

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Investigando as propriedades quânticas do
campo no oscilador paramétrico ótico
baseado em átomos de rubídio

Alvaro Montaña Guerrero

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Martinelli



Tese de doutorado apresentada ao Instituto de
Física da Universidade de São Paulo, como
requisito parcial para a obtenção do título de
Doutor em Ciências.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Martinelli - (IFUSP)

Prof. Dr. Nestor Felipe Caticha Alfonso - (IFUSP)

Prof. Dr. Diogo de Oliveira Soares Pinto - (IFSC USP)

Prof. Dr. Gabriel Horácio Aguilar - (UFRJ)

Prof. Dr. Pablo Lima Saldanha - (UFMG)

São Paulo

2022

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Montaña Guerrero, Alvaro

Investigando as propriedades quânticas do campo no oscilador paramétrico ótico baseado em átomos de rubídio. São Paulo, 2022.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Depto. de Física Experimental.

Orientador (a): Prof. Dr. Marcelo Martinelli

Área de Concentração: Ótica Quântica.

Unitermos: 1. Emaranhamento; 2. Ótica quântica; 3. Oscilador paramétrico ótico; 4. interação da luz com a matéria; 5. Ótica não linear.

USP/IF/SBI-71/2022

University of São Paulo
Physics Institute

Investigating the quantum properties of the
field in the optical parametric oscillator
based on rubidium atoms

Alvaro Montaña Guerrero

Supervisor: Prof. Dr. Marcelo Martinelli

Thesis submitted to the Physics Institute of the
University of São Paulo in partial fulfillment
of the requirements for the degree of Doctor of
Science

Examining Committee:

Prof. Dr. Marcelo Martinelli - (IFUSP)

Prof. Dr. Nestor Felipe Caticha Alfonso - (IFUSP)

Prof. Dr. Diogo de Oliveira Soares Pinto - (IFSC USP)

Prof. Dr. Gabriel Horácio Aguilar - (UFRJ)

Prof. Dr. Pablo Lima Saldanha - (UFMG)

São Paulo
2022

Aos meus pais, irmãos e avó ..

Agradecimentos

Quero agradecer profundamente aos meus pais Mariela Guerrero e Jose Alvaro Montaña, meus irmãos Mauricio, Luis Alberto e Andres Felipe, cujo apoio incondicional em momentos difíceis e companhia em momentos de felicidade, nunca me faltava. Agradeço ao meu orientador Marcelo Martinelli, e ao Paulo Nussenzweig pelo exemplo como pesquisadores e a constante curiosidade pela física. Sinceros agradecimentos pela grande oportunidade de trabalhar neste ótimo grupo de pesquisa.

Agradeço aos colegas de laboratório do LMCAL: Raul, Roger, Gabriel, Theo, Beatriz e Felipe pela amizade e bons momentos. Agradeço ao pós-doutorando Hans Marin pela ajuda e apoio no desenvolvimento do meu projeto. Agradeço ao professor Alberto Marino (U.Oklahoma) pelas discussões e aportes para o desenvolvimento do projeto. Agradeço a FAPESP pelo suporte financeiro no meu projeto número 2017/27216-4.

Resumo

Na presente tese, mostramos a medida de emaranhamento em um oscilador paramétrico ótico (OPO) baseado no processo paramétrico de mistura de quatro ondas (FWM) em vapor de ^{85}Rb , acima do limiar de oscilação. Esta corresponde à primeira medida de emaranhamento em um OPO com susceptibilidade $\chi^{(3)}$.

O FWM, processo base para a construção deste OPO, acontece em meios não lineares tipo $\chi^{(3)}$, como é o caso do isótopo de ^{85}Rb . Previamente à construção do OPO, realizamos a revisão da teoria clássica e quântica do FWM, assim como a obtenção experimental do processo de FWM ao redor da linha D_1 de absorção do ^{85}Rb . O alto ganho do processo de FWM e o uso de cavidades abertas permitiu projetar a construção de um OPO duplamente ressonante, o qual gera dois feixes conhecidos como sinal e complementar.

Mostramos a primeira medida de compressão de ruído entre os feixes sinal e complementar gerados pelo nosso OPO, com um máximo nível de compressão na diferença de intensidade de -2.7 dB[1]. A compressão de ruído é robusta para potências altas do feixe de bombeio, o que permitiu a operação estável do OPO até valores de até quatro vezes acima do limiar de oscilação.

Além disso, reconstruímos a matriz de covariância associada ao estado dos dois feixes. A matriz de covariância permite realizar o teste de emaranhamento, usando os critérios de Duan *et al.*[2] e de Simon [3]. Mostramos, pela primeira vez, a geração de emaranhamento entre os dois feixes gerados pelo OPO [4], demonstrando a violação no critério de Duan, com um valor máximo de $\Delta^2\hat{p}_- + \Delta^2\hat{q}_+ = 1.56(14) \not\leq 2$. Mediante o uso do critério de Simon, conseguimos estudar o emaranhamento entre as diferentes bandas laterais do sistema, com um nível de emaranhamento maior para pares de bipartições específicas. Mostramos que a densidade atômica é um fator determinante para a geração e perda de correlações quânticas. A geração de feixes emaranhados com um OPO atômico trabalhando perto da ressonância de átomos alcalinos permite a integração natural em redes quânticas.

Palavras chave: Emaranhamento, Ótica quântica, Oscilador paramétrico ótico, Interação da luz com a matéria, Física atômica, Ótica não linear

Abstract

In the present thesis, we show the measurement of entanglement in an optical parametric oscillator (OPO) based on the parametric four-wave mixing process (FWM) in ^{85}Rb vapor, above the oscillation threshold. This corresponds to the first measure of entanglement in an OPO with susceptibility $\chi^{(3)}$.

The FWM, the base process for the construction of this OPO, takes place in $\chi^{(3)}$ non-linear media, as is the case with the isotope of ^{85}Rb . As a preliminary to the construction of the OPO, we carried out a review of the classical and quantum theory of the FWM, as well as the experimental obtainment of the FWM process around the D_1 line of absorption of the ^{85}Rb . The high gain of the FWM process and the use of open cavities allows the design and the construction of a doubly resonant OPO, which generates two beams known as signal and complementary.

We show the first squeezing measurement between the signal and complementary beams generated by our OPO, with a maximum squeezing level at the intensity difference of -2.7 dB[1]. Squeezing is robust for high pump beam powers, which allows stable operation of the OPO at values up to four times the threshold.

In addition, we reconstruct the covariance matrix associated with the state of the two beams. The covariance matrix allows performing the entanglement test, using the criteria of Duan *et al.* [2] and Simon [3]. We show, for the first time, entanglement between the two beams generated by the OPO [4], demonstrating the violation of Duan's criterion, with a maximum value of $\Delta^2 \hat{p}_- + \Delta^2 \hat{q}_+ = 1.56(14) \not\geq 2$. By using Simon's criterion, we were able to study the entanglement between the different sidebands of the system, with a higher entanglement level for specific bipartition pairs. We show that atomic density is a determining factor for the generation and loss of quantum correlations. The generation of entangled beams with an atomic OPO working close to the resonance of alkali atoms, allows for natural integration into quantum networks.

Key words: Entanglement, Quantum Optics, Optical Parametric Oscillator, Light-Matter Interaction, Atomic Physics, Nonlinear Optics

Sumário

Introdução	xiii
I Conceitos teóricos	1
1 Conceitos da teoria quântica da luz	3
1.1 Conceitos iniciais	4
1.1.1 Quantização do campo electromagnético	4
1.1.2 Operador quadratura	4
1.1.3 Estados número	5
1.1.4 Estados coerentes	5
1.1.5 Estados comprimidos	7
1.1.5.1 Medição da taxa de compressão	11
1.2 Detecção de intensidade e detecção balanceada	11
1.2.1 Detecção de intensidade	12
1.2.2 Detecção balanceada	12
1.2.2.1 Soma de intensidade	13
1.2.2.2 Diferença de intensidade	14
1.3 Cavidades óticas	14
1.3.1 Feixes gaussianos	15
1.3.2 Reflexão e transmissão numa cavidade ótica	16
1.4 Matriz de covariância	17
1.5 Reconstrução da matriz de covariância	19
1.6 Emaranhamento	29
1.6.1 Critério de Simon-PPT	30
1.6.2 Critério de Duan - DGCZ	32
2 Mistura de quatro ondas e OPO com átomos de rubídio	35

2.1	Estrutura hiperfina do rubídio	35
2.2	Polarizabilidade não linear e mistura de quatro ondas	38
2.2.1	Processos de terceira ordem	39
2.2.1.1	Efeito Kerr ótico	40
2.3	Mistura de quatro ondas (FWM)	41
2.3.1	Abordagem clássica do FWM	41
2.3.2	Abordagem quântica do FWM	44
2.3.2.1	Abordagem fenomenológica	44
2.3.2.2	Amplificação ideal insensível à fase	46
2.3.2.3	Abordagem microscópica	47
2.4	Descrição clássica do OPO	56
2.4.1	Geração de fótons gêmeos por um OPO não degenerado (Modelo corpuscular)	58
II	Desenvolvimento e resultados	61
3	Instrumentação	63
3.1	Laser de prova: laser de diodo	63
3.1.1	Espectroscopia de absorção saturada	66
3.2	Laser de bombeio: laser titânio-safira	67
3.3	Montagem e obtenção da mistura de quatro ondas com semente	69
3.4	Calibração do shot noise	71
3.4.1	Calibração fotodiodos FND-100	71
3.4.2	Calibração fotodiodos FirstSensor	73
3.5	Ruído do laser titânio-safira	75
4	Squeezing no OPO	79
4.1	Montagem da cavidade OPO com a célula de rubídio como meio de ganho	80
4.1.1	Montagem do interferômetro Mach-Zehnder desbalanceado	82
4.1.2	Caracterização da potência de saída em função da potência de entrada para a cavidade OPO	84
4.2	Medição de correlações: obtenção do squeezing	85
4.2.1	Caracterização do squeezing em função dos parâmetros do sistema	87
5	Emaranhamento no OPO	91

5.1	Modificação no sistema de detecção experimental	91
5.2	Reconstrução da matriz de covariância	94
5.3	Caracterização do emaranhamento: critério Duan-DGCZ	100
5.4	Caracterização do emaranhamento: critério de Simon-PPT	103
6	Conclusões e perspectivas	109
	Apêndices	112
	Apêndices	113
	A.1 Parâmetros da matriz de covariância	i
	A.2 Artigos publicados	iii

Introdução

A informação quântica tem sido foco de estudo nos últimos anos levando a diversos avanços na compreensão dos fundamentos da mecânica quântica, com o fim de aplicá-los em processos computacionais com altíssima eficiência. Como consequência do entendimento do conceito quântico de emaranhamento, é possível realizar processos computacionais com maior eficiência em comparação a processos binários clássicos. A geração de campos quanticamente correlacionados é fundamental para o desenvolvimento de uma rede quântica para comunicação quântica [5]. Em uma rede quântica, cada nó executa tarefas computacionais diferentes para as quais está otimizado. Além disso, a informação quântica é gerada, processada e armazenada em cada nó. Por outro lado, os canais quânticos transportam estados quânticos entre nós com alta fidelidade, distribuindo emaranhamento na rede inteira, como mostrado esquematicamente na Fig. 1. A informação de caráter quântico precisa ser armazenada, em consequência, seria interessante ter fontes de emaranhamento operando em comprimentos de onda compatíveis com átomos alcalinos, os quais tem sido apontados como bons candidatos para memórias quânticas. [6].

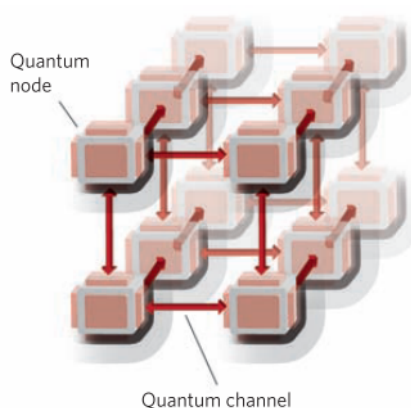


Figura 1 – Rede quântica composta de nós quânticos para processar e armazenar estados quânticos e canais quânticos para distribuir informação quântica. Retirada de [5].

Dentro da diversidade de fontes de emaranhamento, aquelas que trabalham no regime das variáveis contínuas tem grande potencial e versatilidade para a geração de estados com

correlações do tipo quântico. Sistemas óticos que trabalham no regime de variáveis contínuas, tem se mostrado de importância para a geração de estados emaranhados que podem ser usadas para o desenvolvimento desta rede quântica, e particularmente aqueles conhecidos como Osciladores Paramétricos Óticos (OPO). O OPO é uma cavidade ótica com um meio não linear inserido nela sendo esta bombeada externamente por um feixe de alta potência. Dois fótons desse feixe são convertidos em um fóton do feixe sinal e um do feixe complementar, cada um deles com frequências diferentes dependendo da geometria da cavidade e da natureza do meio não linear. Entre diversas propriedades interessantes dos três feixes, temos as propriedades quânticas que eles compartilham. O OPO pode ser usado como uma fonte de laser sintonizável, para geração de correlações quânticas, especificamente emaranhamento, entre outras possibilidades. De fato, o Laboratório de Manipulação Coerente de Átomos e Luz (LMCAL) que se especializou no estudo do OPO, é reconhecido por ter feito a primeira medida de emaranhamento tripartite entre os feixes de bombeio, sinal e complementar em um OPO tipo χ^2 [7]. Além disso, OPOs também foram usados para criar grandes conjuntos de campos emaranhados multimodos, também conhecidos como estados Cluster. [8, 9, 10, 11]. Recentemente aumentou também o interesse pela geração de campos quanticamente correlacionados em sistemas de chips no regime ótico [12].

Geralmente um meio não linear usado no OPO corresponde a um cristal com susceptibilidade quadrática $\chi^{(2)}$. Pela natureza cristalina do meio inserido dentro da cavidade do OPO, os feixes gerados podem apresentar ruído de fônons, o qual contamina as possíveis correlações que podemos obter. Outros tipos de meios não lineares podem ser usados com o propósito de diminuir ou eliminar essas dificuldades técnicas, como é o caso de meios de vapor atômico que permitem a existência de processos não lineares de terceira ordem, em particular o processo de mistura de quatro ondas.

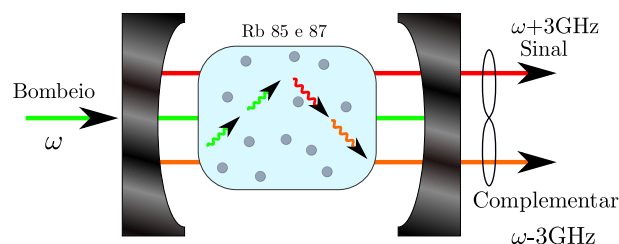


Figura 2 – Esquema geral da cavidade OPO com meio de ganho atômico tipo χ^3 .

A mistura de quatro ondas é um processo paramétrico que acontece em meios com susceptibilidade cúbica $\chi^{(3)}$. No caso de vapor quente de ^{85}Rb , os feixes sinal e complementar serão gerados a uma frequência de $\pm 3\text{GHz}$ respectivamente, em relação a frequência do bombeio, sendo 3GHz a separação hiperfina do estado fundamental do ^{85}Rb . O processo acontece quando o feixe de bombeio encontra-se dessintonizado perto de uma das linhas de transição hi-

perfina. Esses feixes apresentam correlações quânticas e ganhos ajustáveis da ordem de 450%. No trabalho de C. F. McCormick *et al.* [13], em que fazendo uso da mistura de quatro ondas em vapor quente dos isotopos de ^{85}Rb e ^{87}Rb , foram obtidos níveis de compressão de -3.5dB (-8.1dB com correções). Esse trabalho começou uma intensa procura do entendimento do processo dependendo dos parâmetros experimentais e suas consequências. Exemplos tais como no trabalho de V. Boyer *et al.* [14], no qual foram observadas velocidades de propagação ultralentas de pulsos em átomos quentes, ou o emaranhamento em imagens como foi o caso de V. Boyer *et al.* [15], e da violação da inequação de Cauchy-Schwarz no regime macroscópico, A. M. Marino *et al.* [16], mostram a confiabilidade dos átomos como geradores de campos quanticamente correlacionados e candidatos a memórias quânticas.

Devido aos altos ganhos obtidos e à existência de correlações quânticas nesses sistemas, projetamos uma cavidade OPO bastante aberta, com os átomos de rubídio como meio de ganho não linear. Como mostrado na Fig. 2, temos o esquema de um OPO com meio atômico, que corresponde ao sistema de nosso interesse. No entanto, esta não é a primeira tentativa de realizar um OPO baseado em mistura de quatro ondas em átomos alcalinos. Recentemente, nos trabalhos de [17, 18, 19], em que empregando uma célula de vapor com abundância natural dentro de uma cavidade, foram gerados simultaneamente feixes acima do limiar de oscilação separados por 6.1 GHz (para o ^{85}Rb) e 13.6 GHz (para o ^{87}Rb). As primeiras evidências de campos quanticamente correlacionados neste tipo de OPO foram obtidas em um sistema OPO com dois bombeios simultâneos, gerando assim campos fracos acima do limiar de oscilação. O fluxo de fótons de cada campo, estimado na ordem de 10^7 fótons/segundo, foram medidos com fotodiodos de avalanche, limitando a exploração das características quânticas a violações das desigualdades de Cauchy-Schwarz [20]. Em outro exemplo, foram observados feixes gêmeos em um OPO uni-ressonante SROPO (single resonant OPO) fazendo uso de uma cavidade aberta para o feixe conjugado [21]. Não obstante, não foram demonstradas correlações do tipo quântico em cavidades auto-oscilantes. De fato, nas referências [17, 19], foram reportadas medidas de correlações de intensidade, porém elas não foram fortes o suficiente para chegar ao limite quântico. Nosso propósito é demonstrar a geração de feixes quanticamente correlacionados a partir de um OPO duplamente ressonante acima do limiar de oscilação usando um meio não linear χ^3 , baseado no processo de mistura de quatro ondas, empregando uma célula de vapor de átomos alcalinos quentes dentro de uma cavidade.

Por conseguinte, na presente tese, descrevemos a construção e caracterização de um oscilador paramétrico ótico (OPO) com meio atômico de vapor de rubídio de susceptibilidade $\chi^{(3)}$ não nula. No capítulo 1 realizamos a revisão da teoria de ótica quântica com os fundamentos dos estados coerentes, os estados comprimidos, a matriz de covariância, o emaranhamento e como é feita sua medição. No capítulo 2 apresentamos um breve resumo da teoria atômica

do rubídio e dos processos não lineares, principalmente do processo conhecido como mistura de quatro ondas, finalizando com a teoria clássica do OPO. No capítulo 3 apresentamos um resumo da instrumentação necessária para a obtenção do processo de mistura de quatro ondas em espaço livre e a calibração dos nossos instrumentos de medida.

No capítulo 4 explicamos a montagem do oscilador paramétrico ótico OPO com vapor de rubídio. Realizamos a caracterização das correlações quânticas entre os feixes sinal e complementar gerados pelo OPO. Obtivemos, pela primeira vez no nosso conhecimento, a medida de compressão na variância da diferença de intensidade entre os feixes, com um valor máximo de -2.7dB, o que nos levou a publicação do artigo *Quantum Noise Correlations of an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms* na *Physical Review Letters* [1].

No capítulo 5 realizamos uma modificação no nosso esquema experimental com o proposito de reconstruir a matriz de covariância do nosso sistema. Com a tomografia do estado em mãos, utilizamos diferentes critérios para quantificar a existência do emaranhamento no nosso sistema. Obtivemos, pela primeira vez nesse tipo de OPO, emaranhamento entre os dois feixes de saída do OPO. Com a matriz de covariância, podemos estudar nosso sistema que em realidade corresponde a um sistema multipartite de quatro modos. Obtivemos emaranhamento entre diferentes bipartições do sistema de quatro modos. Realizamos um estudo extenso das correlações e do emaranhamento mudando os diferentes parâmetros do sistema, o que nos levou à publicação do artigo *Continuous Variable Entanglement in an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms* na *Physical Review Letters* [4]. Por fim, são descritas as conclusões e perspectivas deste trabalho.

Parte I

Conceitos teóricos

Capítulo 1

Conceitos da teoria quântica da luz

A seguir será feito o estudo sobre os conceitos básicos da teoria quântica da luz, como a quantização do campo eletromagnético, as quadraturas associadas ao campo, os estados número, os estados coerentes e comprimidos [22, 23, 24, 25]. Experimentalmente alguns lasers geram estados semelhantes a estados coerentes e diante a interação da luz com meios não lineares, como os átomos de rubídio, é possível criar estados da luz com compressão de ruído em combinações específicas de quadraturas dos campos estudados. Além disso, é possível gerar emaranhamento entre os campos gerados pela interação da luz com esse meio não linear. Para quantificar a compressão de ruído de feixes de luz, realizamos uma discussão da técnica de detecção balanceada usada experimentalmente em nosso sistema.

Usamos uma cavidade ótica junto com o meio não linear para a construção do oscilador paramétrico ótico ou OPO. A cavidade do OPO gera feixes gêmeos, os quais são nosso principal objetivo de estudo. Explicamos as características principais das cavidades óticas, objetos de importância no momento de medir algumas propriedades da luz e usados na estabilização dos lasers. Especificamente, usamos as cavidades óticas para ter acesso à informação completa do estado gerado pelo OPO. Como consequência das propriedades dispersivas de uma cavidade ótica perto da ressonância, temos acesso à informação das flutuações na quadratura amplitude e quadratura fase da luz, motivo pelo qual realizamos o estudo da detecção por cavidades [26] com o fim de reconstruir a matriz de covariância.

Com a matriz de covariância em mãos, o que equivale à tomografia inteira do estado no presente caso, podemos estudar o emaranhamento no nosso sistema, fazendo uso dos critérios de Duan *et al.* [2] e de Simon [3], os quais são explicados no final do capítulo.

1.1 Conceitos iniciais

1.1.1 Quantização do campo electromagnético

O campo electromagnético quantizado, como descrito em [22], em termos dos operadores de criação $\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger$ e aniquilação $\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}$ é expresso como

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}} \epsilon_{\mathbf{k},\lambda} \left[\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}}t)} + \hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}}t)} \right], \quad (1.1.1)$$

em que \mathbf{k} é o vetor de onda, λ o índice de polarização, $\epsilon_{\mathbf{k},\lambda}$ o vetor de polarização unitário perpendicular à \mathbf{k} , $\omega_{\mathbf{k}}$ é a frequência angular que está relacionada com \mathbf{k} mediante $|\mathbf{k}| = \omega_{\mathbf{k}}/c$ com c a velocidade da luz no vácuo. Finalmente, $\xi_{\mathbf{k}}$ é um termo de normalização correspondente ao campo do vácuo. Portanto, um modo do campo electromagnético é representado por $\kappa = \{\mathbf{k}, \lambda\}$, em que os operadores de criação e aniquilação bosônicos \hat{a}_{κ} e \hat{a}_{κ}^\dagger obedecem as relações de comutação

$$[\hat{a}_{\kappa}, \hat{a}_{\kappa'}] = [\hat{a}_{\kappa}^\dagger, \hat{a}_{\kappa'}^\dagger] = 0, \quad [\hat{a}_{\kappa}, \hat{a}_{\kappa'}^\dagger] = \delta_{\kappa\kappa'}. \quad (1.1.2)$$

O hamiltoniano associado ao campo electromagnético é dado por

$$H = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0 \mathbf{H}^2) d\mathbf{r}, \quad (1.1.3)$$

que em termos dos operadores \hat{a} e \hat{a}^\dagger é reduzido a

$$H = \sum_k \hbar \omega_k \left(\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{1}{2} \right). \quad (1.1.4)$$

Desse jeito, o comportamento dinâmico das amplitudes do campo eléctrico são descritas como um *ensemble* de osciladores harmônicos independentes, obedecendo as relações de comutação bosônicas.

1.1.2 Operador quadratura

Uma onda plana monomodo de frequência ω e amplitude E_0 em um ponto do espaço é dada pela expressão

$$\hat{E}(t) = \epsilon_0 (\hat{x}_0 \cos \omega t + \hat{x}_{\pi/2} \sin \omega t), \quad (1.1.5)$$

onde o operador \hat{x}_λ é conhecido como operador quadratura do campo definido como

$$\hat{x}_\lambda = \frac{\hat{a} \exp(-i\lambda) + \hat{a}^\dagger \exp(i\lambda)}{\sqrt{2}}, \quad (1.1.6)$$

em que λ é uma fase real. Baseados nas relações de comutação para \hat{a} e \hat{a}^\dagger é possível mostrar que $[\hat{x}_\lambda, \hat{x}_{\lambda+\pi/2}] = i$, para qualquer valor de λ . A variância de qualquer operador \hat{A} é definida como

$$\Delta^2 \hat{A} = \langle \hat{A}^2 \rangle - \langle \hat{A} \rangle^2, \quad (1.1.7)$$

sendo possível mostrar que para qualquer estado, o produto das variâncias dos operadores em quadratura \hat{x}_λ e $\hat{x}_{\lambda+\pi/2}$ está limitado pelo princípio de incerteza de Heisenberg, que nesse caso é igual a

$$\Delta^2 \hat{x}_\lambda \Delta^2 \hat{x}_{\lambda+\pi/2} \geq |\langle [\hat{x}_\lambda, \hat{x}_{\lambda+\pi/2}] \rangle|^2 = 1. \quad (1.1.8)$$

1.1.3 Estados número

Os estados número $|n\rangle$, ou estados de Fock, são autovetores do operador número $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ e os autovalores associados são n , obedecendo assim a equação de autovalores $\hat{N} |n\rangle = n |n\rangle$. Esses estados são ortonormais ($\langle n | n' \rangle = \delta_{n,n'}$) e geram uma base ($\sum_n |n\rangle \langle n| = 1$), e em particular o estado fundamental ou estado base $|0\rangle$ é aquele que tem a mínima energia. Os operadores \hat{a}^\dagger e \hat{a} , conhecidos como operadores de criação e aniquilação respectivamente, obedecem a relação de comutação $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ e sua ação sobre os estados número corresponde a

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle, \quad \hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle. \quad (1.1.9)$$

Estes estados são úteis em ótica quântica no regime de variáveis discretas. Nesses estados sabemos com precisão absoluta o número de fótons n que um modo $|n\rangle$ tem, e como consequência a fase é conhecida com precisão nula. Como os estados números geram uma base, construímos outros tipos de estados com base neles, especificamente os estados coerentes e de compressão.

1.1.4 Estados coerentes

O estado de Fock $|n\rangle$ de mínima energia corresponde ao estado de vácuo $|0\rangle$, como representado no espaço de fase na Fig. 1.1a. Ao fazer um deslocamento de magnitude $|\alpha|$ e fase

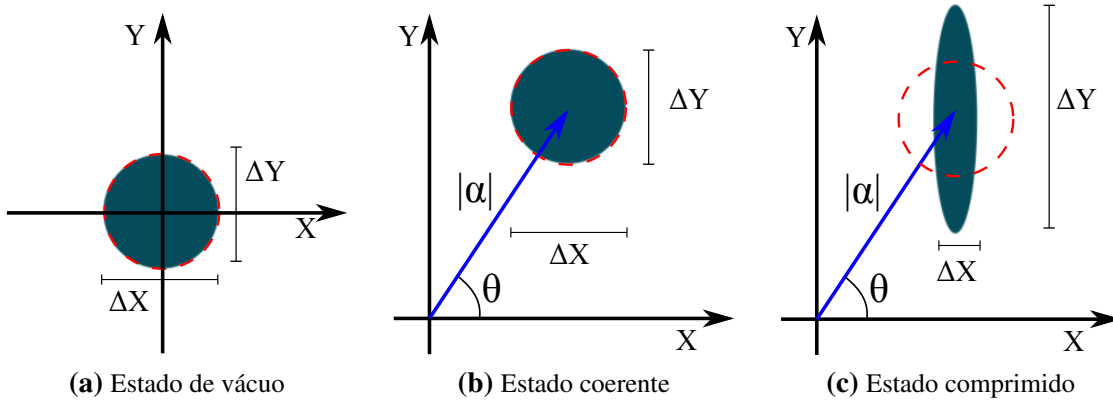


Figura 1.1 – Representação no espaço de fase dos estados de vácuo, coerente e comprimido de um modo. Os eixos X e Y representam as quadraturas associadas.

θ no espaço de fase mediante o operador de Glauber [27] $\hat{D}(\alpha)$, é gerado o estado coerente $|\alpha\rangle$ monomodo como representado na Fig. 1.1b, com o operador definido como

$$\hat{D}(\alpha) = \exp(\alpha \hat{a} - \alpha^* \hat{a}^\dagger), \quad (1.1.10)$$

onde $\alpha = |\alpha| \exp(i\theta)$ é um número complexo. O operador é unitário dado que $D^\dagger(\alpha) = D(-\alpha)$, sendo que $\exp(\hat{A})\exp(-\hat{A}) = 1$ para qualquer operador \hat{A} . Explicitando o estado coerente monomodo na base de estado número obtemos

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha) |0\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (1.1.11)$$

sendo $|\alpha\rangle$ autoestado à direita do operador \hat{a} , $\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle$. A distribuição de probabilidade $P(n)$ de número de fótons para o estado coerente $|\alpha\rangle$ é dada pela distribuição de Poisson

$$P(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{e^{-|\alpha|^2} |\alpha|^{2n}}{n!} = \frac{e^{-\bar{n}} \bar{n}^n}{n!}. \quad (1.1.12)$$

Dessa forma o valor esperado do operador número de fótons $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ para o estado coerente é $\langle \hat{n} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n P(n) = |\alpha|^2 = \bar{n}$ e a variância $\Delta^2 n = \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2 = |\alpha|^2$, por conseguinte tendo o mesmo valor. É vantajoso fazer o cálculo da variância do operador \hat{N} em ordem normal, que para um operador hermitiano qualquer \hat{A} é dada por

$$: \Delta^2 \hat{A} : := \langle : \hat{A}^2 : \rangle - \langle : \hat{A} : \rangle^2, \quad (1.1.13)$$

em que \hat{A} : representa o operador em ordem normal, por exemplo para $\hat{n}^l := (\hat{a}^\dagger \hat{a})^l := \hat{a}^{\dagger l} \hat{a}^l$. Nesse caso ao calcular a variância do operador número em ordem normal para o estado coerente obtemos $\Delta^2 n := 0$. Isso é útil por que ao calcular $\Delta^2 n$: podemos saber se a distribuição é super-poissoniana ($\Delta^2 n := > 0$), poissoniana ($\Delta^2 n := 0$) ou sub-poissoniana ($\Delta^2 n := < 0$), como é o caso de estados térmicos, os estados coerentes e estados comprimidos, respetivamente. É fácil demonstrar que para qualquer um estado coerente $|\alpha\rangle$, a variância do operador quadratura \hat{x}_λ é $\Delta^2 x_\lambda = 1$. Desse modo, para todos os estados coerentes, o produto das variâncias das duas quadraturas \hat{x}_λ e $\hat{x}_{\lambda+\pi/2}$ é igual ao mínimo na relação de Heisenberg

$$\Delta x_\lambda^2 \Delta x_{\lambda+\pi/2}^2 = 1. \quad (1.1.14)$$

Em consequência os estados coerentes são conhecidos como estados de mínima incerteza, com a mesma incerteza em cada quadratura. Esse valor mínimo de $\Delta^2 \hat{x}_\lambda = 1$ corresponde ao limite quântico padrão (*standard quantum limit-SQL*).

Os estados coerentes não são ortogonais, pois $|\langle \alpha | \alpha' \rangle|^2 = \exp(-|\alpha - \alpha'|^2)$, desse modo gerando uma base supercompleta sendo possível escrever o operador identidade como

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \alpha |\alpha\rangle \langle \alpha| = \mathbb{1}, \quad (1.1.15)$$

em que $\int_{-\infty}^{\infty} d^2 \alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha_r d\alpha_i$ denota a integração no plano complexo α .

1.1.5 Estados comprimidos

Os estados comprimidos surgem em um grande número de processos óticos não-lineares incluindo oscilação paramétrica ótica, conversão paramétrica descendente (*parametric down conversion-PDC*) e mistura de quatro ondas (*four wave mixing-FWM*). Esses estados são caracterizados pela variância do operador de quadratura \hat{x}_λ ser menor do que o valor 1, que corresponde ao valor associado aos estados de vácuo e coerente. A relação de incerteza de Heisenberg implica que a variância da quadratura $\hat{x}_{\lambda+\pi/2}$ exceda o valor 1. O estado comprimido mono-modo pode ser gerado ao aplicar o operador de compressão ou *squeezing* $\hat{S}(\xi)$ ao estado de vácuo $|0\rangle$, $|\xi\rangle = \hat{S}(\xi) |0\rangle$, com o operador

$$\hat{S}(\xi) = \exp\left(-\frac{\xi}{2} \hat{a}^{\dagger 2} + \frac{\xi^*}{2} \hat{a}^2\right), \quad (1.1.16)$$

em que $\xi = r \exp(i\varphi)$ é um número complexo de modulo r e fase φ . Igual ao operador $\hat{D}(\alpha)$, $\hat{S}(\xi)$ é unitário, sendo que $\hat{S}^\dagger(\xi) = \hat{S}(-\xi)$. Escrevendo o estado comprimido na base de estados

de Fock, obtemos

$$|\xi\rangle = \sqrt{\operatorname{sech} r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{(2n)!}}{n!} \left[-\frac{1}{2} \exp(i\varphi) \tanh r \right] |2n\rangle. \quad (1.1.17)$$

Notemos que o estado de vácuo comprimido $|\xi\rangle$ é uma superposição de números pares de fótons $|2n\rangle$, o que faz com que a diferença de $\hat{D}(\alpha)$, $\hat{S}(\xi)$ não gere uma base. A distribuição de probabilidade de número de fótons para o estado comprimido de um modo é

$$P(2n) = \operatorname{sech} r \frac{(2n)!}{(n!)^2 2^{2n}} (\tanh r)^{2n}, \quad (1.1.18)$$

$$P(2n+1) = 0. \quad (1.1.19)$$

Calculamos o valor esperado dos momentos de primeira e segunda ordem do operador quadratura, obtendo

$$\langle \xi | \hat{x}_\lambda | \xi \rangle = 0, \quad (1.1.20)$$

$$\langle \xi | \hat{x}_\lambda^2 | \xi \rangle = [e^{2r} \sin^2(\lambda - \varphi/2) + e^{-2r} \cos^2(\lambda - \varphi/2)] = \Delta \hat{x}_\lambda^2. \quad (1.1.21)$$

Ao variar o valor de φ , a variância $\Delta^2 \hat{x}_\lambda$ muda do mínimo $\exp(-2r)$ ao máximo $\exp(2r)$ podendo ser menor do que 1. Quando acontece isso, dizemos que a quadratura \hat{x}_λ está comprimida. Para todos os estados, o produto das variâncias da quadratura \hat{x}_λ e $\hat{x}_{\lambda+\pi/2}$ está limitada pela relação de Heisenberg,

$$\Delta^2 \hat{x}_\lambda \Delta^2 \hat{x}_{\lambda+\pi/2} = [\sin^4(\lambda - \varphi/2) + \cos^4(\lambda - \varphi/2)] \quad (1.1.22)$$

$$+ 2 \sin^2(\lambda - \varphi/2) \cos^2(\lambda - \varphi/2) \cosh 4r] \geq 1 \quad (1.1.23)$$

Esse produto obtém seu mínimo valor de 1 quando: $r = 0$; quando $\cos(\lambda - \varphi/2) = 0$ ou $\sin(\lambda - \varphi/2) = 0$; e quando $2\lambda = \varphi + n\pi$ em que o valor de cada uma das variâncias é $\exp(-2r)$ e $\exp(2r)$ respectivamente.

A ação combinada do operador $\hat{S}(\xi)$ seguida de $\hat{D}(\alpha)$ sobre o estado de vácuo $|0\rangle$ gera um modo do estado coerente comprimido $|\alpha, \xi\rangle = \hat{D}(\alpha)\hat{S}(\xi)|0\rangle$, como esquematizado na Fig. 1.1c. Os operadores \hat{S} e \hat{D} não comutam, em outras palavras, o processo de comprimir e deslocar não é equivalente a deslocar e comprimir. Só no caso específico em que realizamos uma recalibração temos $S(\xi)D(\alpha) = D(\beta)S(\xi)$, sendo $\alpha \neq \beta$. A variância $\Delta^2 \hat{x}_\lambda = \langle \alpha, \xi | \hat{x}_\lambda^2 | \alpha, \xi \rangle$ corresponde ao mesmo valor para o caso do estado $|\xi\rangle$ na Eq. (1.1.21), em que a variância não depende da amplitude α ou fase θ do estado coerente e só de $\xi = r \exp(i\varphi)$. Em outras

palavras a compressão do estado $|\alpha, \xi\rangle$ só depende do parâmetro ξ . É possível demonstrar que a variância do operador número \hat{n} no estado $|\alpha, \xi\rangle$ em ordem normal é proporcional à variância da quadratura \hat{x}_θ quando $|\alpha|^2$ é suficientemente grande,

$$:\Delta^2 n : \simeq 2|\alpha|^2 : \Delta^2 x_\theta :, \quad (1.1.24)$$

em que $:\hat{n}^l :$ representa o operador \hat{n}^l em ordem normal. Essa proporcionalidade entre $:\Delta^2 n :$ e $:\Delta^2 x_\theta :$ é a base para usar o método de detecção homodina para medir compressão. Além disso, $:\Delta^2 n :$ pode tomar valores negativos, o que corresponde a uma estatística sub-Poissoniana. Os estados coerentes comprimidos $|\alpha, \xi\rangle$ geram uma base supercompleta

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\alpha |\alpha, \xi\rangle \langle \alpha, \xi| = 1. \quad (1.1.25)$$

Para o caso de dois modos A e B com operadores de aniquilação \hat{a} e \hat{b} , o estado comprimido de dois modos $|\xi_{AB}\rangle$ é gerado mediante a aplicação sobre o estado de vácuo $|0_A, 0_B\rangle$ do operador

$$\hat{S}_{AB}(\xi) = \exp(-\xi \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger + \xi^* \hat{b} \hat{a}), \quad (1.1.26)$$

em que $\xi = r \exp(i\varphi)$ é um número complexo. O estado comprimido de dois modos é dado por

$$|\xi_{AB}\rangle = \hat{S}_{AB}(\xi) |0_A; 0_B\rangle, \quad (1.1.27)$$

$$|\xi_{AB}\rangle = \operatorname{sech} r \sum_{n=0}^{\infty} [-\exp(i\varphi) \tanh r]^n |n_A; n_B\rangle, \quad (1.1.28)$$

em que $|\xi_{AB}\rangle$ é uma superposição de estados de dois modos com o mesmo número de fótons. Notemos que $\hat{S}_{AB}(\xi) \neq \hat{S}_A(\xi) \hat{S}_B(\xi)$. Além disso o estado $|\xi_{AB}\rangle$ é um estado que não pode ser descrito como um produto de estados dos subsistemas A e B , gerando assim correlações entre as propriedades dos modos. Isso refere-se ao conceito de emaranhamento, o qual em próximas seções aprofundaremos. Ao fazer o cálculo da variância do operador quadratura $\hat{x}_{\lambda,a}$ para o modo A no estado $|\xi_{AB}\rangle$,

$$\Delta^2 \hat{x}_{\lambda,a} = \langle \xi_{AB} | \hat{x}_{\lambda,a} | \xi_{AB} \rangle^2 - \langle \xi_{AB} | \hat{x}_{\lambda,a}^2 | \xi_{AB} \rangle, \quad (1.1.29)$$

obtemos o valor

$$\Delta^2 \hat{x}_{\lambda,a} = 2\langle \hat{n}_a \rangle + 1 = \cosh(2r). \quad (1.1.30)$$

Esse valor corresponde à variância de um estado térmico $\Delta^2 \hat{x}_{\lambda,\rho} = 2\langle n \rangle + 1$ em que $\rho = \sum_n P(n) |n\rangle \langle n|$ e $\langle \hat{A} \rangle = Tr(\hat{A}\rho)$. O mínimo valor que pode tomar $\Delta^2 \hat{x}_{\lambda,a}$ é 1 no caso de não ter compressão $r = 0$, e quando $r \neq 0$ o valor é sempre maior do que 1, o que se conhece como excesso de ruído. Vemos então que se temos um sistema de dois modos AB que apresenta compressão, as propriedades de cada modo correspondem as propriedades de um estado térmico, como podemos ver na Fig. 1.2.

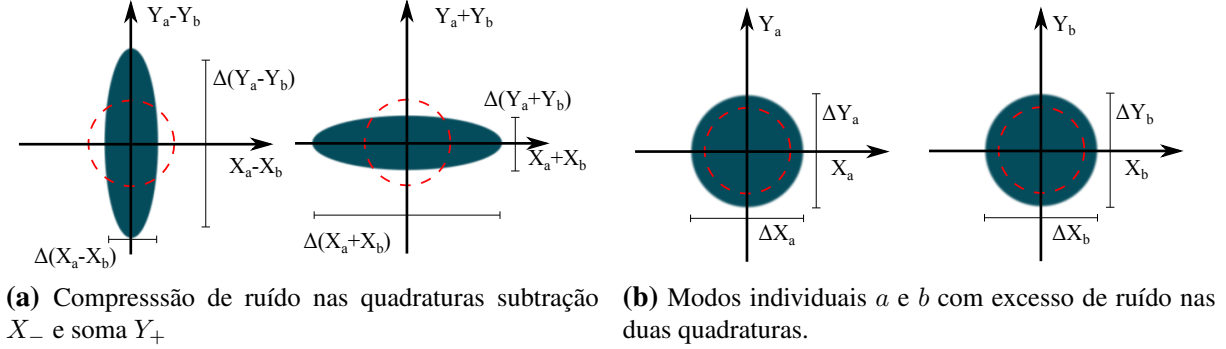


Figura 1.2 – Representação no espaço de fase do estado de vácuo comprimido (Squeezing) de dois modos. Cada modo por separado apresenta excesso de ruído. As combinações $X_a - X_b$ e $Y_a + Y_b$ apresentam compressão de ruído.

Podemos expressar o estado comprimido de dois modos como o produto de dois estados comprimidos monomodo ao introduzir os modos C e D com os operadores bosônicos de aniquilação

$$\hat{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{a} + \exp(i\delta)\hat{b}], \quad \hat{d} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{b} + \exp(-i\delta)\hat{a}], \quad (1.1.31)$$

em que δ é uma fase real, $[\hat{c}, \hat{c}^\dagger] = 1 = [\hat{d}, \hat{d}^\dagger]$. Essa superposição corresponde ao modelo do divisor de feixe (*beam-splitter*) e que fundamentalmente corresponde a uma rotação no espaço de fase. Ao escrever $\hat{S}_{AB}(\xi)$ em termos de \hat{c} e \hat{d} obtemos

$$\hat{S}_{AB}(\xi) = \hat{S}_C(\xi \exp(i\delta)) \hat{S}_D(-\xi \exp(-i\delta)), \quad (1.1.32)$$

onde \hat{S}_C e \hat{S}_D correspondem ao operador de compressão monomodo Eq. (1.1.16). Desse modo o estado comprimido de dois modos pode ser descrito como o produto de estados comprimidos monomodos nos modos C e D .

$$|\xi_{AB}\rangle = |\xi \exp(i\delta)\rangle_C \otimes |-\xi \exp(-i\delta)\rangle_D \quad (1.1.33)$$

1.1.5.1 Medição da taxa de compressão

Um parâmetro útil para quantificar o nível de compressão de uma quadratura de um estado ρ , como enunciado em [28], é comparar a variância do estado medido com a variância do estado coerente mediante o parâmetro

$$S_{\lambda,\rho} = \frac{\Delta^2 \hat{x}_{\lambda,\rho}}{\Delta^2 \hat{x}_{Coerente}} \quad (1.1.34)$$

em que $S_{\lambda,\rho}$ toma valores maiores do que 1 para quando o estado ρ é um estado térmico, $S_{\lambda,\rho} = 1$ quando ρ é um estado coerente e finalmente $S_{\lambda,\rho} < 1$ quando o estado é comprimido. Se $S_{\lambda,\rho} = 0$, a quadratura \hat{x}_ρ do estado ρ tem um nível de compressão infinito. Definimos um segundo parâmetro que corresponde ao logaritmo de $S_{\lambda,\rho}$,

$$S_{dB} = 10 \log \left(\frac{\Delta^2 \hat{x}_{\lambda,\rho}}{\Delta^2 \hat{x}_{Coerente}} \right). \quad (1.1.35)$$

Nessa definição obtemos um valor $S_{dB} > 0$ para um estado térmico, $S_{dB} = 0$ para um estado coerente e $S_{dB} < 0$ para um estado comprimido. Um nível de compressão da metade ($S_{\lambda,\rho} = 0.5$) representa um valor de $S_{dB} = -3$ dB. Esse parâmetro S_{dB} é mais vantajoso dado que no momento de usar o analisador de espectro, que é o equipamento com que é geralmente feito a medição da variância da quadratura selecionada, a obtenção de dados é em unidades logarítmicas sendo assim mais simples e intuitivo comparar medidas. Além disso é útil para avaliar grandes variações. Por exemplo, ao comparar a potência de um laser com a metade dela, a diferença será expressa como uma queda em 3 dB.

1.2 Detecção de intensidade e detecção balanceada

Para campos intensos, e particularmente para um estado coerente $|\alpha\rangle$, o operador de aniquilação \hat{a} pode ser expresso como a soma da sua amplitude complexa e de um termo de flutuação. Essa amplitude α representa o campo “clássico”, sendo a aproximação expressa como

$$\hat{a}(t) = \alpha + \delta\hat{a}(t), \quad (1.2.1)$$

em que temos o número complexo $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$ com θ sendo a fase e $|\alpha|$ a amplitude. Pela definição, temos que o valor esperado do operador é $\langle\hat{a}(t)\rangle = \alpha$, e $\langle\delta\hat{a}(t)\rangle = 0$, dado que o ruído é aleatório. Observamos que a dependência temporal é herdada só no termo da flutuação.

Muitas vezes usaremos o termo de flutuação como uma aproximação em primeira ordem.

1.2.1 Detecção de intensidade

O caso mais simples de detecção é jogar luz diretamente em um dispositivo que converte fótons em elétrons livres. A medição corresponde ao fluxo de fótons que chegam no fotodetector, que é analisado para poder obter o valor do número médio de fótons como um sinal DC e sua flutuação associada que será obtida por um sinal de alta frequência HF. Essa fotocorrente processada é dirigida a um analisador de espectro eletrônico ou uma placa de aquisição computacional, dependendo do que desejamos medir. Nosso esquema experimental de medida tem duas etapas diferentes com o propósito de medir só correlações em amplitude ou medir correlações em amplitude e de fase. Aprofundaremos em próximas seções sobre a necessidade de ter dois esquemas de detecção diferentes.

A intensidade instantânea do feixe a é proporcional ao número de fótons $\hat{N}_a = \hat{a}^\dagger \hat{a}$. Escrevendo o operador \hat{N}_a como a soma da sua amplitude e das suas flutuações, baseado em Eq. (1.2.1) temos

$$\hat{N}_a = \langle \hat{N}_a \rangle + \delta \hat{N}_a, \quad (1.2.2)$$

$$\langle \hat{N}_a \rangle = |\alpha|^2, \quad (1.2.3)$$

$$\delta \hat{N}_a = |\alpha| e^{i\phi} \delta \hat{a}^\dagger + |\alpha| e^{-i\phi} \delta \hat{a}, \quad (1.2.4)$$

$$\delta \hat{N}_a = |\alpha| \delta \hat{x}_a^\phi. \quad (1.2.5)$$

Observamos que a flutuação $\delta \hat{N}_a$ é proporcional à amplitude $|\alpha|$, e de fato lembrando a definição da Eq. (1.1.6), obtemos a proporcionalidade entre as flutuações da intensidade e as flutuações do operador quadratura. Reescrevendo o parâmetro de compressão de ruído anteriormente descrito na Eq. (1.1.34) em termos de \hat{N}_a e suas flutuações obtemos

$$S = \frac{\langle \delta \hat{N}_a \delta \hat{N}_a \rangle}{\langle \hat{N}_a \rangle}, \quad (1.2.6)$$

uma relação para medir a taxa de compressão associada à medida de fótons no detector.

1.2.2 Detecção balanceada

A detecção balanceada é usada como método para eliminar os ruídos clássicos que existem no sistema. Vamos supor que temos um campo coerente intenso $|\alpha\rangle$ do qual queremos caracterizar seu ruído. Ao jogar o feixe num cubo separador de feixe (*beam-splitter* BS), com

uma transmissão e reflexão de 50%, temos a relação $\hat{a} \simeq \alpha + \delta\hat{a}$ e $\hat{b} \simeq \delta\hat{b}$. Os operadores se transformam mediante

$$\hat{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle\hat{a}\rangle + \delta\hat{a} + \delta\hat{b}), \quad (1.2.7)$$

$$\hat{d} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle\hat{a}\rangle + \delta\hat{a} - \delta\hat{b}), \quad (1.2.8)$$

em que o valor médio do operador \hat{a} e sua flutuação $\delta\hat{a}$ correspondem ao campo intenso α e a flutuação do vácuo $\delta\hat{b}$ com valor médio $\langle\hat{b}\rangle$ nulo. Nesse caso o feixe é separado em dois feixes balanceados em potência, cada um dos quais é medido num detetor, como esquematizado na Fig. 1.3. Podemos então fazer a subtração e soma dos sinais obtidos pelos fotodetetores.

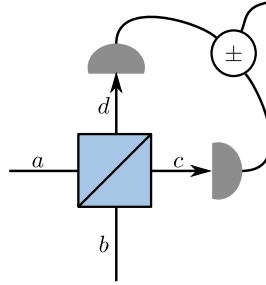


Figura 1.3 – Detecção balanceada. Modos de entrada a e b e de saída c e d que serão somados ou subtraídos, dependendo do caso estudado.

1.2.2.1 Soma de intensidade

Os dois sinais medidos pelos detectores são somados,

$$N_+ = N_c + N_d, \quad (1.2.9)$$

$$N_+ = |\alpha|^2 + |\alpha|e^{-i\phi_a}\delta\hat{a} + |\alpha|e^{i\phi_a}\delta\hat{a}^\dagger, \quad (1.2.10)$$

$$N_+ = |\alpha|^2 + |\alpha|\delta\hat{x}_a^{\phi_a}, \quad (1.2.11)$$

de tal jeito que a variância da soma de intensidade é dada por

$$\Delta^2 N_+ = |\alpha|^2 \Delta^2(\delta\hat{x}_a^{\phi_a}), \quad (1.2.12)$$

$$\Delta^2 N_+ = |\alpha|^2 \Delta^2(\hat{x}_a^{\phi_a}). \quad (1.2.13)$$

Notemos que essa variância é proporcional à variância da quadratura do campo intenso associada à \hat{a} .

1.2.2.2 Diferença de intensidade

No segundo caso, calculamos o operador de diferença de número de fótons N_-

$$N_- = N_c - N_d, \quad (1.2.14)$$

$$N_- = |\alpha|e^{-i\phi_a}\delta\hat{b} + |\alpha|e^{i\phi_a}\delta\hat{b}^\dagger, \quad (1.2.15)$$

$$N_- = |\alpha|\delta\hat{x}_b^{\phi_a}, \quad (1.2.16)$$

$$\Delta N_-^2 = |\alpha|^2\Delta^2(\delta\hat{x}_b^{\phi_a}). \quad (1.2.17)$$

Em outras palavras obtemos que a variância da diferença de intensidade (proporcional ao número de fótons) é igual ao produto da intensidade do campo intenso α vezes a variância da quadratura do vácuo. Ao subtrair os ruídos clássicos dos campos, obtemos o ruído quântico padrão-SQL $\Delta^2(\delta\hat{x}_b^{\phi_a})$, isso como consequência de que as flutuações do campo intenso α são idênticas em cada um dos dois detetores e são canceladas.

Para o caso em que os dois modos associados a \hat{a} e \hat{b} correspondem a campos intensos, como por exemplo o caso do feixe sinal e o complementar gerados pela mistura de quatro ondas, temos $\hat{a} \simeq |\alpha|e^{i\phi} + \delta\hat{a}$ e $\hat{b} \simeq |\beta|e^{i\psi} + \delta\hat{b}$. Desse jeito calculamos a diferença de intensidade

$$N_- = N_c - N_d, \quad (1.2.18)$$

$$N_- = |\alpha|^2 - |\beta|^2 + (|\alpha|\delta\hat{x}_a^\phi - |\beta|\delta\hat{x}_b^\psi), \quad (1.2.19)$$

em que $\langle N_- \rangle = |\alpha|^2 - |\beta|^2$. Se a medida é balanceada, $|\alpha| = |\beta|$ obtemos que o ruído na diferença de intensidade é proporcional à diferença dos ruídos de cada quadratura de cada campo.

$$\delta N_- = |\alpha|(\delta\hat{x}_a^\phi - \delta\hat{x}_b^\psi) \quad (1.2.20)$$

substituímos δN_- na Eq. (1.2.6) para medir a taxa de compressão do estado de dois modos Eq. (1.1.26). Esse procedimento chamado de detecção balanceada pode ser usado no momento de medir correlações quânticas no sistema de dois modos (sinal e complementar) gerado pelo OPO.

1.3 Cavidades óticas

Nessa seção falaremos sobre a teoria dos feixes de luz, assim como das propriedades de uma cavidade ótica, baseados nas referências [29, 30, 31]. As cavidades óticas foram usadas

para diagnosticar a luz usada, como escala e como separador de feixes com frequências distintas, e para a construção do OPO com meio atômico $\chi^{(3)}$. Além disso para detecção de flutuações nas quadraturas amplitude e fase dos campos estudados.

1.3.1 Feixes gaussianos

As equações de Maxwell no espaço livre para uma onda monocromática harmônica de frequência ω podem ser levados à forma da conhecida equação de Helmholtz, como enunciado nas referências [31, 32], onde se mostra que

$$(\nabla^2 + k^2) E(x, y, z) = 0, \quad (1.3.1)$$

em que $E(x, y, z)$ é a amplitude complexa do campo para uma componente de polarização do vetor campo elétrico e $k = n\omega/c$. Reescrevemos o campo como

$$\frac{E(x, y, z)}{E_0} = \psi(x, y, z)e^{-ikz}. \quad (1.3.2)$$

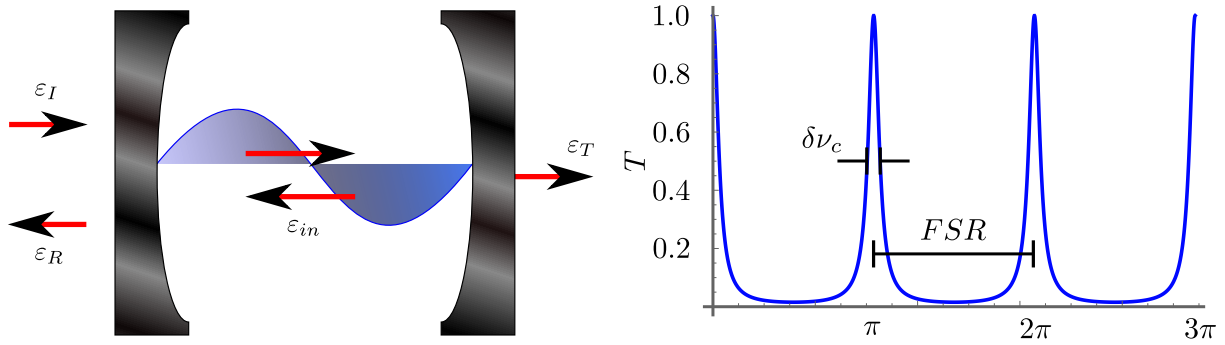
Substituímos a Eq. (1.3.2) na Eq. (1.3.1) e fazemos a aproximação paraxial

$$\left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right| \ll 2k \left| \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|, \quad \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right|, \quad (1.3.3)$$

em que o primeiro termo se relaciona com a variação lenta da propagação na escala de λ e o segundo com a variação lenta na escala das componentes transversais da onda. A solução para a propagação do campo elétrico para o modo TEM_{00} é

$$\frac{E(x, y, z)}{E_0} = \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp \left[-\frac{r^2}{\omega^2(z)} - i\frac{kr^2}{2R(z)} - i(kz - \phi(z)) \right], \quad (1.3.4)$$

em que cada termo representa: o comprimento de Rayleigh $z_R = \pi n \omega_0^2 / \lambda_0$, a cintura do feixe gaussiano $\omega_0 = \sqrt{2z_R/k} = \sqrt{\lambda_0 z_R / n\pi}$, o tamanho do feixe $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$, o raio de curvatura $R(z) = z[1 + z_R^2/z^2]$, e a fase de Gouy $\phi(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$. Os feixes de luz usados e gerados experimentalmente neste trabalho correspondem ao modo TEM_{00} e sua propagação está sujeita a essas equações.



(a) Esquema geral de uma cavidade ótica. Modos da luz são permitidos dentro da cavidade. (b) Transmissão da cavidade. Uma cavidade de $FSR = \pi$ e finesse $F = 40$.

Figura 1.4 – Cavidade Fabry-Perot. Um campo incidente ε_I é refletido ε_R e transmitido ε_T . Os espelhos tem em geral um coeficiente de transmissão e reflexão. Figura tomada de [33].

1.3.2 Reflexão e transmissão numa cavidade ótica

Uma cavidade *Fabry-Perot* é composta por dois espelhos com coeficientes de reflexão $R_i = r_i^2$ e transmissão $T_i = t_i^2$, como mostrado na Fig. 1.4. A intensidade da luz na cavidade depende das propriedades óticas e geométricas dos espelhos e das propriedades espectrais e geométricas do feixe de luz incidente.

Um exemplo mais geral é a cavidade feita por espelhos planos com um feixe que incide perpendicularmente ao plano do espelho. Cada espelho tem suas faces revestidas, de modo que a cavidade atua como espelho em qualquer uma das suas duas portas. Sem considerar a absorção, a conservação da energia se transforma na relação $R + T = 1$. O coeficiente de transmissão é definido como a relação entre o campo transmitido e o refletido $T = |\varepsilon_T/\varepsilon_I|$, e podemos mostrar que a transmissão é

$$T = \frac{1 - R_1 R_2 - R_1 - R_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2kL)}, \quad (1.3.5)$$

e da conservação da energia obtemos

$$R = \frac{R_1 + R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2kL)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2kL)}. \quad (1.3.6)$$

Baseando-se nessa informação, e ao medir a transmissão, obtemos um espectro como na Fig. 1.4b, em que é observada a intensidade de transmissão da uma cavidade Fabry-Perot. É importante definir os seguintes parâmetros: Primeiro, a *Finesse* da cavidade como

$$F = \frac{FSR}{\delta\nu_c}, \quad (1.3.7)$$

que representa a intensificação do campo ressonante dentro da cavidade. Segundo, o *intervalo espectral livre* (*FSR-Free Spectral Range*) $FSR = \Delta\nu_c = c/2L$, que representa o inverso do tempo que toma para um fóton percorrer a cavidade. Terceiro, a *largura de banda* $\delta\nu_c$ da cavidade que é a largura à meia altura dos picos de ressonância, cujo valor inverso é o tempo médio em que um fóton permanece dentro da cavidade [31, 34].

1.4 Matriz de covariância

A informação física de um sistema quântico é representada mediante o uso do operador de densidade ρ , o qual é construído de tal jeito que envolve as probabilidades de caráter quântico e de caráter clássico do sistema. Usando uma base completa formada pelos *kets* $\{|\phi_i\rangle\}$, onde temos o operador identidade descrito mediante $\sum_i |\phi_i\rangle \langle\phi_i| = I$, podemos definir o operador densidade ρ como

$$\rho = \sum_i q_i |\phi_i\rangle \langle\phi_i|, \quad (1.4.1)$$

onde os termos $q_i \in [0, 1]$ representam pesos estatísticos que cumprem a identidade $\sum_i q_i = 1$. O operador densidade é um operador hermitiano, $\rho^\dagger = \rho$, seu traço é unitário, $tr(\rho) = 1$ e é positivo $\rho > 1$. A positividade do operador densidade equivale a que os autovalores do operador são sempre não negativos. Ao conhecer o operador densidade ρ , é possível calcular o valor médio de qualquer operador \hat{O} mediante

$$\langle O \rangle = tr(O\rho). \quad (1.4.2)$$

Não obstante, trabalhar com a matriz densidade pode não ser o jeito mas simples de estudar um sistema, motivo pelo qual trabalhamos com a função de Wigner. Por conseguinte, definimos o que se conhece como função característica fazendo uso do operador de deslocamento de Glauber $D(\alpha)$, a qual depende do operador densidade mediante

$$\chi(\xi, p) = Tr[\rho D(\xi)] exp(p|\xi|^2/2). \quad (1.4.3)$$

A variável p pode tomar três possíveis valores, $p = \{1, 0, -1\}$, portanto obtemos três diferentes ordens dos operadores de criação e aniquilação: ordem normal, simétrica e anti-normal. Para o valor específico $p = 0$ obtemos

$$\chi(\xi, 0) = Tr[\rho exp(\xi\hat{a}^\dagger - \xi^*\hat{a})]. \quad (1.4.4)$$

Definimos desse jeito a função de Wigner em função de $\chi(\xi, 0)$ como

$$W(\alpha, \alpha^*) = \frac{1}{\pi^2} \int d^2\xi \exp(-\xi\alpha^* + \xi^*\alpha) \chi(\xi, 0). \quad (1.4.5)$$

A função de Wigner é uma função de quase-probabilidade que possibilita a representação de um estado quântico no espaço de fase, com uma discussão aprofundada nas referências [23, 24, 25, 35]. Esta função apresenta propriedades similares a uma distribuição de probabilidade, no entanto ela pode apresentar valores negativos e é por essa razão que é chamada de quase-probabilidade. Esta função facilita a caracterização e representação de estados não clássicos, e é muito usada no campo da ótica quântica para caracterizar estados da luz.

Um estado é chamado de gaussiano quando a sua função de Wigner representa uma função gaussiana no espaço de fase. Em consequência, estados anteriormente estudados como estados coerentes, comprimidos e térmicos são estados gaussianos. Esses estados gaussianos são completamente caracterizados quando conhecemos o primeiro e segundo momento das quadraturas associadas ao modo estudado. Se supormos um estado de dois modos associados aos operadores \hat{a} e \hat{b} , podemos escrever o vetor de quadraturas associadas como $\vec{x} = (\hat{p}_a, \hat{q}_a, \hat{p}_b, \hat{q}_b)^T$. O primeiro momento do vetor \vec{x} corresponde ao valor médio que é calculado como $\langle \vec{x} \rangle = Tr(\vec{x}\rho)$. Por outra parte, o segundo momento é descrito pelo que se conhece como matriz de covariância e que é dado por

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} (\langle \vec{x} \cdot \vec{x}^T \rangle + \langle \vec{x}^T \cdot \vec{x} \rangle), \quad (1.4.6)$$

que para o exemplo de dois modos equivale a

$$V = \begin{pmatrix} \Delta^2 \hat{p}_a & C(\hat{p}_a \hat{q}_a) & C(\hat{p}_a \hat{p}_b) & C(\hat{p}_a \hat{q}_b) \\ & \Delta^2 \hat{q}_a & C(\hat{q}_a \hat{p}_b) & C(\hat{q}_a \hat{q}_b) \\ & & \Delta^2 \hat{p}_b & C(\hat{p}_b \hat{q}_b) \\ & & & \Delta^2 \hat{q}_b \end{pmatrix}, \quad (1.4.7)$$

sendo o cálculo das covariâncias dado por $C(\hat{O}_1 \hat{O}_2) = (\langle \hat{O}_1 \hat{O}_2 \rangle + \langle \hat{O}_2 \hat{O}_1 \rangle)/2$. Observamos que os termos diagonais da matriz correspondem às variâncias dos operadores quadratura. É possível mostrar que a relação entre a função de Wigner e a matriz de covariância é

$$W(x) = \frac{1}{2\pi \sqrt{\det \mathbf{V}}} e^{-\frac{1}{2} x^T \mathbf{V}^{-1} x} \quad (1.4.8)$$

Desse jeito, para um estado Gaussiano, a função de Wigner é completamente determinada pelo conhecimento da matriz de covariância [36].

Um sistema quântico é chamado de sistema contínuo quando o espaço de Hilbert que descreve o estado tem uma dimensão infinita e cujos observáveis tem um espectro contínuo [37]. Exemplos de sistemas contínuos correspondem a N osciladores harmônicos quânticos, e para nosso caso N modos do campo electromagnético quantizado. O espaço de Hilbert total do estado contínuo corresponde ao produto tensorial $\mathcal{H} = \otimes_{k=1}^N \mathcal{H}_k$ dos N subsistemas. Os sistemas bosônicos, como é o caso dos modos do campo eletromagnético quantizado, podem ser representados fazendo uso dos operadores de quadratura $\{q_k, p_k\}$. Os operadores de quadratura anteriormente mencionados, organizados no vetor $\hat{x} = (\hat{p}_a, \hat{q}_a, \hat{p}_b, \hat{q}_b)^T$, obedecem as relações de comutação

$$[\hat{x}_i, \hat{x}_j] = 2i\Omega_{ij} \quad (1.4.9)$$

onde a matriz Ω corresponde ao produto tensorial

$$\Omega = \bigoplus_{k=1}^N \omega, \quad \omega = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.4.10)$$

Para uma distribuição de probabilidade no espaço de fase clássico de dimensão $2N$, toda matriz de covariância é real, simétrica e positiva. Por outro lado, toda matriz real, simétrica e positiva representa uma possível matriz de correlação fisicamente aceitável. A matriz de covariância tem uma dimensão de $2N \times 2N$ e deve satisfazer o princípio de incerteza de Heisenberg, que nessa notação é descrito como [38]

$$\mathbf{V} + i\Omega \geq 0 \quad (1.4.11)$$

Da definição da matriz de covariância, é possível recuperar a relação de Heisenberg $V(\hat{q}_k)V(\hat{p}_k) \geq 1$. É importante ressaltar que esta relação se cumpre para qualquer tipo de estados, sendo gaussiano ou não.

1.5 Reconstrução da matriz de covariância

Experimentalmente temos acesso às flutuações de intensidade que são proporcionais às flutuações na quadratura amplitude. Como falamos anteriormente, mediante o uso da detecção balanceada podemos medir a taxa de compressão de ruído de dois modos, ao subtrair as flutuações dos modos associados aos operadores \hat{a} e \hat{b} estudados e comparando eles a variância de um estado coerente com a mesma intensidade, como descrito nas Eq. (1.1.34) e Eq. (1.2.6), as quais

vale a pena reescrever

$$S_{\lambda,\rho} = \frac{\Delta^2 \hat{x}_{\lambda,\rho}}{\Delta^2 \hat{x}_{Coerente}}, \quad S = \frac{\langle \delta \hat{N}_a \delta \hat{N}_a \rangle}{\langle \hat{N}_a \rangle}. \quad (1.5.1)$$

Observamos que mediante esse esquema experimental (foto detecção balanceada) não podemos mudar a fase λ da quadratura medida \hat{x}_λ a uma fase em quadratura $\lambda + \pi/2$ ou em geral a uma outra quadratura $\hat{x}_{\lambda+\theta}$. Em outras palavras, não temos acesso as flutuações em fase. As cavidades óticas podem ser usadas para transferir a informação das flutuações na quadratura fase para flutuações de amplitude. Por esse motivo realizamos o procedimento experimental conhecido como detecção por cavidade ou rotação de elipse [26] e cuja base teórica explicaremos a seguir.

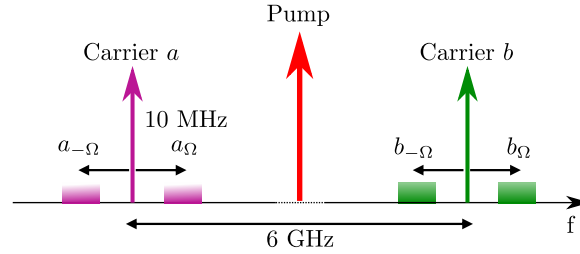


Figura 1.5 – Representação das bandas laterais dos modos a e b no espaço das frequências.

Como veremos, o processo de amplificação paramétrica envolve a existência de dois modos portadoras a e b , como esquematizado na Fig. 1.5, e que de fato serão os modos estudados gerados pelo OPO que serão explicados em próximos capítulos. Cada um desses modos apresenta diversas bandas laterais, onde destacamos duas de interesse para cada modo, $a_{-\Omega}$, a_Ω e $b_{-\Omega}$, b_Ω nas frequências $\pm\Omega$, como explicaremos em breve. O propósito da detecção por cavidades é a reconstrução da matriz de covariância do nosso estado de bandas laterais, que para nosso caso corresponde aos dois modos a e b .

Assumindo um estado quântico gaussiano, o conhecimento do estado completo do sistema é determinado pela matriz de covariância dada por

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} (\langle \vec{X} \cdot \vec{X}^T \rangle + \langle \vec{X}^T \cdot \vec{X} \rangle), \quad (1.5.2)$$

em que o vetor coluna $\vec{X} = (\vec{X}_s, \vec{X}_a)^T$ é dado pelos vetores simétrico $\vec{X}_s = (\hat{p}_{s,a}, \hat{q}_{s,a}, \hat{p}_{s,b}, \hat{q}_{s,b})$ e antissimétrico $\vec{X}_a = (\hat{p}_{a,a}, \hat{q}_{a,a}, \hat{p}_{a,b}, \hat{q}_{a,b})$ dos operadores de amplitude \hat{p} e fase \hat{q} de dois modos \hat{a} e \hat{b} . Esses operadores dependem de combinações lineares dos operadores de quadratura nas frequências $-\Omega$ e Ω , $\hat{p}_{(s,a)} = (\hat{p}_\Omega \pm \hat{p}_{-\Omega})/\sqrt{2}$ e $\hat{q}_{(s,a)} = (\hat{q}_\Omega \pm \hat{q}_{-\Omega})/\sqrt{2}$. De igual modo, cada um desses operadores depende de combinações lineares dos operadores de aniquilação dos modos

das bandas laterais $\hat{a}_{\pm\Omega}$ ($\hat{b}_{\pm\Omega}$) a uma frequência Ω , tendo $\hat{p}_\Omega = (\hat{a}_\Omega + \hat{a}_\Omega^\dagger)$ e $\hat{q}_\Omega = -i(\hat{a}_\Omega - \hat{a}_\Omega^\dagger)$. Podemos expressar a matriz de covariância simétrica para dois modos a e b como

$$V_{(s/a)}^{(ab)} = \begin{pmatrix} V_s^{(ab)} & C_{(s/a)}^{(ab)} \\ (C_{(s/a)}^{(ab)})^T & V_a^{(ab)} \end{pmatrix}, \quad (1.5.3)$$

em que cada uma das sub matrizes é expressada pelas matrizes

$$V_s^{(ab)} = \begin{pmatrix} \alpha^a & \gamma^a & \mu & \epsilon \\ \gamma^a & \beta^a & \xi & \nu \\ \mu & \xi & \alpha^b & \gamma^b \\ \epsilon & \nu & \gamma^b & \beta^b \end{pmatrix}, \quad C_{(s/a)}^{(ab)} = \begin{pmatrix} \delta^a & 0 & \kappa & -\eta \\ 0 & \delta^a & \tau & -\lambda \\ -\lambda & \eta & \delta^b & 0 \\ -\tau & \kappa & 0 & \delta^b \end{pmatrix},$$

$$V_a^{(ab)} = \begin{pmatrix} \beta^a & -\gamma^a & \nu & -\xi \\ -\gamma^a & \alpha^a & -\epsilon & \mu \\ \nu & -\epsilon & \beta^b & -\gamma^b \\ -\xi & \mu & -\gamma^b & \alpha^b \end{pmatrix},$$

onde os parâmetros $\alpha, \beta, \dots, \mu, \eta, \dots$ correspondem ao total das variâncias e correlações que precisamos para a reconstrução total do estado do sistema. Nesse ponto queremos ver como ter

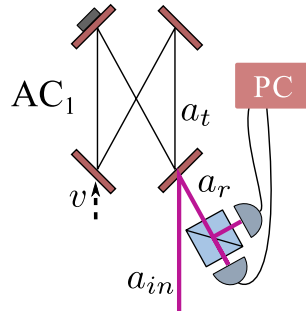


Figura 1.6 – Modo a é dirigido na cavidade de análise AC_1 para realizar a rotação de elipse de ruído. Temos a_{in} : modo incidente, a_r : modo refletido, a_t : modo transmitido, v : modo de vácuo. Logo após a reflexão será usado um esquema de detecção balanceada e a fotocorrente será processada computacionalmente. Temos o mesmo esquema experimental para o modo b em uma segunda cavidade.

acesso às variâncias e correlações expressadas na matriz de covariância por meio da cavidade de análise e a fotodetecção. A transformação dada por um ressonador ótico sob o operador de aniquilação depois da reflexão no espelho de entrada na cavidade e como esquematizado na

Fig. 1.6 é

$$\hat{a} \rightarrow r(\Delta)\hat{a} + t(\Delta)\hat{v}, \quad (1.5.4)$$

em que a amplitude de reflexão da cavidade $r(\Delta)$ do modo \hat{a} e a amplitude de transmissão $t(\Delta)$ do modo de vácuo \hat{v} são dadas pelas expressões

$$r(\Delta) = -\frac{\sqrt{d} + 2i\Delta}{1 - 2i\Delta}, \quad t(\Delta) = \sqrt{1 - |r(\Delta)|^2}. \quad (1.5.5)$$

A amplitude de reflexão é calculada assumindo alta finesse da cavidade de análise, e depende da fração da luz refletida na ressonância, $d = |r(0)|^2$. A dessintonia $\Delta = (\omega - \omega_c)/\delta\nu_{ac}$ entre a frequência do modo longitudinal ω e a frequência da cavidade de análise ω_c é normalizada à largura de banda do ressonador $\delta\nu_{ac}$. Como vimos na Eq. (1.2.4), podemos escrever o operador de fotocorrente $\hat{I}(t)$ dependente do tempo como $\hat{I}(t) = e^{-i\theta}\hat{a}(t) + e^{i\theta}\hat{a}^\dagger(t)$. A transformada de Fourier do operador de aniquilação \hat{a} e de criação \hat{a}^\dagger são respectivamente

$$\hat{a}(t) = \int d\omega e^{-i\omega t}\hat{a}_\omega, \quad \hat{a}^\dagger(t) = \int d\omega e^{i\omega t}\hat{a}_\omega^\dagger. \quad (1.5.6)$$

Calculamos a transformada de Fourier da fotocorrente $\hat{I}(t)$

$$\hat{I}_\Omega = \int \hat{I}(t)e^{i\Omega t}dt, \quad (1.5.7)$$

$$\hat{I}_\Omega = \int [e^{-i\theta}\hat{a}(t) + e^{i\theta}\hat{a}^\dagger(t)]e^{i\Omega t}dt, \quad (1.5.8)$$

$$\hat{I}_\Omega = \int \int [e^{-i\theta}e^{-i\omega t}e^{i\Omega t}\hat{a}_\omega + e^{i\theta}e^{i\omega t}e^{i\Omega t}\hat{a}_\omega^\dagger]d\omega dt, \quad (1.5.9)$$

$$\hat{I}_\Omega = \int [\delta(\Omega - \omega)e^{-i\theta}\hat{a}_\omega + \delta(\Omega + \omega)e^{i\theta}\hat{a}_\omega^\dagger]d\omega, \quad (1.5.10)$$

$$\hat{I}_\Omega = e^{-i\theta}\hat{a}_\Omega + e^{i\theta}\hat{a}_{-\Omega}^\dagger. \quad (1.5.11)$$

Portanto, ao realizar a transformada de Fourier normalizada da fotocorrente $\hat{I}_\Omega = \int \hat{I}(t)e^{i\Omega t}dt$, podemos expressar esta como a combinação linear dos operadores de criação e aniquilação dos modos das bandas laterais \hat{a}_Ω e $\hat{a}_{-\Omega}$ [26]. Como consequência na Fig. 1.5, vemos que cada modo a e b tem duas bandas laterais $a_{-\Omega}$, a_Ω e $b_{-\Omega}$, b_Ω nas frequências $\pm\Omega$, e estas devem ser tomadas em conta para obter a caracterização total do estado. Aplicando a transformação dada pela cavidade (Eq. (1.5.4)) sobre a fotocorrente \hat{I}_Ω , reorganizamos fazendo uso das funções auxiliares $g_\pm = X_\pm + iY_\pm$ que em termos dos parâmetros da cavidade e da frequência de análise

estão dados por

$$g_+ = \frac{1}{2} \left(\frac{r^*(\Delta)}{|r(\Delta)|} r(\Delta + \Omega') + \frac{r(\Delta)}{|r(\Delta)|} r^*(\Delta - \Omega') \right), \quad (1.5.12)$$

$$g_- = \frac{i}{2} \left(\frac{r^*(\Delta)}{|r(\Delta)|} r(\Delta + \Omega') - \frac{r(\Delta)}{|r(\Delta)|} r^*(\Delta - \Omega') \right). \quad (1.5.13)$$

sendo $\Omega' = \Omega/\delta\nu_{ac}$. As funções X_{\pm} e Y_{\pm} estão dadas por

$$g_+ = X_+ + iY_+ = \frac{1}{2} \left(R_{\Omega}(\Delta) + R_{-\Omega}^*(\Delta) \right), \quad (1.5.14)$$

$$g_- = X_- + iY_- = \frac{i}{2} \left(R_{\Omega}(\Delta) - R_{-\Omega}^*(\Delta) \right), \quad (1.5.15)$$

em que $R_{\Omega}(\Delta) = (r^*(\Delta)/|r(\Delta)|)r(\Delta + \Omega)$. Ao considerar as flutuações do vácuo representadas pelas perdas da cavidade, obtemos a expressão

$$\hat{I}_{\Omega} = \frac{(\hat{I}_{cos} + i\hat{I}_{sin})}{\sqrt{2}} + \hat{I}_{vacuo} \quad (1.5.16)$$

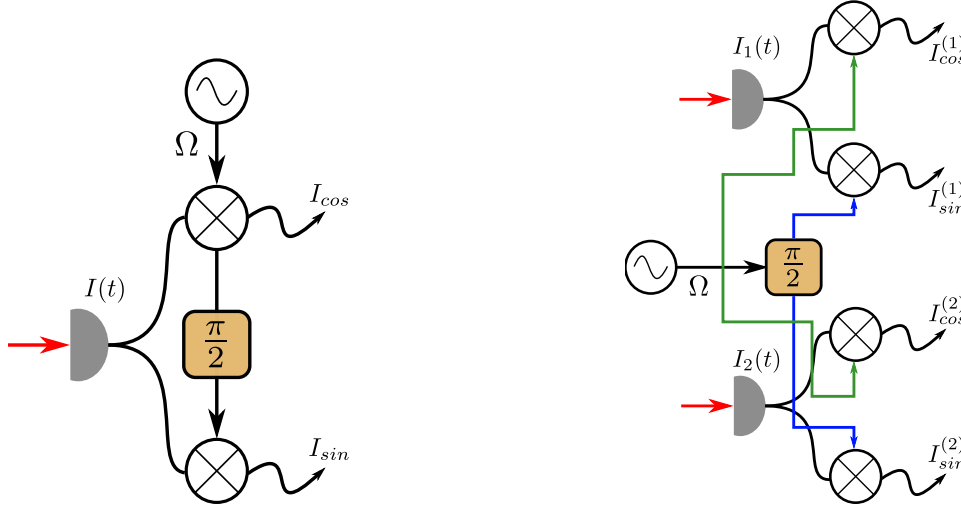
em que $[\hat{I}_{cos}, \hat{I}_{sin}] = 0$. Para uma descrição total da fotocorrente \hat{I}_{Ω} em uma frequência de análise Ω nós precisamos medir as fotocorrentes \hat{I}_{cos} e \hat{I}_{sin} que estão em quadratura, motivo pelo qual dividimos cada fotocorrente em duas partes e fazemos uma demodulação com sinais em quadratura. Como podemos observar na Fig. 1.7(a), quando um feixe de luz chega num detector, a fotocorrente é dividida em duas partes e cada uma delas é demodulada na frequência de análise Ω com a diferença de uma fase $\pi/2$ gerando assim as fotocorrentes \hat{I}_{cos} e \hat{I}_{sin} . Nosso esquema experimental vai usar a detecção balanceada para cada feixe gerado pelo OPO, motivo pelo qual usamos dois detetores logo após de cada cavidade. Assim para cada feixe temos o esquema de demodulação como observado na Fig. 1.7(b). Os operadores de fotocorrente dependem de combinações lineares das quadraturas dos modos simétricos e antissimétricos

$$\hat{I}_{cos} = X_+ \hat{p}_s + X_- \hat{q}_s + Y_- \hat{p}_a - Y_+ \hat{q}_a, \quad (1.5.17)$$

$$\hat{I}_{sin} = Y_+ \hat{p}_s + Y_- \hat{q}_s - X_- \hat{p}_a + X_+ \hat{q}_a. \quad (1.5.18)$$

Para obter os 16 termos da matriz de covariância, precisamos calcular o espectro de ruído da fotocorrente para cada feixe e dos produtos cruzados entre os dois feixes. A potência do ruído dado pela técnica de detecção por cavidades para um feixe único é

$$S_{RD} = \langle \hat{I}_{\Omega} \hat{I}_{-\Omega} \rangle = \frac{1}{2} \Delta^2 \hat{I}_{cos} + \frac{1}{2} \Delta^2 \hat{I}_{sin} + \Delta^2 \hat{I}_v, \quad (1.5.19)$$



(a) Demodulação da fotocorrente para um detector. (b) Demodulação da fotocorrente para dois detectores. Usado logo após da detecção balanceada.

Figura 1.7 – Detecção de luz e demodulação da fotocorrente. A fotocorrente de cada detector é dividida em duas partes e demodulada com dois sinais em quadratura gerando as fotocorrentes I_{cos} e I_{sin} para a reconstrução da fotocorrente total I_{Ω} .

com a condição estacionária $\Delta^2 \hat{I}_{cos} = \Delta^2 \hat{I}_{sin}$. Essa expressão pode ser reorganizada em termos dos coeficientes da matriz de covariância $V_{(s/a)}^{(ab)}$ dando como resultado

$$S_{RD}(\Delta) = \langle I_{\Omega} I_{-\Omega} \rangle = c_{\alpha} \alpha + c_{\beta} \beta + c_{\gamma} \gamma + c_{\delta} \delta + c_v, \quad (1.5.20)$$

onde $c_{\alpha} = |g_+^2|$, $c_{\beta} = |g_-^2|$, $c_{\gamma} + ic_{\delta} = 2g_+^* g_-$ e $c_v = 1 - c_{\alpha} - c_{\beta}$. Observamos que as funções c_{α} , c_{β} , c_{γ} , c_{δ} e c_v dependem só de parâmetros da cavidade e não de propriedades dos feixes de luz sob estudo. Essas funções estão esquematizadas na Fig. 1.8 como função da dessintonia Δ da cavidade de análise normalizada a largura de banda $\delta\nu_{ac}$ da cavidade de análise para um modo só. Para frequências maiores do que $\sqrt{2}\delta\nu_{ac}$ obtemos a conversão completa de flutuações de fase em flutuações de amplitude do feixe refletido pela cavidade. Quando essa condição é satisfeita no valor $\Delta = \pm\delta\nu_{ac}/2$, $c_{\alpha} \approx 0$ e $c_{\beta} \approx 1$ nós obtemos acesso às flutuações de fase $\beta = \Delta^2 q_s$. No caso oposto, quando $\Delta = 0$ e para $|\Delta| \gg \delta\nu_{ac}$, $c_{\alpha} \approx 1$ e $c_{\beta} \approx 0$ recuperamos as flutuações em amplitude $\alpha = \Delta^2 p_s$. As correlações de um modo só são expressadas como $\langle p_s q_s \rangle = \gamma$ e $\langle p_s p_a \rangle = \delta$.

As correlações entre dois modos estão dadas por $S_{RD} = \langle \hat{I}_{\Omega}^{(a)} \hat{I}_{-\Omega}^{(b)} \rangle$, expressão que pode ser dividida em uma parte real e uma imaginária

$$\text{Re} \left\{ \langle \hat{I}_{\Omega}^{(a)} \hat{I}_{-\Omega}^{(b)} \rangle \right\} = \frac{1}{2} \langle \hat{I}_{cos}^{(a)} \hat{I}_{cos}^{(b)} \rangle + \frac{1}{2} \langle \hat{I}_{sin}^{(a)} \hat{I}_{sin}^{(b)} \rangle \quad (1.5.21)$$

$$\text{Im} \left\{ \langle \hat{I}_{\Omega}^{(a)} \hat{I}_{-\Omega}^{(b)} \rangle \right\} = \frac{1}{2} \langle \hat{I}_{sin}^{(a)} \hat{I}_{cos}^{(b)} \rangle - \frac{1}{2} \langle \hat{I}_{cos}^{(a)} \hat{I}_{sin}^{(b)} \rangle \quad (1.5.22)$$

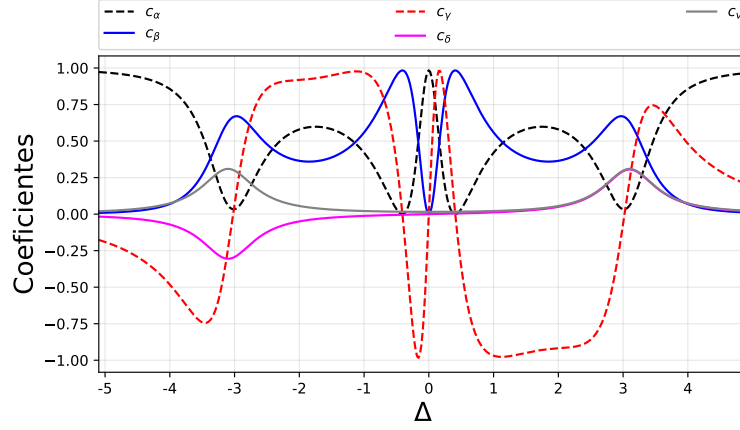


Figura 1.8 – Coeficientes c_i em função da dessintonia Δ normalizada a largura de banda $\delta\nu_{ac}$ da cavidade de análise para um modo só.

e com as condições de estacionaridade $\langle \hat{I}_{cos}^{(a)} \hat{I}_{cos}^{(b)} \rangle = \langle \hat{I}_{sin}^{(a)} \hat{I}_{sin}^{(b)} \rangle$ e $\langle \hat{I}_{sin}^{(a)} \hat{I}_{cos}^{(b)} \rangle = -\langle \hat{I}_{cos}^{(a)} \hat{I}_{sin}^{(b)} \rangle$. Esses termos também podem ser reorganizados como função dos parâmetros da matriz de covariância obtendo assim

$$\begin{aligned} \text{Re}\left\{\langle \hat{I}_{\Omega}^{(a)} \hat{I}_{-\Omega}^{(b)} \rangle\right\} &= c_{\mu}\mu + c_{\eta}\eta + c_{\epsilon}\epsilon + c_{\kappa}\kappa \\ &\quad + c_{\xi}\xi + c_{\lambda}\lambda + c_{\nu}\nu + c_{\tau}\tau, \end{aligned} \quad (1.5.23)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}\left\{\langle \hat{I}_{\Omega}^{(a)} \hat{I}_{-\Omega}^{(b)} \rangle\right\} &= c_{\mu}\eta - c_{\eta}\mu + c_{\epsilon}\kappa - c_{\kappa}\epsilon \\ &\quad + c_{\xi}\lambda - c_{\lambda}\xi + c_{\nu}\tau - c_{\tau}\nu, \end{aligned} \quad (1.5.24)$$

onde $c_{\mu} + ic_{\eta} = g_{+1}^*g_{+2}$, $c_{\epsilon} + ic_{\kappa} = g_{+1}^*g_{-2}$, $c_{\xi} + c_{\lambda} = g_{-1}^*g_{+2}$ e $c_{\nu} + ic_{\tau} = g_{-1}^*g_{-2}$. Notemos que todas as funções c_i dependem só de parâmetros das cavidades. Observamos que temos 8 parâmetros independentes para o caso das correlações, porém algumas das funções $c_i = c_{\mu}, c_{\eta}, \dots$ podem ser zeradas dependendo da varredura feita em cada uma das cavidades. Realizamos três etapas de medida como vemos no exemplo da Fig. 1.9: Rotação síncrona das duas cavidades de análise, rotação assíncrona das cavidades sendo a primeira cavidade rodada e a segunda ficando fora de ressonância e finalmente rotação assíncrona das cavidades sendo a segunda cavidade rodada e a primeira ficando fora de ressonância. Primeiro, quando temos uma varredura síncrona das duas cavidades de análise AC_1 e AC_2 , todas as oito funções $c_i = c_{\mu}, c_{\eta}, \dots$ são não nulas, como podemos observar na Fig. 1.10. O processo de rotação assíncrona vai aumentar a amplitude de algumas dessas funções e zerar outras. No segundo passo, em que temos uma varredura assíncrona varrendo só a cavidade AC_1 e deixando fora de ressonância a cavidade AC_2 , as funções $c_{\epsilon}, c_{\kappa}, c_{\nu}, c_{\tau}$ são nulas, como observado na Fig. 1.11. Finalmente, fazendo uma varredura assíncrona deixando fora de ressonância a primeira cavidade AC_1 e varrendo

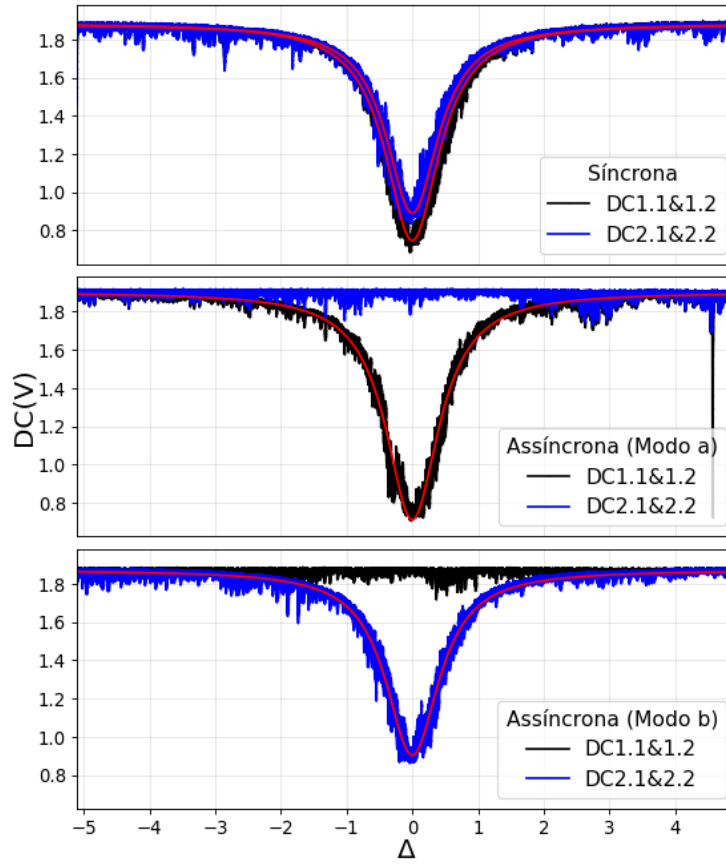


Figura 1.9 – Exemplo do sinal DC como função da dessintonia Δ da cavidade de análise normalizada á largura de banda. Três casos de obtenção de dados. Rotação síncrona das cavidades (i), rotação da cavidade 1 para o modo a e cavidade 2 fora de ressonância (ii), e rotação da cavidade 2 para o modo b com a cavidade 1 fora de ressonância (iii). Como temos quatro detetores, nomeamos eles como DC1.1 e DC1.2 para o primeiro par, e DC2.1 e DC2.2 para o segundo par.

a segunda cavidade AC_2 , as funções $c_\xi, c_\lambda, c_\nu, c_\tau$ são nulas como vemos na Fig. 1.12. Isso gera redundância e aumenta a precisão no momento do ajuste dos parâmetros $i = \mu, \eta, \dots$ aos dados obtidos experimentalmente. Nos usamos o pacote de Python LMFIT (*Non-Linear Least-Squares Minimization and Curve-Fitting*) para calcular o ajuste dos dados as equações 1.5.20, 1.5.23 e 1.5.24 simultaneamente. Isso nós dá acesso aos 16 parâmetros da matriz de covariância na base simétrica-antissimétrica, caracterizando assim a tomografia de estados gaussianos. Com uma mudança de base, podemos expressar a matriz de covariância em termos das quatro bandas laterais $\hat{a}_{\pm\Omega}$ e $\hat{b}_{\pm\Omega}$.

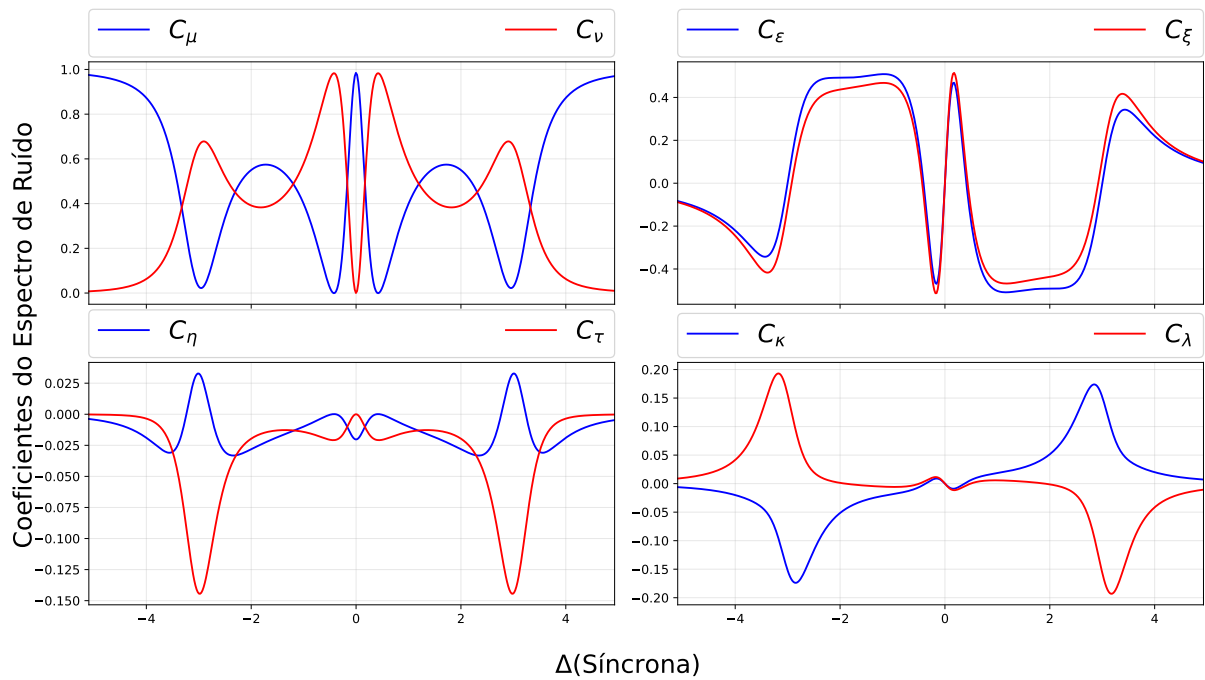


Figura 1.10 – Coeficientes c_i em função da dessintonia Δ normalizada a largura de banda $\delta\nu_{ac}$ da cavidade de análise. Rotação Síncrona das duas cavidades.

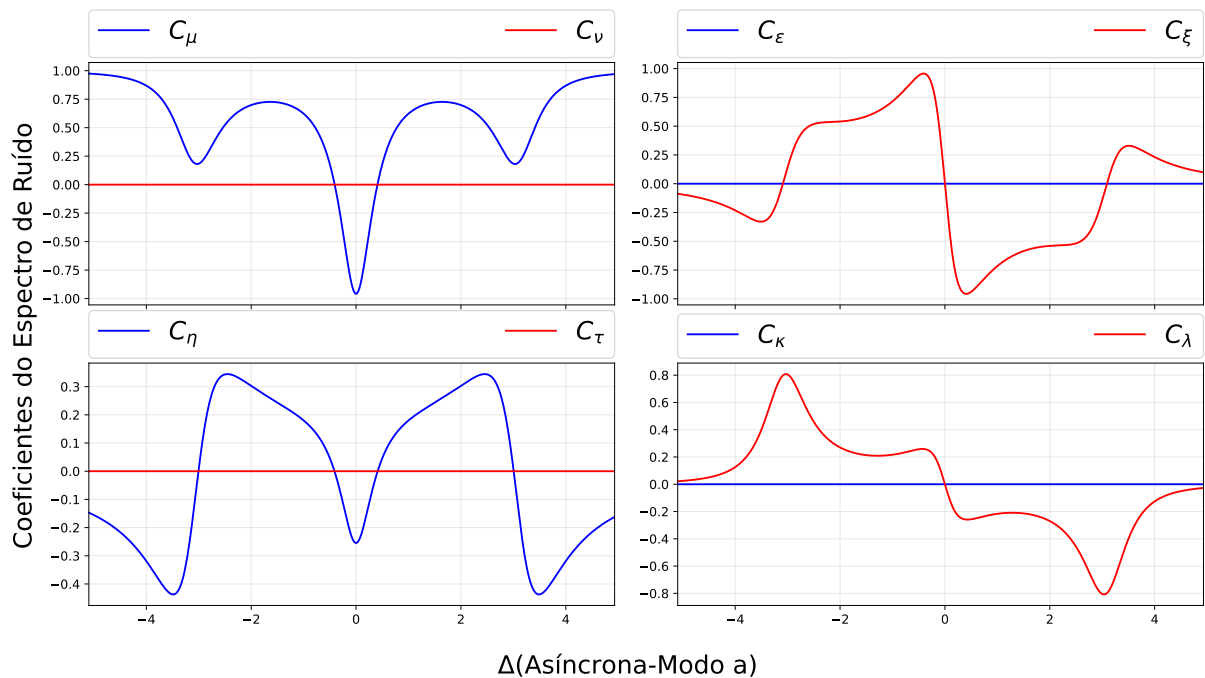


Figura 1.11 – Coeficientes c_i em função da dessintonia Δ normalizada a largura de banda $\delta\nu_{ac}$ da cavidade de análise. Varredura aplicada na cavidade de análise AC_1 . AC_2 fora de ressonância. As funções c_ϵ , c_κ , c_ν , c_τ são nulas.

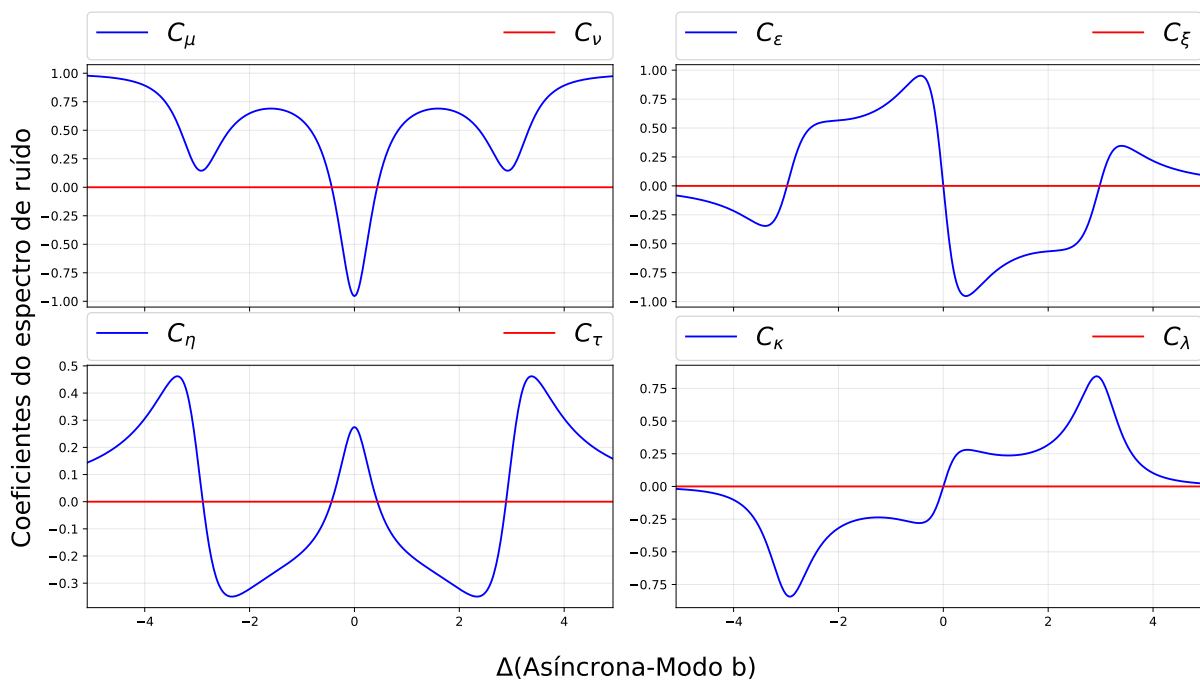


Figura 1.12 – Coeficientes c_i em função da dessintonia Δ normalizada a largura de banda $\delta\nu_{ac}$ da cavidade de análise. Varredura aplicada na cavidade de análise AC_2 . AC_1 fora de ressonância. As funções c_ξ , c_λ , c_ν , c_τ são nulas.

1.6 Emaranhamento

No ano de 1935, Einstein, Podolsky e Rosen no seu famoso artigo “*Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*” [39], apontaram a ideia de que a descrição da realidade dada pela função de onda dentro da teoria quântica não é completa, reconhecendo o suposto caráter “fantasmagórico” dentro da teoria. Seu argumento foi estendido para o caso de um espectro discreto de observáveis em um exemplo do tipo a seguir [40]. Consideremos o estado singlete

$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|+\rangle |-\rangle - |-\rangle |+\rangle \right) \quad (1.6.1)$$

o qual corresponde ao estado de projeção de spin nulo sobre o eixo Oz . Em outras palavras, o estado pode ser pensado como uma partícula de spin nulo em repouso, que espontaneamente se desintegra em duas partículas de spin $1/2$. As partículas são emitidas no eixo Ox em direções opostas, e deixamos um tempo apreciável até que as partículas estejam muito afastadas entre elas, de tal jeito que não seja possível a interação entre elas. Realizamos a medida de spin sobre a partícula 2, sobre a direção arbitrária Oz , e vamos supor que obtemos o resultado $+1/2$. Como consequência, se conseguíssemos medir a projeção do spin sobre o eixo Oz no spin da partícula 1, a qual está muito afastada, iríamos obter o resultado de $-1/2$. Como não temos feito nenhuma medição na partícula 1 (só na partícula 2), obtemos a probabilidade de 1 de obter o valor de spin $-1/2$ na partícula 1, sem fazer nenhuma perturbação nela. É importante dizer que, mesmo a partícula 1 não sendo perturbada, ela muda seu estado com a medição feita na partícula 2, mudando da indefinição total dada pela equação Eq. (1.6.1), a definição precisa de $-1/2$. Estamos na presença de uma ação “fantasmagórica à distancia”.

Agora vamos supor que, em vez de realizar a medição no eixo Oz , realizamos a medida de spin sob a partícula 2 no eixo Ox , e obtemos o resultado $+1/2$. Dese jeito designamos o valor de $-1/2$ ao valor do spin sob o eixo Ox da partícula 1. Este procedimento imaginário nos levaria a concluir que o spin da partícula 1 tem valor definido simultaneamente sob as direções Ox e Oz . No entanto, dentro da teoria quântica, esses valores não podem coexistir dado que os operadores σ_x e σ_z não comutam ($[\sigma_x, \sigma_z] \neq 0$) e não podem existir estados simultâneos entre eles. A conclusão de EPR é que nem todas as propriedades dos sistemas quânticos estão contidas na descrição oferecida pela função de onda, de tal jeito que a teoria quântica é incompleta.

No ano de 1964, o físico John Bell utilizou o mesmo experimento idealizado para estabelecer o conhecido teorema de Bell [41]. O teorema de Bell é uma tentativa de estabelecer um resultado que permita provar a hipótese da possibilidade de completar a teoria quântica introduzindo variáveis ocultas. O objetivo da introdução das variáveis ocultas é recuperar o

determinismo na descrição completa da teoria. A desigualdade que Bell desenvolveu é necessariamente satisfeita por uma teoria de variáveis ocultas, mas poderia ser violada pela descrição quântica da natureza.

O fato de que, em um estado do tipo Eq. (1.6.1), qualquer tentativa de fazer uma descrição individual do estado de qualquer subsistema leva a uma perda de informação, indica que esses subsistemas apresentam correlações fortes. Esta característica implica a existência de estados globais de um sistema composto, que não pode ser descrito como um produto dos estados dos subsistemas individuais, fenômeno que seria conhecido como emaranhamento.

O fenômeno de emaranhamento recentemente é reconhecido como recurso fundamental para o desenvolvimento de uma rede quântica que pode ser usada para comunicação quântica e computação quântica [5]. Dentro das diversidade de fontes de emaranhamento quântico, os osciladores paramétricos ópticos de estado sólido (OPOs) baseados em meios não lineares tipo $\chi^{(2)}$ têm sido usados para gerar feixes de luz correlacionados e emaranhados abaixo [42] e acima [7] do limiar de oscilação do OPO. OPOs também têm a capacidade de geração de grandes conjuntos de campos emaranhados multimodo [8, 9, 10, 11]. A mistura de quatro ondas é um exemplo de processos não lineares que geram emaranhamento, como mostrado no emaranhamento em imagens no trabalho de V. Boyer *et al.* [15], e da violação da inequação de Cauchy-Schwarz no regime macroscópico, A. M. Marino *et al.* [16], fazendo uso de átomos alcalinos.

A seguir veremos como identificar se um estado é emaranhado.

1.6.1 Critério de Simon-PPT

Um estado quântico que consiste de dois subsistemas é separável se sua matriz de densidade pode ser descrita como

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i \hat{\rho}_i^a \otimes \hat{\rho}_i^b \quad (1.6.2)$$

em que $\hat{\rho}_i^a$ e $\hat{\rho}_i^b$ representam matrizes densidade para os dois subsistemas respectivamente e se cumpre que $\sum_i p_i = 1$. Foi primeiramente descrito por Asher Peres *et al.* [43] que uma condição necessária para a separabilidade da matriz ρ é que uma matriz secundária σ , obtida logo após fazer uma transposição parcial em um dos subsistemas da matriz ρ , tenha autovalores que são não negativos. Esta condição é necessária e suficiente para demonstrar a separabilidade em sistemas de dimensão 2×2 e 2×3 , deixando de ser uma condição suficiente para sistemas com maior dimensão. De fato é esperado que ao aumentar a dimensão do sistema, qualquer teste de separabilidade seja mais difícil de implementar na prática. Esse critério foi estendido

por Simon [3] para sistemas bipartites no contexto de variáveis contínuas. Realizar a transposta parcial na matriz densidade ρ em um dos subsistemas no caso de variáveis contínuas, é equivalente a realizar uma reflexão especular no espaço de fase para a função de Wigner, o que matematicamente é descrito como a relação de equivalência

$$\hat{\rho} \rightarrow \hat{\rho}^T \leftrightarrow W(q, p) \rightarrow W(q, -p). \quad (1.6.3)$$

Para estudar a operação de transposição parcial na função de Wigner de um estado bipartite, escrevemos as quadraturas dos dois modos a e b , sendo esta descrita por $\xi = (q_a, p_a, q_b, p_b)$. As relações de comutação tomam a forma

$$[\hat{\xi}_\alpha, \hat{\xi}_\beta] = i\Omega_{\alpha\beta} \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4 \quad (1.6.4)$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} J & 0 \\ 0 & J \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.6.5)$$

A função de Wigner descrita em função das quadraturas e da matriz densidade é

$$W(q, p) = \frac{1}{\pi} \int d^2 q' \langle q - q' | \hat{\rho} | q + q' \rangle \exp(2iq' \cdot p) \quad (1.6.6)$$

em que $q = (q_a, q_b)$ e $p = (p_a, p_b)$. Dessa definição, obtemos que a transposição parcial no estado bipartite é representada pela transformação na função de Wigner

$$W(q_a, p_a, q_b, p_b) \rightarrow W(q_a, p_a, q_b, -p_b). \quad (1.6.7)$$

Isso corresponde a uma reflexão que inverte a coordenada p_b mediante a transformação no vetor de quadraturas

$$\xi \rightarrow \Lambda \xi, \quad \Lambda = \text{diag}(1, 1, 1, -1) \quad (1.6.8)$$

A transposição na função de Wigner implica que a matriz de covariância V seja transformada mediante $V \rightarrow \tilde{V} = \Lambda V \Lambda$. Desse jeito a relação de incerteza é transformada em

$$\tilde{V} + i\Omega \geq 0 \quad (1.6.9)$$

e é uma condição necessária de separabilidade. Os autovalores simpléticos da matriz de covariância transformada são calculados como

$$\nu_\kappa = \sqrt{\text{Eigenvalue}(\nu)} \quad (1.6.10)$$

em que $\nu = -(\tilde{\mathbf{V}}\Omega)^2$. Desse jeito, para que um sistema de dois modos seja considerado separável, é necessário que seus autovalores simpléticos sejam maiores do que 1. Se um autovalor simplético é menor do que 1, a matriz de covariância representa um estado emaranhado.

1.6.2 Critério de Duan - DGCZ

O critério de inseparabilidade proposto por Duan *et al.* [2] está baseado na variância total do par de operadores do tipo descrito no artigo original de Einstein-Podolsky-Rosen (EPR). Esse critério é uma condição suficiente para emaranhamento entre dois modos que pertencem a um estado de variáveis contínuas. De fato para qualquer um estado Gaussiano esse critério resulta ser uma condição necessária e suficiente de inseparabilidade. Como falamos anteriormente, um sistema de dois modos é separável se é possível escrevê-lo como na Eq. (1.6.2). Um estado maximamente emaranhado no contexto de variáveis contínuas pode ser expressado como um co-autovalor dos operadores $\hat{p}_a - \hat{p}_b$ e $\hat{q}_a + \hat{q}_b$, sendo estas combinações lineares das quadraturas dos dois modos. A variância desses operadores é nula para estados maximamente emaranhados, os quais claramente são fisicamente inviáveis. No entanto, para estados fisicamente possíveis, o valor das variâncias se aproxima a zero quando o nível de compressão (*squeezing*) das quadraturas aumenta. Se supormos de um jeito geral os operadores do tipo EPR

$$\hat{v} = |\alpha| \hat{p}_a - \frac{\hat{p}_b}{\alpha}, \quad \hat{u} = |\alpha| \hat{q}_a + \frac{\hat{q}_b}{\alpha}, \quad (1.6.11)$$

é possível mostrar a inequação

$$\Delta^2 u + \Delta^2 v \geq \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}, \quad (1.6.12)$$

em que α é um número real no nulo arbitrário. Essa desigualdade é válida para estados separáveis. Para mostrar a validade da inequação, realizamos o mesmo procedimento mostrado

em [2], simplesmente calculando a soma das variâncias sob o estado da Eq. (1.6.2)

$$\begin{aligned}
 \Delta^2 \hat{u}_\rho + \Delta^2 \hat{v}_\rho &= \sum_i p_i \left(\langle \hat{u}^2 \rangle_i + \langle \hat{v}^2 \rangle_i \right) - \langle \hat{u} \rangle_\rho^2 - \langle \hat{v} \rangle_\rho^2 \\
 &= \sum_i p_i \left(\alpha^2 \langle \hat{q}_a^2 \rangle_i + \frac{1}{\alpha^2} \langle \hat{q}_b^2 \rangle_i + \alpha^2 \langle \hat{p}_a^2 \rangle_i + \frac{1}{\alpha^2} \langle \hat{p}_b^2 \rangle_i \right) \\
 &+ 2 \frac{\alpha}{|\alpha|} \left(\sum_i p_i \langle \hat{q}_a \rangle_i \langle \hat{q}_b \rangle_i - \sum_i p_i \langle \hat{p}_a \rangle_i \langle \hat{p}_b \rangle_i \right) - \langle \hat{u} \rangle_\rho^2 - \langle \hat{v} \rangle_\rho^2 \\
 &= \sum_i p_i \left(\alpha^2 \langle (\Delta \hat{q}_a)^2 \rangle_i + \frac{1}{\alpha^2} \langle (\Delta \hat{q}_b)^2 \rangle_i + \alpha^2 \langle (\Delta \hat{p}_a)^2 \rangle_i + \frac{1}{\alpha^2} \langle (\Delta \hat{p}_b)^2 \rangle_i \right) \\
 &+ \sum_i p_i \langle \hat{u} \rangle_i^2 - \left(\sum_i p_i \langle \hat{u} \rangle_i \right)^2 + \sum_i p_i \langle \hat{v} \rangle_i^2 - \left(\sum_i p_i \langle \hat{v} \rangle_i \right)^2. \quad (1.6.13)
 \end{aligned}$$

Da relação de incerteza temos $\langle (\Delta \hat{q}_j)^2 \rangle + \langle (\Delta \hat{p}_j)^2 \rangle \geq |[\hat{q}_j, \hat{p}_j]| = 1$ para $j = a, b$. Além disso, usamos a inequação de Cauchy-Schwarz $(\sum_i p_i)(\sum_i p_i \langle \hat{u} \rangle_i^2) \geq (\sum_i p_i |\langle \hat{u} \rangle_i|)^2$, a qual delimita um valor mínimo de zero para a ultima linha da Eq. (1.6.13). Desse jeito mostramos a validade de Eq. (1.6.12), o que se reduz a

$$\Delta^2 p_- + \Delta^2 q_+ \geq 2, \quad (1.6.14)$$

para nosso caso em que temos a definição das quadraturas

$$\hat{p}_- = \frac{\hat{p}_a - \hat{p}_b}{\sqrt{2}}, \quad \hat{q}_+ = \frac{\hat{q}_a + \hat{p}_b}{\sqrt{2}}. \quad (1.6.15)$$

Podemos concluir então que para um estado ρ bipartite no contexto de variáveis contínuas, o estado é separável se Eq. (1.6.14) se cumpre. No caso contrario, a violação dessa inequação é uma condição suficiente para concluir que o estado está emaranhado.

Os elementos aqui apresentados serão usados a seguir no estudo de correlações e emaranhamento em um OPO baseado em mistura de quatro ondas em átomos de rubídio.

Capítulo 2

Mistura de quatro ondas e OPO com átomos de rubídio

No presente capítulo descrevemos algumas características dos átomos de rubídio [44], e como a velocidade de cada átomo gera o que é conhecido como alargamento Doppler [45]. Em seguida, são descritos os processos não lineares e principalmente o processo conhecido como *Mistura de Quatro Ondas*, com base nas referências [24, 28, 33, 46]. Realizamos o estudo teórico desse processo em abordagens clássicas e quânticas, as quais explicam as condições necessárias para que o processo aconteça e da geração das correlações quânticas. Tudo isso a fim de introduzir os átomos de rubídio dentro de uma cavidade ótica e obter o *Oscilador Paramétrico Ótico* (OPO) [47]. Finalmente apresentamos um modelo teórico que explica o comportamento do ruído medido nos feixes gêmeos, os quais são gerados pelo OPO [48].

2.1 Estrutura hiperfina do rubídio

O rubídio é um átomo alcalino que pertence ao grupo 1 da tabela periódica, sendo seu número atômico $Z=37$. Sua temperatura de fusão é $39,30^{\circ}\text{C}$ e de ebulição de 688°C . Sua configuração eletrônica é $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^1$, tendo um único elétron no último nível de energia, de modo que é chamado de átomo hidrogenoide. O rubídio tem dois isótopos naturais, o rubídio 85 com uma abundância de 72.12% e o rubídio 87 com uma abundância de 27.83%. Nas Figs. 2.1 e 2.2 apresentamos os níveis finos e hiperfinos de energia. As transições $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ e $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ correspondem ao dubleto da estrutura fina conhecidas como as linhas D1 e D2 em 795nm e 780 nm, respectivamente. ¹ A estrutura fina é o resultado do acoplamento entre o momento angular \mathbf{L} do elétron que encontra-se no último nível e do

¹Usamos a notação comum $n^{2S+1}L_J$.

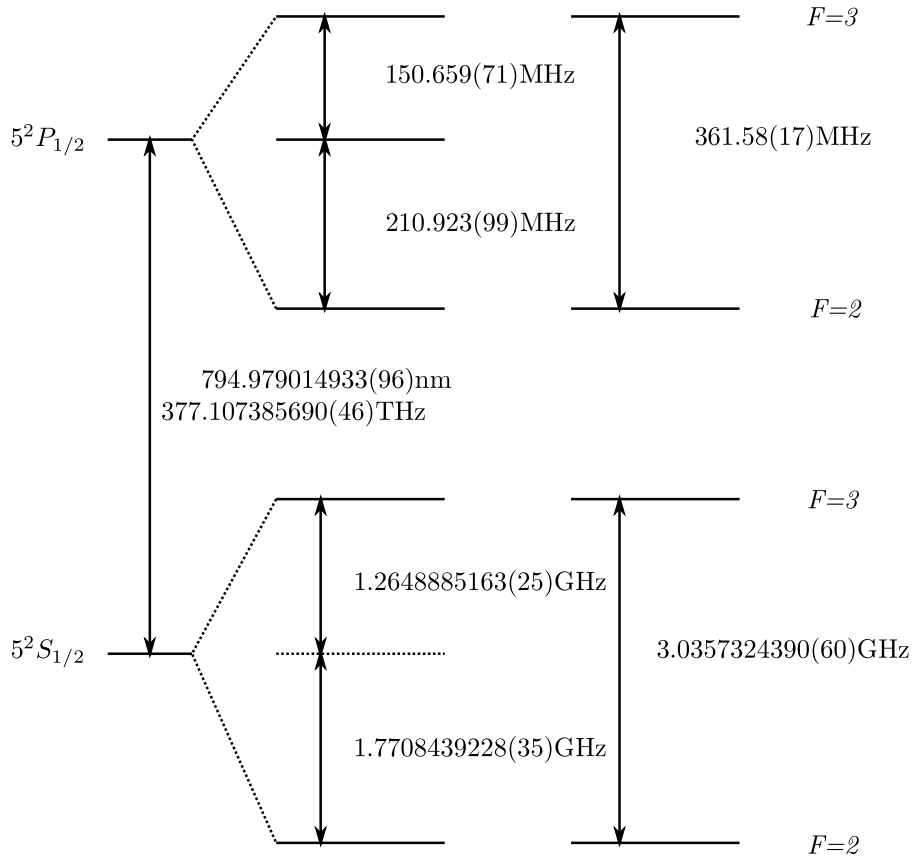


Figura 2.1 – Estrutura hiperfina do ^{85}Rb na linha D1. Retirado de [44]

momento angular de spin \mathbf{S} , em que o momento angular total do elétron é $\mathbf{J}=\mathbf{L}+\mathbf{S}$, onde $|L - S| \leq J \leq L + S$. A estrutura hiperfina é resultado do acoplamento entre o momento angular total \mathbf{J} do elétron e do momento angular total do núcleo \mathbf{I} , onde o momento angular total atômico é $\mathbf{F}=\mathbf{J}+\mathbf{I}$, e $|J - I| \leq F \leq J + I$ [35, 45]. De modo que para o rubídio 85, para o estado fundamental, $L=0$ e $S=1/2$, então $J=1/2$. Em seguida para o primeiro estado excitado $L=1$, temos $J=1/2$ e $J=3/2$. Para $J=1/2$ e $I=5/2$, temos $F=2$ e $F=3$. Em seguida para o estado excitado da linha D_2 , $5^2P_{3/2}$, $F=1,2,3,4$, e para o estado excitado da linha D_1 , $5^2P_{1/2}$ e $F=2,3$. As frequências e estrutura de níveis do rubídio 85 na linha D1 estão representados na Fig. 2.1. O mesmo raciocínio é aplicado ao isótopo 87 do rubídio, o que nos leva a Fig. 2.2, a qual representa a estrutura hiperfina na linha D1.

Nós usamos o gás de átomos de rubídio aquecidos neste trabalho. Suponha que um daqueles átomos se movimenta com velocidade v e um feixe de luz de frequência ω se propaga na mesma direção da velocidade do átomo. A relação da frequência da luz entre o sistema de referência do laboratório e o sistema de referência do átomo é ω_1 , onde $k = 2\pi/\lambda$, como podemos ver na Fig. 2.3. Para o caso em que o feixe se propaga em direção contrária, no sistema de referência do átomo a frequência da luz é ω_2 . Como consequência a componente

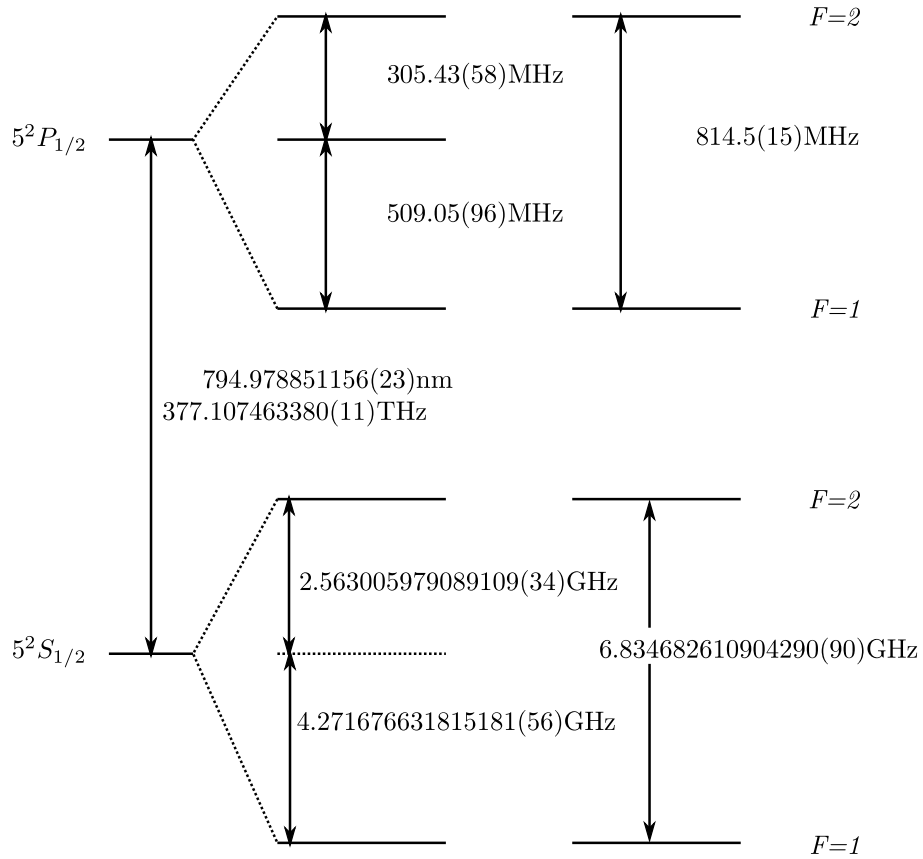


Figura 2.2 – Estrutura hiperfina de transição do ^{87}Rb na linha D1. Retirado de [49]

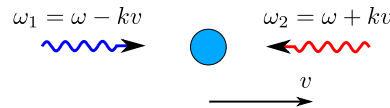


Figura 2.3 – Efeito Doppler.

relativa kv gera o efeito Doppler. Em geral a absorção em um nível de energia de um átomo tem uma largura de linha natural associada a uma função Lorentziana [29], porém podemos fazer uma simplificação a uma delta de Dirac. Considerando que um átomo absorve radiação a uma frequência ω_0 no seu próprio sistema de referência, por conseguinte $\omega_1 = \omega_0$ e cada átomo vai absorver radiação quando o valor da dessintonia δ seja $\delta = \omega - \omega_0 = kv$ ou

$$\frac{\delta}{\omega_0} = \frac{v}{c}. \quad (2.1.1)$$

A fração de átomos com a velocidade entre v e $v + dv$ é baseada na distribuição de Maxwell-

Boltzmann

$$f(v)dv = \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) dv = \frac{1}{u\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{u^2}\right) dv, \quad (2.1.2)$$

onde $u = \sqrt{2k_B T/M}$ é a velocidade mais provável para uma temperatura T de átomos de massa M . Relacionando a velocidade v com a frequência ω , fazendo uso da Eq. (2.1.1), obtemos que a absorção tem um comportamento gaussiano dado por

$$g_D(\omega) = \frac{c}{u\omega_0\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{c^2}{u^2} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2\right], \quad \int_{-\infty}^{\infty} g_D(\omega) = 1, \quad (2.1.3)$$

Este efeito é conhecido como alargamento Doppler. A largura de linha do alargamento doppler é aproximadamente 1GHz e é muito maior do que a largura natural de 6MHz. Uma técnica experimental usada neste trabalho é a espectroscopia de absorção saturada, a qual é empregada para observar as linhas hiperfinas de absorção dos dois isotopos usados [45]. Usamos essa técnica com o fim de estabilizar nosso laser principal de titânio-safira ao redor de uma linha de transição específica.

2.2 Polarizabilidade não linear e mistura de quatro ondas

As propriedades óticas dos materiais mudam com a presença da luz. Em um sistema atômico real, a polarização induzida pela presença de um campo elétrico externo é descrita por uma série de Taylor, que em meios sem perda se expressa como

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j + 2\chi_{ijk} E_j E_k + 4\chi_{ijkl} E_j E_k E_l + \dots \quad (2.2.1)$$

em que P_i é a i -ésima componente da polarizabilidade e E_i a i -ésima componente do campo elétrico instantâneo do feixe de luz nos eixos $i, j, k, l = x, y, z$, somando sobre índices repetidos. A constante de proporcionalidade χ_{ij} é conhecida como a susceptibilidade linear e ϵ_0 é a permissividade do espaço livre. Os termos χ_{ijk} e χ_{ijkl} são conhecidos como susceptibilidades de segunda e terceira ordem, e em geral essas quantidades são tensores. Na Eq. (2.2.1) foram feitas as suposições de que a polarização no tempo t depende instantaneamente do valor do campo, o que representa um meio sem perdas e sem dispersão. Essas equações podem ser generalizadas para essas condições [50].

Processos não lineares de segunda ordem só podem acontecer em cristais não centrosimétricos, em outras palavras, em cristais que não exibem simetria de inversão. Essa falta de

simetria é um pré-requisito para processos lineares como o efeito eletro-óptico (Pockels-effect) e cristais piezoelétricos, como consequência é esperado que esses cristais também tenham propriedades não lineares de segunda ordem.

Sólidos amorfos como o vidro, líquidos, alguns cristais e gases exibem simetria de inversão, de modo que os termos χ_{ijk} são nulos. No caso, para este trabalho foi utilizada a nuvem de átomos de rubídio aquecido, que implica que o termo $\chi_{ijk} = 0$ e o termo $\chi_{ijkl} \neq 0$.

O termo de terceira ordem $P_i = 4\chi_{ijkl}E_jE_kE_l$ acolhe processos tais como geração de terceiro harmônico (Third harmonic generation-THG), espalhamento Raman e de Brillouin, auto-focalização, o efeito Kerr, mistura de quatro ondas e conjugação de fase (phase conjugation), entre outros.

2.2.1 Processos de terceira ordem

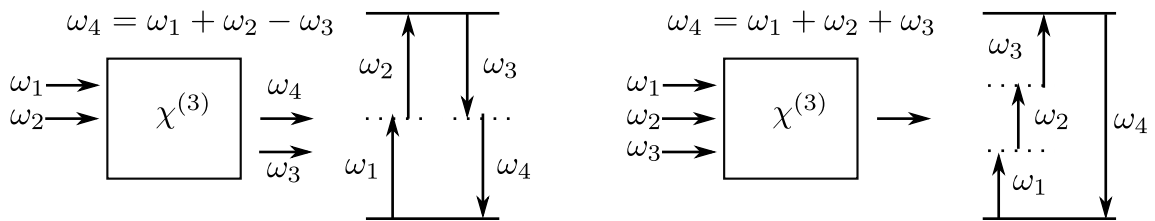
No caso de um campo aplicado consistente de três frequências diferentes

$$E(t) = E_1e^{-i\omega_1t} + E_2e^{-i\omega_2t} + E_3e^{-i\omega_3t} + c.c. \quad (2.2.2)$$

fazer o cálculo do termo $P^{(3)}(t)$ gera as seguintes possíveis combinações de frequências

$$\begin{aligned} &\omega_1, \omega_2, \omega_3, 3\omega_1, 3\omega_2, 3\omega_3, (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3), (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3), \\ &(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3), (-\omega_1 + \omega_2 + \omega_3), (2\omega_1 \pm \omega_2), (2\omega_1 \pm \omega_3), (2\omega_2 \pm \omega_1), \\ &(2\omega_2 \pm \omega_3), (2\omega_3 \pm \omega_1), (2\omega_3 \pm \omega_2). \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Os termos ω_i com $i=1,2,3$ tem uma amplitude cúbica do tipo $P(3\omega_i) = \epsilon_0\chi^{(3)}E_i^3$, o qual corresponde à geração de terceiro harmônico.



(a) Processo no qual o fóton ω_3 é amplificado e é gerado um fóton com ω_4 . (b) Processo no qual três fótons são absorvidos e é gerado só um fóton.

Figura 2.4 – Exemplos de possíveis processos num meio não linear de terceira ordem. Em Fig. 2.4a tem-se um exemplo de mistura de quatro ondas. Figuras retiradas de [46]

O processo $(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$ esquematizado na Fig. 2.4b é um processo de *soma de frequência*. Nas combinações $(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3), (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2), (\omega_2 + \omega_3 - \omega_1)$ temos processos

em que há amplificação de um dos feixes. Por exemplo, na Fig. 2.4a o feixe com frequência ω_3 é amplificado e o feixe com frequência ω_4 é gerado, sendo a base da *mistura de quatro ondas* (*Four-Wave Mixing*).

2.2.1.1 Efeito Kerr ótico

Em 1875 J.Kerr observou que um líquido transparente chega a ser duplamente refletivo (birrefringente) quando colocado em um campo elétrico forte. Este fenômeno é conhecido como efeito eletro-óptico quadrático. A quantidade de birrefringência dada pelo efeito Kerr pode ser descrita como

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp} = \lambda k E^2, \quad (2.2.4)$$

em que k corresponde à constante de Kerr, λ o comprimento de onda no vácuo, n_{\parallel} o índice de refração da luz polarizada ao longo da direção do campo elétrico aplicado E . Esta modulação de índice de refração ocorre também por conta do próprio campo ótico. Supondo o campo elétrico descrito como

$$E_j(t) = \frac{1}{2} \left(E_{0j}^{(\omega)} e^{i\omega t} + c.c. \right), \quad (2.2.5)$$

e substituindo no termo P_i de terceira ordem, e colocando só atenção nos termos que oscilam na mesma frequência ω , obtemos

$$P_i^{(\omega)} = \chi_{ijkl} \{ E_{0j}^{(\omega)} E_{0k}^{(\omega)} E_{0l}^{*(\omega)} + E_{0j}^{*(\omega)} E_{0k}^{(\omega)} E_{0l}^{(\omega)} + E_{0j}^{(\omega)} E_{0k}^{*(\omega)} E_{0l}^{(\omega)} \}, \quad (2.2.6)$$

que é equivalente a uma mudança auto-induzida na suscetibilidade dielétrica. Para o caso mais simples em que o feixe tem polarização ao longo do eixo x em um meio isotrópico temos

$$P_i^{(\omega)} = 3\chi_{xxx} E_{0x}^{(\omega)} E_{0x}^{(\omega)} E_{0x}^{*(\omega)}. \quad (2.2.7)$$

Lembrando que $n^2 = 1 + \chi$, a polarização não linear de terceira ordem gera uma mudança no índice de refração de

$$\Delta n = n_2 I = \frac{3c\mu_0\chi_{xxx}}{n^2\epsilon_0} I, \quad (2.2.8)$$

em que I é a intensidade óptica e n_2 é chamado de coeficiente de Kerr. Para um caso geral, temos

$$E(t) = \frac{1}{2} \left(\hat{x} E_{0x}^{(\omega)} e^{i\omega t} + \hat{y} E_{0y}^{(\omega)} e^{i\omega t} + c.c. \right), \quad (2.2.9)$$

com \hat{x} e \hat{y} os vetores unitários nos eixos x e y . Substituindo em P_i obtemos

$$P_{NLx}^{(\omega)} = \chi_{xxxx} \left[\left(3|E_{0x}^{(\omega)}|^2 + 2|E_{0y}^{(\omega)}|^2 \right) E_{0x}^{(\omega)} + E_{0y}^{2(\omega)} E_{0x}^{*(\omega)} \right], \quad (2.2.10)$$

$$P_{NLy}^{(\omega)} = \chi_{xxxx} \left[\left(3|E_{0y}^{(\omega)}|^2 + 2|E_{0x}^{(\omega)}|^2 \right) E_{0y}^{(\omega)} + E_{0x}^{2(\omega)} E_{0y}^{*(\omega)} \right], \quad (2.2.11)$$

podemos notar que acontece um processo chamado de modulação cruzada de fase (cross-phase modulation) quando existem ambos componentes de polarização. Em outras palavras, a amplitude do campo na componente x pode induzir uma mudança no índice de refração para a luz com polarização no eixo y , e vice-versa.

2.3 Mistura de quatro ondas (FWM)

A mistura de quatro ondas é um dos possíveis processos paramétricos que acontece em meios não lineares. Este corresponde a um processo paramétrico que está determinado por que os estados inicial e final do sistema são idênticos. A população do estado fundamental só pode ser removida dele por um instante de tempo no qual reside num estado virtual. No caso oposto, processos que têm transferência de população de um nível a outro são conhecidos como processos não-paramétricos [46]. Por conta do acoplamento direto entre campos, o FWM é uma fonte de estados de luz comprimidos ou *squeezing* [13, 24, 35]. Em seguida, será descrito um resumo do processo de mistura de quatro ondas clássica e quanticamente, com base em [28] e para maior informação dos cálculos feitos ver [33].

2.3.1 Abordagem clássica do FWM

Dois campos $E_1(\vec{k}_1, \omega_1)$ e $E_3(\vec{k}_3, \omega_3)$ com vetores de onda \vec{k}_i e frequência ω_i são injetados num meio com susceptibilidade não linear $\chi^{(3)}$ e comprimento L . O campo E_1 chamado de *prova* tem uma baixa potência em relação ao campo E_3 chamado de *bombeio*. Eles se propagam no mesmo sentido e formam um pequeno ângulo θ . Os dois feixes atravessam o meio, e como consequência da interação o feixe de prova é amplificado, sendo gerado um terceiro feixe chamado de *conjugado*, $E_2(\vec{k}_2, \omega_2)$ (ver Fig. 2.5b). Nesse sistema temos a conservação de

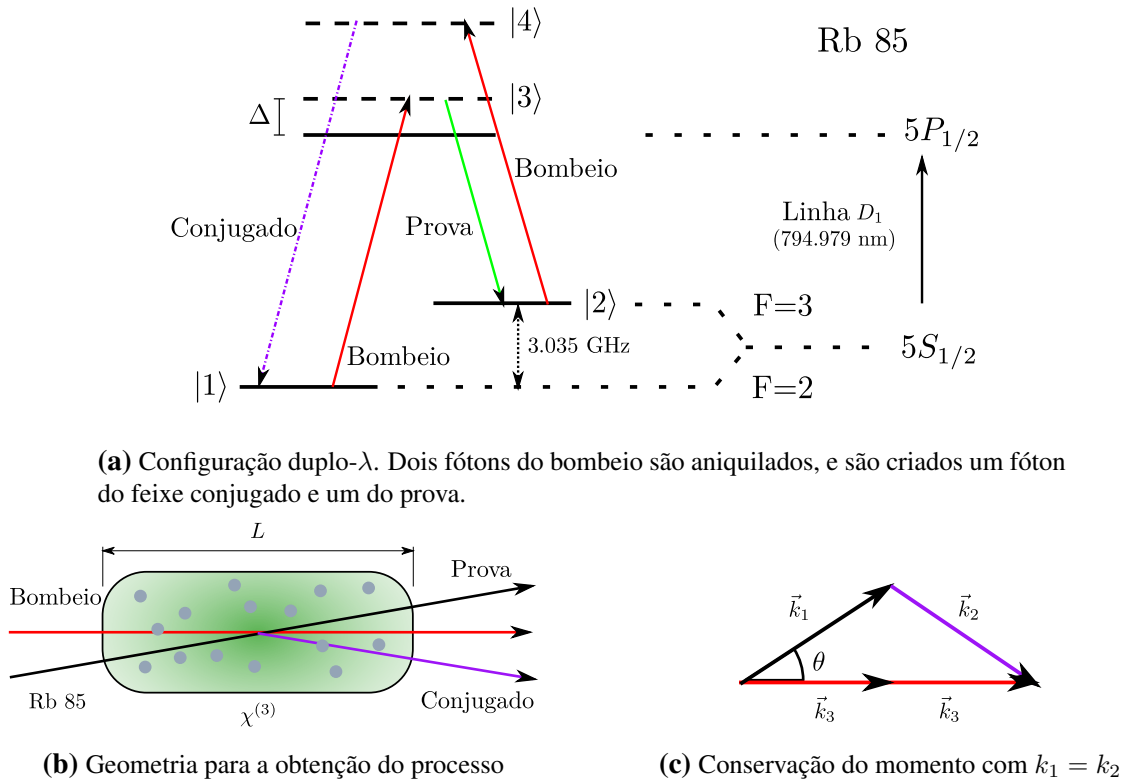


Figura 2.5 – Mistura de Quatro Ondas.

energia, sendo esta descrita como

$$2\omega_3 - \omega_1 - \omega_2 = 0, \quad (2.3.1)$$

também conhecida como *acordo de frequência*. A conservação do momento

$$2\vec{k}_3 - \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = 0, \quad (2.3.2)$$

deve ser satisfeita para que haja *casamento de fase*. Em geral o valor de k_j depende como $k_j(\nu_j) = \nu_j n(\nu_j)/c$ com $n(\nu_j)$ o índice de refração o qual em materiais dispersivos depende da frequência. Nesse caso $2k_3 - k_1 - k_2 = \Delta k$ é diferente de zero, sendo conhecido como (*phase mismatch*). É feita a aproximação de que $\Delta k = 0$, o que é no caso dispersivo obtido pelo ângulo θ formado entre os feixes prova e bombeio.

A mistura de quatro ondas na configuração duplo lambda tem origem no processo em que interagem dois fótons do bombeio, um fóton do feixe conjugado e um do prova, como pode se apreciar na conservação do momento na Fig. 2.5c e no diagrama de energias na Fig. 2.5a. Os campos são assumidos pelo momento como ondas planas linearmente polarizadas, escrevendo

cada um deles como

$$E_j(z, t) = \frac{1}{2} \varepsilon_j(z) e^{i(k_j z - \omega_j t)} + c.c., \quad (2.3.3)$$

com $j=1,2,3$, e ε_j a amplitude complexa de cada campo. Para calcular a evolução dos campos ao atravessar o meio, usamos as equações de onda no vácuo na presença de um meio com polarização [32, 46]. Tomando a direção de propagação em z , a equação se reduz a

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (2.3.4)$$

onde o campo total é a soma dos três campos e a polarizabilidade é

$$P(z, t) = \chi^{(3)} E^3(z, t), \quad (2.3.5)$$

sendo $\chi^{(3)}$ a susceptibilidade do meio. Fazendo uso da chamada aproximação de envelope lentamente variável [24]

$$\left| \frac{\partial^2 \varepsilon_i}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial z} \right|, \quad (2.3.6)$$

obtemos

$$\sum_{j=1}^3 i k_j \frac{\partial \varepsilon_j(z)}{\partial z} e^{i(k_j z - \omega_j t)} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (2.3.7)$$

Ao inserir a condição de acordo de frequência descrita na Eq. (2.3.2), obtemos duas equações acopladas

$$k_1 \frac{\partial \varepsilon_1(z)}{\partial z} e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} = \frac{i \omega_1^2}{\epsilon_0 c^2} P_1(z, t), \quad k_2 \frac{\partial \varepsilon_2(z)}{\partial z} e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} = \frac{i \omega_2^2}{\epsilon_0 c^2} P_2(z, t), \quad (2.3.8)$$

em que os termos $P_i(z, t)$ são descritos como

$$P_1(z, t) = \frac{3\chi^{(3)}}{8} (\varepsilon_1^2 \varepsilon_1^* + 2\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_2^* + 2\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_3^* + 2\varepsilon_3 \varepsilon_3 \varepsilon_2^*) e^{i(k_1 z - \omega_1 t)}, \quad (2.3.9)$$

$$P_2(z, t) = \frac{3\chi^{(3)}}{8} (\varepsilon_2^2 \varepsilon_2^* + 2\varepsilon_2 \varepsilon_1 \varepsilon_1^* + 2\varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_3^* + 2\varepsilon_3 \varepsilon_3 \varepsilon_1^*) e^{i(k_2 z - \omega_2 t)}. \quad (2.3.10)$$

Como o bombeio é considerado intenso, podemos fazer a aproximação $|\varepsilon_{1,2}|^2 \ll |\varepsilon_3|^2$ desprezando assim os termos quadráticos do feixe de prova e do conjugado. É possível mostrar que

obtemos as duas equações acopladas

$$k_1 \frac{\partial \varepsilon_1(z)}{\partial z} = i \frac{\omega}{c} (\gamma \varepsilon_1(z) + \eta \varepsilon_2^*(z)), \quad k_2 \frac{\partial \varepsilon_2(z)}{\partial z} = i \frac{\omega}{c} (\gamma \varepsilon_2(z) + \eta \varepsilon_1^*(z)), \quad (2.3.11)$$

nas quais as constantes γ e η são definidas como

$$\gamma = \frac{3\chi^{(3)}\omega}{4\epsilon_0 c} |\varepsilon_3|^2, \quad \eta = \frac{3\chi^{(3)}\omega}{4\epsilon_0 c} \varepsilon_3^2. \quad (2.3.12)$$

Fazendo a mudança de variáveis $\tilde{\varepsilon}_j = \varepsilon_j e^{-ikz}$ para simplificar as equações, obtemos o resultado

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_1}{\partial z} = i\eta \tilde{\varepsilon}_2^*, \quad \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_2^*}{\partial z} = -i\eta \tilde{\varepsilon}_1. \quad (2.3.13)$$

Essas equações podem ser resolvidas em função das condições de contorno. No nosso caso em que apenas o bombeio e o prova interagem com o meio, como na Fig. 2.5b, o feixe do conjugado é nulo em $z = 0$, $\tilde{\varepsilon}_2(0) = 0$ e o prova $\tilde{\varepsilon}_1(0) = \tilde{\varepsilon}_{in}$, levando assim à solução

$$\tilde{\varepsilon}_1(z) = \tilde{\varepsilon}_{in} \cosh(|\eta|z), \quad (2.3.14)$$

$$\tilde{\varepsilon}_2(z) = i \frac{\eta}{|\eta|} \tilde{\varepsilon}_{in}^* \sinh(|\eta|z), \quad (2.3.15)$$

em que podemos atribuir o parâmetro de ganho G ao processo

$$|\tilde{\varepsilon}_1(L)|^2 = G |\varepsilon_{in}|^2, \quad (2.3.16)$$

$$|\tilde{\varepsilon}_2(L)|^2 = (G - 1) |\varepsilon_{in}|^2, \quad (2.3.17)$$

$$G = \cosh^2(|\eta|L). \quad (2.3.18)$$

Em consequência, mostramos que o feixe de prova é amplificado ao atravessar o meio por um fator G sendo função de $\chi^{(3)}$ do meio, o campo de bombeio E_3 , e do comprimento L do meio. É criado um feixe conjugado E_2 com intensidade que depende do ganho G e da intensidade inicial do feixe de prova.

2.3.2 Abordagem quântica do FWM

2.3.2.1 Abordagem fenomenológica

O processo de mistura de quatro ondas na configuração duplo- λ pode ser explicado com um modelo fenomenológico de três modos representados na base de Fock para fazer a descrição quântica dos estados dos feixes de bombeio, prova e conjugado, como feito em [28].

Chamamos aos operadores de aniquilação associados aos três campos de prova, conjugado e bombeio como \hat{a}_1, \hat{a}_2 e \hat{a}_3 , respectivamente, com o parâmetro de interação β . O hamiltoniano de interação é

$$\hat{H}_I = i\hbar\beta\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_3\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_3 + h.c. \quad (2.3.19)$$

em que $h.c.$ é o operador hermitiano conjugado. Uma primeira aproximação corresponde a supor o bombeio como um estado coerente ($|\alpha_3\rangle$) e muito intenso. Na literatura, essa aproximação é conhecida como aproximação de *bombeio não depletido* [24]. Fazendo uma mudança de variáveis $\xi = \beta\alpha_3^2$ obtemos

$$\hat{H}_I = i\hbar\xi\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2^\dagger + h.c. \quad (2.3.20)$$

O operador de evolução temporal $\hat{U}(t)$ e o operador de *compressão de dois modos* ou *two-mode squeezing operator* $\hat{S}(\tau)$ [22, 24], são iguais a menos de uma mudança de parâmetro

$$\hat{U}(t) = e^{-i\hat{H}_I t/\hbar} = e^{-\xi(\hat{a}_1\hat{a}_2 - \hat{a}_2^\dagger\hat{a}_1^\dagger)} \longleftrightarrow \hat{S}(\tau) = e^{s(\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_1^\dagger - \hat{a}_1\hat{a}_2)}, \quad (2.3.21)$$

onde supomos que a interação no meio não linear acontece em um tempo característico τ e onde $s = \xi\tau$ é o *parâmetro de compressão*. Essa semelhança nos dá a primeira dica de que o hamiltoniano de FWM deveria gerar estados comprimidos. Para obter a evolução temporal dos operadores de aniquilação \hat{a}_1 e \hat{a}_2 , fazemos uso da representação de Heisenberg [35],

$$\frac{d\hat{a}_i}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_I, \hat{a}_i] = \xi\hat{a}_j^\dagger, \quad (2.3.22)$$

para $i, j = 1, 2$. É possível mostrar que a solução do sistema Eq. (2.3.22) é dada por

$$\hat{a}_1(t) = \hat{a}_1(0) \cosh(\xi t) + \hat{a}_2^\dagger(0) \sinh(\xi t), \quad \hat{a}_2(t) = \hat{a}_2(0) \cosh(\xi t) + \hat{a}_1^\dagger(0) \sinh(\xi t). \quad (2.3.23)$$

O estado inicial do feixe conjugado é vácuo, então $\langle \hat{N}_{\hat{a}_2} \rangle = 0$. Calculamos o valor médio de número de fótons para cada modo, sua subtração e soma

$$\langle \hat{N}_{\hat{a}_1} \rangle \rightarrow \cosh^2(s) \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle + \sinh^2(s) \cong G \langle \hat{a}_1^\dagger a_1 \rangle, \quad (2.3.24)$$

$$\langle \hat{N}_{\hat{a}_2} \rangle \rightarrow \sinh^2(s) \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle + \sinh^2(s) \cong (G - 1) \langle \hat{a}_1^\dagger a_1 \rangle, \quad (2.3.25)$$

$$\langle \hat{N}_{\hat{a}_1} + \hat{N}_{\hat{a}_2} \rangle \cong (2G - 1) \langle \hat{a}_1^\dagger a_1 \rangle, \quad (2.3.26)$$

$$\langle \hat{N}_{\hat{a}_1} - \hat{N}_{\hat{a}_2} \rangle \cong \langle \hat{a}_1^\dagger a_1 \rangle, \quad (2.3.27)$$

em que o parâmetro $G = \cosh^2(s)$ é o ganho do feixe de prova. Com este simples modelo provamos que o feixe de prova é amplificado e o feixe do conjugado é criado, obtendo assim o mesmo resultado fenomenológico que no tratamento clássico. Como consequência de que o operador de evolução temporal é igual ao operador de compressão de dois modos, no nosso caso é possível continuar com o tratamento e demonstrar que a mistura de quatro ondas gera estados comprimidos e emaranhados, como nas referências [24, 25]. De fato já foi medido experimentalmente, como nos caso das referências [13, 51].

2.3.2.2 Amplificação ideal insensível à fase

Um amplificador linear corresponde a um amplificador cuja saída está linearmente relacionada com a sua entrada. Nessa definição não entramos nos detalhes de como está composto o amplificador no seu interior. O cálculo foi baseado nas referencias [24, 28]. A transformação do operador de aniquilação a_i de entrada para o operador de saída a_o , com um ganho G é

$$\hat{a}_o = \sqrt{G}\hat{a}_i + \sqrt{G-1}\hat{b}_i^\dagger, \quad (2.3.28)$$

$$\hat{b}_o^\dagger = \sqrt{G}\hat{b}_i^\dagger + \sqrt{G-1}\hat{a}_i, \quad (2.3.29)$$

em que o operador b_i equivale ao segundo modo de entrada no amplificador. Todos os operadores obedecem relações de comutação bosônicas, $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j}$ e $[\hat{a}_i, \hat{a}_j] = 0$. Fazemos a linearização nos operadores de aniquilação

$$\hat{a}_i = \alpha_i + \delta\hat{a}_i, \quad \hat{b}_i = \beta_i + \delta\hat{b}_i = \delta\hat{b}_i, \quad (2.3.30)$$

em que α_i corresponde à amplitude complexa do campo coerente e $\delta\hat{a}_i$ representa as flutuações. Vemos que β_i é nulo dado que consideramos o estado de vácuo como a segunda entrada no amplificador. Fazendo o cálculo do valor médio de fótons na saída do amplificador para cada modo obtemos

$$\langle \hat{N}_{a,o} \rangle = G|\alpha|^2, \quad (2.3.31)$$

$$\langle \hat{N}_{b,o} \rangle = (G-1)|\alpha|^2. \quad (2.3.32)$$

Observamos então que a amplitude do campo coerente é amplificada pelo valor G sendo gerado um feixe no modo b . Levando cada um dos feixes gerados para detectores e fazendo a soma e

subtração obtemos

$$\langle \hat{N}_{+,o} \rangle = (2G - 1)|\alpha|^2, \quad (2.3.33)$$

$$\langle \hat{N}_{-,o} \rangle = |\alpha|^2. \quad (2.3.34)$$

Agora podemos fazer o cálculo do espectro de ruído em que as correlações dos produtos dos operadores de quadratura para os modos de saída $\delta\hat{x}_{a,o}$ e $\delta\hat{x}_{b,o}$ são

$$\langle \delta\hat{x}_{a,o}\delta\hat{x}_{a,o} \rangle = G\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{a,i} \rangle + (G - 1)\langle \delta\hat{x}_{b,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle + 2\sqrt{G(G - 1)}\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle, \quad (2.3.35)$$

$$\langle \delta\hat{x}_{b,o}\delta\hat{x}_{b,o} \rangle = (G - 1)\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{a,i} \rangle + G\langle \delta\hat{x}_{b,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle + 2\sqrt{G(G - 1)}\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle, \quad (2.3.36)$$

$$\langle \delta\hat{x}_{a,o}\delta\hat{x}_{b,o} \rangle = \sqrt{G(G - 1)} (\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{a,i} \rangle + \langle \delta\hat{x}_{b,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle) + (2G - 1)\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle. \quad (2.3.37)$$

Calculamos o espectro de ruído para a diferença de número de fótons N_- , normalizado ao ruído quântico padrão

$$S(N_a) = \langle \delta\hat{x}_{a,o}\delta\hat{x}_{a,o} \rangle \quad (2.3.38)$$

$$S(N_-) = \frac{G\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{a,i} \rangle + (G - 1)\langle \delta\hat{x}_{b,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle - 2\sqrt{G(G - 1)}\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle}{2G - 1} \quad (2.3.39)$$

em que para os valores

$$\langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{a,i} \rangle = 1, \quad \langle \delta\hat{x}_{b,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle = 1, \quad \langle \delta\hat{x}_{a,i}\delta\hat{x}_{b,i} \rangle = 0, \quad (2.3.40)$$

obtemos

$$S(N_a) = 2G - 1, \quad (2.3.41)$$

$$S(N_-) = \frac{1}{2G - 1}. \quad (2.3.42)$$

O ruído de intensidade do campo coerente $|\alpha\rangle$ é amplificado em comparação ao *shot-noise*. Além disso, o ruído na diferença de intensidade está comprimido quando o ganho $G > 1$.

2.3.2.3 Abordagem microscópica

Um modelo que se aproxima mais à realidade é conhecido como modelo microscópico. Nesse modelo representamos os átomos como níveis discretos de energia quantizados e os modos da luz gerados no FWM são tratados como modos do campo electromagnético quantizado. Unicamente o campo incidente é tratado como um campo clássico como consequência de sua alta potência em comparação com os modos de saída. O modelo teórico tem sido desenvolvido

junto ao estudante de doutorado Raul Leonardo Rincón e com a direção do pós doutorando Hans Marin. Esse modelo teórico é baseado no modelo microscópico de mistura de quatro ondas desenvolvido por Glorieux *et al.* [52] e sua extensão para um sistema de mistura de seis ondas 6WM está no artigo [53]. O modelo representa um sistema no espaço livre e não corresponde a um OPO, porém é possível estender o modelo para incluir a cavidade.

O sistema atômico consta de quatro níveis de energia atômicos, como esquematizado na Fig. 2.5a, cuja energia pode ser expressa pelo hamiltoniano

$$H_a = \int_0^L dz \left(\omega_{g1} \hat{\sigma}_{11}(z) + \omega_{g2} \hat{\sigma}_{22}(z) + \omega_{e1} \hat{\sigma}_{33}(z) + \omega_{e2} \hat{\sigma}_{44}(z) \right), \quad (2.3.43)$$

em que ω_{g1} , ω_{g2} , ω_{e1} e ω_{e2} correspondem às energias dos estados base $\hat{\sigma}_{11}(z)$ e $\hat{\sigma}_{22}(z)$, e estados excitados $\hat{\sigma}_{33}(z)$ e $\hat{\sigma}_{44}(z)$, respectivamente. O comprimento do meio atômico é L e os operadores atômicos são $\sigma_{i,j}$ com $i, j = 1, 2, 3, 4$. A interação dos átomos de quatro níveis com o campo electromagnético é dada pelo hamiltoniano de interação dipolar $H_{int} = - \sum \hat{d}_j \cdot E(R_j)$, que pode ser expresso em termos dos operadores atômicos e de luz como

$$H_{int} = \hbar \int_0^L dz \left(\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \hat{\sigma}_{31} + \Omega_3 e^{i\omega_3 t} \hat{\sigma}_{42} + g_2 \hat{a}(z, t) e^{i\omega_2 t} \hat{\sigma}_{32} + g_4 \hat{b}(z, t) e^{i\omega_4 t} \hat{\sigma}_{41} + h.c \right), \quad (2.3.44)$$

em que os operadores \hat{a} e \hat{b} correspondem aos operadores de campo para os modos prova e conjugado. As constantes Ω_i representam as frequências de Rabi de dois feixes de bombeio 1 e 3, que para nosso caso são o mesmo único feixe. O feixe de bombeio irá acoplar os níveis $|1\rangle$ e $|3\rangle$, e $|2\rangle$ e $|4\rangle$. As constantes g_2 e g_4 são constantes de acoplamento átomo-campo. Com o fim de eliminar a dependência temporal no hamiltoniano, mudamos para um quadro de interação (*rotating frame*) em que o hamiltoniano muda segundo

$$H_R = i \frac{dS}{dt} S^\dagger + S H S^\dagger, \quad (2.3.45)$$

sendo $S(t) = e^{iK(t)}$, com K hermitiano. Desse jeito para nosso caso

$$S = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_1 t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_2 t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\omega_1 t + i\omega_4 t} \end{bmatrix}. \quad (2.3.46)$$

obtemos o hamiltoniano independente do tempo

$$H = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & -\Omega_1 & -bg_4 \\ 0 & \Delta_2 & -ag_2 & -\Omega_3 \\ -\Omega_1 & -ag_2 & 1 & 0 \\ -bg_4 & -\Omega_3 & 0 & \Delta_1 - \Delta_4 \end{bmatrix}. \quad (2.3.47)$$

As dessintonias estão definidas como: $\Delta_1 = \omega_1 - (\omega_{e1} - \omega_{g1})$, $\Delta_2 = \omega_2 - (\omega_{e1} - \omega_{g2})$, $\Delta_3 = \omega_3 - (\omega_{e2} - \omega_{g2})$, $\Delta_4 = \omega_4 - (\omega_{e2} - \omega_{g1})$. Da conservação de energia da mistura de quatro ondas, que é expressa para nosso caso como $\omega_1 + \omega_3 = \omega_2 + \omega_4$, é simples mostrar que $\Delta_1 + \Delta_3 = \Delta_2 + \Delta_4$. Para resolver o sistema fazemos uso das equações de Heisenberg-Langevin [52], que para os operadores atômicos é

$$\frac{d\hat{\sigma}_{i,j}(z,t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{\sigma}_{i,j}(z,t), H(t)] - \sum_{n,m} \Gamma_{nm} \sigma_{nm}(z,t) + F_{i,j}(z,t), \quad (2.3.48)$$

e para os operadores de luz

$$\frac{\partial \hat{a}(z,t)}{\partial t} + c \frac{\partial \hat{a}(z,t)}{\partial z} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{a}(z,t), H(t)], \quad (2.3.49)$$

$$\frac{\partial \hat{b}(z,t)}{\partial t} + c \frac{\partial \hat{b}(z,t)}{\partial z} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{b}(z,t), H(t)], \quad (2.3.50)$$

com c a velocidade da luz no vácuo. As constantes Γ_{ij} descrevem a emissão espontânea e taxas de decoerência induzidas pelos operadores estocásticos $F_{i,j}$ que satisfazem $\langle F_{i,j} \rangle = 0$ e $\langle F_{i,j}(z,t) F_{n,m}(z',t') \rangle = \delta_{ij,nm} \delta(z-z') \delta(t-t')$. Os operadores estocásticos descrevem a interação dos átomos com os modos de vácuo. Reorganizamos as equações em um sistema matricial,

$$\frac{d}{dt} \hat{\mathbf{X}}(z,t) = \mathbf{M} \hat{\mathbf{X}}(z,t) + \mathbf{G}_x \hat{\mathbf{A}}(z,t) + \hat{\mathcal{F}}(z,t), \quad (2.3.51)$$

em que temos o vetor dos modos atômicos $\hat{\mathbf{X}}(z,t) = [\hat{\sigma}_{11}, \hat{\sigma}_{12}, \dots]$, dos operadores estocásticos $\hat{\mathcal{F}}(z,t) = [\hat{\mathcal{F}}_{11}, \hat{\mathcal{F}}_{12}, \dots]$ e o vetor dos modos da luz $\hat{\mathbf{A}}(z,t) = [\hat{a}(z,t), \hat{a}^\dagger(z,t), \hat{b}(z,t), \hat{b}^\dagger(z,t)]$. A evolução dos modos de campo se transforma na equação matricial

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{A}}(z,t) = \mathbf{N} \mathbf{T} \hat{\mathbf{X}}(z,t), \quad (2.3.52)$$

em que N é o número de átomos e a matriz \mathbf{T} tem dimensão 4×16 , cujos elementos correspondem às constantes de acoplamento átomo-campo g_i .

Calculamos o ganho do sistema para o feixe de prova a e o feixe conjugado b mediante o processo de mistura de quatro ondas, pelos distintos canais Stokes e anti-Stokes. Para realizar esse cálculo omitimos os termos estocásticos e consideramos a solução estacionária $d\hat{\mathbf{X}}/dt = 0$ e $\partial\hat{\mathbf{A}}/\partial t = 0$, de tal jeito que obtemos o vetor estacionário $\hat{\mathbf{X}}^s = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}_x\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{z}, t)$. Substituindo na Eq. (2.3.52), a amplitude dos campos de saída é

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{z}) = e^{\mathbf{R}z}\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{0}), \quad (2.3.53)$$

onde definimos $\mathbf{R} = N\mathbf{T}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}_x/c$. Construimos a matriz $\mathbf{C}(\mathbf{z}) = \langle \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{z}), \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{z})^T \rangle$, que expressada em termos dos valores iniciais dos campos é

$$\mathbf{C}(\mathbf{z}) = \mathbf{J}(\mathbf{z})\langle \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{0}), \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{0})^T \rangle \mathbf{J}(\mathbf{z})^T, \quad (2.3.54)$$

com $\mathbf{J}(\mathbf{z}) = e^{\mathbf{R}z}$. O ganho para cada modo é dado por $G_{(a,b)} = \langle \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{z}), \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{z})^T \rangle_{(a,b)} / |\alpha|^2$, sendo esta normalizada à $|\alpha|^2$, intensidade inicial do feixe de prova. Ao considerar os modos de entrada no modo \hat{b} o vácuo e para \hat{a} um modo coerente $|\alpha\rangle$, obtemos

$$\langle \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{0}), \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{0})^T \rangle = \begin{bmatrix} \alpha^2 & |\alpha|^2 + 1 & 0 & 0 \\ |\alpha|^2 & \alpha^{*2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.3.55)$$

Como o campo de entrada referente ao modo a é intenso, é válida a aproximação $|\alpha|^2 + 1 \approx |\alpha|^2$. Vemos na Fig. 2.6 o cálculo do ganho para cada feixe. Nesse caso a frequência do bombeio está dessintonizada 1 GHz ao azul da transição $F = 2 \rightarrow F' = 3$ do ^{85}Rb . Notemos que ao redor das dessintonias $\Delta_1 = -3$ GHz e $\Delta_1 = 0$ GHz aparecem duas regiões de absorção que correspondem às transições $F = 3 \rightarrow F'$ e $F = 2 \rightarrow F'$ respectivamente. Esse cálculo não tem em conta o alargamento Doppler, motivo pelo qual as regiões de absorção não irão ser exatamente aquelas observadas no momento de realizar o experimento. No entanto o modelo se aproxima bastante do verificado experimentalmente e mostra a amplificação do feixe de prova e a geração do conjugado. No exemplo, o feixe de prova a é amplificado para o canal Stokes com um valor de 4.5 e no canal anti-Stokes com um valor de 6.2. O feixe conjugado é gerado nos canais Stokes e anti-Stokes nas dessintonias $\Delta_1 = -2$ e 4 GHz. Nosso resultado reproduz o valor medido em [13].

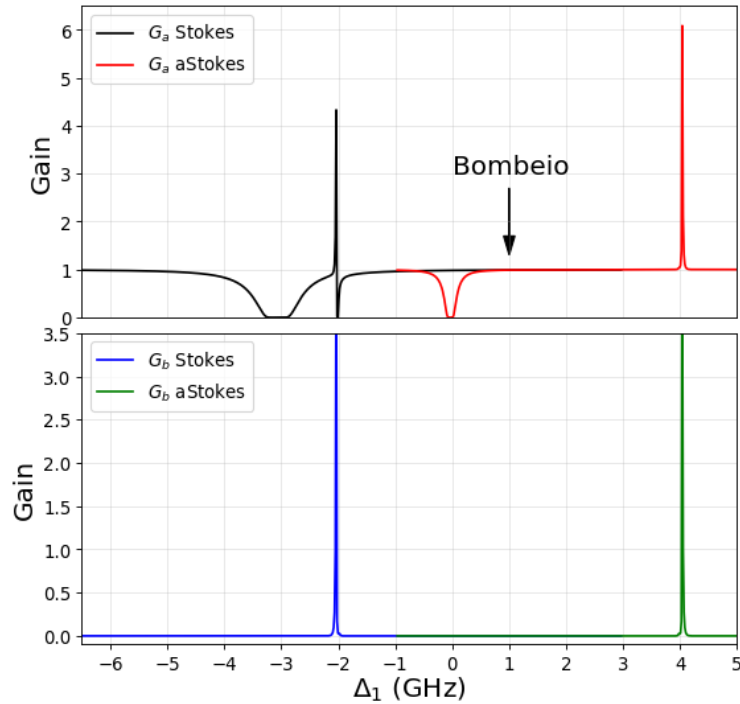
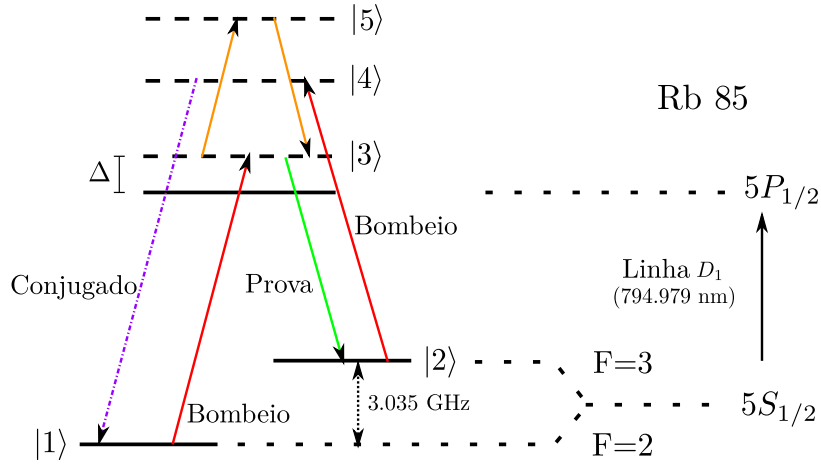


Figura 2.6 – Obtenção do fenômeno de mistura de quatro ondas teórica mediante o modelo microscópico. Ganho dos feixes de prova (a) e conjugado (b) em função da dessintonia Δ_1 , para os dois canais Stokes e anti-Stokes. Quando o feixe de prova está no canal Stokes (-3GHz), é gerado o feixe conjugado no canal anti-Stokes(+3GHz). Quando o feixe de prova está no canal anti-Stokes (+3GHz), é gerado o feixe conjugado no canal Stokes(-3GHz).

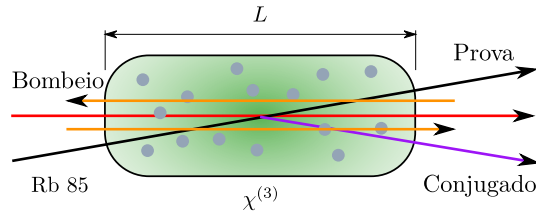
Mistura de seis ondas

No artigo [54] os autores mostram que ao aplicar um segundo bombeio no processo de mistura de quatro ondas que acontece nos átomos de rubídio, é possível aumentar o nível de compressão, em comparação ao modelo de mistura de quatro ondas simples. Esse novo bombeio será conhecido como campo de *dressing*. De fato a ideia de um segundo bombeio poderia ser aplicada no esquema experimental do OPO para aumentar o nível das possíveis correlações que existam nos feixes gêmeos gerados pelo OPO. Aclaramos que nosso modelo teórico não aplica para nosso atual OPO baseado em mistura de quatro ondas, mas pode ser estendida para estudar este fenômeno.

Com isso em mente introduzimos um segundo bombeio no nosso cálculo e avaliamos o ganho do sistema e as correlações quânticas, comparando assim as correlações no processo de mistura de quatro ondas com o processo de mistura de seis ondas no espaço livre. Desse jeito introduzimos um quinto nível atômico na Eq. (2.3.43), sendo assim o hamiltoniano atômico



(a) Configuração duplo- λ . Dois fótons do bombeio são aniquilados, e são criados um fóton do feixe conjugado e um do prova. Um segundo bombeio acopla os níveis $|3\rangle$ e $|5\rangle$, gerando um processo de mistura de seis ondas.



(b) Geometria para a obtenção do processo de mistura de seis ondas

Figura 2.7 – Mistura de seis ondas.

modificado

$$H_a = \int_0^L dz (\omega_{g1} \hat{\sigma}_{11}(z) + \omega_{g2} \hat{\sigma}_{22}(z) + \omega_{e1} \hat{\sigma}_{33}(z) + \omega_{e2} \hat{\sigma}_{44}(z) + \omega_{e3} \hat{\sigma}_{55}(z)), \quad (2.3.56)$$

e o hamiltoniano de interação

$$H_{int} = \hbar \int_0^L dz \left(\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \hat{\sigma}_{31} + \Omega_3 e^{i\omega_3 t} \hat{\sigma}_{42} + \Omega_5 e^{i\omega_5 t} \hat{\sigma}_{53} \right) \quad (2.3.57)$$

$$+ g_2 \hat{a}(z, t) e^{i\omega_2 t} \hat{\sigma}_{32} + g_4 \hat{b}(z, t) e^{i\omega_4 t} \hat{\sigma}_{41} + h.c. \quad (2.3.58)$$

onde o segundo bombeio ira acoplar a transição entre os níveis $|3\rangle$ e $|5\rangle$, como esquematizado

na Fig. 2.7a. A nova matriz de transformação para eliminar a dependência temporal fica

$$S = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_1 t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_2 t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\omega_1 t + i\omega_4 t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{i\omega_5 t} \end{bmatrix}, \quad (2.3.59)$$

e o novo hamiltoniano independente do tempo, logo após fazer a transformação Eq. (2.3.45), é

$$H = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & -\Omega_1 & -bg_4 & 0 \\ 0 & \Delta_2 & -ag_2 & -\Omega_3 & 0 \\ -\Omega_1 & -ag_2 & 1 & 0 & -\Omega_5 \\ -bg_4 & -\Omega_3 & 0 & \Delta_1 - \Delta_4 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_5 & 0 & -\Delta_5 \end{bmatrix}. \quad (2.3.60)$$

A nova dessintonia está definida como $\Delta_5 = \omega_5 - (\omega_{e3} - \omega_{e2})$. As outras definições das dessintonias Δ_i com $i = 1, 2, 3, 4$ não mudam. Da conservação de energia da mistura de seis ondas, que é expressa para nosso caso como $\omega_1 + \omega_3 = \omega_2 + \omega_4 + \omega_5 - \omega_5$, é fácil mostrar que $\Delta_1 + \Delta_3 = \Delta_2 + \Delta_4 + \Delta_5 - \Delta_5$. Realizamos de novo o cálculo do ganho dos feixes a e b com a introdução do segundo bombeio. Na Fig. 2.8 observamos como ao aumentar a intensidade do segundo bombeio Ω_5 comparado com a intensidade do bombeio principal $\Omega = \Omega_1 = \Omega_3$, obtemos uma amplificação maior do que a esperada com um bombeio só. Um segundo parâmetro que pode ser modificado é a dessintonia do segundo bombeio Δ_5 . Como podemos ver na Fig. 2.9, obtemos o ganho dos campos a e b como função da dessintonia Δ_2 .

Correlações

As técnicas experimentais de medida envolvendo bandas laterais evitam os ruídos de origem clássica em baixas frequências. Com o propósito de calcular as flutuações no domínio das frequências usamos a linearização para os operadores atômicos e da luz, $\hat{O} = \langle \hat{O} \rangle + \delta \hat{O}$, sendo $\langle \hat{O} \rangle$ o valor meio do operador e $\delta \hat{O}$ sua flutuação. Realizamos a transformada de Fourier na Eq. (2.3.51) e na Eq. (2.3.52) seguindo [52], obtendo assim

$$\delta \hat{\mathbf{X}}(\omega) = -[i\omega \mathbf{I} + \mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{G}_x \delta \hat{\mathbf{A}}(\omega) + \mathcal{F}(z, \omega)], \quad (2.3.61)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \delta \hat{\mathbf{A}}(\omega) = \mathbf{R}(\omega) \delta \hat{\mathbf{A}}(\omega) + \mathbf{R}_F(\omega) \hat{\mathcal{F}}(z, \omega), \quad (2.3.62)$$

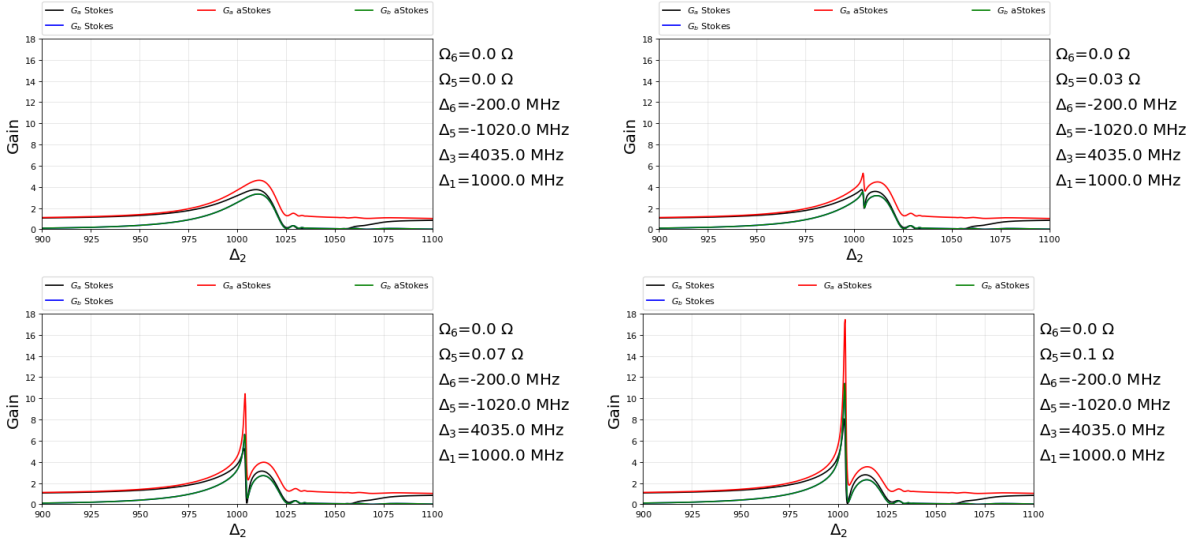


Figura 2.8 – Ganho dos feixes de prova (a) e conjugado (b) como função da dessintonia de dois fótons Δ_2 para diferentes valores do segundo bombeio Ω_5 (0,0.03,0.07,0.1) vezes Ω

em que $\mathbf{R}(\omega) = -(N/c)\mathbf{T}\tilde{\mathbf{M}}(\omega)\mathbf{G}_x + i(\omega/c)\mathbf{I}$ e $\mathbf{R}_F(\omega) = (N/c)\mathbf{T}\tilde{\mathbf{M}}(\omega)$, onde definimos $\tilde{\mathbf{M}}(\omega) = [i\omega\mathbf{I} + \mathbf{M}]^{-1}$. De forma análoga a Eq. (2.3.53) e Eq. (2.3.54) e incluindo os termos estocásticos obtemos

$$\delta\hat{\mathbf{A}}(z, \omega) = \mathbf{J}(z, \omega)\delta\hat{\mathbf{A}}(0, \omega) + \mathbf{J}(z, \omega)\hat{\mathcal{F}}_{in}(z, \omega), \quad (2.3.63)$$

em que o propagador é $\mathbf{J}(z, \omega) = e^{\mathbf{R}(\omega)z}$. Definimos o vetor de operadores estocásticos como $\hat{\mathcal{F}}_{in}(z, \omega) = [\hat{F}_a(z, \omega), \hat{F}_{a^\dagger}(z, \omega), \hat{F}_b(z, \omega), \hat{F}_{b^\dagger}(z, \omega)]^T$ onde

$$\hat{\mathcal{F}}_{in}(z, \omega) = \int_0^z dz' e^{-\mathbf{R}(\omega)z'} \mathbf{R}_F(\omega)\hat{\mathcal{F}}(z', \omega). \quad (2.3.64)$$

O espectro de potência é dado por $\mathbf{S}(z, \omega) = (2\pi c/L)\langle \delta\hat{\mathbf{A}}(z, \omega), \delta\hat{\mathbf{A}}(z, \omega')^T \rangle \delta(\omega + \omega')$, de tal jeito que reescrevemos a equação em função do propagador \mathbf{J}

$$\mathbf{S}(z, \omega) = \mathbf{J}(z, \omega)\mathbf{S}(0, \omega)\mathbf{J}(z, \omega')^T + \mathbf{J}(z, \omega)\mathbf{S}_F(z, \omega)\mathbf{J}(z, \omega')^T, \quad (2.3.65)$$

onde dividimos o espectro em uma parte sem contribuição do operadores estocásticos e na posição inicial $z = 0$, $\mathbf{S}(0, \omega) = (2\pi c/L)\langle \delta\hat{\mathbf{A}}(0, \omega), \delta\hat{\mathbf{A}}(0, \omega')^T \rangle \delta(\omega + \omega') = 2\pi\mathbf{S}_A(\omega)\delta(\omega + \omega')$, e outra parte com a contribuição dos termos estocásticos para qualquer posição dentro do meio atômico z , $\mathbf{S}_F(z, \omega) = (2c/L)\langle \hat{\mathcal{F}}_{in}(z, \omega), \hat{\mathcal{F}}_{in}(z, \omega')^T \rangle$. Realizamos a transformação dos operadores de flutuação dos modos $\delta\hat{a}$ e $\delta\hat{b}$, para as flutuações das quadraturas $\delta\hat{X}$ e $\delta\hat{P}$

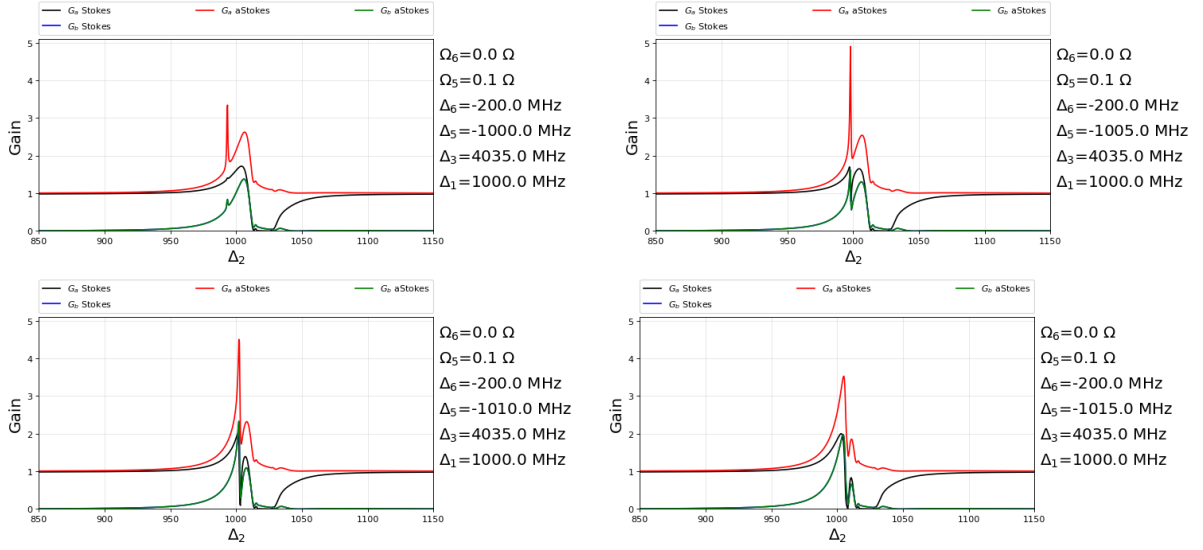


Figura 2.9 – Ganho dos feixes de prova (a) e conjugado (b) como função da dessintonia de dois fótons Δ_2 para diferentes valores de dessintonia do segundo bombeio Δ_5

mediante a relação $\delta\hat{\mathbf{Y}}(z, \omega) = \mathbf{U}\delta\hat{\mathbf{A}}(z, \omega)$, que é expressada mediante

$$\delta\hat{\mathbf{Y}}(z, \omega) = \begin{bmatrix} e^{i\phi_a} & e^{-i\phi_a} & 0 & 0 \\ -ie^{i\phi_a} & ie^{-i\phi_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_b} & e^{-i\phi_b} \\ 0 & 0 & -ie^{i\phi_b} & e^{-i\phi_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\hat{a}(z, \omega) \\ \delta\hat{a}^\dagger(z, \omega) \\ \delta\hat{b}(z, \omega) \\ \delta\hat{b}^\dagger(z, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\hat{X}_a(z, \omega) \\ \delta\hat{P}_a(z, \omega) \\ \delta\hat{X}_b(z, \omega) \\ \delta\hat{P}_b(z, \omega) \end{bmatrix}. \quad (2.3.66)$$

Experimentalmente temos acesso às flutuações em intensidade, que são proporcionais às flutuações na quadratura amplitude mediante

$$\delta\hat{I}_a(z, \omega) = |\alpha|\delta\hat{X}_a(z, \omega) \quad (2.3.67)$$

$$\delta\hat{I}_b(z, \omega) = |\beta|\delta\hat{X}_b(z, \omega) \quad (2.3.68)$$

Podemos calcular as flutuações na soma e diferença de intensidade mediante $\delta\hat{I}_\pm(z, \omega) = |\alpha|\delta\hat{X}_a(z, \omega) \pm |\beta|\delta\hat{X}_b(z, \omega)$. Como mostra a Fig. 2.10 temos o ganho do sistema (acima) e a variância teórica normalizada ao *shot-noise* como função da frequência de análise (embaixo). Na esquerda temos o processo de mistura de quatro ondas e na direita o processo de mistura de seis ondas. O modelo microscópico consegue mostrar o ganho nos feixes de prova e conjugado, e a existência da compressão de ruído na diferença de intensidade, como foi mostrado experimentalmente em [13]. Além disso, ao introduzir um segundo bombeio, podemos ver a melhora no nível de compressão no sistema. A introdução de um segundo bombeio no sistema do OPO pode ser uma alternativa para melhorar o nível de compressão, porém é necessário

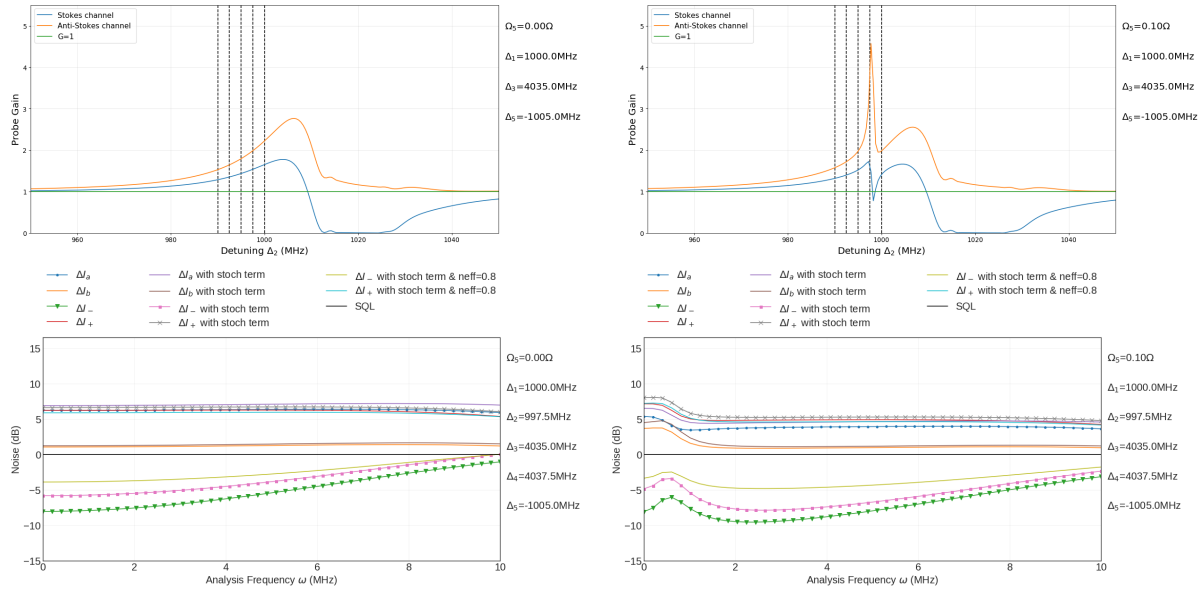


Figura 2.10 – (Acima) Ganho dos feixes de prova (a) e conjugado (b) como função da dessintonia de dois fótons Δ_2 com e sem o segundo bombeio. As linhas verticais mostram as diferentes frequências de análise. (Embaixo) Variança teórica (em dB) normalizado ao shot noise em função da frequência de análise, com o segundo bombeio (direita) e sem o segundo bombeio (esquerda)

estender este modelo microscópico para introduzir a cavidade. O estudo completo do controle das correlações quânticas no processo de mistura de quatro ondas mediante a introdução de um segundo bombeio está no nosso artigo *Spectral control of quantum correlations in Four wave mixing using dressing fields* [53].

Após deste estudo de meios atômicos como amplificadores no espaço livre, vamos ver o que acontece com a operação em cavidade.

2.4 Descrição clássica do OPO

Um meio não linear pode acoplar campos de diferentes frequências, sendo a mistura de quatro ondas um exemplo de acoplamento entre os campos de bombeio, prova e conjugado (Fig. 2.5). Ao inserir o meio não linear na cavidade, é possível fazer com que os campos gerados oscilem, o que é conhecido como *oscilador paramétrico ótico* (OPO) [47]. O meio amplificador pode levar à oscilação do OPO quando o ganho gerado pelo meio iguala as perdas da cavidade. Quando é superado este limiar de oscilação do OPO são gerados feixes de potência média não nula. Um esquema geral de um OPO está representado na Fig. 2.11.

A forma mais simples de um OPO é a uni ressonante SROPO (single resonant OPO), no qual a cavidade só permite que um feixe seja ressonante. O bombeio pode então atravessar a cavidade e só interagir com o meio não linear para gerar os feixes sinal e complementar.

Por exemplo, o feixe complementar ficaria ressonante com a cavidade. O segundo tipo, em que dois modos conseguem ficar ressonantes dentro da cavidade, é conhecido como DROPO (double resonant OPO). Nessa configuração, os modos sinal e complementar são permitidos dentro da cavidade, fazendo que o limiar de oscilação seja reduzido. A conservação de energia e ressonância dupla fazem que este tipo de OPO não apresente uma possível variação contínua na frequência de saída dos feixes. Uma terceira opção é quando três modos são ressonantes, o qual é conhecido como TROPO (triple resonant OPO). De fato em trabalhos do grupo, como no caso de [47, 55], foram estudadas as propriedades do TROPO com meios não lineares $\chi^{(2)}$ e $\chi^{(3)}$ respectivamente. Na presente tese construímos um OPO duplo-ressonante (DROPO) em

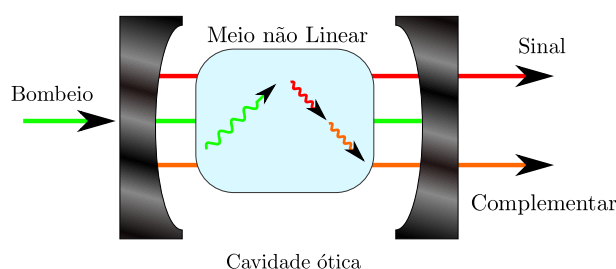


Figura 2.11 – Esquema geral de um oscilador paramétrico óptico OPO. Retirado de [33]

que o feixe de bombeio entra na cavidade, estimula o processo de mistura de quatro ondas e é expulso sem ressonar.

Nós escolhemos o processo de mistura de quatro ondas nos átomos de rubídio, observando os resultados promissores na literatura. No trabalho de C. F. McCormick *et al.* [13], foram obtidos níveis de compressão de -3.5dB (-8.1dB com correções), fazendo uso da amplificação paramétrica por mistura de quatro ondas em vapor quente dos isótopos de ^{85}Rb e ^{87}Rb . Além disso, foram observadas velocidades de propagação ultra-lentas de pulsos em átomos quentes no trabalho de V. Boyer *et al.* [14]. Medidas de emaranhamento com base na mistura de quatro ondas foram feitas recentemente, como no caso do trabalho de de V. Boyer *et al.* [15], em que foi medido o emaranhamento em imagens. Um outro exemplo de medição de emaranhamento corresponde à violação da inequação de Cauchy-Schwarz no regime macroscópico, como feito no trabalho de A. M. Marino *et al.* [16]. Esses experimentos mostram a versatilidade dos átomos como geradores de campos quanticamente correlacionados e candidatos a memórias quânticas.

Devido aos altos ganhos obtidos e a existência de correlações quânticas nesses sistemas, projetamos uma cavidade OPO bastante aberta, com os átomos de rubídio como meio não linear. No entanto, esta não é a primeira tentativa de realizar um OPO baseado em mistura de quatro ondas em átomos alcalinos. Recentemente, nos trabalhos de [17, 18, 19], empregando uma célula de vapor com abundância natural dentro de uma cavidade, foram gerados simulta-

neamente feixes acima do limiar de oscilação separados por 6.1 GHz (para o ^{85}Rb) e 13.6 GHz (para o ^{87}Rb). As primeiras evidências de campos quanticamente correlacionados neste tipo de OPO foram obtidas em um sistema com dois bombeios simultâneos, gerando assim campos fracos acima do limiar de oscilação. O fluxo de fótons de cada campo, estimado na ordem de 10^7 fótons/segundo, foram medidos com fotodiodos de avalanche, limitando a exploração das características quânticas a violações das desigualdades de Cauchy-Schwarz [20]. Em outro exemplo, foram observados feixes correlacionados em um OPO uni ressonante SROPO (*single resonant* OPO) fazendo uso de uma cavidade aberta para o feixe conjugado [21]. Não obstante, não tem sido demonstradas correlações do tipo quântico em cavidades auto-oscilantes. De fato, nas referências [17, 19], foram reportadas medidas de correlações de intensidade, porém elas não foram fortes o suficiente para chegar ao limite quântico. Nosso propósito é demonstrar a geração de feixes quanticamente correlacionados a partir de um OPO duplamente ressonante acima do limiar de oscilação usando um meio não linear χ^3 , baseado no processo de mistura de quatro ondas, empregando uma célula de vapor de átomos alcalinos quentes dentro de uma cavidade. Um exemplo deste processo de produção de correlações quânticas pode ser visto a seguir.

2.4.1 Geração de fótons gêmeos por um OPO não degenerado (Modelo corpuscular)

O modelo a seguir, proposto por S. Reynaud [48], prediz o comportamento do ruído medido na variância da diferença de intensidades dos feixes gêmeos gerados por um OPO duplamente ressonante. Este pode ser aplicado indistintamente do tipo de fonte dos fótons gêmeos. No modelo corpuscular os fótons são considerados como partículas, e será usado para compará-lo com nossos dados experimentais. A geração dos fótons pelo OPO é por pares e cada um desses pares é emitido simultaneamente, onde os tempos de emissão são considerados distribuídos aleatoriamente. Denotamos A a taxa meia de emissão por pares. Cada um dos fótons que encontra-se na cavidade do OPO tem uma probabilidade de ser refletido pelo espelho de saída da cavidade igual a R , e como consequência uma probabilidade de ser transmitido T com $R + T = 1$. Com essas suposições, fazemos o cálculo do espectro de emissão $S_I(\omega)$

$$S_I(\omega) = \frac{1}{\Delta t} \langle |\bar{I}(\omega)|^2 \rangle \quad (2.4.1)$$

sendo este dependente da variância do valor médio da intensidade I dependente da frequência angular ω , cuja transformada de Fourier é

$$\bar{I}(\omega) = \int_{\Delta t} I(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.4.2)$$

em que Δt corresponde a um tempo de integração muito maior do que qualquer um outro tempo característico do sistema. Estamos interessados na diferença de intensidade $I(t) = I_1(t) - I_2(t)$. Nesse caso estamos considerando que cada um dos feixes gerados pelo OPO é dirigido para dois fotodetetores que irão medir a intensidade individual dos feixes e fazem a diferença eletrônica dos valores medidos.

O OPO gera dos feixes 1 e 2, em que um fóton do feixe 1 irá refletir um número κ_1 de vezes dentro da cavidade antes de ser emitido, e um fóton do feixe 2 reflete um número κ_2 de vezes antes de sair da cavidade. O valor $I(t)$ corresponde ao valor medido instantâneo

$$I(t) = \delta(t - (t_0 + \kappa_1\tau)) - \delta(t - (t_0 + \kappa_2\tau)) \quad (2.4.3)$$

em que t_0 corresponde ao primeiro fóton detectado e τ é o tempo em que o fóton da uma volta dentro da cavidade, sendo δ a delta de Dirac. Obtemos o valor da transformada de Fourier $\bar{I}(\omega)$

$$|\bar{I}(\omega)|^2 = 2[1 - \cos((\kappa_1 - \kappa_2)\omega\tau)] \quad (2.4.4)$$

Para calcular $S_I(\omega)$, somamos as contribuições da Eq. (2.4.4) com o peso de probabilidade TR^{κ_1} e TR^{κ_2} de que os fótons 1 e 2 sejam gerados depois de serem refletidos dentro da cavidade um número κ_1 e κ_2 , e multiplicando pelo número de emissões de pares de fótons no intervalo de integração $A\Delta t$

$$S_I(\omega) = 2A \sum_{\kappa_1=0}^{\infty} \sum_{\kappa_2=0}^{\infty} (TR^{\kappa_1})TR^{\kappa_2} [1 - \cos((\kappa_1 - \kappa_2)\omega\tau)] \quad (2.4.5)$$

A soma converge na função periódica de Airy,

$$S_I(\omega) = 2A \left[1 - \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos \omega\tau} \right]. \quad (2.4.6)$$

Como resultado vemos que na frequência $\omega = 0$ é suprimido o ruído de fótons. De fato o ruído é suprimido quando a frequência é múltipla do intervalo espectral livre (Free spectral Range-FSR) $\Omega = 2\pi/\tau$. Para valores de Finesse altos ($T \ll 1$), a função de Airy é aproximada a uma

função Lorentziana

$$S_I(\omega) = \frac{2A(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (2.4.7)$$

onde $\tau_c = \tau/T$ é o tempo médio dos fótons dentro da cavidade. Este resultado é uma base do que esperamos ver no espectro de ruído gerado na saída do nosso OPO, e que deverá ser modificado para incluir a eficiência quântica de detecção.

Parte II

Desenvolvimento e resultados

Capítulo 3

Instrumentação

O processo de mistura de quatro ondas fazendo uso de vapor atômico como meio não linear gera compressão de ruído, como mostrado experimentalmente no trabalho de C.F. McCormick *et al.* [13]. Especificamente, os feixes de prova e conjugado apresentam compressão de ruído na diferença de intensidade. Com o fim de reproduzir a mistura de quatro ondas, usamos um laser de diodo como feixe de prova e o laser de titânio-safira como feixe de bombeio. Por tal motivo, nessa seção falaremos da construção e adequação dos lasers de diodo e do titânio-safira, realizando assim a montagem e obtenção da mistura de quatro ondas com semente. Tudo isso como etapa prévia à construção do OPO.

O único laser na operação final do OPO será o laser de bombeio conhecido como Titânio-Safira, isto como consequência das propriedades do ruído que esse laser apresenta. Com o fim de realizar a medida das flutuações de ruído de feixes de luz gerados pelo OPO, no final do capítulo falaremos do processo experimental de calibração do *Shot-Noise*. Nosso sistema experimental corresponde a duas etapas independentes para medição de compressão e para reconstrução da matriz de covariância, motivo pelo qual usamos dois modelos diferentes de fotodetetores, *FND-100GH-Silicon PIN* e *FirstSensor PIN PD PC10-7 TO*, que são caracterizados. Finalmente, realizamos a caracterização do nível de coerência do Titânio-Safira.

3.1 Laser de prova: laser de diodo

O laser de diodo foi usado na obtenção da mistura de quatro ondas com semente, porém não é usado no esquema experimental do OPO. Esse laser de diodo foi construído no transcurso do meu mestrado [33] sendo usado aqui, na presente tese, com uma montagem experimental melhorada. Realizamos a montagem de um diodo laser da Toptica Photonics no comprimento de onda próximo de 785 nm. Em experiências de física atômica, diodos lasers da família GaAs,

os quais emitem luz nos comprimentos de onda ao redor do infravermelho e vermelho, são usados comumente no momento de fazer espectroscopia [56, 57, 58]. Diodos laser do tipo usado no nosso sistema tem uma dupla heteroestrutura, com um pequeno guia de onda de comprimento S , como na Fig. 3.1. O meio ativo $Al_xGa_{1-x}As$ tem um índice de refração maior em comparação ao recobrimento, possibilitando uma emissão do laser guiada. Na parte direita, é possível observar um espectro comum de um diodo laser obtido com uma cavidade Fabry-Perot de 13.7 GHz de FSR, valor tomado segundo os fabricantes. O modo principal do diodo laser é mais do que 100 vezes maior em relação ao modo mais próximo [57]. É importante dizer que o comprimento de onda dele depende também da temperatura, motivo pelo qual foi necessário ter um controle de temperatura eletrônico para o sistema do diodo.

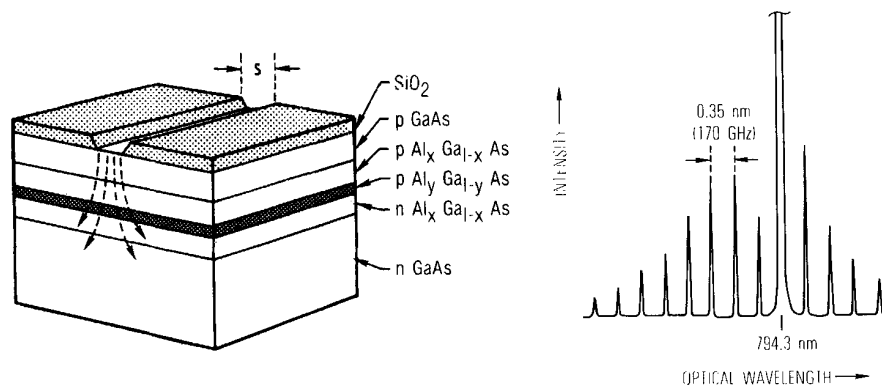


Figura 3.1 – Exemplo da estrutura de um diodo laser. Na esquerda é possível apreciar uma heteroestrutura com uma guia de onda que gera o laser. Na direita um espectro de alta resolução que mostra que o laser é praticamente monomodo. Retirado de [57]

Resumimos aqui o processo para construir um laser de diodo sintonizável que atinja o comprimento de onda 795 nm que corresponde à linha D_1 dos átomos de rubídio. O laser de diodo semiconductor **LD-0785-P200-1** pode gerar uma potência máxima de 90mW no comprimento de onda de 785 nm a uma temperatura ambiente de 25.0 °C. Ele pode trabalhar entre os comprimentos de onda de 780 e 790 nm, mudando a corrente de alimentação e a temperatura. Na Fig. 3.2 observamos a montagem do laser de diodo composta pelo diodo anteriormente mencionado, que está localizado dentro de um colimador. Com uma rede de difração e resfriando o sistema até atingir a temperatura de aproximadamente 9.5 °C, o feixe de luz gerado pelo diodo é dirigido sobre uma rede de difração. Essa temperatura de resfriamento não é única e depende do diodo usado. A rede de difração divide espacialmente o feixe em diferentes ordens, as quais se diferenciam pelo comprimento de onda segundo a difração de Bragg [30]. Um parafuso micrométrico é usado para ajustar o ângulo no qual a ordem -1 se dirige. Usamos a configuração Littrow [59], obtendo uma retroalimentação no diodo, gerando assim um laser que é sintonizável no comprimento de onda desejado de 795 nm, forçando a operação do diodo

ao redor deste comprimento de onda. As instruções detalhadas para a construção do laser estão nas referências [58, 59].

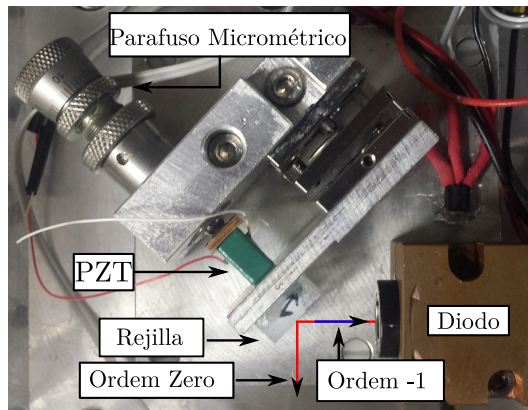
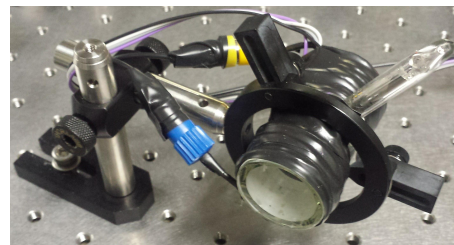
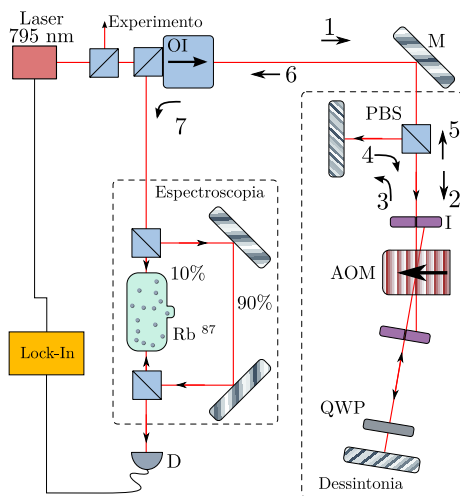


Figura 3.2 – Montagem do laser de diodo sintonizável ao redor do comprimento de onda 795nm. É possível distinguir o diodo, parafuso micrométrico, rede de difração e PZT. O feixe gerado de baixa potência será usado como feixe de prova. Retirada de [33]

O processo de mistura de quatro ondas acontece fora da ressonância atômica (ver Fig. 2.5a), como consequência é preciso dessintonizar o laser em relação a uma linha hiperfina de absorção. Dividindo o feixe em duas partes, fazemos atravessar uma amostra de baixa potência por um Modulador Acusto-ótico (Acusto-Optic Modulator) modelo 3200-124 de 200 MHz de frequência central da Crystal Technology. Inc., que trabalha na faixa de 780-850 nm. Um modulador acusto-ótico é um aparelho constituído por um cristal, geralmente de dióxido de telúrio (TeO_2), o qual é submetido a um sinal periódico acústico de alta frequência. Esse sinal de alta frequência gera uma frente de onda acústica aproximadamente plana que modifica o índice de refração do cristal periodicamente, gerando um meio periódico, de modo que o AOM trabalha baseado na difração de Bragg [30]. Ao atravessar o AOM, o feixe difrata em diferentes ordens as quais vão ter uma adição ou subtração na frequência relativa ao laser principal, que para nosso caso a ordem de difração -1 acrescenta a frequência do feixe em 250MHz. As ordens de difração são separadas espacialmente, de tal jeito que é possível só escolher uma das ordens, obstruindo o caminho das outras. Nos trabalhos de [13, 28], a frequência de dessintonia em relação a uma linha de absorção hiperfina foi aproximadamente 1 GHz. Pela ausência física de um AOM dessas características, foi usado um esquema experimental de quatro passagens (ver Fig. 3.3). O esquema de dessintonia usado com o AOM é também usado com o laser de bombeio titânio-safira.

3.1.1 Espectroscopia de absorção saturada

Modificando os parâmetros de corrente e temperatura do diodo, conseguimos deixar o laser monomodo, o qual é monitorado constantemente por uma cavidade Fabry-Perot comercial externa de 1GHz de FSR. Em seguida usando o AOM dessintonizamos o laser que irá para o experimento central dessintonizado +1GHz em relação ao laser que será usado para o travamento. Precisamos constatar duas coisas. Em primeiro lugar, que o laser esteja no comprimento de onda desejado, o qual corresponde as proximidades de 795nm, em seguida, que esse comprimento de onda fique constante durante um tempo apreciável. Os átomos de rubídio, além do meio para produzir a mistura de quatro ondas, são uma ótima forma de ter certeza que o laser está nas proximidades de 795nm. Fazendo uso de um visor de infravermelho podemos observar diretamente o feixe de luz sendo absorvido e reemitido pela célula de rubídio previamente aquecida. Fazer uma espectroscopia de absorção saturada [45, 59] é comumente usado para medir o comprimento de onda gerado pelo laser e logo após usar essa sinal eletrônico adquirido para realizar um processo de travamento no comprimento de onda dado por alguma das possíveis transições hiperfinas. Usamos uma célula preenchida com isótopos de rubídio 85 e



(a) Dessintonia seguida da absorção saturada. Isolador óptico (OI), cubo polarizador (PBS), AcustoOptic modulator (AOM), lamina de onda $\lambda/4$ (QWP). Os numeros mostram o percurso do feixe para realizar a quadrupla passagem pelo AOM. Detalhes na ref. [33]

(b) Célula de Rubídio preenchida com os isótopos 85 e 87. A célula é aquecida fazendo passar uma corrente por um fio resistivo e usada na absorção saturada, a uma temperatura de aproximada de 97^oC.

Figura 3.3 – Montagem para dessintonia seguida da absorção saturada. Os números mostram o caminho percorrido pelo laser para ser dessintonizado e logo passar pela absorção saturada.

87, que foi aquecida com um fio resistivo que envolve a célula e que está ligado a uma fonte DC de corrente, como na Fig. 3.3 (b). Mediante o uso de cubos PBS deixamos passar em torno de 10% da potência que atravessará a célula e será detetada, e os 90% restantes serão desviados

em direção contra propagante. O 90% da potência saturam os átomos, conseguindo assim que no detector seja possível distinguir o espectro saturado do rubídio 85 e 87 na linha D1 com as linhas hiperfinas de absorção.

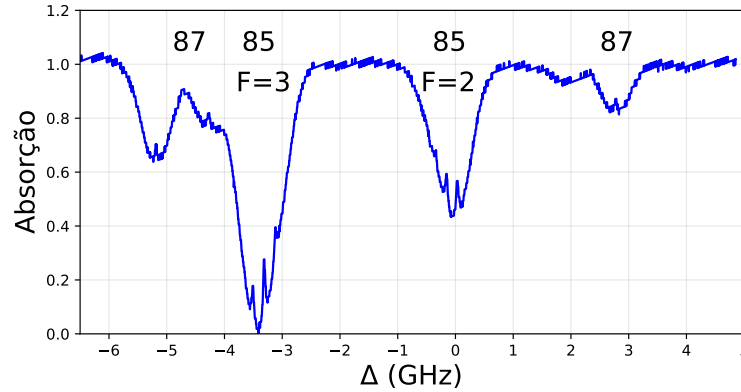


Figura 3.4 – Espectroscopia de absorção saturada para o rubídio 85 e 87 na linha D1. Comparação feita com os valores na literatura (Fig. 2.1 e Fig. 2.2). O zero da frequência refere-se à transição $F2 \rightarrow F3$ do ^{85}Rb

Podemos ver no espectro ilustrado na Fig. 3.4 todas as possíveis transições hiperfinas partindo dos níveis hiperfinos $5S_{1/2}(F=1)$ e $5S_{1/2}(F=2)$ para o Rubídio 87, e dos $5S_{1/2}(F=2)$ e $5S_{1/2}(F=3)$ para o Rubídio 85. Além disso, notamos os picos de *crossover*. Com uma cavidade comercial de 1GHz de FSR foi possível obter a escala do gráfico.

3.2 Laser de bombeio: laser titânio-safira

O laser *Ti:Sapphire* ou Titânio-Safira gera uma alta potência da ordem de 1 W, sendo usado como feixe de bombeio. Um laser desse tipo emite luz vermelha e próxima ao infravermelho, o qual pode ser sintonizado dentro da faixa de 650 nm até 1100 nm. Seu nome refere-se ao meio de ganho que encontra-se dentro de uma cavidade do tipo *bow-tie* esquematizado na Fig. 3.5. Na Fig. 3.6 mostramos duas fotos do laser real usado no experimento. O meio de ganho é um cristal de safira (Al_2O_3) dopado com íons de titânio [60]. A cavidade é bombeada com o laser Coherent Verdi-18 no comprimento 532 nm com aproximadamente 8 W de potência, e na saída é gerada luz no comprimento 795 nm com 1 W aproximadamente. Nosso titânio-safira é um projeto doméstico construído no LMCAL. A cavidade está composta, além do cristal, pelos seguintes elementos:

- Dois espelhos planos, um dos quais é usado como porta de saída do laser gerado no comprimento desejado e o outro está colado a um atuador piezoelétrico PZT que irá se deslocar mediante a aplicação de um sinal externo. Comumente deslocando $10 \mu\text{m}$, permite varrer 25 FSR da cavidade de 1 m, ou seja 7.5GHz.

- Dois espelhos esféricos, altamente refletivos no comprimento infravermelho sendo um deles usado como porta de entrada do laser de bombeio. Os espelhos são esféricos para conseguir fazer o ajuste do modo dentro da cavidade e que seja estável.
- Um filtro birrefringente (Filtro de Lyot) feito por um material anisotrópico. Um material desse tipo tem características como elasticidade, condutividade, velocidade de propagação da luz as quais variam dependendo da direção espacial. Essa anisotropia gera a birrefringência ou dupla refração, fazendo assim que um feixe incidente seja desdobrado em dois raios linearmente polarizados [30, 61]. O filtro permite sintonizar a frequência do laser com uma precisão de milésimo de nanômetro, ao redor de 50GHz.
- Um etalon, o qual é usado em conjunto com um esquema eletrônico para fazer um pré-travamento do laser no comprimento de onda desejado. Ele é uma lâmina de vidro delgada que funciona como uma Fabry-Perot, e pela sua largura tem um FSR da ordem de GHz. O filtro de Lyot não é suficiente para garantir que o laser trabalhe monomodo, o que o etalon garante com uma seleção na faixa de múltiplo de seu FSR.
- Um diodo ótico, que é responsável pela oscilação do laser em apenas uma direção, desbalanceando os ganhos dos modos contrapropagantes.

Fazendo um pré-travamento no etalon e aplicando um sinal no PZT, gera-se o espectro de absorção saturada do rubídio 85 e 87 (como o da Fig. 3.4), e fazendo uso de um sistema de travamento, controlamos a emissão do laser no comprimento de onda desejado. Para mais informação do laser Titânio-Safira ver as referências[60, 61]

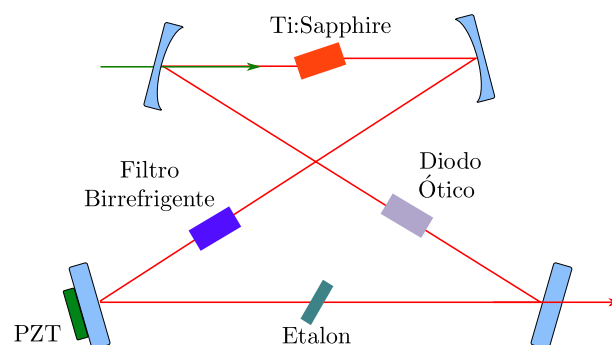


Figura 3.5 – Esquema de laser de titânio-safira usado na configuração de uma cavidade ótica tipo *bow-tie* sintonizável.

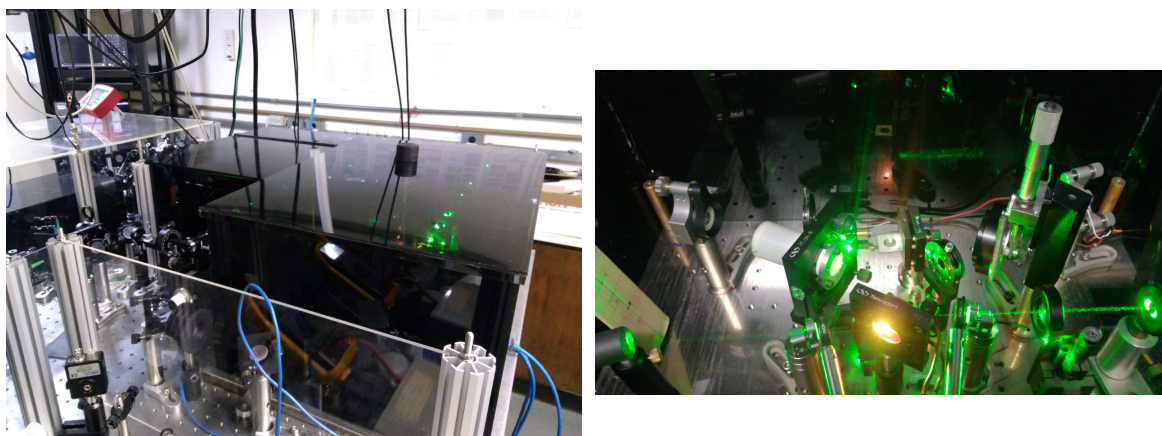


Figura 3.6 – Laser de titânio-safira real usado como laser principal do experimento. O laser está isolado dentro de uma caixa que protege ele da sujeira do ambiente e tem um fluxo contínuo de ar seco para manter limpos todos os componentes do laser. Além disso tem um fluxo contínuo de água para resfriar o cristal de titânio-safira.

3.3 Montagem e obtenção da mistura de quatro ondas com semente

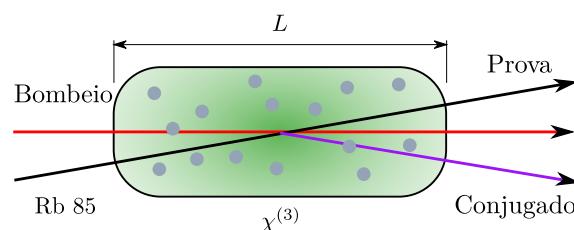
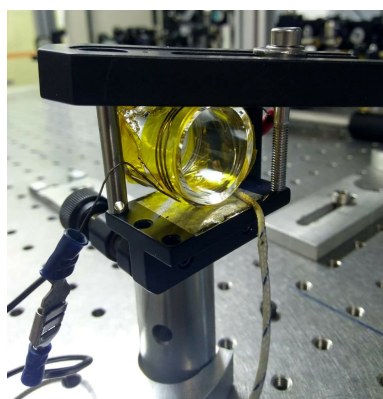


Figura 3.7 – (Esquerda) Célula de 25mm preenchida com o isótopo de Rb 85 usada para obtenção da mistura de quatro ondas e que será usada dentro da cavidade do OPO como meio de ganho. Essa célula tem tratamento anti refletor (*coating*) nas janelas de entrada e saída. (Direita) O feixe de bombeio de alta potência é dirigido na célula de rubídio e um segundo feixe de prova com potência reduzida forma um pequeno ângulo com o primeiro feixe. O processo de FWM acontece ao ser amplificado o feixe de prova e ser gerado o feixe conjugado. Cada feixe é dirigido a um detector.

A montagem do processo paramétrico de mistura de quatro ondas em vapor de rubídio é uma réplica da montagem proposta por C.F. McCormick *et al.* [13] e foi feita no percurso do meu mestrado [33] e otimizada no percurso do doutorado. No começo do ano 2019 o laboratório obteve células preenchidas com rubídio de alta pureza com só o isótopo de rubídio 85 e com janelas com tratamento anti refletor para diminuir as perdas. Na Fig. 3.7, o feixe de bombeio possui uma polarização vertical, enquanto o feixe de prova tem uma polarização horizontal. Os

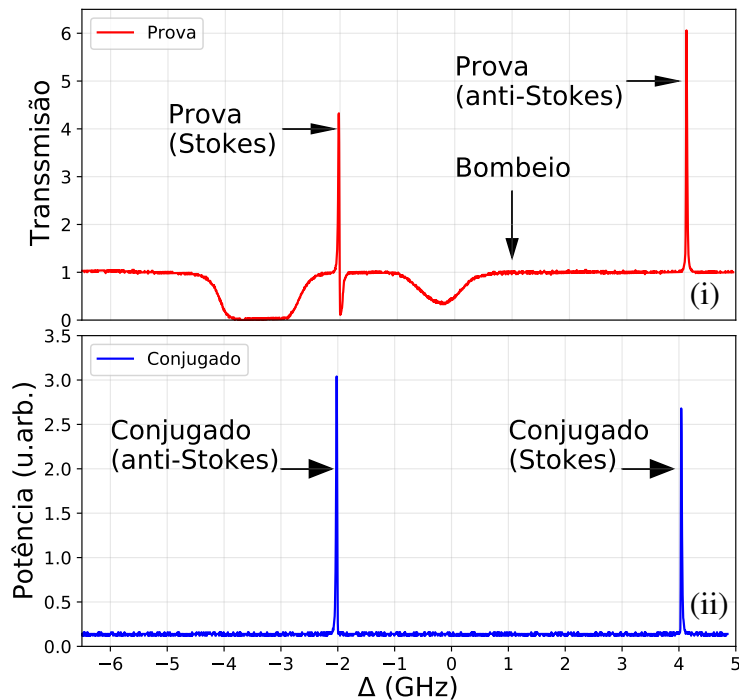


Figura 3.8 – Obtenção do fenômeno de Mistura de Quatro Ondas experimental. (i) Espectro de absorção do feixe de prova onde é possível distinguir o feixe de bombeio e a amplificação do feixe de prova nos canais Stokes ($\Delta = -2\text{GHz}$) e anti-Stokes ($\Delta = +4\text{GHz}$). (ii) O feixe conjugado no mesmo instante da amplificação da prova e adquirido num outro detector. Foi reproduzido o resultado experimental de C.F. McCormick *et al.* [13] e nosso calculo teórico Fig. 2.6 reproduz o resultado experimental. O canal Stokes tem uma frequência de -3GHz em relação ao bombeio, e o canal anti-Stokes tem uma frequência de +3GHz acima da frequência do bombeio.

feixes são separados espacialmente por um polarizador. Logo após a separação, dois detectores medem independentemente os feixes de prova amplificado e o feixe conjugado. É importante perceber que existe um pequeno ângulo entre os feixes de bombeio e sinal, isso com o fim de ter casamento de fase. Um estudo mais amplo sobre a dependência casamento de fase no ganho do sistema e nos valores de *squeezing* do sistema estão no trabalho de M. T. Turnbull *et al.* [62]. Geralmente o ângulo de tolerância para obter a amplificação paramétrica está ao redor de 0.5° entre prova e bombeio. Como pode se apreciar na Fig. 3.8(i), notamos que entre as faixas de -4 até -3 e -1 até 1 GHz aparecem duas regiões de absorção que correspondem às transições $F = 3 \rightarrow F'$ e $F = 2 \rightarrow F'$ respectivamente. Pela ausência de outras regiões de absorção podemos concluir que de fato a célula contém majoritariamente o isótopo 85, não sendo detectado nenhum traço de ^{87}Rb . O laser de bombeio, com uma potência máxima de 1 W, é gerado pelo laser de titânio-safira, dessintonizado para o azul da transição ^{85}Rb $F = 2 \rightarrow F' = 3$ em aproximadamente $\Delta = 1$ GHz. Com ajuda do laser de diodo de baixa potência (40mW) que chamaremos de prova, fazemos uma varredura na faixa de 12GHz o que permite diferenciar a amplificação do prova quando ele entra pelo canal Stokes (na dessintonia de -2GHz) ou anti-

Stokes (na dessintonia de +4GHz). Obtivemos o processo de mistura de quatro ondas cujo ganho nesse caso é de 4 e 6 nos canais Stokes e anti-Stokes no feixe de prova, respectivamente. No segundo detetor, Fig. 3.8(ii), podemos observar a geração do feixe conjugado no canal oposto de amplificação do feixe de prova, anti-Stokes em -2GHz e Stokes em +4GHz.

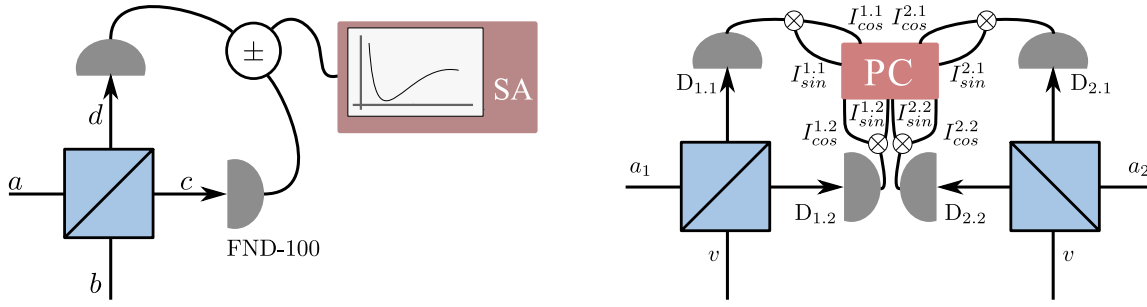
O feixe de prova só é usado para conferir a pureza da célula e como semente para a mistura de quatro ondas em espaço livre. Notemos que não será usada nenhuma semente na construção do OPO. Foi reproduzido o resultado experimental de C. F. McCormick *et al.* [13] e nosso cálculo teórico (Fig. 2.6) reproduz o resultado experimental.

3.4 Calibração do shot noise

O feixe de luz gerado pelo laser Titânio-Safira é reconhecido na literatura por ter propriedades muito próximas de um estado coerente, e para medir essas propriedades temos que fazer a medida do ruído do laser. Como falamos anteriormente, ao usar um esquema de detecção balanceada podemos realizar a soma ou subtração das fotocorrentes, como mostrado na Fig. 3.9. Ao realizar a subtração obtemos o ruído do estado coerente de vácuo, o qual é independente do estado de entrada. Ao realizar a soma obtemos o ruído do feixe que queremos estudar. Finalmente podemos comparar esse ruído do campo medido com o ruído do estado coerente de vácuo. Precisamos inicialmente caracterizar a resposta dos fotodetetores como função da potência de entrada. Essa resposta dá a informação da faixa de potências de luz e frequências de análise em que nossa medida é confiável. Nesse trabalho usamos dois tipos de fotodiodos: o FND-100 e o FirstSensor para duas configurações experimentais diferentes, alimentados a 70 V. A primeira configuração tem como objetivo medir correlações de intensidade. A segunda configuração tem como objetivo, junto com a rotação de elipse feita mediante uma cavidade de análise, medir correlações de amplitude e de fase para assim realizar a reconstrução da matriz de covariância do sistema. Para qualquer um dos dois casos, para cada detector medimos o valor meio da fotocorrente DC e a componente de alta frequência HF que é previamente amplificada. Sendo assim qualquer uma das fotocorrentes obtidas representada por $I_i = \langle I_i \rangle + \delta I_i$, com $\langle I_i \rangle$ o valor médio DC e δI_i a flutuação HF. O laboratório LMCAL tem circuitos caseiros que permitem fazer essa separação em frequências.

3.4.1 Calibração fotodiodos FND-100

A medida de correlações de intensidade será feita com um esquema de detecção balanceada, como mostrado na Fig. 3.9a. Usamos dois fotodiodos FND-100 para medição das correlações na quadratura subtração de intensidade. O analisador de espectro é usado com uma



(a) Detecção balanceada. Modos de entrada a e b e de saída c e d que serão somados ou subtraídos dependendo do caso. Nesse exemplo, o modo b representa o vácuo. São usados dois detectores FND100, cuja fotocorrente é somada ou subtraída e enviada no analisador de espectro (Spectrum analyzer-SA)

(b) Detecção balanceada para dois modos a_1 e a_2 . O modo do vácuo é representado por v . São usados quatro detectores FirstSensor, cuja fotocorrente é enviada diretamente na aquisição computacional. Não é usado o analisador de espectro pela limitação de canais de entrada.

Figura 3.9 – Esquema para calibração de ruído usando dois fotodiodos FND100 e quatro fotodiodos Firstsensor

resolução de largura de banda (Resolution Band Width) RBW de 100KHz e uma largura de banda de vídeo (Video Band Width) VBW de 1 KHz. Temos uma eficiência quântica de 83%, contando as perdas óticas e de detecção.

Nesse ponto vale reescrever a Eq. (1.2.17), $\Delta^2 N_- = |\alpha|^2 \Delta^2(\delta x_b^{\phi_a})$, que relaciona a variância da diferença de intensidade de dois feixes balanceados em potência $\Delta^2 N_-$, com a variância da quadratura do campo de vácuo $\Delta^2(\delta x_b^{\phi_a})$. Esse valor corresponde ao ruído quântico padrão (SQL) que precisamos calibrar, para assim fazer uso da Eq. (1.2.6), $S = \langle \delta \hat{N}_a \delta \hat{N}_a \rangle / \langle \hat{N}_a \rangle$, a qual irá comparar o ruído medido com o ruído quântico padrão. Na Fig. 3.10

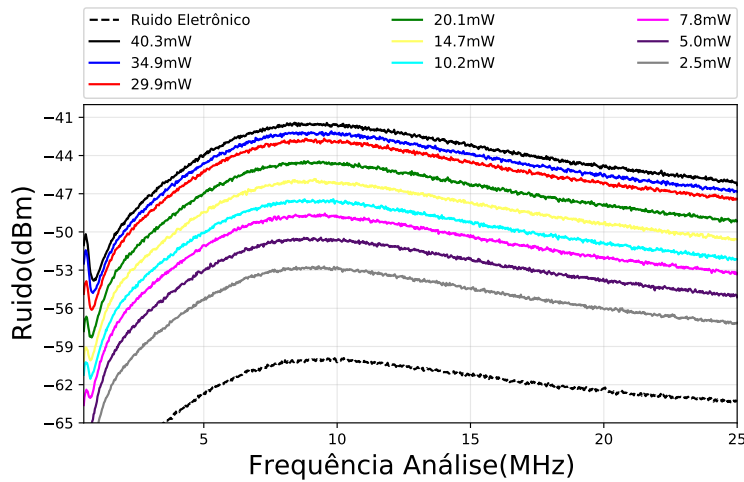


Figura 3.10 – Ruído em unidades de dBm em função da frequência de análise. Calibração do Shot Noise com os fotodetectors FND100. Dados tomados diretamente sem ter sido tratados.

observamos a variância medida no analisador de espectro como função da frequência de análise para distintos valores de potência do feixe na faixa de 2 até 40mW. Aquele conjunto de da-

dos com potência menor em dBm corresponde ao ruído eletrônico de nossa cadeia de detecção quando não chega luz nos detetores. Como esperado, o ruído aumenta à medida que aumenta a potência medida. Se selecionamos uma frequência de análise específica, por exemplo 7MHz, obtemos a Fig. 3.11 em que temos um comportamento linear à medida que aumentamos a potência. Duas coisas são importantes para dizer nesse ponto. Primeiro o valor do ruído vai para zero à medida que a potência se aproxima a zero, o que é esperado como pode se apreciar na Eq. (1.2.6). Os valores que apresentamos foram corrigidos ao ser subtraído o ruído eletrônico para cada caso. Segundo, a potência máxima dos feixes gêmeos gerados pelo OPO é muito maior do que 40 mW, porém nossa limitação é na medida. O comportamento deixa de ser linear para valores de potência acima de 40 mW e temos perigo de queimar os fotodiodos ou incorrer em erros de interpretação. Todas nossas medidas foram feitas até um valor máximo de potência de 40mW, sendo 20mW para cada detetor FND100.

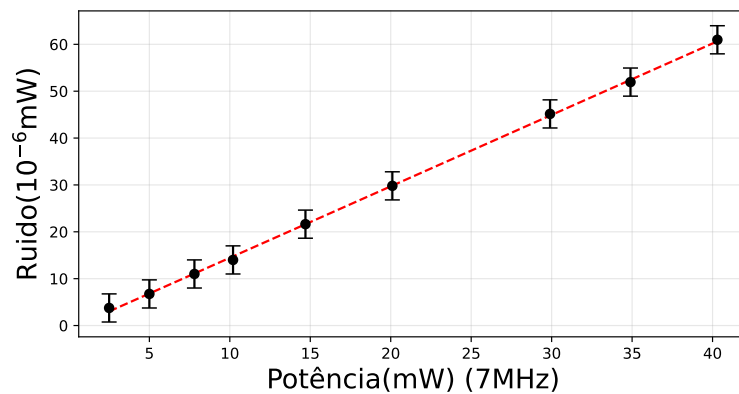


Figura 3.11 – Calibração *Shot-Noise* para os fotodetetores FND100 na frequência de análise de 7MHz, mostrando um comportamento lineal.

3.4.2 Calibração fotodiodos FirstSensor

Usamos quatro fotodiodos FirstSensor para medição de correlações em amplitude e fase, logo após à rotação de elipse feita pela cavidade de análise. Nosso esquema experimental muda, como podemos observar na Fig. 3.9b. Cada um dos dois modos é dirigido numa detecção balanceada separada. Chamamos os fotodetetores da primeira detecção balanceada como $D_{1.1}$ e $D_{1.2}$, e para a segunda como $D_{2.1}$ e $D_{2.2}$. Cada fotocorrente é dividida em duas partes, e demodulada em uma frequência de análise Ω com uma diferença de fase $\pi/2$ entre as duas demodulações, como mostrado em Fig. 3.9b e em Fig. 1.7. A diferença do caso anterior, em que temos dois sinais HF que são subtraídos antes de serem demodulados, aqui os sinais HF são processados computacionalmente em separado, o que permite realizar qualquer operação entre as diferentes fotocorrentes. Desse jeito obtemos um total de quatro sinais DC e oito sinais

HF. Cada uma das oito fotocorrentes demoduladas tem a presença de ruído eletrônico associado a cada cadeia de demodulação, o qual tem que ser corrigido. Podemos pensar cada fotocorrente HF como δI_m medida como $\delta I_m = \delta I_r + \delta e$, em que δI_r é a fotocorrente real a qual queremos ter acesso mais uma parte associada as flutuações que levam ao ruído eletrônico δe , em que $\langle \delta e \rangle = 0$. A fotocorrente δI_r tem relação com a parte DC $|\alpha|^2$ e as flutuações da quadratura $\delta \hat{x}^\phi$ mediante $\delta I_r = \delta \hat{N} = |\alpha| \delta \hat{x}^\phi$. Realizamos o cálculo da variância de cada uma das fotocorrentes δI_m e subtraímos o ruído eletrônico, para assim obter a relação $\Delta^2(\delta I_r) = \Delta^2(\delta I_m) - \Delta^2(\delta e)$. Rescrevendo em função de parte DC obtemos $\Delta^2(\delta I_m) - \Delta^2(\delta e) = |\alpha|^2 \Delta^2(\delta \hat{x}^\phi)$. Como podemos observar na Fig. 3.12, realizamos uma calibração das fotocorrentes I_{cos} e I_{sin} para os quatro detectores, calculando a variância do sinal HF medido subtraindo a variância do eletrônico, como função do valor meio do sinal DC $|\alpha|^2$. Para o exemplo na Fig. 3.12, realizamos uma demodulação na frequência de 10MHz. Observamos que o comportamento é linear até valores de 2.5V para os oito sinais, motivo pelo qual realizaremos nossas medidas de rotação de elipse até valores máximos de potência que correspondem a esse voltagem. Como a potência da

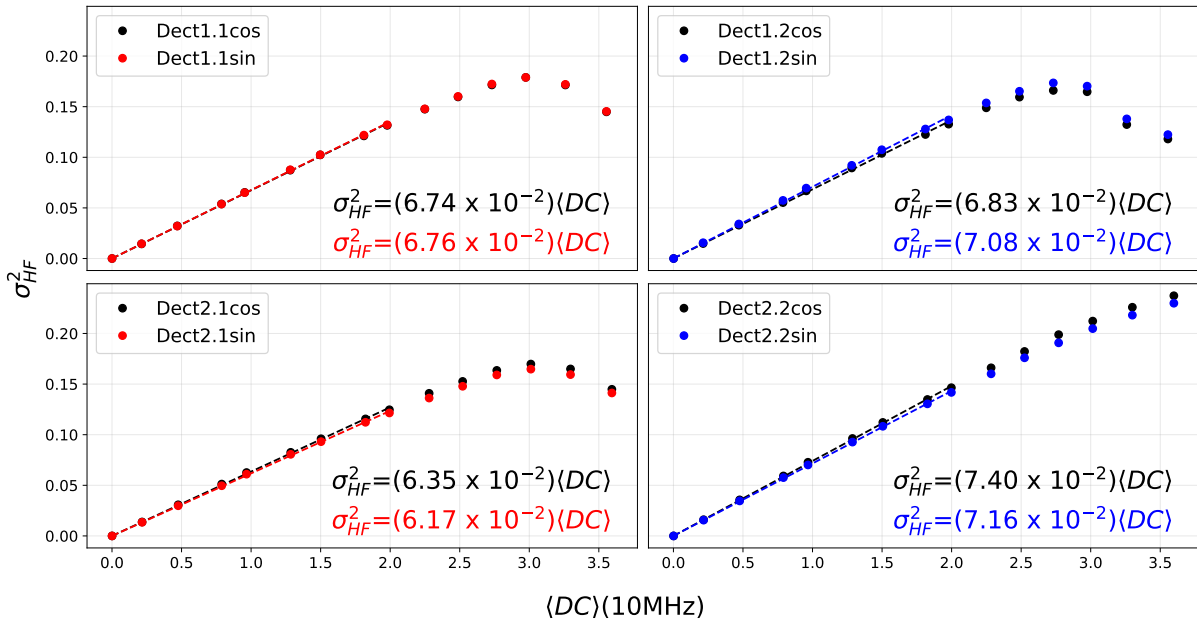


Figura 3.12 – Variância do sinal HF em função do valor meio do DC na frequência de análise de 10MHz para os fotodetectors FirstSensor, mostrando um comportamento lineal até o valor de 2.5V. Sinais independentes demodulados em quadratura sin e cos.

luz que chega nos dois detectores que correspondem à mesma detecção balanceada é a mesma, é esperado que a resposta HF seja idêntica à medida que a potência varia, o qual claramente não acontece na Fig. 3.12. Observemos que o comportamento do $D_{1,1}^{cos}$ não é idêntico ao $D_{1,2}^{cos}$, motivo pelo qual temos que realizar um ajuste no ganho do sinal HF para que tenham resposta idêntica. Na Fig. 3.13 realizamos a comparação entre os sinais aos pares, obtendo assim a cons-

tante de proporcionalidade entre os dois valores de variância da fotocorrente, como por exemplo para $\Delta^2(\delta I_{cos}^{1.1}) = k^2 \Delta^2(\delta I_{cos}^{1.2})$ com $k^2 = 1,014$. Com o conhecimento da constante k que é diferente entre pares de fotocorrentes associadas a pares de detectores, conseguimos corrigir numericamente o desbalanceio eletrônico na resposta de alta frequência. Tomando como referência o sinal $D_{1.1}^{cos}$, corrigimos o sinal $D_{1.2}^{cos}$ ao multiplicar pela constante k , $\delta I_{cos}^{1.2} = \delta I_{cos}^{1.2}/k$. Para

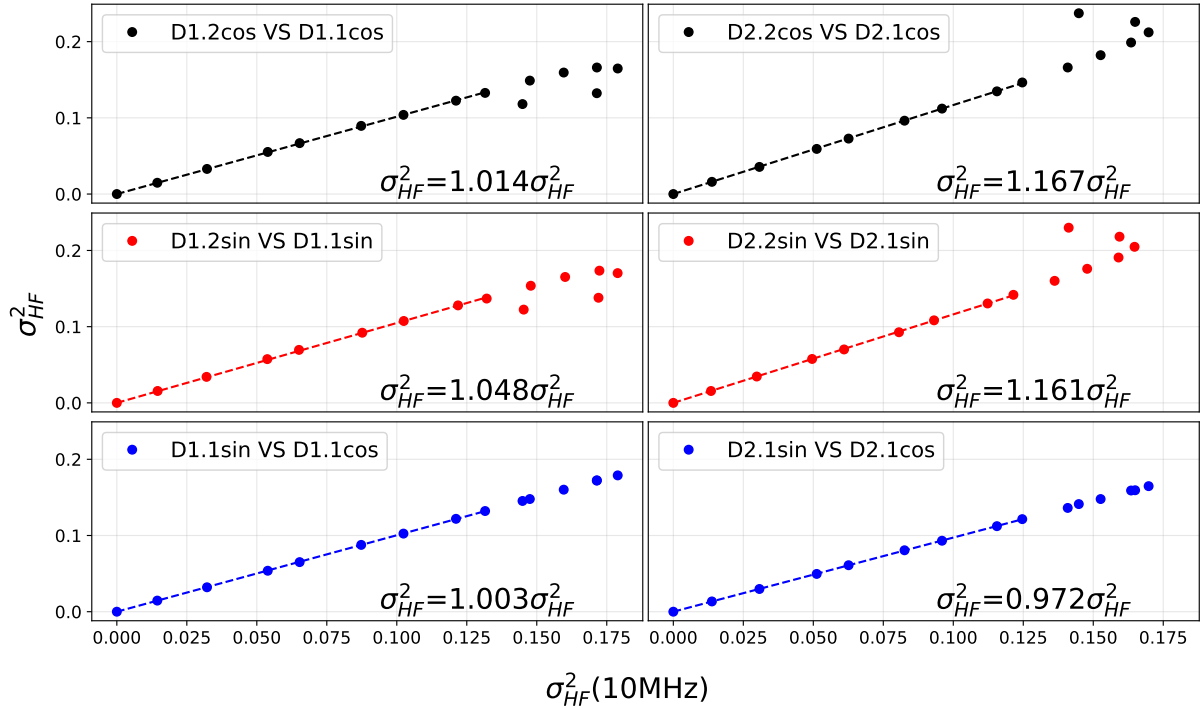


Figura 3.13 – Comparação entre as variâncias do sinal HF de dois detectores na frequência de análise de 10MHz para os fotodetetores FirstSensor, mostrando um comportamento lineal e uma relação perto do valor 1. Dados usados para correção dos valores de HF.

cada medida realizada, no momento de mudar os parâmetros do sistema com o fim de realizar sua caracterização, realizamos a calibração e correção eletrônica ao subtrair o sinal eletrônico e multiplicar pela constante k correspondente para igualar a resposta em alta frequência.

3.5 Ruído do laser titânio-safira

Logo após de realizar a calibração das fotocorrentes obtidas com os fotodetetores FirstSensor na sua resposta de alta frequência, procedemos a medir o grau de coerência do laser principal do sistema, o Titânio-safira. Para poder realizar isso, utilizamos a técnica de rotação de elipse para poder ter acesso às flutuações nas quadraturas amplitude e fase do laser. Como explicado no capítulo 1, no momento de fazer a varredura na cavidade de análise, como aquela

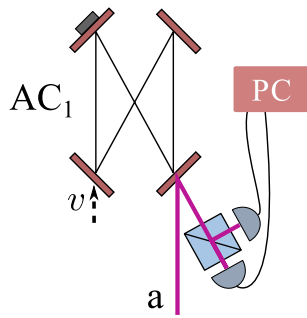


Figura 3.14 – Esquema experimental da rotação de elipse para um feixe que sai diretamente do Titânio-Safira (modo a) e dirigido numa cavidade de análise (AC_1) seguida da detecção balanceada. São usados fotodetetores FirstSensor e a fotocorrente processada computacionalmente.

representada na Fig. 3.14, podemos transportar as flutuações de fase em flutuações proporcionais às flutuações em intensidade, que são as únicas às quais temos acesso.

Levando uma parte da potência do laser titânio-safira a cavidade de análise AC_1 , dirigimos o feixe refletido num esquema de detecção balanceada. Logo após separamos cada fotocorrente obtida em cada detector em duas partes para serem demoduladas em correntes I_{cos} e I_{sin} . Realizamos a rotação obtendo simultaneamente parte DC e HF da fotocorrente, sendo varrida a cavidade de análise. Com o sinal temporal calculamos um ajuste lorentziano na Fig. 3.15(i) calculando assim a largura de banda e renormalizando a esse valor. Podemos ver que o eixo x está centrado em $\Delta = 0$ com a largura de banda unitária na faixa dos valores $\Delta = \pm 0.5$. Com o sinal DC obtemos o valor da porcentagem de reflexão na ressonância $d(\Delta = 0)$. Depois de obter as fotocorrentes e serem corrigidas ao subtrair o ruído eletrônico e corrigidas por desbalanceio do sinal HF multiplicando pela constante k , calculamos a variância da quadratura generalizada X como função da dessintonia da cavidade de análise normalizada à largura de banda $\delta\nu_{ac}$. Para os valores fora da faixa $\Delta = [-4, 4]$ temos acesso às flutuações na quadratura amplitude p . Por outra parte nos pontos $\Delta = \pm 0.5$ temos a conversão total de flutuações de fase em flutuações de amplitude, tendo acesso à quadratura q . Na Fig. 3.15(ii) observamos a variância da quadratura generalizada X , e que passa por valores q e p como explicado anteriormente, sendo esta normalizada ao *shot noise*. Podemos ver o ruído do Titânio-safira e seu valor médio em torno ao valor unitário, o que demonstra que o nosso Titânio-safira é um laser que tem comportamento coerente tanto na quadratura amplitude como a fase, na frequência de interesse em nosso trabalho. Com esse resultado temos a confiança de que o estado de entrada ao nosso OPO é um estado coerente. Nós esperamos que a interação não linear gere a compressão de ruído nos feixes gêmeos criados, e que essa compressão não irá ser afetada por um excesso de ruído do titânio-safira que pode degradar ou eliminar as correlações. Em outras palavras, nosso laser é “limpo” e não irá introduzir ruído no estado gerado de dois modos.

Agora que temos as ferramentas teóricas e experimentais para construção do nosso

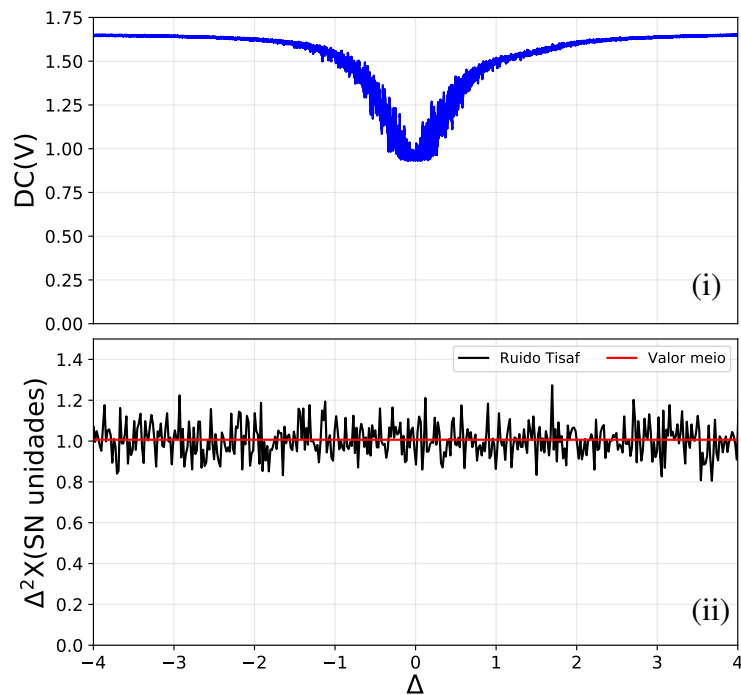


Figura 3.15 – Rotação de elipse do Titânio-Safira. Um feixe que sai diretamente do Titânio-Safira e dirigido numa cavidade de análise. O sinal DC é obtido em função da dessintonia da cavidade de análise Δ normalizada á largura de banda da cavidade $\delta\nu_{ac}(i)$. O sinal HF adquirido é processado computacionalmente e calculado o ruído do campo normalizado ao shotnoise da quadratura generalizada (ii). Podemos observar que não existe excesso de ruído na quadratura fase q ($\Delta = 0.5$) ou na amplitude p ($\Delta = \pm 4$). Consideramos então o Tisaf como um laser coerente. Frequência de análise de 7MHz

OPO com meio linear atômico e assim realizar a caracterização das correlações e emaranhamento do sistema.

Capítulo 4

Squeezing no OPO

A seguir será explicada a montagem e caracterização do OPO com a célula de rubídio como meio de ganho. Começamos explicando a construção do OPO com o meio atômico. O OPO gera feixes sinal e complementar que precisam ser separados espacialmente, motivo pelo qual usamos técnicas interferométricas. Logo após a separação, caracterizamos o OPO em função de todos os parâmetros do sistema. Nessa caracterização obtivemos a medida de compressão de ruído na diferença de intensidade.

Na minha dissertação de mestrado [33] foi explicada a construção de um OPO com uma cavidade linear tipo Fabry-Perot fazendo uso de uma célula com as duas espécies de isótopos 85 e 87 do rubídio. As janelas dessa célula não tinham tratamento anti-refletor o que se traduz em perdas apreciáveis no sistema. Mesmo com a construção em ângulo de Brewster das janelas, as perdas não diminuam. Além disso a qualidade da célula se degradou rapidamente, fazendo inviável trabalhar com ela. O laboratório obteve novas células, fabricadas pela *Precision Glassblowing*, com seleção isotópica para ^{85}Rb com alta pureza e com janelas com tratamento anti-refletor AR. Todos os resultados da presente tese referentes ao OPO foram obtidos com essa nova célula. Depois de uma conversa com o professor Alberto Marino (U.Oklahoma), e junto com o pos-doctorando Hans Marin Florez, conseguimos perceber que a geometria de cavidade Fabry-Perot linear não era muito conveniente para nosso sistema. Por ser uma cavidade linear, o feixe de bombeio poderia em princípio fazer um caminho de ida e de volta fazendo que dentro da célula tivessem dois bombeios efetivos se propagando em sentidos opostos. Como consequência teríamos uma competição de dois tipos de processo de mistura de quatro ondas, um em que o bombeio só tem um sentido de propagação e uma outra em que teríamos dois bombeios efetivos se propagando em sentidos opostos. Decidimos mudar a geometria da nossa cavidade de uma configuração Fabry-Perot linear a uma de *bow-tie*. No presente capítulo explicamos nosso OPO com essa nova configuração. Os presentes resultados

estão no nosso artigo intitulado *Quantum Noise Correlations of an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms* publicado na *Physical Review Letters* [1].

4.1 Montagem da cavidade OPO com a célula de rubídio como meio de ganho

Uma cavidade OPO na configuração *bow-tie* com um intervalo espectral livre (free spectral range-FSR) de 404 MHz, com comprimento óptico de 740mm (697 mm de comprimento físico) e finesse variável, foi construída como mostrado na Fig. 4.1.

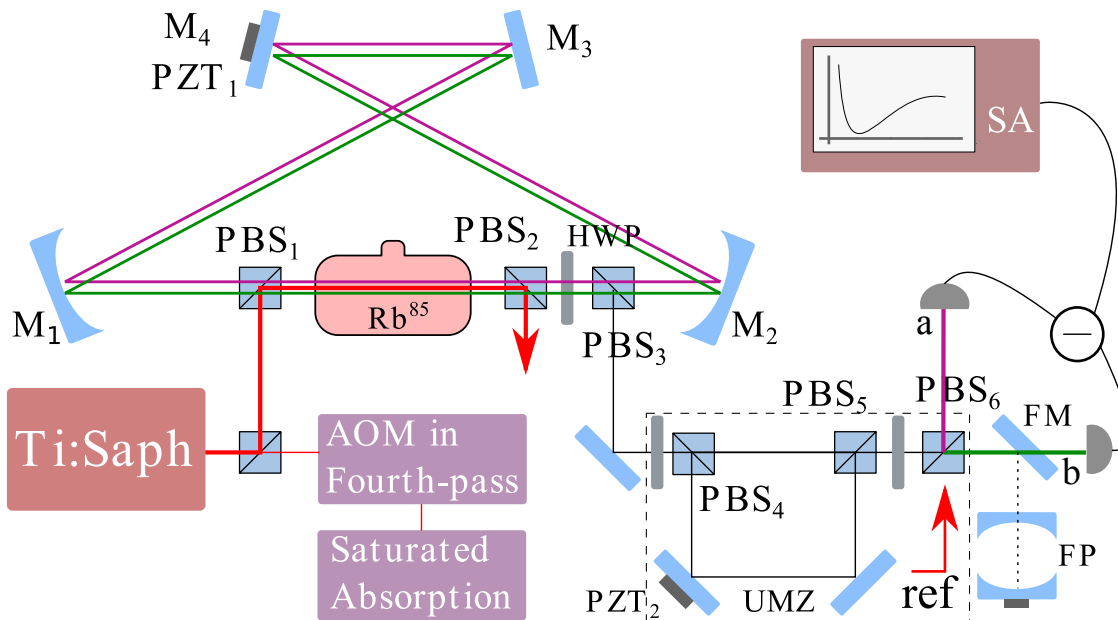


Figura 4.1 – Montagem experimental do OPO e sistema de detecção. Espelho (M), cubo polarizador (PBS), lamina de meia onda (HWP), interferômetro Mach-Zehnder desbalanceado (UMZ), piezo eléctrico (PZT), cavidade Fabry-Perot (FP), espelho móvel (FM), analisador de Espectro (SA).

O valor de 404 MHz de FSR equivale a 1/15 da frequência de 6,07GHz, a qual a sua vez corresponde a duas vezes a separação entre os níveis base hiperfinos do ^{85}Rb ($2\text{ HF}=6,07\text{ GHz}$), como mostrado anteriormente na Fig. 2.5a. A escolha do valor do FSR assegura a operação duplamente ressonante do OPO para os feixes sinal e complementar gerados pelo OPO com uma separação perto de 6,07GHz, e a não oscilação do feixe de bombeio. Na Fig. 4.2 podemos observar a cavidade real usada no experimento. A cavidade é composta por dois espelhos (M_1 e M_2) de 500 mm de raio de curvatura e dois planos (M_3 e M_4), todos eles de alta reflectância (99.5%). Além disso, dois cubos polarizadores PBS_1 e PBS_2 são usados para a entrada e saída

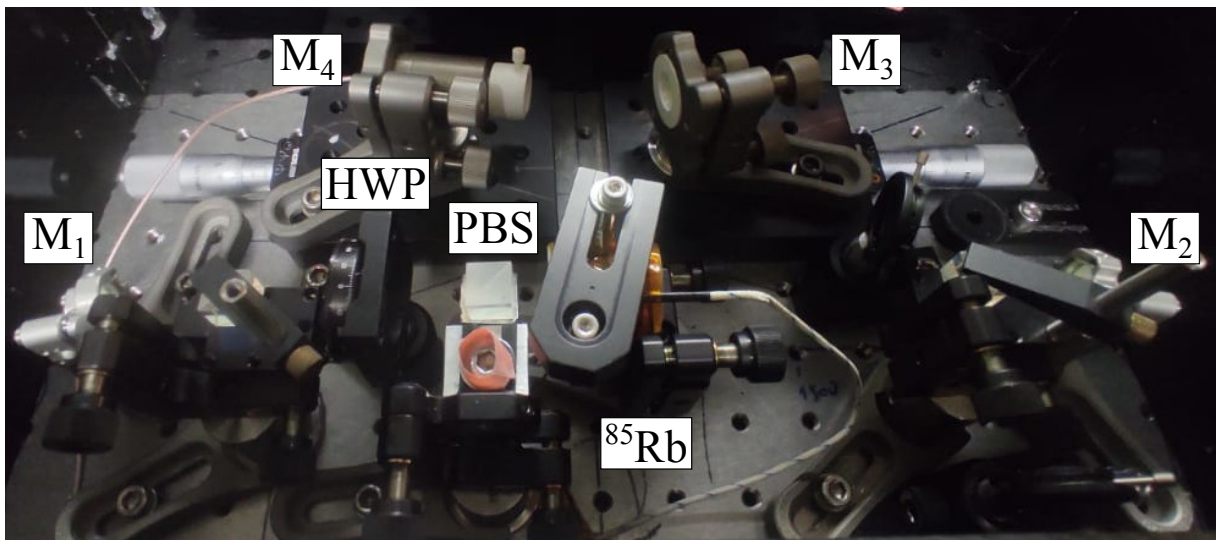


Figura 4.2 – Foto da montagem experimental real do OPO.

da cavidade do feixe de bombeio com polarização vertical. Uma placa de meia onda HWP vai ser usada para obter uma finesse variável, a qual foi caracterizada como mostrado na Fig. 4.3. A caracterização da finesse foi feita usando um feixe de referência fora da ressonância dos

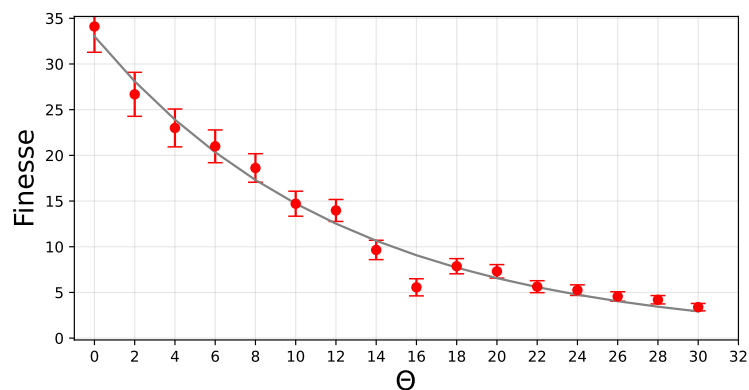


Figura 4.3 – Finesse vs ângulo da placa de meia onda (graus). Curva de ajuste em cinza.

átomos de ^{85}Rb . O feixe de bombeio interage com os átomos e como consequência de ter uma polarização vertical, ele irá sair da cavidade pelo PBS_2 . Os feixes sinal e complementar são gerados e dirigidos por fora da cavidade pelo PBS_3 , chamando eles de feixe *a* e feixe *b*. A cintura do feixe no meio dos dois espelhos curvos é $315\mu\text{m}$ (no meio da célula de Rb), e a cintura no meio dos dois espelhos planos é $193\mu\text{m}$. O feixe de bombeio é dessintonizado com ajuda de um modulador acusto ótico (AOM-acousto-optic modulator) alimentado a 250 MHz em configuração de quádrupla passagem que dessintoniza o laser 1 GHz para o azul da transição escolhida. Um esquema de absorção saturada é usado para o travamento fino do laser, como

explicado no capítulo anterior e esquematizado na Fig. 3.3.

Ao fazer uma varredura no PZT₁ da cavidade OPO obtemos um pico como mostrado na Fig. 4.4. A diferença entre os dois gráficos é o valor da finesse \mathcal{F} que muda de 14 para 31. Com $\mathcal{F} = 31$ (Fig. 4.4(ii)) observamos um processo chamado de bi-estabilidade em que se dá uma forte transição e que de fato já tinha sido reportado por A. Lambrecht *et al.* [63], e que afeta fortemente as correlações quânticas que serão explicadas em próximas seções. A bi-estabilidade é dada pela cooperatividade átomo-cavidade, que para um sistema atômico de dois níveis é quantificada pelo parâmetro $C = g^2 N / \gamma_{cav} \Gamma$ onde g é o coeficiente de acoplamento átomo-luz, N o número de átomos, γ_{cav} a taxa de perda da cavidade e Γ é a emissão espontânea atômica. Essa bi-estabilidade é produto da interação da luz com um meio não linear $\chi^{(3)}$.

Ao diminuir a finesse da cavidade podemos diminuir drasticamente o efeito da bi-estabilidade, como podemos observar para o valor $\mathcal{F} = 14$ (Fig. 4.4(i)). Com um perfil eletrônico desse tipo, nosso sistema de travamento eletrônico consegue sustentar a operação no pico de intensidade para poder fazer as medições correspondentes para caracterizar o sistema. Realizamos o travamento do OPO no ponto máximo do pico mostrado na Fig. 4.4(i) usando a técnica de *dither & Lock*.

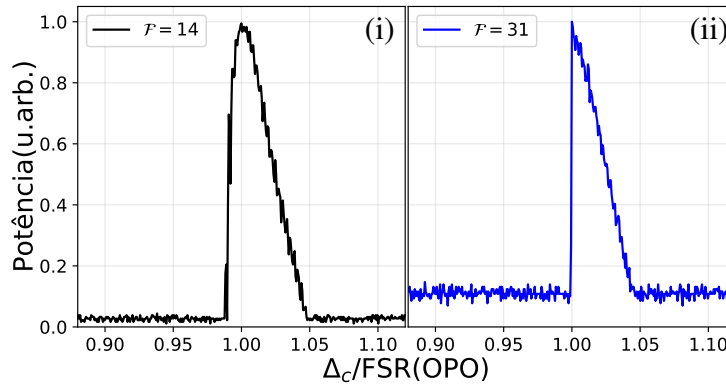


Figura 4.4 – Potência total de saída do OPO como função da mudança no FSR ao aplicar uma tensão no PZT. Com $T=91^\circ\text{C}$, para a finesse de $\mathcal{F} = 14$ e $\mathcal{F} = 31$ e o mesmo valor de $\sigma = 1.8$

Os feixes gerados pelo OPO saem colineares e com a mesma polarização da cavidade, motivo pelo qual é necessário separá-los espacialmente, usando a diferença de frequência entre eles. Um interferômetro Mach-Zehnder desbalanceado foi construído com essa finalidade.

4.1.1 Montagem do interferômetro Mach-Zehnder desbalanceado

Os feixes sinal e complementar gerados pelo OPO tem polarização vertical na saída. Para fazer o estudo das possíveis correlações entre os dois feixes é necessário separá-los espacialmente para assim realizar a detecção individual. Tendo esse objetivo em mente, e baseados nas

referências [64, 65], construímos um interferômetro Mach-Zehnder o qual tem uma diferença de caminho ótico de 25mm ao comparar os dois braços, como mostrado na Fig. 4.1 no quadro UMZ. Essa diferença de caminho ótico gera uma fase de $\pi/2$ entre os dois feixes sinal e complementar que diferem em uma frequência por 6 GHz. Quando o feixe sinal esteja na condição de interferência construtiva na primeira das saídas do interferômetro, o feixe complementar irá ter interferência destrutiva nessa mesma primeira saída do interferômetro, como consequência da diferença de fase entre os feixes de $\pi/2$. Acontece o processo inverso na segunda saída do interferômetro. A saída do interferômetro está localizada no PBS₆. O interferômetro Mach-Zehnder tem uma visibilidade de 99% para o feixe refletido e 98% para o feixe transmitido.

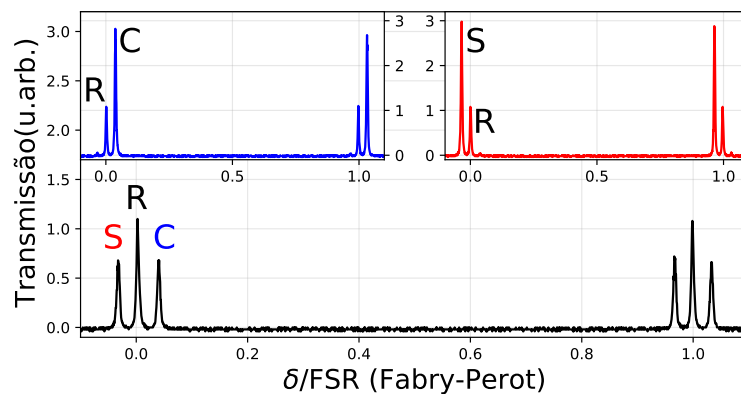


Figura 4.5 – Saída do interferômetro Mach-Zehnder analisada por uma cavidade FP com R, S e C como referência, sinal e complementar, respectivamente. Figura embutida: Separação espectral dos feixes sinal e complementar.

Ao fazer o travamento da cavidade OPO no ponto de transmissão máximo da Fig. 4.4(i), separamos os feixes sinal e complementar com o interferômetro Mach-Zehnder. Dirigindo os feixes numa cavidade Fabry-Perot confocal comercial de 1.5GHz de FSR, podemos observar a geração de duas frequências equidistantes à frequência de referência do bombeio (Fig. 4.5) que correspondem aos feixes sinal e complementar. Um feixe de potência baixa com a mesma frequência do bombeio foi usado como referência (R), dirigido mediante uma montagem de espelho *flip mirror* (FM). Ao mudar a fase do interferômetro mudando a posição do PZT₂, podemos observar como na transmissão do interferômetro Mach-Zehnder podemos escolher transmitir o feixe sinal (S) e refletir o feixe complementar (C), separando assim espacialmente os feixes. Dado o pequeno tamanho do interferômetro, a estabilidade passiva garante a operação estável por dezenas de minutos.

4.1.2 Caracterização da potência de saída em função da potência de entrada para a cavidade OPO

Logo após realizar a separação espacial dos feixes sinal e complementar, foi feita a caracterização da potência de saída do OPO como função da potência de bombeio para diferentes valores de finesse, diferentes valores de dessintonia do bombeio Δ_1 , para uma temperatura da célula constante.

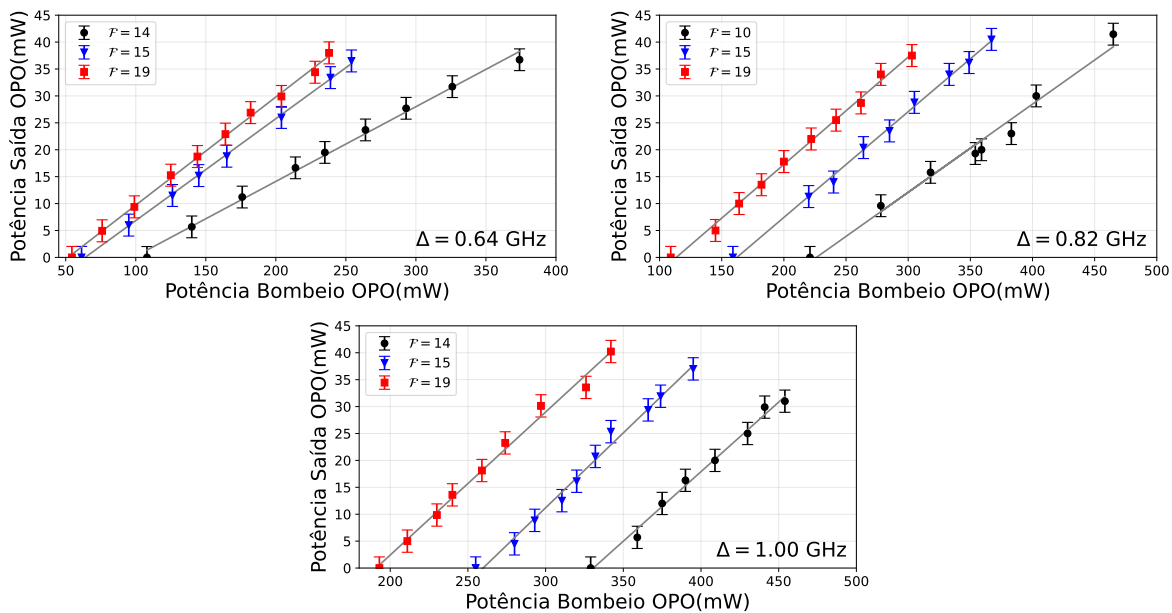


Figura 4.6 – Potência total de saída do OPO como função da potência de entrada do laser de bombeio Titânio-Safira para três valores diferentes de dessintonia $\Delta = 0.64, 0.82$ e 1.0 GHz. Para cada dessintonia temos tres valores de finesse $\mathcal{F} = 14, 15, 19$.

Na Fig. 4.6 vemos o comportamento obtido, para três valores de finesse de 14, 15 e 19, e dessintonias do bombeio de $\Delta_1 = 0.64, 0.82$ e 1 GHz com respeito à transição $F=2 \rightarrow F=3$ na linha D_1 do ^{85}Rb . A temperatura é constante com um valor de $T=90$ °C. A potência de saída claramente é compatível com uma resposta linear e a geração dos feixes gêmeos é balanceada, o que não acontecia com a antiga célula de rubídio que foi descartada para o experimento. No exemplo de dessintonia de $\Delta_1 = 1$ GHz, o valor do limiar aumenta de 193 mW até 329 mW ao diminuir o valor da finesse de 19 até 14. Como resultado, vemos que podemos mudar o valor do limiar de oscilação do OPO ao mudar o valor de finesse, temperatura e dessintonia de bombeio. De fato temos diferentes OPO's com a mudança do valor de diferentes parâmetros, o que abre a porta para estudar o OPO em diferentes configurações sem a necessidade de mudar o perímetro, o meio não linear e geometria da cavidade OPO. Por exemplo, para o caso de $\Delta_1 = 0.64$ GHz com uma finesse de 19, conseguimos chegar a um valor de bombeio de 240 mW, gerando assim

feixes gêmeos de 38 mW, 19 mW para cada feixe. O importante aqui, é que se comparamos o valor do feixe de bombeio de 240 mW com o valor do limiar de oscilação de aproximadamente 50 mW, conseguimos chegar a valores acima do limiar tão altos como 4.8 vezes, uma região que geralmente é pouco estudada. Para as próximas medidas normalizaremos a potência de entrada do bombeio, P_{In} , à potência do limiar de oscilação do OPO, P_{Th} , definindo o parâmetro $\sigma = P_{In}/P_{Th}$.

4.2 Medição de correlações: obtenção do squeezing

Com os feixes separados espacialmente, fazemos a detecção balanceada como observado a partir do PBS₆ na Fig. 4.1. A detecção é feita com detectores caseiros que conseguem dividir o sinal elétrico obtido pelos dois fotodetetores FND100 em uma parte DC e uma de alta frequência HF. Com a parte de alta frequência HF fazemos a subtração eletrônica do sinal obtido nos dois detectores, uma amplificação eletrônica e levamos esse sinal num analisador de espectro. O analisador de espectro é usado com um RBW (resolution bandwidth) de 100KHz e um VBW (Video Bandwidth) de 1KHz.

Depois de um análise de dados conseguimos chegar no valor da variância da diferença de intensidade dos dois feixes $\Delta^2 I_-$ com $I_- = I_s - I_c$, sendo I_s a intensidade do feixe sinal e I_c do complementar. O sinal detectado e normalizado ao *shot-noise* e em unidades de dB, pode ser identificado em três situações: A variância $\Delta^2 I_-$ (dB) é nula, quando o estado corresponde à flutuações de um estado coerente, estando este no mesmo nível do *shot-noise*. Segundo, para um estado que tem excesso de ruído, $\Delta^2 I_-$ (dB) é maior do que zero. Finalmente para um estado comprimido (estado *squeezing*), $\Delta^2 I_-$ (dB) é menor do que zero.

Na figura Fig. 4.7 observamos a variância como função da frequência de análise ao redor da portadora, em unidades de dB. Os parâmetros nesse caso correspondem a uma finesse de 14, T=90°C, $\Delta_1 = 1\text{GHz}$, $P_{Th}=255\text{mW}$ e $\sigma=1.25$. Os feixes sinal e complementar tem uma potência de saída de 12 mW cada. Podemos observar a obtenção de compressão de ruído na diferença de intensidade na curva 1 entre os feixes gêmeos gerados pelo OPO com um valor máximo de -2.7dB para a frequência de análise de 2MHz. A compressão se mantém numa banda de 25MHz. Além disso as curvas 2 e 3 que representam a variância individual dos feixes sinal e complementar normalizadas ao *shot-noise* de um feixe só, mostram excesso de ruído associado a um estado térmico. Para obter um estado comprimido, no nosso sistema, é necessário que os dois subsistemas que correspondem aos estados dos feixes gêmeos individualmente sejam um estado com excesso de ruído, por conseguinte as curvas 2 e 3 mostram a sanidade do sistema. Realizamos o ajuste da linha 1 usando o modelo de fótons gêmeos para um OPO não degenerado usando na Eq. (2.4.7), o que evidencia a validade desse modelo simples. Esse modelo proposto

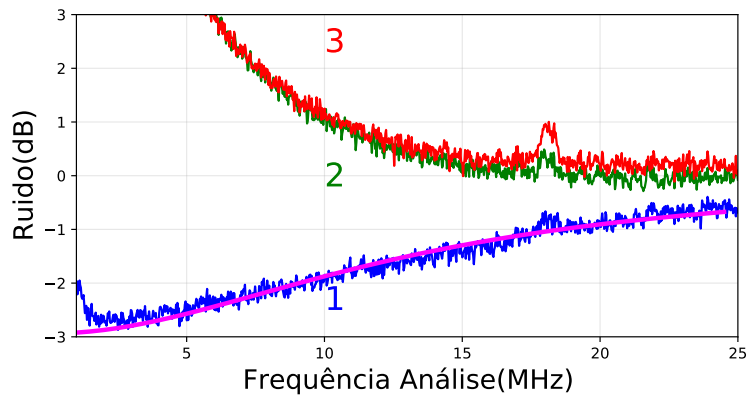


Figura 4.7 – Obtenção de compressão na diferença de intensidade. Variância (em dB) normalizada ao *shot-noise* em função da frequência de análise. Valores menores do que 0 correspondem a compressão de ruído. (1) Diferença de intensidade mostrando compressão de ruído, (2) e (3) mostram o excesso de ruído de cada feixe gêmeo. Linha contínua rosa: modelo proposto por S. Reynaud [48], que prevê o comportamento do ruído medido na variância da diferença de intensidades dos feixes gêmeos gerados por um OPO duplamente ressonante. Finesse $\mathcal{F}=14$, $T=90$ °C, $\Delta_1 =1$ GHz, $P_{Th}=255$ mW, $\sigma=1.25$. Potência de cada feixe é de 12mW.

por S. Reynaud [48], prevê o comportamento do ruído medido na variância da diferença de intensidades dos feixes gêmeos gerados por um OPO duplamente ressonante, sem introduzir a natureza do meio não linear inserido dentro da cavidade OPO. Como segundo teste de sanidade

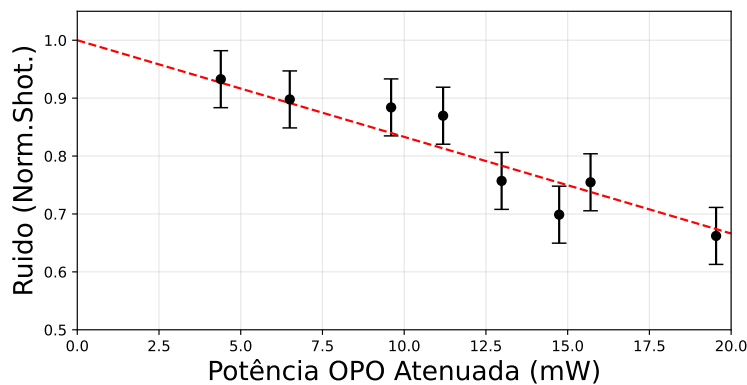


Figura 4.8 – Teste para comprovação da existência de squeezing na diferença de intensidade entre os feixes gêmeos. Os feixes gerados pelo OPO são atenuados e é medido o ruído na diferença de intensidade. Valores menores do que 1 correspondem a compressão de ruído. Frequência de análise de 7MHz

de que o fenômeno observado corresponde a um estado comprimido, colocamos um filtro neutro na saída do OPO e medimos a variância como função da potência ao atenuar os feixes. O comportamento linear ao valor unitário (unidades de *shot-noise*) na Fig. 4.8 comprova que o fenômeno é real e não é um falso resultado gerado pelo sistema de detecção ou de calibração.

4.2.1 Caracterização do squeezing em função dos parâmetros do sistema

O próximo passo corresponde à caracterização do *squeezing* como função da finesse \mathcal{F} , potência de bombeio normalizada ao valor do limiar σ , dessintonia do bombeio Δ_1 e temperatura T .

Para o primeiro caso, com um valor constante de $\sigma = 1.24$ e $T = 90^\circ\text{C}$, estudamos o comportamento da variância da diferença de intensidade como função da finesse da cavidade. Na Fig. 4.9 observamos a variância para dois valores diferentes de finesse de 14 e 19 para um valor do limiar de 329mW e 193 mW, respectivamente. Observamos que ao diminuir a finesse da cavidade o nível de compressão aumenta. Como observamos anteriormente no perfil de saída do OPO na Fig. 4.4, ao diminuir a finesse da cavidade OPO, a cooperatividade átomo-cavidade C também irá diminuir, junto com a bi-estabilidade. Com uma finesse maior, o sistema irá ter um ganho maior dado que a acople átomo-cavidade é maior. Na mistura de quatro ondas, o aumento de ganho do sistema nem sempre implica o aumento nas correlações quânticas do sistema, como exemplificado na literatura [62, 66]. De fato como observamos na Fig. 4.9, o aumento de ganho que está relacionado com o aumento de finesse, degrada a compressão de ruído.

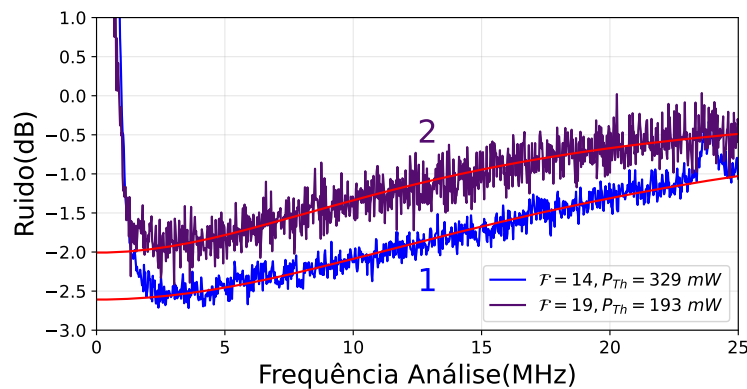


Figura 4.9 – Variância em função da frequência de análise para os valores de \mathcal{F} de 14 (linha 1) e 19 (linha 2). O aumento da finesse degrada as correlações. $\sigma = 1.24$, $T=90^\circ\text{C}$.

O segundo caso caracterizado corresponde à mudança da dessintonia do bombeio para os valores de $\Delta_1 = 1.00$, 0.82 e 0.62 GHz. Para cada um desses casos foi estudada a variância em função do valor σ para diferentes valores de finesse, com uma temperatura constante da célula de rubídio de 90°C e uma frequência de análise de 7 MHz. Na Fig. 4.10 apreciamos esses resultados. O melhor valor de compressão de ruído obtido foi na dessintonia de $\Delta_1 = 1\text{GHz}$ para o caso com a cavidade mais aberta ($\mathcal{F}=14$). Para todos os nove casos estudados, observamos que o valor da compressão tende a ser constante ao mudar o valor de σ , para cada caso em particular. A medida que chegamos mas perto da absorção atômica, o que em outra

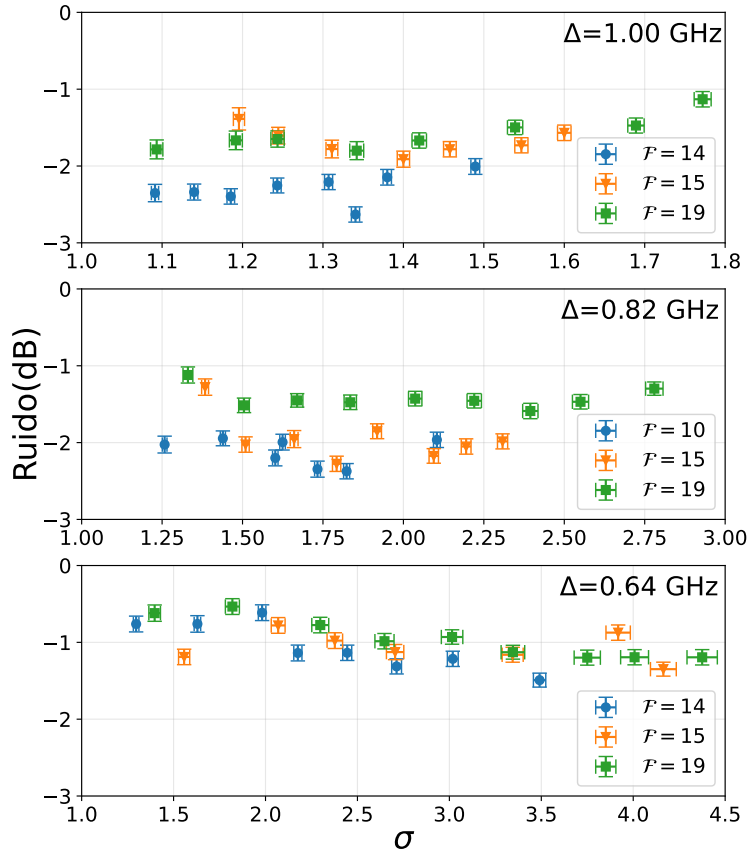


Figura 4.10 – Variância em função de σ para três valores de dessintonia Δ_1 e três valores de finesse. Valores menores do que 0 indicam compressão de ruído. Frequência de análise de 7 MHz.

palavras quer dizer ao aproximarmos a valores menores de dessintonia de 1GHz para 0.64GHz, o *squeezing* é degradado. Ao nos aproximar-nos a absorção atômica, processos não lineares diferentes do que a mistura de quatro ondas são mas prominentes. O espalhamento Raman [46] é um exemplo desses processos, que não corresponde a um processo paramétrico, e que desbalanceia a produção de pares de fótons. Esse desbalanceio na produção de fótons gêmeos irá diminuir as correlações. Porém, nas dessintonias menores o valor do limiar diminui o que amplia a faixa de valores de σ que podem ser estudados. De fato demonstramos *squeezing* a valores tão longe do limiar como $\sigma = 4.5$ com um valor ao redor de -1dB de compressão.

O terceiro caso caracterizado corresponde à mudança da temperatura. Para uma dessintonia $\Delta_1 = 1\text{GHz}$, $\mathcal{F} = 14$ e $\sigma = 1.8$, mudamos a temperatura da célula e medimos a variância. Na Fig. 4.11 os valores de temperatura usados foram 91°C , 96°C , 101°C e 108°C para as curvas 1, 2, 3, 4, respectivamente. Podemos ver que aumentar a temperatura degrada a compressão de ruído até o ponto de gerar excesso de ruído e assim eliminar as correlações quânticas. A diferença de mudar o valor da finesse, do valor σ e a dessintonia do bombeio Δ , que mudam o

valor do *squeezing* mas não eliminam totalmente as correlações, a temperatura é um parâmetro que elimina totalmente o *squeezing*, na faixa de dados estudado.

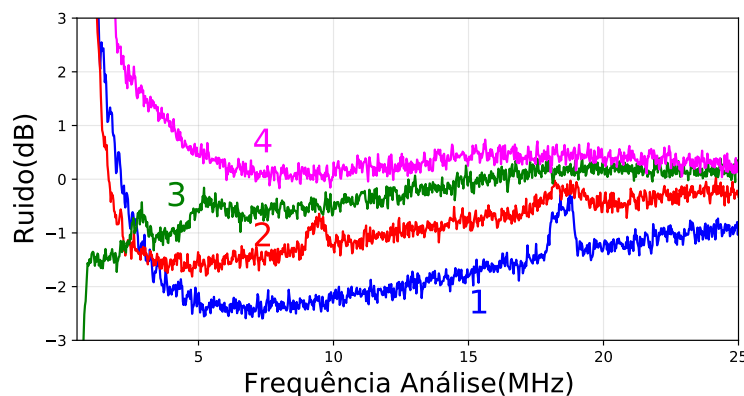


Figura 4.11 – Variância em função da frequência de análise para as temperaturas de 91°C (linha 1), 96°C (linha 2), 101°C (linha 3) e 108°C (linha 4). Valores menores do que 0 indicam compressão de ruído. $\sigma=1.8$ e $\Delta=0.82$ GHz.

Na Fig. 4.11 observamos um pico em cada uma das quatro linhas. Notemos que o comportamento desse pico muda com a potência de bombeio, e portanto o valor de σ , obtendo a Fig. 4.12. Na figura Fig. 4.12(a) o valor da potência de bombeio é 278mW, 318mW, 359mW, 383mW, 403mW, 465mW, para as curvas 1 até 6, respectivamente. Ao fazer um ajuste à uma função Lorentziana e usando a largura meia a meia altura (Half-width at half-maximum HWHM) como erro associado, obtemos a figura Fig. 4.12(b). Fazemos um ajuste linear, obtendo assim uma relação de proporcionalidade entre a frequência de análise onde aparece o pico e a potência com que está sendo bombeado o OPO. A primeira ideia para explicar a existência desse pico é um efeito stark AC que depende da intensidade do campo elétrico, porém precisamos aprofundar na natureza desse fenômeno, e desenvolver um modelo teórico que ajude a entendê-lo.

Em resumo, realizamos a montagem da cavidade OPO com a célula de rubídio como meio de ganho não linear de terceira ordem. Logo após de realizar a separação espacial dos feixes gerados pelo OPO por médio de técnicas interferométricas, realizamos a caracterização da potência de saída do OPO como função da potência de entrada do bombeio, sendo a transição pelo limiar de oscilação claramente abrupta sem mostra de uma transição suave. Na sequência, demonstramos, pela primeira vez, a existência de compressão de ruído no valor da variância da diferença de intensidades entre os feixes gêmeos. Seguidamente, caracterizamos a compressão de ruído em função dos parâmetros do sistema. A compressão de ruído é robusta até valores de 4.5 vezes o valor do limiar de oscilação. Dentro da variedade de parâmetros do sistema, a temperatura parece ser o mas importante. O aumento da temperatura degrada a compressão de ruído até o ponto de gerar excesso de ruído e assim eliminar as correlações quânticas. Final-

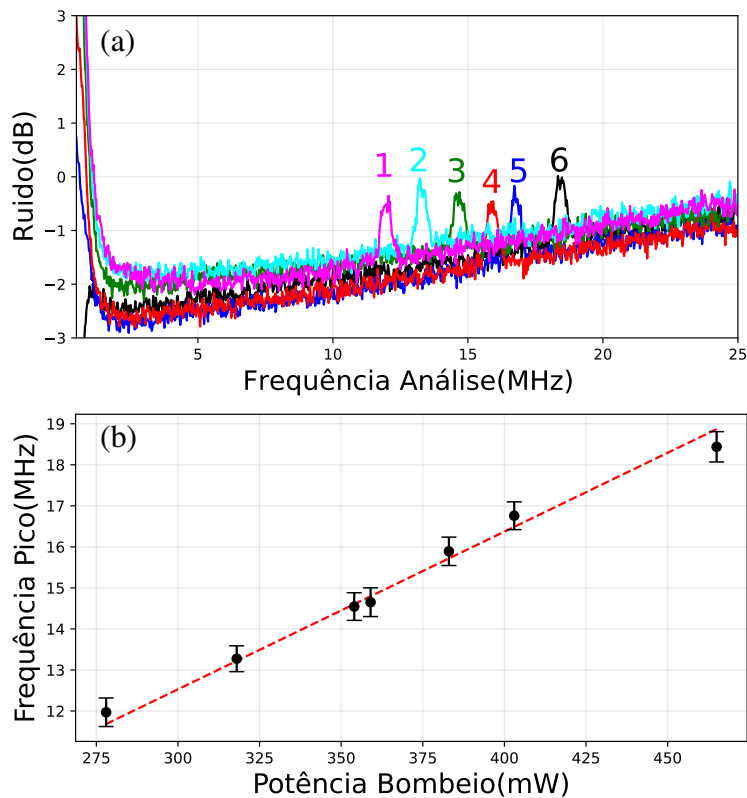


Figura 4.12 – (a) Variância em função da frequência de análise para diferentes valores de potência de bombeio, mostrando a aparição de um pico que depende da potência. (b) Frequência de análise em que o pico aparece como função da potência de bombeio, evidenciando um comportamento linear.

mente, observamos a aparição de picos de ruído que depende linearmente com a potência do bombeio, e do qual precisamos entender sua origem.

Estes estudos iniciais demonstram que temos um OPO com meio não linear atômico, que gera feixes com propriedades quânticas. Como veremos a seguir, procuraremos saber se temos emaranhamento no nosso sistema.

Capítulo 5

Emaranhamento no OPO

A seguir serão explicados os procedimentos realizados e resultados experimentais obtidos para a reconstrução total da matriz de covariância associada a nosso sistema de dois feixes, sinal e complementar, gerados pelo OPO. Baseados na técnica experimental de detecção por cavidades [26] realizamos a rotação de elipse de ruído tendo acesso às flutuações nas quadraturas amplitude e fase dos campos estudados gerados pelo nosso OPO. Para realizar esse procedimento, modificamos nosso esquema de detecção experimental.

Realizamos uma comparação desse novo esquema experimental com aquele usado no capítulo anterior para detecção de correlações de intensidade, mostrando que os dois processos são equivalentes para medir ruído na quadratura amplitude. No entanto, a técnica de detecção por cavidades é completa, dado que temos acesso ao ruído associado à quadratura fase.

Realizamos um estudo exaustivo mudando os parâmetros do sistema, conseguindo assim a reconstrução da matriz de covariância para cada conjunto de parâmetros usado. Com a matriz de covariância em mãos, estudamos a existência do emaranhamento no nosso sistema mediante os critérios de Duan *et al.* [2] e de Simon [3]. Os presentes resultados estão no nosso artigo intitulado *Continuous variable entanglement in an optical parametric oscillator based on a nondegenerate four wave mixing process in hot alkali atoms* publicado na *Physical Review Letters* [4].

5.1 Modificação no sistema de detecção experimental

Com o propósito de reconstruir a matriz de covariância associada ao estado do sistema estudado, realizamos uma modificação na detecção experimental usada. O laser de bombeio Titânio-Safira, o esquema de dessintonia usando o AOM e absorção saturada, a cavidade do OPO e o interferômetro Mach-Zehnder não sofreram nenhuma modificação.

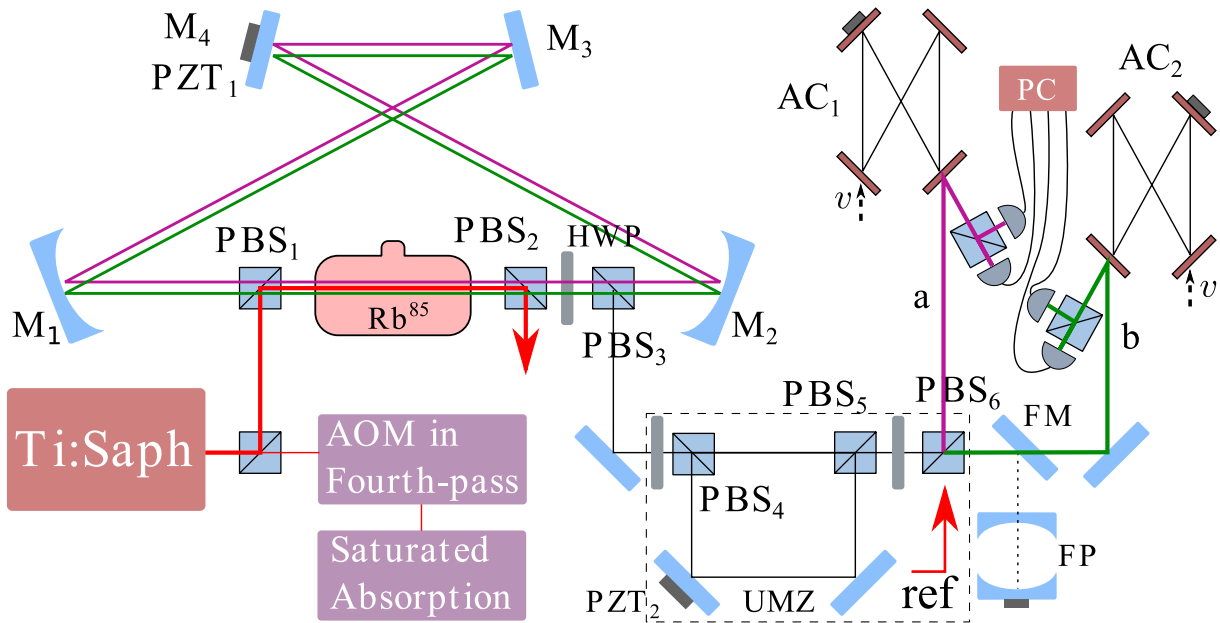


Figura 5.1 – Montagem experimental do OPO e sistema de detecção modificado para medida de emaranhamento. Espelho (M), Cubo polarizador (PBS), lamina de meia onda (HWP), interferômetro Mach-Zehnder desbalanceado (UMZ), Piezo elétrico (PZT), Cavidade Fabry-Perot (FP), Espelho móvel (FM), Cavidades de análise (AC_{1,2}), aquisição computacional (PC)

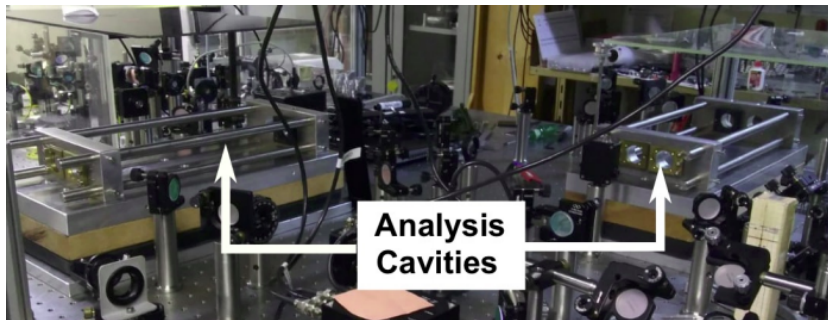


Figura 5.2 – Montagem experimental real das cavidades de análise (AC_{1,2}).

Logo após a separação espacial realizada pelo interferômetro, dirigimos cada um dos dois feixes gêmeos, sinal e complementar, para duas cavidades de análise AC_{1,2} como esquematizado na Fig. 5.1, que serão usadas para realizar a rotação da elipse de ruído. Na Fig. 5.2 observamos as cavidades reais usadas na nossa montagem.

Logo após cada cavidade de análise, o feixe refletido é dirigido a um esquema de detecção balanceada. Os quatro fotodetetores das duas detecções balanceadas são detetores FirstSensor, previamente caracterizados no capítulo 2. Cada fotocorrente de cada fotodetector é dividida em duas partes para realizar uma demodulação numa frequência de análise Ω e que está esquematizada na Fig. 1.7. As oito fotocorrentes dos sinais HF e os quatro sinais DC são enviados até uma placa de aquisição para processamento computacional.

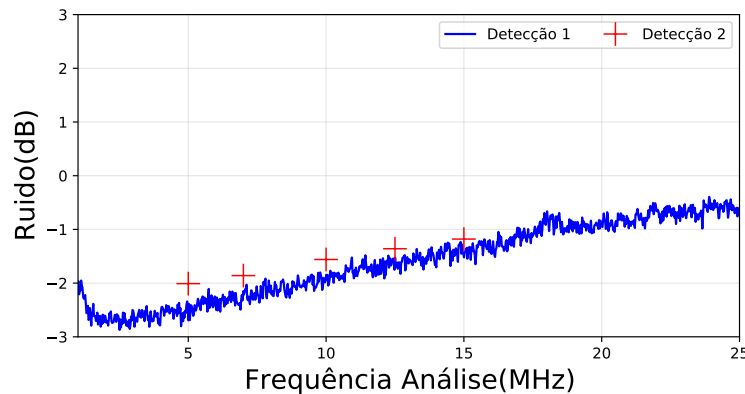


Figura 5.3 – Variância em função da frequência de análise. Comparação da detecção com dois detetores FND100 (detecção 1) (Fig. 4.1) ligados ao analisador de espectro e com os quatro fotodetetores FirstSensor (detecção 2) distribuídos em duas detecções balanceadas cada uma para um feixe (Fig. 5.1) em um sistema de demodulação. Mostramos que os dois esquemas de medição são equivalentes gerando um nível de compressão compatível em diferentes frequências de análise.

Realizamos uma medida preliminar para comprovar que com os quatro novos fotodetetores FirstSensor obtemos os mesmos resultados experimentais do que usando os dois fotodetetores FND100 usados anteriormente, no momento de medir flutuações de amplitude. Como podemos ver na Fig. 5.3 realizamos uma comparação entre o esquema de detecção 1 e 2. O esquema 1 corresponde ao esquema de detecção balanceada fazendo uso do analisador de espectro como consta na Fig. 4.1 e usado no capítulo anterior para medida de compressão na diferença de intensidade. O esquema de detecção 2 corresponde às duas cavidades, a cadeia de demodulação e a detecção balanceada como mostrado na Fig. 5.1. Nesse ponto é importante esclarecer o seguinte. Como observamos na Fig. 4.1, as fotocorrentes são diretamente subtraídas e logo enviadas ao analisador de espectro eletrônico o qual tem a capacidade de fazer a demodulação numa ampla faixa de frequências. Como podemos ver no esquema de detecção 1 na Fig. 5.3, conseguimos demodular a fotocorrente e mostrar compressão de ruído até 25 MHz, que correspondem a valores menores do que 0 dB. No caso da detecção 2, o caso de interesse desse capítulo, a fotocorrente é demodulada numa frequência de análise Ω específica, e logo após é enviada a aquisição computacional. Para o exemplo usamos as frequências de demodulação de $\Omega = 5; 7,5; 10; 12,5$ e 15 MHz. Podemos observar que os dois resultados são análogos ao terem níveis de ruído próximos e comportamentos similares. A medida que a frequência de análise aumenta, nos dois casos perdemos correlações.

Observamos uma pequena diferença de valores entre os dois esquemas. Isso acontece por que no novo esquema experimental temos um número maior de elementos ópticos para dirigir os feixes e fazer o acordo de modo dos feixes as cavidades. Além disso para realizar esta medida, deixamos as cavidades fora de ressonância, fazendo assim que os feixes só reflitam

no espelho de entrada da cavidade e não consigam ressoar dentro dela. Desse jeito o espelho de entrada da cavidade atua como uma perda de aproximadamente 5%. Mostramos assim que os dois esquemas de medição são equivalentes para medição de compressão na diferença de intensidade.

Como teste de sanidade realizamos a atenuação da potência dos feixes de saída do OPO com um filtro neutro e medimos a variância da diferença de intensidade que mostra a compressão de ruído. Como podemos observar na Fig. 5.4, usando os quatro fotodetetores FirstSensor, o nível de ruído diminui linearmente até o nível de *shotnoise* à medida que a potência dos feixes é atenuada. Esse teste já tinha sido feito na Fig. 4.8 obtendo o mesmo comportamento. As diferenças principais entre os fotodetetores FND100 e os FirstSensor são duas. Primeiro, a potência de saturação dos fotodetetores FND100 é próxima de 20 mW, e para o fotodetetor FirstSensor de 1.5 mW. Por esse motivo chegamos no valor máximo de 1.2 mW de potência para cada feixe na Fig. 5.4. Segundo, a eficiência quântica dos fotodetetores FirstSensor (91%) é maior do que dos FND100 (83%). É necessário realizar esse teste com os novos fotodetetores e nova cadeia eletrônica de amplificadores, divisores de potência, e demoduladores, para observar a possível existência de alguma saturação no esquema eletrônico que possa gerar alguma amplificação ou degradação do *squeezing* falsa.

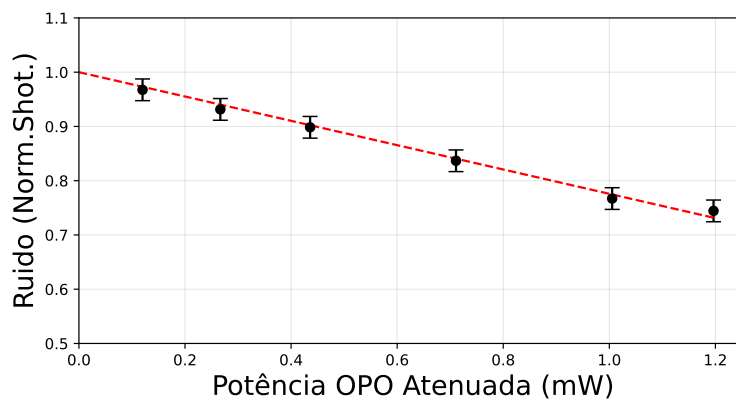


Figura 5.4 – Teste para comprovação da existência de *squeezing* na diferença de intensidade entre os feixes gêmeos usando os quatro fotodetetores FirstSensor. Os feixes gerados pelo OPO são atenuados e é medido o ruído na diferença de intensidade. Frequência de análise de 7MHz

5.2 *Reconstrução da matriz de covariância*

O OPO gera dois feixes, sinal e complementar, que chamamos de modos *a* e *b*. Como podemos ver na Fig. 5.5 e como comprovamos na Fig. 4.5, a frequência de cada um deles é equidistante à referência do bombeio (± 3 GHz aproximadamente). Além disso, a diferença

entre os modos é de 6GHz, como esperado da estrutura hiperfina do ^{85}Rb , do diagrama de mistura de quatro ondas ilustrado na Fig. 2.5a e da própria geometria da cavidade do OPO que permite a oscilação conjunta de dois modos. Cada modo apresenta duas bandas laterais a uma frequência $\pm\Omega$. Para poder estudar o sistema inteiro, precisamos de obter a matriz de covariância que pode ser expressada na base simétrica/antissimétrica. Mediante uma mudança de base, podemos expressar essa matriz na base das bandas laterais $a_{\pm\Omega}$ e $b_{\pm\Omega}$ e poder estudar as possíveis correlações entre as quatro bandas laterais e suas sete possíveis bipartições.

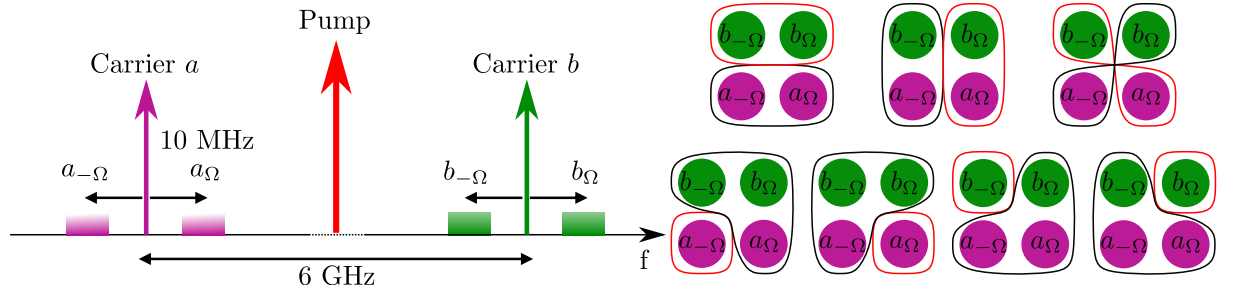


Figura 5.5 – Representação das bandas laterais dos modos a e b e todas as sete possíveis bipartições.

Assumimos um estado gaussiano cuja matriz de covariância é dada por

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} (\langle \vec{X} \cdot \vec{X}^T \rangle + \langle \vec{X}^T \cdot \vec{X} \rangle), \quad (5.2.1)$$

em que $\vec{X} = (\vec{X}_s, \vec{X}_a)^T$ é o vetor formado pelos vetores simétrico $\vec{X}_s = (p_{s,a}, q_{s,a}, p_{s,b}, q_{s,b})$ e antissimétrico $\vec{X}_a = (p_{a,a}, q_{a,a}, p_{a,b}, q_{a,b})$ das quadraturas amplitude p e fase q de cada um dos dois feixes. Cada um desses operadores depende de combinações lineares de modos das bandas laterais simétricos e antissimétricos, $p_{(s,a)} = (p_{\Omega} \pm p_{-\Omega})/\sqrt{2}$ e $q_{(s,a)} = (q_{\Omega} \pm q_{-\Omega})/\sqrt{2}$, em que $p_{\Omega} = (a_{\Omega} + a_{\Omega}^{\dagger})$ e $q_{\Omega} = -i(a_{\Omega} - a_{\Omega}^{\dagger})$ na frequência Ω . Desse jeito a matriz de covariância para dos modos a e b toma a forma simetrizada $V_{(s/a)}^{(ab)}$ com

$$V_{(s/a)}^{(ab)} = \begin{pmatrix} V_s^{(ab)} & C_{(s/a)}^{(ab)} \\ (C_{(s/a)}^{(ab)})^T & V_a^{(ab)} \end{pmatrix}, \quad (5.2.2)$$

com as submatrizes expressas como

$$V_s^{(ab)} = \begin{pmatrix} \alpha^a & \gamma^a & \mu & \epsilon \\ \gamma^a & \beta^a & \xi & \nu \\ \mu & \xi & \alpha^b & \gamma^b \\ \epsilon & \nu & \gamma^b & \beta^b \end{pmatrix}, \quad C_{(s/a)}^{(ab)} = \begin{pmatrix} \delta^a & 0 & \kappa & -\eta \\ 0 & \delta^a & \tau & -\lambda \\ -\lambda & \eta & \delta^b & 0 \\ -\tau & \kappa & 0 & \delta^b \end{pmatrix},$$

$$V_a^{(ab)} = \begin{pmatrix} \beta^a & -\gamma^a & \nu & -\xi \\ -\gamma^a & \alpha^a & -\epsilon & \mu \\ \nu & -\epsilon & \beta^b & -\gamma^b \\ -\xi & \mu & -\gamma^b & \alpha^b \end{pmatrix},$$

sendo os parâmetros $\alpha, \beta, \dots, \mu, \eta, \dots$ todas as variâncias e correlações necessárias para a reconstrução da matriz de covariância simetrizada do estado dos dois feixes gêmeos gerados pelo OPO no nosso sistema. Como enunciado no capítulo 1, o espectro de ruído dado pela técnica de detecção por cavidades para um único feixe e que está relacionado com algumas das componentes da matriz $V_{(s/a)}^{(ab)}$ é

$$S_{RD}(\Delta) = c_\alpha \alpha + c_\beta \beta + c_\gamma \gamma + c_\delta \delta + c_\nu, \quad (5.2.3)$$

onde $c_\alpha = |g_+^2|$, $c_\beta = |g_-^2|$, $c_\gamma + ic_\delta = 2g_+^* g_-$ e $c_\nu = 1 - c_\alpha - c_\beta$, são funções que só dependem dos valores de reflexão e transmissão da cavidade de análise, como expressado nas funções Eqs. (1.5.12) e (1.5.13).

As correlações entre os dois modos são dadas por $S_{RD} = \langle I_\Omega^{(a)}, I_{-\Omega}^{(b)} \rangle$, expressão que pode ser reorganizada como função de g_\pm e dos parâmetros da matriz $V_{(s/a)}^{(ab)}$ como

$$\begin{aligned} \text{Re} \left\{ \langle I_\Omega^{(a)} I_{-\Omega}^{(b)} \rangle \right\} &= c_\mu \mu + c_\eta \eta + c_\epsilon \epsilon + c_\kappa \kappa \\ &\quad + c_\xi \xi + c_\lambda \lambda + c_\nu \nu + c_\tau \tau, \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

$$\begin{aligned} \text{Im} \left\{ \langle I_\Omega^{(a)} I_{-\Omega}^{(b)} \rangle \right\} &= c_\mu \eta - c_\eta \mu + c_\epsilon \kappa - c_\kappa \epsilon \\ &\quad + c_\xi \lambda - c_\lambda \xi + c_\nu \tau - c_\tau \nu, \end{aligned} \quad (5.2.5)$$

onde $c_\mu + ic_\eta = g_{+1}^* g_{+2}$, $c_\epsilon + ic_\kappa = g_{+1}^* g_{-2}$, $c_\xi + c_\lambda = g_{-1}^* g_{+2}$ e $c_\nu + ic_\tau = g_{-1}^* g_{-2}$. A parte real $\text{Re} \left\{ \langle I_\Omega^{(1)} I_{-\Omega}^{(2)} \rangle \right\}$ e imaginária $\text{Im} \left\{ \langle I_\Omega^{(1)} I_{-\Omega}^{(2)} \rangle \right\}$ dependem dos mesmos parâmetros o que gera redundância e precisão experimental. Todas as funções c_i para os parâmetros $i = \alpha, \beta, \dots, \mu, \eta, \dots$ dependem só dos parâmetros associados as cavidades de análise. Como explicado no capítulo 1, nós realizamos três etapas de medida: rotação síncrona das duas cavidades, rotação assíncrona de só a cavidade 1 e rotação assíncrona de só a cavidade 2. Usamos o pacote LMFIT (Non-Linear Least-Squares Minimization and Curve-Fitting for Python) para realizar o ajuste dos dados as equações 5.2.3, 5.2.4 e 5.2.5.

Como temos quatro detectores, continuamos com nossa notação chamando eles de detector 1.1 e 1.2 para o primeiro conjunto que faz parte da detecção balanceada para o feixe associado ao modo a , logo após da cavidade de análise AC_1 na Fig. 5.1. Do mesmo jeito para o feixe associado ao modo b , chamamos aos dois detectores associados a detecção balanceada

como 2.1 e 2.2. Inicialmente realizamos uma detecção síncrona das duas cavidades, obtendo o sinal DC+HF da fotocorrente, onde mostramos só o sinal DC na Fig. 5.6(i).

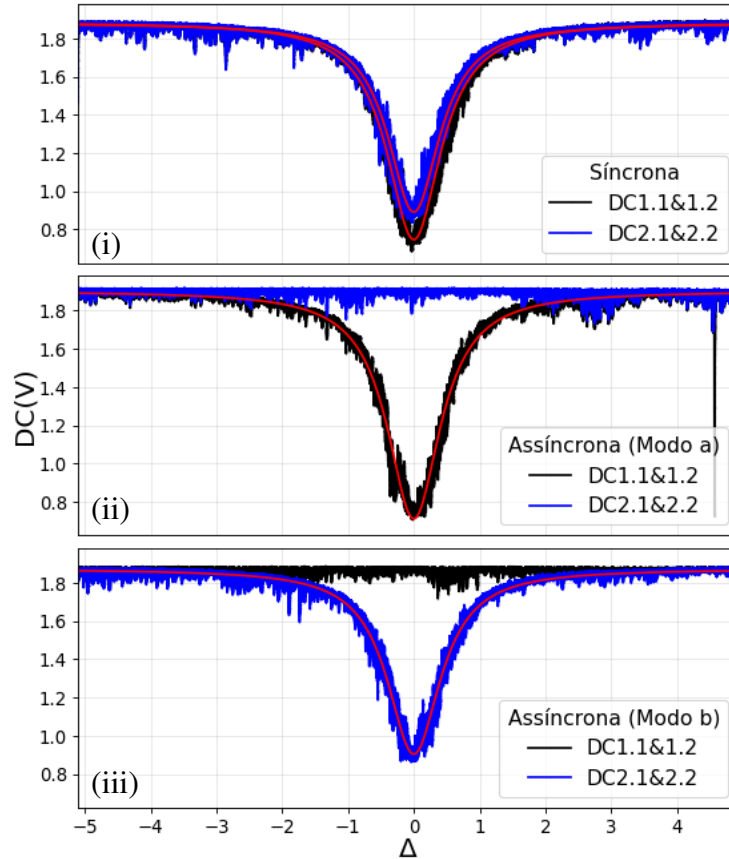


Figura 5.6 – Sinal DC como função da dessintonia Δ da cavidade de análise normalizada á largura de banda. Três casos de obtenção de dados. Rotação síncrona das cavidades (i), rotação da cavidade 1 para o modo a e cavidade 2 fora de ressonância (ii), e rotação da cavidade 2 para o modo b com a cavidade 1 fora de ressonância (iii).

Podemos ver que o sinal DC do detetor 1.1 é idêntico ao sinal do detetor 1.2, igualmente para o par 2.1 e 2.2, como consequência do balanceio em potência. Como a informação do sinal DC que está inicialmente em função do tempo (450.000 pontos), podemos realizar um ajuste lorentziano calculando assim a largura de banda nessas unidades. Desse jeito renormalizamos o eixo x dos dados obtidos a um eixo sem unidades onde a largura de banda dessa lorentziana é unitária. Podemos ver então na Fig. 5.6(i) que a lorentziana está centrada no valor $\Delta = 0$ e tem uma largura de banda unitária na faixa $\Delta = -0.5$ até 0.5 . A largura de banda das cavidades medida experimentalmente é $\delta\nu_{ac} = 3.2\text{MHz}$. O sinal DC também nós dá o valor da fração da luz refletida $d = |r(0)|^2$ para poder calcular as funções g_{\pm} , que para a primeira cavidade é $d = 0.35$ e para a segunda $d = 0.4$. A segunda e terceira etapa de medição assíncrona estão na Fig. 5.6(ii,iii), respectivamente. No segundo caso realizamos a detecção assíncrona

rodando só a primeira cavidade e a segunda fica fora de ressonância. No terceiro caso para quando a segunda cavidade é rodada, a primeira fica fora de ressonância.

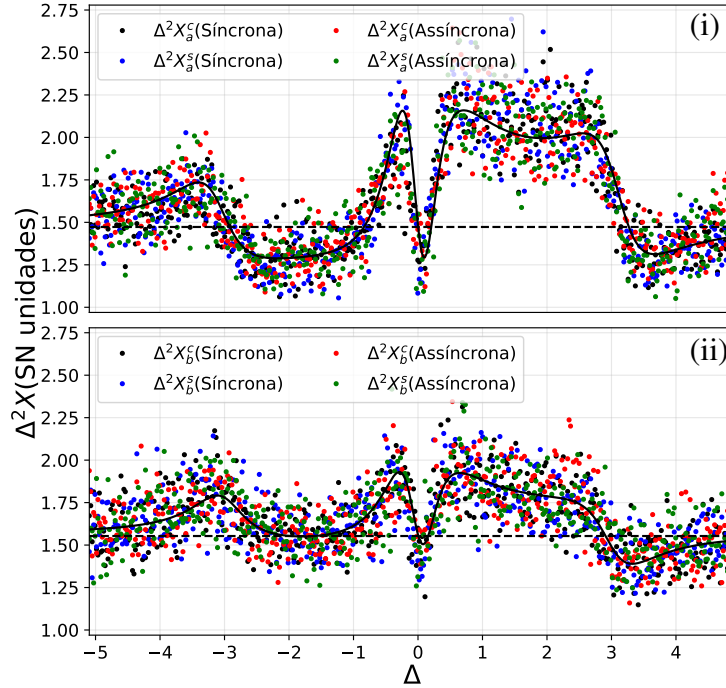


Figura 5.7 – Variância da quadratura generalizada X_a (i) e X_b (ii) normalizada ao nível de ShotNoise (SN) para os feixes de saída do OPO, em função da dessintonia da cavidade Δ normalizada a largura de banda. $T=91$ °C, $\Delta_1=0.82$ GHz, $\mathcal{F} = 15$, $\sigma = 1.42$, $P_{Th} = 199$ mW, $\Omega = 10$ MHz. As curvas correspondem ao ajuste não linear. Três casos de obtenção de dados. Rotação síncrona das cavidades, rotação da cavidade 1 para o modo a e cavidade 2 fora de ressonância, e rotação da cavidade 2 para o modo b com a cavidade 1 fora de ressonância. Todas as medidas que correspondem ao mesmo modo são equivalentes.

Obtivemos dois pacotes de dados para a rotação de elipse de cada modo a e b . Para o modo a obtivemos o sinal HF junto com o sinal DC na Fig. 5.6(i) e (ii), e para o modo b o sinal HF vem junto com o sinal DC da Fig. 5.6(i) e (iii). Nesse ponto vale lembrar que, como explicado na Fig. 1.7, cada sinal HF é dividido em duas fotocorrentes I_{cos} e I_{sin} e demoduladas em frequências de análise Ω idênticas porém com uma fase de demodulação em quadratura, uma relativa a outra. Desse jeito obtemos oito sinais HF para cada modo, quatro por cada detecção balanceada. Esses sinais são processados computacionalmente, sendo corrigidos, ao serem subtraídos os ruídos eletrônicos associados a cada cadeia de detecção, e recalibrados para obter valores equivalentes em pares de detectores que correspondem a mesma detecção balanceada, como explicado no capítulo 3.

Como observamos na Fig. 5.7(i) temos o valor da variância da quadratura generalizada para cada modo X_a e X_b , com os valores $\Delta^2 X_a^c, \Delta^2 X_a^s$ gerados ao fazer a detecção síncrona, e os valores $\Delta^2 X_b^c, \Delta^2 X_b^s$ gerados ao fazer a detecção assíncrona quando o primeira cavidade

é rodada. Todas as variâncias estão normalizadas ao *shotnoise* e o super índice *c* e *s* faz re-

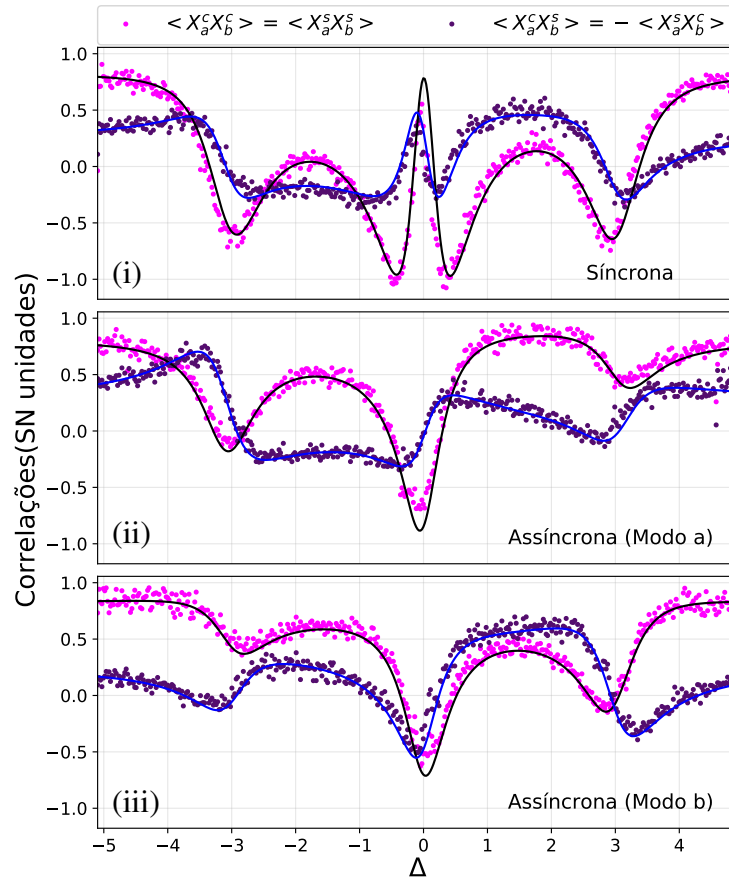


Figura 5.8 – Correlações entre as quadraturas generalizadas X_a e X_b normalizada ao nível de ShotNoise (SN) para os feixes de saída do OPO, em função da dessintonia da cavidade Δ normalizada a largura de banda. Modos a e b . $T=91$ °C, $\Delta_1=0.82$ GHz, $\mathcal{F} = 15$, $\sigma = 1.42$, $P_{Th} = 199$ mW, $\Omega = 10$ MHz. As curvas correspondem ao ajuste não linear. Três casos de obtenção de dados: rotação síncrona das cavidades (i), rotação da cavidade 1 para o modo a e cavidade 2 fora de ressonância (ii), e rotação da cavidade 2 para o modo b com a cavidade 1 fora de ressonância (iii).

ferência à demodulação cosseno e seno, respectivamente. Para o segundo modo temos uma obtenção de dados similar na Fig. 5.7(ii) ao fazer a detecção síncrona e a detecção assíncrona rodando só a segunda cavidade. Nesse ponto podemos realizar o ajuste dos dados a Eq. (5.2.3) para os dois feixes por separado, representados pela linha contínua na Fig. 5.7. O valor dos parâmetros calculados α, β, γ e δ para os modos a e b estão no apêndice A.2 para diferentes configurações de parâmetros experimentais como temperatura da célula de rubídio, finesse da cavidade do OPO, frequência de análise Ω , e potência de bombeio normalizada à potência do limiar de oscilação $\sigma = P/P_{Th}$. Dos mesmos dados obtidos dos sinais HF podemos calcular as correlações entre os dois modos a e b . Na Fig. 5.8 observamos as correlações nas três diferentes etapas de medida. Nesse caso a notação X_a e X_b corresponde a quadratura generalizada, onde

X_a^c corresponde à demodulação em cosseno e X_a^s à demodulação em seno. Aqui se cumpre a condição estacionária $\langle X_a^c X_b^c \rangle = \langle X_a^s X_b^s \rangle$ para a parte real, e $\langle X_a^c X_b^s \rangle = -\langle X_a^s X_b^c \rangle$ para a parte imaginária. Os valores obtidos dos oito parâmetros $\mu, \eta, \epsilon, \kappa, \xi, \lambda, \nu, \tau$ estão no apêndice A.2. Obtivemos assim a matriz de covariância simetrizada $V_{(s/a)}^{(ab)}$ para diferentes conjuntos de parâmetros experimentais.

5.3 Caracterização do emaranhamento: critério Duan-DGCZ

A ação da cavidade de análise sob as flutuações do campo pode ser entendida com maior facilidade com o uso da Fig. 5.9. Nesse gráfico realizamos o cálculo da variância das quadraturas generalizadas soma e subtração, $X_{\pm} = X_a \pm X_b$, como função da dessintonia da cavidade de análise normalizada à largura de banda da cavidade de análise. A conversão completa de flutuações de fase em flutuações de amplitude do feixe que é refletido pelo espelho de entrada, acontece só para valores de frequência de análise Ω maiores do que $\sqrt{2}\delta\nu_{ac}$, sendo $\delta\nu_{ac}$ a largura de banda da cavidade de análise. Para nosso exemplo temos $\delta\nu_{ac} = 3.2$ MHz e a frequência de análise é 10 MHz.

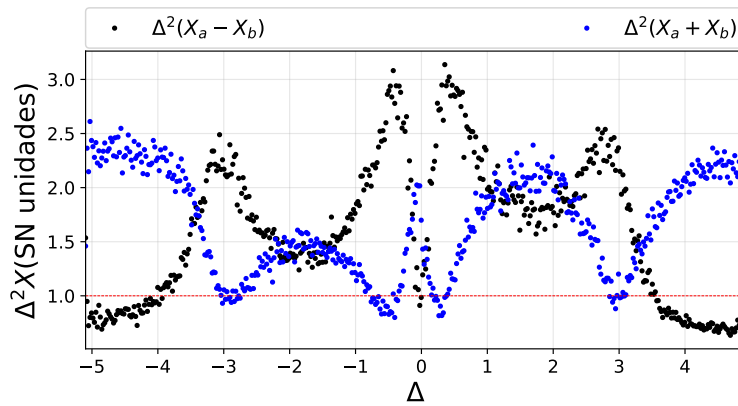


Figura 5.9 – Variância da quadratura generalizada $X_{\pm} = X_a \pm X_b$ em função da dessintonia Δ das cavidades de análise. Valores normalizados ao nível de ShotNoise (SN) para os feixes de saída do OPO, modos a e b . $T=91$ °C, $\Delta_1=0.82$ GHz, $\mathcal{F} = 15$, $\sigma = 1.42$, $P_{Th} = 199$ mW, $\Omega = 10$ MHz. Valores menores do que 1 tem compressão de ruído. Observamos que temos compressão na diferença de amplitude X_- para $\Delta = \pm 5$ e compressão na soma das fases X_+ para $\Delta = \pm 0.5$

Quando temos o valor de dessintonia da cavidade $\Delta = \pm 5$, a cavidade está fora de ressonância e não tem nenhum efeito significativo sobre as flutuações do campo, motivo pelo qual temos acesso às flutuações em amplitude $p_{\pm} = p_a \pm p_b$. Como podemos observar em Fig. 5.9 temos compressão de ruído na quadratura $X_a - X_b = p_- = p_a - p_b$ (preto) dado que temos valores menores do que 1, sendo este valor próximo a 0.7. Como esperado de um estado

de compressão de dois modos, a quadratura $X_a + X_b = p_+ = p_a + p_b$ (azul) apresenta excesso de ruído, que para nosso exemplo está em torno de 2.3.

Quando temos o valor de dessintonia da cavidade $\Delta = \pm 0.5$, a cavidade está próxima à ressonância e a conversão de flutuações de fase para flutuações de amplitude é completa. Temos acesso então à quadratura fase de cada feixe, podendo calcular assim $X_a \pm X_b = q_{\pm} = q_a \pm q_b$. Observamos excesso de ruído na quadratura $X_a - X_b = q_- = q_a - q_b$ (preto) em torno do valor 3. Como esperado do sistema de dois modos que tem compressão de ruído na quadratura p_- , observamos pela primeira vez num OPO de não linearidade de terceira ordem, compressão de ruído na quadratura soma de fase $X_a + X_b = q_+$ (azul) com um valor em torno de 0.8. O valor exato será calculado mediante o uso da matriz de covariância.

A partir da matriz de covariância na base simetrizada $V_{(s/a)}^{(ab)}$, aplicamos o critério de Duan *et al.* [2]. Calculamos as variâncias na Eq. (1.6.14) para frequências de análise de 7 e 10 MHz como função da potência do bombeio normalizada à potência do limiar de oscilação $\sigma = P/P_{Th}$ para os três valores de finesse de 13, 15 e 17 com $T = 97^\circ C$, e como mostrado na Fig. 5.10. Com o propósito de demonstrar a violação na Eq. (1.6.14), calculamos $\Delta^2 \hat{p}_-$ e $\Delta^2 \hat{q}_+$ separadamente. Dos múltiplos dados obtidos, mostramos um exemplo que corresponde ao melhor dado obtido. Obtivemos um valor mínimo de $\Delta^2 p_- = 0.71(14)$ e $\Delta^2 q_+ = 0.85(14)$, mostrando compressão na diferença de amplitude como foi mostrado no capítulo 4 e em [1]. Além disso, mostramos compressão de ruído na quadratura soma de fase pela primeira vez nesse tipo de OPO baseado em um processo não linear de terceira ordem. Demostramos uma violação máxima do critério de Duan de $\Delta^2 p_- + \Delta^2 q_+ = 1.56(14) \not\geq 2$, implicando assim na existência de emaranhamento entre os feixes gêmeos gerados pelo nosso OPO.

A diferença de um OPO de estado sólido, no qual o ruído de fônons degrada a compressão de ruído na quadratura fase [67], os átomos não incluem excesso de ruído de fônons no campo. A violação no critério de Duan permanece robusta à medida que aumentamos a potência do bombeio, e a redução para valores próximos de 2 na inequação é compatível com o acoplamento do bombeio com os feixes gêmeos gerados pelo OPO, como descrito em [68]. A frequência de análise de 7 e 10 MHz é menor do que o valor da largura de banda do OPO, de 27 MHz, motivo pelo qual não observamos uma clara dependência desse parâmetro.

O OPO $\chi^{(3)}$ estudado corresponde a uma boa fonte de alto emaranhamento acima do limiar de oscilação, sendo robusto contra a degradação de correlações em fase. Porém, essa vantagem não acontece para todos os parâmetros do sistema e deve ser tomada com cautela. Realizamos o cálculo do critério de Duan como função da temperatura do sistema, como mostrado na Fig. 5.11, mostrando que o emaranhamento é degradado até o ponto de perda de correlações e perda da violação para valores maiores do que $109^\circ C$. Esse resultado é consistente com nosso trabalho [1] mostrado extensamente no capítulo 4. Nesse trabalho mostramos a degradação da

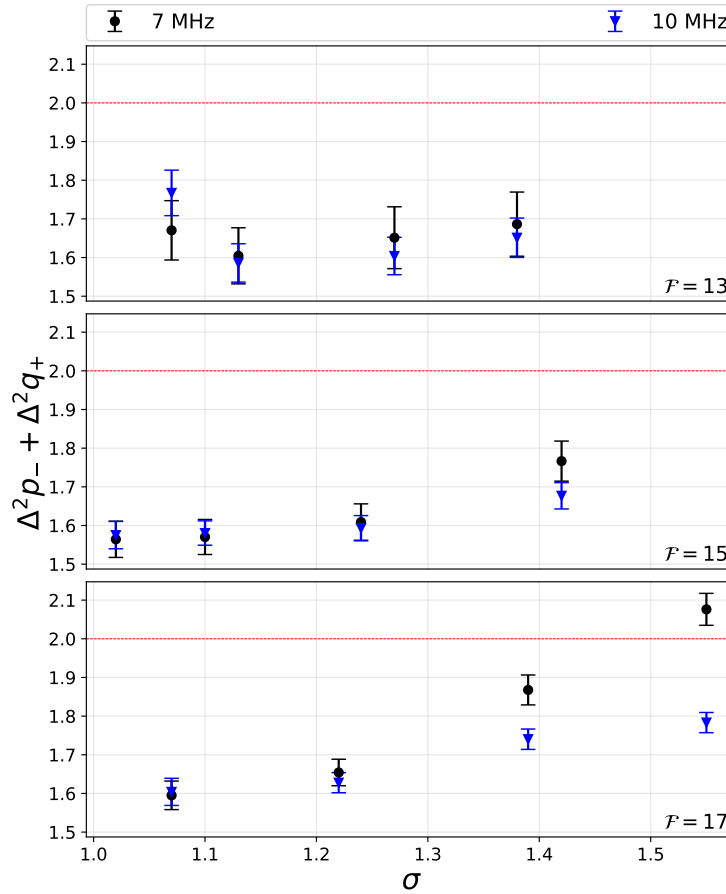


Figura 5.10 – Análise do critério de Duan como função de σ para as finesses de $\mathcal{F}=13,15$ e 17 . Frequência de análise de $\Omega=7, 10$ MHz. Valores menores do que 2 estão emaranhados.

compressão de ruído na diferença de intensidade como consequência do aumento na temperatura. Eventualmente o aumento na densidade atômica elimina as correlações e gera excesso de ruído, como consequência do acople de outros tipos de processos não lineares que não são paramétricos, como o efeito Kerr que muda o índice de refração do meio, e o espalhamento Raman que permite emissão de fótons individuais em frequências diferentes e que não cumprem a conservação de energia e de momentum dada pelo processo mistura de quatro ondas.

Desse jeito, estamos em uma ótima condição de valores dos parâmetros experimentais, nos quais temos suficiente densidade atômica para oscilação do OPO perto do limiar como consequência do alto ganho, mas não tão alto assim como para que efeitos indesejados degradem as correlações. Esses efeitos podem ser processos de terceira ordem não paramétricos que possam coexistir com o processo de mistura de quatro ondas. É curioso observar que no caso estudado, a degradação acontece tanto na quadratura amplitude como na quadratura fase.

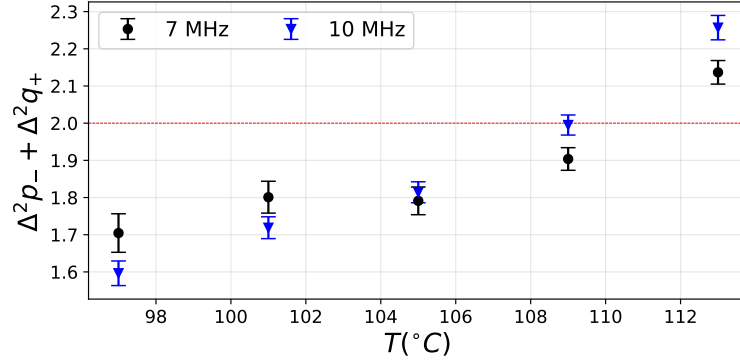


Figura 5.11 – Análise do critério de Duan como função de temperatura com $P_{Th} = 174, 125, 90, 61.8, 50$ mW para $T = 97, 101, 105, 109, 103$ °C respectivamente. Finesse $\mathcal{F}=15$. Frequência de análise de $\Omega=7, 10$ MHz. Valores menores do que 2 estão emaranhados.

5.4 Caracterização do emaranhamento: critério de Simon-PPT

O emaranhamento pode ser observado desde um ponto de vista mais amplo quando mudamos a base da matriz de covariância da base simetrizada para uma base de bandas laterais descrita pelos modos $a_{-\Omega}, a_{+\Omega}, b_{-\Omega}, b_{+\Omega}$. Nessa base podemos aplicar o critério de Simon [3], calculando os autovalores simpléticos de nossa matriz de covariância após de uma transposição parcial para todas as sete possíveis bipartições entre os quatro modos, como esquematizado na Fig. 5.5. Primeiro realizamos o cálculo do critério de Simon como função de σ para três valores de finesse ($\mathcal{F}=13, 15, 17$), com frequências de análise de 7 e 10 MHz e uma temperatura constante de 97°C como mostrado nas figuras 5.12 e 5.13, respectivamente. Para todos os casos, valores menores do que 1 apresentam emaranhamento na bipartição específica estudada. A bipartição particular $(a_{-\Omega}, a_{+\Omega})$ vs $(b_{-\Omega}, b_{+\Omega})$ está emaranhada como esperado do critério de Duan entre os modos a e b , e para todos os casos apresenta a máxima violação em comparação com as outras 6 bipartições para qualquer valor de σ e de frequência de análise. A partição $(a_{-\Omega}, b_{-\Omega})$ vs $(a_{+\Omega}, b_{+\Omega})$, a qual corresponde às correlações entre as bandas inferiores na frequência $-\Omega$ contra as superiores Ω , apresenta uma violação próxima à violação da bipartição $(a_{-\Omega}, a_{+\Omega})$ vs $(b_{-\Omega}, b_{+\Omega})$. A outra partição do tipo 2x2, $(a_{-\Omega}, b_{+\Omega})$ vs $(a_{+\Omega}, b_{-\Omega})$ tem um comportamento diferente. De fato ela não apresenta violação na faixa de baixos valores de σ , o que equivaleria a um estado separável. À medida que aumenta σ , o autovalor simplético se aproxima ao valor unitário. Podemos entender esse comportamento mediante a imagem de dois operadores de compressão atuando nos modos $(a_{-\Omega}, b_{+\Omega})$ e $(a_{+\Omega}, b_{-\Omega})$, independentemente.

A mesma dinâmica de compressão em alguns dos modos específicos de bandas laterais acontece com as quatro partições que faltam do tipo 3x1. Em uma cavidade aberta ($\mathcal{F}=13$), podemos observar que o emaranhamento não é simétrico. As bandas internas $a_{+\Omega}$ e $b_{-\Omega}$ apre-

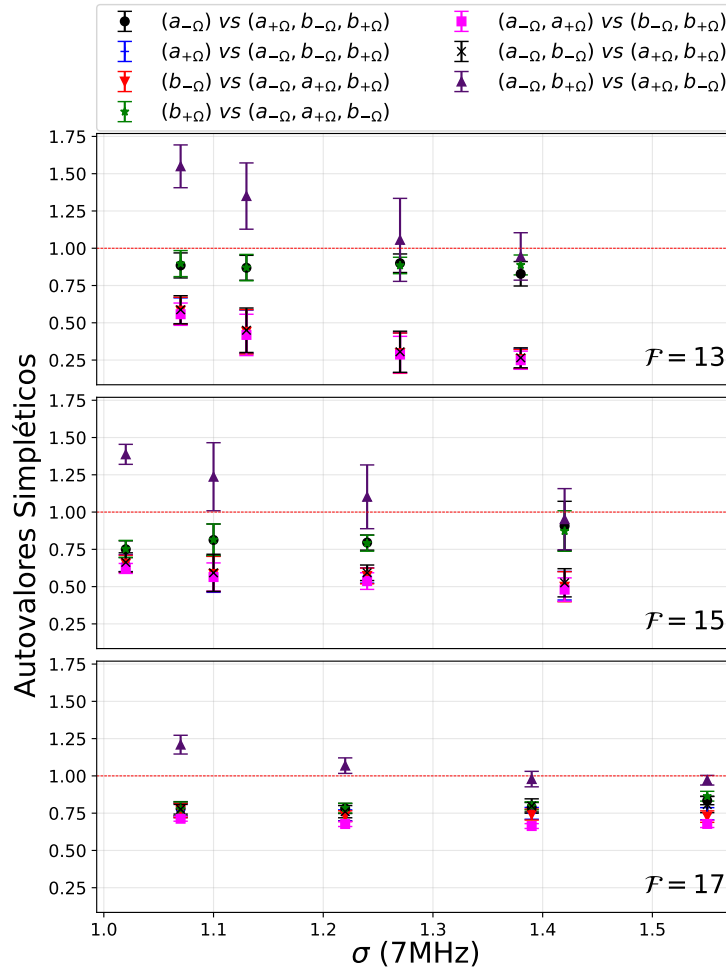


Figura 5.12 – Autovalores simpléticos em função da potência de bombeio normalizada á potência do limiar de oscilação σ , para todas as sete possíveis bipartições. Frequência de análise de 7MHz (esquerda) e 10 MHz (direita). Temperatura 97°C , $P_{Th} = 274, 199, 138$ mW para $\mathcal{F} = 13, 15, 17$ respectivamente.

sentam maior emaranhamento do que as externas $a_{-\Omega}$ e $b_{+\Omega}$. No entanto, essa assimetria desaparece gradualmente à medida que aumentamos a finesse da cavidade. Essa assimetria pode ser explicada quando vemos as correlações γ e δ , as quais podem apresentar valores relevantes (não nulos) gerando assim uma assimetria na geração de emaranhamento entre pares de modos.

O emaranhamento depende fortemente da temperatura da célula de rubídio, como podemos observar nas Figs. 5.14 e 5.15. Realizamos uma caracterização para as frequências de análise de 7 e 10 MHz com um valor de $\sigma = 1.4$ e $\mathcal{F} = 15$. A densidade atômica é um fator determinante na geração e na degradação do emaranhamento, e o comportamento observado é similar ao observado aplicando o critério de Duan. Para todos os casos observamos que o aumento na temperatura degrada as correlações e pode eliminar o emaranhamento. A partição

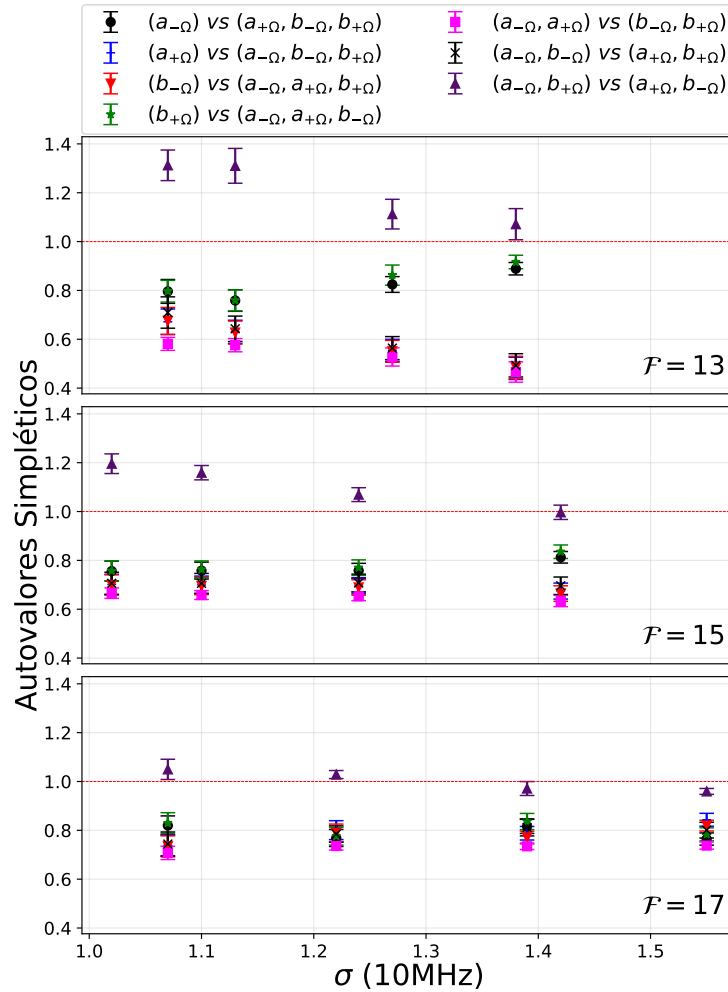


Figura 5.13 – Autovalores simpléticos em função da temperatura da célula de rubídio, para todas as sete possíveis bipartições. Frequência de análise de 7MHz (esquerda) e 10 MHz (direita). $P_{Th}=174, 125, 90, 61.8, 50$ mW for $T=97, 101, 105, 109, 113$ °C respectivamente. $\sigma = 1.42$.

particular $(a_{-\Omega}, a_{+\Omega})$ vs $(b_{-\Omega}, b_{+\Omega})$ continua estando emaranhada como esperado do critério de Duan entre os modos a e b , perdendo correlações à medida que a temperatura aumenta. Do mesmo jeito que no caso anterior quando estudamos a violação como função de σ , observamos que as outras duas bipartições do tipo 2x2 apresentam um comportamento diferente entre elas. A partição $(a_{-\Omega}, b_{-\Omega})$ vs $(a_{+\Omega}, b_{+\Omega})$ continua apresentando um comportamento similar com valores de emaranhamento muito próximos a bipartição dos modos $(a_{-\Omega}, a_{+\Omega})$ vs $(b_{-\Omega}, b_{+\Omega})$. A outra partição 2x2, $(a_{-\Omega}, b_{+\Omega})$ Vs $(a_{+\Omega}, b_{-\Omega})$, tem um comportamento diferente perdendo rapidamente as correlações. De fato na frequência de 10 MHz a perda de correlações é mais rápida do que na frequência de 7 MHz. O emaranhamento entre as partições 1x3 mostram que as partições das bandas $a_{+\Omega}$ e $b_{-\Omega}$ apresentam um comportamento similar. Acontece o mesmo para as bandas externas $a_{-\Omega}$ e $b_{+\Omega}$. Na frequência de 10 MHz observamos que as partições $a_{+\Omega}$

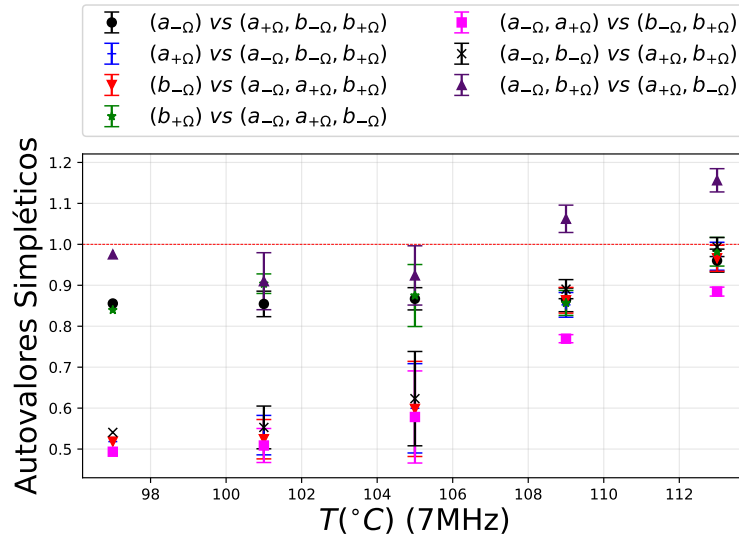


Figura 5.14 – Autovalores simpléticos em função da temperatura da célula de rubídio, para todas as sete possíveis bipartições. Frequência de análise de 7MHz. $P_{Th}=174, 125, 90, 61.8, 50$ mW for $T=97, 101, 105, 109, 113$ °C respectivamente. $\sigma = 1.42$.

e $b_{-\Omega}$ apresentam maior violação do que as bandas externas $a_{-\Omega}$ e $b_{+\Omega}$ para valores de temperaturas baixas. Quando a temperatura aumenta esse comportamento vira, e as bandas externas ficam com maior emaranhamento que as bandas internas, até que finalmente as correlações são perdidas.

Em resumo, demonstramos a estrutura de emaranhamento no nosso sistema de dois feixes sinal e complementar. Para realizar o estudo, modificamos o sistema de detecção experimental para ter acesso a matriz de covariância do sistema. Com a matriz de covariância em mãos, caracterizamos a separabilidade do sistema mediante os critérios de Duan *et al.* [2] e Simon [3]. Demonstramos a violação no critério de Duan, demonstrando emaranhamento entre os feixes sinal e complementar. Mediante o critério de Simon, demonstramos emaranhamento em algumas das sete possíveis bipartições do sistema de quatro bandas laterais. Dentro dessas bipartições, existe uma bipartição compatível com um estado separável. O emaranhamento é robusto para valores de $\sigma < 1.5$. A temperatura é talvez o parâmetro mais importante, dado que ela permite a existência de um alto ganho, porém, altas temperaturas degradam o emaranhamento levando o sistema a ser separável.

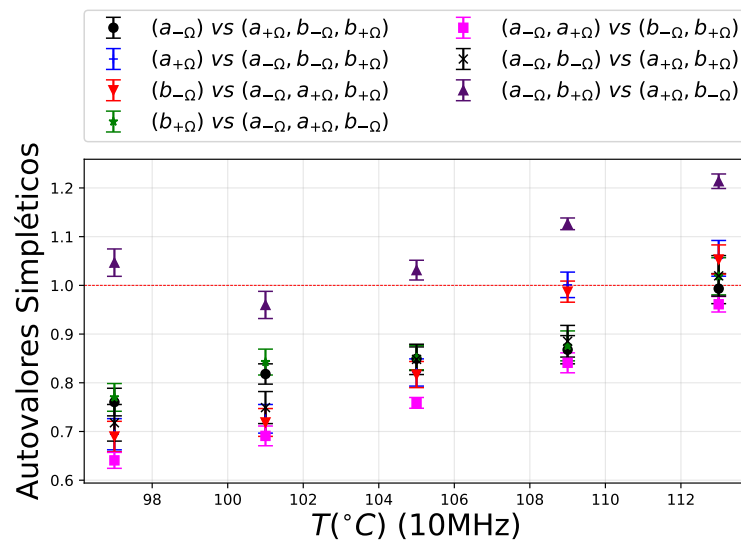


Figura 5.15 – Autovalores simpléticos em função da temperatura da célula de rubídio, para todas as sete possíveis bipartições. Frequência de análise de 10 MHz. P_{Th} =174, 125, 90, 61.8, 50 mW for T=97, 101, 105, 109, 113 °C respectivamente. $\sigma = 1.42$.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas

Na presente tese obtivemos o processo experimental de mistura de quatro ondas (FWM) no gás de isótopos de rubídio ^{85}Rb . Baseados nesse resultado, construímos e caracterizamos o primeiro oscilador paramétrico ótico (OPO) tipo $\chi^{(3)}$ com meio atômico desenvolvido no LM-CAL. Realizamos com sucesso a primeira medição de compressão de ruído em um OPO de não linearidade de terceira ordem [1] baseado em meio atômico. Além disso conseguimos reconstruir a matriz de covariância do nosso sistema, e baseados nessa informação, confirmamos pela primeira vez a existência de emaranhamento nesse tipo de sistema [4].

A obtenção do FWM foi feita na configuração duplo- λ semelhante à usada na referência [13]. A dessintonia do feixe de bombeio Δ definiu-se em relação ao pico da transição $5S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F' = 3)$ do ^{85}Rb na linha D1. O feixe de prova é amplificado e é gerado um segundo feixe chamado de conjugado nos canais de entrada Stokes e Anti-Stokes para o ^{85}Rb ao redor da linha D1.

Seguidamente, construímos uma cavidade OPO com finesse variável e meio não linear atômico na configuração *bow-tie*. É possível aumentar ou diminuir as perdas da cavidade, ao rodar uma placa de meia onda localizada dentro da cavidade que forma o OPO. Depois de fazer uma separação espacial dos feixes sinal e complementar gerados pelo OPO mediante um interferômetro Mach-Zehnder [65], caracterizamos a potência de saída em função da potência de bombeio de entrada, para diferentes valores de dessintonia Δ e de Finesse da cavidade OPO. O comportamento perto do limiar de oscilação é linear sem nenhuma mostra de possível transição suave, mesmo com uma cavidade mais aberta.

Na continuação montamos uma detecção balanceada para a medição da variância da diferença de intensidade dos dois feixes, obtendo assim um valor máximo de compressão de -2.7dB para uma frequência de análise ao redor de 2MHz, demonstrando assim pela primeira vez no nosso conhecimento, a medição de compressão gerado por um OPO de vapor atômico. Caracterizamos a compressão como função dos parâmetros do sistema (finesse, potência de

bombeio normalizada ao limiar σ , dessintonia do bombeio Δ e temperatura T) para diferentes frequências de análise. Em geral a mudança no valor da finesse, na potência de bombeio e na dessintonia Δ afeta o valor da compressão, e só no caso da mudança da temperatura observamos que esse parâmetro consegue degradar a compressão até o ponto de gerar excesso de ruído. Todas as informações relacionadas à compressão de ruído na diferença de intensidade analisado no nosso sistema estão apresentadas no artigo publicado na *Physical Review Letters, Quantum Noise Correlations of an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms* [1].

Na sequência, realizamos uma modificação no sistema de detecção com o fim de acessar as correlações nas quadraturas amplitude e fase de cada um dos feixes gêmeos gerados pelo nosso OPO. Com a técnica experimental de rotação de elipse [69], conseguimos reconstruir a matriz de covariância para diferentes configurações do OPO. Com a matriz em mãos, realizamos um estudo do emaranhamento no sistema baseados nos critérios de Duan [2] e de Simon [3]. Dentro da bateria de dados que tomamos, obtivemos o valor mínimo de variância da diferença de amplitude de $\Delta^2 p_- = 0.71(14)$ e a variância da soma das fases $\Delta^2 q_+ = 0.85(14)$ dos dois campos, demonstrando assim compressão de ruído na quadratura soma das fases. Baseados nesses resultados, demonstramos a violação no critério de Duan com um valor máximo de $\Delta^2 p_- + \Delta^2 q_+ = 1.56(14)$. Um estudo exaustivo mudando os parâmetros do sistema foi feito demonstrando violação no critério de Duan para um grande número de configurações.

Escrevemos a matriz de covariância passando da base simetrizada para a base de bandas laterais. Desse jeito conseguimos estudar o emaranhamento entre as sete possíveis bipartições do nosso sistema de quatro modos, sendo duas bandas laterais para cada feixe gerado pelo OPO. Realizamos o estudo exaustivo do sistema mudando os parâmetros do sistema, mostrando pela primeira vez no nosso conhecimento emaranhamento entre os dois feixes gerados pelo OPO de meio não lineal de terceira ordem. Além disso demonstramos emaranhamento no sistema de quatro modos entre as possíveis bipartições do sistema. Todas as informações relacionadas à medição do emaranhamento analisado no nosso sistema estão apresentadas no nosso segundo artigo publicado na *Physical Review Letters, Continuous Variable Entanglement in an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms* [4].

Os resultados abrem várias perspectivas de estudo. O alto ganho gerado pelo sistema atômico permitiu o uso de cavidades com baixa finesse, que resulta em uma taxa alta de escape dos fótons gerados dentro do OPO. A engenharia da cavidade OPO permitiu a geração de dois modos igualmente separados em frequência em relação ao feixe de bombeio. Esperamos observar maiores níveis de emaranhamento que possam competir com os observados em OPO's do tipo $\chi^{(2)}$, ao mudar algumas configurações da cavidade OPO como o tamanho da

célula de rubídio e a quantidade de elementos óticos existentes dentro da cavidade reduzindo perdas espúrias. Como observado em OPO's do tipo $\chi^{(2)}$ [67], esperamos ver a existência de correlações quânticas entre os feixes do bombeio, o sinal e o complementar. De fato com a técnica de rotação de elipse, é possível realizar a reconstrução do estado correspondente ao bombeio+sinal+complementar e estudar o sistema de seis modos que correspondem às bandas laterais de cada uma das três portadoras [70].

Para um maior entendimento da física do nosso OPO, é possível estender o modelo microscópico que realizamos para o entendimento da mistura de quatro ondas no espaço livre, como mostrado no artigo [53]. O calculo microscópico permitiria procurar uma combinação de parâmetros que possa levar a um maior valor de compressão nas diferentes quadraturas e maior nível de emaranhamento. Além disso, estudar o efeito de inserir um segundo bombeio dentro da cavidade OPO com o objetivo de aumentar níveis de compressão, do mesmo jeito que um segundo bombeio aumenta o nível de compressão no FWM no espaço livre. A procura de uma transição suave pelo limiar de oscilação pode acontecer para valores de finesse muito baixos, porém precisaríamos de melhorar algumas condições do nosso experimento, como por exemplo aumentar a potência de bombeio que é gerado pelo laser principal titânio-safira.

O que parece ser uma vantagem também vira uma limitação. Particularmente a densidade atômica do ^{85}Rb que é controlada pela temperatura da célula, é talvez o parâmetro mais importante já que é necessário para a geração dos feixes gêmeos mediante o processo de mistura de quatro ondas. Não entanto, essa temperatura ao ser muito alta elimina as correlações até o ponto de eliminar o emaranhamento.

Algumas questões ficam em aberto. Qual é a origem dos picos de ruído observados no espectro dependentes do campo de bombeio, como observado na Fig. 4.12? O que acontece na dinâmica do OPO quando temos finesse muito altas? Ou no caso contrário para finesse muito baixas? Dados experimentais perto do limiar de oscilação são pouco comuns, então será possível achar uma transição suave pelo limiar de oscilação? O desenvolvimento de uma teoria microscópica é fundamental para ajudar a responder algumas dessas perguntas e encaminhar o experimento para novas descobertas.

Nosso sistema é uma ferramenta rica e útil para a geração de emaranhamento multipartite entre estados perto de ressonâncias atômicas com aplicações em diferentes aspectos na área de informação quântica. Nosso trabalho inaugura uma linha de pesquisa rica a ser explorada pela comunidade.

Apêndices

A.1 Parâmetros da matriz de covariância

Apresentamos todos os 16 parâmetros da matriz de covariância para todas as configurações estudadas. Os parâmetros mudados são: Frequência de análise Ω , potência do bombeio normalizada a potência do limiar de oscilação σ , temperatura da célula de rubídio e finesse da cavidade.

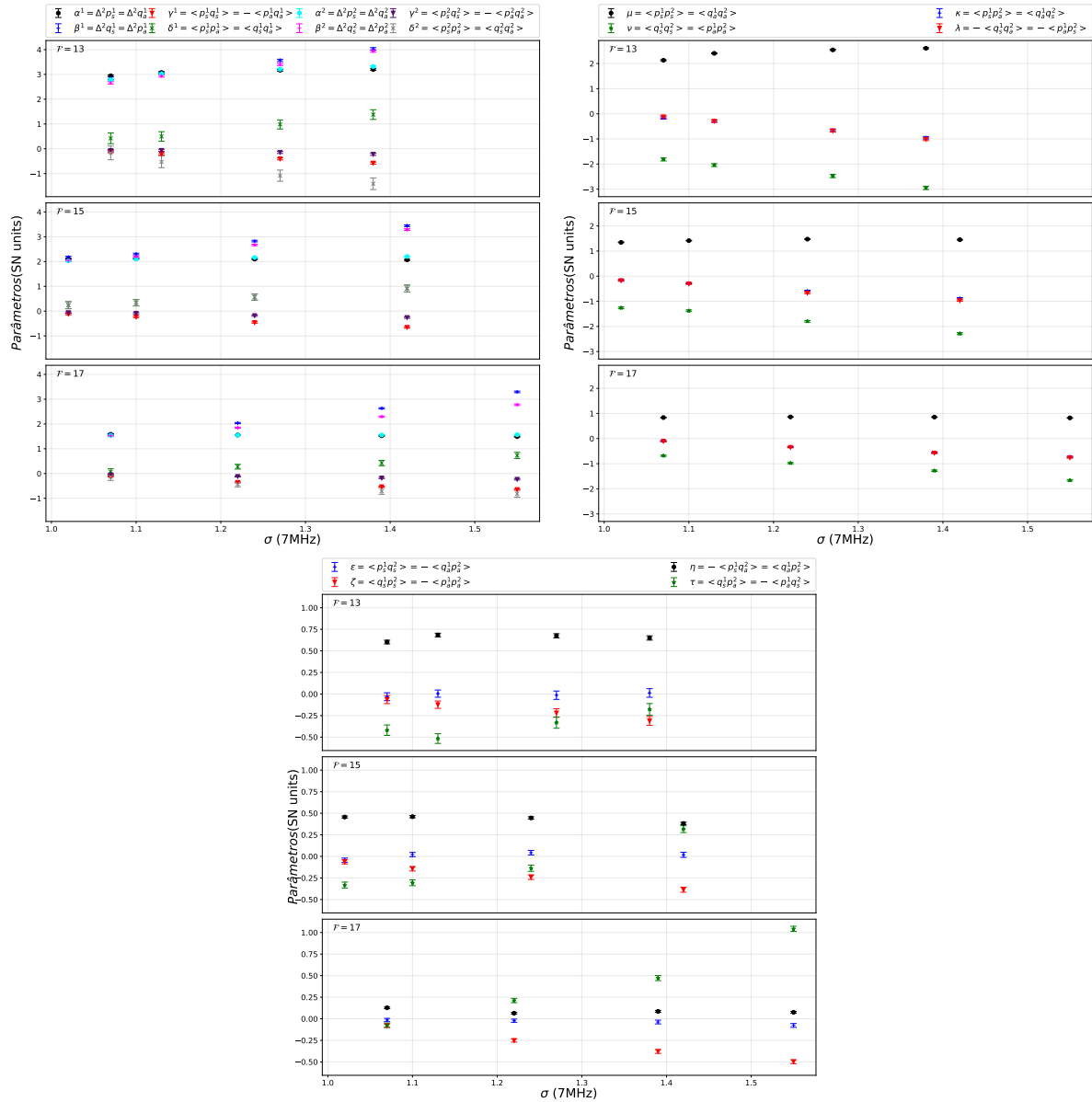


Figura 6.1 – Todos os 16 parâmetros da matriz de covariância em função de σ . Frequência de análise de 7MHz.

Investigando as propriedades quânticas do campo no OPO baseado em átomos de rubídio

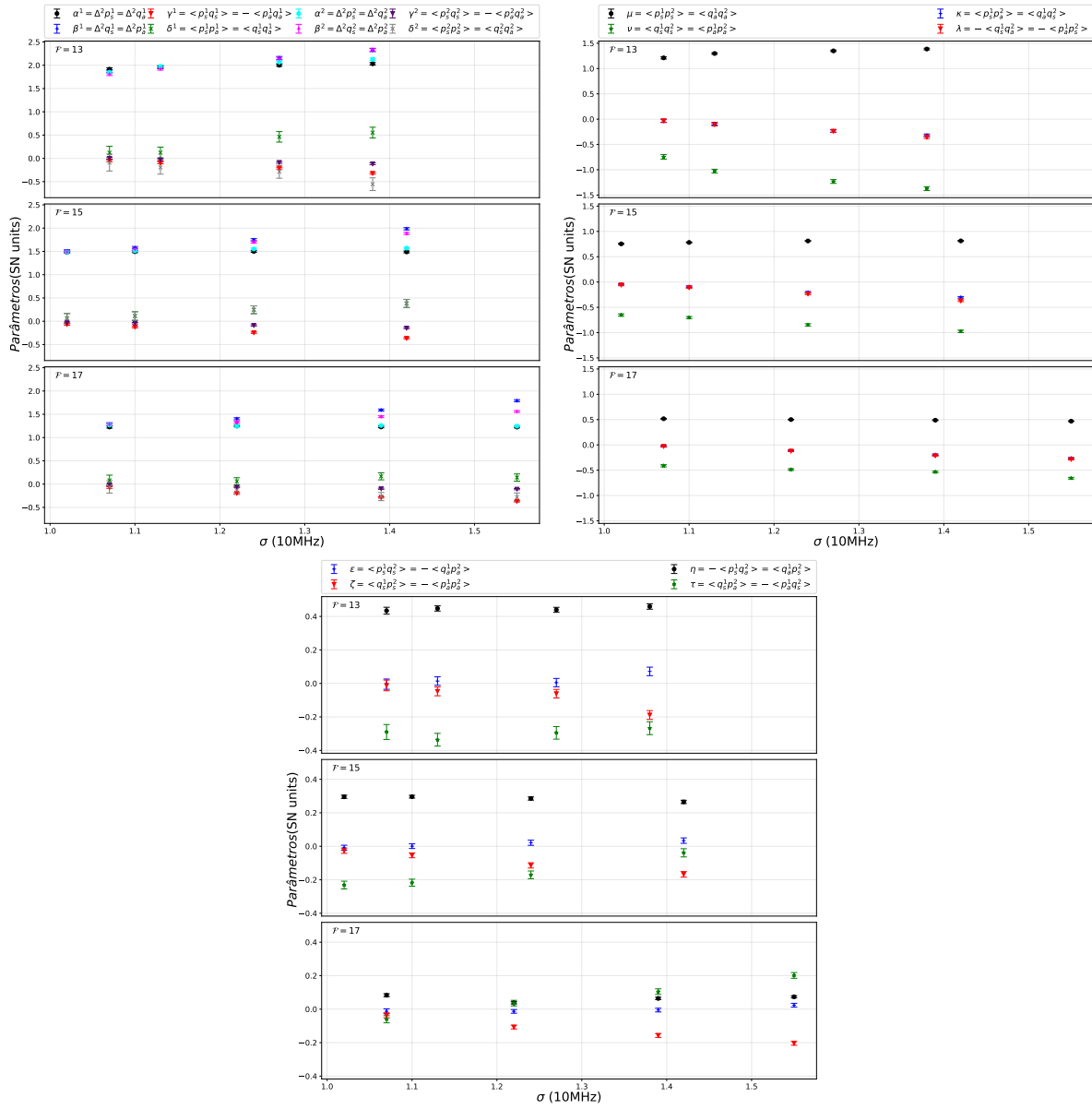


Figura 6.2 – Todos os 16 parâmetros da matriz de covariância em função de σ , para os valores de finesse de 13, 15 e 17. Frequência de análise de 10MHz.

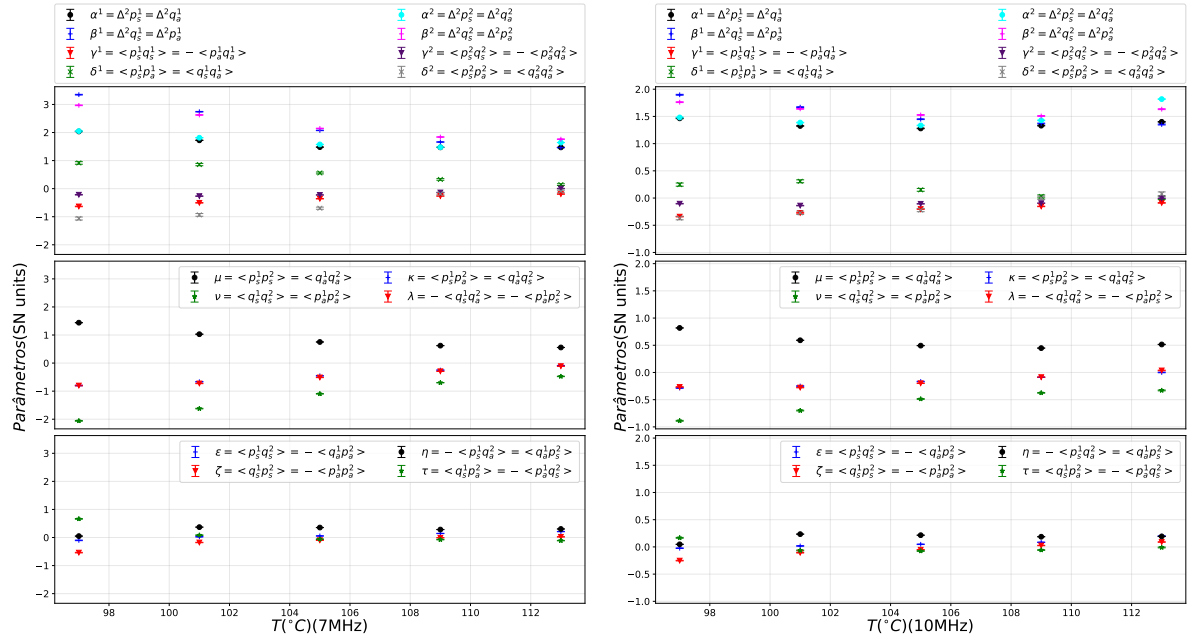


Figura 6.3 – Todos os 16 parâmetros da matriz de covariância em função da temperatura. Frequência de análise de 7MHz (esquerda) e 10 MHz (direita).


A.2 Artigos publicados

Quantum Noise Correlations of an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms

A. Montaña Guerrero,¹ P. Nussenzeig,¹ M. Martinelli¹, A. M. Marino², and H. M. Florez^{1,*}

¹*Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 05315-970 São Paulo, Brazil*

²*Center for Quantum Research and Technology and Homer L. Dodge Department of Physics and Astronomy, The University of Oklahoma, Norman, Oklahoma 73019, USA*

 (Received 18 April 2020; accepted 27 July 2020; published 21 August 2020)

We present the first measurement of two-mode squeezing between the twin beams produced by a doubly resonant optical parametric oscillator (OPO) in an above threshold operation based on parametric amplification by nondegenerate four wave mixing with rubidium (⁸⁵Rb). We demonstrate a maximum intensity difference squeezing of -2.7 dB (-3.5 dB corrected for losses) with a pump power of 285 mW and an output power of 12 mW for each beam, operating close to the D1 line of Rb atoms. The use of open cavities combined with the high gain media can provide a strong level of noise compression and the access to new operation regimes that could not be explored by crystal based OPOs. The spectral bandwidth of the squeezed light is broadened by the cavity dynamics, and the squeezing level is robust for strong pump powers. Stable operation was obtained up to 4 times above the threshold. Moreover, operation of the OPO close to the atomic resonances of alkali atoms allows a natural integration into quantum networks, including structures such as quantum memories.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.125.083601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.083601)

The generation of quantum correlated fields is a fundamental resource for developing a quantum network for quantum communication and quantum computation [1]. In the context of continuous variables, optical parametric oscillators (OPOs) have become the keystone to engineer correlated and entangled light beams on solid-state platforms, both below [2] and above [3] the OPO oscillation threshold. Further interest also comes from the development of quantum correlated light sources in optical chips [4]. OPOs have also been used to create large ensembles of multimode entangled fields [5–8]. Moreover, it would be interesting to have these sources operating at wavelengths that are compatible with alkali atoms, which are good candidates for quantum memories or registers [9].

On the other hand, it was shown that alkali atoms in vapor cells can generate quantum correlated beams at atomic wavelengths with high quantum correlations [10] by parametric amplification using four wave mixing (4WM) based on the third order nonlinearity $\chi^{(3)}$. The operation requires a relatively strong pump power beam and an extra seed produced by an acousto-optical modulator. The high gain (from 2 to 20 fold) of this parametric process is used on the phase insensitive amplification of the Stokes and anti-Stokes fields [11]. It is much higher than the typical gain obtained from parametric amplification by $\chi^{(2)}$ or $\chi^{(3)}$ processes in crystals and chips.

The combination of the high gain amplifier with a cavity could lead to interesting dynamics provided by the low threshold power that could be obtained or the study of extreme regimes of open cavities or strong pump

operation. However, the best gain is reached with a noncollinear coupling between the pump and Stokes (anti-Stokes) probe field in order to satisfy the optimal phase matching condition. Turnbull *et al.* studied a range of angles for a proper phase matching condition to obtain high gain on a typical 4WM process [12]. The quantum correlations in a 4WM are drastically reduced for smaller angles between the probe and conjugate beams, and it is shown that, below 2 mrad, the intensity difference squeezing is lost [13].

OPOs using 4WM in atoms have been recently reported [14–16] that employ a vapor cell with natural abundance within a cavity to run an OPO above threshold with twin beams separated by 6.1 GHz (for ⁸⁵Rb) and 13.6 GHz (for ⁸⁷Rb). The first evidence of quantum correlated fields in this type of setup was obtained in a double-pump scheme [17] that generated weak fields slightly above the oscillation threshold [18]. For the continuous variables of intense fields, twin beams were observed for a seeded single resonant OPO with an open cavity for the conjugate mode [19]. Nevertheless, there have not been demonstrations of quantum correlations in self-oscillating cavities. In fact, Refs. [14,16] reported measurements of intensity noise correlations, but they were not strong enough to reach the quantum limit.

Our purpose is to demonstrate the generation of quantum correlated beams from a doubly resonant OPO above the oscillation threshold using a $\chi^{(3)}$ interaction with a nondegenerate 4WM process that employs a hot vapor cell of alkali atoms within a cavity.

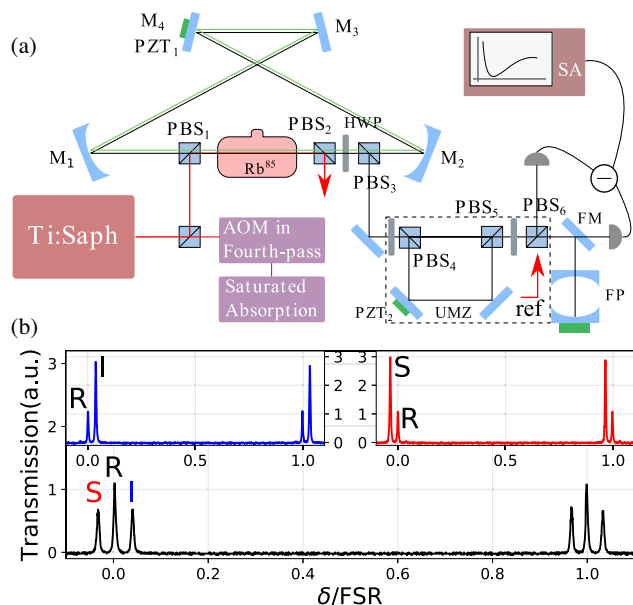


FIG. 1. (a) Sketch of the experimental setup. PBS indicates polarizing beam splitter cube, HWP half wave plate, UMZ unbalanced Mach-Zehnder interferometer, M mirror, FP confocal Fabry-Perot, FP flip-mirror, and SA spectrum analyzer. (b) Interferometer output analyzed by an FP cavity with R, S, and I as reference, signal, and idler, respectively. Inset: spectral separation of the signal and idler beams.

The experimental setup is shown in Fig. 1, and a detailed description is presented in the Supplemental Material [20]. We employ a bow-tie cavity with high reflectivity mirrors and a free spectral range (FSR) of 404.7(3) MHz, which is an odd integer fraction of the frequency separation between the twin beams. The vapor cell has antireflection coated windows and is kept at 90 °C for high optical density. The pump beam is collinear with the cavity mode and is injected by polarizing beam splitter PBS₁ and removed by PBS₂. After PBS₂, we use a half wave plate (HWP) and a third PBS (PBS₃) in order to control the output coupling of the cavity. By changing the orientation of the wave plate, the cavity finesse ranges from 5 to 30 for a field far from the atomic resonance.

The pump beam is generated by a Ti:sapphire laser tuned to the D1 line of Rb at 795 nm and with maximum power of 800 mW. The laser beam is locked to the blue of the $5^2S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5^2P_{1/2}F = 3$ transition with an adjustable detuning.

Since the twin beams have the same polarization, we use an unbalanced Mach-Zehnder interferometer [21]. The interferometer visibility gives us 98% separation efficiency for the two modes from the OPO. This can be verified by using a confocal Fabry-Perot cavity (FP) with a 1.5 GHz FSR [see inset Fig. 1(b)]. Taking an injected reference field (R) from the pump beam, we can adjust the length of the long path for a constructive interference of the signal (S) or the idler field (I), while verifying that their frequency

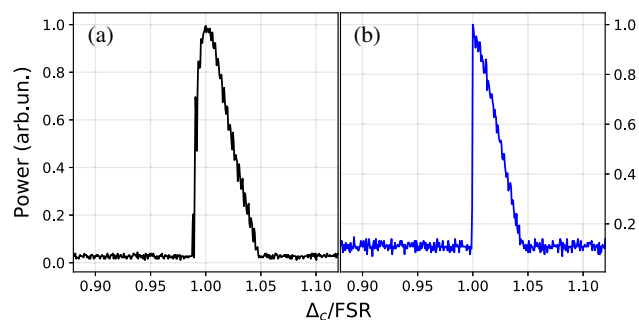


FIG. 2. Output power from the OPO for a cavity length scan, with $T = 91$ °C, $\Delta = 1$ GHz, $\sigma = 1.8$ for a finesse of (a) $\mathcal{F} = 14$ and (b) $\mathcal{F} = 30$.

shift corresponds to the hyperfine splitting (± 3.035 GHz). We have an overall detection efficiency of 83% for the whole system, accounting for optical losses and photo-detector quantum efficiency, and calibrate the shot-noise level using the pump laser [22].

Once the cavity is aligned, oscillation can be observed for sufficient pump power. During the scanning of the cavity length, whenever a doubly resonant condition for signal and idler beam is achieved, there is an intense output on PBS₃ (Fig. 2). The sudden transition of the intensity while scanning the cavity length shows an abrupt threshold for the oscillation. Figure 2(a) and 2(b) show, respectively, the recorded output for two different cavity finesse: $\mathcal{F} = 14$ and $\mathcal{F} = 30$ at the same normalized pump power $\sigma = P/P_{th}$ (where P_{th} is the oscillation threshold pump power at exact resonance).

The asymmetry on the peak is a consequence of the self-phase modulation associated with the $\chi^{(3)}$ nonlinearity. Close to cavity resonance, the intensity leads to a change of the field phase, thus either increasing or decreasing the absolute value of the cavity detuning. For a sufficiently high finesse (or for enough intracavity power), a bistable operation is observed as a consequence of the atom-cavity cooperativity. For a two-level system, this cooperativity is given by $C = g^2N/\gamma_{cav}\Gamma$ with g as the atom-light coupling coefficient, N the number of atoms, γ_{cav} the cavity loss rate, and Γ the atomic spontaneous emission [23]. Notice that the increase of finesse, which reduces γ_{cav} , enhances the atom-cavity cooperativity, leading to the steep bistability of Fig. 2(b) with respect to Fig. 2(a). We work out of the bistability regime by carefully choosing the value of \mathcal{F} .

The high gain of the medium allows the oscillation with relatively large intracavity losses (on the order of 30%) and a controllable tuning of the optical coupling, which allows us to have a fine control of the OPO threshold. Figure 3 shows the total output power as a function of the input pump power for three different values of finesse. One can observe that the threshold power increases from 109 to 221 mW as the finesse of the cavity is reduced from $\mathcal{F} = 19$ to $\mathcal{F} = 10$. That is significantly smaller than the typical operational condition of OPOs using $\chi^{(2)}$ media [3].

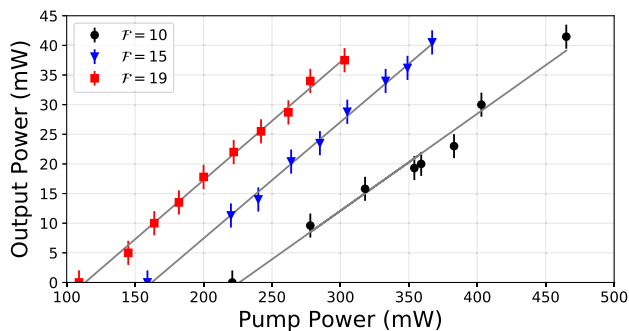


FIG. 3. Total output power as a function of the input pump power for three different values of finesse \mathcal{F} . $T = 91^\circ\text{C}$, $\Delta = 0.82$ GHz. The linear fit is just a guide to the eye.

This condition could be reached due to the high gain of the medium, typically from 100 to 500% gain, going up to 2000% in some cases [11]. In the oscillation regime, we should reach the saturation of the gain, matching the cavity losses [24]. The high gain allows the operation with extremely lossy cavities. The nearly linear dependence agrees with the model developed in [24].

Avoiding the strong bistable condition, we could lock the cavity to the resonance peak, obtaining stable operation of the OPO output with power ranges from 1 to 40 mW, maintaining a single spatial mode. This is at least 10 times higher than the output power from free-space 4WM parametric amplification, which typically runs at ≤ 1 mW [25]. The output power can be increased up to 100 mW or more by increasing the pump power; nevertheless, this leads to the excitation of higher transverse electromagnetic modes, whose study is not within the scope of this Letter.

As we generate pairs of beams with nearly equal average intensities, we look for the twin beam generation by looking at the noise spectrum of the intensity difference. Figure 4 shows the normalized intensity noise spectra for the output beams of the OPO after subtraction of electronic noise. Curve 1 shows the noise of the intensity difference

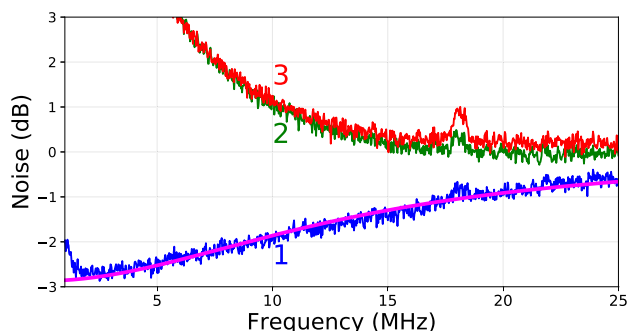


FIG. 4. Intensity noise spectra of the output beams of the OPO, normalized to the shot-noise level, for the subtraction of the photocurrents (1), signal (2), and idler (3) beams. $T = 91^\circ\text{C}$, $\Delta = 0.82$ GHz, $\mathcal{F} = 15$, $\sigma = 1.8$, $P_{th} = 159$ mW.

between the probe and the conjugate beams, showing a maximum two-mode intensity difference squeezing of $-2.7(1)$ dB with respect to the shot-noise level at 2 MHz for a pair of output fields with 12 mW of power for each beam. Experimental data can be compared to the simplest model for twin photon production inside a leaky cavity [26] that is consistent with the model presented in [24], corresponding to a Lorentzian profile as

$$S(f) = 1 - \eta \frac{1}{1 + (f/BW)^2}, \quad (1)$$

where BW stands for the cavity bandwidth and η is the efficiency of the escape ratio of the photon through the output coupler $\eta = L_c/(L_c + L_i)$, where L_c is the output coupler loss and L_i corresponds to intrinsic cavity losses (adding up to 17% in the present case). The resulting curve gives a maximum noise compression of $-2.84(16)$ dB with a bandwidth of 16.1(1) MHz, significantly smaller than the cavity bandwidth of 26 MHz.

The match of this simple model to the current result is quite surprising if we consider that the noise spectra of the twin beams generated from parametric amplification on atomic vapor can have rich spectra [27], with twin beam correlation shifting from squeezing to excess noise in the frequency range that is of the order of the atomic spectral linewidth of 6 MHz for the atom [10], depending on power broadening as well. The resulting profile is a consequence of the interplay of an amplifier with a variable gain bandwidth with a fixed cavity bandwidth, which cannot be fully accounted for by simplified models where a broadband amplifier is considered [24].

Curves 2 and 3 in Fig. 4 show the normalized intensity noise for each beam. As expected, the noise for each beam presents excess of noise and should be subjected to a more detailed treatment. Nevertheless, some distinctive features appear in this situation. The noise rapidly diverges for small analysis frequency, consistent with the cavity dynamics of an OPO, as a consequence of the phase diffusion between the converted fields [24]. This feature is absent in the case of the injected optical parametric amplifier (OPA) [10], where the excess noise is not so sharp. That is also a consequence of the possibility of perfect squeezing of twin beams for lossless cavities leading to strong excess noise in each field that is different from the finite squeezing level that is expected from single pass in a parametric amplifier. Oddly enough, the noise of each beam goes down as the analysis frequency grows. In fact, it is expected that it could eventually evolve to noise compression for appropriate pump power [24].

The present configuration provides a versatile tool to study the squeezing generation for different cavity couplings adjusted by the intracavity wave plate. It changes both the loss ratio of the photon pair and the cavity bandwidth. Amplifying gain could be changed as well

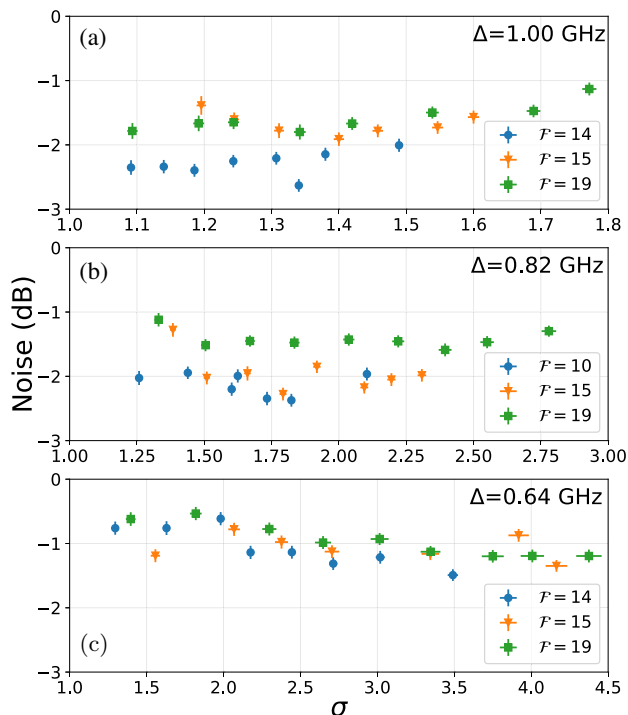


FIG. 5. Noise intensity difference as a function of the input pump power normalized by the threshold power σ for three different cavity finesses and an analysis frequency of 7 MHz. (a)–(c) correspond to three different pump detunings relative to the atomic line.

by the control of the pump detuning. Figure 5(a)–(c) show the squeezing level for pump detuning frequencies of $\Delta = 1.00$, 0.82, and 0.64 GHz. We perform this characterization for three different finesse values and as a function of the pump power above threshold. We notice that, consistent with the expected results from either a simplified [26] or detailed model [24], the squeezing level of the twin beams is insensitive to the pump power. This demonstrates also the robustness of the noise compression under depletion of the pump field, even in the doubly resonant condition. Other expected behavior is the reduction of the squeezing with reduced cavity coupling, which is consistent with the simple model shown in Eq. (1).

A curious feature comes from the role of the amplifier gain. When the pump field is tuned closer to the atomic resonance at 0.64 GHz, the squeezing level is reduced to -1 dB due to the increased absorption in the atomic medium. On the other hand, since we have a higher gain, we could have lower threshold powers, and we demonstrate squeezing in values of σ as high as 4.5 times above the threshold. As for the squeezing level, the best result is obtained for a lower gain, obtained for a detuning of 1 GHz, with an open cavity, ranging from -2 to -3 dB. We expect that for reduced cavity losses the present configuration could provide a squeezing level at least as good as those obtained from the direct parametric amplification [11].

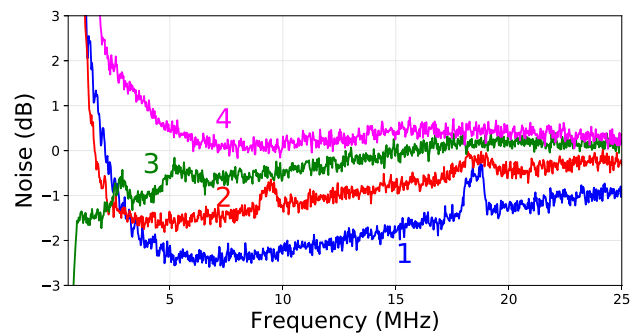


FIG. 6. Noise spectra for different temperatures of the vapor cell. $T = 91^\circ\text{C}$ (Curve 1), 96°C (C2), 101°C (C3), 108°C (C4) with $\sigma = 1.8$, $\Delta = 0.82$ GHz.

While finesse and detuning with respect to the atomic transition seem to keep the quantumness of the outgoing fields within the range of parameters we have studied, the atomic density is a determinant factor for twin beam generation. Figure 6 shows the OPO noise spectra for different temperatures of the vapor cell for the same normalized pump power σ . Notice that Curve 1 for 91°C shows the maximum level of squeezing, and as the temperature is increased up to 108°C , the quantum correlations are lost and eventually the intensity noise difference is above the shot noise. In other words, the increase of atomic density will increase the gain but should lead to an increase of the losses as well, which deteriorate the quantum correlations of the twin beams. This could be the parameter that inhibited the observation of quantum correlations in previous realizations [14,16] since the temperature typically used is around 105°C , which corresponds to a noise spectrum in between Curves 3 and 4 in Fig. 6.

An interesting effect shown in Figs. 4 and 6 is a small peak that appears in the noise of each individual beam and is not suppressed by the subtraction. We performed a characterization of its frequency, and we have shown [20] that it is proportional to the pump power. Although we lack a proper model for its origin, this dependence leads to an association with the AC Stark shift. Since it is narrow enough, its presence does not affect the overall noise profile of the OPO output.

The OPO based on 4WM with hot atomic vapor has shown a significant level of squeezing in the twin beams ($-2.7(1)$ dB, $-3.7(1)$ dB after correction for quantum efficiency) that could be immediately optimized with the design of a dedicated cavity. This design is simplified by the possibility of using a relatively high transmittance for the output coupler ($\approx 30\%$) while dramatically reducing the intracavity loss. Moreover, since we are free from thermal effects and defective absorption of typical nonlinear crystals, an extended operational range of pump power could be studied, reaching more than 4 times above threshold before transverse multimode operation shows up.

That allows the production of quantum correlation of very intense fields with more than 20 mW each, a situation very distinct from the usual OPA using this medium. Measurements above this power were limited by saturation on the photodetectors, so we do not rule out that squeezing should remain for even higher intensities. In the case of transverse multimode operation, an aperture in the smaller waist can be used to either select or manipulate those modes, leading to the production of fields featuring interesting quantum images.

The presented results agree with the model of a gain medium in an open cavity beyond the limit of weak coupling [24]. In this case, pump depletion could be fully considered, and it was shown that, while pump depletion does not affect the robust twin beam generation, it leads to interesting dynamics of the noise compression of each beam, including here the depleted pump. Some interesting features, such as the precise interplay between the bandwidths of the atomic amplifier and the cavity or the origin of the narrow peak whose frequency closely follows the proportionality to the pump, remain the subject of future studies. We may conclude that the success in the observation of quantum correlations in the present implementation came from the control of the atomic density, from operating at lower temperatures, and from the use of a ring cavity in order to avoid the effect of multiple coupling of propagating and counterpropagating modes in the atomic media. This system should provide a useful tool for the production of quantum correlated states close to atomic resonances, eventually leading to the observation of entanglement in such fields.

This work was funded by Grant Nos. 2015/18834-0, 2017/27216-4, and 2018/03155-9, São Paulo Research Foundation (FAPESP), and Grant No. N629091612184 (NICOP/ONR).

*Corresponding author.
hans@if.usp.br

- [1] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2011).
- [2] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3663 (1992).
- [3] A. S. Villar, L. S. Cruz, K. N. Cassemiro, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 243603 (2005).
- [4] A. Dutt, K. Luke, S. Manipatruni, A. L. Gaeta, P. Nussenzveig, and M. Lipson, *Phys. Rev. Applied* **3**, 044005 (2015).
- [5] M. Pysher, Y. Miwa, R. Shahrokhshahi, R. Bloomer, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 030505 (2011).
- [6] O. Pinel, P. Jian, R. M. de Araujo, J. Feng, B. Chalopin, C. Fabre, and N. Treps, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 083601 (2012).
- [7] S. Yokoyama, R. Ukai, S. C. Armstrong, C. Sornphiphatphong, T. Kaji, S. Suzuki, J.-i. Yoshikawa, H. Yonezawa, N. C. Menicucci, and A. Furusawa, *Nat. Photonics* **7**, 982 (2013).
- [8] M. Chen, N. C. Menicucci, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 120505 (2014).
- [9] A. Lvovsky, B. Sanders, and W. Tittel, *Nat. Photonics* **3**, 706 (2009).
- [10] C. F. McCormick, V. Boyer, E. Arimondo, and P. D. Lett, *Opt. Lett.* **32**, 178 (2007).
- [11] Q. Glorieux, L. Guidoni, S. Guibal *et al.*, *Proc. SPIE Quantum Opt.* **7727**, 772703 (2010).
- [12] M. T. Turnbull, P. G. Petrov, C. S. Embrey, A. M. Marino, and V. Boyer, *Phys. Rev. A* **88**, 033845 (2013).
- [13] R. Ma, W. Liu, Z. Qin, X. Su, X. Jia, J. Zhang, and J. Gao, *Opt. Lett.* **43**, 1243 (2018).
- [14] J. Okuma, N. Hayashi, A. Fujisawa, M. Mitsunaga, and K.-i. Harada, *Opt. Lett.* **34**, 698 (2009).
- [15] X. Yu, M. Xiao, and J. Zhang, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 041101 (2010).
- [16] J. Sheng, H. Wu, X. Yang, U. Khadka, and M. Xiao, *Opt. Lett.* **37**, 1655 (2012).
- [17] H. Wu and M. Xiao, *Phys. Rev. A* **80**, 063415 (2009).
- [18] The photon flux of each field, estimated as 10^7 photons/sec, was measured with avalanche photodiodes, limiting the exploration of the quantum features to violations of Cauchy-Schwarz inequalities.
- [19] X. Pan, H. Chen, T. Wei, J. Zhang, A. M. Marino, N. Treps, R. T. Glasser, and J. Jing, *Phys. Rev. B* **97**, 161115(R) (2018).
- [20] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.125.083601> for details of the data analysis and the experimental setup.
- [21] E. H. Huntington, G. N. Milford, C. Robilliard, T. C. Ralph, O. Glöckl, U. L. Andersen, S. Lorenz, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A* **71**, 041802(R) (2005).
- [22] The shot-noise level is calibrated by using a fraction of the coherent pump field (red arrow in Fig. 1) with the same power as the twin beams. The reference beam is injected in the open port of PBS₆ to perform the balanced detection.
- [23] A. Lambrecht, E. Giacobino, and J. M. Courty, *Opt. Commun.* **115**, 199 (1995).
- [24] B. A. F. Ribeiro, R. B. de Andrade, M. Martinelli, and B. Marques, companion paper, *Phys. Rev. A* **102**, 023522 (2020).
- [25] A. M. Marino, V. Boyer, and P. D. Lett, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 233601 (2008).
- [26] S. Reynaud, *Eur. Phys. Lett.* **4**, 427 (1987).
- [27] N. V. Corzo, Q. Glorieux, A. M. Marino, J. B. Clark, R. T. Glasser, and P. D. Lett, *Phys. Rev. A* **88**, 043836 (2013).

Quantum noise correlations of an optical parametric oscillator based on a non-degenerate four wave mixing process in hot alkali atoms

A. Montaña Guerrero¹, P. Nussenzveig¹, M. Martinelli¹, A. M. Marino², and H. M. Florez^{1*}

¹ Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 05315-970 São Paulo, SP-Brazil and

² Center for Quantum Research and Technology and Homer L. Dodge Department of Physics and Astronomy, The University of Oklahoma, Norman, Oklahoma 73019, USA

(Dated: July 22, 2020)

I. DETAILS OF THE EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup is shown in Fig. 1. We employ a bow-tie cavity with 4 mirrors with 99.5% reflectivity, where two of them (M_1 , M_2) have a curvature radius of 50 cm and the other two are flat mirrors (M_3 , M_4). Cavity length is finely controlled by the displacement of mirror M_4 , mounted on a piezoelectric actuator (PZT_1). The cavity perimeter of 69.70 (5) cm corresponds to an effective cavity size of 74.09 (5) cm, and therefore to a free spectral range (FSR) of 404.7 (3) MHz. This choice of FSR corresponds to 1/15 of the 6.070 GHz frequency separation, which is equal to twice the hyperfine splitting of the ground state of the ^{85}Rb atoms. The choice of FSR also ensures that when the resonant condition is satisfied for both signal and idler modes the pump mode will be out of resonance. Therefore, even if there is leakage of the pump field after PBS_2 , we avoid any resonance for the pump field, thus ensuring a doubly resonant operation. The incidence angle of 11° to the normal of the cavity mirrors leads to a negligible astigmatism of the cavity Gaussian mode ($< 3\%$ on the vapour cell). The value of the two waist radius are 316 (3) μm and 193 (5) μm for the longer and shorter arms, respectively. In the waist of the longer arm we have a 3 cm long vapour cell with ^{85}Rb isotope. The vapour cell has anti-reflection coated windows and is kept at 90°C for high optical density. The pump beam is colinear with the cavity mode and is injected by polarising beam splitter PBS_1 and removed by PBS_2 . After PBS_2 we use a half wave-plate (HWP) and a third PBS (PBS_3) in order to control the output coupling of the cavity. By changing the orientation of the waveplate, the cavity finesse ranges from 5 to 30 for a field far from the atomic resonance.

The pump beam is generated by a Titanium Sapphire laser tuned to the D1 line of Rb at 795nm and with maximum power of 800 mW. The laser beam is locked to the blue of the $5^2S_{1/2}F=2 \rightarrow 5^2P_{1/2}F=3$ transition, with a detuning $\Delta = 1.00, 0.82$ or 0.64 GHz. The locking is performed by shifting the frequency of a sample of the laser with an acousto-optic modulator (AOM), driven by a frequency of 250 MHz, on a four pass scheme. The frequency of the shifted field is analysed by saturated absorption spectroscopy, that provides the error signal for the laser frequency stabilization.

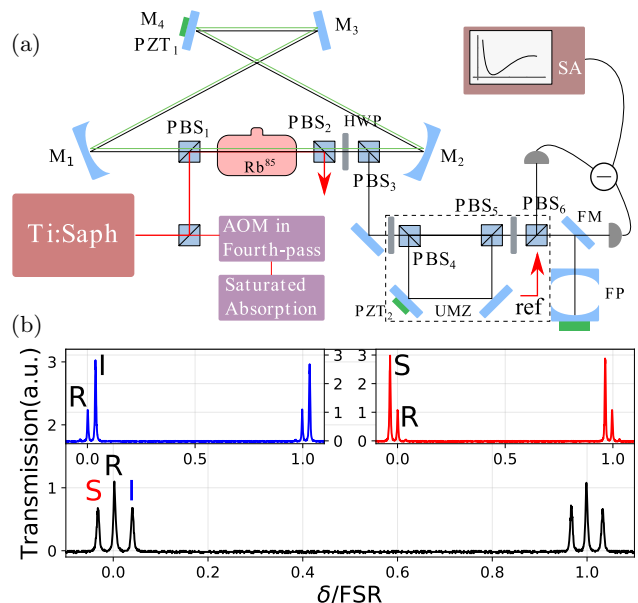


FIG. 1. (a) Sketch of the experimental setup. PBS indicates polarising beamsplitter cube, HWP half-wave plate, UMZ unbalanced Mach-Zehnder interferometer, M mirror, FP confocal Fabry-Perot, FP flip-mirror and SA spectrum analyser. (b) Interferometer output analysed by a FP cavity with R, S and I as reference, signal and idler, respectively. Inset: spectral separation of the signal and idler beams.

Since the twin beams are generated with the same polarisation, they need to be spectrally discriminated. We used an unbalanced Mach-Zehnder (UMZ) with a difference of optical path of ~ 25 mm between both arms. The beams are split by the half waveplate and PBS_4 , then they are overlapped on PBS_5 . By using a HWP and PBS_6 , we obtain two outputs, with a fringe visibility of 99%. Phase shift of the longer arm is finally adjusted by displacing one of the mirrors with PZT_2 . This visibility gives us 98% separation efficiency for the two modes from the OPO. This can be verified by using a confocal Fabry-Perot cavity (FP) of 1.5 GHz of FSR (see inset Fig. 1.(b)). Taking an injected reference field (R) from the pump beam, we can adjust the length of the long path for a constructive interference of the signal (S) or the idler field (I), while verifying that their frequencies correspond to those of the hyperfine splitting.

Once the beams are separated, they are sent to two p-

* hans@if.usp.br

i-n photodiodes (FND-100, EG&G). The average value of the photocurrents are measured, and the high-frequency component is strongly amplified by a transimpedance circuit. The high frequency signals are added or subtracted and measured by a spectrum analyser (SA), with a resolution bandwidth RBW of 100 kHz and a video bandwidth VBW of 1 kHz. In order to detect the shot noise, we take a part of the pump beam and used it as a reference (red arrow entering into PBS₆) to perform the balance detection. We have an overall detection efficiency of 83 % for the whole system, accounting for optical losses and photodetector quantum efficiency.

II. DATA ANALYSIS

Figure 2 shows an example of raw data in which line 1 corresponds to the electronic noise, line 2 to the shot noise associated with the sum of the power of the two beams, line 3 to the shot noise associated with a single beam, line 4 to the noise of the intensity difference between signal and idler beams without normalization, and line 5 to the intensity noise associated to a single beam (signal or idler).

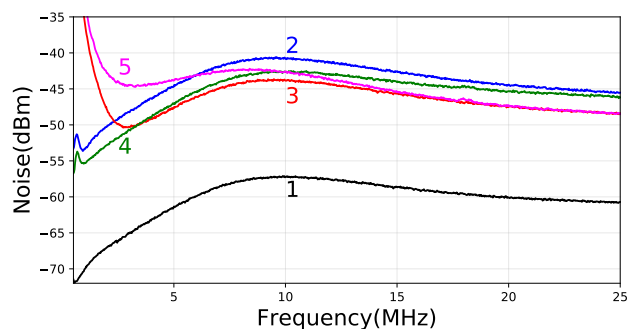


FIG. 2. Measured noise spectra used to evaluate the normalized curves on the main text. $T=91^{\circ}\text{C}$, $\Delta = 0.82$ GHz, $\mathcal{F} = 15$, $\sigma = 1.8$, $P_{th} = 159$ mW. Spectrum analyser settings: resolution bandwidth = 100 kHz, video bandwidth = 1 kHz.

For the evaluation of the normalized noise presented in the main text, all the measured spectra had their electronic noise subtracted before normalization by their corresponding shot noise level. This reference level was obtained using a sample of the pump laser, strongly attenuated for obtaining the same intensity of the output fields generated by the OPO. We have tested the intensity noise of the laser, verifying the linear response of the noise spectra with the power of the reference beam within a precision of 1%.

Figure 3 shows the evolution of the narrow peak in the noise spectra for different pump powers. We present the normalized power spectrum of the intensity difference between signal and idler. Other parameters are the same as in Fig. 2. Curves 1 to 6 correspond to an input pump power of 278, 318, 359, 383, 403 and 465 mW respectively.

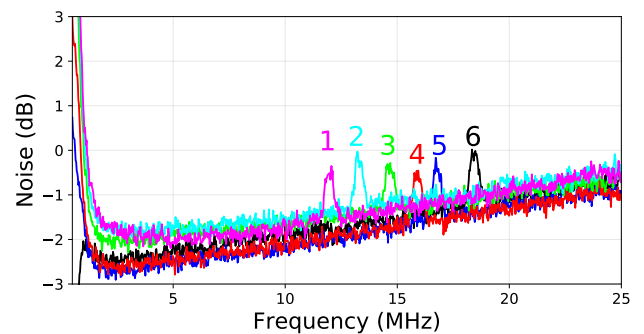


FIG. 3. Normalized noise of the subtraction of the photocurrents. Curves 1 to 6 correspond to an input pump power of $\sigma = 1.26, 1.44, 1.62, 1.73, 1.82$ and 2.1 mW respectively, all of them with $P_{th} = 221$ mW. $\mathcal{F} = 10$, $\Delta = 0.82$ GHz, $T = 92^{\circ}\text{C}$

The peak frequency was evaluated by subtraction of the background noise taken as a baseline, followed by a fit to a Lorentzian. Central frequency is shown in Fig. 4, as a function of the pump power, while the error bars are estimated from the width of the fitted curve. The linear adjust corresponds to proportionality ratio of 38.4 (3) MHz/W.

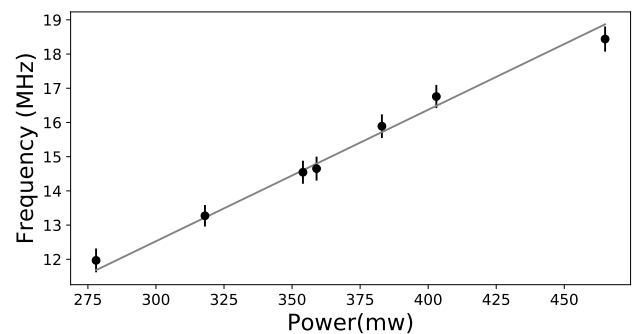


FIG. 4. Peak frequency as a function of the pump power

Continuous Variable Entanglement in an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms

A. Montaña Guerrero^{1,*}, R. L. Rincón Celis¹, P. Nussenzeig¹, M. Martinelli¹, A. M. Marino², and H. M. Florez^{1,†}

¹*Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 05315-970 São Paulo, SP, Brazil*

²*Center for Quantum Research and Technology and Homer L. Dodge Department of Physics and Astronomy, The University of Oklahoma, Norman, Oklahoma 73019, USA*

 (Received 26 April 2022; accepted 14 September 2022; published 11 October 2022)

We present the measurement of entanglement between twin beams generated with a doubly resonant optical parameter oscillator (OPO) based on four-wave mixing in hot ^{85}Rb vapor above threshold. This is the first measurement of entanglement in an OPO with a $\chi^{(3)}$ media above threshold. We reconstruct the covariance matrix for several configurations and based on a full picture of the four side band mode state, we study entanglement between all possible bipartitions. We show a robust generation of entanglement with stronger generation for a specific pair of modes. For this system, we show that atomic density is a determinant factor for the generation and loss of quantum correlations. The generation of entangled fields with an atomic OPO operating close to atomic resonance of alkali atoms enables a natural integration into quantum networks.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.129.163601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.129.163601)

Entanglement, an important quantum phenomena, is a keystone for the development of a quantum network that can be used for quantum communication and quantum computation [1]. Among the diversity of quantum entanglement sources, those in the continuous variable domain have shown great potential for applications and versatility for the generation of entangled states. Specifically, solid-state optical parametric oscillators (OPOs) based on a $\chi^{(2)}$ media have been used to generate correlated and entangled light beams below [2] and above [3] the OPO oscillation threshold. OPOs also have the capability of generation of large ensembles of multimode entangled fields [4–7]. Furthermore, OPOs based on optical chips have been engineered to generate quantum correlated light based on the $\chi^{(3)}$ process of four-wave mixing (FWM) [8] below the oscillation threshold.

Quantum correlated light can also be generated through a free space FWM process in hot atomic vapors [9,10]. These systems present higher gains than their solid-state counterpart, hence a higher efficiency and stronger correlations are expected in both the amplitude and phase quadratures. As a result, FWM offers a promising approach for the construction of OPOs with interesting quantum features, as we have recently demonstrated through the generation of twin beams with an intensity difference squeezing of -2.7 dB [11].

In this Letter, we demonstrate the first measurement (to the best of our knowledge) of entanglement between twin beams generated by a doubly resonant OPO operating above threshold using a $\chi^{(3)}$ media. The amplifying process comes from a FWM process in a hot vapor cell of ^{85}Rb atoms within a cavity. We present a detailed study of the

structure of entanglement involving four distinct frequency modes of the field in a basic setup consisting of a pump and a lossy resonant cavity surrounding the gain medium. This basic structure is consistent with a simple model for the OPO [12]. However, due to the fact that we use a cavity of extremely low finesse with a gain medium that can be engineered with the creative use of driving and pump fields [13], our Letter opens the possibility to develop distinct structures of entanglement by playing with the longitudinal modes [4,14] of the cavity. These entangled modes, close to atomic resonance, will provide a useful test bed for quantum information processing including atomic systems as quantum memories [15].

The entanglement between a pair of two modes a and b can be initially verified by the Duan *et al.* [16] criterion, where we compute the sum and difference of the amplitude \hat{p} and phase \hat{q} quadratures of the intense beams, such that $\hat{p}_- = (\hat{p}_a - \hat{p}_b)/\sqrt{2}$ and $\hat{q}_+ = (\hat{q}_a + \hat{q}_b)/\sqrt{2}$. A violation of the inequality

$$\Delta^2 \hat{p}_- + \Delta^2 \hat{q}_+ \geq 2 \quad (1)$$

demonstrates a continuous variable entangled state. This corresponds to the quantum correlations involving the two intense output beams generated by the OPO, considering a given analysis frequency of the detected photocurrents. Nevertheless, a richer frequency mode structure is present in the detailed treatment of these photocurrents [17]. Photodetection analysis at a given frequency Ω is a result of the beat note between the intense oscillating field at frequency mode ω , defined as the carrier, and the pair of

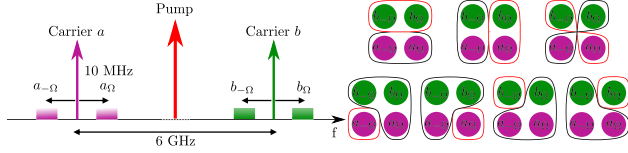


FIG. 1. Representation of frequency sidebands surrounding their corresponding mode carriers “a” and “b.” The figure on the right shows all seven possible bipartitions that need to be analyzed with the Simon criteria.

frequency modes at $\omega \pm \Omega$, defined as the sidebands (see Fig. 1). The detailed entanglement structure of the four sideband modes requires a more sophisticated analysis based on the Simon version of positivity under partial transposition (PPT) [18] criteria, which is stated in terms of the symplectic eigenvalues of the partially transposed (PT) covariance matrix reconstructed from experimental data [17]. According to this criteria, there is entanglement between two bipartitions in the system if the smallest symplectic eigenvalue is less than one. Thus, an analysis of all possible bipartitions in the system reveals the entanglement structure between the modes.

The experimental setup is shown in Fig. 2 with a detailed description presented in the Supplemental Material [19]. The OPO consists of a bow-tie cavity with high reflectivity mirrors and a free spectral range (FSR) of 404.7(3) MHz, allowing for a doubly resonant operation between a pair of beams separated by a frequency of 6 GHz, which corresponds to twice the ground state hyperfine atomic splitting of ^{85}Rb . A ^{85}Rb vapor cell with antireflection coatings is placed inside the cavity and is heated to 97 °C for high optical density, as needed for an efficient FWM process.

The pump beam is collinear with the cavity mode and is injected with a polarizing beam splitter PBS_1 and removed by PBS_2 . The pump is generated with a Ti:sapphire laser tuned close to the D1 (@795 nm) line of ^{85}Rb , and its frequency is stabilized such that it has a detuning

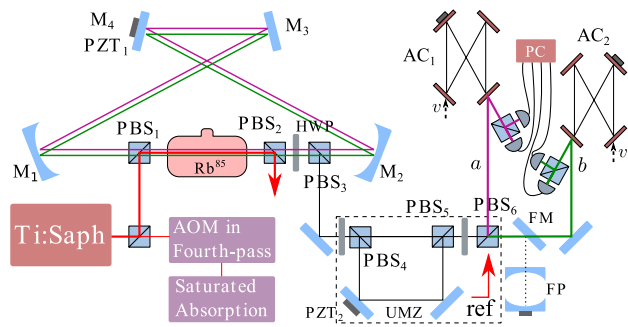


FIG. 2. Sketch of the experimental setup. Mirror (M), confocal Fabry-Perot (FP), flip mirror (FM), analysis cavity (AC), piezo-electric actuator (PZT), and demodulating chain and data acquisition (PC). Other definitions are given in the text.

$\Delta_1 = 0.82$ GHz to the blue of the $5^2S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5^2P_{1/2}F = 3$ transition. A half wave-plate (HWP) and PBS_3 are used in order to control the output coupling of the cavity, which has a finesse that ranges from 5 to 30 for a field far from atomic resonance. Since the generated fields are degenerated in polarization, they are separated with an unbalanced Mach-Zehnder (UMZ) interferometer [25], with a discrimination efficiency of 98%.

After spatial separation, we use the technique of resonator detection (RD) [17] to reconstruct the full covariance matrix. The RD technique consists on using the dispersive properties of an optical resonator close to resonance. The analysis cavity leads to a distinct phase shift of the sideband modes before photodetection that depends on its detuning, this enables a full reconstruction of the covariance matrix. After the balanced detection for each beam, the photocurrent is split in two, demodulated using in-quadrature signals at a chosen analysis frequency and processed in a computer. The whole system has an overall detection efficiency of 91%, accounting for optical losses and photodetector quantum efficiency. This process allows for a complete tomography of the quantum state.

As it was already observed for OPOs operating above threshold, the generated quantum state can be described by a Gaussian state, i.e., a stationary state with Gaussian statistics [26]. In this case, the covariance matrix is a faithful description of the Wigner function of the state, and therefore an equivalent mapping of the density operator that contains all the relevant information about the state. In terms of the quadrature operators, the covariance matrix is given by

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} (\langle \vec{X} \cdot \vec{X}^T \rangle + \langle \vec{X} \cdot \vec{X}^T \rangle^T), \quad (2)$$

with

$$\vec{X} = (\hat{p}_{a,-\Omega}, \hat{q}_{a,-\Omega}, \hat{p}_{a,\Omega}, \hat{q}_{a,\Omega}, \hat{p}_{b,-\Omega}, \hat{q}_{b,-\Omega}, \hat{p}_{b,\Omega}, \hat{q}_{b,\Omega})^T,$$

where the operators associated with the amplitude ($\hat{p} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$) and phase [$\hat{q} = -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$] quadratures of the sidebands ($\Omega, -\Omega$) of the intense fields (labeled a and b) are arranged from smallest to largest mode frequency (as seen in Fig. 1). The detailed process of state tomography needed to reconstruct the covariance matrix is presented in the Supplemental Material [19].

A first overview of the entanglement structure can be obtained through the usual direct analysis picture based on the spectral components of the photocurrents at a given analysis frequency [3]. In this case, detection with the analysis cavity will measure a linear combination of the sidebands, as is the case for homodyne detection [17]. This is equivalent to writing the covariance matrix in terms of the symmetric combination of sideband modes. In this case, the observed operators associated with the beam a are

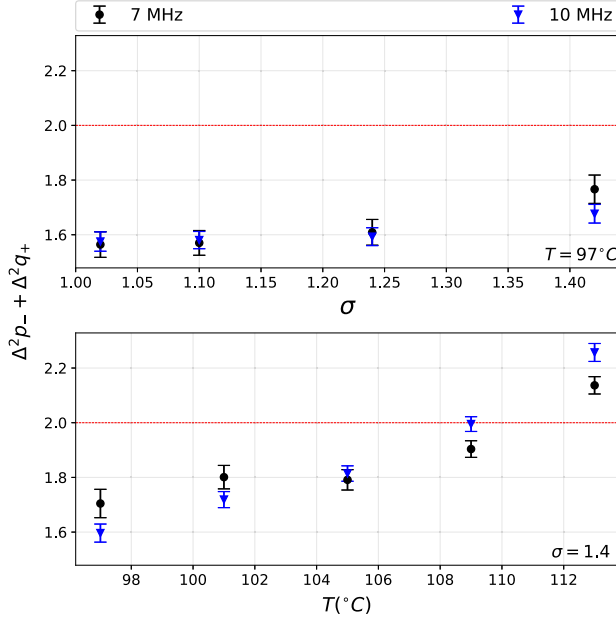


FIG. 3. Top: Duan criterion as a function of $\sigma = P/P_{\text{Th}}$ with $P_{\text{Th}} = 199$ mW. Bottom: Duan Criterion as a function of temperature. The threshold power evolves as $P_{\text{Th}} = 174, 125, 90, 61.8, 50$ mW for $T = 97, 101, 105, 109,$ and 113°C , respectively. For both figures, we consider analysis frequencies of 7 (black circles) and 10 MHz (blue triangles) for a cavity with $\mathcal{F} = 15$. Values less than 2 indicate the presence of entanglement.

$\hat{p}_a = (\hat{p}_{a,\Omega} + \hat{p}_{a,-\Omega})/\sqrt{2}$ and $\hat{q}_{(a)} = (\hat{q}_{a,\Omega} + \hat{q}_{a,-\Omega})/\sqrt{2}$. Together with the corresponding expressions for the output beam b , we can apply the Duan criterion to test for entanglement between the intense beams [16].

We compute the variances given in Eq. (1) for analysis frequencies of 7 and 10 MHz as a function of the pump power normalized to the oscillation threshold power $\sigma = P/P_{\text{Th}}$ for $T = 97^\circ\text{C}$, as depicted in Fig. 3 (top). In order to demonstrate a violation of Eq. (1), we compute $\Delta^2\hat{p}_-$ and $\Delta^2\hat{q}_+$ separately, with minimum values of $\Delta^2\hat{p}_- = 0.71(14)$ and $\Delta^2\hat{q}_+ = 0.85(14)$. While amplitude difference squeezing was already shown in [11], the observation of phase sum squeezing for the first time in this kind of OPO gives a clear demonstration of entanglement in the intense generated fields. We show a maximum violation in the Duan criterion of $\Delta^2\hat{p}_- + \Delta^2\hat{q}_+ = 1.56(14) \neq 2$. Unlike a solid state OPO, in which phonon noise degrades the squeezing in the phase quadrature [27], atoms do not introduce such excess noise. The violation remains robust as we increase the pump power, and the slight reduction in the violation of the Duan criterion is compatible with the coupling of the pump mode into the doubly resonant OPO, as described in [12]. On the other hand, since the analysis frequencies are smaller than the OPO bandwidth of 27 MHz for this configuration, we do not see a clear dependency on the analysis frequency. It is interesting to

notice that the cavity finesse ($\mathcal{F} = 15$) is almost 1 order of magnitude smaller than those usually used for experiments with solid state OPOs [3,8]. This is possible due to the large control over the gain possible with the atomic-based amplifier.

This makes the $\chi^{(3)}$ OPO based on atomic media a versatile source for the generation of a high level of entanglement when operating above threshold, in addition to being more robust against the degradation of phase correlations. Nevertheless, this advantage should be treated with care. We also compute the Duan criterion as a function of temperature in Fig. 3 (bottom) and show that entanglement is degraded until the violation is lost for values higher than 109°C . While an increase in temperature increases the gain of the medium, thus reducing the threshold power, the spectral broadening of the absorption profile increases the losses, which degrades the entanglement.

Therefore, there is an optimal condition for which we have enough atoms for a fairly low oscillation threshold thanks to the high gain, but avoiding a dense, temperature broadened sample that leads to incoherent effects that degrade the quantum correlations. It is worth noting that in solid state OPOs temperature changes mainly affect the phase quadrature; however, for atomic based parametric amplifiers an increase in temperature leads to an increase in number density and thus absorption. This results in the degradation of correlations in both the amplitude and phase quadratures.

A richer structure of entanglement can be observed for the complete four mode state described by the covariance matrix defined in Eq. (2). Taking the covariance matrix for our state, we can apply now the Simon criteria [18], by calculating the smallest symplectic eigenvalue ν after a partial transposition for all seven possible bipartitions, as shown in Fig. 1. First, we compute ν as a function of the normalized pump power σ for three different values of the finesse ($\mathcal{F} = 13, 15, 17$) for an analysis frequency of 10 MHz and a constant temperature of 97°C with the results shown in Fig. 4. Values of ν smaller than 1 indicates the presence of an entangled bipartition.

The particular bipartition $(\hat{a}_{-\Omega}, \hat{a}_{+\Omega})$ vs $(\hat{b}_{-\Omega}, \hat{b}_{+\Omega})$ is entangled as expected from the Duan criterion between modes “a” and “b,” and presents the maximal violation of all possible bipartitions. It is interesting to note that the other 2×2 bipartitions have a quite different behavior. While bipartition $(\hat{a}_{-\Omega}, \hat{b}_{-\Omega})$ vs $(\hat{a}_{+\Omega}, \hat{b}_{+\Omega})$, which involves the correlation between the lower against the upper sidebands presents a violation almost as strong as the one between the two bright beams, the bipartition $(\hat{a}_{-\Omega}, \hat{b}_{+\Omega})$ vs $(\hat{a}_{+\Omega}, \hat{b}_{-\Omega})$ is compatible with a separable state. This is consistent with the sideband picture in which we have a pair of two mode squeezing operators, acting on the modes $(\hat{a}_{-\Omega}, \hat{b}_{+\Omega})$ and $(\hat{a}_{+\Omega}, \hat{b}_{-\Omega})$ independently [12].

We consider now the entanglement of a single sideband against the remaining set of modes, e.g., $(\hat{a}_{-\Omega})$ vs

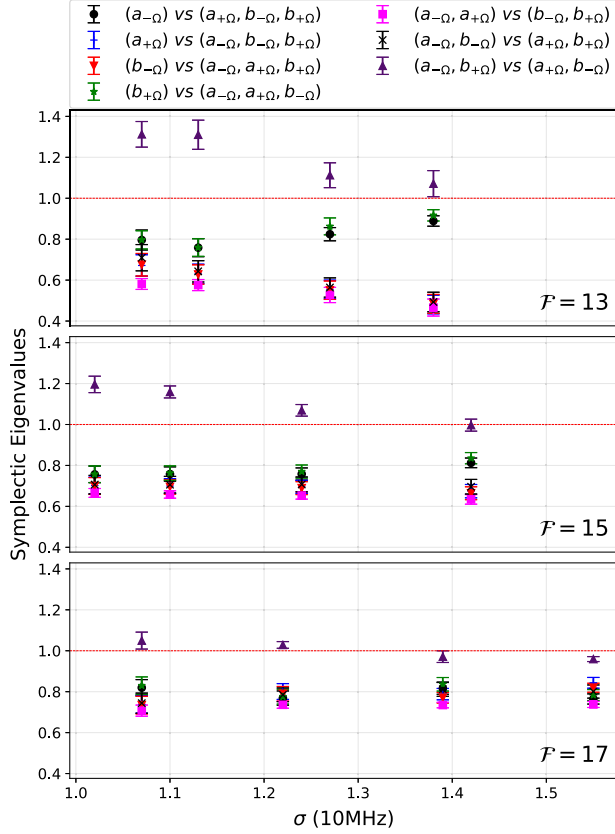


FIG. 4. Smallest symplectic eigenvalues for all possible bipartitions after partial transposition as a function of σ , the pump power normalized to the threshold power. For all data we use an analysis frequency of 10 MHz and a temperature of 97 °C for $\mathcal{F} = 13, 15, 17$, which leads to $P_{\text{Th}} = 274, 199, 138$ mW, respectively.

($\hat{a}_{+\Omega}, \hat{b}_{-\Omega}, \hat{b}_{+\Omega}$). It is interesting to note that in an open cavity ($\mathcal{F} = 13$), the degree of entanglement between different bipartitions is far from being symmetric. For instance, Fig. 4 shows that at $\sigma \sim 1.4$, for the internal modes $\hat{a}_{+\Omega}$ (blue cross) and $\hat{b}_{-\Omega}$ (downward red triangle), the symplectic eigenvalues are near 0.5; whereas for the modes $\hat{a}_{-\Omega}$ (black circle) and $\hat{b}_{+\Omega}$ (green star) the symplectic eigenvalues are near 0.9. However, this asymmetry tends to disappear gradually as the finesse increases. For $\mathcal{F} = 17$, the symplectic eigenvalues in the four 1×3 bipartitions all tend to the same value around 0.8. The interplay between the asymmetric gain medium spectral profile [28] and the symmetric cavity response in frequency plays a role that requires a detailed treatment beyond the one we presented in [12].

The observed entanglement is dependent on the temperature, as can be observed by exploring this parameter for an analysis frequency of 10 MHz, $\sigma = 1.42$, and $\mathcal{F} = 15$, as shown in Fig. 5. Atomic density is a determinant factor for the generation and degradation of entanglement, in a similar way as that observed for the Duan criterion.

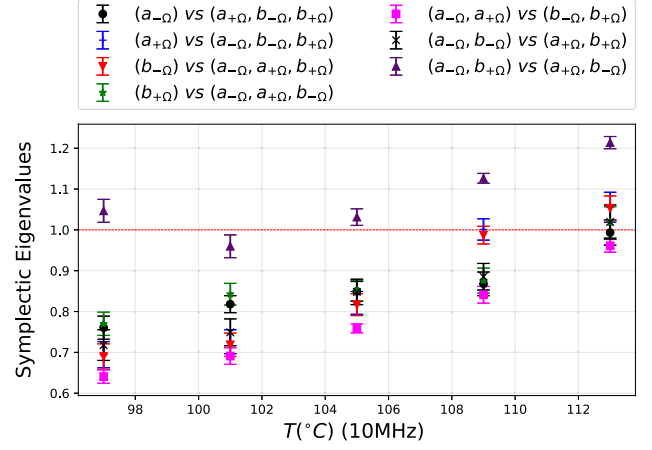


FIG. 5. Smallest symplectic eigenvalues for all possible bipartitions after partial transposition as a function of temperature. For all data, we use an analysis frequency of 10 MHz and $\sigma = 1.42$ for $T = 97, 101, 105, 109, 113$ °C, which leads to $P_{\text{Th}} = 174, 125, 90, 61.8, 50$ mW, respectively.

For a temperature of 97 °C the entangled bipartitions all show a violation of the Simon criteria with their smallest symplectic eigenvalues near 0.7; however, the entanglement is lost when the temperature is increased to 113 °C. A more detailed characterization of the entanglement structure of the four mode system is obtained when we analyze the entanglement for bipartitions composed of individual modes against the remaining modes. Figure 5 shows that internal bands $\hat{a}_{+\Omega}$ (blue cross) and $\hat{b}_{-\Omega}$ (downward red triangle) exhibit a similar behavior, having more entanglement than external bands $\hat{a}_{-\Omega}$ (black circle) and $\hat{b}_{+\Omega}$ (green star) at low temperature values. When the temperature increases this behavior flips and external bands have more entanglement than internal ones until finally entanglement is lost.

As we have demonstrated, an OPO based on a nonlinear FWM process in a hot atomic vapor produces entangled twin beams with an entanglement structure that is consistent with the production of two-mode entangled states involving pairs of sidebands of the signal and idler modes. The absence of phonon noise in the gain medium is an advantage over other OPO configurations based on a $\chi^{(2)}$ or $\chi^{(3)}$ process in solids. The extremely high gain possible with an atomic medium allows for the use of a cavity with low finesse, which results in a high escape rate for the produced fields. Additionally, the combination of an adjustable amplifier and a versatile cavity allows for the engineering of the generated modes. With simple improvements, a dedicated setup can be used to produce higher levels of entanglement that may compete with the best values obtained by a $\chi^{(2)}$ OPO. Some limitations, nevertheless, are present. Atomic density, controlled by the temperature of the ^{85}Rb vapor cell, is an important parameter that degrades the correlations in the system and can lead to the loss of entanglement. This does not change the fact that

the system is a rich and useful tool for the generation of quantum multipartite entangled states that are close to atomic resonance, with applications in many aspects of quantum information.

This work was funded by Grants No. 2015/18834-0, 2017/27216-4 and No. 2018/03155-9 São Paulo Research Foundation (FAPESP), and Grant No. N629091612184 (NICOP/ONR).

*amontanag@usp.br

†hans@if.usp.br

- [1] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2011).
- [2] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3663 (1992).
- [3] A. S. Villar, L. S. Cruz, K. N. Cassemiro, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 243603 (2005).
- [4] M. Pysher, Y. Miwa, R. Shahrokhshahi, R. Bloomer, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 030505 (2011).
- [5] O. Pinel, P. Jian, R. M. de Araújo, J. Feng, B. Chalopin, C. Fabre, and N. Treps, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 083601 (2012).
- [6] Shota Yokoyama, Ryuji Ukai, Seiji C. Armstrong, Chanond Sornphiphatphong, Toshiyuki Kaji, Shigenari Suzuki, Jun-ichi Yoshikawa, Hidehiro Yonezawa, Nicolas C. Menicucci, and Akira Furusawa, *Nat. Photonics* **7**, 982 (2013).
- [7] M. Chen, N. C. Menicucci, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 120505 (2014).
- [8] Avik Dutt, Kevin Luke, Sasikanth Manipatruni, Alexander L. Gaeta, Paulo Nussenzveig, and Michal Lipson, *Phys. Rev. Appl.* **3**, 044005 (2015).
- [9] C. F. McCormick, V. Boyer, E. Arimondo, and P. D. Lett, *Opt. Lett.* **32**, 178 (2007).
- [10] A. M. Marino, V. Boyer, and P. D. Lett, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 233601 (2008).
- [11] A. M. Guerrero, P. Nussenzveig, M. Martinelli, A. M. Marino, and H. M. Florez, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 083601 (2020).
- [12] Barbara Abigail Ferreira Ribeiro, R. B. de Andrade, M. Martinelli, and B. Marques, *Phys. Rev. A* **102**, 023522 (2020).
- [13] Da Zhang, Changbiao Li, Zhaoyang Zhang, Yiqi Zhang, Yanpeng Zhang, and Min Xiao, *Phys. Rev. A* **96**, 043847 (2017).
- [14] Y. Cai, J. Roslund, G. Ferrini, F. Arzani, X. Xu, C. Fabre, and N. Treps, *Nat. Commun.* **8**, 15645 (2017).
- [15] A. Lvovsky, B. Sanders, and W. Tittel, *Nat. Photonics* **3**, 706 (2009).
- [16] Lu-Ming Duan, Géza Giedke, Juan Ignacio Cirac, and Peter Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2722 (2000).
- [17] F. A. S. Barbosa, A. S. Coelho, K. N. Cassemiro, P. Nussenzveig, C. Fabre, A. S. Villar, and M. Martinelli, *Phys. Rev. A* **88**, 052113 (2013).
- [18] R. Simon, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2726 (2000).
- [19] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.129.163601>, which includes Refs [11,16–18,20–24] for details of the experimental setup, covariance matrix reconstruction with the resonator detection technique, and entanglement test.
- [20] F. A. S. Barbosa, A. S. Coelho, K. N. Cassemiro, M. Martinelli, P. Nussenzveig, and A. S. Villar, *Phys. Rev. A* **102**, 063705 (2020).
- [21] F. A. S. Barbosa, A. S. Coelho, L. F. Muñoz-Martinez, L. Ortiz-Gutiérrez, A. S. Villar, P. Nussenzveig, and M. Martinelli, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 073601 (2018).
- [22] E. Schrödinger, *Ber. Kgl. Akad. Wiss. Berlin* **24**, 296 (1930).
- [23] H. P. Robertson, *Phys. Rev.* **46**, 794 (1934).
- [24] R. F. Werner and M. M. Wolf, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3658 (2001).
- [25] E. H. Huntington, G. N. Milford, C. Robilliard, T. C. Ralph, O. Glöckl, U. L. Andersen, S. Lorenz, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A* **71**, 041802 (2005).
- [26] A. S. Coelho, F. A. S. Barbosa, K. N. Cassemiro, M. Martinelli, A. S. Villar, and P. Nussenzveig, *Phys. Rev. A* **92**, 012110(R) (2015).
- [27] A. S. Coelho, F. A. S. Barbosa, K. N. Cassemiro, A. S. Villar, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, *Science* **326**, 823 (2009).
- [28] Q. Glorieux, R. Dubessy, S. Guibal, L. Guidoni, J.-P. Likforman, T. Coudreau, and E. Arimondo, *Phys. Rev. A* **82**, 033819 (2010).

Continuous Variable Entanglement in an Optical Parametric Oscillator Based on a Nondegenerate Four Wave Mixing Process in Hot Alkali Atoms

A. Montaña Guerrero^{1,*}, R. Rincón Celis¹, P. Nussenzeig¹, M. Martinelli¹, A. M. Marino², and H. M. Florez^{1†}

¹ Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 05315-970 São Paulo, SP-Brazil and

² Center for Quantum Research and Technology and Homer L. Dodge Department of Physics and Astronomy, The University of Oklahoma, Norman, Oklahoma 73019, USA

(Dated: October 3, 2022)

I. DETAILS OF THE EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup depicted in Fig. 1 (a), for the generation of entangled beams, is the same as the one used in [1]. We use a bow-tie cavity with 4 mirrors with 99.5% reflectivity, with M_1 and M_2 having a radius of curvature of 50 cm and M_3 , M_4 being flat mirrors. Mirror M_4 is mounted on a piezoelectric actuator (PZT₁) to finely control the cavity length. The effective cavity size of 74.09(5) cm corresponds to a free spectral range (FSR) of 404.7(3) MHz, which is 1/15 of the 6.070 GHz frequency separation between the signal and idler (twice the hyperfine splitting of the ground state of ⁸⁵Rb). The choice of FSR ensures doubly resonant operation and makes it such that when the resonant condition is satisfied for both signal and idler modes the pump mode will be out of resonance. The value of the two cavity waist radii are 316(3) μ m and 193(5) μ m for the longer and shorter arms, respectively. At the waist of the longer arm we place a 3 cm long vapor anti-reflection coated cell with isotopically pure ⁸⁵Rb, that is kept at 97 °C for high optical density. The OPO resonance is controlled by a dither and lock technique.

The pump beam is colinear with the cavity mode and is injected with polarising beam splitter PBS₁ and removed with PBS₂. After PBS₂ we use a half wave-plate (HWP) and PBS₃ in order to control the output coupling of the cavity. The pump beam is generated with a Ti:sapphire laser tuned to the D1 (@795nm) line of Rb and is locked to the blue of the $5^2S_{1/2} F = 2 \rightarrow 5^2P_{1/2} F = 3$ transition, with a detuning $\Delta_1 = 0.82$ GHz.

The locking of the laser frequency is performed by shifting the frequency of a small pick of the laser with an acousto-optic modulator (AOM), driven with a frequency of 250 MHz, on a four pass scheme. The shifted field is then sent to a saturated absorption spectroscopy setup which provides the error signal for the laser frequency stabilization.

We use an unbalanced Mach-Zehnder (UMZ) interferometer, with an optical path difference of ~ 25 mm between both arms, to spectrally discriminated the twin beams generated with the same output polarization. The

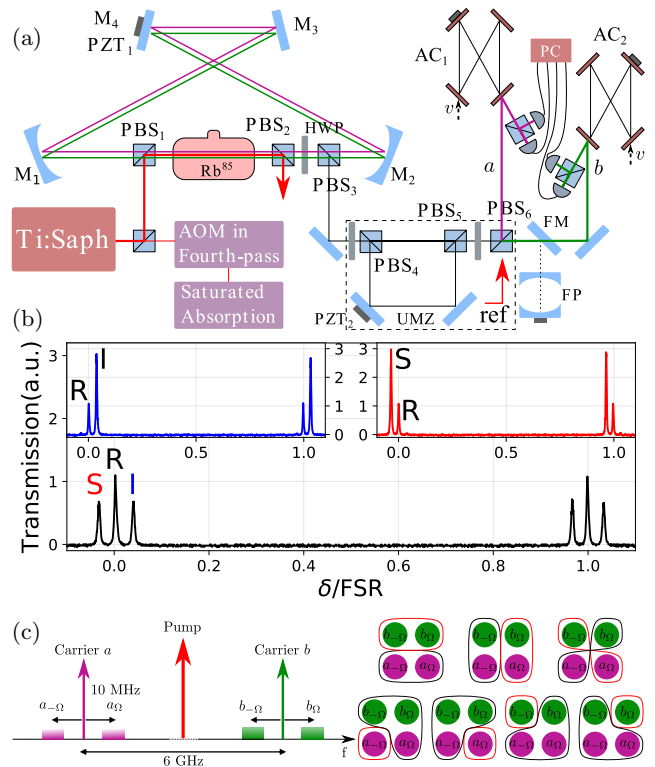


FIG. 1. (a) Sketch of the experimental setup. Mirror (M), confocal Fabry-Perot (FP), flip mirror (FM), analysis cavity (AC), piezoelectric actuator (PZT), and demodulating chain and data acquisition (PC). Other definitions are given in the text. (b) Interferometer output analysed with a FP cavity with R, S and I as reference, signal and idler, respectively. Inset: spectral separation of the signal and idler beams with the UMZ interferometer. (c) Representation of frequency sidebands surrounding their corresponding mode carriers “a” and “b”. The figure on the right shows all seven possible bipartitions that need to be analyzed with the Simon criteria.

phase shift of the longer arm is adjusted by displacing one of the mirrors with PZT₂. The UMZ interferometer gives us 98% separation efficiency for the two modes generated by the OPO. This can be verified by using a confocal Fabry Perot (FP) cavity with a 1.5 GHz FSR (see inset in Fig. 1(b)). By taking a small portion of the pump beam and using it as a frequency reference (R) for the FP, we adjust the length of the long path of the UMZ for a constructive interference of the signal (S) or the idler field (I), while verifying that their frequencies

* amontanag@usp.br

† hans@if.usp.br

correspond to those of the hyperfine splitting.

After the UMZ, we send each beam (a and b) to an analysis cavity ($AC_{1,2}$). These bow-tie cavities have a bandwidth of 3.2 MHz, and the fraction of the reflected power at exact resonance is $d = 0.38(1)$ for cavity AC_1 and $d = 0.47(1)$ for cavity AC_2 . The bow tie configuration allows a mode-coupling in excess of 99%.

Each reflected beam is then sent to a balanced detection, with a pair of photodetectors measuring the output of a 50/50 beam splitter. The advantage of this configuration of detectors is that it enables us to recover, for each measurement, the shot noise level of the incoming beam from the subtraction of the photocurrents, ensuring a precise calibration of the noise level and verification of the quality of the measurement. Their sum returns the desired quadrature to be measured.

The photocurrent measured on each of the four detectors is splitted in two and demodulated using in quadrature signals. The demodulation outputs for each detector are named I_{cos} and I_{sin} . We process this signal on a computer after its acquisition using an analog-to-digital converter card with an acquisition rate of 600 kHz. Measurements are performed while scanning the cavity length using the PZT actuators. During the scan time of 750 ms, the cavity resonance crosses over the frequency of the intense fields.

II. COVARIANCE MATRIX

Assuming a Gaussian quantum state, the full four mode state can be described by the covariance matrix

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2}(\langle \vec{X} \cdot \vec{X}^T \rangle + \langle \vec{X} \cdot \vec{X}^T \rangle^T), \quad (1)$$

with

$$\vec{X} = (\hat{p}_{a,-\Omega}, \hat{q}_{a,-\Omega}, \hat{p}_{a,\Omega}, \hat{q}_{a,\Omega}, \hat{p}_{b,-\Omega}, \hat{q}_{b,-\Omega}, \hat{p}_{b,\Omega}, \hat{q}_{b,\Omega})^T$$

where the operators associated with the amplitude ($\hat{p} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$) and phase ($\hat{q} = -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$) quadratures of the sidebands ($\Omega, -\Omega$) of the intense fields (labeled a and b) are arranged from smallest to largest mode frequency.

Although this is a direct form of presenting the quantum state (except for an offset associated to the mean values of \vec{X} that is not associated to any quantum features), the involved process of generation and measurement of the states is easier dealt in a more compact form. We can use linear combinations of symmetric and antisymmetric sideband modes, $\hat{p}_{(s,a)} = (\hat{p}_\Omega \pm \hat{p}_{-\Omega})/\sqrt{2}$ and $\hat{q}_{(s,a)} = (\hat{q}_\Omega \pm \hat{q}_{-\Omega})/\sqrt{2}$, and a rearranged vector of the new observables $\vec{X}_{(s/a)} = (\vec{X}_s, \vec{X}_a)^T$, that involves symmetric $\vec{X}_s = (\hat{p}_{1s}, \hat{q}_{1s}, \hat{p}_{2s}, \hat{q}_{2s})$ and antisymmetric $\vec{X}_a = (\hat{p}_{1a}, \hat{q}_{1a}, \hat{p}_{2a}, \hat{q}_{2a})$ amplitude p and phase q quadratures of the two beams.

The transformed covariance matrix for the sidebands of two beams $\mathbf{V}_{(s/a)}^{(12)}$ has only 16 independent terms, as

a result of the condition for the stationarity of the state [2], and can be written as

$$\mathbf{V}_{(s/a)}^{(12)} = \begin{pmatrix} V_s^{(12)} & C_{(s/a)}^{(12)} \\ (C_{(s/a)}^{(12)})^T & V_a^{(12)} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$V_s^{(12)} = \begin{pmatrix} \alpha^1 & \gamma^1 & \mu & \epsilon \\ \gamma^1 & \beta^1 & \xi & \nu \\ \mu & \xi & \alpha^2 & \gamma^2 \\ \epsilon & \nu & \gamma^2 & \beta^2 \end{pmatrix}, C_{(s/a)}^{(12)} = \begin{pmatrix} \delta^1 & 0 & \kappa & -\eta \\ 0 & \delta^1 & \tau & -\lambda \\ -\lambda & \eta & \delta^2 & 0 \\ -\tau & \kappa & 0 & \delta^2 \end{pmatrix},$$

$$V_a^{(12)} = \begin{pmatrix} \beta^1 & -\gamma^1 & \nu & -\xi \\ -\gamma^1 & \alpha^1 & -\epsilon & \mu \\ \nu & -\epsilon & \beta^2 & -\gamma^2 \\ -\xi & \mu & -\gamma^2 & \alpha^2 \end{pmatrix},$$

where parameters $\alpha, \beta, \dots, \mu, \eta, \dots$ correspond to the full variances and correlations needed for the reconstruction of the state with the Resonator Detection (RD) technique, described next.

III. RESONATOR DETECTION

The field transformation given by an optical resonator onto the annihilation operator after reflection from the coupling mirror is $\hat{a} \rightarrow r(\Delta)\hat{a} + t(\Delta)\hat{v}$, where the resonator amplitude reflection $r(\Delta)$ of mode \hat{a} and amplitude transmission $t(\Delta)$ of vacuum mode \hat{v} are given by the expressions $r(\Delta) = -(\sqrt{d} + 2i\Delta)/(1 - 2i\Delta)$ and $t(\Delta) = \sqrt{1 - r^2(\Delta)}$. The reflection is calculated under the assumption of high finesse of the analysis cavity with $\Delta = (\omega - \omega_c)/\delta\nu_{ac}$ representing the detuning between the longitudinal mode with frequency ω and the resonator resonance frequency ω_c normalized to the resonator bandwidth $\delta\nu_{ac}$. The fraction of reflected light at exact resonance is given by $d = |r(0)|^2$. The normalized Fourier transform of the photocurrent $I_\Omega = \int I(t)e^{i\Omega t} dt$ can be related to the creation and annihilation operators of the sidebands modes as $I_\Omega = e^{-i\theta}\hat{a}_\Omega + e^{i\theta}\hat{a}_{-\Omega}^\dagger$ [2]. The phase relation between the carrier and the sidebands, expressed by θ , is given by the cavity reflection according to $e^{i\theta} = r(\Delta)/|r(\Delta)|$. Evaluation of the contribution of this phase shift can be performed using the auxiliary functions $g_\pm = X_\pm + iY_\pm$ ($\{X_\pm, Y_\pm\} \in \mathbb{R}$) that in terms of cavity parameters are given by

$$g_+ = \frac{1}{2} \left(\frac{r^*(\Delta)}{|r(\Delta)|} r(\Delta + \Omega) + \frac{r(\Delta)}{|r(\Delta)|} r^*(\Delta - \Omega) \right), \quad (3)$$

$$g_- = \frac{i}{2} \left(\frac{r^*(\Delta)}{|r(\Delta)|} r(\Delta + \Omega) - \frac{r(\Delta)}{|r(\Delta)|} r^*(\Delta - \Omega) \right). \quad (4)$$

When considering the additional vacuum fluctuations introduced by the cavity losses, we get the expression $I_\Omega = (I_{cos} + iI_{sin})/\sqrt{2} + I_{vacuum}$ with $[I_{cos}, I_{sin}] = 0$. Notice that the cavity losses are not a problem in this case, but rather a necessary condition to recover the energy unbalance between the sidebands of a single beam

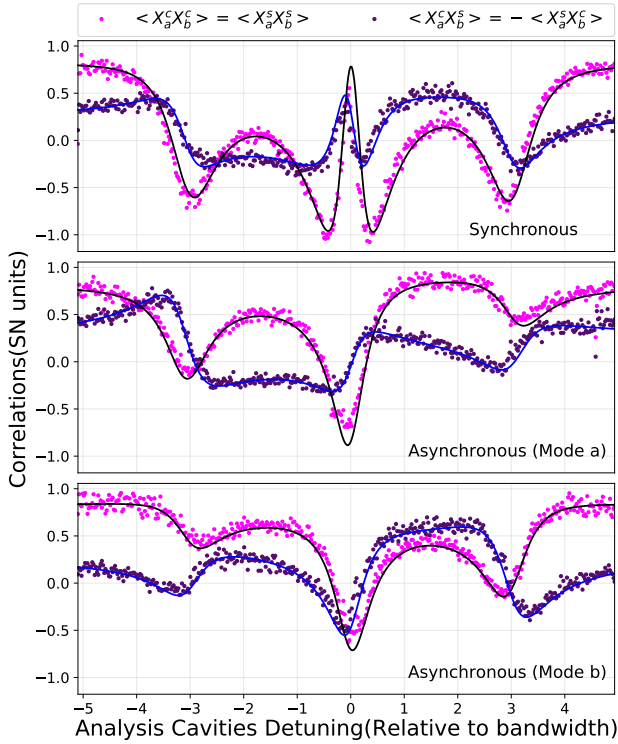


FIG. 2. Correlations between the generalized quadratures X_a and X_b . Solid lines correspond to a non-linear fit to the data. Superscripts c and s represent cosine and sine demodulation of the photocurrents. Parameters used for the measurements: $T = 91$ °C, $\Delta_1 = 0.82$ GHz, $\mathcal{F} = 15$, $\sigma = 1.42$, $P_{Th}=199$ mW, $\Omega = 10$ MHz.

[3]. For a full description of the photocurrent I_Ω at a given analysis frequency Ω , we need to measure two photocurrents, I_{cos} and I_{sin} , that are in quadrature. This is the reason why we split each photocurrent and demodulated with in quadrature signals. These operators depend on linear combinations of symmetric and antisymmetric sideband modes,

$$I_{cos} = X_+ \hat{p}_s + X_- \hat{q}_s + Y_- \hat{p}_a - Y_+ \hat{q}_a \quad (5)$$

$$I_{sin} = Y_+ \hat{p}_s + Y_- \hat{q}_s - X_- \hat{p}_a + X_+ \hat{q}_a \quad (6)$$

with $\hat{p}_{(s,a)} = (\hat{p}_\Omega \pm \hat{p}_{-\Omega})/\sqrt{2}$ and $\hat{q}_{(s,a)} = (\hat{q}_\Omega \pm \hat{q}_{-\Omega})/\sqrt{2}$, where $\hat{p}_\Omega = (\hat{a}_\Omega + \hat{a}_\Omega^\dagger)$ and $\hat{q}_\Omega = -i(\hat{a}_\Omega - \hat{a}_\Omega^\dagger)$ are linear combinations of sideband modes $\hat{a}_{\pm\Omega}$ ($\hat{b}_{\pm\Omega}$) as depicted in Fig. 1(c). The photocurrent spectral noise power from Resonator Detection (RD) for each beam is

$$S_{RD} = \langle I_\Omega I_{-\Omega} \rangle = \frac{1}{2} \Delta^2 I_{cos} + \frac{1}{2} \Delta^2 I_{sin} + \Delta^2 I_v, \quad (7)$$

with stationary conditions $\Delta^2 I_{cos} = \Delta^2 I_{sin}$. The spectral noise power can be reorganized in terms of the coefficients of the covariance matrix $V_{(s/a)}^{(12)}$ according to

$$S_{RD}(\Delta) = c_\alpha \alpha + c_\beta \beta + c_\gamma \gamma + c_\delta \delta + c_v, \quad (8)$$

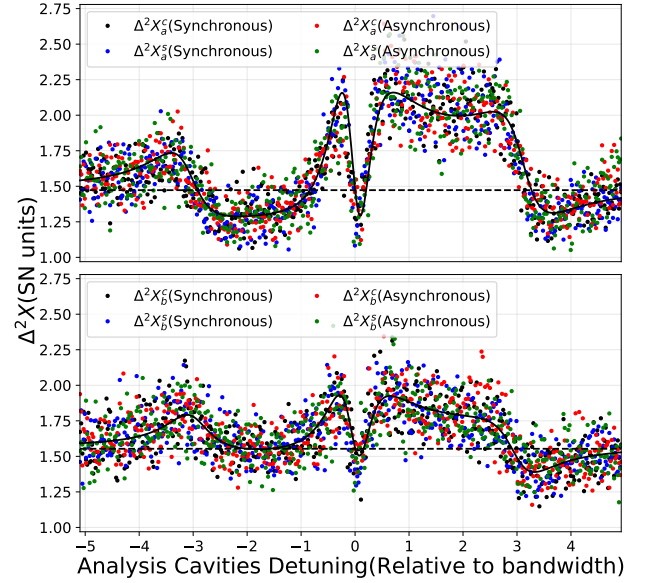


FIG. 3. Variance of the generalized quadrature X_a (X_b) for mode a (b). We take four redundant data set for each mode. The dashed line represent the variance for the analysis cavity out of resonance. Solid lines correspond to a non-linear fit of the data. Superscripts c and s represent cosine and sine demodulation of photocurrents. Parameters used for the measurements: $T = 91$ °C, $\Delta_1 = 0.82$ GHz, $\mathcal{F} = 15$, $\sigma = 1.42$, $P_{Th}=199$ mW, $\Omega = 10$ MHz.

where $c_\alpha = |g_+|^2$, $c_\beta = |g_-|^2$, $c_\gamma + ic_\delta = 2g_+^* g_-$ and $c_v = 1 - c_\alpha - c_\beta$. The correlations between two modes are given by $S_{RD} = \langle I_\Omega^{(1)} I_{-\Omega}^{(2)} \rangle$

$$\text{Re} \left\{ \langle I_\Omega^{(1)} I_{-\Omega}^{(2)} \rangle \right\} = \frac{1}{2} \langle I_{cos}^{(1)} I_{cos}^{(2)} \rangle + \frac{1}{2} \langle I_{sin}^{(1)} I_{sin}^{(2)} \rangle \quad (9)$$

$$\text{Im} \left\{ \langle I_\Omega^{(1)} I_{-\Omega}^{(2)} \rangle \right\} = \frac{1}{2} \langle I_{sin}^{(1)} I_{cos}^{(2)} \rangle - \frac{1}{2} \langle I_{cos}^{(1)} I_{sin}^{(2)} \rangle \quad (10)$$

with stationarity conditions $\langle I_{cos}^{(1)} I_{cos}^{(2)} \rangle = \langle I_{sin}^{(1)} I_{sin}^{(2)} \rangle$ and $\langle I_{sin}^{(1)} I_{cos}^{(2)} \rangle = -\langle I_{cos}^{(1)} I_{sin}^{(2)} \rangle$. These terms can be reorganized as well, resulting in

$$\text{Re} \left\{ \langle I_\Omega^{(1)} I_{-\Omega}^{(2)} \rangle \right\} = c_\mu \mu + c_\eta \eta + c_\epsilon \epsilon + c_\kappa \kappa + c_\xi \xi + c_\lambda \lambda + c_\nu \nu + c_\tau \tau, \quad (11)$$

$$\text{Im} \left\{ \langle I_\Omega^{(1)} I_{-\Omega}^{(2)} \rangle \right\} = c_\mu \eta - c_\eta \mu + c_\epsilon \kappa - c_\kappa \epsilon + c_\xi \lambda - c_\lambda \xi + c_\nu \tau - c_\tau \nu, \quad (12)$$

where $c_\mu + ic_\eta = g_{+1}^* g_{+2}$, $c_\epsilon + ic_\kappa = g_{+1}^* g_{-2}$, $c_\xi + c_\lambda = g_{-1}^* g_{+2}$ and $c_\nu + ic_\tau = g_{-1}^* g_{-2}$. Notice that all c_i functions depend only on known cavity parameters, and that the DC part of the photocurrent gives a precise evaluation of the detuning scale, resonance position, and intensity attenuation d . All of the parameter obtain for the DC photocurrent are fed as fixed parameters in the analysis of the fluctuating (AC) part. We implement three different analysis cavity scanning modes for the measurements

as we can see in Fig 2: First, when we synchronous scan of both analysis cavities AC₁ and AC₂ all eight functions $c_i = c_\mu, c_\eta, \dots$ are different from zero. Secondly, in the case when we only scan AC₁ and put AC₂ out of resonance, functions $c_\epsilon, c_\kappa, c_\nu, c_\tau$ are null. Finally, when we only scan AC₂ and put AC₁ out of resonance, functions $c_\xi, c_\lambda, c_\rho, c_\sigma$ are null. This provides us redundancy and precision at the moment of fitting the parameters $i = \mu, \eta, \dots$. The variance of a single beam returns the tomography of the two corresponding sideband modes, associated with α, β, δ , and γ . From Fig. 3 we can see that these curves remain consistent during the three acquisitions shown in Fig. 2. We use the package LM-FIT (Non-Linear Least-Squares Minimization and Curve-Fitting in Python) to fit our data to Eqs. (8), (11) and (12) as shown in Figs. 2 and 3, respectively. This gives us the full 16 parameters of the covariance matrix in the symmetric/antisymmetric basis.

IV. ENTANGLEMENT TEST

From the form of the covariance matrix given in Eq. (2), it is evident that a direct application of the Duan criterion [4] will involve the reduced symmetric covariance matrix (or equivalently, the antisymmetric matrix) describing the field just as a pair of beams. This results in a necessary condition for a separable bipartition of beams a and b , given by

$$\Delta^2 \hat{p}_- + \Delta^2 \hat{q}_+ = \frac{\alpha^1 + \alpha^2 - 2\mu + \beta^1 + \beta^2 + 2\nu}{2} \geq 2, \quad (13)$$

where $\hat{p}_- = (\hat{p}_a - \hat{p}_b)/\sqrt{2}$ and $\hat{q}_+ = (\hat{q}_a + \hat{q}_b)/\sqrt{2}$. While a violation of Eq. (13) clearly demonstrates entanglement, its direct applicability is limited when we want to explore all the possible settings to extract the contribution from all the remaining 10 terms of the covariance matrix.

To perform the full analysis, it is more convenient to return to the form of the covariance matrix given by Eq. (1), obtained through a simple transformation on the co-

variance matrix written in the form given by Eq. (2), and apply the Positivity under Partial Transposition test for continuous variables, as described in [5]. As described in the Supplemental Material of [6], the canonical commutation relations can be written in the compact form as $[\vec{\mathbf{X}}, \vec{\mathbf{X}}^T] = 2i\mathbf{W}$, where

$$\mathbf{W} = \bigoplus_{j=1}^N \mathbf{w}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

In order to represent a physical state, the covariance matrix must obey the Robertson-Schrödinger uncertainty principle [7, 8],

$$\mathbf{V} + i\mathbf{W} \geq 0, \quad (15)$$

which implies the following condition on the symplectic eigenvalues of the covariance matrix

$$\nu^{(k)} \geq 1, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

The symplectic eigenvalues of the covariance matrix can be obtained as the square roots of the ordinary eigenvalues of $-(\mathbf{W}\mathbf{V})^2$. Partial transposition of the state is implied in the transformation of the covariance matrix as $\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{\Gamma}\mathbf{V}\mathbf{\Gamma}$, where $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3, \mathbf{A}_4)$ is a block-diagonal matrix with the submatrices $\mathbf{A}_i = \text{diag}(1, 1)$ for the untransposed modes and $\mathbf{A}_i = \text{diag}(1, -1)$ for the transposed ones.

Separability between the bipartitions then implies that

$$\tilde{\mathbf{V}} + i\mathbf{W} \geq 0. \quad (17)$$

A violation of this condition, as given by the smallest symplectic eigenvalue $\nu < 1$, implies entanglement between the bipartitions. On the other hand, while $\nu \geq 1$ is a necessary and sufficient condition for separability in the case of $1 \times N$ bipartitions [9], it is only necessary for other bipartitions. The range of entanglement structures that one may have is beyond the scope of this study, and in fact is still a subject of debate, as it relies strongly on the intended application for the entanglement.

[1] A. Montaña Guerrero, P. Nussenzveig, M. Martinelli, A. Marino and H. M. Florez, Phys. Rev. Lett. **125**, 083601 (2020).
[2] F. A. S. Barbosa, A.S. Coelho, K.N. Cassemiro, P. Nussenzveig, C. Fabre, A. S. Villar, and M. Martinelli, Phys. Rev. A. **88**, 052113 (2013).
[3] F. A. S. Barbosa, A. S. Coelho, K. N. Cassemiro, *et al.* Phys. Rev. A **102**, 063705 (2020).
[4] Lu-Ming Duan, Géza Giedke, Juan Ignacio Cirac, and Peter Zoller Phys. Rev. Lett. **84**, 2722 (2000).

[5] R.Simon. Phys. Rev. Lett. **84**,2726, (2000).
[6] F. A. S. Barbosa, A. S. Coelho, L. F. Muñoz-Martínez, L. Ortiz-Gutiérrez, A. S. Villar, P. Nussenzveig, and M. Martinelli, Phys. Rev. Lett. **121**, 073601 (2018).
[7] E. Schrödinger, Ber. Kgl. Akad. Wiss. Berlin **24**, 296 (1930).
[8] H. P. Robertson, Phys. Rev. **46**, 794 (1934).
[9] R. F. Werner and M. M.Wolf, Phys. Rev. Lett. **86**, 3658 (2001).

Bibliografía

- [1] A. M. Guerrero, P. Nussenzveig, M. Martinelli, A. M. Marino, and H. M. Florez, “Quantum noise correlations of an optical parametric oscillator based on a nondegenerate four wave mixing process in hot alkali atoms,” *Physical Review Letters*, vol. 125, p. 083601, 8 2020. [v](#), [vii](#), [xvi](#), [80](#), [101](#), [109](#), [110](#)
- [2] L. M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, “Inseparability criterion for continuous variable systems,” *Physical Review Letters*, vol. 84, pp. 2722–2725, 3 2000. [v](#), [vii](#), [3](#), [32](#), [33](#), [91](#), [101](#), [106](#), [110](#)
- [3] R. Simon, “Peres-horodecki separability criterion for continuous variable systems,” *Physical Review Letters*, vol. 84, pp. 2726–2729, 2000. [v](#), [vii](#), [3](#), [31](#), [91](#), [103](#), [106](#), [110](#)
- [4] A. Montaña Guerrero, R. L. Rincón Celis, P. Nussenzveig, M. Martinelli, A. M. Marino, and H. M. Florez, “Continuous variable entanglement in an optical parametric oscillator based on a nondegenerate four wave mixing process in hot alkali atoms,” *Physical Review Letters*, vol. 129, p. 163601, Oct 2022. [v](#), [vii](#), [xvi](#), [91](#), [109](#), [110](#)
- [5] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2010. [xiii](#), [30](#)
- [6] A. I. Lvovsky, B. C. Sanders, and W. Tittel, “Optical quantum memory,” *Nature Photonics*, vol. 3, pp. 706–714, 2009. [xiii](#)
- [7] A. S. Villar, L. S. Cruz, K. N. Cassemiro, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, “Generation of bright two-color continuous variable entanglement,” *Physical Review Letters*, vol. 95, p. 243603, 12 2005. [xiv](#), [30](#)
- [8] M. Pysher, Y. Miwa, R. Shahrokhshahi, R. Bloomer, and O. Pfister, “Parallel generation of quadripartite cluster entanglement in the optical frequency comb,” *Physical Review Letters*, vol. 107, p. 030505, 7 2011. [xiv](#), [30](#)

- [9] O. Pinel, P. Jian, R. M. de Araújo, J. Feng, B. Chalopin, C. Fabre, and N. Treps, “Generation and characterization of multimode quantum frequency combs,” *Physical Review Letters*, vol. 108, p. 083601, 2 2012. [xiv](#), [30](#)
- [10] S. Yokoyama, R. Ukai, S. C. Armstrong, C. Sornphiphatphong, T. Kaji, S. Suzuki, J. ichi Yoshikawa, H. Yonezawa, N. C. Menicucci, and A. Furusawa, “Ultra-large-scale continuous-variable cluster states multiplexed in the time domain,” *Nature Photonics*, vol. 7, pp. 982–986, 12 2013. [xiv](#), [30](#)
- [11] M. Chen, N. C. Menicucci, and O. Pfister, “Experimental realization of multipartite entanglement of 60 modes of a quantum optical frequency comb,” *Physical Review Letters*, vol. 112, p. 120505, 3 2014. [xiv](#), [30](#)
- [12] A. Dutt, K. Luke, S. Manipatruni, A. L. Gaeta, P. Nussenzveig, and M. Lipson, “On-chip optical squeezing,” *Phys. Rev. Applied*, vol. 3, p. 044005, Apr 2015. [xiv](#)
- [13] C. F. McCormick, V. Boyer, E. Arimondo, and P. D. Lett, “Strong relative intensity squeezing by four-wave mixing in rubidium vapor,” *Optics Letters*, vol. 32, p. 178, 1 2007. [xv](#), [41](#), [46](#), [50](#), [55](#), [57](#), [63](#), [65](#), [69](#), [70](#), [71](#), [109](#)
- [14] V. Boyer, C. McCormick, E. Arimondo, and P. Lett, “Ultraslow propagation of matched pulses by four-wave mixing in an atomic vapor,” *Physical Review Letters*, vol. 99, p. 143601, 10 2007. [xv](#), [57](#)
- [15] V. Boyer, A. M. Marino, R. C. Pooser, and P. D. Lett, “Entangled images from four-wave mixing,” *Science*, vol. 321, pp. 544–547, 7 2008. [xv](#), [30](#), [57](#)
- [16] A. M. Marino, V. Boyer, and P. D. Lett, “Violation of the cauchy-schwarz inequality in the macroscopic regime,” *Physical Review Letters*, vol. 100, p. 233601, 6 2008. [xv](#), [30](#), [57](#)
- [17] J. Okuma, N. Hayashi, A. Fujisawa, M. Mitsunaga, and K. ichi Harada, “Parametric oscillation in sodium vapor by using an external cavity,” *Optics Letters*, vol. 34, p. 698, 3 2009. [xv](#), [57](#), [58](#)
- [18] A. You, M. A. Y. Be, and I. In, “Triply-resonant optical parametric oscillator by four-wave mixing with rubidium vapor inside an optical cavity,” *Applied Physics Letters*, vol. 96, p. 041101, 1 2010. [xv](#), [57](#)
- [19] J. Sheng, H. Wu, X. Yang, U. Khadka, and M. Xiao, “Noise correlations in a doubly-resonant atomic optical parametric oscillator,” *Optics Letters*, vol. 37, p. 1655, 5 2012. [xv](#), [57](#), [58](#)

-
- [20] H. Wu and M. Xiao, “Bright correlated twin beams from an atomic ensemble in the optical cavity,” *Phys. Rev. A*, vol. 80, p. 063415, Dec 2009. xv, 58
- [21] X. Pan, H. Chen, T. Wei, J. Zhang, A. M. Marino, N. Treps, R. T. Glasser, and J. Jing, “Experimental realization of a feedback optical parametric amplifier with four-wave mixing,” *Phys. Rev. B*, vol. 97, p. 161115, Apr 2018. xv, 58
- [22] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995. 3, 4, 45
- [23] D. Walls, *Quantum Optics*. Springer Berlin, Heidelberg, 2014. 3, 18
- [24] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum optics*. Cambridge University Press, 1997. 3, 18, 35, 41, 43, 45, 46
- [25] S. Barnett and P. Radmore, *Methods in Theoretical Quantum Optics*. Oxford University Press, 11 2002. 3, 18, 46
- [26] F. A. S. Barbosa, A. S. Coelho, K. N. Cassemiro, P. Nussenzveig, C. Fabre, A. S. Villar, and M. Martinelli, “Quantum state reconstruction of spectral field modes: Homodyne and resonator detection schemes,” *Physical Review A*, vol. 88, p. 052113, 11 2013. 3, 20, 22, 91
- [27] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, vol. 42. Oxford Science Publications, 11 1974. 6
- [28] Q. Glorieux, “Etude theorique et expperimentale des correlations quantiques obtenues par melange a quatre ondes dans une capeur atomique,” 2010. 11, 35, 41, 44, 46, 65
- [29] H. Hora, “Anthony e. siegman, “lasers” oxford university press, university science books, oxford, england, 1283 pages.,” *Laser and Particle Beams*, vol. 5, pp. 553–553, 8 1987. 14, 37
- [30] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*. John Wiley and Sons, Inc., 8 1991. 14, 64, 65, 68
- [31] H. Kogelnik and T. Li, “Laser beams and resonators,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, pp. 1312–1329, 1966. 14, 15, 17
- [32] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*. Wiley, 1999. 15, 43

- [33] A. M. Guerrero, “Oscilador paramétrico ótico baseado em mistura de quatro ondas em vapor de rubídio,” 2017. 16, 35, 41, 57, 63, 65, 66, 69, 79
- [34] A. S. Villar, “The conversion of phase to amplitude fluctuations of a light beam by an optical cavity,” *American Journal of Physics*, vol. 76, pp. 922–929, 10 2008. 17
- [35] L. E. Ballentine, *Quantum Mechanics*. WORLD SCIENTIFIC, 11 2014. 18, 36, 41, 45
- [36] L. S. Braunstein and P. V. Loock, “Quantum information with continuous variables,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 77, pp. 513–577, 2005. 18
- [37] C. Weedbrook, S. Pirandola, R. García-Patrón, N. J. Cerf, T. C. Ralph, J. H. Shapiro, and S. Lloyd, “Gaussian quantum information,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 84, pp. 621–669, 5 2012. 19
- [38] H. P. Robertson, “An indeterminacy relation for several observables and its classical interpretation,” *Phys. Rev.*, vol. 46, pp. 794–801, Nov 1934. 19
- [39] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?,” *Physical Review*, vol. 47, pp. 777–780, 5 1935. 29
- [40] L. de la Peña, *Introducción a la mecánica cuántica*. Ediciones Científicas Universitarias, Fondo de Cultura Economica, 2014. 29
- [41] J. S. Bell, “On the einstein podolsky rosen paradox,” *Physics Physique Fizika*, vol. 1, pp. 195–200, Nov 1964. 29
- [42] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, “Realization of the einstein-podolsky-rosen paradox for continuous variables,” *Physical Review Letters*, vol. 68, pp. 3663–3666, 6 1992. 30
- [43] A. Peres, “Separability criterion for density matrices,” *Physical Review Letters*, vol. 77, pp. 1413–1415, 8 1996. 30
- [44] D. A. Steck, “Rubidium 85 d line data,” 2008. 35, 36
- [45] C. J. Foot, *Atomic Physics*. OUP Oxford, 2005. 35, 36, 38, 66
- [46] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*. Elsevier, 2003. 35, 39, 41, 43, 88
- [47] M. Martinelli, “Compressão de ruído quântico e efeitos transversos em osciladores paramétricos óticos,” (*Tese*), p. 246, 2002. 35, 56, 57

-
- [48] S. Reynaud, “Generation of twin photon beams by a nondegenerate optical parametric oscillator,” *Europhysics Letters (EPL)*, vol. 4, pp. 427–432, 8 1987. 35, 58, 86
- [49] D. A. Steck, “Rubidium 87 d line data,” 2008. 37
- [50] A. Yariv and P. Yeh, *Photonics: Optical Electronics in Modern Communications*. Oxford series in electrical and computer engineering, Oxford University Press, 2007. 38
- [51] Q. Glorieux, L. Guidoni, S. Guibal, J.-P. Likforman, and T. Coudreau, “Strong quantum correlations in four wave mixing in 85 rb vapor,” *Quantum Optics - Proceedings of SPIE*, vol. 772703, p. 772703, 4 2010. 46
- [52] Q. Glorieux, R. Dubessy, S. Guibal, L. Guidoni, J.-P. Likforman, T. Coudreau, and E. Arimondo, “Double- Λ microscopic model for entangled light generation by four-wave mixing,” *Phys. Rev. A*, vol. 82, p. 033819, Sep 2010. 48, 49, 53
- [53] A. M. Guerrero, R. L. R. Celis, M. Martinelli, and H. M. Florez, “Spectral control of quantum correlations in four wave mixing using dressing fields,” 1 2022. 48, 56, 111
- [54] D. Zhang, C. Li, Z. Zhang, Y. Zhang, Y. Zhang, and M. Xiao, “Enhanced intensity-difference squeezing via energy-level modulations in hot atomic media,” *Physical Review A*, vol. 96, p. 043847, 10 2017. 51
- [55] C. A. G. Arciniegas, “Properties of the light emitted by a silicon on-chip optical parametric oscillator (opo),” 2017. 57
- [56] C. E. Wieman and L. Hollberg, “Using diode lasers for atomic physics,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 62, pp. 1–20, 1 1991. 64
- [57] J. C. Camparo, “The diode laser in atomic physics,” *Contemporary Physics*, vol. 26, pp. 443–447, 9 1985. 64
- [58] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T. W. Hänsch, “A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics,” *Optics Communications*, vol. 117, pp. 541–549, 6 1995. 64, 65
- [59] K. B. MacAdam, A. Steinbach, and C. Wieman, “A narrow-band tunable diode laser system with grating feedback, and a saturated absorption spectrometer for cs and rb,” *American Journal of Physics*, vol. 60, pp. 1098–1111, 12 1992. 64, 65, 66
- [60] D. M. Kane, “Ti:sapphire laser cavity mode and pump-laser mode calculations.,” *Applied optics*, vol. 33, pp. 3849–56, 6 1994. 67, 68

- [61] F. C. D. D. Moraes, “Construção e caracterização de um laser contínuo de titânio-safira,” 2013. 68
- [62] M. T. Turnbull, P. G. Petrov, C. S. Embrey, A. M. Marino, and V. Boyer, “Role of the phase-matching condition in nondegenerate four-wave mixing in hot vapors for the generation of squeezed states of light,” *Physical Review A*, vol. 88, p. 033845, 9 2013. 70, 87
- [63] A. Lambrecht, E. Giacobino, and J. Courty, “Optical nonlinear dynamics with cold atoms in a cavity,” *Optics Communications*, vol. 115, pp. 199–206, 3 1995. 82
- [64] O. Glöckl, U. L. Andersen, S. Lorenz, C. Silberhorn, N. Korolkova, and G. Leuchs, “Sub-shot-noise phase quadrature measurement of intense light beams,” *Optics Letters*, vol. 29, p. 1936, 8 2004. 83
- [65] E. H. Huntington, G. N. Milford, C. Robilliard, T. C. Ralph, O. Glöckl, U. L. Andersen, S. Lorenz, and G. Leuchs, “Demonstration of the spatial separation of the entangled quantum sidebands of an optical field,” *Physical Review A*, vol. 71, p. 041802, 4 2005. 83, 109
- [66] R. Ma, W. Liu, Z. Qin, X. Su, X. Jia, J. Zhang, and J. Gao, “Compact sub-kilohertz low-frequency quantum light source based on four-wave mixing in cesium vapor,” *Optics Letters*, vol. 43, p. 1243, 3 2018. 87
- [67] A. S. Coelho, F. A. S. Barbosa, K. N. Cassemiro, A. S. Villar, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, “Three-color entanglement,” *Science*, vol. 326, pp. 823–826, 11 2009. 101, 111
- [68] B. A. F. Ribeiro, R. B. de Andrade, M. Martinelli, and B. Marques, “Exploring entanglement in open cavity parametric oscillators: From triply to doubly resonant cavities,” *Physical Review A*, vol. 102, p. 023522, 8 2020. 101
- [69] F. A. S. Barbosa, “Robustez do emaranhamento em variáveis contínuas e fotodeteção de feixes intensos no domínio espectral,” 2013. 110
- [70] F. A. Barbosa, A. S. Coelho, L. F. Muñoz-Martínez, L. Ortiz-Gutiérrez, A. S. Villar, P. Nussenzveig, and M. Martinelli, “Hexapartite entanglement in an above-threshold optical parametric oscillator,” *Physical Review Letters*, vol. 121, pp. 1–5, 2018. 111