Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Mecanismos *Seesaw* de Geração de Massas para Neutrinos

Ricardo Aluísio Pereira
Orientadora: Profa. Dra. Renata Zukanovich Funchal

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Comissão Examinadora:
Prof. Dr. Gustavo Alberto Burdman (presidente – IFUSP)
Profa. Dra. Frederique M. B. S. Grassi (IFUSP)
Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda (UNICAMP)

São Paulo
2012

FICHACATALOGRÁFICA
PreparadapeloServiçodeBibliotecaeInformação
doInstitutodeFísicadaUniversidadedeSãoPaulo

Pereira, Ricardo Aluísio

Mecanismos seesaw de geração de massas para neutrinos. - SãoPaulo,2012.

Dissertação (Mestrado) – UniversidadedeSãoPaulo. Instituto de Física – Depto. de Física Matemática

Orientador: ProfªDrªRenata Zukanovich Funchal

ÁreadeConcentração:Física

Unitermos: 1.Física Teórica; 2.Física Matemática; 3.Teoria Quântica de Campo;4. Física de Partículas.

USP/IF/SBI-088/2012

Ao Fábio, meu irmão e mentor;
À Flávia, por simplesmente tudo.

Agradecimentos

À Profa. Dra. Renata Zukanovich Funchal pela excelente orientação nesta pesquisa de mestrado, pelo tempo que dedicou ao meu projeto, pelo exemplo de entusiasmo, rigor e, principalmente, generosidade intelectual e acadêmica.

Aos funcionários do Departamento de Física Matemática da USP, pela paciência e prontidão com que sempre me atenderam.

À CAPES e CNPq pelo apoio financeiro, fundamental para que eu pudesse cumprir os créditos do curso e dedicar-me exclusivamente à pesquisa.

À COSEAS, pela bolsa-moradia no Conjunto Residencial da Universidade de São Paulo (CRUSP), sem a qual dificilmente teria conseguido realizar a graduação e o mestrado.

Aos meus grandes amigos que fiz durante a graduação Daniel, Dorival, Everton e Leandro. E aos grandes amigos que fiz durante o mestrado Edu Toshio, Elisa, João e Tiago.
Espero ter sido tão bom amigo quanto vocês.

À todos os integrantes e amigos do meu time de rugby Demônios de Maxwell, em especial ao Bruno Serminaro por ser o meu "cupido" do rugby.

Ao meu irmão Fábio, por ser meu amigo, pelo respeito, pelas lições, pelas longas conversas e por estar sempre comigo quando eu precisei. E ao meu irmão Cleber, pelo imenso coração, pelas risadas e por acreditar em mim.
Temo não ter a oportunidade de retribuir imenso carinho e amor de ambos.

À minha mãe Rosa, por ter sido forte a vida toda.

À Flávia, que compartilhou comigo os alegres e tristes momentos dessa dura e longa caminhada. Não poderei jamais retribuir tamanho companheirismo.

"It is not unscientific to make a guess, although many people who are not in science think it is."

Richard Phillips Feynman

"On the infrequent occasions when I have been called upon in a formal place to play the bongo drums, the introducer never seems to find it necessary to mention that I also do theoretical physics."

Richard Phillips Feynman

Resumo

Neste trabalho estudamos os mecanismo de geração de massa para os neutrinos. Inicialmente discorremos sobre o setor eletrofraco do Modelo Padrão dando ênfase para sua construção e os mecanismo de geração de massa das partículas, onde salientamos os limites deste modelo e sua percepção da natureza do neutrino. Utilizando campos do Modelo Padrão, vimos que é possível construir um operador de dimensão 5 que gera termos de massa de Majorana para partículas.

Estudamos três realizações renormalizáveis que são pequenas extensões do Modelo Padrão e que a baixas energias exibiam o mesmo padrão que este operador de dimensão 5 que, através de um mecanismo de *seesaw*, gera massas para partículas neutras leves que são candidatas a neutrino de Majorana.

Abstract

In this work we studied the mechanism of mass generation for neutrinos. Initially we studied the electroweak sector of the Standard Model giving emphasis to its construction and the mass generation mechanism of particles, where we show the limits of this model and its perception of the nature of neutrinos. Using fields of the Standard Model, we saw that it is possible to construct a dimension 5 operator that generates Majorana mass terms for the particles.

We studied three renormalizable realizations which are small extensions of the Standard Model and that, at low energies, exhibit the same pattern as this dimension 5 operator that, through a Seesaw mechanism, generates mass for the light neutral particles that are the candidates to Majorana's neutrinos.

Sumário

1 Introdução **1**

2 Modelo Padrão Eletrofraco e Massa dos Neutrinos **5**
2.1 Lagrangiana do Modelo Padrão Eletrofraco 5
2.2 Interação Eletrofraca 7
2.3 Mecanismo de Higgs 10
2.3.1 Mecanismo de Higgs em Grupos Abelianos 10
2.3.2 Mecanismo de Higgs em Grupos Não Abelianos 11
2.3.3 Mecanismo de Higgs e as Massas do W e do Z 11
2.4 Massas e Misturas de Férmions 13
2.4.1 Massas dos Férmions 13
2.4.2 Mistura dos Férmions 15
2.4.3 Simetria Custodial - ρ 16
2.5 Lagrangiana dos Campos de Calibre 17
2.6 Lagrangianas Efetivas 18
2.6.1 Lagrangianas a Baixas Energias 18
2.6.2 Acesso para Massas Naturalmente Pequenas de Neutrinos 19

3 Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I **23**
3.1 Modelo com Setor Fermiônico Expandido 23
3.1.1 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria 23
3.1.2 Matriz de Massa de Majorana e Neutrinos Massivos 25
3.1.3 Corrente Carregada e Matriz de Mistura 29
3.1.4 Corrente Neutra 30
3.1.5 Interação com o Higgs 31
3.2 Modelo com o Grupo $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ 32
3.2.1 Dubletos Fermiônicos e Multipletos do Modelo 32
3.2.2 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria 34
3.2.3 Matriz de Massa de Majorana e Neutrinos Massivos 36
3.2.4 Bósons de Calibre e Massas 37
3.2.5 Lagrangiana de Interação 41

4 Mecanismo de *Seesaw* do tipo II **45**
4.1 Modelo com setor bosônico expandido 45
4.1.1 Multipletos do Modelo 45

4.1.2 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria 46
4.1.3 Termo do Potencial e Neutrinos Massivos 47
4.1.4 Corrente Carregada e Matriz de Mistura 48
4.1.5 Corrente Neutra e Mistura 48
4.1.6 Interação com o Higgs 49
4.1.7 Termo cinético 49
4.2 Modelo com o Grupo $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ 50
4.2.1 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria 51
4.2.2 Potencial e Quebra Espontânea 53
4.2.3 Bósons de Calibre e Massas 54

5 Mecanismo de *Seesaw* do tipo III **59**
5.1 Modelo com Setor Fermiônico Expandido 59
5.1.1 Tripleto Fermiônico do Modelo 59
5.1.2 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria 60
5.1.3 Lagrangiana de Interação 62

6 Conclusão **65**

A Modelo Padrão Eletrofraco **67**
A.1 Progagadores dos Bósons de Calibre 67

B Mecanismo de Seesaw do Tipo I **71**
B.1 Diagonalização dos Campos Neutros - Seção 3.2.4 71

C Mecanismo de Seesaw do Tipo II **73**
C.1 Diagonalização dos Campos Neutros - Seção 4.2.3 73

D Mecanismo de Seesaw do Tipo III **75**
D.1 Matrizes de Mistura E, F, K, R e T 75

Referências Bibliográficas **76**

Capítulo 1

Introdução

O Modelo Padrão (MP)[1][2][3][4][5][6] é amplamente testado experimentalmente[8] e descreve as interações Forte, Eletromagnética e Fraca no contexto da Teoria Quântica de Campos. Este Modelo é uma teoria de calibre baseada no grupo $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, onde este grupo determina as interações e o número de bósons vetorias de calibre que são seus geradores.

Em teorias de calibre as simetrias do grupo fixam os tipos de interação, onde os parâmetros desconhecidos devem ser fixados através da experimentação, entretanto, o número de objetos do modelo, ou seja, número de bósons escalares e férmions, é arbitrário.

O grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ corresponde ao setor eletrofraco do MP e, entre outras, determina as interações dos neutrinos. Este grupo pode ser tratado separadamente do grupo $SU(3)_C$ no contexto do MP. Os setores eletromagnético e fraco devem ser tratados juntos, uma vez que, existe quebra da simetria sobre o grupo eletrofraco e, portanto, há mistura entre os bósons de calibre de $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$.

Na construção do MP o número de escalares e férmions foram escolhidos de forma a implementar o mecanismo Higgs de geração de massa e eliminar anomalias quânticas. Desta forma, as previsões do MP são excelentes, entretanto, mesmo embora as três gerações possuem propriedades semelhantes, o modelo não explica o porquê da grande diferença entre as massas dos férmions, ou seja, escala de massa e, além disso, não explica o número de parâmetros arbitrários, o número de gerações, a não inclusão de interação gravitacional e a inexistência de massa para os neutrinos. Portanto, estas questões justificam a idéia de que há física além do MP, porém, como o Modelo Padrão é uma teoria renormalizável, correções de ordens superiores são insensíveis a essa nova física.

Logo, as observações experimentais de massa não nula para o neutrino e sua mistura são naturais evidências de que há física além do Modelo Padrão, podemos dizer que tais resultados apontam para uma nova escala de energia, mais exatamente, a ausência de mais resultados apontam para uma escala de energia maior do que a eletrofraca.

A interação fraca dos neutrinos e os pequenos valores de suas massas, que possuem cerca de ordens de magnitude de diferença para qualquer outro férmion do Modelo Padrão, implicam nas principais dificuldades para que resultados experimentais possam ser obtidos.

As constatação da existência de massas para os neutrinos são provenientes do fenômeno de oscilações [9][10][11] onde se detectam fenômenos de interferência dos neutrinos que

percorreram caminhos distintos. Sabemos que isto ocorre devido a existência de massas para os neutrinos, ou seja, estes resultados experimentais são obtidos porque as massas dos neutrinos afetam sua propagação, entretanto, não é possível obter os valores de suas massas diretamente, apenas diferenças do quadrado destas massas.

No caso da interação fraca, por exemplo, temos que os acoplamentos chamados de *Exóticos* são caracterizados em energias à uma escala M que é escala de energia de leptogênesis, onde altas energias do começo do universo permitem que campos pesados possam gerar massas para os neutrinos.

Para podermos visualizar estes fenômenos é conveniente escrevermos os termos de massas dos neutrinos em termos de uma teoria efetiva a baixas energias, sabemos que teorias efetivas permitem análises independentes de modelos, sendo baseadas em simetrias conhecidas onde apenas o acoplamento do operador efetivo é dependente de modelo.

Como veremos nos capítulos seguintes podemos sem perda de generalidade parametrizar uma Lagrangiana Efetiva incluindo correções aos parâmetros da Lagrangiana do Modelo Padrão e adicionar a esta uma série de operadores de dimensões superiores que respeitam as simetrias do grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simplesmente utilizando objetos do MP, ou seja

$$\mathcal{L}_{\text{efetiva}} = \mathcal{L}_{\text{MP}} + \delta\mathcal{L}^{d=5} + \delta\mathcal{L}^{d=6} + \dots \tag{1.1}$$

e que o único operador possível de dimensão 5 é o de Weinberg [12], contido na equação 2.79 da seção 2.6.2 do Capítulo 2:

$$\mathcal{L}^5_{\text{leptônico}} = f_{\alpha\beta mn} \left(\overline{L_L^{i\alpha}}\right)^\dagger L_L^{j\beta} \phi_k^{(m)} \phi_l^{(n)} \epsilon_{ik}\epsilon_{jl} + f'_{\alpha\beta mn} \left(\overline{L_L^{i\alpha}}\right)^\dagger L_L^{j\beta} \phi_k^{(m)} \phi_l^{(n)} \epsilon_{ij}\epsilon_{kl} \tag{1.2}$$

onde ϕ^m são um ou mais dubletos escalares, f's são da ordem M^{-1}, os índices i, j, k e l são do grupo $SU(2)_L$ e, o restante, α, β, σ e ρ são índices de gerações. Este Operador não é simétrico em relação a $B - L$, simetria acidental do MP, que é a diferença entre número bariônico e leptônico.

Veremos nos Capítulos 3, 4 e 5 que este operador gera termos Massa de Majorana para os neutrinos e, portanto, não temos como diferenciar qualquer um dos Mecanismos de *Seesaw* mesmo tendo conhecimento sobre f e f'. Além disto, como as massas dos neutrinos são extremamente pequenas, esperamos que os resultados deste operador sejam provenientes apenas das massas dos neutrinos, qualquer outro fenômeno que forneça conhecimento sofre os acoplamentos deste operador devem ser menos expressivos.

No Capítulo 2 nós descrevemos o setor eletrofraco do Modelo Padrão de forma resumida, apenas salientando os pontos de interesse para explorar os mecanismos de *Seesaw*. Nesse Capítulo introduzimos a Lagrangiana do Modelo Padrão Eletrofraco e desenvolvemos rapidamente a forma com que se dão as interações eletrofracas. Ainda nesse Capítulo explicitamos a forma que o mecanismo de Higgs é realizado de forma mínima e como gera as massas das partículas. Também verificamos como se dá a mistura dos férmions e, por fim, discutimos brevemente Lagrangianas efetivas que geram termos de massa de Majorana para as partículas.

No Capítulo 3 nós discutimos a realização do mecanismo de *Seesaw* do Tipo I de duas maneiras, a primeira é a forma mais simples que permite a realização deste mecanismo, que consiste em apenas inserir um campo de mão direita arbitrário no contexto do MP. A segunda maneira consiste em ampliar o grupo de calibre do MP, o que permite múltiplas

interpretações quanto as simetrias do grupo. Em ambos os casos verificamos a nova forma da Lagrangiana e os termos de massas que aparecem após a quebra das simetrias envolvidas, juntamente com as alterações que ocorrem nas Lagrangianas de corrente neutra e carregada e de interação com o dubleto de Higgs. As discussões que foram realizadas no Capítulo 3 foram executadas nos Capítulos 4 e 5 onde estudamos, respectivamente, os mecanismo de *Seesaw* do Tipo II e III.

Capítulo 2

Modelo Padrão Eletrofraco e Massa dos Neutrinos

Aqui descrevemos o Modelo Padrão como protótipo para tentarmos entender as extensões que explicam a massa dos neutrinos.

Apesar de ser bem estabelecido o MP não comporta que neutrino seja massivo e, pela primeira vez podemos acessar o mecanismo de quebra espontânea de simetria, uma vez que, o Higgs possivelmente foi descoberto e constribui para quebra espontânea de simetria.

2.1 Lagrangiana do Modelo Padrão Eletrofraco

No Modelo Padrão [1][2][3][4][5][6][7] o setor chamado de eletrofraco determina as interações dos férmions e a estrutura das interações eletrofracas descreve vários sabores fermiônicos de forma quiral (mão direita/esquerda). Em particular, o setor eletrofraco determina as interações dos neutrinos no MP.

O setor eletrofraco corresponde ao grupo de simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$, subgrupo de $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ que descreve o Modelo Padrão.

O grupo não abeliano $SU(2)_L$ é responsável pelas interações fracas e também é chamado de grupo de *isospin fraco*. O conteúdo de partículas é escolhido de acordo com o que se observa experimentalmente[8], os objetos deste grupo são dubletos ou singletos: dubletos são necessariamente de mão esquerda e se transformam de forma singular sobre este grupo, enquanto singletos são de mão direita.

Os três geradores de $SU(2)_L$ respeitam a algebra de Lie,

$$[I_a, I_b] = i\epsilon_{abc} I_c, \tag{2.1}$$

onde ϵ_{abc} é o tensor totalmente antissimétrico. Os geradores podem ser tomados como as matrizes de Pauli em uma representação em duas dimensões.

$$I_a = \frac{\tau_a}{2}, \qquad a = 1, 2, 3 \tag{2.2}$$

onde τ_a são as matrizes de Pauli.

O grupo $U(1)_Y$ é abeliano e é chamado de grupo de *hipercarga*. A relação de Gell-Mann–Nishijima exibe a conexão do operador de carga Q, a terceira componente do isospin fraco I_3 e do operador de hipercarga Y:

$$Q \equiv I_3 + \frac{Y}{2}, \tag{2.3}$$

onde esta relação fixa a ação do operador (gerador) de hipercarga Y sobre os campos femiônicos e reflete a unificação das interações eletromagnética e fraca.

A representação dos campos fermiônicos sobre o grupo eletrofraco $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é diferente para cada quiralidade: os campos de mão esquerda são representados como dubletos de isospin fraco, e os de mão direita como singletos.

No MP as três gerações (famílias) dos dubletos de isospin fraco e singletos de mão direita para quarks e léptons são definidos como segue:

$$\begin{array}{l} Q_{\alpha L} \equiv \begin{pmatrix} u_L^\alpha \\ d_L^\alpha \end{pmatrix} \equiv \big(1/2, 0, 1/3\big) \\ \\ L_{\alpha L} \equiv \begin{pmatrix} \nu_L^\alpha \\ l_L^\alpha \end{pmatrix} \equiv \big(1/2, 0, -1\big) \end{array} , \quad \text{onde} \quad \begin{array}{l} u_L^\alpha = u_L, c_L, t_L \\ d_L^\alpha = d_L, s_L, b_L \\ \\ \nu_L^\alpha = \nu_L^e, \nu_L^\mu, \nu_L^\tau \\ l_L^\alpha = e_L, \mu_L, \tau_L \end{array} , \tag{2.4}$$

onde $\alpha = 1, 2, 3$ e, entre parênteses, temos a representação dos números quânticos isospin fraco e hipercarga quanto ao grupo de calibre eletrofraco. Os singletos são definidos de forma análoga,

$$\begin{array}{l} u_R^\alpha \equiv (0, 0, 4/3) \\ d_R^\alpha \equiv (0, 0, -2/3), \\ l_R^\alpha \equiv (0, 0, -2) \end{array} \quad \text{onde} \quad \begin{array}{l} u_R^\alpha = u_R, c_R, t_R \\ d_R^\alpha = d_R, s_R, b_R, \\ l_R^\alpha = e_R, \mu_R, \tau_R \end{array} \tag{2.5}$$

onde não existem neutrinos de mão direita no MP mínimo.

Também assume-se no MP a existência de um campo escalar Φ dubleto de $SU(2)_L$ chamado de Campo de Higgs da seguinte forma:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \equiv \big(1/2, 0, 1\big). \tag{2.6}$$

Esses elementos do grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ se transformam através de quatro parâmetros, 3 devido ao número de geradores de $SU(2)_L$ e 1 devido ao único gerador de $U(1)_Y$. A representação da transformação do produto de dois grupos é o produto das duas transformações:

$$U(\theta(x), \lambda(x)) = U(\theta(x)).U(\lambda(x)) = e^{i\theta(x).I}.e^{i\lambda(x)\frac{Y}{2}} = e^{i\theta(x).I + i\lambda(x)\frac{Y}{2}}, \tag{2.7}$$

o valor da hipercarga Y nesta transformação é definida de acordo com as cargas dos elementos (dubletos ou singletos) em que atua 2.3.

Para os dubletos $Q_{\alpha L}$ e $L_{\alpha L}$ os valores são, respectivamente, $Y = 1/3$ e $Y = -1$, e para os singletos u_R^α, d_R^α e l_R^α são, respectivamente, $Y = 4/3$, $Y = -2/3$ e $Y = -2$.

Devido a representação unitária 2.7 acima, a derivada covariante que substitui a derivada parcial nos termos cinéticos possui quatro itens novos, 3 campos de calibre A^a_μ para o número de geradores de $SU(2)_L$ e 1 campo de calibre B_μ para $U(1)_Y$.

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_1 A_\mu . I + ig_2 B_\mu \frac{Y}{2}, \tag{2.8}$$

onde $A_\mu = \left(A^1_\mu, A^2_\mu, A^3_\mu\right)$. Esta derivada covariante transforma segundo a relação

$$D_\mu \to D'_\mu = U(\theta) D_\mu U^{-1}(\theta), \tag{2.9}$$

e os campos A^a_μ e B_μ sobre

$$A_\mu . I \to A'_\mu . I = U(\theta) \left(A_\mu . I - \frac{i}{g} \partial_\mu \right) U^{-1}(\theta). \tag{2.10}$$

Podemos escrever a Lagrangiana mais geral, renormalizável e que respeite as simetrias do grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$ com o conteúdo de partículas do MP da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= i\overline{Q_{\alpha L}} \gamma^\mu D_\mu Q_{\alpha L} + i\overline{L_{\alpha L}} \gamma^\mu D_\mu L_{\alpha L} \\
&+ i\overline{u^\alpha_R} \gamma^\mu D_\mu u^\alpha_R + i\overline{d^\alpha_R} \gamma^\mu D_\mu d^\alpha_R + i\overline{l^\alpha_R} \gamma^\mu D_\mu l^\alpha_R \\
&- \frac{1}{4} A_{\mu\nu} . A^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger \left(D^\mu \Phi\right) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - h\left(\Phi^\dagger \Phi\right)^2 \\
&- c^u_{\alpha\beta} \overline{Q_{\alpha L}} \tilde{\Phi} u^\beta_R + c^u_{\alpha\beta}{}^* \overline{u^\beta_R} \tilde{\Phi}^\dagger Q_{\alpha L} \\
&- c^d_{\alpha\beta} \overline{Q_{\alpha L}} \Phi d^\beta_R + c^d_{\alpha\beta}{}^* \overline{d^\beta_R} \Phi^\dagger Q_{\alpha L} \\
&- c^l_{\alpha\beta} \overline{L_{\alpha L}} \Phi l^\beta_R + c^l_{\alpha\beta}{}^* \overline{l^\beta_R} \Phi^\dagger L_{\alpha L},
\end{aligned} \tag{2.11}$$

cabe notar que utilizamos a notação de soma de Einstein, onde $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ são os índices de famílias e $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ são os índices de Lorentz.

Estão contidas nas duas primeiras linhas os termos responsáveis pelas interações dos férmions com os bósons de calibre (seção 2.2). Na terceira linha estão os termos cinéticos e de auto-acoplamento dos bósons de calibre (seção 2.5) e a Lagrangiana do campo de Higgs responsável pela quebra espontânea de simetria (seção 2.3). As últimas três linhas são os termos de Yukawa, responsáveis por gerar as massas e misturas dos férmions (seção 2.4).

As simetrias de grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$ não permitem termos de massa $\overline{f} f$ diretamente na Lagrangiana do Modelo Padrão, pois, férmions de quiralidades distintas se transformam de maneiras diferentes. As massas dos férmions dependem do mecanismo de quebra espontânea de simetria e do mecanismo de Higgs para existir.

2.2 Interação Eletrofraca

Como foi dito anteriormente, o setor chamado de eletrofraco [20] contém as interações dos férmions com os bósons de calibre. Podemos visualizar estas interações nos termos que

possuem derivada covariante contidos nas duas primeiras linhas em 2.11.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{I}} &= -\overline{Q_{\alpha L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 A_{\mu}.\tau + \frac{1}{3}g_2 B_{\mu}\right)Q_{\alpha L} \\ &\quad -\overline{L_{\alpha L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 A_{\mu}.\tau - g_2 B_{\mu}\right)L_{\alpha L} \\ &\quad -\overline{u_R^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{2}{3}\left(g_2 B_{\mu}\right)u_R^{\alpha} + \overline{d_R^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{3}\left(g_2 B_{\mu}\right)d_R^{\alpha} \\ &\quad +\overline{l_R^{\alpha}}\gamma^{\mu}\left(g_2 B_{\mu}\right)l_R^{\alpha}, \end{aligned} \tag{2.12}$$

os valores das hipercargas foram acertados de acordo com 2.3.

Para todas as famílias (gerações) podemos separar a Lagrangiana 2.12 em duas partes que interagem de maneiras distintas: Lagrangiana de corrente carregada $\mathcal{L}_{\mathcal{CC}}$ e Lagrangiana de corrente neutra $\mathcal{L}_{\mathcal{CN}}$.

As duas primeiras linhas de $\mathcal{L}_{\mathcal{I}}$ podem ser escritas de forma matricial.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{I}} \rightarrow\ & -\overline{Q_{\alpha L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} g_1 A_{\mu}^3 + \frac{1}{3}g_2 B_{\mu} & g_1(A_{\mu}^1 - iA_{\mu}^2) \\ g_1(A_{\mu}^1 + iA_{\mu}^2) & -g_1 A_{\mu}^3 + \frac{1}{3}g_2 B_{\mu}\end{pmatrix}Q_{\alpha L} \\ & -\overline{L_{\alpha L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} g_1 A_{\mu}^3 - g_2 B_{\mu} & g_1(A_{\mu}^1 - iA_{\mu}^2) \\ g_1(A_{\mu}^1 + iA_{\mu}^2) & -g_1 A_{\mu}^3 - g_2 B_{\mu}\end{pmatrix}L_{\alpha L}. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Os termos fora da diagonal dão origem à Lagrangiana de Corrente Carregada e os termos da diagonal e de mão direita dão origem à Lagrangiana de Corrente Neutra. A Lagrangiana de Corrente Carregada pode ser escrita como segue abaixo:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CC}} &= -\left[\overline{u_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}g_1\left(A_{\mu}^1 - iA_{\mu}^2\right)d_L^{\alpha} + \overline{d_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}g_1\left(A_{\mu}^1 + iA_{\mu}^2\right)u_L^{\alpha}\right] \\ &\quad -\left[\overline{\nu_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}g_1\left(A_{\mu}^1 - iA_{\mu}^2\right)l_L^{\alpha} + \overline{l_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}g_1\left(A_{\mu}^1 + iA_{\mu}^2\right)\nu_L^{\alpha}\right], \end{aligned} \tag{2.14}$$

e a Lagrangiana de Corrente Neutra,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} &= -\left[\overline{u_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 A_{\mu}^3 + \frac{1}{3}g_2 B_{\mu}\right)u_L^{\alpha} + \overline{d_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(-g_1 A_{\mu}^3 + \frac{1}{3}g_2 B_{\mu}\right)d_L^{\alpha}\right] \\ &\quad -\left[\overline{\nu_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 A_{\mu}^3 - g_2 B_{\mu}\right)\nu_L^{\alpha} + \overline{l_L^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(-g_1 A_{\mu}^3 - g_2 B_{\mu}\right)l_L^{\alpha}\right] \\ &\quad -\overline{u_R^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{2}{3}\left(g_2 B_{\mu}\right)u_R^{\alpha} + \sum_{\alpha=1,2,3}\overline{d_R^{\alpha}}\gamma^{\mu}\frac{1}{3}\left(g_2 B_{\mu}\right)d_R^{\alpha} \\ &\quad +\overline{l_R^{\alpha}}\gamma^{\mu}\left(g_2 B_{\mu}\right)l_R^{\alpha}. \end{aligned} \tag{2.15}$$

As Lagrangianas acima podem ser escritas redefinindo os campos de calibre. As definições dos campos $W_{\mu}^{\pm}$, Z_{μ} e A_{μ} seguem abaixo:

$$W_{\mu}^{\pm} \equiv \frac{A_{\mu}^1 \mp iA_{\mu}^2}{\sqrt{2}}, \qquad \begin{pmatrix} A_{\mu}^3 \\ B_{\mu}\end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \mathrm{sen}\theta_W \\ -\mathrm{sen}\theta_W & \cos\theta_W\end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z_{\mu} \\ A_{\mu}\end{pmatrix}, \tag{2.16}$$

os campos de calibre A^1_μ e A^2_μ são absorvidos em $W^\pm_\mu$, enquanto os campos A^3_μ e B_μ são redefinidos através de uma rotação dando origem a Z_μ e A_μ. Com estas definições é possível visualizar a interação dos bósons físicos $(W^\pm, Z, A)$ com os férmions.

Também se estabelece uma conexão entre o ângulo θ_W, constantes de acoplamento e carga elétrica seguindo as definições em 2.16:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} \rightarrow \quad & -\Big\{\overline{\nu^\alpha_L}\gamma^\mu\frac{1}{2}\big[(g_1\cos\theta_W + g_2\text{sen}\theta_W)Z_\mu + (g_1\text{sen}\theta_W - g_2\cos\theta_W)A_\mu\big]\nu^\alpha_L \\ & + \overline{l^\alpha_L}\gamma^\mu\frac{1}{2}\big[(-g_1\cos\theta_W + g_2\text{sen}\theta_W)Z_\mu - (g_1\text{sen}\theta_W + g_2\cos\theta_W)A_\mu\big]l^\alpha_L\Big\} \\ & +\overline{l^\alpha_R}\gamma^\mu\left(-g_2\text{sen}\theta_W Z_\mu + g_2\cos\theta_W A_\mu\right)l^\alpha_R, \end{aligned} \tag{2.17}$$

o segundo termo acima é nulo porque o neutrino não possui carga elétrica e, portanto, não interage de forma eletromagnética, logo

$$(g_1\text{sen}\theta_W - g_2\cos\theta_W)A_\mu = 0 \qquad \Rightarrow \qquad g_1\text{sen}\theta_W = g_2\cos\theta_W, \tag{2.18}$$

e, a relação com a carga elétrica pode ser vista das duas últimas linhas ao juntarmos as partes quirais dos léptons carregados no termo com A_μ,

$$+\overline{l^\alpha_L}\gamma^\mu(g_1\text{sen}\theta_W)A_\mu l^\alpha_L + \overline{l^\alpha_R}\gamma^\mu(g_1\text{sen}\theta_W)A_\mu l^\alpha_R \qquad \Rightarrow \qquad g_1\,\text{sen}\,\theta_W = e \tag{2.19}$$

Reescrevendo as Lagrangianas 2.14 e 2.15 com as definições em 2.16 temos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} \;=\; & -\left[\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{u^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\text{sen}^2\theta_W - \frac{1}{2}\gamma^5\right)u^\alpha Z_\mu\right. \\ & \left. + g_1\text{sen}\theta_W\frac{2}{3}\overline{u^\alpha}\gamma^\mu u^\alpha A_\mu\right] \\ & -\left[\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{d^\alpha}\gamma^\mu\left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\text{sen}^2\theta_W + \frac{1}{2}\gamma^5\right)d^\alpha Z_\mu\right. \\ & \left. - g_1\text{sen}\theta_W\frac{1}{3}\overline{d^\alpha}\gamma^\mu d^\alpha A_\mu\right] \\ & -\left[\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\gamma^5\right)\nu^\alpha Z_\mu\right] \\ & -\left[\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{l^\alpha}\gamma^\mu\left(-\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_W + \frac{1}{2}\gamma^5\right)l^\alpha Z_\mu\right. \\ & \left. -g_1\text{sen}\theta_W\overline{l^\alpha}\gamma^\mu l^\alpha A_\mu\right], \end{aligned} \tag{2.20}$$

para as interações neutras, que ocorrem através de trocas dos bósons físicos Z_μ ou do fóton A_μ, e

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CC}} \;=\; & -\frac{g_1}{2\sqrt{2}}\left[\overline{u^\alpha}\gamma^\mu(1-\gamma^5)W^\dagger_\mu d^\alpha + h.c.\right] \\ & -\frac{g_1}{2\sqrt{2}}\left[\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu(1-\gamma^5)W^\dagger_\mu l^\alpha + h.c.\right], \end{aligned} \tag{2.21}$$

para as interações carregadas que ocorrem através de trocas dos bósons $W^{\pm}$.

Em geral estas Lagrangianas são escritas na forma

$$\mathcal{L} = -(\text{const})\underbrace{\overline{\psi^{\alpha}}\gamma^{\mu}(k_{\text{vetorial}} - k_{\text{axial}}\gamma^{5})\psi^{\beta}}_{j^{\mu}}(\text{bóson})_{\mu}, \tag{2.22}$$

onde j^{μ} é a corrente conservada de acordo com o Teorema de Noether [17]. Os k's são os acoplamentos da corrente, vetorial e axial. As equações 2.20 e 2.21 estão escritas nesta forma.

2.3 Mecanismo de Higgs

O teorema de Goldstone [19] poderia implicar na existência de bósons escalares de spin zero, entretanto, não há nenhuma evidência experimental para patículas dessa natureza. O mecanismo de Higgs [21] permite uma saída elegante para este problema utilizando o teorema de Goldstone para construir uma teoria com quebra espontânea de simetria e ausência de bósons de spin zero. A quebra espontânea de simetria é fundamental porque gera massa para as partículas.

2.3.1 Mecanismo de Higgs em Grupos Abelianos

No caso de uma transformação de calibre local a derivada parcial é substituída pela derivada covariante e, no caso abeliano a transformação dos campos de calibre sobre $U(1)$ são:

$$A_{\mu}(x) \to A'_{\mu}(x) = A_{\mu}(x) - \partial_{\mu}\alpha(x). \tag{2.23}$$

a Lagrangiana abeliana de uma simetria local é:

$$\mathcal{L} = (D_{\mu}\phi)^{\dagger}(D^{\mu}\phi) - V(\phi), \qquad V(\phi) = \mu^2\phi^{\dagger}\phi + h\left(\phi^{\dagger}\phi\right)^2 \tag{2.24}$$

onde o potencial $V(\phi)$ possui um mínimo diferente de zero para o valor de $\mu < 0$. A seguinte reparametrização pode ser utilizada

$$\phi(x) = \exp\left(i\frac{\varphi_2(x)}{v}\right)\frac{\left(\varphi_1(x) + v\right)}{\sqrt{2}} \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}\left[v + \varphi_1(x) + i\varphi_2(x)\right], \tag{2.25}$$

logo, a Lagrangiana fica na forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2}\partial_{\mu}\varphi_1\partial^{\mu}\varphi_1 - \frac{1}{2}\left(-2\mu^2\right)\varphi_1^2 + \frac{1}{2}\partial_{\mu}\varphi_2\partial^{\mu}\varphi_2 \\ &\quad + \frac{(gv)^2}{2}A_{\mu}A^{\mu} + gvA_{\mu}\partial^{\mu}\varphi_2 + \text{termos de interação}\end{aligned} \tag{2.26}$$

Na Lagrangiana acima dois campos são massivos: φ_1 com massa $m_{\varphi_1} = \sqrt{-2\mu^2}$ e A_{μ} com $m_A = gv$. O campo φ_2 continua a não possuir massa.

Entretanto, a liberdade de escolha sobre ϕ permite retirar o campo φ_2 ao tomarmos $\alpha(x) = -(1/gv)\varphi_2$, pois, a Lagrangiana é invariante por calibre local

$$\phi(x) \to \exp\left(-i\frac{\varphi_2(x)}{v}\right)\phi(x) \tag{2.27}$$

ao aplicar 2.27 sobre 2.25 temos:

$$\phi(x) = \exp\left(-i\frac{\varphi_2(x)}{v}\right)\exp\left(i\frac{\varphi_2(x)}{v}\right)\frac{(\varphi_1(x)+v)}{\sqrt{2}} = \frac{(\varphi_1(x)+v)}{\sqrt{2}} \tag{2.28}$$

e a Lagrangiana 2.24 fica da seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi_1\partial^\mu\varphi_1 - \frac{1}{2}\left(-2\mu^2\right)\varphi_1^2 + \frac{g^2}{2}(\varphi_1+2v)\varphi_1 A_\mu A^\mu + \frac{(gv)^2}{2}A_\mu A^\mu - \frac{h}{4}(\varphi_1+4v)\varphi_1^3 \tag{2.29}$$

os mesmo campos são massivos: φ_1 com massa $m_{\varphi_1} = \sqrt{-2\mu^2}$ e A_μ com $m_A = gv$. O campo φ_2 desaparece da Lagrangiana.

2.3.2 Mecanismo de Higgs em Grupos Não Abelianos

A aplicação do mecanismo de Higgs a grupos não abelianos é análoga ao caso abeliano e a derivada covariante possui $a = 1, ...N$ geradores I^a

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + igA_\mu.I \tag{2.30}$$

após a quebra espontânea de simetria existe um subgrupo de dimensão (n) que ainda é simetria do vácuo.

Uma parametrização mais conveniente para o campo escalar, neste caso, segue abaixo:

$$\phi(x) = \big(\varphi_1(x)+v\big)\exp\left(i\frac{\varphi_2^a(x)I_a}{v}\right) \tag{2.31}$$

assim, usando a liberdade de calibre, teremos no caso do Modelo Padrão bósons escalares massivos. Ao escolher $\alpha^a(x)$ de forma a eliminar φ_2^a aparecem $N-n$ bósons massivos, que é o número de geradores quebrados.

2.3.3 Mecanismo de Higgs e as Massas do W e do Z

No Modelo Padrão as massas das partículas são geradas através do mecanismo de Higgs. Na terceira linha da Lagrangiana eletrofraca 2.11 temos o termo de Higgs

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \big(D_\mu\Phi\big)^\dagger\big(D^\mu\Phi\big) - \mu^2\Phi^\dagger\Phi - h\big(\Phi^\dagger\Phi\big)^2, \tag{2.32}$$

onde dubleto Φ respeita a transformação dada pela relação 2.7, a hipercarga de Φ é $Y = 1$, de forma que ϕ^+ é uma campo escalar complexo carregado e ϕ^0 é um campo escalar complexo neutro.

Em 2.32 podemos assumir que $h > 0$ e $\mu^2 < 0$, para que o potencial da Lagrangiana possua um mínimo diferente de zero. Definindo $v = \sqrt{-\mu^2/h}$ podemos reescrever o potencial, a menos de uma constante, da seguinte maneira:

$$V(\phi) = h\left(\Phi^\dagger\Phi - \frac{v^2}{2}\right), \tag{2.33}$$

onde o mínimo é atingido para $\Phi^\dagger\Phi = v^2/2$

O único campo capaz de carregar um *valor esperado do vácuo*(*vev*) não nulo é o campo de Higgs Φ. Em Teoria Quântica dos Campos o estado de menor energia (mínimo do potencial) é o chamado vácuo do sistema e as excitações que manifestam acima do vácuo são interpretadas como as partículas na teoria. Férmions e bósons vetoriais são excluídos porque possuem spin não nulo e o vácuo é invariante por rotações. Os campos carregados são excluídos devido a neutralidade do vácuo.

A forma do campo no *vev* é:

$$\langle\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v\end{pmatrix}, \tag{2.34}$$

À primeira vista, $\langle\Phi\rangle$ quebra todos os geradores do grupo de simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ do modelo padrão gerando bósons de Goldstone, entretanto, o operador de carga elétrica não é quebrado:

$$Q\langle\phi\rangle = \left(I_3 + \frac{Y}{2}\right)\langle\phi\rangle = 0. \tag{2.35}$$

Após a quebra espontânea de simetria o grupo eletrofraco é reduzido ao grupo de calibre eletromagnético,

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_{\text{em}}, \tag{2.36}$$

Podemos escolher uma parametrização adequada para o dubleto Φ 2.31 para utilizar o mecanismo de Higgs:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp\left(i\theta\frac{\tau}{2v}\right)\begin{pmatrix}0\\ v + H(x)\end{pmatrix}, \tag{2.37}$$

é possível reparametrizar Φ e eliminar os bósons não massivos de Goldstone devido a liberdade de calibre:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v + H(x)\end{pmatrix}, \tag{2.38}$$

Φ está no que chamamos de *calibre unitário*.

Devido a 2.38 a derivada covariante aplicada em Φ fica:

$$\begin{aligned} D_\mu(x)\Phi(x) &= \left[\partial_\mu + ig_1 A_\mu.\frac{\tau}{2} + ig_2 B_\mu\frac{1}{2}\right]\Phi(x) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} i\frac{g_1}{\sqrt{2}}W_\mu(x)(v + H(x)) \\ \partial_\mu H(x) - i\frac{g_1}{2\cos\theta_W}Z_\mu(v + H(x))\end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.39}$$

e a Lagrangiana 2.32 pode ser escrita da seguinte forma, a menos de uma constante:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Higgs} &= \frac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H - hv^2H^2 - hvH^3 - \frac{1}{4}hH^4 + \frac{1}{4}g_1^2v^2W_\mu^\dagger W^\mu \\ &+\frac{g_1^2v^2}{8\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2}g_1^2vW_\mu^\dagger W^\mu H + \frac{g_1^2v}{4\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu H \\ &-\frac{1}{4}g_1^2W_\mu^\dagger W^\mu H^2 + \frac{g_1^2}{8\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu H^2 \end{aligned} \tag{2.40}$$

onde podemos identificar os termos de massa para os bósons W, Z e H(Higgs)

$$m_W = \frac{1}{2}g_1v, \qquad m_Z = \frac{g_1v}{2\cos\theta_W}, \qquad m_H = \sqrt{2hv^2} = \sqrt{-2\mu^2} \tag{2.41}$$

comparando com a fenomenologia a baixas energias (seção 2.6) obtemos $v = (\sqrt{2}\,G_F)^{1/2} \simeq$ 246 GeV, onde G_F é a constante de Fermi.

2.4 Massas e Misturas de Férmions

As massas e as misturas de férmions no Modelo Padrão se manifestam devido ao mecanismo de Higgs (seção 2.3). Termos de massa são caracterizados por envolver termos de mão direita e esquerda, numa Lagrangiana invariante pelo grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, termos deste tipo não são permitidos, consequentemente, o mecanismo de quebra espontânea de simetria é necessário para construir termos de massa.

O fenômeno de mistura é consequência direta do mecanismo de Higgs, pois, a interpretação dos termos de massa é possível após uma redefinição dos campos que interfere diretamente na forma da corrente carregada do MP em 2.21.

2.4.1 Massas dos Férmions

Os termos que são responsáveis pela massa fermiônica estão contidos nas três últimas linhas da Lagrangiana 2.11, os chamados termos de Yukawa. O setor dos quarks segue abaixo:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathrm{Y}}^{quarks} &= -c^u_{\alpha\beta}\overline{Q_{\alpha L}}\tilde{\Phi}u_R^\beta - c^u_{\alpha\beta}{}^*\overline{u_R^\beta}\tilde{\Phi}^\dagger Q_{\alpha L} \\ &\quad -c^d_{\alpha\beta}\overline{Q_{\alpha L}}\Phi d_R^\beta - c^d_{\alpha\beta}{}^*\overline{d_R^\beta}\Phi^\dagger Q_{\alpha L},\end{aligned} \tag{2.42}$$

onde o dubleto da Lagrangiana de Higgs aparece na forma $\tilde{\Phi} = i\tau_2\Phi^*$ e, satisfaz 2.7:

$$\tilde{\Phi} \to i\tau_2 e^{-i\theta(x).\frac{\tau^*}{2}-i\lambda(x)\frac{1}{2}}\Phi^* = e^{i\theta(x).\frac{\tau}{2}-i\lambda(x)\frac{1}{2}}\tilde{\Phi}, \tag{2.43}$$

$\tilde{\Phi}$ é necessário para escrever 2.42, pois possui hipercarga $Y = -1$, de forma que essa Lagrangiana seja invariante por $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Após a quebra espontânea de simetria, utilizando o mecanismo de Higgs no calibre unitário 2.38, os dubletos $\tilde{\Phi}$ e Φ são respectivamente:

$$\tilde{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} v + H(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \tag{2.44}$$

ao reecrever a Lagrangiana 2.42 com os dubletos acima temos:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Y}}^{quarks} = -\left(\frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}\right)\left(c^u_{\alpha\beta}\overline{u^\alpha_L}u^\beta_R + c^d_{\alpha\beta}\overline{d^\alpha_L}d^\beta_R + h.c.\right) \tag{2.45}$$

onde os termos que envolvem quiralidades direita e esquerda agora são permitidos porque a simetria foi quebrada até a eletromagnética 2.36. Entretanto, esta Lagrangiana não pode ser interpretada fisicamente como projeções de campos fermiônicos, pois, as matrizes $c^{u,d}$ que descrevem os acoplamentos são em geral complexas e não diagonais. Em outra palavras, a equação 2.46 não está ainda nos autoestados de massa.

Podemos diagonalizá-las através das transformações abaixo,

$$\begin{aligned}(U^u_L)^\dagger c^u U^u_R &= c^u_{\mathrm{diag}}, \qquad (c_{\mathrm{diag}})^u_{\alpha\beta} = q^u_\alpha\delta_{\alpha\beta}\\ (U^d_L)^\dagger c^d U^d_R &= c^d_{\mathrm{diag}}, \qquad (c_{\mathrm{diag}})^d_{\alpha\beta} = q^d_\alpha\delta_{\alpha\beta}\end{aligned} \tag{2.46}$$

onde as matrizes U são unitárias e as matrizes c_{diag}'s são diagonais. Assim os campos u's e d's podem ser reescritos,

$$\begin{aligned}u'^\alpha_L &= (U^u_L)_{\alpha\beta}u^\beta_L, \qquad u'^\alpha_R = (U^u_R)_{\alpha\beta}u^\beta_R\\ d'^\alpha_L &= (U^d_L)_{\alpha\beta}d^\beta_L, \qquad d'^\alpha_R = (U^d_R)_{\alpha\beta}d^\beta_R\end{aligned} \tag{2.47}$$

a Lagrangiana dos quarks 2.42 fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathrm{Y}}^{quarks} &= -\left(\frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}\right)\left((c_{\mathrm{diag}})^u_{\alpha\beta}\overline{u'^\alpha_L}u'^\beta_R + (c_{\mathrm{diag}})^d_{\alpha\beta}\overline{d'^\alpha_L}d'^\beta_R + h.c.\right)\\ &= -\left(\frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}\right)\left(q^u_\alpha\overline{u'^\alpha}u'^\alpha + q^d_\alpha\overline{d'^\alpha}d'^\alpha\right),\end{aligned} \tag{2.48}$$

escrita desta forma podemos identificar os termos de massa para todos os quarks. O último termo de 2.49 é o termo de interação com o campo de Higgs.

$$m^u_\alpha = v\frac{q^u_\alpha}{\sqrt{2}}, \qquad m^d_\alpha = v\frac{q^d_\alpha}{\sqrt{2}}, \tag{2.49}$$

As massas para os léptons derivam da última linha da Lagrangiana 2.11:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Y}}^{léptons} = c^l_{\alpha\beta}\overline{L_{\alpha L}}\Phi l^\beta_R + c^l_{\alpha\beta}{}^*\overline{l^\beta_R}\Phi^\dagger L_{\alpha L} \tag{2.50}$$

a diferença essencial entre este caso e o anterior (quarks) é a ausência de termos que acoplam com o neutrino, equivalente ao quark u na equação 2.42, uma vez que, não existem neutrinos de mão direita no MP.

Utilizando a segunda expressão em 2.44 podemos reescrever a Lagrangiana acima como,

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Y}}^{léptons} = -\left(\frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}\right)\left(c^l_{\alpha\beta}\overline{l^\alpha_L}l^\beta_R + h.c.\right) \tag{2.51}$$

com intuito de interpretar esta equação fisicamente podemos redefinir os campos fermiônicos para colocar a Lagrangiana de forma diagonal. De maneira análoga a 2.46 podemos definir uma transformação matricial,

$$(U^l_L)^\dagger c^l U^l_R = c^l_{\mathrm{diag}}, \qquad (c_{\mathrm{diag}})^l_{\alpha\beta} = q^l_\alpha\delta_{\alpha\beta} \tag{2.52}$$

e a transformação dos campos,

$$l'^{\alpha}_{L} = (U^{l}_{L})_{\alpha\beta} l^{\beta}_{L}, \qquad l'^{\alpha}_{R} = (U^{l}_{R})_{\alpha\beta} l^{\beta}_{R} \tag{2.53}$$

a Lagrangiana pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathrm{Y}}^{léptons} &= -\left(\frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}\right)\left((c_{\mathrm{diag}})^{l}_{\alpha\beta}\overline{l'^{\alpha}_{L}}l'^{\beta}_{R} + h.c.\right) \\ &= -\left(\frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}\right) q^{l}_{\alpha}\overline{l'^{\alpha}}l'^{\alpha} \end{aligned} \tag{2.54}$$

escrita desta forma podemos identificar os termos de massa para os léptons. O último termo de 2.55 é o termo de interação com o campo de Higgs.

$$m^{l}_{\alpha} = v\frac{q^{l}_{\alpha}}{\sqrt{2}}. \tag{2.55}$$

2.4.2 Mistura dos Férmions

A mistura no setor fermiônico é consequência direta da redefinição dos sabores dos férmions em 2.47 e 2.52. Entretanto, como essas matrizes são unitárias o fenômeno de mistura ocorre em só uma parte da Lagrangiana de interação 2.12.

Corrente Neutra

A Lagrangiana de corrente neutra 2.20 é obtida reescrevendo a equação 2.14,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathcal{CN}} = & -\left[\overline{u^{\alpha}_{L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 A^3_{\mu} + \frac{1}{3}g_2 B_{\mu}\right)u^{\alpha}_{L} + \overline{d^{\alpha}_{L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(-g_1 A^3_{\mu} + \frac{1}{3}g_2 B_{\mu}\right)d^{\alpha}_{L}\right] \\ & -\left[\overline{\nu^{\alpha}_{L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 A^3_{\mu} - g_2 B_{\mu}\right)\nu^{\alpha}_{L} + \overline{l^{\alpha}_{L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(-g_1 A^3_{\mu} - g_2 B_{\mu}\right)l^{\alpha}_{L}\right] \\ & -\overline{u^{\alpha}_{R}}\gamma^{\mu}\frac{2}{3}\left(g_2 B_{\mu}\right)u^{\alpha}_{R} + \overline{d^{\alpha}_{R}}\gamma^{\mu}\frac{1}{3}\left(g_2 B_{\mu}\right)d^{\alpha}_{R} \\ & +\overline{l^{\alpha}_{R}}\gamma^{\mu}\left(g_2 B_{\mu}\right)l^{\alpha}_{R} \end{aligned} \tag{2.56}$$

é possível visualizar que a corrente neutra:

$$\begin{aligned} j^{\mu}_{\mathcal{CN}} &= \overline{\psi^{\alpha}_{L,R}}\gamma^{\mu}\psi^{\alpha}_{L,R} \\ &\rightarrow \overline{\psi'^{\alpha}_{L,R}}U_{L,R}\gamma^{\mu}U^{\dagger}_{L,R}\psi'^{\alpha}_{L,R} \end{aligned} \tag{2.57}$$

e, portanto, a corrente carregada não é alterada devido ao resultado

$$U_{L,R}U^{\dagger}_{L,R} = 1 \tag{2.58}$$

Corrente Carregada

A Lagrangiana de corrente carregada

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{CC} &= -\left[\overline{u_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu^\dagger d_L^\alpha + \overline{d_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu u_L^\alpha\right] \\ &\quad -\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu^\dagger l_L^\alpha + \overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu\nu_L^\alpha\right],\end{aligned} \tag{2.59}$$

pode ser reescrita redefinindo os campos de acordo com 2.47 e 2.53

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{CC} &= -\left[\overline{u'^\alpha_L}U_L^u\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu^\dagger U_L^{d\dagger}d'^\alpha_L + \overline{d'^\alpha_L}U_L^d\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu U_L^{u\dagger}u'^\alpha_L\right] \\ &\quad -\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu^\dagger U_L^{l\,\dagger}l'^\alpha_L + \overline{l_L^\alpha}U_L^l\gamma^\mu\frac{1}{\sqrt{2}}g_1W_\mu\nu_L^\alpha\right],\end{aligned} \tag{2.60}$$

onde podemos observar que a Lagrangiana de corrente carregada é diretamente responsável pela mistura no setor de quarks, pois, a matriz V^{ud} não é necessariamente a matriz identidade

$$V^{ud} \equiv U_L^u U_L^{d\dagger} \neq 1. \tag{2.61}$$

Os neutrinos, por não possuirem termos de massa, podem ser redefinidos arbitrariamente e absorver a U_L^l que aparece nos acoplamentos com léptons carregados

$$\nu_L^\alpha \longrightarrow \nu'^\alpha_L = (U_L^l)_{\alpha\beta}\nu^\beta. \tag{2.62}$$

Podemos reescrever a Lagrangiana de corrente carregada na forma 2.21:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{CC} &= -\frac{g_1}{2\sqrt{2}}\left[\overline{u^\alpha}\gamma^\mu(1-\gamma^5)W_\mu^\dagger V^{ud}d^\alpha + h.c.\right] \\ &\quad -\frac{g_1}{2\sqrt{2}}\left[\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu(1-\gamma^5)W_\mu^\dagger l^\alpha + h.c.\right].\end{aligned} \tag{2.63}$$

Os termos de Yukawa da Lagrangiana eletrofraca determinam os valores da matrix de mistura no setor de quarks V, também conhecida como matriz de Cabibbo, Kobayashi, Maskawa ou CKM, em geral, ela é parametrizada [24] da seguinte forma:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \tag{2.64}$$

onde $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \operatorname{sen}\theta_{ij}$ com $i, j = 1, 2, 3$. A fase δ_{CP} é responsável pela violação de CP observada no Modelo Padrão.

2.4.3 Simetria Custodial - ρ

Com as expressões das massas dos bósons W, Z e o ângulo de mistura θ_W podemos definir um parâmetro denominado como ρ para checar o setor de Higgs:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2\cos^2\theta_W} \tag{2.65}$$

temos que a nível de árvore $\rho = 1$ é satisfeito ao concordar com valores experimentais[8], entretanto, a simetria custodial é uma simetria aproximada do MP, e esta relação na verdade é apenas uma das formas que simetria custodial aparece.

Uma formulação geral para qualquer número de multipletos inseridos no setor de Higgs [6][22] pode ser escrita da seguinte forma:

$$\rho = \frac{\sum_i \left[I_i\big(I_i + 1\big) - \big(I_{3i}\big)^2 \right] v_i^2}{2\sum_i \big(I_{3i}\big)^2 v_i^2}, \tag{2.66}$$

esta expressão deixa em aberto a possibilidade de existir mais de um campo de Higgs responsável pela geração de massas.

2.5 Lagrangiana dos Campos de Calibre

Os termos que descrevem as auto-interações dos bósons estão contidos na terceira linha da equação 2.11:

$$\mathcal{L}_{calibre} = -\frac{1}{4} A_{\mu\nu}.A^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \tag{2.67}$$

onde os tensores acima possuem a seguinte relação com os campos de calibre A e B,

$$A^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g_1\, \epsilon_{abc}\, A^b_\mu A^c_\nu \tag{2.68}$$

onde $a = 1, 2, 3$ e, portanto, $A_{\mu\nu}.A^{\mu\nu} = A^1_{\mu\nu}.A^{\mu\nu}_1 + A^2_{\mu\nu}.A^{\mu\nu}_2 + A^3_{\mu\nu}.A^{\mu\nu}_3$, e

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \tag{2.69}$$

onde podemos visualizar que para $B_{\mu\nu}$ existe um termo cinético semelhante ao caso eletromagnético onde temos:

$$\mathcal{L}_{\mathcal{A}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \tag{2.70}$$

Os termos contidos na Lagrangina de calibre $\mathcal{L}_{calibre}$ são permitidos na Lagrangiana eletrofraca porque são invariantes pela simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ do Modelo Padrão, uma vez que, os campos A e B respeitam as transformações 2.10.

Podemos reescrever esta Lagrangiana 2.67 em termos dos campos físicos $W^\pm$ e Z da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{calibre} &= -\frac{1}{2} W^\dagger_{\mu\nu} W^{\mu\nu} - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\
&+ i g_1 \cos\theta_W \left(W^{\mu\nu} Z_\mu W^\dagger_\nu - W^\dagger_{\mu\nu} Z^\mu W^\nu + Z^{\mu\nu} W^\dagger_\mu W_\nu \right) \\
&+ i \overbrace{g_1 \mathrm{sen}\theta_W}^{e} \left(W^{\mu\nu} A_\mu W^\dagger_\nu - W^\dagger_{\mu\nu} A^\mu W^\nu + F^{\mu\nu} W^\dagger_\mu W_\nu \right) \\
&+ g_1^2 \cos^2\theta_W \left[(W_\mu Z^\mu)(W^\dagger_\nu Z^\nu) - (W^\mu W^\dagger_\mu)(Z_\nu Z^\nu) \right] \\
&+ \overbrace{g_1^2 \mathrm{sen}^2\theta_W}^{e^2} \left[(W_\mu A^\mu)(W^\dagger_\nu A^\nu) - (W^\mu W^\dagger_\mu)(A_\nu A^\nu) \right] \\
&+ g_1^2 \mathrm{sen}\theta_W \cos\theta_W \left[(W_\mu Z^\mu)(W^\dagger_\nu A^\nu) - (Z^\mu W^\dagger_\mu)(W_\nu A^\nu) \right. \\
&- \left. 2(W^\mu W^\dagger_\mu)(Z_\nu A^\nu) \right] + \frac{1}{2} g_1^2 \left[(W_\mu W^\mu)(W^\dagger_\mu W^{\mu\dagger}) - (W^\dagger_\mu W^\mu)^2 \right]
\end{aligned} \tag{2.71}$$

onde definiu-se

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu \\ Z_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \end{aligned} \tag{2.72}$$

Esta Lagrangiana define as interações cúbicas e quárticas entre os bósons físicos $W^\pm$ e Z.

2.6 Lagrangianas Efetivas

Em processos cuja energias são muito menores que as massas dos bósons envolvidos $W^\pm$ e Z os propagadores dos bósons de calibre (Apêndice A) podem ser aproximados e, portanto, as interações internas dos diagramas de Feynman a baixas energias podem ser reduzidas a um ponto. Tais aproximações levam a um Lagrangiana efetiva não renormalizável, inicialmente proposta por Fermi para descrever o decaimento β.

2.6.1 Lagrangianas a Baixas Energias

Em processos de baixas energias em física, o momento envolvido é muito menor que as massas dos bósons Z e W. Portanto podemos realizar as seguintes aproximações dos propagadores destes bósons:

$$D^W_{\mu\nu}(p) \xrightarrow{|k|^2 << m_W^2} i\frac{g_{\mu\nu}}{m_W^2}, \qquad D^Z_{\mu\nu}(p) \xrightarrow{|k|^2 << m_Z^2} i\frac{g_{\mu\nu}}{m_Z^2}, \tag{2.73}$$

onde as linhas internas dos diagramas de Feynman foram contraídas a um único ponto.

Neste caso, podemos visualizar as Lagrangianas dos processos carregados e neutros como uma interação efetiva da seguinte maneira:

$$\mathcal{L}^{efetiva}_{\mathcal{CC}} = -\frac{G_{\mathrm{F}}}{\sqrt{2}} j_W^{\dagger\ \mu} j_{W\,\mu}, \qquad \mathcal{L}^{efetiva}_{\mathcal{CN}} = -\frac{G_{\mathrm{F}}}{\sqrt{2}} j_Z{}^\mu j_{Z\,\mu}, \tag{2.74}$$

onde os j's correspondem as correntes conservadas na forma da expressão 2.22.

A expressão de Fermi foi utilizada inicialmente para descrever o decaimento β assumindo a existência do neutrino, atualmente o decaimento do múon possibilita a medição de forma precisa da constante de Fermi G_{F}.

Podemos obter uma relação entre a constante de acoplamento g_1 e a constante Fermi,

$$\frac{G_{\mathrm{F}}}{\sqrt{2}} = \frac{g_1^2}{8m_W^2} \tag{2.75}$$

para tanto basta visualizar que as Lagrangianas em 2.74 podem ser construidas através das equações 2.20 e 2.21 utilizando as regras de Feynman em uma interação de quatro pontos numa aproximação como em 2.73.

Devido a relação 2.75 também podemos relacionar o valor esperado do vácuo v com G_{F} através da massa do bóson W em 2.41, portanto, chegamos em

$$v = \left(\sqrt{2}G_{\mathrm{F}}\right)^{-\frac{1}{2}} = 246\mathrm{GeV}. \tag{2.76}$$

2.6.2 Acesso para Massas Naturalmente Pequenas de Neutrinos

Como foi mencionado anteriormente, no Modelo Padrão Mímimo, os três neutrinos conhecidos (ν_α), exibidos na equação 2.4, aparecem apenas como membros de mão esquerda do dubleto leptônico do grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$:

$$L_{\alpha L} = \begin{pmatrix} \nu_L^\alpha \\ l_L^\alpha \end{pmatrix}, \tag{2.77}$$

e o mecanismo de geração de massa (seção 2.3), setor do Bóson de Higgs, necessita apenas de um dubleto escalar,

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \tag{2.78}$$

consequentemente, os neutrinos são não massivos no Modelo Padrão.

Entretanto, há um grande número de evidências experimentais que corroboram em favor da oscilação de neutrinos [9] [10][11], e a explicação mais simples para este fenômeno é que os neutrinos tenham massas e misturas. Não há motivo teórico para a inexistência de massa para os neutrinos e, como veremos nos capítulos seguintes, várias extensões do modelo mínimo permitem a existência de massa.

Além disso, quando nos referimos a não conservação de número leptônico, sabemos que pode existir uma Lagrangiana com termos com dimensão 5 que viola a conservação de número leptônico:

$$\mathcal{L}^5_{\text{leptônico}} = f_{\alpha\beta mn} \left(\overline{L_L^{i\alpha}}\right)^\dagger L_L^{j\beta} \phi_k^{(m)} \phi_l^{(n)} \epsilon_{ik}\epsilon_{jl} + f'_{\alpha\beta mn} \left(\overline{L_L^{i\alpha}}\right)^\dagger L_L^{j\beta} \phi_k^{(m)} \phi_l^{(n)} \epsilon_{ij}\epsilon_{kl} \tag{2.79}$$

onde ϕ^m são um ou mais dubletos escalares, e f's são da ordem M^{-1}. O operador[12] de dimensão 5 em 2.79 é bem conhecido e não é renormalizável.

$$f\,\phi^0\phi^o\nu_\alpha\nu_\beta, \quad \text{onde} \quad f \sim M^{-1}, \tag{2.80}$$

e, além do que foi mencionado, este operador pode gerar termos de massa de Majorana para neutrinos [23], como veremos em detalhes nos capítulos 3, 4 e 5.

Todos os modelos de massas e misturas de neutrinos podem ser resumidos por este operador, contanto que possuam o mesmo conteúdo de partículas leves do MP. Os mecanismos de *seesaw*, que serão amplamente discutidos nos capítulos seguintes, são diferentes realizações deste operador.

Sabemos que existem apenas três realizações a nível de árvore [23] deste operador efetivo usando somente interações renormalizáveis e o conteúdo mínimo do MP, são elas: (I) $L_{\alpha L}$ e Φ formarem um singleto fermiônico, (II) $L_{\alpha L}$ e $L_{\beta L}$ formarem um tripleto escalar e, por último, (III) $L_{\alpha L}$ e Φ formarem um tripleto fermiônico, portanto,

$$\begin{array}{lll} \text{(I)} & f & \left(\phi^0\nu_\alpha - \phi^+ l_\alpha\right)\left(\phi^0\nu_\beta - \phi^+ l_\beta\right) \\ \text{(II)} & f & \left[\phi^0\phi^0\nu_\alpha\nu_\beta - \phi^+\phi^0\left(\nu_\alpha l_\beta + l_\alpha\nu_\beta\right) + \phi^+\phi^+ l_\alpha l_\beta\right] \\ \text{(III)} & f & \left[\left(\phi^0\nu_\alpha + \phi^+ l_\alpha\right)\left(\phi^0\nu_\beta + \phi^+ l_\beta\right) - 2\phi^+\nu_\alpha\phi^0 l_\beta - 2\phi^0 l_\alpha\phi^+\nu_\beta\right] \end{array} \tag{2.81}$$

através destes termos obtemos massas "naturalmente"pequenas para os neutrinos após a quebra espontânea da simetria eletrofraca.

Para todos os três casos o operador efetivo invariante de calibre é o mesmo e a forma que este é escrito revela através de qual mecanismo este pôde ser contruído. No primeiro caso (I) a partícula pesada é um singleto fermiônico (ver figura 2.1), se seu acoplamento com ν_α é g, e chamarmos esta partícula de N_R com massa definida M_R, logo:

$$f = \frac{g_\alpha g_\beta}{2M_R}, \tag{2.82}$$

quando a simetria é quebrada e ϕ^0 assume o valor esperado do vácuo $\langle\phi^0\rangle = v$, é possível identificar $g_\alpha v$ como a massa de Dirac m_α que une ν_α a N_R e a massa do neutrino é

$$-m_\alpha m_\beta / M_R. \tag{2.83}$$

Este caso, discutido no capítulo 3, se trata do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I, onde N_R é identificado como neutrino de mão direita com massa de Majorana. É interessante notar que com um singleto apenas uma combinação de ν chega a ter massa a nível de árvore.

No segundo caso (II) é necessário um tripleto na forma $\Delta = \left(\Delta^{++}, \Delta^{+}, \Delta^{0}\right)$, se sua massa é M_Δ e os acoplamentos com $\nu_\alpha\nu_\beta$ e ϕ^0's são, respectivamente, $g_{\alpha\beta}$ e μ_Δ, temos que:

$$f = \frac{g_{\alpha\beta}\,\mu_\Delta}{M_\Delta^2}, \tag{2.84}$$

logo, a matriz de massa é dada por

$$\left(\mathcal{M}_\nu\right)_{\alpha\beta} = \frac{-2g_{\alpha\beta}\,\mu_\Delta v^2}{M_\Delta^2}. \tag{2.85}$$

vemos que é necessário apenas que exista Δ para que os neutrinos sejam massivos, não necessitanto de neutrinos de mão direita e, o caso (II) é indistinguível do caso (I) quanto a limites a baixas energias (Capítulo 4).

Quanto ao caso (III) N_R do caso (I) é substituído por um tripleto fermiônico $\Sigma = \left(\Sigma^{+}, \Sigma^{0}, \Sigma^{-}\right)$ de Majorana e, novamente, o mecanismo de *seesaw* é obtido (Capítulo 5).

Cabe salientar que não há distinção a baixas energias entre quaisquer dos três mecanismos de *Seesaw*, entretanto, cada um destes mecanismos possui características distintas quanto a sua natureza física, como veremos nos Capítulos que seguem.

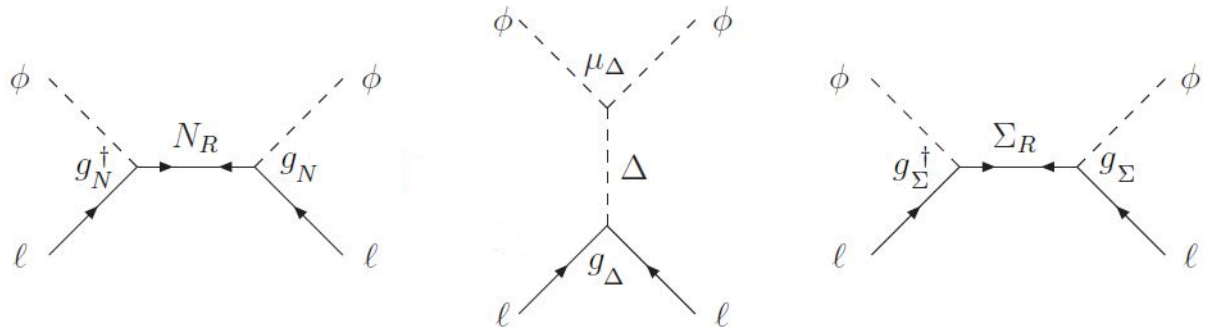

Figura 2.1: Diagramas de Feynman nos casos I, II e III respectivamente

Neste Capítulo discutimos brevemente os principais aspectos do setor eletrofraco do MP, portanto, temos a base mínima necessária para dissertar sobre as pequenas extensões que serão realizadas sobre este modelo. No próximo Capítulo iremos discutir o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I.

Capítulo 3

Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I

Neste Capítulo vamos discutir a maneira de aplicar o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I, tal qual introduzido no fim do Capítulo 2, que pode ser realizado a nível de árvore ao incluirmos singletos de mão direita.

No fim deste Capítulo discutiremos outra realização para este modelo.

3.1 Modelo com Setor Fermiônico Expandido

No Modelo Padrão, à exceção do neutrino, existem ambas as projeções quirais (mão direita e esquerda) para todos os férmions, o que leva a inexistência de termos de massa para o neutrino. Portanto, uma solução aparentemente natural seria simetrizar o Modelo Padrão ao inserir um campo neutro de mão direita $(N_R)_l$ para cada família dos léptons carregados (l) [25][26][27][28][29][30][31].

Assim como todos campos de mão direita no modelo, estes novos campos deverão ser singletos quanto ao grupo $SU(2)_L$ e, consequentemente, deverão ter hipercarga nula. Na representação do grupo de calibre temos $N_R \to (1,0)$

3.1.1 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria

A Lagrangiana mais geral e renormalizável que podemos escrever expandindo o setor fermiônico da forma explicada acima e que podemos implementar o mecanismo de *Seesaw* do Tipo I é escrita como segue abaixo:

$$\mathcal{L}_{\text{léptons}} = \mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}^{\text{Yukawa}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}^{\text{nua}}_{\text{léptons}}, \tag{3.1}$$

onde os termos contidos no Modelo Padrão estão inseridos segundo a equação 2.11. Na sequência os termos são explicitados:

$$\mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\text{léptons}} = i\overline{L_{\alpha L}}\gamma^\mu D_\mu L_{\alpha L} + i\overline{l^\alpha_R}\gamma^\mu D_\mu l^\alpha_R + i\sum \overline{N_R}\gamma^\mu \partial_\mu N_R, \tag{3.2}$$

onde o termo extra (último termo) em relação a 2.11 possui derivada covariante igual a parcial.

O termo de Yukawa, responsável pela existência das massas dos férmions, também é modificado:

$$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}_{\text{léptons}} = c^l_{\alpha\beta}\overline{L_{\alpha L}}\Phi l^\beta_R + c^l_{\alpha\beta}{}^*\overline{l^\beta_R}\Phi^\dagger L_{\alpha L} + c^\nu_{\alpha\beta}\overline{L_{\alpha L}}\tilde{\Phi}N^\beta_R + c^\nu_{\alpha\beta}{}^*\overline{N^\beta_R}\tilde{\Phi}^\dagger L_{\alpha L}, \tag{3.3}$$

onde os dois últimos termos são os equivalentes para os férmions da quarta linha da equação 2.11 para os quarks.

Além de termos semelhantes aos já contidos no Modelo Padrão temos um termo extra, chamado de termo de massa nua ou de Majorana, que é um termo de massa permitido mesmo antes da quebra espontânea da simetria eletrofraca:

$$\mathcal{L}^{\text{nua}}_{\text{léptons}} = \frac{1}{2}\overline{(N^\alpha_R)^C}(M_{\alpha\beta})_N N^\beta_R + h.c. \tag{3.4}$$

Os termos extras explicitados nas equações 3.2, 3.3 e 3.4 aparecem devido a inserção de N_R, uma vez que, estes são singletos do grupo de simetria eletrofraco $SU(2)_L \times U(1)_Y$ e possuem hipercargas nulas.

Portanto, as massas dos neutrinos, neste modelo, aparecem de forma mais complexa em comparação aos demais férmions. Podemos separar o Modelo Padrão dos novos termos, que envolvem N_R, como segue:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{MP}} + \mathcal{L}_N \tag{3.5}$$

onde $\mathcal{L}_{\text{MP}}$ é a Lagrangiana do Modelo Padrão (equação 2.11) e,

$$\mathcal{L}_{\text{N}} = \frac{1}{2}\overline{N_R}(i\gamma^\mu\partial_\mu)N_R - \left(\frac{1}{2}\overline{N^C_R}M_N N_R + h.c.\right) - \left(\overline{L_L}c^\nu\tilde{\Phi}N_R + \overline{N_R}(c^\nu)^\dagger\tilde{\Phi}^\dagger L_L\right) \tag{3.6}$$

onde $\mathcal{L}_{\text{N}}$ é a Lagrangiana com os termos extras de N_R escrita na forma matricial. O número de neutrinos de mão direita introduzidos é arbitrário independente do número de fámilias do MP, sendo necessário apenas um para podermos realizar o mecanismo de *Seesaw* do tipo I.

Após a quebra espontânea da simetria eletrofraca (seção 2.3) podemos separar $\mathcal{L}_{\text{N}}$ em duas partes, uma com os termos de massa e outra com a interação com o bóson de Higgs,

$$\mathcal{L}_{\text{N}} = \mathcal{L}^N_{\text{massa}} + \mathcal{L}^N_{\text{Higgs}}, \tag{3.7}$$

o termo de massa fica na forma:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{L}^N_{\text{massa}} = -\left(\frac{1}{2}\overline{N^C_R}M_N N_R + h.c.\right) - \left(\overline{\nu_L}c^\nu\frac{v}{\sqrt{2}}N_R + \overline{N_R}(c^\nu)^T\frac{v}{\sqrt{2}}\nu_L\right) \tag{3.8}$$

onde foi utilizada a substituição mínima (equação 2.44).

É possível se escrever esses termos numa forma compacta usando a igualdade

$$\overline{N_R}(c^\nu)^\dagger\frac{v}{\sqrt{2}}\nu_L = \overline{N^C_R}(c^\nu)^T\frac{v}{\sqrt{2}}\nu^C_L, \tag{3.9}$$

assim a Lagrangiana de massa $\mathcal{L}_{\text{massa}}$ fica da seguinte forma:

$$\mathcal{L}^N_{\text{massa}} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \overline{\nu_L} & \overline{N^C_R} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}}c^\nu \\ \frac{v}{\sqrt{2}}(c^\nu)^T & M_N \end{pmatrix}}_{\mathcal{M}} \begin{pmatrix} \nu^C_L \\ N_R \end{pmatrix} + h.c., \tag{3.10}$$

os neutrinos no agrupamento $\begin{pmatrix} \overline{\nu_L} & \overline{N_R^C} \end{pmatrix}$ não são ainda os estados físicos porque a matriz de massa de Majorana $\mathcal{M}$ não é diagonal. Portanto, é preciso realizar uma diagonalização para obter as massas dos neutrinos.

3.1.2 Matriz de Massa de Majorana e Neutrinos Massivos

O mecanismo de *Seesaw* do tipo I é caracterizado pela imposição de que o termo de Majorana seja muito maior que os termos de Dirac na matriz de massa de Majorana $\mathcal{M}$, ou seja, que $M_N \gg D = \frac{v}{\sqrt{2}} c^{\nu}$.

É necessário que N_R possua massa grande para que os neutrinos tenham massas pequenas, da ordem que os experimentos indicam[9][10][11].

No caso mais geral a matriz de Majorana $\mathcal{M}$ é construida com um número arbitrário n de neutrinos de mão direita e as três famílias de neutrinos de mão esquerda. Logo, $\mathcal{M}$ é, em geral, uma matriz $(n+3) \times (n+3)$,

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & D \\ D^T & M_N \end{pmatrix}, \tag{3.11}$$

onde D são os termos de massa de Dirac.

A diagonalização de uma matriz de massa quadrada e simétrica pode ser realizada por uma transformação ortogonal U de forma que:

$$U^T \mathcal{M} U = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & D \\ D^T & M_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} = \mathcal{M}_{\text{diagonal}}, \tag{3.12}$$

ao impor a condição $M_N \gg D$ podemos supor que a matriz unitária é da forma:

$$U = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & a \\ b & \mathbb{1} \end{pmatrix}, \tag{3.13}$$

pois, como a matriz $\mathcal{M}$ é quase diagonal a matriz U também deve ser, onde a e b deve ser pequenos.

Ao impor a condição de ortogonalidade dessa matriz, $U^T U = \mathbb{1}$, obtemos a seguinte relação entre as constantes a e b:

$$a = \epsilon \qquad e \qquad b = -\epsilon^T, \tag{3.14}$$

onde $\epsilon\epsilon^T \ll \mathbb{1}$. O que permite obter as relações para as massas,

$$\begin{aligned} U^T \mathcal{M} U &= \begin{pmatrix} \mathbb{1} & -\epsilon \\ \epsilon^T & \mathbb{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D \\ D^T & M_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbb{1} & \epsilon \\ -\epsilon^T & \mathbb{1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\epsilon D^T - D\epsilon^T + \epsilon M_N \epsilon^T & -\epsilon D^T \epsilon + D - \epsilon M_N \\ D^T - \epsilon^T D \epsilon^T - M_N \epsilon^T & D^T \epsilon + \epsilon^T D + M_N \end{pmatrix} \\ &\approx \begin{pmatrix} -\epsilon D^T - D\epsilon^T + \epsilon M_N \epsilon^T & D - \epsilon M_N \\ D^T - M_N \epsilon^T & M_N \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{3.15}$$

os termos fora da diagonal na expressão acima são nulos e possibilitam reescrever a diagonalização a partir de termos extraidos destas relações:

$$D - \epsilon M_N = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \epsilon = DM_N^{-1}, \qquad \text{e} \qquad \epsilon^T = M_N^{-1}D^T, \tag{3.16}$$

logo,

$$\begin{aligned} U^T\mathcal{M}U &\approx \begin{pmatrix} -DM_N^{-1}D^T - DM_N^{-1}D^T + DM_N^{-1}M_NM_N^{-1}D^T & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix} \\ &\approx \begin{pmatrix} -DM_N^{-1}D^T & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{3.17}$$

portanto, podemos estimar as massas segundo esse mecanismo como segue.

$$\begin{aligned} m_1 &\approx -DM_N^{-1}D^T = -\frac{v^2}{2}c^\nu M_N^{-1}(c^\nu)^T, \\ m_2 &\approx M_N, \end{aligned} \tag{3.18}$$

no caso geral m_1 e m_2 são matrizes.

Podemos visualizar na equação acima 3.18 a importância do mecanismo que exige que a massa M_N seja grande. Para essa relação da massa M_N temos um mecanismo de *gangorra*, ou seja, como a massa m_2 é proporcional a M_N e m_1 é inversamente proporcional a M_N se m_2 aumenta m_1 diminui. Como um neutrino deve possuir massa pequena m_1, necessariamente m_2 deve possuir massa grande. Segue abaixo alguns exemplos para este processo no caso de aumentar o setor fermiônico.

Exemplo 1: Uma Família de Férmions e $n = 1$

O caso em que temos uma única geração de férmions e o número de neutrinos estéreis é apenas um ($n = 1$) é um exemplo acadêmico que possibilita compreender de forma simples alguns aspectos do Mecanismo. Temos que as entradas da matriz de massa de Majorana serão apenas números, logo:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & D \\ D & M_N \end{pmatrix}, \tag{3.19}$$

vamos assumir que as entradas são todas reais e que M_N é positivo. Ao diagonalizar essa matriz temos que os autovalores assumem a forma:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & D \\ D & M_N - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2 - \lambda M_N - D^2 = 0 \Rightarrow \lambda^\pm = \frac{1}{2}(M_N \pm \sqrt{M_N^2 + 4D^2})$$

como as massas são positivas valores negativos são absorvidos em fases nos campos.

$$m_{1,2} = \frac{1}{2}(\sqrt{M_N^2 + 4D^2} \mp M_N) \tag{3.20}$$

a matriz ortogonal que diagonaliza pode ser escrita na forma:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \tag{3.21}$$

é possível extrair uma relação para o ângulo θ,

$$\begin{aligned} U\mathcal{M}U^T &= \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D \\ D & M_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \\ &\Longrightarrow \tan 2\theta = \frac{2D}{M_N}, \end{aligned}$$

e absorver os valores negativos nos campos através da seguinte transformação:

$$\begin{pmatrix} -m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv mK^2,$$

onde m é uma matriz diagonal com entradas positivas e reais.

Portanto, a diagonalização de $\mathcal{M}$ é feita da seguinte forma:

$$U\mathcal{M}U^T = mK^2 \longrightarrow \mathcal{M} = U^T mK^2 U, \tag{3.22}$$

e a Lagrangiana nos autoestados de massa fica,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^N_{\text{massa}} &= -\frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} \overline{\nu_L} & \overline{N_R^C} \end{pmatrix} U^T}_{\begin{pmatrix} \overline{n_{L1}} & \overline{n_{L2}} \end{pmatrix}} m \underbrace{K^2 U \begin{pmatrix} \nu_L^C \\ N_R \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} n_{R1} \\ n_{R2} \end{pmatrix}} + h.c. \\ &= -\frac{1}{2} m_1 \overline{n_{L1}} n_{R1} - \frac{1}{2} m_2 \overline{n_{L2}} n_{R2} + h.c. \end{aligned} \tag{3.23}$$

Os campos acima foram redefinidos segundo,

$$\begin{pmatrix} n_{L1} \\ n_{L2} \end{pmatrix} \equiv U \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R^C \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} n_{R1} \\ n_{R2} \end{pmatrix} \equiv K^2 U \begin{pmatrix} \nu_L^C \\ N_R \end{pmatrix} \tag{3.24}$$

estes podem ser escritos em funcão dos campos anteriores da seguinte forma:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_{L1} + n_{R1} = \cos\theta(\nu_L - \nu_L^C) - \operatorname{sen}\theta(N_R^C - N_R) \\ n_2 &= n_{L2} + n_{R2} = \operatorname{sen}\theta(\nu_L + \nu_L^C) - \cos\theta(N_R^C + N_R), \end{aligned} \tag{3.25}$$

Os campos n_1 e n_2 são chamados de Campos de Majorana, uma vez que, na condição de Majorana, o campo conjugado é o próprio campo a menos de uma fase[31].

$$n_1 = -n_1^C, \qquad n_2 = n_2^C \tag{3.26}$$

O Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I pode explicar do porque da pequenez da massa do neutrino frente aos demais férmions. É natural supor que a quantidade D que aparece a matriz de massa de Majorana seja da ordem das massas dos outros férmions, pois, surge do acoplamento com Φ no termo de Yukawa e, por isso, são chamados de termos de massa de Dirac. Para que este mecanismo aconteça $M_N \gg D$, com esta hipótese podemos aproximar a equação 3.20 de forma que:

$$m_1 \approx \frac{D^2}{M_N}, \qquad m_2 \approx M_N, \tag{3.27}$$

o que é um caso particular do resultado 3.18.

Devido a equação 3.27 é possível obter uma massa para o neutrino muito pequena frente as massas dos férmions carregados, uma vez que, $M_N \gg D$ segue que $m_1 \ll m_2$.

Cabe salientar que o neutrino m_2 possui massa bem maior que os demais férmions carregados ($m_2 \approx M_N$), pois, para atingirmos os valores esperados das massas dos neutrinos[8] o valor da energia de M_N deve ser próximo da escala da Teoria de Grande Unificação, enquando os acoplamentos de Yukawa são da ordem de uma unidade [14].

Exemplo 2: Três Famílias de Férmions e $n = 1$

Um caso simples mas que contém algumas consequências físicas gerais que auxilía na visualização das consequências do mecanismo de *Seesaw* do tipo I nas Lagrangianas da Corrente Neutra e Carregada, é o caso de três gerações de férmions e apenas um neutrino estéril, $n = 1$. A matriz de massa de Majorana fica da seguinte forma:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_e \\ 0 & 0 & 0 & d_\mu \\ 0 & 0 & 0 & d_\tau \\ d_e & d_\mu & d_\tau & M_N \end{pmatrix}, \tag{3.28}$$

vamos assumir que as entradas são todas reais e que M_N é positivo. Ao diagonalizar essa matriz temos que os autovalores assumem a forma:

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda & 0 & 0 & d_e \\ 0 & -\lambda & 0 & d_\mu \\ 0 & 0 & -\lambda & d_\tau \\ d_e & d_\mu & d_\tau & M_N - \lambda \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2 \left(\lambda^2 - \lambda M_N - D^2\right) = 0$$

$$\lambda^2 = 0, \qquad \lambda^\pm = \frac{1}{2}(M_N \pm \sqrt{M_N^2 + 4D^2}),$$

onde

$$D^2 = d_e^2 + d_\mu^2 + d_\tau^2. \tag{3.29}$$

Temos que dois autovalores são nulos, logo, apenas dois neutrinos possuem massa:

$$m_{1,2} = \frac{1}{2}(\sqrt{M_N^2 + 4D^2} \mp M_N), \tag{3.30}$$

que é o mesmo resultado do exemplo 1 na equação 3.20 com a diferença que D é dada pela equação 3.29. No caso do exemplo 1 apenas um ângulo (θ) foi necessário para escrever a matriz que diagonaliza a matriz de massa de Majorana. Para este caso, embora a matriz de diagonalização seja mais complicada, a forma geral do processo permanece a mesma:

$$U^\nu \mathcal{M} U^{\nu T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv mK^2$$

é novamente possível absorver os valores negativos das massas nos campos através de K^2. Temos que m é uma matriz diagonal com entradas positivas e reais, portanto, a diagonalização de $\mathcal{M}$ é feita da seguinte forma:

$$U^{\nu}\mathcal{M}U^{\nu T} = mK^2 \longrightarrow \mathcal{M} = U^{\nu T}mK^2U^{\nu}, \tag{3.31}$$

e a Lagrangiana nos autoestados de massa fica,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{N}_{\text{massa}} &= -\frac{1}{2}\underbrace{\begin{pmatrix}\overline{\nu^e_L} & \overline{\nu^\mu_L} & \overline{\nu^\tau_L} & \overline{N^C_R}\end{pmatrix}U^{\nu T}}_{\begin{pmatrix}\overline{n_{La}} & \overline{n_{Lb}} & \overline{n_{L1}} & \overline{n_{L2}}\end{pmatrix}} m\, \underbrace{K^2U^{\nu}\begin{pmatrix}\nu^C_{Le}\\ \nu^C_{L\mu}\\ \nu^C_{L\tau}\\ N_R\end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix}n_{Ra}\\ n_{Rb}\\ n_{R1}\\ n_{R2}\end{pmatrix}} + h.c. \\
&= -\frac{1}{2}m_1\overline{n_{L1}}n_{R1} - \frac{1}{2}m_2\overline{n_{L2}}n_{R2} + h.c.
\end{aligned} \tag{3.32}$$

que é completamente análogo ao caso do exemplo 1 (equação 3.23). Em essência não há diferença para ambos os casos, pois, o número de neutrinos estéreis n não foi alterado.

Porém, neste caso podemos também discutir a ação da matriz de mistura sobre a Lagrangiana do Modelo Padrão, pois, a diagonalização foi realizada através de uma matriz 4×4, portanto, tanto a corrente carregada quanto a neutra sofrem alterações quando escritas nos seus autoestados de massa, como veremos a seguir.

3.1.3 Corrente Carregada e Matriz de Mistura

Ao assumir que os neutrinos não possuem massa no Modelo Padrão é possível redefinir a os sabores dos neutrinos através de rotações arbitrárias, logo, no setor da Lagrangiana que exibe a corrente carregada (equação 2.63) não existe matriz de mistura no setor leptônico.

Entretanto, ao inserir novos estados de mão direita N_R teremos termos adicionais de Yukawa que, por sua vez, permitirão que exista uma matriz de mistura no setor leptônico, causando violação do número leptônico.

Os termos de Yukawa leptônicos extras estão contidos na equação 3.3, em contrapartida com a equação 2.50 do Modelo Padrão. Após a quebra espontânea de simetria do vácuo a equação 3.3 fica da seguinte forma:

$$\mathcal{L}^{\textit{léptons}}_{\text{Y}} = -\left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}}\right)\left(c^{l}_{\alpha\beta}\overline{l^{\alpha}_L}l^{\beta}_R + \underbrace{c^{\nu}_{\alpha\beta}\overline{\nu^{\alpha}_L}N^{\beta}_R}_{\text{novo}} + h.c.\right), \tag{3.33}$$

na Lagrangiana acima a matriz c^{ν} não é necessariamente diagonal, e o número de neutrinos estéreis N_R é arbitrário. Além desta matriz existe o termo de massa nua (equação 3.4),

$$\mathcal{L}^{\text{nua}}_{\text{léptons}} = \frac{1}{2}\overline{(N^{\alpha}_R)^C}(M_{\alpha\beta})_N N^{\beta}_R + h.c., \tag{3.34}$$

desta forma, como foi visto na seção anterior, o processo de diagonalização de $\mathcal{M}$ não permite a absorção de U_L^l (equação 2.62) que foi visto na seção 2.4:

$$(U^\nu)^T \mathcal{M}\, U^\nu = m^\nu_{\text{diag}} \qquad \Longrightarrow \qquad \nu_L^\alpha \nrightarrow \nu'^\alpha_L = (U_L^l)_{\alpha\beta}\nu^\beta, \tag{3.35}$$

assim podemos observar que existe mistura no setor de leptônico, pois, a matriz $U^{\nu l}$ não é a identidade,

$$U^{\nu l} \equiv U^\nu U_L^{l\,\dagger} \neq \mathbb{1}, \tag{3.36}$$

onde $U^{\nu l}$ representa a mistura no setor leptônico.

Esta matriz, para o caso em que consideramos três famílias de léptons carregados (exemplo 2 da seção 3.1.2), é no mínimo 4×4 devido a matriz U^ν dependendo do número de neutrinos estéreis.

A Lagrangiana que exibe a corrente carregada fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathcal{CC}} \;=\; & -\frac{g_1}{2\sqrt{2}}\left[\overline{u^\alpha}\gamma^\mu(1-\gamma^5)W_\mu^\dagger V^{ud} d^\alpha + h.c.\right] \\ & -\frac{g_1}{2\sqrt{2}}\left[\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu(1-\gamma^5)W_\mu^\dagger \underbrace{U^{\nu l}}_{mistura}\, l^\alpha + h.c.\right], \end{aligned} \tag{3.37}$$

esta equação pode ser comparada com a equação 2.63, e a matriz de mistura leptônica está sublinhada. Podemos visualizar que se faz necessário adicionar linhas extras em l^α, dependendo do número de neutrinos estéreis n, para realizar o produto matricial da equação 3.37.

Nesse modelo pensamos nos neutrinos de forma análoga aos outros férmions no modelo padrão, é um modelo simples porque trata a massa do neutrino como são tratadas as massas dos outros férmions. Porém, existem algumas conseqüências, além do que já foi citado, quando inserimos esse novo campo de mão direita.

Uma delas é a não conservação do número leptônico, isso ocorre por que o autoestado agora é uma mistura de ν_e, ν_μ, ν_τ e dos N_R. A oscilação do neutrino nestes três sabores já implica na violação do número leptônico, entretanto, isto é diferente porque a violação ocorre na "fonte" e possibilita o que chamamos de *decaimentos raros* que ainda não foram observados [8].

3.1.4 Corrente Neutra

A Lagrangiana de Corrente Neutra (equação 2.56) a priori não aparenta alteração, uma vez que, N_R é singleto sobre $SU(2)_L$ com hipercarga nula. Entretanto, como na diagonalização da matriz de massa foi realizada com o termo de massa extra (equação 3.34), existem termos escondidos a partir da quarta linha dos autovetores como no exemplo da equação 3.32 e, assim como a matriz $U^{\nu l}$ em 3.37, a corrente carregada é alterada de forma significante.

A Corrente de interação neutra completa está contida na equação 2.14 ou 2.20, para

somente os léptons temos a seguinte equação:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} &= -\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu \frac{1}{2}\underbrace{\left(g_1 A_\mu^3 - g_2 B_\mu\right)}_{g_1 Z_\mu/\cos\theta_W}\nu_L^\alpha + \overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu \frac{1}{2}\left(-g_1 A_\mu^3 - g_2 B_\mu\right) l_L^\alpha\right] \\ &\quad + \overline{l_R^\alpha}\gamma^\mu \left(g_2 B_\mu\right) l_R^\alpha, \end{aligned} \tag{3.38}$$

esta equação não é alterada ao inserirmos os neutrinos de mão direita N_R.

Nada muda na primeira linha porque esta decorre de dubletos de $SU(2)_L$ e N_R são singleto por este grupo. Análogamente, na segunda linha nada muda porque N_R possuem hipercarga nula $Y = 0$. Entretanto, como já foi mencionado, os autovetores para os neutrinos foram redefinidos durante o processo de diagonalização da matriz de massa de Majorana e, como o neutrino estéril não interage com o bóson Z_μ podemos escrever a interação com os neutrinos na equação 3.38 da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} &= -\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu \nu_L^\alpha Z_\mu + h.c. = -\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu \mathbb{1}' \nu_L^\alpha Z_\mu + h.c. \\ &= -\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\underbrace{\begin{pmatrix}\overline{\nu_L^e} & \overline{\nu_L^\mu} & \overline{\nu_L^\tau} & \overline{N_{R\,1}^C} & \cdots & \overline{N_{R\,n}^C}\end{pmatrix}}_{\overline{N}}\gamma^\mu \underbrace{\begin{pmatrix}1&0&0&0&\cdots\\0&1&0&0&\cdots\\0&0&1&0&\cdots\\0&0&0&0&\cdots\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\ddots\end{pmatrix}}_{\mathbb{1}'}\underbrace{\begin{pmatrix}\nu_L^e\\ \nu_L^\mu\\ \nu_L^\tau\\ N_{R\,1}^C\\ \vdots\\ N_{R\,n}^C\end{pmatrix}}_{N} Z_\mu + h.c. \\ &= -\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{N}\gamma^\mu \mathbb{1}' N\, Z_\mu + h.c., \end{aligned} \tag{3.39}$$

o índice n é o número de neutrino estéreis adicionados. No caso particular do exemplo 2 da seção 3.1.2, $n = 1$, temos que $\mathbb{1}'$ é uma matriz 4×4 e N possui quatro linhas.

Ao realizar a redefinição de N através de U^ν segundo a transformação utilizada nas equações 2.57 e 3.32 temos:

$$N = U^\nu \mathcal{N} \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{L}_{\mathcal{CN}} = -\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{\mathcal{N}}\left(U^\nu\right)^\dagger \gamma^\mu \mathbb{1}' U^\nu \mathcal{N}\; Z_\mu + h.c. \tag{3.40}$$

onde é possível visualizar que $\left(U^\nu\right)^\dagger \mathbb{1}' U^\nu$ não é necessariamente diagonal, pois, $\mathbb{1}'$ não é a matriz identidade em dimensão maior do que três, ou seja, quando existe ao menos um neutrino estéril N_R. Portanto, em geral, existem efeitos de mistura tanto na corrente neutra quanto na corrente carregada (seção 3.1.3).

3.1.5 Interação com o Higgs

No Modelo Padrão não existem termos de interação do bóson de Higgs com o neutrino (equação 2.51). Entretanto, é possível calcular o termo de interação com o Higgs ao adicionarmos o neutrinos de mão direita N_R.

Segundo a equação 3.3 e 3.33, ao tomarmos o termo com o campo $H(x)$, temos o termo de interação dos neutrinos com o bóson de Higgs.

$$\mathcal{L}^{N}_{\text{Higgs}} = -\frac{H(x)}{\sqrt{2}}\Big(\underbrace{c^{\nu}_{\alpha\beta}\overline{\nu^{\alpha}_{L}}N^{\beta}_{R}}_{\text{novo}} + h.c.\Big) = -\frac{H(x)}{\sqrt{2}}\Big(\overline{\nu_L}c^{\nu}N_R + \overline{N_R}c^{\nu\dagger}\nu_L\Big), \tag{3.41}$$

onde o termo *novo* pode ser colocado na base de massa de forma semelhante como nos casos da Corrente Carregada (seção 3.1.3) e Corrente Neutra (seção 3.1.4).

$$\mathcal{L}^{N}_{\text{Higgs}} = -\frac{H(x)}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\overline{\nu^{e}_{L}} & \overline{\nu^{\mu}_{L}} & \overline{\nu^{\tau}_{L}} & \overline{N^{C\,1}_{R}} & \cdots & \overline{N^{C\,n}_{R}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & c^{\nu}_{e1} & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & c^{\nu}_{\mu 1} & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & c^{\nu}_{\tau 1} & \cdots \\ c^{\nu}_{e1} & c^{\nu}_{\mu 1} & c^{\nu}_{\tau 1} & 0 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu^{C}_{Le} \\ \nu^{C}_{L\mu} \\ \nu^{C}_{L\tau} \\ N^{1}_{R} \\ \vdots \\ N^{n}_{R}\end{pmatrix}, \tag{3.42}$$

onde n é o número de neutrinos de mão direita N_R.

No caso mais geral para expressar $\mathcal{L}_{(\text{Higgs}+\text{N})}$ na base física de massa é necessário recorrer a uma transformação semelhante a contida na equação 3.39.

3.2 Modelo com o Grupo $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$

Esta realização do mecanismo de *Seesaw* do tipo I consiste em aumentar o grupo de calibre do Modelo Padrão $SU(2)_L \times U(1)_Y$ de forma simétrica *direita - esquerda* e, portanto, simetrizar a representação dos campos deste modelo [32][33][34][35][36].

Como foi dito na seção 3.1 existem ambas as projeções quirais (mão direita e esquerda) para todos os férmions com exceção do neutrino, portanto, o neutrino possui massa nula. Simetrizar o Modelo Padrão ao aumentar o grupo de calibre permite inserir um neutrino de mão direita $(\nu_R)_l$ para cada família dos léptons carregados (l) em dubletos do grupo $SU(2)_R$.

O benefíco desta realização é que ao simetrizar o Modelo Padrão o neutrino adquire massa devido a existência de um termo de mão direita, entretanto, neste caso o neutrino ν_R não é estéril.

Ao estendermos o grupo de simetria estamos supondo que o Modelo Padrão está englobado neste novo grupo, ou seja, temos que eventualmente recuperar os resultados contidos no Modelo Padrão. Como esperamos que a Lagrangiana seja invariante pela simetria *direita - esquerda* $(\psi_L \leftrightarrow \psi_R)$ e que retorne ao Modelo Padrão, consequentemente, é de interesse que a corrente de mão direita seja de alguma forma suprimida.

3.2.1 Dubletos Fermiônicos e Multipletos do Modelo

Neste modelo podemos definir um número mínimo de campos fermiônicos para permitir massa para os neutrinos e recuperar a dominância de interações $V-A$ a baixas energias. Os léptons podem ser escritos da seguinte forma:

$$L_{\alpha L} = \begin{pmatrix}\nu^{\alpha}_{L} \\ l^{\alpha}_{L}\end{pmatrix} \equiv (1/2, 0, -1) \quad , \quad L_{\alpha R} = \begin{pmatrix}\nu^{\alpha}_{R} \\ l^{\alpha}_{R}\end{pmatrix} \equiv (0, 1/2, -1), \tag{3.43}$$

para $\alpha = e, \mu, \tau$, onde os números quânticos referentes a representação $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ estão entre parênteses. É possível verificar que não existem mais singletos fermiônicos, como no Modelo Padrão.

Também é necessário modificar o setor escalar do modelo e acrescentar novos multipletos de Higgs:

$$\Phi \equiv (1/2, 1/2, 0), \qquad \Delta_L \equiv (1, 0, 2), \qquad \Delta_R \equiv (0, 1, 2), \tag{3.44}$$

onde Φ é dubleto e $\Delta_{L(R)}$ são tripletos dos grupos $SU(2)_{L(R)}$.

As transformações dos férmions foram discutidas no Capítulo 2, para os multipletos da equação 3.44 temos as seguintes relações:

$$\Delta_{L(R)} \longrightarrow U_{L(R)} \Delta_{L(R)} U^{\dagger}_{L(R)}, \qquad \Phi \longrightarrow U_L \Phi U^{\dagger}_R, \tag{3.45}$$

onde $U_{L(R)}$ são as transformações na forma $U(\theta) = e^{i\theta.I} \equiv \exp\left(i \sum_{k=1}^{N} \theta_k I_k\right)$, para os campos de mão esquerda (*left*) e direita (*right*), respectivamente.

Neste modelo a relação de Gell-Mann–Nishijima (equação 2.3) é modificada para:

$$Q \equiv I_{3L} + I_{3R} + \frac{B-L}{2}, \tag{3.46}$$

fixando assim a relação do operador de carga Q com o operador $B - L$ antes da quebra de simetria.

Os novos campos introduzidos podem ser representados de diversas maneiras, em geral a forma matricial é a mais conveniente porque é mais simples de trabalhar.

Neste modelo os tipletos $\Delta_{L(R)}$ serão representados na forma matricial abaixo:

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta_i \tau_i, \qquad i = 1, 2, 3, \tag{3.47}$$

onde τ_i são as matrizes de Pauli.

De forma explicita podemos escrever os tripletos na forma:

$$\begin{aligned} \Delta_{L(R)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Delta_1 + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \Delta_2 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Delta_3 \right]_{L(R)} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} & \frac{\Delta_1 - i\Delta_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Delta_1 + i\Delta_2}{\sqrt{2}} & \frac{-\Delta_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}_{L(R)} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & \frac{-\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}_{L(R)}, \end{aligned} \tag{3.48}$$

De maneira análoga podemos representar Φ na forma:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_1^+ \\ \phi_2^- & \phi_2^0 \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \tilde{\Phi} = \tau_2 \Phi^* \tau_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^{0*} & -\phi_2^+ \\ -\phi_1^- & \phi_1^{0*} \end{pmatrix}, \tag{3.49}$$

os campos que possuem índices com sinais são escolhidos como campos físicos contidos na Lagrangiana de forma a preservar carga elétrica, ou seja, na Lagrangiana 3.55 que veremos abaixo as simetrias do grupo devem ser preservadas.

3.2.2 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria

A Lagrangiana mais geral e renormalizável que decorre devido a expansão do grupo de calibre é escrita como segue abaixo:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}^{\text{Yukawa}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}_{\Phi,\Delta,V} \tag{3.50}$$

onde na sequência os termos são explicitados:

$$\mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\text{léptons}} = i\overline{L_{\alpha L}}\gamma^{\mu}D_{\mu}L_{\alpha L} + i\overline{L_{\alpha R}}\gamma^{\mu}D_{\mu}L_{\alpha R} \tag{3.51}$$

onde a derivada covariante é aplicada nos campos de mão direita de maneira análoga aos de mão esquerda

$$D^{\mu} = \partial^{\mu} + ig_1 G^{\mu}_{L}.I_L + ig_1 G^{\mu}_{R}.I_R + ig_2 Q^{\mu}\,\frac{B-L}{2}, \tag{3.52}$$

portanto, gera correntes de mão direita e esquerda.

O último termo de 3.50 pode ser escrito como:

$$\mathcal{L}_{\Phi,\Delta,V} = \mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\Phi,\Delta} + \mathcal{L}_V, \tag{3.53}$$

que envolve os termos cinéticos dos bósons e o termo do potencial V, respectivamente:

$$\mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\Phi,\Delta} = \text{Tr}\left[(D_{\mu}\Phi)^{\dagger}\,D^{\mu}\Phi\right] + (D_{\mu}\Delta_L)^{\dagger}D^{\mu}\Delta_L + (D_{\mu}\Delta_R)^{\dagger}D^{\mu}\Delta_R, \tag{3.54}$$

e,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_V \;=\; & -\sum_{i,j=1,2}\mu^2_{ij}\text{Tr}\big(\Phi^{\dagger}_i\Phi_j\big) + \sum_{i,j,k,l=1,2}\Big[\lambda_{ijkl}\text{Tr}\big(\Phi^{\dagger}_i\Phi_j\big) + \lambda'_{ijkl}\text{Tr}\big(\Phi^{\dagger}_i\Phi_j\Phi^{\dagger}_k\Phi_l\big)\Big] \\
& + \sum_{i,j=1,2}\alpha_{ij}\text{Tr}\big(\Phi^{\dagger}_i\Phi_j\big)\Big[\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_L\Delta_L\big) + \text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_R\Delta_R\big)\Big] + \sum_{i,j=1,2}\beta_{ij}\Big[\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_L\Delta_L\Phi^{\dagger}_i\Phi_j\big) \\
& + \text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_R\Delta_R\Phi^{\dagger}_i\Phi_j\big)\Big] + \sum_{i,j=1,2}\gamma_{ij}\Big[\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_L\Phi_i\Delta_R\Phi^{\dagger}_j\big) + \text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_R\Phi_i\Delta_L\Phi^{\dagger}_j\big)\Big] \\
& - \mu^2\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_L\Delta_L + \Delta^{\dagger}_R\Delta_R\big) + \rho_1\left\{\Big[\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_L\Delta_L\big)\Big]^2 + \Big[\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_R\Delta_R\big)\Big]^2\right\} \\
& + \rho_2\Big[\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_L\Delta_L\Delta^{\dagger}_L\Delta_L\big) + \text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_R\Delta_R\Delta^{\dagger}_R\Delta_R\big)\Big] + \rho_3\text{Tr}\big(\Delta^{\dagger}_L\Delta_L\Delta^{\dagger}_R\Delta_R\big)
\end{aligned} \tag{3.55}$$

onde foi utilizada a notação $\Phi_1 \equiv \Phi$ e $\Phi_2 \equiv \tilde{\Phi}$ e, μ_{ij}, λ, λ', α, β, γ, μ, ρ_1, ρ_2 e ρ_3 são constantes arbitrárias do modelo.

O termo de Yukawa é modificado e fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}_{\text{léptons}} \;=\; & \Big(h^1_{\alpha\beta}\overline{L_{\alpha L}}\Phi L^{\beta}_R + h^2_{\alpha\beta}\overline{L_{\alpha L}}\tilde{\Phi}L^{\beta}_R\Big) \\
& + ih^3_{\alpha\beta}\Big[L^T_{\alpha L}\left(C\tau_2\Delta_L\right)L^{\beta}_L + L^T_{\alpha R}\left(C\tau_2\Delta_R\right)L^{\beta}_R\Big] + h.c.
\end{aligned} \tag{3.56}$$

onde C é o operador conjugação de carga que possui as seguintes propriedades:

$$C^{-1} = C^{\dagger} = C^T = -C \tag{3.57}$$

Os dois termos da primeira linha de 3.49 devem ser comparados com a última linha da equação 2.11 e os termos da segunda linha são completamente novos devido aos tripletos $\Delta_{L(R)}$.

Os estágios de quebra da simetria podem ser implementados da seguinte forma:

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U_{B-L} \xrightarrow{\langle\Delta_R\rangle\neq 0, \langle\Delta_L\rangle=0} SU(2)_L \times U(1) \tag{3.58}$$

não é necessário que Δ_L possua valor esperado do vácuo nulo, a simetria é quebrada basicamente porque Δ_R possui vácuo não nulo. O grupo só é reduzido a $U(1)_{\text{em}}$ após $\langle\phi\rangle \neq 0$. Após a primeira quebra a simetria local $B-L$ é também quebrada e, consequentemente, neste modelo existem interações que violam sabor. Os multipletos nos seus mínimos são:

$$\langle\Delta\rangle_L = 0, \quad \langle\Delta\rangle_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_R & 0 \end{pmatrix}, \quad \langle\Phi\rangle = \begin{pmatrix} k_1^0 & 0 \\ 0 & k_2^0 \end{pmatrix} \tag{3.59}$$

após a quebra espontânea da simetria (seção 2.3), de forma análoga a seção 3.1.1, podemos separar a Lagrangiana 3.56 em duas partes, uma com os termos de massa e outra com a interação com o bóson de Higgs:

$$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}_{\text{léptons}} = \mathcal{L}^{\text{massa}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}^{\text{Higgs}}_{\text{léptons}}, \tag{3.60}$$

onde a Lagrangiana de massa fica na forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{massa}}_{\text{léptons}} &= h^1_{\alpha\beta}\left(\overline{\nu^\alpha_L} k^0_1 \nu^\beta_R + \overline{l^\alpha_L} k^0_2 l^\beta_R\right) + h^2_{\alpha\beta}\left(\overline{\nu^\alpha_L} k^0_2 \nu^\beta_R + \overline{l^\alpha_L} k^0_1 l^\beta_R\right) \\ &\quad + h^3_{\alpha\beta}\left[\nu^{\alpha T}_R C(v_R)\nu^\beta_R\right] + h.c. \end{aligned} \tag{3.61}$$

neste caso, em oposição ao caso da seção 3.1, não é arbitrária a escolha do número de ν_R's, pois, depende do número de famílias inseridas. Entretanto, somente uma família é necessária para realizar o mecanismo de *Seesaw* do tipo I.

De imediato podemos verificar que a Lagrangiana 3.61 gera contribuições para a massa dos léptons carregados l's na seguinte forma:

$$\mathcal{L}^l_{\text{massa}} = \left(h^1_{\alpha\beta} k^0_2 + h^2_{\alpha\beta} k^0_1\right)\overline{l^\alpha_L} l^\beta_R + h.c., \tag{3.62}$$

escrita na base de sabores.

O restante da Lagrangiana 3.61 é o setor neutro responsável pela geração de massa para os neutrinos,

$$\mathcal{L}^\nu_{\text{massa}} = \left[\left(h^1_{\alpha\beta} k^0_1 + h^2_{\alpha\beta} k^0_2\right)\overline{\nu^\alpha_L}\nu^\beta_R + \left(h^3_{\alpha\beta} v_R\right)\nu^{\alpha T}_R C \nu^\beta_R\right] + h.c. \tag{3.63}$$

o primeiro termo na equação acima é uma contribuição de massa de Dirac, e o segundo termo é uma contribuição de massa de Majorana.

De forma análoga ao caso da seção anterior 3.1, como os campos não estão nos auto-estados de massa, precisamos recorrer ao processo de diagonalização.

A equação acima é uma mistura de termos de Majorana e de Dirac, é mais simples escrever os termos utilizando as seguintes relações:

$$\nu = \nu_L, \quad N \equiv C(\overline{\nu_R})^T \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{c} \overline{\nu_R}\nu_L = N^T C\nu = \nu^T CN \\ \nu_R^\dagger C^\dagger \nu_R^* = N^T C^\dagger N \end{array} \tag{3.64}$$

portanto, a Lagrangiana 3.63 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\nu}_{\text{massa}} &= \left[\left(h^1_{\alpha\beta}k^0_1 + h^2_{\alpha\beta}k^0_2\right) N^{\alpha T} C\nu^\beta + \left(h^3_{\alpha\beta}v_R\right) N^{T\alpha} C^\dagger N^\beta\right] + h.c. \\ &= \begin{pmatrix} \nu^{\alpha T} & N^{\alpha T} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \frac{h^1_{\alpha\beta}k^0_1 + h^2_{\alpha\beta}k^0_2}{2} \\ \left(\frac{h^1_{\alpha\beta}k^0_1 + h^2_{\alpha\beta}k^0_2}{2}\right)^T & -h^3_{\alpha\beta}v_R \end{pmatrix}}_{\frac{1}{2}\mathcal{M}} C \begin{pmatrix} \nu^\beta \\ N^\beta \end{pmatrix} + h.c. \end{aligned} \tag{3.65}$$

como já foi mencionado, os neutrinos no agrupamento não são estados físicos porque a matriz de massa de Majorana $\mathcal{M}$ não é diagonal, assim, através de uma diagonalização podemos obter as massas para os neutrinos.

3.2.3 Matriz de Massa de Majorana e Neutrinos Massivos

Como foi mencionado na seção 3.1.2 o mecanismo de *Seesaw* do tipo I é caracterizado pela imposição de que $M_N \gg D$.

Neste modelo, embora o grupo de simetria foi expandido e o número de neutrinos de mão direita ν_R está ligado ao número de famílias,. a matriz de massa de Majorana $\mathcal{M}$ também pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & D \\ D^T & M_N \end{pmatrix}, \tag{3.66}$$

entretanto, para cada número de famílias n_f a matriz de massa de Majorana aumenta em duas linha e duas colunas. Portanto, D e M_N são matrizes $n_f \times n_f$, e $\mathcal{M}$ é uma matriz $n \times n$ segundo a relação:

$$n = 2n_f,$$

para três famílias temos que D e M_N são matrizes 3×3, o que faz de $\mathcal{M}$ uma matriz 6×6.

Como foi visualizado na seção 3.1.2 é possível demonstrar que a matriz de Majorana pode ser diagonalizada por uma transformação unitária, o que permite estimar as relações para as massas (equação 3.18).

Para o caso das três famílias completas temos que a Lagrangiana de massa dos neutrinos 3.65 fica da forma:

$$\mathcal{L}^{\nu}_{\text{massa}} = \begin{pmatrix} \nu_L^{\alpha T} & \nu_R^{\alpha T} \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & D_{\alpha\beta} \\ D^T_{\alpha\beta} & M_{N\alpha\beta} \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} \nu_L^\beta \\ \nu_R^\beta \end{pmatrix} + h.c. \tag{3.67}$$

onde a matriz de massa de Majorana é $\mathcal{M}$,

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & D_{\alpha\beta} \\ D^T_{\alpha\beta} & M_{N\alpha\beta} \end{pmatrix}, \tag{3.68}$$

Os autoestados e de massa e de sabor podem ser escritos como segue:

$$\begin{pmatrix} \nu_L^\beta \\ \nu_R^\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L^e \\ \nu_L^\mu \\ \nu_L^\tau \\ \nu_R^e \\ \nu_R^\mu \\ \nu_R^\tau \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \nu_{L(R)}^j \\ N_{L(R)}^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_{L(R)}^1 \\ \nu_{L(R)}^2 \\ \nu_{L(R)}^3 \\ N_{L(R)}^1 \\ N_{L(R)}^2 \\ N_{L(R)}^3 \end{pmatrix} \tag{3.69}$$

e podem ser relacionadas através da seguinte transformação,

$$\begin{pmatrix} \nu_L^\beta \\ \nu_R^\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ E & F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{L(R)}^j \\ N_{L(R)}^j \end{pmatrix} \tag{3.70}$$

onde A, B, E e F são matrizes 3×3 que diagonalizam $\mathcal{M}$, D e M_N utilizando as equações 3.67 e 3.68. A Lagrangiana 3.67 pode ser reescrita na forma:

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{\nu} = \sum_{1,2,3} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\nu_L^i} & \overline{N_L^i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1^{ij} & 0 \\ 0 & m_2^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^j \\ N_R^j \end{pmatrix} + h.c. \tag{3.71}$$

onde m_1 e m_2 são as matrizes diagonais 3×3 dos neutrinos leves ν e pesados N, respectivamente.

$$m_1 = \begin{pmatrix} m_{\nu_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{\nu_2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\nu_3} \end{pmatrix}, \qquad m_2 = \begin{pmatrix} m_{N_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{N_2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{N_3} \end{pmatrix} \tag{3.72}$$

neste modelo, assim como nos casos anteriores, $m_{N_i} \gg m_{\nu_i}$.

3.2.4 Bósons de Calibre e Massas

Como foi mencionado na seção 2.3.3 no Modelo Padrão as massas dos bósons de calibre W e Z são geradas através do mecanismo de Higgs quando escrevemos os termos cinéticos do campo Φ.

Neste modelo o campo em 2.32 é alterado por um objeto na forma da equação 3.44, portanto, o termo cinético devido aos campos Φ e $\Delta_{L(R)}$ fica na forma:

$$\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{cinético}} = \text{Tr}\left[(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi\right] + (D_\mu \Delta_L)^\dagger D^\mu \Delta_L + (D_\mu \Delta_R)^\dagger D^\mu \Delta_R \tag{3.73}$$

onde

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_1^+ \\ \phi_2^- & \phi_2^0 \end{pmatrix} \qquad \longrightarrow \qquad \mathcal{L}_{\Phi}^{\text{cinético}} = \text{Tr}\left[(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi\right] \tag{3.74}$$

com

$$D^\mu \Phi = \partial^\mu \Phi + i\frac{1}{2} g_1 \left(\tau . G_L^\mu \Phi - \Phi \tau . G_R^\mu\right), \tag{3.75}$$

para o caso do dubleto de $SU(2)_L \times SU(2)_R$, e

$$\Delta_{L(R)} = \begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^{+} \\ \Delta^{0} \end{pmatrix}_{L(R)} \qquad \longrightarrow \qquad \mathcal{L}_{\Delta}^{\text{cinético}} = \left(D_\mu \Delta_{L(R)}\right)^\dagger D^\mu \Delta_{L(R)} \tag{3.76}$$

com

$$D^\mu \Delta_{L(R)} = \left(\partial_\mu + i g_1 T.G^\mu_{L(R)} + i\frac{B-L}{2} g_2 Q^\mu\right)\Delta_{L(R)} \tag{3.77}$$

para o caso dos tripletos de mão esquerda e direita de $SU(2)_L$ e $SU(2)_R$, respectivamente. As matrizes T obedecem a Álgebra de Lie $[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c$, onde $f = \epsilon$ é a constante de estrutura do grupo $SU(2)$, entretanto, não são as matrizes de Pauli devido a representação utilizada na equação 3.74, são elas:

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad T_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \qquad T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3.78}$$

Para não sobrecarregar a notação vamos omitir os sobrescritos ^{0} em k_1^0 e k_2^0. Portanto, após a quebra espontânea de simetria, podemos reescrever os termos que geram massas da Lagrangiana 3.73 da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{massa}} \;=\; & \frac{1}{4} g_1^2 \left(G^\mu_{R3} - G^\mu_{L3}\right)\left(G_{R3\mu} - G_{L3\mu}\right)\left(k_1^2 + k_2^2\right) \\ & - \frac{1}{2} g_1^2 \left(G_R^{\mu+} k_2 - G_L^{\mu+} k_1\right)\left(G^-_{L\,\mu} k_1 - G^-_{R\mu} k_2\right) \\ & - \frac{1}{2} g_1^2 \left(G^-_{R\mu} k_1 - G^-_{L\,\mu} k_2\right)\left(G_L^{\mu+} k_2 - G_R^{\mu+} k_1\right) \\ & + 2 g_1^2 v_R^2 G_R^{\mu-} G^+_{R\mu} + v_R^2 \left(g_2 Q^\mu - g_1 G^\mu_{R3}\right)\left(g_2 Q_\mu - g_1 G_{R3\mu}\right), \end{aligned} \tag{3.79}$$

onde definimos

$$G^{\mu\pm} = \frac{G_1^\mu \mp i G_2^\mu}{\sqrt{2}}, \tag{3.80}$$

e, como foi mencionado em 3.58, o valor esperado do vácuo para o tripleto de mão esquerda Δ_L foi tomado como sendo nulo $v_L = 0$, logo, os termos restantes dependem somente de v_R, k_1 e k_2.

Poderíamos escrever os termos de interação dos bósons de calibre contido nas 3.76, mas no momento estamos interessados apenas nos termos de massa da 3.79.

Os campos $G^{\mu\pm}_{L(R)}$, $G^{\mu 3}_{L(R)}$ e Q^μ ainda não são autoestados de massa, portanto, temos que diagonalizar as matrizes abaixo para obter os autovetores e autovalores, respectivamente, campos físicos e massas. Neste processo devemos fazer algumas considerações de natureza física quanto as constantes arbitrárias que aparecem em 3.79, primeiramente podemos reescrever $\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{cinético}}$ da seguinte maneira:

$$\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{massa}} = \begin{pmatrix} G^-_{L\,\mu} & G^-_{R\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} g_1^2 (k_1^2 + k_2^2) & -g_1^2 k_1 k_2 \\ -g_1^2 k_1 k_2 & \frac{1}{2} g_1^2 \left[k_1^2 + k_2^2 + (2v_R)^2\right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_L^{\mu+} \\ G_R^{\mu+} \end{pmatrix} + \tag{3.81}$$

$$\begin{pmatrix} G_{L3\mu} G_{R3\mu} Q_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} g_1^2 (k_1^2 + k_2^2) & -\frac{1}{4} g_1^2 (k_1^2 + k_2^2) & 0 \\ -\frac{1}{4} g_1^2 (k_1^2 + k_2^2) & \frac{1}{4} g_1^2 \left[k_1^2 + k_2^2 + (2v_R)^2\right] & -\frac{1}{4} g_1 g_2 (2v_R)^2 \\ 0 & -\frac{1}{4} g_1 g_2 (2v_R)^2 & \frac{1}{4} g_2^2 (2v_R)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^\mu_{L3} \\ G^\mu_{R3} \\ Q^\mu \end{pmatrix},$$

onde separamos os termos carregados $G^{\pm}$ dos demais.

Nesta forma fica evidente que os campos de mão direita e esquerda carregados possuem uma espécie de mistura, uma vez que, a primeira matriz da equação acima não é diagonal, e, que a segunda matriz dá origem a três bósons neutros em lugar de apenas dois, portanto, como foi mencionado, são necessárias algumas imposições sobre as constantes k_1, k_2 e v_R em ordem de recuperar compatibilidade com os experimentos.

Vamos agora discutir cada uma das contribuições da equação 3.81.

Parte Carregada

Podemos diagonalizar a parte carregada de $\mathcal{L}^{\text{massa}}_{\Phi,\Delta}$ da forma usual para obter as massas físicas dos campos carregados.

$$\mathcal{M}_{\text{carregada}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & -g_1^2 k_1 k_2 \\ -g_1^2 k_1 k_2 & \frac{1}{2}g_1^2\left[k_1^2+k_2^2+(2v_R)^2\right] \end{pmatrix}, \tag{3.82}$$

essas massas são:

$$M_{W_{1(2)}} = \frac{1}{2}g_1^2 \left\{ k_1^2 + k_2^2 + \frac{1}{2}(2v_R)^2 \mp \left[\left(\frac{(2v_R)^2}{2} \right)^2 + 4k_1^2 k_2^2 \right]^{1/2} \right\}, \tag{3.83}$$

que são os autovalores de 3.82 e correspondem aos autovetores de W_1 e W_2, e que podem ser escritos da forma.

$$\begin{pmatrix} W_1^{\mu+} \\ W_2^{\mu+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\xi & -\text{sen}\xi \\ \text{sen}\xi & \cos\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_L^{\mu+} \\ G_R^{\mu+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_L^{\mu+}\cos\xi - G_R^{\mu+}\text{sen}\xi \\ G_L^{\mu+}\text{sen}\xi + G_R^{\mu+}\cos\xi \end{pmatrix} \tag{3.84}$$

onde temos que

$$\tan 2\xi = \frac{-k_1 k_2}{v_R^2} \tag{3.85}$$

Para que este modelo não tenha problemas com os vínculos experimentais é importante que a mistura que aparece em 3.84 seja bastante suprimida, no limite em o ângulo de mistura ξ é muito pequeno vemos que pela equação 3.84:

$$\xi \longrightarrow 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \begin{pmatrix} W_1^{\mu+} \\ W_2^{\mu+} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} G_L^{\mu+} \\ G_R^{\mu+} \end{pmatrix}, \tag{3.86}$$

de forma que desacoplamos G_L^{μ} de G_R^{μ} e, portanto W_1^{μ} seja praticamente igual a G_L^{μ}. Consequentemente, segundo a equação 3.85, este carácter físico impõe que a relação das constantes deve ser como ja foi antecipado anteriormente,

$$k_1, k_2 \ll v_R, \tag{3.87}$$

justificando o aparecimento do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I para gerar as massas dos neutrinos ativos.

Nessa aproximação as massas dos bósons carregados $W_{1(2)}$ tornan-se hierarquicas:

$$M^2_{W_{1(2)}} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{ll} M^2_{W_1} \simeq & \frac{1}{2}g_1^2\left(k_1^2+k_2^2\right) \\ M^2_{W_2} \simeq & \frac{1}{2}g_1^2\left[k_1^2+k_2^2+(2v_R)^2\right] \simeq 2g_1^2 v_R^2 \end{array}, \tag{3.88}$$

ou seja, $M_{W_1} \ll M_{W_2}$. Isto já indica uma supressão da corrente carregada de mão direita.

A partir deste ponto passaremos a nos referir a $W_1^{\mu+}$ como $W_L^{\mu+}$ e $W_2^{\mu+}$ por $W_R^{\mu+}$ segundo a equação 3.86, em virtude da natureza destes campos nas aproximações mencionadas e com comparações com o MP.

Parte Neutra

Podemos realizar agora a diagonalização da parte neutra da Lagrangiana 3.81, cuja matriz de massa é:

$$\mathcal{M}_{\text{neutra}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & -\frac{1}{4}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & 0 \\ -\frac{1}{4}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & \frac{1}{4}g_1^2\left(k_1^2+k_2^2+(2v_R)^2\right) & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_R)^2 \\ 0 & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_R)^2 & \frac{1}{4}g_2^2(2v_R)^2 \end{pmatrix}, \tag{3.89}$$

assim como foi realizada na parte carregada, utilizamos as aproximações que surgiram das imposições mencionadas na discussão da parte carregada anteriormente (relação 3.87). Detalhes do cálculo no estão contidos na seção B.1 do Apêndice.

As massas dos bósons obtidas a partir da diagonalização da parte neutra da Lagrangiana 3.81 são:

$$\begin{aligned} M_A^2 &= 0, \\ M_Z^2 &\simeq \frac{1}{2}g_1^2\frac{g_1^2+2g_2^2}{g_1^2+g_2^2}\left(k_1^2+k_2^2\right), \\ M_X^2 &\simeq \frac{1}{2}\left(g_1^2+g_2^2\right)(2v_R)^2, \end{aligned} \tag{3.90}$$

o fóton deve ter massa nula mesmo após a quebra da simetria, portanto, de acordo com os autovalores obtidos de forma exata. Observamos que existe M_X na literatura este é o Z'.

Os campos correspondentes a essas massas são os estados físicos:

$$\begin{aligned} A^\mu &= (G_{L3}^\mu + G_{R3}^\mu)\frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}} + Q^\mu\frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}, \\ Z^\mu &\simeq G_{L3}^\mu\sqrt{\frac{g_1^2+g_2^2}{g_1^2+2g_2^2}} - G_{R3}^\mu\frac{g_2^2}{g_1^2+g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2+g_2^2}{g_1^2+2g_2^2}} - Q^\mu\frac{g_1g_2}{g_1^2+g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2+g_2^2}{g_1^2+2g_2^2}}, \\ X^\mu &\simeq G_{R3}^\mu\frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} - Q^\mu\frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}, \end{aligned} \tag{3.91}$$

onde é possível verificar que estes campos físicos são diagonais e que o campo X é só de mão direita, portanto, serão suprimidos.

É interessante estabelecer uma relação entre as massas dos Bosóns W_L e Z, como veremos mais a frente, da mesma maneira que foi realizado com o MP 2.4.1.Logo,

$$\frac{M_{W_1}^2}{M_Z^2} = \frac{\frac{1}{2}g_1^2\left(k_1^2+k_2^2\right)}{\frac{1}{2}g_1^2\frac{g_1^2+2g_2^2}{g_1^2+g_2^2}\left(k_1^2+k_2^2\right)} = \frac{g_1^2+g_2^2}{g_1^2+2g_2^2} = \cos^2\theta_{\text{novo}} \tag{3.92}$$

de forma que podemos confrontar com os experimentos.

Em resumo, após a quebra completa da simetria 3.58, ao impor o fato experimental que não se observa corrente de mão direita experimentalmente, portanto, a mistura no setor carregado da corrente de mão direita e esquerda deve ser pequena para estabelecemos uma relação que dever ser obedecida pelos parâmetros do modelo, 3.87, levando a uma hierarquia para as massas dos bósons $W^{\pm}_{L(R)}$.

Essa relação implica na possibilidade de explicar a pequenez da massa dos neutrinos ativos através do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I. Isso leva ainda na existência na supressão de corrente carregada de mão direita e não existência de um novo bóson neutro X também bastante massivo. A baixas energias, em virtude do tamanho da massa desses novos bósons, deve-se observar a restauração da violação de paridade observada experimentalmente.

3.2.5 Lagrangiana de Interação

Como foi mencionado na seção 3.1.3, no Modelo Padrão os neutrinos são não massivos e, portanto, não existe a matriz de mistura no setor leptônico.

Entretanto, ao extendermos o modelo temos termos de Yukawa que permitem mistura no setor leptônico.

No Modelo Padrão a Lagrangiana de Interação dos férmions com os bósons de calibre pode ser visualizada nas duas primeiras linhas da equação 2.11, onde é evidente a distinção entre objetos de quiralidades distintas.

No caso do modelo que estamos discutindo nesta seção o grupo de calibre foi simetrizado, $(L \leftrightarrow R)$, e a Lagrangiana de Interação equivalente é a equação 3.51, logo, é possível demonstrar explicitamente que existem duas correntes carregadas, uma de mão direita e outra de mão esquerda, ao aplicar a derivada covariante D^{μ} nos dois dubletos fermiônicos desta Lagrangiana.

Seguindo o mesmo procedimento da seção 2.2 e, utilizando a Lagrangiana 3.51 temos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\text{léptons}} &= i\overline{L_{\alpha L}}\gamma^{\mu}D_{\mu}L_{\alpha L} + i\overline{L_{\alpha R}}\gamma^{\mu}D_{\mu}L_{\alpha R} \longrightarrow \\
\longrightarrow \quad & -\overline{L_{\alpha L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 G^{L}_{\mu}.\tau - g_2 Q_{\mu}\right)L_{\alpha L} \\
& -\overline{L_{\alpha R}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(g_1 G^{R}_{\mu}.\tau - g_2 Q_{\mu}\right)L_{\alpha R}
\end{aligned} \tag{3.93}$$

onde os valores das hipercargas, assim como a distinção dos campos na de calibre G^{μ} pelos índices quirais, estão de acordo com 3.43.

Na forma matricial a equação 3.93 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\text{léptons}} \longrightarrow \; & - \; \overline{L_{\alpha L}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} g_1 G^{3L}_{\mu} - g_2 Q_{\mu} & g_1\left(G^{1L}_{\mu} - iG^{2L}_{\mu}\right) \\ g_1\left(G^{1L}_{\mu} + iG^{2L}_{\mu}\right) & -g_1 G^{3L}_{\mu} - g_2 Q_{\mu} \end{pmatrix} L_{\alpha L} \\
& - \; \overline{L_{\alpha R}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\begin{pmatrix} g_1 G^{3R}_{\mu} - g_2 Q_{\mu} & g_1\left(G^{1R}_{\mu} - iG^{2R}_{\mu}\right) \\ g_1\left(G^{1R}_{\mu} + iG^{2R}_{\mu}\right) & -g_1 G^{3R}_{\mu} - g_2 Q_{\mu} \end{pmatrix} L_{\alpha R}
\end{aligned} \tag{3.94}$$

os termos fora da diagonal dão origem a uma corrente de interação carregada e os termos na diagonal a uma corrente de interação neutra. A Lagrangiana de corrente neutra pode

ser escrita na forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} &= -\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(g_1G_\mu^{3L}-g_2Q_\mu\right)\nu_L^\alpha+\overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(-g_1G_\mu^{3L}-g_2Q_\mu\right)l_L^\alpha\right]\\ &\quad-\left[\overline{\nu_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(g_1G_\mu^{3R}-g_2Q_\mu\right)\nu_R^\alpha+\overline{l_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(-g_1G_\mu^{3R}-g_2Q_\mu\right)l_R^\alpha\right],\end{aligned}\tag{3.95}$$

e a Lagrangiana de Corrente Carregada,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CC}} &= -\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(G_\mu^{1L}-iG_\mu^{2L}\right)l_L^\alpha+\overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(G_\mu^{1L}+iG_\mu^{2L}\right)\nu_L^\alpha\right]\\ &\quad-\left[\overline{\nu_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(G_\mu^{1R}-iG_\mu^{2R}\right)l_R^\alpha+\overline{l_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(G_\mu^{1R}+iG_\mu^{2R}\right)\nu_R^\alpha\right]\end{aligned}\tag{3.96}$$

Podemos reescrever as Lagrangianas de Corrente Neutra utilizando o resultado da diagonalização no setor de massa, ou seja, invertendo as equações 3.91:

$$\begin{aligned}G_{L3}^\mu &= A^\mu\frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}+Z^\mu\frac{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}},\\ G_{R3}^\mu &= A^\mu\frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}-Z^\mu\frac{g_2^2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}+X^\mu\frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}},\\ Q^\mu &= A^\mu\frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}-Z^\mu\frac{g_1g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}-X^\mu\frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}},\end{aligned}\tag{3.97}$$

e, para a Corrente Carregada, utilizamos a definição imposta em 3.80 para ambas as quiralidades como segue abaixo:

$$W_\mu^{L(R)}\equiv\frac{G_\mu^{1L(R)}+iG_\mu^{2L(R)}}{\sqrt{2}}.\tag{3.98}$$

Assim, primeiramente podemos escrever a Lagrangiana de corrente neutra da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{CN} &= -\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(Z_\mu g_1\frac{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}+X_\mu\frac{g_2^2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\right)\nu_L^\alpha\right.\\ &\quad\left.+\overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(-A_\mu\frac{2g_1g_2}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}+Z_\mu\frac{g_1^3}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}+X_\mu\frac{g_2^2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\right)l_L^\alpha\right]\\ &\quad-\left[\overline{\nu_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(X_\mu\sqrt{g_1^2+g_2^2}\right)\nu_R^\alpha\right.\\ &\quad\left.+\overline{l_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(-A_\mu\frac{2g_1g_2}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}+Z_\mu\frac{2g_1g_2^2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}+X_\mu\frac{-g_1^2+g_2^2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\right)l_R^\alpha\right],\end{aligned}\tag{3.99}$$

ou ainda, utilizando os projetores de quiralidade, temos,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{CN} &= -\left[\frac{1}{2}g_1\frac{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu^\alpha Z_\mu\right.\\
&\quad\left.+\frac{1}{2}\frac{g_1^2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{g_1^2+2g_2^2}{2g_1^2}+\frac{\gamma^5}{2}\right)\nu^\alpha X_\mu\right]\\
&\quad-\left[\frac{1}{2}\frac{g_1\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,\overline{l^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{-g_1^2+2g_2^2}{2(g_1^2+2g_2^2)}+\frac{\gamma^5}{2}\right)l^\alpha Z_\mu\right.\\
&\quad\left.+\frac{1}{2}\frac{g_1^2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,\overline{l^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{-g_1^2+2g_2^2}{2g_1^2}-\frac{\gamma^5}{2}\right)l^\alpha X_\mu\right]\\
&\quad-\left[-\frac{g_1g_2}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}\,\overline{l^\alpha}\gamma^\mu l^\alpha A_\mu\right],
\end{aligned} \tag{3.100}$$

o foton A_μ se acopla somente com os léptons carregados e como sabemos que sua constante de acoplamente é a carga elétrica, logo vemos de 3.100 que $e = g_1g_2/\sqrt{g_1^2+g_2^2} = g_1\text{sen}\theta_{\text{novo}}$. Vemos também que o acoplamento de Z é analogo com a substituição $\cos\theta_W$ vai para $\cos\theta_{\text{novo}}$.

Para a Corrente Carregada temos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathcal{CC}} &= -\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(\frac{W_L^\dagger}{\sqrt{2}}\right)l_L^\alpha+\overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(\frac{W_L}{\sqrt{2}}\right)\nu_L^\alpha\right]\\
&\quad-\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\left[\overline{\nu_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(\frac{W_R^\dagger}{\sqrt{2}}\right)l_R^\alpha+\overline{l_R^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(\frac{W_R}{\sqrt{2}}\right)\nu_R^\alpha\right]\\
&= -\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}g_1\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)l^\alpha W_L^\dagger+\frac{1}{2\sqrt{2}}g_1\overline{l^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu^\alpha W_L\right]\\
&\quad-\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}g_1\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)l^\alpha W_R^\dagger+\frac{1}{2\sqrt{2}}g_1\overline{l_R^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\nu_R^\alpha W_R\right]
\end{aligned} \tag{3.101}$$

Devemos esperar que este modelo, após a quebra espontânea da simetria $SU(2)_R \times SU(2)_L \times U(1)_{B-L}$, retorne os resultados já conhecidos experimentalmente bem explicados pelo MP.

Vamos agora discutir os campos de calibre $W^{L(R)}$

Campos de Calibre $W^{L(R)}$

Os campos de calibre $W^{L(R)}$ interagem com os léptons carregados e neutrinos em 3.101, atentando somente para a corrente de mão esquerda dessa Lagrangiana de Corrente Car-

regada,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CC}} &\rightarrow -\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\left[\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(\frac{W_L^\dagger}{\sqrt{2}}\right)l_L^\alpha+\overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_1\left(\frac{W_L}{\sqrt{2}}\right)\nu_L^\alpha\right]\\ &= -\sum_{\alpha=e,\mu,\tau}\frac{1}{2\sqrt{2}}g_1\left[\overline{\nu^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)l^\alpha\,W_L^\dagger+\overline{l^\alpha}\gamma^\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu^\alpha\,W_L\right] \quad (3.102)\end{aligned}$$

vemos que esta é simetrica em relação a quiralidade ($L \leftrightarrow R$) quanto a corrente de mão direita com exceção do sinal na parte axial, logo, é possível verificar que a Lagrangiana de Corrente Carregada 3.101 é invariante por transformação de paridade (P).

Entretanto, temos que a constante de Fermi G'_F é inversamente prorcional a v_R:

$$\frac{G'_{\mathrm{F}}}{\sqrt{2}} = \frac{g_1^2}{8m_{W_R}^2} \quad (3.103)$$

de forma que a corrente de mão direita será suprimida a baixas energias. De forma que recuperamos os resultados experimentais da aparente violação de paridade a baixas energias.

Mistura nas Lagrangianas de Correntes Carregada e Neutra

Tendo em vista que a estrutura das correntes carregada e neutra não é direfente do Modelo Padrão podemos concluir que o setor carregado para os léptons sofre mistura porque a diagonalização da Matriz de Massa de Majorana limita a liberdade de absorção dos autovetores dos neutrinos (seção 3.1.3), assim como aplicamos no Modelo com Setor Fermiônico Expandido (equação 3.37).

Entretanto, a Corrente Neutra não sofre alteração porque o termo de massa nua 3.33 não existe no Modelo com o Grupo de Calibre $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B_L}$ (seção 3.1.4), de outra forma, não existe uma quarta linha no multipleto leptônico que altere as rotações em $\mathcal{L}_{CN}$ como ocorreu em 3.39.

Vimos aqui um exemplo específico de implementação do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I e, em termos gerais, basta a introdução de neutrinos de mão direita, de forma que a massa associada a esses neutrinos seja muito maior que a escala de quebra de simetria do MP. No entanto é possível implementar de forma elaborara em modelos com o campo de calibre extendido.

Discutimos um exemplo do modelo com simetria de calibre $SU(2)_L x SU(2)_R U(1)_{B-L}$ que introduz neutrinos de mão direita, não como singletos de $SU(2)_L$ mas como dubletos de $SU(2)_R$, no exemplo que discutimos os neutrinos podem obter uma massa muito pequena através do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I que resulta da hierarquia entre os valores esperados do vácuo dos escalares do modelo 3.87. Tal hirarquia como vimos é necessária para que o modelo seja compatível com os dados experimentais a baixas energias.

Capítulo 4

Mecanismo de *Seesaw* do tipo II

Podemos escolher de forma conveniente novos férmions e/ou bósons de Higgs com o intuito de gerar massa para os neutrinos, com a ressalva de que esses novos objetos não gerem fenômenos discrepantes com a experimentação, neste Capítulo vamos discutir a maneira de aplicar o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo II, tal qual introduzido no fim do Capítulo 2, que pode ser realizado a nível de árvore ao incluirmos tripleto escalar de mão esquerda. E ao fim deste Capítulo discutiremos outra realização para este modelo.

4.1 Modelo com setor bosônico expandido

O mecanismo de *Seesaw* II não necessita modificar o setor leptônico do Modelo Padrão, ou seja, não precisamos de um neutrino estéril para gerar massa através deste mecanismo, basta somente acrescentar um novo bóson, Δ_L.

O argumento que se utiliza ao expandir o setor fermiônico, quando se acrescenta N_R em *Seesaw* I, é a aparente necessidade de simetrizar o Modelo Padrão quanto as projecões quirais dos férmions. Embora não exista qualquer restrição quanto ao acréscimo ou não do neutrino estéril N_R, para ter o mecanismo de *Seesaw* II e gerar massas para os neutrinos não necessitamos de um novo férmion.

4.1.1 Multipletos do Modelo

Assim como todos objetos de mão esquerda no modelo, este novo objeto se transforma quanto ao grupo $SU(2)_L$ e, como é um tripleto, deverá ter hipercarga igual a 1. A definição desse novo tripleto na representação do grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é $\Delta_L \to (3,1)$, e a sua transformação sobre $SU(2)_L$ é a seguinte:

$$\Delta_L \longrightarrow \Delta'_L = U_L \Delta_L U_L^\dagger, \tag{4.1}$$

as transformações de Δ_L sobre $SU(2)_L$ são iguais a qualquer objeto de mão esquerda no Modelo Padrão. O operador $U(\theta) = e^{i\theta.I} \equiv \exp\left(i\sum_{k=1}^{N}\theta_k I_k\right)$ é o responsável por essa transformação, onde θ_k são os parâmetros do Grupo de Lie.

O grupo de calibre é o mesmo do Modelo Padrão, portanto, a relação de Gell-Mann–Nishijima (equação 2.3) fica preservada.

As representações de tripletos de $SU(2)_L$ podem ser expressas na forma da equação 3.76, ou como segue abaixo:

$$\Delta_L \equiv \frac{\tau^i \delta_i}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \delta_3 & \delta_1 - i\delta_2 \\ \delta_1 + i\delta_2 & -\delta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_L^+/\sqrt{2} & \Delta_L^{++} \\ \Delta_L^0 & -\Delta_L^+/\sqrt{2} \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

onde $\Delta_L^{++} \equiv \big(\delta_1 - i\delta_2\big)/\sqrt{2}$, $\Delta_L^0 \equiv \big(\delta_1 + i\delta_2\big)/\sqrt{2}$, $\Delta_L^+ \equiv \delta_3$ e τ^i são as matrizes de pauli.

Nos desenvolvimentos seguintes os índices L nos tripletos serão omitidos para facilitar a notação.

4.1.2 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria

Respeitando as transformações do grupo de simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ e Lorentz, a Lagrangiana mais geral que podemos construir em virtude do acréscimo de um tripleto bosônico Δ pode ser escrita da forma:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{MP}} + \mathcal{L}_\Delta \tag{4.3}$$

que é a soma da Lagrangiana do Modelo Padrão com os novos termos extras devido a Δ:

$$\mathcal{L}_\Delta = \mathcal{L}_\Delta^{\text{cinético}} + \mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{Yukawa}} + \mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{potencial}} \tag{4.4}$$

onde os termos da Lagrangiana são, respectivamente, cinético, de Yukawa e potencial.

O termo cinético, pode ser escrito apenas com esse novo multipleto Δ, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_\Delta^{\text{cinético}} = \text{Tr}\left[\big(D_\mu \Delta\big)^\dagger D^\mu \Delta\right], \tag{4.5}$$

e a derivada covariante é dada por

$$D_\mu \Delta = \partial_\mu \Delta + i g_2 B_\mu \Delta + i g_1 \big[\overline{W}_\mu, \Delta\big], \quad \text{onde} \quad \overline{W}_\mu = \frac{\sigma_i}{2} A_\mu^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_\mu^3 & \sqrt{2} W_\mu^\dagger \\ \sqrt{2} W_\mu & -A_\mu^3 \end{pmatrix}, \tag{4.6}$$

e as constantes g_1 e g_2 são, respectivamente, os acoplamentos dos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$.

O termo de Yukawa, responsável pela interacão dos léptons carregados e os bósons, devido ao bóson Δ na Lagrangiana é escrito da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{Yukawa}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} f_{ab} \left(L_L^a\right)^T C \big(i\sigma_2\big) \Delta\, L_L^b + h.c. \tag{4.7}$$

na expressão acima f_{ab} é uma matriz de massa de Majorana, C é o operador de conjugação de carga, e os L's são dubletos leptônicos (equação 2.4), onde os indices a, b são as famílias.

O termo mais geral possível de ser escrito que contém o potencial do campo Δ e que relaciona os dois campos bosônicos Δ e Φ antes da quebra espontânea de simetria é escrito como segue:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{potencial}} \;=\; & -M_\Delta^2\, \text{Tr}\big(\Delta^\dagger \Delta\big) - \lambda_1 \left[\text{Tr}\big(\Delta^\dagger \Delta\big)\right]^2 \\ & -\lambda_2 \left\{ \left[\text{Tr}\big(\Delta^\dagger \Delta\big)\right]^2 - \text{Tr}\big(\Delta^\dagger \Delta \Delta^\dagger \Delta\big) \right\} \\ & -\lambda_4\, \Phi^\dagger \Phi\, \text{Tr}\big(\Delta^\dagger \Delta\big) - \lambda_5\, \Phi^\dagger \big[\Delta^\dagger, \Delta\big] \Phi - \big[\lambda_6\, \Phi^T i\sigma_2 \Delta^\dagger \Phi + h.c.\big] \end{aligned} \tag{4.8}$$

os demais termos são constantes arbitrárias. O primeiro termo recebe destaque ao nominarmos a constante de M_Δ^2, veremos que tal termo quadratico é ligado a massa quadrada de Δ.

Após a quebra espontânea da simetria eletrofraca (seção 2.3) temos que o tripleto Δ fica da seguinte forma:

$$\langle\Delta\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_2/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

onde o valor esperado do vácuo v_2 é não nulo, logo, a Lagrangiana de Yukawa produz um termo de massa para neutrino:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Delta,\text{Yukawa}} &= \frac{1}{2}\, v_2 f_{ab}\, \overline{(\nu_L^a)^C}\nu_L^b + h.c. = \frac{1}{2}\, v_2 f_{ab}\, (\nu_L^a)^T C\nu_L^b + h.c. \\ &= \frac{1}{2}\, (\nu_L^a)^T \underbrace{A_{ab}}_{\mathcal{M}} C\nu_L^b + h.c. \end{aligned} \tag{4.10}$$

onde usamos a identidade $\alpha^C = C(\overline{\alpha})^T$ e, portanto, $\mathcal{M}$ ou $A_{ab} = v_2 f_{ab}$ é uma matriz simétrica de massa de Majorana (seção 3.1.2).

Toda matriz de massa de Majorana é simétrica, mas podemos argumentar que este resultado segue da propriedade de anticomutação dos campos fermiônicos e da antissimetria da matriz de conjugação de carga C que a matriz A_{ab} é simétrica.

Novamente temos um termo de massa para o neutrino na Lagrangiana, entretanto, não visualizamos de imediato qualquer mecanismo de *Seesaw* apenas com a equação 4.10, em constraste com o mecanismo de *Seesaw* do tipo I.

O Mecanismo de *Seesaw* do tipo II aparece na forma com que o valor da massa do bóson Δ se relaciona com o valor esperado do vácuo v_2, como é possível visualizar na seção 4.1.3 abaixo.

4.1.3 Termo do Potencial e Neutrinos Massivos

Podemos obter o mínimo do potencial através de $\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{potencial}}$ (equação 4.8), que pode ser reescrita da seguinte forma após a quebra espontânea de simetria.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{potencial}}_{\Phi,\Delta\to\frac{v_1}{\sqrt{2}},\frac{v_2}{\sqrt{2}}} &= -M_\Delta^2\,\frac{v_2^2}{2} - \lambda_1\left(\frac{v_2^2}{2}\right)^2 - \lambda_4\left(\frac{v_1^2}{2}\right)\left(\frac{v_2^2}{2}\right) \\ &\quad -\lambda_5\left(\frac{v_1^2}{2}\right)\left(\frac{v_2^2}{2}\right) - \lambda_6\left(\frac{v_1^2}{2}\right)\left(\frac{v_2}{\sqrt{2}}\right), \end{aligned} \tag{4.11}$$

assim como foi feito na seção 2.3, onde utilizamos métodos de minimização do potencial $V(\phi)$ para obter informações a respeito do valor esperado do vácuo, podemos analisar a Lagrangiana acima para obter uma relação entre os valores esperados do vácuo v_1 e v_2 dos bósons Φ e Δ, respectivamente . Desta forma, chegamos a seguinte relação:

$$\frac{\lambda_1 v_2^3}{M_\Delta^2} + v_2 \cong \frac{\lambda_6 v_1^2}{M_\Delta^2} \tag{4.12}$$

podemos considerar o valor de λ_1 muito pequeno quando comparado ao tamanho da massa de Δ, pois, estamos supondo que a massa deste novo bóson M_Δ muito grande. Tendo isto em consideração podemos realizar a seguinte aproximação:

$$v_2 \sim \frac{\lambda_6 v_1^2}{M_\Delta^2}, \tag{4.13}$$

logo, através desta relação o mecanismo de *Seesaw* fica explicitado ao compararmos o termo acima com a Lagrangiana 4.10, pois, quanto maior o valor de M_Δ^2 menor serão as massas do neutrinos. Portanto, a forma da massa do neutrino fica da seguinte forma:

$$m_\nu \simeq f v_1^2 \frac{\lambda_6}{M_\Delta^2} \tag{4.14}$$

Embora as massas dos neutrinos estejam ligadas diretamente com os novos objetos inseridos no Modelo, o que se confirma em todos os mecanismos de *Seesaw* existentes, podemos visualizar que a natureza desses objetos pode ser muito distintas.

4.1.4 Corrente Carregada e Matriz de Mistura

Como foi discutido na seção 3.1.3, no Modelo Padrão é possível redefinir a os sabores dos neutrinos através de rotações arbitrárias, pois, não temos neutrinos massivos e, portanto, não existe matriz de mistura no setor leptônico.

Difentemente do caso anterior, onde adicionamos um singleto fermiônico N_R, temos termos adicionais de Yukawa não permitem mistura no setor leptônico quando adicionamos um tripleto escalar Δ.

O termo extra de Yukawa devido a Δ, explicitado na equação 4.10,

$$\mathcal{L}_{\Delta,\text{Yukawa}} = \frac{1}{2} (\nu_L^a)^T A_{ab} C \nu_L^b + h.c., \tag{4.15}$$

embora necessite de uma redefinição arbitrária dos neutrinos na parte da corrente carregada, podemos trabalhar na base em que A seja diagonal após a redefinição de l como visualizamos em 2.62:

$$(U^l)^T A\, U^l = m^\nu_{\text{diag}} \qquad \Longrightarrow \qquad \nu_L^\alpha \to \nu'^\alpha_L = (U^l_L)_{\alpha\beta} \nu^\beta, \tag{4.16}$$

assim, não podemos observar mistura no setor de leptônico assim como na equação 2.63:

$$\mathcal{L}_{CC}^{\text{leptônico}} = -\frac{g_1}{2\sqrt{2}} \left[\overline{\nu^\alpha} \gamma^\mu (1-\gamma^5) W_\mu^\dagger \underbrace{U^{l\dagger} U^l}_{\mathbf{1}} l^\alpha + h.c. \right], \tag{4.17}$$

4.1.5 Corrente Neutra e Mistura

Embora o fenômeno de mistura no setor leptônico da Lagrangiana de Corrente Carregada exista nos dois mecanismo explicitados até o presente capítulo, a analogia não se repete quanto a Lagrangiana de Corrente Neutra (equação 2.56)

Isto ocorre devido a natureza da diagonalização da matriz de massa que existem nos mecanismos, como foi mencionado na seção 3.1.4 o termo de massa nua (equação 3.34) influência na rotação da parte neutra, o que não acontece neste mecanismo.

Novamente, na parte leptônica da Lagrangiana de Corrente Neutra que segue abaixo,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} &= -\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu \frac{1}{2}\underbrace{\left(g_1 A_\mu^3 - g_2 B_\mu\right)}_{g_1 Z_\mu/\cos\theta_W}\nu_L^\alpha - \overline{l_L^\alpha}\gamma^\mu \frac{1}{2}\left(-g_1 A_\mu^3 - g_2 B_\mu\right) l_L^\alpha \\ &\quad + \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{l_R^\alpha}\gamma^\mu \left(g_2 B_\mu\right) l_R^\alpha, \end{aligned} \tag{4.18}$$

é possível visualizar que esta equação não é alterada ao inserirmos o tripleto escalar Δ, pois, quando se diagonaliza a matriz de massa dos neutrinos o número de neutrinos não é alterado, portanto, os neutrinos físicos são coincidentes aos de interação com o bóson Z.

$$\mathcal{L}_{\mathcal{CN}} = -\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{\nu_L^\alpha}\gamma^\mu \nu_L^\alpha\ Z_\mu + h.c. = -\frac{g_1}{2\cos\theta_W}\overline{N}\gamma^\mu \mathbb{1} N\ Z_\mu + h.c., \tag{4.19}$$

onde a redefinição de N é realizada através de U^ν segundo a equação 2.57.

4.1.6 Interação com o Higgs

Assim como no caso anterior o Mecanismo de *Seesaw* do tipo II permite a interacão do neutrino com o bosón responsável por sua massa, Δ, após a quebra de simetria.

Observando a equação 4.7 e o bóson Δ logo após a quebra de simetria eletrofraca,

$$\langle\Delta\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \left[v_2 + h(x)\right]/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \Delta_0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4.20}$$

onde $h(x)$ seria um Higgs extra do Modelo, temos que a Lagrangiana de Yukawa fica da seguinte forma

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \frac{1}{2}\, h(x)\, f_{ab}\, \overline{(\nu_L^a)^C}\nu_L^b + h.c. \tag{4.21}$$

Como foi mencionado no Capítulo 2, no Modelo Padrão não existem termos de interação do bóson de Higgs com o neutrino.

4.1.7 Termo cinético

A partir da Lagrangiana que possui os termos denominados de Cinéticos,

$$\mathcal{L}_\Delta^{\text{cinético}} = \text{Tr}\left[\left(D_\mu\Delta\right)^\dagger D^\mu\Delta\right], \tag{4.22}$$

podemos obter os novos valores das massas dos bosóns de calibre Z e W da mesma forma que foram obtidos na seção 2.3.3, para tanto temos que escrevemos a derivada covariante de acordo com as representações dos objetos utilizados na teoria (equação 4.6), logo, após a quebra da simetria eletrofraca temos:

$$D_\mu\Delta = \begin{pmatrix} i\frac{g_1}{\sqrt{2}}\Delta_0 W_\mu^\dagger & 0 \\ \partial_\mu\Delta_0 - i\frac{g_1}{\cos\theta_W}\Delta_0 Z_\mu & -i\frac{g_1}{\sqrt{2}}\Delta_0 W_\mu \end{pmatrix} \tag{4.23}$$

onde as entradas da matriz $\overline{W}_\mu$ em 4.6 foram definidas na equação 2.16 que repetimos abaixo,

$$W_\mu \equiv \frac{A^1_\mu + iA^2_\mu}{\sqrt{2}}, \qquad \begin{pmatrix} A^3_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \text{sen}\theta_W \\ -\text{sen}\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}, \tag{4.24}$$

portanto, temos que a Lagrangiana pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{massa}}_{\Delta} &= \partial_\mu h\, \partial^\mu h + \frac{g_1^2 v_2^2}{2} W^\mu W^\dagger_\mu + g_1^2 v_2\, h W^\mu W^\dagger_\mu + \frac{g_1^2}{2} h^2 W^\mu W^\dagger_\mu \\ &+ \frac{g_1^2 v_2^2}{2\cos^2\theta_W} Z_\mu Z^\mu + \frac{g_1^2 v_2}{\cos^2\theta_W} h Z_\mu Z^\mu + \frac{g_1^2}{2\cos^2\theta_W} h^2 Z_\mu Z^\mu \end{aligned} \tag{4.25}$$

logo, às massas dos bósons W e Z são adicionados termos de massa devido a Δ, que podem ser identificadas da mesma forma que na seção 2.3.3 utilizando a Lagrangiana Cinética acima, logo as massas completas deste modelo pode ser escrita da seguinte maneira:

$$M_W^2 = \underbrace{\frac{g_1^2 v_1^2}{4}}_{\text{MP}} + \underbrace{\frac{g_1^2 v_2^2}{2}}_{\Delta}, \qquad M_Z^2 = \underbrace{\frac{g_1^2 v_1^2}{4\cos^2\theta_W}}_{\text{MP}} + \underbrace{\frac{g_1^2 v_2^2}{\cos^2\theta_W}}_{\Delta} \tag{4.26}$$

onde $v_1 \equiv v$ e v_2 são, respectivamente, os valores esperados do vácuo devido ao campo Φ do Modelo Padrão e a Δ.

Podemos visualizar que os termos extras que contribuem para as massas do bósons W e Z alteram diretamente o resultado da simetria custodial citado ao final da seção 2.3, como foi mencionado, qualquer alteração no número de multipletos redefine a formulação geral de ρ através da relação:

$$\rho = \frac{\sum_k \left[I^k \left(I^k + 1 \right) - \left(I^k_3 \right)^2 \right] v_k^2}{2 \sum_k \left(I^k_3 \right)^2 v_k^2} \tag{4.27}$$

onde I^k são os isospin dos multipletos e I^k_3 é a componente do multipleto que possui valor esperado do vácuo v_k.

Utilizando o resultado em 4.26 ou através da definição de ρ em 4.27 obtemos que

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2\theta_W} = \frac{v_1^2 + 2v_2^2}{v_1^2 + 4v_2^2}, \tag{4.28}$$

logo, vemos que é possível colocar restrições para o valor esperado do vácuo do tripleto Δ, uma vez que os resultados experimentais [22] indicam que ρ igual ou muito próximo de 1.

4.2 Modelo com o Grupo $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$

Como outro exemplo do mecanismo de *Seesaw* do tipo II revisitaremos o modelo que consiste em expandir o grupo do Modelo Padrão $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para o $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, assumindo, além disso, uma simetria *esquerda-direita* [32][33][34][35][36] entre

o grupo de calibre $SU(2)$. Como no caso anterior essa simetria consistirá em impor que a Lagrangiana seja simétrica sobre a troca dos campos L e R, e essa simetria será quebrada espontaneamente.

A diferença quanto ao mecanismo anterior que possibilita que o Mecanismo de *Seesaw* seja do tipo II é que o *vev* de Δ_L é não será mais nulo (equação 3.59). De fato, quando o campo Φ desenvolve um *vev* pequeno, e se os acoplamentos de Yukawa com os neutrinos de mão direita forem suficientemente pequenos, teremos que as massas dos neutrinos serão geradas pelo Mecanismo de *Seesaw* do Tipo II.

No modelo *esquerda-direita* a pequenez da massa dos ν esta relacionada com a violação de P.

Teorias com simetria *esquerda-direita* permitem que a interação fraca padrão continue quiral mais o bóson W do Modelo Padrão passa a ter um companheiro, uma espécie de bóson quiral, de forma que a Lagrangiana de Corrente Carregada assume a forma:

$$\mathcal{L}_{W_R,W_L} = \frac{g_1}{\sqrt{2}}\left(J_{\mu L}W_L^{\mu} + J_{\mu R}W_R^{\mu}\right) \tag{4.29}$$

com $J_{\mu L} = J_{\mu R}(\gamma^5 \to -\gamma^5)$, e dois bósons carregados distintos como vimos no Capítulo 3.

Como ja vimos anteriormente o fato de W_R ser extremamente pesado (equação 3.88) faz com que a baixas energias esse modelo possa ainda ser coerente com os dados experimentais que não mostram nenhuma evidência de corrente $V + A$.

Veremos também que no caso do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo II as considerações sobre a natureza das Correntes Carregada e Neutra, a Quebra Espontânea do Grupo e Violação de Paridade são exatamente as mesmas que no caso do mecanismo de *Seesaw* do Tipo I.

4.2.1 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria

Para este caso em os estágios de quebra de simetria são:

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U_{B-L} \xrightarrow{\langle\Delta_R\rangle\neq 0} SU(2)_L \times U(1)_Y, \tag{4.30}$$

A simetria original é inicialmente quebrada pelo *vev* Δ_R muito maior que M_W. Nessa etapa tanto $B-L$ como a simetria *esquerda-direita* são quebradas, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é em seguida quebrada pelo *vev* do Φ levando a simetria final U_{em} e ao mesmo tempo gerando um *vev* pro Δ_L muito menor que M_W,

$$\langle\Delta_L\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_L & 0 \end{pmatrix}, \qquad \langle\Delta_R\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_R & 0 \end{pmatrix}, \qquad \langle\Phi\rangle = \begin{pmatrix} k_1^0 & 0 \\ 0 & k_2^0 \end{pmatrix}. \tag{4.31}$$

A simples consideração de que o valor esperado do vácuo de Δ_L é não nulo nos leva a multiplas consequências; primeiramente revela uma relação entre ambos o *vev*'s dos tripletos e segundo, e mais importante, a identificação do mecanismo de *Seesaw* passa de I para II.

Assim como no caso anteriormente descrito na seção 3.2.2, a forma da Lagrangiana mais geral e renormalizável que podemos escrever com o grupo de calibre $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ é da forma:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{\text{cinético}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}^{\text{Yukawa}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}_{\Phi,\Delta,V}, \tag{4.32}$$

os termos desta Lagrangiana foram explicitados nas equações 3.51, 3.53, 3.54, 3.55 e 3.56.

Após a quebra espontânea da simetria em 4.30, a Lagrangiana de Yukawa 3.56 gera termos de massa e de interação com o bóson de Φ:

$$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}_{\text{léptons}} = \mathcal{L}^{\text{massa}}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}^{\text{Higgs}}_{\text{léptons}}, \tag{4.33}$$

a Lagrangiana de massa fica na forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\text{léptons}}_{\text{massa}} &= \left[h^1_{\alpha\beta}\left(\overline{\nu^\alpha_L}k^0_1\nu^\beta_R + \overline{l^\alpha_L}k^0_2 l^\beta_R\right) + h^2_{\alpha\beta}\left(\overline{\nu^\alpha_L}k^0_2\nu^\beta_R + \overline{l^\alpha_L}k^0_1 l^\beta_R\right)\right] \\ &\quad + h^3_{\alpha\beta}\left[\nu^{\alpha T}_L C\big(v_L\big)\nu^\beta_L + \nu^{\alpha T}_R C\big(v_R\big)\nu^\beta_R\right] + h.c.,\end{aligned} \tag{4.34}$$

novamente, o número de neutrinos de mão direita não é arbitrário mas é fixado pelo número de famílias.

A contribuição para a massa dos léptons é a mesma (equação 3.62), pois, independe dos valores esperados do vácuo dos tripletos, já o setor neutro, responsável pela geração de massa para os neutrinos, difere de 3.63 pela parte de v_L:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\nu}_{\text{massa}} &= \big(h^1_{\alpha\beta}k^0_1 + h^2_{\alpha\beta}k^0_2\big)\overline{\nu^\alpha_L}\nu^\beta_R \\ &\quad + \left[\big(h^3_{\alpha\beta}v_L\big)\nu^{\alpha T}_L C\nu^\beta_L + \big(h^3_{\alpha\beta}v_R\big)\nu^{\alpha T}_R C\nu^\beta_R\right] + h.c.,\end{aligned} \tag{4.35}$$

a diferença fica evidente quando comparamos os termos de massa de Majorana da expressão acima com 3.63.

Novamente, como foi feito nas seções 3.1 e 3.2.2, podemos expressar a Lagrangiana 4.35 em termos de uma matriz de Majorana, logo:

$$\mathcal{L}^{\nu}_{\text{massa}} = \begin{pmatrix}\nu^{\alpha T} & N^{\alpha T}\end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} -h^3_{\alpha\beta}v_L & \frac{h^1_{\alpha\beta}k^0_1 + h^2_{\alpha\beta}k^0_2}{2} \\ \left(\frac{h^1_{\alpha\beta}k^0_1 + h^2_{\alpha\beta}k^0_2}{2}\right)^T & -h^3_{\alpha\beta}v_R \end{pmatrix}}_{\frac{1}{2}\mathcal{M}} C \begin{pmatrix}\nu^\beta \\ N^\beta\end{pmatrix} + h.c. \tag{4.36}$$

portanto, através da diagonalização de $\mathcal{M}$ podemos obter as massas dos neutrinos.

Cabe ressaltar o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo II aqui com apenas 1 familia, a matriz de Massa de Majorana $\mathcal{M}_{2\times 2}$ contém apenas números em suas entradas:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} M_L & D \\ D & M_R \end{pmatrix} \tag{4.37}$$

logo, ao diagonalizar esta matriz temos duas massas:

$$m_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{(M_L + M_R)^2 + 4D^2} \mp (M_L + M_R)\right) \tag{4.38}$$

onde $D = h^1k^0_1 + h^2k^0_2$, $M_L = 2h_3v_L$ e $M_R = 2h_3v_R$.

Portanto, após a diagonalização podemos escrever a 4.36 da seguinte forma:

$$\mathcal{L}^{\nu}_{\text{massa}} = +\frac{1}{2}m_1\overline{n_{L1}}n_{R1} + \frac{1}{2}m_2\overline{n_{L2}}n_{R2} + h.c. \tag{4.39}$$

Supondo que $M_L + M_R \gg D$, logo, numa aproximação de primeira ordem na equação 4.38 os temos que a massa pode ser escrita da forma:

$$m_{1,2} \begin{array}{l} \nearrow m_1 \simeq \frac{D^2}{M_L+M_R} = \frac{(h^1 k_1^0 + h^2 k_2^{0*})^2}{2h_3(v_L+v_R)} \\ \searrow m_2 \simeq \quad M_N = \quad 2h_3(v_L+v_R) \end{array} \tag{4.40}$$

Veremos na próxima seção que há uma relação entre os *vev*'s v_L e v_R que justifica a aproximação suposta na equação acima.

4.2.2 Potencial e Quebra Espontânea

Uma vez que supusemos que a Lagrangiana $\mathcal{L}_V$ é simetica $L - R$. Essa simetria impõe condições sobre as constantes de acoplamentos introduzidas. Temos as seguintes relações entre as constantes da Lagrangiana da equacao 2.57:

$$\begin{gathered} \mu_{ij} = \mu_{ji}, \quad \alpha_{ij} = \alpha_{ji}, \quad \beta_{ij} = \beta_{ji}, \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji}, \\ \lambda_{1212} = \lambda_{2121}, \quad \lambda_{iijk} = \lambda_{iikj}, \quad \lambda_{ijkk} = \lambda_{jikk}, \\ \lambda'_{ijkl} = \lambda'_{lijk} = \lambda'_{klij} = \lambda'_{jkli} \end{gathered} \tag{4.41}$$

Após a quebra da simetria do grupo, onde Δ_L possui valor esperado do vácuo não nulo, em oposição ao caso da seção 3.2.2, os multipletos ficam da seguinte forma expressada em 4.31, logo, substituindo estes objetos temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_V^{\text{após quebra}} \quad = \quad & \left(v_L^2 + v_R^2\right) \left[\left(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \beta_{11}\right) k_1^2 + \left(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \beta_{22}\right) k_2^2 \right. \\ & \left. + \left(4\alpha_{12} + 2\beta_{12}\right) k_1 k_2 \right] + 2 v_L v_R \left[\left(\gamma_{11} + \gamma_{22}\right) k_1 k_2 + \gamma_{12} \left(k_1^2 + k_2^2\right) \right] \\ & -\mu^2 \left(v_L^2 + v_R^2\right) + \left(\rho_1 + \rho_2\right) \left(v_L^4 + v_R^4\right) + \rho_3 v_L^2 v_R^2 \\ & + \text{termos dependentes somente de } k_1,\ k_2 \end{aligned} \tag{4.42}$$

como foi mencionado na seção 3.2.4, temos que a aproximação $k_1 \gg k_2$ se faz necessária para suprimir a mistura dos campos W_R com W_L. Portanto, utilizando esta aproximação, a Lagrangiana $\mathcal{L}_V$ pode ser reescrita:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_V \quad \simeq \quad & \left(v_L^2 + v_R^2\right) \frac{\alpha}{2} k_1^2 + v_L v_R \left(\gamma\right) k_1^2 - \mu^2 \left(v_L^2 + v_R^2\right) + \frac{\rho}{4} \left(v_L^4 + v_R^4\right) + \frac{\rho'}{2} v_L^2 v_R^2 \\ & + \text{termos dependentes somente de } k_1,\ k_2 \end{aligned} \tag{4.43}$$

onde temos as seguintes definições, $\alpha \equiv 2(\alpha_{11} + \alpha_{22} + \beta_{11})$, $\gamma \equiv 2\gamma_{12}$, $\rho \equiv 4\left(\rho_1 + \rho_2\right)$, $\rho' \equiv 2\rho_3$,

Podemos obter informações a respeito dos valores esperados do vácuo $v_{L(R)}$ quando analizamos os extremos do Potencial ($\partial\mathcal{L}_V/\partial v_L = \partial\mathcal{L}_V/\partial v_R = 0$), logo,

$$\begin{array}{l} 2\mu^2 v_L = \alpha k_1^2 v_L + \gamma k_1^2 v_R + \rho v_L^3 + \rho' v_L v_R^2 \\ 2\mu^2 v_R = \alpha k_1^2 v_R + \gamma k_1^2 v_L + \rho v_R^3 + \rho' v_R v_L^2 \end{array} \implies \left[\gamma k_1^2 + \rho v_L v_R \left(\rho' - \rho\right)\right] \left(v_R^2 - v_L^2\right) \tag{4.44}$$

onde esta equação gera duas soluções,

$$v_L = v_R, \qquad \text{ou} \qquad v_L v_R = \frac{\gamma}{\rho - \rho'} k_1^2 \tag{4.45}$$

é possível escolher os parâmetros da Lagrangiana de forma que a segunda solução seja o mínimo, portanto, quando escrevemos a solução na forma

$$v_L \propto \frac{k_1^2}{v_R}, \tag{4.46}$$

temos algumas consequências imediatas: a primeira é que nesta realização a paridade é quebrada de forma espontânea, a segunda é que quando $v_R \to \infty \Rightarrow v_L \to 0$, o que implica na diminuição da massa do neutrino $m_\nu \to 0$ (ver equação 4.40), logo, os resultados do Modelo Padrão são recuperados quando a corrente de mão direita é suprimida.

4.2.3 Bósons de Calibre e Massas

Devemos recalcular as massas do bósons de calibre W e Z da mesma forma que na seção 3.2.4, pois, a existência de v_L diferente de zero altera o resultado obtido naquela seção.

Sabemos que o termo cinético é da forma 3.54 devido aos campos Φ e $\Delta_{L(R)}$:

$$\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{cinético}} = \text{Tr}\left[(D_\mu\Phi)^\dagger D^\mu\Phi\right] + (D_\mu\Delta_L)^\dagger D^\mu\Delta_L + (D_\mu\Delta_R)^\dagger D^\mu\Delta_R \tag{4.47}$$

Portanto, podemos reescrever a Lagrangiana 4.47 após a quebra de simetria (equação 4.31) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{massa}} \;=\; & \frac{1}{4}g_1^2\big(G_{R3}^\mu - G_{L3}^\mu\big)\big(G_{R3\mu} - G_{L3\mu}\big)\big(k_1^2 + k_2^2\big) \\
& -\frac{1}{2}g_1^2\big(G_R^{\mu+}k_2 - G_L^{\mu+}k_1\big)\big(G_{L\,\mu}^- k_1 - G_{R\mu}^- k_2\big) \\
& -\frac{1}{3}g_1^2\big(G_{R\mu}^- k_1 - G_{L\,\mu}^- k_2\big)\big(G_L^{\mu+}k_2 - G_R^{\mu+}k_1\big) \\
& +2g_1^2 v_L^2 G_L^{\mu-}G_{L\,\mu}^+ + v_L^2\big(g_2Q^\mu - g_1G_{L3}^\mu\big)\big(g_2Q_\mu - g_1G_{L3\mu}\big) \\
& +2g_1^2 v_R^2 G_R^{\mu-}G_{R\mu}^+ + v_R^2\big(g_2Q^\mu - g_1G_{R3}^\mu\big)\big(g_2Q_\mu - g_1G_{R3\mu}\big),
\end{aligned} \tag{4.48}$$

onde definimos $G^{\mu-}$ em 3.80. Como esperado há um termo extra devido a v_L. Novamente, para não sobrecarregar a notação, os sobrescritos ^{0} em k_1^0 e k_2^0 foram omitidos.

Como foi mencionado anteriormente, escolhemos não escrever os termos de interação dos bósons, pois, estamos interessados somente nos termos de massa contidos na Lagrangiana acima e, temos que diagonalizar para obter os campos físicos e massa.

Podemos reescrever $\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{massa}}$ da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\Phi,\Delta}^{\text{massa}} = & \big(G_{L\,\mu}^-\, G_{R\mu}^-\big)\begin{pmatrix} \frac{1}{2}g_1^2\big[k_1^2+k_2^2+(2v_L)^2\big] & -g_1^2k_1k_2 \\ -g_1^2k_1k_2 & \frac{1}{2}g_1^2\big[k_1^2+k_2^2+(2v_R)^2\big] \end{pmatrix}\begin{pmatrix} G_L^{\mu+} \\ G_R^{\mu+} \end{pmatrix} \\
& + \big(G_{L3\mu}\, G_{R3\mu}\, Q_\mu\big)\begin{pmatrix} \frac{1}{4}g_1^2\big[k_1^2+k_2^2+(2v_L)^2\big] & -\frac{1}{4}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_L)^2 \\ -\frac{1}{4}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & \frac{1}{4}g_1^2\big[(k_1^2+k_2^2+(2v_R)^2\big] & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_R)^2 \\ -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_L)^2 & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_R)^2 & \frac{1}{4}g_2^2\big[(2v_L)^2+(2v_R)^2\big] \end{pmatrix}\begin{pmatrix} G_{L3}^\mu \\ G_{R3}^\mu \\ Q^\mu \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{4.49}$$

onde separamos os termos carregados $G^\pm$ dos demais.

Novamente, como foi realizado na seção 3.2.4, podemos visualizar que os campos carregados possuem mistura e que a segunda matriz dá origem a três bósons neutros,

logo, as constantes k_1, k_2 e v_R deverão obedecer certos limites para refletir os resultados experimentais.

vamos discutir a seguir o qua acontece com a corrente carrega e corrente neutra.

Parte Carregada

A matriz da parte carregada de $\mathcal{L}^{\text{massa}}_{\Phi,\Delta}$ que diagonalizamos segue abaixo (seção 3.1.2):

$$\mathcal{M}_{\text{carr}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}g_1^2\left[k_1^2 + k_2^2 + (2v_L)^2\right] & -g_1^2 k_1 k_2 \\ -g_1^2 k_1 k_2 & \frac{1}{2}g_1^2\left[k_1^2 + k_2^2 + (2v_R)^2\right] \end{pmatrix}, \tag{4.50}$$

portanto, as massas podem ser escritas na forma:

$$M_{W_{1(2)}} = \frac{1}{2}g_1^2 \left\{ k_1^2 + k_2^2 + \frac{1}{2}\left[(2v_L)^2 + (2v_R)^2\right] \mp \left[\left(\frac{(2v_L)^2 - (2v_R)^2}{2} \right)^2 + 4k_1^2 k_2^2 \right]^{1/2} \right\}, \tag{4.51}$$

Os autovetores podem ser descritos de forma análoga a equação 3.21,

$$\begin{pmatrix} W_1^+ \\ W_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\zeta & -\text{sen}\zeta \\ \text{sen}\zeta & \cos\zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_L^{\mu+} \\ G_R^{\mu+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_L^{\mu+}\cos\zeta - G_R^{\mu+}\text{sen}\zeta \\ G_L^{\mu+}\text{sen}\zeta + G_R^{\mu+}\cos\zeta \end{pmatrix} \tag{4.52}$$

onde temos que

$$\tan 2\zeta = \frac{-2g_1^2 k_1 k_2}{\frac{1}{2}g_1^2\left[(2v_R)^2 - (2v_L)^2\right]} = \frac{-k_1 k_2}{v_R^2 - v_L^2} \tag{4.53}$$

Como foi discutido na seção 3.2.4 as correntes carregadas não devem possuir preferencialmente mistura sendo necessário a supressão deste termo após a quebra espontânea de simetria, logo, ζ em 4.52 deve possuir o seguinte limite:

$$\zeta \longrightarrow 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \begin{pmatrix} W_1^{\mu+} \\ W_2^{\mu+} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} G_L^{\mu+} \\ G_R^{\mu+} \end{pmatrix}, \tag{4.54}$$

e, portanto, temos a seguinte hierarquia quanto as constantes arbitrárias em 4.31, onde também levamos em consideração a relação entre os valores esperados do vácuo 4.46, obtida através da Lagrangiana do Potencial:

$$k_1, k_2, v_L \ll v_R, \tag{4.55}$$

logo, temos a seguinte relação entre as massas dos bósons $W_{1(2)}$:

$$M^2_{W_{1(2)}} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} M^2_{W_1} \simeq \frac{1}{2}g_1^2\left[k_1^2 + k_2^2 + (2v_L)^2\right] \\ M^2_{W_2} \simeq \frac{1}{2}g_1^2\left[k_1^2 + k_2^2 + (2v_R)^2\right] \end{array}, \tag{4.56}$$

podemos visualizar que $M_{W_1} \ll M_{W_2}$, o que implica na supressão da corrente $G_R^{\mu+}$. Considerando o vínculo obtido em 4.46, e que para a que corrente de mão direita seja suprimida v_R deve ser consideravelmente grande. Vemos que a solução acima é a mesma que a obtida em 3.88, pois, $v_L \to 0$.

Iremos identificar os campos $W_1^{\mu+}$ com $W_L^{\mu+}$ e $W_2^{\mu+}$ com $W_R^{\mu+}$ de acordo com 4.54.

Parte Neutra

A matriz da parte neutra de $\mathcal{L}^{\text{massa}}_{\Phi,\Delta}$ que diagonalizamos segue abaixo:

$$\mathcal{M}_{\text{neu}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}g_1^2\left[k_1^2+k_2^2+(2v_L)^2\right] & -\frac{1}{4}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_L)^2 \\ -\frac{1}{4}g_1^2(k_1^2+k_2^2) & \frac{1}{4}g_1^2\left[(k_1^2+k_2^2+(2v_R)^2\right] & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_R)^2 \\ -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_L)^2 & -\frac{1}{4}g_1g_2(2v_R)^2 & \frac{1}{4}g_2^2\left[(2v_L)^2+(2v_R)^2\right] \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

novamente, utilizamos aproximações que foram discutidas anteriormente (equações 4.46 e 4.54), e as operações que levam aos resultado abaixo estão detalhadas no Apêndice C.1.

As massas dos bósons obtidas a partir da diagonalização da parte neutra da Lagrangiana 3.81 foram:

$$\begin{aligned} M_A^2 &= 0, \\ M_Z^2 &\simeq \frac{1}{2}g_1^2\frac{g_1^2+2g_2^2}{g_1^2+g_2^2}\left(k_1^2+k_2^2\right), \\ M_X^2 &\simeq \frac{1}{2}\left(g_1^2+g_2^2\right)\left[(2v_L)^2+(2v_R)^2\right], \end{aligned} \quad (4.58)$$

embora a matriz de massa tenha sido significantemente altareda isso ocorre de forma consistente, pois, novamente obtivemos o fóton com massa nula, portanto, de acordo com os autovalores obtidos de forma exata. Novamente vemos que os resultados retornam ao valores previamente obtidos em 3.90 quando utilizamos o vínculo 4.46.

Com estes resultados podemos e identificar as massas M_A, M_Z e M_X com seus respectivos campos dados pelos autovetores de 4.57:

$$\begin{aligned} A^\mu &= (G^\mu_{L3}+G^\mu_{R3})\frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}} + Q^\mu\frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+2g_2^2}}, \\ Z^\mu &\simeq G^\mu_{L3}\sqrt{\frac{g_1^2+g_2^2}{g_1^2+2g_2^2}} - G^\mu_{R3}\frac{g_2^2}{g_1^2+g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2+g_2^2}{g_1^2+2g_2^2}} - Q^\mu\frac{g_1g_2}{g_1^2+g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2+g_2^2}{g_1^2+2g_2^2}}, \\ X^\mu &\simeq G^\mu_{R3}\frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} - Q^\mu\frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}, \end{aligned} \quad (4.59)$$

vemos que estes campos físicos são ortogonais e o que há a supressão dos campos mais massivos.

Após a quebra completa da simetria 4.30 e ao impor o fato experimental que não se observa mistura no setor carregado e que há um vínculo entre os *vev*'s v_L e v_R (equação 4.46), os termos nas entradas das matrizes carregada 4.50 e neutra 4.52 que possuem v_L são pequenos a ponto de que praticamente recuperamos os resultados anterior (seção 3.2). Além disso, estabelecemos que uma relação entre os *vev*'s dos campos Δ's que implica na possibilidade de realização do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo II, dando massas para os neutrinos, na supressão da corrente carregada de mão direita W_R, na existência de um novo bóson X e na restauração da violação da paridade.

Também podemos concluir que as Correntes Carregada e Neutra e a Lagrangiana de Interação previamente discutidas no capítulo 3, especificamente as seções 3.2.4 e 3.2.5, possuem o mesmo teor de informação que neste caso devido as aproximações que fizemos.

Os modelos com simetria *esquerda-direita* têm a possibilidade serem observados proximamente no Larga Hádron Collider no Cern (LHC), pois, de fato o LHC oferece a possibilidade de se observar diretamente a restauração da simetria *esquerda-direita* e a violação do número leptônico.

Isso porque, quando o W_R é produzido ele pode decair em um lépton carregado e em um ν de mão direita que por sua vez pode decair num segundo lépton carregado e dois jatos. O ν sendo uma partícula de Majorana pode decair em léptons e antiléptons, logo, o decaimento do W_R pode produzir um par de léptons de mesmo sinal, assinalando a violação de número leptônico.

De fato ref dados do LHC com 7 TeV no centro de massa já limitam a massa do $M_{W_R} > 1 - 2\text{TeV}$. Esses modelos também tem contribuições importantes para o decaimento beta sem neutrinos [37]

Outros estudos fenomenológicos de possibilidade de observação do Mecanismo e *Seesaw* do Tipo II com dados no LHC estao contido em [38].

Outro aspecto deste modelo é a violação do sabor leptônico em decaimentos. Limites nos processo $\mu \to e\gamma$, $\mu \to 3e$ conversão de μ para elétrons em modelos com simetria *esquerda-direita* foram amplamente estudados na literatura, veja por exemplo [39].

Capítulo 5

Mecanismo de *Seesaw* do tipo III

O Modelo mínimo no qual o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo III pode ser aplicado consiste em estender o conteúdo fermiônico do Modelo Padrão incluindo um tripleto.

Como mencionamos previamente nos Capítulos 3 e 4, podemos escolher de forma conveniente novos férmions e/ou bósons de Higgs com o intuito de gerar massa para os neutrinos de forma que os resultados a "baixas" energias não seja discrepante com os resultados experimentais atuais.

Portanto, como nos Mecanismos de *Seesaw* do tipo I e II, podemos alterar ou não o grupo de calibre e acrescer novos bosóns e/ou férmions de forma a obtermos massas para os neutrinos.

O contexto do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo III é análoga ao mecanismo de *Seesaw* do Tipo I quanto ao acréscimo de no número de férmions, o que difere nos dois Mecanismos é que neste caso o novo objeto deve ser um tripleto fermiônico de mão direita adicionado ao Modelo Padrão.

5.1 Modelo com Setor Fermiônico Expandido

Para realizar o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo III precisamos modificar o setor leptônico do MP incluindo um tripleto fermiônico de mão direta, Σ_R, carregado.

Aqui não podemos lançar mão de nenhum argumento de simetria ou de naturalidade do Modelo para justicar a introdução do novo lépton, como fizemos quando acrescentamos neutrinos de mão direita N_R como singletos ou como parte de dubletos de mão direita.

Vamos introduzir num novo lépton para demonstrar uma nova forma de suprimir as massas dos neutrinos baseada numa nova escala leptônica.

5.1.1 Tripleto Fermiônico do Modelo

O acréscimo de um único tripleto Σ_R é o mínimo necessário para permitir gerar massa através do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo III.

A definição de Σ_R na representação do grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$ que iremos utilizar é $\Sigma_R \to (3, 0)$, portanto, tripleto de $SU(2)_L$ e singleto de $U(1)_Y$, a representação

deste tripleto fermiônico de mão direita pode ser escolhida da seguinte maneira:

$$\Sigma_R \equiv \frac{\tau_i \Sigma_R^i}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Sigma_3 & \Sigma_1 - i\Sigma_2 \\ \Sigma_1 + i\Sigma_2 & -\Sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_R^0/\sqrt{2} & \Sigma_R^+ \\ \Sigma_R^- & -\Sigma_R^0/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \tag{5.1}$$

onde os campos físicos carregados foram definidos como

$$\Sigma_R^+ \equiv (\Sigma_1 - i\Sigma_2)/\sqrt{2}, \qquad \Sigma_R^- \equiv (\Sigma_1 + i\Sigma_2)/\sqrt{2} \quad \text{e} \quad \Sigma_R^0 \equiv \Sigma_3, \tag{5.2}$$

já antecipando as cargas de cada componentes, compatíveis com a Lagrangiana que utilizaremos na seção abaixo. O conjugado de carga fica na forma:

$$\Sigma_R^C = \begin{pmatrix} \Sigma_R^{0C}/\sqrt{2} & \Sigma_R^{-C} \\ \Sigma_R^{+C} & -\Sigma_R^{0C}/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \tag{5.3}$$

A transformação do férmion Σ_R sobre o grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é análoga a dos tripletos em 3.45:

$$\Sigma_R \longrightarrow U \Sigma_R U^\dagger, \tag{5.4}$$

onde U deve ser escrito na representação adjunta do grupo $SU(2)_L$.

Novamente, podemos representar estes campos de diversas maneiras, em geral esta forma matricial é a mais conveniente.

5.1.2 Lagrangiana de Massa e Quebra Espontânea de Simetria

A Lagrangiana mais geral e renormalizável que pode ser construida devido ao acréscimo deste novo férmion Σ pode ser escrita como segue:

$$\mathcal{L}_\Sigma = \mathcal{L}_{\Sigma \text{ cinético}} + \mathcal{L}_{\Sigma \text{ massa}} + \mathcal{L}_{\Sigma \text{ Yukawa}} \tag{5.5}$$

O primeito termo na Lagrangiana acima é cinético:

$$\mathcal{L}_{\Sigma \text{ cinético}} = \mathrm{Tr}\big[\, \overline{\Sigma_R} i\gamma_\mu D^\mu \Sigma_R \,\big], \tag{5.6}$$

neste caso temos que a hipercarga é nula, logo,

$$D_\mu \Sigma_R = \partial_\mu \Sigma_R + i g_1 \big[\, \overline{W}_\mu, \Sigma_R \,\big], \tag{5.7}$$

A Lagrangiana de massa é o segundo termo em 5.6,

$$\mathcal{L}_{\Sigma \text{ massa}} = -\frac{1}{2} M_\Sigma \mathrm{Tr}\big[\, \overline{\Sigma_R^C} \Sigma_R \,\big] + h.c., \tag{5.8}$$

podemos ser perda de generalidade trabalhar onde M_Σ é diagonal. Este termo se assemelha ao de massa nua 3.4 do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I, neste caso M_Σ é uma matriz de massa de Majorana. Notamos neste momento que todas as componentes do tripleto têm a massa M_Σ.

O último termo na Lagrangiana 5.6 é o termo extra de Yukawa devido a Σ_R, que é o termo de interação dos léptons com o dubleto de Higgs Φ (equação 2.6),

$$\mathcal{L}_{\Sigma \text{ Yukawa}} = -\sqrt{2}\, \overline{(L_L)_\alpha}\, (f_\Sigma^\dagger)_\alpha\, (\Sigma_R)\, \tilde{\Phi} - \sqrt{2}\, \Phi^T\, (i\tau_2)^T\, \overline{(\Sigma_R)}\, (f_\Sigma)_\alpha\, (L_L)_\alpha \tag{5.9}$$

onde $\alpha = e, \mu, \tau$ e as constantes f_Σ são os acoplamentos de Yukawa. Observamos que o número leptônico é explicitamente quebrado neste modelo.

A quebra da simetria eletrofraca é realizada da mesma forma do Modelo Padrão, levando a termos de massa para os léptons carregados e neutros:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle\Phi\rangle\neq 0} U(1)_{\text{em}} \tag{5.10}$$

logo, temos que Φ fica na forma,

$$\langle\Phi(x)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\phi^0+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_1+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \tag{5.11}$$

portanto, após a quebra espontânea da simetria (seção 2.3), podemos separar a Lagrangiana 5.6 em três partes, uma com os termos de massa, com termos de interação com o Higgs e outra com termos de interação com os bósons do Modelo Padrão.

Utilizando as equações 2.51 (interação dos léptons com o Higgs), 5.8 e a 5.9 obtemos a seguinte Lagrangiana para os léptons carregados e neutros.

$$\mathcal{L}^{\text{léptons}}_{\text{massa}} = \frac{1}{2}\overline{\varphi}M_\nu\varphi + \left(\overline{\Psi_L}M_l\Psi_R + h.c\right) \tag{5.12}$$

onde as matrizes de massas foram definidas como sendo,

$$M_\nu \equiv \begin{pmatrix} 0 & v/\sqrt{2}f_\Sigma^T \\ v/\sqrt{2}f_\Sigma & M_\Sigma \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad M_l \equiv \begin{pmatrix} m_l & vf_\Sigma^T \\ 0 & M_\Sigma \end{pmatrix}, \quad \text{onde} \quad (m_l)_{\alpha\beta} = \frac{c^l_{\alpha\beta}v}{\sqrt{2}} \tag{5.13}$$

e os campos são,

$$\varphi = \begin{pmatrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau & \Sigma^0 \end{pmatrix}^T, \qquad \text{com} \qquad \begin{matrix} \nu_\alpha = \nu_{L\alpha} + \nu^C_{L\alpha} \\ \Sigma^0 = \Sigma^0_R + \Sigma^{0C}_R \end{matrix} \tag{5.14}$$

e

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} e_L & \mu_L & \tau_L & \Sigma^{+C}_R \end{pmatrix}^T, \qquad \Psi_R = \begin{pmatrix} e_R & \mu_R & \tau_R & \Sigma^+_R \end{pmatrix}^T \tag{5.15}$$

Vamos agora discutir a diagonalização do setor neutro da Lagrangiana 5.12. A matriz de massa M_ν tem a mesma forma da matriz que já encontramos no Capítulo 3 quando introduzimos um único singleto de mão direita ao conteudo do MP, ou seja, o Mecanismo de *Seesaw*o Tipo I.

De fato, previamente a diagonalização, assumindo que a massa de M_Σ seja muito maior que os acoplamentos de Yukawa vemos que a matriz M_ν vai dar origem a massas para os neutrinos m_ν como na equação 3.18.

Como essa é uma matriz simétrica basta uma única matriz ortogonal para diagonalizar, logo,

$$\varphi = P\varphi', \quad \text{onde} \quad P = \begin{pmatrix} 2vf^\mu_\Sigma/N_1 & m^\mu_l 2vf^\tau_\Sigma/N_2 & 2vf^e_\Sigma/N_3 & -\gamma_5 2vf^e_\Sigma/N_4 \\ -2vf^e_\Sigma/N_1 & m^e_l 2vf^\tau_\Sigma/N_2 & 2vf^\mu_\Sigma/N_3 & -\gamma_5 2vf^\mu_\Sigma/N_4 \\ 0 & \left[(2vf^e_\Sigma)^2+(2vf^\mu_\Sigma)^2\right]/N_2 & 2vf^\tau_\Sigma/N_3 & -\gamma_5 2vf^\tau_\Sigma/N_4 \\ 0 & 0 & \sqrt{2}m_1/N_3 & -\gamma_5\sqrt{2}m_2/N_4 \end{pmatrix} \tag{5.16}$$

os valores de $N_i (i = 1, 2, 3, 4)$ é a normalização de cada vetor coluna em P. Então $P^\dagger M_\nu P = M_\nu^{\text{diagonal}} = \text{diag}\begin{pmatrix}0 & 0 & m_1 & m_2\end{pmatrix}$, onde

$$m_{2(1)} = \frac{\sqrt{M_\Sigma^2 + 2\left[(vf_\Sigma^e)^2 + (vf_\Sigma^\mu)^2 + (vf_\Sigma^\tau)^2\right]} \pm M_\Sigma}{2}, \tag{5.17}$$

como os valores dos acoplamentos de Yukawa são escolhidos de forma arbitrária, podemos então assumir que a seguinte hierarquia é válida

$$vf_\Sigma^e \ll vf_\Sigma^\mu \ll vf_\Sigma^\tau \ll M_\Sigma \tag{5.18}$$

essa hipótese é consistente com nossa experiência, em geral, quando os termos que se afastam da diagonal ficam cada vez menores. Desta forma, temos massas para os neutrinos na forma 3.18:

$$\begin{aligned} m_1 &\approx -DM_N^{-1}D^T = -\frac{v^2}{2}c^\nu M_N^{-1}(c^\nu)^T, \\ m_2 &\approx M_N, \end{aligned} \tag{5.19}$$

Basta assumir que o tripleto mistura com os léptons do MP e possui uma massa grande para realizar o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo III.

Vamos agora discutir a diagonalização do setor carregado.

A forma geral dessa solução de autovalores é bastante complicada e não existe uma solução analítica simples que possa ser apresentada. No entanto, embora os acoplamentos introduzidos de Yukawa são em geral arbitrários podemos fazer algumas suposições que parecem razoáveis. Além da hierarquia da expressão 5.18 também assumiremos que $(c_L)_{\alpha\beta}$ é aproximadamente igual a zero para α diferente de β de forma que o termo mais significativo fora da diagonal da matriz leptônica carregada m_l é vf_Σ^τ, nessa aproximação podemos diagonalizar a matriz dos léptons carregados usando $S_{L(R)}$ da seguinte forma:

$$M_l^{\text{diagonal}} = S_L^\dagger M_l S_R \quad \text{onde} \quad S_{L(R)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_{L(R)} & \text{sen}\,\theta_{L(R)} \\ 0 & 0 & -\text{sen}\,\theta_{L(R)} & \cos\theta_{L(R)} \end{pmatrix} \tag{5.20}$$

e, portanto, $M_l^{\text{diagonal}} = \text{diag}\begin{pmatrix}m_{ee} & m_{\mu\mu} & m_{\tau\tau} & M_\Sigma\end{pmatrix}$. Os campos são redefinidos de acordo com esta matriz $\psi_L = S_L \Psi'_L$ e $\psi_R = S_R \Psi'_R$.

nesse caso deste limite temos que

$$\tan\theta_L \approx \frac{vf_\Sigma^\tau}{M_\Sigma}, \qquad \text{e} \qquad \tan\theta_R \approx \frac{vf_\Sigma^\tau m_{\tau\tau}}{M_\Sigma^2}, \tag{5.21}$$

Vamos agora discutir como os os campos 5.14 e 5.15 com os bósons A_μ, Z_μ e $W_\mu^\pm$.

5.1.3 Lagrangiana de Interação

Através do termo cinético 5.6 temos mudanças significativas nas correntes neutra e carregada do Modelo Padrão. Podemos escrever a Lagrangiana de interação da seguinte

forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Interação}} &= +g_1 \text{sen}\theta_W \, \overline{\Psi}\gamma_\mu \Psi \, A^\mu \\ &+ \frac{g_1}{\cos\theta_W}\Big[\overline{\Psi}\gamma_\mu\big(E - F\gamma_5\big)\Psi + \overline{\varphi}\gamma_\mu\big(1-\gamma_5\big)K\varphi\Big]Z^\mu \\ &+ \left\{ g_1\Big[\overline{\varphi}\gamma_\mu\big(R - T\gamma_5\big)\Psi\Big]W^{+\mu} + h.c. \right\} \end{aligned} \tag{5.22}$$

onde as matrizes E, F, K, R, e T estão contidas no Apêndice D.

Podemos ver que existe mistura em ambos os setores, tanto da Lagrangiana de corrente carregada quanto de corrente neutra.

Capítulo 6

Conclusão

Sabemos que é indicativo de existência de nova física o simples fato do Modelo Padrão não contemplar a existência das massas dos neutrinos, pois, temos que os experimentos de oscilação [9][10][11] indicam claramente que neutrinos devem ter massa não nula.

Vimos que é possível construir uma Lagrangiana efetiva que gera termos de massas de Majorana para neutrinos utilizando apenas campos do MP, esta Lagrangiana possui o operador mais simples que pode ser construido que é independente de modelo e que respeita o grupo de calibre do MP. Entretanto, esta Lagrangiana efetiva de Weinberg pode ter sido gerada através das Lagrangianas que carregam os Mecanismos de *Seesaw* após a quebra de simetria, pois as três únicas formas de construí-la com campos do MP gera termos de Majorana na forma destes mecanismos. Além disso, podemos extrair o operador de Weinberg e, portanto, a Lagrangiana efetiva de dimensão 5, através da análise da ação efetiva da Lagrangiana renormalizável de cada modelo em que se aplicam os Mecanismos de *Seesaw*.

Dos diversos modelos estudados neste trabalho o caso mais simples que implica em massas para os neutrinos é o que abrange o mecanismo de *Seesaw* do Tipo I, pois basta apenas um neutrino de hipercarga nula e quiralidade R para gerar termos de massas para os neutrinos. Este modelo leva a modificações significantes na Lagrangiana total do MP, que acarreta em mistura em ambas as Lagrangianas de interações neutra e carregada, e também gera novas interações com o campo de Higgs. Entretanto, as implicações experimentais são de difícil acesso, pois os limites superiores para decaimentos raros[8], provenientes da mistura no setor leptônico, são muito baixos e a detecção deste neutrino *estéril* é ainda mais improvável, uma vez que ele interage muito fracamente. Além disso, este modelo não está em total acordo com os resultados dos experimentos de oscilação quanto a diferença dos quadrados das massas.

O segundo modelo mais simples implica no Mecanismo de *Seesaw* do Tipo II. Embora esse mecanismo não implique em mistura ele é interessante porque permite que um outro escalar seja responsável pelas massas dos neutrinos. Este escalar altera as massas dos campos Z e W e, portanto, sofre restrições da simetria custodial e também altera a formulação da constante de Fermi. Novamente, aqui não esperamos medir a massa deste novo escalar, a simetria custodial só fornece um limite superior para o valor esperado do vácuo deste escalar e os limites sobre as constantes que se acoplam com os campos carregados são muito baixos e não foram ainda excluídos.

As extensões do MP que alteram o grupo de calibre podem ser considerados mais interessantes, tanto porque fazem uso de mais campos e, portanto, geram mais fenomenologia, quanto pelos resultados matemáticos que parecerem mais "naturais". Porém, devido a isto, estes modelos são muito arbitrários e, como vimos, os resultados destes a baixas energias são ligeiramente inconsistentes com os experimentos.

Em último temos o modelo que possibilita o Mecanismo de *Seesaw* do Tipo III, onde adicionamos um tripleto fermiônico, neste caso temos misturas nas Lagrangianas de corrente carregada e neutra devido a diagonalização das massas dos léptons carregados e da redefinição dos campos neutros. Este modelo possui um termo de massa nua semelhante ao caso do Mecanismo de *Seesaw* do Tipo I, entretanto, este caso gera mais fenomenologia devido as interações do tripleto com os bósons de calibre do MP.

Em resumo, verificamos que existe um operador único e comum de dimensão 5 para todos os Mecanismos de *Seesaw* e, portanto, a única forma de diferenciarmos entre os três Mecanismos seria buscar operadores de ordem superior.

Apêndice A

Modelo Padrão Eletrofraco

A.1 Progagadores dos Bósons de Calibre

Em (2.71) podemos visualizar os termos das Lagrangianas livres dos campos eletromagnético A, de $W^{\pm}$ e Z

$$\mathcal{L}_{\mathcal{A}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \tag{A.1}$$

onde $F^{\mu\nu}$ é dado pela (2.70),

$$\mathcal{L}_{\mathrm{W}} = -\frac{1}{2}W^{\dagger}_{\mu\nu}W^{\mu\nu} + m_W W^{\dagger}_{\mu}W^{\mu}, \tag{A.2}$$

onde $W^{\mu\nu}$ e $Z^{\mu\nu}$ são dados pela (2.72).

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Z}} = -\frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_Z Z_{\mu}Z^{\mu}, \tag{A.3}$$

em (2.71) não temos termos de massas, mas, as Lagrangianas livres dos campos W e Z logo acima exibem termos de massas, pois, tais termos surgem devido ao mecanismo de Higgs (seção 2.3.3).

Destas Lagrangianas podemos extrair as equações de movimento para estes campos. Para o campo eletromagnético temos:

$$\Box A^{\nu} - \partial^{\nu}\left(\partial_{\mu}A^{\mu}\right) = 0, \tag{A.4}$$

onde podemos visualizar novamente que a Lagrangiana do campo eletromagnético é invariante sobre transformações do grupo $U(1)_{em}$ respeitando a transformação (2.10):

$$A^{\mu} \to A'_{\mu} = A_{\mu} - \frac{1}{e}\partial_{\mu}\phi, \tag{A.5}$$

onde podemos escolher um calibre conveniente (calibre de Lorentz) $\partial_{\mu}A^{\mu} = 0$ de forma que a Lagrangiana livre do campo eletromagnético satisfaça a equação:

$$\Box A^{\mu} = 0, \tag{A.6}$$

e, portanto, sua expansão em modos de Fourier é da forma:

$$A_\mu(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2\omega} \sum_{\alpha=0}^{3} \left[a^\alpha_{\text{fóton}}(p)\epsilon^\alpha_\mu(p)e^{-ip.x} + a^\alpha_{\text{fóton}}{}^\dagger(p)\epsilon^{\alpha *}_\mu(p)e^{ip.x} \right], \tag{A.7}$$

onde a energia é $\omega = p^0 = |\vec{p}|$ e os quadrivetores de polarização ϵ respeitam as relações abaixo:

$$\epsilon^\alpha(p).\epsilon^{\beta *}(p) = g^{\alpha\beta}, \qquad \sum_{\alpha=0}^{3} \epsilon^\alpha_\mu(p).\epsilon^{\alpha *}_\nu(p) g^{\alpha\alpha} = g_{\mu\nu}, \tag{A.8}$$

e os comutadores dos operadores de criação e aniquilação respeitam

$$\left[a^\alpha_{fóton}(p), a^\beta_{fóton}{}^\dagger(p') \right] = -g^{\alpha\beta}(2\pi)^3 2\omega \delta^3(\vec{p} - \vec{p'}), \tag{A.9}$$

e os demais comutadores possíveis se anulam.

Ao seguir esta mesma análise para os campos bosônicos $W^\pm$ e Z temos que as equações de movimento são:

$$(\Box + m_W^2)W_\mu - \partial_\mu(\partial_\nu W^\nu) = 0, \tag{A.10}$$

$$(\Box + m_Z^2)Z_\mu - \partial_\mu(\partial_\nu Z^\nu) = 0, \tag{A.11}$$

onde os calibres convenientes são da forma:

$$\partial_\mu W^\mu = 0, \qquad \partial_\mu Z^\mu = 0, \tag{A.12}$$

e, portanto, as expansão em Fourier dos campos $W^\pm$ e Z são, respectivamente:

$$W_\mu(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E_W} \sum_{r=1}^{3} \left[a^r_W(p)\epsilon^r_{W\mu}(p)e^{-ip.x} + b^r_W{}^\dagger(p)\epsilon^r_{W\mu}{}^*(p)e^{ip.x} \right], \tag{A.13}$$

$$Z_\mu(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E_Z} \sum_{r=1}^{3} \left[a^r_Z(p)\epsilon^r_{Z\mu}(p)e^{-ip.x} + a^{r\dagger}_Z(p)\epsilon^r_{Z\mu}{}^*(p)e^{ip.x} \right], \tag{A.14}$$

onde as energias são $E_{W,Z} = p^0 = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2_{W,Z}}$ e os vetores de polarização ϵ respeitam as expressões

$$\sum_{r=1}^{3} \epsilon^r_{W\mu}(p).\epsilon^r_{W\nu}{}^*(p) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_W^2}, \qquad \sum_{r=1}^{3} \epsilon^r_{Z\mu}(p).\epsilon^r_{Z\nu}{}^*(p) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_Z^2}, \tag{A.15}$$

onde os operadores de criação e aniquilação obedecem as relações,

$$\begin{aligned} \left[a^\alpha_W(p), a^\beta_W{}^\dagger(p') \right] &= \left[b^\alpha_W(p), b^\beta_W{}^\dagger(p') \right] = -g^{\alpha\beta}(2\pi)^3 2E_W \delta^3(\vec{p} - \vec{p'}) \\ \left[a^\alpha_Z(p), a^{\beta\dagger}_Z(p') \right] &= -g^{\alpha\beta}(2\pi)^3 2E_Z \delta^3(\vec{p} - \vec{p'}). \end{aligned} \tag{A.16}$$

Das equações (A.7), (A.9), (A.13), (A.14) e (A.16) podemos obter os Propagadores de Feynman dos campos eletromagnético e dos campos físicos $W^\pm$ e Z:

$$D^A_{\mu\nu}(x - x') = \langle 0|T[A_\mu(x)A_\nu(x')]|0\rangle = \lim_{\epsilon\to 0} i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{-g_{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon} e^{-ip(x-x')}, \tag{A.17}$$

é o propagador do fóton,

$$D^W_{\mu\nu}(x-x') = \langle 0|T[W_\mu(x)W^\dagger_\nu(x')]|0\rangle = \lim_{\epsilon\to 0} i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_W^2}}{p^2 - m_W^2 + i\epsilon} e^{-ip(x-x')}, \quad \text{(A.18)}$$

o propagador do $W^\pm$,

$$D^Z_{\mu\nu}(x-x') = \langle 0|T[Z_\mu(x)Z_\nu(x')]|0\rangle = \lim_{\epsilon\to 0} i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_Z^2}}{p^2 - m_Z^2 + i\epsilon} e^{-ip(x-x')}, \quad \text{(A.19)}$$

o propagador do Z, onde $|0\rangle$ é o estado de vácuo.

Apêndice B

Mecanismo de Seesaw do Tipo I

B.1 Diagonalização dos Campos Neutros - Seção 3.2.4

Podemos escrever a matriz neutra (3.89) de forma simplificada como segue abaixo:

$$\mathcal{M}_{\text{neutra}} = \begin{pmatrix} A & -A & 0 \\ -A & A+B & -C \\ 0 & -C & D \end{pmatrix}, \tag{B.1}$$

portanto, a diagonalização nos leva a seguinte relação para os termos desta matriz:

$$\begin{vmatrix} A-\lambda & -A & 0 \\ -A & A+B-\lambda & -C \\ 0 & -C & D-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} \lambda^3 - (2A+B+D)\lambda^2 \\ +(AB+2AD+BD-C^2)\lambda, \\ +A(BD-C^2) = 0 \end{array} \tag{B.2}$$

ao comparar a parte independente de λ nesta equação de terceiro grau vemos que $BD - C^2 = 0$, logo, reagrupando temos que:

$$\lambda\left[\lambda^2 - (2A+B+D)\lambda + A(B+2D)\right] = 0, \tag{B.3}$$

onde os seguintes autovalores são obtidos,

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 0, \\ \lambda_{1,2} &= \frac{1}{2}\left[2A+B+D \pm \sqrt{(2A-D)^2+(B+D)^2-D^2}\right] \\ &\simeq \frac{1}{2}\left[2A+B+D \pm (B+D)\left(1-\frac{2AD}{(B+D)^2}\right)\right], \end{aligned} \tag{B.4}$$

A relação dos autovetores e autovalores devido a

$$\begin{pmatrix} A & -A & 0 \\ -A & A+B & -C \\ 0 & -C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \tag{B.5}$$

podem ser escritos na forma:

$$x = \frac{A}{A-\lambda}y, \qquad z = \frac{C}{D-\lambda}y$$

$$y = \frac{(A-\lambda)(D-\lambda)}{[A^2(D-\lambda)^2 + (A-\lambda)^2(D-\lambda)^2 + C^2(A-\lambda)^2]^{\frac{1}{2}}}, \tag{B.6}$$

Nos cálculos quem seguem utilizamos a aproximação da equação (3.87). Portanto, para o autovalor

$$\lambda_0 = 0 = M_A^2 \tag{B.7}$$

que foi identificada como massa do fótom, temos que:

$$\begin{aligned} x &= y = \frac{AD}{(2A^2D^2 + C^2A^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{D}{(2D^2 + C^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + 2g_2^2}}, \\ z &= \frac{AC}{(2A^2D^2 + C^2A^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{C}{(2D^2 + C^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + 2g_2^2}}. \end{aligned} \tag{B.8}$$

Para o autovalor

$$\lambda_1 = A + \frac{AD}{B+D} = \frac{A(B+2D)}{B+D} = 2M_Z^2 = \frac{1}{4}g_1^2\frac{g_1^2 + 2g_2^2}{g_1^2 + g_2^2}(k_1^2 + k_2^2), \tag{B.9}$$

que foi identificada como massa do bósom Z, temos:

$$\begin{aligned} x &= \frac{A\left(D - A\frac{B+2D}{B+D}\right)}{\frac{AD}{B+D}\left[(B+D)(B+2D)\right]^{\frac{1}{2}}} \simeq \left(\frac{B+D}{B+2D}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2}{g_1^2 + 2g_2^2}} \\ y &= \frac{\left(A - A - \frac{AD}{B+D}\right)\left(D - A\frac{B+2D}{B+D}\right)}{\frac{AD}{B+D}\left[(B+D)(B+2D)\right]^{\frac{1}{2}}} \simeq \frac{-D}{B+D}\left(\frac{B+D}{B+2D}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{-g_2^2}{g_1^2 + g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2}{g_1^2 + 2g_2^2}} \\ z &= \frac{C\left(A - A - \frac{AD}{B+D}\right)}{\frac{AD}{B+D}\left[(B+D)(B+2D)\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{-C}{\left[(B+D)(B+2D)\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{-g_1g_2}{g_1^2 + g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2}{g_1^2 + 2g_2^2}} \end{aligned} \tag{B.10}$$

Para o autovalor

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{AB}{B+D} + B + D \simeq B + D \\ &= 2M_X^2 = \frac{1}{4}\frac{g_1^4}{g_1^2 + g_2^2}\left(k_1^2 + k_2^2\right) + \left(g_1^2 + g_2^2\right)v_R^2 \simeq \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)(2v_R)^2, \end{aligned} \tag{B.11}$$

que foi identificada como massa de um novo bósom X, com massa superior a de Z, temos:

$$\begin{aligned} x &\simeq \frac{A(D-B-D)}{(B+D)[B(D+B)]^{\frac{1}{2}}} \simeq \frac{-AB}{(B+D)[B(D+B)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{4}g_1^3(k_1^2 + k_2^2)}{(g_1^2 + g_2^2)^{\frac{3}{2}}v_R^2} \to 0, \\ y &= \frac{(A-B-D)(D-B-D)}{[A^2(D-B-D)^2 + (A-B-D)^2(D-B-D)^2 + C^2(A-B-D)^2]^{\frac{1}{2}}} \\ &\simeq \frac{B(B+D-A)}{(B+D)[D+B-2A]^{\frac{1}{2}}} \simeq \frac{B}{[B(D+B)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \\ z &= \frac{C(A-B-D)}{(B+D)[B(D+B)]^{\frac{1}{2}}} \simeq \frac{-C}{[B(D+B)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{-g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \end{aligned} \tag{B.12}$$

Apêndice C

Mecanismo de Seesaw do Tipo II

C.1 Diagonalização dos Campos Neutros - Seção 4.2.3

Podemos escrever a matriz neutra (3.89) de forma simplificada como segue abaixo:

$$\mathcal{M}_{\text{neutra}} = \begin{pmatrix} A+B & -A & -D \\ -A & A+C & -E \\ -D & -E & F+G \end{pmatrix}, \tag{C.1}$$

portanto, a diagonalização nos leva a seguinte relação para os termos desta matriz:

$$\begin{vmatrix} A+B-\lambda & -A & -D \\ -A & A+C-\lambda & -E \\ -D & -E & F+G-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \tag{C.2}$$

$$\begin{gathered} \lambda^3 - \lambda^2(2A+B+C+F+G) \\ +\lambda\big[A(B+C+2F+2G)+BF-D^2+CG-E^2+BC+BG+CF\big] \\ +A\big[(C+B)(F+G)-(E+D)^2\big]+B(CG-E^2)+C(BF-D^2)=0 \end{gathered}$$

ao comparar a parte independente de λ nesta equação de terceiro grau vemos que $CG - E^2 = BF - D^2 = 0$, e que $(C+B)(F+G) = (E+D)^2$, logo, reagrupando temos que:

$$\lambda\big[\lambda^2 - \lambda(2A+B+C+F+G) + A(B+C+2F+2G)+BC+BG+CF\big] = 0, \tag{C.3}$$

onde os seguintes autovalores são obtidos,

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 0, \\ \lambda_{1,2} &= \frac{1}{2}\Big[2A+B+C+F+G \\ &\quad \pm\sqrt{(2A+B+C+F+G)^2 - 4\big[A(B+C+2F+2G)+BC+BG+CF\big]}\Big] \\ &\simeq \frac{1}{2}\left[2A+(\alpha^2+\beta^2)(L+R) \pm (\alpha^2+\beta^2)(L+R)\left(1-\frac{2A\beta^2(L+R)}{(\alpha^2+\beta^2)^2(L+R)^2}\right)\right], \end{aligned} \tag{C.4}$$

onde substituimos os termos da matriz A.1 pelas relações abaixo,

$$\begin{aligned} B &= \alpha^2 L, \quad & C &= \alpha^2 R, \quad & D &= \alpha\beta L, \\ E &= \alpha\beta R, \quad & F &= \beta^2 L, \quad & G &= \beta^2 R. \end{aligned} \tag{C.5}$$

A relação dos autovetores e autovalores devido a

$$\mathcal{M}_{\text{neutra}} = \begin{pmatrix} A+B & -A & -D \\ -A & A+C & -E \\ -D & -E & F+G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \tag{C.6}$$

podem ser escritos na forma:

$$x = \frac{AE + D(A+C-\lambda)}{AD + E(A+B-\lambda)} y, \qquad z = \frac{AE + D(A+C-\lambda)}{ED + A(F+G-\lambda)} y$$

$$y = \frac{1}{\left[\left(\frac{AE+D(A+C-\lambda)}{AD+E(A+B-\lambda)}\right)^2 + \left(\frac{AE+D(A+C-\lambda)}{ED+A(F+G-\lambda)}\right)^2 + 1\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{C.7}$$

Nos cálculos quem seguem utilizamos o vínculo da equação (4.46) e a aproximação 4.55. Portanto, para o autovalor

$$\lambda_0 = 0 = M_A^2 \tag{C.8}$$

que foi identificada como massa do fótom, temos que:

$$\begin{aligned} x &= y = \sqrt{\frac{\beta^2}{\alpha^2 + 2\beta^2}} = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + 2g_2^2}}, \\ z &= \frac{\alpha}{\beta}\sqrt{\frac{\beta^2}{\alpha^2 + 2\beta^2}} = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + 2g_2^2}}. \end{aligned} \tag{C.9}$$

Para o autovalor

$$\lambda_1 = A + \frac{A\beta^2}{\alpha^+\beta^2} = 2M_Z^2 = \frac{1}{4} g_1^2 \frac{g_1^2 + 2g_2^2}{g_1^2 + g_2^2}(k_1^2 + k_2^2), \tag{C.10}$$

que foi identificada como massa do bósom Z, temos:

$$x \simeq \sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2}{g_1^2 + 2g_2^2}}, \qquad y \simeq \frac{-g_2^2}{g_1^2 + g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2}{g_1^2 + 2g_2^2}}, \qquad z \simeq \frac{-g_1 g_2}{g_1^2 + g_2^2}\sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2}{g_1^2 + 2g_2^2}} \tag{C.11}$$

Para o autovalor

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= A - \frac{A\beta^2}{(\alpha^+\beta^2)} + (\alpha^2 + \beta^2)(L + R) \simeq (\alpha^2 + \beta^2)(L + R) \\ &= 2M_X^2 \simeq \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)\left[(2v_L)^2 + (2v_R)^2\right] \simeq \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)(2v_R)^2, \end{aligned} \tag{C.12}$$

que foi identificada como massa de um novo bósom X, com massa superior a de Z, temos:

$$x \simeq \frac{\frac{1}{4} g_1^3 (k_1^2 + k_2^2)}{(g_1^2 + g_2^2)^{\frac{3}{2}} v_R^2} \to 0, \qquad y \simeq \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \qquad z \simeq \frac{-g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \tag{C.13}$$

Apêndice D

Mecanismo de Seesaw do Tipo III

D.1 Matrizes de Mistura E, F, K, R e T

$$E = S^\dagger \begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_W}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\cos 2\theta_W}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\cos 2\theta_W}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos^2\theta_W}{2} \end{pmatrix} S + S^\dagger \begin{pmatrix} -\frac{\mathrm{sen}^2\theta_W}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mathrm{sen}^2\theta_W}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mathrm{sen}^2\theta_W}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos^2\theta_W}{2} \end{pmatrix} S$$

$$F = S^\dagger \begin{pmatrix} \frac{\cos 2\theta_W}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\cos 2\theta_W}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\cos 2\theta_W}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos^2\theta_W}{2} \end{pmatrix} S - S^\dagger \begin{pmatrix} -\frac{\mathrm{sen}^2\theta_W}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mathrm{sen}^2\theta_W}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mathrm{sen}^2\theta_W}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos^2\theta_W}{2} \end{pmatrix} S$$

$$K = P^\dagger \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} P$$

$$R = P^\dagger \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} P + P^\dagger \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} P$$

$$T = P^\dagger \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} P - P^\dagger \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} P \tag{D.1}$$

Referências Bibliográficas

[1] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967);

[2] A. Salam, pag. **367** de *Elementary Particle Theory*, ed. N. Svartholm (Almquist e Wiksells, Stockholm, 1969);

[3] S.L. Glashow, J. Iliopoulos, e L. Maiani, Phys. Rev. **D2**, 1285 (1970).

[4] C. Quigg. Gauge Theories of Strong, Weak and Eletromagnetic Interactions, Frontier on Physics (1983).

[5] A. Pich, The Standard Model of Electroweak Interactions, [arXiv:0705.4264v1[hep-ph]](2007).

[6] C. Burgess; G.Moore, The Standard Model A Primer, Cambridge University Press (2007).

[7] E. A. Paschos, Electroweak Theory, Cambridge University Press (2007).

[8] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), J. Phys. G 37, 075021 (2010)

[9] A. Bandyopadhyay, S. Choubey, S. Goswami, S.T. Petcov e D. P. Roy, [arXiv:0804.4857 [hep-ph]] (2008).

C. Arpesella *et al.* [Colaboração Borexino], Phys. Lett. B **658**, 101 (2008).

W. Hampel *et al.* [Colaboração GALLEX], Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).

J. N. Abdurashitov *et al.* [Colaboração SAGE], J. Exp. Theor. Phys. **95**, 181 (2002).

S. Fukuda *et al.* [Colaboração Super-Kamiokande], Phys. Lett. B **539**, 179 (2002).

[10] Q. R Ahmad *et al.* [Colaboração SNO], Phys. Rev. Lett. **87**, 071301 (2001); *ibid*, Phys. Rev. Lett. **89**, 011301 (2002); *ibid*, Phys. Rev. Lett. **89**, 011302 (2002); S. N. Ahmed *et al.* [Colaboração SNO], Phys. Rev. Lett. **92**, 181301 (2004); B. Aharmim *et al.* [Colaboração SNO], Phys. Rev. C **72**, 055502 (2005).

[11] K. Eguchi *et al.* [Colaboração KamLAND], Phys. Rev. Lett. **90**, 021802 (2003); T. Araki *et al.* [Colaboração KamLAND], Phys. Rev. Lett. **94**, 081801 (2005); S. Abe *et al.* [Colaboração KamLAND], [arXiv:0801.4589 [hep-ex]] (2008).

[12] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett **43**, 1566 (1979).

[13] M. Bilenky, A. Santamaria, One-loop Effective Lagrangian for a Standard Model with a Heavy Charged Scalar Singlet (1993) [arXiv:9310302v1[hep-ph]].

[14] A. Abada, C. Biggio, F. Bonnet, M.B. Gavela e T. Hambye. "Low energy effects of neutrino masses", JHEP **0712** (2007) 061 [arXiv:0707.4058[hep-ph]]

[15] A. Broncano, M.B. Gavela and E.E. Jenkins, "The effective lagrangian for the seesaw model of neutrino mass and leptogenesis"(2003) Phys. Lett. B **552** 177 [Erratum 2006 Phys. Lett. **636** 330] [arXiv:0210271[hep-ph]] e Nucl. Phys. B **672** (2003) 163 [arXiv:0307058[hep-ph]]

[16] W. Buchmuller e D. Wyler, Nucl.Phys.B **268** (1986) 621.

[17] Emmy Noether, M. A. Tavel, "Invariant Variation Problems" (2005) [arXiv:0503066 [physics.hist-ph]]

[18] I. J. R. Aitchison, An Informal Introduction to Gauge Field Theories, Cam- bridge University Press (1982).

[19] J. Goldstone, Nuovo Cim. **19**, 154 (1961); see also: Y. Nambu, Phys. Rev. Lett. **4**, 380 (1962).

[20] A. Djouadi, The Anatomy of Electro-Weak Symmetry Breaking, Tome I, Phys. Rept. 457: 1-216 (2008) [arXiv:0503172v2[hep-ph]].

[21] P. W. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964).

[22] C. Grojean, Les Houches Summer School, Particle Physics Beyond the Standard Model (2005).

M. Veltman, The Screening Theorem and The Higgs System, Acta Physica Polonica B12, vol. 25 (1994).

S. Willenbrock, Symmetries of the Standard Model, [arXiv:0410370[hep-ph]].

[23] E. Ma, Phys. Rev. Lett. **81**, 1171 (1998).

[24] W.-M.et al. *Review if Particle Physics*, J. Phys. **G33** (2006) 1.

[25] P. Minkowski, Phys. Rev. Lett. B **67** (1977) 421.

[26] T. Yanagida, 1979 "Horizontal gauge symmetry and masses of neutrinos", *In the Proceedings of the Workshop on the Baryon Number of the Universe and Unified Theories*, February 13-14, Tsukuba, Japan [KEK-79-18-95]

[27] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, 1979 "Complex spinors and unified theories", in *Super-gravity*, P. van Nieuwenhuizen and D.Z. Freedman eds.), North Holland Publ. Co., The Netherlands [PRINT-80-0576-CERN]

[28] S.L. Glashow, 1979 The future of elementary particle physics *NATO Adv. Study Inst. Ser. B Phys.* **59** 687.

[29] R.N. Mohapatra e G. Senjanović, Phys. Rev. Lett. **44** 912.

[30] T. P. Cheng e L. F. Li, Phys. Rev. D **22**, 2860 (1980).

[31] E. Kh. Akhmedov, M. Frigerio e A. Yu. Smirnov, Probing the seesaw mechanism with neutrino data and leptogenesis, [arXiv:0305322v3 [hep-ph]](2003).

S. Ray, Renormalization group evolution of neutrino masses and mixing in seesaw models: A review, [arXiv:1005.1938v1 [hep-ph]](2010).

S. F. King, Neutrino Mass, [arXiv:0712.1750v1 [physics.pop-ph]](2007)

P. F. Pérez, The Origin of Neutrino Masses and Physics Beyond the SM, [arXiv:0909.2698v2 [hep-ph]] (2009).

P. Hernández, Neutrino Physics, [arXiv:1010.4131v1 [hep-ph]] (2010).

[32] G. Senjanović e R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D **12** 1502 (1975).

[33] R. Mohapatra e G. Senjanović, Phys. Rev. Lett. **44** 912 (1980).

[34] R. Mohapatra e G. Senjanović, Phys. Rev. D **23** 165 (1981).

[35] G. Senjanović, Nucl. Phys. B153, 334 (1979).

[36] R. N. Mohapatra e J. C. Pati, Phys. Rev. D **11**, 2558–2561 (1975).

[37] V. Tello, G. Senjanovic, F. Vissani [arXiv:1011.3522[hep-ph]]

[38] P. F. Pérez, et al. Phy. Rev.D **78**, 015018 (2008)

[39] V. Cirigliano, et al. Phys. Rev. D **70**, 075007 e V. Tello, G. Senjanovic, F. Vissani [arXiv:[hep-ph]]

[40] F. Vissani, Phys. Rev. **D57**, 7027 (1998); J.A. Casas, J.R. Espinosa e I. Hidalgo, JHEP **0411** (2004) 0576 [arXiv:0410298[hep-ph]].

[41] S. Antusch, C. Biggio, E. Fernandez-Martinez, M.B. Gavela and J. Lopez-Pavon, Unitarity of the leptonic mixing matrix (2006) 084 [arXiv:0607020[hep-ph]].

[42] J.F. Gunion, H.E. Haber, G.L. Kane and S. Dawson, The Higgs hunter's guide Westview Press (2000)