

NELSON SOARES WISNIK

SBI-IFUSP



305M810T0227

OSCILAÇÕES QUÂNTICAS NA VELOCIDADE

DO SOM NO ZINCO

Tese de Mestrado apresentada ao Instituto de Física da U.S.P. , como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Ciências.



SÃO PAULO

1974

Yaacov Shapiro

Frank P. Missell

Domini

Agradecemos a todos aqueles que, de maneira direta ou indireta, colaboraram para que este trabalho pudesse ser realizado e, em especial, à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

RESUMO

Oscilações quânticas de grande amplitude na velocidade do ultrassom, $|\Delta v/v| \sim 10^{-3}$, foram medidas num mono-cristal de zinco usando ondas sonoras longitudinais de 10MHz e 51MHz com $\vec{q} \parallel \vec{H} \parallel [0001]$. As amplitudes de oscilação foram estudadas como função da temperatura na região de $1.5K < T < 4.2K$, em campos magnéticos de até 70kOe. Da dependência das amplitudes de oscilação com a temperatura determinamos duas massas efetivas, $(0.32 \pm 0.03)m_0$ e $(0.51 \pm 0.05)m_0$. Estas estão, respectivamente, associadas com as frequências dHVA devidas às secções da superfície de Fermi conhecidas como *charuto* e *borboleta*. As amplitudes das oscilações da velocidade calculadas pela teoria de Rodriguez concordam em ordem de grandeza com as amplitudes experimentais ; entretanto sua aparente dependência com a frequência do ultrassom permanece inexplicada.

ABSTRACT

Large amplitude quantum oscillations of the ultrasonic velocity, $|\Delta v/v| \sim 10^{-3}$, were measured in single-crystal zinc using 10MHz and 51MHz longitudinal sound waves with $\vec{q} \parallel \vec{H} \parallel [0001]$. The oscillatory amplitudes were studied as a function of temperature in the region $1.3\text{K} < T < 4.2\text{K}$, in magnetic fields up to 70kOe. From the temperature dependence of the oscillatory amplitudes we have determined two effective masses, $(0.32 \pm 0.03)m_0$ and $(0.51 \pm 0.05)m_0$. These are, respectively, associated with the dHvA frequencies assigned to those sections of the Fermi surface known as *cigar* and *butterfly*. The amplitudes of the velocity oscillations are well accounted for by the theory of Rodriguez; however, their apparent frequency dependence remains unexplained.

ÍNDICE

I.	INTRODUÇÃO	1
II.	TEORIA	3
	A. Velocidade de Propagação	4
	B. Energia Livre	5
	C. Mudança Fracional na Velocidade	10
	D. Eliminação de Algumas Aproximações	12
	E. Superfície de Fermi	14
III.	PARTE EXPERIMENTAL	16
	A. Criogênica	16
	B. Eletrônica	18
	C. Método de Medida	20
	D. Lista do Equipamento	20
IV.	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	22
	A. Resultados Experimentais	22
	B. Massas Efetivas	23
	C. Comparação Teoria-Experiência	25
V.	CONCLUSÕES	29
	APÊNDICE	30
	REFERÊNCIAS	32

I. INTRODUÇÃO

Desde 1930, quando Shubnikov e de Haas observaram pela primeira vez o comportamento oscilatório da resistência de um cristal de bismuto submetido a uma campo magnético variável, grande atenção tem sido dada a experiências que evidenciam a oscilação de grandezas físicas que dependem da densidade de elétrons nas vizinhanças do nível de Fermi.

O interesse nesse tipo de experiência se deve às informações que podem ser obtidas sobre a estrutura eletrônica dos metais e semi-metais : a frequência de oscilação nos fornece a medida da área da secção extremante da superfície de Fermi normal ao campo, e o comportamento da amplitude de oscilação com a temperatura nos permite determinar a massa efetiva associada aos portadores de carga.

Oscilações quânticas da atenuação do ultrassom têm sido amplamente estudadas, inclusive no zinco, mas, por sua dificuldade, poucos são os estudos experimentais destas oscilações na velocidade, os quais se limitaram, na maioria dos casos, à constatação do efeito. E esse é o propósito do presente trabalho, estudar as oscilações quânticas na velocidade do som no zinco.

Este trabalho foi o primeiro realizado em nosso laboratório* onde se utilizou técnica de ultrassom e, para tomar contato com esta técnica, foram medidas oscilações na atenuação do ultrassom, pois esta parte já foi bastante estudada, e somente certos resultados relevantes a este trabalho

* Depto. de Física dos Materiais e Mecânica do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

vão ser apresentados.

As medidas de oscilações na velocidade de propagação do som apresentadas aqui são as primeiras feitas para o zinco, e delas foram determinadas as frequências de Haas van Alphen e as massas efetivas associadas aos portadores de carga. As amplitudes experimentais e outros resultados foram comparados com as previsões de tratamentos teóricos.

II. TEORIA

Oscilações quânticas na velocidade do som podem ser entendidas através de um argumento físico simples. Na presença de campo magnético, a energia dos elétrons é quantizada em níveis altamente degenerados e a separação dos níveis é proporcional à intensidade do campo magnético. Dada essa proporcionalidade, o aumento da intensidade do campo implica em aumento da separação entre os níveis e da própria energia destes. Como a energia livre está relacionada à posição e ocupação dos níveis, com a variação contínua do campo a energia livre oscila regularmente.

As constantes elásticas do sistema dependem da energia livre e determinam a velocidade de propagação da onda sonora, então, oscilações na energia livre resultam em oscilações na velocidade do som.

Tem havido diversas tentativas de se levar em consideração, detalhadamente, a interação entre a onda sonora e os elétrons de condução^{1,2,3}. Aquelas que consideraram a dependência da amplitude oscilatória com a temperatura^{1,3}, predisseram a dependência usual dos efeitos do tipo de Haas-van Alphen. Todas entretanto, negligenciaram as possíveis complicações devido a bandas múltiplas ou leis de dispersão não parabólicas e, por essa razão, não devemos esperar que sejam bem sucedidas em prever as amplitudes das oscilações de velocidade no caso complicado de uma superfície de Fermi de mais de uma banda, como se tem para o zinco.

Uma outra linha de abordagem, seguida por Rodriguez³ e por Testardi e Condon⁴, envolve o uso de um argumento termodinâmico para obter a contribuição eletrônica às constantes elásticas.

Neste trabalho adotaremos esta última formulação porque é mais susceptível de adaptação para o caso de uma superfície de Fermi mais complicada, e permite uma visão mais clara do mecanismo do fenômeno.

A. Velocidade de Propagação

Em sua formulação sobre oscilações na velocidade de propagação do som, Rodriguez⁵ aproxima um cristal a um corpo isotrópico, calculando as velocidades a partir do *bulk modulus*, as quais tomam a forma⁵

$$v_l = \sqrt{\frac{3B - 4\mu}{3\rho}} \quad (1)$$

$$v_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2)$$

onde o *bulk modulus*, B, é calculado por derivações da energia livre, admitindo-se volume unitário :

$$B = \left. \frac{\partial^2 F}{\partial v^2} \right|_T \quad (3)$$

e o módulo de rigidez, μ , é função de derivadas da energia livre com relação a elementos não diagonais do tensor de *strain*.

Levando-se em consideração a estrutura cristalina a velocidade de propagação passa a ser determinada por constantes elásticas. Assim, para o caso do zinco com propagação na direção [0001] temos :

$$v_l = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \quad (4)$$

$$v_t = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \quad (5)$$

e, também as constantes elásticas⁶ são derivadas da energia livre com relação ao *strain* :

$$c_{33} = \frac{\partial^2 F}{\partial u_3^2} \quad (6)$$

$$c_{44} = \frac{\partial^2 F}{\partial u_4^2} \quad (7)$$

B. Energia Livre

A função de onda de um elétron livre, quando submetido à aplicação de campo magnético externo deve obedecer à equação de Schrödinger⁷ :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left(\vec{k} - \frac{e\vec{A}}{c\hbar} \right)^2 \bar{\psi} = E \bar{\psi} \quad (8)$$

equação esta que contém o fundamento do fenômeno presentemente observado.

Convencionando a direção \vec{z} para o campo magnético, $\vec{H} = (0, 0, H)$, o potencial vetor pode ter a forma $\vec{A} = (0, xH, 0)$.

Efetando as substituições convenientes, reescrevemos a equação acima :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi + \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{ieH}{\hbar c} x \right)^2 \psi + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad (9)$$

que admite solução da forma

$$\psi(x, y, z) = \exp[i(k_y y + k_z z)] \phi(x) \quad (10)$$

onde $\phi(x)$, por sua vez, deve satisfazer

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi + \left[\frac{2m}{\hbar^2} E' - \left(k_y - \frac{eH}{\hbar c} x \right)^2 \right] \phi = 0 \quad (11)$$

sendo

$$E' = E - \frac{\hbar^2}{2m} k_z^2 \quad (12)$$

Nota-se aqui que na direção do campo magnético o comportamento dos elétrons não foi afetado. Para o movimento no plano (x,y) devemos resolver a equação 11, a qual reescrevemos :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) + \frac{1}{2} m \left(\frac{eH}{mc} x - \frac{\hbar}{m} k_y \right)^2 \phi(x) = E' \phi(x) \quad (13)$$

Esta é uma equação unidimensional para uma função de onda $\phi(x)$ de um oscilador harmônico simples. A frequência do oscilador é

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (14)$$

e a energia

$$E' = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \quad (15)$$

Os elétrons no plano (x,y), executam um movimento de cíclotron em torno da direção do campo magnético, e sua energia é quantizada em níveis discretos.

A energia dos estados eletrônicos é expressa pela soma das contribuições (12 e 15) :

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2}{2m} k_z^2 \quad (16)$$

Verifica-se que os níveis (n e k_z fixos) são alta e igualmente degenerados, com degenerescência "p" dada por :

$$p = \frac{eH}{c\hbar} \frac{L_x L_y}{2\pi} \quad (17)$$

(L_x e L_y são as dimensões do sistema nas direções x e y respectivamente).

De posse das informações contidas nas relações 14, 15 e 17, podemos analisar qualitativamente como ocorre o fenômeno, através de sua vinculação com a intensidade do campo magnético.

A relação 14 determina que o aumento do campo magnético resulta em aumento do espaçamento entre os níveis, acompanhado da elevação dos próprios níveis, conforme a relação 15.

Com o aumento contínuo da intensidade do campo, outros níveis al cançarão a energia de Fermi e o evento se repetirá, observando-se então que a energia livre oscila com período determinado pelas co incidências entre os níveis (de Landau) e o nível de Fermi.

A relação 17 estabele-
ce que a degenerescência dos níveis cresce com o campo, e sua população aumenta a cada nível que atravessa E_F e perde seus elétrons, tornando a oscilação da energia livre maior a cada período.

Para temperaturas fini-
tas a probabilidade de ocupação é não nula numa vizinhança da ordem de kT em torno do nível de Fermi, deste fato decorrendo algumas importantes consequên-
cias:

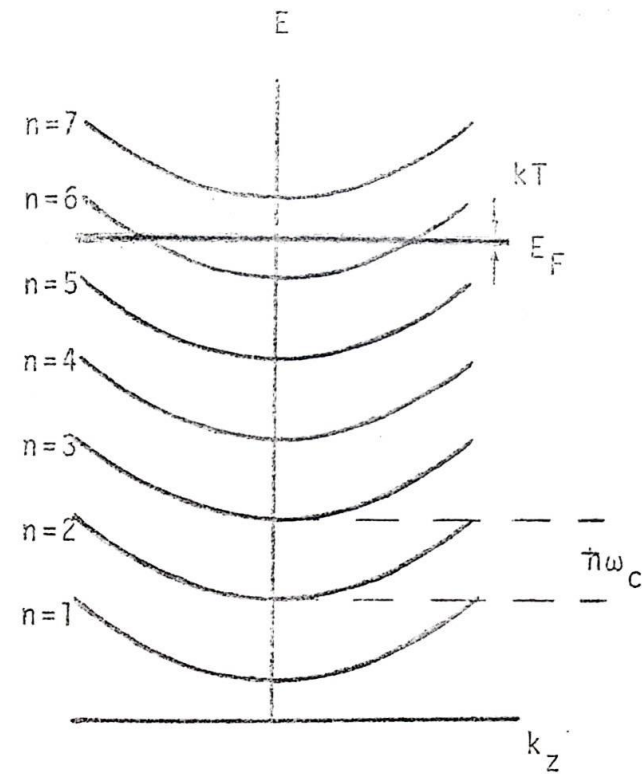


Fig.1

i) a amplitude de oscilação sofre redução devido a uma redistribuição precoce dos elétrons;

ii) impõe-se uma condição para ocorrer o fenômeno:

$$\hbar\omega_c > kT, \quad (18)$$

o que significa dizer que o espaçamento entre os níveis de Landau deve ser maior que a largura do nível de Fermi.

Uma outra condição para observação do fenômeno vem da importância da natureza quântica do movimento do elétron no fe-
nômeno, impondo-se que o elétron execute pelo menos um período de seu movimento de cíclotron, antes de ser espalhado por alguma im-
pureza. Assim, deve ser satisfeita a relação

$$\omega_c \tau > 1 \quad (19)$$

(τ é o tempo de relaxação).

Sob o aspecto quantitativo, Lifshitz e Kosevich⁸ calcularam a energia livre de um sistema de elétrons num campo magnético, partindo da expressão termodinâmica para a energia livre de um sistema subordinado à estatística de Fermi-Dirac :

$$F = N\zeta - kT \sum_n \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\zeta - \epsilon_n}{kT} \right) \right] \quad (20)$$

(ζ é o potencial de Fermi).

Resultou que a energia livre do sistema consiste de uma parte não oscilatória dependente apenas da temperatura, e uma parte oscilatória, de particular interesse no presente trabalho, que depende da temperatura e do campo magnético :

$$F_{osc} = \frac{kT}{2\pi^2} \left(\frac{eH}{\hbar c} \right)^{3/2} \left\{ \frac{2\bar{a}}{|\partial^2 S / \partial k_x^2|} \right\} \sum_{\nu=1}^{1/2 \infty} \frac{\cos \left(\frac{\nu \hbar c}{eH} \int_0^{S_0} -\bar{v} \nu \pm \frac{\pi}{4} \right)}{\nu^{3/2} \sinh \left(\frac{2\bar{a}^2 \nu kT}{\hbar \omega_c} \right)} \cos \left(\frac{2\pi \nu m^* / 2m_0}{\gamma} \right) \quad (21)$$

A expressão acima para a energia livre é válida quando se tem muitos níveis abaixo da energia de Fermi.

A oscilação na energia livre é regida pelo termo

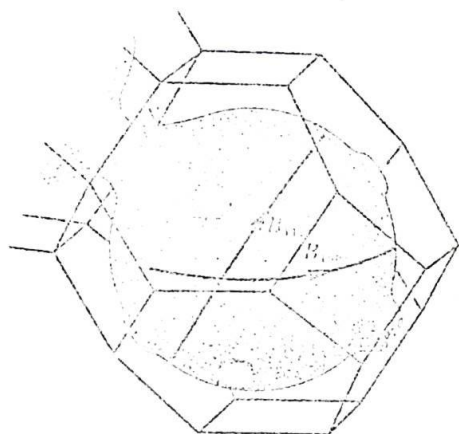
$$\cos \left(\frac{\nu \hbar c}{eH} \int_0^{S_0} -\bar{v} \nu \pm \frac{\pi}{4} \right) , \quad (22)$$

e como o campo magnético é nossa variável independente, vemos que a oscilação é periódica em H^{-1} e sua frequência é dada por

$$f = \frac{\nu \hbar c}{2\bar{a}e} \int_0^{S_0} . \quad (23)$$

A frequência f é proporcional a S_0 , que é a área extremante da secção da superfície de Fermi por um plano normal à direção do campo magnético. Para uma superfície complicada, isto é, com diferentes secções máximas e mínimas, cada uma dessas áreas contribuirá com uma frequência dada pela relação 23.

Determinando-se o comportamento das diversas frequências presentes no fenômeno para diferentes direções cristalinas



Secções Extremantes da Su
perfície de Fermi

Fig.2

O termo $\cos(g\mu_B^*/2m_0)$ considera o efeito do campo magnético na orientação do momento magnético intrínseco dos elétrons.

Da relação 21 podemos isolar o fator que contém

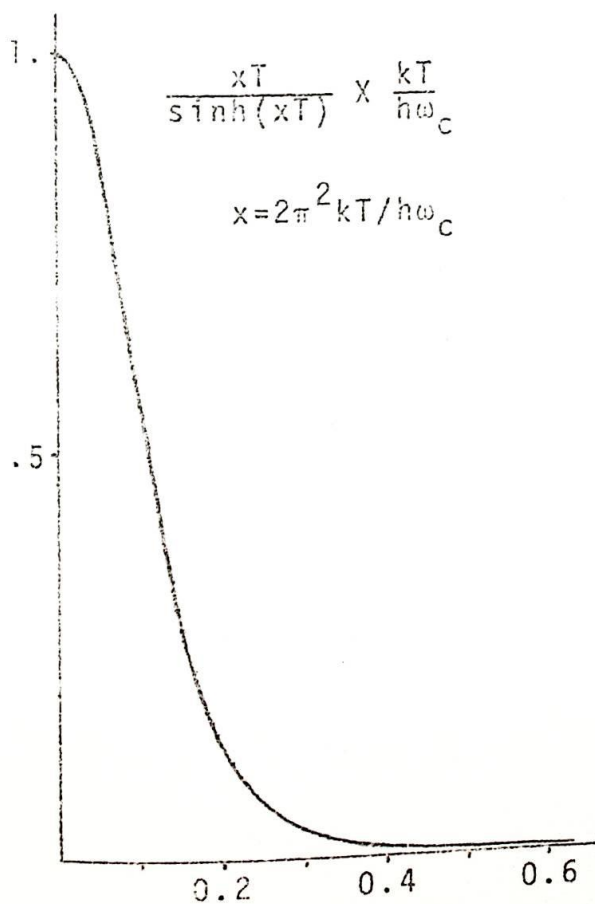


Fig.3

gráficas, estaremos na realidade observando as secções extremantes da superfície de Fermi sob diferentes ângulos, o que é de grande utilidade na determinação da topografia dessa superfície.

O sinal de $\pi/4$ será positivo quando a secção que contribui no fenômeno for uma secção extremante mínima, negativo para secção extremante máxima.

a dependência da amplitude de oscilação com a temperatura :

$$A \propto \frac{2\pi^2 kT / \hbar\omega_c}{\sinh(2\pi^2 kT / \hbar\omega_c)} \quad (24)$$

(para a frequência fundamental).

A condição imposta na relação 18 torna-se evidente neste termo da energia livre. Se a relação não é satisfeita a amplitude cai drasticamente tornando-se inobservável.

O fator geométrico $|\partial^2 S / \partial k_z^2|$ é determinado pela curvatura da superfície de Fermi na região da secção extremante.

Dingle⁹ discutiu o efeito de colisões sobre as propriedades magnéticas de sistemas de elétrons livres e mostrou que os termos periódicos são reduzidos em magnitude pelo fator

$$\exp\left(\frac{-2\bar{u}v}{\omega_c \tau}\right) \quad (25)$$

O alargamento dos níveis de energia, devido colisões, impõe, através da relação 25, a condição dada pela relação 19, para obtenção de oscilações de magnitude observável.

C. Mudança Fracional na Velocidade

Das relações 1 e 3 temos a dependência da velocidade na energia livre através do *bulk modulus*. Lembrando que este recebe duas contribuições distintas,

$$B = B_e + B_i \quad (26)$$

respectivamente eletrônica e iônica, e que apenas parte da contribuição eletrônica é dependente do campo magnético, reescrevemos o *bulk modulus* como uma parte estável e uma parte oscilatória de pequena intensidade com relação à primeira :

$$B = B_{osc} + B' \quad (27)$$

Rodriguez não considerou possíveis oscilações do módulo de rigidez com o campo mas, para as condições da nossa experiência, argumentos de simetria¹⁰ mostram que um *strain* do tipo transversal não deve contribuir para oscilações na velocidade do som.

Assim, a velocidade como dependente do campo magnético toma a forma

$$v(H) = \sqrt{\frac{3B' + 4\mu}{3\rho} + \frac{B_{osc}}{\rho}} \quad (28)$$

e a mudança fracional na velocidade será dada por

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v(H) - v(0)}{v(0)} = \frac{1}{2} \frac{B_{osc}}{p v^2(0)} \quad (29)$$

Para a determinação de $\Delta v/v$, no cálculo de B_{osc} através de derivações da parte oscilatória da energia livre,

$$B_{osc} = V \left. \frac{d^2 E_{osc}}{dV^2} \right|_T \quad (30)$$

consideraremos os elétrons livres numa única banda parabólica, valendo as seguintes relações⁷:

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m^*} (3\pi^2 z N)^{2/3} \frac{1}{V^{2/3}} \quad (31)$$

e

$$S = \frac{2\pi m^*}{\hbar^2} E_F \quad (32)$$

onde S é a área da superfície de Fermi. Então, colocando o diferencial d/dV em forma conveniente através da regra da cadeia

$$\frac{d}{dV} = \frac{dE_F}{dV} \frac{dS}{dE_F} \bigg|_{E_F} \frac{d}{dS} \quad (33)$$

resulta

$$\frac{d}{dV} = -\frac{2}{3} \frac{E_F}{V} \frac{2\pi m^*}{\hbar^2} \frac{d}{dS} \quad (34)$$

e substituindo B_{osc} da relação 21 teremos a mudança fracional na velocidade

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{4 E_F^2 m^* \hbar^{3/2} kT}{9 \hbar^3 p v^2(0) (\hbar \omega_c)^{1/2}} \left\{ \frac{2\pi}{(S^2/S^2)} \right\} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{v^{1/2} \cos\left(\frac{\gamma \hbar c S_c}{2H} - \pi j + \frac{\pi}{4}\right)}{\sinh(2\pi^2 kT / \hbar \omega_c)} \cos\left(\frac{S^2 V m^*}{2m_0}\right) e^{-\frac{2\pi V}{\omega_c c}} \quad (35)$$

Considerando os fatores que determinam a amplitude de oscilação com dependência na ordem da harmônica verifica-se que, desde que

$$2\pi^2 kT > \hbar \omega_c$$

somente será relevante o primeiro termo da somatória, referente à frequência fundamental do fenômeno, o que significa dizer, que as harmônicas dificilmente serão observadas experimentalmente.

A Fig.4 mostra o comportamento da amplitude das harmônicas com relação à fundamental para diferentes razões entre $2\pi^2 kT$ e $\hbar \omega_c$, no qual tomamos o máximo valor da contribuição

do spin dada a impossibilidade de avaliá-la nesse estudo.

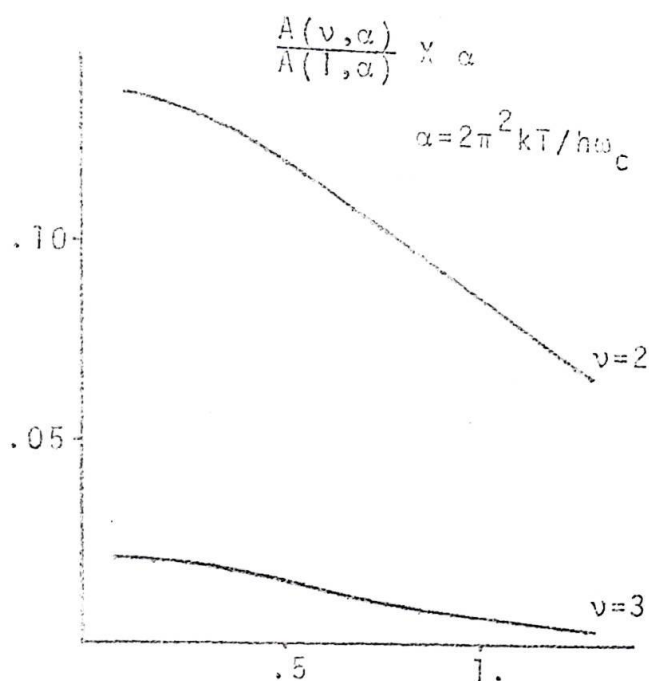


Fig.4

D. Eliminação de Algumas Aproximações

Recentemente foram obtidas experimentalmente informações sobre a dependência da área da superfície de Fermi na pressão hidrostática¹¹, $\partial S / \partial P$. A adaptação de nossas relações de modo que aceite estes valores experimentais representará a eliminação da aproximação de elétron livre das derivações para o cálculo de $\Delta v / v$.

Assim, o *bulk modulus* calculado para um sistema hexagonal através da lei de Hooke é

$$\beta = -v \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right) = \frac{1}{[2(s_{11} + s_{22}) + s_{33} + 4s_{13}]}, \quad (36)$$

onde as constantes elásticas s_{ij} são determináveis experimentalmente, e a derivação da área da superfície de Fermi assume a

forma :

$$\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{\partial S}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial V} = \frac{\partial S / \partial P}{[2(s_{11} + s_{22}) + s_{33} + 4s_{12}]} \quad (37)$$

considerando volume unitário.

Tem-se então uma nova relação para a mudança fracional na velocidade :

$$\frac{\Delta v}{v} = \left(\frac{hc}{e\hbar}\right)^{1/2} \frac{kT}{4\pi^2 \rho v^2 \cos(\theta)} \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) \int_{\gamma=1}^{\infty} \frac{\gamma^{1/2} \cos\left(\frac{\gamma \hbar c \beta}{e\hbar} - \frac{\pi \gamma \pm \pi}{4}\right) \cos\left(\frac{e\hbar \gamma m^*}{2m_0}\right) e^{-\frac{\gamma \hbar \gamma}{\omega_0 c}}}{\sinh(\gamma \hbar^2 kT / \hbar \omega_0 c)} \quad (38)$$

cuja vantagem sobre a relação 32 consiste essencialmente na eliminação da aproximação de elétron livre, intrínseca ao método de derivação dado na relação 31.

O cálculo da velocidade de propagação do som com dependência no *bulk modulus*, relações 28 e 30, determinam aproximação da amostra a um corpo isotrópico, quando, em realidade, a velocidade de propagação de ondas sonoras em cristais é determinada por certas constantes elásticas, e não do *bulk modulus*, aproximação esta que a relação 37 não corrigiu.

Neste sentido, podemos colocar a relação 35 de forma que utilize dados experimentais da dependência da área da superfície de Fermi com *stress uniaxial*¹², evitando assim a aproximação.

Então, usando as relações já conhecidas para a velocidade dependente da constante elástica e a constante elástica como derivações da energia livre com relação ao *strain*,

$$v_{\ell} = \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}} \quad (39)$$

$$c_{33} = \frac{\partial^2 F}{\partial u_3^2} \quad (40)$$

onde o *strain*, para o caso da aplicação de um *stress uniaxial* σ_3

tem a forma

$$u_3 = s_{33} \sigma_3 \quad (41)$$

temos

$$\frac{\partial S}{\partial u_3} = \frac{\partial S}{\partial \sigma_3} \frac{\partial \sigma_3}{\partial u_3} = \frac{\partial S / \partial \sigma_3}{s_{33}} \quad (42)$$

acarretando, para a mudança fracional

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2c_{33}} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_3^2} \quad (43)$$

a seguinte forma :

$$\frac{\Delta v}{v} = - \left(\frac{\hbar c}{2H} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{kT}{4\pi^2 c_{33}} \left[\frac{\partial^2 S}{\partial \sigma_3^2} \right] \int_{\gamma=1}^{\infty} \frac{\gamma^{\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{\gamma \hbar c S_0 - \hbar \gamma v + \frac{1}{2}}{\hbar} \right)}{\sinh\left(\frac{2\pi^2 \gamma kT}{\hbar \omega_c}\right)} \cos\left(\frac{\hbar \gamma v m^2}{2\mu_0}\right) e^{-\frac{\gamma v}{\omega_c}} \quad (44)$$

relação esta que utiliza as informações sobre a dependência da área da superfície de Fermi com o stress e não tem as aproximações de elétron livre e corpo isotrópico contidas nas relações anteriores para $\Delta v/v$.

E. Superfície de Fermi

A superfície de Fermi do zinco foi calculada por Harrison¹³ através do método de uma única onda plana ortogonalizada. Este método consiste em assumir que o potencial da rede é fraco e que uma única onda plana ortogonalizada é aproximação razoável da função de onda de um elétron. Resulta uma superfície de Fermi esférica cujo tamanho é determinada pelo número de elétrons livres por célula unitária, com modificações para conexão nos planos de reflexão de Bragg. A superfície de Fermi do zinco assim construída (mostra notável semelhança com a superfície de Fermi calculada no modelo do elétron livre) será tomada como ponto de partida para a interpretação de nossos dados experimentais.

Na Fig.5, partes a e b, temos as quatro bandas da superfície de Fermi do zinco, as quais passaremos a identificar.

A primeira banda, buracos, é formada por "bonês"

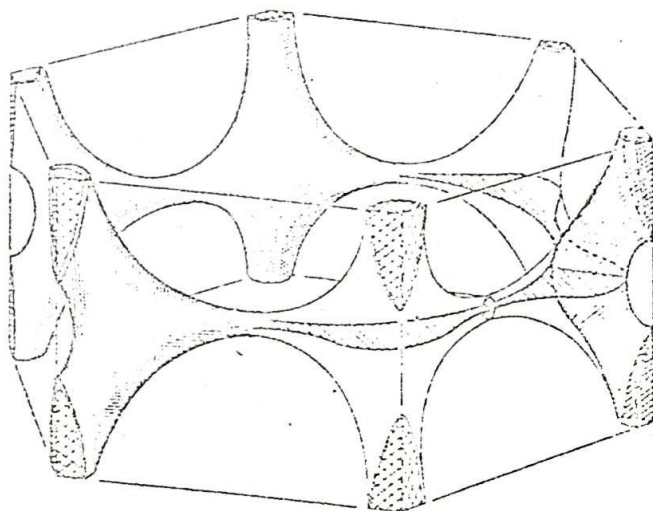
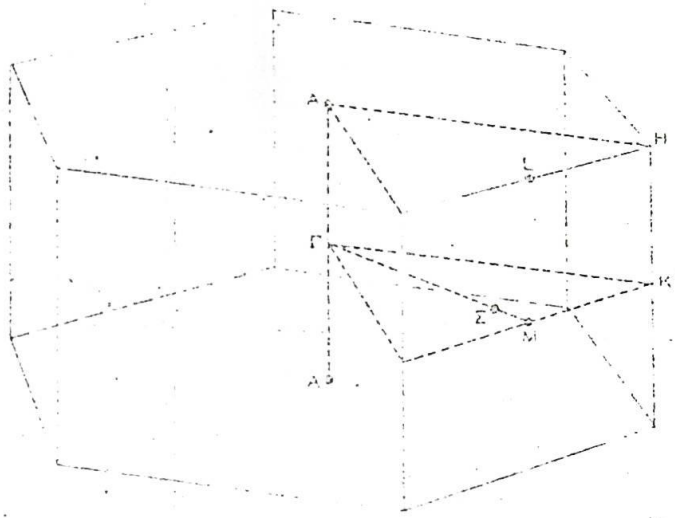
nos pontos H (Fig.5a).

A segunda banda, também buracos, consiste no "monstro", uma superfície multiconexa (Fig.5a).

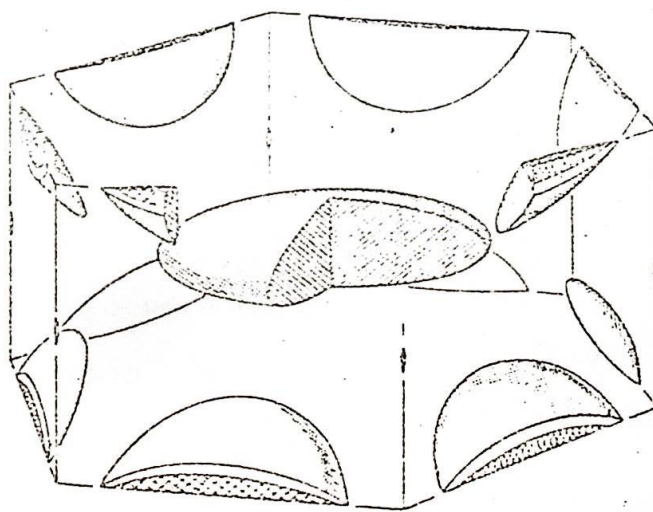
A terceira banda, elétrons, compõe-se de três partes.: "lente", em torno do ponto F; "agulhas", nos pontos K, e "borboletas" em torno dos pontos L (Fig.5b).

A quarta banda, também elétrons, é formada por "charutos", em torno dos pontos L (Fig.5b).

Cálculos de Stark e Falicov¹⁴ indicaram que não há portadores nos pontos L, entretanto, Fletcher et al¹⁵ não podem interpretar seus dados da dependência angular das frequências sem o recurso das "borboletas" e "charutos". Também Venttsel,¹⁶ baseado em suas medidas da dependência angular da massa efetiva associada a estas frequências, atribuiu-as àquelas superfícies.



a.



b.

Fig.5 - Superfície de Fermi do Zinco

III. PARTE EXPERIMENTAL

O equipamento experimental para observação do fenômeno deve ser dimensionado em função de condições impostas pela teoria.

Nesse sentido nosso equipamento deve ter características tais que permita obtenção de elevado campo magnético a temperaturas da ordem de 1K. Da parte da amostra, esta deve ser um monocristal de alta pureza.

Um aspecto teórico não discutido e com implicações no planejamento da experiência é o aumento da atenuação do som com o quadrado de sua frequência, decorrendo a conveniência de não se utilizar frequência elevada.

Para maior clareza vamos separar o equipamento em duas partes conforme a função que cada uma desempenha na experiência.

Consideraremos como parte criogênica o conjunto de aparelhos destinados a esfriar e isolar a amostra à temperatura desejada, controlar e medir a temperatura e produzir o campo magnético; como parte eletrônica será considerado o conjunto cuja finalidade é excitar a amostra, detectar e amplificar os ecos, medir e registrar as variações da atenuação ou da velocidade de propagação do som na amostra.

Após uma descrição detalhada das duas partes serão expostos os métodos de medida de oscilações na atenuação e na velocidade.

A. Criogênica

O campo magnético é produzido por uma bobina su-

supercondutora de campo máximo 70kOe. A varredura de intensidade do campo é linear com relação ao tempo e a taxa é regulável até 250 Oe/sec. A bobina opera em banho de He⁴ líquido a 4.2K em um dewar de paredes intermediárias de vácuo e nitrogênio líquido(ver Fig.6).

Para observação de oscilações cuja dependência se encontra no campo magnético devemos ter uma homogeneidade de campo tal que a variação de campo no volume da amostra seja bem menor que a variação de campo num período de oscilação. O sistema supercondutor utilizado é de alta homogeneidade, 0.02% em 1 polegada DSV, permitindo observação de frequências da ordem de 10⁸Oe. A precisão na determinação do campo é de 6 Oe.

Um antidewar é inserido na bobina com a finalidade de isolar a amostra do banho de hélio da bobina e possibilitar o controle da temperatura. Há uma comunicação entre o espaço experimental do antidewar e o banho da bobina com o propósito de transferir hélio para o resfriamento da amostra, comunicação esta que é fechada durante a realização da experiência.

A amostra é posicionada no centro da bobina por meio de uma haste que serve também como suporte para a ligação do sistema eletrônico à amostra; em virtude do contato térmico sua temperatura é igual a do hélio contido no espaço experimental, a qual é determinada pela pressão de vapor. Para controlar a temperatura controlamos a pressão de vapor fazendo vácuo sobre o banho de hélio e regulando a vazão de gas, enquanto a estabilidade é verificada através de um manômetro diferencial.

A leitura da pressão, feita através de manômetro de mercúrio (entre 2.30K e 4.20K) ou de óleo (entre 1.20K e 2.30K), é convertida em temperatura por intermédio da tabela "The 1958 He⁴ Scale of Temperatures".

Este sistema nos possibilita colocar e controlar a

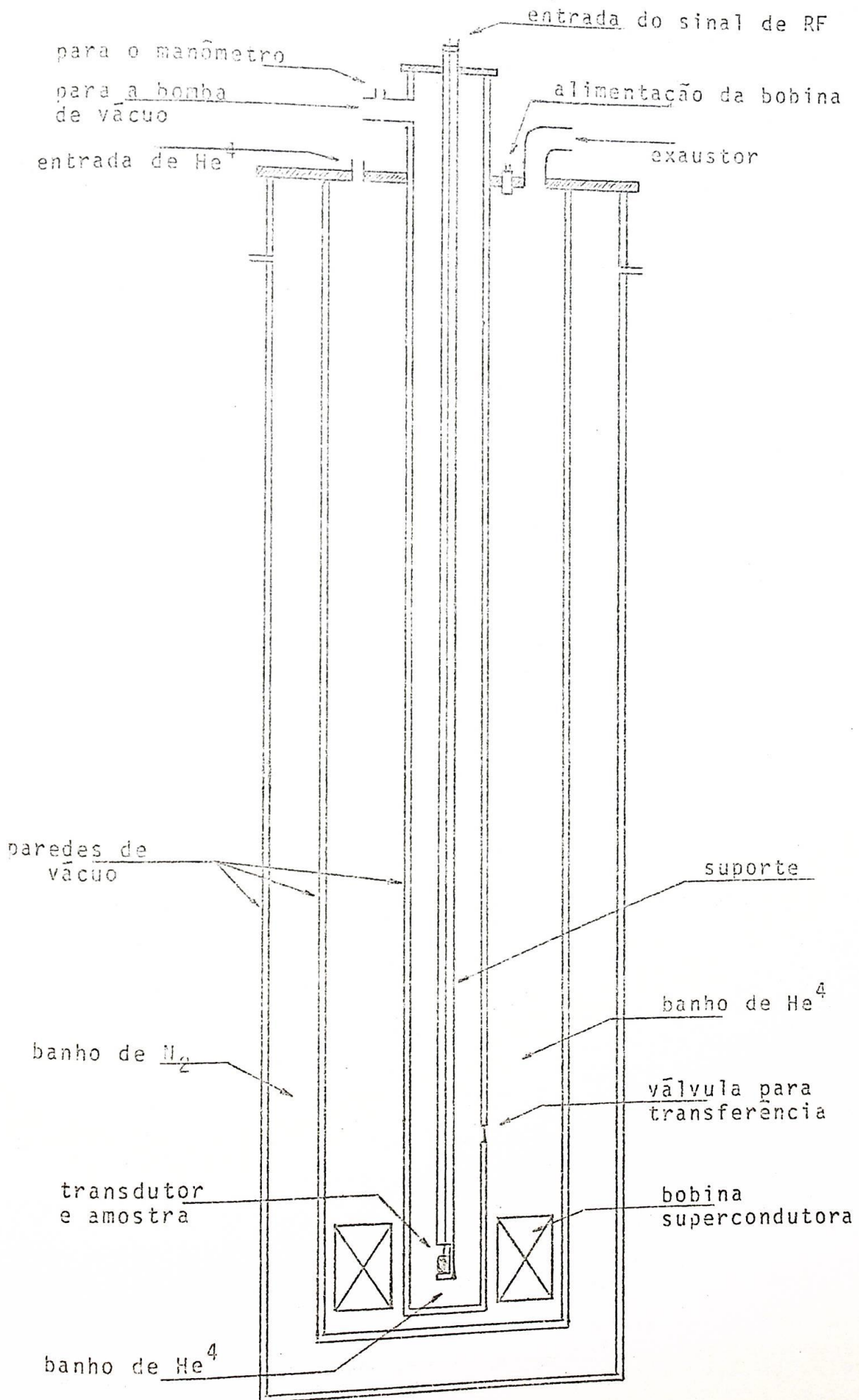


Fig.6 - Esquema do Criostato

temperatura da amostra a qualquer temperatura entre 1.20K e 4.20K com precisão de 0.01K.

B. Eletrônica

Para detectarmos variações na velocidade de propagação e na atenuação do ultrassom, utilizamos a técnica pulso-eco convencional. Essencialmente a técnica consiste em fazer propagar um pulso de ultrassom na amostra e detectar os ecos sobre os quais serão realizadas as medidas.

O sistema começa a operar quando o gerador de pulsos emite um pulso quadrado que serve como gatilho para disparar o oscilador pulsado e cuja largura determina o intervalo de tempo que o oscilador deve operar (acompanhar na Fig.7).

O pulso de RF (rádio frequência) gerado pelo oscilador passa por um atenuador e é aplicado sobre um transdutor de quartzo colocado em bom contato mecânico com a amostra. O atenuador é útil para a calibração das medidas de atenuação e o transdutor de quartzo, através de sua propriedade piezoelétrica, transforma o pulso de RF num pulso de ultrassom que se propaga através da amostra.

Quando chega à parede posterior da amostra o pulso é refletido e, ao retornar, parte dele é reconvertida pelo transdutor em pulso eco de RF e parte é refletida, repetindo-se o fenômeno diversas vezes até que a atenuação o torne imperceptível. Assim, o sinal que entra no sistema de amplificação se compõe do pulso original do oscilador e alguns pulsos ecos.

O amplificador tem dois tipos de saída cuja utilização depende da medida a ser realizada : variações na velocidade ou atenuação.

Medida de variações na velocidade é feita direta

mente sobre o sinal de RF de um eco de ordem elevada mediante observação de seu deslocamento no display do osciloscópio. Para isso uma linha de atraso do osciloscópio centraliza o eco a ser observado que é então expandido a fim de se obter maior precisão. Um deslocamento Δt do eco pode ser convertido em variação da velocidade calculando-se $\Delta v/v$.

Tem-se

$$v(0) = \frac{2r\ell}{t} \quad (45)$$

onde $v(0)$ é a velocidade de propagação do pulso na ausência de campo magnético, r é a ordem do eco observado, ℓ é o comprimento da amostra e t é o tempo dispendido pelo pulso; para determinado valor do campo magnético temos :

$$v(H) = \frac{2r\ell}{t + \Delta t} \quad (46)$$

onde Δt é o deslocamento observado através do osciloscópio. A mudança fracional na velocidade será então

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v(H) - v(0)}{v(0)} = - \frac{\Delta t}{t} \quad (47)$$

Como a precisão com que se determina Δt depende grandemente da estabilidade do sistema, a utilização de um Time Mark altamente estável (tres partes em 10^6) para gerar o gatilho da taxa de repetição conferiu ao sistema a estabilidade desejada, ficando a limitação à precisão na leitura de Δt restrita unicamente à linha de atraso do osciloscópio, a qual é estável dentro de 2nsec.

Em medida de variações na atenuação do ultrassom utiliza-se a saída do amplificador que fornece as envoltórias dos pulsos.

No amplificador Boxcar é integrado o sinal da envoltória correspondente ao eco sobre o qual se deseja fazer a medida. Como a largura do eco não varia, o sinal integrado é propor

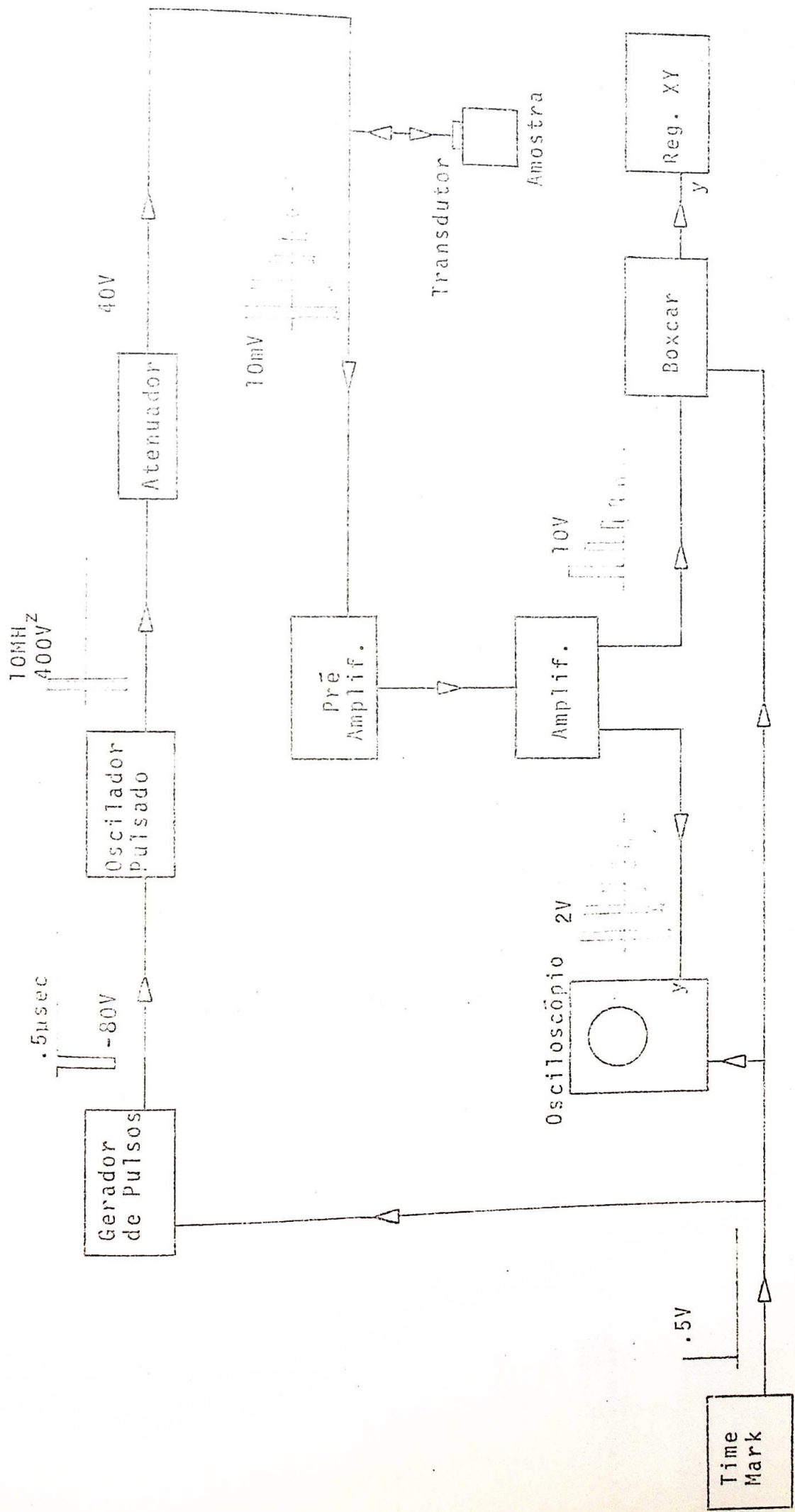


Fig.7 - Diagrama da parte eletrônica

cional à amplitude do eco.

Por meio do atenuador é provocada uma variação conhecida na amplitude do pulso inicial, obtendo-se a variação correspondente na amplitude do eco e no sinal integrado, o que serve para calibração das variações na atenuação.

C. Método de Medida

Discutiremos aqui, com base nas informações contidas nos itens anteriores, o procedimento que nos leva à obtenção de oscilações na velocidade ou atenuação do ultrassom.

Em ambos os casos as medidas são tomadas após a mostra ter sido colocada e estabilizada à temperatura desejada.

Dados de oscilações na atenuação são tomados continuamente enquanto o campo magnético varia, sendo registrado digital e analogicamente o sinal integrado da envoltória do eco.

No caso da velocidade os dados são tomados ponto a ponto : para cada valor do campo magnético é lido Δt correspondente no osciloscópio. De início tentou-se estabilizar o campo magnético no valor desejado para então medir Δt mas, devido a um problema inerente à construção da fonte de alimentação da bobina supercondutora, o campo magnético não permanecia estável. A leitura de Δt passou a ser feita com o campo magnético variando de maneira muito lenta, o que melhorou bastante a precisão na determinação do valor do campo sem afetar a precisão de Δt .

D. Lista do Equipamento

- 1) Superconducting Magnet System Model SP1571
Magnetic Corporation of America
- 2) Pulse Generator Model 214A

Hewlett-Packard

- 3) Pulsed Oscillator Model PG-650C

Arenberg Ultrasonic Laboratory, Inc. (ARULAB)

- 4) Attenuator

ARULAB

- 5) Preamplifier Model PA-620

ARULAB

- 6) Wide Band Amplifier Model WA-600E

ARULAB

- 7) 7503 Oscilloscope

Time Base 7B52

Tektronix

- 8) 881 Linear Gate

Keithley Instruments

- 9) 882 Scan Delay Generator

Keithley Instruments

- 10) XY Recorder Model F-80AM

Varian

- 11) 2401C Integrating Digital Voltmeter

Hewlett-Packard

- 12) Digital Recorder Model J66 562A

Hewlett-Packard

- 13) Time Mark Generator Type 184

Tektronix



IV. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Todos os dados foram obtidos de um cristal de zinco de pureza 99.999% da Metals Research (Crystals) Ltd.

A amostra tinha a forma cilíndrica de altura 1.7cm e o eixo do cilindro coincide, dentro de 2° , com o eixo hexagonal, [0001], do cristal. Todas as medidas foram tomadas com o campo magnético paralelo ao eixo do cilindro.

O contato do transdutor com uma das faces do cilindro foi feito com óleo de silicone Dow Corning 200 (viscosidade de 30000 centistoke a 25C). Também o vetor de propagação da onda sonora, \vec{q} , é paralelo ao eixo do cilindro.

A. Resultados Experimentais

Para medir a dependência da mudança fracional na velocidade com o campo magnético é necessário saber a velocidade de propagação do ultrassom na ausência deste. Observou-se uma diferença de 11µsec entre dois ecos. Substituindo os valores numéricos na relação 45 resultou $v(0) = 3.1 \times 10^5$ cm/sec.

Na Fig.8 estão os dados obtidos de oscilações na velocidade do som no zinco. A figura mostra curvas da dependência da mudança fracional na velocidade com o campo magnético para sete temperaturas diferentes, onde cada ponto representa uma leitura de Δt . Para o caso do zinco, o equipamento pode resolver mudanças fracionais da ordem de 5×10^{-5} .

As informações contidas em cada curva, frequências e amplitudes de oscilação são obtidas mediante a análise de Fourier¹⁷, Apêndice, dos dados de cada curva. O espectro de frequências para os dados tomados a 2.88K é apresentado na Fig.9.

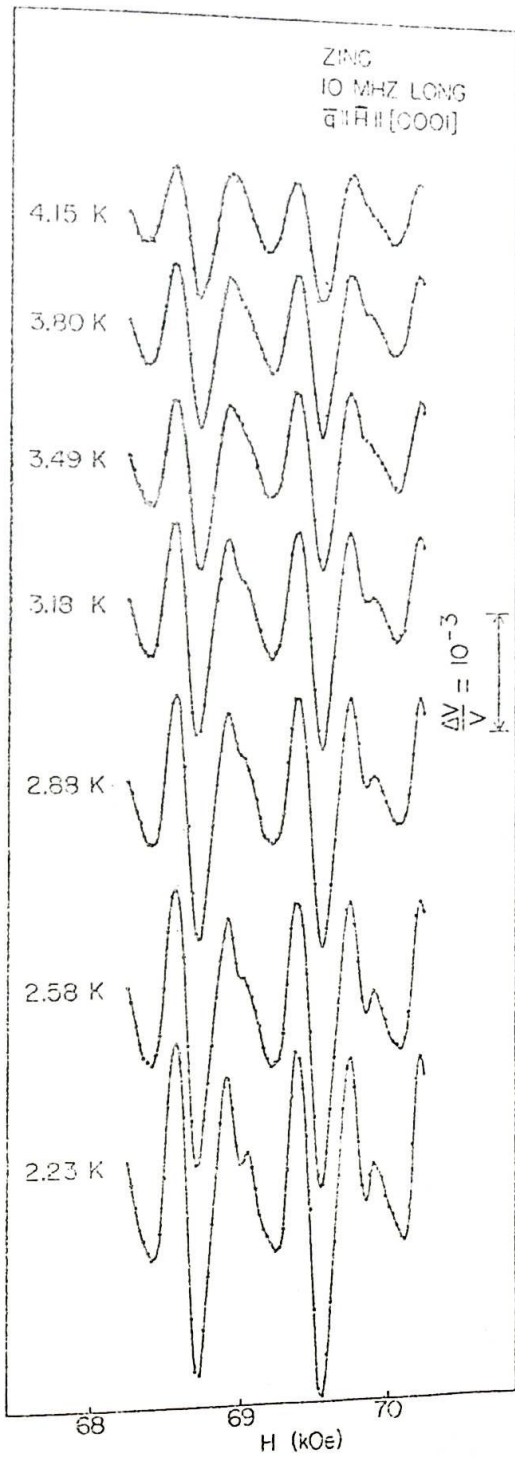


Fig. 8

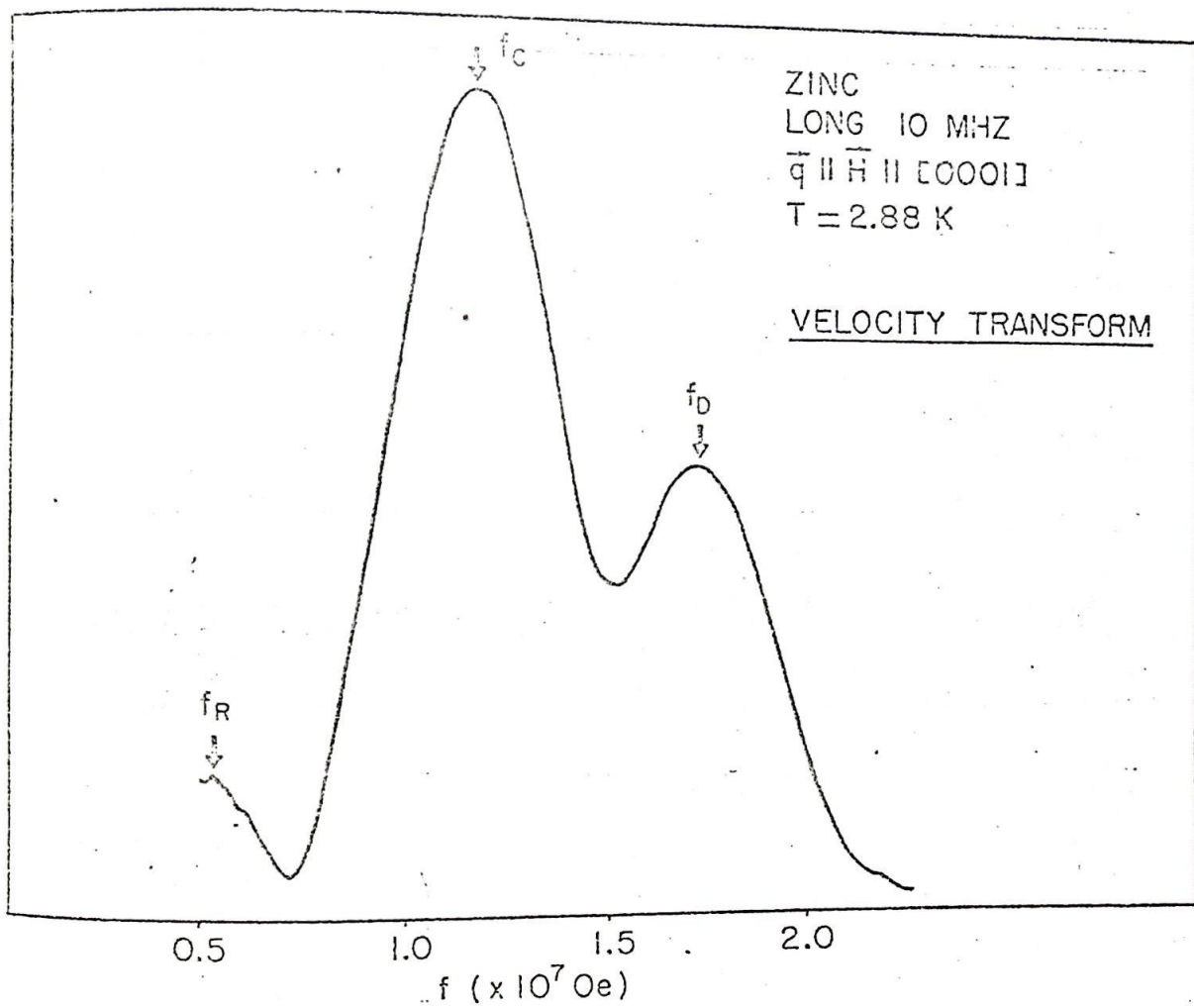


Fig. 9

As frequências observadas no zinco estão na Tabela 1 comparadas com as de Fletcher et al¹⁵, obtidas em experiências de atenuação de ultrassom, identificadas segundo a notação desta referência.

TABELA 1
Frequência dHvA (10^7 Oe)

Identificação	f_R	f_C	f_D
velocidade	0.50	1.15	1.72
atenuação	0.50	1.16	1.70
Fletcher et al (atenuação)	0.50	1.12	1.71

A menor frequência, f_R , está associada a uma órbita de colapso magnético (*magnetic breakdown*) que envolve a primeira e a segunda bandas da superfície de Fermi. As frequências f_C e f_D foram associadas por Higgins et al¹⁸ às órbitas *charuto* e *borboleta* do modelo de superfície de Fermi de Harrison¹⁵.

No bismuto Mavroides et al¹⁹ verificaram que um máximo de atenuação coincide com um mínimo de velocidade; na Fig.10 superpusemos oscilações de atenuação e de velocidade, podendo-se notar relativa concordância de máximos de atenuação com mínimos da velocidade, concordância esta que não é perfeita devido à presença de mais de uma frequência de oscilação.

B. Massas Efetivas

Da dependência da amplitude de oscilação com a

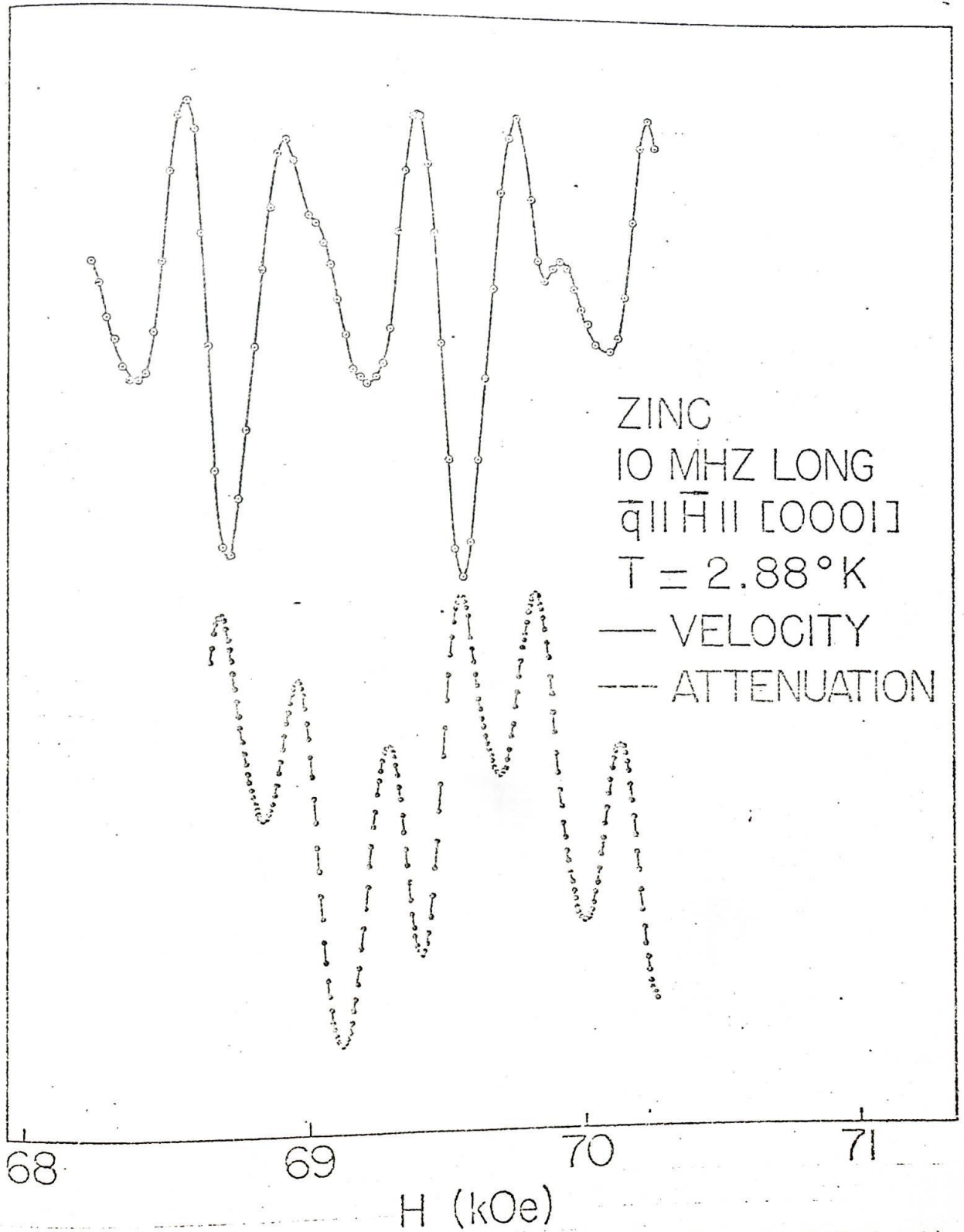


Fig. 10

temperatura podemos determinar a massa efetiva associada aos portadores de carga. Essa dependência está explícita na relação 35, onde aparece na forma

$$A = C \frac{T}{\sinh\left(-\frac{2\pi^2 k T}{\hbar \omega_c}\right)} \quad (48)$$

que equivale a

$$\ln\left[\frac{A}{T} \left(1 - e^{-\frac{4\pi^2 k m^* c T}{\hbar e H}}\right)\right] = -\frac{2\pi^2 k m^* c T}{\hbar e H} + \ln C \quad (49)$$

O primeiro termo tem comportamento linear com a temperatura, e em seu coeficiente angular está contida m^* . Desde que o pequeno termo de correção,

$$\exp\left(-\frac{4\pi^2 k m^* c T}{\hbar e H}\right) \quad (50)$$

contém a massa efetiva, o valor desta é obtido através de uma série de iterações.

A Fig.11 é um gráfico do primeiro termo contra a temperatura para as amplitudes associadas à órbita do *chavuto*. A linha sólida representa um ajuste de mínimos quadrados.

Do gráfico da Fig. 11, e de outros da mesma natureza, foram determinadas as massas efetivas para as três órbitas observadas, apresentadas na Tabela 2. Também se encontram nesta tabela as massas obtidas por Venttsel¹⁵ em experiências de susceptibilidade magnética a campo pulsado.

TABELA 2
Massas Efetivas (m^*/m_0)

Identificação	m_R^*	m_C^*	m_D^*
velocidade	0.20	0.32	0.51
atenuação	0.18	0.34	0.49
Venttsel (suscept.mag.)	—	0.37	0.46

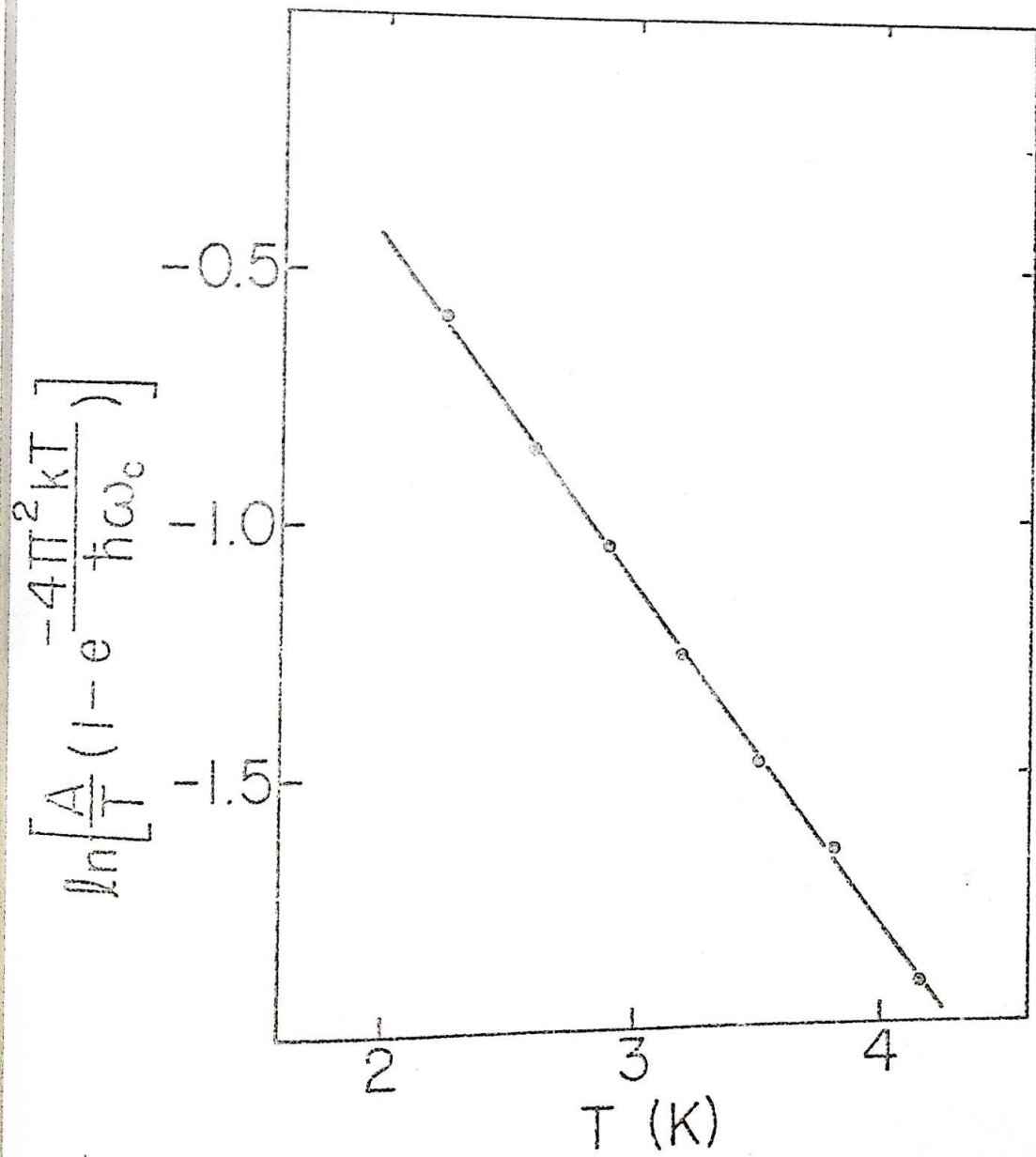


Fig. 11

As medidas de Venttsel foram tomadas a 7° do eixo hexagonal mas, segundo o mesmo trabalho, as massas não variam sensivelmente até 10° .

A determinação das massas m_C^* e m_D^* está correta dentro de 10% devido, principalmente, ao alinhamento do campo (dentro de 2°), e ao intervalo limitado de campo magnético ($\sim 2kOe$), o qual restringe a precisão na determinação da amplitude, através da transformada de Fourier, a 5% (v. apêndice). A precisão de m_R^* é inferior, 20%, pois a amplitude de oscilação é bem menor, tornando assim mais imprecisa sua determinação. A concordância entre os dados obtidos com velocidade e atenuação, e o fato de as massas de Venttsel terem sido determinadas através de experiências de susceptibilidade magnética a campo pulsado, nos leva a dar maior crédito à nossa determinação.

C. Comparação Teoria-Experiência

O cálculo das amplitudes teóricas de oscilação foi feito visando a comparação com a amplitude pico-a-pico das oscilações observadas a 2.25K.

Para o campo magnético foi usado o valor médio do intervalo de campo da experiência ($H=69.2kOe$), para energia de Fermi foi usado o valor dado na referência 14, $E_F=10.9eV$ (elêtron livre), os efeitos devidos ao espalhamento e ao spin dos elétrons foram negligenciados, e o fator geométrico foi tomado igual a 2π (elêtron livre).

Para a órbita de colapso magnético R , foi possível o cálculo usando dado experimental da dependência de S com a pressão hidrostática (referência 10), e para a órbita do *charuto* foi calculada a amplitude utilizando dado experimental da dependência de S com o *stress* (referência 12).

A Tabela 3 resume os resultados obtidos :

TABELA 3
Amplitudes de Oscilações de Velocidade, A_v/v (10^{-3})

Identificação	A_R	A_C	A_D
experimentais	0.20	1.55	1.04
teóricas (relação 35)	3.50	5.05	4.90
teóricas (relação 38) ($\partial S/\partial P$ experimental)	0.16	—	—
teóricas (relação 44) ($\partial S/\partial \sigma$ experimental)	—	0.61	—

As relações teóricas para a amplitude de oscilação são deduzidas considerando para cada frequência presente no fenômeno apenas uma secção extremante na zona de Brillouin. No caso de superfícies de Fermi complicadas, e para determinadas direções cristalográficas, podem haver mais de uma secção extremante com a mesma área, ocorrendo degenerescência nas frequências correspondentes a estas secções, e cuja amplitude de oscilação é a soma das contribuições das diversas secções.

Segundo indicação de Fletcher et al,¹⁵ para a órbita de colapso magnético devem haver quatro secções degeneradas na zona de Brillouin. Para as órbitas *charuto* e *borboleta*, a dependência angular das frequências f_C e f_D não foi estabelecida suficientemente bem de modo a fazer uma atribuição definitiva a estas órbitas, desconhecendo-se assim a sua posição. Resulta então a impossibilidade de se determinar o grau de degenerescência destas áreas e, por esta razão, na Tabela 3 a degenerescência não foi considerada.

Podemos observar que, para a órbita de colapso

magnético, R, a eliminação da aproximação de elétron livre no cálculo de $\partial S/\partial V$ leva a amplitude teórica a uma concordância boa com a amplitude experimental.

No caso da amplitude das oscilações associadas à órbita do *charuto*, C, quando são eliminadas as aproximações de e létron livre e corpo isotrópico, a amplitude teórica concorda bem com a experimental.

Para a órbita da *borboleta*, D, por falta de dados, pudemos apenas observar que o cálculo com aproximação de eletron livre concorda em ordem de grandeza com a experiência.

Devemos notar que a inclusão de efeito devido ao spin do elétron reduziriam ainda mais as amplitudes calculadas. No zinco, g é conhecido apenas para as agulhas.

As amplitudes calculadas serão também reduzidas se incluirmos efeito devido ao espalhamento dos elétrons. Foi obtido um valor experimental para τ por meio da relação 19, valor este que, em virtude de sua incerteza, não foi considerado pois comunicaria grande imprecisão à amplitude calculada. Conforme foi visto por Missell et al,²⁰ o tempo de relaxação pode depender da órbita, e a maneira mais precisa de avaliá-lo seria através da determinação de T_D (temperatura Dingle), estudando a dependência da amplitude de oscilação com o campo magnético.

O termo cuja contribuição pode aumentar ou diminuir a amplitude calculada é o fator geométrico, mas não temos informações que nos possibilite prever o efeito.

Uma importante consequência da relação 5 é que as oscilações devem ser independentes da frequência do ultrassom. Tal não ocorreu, conforme podemos ver na Fig.12 que mostra oscilações de velocidade para frequências diferentes do RF e respectivas transformadas. Esta constatação, entretanto, carece de estudo mais detalhado em virtude das medidas a 51MHz terem sido

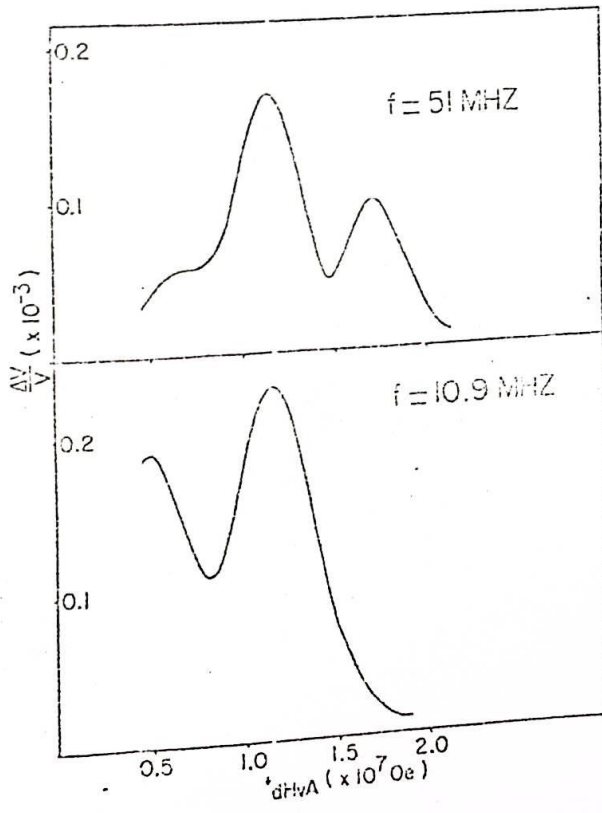
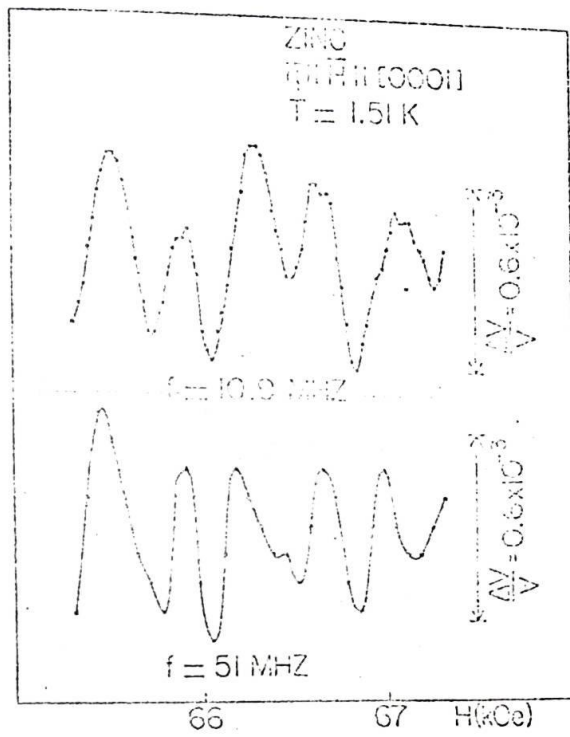


Fig. 12

feitas no primeiro eco, acarretando uma resolução inferior às de 10MHz, observadas no terceiro eco. Também, os choques térmicos sofridos pelo cristal durante a realização das experiências e que tiveram por consequência uma diminuição das amplitudes experimentais de oscilação, podem ter afetado de maneira diferente cada uma das componentes.

Segundo a relação 2 e os argumentos de simetria de Testardi e Condon¹⁰ que mostram que um *strain* do tipo transversal não deve contribuir com oscilações na velocidade do som, devemos esperar que não ocorram oscilações na velocidade para ondas transversais. Realmente tais oscilações não foram observadas, mas devemos ter em conta que Testardi e Condon¹⁰ observaram oscilações na velocidade de ondas transversais para certas geometrias de campo magnético e vetores de propagação e polarização, e que essas oscilações eram bem menores que no caso de onda longitudinal.

V. CONCLUSÕES

Foram medidas pela primeira vez oscilações quânticas na velocidade do som no zinco.

As frequências de Haas-van Alphen medidas em oscilações na velocidade e na atenuação estão de acordo com resultados de atenuação encontrados na literatura.

Foi observado o comportamento previsto pela teoria para a dependência das amplitudes com a temperatura e, através dele, foram determinadas as massas efetivas associadas aos portadores. Essas massas estão em concordância com dados de susceptibilidade magnética.

Para a amplitude das oscilações a teoria dá a ordem de grandeza, mas há melhor concordância com o valor experimental quando é eliminada a aproximação de elétron livre no cálculo de $\partial S/\partial V$.

Caberia deixar aqui sugestões para futuros trabalhos.

No tocante ao cálculo teórico das amplitudes de oscilação e sua comparação com a experiência, esta poderia ser feita no bismuto, para o qual existem os dados necessários para a análise dos modelos aproximativos.

Outra sugestão seria medir oscilações na velocidade, cuidando para que as condições se mantivessem quando fosse mudada a frequência do ultrassom.

APÊNDICE

A análise de Fourier dos dados experimentais é feita assumindo-os como uma superposição de um certo número de termos da forma $A \cos(\omega t + \theta)$, visando a obtenção de valores numéricos para A (amplitude) e ω (frequência).

No lugar da integral de Fourier utilizamos uma forma modificada :

$$I_1 + iI_2 = \int_{-T}^T f(t) e^{-a|t|/T} e^{-i\omega t} dt$$

onde

$$f(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$$

e

$$t \equiv \frac{L}{H}$$

O fator exponencial de *damping* conduz a um espectro lorentziano sem os satélites que aparecem na análise de Fourier convencional, às custas de um alargamento negligível na largura da linha.

Calcula-se a amplitude da seguinte forma :

$$I_1 + iI_2 = A e^{i\theta} \left[\frac{a\bar{u}T}{(a\bar{u})^2 + (\omega_0 - \omega)^2 T^2} - \frac{a\bar{u}T e^{-a\bar{u}} \cos(\omega_0 - \omega)T}{(a\bar{u})^2 + (\omega_0 - \omega)^2 T^2} + \frac{(\omega_0 - \omega)T e^{-a\bar{u}} \sin(\omega_0 - \omega)T}{(a\bar{u})^2 + (\omega_0 - \omega)^2 T^2} \right]$$

$$+ A e^{-i\theta} \left[\frac{a\bar{u}T}{(a\bar{u})^2 + (\omega_0 + \omega)^2 T^2} + \frac{a\bar{u}T e^{-a\bar{u}} \cos(\omega_0 + \omega)T}{(a\bar{u})^2 + (\omega_0 + \omega)^2 T^2} + \frac{(\omega_0 + \omega)T e^{-a\bar{u}} \sin(\omega_0 + \omega)T}{(a\bar{u})^2 + (\omega_0 + \omega)^2 T^2} \right]$$

para

$$\omega_0 = \omega$$

$$A = \frac{a\bar{u} (I_1^2 + I_2^2)^{1/2}}{T(1 - e^{-a\bar{u}})}$$

A integração é feita numericamente usando a regra trapezoidal adaptada para o caso em que o acréscimo de t não é

constante.

Foram realizados diversos testes com dados simulados de frequências e amplitudes relacionadas da mesma forma que se encontram na experiência a fim de se determinar as condições para obtenção de amplitudes com erro minimizado.

Os parâmetros submetidos à verificação foram o intervalo de campo magnético, o número de pontos e o fator de damping, determinando-se condições para obtenção de dados experimentais para os quais a amplitude calculada resulta correta dentro de 5%.

Devemos salientar que essas condições variam se as frequências, e mesmo a relação entre amplitudes, forem diferentes.

Os dados foram processados no computador IBM/360 Mod.44 do Instituto de Física da Universidade de São Paulo.

REFERÊNCIAS

1. Blank, A. Ya. e Kaner, E.A. - Sov. Phys.-JETP, 23: 673, 1966.
2. Quinn, J.J. e Rodriguez, S. - Phys. Rev. Lett, 9: 145, 1962.
3. Rodriguez, S. - Phys. Rev., 132: 535, 1963.
4. Testardi, L.R. e Condon, J.H. - Phys. Rev., 1B: 3928, 1970.
5. Landau, L. e Lifchitz, E. - Théorie de L'Elasticité (Editions Mir), Vol. VII, Editions Mir, U.R.S.S., 1967.
6. Mason, W.P. - Physical Acoustics and the Properties of Solids, Van Nortrand, (1958).
7. Ziman, J.M. - Principles of the Theory of Solids (2a. Ed.), University Press, Cambridge, (1965).
8. Lifshitz, I.M. e Kosevitch, A.M. - Sov. Phys. - JETP, 2: 636, 1956.
9. Dingle, R.B. - Proc. Roy. Soc. (London), A211, 500, 1952.
10. Testardi, L.R. e Condon, J.H. - Physical Acoustics (Editado por W.P. Mason e R.N. Thurston), Vol. VIII, Academic Press, New York, (1965).
11. Ó Sullivan, W.J. e Schirber, J.E. - Phys. Rev., 151: 484, 1966.
12. Gamble, D. e Watts, B.R. - J. Phys. F-Metal Phys., 3: 98, 1973.
13. Harrison, W.A. - Phys. Rev., 126: 497, 1962.
14. Stark, R.W. e Falicov, L.M. - Phys. Rev. Lett., 19: 795, 1967.
15. Fletcher, R., Mackinnon, L. e Wallace, W.D. - Phil. Mag., 20: 245, 1969.
16. Venttsel', V.A. - Sov. Phys. - JETP, 28: 622, 1966.
17. Ferreira, L.G. e Quadros, C.J.A. - Phys. Lett., 28A: 211, 1968.
18. Higgins, R.J., Marcus, J.A. e Whitmore, D.A. - Phys. Rev.,

137A: 1172, 1965.

19. Mavroides, J.G.; Lax, B.; Button, K.J. e Shapira, Y. - Phys. Rev. Lett., 9: 451, 1962.
20. Missell, F.P.; Martins, J.M.V.; Becerra, C.C.; Wisnik, N.S. e Shapira, Y. - Preprint IFUSP/P-12 (aceito para publicação no Journal of Physics and Chemistry of Solids).