

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE PSICOLOGIA

Rogério Akira Furucho

**Desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados
para avaliação de habilidades do senso de números**

São Paulo
2023

ROGERIO AKIRA FURUCHO

**Desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados
para avaliação de habilidades do senso de números**

VERSÃO CORRIGIDA

Tese apresentada ao Instituto de Psicologia
da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Ciências

Área de Concentração: Neurociências e
Comportamento

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Fernandes da
Costa

São Paulo

2023

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Catálogo na publicação
Biblioteca Dante Moreira Leite
Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Furucho, Rogerio Akira

Desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso de números / Rogerio Akira Furucho; orientador Marcelo Fernandes da Costa. -- São Paulo, 2023.

239 f.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Neurociências e Comportamento) -- Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, 2023.

1. Avaliação computadorizada. 2. Senso de números. 3. Subitização. 4. Estimativa de numerosidade. 5. Estimativa da linha de números. I. Costa, Marcelo Fernandes da, orient. II. Título.

Nome: Furucho, Rogerio Akira.

Título: **Desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso de números**

Tese apresentada ao Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Aprovado em: 06 de fevereiro de 2023.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcelo Fernandes da Costa (Presidente)

Instituição: Universidade de São Paulo. Instituto de Psicologia

Julgamento: _____ Assinatura: _____

Profa. Dra. Elaine Cristina Zachi (Titular NEC)

Instituição: Universidade de São Paulo. Instituto de Psicologia

Julgamento: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. Fernando César Capovilla (Titular PSE)

Instituição: Universidade de São Paulo. Instituto de Psicologia

Julgamento: _____ Assinatura: _____

Profa. Dra. Fraulein Vidigal de Paula (Titular PSA)

Instituição: Universidade de São Paulo. Instituto de Psicologia

Julgamento: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. Givago da Silva Souza (Titular externo)

Instituição: Universidade Federal do Pará. Instituto de Ciências Biológicas

Julgamento: _____ Assinatura: _____

Dedico este trabalho a minha esposa, com amor, gratidão e admiração por sua compreensão, presença e carinho e incansável apoio ao longo desta pesquisa.

A meus pais, irmãos, sogra, cunhados, sobrinhos e colegas.

A todos aqueles a quem este estudo possa ajudar de alguma forma.

AGRADECIMENTOS

Um trabalho de doutorado não pode ser realizado sozinho. Muitas pessoas foram muito importantes para a elaboração desse estudo. A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização dessa pesquisa meus mais sinceros agradecimentos.

Agradeço a Deus pela minha vida, pelos dons recebidos e por todas as conquistas obtidas até hoje e as que ainda hão de vir pois sem ele eu não teria capacidade para desenvolver este trabalho. Agradeço a Sagrada Família, Sacra Milícia Celeste e Congregação dos Santos pela intercessão à Santíssima Trindade pelas infinitas graças e bênçãos recebidas.

Com amor e admiração, agradeço de forma especial a minha esposa Mariana, que é meu porto seguro e minha parceira em tudo. Muito obrigado por sua compreensão, carinho, presença e apoio incondicional em todos os momentos, projetos, sonhos e loucuras. Muito obrigado por aceitar esse desafio complexo, estando ao meu lado como esposa, amiga, colaboradora, conselheira e revisora ao longo de toda a jornada para a elaboração desta pesquisa. Obrigado também por renunciar a sua vida (finais de semana, passeios, orçamento familiar), por rezar incessantemente para que Deus me iluminasse durante a realização das disciplinas e a elaboração desse trabalho, por ter muita paciência comigo, e principalmente por estar comigo em todos os instantes me incentivando quando eu mesmo nem aguentava mais. Não tenho como resumir aqui o quanto você é importante em minha vida.

Agradeço com muito carinho aos meus pais Newton e Izaura, eternos guerreiros, por tudo o que me proporcionaram até hoje: minha família, formação como ser humano e educação formal.

Agradeço também aos meus irmãos Renata e Roberto, aos meus sogros Terezinha e Antonio (*in memoriam*), aos meus cunhados Christiane, Rinaldo, Simone, Bruno e Elisângela, aos meus sobrinhos e afilhados Beatriz, Guilherme Henrique, Felipe, Guilherme Hideki e Henrique por estarem presentes em minha vida, entenderem a minha ausência e torcerem pelo meu sucesso.

Enfatizo aqui os agradecimentos a minha sogra Terezinha que sempre apoiou as minhas loucuras mesmo que isso lhe custasse horas incessantes de oração.

Agradeço aos tios Antonio D. Rodrigues, Sueli Rodrigues, Leni C. Penati e Lourdes Costa pelas orações pela minha família e para a conclusão com sucesso desse doutorado.

Agradeço de forma especial ao Prof. Dr. Marcelo Fernandes da Costa pela atenção e apoio durante o processo de orientação, pela oportunidade e confiança depositada em mim, pela enorme paciência em direcionar meus estudos, pela compreensão com minhas restrições e por contribuir para meu crescimento científico e profissional. Sou muito grato pela oportunidade de ter trabalhado contigo.

Meus agradecimentos também a todos os professores da USP por seus ensinamentos, paciência e compreensão durante as disciplinas e a realização desse estudo. Obrigado de forma especial à Profa. Dra. Elaine C. Zachi, Prof. Dr. Fernando C. Capovilla, Profa. Dra. Fraulein V. de Paula, Prof. Dr. Givago da Silva Souza, Profa. Dra. Dora S. F. Ventura, Profa. Dra. Daniela M. O. Bonci, Prof. Dr. Ricardo de C. Destro, Prof. Dr. Alexandre da Silva Simões, Prof. Dr. Paulo Goulart, Profa. Dra. Eda M. Custódio e Dr. Leonardo Henriques por aceitarem compartilhar seus conhecimentos em minhas bancas de qualificação e de defesa.

Aos colegas do Laboratório de Visão do Instituto de Psicologia da USP, meus sinceros agradecimentos.

Aos colegas de classe, meus agradecimentos pela ajuda, troca de conhecimentos e colaboração nos trabalhos, exercícios e projetos nas disciplinas.

Meu muito obrigado aos funcionários da USP, em especial os da biblioteca, secretaria da pós-graduação e secretarias dos programas de pós-graduação do Instituto de Psicologia (IPUSP). Agradeço de forma particular ao Moisés da secretaria do NEC e ao Gustavo e Ronaldo da secretaria da pós-graduação pelo suporte administrativo ao longo de todo o doutorado.

Agradecimentos ao Prof. Me. Romildo Alves dos Prazeres, chefe do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade

Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), ao Prof. Me. Ednilson Soares Maciel, coordenador do curso Tecnologia em Automação Industrial e ao Prof. Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito, responsável pelo Laboratório de Estudos em Sistemas Elétricos de Potência (LESEP) pela confiança em meu trabalho e apoio à minha pesquisa, disponibilizando a infraestrutura e o acesso aos estudantes universitários para realização dos experimentos.

Especiais agradecimentos ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFSP), em especial ao Diretor do Campus São Paulo Prof. Me. Alberto Akio Shiga e ao Diretor do Departamento de Eletrotécnica (DEL) Prof. Dr. Jacyro Gramulia Junior, à reitoria, à Diretoria de Gestão de Pessoas (DGP) e aos colegas da DEL pelo apoio ao desenvolvimento da minha pesquisa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de doutorado e pelo apoio financeiro para a realização desta pesquisa.

Meu muito obrigado a todos!

*Bem-aventurado o homem que
acha sabedoria, e o homem que
adquire conhecimento.*

Provérbios 3:13

RESUMO

Furucho, R. A. (2023). *Desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso de números*. (Tese de Doutorado em Neurociências e Comportamento). Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Os indivíduos adquirem, processam, armazenam e usam as informações quantitativas para compreender o mundo, orientar seu comportamento, tomar decisões e resolver problemas. O desenvolvimento das habilidades numéricas na infância é precursor do aprendizado e desempenho matemático. Desse modo, a avaliação das habilidades do senso de números em crianças no início da escolarização permite o diagnóstico precoce de potenciais dificuldades na aprendizagem no futuro. Tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números são comumente utilizadas para avaliar o padrão de desenvolvimento da representação, processamento e compreensão de magnitudes. Apesar da crescente importância da avaliação da aprendizagem na educação e a expansão dos nativos e imigrantes digitais demandem testes computadorizados que possam ser usadas para avaliar essas habilidades primárias, instrumentos informatizados validados são raros nos ambientes educacionais. Esse trabalho descreve o desenvolvimento e a validação de um sistema de testes computadorizados projetado para apoiar a investigação sistemática e quantitativa das habilidades do senso de números e oferecer uma melhor experiência de estudo e de avaliação educacional a pesquisadores e educadores. Um módulo gerencial responsável pelo cadastro e armazenamento de dados de alunos, turmas, escolas e parâmetros do experimento, geração automática dos termos de consentimento, assentimento e anuência e análise estatística de medidas com geração de tabelas e gráficos e três testes informatizados de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da reta numérica foram desenvolvidas com base nas necessidades e interesses de pesquisadores, professores, coordenadores sociopedagógicos e diretores escolares e na revisão dos requisitos dessas tarefas na literatura existente. Trinta e quatro universitários responderam esses testes nos modos em papel e no computador. Com base nos resultados, os instrumentos digitais construídos nesta pesquisa mostraram-se comparáveis às avaliações tradicionais em papel, mas experimentos adicionais com outras faixas etárias e escolares tornam-se

necessários para que o sistema possa ser utilizado na triagem de alunos com dificuldades de aprendizagem. Este trabalho pretende contribuir para o preenchimento de uma lacuna importante através da disponibilização de uma ferramenta para pesquisadores e educadores interessados em avaliar a aprendizagem em matemática e o padrão de desenvolvimento de habilidades numéricas.

Palavras-chave: Avaliação computadorizada. Senso de números. Subitização. Estimativa de numerosidade. Estimativa da linha de números.

ABSTRACT

Furucho, R. A. (2023). *Development and validation of a computerized testing system to assess number sense skills*. (Tese de Doutorado em Neurociências e Comportamento). Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.

People acquire, process, store and use numerical information to understand the world, guide their behavior, make decisions, and solve problems. The development of numerical skills in childhood is a precursor to mathematical learning and performance. Thus, the assessment of number sense skills in children at the beginning of schooling allows the early diagnosis of potential learning difficulties in the future. Subitizing, numerosity estimation, and number line estimation tasks are commonly used to assess the pattern of development in representing, processing, and understanding magnitudes. Although the growing importance of assessment of learning in education and the expansion of digital natives and immigrants demand computerized tests that can be used to assess these primary skills, validated computerized instruments are rare in educational settings. This paper describes the development and validation of a computerized testing system designed to support the systematic and quantitative investigation of number sense skills and provide a better study experience and educational assessment for researchers and educators. A management module responsible for registering and storing data on students, classes, schools and experiment settings, automatic generation of terms of consent, assent and assent and statistical analysis of measures with generation of tables and graphs and three computerized tests of subitizing, numerosity estimation and number line estimation were developed based on the needs and interests of researchers, teachers, socio-pedagogical coordinators and school managers and on the review of the requirements of these tasks in the existing literature. Thirty-four college students completed these tests in paper and computer modes. Based on the results, it was found that the digital instruments built in this research are comparable to traditional paper assessments. However, additional experiments will be necessary to provide a tool to screen students with learning difficulties in other grades. This work aims to fill a significant gap by providing a tool for researchers and educators interested in assessing mathematics learning and the pattern of numerical skill development.

Keywords: Computerized assessment. Number sense. Subitizing. Numerosity estimation. Number line estimation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquemático da arquitetura anatômica e funcional do Modelo do Código-Triplo	43
Figura 2 – Padrão de representação das magnitudes numéricas	47
Figura 3 – Efeito da distância	49
Figura 4 – Efeito do tamanho	52
Figura 5 – Exemplo de ensaio da tarefa da estimativa da linha de números ..	68
Figura 6 – Tarefas que avaliam a estimativa da linha de números	75
Figura 7 – Condições limitada e ilimitada da tarefa da estimativa da linha de números.....	76
Figura 8 – Estimativas e modelos de ajuste de funções em três grupos de crianças	90
Figura 9 – Variações dos tipos de linhas da tarefa da reta numérica de Cohen e Ray	95
Figura 10 – Tela Start Dialogue.....	96
Figura 11 – Tela Configuration Dialogue	96
Figura 12 – Fluxograma das atividades deste projeto de pesquisa	102
Figura 13 – Estrutura analítica deste projeto de pesquisa	104
Figura 14 – Modelo estrutural do módulo TM	112
Figura 15 – Tela Escola do módulo TM para cadastramento da instituição dos participantes.....	113
Figura 16 – Fluxo de dados dos módulos (A) NLET e (B) SET.....	114
Figura 17 – Tela Escola do componente Dados Escolares	125
Figura 18 – Fragmento do protótipo do arquivo gerado pela tela Escola	126
Figura 19 – Visualização da tela Turma	129
Figura 20 – Tela Aluno do componente Dados Escolares	130
Figura 21 – Tela Experimento para configuração do paradigma experimental	133
Figura 22 – Aparência final da tela Agenda.....	135
Figura 23 – Arquivo de saída da tela Agenda para organização da aplicação dos experimentos	136
Figura 24 – Tela Pesquisa para cadastro do projeto pelo pesquisador	137
Figura 25 – Tela Termos que permite a gravação dos arquivos pdf dos Termos de Anuência, TCLE e TALE	140

Figura 26 – Aparência do módulo NLET.....	141
Figura 27 – Menus do módulo NLET	142
Figura 28 – Tarefa da estimativa da linha de números do módulo NLET	143
Figura 29 – Interface do módulo SET.....	145
Figura 30 – Menus expandidos do Módulo SET.....	145
Figura 31 – Configuração das posições dos estímulos visuais para o módulo SET.....	146
Figura 32 – Exemplo da disposição dos estímulos visuais na tela do módulo SET	147
Figura 33 – Tela de mensagem para o início da tarefa.....	148
Figura 34 – Exemplo de tela da tarefa de subitização	154
Figura 35 – Exemplo de tela da tarefa de estimativa de numerosidade.....	155
Figura 36 – Exemplo de tela da tarefa da estimativa da linha de números	156
Figura 37 – Fluxograma de atividades de aquisição, processamento e análise dos dados dos experimentos para validação do sistema de testes computadorizados.....	159
Figura 38 – Análise da normalidade das respostas das avaliações em computador e no papel da tarefa de subitização	162
Figura 39 – Análise da normalidade das respostas das avaliações em computador e no papel da tarefa da estimativa da numerosidade	164
Figura 40 – Análise da normalidade das respostas das avaliações em computador e no papel da tarefa da estimativa da linha de números.....	166
Figura 41 – Protótipo da tela Estat.Amostra	181
Figura 42 – Protótipo da tela Estat.Acurácia	182
Figura 43 – Protótipo da tela Estat.Representação	183

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Sistemas de numeração indo-arábico, romano, egípcio, chinês, maia e babilônico.....	36
Tabela 2 – Números a serem estimados na tarefa da reta numérica	79
Tabela 3 – Resumo dos componentes do sistema	111
Tabela 4 – Tabela explicativa do conteúdo da planilha resultados do módulo NLET.....	121
Tabela 5 – Identificação dos campos da planilha eletrônica resultante do cadastro na tela Escola.....	127
Tabela 6 – Campos (colunas) do arquivo gerado pela tela Turma.....	129
Tabela 7 – Campos da planilha gerada pela tela Aluno e suas respectivas explicações resumidas.....	131
Tabela 8 – Parâmetros utilizados pelo módulo NLET	134
Tabela 9 – Identificação dos campos do arquivo salvo pela tela Projeto	138
Tabela 10 – Campos do arquivo de saída do módulo NLET	144
Tabela 11 – Estatística descritiva da frequência da amostra de participantes	151
Tabela 12 – Estatística descritiva da idade da amostra de participantes	151
Tabela 13 – Estatística descritiva da frequência absoluta e taxa de acertos dos participantes nas tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números.....	161
Tabela 14 – Tabelas de contingência de acertos e erros das respostas dos alunos das turmas 1SEM e 2SEM da tarefa de estimativa de numerosidade.	170
Tabela 15 – Tabela de contingência de acertos e erros das respostas dos alunos da turma 3SEM da tarefa de estimativa da linha de números	171
Tabela 16 – Tabela-síntese dos métodos estatísticos empregados sobre os dados da resposta das tarefas da subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números e respectivos resultados.....	172

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAAS	<i>American Association for the Advancement of Science</i> (Associação Americana para o Avanço da Ciência)
AAP	Avaliação da Aprendizagem em Processo
AD	Anderson-Darling
AE	<i>Absolute Error</i> (erro absoluto)
AG	<i>Angular Gyrus</i> (giro angular)
ANA	Avaliação Nacional de Alfabetização
ANEB	Avaliação Nacional da Educação Básica
ANOVA	<i>Analysis of Variance</i> (análise de variância)
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Prova Brasil)
ANS	<i>Approximate Number System</i> (sistema aproximado de números)
APA	<i>American Psychiatric Association</i> (Associação Americana de Psiquiatria)
API	<i>Application Programming Interface</i> (interface de programação de aplicação)
ASCII	<i>American Standard Code for Information Interchange</i> (código padrão americano para intercâmbio de informações)
ATOM	<i>A Theory of Magnitude</i> (uma teoria de magnitude)
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BRASIL	República Federativa do Brasil
CANTAB	<i>Cambridge Neuropsychological Test Automated Battery</i> (Bateria Automatizada de Teste Neuropsicológico de Cambridge)
CEP	Código de Endereçamento Postal
CEP	Comitês de Ética em Pesquisa
CPF	Cadastro de Pessoa Física
CEPH-IPUSP	Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo
CNS	Conselho Nacional de Saúde
COR	<i>Criterion for Reasonableness</i> (critério de razoabilidade)
COVID-19	<i>Coronavirus Disease 2019</i> (doença do coronavírus de 2019)
D	D'Agostino
DAELT	Departamento Acadêmico de Eletrotécnica
DD	<i>Developmental Dyscalculia</i> (discalculia do desenvolvimento)
DDD	Discagem Direta à Distância
DP	D'Agostino-Pearson
EAP	Estrutura Analítica de Projeto

EEG	Eletroencefalograma
EF	Ensino Fundamental
EF1	Anos iniciais do ensino fundamental
EF1-1	1º ano do EF: 6 anos
EF1-2	2º ano do EF: 7 anos
EF1-3	3º ano do EF: 8 anos
EF1-4	4º ano do EF: 9 anos
EF1-5	5º ano do EF: 10 anos
EF2	Anos finais do ensino fundamental
EF2-6	6º ano do EF: 11 anos
EF2-7	7º ano do EF: 12 anos
EF2-8	8º ano do EF: 13 anos
EF2-9	9º ano do EF: 14 anos
EI	Educação Infantil
EI0	1º ano da educação infantil (0 ano)
EI1	2º ano da educação infantil (1 ano)
EI2	3º ano da educação infantil (2 anos)
EI3	4º ano da educação infantil (3 anos)
EI4	5º ano da educação infantil (4 anos)
EI5	6º ano da educação infantil (5 anos)
EM	Ensino Médio
EM1	1º ano do ensino médio (15 anos)
EM2	2º ano do ensino médio (16 anos)
EM3	3º ano do ensino médio (17 anos)
EMEF	Escola Municipal de Ensino Fundamental
ERIC	<i>Education Resources Information Center</i> (Centro de Informações de Recursos Educacionais)
ERP	<i>Event-Related brain Potential</i> (potencial relacionado a evento)
ES	Ensino Superior
fMRI	<i>functional Magnetic Resonance Imaging</i> (ressonância magnética funcional)
FN	Falso Negativo
FP	Falso Positivo
GUI	<i>Graphical User Interface</i> (interface gráfica de usuário)
HD	<i>High Definition</i> (alta definição)
HIPS	<i>Horizontal segment of the IntraParietal Sulcus</i> (segmento horizontal anterior direito do sulco intraparietal)

HTML	<i>HyperText Markup Language</i> (linguagem de marcação de hipertexto)
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDE	<i>Integrated Development Environment</i> (ambiente integrado de desenvolvimento)
Ideb	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
IFSP-SPO	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus São Paulo
IPUSP	Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo
IPS	<i>IntraParietal Sulcus</i> (sulco intraparietal)
JB	Jarque-Bera
JSTOR	<i>Journal Storage</i> (armazenamento de periódico)
KC	<i>Koniocellular</i> (koniocelular)
KS	Kolmogorov-Smirnov
L	Lilliefors
LA	<i>Low Achievement</i> (desempenho baixo)
LCD	<i>Liquid Crystal Display</i> (tela de cristal líquido)
LED	<i>Light Emitting Diode</i> (diodo emissor de luz)
LGN	<i>Lateral Geniculate Nucleus</i> (núcleo geniculado lateral)
Lin	<i>Linear</i> (linear)
Log	<i>Logarithmic</i> (logarítmico)
MAPE	<i>Mean Absolute Percentage Error</i> (erro percentual absoluto médio)
MATLAB	<i>Matrix Laboratory</i>
MC	<i>Magnocellular</i> (magnocelular)
MLD	<i>Mathematical Learning Disabilities</i> (deficiências de aprendizagem em matemática)
MAE	<i>Mean Absolute Error</i> (erro absoluto médio)
MIT	<i>Massachusetts Institute of Technology</i> (Instituto de Tecnologia de Massachusetts)
MMPI-2	<i>Minnesota Multiphasic Personality Inventory 2</i> (Inventário de Personalidade Multifásico de Minnesota)
MNL	<i>Mental Number Line</i> (linha mental de números)
MPE	<i>Mean Percentage Error</i> (erro percentual médio)
MRE	<i>Mean Relative Error</i> (erro relativo médio)
MSE	<i>Mean Squared Error</i> (erro quadrático médio)
NAEP	<i>National Assessment of Educational Progress</i> (Avaliação Nacional do Progresso Educacional)
NCPI	Núcleo Ciência Pela Infância

NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics</i> (Conselho Nacional de Professores de Matemática)
NEC	Programa de Pós-Graduação em Neurociências e Comportamento
NE	<i>Numerosity Estimation</i> (estimativa de numerosidade)
NET	<i>Numerosity Estimation Task</i> (tarefa da estimativa de numerosidade)
NITE	<i>National Institute for Testing & Evaluation</i> (Instituto Nacional de Teste e Avaliação)
NLE	<i>Number Line Estimation</i> (estimativa da linha de números)
NSA	<i>Number Sense Automated Assessment</i> (Avaliação Automatizada das habilidades do Senso de Números)
NLET	<i>Number Line Estimation Task</i> (tarefa da estimativa da linha de números)
NMAP	<i>National Mathematics Advisory Panel</i> (Painel Consultivo Nacional de Matemática)
NP	<i>Number-to-position</i> (número-para-posição)
NSE	Nível socioeconômico
NWO	<i>Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek</i> (Organização Holandesa de Pesquisa Científica)
OECD	<i>Organisation for Economic Co-operation and Development</i> (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, OCDE)
OTS	<i>Object Tracking System</i> (sistema de rastreamento de objetos)
OUP	<i>Oxford University Press</i> (editora da Universidade de Oxford)
PC	<i>Parvocellular</i> (parvocelular)
pdf	<i>Portable Document Format</i> (formato de documento portátil)
PAE	<i>Percentage of Absolute Error</i> (porcentagem do erro absoluto)
PE	<i>Percentage Error</i> (erro percentual)
PSA	Programa de Pós-Graduação em Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano
PSE	Programa de Pós-Graduação em Psicologia Experimental
PLOS	<i>Public Library of Science</i> (Biblioteca Pública de Ciências)
PN	<i>Position-to-number</i> (posição-para-número)
PWC	<i>PriceWaterhouseCoopers</i>
q-q	<i>quantile-quantile</i> (em <i>q-q plot</i> , gráfico quantil-quantil)
RAM	<i>Random Access Memory</i> (memória de acesso aleatório)
RE	<i>Relative Error</i> (erro relativo)
RG	Registro Geral
RMSE	<i>Root Mean Squared Error</i> (raiz do erro quadrático médio)
rITG	<i>right Inferior Temporal Gyrus</i> (giro temporal inferior direito)

SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SARESP	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SARS-CoV-2	<i>Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2</i> (Síndrome Respiratória Aguda Grave 2)
SciELO	<i>Scientific Electronic Library Online</i> (Biblioteca Eletrônica Científica Online)
SDT	<i>Signal Detection Theory</i> (teoria de detecção de sinal)
SEDUC-SP	Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
SET	<i>Subitizing Estimation Task</i> (tarefa de subitização e estimativa de números)
SJR	<i>SCImago Journal Rank</i> (classificação de periódicos SCImago)
SNARC	<i>Spatial-Numerical Association of Response Codes</i> (Associação Espacial-Numérica dos Códigos de Resposta)
SQL	<i>Structured Query Language</i> (linguagem de consulta estruturada)
SW	Shapiro-Wilk
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TCM	<i>Triple-Code Model</i> (Modelo do Código Triplo)
TI	Tecnologia da informação
TM	<i>Tasks Manager</i> (gerenciador de tarefas)
tsv	<i>Tab Separated Values</i> (valores separados por tabulações)
txt	documento no formato texto
UF	Unidade da Federação
UI	<i>User Interface</i> (interface de usuário)
USP	Universidade de São Paulo
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
VNFA	<i>Visual Number-Form Area</i> (área visual da forma do número)
VWFA	<i>Visual Word-Form Area</i> (área visual da forma da palavra)
WBS	<i>Work Breakdown Structure</i> (estrutura analítica de projeto, EAP)
WCST	<i>Wisconsin Card Sorting Test</i>
WSR	<i>Wilcoxon Signed Rank Test</i> (teste Wilcoxon com postos sinalizados)
WHO	<i>World Health Organization</i> (Organização Mundial da Saúde, OMS)
xlsx	documento no formato planilha
1SEM	turma do 1º semestre do curso Tecnologia em Automação Industrial
2SEM	turma do 2º semestre do curso Tecnologia em Automação Industrial
3SEM	turma do 3º semestre do curso Tecnologia em Automação Industrial

SUMÁRIO

1. Introdução	23
1.1. Educação matemática	24
1.2. Alfabetização matemática e numeramento	25
1.3. Desempenho dos estudantes em matemática	26
1.4. Instrumentos para avaliação do entendimento de magnitudes numéricas	28
1.5. Objetivos	32
1.5.1. Objetivos Específicos	32
1.6. Organização	32
2. Cognição numérica.....	34
2.1. Magnitudes numéricas	34
2.2. Percepção visual de magnitudes	36
2.3. Psicofísica das magnitudes numéricas	40
2.4. Modelo do código triplo.....	42
2.4.1. Código visual arábico	43
2.4.2. Código verbal	44
2.4.3. Código da magnitude analógica	45
2.5. Linha mental de números	46
2.6. Efeitos numéricos	48
2.6.1. Efeito da distância.....	48
2.6.2. Efeito do tamanho	51
3. Senso de números	53
3.1. Subitização.....	53
3.2. Estimativa numérica	55
3.2.1. Estimativa de numerosidade	56
3.2.2. Estimativa da linha de números	58
3.3. Tarefas do senso de números	68
3.3.1. Tarefa da estimativa da linha de números.....	68
4. Avaliação computadorizada.....	92
4.1. Sistemas computacionais relacionados à estimativa da linha de números	94
4.1.1. Tarefa computadorizada da reta numérica de Cohen Ray	95

4.2. Equivalência entre avaliações em papel e no computador	98
5. Materiais e Métodos.....	102
5.1. Revisão da literatura.....	104
5.2. Desenvolvimento do <i>software</i>	106
5.2.1. Geração da ideia.....	107
5.2.2. Identificação das partes interessadas e definição do escopo ..	108
5.2.3. Especificação dos requisitos	109
5.2.4. Elaboração e construção do projeto	109
5.2.5. Execução dos testes e validação do software	123
5.3. Experimentos para validação dos testes informatizados	123
6. Resultados, Análise e Discussão	124
6.1. Desenvolvimento do <i>software</i>	124
6.1.1. Sistema para cadastro e gerenciamento de informações e de análise estatística de dados (TM).....	124
6.1.2. Tarefas computadorizadas das habilidades do senso de números	140
6.2. Experimentos para validação dos testes informatizados	148
6.2.1. Materiais e equipamentos	149
6.2.2. Participantes	149
6.2.3. Procedimentos	152
7. Considerações Finais	173
7.1. Revisão da literatura.....	174
7.2. Desenvolvimento do <i>software</i>	175
7.3. Experimentos para validação dos testes informatizados	184
7.3.1. Participantes	184
7.3.2. Paradigma experimental	187
7.3.3. Desempenho nos experimentos.....	188
7.3.4. Comparabilidade dos modos de avaliação.....	189
7.4. Conclusão	192
Referências.....	193
APÊNDICE A – Exemplo de Declaração de Anuência de Instituição de Ensino.....	231

APÊNDICE B – Exemplo de TALE.....	232
APÊNDICE C – Exemplo de TCLE.....	234
APÊNDICE D – Revisão de testes estatísticos.....	236
Análise da normalidade dos dados	236
Análise da comparabilidade das avaliações em papel e no computador.....	237

1. Introdução

Nas últimas décadas, o mundo vem experimentando mudanças tecnológicas, econômicas, sociais e ambientais cada vez mais intensas, frequentes e disruptivas (Marcial, 2015a, 2015b). De acordo com a PriceWaterhouseCoopers (PWC, 2015), as alterações atuais representam, ao mesmo tempo, desafios e oportunidades aos indivíduos, organizações e países. Habilidades e comportamentos cognitivos como pensamento crítico (*critical thinking*), resolução de problemas (*problem-solving*), e aprendizagem ao longo da vida (*lifelong learning*), chamadas por alguns autores de competências do século XXI, se tornaram ainda mais relevantes na sociedade do conhecimento atual (Dede, 2010; van Laar et al., 2017). Nessa cultura da aprendizagem, em que a informação e o conhecimento são os principais ativos, a educação de boa qualidade se tornou valiosa.

Estudos sobre desenvolvimento humano (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2018a; Reynolds et al., 2011) revelaram que a educação é um dos fatores que mais influencia o nível de bem-estar das pessoas ao longo da vida, produzindo benefícios sociais e econômicos significativos para a vida toda. Uma educação de boa qualidade, apoiada por currículos inovadores, experiências significativas de aprendizagem e tecnologias educacionais somada à nutrição e aos cuidados de saúde adequados, ambiente familiar afetivo, seguro e estimulante, e relações estáveis e incentivadoras, fornecem o alicerce para o desenvolvimento integral de uma criança de modo que ela viva bem no presente e alcance seu potencial pleno no futuro (Comitê Científico do Núcleo Ciência Pela Infância [NCPI], 2014).

O desenvolvimento cognitivo está vinculado aos instrumentos culturais do pensamento, como a língua materna e a matemática (Rogoff, 2005). Esses dois sistemas inventados pelos seres humanos para representar e manipular a linguagem e magnitudes bem como construir o significado dos objetos, das ações e das relações (Carreiras et al., 2015), formam a base para o desenvolvimento das habilidades cognitivas essenciais para a participação efetiva do indivíduo na sociedade (Withnall, 1995).

Alguns autores afirmam que a matemática é um melhor preditor de sucesso na vida do que a linguagem (Rivera-Batiz, 1992), embora o

numeramento seja muito menos estudado do que o letramento. Por exemplo, a pesquisa sobre discalculia intensificou-se somente há 40 anos atrás (Desoete, 2014). Além disso, apesar de ter havido um forte aumento nos estudos sobre educação matemática nas últimas duas décadas (Geary, 2013), as dificuldades e deficiências de aprendizagem em matemática (Desoete, 2014) e como os métodos educacionais podem ser aprimorados e adaptados, à luz das neurociências, para melhorar as habilidades numéricas, especialmente em crianças, estão longe de serem esclarecidos por completo.

Por essa razão, o escopo desse doutoramento se concentrará no desenvolvimento de uma ferramenta computacional que implementará tarefas matemáticas que permitem uma investigação sistemática e quantitativa da avaliação de habilidades numéricas e auxiliam na identificação de dificuldades de aprendizagem em matemática. Avaliações neuropsicológicas de atenção, memória, funções executivas, socialização, comunicação e emoções não pertencem ao escopo desse projeto.

Convém destacar que essa pesquisa se limitará ao contexto escolar possuindo como público-alvo os estudantes do ensino superior, suprimindo-se indivíduos diagnosticados com deficiência visual ou transtornos cognitivos.

1.1. Educação matemática

A matemática é definida como a ciência dos números, quantidades, espaços, padrões e relações (American Association for the Advancement of Science [AAAS], 1993). Ao longo da história, a humanidade inventou essa ciência e vem utilizando-a para resolver problemas da vida cotidiana (Brown, 2018) e de praticamente todos os domínios da atividade humana (Iuculano & Menon, 2018).

Essas demandas variam desde atividades e tomadas de decisão comuns do dia a dia (Nickerson, 2011), como, por exemplo, a realização de uma compra (Starr & Brannon, 2015), até estimativas, cálculos, medições, interpretações gráficas e análises estatísticas mais complexas (Adams et al., 2017), como a

modelagem matemática da disseminação da doença do coronavírus de 2019 (COVID-19)¹ em um país.

O aprendizado em matemática é um elemento central da cognição humana de extrema importância para o desenvolvimento integral do indivíduo (Adams et al., 2017; Ansari, 2008). A competência matemática é fundamental na preparação das pessoas para a vida em sociedade (OECD, 2019), pois contribui para o desenvolvimento da capacidade de pensar de maneira lógica, abstrata e crítica (República Federativa do Brasil [Brasil], 2017).

A matemática compreende uma ampla variedade de domínios, habilidades e processos cognitivos (Schneider et al., 2009). Apoiada sobre os parâmetros curriculares dos principais sistemas de ensino do mundo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe cinco unidades temáticas em matemática a serem trabalhadas ao longo do ensino fundamental (EF): números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, e probabilidade e estatística (Brasil, 2017).

1.2. Alfabetização matemática e numeramento

A alfabetização matemática e o numeramento são termos análogos à alfabetização na língua materna e ao letramento no tocante aos processos de processamento, interpretação e manipulação de dados quantitativos, numéricos, espaciais e estatísticos.

Para introduzir a terminologia, alfabetizada é a pessoa que aprende a ler e escrever, enquanto letrado é o indivíduo que, além de saber escrever e ler, domina a escrita e a leitura e faz uso competente desses processos (Soares, 2018). Informações adicionais sobre a alfabetização na língua materna e o letramento podem ser encontradas em Sénéchal e Young (2008).

Nesse sentido, a alfabetização matemática diz respeito ao aprendizado inicial das noções e operações matemáticas elementares (Fonseca, 2007),

¹ A *Coronavirus Disease 2019* (COVID-19) é assim denominada por ter sido identificada pela primeira vez em dezembro de 2019 em Wuhan, na província de Hubei, na República Popular da China (World Health Organization [WHO], 2020). Ela é causada pelo coronavírus da Síndrome Respiratória Aguda Grave 2 (*Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2*, SARS-CoV-2; Liang, 2020). A pandemia desse novo coronavírus é a maior emergência de saúde pública de interesse internacional enfrentada pela população mundial há décadas desde a gripe suína, ou influenza A, provocada pelo vírus H1N1, em 1918 (Schmidt et al., 2020).

enquanto o numeramento envolve um conjunto de conhecimentos, habilidades, estratégias e disposições de que os indivíduos necessitam para compreender, processar e manipular números e quantidades (Toledo, 2004). No Relatório Crowther, documento em que o termo numeramento foi publicado pela primeira vez, ele refere-se ao conhecimento mínimo de compreensão matemática e científica, incluindo a capacidade de pensar quantitativamente, que qualquer indivíduo deveria possuir para ser considerado instruído em matemática (Cockcroft, 1982).

Há também o termo “numeramento funcional”, que está relacionado com o nível de competência em habilidades numéricas essenciais para a participação efetiva do indivíduo na sociedade (Withnall, 1995).

O domínio das habilidades matemáticas é crítico para o desempenho acadêmico dos indivíduos (Dresler et al., 2009). A proficiência em matemática na educação básica é um bom preditor do sucesso na vida (Henik, 2016). Os indivíduos que não dominam as habilidades básicas em matemática, incluindo aritmética e álgebra, antes de sair do ensino médio, tendem a não continuar o ensino superior (OECD, 2014).

1.3. Desempenho dos estudantes em matemática

A matemática é uma das disciplinas escolares mais tradicionais, tendo sempre ocupado um lugar de destaque dentro das bases curriculares de ensino (Ponte et al., 2007). O aprendizado matemático é fundamental em todos os sistemas educacionais que visam preparar seus cidadãos para uma vida produtiva no século XXI (Budd, 2015).

No entanto, a educação matemática está em crise em muitas regiões do mundo (Schleicher, 2019). Pesquisas revelam baixos níveis de numeramento de crianças, adolescentes e adultos em diversos países, incluindo o Brasil, os Estados Unidos e o Reino Unido (Coben et al., 2003). No Brasil, evidências de estudos educacionais indicam que o desempenho de estudantes brasileiros em matemática é muito baixo em todas as etapas da educação básica, desde a educação infantil até o ensino superior, sendo muito menor do que o da maioria dos outros países (OECD, 2018b).

Muitas crianças brasileiras ingressam no ensino fundamental sem uma base de conhecimento matemático informal que lhes permita adquirir a matemática escolar formal. O baixo desempenho em matemática é especialmente expressivo em estudantes de famílias de baixa renda (National Assessment of Educational Progress [NAEP], 2004). Observa-se que a diferença entre o desempenho das crianças oriundas desse segmento socioeconômico e às provenientes de famílias de maiores rendas aumentam progressivamente ao longo dos anos posteriores (National Mathematics Advisory Panel [NMAP], 2008), agravando ainda mais a desigualdade socioeconômica. A pandemia da COVID-19 expôs explicitamente essa situação ao revelar as diferenças de acesso a computadores e à internet dos estudantes e a recessão econômica associada a ela tende a aumentar essa disparidade.

A quantidade de crianças que apresenta alguma dificuldade ou distúrbio de aprendizagem em matemática vem aumentando nas últimas décadas tanto em países de baixa e média renda como em nações desenvolvidas (Murnane et al., 1995). Por exemplo, a Avaliação Nacional do Progresso Educacional (NAEP) dos Estados Unidos em 2015 constatou que apenas 33% dos infantes de 10 anos atingiram o nível esperado de proficiência em matemática nos Estados Unidos (Kena et al., 2016).

No Brasil, aproximadamente 20% das crianças apresentam algum tipo de dificuldade de aprendizagem importante nessa disciplina, que resulta em um fraco desempenho escolar (Costa & Bezerra, 2018). Considerando-se apenas os seis anos iniciais da escolarização formal, a quantidade de infantes brasileiros com *performance* escolar insatisfatória pode chegar a 35% (Rotta et al., 2006).

Em relação aos adolescentes, apenas 18,2% dos estudantes que concluem o ensino fundamental têm aprendizagem adequada em matemática no país. No ensino médio, a situação é ainda pior: somente 7,3% têm aprendizagem adequada nessa disciplina (Todos pela Educação, 2018).

Uma análise específica da educação em São Paulo, o estado mais populoso e rico do Brasil, revela que os estudantes têm três anos de atraso no aprendizado de matemática, ou seja, o discente do terceiro ano do ensino médio tem o nível esperado de um aluno do nono ano do fundamental. Segundo os dados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), apenas 14% dos alunos do nono ano tem nível adequado de

proficiência em matemática (Secretaria da Educação do Estado de São Paulo [SEDUC-SP], 2019).

As dificuldades de aprendizagem em matemática constituem um campo bastante complexo, começam a surgir precocemente no início da infância e tornam-se evidentes durante a escolarização (Kena et al., 2016). Um dos desafios da educação em matemática está em saber se essas crianças têm dificuldades de aprendizagem na disciplina decorrentes de causas biológicas, como deficiências de desenvolvimento, ou de fatores contextuais, como ensino deficitário (Dorneles, 2009).

Estudos (Geary et al., 2004; Shalev & Gross-Tsur, 2001) indicam que a prevalência das dificuldades de aprendizagem matemática devido a déficits cognitivos é aproximadamente 6% da população. Fatores neurocognitivos, que impliquem em prejuízos no desenvolvimento de habilidades numéricas de acordo com idade e estágio de desenvolvimento, podem estar associados a diversos transtornos, como discalculia, acalculia visuoespacial, agrafia numérica, agnosia de números, agrafia visuoespacial, alexia numérica e anaritmia primária (Sinanović et al., 2011).

Estudos sobre processamento numérico revelam que as dificuldades e deficiências de aprendizagem em matemática estão frequentemente relacionadas ao senso numérico (Butterworth et al., 2011; Castaldi et al., 2020). Esse senso de números envolve a representação, comparação, manipulação, processamento e compreensão de magnitudes (Dehaene, 2011) e os cálculos elementares (Dehaene, 2001).

1.4. Instrumentos para avaliação do entendimento de magnitudes numéricas

Os instrumentos mais comumente utilizados para avaliar o padrão de desenvolvimento das representações de grandezas quantitativas são as tarefas de comparação (Ansari, 2008) e de estimativa numérica (Siegler & Booth, 2004).

As tarefas de comparação de magnitudes numéricas simbólicas e não-simbólicas envolvem a comparação entre dois números e entre coleções de objetos respectivamente (Piazza et al., 2004). A comparação do símbolo numérico à sua grandeza é comum nas escolas brasileiras, desde os primeiros

anos escolares (Duro & Dorneles, 2019b). Entretanto, esses instrumentos se restringem somente à comparação e não envolvem uma quantificação, tal como as tarefas de subitização e de estimativas numéricas.

As ferramentas para avaliação da estimativa numérica mais frequentemente aplicadas são a tarefa de estimativa de quantidades (*Numerosity Estimation Task*, NET) e a tarefa de estimativa da linha de números (*Number Line Estimation Task*, NLET), sendo esta última o instrumento mais empregado em pesquisas de estimativa (Duro & Dorneles, 2019a).

As tarefas de subitização e estimativa numérica são amplamente investigadas e utilizadas em estudos de educação matemática, neurociências e psicologia sobre cognição numérica e competência matemática com o intuito de avaliar o desenvolvimento, aprendizado e desempenho em matemática (Cai et al., 2021; Mandler & Shebo, 1982; Schneider, Merz, et al., 2018; Schneider, Thompson, et al., 2018). Esse amplo interesse teórico e prático nesse instrumento se deve às descobertas convergentes de múltiplas pesquisas matemática (Cai et al., 2021; Schneider, Merz, et al., 2018; Schneider, Thompson, et al., 2018) que demonstraram correlações entre o desempenho nas tarefas de subitização e estimativa numérica e uma ampla variedade de medidas de competência matemática.

Apesar de um conjunto amplo de evidências comportamentais e empíricas demonstrarem que as tarefas de subitização e estimativa numérica são ferramentas úteis para avaliar o desenvolvimento das habilidades numéricas, medir o desempenho de estudantes em tarefas e testes desse domínio, prever a competência matemática (Cai et al., 2021; Schneider, Merz, et al., 2018; Schneider, Thompson, et al., 2018), e estimular a aprendizagem nesse campo de conhecimento (Zhu et al., 2017), há poucas pesquisas e práticas educativas que empreguem esses recursos nas salas de aulas brasileiras.

Além disso, embora extensa evidência tenha mostrado que as tecnologias digitais apoiam os processos educacionais e o trabalho dos educadores, e ofereçam melhores oportunidades e experiências de aprendizagem aos estudantes, contribuindo para o aumento do aprendizado e a melhoria do desempenho deles (Huang et al., 2019) e que as ferramentas computacionais são eficazes para pesquisa e avaliação psicoeducacionais (Conner, 2015) colaborando para uma maior compreensão dos substratos neurais subjacentes

à cognição numérica (Dubé & McEwen, 2015), a literatura existente sobre as tarefas de subitização e estimativa numérica mostrou que muitos estudos ainda são realizados com papel e lápis (Anobile et al., 2016; Slusser et al., 2013; White & Szűcs, 2012), havendo uma carência de versões digitais desses instrumentos (Geary et al., 2008; Piatt et al., 2016). A tarefa computadorizada da NLET de Cohen e Ray (2020) é um exemplo raro de desenvolvimento tecnológico para avaliar a estimativa da linha de números.

A versão digital das tarefas de subitização e estimativa numérica tem várias vantagens em relação ao formato em papel. Um sistema computacional permite o gerenciamento dos dados dos alunos, professores, coordenadores, diretores, turmas e escolas bem como dos experimentos e das medidas de desempenho. Essa riqueza e o controle das informações permitem uma avaliação mais abrangente e assertiva do padrão de desenvolvimento de cada estudante e de suas reais necessidades de aprendizado e aprimoramento. Esses resultados podem ser usados pelo professor para avaliar a instrução, a própria avaliação e o desempenho dos discentes (Zhang et al., 2001) bem como orientar suas decisões pedagógicas e apoiar o planejamento e a implementação de suas práticas e intervenções educativas (Katz, 2012). Essa base de dados sistematizada e centralizada pode favorecer estudos em larga escala tanto longitudinais, que permitam a caracterização da população estudantil, quanto transversais entre turmas, séries e escolas, gerando assim informações valiosas que subsidiem as políticas públicas em educação.

No que se refere ao experimento, a padronização das tarefas e das medidas de performance, o reuso dos ensaios e a flexibilidade para configurar e avaliar aspectos específicos contribuem para a implementação de projetos experimentais mais ricos de informação com questões de investigação mais complexas e recursos tecnológicos mais avançados. Particularmente, os itens de teste e as medidas de desempenho propostos podem ser mais facilmente personalizados, implementados e validados. Eles podem inclusive ser definidos dinamicamente durante as tarefas com base nas respostas dos participantes por meio de técnicas de inteligência artificial (*Adaptive Computer-Based Assessment*; Aguilar-Burguete & Kaijiri, 2007).

No que diz respeito à coleta de dados, os procedimentos são menos dispendiosos e mais sustentáveis ecológica e financeiramente. Segundo Piatt et

al. (2016), a capacidade de registrar dados de forma fácil e instantânea sempre foi um objetivo dos pesquisadores. Por exemplo, um projeto experimental da NLET com uma turma de 30 alunos que respondem a 20 ensaios utiliza 600 folhas de papel (uma resma). Um estudo transversal em 5 turmas dessa mesma escola requer 3.000 folhas, o que resulta em um processo operacional dispendioso e complexo.

Essa complexidade evolui também para a tabulação e codificação dos dados. No caso da NLET, tabular os dados coletados com papel e lápis é trabalhoso e demorado porque envolve medir as marcas dos participantes a mão com uma régua. Além disso, a codificação pode ser imprecisa devido a erros acidentais de leitura e registro dos resultados e a erros sistemáticos de paralaxe e de arredondamento dos valores. Com sistemas computacionais, os dados são coletados e codificados de modo preciso e instantâneo (Piatt et al., 2016).

A análise dos dados requer o conhecimento de métodos quantitativos. Investigações mais sofisticadas podem envolver técnicas de estatística multivariada e de inteligência artificial, e necessitar do suporte de estatísticos, matemáticos e engenheiros. Sistemas especialistas podem automatizar o processamento dos dados, a manipulação dos resultados e a geração de gráficos, tabelas e relatórios, reduzindo a dependência de técnicos (Hasselbring, 1985).

Somadas a essas vantagens, o gerenciamento, a manutenção e a atualização de uma avaliação digital são relativamente mais otimizadas do que o formato impresso. Um sistema central pode armazenar os dados tanto de entrada (relativos aos alunos, turmas, escolas, itens de teste, e outros parâmetros e características do experimento) quanto de saída da tarefa (respostas dos participantes, dados analisados e observações) e processá-los sempre que necessário. As conclusões podem ser usadas pelos educadores para avaliar a instrução, a própria avaliação e o desempenho dos discentes, os gestores sociopedagógicos para medir a eficácia dos programas educacionais, e os pesquisadores para testar hipóteses sobre o desenvolvimento da cognição numérica e da aprendizagem matemática (Zhang et al., 2001).

Nesse contexto, os recursos e benefícios das avaliações eletrônicas precisam ser mais bem explorados, de modo a possibilitar uma detecção precoce das dificuldades de aprendizagem de cada criança, identificação das

necessidades específicas de aprendizado delas, e suporte ao planejamento e implementação de intervenções pelos educadores (Katz, 2012).

1.5. Objetivos

Desenvolver e validar um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso numérico.

1.5.1. Objetivos Específicos

- Pesquisar os delineamentos, procedimentos e medidas de desempenho de experimentos que utilizaram as tarefas de subitização e estimativa numérica para especificar os requisitos do *software*;
- Desenvolver um sistema gerencial para cadastro e armazenamento de dados de alunos, turmas, escolas e parâmetros do experimento, geração automática dos termos de consentimento, assentimento e anuência e análise estatística de medidas com geração de tabelas e gráficos;
- Construir três testes informatizados de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da reta numérica;
- Validar as tarefas digitais de subitização, de estimativa de quantidades e da estimativa da linha de números desenvolvidas por meio da aplicação de experimentos em estudantes do ensino superior para determinar a equivalência entre as avaliações em papel e no computador.

1.6. Organização

A estrutura da tese foi dividida em sete capítulos.

O primeiro capítulo refere-se a esta introdução, na qual foi realizada uma breve contextualização sobre a educação matemática, o numeramento e o desempenho dos estudantes nessa disciplina para uma melhor compreensão da necessidade de se investigar a cognição numérica. Nessa parte, são apresentados também a natureza e a motivação do estudo, os objetivos geral e específicos e a estrutura do trabalho.

Os principais conceitos relativos à cognição numérica, percepção visual de magnitudes, psicofísica das magnitudes numéricas, linha mental de números e estimativa da reta numérica são descritos no capítulo 2, enquanto a revisão da literatura sobre o senso de números e as tarefas para avaliação das habilidades de subitização, estimativa de numerosidades e reta numérica são apresentados no terceiro capítulo. Encerrando a seção de embasamento teórico, o capítulo 4 revisa os conceitos sobre avaliação informatizada e apresenta os resultados de alguns estudos sobre equivalência entre testes em papel e no computador.

O capítulo 5 apresenta a metodologia desse trabalho, onde são apresentados o desenvolvimento do *software* da tarefa da reta numérica, incluindo a descrição funcional da ferramenta e os procedimentos de cadastro dos alunos, do experimentador e do paradigma experimental. Ainda em relação ao sistema, são caracterizados também os processos de configuração dos estímulos, das medidas de performance, da codificação e análise dos dados, e da preparação e apresentação dos resultados. Nessa seção, são descritos ainda o conjunto de experimentos realizados para validação do instrumento desenvolvido e avaliação da estimativa da linha de números dos alunos da escola-parceira.

No sexto capítulo são apresentados os resultados obtidos do desenvolvimento e validação do sistema de testes computadorizados, bem como são analisados e discutidos esses resultados relacionando-os à literatura revisada bem como apontadas as limitações desse estudo.

As principais conclusões e considerações finais sobre o estudo são descritas no sétimo e último capítulo do trabalho. Aqui são destacados os pontos relevantes observados na pesquisa e examinadas os possíveis desdobramentos desse trabalho incluindo aprimoramentos, extensões e sugestões de trabalhos futuros.

Por fim, após os sete capítulos, esta tese encerra-se com a apresentação das referências, apêndices e anexos. No apêndice, há uma revisão dos testes estatísticos analisados e utilizados neste trabalho.

2. Cognição numérica

Esse capítulo revisa a literatura existente sobre a cognição numérica, percepção visual de números e estimativa da linha de números. A tarefa da reta numérica será abordada em capítulo à parte devido a sua importância para esse trabalho.

Como o principal objetivo da neurociência cognitiva é entender as representações neurais dos processos mentais (Kandel et al., 2014), a pesquisa em cognição numérica concentra-se em explicar como as pessoas percebem as quantidades, reconhecem os números, e representam e processam as informações numérica (McCloskey, 1992).

Nesse sentido, a cognição numérica está relacionada com os processos mentais subjacentes à percepção, representação e processamento das magnitudes bem como os mecanismos neurais envolvidos no desenvolvimento das habilidades quantitativas e no aprendizado e desempenho matemático (Knops, 2013).

O desenvolvimento das habilidades numéricas na infância é precursor do aprendizado e desempenho em matemática. Particularmente, o senso de números - um conjunto de habilidades relacionadas à representação de números e cálculos elementares - é crítico para o desenvolvimento de capacidades matemáticas mais complexas, sendo considerado um bom preditor de sucesso na vida (Reynvoet et al., 2016).

Estudos sobre o senso de números e a cognição numérica enfatizam a importância da percepção visual de quantidades e da representação de magnitudes no processamento de números (Dehaene et al., 1993; Fias, 1996).

2.1. Magnitudes numéricas

Estudos (Butterworth, 1999; Fornaciai & Park, 2018) enfatizam que a magnitude numérica constitui uma dimensão essencial para a descrição do ambiente externo. Ela pode ser representada de diversas formas: concreta ou abstrata, não-simbólica ou simbólica, notações valor do sinal ou valor da posição, ou uma combinação entre elas, como a quantidade concreta não-simbólica (Liu et al., 2011; Piazza et al., 2007). Por exemplo, um conjunto de dois itens visuais

pode ser representado de forma não-simbólica como "••" ou de modo simbólico visual como algarismo arábico "2" ou palavra escrita ou falada "dois" (Sokolowski & Ansari, 2016).

As magnitudes podem ser representadas também como números. Eles consistem em objetos matemáticos abstratos² utilizados para descrever quantidade, ordem, medida ou código (Liu et al., 2011) e são representados simbolicamente pelos numerais (Stewart, 2014). Esses, por sua vez, constituem uma classe de palavras ou símbolos empregados para expressar a ideia do número (Paiva, 2009) e refletem uma dimensão ou estrutura de ordem de elementos. Particularmente, o numeral é composto pela palavra numérica que exprime a quantidade e o símbolo que o caracteriza (Stewart, 2014).

Ontogeneticamente, no início da infância, antes do aprendizado dos números simbólicos, as crianças percebem as quantidades e constroem a noção do número e os esquemas mentais sobre as grandezas não-simbólicas a partir de sua experiência e interação com atividades sensório-motoras, objetos matemáticos concretos e materiais manipulativos como, por exemplo, dedos, moedas e blocos (Lee, 2019). A influência significativa dos dedos no desenvolvimento da contagem, principalmente no sistema de numeração decimal, é amplamente reconhecida (Dantzig, 2007).

Ainda na perspectiva ontogenética, o uso de símbolos se desenvolve por volta do final do segundo ano de vida segundo Piaget (1962). O desenvolvimento do pensamento simbólico possibilita às crianças usar e interpretar os símbolos, entender que os numerais representam quantidades e números, e pensar sobre conceitos sem a necessidade de ação sensório-motora (Papalia & Feldman, 2013). Ao redor dos 2 anos de idade, os infantes entendem que um número pode ser representado por objetos matemáticos concretos, materiais manipulativos, símbolos ou palavras (Preissler & Bloom, 2007). Elas são capazes de compreender representações não-verbais de magnitude (quantidade) e representações simbólicas verbais (palavras numéricas) e visuais (algarismos arábicos) de números (Malone et al., 2019).

² A forma abstrata, na teoria cognitiva, refere-se à representação mental de um estímulo que não é determinada por um formato específico, ou seja, a aparência do número não altera seu significado quantitativo (Dehaene et al., 1993).

Historicamente, as representações simbólicas de números são desenvolvimentos culturais exclusivamente humanos adquiridos e aprendidos ao longo da evolução da civilização e transmitidos culturalmente (Sokolowski & Ansari, 2016).

A representação simbólica de números é descrita por meio de sistemas de numeração, que consistem em conjuntos de regras para registrar informações quantitativas (escrita de números) utilizando palavras e símbolos (Paiva, 2009). O sistema mais comum para esse tipo de representação é o sistema indo-arábico, que constitui um sistema numérico decimal posicional. Ele é organizado a partir de dez dígitos (0 a 9), com base 10 e cuja posição relativa dos algarismos determina a composição do numeral (Liu et al., 2011). A Tabela 1 mostra os símbolos empregados nos sistemas de numeração indo-arábico, romano, egípcio, chinês, maia e babilônico correspondentes aos números 1, 2 e 3.

Tabela 1 – *Sistemas de numeração indo-arábico, romano, egípcio, chinês, maia e babilônico*

Indo-arábico	Romano	Egípcio	Chinês	Maia	Babilônico
1	I	I	一	•	▼
2	II	II	二	••	▼▼
3	III	III	三	•••	▼▼▼

Nota. Adaptado de *Os números na história da civilização*, por L. M. P. Imenes, 2003.

2.2. Percepção visual de magnitudes

Os objetos e eventos presentes no mundo físico são captados pelos órgãos dos sentidos. Eles constituem as vias de entrada dos estímulos quantitativos ao sistema nervoso e são a base fisiológica da percepção das magnitudes (Blanch et al., 2007).

Os sistemas sensoriais contêm muitas representações, cada uma especializada em diferentes tipos de processamento da informação sensorial (Kandel et al., 2014). A visão é o sentido mais importante para aquisição de informação sobre o mundo em indivíduos saudáveis (Adams & Victor, 1993). Considerado o mais complexo de todos os sistemas sensoriais do corpo

humano, os processos do sistema visual, que incluem desde a discriminação de contraste, cor, brilho, forma, tamanho, distância e movimento, passando pelo reconhecimento de objetos e padrões, até a percepção de quantidades, letras e números, entre outros, estão relacionados com quase metade das estruturas do córtex cerebral (Kandel et al., 2014).

O sistema visual projeta as informações numéricas (por exemplo, quantidades, numerais, símbolos numéricos, figuras geométricas e gráficos), nas células fotorreceptoras da camada mais externa da retina, processa as informações sensoriais de forma, cor, distância e movimento, e transforma a energia do estímulo que alcança esses fotorreceptores em um código neural de potenciais de ação. Os cones e bastonetes absorvem a luz, a convertem em sinais neurais e produzem representações neurais da informação numérica presente no campo visual. As imagens neurais são transmitidas sinapticamente das células fotorreceptoras às bipolares, que, por sua vez, conectam-se com as células ganglionares da camada mais interna da retina, que constituem os neurônios de eferência dessa estrutura (Kandel et al., 2014).

As teorias atuais sobre a codificação visual de números sugerem que uma variedade de características visuais primárias, incluindo aspectos não numéricos como contraste, tamanho, frequência espacial, densidade e espessura do contorno, podem contribuir para a percepção visual de números em humanos (Bonn & Odic, 2019). Os resultados do estudo de Bonn e Odic (2019) observaram a relevância da baixa frequência espacial na codificação visual de números, consistente com alguns modelos existentes de percepção visual de números (por exemplo, Dakin et al., 2011). Em outra pesquisa, Odic (2016) demonstrou o efeito de incongruência da densidade em tarefas de discriminação e de estimativa.

A percepção visual dos números envolve uma interação entre retina, núcleos talâmicos e várias áreas do córtex cerebral. As representações neurais das informações numéricas são transmitidas por diversos tipos de células ganglionares da retina através das fibras do nervo óptico para diversos centros visuais do encéfalo, incluindo o núcleo geniculado lateral (*Lateral Geniculate Nucleus*, LGN) do tálamo, que consiste na principal estrutura subcortical para processamento da informação numérica visual e retransmissão dela para o córtex visual primário; o pré-teto, uma região no mesencéfalo envolvida na

atenção espacial; o colículo superior, outra área do mesencéfalo responsável pelo controle dos reflexos pupilares e movimentos sacádicos dos olhos; o sistema óptico acessório, encarregado de estabilizar o olhar; e o núcleo supraquiasmático, um relógio central que orienta o ritmo circadiano e cuja fase pode ser determinada por estímulos luminosos (Kandel et al., 2014).

Nesse sentido, as células ganglionares da retina possuem um papel relevante na capacidade humana de discriminar detalhes espaciais, níveis de contraste, cromática e percepção de movimento. Elas se distinguem com base em suas formas, funções e respostas à luz (Kandel et al., 2014) em três principais tipos: magnocelulares (MC), parvocelulares (PC) e koniocelulares (KC). As células MC são ativadas para baixas frequências espaciais (ou seja, grandes elementos de estímulo) e estão relacionadas a respostas a objetos com baixo contraste e mudanças rápidas nos estímulos, enquanto as células PC são estimuladas para altas frequências espaciais (ou seja, pequenos elementos de estímulo) e são relativamente insensíveis ao processamento de movimento que muda lentamente, padrões ou objetos claramente definidos e canal cromático vermelho-esverdeado (Costa, 2013), ou seja, as primeiras têm respostas mais rápidas e mais transitórias do que as últimas (Kandel et al., 2014). Já as células KC também são ativadas para baixas frequências espaciais, altas frequências temporais e um subgrupo específico (K3) está relacionado ao canal cromático azul-amarelo (Costa, 2013).

A informação numérica passa por diferentes estruturas anatômicas e estágios de processamento no encéfalo antes de ser transformada em um formato adequado para a percepção de numerosidade (Fornaciai & Park, 2018). A principal aferência para o córtex visual primário é a via geniculoespinal, que provém de duas vias paralelas que se originam nas camadas magnocelular e parvocelular do LGN. Essas vias visuais paralelas transmitem informações distintas para o córtex visual (Kandel et al., 2014).

A via ventral transmite informações sobre qual é o estímulo (*what*) e as propriedades visuais, incluindo forma e cor, que permitem distingui-los. Essa via de identificação e reconhecimento de objetos se estende desde o córtex visual primário até o lobo inferotemporal (Kandel et al., 2014).

A via ventral do córtex visual inclui áreas com forte ativação para estímulos visuais como faces, partes do corpo, formas de objetos, letras e

números (Abboud et al., 2015). Por essa característica, o código visual arábico está associado a ativação de regiões occipitotemporais ventrais inferiores bilaterais pertencentes à via visual ventral (Dehaene, 1992). A manipulação de informações numéricas apresentadas visualmente por meio de dígitos arábicos é frequentemente correlacionada com a área da forma do número (*Visual Number-Form Area*, VNFA) localizada no giro occipitotemporal (Skagenholt et al., 2018), mais especificamente no giro temporal inferior direito (*right Inferior Temporal Gyrus*, rITG) no lobo occipital (Shum et al., 2013).

A via dorsal possui células seletivas para a direção do movimento e transporta informações sobre onde está o estímulo (*where*), que permitem localizar objetos no espaço e agir em relação a eles. Essa via de orientação visual dos movimentos conecta o córtex visual primário com o lobo parietal e, então, com os lobos frontais. Essa via se subdivide em dois fluxos: um ramo dorsal (dorsodorsal), que está envolvido com o controle dos movimentos, e um ramo ventral (ventrodorsal), que está associada à percepção espacial e com as transformações visuomotoras necessárias para interagir com os objetos (Kandel et al., 2014).

Estudos de ressonância magnética funcional (*functional Magnetic Resonance Imaging*, fMRI) e eletroencefalograma (EEG) usando um paradigma de visualização passiva mostraram que o cérebro de bebês e crianças, particularmente no córtex parietal posterior ou mais amplamente na via dorsal, é sensível a mudanças na numerosidade (Hyde & Spelke, 2011).

Em síntese, enquanto a via ventral está envolvida na codificação da forma e identidade das magnitudes, a via dorsal está associada a codificação das informações quantitativas delas, incluindo tamanho, número e posição espacial (Chinello et al., 2013).

Essas vias não são exclusivamente independentes, e estão interligadas de maneira que as informações são compartilhadas. Por exemplo, a informação sobre o movimento na via dorsal pode contribuir para o reconhecimento de objetos por meio de pistas cinemáticas. A informação sobre os movimentos no espaço derivados de áreas na via dorsal é, portanto, importante para a percepção da forma do objeto e é enviada para a via ventral. A interação entre as vias é o mecanismo pelo qual diversas características visuais – cor, forma,

profundidade e movimento – estão interligadas, conduzindo a uma percepção visual unificada (Kandel et al., 2014).

O córtex visual adquire informações provenientes das cenas do ambiente, analisa essas informações em superfícies e contornos pertencentes a objetos individuais e separa esses objetos de seu plano de fundo. Esse processo envolve a análise simultânea de propriedades locais, como orientação, direção de movimentos e cor, bem como a integração dessas propriedades em todo o espaço. As áreas visuais do córtex podem ser diferenciadas tanto por sua representação do espaço visual, conhecido como um mapa retinotópico, como pelas propriedades funcionais de seus neurônios. O córtex visual primário *V1* desempenha um papel relevante na identificação dos limites dos objetos, integração de contorno e segmentação de superfícies, o córtex visual secundário *V2* analisa as propriedades relacionadas com as superfícies de objetos, a área visual *V3* apoia a codificação perceptual da numerosidade (Fornaciai & Park, 2018), a área visual *V4* integra informações sobre cor com forma do objeto, e a área temporal média *V5* incorpora sinais de movimento no espaço (Kandel et al., 2014).

Estudos sugerem que lesões em alguma das estruturas dessas vias visuais, que estejam associadas a prejuízos no reconhecimento de padrões e na percepção visual dos números, resultam invariavelmente em algum tipo de comprometimento no aprendizado da matemática. Por exemplo, a agnosia visual de números, uma disfunção da região temporoparietal (Sierles, 2012), prejudica o reconhecimento visual dos números (Shaw, 2009). Ashkenazi et al. (2013) demonstraram que dificuldades de reconhecimento de padrões em pacientes com discalculia apresentam um papel significativo no déficit de desempenho em tarefas de subitização e contagem.

A relação do sistema visual com a matemática será mais bem compreendida ao término desse capítulo, onde será descrita a habilidade da integração visuoespacial.

2.3. Psicofísica das magnitudes numéricas

A sensibilidade dos sistemas sensoriais aos estímulos é descrita matematicamente por um limiar de discriminabilidade, conforme as

comprovações empíricas dos experimentos psicofísicos do médico Ernst H. Weber (Dehaene, 2003). De acordo com a lei de Weber, o limiar de discriminação de um estímulo é proporcional a sua intensidade (Kandel et al., 2014). A razão entre a magnitude mental e a própria grandeza física (Stevens, 1957), é denominada fração de Weber (Lavoie & Grondin, 2004) e indica a precisão da representação mental da grandeza (Halberda & Odic, 2015). Quanto menor a fração de Weber, maior é a sensibilidade à discriminabilidade de magnitudes (Piazza et al., 2004). Essa discriminação sensorial é a capacidade de perceber semelhanças e/ou diferenças entre os estímulos e dar significado às características deles (Miller et al., 2007).

Além da percepção da magnitude, que constitui as raízes do pensamento matemático e está relacionada com a discriminação quantitativa (Collins, 2007), o processamento sensorial também possui um papel importante na representação e integração da magnitude. As representações perceptuais e neurais do número estão diretamente relacionadas. Evidências comportamentais, eletrofisiológicas e de imageamento cerebral sobre processamento numérico (Dehaene & Changeux, 1993; Kersey & Cantlon, 2017; Wood & Spelke, 2005) mostraram uma relação entre a percepção e a codificação da numerosidade, entre as sintonias perceptual e neural, e entre as sensibilidades neural e perceptiva.

A representação mental de um estímulo é um isomorfismo entre a entidade física e o sinal neural, isto é, um constructo psicológico construído a partir de uma experiência sensorial e que constitui a assinatura mental dele (Holyoak & Morrison, 2005). A representação de uma magnitude é o processo de interpretação, expressão e operação do estímulo quantitativo no cérebro (Di & Chun, 2017).

A representação mental da sensação foi descrita matematicamente a partir de evidências empíricas de experimentos psicofísicos pelo filósofo e físico Gustav T. Fechner (Dehaene, 2003). Segundo a lei de Fechner, a representação mental da magnitude S de uma sensação é uma função logarítmica da intensidade do estímulo físico I (Siegler & Opfer, 2003):

$$S = k \cdot \log(I) \quad (1)$$

Esta relação psicofísica enunciada por Fechner (1860) descreve a percepção da intensidade do estímulo, relacionando as propriedades do estímulo com a dimensão da sensação (Kandel et al., 2014). Com base nessa lei, o mapeamento de uma magnitude objetiva do mundo físico para sua equivalente subjetiva no plano mental é logarítmico. Assim, o código neural para grandezas quantitativas pode ser descrito por uma escala logarítmica. Essa lei é importante para esse trabalho, pois descreve as representações de magnitudes para números e quantidades (Dehaene, 2011; Siegler & Opfer, 2003).

O processamento numérico é uma habilidade complexa que envolve e está relacionado a diversos mecanismos inter-relacionados (Kaufmann et al., 2013), como a percepção de grandezas, a compreensão, representação e produção de números, e a manipulação e comunicação das informações numéricas (Sandberg, 2019).

Durante a década de 1990, houve muito debate sobre a representação de números e diversos modelos da arquitetura funcional e anatômica foram propostos para explicar o processamento de números. Dentre eles destacam-se os modelos de McCloskey, de Noël e Seron, de Campbell e Clark, e de Dehaene (Cipolotti & Butterworth, 1995; Cohen & Dehaene, 2000; McCloskey, 1992).

2.4. Modelo do código triplo

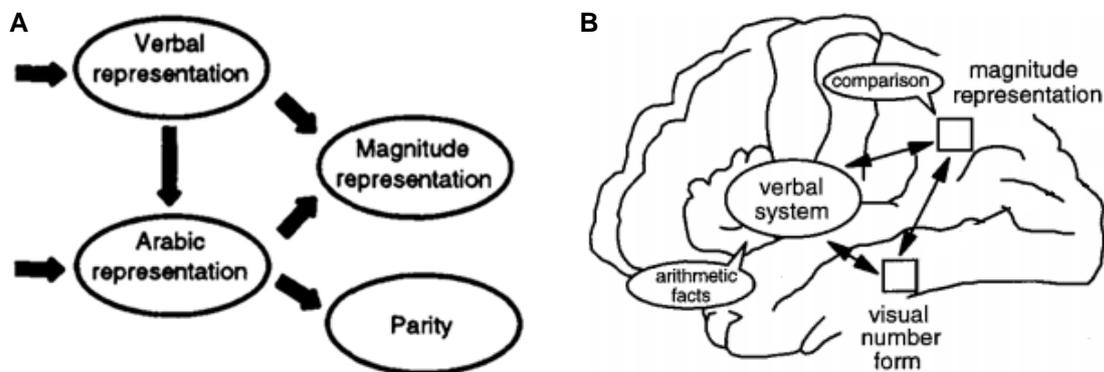
Nesse trabalho, será adotado o modelo de código-triplo (*Triple-Code Model*, TCM) proposto pelo neurocientista cognitivo francês Stanislas Dehaene (Dehaene & Cohen, 1991) por ser considerado o modelo neurocognitivo mais adequado para análise das bases neuropsicológicas do processamento de números e dos substratos neurais associados à cognição matemática (Schmithorst & Brown, 2004).

Essa estrutura enfatiza o papel central da representação de magnitudes no processamento mental e sugere a existência de três códigos neurais com formas, funções e arquiteturas anatômicas distintas, mas neurologicamente conectados (Dehaene, 1992; Sandberg, 2019), para representar e manipular as quantidades e os números no cérebro humano: (a) uma estrutura verbal e auditiva, (b) uma forma visual e não-verbal de algarismos arábicos; e (c) uma representação da magnitude analógica (Dehaene & Cohen, 1995, 1997).

No TCM, os estímulos quantitativos são representados simbolicamente na modalidade verbal-auditiva como palavras faladas (por exemplo, "três") e no modo visual como algarismos arábicos (por exemplo, "3") e palavras escritas possuem efeitos diferenciados sobre a memória de trabalho. Os números e as quantidades são representadas de modo não-simbólico (por exemplo, "◆◆◆") como magnitudes analógicas (Dehaene & Cohen, 1995; Malone et al., 2019; Skagenholt et al., 2018).

O TCM é um modelo de múltiplas rotas de processamento numérico (Dehaene, 1992). Ele prevê caminhos de processamento e substratos neurais distintos em função da entrada, complexidade das tarefas, operações mentais realizadas (Sandberg, 2019) e da saída resultante (Siemann & Petermann, 2018).

Figura 1 – *Esquemático da arquitetura anatômica e funcional do Modelo do Código-Triplo*



Nota. A Figura 1 ilustra o modelo do código-tríplo de Dehaene. A Figura 1A mostra o diagrama esquemático da representação e do processamento de números em uma tarefa de julgamento de paridade (Chochon et al., 1999), enquanto a Figura 1B caracteriza o fluxo de representação e processamento numérico no encéfalo em tarefas de comparação de magnitude e de aritmética (Dehaene et al., 1993).

2.4.1. Código visual arábico

A capacidade de usar símbolos para descrever representações mentais é uma invenção cultural importante na evolução da civilização humana. Particularmente, no domínio numérico, o desenvolvimento de sistemas simbólicos (código visual arábico e código verbal) para representar quantidades permitiu a manipulação de números com maior precisão (Chochon et al., 1999).

O código arábico representa visualmente e manipula de forma asemântica os números no formato arábico (Dehaene & Cohen, 1991). Esse

tipo de representação está associado a símbolos visuais na forma de palavras e algarismos arábicos. Nesse código, os números são representados e codificados mentalmente como sequências de dígitos (Chochon et al., 1999; Pinel et al., 2001). O sistema de numeração arábico é uma invenção cultural. Desse modo, a capacidade de processamento de números simbólicos não é inata e depende do aprendizado dessa linguagem simbólica e do mapeamento entre as magnitudes e os numerais arábicos (Dehaene, 1992).

O formato representacional preciso dos símbolos dos algarismos arábicos permite a execução de operações com numerais de vários dígitos (Sandberg, 2019). De acordo com McCloskey (1992), as palavras e os números arábicos escritos são traduzidos em representações mentais abstratas de magnitudes, que são manipuladas durante as operações matemáticas e, em seguida, convertidas em números verbais ou arábicos.

Embora as letras e os símbolos numéricos sejam muito semelhantes por seus aspectos visuais (por exemplo, a letra “O” e o número “0”) e distingam-se apenas por uma convenção cultural, e que o desenvolvimento da linguagem e da alfabetização contribuam para o aprimoramento da representação e do processamento de números simbólicos (Dehaene, 1992), estudos sobre acalculia (Guttmann, 1937), afasia (Guttmann, 1937) e outros transtornos de processamento de palavras (Anderson et al., 1990) fornecem evidências da existência de dissociação neuropsicológica entre o processamento de letras e números. As letras ativam a área da forma da palavra (*Visual Word-Form Area*, VWFA), enquanto os símbolos numéricos a área da forma do número (VNFA; Abboud et al., 2015).

2.4.2. Código verbal

Além do código visual arábico, o código verbal é outro sistema simbólico dedicado à representação de números. Esse sistema é baseado principalmente nas palavras numéricas. Nesse tipo de código, os números são codificados como sequências de palavras organizadas sintaticamente (por exemplo, vinte e um). Esse código permite a compreensão e a produção dos numerais falados (Chochon et al., 1999).

A notação numérica verbal é utilizada pela contagem verbal e pela recuperação de fatos aritméticos (Dehaene & Cohen, 1991).

O processamento da linguagem em adultos depende de redes cerebrais especializadas localizadas principalmente no hemisfério esquerdo, ao redor da fissura silviana (Dehaene-Lambertz, 2011). Estudos sobre processamento numérico evidenciam que áreas perissilvianas do hemisfério esquerdo e regiões do giro angular (*Angular Gyrus*, AG) esquerdo apoiam a manipulação de números na forma verbal (Dehaene-Lambertz, 2011; Dehaene et al., 2003).

2.4.3. Código da magnitude analógica

No TCM, os algarismos arábicos escritos e as palavras numéricas faladas e escritas não contêm conteúdo semântico. O significado do número, que inclui a cardinalidade, mas não se limita somente a ela, é associado à representação não-simbólica da magnitude analógica (Dehaene & Cohen, 1995).

A representação de quantidades e números no cérebro pode ser ilustrada por uma “linha mental” (*Mental Number Line*, MNL; (Dehaene, 2011; Moeller et al., 2015). O código da magnitude analógica representa grandezas quantitativas na MNL (Chochon et al., 1999; Dehaene, 1992). Essa codificação é realizada por um mecanismo inato de processamento geral de magnitudes denominado sistema aproximado de números (*Approximate Number System*, ANS; Dehaene & Cohen, 1995). Assim, a representação e o processamento básicos de números e quantidades possuem uma natureza pré-verbal e estão presentes nos bebês antes do desenvolvimento da linguagem ou da aquisição de conhecimentos por instrução formal ou informal (Dehaene, 1992).

Esse código semântico suporta as operações de comparação de magnitudes (Dehaene et al., 1990), estimativa de numerosidades (Dehaene & Cohen, 1995), subitização (Dehaene & Cohen, 1995) e manipulações de quantidades (Chochon et al., 1999). Por exemplo, quando um conjunto de objetos visuais ou auditivos é apresentado, sua numerosidade é extraída por subitização e estimativa, e representada na MNL (Dehaene & Cohen, 1995).

Estudos de neuroimagem indicam que as regiões parietais são ativadas durante o processamento de números (Naccache & Dehaene, 2001; Pinel et al., 2001). Particularmente, o código da magnitude analógica está associado à

ativação de regiões parietais inferiores bilaterais (Chochon et al., 1999; Schmithorst & Brown, 2004; Stanescu-Cosson et al., 2000). Os resultados de pesquisas, incluindo meta-análises (Cohen Kadosh et al., 2008) e de neuroimagem (Wei et al., 2014) sugeriram que o sulco intraparietal bilateral (*IntraParietal Sulcus*, IPS) constitui o módulo central inato de processamento semântico de quantidades e números (Dehaene et al., 2003). Harvey et al. (2013) propuseram que o IPS funciona como um centro semântico para o senso numérico. Outras evidências indicaram que o IPS direito é o local da MNL (Dehaene et al., 2003).

2.5. Linha mental de números

De acordo com o TCM, as quantidades e os números são representados no cérebro humano em um *continuum* de formato analógico (Dehaene et al., 1993, 2003). Em outras palavras, a magnitude é representada ao longo de uma linha mental de números (Dehaene, 2011; Moeller et al., 2015). Embora poucos indivíduos pensem nos números em termos espaciais (Seron et al., 1992), evidências psicofísicas (Moeller et al., 2015; Tam et al., 2019) e neuropsicológicas de pacientes com negligência hemiespacial (Marshall & Halligan, 1989) sugerem que a representação neural de grandezas quantitativas tem uma natureza espacial.

A MNL, também chamada de “reta mental de números” (Dehaene, 2011; Moeller et al., 2015), relaciona a magnitude e a representação espacial dela (Dehaene et al., 2003; Moeller et al., 2015) por meio de um mapeamento entre a representação do número e a localização dele na linha mental espacialmente orientada (Santens & Gevers, 2008).

Em geral, os números são representados, codificados e organizados espacialmente em ordem crescente ao longo dessa linha mental analógica horizontal (Dehaene, 2011; Dehaene et al., 2003; Di Giorgio et al., 2019; Moeller et al., 2015). Nas culturas ocidentais (Ebersbach, 2015), os valores menores são exibidos à esquerda dos maiores na reta numérica quando é disposta na horizontal (Winter et al., 2015), e acima quando orientada verticalmente.

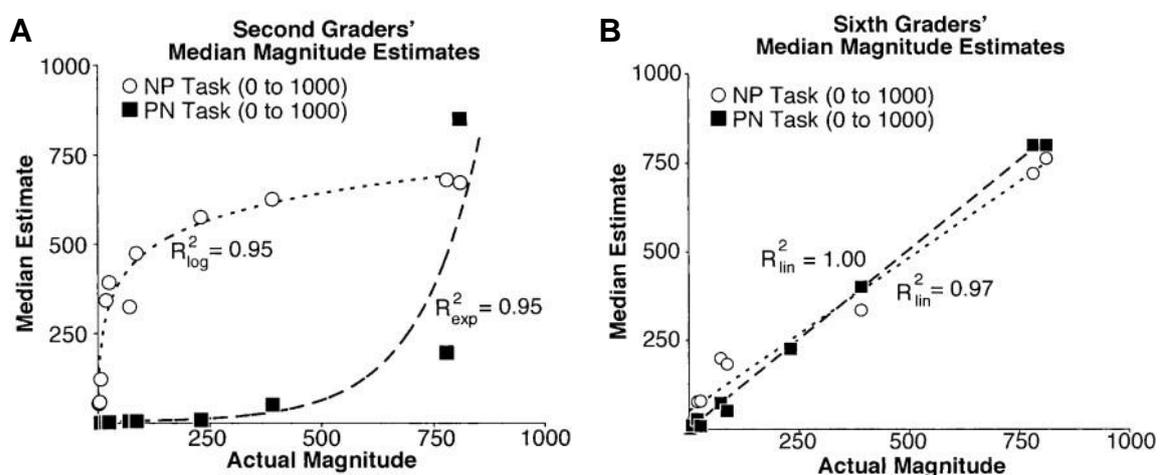
A MNL é comprimida e escalonada logaritmicamente (Dehaene, 2003). Evidências comportamentais e neurais (Dehaene, 2003; Nieder & Miller, 2003)

revelaram que o código neural para o número é mais bem descrito por uma escala (psicológica) logarítmica, que segue a lei de Weber-Fechner. Logo, quando uma numerosidade n é percebida, gera-se uma ativação na MNL situada no ponto $\log(n)$ (Izard & Dehaene, 2008). Essa ativação em torno de $\log(n)$ apresenta uma curva de distribuição gaussiana, conforme proposto por Thurstone (1927). A medida da dispersão das ativações na MNL, que reflete o nível geral de ruído inerente às representações de numerosidades, ou seja, a precisão da representação mental de grandezas quantitativas (Halberda & Odic, 2015), é intitulada de fração de Weber (Izard & Dehaene, 2008).

A acuidade numérica é progressivamente refinada ao longo da infância, atingindo a capacidade observada no adulto no início da adolescência (Halberda & Feigenson, 2008). Essa evolução ocorre porque a numerosidade é inicialmente representada em uma escala logarítmica (aproximada) e muda para uma representação linear (precisa) com educação e treinamento formal com um sistema simbólico de números (Siegler et al., 2009; Siegler & Opfer, 2003).

A Figura 2 exibe o padrão de representação das magnitudes numéricas de crianças. A representação de magnitudes pode ser determinada pela tarefa da estimativa da linha de números. Por essa razão, a tarefa da reta numérica, tanto na versão número-para-posição (NP) quanto na variante posição-para-número (PN), é frequentemente utilizada para medir o conhecimento das magnitudes numéricas.

Figura 2 – Padrão de representação das magnitudes numéricas



Nota. Booth & Siegler, 2008.

A Figura 2 exibe as estimativas de crianças nas tarefas NP e PN para o intervalo numérico entre 0 e 1000. Estudantes franceses do segundo ano apresentam predominantemente um padrão logarítmico de representação das magnitudes (Figura 2A) nessa faixa de valores, enquanto os do sexto ano é linear (Figura 2B).

O desenvolvimento da MNL é vital para o aprendizado da matemática (Zhu et al., 2017). Uma anomalia na maturação da linha mental de números tem implicações na aquisição do conhecimento matemático durante os anos escolares.

2.6. Efeitos numéricos

Uma das questões mais importantes na área de processamento de números é como eles são representados na memória (Zhou et al., 2008). Os efeitos numéricos do tamanho, da distância, da associação espacial-numérica dos códigos de resposta (*Spatial-Numerical Association of Response Codes*, SNARC) e da congruência de tamanho são alguns tipos de influência sobre a representação e o processamento mental de magnitudes existentes na literatura (Coulter & Grewal, 2014; Dehaene et al., 1993).

2.6.1. Efeito da distância

O efeito da distância de números (*distance effect*) constitui em um aumento sistemático no desempenho da diferenciação numérica em função da ampliação do intervalo entre os valores (Dehaene, 2001). Tecnicamente, essa influência é a diminuição logarítmica das taxas de erro e dos tempos de resposta/solução, consideradas medidas de fluência matemática, a partir de uma diferença crescente das duas numerosidades a serem comparadas (Schneider, Merz, et al., 2018). Em outras palavras, a precisão e a velocidade de indivíduos na comparação de magnitudes diminuem de forma logarítmica à medida que a razão dos números se aproxima de 1 (Dehaene et al., 1990). As representações de valores quantitativos com distâncias mais próximas se sobrepõem mais e, portanto, são mais difíceis de discriminar do que as representações de grandezas mais distantes (Siegler & Opfer, 2003).

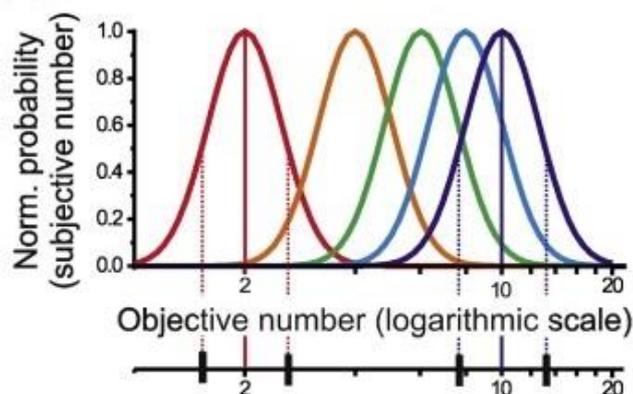
Evidências empíricas (Lipton & Spelke, 2003; McCrink & Wynn, 2007) mostram que, em uma tarefa de comparação de dois números, a distinção é mais precisa e rápida entre valores distantes do que entre valores próximos. Por exemplo, uma comparação entre os números 10 e 90 é mais rápida e menos sujeita a erros do que entre 89 e 90 (Dehaene, 2001).

A representação das grandezas analógicas na MNL explica o efeito da distância. Segundo o modelo de rede neural de Dehaene e Changeux (1993), o número pode ser representado e codificado corticalmente por uma população de neurônios, cada um sintonizado com uma quantidade. Um grande conjunto de pesquisas (Ansari, 2012; Libertus & Brannon, 2010) sugeriram que as magnitudes são posicionadas na reta numérica mental, sendo que o padrão de ativação de cada valor segue uma distribuição gaussiana que atinge o pico no número e diminui conforme se distancia dele.

Assim, valores que são numericamente mais contíguas terão mais sobreposição do que as grandezas que são mais afastados. Conseqüentemente, como os números são representados de forma espacial, uma distância maior entre eles implica em uma discriminação mais fácil, precisa e rápida. A Figura 3 revela que a sobreposição de curvas de ativação entre os valores 2 e 10 é menor do que entre 9 e 10.

Esse fenômeno está relacionado com a representação de magnitudes na MNL e revela que a diferenciação de números e quantidades segue os princípios psicofísicos de Weber e Fechner (Dehaene, 2001).

Figura 3 – Efeito da distância



Nota. Nieder, 2020.

Essa tendência é designada de "efeito semântico da distância" porque o desempenho depende apenas da proximidade numérica e não do formato como os números são apresentados (por exemplo, algarismos arábicos, palavras escritas ou faladas, ou mesmo padrão de pontos (Foltz et al., 1984).

A manifestação desse viés foi verificada em diferentes experimentos, tarefas e populações (Lipton & Spelke, 2003; McCrink & Wynn, 2007) e com números em distintos formatos: não simbólico (Buckley & Gillman, 1974), algarismo arábico (Dehaene et al., 1990) e verbal (Koechlin et al., 1999). Especialmente, na NLET, essa interferência é muito evidente: o esforço de precisão e tempo para discriminar dois números reduzem em consequência do aumento da distância entre eles (Vos et al., 2014).

Estudos comportamentais com animais não humanos (Dehaene & Changeux, 1993) e humanos, incluindo nenéns, jovens e adultos (Duncan & McFarland, 1980) demonstram a presença desse fenômeno na representação de magnitudes. Pesquisas com bebês em experimentos de habituação³ e de violação de expectativa para investigar a discriminação numérica revelaram a existência do efeito da distância já no início da vida (Lipton & Spelke, 2003; Wood & Spelke, 2005).

O efeito da distância, como uma medida do processamento intencional da grandeza do número, causou o padrão de ativação frontoparietal tipicamente observado para a cognição numérica (Klein et al., 2018). Essa interferência modula a intensidade da ativação intraparietal e pode ser observado em evidências da codificação da MNL (Pinel et al., 1999). Estudos sobre comparação e processamento de números (Dehaene et al., 2003; Pinel et al., 2001) comprovaram essa atuação no segmento horizontal anterior direito do sulco intraparietal (*Horizontal segment of the IntraParietal Sulcus*, HIPS). O HIPS é ativado em condições que enfatizam o processamento de quantidades (Stanescu-Cosson et al., 2000) e comparações de dimensão do tamanho físico, seja numérico ou físico (Zorzi et al., 2002). Holloway e Ansari (2010) observaram

³ A habituação constitui um tipo de aprendizagem em que a exposição repetida e contínua a um estímulo (geralmente um padrão visual ou sonoro), ao longo de uma sequência de tentativas, reduz a atenção a esse estímulo. Em outras palavras, o estímulo deixa de ser novidade, a familiaridade gera perda de interesse, torna a resposta mais lenta ou faz cessá-la. Por outro lado, a desabituação consiste no aumento da resposta depois da apresentação de um novo estímulo. Assim, um novo estímulo, como uma nova imagem ou som, recupera a atenção do participante (Papalia, Martorell, & Feldman, 2014).

uma maior ativação neural do IPS em resposta a pequenas distâncias numéricas em comparação com grandes intervalos.

2.6.2. Efeito do tamanho

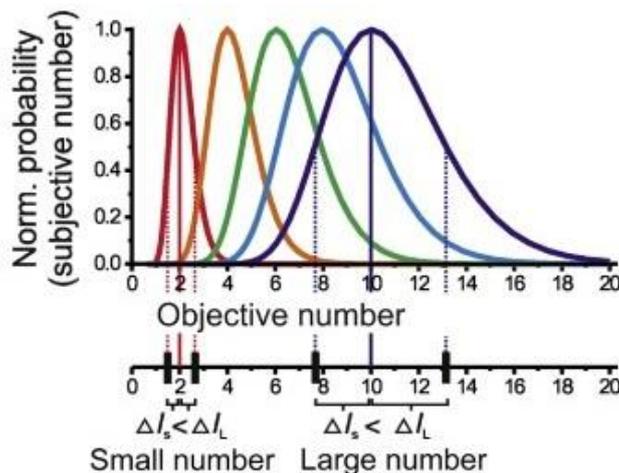
O efeito do tamanho do número (*size effect*), também denominado efeito da razão numérica, consiste em uma diminuição sistemática no desempenho da discriminação numérica à medida que os valores aumentam (Dehaene, 2001). Uma explicação mais técnica dessa característica é a diminuição logarítmica das taxas de erro e dos tempos de solução com uma razão crescente das duas numerosidades a serem comparadas (Schneider, Merz, et al., 2018). Em outras palavras, as representações de número implicam em maior variabilidade escalar com magnitude crescente; portanto, as comparações para uma certa distância numérica dada serão mais lentas e menos precisas quanto maior a grandeza (Siegler & Opfer, 2003).

Os resultados de diversos experimentos (Antell & Keating, 1983; Strauss & Curtis, 1981) demonstraram que, em uma tarefa de comparação de dois números, a distinção é mais difícil e lenta entre valores grandes do que entre quantias pequenas para uma mesma distância numérica. Assim, à medida que os números ficam maiores, uma distância numérica maior entre eles é necessária para atingir o mesmo nível de discriminação. Por exemplo, uma comparação entre os números 8 e 9 é mais lenta e mais sujeita a erros do que entre os valores 1 e 2 (Dehaene, 2001).

A influência do tamanho ocorre porque o desvio padrão da distribuição gaussiana de cada magnitude está correlacionada positivamente com o seu tamanho, isto é, há um aumento da largura da curva de ajuste da grandeza em função do seu tamanho (Ansari, 2012). Em outras palavras, as distribuições de ativação na MNL são mais sobrepostas para valores maiores do que para as menores (Zorzi & Butterworth, 2020).

A Figura 4 mostra que a dispersão em torno do número 2 é muito menor do que a do valor 10. Esse efeito, assim como o da distância, está associado com a representação numérica na MNL e mostra também que a discriminação de numerosidades é consistente com as leis de Weber e Fechner (Dehaene, 2001).

Figura 4 – Efeito do tamanho



Nota. Nieder, 2020.

Embora os efeitos do tamanho e da distância sejam altamente correlacionados, o primeiro explica melhor a variabilidade no desempenho (por exemplo, precisão e tempo de reação) durante a comparação de magnitudes do que o segundo (Moyer & Landauer, 1967). Por exemplo, as comparações entre os números 1 e 2 e os valores 11 e 12 apresentam a mesma distância numérica, mas razão diferente. Assim, o efeito da distância preveria tempos de resposta semelhantes para ambos os pares, ao contrário do efeito do tamanho.

A ocorrência dessa influência foi observada em distintos experimentos, tarefas e populações (Lipton & Spelke, 2003; McCrink & Wynn, 2007) e com números em diversos formatos: não simbólico (Buckley & Gillman, 1974), algarismo arábico (Dehaene et al., 1990) e verbal (Koechlin et al., 1999). Particularmente, na NLET, essa interferência é muito perceptível: o esforço de precisão e tempo para estimar as magnitudes aumentam em função de seus tamanhos (Pinhas et al., 2010).

Evidências empíricas obtidas em pesquisas da psicologia experimental e comparativa com animais não humanos (Dehaene & Changeux, 1993) e humanos, incluindo bebês, adolescentes e adultos (Duncan & McFarland, 1980) comprovam essa manifestação na representação e processamento de números.

Assim como ocorre com o efeito da distância, a modulação da amplitude da ativação intraparietal é influenciada também pelo efeito do tamanho e pode ser comprovado nos correlatos neurais da codificação da MNL (Pinel et al., 1999).

3. Senso de números

O senso de números envolve a representação, comparação, manipulação, processamento e compreensão de magnitudes (Dehaene, 2011) e os cálculos elementares (Dehaene et al., 1998). Estudos mostraram que o conhecimento de números é um poderoso preditor de aprendizagem posterior (Duncan et al., 2007). Esses estudos sugerem que o desenvolvimento das habilidades numéricas na infância é precursor do aprendizado e desempenho matemático. Butterworth et al. (2011) sugeriu que um déficit no sentido numérico é o ponto central da teoria da discalculia.

A avaliação do senso de números no início da escolarização permite o diagnóstico precoce de dificuldades na aprendizagem da matemática e o desenvolvimento de intervenção apropriada, sendo a tarefa de estimativa numérica um dos instrumentos mais comumente utilizados. Compreender os mecanismos neurais das habilidades cognitivas do senso de números, monitorá-los e avaliá-los ao longo da trajetória escolar são fundamentais para a aprendizagem matemática.

3.1. Subitização

A subitização é uma atividade comum no dia a dia das pessoas, que tem importância prática na vida pessoal e cotidiana (Liu et al., 2020). O desenvolvimento desse processo de enumeração torna-se crítico também em outras esferas, como na acadêmica, e mostra-se importante precursor do progresso da criança no desenvolvimento de habilidades matemáticas (Yun et al., 2011). Interessante observar que a subitização é uma das competências quantitativas mais básicas, já presente em bebês humanos e vários animais não humanos (Bloechle et al., 2018).

O termo subitização foi introduzido por Kaufman em 1949 para descrever o julgamento rápido, confiável e preciso da numerosidade de conjuntos de elementos apresentados por curtas durações. Eles observaram que esse processo, diferente da contagem e da estimativa, era restrito a matrizes com 6 ou menos elementos (Kaufman et al., 1949). Estudos sugerem que a subitização é um mecanismo perceptual multimodal para enumeração de pequenas numerosidades (Jevons, 1871; Riggs et al., 2006).

Os processos de enumeração exata dependem da interação de vários processos perceptuais e numéricos e são influenciados pela magnitude e arranjo (Akbari et al., 2022). Arranjo espacial e tamanho do conjunto influenciam a codificação de quantidades não simbólicas na subitização (Bloechle et al., 2018).

Como a subitização é realizada principalmente em resposta a estímulos visuais, ela é influenciada por propriedades como comprimento do contorno, área cumulativa de superfície, agrupamento (Akbari et al., 2022), diâmetro do estímulo e simetria (Mandler & Shebo, 1982). Dados comportamentais e de potenciais cerebrais relacionados a eventos (*Event-Related brain Potentials*, ERPs) sugerem que o agrupamento é um fator importante para uma enumeração mais exata e influencia o processamento automático durante esse processo (Akbari et al., 2022).

Segundo Trick e Pylyshyn (1993), a subitização é um processo rápido de enumeração (40-120 ms), que apreende de forma imediata, exata e sem esforço pequenas numerosidades por meio de comparações rápidas e pré-verbais de magnitude analógica (Desoete et al., 2009).

Na faixa de subitização, o tempo de resposta às numerosidades é baixo, sendo minimamente afetado pela quantidade de itens (Gliksman & Henik, 2014). Resultados de estudos de neuroimagem e neuropsicologia sugerem a existência de um mecanismo paralelo rápido para subitização, em contraste ao processamento sequencial de números na contagem. Por isso, a subitização ocorre muito mais rapidamente do que a contagem. Julgamentos de numerosidade dentro da faixa de subitização produzem enumerações precisas (Cai et al., 2021) e quase sem erros (<3%) (Liu et al., 2020).

Na tarefa de subitização, o participante precisa determinar a numerosidade em um pequeno conjunto de objetos. Uma das limitações da versão de papel e lápis da tarefa de subitização é que, em vez de depender do sistema de rastreamento de objetos (*Object Tracking System*, OTS; Kaufman et al., 1949), os participantes podem contar os estímulos na página, usando até mesmo o dedo para orientar sua atenção (Torfs et al., 2014). O OTS é um sistema cognitivo evolutivamente antigo (Brannon, 2006) de domínio geral. Ele é responsável pela identificação, representação e rastreamento de objetos (individuais) através do espaço e do tempo (Anobile et al., 2019).

Embora a subitização e a estimativa compartilhem um mecanismo neural comum de representação de numerosidade e processamento de magnitude em uma ampla faixa, os resultados de estudos sobre numerosidade sugerem que pequenas numerosidades na faixa de subitização são representadas e codificadas de forma diferente no cérebro do que numerosidades grandes (Cai et al., 2021).

3.2. Estimativa numérica

A estimativa é definida, por Siegler e Booth (2005), como um processo de tradução entre representações quantitativas alternativas, onde pelo menos uma delas não é exata. A estimativa numérica, em particular, envolve no mínimo uma representação numérica (Siegler & Booth, 2005). Essa capacidade consiste em uma rápida aproximação da magnitude sem a necessidade de realização de cálculos exatos (Dowker, 1992).

A estimativa numérica tem importância prática na vida cotidiana das pessoas (Duro & Dorneles, 2019c; Schneider, Merz, et al., 2018). Ao longo do dia, as pessoas realizam com frequência estimativas de tempo, distância, esforço e dinheiro (Siegler & Booth, 2004). As crianças, em particular, estimam o tempo para atravessar uma rua ou a dimensão da linha desenhada pela professora na lousa para reprodução no caderno (Star & Rittle-Johnson, 2009).

A estimativa numérica pode ser empregada para distintas funções e aplicações: para estimar a quantidade de um conjunto de elementos (estimativa de numerosidade, *numerosity estimation*), para prever o resultado de um cálculo (estimativa computacional, *computational estimation*), para inferir o comprimento de uma linha (estimativa de medição, *measurement estimation*) e para determinar a posição de um número na reta numérica (estimativa da linha de números, *number line estimation*) (Duro & Dorneles, 2019b).

As ferramentas para avaliação da estimativa numérica mais frequentemente aplicadas são a tarefa de estimativa de quantidades (*Numerosity Estimation Task*, NET) e a tarefa de estimativa da linha de números (*Number Line Estimation Task*, NLET; Duro & Dorneles, 2019c; Ebersbach et al., 2015).

3.2.1. Estimativa de numerosidade

A estimativa de numerosidade, também denominada estimativa de quantidades (Duro & Dorneles, 2020), é a capacidade de estimar a numerosidade de um conjunto grande de objetos em um curto tempo de apresentação dos estímulos (Dorneles et al., 2017). Ao contrário da subitização, a estimativa de quantidades é um processo de enumeração impreciso (Dehaene, 1992).

A estimativa numérica está sujeita aos princípios psicofísicos da lei de Weber-Fechner (Revkin et al., 2008) como, por exemplo, os efeitos de tamanho e distância entre os números (Dehaene, 2001). Os julgamentos de numerosidade tornam-se cada vez menos precisos à medida que a quantidade aumenta (Izard & Dehaene, 2008) assim como números próximos são mais difíceis de serem discriminados do que valores mais distantes (Siegler & Opfer, 2003).

Esses efeitos ocorrem porque o mecanismo responsável pela discriminação de grandes numerosidades – o sistema aproximado de números (ANS) – representa as magnitudes de forma analógica e aproximada (Dehaene, 2011). Com base na lei de Weber-Fechner, as magnitudes quantitativas são representadas no cérebro ao longo de uma linha de números (MNL), que é codificada em uma escala logarítmica (Dehaene, 2003). Desse modo, quando uma numerosidade n é percebida, gera-se uma ativação na MNL situada no ponto $\log(n)$ (Izard & Dehaene, 2008). Essa ativação apresenta uma curva de sintonia neural com modelo de distribuição normal e variabilidade, que reflete o nível de ruído inerente às representações de numerosidades (Dehaene, 2003; Dehaene & Changeux, 1993; Dehaene, 2007; Izard & Dehaene, 2008).

Denominada fração de Weber w , esse desvio-padrão da curva de ativação é proporcional à magnitude da numerosidade e indica a precisão da representação mental do estímulo quantitativo (Halberda & Odic, 2015). Quanto menor a fração de Weber, maior é a sensibilidade à discriminabilidade de magnitudes (Piazza et al., 2004). Indivíduos com dificuldades de aprendizagem da matemática apresentam uma fração de Weber maior, ou seja, possuem uma imprecisão nas representações analógicas de magnitude não simbólica. Os resultados de estudos sobre o ANS mostram que a acuidade desse mecanismo

aumenta ao longo da vida, com os participantes exibindo uma fração de Weber de 1,0 aos 6 meses, 0,5 aos 9 meses e 0,14 na idade adulta (Halberda & Feigenson, 2008).

Em um estudo sobre discriminação visual de magnitudes não simbólicas, Van Oeffelen e Vos (1982) encontraram um fração de Weber $w = 0,162$ em experimentos com adultos submetidos a numerosidades de até 37 pontos. Em outro trabalho sobre julgamento de numerosidades, Piazza et al. (2004) encontraram uma fração de Weber $w = 0,17$ para adultos submetidos a padrões de até 32 pontos. Mais recentemente, Anobile et al. (2013) encontraram uma fração de Weber $w = 0,15$ para adultos submetidos a padrões de 6 e 64 pontos em um estudo sobre percepção de numerosidade e densidade de magnitudes não simbólicas.

Cientes desse índice de sensibilidade em tarefas de identificação de numerosidade, pesquisadores (Attivo, 1979; Clayton, 1993; Paull, 1971; Siegel et al., 1982) têm investigado o padrão de respostas dos participantes em tarefas de estimativa e proposto critérios para avaliar a razoabilidade delas. Em suas pesquisas de doutorado, Paull (1971) e Attivo (1979) investigaram a capacidade de estimativa de alunos do ensino médio e de futuros professores de ensino fundamental e educação especial respectivamente e adotaram como critério de acerto uma estimativa dentro de 15% do valor real. Em outro estudo, Siegel (Siegel et al., 1982) avaliou as diferenças de desenvolvimento nas habilidades de estimativa de crianças dos ensinos fundamental e médio e de adultos com o propósito de desenvolver um modelo de estimativa com base no desempenho e utilizou como critério de acurácia uma estimativa dentro de 50% do valor real. Na década de 1990, com o propósito de estabelecer um parâmetro convergente diante dessa multiplicidade de critérios que inviabilizava a comparação dos resultados entre estudos experimentais, Clayton (Clayton, 1996; Clayton, 1993) propôs o Critério de Razoabilidade (*Criterion for Reasonableness*, COR) de 20% para tarefas de estimativa para quantidades inferiores a 100. Pesquisadores em estudos posteriores sobre estimativa numérica com crianças e adultos (Desli & Dimitropoulos, 2022; Desli & Lioliou, 2020; Eames et al., 2020; Luwel & Verschaffel, 2008) consideraram também um erro de estimativa de 20% aceitável.

3.2.2. Estimativa da linha de números

A estimativa da linha de números (*number line estimation*, NLE), também chamada por alguns autores (Duro & Dorneles, 2019b) de estimativa da reta numérica, é uma habilidade importante da cognição numérica (Piatt et al., 2016; Siegler & Booth, 2005), que possui um papel significativo na competência matemática (Piatt et al., 2016).

A NLE consiste na transcodificação de uma representação discreta e simbólica (verbal e visual arábica) de números para uma expressão não-simbólica e analógica de magnitudes (Duro & Dorneles, 2019b).

Em outras palavras, a NLE é a capacidade de representar números em uma linha física (Sullivan & Barner, 2014). Essa aptidão envolve o mapeamento entre valores numéricos e posições espaciais (Siegler & Booth, 2005), traduzindo a dimensão de um número em uma posição espacial na reta numérica (Siegler & Booth, 2004, 2005), sem a necessidade de conhecimento específico das unidades de medida (Siegler & Opfer, 2003).

3.2.2.1. Importância da estimativa da linha de números para o aprendizado da matemática

A NLE é importante como objeto de conhecimento da educação básica em matemática (Brasil, 2017; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2006), mas também como uma área de estudo em neurociência e psicologia cognitiva e educacional (Zorzi et al., 2002).

Além de sua aplicação prática na vida cotidiana, a NLE está correlacionada com o aprendizado, desempenho e competência matemática. Um conjunto amplo de pesquisas revelaram associações entre a reta numérica e habilidades matemáticas de distintas categorias: gerais, específicas, básicas e avançadas (Cohen & Sarnecka, 2014; Siegler & Opfer, 2003).

O desenvolvimento da NLE é importante para o aprendizado da matemática (Zhu et al., 2017). A precisão dessa aptidão está correlacionada à *performance* em matemática em diferentes tarefas e idades (Halberda et al., 2008) e pode ser aprimorada por meio de atividades que permitam experiências

de aprendizagem significativa sobre conceitos, representações e operações com números, como a reta numérica (Moeller et al., 2015).

A reta numérica é um conceito considerado central para organizar o conhecimento numérico (Siegler et al., 2009; Siegler & Lortie-Forgues, 2014). A capacidade das crianças de relacionar o número a uma abstração de magnitude contínua visualizada como uma linha física é amplamente aceita como preditiva de desempenho em matemática (Friso-van den Bos et al., 2015).

Evidências empíricas de múltiplos estudos (Nogues & Dorneles, 2019; Schneider, Merz, et al., 2018) revelaram que a NLE é um importante preditor do desempenho de crianças nessa disciplina e ainda prediz o aproveitamento futuro (Schneider et al., 2009).

A acuidade da NLE e o desempenho matemático são mutuamente preditivos um do outro (Friso-van den Bos et al., 2015). A NLE pode impulsionar o desempenho em matemática de crianças de diversas séries, especialmente nos anos iniciais (Zhu et al., 2017). Provas dessa associação bidirecional foram observadas na pontuação geral dos testes de matemática de estudantes da educação infantil e do ensino fundamental (Friso-van den Bos et al., 2015).

Em relação à competência matemática geral, estudos (Friso-van den Bos et al., 2015) apontaram relações preditivas bidirecionais entre esse conhecimento e a NLE. Melhorias na capacidade matemática podem aprimorar a representação de quantidades e a proficiência na reta numérica, e vice-versa.

No que se refere às habilidades matemáticas específicas, há comprovações da relação entre a NLE com diversos domínios específicos como, por exemplo, a contagem (Östergren & Träff, 2013) e a aritmética (Torbeyns et al., 2015).

No que diz respeito às capacidades elementares, Friso-van den Bos et al. (2015) mostraram que a NLE e as demais competências matemáticas se influenciam ao longo de toda a vida, mas com um impacto crítico durante o desenvolvimento delas na infância. Estudos revelaram também que essa capacidade é um aspecto central da educação matemática inicial de crianças (NCTM, 2006) de extrema importância para o desenvolvimento das aptidões matemáticas iniciais (Cohen & Sarnecka, 2014; Siegler & Opfer, 2003) como, por exemplo, a compreensão de quantidades, o conhecimento sobre números e o

aprimoramento da contagem (Geary, 2011). A NLE está correlacionada consideravelmente com outras habilidades do domínio numérico, como a comparação de magnitudes e a categorização de números (Laski & Siegler, 2007).

Evidências múltiplas (Cohen & Sarnecka, 2014; Siegler & Opfer, 2003) demonstraram que NLE é preditiva do desenvolvimento de habilidades matemáticas em crianças pequenas tanto na série corrente quanto futura.

Em relação às competências avançadas, a NLE é um forte preditor do desenvolvimento das capacidades matemáticas superiores (Berteletti et al., 2015; Siegler & Opfer, 2003) e do desempenho matemático no futuro (Schneider, Merz, et al., 2018; Siegler, 2016).

Evidências sugerem que as bases neurocognitivas da NLE estão associadas ao senso numérico (Corso & Dorneles, 2010) e que essa capacidade se desenvolve com a idade, instrução formal e experiência cultural (Halberda & Feigenson, 2008).

3.2.2.2. Habilidades matemáticas

Os objetos de conhecimento e as habilidades matemáticas comumente associadas à NLE incluem: representação de magnitudes (Schneider, Merz, et al., 2018), reconhecimento de números simbólicos (numerais arábicos; Awotwi, 2017), contagem, ordenação, estimativa (quantificação), relação parte-todo, raciocínio proporcional (Schneider, Merz, et al., 2018), integração visuoespacial (localização de objetos no espaço), e integração visuomotora. Essas capacidades variam segundo a idade e podem não ser empregadas em todas as tarefas.

Embora a estimativa numérica esteja presente na vida cotidiana, muitos indivíduos, principalmente crianças, têm dificuldade em exercer essa habilidade (Siegler & Opfer, 2003). Estudos sobre essa capacidade apontam que as causas das dificuldades dos infantes com estimativa estão relacionadas a estruturas conceituais centrais inadequadas (Joram et al., 1998); uso inadequado de representações de quantidades (Siegler & Opfer, 2003), entendimento falho do sistema de numeração (Siegler & Opfer, 2003), manipulação deficiente de

símbolos numéricos (Joram et al., 1998), senso numérico prejudicado (Joram et al., 1998) e falta de compreensão da aritmética (Joram et al., 1998).

Representação de magnitudes

Indivíduos possuem múltiplas representações de magnitudes numéricas que variam com o aumento da idade e do conhecimento sobre números (Siegler & Opfer, 2003). Essa teoria postula que múltiplas representações de grandezas quantitativas coexistem ao longo do desenvolvimento, sendo que há representações mais adequadas para contextos numéricos específicos, ou seja, a condição influencia a seleção da representação (Siegler & Opfer, 2003). Por exemplo, representações de magnitudes como funções logarítmicas e de potência são mais apropriadas para representar situações em que as diferenças na extremidade inferior da faixa são importantes, enquanto as representações lineares são mais propícias quando todas as partes da faixa são igualmente importantes (Siegler & Opfer, 2003).

Esse modelo difere do paradigma da régua logarítmica (*logarithmic-ruler model*) de Dehaene (Dehaene, 1997; Dehaene et al., 1990) e do arquétipo do acumulador (*accumulator model*) de Gibbon e Church (Brannon et al., 2001) que representam as quantidades e os números de um único modo (Siegler & Opfer, 2003). A primeira abordagem sugere que as pessoas de todas as idades possuem uma representação única e logaritmicamente espaçada de valores, enquanto a segunda visão preconiza que os indivíduos representam as grandezas quantitativas como magnitudes lineares crescentes com variabilidade escalar (Siegler & Opfer, 2003).

Estudos sobre processamento numérico usando a tarefa da NLE revelam que no início da escolarização formal, as crianças possuem uma representação logarítmica de números (Berteletti et al., 2010). As representações de grandezas quantitativas na forma linear geralmente são formadas durante a infância como resultado da experiência com números e da instrução matemática e podem ser estendidas a intervalos numéricos mais amplos à medida que as crianças ganham experiência com eles (Siegler & Opfer, 2003). Indivíduos com múltiplas representações de grandezas quantitativas geram múltiplos padrões de estimativa (Siegler & Opfer, 2003).

O posicionamento mais preciso de números na tarefa da NLE está relacionado a maior desempenho em matemática e melhor desempenho em tarefas de comparação de magnitude (Fazio et al., 2014; Laski & Siegler, 2007).

Conhecimento de números

Na teoria integrada do desenvolvimento numérico, Siegler e colaboradores (Siegler & Lortie-Forgues, 2014) propuseram a existência de um entendimento crescente dos indivíduos sobre as magnitudes numéricas e a ampliação progressiva dos tipos e intervalos de números.

Esse processo de desenvolvimento ao longo do ciclo de vida caracteriza-se pela representação cada vez mais precisa das magnitudes de números não-simbólicos e racionais, associação de números simbólicos aos seus correspondentes não-simbólicos, e entendimento de faixas maiores de números inteiros. Assim, a aquisição de conhecimento de magnitude pode ser vista como a base do desenvolvimento numérico (Siegler, 2016).

Por exemplo, os alunos do jardim de infância não têm proficiência em leitura e escrita e estão familiarizados apenas com pequenos números, enquanto discentes do segundo ano estão familiarizados com números de até 100 (Ebersbach, 2015).

O conhecimento numérico está relacionado com a NLE. Pesquisadores postulam que a reta mental de números opera como a estrutura conceitual central primária (Case & Okamoto, 1996) pela qual as crianças organizam e integram novas informações em sua compreensão dos sistemas de numeração (Siegler et al., 2011). O uso da linha mental de números é essencial para tarefas relacionadas ao entendimento das magnitudes numéricas que demandam do indivíduo a capacidade de compreender, estimar e comparar os tamanhos dos números (Fazio et al., 2014).

A NLE é uma medida do senso e do conhecimento de números (LeFevre et al., 2013; Simms et al., 2016). O desempenho na tarefa da reta numérica constitui um mecanismo valioso para a identificação de risco de aprendizado em matemática (B. Clarke et al., 2020; Siegler et al., 2011). A relação entre o desempenho de alunos em tarefas de NLE e o desempenho em matemática

aponta para sua utilidade potencial como ferramenta de triagem para infantes com dificuldades em matemática (B. Clarke et al., 2020).

O desempenho de crianças nesse instrumento é significativamente correlacionado com o desempenho de infantes no instrumento de comparação simbólica. Os alunos com maior conhecimento de números simbólicos demonstram estimativas mais precisas na reta numérica (Hawes et al., 2019).

Contagem

A quantificação é o principal método para descrever e medir os aspectos do mundo. Essa capacidade permite a observação de relacionamentos e mudanças, a manipulação de formas e espaços, a organização e interpretação de dados.

Um dos primeiros e talvez o mais importante contato entre o senso de número da criança e as ferramentas conceituais fornecidas pela cultura é a contagem. Essa habilidade é a primeira interface entre a capacidade inata de numerosidade da criança e as realizações matemáticas mais avançadas da cultura (Butterworth, 2005).

As crianças começam a contar por volta dos dois anos de idade e progridem por etapas até aos 6 anos, quando compreendem como contar de forma quase adulta. Aprender a contar leva cerca de quatro anos, geralmente ocorrendo dos dois aos seis anos (Butterworth, 2005). Contar é uma habilidade complexa que envolve aprender as palavras numéricas na ordem correta, coordenar a produção desses nomes com a identificação dos objetos no conjunto a ser contado, assegurar que cada elemento na coleção seja contado uma única vez e compreender que esse processo resulta na quantidade de componentes do agrupamento (Butterworth, 2005).

Além do conhecimento do conceito de numerosidade, há cinco princípios necessários para o aprendizado do processo de contagem segundo Gelman (Cordes & Gelman, 2005): ordem estável, correspondência um-para-um, cardinal, abstração e irrelevância da ordem.

O princípio da ordem estável exige que os símbolos tenham uma ordem consistente nas ocorrências de contagem, isto é, as palavras numéricas estão sempre na mesma ordem. Em relação à proposição da correspondência um-

para-um, cada um dos símbolos deve estar vinculado a um único elemento, nenhuma palavra numérica deve ser usada mais de uma vez e todos os itens devem ser contados. No que se refere ao princípio cardinal, o último símbolo de uma contagem representa a quantidade de elementos no conjunto. No que diz respeito à ideia de abstração, qualquer conjunto de objetos discretos pode ser contada. Por fim, o princípio da irrelevância da ordem afirma que um conjunto pode ser contado em qualquer ordem, desde que a cardinalidade do conjunto se mantém.

O aprendizado de um sistema de contagem convencional na primeira infância começa com a aquisição de habilidades de sequência de palavras com números inteiros. As crianças parecem saber por volta de dois anos e meio o que é uma palavra numérica (Fuson, 1988). Porém, aprender a sequência de palavras numéricas não é tão simples (Gelman & Gallistel, 1978). Crianças de dois a três anos muitas vezes pensam nas primeiras palavras numéricas como somente um único termo "umdoistrês" e leva algum tempo para aprender que, na verdade, trata-se de três palavras pequenas (Fuson, 1992). Alguns autores consideram essas habilidades como a base da crescente consciência numérica das crianças (Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978), que é uma visão diferente daquela de enfatizar princípios lógicos (Smith, 2002).

Crianças com habilidades de contagem mais avançadas desenvolvem uma representação de números mais robusta e flexível e, portanto, são mais proficientes do que infantes com habilidades de contagem mais pobres (Ebersbach, 2015). Estudos sugerem a existência de uma relação entre as habilidades de contagem e da estimativa da linha de números (Östergren & Träff, 2013; Siegler & Booth, 2004).

Raciocínio proporcional

O raciocínio proporcional é a capacidade de reconhecer e trabalhar com relações, incluindo a comparação de quantidades ou valores (Siemon et al., 2012).

O desenvolvimento do raciocínio proporcional em crianças ocorre em estágios, desde o senso informal passando pelo raciocínio quantitativo até um

pensamento mais formal. Em cada fase, o modo como os alunos interpretam as proporções são distintas (Langrall & Swafford, 2000).

Segundo Petitto (1990), crianças pequenas podem não apresentar conceitualização real de proporção ou escalonamento em uma representação de reta numérica. O senso de proporção que crianças mais velhas, adolescentes e adultos experimentam com relação aos valores numéricos é um desenvolvimento gradual e complexo que requer uma variedade de experiências educacionais e realizações cognitivas (Petitto, 1990).

Trabalhos relacionaram o desenvolvimento da NLE ao raciocínio de proporção espacial (*spatial proportion reasoning*; Barth & Paladino, 2011) , particularmente na implementação de estratégias de julgamento de proporções (Barth & Paladino, 2011). Alguns estudos sugeriram que a tarefa da reta numérica é baseada em parte no raciocínio espacial (Barth & Paladino, 2011; Link, Huber, et al., 2014).

Integração visuoespacial

Processos espaciais desempenham um papel central durante a cognição numérica (Knops, 2018). Por exemplo, a integração visuoespacial está relacionada com muitas habilidades numéricas (Carlson et al., 2013).

As habilidades visuoespaciais incluem as capacidades visuais e espaciais. No que diz respeito às habilidades visuais, o processamento visual refere-se à capacidade de gerar, perceber, analisar, manipular, transformar e raciocinar com representações ou padrões visuais (Muniz & Lins, 2018), usar imagens mentais para resolver problema (Schneider & McGrew, 2018), e armazenar e recordar representações visuais (Flanagan et al., 2013). As habilidades do processamento visual estão vinculadas aos distintos aspectos do processamento de imagens, incluindo a visualização e a identificação de padrões (Schneider & McGrew, 2018) e a rotação (Muniz & Lins, 2018).

Em relação às habilidades espaciais, elas são as funções cognitivas relacionadas à representação, produção, recordação, armazenamento e manipulação de informações simbólicas e não linguísticas, como forma, tamanho e localização (Hegarty & Waller, 2005).

Em uma meta-análise da literatura de treinamento espacial, Uttal et al. (2013) propuseram que as habilidades espaciais podem ser dinâmicas ou estáticas. As habilidades espaciais dinâmicas envolvem transformação ou movimento, enquanto as estáticas não (Tam et al., 2019). Exemplos de habilidades espaciais estáticas são a capacidade de perceber objetos, caminhos ou configurações espaciais cercadas por informações que distraem (Uttal et al., 2013) e a capacidade de compreender princípios espaciais abstratos, como verticalidade e invariância horizontal (Uttal et al., 2013). Exemplos de habilidades espaciais dinâmicas relacionadas a funções executivas são rotação mental (Hegarty & Waller, 2005), visualização espacial (Mix & Cheng, 2012) e tomada de perspectiva (Mix & Cheng, 2012).

O processamento visuoespacial tem um papel importante na representação e integração da magnitude. As informações de magnitude estão presentes na vida cotidiana (Lourenco & Longo, 2010) e são essenciais para criar uma representação do ambiente externo e interagir com ele. As dimensões de magnitude como número e espaço representam aspectos fundamentais da experiência perceptiva do ser humano e de sua interação com o mundo externo (Togoli et al., 2020).

Espaço e número estão relacionados no desenvolvimento desde o nascimento. De acordo com a teoria ATOM de Vincent Walsh, as magnitudes de número e espaço são codificadas com o mesmo código neural em um sistema geral supramodal (Bueti & Walsh, 2009).

Estudos sobre habilidades espaciais e matemáticas (Casey et al., 2015; LeFevre et al., 2010) sugerem uma forte associação entre habilidades espaciais dinâmicas e habilidades matemáticas, de modo que as primeiras apoiam a aprendizagem da matemática (Mix & Cheng, 2012).

As habilidades espaciais estão relacionadas ao aprendizado e à performance de crianças em várias tarefas e avaliações matemáticas (Gunderson et al., 2012). Numerosas pesquisas revelaram que os indivíduos com melhor performance em tarefas de habilidades espaciais também têm melhor desempenho em provas matemáticas em várias idades (por exemplo, Casey et al., 1995; Delgado & Prieto, 2004).

Em relação à NLE, estudos sobre essa capacidade (Piatt, 2014; Tam et al., 2019) encontraram uma forte conexão entre as habilidades espaciais e a representação mental da linha de números. Há correlações significativas entre a capacidade espacial e à performance na tarefa da reta numérica (Gunderson et al., 2012). Por exemplo, LeFevre et al. (2010) mostraram que o desempenho nesse instrumento estava correlacionado positivamente com o desempenho em avaliações de habilidades espaciais.

Os achados de algumas pesquisas (LeFevre et al., 2010, 2013; Simms et al., 2016) mostraram que as habilidades visuoespaciais influenciam o desempenho na avaliação da NLE. Esse conjunto de evidências (Simms et al., 2016; Tam et al., 2019) revela que a capacidade espacial é preditora do aprimoramento do desempenho na reta numérica. Por exemplo, crianças com níveis baixos de habilidades visuoespaciais tiveram performance menos precisa na tarefa número-para-posição. Em contraste, crianças com melhores habilidades espaciais desempenham uma melhor representação espacial na linha mental de números (Cornu et al., 2017).

Essa predição foi demonstrada também por Gunderson et al. (2012) em seu estudo longitudinal. Esses pesquisadores observaram que as habilidades espaciais de crianças da 1^o e 2^o anos previam o desenvolvimento da representação mental da reta numérica ao longo do ano letivo.

Em outro estudo longitudinal com crianças mais velhas, LeFevre et al. (2013) observaram o mesmo padrão, sugerindo que as habilidades espaciais podem promover o desenvolvimento da representação mental da linha dos números em infantes, tornando-a mais precisa (Tam et al., 2019).

Essa correlação pode ser explicada pelo fato de que a representação da linha mental de números é de natureza espacial. A representação da magnitude numérica exibe uma organização espacial que influencia sistematicamente o desempenho em vários cenários e paradigmas (Knops, 2018). Na tarefa da NLE, a observação do número a ser posicionado na reta numérica ativa representações espaciais automáticas associadas ao processamento da magnitude (desse número). O desempenho nesse instrumento requer habilidades espaciais, pois a criança precisa conhecer estratégias para mapeamento das informações quantitativas no espaço, relacionar os números de acordo com seu valor de posição dentro de dois pontos de extremidade

predeterminados de um continuum e determinar a localização do número desejado (LeFevre et al., 2013). Desse modo, habilidades espaciais melhores podem contribuir para um melhor ajuste das posições de números individuais em relação a outros na linha mental. Particularmente, a integração visuoespacial é importante para a resolução da tarefa da reta numérica devido ao alto componente espacial incluído nela (Simms et al., 2016).

3.3. Tarefas do senso de números

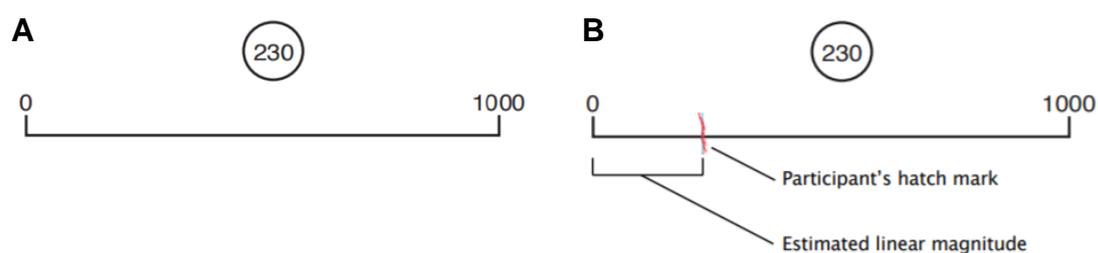
Essa subseção revisa a literatura existente sobre as tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números, descrevendo o conjunto de variáveis que distinguem esses estudos.

A pesquisa cognitiva sobre processamento numérico diferencia quatro processos de enumeração: subitização, estimativa, contagem e agrupamento (Simon et al., 1993). Neste estudo, foram investigadas as habilidades de subitização e estimativa.

3.3.1. Tarefa da estimativa da linha de números

A NLET é uma ferramenta utilizada para caracterizar as representações de magnitudes numéricas (Opfer & Siegler, 2007; Siegler & Opfer, 2003). O procedimento de resolução dessa tarefa consiste na localização da posição de um número em uma linha física (Siegler & Opfer, 2003). Na NLET, os indivíduos avaliam a dimensão de um número e estimam seu valor espacialmente em uma linha contínua que representa um intervalo numérico (Berteletti et al., 2015).

Figura 5 – Exemplo de ensaio da tarefa da estimativa da linha de números



Nota. A Figura 5 ilustra um exemplo de ensaio da tarefa da reta numérica (Opfer, 2003). A Figura 5A mostra um exemplo dos estímulos verbal e visual no formato de numeral arábico (230) a ser identificado na reta numérica, enquanto a Figura 5B exibe a posição marcada pelo participante para o número-estímulo 230.

Operacionalmente, após ser exposto ao estímulo visual e/ou verbal da grandeza, o participante é solicitado a estimar a posição correspondente desse número na linha física, marcando um único ponto na reta com o lápis na folha de papel, o clique do mouse ou a ponteira nos dispositivos móveis (Cohen & Ray, 2020; Schneider, Merz, et al., 2018; Siegler & Opfer, 2003).

Pesquisadores (Booth & Siegler, 2008; Nunes & Bryant, 2015) realizaram uma sessão de treinamento antes da coleta dos dados. Nessa atividade de orientação, o procedimento da tarefa é explicado aos participantes, o experimentador executa um exemplo de ensaio e eles são solicitados a estimar alguns valores na linha física em distintas práticas. Por exemplo, no trabalho de Booth e Siegler (2008), o instrutor explicou que a reta numérica começava no 0 e terminava no 100 e que as crianças deveriam clicar na linha para marcar o número 100 no primeiro ensaio e depois o valor 0 na segunda prática. Se o infante acertasse essas tentativas, o experimentador o elogiava; caso contrário, o instrutor mostrava os resultados corretos para o participante.

Na literatura, podem ser encontradas diferentes denominações para NLET (Peeters et al., 2016) como tarefa da linha de números (*number line task*; Dotan & Dehaene, 2016), tarefa da reta numérica (Duro & Dorneles, 2019b), tarefa número-para-posição (*number-to-position task*, *NP task*; Dotan & Dehaene, 2016), tarefa número-para-linha (*number-to-line task*; Siegler & Opfer, 2003) ou tarefa número-para-espço (*number-to-space task*; Kadosh et al., 2010). Além disso, essa ferramenta apresenta variações como tarefa posição-para-número (*position-to-number task*, *PN task*; Siegler & Opfer, 2003), também chamada de tarefa linha-para-número (*line-to-number task*; Cohen et al., 2018).

3.3.1.1. Importância

A NLET é amplamente investigada e utilizada na teoria e prática de estudos de educação matemática, de neurociências e de psicologia cognitiva, educacional, do desenvolvimento, diferencial e experimental sobre cognição numérica e competência matemática para avaliar o desenvolvimento, aprendizado e desempenho nessa disciplina (Schneider, Merz, et al., 2018).

Por exemplo, as pesquisas de desenvolvimento utilizam a NLET para medir o nível de compreensão das representações de magnitudes, do senso

numérico e da competência matemática ao longo da vida, desde a infância até a vida adulta tardia. Já os estudos em educação investigam atividades e intervenções escolares para aprimorar o entendimento de quantidades e números pelas crianças e adolescentes (Schneider, Merz, et al., 2018). As pesquisas em neurociência educacional investigam os mecanismos neurais subjacentes à aprendizagem (Thomas et al., 2018), como plasticidade cerebral e eficiência sináptica (Hebb, 1949).

Esse amplo interesse teórico e prático na NLET se deve às descobertas convergentes de múltiplos estudos transversais (Berteletti et al., 2015), longitudinais (Moeller et al., 2015) e de meta-análise (Schneider, Merz, et al., 2018), que demonstraram correlações entre o desempenho na NLET e uma ampla variedade de medidas de competência matemática.

As evidências comportamentais e empíricas desses trabalhos demonstram ainda que a NLET é uma ferramenta útil para avaliar o desenvolvimento das habilidades numéricas, medir o aprendizado de conhecimentos e o desempenho em tarefas e testes desse domínio, e prever a competência matemática (Schneider, Merz, et al., 2018).

Uma revisão das pesquisas empíricas sobre a NLET (Duro & Dorneles, 2019b; Siegler & Booth, 2004) revelou que os delineamentos experimentais podem variar segundo as características da amostra, formatos da tarefa, tipos de números, escalas, quantidades de números a serem estimados e medidas de performance.

Mesmo diante dessa heterogeneidade de amostras, habilidades avaliadas, tarefas implementadas e medidas de desenvolvimento, aprendizado e desempenho matemáticos observadas, a correlação entre o desempenho na NLET e a competência matemática mantém-se estável (Schneider, Merz, et al., 2018; ver Siegler, 2016, para uma revisão).

Uma explicação teórica amplamente aceita para essa conexão é que esse instrumento avalia um componente central do pensamento matemático, o senso numérico, que auxilia na aquisição de conhecimento dessa disciplina e, portanto, se correlaciona com medidas de competência matemática (Schneider, Merz, et al., 2018).

Há relatos alternativos sobre a identidade desse elemento fundamental do raciocínio matemático (Schneider, Merz, et al., 2018). Alguns pesquisadores propuseram que essa capacidade é a representação de magnitudes numéricas (Schneider, Merz, et al., 2018; Siegler & Opfer, 2003) e outros sugerem que seja o raciocínio proporcional (Barth & Paladino, 2011; E. B. Slusser et al., 2013).

Esse componente relevante do conhecimento matemático vinculado à performance na NLET é atribuído também ao processamento visuoespacial (Simms et al., 2016), contagem (Petitto, 1990) e inteligência (Schneider et al., 2009).

Particularmente no que se refere à representação dos números, a NLET é um instrumento de avaliação útil e importante que permite a obtenção de informações sobre o padrão de representação e processamento de quantidades (Schneider, Thompson, et al., 2018; Siegler & Booth, 2004), mais especificamente, sobre o código analógico de magnitudes (Laski & Siegler, 2007). Essa ferramenta revela como as pessoas representam grandezas quantitativas na linha mental de números e traduzem essas expressões em posições espaciais (Fanari et al., 2017).

A percepção, codificação e representação de números e quantidades desempenham papel fundamental na cognição matemática. Aprender sobre as magnitudes e suas inter-relações é um componente central do conhecimento (DeWolf et al., 2015), aprendizagem e competência matemática (Schneider, Merz, et al., 2018).

O desempenho dos indivíduos na NLET reflete a compreensão deles sobre grandezas quantitativas (Hua & Yinghe, 2012), em particular, a precisão com que representam as magnitudes (Daker & Lyons, 2018). A acurácia nessa tarefa constitui um índice importante do nível de entendimento da representação de números (Barth & Paladino, 2011; Opfer & Siegler, 2007; Schneider, Thompson, et al., 2018).

Evidências empíricas revelaram também que a NLET se apresenta como um instrumento útil e prático (Awotwi, 2017) para avaliar o aprendizado de componentes curriculares na educação matemática (Schneider, Thompson, et al., 2018), auxiliar no diagnóstico precoce do desenvolvimento das habilidades

matemáticas básicas (Schneider, Merz, et al., 2018), e predizer a competência matemática (Schneider, Merz, et al., 2018).

Essa prova consistente da correlação entre o desempenho na NLET e a ampla gama de capacidades matemáticas tem estimulado pesquisadores e educadores a utilizarem com frequência esse instrumento (Schneider, Thompson, et al., 2018; Siegler, 2016).

Na educação matemática, em particular, estudos têm mostrado que a reta numérica é importante para o ensino dessa área (Zhu et al., 2017), não somente como o objeto de conhecimento (Piatt, 2014) e instrumento de avaliação da competência matemática (Zhu et al., 2017), mas também como ferramenta pedagógica (Stacey et al., 2001).

A NLET é um recurso prático e versátil (Awotwi, 2017), com alta validade ecológica (Awotwi, 2017), que vem sendo utilizado em intervenções educativas nas salas de aula (Zhu et al., 2017). Pesquisas têm mostrado que a NLET pode impulsionar o desempenho em matemática de crianças de distintas séries, especialmente nos anos iniciais (Zhu et al., 2017).

As descobertas do trabalho de Daker e Lyons (2018) sugerem que promover a compreensão dos infantes sobre as magnitudes numéricas simbólicas e não simbólicas, em uma ampla faixa de valores (Siegler & Opfer, 2003), por meio da NLET pode ajudá-las a aprender melhor a matemática. A experiência com a tarefa número-para-posição facilita o aprendizado de matemática na escola e ajuda as crianças a compreenderem o significado dos números (Duro & Dorneles, 2019b) e os conceitos envolvidos a desenvolverem o senso numérico (Dehaene, 2011) e a aprimorarem outras habilidades matemáticas das crianças na sala de aula (Zhu et al., 2017). Por exemplo, a reta numérica pode contribuir para o entendimento dos alunos sobre quantidades, comparação e ordenação de números, contagem, relações parte-todo e operações matemáticas, como adição, subtração e multiplicação (Diezmann & Lowrie, 2006).

Simplicidade, praticidade e independência do conhecimento específico de unidades de medida do participante são algumas vantagens desse instrumento matemático, que o tornam interessante para aplicação em uma ampla gama de atividades e populações acadêmicas (Siegler & Opfer, 2003).

3.3.1.2. Variáveis experimentais

A tarefa da estimativa da linha de números foi descrita inicialmente por Siegler e Opfer (2003), mas tendo sido adaptada para diferentes idades, propósitos e formatos de apresentação (B. Clarke et al., 2020).

A revisão da literatura sobre a NLET permitiu a identificação dos principais fatores que diferenciam esses estudos. Essas características estão relacionadas ao perfil dos participantes e às configurações da tarefa (Schneider, Merz, et al., 2018).

3.3.1.3. Participantes

O perfil dos participantes na literatura revisada é amplo e heterogêneo, variando segundo a idade, gênero, nacionalidade, escolaridade, nível socioeconômico e padrão de desenvolvimento (Schneider, Merz, et al., 2018).

No que se refere à idade, há exemplos de amostras de crianças (Laski & Siegler, 2007), adolescentes (Gross et al., 2018) e adultos (Peeters et al., 2015) nos trabalhos revisados. O desempenho na NLET aumenta com a idade pois, em geral no desenvolvimento típico, há um ganho de conhecimento e habilidades matemáticas ao longo da vida.

Como comentado anteriormente, o desempenho na NLET está correlacionado com a competência matemática. Desse modo, quanto maior a proficiência nas habilidades matemáticas, o desempenho na reta numérica tende a ser melhor. Por exemplo, crianças pequenas geralmente estimam números na faixa de 0 a 10 ou 0 a 20 empregando predominantemente estratégias baseadas em contagem para estimar suas localizações. Com o aumento da idade, as crianças podem estimar faixas maiores de números e resolver a tarefa aplicando estratégias mais complexas como, por exemplo, raciocínio proporcional (Petitto, 1990; Siegler et al., 2011).

Em relação ao gênero, a maioria das pesquisas sobre a NLET continha homens e mulheres em sua amostra (Longo & Lourenco, 2007), mas houve também estudos somente com homens (Loftus et al., 2008) ou apenas com mulheres (Berteletti et al., 2010). Reinert et al. (2014) constataram diferenças

individuais em gênero no desempenho da estimativa da linha de números, tendo os homens sido mais precisos do que as mulheres nesse instrumento.

No que diz respeito ao estágio educacional, estudantes da educação infantil (Laski & Siegler, 2007), ensino fundamental (Simms et al., 2016; Slusser & Barth, 2017), ensino médio (Villanuevaa, 2016), educação superior (Link, Huber, et al., 2014; Slusser & Barth, 2017) e pós-graduação (Villanuevaa, 2016), foram observados realizando a tarefa da reta numérica. Particularmente, alunos de graduação de psicologia participaram de estudos sobre NLET (Cohen & Blanc-Goldhammer, 2011; Reinert et al., 2015).

Todos os participantes descritos nos trabalhos anteriormente citados apresentavam visão normal (Loftus et al., 2008) ou corrigida (Reinert et al., 2015) e não possuíam nenhum tipo de transtorno mental. Além desses indivíduos com desenvolvimento típico, pessoas com baixo desempenho (*Low Achievement - LA*) ou com dificuldades de aprendizagem em matemática (*Mathematical Learning Difficulties*; van't Noordende et al., 2016), e com discalculia do desenvolvimento (*Developmental Dyscalculia - DD*; Van der Weijden et al., 2018) ou com deficiências de aprendizagem em matemática (*Mathematical Learning Disabilities - MLD*; van Wijk, 2017) também foram observadas realizando a tarefa da reta numérica.

Ainda em relação aos participantes, houve experimentos com amostras pequenas (com menos de 50 indivíduos; Fanari et al., 2017), médias e grandes (com milhares de pessoas; Tosto et al., 2019).

3.3.1.4. Tarefa

As tarefas que avaliam a habilidade da estimativa da linha de números apresentam variações quanto aos limites, marcações, propriedades da reta e dos estímulos, tipos e intervalos de números, mídia, modo de apresentação e medidas de performance (Schneider, Merz, et al., 2018).

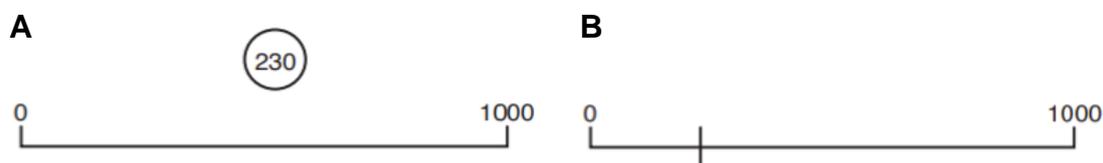
Estímulo e resposta

A primeira variação importante do instrumento de avaliação da estimativa da linha de números é referente aos tipos de estímulos e respostas envolvidas.

Na tarefa número-para-posição (Dotan & Dehaene, 2016), o número é apresentado ao participante, que deve localizá-lo e marcá-lo na linha física.

Em contraste, na tarefa posição-para-número, uma posição é marcada na reta numérica e o participante deve estimar o número correspondente (Cohen et al., 2018). Ambas os recursos podem ser observados na Figura 6.

Figura 6 – *Tarefas que avaliam a estimativa da linha de números*



Nota. A Figura 6 ilustra os principais instrumentos que avaliam a estimativa da linha de números. A Figura 6A mostra a tarefa número-para-posição, enquanto a Figura 6B exibe a tarefa posição-para-número (Opfer, 2003).

Estudos, incluindo a meta-análise de Schneider e coautores (2018a), não registraram diferenças estatisticamente significativas no desempenho entre essas duas variantes.

Limites e marcações

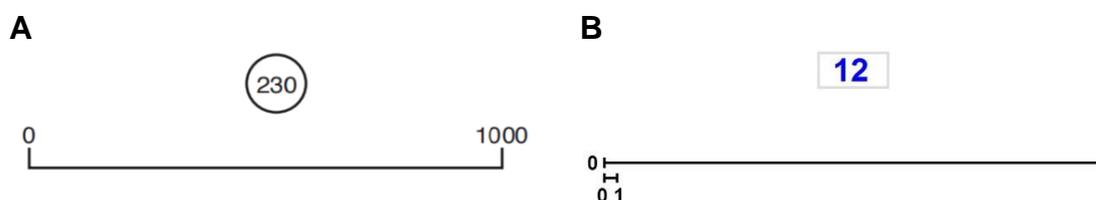
Uma das características que podem variar na NLET é a quantidade de pontos de referência identificados na reta numérica (Schneider, Merz, et al., 2018).

A literatura existente sobre essa tarefa enfatiza duas principais condições: limitada (*bounded number line estimation task*) e ilimitada (*unbounded number line estimation task*; Cohen & Blanc-Goldhammer, 2011; Reinert et al., 2015). A versão limitada exibe uma linha física com os pontos inicial e final indicados e rotulados, enquanto, na variante ilimitada, a reta apresenta somente um limite identificado, mas especifica também uma unidade (por exemplo, a distância entre 0 e 1; Link, Nuerk, et al., 2014; Van der Weijden et al., 2018).

A condição limitada é a predominante nos estudos usando a NLET (Schneider, Merz, et al., 2018). Nessa versão, os limites inferior e superior da reta geralmente são apresentados ao participante. Além dessa opção, Peeters et al. (2015) disponibilizaram também outras duas variantes: os pontos mínimo, médio e máximo (condição de ponto médio), e esses valores mais os dois quartis

(condição de quartil). Os resultados desse trabalho indicaram que os participantes nas condições de ponto médio e de quartil estimaram com mais precisão do que na condição limitada.

Figura 7 – *Condições limitada e ilimitada da tarefa da estimativa da linha de números*



Nota. A Figura 7 apresenta as versões limitada (Figura 7A; Opfer, 2003) e ilimitada (Figura 7B; Van der Weijden et al., 2018) da NLET.

Embora a reta limitada seja a proeminente na NLET, a linha ilimitada é também investigada pois acredita-se que essas diferentes condições demandem processos cognitivos parcialmente distintos (Schneider, Merz, et al., 2018). Por exemplo, a unidade marcada pode induzir estratégias de contagem no formato ilimitado e o terminal indicado pode estimular táticas de raciocínio proporcional na configuração limitada (Schneider, Merz, et al., 2018). Assim, as duas variantes da NLET podem diferir nos resultados.

Cohen e Blanc-Goldhammer (2011) afirmaram que a tarefa com reta ilimitada é uma medida mais pura de representação de números inteiros do que a configuração com linha limitada, pois enquanto o primeiro instrumento exibe um padrão de variância escalar de erro, que é consistente com a estimativa de números inteiros, a segunda configuração produz medidas de variância de erro relacionadas à estimativa de proporção.

Propriedades da linha

Outras propriedades da linha física investigadas nos estudos sobre a NLET são a orientação (horizontal e vertical), comprimento e espessura (Schneider, Merz, et al., 2018).

Quanto à orientação da reta, os resultados dos experimentos usando a NLET revelaram a presença do efeito SNARC já na primeira infância. Em um trabalho com 59 alunos do jardim de infância e do 2º ano, Ebersbach (2015)

observou que as estimativas eram menos precisas para a reta numérica orientada da direita para a esquerda. Os resultados sugerem que os alunos do jardim de infância possuem uma associação espacial-numérica típica da cultura que se desenvolve antes da aquisição de habilidades de leitura e escrita e afeta significativamente a precisão das estimativas numéricas. O desempenho dos alunos do segundo ano também foi afetado pela orientação da reta numérica, mas em um grau menor do que o dos alunos do jardim de infância.

O comprimento da linha física em papel variou entre 10 e 31 centímetros na literatura revisada (Berteletti et al., 2010; Siegler & Opfer, 2003).

A espessura da linha de resposta é um parâmetro pouco caracterizado nos estudos sobre a NLET. Por exemplo, na meta-análise de Schneider e coautores (2018a), não há menção sobre esse aspecto. No trabalho de Candia et al. (2015), a linha física digital é da cor preta sobre um fundo branco e possui 440 pixels de comprimento e 5 pixels de espessura.

Intervalo de números

Na NLET, a linha física representa um intervalo numérico. O valor mínimo, que se localiza em geral nas extremidades esquerda e inferior nas orientações horizontal e vertical, é geralmente “0” (zero) ou “1” (um), variando em função do conhecimento do participante sobre o conceito do “0”. No outro limite, os valores máximos mais comuns nos estudos sobre a NLET são 10, 100, 1.000 ou outro valor de interesse do pesquisador (Nunes & Bryant, 2015).

Dessa forma, as faixas de valores numéricos mais frequentemente observadas na literatura existente sobre essa tarefa são 0 a 10 (Link, Nuerk, et al., 2014), 0 a 20 (Link, Nuerk, et al., 2014), 0 a 100 (Berteletti et al., 2010; Siegler & Opfer, 2003), 0 a 1000 (Matthews & Chesney, 2011; Siegler & Opfer, 2003)).

Há também estudos que empregam intervalos numéricos mais específicos como, por exemplo, -99 a -1 (Ganor-Stern & Tzelgov, 2008), -100 a +100 (Ganor-Stern & Tzelgov, 2008) e 0 a 32.000 (Matthews & Chesney, 2011).

Schneider e colaboradores (2018a) não encontraram variações sistemáticas no valor da correlação entre o desempenho na NLET e a competência em matemática em relação à escala dos números a serem estimados. Segundo os autores, isso provavelmente ocorreu porque os números

foram escolhidos pelos pesquisadores de modo a evitar efeitos de teto (*ceiling effect*) ou piso (*floor effect*) na faixa etária de interesse. Embora não seja esperado nenhum efeito moderador sistemático do intervalo numérico, o efeito do tamanho é previsto.

Números-alvos

Os números a serem estimados na reta numérica são especificados pelo pesquisador ou experimentador e assumem em geral uma grande variedade de valores. A realização de uma série de estimativas é necessária porque o resultado de um único ensaio não é suficiente para descrever o padrão de representação numérica de um indivíduo (Opfer, 2003). Por exemplo, na meta-análise de Schneider e coautores (2018a), a quantidade de ensaios realizados por um participante variou de 6 a 44 estimativas com uma média de 21 ensaios.

Uma análise dos estudos sobre a NLET permitiu a identificação dos números mais estimados nesta tarefa. A Tabela 2 apresenta um resumo dos principais trabalhos pesquisados e seus respectivos números-alvos.

Tabela 2 – Números a serem estimados na tarefa da reta numérica

Artigo	Intervalo			
	0-10	0-20	0-100	0-1000
Ashcraft & Moore, 2012)			3, 4, 6, 8, 12, 14, 17, 18, 21, 24, 25, 29, 33, 39, 42, 48, 52, 57, 61, 64, 72, 79, 81, 84, 90, 96	31, 44, 62, 89, 123, 143, 176, 182, 215, 243, 253, 297, 333, 395, 421, 489, 526, 577, 610, 644, 724, 791, 814, 847, 901, 966
Berteletti et al., 2010)	2, 3, 4, 6, 7, 8, 9	2, 4, 6, 7, 13, 15, 16, 18	2, 3, 4, 6, 18, 25, 48, 67, 71, 86	
Booth & Siegler, 2008			2, 3, 6, 7, 11, 14, 15, 19, 21, 23, 24, 28, 32, 36, 44, 47, 51, 58, 63, 69, 72, 76, 84, 87, 91, 98	
Clarke et al., 2020		2, 4, 7, 8, 11, 13, 16, 19, 1, 3, 6, 9, 12, 14, 17, 18		
Dietrich et al., 2016	4, 7, 2, 6, 1, 9, 2, 4, 3, 8, 7, 3, 9, 1, 6, 8	14, 7, 16, 4, 2, 9, 12, 19, 13, 8, 17, 3, 18, 1, 15, 6		
Dowker & Roberts, 2015		12, 1, 13, 4, 15, 19, 7, 17, 5	27, 2, 64, 35, 7, 13, 99, 75, 47, 3, 11, 82, 95, 9, 17, 6, 18, 53	
Laski & Siegler, 2007			2, 3, 5, 8, 12, 17, 21, 26, 34, 39, 42, 46, 54, 58, 61, 67, 73, 78, 82, 89, 92, 97	
Moeller et al., 2009	6, 0, 7, 2, 8, 1, 4, 9, 3		27, 2, 64, 35, 7, 13, 99, 75, 47, 3, 11, 82, 95, 9, 17, 6, 18, 53	
Opfer & Siegler, 2007				2, 5, 11, 18, 27, 34, 42, 56, 67, 78, 89, 100, 111, 122, 133, 147, 150, 156, 163, 172, 179, 187, 246, 306, 366, 426, 486, 546, 606, 666, 722, 725, 731, 738, 747, 754, 762, 818, 878, 938
Sasanguie et al., 2012	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9		2, 3, 4, 6, 18, 25, 48, 67, 71, 86	
Siegler & Booth, 2004			3, 4, 6, 8, 12, 17, 21, 23, 25, 29, 33, 39, 43, 48, 52, 57, 61, 64, 72, 79, 81, 84, 90, 96	
Siegler & Opfer, 2003			2, 4, 6, 18, 42, 71 2, 3, 6, 25, 67, 86	4, 6, 18, 71, 230, 780 2, 6, 25, 86, 390, 810
Siegler & Ramani, 2008	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10			
Thompson & Opfer, 2008				2, 5, 18, 27, 34, 42, 56, 78, 100, 111, 122, 133, 147, 150, 156, 162, 163, 172, 179, 187, 246, 306, 366, 426, 486, 546, 606, 666, 722, 725, 738, 754, 818, 878, 938
White & Szűcs, 2012		2, 4, 7, 8, 11, 13, 16, 17		

Nota. autor, 2022.

Modo de apresentação dos números

Em cada ensaio na tarefa número-para-posição, os participantes são apresentados a um numeral sob as formas de estímulo visual, verbal (Black et al., 2012) ou ambos (Schneider, Merz, et al., 2018).

Os estímulos quantitativos são representados na NLET de forma simbólica por meio de numerais (visual) e de palavras numéricas (visual e verbal) ou modo não-simbólico (por exemplo, pontos; Schneider, Merz, et al., 2018). O algarismo arábico é o tipo de representação mais comum de magnitudes nesse instrumento. Por exemplo, Sasanguie et al. (2012) utilizaram em seu estudo algarismos arábicos em fonte Arial e tamanho 16 como estímulos simbólicos.

Na modalidade visual, os estímulos numéricos podem ser apresentados à esquerda, no centro ou à direita na página, tanto na folha de papel quanto na tela do dispositivo computacional (Siegler & Opfer, 2003).

Esses numerais podem variar também quanto ao tipo, tamanho e cor da fonte, não havendo um consenso para essas condições. Enquanto Thompson et al. (2013) exibiram os números-alvo em amarelo para diferenciá-los dos valores mínimo e máximo da reta, Cohen e Ray (2020) usaram a mesma cor (cinza claro) para a linha-base e para os números exibidos na tela de maneira que eles se agrupem perceptivamente.

Quanto ao estímulo verbal, o instrutor lê as questões, incluindo os números a serem estimados. Nessa configuração, os indivíduos precisam compreender as palavras numéricas, principalmente em experimentos em que os estímulos visuais não estão disponíveis (Siegler & Opfer, 2003).

Mídia

A NLET pode ser aplicada nos formatos analógico (papel e lápis; Berteletti et al., 2010; Nunes & Bryant, 2015) e digital (Dotan & Dehaene, 2020). A configuração analógica é a comumente utilizada nessa tarefa (Nunes & Bryant, 2015). Nesse formato, um conjunto de folhas de papel, cada uma contendo um ensaio, são apresentadas individualmente aos participantes (Nunes & Bryant, 2015). Já, a versão digital da NLET pode ser aplicada por meio de computadores

fixos (*desktops*) ou dispositivos móveis, como *tablets* ou *smartphones* (Dotan & Dehaene, 2020).

A literatura existente sobre a NLET, incluindo a meta-análise de Schneider e coautores (2018a), não documentou diferenças estatisticamente significativas no desempenho da tarefa entre essas mídias. Nesse sentido, a avaliação digital não introduz algum tipo de prejuízo ao estudo da cognição numérica, mas um conjunto de vantagens e benefícios, como redução da carga de trabalho e dos gastos da pesquisa e aumento da confiabilidade e velocidade dos procedimentos de coleta, codificação e análise dos dados da tarefa.

Tipos de números

Números pequenos e grandes foram empregados nos estudos sobre a NLET (Sheridan et al., 2017) permitindo a observação do efeito do tamanho.

Além dessa característica, a influência dos tipos de números sobre o desempenho na reta numérica também foi investigada. Os tipos de números utilizados nos estudos sobre a NLET incluem sistemas numéricos concretos, que podem ser interpretados como quantidades do mundo real (Patel & Varma, 2018), como naturais (Patel & Varma, 2018), inteiros (Cohen & Blanc-Goldhammer, 2011) e racionais (DeWolf et al., 2015), e sistemas de numeração mais abstratos, com processamento referencial, como os irracionais (Patel & Varma, 2018).

Período de observação

A maioria significativa das pesquisas usando a reta numérica eram transversais (Berteletti et al., 2010; Boonen et al., 2011). Os trabalhos de Friso-van den Bos et al. (2015) e Reeve et al. (2015) são exemplos raros de estudos longitudinais sobre a habilidade da estimativa da linha de números.

3.3.1.5. Medidas

Pesquisas sobre a estimativa da linha de números usando diferentes metodologias revelaram que diversos fatores como, por exemplo, as estratégias

adotadas para mapeamento da informação numérica para a localização espacial, podem explicar o desempenho e a precisão na NLET.

A precisão pode ser usada para fazer inferências sobre a compreensão da representação de números de uma pessoa (Bisanz & LeFevre, 1992). A acurácia das crianças na NLET aumenta com a idade (Booth & Siegler, 2008). Petitto (1990) e Dackermann et al. (2018) explicam que as mudanças relacionadas à idade nos padrões de estimativa, como a precisão, refletem a aplicação de estratégias específicas. Em outras palavras, a acurácia nas tarefas de número-para-posição está correlacionada com o nível de conhecimento e de desenvolvimento de habilidades relacionadas à contagem, proporção, aritmética e arredondamento.

As métricas podem ser calculadas a partir das respostas dos participantes na NLET com o propósito de avaliar o padrão das representações de números (Simms et al., 2016).

As medidas e instrumentos comumente utilizados pelos pesquisadores e educadores para determinação da proficiência dos indivíduos na NLET são: autorrelatos sobre estratégias de resolução; modelo de estimação da curva (*number line r^2* , *number line slope*), linearidade, porcentagem de ensaios resolvidos corretamente, erros e medidas de dispersão, tempo de reação, e fração de Weber. Por exemplo, a linearidade, simbolizada por R^2 *lin*, é calculada individualmente para cada indivíduo, regredindo as estimativas da criança para o valor numérico real (Marciani, 2013).

Os ensaios não tinham restrição de tempo e os participantes foram instruídos a responder com a maior precisão possível. Alguns estudos (Clarke et al., 2018; Siegler & Opfer, 2003) mediram o tempo de resposta dos indivíduos para resolução da tarefa e, segundo a meta-análise de Schneider e colaboradores (2018), essa medida raramente foi superior a 20 segundos e nunca maior do que 40 segundos.

Estratégias para resolução da tarefa da estimativa da linha de números

Estudos sobre a estimativa numérica, usando diferentes metodologias (de estimativa), sugeriram que diversos fatores podem influenciar o desempenho na NLET (Duro & Dorneles, 2019b; Izard & Dehaene, 2008).

Os autorrelatos dos participantes, contendo as explicações e justificativas sobre as táticas empregadas para resolver a NLET, podem ser utilizados como critérios para análise do desempenho (Piatt, 2014).

Os resultados de pesquisas educacionais (Duro & Dorneles, 2019a) e comportamentais (Izard & Dehaene, 2008) demonstraram que o processo estratégico empregado para resolução da NLET é dinâmico, rápido e em tempo real.

Evidências comportamentais de estudos de psicologia experimental, escolar e educacional (Duro & Dorneles, 2019a; Hollands et al., 2002) revelaram que o processo estratégico é subjetivo, sendo construído pelo indivíduo de acordo com fatores pessoais e contextuais que influenciam a escolha das táticas durante a NLET.

Em relação aos aspectos contextuais, o intervalo numérico (Izard & Dehaene, 2008), e a distância entre o número a ser posicionado e os pontos de referência podem impactar a definição de táticas na NLET.

No que diz respeito às influências pessoais, a idade, o conhecimento sobre números, o nível de desenvolvimento das habilidades cognitivas, e o histórico de estímulos⁴ (Cicchini et al., 2014) podem afetar o processo estratégico na NLET. Petitto (1990) mostrou em seu trabalho que a estimativa da linha de números apresenta um padrão complexo de mudança na acurácia e na aplicação de táticas ao longo dos níveis de escolaridade.

As conclusões de Newman e Berger (1984) corroboram com os achados de Ashcraft e Moore (2012). Eles observaram que estudantes norte-americanos do 3º ano empregam mais tipos de estratégias para estimativa de linha de números que estudantes mais novos do 1º ano. O padrão de resultados de

⁴ O histórico de estímulos considera a posição dos números previamente estimados para inferir a posição do número-alvo real (Cicchini et al., 2014).

estudos comportamentais (Petitto, 1990) indica que os infantes alteraram progressivamente suas táticas de estimação de estritamente sequenciais (por exemplo, contagem) para aquelas que incorporam conhecimentos de raciocínio proporcional. Crianças no início do ensino fundamental costumam utilizar a contagem ascendente como estratégia para resolução da tarefa (Siegler et al., 2011), enquanto adolescentes e adultos empregam métodos mais complexos como a proporção (Schneider, Merz, et al., 2018).

Em relação à análise temporal, evidências empíricas baseadas em dados de movimentos dos olhos obtidas em pesquisas experimentais de rastreamento ocular sobre o mapeamento número-espaco durante a NLET (Schneider, Merz, et al., 2018) demonstraram que os adultos traduzem informações numéricas em representações espaciais rapidamente e calibram suas estimativas em tempo real à medida que incorporam informações da tarefa como, por exemplo, o primeiro valor apresentado de um número com dois dígitos.

Registros de movimentos oculares durante a NLET demonstraram também que a primeira fixação dos olhos focaliza a posição-alvo ou área próxima a ela e que a calibração ocorre no início do processamento (Sullivan et al., 2011).

Estratégias baseadas em pontos de referência

Medidas de latências de estimativa e taxas de erro (Ashcraft & Moore, 2012), dados de rastreamento ocular (Sullivan et al., 2011), padrões de estimativa numérica (Siegler & Opfer, 2003) e relatos verbais (Peeters et al., 2017) revelaram que os participantes frequentemente usam pistas de orientação na NLET.

Uma decisão importante nas táticas de estimativa é a definição dos pontos de referência. Estudos sobre desenvolvimento da estimativa numérica (Siegler & Booth, 2005; Siegler & Opfer, 2003) demonstraram que a precisão da localização de números mais próximos das marcas de orientação, como por exemplo: limites mínimo, médio, máximo ou quartis, é maior do que de posições distantes desses marcos. Os resultados dessas pesquisas sugerem que o uso de sinais de orientação pode reduzir a variabilidade das estimativas, que aumenta com a distância entre a localização do número e o parâmetro de referência (Siegler & Booth, 2005).

Evidências sobre as estratégias do ponto de referência (*reference point-based strategies* ou *benchmark-based strategies* ou *orientation-point strategies*) propõe que indivíduos usam valores iniciais (*startpoint*), intermediários (*midpoint*) e finais (*endpoints*) da linha numérica fornecidos ou elaborados internamente como referências para resolver a tarefa (Barth & Paladino, 2011; Ebersbach, 2015).

A escolha dos parâmetros de orientação é tática, sendo a decisão influenciada pelas características do estímulo (por exemplo, sinais de simetria em uma tela e distância entre o número a ser posicionado e as extremidades da linha numérica), pela natureza do método de resposta, instruções ou treinamento (Hollands et al., 2002).

Estudos sobre as estratégias baseada em pontos de referência utilizadas por estudantes do ensino fundamental durante a execução da NLET foram progressivas, tanto na quantidade de marcos de orientação utilizados como no método de localização dos mesmos sobre a reta numérica (Sullivan & Barner, 2014), em função da idade e da experiência (Ashcraft & Moore, 2012).

Siegler e Booth (2005) observaram que a velocidade e a precisão dos infantes na resolução da NLET melhoraram quando suas táticas usaram os valores máximo e mínimo. Majoritariamente os discentes do 2º ano estimam posições de números usando as estratégias de contagem progressiva e regressiva a partir dos limites mínimo e máximo (Ashcraft & Moore, 2012). Nesse ano, alguns alunos já começam a incluir mentalmente o ponto médio para resolução da NLET.

Peeters e coautores (2016) verificaram que estudantes que utilizam o valor intermediário apresentaram estimativas mais precisas para magnitudes próximas dessa referência do que infantes que se apoiaram somente sobre as marcações inicial e final.

Nos discentes do 3º ano, é comum a solução da estimativa da linha de números empregando os métodos de contagem ascendente e descendente a partir de três parâmetros de referência: os limites mínimo, médio e máximo (Ashcraft & Moore, 2012).

Essas evidências são corroboradas com os achados comportamentais de Newman e Berger (1984). Baseados em autorrelatos dos alunos do ensino

fundamental, esses pesquisadores verificaram que estudantes do 3º ano, mas não os do 1º ano, fazem uso do ponto médio ao estimar números na faixa intermediária da linha numérica.

Os estudantes dos anos finais do ensino fundamental (6º ano do EF2) e os adultos utilizam, além dos valores inicial, médio e final, outros parâmetros de referência como, por exemplo, terços, quartos, quintos ou décimos, para estimar a localização de posições numéricas (Siegler & Opfer, 2003). Esses indivíduos usam a habilidade do raciocínio proporcional para dividir mentalmente a linha numérica em segmentos menores (Siegler & Opfer, 2003).

Estratégias baseadas em contagem

As crianças nos anos iniciais do ensino fundamental empregam principalmente as estratégias de contagem, adição e subtração para estimar a posição de um número em relação ao ponto de orientação (Petitto, 1990). Essas estratégias são selecionadas com base nas demandas de problemas (Siegler & Booth, 2005).

As estratégias de contagem mais comuns são a ascendente (ou progressiva) a partir do menor valor, a descendente (ou regressiva) a partir do maior valor, e o uso desses dois tipos de enumeração a partir de um valor médio estimado (Siegler & Booth, 2005). A seleção da estratégia de contagem é influenciada pela distância entre o número a ser posicionado e os pontos de referência. As estratégias de contagem adotadas por crianças em idade escolar para estimativa da linha numérica podem variar com a progressão acadêmica e inclusive coexistir em algumas faixas etárias ou séries (Siegler & Booth, 2005).

Uma reflexão sobre o efeito das estratégias de contagem sobre a acurácia da estimativa numérica se faz necessária. Estudos mostram que o desempenho da localização dos números é dependente da posição-alvo, sendo mais precisas com números pequenos próximos ao limite inferior do que valores grandes adjacentes à extremidade superior. Isso ocorre porque a contagem progressiva se desenvolve antes do que a regressiva (Petitto, 1990).

Evidências dos estudos de Newman e Berger (1984) e Petitto (1990) revelaram que estudantes do 1º ano já começam a avaliar as distâncias entre a posição estimada e os limites inferior e superior da linha numérica.

Estratégias baseadas em raciocínio proporcional

Os resultados de crianças (Barth & Paladino, 2011) e adultos (Cohen & Blanc-Goldhammer, 2011) na NLET demonstraram padrões consistentes com modelos psicofísicos de estimativa de proporção.

Barth e Paladino (2011) argumentaram que a NLET pode ser tratada como de estimativa de proporção pois envolve julgamentos de magnitude (Hollands et al., 2002).

Evidências sobre a estimativa da linha de números indicaram que os modelos de julgamento por proporção (*proportion-judgment models*) e de raciocínio proporcional (*proportional-reasoning models*; Barth & Paladino, 2011) fornecem uma descrição dos padrões de estimativa.

Estimação da curva

A estimativa da curva compara o ajuste de modelos (por exemplo, linear: R^2 *lin* e logarítmico: R^2 *log*) ao desempenho dos participantes usando correlações entre as estimativas dos participantes e as posições reais dos números na reta numérica (Siegler & Opfer, 2003).

Na estimação da curva, adota-se as posições estimada e real dos indivíduos como variáveis dependente e independente, e calcula-se a partir desses pares de valores o coeficiente de determinação R^2 usando a análise de regressão para cada faixa de valores individualmente (Berteletti et al., 2010; Simms et al., 2016).

Os coeficientes R^2 *lin* e R^2 *log* expressam o grau em que as estimativas de uma pessoa refletem um padrão linear ou logarítmico, respectivamente. O maior R^2 entre os modelos é a função que melhor representa os dados (Berteletti et al., 2010; Sella et al., 2013; Simms et al., 2016). Se R^2 *lin* é maior que R^2 *log*, isso quer dizer que as estimativas são mais lineares do que logarítmicas (Siegler et al., 2009). O inverso indica que as estimativas são melhor descritas como logarítmicas (Zhang & Okamoto, 2017). Um valor de R^2 *lin* próximo de 1 não significa necessariamente que suas respostas são precisas, mas indica que as estimativas do participante são linearmente distribuídas pela linha de números (Simms et al., 2013, 2016).

Padrões de resposta perfeitamente corretos resultam em uma linha de regressão com uma inclinação de 1 e um R^2 de 1. A demonstração de padrão de comportamento linear na NLET reflete uma representação mais precisa dos números simbólicos. Assim, a estimativa da curva é um método de medição do desempenho dessa tarefa (Gilligan, 2019).

Outra forma de se determinar a função que melhor se ajusta aos dados coletados é o teste t de amostras pareadas. A diferença entre os modelos é calculada por esse método com base nas distâncias absolutas entre a estimativa da mediana das crianças para cada número e os valores previstos de acordo com os modelos. O melhor modelo de ajuste é o que apresenta o teste t mais significativo entre os comparados (Sella et al., 2013). Essa medida é a mais frequentemente usada porque codifica o desempenho em cada tentativa como uma pontuação contínua e, portanto, produz resultados mais refinados em comparação à porcentagem de tentativas resolvidas corretamente, que é baseada na codificação dicotômica de respostas corretas versus incorretas (Simms et al., 2016).

Métricas

As métricas comumente utilizadas nos experimentos da reta numérica são o erro (Simms et al., 2016) e a acurácia (Berteletti et al., 2010).

O erro é uma medida de incerteza do dado e consiste na diferença entre os valores medido e real. Na NLET, o erro representa a divergência entre a posição correta do número-estímulo e a localização estimada na reta pelo participante (Simms et al., 2016). Os tipos de erros calculados frequentemente nos estudos experimentais incluem erro absoluto (*Absolute Error*, AE), erro relativo (*Relative Error*, RE) e erro percentual (*Percentage Error*, PE). Outros erros também usados nas pesquisas empíricas são o erro absoluto médio (*Mean Absolute Error*, MAE), erro relativo médio (*Mean Relative Error*, MRE), erro percentual médio (*Mean Percentage Error*, MPE), erro percentual absoluto médio (*Mean Absolute Percentage Error*, MAPE), erro quadrático médio (*Mean Squared Error*, MSE) e raiz do erro quadrático médio (*Root Mean Squared Error*, RMSE). Neste estudo, utilizou-se o erro percentual como medida de desempenho na tarefa da estimativa de quantidades (Equação 2), mas, para a

tarefa número-posição, foi adotada a acurácia descrita por Duro e Dorneles (2020).

$$Erro_{percentual} = \left(\frac{estimativa - estímulo}{estímulo} \right) \cdot 100 \quad (2)$$

A acurácia na NLET relaciona alguma medida de erro e o intervalo de valores da reta numérica. Por exemplo, Duro e Dorneles (2020) calculam a acurácia como sendo a razão entre o erro absoluto e o intervalo de números da reta. Neste trabalho, adotou-se uma adaptação desta fórmula (Equação 3).

$$Acuracia_{percentual} = \left(\frac{estimativa - estímulo}{valor_{máximo} - valor_{mínimo}} \right) \cdot 100 \quad (3)$$

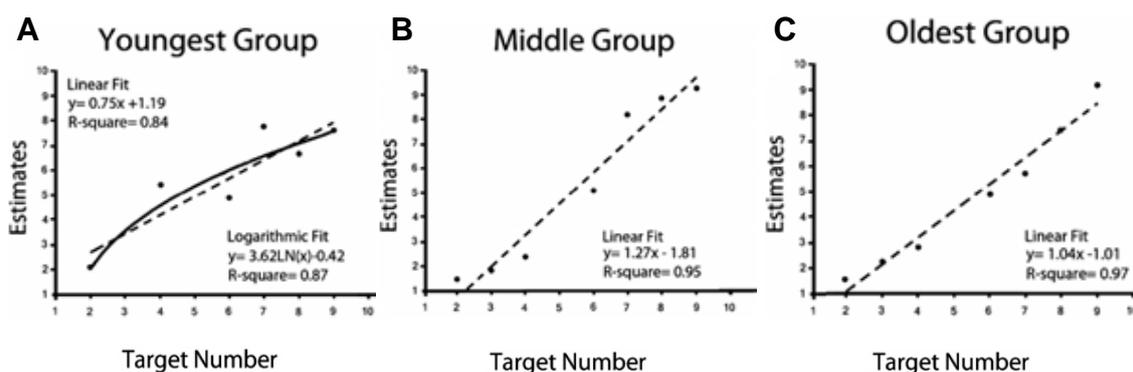
Análise dos dados

A análise do desempenho dos indivíduos na NLET envolve o uso de diversas medidas e técnicas estatísticas (Marciani, 2013). A precisão da estimativa dos participantes nessa tarefa pode ser medida usando algumas medidas de tendência central e dispersão.

Além dessas medidas, alguns pesquisadores também empregaram uma análise de variância simples (*one-way ANOVA*) com os erros percentuais médios para cada intervalo utilizando a idade como fator entre os indivíduos com o intuito de analisar a precisão da estimativa (Berteletti et al., 2010). Esse estudo mostrou um efeito significativo da idade para ambos os intervalos numéricos (0 a 10, 0 a 100), indicando que os erros percentuais diminuiriam com o aumento da idade (Berteletti et al., 2010).

Um método estatístico frequentemente utilizado nos estudos sobre a estimativa da linha de números é a análise de regressão para caracterizar a relação entre a quantidade real e os valores estimados e, portanto, descrever o padrão de estimativas (Siegler & Opfer, 2003). A partir dos números-estímulos e das respostas de cada participante, os pesquisadores plotaram um conjunto de gráficos de dispersão e estimaram as curvas de ajustes das funções lineares e logarítmicas (Siegler & Opfer, 2003).

Figura 8 – Estimativas e modelos de ajuste de funções em três grupos de crianças



Nota. A Figura 8 ilustra as estimativas de três grupos de crianças na tarefa da reta numérica para o intervalo entre 1 a 10 obtidas por Berteletti et al. (2010) e os modelos de ajuste de funções logarítmica (Figura 8A) e linear (Figura 8B e 8C) em função dos grupos etários.

Os dados obtidos nos ensaios foram analisados em indivíduo e grupos (Siegler & Opfer, 2003).

Na análise em grupo, para comparar o ajuste dos dois modelos, os autores executaram um teste *t* de amostra pareada sobre o valor absoluto dos resíduos (Opfer, 2003), que consiste nas distâncias absolutas entre a estimativa da mediana dos indivíduos para cada número e os valores previstos de acordo com os melhores modelos linear e logarítmico (Siegler & Opfer, 2003).

Na perspectiva individual, as análises de regressão foram realizadas nos dados de cada participante. O modelo de melhor ajuste entre linear e logarítmico foi atribuído a cada indivíduo, quando significativo. Se ambos não alcançassem significância, a pessoa era classificada como sem representação para o intervalo considerado. Para cada intervalo, os participantes foram classificados como tendo representação linear, representação logarítmica ou sem representação (Berteletti et al., 2010).

Berteletti et al. (2010) empregaram a correlação de Spearman para caracterizar associações entre os grupos de indivíduos e os tipos de representação.

Algumas pesquisas analisaram também a correlação entre o desempenho na NLET e outro teste cognitivo. Por exemplo, Berteletti et al. (2010) aplicaram em conjunto com a NLET uma tarefa de nomeação de dígitos. Eles observaram uma correlação entre o tipo de representação e a pontuação nesse último

instrumento, sugerindo que um melhor conhecimento dos algarismos arábicos está associado ao uso de representações numéricas mais precisas na NLET.

4. Avaliação computadorizada

A testagem informatizada tem várias vantagens em relação à avaliação tradicional em papel. Um sistema computacional permite o gerenciamento dos dados dos alunos, professores, coordenadores, diretores, turmas e escolas bem como dos experimentos e das medidas de desempenho. Essa riqueza e o controle das informações permitem uma avaliação mais abrangente e assertiva do padrão de desenvolvimento de cada estudante e de suas reais necessidades de aprendizado e aprimoramento. Esses resultados podem ser usados pelo professor para avaliar a instrução, a própria avaliação e o desempenho dos discentes (Zhang et al., 2001) bem como orientar suas decisões pedagógicas e apoiar o planejamento e a implementação de suas práticas e intervenções educativas (Black et al., 2003; Katz, 2012).

Uma base de dados sistematizada e centralizada pode favorecer estudos em larga escala tanto longitudinais, que permitam a caracterização da população estudantil, quanto transversais entre turmas, séries e escolas, gerando assim informações valiosas que subsidiem as políticas públicas em educação.

No que se refere ao experimento de avaliação de habilidades cognitivas em formato eletrônico, a padronização das tarefas e das medidas de performance, o reuso dos ensaios e a flexibilidade para configurar e avaliar aspectos específicos contribuem para a implementação de projetos experimentais mais ricos de informação com questões de investigação mais complexas e recursos tecnológicos mais avançados. Particularmente, os itens de teste e as medidas de desempenho propostos podem ser mais facilmente personalizados, implementados e validados. Eles podem inclusive ser definidos dinamicamente durante a tarefa com base nas respostas dos participantes por meio de técnicas de inteligência artificial (teste adaptativo computadorizado; *Adaptive Computer-Based Assessment*; Aguilar-Burguete & Kaijiri, 2007).

No que diz respeito à coleta de dados, os procedimentos são menos dispendiosos e mais sustentáveis ecológica e financeiramente. Segundo Piatt et al. (2016), a capacidade de registrar dados de forma fácil e instantânea sempre foi um objetivo dos pesquisadores. Por exemplo, um projeto experimental da NLET com uma turma de 30 alunos que respondem a 20 ensaios utiliza 600 folhas de papel (mais de uma resma). Um estudo transversal em 5 turmas dessa

mesma escola requer 3.000 folhas, o que resulta em um processo operacional dispendioso e complexo.

Essa complexidade evolui também para a tabulação e codificação dos dados. No caso da NLET, tabular os dados coletados com papel e lápis é trabalhoso e demorado porque envolve medir as marcas dos participantes a mão com uma régua. Além disso, a codificação pode ser imprecisa devido a erros acidentais de leitura e registro dos resultados e a erros sistemáticos de paralaxe e de arredondamento dos valores. Com sistemas computacionais, os dados são coletados e codificados de modo preciso e instantâneo (Piatt et al., 2016).

A análise dos dados requer o conhecimento de métodos quantitativos. Investigações mais sofisticadas podem envolver técnicas de estatística multivariada e de inteligência artificial, e necessitar do suporte de estatísticos, matemáticos e engenheiros. Sistemas especialistas podem automatizar o processamento dos dados, a manipulação dos resultados e a geração de gráficos, tabelas e relatórios, reduzindo a dependência de técnicos.

Somadas a essas vantagens, o gerenciamento, a manutenção e a atualização de uma avaliação digital são relativamente mais otimizadas do que o formato impresso. Um sistema central pode armazenar os dados tanto de entrada (relativos aos alunos, turmas, escolas, itens de teste, e outros parâmetros e características do experimento) quanto de saída da tarefa (respostas dos participantes, dados analisados e observações) e processá-los sempre que necessário. As conclusões podem ser usadas pelos educadores para avaliar a instrução, a própria avaliação e o desempenho dos discentes, os gestores sociopedagógicos para medir a eficácia dos programas educacionais, e os pesquisadores para testar hipóteses sobre o desenvolvimento da cognição numérica e da aprendizagem matemática (Zhang et al., 2001).

Nesse contexto, os recursos e benefícios das avaliações eletrônicas precisam ser mais bem explorados, de modo a possibilitar uma detecção precoce das dificuldades de aprendizagem de cada criança, identificação das necessidades específicas de aprendizado delas, e suporte ao planejamento e implementação de intervenções pelos educadores (Black et al., 2003; Katz, 2012).

4.1. Sistemas computacionais relacionados à estimativa da linha de números

Na revisão da literatura sobre a NLET, foram identificados sistemas computacionais para avaliação da estimativa da linha de números e para treinamento dessa habilidade (Kucian et al., 2011).

Esse trabalho focou na tarefa da reta numérica como instrumento de avaliação. Informações sobre ferramentas computacionais aplicadas ao treino dessa capacidade podem ser encontradas nos estudos dos grupos de Käser, Kucian, Kuhn e Link (Käser et al., 2013; Kucian et al., 2011; Kuhn & Holling, 2014; Link et al., 2014).

No que diz respeito às ferramentas computacionais para avaliação dessa capacidade, houve também diversos exemplos digitais (Eyler et al., 2018; Kucian et al., 2018), demonstrando uma tendência de utilização desse tipo de mídia ao invés da versão em papel e lápis. Na meta-análise de Schneider, Merz, et al. (2018), 47% dos estudos usaram computadores, 43% aplicaram a tarefa no papel e 10% não informaram a mídia utilizada.

Por exemplo, Boonen et al. (2011) investigaram a aquisição do senso numérico em crianças holandesas do jardim de infância de 16 escolas próximas a Utrecht usando uma avaliação computadorizada da reta numérica. Em outro trabalho holandês, mas de abrangência maior, crianças da educação infantil e do ensino fundamental também utilizaram uma versão digital da NLET. Os participantes faziam parte do estudo longitudinal *MathChild*, um projeto apoiado pela Organização Holandesa de Pesquisa Científica (*Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek*, NWO) que avaliou o desenvolvimento numérico em crianças do jardim de infância até o segundo ano de 25 escolas holandesas (Friso-van den Bos et al., 2015).

Muitas aplicações digitais são reproduções dos experimentos de referência sobre a NLET, como os de Siegler (Booth & Siegler, 2008), em computadores *desktops*, *notebooks* e *tablets*. A tarefa computadorizada da estimativa da linha de números de Dale J. Cohen e Ray Austin (Cohen & Ray, 2020) e o sistema de diagnóstico de função de aprendizagem israelense (intitulado em hebraico como MATAL) desenvolvido pelo Instituto Nacional de

Teste e Avaliação (*National Institute for Testing & Evaluation* [NITE]; Kennet-Cohen et al., 2008), são exemplos raros de aplicações eletrônicas.

4.1.1. Tarefa computadorizada da reta numérica de Cohen Ray

Cohen e Ray (2020) produziram uma aplicação computadorizada de código aberto, baseada em *Java*, para avaliar a estimativa da linha de números. Ela consiste em uma ferramenta rápida e fácil que apresenta uma “linha universal de números”. Segundo os autores, essa linha é uma generalização das retas numéricas limitadas e ilimitadas.

Figura 9 – *Variações dos tipos de linhas da tarefa da reta numérica de Cohen e Ray*



Nota. A Figura 9 ilustra as variações dos três tipos de linhas da tarefa da reta numérica desenvolvida por Cohen e Ray (2020): limitada (Figura 9A), ilimitada (Figura 9B) e universal (Figura 9C).

A configuração do experimento é realizada por meio de duas interfaces de usuário (*Graphical User Interfaces* - GUIs, ou simplesmente *User Interfaces* - UIs).

Na primeira tela (*Start Dialogue*), o pesquisador deve especificar o diretório, onde serão armazenados os arquivos da tarefa, e identificar o experimento, a sessão e o participante, podendo incluir, se desejar, idade e série do participante.

Na parametrização do experimento, o observador pode carregar uma configuração prévia pelo botão *Load Configuration* ou iniciar uma nova configuração clicando no botão *Configure* (Cohen & Ray, 2020).

Figura 10 – Tela Start Dialogue

Nota. A Figura 10 exibe a primeira interface gráfica para configuração do experimento na tarefa computadorizada da reta numérica de Cohen e Ray (Cohen & Ray, 2020).

Na segunda tela (*Configuration Dialogue*), o experimentador define a quantidade de ensaios e de teste, o tipo de linha (limitada, ilimitada ou universal), a variante da NLET (estimativa para tarefa posição-número ou produção para tarefa número-posição) e os valores mínimo e máximo da linha.

Figura 11 – Tela Configuration Dialogue

Nota. A Figura 11 mostra a segunda tela para parametrização do experimento na tarefa da linha de números de Cohen Ray. A Figura 11A ilustra a parte superior da interface, enquanto a Figura 11B a porção inferior dessa tela (Cohen & Ray, 2020).

Ainda nesta GUI, pode-se especificar também os valores mínimo e máximo dos números-alvo, o incremento e o tamanho da linha (pequena, média ou grande). Além disso, o experimentador pode incluir instruções personalizadas e salvar a configuração (botão *Save Configuration*) (Cohen & Ray, 2020).

Em relação à GUI do instrumento, a linha-base dos números é cinza claro em um fundo preto pois Cohen e Ray (2020) acreditam que essa aparência reduz o brilho ao redor das linhas. Os rótulos de limites na extremidade esquerda são alinhados à direita e no terminal direito são organizados à esquerda, eliminando a possibilidade de os rótulos interferirem uns nos outros segundo os autores. Além disso, os rótulos de limites são da mesma cor que a linha-base de números de modo que eles se agrupem perceptivamente. O número-alvo é colocado abaixo do valor do limite esquerdo para evitar dicas sobre o posicionamento na reta numérica (Cohen & Ray, 2020).

A tarefa de Cohen e Ray implementa dois recursos para evitar que o participante se aproveite das características do monitor como estratégia ou guia para resolução. Em cada tentativa, o programa randomiza a quantidade de pixels correspondentes a uma unidade e o posicionamento do valor esquerdo da reta numérica em relação ao lado esquerdo do monitor (Cohen & Ray, 2020).

Durante a realização da tarefa, para resolver o ensaio, o participante deve passar o mouse sobre algum dos limites. Ao passar o mouse, uma linha de resposta vermelha aparece sobre o limite. Ele então “clica e arrasta” a linha de resposta para a posição que acredita que reflete com precisão a quantidade do alvo. Tanto a linha quanto a marcação ficam vermelhas até que o botão do *mouse* seja liberado. A resposta é enviada somente quando o participante aperta a barra de espaço (Cohen & Ray, 2020).

Os dados do ensaio e de cada participante, incluindo identificador do assunto do experimento, idade, nota, tipo de tentativa, número da tentativa, condição, número da sessão e tamanho da reta numérica são gravados em um arquivo na pasta selecionada. Esse arquivo possui o formato ASCII (texto), especificamente *.tsv* (*tab separated values*, valores separados por tabulações), e podendo ser aberto por aplicativo de planilha de dados ou pacote estatístico (Cohen & Ray, 2020).

4.2. Equivalência entre avaliações em papel e no computador

Os rápidos avanços na tecnologia durante as últimas décadas forneceram uma variedade de opções novas e inovadoras de ensino e aprendizagem (Yeung et al., 2021), promovendo uma experiência educacional baseada na *aprendizagem aprimorada pela tecnologia* (Kirkwood & Price, 2014). As tecnologias de computador, quando projetadas de acordo com a teoria e a pedagogia da aprendizagem, têm e podem melhorar substancialmente a aprendizagem e o rendimento dos alunos de forma mais eficaz (Schacter & Fagnano, 1999).

Os computadores tornaram-se cada vez mais presentes nas salas de aula e laboratórios de informática nas décadas de 1980 e 1990 e, nas décadas seguintes, tecnologias ainda mais sofisticadas vêm sendo desenvolvidas para uso em ambientes escolares (Yeung et al., 2021). O uso da tecnologia nos contextos educacionais está evoluindo rapidamente e expandiram-se acentuadamente como meio de apoio à aprendizagem e método de avaliação (Timmis et al., 2016). Os avanços nas tecnologias educacionais têm impacto nas salas de aula, na forma como os alunos aprendem e nas práticas de avaliação, em todos os níveis de ensino (Shute & Rahimi, 2017). Com isso, a quantidade de estudos sobre o uso de um tipo específico de tecnologia ou em uma área específica, como anatomia (Clunie et al., 2018), biologia (Lee & Tsai, 2013), matemática (Li & Ma, 2010) e línguas estrangeiras (Golonka et al., 2014) tem aumentado nos últimos anos. Particularmente na educação matemática, área de conhecimento deste trabalho, as pesquisadoras Qing Li e Xin Ma realizaram uma meta-análise com 46 estudos envolvendo um total de 36.793 alunos da educação básica sobre o impacto da tecnologia de computadores no ensino dessa disciplina e verificaram efeitos positivos da tecnologia na promoção do desempenho em matemática, principalmente em discentes do ensino fundamental e com necessidades especiais.

O uso seletivo da tecnologia nas avaliações escolares é uma maneira eficiente e sustentável de usar as tecnologias educacionais (Yeung et al., 2021). As últimas décadas testemunharam desenvolvimentos tecnológicos significativos no campo da avaliação educacional. Novas tecnologias para a avaliação da aprendizagem dos alunos foram complementadas pela crescente proeminência dela como uma questão de política educacional e desenvolvimento

humano. As avaliações informatizadas têm implicações para os alunos, instituições e o próprio sistema educacional. A ampla adoção das avaliações digitais nas principais redes de ensino no mundo sugere que as tecnologias digitais em educação beneficiam a experiência escolar (Yeung et al., 2021). No entanto, essa prática escolar não está bem disseminada em muitos sistemas nacionais de ensino e está longe de ser uma realidade na maioria das escolas brasileiras. Há uma escassez de pesquisas sobre os efeitos que essa tecnologia pode ter no processo de avaliação da aprendizagem dos alunos (Kirkwood & Price, 2013, 2014; Yeung et al., 2021) e, conseqüentemente, uma ausência de evidências consistentes da equivalência entre os testes em papel e no computador. Há muitas questões em aberto para temas-chave como projeto da avaliação, experiência e familiaridade do aluno e dos professores com computadores, logística e operações, infraestrutura de *hardware*, *software*, *peopleware* e rede, e comparabilidade dos resultados da avaliação entre os modos analógico e digital (Perry et al., 2022).

Estudos sobre comparações experimentais de tarefas baseadas no papel e em computador remonta a algumas décadas (Dillon, 1992). O interesse no debate sobre a equivalência das tarefas em computador e em papel é crescente hoje, especialmente com a maior disponibilidade e acesso a sistemas computacionais, expansão do ensino à distância e uso crescente da avaliação *on-line* (Noyes & Garland, 2008). Atualmente há uma maior preocupação com as propriedades psicométricas dos testes informatizados e consciência da necessidade de que haja equivalência experiencial e psicométrica de modo a assegurar que os resultados do desempenho tenham correspondência entre as duas mídias (Noyes & Garland, 2008).

Estudos de comparabilidade entre métodos estabelecidos e mais novos para coleta de dados, incluindo comparação entre modos de apresentação das avaliações, são necessários e a quantidade de pesquisas sobre essa temática tem sido crescente nas últimas décadas (Piatt et al., 2016). Os resultados dessa literatura são mistos. As descobertas das primeiras pesquisas sobre comparações de tarefas analógicas e digitais geralmente sugeriam que o desempenho baseado em medidas de velocidade, precisão e compreensão era melhor no papel que no computador. As evidências desses estudos sugeriam que esse desempenho inferior podia ser atribuída em grande parte à qualidade

visual das apresentações apresentadas nas telas de exibição e ao aumento das demandas cognitivas, que resulta em maior mobilização de recursos e processamento cognitivo, como maior carga de trabalho, nível de esforço, cansaço e sensação de estresse, especialmente em tarefas sofisticadas que exigem atenção sustentada, resolução de problemas e tomada de decisão (Noyes et al., 2004; Ziefle, 1998). Muitas tarefas em papel foram convertidas diretamente em avaliações eletrônicas com pouca consideração por quaisquer implicações. Apesar da ampla aplicação da versão digital do teste *Wisconsin Card Sorting Test* (WCST), Steinmetz et al. (2010) examinaram a equivalência psicométrica de quatro scores e encontraram diferenças consideráveis nas variâncias e coeficientes de confiabilidade de formas paralelas e de estabilidade temporal modestos, indicando uma equivalência psicométrica incompleta da tarefa informatizada.

Alguns pesquisadores não encontram diferenças entre testes administrados em papel e no computador (Cronk & West, 2002; Forbey et al., 2012; Sarrazin et al., 2002; Williams & McCord, 2006). Forbey et al. (2012) examinaram 273 veteranos por meio da versão computadorizada do Inventário de Personalidade Multifásico de Minnesota (*Minnesota Multiphasic Personality Inventory 2*, MMPI-2) e observaram confiabilidade e validade comparáveis à versão em papel, além de economia de itens e tempo. Em outro estudo, Ackerman e Beier (2007) desenvolveram dois conjuntos de testes computadorizados de velocidade perceptual, com monitores sensíveis ao toque, que foram projetados para serem equivalentes aos testes tradicionais de papel, e verificaram níveis de confiabilidade e validade comparáveis.

Atualmente há muitas evidências das vantagens dos testes computadorizados sobre as avaliações em papel (Carlbring et al., 2007; Terzis & Economides, 2011; Vansickle & Kapes, 1993). A falta de familiaridade com o computador podia representar uma dificuldade para realização da avaliação informatizada no passado. Entretanto, hoje a proficiência digital e a competência em informática são habilidades necessárias na sociedade moderna e, portanto, não deveria ser mais um grande problema para os estudantes (McKeown, 2016). A preferência dos participantes pela tarefa computadorizada ao formato em papel vem aumentando com o avanço das tecnologias. Essa tendência pode ser atribuída à riqueza da interface (Baker & Mayer, 1999) e ascensão da cultura

digital com atitudes mais positivas dos alunos em relação às tecnologias educacionais (Hansen et al., 1997).

Outro grupo de pesquisadores acreditam que não é possível haver equivalência total entre as versões analógica e digital dos instrumentos de avaliação. Clariana e Wallace (2002), Bennett et al. (2008) e Noyes e Garland (2008) afirmaram que os resultados acadêmicos em testes digitais não podiam ser comparados com precisão com os resultados de uma avaliação tradicional em papel, principalmente devido à diferença nas tarefas e no nível de habilidade em informática dos examinandos. Há vários motivos pelos quais os resultados podem diferir entre as mídias nas tarefas matemáticas, incluindo a familiaridade e a preferência pelos sistemas computacionais atuais como *tablets* e *smartphones* (Piatt et al., 2016).

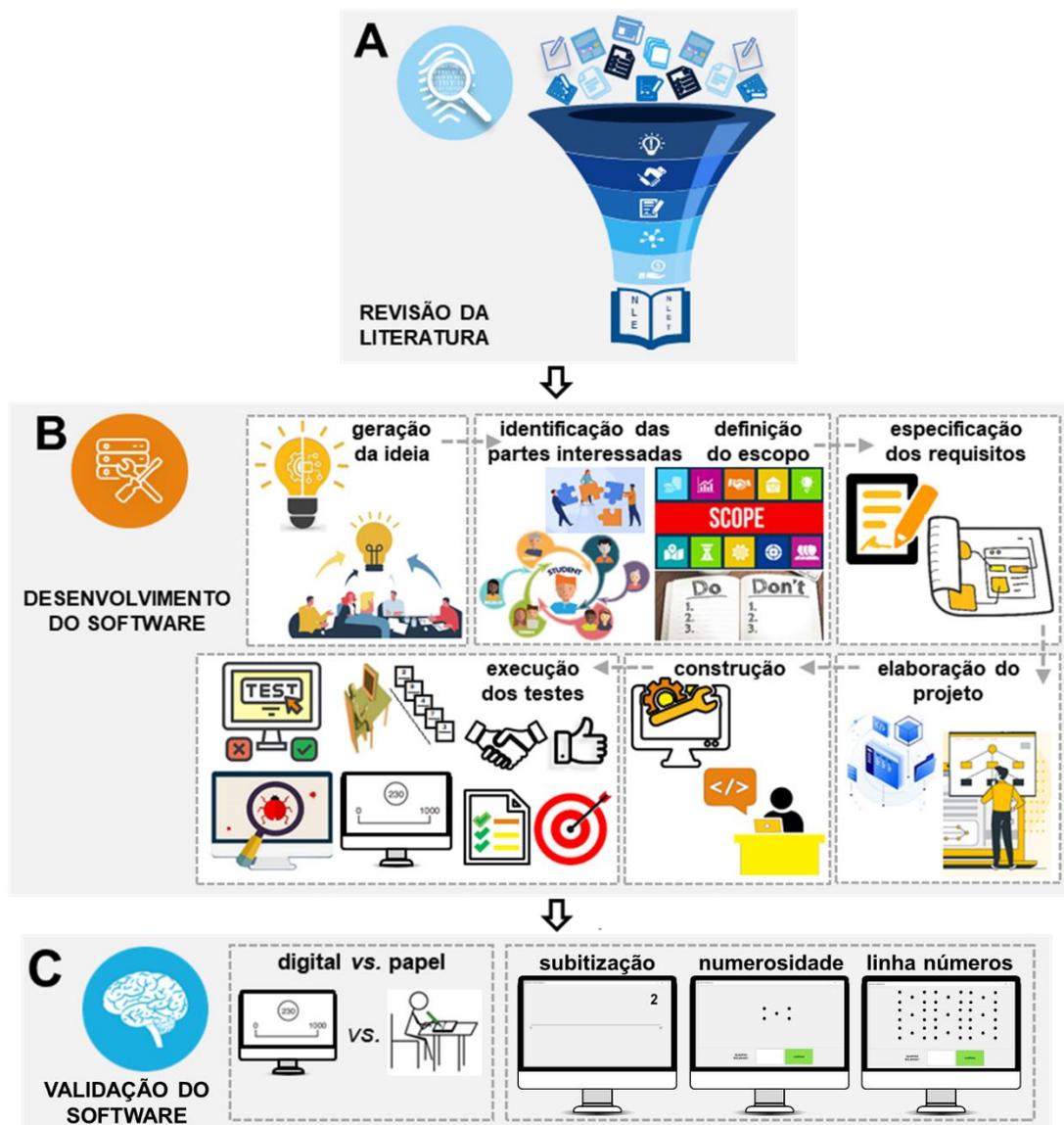
A exemplo de Ackerman e Beier (2007), o autor desenvolveu três testes computadorizados para avaliar as habilidades de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números nesta pesquisa de doutorado. Para usar essas tarefas com confiança, é necessário entender melhor se os dados coletados são semelhantes ou diferentes dos dados obtidos no formato papel. Com o intuito de examinar o efeito do modo de apresentação no desempenho dos universitários nessas tarefas, uma análise da equivalência entre os modos analógico e digital dessas tarefas foi executada para determinar se esses instrumentos podem ser utilizados nos ambientes escolares.

5. Materiais e Métodos

O objetivo geral deste estudo é desenvolver e validar um sistema de testes computadorizados para avaliação das habilidades do senso de números.

A Figura 12 ilustra o fluxograma das atividades desempenhadas nesse trabalho para atingir os objetivos geral e específicos. A metodologia foi dividida e organizada em três subseções (revisão da literatura, desenvolvimento do *software* e validação da ferramenta) para melhor entendimento e implementação da pesquisa.

Figura 12 – Fluxograma das atividades deste projeto de pesquisa



Nota. Para o cumprimento do objetivo geral foram realizadas as seguintes atividades: (A) revisão da literatura sobre cognição numérica, senso de números, avaliação computadorizada e tarefas de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números, incluindo uma análise dos delineamentos, procedimentos e medidas de desempenho; (B)

desenvolvimento do sistema de testes informatizados. Esta macroatividade compreendeu a geração da ideia, a identificação das partes interessadas, a definição do escopo, a especificação dos requisitos, a elaboração do projeto, a construção e a execução dos testes do *software*; e (C) aplicação dos experimentos e análise estatística das respostas para validação do *software*. Fonte: imagens das tarefas são adaptações das encontradas nos trabalhos de Schleifer e Landerl (2011), Duro & Dorneles (2019a) e Berteletti et al. (2010).

Os recursos utilizados para a realização desta pesquisa foram:

- Um notebook do desenvolvedor (marca Lenovo e modelo ideapad320 com processador Intel® Core™ i5-7200U, memória RAM de 8 GB sistema operacional Microsoft Windows 10 de 64 bits);
- Laboratório de informática para uso dos participantes contendo 20 computadores (com teclado, mouse, monitor de vídeo), um projetor multimídia de slide e uma tela de projeção;
- Uma impressora multifuncional Epson EcoTank L3150 e respectivas garrafas com tinta de reposição;
- Dez resmas de papel sulfite no formato A4 com 500 folhas para impressão dos formulários em papel para as avaliações tradicionais e dos termos de anuência, TALE e TCLE; e,
- Material de escritório, incluindo canetas, lápis, régua, cliques, grampos, pastas, blocos de papel e envelopes/sacos plásticos.

Particularmente os recursos de *software* utilizados pelo autor-desenvolvedor para a construção dos testes informatizados e respectiva documentação foram:

- Pacote de ferramentas Microsoft Office 365, especialmente Microsoft Word e Microsoft PowerPoint, para elaboração da documentação pertinente, e Microsoft Excel para análises estatísticas;
- Navegador de internet Google Chrome;
- Ambiente integrado de desenvolvimento (*Integrated Development Environment*, IDE) MATLAB^{®5} R2019a, particularmente a interface gráfica App Designer, para construção das telas e a programação de suas funcionalidades, a toolbox Report Generator[®], para a geração de

⁵ MATLAB[®] é um ambiente de programação que permite manipulação de matrizes, visualização de gráficos, implementação de algoritmos, criação de telas de usuário e interfaces com programas de outras linguagens. Ele é um *software* proprietário desenvolvido pela *MathWorks* e distribuído pela *OpenCadd* no Brasil.

relatórios, e a biblioteca Statistics and Machine Learning Toolbox[®], para análise estatística dos dados;

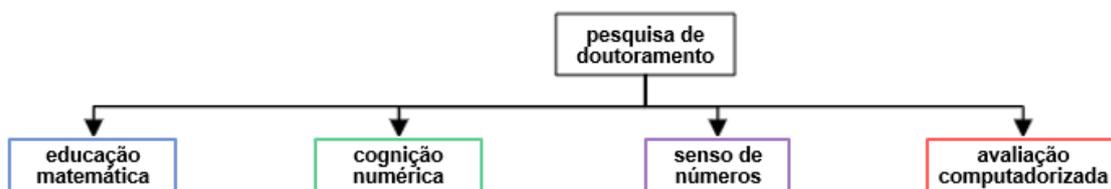
- Ferramentas estatísticas BioEstat e Statistica da TIBCO Software Inc.

Nas próximas seções, as atividades identificadas no fluxograma serão descritas com mais detalhes.

5.1. Revisão da literatura

A estrutura analítica de projeto (EAP, em inglês, *Work Breakdown Structure*, WBS) desta pesquisa de doutoramento identifica quatro tópicos investigados: educação matemática, cognição numérica, senso de números e avaliação computadorizada (Figura 13).

Figura 13 – Estrutura analítica deste projeto de pesquisa



Nota. autor, 2022.

Inicialmente foi realizada uma pesquisa na internet com a *search string* “*mathematics education*” e variantes⁶ para revisar a literatura existente sobre esse tema e caracterizar a educação matemática e o numeramento, conhecer os resultados da aprendizagem nessa disciplina e identificar os instrumentos utilizados para avaliar as habilidades matemáticas primárias.

Após a conclusão dessa atividade, foi executada uma segunda investigação na *web* usando as *search strings* “*numerical cognition*”, “*numerical magnitude*”, “*numerosity perception*”, “*triple code model*”, “*mental number line*”, “*numerical distance effect*” e “*numerical size effect*” e variações⁷ para conhecer

⁶ As variantes da *search string* “*mathematics education*” utilizadas para pesquisa na *web* foram combinações das palavras “*mathematics*”, “*math*”, “*mathematical*”, “*education*”, “*learning*”.

⁷ As variações da *search string* “*numerical cognition*” foram associações dos termos “*cognition*”, “*number*”, “*mathematics*”, “*math*” e “*mathematical*”, enquanto os vocábulos alternativos de busca para “*numerical magnitude*” foram composições das palavras “*number*” e “*magnitude*”. Já as variantes da *search string* “*numerosity perception*” foram combinações dos termos

os conceitos sobre cognição numérica, magnitude de números, percepção de numerosidade, modelos de processamento de números, linha mental de números e efeitos numéricos.

Em seguida, com o intuito de identificar e conhecer as habilidades numéricas primárias, que constituem a base para o desenvolvimento das competências matemáticas avançadas e o aprendizado dessa disciplina, as capacidades de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números em particular e os respectivos instrumentos de avaliação foi implementada uma terceira busca na internet usando as *search strings* “*number sense*”, “*subitizing*”, “*numerosity estimation*”, “*number line estimation*” e palavras de busca alternativas⁸.

Finalizando a revisão da literatura deste texto, foi implementada uma quarta pesquisa utilizando as *search strings* “*computer-based assessment*” e “*computer versus paper*” e expressões derivadas⁹.

As pesquisas bibliográfica e na internet de trabalhos empíricos e de revisão no idioma inglês foram realizadas nos sites *Google Scholar*, *ScienceDirect*, *Wiley Online Library* e *PubMed/Medline*, nas bibliotecas e bases (banco) de dados da *American Psychiatric Association (APA)*, *PsyArXiv*, *Education Resources Information Center (ERIC)*, *JSTOR*¹⁰, *ProQuest*, *SciELO*¹¹

“*numerosity*”, “*number*”, “*numerical*”, “*perception*”, “*discrimination*” e “*detection*”, enquanto para “*triple code model*” foram associações das palavras “*number*”, “*processing*” e “*model*”.

⁸ As formas alternativas usadas na consulta para a *search string* “*number sense*” foram composições dos vocábulos “*number*”, “*magnitude*” e “*sense*” e combinações dos termos “*early*”, “*primary*”, “*mathematics*”, “*math*”, “*mathematical*”, “*numerical*”, “*quantitative*”, “*abilities*”, “*skills*”, “*competences*”, “*competencies*”. Quanto à subitização, foram utilizados também como conjunções das palavras “*small*”, “*set*”, “*numerosities*”, “*quantities*”, “*magnitude*”, “*unit*”, “*object*”, “*dot*”, “*exact*”, “*accurate*”, “*enumeration*”, “*quantification*”, “*judgement*” e “*perception*”. Já em relação à estimativa de numerosidade, palavras de busca alternativas foram compostas pelos termos utilizados na subitização, mas substituindo os vocábulos “*small*” por “*large*” e “*accurate*” e “*exact*” por “*approximate*”, bem como pela combinação dos termos “*numerosity*”, “*number*”, “*numerical*” e “*estimation*”. No que refere à “estimativa da linha de números”, palavras de busca alternativas foram “*number to position*”, “*number to line*”, “*number to place*”, “*position to number*”, “*line to number*” e “*place to number*”.

⁹ As variantes da *search string* “*computer based assessment*” empregadas para pesquisa na web foram combinações dos termos “*computerized*”, “*digital*”, “*electronic*”, “*online*”, “*evaluation*”, “*test*”, “*testing*”, “*screening*”, enquanto para “*computer versus paper*” foram associações das palavras “*computer*”, “*paper*”, “*versus*”, “*equivalence*” e “*comparability*”.

¹⁰ JSTOR (*Journal Storage*) consiste em um sistema online de arquivamento de periódicos acadêmicos. Fonte: <https://www.jstor.org>.

¹¹ A Biblioteca Eletrônica Científica Online (*Scientific Electronic Library Online*, SciELO) constitui uma biblioteca digital de livre acesso de periódicos científicos brasileiros. Fonte: <https://scielo.org>.

e MathSciNet, nas editoras *Nature Research*, *Annual Reviews*, Cell Press, Springer, Elsevier (Embase e Scopus), PLOS¹², *BioMed Central*, *Cambridge University Press*, *Oxford University Press* (OUP), *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) Press, SAGE, Karger, Taylor & Francis e nos principais periódicos das áreas de educação matemática, psicologia escolar e computação encontrados no *SCImago Journal Rank* (SJR).

A essa lista de trabalhos, foram acrescentadas também os estudos no idioma português, preferencialmente de autores brasileiros, sobre as tarefas de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números de autores brasileiro. Essa ação foi tomada para identificar os pesquisadores que utilizaram essas tarefas nos ambientes escolares brasileiros bem como verificar a existência de versões digitais dessas tarefas disponíveis no Brasil.

O conhecimento adquirido dessa revisão da literatura foi empregado para elaboração do embasamento teórico desta tese bem como fornecer os requisitos para o desenvolvimento do sistema de testes computadorizados e os procedimentos para validação da ferramenta.

5.2. Desenvolvimento do *software*

Como mencionado anteriormente, este estudo descreve o processo de desenvolvimento de uma plataforma modular e escalável de avaliação computadorizada das habilidades do senso de números que possa ser utilizada em ambientes educacionais e de pesquisa.

O sistema de testagem informatizada desenvolvido nesse trabalho foi um programa de aplicação, também denominado *software* aplicativo (Pressman, 2016), com propósito científico, que avalia as habilidades de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números.

Nesse trabalho, foi adotado o modelo de processo incremental, que combina elementos do paradigma sequencial linear, denominado também ciclo de vida clássico ou modelo cascata, com a abordagem interativa da prototipagem (para revisão, vide Pressman, 2016). Com isso, os processos de especificação,

¹² A Biblioteca Pública de Ciências (*Public Library of Science*), conhecida como PLOS, é uma organização sem fins lucrativos (editora e biblioteca) de acesso aberto. Fonte: <https://plos.org>

projeto e implementação ocorreram de forma simultânea, com envolvimento e contribuição de educadores e diretores (potenciais interessados do sistema), e desenvolvimento interativo com componentes incrementais.

A metodologia de processo de *software* foi estruturada com base nas seguintes atividades: geração da ideia, identificação das partes interessadas, definição do escopo, especificação dos requisitos, elaboração do projeto, construção e execução de testes, detalhados a seguir.

5.2.1. Geração da ideia

A ideia do sistema de teste informatizados surgiu como uma inovação de processo em resposta às necessidades e às demandas de pesquisadores, educadores e gestores escolares.

Os procedimentos de coleta, codificação e análise dos dados da tarefa em papel e lápis são desgastantes, dispendiosos e sujeitos a erros. Há uma demanda por uma ferramenta eletrônica que ofereça uma melhor experiência de pesquisa e de avaliação educacional sobre as habilidades matemáticas. O suporte ao delineamento experimental, o reuso e a flexibilidade de configuração dos ensaios, a informatização das tarefas matemáticas e da coleta dos dados, o apoio à análise estatística dos dados e a geração automática dos resultados são alguns dos benefícios proporcionados pelo *software* de aplicação científica.

A ideia do sistema da reta numérica surgiu como parte de uma conversa com o Prof. Dr. Marcelo Fernandes da Costa em uma reunião sobre a pesquisa de doutoramento. Em uma das sessões de *brainstorming*, o professor-orientador, especialista nas áreas de Psicologia Experimental e Psicofisiologia Sensorial, declarou a necessidade de desenvolvimento e aplicação de ferramentas computacionais e dispositivos tecnológicos que contribuam para a pesquisa em neurociências e educação.

Essa demanda foi enfatizada nas aulas da disciplina NEC5755 - Fundamentos de Neuropsicologia Experimental que apresentou a CANTAB (*Cambridge Neuropsychological Test Automated Battery*, bateria automatizada de teste neuropsicológico de Cambridge), uma referência global em avaliação cognitiva. A ideia de um sistema computacional evoluiu ainda mais nas aulas da

disciplina NEC5775 - Métodos Computacionais em Neurociências que demonstrou a viabilidade técnica da construção de uma ferramenta digital.

Após a ideia surgir de modo informal, ela foi sendo aprimorada com base na literatura revisada sobre a NLET, nos diálogos com o Prof. Marcelo, Prof^a Elaine e Prof^a Mariana, e no *benchmarking* da CANTAB, do programa *Rescue Calcularis*, do sistema MATAL, da tarefa computadorizada da estimativa da linha de números de Cohen Ray e da plataforma *on-line* Secretaria Escolar Digital da SEDUC-SP.

Somando-se à perspectiva científica desses pesquisadores, as informações obtidas nas entrevistas com a professora de matemática e coordenadora sociopedagógica Flávia Chamma Degaspere e a diretora Christiane Aguiar de Queiroz da Escola Municipal Professora Immaculada Grecco Civolani e com a diretora Marlene Oliveira Garcia Banhos da Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) General Liberato Bittencourt sobre as necessidades e desejos dos educadores em matemática e dos gestores escolares em relação a ferramentas de apoio ao ensino e à avaliação da aprendizagem confirmaram o potencial de aplicação prática desse recurso tecnológico.

Assim, a convergência da experiência acadêmica e profissional do autor, como docente e consultor de projetos de tecnologia da informação (TI), com a oportunidade demonstrada pelos pesquisadores, educadores e gestores escolares, motivou o desenvolvimento desse *software* de aplicação científica em prol da pesquisa e da prática educacional em cognição numérica.

5.2.2. Identificação das partes interessadas e definição do escopo

No início do trabalho, foram identificadas as partes interessadas do projeto: pesquisadores, educadores e gestores escolares.

Os potenciais usuários da aplicação são pesquisadores e docentes envolvidos na educação matemática, coordenadores sociopedagógicos, diretores e alunos das instituições de ensino. Os pesquisadores atuam de forma direta e indireta em todas as funcionalidades do sistema como, por exemplo, cadastro, consulta e edição dos dados da escola, turmas e discentes, e dos experimentos e ensaios. Eles atuam também na aplicação das tarefas nos

estudantes e na seleção dos métodos estatísticos para análise dos dados e das mídias de saída (tabelas, gráficos e relatórios) para divulgação das informações. A análise dos resultados e a tomada de conclusões são também papéis dos pesquisadores. Professores, coordenadores e diretores podem apoiar o cadastro dos dados e analisar os resultados do experimento, enquanto os alunos são os participantes e objetos dos estudos.

O propósito deste sistema é oferecer uma melhor interface de pesquisa e de avaliação educacional sobre a habilidade da estimativa da linha de números a pesquisadores e educadores de matemática. A aplicação deve apoiar as atividades desses usuários quanto ao planejamento dos experimentos e das avaliações educacionais, coleta e análise dos dados, e publicação dos resultados, proporcionando redução da carga de trabalho, economia de recursos como tempo e dinheiro, otimização do planejamento, definição, configuração e execução do experimento, e aumento da qualidade e confiabilidade dos resultados.

5.2.3. Especificação dos requisitos

Nesse trabalho, além da opinião especializada obtida junto aos potenciais interessados por meio de entrevistas individuais e coletivas, as características da tarefa da reta numérica foram levantadas a partir da revisão da literatura sobre a habilidade da estimativa da linha de números e da pesquisa documental sobre as avaliações de matemática do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), como a Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC - Prova Brasil), Provinha Brasil, Avaliação da Aprendizagem em Processo (AAP), Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) e Sondagem.

5.2.4. Elaboração e construção do projeto

A codificação foi realizada no IDE do MATLAB® devido à experiência do autor nessa plataforma.

O sistema desenvolvido é um *software* de aplicação científica que contém controles interativos e executam instruções específicas, como processamento estatístico dos dados e geração de relatórios e gráficos.

A construção das telas (GUIs) e a programação das suas funcionalidades foram desenvolvidas no ambiente App Designer. Esse conjunto de funções consiste em um IDE para projeto e construção de um *layout* de *software* aplicativo e programação de seu comportamento. O App Designer fornece uma visão integrada do Editor MATLAB®, uma coleção de componentes de UI interativos e um gerenciador de *layout* para organizar e construir a interface de usuário.

A geração dos termos de anuência, termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) e termo de assentimento livre e esclarecido (TALE) e dos relatórios com os resultados dos experimentos em *pdf* foi implementada usando a *toolbox* MATLAB® Report Generator®. Ela constitui funções e interfaces de programação de aplicação (*Application Programming Interfaces*, APIs) que integram recursos de relatório em aplicativos MATLAB, permitindo a geração de relatórios em *pdf*, Microsoft® Word, Microsoft PowerPoint® em Linguagem de Marcação de Hipertexto (*HyperText Markup Language*, *html*).

O algoritmo do componente de análise estatística dos dados foi construído com funções da biblioteca *Statistics and Machine Learning Toolbox*®, para executar instruções relacionadas a estatísticas descritivas, inferências de dados e testes de hipóteses, e da *Curve Fitting Toolbox*®, para realizar ajuste de curvas e comparar funções candidatas.

A ferramenta é composta por três módulos: gerenciamento de cadastro e de tarefas (TM, *Task Manager*), tarefa da reta numérica (NLET, *Number Line Estimation Task*) e tarefa de subitização e estimativa de números (SET, *Subitizing and Estimation Task*). Na Tabela 3 encontram-se sumarizados os módulos desenvolvidos, principais funcionalidades e funções cognitivas relacionadas.

Tabela 3 – Resumo dos componentes do sistema

Nome do módulo	Descrição das funcionalidades	Principais funções cognitivas relacionadas
TM	Módulo gerencial, permite cadastro e armazenamento de dados de alunos, turmas, escolas e parâmetros do experimento, geração dos termos de consentimento, assentimento e anuência e análises estatísticas das medidas com geração de tabelas e gráficos	Não se aplica
NLET	Implementa a tarefa da reta numérica e faz a coleta e gravação dos resultados em arquivos de planilhas eletrônicas.	Conhecimento de números, ordinalidade, raciocínio proporcional e visão espacial
SET	Implementa a tarefa de subitização e estimativa de números, com coleta e gravação de resultados em planilhas eletrônicas	Numerosidade (cardinalidade) e enumeração (quantificação)

Nota. autor, 2022.

O sistema apresentado na Tabela 3 é um *software* de aplicação científica que contém controles interativos e executam instruções específicas.

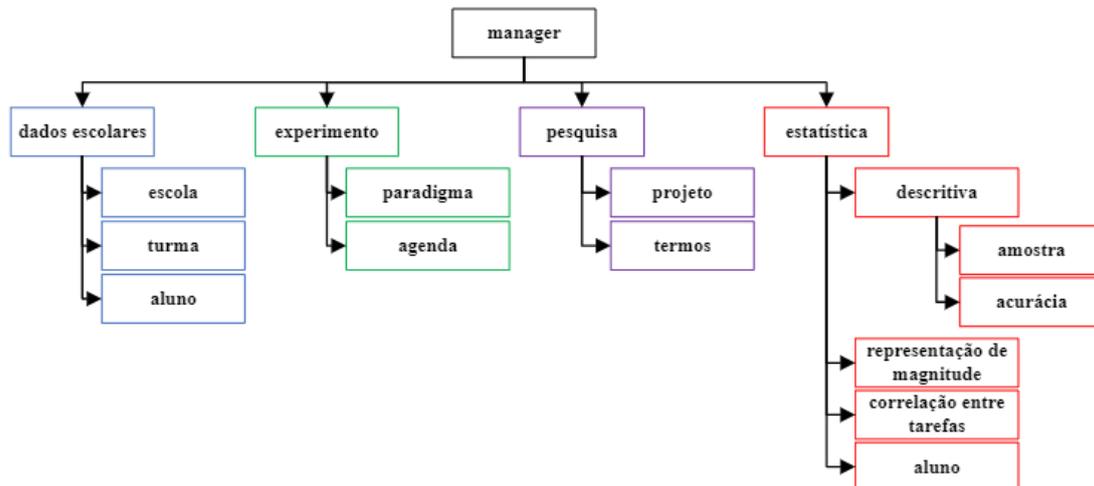
A codificação foi realizada no ambiente de desenvolvimento (IDE) do MATLAB® devido à facilidade de programação do ambiente gráfico e a necessidade de realizar cálculos estatísticos com resultados que deviam ser incorporados às telas de usuários juntamente com tabelas e gráficos.

A arquitetura modular foi planejada para que outros módulos de testes, adicionalmente às tarefas atuais NLET e SET, possam ser construídos e integrados facilmente ao sistema.

5.2.4.1. Visão geral

A visão geral da arquitetura do módulo de gerenciamento de testes TM, na forma de estrutura analítica de projeto (*Work Breakdown Structure*), pode ser observada na Figura 14.

Figura 14 – Modelo estrutural do módulo TM



Nota. autor, 2022.

A construção das telas (GUIs) e a programação das suas funcionalidades foram desenvolvidas no ambiente App Designer. Esse conjunto de funções consiste em um IDE para projeto e construção de layout de *software* aplicativo e programação de seu comportamento.

O App Designer fornece uma visão integrada do Editor MATLAB®, uma coleção de componentes de interface com o usuário (UI) interativos e um gerenciador de layout para organizar e construir a interface de usuário. Um exemplo de tela do módulo TM pode ser visualizado na Figura 15.

Figura 15 – Tela Escola do módulo TM para cadastramento da instituição dos participantes

The screenshot shows a web-based form for school registration. At the top, there is a navigation menu with tabs: Escola, Turma, Discente, Experimento, Agenda, Pesquisa, Termos, Est. Amostra, Est. Acurácia, and Est. Rep. Below this is a title bar 'Cadastro/Consulta de Dados da Escola'. The main form is divided into several sections:

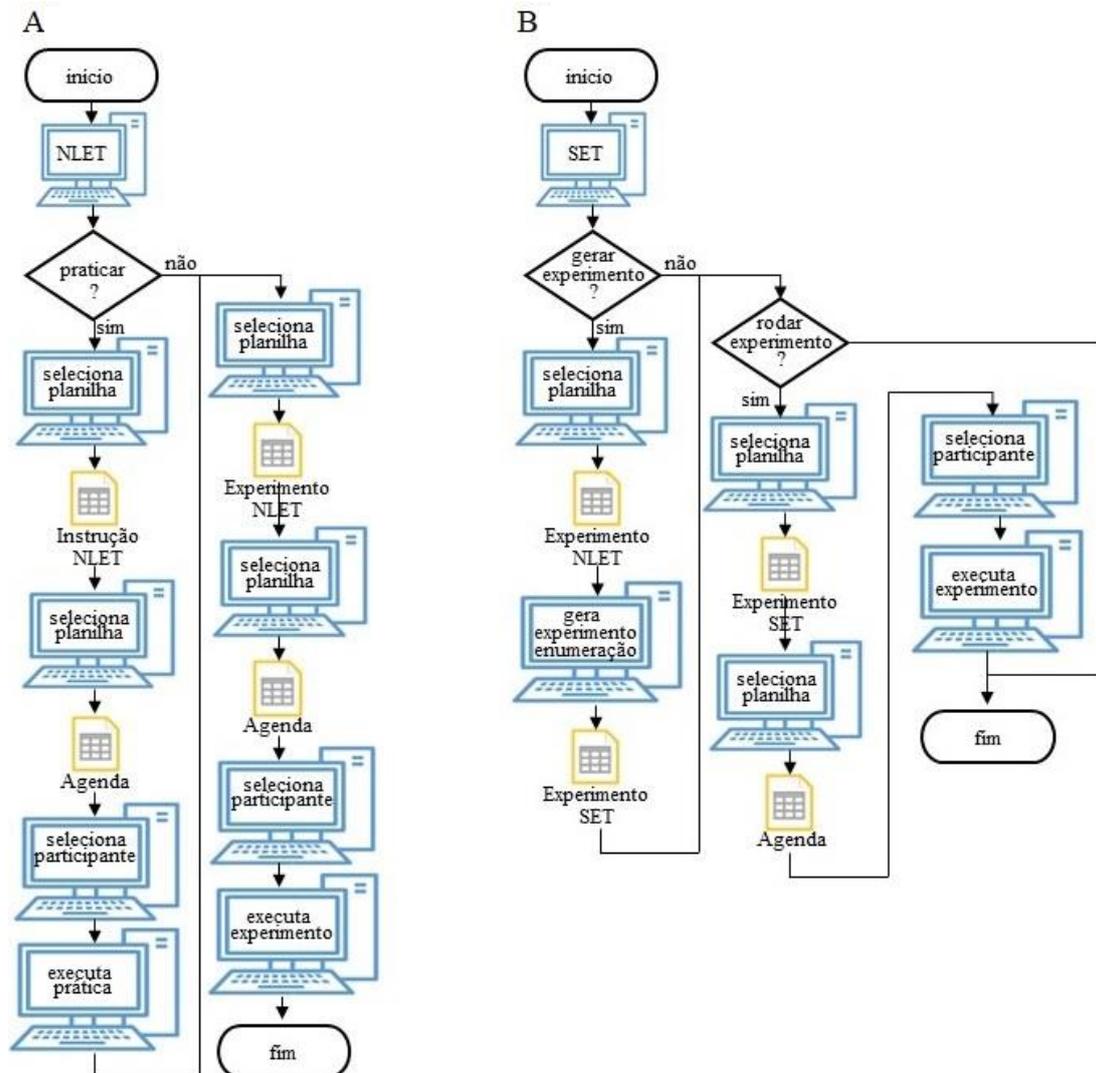
- Cadastro/Consulta de Dados da Escola:** Contains two radio buttons: 'Cadastrar dados' (selected) and 'Consultar/Editar dados'.
- Dados Gerais:** Includes fields for 'Nome*', 'Código', 'Nome Único*', 'Dependência Administrativa*' (with radio buttons for Municipal, Estadual, Federal, Privada), 'País*', 'UF*', 'Município*', 'Zona*', 'Bairro*', 'Localização*' (with radio buttons for Urbana, Rural), 'Logradouro*' (with a dropdown for 'Rua'), 'Endereço*', 'Número*', 'Complemento', 'CEP', 'Telefone', 'E-mail', and 'Site'.
- Gestão Escolar/Acadêmica:** Includes fields for 'Nome*', 'Cargo*' (with a dropdown for 'diretor(a)'), 'E-mail', 'Telefone', and 'WhatsApp'.
- Infraestrutura:** Contains radio buttons for 'Laboratório de informática' (selected 'possui'), 'Acesso à internet' (selected 'possui'), and 'Internet banda larga' (selected 'possui'). It also has a text box for 'Quantidade de computadores para uso dos alunos' with the value '0'.
- Termo de Anuência:** Contains two checkboxes: 'Termo Anuência enviado' and 'Termo Anuência assinado'.
- Outros:** Contains several text boxes for 'Quantidade de alunos' at different levels: 'Educação Infantil', 'Ensino Fundamental I', 'Ensino Fundamental II', 'Ensino Médio', and 'Ensino Superior', all with the value '0'. It also has a dropdown for 'Nível socioeconômico' (selected 'escolher') and a text box for 'Ideb' with the value '0.0'.

At the bottom of the form, there are two buttons: 'SALVAR dados' and 'LIMPAR tela'.

Nota. autor, 2022.

A Figura 16 apresenta o fluxo de dados dos módulos NLET e SET.

Figura 16 – Fluxo de dados dos módulos (A) NLET e (B) SET



Nota. autor, 2022.

5.2.4.2. TM

A utilização do sistema inicia-se com o módulo de gerenciamento de testes TM. O projeto dessa estrutura foi dividido em modelagem da arquitetura e do fluxo de dados para uma melhor compreensão dos recursos, funções e componentes. O módulo TM é composto por 4 componentes: dados escolares, experimento, pesquisa e estatística.

O gerenciamento das informações escolares e científicas, incluindo os dados de participantes, experimentos e tarefas, contribui para o recrutamento e seleção deles a partir de critérios de amostragem, inclusão e exclusão específicos do estudo, permitindo a otimização de pesquisas e práticas educativas.

O componente Dados Escolares compreende as telas Escola, Turma e Aluno, em que são cadastrados, consultados e editados os dados das instituições de ensino, turmas e discentes respectivamente.

Já o componente Experimento abrange as interfaces Experimento e Agenda. Na tela homônima, são cadastrados os dados do paradigma experimental, sessões, instruções práticas e ensaios e configurados os estímulos. Esse conjunto de funções otimiza o planejamento, definição, configuração e execução dos experimentos, incluindo o desenvolvimento do protocolo, a padronização das tarefas, a configuração flexível dos parâmetros dos ensaios e a definição das medidas cognitivas. Esse componente foi projetado para contribuir para o aumento da qualidade e confiabilidade dos estudos à medida que proporciona medições objetivas, precisas e seguras das respostas dos participantes, reduz erros causados pela variabilidade de codificação do avaliador e minimiza a influência de profissionais não especializados (por exemplo: estagiários) na administração dos testes. Por sua vez, a tela Agenda envolve os dados das agendas dos experimentos e as funções pertinentes de cadastro, consulta e edição. Esse grupo de funcionalidades ajuda na organização e gerenciamento dos experimentos pelo pesquisador. Nesta interface, são selecionados o aluno e o experimento e programada a data de realização do experimento pelo discente.

O componente Pesquisa envolve as telas Pesquisa e Termos. Na interface homônima, são cadastrados os dados do projeto, que podem ser utilizados na inclusão de um estudo no sistema de registros de pesquisas envolvendo seres humanos dos órgãos responsáveis pela ética. Já na tela Termos, são produzidos os arquivos em *pdf* dos termos de anuência da instituição coparticipante, TCLE e TALE. Esses documentos são necessários para entrega e formalização do experimento perante os participantes e, quando aplicável a menores de idade, a seus responsáveis legais.

A análise estatística apropriada dos dados cadastrados e das medidas coletadas dos participantes é fundamental para a interpretação correta dos resultados e, por isso, espera-se que seja realizada por profissionais altamente especializados em métodos quantitativos. O componente Estatística foi projetado para executar métodos descritivos, inferenciais, regressão e correlação comumente empregados nos estudos experimentais com os dados e

medidas e, com isso, apoiar a análise e interpretação dos resultados de desempenho dos participantes nas tarefas nos níveis individual e coletivo pelos pesquisadores e educadores. Por exemplo, o algoritmo de produção da estatística descritiva disponibiliza medidas de tendência central (média, mediana e moda) e de dispersão (desvio-padrão, variância, mínimo e máximo) e informações da distribuição dos dados (percentis, quartis) na forma de tabelas e gráficos (dispersão e boxplot).

O componente Estatística é constituído pelas telas Est. Amostra, Est. Acurácia, Est. Representação, Est. Correlação e Est. Aluno. As interfaces Est. Amostra e Est. Acurácia apresentam os dados da estatística descritiva da amostra de participantes e das medidas de desempenho (acurácia e erro) do experimento escolhido pelo usuário. Em específico, na interface Est. Amostra são apresentados os dados que descrevem a amostra de participantes do experimento selecionado, incluindo a quantidade de participantes e as medidas de tendência central (média e mediana) e medidas de dispersão (desvio-padrão, variância, mínimo e máximo) da amostra toda ou organizadas por gênero. Nesta tela, são mostrados também os resultados (tabela e gráfico *boxplot*) da análise de variância simples (*one-way* Anova) da idade dos participantes tendo a turma e o gênero como fator entre sujeitos. Nesta interface, é exibida também os resultados da correlação entre a idade e o desempenho (acurácia e erro) dos participantes. Já na tela Est. Acurácia são mostrados os dados que caracterizam a acurácia e os erros percentuais ao desempenho dos participantes da tarefa escolhida, incluindo a média, mediana, moda, desvio-padrão, variância, mínimo e máximo da amostra toda ou segmentadas por gênero. Nesta interface, são apresentados também os resultados da análise de variância das medidas de performance (acurácia e erro) dos grupos de participantes (por exemplo, turmas) para cada intervalo de números da tarefa. Nesta tela, são exibidos também os resultados (tabela e gráfico de dispersão de pontos) do ajuste de curvas pelos modelos linear e logarítmico das estimativas dos grupos de participantes.

A interface Est. Representação apresenta uma visão do nível de desenvolvimento das representações de magnitudes dos participantes em cada tarefa. Nesta tela, são mostrados também a distribuição dos participantes (valores absoluto/unitário e percentual) de acordo com o tipo de representação de números dos subtestes e os resultados da correlação entre esses padrões de

representação. Já na interface Est. Correlação, são exibidos os resultados da correlação (coeficiente R e valor- p) entre os desempenhos de duas tarefas definidas pelo usuário. Por fim, a tela Est. Discente mostra a visão do nível de desenvolvimento da representação de magnitudes em cada tarefa de um participante específico bem como o comparativo de desempenho entre dois subtestes desse indivíduo.

Do ponto de vista de execução, após a entrada dos recursos de dados nas telas de cadastro, eles são armazenados em planilhas eletrônicas (por exemplo, do Microsoft Excel). A decisão por trabalhar com esse tipo de recurso em vez de uma base de dados (por exemplo, Microsoft Access e MySQL) é que as planilhas eletrônicas são familiares aos pesquisadores brasileiros e mais facilmente manipuladas por eles.

A integração entre os componentes de cadastro, tarefa da reta numérica, análise estatística dos dados e geração dos formatos de apresentação dos resultados ocorre via compartilhamento de dados eletrônicos por meio de planilhas. A consulta e edição dos dados armazenados são realizadas diretamente nas planilhas eletrônicas.

No que se refere ao fluxo de dados do componente Dados Escolares, inicialmente o usuário seleciona uma das opções (Cadastrar dados ou Consultar/Editar dados) na tela Escola. Se ele deseja incluir os dados de uma nova instituição de ensino, o usuário preenche o formulário e clica no botão Salvar. Ao realizar essa ação, o sistema cria um arquivo do tipo planilha eletrônica com a identificação Escola no nome e grava os dados nele. Essa operação é pré-requisito para a inclusão dos dados de turmas. De modo análogo, na interface Turma, o usuário seleciona uma escola e preenche o formulário desta tela com os dados concernentes. Clicando-se no botão Salvar, o algoritmo cria a planilha com o rótulo Turmas no nome e armazena os dados nela. Essa ação é necessária para adição dos dados de alunos.

Na tela Aluno, o usuário deve realizar procedimento similar para cadastrar os dados dos estudantes, que são registrados na planilha identificada pelo termo Discentes no nome do arquivo. O cadastro dos dados de escola, turmas e alunos podem ocorrer sequencialmente em uma única sessão contínua ou em períodos distintos. Além do botão Salvar, há também nessas telas o botão Limpar, que remove os dados dos formulários, não cria as planilhas e, portanto, não

armazena esses dados. Se no início do fluxo de dados na tela Escola, o usuário escolher a opção Consultar/Editar dados, um botão para selecionar a instituição de ensino é exibido e após a escolha dela, os dados da escola são mostrados na interface para consulta e edição pelo usuário.

Em relação ao fluxo de trabalho do componente Experimento, o usuário preenche o formulário na tela homônima com os dados solicitados, das sessões e ensaios. A configuração dos parâmetros da tarefa da estimativa da linha de números é realizada pelo usuário nessa interface gráfica. Ao clicar no botão Salvar, o sistema cria uma planilha com etiqueta Experimento no nome e são gravadas as propriedades dos ensaios nela.

Quanto à tela Agenda, o usuário seleciona o arquivo da escola desejada e depois escolhe a planilha dos discentes. Essa ação carregará as opções dos alunos existentes em uma turma da escola em uma lista. Dessa maneira, o usuário pode selecionar quais estudantes participarão do experimento previamente selecionado, selecionando data e hora para cada participante. A execução dessa função se inicia com o clique do botão Salvar pelo usuário, onde o sistema cria uma planilha com a identificação Agenda no nome e armazena os dados nela.

No que diz respeito à tela Pesquisa, o usuário preenche os dados do formulário e clica no botão Salvar dados ou Limpar tela. Se selecionar o primeiro botão, o sistema cria uma planilha com a identificação Pesquisa no nome e armazena os dados nela. Por outro lado, se clicar no segundo botão, os campos da tela são limpos e os dados não são gravados.

No tocante à tela Termos, o fluxo de dados se inicia com o usuário selecionando a escola de interesse para carregar os dados da instituição de ensino já armazenados no sistema. Nesta tela, ele preenche os dados da pesquisa e escolhe o documento a ser gerado (Termo de Anuência, TCLE e TALE). Ao clicar no botão Gerar documento, o sistema cria um arquivo em *pdf* do respectivo documento e armazena no diretório selecionado.

Por fim, o componente Estatística pode apresentar cinco fluxos de dados distintos. É importante lembrar que, enquanto os fluxos de dados dos componentes anteriormente descritos ocorrem antes da coleta dos dados, o processamento estatístico acontece depois da captação a partir das medidas

adquiridas. Na tela Est. Amostra, como os dados dos alunos, incluindo as medidas, são armazenados em arquivos individuais, o usuário deve clicar no botão Gerar arquivo de estatística para a reunião dos dados de todos os alunos em um único arquivo. Essa ação deve ser executada para cada tarefa. Após a criação desse arquivo, o usuário possui duas opções: analisar os dados de um subteste específico ou investigar a relação entre os resultados de duas tarefas.

Se o usuário escolher a primeira opção, ele pode decidir entre executar a estatística descritiva da amostra e das medidas de desempenho (acurácia e erro) nas interfaces Est. Amostra e Est. Acurácia ou examinar os padrões de desenvolvimento das representações das magnitudes dos participantes. Para isso, o usuário deve clicar nos botões Estatística Amostra, Estatística Erro-Acurácia e Estatística Representação de Números nas respectivas telas e o processamento estatístico de cada interface produz os resultados que são exibidos nas tabelas e gráficos e armazenados nos arquivos de saída. Caso o usuário deseje observar a relação entre os dados de duas tarefas, ele deve selecionar as interfaces Est. Correlação e Est. Aluno. Em ambas as interfaces, ele deve escolher os arquivos de resultados dos dois subtestes de interesse por meio dos respectivos botões e clicar nos botões *Calcular a correlação entre os experimentos e estatística discente*.

Na tela Est. Correlação, são mostrados os resultados da correlação de Pearson entre os dados das duas tarefas nas tabelas e gráficos e armazenados nos arquivos de saída. Já na interface Est. Aluno, são exibidos os resultados do ajuste de curvas pelos modelos linear e logarítmico das estimativas do participante selecionado e o usuário pode comparar visualmente esses dados por meio de tabelas e gráficos de dispersão. Junto com a apresentação dos resultados na tela, esses dados são também armazenados em arquivos de saída.

5.2.4.3. NLET

Nesse trabalho, além da opinião especializada obtida junto aos potenciais interessados por meio de entrevistas individuais e coletivas, as características da tarefa da reta numérica foram levantadas a partir da revisão da literatura sobre a habilidade da estimativa da linha de números e da pesquisa documental sobre as avaliações brasileiras de matemática do SAEB. Os dados primários e

secundários coletados foram convertidos em requisitos do software do teste computadorizado da estimativa da linha de números.

Uma das características que podem variar na NLET é a quantidade de pontos de referência identificados na reta numérica (Schneider et al., 2018). Para esta versão do sistema, os parâmetros disponibilizados para configuração do experimento da tarefa da reta numérica foram baseados no estudo de Berteletti et al. (2010). Assim, foi adotada a condição de reta limitada que exibe uma linha física com os pontos inicial e final indicados e rotulados. Segundo Schneider, essa é a condição predominante nos estudos usando a NLET.

Outras propriedades da linha física investigadas nos estudos sobre a NLET são a orientação (horizontal e vertical), comprimento e espessura (Schneider et al., 2018).

Quanto à orientação da reta, os resultados dos experimentos usando a NLET revelaram a presença do efeito SNARC já na primeira infância. Em um trabalho com 59 alunos alemães do jardim de infância e do 2º ano, Ebersbach (2015) observou que as estimativas eram menos precisas para a reta numérica orientada da direita para a esquerda. O comprimento da linha física em papel variou entre 10 e 31 centímetros na literatura revisada (Berteletti et al., 2010; Sasanguie & Reynvoet, 2013). A espessura da linha de resposta é um parâmetro pouco caracterizado nos estudos sobre a NLET. Por exemplo, na meta-análise de Schneider et al. (2018), não há menção sobre esse aspecto. No trabalho de Candia et al. (2015), a linha física digital é da cor preta sobre um fundo branco e possui 440 pixels de comprimento e 5 pixels de espessura.

Para o sistema aqui apresentado, os valores dos rótulos (valor mínimo e valor máximo) e os números-alvos podem ser personalizados na tela Experimento de acordo com o paradigma experimental a ser estudado. A cor de fundo da tela (cinza claro), a espessura da linha e o tamanho e formato dos rótulos e do número-alvo foram determinados como constantes nessa versão. Com relação ao comprimento da linha, a tela está configurada para entrar em modo completo, assim, esse parâmetro não é uma variável do sistema, mas é ajustável automaticamente de acordo com as dimensões do monitor em uso. O valor estimado é capturado e registrado em memória quando o participante clica com o mouse sobre a linha de números. Cliques em outras áreas da tela são ignorados pelo sistema. Não há um tempo limite para resposta do participante.

Tabela 4 – Tabela explicativa do conteúdo da planilha resultados do módulo NLET

Funcionalidade (localização do dado)	Identificação do campo	Tipo: nome da variável	Explicação
Identificação do Discente (Dados Escolares - tela Aluno)	Código de identificação	<i>Texto:</i> Codigo_Discente	Código único para identificação do participante
	Data de nascimento	<i>Data:</i> DataNasc_Discente	Data de nascimento do discente conforme a certidão de nascimento. Esse campo é usado para calcular a idade do discente no momento de um experimento.
	Gênero	<i>Texto:</i> Genero_Discente	Os valores desse campo podem ser masculino ou feminino.
Identificação da Turma e da Escola (Experimento - telas Paradigma e Agenda)	Nome do experimento	<i>Texto:</i> Nome_Exp	Nome (<i>alias</i>) para identificação do experimento.
	Nome da sessão	<i>Texto:</i> Nome_Sessao	Nome da sessão experimental. Um experimento pode ser composto por diversas sessões.
	Data da realização do experimento	<i>Data:</i> Data_Exp	Refere-se à data do experimento agendada para o respectivo participante.
	Valor mínimo	<i>Número Inteiro:</i> Valor_Minimo	Valor mínimo do intervalo numérico da reta.
	Valor máximo	<i>Número Inteiro:</i> Valor_Maximo	Valor máximo da escala da reta.
	Número a estimar	<i>Número Inteiro:</i> Numero_Estimulo	Número a ser posicionado na tarefa da reta numérica.
Saídas do Experimento (Planilha Resultados)	Idade do discente	<i>Número Real:</i> Idade_Discente	Valor calculado entre a data de aplicação do experimento e a data de aniversário do discente.
	Número estimado	<i>Número Real:</i> Numero_Estimado	Valor marcado na reta pelo participante.
	Erro percentual	<i>Número Real:</i> ErroPercentual	Erro calculado pela diferença entre os valores do Estímulo e da Estimativa, dividido pelo valor do Estímulo. O resultado obtido é então multiplicado por 100 para obter o valor percentual.
	Acurácia	<i>Número Real:</i> Acuracia	Valor calculado pelo módulo da diferença entre os valores do Estímulo e da Estimativa, dividido pelo módulo da diferença entre os valores máximo e mínimo do intervalo da reta apresentada.

Nota. autor, 2022.

O NLET se comunica com o TM através de arquivos de planilhas de dados dos participantes e de dados e configurações do experimento, resultantes dos módulos Agenda e Experimento, respectivamente (Figura 16A). Como saída, é

gravada uma planilha eletrônica (Tabela 4) que contém os parâmetros principais do experimento, alguns dados importantes dos participantes e da instituição para análise e discussão dos resultados, números-alvos e respectivos valores estimados. Apresenta também duas colunas de resultados de cálculos estatísticos que são utilizados pelas funções de análise estatística do sistema (erro percentual e acurácia).

Como mencionado no item sobre TM, a planilha descrita no Tabela 4 será a entrada do componente Estatística no qual o sistema irá realizar uma série de análises estatísticas para apresentar ao usuário em tabelas e gráficos, além de exportar automaticamente os resultados obtidos em um relatório eletrônico em formato de planilha.

5.2.4.4. SET

A Figura 16B apresenta o fluxo de dados do módulo SET onde é possível observar que as planilhas Agenda e Experimento são entradas de dados assim como ocorre no módulo NLET. Convém destacar que a existência de processos em paralelo deve-se à possibilidade de o usuário iniciar o carregamento das planilhas de Experimento e Agenda de forma independente.

Pode-se também observar na Figura 16B que após a carga dos dados da planilha Experimento há um processo de conversão para os parâmetros necessários à tarefa de subitização e estimativa de números. Para esta versão do sistema adotou-se a prerrogativa de que essa tarefa conteria os mesmos números-alvos utilizados para a reta numérica. Porém, como a apresentação dos dados na tela ocorre em forma de bolinhas dispersas, há a necessidade de se calcular e registrar os parâmetros relacionados na planilha Experimento SET.

Na tarefa de estimativa de números, é importante assegurar que o participante não tenha tempo disponível para contar quantas bolinhas estão presentes na tela. Sem a definição de um tempo limite, a tarefa poderia não avaliar adequadamente a habilidade da estimativa e se caracterizaria muito mais como um teste de contagem. Assim, estabeleceu-se um parâmetro de tempo de exibição do estímulo que está configurado em 300 milissegundos. Transcorrido esse tempo, as bolinhas são ocultadas, o quadro fica vazio e o sistema fica

aguardando o valor estimado pelo participante na área de texto destinada a essa entrada.

Após a digitação na área em branco, o participante deve clicar no botão confirma para carregar a próxima tela. Deve-se destacar que não foi estabelecido um tempo limite para ocorrer a entrada do valor estimado. A planilha de resultados da tarefa do módulo SET assemelha-se à da Tabela 4, contendo as mesmas colunas apresentadas.

5.2.5. Execução dos testes e validação do software

Como mencionado na fundamentação teórica, o *software* foi testado para confirmar se ele satisfaz os requisitos e especificações definidos no planejamento do projeto e, portanto, se cumpre com a finalidade proposta.

Neste trabalho, as atividades de verificação e validação do sistema foram extensas. O autor-desenvolvedor realizou testes de unidade e de integração durante e após a atividade de codificação.

5.3. Experimentos para validação dos testes informatizados

O objetivo primário dos experimentos deste estudo é determinar a equivalência entre os formatos papel e computador das tarefas de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da reta numérica.

Para mensurar a comparabilidade dos modos de apresentação e coleta de dados analógico e digital destas tarefas e, portanto, validar os testes informatizados foram realizados três experimentos: (a) Experimento 1 – Subitização; (b) Experimento 2 – Estimativa de numerosidade; e (c) Experimento 3 – Estimativa da linha de números.

Estes experimentos estão descritos em detalhes na seção 6.2.

6. Resultados, Análise e Discussão

Este capítulo apresenta os resultados do trabalho e respectivas análises e discussões. Como a construção do sistema de testes informatizados e os experimentos implementados para validação do *software* produziram uma grande quantidade de informações, o autor decidiu descrever os resultados e imediatamente analisá-los com o intuito de evitar que o leitor tivesse que se movimentar muito ao longo do trabalho na tentativa de tornar a discussão mais didática.

As necessidades e expectativas dos pesquisadores, educadores de matemática e gestores escolares junto com as propriedades das tarefas de subitização, de estimativa de numerosidade e da estimativa da linha de números revisadas na literatura foram analisadas e serviram de base para a construção dos protótipos de telas e dos arquivos de entrada e saída de dados apresentados a partir da Figura 21, detalhados na sessão 6.1.

6.1. Desenvolvimento do *software*

Nas próximas subseções são apresentadas as funcionalidades produzidas no desenvolvimento do sistema de testes computadorizados.

6.1.1. *Sistema para cadastro e gerenciamento de informações e de análise estatística de dados (TM)*

Como detalhado na Tabela 3, para que as tarefas digitais de subitização, de estimativa de quantidades e da estimativa da linha de números pudessem ser corretamente desenvolvidas e utilizadas, houve a necessidade de se desenvolver um módulo (TM) que apresenta diversas funcionalidades, como cadastro e gerenciamento de informações de instituições e de participantes dos experimentos, geração de termos e projetos de pesquisa, agenda de experimentos e análise estatística dos dados coletados em campo.

Neste item serão apresentadas e detalhadas as telas e funcionalidades do módulo TM e apresentados na Figura 14.

6.1.1.1. Dados Escolares (Telas Escola, Turma e Aluno)

Para melhor entendimento, a funcionalidade e objetivo de cada campo implementado nas interfaces estão explicados a seguir juntamente com os respectivos nomes das colunas constantes nas planilhas eletrônicas de dados.

As telas que implementam essas funcionalidades são Escola, Turma e Aluno que são explicadas a seguir.

A tela Escola (Figura 17), como o nome sugere, é utilizada para cadastro de informações sobre a instituição escolar dos participantes. Esta tela inicia o processo de cadastro das demais fazendo-se necessária para ligar o participante discente a sua instituição.

Figura 17 – Tela Escola do componente Dados Escolares

The screenshot shows a web interface for school data registration. At the top, there is a navigation menu with tabs: Escola, Turma, Aluno, Experimento, Agenda, Pesquisa, Termos, Est.Amostra, Est.Acurácia, and Est.Repres. The main content area is titled 'Cadastro/Consulta de Dados da Escola' and has two radio buttons: 'Cadastrar dados' (selected) and 'Consultar/Editar dados'. Below this is the 'Dados Gerais' section, which includes fields for 'Nome*', 'Código', 'Nome Único*', 'Dependência Administrativa*' (with radio buttons for Municipal, Estadual, Federal, Privada), 'País*', 'UF*', 'Município*', 'Zona*', 'Bairro*', 'Localização*' (with radio buttons for Urbana, Rural), 'Logradouro*' (with a dropdown for 'Rua'), 'Endereço*', 'Número*', 'Complemento', 'CEP', 'Telefone', 'E-mail', and 'Site'. The 'Gestão Escolar/Acadêmica' section has fields for 'Nome*', 'Cargo*' (with a dropdown for 'diretor(a)'), 'E-mail', 'Telefone', and 'WhatsApp'. The 'Infraestrutura' section has radio buttons for 'Laboratório de informática', 'Acesso à internet', and 'Internet banda larga' (all with 'possui' selected), and a text input for 'Quantidade de computadores para uso dos alunos' with the value '0'. The 'Outros' section has text inputs for 'Quantidade de alunos da Educação Infantil', 'Quantidade de alunos do Ensino Fundamental I', 'Quantidade de alunos do Ensino Fundamental II', 'Quantidade de alunos do Ensino Médio', and 'Quantidade de alunos do Ensino Superior', all with the value '0'. It also has a dropdown for 'Nível socioeconômico' (with 'escolher' selected) and a text input for 'Ideb' with the value '0,0'. At the bottom, there are two buttons: 'SALVAR dados' and 'LIMPAR tela'.

Nota. autor, 2022.

Os campos da tela podem ser visualizados na Figura 17, sendo suas respectivas funcionalidades facilmente compreendidas por seus títulos. As informações obrigatórias são indicadas por um asterisco (*).

Ao clicar no botão “LIMPAR tela”, os dados são excluídos da interface, sem a gravação deles, permitindo a inclusão de novos. Já o botão “SALVAR dados”, quando acionado, promove a gravação dos dados em uma planilha eletrônica. O nome desse arquivo é formado pela letra “E”, seguido pelos valores dos campos `Codigo_Escola`, texto ESCOLA, `Nome_Unico_Escola`, data e hora de gravação do arquivo, com a extensão `.xlsx`¹³. Um exemplo de nome de arquivo gerado por essa tela é: `E73813714440_ESCOLA_Liberato_12-Dec-2020_14h25m21s.xlsx`

A Figura 18 apresenta um exemplo do arquivo resultante da tela Escola. Convém destacar que os conteúdos das figuras 18, 19 e 20 são fictícios e foram inseridos para melhor compreensão dos arquivos gerados pelo aplicativo.

Figura 18 – *Fragmento do protótipo do arquivo gerado pela tela Escola*



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	MU
1	Nome_Escola	Codigo_Escola	Nome_Unico_Escola	Depend_Municipal	Depend_Estadual	Depend_Federal	Depend_Privada	Pais_Escola	UF_Escola	
2	EMEF General Liberato Bittencourt	E73813714440	Liberato	1	0	0		0 Brasil	São Paulo	São
3										

Nota. autor, 2022.

Convém destacar que as imagens das planilhas eletrônicas das demais telas que serão abordadas a partir da tela Escola seguem o mesmo estilo do arquivo apresentado na Figura 18 e, por isso, não serão inseridas no texto.

Seguindo o padrão estabelecido para a interface Tela, a tela Turma apresenta os campos apresentados na Tabela 5, dispostos em colunas na planilha eletrônica ilustrada na Figura 18.

¹³ A extensão de arquivo `.xlsx` é atribuída à planilha do Microsoft Excel.

Tabela 5 – Identificação dos campos da planilha eletrônica resultante do cadastro na tela Escola

Grupo de campos da tela	Campos da planilha	Explicação resumida
Dados Gerais	Nome_Escola	Nome que identifica a instituição de ensino. O usuário deve preencher o nome oficial do estabelecimento escolar, sem abreviações.
	Codigo_Escola	Identificador único gerado automaticamente pela NSA durante o cadastro da escola.
	Nome_Unico_Escola	Nome alfanumérico único (apelido, <i>alias</i>) utilizado para identificar a instituição de ensino no nome dos arquivos de dados.
	Depend_Municipal	Âmbito municipal de subordinação administrativa da instituição de ensino.
	Depend_Estadual	Âmbito estadual de subordinação administrativa da escola.
	Depend_Federal	Âmbito federal de subordinação administrativa da instituição de ensino.
	Depend_Privada	Âmbito privado de subordinação administrativa da escola.
	Pais_Escola	Nome do país da instituição de ensino. Atualmente, está disponível apenas Brasil como opção.
	UF_Escola	Nome da unidade da federação da escola. As opções disponíveis são todos os nomes dos Estados brasileiros.
	Municipio_Escola	Nome do município da escola. Para cada Estado escolhido, carrega-se automaticamente os municípios pertinentes.
	Zona_Escola	Nome da zona da escola (Centro, Norte, Leste e Sul).
	Bairro_Escola	Nome do bairro da instituição de ensino.
	Urbana_Escola	Localização, composto por dois <i>options buttons</i> , sendo eles: - Urbana: demarcação definida como urbana pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para a localização da instituição de ensino. - Rural: demarcação definida como urbana pelo IBGE para a localização da escola.
	Rural_Escola	
	Logradouro_Escola	Tipo de logradouro do endereço da escola. São opções disponíveis: Aeroporto; Alameda; Área; Avenida; Campo; Chácara; Colônia; Condomínio; Conjunto; Distrito; Esplanada; Estação; Estrada; Favela; Feira; Jardim; Ladeira; Lago; Lagoa; Largo; Loteamento; Morro; Núcleo; Parque; Passarela; Pátio; Praça; Quadra; Recanto; Residencial; Rodovia; Rua; Setor; Sítio; Travessa; Trecho; Trevo; Vale; Vereda; Via; Viaduto; Viela; e, Vila.
	Endereco_Escola	Endereço da instituição de ensino.
	Numero_Escola	Número do endereço da escola.
	Complemento_Escola	Dados adicionais que complementam o endereço da instituição de ensino de modo a favorecer a sua localização.
	CEP_Escola	Número do código de endereçamento postal do endereço da escola.
Telefone_Escola	Número do telefone da instituição de ensino, inclui o código de Discagem Direta à Distância (DDD).	
Email_Escola	Endereço de e-mail da escola.	
Site_Escola	Site da instituição de ensino.	

Gestão Escolar/ Acadêmica	Nome_Gestao	Nome do gestor escolar da escola.
	Cargo_Gestao	Cargo do gestor escolar responsável pela instituição de ensino. Opções disponíveis: diretor(a) e coordenador(a).
	Email_Gestao	Endereço de e-mail do gestor escolar responsável pela escola.
	Telefone_Gestao	Número do telefone do gestor escolar responsável pela instituição de ensino.
	WhatsApp_Gestao	Número do telefone do WhatsApp do gestor escolar responsável pela escola.
Infraestrutura	Infra_Lab_Sim	Existência de local na instituição de ensino com computadores para uso dos alunos para execução de atividades escolares.
	Infra_Lab_Nao	Ausência de local na escola com computadores para uso dos alunos para execução de atividades.
	Infra_Internet_Sim	Acesso à internet na escola.
	Infra_Internet_Nao	Falta de acesso à internet na instituição de ensino.
	Infra_BandaLarga_Sim	Acesso à internet de alta velocidade (via banda larga) na instituição de ensino.
	Infra_BandaLarga_Nao	Falta de acesso à internet de alta velocidade (via banda larga) na escola.
	Infra_QtdComputadores	Quantidade de computadores portáteis ou não na instituição de ensino para uso dos alunos.
Outros	Outros_QtdAlunos_EI	Número de alunos matriculados na creche e pré-escola da escola.
	Outros_QtdAlunos_EF1	Número de alunos matriculados nos anos iniciais do ensino fundamental (1º ao 5º ano) da instituição de ensino.
	Outros_QtdAlunos_EF2	Número de alunos matriculados nos anos iniciais do ensino fundamental (6º ao 9º ano) da escola.
	Outros_QtdAlunos_EM	Número de alunos matriculados no ensino médio da instituição de ensino.
	Outros_QtdAlunos_ES	Número de alunos matriculados no ensino médio da escola.
	Outros_NSE	Nível socioeconômico da instituição de ensino. Opções do campo: muito baixo, baixo, médio-baixo, médio, médio-alto, alto, muito alto.
	Outros_Ideb	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) da escola.
Termo de Anuência	TAnuencia_Enviado	Campo para registro de envio do termo de anuência para instituição onde será realizado o experimento.
	TAnuencia_Assinado	Campo para registro se o termo de anuência enviado para a instituição parceira já foi devolvido assinado.

Nota. autor, 2022.

Após o usuário do sistema ter salvado os dados da instituição, pode-se realizar o cadastro das turmas que irão participar dos futuros experimentos na tela Turma (Figura 19).

Os dados do grupo de campos 'Instituição de Ensino' são provenientes da planilha gerada pela tela Escola. Para consultar explicação desses campos, vide Tabela 5.

Figura 19 – Visualização da tela Turma

Nota. autor, 2022.

O nome do arquivo gravado pela interface Turma é formado pela letra “E”, Código_Escola, texto TURMAS, Nome_Unico_Escola, data e hora de armazenamento dos dados dessa tela como, por exemplo, E73813714440_TURMAS_Liberato_13-Dec-2020_19h26m12s.xlsx. O arquivo gerado pela tela Turma contém os campos apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Campos (colunas) do arquivo gerado pela tela Turma

Grupo de campos da tela	Campos da planilha	Explicação resumida
Turma	Escolaridade_Turma	Campo estilo <i>drop-down list</i> que identifica o nível e o ano da turma. São opções disponíveis: Educação Infantil (EI0) - 0 ano; Educação Infantil (EI1) - 1 ano; Educação Infantil (EI2) - 2 anos; Educação Infantil (EI3) - 3 anos; Educação Infantil (EI4) - 4 anos; Educação Infantil (EI5) - 5 anos; Ensino Fundamental I (EF1-1) - 6 anos; Ensino Fundamental I (EF1-2) - 7 anos; Ensino Fundamental I (EF1-3) - 8 anos; Ensino Fundamental I (EF1-4) - 9 anos; Ensino Fundamental I (EF1-5) - 10 anos; Ensino Fundamental II (EF2-6) - 11 anos; Ensino Fundamental II (EF2-7) - 12 anos; Ensino Fundamental II (EF2-8) - 13 anos; Ensino Fundamental II (EF2-9) - 14 anos; Ensino Médio (EM1) - 15 anos; Ensino Médio (EM2) - 16 anos; e, Ensino Médio (EM3) - 17 anos.
	Nome_Turma	Identificação do ano/série do grupo de alunos.
	Ano_Turma	Ano letivo da turma.
	QtdAlunos_Turma	Quantidade de alunos que cursam a turma da instituição de ensino.
	Professor_Turma	Nome do professor da turma.

Nota. autor, 2022.

Para utilização da tela Aluno (Figura 20) faz-se necessário que o usuário já tenha salvo anteriormente os dados das turmas através da tela Turma detalhada anteriormente.

Figura 20 – Tela Aluno do componente Dados Escolares

Nota. autor, 2022.

O nome do arquivo gravado pela tela Aluno é formado pela letra “E”, Código_Escola, texto DISCENTES, Nome_Unico_Escola, data e hora de armazenamento dos dados dessa interface como, por exemplo, E73813714440_DISCENTES_Liberato_13-Dec-2020_19h50m30s.xlsx

A Tabela 7 apresenta os nomes das colunas da planilha eletrônica gerada pela tela Aluno após o usuário clicar no botão “SALVAR dados”. Os dados do grupo de campos ‘Instituição de Ensino/Turma’ podem ser consultados na Tabela 5 e 6.

Tabela 7 – Campos da planilha gerada pela tela Aluno e suas respectivas explicações resumidas

Grupo de campos da tela	Campos da planilha	Explicação resumida
Discente	Nome_discente	Nome do discente de uma turma da instituição de ensino sem abreviações.
	Iniciais_Discente	As letras iniciais do nome do discente da instituição de ensino. Esse campo pode ser utilizado, quando autorizado pelo participante e representante legal, para divulgação dos resultados de um experimento.
	DataNasc_Discente	Data de nascimento do discente conforme a certidão de nascimento. Esse campo (tipo <i>Data Picker</i> , ou seja, quando acionado aparece um pequeno calendário onde é possível navegar até a data desejada) é usado para calcular a idade do discente no momento de um experimento.
	Genero_Discente	Sexo do discente. Os valores desse campo podem ser feminino ou masculino.
	NSE_Discente	O índice do nível socioeconômico do discente. Esse campo serve para análise do efeito NSE sobre o desempenho nas tarefas cognitivas. Opções do campo: muito baixo, baixo, médio-baixo, médio, médio-alto, alto, muito alto.
	Nota_Discente	Campos para registro e identificação de nota do discente em área relacionada ao experimento. Por exemplo, esses campos podem contemplar a nota em matemática do aluno ou de outro teste específico utilizado pela escola.
	Descricao_Nota	
Minoridade/ maioridade	MenorIdade	Campos utilizados para habilitar opção de termos específicos para participantes menores de idade
	MaiorIdade	
Discente maior de idade	TCLEentregue_Disc	Opções para controle de entrega e assinatura do TCLE do participante maior de idade
	TCLEassinado_Disc	
Discente menor de idade: Dados do responsável	Nome_Resp	Campos para identificação e registro de responsável de participante menor de idade
	Parentesco_Resp	
	RG_Resp	
	Fone_Resp	
	TCLEentregue_Resp	Opções para controle de assinatura e entrega de termos relacionados à participante menor de idade (TCLE e TALE)
	TCLEassinado_Resp	
	TALEentregue	
TALEassinado		

Nota. autor, 2022.

6.1.1.2. Experimento (Telas Experimento e Agenda)

As telas Experimento (Figura 21) e Agenda (Figura 22) compõem o módulo Experimento e são utilizadas para cadastro do paradigma experimental e da agenda de aplicação em campo, conforme detalhado na Figura 14.

A tela Experimento possui campos específicos para o cadastro do paradigma experimental que será utilizado para a Tarefa da Reta Numérica. Como trata-se de uma tarefa computacional e os participantes podem não ter familiaridade com o ambiente digital, a tela disponibiliza funcionalidades de cadastro de teste de compreensão da instrução da tarefa (botão 'adicionar ensaio de INSTRUÇÃO/TESTE' e geração de planilha eletrônica específica para o treinamento da tarefa (botão 'salvar dados INSTRUÇÃO/TESTE'). Os campos para esse cadastro são ocultos na tela Experimento e só podem ser visualizados se a opção 'Sim' da pergunta sobre cadastrar o teste de compreensão for selecionado.

A data da aplicação das sessões experimentais não é definida na tela Experimento, mas na interface Agenda. Naquela oportunidade, serão determinados o participante e respectivas data e hora para realização dos ensaios. Essa operação será detalhada na tela Agenda.

Os campos e funcionalidades da tela Experimento podem ser visualizados na Figura 21. Ressaltando que, para efeito de visualização completa da tela, os parâmetros dinâmicos referentes ao teste de compreensão também estão apresentados na imagem.

Figura 21 – Tela Experimento para configuração do paradigma experimental

The screenshot shows a web-based configuration interface for an experiment. At the top, there is a navigation bar with tabs: Escola, Turma, Aluno, Experimento (selected), Agenda, Pesquisa, Termos, Est.Amostra, Est.Acurácia, and Est.Repres. Below the navigation bar, the interface is organized into several sections:

- Dados Gerais:** Contains four text input fields labeled 'Nome*', 'Descrição*', 'Pesquisador responsável*', and 'Experimentador/aplicador'.
- Sessão:** Contains two text input fields labeled 'Nome*' and 'Descrição*'.
- Cadastrar teste de compreensão da instrução da tarefa?:** Features a radio button selection between 'Não' and 'Sim' (selected).
- Instrução/Teste:** Includes radio buttons for 'Orientação' (Horizontal selected) and 'Condição' (Reta numérica limitada selected). It also has 'Limites' (Inferior e superior selected) with 'Valor Mínimo*' (0) and 'Valor Máximo*' (10) input fields. Other fields include 'Número a estimar*' (0), 'Posição' (Direita selected), 'Fonte' (Helvetica dropdown), 'Tamanho' (médio dropdown), and 'Cor' (preto dropdown). A button labeled 'adicionar ensaio de INSTRUÇÃO/TESTE' is located below these fields.
- Ensaio:** Mirrors the 'Instrução/Teste' section with identical settings and a button labeled 'adicionar ENSAIO'.

At the bottom of the interface, there are three buttons: 'salvar dados INSTRUÇÃO/TESTE', 'salvar dados ENSAIO', and 'LIMPAR tela'.

Nota. autor, 2022.

O nome do arquivo gravado pela tela Experimento é formado pelo Nome_Exp, texto EXPERIMENTO, data e hora de armazenamento dos dados dessa interface como, por exemplo, Reta Numérica_EXPERIMENTO_13-Dec-2020_20h18m5s.xlsx

A Tabela 8 apresenta os parâmetros salvos no arquivo gerado a partir da tela Experimento que serão utilizados pelo módulo NLET para configurar e exibir corretamente a Tarefa da Reta Numérica. Embora alguns campos não apresentem possibilidade de escolha, como por exemplo a orientação da reta, eles foram inseridos na tela visando a expansão futura das funcionalidades do módulo.

Tabela 8 – Parâmetros utilizados pelo módulo NLET

Grupo de campos da tela	Campos da planilha	Explicação resumida
Dados Gerais	Nome_Exp	Nome e descrição do experimento
	Descricao_Exp	
	Nome_Pesq	Nome do pesquisador responsável
Sessão	Nome_Sessao	Nome e descrição da sessão
	Descricao_Sessao	
Instrução/Teste e Ensaio	Orient_Horiz	Reta de orientação horizontal
	Reta_Limitada	Reta limitada em suas extremidades
	Marcacoes	Visualizar marcações das extremidades
	Valor_Minimo	Valor mínimo exibido na extremidade inferior da reta
	Valor_Maximo	Valor máximo exibido na extremidade superior da reta
	Numero_Estimulo	Valor do estímulo numérico que será exibido no canto superior da tela
	Fonte_Num	Tipo de fonte do estímulo. As opções disponíveis são as utilizados pelo sistema Windows (como as presente nos editores de texto do sistema).
	Tamanho_Num	Tamanho da fonte do estímulo, sendo eles: pequeno (30), médio (120, padrão do sistema) e grande (480).
	Cor_Num	Cor do número do estímulo. As opções disponíveis para escolha são: amarelo; azul; preto; rosa; verde; e, vermelho.
Posicao_Direita	Posição do estímulo na tela em relação ao participante (à direita do participante é igual à esquerda da tela)	

Nota. autor, 2022.

A tela Agenda (Figura 22) foi idealizada para auxiliar na organização da aplicação dos experimentos nas instituições. Para isso, informações sobre os participantes e sobre o experimento são provenientes do cadastro em outras telas da interface (Escola, Turma, Discente e Experimento). Os botões ‘selecionar DISCENTE’ e ‘selecionar EXPERIMENTO’ são utilizados para que o usuário do sistema escolha as respectivas planilhas eletrônicas geradas anteriormente (para informações sobre esses campos, consultar Tabelas 7 e 8).

Após a carga dos arquivos, torna-se possível escolher qual turma pretende-se aplicar o experimento escolhido. A lista de alunos pertencentes a

essa respectiva turma pode então ser visualizada no campo ‘Discente’. A data e horário da aplicação da tarefa para o participante escolhido deve ser configurada nos campos disponíveis e, então, aciona-se o botão ‘adicionar participante’. Essas ações devem ser repetidas para os demais discentes que participarão do experimento e, ao término, a lista dos participantes agendados pode ser salva e visualizada na planilha eletrônica gerada através do botão ‘salvar arquivo’.

Figura 22 – Aparência final da tela Agenda

Nota. autor, 2022.

O nome do arquivo gravado pela tela Agenda será formado pela letra “E”, Codigo_Escola, texto AGENDA, Nome_Unico_Escola, data e hora de armazenamento dos dados dessa interface como, por exemplo, E73813714440_AGENDA_Liberato_13-Dec-2020_19h50m30s.xlsx.

A tela Agenda acrescenta os dados de data e hora de aplicação do experimento para cada discente selecionado. Esses campos são formados, respectivamente, por um *Data Picker*, como o explicado para a data de nascimento do discente, e um campo texto formatado para hora:minutos. A Figura 23 mostra o arquivo de saída da tela Agenda que pode ser utilizado pelo pesquisador ou professor para organizar a sequência de execução dos experimentos.

Figura 23 – Arquivo de saída da tela Agenda para organização da aplicação dos experimentos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Nome_Discente	Codigo_Discente	DataNasc_Discente	Genero_Discente	Turma	Nome_Escola	Nome_Exp	Data_Exp	Hora_Exp	
2	T1_Aluno01	T01A0120130301	01/03/2013	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	08:00	
3	T1_Aluno02	T01A0220130218	18/02/2013	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	08:30	
4	T1_Aluno03	T01A0320130207	07/02/2013	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	09:00	
5	T1_Aluno04	T01A0420130127	27/01/2013	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	09:30	
6	T1_Aluno05	T01A0520130116	16/01/2013	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	10:00	
7	T1_Aluno06	T01A0620130105	05/01/2013	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	10:30	
8	T1_Aluno07	T01A0720121225	25/12/2012	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	11:00	
9	T1_Aluno08	T01A0820121214	14/12/2012	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	11:30	
10	T1_Aluno09	T01A0920121203	03/12/2012	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	14:00	
11	T1_Aluno10	T01A1020121122	22/11/2012	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	14:30	
12	T1_Aluno11	T01A1120121111	11/11/2012	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	15:00	
13	T1_Aluno12	T01A1220121031	31/10/2012	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	15:30	
14	T1_Aluno13	T01A1320121020	20/10/2012	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	16:00	
15	T1_Aluno14	T01A1420121009	09/10/2012	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	16:30	
16	T1_Aluno15	T01A1520120928	28/09/2012	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		04/03/2019	17:00	
17	T1_Aluno16	T01A1620120917	17/09/2012	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		05/03/2019	08:00	
18	T1_Aluno17	T01A1720120906	06/09/2012	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		05/03/2019	08:30	
19	T1_Aluno18	T01A1820120826	26/08/2012	Masculino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		05/03/2019	09:00	
20	T1_Aluno19	T01A1920120815	15/08/2012	Feminino	EF1_1-2019	Escola Municipal de Ensino Fun Reta Numérica		05/03/2019	09:30	

Nota. autor, 2022.

6.1.1.3. Pesquisa (Telas Projeto e Termos)

As telas Projeto (Figura 24) e Termos (Figura 25) constituintes do submódulo Pesquisa foram idealizadas para auxiliarem pesquisadores a delinear e cadastrarem seus projetos de pesquisa junto à Plataforma Brasil¹⁴ e para submissão e autorização junto aos Comitês de Ética em Pesquisa (CEP) envolvendo seres humanos presentes nas universidades, institutos e centros de pesquisas.

¹⁴ Informações sobre a Plataforma Brasil estão disponíveis no site: <https://plataformabrasil.saude.gov.br/login.jsf>

Figura 24 – Tela Pesquisa para cadastro do projeto pelo pesquisador

Escola	Turma	Aluno	Experimento	Agenda	Pesquisa	Termos	Est.Amostra	Est.Acurácia	Est.Respres >
Dados									
Título*									
ID Pesquisa*									
Introdução									
Objetivo geral									
Objetivos específicos									
Benefícios									
Método									
Participantes									
Descrição									
Critérios									
Inclusão									
Exclusão									
Metodologia									
Natureza <input type="text" value="escolher"/> Abordagem <input type="text" value="escolher"/> Objetivo <input type="text" value="escolher"/>									
Desenho <input type="text" value="escolher"/> Método <input type="text" value="escolher"/>									
Procedimentos									
Análise de Dados									
Variáveis/Dasfechos									
Variável primária									
Variável secundária									
Estatística									
Riscos									
Severidade <input type="text" value="escolher"/>									
Descrição									
Assistência									
Assistência imediata									
Assistência integral									
Compensação/coertura material									
Provento prévio									
Resarcimento									
Indenização									
Pesquisador Responsável									
Nome*									
RG <input type="text"/> CPF <input type="text"/>									
Fone* <input type="text"/> E-mail* <input type="text"/>									
Orientador <input type="text"/>									
Instituição Proponente									
Universidade*									
Faculdade*									
Departamento*									
Programa*									
Instituição Co-Participante									
<input type="button" value="selecionar ESCOLA"/>									
Nome da escola <input type="text"/>									
Nome do responsável <input type="text"/>									
Cargo do responsável <input type="text"/>									
UF <input type="text"/>									
Município <input type="text"/>									
Identificar Comitê de Ética?									
<input type="radio"/> Não <input checked="" type="radio"/> Sim									
Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) <input type="text"/>									
Comitê de Ética									
Nome <input type="text"/>									
Universidade <input type="text"/>									
Faculdade <input type="text"/>									
Fone <input type="text"/> E-mail <input type="text"/>									
Atendimento									
De <input type="text" value="escolher"/> À <input type="text" value="escolher"/> Das <input type="text" value="00:00"/> Às <input type="text" value="00:00"/>									
<input type="button" value="SALVAR dados"/> <input type="button" value="LIMPAR tela"/>									

Nota. autor, 2022.

O nome do arquivo é formado pelo nome do sistema “NSA”, seguido pelo texto ‘_PESQUISA’, data e hora de gravação do arquivo, com a extensão .xlsx. Um exemplo de nome de arquivo gerado por essa tela é: NSA_PESQUISA_06-Apr-2022_9h56m43s.xlsx.

A tela Projeto permite o cadastro de informações completas sobre o projeto de pesquisa gerando um arquivo em formato de planilha eletrônica cujos campos (descritos na Tabela 9) podem ser utilizados para preenchimento dos formulários da Plataforma Brasil. Devido a simplicidade de entendimento dos campos da tela relacionados com as informações necessárias à elaboração do projeto de pesquisa, optou-se, na Tabela 9, relacionar os campos da planilha com os títulos apresentados na Figura 24, detalhando apenas àqueles que possuem opções para escolha.

Tabela 9 – Identificação dos campos do arquivo salvo pela tela Projeto

Grupo de campos da tela	Campos da planilha	Explicação resumida
Dados	Pesq_Titulo	Título do projeto de pesquisa
	Pesq_ID	ID Pesquisa
	Pesq_Intro	Introdução
	Pesq_ObjGeral	Objetivo geral
	Pesq_ObjEsp	Objetivos específicos
	Pesq_Beneficios	Benefícios
Método/ participantes	Partic_Desc	Descrição
	Partic_Inclusao	Critérios / Inclusão
	Partic_Exclusao	Critérios / Exclusão
Método/ metodologia	Met_Natureza	Natureza. Opções: aplicada, e; básica.
	Met_Abordagem	Abordagem. Opções: quantitativa; qualitativa, e; quali-quant.
	Met_Obj	Objetivo. Opções: exploratória; conclusiva; descritiva, e; causal/explicativa.
	Met_Desenho	Desenho. Opções: experimental, e; observacional.
	Met_Metodo	Método. Opções disponíveis: pesquisa experimental; pesquisa bibliográfica; pesquisa documental; estudo de caso; levantamento; pesquisa ação; pesquisa etnográfica; pesquisa etnometodológica; pesquisa ex-post-facto; pesquisa participante e <i>survey</i> .

	Met_Procedimentos	Procedimentos
Método/ análise de dados	Analise_VarPrim	Variável primária
	Analise_VarSec	Variável secundária
	Analise_Estat	Estatística
Riscos	Riscos_Sev	Severidade. Opções: mínimos; baixos; moderados, e; elevados.
	Riscos_Desc	Descrição
Assistência	Assist_Imediata	Assistência imediata
	Assist_Integral	Assistência integral
Compensação material	Mat_Provimento	Provimento prévio
	Mat_Ressarcimento	Ressarcimento
	Mat_Indenizacao	Indenização
Pesquisador responsável	PesqResp_Nome	Nome
	PesqResp_RG	RG
	PesqResp_CPF	CPF
	PesqResp_Fone	Fone
	PesqResp_Email	E-mail
	PesqResp_Orient	Orientador
Instituição proponente	InstProp_Nome	Universidade
	InstProp_Facul	Faculdade
	InstProp_Dpto	Departamento
	InstProp_Prog	Programa
Instituição co- participante	Campos oriundos do arquivo gerado pela tela Escola (ver Tabela 5)	
Identificar Comitê de Ética	ComEtica_Nome	Nome
	ComEtica_Univ	Universidade
	ComEtica_Facul	Faculdade
	ComEtica_Fone	Fone
	ComEtica_Email	E-mail
	ComEtica_CAAE	Certificado de Apresentação para Apreciação Ética
Identificar Comitê de Ética/ atendimento	ComEtica_Dialnicio	De (período do dia). Opções disponíveis: segunda-feira; terça-feira; quarta-feira; quinta-feira, e; sexta-feira.
	ComEtica_DiaFim	À (período do dia). Opções: segunda-feira; terça-feira; quarta-feira; quinta-feira, e; sexta-feira.
	ComEtica_Horalnicio	Das (campo texto para horário de início do atendimento)
	ComEtica_HoraFim	Às (campos texto para horário de término do atendimento)

Nota. autor, 2022.

A interface gráfica (Figura 25) gera (pelo acionar dos respectivos botões presentes na tela) os termos de Anuência/TALE/TCLE a partir da escolha do arquivo de Pesquisa pelo acionamento do botão 'selecionar PESQUISA'.

Figura 25 – Tela Termos que permite a gravação dos arquivos pdf dos Termos de Anuência, TCLE e TALE

Nota. autor, 2022.

Os nomes dos arquivos gerados pela tela Termos seguem o mesmo padrão de identificação descrito para as demais telas do sistema:

- Termo de anuência (exemplo disponível no Apêndice A): nome do arquivo do Projeto (sem extensão) seguido pelo texto ‘_TermoANUENCIA’, data e hora de gravação do arquivo, com a extensão “.pdf”. Um exemplo de nome de arquivo gerado por essa tela é: NSA_PESQUISA_06-Apr-2022_9h56m43s_TermoANUENCIA_12-Apr-2022_21h34m20s.pdf.
- TALE (exemplo Apêndice B): nome do arquivo formado por “TALE_NSA_”, seguido pela data e hora de gravação do arquivo, com a extensão “.pdf”. Exemplo: TALE_NSA_06-Apr-2022_9h56m43s_06-Apr-2022_11h17m22s.pdf.
- TCLE adulto e criança (Apêndice C): nome formado por “TCLE”, seguido da palavra “adulto” ou “criança”, pelo nome do sistema “_NSA_”, e pela data e hora de gravação do arquivo, também com a extensão “.pdf”. Exemplo: TCLEadulto_NSA_06-Apr-2022_9h56m43s_06-Apr-2022_11h17m33s.pdf.

6.1.2. Tarefas computadorizadas das habilidades do senso de números

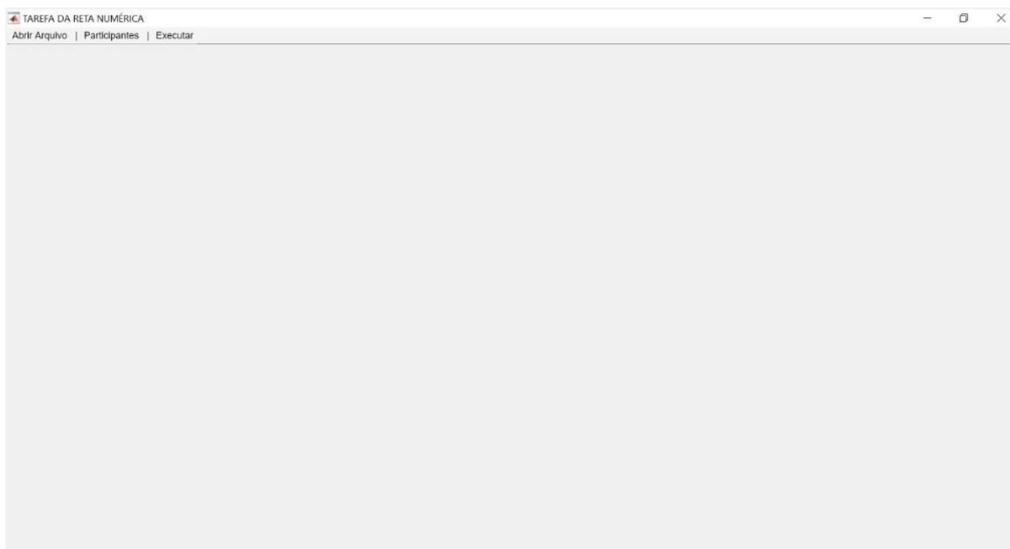
As tarefas da estimativa da reta numérica (NLET) e da subitização e estimativa de numerosidade (SET) construídas nesta pesquisa estão descritas a seguir.

6.1.2.1. Tarefa da estimativa da linha de números (NLET)

Para a tarefa número-posição, foi desenvolvido um módulo independente (NLET) que pode ser executado em computadores que possuam sistema operacional Windows (Figura 26).

Para que o sistema possa ser executado corretamente é necessário que a versão 9.6 (R2019a) do MATLAB *Runtime* esteja (ou seja) instalada no computador.

Figura 26 – Aparência do módulo NLET

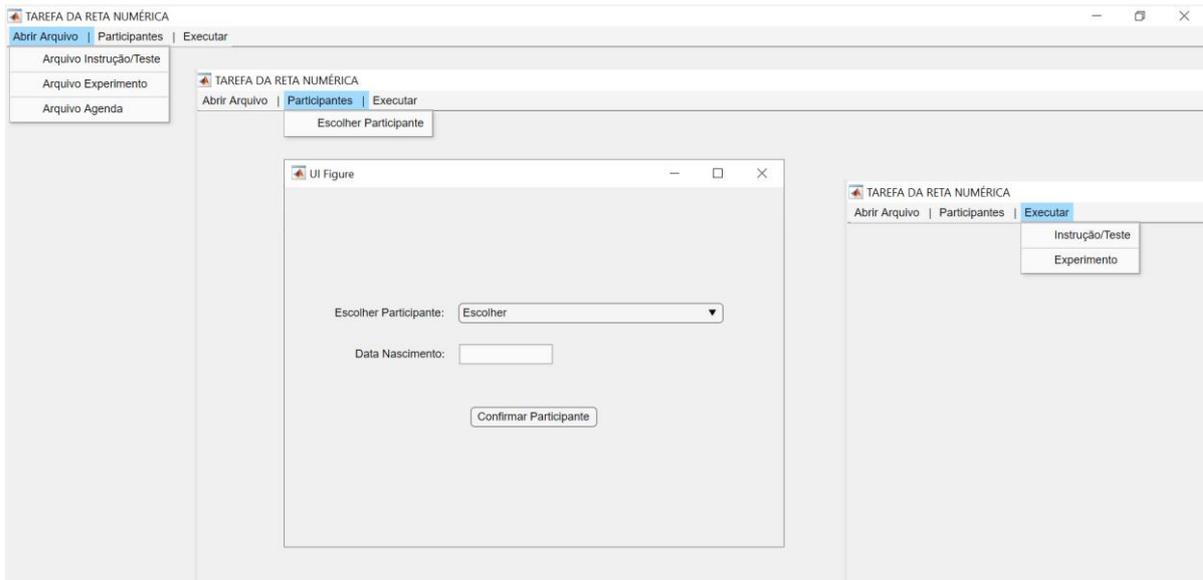


Nota. autor, 2022.

Ao abrir o módulo NLET, o usuário encontrará três menus disponíveis: 'Abrir Arquivo', 'Participantes' e 'Executar', como mostra a Figura 27 (com todos os menus em uma única imagem).

O menu 'Abrir arquivo' possui as opções 'Arquivo Instrução/Teste', que deve ser utilizado para escolher e carregar o arquivo para o teste de compreensão da instrução da tarefa, 'Arquivo Experimento', para carregar os dados pertinentes ao paradigma experimental, e 'Arquivo Agenda', para carregar as informações dos participantes.

Figura 27 – Menus do módulo NLET



Nota. autor, 2022.

O menu 'Participantes', possui uma única opção 'Escolher Participante' que, quando acionado, abre uma tela sobreposta com a lista de discentes constantes no arquivo Agenda que deve ter sido carregado anteriormente em memória.

O campo 'Data Nascimento' é preenchido automaticamente após a escolha do participante para que o pesquisador/professor possa confirmar o escolhido em caso da existência de homônimos na lista.

Após carregar o arquivo do paradigma experimental e escolher o participante, torna-se então possível executar a tarefa da reta numérica através do menu 'Executar' ('Instrução/Teste' ou 'Experimento'). Após essa escolha, abre-se então a tarefa da reta numérica (Figura 28).

Figura 28 – Tarefa da estimativa da linha de números do módulo NLET



Nota. autor, 2022.

A Figura 28 apresenta uma das telas personalizadas para um experimento cujos parâmetro da sessão ‘Valor Mínimo’ e ‘Valor Máximo’ são, respectivamente, 0 e 10, e ‘Número a estimar’ igual a 2 (definidos na tela Experimento).

O participante, utilizando o *mouse* do computador, deve clicar sobre a reta no ponto onde julga encontrar-se o valor do estímulo. O valor marcado será então salvo em uma base de dados e a tela será atualizada para outra com um novo ‘Número a estimar’, seguindo os valores e a ordem cadastrados no arquivo de dados do Experimento.

Ao término da tarefa, um arquivo tipo texto tabulado (separação de colunas por vírgula) é gravado na pasta ‘ARQUIVOS_DE_SAIDA’ do diretório da aplicação contendo os campos necessários para realização das análises estatísticas do experimento (Tabela 10).

O nome do arquivo segue o padrão dos demais do sistema: texto ‘NLET_RESULTADOS_’, seguido da data e hora de gravação do arquivo e extensão *.txt*, como, por exemplo, ‘NLET_RESULTADOS_29-Mar-2022_23h20m56s.txt’.

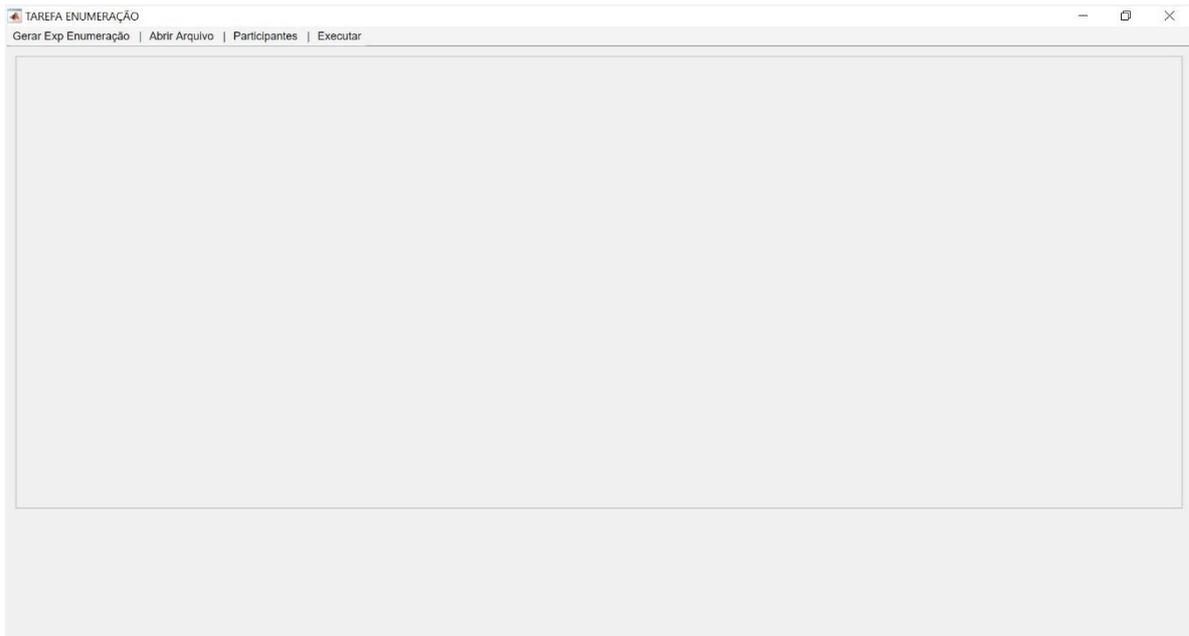
Tabela 10 – Campos do arquivo de saída do módulo NLET

Campos da planilha	Explicação resumida
Codigo_Discente	Dados originários da tela Agenda (Figura 22)
DataNasc_Discente	
Genero_Discente	
Turma	
Nome_Escola	
Idade_Discente	Valor em anos calculado a partir da data de nascimento do aluno (DataNasc_Discente) e da data de realização do experimento (Data_Exp).
Data_Exp	Data de realização do experimento (obtida na gravação do arquivo de resultado).
Nome_Exp	Dados provenientes do arquivo de Experimento (Tabela 8)
Nome_Sessao	
Valor_Minimo	
Valor_Maximo	
Numero_Estimulo	
Numero_Estimado	Valor marcado na reta com o <i>mouse</i> pelo aluno
ErroPercentual	Calculado pela Equação (2)
Acuracia	Calculado pela Equação (3)

Nota. autor, 2022.

6.1.2.2. Tarefa de subitização e estimativa de números (SET)

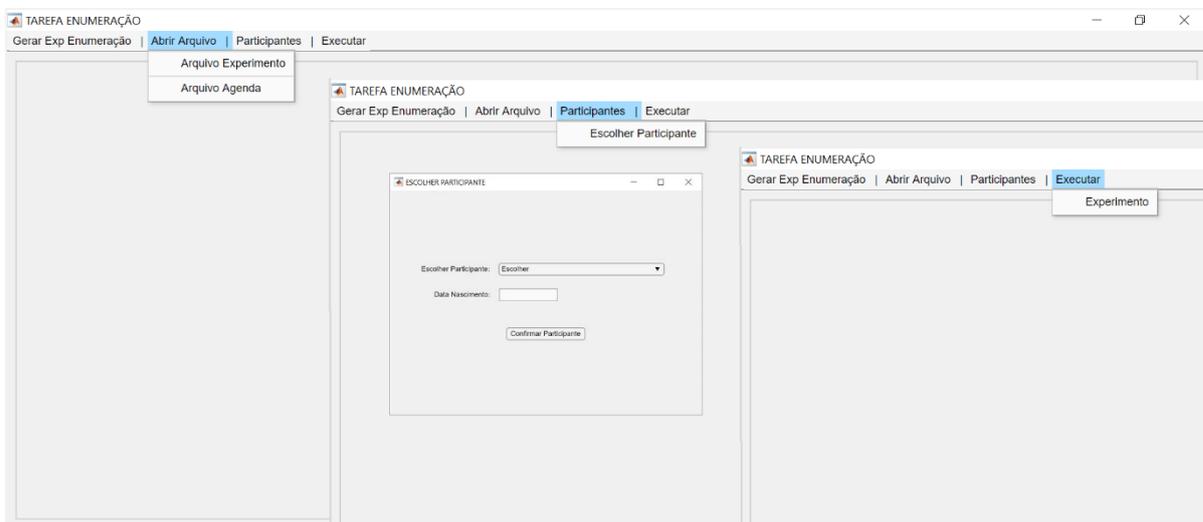
O aplicativo SET foi desenvolvido seguindo o modelo e os pré-requisitos do módulo NLET (Figura 29). Ele pode ser utilizado em computadores com sistema operacional Windows, implementando a tarefa de subitização e estimativa de números, com coleta e gravação de resultados em planilha eletrônica.

Figura 29 – Interface do módulo SET

Nota. autor, 2022.

O módulo SET possui quatro menus disponíveis para o usuário que irá configurar e preparar o ambiente para o participante do experimento: 'Gerar Exp Enumeração', 'Abrir Arquivo', 'Participantes' e 'Executar'.

A Figura 30 mostra uma montagem das telas do SET contendo todas as opções de menu expandidas para melhor compreensão das funcionalidades do aplicativo.

Figura 30 – Menus expandidos do Módulo SET

Nota. autor, 2022.

A opção de menu ‘Gerar Exp Enumeração’ possui o objetivo de gerar o arquivo de estímulos visuais para a tarefa de enumeração e estimativa a partir do arquivo da tarefa da reta de números.

Para isso, além dos campos descritos na Tabela 8, adiciona-se o campo ‘Pos_Bolinhas’ que possui as coordenadas (posições) necessárias ao correto posicionamento dos estímulos na tela da tarefa. Um exemplo desse campo pode ser visualizado na Figura 31A.

O arquivo gerado em formato de planilha eletrônica fica salvo na pasta ‘ARQUIVOS_DE_SAIDA’ dentro do diretório do aplicativo e possui o nome formatado com o mesmo do arquivo de experimento que lhe deu origem, seguido do texto ‘_PosBolinhas’, como por exemplo: ‘EXPERIMENTO_04-Nov-2021_0h46m31s_PosBolinhas.xlsx’.

Figura 31 – Configuração das posições dos estímulos visuais para o módulo SET

A	B
Pos_Bolinhas	1 11 21 31 41 51 61 71 81 91
55	2 12 22 32 42 52 62 72 82 92
44*45*46*55*64*65*66	3 13 23 33 43 53 63 73 83 93
44*46*55*64*66	4 14 24 34 44 54 64 74 84 94
46*64	5 15 25 35 45 55 65 75 85 95
44*45*46*64*65*66	6 16 26 36 46 56 66 76 86 96
46*55*64	7 17 27 37 47 57 67 77 87 97
44*46*64*66	8 18 28 38 48 58 68 78 88 98
	9 19 29 39 49 59 69 79 89 99
	10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

Nota. A. Exemplo de campo das posições dos estímulos visuais no arquivo gravado pelo menu ‘Gerar Exp Enumeração’. B. Mapa das posições dos estímulos na tela da tarefa de enumeração e estimativa de números. Fonte: autor, 2022.

O campo de separação escolhido foi o asterisco (*) para que não houvesse erro de interpretação pelo sistema, como ocorreria, por exemplo, com a vírgula que pode representar o separador decimal.

As posições dos estímulos na tela obedecem a uma matriz 10x10, conforme Figura 31B. Assim, na terceira linha do exemplo da Figura 31A, são exibidos 5 estímulos visuais na tela do módulo da tarefa de subitização nas posições 44, 46, 55, 64 e 66, o que está apresentado na Figura 32.

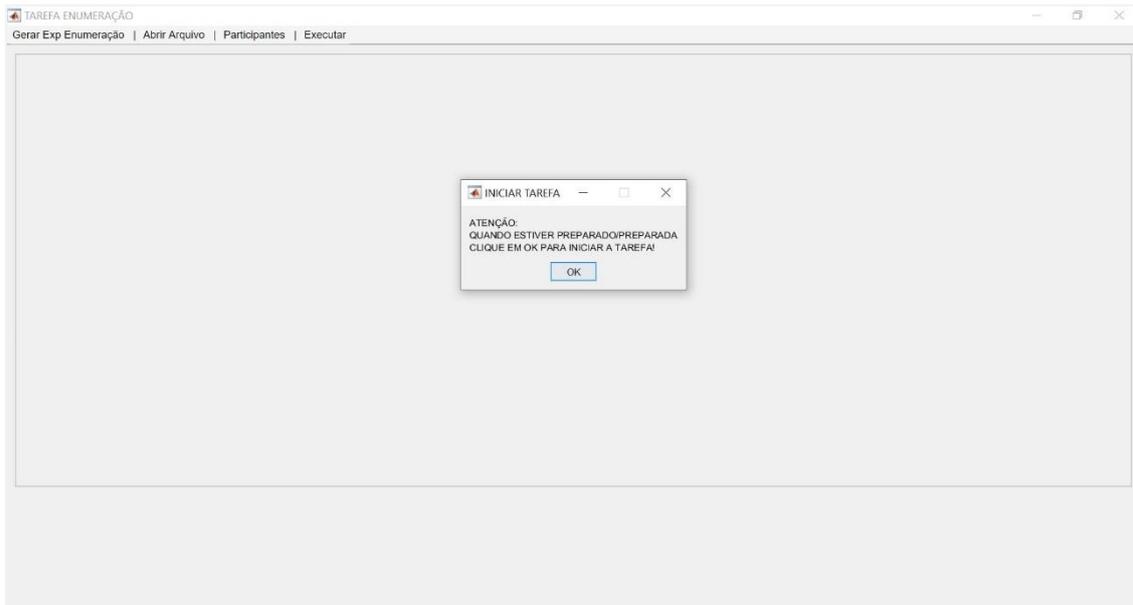
Figura 32 – Exemplo da disposição dos estímulos visuais na tela do módulo SET

Nota. autor, 2022.

Convém destacar que os valores das posições dos estímulos visuais no campo 'Pos_Bolinhas' são gerados aleatoriamente de acordo com o valor do estímulo numérico presente no campo 'Numero_Estimulo' e entre as 100 possibilidades constantes no mapa da Figura 31B porém o pesquisador/professor pode editar o campo da planilha e posicionar os estímulos nas coordenadas desejadas.

As demais opções de menu constantes da Figura 30 seguem as mesmas explicações fornecidas para a tarefa da reta numérica. Uma personalização necessária para a tarefa de subitização e enumeração dá-se após a escolha do menu 'Executar' – 'Experimento': como os estímulos visuais são exibidos por 300 milissegundos na tela e depois tornam-se ocultos, uma mensagem inicial em modo *pop-up* (Figura 33) é exibida para o participante antes da primeira sessão para que ele possa estar atento ao experimento.

Figura 33 – Tela de mensagem para o início da tarefa



Nota. autor, 2022.

O arquivo contendo os resultados do participante é salvo com o nome 'SET_RESULTADOS_', seguido da data e hora de gravação do arquivo e extensão *.txt*, como, por exemplo, 'SET_RESULTADOS_29-Mar-2022_23h40m06s.txt' seguindo os mesmos campos apresentados para a NLET presentes na Tabela 10.

6.2. Experimentos para validação dos testes informatizados

O objetivo geral desta pesquisa foi desenvolver e validar um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso de números, enquanto um dos principais objetivos específicos foi determinar a equivalência entre as avaliações em papel e no computador dos testes de subitização, estimativa de numerosidade (*numerosity estimation*, NE) e estimativa da linha de números (*number line estimation*, NLE).

Essa medida foi obtida por meio da comparação da performance dos indivíduos nessas tarefas entre os dois modos de apresentação.

Como mencionado na seção homônima 5.3, foram realizados três experimentos: (a) Experimento 1 – Subitização; (b) Experimento 2 – Estimativa de numerosidade; e (c) Experimento 3 – Estimativa da linha de números, para

avaliar a comparabilidade entre os instrumentos tradicionais em papel e os testes informatizados construídos.

6.2.1. Materiais e equipamentos

Os testes nos modos de apresentação papel e computador foram realizados em um laboratório de informática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Esse laboratório continha 20 estações de trabalho, incluindo computador, monitor de vídeo, teclado e mouse, bancadas, projetor multimídia de slides e tela de projeção.

Os computadores utilizados para aplicação dos experimentos de validação dos testes informatizados construídos possuíam a seguinte configuração: marca Dell e modelo OptiPlex 7000 Micro com processador Intel® Core™ i5-12500T, memória RAM de 8 GB, sistema operacional Microsoft Windows 10 Pro, plataforma de programação Matlab® R2021a, teclado Dell KB216, mouse e monitor de vídeo (marca Dell e modelo SE2222H com tecnologia LED, dimensão de 21,5", resolução de tela High Definition (HD) de 1920 x 1080 pixels, taxa de atualização de 60 Hz, 16,7 milhões de cores, luminância média de 250 cd/m² e taxa de contraste 3000:1).

O notebook do autor-experimentador (marca Lenovo e modelo ideapad320 com processador Intel® Core™ i5-7200U, memória RAM de 8 GB sistema operacional Microsoft Windows 10 de 64 bits), um projetor multimídia de slide (marca Epson e modelo V11H980020 com tecnologia 3LCD, resolução Full HD de 1920 x 1080 pixels e brilho de 3.400 lumens) e uma tela de projeção (marca TES e modelo TT379 com dimensão de 108" (2,0 x 2,0 m) e tecido em Mathe White (branco opaco)) também foram utilizados nos experimentos. Na tarefa no formato papel, os estímulos foram gerados a partir do notebook e exibidos pelo projetor na tela de projeção.

6.2.2. Participantes

Trinta e quatro universitários (4 mulheres) do curso Tecnologia em Automação Industrial do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) do Campus Curitiba da UTFPR participaram do experimento de subitização. Os indivíduos foram divididos de acordo com a turma. Do total de alunos da amostra,

13 discentes estavam cursando o 1º semestre (1SEM), 12 alunos eram do 2º semestre (2SEM) e havia 9 estudantes na turma do 3º semestre (3SEM).

6.2.2.1. Critérios de inclusão

Foram considerados quatro critérios para inclusão dos participantes na amostra: (a) nível intelectual típico, (b) acuidade visual normal ou corrigida, (c) ausência de histórico de distúrbios neurológicos e (d) domínio das habilidades de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números.

Essas informações foram fornecidas pela docente Profª Drª Mariana Aguiar e pelo coordenador Prof. Me. Ednilson Soares Maciel da UTFPR e confirmadas pelo autor-experimentador junto aos alunos antes da realização da tarefa.

Com base nesses requisitos, a amostra foi composta por indivíduos com desenvolvimento intelectual típico, visão normal ou corrigida, domínio das habilidades matemáticas de subitização, estimativa da numerosidade e estimativa da reta numérica, e familiaridade com tecnologias educacionais como computador, monitor de vídeo, teclado, mouse, projetor multimídia de slides e tela de projeção.

6.2.2.2. Critérios de exclusão

Histórico de distúrbios neurológicos ou evidências de transtornos mentais, incluindo deficiências de aprendizagem com prejuízo em matemática (discalculia), de necessidades educacionais especiais ou de doenças sistêmicas associadas constituirão critérios de exclusão. Esse rastreio foi realizado pela professora e coordenador do curso. Desse modo, apenas indivíduos que compreenderem as instruções das tarefas matemáticas participaram dos experimentos.

6.2.2.3. Estatística descritiva da amostra

A estatística descritiva das frequências absoluta e relativa dos participantes do estudo está ilustrada na Tabela 11. Os dados da tabela estão organizados em turma e gênero. A quantidade absoluta e a frequência relativa

de participantes organizadas em mulher, homem e total estão descritas nas colunas, enquanto essas medidas ordenadas por turma estão caracterizadas nas linhas da tabela. As mulheres representam somente 11,76% da amostra contra 88,24% do total, demonstrando uma desigualdade de gênero significativa entre os participantes. Há apenas 2 mulheres nas turmas 1SEM e 2SEM e nenhuma mulher na turma 3SEM.

Tabela 11 – Estatística descritiva da frequência da amostra de participantes

	Frequência (Frequência relativa %)		
	mulher	homem	total
1SEM	2 (5,88%)	11 (32,35%)	13 (38,24%)
2SEM	2 (5,88%)	10 (29,41%)	12 (35,29%)
3SEM	0 (0%)	9 (26,47%)	9 (26,47%)
total	4 (11,76%)	30 (88,24%)	34 (100%)

Nota. autor, 2022.

A estatística descritiva da idade dos participantes do estudo está ilustrada na Tabela 12. As medidas descritivas utilizadas foram a média, desvio-padrão, mínimo e máximo. Por exemplo, a idade média da amostra era 25,23 anos com desvio-padrão de 6,75, idade mínima de 17,67 e valor máximo 39,92. Esses valores mostram uma grande variabilidade da idade.

Assim como na tabela anterior, os dados da Tabela 12 também estão organizados em turma e gênero. Os valores de média, desvio-padrão, mínimo e máximo da idade dos participantes ordenadas em gênero estão descritas nas colunas, enquanto essas medidas ordenadas por turma estão caracterizadas nas linhas da tabela.

Tabela 12 – Estatística descritiva da idade da amostra de participantes

	Idade (anos)		
	mulher	homem	total
1SEM	18,50 (1,18) 17,67 - 19,33	24,24 (6,61) 18,42 - 39,92	23,36 (6,42) 17,67 - 39,92
2SEM	27,00 (4,71) 23,67 - 30,33	27,18 (7,97) 18,08 - 37,58	27,15 (7,35) 18,08 - 37,58
3SEM	-	25,37 (6,36) 18,75 - 38,00	25,37 (6,36) 18,75 - 38,00
total	22,75 (5,65) 17,67 - 30,33	25,56 (6,89) 18,08 - 39,92	25,23 (6,75) 17,67 - 39,92

Nota: autor, 2022.

Na amostra toda, as mulheres da amostra eram quase 3 anos mais novas que os homens. A idade média delas era 22,75 anos, enquanto a do sexo masculino era 25,56.

A variabilidade da idade no sexo feminino era menor que a dos homens. O desvio-padrão da idade das mulheres era 5,65, enquanto essa medida de dispersão no sexo masculino era 6,89.

6.2.3. Procedimentos

Essa seção foi dividida em cinco partes com o intuito de tornar a leitura mais clara e organizada.

6.2.3.1. Apresentação do projeto de pesquisa

Houve dois encontros entre o autor-pesquisador e os alunos da Prof^a Dr^a Mariana: uma reunião previa e a sessão experimental propriamente dita.

Na reunião preliminar, o autor apresentou o projeto de pesquisa e convidou os estudantes a participarem do estudo. Nesse encontro, foram apresentados o pesquisador responsável, a equipe e o projeto de pesquisa. O autor explicou detalhadamente o projeto, descrevendo os objetivos, contextos escolares, motivações e justificativas, demandas e necessidades, oportunidades e benefícios.

Os procedimentos e condições experimentais, o que os participantes deveriam fazer durante as tarefas e a duração de cada experimento, também foram explicados. Os potenciais riscos e danos associados, as assistências imediata e integral e indenizações, os gastos, ressarcimentos e provimentos também foram expostos aos participantes. Por exemplo, os riscos dos participantes em realizar as atividades da pesquisa eram mínimos. Incômodo com a cadeira ou mesa, desconforto com o mouse ou teclado, torcicolo ou incômodo visual com o monitor de vídeo ou tela de projeção constituíam potenciais riscos aos participantes durante os experimentos.

O autor esclareceu também que os dados dos participantes seriam mantidos em sigilo, confidencialidade, segurança e anonimato, que ninguém (como colegas de classe, professores, coordenador de curso e diretor) teria

acesso a eles, e que os resultados estariam disponíveis após o processamento e a análise dos dados se algum participante tivesse interesse em saber.

O autor enfatizou que o projeto seguiria todas as normas e resoluções relativas a pesquisas com seres humanos, como Resolução nº 466/2012, Resolução nº 510/2016, Carta Circular nº 037/2013 e Carta Circular nº 061/2012 do Conselho Nacional de Saúde (CNS). Os participantes foram informados de que eles poderiam tirar quaisquer dúvidas sobre o projeto com a equipe de pesquisa.

O autor esclareceu sobremaneira que a participação no projeto era voluntária, que os participantes não eram obrigados a colaborar e nem sofreriam algum tipo de retaliação ou constrangimento mediante recusa, que os responsáveis pelos menores de idade também não seriam obrigados a autorizar a participação deles, e que os participantes poderiam sair ou desistir do estudo a qualquer momento.

Nesta reunião, o autor explicou também os procedimentos para assentimento e consentimento na participação do estudo, incluindo o TCLE e o TALE. Ele entregou os termos para os alunos interessados em ajudar e participar da pesquisa e orientou a assinatura deles.

Antes do início dos experimentos, o autor explicou novamente o projeto e todos os aspectos envolvidos, confirmou a relação de participantes e recolheu os TCLEs e TALEs. Todos os participantes foram instruídos a sentarem-se de forma confortável em uma cadeira, respirarem suavemente e manterem os olhos abertos e fixados no monitor de vídeo nas avaliações digitais ou na folha de papel ou tela de projeção nas tarefas tradicionais em papel.

6.2.3.2. Paradigma experimental

Após essa preparação, o autor explicou as tarefas matemáticas para os participantes. Para confirmar o entendimento deles sobre as instruções, houve uma apresentação elaborada no Microsoft PowerPoint que demonstrou os processos de exibição dos estímulos e da coleta das respostas. A exemplo dos procedimentos de treino do estudo de Berteletti et al. (2010), não houve *feedback* dos resultados das práticas nas tarefas de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números.

Os paradigmas experimentais foram adaptados dos estudos de (Duro & Dorneles, 2019a), Schleifer e Landerl (2011) e Berteletti et al. (2010) para as tarefas de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números respectivamente. A duração total dos 3 experimentos incluindo as avaliações no papel e no computador foi de aproximadamente 60 minutos.

Experimento 1 – Subitização

O experimento foi dividido em duas sessões: uma para avaliação em papel e outra para avaliação no computador. Cada sessão foi composta por seis ensaios, que exibiram as numerosidades de 1 a 6 em ordem aleatória. Nos dois formatos, os estímulos visuais eram padrões canônicos (no estilo “dado”) na forma de pontos, na cor preta e tamanho regular e constante exibidos em uma matriz quadrada (10 x 10) de 100 pontos, conforme mostrado na Figura 34. A aparência dos pontos pretos foi constante e não sofreu alterações entre os ensaios em função da numerosidade, resultando apenas em uma variação da área total do conjunto de pontos exibidos.

Figura 34 – Exemplo de tela da tarefa de subitização



Nota. autor, 2022.

No que se refere à geração dos estímulos, o pesquisador responsável configurou o padrão e a sequência de estímulos em uma tela da aplicação construída por ele mesmo na tarefa informatizada e, ao final da parametrização,

gravou os dados em um arquivo no formato de planilha eletrônica conforme foi descrito na Tabela 4.

Na avaliação digital, a cada ensaio, um padrão de pontos era exibido por 100 milissegundos aos participantes na tela do monitor de vídeo e estes deviam digitar a resposta em uma caixa de texto e clicar no botão “confirma” para avançar ao próximo ensaio. O tempo de exibição dos estímulos foi pequeno para evitar que o participante usasse o recurso da contagem.

Na tarefa tradicional em papel, para evitar que os participantes tivessem mais tempo para responder à tarefa de subitização em cada ensaio do que no formato digital, o pesquisador responsável abriu o teste informatizado em seu notebook e apresentou os estímulos por meio do projetor de slides na tela de projeção. Neste formato, os participantes receberam um caderno de respostas e escreveram a resposta de cada ensaio na respectiva caixa de texto do formulário em papel.

Experimento 2 – Estimativa de numerosidades

Os procedimentos da tarefa de estimativa de quantidades foram similares ao teste de subitização. A diferença estava na extensão e quantidade de numerosidades examinadas (Figura 35).

Figura 35 – Exemplo de tela da tarefa de estimativa de numerosidade



Nota. autor, 2022.

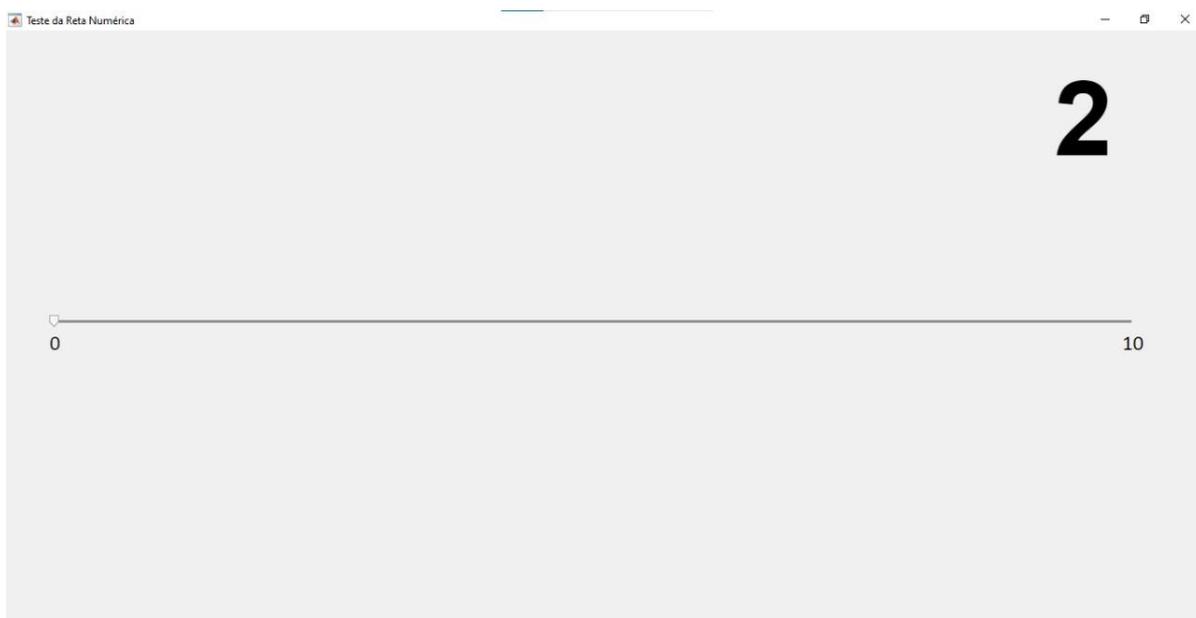
Cada sessão experimental foi composta por doze ensaios, que exibiram numerosidades dentro do intervalo de 7 a 100. As quantidades testadas foram 7, 8, 9, 13, 15, 16, 18, 25, 48, 67, 71 e 86 extraídas intencionalmente dos experimentos da tarefa da estimativa da reta numérica de Berteletti et al. (2010).

Experimento 3 – Estimativa da linha de números

Os procedimentos da tarefa da reta numérica também foram idênticos ao teste de subitização.

Neste experimento, avaliou-se três intervalos de números (0 a 10, 0 a 20 e 0 a 100). Por essa razão, o experimento foi dividido em seis sessões (2 formatos x 3 escalas). No intervalo entre 0 e 10, todos os números inteiros, com exceção de 0, 1, 5 e 10, foram solicitados aos participantes para serem localizados na reta numérica (Figura 36). Entre 0 e 20, foram solicitados os valores 2, 4, 6, 7, 13, 15, 16 e 18, e entre 0 e 100, os valores eram 2, 3, 4, 6, 18, 25, 48, 67, 71 e 86. A ordem de apresentação dos estímulos numéricos dentro de cada faixa de valores ocorreu de forma aleatória.

Figura 36 – *Exemplo de tela da tarefa da estimativa da linha de números*



Nota. autor, 2022.

Nos dois formatos de avaliação, os estímulos foram exibidos no canto superior esquerdo da tela do monitor de vídeo sem tempo de duração ou do formulário em papel. Os estímulos foram posicionados neste local da tela e

desalinhados da reta numérica para evitar que os participantes os usem como pistas. No teste informatizado, a cada ensaio, um estímulo numérico foi exibido aos participantes na tela do monitor de vídeo e estes deviam clicar com o mouse sobre a linha de números na posição que eles achassem que corresponde ao número. Do mesmo modo, na avaliação tradicional, os participantes deviam marcar com lápis ou caneta a posição na linha física de números.

6.2.3.3. Coleta de dados

Os dados foram coletados por meio de respostas escritas de números e de marcações na reta numérica com lápis ou caneta em formulários de papel nas tarefas tradicionais de subitização, estimativa de quantidades e número para posição respectivamente.

Nas avaliações digitais, a entrada dos dados foi por meio da digitação de números na caixa de texto nas tarefas de subitização e estimativa de numerosidade e pelo clique do mouse na linha de números na tarefa da reta numérica.

6.2.3.4. Tabulação dos dados e pontuação

As respostas escritas obtidas por meio do formulário em papel nas tarefas de subitização e estimativa de quantidades de cada participante foram digitadas em uma planilha eletrônica do Microsoft Excel. Já na tarefa número para posição, as marcações em lápis ou caneta sobre a linha física de números do formulário em papel foram medidas em relação à origem com uma régua e a posição foi calculada como uma razão do comprimento de 20 centímetros desta linha. Cada estimativa do participante na avaliação em papel desta tarefa foi digitada em uma célula da planilha eletrônica e calculados a acurácia e o erro percentual.

Nas avaliações digitais, essas atividades de tratamento e manipulação dos dados foram executadas automaticamente pelo sistema de testes computadorizados previamente desenvolvido pelo pesquisador responsável.

A partir desses dados, foram calculados a quantidade de acertos de cada participante nas tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e reta numérica. Os erros percentuais e as acurácias de cada tentativa também foram

calculadas nas tarefas de estimativas de quantidades e da linha de números respectivamente.

6.2.3.5. Análise de dados

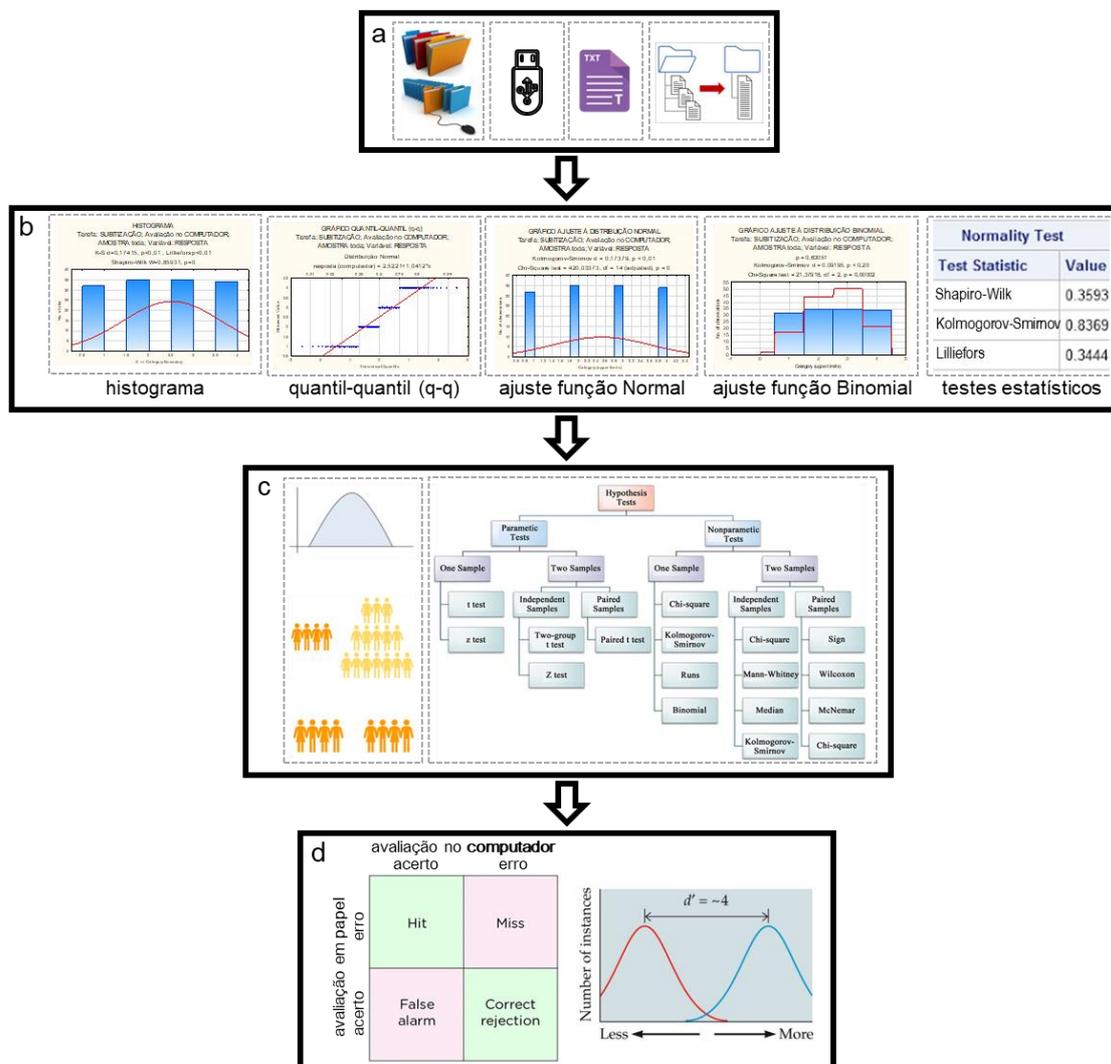
Um objetivo específico deste trabalho foi determinar a equivalência entre as avaliações em papel e no computador dos testes de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números.

A comparabilidade entre as versões analógica e digital dos instrumentos foi realizada a partir das (a) respostas, (b) dos erros percentuais e (c) da frequência de acertos dos participantes, nessa sequência, nos níveis de análise da turma e da amostra. Quando a equivalência foi observada na análise dos dados das respostas (a), as atividades (b) e (c) não se mostraram necessárias.

Para o alcance desse objetivo secundário, foram realizadas as seguintes atividades: (a) organização dos dados dos participantes; (b) análise da normalidade dos dados; (c) análise de comparabilidade das avaliações em papel e computador; (d) análise de comparação dos modos analógico e digital dos instrumentos usando teoria de detecção de sinal.

A Figura 37 ilustra o fluxo de atividades de aquisição, processamento e análise dos dados do experimento para validação do sistema de testes computadorizados.

Figura 37 – Fluxograma de atividades de aquisição, processamento e análise dos dados dos experimentos para validação do sistema de testes computadorizados



Nota. autor, 2022.

Em relação à organização dos dados para análise estatística, as aplicações das tarefas SET e NLET - módulos do sistema de testes computadorizados desenvolvido pelo autor - coletaram as respostas inseridas pelos participantes e, ao final da realização das tarefas digitais pelos participantes, gerou automaticamente arquivos de saída no formato texto (extensão .txt) para cada indivíduo. As aplicações do sistema geraram arquivos individuais por aluno e tarefa. Desse modo, como houve 34 participantes e três tarefas (34 x 3), foram gerados 102 arquivos-texto com as respostas. Como as aplicações das tarefas eram *stand-alone* (operaram independentemente de uma rede de computadores), esses arquivos foram coletados manualmente pelo autor nos computadores utilizados e gravados em um *pendrive*. Em seguida, o autor

dividiu os arquivos-texto em pastas por tarefa e turma. Para o início do processamento estatístico dos dados, o autor reuniu o conteúdo dos arquivos-texto de uma turma e tarefa em um arquivo por meio da funcionalidade *Gerar arquivo de estatística* localizada na tela *Estatística Amostra*.

No que diz respeito à análise dos dados das avaliações em papel e no computador, ela foi organizada em dois conjuntos de métodos: estatística descritiva e estatística inferencial.

Quanto à estatística descritiva, foram realizadas duas caracterizações: uma contendo dados sobre frequência, gênero e idade dos participantes, e outra sobre o desempenho deles nas tarefas. Na descrição da amostra de participantes, foram calculadas a frequência e proporção dos participantes e medidas de tendência central (média) e dispersão (desvio padrão, mínimo e máximo) da idade deles usando a ferramenta BioEstat. Esses dados estão ilustrados nas Tabelas 11 e 12.

O desfecho primário deste estudo era a equivalência das avaliações em papel e no computador das tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números, enquanto os desfechos secundários são a quantidade de acertos, o erro percentual e a acurácia (precisão) dos testes de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números respectivamente. Na caracterização do desempenho dos alunos, foram calculadas a quantidade e a taxa de acertos dos participantes em cada tarefa nos dois formatos.

A Tabela 13 exhibe essas medidas de desempenho dos participantes. Os resultados de desempenho estão organizados por tarefa e modo de apresentação (colunas) e turma (linhas). Por exemplo, os participantes acertaram 269 ensaios de 272 possíveis na tarefa de subitização, que representa uma taxa de acertos de 98,9%.

Os participantes foram melhores na tarefa de subitização (taxa de acerto: 98,9%) do que na reta numérica (taxa de acerto: 97,99%) e na estimativa de numerosidades (taxa de acerto: 74,67%).

Em relação ao modo de apresentação, os participantes foram melhores no formato papel do que na versão digital nas tarefas de subitização (taxa de acerto no papel: 100%; taxa de acerto no computador: 97,79%) e reta numérica

(taxa de acerto no papel: 98,46%; taxa de acerto no computador: 97,52%), enquanto na estimativa de numerosidades ocorreu o contrário (taxa de acerto no papel: 71%; taxa de acerto no computador: 78,35%).

Tabela 13 – Estatística descritiva da frequência absoluta e taxa de acertos dos participantes nas tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números

	Subitização		Estimativa de numerosidade		Estimativa da linha de números	
	computador	papel	computador	papel	computador	papel
1SEM	50 (52) 96,15%	52 (52) 100%	138 (172) 80,23%	130 (172) 75,58%	309 (323) 95,67%	320 (323) 99,07%
2SEM	47 (48) 97,92%	48 (48) 100%	125 (166) 75,30%	106 (166) 63,85%	296 (299) 99%	292 (299) 97,66%
3SEM	36 (36) 100%	36 (36) 100%	99 (124) 79,84%	92 (124) 74,19%	220 (224) 98,21%	221 (224) 98,66%
total	133 (136) 97,79%	136 (136) 100%	362 (462) 78,35%	328 (462) 71%	825 (846) 97,52%	833 (846) 98,46%
	269 (272) 98,90%		690 (924) 74,67%		1658 (1692) 97,99%	

Nota: autor, 2022.

No que se refere às turmas, o desempenho dos participantes e a progressão acadêmica sugeriram uma relação na tarefa de subitização. Os alunos do 3º semestre foram melhores na enumeração rápida e precisa do que seus pares do 1º e 2º semestre. No entanto, não se observou um padrão de desempenho em função da turma nas tarefas de estimativas.

Além da estatística descritiva, foi realizada também uma análise inferencial dos dados. Nessa abordagem, o pareamento das amostras, a quantidade de grupos comparados e o tipo de distribuição dos dados são propriedades essenciais para definição dos testes estatísticos a serem empregados para análise dos dados. Neste estudo, em particular, as respostas da avaliação em papel foram relacionadas com as do teste no computador. Portanto, a amostra neste trabalho foi pareada composta por dois conjuntos de dados.

Análise da normalidade dos dados

O tipo de distribuição dos dados é determinante para a definição de muitos procedimentos estatísticos e pode ser categorizada como paramétrica ou não-paramétrica. Neste projeto, o autor gerou gráficos de histograma, *q-q* e ajuste de

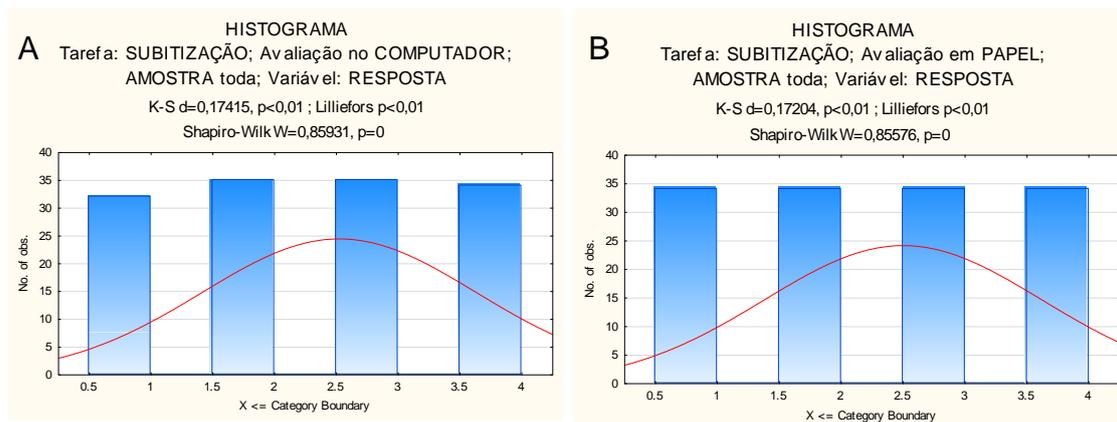
função à distribuição normal e empregou o teste Shapiro-Wilk sobre os dados coletados usando a ferramenta Statistica para analisar a distribuição deles, verificar se o conjunto de dados descreve uma curva *gaussiana* e inferir se os dados representam um modelo de distribuição normal. As respostas das tarefas de subitização e estimativa de numerosidade consistiam em variáveis quantitativas discretas, enquanto as respostas da tarefa da estimativa da linha de números constituíam dados numéricos contínuos.

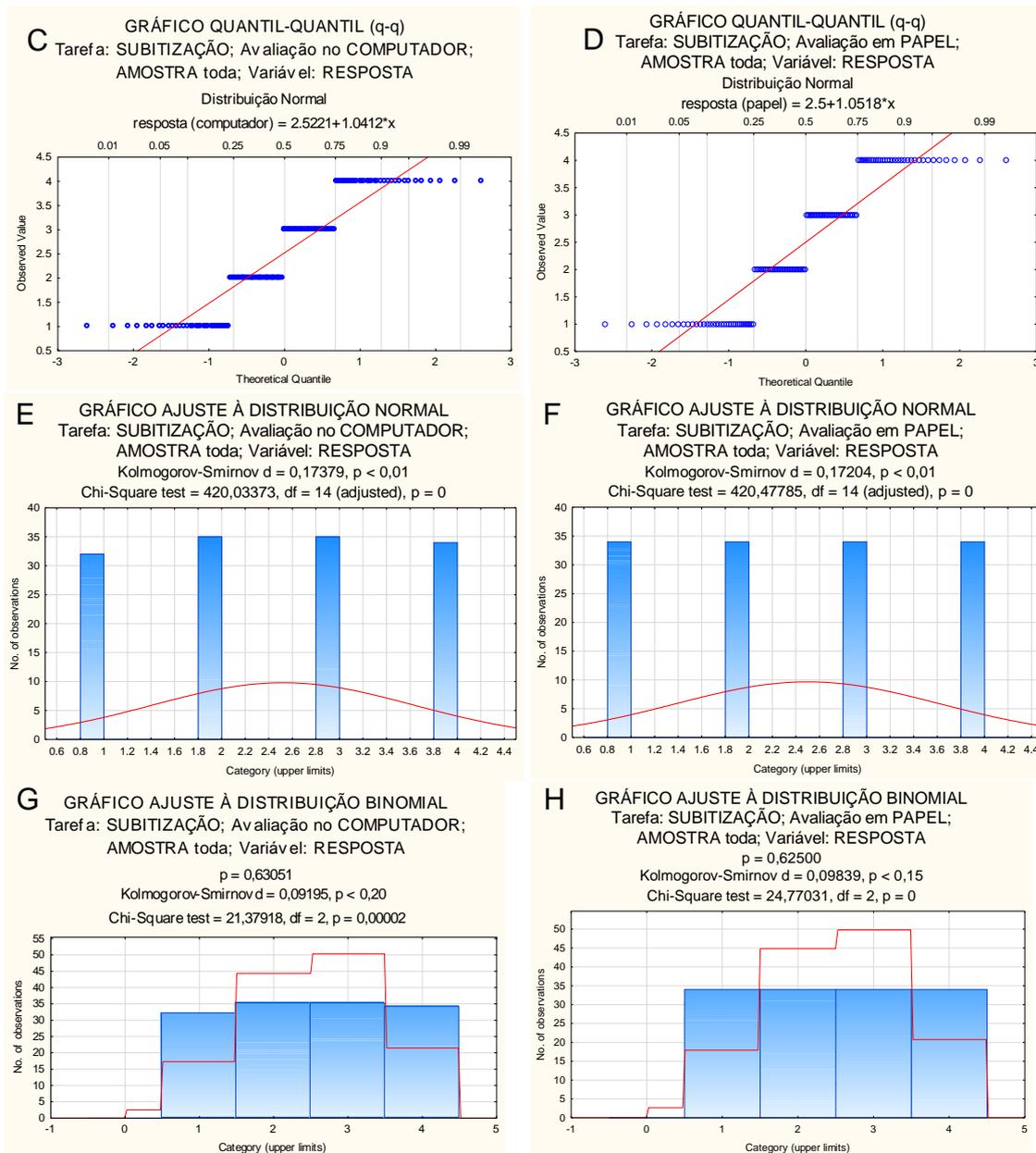
A amostra dos dados de resposta da tarefa de subitização foi composta por 136 pares (papel e computador), sendo 52, 48 e 36 das turmas 1SEM, 2SEM e 3SEM respectivamente. Nesta tarefa, todos os dados coletados foram utilizados na análise e, portanto, não houve perdas.

Os resultados dos gráficos de histograma (Figura 38A e Figura 38B), $q-q$ (Figura 38C e Figura 38D) e ajuste às distribuições Normal (Figura 38E e Figura 38F) e Binomial (Figura 38G e Figura 38H) e do teste estatístico Shapiro-Wilk ($p_{SW}^{subit-computador}=0$; $p_{SW}^{subit-papel}=0$) aplicados as respostas das versões analógica e eletrônica da tarefa de subitização confirmaram que as distribuições não são normais, expressando comportamentos não paramétricos.

Os valores-p ($p_{binomial}^{subit-computador} = 0,6305$; $p_{binomial}^{subit-papel} = 0,6250$) ilustrados na Figura 38G e Figura 38H revelaram uma distribuição binomial das respostas nesses modos de avaliação. Outras simulações de ajuste de funções usando as distribuições Poisson e geométrica foram realizadas, mas não apresentaram resultados relevantes (por exemplo, $p_{geometrica}^{subit-computador} < 0,2284$).

Figura 38 – *Análise da normalidade das respostas das avaliações em computador e no papel da tarefa de subitização*





Nota. autor, 2022.

Na avaliação em papel da subitização, as respostas dos participantes da amostra foram todas corretas. As respostas nesse modo de avaliação não expressam uma distribuição normal de valores e, portanto, não são paramétricas.

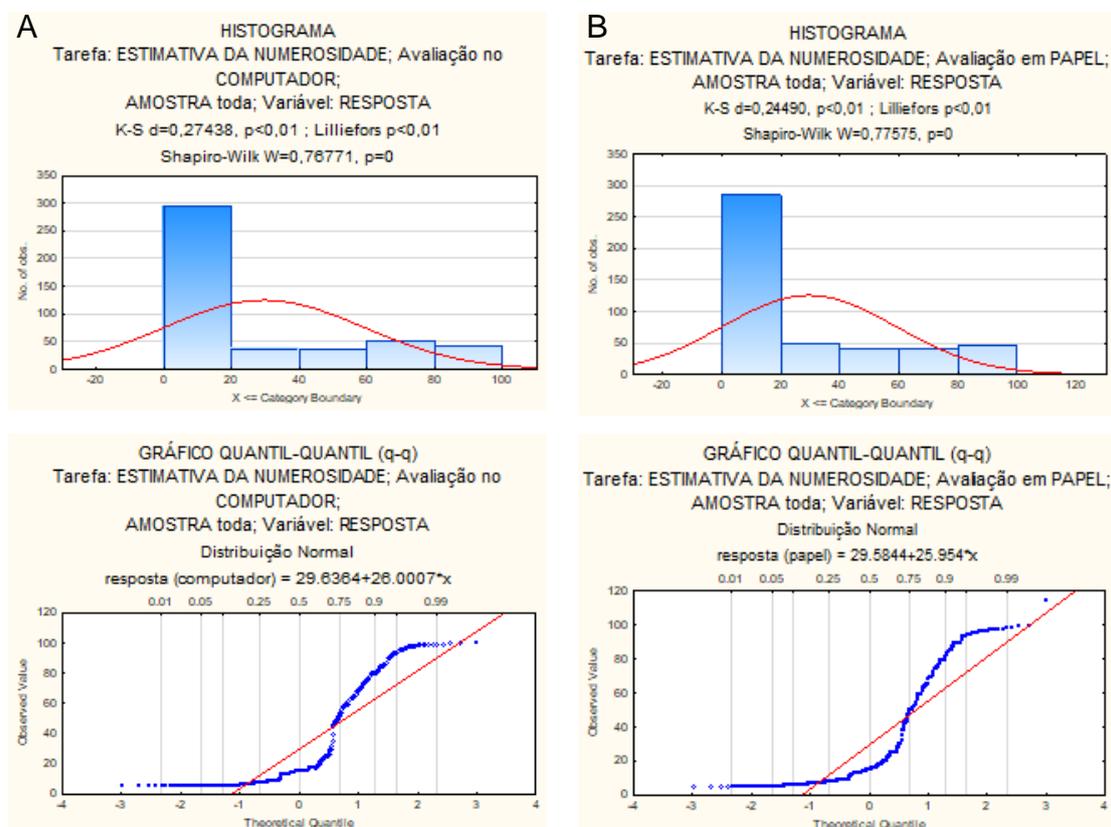
Esses procedimentos para análise de normalidade das respostas da tarefa de subitização foram replicadas sobre os dados da tarefa da estimativa de quantidades. A amostra das respostas dessa tarefa foi composta por 474 pares (papel e computador), sendo 182, 168 e 124 das turmas 1SEM, 2SEM e 3SEM respectivamente. Nesta tarefa, 12 ensaios (2,53%) não foram respondidos,

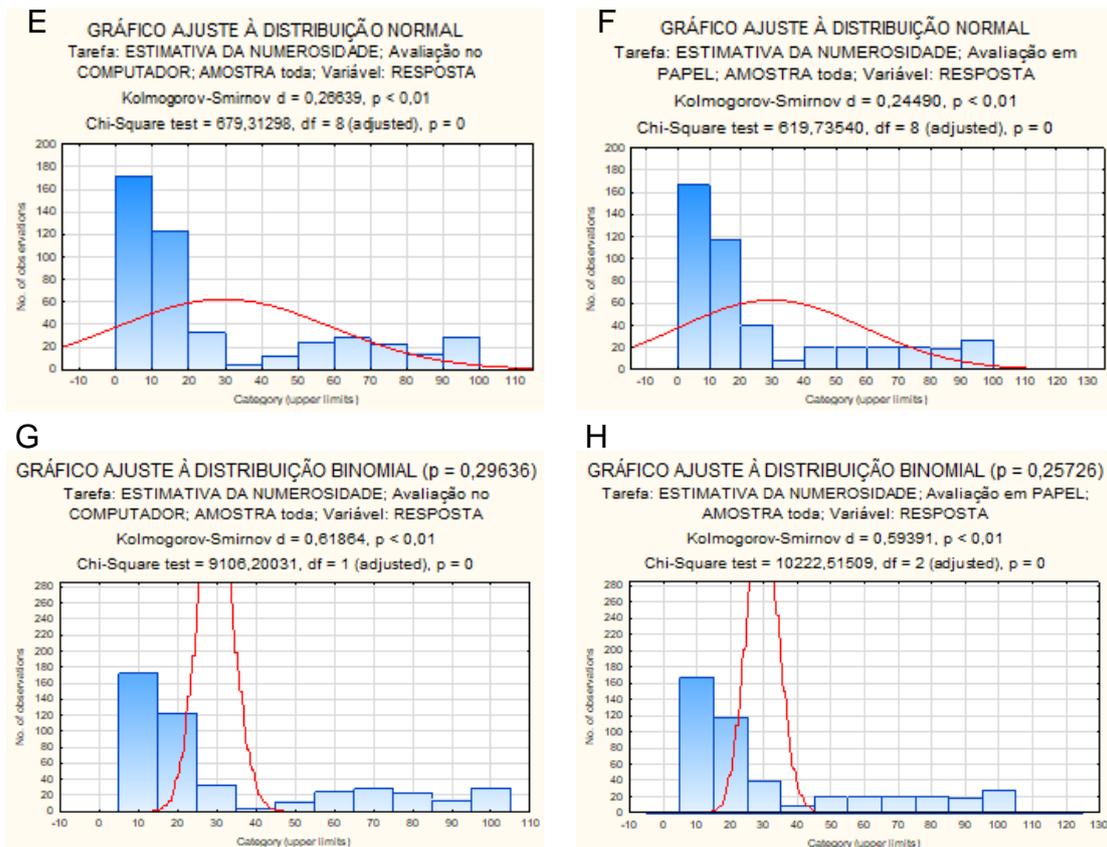
sendo 10 ensaios da turma 1SEM (1º semestre) e 2 ensaios da 2SEM (2º semestre). Com isso, 462 pares foram utilizados para análise dos dados.

Os resultados dos gráficos de histograma (Figura 39A e Figura 39B), $q-q$ (Figura 39C e Figura 39D) e ajuste às distribuições Normal (Figura 39E e Figura 39F) e Binomial (Figura 39G e Figura 39H) e do teste Shapiro-Wilk ($p_{SW}^{NE-computador}=0$; $p_{SW}^{NE-papel}=0$) aplicados as respostas das avaliações informatizada e no papel da tarefa de estimativa de quantidades confirmaram que as distribuições não são normais, expressando comportamentos não paramétricos.

Os valores-p ($p_{binomial}^{NE-computador} = 0,2964$; $p_{binomial}^{NE-papel} = 0,2573$) ilustrados na Figura 39G e Figura 39H revelaram uma distribuição binomial das respostas nesses modos de avaliação.

Figura 39 – Análise da normalidade das respostas das avaliações em computador e no papel da tarefa da estimativa da numerosidade





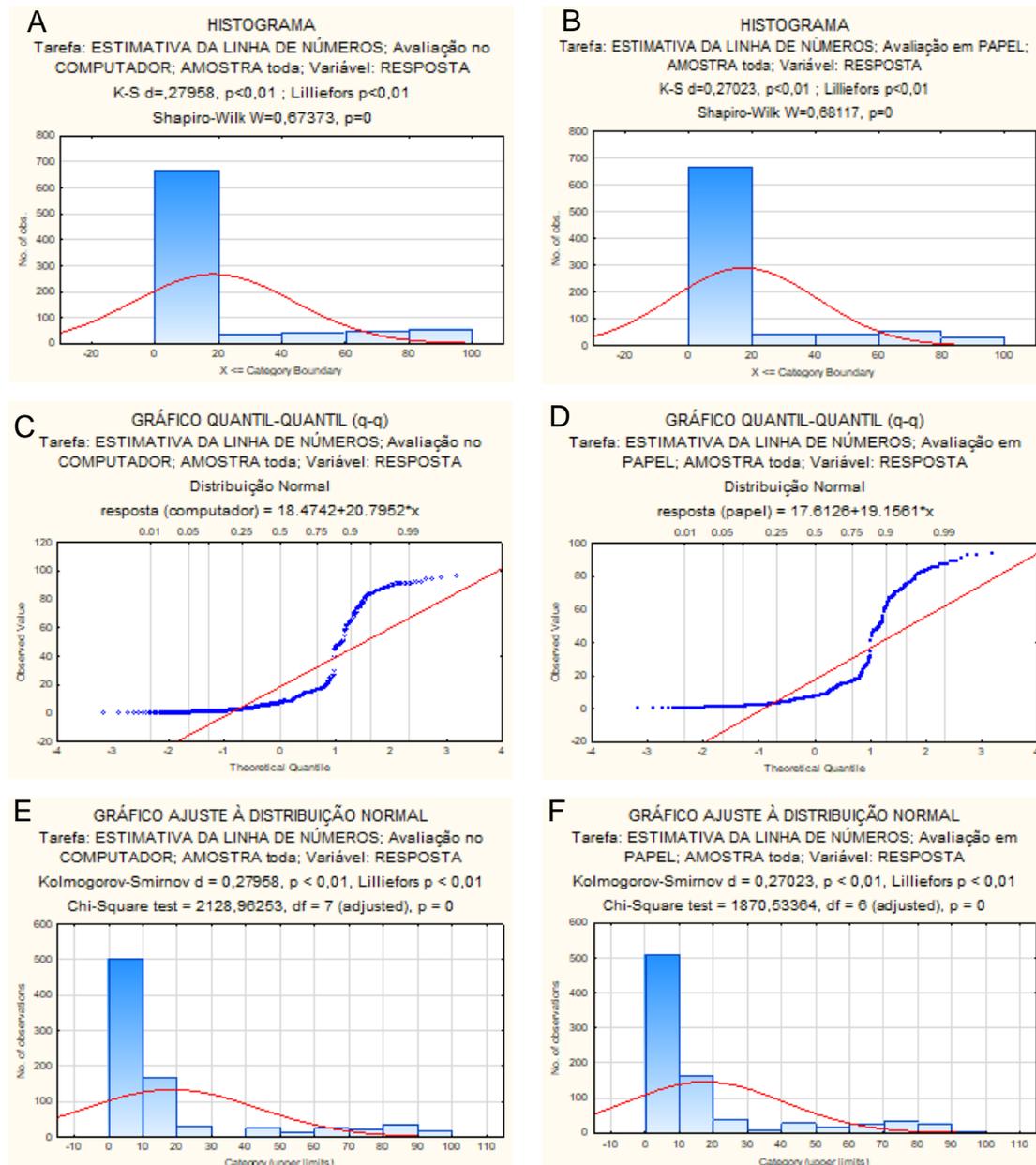
Nota. autor, 2022.

A amostra das respostas da tarefa de estimativa da linha de números foi composta por 182, 168 e 126 pares de ensaios das turmas 1SEM, 2SEM e 3SEM da UTFPR respectivamente, totalizando 476 pares de respostas.

Nesta tarefa, 14 ensaios foram descartados pois 9 alunos não responderam as tentativas na avaliação em papel e 1 discente clicou no limite inferior da reta (zero). Curiosamente, esses estudantes eram dos dois semestres iniciais do curso. Com isso, 462 pares de respostas foram utilizados para análise dos dados.

Os resultados dos gráficos de histograma (Figura 40A e Figura 40B), $q-q$ (Figura 40C e Figura 40D) e ajuste às distribuições Normal (Figura 40E e Figura 40F) e Binomial (Figura 40G e Figura 40H) e do teste Shapiro-Wilk ($p_{SW}^{NLE-computador} = 0$; $p_{SW}^{NLE-papel} = 0$) aplicados as respostas das avaliações informatizada e no papel da tarefa de estimativa de quantidades confirmaram que as distribuições não são normais, expressando comportamentos não paramétricos.

Figura 40 – *Análise da normalidade das respostas das avaliações em computador e no papel da tarefa da estimativa da linha de números*



Nota. autor, 2022.

Em síntese, os resultados da análise da normalidade das respostas das tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números mostraram que esses dados não seguiam o modelo de distribuição normal e, portanto, não eram paramétricos.

Análise da comparabilidade das avaliações em papel e no computador

Na análise de equivalência das avaliações em papel e no computador, como as respostas das três tarefas examinadas consistiam em dados quantitativos e as amostras eram pareadas (papel e computador), os métodos não-paramétricos possíveis de serem empregados nesses valores para verificar a comparabilidade entre os dois modos de avaliação eram os testes dos Sinais (*Sign Test*) e de Wilcoxon com postos sinalizados (*Wilcoxon Signed Rank*, WSR) (Coolican, 2018; Hayes, 2021; Siegel & Castellan Jr., 2006; Silveira et al., 2004).

Neste trabalho foi utilizado o teste de hipóteses não paramétrico de Wilcoxon WSR para comparar as avaliações em papel e no computador das tarefas investigadas. Os resultados desse procedimento estatístico ($p_{Wilcoxon}^{subitização} = 0,1088$; $p_{Wilcoxon}^{NE} = 0,5958$; $p_{Wilcoxon}^{NLE} = 0,0937$) aplicado às respostas das respectivas tarefas mostraram que as avaliações nos formatos papel e computador são comparáveis.

Concluiu-se, portanto, com base nesses resultados que as versões analógica e digital das tarefas de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números são equivalentes no nível de análise da amostra toda.

Nível de análise: turma

Com o propósito de realizar uma validação cruzada dos resultados encontrados na análise da amostra toda e como alguns procedimentos estatísticos, incluindo o teste de Wilcoxon WSR, são dependentes do tamanho da amostra (Shieh et al., 2007) e não apresentam bom desempenho quando há muitos pares de valores idênticos (Divine et al., 2013), realizou-se também uma análise no nível da turma replicando os procedimentos estatísticos.

Os procedimentos estatísticos empregados para determinar a equivalência das avaliações analógica e digital das tarefas de subitização, estimativa em numerosidade e estimativa da linha de números a partir das respostas de todos os participantes foram replicados para os dados de cada turma. Primeiramente um teste de normalidade dos dados foi aplicado às respostas dos alunos de cada turma nas avaliações em papel e no computador.

Em seguida, confirmando-se que as respostas dos participantes no nível da turma eram não paramétricas, esses dados foram submetidos ao teste de Wilcoxon WSR. Quando os resultados deste teste indicaram que as versões analógica e digital das tarefas não eram comparáveis, uma análise complementar foi realizada a partir dos dados do *erro percentual*.

Quando os resultados do teste de Wilcoxon WSR empregado sobre as medidas do *erro percentual* também expressaram a ausência de comparabilidade entre esses dois formatos de avaliação, outro exame adicional foi efetuado com base nos dados do tipo de resposta (acerto ou erro) usando a teoria de detecção de sinal (*Signal Detection Theory*, SDT).

Esse procedimento foi implementado pois a estimativa numérica está sujeita aos princípios psicofísicos da lei de Weber-Fechner (Revkin et al., 2008). Com base na literatura revisada, as respostas dos participantes na tarefa de estimativa de numerosidade deste trabalho foram consideradas como corretas quando os módulos dos erros percentuais foram inferiores ou iguais a 20%.

Esse procedimento converteu os valores contínuos dos erros percentuais em dados binários (dicotômicos) de escala nominal (categórica). Para cada ensaio, se o participante responder corretamente, ele receberá o valor 1 (um) para essa tentativa, caso contrário, será atribuído o valor 0 (zero). Como cada tentativa tem exclusivamente como resultado duas possibilidades (acerto 1 ou erro 0), a distribuição dos dados não apresentou um comportamento gaussiano e foi classificado como não paramétrica binomial (Siegel & Castellan Jr., 2006).

O teste de McNemar foi aplicado aos dados nominais binários (acerto e erro) de cada turma para comparar as avaliações em papel e no computador da tarefa da estimativa de quantidades.

Tarefa de subitização

Houve 2 erros (3,85%) nesse modo de avaliação entre 52 ensaios da turma 1SEM e 1 erro (2,08%) entre 48 ensaios da turma 2SEM. Os resultados do teste Shapiro-Wilk ($p_{SW}^{1SEM:subit-comp}=0$; $p_{SW}^{2SEM:subit-comp}=0$) empregado sobre as respostas da avaliação no formato eletrônico dos participantes das turmas 1SEM e 2SEM confirmaram os achados encontrados na análise da amostra toda e mostraram que esses dados não seguiam um modelo de distribuição

gaussiana. Os alunos da turma 3SEM não cometeram nenhum erro na avaliação desse tipo de mídia e, portanto, os dados não seguiam uma distribuição de valores normal. Esse comportamento também foi observado na distribuição das respostas dos participantes na tarefa analógica da subitização, em que não foi observado nenhum erro.

Os resultados do teste de Wilcoxon WSR ($p_{WSR}^{1SEM:subit}=0,1797$; $p_{WSR}^{2SEM:subit}=0,3173$) aplicados às respostas da tarefa de subitização das turmas 1SEM e 2SEM mostraram que as avaliações em papel e no computador eram equivalentes. Esse procedimento estatístico não foi empregado sobre as respostas da turma 3SEM pois os pares de valores eram exatamente iguais. Portanto, os resultados das análises de comparabilidade tanto no nível da turma quanto da amostra demonstraram que as tarefas analógica e digital da subitização eram equivalentes.

Tarefa da estimativa de numerosidade

Os resultados do teste Shapiro-Wilk ($p_{SW}^{1SEM:NE-comp}=0$; $p_{SW}^{1SEM:NE-papel}=0$; $p_{SW}^{2SEM:NE-comp}=0$; $p_{SW}^{2SEM:NE-papel}=0$; $p_{SW}^{3SEM:NE-comp}=0$; $p_{SW}^{3SEM:NE-papel}=0$) aplicado sobre as respostas da avaliação no formato eletrônico dos participantes das turmas 1SEM, 2SEM e 3SEM confirmaram as descobertas identificadas na análise da amostra toda e revelaram que esses dados não eram paramétricos.

Os resultados do teste de Wilcoxon WSR ($p_{WSR}^{1SEM:NE}=0,0036$; $p_{WSR}^{2SEM:NE}=0,0070$; $p_{WSR}^{3SEM:NE}=0,2223$) aplicados às respostas da tarefa de estimativa de quantidades mostraram que somente as avaliações em papel e no computador da turma 3SEM eram equivalentes.

Como as versões analógica e digital dessa tarefa para as turmas 1SEM e 2SEM não se revelaram comparáveis, uma análise complementar foi realizada a partir dos dados do *erro percentual*. Os resultados do teste de Wilcoxon WSR ($p_{WSR}^{1SEM:NE}=0,0118$; $p_{WSR}^{2SEM:NE}=0,0549$) empregado sobre as medidas do *erro percentual* também expressaram a ausência de comparabilidade entre esses dois formatos de avaliação.

Com o intuito de determinar uma relação entre o desempenho dos participantes nos dois modos desta tarefa, outro exame adicional foi efetuado

com base nos dados do tipo de resposta (acerto) usando a teoria de detecção de sinal. A Tabela 14 exhibe as tabelas de contingência de acertos e erros dos alunos das turmas 1SEM (A) e 2SEM (B) nessa tarefa.

Tabela 14 – Tabelas de contingência de acertos e erros das respostas dos alunos das turmas 1SEM e 2SEM da tarefa de estimativa de numerosidade

A		avaliação no computador		B		avaliação no computador	
		Acerto	Erro			Acerto	Erro
avaliação em papel	Acerto	118	12	avaliação em papel	Acerto	93 (56,02%)	13 (7,83%)
	Erro	20	22		Erro	32 (19,28%)	28 (16,87%)

Nota. autor, 2022.

Os resultados do teste de McNemar ($p_{McNemar}^{1SEM:NE}=0,2159$; $p_{McNemar}^{2SEM:NE}=0,0073$) aplicados aos dados de acertos e erros da tarefa de estimativa de quantidades das turmas 1SEM e 2SEM mostraram que as avaliações em papel e no computador eram equivalentes somente nos alunos do primeiro semestre.

A não equivalência entre o desempenho dos estudantes da turma 2SEM nas versões analógica e eletrônica da tarefa não representou um aspecto negativo do teste informatizado. Pelo contrário, os resultados da teoria de detecção de sinal mostraram que os alunos do segundo semestre foram melhores no instrumento digital que na avaliação em papel. Considerando-se a avaliação tradicional em papel como o exame-referência, a análise dos fatores discriminantes da tabela de contingência da turma 2SEM ilustrada na Tabela 14B mostrou que a frequência de Falsos Positivos (32) foi maior que a de Falsos Negativos (13). A diferença na proporção de acertos em favor da avaliação informatizada em relação ao formato papel foi de 11,45% (19,28%-7,83%). Essas evidências destacaram as vantagens do teste computadorizado da estimativa de numerosidade em relação à avaliação tradicional em papel quanto ao desempenho dos participantes.

Tarefa da estimativa da linha de números

Os resultados do teste Shapiro-Wilk ($p_{SW}^{1SEM:NLE-comp}=0$; $p_{SW}^{1SEM:NLE-papel}=0$; $p_{SW}^{2SEM:NLE-comp}=0$; $p_{SW}^{2SEM:NLE-papel}=0$; $p_{SW}^{3SEM:NLE-comp}=0$; $p_{SW}^{3SEM:NLE-papel}=0$) aplicado sobre as respostas da avaliação no formato eletrônico dos participantes

das turmas 1SEM, 2SEM e 3SEM confirmaram as descobertas identificadas na análise da amostra toda e revelaram que esses dados não eram paramétricos.

Os resultados do teste de Wilcoxon WSR ($p_{WSR}^{1SEM:NE}=0,7684$; $p_{WSR}^{2SEM:NE}=0,8218$; $p_{WSR}^{3SEM:NE}=0,0013$) aplicados às respostas da tarefa da estimativa da linha de números mostraram que somente as avaliações em papel e no computador das turmas 1SEM e 2SEM eram equivalentes.

Como as versões analógica e digital dessa tarefa para a turma 3SEM não se revelaram comparáveis, uma análise complementar foi realizada a partir dos dados do *erro percentual*. Os resultados do teste de Wilcoxon WSR ($p_{WSR}^{3SEM:NE}=0,0003$) empregado sobre as medidas do *erro percentual* também expressaram a ausência de comparabilidade entre esses dois formatos de avaliação.

Outro exame adicional foi efetuado com base nos dados do tipo de resposta (acerto ou erro) dos participantes da turma 3SEM usando a teoria de detecção de sinal. A Tabela 15 exibe a tabela de contingência de acertos e erros dos alunos dessa turma na tarefa de estimativa da linha de números.

Tabela 15 – Tabela de contingência de acertos e erros das respostas dos alunos da turma 3SEM da tarefa de estimativa da linha de números

		avaliação no computador	
		Acerto	Erro
avaliação em papel	Acerto	217	4
	Erro	3	0

Nota. autor, 2022.

O teste de McNemar foi empregado aos dados nominais binários da turma 3SEM para comparar as versões papel e computador da tarefa da reta numérica e o respectivo resultado ($p_{McNemar}^{3SEM:NLE}=1$) revelou que os modos analógico e digital dessa tarefa eram equivalentes.

Os resultados da análise comparativa dos formatos em papel e no computador da tarefa da estimativa da linha de números no nível da turma revelaram que esses modos de avaliação são comparáveis corroborando com a conclusão já observada no nível da amostra.

A Tabela 16 resume os métodos estatísticos empregados e os respectivos resultados.

Tabela 16 – *Tabela-síntese dos métodos estatísticos empregados sobre os dados da resposta das tarefas da subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números e respectivos resultados*

Tarefa	Nível de análise	Turma	Modo	Teste de normalidade	Teste de comparação
Subitização	amostra	-	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,1088$)
			computador		
	turma	1SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,1797$)
			computador		
		2SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,3173$)
			computador		
3SEM	papel	todas as respostas corretas	respostas iguais		
	computador				
Estimativa de numerosidade	amostra	-	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,5958$)
			computador		
	turma	1SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$) erro percent. ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,0036$) erro percent ($p = 0,0118$) McNemar acerto ($p=0,2159$)
			computador		
		2SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,0070$) erro percent ($p = 0,0549$) McNemar acerto ($p=0,0073$; FP=32 > FN=13)
			computador		
	3SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,2223$)	
		computador			
	Estimativa da linha de números	amostra	-	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)
computador					
turma		1SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,7684$)
			computador		
		2SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,8218$)
			computador		
		3SEM	papel	Shapiro-Wilk resposta ($p = 0$)	Wilcoxon Signed Rank resposta ($p = 0,0013$) erro percent ($p = 0,0003$) McNemar acerto ($p=1$)
			computador		

Nota. autor, 2022.

Assim, pode-se concluir que a metodologia desenvolvida neste trabalho e os resultados obtidos nos testes informatizados de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números construídos nesta pesquisa são equivalentes às avaliações tradicionais em papel tanto no nível de análise da turma quanto da amostra completa.

7. Considerações Finais

O atual cenário de expansão dos nativos e imigrantes digitais demanda a existência de tarefas informatizadas que possam avaliar habilidades primárias como o senso de números. Embora a avaliação da aprendizagem na educação matemática seja importante para o monitoramento do desenvolvimento dessas habilidades em crianças, instrumentos eletrônicos validados são raros nos ambientes escolares, principalmente no Brasil.

Visando contribuir para diminuir a atual lacuna no processo de avaliação da aprendizagem e do desempenho acadêmico de alunos da educação básica em um cenário de crise de aprendizagem no sistema brasileiro de ensino, esta pesquisa teve como objetivo o desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados para apoiar a investigação sistemática das habilidades de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números de modo a oferecer uma experiência aprimorada de estudo e prática escolar a pesquisadores e educadores.

A experiência vivenciada pelo autor no planejamento e aplicação dos instrumentos de avaliação em papel e no computador das tarefas matemáticas nos experimentos corroboraram os benefícios e vantagens dos testes informatizados em relação ao modo tradicional conforme descrito por muitos pesquisadores (Li & Ma, 2010; Piatt et al., 2016; Terzis & Economides, 2011). A plataforma digital trouxe inovação para o processo de administração das avaliações, permitindo a otimização das atividades de planejamento e aplicação das tarefas e de coleta, pontuação e análise dos dados, assegurando a confiabilidade dos procedimentos e reduzindo a carga de trabalho e os gastos de pesquisa.

Os resultados da análise de comparabilidade entre os modos papel e computador dessas habilidades matemáticas primárias indicaram que as avaliações digitais construídas neste estudo possuem equivalência com os instrumentos em papel. Experimentos adicionais tornam-se ainda necessários para validação do sistema em outras faixas etárias e escolares, o que contribuirá para que a ferramenta possa ser considerada futuramente para apoiar a avaliação da aprendizagem nos ambientes escolares. Práticos e amigáveis, os testes informatizados podem ser utilizados ao longo de todo o processo de

ensino-aprendizagem como instrumentos de avaliação diagnóstica, formativa ou somativa, contribuindo para detecção precoce de dificuldades de aprendizagem dos alunos, identificação das necessidades específicas de aprendizado de cada um deles, e suporte ao planejamento e implementação de intervenções pelos educadores (P. Black et al., 2003; Katz, 2012).

A análise dos resultados será descrita mais detalhadamente neste capítulo e está dividida em três partes (revisão da literatura, desenvolvimento do *software* e validação do sistema) para organizar a discussão dos achados deste estudo.

7.1. Revisão da literatura

A avaliação da aprendizagem é um tema de grande importância que congrega conhecimentos da psicologia, pedagogia, neurociências e educação (Paula, 2012).

Nesse contexto, este estudo teve um caráter multidisciplinar e envolveu conhecimentos das áreas da psicologia escolar, psicologia experimental, educação matemática e computação. Houve, portanto, a necessidade de compreender os processos de ensino-aprendizagem da educação matemática e de desenvolvimento das habilidades numéricas, a eficácia das estratégias e avaliações escolares, o processo de desenvolvimento de *software*, incorporação de tecnologias educacionais e implantação de testes computadorizados nos ambientes educacionais. Para a aquisição desses múltiplos conhecimentos, uma extensa revisão da literatura sobre educação matemática, cognição numérica, senso de números e avaliação computadorizada foi necessária, sendo realizada nos dois primeiros anos deste projeto de doutorado.

As informações derivadas desta pesquisa bibliográfica serviram para orientar a definição dos requisitos para o desenvolvimento do sistema de testes informatizados e dos procedimentos para validação dos instrumentos construídos.

A descrição ampla destes conceitos nos capítulos iniciais deste trabalho teve como intuito sensibilizar o leitor sobre a importância da educação matemática, das habilidades do senso de números e das avaliações digitais da aprendizagem.

Essa atividade de revisão extrapolou os objetivos desta pesquisa e representou uma oportunidade ímpar de enriquecimento cultural e científico e de desenvolvimento humano para o autor. Embora o autor seja docente do IFSP do Campus São Paulo (IFSP-SPO) de cursos dos ensinos médio e superior e leciona há quase 20 anos, o aprendizado prático da importância da educação infantil e do ensino fundamental no desenvolvimento integral do ser humano obtido a partir das leituras dos trabalhos com crianças e durante as visitas às escolas e universidades renovou o prazer do magistério e despertou o interesse no desenvolvimento de projetos sociais ao longo de todo o itinerário escolar-acadêmico e com educação inclusiva.

7.2. Desenvolvimento do *software*

Como mencionado anteriormente, um dos propósitos deste projeto de pesquisa era oferecer uma ferramenta que pudesse apoiar o trabalho dos pesquisadores e educadores. Nesse sentido, os produtos do desenvolvimento desta plataforma de testes eletrônicos (por exemplo, telas e arquivos) descritos no capítulo 6 procuraram demonstrar o conjunto de funcionalidades que o usuário tem a sua disposição para realizar a avaliação da aprendizagem seja para fins de pesquisa ou prática escolar.

Os resultados ilustram também a complexidade da construção de um *software*. Para tornar esse projeto gerenciável, o paradigma de desenvolvimento adotado foi o modelo de processo incremental, que combina elementos do ciclo de vida clássico (sequencial) com a abordagem interativa da prototipagem. Essa decisão demonstrou-se acertada pois à medida que os requisitos das tarefas eram definidos com o Prof. Marcelo a partir da literatura revisada e das reuniões com as professoras, coordenadoras e diretoras das escolas, eles eram codificados e convertidos em aplicações funcionais. Desse modo, era possível avaliar se as decisões previamente tomadas estavam corretas ou se era necessário algum ajuste no *software*, evitando a necessidade de grandes retrabalhos. Assim, cada funcionalidade foi planejada, construída e testada de forma independente e interativa. Assim, neste projeto, não houve a construção do sistema completo para somente depois iniciar-se os testes das funcionalidades.

A ideia do sistema surgiu durante as reuniões com o Prof. Marcelo como uma oportunidade de oferecer a pesquisadores e docentes uma ferramenta prática e amigável que pudesse apoiar a investigação sistemática e quantitativa das habilidades matemáticas em alunos da educação básica. A crise da aprendizagem agravada pela prática de distanciamento social imposta pela COVID-19, que resultou no fechamento das escolas, destaca a importância de instrumentos práticos e eficazes disponíveis aos professores para monitorar a aprendizagem de seus alunos.

O *software* foi desenvolvido no ambiente MATLAB[®] pois o autor tem maior familiaridade com essa linguagem de programação e por ela proporcionar a prototipagem rápida das ideias de funcionalidades. Entretanto, a aplicação construída é *stand-alone* e não pode ser acessada pela internet. Uma melhoria deste sistema seria a conversão dele para uma aplicação *web*, permitindo o gerenciamento remoto da aplicação, o acesso de uma maior quantidade de participantes e a redução da dependência das instituições em possuir infraestrutura adequada de computadores. Outra melhoria possível seria a conversão do código construído em MATLAB[®], que é um software-proprietário da *MathWorks*, para uma linguagem *open-source*. Nesta condição, o aprendizado de uma linguagem de código aberto pelo autor seria necessário. Ambientes, plataformas e sistemas virtuais de aprendizagem (por exemplo, Moodle) constituem soluções alternativas para medição educacional.

As atividades de desenvolvimento de um *software* não se limitam somente ao campo da tecnologia, mas sua aplicabilidade requer a identificação e envolvimento dos atores relacionados ao seu uso. Esta pesquisa envolveu a interação com professores, coordenadores sociopedagógicos, diretores escolares e pesquisadores que contribuíram com suas opiniões sobre as necessidades e demandas escolares e impressões sobre a ferramenta.

As funcionalidades do *software* foram projetadas a partir da compilação das necessidades e demandas desses atores, do *benchmarking* dos sistemas e avaliações dos sistemas municipal, estadual e federal de ensino e da revisão da literatura sobre as tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e reta numérica.

Embora os requisitos e a diferença dos papéis entre educadores e pesquisadores tenham sido amplamente analisados pelo doutorando e

professor-orientador durante a etapa de planejamento, a usabilidade do software poderia ser melhorada com a criação de abas dinâmicas de acordo com o perfil do usuário: uma para docentes e/ou gestores escolares e outra para pesquisadores. Por exemplo, as interfaces *Pesquisa* e *Termos* não são relevantes para os professores.

Ainda sobre as telas, os campos das interfaces foram planejados a partir do levantamento de requisitos mencionado anteriormente. Uma crítica do sistema poderia ser o excesso de campos nas telas para serem preenchidos. A explicação para a existência desses campos é oferecer ao usuário uma plataforma centralizada de informações que lhe permita tanto encontrar os dados necessários de escola, turma, aluno, pesquisa e experimento quanto investigar relações entre as respostas dos participantes e um conjunto amplo de variáveis. Para minimizar o esforço do cadastro dos dados no sistema, foram indicados quais campos são obrigatórios com um símbolo de asterisco (*) em cada tela.

Na tela *Escola*, por exemplo, os dados dos campos *dependência administrativa* (municipal, estadual, federal, privada ou rede de educação), *localização* (rural ou urbana), *Índice de Desenvolvimento da Educação Básica* (Ideb), *nível socioeconômico* (NSE) e *infraestrutura* (laboratório de informática) podem ser utilizados pelo pesquisador ou educador para examinar os efeitos dessas variáveis sobre o desempenho dos alunos. O usuário pode também usar os dados da escola e do seu responsável para gerar o termo de anuência na interface *Termos*. Além disso, é possível monitorar se esse documento já foi enviado e assinado pelo gestor escolar.

Na tela *Aluno*, os dados dos campos *Gênero*, *Nível socioeconômico* e *Nota* podem ser utilizados pelo pesquisador ou docente para examinar a correlação entre o desempenho do discente nas tarefas de subitização, estimativa de quantidades e reta numérica e essas variáveis. Os dados da aluna e da sua responsável, quando ela for menor de idade, podem ser utilizados para a geração da *TALE* e *TCLE* na interface *Termos*. A entrega e assinatura desses termos podem ser monitoradas também pela tela *Aluno*. Uma melhoria nesta interface está relacionada ao campo *Iniciais dos Nomes*. Alguns usuários podem se queixar em ter que preencher esse campo de forma manual ou mesmo cometer um erro de grafia. O preenchimento automático desse campo após a inserção do nome do estudante pode ser uma solução para este problema.

A interface *Experimento* permite o cadastro tanto de uma prática para testar a compreensão da instrução da tarefa da estimativa da linha de números pelo participante quanto do ensaio propriamente dito. Alguns pesquisadores podem não entender por que os controles (*radio button*) *Orientação*, *Condição*, *Limites* e *Posição* apresentam opções fixas. Isso ocorreu porque a tela está preparada para exibir alternativas (Orientação: vertical, Condição: reta numérica ilimitada, Limites: sem exibição dos limites, Posição: centro e esquerda) assim que elas forem programadas. Como essas configurações dos estímulos não seriam utilizadas nos experimentos desta pesquisa, o autor preferiu não mostrar as outras opções.

Outros pesquisadores podem achar a funcionalidade *Instrução/Teste* desnecessária. Nesse caso, o preenchimento desses campos é opcional e o usuário pode ignorá-los. A funcionalidade foi avaliada pelo autor durante os testes de desenvolvimento, mas não foi aplicada durante os experimentos devido a restrições de tempo. Os participantes tiveram que realizar os experimentos das 3 tarefas das 2 mídias (3x2) durante 2 horas, que foram disponibilizadas pela Profa. Mariana.

Outros experimentadores podem entender que os campos *Fonte*, *Tamanho* e *Cor* podem ser irrelevantes. O autor preferiu manter essa funcionalidade pois pretende utilizá-la em experimentos futuros para verificar o efeito de incongruência.

O autor usou o arquivo de configuração da tarefa da reta numérica (NLET) como base para a geração dos experimentos dos testes de subitização e estimativa de numerosidade usando a funcionalidade *Gerar Exp Enumeração* disponível no menu do módulo SET. Em outras palavras, os números de 1 a 4 selecionados na NLET foram aplicados na tarefa de subitização e os acima de 4 foram utilizados para definir os estímulos da avaliação da estimativa de quantidades. Como a distribuição dos estímulos (pontos pretos) é gerada de modo aleatório pela funcionalidade e o autor adotou padrões canônicos em dominó para pequenas numerosidades e inserção de estímulos na forma de espiral para grandes cardinalidades, foi necessária a edição do arquivo de configuração manualmente.

Uma melhoria do sistema é disponibilizar uma tela para definição dos parâmetros das tarefas de subitização e estimativa de quantidades como

seleção dos padrões de estímulo (formas, cores, tamanhos etc.), se canônicos ou não, se tamanho do estímulo ou área do conjunto de estímulos constante, acréscimo de estímulos de modo aleatório ou sequencial, tempo de exibição do estímulo etc. Uma forma de disponibilizar essa funcionalidade seria a criação de uma tela com uma matriz 10x10, editável, na qual o usuário poderia preencher em quais posições ele deseja que o estímulo seja exibido em tela. Essa opção seria também interessante para possibilitar uma visualização prévia de cada padrão de estímulo em criação antes de ser salvo definitivamente em arquivo.

Outra manutenção evolutiva da NLET é a exibição de uma mensagem de aviso mais intensa quando ocorrer a mudança de escala (por exemplo, de 10 para 20 e de 20 para 100). Mesmo com o aviso do autor, alguns participantes não se atentaram à alteração do limite superior e cometeram erros na marcação da reta. A construção e inclusão de um teste computadorizado de atenção pode ser interessante para avaliar o foco atencional dos participantes.

Em relação à tela *Agenda*, ela é importante pois contribui para o agendamento, programação e gestão dos horários e participantes na coleta em campo. O arquivo de saída gerado no formato *xlsx* pode ser facilmente editado pelo pesquisador. Por exemplo, caso algum participante não se apresente no horário da coleta, o experimentador pode substituí-lo e fazer o ajuste no arquivo posteriormente. Uma manutenção evolutiva dessa interface é a possibilidade de impressão das folhas de agenda em formato *pdf*, visando o acompanhamento e gestão da aplicação dos experimentos em campo. Além disso, campos de *checkbox*, para controle de comparecimento do participante, e comentários, para registro de impressões do pesquisador ou para anotações de substituições, poderiam ser adicionados.

A tela *Pesquisa* foi concebida a partir do formulário da Plataforma Brasil. Os campos dessa interface devem orientar o planejamento e a elaboração do projeto de pesquisa que será cadastrado na Plataforma Brasil e enviado ao Comitê de Ética responsável. Esses dados são utilizados para a geração automática dos termos de anuência, TCLE e TALE.

A tela *Termos* é uma das inovações deste sistema. Essa interface possui modelos dos documentos mencionados anteriormente e, a partir dos dados cadastrados da instituição de ensino, gestor escolar, experimento e pesquisa, os

termos de anuência, TCLE e TALE são gerados automaticamente. Essa funcionalidade otimizou o tempo de geração desses documentos neste projeto.

No que diz respeito às telas destinadas ao processamento estatístico do desempenho dos participantes nos experimentos (módulo *estatística* da Figura 14) realizados através das aplicações NLET e SET (abas Estat.Amostra, Est.Acurácia e Est.Representação), foram pesquisados métodos estatísticos e tipos de saída comumente utilizados na literatura e, com base nisso, todos os protótipos de tela foram construídos (Figuras 41, 42 e 43).

Como o escopo deste projeto de pesquisa consistiu no desenvolvimento e validação dos testes computadorizados deste sistema quanto à comparabilidade com os testes tradicionais em papel, as funcionalidades das telas estatísticas serão programadas na extensão desta pesquisa. Todas as telas do módulo *estatística* gerarão arquivos de saída nos formatos texto e figura.

A Figura 41 exibe o protótipo da tela *Estat.Amostra* que poderá ser utilizada para realização da análise descritiva dos participantes. Uma facilidade de uso será a seleção individual ou múltipla de arquivos com as respostas dos participantes.

Figura 41 – Protótipo da tela Estat.Amostra

Escola Turma Aluno Experimento Agenda Pesquisa Termos Est.Amostra Est.Acurácia Est.Repres >

Análise dos dados

GERAR arquivo estatística estatística AMOSTRA

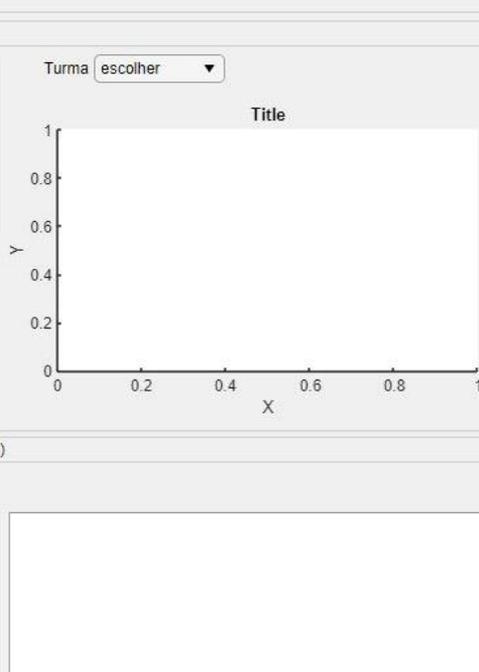
Experimento

Sessão

Escola

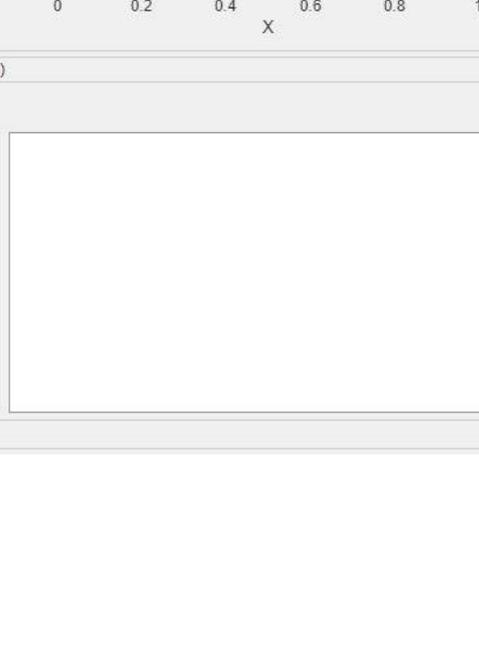
Estatística Descritiva da Amostra

Análise da Idade (Turma como fator entre sujeitos)



Análise da Idade (Gênero como fator entre sujeitos)

Turma



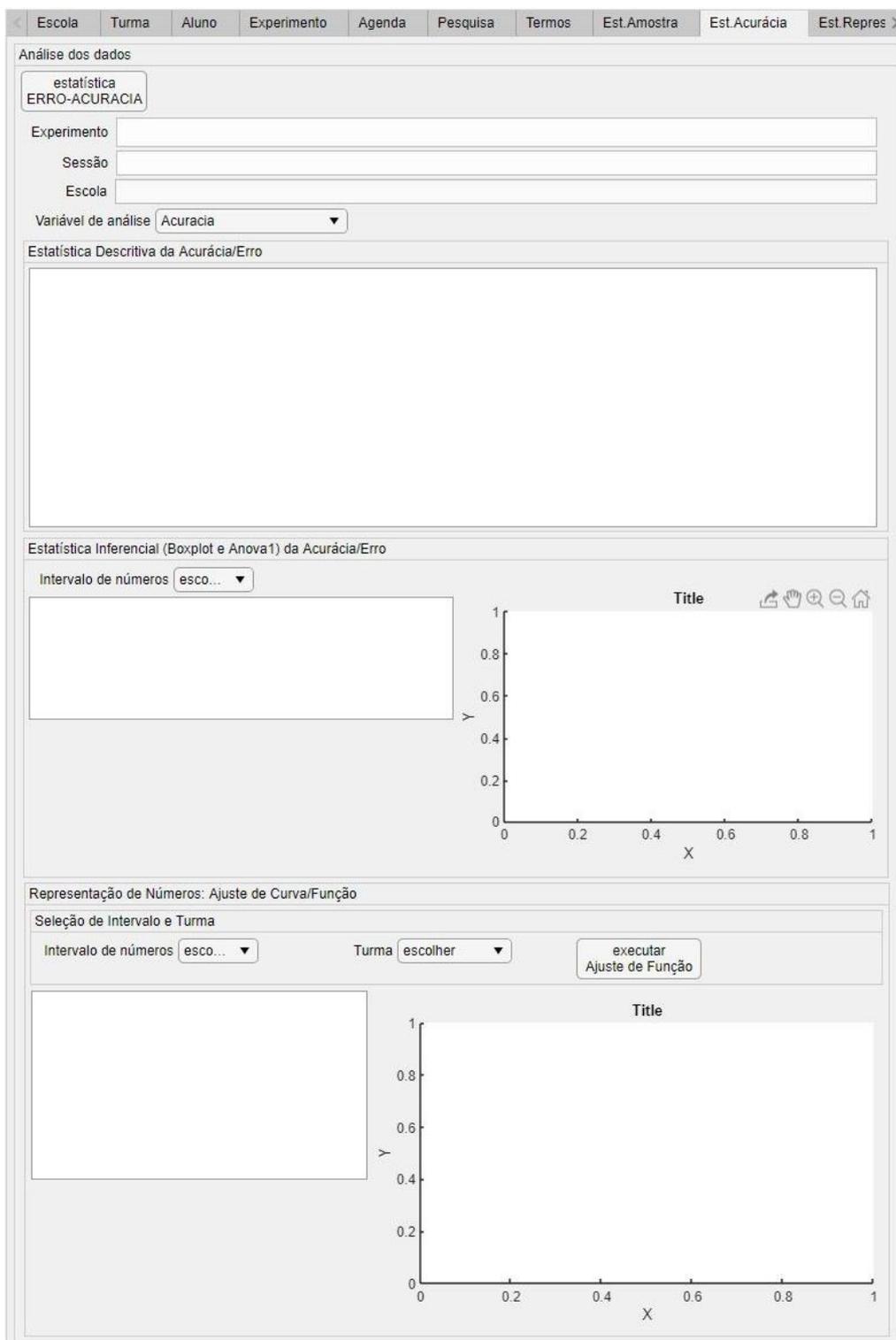
Análise de Correlação: Turma/Idade vs. Desempenho (Erro, Acurácia)

Intervalo

Nota. autor, 2022.

A tela Estat.Acurácia (Figura 42) realizará as estatísticas descritiva e inferencial da medida de desempenho selecionada entre “Acurácia” e “Erro” no campo “Variável de Análise”. Assim, as demais áreas da interface serão automaticamente preenchidas com os resultados do tipo de variável escolhida.

Figura 42 – Protótipo da tela Estat.Acurácia



Nota. autor, 2022.

O padrão de representação da magnitude numérica será examinado na tela Estat.Representação (Figura 43).

Figura 43 – Protótipo da tela Estat.Representação

estatística
REPRESENTAÇÃO
de Números

Tarefa

Experimento

Sessão

Escola

Tipos de Representação de Números por Turma e Intervalo de Valores

Tipos de Representação de Números por Turma e Intervalo de Valores (em %)

Relação entre Tipos de Representação de Números entre Intervalos

Seleção de participantes

Turma

Quantidade de participantes em:

Valores Unitários Valores Percentuais

filtrar dados

Tipos de Representação de Números por Turma e Intervalo: Análise de Correlação (r e valor-p)

Tipos de Representação de Números por Turma

Turma Representação

filtrar dados

Nota. autor, 2022.

No que se refere aos arquivos de entrada e saída de dados do *software*, eles foram projetados para serem gerados nos formatos texto (extensão *.txt*), planilha (extensão *.xlsx*) e portátil (extensão *.pdf*), pois os pesquisadores e educadores afirmaram nas reuniões de levantamento e elicitação de requisitos que eles possuíam familiaridade com esses tipos de arquivos. Desse modo, eles poderiam editar os arquivos. Por exemplo, um pesquisador poderia cadastrar um experimento pela interface do sistema e, a partir do arquivo gerado no formato *xlsx*, ele poderia fazer variações desse delineamento alterando os campos da planilha no Microsoft Excel.

Ainda com base nessa premissa, as telas não foram projetadas para disponibilizarem a funcionalidade de *edição* dos campos. Na versão atual da aplicação, o usuário pode cadastrar distintas versões de uma entidade (escola, turma, aluno etc.), mas elas são gravadas de forma independente, gerando múltiplos arquivos. Uma sugestão de manutenção evolutiva do *software* seria a disponibilidade da funcionalidade *edição* nas telas com a alteração do arquivo original gerado e sem a criação de múltiplos arquivos.

7.3. Experimentos para validação dos testes informatizados

A análise e discussão dos resultados da validação do software foi dividida em quatro subseções: participantes, paradigma experimental, desempenho nos experimentos e comparabilidade dos modos de avaliação.

7.3.1. Participantes

Os procedimentos dos experimentos das tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números foram definidos a partir do *benchmarking* da literatura revisada. Por exemplo, (C. Piatt et al., 2016) examinaram a comparabilidade dos formatos papel e computador da tarefa da reta numérica em alunos do 6º ano.

Com o intuito de comparar os resultados obtidos nos experimentos de validação dos testes informatizados construídos com os achados de (C. Piatt et al., 2016), a amostra de participantes foi planejada inicialmente para ser composta por alunos do 6º ao 9º ano da educação fundamental de uma escola

municipal da cidade de São Paulo – uma instituição de ensino parceira do Prof. Marcelo. No entanto, a disponibilidade de poucos computadores no laboratório de informática dessa escola e a dificuldade em estabelecer uma agenda que não compromettesse a evolução das aulas – muito prejudicada pela prática de distanciamento social imposta pela COVID-19 – inviabilizaram a realização dos experimentos nessa instituição.

Diante desse obstáculo, foi necessário o replanejamento da amostra de participantes. Adultos, como estudantes universitários com desenvolvimento típico, possuem domínio das habilidades matemáticas investigadas neste trabalho segundo a literatura revisada. Autor e professor-orientador decidiram que a amostra seria constituída por estudantes do ensino superior sem dificuldades de aprendizagem em matemática. Desse modo, déficits no padrão de desenvolvimento das habilidades de subitização, estimativa de numerosidades e reta numérica não prejudicariam o desempenho dos participantes nas tarefas. Esperava-se, com isso, avaliar somente o efeito do modo de apresentação das tarefas, reduzindo o efeito do nível de conhecimento matemático. Similarmente, era esperado que universitários tivessem familiaridade com dispositivos e equipamentos de informática. Da mesma forma, foram recrutados somente universitários com visão normal ou corrigida com o intuito de evitar implicações de déficits de visão sobre o desempenho dos participantes nas avaliações.

Para a execução desta atividade, os pesquisadores procuraram e acordaram com o coordenador Prof. Me. Ednilson e a docente Prof^a Dr^a Mariana a existência e disponibilidade de infraestrutura e o acesso aos estudantes universitários. A evidência desse acordo pode ser comprovada pela declaração de anuência de instituição de ensino assinada pelo coordenador de curso e anexa ao projeto (Apêndice A).

Como o coordenador Prof. Ednilson e a docente Prof^a Mariana do curso Tecnologia em Automação Industrial da UTFPR ofereceram acesso aos estudantes universitários e à infraestrutura de computadores, o autor realizou os experimentos para validação dos testes informatizados nessa instituição.

Ficou acordado com o Prof. Ednilson e a Prof^a Mariana que os testes seriam aplicados nos alunos das três primeiras turmas do curso (1^o, 2^o e 3^o semestres). Com base nos alunos matriculados nessas turmas, a estimativa

inicial era de 59 participantes. Entretanto, houve algumas desistências de alunos no curso e alguns discentes faltaram às aulas no dia da aplicação dos experimentos, resultando em uma amostra de 34 participantes.

Uma análise do perfil dos participantes da amostra mostrou uma diminuição da quantidade de alunos ao longo do curso. Havia 28 alunos matriculados no sistema no início do semestre em agosto, mas somente 13 discentes estavam cursando o 1º semestre e apenas 9 estudantes compunham a turma do 3º semestre em setembro. Essa evidência infelizmente está alinhada à tendência de redução da quantidade de matrículas no ensino superior no Brasil. Parte dessa diminuição da quantidade de alunos matriculados pode ser atribuída à perda de poder aquisitivo das famílias brasileiras devido à desocupação, precarização do emprego e falta de perspectiva de uma vida melhor com a conclusão do curso.

Ao se avaliar o item gênero, observou-se que há predominância de homens no curso de tecnologia. Havia somente 4 mulheres (11,76%) contra 30 homens (88,24%). Embora esforços tenham sido feitos nas últimas décadas para aumentar a participação feminina em cursos de engenharia, tecnologia e ciências exatas, a presença da mulher ainda é muito tímida nessas carreiras.

Quanto à idade dos participantes, os resultados mostraram uma amplitude grande que varia entre 17,67 e 39,92 anos, sendo essa medida de dispersão menor nas mulheres (17,67 - 30,33) do que nos homens (18,08 - 39,92). Era de se esperar encontrar indivíduos mais novos no 1º semestre e mais velhos no 3º semestre, mas isso não foi observado nesta amostra. Havia alunos novos e mais velhos em todas as três turmas.

Uma melhoria no processo de recrutamento e seleção pode ser a aplicação de um questionário para levantar a familiaridade com uso de computador e especificamente de *mouse*, e de testes informatizados de habilidades psicomotoras, raciocínio (por exemplo, Matrizes Progressivas de Raven) e saúde mental. Não houve uma avaliação objetiva para avaliar o nível de desenvolvimento intelectual dos participantes, mas apenas uma pergunta se o aluno apresentava algum transtorno neurológico. Adotou-se a premissa de que um estudante universitário apresenta desenvolvimento cognitivo e saúde mental típicos. Entretanto, a prevalência de estudantes com problemas mentais é crescente nos últimos anos e foi amplificada pela prática de distanciamento

social da COVID-19 e seus impactos colaterais (por exemplo, aumento da desocupação e informalidade no emprego e redução na remuneração).

O acesso aos participantes é uma variável importante a ser observada no planejamento dos experimentos. Contudo, a disponibilidade de infraestrutura de computadores e internet é uma questão crítica para a maioria das escolas brasileiras. Os experimentos não puderam ser aplicados nas escolas que o autor e professor-orientador tinham contato com professores e diretoras pois havia poucos ou nenhum computador em bom estado de funcionamento nos laboratórios de informática. Esse problema é um impeditivo importante visto que o autor avalia a possibilidade de evoluir o sistema de uma aplicação *stand-alone* (instalado em um computador fixo) para uma avaliação *on-line*.

7.3.2. Paradigma experimental

O senso de números é composto por mais habilidades cognitivas, além da subitização, estimativa de numerosidades e reta numérica. Nesse contexto, testes informatizados que avaliem outras habilidades matemáticas são necessários. Versões futuras do sistema devem prever a incorporação de novos testes para medir o padrão de desenvolvimento de habilidades matemáticas básicas, capacidades matemáticas avançadas e outras habilidades cognitivas.

A ordem de execução dos experimentos impacta a robustez do projeto experimental. Desse modo, a ordem sistemática (não aleatória) das tarefas matemáticas pode ter influenciado o desempenho dos participantes. O sequenciamento aleatório dos experimentos deve ser observado nos próximos estudos a fim de evitar ou minimizar o efeito ordem.

Em relação às medidas de desempenho, uma crítica ao estudo realizado foi a não adoção do tempo de reação do participante. Embora o tempo de reação seja uma medida muito utilizada nos estudos sobre senso de números, ela não foi adotada neste trabalho pois essa variável não fazia parte do escopo do sistema construído. Essa demanda foi incluída no *backlog* do *software* e será analisada no planejamento da manutenção evolutiva.

As presenças da Prof^a Mariana e do autor, também docente, podem ter despertado desconforto psicológico e instabilidade emocional nos participantes com alto nível de neuroticismo. Como sugestão para trabalhos futuros deve-se

verificar a possibilidade de um experimentador neutro durante a aplicação dos testes.

7.3.3. Desempenho nos experimentos

As medidas descritivas do desempenho dos participantes (Tabela 13) revelaram uma alta taxa de acertos nas tarefas de subitização (98,90%) e reta numérica (97,99%) e moderada na estimativa de quantidades (74,67%). A elevada frequência de acertos na tarefa de subitização era esperada (efeito teto). Contudo, respostas erradas nos julgamentos de pequenas numerosidades não são comuns visto que o sistema OTS empregado neste tipo de enumeração é preciso.

Um pesquisador sugeriu a exclusão do teste de subitização devido ao efeito teto observado no desempenho dos universitários que participaram deste estudo. Ele recomendou também que essa tarefa fosse aplicada somente em crianças (por exemplo, estudantes do 4º ano). Essa habilidade matemática não pode ser excluída da bateria de testes pois ela é considerada uma capacidade primária essencial para o desenvolvimento de outras habilidades matemáticas e será aplicada nos contextos escolares infantis para medir o padrão de desenvolvimento das representações de magnitudes numéricas de crianças. Além disso, especialistas em cognição numérica, como o neurocientista francês Stanislas Dehaene, aplicaram a tarefa de subitização em adultos (18-38 anos; Revkin et al., 2008). Em seu estudo sobre o desenvolvimento da subitização, Starkey e Cooper Jr. (1995) declararam que essa habilidade se estabiliza por volta dos 5 anos no ser humano. Desse modo, o efeito teto já é esperado em crianças do ensino fundamental.

O desempenho dos alunos na tarefa da reta numérica foi muito bom. Houve somente 2,01% de respostas erradas, sendo que parte delas pode ser atribuída à falta de atenção dos participantes na mudança das escalas na tarefa eletrônica. Um dos motivos para que isso tenha ocorrido foi devido ao primeiro estímulo de cada sessão ser um número menor que 20 (valor 18), o que pode ter contribuído para que os discentes não focassem na mudança de limites da reta. Uma simulação de cenário excluindo os dois ensaios com estímulo 18 mostrou um aumento da taxa de acertos de 97,99% para 98,30%.

O desempenho dos discentes na avaliação da estimativa de numerosidade (74,67%) foi muito pior do que nas atividades de subitização (98,90%) e número-posição (97,99%). Parte dessa diferença pode ser atribuída à maior demanda atencional dessa tarefa. Na tarefa de enumeração de pequenas numerosidades, o participante precisava armazenar na memória de trabalho no máximo quatro itens, enquanto na atividade da estimativa de quantidades, o discente podia utilizar a estratégia de memorizar a distribuição em tela de até 100 pontos pretos. Além disso, alguns alunos se distraíram mesmo sendo alertados da necessidade de foco atencional na tarefa. O desempenho superior na avaliação no computador em relação ao formato papel pode ser atribuído a um maior controle da atividade pelo participante, pois ao responder um ensaio o discente sabia que em seguida seria exibido um novo padrão de estímulo e, portanto, se preparava para a tentativa. Embora os procedimentos na versão analógica fossem parecidos com a avaliação digital, a exibição do novo estímulo era acionada pelo autor pesquisador, com isso inconscientemente o estudante se dispersava um pouco e perdia tempo para memorização e estimativa da numerosidade.

Na Tabela 13 é possível verificar que nas turmas 1SEM e 2SEM da tarefa da subitização e nas 1SEM e 3SEM da atividade da reta numérica, os alunos tiveram uma pequena vantagem de desempenho no modo papel do que na mídia computador. Parte dessa diferença pode ser atribuída ao efeito da ordem de realização dos testes. Como as avaliações eletrônicas foram aplicadas antes das versões tradicionais e os estímulos foram os mesmos, os discentes puderam calibrar melhor a precisão das respostas. Entretanto, essa hipótese não pode ser provada pois não houve alteração da ordem dos formatos em algum dos experimentos. Esse comportamento não foi observado na tarefa de enumeração de grandes cardinalidades provavelmente porque o efeito da demanda atencional foi maior do que o impacto da ordem das mídias.

7.3.4. Comparabilidade dos modos de avaliação

A análise de equivalência dos formatos das tarefas de subitização, estimativa de numerosidade e estimativa da linha de números ocorreu por meio da comparação do desempenho dos universitários entre os formatos papel e computador.

A experiência de aplicação dos experimentos em universitários indicou que a seleção de grandes grupos formados por crianças e adolescentes para validação de novas tarefas digitais, pode constituir um grande desafio para o experimentador.

Assim, embora os resultados dessa pesquisa tenham-se mostrado satisfatórios para atingir os objetivos propostos, para a validação de novos testes informatizados a serem adicionados ao sistema em etapas futuras, os experimentos serão desenhados com grupos de até 5 participantes por sessão e exibidas mensagens de alertas em etapas críticas, como por exemplo nas transições de escalas, visando melhorar o foco atencional dos participantes.

Além da análise de equivalência entre os instrumentos analógicos e digitais realizada nesta pesquisa, experimentos adicionais sobre avaliação das propriedades psicométricas dos testes informatizados construídos serão implementados no futuro.

No que diz respeito às vantagens dos testes informatizados sobre seus similares em papel, o sistema de tarefas computadorizadas para avaliação de habilidades matemáticas desenvolvido pelo pesquisador responsável representou uma inovação tecnológica de processo e ofereceu uma melhor experiência de pesquisa educacional e prática escolar ao autor-pesquisador e professor-orientador no processo de avaliação da aprendizagem e do desempenho acadêmico de alunos.

A experiência aprimorada de pesquisa e prática escolar pôde ser percebida na forma de redução da carga de trabalho, economia de recursos como tempo e dinheiro, otimização de atividades e aumento da qualidade e confiabilidade dos resultados proporcionada pelas funcionalidades de suporte ao delineamento experimental, reuso e flexibilidade de configuração dos ensaios, informatização das tarefas cognitivas, coleta dos dados, apoio à análise estatística dos dados e geração automática dos resultados.

A versão digital dos testes de subitização, estimativa de quantidades e estimativa da linha de números exibiu diversas vantagens em relação ao formato em papel. O sistema de testes computadorizados construído permitiu o gerenciamento dos dados dos alunos, professores, coordenadores, diretores, turmas e escolas bem como dos experimentos e das medidas de desempenho.

Essa riqueza e o controle das informações permitiram uma avaliação mais abrangente e assertiva do padrão de desenvolvimento de cada estudante e de suas reais necessidades de aprendizado e aprimoramento.

As descobertas encontradas neste projeto de pesquisa demonstraram que os resultados obtidos poderão ser usados pelos educadores para avaliar a instrução, a própria avaliação e o desempenho dos discentes (Zhang et al., 2001) bem como orientar suas decisões pedagógicas e apoiar o planejamento e a implementação de suas práticas e intervenções educativas (Katz, 2012). Essa base de dados sistematizada e centralizada poderá ser utilizada em estudos em larga escala tanto longitudinais, que permitam a caracterização da população estudantil, quanto transversais entre turmas, séries e escolas, gerando assim informações valiosas que subsidiem as políticas públicas em educação.

No que se refere ao experimento, a padronização das tarefas e das medidas de performance, o reuso dos ensaios e a flexibilidade para configurar e avaliar aspectos específicos possibilitados pelo sistema construído favorecem a implementação de projetos experimentais mais ricos de informação com questões de investigação mais complexas e recursos tecnológicos mais avançados. Particularmente, os itens de teste e as medidas de desempenho podem ser mais facilmente personalizados, implementados e validados.

No que diz respeito à coleta de dados, os procedimentos foram menos dispendiosos e mais sustentáveis ecológica e financeiramente. Neste projeto de pesquisa, foram utilizadas cinco resmas de papel para somente três tarefas e 34 participantes. Os resultados destes experimentos evidenciam que o esforço em tempo e os gastos financeiros inviabilizam a medição contínua da aprendizagem por meio de instrumentos diagnóstico, formativo e somativo.

A tabulação e codificação dos dados nos testes em papel também foram complexas. Por exemplo, na avaliação da estimativa da linha de números, tabular os dados coletados com papel e lápis foi trabalhoso e demorado porque envolvia medir as marcas dos participantes a mão com uma régua. Além disso, a codificação tem o risco de ser imprecisa devido a erros acidentais de leitura e registro dos resultados e a erros sistemáticos de paralaxe e de arredondamento dos valores. Com o sistema de testes informatizados construído, os dados foram coletados e codificados de modo preciso e instantâneo.

A análise dos dados requer o conhecimento de métodos quantitativos. O sistema de testes computadorizados automatizou o processamento dos dados, a manipulação dos resultados e a geração de gráficos, tabelas e relatórios.

Somadas a essas vantagens, o gerenciamento, a manutenção e a atualização da avaliação digital foi relativamente mais otimizada do que o formato impresso. O sistema central armazenou os dados tanto de entrada quanto de saída da tarefa, que poderão ser utilizados em estudos longitudinais no futuro.

7.4. Conclusão

Embora a percepção da necessidade de melhoria nos processos de ensino-aprendizagem em educação matemática seja consenso na comunidade acadêmica e na sociedade em geral, instrumentos práticos e eficazes para avaliação da aprendizagem em ambiente escolar ainda são raros.

Um dos principais instrumentos de avaliação comumente utilizado é a avaliação somativa em papel, que apresenta inúmeras limitações e dificuldades em sua aplicação e análise dos resultados, como comentado anteriormente neste trabalho.

Embora as tecnologias educacionais sejam uma realidade nas principais redes e sistemas nacionais de ensino em outros países e em instituições brasileiras destinadas a estudantes de alto poder aquisitivo, a grande maioria dos discentes brasileiros ainda não possuem acesso a essas tecnologias.

O sistema de testes informatizados construído neste projeto de pesquisa demonstrou ser uma ferramenta promissora para medição da aprendizagem e do padrão de desenvolvimento de habilidades matemáticas em ambientes escolares. Experimentos adicionais com crianças da educação infantil, fundamental e médio são necessários para que esse *software* possa contribuir efetivamente para a detecção precoce das dificuldades e das necessidades específicas de aprendizado de cada aluno, e apoiar o planejamento e implementação de intervenções pedagógicas pelo professor.

Referências

- Abboud, S., Maidenbaum, S., Dehaene, S., & Amedi, A. (2015). A number-form area in the blind. *Nature Communications*, *6*(1), 1–9.
- Ackerman, P. L., & Beier, M. E. (2007). Further explorations of perceptual speed abilities in the context of assessment methods, cognitive abilities, and individual differences during skill acquisition. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, *13*(4), 249.
- Adams, J. W., Barmby, P., & Mesoudi, A. (Eds.). (2017). *The nature and development of mathematics: Cross-disciplinary perspectives on cognition, learning and culture* (1st ed.). Routledge. <https://www.routledge.com/The-Nature-and-Development-of-Mathematics-Cross-Disciplinary-Perspectives/Adams-Barmby-Mesoudi/p/book/9781138124417>
- Adams, R. D., & Victor, M. (1993). *Principles of Neurology* (5th ed.). McGraw-Hill, Inc.
- Agresti, A. (2018). *An introduction to categorical data analysis* (3rd ed.). John Wiley & Sons.
- Aguilar-Burguete, G., & Kaijiri, K. (2007). Design overview of an adaptive computer-based assessment system. *Interactive Educational Multimedia*, *14*, 116–130.
- Akbari, S., Soltanlou, M., Sabourimoghaddam, H., Nuerk, H.-C., & Leuthold, H. (2022). The complexity of simple counting: ERP findings reveal early perceptual and late numerical processes in different arrangements. *Scientific Reports*, *12*(1), 6763. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-10206-y>
- American Association for the Advancement of Science (AAAS). (1993). *Benchmarks for science literacy*. Oxford University Press.
- Anderson, S. W., Damasio, A. R., & Damasio, H. (1990). Troubled letters but not numbers: Domain specific cognitive impairments following focal damage in frontal cortex. *Brain*, *113*(3), 749–766.
- Anobile, G., Cicchini, G. M., & Burr, D. C. (2016). Number as a primary perceptual attribute: A review. *Perception*, *45*(1–2), 5–31. <https://doi.org/10.1177/0301006615602599>

- Anobile, Giovanni, Arrighi, R., & Burr, D. C. (2019). Simultaneous and sequential subitizing are separate systems, and neither predicts math abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, *178*, 86–103. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.017>
- Anobile, Giovanni, Cicchini, G. M., & Burr, D. C. (2013). Separate mechanisms for perception of numerosity and density. *Psychological Science*, *25*(1), 265–270. <https://doi.org/10.1177/0956797613501520>
- Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience*, *9*(4), 278–291. <https://doi.org/10.1038/nrn2334>
- Ansari, D. (2012). *The foundations of numerical and mathematical abilities: A literature review* (No. 4; Global Partnership for Education Working Paper Series on Learning). World Bank. <https://doi.org/10.1596/26821>
- Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, *54*(3), 695. <https://doi.org/10.2307/1130057>
- Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2012). Cognitive processes of numerical estimation in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *111*(2), 246–267. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.08.005>
- Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., & Henik, A. (2013). Do subitizing deficits in developmental dyscalculia involve pattern recognition weakness? *Developmental Science*, *16*(1), 35–46. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2012.01190.x>
- Attivo, B. J. A. (1979). *The effects of three instructional strategies on prospective teachers' ability to estimate length and area in the metric system*. Pennsylvania State University.
- Awotwi, A. (2017). *Computer-based Number Categorization as an Intervention for Computer-based Number Line Estimation*. Columbia University.
- Baker, E. L., & Mayer, R. E. (1999). Computer-based assessment of problem solving. *Computers in Human Behavior*, *15*(3–4), 269–282.
- Barth, H. C., & Paladino, A. M. (2011). The development of numerical estimation: Evidence against a representational shift. *Developmental Science*, *14*(1), 125–135. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2010.00962.x>

- Bennett, R. E., Braswell, J., Oranje, A., Sandene, B., Kaplan, B., & Yan, F. (2008). Does it matter if I take my mathematics test on computer? A second empirical study of mode effects in NAEP. *The Journal of Technology, Learning and Assessment*, *6*(9).
- Berteletti, I., Man, G., & Booth, J. R. (2015). How number line estimation skills relate to neural activations in single digit subtraction problems. *NeuroImage*, *107*, 198–206. <https://doi.org/10.1016/J.NEUROIMAGE.2014.12.011>
- Berteletti, Ilaria, Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental Psychology*, *46*(2), 545.
- Bisanz, J., & LeFevre, J.-A. (1992). Understanding elementary mathematics. In *Advances in psychology* (Vol. 91, pp. 113–136). Elsevier.
- Black, J. B., Segal, A., Vitale, J., & Fadjo, C. L. (2012). Embodied cognition and learning environment design. In *Theoretical foundations of learning environments* (pp. 198–223). Routledge.
- Black, P., Harrison, C., & Lee, C. (2003). *Assessment for learning: Putting it into practice*. McGraw-Hill Education (UK).
- Blanch, G. G., Ripoll, A. R., García, M. T., & Martínez, A. V. (2007). *Fundamentos de neurociencia* (Vol. 69). Editorial UOC.
- Bloechle, J., Huber, J. F., Klein, E., Bahnmüller, J., Rennig, J., Moeller, K., & Huber, S. (2018). Spatial arrangement and set size influence the coding of non-symbolic quantities in the intraparietal sulcus. *Frontiers in Human Neuroscience*, *12*.
<https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fnhum.2018.00054>
- Bonn, C. D., & Odic, D. (2019). Adaptation to non-numeric features reveals mechanisms of visual number encoding. *Journal of Vision*, *19*(10), 93c.
- Boonen, A. J. H., Kolkman, M. E., & Kroesbergen, E. H. (2011). The relation between teachers' math talk and the acquisition of number sense within kindergarten classrooms. *Journal of School Psychology*, *49*(3), 281–299. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jsp.2011.03.002>
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, *79*(4), 1016–1031.

<https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2008.01173.x>

- Brannon, E. M. (2006). The representation of numerical magnitude. *Current Opinion in Neurobiology*, 16(2), 222–229. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.conb.2006.03.002>
- Brannon, E. M., Wusthoff, C. J., Gallistel, C. R., & Gibbon, J. (2001). Numerical subtraction in the pigeon: Evidence for a linear subjective number scale. *Psychological Science*, 12(3), 238–243. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00342>
- Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. MEC/CONSED/UNDIME.
- Brown, R. D. (2018). *Neuroscience of mathematical cognitive development: From infancy through emerging adulthood*. Springer.
- Buckley, P. B., & Gillman, C. B. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103(6), 1131.
- Budd, C. J. (2015). Promoting maths to the general public. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (Vol. 1). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.47>
- Bueti, D., & Walsh, V. (2009). The parietal cortex and the representation of time, space, number and other magnitudes. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 364(1525), 1831–1840. <https://doi.org/10.1098/rstb.2009.0028>
- Butterworth, B. (1999). Numbers in the brain. In *The mathematical brain* (pp. 163–215). Macmillan.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3–18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Butterworth, Brian, Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From brain to education. *Science*, 332(6033), 1049–1053.
- Cai, Y., Hofstetter, S., van Dijk, J., Zuiderbaan, W., van der Zwaag, W., Harvey, B. M., & Dumoulin, S. O. (2021). Topographic numerosity maps cover subitizing and estimation ranges. *Nature Communications*, 12(1), 1–10.

- Candia, V., Deprez, P., Wernery, J., & Núñez, R. (2015). Fast or slow? Compressions (or not) in number-to-line mappings. *Plos One*, *10*(3), e0120423.
- Carlbring, P., Brunt, S., Bohman, S., Austin, D., Richards, J., Öst, L.-G., & Andersson, G. (2007). Internet vs. paper and pencil administration of questionnaires commonly used in panic/agoraphobia research. *Computers in Human Behavior*, *23*(3), 1421–1434.
- Carlson, A. G., Rowe, E., & Curby, T. W. (2013). Disentangling fine motor skills' relations to academic achievement: The relative contributions of visual-spatial integration and visual-motor coordination. *The Journal of Genetic Psychology*, *174*(5), 514–533.
- Carreiras, M., Monahan, P. J., Lizarazu, M., Duñabeitia, J. A., & Molinaro, N. (2015). Numbers are not like words: Different pathways for literacy and numeracy. *Neuroimage*, *118*, 79–89.
- Case, R., & Okamoto, Y. (1996). The role of central conceptual structures in the development of children's thought. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, *61*(1–2), v–265.
- Casey, B. M., Pezaris, E., Fineman, B., Pollock, A., Demers, L., & Dearing, E. (2015). A longitudinal analysis of early spatial skills compared to arithmetic and verbal skills as predictors of fifth-grade girls' math reasoning. *Learning and Individual Differences*, *40*, 90–100.
- Casey, M. B., Nuttall, R., Pezaris, E., & Benbow, C. P. (1995). The influence of spatial ability on gender differences in mathematics college entrance test scores across diverse samples. *Developmental Psychology*, *31*(4), 697.
- Castaldi, E., Piazza, M., & Luculano, T. (2020). Learning disabilities: Developmental dyscalculia. In *Handbook of Clinical Neurology* (Vol. 174, pp. 61–75). Elsevier.
- Chinello, A., Cattani, V., Bonfiglioli, C., Dehaene, S., & Piazza, M. (2013). Objects, numbers, fingers, space: clustering of ventral and dorsal functions in young children and adults. *Developmental Science*, *16*(3), 377–393.
- Chochon, F., Cohen, L., Moortele, P. F. van de, & Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number

- processing. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 11(6), 617–630.
- Cicchini, G. M., Anobile, G., & Burr, D. C. (2014). Compressive mapping of number to space reflects dynamic encoding mechanisms, not static logarithmic transform. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(21), 7867–7872.
- Cipolotti, L., & Butterworth, B. (1995). Toward a multiroute model of number processing: Impaired number transcoding with preserved calculation skills. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(4), 375.
- Clariana, R., & Wallace, P. (2002). Paper-based versus computer-based assessment: Key factors associated with the test mode effect. *British Journal of Educational Technology*, 33(5), 593–602.
- Clarke, A., Roberts, B. M., & Ranganath, C. (2018). Neural oscillations during conditional associative learning. *NeuroImage*, 174, 485–493.
- Clarke, B., Strand Cary, M. G., Shanley, L., & Sutherland, M. (2020). Exploring the promise of a number line assessment to help identify students at-risk in mathematics. *Assessment for Effective Intervention*, 45(2), 151–160.
- Clayton, J. (1996). A criterion for estimation tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 27(1), 87–102.
- Clayton, J. G. (1993). *Estimation in schools*. University of London, Institute of Education.
- Clunie, L., Morris, N. P., Joynes, V. C. T., & Pickering, J. D. (2018). How comprehensive are research studies investigating the efficacy of technology-enhanced learning resources in anatomy education? A systematic review. *Anatomical Sciences Education*, 11(3), 303–319.
- Coben, D., Colwell, D., Macrae, S., Boaler, J., Brown, M., & Rhodes, V. (2003). *Adult numeracy: Review of research and related literature*. National Research and Development Centre (NRDC).
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts: Report of the Committee of Inquiry Into the Teaching of Mathematics in Schools*. Her Majesty's Stationery Office.
- Cohen, D. J., & Blanc-Goldhammer, D. (2011). Numerical bias in bounded and unbounded number line tasks. *Psychonomic Bulletin & Review*, 18(2), 331–

338. <https://doi.org/10.3758/s13423-011-0059-z>
- Cohen, D. J., Blanc-Goldhammer, D., & Quinlan, P. T. (2018). A mathematical model of how people solve most variants of the number-line task. *Cognitive Science*, *42*(8), 2621–2647.
- Cohen, D. J., & Ray, A. (2020). Experimental bias in number-line tasks and how to avoid them: Comment on Kim and Opfer (2017) and the introduction of the Cohen Ray number-line task. *Developmental Psychology*, *56*, 846–852. <https://doi.org/10.1037/dev0000761>
- Cohen, D. J., & Sarnecka, B. W. (2014). Children’s number-line estimation shows development of measurement skills (not number representations). *Developmental Psychology*, *50*(6), 1640–1652. <https://doi.org/10.1037/a0035901>
- Cohen Kadosh, R., Lammertyn, J., & Izard, V. (2008). Are numbers special? An overview of chronometric, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. *Progress in Neurobiology*, *84*(2), 132–147. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.pneurobio.2007.11.001>
- Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Calculating without reading: Unsuspected residual abilities in pure alexia. *Cognitive Neuropsychology*, *17*(6), 563–583.
- Collins, J. W. (2007). The neuroscience of learning. *Journal of Neuroscience Nursing*, *39*(5). https://journals.lww.com/jnnonline/Fulltext/2007/10000/The_Neuroscience_of_Learning.8.aspx
- Comitê Científico do Núcleo Ciência Pela Infância (NCPI). (2014). *Estudo nº 1: O impacto do desenvolvimento na primeira infância sobre a aprendizagem*. <https://www.fmcsv.org.br/pt-BR/biblioteca/o-impacto-do-desenvolvimento-na-pi-sobre-a-aprendizagem>
- Conner, T. (2015). Measurement on the move: Advancing science through mobile technology. *APS Observer*, *28*.
- Coolican, H. (2018). *Research methods and statistics in psychology* (7th ed.). Routledge.
- Cordes, S., & Gelman, R. (2005). The young numerical mind: When does it count? In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp.

- 127–142). Psychology Press.
- Cornu, V., Hornung, C., Schiltz, C., & Martin, R. (2017). How do different aspects of spatial skills relate to early arithmetic and number line estimation? *PsychArchives*.
- Corso, L. V., & Dorneles, B. V. (2010). Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática. *Revista Psicopedagogia*, 27(83), 298–309.
- Costa, Marcelo Fernandes da, & Bezerra, E. R. C. C. (2018). Reflexões críticas sobre o lugar da neurociência na educação. *Psicopedagogia On Line*, 3, 388–393. <https://www.psicopedagogia.com.br/index.php/3388-reflexoes-criticas-sobre-o-lugar-da-neurociencia-na-educacao-2>
- Costa, M F. (2013). The visual (dis)function in neurological diseases. *J Neurol Neurophysiol S*, 4.
- Coulter, K. S., & Grewal, D. (2014). Name-letters and birthday-numbers: Implicit egotism effects in pricing. *Journal of Marketing*, 78(3), 102–120.
- Cronk, B. C., & West, J. L. (2002). Personality research on the Internet: A comparison of Web-based and traditional instruments in take-home and in-class settings. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, 34(2), 177–180.
- Dackermann, T., Kroemer, L., Nuerk, H.-C., Moeller, K., & Huber, S. (2018). Influences of presentation format and task instruction on children's number line estimation. *Cognitive Development*, 47, 53–62. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2018.03.001>
- Daker, R. J., & Lyons, I. M. (2018). Numerical and non-numerical predictors of first graders' number-line estimation ability. *Frontiers in Psychology*, 9, 2336. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02336>
- Dakin, S. C., Tibber, M. S., Greenwood, J. A., Kingdom, F. A. A., & Morgan, M. J. (2011). A common visual metric for approximate number and density. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(49), 19552–19557.
- Dantzig, T. (2007). *Number: The language of science* (1st ed.). Plume Books, Penguin.
- Dede, C. (2010). Comparing frameworks for 21st century skills. *21st Century Skills: Rethinking How Students Learn*, 20, 51–76.

- Dehaene-Lambertz, G. (2011). Functional and structural organization of the perisylvian areas in the human infant. *Conference Abstract: XI International Conference on Cognitive Neuroscience (ICON XI)*. Doi: 10.3389/Conf.Fnhum, 563.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1), 1–42.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2001). Précis of “the number sense.” *Mind & Language*, 16, 16–36.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: A logarithmic mental number line. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(4), 145–147.
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics* (2nd ed.). Oxford University Press.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122(3), 371–396. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.122.3.371>
- Dehaene, S., & Changeux, J.-P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5(4), 390–407.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29(11), 1045–1074.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1(1), 83–120.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33(2), 219–250. [https://doi.org/10.1016/S0010-9452\(08\)70002-9](https://doi.org/10.1016/S0010-9452(08)70002-9)
- Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends in Neurosciences*, 21(8), 355–361. [https://doi.org/10.1016/S0166-2236\(98\)01263-6](https://doi.org/10.1016/S0166-2236(98)01263-6)
- Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital?

- Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 16(3), 626–641. <https://doi.org/10.1037/0096-1523.16.3.626>
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20(3–6), 487–506. <https://doi.org/10.1080/02643290244000239>
- Dehaene, Stanislas. (2007). Symbols and quantities in parietal cortex: Elements of a mathematical theory of number representation and manipulation. *Sensorimotor Foundations of Higher Cognition*, 22, 527–574.
- Delgado, A. R., & Prieto, G. (2004). Cognitive mediators and sex-related differences in mathematics. *Intelligence*, 32(1), 25–32. [https://doi.org/10.1016/S0160-2896\(03\)00061-8](https://doi.org/10.1016/S0160-2896(03)00061-8)
- Desli, D., & Dimitropoulos, P. (2022). Investigating volume estimation performance and strategies of 6th-grade children and adults. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–25. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2094295>
- Desli, D., & Lioliou, A. (2020). Relationship between computational estimation and problem solving. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), em0602.
- Desoete, A. (2014). Predictive indicators for mathematical learning disabilities/dyscalculia in kindergarten children. In *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 90–100). Routledge.
- Desoete, A., Ceulemans, A., Roeyers, H., & Huylebroeck, A. (2009). Subitizing or counting as possible screening variables for learning disabilities in mathematics education or learning? *Educational Research Review*, 4(1), 55–66. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.edurev.2008.11.003>
- DeWolf, M., Bassok, M., & Holyoak, K. J. (2015). From rational numbers to algebra: Separable contributions of decimal magnitude and relational understanding of fractions. *Journal of Experimental Child Psychology*, 133, 72–84.
- Di Giorgio, E., Lunghi, M., Rugani, R., Regolin, L., Dalla Barba, B., Vallortigara,

- G., & Simion, F. (2019). A mental number line in human newborns. *Developmental Science*, *0*(0), e12801. <https://doi.org/10.1111/desc.12801>
- Di, L., & Chun, Y. (2017). A review of researches on magnitude representation. *Journal of East China Normal University (Educational Sciences)*, *35*(5), 138.
- Dietrich, J. F., Huber, S., Dackermann, T., Moeller, K., & Fischer, U. (2016). Place-value understanding in number line estimation predicts future arithmetic performance. *The British Journal of Developmental Psychology*, *34*(4), 502–517. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12146>
- Diezmann, C., & Lowrie, T. (2006). Primary students' knowledge of and errors on number lines. *MERGA 29: Identities Cultures and Learning Spaces (Vol. 1)*, 171–178.
- Dillon, A. (1992). Reading from paper versus screens: A critical review of the empirical literature. *Ergonomics*, *35*(10), 1297–1326. <https://doi.org/10.1080/00140139208967394>
- Divine, G., Norton, H. J., Hunt, R., & Dienemann, J. (2013). A review of analysis and sample size calculation considerations for Wilcoxon tests. *Anesthesia & Analgesia*, *117*(3). https://journals.lww.com/anesthesia-analgesia/Fulltext/2013/09000/A_Review_of_Analysis_and_Sample_Size_Calculation.23.aspx
- Dorneles, B., Duro, M. L., Rios, N. M. B., Nogueira, C., & Pereira, C. D. S. (2017). Number estimation in children: An assessment study with number line estimation and numerosity tasks. *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, CERME, 10*.
- Dorneles, B. V. (2009). Dificuldades em matemática. *Pátio: Revista Pedagógica*, *9*(48), 44–46.
- Dotan, D., & Dehaene, S. (2016). On the origins of logarithmic number-to-position mapping. *Psychological Review*, *123*(6), 637–666. <https://doi.org/10.1037/rev0000038>
- Dotan, D., & Dehaene, S. (2020). Tracking priors and their replacement: Mental dynamics of decision making in the number-line task. *PsyArXiv*.
- Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education*, *23*(1), 45–

55.

- Dowker, A., & Roberts, M. (2015). Does the transparency of the counting system affect children's numerical abilities? *Frontiers in Psychology*, 6, 945.
- Dresler, T., Obersteiner, A., Schecklmann, M., Vogel, A. C. M., Ehrlis, A.-C., Richter, M. M., Plichta, M. M., Reiss, K., Pekrun, R., & Fallgatter, A. J. (2009). Arithmetic tasks in different formats and their influence on behavior and brain oxygenation as assessed with near-infrared spectroscopy (NIRS): a study involving primary and secondary school children. *Journal of Neural Transmission*, 116(12), 1689–1700. <https://doi.org/10.1007/s00702-009-0307-9>
- Dubé, A. K., & McEwen, R. N. (2015). Do gestures matter? The implications of using touchscreen devices in mathematics instruction. *Learning and Instruction*, 40, 89–98.
- Duncan, E. M., & McFarland, C. E. (1980). Isolating the effects of symbolic distance, and semantic congruity in comparative judgments: An additive-factors analysis. *Memory & Cognition*, 8(6), 612–622.
- Duncan, G. J., Ludwig, J., & Magnuson, K. A. (2007). Reducing poverty through preschool interventions. In *Future of Children* (Vol. 17, Issue 2). <https://doi.org/10.1353/foc.2007.0015>
- Duro, M. L., & Dorneles, B. V. (2019a). Diferentes habilidades de estimativa: Um estudo de comparação entre desempenho em tarefas. *Ciência & Educação (Bauru)*, 25, 43–56.
- Duro, M. L., & Dorneles, B. V. (2019b). Estimativa numérica de quantidades: Um estudo de comparação entre crianças e adultos. *Educação e Pesquisa*, 45.
- Duro, M. L., & Dorneles, B. V. (2019c). O que as pesquisas em educação matemática apontam sobre estimativas numéricas de crianças? *Zetetike*, 27, e019025–e019025.
- Duro, M. L., & Dorneles, B. V. (2020). Estimativa numérica e desempenho aritmético. *Amazônia: Revista de Educação Em Ciências e Matemáticas*, 16(37), 106–118.
- Eames, C. L., Barrett, J. E., Cullen, C. J., Rutherford, G., Klanderma, D., Clements, D. H., Sarama, J., & Van Dine, D. W. (2020). Examining and

- developing fourth grade children's area estimation performance. *School Science and Mathematics*, 120(2), 67–78. <https://doi.org/10.1111/ssm.12386>
- Ebersbach, M. (2015). Evidence for a spatial-numerical association in kindergartners using a number line task. *Journal of Cognition and Development*, 16(1), 118–128. <https://doi.org/10.1080/15248372.2013.805134>
- Ebersbach, M., Luwel, K., & Verschaffel, L. (2015). The relationship between children's familiarity with numbers and their performance in bounded and unbounded number line estimations. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(2–3), 136–154. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016813>
- Edwards, A. L. (1948). Note on the "correction for continuity" in testing the significance of the difference between correlated proportions. *Psychometrika*, 13(3), 185–187.
- Eyler, R. F., Cordes, S., Szymanski, B. R., & Fraenkel, L. (2018). Use of feedback to improve mental number line representations in primary care clinics. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, 18(1), 1–8.
- Fagerland, M. W., Lydersen, S., & Laake, P. (2013). The McNemar test for binary matched-pairs data: mid-p and asymptotic are better than exact conditional. *BMC Medical Research Methodology*, 13(1), 1–8.
- Fanari, R., Meloni, C., & Massidda, D. (2017). Early numerical competence and Number Line Task performance in kindergartners. *International Association for Development of the Information Society*.
- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123, 53–72. <https://doi.org/10.1016/J.JECP.2014.01.013>
- Fechner, G. T. (1860). *Elemente Der Psychophysik*. Kessinger Publishing.
- Fias, W. (1996). The importance of magnitude information in numerical processing: Evidence from the SNARC effect. *Mathematical Cognition*, 2(1), 95–110.
- Flanagan, D. P., Ortiz, S. O., & Alfonso, V. C. (2013). *Essentials of cross-battery*

- assessment* (Vol. 84). John Wiley & Sons.
- Foltz, G. S., Poltrock, S. E., & Potts, G. R. (1984). Mental comparison of size and magnitude: Size congruity effects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *10*(3), 442.
- Fonseca, M. da C. F. R. (2007). Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na educação matemática de jovens e adultos. *IX Encontro Nacional de Educação Matemática*, *9*, 1–12.
- Forbey, J. D., Ben-Porath, Y. S., & Arbisi, P. A. (2012). The MMPI-2 computerized adaptive version (MMPI-2-CA) in a Veterans Administration medical outpatient facility. *Psychological Assessment*, *24*(3), 628.
- Fornaciai, M., & Park, J. (2018). Early numerosity encoding in visual cortex is not sufficient for the representation of numerical magnitude. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *30*(12). https://doi.org/10.1162/jocn_a_01320
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H., Xenidou-Dervou, I., Jonkman, L. M., Van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2015). Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *134*, 12–29.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. Springer-Verlag Publishing.
- Fuson, K. C. (1992). *Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8*.
- Gaciu, N. (2020). *Understanding quantitative data in educational research* (1st ed.). Sage Publications Ltd.
- Ganor-Stern, D., & Tzelgov, J. (2008). Negative numbers are generated in the mind. *Experimental Psychology*, *55*(3), 157.
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, *47*(6), 1539–1552. <https://doi.org/10.1037/a0025510>
- Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science*,

22(1), 23–27. <https://doi.org/10.1177/0963721412469398>

- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & Catherine DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(2), 121–151. <https://doi.org/10.1016/J.JECP.2004.03.002>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 277–299. <https://doi.org/10.1080/87565640801982361>
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- Gilligan, K. (2019). *Space for mathematics: Spatial cognition as a contributor to the development of mathematics skills in children*. UCL (University College London).
- Gliksman, Y., & Henik, A. (2014). Alerting cues affect the subitizing process: Evidence from developmental and acquired dyscalculia. *Journal of Vision*, 14(10), 546.
- Golonka, E. M., Bowles, A. R., Frank, V. M., Richardson, D. L., & Freynik, S. (2014). Technologies for foreign language learning: A review of technology types and their effectiveness. *Computer Assisted Language Learning*, 27(1), 70–105.
- Gross, S. I., Gross, C. A., Kim, D., Lukowski, S. L., Thompson, L. A., & Petrill, S. A. (2018). A comparison of methods for assessing performance on the number line estimation task. *Journal of Numerical Cognition*, 4(3), 554–571.
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Beilock, S. L., & Levine, S. C. (2012). The relation between spatial skill and early number knowledge: The role of the linear number line. *Developmental Psychology*, 48(5), 1229–1241. <https://doi.org/10.1037/a0027433>
- Guttman, E. (1937). Congenital arithmetic disability and acalculia. *British Journal of Medical Psychology*, 16(1), 16–35.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the

- “number sense”: The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology*, *44*(5), 1457–1465. <https://doi.org/10.1037/a0012682>
- Halberda, J., Mazocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665–668. <https://doi.org/10.1038/nature07246>
- Halberda, J., & Odic, D. (2015). Chapter 12 - The precision and internal confidence of our approximate number thoughts. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. B. T.-M. C. and L. Koepke (Eds.), *Evolutionary Origins and Early Development of Number Processing* (Vol. 1, pp. 305–333). Elsevier. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-12-420133-0.00012-0>
- Hansen, J.-I. C., Neuman, J. L., Haverkamp, B. E., & Lubinski, B. R. (1997). Comparison of user reaction to two methods of Strong Interest Inventory administration and report feedback. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, *30*(3), 115–127.
- Harvey, B. M., Klein, B. P., Petridou, N., & Dumoulin, S. O. (2013). Topographic representation of numerosity in the human parietal cortex. *Science*, *341*(6150), 1123–1126. <https://doi.org/10.1126/science.1239052>
- Hasselbring, T. S. (1985). Computer-based assessment in the schools: Expert systems applications. *Paper Presented at the Ninety-Third Annual Convention of the American Psychological Association*.
- Hawes, Z., Sokolowski, H. M., Ononye, C. B., & Ansari, D. (2019). Neural underpinnings of numerical and spatial cognition: An fMRI meta-analysis of brain regions associated with symbolic number, arithmetic, and mental rotation. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*. <https://doi.org/10.1016/J.NEUBIOREV.2019.05.007>
- Hayes, N. (2021). *Doing psychological research* (2nd ed.). McGraw-Hill Education.
- Hebb, D. O. (1949). *The Organization of Behavior*. Wiley.
- Hegarty, M., & Waller, D. A. (2005). *Individual differences in spatial abilities*. Cambridge University Press.
- Henik, A. (2016). *Continuous issues in numerical cognition: How many or how*

much. Academic Press.

- Hollands, J. G., Tanaka, T., & Dyre, B. P. (2002). Understanding bias in proportion production. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 28(3), 563.
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2010). Developmental specialization in the right intraparietal sulcus for the abstract representation of numerical magnitude. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 22(11), 2627–2637. <https://doi.org/10.1162/jocn.2009.21399>
- Holyoak, Keith J., & Morrison, R. G. (2005). Thinking and reasoning: A reader's guide. In Keith James Holyoak & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning* (Vol. 137). Cambridge University Press.
- Hua, X., & Yinghe, C. (2012). Review and prospect on the research of children's number line estimation. *Psychological Research*, 5, 9.
- Huang, R., Spector, J. M., & Yang, J. (2019). Educational Technology: A primer for the 21st century. In *Lecture Notes in Educational Technology*. Springer Nature Singapore Pte Ltd. [https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-981-13-6643-7](https://doi.org/10.1007/978-981-13-6643-7)
- Hyde, D. C., & Spelke, E. S. (2011). Neural signatures of number processing in human infants: Evidence for two core systems underlying numerical cognition. *Developmental Science*, 14(2), 360–371.
- Imenes, L. M. P. (2003). *Os números na história da civilização*. Scipione.
- Iuculano, T., & Menon, V. (2018). Development of mathematical reasoning. *Stevens' Handbook of Experimental Psychology and Cognitive Neuroscience*, 4, 1–40.
- Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, 106(3), 1221–1247. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cognition.2007.06.004](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2007.06.004)
- Jevons, W. S. (1871). The power of numerical discrimination. *Nature*, 3(67), 281–282. <https://doi.org/10.1038/003281a0>
- Joram, E., Subrahmanyam, K., & Gelman, R. (1998). Measurement estimation: Learning to map the route from number to quantity and back. *Review of*

- Educational Research*, 68(4), 413–449. <https://doi.org/10.2307/1170734>
- Kadosh, R. C., Soskic, S., Luculano, T., Kanai, R., & Walsh, V. (2010). Modulating neuronal activity produces specific and long-lasting changes in numerical competence. *Current Biology*, 20(22), 2016–2020.
- Kandel, E. R., Schwartz, J., Jessell, T., Siegelbaum, S., & Hudspeth, A. J. (2014). *Princípios de Neurociências* (5th ed.). AMGH Editora.
- Käser, T., Baschera, G.-M., Kohn, J., Kucian, K., Richtmann, V., Grond, U., Gross, M., & von Aster, M. (2013). Design and evaluation of the computer-based training program *Calcularis* for enhancing numerical cognition. *Frontiers in Psychology*, 4, 489.
- Katz, A. (2012). Linking assessment with instructional aims and learning. *The Cambridge Guide to Second Language Assessment*, 66–73.
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, 62(4), 498. <https://doi.org/10.2307/1418556>
- Kaufmann, L., Mazzocco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Göbel, S. M., Grabner, R. H., Henik, A., Jordan, N. C., Karmiloff-Smith, A. D., & Kucian, K. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*, 4, 516.
- Kena, G., Hussar, W., McFarland, J., De Brey, C., Musu-Gillette, L., Wang, X., Zhang, J., Rathbun, A., Wilkinson-Flicker, S., & Diliberti, M. (2016). The Condition of Education 2016. NCES 2016-144. *National Center for Education Statistics*.
- Kennet-Cohen, T., Bronner, S., Ben-Simon, A., & Intrator, N. (2008). Different approaches for combining scores on the test battery for the diagnosis of learning disabilities. *National Institute for Testing & Evaluation (NITE)*. ISBN, 502–965.
- Kersey, A. J., & Cantlon, J. F. (2017). Neural tuning to numerosity relates to perceptual tuning in 3-6-year-old children. *The Journal of Neuroscience*, 37(3), 512 LP – 522. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.0065-16.2016>
- Kirkwood, A., & Price, L. (2013). Missing: Evidence of a scholarly approach to teaching and learning with technology in higher education. *Teaching in*

Higher Education, 18(3), 327–337.

- Kirkwood, A., & Price, L. (2014). Technology-enhanced learning and teaching in higher education: what is “enhanced” and how do we know? A critical literature review. *Learning, Media and Technology*, 39(1), 6–36.
- Klein, E., Moeller, K., Huber, S., Willmes, K., Kiechl-Kohlendorfer, U., & Kaufmann, L. (2018). Gestational age modulates neural correlates of intentional, but not automatic number magnitude processing in children born preterm. *International Journal of Developmental Neuroscience*, 65, 38–44.
- Knops, A. (2013). Introduction. In *Numerical cognition: The basics* (1st ed.). Routledge.
- Knops, A. (2018). Neurocognitive evidence for spatial contributions to numerical cognition. In *Heterogeneity of function in numerical cognition* (pp. 211–232). Elsevier.
- Koechlin, E., Naccache, L., Block, E., & Dehaene, S. (1999). Primed numbers: Exploring the modularity of numerical representations with masked and unmasked semantic priming. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 25(6), 1882.
- Kucian, K, Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Gälli, M., Martin, E., & von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57(3), 782–795. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.01.070>
- Kucian, Karin, McCaskey, U., von Aster, M., & O’Gorman Tuura, R. (2018). Development of a possible general magnitude system for number and space. *Frontiers in Psychology*, 9. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2018.02221>
- Kuhn, J.-T., & Holling, H. (2014). Number sense or working memory? The effect of two computer-based trainings on mathematical skills in elementary school. *Advances in Cognitive Psychology*, 10(2), 59.
- Kvam, P., Vidakovic, B., & Kim, S. (2022). *Nonparametric statistics with applications to science and engineering with R*. John Wiley & Sons.
- Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4),

254–261.

- Laski, E. V., & Siegler, R. S. (2007). Is 27 a big number? Correlational and causal connections among numerical categorization, number line estimation, and numerical magnitude comparison. *Child Development, 78*(6), 1723–1743. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01087.x>
- Lavoie, P., & Grondin, S. (2004). Information processing limitations as revealed by temporal discrimination. *Brain and Cognition, 54*(3), 198–200. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.bandc.2004.02.039>
- Lee, S. (2019). *Five red apples are larger than five green apples: The effect of object features on numerosity recognition*. <https://doi.org/https://doi.org/10.31234/osf.io/x3egr>
- Lee, S. W.-Y., & Tsai, C.-C. (2013). Technology-supported learning in secondary and undergraduate biological education: Observations from literature review. *Journal of Science Education and Technology, 22*(2), 226–233.
- LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development, 81*(6), 1753–1767. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x>
- LeFevre, J.-A., Jimenez Lira, C., Sowinski, C., Cankaya, O., Kamawar, D., & Skwarchuk, S.-L. (2013). Charting the role of the number line in mathematical development. *Frontiers in Psychology, 4*, 641. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00641>
- Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review, 22*(3), 215–243. <https://doi.org/10.1007/s10648-010-9125-8>
- Liang, T. (2020). Handbook of COVID-19: prevention and treatment. In *Zhejiang University School of Medicine*. UNESCO. https://gmcc.alibabadoctor.com/prevention-manual/detail?content_id=0
- Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2010). Stable individual differences in number discrimination in infancy. *Developmental Science, 13*(6), 900–906.
- Link, T., Huber, S., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2014). Unbounding the mental number line - New evidence on children's spatial representation of numbers.

Frontiers in Psychology, 4, 1021.
<https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fpsyg.2013.01021>

- Link, T., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2014). On the relation between the mental number line and arithmetic competencies. *Quarterly Journal of Experimental Psychology* (2006), 67(8), 1597–1613.
<https://doi.org/10.1080/17470218.2014.892517>
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14(5), 396–401.
<https://doi.org/10.1111/1467-9280.01453>
- Liu, C., Tang, H., Luo, Y.-J., & Mai, X. (2011). Multi-representation of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude in Chinese number processing. *PLOS ONE*, 6(4), e19373. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0019373>
- Liu, W., Zheng, P., Huang, S., & Cicchini, G. M. (2020). Subitizing, unlike estimation, does not process sets in parallel. *Scientific Reports*, 10(1), 15689. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-72860-4>
- Loftus, A. M., Nicholls, M. E. R., Mattingley, J. B., & Bradshaw, J. L. (2008). Left to right: Representational biases for numbers and the effect of visuomotor adaptation. *Cognition*, 107(3), 1048–1058.
- Longo, M. R., & Lourenco, S. F. (2007). Spatial attention and the mental number line: Evidence for characteristic biases and compression. *Neuropsychologia*, 45(7), 1400–1407.
- Lopes, B., Ramos, I. C. de O., Ribeiro, G., Correa, R., Valbon, B. de F., Luz, A. C. da, Salomão, M., Lyra, J. M., & Ambrósio Junior, R. (2014). Bioestatísticas: Conceitos fundamentais e aplicações práticas. *Revista Brasileira de Oftalmologia*, 73(1), 16–22. <https://doi.org/10.5935/0034-7280.20140004>
- Lourenco, S. F., & Longo, M. R. (2010). General magnitude representation in human infants. *Psychological Science*, 21(6), 873–881.
- Luwel, K., & Verschaffel, L. (2008). Estimation of 'real' numerosities in elementary school children. *European Journal of Psychology of Education*, 23(3), 319–338.
- Malone, S. A., Heron-Delaney, M., Burgoyne, K., & Hulme, C. (2019). Learning

- correspondences between magnitudes, symbols and words: Evidence for a triple code model of arithmetic development. *Cognition*, 187, 1–9.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111(1), 1–22. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.111.1.1>
- Marcial, E. C. (2015a). *Cenários prospectivos: como construir um futuro melhor*. FGV.
- Marcial, E. C. (Ed.). (2015b). *Megatendências mundiais 2030: O que entidades e personalidades internacionais pensam sobre o futuro do mundo?: Contribuição para um debate de longo prazo para o Brasil*. IPEA.
- Marciani, F. (2013). *Numeric memory: Developing representations*. The Ohio State University.
- Marshall, J. C., & Halligan, P. W. (1989). When right goes left: An investigation of line bisection in a case of visual neglect. *Cortex*, 25(3), 503–515.
- Matthews, P., & Chesney, D. (2011). Straightening up: Number line estimates shift from log to linear with additional information. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 33(33).
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44(1), 107–157.
- McCrink, K., & Wynn, K. (2007). Ratio abstraction by 6-month-old infants. *Psychological Science*, 18(8), 740–745.
- McGarty, C., & Haslam, S. A. (2018). Research methods and statistics in psychology. In *Research Methods and Statistics in Psychology*. SAGE Publications Ltd.
- McKeown, A. (2016). *Overcoming information poverty: Investigating the role of public libraries in the twenty-first century*. Chandos Publishing.
- McNemar, Q. (1947). Note on the sampling error of the difference between correlated proportions or percentages. *Psychometrika*, 12(2), 153–157.
- Miller, L. J., Anzalone, M. E., Lane, S. J., Cermak, S. A., & Osten, E. T. (2007). Concept evolution in sensory integration: A proposed nosology for diagnosis. In *American Journal of Occupational Therapy* (Vol. 61, Issue 2).

<https://doi.org/10.5014/ajot.61.2.135>

- Mix, K. S., & Cheng, Y.-L. (2012). The relation between space and math: Developmental and educational implications. In *Advances in child development and behavior* (Vol. 42, pp. 197–243). Elsevier.
- Moeller, K., Fischer, U., Nuerk, H.-C., & Cress, U. (2015). Computers in mathematics education: Training the mental number line. *Computers in Human Behavior*, *48*, 597–607. <https://doi.org/10.1016/J.CHB.2015.01.048>
- Moeller, K., Pixner, S., Kaufmann, L., & Nuerk, H.-C. (2009). Children's early mental number line: logarithmic or decomposed linear? *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(4), 503–515. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.02.006>
- Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, *215*(5109), 1519–1520. <https://doi.org/10.1038/2151519a0>
- Muniz, M., & Lins, M. R. C. (2018). Avaliação da inteligência: Aspectos não verbais. In C. S. Hutz, D. R. Bandeira, & C. M. Trentini (Eds.), *Avaliação psicológica da inteligência e da personalidade*. Artmed Editora.
- Murnane, R. J., Willett, J. B., & Levy, F. (1995). The growing importance of cognitive skills in wage determination. *The Review of Economics and Statistics*, *77*(2), 251. <https://doi.org/10.2307/2109863>
- Naccache, L., & Dehaene, S. (2001). The priming method: Imaging unconscious repetition priming reveals an abstract representation of number in the parietal lobes. *Cerebral Cortex*, *11*(10), 966–974.
- NAEP, N. A. of E. P. (2004). *The nation's report card: Mathematics highlights 2003*. US Department of Education.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. NCTM.
- National Mathematics Advisory Panel (NMAP). (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development.

- Newman, R. S., & Berger, C. F. (1984). Children's numerical estimation: Flexibility in the use of counting. *Journal of Educational Psychology*, *76*(1), 55–64. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.76.1.55>
- Nickerson, R. (2011). *Mathematical reasoning: Patterns, problems, conjectures, and proofs*. Psychology Press.
- Nieder, A. (2020). The adaptive value of numerical competence. *Trends in Ecology and Evolution*, *35*(7), 605–617. <https://doi.org/10.1016/j.tree.2020.02.009>
- Nieder, Andreas, & Miller, E. K. (2003). Coding of cognitive magnitude: Compressed scaling of numerical information in the primate prefrontal cortex. *Neuron*, *37*(1), 149–157.
- Nogues, C., & Dorneles, B. (2019). Number line estimation and quantitative reasoning: Two important skills for mathematical achievement. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 17.
- Noyes, J., Garland, K., & Robbins, L. (2004). Paper-based versus computer-based assessment: is workload another test mode effect? *British Journal of Educational Technology*, *35*(1), 111–113.
- Noyes, J. M., & Garland, K. J. (2008). Computer-vs. paper-based tasks: Are they equivalent? *Ergonomics*, *51*(9), 1352–1375.
- Nunes, T., & Bryant, P. (2015). The development of mathematical reasoning. In R. M. Lerner, L. S. Liben, & U. Mueller (Eds.), *Handbook of child psychology and developmental science, cognitive processes* (Vol. 2, p. 1120). John Wiley & Sons. <https://books.google.com.br/books?id=Btu5BgAAQBAJ>
- Odic, D. (2016). The role of contour length, convex hull, and density in early versus late visual number encoding. *Journal of Vision*, *16*(12), 951.
- Opfer, J. E. (2003). *Analyzing the number-line task: A tutorial*.
- Opfer, J. E., & Siegler, R. S. (2007). Representational change and children's numerical estimation. *Cognitive Psychology*, *55*(3), 169–195. <https://doi.org/10.1016/J.COGLPSYCH.2006.09.002>
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2014). *PISA 2012 results in focus: What 15-year-olds know and what they can do*

- with what they know*. OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2018a). *Education at a glance 2018: OECD indicators*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/eag-2018-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2018b). *PISA 2018 results: Brazil*. OECD. https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. OECD Publishing. <https://doi.org/https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Östergren, R., & Träff, U. (2013). Early number knowledge and cognitive ability affect early arithmetic ability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *115*(3), 405–421. <https://doi.org/10.1016/J.JECP.2013.03.007>
- Paiva, J. T. (2009). *Tabuada notável*. Clube de Autores.
- Papalia, D. E., & Feldman, R. D. (2013). *Desenvolvimento humano* (12th ed.). AMGH.
- Papalia, D. E., Feldman, R. D., & Martorell, G. (2014). *Experience human development* (13th ed.). McGraw-Hill.
- Patel, P., & Varma, S. (2018). How the abstract becomes concrete: Irrational numbers are understood relative to natural numbers and perfect squares. *Cognitive Science*, *42*(5), 1642–1676.
- Paula, F. V. de. (2012). Relações entre psicologia e educação: Prospecções a partir de um projeto de extensão no Núcleo de Apoio Psicopedagógico-NAPP. *TransFormações Em Psicologia (Online)*, *4*(1SPE), 9–26.
- Paull, D. R. (1971). *The ability to estimate in mathematics*. Columbia University.
- Peeters, D., Degrande, T., Ebersbach, M., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2016). Children's use of number line estimation strategies. *European Journal of Psychology of Education*, *31*(2), 117–134. <https://doi.org/10.1007/s10212-015-0251-z>
- Peeters, D., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2015). Adults' strategy use in the number line estimation task. *BAPS 2015 Program*, 63.

- Peeters, D., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2017). Benchmark-based strategies in whole number line estimation. *British Journal of Psychology*, *108*(4), 668–686. <https://doi.org/10.1111/bjop.12233>
- Perry, K., Meissel, K., & Hill, M. F. (2022). Rebooting assessment. Exploring the challenges and benefits of shifting from pen-and-paper to computer in summative assessment. *Educational Research Review*, *36*, 100451. <https://doi.org/10.1016/J.EDUREV.2022.100451>
- Petitto, A. L. (1990). Development of numberline and measurement concepts. *Cognition and Instruction*, *7*(1), 55–78. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0701_3
- Piaget, J. (1962). *Play, dreams and imitation in childhood*. Norton.
- Piatt, C., Coret, M., Choi, M., Volden, J., & Bisanz, J. (2016). Comparing children's performance on and preference for a number-line estimation task: Tablet versus paper and pencil. *Journal of Psychoeducational Assessment*, *34*(3), 244–255.
- Piatt, C. G. (2014). *Children's number-line estimation deconstructed*.
- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, *44*(3), 547–555. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2004.10.014>
- Piazza, Manuela, Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, *53*(2), 293–305. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2006.11.022>
- Pinel, P., Dehaene, S., Riviere, D., & Le Bihan, D. (2001). Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *Neuroimage*, *14*(5), 1013–1026.
- Pinel, P., Le Clec'H, G., Van De Moortele, P.-F., Naccache, L., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (1999). Event-related fMRI analysis of the cerebral circuit for number comparison. *NeuroReport*, *10*(7), 1473–1479. <https://doi.org/10.1097/00001756-199905140-00015>
- Pinhas, M., Tzelgov, J., & Guata-Yaakobi, I. (2010). Exploring the mental number line via the size congruity effect. *Canadian Journal of Experimental*

- Psychology/Revue Canadienne de Psychologie Expérimentale*, 64(3), 221.
- Ponte, J. P., Serrazina, M. de L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. G., & Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Ministério da Educação (DGIDC).
- Preissler, M. A., & Bloom, P. (2007). Two-year-olds appreciate the dual nature of pictures. *Psychological Science*, 18(1), 1.
- Pressman, R. S. (2016). *Engenharia de software: uma abordagem profissional* (8th ed.). AMGH.
- PriceWaterhouseCoopers (PWC). (2015). *Megatendências: Uma síntese das implicações*. PWC.
- Razali, N. M., & Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics*, 2(1), 21–33.
- Reeve, R. A., Paul, J. M., & Butterworth, B. (2015). Longitudinal changes in young children's 0-100 to 0-1000 number-line error signatures. *Frontiers in Psychology*, 6, 647. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00647>
- Reinert, R. M., Huber, S., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2014). *Sex differences in number line estimation depend on solution strategies applied*.
- Reinert, R. M., Huber, S., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2015). Multiplication facts and the mental number line: Evidence from unbounded number line estimation. *Psychological Research*, 79(1), 95–103.
- Reis, M. S. (2016). *Estatística para a melhoria de processos: a perspectiva seis sigma*. Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Revin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008). Does subitizing reflect numerical estimation? *Psychological Science*, 19(6), 607–614.
- Reynolds, A. J., Temple, J. A., Ou, S.-R., Arteaga, I. A., & White, B. A. B. (2011). School-based early childhood education and age-28 well-being: Effects by timing, dosage, and subgroups. *Science*, 333(6040), 360–364. <https://doi.org/10.1126/science.1203618>
- Reynvoet, B., Smets, K., & Sasanguie, D. (2016). “Number Sense”: What’s in a

- name and why should we bother? In A. B. T.-C. I. in N. C. Henik (Ed.), *Continuous issues in numerical cognition* (pp. 195–214). Academic Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-12-801637-4.00009-3>
- Riggs, K. J., Ferrand, L., Lancelin, D., Fryziel, L., Dumur, G., & Simpson, A. (2006). Subitizing in tactile perception. *Psychological Science, 17*(4), 271–272.
- Rivera-Batiz, F. L. (1992). Quantitative literacy and the likelihood of employment among young adults in the United States. *The Journal of Human Resources, 27*(2), 313–328. <https://doi.org/10.2307/145737>
- Rogoff, B. (2005). *A natureza cultural do desenvolvimento humano*. Artmed.
- Rosner, B. (2015). *Fundamentals of biostatistics* (8th ed.). Cengage Learning.
- Rotta, N. T., Ohlweiler, L., & Riesgo, R. S. (2006). *Transtornos da Aprendizagem: abordagem neurobiológica e multidisciplinar* (1st ed.). Artmed.
- Sandberg, E. R. (2019). *Neural substrates correlated with magnitude processing in children and adults: An fMRI study examining the Triple Code Model of numerical cognition*. Linköping University.
- Santens, S., & Gevers, W. (2008). The SNARC effect does not imply a mental number line. *Cognition, 108*(1), 263–270.
- Sarrazin, M. S. V., Hall, J. A., Richards, C., & Carswell, C. (2002). A comparison of computer-based versus pencil-and-paper assessment of drug use. *Research on Social Work Practice, 12*(5), 669–683.
- Sasanguie, D., & Reynvoet, B. (2013). Number comparison and number line estimation rely on different mechanisms. *Psychologica Belgica, 53*(4), 17–35. <https://doi.org/10.5334/pb-53-4-17>
- Sasanguie, D., Van den Bussche, E., & Reynvoet, B. (2012). Predictors for mathematics achievement? Evidence from a longitudinal study. *Mind, Brain, and Education, 6*(3), 119–128.
- Schacter, J., & Fagnano, C. (1999). Does computer technology improve student learning and achievement? How, when, and under what conditions? *Journal of Educational Computing Research, 20*(4), 329–343.
- Schleicher, A. (2019). *PISA 2018: Insights and interpretations*. OECD Publishing.

- Schmidt, B., Crepaldi, M. A., Bolze, S. D. A., Neiva-Silva, L., & Demenech, L. M. (2020). Saúde mental e intervenções psicológicas diante da pandemia do novo coronavírus (COVID-19). *Estudos de Psicologia (Campinas)*, 37.
- Schmithorst, V. J., & Brown, R. D. (2004). Empirical validation of the triple-code model of numerical processing for complex math operations using functional MRI and group Independent Component Analysis of the mental addition and subtraction of fractions. *Neuroimage*, 22(3), 1414–1420.
- Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359–372. <https://doi.org/10.1037/a0013840>
- Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of number line estimation with mathematical competence: A meta-analysis. *Child Development*, 89(5), 1467–1484. <https://doi.org/10.1111/cdev.13068>
- Schneider, M., Thompson, C., & Rittle-Johnson, B. (2018). Associations of magnitude comparison and number line estimation with mathematical competence: A comparative review. In P. Lemaire (Ed.), *Cognitive development from a strategy perspective: A festschrift for Robert S. Siegler* (pp. 100–119). Psychology Press.
- Schneider, W. J., & McGrew, K. S. (2018). *The Cattell–Horn–Carroll theory of cognitive abilities*.
- Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. (2019). *SARESP*. <http://www.educacao.sp.gov.br/saresp>
- Sella, F., Berteletti, I., Martina, B., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2013). Number line estimation in children with developmental dyscalculia. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 11(2), 41–49.
- Sénéchal, M., & Young, L. (2008). The effect of family literacy interventions on children's acquisition of reading from kindergarten to grade 3: A meta-analytic review. *Review of Educational Research*, 78(4), 880–907.
- Seron, X., Pesenti, M., Noël, M. P., Deloche, G., & Cornet, J. A. (1992). Images of numbers, or “When 98 is upper left and 6 sky blue.” *Cognition*, 44(1–2),

- 159–196. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/1511585>
- Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric Neurology*, *24*(5), 337–342.
- Shaw, J. (2009). The assessment and rehabilitation of visual-spatial disorders. *Rehabilitation of Neuropsychological Disorders: A Practical Guide for Rehabilitation Professionals*, 107–135.
- Sheridan, R., van Rooijen, M., Giles, O., Mushtaq, F., Steenbergen, B., Mon-Williams, M., & Waterman, A. (2017). Counting on the mental number line to make a move: sensorimotor ('pen') control and numerical processing. *Experimental Brain Research*, *235*(10), 3141–3152. <https://doi.org/10.1007/s00221-017-5019-z>
- Sheskin, D. J. (2020). *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures* (3rd ed.). Chapman and Hall/CRC.
- Shieh, G., Jan, S.-L., & Randles, R. H. (2007). Power and sample size determinations for the Wilcoxon signed-rank test. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *77*(8), 717–724. <https://doi.org/10.1080/10629360600635245>
- Shum, J., Hermes, D., Foster, B. L., Dastjerdi, M., Rangarajan, V., Winawer, J., Miller, K. J., & Parvizi, J. (2013). A brain area for visual numerals. *The Journal of Neuroscience*, *33*(16), 6709 LP – 6715. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.4558-12.2013>
- Shute, V. J., & Rahimi, S. (2017). Review of computer-based assessment for learning in elementary and secondary education. *Journal of Computer Assisted Learning*, *33*(1), 1–19.
- Siegel, A. W., Goldsmith, L. T., & Madson, C. R. (1982). Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, *13*(3), 211–232. <https://doi.org/10.2307/748557>
- Siegel, S., & Castellan Jr., N. J. (2006). *Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento* (2nd ed.). Artmed.
- Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: The common core of numerical development. *Developmental Science*, *19*(3), 341–361. <https://doi.org/10.1111/desc.12395>

- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, *75*(2), 428–444. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x>
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation: A review. In Jamie I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (1st ed., pp. 197–212). Psychology Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.4324/9780203998045>
- Siegler, R. S., & Lortie-Forgues, H. (2014). An integrative theory of numerical development. *Child Development Perspectives*, *8*(3), 144–150.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*(3), 237–243. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.02438>
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, *11*(5), 655–661. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00714.x>
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games - but not circular ones - improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, *101*(3), 545.
- Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Opfer, J. E. (2009). The logarithmic-to-linear shift: One learning sequence, many tasks, many time scales. *Mind, Brain, and Education*, *3*(3), 143–150.
- Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273–296.
- Siemann, J., & Petermann, F. (2018). Innate or acquired? – Disentangling number sense and early number competencies. In *Frontiers in Psychology* (Vol. 9, p. 571). <https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fpsyg.2018.00571>
- Siemon, D., Bleckly, J., & Neal, D. (2012). Working with the big ideas in number and the Australian Curriculum: Mathematics. 2012). *Engaging the Australian National Curriculum: Mathematics—Perspectives from the Field. Online Publication: Mathematics Education Research Group of Australasia*, 19–45.

- Sierles, F. S. (2012). *Clinical behavioral science*. Springer Science & Business Media.
- Silveira, P. S. P., Massad, E., de Menezes, R. X., & Ortega, N. R. S. (2004). *Métodos quantitativos em medicina* (1st ed.). Manole.
- Simms, V., Clayton, S., Cragg, L., Gilmore, C., & Johnson, S. (2016). Explaining the relationship between number line estimation and mathematical achievement: The role of visuomotor integration and visuospatial skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, *145*, 22–33. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.12.004>
- Simms, V., Muldoon, K., & Towse, J. (2013). Plane thinking: Mental representations in number line estimation as a function of orientation, scale, and counting proficiency. *Journal of Experimental Child Psychology*, *115*(3), 468–480. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.03.011>
- Simon, T., Cabrera, A., & Kliegl, R. (1993). A new approach to the study of subitizing as distinct enumeration processing. *Proceedings of the Fifteenth Annual Conference of the Cognitive Science Society*.
- Sinanović, O., Mrkonjić, Z., Zukić, S., Vidović, M., & Imamović, K. (2011). Post-stroke language disorders. *Acta Clinica Croatica*, *50*(1), 79–93.
- Skagenholt, M., Träff, U., Västfjäll, D., & Skagerlund, K. (2018). Examining the Triple Code Model in numerical cognition: An fMRI study. *PLoS One*, *13*(6), e0199247.
- Slusser, E. B., Santiago, R. T., & Barth, H. C. (2013). Developmental change in numerical estimation. *Journal of Experimental Psychology: General*, *142*(1), 193–208. <https://doi.org/10.1037/a0028560>
- Slusser, E., & Barth, H. (2017). Intuitive proportion judgment in number-line estimation: Converging evidence from multiple tasks. *Journal of Experimental Child Psychology*, *162*, 181–198. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.04.010>
- Smith, L. (2002). *Reasoning by mathematical induction in childrens arithmetic*. Pergamon Press.
- Soares, M. (2018). *Letramento: Um tema em três gêneros* (4th ed.). Autêntica. <https://books.google.com.br/books?id=zJ5fDwAAQBAJ>

- Sokolowski, H. M., & Ansari, D. (2016). Chapter 15 - Symbolic and nonsymbolic representation of number in the human parietal cortex: A review of the state-of-the-art, outstanding questions and future directions. In A. B. T.-C. I. in N. C. Henik (Ed.), *Continuous issues in numerical cognition: How many or how much* (pp. 326–353). Academic Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-12-801637-4.00015-9>
- Stacey, K., Helme, S., Archer, S., & Condon, C. (2001). The effect of epistemic fidelity and accessibility on teaching with physical materials: A comparison of two models for teaching decimal numeration. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 199–221.
- Stanescu-Cosson, R., Pinel, P., van de Moortele, P.-F., Le Bihan, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Understanding dissociations in dyscalculia: a brain imaging study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculation. *Brain*, 123(11), 2240–2255.
- Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2009). It pays to compare: An experimental study on computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102(4), 408–426. <https://doi.org/10.1016/J.JECP.2008.11.004>
- Starkey, P., & Cooper Jr., R. G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology*, 13(4), 399–420. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1995.tb00688.x>
- Starr, A., & Brannon, E. M. (2015). Evolutionary and developmental continuities in numerical cognition. *Evolutionary Origins and Early Development of Number Processing*, 1, 123–144. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-420133-0.00005-3>
- Steinmetz, J.-P., Brunner, M., Loarer, E., & Houssemand, C. (2010). Incomplete psychometric equivalence of scores obtained on the manual and the computer version of the Wisconsin Card Sorting Test? *Psychological Assessment*, 22(1), 199.
- Stevens, S. S. (1957). On the psychophysical law. In *Psychological Review* (Vol. 64, Issue 3, pp. 153–181). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/h0046162>
- Stewart, I. (2014). *Em busca do infinito: Uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos*. Zahar.

- Strauss, M. S., & Curtis, L. E. (1981). Infant perception of numerosity. *Child Development, 52*(4), 1146. <https://doi.org/10.2307/1129500>
- Sullivan, J. L., & Barner, D. (2014). The development of structural analogy in number-line estimation. *Journal of Experimental Child Psychology, 128*, 171–189. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.07.004>
- Sullivan, J. L., Juhasz, B. J., Slattery, T. J., & Barth, H. C. (2011). Adults' number-line estimation strategies: Evidence from eye movements. *Psychonomic Bulletin & Review, 18*(3), 557–563. <https://doi.org/10.3758/s13423-011-0081-1>
- Tam, Y. P., Wong, T. T.-Y., & Chan, W. W. L. (2019). The relation between spatial skills and mathematical abilities: The mediating role of mental number line representation. *Contemporary Educational Psychology, 56*, 14–24. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.10.007>
- Terzis, V., & Economides, A. A. (2011). The acceptance and use of computer based assessment. *Computers & Education, 56*(4), 1032–1044.
- Thomas, M. S. C., Ansari, D., & Knowland, V. C. P. (2018). Annual research review: Educational neuroscience: progress and prospects. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 60*. <https://doi.org/10.1111/jcpp.12973>
- Thompson, C. A., & Opfer, J. E. (2008). Costs and benefits of representational change: Effects of context on age and sex differences in symbolic magnitude estimation. *Journal of Experimental Child Psychology, 101*(1), 20–51. <https://doi.org/10.1016/J.JECP.2008.02.003>
- Thompson, J. M., Nuerk, H.-C., Moeller, K., & Kadosh, R. C. (2013). The link between mental rotation ability and basic numerical representations. *Acta Psychologica, 144*(2), 324–331.
- Thurstone, L. L. (1927). A law of comparative judgment. *Psychological Review, 34*(4), 273.
- Timmis, S., Broadfoot, P., Sutherland, R., & Oldfield, A. (2016). Rethinking assessment in a digital age: Opportunities, challenges and risks. *British Educational Research Journal, 42*(3), 454–476.
- Todos pela Educação. (2018). *Anuário Brasileiro da Educação Básica 2018*. Editora Moderna. https://todospelaeducacao.org.br/_uploads/20180824-

Anuario_Educacao_2018_atualizado_WEB.pdf?utm_source=conteudoSite

- Togoli, I., Fornaciai, M., & Bueti, D. (2020). The functional properties of human magnitude integration. *PsyArXiv*.
- Toledo, M. E. R. de O. (2004). Numeramento e escolarização: O papel da escola no enfrentamento das demandas matemáticas cotidianas. In M. da C. F. R. Fonseca (Ed.), *Letramento no Brasil: Habilidades matemáticas* (pp. 91–105). Global, Ação Educativa, Instituto Paulo Montenegro.
- Torbeyns, J., Schneider, M., Xin, Z., & Siegler, R. S. (2015). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. *Learning and Instruction, 37*, 5–13. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.03.002>
- Torfs, K., Vancleef, K., Lafosse, C., Wagemans, J., & de-Wit, L. (2014). The Leuven Perceptual Organization Screening Test (L-POST), an online test to assess mid-level visual perception. *Behavior Research Methods, 46*(2), 472–487.
- Tosto, M. G., Garon-Carrier, G., Gross, S., Petrill, S. A., Malykh, S., Malki, K., Hart, S. A., Thompson, L., Karadaghi, R. L., & Yakovlev, N. (2019). The nature of the association between number line and mathematical performance: An international twin study. *British Journal of Educational Psychology, 89*(4), 787–803.
- Trick, L. M., & Pylyshyn, Z. W. (1993). What enumeration studies can show us about spatial attention: Evidence for limited capacity preattentive processing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 19*(2), 331–351. <https://doi.org/10.1037/0096-1523.19.2.331>
- Uttal, D. H., Miller, D. I., & Newcombe, N. S. (2013). Exploring and Enhancing Spatial Thinking: Links to Achievement in Science, Technology, Engineering, and Mathematics? *Current Directions in Psychological Science, 22*(5), 367–373. <https://doi.org/10.1177/0963721413484756>
- van't Noordende, J. E., van Hoogmoed, A. H., Schot, W. D., & Kroesbergen, E. H. (2016). Number line estimation strategies in children with mathematical learning difficulties measured by eye tracking. *Psychological Research, 80*(3), 368–378. <https://doi.org/10.1007/s00426-015-0736-z>

- Van der Weijden, F. A., Kamphorst, E., Willemsen, R. H., Kroesbergen, E. H., & van Hoogmoed, A. H. (2018). Strategy use on bounded and unbounded number lines in typically developing adults and adults with dyscalculia: An eye-tracking study. *Journal of Numerical Cognition*, *4*(2), 337–359.
- van Laar, E., van Deursen, A. J. A. M., van Dijk, J. A. G. M., & de Haan, J. (2017). The relation between 21st-century skills and digital skills: A systematic literature review. *Computers in Human Behavior*, *72*, 577–588. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.03.010>
- van Oeffelen, M. P., & Vos, P. G. (1982). A probabilistic model for the discrimination of visual number. *Perception & Psychophysics*, *32*(2), 163–170. <https://doi.org/10.3758/BF03204275>
- van Wijk, D. R. (2017). *Unbounded number line estimation task: Quantity estimations of children with and without mathematical learning disabilities*.
- Vansickle, T. R., & Kapes, J. T. (1993). Comparing paper-pencil and computer-based versions of the Strong-Campbell Interest Inventory. *Computers in Human Behavior*, *9*(4), 441–449.
- Villanueva, K. (2016). A comparison of mindsets and goal orientations using number line estimation software. *7th International Conference on Education and Educational Psychology*. Full Text Retrieved Online from https://www.academia.edu/34623252/A_Comparison_of_Mindsets_and_Goal_Orientations_Using_Number_Line_Estimation_Software.
- Vos, H., Reynvoet, B., & Gevers, W. (2014). What underlies the distance effect? Mental number line vs. Working memory. *Annual Meeting of the Belgian Association for Psychological Science (BAPS)*, Date: 2014/05/27-2014/05/27, Location: Leuven, Belgium.
- Wei, W., Chen, C., Yang, T., Zhang, H., & Zhou, X. (2014). Dissociated neural correlates of quantity processing of quantifiers, numbers, and numerosities. *Human Brain Mapping*, *35*(2), 444–454.
- White, S. L. J., & Szűcs, D. (2012). Representational change and strategy use in children's number line estimation during the first years of primary school. *Behavioral and Brain Functions*, *8*(1), 1.

- Wike, E. L. (2018). *Data analysis: A statistical primer for psychology students*. Routledge.
- Williams, J. E., & McCord, D. M. (2006). Equivalence of standard and computerized versions of the Raven Progressive Matrices Test. *Computers in Human Behavior*, 22(5), 791–800.
- Winter, B., Matlock, T., Shaki, S., & Fischer, M. H. (2015). Mental number space in three dimensions. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, 57, 209–219. <https://doi.org/10.1016/j.neubiorev.2015.09.005>
- Withnall, A. (1995). Towards a definition of numeracy. *Adults Learning Maths—A Research Forum ALM-1: Proceedings of the Inaugural Conference of Adults Learning Maths—A Research Forum*, 11–17.
- Wood, J. N., & Spelke, E. S. (2005). Infants' enumeration of actions: Numerical discrimination and its signature limits. *Developmental Science*, 8(2), 173–181. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2005.00404.x>
- World Health Organization (WHO). (2020). *Coronavirus disease (COVID-19) Pandemic*. <https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019>
- Yeung, K. L., Carpenter, S. K., & Corral, D. (2021). A comprehensive review of educational technology on objective learning outcomes in academic contexts. *Educational Psychology Review*, 33(4), 1583–1630.
- Yun, C., Havard, A., Farran, D., Lipsey, M., Bilbrey, C., & Hofer, K. (2011). Subitizing and mathematics performance in early childhood. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 33(33).
- Zhang, J., Khan, B. H., Gibbons, A. S., & Ni, Y. (2001). Review of web-based assessment tools. In B. H. Khan (Ed.), *Web-based training*. Educational Technology Publications. <https://books.google.com.br/books?id=bfKmplYXrFIC>
- Zhang, Y., & Okamoto, Y. (2017). Encoding “10ness” improves first-graders' estimation of numerical magnitudes. *Journal of Numerical Cognition*, 2(3), 190–201.
- Zhou, X., Chen, C., Chen, L., & Dong, Q. (2008). Holistic or compositional representation of two-digit numbers? Evidence from the distance,

- magnitude, and SNARC effects in a number-matching task. *Cognition*, 106(3), 1525–1536.
- Zhu, M., Cai, D., & Leung, A. W. (2017). Number line estimation predicts mathematical skills: Difference in Grades 2 and 4. *Frontiers in Psychology*, 8, 1576. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01576>
- Ziefle, M. (1998). Effects of display resolution on visual performance. *Human Factors*, 40(4), 554–568.
- Zorzi, M., & Butterworth, B. (2020). A computational model of number comparison. *Proceedings of the Twenty First Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 772–777.
- Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, 417(6885), 138–139. <https://doi.org/10.1038/417138a>

APÊNDICE A – Exemplo de Declaração de Anuência de Instituição de Ensino

DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA DE INSTITUIÇÃO DE ENSINO

O desenvolvimento das habilidades numéricas é precursor do aprendizado e desempenho matemático. Deste modo, a avaliação dos mecanismos neurais subjacentes à percepção, representação e processamento das magnitudes permite o diagnóstico precoce de potenciais dificuldades na aprendizagem da matemática. Embora o tema seja relevante, instrumentos digitais no idioma português para avaliar as habilidades matemáticas de estudantes ainda são raros. Em resposta a essa lacuna, foi desenvolvido um sistema de testes informatizados para avaliação de habilidades cognitivas, como, por exemplo, subitização, estimativa de numerosidades e estimativa da linha de números.

O objetivo geral deste projeto de pesquisa é avaliar o nível de desenvolvimento dessas habilidades cognitivas em estudantes. Já o objetivo específico é determinar a eficácia dos testes computadorizados construídos neste estudo quanto à qualidade psicométrica (confiabilidade e validade) para medição dessas capacidades.

Os benefícios deste sistema são maior compreensão dos desempenhos escolar e acadêmico, do padrão de desenvolvimento das habilidades cognitivas e de potenciais dificuldades de aprendizagem dos estudantes, aumento da confiabilidade e velocidade dos procedimentos de avaliação educacional, redução dos gastos de ensino e pesquisa e da carga de trabalho de educadores e pesquisadores.

Os participantes da pesquisa são estudantes da educação básica e do ensino superior. A participação deles resume-se à resolução de tarefas cognitivas, como, por exemplo, subitização, estimativa de numerosidades e estimativa da reta numérica.

Eu, **Prof. Me. Ednilson Soares Maciel**, coordenador e representante legal do curso **Tecnologia em Automação Industrial** do **Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT)** do **Campus Curitiba** da **Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)**, declaro ter lido e concordar com a participação desta instituição no projeto de pesquisa intitulado “Validação de um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso de números” de responsabilidade dos pesquisadores Prof. Me. Rogerio Akira Furucho e Prof. Dr. Marcelo Fernandes da Costa da instituição proponente Universidade de São Paulo (USP).

Autorizo a realização do estudo nas dependências do DAELT-UTFPR e com os alunos do curso Tecnologia em Automação Industrial. Declaro estar ciente das corresponsabilidades no presente projeto de pesquisa, disponibilizando informações, profissionais, participantes e infraestrutura necessários para a realização das atividades no curso sob minha coordenação.

Os pesquisadores me explicaram de forma clara e detalhada o projeto e estou ciente de que eles seguirão as normas de pesquisas envolvendo seres humanos vigentes no Brasil, a Resolução nº 466/2012, a Resolução nº 510/2016, a Carta Circular nº 037/2013 e a Carta Circular nº 061/2012 do Conselho Nacional de Saúde (CNS), as diretrizes do relatório de pesquisa da American Psychological Association e os princípios da Declaração de Helsinque (1964) e todas as atualizações posteriores durante as atividades realizadas no DAELT-UTFPR. Tenho ciência também de que a execução deste projeto dependerá da aprovação do mesmo pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEPH-IPUSP) da instituição proponente, mediante parecer ético consubstanciado e declaração de aprovação.

Fui informado de que os procedimentos deste estudo garantem a segurança e bem-estar dos participantes, asseguram a confidencialidade, o sigilo e a privacidade dos dados dos alunos e protegem a identidade e imagem dos estudantes. Todas as informações deste projeto são confidenciais e serão utilizadas apenas para fins científicos. Estou ciente também de que a Resolução nº 466/2012 considera a publicação dos resultados da pesquisa para o progresso da ciência e da tecnologia, para a promoção do bem-estar e da qualidade de vida dos participantes e para benefício da comunidade na qual eles e esta instituição de ensino estão inseridos. Neste contexto, autorizo a utilização dos dados obtidos no estudo e a publicação dos resultados e achados da pesquisa.

Curitiba, 29 de agosto de 2022.

Nome do responsável: **Prof. Me. Ednilson Soares Maciel**

Assinatura: _____

APÊNDICE B – Exemplo de TALE

Universidade de São Paulo (USP)
 Instituto de Psicologia (IPUSP)
 Departamento de Psicologia Experimental
 Programa de Pós-Graduação em Neurociências e Comportamento (NEC)

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Título da pesquisa: **Desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso de números**

Dados da(o) participante da pesquisa

Nome: _____

Data de nascimento: ____ / ____ / ____

Dados da(o) responsável legal da(o) participante

Nome: _____

Grau de parentesco: _____ RG: _____

O desenvolvimento das habilidades numéricas na infância é precursor do aprendizado e desempenho matemático. Deste modo, a avaliação dos mecanismos neurais subjacentes à percepção, representação e processamento das magnitudes em crianças permite o diagnóstico precoce de potenciais dificuldades na aprendizagem da matemática. Embora o tema seja relevante, instrumentos digitais para avaliar as habilidades matemáticas de estudantes em salas de aula ainda são raros no Brasil.

O objetivo geral deste estudo é desenvolver um sistema computacional (bateria digital) para avaliar as habilidades cognitivas de crianças e adolescentes. Os benefícios desta pesquisa são a redução da carga de trabalho e dos gastos de pesquisa, aumento da confiabilidade e velocidade dos procedimentos de coleta, codificação e análise dos dados do experimento, e maior compreensão do desempenho escolar, do desenvolvimento de habilidades cognitivas e de potenciais dificuldades de aprendizagem dos alunos.

Sua participação é muito importante para nós. Quem vai participar deste estudo? Os participantes da pesquisa são estudantes da educação básica do mundo todo, incluindo os alunos do ensino fundamental da EMEF General Liberato Bittencourt.

A sua participação é muito importante para compreendermos o desempenho escolar, o desenvolvimento de habilidades cognitivas e de potenciais dificuldades de aprendizagem das crianças e adolescentes de sua escola e verificarmos se as tarefas digitais conseguem medir essas competências.

O que vai acontecer neste estudo? Por quanto tempo vou participar desta pesquisa? Você resolverá 5 tarefas matemáticas no computador e o experimento durará cerca de 40 minutos.

Sou obrigada(o) a participar desta pesquisa? Não, sua participação neste estudo é voluntária. Ninguém pode obrigar você a participar desta pesquisa. Você só participará se quiser e poderá desistir a qualquer momento sem nenhum problema para você.

Tem algum custo para participar da pesquisa? Vou ganhar algum dinheiro? Não, você não terá nenhum gasto e não receberá nada para participar deste estudo.

Tem algum perigo? Esta pesquisa segue as normas éticas brasileiras. Os riscos em participar deste estudo são mínimos e limitam-se a algum desconforto físico durante a realização das tarefas matemáticas no computador.

Se você tiver qualquer problema de saúde por causa da pesquisa, você receberá assistência integral e imediata, de forma gratuita, sem nenhum custo e pelo tempo que for necessário por profissional competente.

Meus amigos vão saber dos meus dados? Pode ficar tranquila(o), nenhuma informação pessoal sobre você será divulgada para outras pessoas. Todas as informações desta pesquisa são sigilosas e confidenciais, sem qualquer identificação do nome dos participantes. O seu anonimato está garantido. Caso deseje, você poderá tomar conhecimento dos resultados ao final deste estudo.

E se eu tiver mais alguma dúvida sobre esta pesquisa depois de ter concordado em participar dela? Não se preocupe, em qualquer etapa deste estudo, você terá acesso às pessoas da equipe do projeto para esclarecimento de dúvidas. O Prof. Marcelo Fernandes da Costa e o Sr. Rogerio Akira Furucho são os responsáveis pela pesquisa e estarão a sua inteira disposição. Você pode ligar para o Rogerio no telefone (11) 99712-2276 ou enviar-lhe um e-mail no endereço rogerio.akira@usp.br.

Este estudo foi autorizado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEPH) do Instituto de Psicologia (IPUSP) da Universidade de São Paulo (USP). Se preferir, você e seus pais/responsáveis podem ligar para o telefone (11) 3091-4182 ou enviar um email para ceph.ip@usp.br. O pessoal de lá trabalha de segunda-feira a sexta-feira das 09:00 às 11:00.

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Eu aceito e concordo voluntariamente em participar desta pesquisa.

Confirmando que a equipe do projeto explicou para mim e para meu responsável como serão as atividades do estudo. Ficaram claros para mim quais são os objetivos da pesquisa, o que vão fazer comigo, os desconfortos e riscos, as garantias de confidencialidade. Reconheço que os pesquisadores tiraram todas as minhas dúvidas e de minha mãe (meu pai) ou responsável. Estou ciente de que posso retirar o meu assentimento/consentimento a qualquer momento sem nenhum problema e ninguém vai ficar bravo comigo.

Entendi também que este projeto de pesquisa e este documento (TALE) foi elaborado respeitando as normas de pesquisa brasileiras, e que posso ligar ou enviar e-mail para os responsáveis desta pesquisa ou para o pessoal do Comitê de Ética para tirar qualquer dúvida.

Compreendi também que eu não terei despesas para participar desta pesquisa e que nada será pago para mim ou para minha mãe (meu pai) ou responsável.

Depois de entender tudo o que foi explicado e concordar em participar desta pesquisa, eu li este Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), rubriquei todas as folhas, assinei a última página das duas cópias e fiquei com uma cópia do documento enquanto a outra ficou com a equipe do estudo.

Nome da(do) participante: _____

Assinatura: _____ Data: ____/____/____

DECLARAÇÃO DO PESQUISADOR

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a colaboração neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos, na Resolução Nº 466/2012 e na Resolução Nº 510/2016.

Nome do pesquisador responsável: _____

Assinatura: _____ Data: ____/____/____

APÊNDICE C – Exemplo de TCLE

Universidade de São Paulo (USP)
Instituto de Psicologia (IPUSP)
Departamento de Psicologia Experimental
Programa de Pós-Graduação em Neurociências e Comportamento (NEC)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Título da pesquisa: Desenvolvimento e validação de um sistema de testes computadorizados para avaliação de habilidades do senso de números

Sua filha (seu filho) e/ou criança/adolescente sob sua responsabilidade está sendo convidada(o) para participar deste estudo. Este documento contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos realizando. Por favor leia-o atentamente. Caso tenha dúvidas, teremos todo interesse e atenção em esclarecê-las.

O desenvolvimento das habilidades numéricas na infância é precursor do aprendizado e desempenho matemático. Deste modo, a avaliação dos mecanismos neurais subjacentes à percepção, representação e processamento das magnitudes em crianças permite o diagnóstico precoce de potenciais dificuldades na aprendizagem da matemática. Embora o tema seja relevante, instrumentos digitais para avaliar as habilidades matemáticas de estudantes em salas de aula ainda são raros no Brasil.

O objetivo geral deste estudo é desenvolver um sistema computacional (bateria digital) para avaliar as habilidades cognitivas de crianças e adolescentes. Os benefícios desta pesquisa são a redução da carga de trabalho e dos gastos de pesquisa, aumento da confiabilidade e velocidade dos procedimentos de coleta, codificação e análise dos dados do experimento, e maior compreensão do desempenho escolar, do desenvolvimento de habilidades cognitivas e de potenciais dificuldades de aprendizagem dos alunos.

O estudo consiste em uma pesquisa aplicada, quantitativa, conclusiva e experimental.

A participação da(do) estudante sob sua responsabilidade é muito importante para nós. Quem vai participar deste estudo? Os participantes da pesquisa são estudantes da educação básica do mundo todo, incluindo os alunos do ensino fundamental da EMEF General Liberato Bittencourt.

A colaboração de vocês permitirá uma maior compreensão do desempenho escolar, do desenvolvimento das habilidades cognitivas e de potenciais dificuldades de aprendizagem das crianças e adolescentes de sua escola e verificarmos se as tarefas digitais conseguem medir essas competências.

O que vai acontecer neste estudo? Quanto tempo durará este experimento? A(O) participante resolverá 5 tarefas matemáticas no computador e o experimento durará cerca de 40 minutos.

Minha filha (meu filho) e/ou criança/adolescente sob minha responsabilidade é obrigada(o) a participar desta pesquisa? Não, a participação dela(dele) neste estudo é totalmente voluntária. Ninguém pode obrigá-la(lo) a participar desta pesquisa. Ela(Ele) só participará se quiser e poderá desistir a qualquer momento sem nenhum problema para você.

Tem algum custo para participar da pesquisa? Vamos ganhar algum dinheiro? A participação neste estudo não envolve valores financeiros. Esta pesquisa não terá nenhum custo para vocês. Da mesma forma, vocês não receberão nenhuma remuneração para participar deste experimento.

Tem algum perigo? Esta pesquisa segue as normas éticas brasileiras e respeita a dignidade dos participantes. Os riscos em participar deste experimento são mínimos e limitam-se a algum desconforto físico durante a realização das tarefas matemáticas no computador.

Se você tiver qualquer problema de saúde por causa da pesquisa, você receberá assistência integral e imediata, de forma gratuita, sem nenhum custo e pelo tempo que for necessário por profissional competente.

Meus amigos vão saber dos meus dados? Pode ficar tranquila(o), nenhuma informação pessoal sobre você será divulgada para outras pessoas. Todas as informações desta pesquisa são sigilosas e confidenciais, sem qualquer identificação do nome dos participantes. O seu anonimato está garantido. Caso deseje, você poderá tomar conhecimento dos resultados ao final deste estudo.

E se eu tiver mais alguma dúvida sobre esta pesquisa depois de ter concordado em participar dela? Não se preocupe, em qualquer etapa deste estudo, você terá acesso às pessoas da equipe do projeto para esclarecimento de dúvidas. O Prof. Marcelo Fernandes da Costa e o Sr. Rogerio Akira Furucho são os responsáveis pela pesquisa e estarão a sua inteira disposição. Você pode ligar para o Rogerio no telefone (11) 99712-2276 ou enviar-lhe um e-mail no endereço rogerio.akira@usp.br.

Este estudo foi autorizado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEPH) do Instituto de Psicologia (IPUSP) da Universidade de São Paulo (USP). Se preferir, você e seus pais/responsáveis podem ligar para o telefone (11) 3091-4182 ou enviar um email para ceph.ip@usp.br. O pessoal de lá trabalha de segunda-feira a sexta-feira das 09:00 às 11:00.

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Eu aceito e concordo voluntariamente em participar desta pesquisa.

Confirmando que a equipe do projeto explicou para mim e para meu responsável como serão as atividades do estudo. Ficaram claros para mim quais são os objetivos da pesquisa, o que vão fazer comigo, os desconfortos e riscos, as garantias de confidencialidade. Reconheço que os pesquisadores tiraram todas as minhas dúvidas e de minha mãe (meu pai) ou responsável. Estou ciente de que posso retirar o meu assentimento/consentimento a qualquer momento sem nenhum problema e ninguém vai ficar bravo comigo.

Entendi também que este projeto de pesquisa e este documento (TALE) foi elaborado respeitando as normas de pesquisa brasileiras, e que posso ligar ou enviar e-mail para os responsáveis desta pesquisa ou para o pessoal do Comitê de Ética para tirar qualquer dúvida.

Compreendi também que eu não terei despesas para participar desta pesquisa e que nada será pago para mim ou para minha mãe (meu pai) ou responsável.

Depois de entender tudo o que foi explicado e concordar em participar desta pesquisa, eu li este Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), rubriquei todas as folhas, assinei a última página das duas cópias e fiquei com uma cópia do documento enquanto a outra ficou com a equipe do estudo.

Nome da(do) participante: _____

Assinatura: _____ Data: ____ / ____ / ____

DECLARAÇÃO DO PESQUISADOR

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a colaboração neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos, na Resolução N° 466/2012 e na Resolução N° 510/2016.

Nome do pesquisador responsável: _____

Assinatura: _____ Data: ____ / ____ / ____

APÊNDICE D – Revisão de testes estatísticos

Neste trabalho, alguns testes estatísticos foram estudados e utilizados para a realização da análise estatística dos dados obtidos nos experimentos.

Na estatística inferencial, o pareamento das amostras, a quantidade de grupos comparados e o tipo de distribuição dos dados são propriedades essenciais para definição dos testes estatísticos a serem empregados para análise dos dados.

Quanto à natureza da amostra, ela pode ser classificada como pareada (dependente ou relacionada) e não-pareada (independente). Um estudo com amostras dependentes ocorre quando cada observação no primeiro grupo for relacionada com a mesma observação no segundo grupo. Nesse caso, os dois grupos são compostos pelos mesmos indivíduos ou entidades pareadas. Nas amostras independentes, cada grupo é composto por indivíduos distintos (Lopes et al., 2014).

Análise da normalidade dos dados

O tipo de distribuição dos dados é determinante para a definição de muitos procedimentos estatísticos e pode ser categorizada como paramétrica ou não-paramétrica. A distribuição paramétrica, também denominada normal ou gaussiana, é definida por dois parâmetros (média e variância) e o gráfico da função de probabilidade descreve uma curva no formato de um sino. A distribuição normal exibe simetria em relação à média no centro e dois pontos de inflexão, um à direita e outro à esquerda, cuja distância do centro corresponde ao desvio padrão (Lopes et al., 2014).

A normalidade dos dados de uma amostra pode ser determinada por métodos empíricos ou por testes estatísticos. Quanto aos métodos gráficos, uma primeira abordagem para testar a normalidade dos dados da amostra, quando o conjunto de dados é numeroso, é construir um gráfico de histograma e compará-lo com uma curva da função densidade de probabilidade da distribuição gaussiana ou outros modelos de distribuição (por exemplo, uniforme, binomial e exponencial). A construção do histograma é um método simples e rápido para

prover informações sobre a forma da distribuição dos dados. Quanto mais próximo da forma de sino, maiores as evidências de normalidade.

Outro método empírico simples para verificar a distribuição dos dados é o gráfico quantil-quantil (*q-q plot*). O gráfico *q-q* é uma ferramenta útil para verificar a compatibilidade de distribuição de frequência dos dados a uma distribuição específica de probabilidades. No emprego do gráfico *q-q* para teste de normalidade dos dados, os quantis teóricos de uma distribuição gaussiana são relacionados aos quantis dos dados coletados. Se os pontos se concentrarem em torno de uma reta, então há indícios de que a distribuição é normal.

Um método adicional para análise da normalidade dos dados é o ajuste dos valores a uma função de distribuição de probabilidade. Esse procedimento é utilizado para selecionar uma distribuição estatística que melhor se ajusta aos dados. Exemplos de distribuições para dados contínuos incluem a normal (*gaussiana*), retangular, exponencial, gama, log-normal e qui-quadrado e para valores discretos, a binomial, Poisson, geométrica e de Bernoulli.

Como mencionado anteriormente, a análise de normalidade pode ser realizada também por meio de testes estatísticos. Os métodos estatísticos para teste da normalidade dos dados incluem Anderson-Darling (AD), D'Agostino (D), D'Agostino-Pearson (DP), Jarque-Bera (JB), Kolmogorov-Smirnov (KS), Lilliefors (L) e Shapiro-Wilk (SW). Em uma avaliação comparativa entre os testes Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors e Shapiro-Wilk, Razali e Wah (2011) concluíram que o Shapiro-Wilk é o teste de normalidade mais poderoso. Com base nessa evidência, o teste Shapiro-Wilk foi aplicado às respostas dos participantes neste trabalho.

Análise da comparabilidade das avaliações em papel e no computador

Quando os dados são quantitativos e as amostras pareadas, os métodos não-paramétricos possíveis de serem empregados nesses valores para verificar a comparabilidade entre os dois modos de avaliação são os testes dos Sinais (*Sign Test*) e de Wilcoxon com postos sinalizados (*Wilcoxon Signed Rank, WSR*) (Coolican, 2018; Hayes, 2021; Siegel & Castellan Jr., 2006; Silveira et al., 2004).

O teste dos sinais é um método estatístico para testar diferenças entre pares de dados contínuos como, por exemplo, projetos experimentais de

medidas relacionadas como pontuações de uma pessoa para duas condições (Coolican, 2018; Hayes, 2021). Esse procedimento estatístico examina se uma dada condição experimental gerou mudanças de frequências ou proporções em duas amostras dependentes e indica a direção dessa diferença, mas não determina sua magnitude (Reis, 2016). Embora seja um método estatístico simples de ser utilizado, o teste dos sinais é baseado na distribuição binomial (McGarty & Haslam, 2018; Wike, 2018) e perde informação na conversão dos dados contínuos em binários (Reis, 2016). Além disso, ele tem pouco poder estatístico, pois usa como informação apenas o sinal das diferenças entre os pares (McGarty & Haslam, 2018). Um método estatístico não paramétrico alternativo ao teste dos sinais é o teste de Wilcoxon WSR. Ele considera, além da direção, a magnitude relativa das diferenças para comparar medidas centrais de duas amostras pareadas (Silveira et al., 2004).

Outros testes não-paramétricos possíveis de serem empregados em experimentos verdadeiros com testes relacionados de um mesmo grupo (Sheskin, 2020) eram o teste de McNemar, McNemar com correção de Edwards e McNemar de valor- p médio (*mid-p McNemar*) e Binomial Exato (Agresti, 2018; Edwards, 1948; Fagerland et al., 2013; McNemar, 1947; Rosner, 2015).

O teste de McNemar é um procedimento estatístico usado para testar a homogeneidade marginal de dados nominais pareados, permitindo verificar se as frequências marginais entre dois campos relacionados são iguais (Kvam et al., 2022). Esse método não paramétrico determina se há diferenças entre duas amostras relacionadas de variáveis nominais, possibilitando observar o nível de significância de uma mudança, ou seja, se uma determinada condição experimental promoveu alterações de frequências ou proporções nas amostras dependentes (Gaciu, 2020). A hipótese nula H_0 é ausência de mudança significativa ($p_{antes} = p_{depois}$), enquanto a hipótese alternativa H_1 é ocorrência de alteração relevante ($p_{antes} \neq p_{depois}$) (McNemar, 1947). Calculado com base em distribuição qui-quadrado, o teste de McNemar funciona melhor quando o número de pares discordantes é bastante grande. Se os valores discordantes são pequenos ($b + c < 25$), os dados não são bem ajustados por uma distribuição qui-quadrado. Nessa condição, um teste binomial exato é mais adequado para avaliar o desequilíbrio entre os fatores discordantes, particularmente em amostras pequenas e moderadas (Fagerland et al., 2013; Rosner, 2015). Como

o teste de McNemar emprega uma distribuição contínua para aproximar uma distribuição de probabilidade discreta, alguns autores recomendaram que uma correção de continuidade seja empregada no cálculo da estatística desse método (Sheskin, 2020). Nesse contexto, Edwards (1948) propôs uma correção para continuidade do teste de McNemar para aumentar o alcance da aplicação deste método estatístico e aproximar-se do valor- p do teste binomial exato. No entanto, os resultados do estudo de Fagerland et al. (2013) mostraram que os testes de McNemar com correção de continuidade e o binomial exato são conservadores e excedem o nível de significância. Com o intuito de encontrar um teste estatístico mais adequado para amostras pequenas de dados discretos, pesquisadores propuseram o uso de um valor- p diferente (Agresti, 2018). O teste de McNemar com valor- p médio (*mid-p McNemar*) é tão poderoso quanto o teste de McNemar original e não excede o nível de significância (Fagerland et al., 2013).