

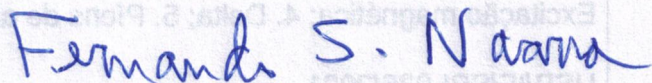
Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Transições magnéticas e produção de píons em
colisões nucleares ultraperiféricas

Isabella Danhoni

Orientador: Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto
de Física da Universidade de São Paulo, como re-
quisito parcial para a obtenção do título de Mestra
em Ciências.



Banca Examinadora:

Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra (Instituto de Física da Universidade de São Paulo)

Prof. Dr. Mauro Rogerio Cosentino (Universidade Federal do ABC)

Prof. Dr. Carlos Bertulani (Department of Physics and Astronomy Texas AM University)

São Paulo
2021

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Danhoni, Isabella

Transições magnéticas e produção de píons em colisões nucleares ultraperiféricas. São Paulo, 2021.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Depto. Física Nuclear

Orientador: Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra
Área de Concentração: Física de altas energias

Unitermos: 1. Colisões ultraperiféricas; 2. Campo magnético; 3. Excitação magnética; 4. Delta; 5. Píons de alta rapidez.

USP/IF/SBI-036/2021

University of São Paulo
Physics Institute

Magnetic transitions and pion production in
ultra-peripheral nuclear collisions

Isabella Danhoni

Supervisor: Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra

Dissertation submitted to the Physics Institute of
the University of São Paulo in partial fulfillment
of the requirements for the degree of Master of
Science.

Examining Committee:

Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra (Physics Institute of the University of São Paulo)

Prof. Dr. Mauro Rogerio Cosentino (Universidade Federal do ABC)

Prof. Dr. Carlos Bertulani (Department of Physics and Astronomy Texas AM University)

São Paulo
2021

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente a minha família, minha mãe, meu pai e minha irmã, por todo apoio e incentivo pra seguir em frente na carreira, não estaria aqui se não fosse por eles. Desde criança sempre me incentivaram e têm sido meus maiores fãs nessa saga científica. À minha tia Tatie, que me apoiou sempre, tanto na física quanto fora dela.

Aos meus amigos Breno, Fortini, Gustavo, André e Fuka, que foram meus grandes companheiros na graduação e aguentaram todos os meus surtos, e pelos cafés das 16h na lanchonete da física e as paradas estratégicas pra hora da fofoca. Sem dúvida fizeram meus dias mais leves e meu trabalho melhor.

Às minhas amigas Ju e Hortencia, que me acompanharam nas festas e me hospedaram inúmeras vezes em suas casas quando eu precisei de um lugar pra dormir. Mais do que isso por serem pessoas com quem sempre pude contar durante esse período. E todos os meus amigos da licenciatura que dividiram salinhas comigo na sala de estudos.

Aos wiladores, Vitor, Patrícia, William, Luiz, Massoni, Ely, pelos bons momentos que tivemos na sala do café e todo apoio que eles sempre me deram durante os anos de amizade. Ao Renan, por ser minha fada madrinha nesse meio acadêmico e um grande amigo nas horas difíceis.

Ao Pedro, que esteve comigo durante todo o mestrado, me deu o apoio e a calma que precisava durante o processo, que cansou de ouvir meus problemas e minhas vitórias e esteve lá em todos os momentos.

A todos os meus amigos e colegas de graduação e pós graduação, não há dúvidas de que cada um de vocês tem um pedacinho aqui. Aos meu colegas de grupo, com os quais aprendi muito sobre física e convivência acadêmica. E todos os meus amigos de fora da física, que me acompanharam todos esses anos.

Aos meus amigos aviceners, que me deram a oportunidade de dividir um pouco do meu conhecimento e me ensinaram muito em troca.

Ao meu orientador por todo suporte, conselhos e todas as cartas de recomendação. Além de todas as correções e sugestões dele que sem dúvida tornaram meu trabalho muito melhor.

Agradeço ao IFUSP e a CPG pela oportunidade que me foi dada na pós-graduação em física.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

”Equipped with his five senses,
man explores the universe
around him and calls the
adventure Science.”

Edwin P. Hubble

Resumo

Em colisões não-centrais de íons pesados relativísticos são formados campos magnéticos intensos. Muitos estudos foram feitos usando eletrodinâmica clássica para descrever efeitos destes campos. Campos clássicos são usados para descrever campos quânticos quando o número de ocupação dos estados é suficientemente grande. Neste trabalho testamos a aproximação de campo magnético clássico para colisões ultra-periféricas de íons pesados. Primeiro, usamos um campo clássico para estudar a produção de píons na direção do feixe por meio da excitação magnética de núcleons através do processo $N \rightarrow \Delta \rightarrow N' + \pi$ que ocorre nas colisões ultra-periféricas de íons de chumbo. Sugerimos que os píons produzidos podem ser detectados nos experimentos através dos ZDCs, e essa detecção seria uma medida da intensidade do campo nessas colisões. Em seguida, substituímos o campo clássico por um fluxo de fótons, usando a foto-produção do pión como o análogo da excitação magnética. Por fim, comparamos os dois cálculos e apresentamos nossas conclusões.

Palavras chave: colisões ultraperiféricas; campo magnético; excitação magnética; delta; píons de alta rapidez.

Abstract

In relativistic non-central heavy-ion collisions an intense magnetic field is produced. There are numerous studies of this field where classical electrodynamics is used to describe its effects. Classical fields can be used to describe quantum fields when the occupation of each field mode is sufficiently high. In this work, we test the classical magnetic field approximation in heavy-ion collisions. First, we use a classical field to study the forward pion production by the magnetic excitation of nucleons through the Δ , in the process $N \rightarrow \Delta \rightarrow N + \pi$, that happens in lead-lead ultra-peripheral collisions. We suggest that the pions produced in this process can be detected by the ZDC's, and this detection would be a measure of the magnetic field intensity. Then, we replace this field with a flux of photons and use the photoproduction of pions as the analogous process of magnetic excitation. In the end, we compare the two calculations and present our conclusions.

Key Words: ultra-peripheral collisions; magnetic field; magnetic excitation; delta; forward pions.

Lista de Figuras

- 1.1 Campo magnético multiplicado por “e” em unidades de m_π^2 como função parâmetro de impacto b para as energias de $\sqrt{E_{lab}} = 60A GeV$ e $\sqrt{s_{NN}} = 200 GeV$ [5]. 14
- 1.2 Campo magnético multiplicado por “e” produzido numa colisão de dois íons de ouro a energias de: (a) $\sqrt{s_{NN}} = 62 GeV$ e (b) $\sqrt{s_{NN}} = 200 GeV$. b é o parâmetro de impacto e $\tau = (t^2 - z^2)^{1/2}$ é o tempo próprio, sendo z o eixo da colisão [3]. 16
- 1.3 Diagrama de Feynman da ordem de um loop da criação de um par e^-e^+ no vácuo, ou polarização do vácuo. As linhas onduladas (em verde) representam o fóton viajando com momento \vec{q} , e as linhas pretas são e^- e e^+ 16
- 1.4 Ilustração esquemática do efeito quiral magnético para quarks sem massa de carga positiva. A constante μ_5 representa o potencial químico quiral. Como $\mu_5 > 0$ então há um excesso de quarks R [16]. 18
- 1.5 Plano transversal de uma colisão ultraperiférica, com o campo magnético produzido em vermelho. O núcleo da esquerda se movimenta no sentido \vec{z} e o da direita em $-\vec{z}$. O parâmetro de impacto b é representado como a distância entre os centros dos dois núcleos em colisão. 19
- 1.6 Processos de interação entre projétil e alvo em colisões ultraperiféricas: (a) interação de um fóton com um nucleon do alvo que acarreta na produção de novas partículas sem desintegração do alvo. (b) interação fóton-fóton com produção de partículas. (c) processo em que um dos núcleos sofre dissociação magnética (quebra) pela interação com fótons emitidos pelo outro núcleo. 20
- 1.7 Situação geral para a reação $AA \rightarrow AA\gamma\gamma$ [24]. 21

1.8	Diagrama de Feynman da produção de um J/ψ em uma UPC: um fóton emitido por um núcleo de chumbo produz um par quark-antiquark, em seguida o quark formado interage com um núcleon e produz um méson [23].	21
2.1	Esquema da transição magnética de um núcleon em uma Δ através do “flip” de um spin pela interação com um campo magnético.	26
2.2	Referenciais S_q e S_{LAB}	27
2.3	Núcleo de raio R e velocidade \vec{v} a uma distância b da origem das coordenadas gera um campo magnético \vec{B} que induz a excitação magnética no núcleon em repouso (pequena esfera azul na origem).	28
2.4	Os valores de seção de choque relativos ao centro de massa da colisão [25]	42
3.1	Diagrama de nível árvore do processo de foto-produção do pión.	45
3.2	Processo de foto-produção do pión através da interação de um fóton.	49
3.3	Ajuste da fórmula de Jones e Scadron aos dados experimentais [64] com três larguras de decaimento da Δ [26]	52
3.4	Pulsos de onda plana gerados pelo projétil.	52
3.5	Esquerda: comparação entre modelos de espectros de fóton equivalentes para prótons de altas energias, x representa a fração da energia do próton carregada pelo fóton. Direita: luminosidade equivalente nas colisões do RHIC e LHC, em que k é a energia do fóton no referencial do alvo [71].	54
3.6	Interação eletromagnética entre projétil e o alvo mediada pela troca de um fóton.	54
3.7	Resultados da seção de choque obtida para os formalismos semi-clássico e quântico [26].	57
3.8	Razão entre as duas curvas de seção de choque [26].	58
A.1	Vértice da interação $\gamma N\Delta$. Onde θ é uma constante a ser definida de acordo com as particularidades da teoria efetiva.	65
A.2	Vértice da interação $\pi N\Delta$. Onde Z é uma constante a ser definida de acordo com as particularidades da teoria efetiva.	65

A.3	Diagrama de Feynman da foto-produção de π^0	66
A.4	Colisão no referencial do laboratório.	67
A.5	Seção de choque em função ângulo de saída do pión em radianos no referencial do laboratório para $\sqrt{s} = 1.23 \text{ GeV}$	69
A.6	Cinemática da colisão no referencial do centro de massa.	70
A.7	Comparação dos dados experimentais do MAMI [74] com a seção de choque calculada no CM	70

ÍNDICE

1	Introdução	13
1.1	Campo magnético em colisões de íons pesados relativísticos	13
1.2	Colisões Ultraperiféricas	18
1.3	Produção de Partículas em UPCs	20
1.4	Este trabalho	22
2	Cálculo Semi-Clássico	25
2.1	Campo Magnético de uma Carga Puntiforme	26
2.2	Momento Magnético	28
2.3	Função de Onda	29
2.3.1	Parte espacial	30
2.3.2	Isospin	30
2.3.3	Spin	32
2.4	Teoria de Perturbação	34
2.4.1	Perturbação independente do tempo	35
2.4.2	Perturbação dependente do tempo	38
2.5	Seção de Choque	40
3	Cálculo Quântico	45
3.1	A ressonância Δ	46

3.2	Lagrangiana de Rarita-Schwinger	47
3.3	Formalismo de Jones e Scadron	49
3.4	Aproximação de Fótons Equivalentes	52
3.5	Seção de Choque	55
3.6	Comparação dos dois cálculos	57
4	Conclusões	59
	Apêndice	61
A	Cálculo de nível árvore	63
A.1	Propagador da Δ	63
A.2	Lagrangiana de baixas energias	64
A.2.1	O vértice $\gamma N\Delta$	64
A.2.2	O vértice $\pi N\Delta$	64
A.3	Seção de Choque	66
A.3.1	Referencial do laboratório	66
A.3.2	Referencial do centro de massa	68
	Bibliografia	71

Capítulo 1

Introdução

1.1 Campo magnético em colisões de íons pesados relativísticos

O estudo das interações eletromagnéticas dos núcleos atômicos tem sido a principal ferramenta para desvendar sua estrutura. Da mesma maneira, o estudo das interações eletromagnéticas dos núcleons, como no espalhamento inelástico de elétrons em prótons, foi fundamental na descoberta e entendimento da estrutura de partons do próton [1]. Foram descobertas inúmeras ressonâncias originadas de excitação eletromagnética. Estas descobertas foram consequência direta da existência da eletrodinâmica quântica, que descreve com precisão a interação dos fótons com as partículas e que já foi chamada de “a teoria mais precisa que a humanidade já criou”.

No regime macroscópico, quando as fontes de radiação são intensas e o número de fótons é muito grande, os campos quânticos podem ser aproximados por campos clássicos, e podemos falar da “luz” do cotidiano e dos campos elétricos e magnéticos do eletromagnetismo clássico.

A aproximação de campos clássicos tem sido feita no estudo de colisões entre núcleos. Apesar de plausível, no contexto microscópico não há garantia de que esta seja realmente uma boa aproximação. No entanto, o tratamento clássico dos campos eletromagnéticos (especialmente do campo magnético) e suas aplicações em colisões nucleares tem despertado um grande interesse.

Na aproximação clássica, o campo magnético numa colisão de íons relativísticos pode ser estimado a partir da lei de Biot-Savart. Dois núcleos que se deslocam na

mesma direção mas em sentidos opostos produzem correntes elétricas e portanto o campo magnético, pela regra da mão direita, tem direção perpendicular ao plano de colisão [2]. A magnitude do campo no centro de massa da colisão é aproximadamente dada por [2]:

$$B \sim \gamma \alpha_{em} \frac{Ze}{R^2} \quad (1.1)$$

A variável Ze aqui representa a carga do núcleo, R o raio do núcleo, α_{em} é a constante de estrutura fina, e $\gamma = \sqrt{s_{NN}}/2m_N$ é o fator de Lorentz ($\sqrt{s_{NN}}$ é a energia por par de nucleons no sistema do centro de massa). As colisões de íons pesados são conhecidas por produzirem os campos magnéticos mais intensos da natureza [3]. Um modelo analítico simples e muito útil nos estudos deste campo magnético foi proposto em [4]. A energia relativística dos núcleos em colisão é tão grande que eles passam um pelo outro quase sem mudança na rapidez do feixe incidente [2]. O modelo assume que o campo magnético é criado pelo deslocamento de prótons livres [2,3]. A Figura 1.1 representa a variação do campo magnético em função do parâmetro de impacto b em colisões não-centrais de dois íons de ouro. Observamos que este campo cresce com o aumento no parâmetro de impacto, como é o esperado. Para valores maiores de b este campo passa a decrescer.

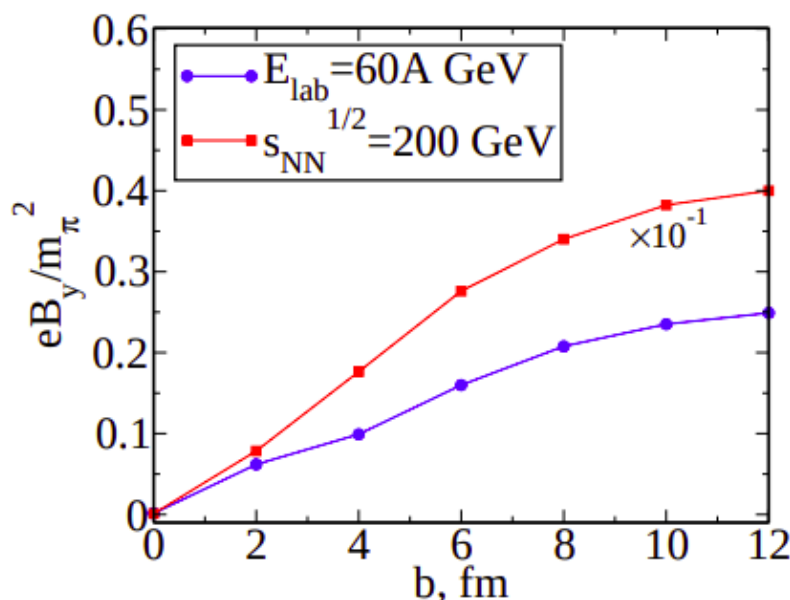


Figura 1.1: Campo magnético multiplicado por “ e ” em unidades de m_π^2 como função parâmetro de impacto b para as energias de $\sqrt{E_{lab}} = 60A$ GeV e $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV [5].

O campo magnético de colisões de íons pesados pode ser estimado usando modelos para a distribuição de prótons no núcleo [3,5]. A intensidade do campo magnético

em função de um ponto no espaço e do tempo é definida pelo potencial de Lienard-Wiechert [5]:

$$e\vec{B}(\vec{r}, t) = \alpha_{em} \sum_n Z_n \frac{1 - v_n^2}{(R_n - \vec{R}_n \vec{v}_n)^3} [\vec{v}_n \times \vec{R}_n] \quad (1.2)$$

onde $\alpha_{em} \approx 1/137$ é a constante de estrutura fina, Z_n é a carga elétrica da n -ésima partícula em unidades da carga do elétron, e $\vec{R}_n = \vec{r} - \vec{r}_n$, sendo \vec{r}_n a posição do próton no núcleo e \vec{v}_n é a velocidade [3, 5]. As medidas de velocidade e posição são tomadas no instante t' retardado com relação ao instante de observação, que é definido por [5]:

$$|\vec{r} - \vec{r}_n(t')| + t' = t \quad (1.3)$$

onde foi adotado $c = 1$. A somatória deve ser feita sobre todas as partículas carregadas do núcleo. O resultado de uma integração numérica para este campo pode ser encontrado na Figura 1.2. A distribuição de prótons para essa figura foi determinada através de um modelo de distribuição de densidade de carga no núcleo chamado de “hard sphere” [3]. A curva da evolução do campo magnético com o decorrer da colisão mostra que o campo decai rapidamente. Há dois tipos de partículas com carga nas colisões de íons pesados não-centrais, os participantes que se chocam com outras partículas e os espectadores que são os grandes responsáveis pelo campo magnético intenso [2]. Depois do choque, os espectadores se afastam em alta velocidade, reduzindo a intensidade do campo na região de colisão. Os participantes perderam energia no processo, portanto são mais lentos e produzem um campo de menor intensidade por um período de tempo maior [2].

No RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), íons pesados são acelerados a energias de 200 GeV por par de núcleons, o que significa um fator de Lorentz $\gamma \approx 100$ [3]. Para um $Z = 79$ como ouro e um raio $R = 7 \text{ fm}$, é possível estimar o campo magnético usando a expressão (1.1) como sendo $eB \sim m_\pi^2 \sim 10^{18} \text{ G}$ [3, 6]. Para efeito de comparação, o campo mais intenso criado na Terra é de 10^7 G [3, 7], enquanto o campo de uma estrela de nêutrons é da ordem de $10^{10} - 10^{13} \text{ G}$. Isso mostra que no RHIC e no LHC (Large Hadron Collider), que pode atingir energias de 5.02 TeV , temos a chance de estudar os efeitos de campos muito intensos [3]. Este campo nunca foi medido diretamente, mas seus efeitos podem ser detectados indiretamente nos experimentos.

Acima de um valor crítico de intensidade do campo de $B_c = m_e^2/e \sim 10^{13} \text{ G}$, a eletrodinâmica clássica não é mais suficiente para descrever os efeitos desse campo [3,8]. Este valor crítico é conhecido como o limite de Schwinger. Em campos intensos ocorre a produção de pares partícula - anti-partícula. A criação de pares elétron-pósitron a partir de um campo elétrico intenso afeta a distribuição de cargas e as

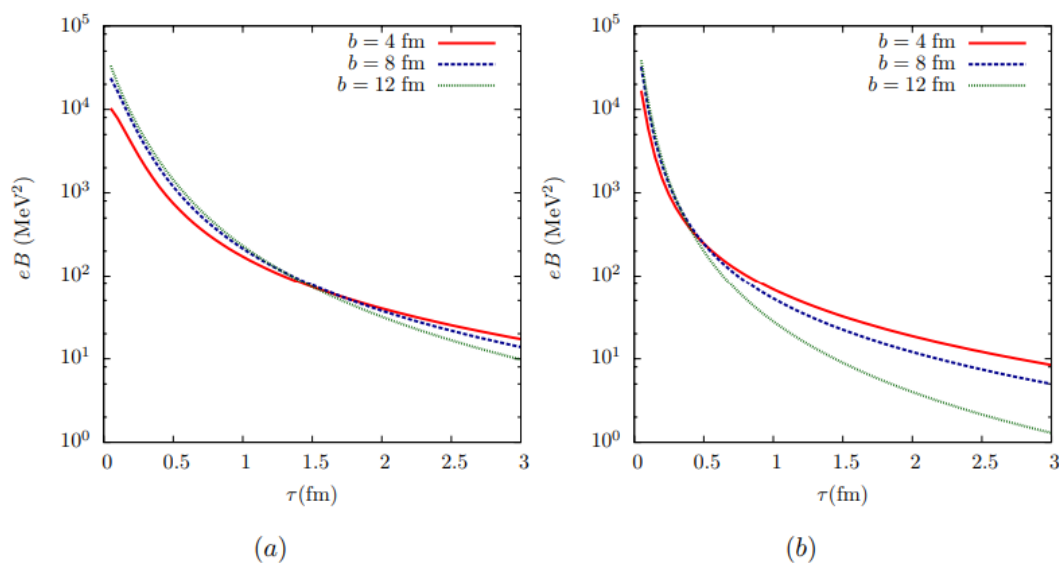


Figura 1.2: Campo magnético multiplicado por “e” produzido numa colisão de dois íons de ouro a energias de: (a) $\sqrt{s_{NN}} = 62 \text{ GeV}$ e (b) $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$. b é o parâmetro de impacto e $\tau = (t^2 - z^2)^{1/2}$ é o tempo próprio, sendo z o eixo da colisão [3].

correntes geradas pelo campo original [9]. Este processo é chamado de polarização do vácuo, ou auto-energia do fóton. A contribuição de um loop para a auto-energia do fóton é mostrada no diagrama da Figura 1.3. Campos acima do ponto crítico B_c

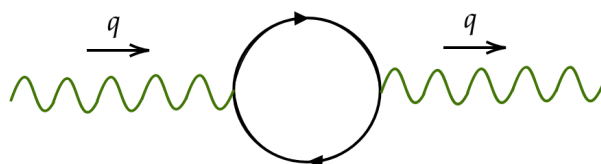


Figura 1.3: Diagrama de Feynman da ordem de um loop da criação de um par e^-e^+ no vácuo, ou polarização do vácuo. As linhas onduladas (em verde) representam o fóton viajando com momento \vec{q} , e as linhas pretas são e^- e e^+ .

podem existir em estrelas de nêutrons, buracos negros e até lasers de alta intensidade, e é possível obter a taxa de produção de partículas decorrente de processos quânticos [10]. Os campos produzidos no RHIC e LHC estão muito acima deste limite porque $m_\pi/m_e = 280$ [3] e portanto, campos da ordem de $B_c \approx m_\pi^2/e$ estão muito acima do valor crítico.

O campo magnético intenso presente na fase inicial de colisões núcleo-núcleo não centrais deve certamente produzir efeitos observáveis. A busca por estes efeitos começou em 2009 e justamente com o estudo do efeito mais espetacular: o efeito quiral magnético (CME) [11].

Em poucas palavras, o CME consiste no aparecimento de uma corrente elétrica induzida pela anomalia quirial na presença de um campo magnético intenso [12,13]. A corrente tem a mesma direção do campo magnético. Trata-se de um fenômeno complexo que envolve as propriedades do vácuo não trivial da Cromodinâmica Quântica (QCD). Em termos simples e esquemáticos, pode ser resumido como segue.

A quiralidade é uma propriedade das partículas elementares. Elas são classificadas como sendo de mão direita (spin paralelo ao momento) ou de mão esquerda (spin antiparalelo ao momento). A QCD com quarks sem massa possui simetria quirial. Isto significa que existem uma corrente vetorial conservada e uma corrente axial conservada (esta é a simetria $U(1)_A$). Isto é equivalente a dizer que existem uma corrente de mão direita (R) e uma corrente de mão esquerda (L) conservadas. Por sua vez, isto significa dizer que a quiralidade é conservada e o número de partículas de mão direita e esquerda é conservado. No vácuo da QCD, que no nível quântico é não-trivial, existem processos (instantons e sphalerons), que induzem a quebra da simetria $U(1)_A$. Com esta quebra, o número de partículas de mão direita e esquerda não é mais conservado e surge um desbalanceamento quirial (“chiral imbalance”) [14]. Numa população de quarks podemos, por exemplo, encontrar mais quarks R do que L. Quando um sistema de quarks u (com carga $+2/3$) com excesso de quarks R é mergulhado num campo magnético intenso, o spin se alinha ao campo \vec{B} e por consequência o momento também [13]. Surge assim uma “corrente elétrica líquida” (“net electric current”) na direção do campo magnético.

O esquema da Figura 1.4 mostra como acontece o CME para quarks de carga positiva e sem massa. No desenho da esquerda vemos como o campo magnético intenso alinha os spins dos quarks na mesma direção. O número de quarks R é igual ao número de quarks L e não há corrente elétrica líquida. Na desenho do centro, a região cinza mostra o instanton (ou sphaleron) e o seu efeito de criar um excesso de quarks R, criando um “potencial químico quirial” μ_5 . O desenho da direita mostra a combinação do campo magnético intenso com o instanton (ou sphaleron), que faz surgir o movimento dos quarks R (em excesso) na direção do campo magnético [13,15–17].

Outro efeito importante, e que é mais próximo do tema central desta dissertação, é a dissociação magnética, onde um núcleo é desintegrado pelo efeito do campo magnético produzido pelo outro núcleo na colisão.

Os experimentos do LHC e do RHIC são predominantemente voltados para colisões nas quais os núcleos envolvidos se sobrepõem no momento da colisão, ou seja, para eventos dominados pela interação forte entre os núcleons constituintes [1]. Como resultado, o produto final dessas colisões tende a ser predominantemente formado

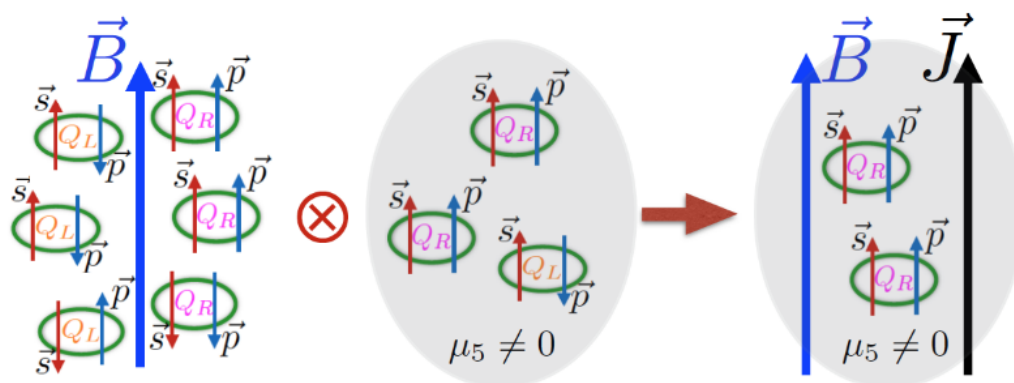


Figura 1.4: Ilustração esquemática do efeito quiral magnético para quarks sem massa de carga positiva. A constante μ_5 representa o potencial químico quiral. Como $\mu_5 > 0$ então há um excesso de quarks R [16].

por matéria hadrônica [1] e os efeitos do campo magnético se misturam com os efeitos da interação hadrônica. No entanto, é possível estudar as colisões chamadas ultraperiféricas (UPC's), aquelas em que parâmetro de impacto é maior do que a soma dos raios dos projéteis e a força forte não tem mais o papel central. Estas colisões são o lugar ideal para o estudo de campo magnético e seus efeitos na matéria hadrônica.

1.2 Colisões Ultraperiféricas

Nas últimas décadas, o estudo de colisões próton-núcleo, ou núcleo-núcleo usando feixes ultra-relativísticos tem sido feito com cada vez mais detalhes. Estas colisões podem ser centrais, não-centrais, periféricas e ultraperiféricas, dependendo do grau de sobreposição dos núcleos no instante da colisão. Colisões centrais e não-centrais são dominadas pela interação forte entre os nucleons e têm grande importância no estudo da QCD [18]. Colisões periféricas e ultraperiféricas são dominadas pelas interações eletromagnéticas.

Colisões ultraperiféricas (UPCs) são aquelas em que o parâmetro de impacto, b , é maior do que a soma dos raios dos dois núcleos ($b > R_A + R_B$). Isso implica que a interação forte entre os nucleons é excluída pelo corte inferior no parâmetro de impacto e a única interação possível é a eletromagnética [19]. É o tipo de colisão ideal para o estudo e observação dos efeitos eletromagnéticos.

A Figura 1.5 representa o plano transversal de uma UPC. O movimento dos núcleos cria correntes em sentidos opostos que vão dar origem ao campo magnético na

direção y , desenhado em vermelho. Neste caso não há diferenciação entre participantes e espectadores no processo, e todos os núcleons envolvidos têm a mesma velocidade durante a colisão.

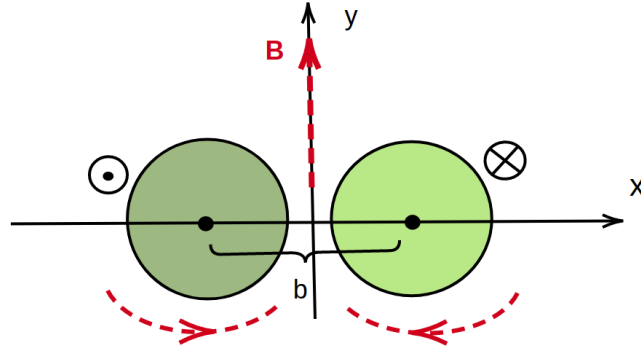


Figura 1.5: Plano transversal de uma colisão ultraperiférica, com o campo magnético produzido em vermelho. O núcleo da esquerda se movimenta no sentido \vec{z} e o da direita em $-\vec{z}$. O parâmetro de impacto b é representado como a distância entre os centros dos dois núcleos em colisão.

Os núcleos envolvidos trocam fótons em um fluxo que é proporcional a Z^2 , sendo Z o número da carga do núcleo acelerado. Os fótons trocados podem interagir entre si (interação fóton-fóton), ou com núcleons do alvo (interação fotonuclear). Nestas duas situações supomos que o núcleo que emitiu os fótons permanece intacto depois da colisão, mas podem ocorrer colisões ultraperiféricas em que um ou os dois núcleos "quebram", ocorre a chamada dissociação eletromagnética ocasionada pela troca de fótons [19]. Os diagramas de Feynman dos três processos são mostrados na Figura 1.6.

As UPCs fornecem as energias mais altas da física de partículas para o estudo de interações eletromagnéticas [20]. A energia disponível no LHC em UPCs de processos γp ultrapassa $2 TeV$, o que é importante no estudo da distribuição dos glúons em colisões para um x de Bjorken da ordem de 10^{-6} [20]. Estes experimentos trazem resultados importantes que auxiliam no estudo de novos processos físicos. O processo de foto-produção de jatos em UPCs é uma ferramenta muito usada no estudo da estrutura hadrônica, na obtenção de vínculos para as funções de distribuição de partons [21].

As colisões de altas energias também são ambientes promissores para a observação da foto-produção de mésons vetoriais por meio de espalhamento elástico. A colaboração LHCb tem dados da foto-produção de mésons com energias de até $\sqrt{s} = 13 TeV$ [20, 21]. O experimento ALICE tem observado a foto-produção de J/ψ em colisões

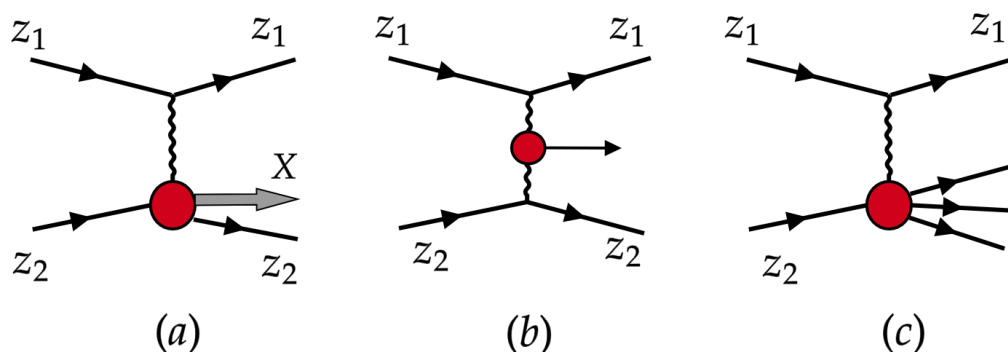


Figura 1.6: Processos de interação entre projétil e alvo em colisões ultraperiféricas: (a) interação de um fóton com um nucleon do alvo que acarreta na produção de novas partículas sem desintegração do alvo. (b) interação fóton-fóton com produção de partículas. (c) processo em que um dos núcleos sofre dissociação magnética (quebra) pela interação com fótons emitidos pelo outro núcleo.

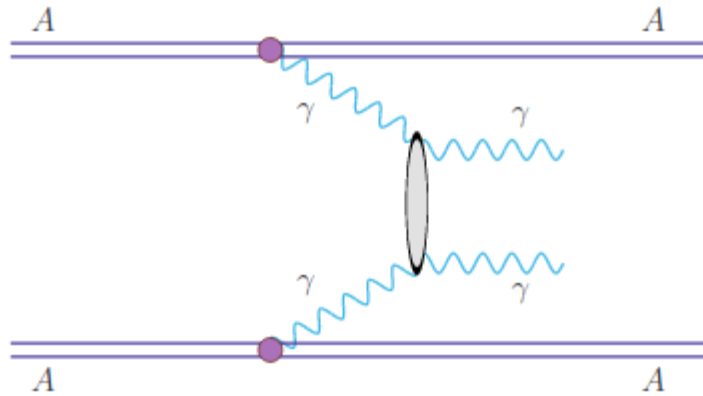
de íons de chumbo em energias até $\sqrt{s_{NN}} = 5.02 \text{ TeV}$, enquanto o CMS observou para $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$ [20].

A troca de fótons pode ser considerada o análogo quântico da interação entre as partículas e o campo magnético. Numa colisão ultraperiférica, usando a regra da mão direita, observa-se que os campos produzidos pelos dois núcleos tem a mesma direção, e portanto a intensidade se soma. O campo eletromagnético intenso corresponde a um fluxo de fótons emitidos por um dos núcleos, tratado como fonte, que interagem com o alvo. A seção de choque passa a ser uma somatória de todas as possíveis interações entre fótons da fonte e os núcleos do alvo, o que para um campo clássico é apenas a excitação magnética de núcleons.

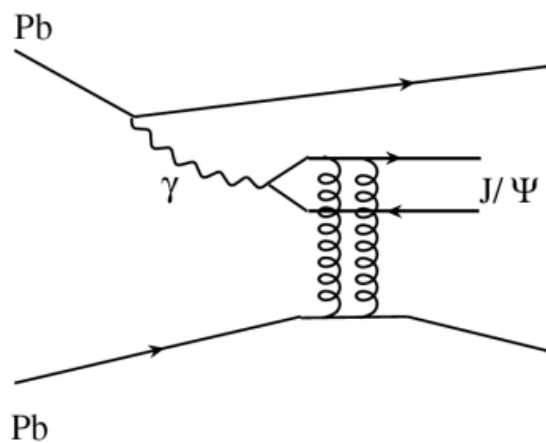
1.3 Produção de Partículas em UPCs

Os processos resultantes de UPCs podem ser divididos em duas categorias: processos de um fóton e processos de dois fótons [22]. Os processos de dois fótons interagentes são responsáveis pela produção de pares de léptons, tipicamente e^+e^- e $\mu^+\mu^-$, além do espalhamento de luz por luz resultando no diagrama de caixa por meio de férmions ou bósons vetoriais [22]. A Figura 1.7 ilustra a situação em que os dois núcleos emitem fótons, estes fótons interagem e no final do processo são emitidos dois fótons. Os resultados obtidos no experimento ALICE para $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ estão de acordo com modelos que incluem apenas os termos de primeira ordem em QED [23].

Os processos de um fóton são responsáveis pela produção de mésons vetoriais,


 Figura 1.7: Situação geral para a reação $AA \rightarrow AA\gamma\gamma$ [24].

em particular ρ , J/ψ e Υ que são bastante estudados. Tipicamente, as colisões inelásticas com hádrons envolvem a flutuação de um fóton em um par quark-antiquark [22], em seguida o quark formado interage com um núcleon e produz um méson. O diagrama de Feynman deste processo é mostrado na Figura 1.8 para colisões Pb-Pb. Também são possíveis processos em que um fóton emitido por um dos núcleos interage diretamente com um glúon no alvo, ou flutua em partons que interagem com um quark ou glúon no alvo [19,22]. Além disso, como já foi mencionado, a produção de jatos de hádrons em UPCs é utilizada para obter informações sobre a função de distribuição de partons no núcleon [21].


 Figura 1.8: Diagrama de Feynman da produção de um J/ψ em uma UPC: um fóton emitido por um núcleo de chumbo produz um par quark-antiquark, em seguida o quark formado interage com um núcleon e produz um méson [23].

1.4 Este trabalho

UPCs são uma oportunidade de se estudar a estrutura do próton por meio de interações com fótons, que transferem momento e excitam o próton, o que pode resultar na produção de novas partículas [22, 23]. Neste trabalho vamos estudar um processo que nos parece o melhor para medir os efeitos do campo magnético produzido nas UPCs: a excitação magnética do núcleon. Neste processo, sob a ação do campo magnético, o núcleon se transforma na ressonância delta: $N \rightarrow \Delta$. A ressonância delta decai com 99% de probabilidade em um núcleon e um pión. Ou seja:

$$N \rightarrow \Delta \rightarrow N' + \pi \quad (1.4)$$

No sistema de referência da ressonância delta (que é o mesmo do núcleo alvo) o pión produzido tem uma energia cinética que é grande comparada com a energia de ligação do núcleo (e portanto ele pode escapar) mas que é pequena comparada com a energia do feixe. Assim este pión será produzido com rapidez próxima à do feixe.

Não existe nenhum outro mecanismo conhecido que seja capaz de produzir píons com grande rapidez em colisões ultraperiféricas. Portanto, a observação de “píons rápidos” (forward pions) é prova direta da ocorrência de excitação magnética do núcleon do alvo. A detecção desses píons pode ser usada como forma de medir a intensidade do campo magnético. Por essas razões, este processo é o candidato perfeito para um estudo do tratamento clássico do campo magnético em colisões ultraperiféricas de íons relativísticos e a medida de sua intensidade.

Esse trabalho tem dois objetivos importantes. O primeiro deles é estudar o processo de excitação magnética do núcleon e a subsequente emissão de um “pión rápido”. No capítulo 2 calculamos a seção de choque do processo (1.4) usando um campo magnético clássico e apresentamos os resultados, que foram publicados na Ref. [25]. Eles mostram que, uma vez que se tem controle sobre os ingredientes do cálculo (que são bastante simples), podemos usar a seção de choque deste processo para medir indiretamente o campo magnético produzido nestas UPCs.

O segundo objetivo deste trabalho é testar a qualidade da aproximação de campo clássico, o que nunca foi feito anteriormente. No capítulo 3 calculamos a mesma seção de choque do capítulo 2, mas agora usando um formalismo quântico, isto é, calculando a seção de choque do processo elementar $\gamma + N \rightarrow \Delta \rightarrow \pi + N'$ e fazendo a convolução com a aproximação de fótons equivalentes para obter a seção de choque final. Fazemos a comparação entre os dois cálculos como forma de testar a aproximação semi-clássica. Os resultados obtidos foram publicados na Ref. [26]. Eles mostram que os dois formalismos resultam em seções de choque muito

próximas, e sendo assim, concluímos que o uso do campo magnético clássico é uma boa aproximação. No capítulo 4 apresentamos nossas conclusões.

Capítulo 2

Cálculo Semi-Clássico

Como foi dito na Introdução, vamos fazer o cálculo da seção de choque de excitação magnética do núcleon de duas maneiras. Neste capítulo vamos fazer o cálculo semi-clássico. Com isto queremos dizer que o campo magnético produzido em colisões ultraperiféricas será tratado como um campo clássico e o processo de excitação do núcleon do alvo será tratado com técnicas de mecânica quântica. A interação magnética neste sistema acontece através do acoplamento entre o campo e o momento de dipolo magnético do núcleon. O Hamiltoniano para este processo pode ser escrito como:

$$H_{int} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (2.1)$$

onde $\vec{\mu}$ é o momento de dipolo magnético de um núcleon, dado pela soma dos momentos de dipolo dos quarks constituintes:

$$\vec{\mu} = \sum_{i=u,d} \vec{\mu}_i \quad (2.2)$$

O núcleon é uma partícula de spin $1/2$ formada por uma combinação de quarks up(u) e down(d): uud no caso do próton e udd no caso do nêutron. Ele representa os estados fundamentais das configurações de três quarks leves ligados. O primeiro estado excitado do núcleon é a ressonância Δ , que tem spin $3/2$ e também é formada por uma combinação de quarks u e d. Existem quatro tipos de Δ , mas nesse capítulo apenas duas serão importantes: Δ^+ que tem composição uud com carga elétrica positiva, semelhante ao próton, e Δ^0 composta de udd e sem carga elétrica, semelhante ao nêutron.

A interação magnética pode inverter (ou “flipar”) o spin de um quark em um núcleon e assim, convertê-lo em uma Δ . A Figura 2.1 ilustra a situação em que um campo externo, em azul, interage com o spin dos quarks. Ao final da interação um dos spins flipou e o núcleon foi convertido em Δ .

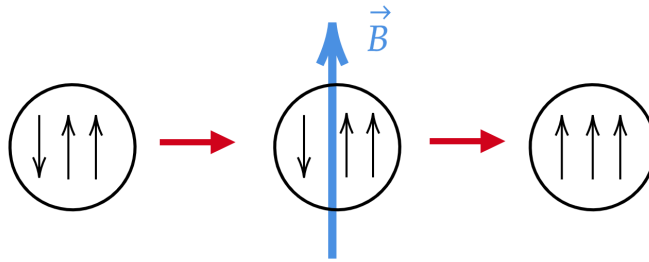


Figura 2.1: Esquema da transição magnética de um núcleon em uma Δ através do “flip” de um spin pela interação com um campo magnético.

2.1 Campo Magnético de uma Carga Puntiforme

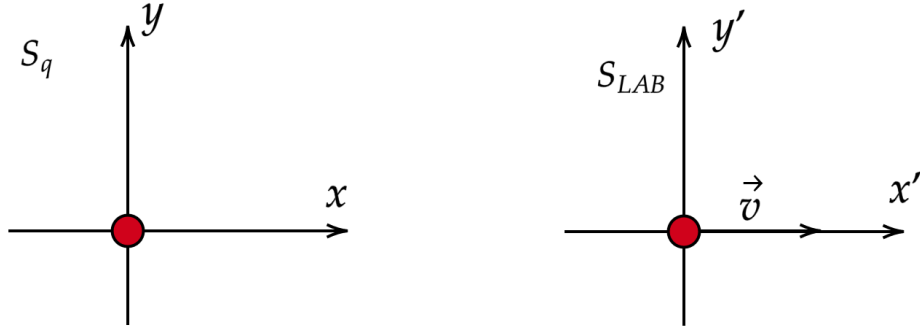
Vamos estudar colisões núcleo-núcleo ou núcleo-próton ultraperiféricas. Nestas condições os núcleos podem ser aproximados por partículas puntiformes que carregam toda a carga elétrica. Para uma carga puntiforme, q , que se encontra em repouso na origem de um sistema de coordenadas S_q , o campo elétrico é dado por [27, 28]:

$$\vec{E}_q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (2.3)$$

A mudança do referencial em que a carga está em repouso para o referencial em que a carga se movimenta com velocidade constante (S_{LAB}) é realizada através de uma transformação de Lorentz. Essa transformação define o valor dos campos no novo referencial [27]:

$$\begin{aligned} E_{\perp} &= \gamma E_{q\perp} \\ E'_{\parallel} &= E_{q\parallel} \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde γ é o fator de Lorentz. As equações acima mostram que apenas as componentes perpendiculares ao movimento são modificadas. Os dois referenciais descritos são mostrados na Figura 2.2. Usando a Eq. 2.4 na Eq. 2.3 em coordenadas cartesianas


 Figura 2.2: Referenciais S_q e S_{LAB} .

encontramos:

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_{qx} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx_q}{(x_q^2 + y_q^2 + z_q^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\gamma(x-vt)}{((\gamma(x-vt))^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\
 E_y &= \gamma E_{qy} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\gamma y_q}{(x_q^2 + y_q^2 + z_q^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\gamma y}{((\gamma(x-vt))^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\
 E_z &= \gamma E_{qz} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\gamma z_q}{(x_q^2 + y_q^2 + z_q^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\gamma z}{((\gamma(x-vt))^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

No referencial S_q , o campo magnético gerado pela carga é $\vec{B}_q = 0$. Se a carga se movimenta com velocidade $\vec{v} = v\hat{x}$ no referencial do laboratório, S_{LAB} , (ou seja, ao se fazer uma mudança de referencial) ela gera um campo magnético dado por [27,28]:

$$\vec{B} = \frac{1}{c^2} (\vec{v} \times \vec{E}) \quad (2.6)$$

Inserindo a Eq. 2.5 na Eq. 2.6, calculamos o campo magnético no sistema do laboratório. No nosso caso, por causa da simetria do problema, apenas a componente na direção perpendicular ao plano de colisão, \hat{y} , é não-nula e o campo magnético gerado pelo boost de Lorentz é dado por:

$$\vec{B} = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{qv\gamma y}{((\gamma(x-vt))^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z} \quad (2.7)$$

É conveniente estudar o problema do referencial fixo no alvo, o núcleon que sente o efeito do campo magnético. Isso pode ser feito com uma simples mudança no eixo y por um fator b. Portanto, no novo referencial $S_{LAB} \rightarrow S_{obs}$, onde $x_{obs} = x$, $y_{obs} = y - b$ e $z_{obs} = z$, o novo campo é dado por:

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{qv\gamma(b-y)}{((\gamma(x-vt))^2 + (y-b)^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z} \quad (2.8)$$

Esta mesma expressão foi encontrada em [28] para esse sistema de coordenadas em colisões ultraperiféricas. A Figura 2.3 ilustra a escolha de referencial para o estudo do processo de excitação magnética de um núcleon. Na origem do sistema está o núcleon que sofrerá os efeitos do campo produzido pelo núcleo em movimento (em vermelho) de carga Z e velocidade \vec{v} .

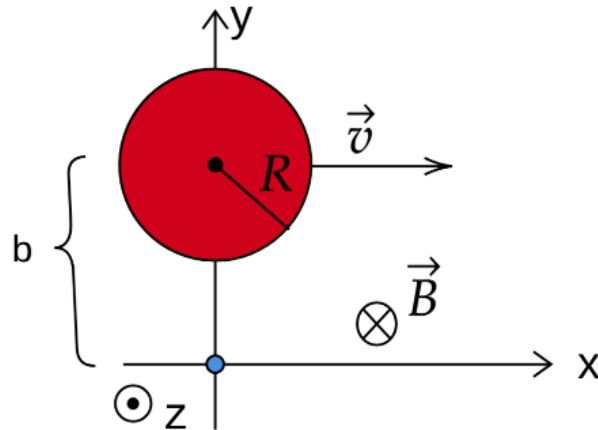


Figura 2.3: Núcleo de raio R e velocidade \vec{v} a uma distância b da origem das coordenadas gera um campo magnético \vec{B} que induz a excitação magnética no núcleon em repouso (pequena esfera azul na origem).

2.2 Momento Magnético

Como este é um ingrediente fundamental do nosso cálculo e aparece no Hamiltoniano (2.1), vamos recordar rapidamente o conceito de momento magnético $\vec{\mu}$ de uma partícula. Partimos de uma analogia com um sistema clássico. Um elétron “clássico” que se move em trajetória circular bem definida tem momento angular dado por:

$$\vec{J} = m\vec{v} \times \vec{r} \quad (2.9)$$

O elétron em movimento é responsável por gerar uma corrente, definida como sendo a carga por unidade de tempo que passa através de um ponto [27,29]. Como neste caso, a corrente se trata do movimento de apenas uma carga no circuito, a intensidade da corrente é proporcional à frequência angular da carga [29]:

$$I = q \frac{v}{2\pi r} \quad (2.10)$$

Classicamente, o momento magnético é definido como a corrente gerada pela carga multiplicada pela área do circuito (πr^2) [29]:

$$\mu = \frac{qvr}{2} \quad (2.11)$$

A direção do momento magnético é perpendicular ao movimento da carga, assim como acontece com o momento angular do sistema [29]. A forma vetorial da equação acima é dada por:

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \vec{J} \quad (2.12)$$

Vemos que na física clássica o momento magnético é consequência de um movimento de rotação de objetos com carga elétrica. Podemos, ingenuamente, aplicar esta ideia a uma partícula microscópica carregada (como um elétron) isolada, e dizer que ela possui um momento magnético decorrente de sua rotação em torno de si mesma, caracterizada por um momento angular intrínseco que chamamos de spin (\vec{S}). A existência desta rotação implicaria na existência do momento magnético da partícula e poderíamos escrever $\vec{\mu} \propto \vec{S}$. É possível mostrar [27, 29] que esta visão clássica de rotação não é correta, mas ela possui um equivalente quântico de tal forma que $\vec{\mu}$ e \vec{S} existem e são proporcionais. A experiência de Stern e Gerlach e, de maneira mais contundente, a experiência de Phipps e Taylor mostram que o elétron tem spin 1/2. Os quarks, que também são partículas com spin 1/2, também possuem momento magnético, e consequentemente partículas compostas de quarks, como núcleons, têm o momento magnético descrito pela soma dos momentos magnéticos de seus constituintes [30]:

$$\vec{\mu} = \sum_{i=u,d} \vec{\mu}_i = \sum_{i=u,d} \frac{q_i}{m_i} \vec{S}_i \quad (2.13)$$

onde q_i representa a carga do quark, m_i é a massa e \vec{S}_i é o spin. A fórmula acima interpreta a distribuição de cargas e momento magnético do núcleon como sendo decorrente apenas dos três quarks não interagentes. Em modelos mais complexos seria necessário considerar o momento magnético como sendo uma função da distribuição de partons no núcleon [30].

2.3 Função de Onda

Para encontrar a seção de choque de excitação magnética do núcleon vamos precisar calcular elementos de matriz do tipo $\langle \Psi | \hat{H}_{int} | \Psi \rangle$. Nas seções anteriores descrevemos

o cálculo do Hamiltoniano de interação \hat{H}_{int} e agora vamos apresentar os estados $|\Psi\rangle$ (ou funções de onda) relevantes para o nosso cálculo.

A função de onda de uma partícula é dada pelo conjunto de funções que descrevem as características desta partícula. Essas características são: posição no espaço, cor, sabor e spin.

$$\Psi = \psi(\text{espaço}) \otimes \phi(\text{sabor}) \otimes \chi(\text{spin}) \otimes \varphi(\text{cor}) \quad (2.14)$$

Cada uma dessas funções está associada a números quânticos que podem ser medidos experimentalmente, como o spin e a posição no espaço. A densidade de probabilidade de cada estado é obtida a partir do quadrado de sua função de onda, que é normalizada.

2.3.1 Parte espacial

Da definição do Hamiltoniano, (2.1) e do momento magnético (2.13), observamos que o operador relevante para o cálculo do elemento de matriz de transição é o operador de spin. Na aproximação que estamos usando (ilustrada na Fig. 2.3), o núcleo projétil e o núcleon alvo são tratados como sendo puntiformes e separadas por uma distância b . Sendo assim, as distribuições do núcleo e do núcleon no espaço estão sendo desconsideradas, e o único efeito da parte espacial está na dependência do campo magnético com o parâmetro de impacto b . Quanto maior b , menor o campo magnético e menor a probabilidade de ocorrer a transição.

2.3.2 Isospin

A idéia de isospin foi proposta em 1932 por Heisenberg, logo após a descoberta do nêutron. As semelhanças entre o próton e o nêutron fizeram com que os físicos da época acreditassem que eles poderiam ser dois "sabores" diferentes da mesma partícula, o núcleon [31]. Mais tarde, Gell-Mann e Zweig postularam a existência de três quarks, que seriam os constituintes dos bárions. O quark up ou u, teria isospin $1/2$, com projeção $I_3 = 1/2$ e carga elétrica $q = 2/3$; quark down ou d, com isospin $1/2$, projeção $I_3 = -1/2$ e carga elétrica $q = -1/3$; e o quark s com isospin 0 , projeção 0 e carga elétrica $q = -1/3$. Os estados de isospin desses quarks podem ser escritos na forma:

$$\begin{cases} u = |1/2 \ 1/2\rangle \\ d = |1/2 \ -1/2\rangle \\ s = |0 \ 0\rangle \end{cases} \quad (2.15)$$

Para obter a função de onda de isospin de um núcleon, é necessário construir uma função de onda de três quarks, usando a combinação uud para o próton, e udd para o nêutron. Essa construção pode ser feita a partir dos coeficientes de Clebsh-Gordan, usando o fato de que [31]:

$$1/2 \otimes 1/2 \otimes 1/2 = (0 \oplus 1) \otimes 1/2 = (0 \otimes 1/2) \oplus (1 \otimes 1/2) \quad (2.16)$$

ou

$$1/2 \otimes 1/2 \otimes 1/2 = 1/2 \otimes (0 \oplus 1) = (1/2 \otimes 0) \oplus (1/2 \otimes 1) \quad (2.17)$$

Vamos começar pela combinação de dois quarks. Existem 4 maneiras de se combinar um u e um d, formando um tripleto simétrico de isospin 1:

$$\begin{cases} |1 \ 1\rangle = uu \\ |1 \ 0\rangle = (ud + du)/\sqrt{2} \\ |1/2 \ -1/2\rangle = dd \end{cases} \quad (2.18)$$

e um singlete antissimétrico de isospin 0:

$$|0 \ 0\rangle = (ud - du)/\sqrt{2} \quad (2.19)$$

Combinando o singlete acima com um quark u ou d, formamos um dubleto, que é antissimétrico pela troca dos dois primeiros quarks [31]:

$$\begin{cases} |1/2 \ 1/2\rangle = (udu - duu)/\sqrt{2} \\ |1/2 \ -1/2\rangle = (dud - udd)/\sqrt{2} \end{cases} \quad (2.20)$$

Analogamente, combinando um quark ao tripleto usando os coeficientes de Clebsh-Gordan, formamos um quadrupletto totalmente simétrico:

$$\begin{cases} |3/2 \ 3/2\rangle = uuu \\ |3/2 \ 1/2\rangle = (uud + udu + duu)/\sqrt{3} \\ |3/2 \ -1/2\rangle = (ddu + dud + udd)/\sqrt{3} \\ |3/2 \ -3/2\rangle = ddd \end{cases} \quad (2.21)$$

Também é possível formar mais um dubleto usando permutações de uud e ddu. Temos que usar os coeficientes de Clebsh-Gordan, ou impor a ortogonalidade dos estados. Esses procedimentos resultam em estados que chamaremos de simétricos

pela troca dos dois primeiros quarks:

$$\begin{cases} |1/2 \ 1/2\rangle = (udu + duu - 2uud)/\sqrt{6} \\ |1/2 \ -1/2\rangle = -(dud + udd - 2ddu)/\sqrt{6} \end{cases} \quad (2.22)$$

2.3.3 Spin

A mesma álgebra utilizada para o isospin se aplica ao espaço de spin das partículas. O spin também obedece à simetria SU(2) e portanto é possível obter as auto funções de spin dos núcleons combinando as funções de spin de seus constituintes da mesma maneira que para o isospin [31].

Cada quark é um férmion de spin $s=1/2$, podendo ter projeções de spin $s_3 = 1/2$, representado por \uparrow ou $s_3 = -1/2$, representado por \downarrow . Vamos usar o resultado da seção anterior e adaptá-lo ao caso do spin. O estado de isospin com projeção 1/2 foi chamado de u e agora é substituído por \uparrow . O quark d será substituído por \downarrow . Assim, são obtidas a função de onda de spin $s=3/2$:

$$\begin{cases} |3/2 \ 3/2\rangle = \uparrow\uparrow\uparrow \\ |3/2 \ 1/2\rangle = (\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow)/\sqrt{3} \\ |3/2 \ -1/2\rangle = (\downarrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow)/\sqrt{3} \\ |3/2 \ -3/2\rangle = \downarrow\downarrow\downarrow \end{cases} \quad (2.23)$$

a função de onda de spin $s=1/2$ do caso antissimétrico por troca dos dois primeiros quarks:

$$\begin{cases} |1/2 \ 1/2\rangle = (\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)/\sqrt{2} \\ |1/2 \ -1/2\rangle = (\downarrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\downarrow)/\sqrt{2} \end{cases} \quad (2.24)$$

e também a função de onda de spin $s=1/2$ do caso simétrico por troca dos dois primeiros quarks:

$$\begin{cases} |1/2 \ 1/2\rangle = (\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow)/\sqrt{6} \\ |1/2 \ -1/2\rangle = -(\downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow)/\sqrt{6} \end{cases} \quad (2.25)$$

A função de onda de um bárion deve ser sempre totalmente antissimétrica pela troca de quaisquer dois quarks, sendo que a parte de cor é sempre antissimétrica. Logo, é necessário que a combinação $\phi(sabor) \otimes \chi(spin)$ seja totalmente simétrica [31]. Esta

combinação é obtida combinando as funções ϕ e χ da seguinte forma:

$$\phi(\text{sabor}) \otimes \chi(\text{spin}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_S \otimes \chi_S + \phi_A \otimes \chi_A) \quad (2.26)$$

Usando a equação acima e fazendo os produtos necessários encontramos as funções de onda. Tomando o exemplo do próton com spin pra cima, o que significa escolher os valores $s = 1/2$ e $s_3 = 1/2$ de spin, e $I = 1/2$ e $I_3 = 1/2$ de isospin [31]:

$$|p \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\phi_S \left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right) \otimes \chi_S \left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right) + \phi_A \left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right) \otimes \chi_A \left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right) \right] \quad (2.27)$$

As funções simétrica e anti-simétrica do isospin devem ser substituídas de maneira que $\phi_A \rightarrow (2.20)$ e $\phi_S \rightarrow (2.22)$. Analogamente para o spin, $\chi_S \rightarrow (2.24)$ e $\chi_A \rightarrow (2.25)$ [31]. Escrevendo a equação (2.27) explicitamente:

$$\begin{aligned} |p \uparrow\rangle = & +\frac{2}{3\sqrt{2}}u \uparrow u \uparrow d \downarrow - \frac{1}{3\sqrt{2}}u \uparrow u \downarrow d \uparrow - \frac{1}{3\sqrt{2}}u \downarrow u \uparrow d \uparrow \\ & + \text{permutações} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Sendo assim, as funções de onda do próton podem ser escritas na forma fatorada (ignorando o sinal de menos global irrelevante [32]) como:

$$\begin{aligned} |p \uparrow\rangle = & \frac{1}{3\sqrt{2}}[udu(\downarrow\uparrow\uparrow + \uparrow\uparrow\downarrow - 2\uparrow\downarrow\uparrow) + duu(\uparrow\downarrow\uparrow + \uparrow\uparrow\downarrow - 2\downarrow\uparrow\uparrow) \\ & + uud(\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow)] \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} |p \downarrow\rangle = & \frac{1}{3\sqrt{2}}[udu(\uparrow\downarrow\downarrow + \downarrow\downarrow\uparrow - 2\downarrow\uparrow\downarrow) + duu(\downarrow\uparrow\downarrow + \downarrow\downarrow\uparrow - 2\uparrow\downarrow\downarrow) \\ & + uud(\downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow)] \end{aligned} \quad (2.30)$$

As funções de onda do nêutron são dadas por:

$$\begin{aligned} |n \uparrow\rangle = & \frac{1}{3\sqrt{2}}[dud(\downarrow\uparrow\uparrow + \uparrow\uparrow\downarrow - 2\uparrow\downarrow\uparrow) + udd(\uparrow\downarrow\uparrow + \uparrow\uparrow\downarrow - 2\downarrow\uparrow\uparrow) \\ & + ddu(\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow)] \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} |n \downarrow\rangle = & \frac{1}{3\sqrt{2}}[dud(\uparrow\downarrow\downarrow + \downarrow\downarrow\uparrow - 2\downarrow\uparrow\downarrow) + udd(\downarrow\uparrow\downarrow + \downarrow\downarrow\uparrow - 2\uparrow\downarrow\downarrow) \\ & + ddu(\downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow)] \end{aligned} \quad (2.32)$$

e finalmente as funções de onda da delta são dadas por:

$$|\Delta^+ \uparrow\rangle = \frac{1}{3}(uud + udu + duu)(\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow) \quad (2.33)$$

$$|\Delta^0 \uparrow\rangle = \frac{1}{3}(ddu + dud + udd)(\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow) \quad (2.34)$$

$$|\Delta^+ \downarrow\rangle = \frac{1}{3}(uud + udu + duu)(\downarrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow) \quad (2.35)$$

$$|\Delta^0 \downarrow\rangle = \frac{1}{3}(ddu + dud + udd)(\downarrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow) \quad (2.36)$$

2.4 Teoria de Perturbação

Nesta seção vamos rever as principais fórmulas de teoria de perturbação em mecânica quântica. Elas serão essenciais para o cálculo da seção de choque de excitação magnética, que é o nosso objetivo.

Na mecânica quântica, em geral, os problemas não podem ser resolvidos de maneira exata. Os Hamiltonianos que têm soluções exatas, como o do oscilador harmônico ou do átomo de hidrogênio, representam sistemas muito idealizados. Para o estudo de sistemas reais temos que usar métodos de aproximação [33, 34].

Um método de aproximação muito importante é a Teoria de Perturbação. Ela consiste em começar usando um sistema simples, de solução conhecida, e adicionar perturbações a este sistema, como interações com agentes externos. Estas perturbações são tratadas como correções à solução do sistema [34].

Nesse trabalho, a motivação para usar teoria de perturbação vem da comparação das energias envolvidas. A intensidade do campo magnético é da ordem de $eB \simeq m_\pi^2$, o que significa que a energia que ele pode transferir a um núcleon é da ordem de grandeza de:

$$\sqrt{eB} \simeq m_\pi$$

Esta energia pode ser absorvida pelo núcleon e transformá-lo em uma Δ , pois:

$$M_\Delta - M_N \simeq 2m_\pi$$

A partir disso, concluímos que a excitação magnética parece viável do ponto de vista energético. Ao mesmo tempo, a energia da perturbação, m_π , é pequena quando comparada à energia do estado fundamental, M_N , e por isso o uso de teoria de perturbação é razoável nesse caso.

2.4.1 Perturbação independente do tempo

Vamos inicialmente considerar um sistema sem dependência temporal. Os auto-estados do Hamiltoniano desse sistema livre, e suas auto-energias são conhecidos, e devem satisfazer a relação:

$$H |\psi\rangle = E_n |\psi\rangle \quad (2.37)$$

Agora, incluímos um potencial, H_{int} , que é tratado como uma perturbação do sistema. O novo Hamiltoniano é uma soma dos dois termos [35]:

$$H = H_0 + \lambda H_{int} \quad (2.38)$$

onde H_0 é o Hamiltoniano não-perturbado e λ é um parâmetro que vamos considerar ser um número pequeno. As auto-energias e as auto-funções podem ser escritas em função de potências do parâmetro λ [35]:

$$\psi_n = \psi_n^0 + \lambda \psi_n^1 + \lambda^2 \psi_n^2 + \dots \quad (2.39)$$

$$E_n = E_n^0 + \lambda E_n^1 + \lambda^2 E_n^2 + \dots \quad (2.40)$$

sendo que E_n^0 é a energia do sistema não-perturbado e E_n^1 é a primeira correção do n -ésimo auto-valor, o mesmo vale para a auto-função. As correções de ordem mais alta não serão importantes neste trabalho, então vamos desenvolver os cálculos apenas até a primeira ordem. Substituindo (2.39) e (2.40) em (2.37):

$$(H_0 + \lambda H_{int})(\psi_n^0 + \lambda \psi_n^1) = (E_n^0 + \lambda E_n^1)(\psi_n^0 + \lambda \psi_n^1) \quad (2.41)$$

Expandindo essa equação e mantendo apenas os termos de primeira ordem em λ :

$$H_0 \psi_n^1 + H_{int} \psi_n^0 = E_n^0 \psi_n^1 + E_n^1 \psi_n^0 \quad (2.42)$$

Multiplicando a equação (2.42) por $(\psi_n^0)^*$ e integrando como em [35]:

$$\langle \psi_n^0 | H_0 | \psi_n^1 \rangle + \langle \psi_n^0 | H_{int} | \psi_n^0 \rangle = \langle \psi_n^0 | E_n^0 | \psi_n^1 \rangle + \langle \psi_n^0 | E_n^1 | \psi_n^0 \rangle \quad (2.43)$$

Usando o fato de que H_0 deve ser hermitiano, ou seja, $\langle \psi_n^0 | H_0 | \psi_n^1 \rangle = \langle H_0 \psi_n^0 | \psi_n^1 \rangle = E_n^0 \langle \psi_n^0 | \psi_n^1 \rangle$ [35], e portanto esses termos se cancelam. Os termos restantes são:

$$E_n^1 \langle \psi_n^0 | \psi_n^0 \rangle = E_n^1 = \langle \psi_n^0 | H_{int} | \psi_n^0 \rangle \quad (2.44)$$

Com a correção de primeira ordem da energia, podemos finalmente obter a correção

da auto-função, reescrevendo (2.42):

$$(H_0 - E_n^0)\psi_n^1 = -(H_{int} - E_n^1)\psi_n^0 \quad (2.45)$$

A função ψ_n^1 pode ser escrita como uma combinação linear das funções não perturbadas, que são um conjunto completo [33, 35]:

$$\psi_n^1 = \sum_{j \neq n} \alpha_j^n \psi_j^0 \quad (2.46)$$

Substituindo (2.46) em (2.45):

$$\sum_{j \neq n} (E_j^0 - E_n^0) \alpha_j^n \psi_j^0 = -(H_{int} - E_n^1) \psi_n^0 \quad (2.47)$$

Fazendo o produto novamente com $(\psi_l^0)^*$, e tomando apenas a solução para $l \neq n$:

$$(E_l^0 - E_n^0) \alpha_l^n = -\langle \psi_l^0 | H_{int} | \psi_n^0 \rangle \quad (2.48)$$

Logo,

$$\alpha_l^n = \left| \frac{\langle \psi_n^0 | H_{int} | \psi_l^0 \rangle}{E_l^0 - E_n^0} \right| \quad (2.49)$$

e

$$\psi^1 = \sum_{l \neq n} \left| \frac{\langle \psi_n^0 | H_{int} | \psi_l^0 \rangle}{E_l^0 - E_n^0} \right| \psi_l^0 \quad (2.50)$$

As expressões acima vêm de livros texto [33–35] e se referem ao caso geral. No caso particular do nosso cálculo, o núcleon e a Δ são auto-estados de um Hamiltoniano não-perturbado (livre) e têm auto-energias $m_N c^2$ e $m_\Delta c^2$. A perturbação vem do campo magnético externo. Partindo de um núcleon no estado inicial não perturbado, a interação fará com que o estado final seja uma superposição dos estados não-perturbados do núcleon e da Δ . Considerando apenas as correções de primeira ordem, podemos dizer que a probabilidade de transição $N \rightarrow \Delta$ será dada pelo quadrado do coeficiente c_Δ , que multiplica o auto-estado da Δ . Assim, a função de onda (2.50) pode ser reescrita:

$$|\psi^1\rangle = c_N |N\rangle + c_\Delta |\Delta\rangle \quad (2.51)$$

O coeficiente c_Δ pode ser obtido da expressão (2.49) com as substituições $E_l^0 \rightarrow E_N$ e $E_n^0 \rightarrow E_\Delta$. A probabilidade de transição é dada por:

$$P = |c_\Delta|^2 = \left| \frac{\langle \Delta | H_{int} | N \rangle}{E_N - E_\Delta} \right|^2 \quad (2.52)$$

onde E_N e E_Δ são as energias de repouso das partículas.

Na fórmula acima não há nenhuma dependência temporal. Ela poderia ser aplicada, por exemplo, ao estudo de estrelas de nêutrons. Isso decorre do fato de que, em alguns modelos, uma estrela de nêutrons é composta inicialmente por prótons e nêutrons. E supondo que o campo magnético intenso dessas estrelas seja constante, ele poderá induzir transições $N \rightarrow \Delta$, de forma que, ao fazer o cálculo das abundâncias de partículas, encontramos prótons, nêutrons e Δ 's no estado final, exatamente como proposto nessa seção. No entanto, no caso estudado nesta dissertação, em que núcleos realizam colisões ultraperiféricas, o campo magnético gerado varia com o tempo, como foi discutido no capítulo 1. Portanto, precisamos do formalismo de teoria de perturbação dependente do tempo que será apresentado na próxima seção.

Como vimos, os cálculos de teoria de perturbação têm como principal ingrediente a amplitude de transição:

$$\langle \Delta | H_{int} | N \rangle \quad (2.53)$$

que será calculada explicitamente a seguir. Substituindo (2.13) em (2.1) encontramos:

$$H_{int} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = - \sum_{q=u,d} \frac{q_q}{m_q} \vec{S}_q \cdot \vec{B} \quad (2.54)$$

Inserindo a expressão acima em (2.53) temos:

$$\langle \Delta | H_{int} | N \rangle = -\frac{B}{m} \sum_{q=u,d} \langle \Delta | e_q S_q | N \rangle \quad (2.55)$$

onde as cargas elétricas dos quarks são $e_u = 2e/3$ e $e_d = -e/3$. Vamos calcular a amplitude específica $\langle \Delta^0 \uparrow | H_{int} | n \uparrow \rangle$. As outras amplitudes podem ser obtidas de maneira análoga. Aplicando (2.54) em (2.31) obtemos:

$$\begin{aligned} H | n \uparrow \rangle &= \frac{-B\hbar m}{6\sqrt{2}} \left[\frac{2e}{3} |d^\downarrow u^\uparrow d^\uparrow \rangle + \frac{2e}{3} |d^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow \rangle + \frac{4e}{3} |d^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow \rangle + \frac{2e}{3} |u^\uparrow d^\downarrow d^\uparrow \rangle \right. \\ &+ \frac{2e}{3} |u^\uparrow d^\uparrow d^\downarrow \rangle + \frac{8e}{3} |u^\downarrow d^\uparrow d^\uparrow \rangle + \frac{2e}{3} |d^\uparrow d^\downarrow u^\uparrow \rangle + \frac{2e}{3} |d^\downarrow d^\uparrow u^\uparrow \rangle \\ &\left. + \frac{8e}{3} |d^\uparrow d^\uparrow u^\downarrow \rangle \right] \quad (2.56) \end{aligned}$$

Multiplicando a expressão acima por $\langle \Delta^0 \uparrow |$ e usando (2.34) encontramos:

$$\langle \Delta^0 \uparrow | H_{int} | n \uparrow \rangle = -\frac{\sqrt{2}Be\hbar}{3m} \quad (2.57)$$

Analogamente,

$$\langle \Delta^0 \downarrow | H_{int} | n \downarrow \rangle = \frac{\sqrt{2}Be\hbar}{3m} \quad (2.58)$$

$$\langle \Delta^+ \uparrow | H_{int} | p \uparrow \rangle = \frac{\sqrt{2}Be\hbar}{3m} \quad (2.59)$$

$$\langle \Delta^+ \downarrow | H_{int} | p \downarrow \rangle = -\frac{\sqrt{2}Be\hbar}{3m} \quad (2.60)$$

2.4.2 Perturbação dependente do tempo

Vamos agora supor que a perturbação em questão seja dependente do tempo ($H_{int} = H_{int}(t)$), pois o campo magnético é dependente do tempo. Como as funções de onda $|N\rangle$ e $|\Delta\rangle$ formam um conjunto completo, a função de onda da partícula continua sendo uma combinação linear delas [33–35], que agora é dada por:

$$|\Psi(t)\rangle = c_N(t) |N\rangle e^{-iE_N t/\hbar} + c_\Delta(t) |\Delta\rangle e^{-iE_\Delta t/\hbar} \quad (2.61)$$

Os coeficientes agora são encontrados com o auxílio da equação de Schrödinger dependente do tempo:

$$H\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (2.62)$$

Substituindo $|\Psi(t)\rangle$ na equação acima e lembrando que $H = H_0 + H_{int}(t)$ encontramos [35]:

$$\begin{aligned} & [H_0 + H_{int}(t)][c_N(t) |N\rangle e^{-iE_N t/\hbar} + c_\Delta(t) |\Delta\rangle e^{-iE_\Delta t/\hbar}] = \\ & i\hbar \times \left[\dot{c}_N(t) |N\rangle e^{-iE_N t/\hbar} + \dot{c}_\Delta(t) |\Delta\rangle e^{-iE_\Delta t/\hbar} \right. \\ & \left. + c_N(t) |N\rangle \left(\frac{-iE_N}{\hbar} \right) e^{-iE_N t/\hbar} + c_\Delta(t) |\Delta\rangle \left(\frac{-iE_\Delta}{\hbar} \right) e^{-iE_\Delta t/\hbar} \right] \end{aligned} \quad (2.63)$$

A equação (2.62) deve ser satisfeita para cada um dos auto-estados do Hamiltoniano não-perturbado [35]. Usando $H_{0N} |N\rangle = E_N |N\rangle$ e $H_{0\Delta} |\Delta\rangle = E_\Delta |\Delta\rangle$, a equação acima se reduz a:

$$\begin{aligned} c_N(t)(H_{int} |N\rangle) e^{-iE_N t/\hbar} + c_\Delta(t)(H_{int} |\Delta\rangle) e^{-iE_\Delta t/\hbar} = i\hbar [\dot{c}_N(t) |N\rangle e^{-iE_N t/\hbar} \\ + \dot{c}_\Delta(t) |\Delta\rangle e^{-iE_\Delta t/\hbar}] \end{aligned} \quad (2.64)$$

Em seguida, multiplicando a equação por $\langle N|$ pela esquerda:

$$c_N(t) \langle N | H_{int} | N \rangle e^{-iE_N t/\hbar} + c_\Delta(t) \langle N | H_{int} | \Delta \rangle e^{-iE_\Delta t/\hbar} = i\hbar \dot{c}_N(t) e^{-iE_N t/\hbar} \quad (2.65)$$

Analogamente, o produto com $\langle \Delta |$ pela esquerda resulta em:

$$c_N(t) \langle \Delta | H_{int} | N \rangle e^{-iE_N t/\hbar} + c_\Delta(t) \langle \Delta | H_{int} | \Delta \rangle e^{-iE_\Delta t/\hbar} = i\hbar \dot{c}_\Delta(t) e^{-iE_\Delta t/\hbar} \quad (2.66)$$

Tipicamente, a matriz da interação tem os elementos da diagonal principal nulos, o que simplifica as equações [33–35]. Portanto, os termos que sobram configuram um sistema de equações:

$$\begin{aligned} c_\Delta(t) \langle N | H_{int} | \Delta \rangle e^{-iE_\Delta t/\hbar} &= i\hbar \dot{c}_N(t) e^{-iE_N t/\hbar} \\ c_N(t) \langle \Delta | H_{int} | N \rangle e^{-iE_N t/\hbar} &= i\hbar \dot{c}_\Delta(t) e^{-iE_\Delta t/\hbar} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Assumindo que se trata de uma perturbação pequena, ou seja, $H_{int} \ll H$, é possível resolver o problema a partir de aproximações sucessivas ao longo do tempo [35]. O importante aqui é escolher um estado inicial que represente o sistema livre de perturbações e que será evoluído com o tempo:

$$\begin{aligned} c_N(0) &= 1 \\ c_\Delta(0) &= 0 \end{aligned} \quad (2.68)$$

Isto implica que a solução de ordem zero do problema é constante: $c_N^0(t) = 1$ e $c_\Delta^0(t) = 0$. Com os valores de ordem zero obtemos a aproximação de primeira ordem. O Hamiltoniano é hermitiano e portanto $\langle N | H_{int} | \Delta \rangle = \langle \Delta | H_{int} | N \rangle$. Assim os coeficientes são dados pela integração das equações do sistema [35]:

$$\begin{cases} \frac{dc_N^{(1)}}{dt} = 0 \\ \frac{dc_\Delta^{(1)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \langle N | H_{int} | \Delta \rangle (t) e^{-i(E_\Delta - E_N)t/\hbar} \end{cases} \quad (2.69)$$

Integrando no tempo a expressão para c_Δ encontramos:

$$c_\Delta^{(1)} = \frac{-i}{\hbar} \int_0^t \langle N | H_{int} | \Delta \rangle (t') e^{-i(E_\Delta - E_N)t'/\hbar} dt' \quad (2.70)$$

Vamos reescrever a expressão acima e deixá-la na forma encontrada com mais frequência na literatura. Adotamos $\hbar = 1$, definimos $a_{fi} = c_\Delta^{(1)}$ e $E_\Delta - E_N = E_{fi}$. O início da perturbação (a interação com o campo magnético) se dá em $t \rightarrow -\infty$. Assim encontramos finalmente:

$$a_{fi} = -i \int_{-\infty}^t e^{iE_{fi}t'} \langle \Delta | H_{int} | N \rangle dt' \quad (2.71)$$

2.5 Seção de Choque

No formalismo semi-clássico apresentado até aqui, a seção de choque é uma função da probabilidade de transição de um núcleon através da interação com o campo magnético. Vamos agora escrever a amplitude (2.71) para o caso específico da transição $p \uparrow \rightarrow \Delta^+ \uparrow$:

$$a_{fi} = -i \int_{-\infty}^t e^{iE_{fi}t'} \langle \Delta^+ \uparrow | H_{int} | p \uparrow \rangle dt' \quad (2.72)$$

Inserindo (2.59) na equação acima temos:

$$a_{fi} = -i \int_{-\infty}^t e^{iE_{fi}t'} \left(\frac{\sqrt{2}Be}{3m_u} \right) dt' \quad (2.73)$$

Na expressão acima o campo magnético é dado por (2.8), que se aplica à situação ilustrada na Figura 2.3. Considerando o núcleon alvo na origem ($x = y = z = 0$) (2.8) adquire a forma:

$$B(t) = \frac{Ze\gamma vb}{4\pi(R^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \quad (2.74)$$

Inserindo a equação acima em (2.73) temos:

$$a_{fi} = -\frac{iZe\gamma vb \sqrt{2}e}{4\pi 3m_u} \int_{-\infty}^t \frac{e^{iE_{fi}t'}}{(R^2 + \gamma^2 v^2 t'^2)^{3/2}} dt' \quad (2.75)$$

A integral no tempo pode ser feita de maneira analítica e assim encontramos:

$$a_{fi} = -\frac{iZe\gamma vb \sqrt{2}e}{4\pi 3m_u} \frac{2E_{fi}K_1\left(\frac{E_{fi}R}{v\gamma}\right)}{v^2\gamma^2 R} \quad (2.76)$$

onde K_1 é a função de Bessel modificada de primeiro tipo. Para encontrar a seção de choque vamos calcular o módulo da probabilidade de transição ao quadrado e integrar sobre o parâmetro de impacto. Como estamos considerando colisões ultra-periféricas, é preciso excluir os casos em que há sobreposição entre o núcleo projétil e o núcleon alvo (conforme a figura 2.3). Isto é feito tomando o limite inferior da integral como sendo o raio do núcleo projétil:

$$\sigma = \int_R^\infty |a_{fi}|^2 d^2b \quad (2.77)$$

Usando o fato de que o problema tem simetria cilíndrica podemos escrever

$$d^2b = b db d\theta = 2\pi b db \quad (2.78)$$

e portanto

$$\sigma = 2\pi \int |a_{fi}|^2 b db \quad (2.79)$$

Substituindo $|a_{fi}|^2$ na integral acima, temos:

$$\begin{aligned} \sigma &= 2\pi \int_R^\infty \frac{Z^2 e^2 \gamma^2 v^2 (b)^2}{(4\pi)^2} \frac{2e^2}{9m_u^2} \left(\frac{2E_{fi} K_1\left(\frac{E_{fi}b}{v\gamma}\right)}{v^2 \gamma^2 b} \right)^2 b db \\ &= \frac{Z^2 e^4}{9\pi m^2} \left(\frac{E_{fi}}{v\gamma} \right)^2 \int_R^\infty \left[K_1\left(\frac{E_{fi}b}{v\gamma}\right) \right]^2 b db \end{aligned} \quad (2.80)$$

Vemos que a seção de choque depende apenas do valor do raio do alvo, do valor da energia de transição E_{fi} e da energia do projétil representada pelo fator de Lorentz γ . Uma expressão semelhante foi obtida em [36] utilizando o mesmo procedimento para a produção de J/ψ por transição magnética de η_c .

A expressão (2.80) pode ser calculada numericamente, mas também, considerando um parâmetro de impacto constante, podemos fazer uma estimativa inicial. A probabilidade de transição obtida usando teoria de perturbação quando multiplicada por uma área nos dá a seção de choque dessa interação. Adotando valores de $E_{fi} = (m_\Delta^2 - m_n^2)/2m_n$ para a energia de transição, $Z = 79$ para um núcleo de chumbo, $m_q = 0.36 GeV$ para a massa dos quarks constituintes, $R = 7fm$ o raio do projétil, $\gamma = 100$ e $v \simeq 1$ para o feixe, a probabilidade de transição é:

$$|a_{fi}|^2 = 2 \times 10^{-3} \quad (2.81)$$

Para obter a seção de choque multiplicamos esse valor pela área da superfície de uma esfera de raio R :

$$\sigma = |a_{fi}|^2 \times 4\pi R^2 = 1.2 fm^2 = 12mb \quad (2.82)$$

Esse valor indica que a seção de choque desse processo tem relevância experimental, e portanto, vale a pena calcular a expressão (2.80) e estudar a variação da seção de choque com a energia.

A expressão (2.80) descreve a interação magnética entre um núcleo projétil e um núcleon alvo em uma colisão ultraperiférica. Se quisermos estudar colisões Pb-Pb, podemos supor que o núcleo alvo seja um conjunto de núcleons suficientemente próximos para que o campo magnético possa ser considerado constante. Assim todos os núcleons do alvo podem ser excitados com a mesma probabilidade. Para efeito de cálculo, supomos que todos os núcleons do alvo estão na origem do sistema de coordenadas. Num cálculo mais realista, alguns núcleons estariam mais próximos do

projétil, sujeitos a um campo magnético mais intenso. Outros estariam mais longe, sob a ação de um campo mais fraco. Com a aproximação que estamos fazendo basta multiplicar a seção de choque núcleo-núcleon pelo número de massa A do alvo:

$$\sigma_{tot} = A \sigma \quad (2.83)$$

A figura 2.4 mostra esta seção de choque como função da energia (por par de núcleons) do centro de massa da colisão: A seção de choque $Pb - p$ foi multipli-

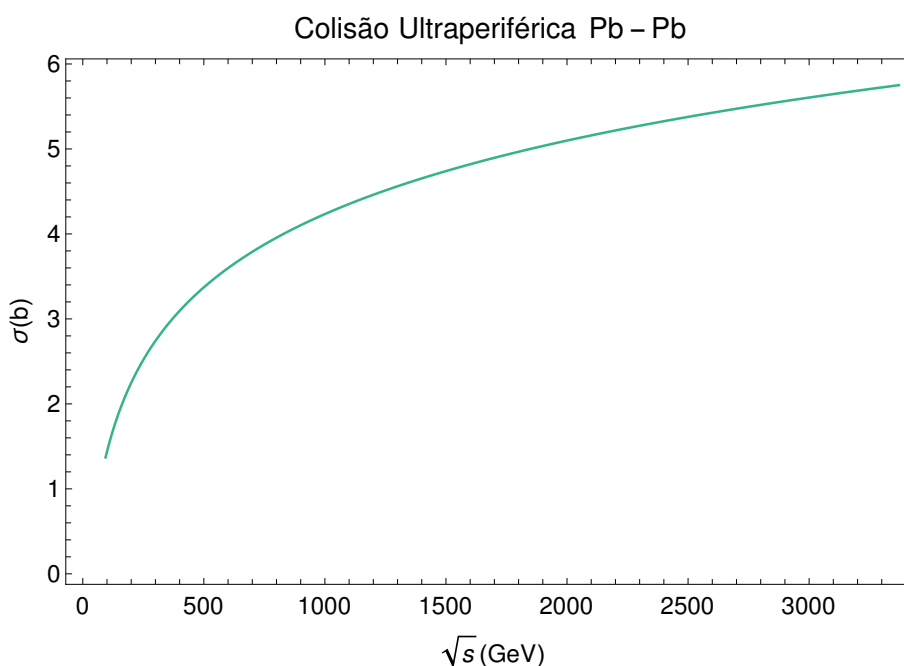


Figura 2.4: Os valores de seção de choque relativos ao centro de massa da colisão [25]

cada pelo número de núcleons do alvo. Isto é correto porque a probabilidade de transição é a mesma para prótons e nêutrons, como foi mostrado na seção anterior. Nestes cálculos, desconsideramos todos os efeitos do campo elétrico produzido pelas cargas do problema, dados que eles seriam de ordem de grandeza muito menor do que o campo magnético neste tipo de colisão.

Experimentalmente é possível medir a seção de choque de excitação magnética através da detecção de píons neutros. No alvo podemos ter, por exemplo, o processo $n \rightarrow \Delta^0 \rightarrow n + \pi^0$. O pión neutro abandona o feixe e “sai pela tangente”, podendo ser medido por um zero degree calorimeter (ZDC). Os ZDC’s estão instalados nos experimentos de colisões de íons pesados no LHC, como o ALICE e o ATLAS. Eles são capazes de detectar partículas que são formadas e se propagam em direções próximas à direção do feixe [37]. Uma boa estimativa do número de píons detectados pode ser feita a partir da luminosidade destes experimentos. Supondo que cada

evento gerará um pión, o número de píons detectados é obtido usando a relação:

$$\frac{dR}{dt} = \mathcal{L} \times \sigma \quad (2.84)$$

onde dR/dt é o número de píons produzidos por segundo, \mathcal{L} é a luminosidade do experimento e σ é a seção de choque do processo. O número de píons produzidos em diferentes energias de experimentos do LHC, de acordo com a luminosidade \mathcal{L} é mostrado na Tabela 2.1.

Energia	Seção de Choque (b)	Luminosidade ($cm^{-2}s^{-1}$)	Número de píons (s^{-1})
5.02 TeV (ATLAS) [38]	6.25	6.2×10^{27}	3.88×10^4
2.76 TeV (ALICE) [39]	5.50	1×10^{26}	5.50×10^2
5.02 TeV (ALICE) [40]	6.25	6×10^{27}	3.75×10^4

Tabela 2.1: Número de píons produzidos para cada valor de luminosidade [25].

Os cálculos feitos neste capítulo são uma maneira simples de estudar um processo complexo. Apesar das aproximações, as condições extremas do campo magnético parecem estar bem representadas. Se as previsões feitas aqui forem confirmadas, poderemos usar este formalismo para medir o campo magnético produzido em colisões ultraperiféricas de íons pesados.

No próximo capítulo, vamos verificar se os resultados obtidos até aqui continuam válidos quando os efeitos da quantização do campo são levados em conta.

Capítulo 3

Cálculo Quântico

Neste capítulo vamos apresentar a versão quântica do cálculo feito no capítulo anterior. Antes o projétil criava um campo magnético clássico que “flipava” o spin de um quark do núcleon. Agora, o projétil emite um fluxo de fótons. Um destes fótons interage com o núcleon alvo que resulta na produção uma delta e o seu decaimento em um núcleon e um pión. A seção de choque do processo pode ser escrita como uma convolução [41, 42]:

$$\sigma_{tot} = (\text{fluxo de fótons}) \otimes \sigma_{\gamma} \quad (3.1)$$

onde σ_{γ} representa a seção de choque do processo $\gamma N \rightarrow \Delta \rightarrow N' \pi$. A foto-produção de píons através da formação de uma ressonância delta é um processo muito bem conhecido e medido em baixas energias, mas pouco estudado em colisões a altas energias. Neste capítulo, a excitação magnética de núcleons será substituída pela foto-produção do pión pelo canal da Δ^+ . Vamos considerar o caso específico da produção de π^0 através da interação fóton-próton, cujo diagrama pode ser visto na Figura 3.1.

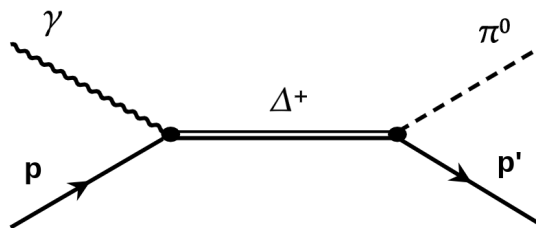


Figura 3.1: Diagrama de nível árvore do processo de foto-produção do pión.

A foto-produção do pión em baixas energias é a principal fonte de informação a respeito das propriedades eletromagnéticas das ressonâncias do núcleon, como a Δ

[43,44]. Do ponto de vista teórico este processo tem sido estudado com profundidade. Os cálculos mais precisos e mais recentes [45] envolvem o uso de teoria de perturbação quiral. Estes cálculos são capazes de dar uma boa descrição do processo na região da ressonância, mas como estão baseados numa expansão de baixos momentos, eles não são confiáveis a energias mais altas, longe do pico da ressonância, que são justamente aquelas regiões nas quais estamos interessados. Na abordagem clássica, o projétil altamente energético é responsável por produzir um campo magnético intenso. Na descrição quântica, o projétil emite fótons que podem ter altas energias. Como estamos interessados em comparar os resultados das duas abordagens, temos que considerar os processos do tipo $\gamma N \rightarrow \Delta \rightarrow N'\pi$ a altas energias. Para este fim, nós adotamos o seguinte procedimento. Partimos de uma expressão mais antiga e mais simples para a seção de choque de foto-produção de píons neutros através do próton, conhecida como fórmula de Jones e Scadron [46, 47]. Vamos ajustar esta fórmula aos dados experimentais de baixas energias mais recentes e extrapolá-la para altas energias. Nas seções que se seguem vamos apresentar muito brevemente alguns elementos da teoria da foto-produção de píons, chegando na fórmula de Jones e Scadron. Em seguida, apresentamos a expressão para o fluxo de fótons e finalmente fazemos a convolução (3.1), obtendo a seção de choque do processo. Por fim, fazemos a comparação dos resultados obtidos com o modelo semi-clássico.

3.1 A ressonância Δ

A Δ foi descoberta na década de 50 durante estudos de espalhamento de píons com prótons em baixas energias feitos na Universidade de Chicago e no Instituto de Tecnologia de Carnegie [48, 49]. Os experimentos indicavam a existência de uma ressonância do "píon-próton", que no esquema de Gell-Mann recebeu o nome de partícula delta [48].

Algumas características desta ressonância a tornam especialmente importante na física de partículas. Ela é a ressonância mais leve do núcleon, cerca de 300 MeV mais pesada, e apesar de ter grande largura, é muito bem isolada de outras ressonâncias [43]. Ela tem um papel central na descrição de espalhamento do tipo πN e γN , devido ao valor alto dos acoplamentos da delta com píons e fótons. O vértice $\Delta\pi N$ corresponde a 99% dos decaimentos, havendo apenas um único outro canal de decaimento que é $\Delta\gamma N$ para os 1% restantes [43, 50].

A Δ também é dominante em diversos processos nucleares que ocorrem em altas energias [43]. Um exemplo disto ocorre em cosmologia, onde ela é a grande responsável pelo limite de GZK, que é o limite para a energia dos raios cósmicos pro-

venientes de grandes distâncias [43, 51, 52]. Esse limite acontece devido à supressão de energia do fluxo de raios cósmicos pelo espalhamento com fótons da radiação cósmica de fundo (CMB) [43]. Prótons de altíssima energia que são produzidos em aceleradores astrofísicos, como buracos negros e estrelas de nêutrons, interagem com fótons da CMB nos seguintes processos [53]:

$$p + \gamma \rightarrow \Delta^+ \rightarrow \pi^+ + n \quad (3.2)$$

$$p + \gamma \rightarrow \Delta^+ \rightarrow \pi^0 + p \quad (3.3)$$

Quando os raios cósmicos passam a ter energia suficiente, os processos das Eqs. (3.2) e (3.3) acontecem e o fluxo de radiação observada cai, portanto esse efeito introduz um limite superior (por volta de 10^{19} eV) na energia desses raios cósmicos [43, 54].

Diversos experimentos como LEGS, BATES, ELSA, MAMI e Jefferson Lab, estudaram as propriedades magnéticas da Δ [55–57], acompanhados do desenvolvimento da QCD na rede e Teorias Quirais Efetivas. A transição eletromagnética $N \rightarrow \Delta$, correspondente ao vértice $\gamma\Delta N$, ocorre majoritariamente através do dipolo magnético M1 [43]. Pensando em um modelo de quarks, uma transição deste tipo significa que o quark no estado de menor energia sofre um flip no spin [44], como foi estudado no capítulo anterior pelo formalismo semi-clássico .

A Δ também se destaca por ser a partícula mais leve a possuir spin 3/2. A função de onda das partículas com este spin é dada pela solução da equação de Rarita-Schwinger, proposta em 1942. Ainda hoje, existe bastante discussão acerca da descrição das ressonâncias de spin 3/2. Em [58], o autor descreve os problemas que são encontrados na teoria de interação com partículas de spin 3/2. Na próxima seção vamos apresentar a Lagrangiana e a função de onda de Rarita-Schwinger, que será útil no cálculo da amplitude do processo $\gamma + N \rightarrow \Delta \rightarrow \pi + N'$.

3.2 Lagrangiana de Rarita-Schwinger

A lagrangiana livre de partículas de spin 3/2 é [59, 60]:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_\mu \Lambda^{\mu\nu} \psi_\nu \quad (3.4)$$

Podemos definir os projetores $P^{\mu\nu}$ e $D^{\mu\nu}$ como [59]:

$$P^{\mu\nu} = \frac{1}{4} \gamma^\mu \gamma^\nu$$

$$D^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\gamma^\mu\gamma^\nu$$

É possível escrever a lagrangiana em função destes projetores [59]

$$\mathcal{L} = (\bar{\psi}_\mu D, \bar{\psi}_\mu P) \begin{bmatrix} D\Lambda D & D\Lambda P \\ P\Lambda D & P\Lambda P \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D\psi_\mu \\ P\psi_\mu \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

A partir dessa forma fica claro que para que esta lagrangiana contenha apenas termos de spin 3/2, é preciso que $D\Lambda P = P\Lambda D = P\Lambda P = 0$. A forma mais geral possível para $\Lambda^{\mu\nu}$, contendo apenas primeira derivadas, foi apresentada por diversos autores [59–61] como sendo:

$$\begin{aligned} \Lambda^{\mu\nu} &= (\not{p} - m_\Delta)g^{\mu\nu} + A(\gamma^\mu p^\nu + p^\mu \gamma^\nu) + \frac{1}{2}(3A^2 + 2A + 1)\gamma^\mu \not{p} \gamma^\nu \\ &+ m_\Delta(3A^2 + 3A + 1)\gamma^\mu \gamma^\nu \end{aligned} \quad (3.6)$$

Sendo $p^\mu = i\partial^\mu$, m_Δ a massa da Δ e A um parâmetro arbitrário. O tensor métrico $g_{\mu\nu}$ tem diagonal $(+, -, -, -)$. A lagrangiana de RS é obtida quando adotamos $A = -1$ no operador $\Lambda^{\mu\nu}$ [59–61], escrevendo explicitamente:

$$\Lambda^{\mu\nu} = (\not{p} - m_\Delta)g^{\mu\nu} - \gamma^\mu p^\nu - p^\mu \gamma^\nu + \gamma^\mu \not{p} \gamma^\nu + M\gamma^\mu \gamma^\nu \quad (3.7)$$

Sendo $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$. Lembrando que:

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad (3.8)$$

$$2g^{\mu\nu} = \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \quad (3.9)$$

E usando a relação:

$$\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho = g^{\mu\nu} \gamma^\rho + g^{\nu\rho} \gamma^\mu - g^{\mu\rho} \gamma^\nu - i\epsilon^{\sigma\mu\nu\rho} \gamma_\sigma \gamma_5 \quad (3.10)$$

Onde $\epsilon^{\sigma\mu\nu\rho}$ é o símbolo de Levi-Civita. A lagrangiana pode ser facilmente escrita na sua forma mais conhecida [62]:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\bar{\psi}_\mu (e^{\mu\kappa\rho\nu} \gamma_5 \gamma_\kappa \partial_\rho - im_\Delta \sigma^{\mu\nu}) \psi_\nu \quad (3.11)$$

A função de onda ψ_μ deve também satisfazer as condições [63]:

$$(i\not{\partial} - m_\Delta)\psi_\mu = 0 \quad (3.12)$$

$$\gamma^\mu \psi_\mu = 0 \quad (3.13)$$

A partir desta lagrangiana é possível obter o propagador da delta. E utilizando os termos de interação apropriados podemos obter os vértices eletromagnético e hadrônico do diagrama da Figura 3.1, e a seção de choque do processo. Estes cálculos são feitos no apêndice desta dissertação.

3.3 Formalismo de Jones e Scadron

Nesta seção vamos apresentar os ingredientes e esboçar a dedução da fórmula de Jones e Scadron. O processo que nos interessa está representado no diagrama da Figura 3.2.

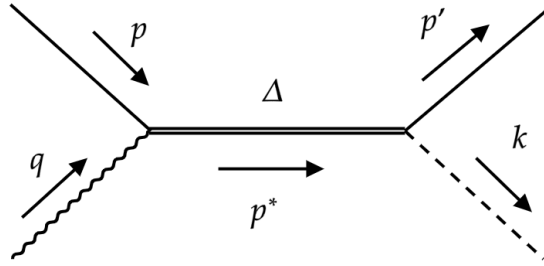


Figura 3.2: Processo de foto-produção do píon através da interação de um fóton.

O vértice $\gamma N \Delta$ mostrado na figura pode ser escrito como [46]:

$$\langle \Delta | j_\mu(0) | N \rangle = e \bar{\psi}_\beta(p^*) \Gamma_{\beta\mu} \psi(p) \quad (3.14)$$

onde p^* é o momento da Δ e p é o momento do núcleo. A função de vértice $\Gamma_{\beta\mu}$ deve satisfazer a condição de conservação de corrente:

$$q_\beta \Gamma_{\beta\mu} = 0 \quad (3.15)$$

onde q_β é o quadri-momento do fóton. A função $\Gamma_{\beta\mu}$ pode ser escrita com o auxílio de teorias efetivas. No trabalho de Jones e Scadron [46] ela é escrita em termos dos fatores de forma do núcleo:

$$\Gamma_{\beta\mu} = G_M^*(q^2) \mathcal{K}_{\beta\mu}^M + G_E^*(q^2) \mathcal{K}_{\beta\mu}^E + G_C^*(q^2) \mathcal{K}_{\beta\mu}^C \quad (3.16)$$

onde $G_M^*(q^2)$ é o fator magnético, $G_E^*(q^2)$ é o fator elétrico e $G_C^*(q^2)$ é o fator de

Coulomb, em função do quadri-momento ao quadrado do fóton, portanto os valores desses fatores variam para interação com um fóton real ou virtual. E os covariantes são descritos por:

$$\mathcal{K}_{\beta\mu}^M = -3((m_\Delta + m)^2 - q^2)^{-1} \epsilon_{\beta\mu}(Pq)(m_\Delta + m)/2m \quad (3.17)$$

$$\mathcal{K}_{\beta\mu}^E = -\mathcal{K}_{\beta\mu}^M - 6\Delta^{-1}(q^2) \epsilon_{\beta\sigma}(Pq) \epsilon_{\mu\sigma}(p^*q) \gamma_5(m_\Delta + m)/m \quad (3.18)$$

$$\mathcal{K}_{\beta\mu}^C = -3\Delta^{-1}(q^2) q_\beta(q^2 P_\mu - q \cdot P q_\mu) \gamma_5(m_\Delta + m)/m \quad (3.19)$$

e

$$\epsilon_{\beta\sigma}(Pq) = \epsilon_{\beta\gamma\sigma\tau} P_\sigma q_\tau$$

$$P = \frac{1}{2}(p^* + p)$$

$$\Delta^{-1}(q^2) = 4m_\Delta |\vec{q}|^2$$

O vértice $\Delta N\pi$ tem a forma:

$$\langle N | j_\pi^i | \Delta \rangle = \frac{g^*}{m} u(\bar{p}') p'_\mu u_\mu^i(p^*) \quad (3.20)$$

onde $u(p')$ é o spinor do férmion e $u_\mu^i(p^*)$ o spinor vetor de partículas de spin 3/2. A constante de acoplamento pode ser obtida experimentalmente, através da observação do decaimento da Δ em $\pi + N$. Sendo assim, podemos escrever $(g^*)^2$ como uma função da largura de decaimento Γ da seguinte forma [46]:

$$(g^*)^2 = \frac{12\pi}{p'^3} \frac{m_\Delta m^2 \Gamma}{(E' + m)} \quad (3.21)$$

A amplitude total do processo mostrado na figura 3.2, \mathcal{M} , é dada pelo produto de (3.14) e (3.20). Ela pode ainda ser reescrita em termos das amplitudes de dipolo magnético, M_{1+} e de quadrupolo elétrico, E_{1+} , que são dadas por [46]:

$$M_{1+} = \eta G_M^* \quad (3.22)$$

$$E_{1+} = -\eta G_E^* \quad (3.23)$$

A constante η é dada por:

$$\eta = \left(\frac{m_\Delta + m}{2m^2} \right) p p' \left(\frac{E' + m}{(E + m)^{1/2}} \right) \left(\frac{m_\Delta g^*}{s - m_\Delta^2 + im_\Delta \Gamma} \right) \quad (3.24)$$

onde p' e E' são o momento e a energia do próton no estado final e g^* é a constante de acoplamento da interação forte $\Delta N\pi$.

Podemos agora escrever o quadrado da amplitude \mathcal{M} , que é dado por [47]:

$$|\mathcal{M}|^2 = |3E_{1+} + M_{1+}|^2 f(\theta) + |M_{1+} - E_{1+}|^2 g(\theta) \quad (3.25)$$

onde

$$f(\theta) = 1/2(3 \cos^2 \theta + 1) \quad (3.26)$$

e

$$g(\theta) = 9/2 \sin^2 \theta \quad (3.27)$$

Nas expressões acima, θ é o ângulo de saída do pión no referencial do CM.

Substituindo os fatores de forma das equações (3.22) e (3.23) em $|\mathcal{M}|^2$ e integrando no espaço de fase, escrevemos a forma final da seção de choque como função ângulo de saída do pión no CM. [46]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{12} \frac{p}{m^2} \frac{\sin^2(\delta)}{\Gamma} [|F_+^*|^2 f(\theta) + |G_+^*|^2 g(\theta)] \quad (3.28)$$

onde p é o módulo do momento do próton no referencial do CM. Vamos considerar Γ como sendo uma constante, que deve estar entre $100MeV$ e $120MeV$. As funções F_+^* e G_+^* podem ser escritas em função dos fatores de forma elétrico e magnético como:

$$F_+^* = (G_M^* - 3G_E^*) \quad (3.29)$$

$$G_+^* = (G_M^* + G_E^*) \quad (3.30)$$

Para um fóton real (com $q^2 = 0$) interagindo com o nucleon, os fatores de forma são determinados de maneira bastante precisa e os valores atualizados são de $G_M^* = 3.0$ e $G_E^* = 0.0$. O fator $\sin^2(\delta)$ pode ser escrito em termos da variável de Mandelstam s [46], das massas do nucleon e da delta e da largura Γ :

$$\sin^2 \delta = |m_\Delta \Gamma / (s - m_\Delta^2 + im_\Delta \Gamma)|^2 \quad (3.31)$$

O ajuste da fórmula de Jones e Scadron (3.28) aos dados experimentais é mostrado na Figura 3.3. Usamos três valores diferentes de Γ que estão na região dos valores obtidos experimentalmente. A figura mostra um ajuste bastante razoável aos dados considerando que a largura utilizada foi tomada como constante. De fato, o pico dessa distribuição se encontra um pouco deslocado para a esquerda quando comparado a massa de $1232MeV$ da Δ , mas isso se deve ao fato da função Γ possuir uma dependência na energia, que não foi considerada.

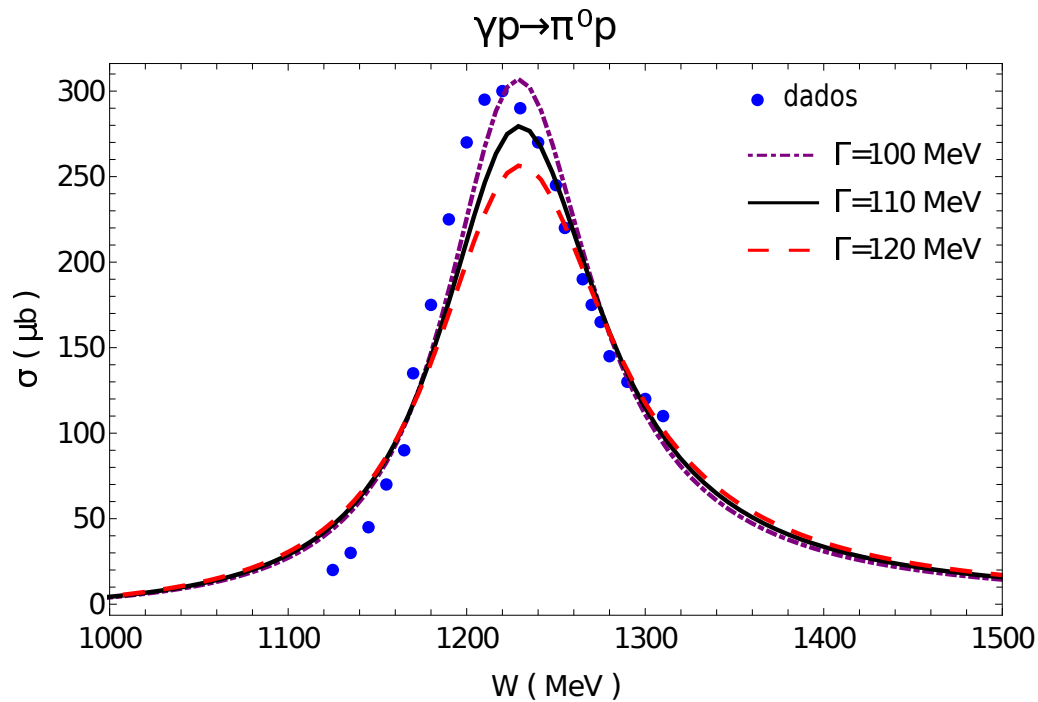


Figura 3.3: Ajuste da fórmula de Jones e Scadron aos dados experimentais [64] com três larguras de decaimento da Δ [26]

3.4 Aproximação de Fótons Equivalentes

O método de Weizsacker-Williams, consiste em substituir a descrição de um campo eletromagnético gerado por um projétil ultrarrelativístico por dois pulsos de radiação polarizada de acordo com a trajetória da carga acelerada. Nesse formalismo, fatores importantes como a intensidade da radiação e a frequência do espectro são relacionados às propriedades do projétil [1, 65–67].

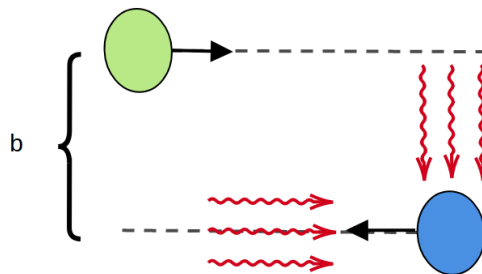


Figura 3.4: Pulsos de onda plana gerados pelo projétil.

Na situação representada na Figura 3.4, os dois núcleos têm trajetórias paralelas e estão separados por uma distância b , que é o parâmetro de impacto da colisão. Os pulsos, aqui chamados de P_1 e P_2 , representam o pulso no sentido de propagação da carga e perpendicular, respectivamente.

Um núcleo alvo que esteja em repouso na origem do centro de coordenadas, sente os campos elétricos \vec{E}_t e E_z , e os magnéticos \vec{B}_t e B_z , de um projétil que se move na direção z [65, 66]:

$$\begin{aligned}\vec{E}_t &= \frac{-Z_1 e \gamma \vec{b}}{(b^2 + v^2 \gamma^2 t^2)^{3/2}} \longrightarrow \vec{B}_t = \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{E}_t \\ E_z &= \frac{-Z_1 e \gamma v t}{(b^2 + v^2 \gamma^2 t^2)^{3/2}} \longrightarrow B_z = 0\end{aligned}\quad (3.32)$$

Usando a transformada de Fourier dos campos elétrico e magnético da carga ultra-relativística, obtemos a forma para intensidade da radiação, ou seja, quantidade de energia que incide no alvo por frequência e por unidade de área [66]:

$$I(w, b) = \frac{c}{4\pi} |\tilde{E}(w) \times \tilde{B}(w)| \quad (3.33)$$

Onde w é a energia do fóton emitido no referencial do alvo, e b é o parâmetro de impacto, que deve ter um mínimo igual a soma dos raios do núcleos, dados por $R_A = 1.2A^{1/3} fm$ [68]. Usando a equação acima obtém-se a probabilidade para um processo eletromagnético em uma colisão nuclear relativística, em termos da seção de choque do mesmo processo gerado por pulsos de fótons equivalentes [65, 66]:

$$P(b) = \int I(w, b) \sigma_\gamma(\hbar w) d(\hbar w) = \int N(w, b) \sigma_\gamma(w) \frac{dw}{w} \quad (3.34)$$

Sendo $N(w, b)$ o número de fótons equivalentes incidindo no alvo por unidade de área, usando a definição acima, ele pode ser escrito como [66, 69]:

$$N(w, b) = \frac{Z_1^2 \alpha}{\pi} \left(\frac{xc}{b^2 v^2} \right)^2 [K_1^2(x) + 1/\gamma^2 K_0^2(x)] \quad , \quad x = \frac{wb}{\gamma v} \quad (3.35)$$

As funções modificadas de Bessel K_1 e K_0 são proporcionais aos pulsos na direção de propagação P_1 e perpendicular P_2 , respectivamente [70]. O pulso na direção de propagação do projétil tem equivalência exata, enquanto o pulso perpendicular é apenas uma aproximação [66]. Essa aproximação não afeta a dinâmica do processo a altas energias. Isso se deve ao fato de que o pulso P_2 tem pouca importância num regime de $\gamma \gg 1$, por ser inversamente proporcional a γ^2 [65–67, 70]. Isso implica que $N(w, b)$ é basicamente determinado pela função adimensional $x^2 K_1^2(x)$ [66], cuja forma se assemelha a uma função degrau. Alguns exemplos desse espectro são mostrados na Figura 3.5 para os experimentos RHIC e LHC. A figura é feita para

pequenos valores da fração de e

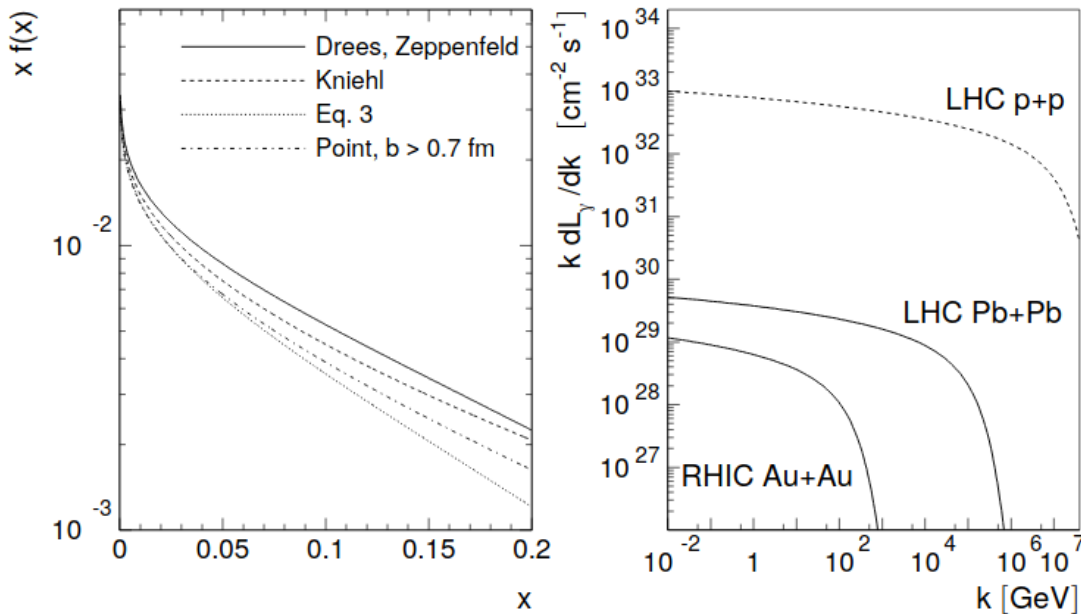


Figura 3.5: Esquerda: comparação entre modelos de espectros de fóton equivalentes para prótons de altas energias, x representa a fração da energia do próton carregada pelo fóton. Direita: luminosidade equivalente nas colisões do RHIC e LHC, em que k é a energia do fóton no referencial do alvo [71].

O limite superior de energia que um fóton pode ter nesse modelo é da ordem de grandeza da energia do projétil. A Figura 3.6 ilustra a situação em que o projétil de carga Z_1 emite fótons que interagem com o alvo, de carga Z_2 . Essa interação provoca uma produção de novas partículas no alvo.

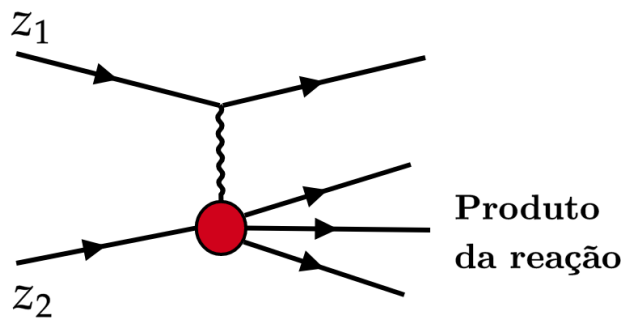


Figura 3.6: Interação eletromagnética entre projétil e o alvo mediada pela troca de um fóton.

Dessa forma, a seção de choque para a colisão ultraperiférica entre dois núcleos pode

ser escrita como uma função da seção de choque entre um fóton e um núcleon, σ_γ , usando a expressão (3.34) da probabilidade de ocorrência do processo [65–67, 70]:

$$\sigma = \int_R^\infty 2\pi b P(b) db = \int \frac{dw}{w} \sigma_\gamma(w) \int_R^\infty db 2\pi b N(w, b) \quad (3.36)$$

Vamos adotar a notação:

$$n(w) = 2\pi \int_R^\infty db b N(w, b) \quad (3.37)$$

Integrando o número de fótons no parâmetro de impacto obtemos o espectro [41]:

$$n(w) = \frac{Z_1^2 \alpha}{\pi} \left[2\xi K_0(\xi) K_1(\xi) - \xi^2 (K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi)) \right] \quad (3.38)$$

Onde

$$\xi = \frac{w(R_A + R_B)}{\gamma} \quad (3.39)$$

E R_A e R_B os raios dos dois núcleos envolvidos. Essa expressão indica que a energia do fóton cresce com o fator de Lorentz, γ , e portanto, cresce com a energia da colisão. A energia média do fóton emitido pode ser estimada como [26]:

$$\bar{w} = \frac{\int_0^{\gamma m_N} n(w) w dw}{\int_0^{\gamma m_N} n(w) dw} \quad (3.40)$$

Indicando que na região de energia do LHC, $\gamma \approx 1000$ o fóton tem energia média de aproximadamente $10 GeV$, muito acima da energia que seria necessária para um nucleon ser convertido em uma Δ .

3.5 Seção de Choque

Com o espectro de fótons emitidos por um núcleo acelerado, e a expressão para a foto-produção do π^0 , escrevemos a fórmula da seção de choque total substituindo nossos resultados em (3.1), como descrito anteriormente:

$$\sigma = \int \frac{dw}{w} \sigma_\gamma(w) n(w) \quad (3.41)$$

Como é interessante que todos os cálculos sejam feitos no referencial do laboratório para que possam ser comparados aos do capítulo 2, foram feitas algumas modi-

ficações na expressão (3.28), que está no referencial do centro de massa. Primeiro, observamos que não há dependência angular explícita do referencial, ou qualquer dependência vetorial que seja restrita ao sistema de coordenadas em questão. Sendo assim, o módulo do momento do próton no estado inicial pode ser substituído de maneira conveniente, sendo facilmente escrito em função da energia do fóton no laboratório:

$$p = \frac{w m_N}{W} \quad (3.42)$$

onde m_N é a massa do núcleon, w é a energia do fóton no referencial do laboratório, e W é a energia do centro de massa núcleon-fóton, dada por:

$$W = \sqrt{m_N^2 + 2m_N w} \quad (3.43)$$

onde usamos o fato de que no CM os momentos do fóton e do próton são iguais em módulo. Nessa seção, apelidaremos a seção de choque da foto-produção do pión de σ_γ . Fazendo a substituição no momento e na energia, ela toma a forma:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{12} \frac{w}{m\sqrt{m^2 + 2wm}} \frac{\sin^2(\delta)}{\Gamma} [|F_+^*|^2 f(\theta) + |G_+^*|^2 g(\theta)] \quad (3.44)$$

Integrando em Ω , lembrando que não há dependência explícita em ϕ , a seção de choque para foto-produção de um pión neutro neste caso é:

$$\sigma_\gamma(\omega) = 2\pi \int_0^\pi d\theta \sin\theta \frac{\alpha\omega}{12m_n\sqrt{m^2 + 2wm}} \frac{\sin^2\delta}{\Gamma} [|F_+^*|^2 f(\theta) + |G_+^*|^2 g(\theta)] \quad (3.45)$$

Agora, substituimos σ_γ em (3.41), e usando $w = \gamma m_N$ como a energia máxima de um fóton emitido pelo núcleon acelerado:

$$\begin{aligned} \sigma &= \int_0^{\gamma m_N} \frac{dw}{w} \left[\frac{Z_1^2 \alpha}{\pi} (2\xi K_0(\xi) K_1(\xi) - \xi^2 [K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi)]) \right] \\ &\times 2\pi \int_0^\pi d\theta \sin\theta \frac{\alpha\omega}{12m_n\sqrt{W}} \frac{\sin^2\delta}{\Gamma} (|F_+^*|^2 f(\theta) + |G_+^*|^2 g(\theta)) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Onde $R_A + R_B \approx R_A$, sendo R_A o raio do projétil. O limite superior da integral em w indica que um fóton emitido por um núcleon em movimento tem energias que podem atingir a energia do próprio núcleon, ou seja, no caso mais extremo, esse núcleon deixa de existir ao emitir o fóton.

3.6 Comparação dos dois cálculos

A Figura 3.7 mostra uma comparação para a foto-produção do pión neutro nos dois modelos descritos neste trabalho. A seção de choque foi calculada para a produção do π^0 pelo canal da Δ^+ nos dois casos. Os dados experimentais mostrados na seção 3.3 para o processo em baixas energias parecem fornecer evidência suficiente de que os cálculos feitos são confiáveis, e portanto servem como base para determinar se o formalismo semi-clássico pode ser considerado apurado. Apesar das diferenças no formalismo, os modelos tem o mesmo comportamento para energias mais altas, ambos tem crescimento logarítmico com a energia. Isso sugere que a aproximação por um campo magnético essencialmente descreve a interação do fóton no processo de foto-produção em altas energias.

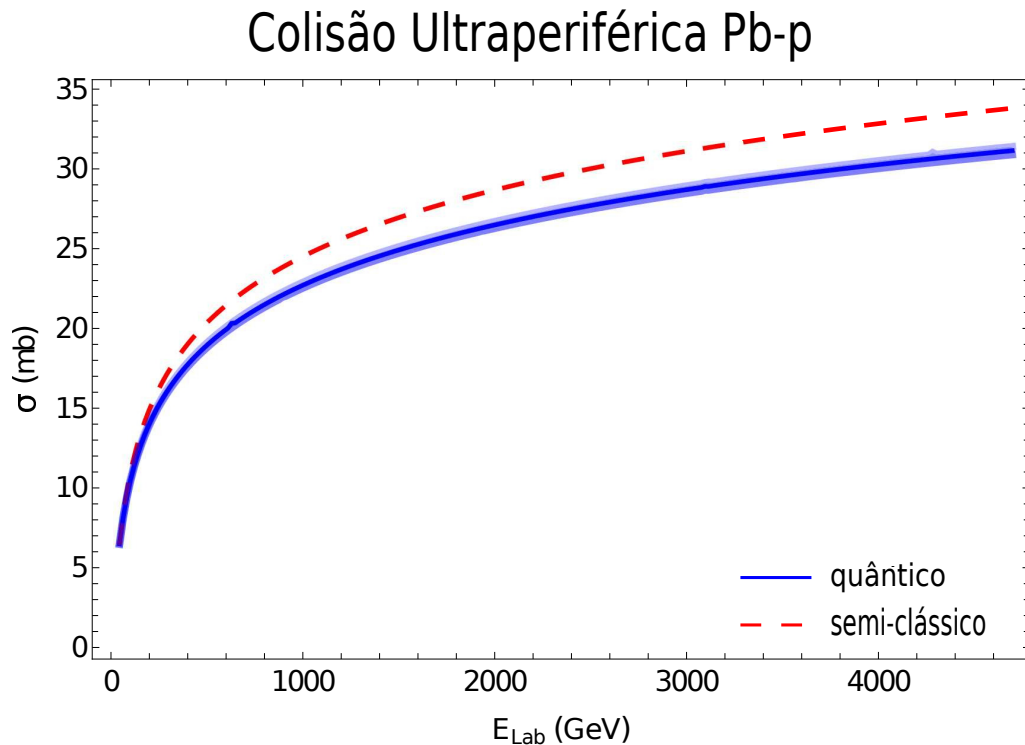


Figura 3.7: Resultados da seção de choque obtida para os formalismos semi-clássico e quântico [26].

As curva em vermelho parece ter um comportamento de limite superior. A curvas em azul representam a seção de choque obtida para as larguras de decaimento 100MeV , 110MeV e 120MeV . A proximidade das linhas em azul demonstra que a dependência da curva com a largura é muito pequena e pouco relevante para o quadro geral.

A razão entre as duas curvas, mostrada na Figura 3.8 deixa claro que o aumento da separação entre as curvas tem crescimento logarítmico, o que indica que mesmo

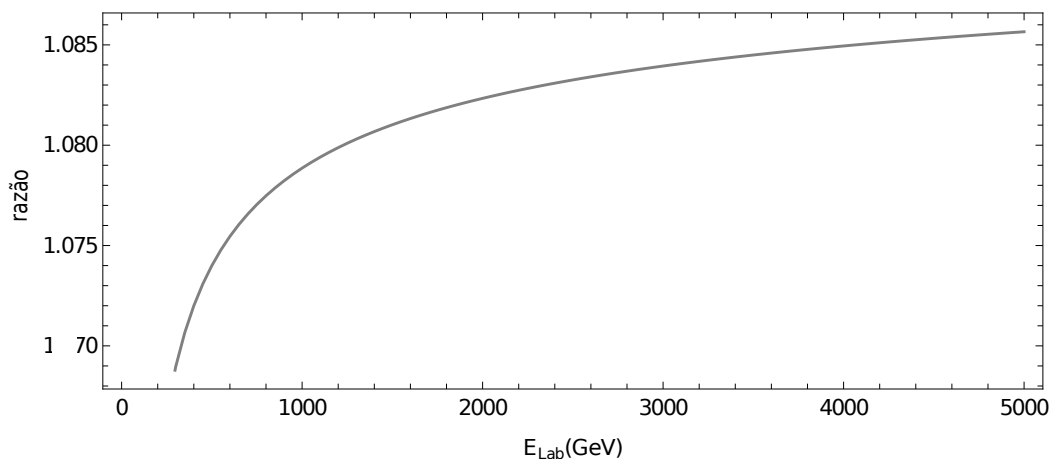


Figura 3.8: Razão entre as duas curvas de seção de choque [26].

com um aumento significativo nas energias, as curvas devem manter o mesmo comportamento e seguirem com valores próximos.

A curva do modelo semi-clássico não tem uma incerteza bem definida, pois existem muitas aproximações sendo feitas ao mesmo tempo: a partícula alvo como partícula puntiforme, o campo elétrico desprezado e a carga do projétil concentrada no seu centro. A curva do modelo quântico tem uma variação muito pequena em consequência da mudança na largura da Δ , o que parece demonstrar que pequenas variações nos parâmetros não tem efeitos significativos no modelo. Sendo assim, os erros a serem considerados podem ser assumidos como pequenos.

Capítulo 4

Conclusões

Nesta dissertação, nos dedicamos ao estudo da produção de píons com grande rapidez em colisões nucleares ultraperiféricas em altas energias. Começamos fazendo o cálculo da seção de choque usando um campo magnético clássico, em seguida refizemos o cálculo trocando o campo magnético por um fluxo de fótons. Os resultados obtidos nos dois cálculos são compatíveis dentro das incertezas. Desta maneira, fomos capazes de testar a aproximação de campo clássico e concluir que faz sentido falar em campo magnético em colisões nucleares. Mais do que isso, este campo pode ser medido através da medição dos píons produzidos na região próxima do feixe.

No capítulo 2, usamos o formalismo de teoria de perturbação dependente do tempo para estudar a produção de píons em colisões ultraperiféricas. Neste formalismo, o campo magnético “flipa” o spin de um núcleon, transformando-o numa Δ , que decai num pión e um núcleon. Os resultados permitem concluir que a observação de píons produzidos pela excitação magnética de núcleons pode ser usada para medir o campo magnético criado em UPCs. A magnitude da seção de choque obtida indica que este processo é detectável nestas colisões. Em outras palavras, sabendo o número de píons produzidos nestas colisões, podemos usar a expressão (2.84) para obter a intensidade do campo magnético.

No capítulo 3, testamos a qualidade da aproximação de campo clássico. Para isso, usamos a aproximação de fótons equivalentes para estimar o fluxo de fótons produzidos em UPCs. Um destes fótons seria responsável por iniciar a reação $\gamma + N \rightarrow \Delta \rightarrow \pi + N'$, cuja seção de choque pode ser obtida com métodos de teoria quântica de campos.

Ao comparar os resultados dos capítulos 2 e 3, concluímos que a excitação magnética de núcleons por campos clássicos intensos (como os de UPCs) é capaz de descrever com precisão bastante razoável o processo de foto-produção do pión pelo canal da

delta em altas energias. Esse resultado nos permite concluir também que a aproximação clássica é boa. Além disso, fornece suporte para todos os cálculos de campo clássico feitos nessa área.

Nossos cálculos têm incertezas, que são originadas nas aproximações que fizemos. No cálculo semi-clássico estamos usando teoria de perturbação apenas até a primeira ordem. Além disso, no caso de alvos nucleares estamos desprezando os efeitos da distribuição espacial dos núcleons. No cálculo quântico, estamos fazendo a extrapolação para o regime de altas energias de um resultado obtido para baixas energias. Por causa destas incertezas, esperávamos encontrar discrepâncias entre os resultados dos dois cálculos. No entanto, verificamos que elas são pequenas.

Apêndice

Apêndice A

Cálculo de nível árvore

Neste apêndice vamos calcular a seção de choque do processo $\gamma + N \rightarrow \Delta \rightarrow \pi + N'$ seguindo o procedimento usual em teoria de campos. Vamos seguir de perto a Ref. [72].

A.1 Propagador da Δ

O propagador, $G^{\rho\nu}$, é dado pelo inverso do operador $\Lambda^{\mu\nu}$ da Lagrangiana e portanto vem da solução da equação [59]:

$$\Lambda_{\mu\rho} G^{\rho\nu} = g_{\mu}^{\nu} \quad (\text{A.1})$$

Usualmente, o propagador é escrito na forma [59]:

$$G^{\rho\nu} = \frac{\not{q} + m_{\Delta}}{q^2 - m_{\Delta}^2} \Delta_{RS}^{\rho\nu} \quad (\text{A.2})$$

onde q é o quadri-momento da delta. O tensor $\Delta_{RS}^{\rho\nu}$ é conhecido como tensor do propagador de Rarita-Schwinger [59, 62]:

$$\Delta_{RS}^{\rho\nu} = g^{\rho\nu} - \frac{\gamma^{\rho}\gamma^{\nu}}{3} - \frac{\gamma^{\rho}q^{\nu}}{3m_{\Delta}} + \frac{q^{\nu}\gamma^{\rho}}{3m_{\Delta}} - \frac{2q^{\rho}q^{\nu}}{3m_{\Delta}^2} \quad (\text{A.3})$$

Este propagador tem um polo massa da Δ . A largura de decaimento, Γ , é introduzida através da distribuição de Breit-Wigner. o propagador passa a ter a forma:

$$G^{\rho\nu} = \frac{\not{q} + m_{\Delta}}{(q^2 - m_{\Delta}^2) - im\Gamma} \Delta_{RS}^{\rho\nu} \quad (\text{A.4})$$

A.2 Lagrangiana de baixas energias

A Lagrangiana efetiva para baixas energias inclui os campos do núcleon, da Δ e do píon, que são considerados partículas pontuais. A Lagrangiana mais geral possível é dada por:

$$L = L_{\pi N \Delta} + L_{\gamma N \Delta} \quad (\text{A.5})$$

A Lagrangiana total é a soma das Lagrangianas das interaoes que ocorrem em cada um dos vértices, a interaao forte mostrada no primeiro termo e a interaao eletromagnética no segundo termo.

A.2.1 O vértice $\gamma N \Delta$

A Lagrangiana efetiva da interaao eletromagnética da Δ é dada por [72]:

$$L_{\gamma N \Delta} = i e g_{\gamma N \Delta} \bar{\Delta}^\mu O_{\mu\lambda}(\theta) \gamma_\nu \gamma_5 \tau_3 N F^{\nu\lambda} + H.c. \quad (\text{A.6})$$

onde τ_3 é a matriz de isospin, Δ^ν é o campo da delta e $F^{\nu\lambda} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ é o tensor do campo eletromagnético, definido com o auxílio do potencial vetor A^μ . A estrutura $O_{\mu\nu}$ é dada por:

$$O_{\mu\nu}(X) = g_{\mu\nu} + X \gamma_\mu \gamma_\nu \quad (\text{A.7})$$

onde X é um parâmetro arbitrário. A estrutura de $O_{\mu\nu}$ é escolhida de maneira a gerar a Lagrangiana mais geral possível com este número de derivadas e que obedece à mesma transformaao da Lagrangiana de campo livre para spin 3/2 [72]. O valor da constante de acoplamento $g_{\gamma N \Delta}$ é determinado a partir do ajuste dos dados experimentais do decaimento $\Delta \rightarrow N + \gamma$.

A partir da Lagrangiana A.6 derivamos o vértice $\gamma N \Delta$, que tem a forma:

$$g_{\gamma N \Delta} \tau_3 O_{\mu\lambda}(\theta) \gamma_\nu \gamma_5 (i q_\mu - i q_\nu) = g_{\gamma N \Delta} \tau_3 (g_{\mu\nu} + \theta \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\nu \gamma_5) (i q^\mu - i q^\nu) \quad (\text{A.8})$$

Este resultado está mostrado na Figura A.1, ao lado do seu diagrama de Feynman.

A.2.2 O vértice $\pi N \Delta$

O vértice do píon, que representa a interaao forte, é dado por [72]:

$$L_{\pi N \Delta} = g_{\pi N \Delta} (\partial^\mu \Pi) \bar{N} \tau_a O_{\mu\nu}(Z) \Delta^\nu + H.c. \quad (\text{A.9})$$

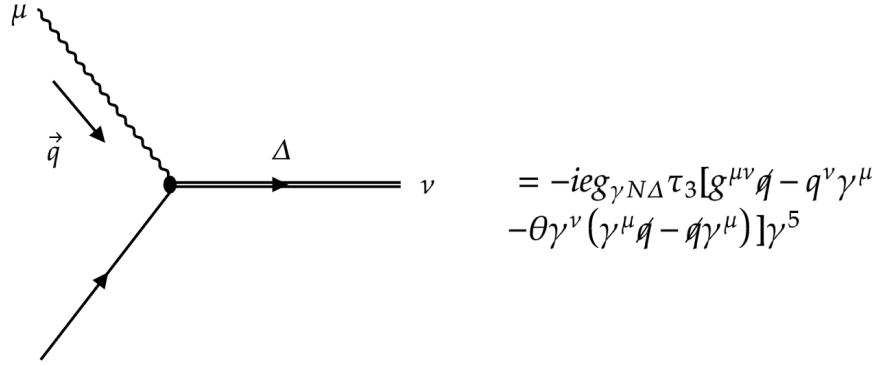


Figura A.1: Vértice da interação $\gamma N \Delta$. Onde θ é uma constante a ser definida de acordo com as particularidades da teoria efetiva.

onde $g_{\pi N \Delta}$ é a constante de acoplamento dos campos, Π é o campo do pión e τ_a é a matriz de isospin que é responsável por selecionar a delta da interação de acordo com o pión produzido. O valor do acoplamento $g_{\pi N \Delta}$ é bem estabelecido e pode ser encontrado no Particle Data Group (PDG) [73].

A interação do pión é obtida de maneira análoga à da interação eletromagnética, e tem a forma:

$$g_{\pi N \Delta} \tau_a k^\mu O_{\mu\nu}(Z) = g_{\pi N \Delta} \tau_a k^\mu (g_{\mu\nu} + Z \gamma_\mu \gamma_\nu) \quad (\text{A.10})$$

A fórmula final da regra do vértice pode ser vista ao lado do diagrama correspondente na Figura A.2.

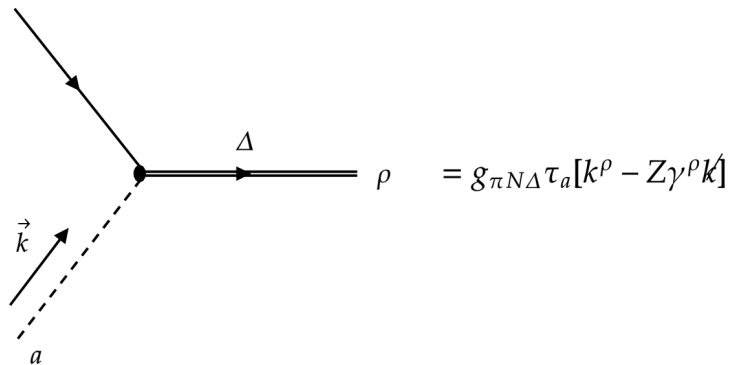


Figura A.2: Vértice da interação $\pi N \Delta$. Onde Z é uma constante a ser definida de acordo com as particularidades da teoria efetiva.

A.3 Seção de Choque

As ferramentas introduzidas na seção anterior são suficientes para escrever a amplitude de transição a nível de árvore. O diagrama de $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ passando pela Δ é mostrado na figura A.3. A amplitude de transição da interação do fóton com um

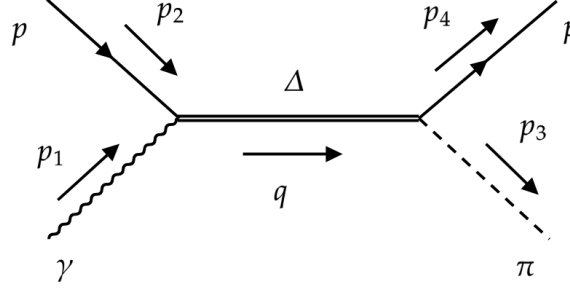


Figura A.3: Diagrama de Feynman da foto-produção de π^0 .

próton pelo canal da delta é dada por [72]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & 1\bar{N}(p_4)g_{\pi N\Delta}\tau_a^\dagger[-p_{3\rho} + Z\gamma_\rho p_3](-i)\left(\frac{\not{q} + m_\Delta}{(q^2 - m_\Delta^2) + im\Gamma}\right)\left[g^{\rho\nu} \right. \\ & - \frac{\gamma^\rho\gamma^\nu}{3} - \frac{\gamma^\rho q^\nu}{3m_\Delta} + \frac{q^\nu\gamma^\rho}{3m_\Delta} - \left.\frac{q^\rho q^\nu}{3m_\Delta^2}\right](-ie g_{\gamma N\Delta})\tau_3[g_{\mu\nu}\not{p}_1 - p_{1\mu}\gamma_\nu \\ & - \theta\gamma_\nu(\gamma_\mu\not{p}_1 - \not{p}_1\gamma_\mu)]\gamma_5 N(p_2)\epsilon^\mu(q) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Em [72], os autores fornecem uma tabela com valores das constantes de $O_{\mu\nu}$ que dependem do método e dos dados experimentais utilizados. Neste trabalho escolhemos $Z = 0$ e $\theta = 0$.

A.3.1 Referencial do laboratório

O sistema de referência do laboratório é o mesmo utilizado no cálculo semi-clássico, como ilustrado na figura A.4. Por simplicidade vamos desprezar a massa do pión. Os quadri-vetores relevantes são escritos como:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_1, 0, 0, E_1) \\ p_2 &= (m, 0, 0, 0) \\ p_3 &= (E_3, \vec{p}_3) = (E_3, 0, E_3\theta, E_3 \cos \theta) \\ p_4 &= (E_4, \vec{p}_3) = (E_4, 0, |\vec{p}_4| \cos \phi, |\vec{p}_4| \phi) \end{aligned}$$

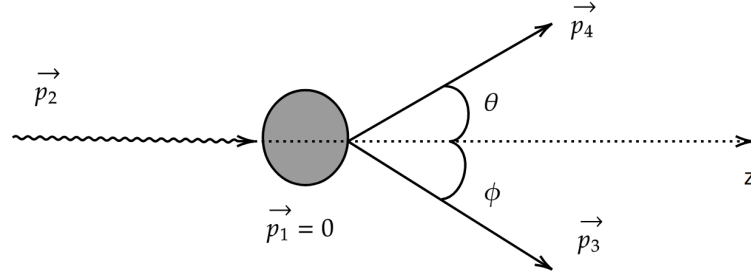


Figura A.4: Colisão no referencial do laboratório.

onde já usamos que para o pión: $E_4 = |\vec{p}_4|$. Substituindo na seção de choque:

$$d\sigma = \frac{1}{4E_2m} \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \frac{2\pi}{2E_3} \delta(E_1 + E_2 - \sqrt{|\vec{p}_3|^2 + m^2} - E_4) |M|^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4E_1m} \frac{1}{4(2\pi)^2} \int dp_3 |\vec{p}_3|^2 \frac{\delta(E_1 + E_2 - \sqrt{|\vec{p}_4|^2 + m^2} - |\vec{p}_3|)}{\sqrt{(\vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2 + m^2} |\vec{p}_3|} |M|^2 \quad (\text{A.12})$$

Pela cinemática do problema:

$$(\vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2 = |\vec{p}_1|^2 + |\vec{p}_3|^2 - 2|\vec{p}_1||\vec{p}_3| \cos \theta \quad (\text{A.13})$$

Seja $r = |\vec{p}_3|$ e $z = \sqrt{r^2 - 2r|\vec{p}_1| \cos \theta + |\vec{p}_1|^2 + m^2} + r$, a integral pode ser escrita na forma:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{E_1m} \frac{1}{64\pi^2} \int dr r^2 \frac{\delta(E_1 + m - \sqrt{r^2 - 2r|\vec{p}_1| \cos \theta + |\vec{p}_1|^2 + m^2} - r)}{r \sqrt{r^2 - 2r|\vec{p}_1| \cos \theta + |\vec{p}_1|^2 + m^2}} |M|^2 \quad (\text{A.14})$$

A relação entre dz e dr é dada por:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{r - |\vec{p}_1|}{\sqrt{r^2 - 2r|\vec{p}_1| \cos \theta + |\vec{p}_1|^2 + m^2}} + 1 = \frac{z - |\vec{p}_1|}{\sqrt{r^2 - 2r|\vec{p}_1| \cos \theta + |\vec{p}_1|^2 + m^2}} \quad (\text{A.15})$$

Substituindo A.15 na integral acima:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{|\vec{p}_1|m} \int |M|^2 \frac{\delta(E_1 + m - z)}{|z - |\vec{p}_1| \cos \theta|} r dr \\ &= \frac{|M|^2 E_3}{64\pi^2 E_1 m [(E_1 + m) - E_1 \cos \theta]} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

O interessante neste problema é que M^2 dependa apenas da energia do feixe e do ângulo θ de saída do pión. Para isso, basta aplicar a conservação de momento e

energia. A conservação da energia implica que $E_4 = E_2 + m - E_3$. Para o momento lembramos que o momento inicial nesse referencial é o momento do fóton ($\vec{p}_2 = p_2 \hat{z}$), o que significa que em y:

$$p_{3y} = -p_{4y} \quad (\text{A.17})$$

Dessa relação observa-se que:

$$\phi = \frac{-E_3}{\sqrt{(E_1 + m - E_3)^2 - m^2}} \theta \quad (\text{A.18})$$

Da conservação no eixo z obtém-se:

$$\cos \phi = \frac{E_1 - E_3 \cos \theta}{\sqrt{(E_1 + m - E_3)^2 - m^2}} \quad (\text{A.19})$$

A energia do pión também fica definida a partir das constantes do problema. Usando variáveis de Mandelstam para obter as relações entre os quadri-momentos:

$$t = (p_1 - p_3)^2 \approx -2E_1 E_3 (1 - \cos \theta) \quad (\text{A.20})$$

Por outro lado:

$$t = (p_2 - p_4)^2 = -2m(E_4 - m) = -2m(E_1 - E_3) \quad (\text{A.21})$$

O que resulta em:

$$E_3 = \frac{mE_1}{E_1 - E_1 \cos \theta + m} \quad (\text{A.22})$$

Ao final, as únicas variáveis restantes no problema são a energia do fóton e o ângulo de saída do pión. A seção de choque diferencial em função do ângulo de saída pión para uma energia de $\sqrt{s} = 1.23 \text{ GeV}$ é mostrada na figura A.5. Esta curva tem dependência com a energia da colisão e portanto, nosso gráfico apenas é adequado para regiões de baixas energias.

A.3.2 Referencial do centro de massa

Nos cálculos desse referencial, o processo foi tratado como uma colisão inelástica, sem aproximações na massa do pión. Nesse referencial o momento do fóton e do próton seguem $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$, ou seja, aquele em que a partícula Δ formada está em repouso, como ilustrado pela figura A.6. Para isso, realizamos a mesma integral no

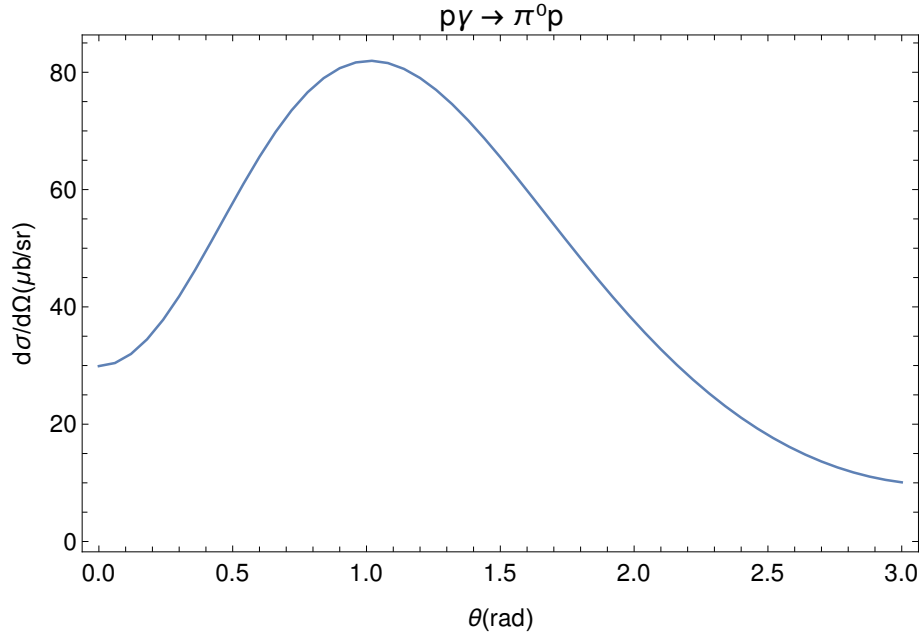


Figura A.5: Seção de choque em função ângulo de saída do píon em radianos no referencial do laboratório para $\sqrt{s} = 1.23 \text{ GeV}$.

espaço de fases obtendo:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} \frac{|M|^2}{(E_1 + E_2)^2} \quad (\text{A.23})$$

Os quadrvetores são escritos como:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_1, 0, 0, |\vec{p}_i|) \text{ (fóton)} \\ p_2 &= (E_2, 0, 0, |\vec{p}_i|) \text{ (próton)} \\ p_3 &= (E_3, 0, |\vec{p}_f| \text{sen}(\theta), |\vec{p}_f| \cos \theta) \text{ (píon)} \\ p_4 &= (E_4, 0, -|\vec{p}_f|(\theta), -|\vec{p}_f| \cos \theta) \text{ (próton)} \end{aligned}$$

Sabendo que $|\vec{p}_i|$ é igual à energia do fóton, é possível usar a relação da conservação da energia para descobrir o $|\vec{p}_f|$ desse sistema. Depois disso, todas as energias podem ser substituídas por:

$$E = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2}$$

e as únicas variáveis do problema são novamente a energia do fóton e o ângulo de saída do píon. Para este referencial, o gráfico da seção de choque em função do ângulo de saída do píon é mostrado na figura A.7. Mostramos também os dados experimentais do MAMI. A largura de decaimento utilizada foi de $\Gamma = 120 \text{ MeV}$. O gráfico parece concordar em ordem de grandeza com dados do MAMI para a foto-produção do píon.

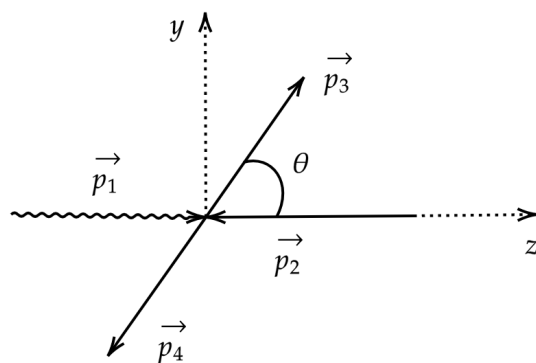


Figura A.6: Cinemática da colisão no referencial do centro de massa.

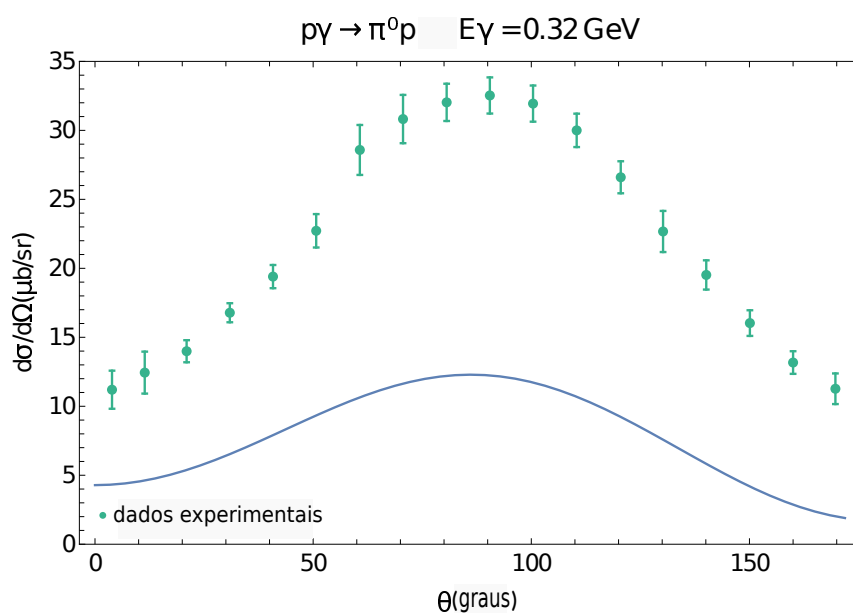


Figura A.7: Comparação dos dados experimentais do MAMI [74] com a seção de choque calculada no CM

Como não estamos usando os fatores de forma do núcleon, a extrapolação para altas energias não traz resultados compatíveis com outros métodos, como o formalismo de Jones e Scadron. Sendo assim, usaremos apenas este último.

Bibliografia

- [1] I. A. Pshenichnov, *Phys. Part. Nucl.* **42**, 215 (2011)
- [2] K. Hattori and X. G. Huang, *Nucl. Sci. Tech.* **28**, 26 (2017)
- [3] K. Tuchin, *Adv. High Energy Phys.* **2013**, 490495 (2013)
- [4] Y. Liu, C. Greiner and C. M. Ko, [arXiv:1403.4317 [nucl-th]].
- [5] V. Skokov, A. Y. Illarionov and V. Toneev, *Int. J. Mod. Phys. A* **24**, 5925 (2009)
- [6] Machado, C. S. and Navarra, F. S. and de Oliveira, E. G. and Noronha, J. and Strickland, M., *Phys. Rev. D* **88**, 034009 (2013)
- [7] B. A. Boyko, A. I. Bykov, M. I. Dolotenko et al., *With record magnetic fields to the 21st century*, in Proceedings of the 12th IEEE International Pulsed Power Conference, pp. 746 (1999)
- [8] M. Buchanan, *Nature Phys.* **2**, 721 (2006)
- [9] V.S. Popov, *Jetp Lett.* **74**, 133 (2001)
- [10] S. P. Kim and D. N. Page, *Phys. Rev. D* **73**, 065020 (2006)
- [11] K. Fukushima, D. E. Kharzeev and H. J. Warringa, *Phys. Rev. D* **78**, 074033 (2008)
- [12] A. Dubla, U. Gürsoy and R. Snellings, *Mod. Phys. Lett. A* **35**, 2050324 (2020)
- [13] D. E. Kharzeev, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **75**, 133 (2014)
- [14] E. V. Shuryak, *Nucl. Phys. A* **606**, 201 (1996)
- [15] D. E. Kharzeev and Q. Li, [arXiv:1903.07133 [quant-ph]].
- [16] D. E. Kharzeev, J. Liao, S. A. Voloshin and G. Wang, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **88**, 1 (2016)
- [17] Md. Rihan Haque, *Nuclear Phys. A* **982**, 543 (2019)
- [18] W. Busza, K. Rajagopal and W. van der Schee, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **68**, 339 (2018)

- [19] A. J. Baltz, G. Baur, D. d’Enterria, L. Frankfurt, F. Gelis, V. Guzey, K. Hencken, Y. Kharlov, M. Klasen and S. R. Klein, et al., *Phys. Rept.* **458**, 1 (2008)
- [20] S. R. Klein, *Nucl. Phys. A* **967**, 249 (2017)
- [21] V. Guzey and M. Klasen, [arXiv:2012.13277 [hep-ph]].
- [22] Peter Steinberg, *Nuclear Physics A* **1005**, 122007 (2021)
- [23] J. G. Contreras and J. D. Tapia Takaki, *Int. J. Mod. Phys. A* **30**, 1542012 (2015)
- [24] M. Klusek-Gawenda, P. Lebiedowicz and A. Szczurek, *Light-by-light scattering in UPC at the LHC*, PoS DIS2016, 185 (2016) [arXiv:1606.09038 [hep-ph]].
- [25] I. Danhoni and F. S. Navarra, *Phys. Lett. B* **805**, 135463 (2020)
- [26] I. Danhoni and F. S. Navarra, *Phys. Rev. C* **103**, 024902 (2021)
- [27] D J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* Prentice Hall (1999)
- [28] M. Asakawa, A. Majumder and B. Muller, *Phys. Rev. C* **81**, 064912 (2010)
- [29] Feynman, Richard P.; Leighton, Robert B.; Sands, Matthew. *The Feynman Lectures on Physics 2*. Addison-Wesley Pub. Co (2006)
- [30] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press (2013)
- [31] Alberto Martiínez Torres. *An Introduction to Particle Physics*.
- [32] F. Halzen, A. D. Martin. *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*. Wiley (1984)
- [33] Le Bellac, M. *Quantum Physics*. Cambridge University Press (2006)
- [34] Sakurai, J. J, and Jim Napolitano. *Modern Quantum Mechanics*. Cambridge University Press (2017)
- [35] David J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*. Cambridge University Press (1995)
- [36] D. L. Yang and B. Muller, *J. Phys. G* **39**, 015007 (2012)
- [37] U. Dmitrieva and I. Pshenichnov, *Nucl. Instrum. Meth. A* **906**, 114 (2018)
- [38] ATLAS experiment, <http://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/LuminosityPublicResultsRun2>”
- [39] F. Noferini [ALICE Collaboration], *J. Phys. Conf. Ser.* **1014**, 012010 (2018)
- [40] Virginia Greco, <http://alicematters.web.cern.ch/?q=content/node/1147>
- [41] V. P. Gonçalves, M. V. T. Machado, B. D. Moreira, F. S. Navarra and G. S. dos Santos, *Phys. Rev. D* **96**, 094027 (2017)

- [42] Gerhard Baur, Kai Hencken, Andreas Aste, Dirk Trautmann, Spencer R. Klein, *Nuclear Physics A* **729**, 787 (2003)
- [43] V. Pascalutsa, M. Vanderhaeghen and S. N. Yang, *Phys. Rept.* **437**, 125 (2007)
- [44] V. Pascalutsa and M. Vanderhaeghen, *Phys. Rev. D* **73**, 034003 (2006)
- [45] G. H. Guerrero Navarro, M. J. Vicente Vacas, A. N. H. Blin and D. L. Yao, *Phys. Rev. D* **100**, 094021 (2019)
- [46] H. F Jones, M. D. Scadron, *Ann. Phys.* **81**, 1 (1973)
- [47] Jones, H. F., *Il Nuovo Cimento*, Vol. XL A N.4(1965)
- [48] Nagle, D. E., <https://www.osti.gov/biblio/6524435>(1984)
- [49] J. Ashkin, J. P. Blaser, F. Feiner, M. O. Stern . *Phys. Rev.* **101(3)**, 1149.
- [50] G. Blanpied et al. (The LEGS Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4337 (1997)
- [51] G. T. Zatsopin and V. A. Kuzmin, *JETP Lett.* **4**, 78 (1966)
- [52] K. Greisen, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 748 (1966)
- [53] Bandeira, Yan Bueno, Mackedanz, Luiz Fernando, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **41(4)**, 20190118. (2019)
- [54] A. Aab *et al.* [Pierre Auger Collaboration], *Phys. Rev. D* **96**, 122003 (2017)
- [55] R. Becket al., *Phys. Rev. Lett.* **78**, 606 (1997); *Phys. Rev. C* **61**, 035204 (2000)
- [56] G. Blanpied et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4337 (1997)
- [57] C. Mertz et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2963 (2001); N. F. Sparveris et al., *ibid.* **94**, 022003(2005)
- [58] V. Pascalutsa, *Phys. Rev. D* **58**, 096002 (1998)
- [59] H. Haberzettl, [arXiv:nucl-th/9812043 [nucl-th]].
- [60] T. Pilling, *Int. J. Mod. Phys. A* **20**, 2715 (2005)
- [61] M. Benmerrouche, R. M. Davidson, and Nimai C. Mukhopadhyay, *Phys. Rev. C* **39**, 2339 (1989)
- [62] Moldauer, P. A. and Case, K. M., *Phys Rev.* 102.279(1956)
- [63] S. Weinberg, *The quantum theory of fields*, Vol. 3, Cambridge. (1995)
- [64] V. Pascalutsa and D. R. Phillips, *Phys. Rev. C* **67**, 055202 (2003), arXiv:nucl-th/0212024 [nucl-th].
- [65] C. Bertulani, G. Baur *Physics Today* **47**, 3, 22 (1994)
- [66] C. A. Bertulani, G. Baur, *Phys. Reports* Volume 163, Issues 5–6 (1988)

- [67] C. A. Bertulani, *And there was light*. AIP Conf. Proc., 1645:121–131 (2015).
- [68] C. A. Bertulani, Spencer R. Klein, and J. Nystrand, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **55**, 271, (2005)
- [69] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. Wiley (1998)
- [70] Diego Spiering Pires, PhD Thesis. IF-USP(2019)
- [71] J. Nystrand, *Nucl. Phys. A* **752**, 470-479 (2005)
- [72] Davidson, R. M. and Mukhopadhyay, Nimai C. and Wittman, R. S.. *Phys. Rev. D* **43**, 71(1991)
- [73] W. M. Yao et al. [Particle Data Group], *J. Phys. G* **33**, 1 (2006)
- [74] Leukel, R., *Thesis* (2001)