. Estudou a magia dos caldeus, a filosofia de Pitágoras, de Platão, de Aristóteles e de Plotino. Ao tomar contato com o Neoplatonismo, viajou para Roma para estudar com Porfírio. Escreveu *Vida de Pitágoras* (não confundir com o livro homônimo de Porfírio).

ímpar, mas assumiam que o número "dois" pertencia à categoria "par-ímpar". Segundo Bloor, isto nos soa estranho pois nosso sentido cognitivo acata, sem pestanejar, o "um" como um número ímpar, e o "dois" como um número par. Que história é essa de categoria par-ímpar? Afinal, o que os gregos tinham em mente ao fazer tal classificação? Quais eram as razões que os levaram a separar o que era número do que não era? Bloor considera essas diferenças como sintoma de uma divergência no estilo cognitivo entre os matemáticos gregos e os matemáticos contemporâneos.[23]

Os números para os gregos além da função de quantificação, possuíam um caráter metafísico. A classificação de par-ímpar ao número "um" devia-se ao fato dele gerar tanto os números pares quanto os números ímpares. Ora, como gerador, ou ele deveria partilhar tanto da natureza do número par quanto do número ímpar simultaneamente; caso contrário deveria pertencer a uma outra categoria que não era a de número.[24] Devido ao capital cultural que acumulamos e que hoje temos disponível, olhamos para essas explicações e as consideramos um equívoco. Percorremos a história dessa matemática apagando os erros e mantendo o que (de acordo com nosso conceito de coerência lógica) é correto. A continuidade que parece haver na tradição matemática é artificial (BLOOR, 1991: 112). Reconstruímos a história da matemática empregando nosso estilo de pensamento para compreender o que foi produzido por aqueles que nos antecederam sem levar em conta as associações cabíveis para aquela época, as aplicações mais usuais e a maneira particular que os gregos elaboravam suas explicações. Isto nos remete ao segundo tipo de variação.

Variação no quadro das associações, relações, usos, analogias e implicações metafísicas atribuídas à matemática

Para este cenário Bloor procura fazer um esboço das concepções pitagórica e platônica do número; aponta que os gregos faziam uma distinção entre o uso prático do número, o estudo desses números e o estudo de suas propriedades. Os números tinham forma (triangulares,

[23] Parece-me anacrônico fazer uma distinção dessas. Poderíamos simplesmente dizer que tal diferença decorre de uma evolução das idéias e conceitos matemáticos. Bloor parece desconsiderar a idéia de progresso na matemática.
[24] É possível entender essa explicação se pensarmos no Criador como um ser que não pertence à mesma categoria que suas criaturas; ou seja, ele está acima delas ou é exterior a elas.

retangulares, quadrados, etc.) eram perfeitos[25], amigos[26], primos. Essas relações tornavam-se conhecidas por meio de algumas identificações e constatações numéricas percebidas por meio de sua manipulação. Segundo Bloor, essa diferença que se estabelece entre o uso prático e o uso mais teórico corresponde a uma discriminação social. Enquanto o cálculo era usado com objetivos práticos no mercado, o propósito de uma aritmética teórica estava vinculada a uma maneira peculiar de simbolizar a sociedade, a vida e a natureza. Os vários tipos de números 'representavam' propriedades como a Justiça, a Harmonia e Deus (BLOOR, 1991: 120). Era, nas palavras de Stark, uma matemática coberta de magia (*apud* BLOOR, 1991: 121).

Considerar o "um" como número implicaria, no mundo grego, alterar os significados e classificações que eles haviam criado para explicar a realidade, as correspondências e analogias criadas e vinculadas à realidade social na qual estavam imersos.

Variações no significado atribuídos a cálculos e manipulações simbólicas

Jacob Klein estabelece a seguinte diferença da noção de número do ponto de vista dos antigos e dos modernos: para os primeiros, número referia-se sempre a uma coisa, a uma quantidade determinada; para os algebristas modernos o número é um símbolo (*apud* BLOOR, 1991: 112). Essa diferença é importante pois refletirá no significado dos cálculos, nos resultados obtidos e também na forma como se manipulam as expressões que envolvem esses cálculos. Bloor cita como a forma de pensar e resolver problemas no caso do matemático Diofanto é diferente da forma habitual. A princípio, Diofanto rejeitava qualquer problema que o conduzia a resultados com números negativos pois os considerava impossíveis ou mal-formulados. É compreensível que pensasse assim, uma vez que, de acordo com Klein, o que se buscava, ao resolver tais problemas, era encontrar uma quantidade determinada de coisas. Que sentido teria para ele uma coisa negativa? Só o fato da obra *Aritmética* de Diofanto ser considerada um

[25] Um número é perfeito quando é igual à soma de seus divisores. Exemplo, os divisores de 6 são: 1, 2 e 3. A soma desses números é 6.

[26] Dois números são *amigos* quando cada um deles é igual a soma dos divisores próprios do outro. Exemplo: 284 e 220. Os divisores próprios de 220 são 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110. A soma destes números resulta 284. Os divisores próprios de 284 são 1, 2, 4, 71 e 142. A soma destes números resulta 220.

tratado de álgebra (e não de aritmética) basta para mostrar que algum significado diferente há para aqueles que assim o entendem.

Vejamos o caso da raiz quadrada de dois. Para nós, a prova conduz a conclusão de que a raiz quadrada de dois não é um número racional, concluímos então que se trata de um número irracional. No entanto, isto não tinha qualquer significado para os gregos pois, o conceito estava associado à medida, ao âmbito da geometria. Para eles a raiz de dois sequer era um número de fato e o conceito de número irracional só surgiu muito tempo depois. A aritmética e a geometria, nesta época, estavam muito interligadas para que eles notassem suas diferenças. Bloor acredita que "Certas condições têm que existir antes de um cálculo ter algum sentido. Estas condições são sociais no sentido em que residem no sistema coletivamente partilhado de classificações e significados de uma cultura" (BLOOR, 1991: 124, minha tradução)[27].

Variação no rigor e no tipo de raciocínio desenvolvido para provar uma conclusão

Nos séculos XVI e XVII o uso dos infinitésimos tornou-se muito comum e frutífero no pensamento matemático, porém, foi nesse período que alguns matemáticos deixaram de dar demasiada importância ao rigor. Wallis construiu um modelo derivando a área do triângulo em pequenos paralelogramos onde a espessura tendia a se aproximar de uma linha, mesmo sem haver concordância sobre o estatuto dos infinitésimos. Arquimedes imaginou como poderia equilibrar numa balança segmentos de figuras com formas diferentes, e isso permitiu que ele estabelecesse equações capazes de obter o volume da esfera relacionando-a com formas mais simples. No entanto, o próprio Arquimedes não acreditava que esta prova constituía uma verdadeira demonstração. Para Arquimedes as provas mecânicas tinham que ser filtradas pela geometria pois ela era o meio (a linguagem) pelo qual a lógica se expressava. Já no século XVI esse filtro foi a intuição. O fato é que essas variações no rigor acarretaram em uma série de divergências e idiossincrasias.

[27] "Certain conditions have to obtain before a computation has any meaning. These conditions are social in the sense that they reside in the collectively held system of classifications and meanings of a culture" (BLOOR, 1991: 124).

O fato de haver diferentes culturas que contam diferentemente o tempo e as coisas, que relacionam diferentemente as formas espaciais, desenhos, que usam diferentes padrões de medida e dão diferentes nomes àquilo que enumeram, significa que há diferentes matemáticas?

A resposta parece ser positiva para Bloor e para aqueles que consideram a matemática um artefato cultural, uma atividade que nasce imersa numa cultura, uma atividade que reflete, na maioria das vezes, a estrutura social a que está associada. Mas, há aqueles que acreditam que a determinação social não é tudo, embora seja significativa. Ela não explica todo o conhecimento matemático. Há coisas que não podem ser relativizadas. Gad Freudenthal acredita que com essas variações,

> O Dr. Bloor abriu caminho para a idéia – indispensável para todo o seu projeto – de 'variações no pensamento matemático' socialmente determinadas. Cada variação, então, constitui, em paralelo ao 'paradigma' kuhniano na ciência natural – 'uma matemática alternativa', e a relação dessas variações uma com a outra é análoga àquela que (na consideração de Kuhn) existe entre diferentes paradigmas dentro de um domínio dado da ciência natural. Assim, a única diferença entre o *status* epistemológico da matemática e a ciência natural é que, dado o obstáculo da realidade física, o segundo (no ponto de vista de Kuhn e do Dr. Bloor) é o produto do consenso de uma comunidade de praticantes, enquanto o primeiro (na teoria do Dr. Bloor) depende da tradição aceita de toda uma sociedade e cultura (FREUDENTHAL, 1979: 72, tradução minha)[28].

Compreender a crítica de Freudenthal exige de nós um conhecimento mais profundo e minucioso do impacto da obra de Thomas Kuhn para a sociologia do conhecimento. Por razões que limitam o tratamento da obra em sua amplitude, desenvolveremos uma análise destacando os pontos que nos parecem importantes para o assunto que estamos tratando nesta dissertação. O intuito dos próximos parágrafos será expor os conceitos chaves que Kuhn desenvolve em *A Estrutura das Revoluções Científicas,* uma vez que Bloor afirma não haver continuidade e acumulação no desenvolvimento da matemática.

[28] "Dr. Bloor has opened the way to the idea – indispensable for his entire project – of socially determined 'variations in mathematical thinking'. Each such variant, then, constitutes – in parallel to the Kuhnian 'paradigm' in natural science – an 'alternative mathematics', and the relation of these variants to one another is analogous to that which (in Kuhn's account) exists between different paradigms within a given domain of natural science. Thus, the only difference between the epistemological status of mathematics and natural science is that, given the constraints of physical reality, the latter (in Kuhn's – and Dr. Bloor's – view) is the product of the consensus of a community of practitioners, while the former (on Dr. Bloor's theory) depends on the accepted tradition of an entire society and culture" (Freudenthal, 1979: 72).

2.1.3 O conceito de paradigma e a idéia de progresso científico

Deve-se entender o conceito de paradigma conforme a definição de Kuhn a luz de outros conceitos, os quais pouco se ouve falar. Acredito que, sem as noções de ciência madura, comunidade de praticantes, ciência normal, entre outras, o conceito em voga fica exposto a uma apropriação permissiva que acarreta numa compreensão equivocada. O autor de *A Estrutura das Revoluções Científicas* considera "paradigma" "as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modeladas para uma comunidade de praticantes de uma ciência" (Kuhn, 2000a: 13). O que Kuhn quer dizer com realizações universalmente reconhecidas? Reconhecidas por quem?

Uma realização universalmente reconhecida é uma realização "fundamental" da disciplina científica sobre a qual os praticantes estabelecem um estável consenso. Isto significa que os membros daquela ciência deixam de rivalizar ou criar alternativas (*apud* Santos, 1979: 46). Em *suma*:

> a prática de uma ciência madura se fundamenta em uma ou mais grandes realizações científicas que são reconhecidas como tais pelos membros de uma comunidade científica determinada, que as aceita como exemplares (Santos, 1979: 47).

A aceitação de um paradigma pode ser entendida, neste ínterim, como um compromisso profissional em que seus membros aderem a um conjunto de regras e padrões que orientam a prática científica; ou ainda, como um jogo no qual os participantes devem aderir às regras estabelecidas para que possam jogar. O que não pode prescindir do conceito de paradigma, de acordo com a consideração do próprio Kuhn, é a noção de comunidade pois quando um grupo adota um paradigma para orientar sua prática profissional ele "se institui como uma comunidade" (Santos, 1979: 48). No item "1. Os paradigmas e a estrutura da comunidade" no posfácio de *A Estrutura das Revoluções Científicas* Kuhn procura articular de modo intuitivo uma noção de comunidade científica. Isto não é fácil pois, na maioria das vezes, uma comunidade menor pode pertencer a uma comunidade maior na qual as regras e padrões não estejam claramente definidos. Há ainda a possibilidade de existir cientistas que pertençam a comunidades distintas que partilham diferentes paradigmas. Como conciliar este estado de coisas?

Anterior à noção de paradigma, Kuhn considera relevante uma compreensão da estrutura comunitária. Entre o período pré-paradigmático e o período pós-paradigmático, ou seja, durante o período de desenvolvimento científico,

> diversas escolas competem pelo domínio de um campo de estudos determinado. Mais tarde, no rastro de alguma realização científica notável, o número de escolas é grandemente reduzido – em geral para uma única. Começa então um tipo mais eficiente de prática científica. Essa prática é geralmente esotérica e orientada para a solução de quebra-cabeças. O mesmo ocorre com o trabalho de um grupo, que somente inicia quando seus membros estão seguros a respeito dos fundamentos de seu campo de estudos.
>
> A natureza dessa transição à maturidade merece uma discussão mais ampla do que a recebida neste livro, especialmente por parte daqueles interessados no desenvolvimento das ciências sociais contemporâneas (Kuhn, 2000a: 222-223, grifos meus).

A ciência normal constitui, desse modo,

> a pesquisa firmemente baseada em uma ou mais realizações científicas passadas. Essas realizações são reconhecidas durante algum tempo por alguma comunidade científica como proporcionando os fundamentos para a sua prática posterior. Embora raramente na sua forma original, hoje em dia essas realizações são relatadas pelos manuais científicos elementares e avançados. Tais livros expõem o corpo da teoria aceita, ilustram muitas (ou todas) as suas aplicações bem sucedidas e comparam essas aplicações com observações e experiências exemplares (Kuhn, 2000a: 29).

De acordo com a interpretação de Santos, a prática da ciência normal visa três objetivos:

i) a ampliação do conhecimento daqueles fenômenos que o paradigma define como sendo particularmente reveladores da natureza das coisas;

ii) a tentativa de demonstrar e ampliar a concordância da teoria com a natureza;

iii) a ampliação e articulação interna do paradigma.

Portanto, a ciência normal não tem por objetivo a produção de novidades, nem testar a validade de suas teorias;

> o que a ciência normal visa atingir é a resposta já prevista pela teoria aplicando-se procedimentos considerados válidos pelo paradigma. [...] nesse

> sentido, o paradigma pode até mesmo afastar a comunidade da discussão de fatos considerados socialmente relevantes, se estes não puderem ser enunciados em termos compatíveis com seus instrumentos e conceitos (Santos, 1979: 54).

Kuhn acredita que a ciência normal avança em função do empenho que os cientistas devotam aos problemas mais difíceis e ainda, que este avanço tem caráter cumulativo e se dá nos períodos em que o desenvolvimento da ciência normal é mais acentuado. O que constitui o progresso, nesse sentido, são as soluções dos enigmas; exatamente porque cada problema solucionado aumenta o poder explicativo da teoria em voga. No entanto, há uma outra maneira de a ciência avançar. Nesta maneira ocorre a superação e a substituição total ou parcial de um paradigma por outro através de um processo revolucionário. É a este tipo de desenvolvimento de caráter não cumulativo que Kuhn chama de "revolução científica" (Kuhn, 2000a: 125). À medida que o paradigma se torna mais preciso, mais sensível se torna como um instrumento indicador de anomalias. Os episódios inesperados, não previstos pela teoria se tornam freqüentes mostrando que o "modelo" precisa de revisão. A impossibilidade de incorporar as anomalias ao "modelo" coloca a credibilidade do "modelo" em causa gerando grande insegurança profissional. Apesar disso, um paradigma nunca é rejeitado de imediato e só é substituído quando surge um "modelo" alternativo comprovadamente mais eficaz. A concepção de progresso de Kuhn conflita com a concepção tradicional porque de acordo com a visão tradicional de progresso, o desenvolvimento científico é visto como um processo evolutivo no qual as teorias científicas que vão surgindo tendem a se aproximar cada vez mais da "verdade" da natureza (Santos, 1979: 69). Na visão kuhniana, embora esteja presente a idéia de evolução, esta evolução não está direcionada para algo; as teorias científicas são selecionadas pela comunidade científica em momentos aos quais se atribui um fator revolucionário. Nesse sentido, para que o conhecimento avance não é preciso supor que ele caminhe em direção a uma "verdade" pré-fixada. E quanto à matemática? Podemos inferir que o progresso da matemática se dá por revoluções? Há revoluções no desenvolvimento da matemática?

Um dos autores que aderem à tese de Kuhn e a vinculam com o desenvolvimento da matemática é Judith V. Grabiner. Ela investiga o que acredita ser uma revolução particular em matemática, a substituição nos padrões de rigor entre os matemáticos dos séculos XVIII e XIX em relação ao cálculo; nas suas palavras:

> A Matemática não é a única ciência sem revoluções. [...], a matemática é aquela área da atividade humana que tem de uma só vez a menos destrutiva e ainda a mais fundamental das revoluções (Grabiner, 1986: 212, minha tradução)[29].

Mas há autores que divergem quanto a essa questão. Em 1995 foi publicado um livro intitulado *Revolutions in Mathematics* por Donald Gillies com o intuito de verificar se os conceitos defendidos por Kuhn em *As Estruturas das Revoluções Científicas* se aplicavam à Matemática. Um dos autores contrários a essa idéia foi Michael Crowe, que possui um artigo neste livro no qual propõe dez leis referentes aos padrões de mudança na história da matemática. Que o leitor me perdoe a digressão que faço aqui, mas seria muito interessante contrastar a tese de Grabiner com as Leis de Crowe, tarefa que, infelizmente foge ao escopo desse trabalho.

Retornando aos conceitos de Kuhn, de acordo com o professor Freitas,

> ...são dois os legados que um paradigma pode deixar: alguns problemas (ou "quebra-cabeças", para usar sua terminologia), e uma "ciência normal", isto é, um esforço coletivo no sentido de resolver esses problemas. Que problemas e que "ciência normal" o pensamento kuhniano nos legou? Pelas minhas contas, os problemas são dois, e a ciência normal é nenhuma. [...] ao formular a tese, Kuhn vinculou a natureza do conhecimento científico aos valores e critérios de decisão adotados pelos membros da comunidade científica, e associou revoluções científicas a mudanças de compromissos e de crenças comunalmente partilhados. Kuhn foi, portanto, muito mais longe do que a sociologia do conhecimento jamais se permitiu ir. Nunca, antes dele, se concebeu um convite tão enfático para uma sociologização do conhecimento. A questão, entretanto, está em saber até onde se pode ir aceitando-se este convite (FREITAS, 1998: 2).

Um dos problemas levantados pelo professor Freitas e que interessa tratar nesta dissertação envolve o convite a sociologização do conhecimento, em particular a sociologização da matemática. "Trata-se da tese de que o conhecimento científico tem um caráter social e historicamente contingente" (FREITAS, 1998: 3). Se aceitarmos esta tese, estamos aceitando que a matemática enquanto ciência tem caráter social e é historicamente contingente. E o que isto

[29] "Mathematics is *not* the unique science without revolutions. […] mathematics is that area of human activity which has once the least destructive and still most fundamental revolutions (Grabiner, 1986: 212).

significa? Que 2+2=4 é verdadeiro hoje, mas pode ser falso amanhã? Ora, esta tese propõe o seguinte argumento:

> se a ciência contemporânea poderia ter sido outra, então deve haver alguma ciência alternativa. No mínimo deve haver algum registro de alguma ciência alternativa que em algum momento do passado se extinguiu por razões de ordem sociológica – da mesma forma que há registros de religiões que se extinguiram no passado por razões de ordem sociológica (FREITAS, 1998: 3).

Vemos esse tipo de argumento perpassar os comentários de Bloor em algumas passagens de seu livro:

> Imaginem uma cultura em que as pessoas tivessem aprendido muitas coisas significativas sobre aritmética, mas nunca tinham dado muita ênfase às categorias par e ímpar. Poderiam ter utilizado tais propriedades em alguns dos seus cálculos, mas suponhamos que não tivessem esclarecido essa separação nem lhe atribuído grande importância. Por exemplo, numa tal cultura, não sonhariam sequer em construir uma Tábua de Opostos como os pitagóricos e muito menos fariam corresponder o par e o ímpar a outras dicotomias cósmicas (BLOOR, 1991: 124, minha tradução, grifos meus).
>
> [...] ...o matemático francês do século XVII, Roberval, imaginou que as retas eram constituídas por pontos e prosseguiu usando esquemas aritméticos como somas e aproximações para determinadas áreas de triângulos, volumes de pirâmides, somas de cubos e de potências de expoente superior a três. [...] No tempo dos gregos, talvez um Roberval tivesse adiado a crise dos irracionais. Certamente que o teorema sobre a raiz quadrada de dois não teria inibido o trabalho de Roberval (BLOOR, 1991: 125, minha tradução, grifos meus)[30].

De acordo com Wilder esse tipo de argumento especulativo foi abandonada por praticamente todos os antropólogos.

> Uma condição necessária para a emergência do "grande homem" é a presença de um ambiente cultural adequado, incluindo oportunidade, incentivo e materiais. Quem poderá duvidar que tenham vivido na Grécia grandes algebristas potenciais? Mas na Grécia, embora a oportunidade e o incentivo

[30] "Imagine a culture in which people had learned many significant things in arithmetic but had never set much store by the categories of odd and even. They may have utilized such properties in some of their calculations, but suppose they had never separated out this divide or attached great importance to it. They would not, for instance, in this culture have dreamt of erecting a Table of Opposites like the Pythagoreans, let alone setting out the odd and the even in correspondence with other cosmic dichotomies (BLOOR, 1991: 124). […] the seventeenth-century French mathematician Roberval, imagined lines to be made up of dots and proceeded to use arithmetical devices like summation and approximation to find areas of triangles, volumes of pyramids and sums of cubes and higher powers. […] Perhaps an early Greek Roberval would have staved off the crisis of irrationals. Certainly the theorem the square root of two did not inhibit Roberval´s work (BLOOR, 1991: 125).

> possam ter estado presentes, os materiais culturais não continham os dispositivos simbólicos apropriados (Wilder, 1998: 11).

Conforme pondera Freitas, esse problema não resultou em nenhum trabalho capaz de constituir uma ciência normal. O que poderíamos exigir de um paradigma é que gerasse, junto com alguns problemas, alguma ciência normal, requisito que não foi, até o momento, satisfeito (FREITAS, 1998: 4). A teoria de Bloor, embora bem intencionada, parece padecer de alguns pontos fracos além do caráter excessivamente reducionista.

Quanto aos exemplos apontados por Bloor, estes foram analisados um a um por Freudenthal que garante: não são, nem suficientes, nem convincentes para garantir a possibilidade de uma matemática alternativa dentro da proposta do programa forte[31]. Segundo Freudenthal, Bloor não estabelece uma distinção no emprego do termo "matemática alternativa" que seria necessário para compreender sua definição teórica (onde expõe o exemplo hipotético) e os exemplos históricos. Ele confunde argumentos teóricos e metateóricos, questões que dizem respeito a definições e fundamentos com questões de cunho filosófico; tudo sobre o rótulo de matemática. Mas será que podemos culpar Bloor por misturar todos esses conceitos num mesmo baú? No baú da matemática?

Terminamos esta segunda parte identificando duas possibilidades de matemática alternativa na proposta de Bloor. Uma é teórica, hipotética; a outra, habita os domínios da história "interna" da matemática. Para a primeira, Bloor não fornece qualquer exemplo real; para a segunda, os exemplos são anacrônicos e se confundem com explicações de diferentes níveis de entendimento da matemática.

2.1.4 Afinal, o que é matemática?

As críticas investidas contra Bloor no ítem anterior sugerem que o autor em questão desconhece o que seja realmente matemática, acusando-o de misturar argumentos de diferentes níveis de entendimento, definições com questões de ordem teórica, metateórica, etc. Mas será que

[31] Para uma exposição mais detalhada sobre as objeções de Freudenthal quanto aos exemplos de Bloor, ver: FREUDENTHAL (1979).

temos clareza em distinguir o que é e o que não é matemática? Selecionamos algumas frases de autores que se pronunciaram a respeito:

- A matemática surgiu da auto-alienação do espírito humano. A alma não consegue se encontrar na matemática. O espírito humano reside nas instituições humanas (Giovanni Battista Vico).

- Os números governam o mundo (Platão).

- A Matemática, quando a compreendemos bem, possui não somente a verdade, mas também a suprema beleza (Bertrand Russel).

- As matemáticas são a ferramenta especialmente adaptada ao tratamento das noções abstratas de qualquer natureza e, neste domínio, seu poder é ilimitado (P. Dirac).

- Na maior parte das ciências, uma geração põe abaixo o que a outra construiu, e o que a outra estabeleceu a outra desfaz. Somente na Matemática é que cada geração constrói um novo andar sobre a antiga estrutura (Hermann Hankel).

- Aquela por vezes cristalina [...] e por vezes difusa substância [...] que é a matemática (Imre Lakatos).

- Matemática é a ciência dos padrões (W.W. Sawyer).

- O estudo aprofundado da natureza é a fonte mais fecunda das descobertas matemáticas (Joseph Fourrier).

- A Matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o universo(Galileu Galilei).

- Processamento de números e símbolos: isto é matemática! (Davis&Hersh).

- ...a realidade matemática está fora de nós e a nossa função é descobri-la ou observá-la (G.H. Hardy).

Novalis chegou mesmo a afirmar que a matemática pura é uma religião, porque um conhecimento matemático depois de demonstrado e aceito pela comunidade cientifica é usado como certo por qualquer um, é coerente e raramente é posto em causa. Diante de tantas definições, que vêem a matemática ora como um instrumento para outras ciências, ora como uma linguagem, e até como uma religião (a religião da ciência); como entender o que é e o que não é

matemática? E quem decide o que pertence e o que não pertence ao domínio da matemática? Nem mesmo entre os matemáticos parece haver consenso. A matemática goza de uma posição privilegiada entre as demais ciências. Cultua-se o caráter de sua infalibilidade como um atributo sagrado, se postula a eternidade de suas verdades e a universalidade de seus princípios. Não foi à toa que diante de tão afamada reputação a Metafísica tenha cedido a essa senhora o posto de "Rainha das Ciências".

Este trabalho não tem a pretensão de responder a pergunta (se é que há uma resposta). No entanto, para que possamos dar prosseguimento às nossas discussões, algumas questões relevantes precisam de esclarecimento. Afinal, o que constitui uma prova matemática? O que se postula ser universal na matemática? Qual o significado de uma verdade matemática? O que significa metamatemática? Essas questões nos ajudarão a compreender melhor porque alguns círculos consideram "matemático" um certo tipo de conhecimento enquanto outros, discordam. Passaremos em revista a posição das escolas tradicionais tentando responder às questões elencadas e depois, apontar as direções mais recentes no âmbito de sua filosofia.

Abordagens tradicionais

No âmbito da filosofia da matemática é possível identificar algumas correntes que procuraram responder à pergunta colocada no início deste capítulo através da busca de seus fundamentos. Entretanto, sabemos que nenhuma delas, embora tenham contribuído significativamente para o seu desenvolvimento foram bem sucedidas.

O Logicismo representa uma delas. Sua tese fundamental reduz a matemática à lógica, inferindo que qualquer problema matemático poderia ser resolvido ou descrito em termos lógicos. A lógica pressupõe uma linguagem específica e regras para formalização dessa linguagem. Sob a ótica da lógica proposicional, por exemplo, a matemática não passaria de uma classe de proposições logicamente válidas ou necessárias. A validade depende da forma lógica, que por sua vez, estabelece as regras de inferência para o argumento que se quer discutir ou provar. A noção de prova, neste ínterim, envolve todo o caminho que parte das premissas e finda com a conclusão. Assim, é preciso, antes de se afirmar a validade de um argumento, conhecer a linguagem na qual ele está sendo analisado. Um outro exemplo é o silogismo. Ele não é passível de ser analisado

dentro da lógica proposicional, sendo mais aconselhável, neste caso, a lógica de predicados. O que geralmente se entende por lógica clássica envolve a lógica proposicional e a lógica de predicados de primeira ordem com igualdade. Há, entretanto, outros sistemas lógicos[32]. Porém, na matemática, embora a lógica tenha se mostrado uma ferramenta muito eficaz na resolução e descrição dos problemas matemáticos, por outro lado, se mostrou muito restritiva na solução de alguns paradoxos, obrigando os adeptos dessa escola a buscar alternativas não-lógicas para contornar os obstáculos (paradoxos lógicos)[33].

Outra corrente bem conhecida é a escola Intuicionista segundo a qual a matemática é compreendida mais como uma atividade que uma doutrina. Para Brouwer, principal expoente dessa tendência, "o saber matemático escapa a toda e qualquer caracterização simbólica e se forma em etapas sucessivas que não podem ser conhecidas de antemão" (Costa, 1977: 20). O intuicionismo nega que o princípio do terceiro excluído[34] tenha valor universal e que o célebre método usual de demonstração por redução ao absurdo[35] seja válido. Uma das conseqüências em assumir essas idéias acarretou na elaboração de uma lógica diferente. Porém essa lógica não consegue fundamentar os princípios intuicionistas nem servir aos propósitos da ciência que é fazer uma boa descrição da natureza e prognósticos.

A escola mais rigorosa talvez seja a formalista. Segundo Costa, o formalismo deseja transformar o método axiomático, de técnica que é, na essência da matemática. Segundo esta visão, toda a matemática poderia derivar de uma teoria axiomática. Seu método não pode conter contradições ou absurdos, sendo necessário provar a consistência da teoria matemática para torná-la lícita. Imre Lakatos chama de escola formalista "a escola de filosofia matemática que tende a identificar matemática com sua abstração axiomática formal (e a filosofia da matemática com metamatemática" (Lakatos, 1978: 14). Da perspectiva desse autor, a história da matemática

[32] Há, além da lógica clássica, o conjunto das lógicas complementares e o das lógicas rivais. No primeiro caso, temos como exemplo a lógica modal, a deôntica, epistêmica, etc. No segundo caso, podemos citar a lógica intuicionista, a paraconsistente, etc.

[33] A assunção dos axiomas da redutibilidade e do infinito por parte de Bertrand Russel são alguns exemplos. Para uma explanação mais detalhada, consultar Costa (1980).

[34] O princípio do terceiro excluído postula que uma sentença possui apenas dois valores de verdade: verdadeiro ou falso. Uma terceira hipótese está excluída.

[35] Um argumento é válido quando as premissas forem verdadeiras e a conclusão segue-se imediatamente das premissas, ou seja, a verdade da conclusão é uma conseqüência necessária devido à verdade das premissas. O método de redução por absurdo tem por objetivo provar que o argumento é inválido quando se nega a conclusão.

é banida e, quando se faz isto, perde-se de vista os momentos criativos e críticos pelos quais as teorias matemáticas tiveram que passar. Os formalistas separam o joio do trigo; as impurezas detectadas na construção das teorias matemáticas não podem habitar o "céu formalista". Porém em 1931 o lógico-matemático Kurt Gödel acabou com os sonhos da escola formalista publicando resultados revolucionários. Entre eles, i) que toda axiomática consistente da aritmética é incompleta; ii) e que, a consistência de qualquer axiomática consistente da aritmética não pode ser demonstrada nessa axiomática. Com essas revelações Gödel mostrou que o formalismo também é refém de algumas limitações.

Temos ainda o exemplo da escola Bourbaki que entende a matemática como o estudo das estruturas abstratas separadas de sua aplicação. A inadequação deste ponto de vista, segundo Wang, não é apenas a omissão de vários resultados importantes com a desconsideração de uma parte importante da matemática, mas também a lacuna em justificar a escolha das estruturas.

O fracasso em estabelecer os fundamentos da matemática, no entanto, não tira o brilho de sua coroa. Ela tem sido o apanágio da certeza racional e o reduto seguro na qual as outras ciências podem se amparar. Hao Wang a descreve da seguinte maneira:

> As mais impressionantes características da matemática são sua certeza, sua abstração e precisão, sua abrangência de aplicações, e sua beleza árida. A precisão e certeza se devem em grande parte a abstração que explica também em parte a ampla aplicabilidade. Mas é a íntima conexão com o mundo físico uma característica essencial que separa a matemática dos meros jogos com símbolos. A matemática coincide com tudo aquilo que é exato na ciência. (Wang, 1986: 143, tradução minha)[36].

As abordagens apresentadas acima são as mais tradicionais e as mais preocupadas em fundar a matemática sobre algum alicerce seguro, por essa razão podemos chamá-las de

---

Negando-a, chega-se a uma contradição. Como a contradição aconteceu em decorrência dessa negação, significa que o argumento original era válido.

[36] "The most impressive features of mathematics are its certainty, its abstractness and precision, its broad range of applications, and its dry beauty. The precision and certainty are to a large extent due to the abstractness which also in part explains the wide applicability. But the close connection to the physical world is an essential feature which separates mathematics from mere games with symbols. Mathematics coincides with all that is the exact in science" (Wang, 1986: 143).

fundacionistas. Porém, novas tendências têm surgido para ampliar e, às vezes, se opor a elas. Algumas dessas tendências atentam para as conseqüências improdutivas do rigor, enquanto outras, sejam negando os fundamentos ou crendo ser estes insuficientes, procuram explicar a matemática em função de outros parâmetros (empíricos, sociais, psicológicos, culturais, etc.).

Novas abordagens (sob a névoa da epistemologia)

Há razões para se acreditar que as novas abordagens em filosofia da matemática surgiram em meio à crise epistemológica contemporânea. Esta crise se caracteriza como uma reação ao positivismo e ao dualismo cartesiano e tem ganhado novos contornos com a descoberta das variedades culturais e o interesse da psicologia pelos fenômenos cognitivos. Ela coloca uma névoa na fronteira que separa a filosofia, em particular a filosofia da matemática, das ciências humanas. A matemática, sob esta perspectiva, perde sua aura e passa a compor ao lado de outras atividades humanas, apenas mais um modo de compreender e organizar a realidade. Essas novas tendências desafiam os dogmas da matemática tradicional, afirmam que ela é resultado de uma prática e a contextualizam situando-a em espaços e tempos determinados.

Uma referência nesse sentido é o estudo minucioso de Imre Lakatos para mostrar que a matemática, numa acepção não-formal, evolui "mediante incessante aperfeiçoamento de opiniões por especulação e crítica, pela lógica das provas e refutações" (Lakatos, 1978: 18). Através de uma estrutura que privilegia o diálogo, Lakatos dá exemplos de provas matemáticas que foram construídas intuitivamente sem que houvesse a necessidade de se recorrer a regras lógicas bem-formadas. Essas intuições, no entanto, não resultam de iluminação divina, mas de uma profunda "imersão" na prática matemática, no exercício contínuo que o matemático devota ao seu trabalho; elas constituem "experiências em pensamento" (thought experiments). A prova formal é um acontecimento posterior (*a posteriori)* a essa experiência. Seria equivocado acreditar que, em função dessa explicação lakatosiana da constituição da prova matemática, teríamos um argumento para a refutação do apriorismo na matemática. A meu ver, esta explicação não exclui a aceitação da existir princípios *a-priori* na matemática, pois o que se postula ser *a-priori* são as

categorias do pensamento[37]. O que Lakatos quer dizer é algo muito simples. Ele não desconsidera a prova formal, mas que é possível obter provas ainda não formalizadas pela teoria, desconsiderar esses resultados é negligenciar uma parcela significativa da atividade matemática. Mas então, o que pode ser considerado constitutivo de uma prova matemática (em termos não-lakatosianos)? Para Lakatos, a idéia mais simples que pode nos ocorrer é a de "uma seqüência finita de fórmulas de algum dado sistema, no qual cada fórmula da seqüência é também um axioma ou uma fórmula derivada por uma regra". E uma prova informal? Ainda de acordo com o autor, alguns livros de lógica moderna diriam que uma "prova informal" é uma prova formal que suprime a menção das regras lógicas de inferência e axiomas, indicando apenas o uso. Mas isto poderia sugerir que uma prova informal é incompleta; um erro que, segundo Lakatos, assemelha-se àquele que diz ser a criança, um adulto em miniatura. Em *Provas e Refutações*, nosso autor exibe o que acredita ser uma verdadeira prova informal, ou, como ele mesmo costumava designar: uma prova pré-formal. Seu primeiro exemplo é o conhecido teorema de Euler a respeito dos poliedros (que será abordado no capítulo seguinte). Embora uma tal prova (informal) não possa ser submetida a uma verificação através de um método dedutivo, há certamente um método de falsificação e isto é um elemento importante para distinguir uma prova de uma mera argumentação persuasiva. As provas informais a que Lakatos se refere são comuns na atividade matemática e funcionam, mas como não são totalmente infalíveis, são ocasionalmente refutadas por algum contra-exemplo.

A fim de aproximar as considerações filosóficas da matemática das considerações filosóficas da ciência natural, Lakatos sugere um renascimento do empirismo na filosofia da matemática. Sua motivação parte de uma distinção entre as teorias Euclideanas e as teorias quase-empíricas. Na primeira, a teoria é um sistema dedutivo composto de axiomas e regras de inferência bem-formadas cuja verdade indubitável flui do topo à base inundando todo o sistema. Na segunda, a verdade crucial para todo o sistema não flui da base ao topo, ela tem antes que resistir aos criteriosos testes de falsidade. Portanto, para que a verdade possa fluir do topo à base, a falsidade tem que fluir da base ao topo. Isto lembra a metáfora do quadro *Waterfall* de Escher.

[37] Assumo a responsabilidade por esta consideração. O próprio Lakatos desconsidera o apriorismo. O seu objetivo é construir uma ponte entre o fosso que separa as considerações filosóficas da matemática daquelas assumidas pela ciência natural. Embora não admita que a matemática é uma ciência empírica, em suas considerações ele assume que ela é, pelo menos, quase-empírica.

Figura 1 - Waterfall

Assim como Lakatos, a posição de Hilary Putnam é de contrapor-se à idéia de que o conhecimento matemático é *a-priori*, absoluto e preciso. Na melhor das conjunturas, para o autor, o conhecimento matemático é quase-empírico[38], falível e provável (Putnam, 1986: 49). Ele procura mostrar que uma matemática quase-empírica é logicamente possível e assentada preferencialmente em termos de uma indução probabilística, de uma heurística e intuição que em função de uma prova rigorosa. Apesar disso, ou melhor, devido a isto, Putnam afirma que a matemática deveria ser interpretada realisticamente. A matemática faz asserções que são classificadas como verdadeiras ou falsas; o que determina a classificação dessas asserções como verdadeiras ou falsas não é um critério subjetivo que varie de uma mente para outra, mas algo objetivo. Portanto, a questão do realismo na matemática não diz respeito à existência de objetos

[38] Dizemos que um método é quase-empírico quando "são análogos aos métodos das ciências físicas exceto pelo fato de que os enunciados singulares que são 'generalizados por indução', usados para testar 'teorias', etc., são eles próprios o produto de provas ou cálculos mais do que 'relatos de observação' no sentido comum" (Tymoczko, 1986: 49).

matemáticos e sim a sua objetividade. A crença na objetividade da matemática foi posta em causa juntamente com a crença dos "objetos matemáticos". Estabeleceram uma realidade não-física e incondicionada bem como a idéia de que nosso conhecimento matemático é estritamente *a-priori*[39]. De acordo com Putnam é necessário mostrar que o conhecimento matemático mantém com o conhecimento empírico certas semelhanças; que o critério de verdade em matemática é resultado da sucessão das nossas idéias em prática; que essas idéias são corrigíveis e não absolutas. Isto não significa, entretanto, postular que a matemática é uma ciência empírica, mas que as inferências empíricas e quase-empíricas desempenham um papel importante no seu desenvolvimento. Para Putnam existe uma outra possibilidade de se fazer matemática. Nessa nova perspectiva a noção da existência de um "reino de objetos matemáticos" é substituída pela noção de "possibilidade". Esta perspectiva é baseada numa outra estrutura lógica, a lógica modal. Além disso, ele acredita que o realismo é a única filosofia que não faz do sucesso da ciência um milagre.

Um outro tipo de abordagem empreendida por Raymond Wilder descreve a matemática como o desenvolvimento de um sistema cultural. O trabalho de Wilder permaneceu ignorado durante um bom tempo, até o momento em que começou a questionar os fundamentos da matemática. Com mais de trinta anos de estudos dedicados ao par matemática-cultura, Wilder procurou aprender como a matemática foi se alterando para chegar ao que ela é hoje. Tal abordagem é chamada de epistemologia evolucionária (ou evolutiva) e sua principal meta é compreender como o conhecimento matemático melhora ou cresce. Este ponto de vista está radicalmente oposto ao projeto epistemológico fundacionista, cuja meta é justificar o conhecimento matemático de uma vez por todas a partir do zero (Tymoczko, 1986: 185). O ponto chave da abordagem de Wilder é seu conceito de cultura, tendo em vista existir uma série de definições para esse termo. Para Wilder:

[39] Parece-me que a chave do argumento de Putnam é sua consideração a respeito do que é o realismo. Ele estabelece uma comparação entre o realismo na filosofia da matemática e o realismo na filosofia da ciência. Ele herda a concepção de realismo de Michael Dummett que afirma ser as sentenças (de uma dada teoria em destaque ou discurso) são verdadeiras ou falsas e o que as tornam verdadeiras ou falsas é algo exterior aos processos sociais. Esta posição é oposta a das filosofias reducionistas que procuram explicar as teorias somente em termos internos aos processos sociais. O Realismo insiste que tais teorias devem ser interpretadas em função de uma realidade externa. É essa consideração sobre o realismo que leva Putnam a questionar o apriorismo em matemática. Para ele, a questão da objetividade em matemática está intimamente ligada à idéia de que a realidade externa determina o conhecimento.

> A cultura é uma coleção de costumes, rituais, crenças, ferramentas, hábitos, etc., que podemos designar por elementos culturais, e que é possuída por um grupo de pessoas, como uma tribo primitiva ou o povo da América do Norte. Geralmente não é uma coisa fixa, mas que muda ao longo do tempo, formando o que se pode chamar por "corrente cultural". É transmitida de uma geração para outra, constituindo um corpo aparentemente vivo de tradição por vezes mais ditatorial na sua influência do que Hitler era sobre a Alemanha Nazista; [...]. Muitos antropólogos pensaram a cultura como uma entidade super-orgânica, com as suas próprias leis de desenvolvimento e, a maior parte deles, parece, na prática, tratar a cultura como uma coisa em si própria, sem se referir necessariamente (exceto para determinados objetivos) ao grupo ou aos indivíduos que a possuem (Wilder, 1998: 6).

Atrelado a este conceito mais geral de cultura, Wilder também considera importantes dois processos de mudança cultural: a evolução e a difusão. E ainda, a noção de progresso cultural deve-se, em parte à esses processos, mas também à uma feliz combinação entre eles. O processo de contagem, por exemplo, é entendido por Wilder como um invariante cultural. Isto significa que ele está presente em todas as culturas (mesmo que de forma rudimentar). A "base" pode mudar, indicando que há elementos culturais variáveis – "mas o processo de contagem na sua essência, tal como os intuicionistas o vêem, é invariante" (Wilder, 1986: 191, tradução minha)[40]. E por falar em intuicionistas, vamos avaliar sua afirmação de que os números naturais são "intuitivamente dados". Wilder argumenta que não seria difícil aceitar os números naturais como um ponto de partida para a matemática. No entanto, o que turva a aceitação dessa afirmação é a compreensão do significado de algo "intuitivamente dado". O que vem a ser algo intuitivamente dado? Por que os intuicionistas não aceitam a concepção clássica do contínuo como intuitivamente dada da mesma maneira que o fazem para os números naturais? Se os intuicionistas substituíssem essa noção vaga que é a intuição pelo ponto de vista segundo o qual o processo de contagem é um invariante cultural, resultaria, dessa aceitação, "que os números naturais formariam, para todas as culturas, a parte mais básica do que tem sido universalmente chamado de 'matemática'..." (Wilder, 1998: 15). Os habitantes das ilhas Trobriand não possuem

---

Mas para outros autores é possível ter um conhecimento objetivo sem a necessidade de postular a realidade dos objetos externos.

[40] "but the counting process in its essence, as the Intuitionist speaks of it, is invariant" (Wilder, 1986: 191).

o padrão de pensamento onde se conjugam causa e efeito, contudo, eles sabem contar (Wilder, 1998: 15).

Uma conclusão importante a que Wilder chega é que não devemos concluir precipitadamente que o que constitui a matemática na nossa cultura é puramente arbitrário. Embora um certo grau de variabilidade seja permitido ao individuo em sua atividade, não podemos esquecer que ele está, ao mesmo tempo, sujeito ao domínio de sua cultura. Há outros laços que ligam a matemática a outros elementos culturais, como a linguagem. Essas ligações que unem cada um de nós não podem ser ignoradas; mesmo que um indivíduo queira inventar uma linguagem particular com símbolos próprios, a menos que haja outros indivíduos que queiram falar e sua linguagem, sua intenção não renderá frutos. Enfim, de um modo resumido, para Wilder:

> Em várias culturas humanas foram encontrados certos elementos designados por matemáticos. Nos primeiros tempos da civilização, eles variavam tanto de uma cultura para outra que, o que era designado por "matemática" numa cultura, dificilmente seria reconhecido como tal em outras. Com o aumento da difusão, devida, em primeiro lugar, ao aumento da utilização de símbolos adequados e à sua subseqüente normalização e disseminação em revistas, os elementos matemáticos das culturas mais avançadas fundiram-se gradualmente, [...] até que resultou essencialmente um elemento comum a todas as culturas civilizadas, conhecido por matemática. (Wilder, 1998: 17).

Explorando exemplos históricos e os esmiuçando em seu livro, Bloor afirma haver variação e descontinuidade no pensamento matemático. Para nosso autor, a maneira como a história da matemática é escrita encobre essas variações porque procura interpretar as matemáticas do passado utilizado o repertório instrumental e o estilo de pensamento contemporâneo. Trata-se de um processo interpretativo que visa dar significado ao que estes matemáticos pensaram e concluíram. Nesse processo, procuram aquilo que está em acordo com nossos padrões de coerência lógica e cognitiva, eliminando o que caracterizaria o erro. No entendimento de Bloor, a história re-escrita é falsificada para dar lugar a uma visão cumulativa e

progressista da matemática e esta visão deve ser desafiada. No entanto, se negarmos esta visão como explicaríamos o êxito instrumental que a matemática alcançou?

Bloor respalda alguns de seus argumentos nas teses de Kuhn sobre a ciência. Porém há ainda algumas questões que a filosofia de Kuhn não responde enfraquecendo as justificativas de Bloor além de não esclarecer porque sua posição deveria ser preferida em detrimento das outras. Freudenthal afirma que Bloor confunde os conceitos da matemática com os conceitos da filosofia da matemática. Expusemos as abordagens mais tradicionais e as mais recentes dentro da filosofia da matemática com o intuito de responder algumas questões relacionadas aos objetos matemáticos, à realidade desses objetos, à noção de prova, ao caráter apriorístico desses objetos e sua relação com a cultura[41].

Não é possível chegar a uma conclusão satisfatória neste capítulo. Um capítulo não basta para esgotar suficientemente os problemas levantados, que endereçam a um amplo debate na literatura sobre o tema em pauta. Bloor coloca algumas questões legítimas para a filosofia da matemática, mas a idéia de uma matemática alternativa é demasiadamente confusa e pouco sustentável se defendida apenas com os exemplos das variações por ele apresentadas. Enfim, há um quinto tipo de variação que Bloor julgou importante tratar de modo mais cuidadoso. É o assunto do nosso próximo capítulo.

[41] Devido à complexidade das questões levantadas neste capítulo creio que o tratamento aqui apresentando deixa profundas lacunas que clamam seu preenchimento. Sobre o caráter científico do programa forte sugiro a consulta dos artigos publicados em *Philosophy of the Social Sciences* referentes ao *II Symposium: The Strong Programme in the Sociology of Knowledge*. Sobre o realismo em matemática sugiro consultar *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, de Hilary Putnam e Paul Benacerraf (Benacerraf & Putnam, 1983) e *Truth in Mathematics* de H. G. Dales e G. Oliveri (Dales & Oliveri, 1998). E para uma discussão mais aprofundada a respeito dos problemas levantados pelas idéias de Kuhn sugiro *The Road since Structure* do próprio Thomas Kuhn (Kuhn, 2000b).

CAPÍTULO 3

3.1 Negociação no pensamento lógico e no pensamento matemático

3.1.1 Três exemplos de negociação em relação ao pensamento lógico e matemático

A análise dos exemplos históricos da matemática permite a Bloor identificar um processo de negociação nas atividades que envolvem as provas e as definições dessa disciplina num embate entre o pensamento formal e informal. Segundo Bloor "temos uma tendência informal para raciocinar..."[42] que fornece um modelo a ser considerado posteriormente como formal, lógico e necessário (BLOOR, 1991: 134, tradução minha). O uso positivo do pensamento informal consiste tanto em modificar ou elaborar estruturas e significados lógicos como em manter a sua estabilidade. Ele ilustra o caráter negociável dos princípios lógicos com três exemplos. O primeiro, refere-se a destituição negociada da verdade lógica auto-evidente na proposição: *o todo é maior que a parte.* O segundo, refere-se à discussão sobre os Azande possuir uma lógica diferente da nossa. E o último, refere-se a uma demonstração do teorema de Euler baseado no estudo histórico de Lakatos (BLOOR, 1991: 135).

3.1.2 Primeiro Exemplo - O todo é maior que a parte

Ora por que a proposição: *o todo é maior que a parte* é tratada como uma verdade lógica auto-evidente? Por um lado, esse princípio pertence à experiência comum de delimitação e inclusão, que tem um caráter informal. Por outro lado, se quisermos certificar sua veracidade basta recorrer aos diagramas da teoria dos conjuntos e às operações elementares que possui um caráter mais formal. Sejam A, B e C conjuntos, se todo elemento de A pertence ao conjunto B e, se tivermos que todo elemento de C pertence a A, concluímos que todo elemento de C pertence também a B, conforme o diagrama abaixo.

[42] "We have an informal tendency to reason...."(BLOOR, 1991: 134).

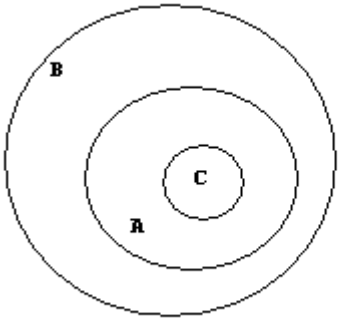

Figura 2 - O todo é maior que a parte

Bloor admite ser correto afirmar que tal princípio existe em todas as culturas, mas nem por isso é uma idéia universal. Há situações particulares em que este princípio simplesmente não se aplica. Onde? Viajemos pela história da matemática....

Existe um corpo da matemática conhecido como aritmética transfinita que subverte o princípio acima. Considere duas seqüências infinitas, por exemplo, o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números naturais pares. Ora, o segundo é um subconjunto do primeiro, ou seja, uma parte. Entretanto, ao colocarmos as duas seqüências em correspondência biunívoca, embora seja contra-intuitivo, chegaríamos a conclusão de que os dois conjuntos possuem o mesmo número de elementos. Portanto, embora o princípio aparente ser autônomo, independente e encerrar uma verdade quase inquestionável, nesta situação, o todo **não é** maior que a parte.

Bloor esclarece que esta propriedade era conhecida mesmo antes do desenvolvimento da aritmética transfinita, mas o que chama a sua atenção é que mesmo a idéia encerrando um paradoxo, sendo auto-contraditória e logicamente incompleta, esses argumentos que serviram de base para a rejeição da existência de conjuntos infinitos foram os responsáveis pela sua própria definição (BLOOR, 1991: 135). De acordo com Dedekind: “Diz-se que um sistema S é infinito quando é semelhante a uma parte própria dele mesmo; caso contrário, S se diz um sistema finito” (*apud* BOYER, 1993: 413).

Neste exemplo Bloor mostra como certas verdades, aparentemente óbvias podem ser subvertidas e negociadas. O que era uma contradição passou a ser definição e isto foi possível porque o modelo de inclusão que sustentava o princípio supra cedeu lugar a uma outra imagem que é a possibilidade de colocar os objetos em correspondência biunívoca. Para Bloor, esse

segundo modelo é resultado de uma elaboração informal que subverteu um princípio coactivo ao pressionar as exigências de um antigo modelo. Os princípios lógicos coactivos, segundo Bloor, consistem numa seleção socialmente sancionada da nossa experiência. E ainda,

> Se é adequado falar de coacção, então o caráter coactivo de uma regra reside meramente no hábito ou tradição de que alguns modelos sejam usados em detrimento de outros. Se nos sentimos coagidos na lógica, será da mesma forma que nos sentimos coagidos a aceitar um certo comportamento como certo ou errado. Assim será porque tomamos como um dado adquirido uma determinada forma de vida (BLOOR, 1991: 137-138, tradução minha)[43].

Esse exemplo de Bloor me parece extremamente artificial. Em primeiro lugar, porque ao enunciar a proposição "*o todo é maior que a parte*" afirma que há situações particulares onde esta proposição não se aplica. E onde ele vai buscar essa situação? Não é numa comunidade alternativa, mas dentro do *corpus* da própria matemática. Em segundo lugar, a aritmética transfinita embora incorpore, na sua origem, um conceito intuitivo de limite, ela não é fruto de um modo informal de pensar, mas da tentativa de resolver certos paradoxos que a linguagem era incapaz de solucionar.

3.1.3 Segundo Exemplo - A lógica dos Azande

Para reforçar seu ponto de vista sobre o que foi anteriormente exposto, Bloor sugere que analisemos uma sociedade com leis muito diferentes das nossas para averiguar se seus membros são coagidos a raciocinar de maneira diferente. Esta sugestão nos conduz ao segundo exemplo. Ele se propõe a contrapor a lógica dos Azande à lógica ocidental. Neste exemplo, Bloor explora o trabalho antropológico de E.E. Evans-Pritchard e suas conclusões sobre os Azande para ratificar seus argumentos.

O livro *Bruxaria, Oráculos e Magia entre os Azande* de E.E. Evans-Pritchard foi publicado em 1937. Trata-se de uma exaustiva pesquisa realizada com o povo Zande na década de 1920 e que contribuiu para a reflexão da pesquisa etnográfica. Os Azande habitam uma região

[43] "If its is proper to speak of compulsion then the compelling character of a rule resides merely in the habit or tradition that some models be used rather than others. If we are compelled in logic it will be in the same way that we are compelled to accept certain behavior as right and certain behavior as wrong. It will be because we take a form of life for granted" (BLOOR, 1991: 138).

de densas florestas entre o Sudão e o Congo. Entre suas principais características ressalta-se a crença em bruxaria e na decisão dos oráculos; eles consultam um oráculo sempre que desejam realizar qualquer coisa importante e o oráculo verifica se uma pessoa é ou não bruxa. Para os Azande os poderes e desejos dos bruxos são a causa dos problemas.

O bruxo herda fisicamente a "substância-de-bruxaria", localizada na barriga e que é transmitida pelo bruxo a todos os filhos homens do clã e pelas bruxas a todas as filhas mulheres. Teoricamente, todo o clã de um bruxo deveria ser composto por bruxos, mas, na prática, isto não acontece. Os Azande admitem que o clã de um bruxo pode não ser todo composto por bruxos. Uma das justificativas para explicar este fato é a idéia de que a "substância-de-bruxaria" encontra-se "arrefecida" (“cool”, originalmente entre os Azande). Logo, o membro de um clã bruxo tem o potencial para ser bruxo, mas para todos os efeitos ele pode não ser de fato.

Para Bloor há dois fatores a serem considerados socialmente: “o uso do oráculo e a inocência geral do clã como um todo. Estes são os elementos sancionados por tradição e centrais na forma de vida dos Azande” (BLOOR, 1991: 141, tradução minha)[44]. Existe, portanto, uma contradição entre eles. De acordo com Bloor, os Azande institucionalizaram um erro lógico. Mas se eles admitissem tal erro, uma de suas principais instituições sociais seria ameaçada e sua sobrevivência correria riscos. Portanto, “...é vital que os azande mantenham o seu erro lógico sob pena de agitação social e necessidade de uma mudança radical nas suas formas de vida” (BLOOR, 1991: 139, tradução minha)[45].

Entendendo que os passos lógicos são aqueles que nós tomamos como corretos e mostrando que os Azande assumem como certo as afirmações supracitadas a respeito da bruxaria, Bloor conclui que deve haver duas lógicas: a lógica azande e a lógica ocidental (BLOOR, 1991: 82). Traçando um paralelo com o artigo *Understanding a primite society* (1964) de Peter Winch, Bloor acaba concordando com a interpretação deste autor quando ele declara que foi um erro Evans-Pritchard ter assumido a unicidade lógica no caso dos Azande; “caso existisse uma contradição lógica nas crenças Zande, então a sua instituição estaria certamente ameaçada”

[44] “the use of the oracle and the general innocence of the clan as a whole. These are sanctioned by tradition and are central to the Azande form of life” (BLOOR, 1991: 141).
[45] “...it is vital that the Azande maintain their logical error on pain of social upheaval and the need for a radical change in their ways” (BLOOR, 1991: 139).

(BLOOR, 1991: 83, tradução minha)[46], mas o fato de não estar sugere a existência de uma lógica diferente.

O professor Tim Triplett da Universidade de New Hampshire se contrapõe fortemente a esta conclusão e escreveu em 1994 um artigo para mostrar que não há qualquer diferença entre a lógica dos Azande e a lógica ocidental. Para melhor compreendermos suas objeções ele faz algumas advertências sobre as posições de Bloor e Richard C. Jennings[47]. O primeiro passo é compreender o significado do termo relativismo lógico e em seguida a sua relação com o exemplo de Bloor sobre os Azande e os comentários de Jennings sobre o assunto.

A tese do relativismo lógico implica "que uma proposição rejeitada como uma contradição lógica numa cultura pode ser adotada por outra"[48] (TRIPLETT, 1994: 749, tradição minha), e, ao ser adotada, constitui um conhecimento legítimo naquela cultura.

O professor Triplett considera essa visão como um caso particular e radical de relativismo epistemológico. O relativismo epistemológico não pode ser confundido com a tese de que as estruturas sociais e institucionais podem ter um efeito significativo no que é coletivamente compartilhado dentro de uma sociedade. Ele é significativamente diferente da concepção tradicional que acredita nas verdades lógicas como sendo universais. Ao falar de verdades lógicas, estamos nos referindo às sentenças lógicas, que podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas. Não devemos confundir sentenças lógicas com argumentos. Um argumento é classificado como válido ou inválido; podemos ter um argumento válido com sentenças falsas. Validade e Invalidade são propriedades de argumentos, não de sentenças, "são funções de relações inerentes entre as idéias expressadas; não resultado de mero fato da crença cultural. Para os tradicionalistas, um argumento que é conhecido como válido no Ocidente não pode ser conhecido como uma falácia no Sudão" (TRIPLETT, 1994: 751, tradução minha)[49].

---

[46] "...if there had been a logical contradiction in Azande beliefs then the institution of witchcraft would indeed have been threatened" (BLOOR, 1991: 140).

[47] Richard C. Jennings é um dos autores que se colocam a favor do Programa Forte em Sociologia neste debate. Escreveu em 1984 o artigo *Truth, Rationality and the Sociology of Science* e em 1988 o artigo *Alternative Mathematics and the Strong Programme: Reply to Triplett*.

[48] No entendimento de Bloor e Jennings sobre o relativismo lógico, qualquer tipo de conhecimento só pode ser considerado como tal se houver acordo coletivo. A passagem original de Triplet é a seguinte: "...a proposition rejected as a logical contradiction in one culture can be embraced by another culture" (Triplett, 1994: 749).

[49] "…are functions of inherent relations among the ideas expressed, they are not the result of the mere fact or cultural belief. For the traditionalist, an argument that is known to be valid in the West cannot be known to be a fallacy in the Sudan" (Triplett 1994: 751).

O relativismo lógico, ou seja, “a declaração de que mesmo as proposições que expressam relações lógicas e inferências são conhecidas se e somente se há o acordo coletivo dentro de uma cultura” - é visto com reservas até mesmo pelos relativistas e fortemente atacado pelos tradicionalistas. Na opinião de Triplett, Bloor vai além ao sugerir que os Azande têm uma forma de raciocinar muito diferente da nossa e que por isso possuem uma lógica alternativa. Ele se propõe a avaliar as razões que Bloor fornece para nos convencer de que tal conhecimento é culturalmente relativo. Além disso, ele passa em revista as considerações de Jennings que alegou no *artigo Alternative Mathematics and the Strong Programme: Reply to Triplett* que ele, Triplett, entendeu mal as distinções de Bloor e as implicações do *trabalho de Evans-Pritchard.*

Ao defender Bloor das objeções de Triplett nesse artigo, Jennings declarou que Triplett não entendeu corretamente a distinção que Bloor faz entre ‘a psicologia do raciocínio’ e ‘o sistema institucional de pensamento’. E ainda, recusa a alegação de Triplett quanto ao fato da lógica Zande ser semelhante à nossa. O que Bloor chamou de ‘psicologia do raciocínio’ entende-se como:

> ...todas as linhas de pensamento da nossa mente que estão naturalmente em constante movimento (isto é o que Bloor chamou de psicologia do raciocínio)e (2) e o ‘sistema institucional de pensamento’ pode ser compreendido como o sistema no qual nascemos e estamos imersos, submetidos a aprender através dos processos de culturalização em que as linhas de pensamento são aceitáveis e as que não são (Jennings[1989], p.277) (*apud* TRIPLETT, 1994: 752, tradução minha)[50].

Triplett ironicamente identifica nesse modelo um aspecto quase-freudiano onde o *id* representa nossas tendências naturais de pensamento e o *superego* representa a culturalização. Porém, não há evidências de que essa descrição confere exatamente com o raciocínio humano de forma a fazer valer a distinção de Bloor. Nada garante que esta distinção mostra uma diferença real no pensamento racional. Ainda segundo Triplett, mesmo que Jennings tivesse evidências sólidas de que há diferenças entre o raciocínio de tendência natural individual e o raciocínio como sistema institucional, "levando-nos a identificar modos distintos de raciocínio institucional em diferentes culturas”, ainda assim, não basta para dar consistência à tese do relativismo lógico.

[50] “…all the lines of thought our minds are naturally inclined to move along (this is what Bloor had called ‘the psychology of reasoning’) and (2) the social framework we are born to and in which ‘we learn through the process of culturation which lines of thought are acceptable and which are not” (*apud* Triplett, 1994: 752).

Poderíamos refutar essas idéias alegando que qualquer que seja a diferença cultural encontrada nesses processos, elas não revelam ainda incompatibilidades lógicas. Ainda que fossem encontradas incompatibilidades, poderíamos ainda supor que uma ou outra cultura construiu mal o raciocínio.

A ambigüidade entre a sociologia da crença e a forma relativista da sociologia do conhecimento perpassa todo o trabalho de Bloor e ressurge nas considerações de Jennings. A tarefa de procurar explicações sociológicas do porque uma cultura aceita certas crenças e rejeita outras é, de acordo com Triplett, certamente importante dentro da sociologia, mas esta postura metodológica não envolve, necessariamente, o relativismo. Uma coisa é analisar as razões culturais que levaram uma sociedade a aceitar algo como um elemento do conhecimento; outra, é sustentar que esta sociedade realmente conheceu este elemento pelo simples fato de ter sido um consenso coletivo dentro da sociedade.

No que se refere ao exemplo de Bloor, Triplett parece não saber exatamente onde Jennings classifica as crenças Zande. Por esta razão se dispõe a analisar o texto de Evans-Pritchard e suas conclusões. Triplett acredita que Bloor e Jennings fazem uma leitura equivocada dos comentários de Evans-Pritchard e não levam em conta o contexto completo da discussão do antropólogo britânico. O comentário ao qual ele se refere é o seguinte:

> Para nossas mentes, parece evidente que, se ficou provado que um homem é bruxo, então todo seu clã é, *ipso facto*, bruxo, uma vez que um clã Zande é um grupo de pessoas relacionadas biologicamente umas às outras através da linhagem masculina. Os Azande vêem o sentido deste argumento mas não aceitam as suas conclusões, e isto envolveria toda a noção de bruxaria em contradição se eles assim acreditassem. Na prática eles consideram apenas os parentes de sangue próximos de um Zande reconhecidamente bruxo como bruxos. Apenas na teoria eles estendem a atribuição a todos os homens do clã bruxo (*apud* TRIPLETT, 1994: 755, tradução minha)[51].

Ora, o próprio Evans-Pritchard invoca a noção de contradição lógica; isto significa que os azande reconhecem sim a ameaça da contradição, caso contrário, não rejeitariam as conclusões.

[51] "To our minds, it appears evident that if a man is proven a witch the whole of his clan are *ipso facto* witches, since the Zande clan is a group of persons related biologically to one another through the male line. Azande see the sense of this argument but they do not accept its conclusions, and it would involve the whole notion of witchcraft in contradiction were they to do so. In practice they regard only close paternal kinsmen of a known witch as witches. It is in theory that they extend the imputation to all a witch's clansmen" (*apud* Triplett, 1994: 755).

Para Bloor e Jennings os azande não reconhecem tal contradição, nas palavras de Bloor "Os azande institucionalizaram um erro lógico, ou pelo menos um certo grau de cegueira lógica" (BLOOR, 1991:139)[52]. Ao negarem que os Azande reconhecem tal contradição acabam, como conseqüência, recusando a própria interpretação de Evans-Pritchard.

Os azande não entram em choque com a teoria, mas a subvertem para esquivar-se das suas conseqüências. Um dos exemplos apontados por Evans-Pritchard é do bastardo, que consiste em inocentar um determinado homem que tivesse sido comprovadamente apontado como um bruxo, negando que ele pertencesse ao clã[53]. Eles improvisam e ao fazerem isto, embora aparentem raciocinar sob outra ótica, empreendem um tipo de lógica que nos é bem compreensível - escapando da conseqüência lógica negando uma das premissas, que é o fato do bruxo não ser alguém do seu sangue.

Quanto à questão de Jennings considerar as explicações a respeito da "substância de bruxaria arrefecida" uma questão de elaboração temporária, individual e não uma crença institucionalizada, Triplett responde que:

> Primeiro, Evans-Pritchard refere-se a ela como uma doutrina. Segundo, assim como é fácil ver que o raciocínio sobre o exemplo do bastardo é uma elaboração individual desenvolvida para defender indivíduos específicos sem recusar ou alterar a doutrina de bruxaria Zande, assim também é fácil ver que a afirmação de que a "substância de bruxaria arrefecida" é real, não específica. Ela soma algo à consideração Zande a respeito da natureza e causas da bruxaria (TRIPLETT, 1994: 756, tradução minha)[54].

A doutrina referida acima permite aos Azande manter o princípio biológico de que a bruxaria é transmitida por fatores hereditários e ao mesmo tempo explica o fato de nem todos no clã serem bruxos. Quanto à contradição do texto Zande de que todos os membros de mesmo sexo de uma família reconhecidamente bruxa devem ser bruxos e a negação Zande de que a bruxaria tem, de fato, essa abrangência, Evans-Pritchard tece o seguinte comentário:

---

[52] "The Azande have institutionalized a logical mistake, or at least a degree of logical blindness" (BLOOR, 1991: 139).

[53] Para os azande, um homem pertence ao clã de seu *genitor* e não de seu *pater* (*apud* TRIPLETT, 1994: 755).

[54] "First, Evans-Pritchard explicity refers to it as a doctrine. Second, just as it is easy to see how the reasoning in the bastardy example is an individual elaboration designed to defend specific individuals without challenging or altering Zande witchcraft doctrine, so it is easy to see that the claim that witchcraft-substance can be cool is general, not specific. It adds something to the Zande account of the nature and causes of witchcraft" (TRIPLETT, 1994: 756).

> Os azande não percebem a contradição como nós a percebemos pois eles não têm qualquer interesse teórico no assunto, e aquelas situações nas quais eles expressam seu interesse em bruxaria não os forçam a pensar (ou perceber) o problema. Um homem nunca pergunta a um oráculo...se um certo homem é bruxo. Ele pergunta se naquele momento este homem o está enfeitiçando. Um azande está interessado em bruxaria somente como um agente em ocasiões definidas e em relação a seu interesse próprio, e não como uma condição permanente dos indivíduos (*apud* TRIPLETT, 1994: 757, tradução minha)[55].

Mais uma vez Triplett realça que Evans-Pritchard foi mal lido. Jennings o interpreta como se Evans-Pritchard tivesse afirmado que os Azande 'não percebem uma contradição' e esta posição acaba conduzindo Bloor e Jennings a declarar que os Azande têm uma lógica alternativa. Contradição aqui é entendida como "algo que surge a partir de um problema na prática social" (*apud* TRIPLETT, 1994: 757, tradução minha)[56]. Eles alegam que os azande não vêem a contradição porque acreditam que "uma contradição existe porque uma cultura identifica algo como inaceitável no seu conjunto de crenças" (*apud* TRIPLETT, 1994: 757, tradução minha)[57]; e os azande, por sua vez, afirmam que não há nada de inaceitável com suas crenças sobre bruxaria. Logo, se para os próprios azande a contradição inexiste, significa que eles têm uma lógica própria, diferente da lógica ocidental e legítima porque serve à estrutura social Zande.

No entanto, Triplett nota que Evans-Pritchard "não diz que os azande não percebem uma contradição **simpliciter**. Ele diz que eles não percebem a contradição como *nós a percebemos*" (TRIPLETT, 1994: 757, destaque no original)[58]; e argumenta que os azande talvez não percebem a contradição como nós porque ela carece, para eles, do significado que teria para nós. Finalmente, Triplett conclui, a partir das evidências de Evans-Pritchard, que as respostas dadas pelos azande às questões colocadas acima nos são bastante compreensíveis e semelhantes à forma como nós raciocinamos. Não há, dessa forma, razões para afirmar que os azande têm uma lógica alternativa.

---

[55] "Azande do not perceive the contradiction as we perceive it because they have no theoretical interest in the subject, and those situation in which they express their interest in witchcraft do not force the problem upon them. A man never asks the oracles… whether a certain man is a witch. He asks whether at the moment this man is bewitching him…A Zande is interested in witchcraft only as an agent on definite occasions and in relation to his own interest, and not as a permanent condition of individuals" (*apud* Triplett, 1994: 757).

[56] "...something that arises from a problem in social practice" (*apud* Triplet, 1994: 757).

[57] "A contradiction exists because a culture identifies something as unacceptable in its set of beliefs" (*apud* TRIPLETT, 1994: 757).

[58] "… does not say that the Azande do not perceive a contradiction *simpliciter*. He says that they do not perceive the contradiction as *we perceive it*" (Triplett, 1994: 757).

3.1.4 Terceiro Exemplo - Lakatos e o teorema de Euler

O terceiro e último exemplo de Bloor envolve o processo de negociação na demonstração do Teorema de Euler. De acordo com sua descrição, Euler notou que: ao considerarmos um sólido geométrico (cubo, pirâmide, etc) e contarmos o número de vértices (V), de arestas (A) e de faces (F), chegaremos a seguinte fórmula: V-A+F=2.

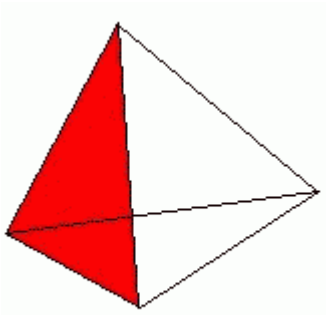

Figura 3 - Tetraedro

Estes sólidos são conhecidos como poliedros e as formas das suas superfícies chamam-se polígonos. Após aplicar a fórmula a vários sólidos diferentes, Euler achou justo chamar o resultado acima de teorema. Mas um teorema genuíno necessita de demonstração, o que Euler tinha feito fora uma generalização e generalizações podem sempre ser refutadas com contra-exemplos. Em 1813 Cauchy propôs uma demonstração, descrita por Bloor como uma "experiência em pensamento" (*thought-experiment*) mas que foi refutada quando, Lhulien em 1812 e Hessel em 1832 descobriram um contra-exemplo. O cubo encaixado dentro do outro (Fig. 3), podendo ser o cubo interno um buraco dentro do cubo externo, confere com a definição de poliedro elaborada por Legendre em 1794. Entretanto, ele não satisfaz ao teorema de Euler nem passa pela demonstração de Cauchy. Será que a demonstração é falha ou é o contra-exemplo?

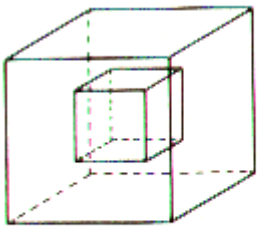

Figura 4 - Cubos encaixados

Uma das possibilidades é admitir que, talvez, a definição de poliedro estivesse errada. Jonquières em 1890 propôs então uma definição de poliedro que eliminava o contra-exemplo dos cubos encaixados. Mas Hessel tinha ainda um caso a considerar: o das pirâmides juntas por um de seus vértices (Fig.4). Ao aplicarmos o Teorema de Euler, chegamos ao resultado: V-A+F=3; a demonstração de Cauchy, neste caso, também não funciona. O que prevalece ainda, é a dúvida se tão estranho sólido pode ser classificado como um poliedro.

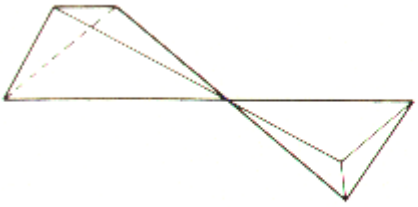

Figura 5 - Pirâmides unidas por um vértice

Em 1865 Möbius propôs uma definição que excluía este contra-exemplo. Mas outros estranhos poliedros foram surgindo, a moldura (Fig.5), o cubo com um cubo menor em cima (Fig.6), etc. Para evitar estes casos e preservar o teorema, foi adicionada uma cláusula e o teorema passou então a ser restrito aos poliedros convexos.

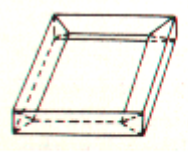

Figura 6 - Moldura

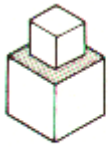

Figura 7 - Cubos

Todo esse processo aconteceu porque o teorema nasceu de uma generalização. A necessidade de definir corretamente poliedro e uma classe de poliedros foi fundamental. Nas palavras de Bloor, o significado,

> tinha que ser criado ou negociado [...] A demonstração não deriva das definições. Ao contrário, a estrutura formal final da demonstração é função de casos particulares que tinham sido informalmente considerados anteriormente [...] agora o teorema pode ser apresentado como se ele tivesse derivado inexoravelmente das definições (BLOOR, 1991: 151, tradução minha)[59].

Segundo Bloor, Lakatos desejava "dissipar a aura de perfeição estática e de unidade coactiva que envolve a matemática", por isso se concentrou na matemática informal. Essa leitura de Lakatos faz Bloor acreditar que os problemas com os quais a história da matemática deveria lidar para contribuir com a sociologia do conhecimento deveria ajudar a mostrar como e porque as pessoas pensam da maneira que o fazem; e ainda, mostrar que a matemática é construída a partir de componentes naturalistas: experiências, processos psicológicos de pensamento, propensões naturais, hábitos, padrões de comportamento e instituições (BLOOR, 1991: 154-55).

A relação que Bloor estabelece entre fatores sociológicos e o processo de negociação, exemplificado pelo teorema de Euler, tem a ver com a seguinte afirmação: conceitos matemáticos são resultados de uma negociação, portanto não são entidades que pré-existem ou que são simplesmente descobertas, mas são produtos de uma construção que envolve *escolhas* entre diferentes alternativas. Esses conceitos são determinados por forças que agem na situação de escolha, forças que podem ser sistematicamente diferentes para diferentes homens (*apud* FREUDENTHAL, 1979: 80).

O argumento de Bloor forneceria então o caso para uma '*sociologia da negociação matemática*'? Infelizmente não. Conforme aponta Freudenthal, o que é negociado é a adoção de definições e não a validade das provas. Isto não é suficiente para sustentar a tese de que a necessidade lógica tem caráter social. Podemos objetar quanto à posição de Bloor que o processo de negociação é executado para melhorar certas características do sistema matemático total tais como suas sistematizações, rigor, escopo e coerência. Nesse argumento, as relações das

[59] "… had to be created or negotiated […] The prove does not proceed via the definitions. Rather the final, formal structure of the proof is a function of the particular cases that have previously been informally considered […] now the theorem can now be presented as if it proceeded inexorably from the definitions" (BLOOR, 1991: 151).

definições e os teoremas fazem parte de um processo irreversível que se auto-corrige e é dirigida para certos valores fixados. A posição de Bloor poderia ser mantida se, e somente se, fosse mostrado que esses valores não são universalmente compartilhados, mas variam em função de algum fator sociológico. Um relativista nada espera de uma epistemologia porque acha que esta tem a pretensão de nos dizer em que acreditar. No entanto, a principal orientação da epistemologia é explicar como e porque chegamos a crer no que cremos.

CAPÍTULO 4

4.1 O caráter relativista da abordagem de Bloor

Desde que Einstein formulou a Teoria da Relatividade, expressões como “isto é relativo...” caíram no uso corrente e invadiram quase todos os domínios do conhecimento. Entretanto, conforme pondera Silva:

> a teoria da relatividade não envolve relativização do conhecimento sobre o mundo físico. [...] O parâmetro a que os sistemas descritivos da física relativística são relativos, a saber, a velocidade da luz, é considerado uma constante universal absoluta (Silva, 1990: 26).

Nosso intuito aqui não é discutir a Teoria da Relatividade, mas pelo parentesco que os termos mantêm, esclarecer que há uma distinção entre relatividade e relativismo.

O termo *relativismo* é rico de significações exigindo uma compreensão mais acurada daquilo que se pretende relativizar e ainda, da abrangência dessa relativização num certo escopo. Em *Rationality and Relativism*, Hollis&Lukes (1982) procuram esboçar as principais fontes e formas do relativismo contemporâneo. Faremos um breve passeio por essas veredas mas o que nos interessa investigar está em estreita relação com a proposta de David Bloor. A adoção de um certo tipo de relativismo repercute nas críticas sofridas pelo Programa Forte e tem ressonâncias significativas na abordagem que o autor faz da matemática. Nosso intuito é, num primeiro momento, desatar o nó que amarra e vincula essa terminologia a significados tão variados e posteriormente (i) identificar o tipo de relativismo que acompanha a proposta de Bloor, verificando de que forma este relativismo se vincula ao conhecimento e à matemática, e depois (ii) avaliar sua repercussão para a filosofia da educação matemática.

4.1.1 Fontes do Relativismo

Hollis&Lukes referem-se a três fontes principais do relativismo: a romântica, a científica e a antiepistemológica. Ao interpretar a primeira, de fonte romântica, vemos que sua intenção não é mudar o mundo de outras culturas, mas interpretá-los a partir de seus padrões internos. Segundo

esta versão, a realidade é socialmente construída. O relativismo de fonte científica (também identificado como relativismo cognitivo ou epistemológico), por seu turno, considera que há uma variedade de sistemas de conhecimento e que a objetividade é um padrão interno. Podemos situar aqui Bloor e a proposta do Programa Forte em sociologia da ciência. A terceira fonte de relativismo é de cunho filosófico, ou melhor, antifilosófico. Ela rejeita o fato de existir fundamentos racionais para explicar o conhecimento. Nos rastros desta perspectiva, um conjunto de regras é que dita o modo de alcançar o acordo racional ou de estabelecer a questão quando há conflitos entre declarações. A epistemologia constitui uma disciplina da filosofia que se debruça sobre o conhecimento humano procurando compreender os processos heurísticos e as justificativas acerca do conhecimento. O relativismo para alguns representa uma espécie de ceticismo e está no âmbito das preocupações da epistemologia. Mas, há diferenças entre o ceticismo e o relativismo, essa aproximação não é correta, é mais uma acusação que um argumento. Entretanto, o relativismo pós-moderno parece ter sofrido uma mutação sendo o alvo da disputa entre representantes de disciplinas filosófico-normativas e empíricas. Segundo Rorty, principal representante deste tipo de relativismo, não há fundamentos que sirvam como base comum para o julgamento de afirmações sobre o conhecimento; por essa razão os adeptos dessa versão de relativismo defendida por Rorty são chamados também de antifundacionistas. Quando a ciência passa a ter (ou ser) um valor, as afirmações que ela faz são propensas a serem acatadas mais facilmente que outras formas de explicação menos privilegiadas.

4.1.2 Formas do Relativismo

Continuaremos a seguir a classificação de Hollis&Lukes para expor as formas de relativismo em voga. Porém, devemos ressaltar que existem outras formas de relativismo e diferentes maneiras de classificá-las. Destacamos três: moral, conceitual e perceptiva.

Relativismo Moral

O *relativismo moral* (ou ético) nega que algo seja objetivamente bom ou mau. Essas dicotomias perdem o significado e passa a ser exigida uma explicação de um ponto de vista local,

atrelado ao contexto sociocultural. Essa posição não deve ser confundida com a do *pluralismo moral*. Enquanto o primeiro atribui o mesmo grau de valor a certas práticas e idéias que encerram um certo conteúdo moral, o segundo não acata essa simplificação; aceita-se a idéia de existir uma certa variação e diversidade devido a fatores sociais e culturais, mas isto implica apenas em aceitar a *relatividade* destas variáveis e não o *relativismo*. Aceitar o relativismo implicaria ainda em negar a existência de qualquer valor universal, como os direitos humanos, por exemplo. Esta questão é polêmica e invade o espaço das discussões políticas. Alguns partidários dessa forma de relativismo argumentam que[60]

> Uma comunidade é um grupo de pessoas que dá forma, ao longo do tempo, à sua "vida interna", desenvolvendo "significados comuns", compartilhando valores, modos de vida e visões de mundo ou, nos termos de Walzer, "entendimentos" de bens sociais. A comunidade dá sentido à vida das pessoas; são os entendimentos compartilhados pelos membros da comunidade que determinam o que é certo e o que é errado, o que é bom e o que é ruim, o que é justo e o que é injusto [...]. Não existem, assim, padrões morais universais pois a diversidade de tradições históricas, culturais e religiosas, a multiplicidade de modos de vida e visões de mundo em meio à qual vivemos, evidencia a inexistência de significados comuns a todas as mulheres e homens do planeta – e padrões universais só poderiam existir se houvesse uma comunidade global, ou seja, se a humanidade compartilhasse os mesmos significados, o mesmo conjunto de valores (Rezende, 2004: 64-5).

Quando se fala em diversidade cultural, modos de vida e visões de mundo, é preciso entender o que, de fato, se quer defender. Parece-me que a confusão se estabelece quando não se sabe ao certo a que tipo de relativismo está atrelado um posicionamento. Quando se fala em relativismo moral ou ético, caberia, antes de tudo, fazer uma distinção entre Moral e Ética, pois não creio que sejam a mesma coisa. Alguns intelectuais não desejam a alcunha de relativista e procuram se desvencilhar do chavão através de elaborações retóricas em seus discursos. Outros, os assumidos, por sua vez, apelam para o sentimentalismo ou para o falso papel de intelectual engajado com o discurso de que seus oponentes, membros da classe dominante, propagam valores universais com a intenção de desencorajar as classes menos favorecidas a mudar a ordem social e que, portanto, veiculam um discurso falso. Mas o discurso do relativismo moral não é

[60] Sobre essa questão consultar: Rezende (2004).

menos falso. Antônio Flávio Pierucci em *Ciladas da Diferença* localiza a origem do uso do termo:

> Na "direita tradicionalista e contra-revolucionária", a "ultradireita do final do século 18 e primeiras décadas do 19", em reação ao ideais republicanos universalistas e igualitaristas da Revolução Francesa [...]. E afirma: 'o pavilhão da defesa das diferenças, hoje empunhado à esquerda com ares de recém-chegada inocência pelos 'novos' movimentos sociais (...), foi na origem – e permanece fundamentalmente – o grande signo/desígnio das direitas, velhas ou novas, extremas ou moderadas. Pois, funcionando no registro da evidência, as diferenças explicam as desigualdades de fato e reclamam a desigualdade (legítima) de direito" (*apud* Venturi Jr, 2003: 101).

Interpreta-se que a igualdade como um valor universalmente compartilhado através das culturas seria o mesmo que pronunciar que todos são iguais, quando é notório e evidente que há diferenças entre povos, comunidades, religiões, etc. É esta confusão responsável pela manipulação ideológica através dos discursos. O que, de fato, se quer defender quando se fala em diversidade cultural, modos de vida e visões de mundo é a *igualdade de reconhecimento*. Além disso, se não tivéssemos nenhum valor universal permeável que estivesse além do que é determinado socialmente e culturalmente por um grupo de pessoas, seríamos levados a uma contradição. Como seria possível num mundo repleto de diferenças e desigualdades, em que as pessoas desses grupos interagem de modo, às vezes pacifico, às vezes conflituoso, estabelecer uma regra de respeito mútuo que não fosse universal? Pelo menos em tese, esta regra teria que ser universal.

Ademais o discurso que se eleva para defender a preservação das tradições pode em certas situações ser propício para justificar práticas abusivas tornando perenes injustiças contra as mulheres, grupos minoritários, dissidentes, etc. De acordo com Rezende, é possível

> buscar acordo sobre normas de conduta que ofereçam algumas proteções básicas para todos os seres humanos, permitindo que diferentes tradições justifiquem tais normas pelas razões que mais fazem sentido no contexto local. Quando o objetivo é que uma pluralidade diversa de grupos de pessoas seja capaz de conviver pacífica e igualmente em condições minimamente humanas, a aceitação por todas as partes de algum tipo de arranjo prático que cada uma delas possa justificar de acordo com a sua própria visão de mundo, cultura ou tradição, parece uma alternativa muito mais atraente para lidar com o pluralismo moral que a não-interferência e aceitação de práticas tradicionais simplesmente

> porque fazem parte de uma tradição local, não importando quão desumanas, injustas ou opressivas que nos pareçam (Rezende, 2004: 94).

O importante é que seja assegurado a cada indivíduo acesso a seus direitos humanos básicos. A forma como isso deve ser implementado pode estar de acordo com as normas de conduta apreciadas pelo grupo do qual faz parte cada ser humano. Taylor propõe uma distinção:

> Direitos humanos poderiam ser justificados em diferentes sociedades de acordo com as justificativas e doutrinas filosóficas que mais fazem sentido para as pessoas no contexto local, podendo ser compatíveis com diferentes tradições culturais e históricas, com diferentes concepções de "interesses humanos vitais". A aceitação dos direitos humanos na forma de um *overlapping consensus* não significaria a aceitação de uma visão de mundo específica, pois a forma do consenso não forçado sobre direitos humanos seria compatível com uma multiplicidade de tradições (*apud* Rezende, 2004: 95).

O que se propõe não é a imposição de uma única visão de mundo que deve ser acatada pelas demais sociedades, mas "normas de conduta" aceitáveis que regulamente o trato de indivíduos, grupos e Estados em todo o mundo. Se não tivermos ao menos isto, continuaremos a mercê dos grupos que estão no poder ou daqueles que manipulam para alçá-lo. Para os relativistas, essas normas não passam de ilusão; elas só seriam compartilhadas se houvesse uma comunidade global que consensualmente as aceitasse como um conjunto de valores. Mas o erro dos relativistas parece estar em entender que uma comunidade global, seria, necessariamente homogênea e que a justificativa para a aceitação das normas supracitadas implicaria numa justificativa única imposta de cima para baixo.

Relativismo Conceitual

Com relação ao *relativismo conceitual* a pergunta crucial é se as categorias básicas do pensamento tais como o tempo, espaço, número, causalidade, pessoalidade, etc., são relativas. É inegável que certos esquemas conceituais variam de acordo com contexto sociocultural, mas disto não se segue que *todos* os conceitos devam variar. Embora diferentes grupos ordenem suas experiências por diferentes conceitos, esta ordenação não é dada diretamente pela experiência pois a própria experiência pressupõe entendimento. Isto significa que para poder nos debruçar

sobre os objetos da experiência e falar sobre eles é necessário que alguns conceitos já estejam estabelecidos em nós *a-priori*. Dessa constatação não se segue nenhuma conclusão relativista. Apenas quando se postula que as categorias do pensamento variam, ou seja que elas são relativas ao contexto social e cultural, é que surgem as disputas.

Relativismo Perceptivo

Quanto ao relativismo perceptivo, sua mais importante tese é de que diferentes comunidades ou grupos de cientistas 'vivem em diferentes mundos'. Esta afirmação se subdivide em 2 versões: a versão transcultural da antropologia e a versão transteórica da história, sociologia e filosofia da ciência natural. A linguagem assume, nessa perspectiva, um papel importantíssimo pois ela é o veículo através do qual aquilo que é percebido pode ser interpretado. Uma conseqüência imediata da assunção desse tipo de relativismo é que "a linguagem em certo sentido determina ou constitui o que é percebido" (Hollis & Lukes, 1982: 8)[61]. Assim, aquilo que costumamos chamar de "mundo real" ou de realidade não passa de uma descrição construída sobre as bases da linguagem. O fato de existirem diferentes sociedades leva alguns relativistas a postular que os hábitos de linguagem de uma determinada comunidade nos predispõem a certas escolhas de interpretação.

4.1.3 A Versão do Relativismo de Bloor

No escopo deste trabalho, a versão de relativismo que nos interessa investigar está em estreita relação com a proposta de David Bloor. Em *Rationality and Relativism*, Hollis & Lukes afirmam que a fonte de relativismo da qual Bloor é adepto tem caráter científico e se enquadra na versão do *relativismo cognitivo (ou epistemológico).* De acordo com o prof. Walzi Silva, o relativismo é cognitivo quando "afirma a relatividade de valores, métodos e produtos de nossa atividade cognitiva, quando esta atividade resulta essencialmente em conhecimento assertórico" (Silva, 1990: 24). Entretanto, nas considerações a respeito das proposições lógicas argüidas por Bloor, Triplett afirma que a posição de Bloor implica num caso "particularmente radical de

relativismo epistemológico", denominado *relativismo lógico*. Sokal e Bricmont, por sua vez, declaram que Bloor defende abertamente um tipo de relativismo metodológico. Qual é realmente a posição de Bloor?

Como vimos anteriormente, postular a relatividade do conhecimento não implica necessariamente a assunção do relativismo. Conforme salienta Silva:

> É preciso investigar o estatuto epistemológico daquilo a que se postula o conhecimento ou a verdade serem relativos. Se este algo é proposto **absoluto**, ou seja, independente de quaisquer padrões de relatividade, a relatividade postulada não implica em relativismo. [...] Além de mera relatividade, o genuíno relativismo postula portanto mais duas restrições: por um lado, ele postula ser impossível **calibrar** a relatividade em um parâmetro ele mesmo não-relativo. Qualquer parâmetro proposto será relativo, assim como é relativo o que o parâmetro relativiza. Por outro lado, o relativista postula que tal impossibilidade não é contingente, mas necessária (Silva, 1990: 26-7).

O relativismo cultural, por exemplo, não implica numa postura verdadeiramente relativista. A diversidade de culturas e crenças não se choca com o ponto de vista dos "racionalistas" (realistas e objetivistas). Mas a questão ganha outra dimensão quando o que se postula vai além disso. É o caso do relativismo defendido por Bloor. Ciente da polissemia que envolve o termo, o autor procura esclarecer sua posição frente ao relativismo e defendê-la dos mal-entendidos pronunciando-se da seguinte forma:

> Há muitas formas de relativismo e é essencial deixar claro a forma precisa que defendemos. O ponto de partida simples da doutrina relativista é (i) a observação que crenças são encontradas numa variedade, e (ii) a convicção de que cada uma dessas crenças encontrada num dado contexto depende, ou é relativa, às circunstâncias dos usuários. Mas há sempre um terceiro aspecto do relativismo. Ele exige aquilo que pode ser chamado de 'simetria' ou um postulado 'de equivalência'. [...] Estes postulados de equivalência alternativos conduzem a duas variedades de relativismo; e em geral é a natureza do postulado de equivalência que define uma forma específica de relativismo. [...]
>
> Nosso postulado de equivalência é que todas as crenças estão de acordo umas com as outras com respeito às causas de sua credibilidade. Não é que todas as crenças sejam igualmente verdadeiras ou igualmente falsas, mas que, independente da veracidade e falsidade, o fato de sua credibilidade deve ser visto como igualmente problemático. A posição que nós defendemos é que a ocorrência de todas as crenças, sem exceção, clama por uma investigação

[61] "…language in some sense determines or constitutes what is perceived" (Hollis & Lukes, 1982: 8).

> empírica e deve-se procurar encontrar as causas locais e específicas dessa credibilidade. [...] Todas essas questões podem, e deveriam, ser respondidas sem levar em conta o *status* da crença, tal qual julgada e avaliada pelos próprios padrões do sociólogo (BARNES & BLOOR, 1982: 22-3, minha tradução)[62].

Ao se referir às normas dos sociólogos, pode-se entender que "devemos utilizar os mesmos princípios da sociologia e da psicologia para explicar as causas de todas as crenças independentemente de as considerarmos verdadeiras ou falsas, racionais ou irracionais" (Sokal & Bricmont, 2001: 95). Se for este o caso, não há nada a objetar. Porém, se se pretende afirmar que "somente causas sociais podem intervir em tal explicação – que a natureza não pode contribuir para isso" (Sokal & Bricmont, 2001: 95), esta alegação choca-se com a seguinte afirmação feita por Bloor em outro momento: "naturalmente haverá outros tipos de causa, além das causas sociais, que contribuirão para a produção de crenças" (Bloor, 1991: 7, tradução minha)[63]. Isto mostra haver inconsistências no programa forte. Além disso, se qualquer opinião é igualmente justificável, não havendo qualquer parâmetro objetivo que defina quais regras seguir, como o relativista sustenta sua posição?

A existência de relações causais entre os parâmetros de relatividade e o conhecimento é um aspecto importante que deve ser sublinhado nesta versão defendida pelos simpatizantes do programa forte. Além de sugerir variações no conteúdo cognitivo em virtude de diferentes eras e mais, de diferentes comunidades constituírem mundos diferentes, afirmam que a legitimidade de um certo conhecimento depende do consenso da comunidade na qual esse conhecimento é erigido. Ao admitir uma vasta variedade de sistemas de conhecimento incompatíveis, porém

---

[62] "There are many forms of relativism and it is essential to make clear the precise form in which we advocate it. The simple starting-point of relativist doctrines is (i) the observation that beliefs on a certain topic vary, and (ii) the conviction that which of these beliefs is found in a given context depends on, or is relative to, the circumstances of the users. But there is always a third feature of relativism. It requires what may be called a 'symmetry' or an 'equivalence' postulate. […] These alternative equivalence postulates lead to two varieties of relativism; and in general it is the nature of the equivalence postulate which defines a specific form of relativism. [...]

Our equivalence postulate is that all beliefs are on a par with one another with respect to the causes of their credibility. It is not that all beliefs are equally true or equally false, but that regardless of truth and falsity the fact of their credibility is to be seen as equally problematic. The position we shall defend is that the incidence of all beliefs without exception calls for empirical investigation and must be accounted for by finding the specific, local causes of this credibility. [...] All of these questions can, and should, be answered without regard to the status of the belief as it is judged and evaluated by the sociologist's own standards" (BARNES & BLOOR, 1982: 22-3).

[63] "Naturally there will be other types of causes apart from social ones which will cooperate in bringing about belief" (BLOOR, 1991:7).

legítimos no seu interior, a versão epistemológica do relativismo se torna demasiadamente permissiva, abrindo o flanco para as críticas mais pungentes.

A crença de que é possível explicar todos os produtos cognitivos humanos através de causas sociais, inclusive a matemática, sobrecarrega a sociologia da ciência. Significaria aceitar que qualquer problema pode ser redutível a um aspecto social ou a uma questão de ordem sociológica. Porém,

> do ponto de vista da tradição filosófica apriorístico-normativa, há um fosso intransponível entre normas e fatos. Modelos de racionalidade são construtos apriorísticos, que recomendam **normativamente** uma heurística, uma hermenêutica e uma justificativa para o conhecimento científico. Deste ponto de vista, normas não são factuais, não devendo portanto ser consideradas capazes de exercer **causação** na formação de sistemas de crenças (SILVA, 1990: 31).

Nessa versão de relativismo coloca-se em causa o estatuto epistemológico do conhecimento. Silva diz haver uma "horizontalização das credenciais epistemológicas" (Silva, 1990: 32). A possibilidade de distinguir, por vias epistemológicas, os diversos produtos da atividade cognitiva humana não é compatível com esta visão. Tentaremos ser mais claros.

Há ambigüidades nas considerações de Bloor. Afirmar que algumas de nossas crenças matemáticas são socialmente causadas é trivial, mas o que Bloor acrescenta é que o conhecimento matemático é socialmente determinado num sentido mais profundo. De acordo com Triplett, o que enfraquece a abordagem de Bloor é ele não dizer nada que desafie as explicações tradicionais para certos tipos de verdades matemáticas tais como: $x(x+2) + 1 = (x + 1)^2$ ou 7+5=12. Seus alvos são as teorias filosóficas, e a filosofia da matemática não é menos imune a controvérsias que outros ramos da filosofia. Bloor deveria se ater às afirmações que fazem parte do corpo da matemática. Mostrar a controvérsia no âmbito da filosofia da matemática não significa que as afirmações da aritmética propriamente são controversas. Ele incorre num equívoco quando não distingue as teorias filosóficas sobre a matemática da própria matemática; noutros termos, Bloor "confunde a justificação epistemológica para uma afirmação com a sua explicação teórica" (Triplett, 1986: 447, tradução minha)[64].

4.1.4 É a matemática relativa?

Esta é uma daquelas perguntas que poderíamos classificar como uma "questão complexa". Não podemos dizer de imediato que sim, nem que não. Se a matemática é relativa, a que ela é relativa? O que há nela de relativo? Todo seu conteúdo é relativo? O primeiro passo para responder a esta questão é saber do que estamos falando e em que contexto.

Vários povos desenvolveram um modo de compreender os objetos matemáticos. Esse modo é um reflexo da cultura, da época e de tudo o mais que estes supostos povos dispunham a sua volta. Mas, apesar dessas diferenças, há algo que permanece imutável em todos esses modos de se fazer e de se pensar a matemática. Algo que nos permite olhar para um determinando tipo de atividade e classificar como matemática. Algo que é intersubjetivamente compartilhado por esses povos. Eis aí o conteúdo objetivo da matemática. Embora existam diferentes modos de se contar, todos os povos contam. Mesmo que a geometria, em seus primórdios, tivesse características diferentes na Ásia, na América, na África ou na Europa, de algum modo, ela estava a serviço de um objetivo comum como por exemplo, se localizar em relação aos astros, fazer medidas, etc. Portanto, não seria apenas mera coincidência que diversos povos chegassem a alguns resultados muito semelhantes para certas relações matemáticas, tais como as relações métricas envolvendo o triângulo retângulo, a necessidade de simbolizar o vazio, de simbolizar quantidades desconhecidas, de abstrair uma forma ideal a partir de uma forma "natural" (por exemplo, chegar à forma do círculo a partir da forma da lua cheia); e a partir da forma ideal intuir um centro, uma corda, etc. Eu ousaria dizer que a noção de soma e a de divisão são noções presentes em todas as culturas, embora cada cultura desenvolva essas noções a seu modo; de tal forma que seria muito difícil para um indivíduo de uma outra cultura "olhar" para aquela atividade e identificá-la como soma, ou divisão , etc. O modo como cada cultura se apropria de uma noção matemática (ou a prática) e a desenvolve encerra o conteúdo subjetivo do conhecimento matemático. O conteúdo objetivo é o substrato que transcende qualquer um desses modos particulares. Dois povos diferentes ao olhar para a lua cheia intuem um círculo, ou alguma coisa circular. Se um intuísse um círculo e o outro um triângulo ou qualquer outra coisa,

[64] "...confuses the epistemological justification for an assertion with the theoretical explanation of it" (TRIPLETT, 1986: 447).

poderíamos falar de percepções diferentes e de formas cognitivamente diferentes de entender o mesmo objeto. Um interlocutor cético poderia ainda objetar que poderia ser o caso de um observador da cultura A olhar para a Lua cheia e pensar num círculo, enquanto um observador da cultura B olhá-la e pensar num abacaxi. De fato, isto poderia acontecer. Mas, o fato é que isto não é o comum de se acontecer.

Embora sejamos condicionados pela cultura e pelos elos sociais, não somos determinados por eles. Segundo Freire:

> Se sou puro produto da determinação genética ou cultural ou de classe, sou irresponsável pelo que faço no mover-me no mundo e se careço de responsabilidade não posso falar em ética. Isto não significa negar os condicionamentos genéticos, culturais, sociais a que estamos submetidos. Significa reconhecer que somos seres *condicionados* mas não *determinados*. (Freire, 2006: 19).

Portanto, considero como relativo o conteúdo subjetivo do conhecimento matemático mas não seu conteúdo objetivo. Assumir a relatividade do conteúdo subjetivo do conhecimento matemático não implica em assumir o relativismo, mas a importância dos condicionamentos culturais e sociais para a matemática.

CAPÍTULO 5

5.1 Contribuições para a Filosofia da Educação Matemática

A Constituição Federal no capítulo III, *Da Educação, Da Cultura e do Desporto,* estipula no artigo 210 que "serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar a formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais". Este artigo motivou a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, vulgo PCNs. Eles constituem um conjunto de orientações que visam contribuir para melhorar a qualidade do ensino público fundamental e médio. Entretanto, os especialistas que elaboraram o texto reconhecem que há alguns obstáculos a serem superados. Na disciplina de matemática, alguns desses obstáculos referem-se às interpretações equivocadas de concepções pedagógicas e da idéia de contexto - que na maioria das vezes contempla apenas o do cotidiano do aluno. Entendendo que as concepções pedagógicas da matemática estão sempre vinculadas a uma concepção filosófica da matemática, a nossa intenção foi fornecer uma contribuição no sentido de esclarecer algumas questões centrais para a filosofia da matemática que repercutem na filosofia da educação matemática.

A filosofia da educação matemática é uma área relativamente recente que se constitui de um "pensamento reflexivo, crítico e sistemático, analítico e abrangente, resignificando – redirecionando, recontextualizando – as questões essenciais postas pela filosofia, pela filosofia da educação e pela filosofia da matemática" (Garnica, 2003: 18). Há, portanto, uma diferença de ordem didática entre as indagações próprias da filosofia, da filosofia da educação e da filosofia da matemática embora elas estejam intimamente entrelaçadas. No âmbito da filosofia da matemática, Garnica sugere que as perguntas básicas da filosofia são as seguintes:

> O que existe? O que é o conhecimento? O que vale? – são trabalhadas focalizando especificamente os objetos matemáticos. Desdobram-se em termos de: Qual a realidade dos objetos matemáticos? Como são conhecidos os objetos matemáticos e quais os critérios que sustentam a veracidade das afirmações matemáticas? Os objetos e as leis matemáticas são inventados, construídos ou descobertos? (Garnica, 2003: 20).

Foram estas as questões que nos guiaram na leitura crítica que procuramos empreender ao discutir as propostas de David Bloor. Ainda que não tenhamos esgotado todas as questões levantadas, dada a complexidade que as envolve. Que importância tem essas questões? Compartilho com Garnica a idéia de que elas são relevantes "para a autocompreensão da matemática" e "para a definição de propostas curriculares, por determinar escolhas de conteúdos, atitudes de ensino, expectativas de aprendizagem, indicadores de avaliação" (Garnica, 2003: 20).

No âmbito da filosofia da educação matemática, indaga-se também:

> sobre o conteúdo a ser ensinado e a ser aprendido e, desse modo, necessita da análise e reflexão da filosofia da matemática sobre a natureza dos objetos matemáticos, da veracidade do conhecimento matemático, do valor da matemática (Garnica, 2003: 21).

Paul Ernst destaca dois problemas centrais na filosofia da educação matemática: i) a natureza da matemática e ii) a influência da filosofia no ensino e na aprendizagem da matemática.

Alguns autores[65] sugerem que a filosofia da matemática está passando por uma "revolução kuhniana" mas até o momento, além de especulações, nenhum argumento foi conclusivo no sentido de "provar" ou sustentar está afirmação. Aponta-se o fracasso dos matemáticos em estabelecer os fundamentos de sua ciência, entretanto, o fato dela não ter conseguido alcançar esta meta, não significa que devemos descartar tudo que foi conquistado. A metáfora dos fundamentos como aquilo que sustenta, que está na base de todo o conhecimento parece inadequada. Somos condicionados a formar uma imagem semelhante a um edifício ou qualquer outra figura que necessita de sustentáculo para poder estabelecer, através dessa representação, uma analogia com o corpo de conhecimentos que queremos erigir. Mas, se por vezes este artifício funciona, em outros casos o que obtemos é mais uma caricatura que uma fotografia do que estamos investigando. No entanto, não podemos deixar de considerar que aqueles que buscaram fundamentar a matemática, embora não tenham obtido o sucesso desejado nutriram esta ciência com importantes conquistas.

Entre as mudanças identificadas na área da educação matemática, se nota uma preocupação crescente dos educadores em valorizar o contexto social, a cultura, aspectos psicológicos e a tentativa de se compreender mais profundamente os objetos matemáticos a partir

do estudo de sua filosofia. Segundo Hersh e Thom, "diferentes posições filosóficas têm implicações educacionais significativamente diferentes" (*apud* Ernst, 1994: 4). Um estudo de caso revelou que os professores trazem, mesmo quando não estão conscientes disso, certas concepções de matemática que interferem e refletem nas suas atitudes e decisões no ensino que ministram. De acordo com Thompson, "Os professores possuem concepções sobre o ensino que são gerais e não específicas do ensino de matemática" (Thompson, 1997: 11). Uma das teses defendidas por Steiner, sustenta que:

> Concepções sobre o ensino e a aprendizagem da matemática - mais especificamente: metas e objetivos (taxionomias), programas, livros-textos (*sic*), currículos, metodologias de ensino, princípios didáticos, teorias de aprendizagem, resultados de pesquisas em educação matemática (modelos, paradigmas, teorias, etc.), como também concepções dos professores a respeito da matemática e do ensino da matemática - carregam consigo ou repousam (freqüentemente de modo implícito) sobre visões filosóficas e epistemológicas particulares da matemática (Steiner, 1987: 8).

De acordo com Ernst, o campo de estudo da filosofia da matemática precisa passar por um processo de ampliação e reconceitualização que inclua fatores externos relacionados com "aspectos históricos, metodológicos e, mais amplamente, culturais e sociais da matemática" (Ernst,1994: 10). Ele destaca como decisivas as contribuições de David Bloor, Reuben Hersch e Thomas Tymoczko. Neste trabalho escolhemos David Bloor como o alvo das nossas reflexões.

5.1.2 As Relações entre Filosofia, Educação e Matemática

Para Miguel (2003) é possível "fazer filosofia da matemática sem qualquer preocupação de natureza pedagógica", mas o inverso, ou seja, "fazer educação matemática sem preocupações filosóficas", ainda que seja possível, é inconveniente. Diríamos que, além de inconveniente, é inadequado.

A educação é uma atividade humana que não tem um fim em si mesma. Ela está a serviço da sociedade e esta dita os valores e os pressupostos que nortearão sua prática. Essa prática pode ter um caráter transformador ou não. Se uma das preocupações da educação é o pleno

[65] Por exemplo, J. Grabiner (1986), P. Ernst (1994) e J. Dauben (1992).

desenvolvimento dos jovens e das futuras gerações que se sucedem umas às outras; a reflexão em saber sobre *o que* e *como* se deve processar este desenvolvimento é uma preocupação da filosofia. Enquanto a filosofia teoricamente levanta questões a respeito das aspirações e anseios desejados por um grupo ou uma sociedade, a educação se mobiliza em torná-los efetivos. A harmonia perfeita entre teoria e prática se estabelece quando a teoria consegue distinguir, diagnosticar e sintetizar esses anseios de modo a conferir, a partir deles, as condições para que se possa optar pela melhor ação. Na consideração de Luckesi:

> Nas relações entre a Filosofia e educação só existem realmente duas opções: ou se pensa e se reflete sobre o que se faz e assim se realiza uma ação educativa consciente; ou não se reflete criticamente e se executa uma ação pedagógica a partir de uma concepção mais ou menos obscura e opaca existente na cultura vivida do dia-a-dia – e assim se realiza uma ação educativa com baixo nível de consciência. [...] Assim sendo, não há como se processar uma ação pedagógica sem uma correspondente reflexão filosófica (Luckesi, 1994: 33).

Para que a ação pedagógica tenha caráter transformador devemos entender sua dimensão conservadora. A tendência transformadora em educação acredita que a educação

> pode ser uma instância social, entre outras, na luta pela transformação da sociedade, na perspectiva de sua democratização efetiva e concreta, atingindo os aspectos não só *políticos*, mas também *sociais* e econômicos. Para tanto, importa interpretar a educação como uma instância dialética que serve um projeto, a um modelo, a um ideal de sociedade. Ela medeia esse projeto, ou seja, trabalha para realizar esse projeto na prática. Assim, se o projeto for conservador, medeia a conservação; contudo, se o projeto for transformador, medeia a transformação; se o projeto for autoritário, medeia a realização do autoritarismo; se o projeto for democrático, medeia a realização da democracia (Luckesi, 1994: 49, grifo meu).

Resta saber como se processa o milagre da transformação já que os ideais orientadores da tarefa educacional são determinados pelos valores predominantes da sociedade e, não parece sensato que o desejo da sociedade, ao preparar seus jovens, não fosse a sua própria conservação. De acordo com Savater o grupo que impõe o aprendizado "busca não só formar indivíduos socialmente aceitáveis e úteis, como também se precaver diante do possível surgimento de desvios danosos" (Savater, 2000, 174). Essa dimensão conservadora da educação não está

restrita apenas à educação oficial, mas a qualquer ação pedagógica particular de um grupo ou comunidade. Conforme declara Arendt:

> Parece-me que o conservadorismo, tomado no sentido de conservação, é a própria essência da educação, que sempre tem como tarefa envolver e proteger algo, seja a criança contra o mundo, o mundo contra a criança, o novo contra o antigo ou o antigo contra o novo (*apud.* Savater, 2000, 174).

O papel da educação "é completar a humanidade do neófito" (Savater, 2000: 172) não segundo uma orientação social qualquer, mas de acordo com aquela que sua comunidade considera preferível. O problema dessa orientação é sua constante mudança em diferentes épocas da história. Em Esparta, essa orientação visava a formação de soldados bem treinados e devotados às leis de sua cidade valorizando dessa forma as virtudes militares. Na Idade Média a educação foi marcada por uma forte influência da religião. Entre os astecas, a educação era controlada pelos sacerdotes e tinha duas orientações: uma voltada para as práticas religiosas oficias e outra para as tradições, normas, história e saberes artesanais. Na época das Luzes, essa orientação privilegiou o pensamento e a reflexão. Enfim, como pode a educação (cuja natureza é ser conservadora) propiciar a formação de pessoas capazes de transformar positivamente as velhas estruturas sociais?

A educação embora tenha essa dimensão conservadora tem também um sentido e um alcance que transcende o simples conservadorismo. Na ação pedagógica não se aprende somente a técnica, o instrumental, o prático quando a *disposição para o conhecer* está aberta. Conhecimento envolve (ou deveria envolver) entusiasmo. Um "entusiasmo simbólico" na consideração de Savater. Embora os acontecimentos históricos empreendidos na busca do conhecimento sejam contingentes, a causa desta busca não é. Esta causa é impregnada, entre outras coisas, pelo entusiasmo que encerra uma disposição moral do gênero humano. Poderíamos entender essa disposição como Vontade. Não uma vontade cega, refém dos desejos mais abstrusos do gênero humano mas como uma faculdade. Ela não é um "querer"; ela é determinada por um princípio. A "vontade" de conhecer é um interesse humano, a causa de seu entusiasmo só poderia espelhar uma disposição moral do gênero humano.

A ação pedagógica é dinâmica, assim como nossa disposição e nossa identidade. Isto nos torna capaz de ampliar, estender e reformular aquilo que recebemos de forma fechada e conservadora. Esse elemento criativo, próprio do *ethos* humano, é o responsável pela transcendência daquilo que é dado pelo conteúdo bruto da educação. Portanto, mesmo que a educação seja conservadora, o seu produto final pode não o ser, pois ele jamais é idêntico àquilo que se quer conservar. O ideal da educação é fomentar a criatividade e a indignação. Embora se acredite e se defenda que a escola é o lugar no qual somos aliciados para receber os valores da cultura dominante, não é apenas ela que nos é inculcada, mas também "o conjunto de culturas em conflito no grupo do qual ela nasce" (Savater, 2000: 176). Portanto a educação vai mal não porque é conservadora e está a serviços de um grupo dominante, mas porque recalcou a criatividade e fechou o espaço para a manifestação da indignação. Quando a criatividade é suprimida e a indignação enfraquecida neste processo, entre o conteúdo da educação e seu potencial transformador se instaura um enorme vazio, um nada que a tudo nadifica. Freire entende que

> um dos piores males que o poder público vem fazendo a nós, no Brasil, historicamente, desde que a sociedade brasileira foi criada, é o de fazer muitos de nós correr o risco de, a custo de tanto descaso com a educação pública, existencialmente cansados, cair no indiferentismo fatalisticamente cínico que leva ao cruzamento dos braços.(Freire, 2006: 67).

O discurso fatalista ao qual Freire se refere é epidêmico na educação e, na esfera da educação matemática, percebe-se uma tentativa hercúlea em combatê-lo. Entre os jargões que tentam disseminar essa doença encontramos citações como: "crianças pobres possuem maiores dificuldades em aprender matemática", "matemática é difícil", "só as pessoas mais inteligentes conseguem aprender matemática", "não adianta insistir, pois certos alunos não têm perfil para compreender a matemática mesmo", etc. Segundo Freire "numa história assim determinada, as possibilidades rebeldes não têm como se tornar revolucionarias" (Freire, 2006: 75). O discurso fatalista inibe aqueles que se dizem inconformados com as razões que provocam o fracasso da Educação. Inibidas, tais forças não têm como promover uma superação. Logo, a pura indignação não basta para reverter o quadro educacional. No momento não se vê na esfera da educação um

sujeito histórico capaz de transformá-la significativamente, não se vê uma ou mais classes sociais e/ou suas respectivas frações à frente de um processo de transformação historicamente especifico.

A preocupação exposta no texto dos PCNs apontando para a necessidade de reverter o quadro atual da matemática no Brasil, segundo a qual ela se configura como um forte filtro social, só pode ser sanada na medida em que compreendermos melhor a orientação da educação e, por conseguinte, da educação matemática para a nossa sociedade superando o discurso fatalista que perpassa a educação e os preconceitos em relação ao conhecimento matemático.

A educação é uma forma de intervir no mundo a fim de transformá-lo. Transformações significativas tem ocorrido intensamente em nossa época, principalmente aquelas que dependem de um acurado conhecimento da matemática, mas quão distantes elas estão da ação educativa? Quão distantes estão da verdade?

5.1.3 O discurso relativista e a Educação

Este trabalho pretende ainda dar uma contribuição no sentido de esclarecer as implicações da adoção de uma postura relativista em relação à Educação procurando explicar as possíveis interpretações em voga no discurso de quem assim se assume e indicar os equívocos que estes discursos promovem. Vimos no capítulo anterior que há várias formas de relativismo e, aceitar uma delas não implica, necessariamente, aceitar o relativismo autêntico, ou seja, aquele que é considerado a forma mais radical.

No discurso pedagógico, a assunção de uma postura relativista não deixa claro se se assume a forma radical de relativismo ou as formas mais brandas. Talvez não haja essa clareza e aquilo que se quer defender, em geral, torna-se confuso gerando aporias insolúveis. Entendemos e defendemos que algumas dessas aporias poderiam ser dissolvidas com a proposta de uma educação universalista pois cremos que apesar da variedade cultural há elementos que são comuns a todos os povos. De acordo com Savater:

> ...o uso da linguagem e dos símbolos, a disposição racional, a lembrança do passado e a previsão do futuro, a consciência da morte, o senso de humor, etc.: em suma, aquilo que nos torna semelhantes e que nunca está ausente onde há homens, o que nenhum grupo, cultura ou indivíduo pode reclamar como exclusivo nem exclusivamente seu [...](Savater, 2000: 187).

Esses aspectos constituem nossas raízes mais próprias, o que nos torna humanos. O restante: “as várias fórmulas e expressões culturais, os mitos e lendas, as realizações científicas ou artísticas, as conquistas políticas, a diversidade das línguas, das crenças e das leis” (Savater, 2000: 187) é o que nos torna, apesar de humanos, diferentes. Portanto, ser universalista não é negar as diferenças, mas ressaltar o que há de mais humano em cada criatura diferente. A Educação deve buscar resgatar esse elo comum “nos momentos mais cruciais, quando a convivência entre grupos culturalmente distintos se tornar impossível e a hostilidade não puder ser resolvida recorrendo-se às regras internas” (Savater, 2000: 188) de nenhum grupo particular em conflito. Além disso, o intercâmbio entre as mais distintas culturas mescla saberes e fazeres; ainda que possa haver algum grupo ou cultura isolada, nos parece mais plausível encarar esta possibilidade como um acidente do que como uma tendência do gênero humano. “Esse contágio de culturas umas pelas outras é justamente o que se pode chamar de civilização”(Savater, 2000: 188). É a civilização que a Educação aspira.

Pretender uma educação universalista não é promover a homogeneização mas, como bem descreve Savater: “romper a mitologia autista das culturas que exigem serem preservadas idênticas a si mesmas, como se todas não se estivessem transformando continuamente, há séculos, por influência civilizadora das outras” (Savater, 2000: 189). Segundo Laudan:

> ...os relativistas culturais como Wittgentein, Winch ou Rorty, e os relativistas epistêmicos como Kuhn, supõem todos eles que uma sociedade (ou, para o caso da ciência, um grupo de praticantes da ciência normal) desenvolve um conjunto de práticas e crenças que acabam por se tornar firmemente integradas e interdependentes. Supõe-se que tal sistema de crenças não somente estará fortemente entrelaçado mas que será enormemente resistente, se supõe que não será nem fácil nem rapidamente alterado. Mas os relativistas confiam excessivamente em uma história que é demasiadamente exigente para seus próprios objetivos. […] O resultado final é que os relativistas não têm como explicar como uma mudança cultural ou intelectual pode ser resultado do raciocínio e da deliberação” (Laudan, 1993: 136-7, tradução minha)[66].

[66] “...los relativistas culturales como Wittgenstein, Winch o Rorty, y los relativistas epistêmicos como Kuhn, suponen todos ellos que una sociedad (o, para el caso de la ciencia, un grupo de practicantes de la ciencia normal) desarolla un conjunto de prácticas y creencias que terminan firmemente integradas e interdependientes. Tal sistema de creencias se supone que no solamente estará fuertemente entretejido sino que será enormemente resistente, se supone que no será ni facil ni rápidamente desplazado. Pero los relativistas confían excesivamente en una historia que es demasiado exigente sus propios objetivos. [...] El resultado final es que los relativistas no tienen manera de explicar cómo un cambio cultural o intelectual puede ser resultado del razonamiento y la deliberación” (Laudan, 1993: 136-7).

Em *La Antropologia de los números*, Crump (1994) sustenta que "a série dos números naturais, junto com as operações aritméticas básicas da soma e do resto, a multiplicação e a divisão, são um recurso que pode ser usado em quase qualquer cultura"[67] mesmo que a extensão dessa utilização varie enormemente. E, de acordo com sua consideração a explicação mais comum para a aparição das instituições numéricas em qualquer cultura local é fruto do processo de difusão. Outra razão reforçadora dessa primeira idéia declara que "os modos concretos de usar os números [...] se relacionam com fenômenos naturais para os quais não há limites culturais"[68] (Crump, 1994: 245-6, minha tradução). Por exemplo, a medição do tempo por meio das fases do sol, da lua e das estrelas explicaria o fato das mesmas unidades de tempo terem sido encontradas na pesquisa histórico-etnográfica do mundo antigo. Embora a difusão possa ser explicada em termos de questões sociais, há um elemento objetivo que escapa às considerações dos relativistas.

A matemática tem um caráter normativo, e ele é negado quando se postula que tudo está socialmente construído. De acordo com os defensores do relativismo "forte" "*...dois corpos de conhecimento – teorias, cosmovisões, paradigmas ou o que quer que seja – são incomensuráveis, se as afirmações feitas em um dos âmbitos do discurso são ininteligíveis para aqueles que utilizam o outro*"[69] (Laudan, 1994: 144, grifos no original). Mas afirmar isto não significa dizer que esses âmbitos são incompreensíveis nem que *todas* as afirmações são ininteligíveis. Mesmo aquilo que não pode ser traduzido em termos de uma outra cultura pode ser, pelo menos, compreendido se houver um contato contínuo e o interesse em aprender a cultura do outro. Nas palavras de Feyerabend:

> toda cultura é potencialmente todas as culturas, e que as características culturais específicas são manifestações mutáveis de uma única natureza humana [...] De qualquer modo, o objetivismo e o relativismo não são apenas insustentáveis como filosofias: são maus guias para uma colaboração cultural frutífera (Feyerabend, 1996: 159-60, grifo meu).

[67] "...la serie de los números naturales, junto con las operaciones aritméticas básicas de la suma y la resta, la multiplicación y la división, son un recurso que puede ser usado en casi cualquier cultura" (Crump, 1994: 243).
[68] "... los modos concretos de usar los números, [...] se relacionan con fenómenos naturales que no conocen límites culturales" (Crump, 1994: 245-6).

Uma deliciosa lição nesse sentido nos dá Paulo Freire ao declarar que "quem escuta paciente e criticamente o outro, fala com ele" (Freire, 1996: 113) ressaltando, nesse processo, a importância em comunicar o "inteligido" ao sujeito que conhece.

Retomando a intenção principal deste capítulo, concluímos que uma abordagem sociológica da matemática pode até ser possível mas não pelo viés das concepções sugeridas por David Bloor nos três últimos capítulos de *Knowledge and Social Imagery*. Tal abordagem é restritiva, reducionista e clama um *status* de científico incapaz de sustentar os próprios pressupostos do programa ao qual está vinculado.

[69] "*... dos cuerpos de conocimiento – teorías, cosmovisiones, paradigmas o lo que sea – son inconmensurables, si las afirmaciones hechas en uno de los ámbitos de discurso son ininteligibles para quienes utilizan el otro*" (Laudan, 1993: 144, grifo no original).

5.1.4 Considerações Finais

Chegamos ao termo deste trabalho cientes de sua incompletude. Entretanto considero relevante ter tratado com a devida atenção as relações que envolvem o conhecimento, a matemática e as questões socioculturais. Quando as diferenças culturais justificariam afirmar que existem diferentes matemáticas? Somente nos momentos em que nos referimos ao aspecto empírico desta; quando a formalização não constituir uma exigência ou quando a prática da matemática constituir um *modus vivendi* dos indivíduos de uma certa comunidade. Mas a matemática não pode ser reduzida a isto. Estaríamos perdendo a possibilidade de compreender tudo aquilo que ela é capaz de abarcar enquanto conhecimento se nos atermos ou darmos demasiada importância a este aspecto. Com relação à critica, procurei manter o equilíbrio entre os argumentos apresentados mas não pude me furtar em deixar registrada claramente a minha posição frente ao debate. As observações que farei a seguir procuram sintetizá-los:

a) Não é coerente falar de diferentes matemáticas como se fossem diferentes paradigmas pois as mudanças paradigmáticas postuladas por Kuhn nas ciências da natureza diferem significativamente das mudanças ocorridas na matemática. Essa diferença clama por um estudo mais aprofundado que dê conta das questões de ordem epistemológica e metodológica;

b) A abordagem naturalista da matemática é construída por Bloor sobre os escombros das idéias de J. S. Mill e escorada por uma interpretação retórica de objetividade inspirada por Frege. Os conceitos objetivos têm para Bloor um caráter sociológico; eles não passam de convenções. Mas, devemos estar cientes que nem todas as convenções são arbitrárias;

c) A verdade matemática é coactiva porque a linguagem que foi forjada para descrever os objetos matemáticos estabelece o que é verdadeiro e o que é falso. Essa "verdade" só tem sentido dentro dessa linguagem formalizada. Quando esse conceito de verdade é trazido para a linguagem ordinária, ele se dissolve; perde o seu sentido pois já não quer dizer a mesma coisa. Nas linguagens formalizadas dizer a verdade é: dizer daquilo que é o que de fato ele é. Dizer *o que não é* daquilo que é, é dizer o falso. Portanto, dizer que a parede é azul

quando ela é branca é dizer o falso. Quando afirmamos que uma verdade matemática é imutável, não estamos afirmando que a Verdade em–si é imutável. No contexto da linguagem formalizada e sob determinadas condições, aquilo que definimos ser verdadeiro, será sempre verdadeiro. Assim, se dividirmos um número inteiro par por um número inteiro ímpar (sendo o dividendo maior que o divisor) no âmbito da aritmética , haverá sempre um resto. Sempre? Sempre! Desde que satisfeita essas condições. Se redefinirmos o que é número inteiro, o que é aritmética e o significado da operação de divisão, as condições já não serão as mesmas e neste caso caberia evitar o "sempre";

d) Bloor assume que o mundo é socialmente misturado e por essa razão infere que ele o será cognitiva e moralmente, mas não prova essa asserção. Sua intenção caminha mais na direção de negar a ciência que lhe fazer uma crítica;

e) A posição filosófica relativista de Bloor é polêmica. Há diversas formas de relativismo. Bloor mistura as teses que as subdivide mesmo quando procura deixar clara a forma de relativismo que ele defende. Embora alguma forma de relativismo possa haver na matemática, a expressão mais radical é evitada e fortemente combatida por alguns filósofos e sociólogos da matemática por conduzir a aporias;

f) É importante não tomar o sentido de *universal* como algo *absoluto*, fixo. É o absoluto que não admite variação, mudança e que constitui a verdadeira oposição ao que é relativo. Não é esta posição que estamos defendendo nesta dissertação. O sentido de universal que estamos defendendo aqui considera aquilo que é comum a todos os homens independente de seus condicionamentos culturais como a "moralidade", "o gozo pela beleza", "algum padrão de verdade" e que Herskovits (1958) chama de categorias universais da cultura. Do mesmo modo, acreditamos haver categorias universais da matemática como a idéia de quantidade, de espaço, de tempo, etc.

Autores como ele exercem certo fascínio entre os educadores mas são desprestigiados no meio acadêmico pelos matemáticos profissionais. O abismo que há entre esses dois grupos é enorme. O diálogo é quase impossível. Enquanto os educadores vão buscar subsídios em outras

áreas do conhecimento que possam responder a questões para as quais eles não foram treinados e que se faz presentes a todo instante na prática educativa; os matemáticos profissionais se voltam cada vez mais para o seu *workset* e para o seu restrito grupo de colegas para discutirem questões extremamente específicas que dizem respeito às disciplinas que ministram. Um grupo aberto demais e outro enclausurado sem que haja acordo ou diálogo possível. Um carente de aportes teóricos o outro distante da realidade social enfrentada pelos educadores matemáticos. Entre essas disputas poucos são os argumentos filosóficos consistentes. O que se observa é o uso acrítico de fatos poucos conhecidos respaldados na pretensa autoridade cristalizada pelo senso comum. De acordo com Murcho (2003) "quem pensa que a ciência é uma mera construção social tem no teorema da incompletude de Gödel um poderoso inimigo"; a relatividade de Einstein não mostra que tudo é relativo e o princípio de incerteza de Heisenberg "não coloca em causa o determinismo nem declara que a realidade é uma construção social ou do observador".

Creio que a importância de Bloor para a sociologia da matemática está em evocar questões epistemológicas importantes e em questionar a sacralidade da matemática. Uma questão relevante e que foi pouco desenvolvida refere-se ao conflito entre o êxito instrumental que a matemática é capaz de proporcionar e o esvaziamento de valores que este êxito promove no campo das questões sociais. Compreendo a proposta de Bloor como uma reação a esta tendência. Entretanto, embora o programa de Bloor seja "forte" no sentido de se contrapor a imposição deste tipo de racionalidade instrumental, é "fraco" no seu intento. Isto não significa que a sociologia da matemática não possa contribuir para um entendimento maior das questões relacionadas à matemática, mas que precisa ser menos permissiva e mais rigorosa. Há bons trabalhos nesta área que mereceriam uma atenção melhor.

Procurei empreender nessa dissertação uma análise cuidadosa e consistente, embora incompleta. Assumi uma postura exigente e difícil perante o que dita a moda e a perspectiva que meu olhar lança sobre estas questões, procurando ser rigorosamente metódica. Se o rigor é execrado por alguns, é o que, segundo Freire (2006), conduz ao "pensar certo" para outros. Quero crer que ele tem razão. Se não atingi o objetivo inicialmente proposto, deixo aos que me sucederem essa árdua tarefa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

BARTON, B. **Make Sense in Ethnomatematics: Ethnomatematics is Making Sense**. Educational Studies in Mathematics 31. Netherlands: Kluwer Academic Publishers (201-233).

BARNES, B. & BLOOR, D. **Relativism, Rationalism and the Sociology of Knowledge**. In: HOLLIS, M. & LUKES, S. **Rationality and Relativism**. Cambridge. The Mit Press, 1982, pp 21-47.

BENACERRAF, P. & PUTNAM, H. (eds.): **Philosophy of mathematics: selected readings**, Second edition, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

BLOOR, D. **Knowledge And Social Imagery**. 2.ª edição. Chicago and London: The University of Chicago Press, 1991.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1993.

COSTA, N.C.A. **Introdução aos Fundamentos da Matemática.** São Paulo:Hucitec, 1977.

_____. **Ensaios sobre os Fundamentos da Lógica**. São Paulo: Hucitec, 1980.

CRUMP, Thomas. **La Antropologia de los Numeros**. Madrid: Alianza Editorial, 1994.

DALES, H. G. & OLIVERI, G. (eds.): **Truth in Mathematics**, Oxford: Clarendon Press, 1998.

DAUBEN, J. **Conceptual revolutions and the history of mathematics: two studies in the growth of knowledge (1984)**. In: Gillies, D. **Revolutions in Mathematics**. Oxford, Clarendon Press, 1992.

DELEUZE, G. **A Filosofia Crítica de Kant**. Tradução. Geminiano Franco. Edições 70. Lisboa: 1983.

DURKHEIM, E. **Religião e Conhecimento**. São Paulo: Ática, 1995. (Coleção Grandes Cientistas Sociais).

_____. **As Formas Elementares da Vida Religiosa**. Tradução Paulo Neves.São Paulo: Martins Fontes, 2003.

_____. **As Regras do Método Sociológico**. 13.ª edição. Tradução Maria Isaura Pereira de Queiroz.São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1987.

FEIGL, Herbert. **The "Mental" and the "Physical"** In: FEIGL, Herbert, SCRIVEN, Michael, MAXWELL, Grover (editors): Minnesota Studies in Philosophy of Science, Minneapolis: University of Minnesota Press, 1972, volume II (Concepts, Theories and the Mind-Body Problem), pp.370-497.

FEYERABEND, P. K. **Matando o tempo, Uma autobiografia**. Tradução de Raul Fiker. São Paulo: Unesp, 1996. Série Prismas.

FOUCAULT, M. **O que é o Iluminismo**. In O Dossier Últimas entrevistas. tradução: Ana Maria de A. Lima e Maria da Glória R. da Silva, Rio de Janeiro: Taurus, 1984.

FREGE, G. **Os Fundamentos da Aritmética**. São Paulo: Abril Cultural, 1974. (Coleção Os Pensadores, XXXVI).

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 2006. (Coleção Leitura).

FREITAS, Renan Springer de. **Des-naturalizando Kuhn**.In *Estudos Avançados*, May/Aug. 1998, vol.12, no.33, p.185-196. ISSN 0103-4014.

FREUDENTHAL, Gad. **How Strong is Dr. Bloor's Strong Programme?** *Studies in History and Philosophy of Science.* 1979, 10(1) 67-83.

GARNICA, A. V. M. **Filosofia da Educação Matemática – constituição de suas múltiplas faces**. in Filosofia da Educação matemática, concepções & movimento. Brasília, 2003.

GRABINER, J. V. **Is Mathematical Truth Time-Dependent?** In. Tymoczko, Thomas: New Directions in the Philosophy of Mathematics: An Anthology. Boston: Birkhäuser. 1986, pp. 201-13.

HERSKOVITS, M. J. **Cultural anthropology**. New York, Knopf, 1958.

HERSH, R. & DAVIS, P. J. **O Sonho de Descartes**. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1998.

HOLLIS, M. & LUKES, S. **Rationality and Relativism**. Cambridge. The Mit Press, 1982.

HOUAISS, Antonio e VILLAR, Mauro de Salles: **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

HUISMAN, D. **Dicionário dos Filósofos**. São Paulo: Martins Fontes, 2001. 1.ª edição.

HUME, D. **Da Superstição e do Entusiasmo**. In Ensaios Morais, Políticos e Literários. tradução: João Paulo Gomes Monteiro e Armando Mora D'Oliveira. São Paulo, Nova Cultural, 1992, Col. "Os Pensadores".

KANT, I. **Prolegômenos a toda metafísica futura que possa apresentar-se como ciência**. Trad. António Pinto de Carvalho. São Paulo, Cia Editora Nacional. Volume 3, n.º 1494, 1959.

KUHN, T.: **A estrutura das revoluções científicas**, 5.a edição, São Paulo: Perspectiva, 2000a.

_____: **The road since structure** – Philosophical essays, 1970-1993 with an Autobiographical Interview, edited by James Conant and John Haugeland, Chicago and London: The University of Chicago Press, 2000b.

LAKATOS, I. **A Lógica do Descobrimento Matemático Provas e Refutações**. Trad. Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro, Zahar, 1978.

_____ **A renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics?** in. New Directions in the Philosophy of Mathematics: An Anthology. ed. by Thomas Tymoczko. Boston: Birkhäuser. 1986a, pp. 29-48.

_____ **What Does a Mathematical Proof Prove?** in. New Directions in the Philosophy of Mathematics: An Anthology. ed. by Thomas Tymoczko. Boston: Birkhäuser. 1986b, pp. 153-62.

LAUDAN, L. **La ciência y el relativismo controversias básicas en filosofía de la ciencia**. Madrid: Alianza Editorial, 1993.

LUCKESI, C. C. **Filosofia da Educação**. São Paulo. Cortez. 1994. (coleção magistério 2.º grau. Série formação do professor).

MANNHEIM, K. **Ideologia e Utopia.** Trad. :Sérgio Magalhães Santeiro. 4.ª edição. Rio de Janeiro: Guanabara. 1986.

MIGUEL, A. **Formas de Ver e Conceber o Campo de Interações entre Filosofia e Educação Matemática.** in Filosofia da Educação matemática, concepções & movimento. Brasília, 2003.

MURCHO, D. **Rumores da Morte da Ciência**. 2003. Disponível em <http://pascal.iseg.utl.pt/~ncrato/Recortes/DMurcho_Publico_20031206.htm>, acesso em 21/07/2007.

REZENDE, T. M. e C. de. **Direitos Através de Culturas: entre o Universalismo e o Relativismo**. São Paulo: 2004, mimeo. Originalmente apresentada como dissertação de mestrado, Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Ciência Política, Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo.

SILVA, A. J. **Durkheim propõe uma teoria do fato social**, s/d., Disponível em <http://www.airtonjo.com/socio-antropologico02.htm>. Acesso em 30/11/2005.

SILVA, W. C. S. **A Quase-ciência da Ciência: Um ensaio crítico sobre o Programa Forte de David Bloor**. Rio de Janeiro: dezembro de 1985, mimeo. Originalmente apresentada como dissertação de mestrado, Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Sociologia, Instituto Universitário de Pesquisas do Rio de Janeiro.

_____. **Relativismo e Paraconsistência: Um estudo de caso**. São Paulo: 1990, mimeo. Originalmente apresentada como tese de doutorado, Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade de São Paulo.

_____. **São Vivenciais os Fundamentos da Matemática? (Notas sobre Três Idéias geradoras de Abordagens Antifundacionistas em Filosofia da Matemática)**. Ciência & Filosofia, n.º 5, p.107-124, 1996.

STEINER, H.G. **Aspectos Filosóficos e Epistemológicos da Matemática e suas Interações com a Teoria e a Prática em Educação Matemática**. Tradução de Antonio Miguel, mimeo. Originalmente publicado em *For the learning of Mathematics*, 7, 1 (Fevereiro, 1987), pp.7-13.

TRIPLETT, T. **Is There Anthropological Evidence That Logic Is Culturally Relative?: Remarks on Bloor, Jennings, and Evans-Pritchard**. The British Journal for the Philosophy of Science. Jun. 1994. vol. 45, n.º 2, p.749-760.

_____. **Relativism and the Sociology of Mathematics: Remarks on Bloor, Flew, and Frege**. Inquiry. Feb. 1986. vol. 29, n.º 2, p.439-50.

VENTURI JR, G. **Democracia e Autonomia Moral, universalismo moral e relativismo ético em teorias normativas da democracia**. São Paulo: 2003, mimeo. Originalmente apresentada como dissertação de mestrado, Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Ciência Política, Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo.

WANG, H. **What Is Mathematical Practice?** In Tymoczko, Thomas: New Directions in the Philosophy of Mathematics: An Anthology. Boston: Birkhäuser. 1986, pp. 129-52.

WILDER, R. **A base cultural da Matemática.** In: *Cadernos de Educação e Matemática*, sem local, Associação de Professores de Matemática, n.º 3, outubro de 1998, pp. 5-19.