

Universidade de São Paulo

Instituto de Física

Estudo de reações neutrino–núcleo
com o código CRISP ($0 < E_\nu < 10 \text{ GeV}$)

RAMÓN PÉREZ VARONA

Orientador: Prof. Dr. Airton Deppman

TESE DE DOUTORADO APRESENTADA AO INSTITUTO
DE FÍSICA COMO REQUISITO PARCIAL PARA A
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM CIÊNCIAS.

Banca Examinadora:

Prof(a). Dr(a). Airton Deppman (IFUSP)



Prof(a). Dr(a). Ivone Freire da Mota e Albuquerque (IFUSP)

Prof(a). Dr(a). Sérgio José Barbosa Duarte (CBPF)

Prof(a). Dr(a). Débora Peres Menezes (UFSC)

Prof(a). Dr(a). Laerte Sodré Junior (IAG USP)

São Paulo

2022

FICHA CATALOGRÁFICA

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Varona, Ramon Perez

Estudo de reações neutrino-núcleo com o código CRISP ($0 < E < 10$ GeV).

São Paulo, 2022.

Tese (Doutorado) Universidade de São Paulo.

Instituto de Física. Depto. de Física Experimental.

Orientador: Prof. Dr. Airton Deppman

Área de Concentração: Física

Unitermos:

1. Física nuclear;
2. Física de partículas;
3. Neutrinos;
4. Reações nucleares;
5. SIIV.

USP/IF/SBI-049/2022

University of São Paulo
Institute of Physics

Study of neutrino – nucleus reactions
with the CRISP code ($0 < E_\nu < 10 \text{ GeV}$)

RAMÓN PÉREZ VARONA

Supervisor: Prof. Dr. Airton Deppman

THESIS SUBMITTED TO THE PHYSICS INSTITUTE OF THE
UNIVERSITY OF SÃO PAULO IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE
REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF DOCTOR OF SCIENCE.

São Paulo
2022

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo principal estudar as reações neutrino-núcleo com o modelo CRISP. Para simular essas reações, o CRISP utiliza o método de Monte Carlo através de um modelo de cascata intranuclear. Foram implementados os canais quase-elásticos, formação de ressonâncias bariônicas e espalhamento inelástico profundo da interação neutrino-núcleon. Também foi implementado o canal de produção coerente de píons para a reação neutrino-núcleo. Foi atualizada a interação pión-núcleon para uma melhor simulação da cascata intranuclear em relação a versões anteriores do CRISP. Nesse sentido foram agregadas novas ressonâncias bariônicas e seus respectivos canais de decaimento, e implementadas as reações de produção direita de píons $NN \rightarrow NN\pi$ e de absorção de pión por um par de núcleons $\pi NN \rightarrow NN$. Foi mostrada a influência do meio nuclear nas interações implementadas, como o movimento fermiônico, o bloqueio de Pauli, as interações 2p2h e a propagação das ressonâncias bariônicas. Foram realizadas comparações com dados experimentais fornecidos pelas experiências MiniBooNE e MINERvA para as reações $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + {}^{12}\text{C}$, $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + \text{CH}_2$ e $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + \text{CH}$, obtendo-se, em geral, uma boa concordância com os dados experimentais. Também foram realizadas comparações com os geradores de eventos NUANCE, GiBUU, NEUT, NuWRo e GENIE, obtendo em muitos casos, uma melhor reprodução dos dados experimentais com o modelo CRISP.

Palavras-chaves: Física Nuclear; Física de partículas; Neutrinos; Reações Nucleares; Simulação.

ABSTRACT

This research investigates neutrino-nucleus reactions using the CRISP code. To simulate these reactions, CRISP uses the Monte Carlo method through an intranuclear cascade model. Quasielastic, baryonic resonance formation, and deep inelastic scattering channels of the neutrino-nucleon interaction have been implemented. The coherent pion production for the neutrino-nucleon reaction was also implemented. The pion-nucleon interaction has been updated to improve simulation of the intranuclear cascade when compared to previous versions of CRISP. In this sense, new baryonic resonances and their respective decay channels were added, and the production $NN \rightarrow NN\pi$ and absorption $\pi NN \rightarrow NN$ reactions of pions by a pair of nucleons were implemented. The influence of the nuclear medium on the implemented interactions, such as fermionic motion, Pauli blocking, 2p2h interactions, and the propagation of baryonic resonances, was shown. Comparisons were made with experimental data provided by the MiniBooNE and MINERvA experiments for reactions $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + {}^{12}\text{C}$, $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + \text{CH}_2$, and $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + \text{CH}$, obtaining generally good agreement with the experimental data. Comparisons were also performed with NUANCE, GiBUU, NEUT, NuWro, and GENIE event generators, obtaining in numerous cases a better reproduction of the experimental data with the CRISP model.

Keywords: Nuclear Physic, Particle Physic, Neutrinos, Nuclear Reactions, Simulation.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Exemplo de uma cascata intranuclear para a reação neutrino-núcleo.	5
2.1	Espalhamento neutrino-núcleon. O neutrino ν_l incidente (momento k) interage com o núcleon alvo N (momento p), por meio da troca do bóson correspondente (momento q). Como partículas resultantes temos o lépton correspondente ao neutrino ou um neutrino (ambos com momento k') e o bárion ou sistema hadrônico X (momento p'). Figura extraída de [Perez et al., 2022].	11
2.2	Seção de choque total para a reação neutrino-núcleon [Formaggio and Zeller, 2013] . . .	16
2.3	Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ para as reações $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$ (à direita).	20
2.4	Seção de choque total para as reações $\nu_l + n \rightarrow l^- + p$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_l + p \rightarrow l^+ + n$ (à direita). Os pontos representam os dados dos experimentos ■ ANL [Barish et al., 1977], ▲ GGM [Bonetti et al., 1977, Armenise et al., 1979], ▼ BNL [Baker et al., 1981, Fanourakis et al., 1980], □ FNAL [Kitagaki et al., 1983], △ Serpukov [Belikov et al., 1985], ◇ SKAT [Belikov et al., 1985] e ▽ NOMAD [Lyubushkin et al., 2009]. Os dados experimentais são apenas para reações de neutrino múon.	20
2.5	Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ para as reações $\nu_\mu + n \rightarrow \nu_\mu + n$ (à esquerda) e $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p$ (à direita).	23
2.6	Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ para as reações $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow \bar{\nu}_\mu + n$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \bar{\nu}_\mu + p$ (à direita).	23

2.7	Seção de choque total para as reações $\nu + N \rightarrow \nu + N$ (à esquerda) e $\bar{\nu} + N \rightarrow \bar{\nu} + N$ (à direita).	24
3.1	Seção de choque total de diferentes canais de ressonâncias bariônicas para a reação neutrino-núcleon.	42
3.2	Contribuição à seção de choque total de diferentes canais de produção de ressonância bariônica. Duas figuras superiores: canais de corrente carregada. Duas figuras inferiores: canais de corrente neutra. As ressonâncias consideradas na classificação de “Outras” são: $N(1650)$, $N(1700)$, $N(1675)$, $N(1710)$, $N(1990)$, $\Delta(1620)$, $\Delta(1700)$, $\Delta(1910)$, $\Delta(1920)$, $\Delta(1905)$ e $\Delta(1950)$	43
3.3	Seção de choque dupla diferencial para a reação $\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^{-} + \Delta^{++}(1232)$ $E_{\nu} = 1,0 \text{ GeV}$ (figuras superiores) e $E_{\nu} = 2,0 \text{ GeV}$ (figuras inferiores), segundo o modelo de Rein-Sehgal (figuras à esquerda) e de Rarita-Schwinger (figuras à direita).	46
3.4	Seção de choque dupla diferencial para a reação $\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^{-} + \Delta^{++}(1232)$, para $Q^2 = 0.1 \text{ GeV}^2$, $E_{\nu} = 1,0 \text{ GeV}$ (à esquerda) e $E_{\nu} = 2,0 \text{ GeV}$ (à direita).	47
3.5	Seção de choque dupla diferencial para a reação $\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^{-} + \Delta^{++}(1232)$, para $W = 1.232 \text{ GeV}$, $E_{\nu} = 1,0 \text{ GeV}$ (à esquerda) e $E_{\nu} = 2,0 \text{ GeV}$ (à direita).	47
3.6	Seção de choque total da reação $\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^{-} + \Delta^{++}(1232)$. Os dados experimentais foram tomados dos experimentos ■ ANL [Campbell et al., 1973], ▲ ANL [Barish et al., 1979], × ANL [Radecky et al., 1982], □ FNAL [Bell et al., 1978], ▼ BNL [Kitagaki et al., 1986], ✦ BEBC [Allen et al., 1986], ◇ SKAT [Grabosch et al., 1989] e BEBC CERN WA25 [Allasia et al., 1990].	48
3.7	Diagrama para a dispersão inelástica profunda. O neutrino de momento k interage com um núcleon de momento P e massa M , mediante a troca de um bóson de momento q . É formado o lépton (com momento k') correspondente ao neutrino incidente e o sistema hadrônico de massa invariante W . A figura foi tomada de [Tanabashi et al., 2018].	49

3.8	Ajuste das funções de densidade de probabilidade $f(x_F) = (1/N_0)dN/dx_F$ e $f(p_T) = (1/N_0)dN/dp_T^2$. Os pontos experimentais foram extraídos de [Derrick et al., 1978] . . .	54
3.9	Produção coerente de píons de corrente carregada (à esquerda) e de corrente neutra (à direita).	55
3.10	Seção de choque elástica para a reação $\pi + {}^{12}\text{C}$. A linha teórica de Rein-Sehgal foi extraída de [Berger and Sehgal, 2009].	57
3.11	Seção de choque de produção coerente de píons de corrente carregada (à esquerda) e de corrente neutra (à direita). Os dados experimentais foram escalados em relação ao ${}^{12}\text{C}$, considerando que a seção de choque é proporcional a $A^{2/3}$ [Berger and Sehgal, 2009].	59
4.1	Estrutura de níveis no espaço de momentos para o ${}^{56}\text{Fe}$, para os níveis de prótons (à esquerda) e de nêutrons (à direita). Os pontos pretos representam a ocupação de cada nível, e os pontos brancos as vacâncias. P_f é o momento de Fermi e P_B é o momento necessário para que os núcleons no nível de Fermi escapem do núcleo.	65
4.2	Geometria usada para a simulação das reações neutrino-núcleo. A origem de coordenadas é tomada no centro do alvo de forma tal que o movimento do neutrino incidente seja na direção positiva do eixo z.	67
4.3	Seção de choque neutrino-núcleon e tempo computacional de simulação da seção de choque em função do parâmetro α	70
4.4	Seção de choque elástica para a interação núcleon-núcleon. As linhas representam as parametrizações 4.28 e 4.29. Os dados experimentais foram tomados de [Takahashi et al., 1995].	72
4.5	Seção de choque de produção de píons e formação de um par quase deutério. As linhas se correspondem com a parametrização de VerWest-Arndt [VerWest and Arndt, 1982]. Os dados experimentais foram extraídos de [VerWest and Arndt, 1982]. . .	73

- 4.6 Seção de choque total para a interação núcleon–núcleon. As linhas representam a soma dos processos descritos em 4.1.4.1.1, 4.1.4.1.3 e 4.1.4.1.4. Os dados experimentais foram tomados de [Takahashi et al., 1995]. 74
- 4.7 Seção de choque de formação de uma ressonância bariônica pela interação de um pión e um núcleon. As setas indicam as posições dos máximos das ressonâncias Δ (à esquerda) e N (à direita) listadas na tabela 4.1. 75
- 4.8 Diagrama de blocos representativo da cascata intranuclear no núcleo alvo. 81
- 4.9 Diagrama de blocos representativo da implementação do MCEF no modelo CRISP. . . 85
- 4.10 Predição do fluxo de neutrino múon e antineutrino múon nos experimentos MiniBooNE (esquerda) e MINERvA (direita). O eixo y representa o número de neutrinos por cm^2 , pelo número de prótons no alvo (POT) e por unidade de GeV do neutrino incidente. Os dados foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010], [Aguilar-Arevalo et al., 2013], [McGivern et al., 2016]. 93
- 5.1 Seção de choque total por nêutron para a reação $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$. Os dados experimentais correspondem à reação $\nu_\mu + CH_2$ e foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]. As simulações foram realizadas para a reação $\nu + {}^{12}C$. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022]. 98
- 5.2 Seção de choque $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por nêutron para el canal $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ (CCQE) na reação $\nu_\mu + {}^{12}C$. Os dados experimentais e resultados do NUANCE foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]. Figura publicada em [Perez et al., 2022]. . 100
- 5.4 Seção de choque CCQE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por próton para as reações $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}C$ (linha azul) e $\bar{\nu}_\mu + CH_2$ (linha vermelha). Os dados experimentais e os resultados do NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2013]. Figura publicada em [Perez et al., 2022]. 101
- 5.3 Seção de choque dupla diferencial $d\sigma/dT_\mu d\cos\theta_\mu$ de emissão de μ^- para o canal CCQE. Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010] 102

- 5.5 Seção de choque dupla diferencial $d\sigma/dT_\mu d\cos\theta_\mu$ de emissão de μ^+ do canal CCQE para as reações $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ (linha azul) e $\bar{\nu}_\mu + \text{próton}$ (linha vermelha). Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2013]. 103
- 5.6 Descomposição da seção de choque total π^+ -núcleo para 165 MeV. Figura extraída de [Ashery et al., 1981]. 105
- 5.7 Dependência da seção de choque CCQE experimental (pontos) e calculada (linhas com pontos) com o número de nêutrons do núcleo alvo, para a reação $\nu_\mu + A$, $T = 0,6 \text{ GeV}$. A linha preta contínua é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. A linha preta a traços é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,026 \text{ GeV}$. Os dados experimentais foram extraídos dos experimentos \bullet ANL [Campbell et al., 1973] e \blacktriangledown MiniBooNE [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]. 106
- 5.8 Seção de choque $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por nêutron (próton) para el canal $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ ($\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$). Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010, Aguilar-Arevalo et al., 2013]. 107
- 5.9 À esquerda: interação do neutrino com dois núcleons não correlacionados. À direita: interação do neutrino com dois núcleons correlacionados formando um par quase-deutério. 109
- 5.10 Seção de choque $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por nêutron (próton) para el canal $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ ($\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$). Valores de M'_A ajustados para a seção de choque 5.6. Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010], [Aguilar-Arevalo et al., 2013]. 110
- 5.11 Seção de choque $d\sigma/dQ_{QE}^2$ (à esquerda) e $d\sigma/d\cos\theta_p$ para el canal $\nu_\mu + np \rightarrow \mu^- + pp$ na reação $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$, onde θ_p representa o ângulo de espalhamento dos prótons em relação ao momento transferido pelo neutrino. Valores de M'_A ajustados para a seção de choque 5.6. Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010, Aguilar-Arevalo et al., 2013]. 111

- 5.12 Dependência da seção de choque CCQE experimental (pontos) e calculada (linhas com pontos) com o número de nêutrons do núcleo alvo, para a reação $\nu_\mu + A$, $T = 0,6 \text{ GeV}$. A linha preta continua é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. A linha preta a traços é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,026 \text{ GeV}$. As linhas azul e vermelha representam a inclusão dos canais 2p2h para as correlações entre núcleons consideradas. Os dados experimentais foram extraídos dos experimentos • ANL [Campbell et al., 1973] e ▼ MiniBooNE [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]. 113
- 5.13 Seção de choque por núcleon para o canal NCE para as reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$ (esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ (direita). Figuras publicada em [Perez et al., 2022]. 115
- 5.14 À esquerda: seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por núcleon para a reação $\nu_\mu + \text{CH}_2$. À direita: seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por núcleon para a reação $\bar{\nu}_\mu + \text{CH}_2$. Linha azul: Q_{QE}^2 calculado segundo a equação 5.13. Linha vermelha: Q^2 calculado como $Q^2 = -(p'_\nu - p_\nu)^2$ (ver texto). Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010a, Aguilar-Arevalo et al., 2015]. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022]. 116
- 5.15 Histogramas de energia cinética dos núcleons emitidos do canal NCE, calculados com o gerador de eventos NUANCE na reação $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$. Figura extraída de [Perevalov, 2009]. 117
- 5.16 Seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ da reação $\nu_\mu + \text{CH}_2$, com a parametrização da tabela 5.1. À esquerda: parâmetro M_A segundo a tabela 5.1. À direita: parâmetro $M_A = 1.35 \text{ GeV}$. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010a]. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022]. 119
- 5.17 Seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ da reação $\bar{\nu}_\mu + \text{CH}_2$, com as parametrizações da tabela 5.1. À esquerda: parâmetro M_A segundo a tabela 5.1. À direita: parâmetro $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2015]. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022]. 119

6.1	Absorção de π^+ em reações π^+ -núcleo. Os dados experimentais foram tomados de [Ashery et al., 1981].	122
6.2	Seção de choque inelástica da reação π^+ -núcleo. Os dados experimentais foram tomados de [Ashery et al., 1981].	122
6.3	Seção de choque de troca de carga da reação π^+ -núcleo. Os dados experimentais foram tomados de [Ashery et al., 1981].	123
6.4	Seção de choque total de produção coerente de píons carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}C$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}C$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].	124
6.5	Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ de produção coerente de píons carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}C$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}C$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].	124
6.6	Distribuição de energia dos píons emitidos do canal de produção coerente de píons carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}C$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}C$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].	125
6.7	Distribuição do ângulo de emissão dos píons emitidos do canal de produção coerente de píons carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}C$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}C \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}C$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].	125
6.8	Distribuição de momento linear do π^0 dos canais de corrente neutra emitido na cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. Os resultados dos geradores NuWro e NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. O número entre parênteses na legenda representa o valor de $\chi_{red}^2 = \chi^2/ndf$. Resultados publicados em [Perez et al., 2022].	127

- 6.9 Distribuição angular do π^0 dos canais de corrente neutra emitido na cascata intranuclear. O ângulo de emissão é tomado em relação ao momento do neutrino incidente. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. Os resultados dos geradores NuWro e NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. O número entre parênteses na legenda representa o valor de $\chi_{red}^2 = \chi^2/ndf$. resultados publicados em [Perez et al., 2022]. 128
- 6.10 Seção de choque de emissão de π^+ de corrente carregada para as reações $\nu_\mu + {}^{12}C$ e $\nu_\mu + CH_2$. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2011]. Os dados do modelo NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2011]. Os dados do modelo GiBUU foram extraídos de [Lalakulich and Mosel, 2013]. 129
- 6.11 Distribuição de energia cinética dos μ^- e π^+ de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + {}^{12}C$ e $\nu_\mu + CH_2$. Os dados experimentais e os cálculos do modelo NUANCE foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2011]. Os dados do modelo GiBUU foram extraídos de [Mosel and Gallmeister, 2017]. Resultados publicados em [Perez et al., 2022]. 130
- 6.12 Seção de choque de emissão de π^+ de corrente carregada para a reação $\nu_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais correspondem-se com a reação $\nu_\mu + CH$ e foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016]. 131
- 6.13 Seção de choque de emissão de π^0 de corrente carregada para a reação $\bar{\nu}_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE, tomada de [McGivern et al., 2016]. 133

- 6.14 Seção de choque de emissão de π^+ , à esquerda (π^0 , à direita), de corrente carregada para as reações $\nu_\mu + CH$ ($\bar{\nu}_\mu + CH$). Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWRo foram extraídos de [McGivern et al., 2016]. 133
- 6.15 Distribuição de momento dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\nu_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016]. 134
- 6.16 Distribuição de momento dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\bar{\nu}_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016]. 134
- 6.17 Distribuição de momento dos μ de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWRo foram extraídos de [McGivern et al., 2016]. 135
- 6.18 Distribuição angular dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\nu_\mu + CH$. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016]. 135
- 6.19 Distribuição angular dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\bar{\nu}_\mu + CH$. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016]. 136

- 6.20 Distribuição angular dos μ de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWRo foram extraídos de [McGivern et al., 2016]. 136
- 6.21 Distribuição de energia cinética de π de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWRo foram extraídos de [McGivern et al., 2016]. 137
- 6.22 Distribuição angular de π de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWRo foram extraídos de [McGivern et al., 2016]. 137
- A.1 Interação neutrino-núcleo mediada por um π . Figura extraída de [Leitner, 2005]. 178

LISTA DE TABELAS

3.1	Representação dentro do modelo de quarks das ressonâncias nucleônicas para massas menores que 2 GeV.	32
3.2	Coeficientes de multiplicidade hadrônica e de dispersão do modelo AGKY. Tabela e referências tomadas de [Yang et al., 2009].	52
3.3	Ajuste das funções de densidade de probabilidade $f(x_F) = (1/N_0)dN/dx_F$ e $f(p_T) = (1/N_0)dN/dp_T^2$	54
3.4	Parâmetros A_1 e b_1 utilizados para calcular a seção de choque elástica na reação $\pi + {}^{12}\text{C}$. Tabela tomada de [Berger and Sehgal, 2009].	59
4.1	Valores de M_0 , Γ_0 [Tanabashi et al., 2018] e σ_0 utilizados pelo CRISP no cálculo da seção de choque 4.33.	75
4.2	Canais de decaimento das ressonâncias Δ implementadas no modelo CRISP.	78
4.3	Canais de decaimento das ressonâncias N implementadas no modelo CRISP.	79
4.4	Principais propriedades dos geradores de eventos estudados.	92
4.5	Valores de massa axial (GeV) utilizados pelos diferentes geradores de eventos.	92
4.6	Dados do experimento MiniBooNE utilizados para comparação.	94
4.7	Dados do experimento MINERvA utilizados para comparação.	95
5.1	Parametrização dos fatores de forma.	120

6.1	Parametrização do canal $\pi + d \rightarrow NN$ utilizada no CRISP.	121
6.2	Valores de chi quadrado reduzido do CRISP e GENIE em relação ao experimento MINERvA.	126
C.1	Relação de números quânticos principal n , de momento angular l e componente z do momento angular m para o oscilador harmônico em três dimensões.	198
C.2	Número quântico principal n e de momento angular l para o sistema de dois os- ciladores harmônicos tridimensional de números quânticos principais n_1 e n_2 , e momentos angulares l_1 e l_2 , respectivamente.	198
C.3	Espectro de ressonâncias bariônicas formadas pelos quarks "u" e "d" e massa inva- riante $W < 2GeV$	201

ÍNDICE

	AGRADECIMENTOS	I
	RESUMO	II
	ABSTRACT	III
	LISTA DE FIGURAS	XIII
	LISTA DE TABELAS	XV
1	INTRODUÇÃO	1
I	INTERAÇÃO NEUTRINO–NÚCLEON	8
2	INTERAÇÃO NEUTRINO–NÚCLEON. CANAIS QUASE-ELÁSTICOS	9
	2.1 Seção de choque	11
	2.2 Canal quase-elástico	16
	2.2.1 Canal quase-elástico de corrente carregada	16
	2.2.1.1 Fatores de forma	18
	2.2.2 Canal quase-elástico de corrente neutra	21
3	CANAIS DE FORMAÇÃO DE PÍONS	25
	3.1 Produção de ressonância	25
	3.1.1 Formalismo de Rein e Sehgal	26
	3.1.1.1 Modelo de quark relativístico de Feynman, Kislinger e Ravndal	31
	3.1.1.2 Amplitudes de transição	34
	3.1.1.3 Generalização para $m_l \neq 0$	38
	3.1.2 Formalismo de Rarita–Schwinger de produção da ressonância $\Delta(1232)$	43
	3.2 Espalhamento inelástico profundo (DIS)	48
	3.2.1 Seção de choque	49
	3.2.2 Hadronização	51

3.3	Produção coerente de píons	54
3.3.1	Modelo de Rein-Sehgal	55
3.3.2	Modelo de Berger-Sehgal	57
II	O MODELO CRISP	60
4	O MODELO CRISP	61
4.1	A cascata intranuclear	61
4.1.1	Preparação do núcleo alvo	62
4.1.1.1	Distribuição geométrica dos núcleons	65
4.1.2	Conceito de massa efetiva no CRISP	66
4.1.3	Gerador de eventos	66
4.1.4	Dinâmica da cascata intranuclear	70
4.1.4.1	Colisão entre duas partículas	71
4.1.4.1.1	Espalhamento elástico entre dos núcleons $N + N \implies N + N$	71
4.1.4.1.2	Espalhamento elástico entre um núcleon e uma ressonância bariônica $N + R \implies N + R$	72
4.1.4.1.3	Formação de ressonâncias bariônicas $N + N \rightarrow N + R, N + N \rightarrow \Delta(1232) + N, N + N \rightarrow \Delta(1232) + \Delta$	72
4.1.4.1.4	Formação direta de um par quase-deutério e um pión $N + N \rightarrow d + \pi$	73
4.1.4.1.5	Interação de uma ressonância bariônica com um núcleon e formação de dois núcleons $N + R \rightarrow N + N$	73
4.1.4.1.6	Absorção de um pión por um núcleon e formação de uma ressonância bariônica $\pi + N \rightarrow N^*$	74
4.1.4.1.7	Absorção de um pión por um par quase dêuteron $\pi + d \rightarrow N + N$	76
4.1.4.1.8	Reações dos mésons vetoriais ρ, ω e ϕ	76
4.1.4.2	Decaimento de partículas	77
4.1.4.3	Chegada de uma partícula à superfície nuclear	77
4.1.4.4	Cascata intranuclear	80
4.2	Modelo de desexcitação nuclear	82
4.3	Comparação com outros geradores de reações neutrino-núcleo	88
4.3.1	NUANCE	89
4.3.2	NuWro	90
4.3.3	NEUT	91
4.3.4	GENIE	91
4.3.5	GiBUU	91
4.4	Comparação com dados experimentais	92
III	RESULTADOS E DISCUSSÕES	96

5	INTERAÇÃO QUASE-ELÁSTICA	97
5.1	Canal quase-elástico de corrente carregada	97
5.2	Interação 2p2h	104
5.2.1	Correlação entre núcleons	108
5.2.2	Extensão das interações 2p2h para núcleos com $A > 12$	112
5.3	Canal quase-elástico de corrente neutra (NCE)	113
6	PRODUÇÃO DE PÍONS	121
6.1	Interação píon-núcleo	121
6.2	Canal de produção coerente de píons	123
6.3	Canal de corrente neutra produção de π^0	126
6.4	Canal de corrente carregada produção de π^+	128
	CONCLUSÕES	139
A	FATORES DE FORMA DOS CANAIS (QUASE)-ELÁSTICOS	174
A.1	Hipótese de conservação da corrente vetorial	174
A.2	Hipótese de conservação parcial da corrente axial	176
A.3	Canal quase-elástico de corrente carregada	176
A.4	Canal elástico de corrente neutra	179
B	CORRENTES VETORIAL E AXIAL DO MODELO DE REIN-SEHGAL	182
B.1	Corrente vetorial	182
B.2	Corrente axial	188
C	ESPECTRO DE RESSONÂNCIAS BARIÔNICAS	191
C.1	Estado bariônico dentro do grupo SU(6)	191
C.2	Espectro de ressonâncias bariônicas	198

1 | INTRODUÇÃO

Os neutrinos são léptons de spin semi-inteiro ($s = 1/2$) e sem carga. Eles interagem por meio das forças eletro-fracas e gravitacional. No modelo padrão existem três sabores de neutrinos (antineutrinos): neutrino elétron $\nu_e(\bar{\nu}_e)$, neutrino múon $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ e neutrino tau $\nu_\tau(\bar{\nu}_\tau)$. Quando foram descobertos, acreditava-se que eram partículas sem massa [Wilson, 1968], mas experimentos posteriores comprovaram que eles têm massa não nula e que apresentam um fenômeno chamado oscilação de neutrinos. A oscilação de neutrinos manifesta-se da seguinte forma: durante o movimento, o neutrino (antineutrino) está em um estado de superposição de três estados $\nu_e(\bar{\nu}_e)$, $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$, $\nu_\tau(\bar{\nu}_\tau)$, portanto, um neutrino que foi emitido em um ponto A como um sabor, por exemplo ν_e , tem a possibilidade de ser detectado em um ponto B como um ν_μ ou um ν_τ .

O primeiro sinal da oscilação de neutrinos foi descoberta na medição de neutrinos solares, onde só eram detectados uma parte dos neutrinos preditos pelos modelos teóricos [Arns, 2001]. A oscilação de neutrinos foi verificada experimentalmente no experimento SNO (“Sudbury Neutrino Observatory”), onde foi demonstrado que existem neutrinos de todos os sabores provenientes do Sol, enquanto o Sol emite só neutrinos eletrônicos [Boger et al., 2000].

A oscilação de neutrinos constitui um desafio para a comunidade científica porque, entre outros motivos, requer que seja modificado o Modelo Padrão através da introdução de valores de massa não nula para os neutrinos. Para a determinação dos parâmetros que descrevem a oscilação de neutrinos é muito importante conhecer como eles interagem com a matéria, o que sim pode ser descrito pelo Modelo Padrão. A detecção de neutrinos só pode ser realizada quando eles reagem com o núcleo atômico, portanto, é preciso também entender e reproduzir teoricamente a interação neutrino-núcleo e em particular, a interação neutrino-núcleon. Para tanto é necessário conhecer

a estrutura hadrônica do núcleon, a qual é descrita por diferentes fatores de forma e funções de estrutura. Isso devido a que os núcleons não são partículas elementares do Modelo Padrão e é necessário modificar a interação neutrino–quark para descrever a interação neutrino–núcleon. Nesse sentido, por exemplo, a reação elástica de corrente neutra neutrino–núcleon é muito importante para determinar os fatores de forma estranhos, ou seja, a contribuição do quark “s” à estrutura nucleônica. Por outro lado, a interação com o núcleo atômico introduz outros fenômenos que agregam complexidade à detecção dos neutrinos, como são o movimento fermiônico, a correlação entre núcleons ligados, o bloqueio de Pauli e outras reações que contribuem ao estado final da reação, como a produção e interação de píons no meio nuclear. Até a presente data muitos experimentos têm sido desenvolvidos para investigar as propriedades dos neutrinos, como MiniBooNE [Ray, 2007], SciBooNE [Alcaraz-Aunion et al., 2007], MINERvA [Gran, 2008], T2K [T2K Collaboration et al., 2011], MINOS [Evans, 2013] e NOvA [Acero et al., 2019] e novos experimentos estão sendo desenvolvidos, como ANNIE [Back et al., 2017], DUNE [Laboratory, 2022] e Hyper-Kamiokande [Di Lodovico, 2017].

Todo o anterior, unido à dificuldade de ter feixes mono-energéticos de neutrino e à baixa probabilidade de interação com a matéria, torna o uso do método Monte Carlo indispensável para os processos experimentais. Por exemplo, no caso específico da experiência MiniBooNE, as simulações de Monte Carlo foram utilizadas para:

- Determinar o fluxo de neutrinos incidentes: no MiniBooNE o fluxo de neutrinos é produzido mediante o decaimento dos mésons produzidos em colisões de prótons $T = 8$ GeV em alvos de Be [MiniBooNE Collaboration, 2008]. A distribuição energética de neutrinos obtida é indispensável como dado de entrada para as simulações do experimento.
- Eliminar o ruído devido aos canais não desejados: na medição do canal CCQE (quase-elástico de corrente carregada) $\nu_{\mu} + n \rightarrow \mu^{-} + p$ há uma contribuição do canal $CC1\pi$ (produção de um pión de corrente carregada), já que no meio nuclear esse pión pode ser absorvido e aparecer como uma medição CCQE. O procedimento utilizado no experimento consta das seguintes etapas: (a) medição de uma super-amostra de eventos de corrente carregada (onde é detetado um múon); (b) separação da super-amostra em eventos $CCQE$ e $CC1\pi$; (c) ajuste do mo-

delo de interação de neutrinos para reproduzir a taxa medida $CC1\pi$ e estimar a taxa de esses eventos relatados como CCQE e (d) subtração o ruído $CC1\pi$ predito da amostra CCQE [MiniBooNE Collaboration et al., 2010].

- Aplicar um método iterativo bayesiano para extrair as variáveis cinemáticas das partículas detetadas. Este método é conhecido como o “unfolding process” e consiste em relacionar as variáveis cinemáticas estimadas com as reais através de uma matriz de “unfolding”. Para a obtenção dessa matriz são utilizadas as variáveis cinemáticas resultantes das simulações de Monte Carlo.
- Avaliar os modelos teóricos da interação neutrino–núcleo: a partir das simulações de Monte Carlo, foi constatada a importância dos canais de $2p2h$, bem conhecidos nas interações de elétrons, mas inicialmente ignorados nos cálculos teóricos do neutrino, o que resultou na adoção de diferentes parâmetros de massa axial para as interações neutrino-núcleon e neutrino-núcleo.

O método de Monte Carlo, desde o ponto de vista físico, consiste na simulação de processos constituídos por uma série de eventos probabilísticos de probabilidade conhecida. A essência do método de Montecarlo consiste na determinação de cada um desses processos a partir do sorteio de números aleatórios. Para tanto, é muito importante contar com técnicas de amostragem específicas, ou seja, com métodos de obtenção de variáveis aleatórias que seguem uma determinada função de distribuição. Dentro das mais utilizadas temos as seguintes:

- Distribuição uniforme: é a técnica de amostragem padrão e necessária para a utilização dos demais métodos. Consiste na geração de um número aleatório entre 0 e 1 segundo a função de distribuição uniforme. O modelo CRISP (Colaboração Rio–Ilhéus–São Paulo) importa as bibliotecas do ROOT v5.34 [Brun and Rademakers, 1997, Brun and Rademakers, 2018], e portanto, os geradores de números aleatórios deste. Desta maneira, no presente estudo foi utilizada a classe “TRandom3” [Matsumoto and Nishimura, 1998] do ROOT para a geração de números aleatórios.
- Função de distribuição discreta: no caso de n eventos mutuamente exclusivos de probabili-

dades p_1, p_2, \dots, p_n , o intervalo $[0, 1]$ é dividido em subintervalos $0, p_1, p_1 + p_2, \dots, 1$, logo é sorteado um número uniformemente entre 0 e 1, e em dependência do subintervalo onde o número cai será o evento selecionado.

- Função de distribuição contínua: são utilizados dois métodos fundamentais, a inversão e a aceitação-rejeição. O método de inversão é utilizado para funções de distribuição contínuas para a qual pode ser calculada analiticamente a integral pelos valores possíveis da variável aleatória x : $\int_0^{x_0} f(x)dx = F(x_0) = s$, onde x_0 é a variável sorteada e s é um número aleatório uniformemente distribuído entre 0 e 1. Além do conhecimento de $F(x_0)$, é necessário poder inverter analiticamente a equação $F(x_0) = s$ para determinar $x_0 = F^{-1}(s)$, assim, para cada número s sorteado é obtido um valor de x_0 . Por outro lado, o método de aceitação-rejeição é aplicado quando não pode ser aplicado o método de inversão. Consiste em delimitar superiormente à função $f(x) < Mg(x)$, com M constante, de forma tal que $g(x)$ seja inversível. Logo é: (a) sorteada uma variável x_g segundo a função de distribuição $g(x)$, (b) sorteado um número uniforme s entre 0 e 1, e (c) se $s < \frac{f(x_g)}{Mg(x)}$ então x_g é tomado como resultado do sorteio, caso contrário ele é rejeitado. Os passos (a)-(c) são repetidos até que seja aceite algum x_g .

As reações partícula-núcleo podem ser estudadas através da simulação de todas as interações possíveis das partículas que constituem o sistema nuclear. Desta forma, a reação completa pode ser definida como o processo a ser simulado e as interações como os eventos constituintes.

No caso específico das reações induzidas por neutrinos, uma simulação poderia ser a apresentada na figura 1.1. O primeiro passo seria determinar a posição de entrada do neutrino no meio nuclear, que precisa ser sorteada uniformemente na secção transversal do núcleo. A energia do neutrino pode ser gerada em função das características do feixe incidente, para o qual é necessário conhecer a função de distribuição de probabilidade de energia e utilizar o método de inversão ou de aceitação-rejeição. No exemplo apresentado, o neutrino interage com um próton e forma um múon e uma ressonância Δ . Durante cada interação binária, os canais resultantes são sorteados, tomando a seção de choque como uma função de distribuição discreta. Da mesma forma, as seções de choque diferencial são usadas como funções de distribuição contínua para o cálculo das variáveis cinemáticas das partículas resultantes. O mesmo é aplicado durante todas as interações até que

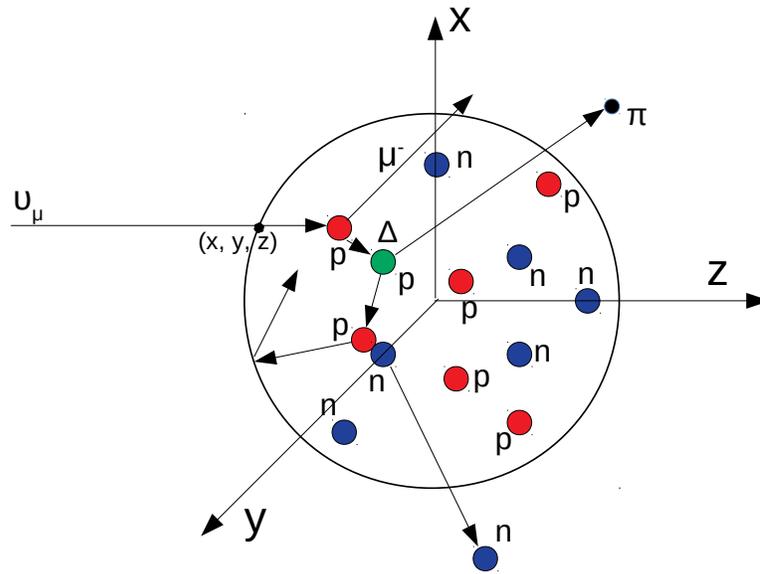


Figura 1.1: Exemplo de uma cascata intranuclear para a reação neutrino-núcleo.

algum critério de parada seja cumprido. Esta forma de simulação de reações nucleares é conhecida como a cascata intranuclear ou fase de pré-equilíbrio. A cascata intranuclear cumpre os seguintes requisitos comuns a todos os modelos que a implementam:

- Núcleo alvo formado por um gás de Fermi relativístico.
- Princípio de exclusão de Pauli para os férmions, geralmente aplicado só aos núcleons devido à baixa taxa de formação de outros férmions.
- Consideração de todas as colisões binárias, decaimento e emissão de partículas do meio nuclear.
- Propagação das partículas em trajetórias retilíneas e uniformes no meio nuclear. Nos modelos para as reações de neutrinos só o GiBUU toma um potencial nuclear que depende da posição. As trajetórias e momentos das partículas são obtidas a partir da solução numérica das equações de Hamilton.
- Critério de parada da cascata intranuclear.

Uma vez concluída a cascata intranuclear, começa a fase de evaporação-fissão, que também

pode ser modelada pelo método de Monte Carlo. Essa fase consiste na simulação da emissão de partículas quando o núcleo atinge o equilíbrio termodinâmico após a cascata intranuclear. Cada iteração é formada pelos processos de evaporação de partículas ou de fissão nuclear, cujas probabilidades de ocorrência podem ser determinadas a partir das larguras teóricas de emissão de partículas e de fissão nuclear. O critério de parada é aplicado quando o núcleo fissiona, ou quando não tem energia de excitação suficiente para continuar evaporando partículas.

O código CRISP é um modelo de simulação de reações nucleares, que utiliza o método de Monte Carlo e está baseado nos princípios fundamentais definidos acima de cascata intranuclear e evaporação fissão. O CRISP surgiu como uma proposta para acoplar os códigos de cascata intranuclear MCMC (“Multicolisional Monte Carlo”) e de evaporação-fissão MCEF (Monte Carlo Evaporação e Fissão) em um mesmo programa. Em relação a outros modelos, o CRISP oferece algumas diferenças significativas:

- Usa um potencial quadrado e considera a influência deste na massa dos hádrons ligados ao núcleo. Para as partículas carregadas é utilizada a barreira de Coulomb para determinar se pode ser emitida. Também é considerada a probabilidade de que as partículas carregadas atravessem a barreira de Coulomb devido ao efeito túnel.
- Combina o modelo de gás de Fermi relativístico com uma estrutura de camadas no espaço de configuração dos momentos. Cada camada tem um número de ocupação que permite a aplicação do princípio de exclusão de Pauli. Os núcleons de uma camada determinada podem ocupar qualquer valor de momento entre os valores p_{min} e p_{max} , onde p_{min} e p_{max} são os limites inferior e superior de momento da camada em questão. No estado básico os núcleons são colocados só nas esferas definidas pelos limites inferiores de cada camada. Isso está em congruência com a definição do estado básico onde, em princípio, se o tempo de vida de esse estado é infinito então o momento pode ser determinado exatamente.
- Considera a propagação e o posterior decaimento das ressonâncias bariônicas dentro do meio nuclear. O tempo de propagação das ressonâncias é dado pelo tempo de decaimento delas, o que é calculado sempre que a ressonância é formada. O único efeito do meio nuclear sobre parâmetros que definem as ressonâncias é a adoção do valor de massa efetiva para o centro

da distribuição de Breit-Wigner de massas. No modelo CRISP, as ressonâncias se propagam de forma “off-shell” e não são submetidas ao princípio de exclusão de Pauli.

- Cumpre com o critério de parada da cascata livre de parâmetros: a cascata finaliza quando não existe nenhuma partícula com a possibilidade energética de sair do núcleo.

O CRISP tem sido extensivamente testado em vários núcleos $12 < A < 240$, em reações induzidas por fótons [Deppman et al., 2002, Deppman et al., 2004, Deppman et al., 2006], elétrons [Likhachev et al., 2003b, Likhachev et al., 2003a], prótons [Pereira et al., 2008, Andrade-II et al., 2012] e núcleos leves [Abbasi et al., 2020, Perez, 2018]. O modelo pode ser utilizado também para o estudo de colisões ultra-periféricas de altas energias e produção e decaimento de partículas estranhas.

Devido à importância atual do estudo das reações neutrino–núcleo surge a problemática de incluir tais interações no CRISP. Baseando-nos nas seguintes motivações:

- a capacidade do CRISP em reproduzir outras reações partícula–núcleo,
- as novidades do CRISP em relação a outros geradores de eventos, principalmente para a dinâmica da cascata intranuclear,

a hipótese principal deste trabalho é que o CRISP pode efetivamente modelar as reações neutrino–núcleo para descrever adequadamente os dados experimentais. Para tanto, o presente trabalho tem como objetivo principal incluir as interações neutrino–núcleo no CRISP e estudar as reações neutrino–núcleo.

Os objetivos específicos são os seguintes:

- Fazer um estudo teórico da reação neutrino–núcleon na faixa $0 < E_\nu < 10$ GeV.
- Implementar a interação neutrino–núcleon no CRISP para todos os sabores de neutrinos.
- Implementar canais de reações no CRISP relevantes para as reações neutrino–núcleon.
- Fazer um estudo da influência do meio nuclear na interação neutrino–núcleo através de comparações com dados experimentais e outros geradores de eventos.

Parte I

INTERAÇÃO NEUTRINO–NÚCLEON

2 | INTERAÇÃO NEUTRINO–NÚCLEON. CANAIS QUASE-ELÁSTICOS

A interação neutrino-núcleon é descrita através das interações eletro-fracas do modelo padrão segundo a simetria local do tipo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [Cheng et al., 1985]. Depois da quebra espontânea da simetria por meio do mecanismo de Higgs, a parte relevante da Lagrangiana é [Fubini, 1956]:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\mathcal{J}_\alpha^{\ell\ell} W^{\alpha\dagger} + h.c \right) - \frac{g}{2\cos\theta_W} \mathcal{J}_\alpha^{NC} Z^\alpha - e \mathcal{J}_\alpha^{EM} A^\alpha. \quad (2.1)$$

Na Lagrangiana temos os seguintes termos:

- $g \mathcal{J}_\alpha^{\ell\ell} W^{\alpha\dagger}$: acoplamento entre a corrente carregada $\mathcal{J}_\alpha^{\ell\ell}$ e o campo carregado bosônico W^α .
- $\frac{g}{2\cos\theta_W} \mathcal{J}_\alpha^{NC} Z^\alpha$: acoplamento entre a corrente neutra \mathcal{J}_α^{NC} e o campo neutro bosônico Z^α .
- $e \mathcal{J}_\alpha^{EM} A^\alpha$: acoplamento entre a corrente eletromagnética \mathcal{J}_α^{EM} e o campo fotônico A^α .

As constantes de acoplamento têm a seguinte relação:

$$\begin{aligned} e &= g \sin\theta_W, \\ \cos\theta_W &= \frac{M_W}{M_Z}, \\ \frac{G_F}{\sqrt{2}} &= \frac{g^2}{8M_W^2}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

com as constantes físicas

- Constante de acoplamento de Fermi: $G_F = 1.16637(1)10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$.
- Massa do bóson W : $M_W = 80.425(38) \text{ GeV}/c^2$.
- Massa do bóson Z : $Z = 91.1876(21) \text{ GeV}/c^2$.
- Ângulo de Weinberg: $\sin^2 \theta_W = 0.23120(15)$.

Os termos de corrente em 2.1 estão formadas por um termo de corrente leptônica, j_α , mais um termo de corrente de quarks, J_α

$$\mathcal{J}_\alpha = j_\alpha + J_\alpha. \quad (2.3)$$

A corrente leptônica define o acoplamento lépton–lépton–bóson

$$j_\alpha^{CC} = \bar{\nu}_l \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) l, \quad (2.4)$$

$$j_\alpha^{NC} = \frac{1}{2} \bar{\nu}_l \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_l - \frac{1}{2} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \bar{l} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) l, \\ + \sin^2 \theta_W \bar{l} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) l, \quad (2.5)$$

$$j_\alpha^{EM} = \bar{l} \gamma_\alpha l, \quad (2.6)$$

onde ν e l representam o neutrino e o lépton, respectivamente. por outro lado, a corrente de quarks define o acoplamento quark-quark-bóson

$$J_\alpha^{CC} = \bar{u} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \cos \theta_C d, \quad (2.7)$$

$$J_\alpha^{NC} = \bar{u} \gamma_\alpha \left[\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2} \gamma_5 \right] u \\ + \bar{d} \gamma_\alpha \left[-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W + \frac{1}{2} \gamma_5 \right] d \\ + \bar{s} \gamma_\alpha \left[-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W + \frac{1}{2} \gamma_5 \right] s, \quad (2.8)$$

$$J_\alpha^{EM} = \frac{2}{3} \bar{u} \gamma_\alpha u - \frac{1}{3} (\bar{d} \gamma_\alpha d + \bar{s} \gamma_\alpha s), \quad (2.9)$$

onde u , d , s são os quarks “up”, “down” e “strange”, respectivamente.

No modelo padrão, os neutrinos são considerados partículas sem massa, e também assim descrita sua interação com núcleons. Considerar uma massa não nula para o neutrino é mais importante para descrever a oscilação de neutrinos, mas para o espalhamento com núcleons, corresponde a uma contribuição muito pequena para as seções de choque, portanto, a interação neutrino–núcleon pode ser perfeitamente descrita tomando a massa dos neutrinos como nula.

2.1 Seção de choque

A interação neutrino–núcleon pode ser representada por meio do seguinte diagrama:

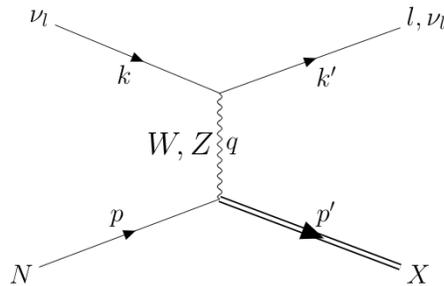


Figura 2.1: Espalhamento neutrino–núcleon. O neutrino ν_l incidente (momento k) interage com o núcleon alvo N (momento p), por meio da troca do bóson correspondente (momento q). Como partículas resultantes temos o lépton correspondente ao neutrino ou um neutrino (ambos com momento k') e o bárion ou sistema hadrônico X (momento p'). Figura extraída de [Perez et al., 2022].

As reações representadas são

$$\nu N \longrightarrow l^- X \quad e \quad \nu N \longrightarrow \nu X, \quad (2.10)$$

$$\bar{\nu} N \longrightarrow l^+ X \quad e \quad \bar{\nu} N \longrightarrow \bar{\nu} X. \quad (2.11)$$

Usando as regras de Feynman, a matriz de interação para a corrente carregada pode ser expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{M}^{CC} = \left(\frac{g}{2\sqrt{2}}\right)^2 \bar{u}_l(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu(k) \frac{i}{q^2 - M_W^2} (-g^{\alpha\beta} + \frac{q^\alpha q^\beta}{M_W^2}) J_\alpha^{CC}, \quad (2.12)$$

e para a corrente neutra:

$$\mathcal{M}^{NC} = \left(\frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} \right)^2 \bar{u}_l(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu(k) \frac{i}{q^2 - M_W^2} \left(-g^{\alpha\beta} + \frac{q^\alpha q^\beta}{M_W^2} \right) J_\alpha^{NC}, \quad (2.13)$$

onde u_i são os espinores de Dirac. Os quadrimomentos k , k' e q são definidos na figura 2.1.

Usando as relações 2.2, a matriz \mathcal{M}^i , ($i = CC, NC$; $M_{CC} = M_W$, $M_{NC} = M_Z$) transforma-se em

$$\mathcal{M}^i = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}_l(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu(k) \frac{i}{q^2 - M_i^2} \left(-g^{\alpha\beta} + \frac{q^\alpha q^\beta}{M_i^2} \right) J_\alpha^i. \quad (2.14)$$

Para uma baixa transferência de momento, os propagadores podem ser aproximados a

$$\frac{i}{q^2 - M_{W,Z}^2} \left(-g^{\alpha\beta} + \frac{q^\alpha q^\beta}{M_{W,Z}^2} \right) \rightarrow \frac{ig^{\alpha\beta}}{M_{W,Z}^2}. \quad (2.15)$$

A probabilidade de interação depende do quadrado do módulo da matriz \mathcal{M} :

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{G_F^2}{2} L_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta}. \quad (2.16)$$

Na relação de acima, o tensor leptônico $L_{\alpha\beta}$ é

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta} &= \sum_{spin_i} \sum_{spin_f} [\bar{u}_l(k') \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu(k)]^\dagger [\bar{u}_l(k') \gamma_\beta (1 - \gamma_5) u_\nu(k)] \\ &= Tr [(\not{k}' + m_l) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) (\not{k}' + m_l) \gamma_\beta (1 - \gamma_5)] \\ &= 8 [k'_\alpha k'_\beta + k_\alpha k'_\beta - g_{\alpha\beta} k \cdot k' + i \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k^\rho k'^\sigma]. \end{aligned} \quad (2.17)$$

A seção de choque para o diagrama da figura 2.1 pode ser calculada a partir do quadrado do módulo de \mathcal{M} :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_l} = \frac{G_F^2}{4\pi^2} \frac{|\vec{k}|}{|\vec{k}'|} L_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta}, \quad (2.18)$$

onde $d\Omega$ é o ângulo sólido do lépton resultante em relação ao neutrino incidente, e E_l é a energia do lépton saliente.

A seção de choque pode ser expressa em função do quadrado do momento transferido $Q^2 = -q^2$ a partir das seguintes relações:

$$Q^2 = 2E_\nu E_l - 2|\vec{k}||\vec{k}'| \cos\theta - m_l^2 \quad (2.19)$$

e

$$W^2 = M^2 + 2M(E_\nu - E_l) - Q^2, \quad (2.20)$$

onde E_ν é a energia do neutrino incidente, θ é o ângulo do lépton l em relação ao neutrino incidente, M é a massa invariante do núcleo alvo, m_l é a massa do lépton produzido e W é a massa invariante do hádron ou sistema hadrônico produzido.

Portanto, fazendo a troca de variável em 2.18, temos que:

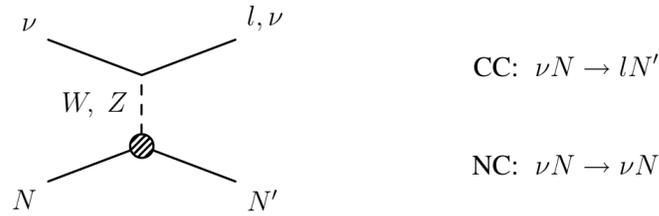
$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dW} = \frac{\pi W}{M|\vec{k}||\vec{k}'|} \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_l} \quad (2.21)$$

A seção de choque total é resultante da soma das seções de choque das correntes carregada e nula, e pode ser decomposta em três processos diferentes¹:

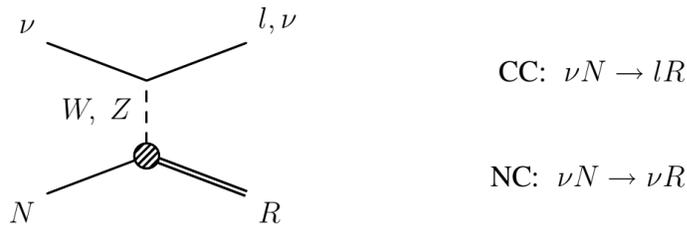
- (Quase) Elástica (QE)²: na corrente carregada (CC) o neutrino e o núcleo interagem por meio do bóson W, produzindo um núcleo e o lépton correspondente ao neutrino. Na corrente neutra (NC), o neutrino e o núcleo são espalhados elasticamente por meio do bóson Z.

¹Os diagramas apresentados foram extraídos de [Leitner, 2005].

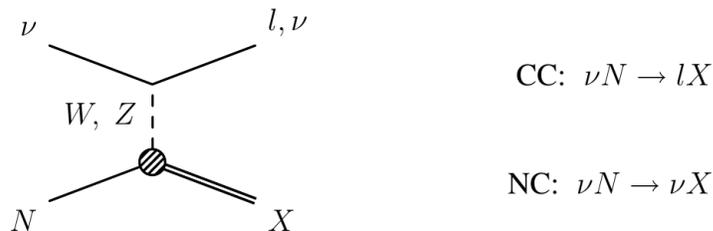
²No presente documento utilizaremos os termo “(Quase) Elástico”, para referirmos tanto à interação quase-elástica de corrente carregada quanto à interação elástica de corrente neutra.



- Produção de ressonâncias (RES): na CC o neutrino e o núcleo interagem por meio do bóson W, produzindo uma ressonância bariônica e o lépton correspondente ao neutrino. Na NC, o neutrino é espalhado com o núcleo alvo, por meio do bóson Z, produzindo uma ressonância bariônica.



- Espalhamento inelástico profundo (DIS): na CC o neutrino e o núcleo interagem por meio do bóson W, produzindo o sistema bariônico X e o lépton correspondente ao neutrino. Na NC, o neutrino é espalhado com o núcleo alvo, por meio do bóson Z, produzindo o sistema bariônico X.



Pode-se observar que o tipo de espalhamento é determinado pela interação hadrônica, determinada pelo tensor $W^{\alpha\beta}$. Segundo o modelo padrão, temos bem definido o acoplamento quark-quark-bóson, mas na hora de estudar a interação núcleo-núcleo-bóson será preciso introduzir algumas modificações que considerem a estrutura hadrônica do núcleo. Um formalismo muito usado na literatura é o seguinte:

1. Partir do termo de corrente

$$\langle p' | j^\mu(0) | p \rangle = \bar{u}(\mathbf{p}') \mathcal{O}^\mu(p, q) u(\mathbf{p}), \quad (2.22)$$

onde u_1 e u_2 representam os espinores dos núcleon incidente e espalhado, e \mathcal{O} é um operador que define o acoplamento núcleon–núcleon–bóson. O objetivo é encontrar uma expressão geral para o operador \mathcal{O} .

2. Achar o \mathcal{O} formado por todas as possíveis combinações dos termos: p^μ , q^μ , as matrizes $\mathbf{1}$, γ_5 , γ_μ , $\gamma_5 \gamma_\mu$, $\sigma_{\mu\nu}$, o tensor métrico $g^{\mu\nu}$ e o tensor anti-simétrico Levi-Civita $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$. O passo anterior é efetuado de forma tal que a equação 2.22 seja um invariante de Lorentz e que $\langle p' | j^\mu(x) | p \rangle = \langle p | j^\mu(x) | p' \rangle^*$ [Nowakowski et al., 2005].

Desta forma, [Nowakowski et al., 2005] demonstraram que da forma mais geral possível pode-se obter

$$\begin{aligned} \bar{u}(\mathbf{p}_1) \mathcal{O}^\mu(l, q) u(\mathbf{p}_2) = & \bar{u}(\mathbf{p}_1) \left\{ \frac{q^\mu}{M} f_1(q^2) + \frac{q^\mu \gamma_5}{M} f_2(q^2) + \gamma^\mu f_3(q^2) + \gamma^\mu \gamma_5 f_4(q^2) \right. \\ & \left. + \frac{i}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu f_5(q^2) + \frac{i}{2M} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} q_\nu f_6(q^2) \right\} u(\mathbf{p}_2). \end{aligned} \quad (2.23)$$

As funções $f_i(q^2)$ são denominadas fatores de forma. Elas são necessárias para uma reprodução acertada dos dados experimentais, levando em conta que o formalismo anterior é uma adaptação do mecanismo de interação quark–quark–bóson para a interação núcleon–núcleon–bóson.

Em soma, temos que a interação neutrino–núcleon é formada por dois vértices, o vértice do acoplamento lépton–lépton–bóson (tensor leptônico) e o acoplamento núcleon–núcleon–bóson (tensor hadrônico). O tensor leptônico pode ser calculado de forma exata, usando o modelo padrão (equação 2.17). Para o tensor hadrônico, é necessário introduzir fatores de forma na hora de passar da interação quark–quark–bóson do modelo padrão para a interação núcleon–núcleon–bóson. Esta última determina o tipo de interação neutrino–núcleon: (quase) elástica, ressonante ou espalhamento profundo.

Na figura 2.2 é apresentada a seção de choque total para a reação neutrino–núcleon calculada

pelo código NUANCE [Casper, 2002] e comparada com os dados experimentais. Pode-se observar a contribuição e a faixa energética de cada canal da reação analisados anteriormente.

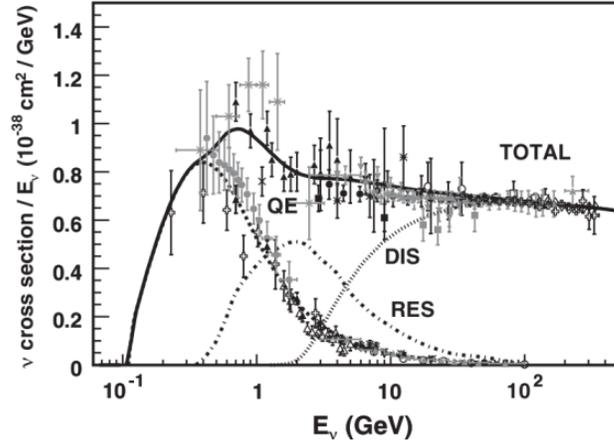


Figura 2.2: Seção de choque total para a reação neutrino–núcleon [Formaggio and Zeller, 2013]

2.2 Canal quase-elástico

É o mecanismo dominante para as reações das energias do neutrino ou antineutrino até 2 GeV. As reações podem ser representadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 CCQE : \nu_l + n &= l^- + p \\
 \bar{\nu}_l + p &= l^+ + n \\
 NCE : \nu_l + N &= \nu_l + N \\
 \bar{\nu}_l + N &= \bar{\nu}_l + N.
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

Um desenvolvimento completo das seções de choque descritas a seguir pode ser estudado em [Leitner, 2005].

2.2.1 Canal quase-elástico de corrente carregada

Usando 2.7 e 2.22, a corrente carregada para a interação de quarks pode ser expressa:

$$J_\alpha^{CC} = \cos \theta_C \bar{u}(p') \mathcal{O}^\mu(l, q) u(p).
 \tag{2.25}$$

Devido à estrutura vetorial e axial da corrente carregada $J_\alpha^{CC} = \cos \theta_C (V_\alpha^{CC} - A_\alpha^{CC})$, é conveniente dividir a corrente nestas duas partes

$$V_\alpha^{CC} = \bar{u}_p(p') \left[\gamma_\alpha F_1^V(q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^V(q^2) + \frac{q_\alpha}{M} F^S(q^2) \right] u_n(p), \quad (2.26)$$

$$-A_\alpha^{CC} = \bar{u}_p(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 F_A(q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta \gamma_5 F_T(q^2) + \frac{q_\alpha}{M} \gamma_5 F_P(q^2) \right] u_n(p). \quad (2.27)$$

Os fatores de formas são os mesmos que os da equação 2.23. Desta vez eles estão representando os fatores de forma vetoriais $F_{1,2}^V$, escalar F^S , axial F_A , tensorial F_T e pseudo–escalar F_P .

Devido à simetria de carga que transforma prótons em nêutrons e vice-versa, $F_T = F_S = 0$. Essa simetria representa uma rotação de 180° no espaço de isospin ($\mathcal{C} = e^{i\pi I_2}$). Sob essa transformação, $\mathcal{C} A_\alpha \mathcal{C}^{-1} = -A_\alpha^\dagger$ apenas se $F_T = F_S = 0$.

Com as equações 2.26 e 2.8 pode ser calculado o tensor hadrônico 3.2, e contraindo ele com o tensor leptônico 2.17, pode–se encontrar a seção de choque diferencial 2.21

$$\frac{d\sigma^{v,\bar{v}}}{dQ^2} = \frac{M^2 G_F^2 \cos^2 \theta_C}{8\pi E_\nu^2} \left[A \mp \frac{s-u}{M^2} B + \frac{(s-u)^2}{M^4} C \right], \quad (2.28)$$

o sinal negativo de B é para neutrinos, e o sinal positivo, para antineutrinos. Na equação anterior temos que

$$s - u = 4ME_\nu - Q^2 - m_l^2, \quad (2.29)$$

$$\tau = \frac{Q^2}{4M^2}, \quad (2.30)$$

$$A = \frac{m_l^2 + Q^2}{M^2} \left[(1 + \tau) F_A^2 - (1 - \tau) (F_1^V)^2 + \tau (1 - \tau) (F_2^V)^2 + 4\tau F_1^V F_2^V - \frac{m_l^2}{4M^2} ((F_1^V + F_2^V)^2 + (F_A + 2F_P)^2 - (\frac{Q^2}{M^2} + 4) F_P^2) \right], \quad (2.31)$$

$$B = \frac{Q^2}{M^2} F_A (F_1^V + F_2^V), \quad (2.32)$$

$$C = \frac{1}{4}(F_A^2 + (F_1^V)^2 + \tau(F_2^V)^2). \quad (2.33)$$

2.2.1.1 Fatores de forma

Até então só precisamos dos fatores de forma para determinar a seção de choque diferencial. Para tanto, vamos considerar que já conhecemos os fatores de forma para a corrente eletromagnética

$$\begin{aligned} J_\alpha^{EM} = & \bar{u}_p(p') \left[\gamma_\alpha F_1^p + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^p \right] u_p(p) \\ & \bar{u}_n(p') \left[\gamma_\alpha F_1^n + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^n \right] u_n(p). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Na equação de acima, $F_1^{p,n}$ e $F_2^{p,n}$ são os fatores de forma de Pauli e Dirac. Eles podem ser expressos em função dos fatores de forma de Sachs [Stoler, 1993]

$$F_1^{p,n} = \frac{\tau G_M^{p,n} + G_E^{p,n}}{1 + \tau}, \quad (2.35)$$

$$F_2^{p,n} = \frac{G_M^{p,n} - G_E^{p,n}}{1 + \tau}, \quad (2.36)$$

onde G_M e G_E são, respectivamente os fatores de forma magnético e elétrico do núcleon.

O cálculo dos fatores de forma anteriores vai depender das diferentes parametrizações disponíveis na literatura. Neste trabalho usaremos a parametrização em forma de dipolo [Leitner, 2005], onde

$$G_E^p(Q^2) = \frac{1}{1 + Q^2/M_V^2} \quad M_V = 0,843 \text{ GeV}, \quad (2.37)$$

$$G_E^n(Q^2) = 0, \quad (2.38)$$

$$G_M^p(Q^2) = \mu_p G_E^p(Q^2) \quad \mu_p = 2.793, \quad (2.39)$$

$$G_M^n(Q^2) = \mu_n G_E^p(Q^2) \quad \mu_n = 2.793. \quad (2.40)$$

Nas equações anteriores, M_V é o parâmetro de massa vetorial, μ_p e μ_n são os momentos magnéticos do próton e do nêutron, respectivamente.

Usando a hipóteses de conservação de corrente vetorial (ver Anexo A), pode-se achar a relação entre os fatores de forma vetoriais e eletromagnéticos

$$F_1^V(Q^2) = \frac{(G_E^p(Q^2) - G_E^n(Q^2)) + \tau(G_M^p(Q^2) - G_M^n(Q^2))}{1 + \tau}, \quad (2.41)$$

$$F_2^V(Q^2) = \frac{(G_M^p(Q^2) - G_M^n(Q^2)) - (G_E^p(Q^2) - G_E^n(Q^2))}{1 + \tau}. \quad (2.42)$$

Da mesma forma, para obter o fator de forma pseudo-scalar é usada a hipóteses de conservação parcial da corrente axial (ver Anexo A)

$$F_P(Q^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 + Q^2} F_A(Q^2). \quad (2.43)$$

Como fator de forma axial não pode ser relacionado com os fatores de forma eletromagnéticos, é preciso realizar uma parametrização dipolar [Bernard et al., 2001]

$$F_A(Q^2) = \frac{g_A}{(1 + \frac{Q^2}{M_A^2})^2}, \quad (2.44)$$

onde $g_A = -1.267$ e o parâmetro de massa axial é $M_A = 1.026$ GeV.

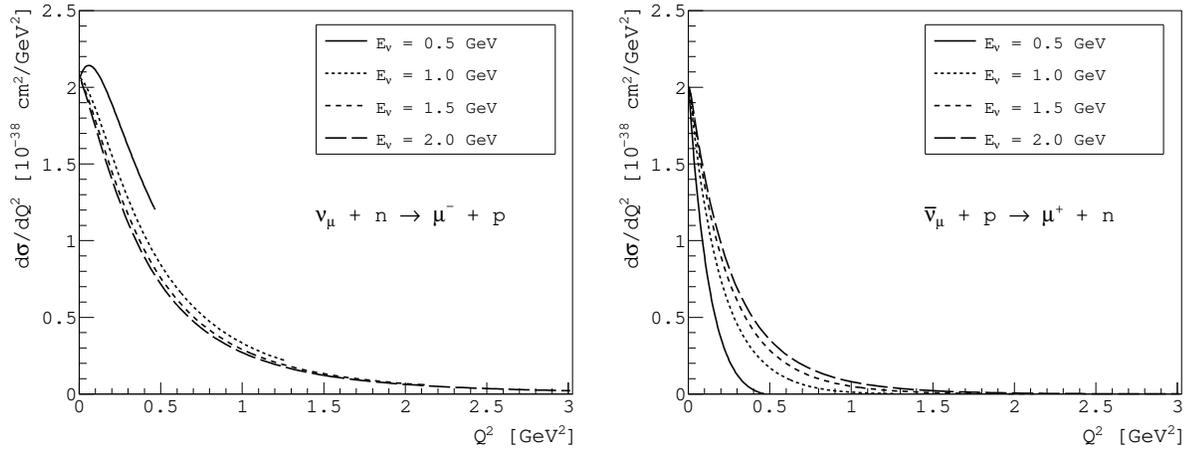


Figura 2.3: Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ para as reações $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$ (à direita).

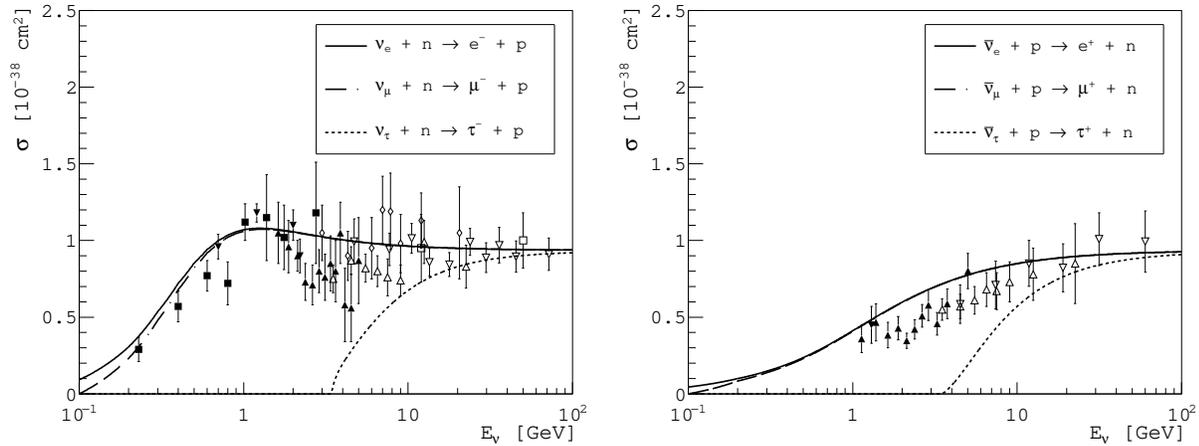


Figura 2.4: Seção de choque total para as reações $\nu_l + n \rightarrow l^- + p$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_l + p \rightarrow l^+ + n$ (à direita). Os pontos representam os dados dos experimentos ■ ANL [Barish et al., 1977], ▲ GGM [Bonetti et al., 1977, Armenise et al., 1979], ▼ BNL [Baker et al., 1981, Fanourakis et al., 1980], □ FNAL [Kitagaki et al., 1983], △ Serpukov [Belikov et al., 1985], ◇ SKAT [Belikov et al., 1985] e ▽ NOMAD [Lyubushkin et al., 2009]. Os dados experimentais são apenas para reações de neutrino múon.

Na figura 2.3 temos a seção de choque diferencial de transferência de momento para as reações $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$ (à direita), para diferentes energias do neutrino incidente. Pode-se ver que para cada linha há um limite mínimo e máximo de transferência de impulso. Estes valores foram calculados a partir das seguintes expressões [Leitner, 2005]

$$\begin{aligned}
Q_{min}^2 &= \frac{2E_\nu^2 M - Mm_l^2 - E_\nu m_l^2 - E_\nu \sqrt{(s - m_l^2)^2 - 2(s + m_l^2)M^2 + M^4}}{2E_\nu + M}, \\
Q_{max}^2 &= \frac{2E_\nu^2 M - Mm_l^2 - E_\nu m_l^2 + E_\nu \sqrt{(s - m_l^2)^2 - 2(s + m_l^2)M^2 + M^4}}{2E_\nu + M}.
\end{aligned} \tag{2.45}$$

A seção de choque total é obtida pela integração da equação 2.28 entre os limites $[Q_{min}^2, Q_{max}^2]$ (linha de traço e ponto larga da figura 2.4). Nas reações induzidas por neutrinos (figura 2.3 à esquerda), a seção de choque diferencial e o espaço de fase $[Q_{min}^2, Q_{max}^2]$ aumentam com E_ν , levando a um aumento na seção de choque total (2.4). Por outro lado, nas reações de antineutrinos (figura 2.3 à direita), a seção de choque diferencial diminui com E_ν crescente, de modo que o crescimento da seção de choque total é mais lento do que nas reações de neutrinos.

A dependência da seção de choque com tipo de neutrino (e, μ ou τ) é dada pelo valor da massa do lépton correspondente ao neutrino incidente. A figura 2.4 mostra a seção de choque total para as três famílias de neutrinos. Para os valores E_ν mais baixos, a seção de choque é maior quanto menor a massa do lépton. Para energias muito altas ($E_\nu \gg m_l$), as seções de choque tendem ao mesmo comportamento, o que é esperado, pois, pode ser assumido que $m_l = 0$.

2.2.2 Canal quase-elástico de corrente neutra

O procedimento para a obtenção da seção de choque é similar ao procedimento usado no canal quase-elástico de corrente carregada. Vamos começar pela expressão mais geral para as correntes vetorial e axial, similar às equações

$$V_\alpha^{NC} = \bar{u}_N(p') \left[\gamma_\alpha \tilde{F}_1^N(q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta \tilde{F}_2^N(q^2) \right] u_N(p), \tag{2.46}$$

$$-A_\alpha^{NC} = \bar{u}_N(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 \tilde{F}_A(q^2) + \frac{q_\alpha}{M} \gamma_5 \tilde{F}_P(q^2) \right] u_N(p), \tag{2.47}$$

onde ($N = p, n$), $\tilde{F}_{1,2}^N$ são os fatores de forma vetoriais, \tilde{F}_A^N é o fator de forma axial e \tilde{F}_P^N o

fator de forma pseudo–escalar. Note-se que da mesma forma que o caso quase-elástico de corrente carregada, os fatores de forma tensorial e escalar são nulos.

Os fatores de forma vetoriais são

$$2\tilde{F}_{1,2}^{n,p} = \pm(1 - 2\sin^2 \theta_W)F_{1,2}^v - \sin^2 \theta_W F_{1,2}^s - \frac{1}{2}F_{1,2}^S, \quad (2.48)$$

onde

$$F_{1,2}^{v,s} = F_{1,2}^p \mp F_{1,2}^n, \quad (2.49)$$

e os axiais e pseudo-escalar são

$$2\tilde{F}_{A,P}^{p,n} = \pm F_{A,P} + F_{A,P}^S. \quad (2.50)$$

Para os fatores de forma F_1^S , F_2^S , F_A^S , vamos usar a parametrização utilizada em [Leitner, 2005] [Garvey et al., 1993]

$$F_1^S(Q^2) = -\frac{0.53Q^2}{(1 + \tau)(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2}, \quad (2.51)$$

$$F_2^S(Q^2) = \frac{-0.40}{(1 + \tau)(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2}, \quad (2.52)$$

e

$$F_A^S(Q^2) = \frac{-0.21}{(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2}. \quad (2.53)$$

Com os fatores de forma pode-se obter o tensor hadrônico (equação 3.2) e a seção de choque diferencial (equação 2.18)

$$\frac{d\sigma^{v,\bar{v}}}{dQ^2} = \frac{M^2 G_F^2}{8\pi E_V^2} \left[A \mp \frac{s-u}{M^2} B + \frac{(s-u)^2}{M^4} C \right], \quad (2.54)$$

$$A = \frac{Q^2}{M^2} [(1 + \tau)(\tilde{F}_A^N)^2 - (1 - \tau)(\tilde{F}_1^N)^2 + \tau(1 - \tau)(\tilde{F}_2^N)^2 + 4\tau\tilde{F}_1^N\tilde{F}_2^N], \quad (2.55)$$

$$B = \frac{Q^2}{M^2} (\tilde{F}_A^N)^2 (\tilde{F}_1^N + \tilde{F}_2^V), \quad (2.56)$$

e

$$C = \frac{1}{4}((\tilde{F}_A^N)^2 + (\tilde{F}_1^N)^2 + \tau(\tilde{F}_2^N)^2). \quad (2.57)$$

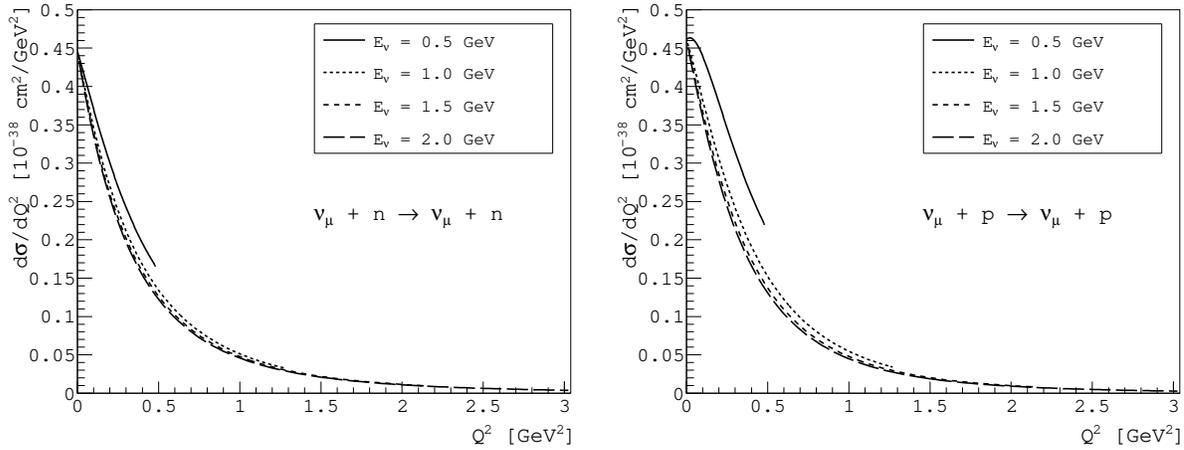


Figura 2.5: Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ para as reações $\nu_\mu + n \rightarrow \nu_\mu + n$ (à esquerda) e $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p$ (à direita).

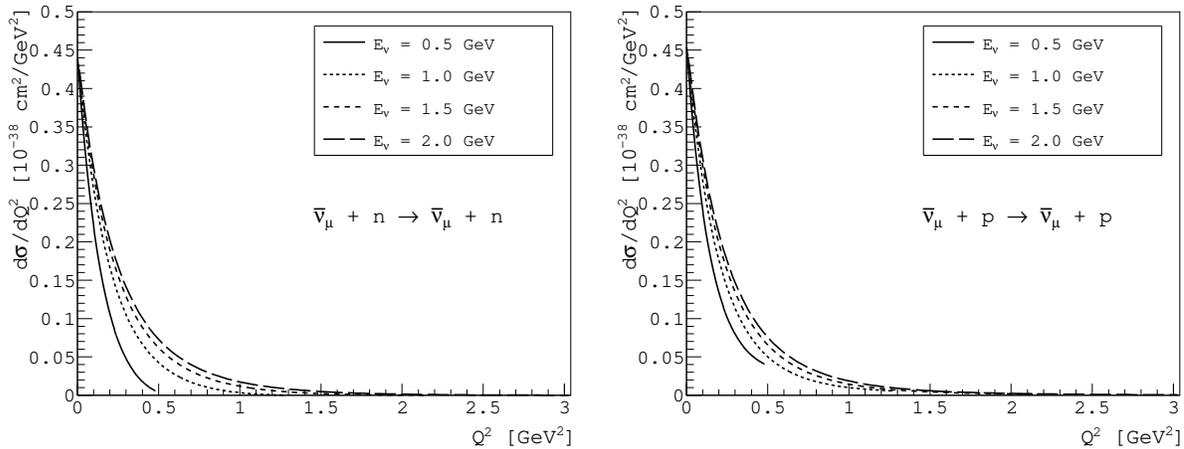


Figura 2.6: Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ para as reações $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow \bar{\nu}_\mu + n$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \bar{\nu}_\mu + p$ (à direita).

Nas figuras 2.5 e 2.6 apresentamos a seção de choque diferencial de transferência de momento para as reações $\nu + N \rightarrow \nu + N$ e $\bar{\nu} + N \rightarrow \bar{\nu} + N$. Para obter a seção de choque total (figura 2.7) é integrada a equação 2.54, entre os valores de Q^2 definidos pelas relações 2.45 e considerando $m_l = 0$. Foram obtidos comportamentos similares ao canal CCQE com duas diferenças fundamentais: a)

Não há dependência com a família de neutrinos, portanto, cada família tem as mesmas expressões de seções de choque, b) os fatores de forma agora dependem do tipo do isospin do núcleon alvo e c) os valores de seção de choque são relativamente menores que para o canal CCQE.

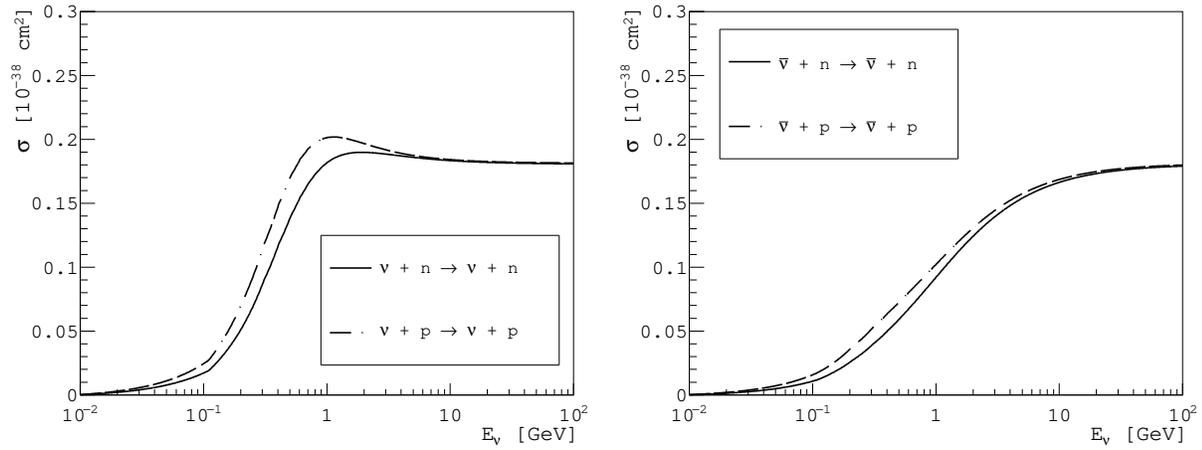


Figura 2.7: Seção de choque total para as reações $\nu + N \rightarrow \nu + N$ (à esquerda) e $\bar{\nu} + N \rightarrow \bar{\nu} + N$ (à direita).

3 | CANAIS DE FORMAÇÃO DE PÍONS

3.1 Produção de ressonância

A emissão de píons é dada fundamentalmente pelos canais de produção de ressonâncias bariônicas e posterior decaimento destas. Para formar uma ressonância, o neutrino ou antineutrino interage com o núcleon alvo e cria o lépton correspondente ao neutrino incidente:

$$\begin{aligned}
 CCRes : \nu_l + N &= l^- + R \\
 \bar{\nu}_l + N &= l^+ + R \\
 NCRes : \nu_l + N &= \nu_l + R \\
 \bar{\nu}_l + N &= \bar{\nu}_l + R.
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Em reações de produção de píons, é comum encontrar o tensor hadrônico

$$W^{\alpha\beta} = \sum_{spin_i} \sum_{spin_f} [\bar{u}(p') \mathcal{O}^\alpha u(p)]^\dagger [\bar{u}(p') \mathcal{O}^\beta u(p)], \tag{3.2}$$

escrito da seguinte forma [Fubini, 1956]:

$$\begin{aligned}
 W^{\alpha\beta} = & -g^{\alpha\beta} W_1 + \frac{p^\alpha p^\beta}{2M^2} W_2 + \frac{i\varepsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} p_\rho q_\sigma}{2M^2} W_3 + \frac{q^\alpha q^\beta}{M^2} W_4 \\
 & + \frac{p^\alpha q^\beta + q^\alpha p^\beta}{2M^2} W_5 + \frac{i(p^\alpha q^\beta - q^\alpha p^\beta)}{2M^2} W_6,
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

onde agora W_i são denominadas como funções de estrutura. As relações W_i são reais e invariantes de Lorentz, que dependem de q^2 e de $p \cdot q$. No capítulo 2, foi mostrado que o tensor leptônico é

$$L_{\alpha\beta} = 8 \left[k'_\alpha k_\beta + k_\alpha k'_\beta - g_{\alpha\beta} k \cdot k' + i\varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k^\rho k'^\sigma \right]. \tag{3.4}$$

Nos tensores hadrônico e leptônico as partes reais são simétricas e as partes imaginárias são antissimétricas, isso vai ajudar muito para fazer a contração $L_{\alpha\beta}W^{\alpha\beta}$ e calcular a seção de choque

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_l} = \frac{G_F^2}{4\pi^2} \frac{|\vec{k}|}{|\vec{k}'|} L_{\alpha\beta}W^{\alpha\beta}. \quad (3.5)$$

Com efeito, todos os termos resultantes da contração de uma parte simétrica com uma antissimétrica e vice-versa, são nulos.

Por fim, efetuando o cálculo 3.5, temos

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dQ^2 dW} &= \frac{G_F^2}{4\pi} \cos^2 \theta_C \frac{W}{E_\nu^2 M} \left\{ (Q^2 + m_l^2) W_1 \right. \\ &+ \left[2(k \cdot p)(k' \cdot p) - \frac{1}{2} M^2 (Q^2 + m_l^2) \right] \frac{W_2}{M^2} \\ &- \left[Q^2 k \cdot p - \frac{1}{2} q \cdot p (Q^2 + m_l^2) \right] \frac{W_3}{M^2} \\ &+ \left. m_l^2 \frac{(Q^2 + m_l^2)}{2} \frac{W_4}{M^2} - 2m_l^2 (k \cdot p) \frac{W_5}{M^2} \right\}. \quad (3.6) \end{aligned}$$

Observe que o termo W_6 não sobrevive à contração. Para reações de antineutrinos, o termo W_3 muda de sinal.

3.1.1 Formalismo de Rein e Sehgal

O seguinte formalismo permite calcular a seção de choque para o canal ressonante para todas as ressonâncias de massa $1 < W < 2$ GeV. [Ravndal, 1973] desenvolveram esse método considerando nula a massa do lépton produzido, $m_l = 0$. Na presente epígrafe, o momento transferido pelo bóson de intercambio é $q = (\nu, \vec{Q})$ (note-se a diferença de notação em relação às epígrafes anteriores).

Realizando-se a contração da equação 3.3 com 3.4 em 3.6, chega-se a:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_l} = & \frac{|\vec{k}'| E_l M G_F^2}{\pi^2} \left\{ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - W_3 \frac{E_\nu + E_l}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right. \\
& + \frac{m_l^2}{E_l(E_l + |\vec{k}'|)} \left[W_1 \cos \theta - \frac{W_2}{2} \cos \theta + \frac{W_3}{2} \left(\frac{E_l + |\vec{k}'|}{M} - \frac{E_\nu + E_l}{M} \cos \theta \right) \right. \\
& \left. \left. + \frac{W_4}{2} \left(\frac{m_l^2}{M^2} \cos \theta + \frac{2E_l(E_l + |\vec{k}'|)}{M^2} \sin^2 \theta \right) - W_5 \frac{E_l + |\vec{k}'|}{2M} \right] \right\}. \quad (3.7)
\end{aligned}$$

Pode-se observar que para $m_l = 0$, apenas é necessário o uso das funções W_1 , W_2 e W_3 , o que possibilita o uso do tensor hadrônico (equação 3.3) da seguinte maneira

$$W^{\alpha\beta} = -g^{\alpha\beta} W_1 + \frac{p^\alpha p^\beta}{2M^2} W_2 + \frac{i\varepsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} p_\rho q_\sigma}{2M^2} W_3. \quad (3.8)$$

Para evitar a utilização das funções W_i , [Ravndal, 1973] definiram as seguintes seções de choque parciais:

$$\sigma_i = \frac{\pi}{2MK} e_i^{\alpha*} e_i^\beta W_{\alpha\beta}, \quad (3.9)$$

onde $i = \{L, R, S\}$, $K = \frac{W_0^2 - M^2}{2M^2}$, W_0 é a massa invariante da ressonância bariônica e

$$e_S = -\sqrt{\frac{1}{-q^2}} (Q, 0, 0, \nu) \quad \nu = E_l - E_\nu, \quad (3.10)$$

$$e_R = \sqrt{\frac{1}{2}} (0, -1, -i, 0), \quad (3.11)$$

$$e_L = \sqrt{\frac{1}{2}} (0, 1, -i, 0), \quad (3.12)$$

correspondentes aos vetores de polarização escalar e_S , de mão direita e_R e de mão esquerda e_L do bóson virtual no referencial de repouso da ressonância.

Das equações 3.8 e 3.9, pode-se demonstrar que:

$$\sigma_R = \frac{\pi}{K} \left(W_1 + \frac{Q}{M} W_3 \right), \quad (3.13)$$

$$\sigma_L = \frac{\pi}{K} \left(W_1 - \frac{Q}{M} W_3 \right), \quad (3.14)$$

$$\sigma_S = -\frac{\pi}{K} \left(W_1 + \frac{Q^2}{q^2} W_2 \right), \quad (3.15)$$

como θ é o ângulo formado entre o neutrino incidente e o lépton emergente, então

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = -\frac{q^2}{4EE'}, \quad \cos^2 \frac{\theta}{2} = -\frac{E}{E'} uv, \quad (3.16)$$

onde

$$u = (E + E' + Q)/2E, \quad (3.17)$$

e

$$v = (E + E' - Q)/2E. \quad (3.18)$$

Das equações 3.13–3.15 pode-se encontrar as relações $W_i(\sigma_R, \sigma_L, \sigma_S)$ e usando 3.7, 3.17 e 3.18, chega-se a:

$$\frac{d\sigma}{dq^2 dW} = \frac{G_F^2}{4\pi^2} \left(\frac{-q^2}{Q^2} \right) \frac{W}{M} K \{ u^2 \sigma_L + v^2 \sigma_R + 2uv \sigma_S \}. \quad (3.19)$$

Por exemplo, para a reação neutrino + nêutron \rightarrow lépton negativo + ressonância positiva

$$\nu + n \rightarrow l^- + R^+, \quad (3.20)$$

o tensor hadrônico é

$$W_{\alpha\beta} = \langle n | J_\alpha^-(0) | R \rangle \langle R | J_\beta^+(0) | n \rangle \delta(W^2 - W_0^2), \quad (3.21)$$

onde, segundo [Ravndal, 1973], $J_\beta^+ = 2W_0 F_\beta$ e $J_\beta^- = (J_\beta^+)^\dagger$.

Definindo

$$F_+ = e_R^\mu F_\mu, \quad (3.22)$$

$$F_- = e_L^\mu F_\mu, \quad (3.23)$$

$$F_0 = \sqrt{\frac{-q^2 W}{Q^2 M}} e_S^\mu F_\mu. \quad (3.24)$$

vamos escrever σ_R segundo a equação 3.9

$$\sigma_R = \frac{\pi}{2MK} e_R^{\alpha*} e_R^\beta W_{\alpha\beta}. \quad (3.25)$$

Substituindo 3.21 na relação de acima temos:

$$\sigma_R = \frac{2\pi W_0^2}{MK} \langle n | e_R^{\alpha*} F_\alpha^\dagger | R \rangle \langle R | e_R^\beta F_\beta | n \rangle \delta(W^2 - W_0^2), \quad (3.26)$$

portanto, usando 3.22

$$\sigma_R = \frac{2\pi W_0^2}{MK} |\langle R | F_+ | n \rangle|^2 \delta(W^2 - W_0^2). \quad (3.27)$$

Aplicando a propriedade da função delta

$$\delta(W^2 - W_0^2) = \frac{1}{2W_0} [\delta(W - W_0) + \delta(W + W_0)], \quad (3.28)$$

e desprezando a parte $\delta(W + W_0)$, que não contribui para a seção de choque total¹, obtém-se finalmente que

$$\sigma_R = \frac{\pi W_0}{MK} |\langle R | F_+ | n \rangle|^2 \delta(W - W_0). \quad (3.29)$$

Realizando o mesmo procedimento para σ_L e σ_S , somando as contribuições da componente z do spin j_z da ressonância e promediando pelos possíveis valores de spin s_z do núcleon, temos

$$\sigma_{L,R}(q^2, W) = \frac{\pi W}{\kappa M 2} \sum_{j_z} |\langle N, j_z \mp 1 | F_\mp | R, j_z \rangle|^2 \delta(W - W_0), \quad (3.30)$$

¹O termo $\delta(W + W_0)$ anula a integral da equação 3.19, ja que $W > 0$, e, portanto $-W_0$ está fora dos limites de integração.

$$\sigma_S(q^2, W) = \frac{\pi W}{\kappa M} \left(\frac{Q^2}{-q^2} \right) \frac{M^2}{W^2} \frac{1}{2} \sum_{j_z} |\langle N, j_z | F_0 | R, j_z \rangle|^2 \delta(W - W_0), \quad (3.31)$$

onde

$$\kappa = \frac{W^2 - M^2}{2M}. \quad (3.32)$$

Agora, no referencial onde o núcleon inicial está em repouso

$$Q = \frac{1}{2M} \left\{ (W^2 - M^2 - q^2)^2 - 4M^2 q^2 \right\}. \quad (3.33)$$

Nas equações 3.30 e 3.31 foram substituídas a massa W_0 da ressonância por W e a delta de Dirac por

$$\delta(W - W_0) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(W - W_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (3.34)$$

isso para considerar a distribuição de massas das ressonâncias bariônicas. A largura Γ da ressonância depende de W através da seguinte parametrização:

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(\frac{q_{CM}(W)}{q_{CM}(W_0)} \right)^{2l+1}, \quad (3.35)$$

onde

$$q_{CM}(W) = \frac{\sqrt{(W^2 - m_\pi^2 - M^2)^2 - 4m_\pi^2 M^2}}{2W}, \quad (3.36)$$

e l é o momento angular relativo del par πN utilizado na notação da ressonância, ou seja, $l = 0, 1, 2, 3$ para as ressonâncias S, P, D, F .

Os valores de largura da ressonância Γ_0 , e de massa central da ressonância W_0 , são tomados de [Tanabashi et al., 2018].

No caso de reações com antineutrinos incidentes, usando o tensor leptônico apropriado, pode-se demonstrar que a seção de choque é 3.19, efetuando a troca $\bar{\sigma}_{L,R} \iff \sigma_{R,L}$.

3.1.1.1 Modelo de quark relativístico de Feynman, Kislinger e Ravndal

O modelo de quark relativístico de Feynman, Kislinger e Ravndal [Feynman et al., 1971] permite o cálculo das seguintes grandezas:

$$\begin{aligned}
 f_{-3} &= \langle N, \frac{1}{2} | F_- | R, \frac{3}{2} \rangle \\
 f_{-1} &= \langle N, -\frac{1}{2} | F_- | R, \frac{1}{2} \rangle \\
 f_{+1} &= \langle N, \frac{1}{2} | F_+ | R, -\frac{1}{2} \rangle \\
 f_{+3} &= \langle N, -\frac{1}{2} | F_+ | R, -\frac{3}{2} \rangle \\
 f_{0\pm} &= \langle N, \pm\frac{1}{2} | F_0 | R, \pm\frac{1}{2} \rangle.
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

O modelo parte do seguinte hamiltoniano (representando um sistema de três quarks):

$$\mathcal{H} = 3(p_a^2 + p_b^2 + p_c^2) + \frac{1}{36}\Omega [(u_a - u_b)^2 + (u_b - u_c)^2 + (u_c - u_a)^2], \tag{3.38}$$

onde p_a e u_a são os operadores quadri-dimensionais de momento e posição do quark a . Utilizando as coordenadas relativas e do centro de massa

$$\begin{aligned}
 P &= p_a + p_b + p_c, & R &= \frac{1}{3}(u_a + u_b + u_c), \\
 \xi &= p_c + p_b - 2p_a, & x &= \frac{1}{6}(u_c + u_b - 2u_a), \\
 \eta &= \sqrt{3}(p_c - p_b), & y &= \frac{1}{2\sqrt{3}}(u_c - u_b),
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

obtem-se

$$\mathcal{H} = P^2 - \mathcal{R}, \tag{3.40}$$

$$\mathcal{R} = -\frac{1}{2}(\xi^2 + \Omega^2 x^2) - \frac{1}{2}(\eta^2 + \Omega^2 y^2) + const. \tag{3.41}$$

[Feynman et al., 1971] interpretaram \mathcal{H}^{-1} como o propagador do bárion (sistema de três quarks), dessa forma, os autovalores \mathcal{R} representam o quadrado da massa dos possíveis estados do bárion em questão.

Considerando que \mathcal{R} tem a estrutura do oscilador harmônico em duas dimensões x, y , pode-se

Ressonância	Modelo de quark	Ressonância	Modelo de quark
$P_{33}(1234)$	${}^4(10)_{3/2}[56, 0^+]_0$	$F_{15}(1680)$	${}^2(8)_{5/2}[56, 2^+]_2$
$P_{11}(1450)$	${}^2(8)_{1/2}[56, 0^+]_2$	$P_{11}(1710)$	${}^2(8)_{1/2}[70, 0^+]_2$
$D_{13}(1525)$	${}^2(8)_{3/2}[70, 1^-]_1$	$D_{33}(1730)$	${}^2(10)_{3/2}[70, 1^-]_1$
$S_{11}(1450)$	${}^2(8)_{1/2}[70, 1^-]_1$	$P_{13}(1740)$	${}^2(8)_{3/2}[56, 2^+]_2$
$S_{31}(1620)$	${}^2(10)_{1/2}[70, 1^+]_1$	$P_{31}(1920)$	${}^4(10)_{1/2}[56, 2^+]_2$
$S_{11}(1640)$	${}^4(8)_{1/2}[70, 1^-]_1$	$F_{35}(1920)$	${}^4(10)_{5/2}[56, 2^+]_2$
$P_{33}(1640)$	${}^4(10)_{3/2}[56, 0^+]_2$	$F_{37}(1950)$	${}^4(10)_{7/2}[56, 2^+]_2$
$D_{13}(1670)$	${}^4(8)_{3/2}[70, 1^+]_1$	$P_{33}(1960)$	${}^4(10)_{3/2}[56, 2^+]_2$
$D_{15}(1680)$	${}^4(8)_{5/2}[70, 1^-]_1$	$F_{17}(1910)$	${}^4(8)_{7/2}[70, 2^+]_2$

Tabela 3.1: Representação dentro do modelo de quarks das ressonâncias nucleônicas para massas menores que 2 GeV.

transformar \mathcal{R} usando os operadores de criação e aniquilação $a^\dagger, b^\dagger, a, b$

$$\begin{aligned}
 \xi &= \sqrt{\frac{\Omega}{2}}(a^\dagger + a), & x &= -i\sqrt{\frac{1}{2\Omega}}(a^\dagger - a) \\
 \eta &= \sqrt{\frac{\Omega}{2}}(b^\dagger + b), & y &= -i\sqrt{\frac{1}{2\Omega}}(b^\dagger - b),
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

$$\mathcal{R} = -\Omega(a_\mu^\dagger a^\mu + b_\mu^\dagger b^\mu) + const, \tag{3.43}$$

onde

$$[a_\mu, a_\nu^\dagger] = [b_\mu, b_\nu^\dagger] = -g_{\mu\nu}. \tag{3.44}$$

O espectro de ressonâncias bariônicas na faixa $1 < W < 2$ GeV pode ser calculado usando as autofunções do operador \mathcal{R} (tabela 3.1). O parâmetro $\Omega = 1.05 \text{ GeV}^2$ foi calculado em [Feynman et al., 1971]. Da equação 3.43 pode-se observar que os valores do quadrado da massa das ressonâncias toma valores inteiros de Ω mais uma constante. Desta forma, tomando como exemplo a ressonância P_{33} , temos que

$$m_{P_{33}(1640)}^2 - m_{P_{33}(1234)}^2 = 1.16 \text{ GeV}^2 \approx \Omega. \tag{3.45}$$

A diferença anterior não é exatamente igual a Ω devido a que existem acoplamentos spin-órbita que não são considerados no modelo. Os valores de massa de ressonância usados foram tomados de [Tanabashi et al., 2018].

A interação eletro–fraca vetorial é introduzida através do seguinte acoplamento:

$$\not{p}_a \rightarrow \not{p}_a - e_a \not{A}, \quad (3.46)$$

onde e_a é a matriz de isospin. No caso da corrente neutra, $e_a = \frac{1}{2}\tau_3 - 2\sin^2\theta_W \cdot \tau_{em}$, e no caso da corrente carregada, $e_a = \tau_+$. A_μ é o campo vetorial que representa o bóson de intercâmbio.

Para a corrente axial, o acoplamento é

$$\not{p}_a \rightarrow \not{p}_a - e_a \gamma_5 \not{A}. \quad (3.47)$$

Introduzindo os acoplamentos 3.46 e 3.47 no hamiltoniano 3.38, os termos de interação podem ser expressos como

$$F_\pm^V = e_{R,L}^\mu J_\mu^V = -9e_a e^{+\lambda a_z^\dagger} (R^V \sigma_\pm + T^V a_\pm), \quad (3.48)$$

$$F_0^V = \sqrt{\frac{-q^2 W}{Q^2 M}} e_S^\mu J_\mu^V = 9e_a e^{+\lambda a_z^\dagger} S, \quad (3.49)$$

onde

$$\begin{aligned} \lambda &= \sqrt{\frac{2}{\Omega} \frac{M}{W}} Q, \\ T^V &= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} G^V(q^2) = T, \\ R^V &= \sqrt{2} \frac{M}{W} \frac{(W+M)Q}{(W+M)^2 - q^2} G^V(q^2) = R, \\ S &= \left(\frac{-q^2}{Q^2}\right) \frac{3WM + q^2 - M^2}{6M^2} G^V(q^2) \end{aligned} \quad (3.50)$$

e

$$F_\pm^A = e_{R,L}^\mu J_\mu^A = \pm 9e_a e^{+\lambda a_z^\dagger} (R^A \sigma_\pm + T^A a_\mp), \quad (3.51)$$

$$F_0^A = \sqrt{\frac{-q^2 W}{Q^2 W_0}} e_S^\mu J_\mu^A = -9e_a + e^{+\lambda a_z^\dagger} [C\sigma_z + B(\vec{\sigma}\vec{a})], \quad (3.52)$$

onde

$$\begin{aligned}
T^A &= \frac{3}{2}Z\sqrt{\frac{\Omega}{2}}\frac{M}{W}\frac{Q}{(W+M)^2-q^2}G^A(q^2), \\
R^A &= \frac{Z\sqrt{2}}{6W}\left(W+M+\frac{2n\Omega W}{(W+M)^2-q^2}G^A(q^2)\right), \\
C &= \frac{Z}{6MQ}\left(W^2-M^2+n\Omega\frac{W^2-M^2+q^2}{(W+M)^2-q^2}\right)G^A(q^2), \\
B &= \frac{Z}{3W}\sqrt{\frac{\Omega}{2}}\left(1+\frac{W^2-M^2+q^2}{(W+M)^2-q^2}\right)G^A(q^2).
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Os fatores de forma vetorial e axial são parametrizados da seguinte forma:

$$G^V(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{1/2-n} \left(\frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_V^2}}\right)^2, \tag{3.54}$$

e

$$G^A(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{1/2-n} \left(\frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_A^2}}\right)^2, \tag{3.55}$$

onde $M_V = 0,84 \text{ GeV}$ e $M_A = 0.95 \text{ GeV}$.

3.1.1.2 Amplitudes de transição

Da definição $J_\beta^+ = 2W_0F_\beta = 2W_0(F_\beta^V - F_\beta^A)$ e usando as equações 3.48, 3.49, 3.51 e 3.52 é possível calcular as grandezas f_i ($i = \pm 0, \pm 1, \pm 3$).

Para a corrente carregada obtém-se

$$F_\pm^{CC} = F_\pm^V - F_\pm^A = 9\tau^+(T^\pm a_\mp + R^\pm \sigma_\pm)e^{-\lambda a_z}, \tag{3.56}$$

$$F_0^{CC} = F_0^V - F_0^A = 9\tau^+(S + C\sigma_z + B\vec{\sigma}\vec{a})e^{-\lambda a_z}, \tag{3.57}$$

onde

$$T^\pm = -(T^V \pm T^A) \quad R^\pm = -(R^V \pm R^A), \tag{3.58}$$

e para a corrente neutra

$$F_\pm^{NC} = F_\pm^{I_3} - 2\sin^2\theta_w F_\pm^{em}, \tag{3.59}$$

$$F_0^{NC} = F_0^{I_3} - 2\sin^2\theta_w F_0^{em}, \tag{3.60}$$

onde a parte isovetorial é obtida pela substituição de t^+ por $\frac{\tau_3}{2}$ em F_{\pm}^{CC} e F_0^{CC}

$$F_{\pm}^{I_3} = 9 \frac{\tau_3}{2} (T^{\pm} a_{\mp} + R^{\pm} \sigma_{\pm}) e^{-\lambda a_z}, \quad (3.61)$$

$$F_0^{I_3} = 9 \frac{\tau_3}{2} (S + C \sigma_z + B \vec{\sigma} \vec{a}) e^{-\lambda a_z}. \quad (3.62)$$

A corrente eletromagnética é:

$$F_{\pm}^{em} = 9 \frac{\tau_3 + 1}{2} (T^V a_{\mp} + R^V \sigma_{\pm}) e^{-\lambda a_z}, \quad (3.63)$$

$$F_0^{I_3} = 9 \frac{\tau_3 + 1}{2} S e^{-\lambda a_z}. \quad (3.64)$$

Assim é possível calcular a corrente neutra

$$F_{\pm}^{NC} = F_{\pm}^{I_3} - 2 \sin^2 \theta_w F_{\pm}^{em}, \quad (3.65)$$

$$F_0^{NC} = F_0^{I_3} - 2 \sin^2 \theta_w F_0^{em}. \quad (3.66)$$

Cálculo da amplitude da reação $\langle N | F | R \rangle$

É conveniente desenvolver os operadores F_{\pm} e F_0 até segunda ordem em a , pois como máximo foram consideradas as ressonâncias com $N = 2$ [Ravndal, 1973]:

$$\begin{aligned} F_{\pm}^{CC} &= 9\tau^- \left\{ R^{\pm} \sigma_{\pm} + T^{\pm} a_{\mp} - \lambda R^{\pm} \sigma_{\pm} a_z - \lambda T^{\pm} a_{\mp} a_z + \frac{\lambda^2}{2} R^{\pm} \sigma_{\pm} a_z^2 + \dots \right\} \\ F_0^{CC} &= 9\tau^- \left\{ S + C \sigma_z + (B - \lambda C) \sigma_z a_z - \lambda S a_z - B\sqrt{2} \sigma_+ a_+ + B\sqrt{2} \sigma_- a_- \right. \\ &\quad \left. - (B\lambda - \frac{\lambda^2}{2} C) \sigma_z a_z^2 + B\sqrt{2} (\sigma_+ a_+ a_z - \sigma_- a_- a_z) \lambda + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Como exemplo apresentaremos o cálculo de $f_{+1}^{CC} = \langle n, 1/2 | F_+^{CC} | S_{31}^+(1620), -1/2 \rangle$. Para isso primeiro há que conhecer como a , σ e τ operam sobre os estados bariônicos construídos. Segundo

C.18 (página 195) temos que a atua sobre a parte orbital da seguinte forma

$$\begin{aligned} |1, -1\rangle_\alpha &= a_-^\dagger |g\rangle, \\ |1, 0\rangle_\alpha &= a_z^\dagger |g\rangle, \\ |1, +1\rangle_\alpha &= a_+^\dagger |g\rangle. \end{aligned} \quad (3.68)$$

Quando $L = 2$ temos que, por exemplo, $a_+^\dagger a_-^\dagger |g\rangle = |1, +1\rangle_\alpha |1, -1\rangle_\alpha$ e analogamente para os demais pares de operadores $a_i^\dagger a_j^\dagger$, com $i, j = \{+, 0, -\}$.

Os operadores σ e τ são definidos como

$$\sigma_x = \tau_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \tau_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \tau_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.69)$$

com $\sigma_\pm = \frac{1}{2}(\sigma_x \pm i\sigma_y)$ e $\tau_\pm = \frac{1}{2}(\tau_x \pm i\tau_y)$.

Definindo os estados de spin e isospin do quark como

$$|1/2, +1/2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1/2, -1/2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.70)$$

$$|u\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |d\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.71)$$

Assim, por exemplo, σ atua sobre o primeiro quark dos estados de spin:

$$\begin{aligned} \sigma_+ |+\rangle &= |0\rangle, & \sigma_+ |-\rangle &= |+\rangle \\ \sigma_- |+\rangle &= |-\rangle, & \sigma_- |-\rangle &= |0\rangle, \end{aligned} \quad (3.72)$$

e τ sobre o primeiro quark dos estados de isospin:

$$\begin{aligned} \tau^+ |u\rangle &= |0\rangle, & \tau^+ |d\rangle &= |u\rangle \\ \tau^3 |u\rangle &= |u\rangle, & \tau^3 |d\rangle &= -|d\rangle \\ \tau^- |u\rangle &= |d\rangle, & \tau^- |d\rangle &= |0\rangle. \end{aligned} \quad (3.73)$$

A melhor forma de calcular f_{+1}^{CC} é efetuando o produto $\langle n, 1/2 | F_+^{CC}$ e depois multiplicar por $|S_{31}^+(1620), -1/2\rangle$. O nêutron de componente de spin positiva é

$$\langle n, 1/2 | = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle g | (\langle 8 |_\alpha \langle 1/2 |_\alpha + \langle 8 |_\beta \langle 1/2 |_\beta), \quad (3.74)$$

e como será estudada a interação com a ressonância $S_{31}(1620)$ com $L = 1$, no desenvolvimento 3.67 precisamos só os termos lineares em a

$$F_+^{CC} = 9\tau^- \{T^+ a_- - \lambda R^+ \sigma_+ a_z + \dots\}. \quad (3.75)$$

Os operadores a_- e a_z atuam sobre o estado $\langle g |$, o σ_+ sobre $\langle 1/2 |$ e τ^- sobre $\langle 8 |$:

$$\langle g | a_- = (a_-^\dagger |g\rangle)^\dagger = (|1, -1\rangle_\alpha^1)^\dagger = \langle 1, -1 |_\alpha^1, \quad (3.76)$$

$$\langle g | a_z = (a_z^\dagger |g\rangle)^\dagger = (|1, 0\rangle_\alpha^1)^\dagger = \langle 1, 0 |_\alpha^1, \quad (3.77)$$

$$\langle 1/2 |_\alpha \sigma_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} (\langle +-+ | + \langle ++- | - 2 \langle -++ |) \sigma_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} (\langle --+ | + \langle -+- |), \quad (3.78)$$

$$\langle 1/2 |_\beta \sigma_+ = \frac{1}{\sqrt{3}} (\langle +++ | - \langle +-+ |) \sigma_+ = \frac{1}{\sqrt{3}} (\langle -+- | + \langle --+ |), \quad (3.79)$$

$$\langle 8 |_\alpha \tau^- = \frac{1}{\sqrt{6}} (\langle dud | + \langle ddu | - 2 \langle udd |) \tau^- = \frac{1}{\sqrt{6}} (\langle uud | + \langle udu |). \quad (3.80)$$

portanto, chega-se a

$$\begin{aligned} \langle n, +1/2 | F_+^{CC} = \frac{9}{\sqrt{2}} \left\{ \right. \\ \frac{1}{\sqrt{6}} (\langle uud | + \langle udu |) \left[T^+ \langle 1, -1 |_\alpha^1 \langle 1/2 |_\alpha - \frac{\lambda}{\sqrt{6}} R^+ \langle 1, 0 |_\alpha^1 (\langle --+ | + \langle -+- |) \right] \\ \left. \frac{1}{\sqrt{3}} (\langle udu | + \langle uud |) \left[T^+ \langle 1, -1 |_\alpha^1 \langle 1/2 |_\beta - \frac{\lambda}{\sqrt{3}} R^+ \langle 1, 0 |_\alpha^1 (\langle -+- | + \langle --+ |) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.81)$$

A ressonância $S_{31}(1620)$ é

$$|S_{31}^+(1620), -1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle_S \left(\frac{1}{\sqrt{3}} |1, 0\rangle_\alpha^1 | -1/2\rangle_\alpha - \frac{2}{\sqrt{3}} |1, -1\rangle_\alpha^1 |1/2\rangle_\alpha \right). \quad (3.82)$$

Considerando que para essa ressonância

$$|10\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{3}}(|uud\rangle + |udu\rangle + |duu\rangle), \quad (3.83)$$

$$|-1/2\rangle_\alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}(|-+-\rangle + |- - +\rangle - 2|+ - -\rangle), \quad (3.84)$$

temos finalmente que

$$\langle n, 1/2 | F_+^{CC} | S_{31}^+(1620), -1/2 \rangle = \sqrt{3}T^+ - \frac{1}{\sqrt{6}}\lambda R^+. \quad (3.85)$$

O valor de cada uma das amplitudes de transição 3.37, para as ressonâncias da tabela 3.1, são calculadas e apresentadas no artigo [Rein and Sehgal, 1981]. Uma descrição mais completa da representação dos estados bariônicos no grupo SU(6) pode ser encontrada em [Feynman et al., 1971].

3.1.1.3 Generalização para $m_l \neq 0$

Neste caso, o tensor leptônico depende das helicidades λ e λ' do lépton resultante: [Berger and Sehgal, 2007]:

$$\mathcal{L}_{\lambda\lambda'}^{\alpha\beta} = \begin{cases} j_\lambda^\alpha (j_{\lambda'}^\beta)^* & \text{com } j_\lambda^\alpha = \bar{u}(k', s) \gamma^\alpha \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) u(k) \text{ para } \nu_l \\ \bar{j}_\lambda^\alpha (j_{\lambda'}^\beta)^* & \text{com } \bar{j}_\lambda^\alpha = \bar{\nu}(k) \gamma^\alpha \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right) \nu(k', s) \text{ para } \bar{\nu}_l, \end{cases} \quad (3.86)$$

onde s é o quadrivetor de spin.

As correntes leptônicas anteriores são:

$$j_\lambda^\alpha = N_\lambda \left[k'^\alpha (ks) - s^\alpha (kk') - i\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} s_\beta k_\gamma k'_\delta + m_l k_\alpha \right], \quad (3.87)$$

$$\bar{j}_\lambda^\alpha = \lambda N_\lambda \left[k'^\alpha (ks) - s^\alpha (kk') + i\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} s_\beta k_\gamma k'_\delta - m_l k_\alpha \right], \quad (3.88)$$

com a constante de normalização N_λ sendo

$$N_\lambda = \frac{\exp(\pm i\varphi_\lambda)}{m_l} \sqrt{\frac{E_l \mp \lambda P_l}{E_\nu (1 \mp \lambda \cos \theta)}}. \quad (3.89)$$

No referencial onde a ressonância está em repouso (RRS), tomando o eixo z na direção inversa do momento transferido $-\vec{q}$, pode-se demonstrar que

$$\begin{aligned}
s_0^* &= \frac{1}{m_l W} [MP_l + E_v(P_l - E_l \cos \theta)], \\
s_x^* &= \frac{E_n u E_l}{m_l |\vec{q}| \sin \theta}, \\
s_y^* &= 0, \\
s_z^* &= \frac{1}{m_l |\vec{q}| W} [(E_n u \cos \theta - P_l)(ME_l - m_l^2 + E_v E_l) - E_v P_l (E_n u - P_l \cos \theta)]. \quad (3.90)
\end{aligned}$$

Usando 3.87 e 3.88 no referencial RRS, chega-se a

$$\begin{aligned}
j_0^* &= N_\lambda m_l \frac{E_v}{W} (1 - \lambda \cos \theta) (M - E_l - \lambda P_l), \\
j_x^* &= N_\lambda m_l \frac{E_v}{|\vec{q}|} \sin \theta (P_l - \lambda E_v), \\
j_y^* &= i N_\lambda m_l E_v \sin \theta, \\
j_z^* &= N_\lambda m_l \frac{E_v}{|\vec{q}| W} (1 - \lambda \cos \theta) [(E_v + \lambda P_l)(M - E_l) + P_l (\lambda E_v + 2E_v \cos \theta - P_l)]. \quad (3.91)
\end{aligned}$$

A corrente leptônica, j_λ^α , pode ser expressa em função das componentes anteriores (similar à corrente hadrônica com $m_l = 0$)

$$j_\lambda^\alpha = K^{-1} [c_L^\lambda e_L^\alpha + c_R^\lambda e_R^\alpha + c_S^\lambda e_{(\lambda)}^\alpha], \quad (3.92)$$

com

$$\begin{aligned}
e_L^\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 0, -i, 0), \\
e_R^\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}} (0, -1, -i, 0), \\
e_{(\lambda)}^\alpha &= \frac{1}{\sqrt{Q^2}} (Q_{(\lambda)}^*, 0, 0, v_{(\lambda)}^*), \quad (3.93)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
c_L^\lambda &= \frac{K}{\sqrt{2}}(j_x^* + ij_y^*), \\
c_R^\lambda &= -\frac{K}{\sqrt{2}}(j_x^* - ij_y^*), \\
c_S^\lambda &= K\sqrt{|(j_o^*)^2 - (j_z^*)^2|}.
\end{aligned} \tag{3.94}$$

As grandezas K , $v_{(\lambda)}^*$ e $Q_{(\lambda)}^*$ resultam ao relacionar o referencial RRS com o referencial onde o núcleo inicial está em repouso

$$\begin{aligned}
K &= \frac{|\vec{q}|}{E_v \sqrt{2Q^2}}, \\
v_{(\lambda)}^* &= \frac{K\sqrt{Q^2}}{c_S^\lambda} j_z^*, \\
Q_{(\lambda)}^* &= \frac{K\sqrt{Q^2}}{c_S^\lambda} j_0^*.
\end{aligned} \tag{3.95}$$

Para antineutrinos teremos

$$Q_{(\lambda)}^{*\bar{\nu}} = Q_{(-\lambda)}^{*\nu}, \quad v_{(\lambda)}^{*\bar{\nu}} = v_{(-\lambda)}^{*\nu}, \tag{3.96}$$

$$c_{L(\lambda)}^{*\bar{\nu}} = \lambda c_{R(-\lambda)}^{*\nu}, \quad c_{R(\lambda)}^{*\bar{\nu}} = \lambda c_{L(-\lambda)}^{*\nu}, \quad c_{S(\lambda)}^{*\bar{\nu}} = -\lambda c_{S(-\lambda)}^{*\nu}. \tag{3.97}$$

O desenvolvimento do tensor hadrônico é realizado da mesma forma que para o caso $m_l \neq 0$, considerando que agora as grandezas S , B , e C dependem da helicidade

$$\begin{aligned}
S &= S^V = (v_{(\lambda)}^* v^* - Q_{(\lambda)}^* |\vec{q}^*|) \left(1 + \frac{Q^2}{M^2} - \frac{3W}{M} \right) \frac{G^V(Q^2)}{6|\vec{q}^*|^2}, \\
B &= B^A = \sqrt{\frac{\Omega}{2}} \left(Q_{(\lambda)+}^* + v_{(\lambda)}^* \frac{|\vec{q}^*|}{aM} \right) \frac{ZG^A(Q^2)}{3W|\vec{q}^*|}, \\
C &= C_A = \left[(Q_{(\lambda)}^* |\vec{q}^*| - v_{(\lambda)}^* v^*) \left(\frac{1}{3} + \frac{v^*}{aM} \right) \right. \\
&\quad \left. + v_{(\lambda)}^* \left(\frac{2}{3}W - \frac{Q^2}{aM} + \frac{n\Omega}{3aM} \right) \right] \frac{ZG^A(Q^2)}{2W|\vec{q}^*|},
\end{aligned} \tag{3.98}$$

onde

$$v^* = E_v^* - E_l^* = \frac{Mv - Q^2}{W}, \quad (3.99)$$

$$a = 1 + \frac{W^2 + Q^2 + M^2}{2MW}. \quad (3.100)$$

Dessa forma, a seção de choque é:

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dW^2} = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C Q^2}{2\pi^2 M |\vec{q}^2|} (\Sigma_{++} + \Sigma_{--}), \quad (3.101)$$

com

$$\Sigma_{\lambda\lambda'} = \sum_{i=L,R,S} c_i^\lambda c_i^{\lambda'} \sigma_i^{\lambda\lambda'}, \quad (3.102)$$

e as seções de choque parciais são calculadas da mesma forma para o caso $m_l \neq 0$ (equações 3.30 e 3.31). A dependência de λ é dada pelas equações 3.98.

A seção de choque total (figura 3.1) é obtida a partir da integração de 3.101 na região no plano $Q^2 W^2$ limitada por [Leitner, 2005]

$$Q_{min}^2 = \frac{2E_v^2 M - Mm_l^2 - E_v(W^2 - W_0^2 + m_l^2) - E_v \sqrt{(s - m_l^2)^2 - 2(s + m_l^2)W^2 + W^4}}{2E_v + M},$$

$$Q_{max}^2 = \frac{2E_v^2 M - Mm_l^2 + E_v(-W^2 + W_0^2 - m_l^2) + E_v \sqrt{(s - m_l^2)^2 - 2(s + m_l^2)W^2 + W^4}}{2E_v + M}, \quad (3.103)$$

e

$$W_{min}^2 = (M + m_\pi)^2,$$

$$W_{max}^2 = \frac{\frac{1}{4}s^2 a_-^2 \left(\frac{m_l^4}{s^2} - 2\frac{m_l^2}{s} \right) - \left(Q^2 + \frac{m_l^2}{2} a_+^2 \right)^2 + s a_- \left(Q^2 + \frac{m_l^2}{2} a_+ \right)}{a_- (Q^2 + m_l^2)}, \quad (3.104)$$

onde $a_\pm = 1 \pm M^2 - s$.

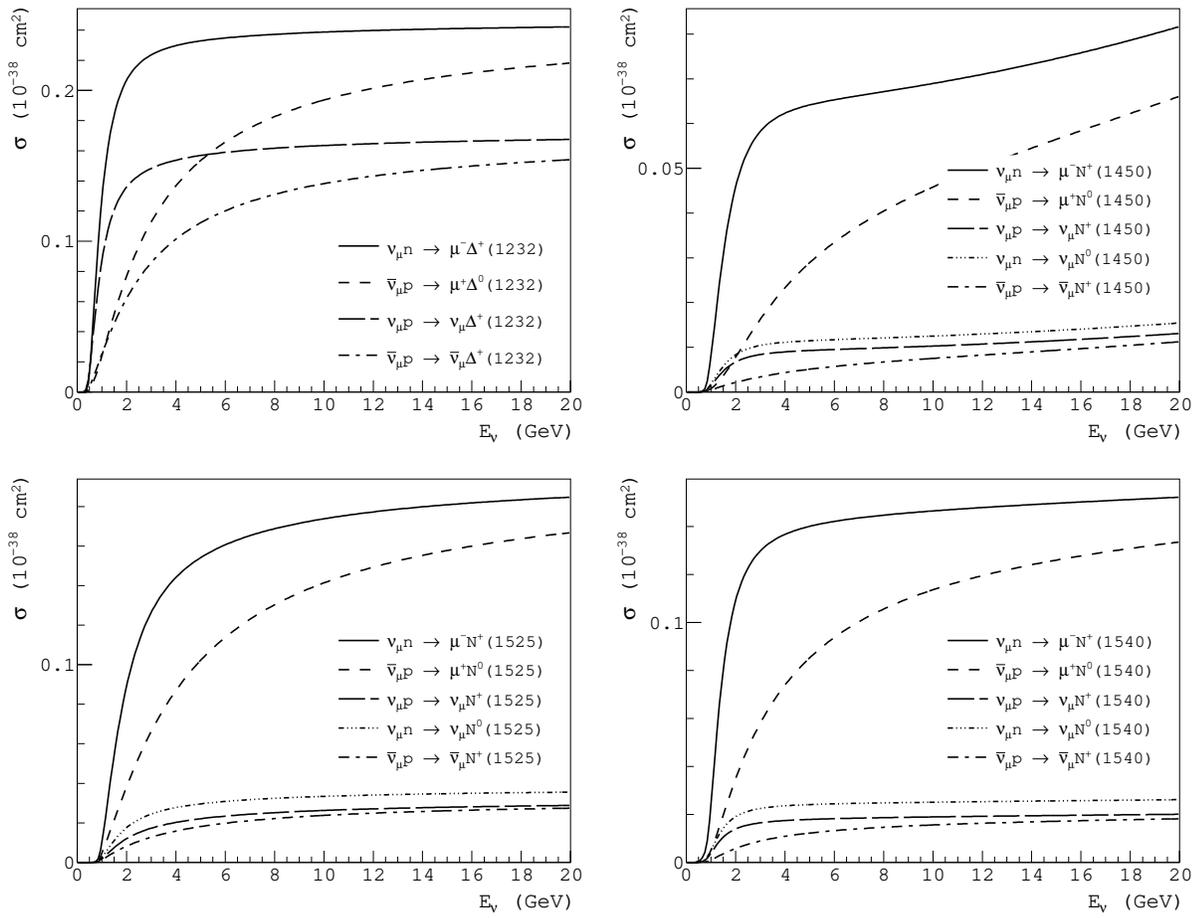


Figura 3.1: Seção de choque total de diferentes canais de ressonâncias bariônicas para a reação neutrino-núcleo.

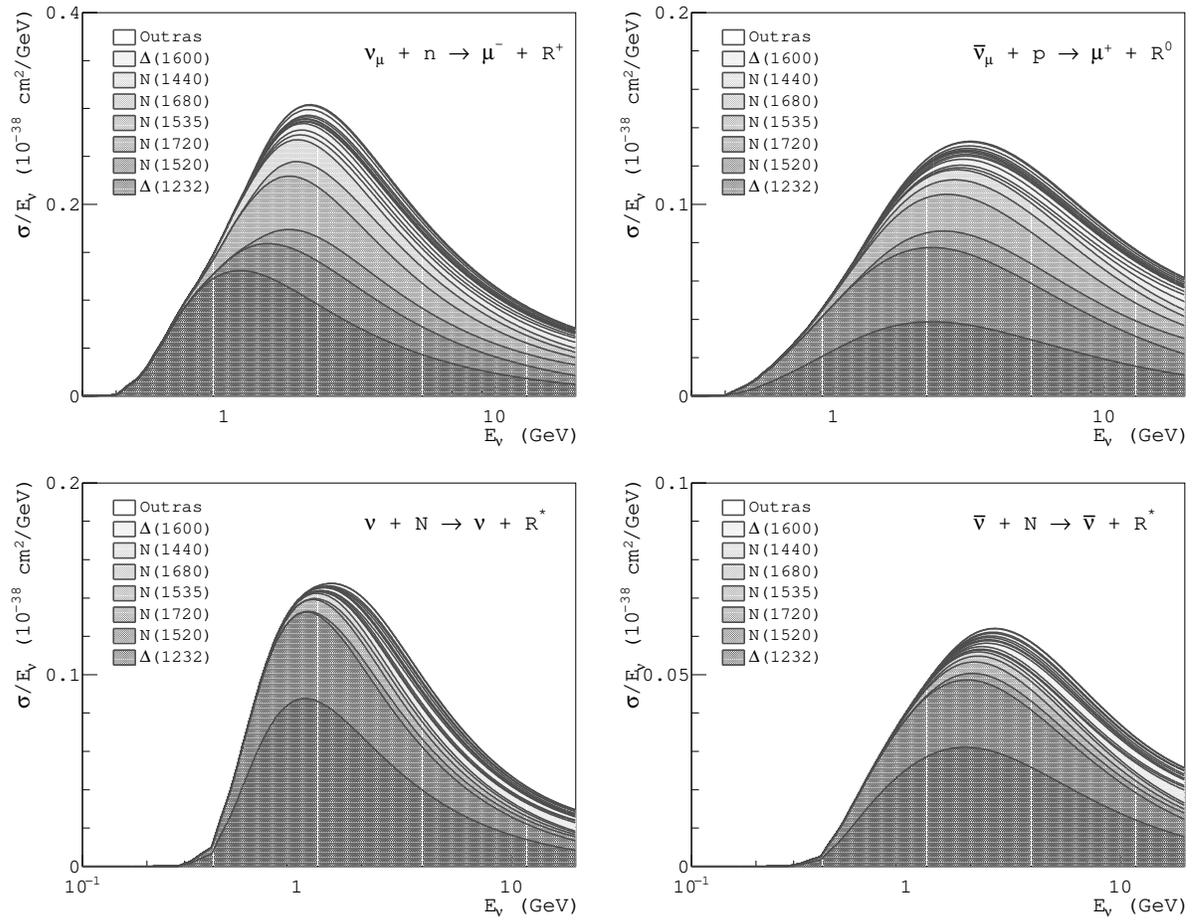


Figura 3.2: Contribuição à seção de choque total de diferentes canais de produção de ressonância bariônica. Duas figuras superiores: canais de corrente carregada. Duas figuras inferiores: canais de corrente neutra. As ressonâncias consideradas na classificação de “Outras” são: $N(1650)$, $N(1700)$, $N(1675)$, $N(1710)$, $N(1990)$, $\Delta(1620)$, $\Delta(1700)$, $\Delta(1910)$, $\Delta(1920)$, $\Delta(1905)$ e $\Delta(1950)$.

3.1.2 Formalismo de Rarita–Schwinger de produção da ressonância $\Delta(1232)$

As partículas de spin $3/2$ são descritas através da equação de Rarita-Schwinger, cujas soluções são os espinores de Rarita-Schwinger ψ^μ

$$\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^5\gamma_\nu\partial_\rho\psi_\sigma + m\psi^\mu = 0. \quad (3.105)$$

Para o cálculo do tensor hadrônico será necessária apenas a seguinte propriedade [[Lalakulich and Paschos, 2005](#)]

$$|\Psi_\Delta\rangle\langle\Psi_\Delta| = S^{\sigma\lambda} = [\not{p}' + W_0] \left[-g^{\sigma\lambda} + \frac{1}{3}\gamma^\sigma + \gamma^\lambda + \frac{1}{3W_0}(\gamma^\sigma p'^\lambda - p'^\sigma \gamma^\lambda) + \frac{2}{3W_0^2}p'^\sigma p'^\lambda \right]. \quad (3.106)$$

No caso da ressonância Δ^{++} , a interação hadrônica de corrente carregada é mediada pelo operador $D_{\beta\alpha}$

$$J_\alpha^{CC} = \sqrt{3}\langle\Delta^{++}|J_\alpha(0)|n\rangle = \sqrt{3}\cos\theta_C\bar{\psi}^\beta D_{\beta\alpha}u(p), \quad (3.107)$$

de forma tal que o tensor hadrônico resulta em

$$\begin{aligned} W^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2M} \sum \langle p|J^\alpha(0)|\Delta^{++}\rangle \langle\Delta^{++}|J^\beta(0)|p\rangle \delta(W^2 - W_0^2) \\ &= \frac{3\cos^2\theta_C}{2} \frac{1}{2M} Tr((\not{p} + M)\gamma_0 D_{\alpha\sigma}^\dagger S^{\rho\sigma} D_{\sigma\beta}). \end{aligned} \quad (3.108)$$

Similarmente ao efetuado nas interações quase-elásticas, o termo $D_{\alpha\beta}$ pode ser expresso em função de diferentes fatores de forma vetoriais C_i^V e axiais C_i^A :

$$\begin{aligned} D_{\alpha\beta} &= \left[\frac{C_3^V}{M}(g_{\alpha\beta}\not{q} - q_\beta\gamma_\alpha) + \frac{C_4^V}{M^2}(g_{\alpha\beta}qP' - q_\beta\gamma'_\alpha) \right. \\ &\quad \left. + \frac{C_5^V}{M^2}(g_{\alpha\beta}q \cdot p - q_\beta p_\alpha) + g_{\alpha\beta}C_6^V \right] \gamma_5 \\ &+ \frac{C_3^A}{M}(g_{\alpha\beta}\not{q} - q_\beta\gamma_\alpha) + \frac{C_4^A}{M^2}(g_{\alpha\beta}qP' - q_\beta\gamma'_\alpha) + g_{\alpha\beta}C_5^A + \frac{C_6^A}{M^2}q_\beta q_\alpha. \end{aligned} \quad (3.109)$$

As expressões para os fatores de forma $C_i^{V,A}$ são relatadas em [Lalakulich and Paschos, 2005]

$$\begin{aligned} C_3^V &= \frac{1,95}{\left[1 + \frac{Q^2}{M_V^2}\right]^2} \frac{1}{1 + \frac{Q^2}{4M_V^2}}, & C_3^A &= 0, \\ C_4^V &= -\frac{M}{W}C_3^V, & C_4^A &= -\frac{C_5^A}{4}, \\ C_5^V &= 0, & C_5^A &= 1,2, \\ C_6^V &= 0, & C_6^A &= C_5^A \frac{M^2}{Q^2 + m_\pi^2}. \end{aligned} \quad (3.110)$$

Uma vez mais, similarmente ao modelo de Rein-Sehgal, são contraídos os tensores leptônico (equa-

ção 3.4) e hadrônico (equação 3.108), e, a seção de choque obtida é comparada com a expressão de seção de choque dependente das funções de estrutura W_i (equação 3.6), para achar a relação entre W_i e os fatores de forma $C_i^{V,A}$. Assim é obtido que

$$W_i = \frac{1}{M} f_i(Q^2, E_\nu) \delta(W^2 - M_R^2), \quad (3.111)$$

onde f_i são expressões relatadas em [Lalakulich and Paschos, 2005] e M_R^2 é a massa de maior probabilidade da ressonância com

$$\delta(W^2 - M_R^2) = \frac{M_R \Gamma_R}{\pi} \frac{1}{(W^2 - M_R^2)^2 + M_R^2 \Gamma_R^2} \quad (3.112)$$

Para a ressonância Δ^+ a seção de choque dupla diferencial fica multiplicada pelo fator $\frac{1}{3}$ a partir de

$$\langle \Delta^{++} | J_\alpha(0) | p \rangle = \sqrt{3} \langle \Delta^+ | J_\alpha(0) | n \rangle \quad (3.113)$$

Para a corrente neutra temos

$$J_\alpha^{NC} = (1 - 2 \sin^2 \theta_W) V_\alpha^3 - A_\alpha^3. \quad (3.114)$$

O anterior é equivalente a multiplicar os fatores de forma vetoriais de transição do canal ressonante carregado pelo fator $(1 - 2 \sin^2 \theta_W)$ e usar os mesmos fatores de forma axiais de transição. Também será preciso substituir o lépton saliente por um neutrino, ou seja, considerar $m_\mu = 0$. Também temos que desconsiderar o fator $\cos \theta_C$ fazendo $\cos \theta_C = 1$. Neste canal as duas reações possíveis tem a mesma expressão de seção de choque dupla diferencial, pois

$$\langle \Delta^0 | J_\alpha^{NC}(0) | n \rangle = \langle \Delta^+ | J_\alpha^{NC}(0) | p \rangle. \quad (3.115)$$

Na figura 3.3 temos representada a seção de choque dupla diferencial para a reação $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^{++}(1232)$. Para $E_\nu = 1 \text{ GeV}$ pode-se observar que o espaço de fase fisicamente possível (equações 3.103 e 3.104) é menor que para $E_\nu = 2 \text{ GeV}$. Ambos modelos oferecem uma forma funcional similar, com a diferença de que com o formalismo de Rarita-Schwinger é obtido um valor maior de seção de choque na posição do pico. Isso pode ser corroborado com maior detalhe

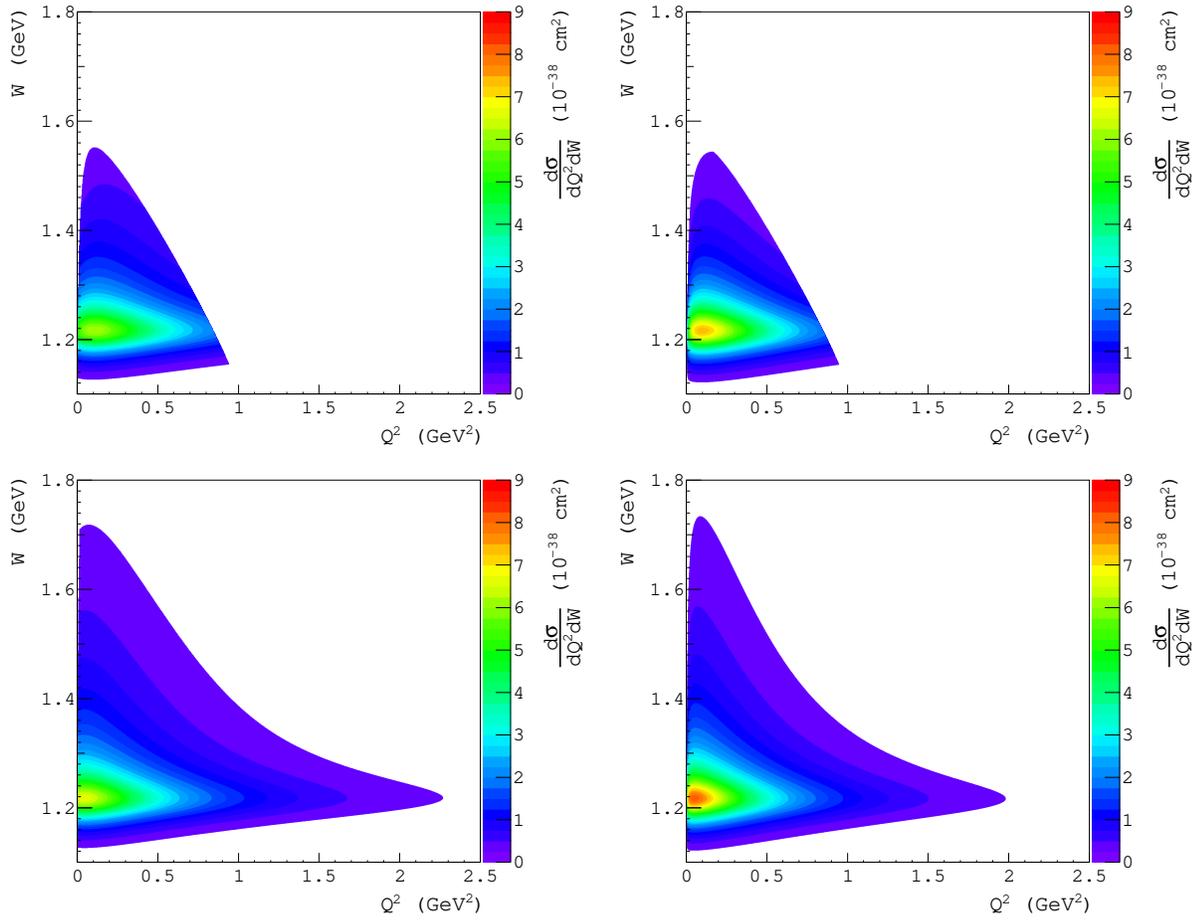


Figura 3.3: Seção de choque dupla diferencial para a reação $\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^{-} + \Delta^{++}(1232)$ $E_{\nu} = 1,0 \text{ GeV}$ (figuras superiores) e $E_{\nu} = 2,0 \text{ GeV}$ (figuras inferiores), segundo o modelo de Rein-Sehgal (figuras à esquerda) e de Rarita-Schwinger (figuras à direita).

nos cortes realizados na seção de choque dupla diferencial nos pontos $Q^2 = 0,1 \text{ GeV}^2$ (figura 3.4) e $W = 1.232 \text{ GeV}$ (figura 3.5). Efetivamente, nessas figuras mostram como a maior diferença nos dois modelos acontece nas zonas de picos. A queda abrupta observada na figura esquerda 3.5 no ponto $Q^2 \approx 0,8 \text{ GeV}^2$ acontece devido a que para as menores energias, o limite definido pelo espaço de fase não coincide com os valores onde a seção de choque é nula.

Ao efetuar a integração e obter a seção de choque total (figura 3.6), os dois modelos oferecem uma boa concordância com os dados experimentais. A seção de choque segundo Rarita-Schwinger é maior que a calculada por Rein-Sehgal, tal e como é esperado segundo o observado na seção de choque dupla diferencial.

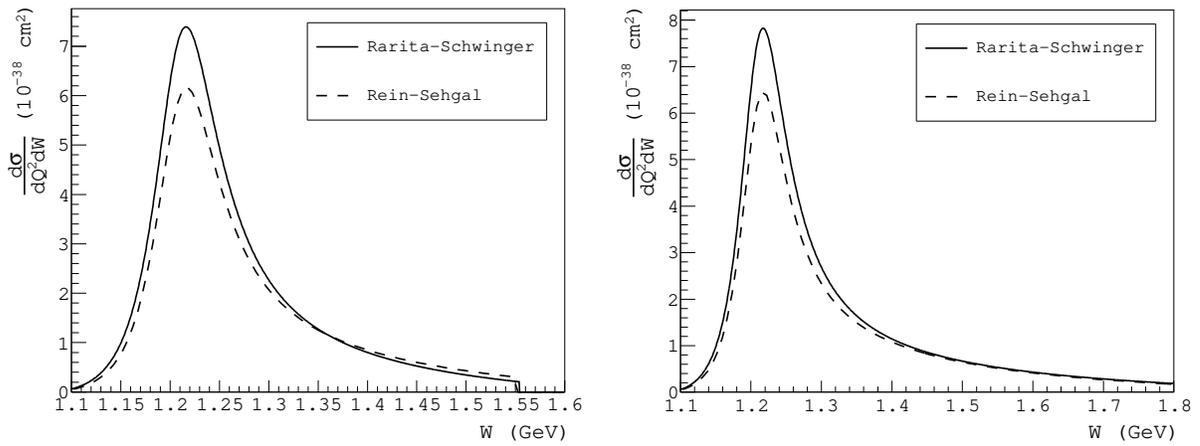


Figura 3.4: Seção de choque dupla diferencial para a reação $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^{++}(1232)$, para $Q^2 = 0.1 \text{ GeV}^2$, $E_\nu = 1,0 \text{ GeV}$ (à esquerda) e $E_\nu = 2,0 \text{ GeV}$ (à direita).

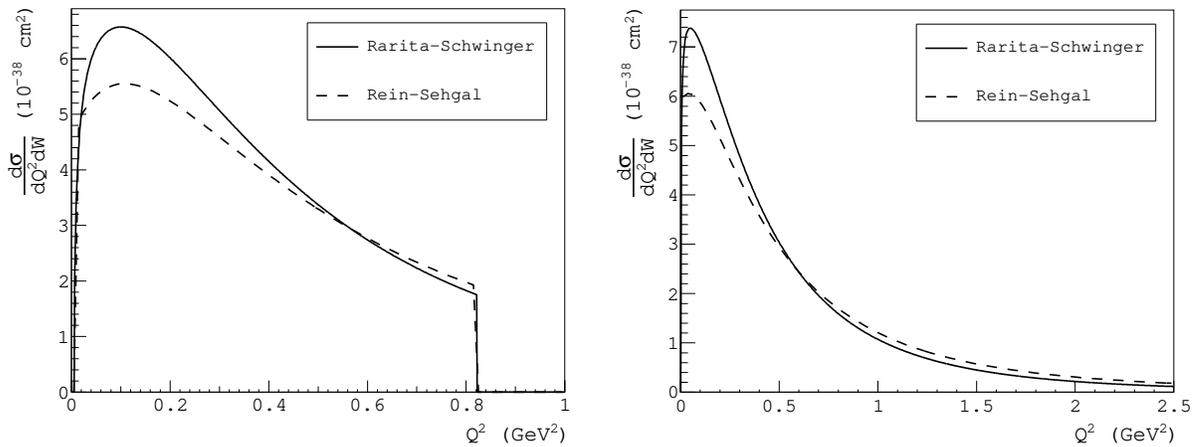


Figura 3.5: Seção de choque dupla diferencial para a reação $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^{++}(1232)$, para $W = 1.232 \text{ GeV}$, $E_\nu = 1,0 \text{ GeV}$ (à esquerda) e $E_\nu = 2,0 \text{ GeV}$ (à direita).

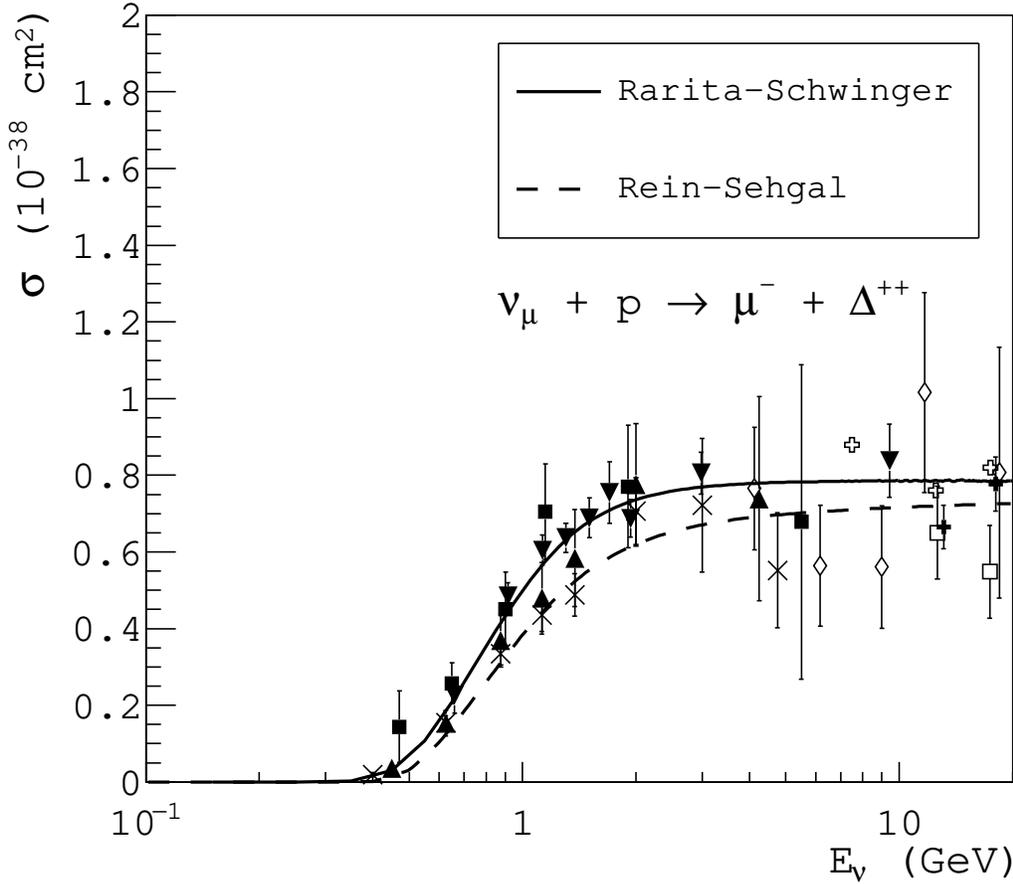


Figura 3.6: Seção de choque total da reação $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^{++}$ (1232). Os dados experimentais foram tomados dos experimentos ■ ANL [Campbell et al., 1973], ▲ ANL [Barish et al., 1979], × ANL [Radecky et al., 1982], □ FNAL [Bell et al., 1978], ▼ BNL [Kitagaki et al., 1986], ✱ BEBC [Allen et al., 1986], ◇ SKAT [Grabosch et al., 1989] e BEBC CERN WA25 [Allasia et al., 1990].

3.2 Espalhamento inelástico profundo (DIS)

O espalhamento inelástico profundo é importante para energias elevadas, onde o neutrino/anti-neutrino incidente pode interagir a nível de quark com o núcleo alvo e produzir o lépton correspondente mais um sistema X formado por vários hádrons:

$$\begin{aligned}
 CCdis : \nu_l + N &= l^- + X \\
 &\bar{\nu}_l + N = l^+ + X \\
 NCdis : \nu_l + N &= \nu_l + X \\
 &\bar{\nu}_l + N = \bar{\nu}_l + X.
 \end{aligned}
 \tag{3.116}$$

O DIS é dividido em duas etapas:

- Interação neutrino–quark e formação do sistema X: Essa etapa determina a seção de choque da interação. Tem uma alta dependência da estrutura da composição do núcleon por meio das diferentes funções de estrutura. Cinematicamente, depende dos quadrimomentos do neutrino incidente k , do lépton formado k' , do núcleon alvo P e da massa invariante do sistema X, W .
- Hadronização: Formação dos hádrons constituintes do sistema X.

A cinemática do processo pode ser observada na figura 3.7:

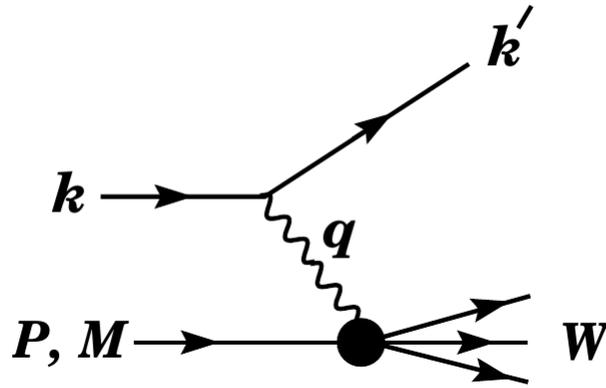


Figura 3.7: Diagrama para a dispersão inelástica profunda. O neutrino de momento k interage com um núcleon de momento P e massa M , mediante a troca de um bóson de momento q . É formado o lépton (com momento k') correspondente ao neutrino incidente e o sistema hadrônico de massa invariante W . A figura foi tomada de [Tanabashi et al., 2018].

3.2.1 Seção de choque

A seguir relatamos as equações usadas para a implementação no modelo CRISP da parte inicial do processo DIS [Paschos and Yu, 2002]:

$$\frac{d^2\sigma^{\nu,\bar{\nu}}}{dx dy} = \frac{G_F^2 M E_\nu}{\pi(1+Q^2/M_{W,Z}^2)^2} \left\{ \left(y^2 x + \frac{m_\mu^2 y}{2E_\nu M} \right) F_1 + \left[\left(1 - \frac{m_\mu^2}{4E_\nu^2} \right) - \left(1 + \frac{Mx}{2E_\nu} \right) y \right] F_2 \right. \\ \left. \pm \left[xy \left(1 - \frac{y}{2} \right) - \frac{m_\mu^2 y}{4E_\nu M} \right] F_3 + \frac{m_\mu^2 (m_\mu^2 + Q^2)}{4E_\nu^2 M^2 x} F_4 - \frac{m_\mu^2}{E_\nu M} F_5 \right\}.$$

Na equação anterior, $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$ e $y = \frac{\nu}{E}$ são as variáveis de escala de Bjorken, e $\nu = E_\nu - E_l$ é a energia transferida ao bóson de intercambio. No termo que contém F_3 , o neutrino incidente tem

sinal positivo, e o antineutrino incidente tem sinal negativo. Para a CC é usada a massa do bóson W e para a NC a massa do bóson Z . As funções de estrutura do núcleon $F_{1,\dots,5}(x, Q^2)$ são expressas em relação às funções de distribuição dos quarks que formam o núcleon, $q_i(x, Q^2)$, onde $q_i = u, d, c, s$. As funções de estrutura da corrente neutra são:

$$F_2^{NC}(\nu p, \bar{\nu} p) = 2x \left\{ (g_L^2 + g_R^2)[u + c + \bar{u} + \bar{c}] + (g_L'^2 + g_R'^2)[d + s + \bar{d} + \bar{s}] \right\}, \quad (3.117)$$

$$xF_3^{NC}(\nu p, \bar{\nu} p) = 2x \left\{ (g_L^2 - g_R^2)[u + c - \bar{u} - \bar{c}] + (g_L'^2 - g_R'^2)[d + s - \bar{d} - \bar{s}] \right\}, \quad (3.118)$$

onde $g_L = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$, $g_R = -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$, $g_L' = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$, $g_R' = \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$ e $\sin^2 \theta_W = 0.23117$ é o ângulo de Weinberg. As funções $F_2^{NC}(\nu n, \bar{\nu} n)$ e $F_3^{NC}(\nu n, \bar{\nu} n)$ são obtidas ao fazer $u, \bar{u} \leftrightarrow d, \bar{d}$ nas relações 3.117 e 3.118. Por outro lado, para a corrente carregada temos que:

$$\begin{aligned} F_2^{CC}(\nu p) &= 2x[d + s + \bar{u} + \bar{c}], \\ xF_3^{CC}(\nu p) &= 2x[d + s - \bar{u} - \bar{c}], \\ F_2^{CC}(\bar{\nu} p) &= 2x[u + c + \bar{d} + \bar{s}], \\ xF_3^{CC}(\bar{\nu} p) &= 2x[u + c - \bar{d} - \bar{s}]. \end{aligned} \quad (3.119)$$

De forma similar à corrente neutra, as funções $F_2^{CC}(\nu n)$, $F_3^{CC}(\nu n)$, $F_2^{CC}(\bar{\nu} n)$ e $F_3^{CC}(\bar{\nu} n)$ são obtidas ao fazer $u, \bar{u} \leftrightarrow d, \bar{d}$ em 3.119.

Os limites de integração de 3.117 são [Paschos and Yu, 2002]:

$$\begin{aligned} \frac{m_l^2}{2M(E_\nu - M)} &\leq x \leq 1, \\ a - b &\leq y \leq a + b, \end{aligned} \quad (3.120)$$

onde

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1 - m_l^2 \left(\frac{1}{2ME_{\nu x}} + \frac{1}{2E_n u^2} \right)}{2 \left(1 + \frac{Mx}{2E_\nu} \right)}, \\
 b &= \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{m_l^2}{2ME_{\nu x}} \right)^2 - \frac{m_l^2}{E_\nu^2}}}{2 \left(1 + \frac{Mx}{2E_\nu} \right)}.
 \end{aligned}
 \tag{3.121}$$

As funções F_1 , F_4 e F_5 são calculadas através das relações de Callan-Gross [Paschos and Yu, 2002]:

$$2xF_1 = F_2, \tag{3.122}$$

e de Albright-Jarlskog [Albright and Jarlskog, 1975]:

$$F_4 = 0, \tag{3.123}$$

$$xF_5 = F_2. \tag{3.124}$$

Neste trabalho, as funções de distribuição dos quarks foram tomadas de [Buckley et al., 2014].

3.2.2 Hadronização

A hadronização foi simulada através do modelo fenomenológico AGKY [Yang et al., 2009], o qual, dependendo do valor de massa invariante, é baseado no modelo de Koba-Nielsen-Olesen (KNO) [Koba et al., 1972] ou de PYTHIA/JETSET:

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \text{KNO} & \text{se } W < 2,3 \text{ GeV} \\
 \text{KNO e PYTHIA/JETSET} & \text{se } 2,3 < W < 3,0 \text{ GeV} \\
 \text{PYTHIA/JETSET} & \text{se } W > 3,0 \text{ GeV}
 \end{array} \right. \tag{3.125}$$

Na região de transição $2,3 < W < 3,0$ GeV são usados os dois modelos de forma tal que o peso do modelo KNO (PYTHIA/JETSET) diminui (aumenta) linearmente desde 100% (0%) em

$W = 2,3$ GeV até 0% (100%) em $W = 3,0$ GeV.

No código CRISP só foi implementado o modelo KNO, já que nos experimentos analisados $W < 1,8$ GeV. A primeira parte do modelo KNO consiste na determinação das partículas que formam o sistema hadrônico resultante. A multiplicidade média das partículas carregadas $\langle n_{ch} \rangle$ é determinada a partir da relação:

$$\langle n_{ch} \rangle = a_{ch} + b_{ch} \ln W^2, \quad (3.126)$$

onde os coeficientes a_{ch} e b_{ch} são representados na tabela 3.2. Logo, a multiplicidade hadrônica média é calculada como $\langle n \rangle = 1,5 \langle n_{ch} \rangle$.

Tabela 3.2: Coeficientes de multiplicidade hadrônica e de dispersão do modelo AGKY. Tabela e referências tomadas de [Yang et al., 2009].

	νp	νn	$\bar{\nu} p$	$\bar{\nu} n$
a_{ch}	0,4 [Zieminska et al., 1983]	-0,2 [Zieminska et al., 1983]	0,02 [Barlag et al., 1982]	0,8 [Barlag et al., 1982]
b_{ch}	1,42 [Zieminska et al., 1983]	1,42 [Zieminska et al., 1983]	1,28 [Barlag et al., 1982]	0,95 [Barlag et al., 1982]
c	7,93 [Zieminska et al., 1983]	5,22 [Zieminska et al., 1983]	5,22	7,93
a_{hyperon}	0,022	0,022	0,022	0,022
b_{hyperon}	0,042	0,042	0,042	0,042

A distribuição de multiplicidade hadrônica n é determinada por sorteio pela função densidade de probabilidade:

$$\langle n \rangle \times P(n) = f(n/\langle n \rangle), \quad (3.127)$$

onde $P(n)$ é a probabilidade de ter uma multiplicidade n e $f(n/\langle n \rangle)$ é a função de Levi [Koba et al., 1972]:

$$f(z) = 2 \frac{e^{-c} c^{cz+1}}{\Gamma(cz+1)}, \quad (3.128)$$

onde Γ é a função Gama e $z = n/\langle n \rangle$. Os coeficientes c são relatados na tabela 3.2.

O próximo passo é selecionar as n partículas do sistema hadrônico resultante, formado por um baryon e $n - 1$ mésons. Primeiramente é determinado o baryon resultante, que pode ser um núcleon

ou um hyperon Λ . A probabilidade da formação do hyperon é dada por

$$P_{\text{hyperon}} = a_{\text{hyperon}} + b_{\text{hyperon}} \ln W^2, \quad (3.129)$$

onde os coeficientes a_{hyperon} e b_{hyperon} são representados na tabela 3.2. Os núcleons são formados nas seguintes razões:

$$\frac{P_p}{P_n} = \begin{cases} 2 : 1 & \text{para as interações } \nu p \\ 1 : 1 & \text{para as interações } \nu n \text{ e } \bar{\nu} p \\ 1 : 2 & \text{para as interações } \bar{\nu} n, \end{cases} \quad (3.130)$$

onde P_p e P_n são as probabilidades de formação de prótons e nêutrons respectivamente.

Uma vez determinado o baryon, é criado um méson π de forma tal que sua carga compense a conservação da carga entre o neutrino incidente, o núcleon incidente, o lépton resultante e o baryon gerado. Dessa forma, a soma da carga das restantes $n - 2$ partículas a ser criadas tem que ser nula. Essas partículas são geradas em pares com as seguintes probabilidades: 31,33% (π^0, π^0), 62,66% (π^+, π^-) e 6% para a produção do méson K . No caso que fique uma partícula que não possa ser associada a um par, então é gerada como um π^0 .

A determinação dos momentos é realizada no referencial de centro de massa do sistema hadrônico gerado. Para isso é necessário calcular o momento transferido pelo neutrino nesse referencial. Usando a seção de choque diferencial 3.117, podem ser sorteados x e y , portanto, podem-se calcular Q^2 e W^2 . Isso permite a determinação do quadrimomento do lépton e do sistema hadrônico resultantes no referencial do núcleon inicial. Com o quadrimomento do lépton e do neutrino incidente é calculado então o quadrimomento transferido, também no referencial do núcleon incidente. Logo, é necessário fazer uma transformação de Lorentz para passar ao referencial do sistema hadrônico.

No referencial do sistema hadrônico, as componentes transversal p_T e longitudinal p_L do baryon (em relação ao momento transferido pelo neutrino), são geradas a partir das funções de densidade de probabilidade $f(x_F) = (1/N_0)dN/dx_F$ e $f(p_T) = (1/N_0)dN/dp_T^2$, onde $x_F = 2p_L/W$. Essas funções foram obtidas a partir do ajuste de dados experimentais (figura 3.8). As funções escolhidas

e os parâmetros ajustados são apresentados na tabela 3.3.

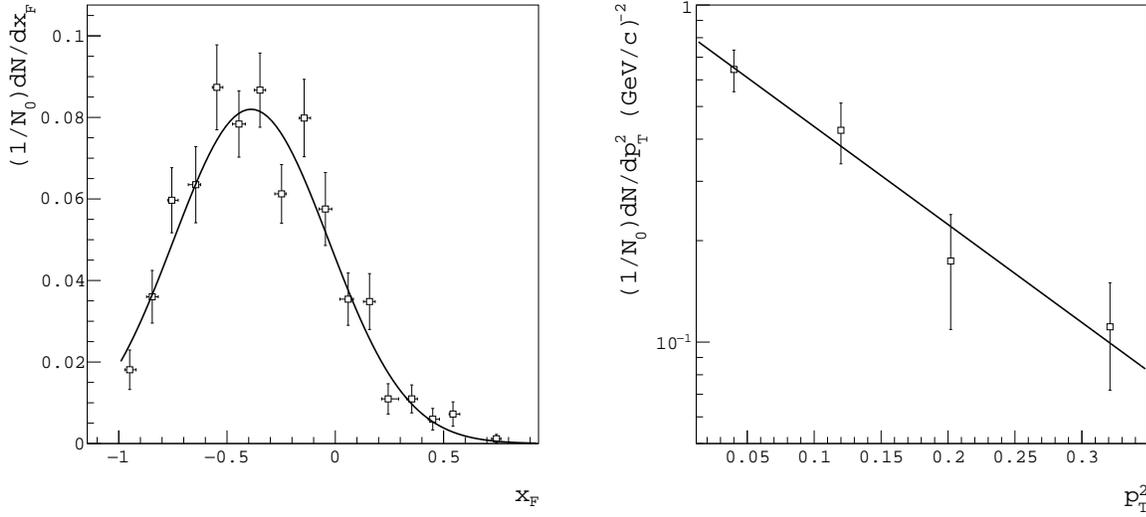


Figura 3.8: Ajuste das funções de densidade de probabilidade $f(x_F) = (1/N_0)dN/dx_F$ e $f(p_T) = (1/N_0)dN/dp_T^2$. Os pontos experimentais foram extraídos de [Derrick et al., 1978]

Tabela 3.3: Ajuste das funções de densidade de probabilidade $f(x_F) = (1/N_0)dN/dx_F$ e $f(p_T) = (1/N_0)dN/dp_T^2$.

Função	A	x_0	σ	b	χ^2/ndf
$f(x_F) = Ae^{-\left(\frac{x-x_0}{2\sigma^2}\right)^2}$	$0,082 \pm 0,003$	$-0,389 \pm 0,197$	$0,359 \pm 0,026$	—	1,54
$f(p_T) = Ae^{-bp_T^2}$	0,851			6,691	

A última parte da fase de hadronização consiste na determinação dos quadrimomentos dos $n - 1$ mésons gerados. Como é conhecido o momento total, do lépton e do baryon resultantes, pode ser determinado o momento do sistema de mésons $p_m = (\varepsilon_m, \vec{p}_m)$, onde, no referencial do centro de massas dos mésons CM_m pode ser expresso como $p = (M, \vec{0})$ através de uma transformação de Lorentz. Os $n - 1$ quadrimomentos são gerados de forma isotrópica no referencial CM_m pelo método de Raubold e Lynch [Block, 1992].

3.3 Produção coerente de píons

A produção coerente de píons acontece quando o neutrino interage com o núcleo todo, dando como resultado o lépton correspondente ao neutrino incidente, um píon e o núcleo alvo (figura 3.9).

Nesse processo, o módulo ao quadrado do momento transferido ao núcleo $|t|$ é muito pequeno, de forma tal que o núcleo continua no seu estado básico depois da interação.

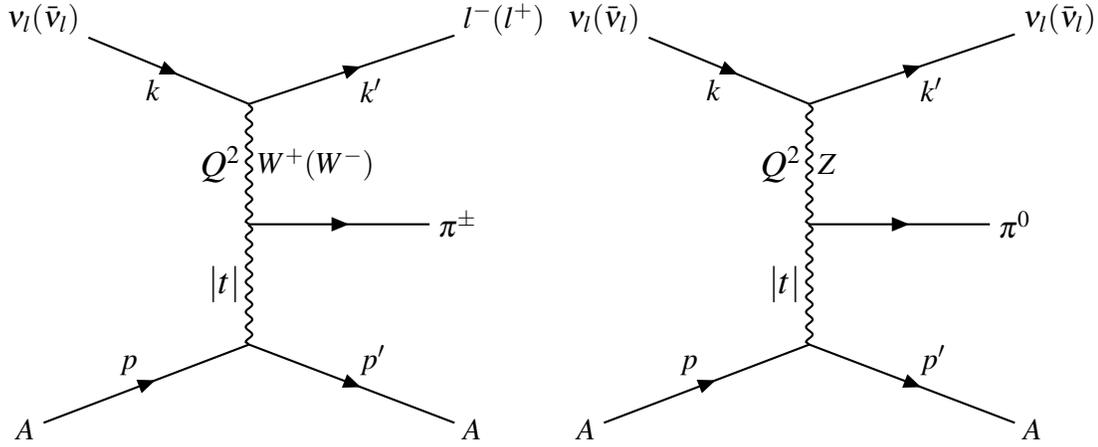


Figura 3.9: Produção coerente de píons de corrente carregada (à esquerda) e de corrente neutra (à direita).

Neste trabalho foi implementado o modelo de Berger-Sehgal [Berger and Sehgal, 2009], o qual é derivado do modelo de Rein-Sehgal [Rein and Sehgal, 1983]. Esses modelos partem do teorema de Adler de conservação parcial da corrente axial nas interações eletro-fracas [Adler, 1964] para relacionar a seção de choque da produção coerente de píons com o espalhamento elástico pión-núcleo.

3.3.1 Modelo de Rein-Sehgal

No modelo de Rein-Sehgal, a seção de choque para a corrente neutra é expressa como [Rein and Sehgal, 1983]:

$$\frac{d\sigma_{coer}^{NC}}{dQ^2 dy d|t|} = \frac{G_F^2 f_{\pi^0}^2}{4\pi^2} \frac{1-y}{y} G_A^2 \frac{d\sigma(\pi^0 A \rightarrow \pi^0 A)}{d|t|}, \quad (3.131)$$

onde f_{π^0} é a constante de decaimento do π^0 e $\frac{d\sigma(\pi^0 A \rightarrow \pi^0 A)}{d|t|}$ é a seção de choque elástica entre o π^0 e o núcleo de número de massa A . O fator de forma G_A é:

$$G_A = \frac{M_A^2}{Q^2 + M_A^2}, \quad (3.132)$$

com o parâmetro de massa axial $M_A = 0,95 \text{ GeV}$.

A seção de choque diferencial da interação elástica pión-núcleo é:

$$\frac{d\sigma(\pi^0 A \rightarrow \pi^0 A)}{d|t|} = A^2 \left. \frac{d\sigma_{el}}{d|t|} \right|_{t=0} |F_{\mathcal{R}}(t)|^2, \quad (3.133)$$

onde $F_{\mathcal{R}}(t)$ é o fator de forma nuclear

$$F_{\mathcal{R}}(t) = e^{-b|t|} F_{abs}, \quad (3.134)$$

e $b = \frac{1}{3}R^2$, sendo R o raio do núcleo A .

O termo F_{abs} é o parâmetro de absorção do pión, que expressa a probabilidade de que o pión seja absorvido pelo núcleo em questão

$$F_{abs} = \exp \left\{ - \frac{9A^{1/3}}{16\pi r_0^2} \sigma_{inel}^{\pi^0 N} \right\}. \quad (3.135)$$

Na equação de acima $r_0 = 1,18 \text{ fm}$ e $\sigma_{inel}^{\pi^0 N}$ é a seção de choque inelástica da interação π^0 -núcleon.

A seção de choque elástica π^0 -núcleon, $d\sigma/d|t|$, é relacionada com a seção de choque total $\sigma_t^{\pi^0 N}$ por meio do uso do teorema ótico [Giacomelli, 1970]

$$\left. \frac{d\sigma_{el}}{d|t|} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \left(\sigma_{tot}^{\pi^0 N} \right)^2. \quad (3.136)$$

No caso da corrente carregada é necessário realizar as seguintes modificações nas expressões 3.131-3.136, em dependência da carga do pión emitido [Berger and Sehgal, 2009]:

- Substituir a constante de decaimento $f_{\pi^0} \rightarrow f_{\pi^\pm} : f_{\pi^\pm} = \sqrt{2}f_{\pi^0}$
- Para as reações em ^{12}C fazer: $\sigma_{tot}^{\pi^0 N} \rightarrow \frac{\sigma_{tot}^{\pi^+ p} + \sigma_{tot}^{\pi^- p}}{2}$ e $\sigma_{inel}^{\pi^0 N} \rightarrow \frac{\sigma_{inel}^{\pi^+ p} + \sigma_{inel}^{\pi^- p}}{2}$, onde o índice $\pi^\pm p$ representa as interações π^\pm -próton. Essa substituição deve ser realizada também em caso de núcleos com o mesmo número de prótons e nêutrons. Para núcleos não isoescalares deve ser calculada a seção de choque média por núcleon.

- Ao considerar a massa do lépton formado, há que considerar o fator multiplicativo em 3.131 [Adler, 2006]:

$$\mathcal{C} = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{Q_{min}^2}{Q^2 + m_\pi^2}\right)^2 + \frac{1}{4} y \frac{Q_{min}^2 (Q^2 - Q_{min}^2)}{(Q^2 + m_\pi^2)^2}, \quad (3.137)$$

onde $Q_{min}^2 = m_l^2 \frac{y}{1-y}$.

Uma dificuldade importante do modelo de Rein-Sehgal é que não pode reproduzir acertadamente a seção de choque elástica 3.133, no caso da reação $\pi^+ + {}^{12}\text{C}$. Na figura 3.10, pode-se observar como o modelo superestima de forma notável os dados experimentais na região ressonante. Isso acontece devido a que o fator de forma $F_{\mathcal{R}}$ não consegue relacionar adequadamente a seção de choque pión-núcleo com a seção de choque pión-núcleon.

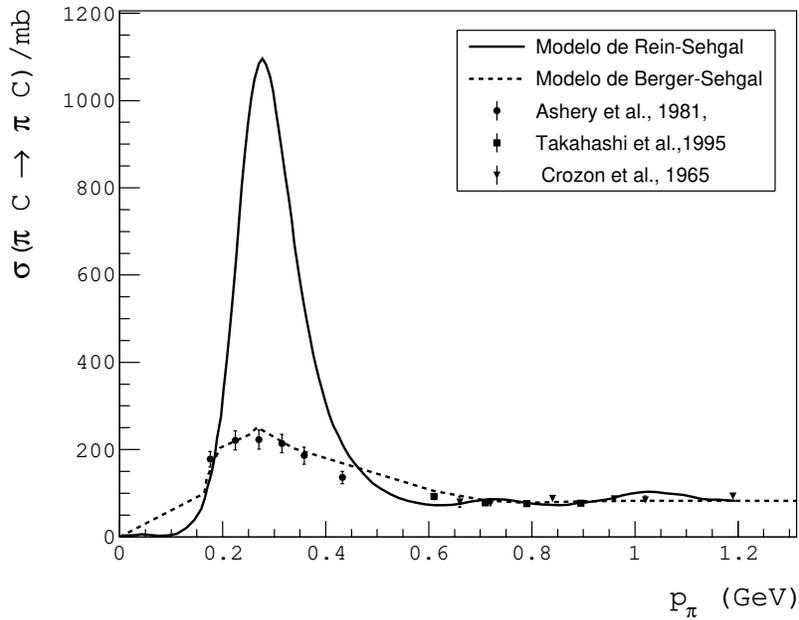


Figura 3.10: Seção de choque elástica para a reação $\pi^+ + {}^{12}\text{C}$. A linha teórica de Rein-Sehgal foi extraída de [Berger and Sehgal, 2009].

3.3.2 Modelo de Berger-Sehgal

O modelo de Berger-Sehgal [Berger and Sehgal, 2009] consiste em uma modificação do modelo de Rein-Sehgal, especificamente no termo de interação pión-núcleo. O modelo parte da equação 3.131, mas valores experimentais da seção de choque para determinar o termo $\frac{d\sigma(\pi^0 A \rightarrow \pi^0 A)}{d|t|}$. Com

efeito, a seção de choque diferencial $\pi^+ + {}^{12}\text{C}$ é determinada como:

$$\frac{d\sigma(\pi^0 A \rightarrow \pi^0 A)}{d|t|} = A_1 e^{-b_1 |t|}. \quad (3.138)$$

A dependência de A_1 e b_1 (tabela 3.4) com a energia cinética do pión incidente é determinada [Berger and Sehgal, 2009] a partir de dados de seção de choque experimental. Para os pontos intermediários, onde não há medições, é realizada uma interpolação linear (linha a traços figura 3.10).

A seção de choque total é calculada segundo os seguintes limites de integração:

$$\begin{aligned} Q_{min}^2 &= -m_l + 2,0E_v(E_l - k_l), \\ Q_{min}^2 &= -m_l + 2,0E_v(E_l + k_l), \end{aligned} \quad (3.139)$$

$$\begin{aligned} y_{min} &= \frac{m_\pi}{E_v}, \\ y_{max} &= 1 - \frac{m_l}{E_v}, \end{aligned} \quad (3.140)$$

$$\begin{aligned} |t_{min}| &= 2E_v^2 y^2 \left\{ 1 + \frac{Mx}{Ey} - \frac{m_\pi^2}{2E_v^2 y^2} - \sqrt{1 + \frac{2Mx}{Ey}} \sqrt{1 - \frac{m_\pi^2}{E_v^2 y^2}} \right\}, \\ |t_{max}| &= 2E_v^2 y^2 \left\{ 1 + \frac{Mx}{Ey} - \frac{m_\pi^2}{2E_v^2 y^2} + \sqrt{1 + \frac{2Mx}{Ey}} \sqrt{1 - \frac{m_\pi^2}{E_v^2 y^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (3.141)$$

O modelo de Berger-Sehgal oferece uma boa concordância com os dados experimentais para a seção de choque total (figura 3.11). No caso de corrente neutra é obtida uma subestimação para o canal de corrente neutra, em relação aos dados experimentais (figura 3.11, à direita). Como veremos em próximos capítulos, o aporte principal do modelo de Berger-Sehgal é que reproduz corretamente as seções de choque diferenciais $d\sigma/dQ^2$ e $d\sigma/d|t|$.

Tabela 3.4: Parâmetros A_1 e b_1 utilizados para calcular a seção de choque elástica na reação $\pi + {}^{12}\text{C}$. Tabela tomada de [Berger and Sehgal, 2009].

T_π (GeV)	A_1 (mb/GeV ²)	b_1 (1/GeV ²)
0,000	0	—
0,076	11600	116,0
0,080	14700	109,0
0,100	18300	89,8
0,148	21300	91,0
0,162	22400	89,2
0,226	16400	80,8
0,486	5730	54,6
0,584	4610	55,2
0,662	4570	58,4
0,776	4930	60,5
0,870	5140	62,2

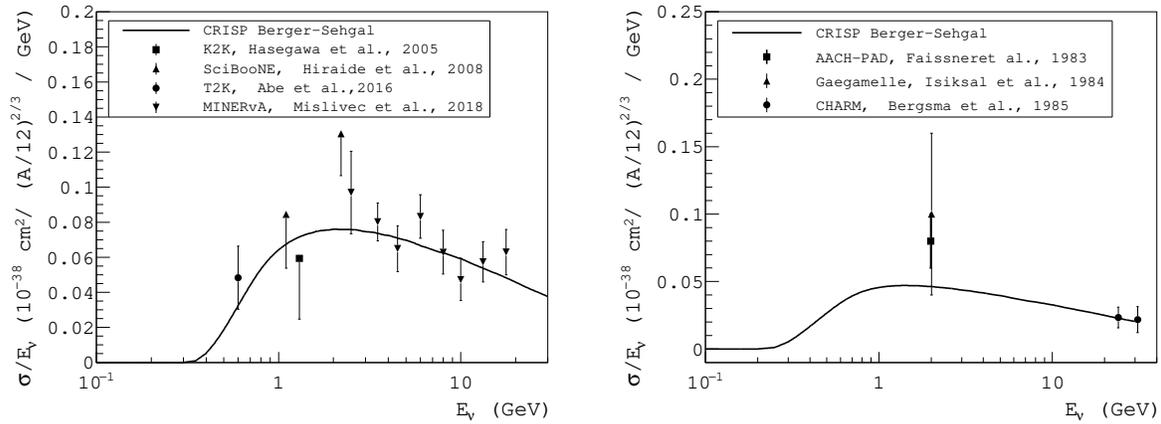


Figura 3.11: Seção de choque de produção coerente de píons de corrente carregada (à esquerda) e de corrente neutra (à direita). Os dados experimentais foram escalados em relação ao ${}^{12}\text{C}$, considerando que a seção de choque é proporcional a $A^{2/3}$ [Berger and Sehgal, 2009].

Parte II

O MODELO CRISP

4 | O MODELO CRISP

O modelo CRISP é um código computacional escrito em linguagem C++ para a simulação de reações nucleares usando o método de Monte Carlo. O código tem duas etapas fundamentais, a cascata intranuclear como mecanismo inicial da reação e a competição evaporação–fissão como parte da desexcitação do núcleo. Para o desenvolvimento da interação neutrino–núcleon no código foi necessário trabalhar apenas na parte da cascata intranuclear da forma descrita nas próximas epígrafes. Ao final do capítulo, é descrita a etapa de evaporação–fissão, para oferecer uma descrição o mais detalhada possível do código CRISP.

4.1 A cascata intranuclear

A cascata intranuclear consiste na simulação de reações nucleares a partir de uma abordagem de partículas independentes, levando em conta as colisões binárias entre elas. Todas as partículas estão confinadas no meio nuclear, podendo ser emitidas se sua energia cinética for maior que o potencial nuclear considerado. A cascata é finalizada quando não há nenhuma partícula com energia suficiente para sair do núcleo.

A implementação computacional da cascata tem os seguintes passos fundamentais, que serão explicados posteriormente:

- Preparação do núcleo alvo
- Gerador de eventos
- Cascata intranuclear

4.1.1 Preparação do núcleo alvo

Para a determinação da energia de Fermi do núcleo alvo, o potencial é considerado como cúbico infinito, de lado a

$$U(x,y,z) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \geq x \geq a \\ 0 & \text{se } 0 \geq y \geq a \\ 0 & \text{se } 0 \geq z \geq a \\ \infty & \text{para os outros casos} \end{cases} \quad (4.1)$$

A solução de Schrödinger para uma partícula de massa m nesse potencial é

$$\Psi(x,y,z) = C \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z), \quad (4.2)$$

onde

$$k_{x,y,z} = \frac{n_{x,y,z} \pi}{a}. \quad (4.3)$$

e C é a constante de normalização. Os números quânticos $n_{x,y,z} = 0, 1, 2, \dots$ não podem ser zero em simultâneo.

Assim, os autovalores de energia são

$$E_{m_x, m_y, m_z} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (4.4)$$

Para k grande, o número N de conjuntos de pontos $n_{x,y,z}$ pode aproximar-se ao volume do octante de uma esfera de raio $n = \frac{ka}{\pi}$, multiplicado por 2

$$N = 2 \frac{1}{8} \frac{4}{3} \pi n^3. \quad (4.5)$$

O fator 2 aparece como consequência do spin, onde cada conjunto de números quânticos pode aparecer duas vezes.

Com a equação anterior, o maior número quântico de energia para um gás de Fermi de N núcleons é

$$n_{max} = \left(\frac{3N}{\pi} \right)^{1/3}, \quad (4.6)$$

e a energia para esse nível, segundo a equação 4.4

$$E_f = \frac{\hbar^2 k_{max}^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n_{max}^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\Omega^{2/3}} n_{max}^2 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3N\pi^2}{\Omega} \right)^{2/3}, \quad (4.7)$$

onde $\Omega = a^3$ representa o volume do núcleo.

Já para o caso concreto de um núcleo esférico, podemos fazer $\Omega = \frac{4}{3}\pi R^3$, onde $R = r_0 A^{1/3}$ é o raio do núcleo¹. Logo, a energia de Fermi E_F é

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \left(\frac{N}{A} \right)^{2/3}. \quad (4.8)$$

No código CRISP, todas as transformações cinemáticas são realizadas considerando dois fluidos de Fermi independentes, um para Z prótons e outro para $A - Z$ nêutrons, todos submetidos ao seguinte potencial esférico de raio $R = r_0 A^{1/3}$:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{se } r \leq R & \text{para hádrons} \\ 0 & \text{se } r > R & \text{para partículas não carregadas} \\ V_c & \text{se } r > R & \text{para partículas carregadas.} \end{cases} \quad (4.9)$$

A profundidade do poço é $V_0 = E_f + B$, onde $B = 8$ MeV é a energia de separação média por núcleon. A barreira de Coulomb V_c é

$$V_c = \frac{e^2(Z-1)}{R}, \quad (4.10)$$

onde $r_{max} = r_0 A^{1/3}$ e $e^2 = 1.44 \text{ MeV}/\text{fm}$.

A energia de Fermi é calculada pela equação 4.9, e daí o momento de Fermi correspondente

$$E_{fn} = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \left(\frac{A-Z}{A} \right)^{2/3}, \quad (4.11)$$

$$E_{fp} = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \left(\frac{Z}{A} \right)^{2/3}, \quad (4.12)$$

¹No CRISP $r_0 = 1,18$ fm.

$$P_f = \sqrt{E_f^2 + 2mE_f}. \quad (4.13)$$

Os níveis da estrutura de camadas do núcleo são construídos no espaço de configurações dos momentos, em forma de camadas de igual espessura e definidas a partir dos números quânticos n , n_x , n_y e n_z [Deppman et al., 2004]. O número de ocupação de cada camada é definido pelo número de combinações de números quânticos que cumprem com a condição $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = n^2$, multiplicado por 2, devido ao spin. Por exemplo, para o nível $n = 2$, teremos as seguintes possibilidades: $2^2 = 2^2 + 0^2 + 0^2$, $2^2 = 0^2 + 2^2 + 0^2$, $2^2 = 0^2 + 0^2 + 2^2$, portanto, o número de núcleons máximo que esse nível pode ter é $3 \times 2 = 6$.

Uma vez conhecidos o número de ocupação de cada nível de energia e o número total de núcleons, o número total de níveis de energia N_i (i =nêutrons, prótons) até o nível de energia de Fermi, pode ser determinado. Com o anterior é calculada a espessura de cada nível no espaço de momentos

$$\Delta p_n = \frac{P_{fn}}{N_n}, \quad \Delta p_p = \frac{P_{fp}}{N_p}. \quad (4.14)$$

O momento p_i para os núcleons do nível n_i , é atribuído em dependência dessa espessura

$$\vec{p}_i = \Delta p \vec{n}_i. \quad (4.15)$$

Para um melhor entendimento da atribuição do momento para cada núcleon dentro do núcleo, vamos considerar o núcleo ${}^{56}\text{Fe}$, com $Z = 26$ prótons e $N = 30$ nêutrons. Aplicando as fórmulas 4.11–4.13, temos que $E_{fn} = 35.30$ MeV, $P_{fn} = 253.50$ MeV, $E_{fp} = 32.13$ MeV e $P_{fp} = 241.48$ MeV. Aplicando $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = n^2$, pode-se obter os seguintes números de ocupação para os primeiros cinco níveis de energia: $n_i = \{6, 6, 12, 6, 18\}$. Preenchendo esses níveis com os Z prótons e os N nêutrons, começando pelo nível mais baixo e colocando o número máximo de núcleons em cada nível, obtemos a distribuição apresentada na figura 4.1:

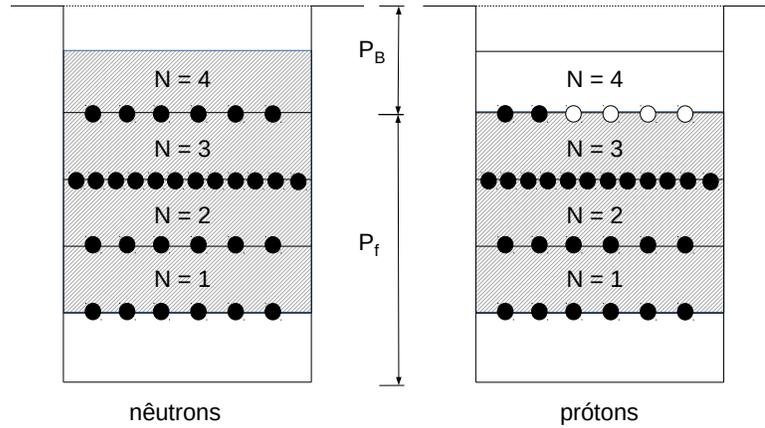


Figura 4.1: Estrutura de níveis no espaço de momentos para o ^{56}Fe , para os níveis de prótons (à esquerda) e de nêutrons (à direita). Os pontos pretos representam a ocupação de cada nível, e os pontos brancos as vacâncias. P_f é o momento de Fermi e P_B é o momento necessário para que os núcleons no nível de Fermi escapem do núcleo.

Na figura anterior os pontos pretos representam os núcleons, e os pontos brancos, as vacâncias no nível correspondente. Pode-se observar que nas duas distribuições precisaremos de $N_p = N_n = 4$ níveis de energia. Dessa forma, segundo 4.14 temos que $\Delta p_n = 63.37 \text{ MeV}$ e $\Delta p_p = 60.37 \text{ MeV}$, portanto o momento dos núcleons do nível n_i será: $\vec{p}_{ni} = 60.37 \cdot \vec{n}_i \text{ MeV}$ e $\vec{p}_{pi} = 63.37 \cdot \vec{n}_i$.

Para os núcleos leves, como o ^{12}C e o ^{40}Ar , considera-se que o primeiro nível de energia só pode ser ocupado por dois núcleons. Isso é realizado para se obter uma estrutura de níveis mais parecida ao caso do oscilador harmônico.

4.1.1.1 Distribuição geométrica dos núcleons

Geometricamente os núcleons são distribuídos uniformemente numa esfera de raio $R = r_0 A^{1/3}$. Para fazê-lo a partir de uma distribuição uniforme s na faixa $[0,1]$, em coordenadas esféricas (r, ϕ, θ) , sorteiam-se as diferentes componentes da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \phi &\longrightarrow 2\pi s, \\ \cos\theta &\longrightarrow 1 - 2s, \\ r &\longrightarrow R s^{1/3}. \end{aligned} \tag{4.16}$$

4.1.2 Conceito de massa efetiva no CRISP

No código CRISP, os núcleons ligados ao núcleo e, em geral, todas as partículas ligadas que agem mediante a interação forte são consideradas tendo uma massa efetiva $m_{eff} = 0,95m_0$, onde m_0 é a massa em repouso da partícula em questão.

Com efeito, para os núcleons ligados, a energia total

$$H = T + V = \sqrt{p^2 + m^2} - V_0, \quad (4.17)$$

pode ser expressa na forma:

$$H = \sqrt{p^2 + m_{eff}^2} = \sqrt{p^2 + m^2} - V_0. \quad (4.18)$$

Isso significa que a variável m_{eff} tem implícita a informação da profundidade de potencial V_0 , e evita o uso de V_0 a cada vez que seja preciso calcular a energia da partícula. Dessa forma, aplicando 4.18, a massa efetiva:

$$m_{eff}(p) = \sqrt{m^2 + V_0^2 - 2V_0\sqrt{p^2 + m^2}}. \quad (4.19)$$

A aplicação da equação anterior não oferece nenhuma vantagem computacional em relação à 4.17, por outro lado, se considerarmos a massa efetiva como um parâmetro constante igual ao valor médio da equação 4.19 $\langle m_{eff} \rangle$, teremos um ganho de tempo de cálculo ao poder realizar $H = \sqrt{p^2 + m_{eff}^2}$. No modelo CRISP, como parâmetro de massa efetiva usa-se o valor médio da equação 4.19 calculado para o ^{208}Pb : $\langle m_{eff} \rangle = 0,950 m_0$ [Canal et al., 1984].

4.1.3 Gerador de eventos

O gerador de eventos é a parte do código que tem como objetivo colocar o neutrino incidente de energia cinética T dentro do núcleo alvo e, posteriormente, dar início à cascata intranuclear. O referencial é assumido de forma tal que o núcleo alvo está em repouso e o eixo z tem a direção do movimento do neutrino (figura 4.2). O alvo é representado como uma esfera de raio R centrada no sistema de referencial.

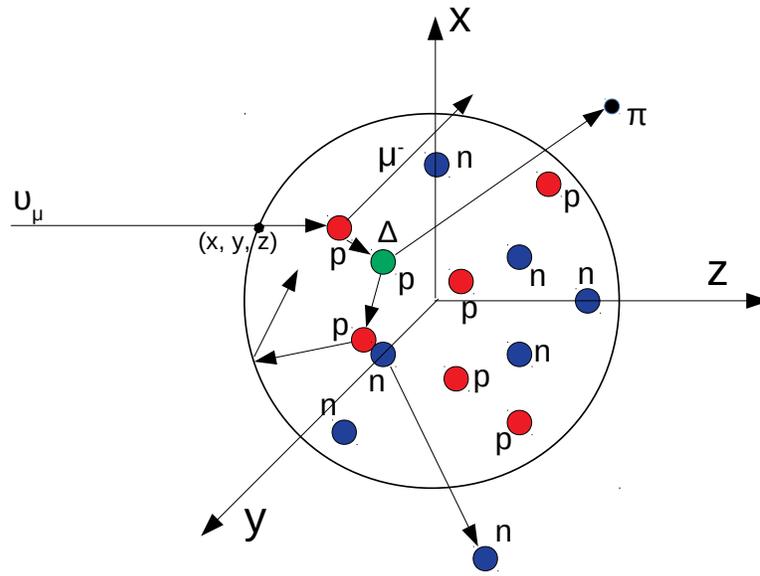


Figura 4.2: Geometria usada para a simulação das reações neutrino-núcleo. A origem de coordenadas é tomada no centro do alvo de forma tal que o movimento do neutrino incidente seja na direção positiva do eixo z .

As coordenadas do ponto de entrada do neutrino na superfície nuclear são geradas da seguinte forma:

- As componentes x e y no plano transversal à direção do movimento são sorteadas uniformemente dentro da circunferência $x^2 + y^2 = R^2$.
- Uma vez obtidas x e y , z é calculada como: $z = -\sqrt{R^2 - y^2 - x^2}$. O sinal menos aparece porque o neutrino entra pelo semiplano negativo no eixo z .

Conhecida a posição inicial do neutrino no alvo, é calculado o tempo de interação t_i , o parâmetro de impacto b_i e a seção de choque teórica total σ_i de cada par neutrino-núcleon do alvo.

Considerando que todas as partículas dentro do alvo têm movimento retilíneo uniforme, o parâmetro de impacto entre duas partículas b_{ij} é definido como sua distância relativa mínima, e o tempo de interação t_{ij} , como o tempo que demoram essas partículas para atingir essa distância relativa mínima.

Com efeito, para duas partículas n_1 e n_2 com posições \vec{r}_{01} , \vec{r}_{02} e velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , sua posição

relativa em função do tempo é

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_{012} + \vec{v}_{12}t, \quad (4.20)$$

onde $\vec{r}_{012} = \vec{r}_{10} - \vec{r}_{20}$ e $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

Elevando ao quadrado 4.20

$$d_{12}^2 = r_{12}^2 = r_{012}^2 + v_{12}^2 t^2 + 2\vec{r}_{012}\vec{v}_{12}. \quad (4.21)$$

O tempo de colisão é o tempo em que as duas partículas estão mais próximas e d^2 é mínimo

$$\frac{d(d_{12}^2)}{dt} = 0, \quad (4.22)$$

ou

$$t_{12} = -\frac{2\vec{r}_{012}\vec{v}_{12}}{v_{12}^2}. \quad (4.23)$$

Da equação anterior pode-se observar que quando duas partículas têm o módulo da velocidade relativa positivo, o tempo de colisão é negativo, portanto não há possibilidade de interação, pois já passaram pelo ponto de distância relativa mínima.

Para que alguma reação possa acontecer, a seção de choque geométrica πb_{min}^2 deve ser menor que a seção de choque teórica σ_i . Do contrário, a reação é rejeitada. O outro critério importante que pode tornar uma interação neutrino–núcleon impossível é o mecanismo de bloqueio de Pauli.

O mecanismo de bloqueio de Pauli é aplicado para as partículas resultantes das interações dentro do núcleo. Ele estabelece que se uma partícula cai dentro de uma camada de momento do núcleo, e essa camada tem o número máximo de partículas permitidas (igual ao número de ocupação do nível em questão), a interação é rejeitada.

Dessa forma, temos que a probabilidade de interação do neutrino com o núcleo vai depender dos seguintes fatores:

- Posição das partículas: A distância relativa mínima entre o neutrino e cada um dos núcleons do núcleo depende da posição inicial do neutrino e dos núcleons (equação 4.21).
- Momento das partículas: A seção de choque teórica do sistema neutrino–núcleo depende do

momento e energia do neutrino e do núcleon.

- Mecanismo de bloqueio de Pauli: Mesmo que πb_{min}^2 seja menor que σ_{ii} , a interação pode ainda ser bloqueada, já que as partículas resultantes não encontram vagas dentro da estrutura de camada do núcleo.

O gerador de eventos descrito acima é o mecanismo padrão usado pelo modelo CRISP no caso de reações partícula-núcleo. A seguir, estudaremos o que acontece na interação neutrino-núcleo, considerando a reação $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$. A seção de choque neutrino-núcleo é da ordem de $\sigma_i \approx 10^{-38} \text{ cm}^2$, portanto, a seção de choque teórica $\sigma_{\nu+{}^{12}\text{C}} \approx 10^{-37} \text{ cm}^2$.

A seção de choque geométrica do ${}^{12}\text{C}$ é

$$\sigma_G = \pi R_{12\text{C}}^2 \approx 200 \text{ mb} \approx 10^{13} 10^{-38} \text{ cm}^2, \quad (4.24)$$

onde $R_{12\text{C}}^2$ é o raio do ${}^{12}\text{C}$.

A probabilidade de que aconteça $\pi b_{min}^2 < \sigma_{\nu-N_i}$, para qualquer núcleon do alvo é

$$P = \frac{\sigma_{\nu+{}^{12}\text{C}}}{\sigma_G} \approx 10^{-13}. \quad (4.25)$$

Assim, para que um neutrino tenha a possibilidade de interagir com um núcleon do ${}^{12}\text{C}$, será preciso realizar 10^{13} sorteios da posição inicial do neutrino. Isso é muito custoso computacionalmente, primeiro pelo longo tempo de cálculo necessário para realizar essa quantidade de sorteios. E segundo, pela necessidade de um gerador de eventos de números aleatórios com uma precisão de 10^{-13} , para assegurar que a condição $\pi b_{min}^2 < \sigma_i$ possa ser cumprida.

Para solucionar esse problema é necessário multiplicar a seção de choque neutrino-núcleo por um fator $\alpha > 1$, dessa forma, aumenta a probabilidade de interação e assim o tempo de simulação diminui (linha vermelha da figura 4.3). Porém, a adoção de valores de α relativamente altos leva a uma diminuição do cálculo da seção de choque (linha preta da figura 4.3), isso devido a que as seções de choque do neutrino com cada núcleon do alvo começam a se superpor dando lugar a um efeito de sombreamento. Segundo o obtido na figura 4.3, no modelo CRISP é tomado o valor de $\alpha = 0,1 \times 10^{38} \text{ mb/cm}^2$.

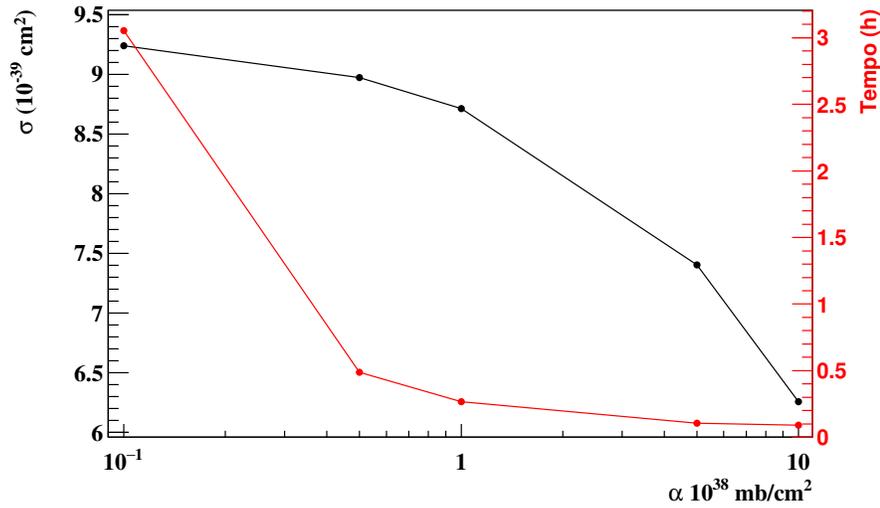


Figura 4.3: Seção de choque neutrino-núcleon e tempo computacional de simulação da seção de choque em função do parâmetro α .

4.1.4 Dinâmica da cascata intranuclear

Durante a fase da cascata intranuclear, é leva-se em conta a seguinte informação de cada partícula:

- **Tipo de partícula:** No código CRISP as partículas são divididas nos seguintes tipos: bárions, mésons e léptons. No CRISP são consideradas as seguintes ressonâncias bariônicas listadas na tabela 4.33, às quais não é aplicado o princípio de Pauli devido à sua baixa taxa de formação em comparação com o número de prótons e nêutrons no núcleo. Os mésons considerados são os π , $\omega(782)$, $\rho(770)$, $\phi(1020)$.
- **Posição da partícula:** A posição de cada partícula e sua evolução temporal são conhecidas em cada momento. Entre duas interações consecutivas separadas temporalmente em um tempo dt o vetor posição será atualizado da seguinte forma:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}dt, \quad (4.26)$$

onde \vec{r}_0 é a posição inicial e \vec{v} a velocidade da partícula.

- **Momento e energia da partícula:** Possui um tratamento quadri-dimensional, cada partícula

tem um momento $p = \{\vec{p}, E\}$. Essa grandeza determina as diferentes seções de choque de interação na cascata intranuclear e a velocidade $\vec{v} = \frac{\vec{p}}{E}$ entre interações.

Na execução da cascata assume-se um núcleo que pode estar constituído, além de prótons e nêutrons, por mésons, léptons e ressonâncias. São consideradas três tipos de interações:

- Colisão entre pares de partículas.
- Decaimento de partículas.
- Chegada das partículas à superfície nuclear.

4.1.4.1 Colisão entre duas partículas

A probabilidade de interação entre duas partículas i e j é determinada pela seção de choque teórica σ_{ij} e pelo mecanismo de bloqueio de Pauli. Duas partículas podem interagir só no caso que em sua trajetória elas fiquem a uma distância b_{min} tal que

$$\pi b_{min}^2 < \sigma_{ij}. \quad (4.27)$$

A seguir, são apresentados os canais de interações binarias utilizados no CRISP para a simulação das reações de neutrino:

4.1.4.1.1 Espalhamento elástico entre dos núcleons $N + N \Rightarrow N + N$

A seção de choque pp e nn é calculada segundo a parametrização [Cugnon et al., 1996]

$$\begin{aligned} \sigma &= 34 \left(\frac{p_{lab}}{0,4} \right)^{-2,104}, & p_{lab} < 0,4 \text{ GeV} \\ &= 23,5 + 1000(p_{lab} - 0,7)^4, & 0,4 < p_{lab} < 0,8 \text{ GeV} \\ &= 23,5 + \frac{24,6}{1 + \exp\left\{-\frac{p_{lab}-1,2}{0,10}\right\}}, & 0,8 < p_{lab} < 1,5 \text{ GeV} \\ &= 41 + 60(p_{lab} - 0,9) \exp\{-1,2p_{lab}\}, & p_{lab} > 1,5 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (4.28)$$

e para a interação np

$$\begin{aligned}
 \sigma &= 6.3555 p_{lab}^{-3,2481} \exp\{-0,377(\ln p_{lab})^2\} & p_{lab} < 0,4 \text{ GeV} \\
 &= 33 + 196|p_{lab} - 0,95|^{2,5}, & 0,4 < p_{lab} < 1,0 \text{ GeV} \\
 &= 24,2 + 8,9 p_{lab}, & 1,0 < p_{lab} < 2,0 \text{ GeV} \\
 &= 42, & p_{lab} > 2,0 \text{ GeV}
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

onde σ está em mb e o momento de laboratório p_{lab} em GeV .

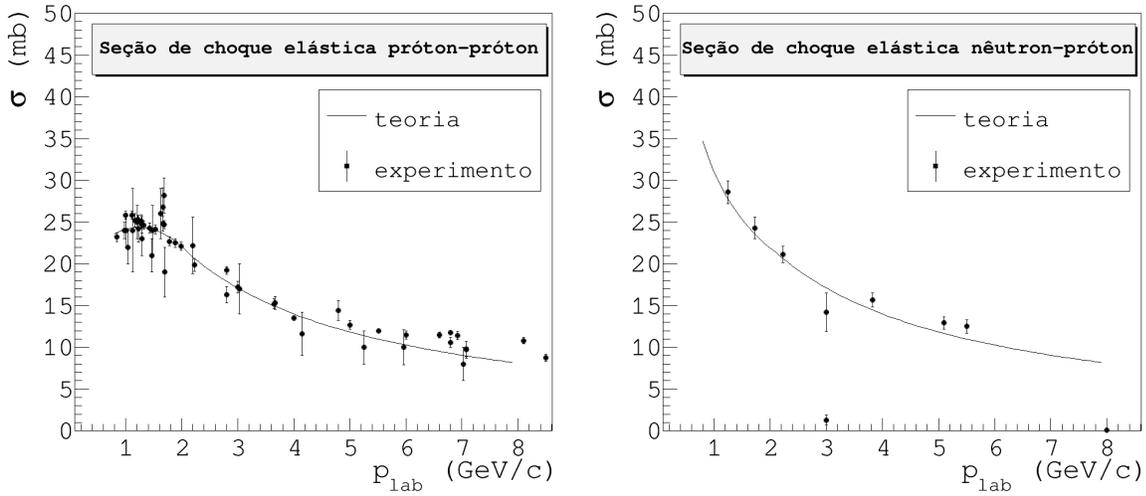


Figura 4.4: Seção de choque elástica para a interação núcleo-núcleo. As linhas representam as parametrizações 4.28 e 4.29. Os dados experimentais foram tomados de [Takahashi et al., 1995].

4.1.4.1.2 Espalhamento elástico entre um núcleo e uma ressonância bariônica $N+R \Rightarrow N+R$

São utilizadas as expressões 4.28 e 4.29 com a modificação [Buss et al., 2012]

$$\sigma_{N+R \rightarrow N+R}(\sqrt{s}) = \sigma_{N+N \rightarrow N+N}(\sqrt{s} - M_N + M_R). \tag{4.30}$$

4.1.4.1.3 Formação de ressonâncias bariônicas $N+N \rightarrow N+R, N+N \rightarrow \Delta(1232) + N, N+N \rightarrow \Delta(1232) + \Delta$

A seção de choque da formação das ressonâncias $\Delta(1232)$ e $N(1440)$ mais um núcleo é obtida através da parametrização de VerWest–Arndt [VerWest and Arndt, 1982]. Para as demais reações que incluem as ressonâncias $N(1520), N(1535), N(1680), N(1650), N(1675), N(1700), N(1710), N(1720), N(1900), N(1990), N(2040), N(2190), N(2220), N(2250), \Delta(1600), \Delta(1620), \Delta(1700)$,

$\Delta(1900)$, $\Delta(1905)$, $\Delta(1910)$, $\Delta(1600)$, $\Delta(1920)$ e $\Delta(1930)$ são utilizados os resultados de [Hernández, 2018], que utilizou a metodologia de UrQMD (Ultra-relativistic Quantum Molecular Dynamics) [Bleicher et al., 1999, Bass et al., 1998] para o cálculo da seção de choque total.

4.1.4.1.4 Formação direta de um par quase-deutério e um píon $N+N \rightarrow d+\pi$

Essa reação também é descrita pela parametrização de VerWest–Arndt [VerWest and Arndt, 1982].

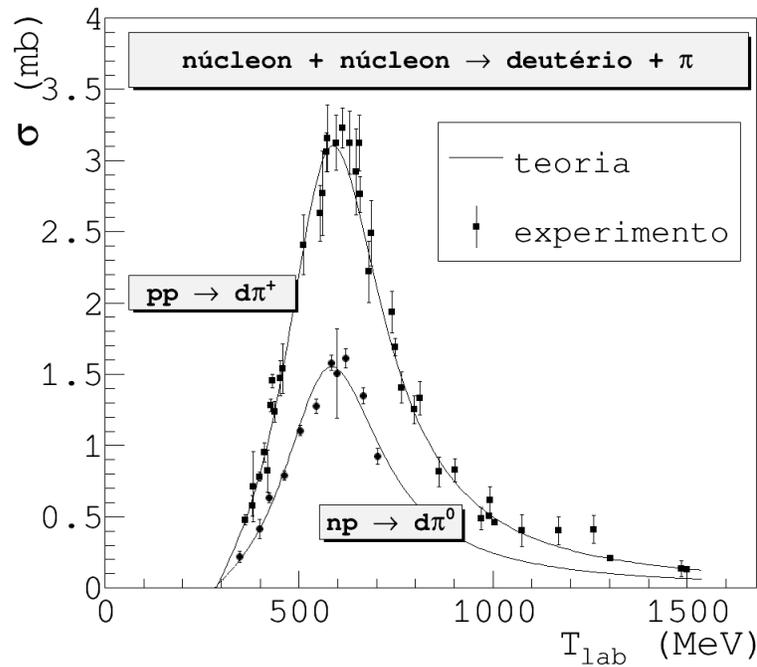


Figura 4.5: Seção de choque de produção de píons e formação de um par quase deutério. As linhas se correspondem com a parametrização de VerWest–Arndt [VerWest and Arndt, 1982]. Os dados experimentais foram extraídos de [VerWest and Arndt, 1982].

4.1.4.1.5 Interação de uma ressonância bariônica com um núcleon e formação de dois núcleons $N+R \rightarrow N+N$

É utilizada a equação de balanço detalhado, que permite obter a seção de choque do processo $cd \rightarrow ab$ se é conhecida a seção de choque do processo inverso $ab \rightarrow cd$

$$\sigma_{cd \rightarrow ab} = \sigma_{ab \rightarrow cd} \left(\frac{p_{ab}}{p_{cd}} \right)^2 \frac{(2J_a + 1)(2J_b + 1) \delta_{ab}}{(2J_c + 1)(2J_d + 1) \delta_{cd}}, \quad (4.31)$$

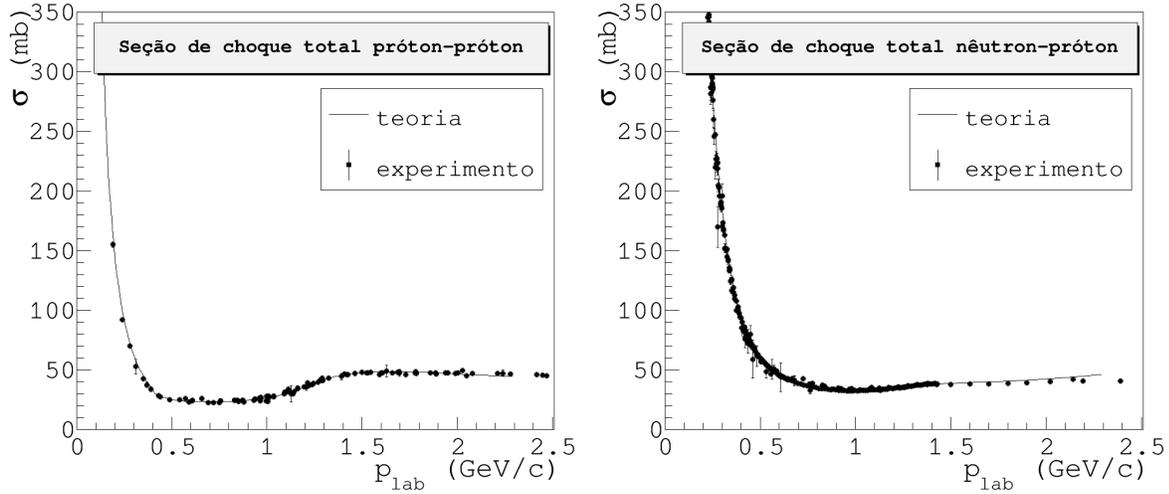


Figura 4.6: Seção de choque total para a interação núcleon-núcleon. As linhas representam a soma dos processos descritos em 4.1.4.1.1, 4.1.4.1.3 e 4.1.4.1.4. Os dados experimentais foram tomados de [Takahashi et al., 1995].

onde J_i é o spin da partícula em questão, p_{ab} é o momento do sistema ab no referencial de centro de massa e δ_{ab} é um fator de simetria definido da seguinte forma:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } a \text{ e } b \text{ não são idênticas} \\ 0,5 & \text{se } a \text{ e } b \text{ são idênticas.} \end{cases} \quad (4.32)$$

Usando esse método no CRISP estão implementadas as reações $\Delta(1232) + N \rightarrow N + N$ e $N(1440) + N \rightarrow N + N$.

4.1.4.1.6 Absorção de um pión por um núcleon e formação de uma ressonância bariônica $\pi + N \rightarrow N^*$

A seção de choque de formação de ressonâncias é calculada através da Breit-Wigner relativística

$$\sigma = \sigma_0 \frac{M_0^2 \Gamma_0^2}{(s - M_0^2)^2 + M_0^2 \Gamma_0^2}. \quad (4.33)$$

Os valores de massa M_0 e largura Γ_0 (tabela 4.1) de cada ressonância foram extraídos dos dados fornecidos pelo "Particle Data Group" [Tanabashi et al., 2018]. O parâmetro σ_0 é ajustado (tabela 4.1) para cada ressonância a partir dos dados experimentais das reações $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++}$ e $\pi^- + p \rightarrow R^0$ (figura 4.7).

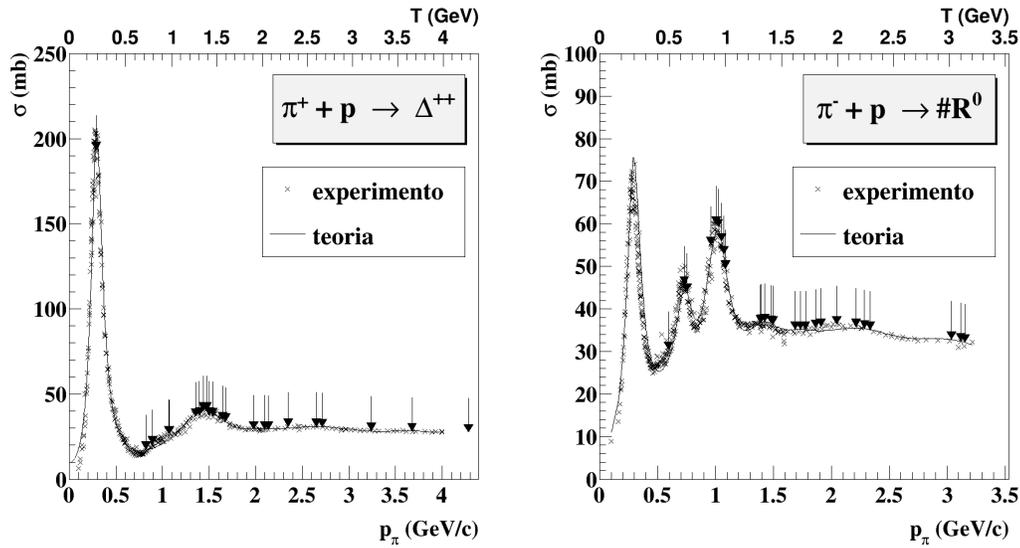


Figura 4.7: Seção de choque de formação de uma ressonância bariônica pela interação de um pión e um núcleon. As setas indicam as posições dos máximos das ressonâncias Δ (à esquerda) e N (à direita) listadas na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Valores de M_0 , Γ_0 [Tanabashi et al., 2018] e σ_0 utilizados pelo CRISP no cálculo da seção de choque 4.33.

Ressonância Δ	M_0 (GeV)	Γ_0 (GeV)	σ_0 (mb)	Ressonância N	M_0 (GeV)	Γ_0 (GeV)	σ_0 (mb)
1232	1.225	0.117	198.615	1440	1.430	0.250	6.535
1600	1.570	0.250	0.000	1520	1.515	0.110	23.227
1620	1.610	0.130	0.923	1535	1.530	0.175	0.000
1700	1.710	0.300	2.576	1650	1.650	0.125	6.943
1750	1.712	0.643	0.000	1675	1.675	0.145	11.835
1900	1.860	0.250	2.057	1680	1.685	0.115	19.757
1905	1.880	0.330	0.320	1700	1.700	0.200	2.409
1910	1.900	0.300	24.929	1710	1.710	0.140	0.000
1920	1.920	0.300	0.284	1720	1.720	0.250	1.493
1930	1.950	0.300	0.051	1860	1.928	0.376	0.387
1940	2.000	0.400	0.386	1875	1.875	0.200	6.628
1950	1.930	0.285	3.229	1880	1.880	0.300	0.391
2000	2.015	0.500	0.001	1895	1.895	0.120	0.110
2150	2.150	0.200	0.004	1900	1.920	0.200	1.136
2200	2.200	0.350	0.813	1990	2.020	0.300	0.009
2300	2.217	0.300	7.412	2000	2.060	0.390	0.046
2350	2.305	0.300	0.560	2040	2.040	0.230	2.674
2390	2.425	0.300	1.011	2060	2.100	0.400	0.068
2400	2.643	0.895	9.071	2100	2.100	0.260	5.088
2420	2.450	0.500	14.459	2120	2.120	0.300	2.383
2750	2.794	0.350	8.843	2190	2.180	0.400	0.283
2950	2.990	0.330	13.417	2220	2.250	0.400	7.086
				2250	2.280	0.500	5.539
				2300	2.300	0.340	0.000
				2570	2.570	0.250	0.000
				2600	2.600	0.650	13.048
				2700	2.612	0.350	5.517

4.1.4.1.7 Absorção de um pión por um par quase dêuteron $\pi + d \rightarrow N + N$

A seção de choque para essa reação foi parametrizada por Ritchie (no referencial de laboratório do deutério) [Ritchie, 1983] segundo a função

$$\sigma = \frac{a}{T_\pi^{1/2}} + \frac{b\Gamma_0^2}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma_0^2}{4}} - c \quad [mb], \quad (4.34)$$

onde $T_\pi [MeV]$ é a energia cinética do pión e $E [MeV]$ é

$$E = [(m_\pi + M_d)^2 + M_d^2 + 2T_\pi M_d]^{1/2}, \quad (4.35)$$

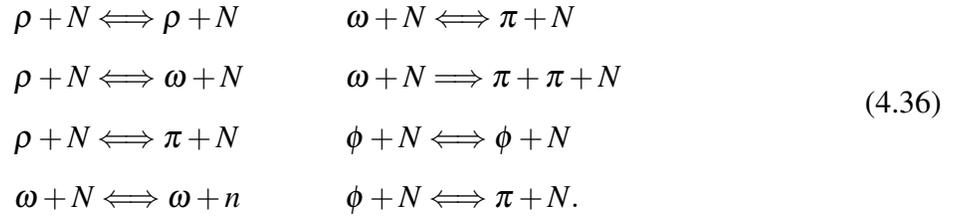
sendo M_d e m_π as massas do deutério e do pión respectivamente. Os parâmetros Γ_0 e E_R representam a largura e energia central do pico associado à região ressonante na seção de choque. Em [Ritchie, 1983] são utilizados os seguintes parâmetros: $a = 3,5 \text{ mb MeV}^{1/2}$, $b = 3,3 \text{ mb}$, $c = -1,2 \text{ mb}$, $E_R = 2136 \text{ MeV}$ e $\Gamma_0 = 150 \text{ MeV}$. A relação 4.34 considera a absorção do pión tanto (a) na formação de uma ressonância e posterior interação dela com um núcleon quanto (b) a absorção direta e formação de uma ressonância virtual. O processo (a) já é incluso no CRISP, pelo que não é possível usar os parâmetros de [Ritchie, 1983] diretamente para evitar uma super-absorção de píons. A inserção do canal 4.34 é realizada através de um novo ajuste dos parâmetros de acima em relação à absorção de píons do ^{12}C [Ashery et al., 1981].

Uma discussão detalhada sobre o ajuste realizado no modelo CRISP será apresentada no capítulo 6.

4.1.4.1.8 Reações dos mésons vetoriais ρ , ω e ϕ

Além das reações apresentadas até aqui, é possível a interação dos mésons ρ , ω , ϕ . Eles são formados na interação pión-núcleon (equação 4.36) e também no decaimento das ressonâncias (tabelas 4.2 e 4.3) formadas nos canais ressonantes das reações neutrino-núcleon.

Dentro deste grupo temos as seguintes interações



Uma descrição completa das reações 4.36 e dos modelos utilizados na obtenção da seção de choque pode ser encontrada em [Medina, 2014].

4.1.4.2 Decaimento de partículas

Muitas das partículas tem um tempo de vida médio da ordem de duração da cascata intranuclear, por isso pode acontecer o caso de algum decaimento. Há dois parâmetros fundamentais que as definem, a constante λ de decaimento e o “branching ratio” para cada canal resultante. A probabilidade de que uma partícula decaia após um tempo t_0 é

$$p(t > t_0) = 1 - e^{-\lambda t}, \tag{4.37}$$

portanto, para fazer o sorteio do tempo de decaimento é utilizada

$$t \longrightarrow -\frac{1}{\lambda}(1 - s), \tag{4.38}$$

onde s é um número sorteado uniformemente na faixa $[0; 1]$. O “branching ratio” é utilizado para determinar a probabilidade relativa dos diferentes canais de decaimento. Nas reações neutrino-núcleo é muito importante o decaimento das ressonâncias bariônicas que possam ser formadas. Nas tabelas 4.2 e 4.3 apresentamos os “branching ratios” utilizados no código CRISP. Eles foram tomados de [Tanabashi et al., 2018] e normalizados ao 100 % para cada ressonância.

4.1.4.3 Chegada de uma partícula à superfície nuclear

Seja uma partícula com momento $p = \{\vec{p}, \varepsilon\}$, posição e velocidade $\vec{r} = \vec{r}_0$ ($c = 1$) e $\vec{\beta} = \vec{p}/\varepsilon$, respectivamente, e uma superfície esférica de raio R com o centro no centro do sistema de coordena-

Tabela 4.2: Canais de decaimento das ressonâncias Δ implementadas no modelo CRISP.

Ressonância	$N\pi$	$\Delta\eta$	$\Delta\pi$	$N\rho$	$N^*\pi$	$\Delta\rho$	$N\pi\pi$
$\Delta(1232)$	100						
$\Delta(1600)$	8		42		8 N(1440)		42
$\Delta(1620)$	18		38		4 N(1440)		40
$\Delta(1700)$	19		37		4 N(1440)		40
$\Delta(1750)$	100						
$\Delta(1900)$	5		30	12	12 N(1440) 4 N(1520)		37
$\Delta(1905)$	10	3			9 N(1680)		78
$\Delta(1910)$	26	10	57		7 N(1440)		
$\Delta(1920)$	12	10	67		4 N(1440) 5 N(1520) 2 N(1535)		
$\Delta(1930)$	100						
$\Delta(1940)$	6	13	70		11 N(1535)		
$\Delta(1950)$	78		10		12 N(1680)		
$\Delta(2000)$	100						
$\Delta(2150)$	100						
$\Delta(2200)$	7		93				
$\Delta(2300)$	100						
$\Delta(2350)$	100						
$\Delta(2390)$	100						
$\Delta(2400)$	100						
$\Delta(2420)$	100						
$\Delta(2750)$	100						
$\Delta(2950)$	100						

Tabela 4.3: Canais de decaimento das ressonâncias N implementadas no modelo CRISP.

Ressonância	$N\pi$	$N\eta$	$N\omega$	$\Delta\pi$	$N\rho$	$N^*\pi$	$N\pi\pi$
$N(1440)$	57			13			30
$N(1520)$	46			22	9		23
$N(1535)$	40	40		2		9 $N(1440)$	9
$N(1650)$	45	19		8		12 $N(1440)$	16
$N(1675)$	38			29			33
$N(1680)$	58			15			27
$N(1700)$	6		10	31	17	3 $N(1440)$	33
$N(1710)$	16	37		7	21	19 $N(1535)$	
$N(1720)$	6	2	15	37	1	2 $N(1520)$	37
$N(1860)$	77	23					
$N(1875)$	12		35	40		9 $N(1440)$	4
$N(1880)$	4	20	13	20		6 $N(1535)$	37
$N(1895)$	13	37	37	9		4 $N(1440)$	
$N(1900)$	6	5	6	32		9 $N(1520)$ 4 $N(1535)$	38
$N(1990)$	100						
$N(2000)$	4			34		13 $N(1520)$ 11 $N(1680)$	38
$N(2060)$	11	5	6	9		13 $N(1440)$ 19 $N(1520)$ 30 $N(1680)$	17
$N(2100)$	13		17	10		30 $N(1535)$	30
$N(2120)$	11		7	35		8 $N(1535)$	39
$N(2190)$	27	4	25	44			
$N(2220)$	100						
$N(2250)$	100						
$N(2600)$	100						
$N(2700)$	100						

nadas cartesianas $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. A posição da partícula em relação ao tempo é

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\beta}t, \quad (4.39)$$

onde t é o tempo. Elevando 4.39 ao quadrado temos

$$r^2 = r_0^2 + (\beta t)^2 + 2\vec{r}_0\vec{\beta}t. \quad (4.40)$$

Fazendo $r = R$ pode-se encontrar o tempo que a partícula demora para atingir a superfície R ao resolver a equação quadrática 4.40 para t

$$t_{1,2} = \frac{\vec{r}_0\vec{\beta} \pm \sqrt{(\vec{r}_0\vec{\beta})^2 - \beta^2(r_0^2 - R^2)}}{\beta^2}. \quad (4.41)$$

Para $r < R$, a equação anterior terá duas soluções, uma não positiva e outra não negativa. A solução não negativa representa o tempo que demora a partícula em chegar à superfície nuclear.

Se uma partícula chega à superfície e se sua energia cinética for maior que a profundidade do potencial, essa partícula é emitida. No caso contrário, se a energia cinética for menor que o potencial, então a partícula é refletida na parede do núcleo.

4.1.4.4 Cascata intranuclear

A execução da cascata intranuclear acontece da forma apresentada na figura 4.8. Temos um núcleo composto por prótons e nêutrons. No instante inicial $t = 0$ calculam-se todos os tempos das possíveis interações que possam acontecer (partícula-partícula, decaimento e partícula-superfície). Para as interações partículas-partículas, encontra-se a seção de choque total σ_r e o parâmetro de impacto b . Se o tempo de interação for negativo ou $\pi b^2 > \sigma_r$ assume-se o tempo de interação desse evento como infinito. Depois, ordenam-se temporalmente os eventos e os executam um por um. Em cada execução atualiza-se as posições das partículas, as novas interações e os tempos das futuras interações. A cascata finaliza quando não há prótons ou nêutrons com energia maior que o poço de potencial e não existam mésons e ressonâncias dentro do núcleo. Há também um critério de parada temporal para os casos de que alguma ressonância não possa decair e fique presa no

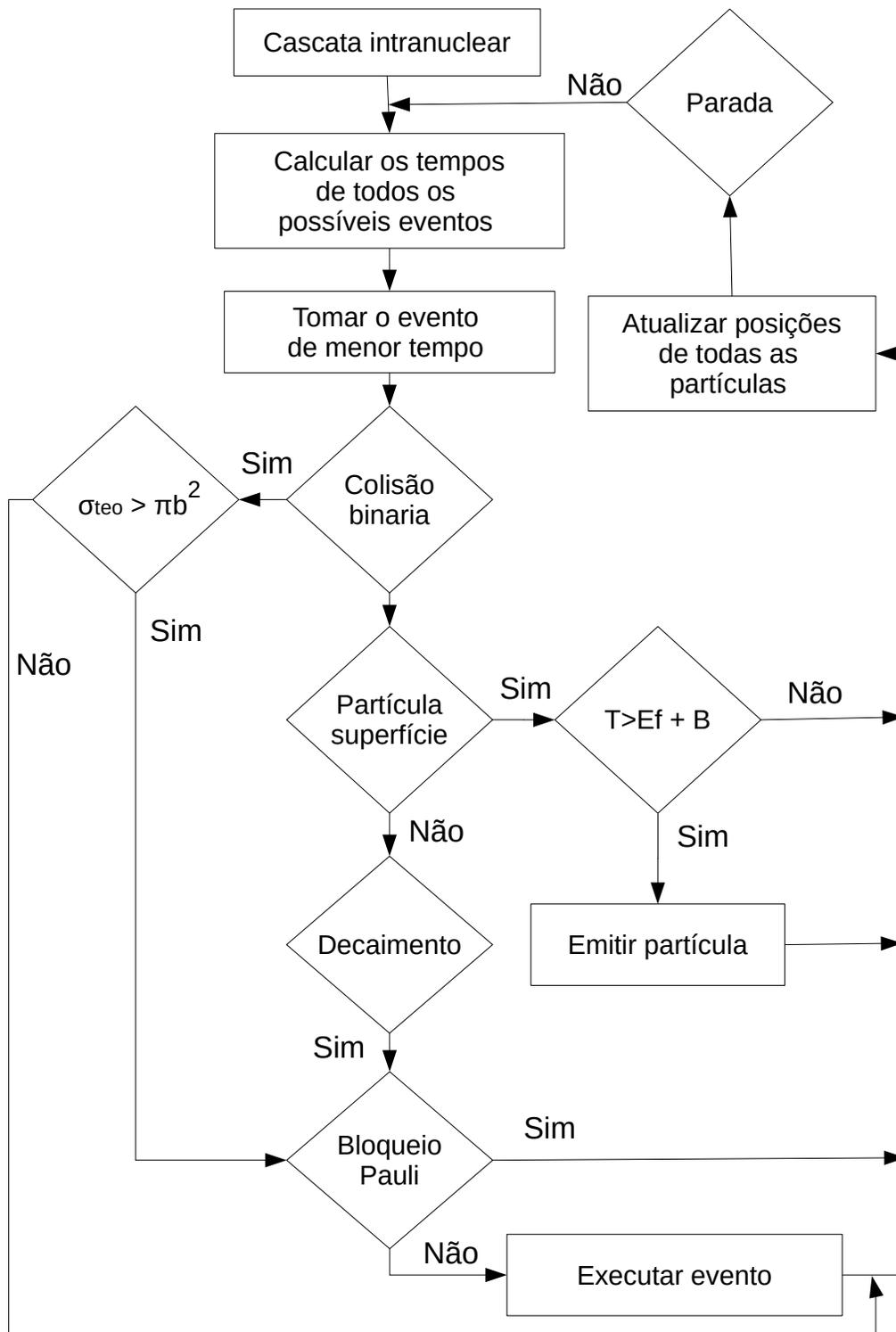


Figura 4.8: Diagrama de blocos representativo da cascata intranuclear no núcleo alvo.

núcleo. Normalmente a cascata é processada até que $t = 2000$ fm. Nesse caso as ressonâncias são obrigadas a decair (figura 4.8).

4.2 Modelo de desexcitação nuclear

Após a cascata intranuclear, nenhum núcleon tem energia suficiente para sair do núcleo, e a energia de excitação total do núcleo é geralmente maior do que a energia de ligação dos núcleons. A energia de excitação pode ser redistribuída de forma a possibilitar a evaporação de partículas. No código CRISP, considera-se o núcleo remanescente da cascata em equilíbrio termodinâmico, e seguindo o modelo estatístico de Weisskopf [Weisskopf, 1937], calculam-se as probabilidades relativas de emissão de prótons, nêutrons e partículas alfa. Também encontra-se a probabilidade relativa de fissão por meio da teoria de Vandenbosh e Huizenga [Vandenbosch and Huizenga, 1973].

As larguras de emissão para prótons e alfas relativas dos nêutrons são calculadas da seguinte forma:

$$\frac{\Gamma_p}{\Gamma_n} = \frac{E_p^*}{E_n^*} \exp \left\{ 2a_n^{1/2} \left[(r_p E_p^*)^{1/2} - (E_n^*)^{1/2} \right] \right\}, \quad (4.42)$$

$$\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_n} = \frac{E_\alpha^*}{E_n^*} \exp \left\{ 2a_n^{1/2} \left[(r_\alpha E_\alpha^*)^{1/2} - (E_n^*)^{1/2} \right] \right\}, \quad (4.43)$$

onde $E_i^* = E^* - B_i - V_i$, E^* é a energia de excitação V_i o potencial coulombiano e B_i a energia de ligação da partícula $i = n, p, \alpha$.

Os parâmetros de densidade de níveis são calculados pelas fórmulas empíricas de Dostrovsky [Dostrovsky et al., 1958]:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{A}{a_1} \left(1 - a_2 \frac{A-2Z}{A^2} \right)^2, \\ a_p &= \frac{A}{a_3} \left(1 - a_4 \frac{A-2Z}{A^2} \right)^2, \\ a_\alpha &= \frac{A}{a_5} \left(1 - \frac{a_6}{A} \right)^2. \end{aligned} \quad (4.44)$$

O modelo CRISP usa os seguintes parâmetros: $a_1 = 18.81$, $a_2 = 1.3$, $a_3 = 20.07$, $a_4 = 3.84$, $a_5 = 18.68$, $a_6 = 2.02$.

A barreira coulombiana para prótons e alfas é

$$V_p = C \frac{[K_p(Z-1)e^2]}{r_0(A-1)^{1/3} + R_p}, \quad (4.45)$$

$$V_\alpha = C \frac{[2K_\alpha(Z-2)e^2]}{r_0(A-4)^{1/3} + R_\alpha}, \quad (4.46)$$

com $K_p = 0.70$, $K_\alpha = 0.83$, $R_p = 1.14 fm$, $R_\alpha = 2.16 fm$. C é uma correção para os núcleos excitados

$$C = 1 - \frac{E^*}{Am_0 - M(A, Z)}, \quad (4.47)$$

onde m_0 e $M(A, Z)$ são as massas do núcleon núcleo, respetivamente.

A largura relativa de fissão é calculada a partir da teoria de Vandenbosh e Huizenga [[Vandenbosh and Huizenga, 1973](#)]

$$\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n} = K_f \exp \left\{ 2 \left[(a_f E_f^*)^{1/2} - (a_n E_n^*)^{1/2} \right] \right\}, \quad (4.48)$$

onde $E_f^* = E^* - B_f$ e B_f é a barreira de fissão.

Para a obtenção da equação anterior, considera-se que:

$$\Gamma_f = \frac{D}{2\pi} \int_0^{E^* - B_f} \rho^*(E^* - B_f - K) dK \quad (4.49)$$

e

$$\Gamma_n = \frac{D}{2\pi} \frac{2mR^2g}{\hbar^2} \int_0^{E^* - B_n} \varepsilon \rho^*(E^* - B_n - \varepsilon) d\varepsilon, \quad (4.50)$$

onde ρ^* são as densidades de energia para os níveis de fissão e emissão de nêutrons, D é o espaçamento médio entre esses níveis, R o raio nuclear e $g = 2$ a degenerescência de spin para nêutrons.

Partindo da relação $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n}$ de 4.49 e 4.50 de que

$$\rho(E) \propto \exp \left[2(aE)^{1/2} \right], \quad (4.51)$$

e fazendo a integração, chega-se a 4.48.

Pode-se ver na equação 4.49 que só é considerada a fissão quando a energia de excitação é maior que a barreira de fissão, desconsiderando-se os casos de fissão por efeito túnel, o que é muito mais improvável do que a emissão de partículas. O mesmo acontece para prótons e alfa. Se a excitação é menor que a barreira coulombiana, então não acontece a emissão.

Conhecidas as larguras de emissão e fissão, pode-se calcular as probabilidades de emissão de nêutron, próton ou partícula alfa, e a probabilidades da fissão nuclear. Por exemplo, a probabilidade de que aconteça o evento i é ($i = n, p, \alpha, f$)

$$P_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\alpha + \Gamma_f}, \quad (4.52)$$

dividindo o numerador e denominador por Γ_n

$$P_i = \frac{\frac{\Gamma_i}{\Gamma_n}}{1 + \frac{\Gamma_p}{\Gamma_n} + \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_n} + \frac{\Gamma_f}{\Gamma_n}}, \quad (4.53)$$

onde todos os termos podem ser calculados pelas equações 4.42, 4.43 e 4.48. O funcionamento geral do MCEF é representado no diagrama de blocos na figura 4.9. Por dados iniciais temos A , Z , E^* e o momento angular L . A todo o tempo o núcleo é considerado esférico. Cada iteração corresponde à determinação da probabilidade de emissão de nêutrons, prótons, alfas e fissão nuclear, sorteio e seleção de um dos eventos anteriores. Isso é realizado enquanto a energia de excitação for maior do que o mínimo da energia de ligação do nêutron B_n e a energia de fissão B_f . Uma vez determinado o evento que acontece, no caso de uma emissão, obtém-se a energia cinética da partícula emitida e a partir daí atualiza-se o núcleo residual. No caso da fissão, detém-se o MCEF e inicia-se o cálculo dos fragmentos de fissão.

Pela teoria de Weisskops [Weisskopf, 1937], a largura de emissão na evaporação é

$$W_i d\varepsilon = C(\varepsilon - V_i) e^{-\frac{\varepsilon - V_i}{T_f(E^* - B_i)}}. \quad (4.54)$$

Portanto, para a energia cinética das partículas evaporadas, utiliza-se o integrando da equação

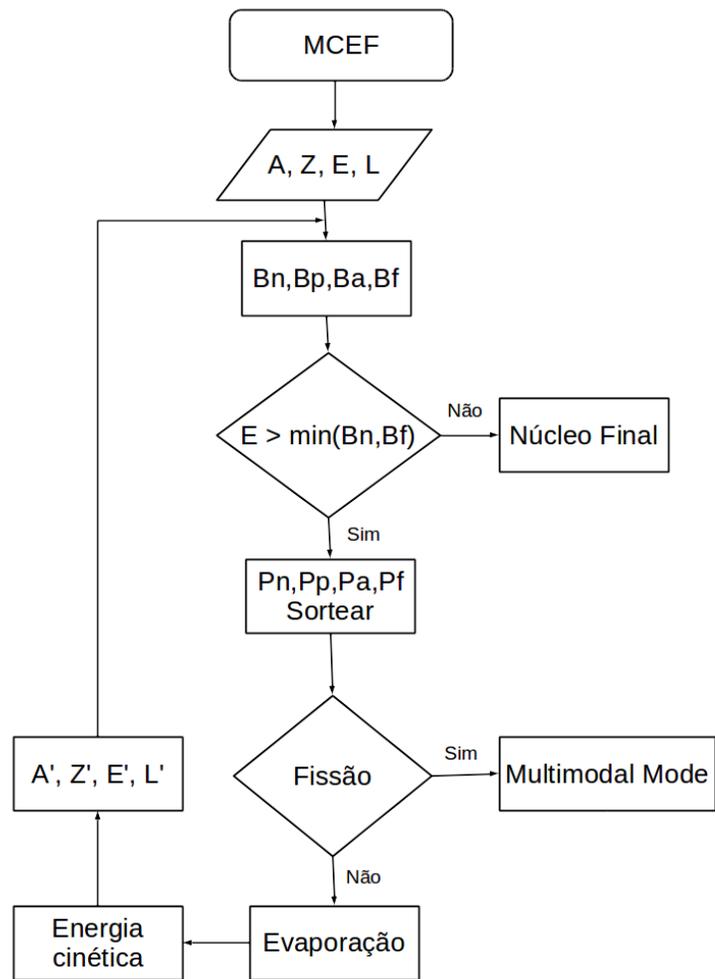


Figura 4.9: Diagrama de blocos representativo da implementação do MCEF no modelo CRISP.

anterior como função de densidade de probabilidade

$$f(\varepsilon) = (\varepsilon - V_c) \exp\left(-\frac{(\varepsilon - V_c)}{T_f(\varepsilon)(E^* - B_i)}\right). \quad (4.55)$$

No caso de nêutrons, $V_c = 0$. T_f é a temperatura no núcleo após a emissão e depende da energia cinética da partícula emitida.

A relação entre excitação pós-emissão $E_f^* = E^* - B_i - \varepsilon$ e temperatura é

$$T_f = \sqrt{2a_i E_f^*} \quad (4.56)$$

Na equação anterior a_i são os parâmetros de densidade de níveis definidos em 4.44. Os fragmentos de fissão são obtidos pelo modelo MM-NRM (multimodal-random neck rupture model) [Brosa et al., 1989], onde a seção de distribuição de massas é determinada por três modos diferentes e independentes de fissão:

- **Simétrico Superlongo (S):** Corresponde à fissão simétrica em que pode ser atingida a maior deformação do núcleo.

$$\sigma_S = \frac{K_S}{\sqrt{2\pi\Gamma_S^2}} \exp\left(-\frac{(A - A_S)^2}{2\Gamma_S^2}\right). \quad (4.57)$$

- **Assimétrico Padrão I (S1):** Esse modo aparece como consequência da existência de uma camada fechada esférica para nêutrons $N \sim 82$ e prótons $Z \sim 50$ em núcleos pesados com $A \sim 132$. A distribuição de massas dos fragmentos são duas gaussianas simetricamente deslocadas da posição A_S :

$$\sigma_{S1-} = \frac{K_{S1}}{\sqrt{2\pi\Gamma_{S1}^2}} \exp\left(-\frac{(A - A_S - D_{S1})^2}{2\Gamma_{S1}^2}\right), \quad (4.58)$$

$$\sigma_{S1+} = \frac{K_{S1}}{\sqrt{2\pi\Gamma_{S1}^2}} \exp\left(-\frac{(A - A_S + D_{S1})^2}{2\Gamma_{S1}^2}\right). \quad (4.59)$$

- **Assimétrico Padrão II (S2):** Esse modo aparece como consequência da existência da camada anterior deformada para nêutrons $N \sim 86 - 88$ e prótons $Z \sim 52$ em núcleos pesados com $A \sim 138 - 140$. Também na distribuição de massas dos fragmentos temos duas gaussias

nas simetricamente deslocadas da posição A_S :

$$\sigma_{S2-} = \frac{K_{S2}}{\sqrt{2\pi\Gamma_{S2}^2}} \exp\left(-\frac{(A - A_S - D_{S2})^2}{2\Gamma_{S2}^2}\right), \quad (4.60)$$

$$\sigma_{S2+} = \frac{K_{S2}}{\sqrt{2\pi\Gamma_{S2}^2}} \exp\left(-\frac{(A - A_S + D_{S2})^2}{2\Gamma_{S2}^2}\right). \quad (4.61)$$

O código CRISP deve receber na entrada as intensidades das gaussianas K_S, K_{S1}, K_{S2} , suas larguras $\Gamma_S, \Gamma_{S1}, \Gamma_{S2}$ e o deslocamento em relação à posição A_S dos modos assimétricos D_{S1}, D_{S2}

As distribuições de carga para cada núcleo de massa A também são consideradas gaussianas [Kudo et al., 1998], [Duijvestijn et al., 1999]

$$\sigma_{A,Z} = \frac{\sigma_A}{\sqrt{\pi\Gamma_Z}} \exp\left(-\frac{(Z - Z_p)^2}{\Gamma_Z^2}\right), \quad (4.62)$$

onde, os valores Z_p e Γ_Z são funções lineares da massa A dos fragmentos

$$Z_p = \mu_1 + \mu_2 A, \quad (4.63)$$

$$\Gamma_Z = \gamma_1 + \gamma_2 A. \quad (4.64)$$

Os parâmetros $\mu_1, \mu_2, \gamma_1, \gamma_2$ também devem ser especificados no arquivo de entrada do código CRISP. Para o sorteio das massas assume-se a seguinte função de distribuição:

$$f(A) = \frac{\sigma_S + \sigma_{S1-} + \sigma_{S1+} + \sigma_{S2-} + \sigma_{S2+}}{K_S + 2K_{S1} + 2K_{S2}}, \quad (4.65)$$

e para as cargas a equação 4.62.

Uma vez determinados os fragmentos a_1, z_1 e a_2, z_2 a energia de excitação E^* é distribuída como excitação dos fragmentos dependendo de seus respectivos números de massa

$$E_1^*(a_1, z_1) = \frac{a_1}{A} E^*, \quad (4.66)$$

$$E_2^*(a_2, z_2) = \frac{a_2}{A} E^*.$$

Para calcular a energia cinética dos fragmentos, partimos da conservação da energia e momento linear.

$$M(A, Z) + E^* = m_1(a_1, z_1) + m_2(a_2, z_2) + T + E_1^*(a_1, z_1) + E_2^*(a_2, z_2), \quad (4.67)$$

$$T = M(A, Z) - m_1(a_1, z_1) - m_2(a_2, z_2) = Q, \quad (4.68)$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1^2}{2m_1(a_1, z_1)} + \frac{P_2^2}{2m_2(a_2, z_2)}, \quad (4.69)$$

$$P_1 = P_2. \quad (4.70)$$

Dessa forma, resolvendo o sistema de equações 4.69–4.70 chega-se a:

$$T_1 = \frac{m_2(a_2, z_2)}{m_1(a_1, z_1) + m_2(a_2, z_2)} T, \quad (4.71)$$

$$T_2 = \frac{m_1(a_1, z_1)}{m_1(a_1, z_1) + m_2(a_2, z_2)} T.$$

Nas equações anteriores os sub-índices 1 e 2 referem-se aos fragmentos 1 e 2 respectivamente, m é a massa, P o momento, e T a energia cinética.

4.3 Comparação com outros geradores de reações neutrino-núcleo

Um ponto em comum em quase todos os geradores estudados é o núcleo ser construído através do modelo de gás de Fermi relativístico. Esse modelo considera dois gases independentes, um para prótons e outro para nêutrons. O modelo pode ser global, onde p_F não depende das coordenadas, ou local, onde para cada núcleon i temos que $p_F = p_F(\vec{r}_i)$. Para o estado fundamental do núcleo, os núcleons são colocados no intervalo $[0, p_F]$, seguindo alguma função de distribuição $f = f(\vec{p})$ (geralmente f é uniforme).

Para considerar o bloqueio de Pauli, são desconsideradas as reações onde algum núcleon final cumpra que $p < p_F$. Se essa condição não for aplicada, o núcleo no estado básico poderia evaporar durante a cascata intranuclear sem a presença de alguma fonte de energia externa. Outra consequência seria que sejam obtidos estados nucleares de energia menor que a inicial, dando como resultado que a energia de excitação seja negativa.

O formalismo de Llewellyn-Smith [Llewellyn Smith, 1972] realiza a correção da seção de choque neutrino-núcleon para os canais elásticos e quase-elásticos no meio nuclear da seguinte forma:

$$\sigma = (1 - D/N)\sigma_{free}, \quad (4.72)$$

onde σ_{free} , N e D são a seção de choque do neutrino no núcleon livre, o número de nêutrons do núcleo alvo e um fator de correção, respectivamente. O fator D é

$$D = \begin{cases} Z & \text{se } 2x < u - v \\ \frac{A}{2} \left\{ 1 - \frac{3x}{4}(u^2 + v^2) + \frac{x^3}{3} - \frac{3}{32x}(u^2 + v^2)^2 \right\} & \text{se } u - v < x < u + v \\ 0 & \text{se } x > u + v \end{cases}, \quad (4.73)$$

$$x = \frac{|\vec{q}|}{2p_F}, \quad u = \left(\frac{2N}{A}\right)^{1/3}, \quad v = \left(\frac{2Z}{A}\right)^{1/3} \quad (4.74)$$

onde N, Z, A são os números de nêutrons, prótons e núcleons do núcleo e \vec{q} é o momento transferido ao núcleon alvo.

Por outro lado, o formalismo de Smith e Moniz [Smith and Moniz, 1972] também corrige as seções de choque analiticamente para considerar o bloqueio de Pauli e o movimento fermiônico. Para tanto utiliza as distribuições de momentos dos núcleons inicial e final na interação neutrino-núcleon $n_i(p)$ e $n_f(p)$ para calcular o tensor hadrônico. Para o gás de Fermi puro tem-se que $n(p) = \Theta(p_F - p)$.

4.3.1 NUANCE

O NUANCE [Casper, 2002] é o gerador de eventos utilizado para processar os dados do experimento MiniBooNE [Ray, 2007]. Ele utiliza o gás de Fermi relativístico (f uniforme) com algumas correções ad hoc com o fim de reproduzir os dados experimentais dos canais CCQE $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + CH_2$ ($0 - 2$ GeV):

- Introdução de um fator multiplicativo κ que modifica a energia $E_{l0} \rightarrow \kappa E_{l0}$ que deve ter o núcleon para que ele, ao ganhar uma energia ω , fique exatamente acima do nível de Fermi. A energia E_{l0} é utilizada como limite de integração inferior na hora de calcular o tensor hadrô-

nico efetivo $W'_{\mu\nu}$, o qual já considera o movimento fermiônico e o bloqueio de Pauli [Smith and Moniz, 1972]. Desta forma, para um fator $\kappa > 1$, o efeito será uma diminuição da seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ para os menores valores de Q^2 [MiniBooNE Collaboration et al., 2010].

- Ajuste do parâmetro de massa axial M_A em relação aos dados de $d\sigma/dQ^2$ [MiniBooNE Collaboration et al., 2010].
- Normalização da seção de choque $d\sigma/dQ^2$ em relação aos dados experimentais [MiniBooNE Collaboration et al., 2010].
- Ajuste da interação pión-núcleon em relação para reproduzir os dados da reação $\pi + {}^{12}\text{C}$.

Os canais ressonantes neutrino-núcleon são descritos pelo modelo de Rein-Sehgal [Rein and Sehgal, 1981] para um total de 18 ressonâncias bariônicas de massa invariante $W < 2 \text{ GeV}$. As ressonâncias decaem geralmente em um núcleon mais um ou vários píons. O canal ressonante não é permitido se o núcleon resultante do decaimento tem possibilidade de estar por embaixo do nível de Fermi.

4.3.2 NuWro

Similarmente ao NUANCE, o NuWro [Golan et al., 2012] utiliza um gás relativístico de Fermi, mas com a utilização de funções espectrais $P(\vec{p}, E)$. A função $P(\vec{p}, E)$ expressa a probabilidade de encontrar uma partícula com momento \vec{p} e energia de separação E . As funções espectrais são utilizadas só para a descrição da interação quase-elástica, portanto, são construídos dois estados fundamentais diferentes, um para a interação quase-elástica e outro para as outras interações [Mosel, 2019].

Para o canal de formação de ressonâncias só é utilizada a ressonância $\Delta(1232)$, que descreve a produção de píons quando $W < 1,6 \text{ GeV}$. A largura da Δ é modificada, incluindo efeitos do meio como a densidade nuclear e o bloqueio de Pauli.

O canal DIS é estendido progressivamente desde $W = 1,3 \text{ GeV}$ até $W = 1,6 \text{ GeV}$, considerando assim a produção de pión de fundo não ressonantes e os atribuídos ao modelo de Rein-Sehgal. Para

$W > 1,6 \text{ GeV}$ é considerado só o canal DIS.

4.3.3 NEUT

O modelo NEUT [Hayato, 2009] utiliza o modelo relativístico de gás local de Fermi [Smith and Moniz, 1972]. Não considera a propagação das ressonâncias bariônicas dentro do núcleo, calcula a seção de choque de produção de píons como o produto da seção de choque ressonante pelas probabilidades de decaimento de cada ressonância. Calcula a produção de píons através do modelo de Rein-Sehgal [Rein and Sehgal, 1981]. As interações de píons no núcleo, quando $p_\pi < 500 \text{ MeV}$ dependem da posição e momento do pión, da densidade nuclear e da função de distribuição dos números de ocupação de núcleons, modificando a largura das ressonâncias similarmente ao modelo NuWRo. Para $p_\pi > 500 \text{ MeV}$ as probabilidades de interação do pión são extraídas de medições experimentais, e dependem só do momento do pión.

4.3.4 GENIE

Utiliza o modelo de gás de Fermi relativístico de Llewellyn-Smith [Llewellyn Smith, 1972], com a inclusão de funções de estrutura para os núcleons segundo o modelo de Bodek e Ritchie [Bodek and Ritchie, 1981]. Este gerador é o único dos analisados que não implementa a cascata intranuclear completamente e sim uma cascata intranuclear efetiva. As seções de choque são obtidas a partir de dados experimentais para um núcleo específico e generalizadas para as interações binárias. O GENIE [Andreopoulos et al., 2009] é otimizado para as reações em Fe . Na cascata cada partícula só pode interagir uma vez. O efeito das interações que não são simuladas é considerado mediante parametrizações em relação aos dados experimentais.

4.3.5 GiBUU

A grande diferença do GiBUU [Buss et al., 2012] em relação aos geradores analisados é que ele considera os núcleons ligados mediante um potencial nuclear e de Coulomb, em função das coordenadas e momento do núcleon em questão. Esses potenciais são utilizados para determinar as trajetórias das partículas e calcular as funções de distribuição de cada núcleon $f_1(\vec{r}, \vec{p}, t)$ mediante a equação de Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck BUU [Effenberger, 1999]. O bloqueio de Pauli, por

exemplo, para a reação do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$, introduze o fator $(1 - f_1^3)(1 - f_1^4)$ nos termos de colisão. O núcleo é construído segundo o modelo de gás de Fermi local.

A seguir apresentamos um resumo dos geradores estudados:

Tabela 4.4: Principais propriedades dos geradores de eventos estudados.

Geradores	NUANCE	NuWRo	NEUT	GENIE	GiBUU
(Quase)-elástico	[Llewellyn Smith, 1972]	[Llewellyn Smith, 1972]	[Llewellyn Smith, 1972]	[Llewellyn Smith, 1972]	[Llewellyn Smith, 1972]
2p2h	-	-	-	-	[Martini et al., 2009]
Formação ressonância	[Rein and Sehgal, 1981]	[Adler, 1975]	[Rein and Sehgal, 1981]	[Rein and Sehgal, 1981]	[Leitner, 2009]
Pfons de fundo	-	extensão do DIS		extensão do DIS	[Lalakulich et al., 2010]
DIS		[Bodek and Yang, 2003]	[Bodek and Yang, 2003]	[Bodek and Yang, 2003]	[Sjöstrand et al., 2006]
Coerente	[Rein and Sehgal, 1983]	[Rein and Sehgal, 1983]	[Rein and Sehgal, 1983]	[Rein and Sehgal, 1983]	-
Modelo nuclear	[Smith and Moniz, 1972]	[Smith and Moniz, 1972]	[Smith and Moniz, 1972]	[Smith and Moniz, 1972]	[Buss et al., 2012]
Funções espectrais	-	[Benhar et al., 1994]	-	-	[Leitner et al., 2009]
Modificação parâmetros Δ no meio nuclear	-	[Salcedo et al., 1988]	[Salcedo et al., 1988]	-	[Leitner et al., 2009]
Cascata intranuclear	[Mudan, 1989]	[Metropolis et al., 1958]	[Metropolis et al., 1958]	[Dytman, 2009]	[Buss et al., 2012]

Tabela 4.5: Valores de massa axial (GeV) utilizados pelos diferentes geradores de eventos.

Geradores	NUANCE	NuWRo	NEUT	GENIE	GiBUU
(Quase) elástico	1,35 [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]	1,03 [Golan et al., 2012]	1,2 [Hayato, 2009]	0,99 [Andreopoulos et al., 2009]	1,0 [Leitner et al., 2006]
2p2h	-	-	-	-	1,03 [Gallmeister et al., 2016]
Formação ressonância	1,10 [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]	0,9 [Adler, 1975]	1,2 [Hayato, 2009]	1,12 [Andreopoulos et al., 2009]	1,0 [Leitner, 2009]
Coerente	1,03 [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]	1,00 [Rein and Sehgal, 1983]	1,00 [Rein and Sehgal, 1983]	1,00 [Rein and Sehgal, 1983]	-

4.4 Comparação com dados experimentais

Numerosos experimentos são desenvolvidos visando determinar os parâmetros que definem a oscilação de neutrinos. A probabilidade de oscilação $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, por exemplo, é calculada a partir da seguinte equação [Smith, 2001]

$$P_{osc} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{1,27 \cdot \Delta m^2 \cdot L}{E_\nu}\right), \quad (4.75)$$

onde θ e Δm^2 são o ângulo de mistura e a diferença de massas entre os neutrinos que oscilam, L é a distância entre a fonte de neutrinos até o detetor e E_ν é a energia do feixe de neutrinos.

Como foi descrito nos capítulos 2 e 3, o canal de interação neutrino-núcleo depende da energia do neutrino, portanto, as partículas emitidas durante a reação neutrino-núcleo. No intervalo

de estudo, $0 < E_\nu < 10$ GeV, existe uma superposição entre esses canais, dificultando consideravelmente a detecção dos neutrinos. Além disso, a probabilidade P_{osc} tem um valor extremamente baixo (por exemplo, no experimento Los Alamos LNSD [Laboratory, 1993] foi obtido que $P_{osc}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = 0,26\%$). Daí que é requerido um conhecimento preciso do fluxo de neutrinos, da resposta do detetor, da interação neutrino-núcleon e dos possíveis fundos que podem afetar as medições. Por essa razão, os experimentos cada vez são desenvolvidos de forma tal que seja possível a medição da forma mais exclusiva possível e com uma alta estatística da interação que desencadeia a cascata intranuclear, como, por exemplo, os experimentos MiniBooNE [Ray, 2007] e MINERvA [Gran, 2008]. Esses experimentos foram selecionados por nós para avaliar a capacidade do modelo CRISP de reproduzir os dados fornecidos por eles. Para nossas simulações é necessário tomar os fluxos dos neutrinos e antineutrinos incidentes como dado de entrada (figura 4.10), e utilizando-las como funções de densidade de probabilidade sortear a energia inicial dos neutrinos.

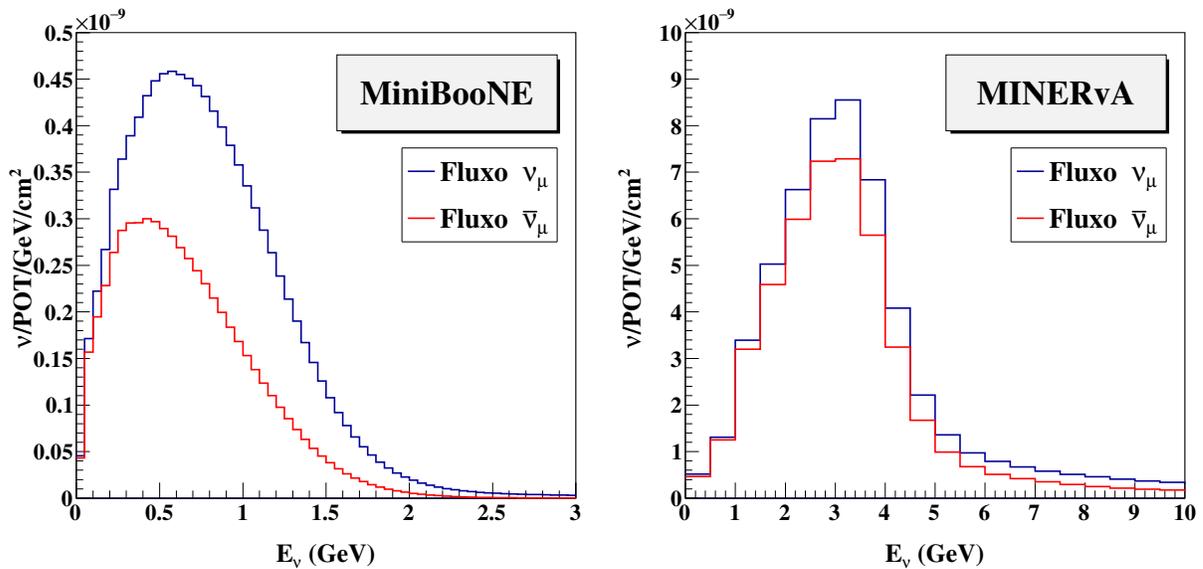


Figura 4.10: Predição do fluxo de neutrino múon e antineutrino múon nos experimentos MiniBooNE (esquerda) e MINERvA (direita). O eixo y representa o número de neutrinos por cm^2 , pelo número de prótons no alvo (POT) e por unidade de GeV do neutrino incidente. Os dados foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010], [Aguilar-Arevalo et al., 2013], [McGivern et al., 2016].

O experimento MiniBooNE está localizado no Fermilab (“Fermi National Laboratory”). Para a produção de neutrinos e antineutrinos do múon é efetuada a seguinte cadeia de reações:

- Primeiramente são colididos prótons de 8 GeV em alvos de Berílio para produzir mésons carregados (káons e píons).
- Os mésons carregados decaem para produzir o neutrino: $K^+/\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$
- Os múons produzidos no item anterior, decaem e produzem então os antineutrinos: $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \nu_\mu$.
- Os neutrinos e antineutrinos viajam aproximadamente uma distância de 450 m para chegar ao detetor MiniBooNE.

O experimento MiniBooNE estuda as reações $\nu_\mu + CH_2$ e $\bar{\nu}_\mu + CH_2$ para $0 < E_\nu < 3$ GeV ($W < 1,4$ GeV) com $\langle E_\nu \rangle \approx 0,7$ GeV. Para nossas comparações utilizaremos os canais relatados na tabela 4.6.

Tabela 4.6: Dados do experimento MiniBooNE utilizados para comparação.

Reação	Canal	Observáveis	Referências
$\nu_\mu + {}^{12}C$	CCQE	$\sigma(E_\nu), \frac{d^2\sigma}{dQ^2}, \frac{d\sigma}{dT_\mu d\cos\theta_\mu}$	[MiniBooNE Collaboration et al., 2010]
$\bar{\nu}_\mu + CH_2$	CCQE	$\frac{d\sigma}{dQ^2}, \frac{d^2\sigma}{dT_\mu d\cos\theta_\mu}$	[Aguilar-Arevalo et al., 2013]
$\nu_\mu + CH_2$	NCE	$\frac{d\sigma}{dQ^2}$	[Aguilar-Arevalo et al., 2010a]
$\bar{\nu}_\mu + CH_2$	NCE	$\frac{d\sigma}{dQ^2}$	[Aguilar-Arevalo et al., 2015]
$\nu_\mu + CH_2$	NC $1\pi^0$	$\frac{d\sigma}{dp_\pi}, \frac{d\sigma}{d\theta_\pi}$	[Aguilar-Arevalo et al., 2010b]
$\bar{\nu}_\mu + CH_2$	NC $1\pi^0$	$\frac{d\sigma}{dp_\pi}, \frac{d\sigma}{d\theta_\pi}$	[Aguilar-Arevalo et al., 2010b]
$\nu_\mu + CH_2$	CC $1\pi^+$	$\sigma(E_\nu), \frac{d\sigma}{dT_\mu}, \frac{d\sigma}{dT_\pi}$	[Aguilar-Arevalo et al., 2011]

O experimento MINERvA produz os neutrinos e antineutrinos a partir da mesma cadeia de reações que o MiniBooNE, com a diferença de que um feixe inicial de prótons de 120 GeV é colidido em um alvo de grafito. Neste experimento os neutrinos têm que viajar uma distância de 734 km até chegar ao detetor. Este experimento estuda as reações $\nu_\mu + CH$ e $\bar{\nu}_\mu + CH$ para $1,5 < E_\nu < 10$ GeV ($W < 1,8$ GeV) GeV com $\langle E_\nu \rangle \approx 3,0$ GeV. As grandezas utilizadas para comparação podem ser conferidas na tabela 4.7.

Tabela 4.7: Dados do experimento MINERvA utilizados para comparação.

Reação	Canal	Observáveis	Referências
$\nu_{\mu} + {}^{12}\text{C}$	$CC\pi^+$ coerente	$\sigma(E_{\nu}), \frac{d\sigma}{dQ^2}, \frac{d\sigma}{dE_{\pi}}, \frac{d\sigma}{d\theta_{\pi}}$	[Mislivec et al., 2018]
$\bar{\nu}_{\mu} + {}^{12}\text{C}$	$CC\pi^-$ coerente	$\sigma(E_{\nu}), \frac{d\sigma}{dQ^2}, \frac{d\sigma}{dE_{\pi}}, \frac{d\sigma}{d\theta_{\pi}}$	[Mislivec et al., 2018]
$\nu_{\mu} + CH$	$CCn\pi^{\pm}$	$\sigma(E_{\nu}), \frac{d\sigma}{dp_{\mu}}, \frac{d\sigma}{d\theta_{\mu}}, \frac{d\sigma}{dT_{\pi}}, \frac{d\sigma}{d\theta_{\pi}}$	[McGivern et al., 2016]
$\bar{\nu}_{\mu} + CH$	$CC1\pi^0$	$\sigma(E_{\nu}), \frac{d\sigma}{dp_{\mu}}, \frac{d\sigma}{d\theta_{\mu}}, \frac{d\sigma}{dT_{\pi}}, \frac{d\sigma}{d\theta_{\pi}}$	[McGivern et al., 2016]

Parte III

RESULTADOS E DISCUSSÕES

5 | INTERAÇÃO QUASE-ELÁSTICA

5.1 Canal quase-elástico de corrente carregada

O canal quase-elástico de corrente carregada é representado pela reação $\nu_\mu + n = \mu^- + p$. A medição deste canal pode ser determinada experimentalmente a partir da detecção do múon emitido quando não há emissão de píons. Nos dois experimentos estudados para fazer a comparação [MiniBooNE Collaboration et al., 2010], [Fields et al., 2013], a energia cinética do múon, T_μ , e o ângulo de espalhamento do múon, θ_μ , são necessários para a determinação da energia do neutrino incidente, E_ν^{QE} , e para a transferência de momento quadri-dimensional, Q_{QE}^2 , do neutrino ao nêutron alvo:

$$E_\nu^{QE} = \frac{2m'_n E_\mu - (m_n'^2 + m_\mu^2 - m_p^2)}{2(m'_n - E_\mu + \sqrt{E_\mu^2 - m_\mu^2} \cos \theta_\mu)}, \quad (5.1)$$

$$Q_{QE}^2 = -m_\mu^2 + 2E_\nu^{QE} (E_\mu - \sqrt{E_\mu^2 - m_\mu^2} \cos \theta_\mu). \quad (5.2)$$

Para as equações anteriores, $E_\mu = T_\mu + m_\mu$, m_μ é a massa do múon, m_p é a massa do próton, e m'_n é a massa ajustada do nêutron que depende do valor experimental da energia de ligação do carbono ($E_b = 34 \pm 9 \text{ MeV}$): $m'_n = m_n - E_b$. O termo "QE" é utilizado para diferenciar E_ν^{QE} e Q_{QE}^2 dos valores reais E_ν e Q^2 , pois, para a dedução de 5.1 e 5.2 foi considerado que o núcleon alvo está em repouso [MiniBooNE Collaboration et al., 2010].

Na figura 5.1, à esquerda, temos a seção de choque por nêutron para a reação $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$, em função da energia cinética do neutrino incidente. A linha azul representa o resultado quando a

primeira interação é $\nu_\mu + n = \mu^- + p$, interação essa que pode ser determinada com exatidão a partir de simulações. A linha vermelha representa a seção de choque, calculada quando na cascata intranuclear é emitido um múon e não são emitidos píons.

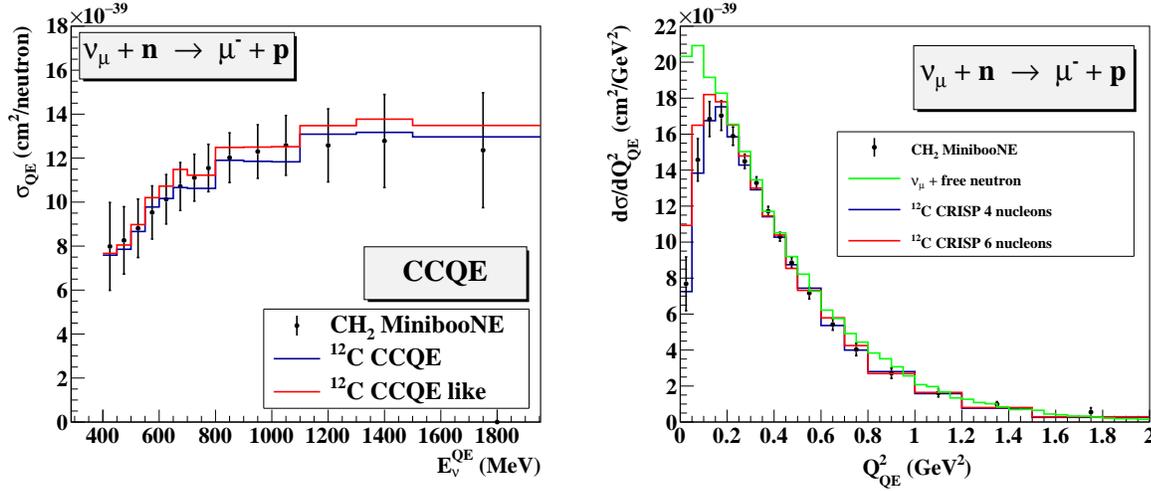
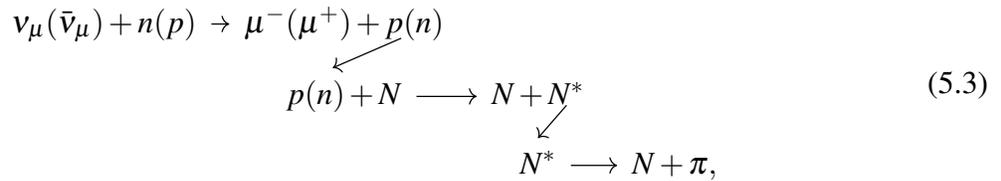
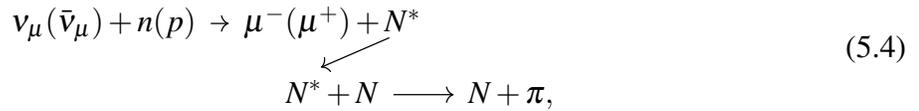


Figura 5.1: Seção de choque total por nêutron para a reação $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$. Os dados experimentais correspondem à reação $\nu_\mu + \text{CH}_2$ e foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]. As simulações foram realizadas para a reação $\nu + ^{12}\text{C}$. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022].

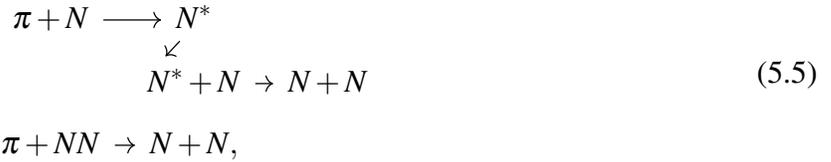
A diferença entre as duas linhas anteriores é causada pelos processos de produção e absorção de píons na cascata intranuclear. Por exemplo, se temos a seguinte cadeia de interações



temos que, se o píon é emitido, o canal *CCQE* será medido como um canal *CCRes*. Por outro lado, se o canal for inicialmente *CCRes*



e o pión é absorvido durante a cascata intranuclear



então esse canal será detetado como *CCQE*. Nas relações acima, N^* representa uma ressonância bariônica, N um núcleon e π um pión. Segundo a figura 5.1, à esquerda, as interações 5.4-5.5 são mais importantes que as interações 5.3.

Na figura 5.1, à direita, está representada a seção de choque diferencial $\frac{\partial\sigma}{\partial Q_{QE}^2}$, para as reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$ e $\nu_\mu + n$. Foram consideradas duas configurações diferentes para a construção do núcleo alvo. Na primeira, o ${}^{12}\text{C}$ é formado por dois níveis de energia, correspondente a um potencial tipo poço quadrado (com os números de ocupação dois e seis respectivamente). Nessa configuração, o segundo nível tem quatro vacâncias (duas de prótons e duas de nêutrons). Usando essa distribuição de níveis (linha vermelha da figura 5.1, à direita), pode-se observar que temos uma boa concordância com os dados experimentais, a exceção da região $Q_{QE}^2 < 0,2 \text{ GeV}^2$, onde o modelo CRISP superestima os valores do experimento.

Na segunda configuração considerada, o segundo nível de energia não tem vacâncias, o qual está em concordância com o modelo de Gás de Fermi de Smith-Moniz [Smith and Moniz, 1972]. Agora temos uma maior influência do mecanismo de bloqueio de Pauli, o que se traduz em uma diminuição da seção de choque $\frac{\partial\sigma}{\partial Q_{QE}^2}$ na região $Q_{QE}^2 < 0,2 \text{ GeV}^2$ (linha azul da figura 5.1, à direita) e numa excelente reprodução dos dados experimentais. Os resultados da figura 5.1, à direita, demonstram a importância da adoção de um modelo nuclear apropriado para obter resultados satisfatórios, inclusive para grandezas diferenciais como $\frac{d\sigma}{dQ_{QE}^2}$. Isso é reforçado ao comparar com a reação do neutrino com um nêutron livre e em repouso (linha verde).

Na figura 5.2 temos uma comparação entre o modelo CRISP e o código NUANCE. Como o NUANCE utiliza um modelo de Gás de Fermi de Smith-Moniz [Smith and Moniz, 1972], precisa utilizar parâmetros ajustáveis para poder reproduzir os dados experimentais. O parâmetro κ é um fator de escala para a energia $E_{I0} = \kappa \sqrt{p_F^2 + M_p^2} - \omega + E_B$, onde p_F é o momento de Fermi, M_p

é a massa do próton formado, ω é a energia transferida e E_B é a energia de ligação do próton no ^{12}C . Fisicamente E_{l0} representa a energia mínima que pode ter um núcleon para ao adquirir uma energia ω , fique exatamente no nível de Fermi [Aguilar-Arevalo et al., 2008]. Além do parâmetro κ , o NUANCE utiliza um fator de 1.08 para normalizar a seção de choque em relação aos dados. A vantagem do CRISP em relação a modelos que utilizam o Gás de Fermi é que o CRISP considera uma estrutura de camadas e um bloqueio de Pauli mais realista, evitando a introdução desses parâmetros ajustáveis para uma correta reprodução dos dados experimentais.

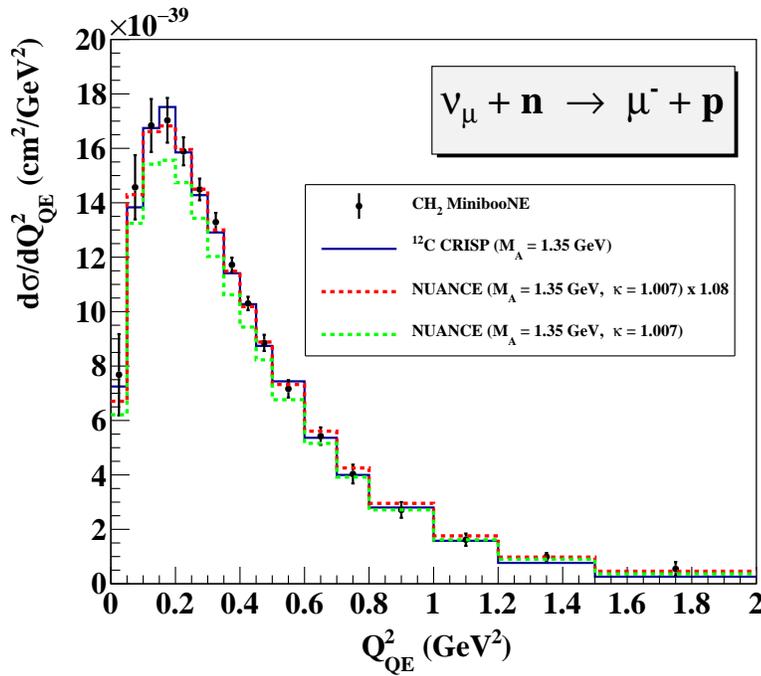


Figura 5.2: Seção de choque $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por nêutron para el canal $\nu_{\mu} + n \rightarrow \mu^{-} + p$ (CCQE) na reação $\nu_{\mu} + ^{12}\text{C}$. Os dados experimentais e resultados do NUANCE foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]. Figura publicada em [Perez et al., 2022].

Outro parâmetro que o NUANCE ajusta é a massa axial, M_A . Nos experimentos realizados em deutério foi determinado que $M_A = 1.026 \text{ GeV}$ [Bernard et al., 2001], para a interação neutrino-núcleon. Os experimentos mais recentes, para núcleos de maior massa, como o ^{12}C , mostraram que usando esse valor de M_A ainda se subestima os dados experimentais. Para resolver isso o NUANCE utiliza $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. Pode-se observar que ao tomar $M_A = 1,35 \text{ GeV}$ o modelo CRISP obtém uma excelente reprodução dos dados experimentais. Como vamos mostrar em próximas seções, a

necessidade de ajustar M_A vem dada pelo fato de que não estão sendo consideradas as interações do neutrino com dois núcleons em simultâneo (2p2h), portanto, o incremento de M_A no modelo CRISP não significa uma deficiência do modelo nuclear adotado e sim que existe uma interação não considerada.

Na figura 5.3 temos a seção de choque dupla diferencial $d\sigma/dT_\mu d\cos\theta_\mu$ de emissão de μ^- para o canal CCQE, na reação $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$. Neste caso também o CRISP oferece uma boa concordância com os dados experimentais. Uma análise mais detalhada dessa grandeza será realizada para o canal CCQE de anti-neutrinos incidentes (figura 5.5).

Na figura 5.4 temos a seção de choque diferencial $\frac{d\sigma}{dQ_{QE}^2}$ por próton para o $\bar{\nu}_\mu$ incidente. As linhas azul e vermelha representam as reações $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ e $\bar{\nu}_\mu + \text{CH}_2$, respectivamente. Para simular o CH_2 foram considerados como alvos o ${}^{12}\text{C}$ e dois prótons livres em repouso. A consideração de dois prótons livres é imprescindível para uma correta reprodução dos dados experimentais na faixa $0 < Q_{QE}^2 < 0,15 \text{ GeV}^2$. Neste caso o NUANCE precisa usar os fatores $\kappa = 1,007$ e multiplicar a seção de choque por um fator de 1,11, para normalizar em relação aos dados.

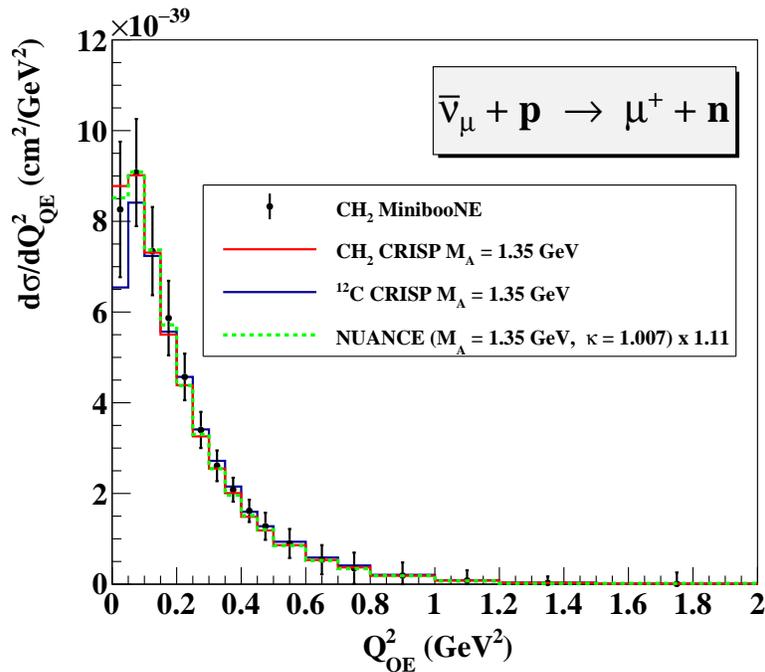


Figura 5.4: Seção de choque CCQE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por próton para as reações $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ (linha azul) e $\bar{\nu}_\mu + \text{CH}_2$ (linha vermelha). Os dados experimentais e os resultados do NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2013]. Figura publicada em [Perez et al., 2022].

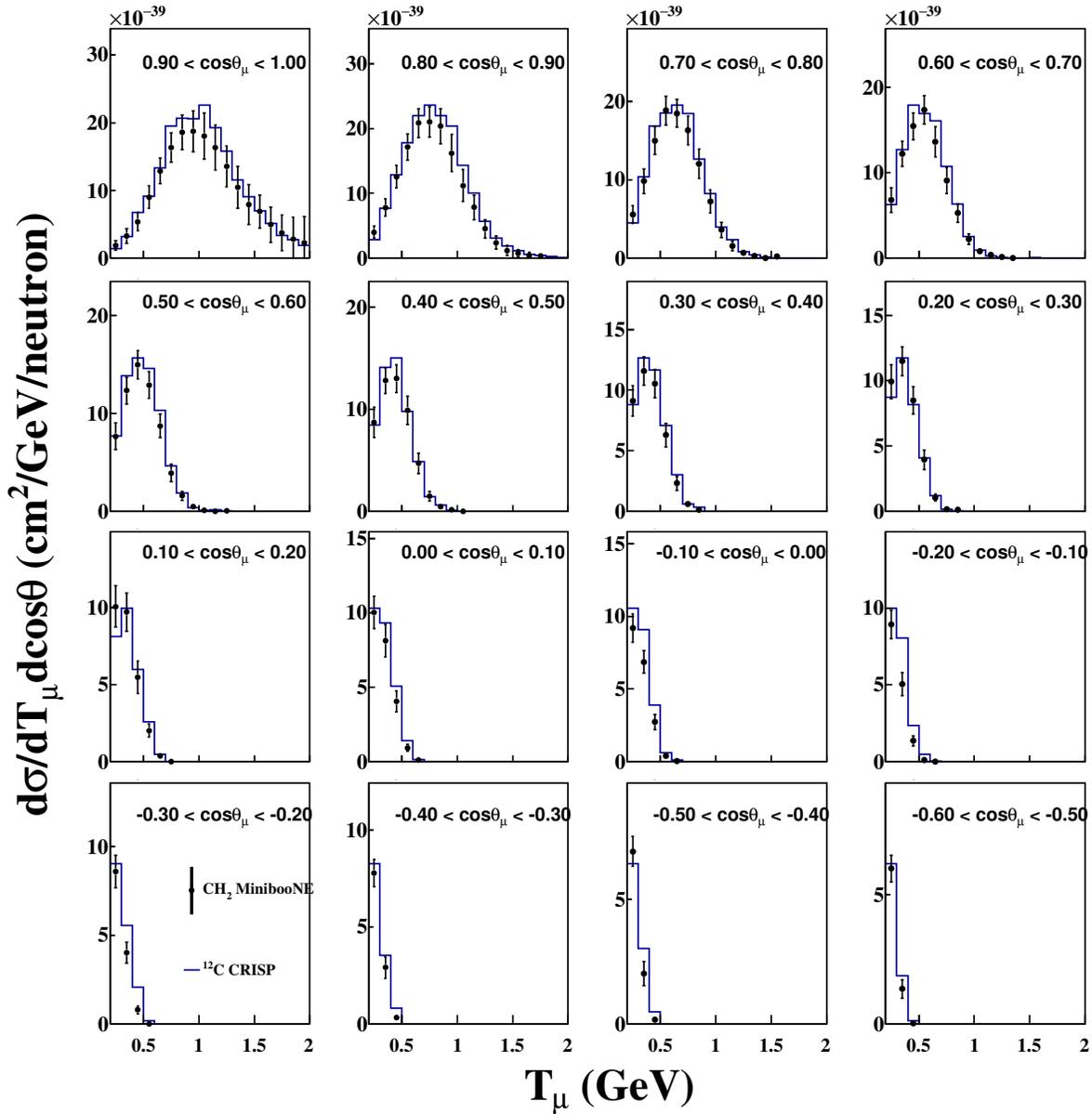


Figura 5.3: Seção de choque dupla diferencial $d\sigma/dT_\mu d\cos\theta_\mu$ de emissão de μ^- para o canal CCQE. Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010]

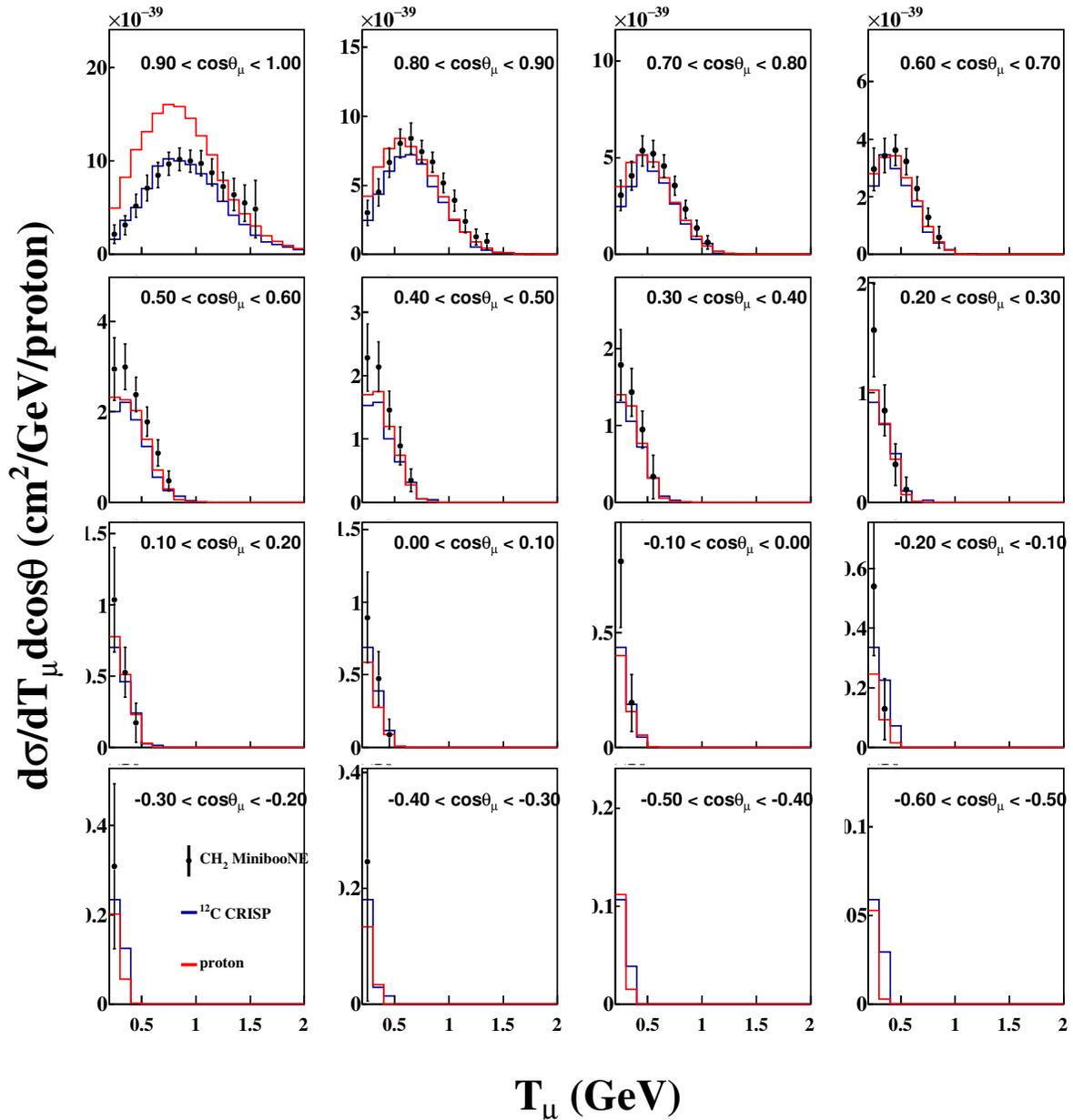


Figura 5.5: Seção de choque dupla diferencial $d\sigma/dT_\mu d\cos\theta_\mu$ de emissão de μ^+ do canal CCQE para as reações $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ (linha azul) e $\bar{\nu}_\mu + \text{próton}$ (linha vermelha). Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2013].

Na figura 5.5 é apresentada a seção de choque dupla $d\sigma/dT_\mu d\cos\theta_\mu$ de emissão de μ^+ do canal CCQE para as reações $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ (linha azul) e $\bar{\nu}_\mu + \text{próton livre}$ (linha vermelha). A seção de choque em prótons livres é maior que no caso do ${}^{12}\text{C}$ para os menores ângulos de emissão. Isso acontece porque o bloqueio de Pauli limita as interações de baixa transferência de momento Q^2 , onde o múon é espalhado com um ângulo menor. Para os ângulos maiores sucede o contrário, a seção de choque

é maior no ^{12}C , como o momento transferido é maior então o bloqueio de Pauli é menos restritivo. Nesse caso, devido só ao bloqueio de Pauli deveriam ser esperados comportamentos similares, mas o movimento fermiônico no ^{12}C faz que aumente a seção de choque em relação aos prótons livres.

5.2 Interação 2p2h

Vamos começar esta epígrafe com uma análise das reações π^+ -núcleo. Na figura 5.6 é apresentada a seção de choque total de π^+ de energia $T = 165 \text{ MeV}$ vs massa do núcleo alvo. As grandezas apresentadas são a seção de choque total (TOT), elástica (EL), de absorção (ABS), inelástica (INEL) e de troca de carga (SCX). Ao compararmos a seção de choque inelástica com a seção de choque de absorção, observa-se uma diferença notável no coeficiente angular da reta formada no gráfico log-log. Essa diferença vem dada pela natureza da interação pión-núcleon no núcleo. A interação inelástica é constituída majoritariamente pela formação de ressonâncias bariônicas, mas sempre a partir da absorção do pión com um núcleon do alvo. Geralmente a ressonância formada decai em um pión mais um núcleon, pelo qual esse canal não é suficiente para obter a seção de choque de absorção.

Para reproduzir a seção de choque de absorção é necessário considerar também a absorção do pión por um par de núcleons: $\pi + NN \rightarrow NN$. Por essa razão, como com o aumento de A o número de pares de núcleons aumenta mais rápido que o número de núcleons, o coeficiente angular da seção de choque de absorção é maior que o da seção de choque inelástica. Nas reações de neutrino temos uma situação similar, onde, segundo a figura 5.7, ao variar o parâmetro M_A é obtida uma escalação da seção de choque CCQE, mas não uma variação do coeficiente angular que permita descrever de forma simultânea os dados em deutério e ^{12}C . Isso indica a possibilidade da interação do neutrino com pares de núcleons (2p2h) no núcleo alvo.

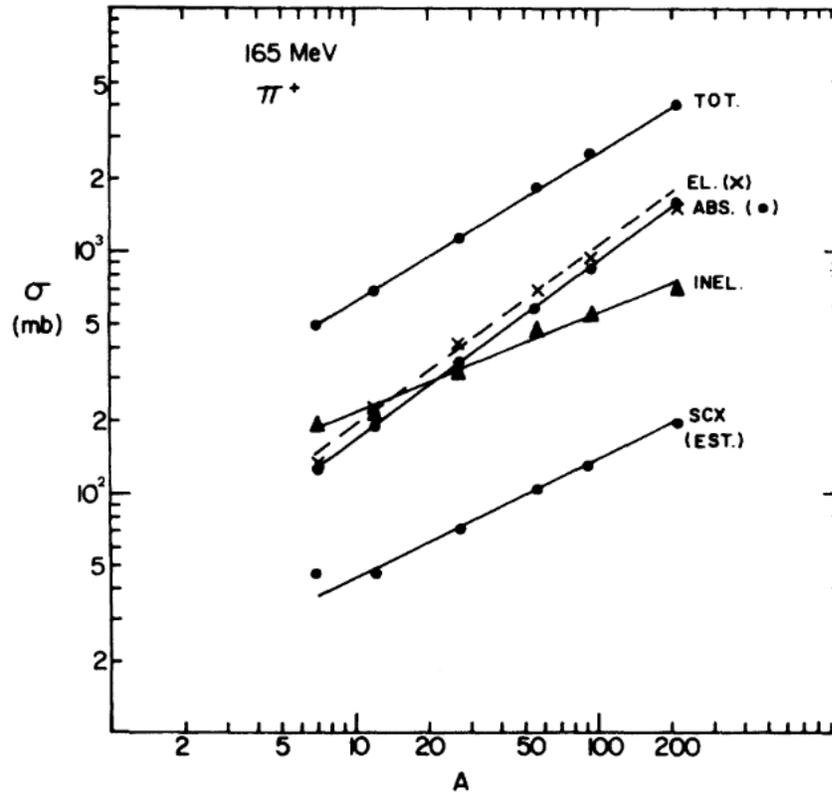


Figura 5.6: Descomposição da seção de choque total π^+ -núcleo para 165 MeV. Figura extraída de [Ashery et al., 1981].

A partir da publicação dos dados do experimento MiniBooNE, numerosos autores começaram a desenvolver modelos teóricos das interações 2p2h de neutrinos [Martini et al., 2009, Martini et al., 2011, Nieves et al., 2011, Nieves et al., 2012, Amaro et al., 2005, Amaro et al., 2011], considerando ademais, o antecedente de que essas interações já foram observadas em reações de píons e elétrons. Neste trabalho usaremos o modelo TEM [Bodek et al., 2011] ("Transverse Enhancement Model"). Como a seção de choque diferencial pode ser descrita com $M_A = 1.35 \text{ GeV}$ (sem incluir as interações 2p2h, figuras 5.2 e 5.4), vamos considerar também que a seção de choque 2p2h pode ser calculada como:

$$\frac{d\sigma^{2p2h}}{dQ^2} = \frac{d\sigma}{dQ^2}(M_A = M'_A = 1.35 \text{ GeV}) - \frac{d\sigma}{dQ^2}(M_A = 1.026 \text{ GeV}), \quad (5.6)$$

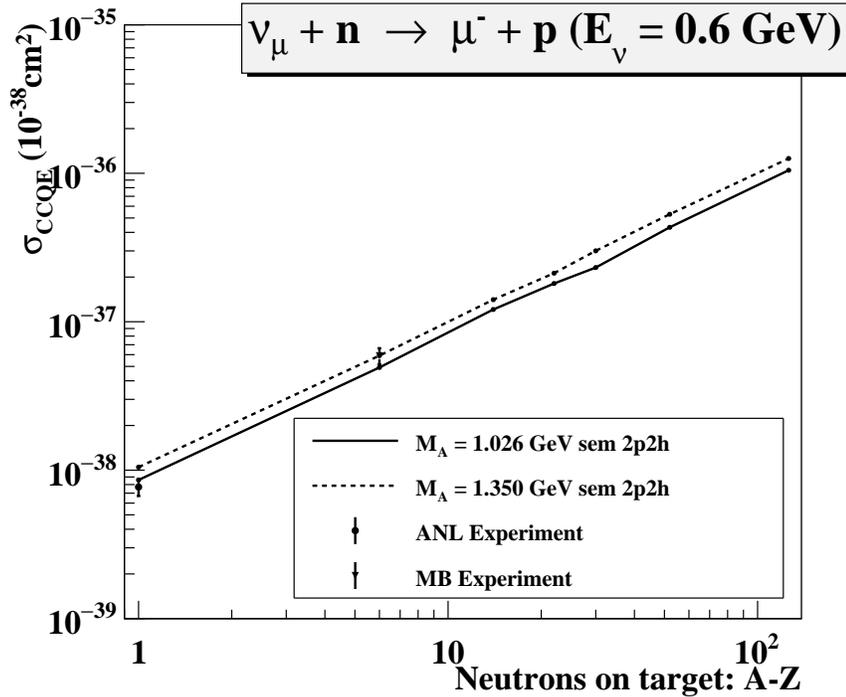


Figura 5.7: Dependência da seção de choque CCQE experimental (pontos) e calculada (linhas com pontos) com o número de nêutrons do núcleo alvo, para a reação $\nu_{\mu} + A$, $T = 0,6 \text{ GeV}$. A linha preta contínua é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. A linha preta a traços é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,026 \text{ GeV}$. Os dados experimentais foram extraídos dos experimentos • ANL [Campbell et al., 1973] e ▼ MiniBooNE [MiniBooNE Collaboration et al., 2010].

onde M'_A representa a massa axial usada no canal 2p2h (para diferenciá-la da M_A da interação neutrino-núcleo). No modelo TEM, a razão de aumento transversal é definida como:

$$\mathcal{R}_{\tau} = \frac{QE_{\tau} + TE}{QE_{\tau}}, \quad (5.7)$$

onde QE_{τ} é a resposta transversal quase-elástica da reação de elétrons com núcleons livres e TE é a resposta transversal que aparece quando os núcleons são ligados ao ^{12}C . A partir de observações experimentais o modelo TEM parametriza a equação 5.7:

$$\mathcal{R}_{\tau}(Q^2) = 1 + AQ^2 \exp(-Q^2/B), \quad (5.8)$$

com $A = 6 \text{ GeV}^{-2}$ e $B = 0.34 \text{ GeV}^2$. Nas interações de neutrino, esse aumento é manifesto

como um ajuste dos fatores de forma magnéticos da forma [Bodek et al., 2011]

$$G_M^{p,n(nuclear)} = G_M^{p,n}(Q^2) \times \sqrt{\mathcal{R}\tau}, \quad (5.9)$$

portanto, a seção de choque 2p2h é calculada como

$$\frac{d\sigma^{TEM}}{dQ^2} = \frac{d\sigma^{CCQE}}{dQ^2}(G_M^{p,n(nuclear)}) - \frac{d\sigma^{CCQE}}{dQ^2}(G_M^{p,n}). \quad (5.10)$$

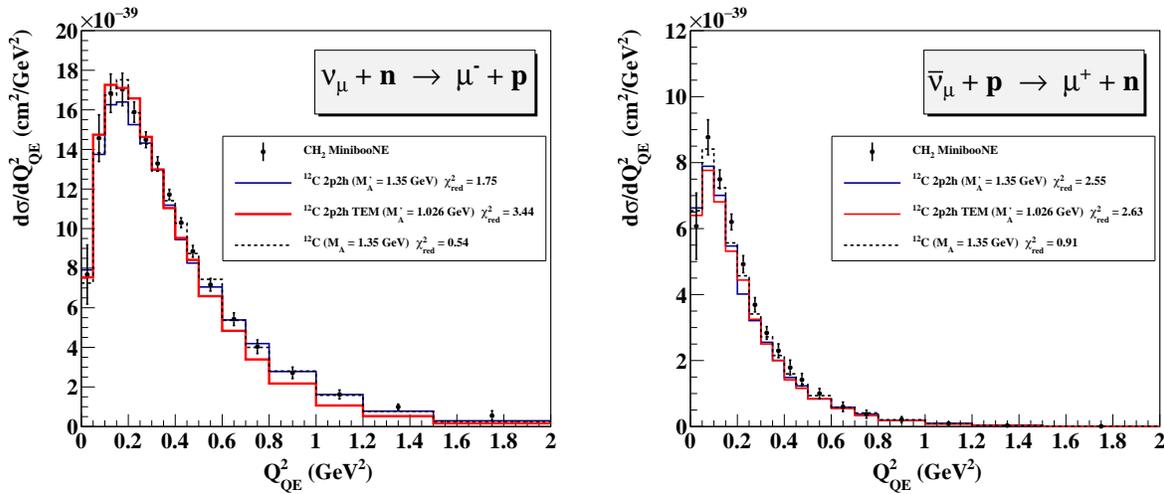


Figura 5.8: Seção de choque $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por nêutron (próton) para el canal $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ ($\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$). Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010, Aguilar-Arevalo et al., 2013].

Na figura 5.8 temos uma comparação dos modelos usados para a implementação das interações 2p2h no código CRISP. Para obter a linha azul, a seção de choque foi calculada segundo a equação 5.6, e para a linha vermelha segundo a equação 5.10. A linha preta a traços são os cálculos obtidos na seção 5.1, quando não foram consideradas as interações 2p2h. Pode-se observar como com esta última configuração é obtida a melhor reprodução dos dados experimentais, o que é esperado em certa medida já que representa um ajuste do parâmetro M_A .

Com o modelo TEM é obtida uma subestimação em relação aos dados experimentais, para $Q_{QE}^2 > 0.4 \text{ GeV}^2$ no caso da reação do ν_μ e $0.1 < Q_{QE}^2 < 0.5 \text{ GeV}^2$ na reação do $\bar{\nu}_\mu$. Por outro lado, ao considerar a relação 5.6 para o canal 2p2h, temos uma melhor reprodução de Q_{QE}^2 em

relação ao modelo TEM. A diferença entre o uso de $M_A = 1.35 \text{ GeV}$ sem o canal 2p2h (linha preta a traços figura 5.8) e da relação 5.6 para o canal 2p2h (linha azul), é dada principalmente pelo fato de que na primeira, o momento Q_E é transferido para só um núcleon do núcleo alvo, e na segunda, o momento é transferido para dois núcleons. Ao transferir o momento para dois núcleons, há uma maior probabilidade de que a reação seja impedida pelo bloqueio de Pauli, principalmente para os menores valores de Q_E , tal e como é mostrado na figura 5.8.

5.2.1 Correlação entre núcleons

Até agora não temos comentado nada sobre o tipo de correlação que tem que haver entre os dois núcleons alvos nas interações 2p2h. Para a realização dos cálculos apresentados na seção anterior, foi implementada a interação do neutrino com dois núcleons não correlacionados, figura 5.9, mas considerando que os núcleons estiverem a uma distância relativa menor que o diâmetro do deutério ($r_{rel} < 4.3 \text{ fm}$). Isso é para garantir que eles tenham a possibilidade de intercambiar um méson. Nesse caso, a correlação entre os dois núcleons já está contida no valor da seção de choque, equações 5.6 e 5.10.

A determinação dos momentos das partículas resultantes foi realizada da seguinte forma:

1. O momento do múon é calculado segundo o sorteio de Q^2 das equações de seção de choque diferencial 5.6 ou 5.10.
2. Posteriormente é determinado o momento do núcleon resultante da interação neutrino–núcleon.
3. É realizada uma colisão elástica entre esse núcleon e outro selecionado aleatoriamente de forma tal que a distância entre eles é menor que 4.3 fm .

A divisão do processo em duas colisões (interação neutrino–núcleon seguida do espalhamento elástico entre dois núcleons) é uma aproximação, pois o núcleon formado na interação com o bóson W é um núcleon virtual. Considerando que nas energias trabalhadas é possível a formação de um núcleon "on-shell", e que a distribuição angular do múon pode ser reproduzida a partir da seção de choque diferencial $\frac{d\sigma}{dQ^2}$, a máxima contribuição para a seção de choque será com o núcleon "on-shell", portanto, é razoável a divisão nas duas colisões citadas.

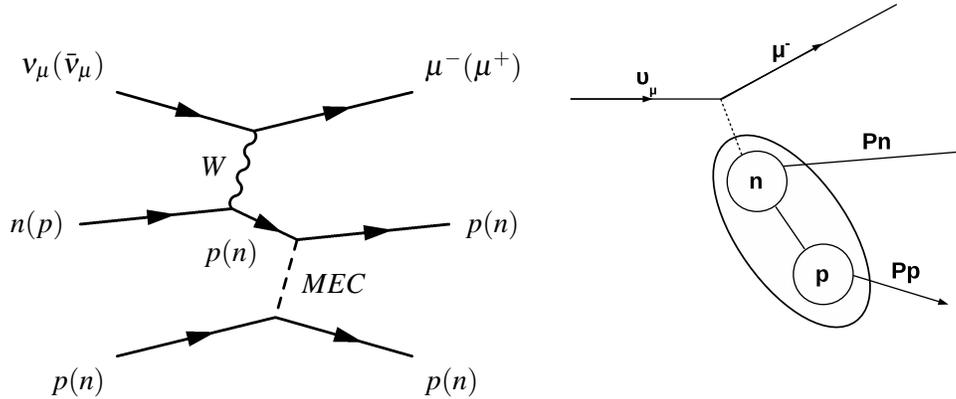


Figura 5.9: À esquerda: interação do neutrino com dois núcleons não correlacionados. À direita: interação do neutrino com dois núcleons correlacionados formando um par quase-deutério.

Outra forma de tratar a interação pode ser através da reação com o neutrino com um par quase deutério no núcleo alvo. Esse é um mecanismo conhecido de processos como a absorção fotoelétrica, onde o fóton interage com o momento dipolar do par quase-deutério [Levinger, 1951]. Nesse caso é necessário considerar a correlação entre os pares de núcleons que formam o quase-deutério. A seguir usaremos o formalismo de Levinger para calcular essa correlação nas interações $2h2h$ e comparar com quando os núcleons não são correlacionados. Desde um ponto de vista dinâmico existe uma grande diferença em relação à interação não correlacionada, agora o neutrino transfere o momento para o par quase-deutério todo (figura 5.9, à direita), portanto, o momento das partículas resultantes pode ser calculado assim:

1. O momento do múon é calculado segundo o sorteio de Q^2 das equações de seção de choque diferencial 5.6 ou 5.10.
2. Posteriormente é determinado o momento transferido ao par quase-deutério.
3. É selecionado um par quase-deutério de forma aleatória ao qual é adicionado o momento transferido.
4. É realizada a transformação de Lorentz inversa do momento dos núcleons do par quase-deutério, para passar do referencial do quase-deutério ao referencial do núcleo alvo.

A principal diferença entre as duas aproximações examinadas é que no caso correlacionado não há ganho de momento na direção transversal do momento transferido pelo neutrino ao par quase-deutério. Para fazer uma comparação será necessário adotar uma configuração onde as duas implementações obtenham a mesma distribuição angular do múon, e ver se existe alguma diferença na distribuição de núcleons resultantes na cascata intranuclear. Para isso vamos aproveitar de que a relação 5.6 oferece uma boa reprodução dos dados experimentais, mas vamos também ajustar o parâmetro M'_A com os dados de $\frac{d\sigma}{dQ^2}$. O valor $M'_A = 1.35 \text{ GeV}$ é resultado de um ajuste realizado com o NUANCE, agora nós vamos ajustar novamente, pois estamos considerando os processos $2h2p$ que não foram implementados no NUANCE.

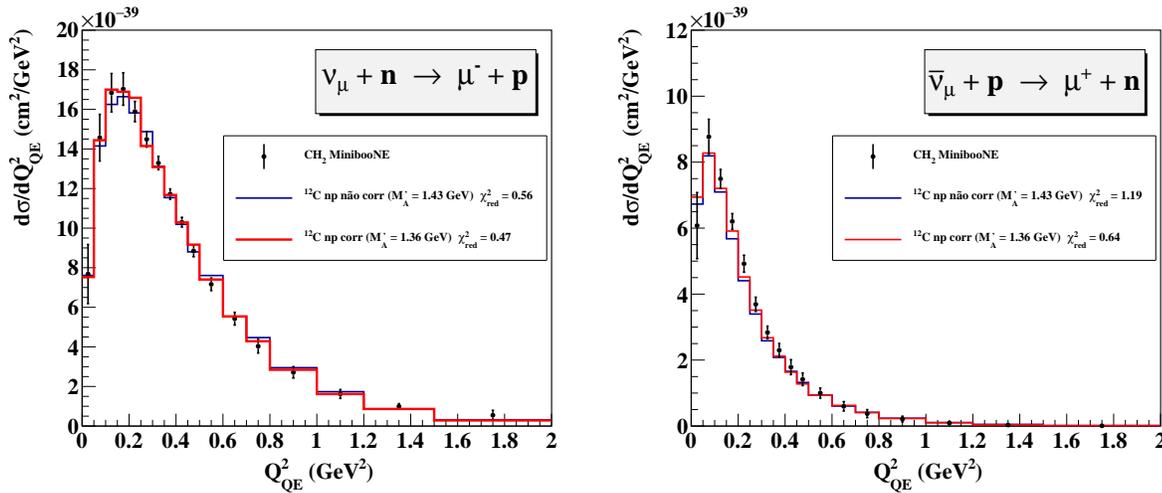


Figura 5.10: Seção de choque $d\sigma/dQ^2_{QE}$ por nêutron (próton) para el canal $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ ($\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$). Valores de M'_A ajustados para a seção de choque 5.6. Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010], [Aguilar-Arevalo et al., 2013].

A figura 5.10 mostra os valores ajustados de M'_A . Quando consideramos os núcleons como não correlacionados, temos $M'_A = 1,43 \text{ GeV}$, $\chi^2_{red} = 0,56$ para a reação de neutrinos e $\chi^2_{red} = 1,19$ para os antineutrinos. Por outro lado, para núcleons correlacionados obteve-se que $M'_A = 1,36 \text{ GeV}$, $\chi^2_{red} = 0,47$ para neutrinos e $\chi^2_{red} = 0,64$ para antineutrinos. Em geral, um ajuste muito semelhante pode ser observado para as duas correlações consideradas, principalmente na reação $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$, onde os valores de χ^2_{red} são quase idênticos.

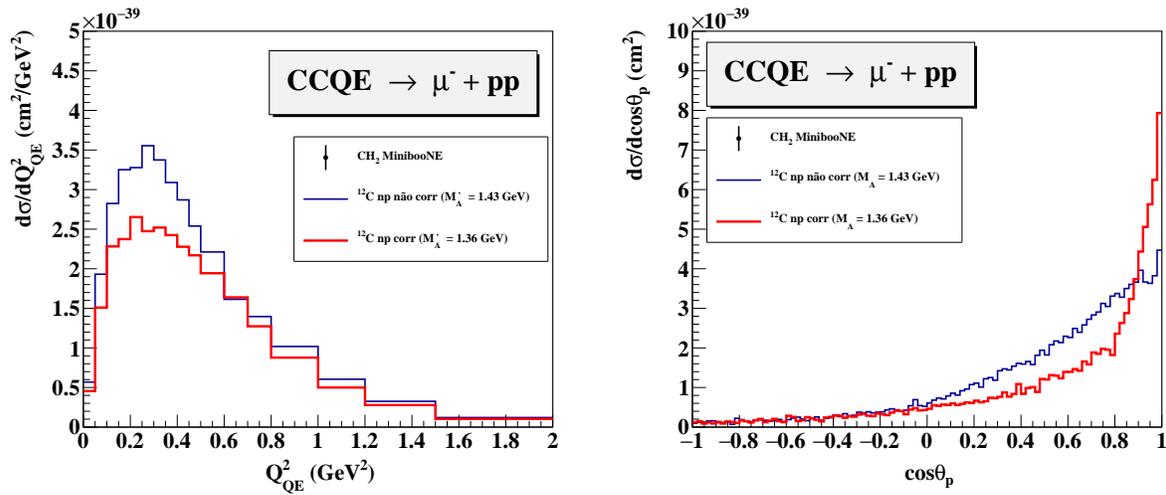


Figura 5.11: Seção de choque $d\sigma/dQ_{QE}^2$ (à esquerda) e $d\sigma/d\cos\theta_p$ para el canal $\nu_\mu + np \rightarrow \mu^- + pp$ na reação $\nu_\mu + ^{12}\text{C}$, onde θ_p representa o ângulo de espalhamento dos prótons em relação ao momento transferido pelo neutrino. Valores de M'_λ ajustados para a seção de choque 5.6. Os dados experimentais foram tomados de [MiniBooNE Collaboration et al., 2010, Aguilar-Arevalo et al., 2013].

Para obter um sinal experimental representativo dos processos 2p2h na reação neutrino-núcleo, poderiam ser selecionados os casos em que apenas um múon e dois prótons são emitidos. A Figura 5.11 (à esquerda) representa os cálculos com o modelo CRISP para este sinal. Pode-se observar que, embora as duas correlações consideradas ofereçam resultados semelhantes para o canal CCQE, a seção de choque diferencial difere no caso 2p2h, onde quando os núcleons são correlacionados é obtida uma seção de choque menor. Isso acontece porque no caso correlacionado o momento transferido é distribuído de igual forma entre os dois núcleons alvos, levando a uma maior probabilidade de que a reação não seja permitida pelo bloqueio de Pauli.

Um observável mais sensível à dinâmica considerada é a distribuição transversal do momento (dos protones emitidos) em relação ao momento transferido pelo neutrino. Além do valor integral da seção de choque 2p2h, agora pode ser observada uma diferença na forma do choque diferencial. Para o caso correlacionado temos uma distribuição mais acentuada para os ângulos menores, ou seja, como indicado, a não transferência de momento transversal leva a uma distribuição angular menos homogênea em relação ao caso não correlacionado, onde existe transferência transversal de momento.

5.2.2 Extensão das interações 2p2h para núcleos com $A > 12$

Nesta seção, explicaremos como foi implementada a interação 2p2h para considerar núcleos alvo diferentes do ^{12}C , para reações induzidas por ν_μ (o caso das reações de $\bar{\nu}_m u$ é análogo ao apresentado aqui). Para isso é necessário determinar a seção de choque elementar σ_{np}^{2p2h} , pois as equações 5.6 e 5.10 representam a seção de choque por nêutron do núcleo alvo. Por outro lado, σ_{np}^{2p2h} é a seção de choque para cada par próton-nêutron no núcleo.

O procedimento que utilizaremos serve para simular as reações neutrino-núcleo sem a necessidade de ajustar novamente os parâmetros A , B ou M'_A , independentemente do núcleo alvo considerado. Por exemplo, no modelo TEM e para núcleons não correlacionados, $\sigma_{np}^{2p2h} = \sigma^{2p2h} / \langle N_{np} \rangle$, onde $\langle N_{np} \rangle$ é o número médio de prótons que pode ser encontrado para cada nêutron a uma distância inferior a $4,3 \text{ fm}$. Para o ^{12}C , com o modelo CRISP determinamos que $\langle N_{np} \rangle = 5,59$ [Perez et al., 2022]. Desta forma, para outros núcleos pode-se fazer $\sigma_{np}^{2p2h} \times N_{np}$, onde agora N_{np} é o número de prótons para cada nêutron, a uma distância menor que $4,3 \text{ fm}$ no núcleo em questão.

Quando os núcleons estão correlacionados, a seção de choque elementar é calculada como

$$\sigma_{qd}^{2p2h} = \frac{1}{L} \left(\frac{A}{NZ} \right) \Bigg|_{^{12}\text{C}} \sigma^{2p2h}, \quad (5.11)$$

e então a seção de choque para um núcleo $A, Z, N = A - Z$ temos

$$\sigma^{2p2h} = L \frac{NZ}{A} \sigma_{qd}^{2p2h}. \quad (5.12)$$

Por fim, obtivemos a seção de choque total em função do número de nêutrons no núcleo alvo, para todas as abordagens consideradas até o momento. Este observável também pode ser muito útil para determinar o tipo de correlação entre o par de núcleons. Por exemplo, ao considerar as interações 2p2h é possível obter uma variação do coeficiente angular na região $N \leq 6$. Por outro lado, para $N > 6$ (linhas vermelha e azul da figura 5.12), ao considerar núcleons correlacionados o comportamento é semelhante ao caso em que não há interações 2p2h com $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. Isso acontece pelo seguinte motivo: segundo o modelo de Levinger, a seção de choque por nucleon é

$\sigma/A = L \frac{NZ}{A^2} \sigma^{2p2h}$, onde se tomarmos $N \approx Z \approx A/2$, obtemos que $\sigma/A \approx 1.6\sigma^{2p2h}$. De acordo com isso, o formalismo de Levinger é equivalente a dimensionar a seção de choque do neutrino-núcleon, ou seja, não considere as interações 2p2h e tome $M_A = 1,35 \text{ GeV}$.

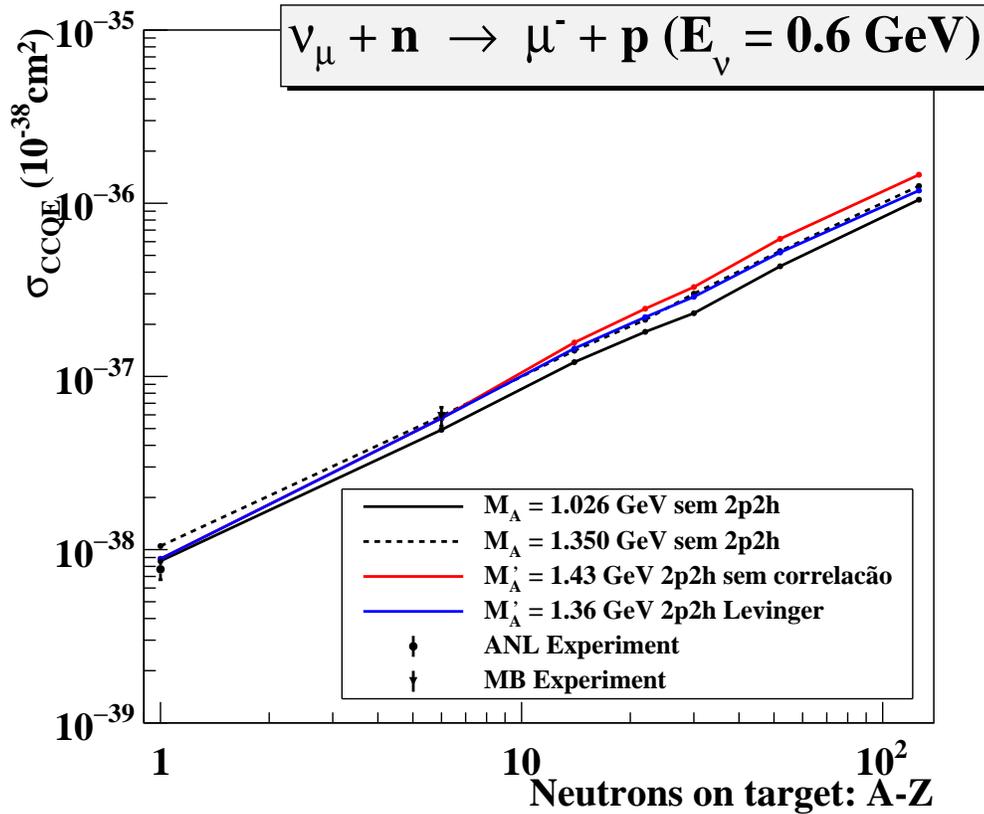


Figura 5.12: Dependência da seção de choque CCQE experimental (pontos) e calculada (linhas com pontos) com o número de nêutrons do núcleo alvo, para a reação $\nu_\mu + A$, $T = 0,6 \text{ GeV}$. A linha preta contínua é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. A linha preta a traços é obtida com a ligação linear de pontos consecutivos para $M_A = 1,026 \text{ GeV}$. As linhas azul e vermelha representam a inclusão dos canais 2p2h para as correlações entre núcleons consideradas. Os dados experimentais foram extraídos dos experimentos • ANL [Campbell et al., 1973] e ▼ MiniBooNE [MiniBooNE Collaboration et al., 2010].

5.3 Canal quase-elástico de corrente neutra (NCE)

A seção de choque "NCE like" desse evento é selecionado quando não há múon e píons emitidos na cascata intranuclear. Segundo [Aguilar-Arevalo et al., 2010a], para canal elástico de corrente neutra, a grandeza Q^2 pode ser determinada a partir da medição da energia cinética total dos núcle-

influência dos dois processos relatados (equações 5.18 e 5.19). Na figura 5.13 pode-se observar que a seção de choque dos processos "NCE like" é maior que os processos "NCE". De forma similar ao obtido no canal CCQE, a contribuição dos processos 5.19 é maior que os processos 5.18.

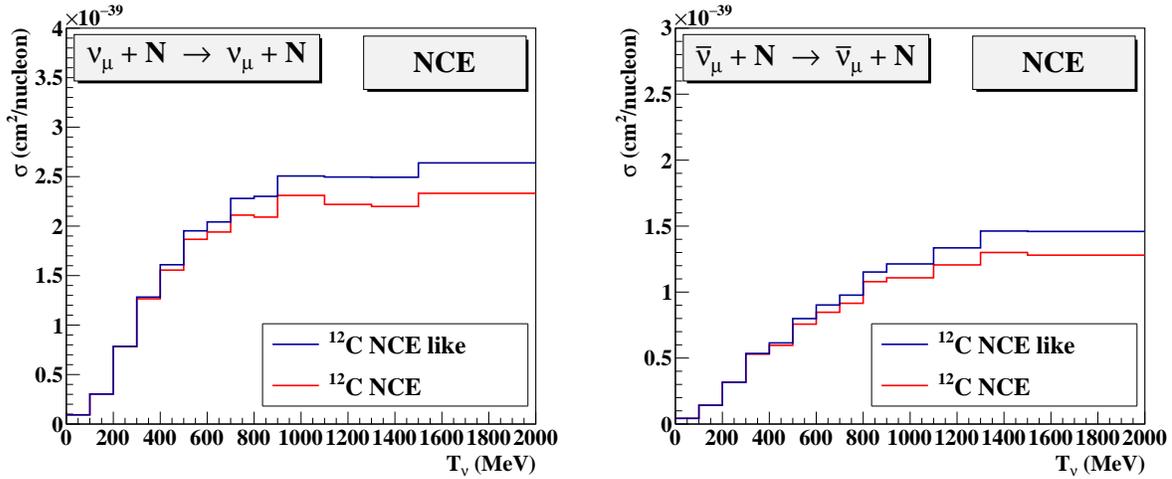


Figura 5.13: Seção de choque por núcleo para o canal NCE para as reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$ (esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C}$ (direita). Figuras publicada em [Perez et al., 2022].

Com o modelo CRISP, já que ele contém a informação dinâmica de todas as partículas, pode-se obter a grandeza exata $Q^2 = -(p'_\nu - p_\nu)^2$ (note que a equação 5.17 é uma aproximação), onde p'_ν e p_ν são os quadrimomentos dos neutrinos espalhado e incidente, respectivamente. A linha vermelha da figura 5.14 representa a seção de choque diferencial para essa grandeza, para as reações $\nu_\mu + \text{CH}_2$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + \text{CH}_2$ (à direita). O modelo CRISP pode reproduzir os dados experimentais para a região $Q^2 > 0,2 \text{ GeV}^2$, mas no caso do antineutrino, não é obtido a forma de pico esperada para a região $0 < Q^2 < 0,2 \text{ GeV}^2$.

O pico obtido pelo modelo CRISP para $0 < Q^2 < 0,2 \text{ GeV}^2$, é menos pronunciado que o obtido no canal CCQE (figuras 5.2 e 5.4, páginas 100 e 101). Temos que considerar que no canal de corrente neutra o mecanismo de bloqueio de Pauli é menos restritivo, já que quando um neutrino espalha um núcleo de forma elástica, o núcleo ainda pode cair no mesmo nível de energia onde se encontrava inicialmente, onde vai encontrar a vacância que ele mesmo deixou. Isso não acontece no canal CCQE, por exemplo, na reação $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$, o próton formado não pode achar vacâncias por embaixo do nível de Fermi devido a que eles estão completamente ocupados pelos

prótons iniciais do ^{12}C .

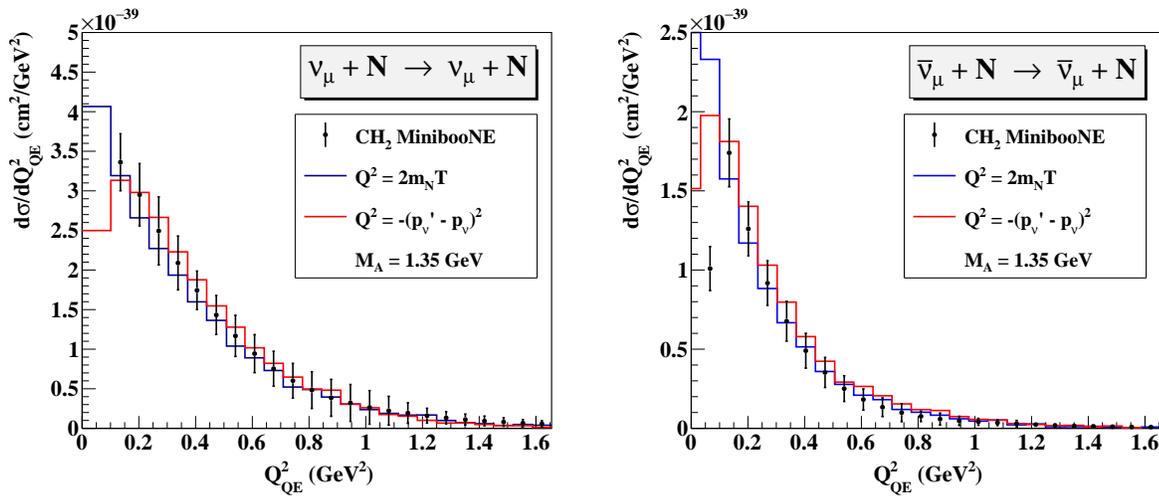


Figura 5.14: À esquerda: seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por núcleon para a reação $\nu_\mu + CH_2$. À direita: seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ por núcleon para a reação $\bar{\nu}_\mu + CH_2$. Linha azul: Q_{QE}^2 calculado segundo a equação 5.13. Linha vermelha: Q^2 calculado como $Q^2 = -(p'_\nu - p_\nu)^2$ (ver texto). Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010a, Aguilar-Arevalo et al., 2015]. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022].

Ao analisarmos a seção de choque calculada segundo a equação 5.17, pode-se observar que o CRISP não reproduz a forma do pico na região $0 < Q^2 < 0,2 \text{ GeV}^2$ (figura 5.14). Antes de tomar alguma conclusão analisaremos a possível correlação entre os dados experimentais e o gerador de eventos NUANCE, já que esse modelo foi utilizado durante o processo de “unfolding” para obter a função de resposta. A função de resposta consiste em uma matriz que correlaciona o espectro de energia cinética medido pelo detector MiniBooNE com o espectro que realmente chega ao detector. Nessa matriz está contida a informação sobre a eficiência e resolução espacial do detector. Na obtenção da matriz de resposta, foi utilizado o modelo NUANCE para calcular o espectro real que chega ao detector e não foram considerados os erros sistemáticos dessas simulações de Monte Carlo [Aguilar-Arevalo et al., 2010a, Aguilar-Arevalo et al., 2015]. Por causa disso, os resultados obtidos no experimento são dependentes do modelo NUANCE.

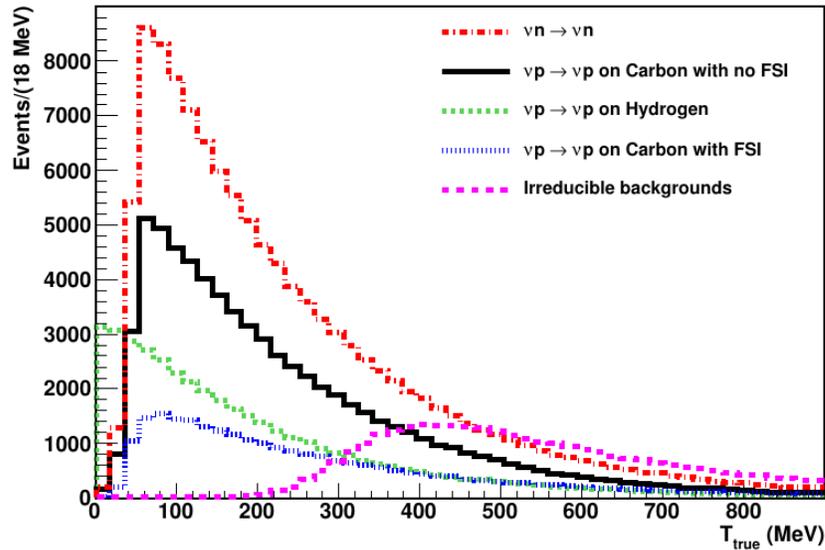


Figura 5.15: Histogramas de energia cinética dos núcleons emitidos do canal NCE, calculados com o gerador de eventos NUANCE na reação $\nu_{\mu} + {}^{12}\text{C}$. Figura extraída de [Perevalov, 2009].

Na figura 5.15 são apresentados diferentes histogramas de espectro de energia cinética dos núcleons emitidos no canal NCE, calculados com o modelo NUANCE. Com uma linha verde é representada a seção de choque do neutrino com o próton do hidrogênio, onde se observa que essa curva não tem forma de pico (sempre é monótona decrescente). Esse comportamento é esperado também para interação do neutrino com núcleons livres e é a forma da seção de choque implementada no modelo CRISP (ver figura 2.5 na página 23). A linha preta representa o histograma para a reação neutrino-próton no ${}^{12}\text{C}$ no início da cascata intranuclear, onde está presente um pico para $T \approx 90 \text{ MeV}$. Segundo [Perevalov, 2009], o pico se deve principalmente ao mecanismo de bloqueio de Pauli, que no Modelo de Gás de Fermi adotado pelo modelo NUANCE [Smith and Moniz, 1972], só permite as interações onde o núcleon resultante tenha um momento maior que o momento de Fermi $p > p_F$. Porém, a energia cinética de 5.15, é a energia cinética dos núcleons emitidos, que cumprem com $p > p_F$, portanto não deveriam estar influenciados pelo bloqueio de Pauli.

No modelo NUANCE, o efeito do bloqueio de Pauli é aplicado através de uma modificação analítica da seção de choque teórica neutrino-núcleon, que segundo [Perevalov, 2009] pode ser estimada assim:

$$\sigma = (1 - D/N)\sigma_{free}, \quad (5.20)$$

onde σ_{free} , N e D são a seção de choque do neutrino no núcleon livre, o número de nêutrons do núcleo alvo e um fator de correção, respectivamente. O fator D é¹

$$D = \begin{cases} \frac{A}{2} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{|\vec{q}|}{p_F} + \frac{1}{16} \left(\frac{|\vec{q}|}{p_F} \right)^3 \right) & \text{if } |\vec{q}| < 2p_F \\ 0 & \text{if } |\vec{q}| > 2p_F \end{cases}, \quad (5.21)$$

onde A é o número de massa do núcleo alvo, \vec{q} é o momento transferido ao núcleon alvo e p_F é o momento de Fermi. Vamos usar a correção acima sobre um núcleon de valência com $P = P_F = 220 \text{ MeV}$ para determinar até qual energia cinética dos núcleons emitidos ela tem influência. O valor máximo de momento que pode ser transferido é $q_{max} = 2P_F = 440 \text{ MeV}$, portanto, o máximo momento que pode adquirir o núcleon é $P = P_F + 2P_F = 660 \text{ MeV}$. A energia cinética para esse momento, considerando a massa efetiva do núcleon, é $T \approx 208 \text{ MeV}$. Ao subtrair a energia do potencial nuclear $V \approx 40 \text{ MeV}$, obtemos que os núcleons emitidos com $T = 168 \text{ MeV}$ ainda podem estar influenciados pelo mecanismo de bloqueio de Pauli. Isso é congruente com a obtenção de um pico para $T \approx 90 \text{ MeV}$ (linha preta da figura 5.15), pois o bloqueio de Pauli iria em aumento desde $T = 168 \text{ MeV}$ até $T = 0 \text{ MeV}$.

A seguir vamos estudar diferentes parametrizações dos fatores de forma disponíveis na literatura. A interação NCE depende dos fatores de forma F_A , F_1^S , F_2^S e F_A^S . Quando calcularmos a seção de choque segundo a parametrização da tabela 5.1, é obtida uma subestimação importante em relação aos dados experimentais (figuras 5.16 e 5.17, à esquerda). Semelhantemente ao canal CCQE, é preciso utilizar outro valor de M_A para obter uma boa concordância teórico-experimental. Nas figuras 5.16 e 5.17, à direita, apresentamos o obtido pelo CRISP usando $M_A = 1.35 \text{ GeV}$, podendo-se observar uma boa reprodução dos dados experimentais. Esse valor de M_A é resultado do ajuste realizado pelo NUANCE a partir dos dados oferecidos pelo experimento MiniBooNE [Aguilar-Arevalo et al., 2010a, Aguilar-Arevalo et al., 2015]. A parametrização do ajuste I é a que melhor descreve os dados experimentais, portanto, é a parametrização utilizada pelo CRISP de forma padrão para a

¹Ao colocar o ^{12}C na relação 4.73 da página 89.

implementação do canal NCE, com $M_A = 1,35 \text{ GeV}$.

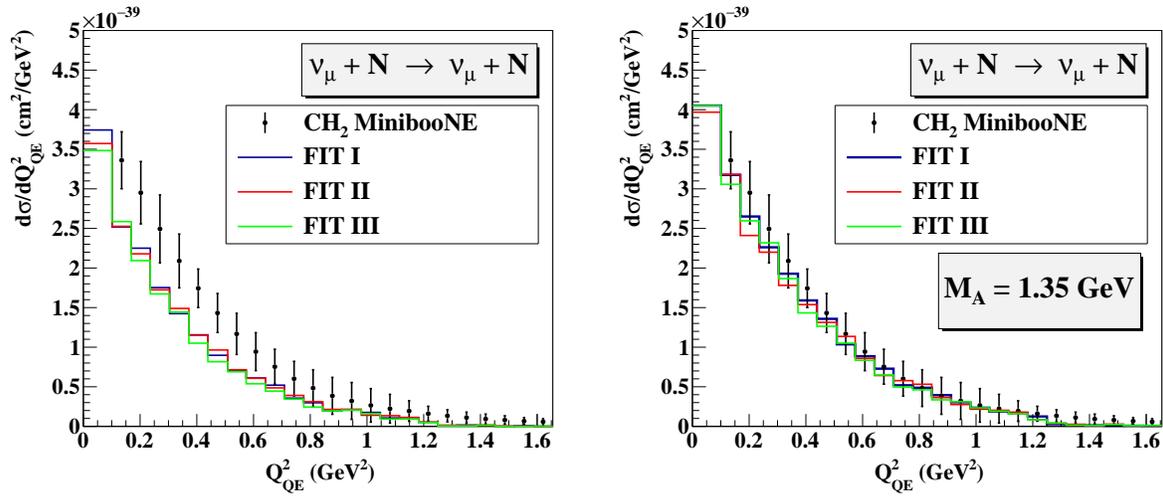


Figura 5.16: Seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ da reação $\nu_\mu + CH_2$, com a parametrização da tabela 5.1. À esquerda: parâmetro M_A segundo a tabela 5.1. À direita: parâmetro $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010a]. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022].

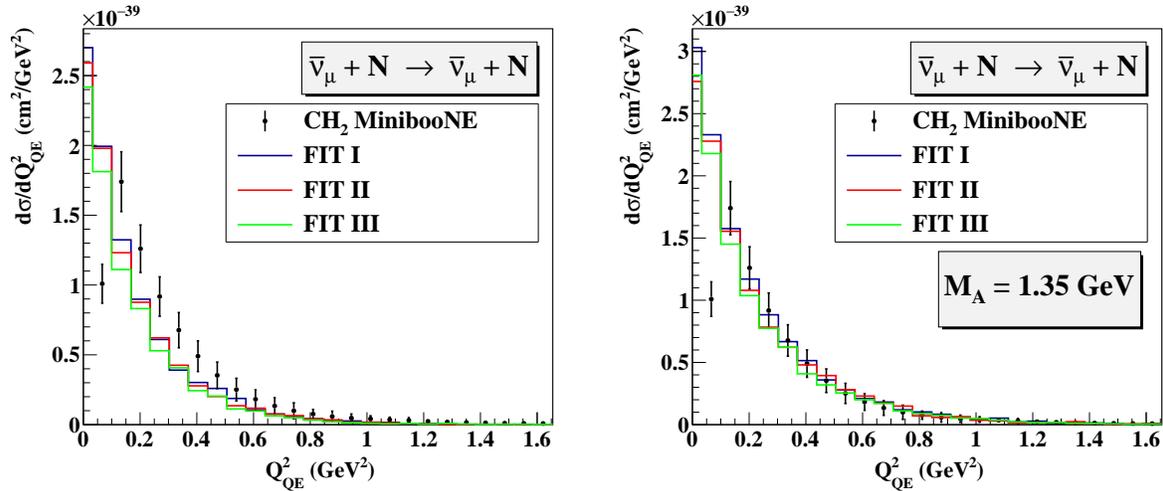


Figura 5.17: Seção de choque NCE $d\sigma/dQ_{QE}^2$ da reação $\bar{\nu}_\mu + CH_2$, com as parametrizações da tabela 5.1. À esquerda: parâmetro M_A segundo a tabela 5.1. À direita: parâmetro $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2015]. Figuras publicadas em [Perez et al., 2022].

Tabela 5.1: Parametrização dos fatores de forma.

Parâmetros	Ajuste I [Garvey et al., 1993]	Ajuste II [Garvey et al., 1993]	Ajuste III [Leitner, 2005]
Δs	-0.21 ± 0.10	-0.15 ± 0.07	0
$F_1^S(0)$	0.53 ± 0.70	0	0
$F_2^S(0)$	-0.40 ± 0.72	0	0
M_A (GeV)	1.012 ± 0.032	1.049 ± 0.019	1.00

6 | PRODUÇÃO DE PÍONS

6.1 Interação pión-núcleo

Como foi exposto na seção 4.1.4.1.7 (página 76), a equação 4.34¹ foi ajustada novamente pelo CRISP e assim evitar a super-simulação dos processos

$$\pi + NN \rightarrow \Delta + N \rightarrow N + N. \quad (6.1)$$

Similarmente à interação 2p2h do canal CCQE, foram considerados os casos onde o par de núcleons alvos cumprem que a distância entre eles é menor que $4,3 \text{ fm}$ ou que formam um par quase-deutério segundo [Levinger, 1951]. Na tabela 6.1 apresentamos os parâmetros da relação 4.34 obtidos pelo CRISP a partir do ajuste em relação à absorção de pions no ^{12}C . Pode-se observar como ambas aproximações oferecem resultados similares em relação aos dados experimentais (figuras 6.1-6.3), obtendo uma boa concordância teórico-experimental. Finalmente, no CRISP foi adotado o caso dos núcleons não correlacionados ($r_0 < 4,3 \text{ fm}$) e assim aproveitar ao máximo a hipótese de partículas independentes utilizada na cascata intranuclear.

Tabela 6.1: Parametrização do canal $\pi + d \rightarrow NN$ utilizada no CRISP.

Parâmetros	$r < 2,4 \text{ fm}$	Levinger (L = 6,5)
$a \text{ (} mb \text{ MeV}^{1/2}\text{)}$	8,4	31,7
$b \text{ (} mb\text{)}$	2,6	2,7
$c \text{ (} mb\text{)}$	-3,0	-2,7
$\Gamma \text{ (} MeV\text{)}$	124	116
$M_0 \text{ (} MeV\text{)}$	2200	2183

$$^1\sigma = \frac{a}{T_\pi^{1/2}} + \frac{b\Gamma_0^2}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma_0^2}{4}} - c \text{ [} mb\text{]}$$

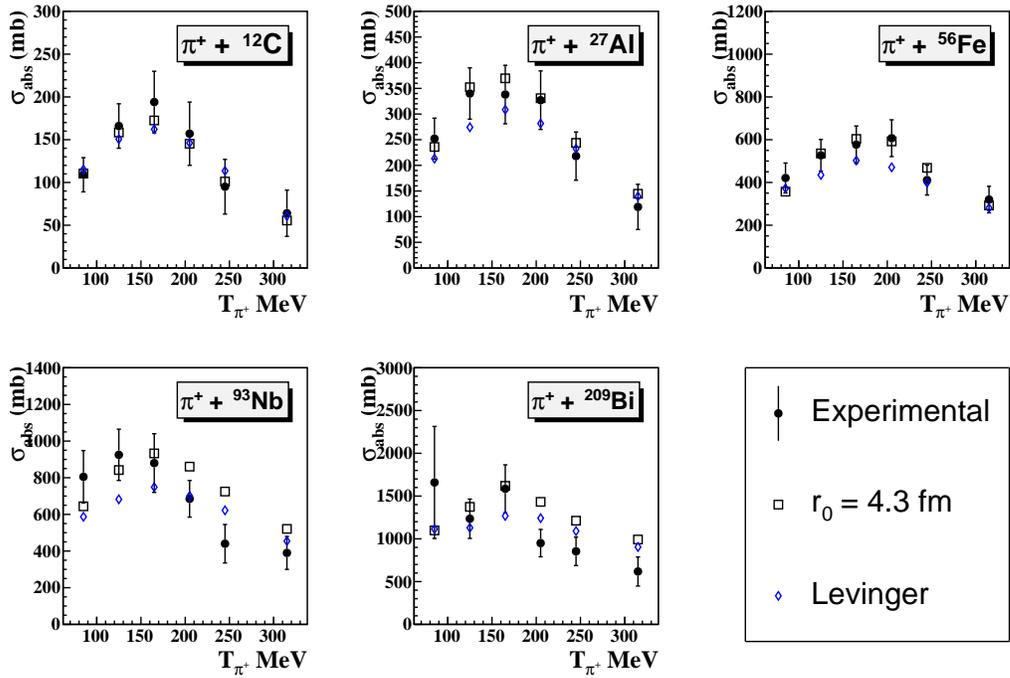


Figura 6.1: Absorção de π^+ em reações π^+ -núcleo. Os dados experimentais foram tomados de [Ashery et al., 1981].

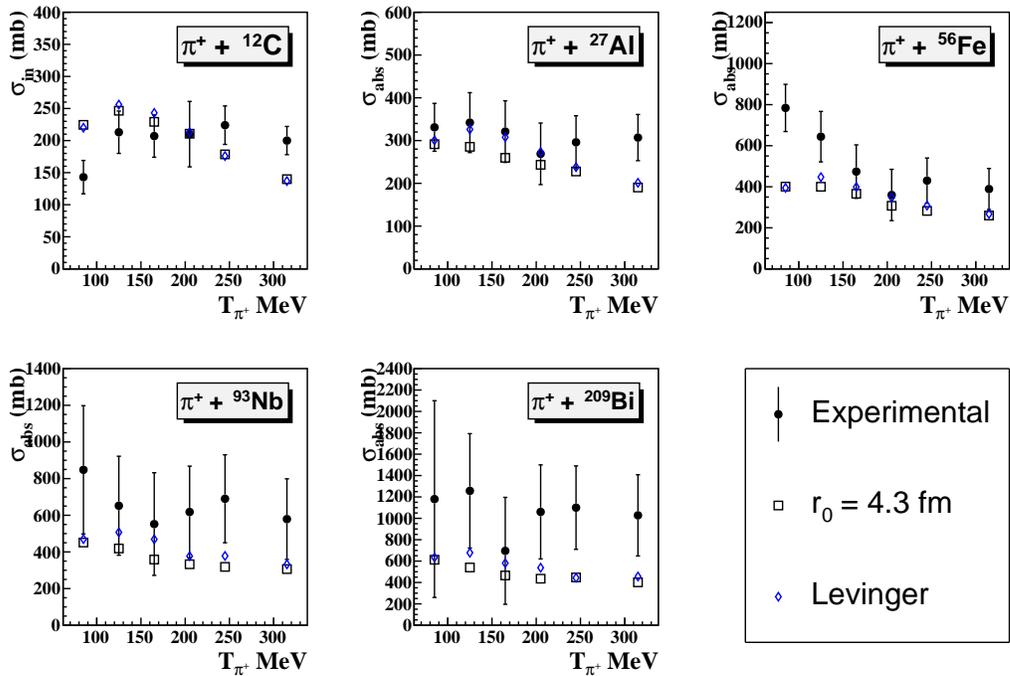


Figura 6.2: Seção de choque inelástica da reação π^+ -núcleo. Os dados experimentais foram tomados de [Ashery et al., 1981].

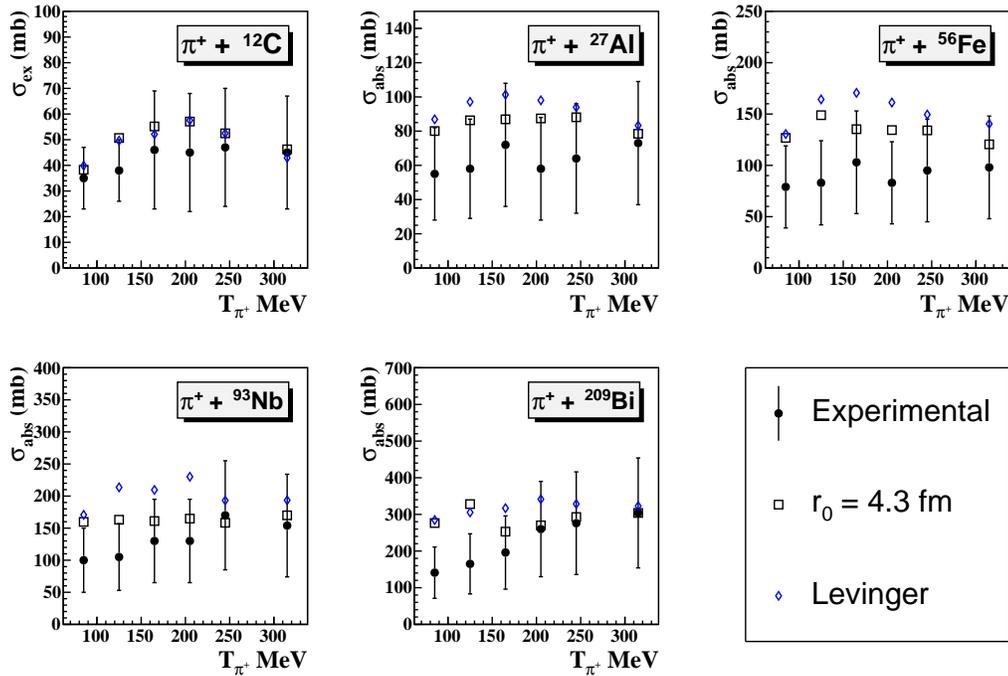


Figura 6.3: Seção de choque de troca de carga da reação π^+ -núcleo. Os dados experimentais foram tomados de [Ashery et al., 1981].

6.2 Canal de produção coerente de píons

Para começar com o estudo de produção de píons é conveniente analisar o canal de produção coerente de píons. Como o núcleo continua no estado básico após a reação, não é necessário fazer a implementação desse canal dentro da dinâmica da cascata intranuclear. A importância de considerar a produção coerente de píons consiste em que esse canal contribui à produção total de píons e, por exemplo, no experimento MiniBooNE [Aguilar-Arevalo et al., 2010b], são detetados todos os píons independentemente de se eles foram formados de forma coerente ou incoerente. Nesta seção vamos comparar nossas simulações com os resultados relatados do experimento MINERvA [Mislivec et al., 2018].

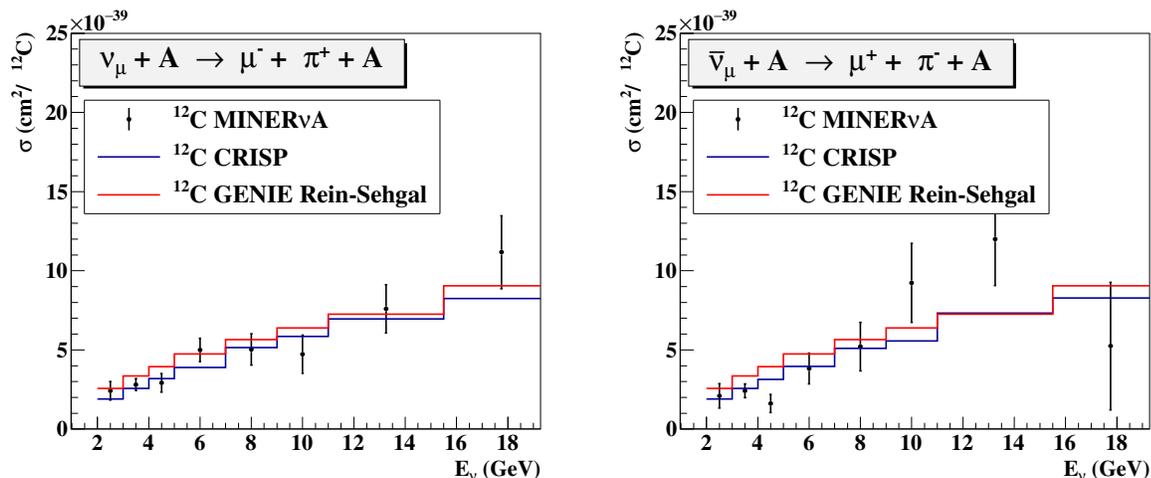


Figura 6.4: Seção de choque total de produção coerente de píons carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}\text{C}$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}\text{C}$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].

No experimento MINERvA é definido o sinal da produção coerente de píons de corrente carregada como as reações onde são emitidos somente um múon e um píon carregado (dependendo da carga do múon) e o núcleo alvo em seu estado inicial. Esse sinal é usada para fazer as simulações com o GENIE [Mislivec et al., 2018], que utiliza o modelo de Rein-Sehgal. Por outro lado, no código CRISP foi implementado o modelo de Berger-Sehgal.

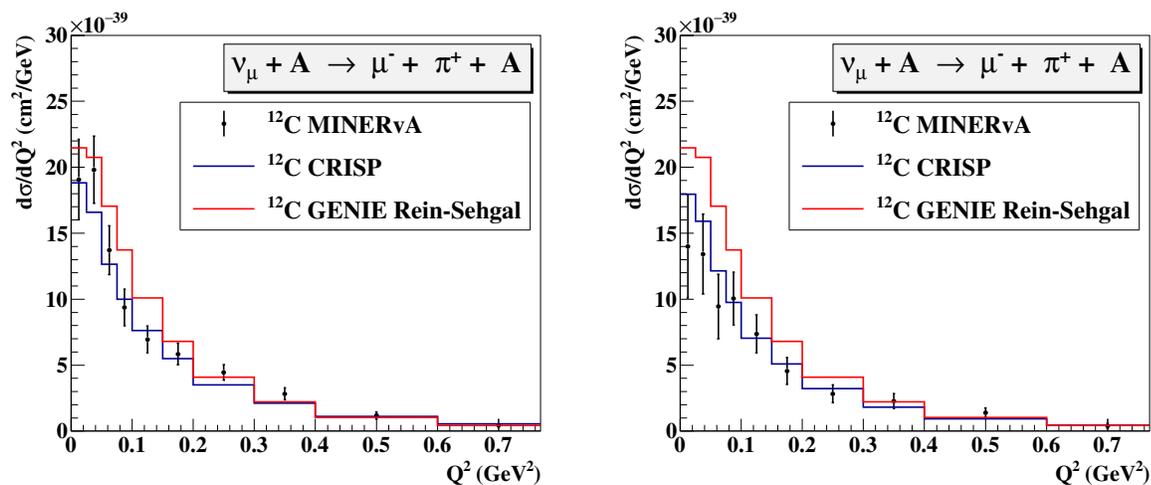


Figura 6.5: Seção de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ de produção coerente de píons carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}\text{C}$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}\text{C}$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].

A seguir, apresentamos a comparação do código CRISP com os dados experimentais e as simulações do GENIE, para a seção de choque total, diferencial de transferência de momento, de distribuição de energia do pión resultante e de distribuição do ângulo de emissão do pión resultante, figuras 6.4, 6.5, 6.6 e 6.7, respectivamente.

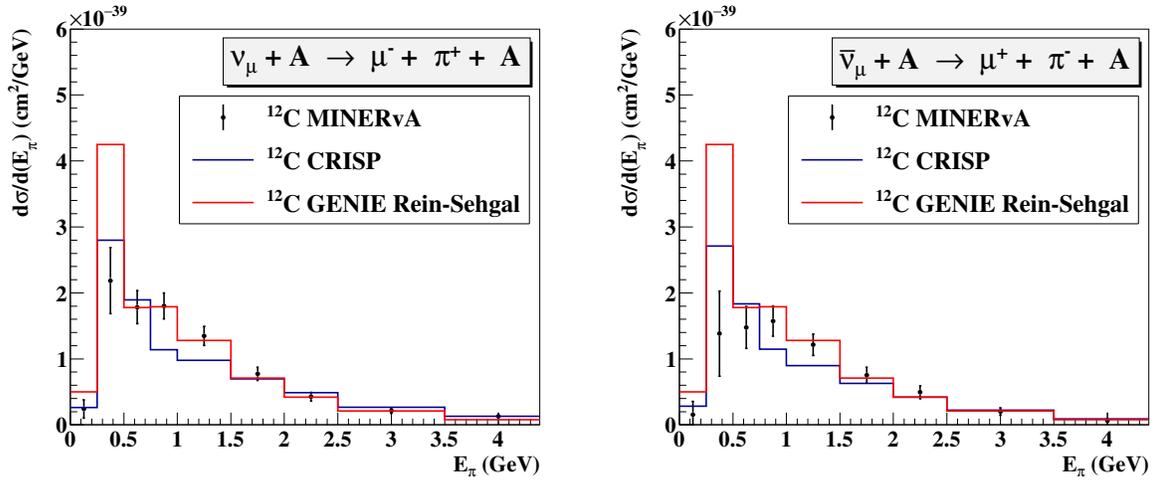


Figura 6.6: Distribuição de energia dos pions emitidos do canal de produção coerente de pions carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}\text{C}$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}\text{C}$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].

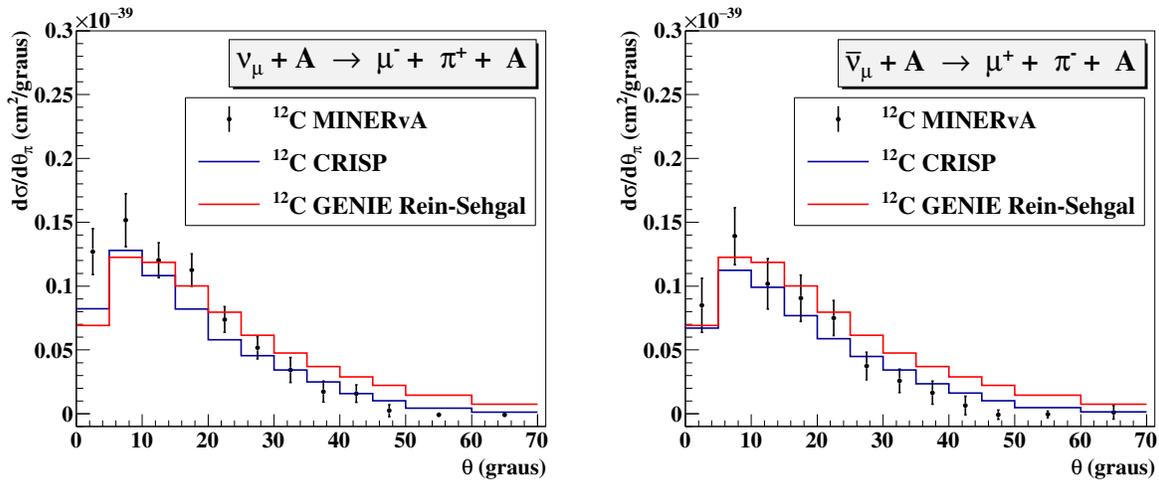


Figura 6.7: Distribuição do ângulo de emissão dos pions emitidos do canal de produção coerente de pions carregados (corrente carregada), para as reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^- + \pi^+ + {}^{12}\text{C}$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^+ + \pi^- + {}^{12}\text{C}$ (à direita). Os dados experimentais e as simulações do GENIE foram tomados de [Mislivec et al., 2018].

Na tabela 6.2 temos os valores de chi quadrado reduzido das simulações do CRISP e do GENIE

em relação aos dados experimentais, onde se pode observar que em todos os casos o modelo de Berger-Sehgal descreve melhor o experimento.

Tabela 6.2: Valores de chi quadrado reduzido do CRISP e GENIE em relação ao experimento MINERvA.

	$\nu_{\mu} + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^{-} + \pi^{+} + {}^{12}\text{C}$		$\bar{\nu}_{\mu} + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^{+} + \pi^{-} + {}^{12}\text{C}$	
	CRISP	GENIE	CRISP	GENIE
σ	0,90	1,21	1,81	3,95
$d\sigma/dQ^2$	0,93	3,02	0,68	3,97
$d\sigma/dE_{\pi}$	2,85	3,04	2,05	3,24
$d\sigma/d\theta_{\pi}$	2,29	4,81	1,95	9,59

6.3 Canal de corrente neutra produção de π^0

A fase final da produção de π^0 de corrente neutra é selecionada quando há só um π^0 emitido e não há emissão nem de múon, nem de outros mésons. Não é aplicada nenhuma restrição à emissão de núcleons [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. Na figura 6.8 pode-se observar que temos uma boa reprodução dos dados experimentais para o momento do π^0 emitido, para $p_{\pi}^0 < 0,1 \text{ GeV}/c$ e $p_{\pi}^0 > 0,25 \text{ GeV}/c$. Na região $0,1 < p_{\pi}^0 < 0,25 \text{ GeV}/c$ temos uma superestimação em relação aos dados do experimento. Ao integrar a seção de choque de distribuição de momento, para a reação $\nu + {}^{12}\text{C}$, temos segundo o CRISP: $\sigma_{CRISP}^{NC\pi^0} = 4,87 \times 10^{-40} \text{ cm}^2/\text{núcleon}$; e para o experimento: $\sigma_{exp}^{NC\pi^0} = (4,76 \pm 0,05_{stat} \pm 0,76_{sys}) \times 10^{-40} \text{ cm}^2/\text{núcleon}$ [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. Igualmente para a reação $\bar{\nu}_{\mu} + {}^{12}\text{C}$, temos que $\sigma_{CRISP}^{NC\pi^0} = 1,61 \times 10^{-40} \text{ cm}^2/\text{núcleon}$ vs $\sigma_{exp}^{NC\pi^0} = (1,48 \pm 0,05_{stat} \pm 0,23_{sys}) \times 10^{-40} \text{ cm}^2/\text{núcleon}$.

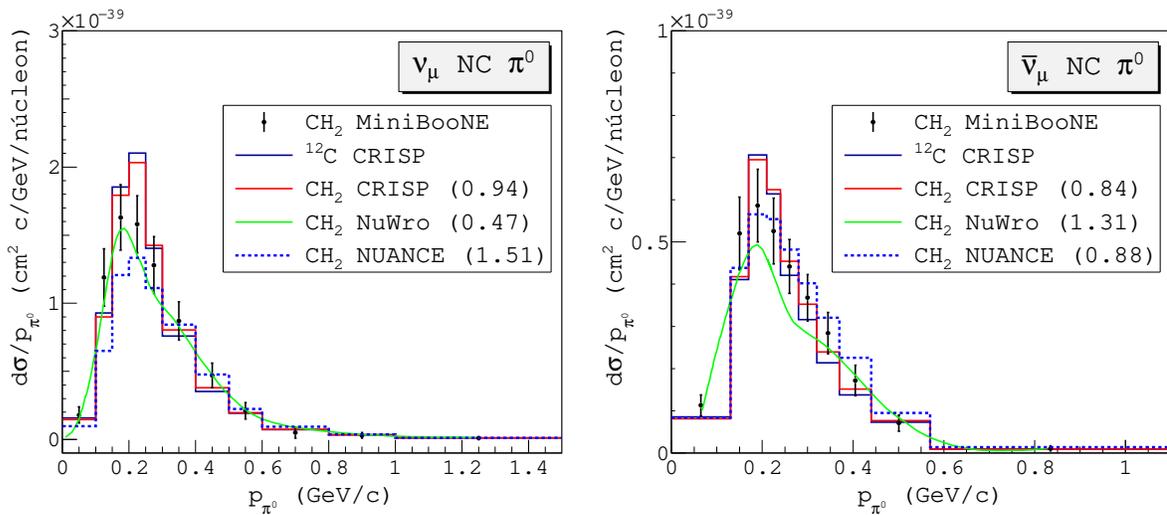


Figura 6.8: Distribuição de momento linear do π^0 dos canais de corrente neutra emitido na cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. Os resultados dos geradores NuWro e NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. O número entre parênteses na legenda representa o valor de $\chi_{red}^2 = \chi^2/ndf$. Resultados publicados em [Perez et al., 2022].

No canal estudado, a influência dos núcleos de hidrogênio do CH_2 é pequena. Isso pode ser constatado ao compararmos as reações em ^{12}C e CH_2 (linhas azul e vermelhas da figura 6.8, respectivamente). A principal diferença entre essas reações é que no hidrogênio não temos efeito nuclear quanto no ^{12}C . Na interação inicial temos que $\sigma(\nu_\mu p \rightarrow \nu_\mu \Delta^+) = \sigma(\nu_\mu n \rightarrow \nu_\mu \Delta^0)$, mas $\Delta^+ \rightarrow p\pi^0$ (66,3%) e $\Delta^+ \rightarrow p\pi^0$ (66,3%), portanto, no ^{12}C temos uma simetria de isospin com relação ao decaimento da Δ formada na interação primária^{2,3} em um π^0 . Na região onde $p_{\pi^0} < 0,25 \text{ GeV}$ a seção de choque em ^{12}C tende a ser maior que a reação em CH_2 , indicando que no ^{12}C uma parte dos π^0 resultantes da interação primária são absorvidos pelo meio nuclear (É importante lembrar que no meio nuclear há uma competição entre produção e absorção de píons). Na região $p_{\pi^0} > 0,25 \text{ GeV}$ acontece o oposto, a seção de choque em CH_2 é maior. Agora a absorção é compensada pela produção de píons desencadeada nos processos mais energéticos na cascata intranuclear.

Foi realizada uma comparação dos resultados com o modelo CRISP e as previsões dos geradores NuWro e NUANCE. Pode-se observar como o único cálculo com o χ_{red}^2 menor que o CRISP ($\chi_{red}^2 = 0,94$) é o feito com o NuWro ($\chi_{red}^2 = 0,47$). Calculando o χ_{red}^2 para o conjunto das duas reações (neutrino e antineutrino) é obtido o seguinte: $\chi_{red}^2(CRISP) = 0,85$, $\chi_{red}^2(NuWro) = 0,82$

²Nos referimos à $\Delta(1232)$, o canal ressonante que mais contribui à reação analisada.

³Para anti-neutrinos incidentes o raciocínio é análogo.

e $\chi_{red}^2(NUANCE) = 1,15$. Em outras palavras, o CRISP e o NuWro oferecem resultados bons e similares em relação aos dados experimentais.

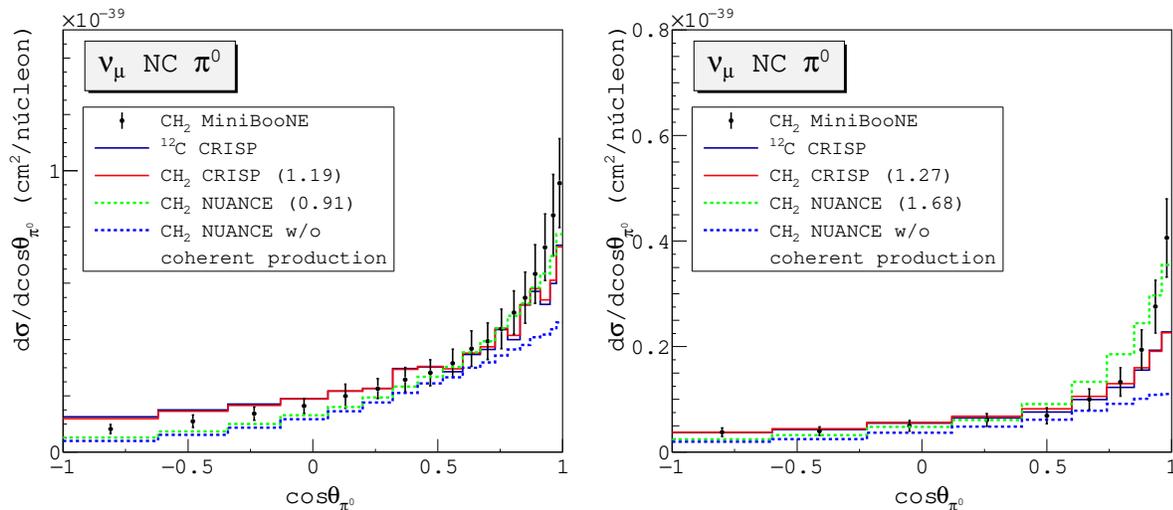


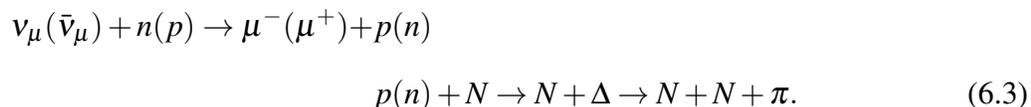
Figura 6.9: Distribuição angular do π^0 dos canais de corrente neutra emitido na cascata intranuclear. O ângulo de emissão é tomado em relação ao momento do neutrino incidente. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. Os resultados dos geradores NuWro e NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2010b]. O número entre parênteses na legenda representa o valor de $\chi_{red}^2 = \chi^2/ndf$. Resultados publicados em [Perez et al., 2022].

6.4 Canal de corrente carregada produção de π^+

A fase final desse processo é obtida quando há um μ^- , um π^+ e nenhum outro méson emitidos na cascata intranuclear [Aguilar-Arevalo et al., 2011]. O canal que mais contribui a essa reação é a produção de uma ressonância bariônica e o posterior decaimento dela



podendo ter uma contribuição do canal CCQE:



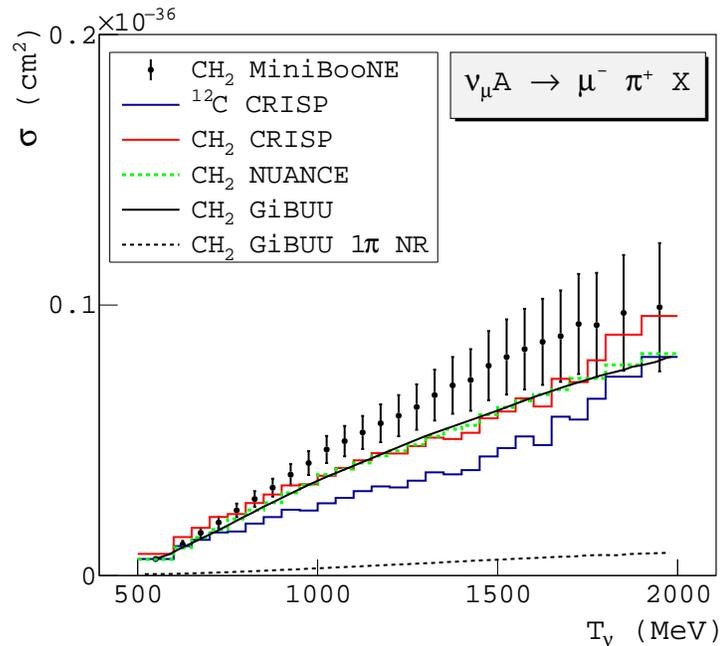


Figura 6.10: Seção de choque de emissão de π^+ de corrente carregada para as reações $\nu_\mu + ^{12}\text{C}$ e $\nu_\mu + \text{CH}_2$. Os dados experimentais foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2011]. Os dados do modelo NUANCE foram extraídos de [Aguilar-Arevalo et al., 2011]. Os dados do modelo GiBUU foram extraídos de [Lalakulich and Mosel, 2013].

Na figura 6.10 temos a seção de choque para as reações $\nu_\nu + ^{12}\text{C}$ (linha azul) e $\nu_\nu + \text{CH}_2$ (linha vermelha). A diferença entre as duas vem dada precisamente pela contribuição dos dois prótons livres do CH_2 . Ao comparar com os cálculos do NUANCE pode-se observar um comportamento similar, ambos modelos (o NUANCE e o CRISP) apresentam uma subestimação da seção de choque no intervalo $900 < E_\nu < 1800 \text{ MeV}$. Uma diferença importante entre o CRISP e o NUANCE é que no primeiro não é aplicado o bloqueio de Pauli às ressonâncias formadas, elas são tratadas como partículas reais e a probabilidade de achar mais de duas dentro de uma mesma camada de energia pode ser desprezada. No NUANCE, se a ressonância pode decair em um núcleon que fique por embaixo do nível de Fermi, então essa ressonância não é formada. Essa diferença entre os dois modelos poderia estar compensada pelos valores de massa axial adotados, no CRISP $M_A = 1,05 \text{ GeV}$ para a formação $\Delta(1232)$ e $M_A = 0,95 \text{ GeV}$ para as demais ressonâncias; e no NUANCE $M_A = 1,10 \text{ GeV}$ para todas as ressonâncias. O GiBUU considera o bloqueio de Pauli para as ressonâncias bariônicas mediante a modificação da largura destas em dependência do meio nuclear. O mesmo acontece com o modelo GiBUU, onde também os canais ressonantes são submetidos ao bloqueio de Pauli mediante a modificação da largura das ressonâncias em dependência do meio

nuclear. Além dos canais ressonantes, consideram a produção de píons não ressonantes, chamados também de produção de píons de fundo (linha preta a traços da figura 6.10). Dentro desses canais temos, por exemplo, que o canal CCQE forme um núcleon virtual e depois ele forme um núcleon mais um pión como partículas finais [Sato et al., 2003, Hernández et al., 2007, Gil et al., 1997]. Pode-se observar como com a inclusão dessas interações o GiBUU não consegue reproduzir os dados experimentais para as energias maiores.

No caso da seção de choque de distribuição de energia cinética para os múons emitidos, figura 6.11, à esquerda, temos uma boa reprodução dos dados experimentais. Igualmente para a emissão de píons positivos, figura 6.11, à direita, onde a maior discrepância com os dados experimentais é para os píons de energia cinética $T_{\pi^+} > 300$ MeV. Observe-se como o CRISP tem a maior concordância com os dados em comparação aos geradores NUANCE e GiBUU.

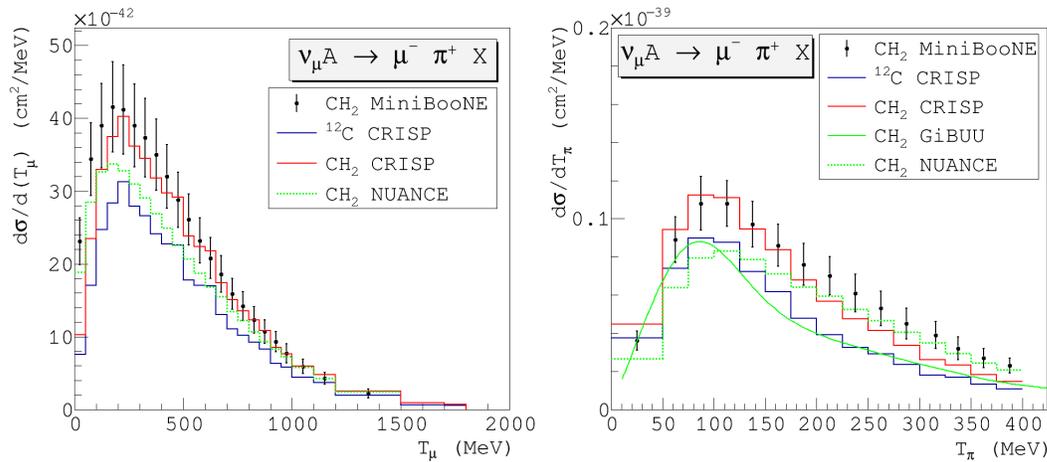


Figura 6.11: Distribuição de energia cinética dos μ^- e π^+ de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + {}^{12}\text{C}$ e $\nu_\mu + \text{CH}_2$. Os dados experimentais e os cálculos do modelo NUANCE foram tomados de [Aguilar-Arevalo et al., 2011]. Os dados do modelo GiBUU foram extraídos de [Mosel and Gallmeister, 2017]. Resultados publicados em [Perez et al., 2022].

Por outro lado, no experimento MINERvA, foi estudada também a emissão de π^+ para as reações de neutrinos e antineutrinos múons no alvo CH [McGivern et al., 2016]. Para isso, a energia do neutrino incidente na FSI é calculada da seguinte maneira:

$$E_\nu = E_\mu + E_{had}, \quad (6.4)$$

onde E_μ é a energia do múon emitido, e E_{had} é a energia do sistema hadrônico emitido. E_{had} pode

ser calculado a partir da soma da energia dos píons emitidos $\sum_i E_{\pi_i}$ e da soma de energia cinética dos núcleons emitidos $\sum_i T_i$:

$$E_{had} = \sum_i E_{\pi_i} + \sum_i T_i. \quad (6.5)$$

No caso da reação $\nu_\mu + CH$, a FSI é obtida quando há um múon e pelo menos um π^+ emitidos. O momento transferido, Q^2 , e a massa do núcleon espalhado, W^2 , são calculados com a energia do neutrino, E_ν , e o quadri-momento do múon emitido, $p_\mu = (E_\mu, \vec{p}_\mu)$:

$$Q^2 = 2E_\nu(E_\mu - |\vec{p}_\mu| \cos \theta_\mu) - m_\mu^2, \quad (6.6)$$

$$W^2 = m_n^2 + 2m_n(E_\nu - E_\mu) - Q^2. \quad (6.7)$$

No experimento só são processados os casos para a faixa de energia $1.5 < E_\nu < 10$ GeV e valores de massa hadrônica $W < 1,8$ GeV. Este último valor foi adotado com o fim de descartar os eventos DIS de maior energia. A produção de píons foi medida para os seguintes canais:

$$\nu_\mu + CH = \mu^- + n\pi^\pm + X, \quad (6.8)$$

$$\bar{\nu}_\mu + CH = \mu^+ + 1\pi^0 + X'. \quad (6.9)$$

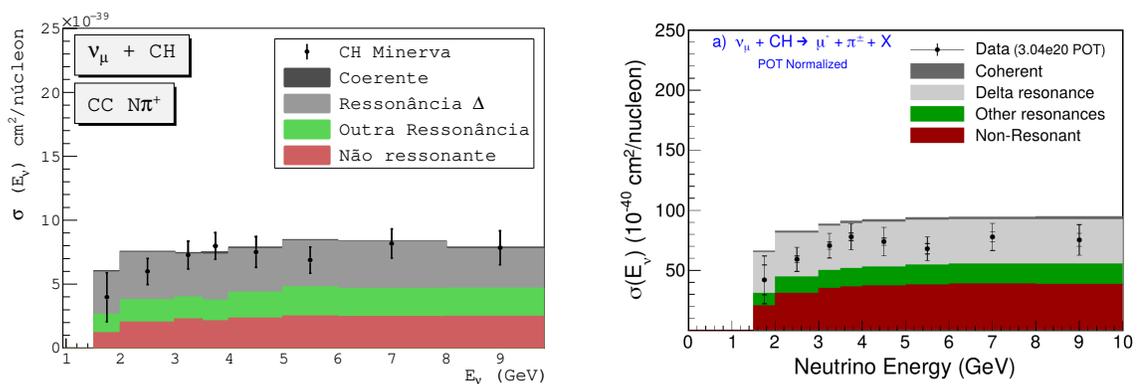


Figura 6.12: Seção de choque de emissão de π^+ de corrente carregada para a reação $\nu_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais correspondem-se com a reação $\nu_\mu + CH$ e foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016].

O estado final da reação 6.8 é formado por um μ^- , pelo menos um pión carregado e o núcleo

residual X . Não é aplicada nenhuma outra restrição para a emissão de outras partículas. O estado final de 6.9 é formado por um μ^+ , só um π^0 e mais nenhum méson. Não é aplicada restrição para o número de núcleons emitidos.

Na figura 6.12 (à esquerda) temos a seção de choque de emissão de π^+ calculada pelo modelo CRISP e decomposta em dependência do canal iniciante da interação. Pode-se observar uma boa reprodução dos dados experimentais. O nosso resultado está em concordância com o obtido pelo código GENIE (figura 6.12, à direita). Pode-se observar que a maior contribuição é dada pelos canais de formação de ressonância $\Delta(1232)$ e não ressonantes (CCQE + DIS), mas também há uma contribuição importante das ressonâncias diferentes da $\Delta(1232)$. No caso do antineutrino, temos resultados similares, com a diferença que os canais de ressonâncias não $\Delta(1232)$ tem uma contribuição menor em relação ao GENIE, mas a nossa concordância com os dados experimentais continua sendo ótima, figura 6.13. No canal de antineutrino não há espalhamento coerente de corrente carregada, pois estamos analisando a emissão de π^0 . De qualquer forma, observe-se como o canal coerente pode ser praticamente desconsiderado na interação de neutrino incidente (figura 6.12).

Na figura 6.14 apresentamos a comparação de nossos cálculos com os geradores GENIE, NEUT e NuWro. O número entre parênteses na legenda das figuras representa o valor de chi quadrado reduzido (χ^2/ndf), onde ndf é o número de graus de liberdade. Na reação de neutrinos, o CRISP ($\chi^2/ndf = 0,70$), similar ao obtido por NuWro ($\chi^2/ndf = 0,87$) e menor que o NEUT ($\chi^2/ndf = 4,53$) e GENIE ($\chi^2/ndf = 4,07$). No caso do antineutrino temos um comportamento muito parecido dos quatro geradores: $\chi^2/ndf = 0,58$ (CRISP); $0,63$ (GENIE); $0,63$ (NEUT); $1,09$ (NuWro). Estes resultados querem dizer que o CRISP é capaz de simular acertadamente o número de píons emitidos através do formalismo da cascata intranuclear, para cada valor de energia do neutrino incidente. Isso é muito importante, pois significa que em média a absorção, criação e espalhamento de píons é bem simulada pelo CRISP.

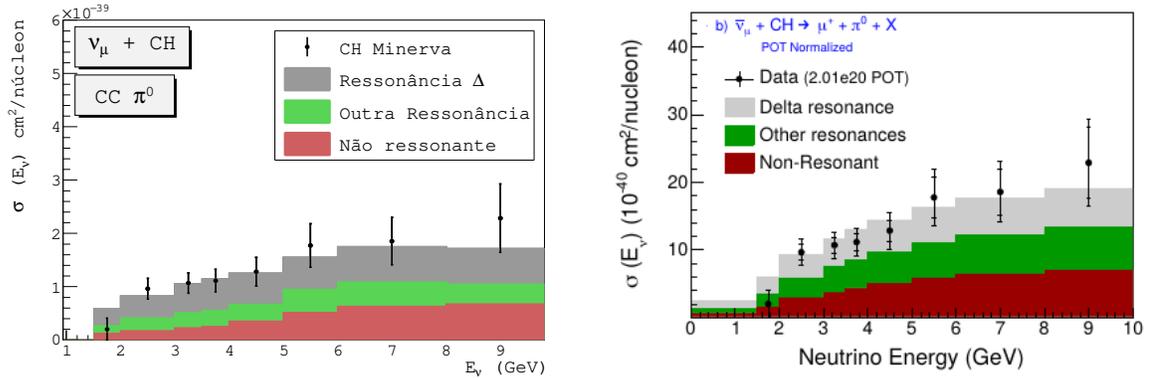


Figura 6.13: Seção de choque de emissão de π^0 de corrente carregada para a reação $\bar{\nu}_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE, tomada de [McGivern et al., 2016].

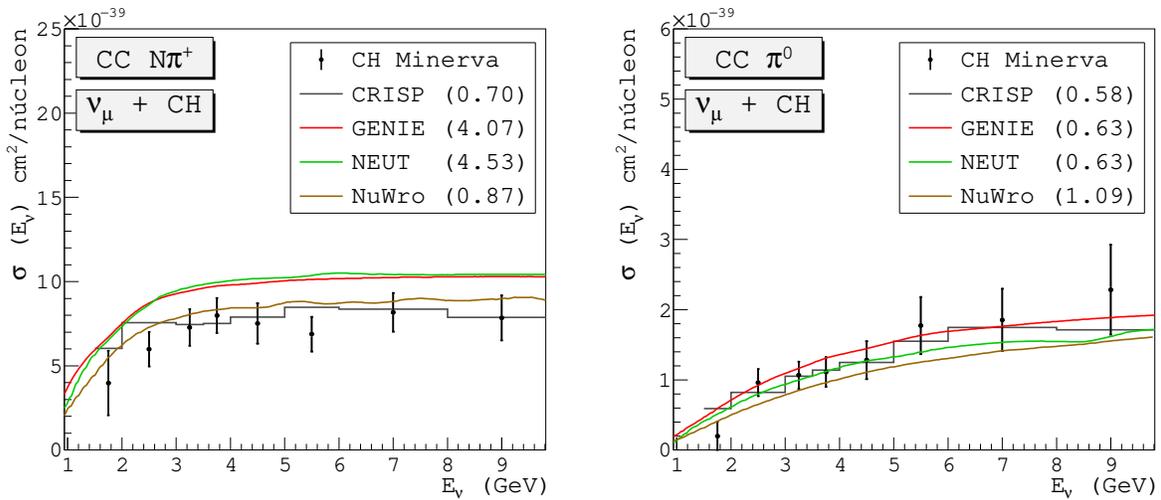


Figura 6.14: Seção de choque de emissão de π^+ , à esquerda (π^0 , à direita), de corrente carregada para as reações $\nu_\mu + CH$ ($\bar{\nu}_\mu + CH$). Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWro foram extraídos de [McGivern et al., 2016].

Na distribuição de momento (figuras 6.15 e 6.16) e angular (figuras 6.18 e 6.19) do múon emitido, também temos uma boa reprodução dos dados experimentais. Observe-se como o CRISP consegue reproduzir a forma das distribuições analisadas, principalmente os valores menores de momento para a reação de ν_μ , a diferença do GENIE que superestima as medições experimentais no intervalo $0 < P_\mu < 1$ GeV. Ao compararmos com outros modelos (figuras 6.17 e 6.20) temos o CRISP apresenta valores de χ^2/ndf similar aos modelos que melhor descrevem os dados experi-

mentais (considerando que $\chi^2/ndf < 1$ e um resultado ótimo e que $1 < \chi^2/ndf < 2$ é um resultado bom). Em todos os casos o $\chi^2/ndf(CRISP) \leq 1$.

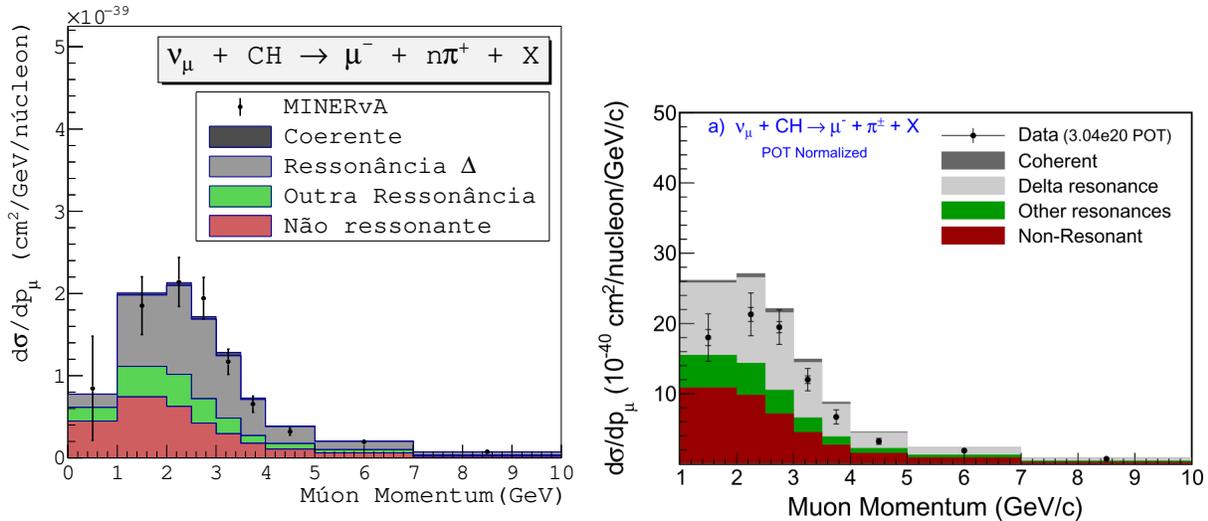


Figura 6.15: Distribuição de momento dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\nu_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016].

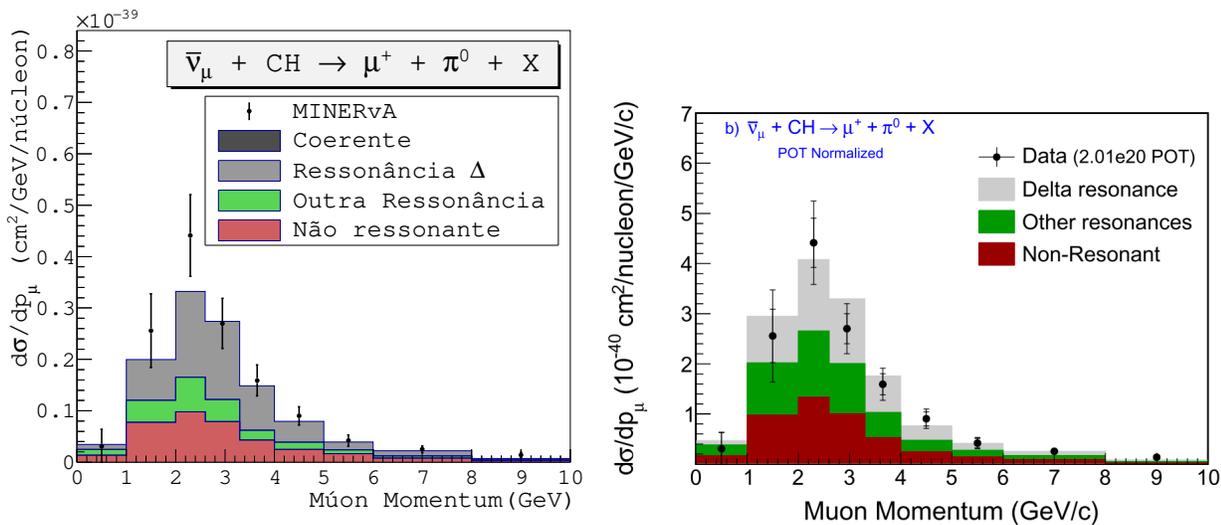


Figura 6.16: Distribuição de momento dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\bar{\nu}_\mu + CH$. Os cálculos foram divididos em relação à interação que dá início à cascata intranuclear. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016].

Até agora temos que o CRISP reproduz tanto o número de píons emitidos quanto o momento e ângulo de emissão dos múons produzidos. Isso é importante, porque mesmo o múon seja resultante

só da primeira interação, a determinação dos canais definidos pelas relações 6.8 e 6.9 depende de todo o processo da cascata intranuclear.

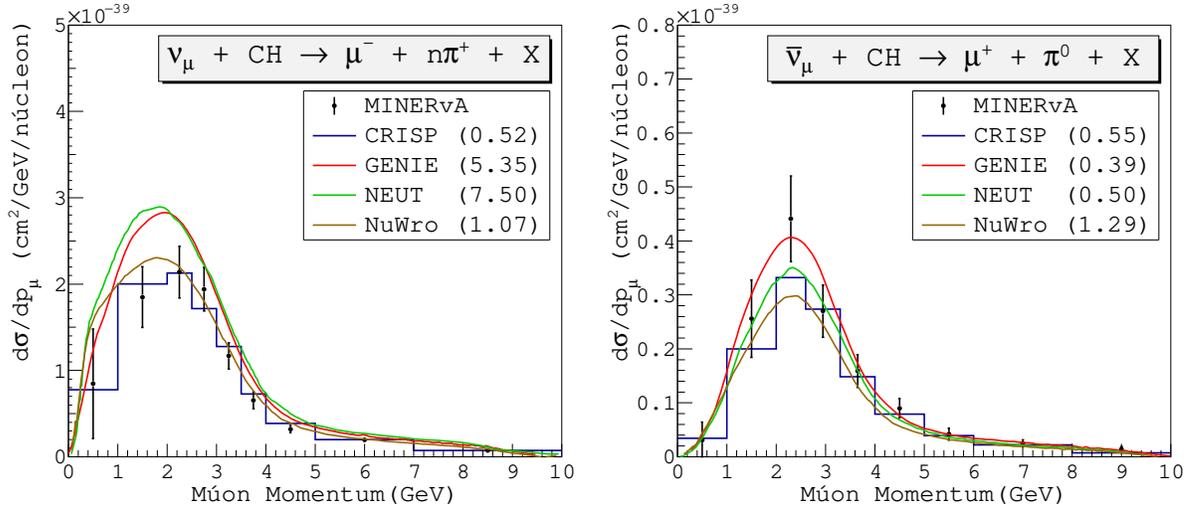


Figura 6.17: Distribuição de momento dos μ de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_{\mu} + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_{\mu} + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWro foram extraídos de [McGivern et al., 2016].

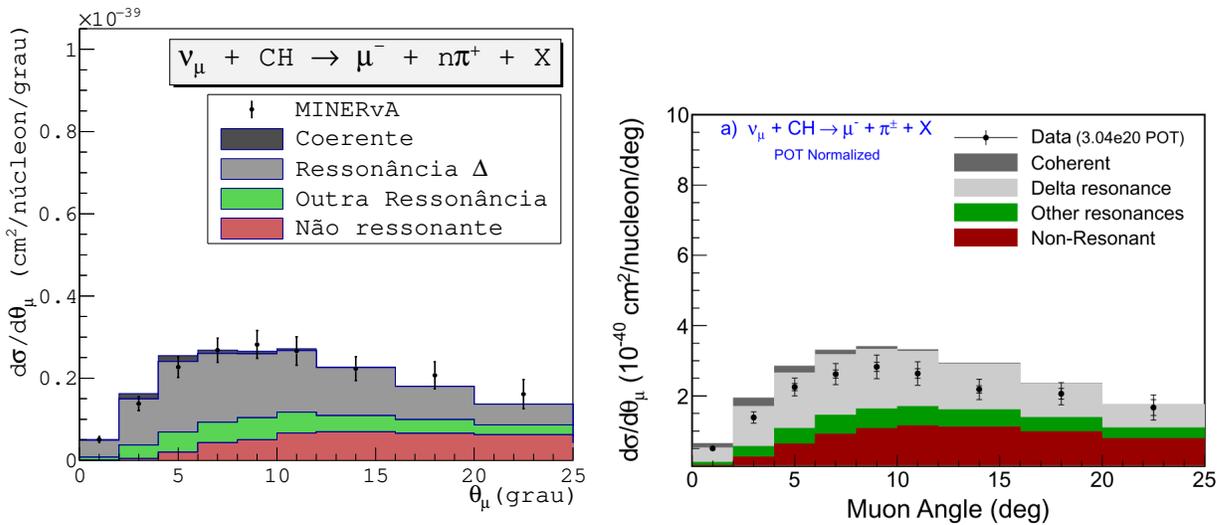


Figura 6.18: Distribuição angular dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\nu_{\mu} + CH$. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016].

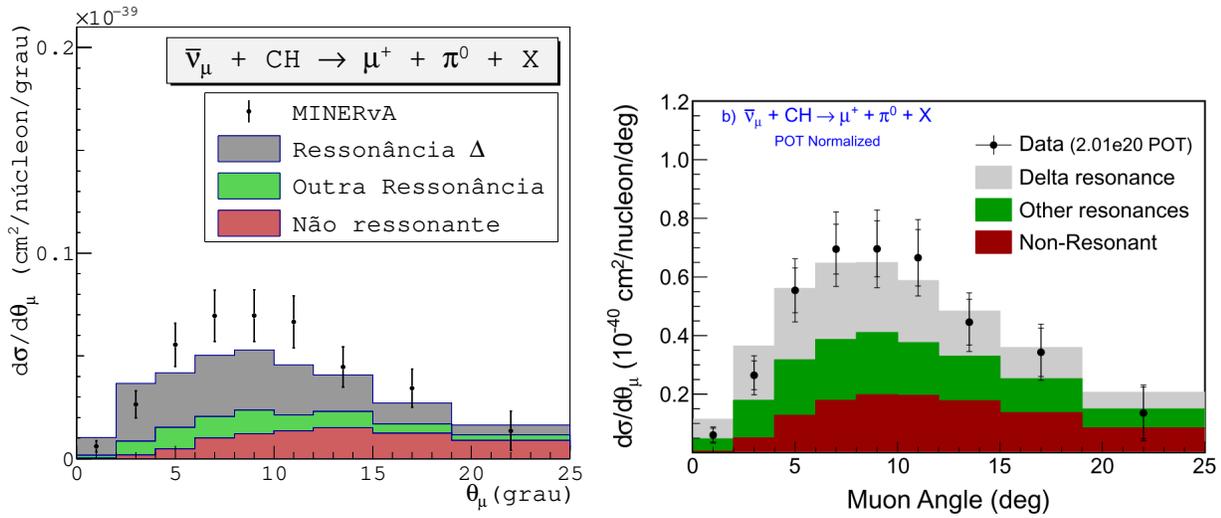


Figura 6.19: Distribuição angular dos μ de corrente carregada emitidos na reação $\bar{\nu}_\mu + CH$. Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. A figura da direita representa as simulações do código GENIE e foi tomada de [McGivern et al., 2016].

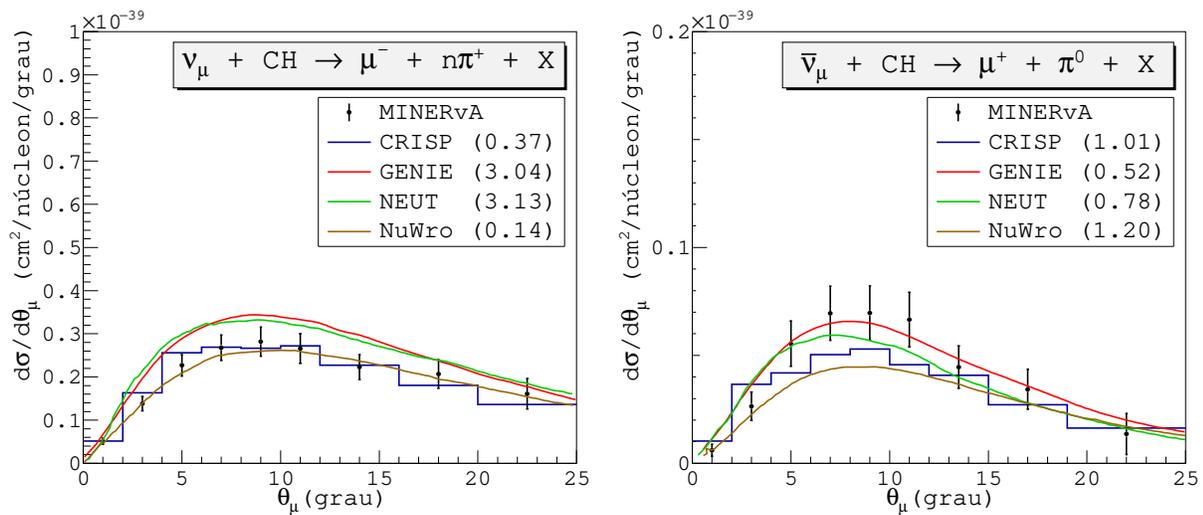


Figura 6.20: Distribuição angular dos μ de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWro foram extraídos de [McGivern et al., 2016].

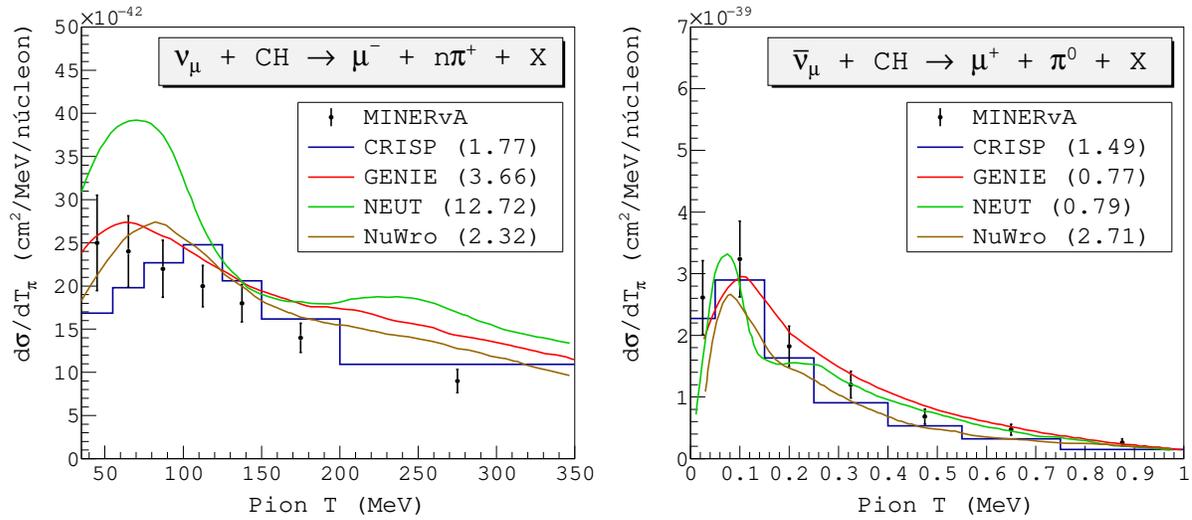


Figura 6.21: Distribuição de energia cinética de π de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWRo foram extraídos de [McGivern et al., 2016].

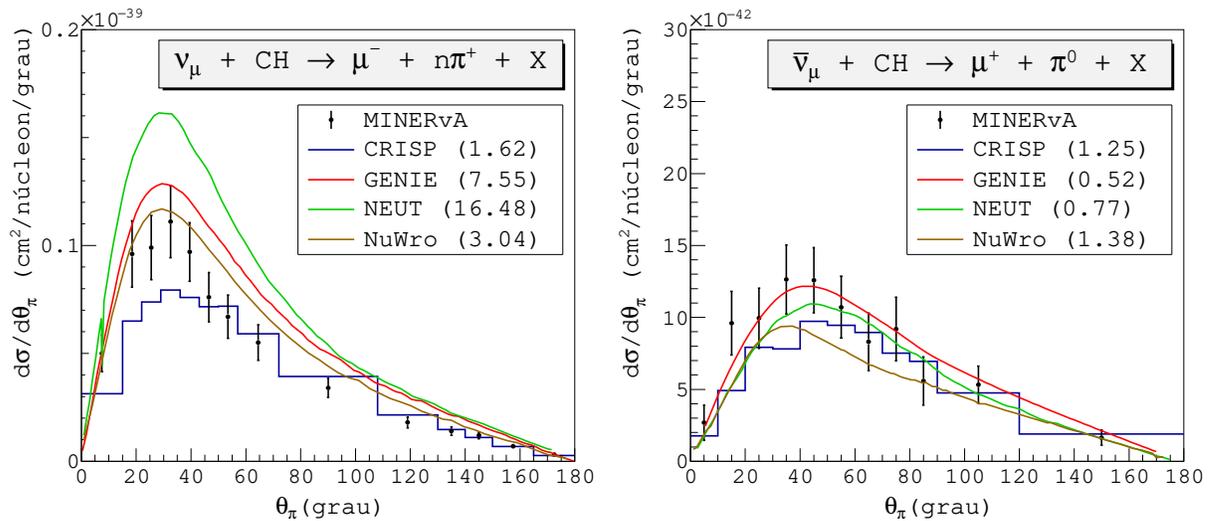


Figura 6.22: Distribuição angular de π de corrente carregada emitidos nas reações $\nu_\mu + CH$ (à esquerda) e $\bar{\nu}_\mu + CH$ (à direita). Os dados experimentais foram tomados de [McGivern et al., 2016]. Os dados dos modelos GENIE, NEUT e NuWRo foram extraídos de [McGivern et al., 2016].

Na distribuição de energia cinética (figura 6.21) e angular (figura 6.22) dos pions emitidos temos que $1 < \chi^2/ndf(CRISP) < 2$. Na reação de antineutrino o CRISP reproduz razoavelmente bem os dados experimentais, mas, na reação de neutrinos temos uma diferença notável em relação aos dados. Temos que na distribuição de energia cinética dos π^+ o pico está deslocado para a direita em relação aos outros geradores de eventos e que os dados não apresentam esse pico. Note-se a di-

ficuldade dos modelos de simulação em reproduzir esses dados $\chi^2/ndf > 2$. É importante destacar a diferença no comportamento experimental para $T_{\pi^+} < 150 \text{ MeV}$ entre os dados do MINERvA e o MiniBooNE (comparar as figuras esquerda 6.21 e direita 6.11 da página 130). No MiniBooNE temos um pico bem definido em $T \approx 100 \text{ MeV}$ e bem reproduzido pelo modelo CRISP. Para essa diferença experimental não foi encontrada uma explicação teórica quando foram relatados os dados do experimento MINERvA. Por outro lado, na emissão de π^0 , os modelos CRISP e os demais geradores considerados reproduzem a forma de pico na distribuição de energia cinética.

CONCLUSÕES

Foi realizado um estudo teórico da interação neutrino–núcleon para as energias $0 < E_\nu < 10$ GeV. Isso possibilitou a eleição dos diferentes canais de interação e das equações adequadas para o cálculo da seção de choque e as partículas resultantes. Os canais estudados foram os seguintes:

- Canal quase-elástico de corrente carregada: o tensor hadrônico é descrito mediante os fatores de forma vetoriais ($F_{1,2}^V(Q^2)$), pseudo-escalar $F_P(Q^2)$ e axial $F_A(Q^2)$ [Leitner, 2005]. Os fatores de forma vetoriais são relacionados com os fatores de forma de Sachs [Stoler, 1993], mais conhecidos do caso eletromagnético. Os fatores de forma pseudo-escalar e axial são relacionados a partir da hipótese de conservação parcial da corrente axial. O fator de forma axial é parametrizado de forma dipolar em função de Q^2 e do parâmetro de massa axial M_A .
- Canal elástico de corrente neutra: é necessário utilizar, além dos fatores de forma da corrente carregada, os fatores de forma estranhos vetoriais ($F_{1,2}^S(Q^2)$) e axial ($F_A^S(Q^2)$). Eles são parametrizados segundo [Garvey et al., 1993].
- Canal de formação de ressonância bariônica: para a ressonância $\Delta(1232)$ foi utilizado o formalismo de Rarita-Schwinger através dos fatores de forma vetoriais $C_{1,2,3}^V(Q^2)$ e axiais $C_{1,2,3}^A(Q^2)$, os quais são parametrizados segundo [Lalakulich and Paschos, 2005]. Para as ressonâncias $N(1535)$, $N(1520)$, $N(1650)$, $N(1700)$, $N(1675)$, $N(1440)$, $N(1720)$, $N(1680)$, $N(1710)$, $N(1990)$, $\Delta(1620)$, $\Delta(1700)$, $\Delta(1600)$, $\Delta(1910)$, $\Delta(1920)$, $\Delta(1905)$ e $\Delta(1950)$ foi utilizado o modelo de Rein-Sehgal [Berger and Sehgal, 2007]. Esse modelo descreve o vetor hadrônico através do modelo de quark relativístico de Feynman, Kislinger e Ravndal [Feynman et al., 1971], usando os fatores de forma vetorial e axial, este último com $M_A = 0.95$ GeV.

- Canal DIS: o vértice hadrônico depende das funções de estrutura F_1, \dots, F_5 , as quais dependem das funções de distribuição dos quarks que formam o núcleon $q_i(x, Q^2)$, com $q_i = u, d, c, s$. A hadronização é descrita pelo modelo fenomenológico de AGKY [Yang et al., 2009].
- Produção coerente de píons: utiliza o modelo de Berger–Sehgal [Berger and Sehgal, 2009], que adapta o modelo de Rein–Sehgal [Rein and Sehgal, 1983] para utilizar dados experimentais das interações pión-núcleon. Usa o fator de forma axial com $M_A = 1,00 \text{ GeV}$.

Os canais anteriores foram implementados no código CRISP com as seguintes considerações:

- Os canais quase-elástico de corrente carregada e elástico de corrente neutra utilizam as seções de choque diferencial $d\sigma/dQ^2$ como função de distribuição de probabilidades para determinar Q^2 , e assim calcular as variáveis cinemáticas das partículas resultantes da interação.
- Os restantes canais de reação neutrino-núcleon utilizam as seções de choque dupla diferencial como função de distribuição de probabilidades de duas variáveis, e assim calcular as variáveis cinemáticas das partículas resultantes da interação.
- É muito importante considerar que todas as expressões são derivadas no referencial de laboratório do núcleon alvo. Antes de efetuar a interação é necessário fazer uma transformação de Lorentz e passar a esse sistema. Após determinados os momentos das partículas finais temos que voltar ao referencial de laboratório do núcleo alvo e aplicar o bloqueio de Pauli.
- Além das reações neutrino-núcleo, foram implementadas também as reações neutrino-próton, para a simulação dos alvos de CH_2 e CH .

Como interações relevantes para as reações neutrino-núcleo temos principalmente as reações onde intervem píons. No CRISP foram implementadas as seguintes:

- Canal direito de formação de píons na interação núcleon-núcleon ($NN \rightarrow NN\pi$), segundo a parametrização de VerWestArnd [VerWest and Arndt, 1982].
- Canal de absorção de píons por dois núcleons ($\pi NN \rightarrow NN$). Foi utilizada a parametrização de Ritchie [Ritchie, 1983]. Foi realizada uma nova parametrização visando evitar double contagem das reações $NR^* \rightarrow NN$ já implementadas em versões anteriores do CRISP. Em relação

aos dois núcleons alvos, foram considerados os casos onde (a) eles não estão correlacionados, mas a distância relativa entre eles tem que ser menor que $4,3 \text{ fm}$ (para segurar que formem o par quase-deutério) e (b) eles são correlacionados segundo Levinger [[Levinger, 1951](#)].

- Foram incluídas as ressonâncias bariônicas $N(1880)$, $N(1895)$, $N(2100)$, $N(2300)$, $N(1875)$, $N(2120)$, $N(1860)$, $N(2000)$, $N(2060)$, $N(2570)$, $N(2600)$, $N(2700)$, $\Delta(1750)$, $\Delta(2150)$, $\Delta(1940)$, $\Delta(2000)$, $\Delta(2350)$, $\Delta(2200)$, $\Delta(2390)$, $\Delta(2300)$, $\Delta(2400)$, $\Delta(2420)$, $\Delta(2750)$ e $\Delta(2950)$. Foram ajustadas as curvas de Breit-Wigner para a reprodução dos dados experimentais das reações $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++}$, $\pi^- + p \rightarrow \Delta^0$ e $\pi^- + n \rightarrow N^0$.
- Para as ressonâncias do ponto de acima foram implementados os decaimentos relatados no PDG [[Tanabashi et al., 2018](#)].

Do ponto de vista físico, mediante as simulações e comparações com dados experimentais temos as seguintes conclusões:

- No canal quase-elástico de corrente carregada é obtida uma excelente concordância em relação aos dados experimentais para a transferência de momento Q^2 e a distribuição angular da energia cinética do múon emitido. O mecanismo de bloqueio de Pauli manifesta-se nas regiões de baixa transferência de momento $Q^2 < 0,2 \text{ GeV}^2$ como uma diminuição da seção de choque em relação à interação com núcleons livres.
- Na simulação com $M_A = 1,35 \text{ GeV}$ (sem considerar as iterações 2p2h) o CRISP oferece uma melhor reprodução dos dados experimentais que o NUANCE. Para reproduzir a data, o NUANCE precisa de um parâmetro κ ajustável que modifica o espaço dos momentos para cada núcleon e, portanto, o mecanismo de bloqueio de Pauli. Além disso, os cálculos do NUANCE são normalizados em relação à seção de choque experimental. O CRISP com sua estrutura de camadas, onde o bloqueio de Pauli é simulado de forma mais realista, não necessita ser ajustado em relação ao experimento.
- Nas seções de choque dupla diferencial de antineutrinos em ^{12}C e em prótons livres foi observado o seguinte: a seção de choque em prótons livres é maior que no caso do ^{12}C para os

menores ângulos de emissão. Isso acontece porque o bloqueio de Pauli limita as interações de baixa transferência de momento Q^2 , onde o múon é espalhado com um ângulo menor. Para os ângulos maiores sucede o oposto, a seção de choque é maior no ^{12}C , e como o momento transferido é maior então o bloqueio de Pauli é menos restritivo. Nesse caso, devido só ao bloqueio de Pauli deveriam ser esperados comportamentos similares, mas o movimento fermiônico no ^{12}C leva a que aumente a seção de choque em relação aos prótons livres.

- Como o CRISP reproduz bem os dados experimentais com $M_A = 1,35 \text{ GeV}$ (sem considerar o canal CCQE 2p2h), foi implementada a interação 2p2h como a diferença entre as seções de choque CCQE neutrino-núcleon com $M'_A = 1,35 \text{ GeV}$ e $M_A = 1,026 \text{ GeV}$. Observamos uma pequena diminuição da seção de choque dado que agora o momento tem que ser transferido ao par próton-nêutron, que faz que o bloqueio de Pauli seja mais efetivo. Foi implementado também o modelo fenomenológico TEM, obtendo resultados dentro do esperado de forma teórica.
- Foi estudada a correlação que poderia haver entre os núcleons alvos na interação 2p2h, primeiramente tomando os pares de próton-nêutron com uma distância relativa menor que o diâmetro do deutério, $r_0 < 4,3 \text{ fm}$, e em segundo lugar considerando que eles formam um par quase-deutério segundo Levinger. Foi ajustado o parâmetro M'_A para obter uma resposta similar do múon emitido para ambas aproximações. No caso com $r_0 < 4,3 \text{ fm}$ obtivemos $M'_A = 1,43 \text{ GeV}$ e no caso de Levinger $M'_A = 1,36 \text{ GeV}$.
- A principal diferença entre as duas aproximações do ponto de acima vem dada pela dinâmica de transferência de momento aos dois núcleons alvos. No caso $r_0 < 4,3 \text{ fm}$, a interação foi dividida em duas, primeiramente numa interação CCQE neutrino-núcleon e logo em uma colisão elástica núcleon-núcleon. Para os núcleons correlacionados segundo Levinger, o momento é transferido ao par todo no referencial CM deste.
- Essa diferença poderia ser observada na medição do canal CCQE quando são emitidos dois prótons. No caso $r_0 < 4,3 \text{ fm}$ de Levinger obtém-se uma seção de choque diferencial de transferência de momento menor e mais homogênea na distribuição angular dos prótons emitidos, com relação ao caso $r_0 < 4,3 \text{ fm}$.

- A interação 2p2h foi estendida para núcleos maiores, com o parâmetro M'_A otimizado da reação em ^{12}C . Na seção de choque CCQE em função do número de nêutrons N do núcleo alvo, para $N < 6$ se obtém uma variação do coeficiente angular em relação a quando no foi implementado o canal 2p2h. Por outro lado, para $N > 6$, ao considerar núcleons correlacionados o comportamento é semelhante ao caso em que não há interações 2p2h e $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. De acordo com isso, o formalismo de Lvinger é equivalente a dimensionar a seção de choque do neutrino-núcleon, ou seja, não considerar as interações 2p2h e tomar $M_A = 1,35 \text{ GeV}$. Para os núcleons com $r_0 < 4,3 \text{ fm}$ a seção de choque tem um coeficiente angular maior que nos outros casos considerados.
- Para o canal elástico de corrente neutra, a seção de choque experimental apresenta um pico em $Q^2 \approx 0,2 \text{ GeV}^2$. Foi mostrado que com o modelo relativístico de gás de Fermi e a cascata intranuclear esse pico não pode ser reproduzido. Para obter o pico, o NUANCE modifica a seção de choque neutrino-núcleon para considerar o bloqueio de Pauli e o movimento fermiônico. É importante dizer que os dados experimentais dependem do modelo NUANCE, já que ele foi utilizado durante o processo iterativo bayesiano de “unfolding”.
- O ajuste dos parâmetros do Ritchie [Ritchie, 1983] funciona aceitavelmente para núcleos maiores, para as duas aproximações consideradas na correlação entre o par de núcleons alvos. Não foi encontrada diferença significativa entre as duas aproximações nas seções de choque inelásticas, de absorção e de troca de carga para as reações $\pi^+ + A$. No presente trabalho foi adotada a configuração $r_0 < 4,3 \text{ fm}$ nos cálculos realizados pelo CRISP.
- Com o modelo de Berger-Sehgal para a interação coerente foram obtidos os resultados esperados em relação aos dados do experimento MINERvA [Mislivec et al., 2018].
- Na produção de π^0 de corrente neutra o CRISP reproduz os dados experimentais similarmente a outros modelos como o NUANCE, que foi utilizado no processo de “unfolding”, e o NuWRO, que implementa funções espectrais para os núcleons ligados.
- Para o canal de produção de π^+ de corrente carregada do experimento MiniBooNE, é obtida uma subestimação da seção de choque total no intervalo $1,0 - 1,7 \text{ GeV}$. O mesmo é

obtido pelos modelos NUANCE e GiBUU. No NUANCE é aplicado o bloqueio de Pauli às ressonâncias bariônicas, mas também utiliza o $M_A = 1,1 \text{ GeV}$, a diferença do CRISP que usa $M_A = 1,05 \text{ GeV}$ para a ressonância $\Delta(1232)$. O modelo GiBUU utiliza um potencial nuclear real, Bloqueio de Pauli para as ressonâncias, funções espectrais e o canal de formação de píons de fundo. Acreditamos que este último compensa o bloqueio de Pauli para as ressonâncias e por isso é obtido um resultado similar ao CRISP. Na distribuição de energia cinética dos múons e píons emitidos, o CRISP é o modelo que melhor reproduz os dados experimentais.

- No experimento MINERvA, geralmente o CRISP reproduz os dados experimentais aos modelos que melhor concordam com os dados, para as seções de choque $\sigma(E_\nu)$, $d\sigma/dp_\mu$, $d\sigma/d\theta_\mu$, $d\sigma/dT_\pi$ e $d\sigma/d\theta_\pi$.

Com tudo o analisado e apresentado nos resultados consideramos cumprida a hipótese inicial do presente trabalho: o modelo CRISP pode efetivamente modelar as reações neutrino-núcleo para descrever adequadamente os dados experimentais. Particularmente, mostramos a superioridade de combinar o modelo de gás de Fermi com uma estrutura de camadas em relação aos geradores que só consideram o modelo de gás de Fermi (NUANCE). Isso evitou a necessidade de utilizar parâmetros ajustáveis para a descrição dos dados experimentais. Por outro lado, na maioria das vezes obtivemos uma concordância superior com os dados experimentais que os geradores com implementações mais complexas desde o ponto de vista físico (NuWro, GIBUU, NEUT), como considerar funções de estrutura ou “Random Phase Approximation”.

BIBLIOGRAFIA

- [Abbasi et al., 2020] Abbasi, M., Panjeh, H., Perez, R., Deppman, A., Andrade-II, E., Velasco, F., and Guzman, F. (2020). Heavy-ion-induced fission of ^{181}Ta and ^{209}Bi at intermediate energies by CRISP model. *The European Physical Journal Plus*, 135(10):845.
- [Abe et al., 2016] Abe, K., Andreopoulos, C., Antonova, M., Aoki, S., Ariga, A., Assylbekov, S., Autiero, D., Ban, S., Barbi, M., Barker, G. J., Barr, G., Bartet-Friburg, P., Batkiewicz, M., Bay, F., Berardi, V., Berkman, S., Bhadra, S., Blondel, A., Bolognesi, S., Bordoni, S., Boyd, S. B., Brailsford, D., Bravar, A., Bronner, C., Buizza Avanzini, M., Calland, R. G., Campbell, T., Cao, S., Caravaca Rodríguez, J., Cartwright, S. L., Castillo, R., Catanesi, M. G., Cervera, A., Cherdack, D., Chikuma, N., Christodoulou, G., Clifton, A., Coleman, J., Collazuol, G., Coplowe, D., Cremonesi, L., Dabrowska, A., De Rosa, G., Dealtry, T., Denner, P. F., Dennis, S. R., Densham, C., Dewhurst, D., Di Lodovico, F., Di Luise, S., Dolan, S., Drapier, O., Duffy, K. E., Dumarchez, J., Dytman, S., Dziewiecki, M., Emery-Schrenk, S., Ereditato, A., Feusels, T., Finch, A. J., Fiorentini, G. A., Friend, M., Fujii, Y., Fukuda, D., Fukuda, Y., Furmanski, A. P., Galymov, V., Garcia, A., Giffin, S. G., Giganti, C., Gizzarelli, F., Gonin, M., Grant, N., Hadley, D. R., Hae-gel, L., Haigh, M. D., Hamilton, P., Hansen, D., Harada, J., Hara, T., Hartz, M., Hasegawa, T., Hastings, N. C., Hayashino, T., Hayato, Y., Helmer, R. L., Hierholzer, M., Hillairet, A., Himmel, A., Hiraki, T., Hirota, S., Hogan, M., Holeczek, J., Horikawa, S., Hosomi, F., Huang, K., Ichikawa, A. K., Ieki, K., Ikeda, M., Imber, J., Insler, J., Intonti, R. A., Irvine, T. J., Ishida, T., Ishii, T., Iwai, E., Iwamoto, K., Izmaylov, A., Jacob, A., Jamieson, B., Jiang, M., Johnson, S., Jo, J. H., Jonsson, P., Jung, C. K., Kabirnezhad, M., Kaboth, A. C., Kajita, T., Kakuno, H., Kameda, J., Karlen, D., Karpikov, I., Katori, T., Kearns, E., Khabibullin, M., Khotjantsev, A.,

Kielczewska, D., Kikawa, T., Kim, H., Kim, J., King, S., Kisiel, J., Knight, A., Knox, A., Kobayashi, T., Koch, L., Koga, T., Konaka, A., Kondo, K., Kopylov, A., Kormos, L. L., Korzenev, A., Koshio, Y., Kropp, W., Kudenko, Y., Kurjata, R., Kutter, T., Lagoda, J., Lamont, I., Larkin, E., Lasorak, P., Laveder, M., Lawe, M., Lazos, M., Lindner, T., Liptak, Z. J., Litchfield, R. P., Li, X., Longhin, A., Lopez, J. P., Ludovici, L., Lu, X., Magaletti, L., Mahn, K., Malek, M., Manly, S., Marino, A. D., Marteau, J., Martin, J. F., Martins, P., Martynenko, S., Maruyama, T., Matveev, V., Mavrokoridis, K., Ma, W. Y., Mazzucato, E., McCarthy, M., McCauley, N., McFarland, K. S., McGrew, C., Mefodiev, A., Metelko, C., Mezzetto, M., Mijakowski, P., Minamino, A., Mineev, O., Mine, S., Missert, A., Miura, M., Moriyama, S., Mueller, T. A., Murphy, S., Myslik, J., Nakadaira, T., Nakahata, M., Nakamura, K. G., Nakamura, K., Nakamura, K. D., Nakayama, S., Nakaya, T., Nakayoshi, K., Nantais, C., Nielsen, C., Nirkko, M., Nishikawa, K., Nishimura, Y., Novella, P., Nowak, J., O'Keefe, H. M., Ohta, R., Okumura, K., Okusawa, T., Oryszczak, W., Oser, S. M., Ovsyannikova, T., Owen, R. A., Oyama, Y., Palladino, V., Palomino, J. L., Paolone, V., Patel, N. D., Pavin, M., Payne, D., Perkin, J. D., Petrov, Y., Pickard, L., Pickering, L., Pinzon Guerra, E. S., Pistillo, C., Popov, B., Posiadala-Zezula, M., Poutissou, J. M., Poutissou, R., Przewlocki, P., Quilain, B., Radermacher, T., Radicioni, E., Ratoff, P. N., Ravonel, M., Rayner, M. A., Redij, A., Reinherz-Aronis, E., Riccio, C., Rojas, P., Rondio, E., Roth, S., Rubbia, A., Rychter, A., Sacco, R., Sakashita, K., Sánchez, F., Sato, F., Scantamburlo, E., Scholberg, K., Schoppmann, S., Schwehr, J., Scott, M., Seiya, Y., Sekiguchi, T., Sekiya, H., Sgalaberna, D., Shah, R., Shaikhiev, A., Shaker, F., Shaw, D., Shiozawa, M., Shirahige, T., Short, S., Smy, M., Sobczyk, J. T., Sobel, H., Sorel, M., Southwell, L., Stamoulis, P., Steinmann, J., Stewart, T., Stowell, P., Suda, Y., Suvorov, S., Suzuki, A., Suzuki, K., Suzuki, S. Y., Suzuki, Y., Tacik, R., Tada, M., Takahashi, S., Takeda, A., Takeuchi, Y., Tanaka, H. K., Tanaka, H. A., Terhorst, D., Terri, R., Thakore, T., Thompson, L. F., Tobayama, S., Toki, W., Tomura, T., Touramanis, C., Tsukamoto, T., Tzanov, M., Uchida, Y., Vacheret, A., Vagins, M., Vallari, Z., Vasseur, G., Wachala, T., Wakamatsu, K., Walter, C. W., Wark, D., Warzycha, W., Wascko, M. O., Weber, A., Wendell, R., Wilkes, R. J., Wilking, M. J., Wilkinson, C., Wilson, J. R., Wilson, R. J., Yamada, Y., Yamamoto, K., Yamamoto, M., Yanagisawa, C., Yano, T., Yen, S., Yershov, N., Yokoyama, M., Yoo, J., Yoshida, K., Yuan, T., Yu, M., Zalewska, A., Zalipska, J.,

Zambelli, L., Zaremba, K., Ziembicki, M., Zimmerman, E. D., Zito, M., and Żmuda, J. (2016). Measurement of Coherent π^+ Production in Low Energy Neutrino-Carbon Scattering. Physical Review Letters, 117(19):192501.

[Acero et al., 2019] Acero, M. A., Adamson, P., Aliaga, L., Alion, T., Allakhverdian, V., Altakarli, S., Anfimov, N., Antoshkin, A., Aurisano, A., Back, A., Backhouse, C., Baird, M., Balashov, N., Baldi, P., Bambah, B. A., Bashar, S., Bays, K., Bending, S., Bernstein, R., Bhatnagar, V., Bhuyan, B., Bian, J., Blackburn, T., Blair, J., Booth, A. C., Bour, P., Bromberg, C., Buchanan, N., Butkevich, A., Calvez, S., Campbell, M., Carroll, T. J., Catano-Mur, E., Cedeno, A., Childress, S., Choudhary, B. C., Chowdhury, B., Coan, T. E., Colo, M., Cooper, J., Corwin, L., Cremonesi, L., Davies, G. S., Derwent, P. F., Ding, P., Djurcic, Z., Doyle, D., Dukes, E. C., Duyang, H., Edayath, S., Ehrlich, R., Elkins, M., Feldman, G. J., Filip, P., Flanagan, W., Frank, M. J., Gallagher, H. R., Gandrajula, R., Gao, F., Germani, S., Giri, A., Gomes, R. A., Goodman, M. C., Grichine, V., Groh, M., Group, R., Guo, B., Habig, A., Hakl, F., Hartnell, J., Hatcher, R., Hatzikoutelis, A., Heller, K., Hewes, J., Himmel, A., Holin, A., Howard, B., Huang, J., Huyen, J., Jediny, F., Johnson, C., Judah, M., Kakorin, I., Kalra, D., Kaplan, D. M., Keloth, R., Klimov, O., Koerner, L. W., Kolupaeva, L., Kotelnikov, S., Kourbanis, I., Kreymer, A., Kulenberg, C., Kumar, A., Kuruppu, C. D., Kus, V., Lackey, T., Lang, K., Lin, S., Lokajicek, M., Lozier, J., Luchuk, S., Maan, K., Magill, S., Mann, W. A., Marshak, M. L., Martinez-Casales, M., Matveev, V., Méndez, D. P., Messier, M. D., Meyer, H., Miao, T., Miller, W. H., Mishra, S. R., Mislivec, A., Mohanta, R., Moren, A., Mualem, L., Muether, M., Mufson, S., Mulder, K., Murphy, R., Musser, J., Naples, D., Nayak, N., Nelson, J. K., Nichol, R., Nikseresht, G., Niner, E., Norman, A., Nosek, T., Olshevskiy, A., Olson, T., Paley, J., Patterson, R. B., Pawloski, G., Pershey, D., Petrova, O., Petti, R., Phan, D. D., Plunkett, R. K., Potukuchi, B., Principato, C., Psihas, F., Radovic, A., Raj, V., Rameika, R. A., Rebel, B., Rojas, P., Ryabov, V., Samoylov, O., Sanchez, M. C., Sánchez Falero, S., Seong, I. S., Shanahan, P., Sheshukov, A., Singh, P., Singh, V., Smith, E., Smolik, J., Snopok, P., Solomey, N., Song, E., Sousa, A., Soustruznik, K., Strait, M., Suter, L., Sutton, A., Talaga, R. L., Tapia Oregui, B., Tas, P., Thayyullathil, R. B., Thomas, J., Tiras, E., Torbunov, D., Tripathi, J., Tsaris, A., Torun, Y., Urheim, J., Vahle, P., Vassel, J., Vinton, L., Vokac, P., Vrba, T., Wallbank, M., Wang, B., Warburton, T. K., Wetstein, M., While, M., Whit-

- tington, D., Wojcicki, S. G., Wolcott, J., Yadav, N., Yallappa Dombara, A., Yonehara, K., Yu, S., Zadorozhnyy, S., Zalesak, J., Zamorano, B., and Zwaska, R. (2019). First measurement of neutrino oscillation parameters using neutrinos and antineutrinos by NOvA. Physical Review Letters, 123(15):151803.
- [Adler, 1964] Adler, S. L. (1964). Tests of the Conserved Vector Current and Partially Conserved Axial-Vector Current Hypotheses in High-Energy Neutrino Reactions. Physical Review, 135(4B):B963–B966.
- [Adler, 1975] Adler, S. L. (1975). Application of current-algebra techniques to soft-pion production by the weak neutral current: V, A case. Physical Review D, 12(9):2644–2665.
- [Adler, 2006] Adler, S. L. (2006). Adventures in Theoretical Physics, volume 37 of World Scientific Series in 20th Century Physics. WORLD SCIENTIFIC.
- [Aguilar-Arevalo et al., 2010a] Aguilar-Arevalo, A. A., Anderson, C. E., Bazarko, A. O., Brice, S. J., Brown, B. C., Bugel, L., Cao, J., Coney, L., Conrad, J. M., Cox, D. C., Curioni, A., Dharmapalan, R., Djurcic, Z., Finley, D. A., Fleming, B. T., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Grange, J., Green, C., Green, J. A., Hart, T. L., Hawker, E., Imlay, R., Johnson, R. A., Karagiorgi, G., Kasper, P., Katori, T., Kobilarcik, T., Kourbanis, I., Koutsoliotas, S., Laird, E. M., Linden, S. K., Link, J. M., Liu, Y., Liu, Y., Louis, W. C., Mahn, K. B., Marsh, W., Mauger, C., McGary, V. T., McGregor, G., Metcalf, W., Meyers, P. D., Mills, F., Mills, G. B., Monroe, J., Moore, C. D., Mousseau, J., Nelson, R. H., Nienaber, P., Nowak, J. A., Osmanov, B., Ouedraogo, S., Patterson, R. B., Pavlovic, Z., Perevalov, D., Polly, C. C., Prebys, E., Raaf, J. L., Ray, H., Roe, B. P., Russell, A. D., Sandberg, V., Schirato, R., Schmitz, D., Shaevitz, M. H., Shoemaker, F. C., Smith, D., Soderberg, M., Sorel, M., Spentzouris, P., Spitz, J., Stancu, I., Stefanski, R. J., Sung, M., Tanaka, H. A., Tayloe, R., Tzanov, M., Van De Water, R. G., Wascko, M. O., White, D. H., Wilking, M. J., Yang, H. J., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2010a). Measurement of the neutrino neutral-current elastic differential cross section on mineral oil at $E\nu 1\text{GeV}$. Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology, 82(9):092005.

- [Aguilar-Arevalo et al., 2011] Aguilar-Arevalo, A. A., Anderson, C. E., Bazarko, A. O., Brice, S. J., Brown, B. C., Bugel, L., Cao, J., Coney, L., Conrad, J. M., Cox, D. C., Curioni, A., Dharmapalan, R., Djurcic, Z., Finley, D. A., Fleming, B. T., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Grange, J., Green, C., Green, J. A., Hart, T. L., Hawker, E., Imlay, R., Johnson, R. A., Karagiorgi, G., Kasper, P., Katori, T., Kobilarcik, T., Kourbanis, I., Koutsoliotas, S., Laird, E. M., Linden, S. K., Link, J. M., Liu, Y., Liu, Y., Louis, W. C., Mahn, K. B., Marsh, W., Mauger, C., McGary, V. T., McGregor, G., Metcalf, W., Meyers, P. D., Mills, F., Mills, G. B., Monroe, J., Moore, C. D., Mousseau, J., Nelson, R. H., Nienaber, P., Nowak, J. A., Osmanov, B., Ouedraogo, S., Patterson, R. B., Pavlovic, Z., Perevalov, D., Polly, C. C., Prebys, E., Raaf, J. L., Ray, H., Roe, B. P., Russell, A. D., Sandberg, V., Schirato, R., Schmitz, D., Shaevitz, M. H., Shoemaker, F. C., Smith, D., Soderberg, M., Sorel, M., Spentzouris, P., Spitz, J., Stancu, I., Stefanski, R. J., Sung, M., Tanaka, H. A., Tayloe, R., Tzanov, M., Van De Water, R., Wascko, M. O., White, D. H., Wilking, M. J., Yang, H. J., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2011). Measurement of neutrino-induced charged-current charged pion production cross sections on mineral oil at $E\nu 1\text{GeV}$. *Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology*, 83(5):052007.
- [Aguilar-Arevalo et al., 2010b] Aguilar-Arevalo, A. A., Anderson, C. E., Bazarko, A. O., Brice, S. J., Brown, B. C., Bugel, L., Cao, J., Coney, L., Conrad, J. M., Cox, D. C., Curioni, A., Djurcic, Z., Finley, D. A., Fleming, B. T., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Gonzales, J., Grange, J., Green, C., Green, J. A., Hart, T. L., Hawker, E., Imlay, R., Johnson, R. A., Karagiorgi, G., Kasper, P., Katori, T., Kobilarcik, T., Kourbanis, I., Koutsoliotas, S., Laird, E. M., Linden, S. K., Link, J. M., Liu, Y., Liu, Y., Louis, W. C., Mahn, K. B., Marsh, W., Mauger, C., McGary, V. T., McGregor, G., Metcalf, W., Meyers, P. D., Mills, F., Mills, G. B., Monroe, J., Moore, C. D., Mousseau, J., Nelson, R. H., Nienaber, P., Nowak, J. A., Osmanov, B., Ouedraogo, S., Patterson, R. B., Pavlovic, Z., Perevalov, D., Polly, C. C., Prebys, E., Raaf, J. L., Ray, H., Roe, B. P., Russell, A. D., Sandberg, V., Schirato, R., Schmitz, D., Shaevitz, M. H., Shoemaker, F. C., Smith, D., Soderberg, M., Sorel, M., Spentzouris, P., Spitz, J., Stancu, I., Stefanski, R. J., Sung, M., Tanaka, H. A., Tayloe, R., Tzanov, M., De Water, R. G., Wascko, M. O., White, D. H., Wilking, M. J., Yang, H. J., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2010b). Measurement of $\nu\mu$ and $\nu\mu$ induced neutral current single π^0 production cross sections on mineral oil at $E\nu 0$ (1

GeV). Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology, 81(1):013005.

[Aguilar-Arevalo et al., 2008] Aguilar-Arevalo, A. A., Bazarko, A. O., Brice, S. J., Brown, B. C., Bugel, L., Cao, J., Coney, L., Conrad, J. M., Cox, D. C., Curioni, A., Djurcic, Z., Finley, D. A., Fleming, B. T., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Green, C., Green, J. A., Hart, T. L., Hawker, E., Imlay, R., Johnson, R. A., Kasper, P., Katori, T., Kobilarcik, T., Kourbanis, I., Koutsoliotas, S., Laird, E. M., Link, J. M., Liu, Y., Liu, Y., Louis, W. C., Mahn, K. B. M., Marsh, W., Martin, P. S., McGregor, G., Metcalf, W., Meyers, P. D., Mills, F., Mills, G. B., Monroe, J., Moore, C. D., Nelson, R. H., Nienaber, P., Ouedraogo, S., Patterson, R. B., Perevalov, D., Polly, C. C., Prebys, E., Raaf, J. L., Ray, H., Roe, B. P., Russell, A. D., Sandberg, V., Schirato, R., Schmitz, D., Shaevitz, M. H., Shoemaker, F. C., Smith, D., Sorel, M., Spentzouris, P., Stancu, I., Stefanski, R. J., Sung, M., Tanaka, H. A., Tayloe, R., Tzanov, M., Van de Water, R., Wascko, M. O., White, D. H., Wilking, M. J., Yang, H. J., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2008). Measurement of Muon Neutrino Quasielastic Scattering on Carbon. Physical Review Letters, 100(3):032301.

[Aguilar-Arevalo et al., 2013] Aguilar-Arevalo, A. A., Brown, B. C., Bugel, L., Cheng, G., Church, E. D., Conrad, J. M., Dharmapalan, R., Djurcic, Z., Finley, D. A., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Grange, J., Huelsnitz, W., Ignarra, C., Imlay, R., Johnson, R. A., Karagiorgi, G., Katori, T., Kobilarcik, T., Louis, W. C., Mariani, C., Marsh, W., Mills, G. B., Mirabal, J., Moore, C. D., Mousseau, J., Nienaber, P., Osmanov, B., Pavlovic, Z., Perevalov, D., Polly, C. C., Ray, H., Roe, B. P., Russell, A. D., Shaevitz, M. H., Spitz, J., Stancu, I., Tayloe, R., Van de Water, R. G., Wascko, M. O., White, D. H., Wickremasinghe, D. A., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2013). First measurement of the muon antineutrino double-differential charged-current quasielastic cross section. Physical Review D, 88(3):032001.

[Aguilar-Arevalo et al., 2015] Aguilar-Arevalo, A. A., Brown, B. C., Bugel, L., Cheng, G., Church, E. D., Conrad, J. M., Dharmapalan, R., Djurcic, Z., Finley, D. A., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Grange, J., Huelsnitz, W., Ignarra, C., Imlay, R., Johnson, R. A., Karagiorgi, G., Katori, T., Kobilarcik, T., Louis, W. C., Mariani, C., Marsh, W., Mills, G. B., Mirabal, J., Moore, C. D., Mousseau, J., Nienaber, P., Osmanov, B., Pavlovic, Z., Perevalov, D., Polly,

- C. C., Ray, H., Roe, B. P., Russell, A. D., Shaevitz, M. H., Spitz, J., Stancu, I., Tayloe, R., Van de Water, R. G., Wascko, M. O., White, D. H., Wickremasinghe, D. A., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2015). Measurement of the antineutrino neutral-current elastic differential cross section. Physical Review D, 91(1):012004.
- [Albright and Jarlskog, 1975] Albright, C. H. and Jarlskog, C. (1975). Neutrino production of M^+ and E^+ heavy leptons (I). Nuclear Physics B, 84(2):467–492.
- [Alcaraz-Aunion et al., 2007] Alcaraz-Aunion, J. L., Catala-Perez, J., Zeller, G. P., Morfin, J. G., and Cavanna, F. (2007). The SciBooNE Experiment. In AIP Conference Proceedings, volume 967, pages 307–309. Columbia University, AIP.
- [Allasia et al., 1990] Allasia, D., Angelini, C., van Apeldoorn, G. W., Baldini, A., Barlag, S. M., Bertanza, L., Bobisut, F., Capiluppi, P., van Dam, P. H., Faccini-Turluer, M. L., Frodesen, A. G., Giacomelli, G., Huzita, H., Jongejans, B., Mandrioli, G., Marzari-Chiesa, A., Pazzi, R., Ramello, L., Romero, A., Rossi, A. M., Sconza, A., Serra-Lugaresi, P., Tenner, A. G., and Vignaud, D. (1990). Investigation of exclusive channels in $\nu/\bar{\nu}$ -deuteron charged current interactions. Nuclear Physics, Section B, 343(2):285–309.
- [Allen et al., 1986] Allen, P., Grässler, H., Schulte, R., Jones, G. T., Kennedy, B. W., O’Neale, S. W., Gebel, W., Hofmann, E., Klein, H., Mittendorfer, J., Morrison, D. R., Schmid, P., Wachsmuth, H., Barnham, K. W., Clayton, E. F., Hamisi, F., Miller, D. B., Mobayyen, M. M., Aderholz, M., Deck, L., Schmitz, N., Wittek, W., Corrigan, G., Myatt, G., Radojicic, D., Saitta, B., Shotton, P. N., and Towers, S. J. (1986). A study of single-meson production in neutrino and antineutrino charged-current interactions on protons. Nuclear Physics, Section B, 264(C):221–242.
- [Amaro et al., 2011] Amaro, J., Barbaro, M., Caballero, J., Donnelly, T., and Williamson, C. (2011). Meson-exchange currents and quasielastic neutrino cross sections in the superscaling approximation model. Physics Letters B, 696(1-2):151–155.
- [Amaro et al., 2005] Amaro, J. E., Barbaro, M. B., Caballero, J. A., Donnelly, T. W., Molinari, A., and Sick, I. (2005). Using electron scattering superscaling to predict charge-changing neutrino cross sections in nuclei. Physical Review C - Nuclear Physics, 71(1):15501.

- [Andrade-II et al., 2012] Andrade-II, E., Menezes, J. C. M., Duarte, S. B., Garcia, F., Rossi, P. C. R., Tavares, O. A. P., and Deppman, A. (2012). Effects of fissioning nuclei distributions on fragment mass distributions for high energy fission. EPJ Web of Conferences, 21:10001.
- [Andreopoulos et al., 2009] Andreopoulos, C., Bell, A., Bhattacharya, D., Cavanna, F., Dobson, J., Dytman, S., Gallagher, H., Guzowski, P., Hatcher, R., Kehayias, P., Meregaglia, A., Naples, D., Pearce, G., Rubbia, A., Whalley, M., and Yang, T. (2009). The GENIE Neutrino Monte Carlo Generator. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 614(1):87–104.
- [Armenise et al., 1979] Armenise, N., Erriquez, O., Fogli Muciaccia, M. T., Nuzzo, S., Ruggieri, F., Halsteinslid, A., Myklebost, K., Rognebakke, A., Skjeggstad, O., Bonetti, S., Cavalli, D., Pernigoni, M. C., Pullia, A., Rollier, M., Engel, J. P., Escoubes, B., Guyonnet, J. L., Huss, D., Riestler, J. L., Schaeffer, M., Allasia, D., Bisi, V., Gamba, D., Marzari Chiesa, A., Riccati, L., Romero, A., Bullock, F. W., Henderson, R. C., Jones, T. W., and Ramzan, F. (1979). Charged current elastic antineutrino interactions in propane. Nuclear Physics, Section B, 152(3-4):365–375.
- [Arns, 2001] Arns, R. G. (2001). Detecting the Neutrino. Physics in Perspective, 3(3):314–334.
- [Ashery et al., 1981] Ashery, D., Navon, I., Azuelos, G., Walter, H. K., Pfeiffer, H. J., and Schlepütz, F. W. (1981). True absorption and scattering of pions on nuclei. Physical Review C, 23(5):2173–2185.
- [Back et al., 2017] Back, A. R., Beacom, J. F., Bergevin, M., Catano-Mur, E., Dazeley, S., Drakopoulou, E., Di Lodovico, F., Elagin, A., Eisch, J., Fischer, V., Gardiner, S., Hatcher, R., He, J., Hill, R., Katori, T., Krennrich, F., Kreymer, R., Malek, M., McGivern, C. L., Needham, M., O’Flaherty, M., Gann, G. D. O., Richards, B., Sanchez, M. C., Smy, M., Svoboda, R., Tiras, E., Vagins, M., Wang, J., Weinstein, A., and Wetstein, M. (2017). Accelerator Neutrino Neutron Interaction Experiment (ANNIE): Preliminary Results and Physics Phase Proposal.
- [Baker et al., 1981] Baker, N. J., Cnops, A. M., Connolly, P. L., Kahn, S. A., Kirk, H. G., Murtagh, M. J., Palmer, R. B., Samios, N. P., and Tanaka, M. (1981). Quasielastic neutrino scat-

- tering: A measurement of the weak nucleon axial-vector form factor. Physical Review D, 23(11):2499–2505.
- [Barish et al., 1977] Barish, S. J., Campbell, J., Charlton, G., Cho, Y., Derrick, M., Engelmann, R., Hyman, L. G., Jankowski, D., Mann, A., Musgrave, B., Schreiner, P., Schultz, P. F., Singer, R., Szczekowski, M., Wangler, T., Yuta, H., Barnes, V. E., Carmony, D. D., Garfinkel, A. F., and Radecky, G. M. (1977). Study of neutrino interactions in hydrogen and deuterium: Description of the experiment and study of the reaction $\nu + d \rightarrow \mu + n$. Physical Review D, 16(11):3103–3121.
- [Barish et al., 1979] Barish, S. J., Derrick, M., Dombeck, T., Hyman, L. G., Jaeger, K., Musgrave, B., Schreiner, P., Singer, R., Snyder, A., Barnes, V. E., Carmony, D. D., and Garfinkel, A. F. (1979). Study of neutrino interactions in hydrogen and deuterium. II. Inelastic charged-current reactions. Physical Review D, 19(9):2521–2542.
- [Barlag et al., 1982] Barlag, S., van Dam, P., De Wolf, E., Jongejans, B., Tenner, A., Visser, C., Wigmans, R., Capiluppi, P., Fabbri, F., Giacomelli, G., Mandrioli, G., Mazzanti, P., Rossi, A. M., Serra-Lugaresi, P., Baldo-Ceolin, M., Bobisut, F., Calimani, E., Ciampolillo, S., Huzita, H., Angelini, C., Bertanza, L., Bigi, A., Casali, R., Fantechi, R., Flaminio, V., Nappi, A., Pazzi, R., Petri, C., Pierazzini, G., Bloch, M., Bolognese, T., Derkaoui, J., Faccini-Turluer, M. L., Fridman, A., Louedec, C., Mosca, L., Saudraix, J., Vignaud, D., Allasia, D., Bianchi, F., Bisi, V., Gamba, D., Marzari-Chiesa, A., Ramello, L., Riccati, L., and Romero, A. (1982). Charged hadron multiplicities in high energy $\{ \text{Mathematical expression} \}$ and $\{ \text{Mathematical expression} \}$ interactions. Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, 11(4):283–292.
- [Bass et al., 1998] Bass, S. A., Belkacem, M., Bleicher, M., Brandstetter, M., Bravina, L., Ernst, C., Gerland, L., Hofmann, M., Hofmann, S., Konopka, J., Mao, G., Neise, L., Soff, S., Spieles, C., Weber, H., Winckelmann, L. A., Stöcker, H., Greiner, W., Hartnack, C., Aichelin, J., and Amelin, N. (1998). Microscopic Models for Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions. Progress in Particle and Nuclear Physics, 41:255–369.

- [Belikov et al., 1985] Belikov, S. V., Bygorsky, A. P., Klimenko, L. A., Kochetkov, V. I., Kurbakov, V. I., Mukhin, A. I., Perelygin, V. F., Shestermanov, K. E., Sviridov, Y. M., Volkov, A. A., Epstein, V. S., Kalganov, N. V., Kornelyuk, Y. G., Ryabinin, M. S., Serezhin, V. M., Shamanov, V. V., Shevchenko, V. G., Smotryaev, V. A., Trostin, I. S., Zaytsev, A. A., Zeldovich, S. A., and Zhemanov, V. A. (1985). Quasielastic neutrino and antineutrino scattering total cross-sections, axial-vector form-factor. *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei*, 320(4):625–633.
- [Bell et al., 1978] Bell, J., Berge, J. P., Bogert, D. V., Cence, R. J., Coffin, C. T., Diamond, R. N., DiBianca, F. A., Endorf, R., French, H. T., Hanft, R., Harris, F. A., Jones, M., Kochowski, C., Louis, W. C., Lynch, G. R., Malko, J. A., Marriner, J. P., Moffatt, G. I., Nezirick, F. A., Peters, M. W., Peterson, V. Z., Roe, B. P., Ross, R. T., Scott, W. G., Seidl, A. A., Smart, W., Stenger, V. J., Stevenson, M. L., Vander Velde, J. C., and Wang, E. (1978). Cross-section measurements for the reactions $p+p$ and $p-K+p$ at high energies. *Physical Review Letters*, 41(15):1008–1011.
- [Benhar et al., 1994] Benhar, O., Fabrocini, A., Fantoni, S., and Sick, I. (1994). Spectral function of finite nuclei and scattering of GeV electrons. *Nuclear Physics, Section A*, 579(3-4):493–517.
- [Berger and Sehgal, 2007] Berger, C. and Sehgal, L. M. (2007). Lepton mass effects in single pion production by neutrinos. *Physical Review D*, 76(11):113004.
- [Berger and Sehgal, 2009] Berger, C. and Sehgal, L. M. (2009). Partially conserved axial vector current and coherent pion production by low energy neutrinos. *Physical Review D*, 79(5):053003.
- [Bergsma et al., 1985] Bergsma, F., Dorenbosch, J., Allaby, J., Amaldi, U., Barbiellini, G., Flegel, W., Lanceri, L., Metcalf, M., Nieuwenhuis, C., Panman, J., Santoni, C., Winter, K., Abt, I., Aspiazu, J., Büsser, F., Daumann, H., Gall, P., Hebbeker, T., Niebergall, F., Schütt, P., Stähelin, P., Gorbunov, P., Grigoriev, E., Khovansky, V., Rosanov, A., Baroncelli, A., Barone, L., Borgia, B., Bosio, C., Capone, A., Diemoz, M., Dore, U., Ferroni, F., Longo, E., Luminari, L., Monacelli, P., De Notaristefani, F., Tortora, L., and Valente, V. (1985). Measurement of the cross section of coherent π^0 production by muon-neutrino and antineutrino neutral-current interactions on nuclei. *Physics Letters B*, 157(5-6):469–474.

- [Bernard et al., 2001] Bernard, V., Elouadrhiri, L., and Meißner, U.-G. (2001). Axial structure of the nucleon. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 28(1):R1–R35.
- [Bleicher et al., 1999] Bleicher, M., Zabrodin, E., Spieles, C., Bass, S. A., Ernst, C., Soff, S., Bravina, L., Belkacem, M., Weber, H., Stöcker, H., and Greiner, W. (1999). Relativistic hadron-hadron collisions in the ultra-relativistic quantum molecular dynamics model. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 25(9):1859–1896.
- [Block, 1992] Block, M. M. (1992). Monte Carlo phase space evaluation. Computer Physics Communications, 69(2-3):459–476.
- [Bodek et al., 2011] Bodek, A., Budd, H. S., and Christy, M. E. (2011). Neutrino quasielastic scattering on nuclear targets. The European Physical Journal C, 71(9):1726.
- [Bodek and Ritchie, 1981] Bodek, A. and Ritchie, J. L. (1981). Further studies of Fermi-motion effects in lepton scattering from nuclear targets. Physical Review D, 24(5):1400–1402.
- [Bodek and Yang, 2003] Bodek, A. and Yang, U. K. (2003). Modeling Neutrino and Electron Scattering Inelastic Cross Sections. pages 1–8.
- [Boger et al., 2000] Boger, J., Hahn, R. L., Rowley, J. K., Carter, A. L., Hollebhone, B., Kessler, D., Blevis, I., Dalnoki-Veress, F., Dekok, A., Farine, J., Grant, D. R., Hargrove, C. K., Laberge, G., Levine, I., McFarlane, K., Mes, H., Noble, A. T., Novikov, V. M., O’Neill, M., Shatkay, M., Shewchuk, C., Sinclair, D., Clifford, E. T., Deal, R., Earle, E. D., Gaudette, E., Milton, G., Sur, B., Bigu, J., Cowan, J. H., Cluff, D. L., Hallman, E. D., Haq, R. U., Hewett, J., Hykawy, J. G., Jonkmans, G., Michaud, R., Roberge, A., Roberts, J., Saettler, E., Schwendener, M. H., Seifert, H., Sweezey, D., Tafirout, R., Virtue, C. J., Beck, D. N., Chan, Y. D., Chen, X., Dragowsky, M. R., Dycus, F. W., Gonzalez, J., Isaac, M. C., Kajiyama, Y., Koehler, G. W., Lesko, K. T., Moebus, M. C., Norman, E. B., Okada, C. E., Poon, A. W., Purgalis, P., Schuelke, A., Smith, A. R., Stokstad, R. G., Turner, S., Zlimes, I., Anaya, J. M., Bowles, T. J., Brice, S. J., Esch, E. I., Fowler, M. M., Goldschmidt, A., Hime, A., McGirt, A. F., Miller, G. G., Teasdale, W. A., Wilhelmy, J. B., Wouters, J. M., Anglin, J. D., Bercovitch, M., Davidson, W. F., Storey, R. S., Biller, S., Black, R. A., Boardman, R. J., Bowler, M. G., Cameron, J., Cleveland, B., Ferraris,

- A. P., Doucas, G., Heron, H., Howard, C., Jelley, N. A., Knox, A. B., Lay, M., Locke, W., Lyon, J., Majerus, S., Moorhead, M., and Omori, M. (2000). Sudbury neutrino observatory. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 449(1):172–207.
- [Bonetti et al., 1977] Bonetti, S., Carnesecchi, G., Cavalli, D., Negri, P., Pullia, A., Rollier, M., Romano, F., and Schira, R. (1977). Study of quasi-elastic reactions of ν and {Mathematical expression} in gargamellein gargamelle. Il Nuovo Cimento A Series 11, 38(3):260–270.
- [Brosa et al., 1989] Brosa, U., Grossmann, S., Müller, A., and Becker, E. (1989). Nuclear scission. Nuclear Physics A, 502(C):423–442.
- [Brun and Rademakers, 1997] Brun, R. and Rademakers, F. (1997). ROOT - An object oriented data analysis framework. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 389(1-2):81–86.
- [Brun and Rademakers, 2018] Brun, R. and Rademakers, F. (2018). ROOT - Release 5.34.
- [Buckley et al., 2014] Buckley, A., Ferrando, J., Lloyd, S., Nordstrom, K., Page, B., Ruefenacht, M., Schoenherr, M., and Watt, G. (2014). LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era. European Physical Journal C, 75(3):1–21.
- [Buss et al., 2012] Buss, O., Gaitanos, T., Gallmeister, K., van Hees, H., Kaskulov, M., Lalakulich, O., Larionov, A., Leitner, T., Weil, J., and Mosel, U. (2012). Transport-theoretical description of nuclear reactions. Physics Reports, 512(1-2):1–124.
- [Campbell et al., 1973] Campbell, J., Charlton, G., Cho, Y., Derrick, M., Engelmann, R., Fetkovich, J., Hymah, L., Jaeger, K., Jankowski, D., Mann, A., Mehtani, U., Musgrave, B., Schreiner, P., Wangler, T., Whitmore, J., and Yuta, H. (1973). Study of the reaction $\nu p \mu - \pi + p$. Physical Review Letters, 30(8):335–339.
- [Canal et al., 1984] Canal, C. A., Santangelo, E. M., and Vucetich, H. (1984). Nucleon Effective Mass and the A Dependence of Structure Functions. Physical Review Letters, 53(15):1430–1432.

- [Casper, 2002] Casper, D. (2002). The nuance neutrino physics simulation, and the future. Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, 112(1-3):161–170.
- [Cheng et al., 1985] Cheng, T., Li, L., and Gross, D. (1985). Gauge Theory of Elementary Particle Physics. Physics Today, 38(12):78–79.
- [Crozon et al., 1965] Crozon, M., Chavanon, P., Courau, A., Leray, T., Narjoux, J., and Tocqueville, J. (1965). Étude de la diffusion π -noyau entre 500 et 1300 MeV. Nuclear Physics, 64(4):567–584.
- [Cugnon et al., 1996] Cugnon, J., L'Hôte, D., and Vandermeulen, J. (1996). Simple parametrization of cross-sections for nuclear transport studies up to the GeV range. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms, 111(3-4):215–220.
- [Deppman et al., 2004] Deppman, A., Duarte, S. B., Silva, G., Tavares, O. A., Anéfalos, S., Arruda-Neto, J. D., and Rodrigues, T. E. (2004). The CRISP package for intermediate- and high-energy photonuclear reactions. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 30(12):1991–2002.
- [Deppman et al., 2006] Deppman, A., Silva, G., Anefalos, S., Duarte, S. B., García, F., Hisamoto, F. H., and Tavares, O. A. P. (2006). Photofission and total photoabsorption cross sections in the energy range of shadowing effects. Physical Review C, 73(6):064607.
- [Deppman et al., 2002] Deppman, A., Tavares, O. A. P., Duarte, S. B., Arruda-Neto, J. D. T., Gonçalves, M., Likhachev, V. P., and de Oliveira, E. C. (2002). Photofissility of heavy nuclei at intermediate energies. Physical Review C, 66(6):067601.
- [Derrick et al., 1978] Derrick, M., Gregory, P., Hyman, L. G., Jaeger, K., Lissauer, D., Miller, R. J., Musgrave, B., Phelan, J. J., Schreiner, P., Singer, R., Barish, S. J., Engler, A., Keyes, G., Kikuchi, T., Kraemer, R., Barnes, V. E., Carmony, D. D., Garfinkel, A. F., and Laasanen, A. T. (1978). Properties of the hadronic system resulting from $\nu\mu p$ interactions. Physical Review D, 17(1):1–15.

[Di Lodovico, 2017] Di Lodovico, F. (2017). The Hyper-Kamiokande Experiment. Journal of Physics: Conference Series, 888(1):012020.

[Dostrovsky et al., 1958] Dostrovsky, I., Rabinowitz, P., and Bivins, R. (1958). Monte Carlo calculations of high-energy nuclear interactions. I. Systematics of nuclear evaporation. Physical Review, 111(6):1659–1676.

[Duijvestijn et al., 1999] Duijvestijn, M. C., Koning, A. J., Beijers, J. P., Ferrari, A., Gastal, M., van Klinken, J., and Ostendorf, R. W. (1999). Proton-induced fission at 190 MeV of [Formula Presented] [Formula Presented] and [Formula Presented]. Physical Review C - Nuclear Physics, 59(2):776–788.

[Dytman, 2009] Dytman, S. (2009). FINAL STATE INTERACTIONS IN NEUTRINO-NUCLEUS EXPERIMENTS. Acta Physica Polonica B, 40(9).

[Effenberger, 1999] Effenberger, M. (1999). Eigenschaften von Hadronen in Kernmaterie in einem vereinheitlichten PhD thesis, Giessen U.

[Evans, 2013] Evans, J. J. (2013). The MINOS Experiment: Results and Prospects. Advances in High Energy Physics, 2013:1–18.

[Faissner et al., 1983] Faissner, H., Frenzel, E., Grimm, M., Hansl-Kozanecka, T., Hoffmann, D., Radermacher, E., Rein, D., Reithler, H., Samm, U., Sehgal, L. M., Tuchscherer, H., de Witt, H., Baldo-Ceolin, M., Bobisut, F., Huzita, H., Loreti, M., and Puglierin, G. (1983). Observation of neutrino and antineutrino induced coherent neutral pion production off Al²⁷. Physics Letters B, 125(2-3):230–236.

[Fanourakis et al., 1980] Fanourakis, G., Resvanis, L. K., Grammatikakis, G., Tsilimigras, P., Vayaki, A., Camerini, U., Fry, W. F., Loveless, R. J., Mapp, J. H., and Reeder, D. D. (1980). Study of low-energy antineutrino interactions on protons. Physical Review D, 21(3):562–568.

[Feynman and Gell-Mann, 1958] Feynman, R. P. and Gell-Mann, M. (1958). Theory of the Fermi Interaction. Physical Review, 109(1):193–198.

- [Feynman et al., 1971] Feynman, R. P., Kislinger, M., and Ravndal, F. (1971). Current Matrix Elements from a Relativistic Quark Model. Physical Review D, 3(11):2706–2732.
- [Fields et al., 2013] Fields, L., Chvojka, J., Aliaga, L., Altinok, O., Baldin, B., Baumbaugh, A., Bodek, A., Boehnlein, D., Boyd, S., Bradford, R., Brooks, W. K., Budd, H., Butkevich, A., Martinez Caicedo, D. A., Castromonte, C. M., Christy, M. E., Chung, H., Clark, M., Da Motta, H., Damiani, D. S., Danko, I., Datta, M., Day, M., Demaat, R., Devan, J., Draeger, E., Dytman, S. A., Díaz, G. A., Eberly, B., Edmondson, D. A., Felix, J., Fitzpatrick, T., Fiorentini, G. A., Gago, A. M., Gallagher, H., George, C. A., Gielata, J. A., Gingu, C., Gobbi, B., Gran, R., Grossman, N., Hanson, J., Harris, D. A., Heaton, J., Higuera, A., Howley, I. J., Hurtado, K., Jerkins, M., Kafka, T., Kaisen, J., Kanter, M. O., Keppel, C. E., Kilmer, J., Kordosky, M., Krajewski, A. H., Kulagin, S. A., Le, T., Lee, H., Leister, A. G., Locke, G., Maggi, G., Maher, E., Manly, S., Mann, W. A., Marshall, C. M., McFarland, K. S., McGivern, C. L., McGowan, A. M., Mislivec, A., Morfín, J. G., Mousseau, J., Naples, D., Nelson, J. K., Niculescu, G., Niculescu, I., Ochoa, N., O'Connor, C. D., Olsen, J., Osmanov, B., Osta, J., Palomino, J. L., Paolone, V., Park, J., Patrick, C. E., Perdue, G. N., Peña, C., Rakotondravohitra, L., Ransome, R. D., Ray, H., Ren, L., Rodrigues, P. A., Rude, C., Sassin, K. E., Schellman, H., Schmitz, D. W., Schneider, R. M., Schulte, E. C., Simon, C., Snider, F. D., Snyder, M. C., Sobczyk, J. T., Solano Salinas, C. J., Tagg, N., Tan, W., Tice, B. G., Tzanakos, G., Velásquez, J. P., Walding, J., Walton, T., Wolcott, J., Wolthuis, B. A., Woodward, N., Zavala, G., Zeng, H. B., Zhang, D., Zhu, L. Y., and Ziemer, B. P. (2013). Measurement of Muon antineutrino quasielastic scattering on a hydrocarbon target at $E_{\nu} 3.5$ GeV. Physical Review Letters, 111(2):1–8.
- [Formaggio and Zeller, 2013] Formaggio, J. A. and Zeller, G. P. (2013). From eV to EeV: Neutrino Cross Sections Across Energy Scales. Reviews of Modern Physics, 84(3):1307–1341.
- [Fubini, 1956] Fubini, S. (1956). The structure of the nucleon. Il Nuovo Cimento, 3(6):1425–1432.
- [Gallmeister et al., 2016] Gallmeister, K., Mosel, U., and Weil, J. (2016). Neutrino-induced reactions on nuclei. Physical Review C, 94(3).

- [Garvey et al., 1993] Garvey, G. T., Louis, W. C., and White, D. H. (1993). Determination of proton strange form factors from νp elastic scattering. Physical Review C, 48(2):761–765.
- [Giacomelli, 1970] Giacomelli, G. (1970). Pion-nucleon elastic scattering. La Rivista del Nuovo Cimento, 2(3):297–448.
- [Gil et al., 1997] Gil, A., Nieves, J., and Oset, E. (1997). Many-body approach to the inclusive (e, e) reaction from the quasielastic to the Δ excitation region. Nuclear Physics A, 627(4):543–598.
- [Golan et al., 2012] Golan, T., Juszczak, C., and Sobczyk, J. T. (2012). Effects of final-state interactions in neutrino-nucleus interactions. Physical Review C, 86(1):015505.
- [Grabosch et al., 1989] Grabosch, H. J., Kaufmann, H. H., Nahnauer, R., Nowak, S., Schlenstedt, S., Ammosov, V. V., Baranov, D. S., Hleborad, V. I., Ivanilov, A. A., Ivanov, P. V., Konyushko, V. I., Korablev, V. M., Korotkov, V. A., Makeev, V. V., Myagkov, A. G., Netyaga, N. A., Polyarush, A. Y., and Sokolov, A. A. (1989). Cross-section measurements of single pion production in charged current neutrino and antineutrino interactions. Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, 41(4):527–531.
- [Gran, 2008] Gran, R. (2008). The MINERvA neutrino interaction experiment. AIP Conference Proceedings, 981(November):256–258.
- [Hasegawa et al., 2005] Hasegawa, M., Aliu, E., Andringa, S., Aoki, S., Argyriades, J., Asakura, K., Ashie, R., Berns, H., Bhang, H., Blondel, A., Borghi, S., Bouchez, J., Burguet-Castell, J., Casper, D., Cavata, C., Cervera, A., Chen, S. M., Cho, K. O., Choi, J. H., Dore, U., Espinal, X., Fechner, M., Fernandez, E., Fukuda, Y., Gomez-Cadenas, J., Gran, R., Hara, T., Hasegawa, T., Hayashi, K., Hayato, Y., Helmer, R. L., Hill, J., Hiraide, K., Hosaka, J., Ichikawa, A. K., Iinuma, M., Ikeda, A., Inagaki, T., Ishida, T., Ishihara, K., Ishii, T., Ishitsuka, M., Itow, Y., Iwashita, T., Jang, H. I., Jeon, E. J., Jeong, I. S., Joo, K. K., Jover, G., Jung, C. K., Kajita, T., Kameda, J., Kaneyuki, K., Kato, I., Kearns, E., Kerr, D., Kim, C. O., Khabibullin, M., Khotjantsev, A., Kielczewska, D., Kim, J. Y., Kim, S. B., Kitching, P., Kobayashi, K., Kobayashi, T., Konaka, A., Koshio, Y., Kropp, W., Kubota, J., Kudenko, Y., Kuno, Y., Kutter, T., Learned, J., Likhoded, S., Lim, I. T., Loverre, P. F., Ludovici, L., Maesaka, H., Mallet, J., Mariani, C., Maruyama, T.,

- Matsuno, S., Matveev, V., Mauger, C., McConnel, K., McGrew, C., Mikheyev, S., Minamino, A., Mine, S., Mineev, O., Mitsuda, C., Miura, M., Moriguchi, Y., Morita, T., Moriyama, S., Nakadaira, T., Nakahata, M., Nakamura, K., Nakano, I., Nakaya, T., Nakayama, S., Namba, T., Nambu, R., Nawang, S., Nishikawa, K., Nitta, K., Nova, F., Novella, P., Obayashi, Y., Okada, A., Okumura, K., Oser, S. M., Oyama, Y., Pac, M. Y., Pierre, F., Rodriguez, A., Saji, C., Sakuda, M., Sanchez, F., Sarrat, A., Sasaki, T., Sato, H., Scholberg, K., Schroeter, R., Sekiguchi, M., Sharkey, E., Shiozawa, M., Shiraishi, K., Sitjes, G., Smy, M., Sobel, H., Stone, J., Sulak, L., Suzuki, A., Suzuki, Y., Takahashi, T., Takenaga, Y., Takeuchi, Y., Taki, K., Takubo, Y., Tamura, N., Tanaka, M., Terri, R., TJampens, S., Tornero-Lopez, A., Totsuka, Y., Ueda, S., Vagins, M., Whitehead, L., Walter, C. W., Wang, W., Wilkes, R. J., Yamada, S., Yamamoto, S., Yanagisawa, C., Yershov, N., Yokoyama, H., Yokoyama, M., Yoo, J., Yoshida, M., and Zalipska, J. (2005). Search for Coherent Charged Pion Production in Neutrino-Carbon Interactions. Physical Review Letters, 95(25):252301.
- [Hayato, 2009] Hayato, Y. (2009). A neutrino interaction simulation program library NEUT. Acta Physica Polonica B, 40(9):2477–2489.
- [Hernández et al., 2007] Hernández, E., Nieves, J., and Valverde, M. (2007). Weak pion production off the nucleon. Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology, 76(3).
- [Hernández, 2018] Hernández, E. B. (2018). Estudo da produção nuclear de píons a energias intermediárias e PhD thesis, Universidade Estadual de Santa Cruz.
- [Hiraide et al., 2008] Hiraide, K., Alcaraz-Aunion, J. L., Brice, S. J., Bugel, L., Catala-Perez, J., Cheng, G., Conrad, J. M., Djurcic, Z., Dore, U., Finley, D. A., Franke, A. J., Giganti, C., Gomez-Cadenas, J. J., Guzowski, P., Hanson, A., Hayato, Y., Jover-Manas, G., Karagiorgi, G., Katori, T., Kobayashi, Y. K., Kobilarcik, T., Kubo, H., Kurimoto, Y., Louis, W. C., Loverre, P. F., Ludovici, L., Mahn, K. B. M., Mariani, C., Masuike, S., Matsuoka, K., Metcalf, W., Mills, G., Mitsuka, G., Miyachi, Y., Mizugashira, S., Moore, C. D., Nakajima, Y., Nakaya, T., Natora, R., Nienaber, P., Nguyen, V., Orme, D., Otani, M., Russell, A. D., Sanchez, F., Shaevitz, M. H., Shibata, T.-A., Sorel, M., Stefanski, R. J., Takei, H., Tanaka, H.-K., Tanaka, M., Tayloe, R., Taylor, I. J., Tesarek, R. J., Uchida, Y., Van de Water, R., Walding, J. J., Wascko, M. O., White,

- H., Wilking, M. J., Yokoyama, M., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2008). Search for charged current coherent pion production on carbon in a few-GeV neutrino beam. Physical Review D, 78(11):112004.
- [Isiksal et al., 1984] Isiksal, E., Rein, D., and Morfin, J. G. (1984). Evidence for neutrino- and antineutrino-induced coherent π^0 production. Physical Review Letters, 52(13):1096–1099.
- [Kitagaki et al., 1983] Kitagaki, T., Tanaka, S., Yuta, H., Abe, K., Hasegawa, K., Yamaguchi, A., Tamai, K., Hayashino, T., Otani, Y., Hayano, H., Sagawa, H., Burnstein, R. A., Hanlon, J., Rubin, H. A., Chang, C. Y., Kunori, S., Snow, G. A., Son, D., Steinberg, P. H., Zieminska, D., Engelmann, R., Kafka, T., Sommars, S., Chang, C. C., Mann, W. A., Napier, A., and Schneps, J. (1983). High-energy quasielastic n-p scattering in deuterium. Physical Review D, 28(3):436–442.
- [Kitagaki et al., 1986] Kitagaki, T., Yuta, H., Tanaka, S., Yamaguchi, A., Abe, K., Hasegawa, K., Tamai, K., Kunori, S., Otani, Y., Hayano, H., Sagawa, H., Akatsuka, K., Furuno, K., Baker, N. J., Cnops, A. M., Connolly, P. L., Kahn, S. A., Kirk, H. G., Murtagh, M. J., Palmer, R. B., Samios, N. P., Tanaka, M., Higuchi, M., and Sato, M. (1986). Charged-current exclusive pion production in neutrino-deuterium interactions. Physical Review D, 34(9):2554–2565.
- [Koba et al., 1972] Koba, Z., Nielsen, H. B., and Olesen, P. (1972). Scaling of multiplicity distributions in high energy hadron collisions. Nuclear Physics, Section B, 40(C):317–334.
- [Kudo et al., 1998] Kudo, H., Maruyama, M., Tanikawa, M., Shinozuka, T., and Fujioka, M. (1998). Most probable charge of fission products in 24 MeV proton induced fission of [Formula Presented]. Physical Review C - Nuclear Physics, 57(1):178–188.
- [Laboratory, 2022] Laboratory, F. N. A. (2022). Deep Underground Neutrino Experiment.
- [Laboratory, 1993] Laboratory, L. A. N. (1993). Liquid Scintillator Neutrino Detector (LSND).
- [Lalakulich et al., 2010] Lalakulich, O., Leitner, T., Buss, O., and Mosel, U. (2010). One pion production in neutrino reactions: Including nonresonant background. Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology, 82(9):1–18.

[Llewellyn Smith, 1972] Llewellyn Smith, C. (1972). Neutrino reactions at accelerator energies. *Physics Reports*, 3(5):261–379.

[Lyubushkin et al., 2009] Lyubushkin, V., Popov, B., Kim, J. J., Camilleri, L., Levy, J. M., Mezzetto, M., Naumov, D., Alekhin, S., Astier, P., Autiero, D., Baldisseri, A., Baldo-Ceolin, M., Banner, M., Bassompierre, G., Benslama, K., Besson, N., Bird, I., Blumenfeld, B., Bobisut, F., Bouchez, J., Boyd, S., Bueno, A., Bunyatov, S., Cardini, A., Cattaneo, P. W., Cavalanni, V., Cervera-Villanueva, A., Challis, R., Chukanov, A., Collazuol, G., Conforto, G., Conta, C., Contalbrigo, M., Cousins, R., Daniels, D., Degaudenzi, H., Del Prete, T., De Santo, A., Dignan, T., Di Lella, L., Do Couto E Silva, E., Dumarchez, J., Ellis, M., Feldman, G. J., Ferrari, R., Ferrère, D., Flaminio, V., Fraternali, M., Gaillard, J. M., Gangler, E., Geiser, A., Geppert, D., Gibin, D., Gninenko, S., Godley, A., Gomez-Cadenas, J. J., Gosset, J., Gößling, C., Gouanère, M., Grant, A., Graziani, G., Guglielmi, A., Hagner, C., Hernando, J., Hubbard, D., Hurst, P., Hyett, N., Iacopini, E., Joseph, C., Juget, F., Kent, N., Kirsanov, M., Klimov, O., Kokkonen, J., Kovzelev, A., Krasnoperov, A., Kulagin, S., Kustov, D., Lacaprra, S., Lachaud, C., Lakić, B., Lanza, A., La Rotonda, L., Laveder, M., Letessier-Selvon, A., Ling, J., Linssen, L., Ljubičić, A., Long, J., Lupi, A., Marchionni, A., Martelli, F., Méchain, X., Mendiburu, J. P., Meyer, J. P., Mishra, S. R., Moorhead, G. F., Nédélec, P., Nefedov, Y., Nguyen-Mau, C., Orestano, D., Pastore, F., Peak, L. S., Pennacchio, E., Pessard, H., Petti, R., Placci, A., Polesello, G., Pollmann, D., Polyarush, A., Poulsen, C., Rebuffi, L., Rico, J., Riemann, P., Roda, C., Rubbia, A., Salvatore, F., Samoylov, O., Schahmanche, K., Schmidt, B., Schmidt, T., Sconza, A., Seaton, M., Seviator, M., Sillou, D., Soler, F. J., Sozzi, G., Steele, D., Stiegler, U., Stipčević, M., Stolarczyk, T., Tareb-Reyes, M., Taylor, G. N., Tereshchenko, V., Toropin, A., Touchard, A. M., Tovey, S. N., Tran, M. T., Tsesmelis, E., Ulrichs, J., Vacavant, L., Valdata-Nappi, M., Valuev, V., Vannucci, F., Varvell, K. E., Veltri, M., Vercesi, V., Vidal-Sitjes, G., Vieira, J. M., Vinogradova, T., Weber, F. V., Weisse, T., Wilson, F. F., Winton, L. J., Wu, Q., Yabsley, B. D., Zacccone, H., Zuber, K., and Zuccon, P. (2009). A study of quasi-elastic muon neutrino and antineutrino scattering in the NOMAD experiment. *European Physical Journal C*, 63(3):355–381.

[Martini et al., 2011] Martini, M., Ericson, M., and Chanfray, G. (2011). Neutrino quasielastic

- interaction and nuclear dynamics. Physical Review C, 84(5):055502.
- [Martini et al., 2009] Martini, M., Ericson, M., Chanfray, G., and Marteau, J. (2009). Unified approach for nucleon knock-out and coherent and incoherent pion production in neutrino interactions with nuclei. Physical Review C, 80(6):065501.
- [Matsumoto and Nishimura, 1998] Matsumoto, M. and Nishimura, T. (1998). Mersenne twister. ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation, 8(1):3–30.
- [McGivern et al., 2016] McGivern, C. L., Le, T., Eberly, B., Aliaga, L., Altinok, O., Bellantoni, L., Bercellie, A., Betancourt, M., Bodek, A., Bravar, A., Budd, H., Cai, T., Carneiro, M. F., Christy, M. E., Da Motta, H., Dytman, S. A., Díaz, G. A., Endress, E., Felix, J., Fields, L., Fine, R., Galindo, R., Gallagher, H., Golan, T., Gran, R., Harris, D. A., Higuera, A., Hurtado, K., Kiveni, M., Kleykamp, J., Kordosky, M., Maher, E., Manly, S., Mann, W. A., Marshall, C. M., Martinez Caicedo, D. A., McFarland, K. S., McGowan, A. M., Messerly, B., Miller, J., Mislivec, A., Morfín, J. G., Mousseau, J., Naples, D., Nelson, J. K., Norrick, A., Nuruzzaman, Paolone, V., Park, J., Patrick, C. E., Perdue, G. N., Rakotondravohitra, L., Ramirez, M. A., Ransome, R. D., Ray, H., Ren, L., Rimal, D., Rodrigues, P. A., Ruterbories, D., Schellman, H., Schmitz, D. W., Simon, C., Solano Salinas, C. J., Sánchez Falero, S., Tice, B. G., Valencia, E., Walton, T., Wolcott, J., Wospakrik, M., and Zhang, D. (2016). Cross sections for $\nu\mu$ and $\nu\mu$ induced pion production on hydrocarbon in the few-GeV region using MINERvA CROSS SECTIONS for $\nu\mu$ and $\nu\mu$... C. L. MCGIVERN et al. Physical Review D, 94(5):1–17.
- [Medina, 2014] Medina, I. A. G. (2014). Estudo de processos a energias médias e altas pelo método Monte Carlo. PhD thesis, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- [Metropolis et al., 1958] Metropolis, N., Bivins, R., Storm, M., Turkevich, A., Miller, J. M., and Friedlander, G. (1958). Monte Carlo Calculations on Intranuclear Cascades. I. Low-Energy Studies. Physical Review, 110(1):185–203.
- [MiniBooNE Collaboration, 2008] MiniBooNE Collaboration (2008). The Neutrino Flux prediction at MiniBooNE. Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology, 79(7):1–38.

- [MiniBooNE Collaboration et al., 2010] MiniBooNE Collaboration, Aguilar-Arevalo, A. A., Anderson, C. E., Bazarko, A. O., Brice, S. J., Brown, B. C., Bugel, L., Cao, J., Coney, L., Conrad, J. M., Cox, D. C., Curioni, A., Djurcic, Z., Finley, D. A., Fleming, B. T., Ford, R., Garcia, F. G., Garvey, G. T., Grange, J., Green, C., Green, J. A., Hart, T. L., Hawker, E., Imlay, R., Johnson, R. A., Karagiorgi, G., Kasper, P., Katori, T., Kobilarcik, T., Kourbanis, I., Koutsoliotas, S., Laird, E. M., Linden, S. K., Link, J. M., Liu, Y., Liu, Y., Louis, W. C., Mahn, K. B. M., Marsh, W., Mauger, C., McGary, V. T., McGregor, G., Metcalf, W., Meyers, P. D., Mills, F., Mills, G. B., Monroe, J., Moore, C. D., Mousseau, J., Nelson, R. H., Nienaber, P., Nowak, J. A., Osmanov, B., Ouedraogo, S., Patterson, R. B., Pavlovic, Z., Perevalov, D., Polly, C. C., Prebys, E., Raaf, J. L., Ray, H., Roe, B. P., Russell, A. D., Sandberg, V., Schirato, R., Schmitz, D., Shaevitz, M. H., Shoemaker, F. C., Smith, D., Soderberg, M., Sorel, M., Spentzouris, P., Spitz, J., Stancu, I., Stefanski, R. J., Sung, M., Tanaka, H. A., Tayloe, R., Tzanov, M., Van de Water, R. G., Wascko, M. O., White, D. H., Wilking, M. J., Yang, H. J., Zeller, G. P., and Zimmerman, E. D. (2010). First Measurement of the Muon Neutrino Charged Current Quasielastic Double Differential Cross Section. *Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology*, 81(9):1–22.
- [Mislivec et al., 2018] Mislivec, A., Higuera, A., Aliaga, L., Bellantoni, L., Bercellie, A., Betancourt, M., BodeK, A., Bravar, A., Budd, H., Caceres, G. F., Cai, T., Martinez Caicedo, D. A., Carneiro, M. F., Chavarria, E., Da Motta, H., Dytman, S. A., Díaz, G. A., Felix, J., Fields, L., Fine, R., Gago, A. M., Galindo, R., Gallagher, H., Ghosh, A., Gran, R., Harris, D. A., Hurtado, K., Jena, D., Kleykamp, J., Kordosky, M., Le, T., Maher, E., Manly, S., Mann, W. A., Marshall, C. M., McFarland, K. S., Messerly, B., Miller, J., Morfín, J. G., Mousseau, J., Naples, D., Nelson, J. K., Nguyen, C., NorricK, A., Nuruzzaman, Paolone, V., Perdue, G. N., Ramírez, M. A., Ransome, R. D., Ray, H., Ren, L., Rimal, D., Rodrigues, P. A., Ruterbories, D., Schellman, H., Solano Salinas, C. J., Sultana, M., Sánchez Falero, S., Tagg, N., Valencia, E., WospakriK, M., Yaeggy, B., and Zavala, G. (2018). Measurement of total and differential cross sections of neutrino and antineutrino coherent π \acute{s} production on carbon. *Physical Review D*, 97(3):032014.
- [Mosel, 2019] Mosel, U. (2019). Neutrino event generators: foundation, status and future. *Journal*

- of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 46(11):113001.
- [Mosel and Gallmeister, 2017] Mosel, U. and Gallmeister, K. (2017). Muon-neutrino-induced charged-current pion production on nuclei. Physical Review C, 96(1):15503.
- [Mudan, 1989] Mudan, M. S. (1989). Results from the IMB nucleon decay detector. PhD thesis, University of London, London.
- [Nieves et al., 2012] Nieves, J., Ruiz Simo, I., and Vicente Vacas, M. (2012). The nucleon axial mass and the MiniBooNE quasielastic neutrinnucleus scattering problem. Physics Letters B, 707(1):72–75.
- [Nieves et al., 2011] Nieves, J., Simo, I. R., and Vacas, M. J. V. (2011). Inclusive charged-current neutrino-nucleus reactions. Physical Review C, 83(4):045501.
- [Nowakowski et al., 2005] Nowakowski, M., Paschos, E. A., and Rodríguez, J. M. (2005). All electromagnetic form factors. European Journal of Physics, 26(4):545–560.
- [Paschos and Yu, 2002] Paschos, E. A. and Yu, J. Y. (2002). Neutrino interactions in oscillation experiments. Physical Review D, 65(3):033002.
- [Pereira et al., 2008] Pereira, S. A., Deppman, A., Silva, G., Maiorino, J. R., Santos, A. d., Duarte, S. B., Tavares, O. A. P., and Garcia, F. (2008). Spallation Product Distributions and Neutron Multiplicities for Accelerator-Driven System Using the CRISP Code. Nuclear Science and Engineering, 159(1):102–105.
- [Perevalov, 2009] Perevalov, D. (2009). Neutrino-Nucleus Neutral Current Elastic Interactions Measurement i PhD thesis, The University of Alabama.
- [Perez, 2018] Perez, R. (2018). Simulação de reações núcleo-núcleo entre 30 e 1000 A MeV com o código CRISP. Technical report, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- [Perez et al., 2022] Perez, R., Deppman, A., Samana, A. R., Andrade-II, E., Velasco, F. G., and Guzmán, F. (2022). Study of neutrino-nucleus reactions with crisp model ($0 < E \nu < 3 \text{ GeV}$). Physical Review D, 105(6).

- [Radecky et al., 1982] Radecky, G. M., Barnes, V. E., Carmony, D. D., Garfinkel, A. F., Derrick, M., Fernandez, E., Hyman, L., Levman, G., Koetke, D., Musgrave, B., Schreiner, P., Singer, R., Snyder, A., Toaff, S., Barish, S. J., Engler, A., Kraemer, R. W., Miller, K., Stacey, B. J., Ammar, R., Coppage, D., Day, D., Davis, R., Kwak, N., and Stump, R. (1982). Erratum: Study of single-pion production by weak charged currents in low-energy d interactions. Physical Review D, 26(11):3297.
- [Ravndal, 1971] Ravndal, F. (1971). A relativistic quark model with harmonic dynamics. PhD thesis, California Institute of Technology.
- [Ravndal, 1973] Ravndal, F. (1973). Weak production of nuclear resonances in relativistic quark model. Il Nuovo Cimento A, 18(3):385–415.
- [Ray, 2007] Ray, H. (2007). The MiniBooNE Experiment : An Overview. Technical Report 4, CERN.
- [Rein and Sehgal, 1981] Rein, D. and Sehgal, L. M. (1981). Neutrino-excitation of baryon resonances and single pion production. Annals of Physics, 133(1):79–153.
- [Rein and Sehgal, 1983] Rein, D. and Sehgal, L. M. (1983). Coherent π^0 production in neutrino reactions. Nuclear Physics B, 223(1):29–44.
- [Ritchie, 1983] Ritchie, B. G. (1983). Parametrization of the total cross section for πdpp below 330 MeV. Physical Review C, 28(2):926–928.
- [Salcedo et al., 1988] Salcedo, L. L., Oset, E., Vicente-Vacas, M. J., and Garcia-Recio, C. (1988). Computer simulation of inclusive pion nuclear reactions. Nuclear Physics, Section A, 484(3-4):557–592.
- [Sato et al., 2003] Sato, T., Uno, D., and Lee, T. S. (2003). Dynamical model of weak pion production reactions. Physical Review C - Nuclear Physics, 67(6):13.
- [Sjöstrand et al., 2006] Sjöstrand, T., Mrenna, S., and Skands, P. (2006). PYTHIA 6.4 physics and manual. Journal of High Energy Physics, 2006(5):026.

- [Smith, 2001] Smith, D. (2001). Calculating the Probability for Neutrino Oscillations. Technical report, Embry-RiddleUniversity.
- [Smith and Moniz, 1972] Smith, R. A. and Moniz, E. J. (1972). Neutrino reactions on nuclear targets. Nuclear Physics, Section B, 43(C):605–622.
- [Stoler, 1993] Stoler, P. (1993). Baryon form factors at high Q^2 and the transition to perturbative QCD. Physics Reports, 226(3):103–171.
- [T2K Collaboration et al., 2011] T2K Collaboration, Abe, K., Abgrall, N., Aihara, H., Ajima, Y., Albert, J. B., Allan, D., Amaudruz, P. A., Andreopoulos, C., Andrieu, B., Anerella, M. D., Angelsen, C., Aoki, S., Araoka, O., Argyriades, J., Ariga, A., Ariga, T., Assylbekov, S., de André, J. P. A. M., Autiero, D., Badertscher, A., Ballester, O., Barbi, M., Barker, G. J., Baron, P., Barr, G., Bartoszek, L., Batkiewicz, M., Bay, F., Bentham, S., Berardi, V., Berger, B. E., Berns, H., Bertram, I., Besnier, M., Beucher, J., Beznosko, D., Bhadra, S., Birney, P., Bishop, D., Blackmore, E., Blaszczyk, F. d. M., Blocki, J., Blondel, A., Bodek, A., Bojehko, C., Bouchez, J., Boussuge, T., Boyd, S. B., Boyer, M., Braam, N., Bradford, R., Bravar, A., Briggs, K., Brinson, J. D., Bronner, C., Brook-Roberge, D. G., Bryant, M., Buchanan, N., Budd, H., Cadabeschi, M., Calland, R. G., Calvet, D., Rodríguez, J. C., Carroll, J., Cartwright, S. L., Carver, A., Castillo, R., Catanesi, M. G., Cavata, C., Cazes, A., Cervera, A., Charrier, J. P., Chavez, C., Choi, S., Chollet, S., Christodoulou, G., Colas, P., Coleman, J., Coleman, W., Collazuol, G., Connolly, K., Cooke, P., Curioni, A., Dabrowska, A., Danko, I., Das, R., Davies, G. S., Davis, S., Day, M., De La Broise, X., de Perio, P., De Rosa, G., Dealtry, T., Debraine, A., Delagnes, E., Delbart, A., Densham, C., Di Lodovico, F., Di Luise, S., Tran, P. D., Dobson, J., Doornbos, J., Dore, U., Drapier, O., Druillolle, F., Dufour, F., Dumarchez, J., Durkin, T., Dytman, S., Dziewiecki, M., Dziomba, M., Ellison, B., Emery, S., Ereditato, A., Escallier, J. E., Escudero, L., Esposito, L. S., Faszer, W., Fechner, M., Ferrero, A., Finch, A., Fisher, C., Fitton, M., Flight, R., Forbush, D., Frank, E., Fransham, K., Fujii, Y., Fukuda, Y., Gallop, M., Galymov, V., Ganetis, G. L., Ganaway, F. C., Gaudin, A., Gaweda, J., Gendotti, A., George, M., Giffin, S., Giganti, C., Gilje, K., Giomataris, I., Giraud, J., Ghosh, A. K., Golan, T., Goldhaber, M., Gomez-Cadenas, J. J., Gomi, S., Gonin, M., Goyette, M., Grant, A., Grant, N., Grañena, F., Greenwood, S., Gumplinger, P.,

Guzowski, P., Haigh, M. D., Hamano, K., Hansen, C., Hara, T., Harrison, P. F., Hartfiel, B., Hartz, M., Haruyama, T., Hasanen, R., Hasegawa, T., Hastings, N. C., Hastings, S., Hatzikourelis, A., Hayashi, K., Hayato, Y., Haycock, T. D. J., Hearty, C., Helmer, R. L., Henderson, R., Herlant, S., Higashi, N., Hignight, J., Hiraide, K., Hirose, E., Holeczek, J., Honkanen, N., Horikawa, S., Hyndman, A., Ichikawa, A. K., Ieki, K., Ieva, M., Iida, M., Ikeda, M., Ilic, J., Imber, J., Ishida, T., Ishihara, C., Ishii, T., Ives, S. J., Iwasaki, M., Iyogi, K., Izmaylov, A., Jamieson, B., Johnson, R. A., Joo, K. K., Jover-Manas, G., Jung, C. K., Kaji, H., Kajita, T., Kakuno, H., Kameda, J., Kaneyuki, K., Karlen, D., Kasami, K., Kasey, V., Kato, I., Kawamuko, H., Kearns, E., Kellet, L., Khabibullin, M., Khaleeq, M., Khan, N., Khotjantsev, A., Kielczewska, D., Kikawa, T., Kim, J. Y., Kim, S. B., Kimura, N., Kirby, B., Kisiel, J., Kitching, P., Kobayashi, T., Kogan, G., Koike, S., Komorowski, T., Konaka, A., Kormos, L. L., Korzenev, A., Koseki, K., Koshio, Y., Kouzuma, Y., Kowalik, K., Kravtsov, V., Kreslo, I., Kropp, W., Kubo, H., Kubota, J., Kudenko, Y., Kulkarni, N., Kurchaninov, L., Kurimoto, Y., Kurjata, R., Kurosawa, Y., Kutter, T., Lagoda, J., Laihem, K., Langstaff, R., Laveder, M., Lawson, T. B., Le, P. T., Coguie, A. L., Ross, M. L., Lee, K. P., Lenckowski, M., Licciardi, C., Lim, I. T., Lindner, T., Litchfield, R. P., Longhin, A., Lopez, G. D., Lu, P., Ludovici, L., Lux, T., Macaire, M., Magaletti, L., Mahn, K., Makida, Y., Malafis, C. J., Malek, M., Manly, S., Marchionni, A., Mark, C., Marino, A. D., Marone, A. J., Marteau, J., Martin, J. F., Maruyama, T., Maryon, T., Marzec, J., Masliah, P., Mathie, E. L., Matsumura, C., Matsuoka, K., Matveev, V., Mavrokoridis, K., Mazzucato, E., McCauley, N., McFarland, K. S., McGrew, C., McLachlan, T., Mercer, I., Messina, M., Metcalf, W., Metelko, C., Mezzetto, M., Mijakowski, P., Miller, C. A., Minamino, A., Mineev, O., Mine, S., Minvielle, R. E., Mituka, G., Miura, M., Mizouchi, K., Mols, J. P., Monfregola, L., Monmarthe, E., Moreau, F., Morgan, B., Moriyama, S., Morris, D., Muir, A., Murakami, A., Muratore, J. F., Murdoch, M., Murphy, S., Myslik, J., Nagashima, G., Nakadaira, T., Nakahata, M., Nakamoto, T., Nakamura, K., Nakayama, S., Nakaya, T., Naples, D., Nelson, B., Nicholls, T. C., Nishikawa, K., Nishino, H., Nitta, K., Nizery, F., Nowak, J. A., Noy, M., Obayashi, Y., Ogitsu, T., Ohhata, H., Okamura, T., Okumura, K., Okusawa, T., Ohlmann, C., Olchanski, K., Openshaw, R., Oser, S. M., Otani, M., Owen, R. A., Oyama, Y., Ozaki, T., Pac, M. Y., Palladino, V., Paolone, V., Paul, P., Payne, D., Pearce, G. F., Pearson, C., Perkin, J. D., Pflieger, M., Pierre, F., Pierrepont,

- D., Plonski, P., Poffenberger, P., Poplawska, E., Popov, B., Posiadala, M., Poutissou, J. M., Poutissou, R., Preece, R., Przewlocki, P., Qian, W., Raaf, J. L., Radicioni, E., Ramos, K., Ratoff, P., Rauffer, T. M., Ravonel, M., Raymond, M., Retiere, F., Richards, D., Ritou, J. L., Robert, A., Rodrigues, P. A., Rondio, E., Roney, M., Rooney, M., Ross, D., Rossi, B., Roth, S., Rubbia, A., Ruterbories, D., Sacco, R., Sadler, S., Sakashita, K., Sanchez, F., Sarrat, A., Sasaki, K., Schack, P., Schmidt, J., Scholberg, K., Schwehr, J., Scott, M., Scully, D. I., Seiya, Y., Sekiguchi, T., Sekiya, H., Sheffer, G., Shibata, M., Shimizu, Y., Shiozawa, M., Short, S., Siyad, M., Smith, D., Smith, R. J., Smy, M., Sobczyk, J., Sobel, H., Sooriyakumaran, S., Sorel, M., Spitz, J., Stahl, A., Stamoulis, P., Star, O., Statter, J., Stawnyczy, L., Steinmann, J., Steffens, J., Still, B., Stodulski, M., Stone, J., Strabel, C., Strauss, T., Sulej, R., Sutcliffe, P., Suzuki, A., Suzuki, K., Suzuki, S., Suzuki, S. Y., Suzuki, Y., Suzuki, Y., Swierblewski, J., Szegłowski, T., Szeptycka, M., Tacik, R., Tada, M., Tadepalli, A. S., Taguchi, M., Takahashi, S., Takeda, A., Takenaga, Y., Takeuchi, Y., Tanaka, H. A., Tanaka, K., Tanaka, M., Tanaka, M. M., Tanimoto, N., Tashiro, K., Taylor, I. J., Terashima, A., Terhorst, D., Terri, R., Thompson, L. F., Thorley, A., Thorpe, M., Toki, W., Tomaru, T., Totsuka, Y., Touramanis, C., Tsukamoto, T., Tvaskis, V., Tzanov, M., Uchida, Y., Ueno, K., Usseglio, M., Vacheret, A., Vagins, M., Van Schalkwyk, J. F., Vanel, J. C., Vasseur, G., Veledar, O., Vincent, P., Wachala, T., Waldron, A. V., Walter, C. W., Wanderer, P. J., Ward, M. A., Ward, G. P., Wark, D., Warner, D., Wascko, M. O., Weber, A., Wendell, R., Wendland, J., West, N., Whitehead, L. H., Wikström, G., Wilkes, R. J., Wilking, M. J., Williamson, Z., Wilson, J. R., Wilson, R. J., Wong, K., Wongjirad, T., Yamada, S., Yamada, Y., Yamamoto, A., Yamamoto, K., Yamanoi, Y., Yamaoka, H., Yanagisawa, C., Yano, T., Yen, S., Yershov, N., Yokoyama, M., Zalewska, A., Zalipska, J., Zaremba, K., Ziembicki, M., Zimmerman, E. D., Zito, M., and Zmuda, J. (2011). The T2K Experiment. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 659(1):106–135.
- [Takahashi et al., 1995] Takahashi, T., Sakaguchi, H., Aoki, K., Hasegawa, T., Hashimoto, O., Nagae, T., Sekimoto, M., Ohkusu, A., Bhang, H., Yu, H., and Gavrilov, Y. (1995). π - 112C elastic scattering above the Δ resonance. Physical Review C, 51(5):2542–2552.
- [Tanabashi et al., 2018] Tanabashi, M., Hagiwara, K., Hikasa, K., Nakamura, K., Sumino, Y., Ta-

kahashi, F., Tanaka, J., Agashe, K., Aielli, G., Amsler, C., Antonelli, M., Asner, D. M., Baer, H., Banerjee, S., Barnett, R. M., Basaglia, T., Bauer, C. W., Beatty, J. J., Belousov, V. I., Beringer, J., Bethke, S., Bettini, A., Bichsel, H., Biebel, O., Black, K. M., Blucher, E., Buchmuller, O., Burkert, V., Bychkov, M. A., Cahn, R. N., Carena, M., Ceccucci, A., Cerri, A., Chakraborty, D., Chen, M.-C., Chivukula, R. S., Cowan, G., Dahl, O., D'Ambrosio, G., Damour, T., de Florian, D., de Gouvêa, A., DeGrand, T., de Jong, P., Dissertori, G., Dobrescu, B. A., D'Onofrio, M., Doser, M., Drees, M., Dreiner, H. K., Dwyer, D. A., Eerola, P., Eidelman, S., Ellis, J., Ertler, J., Ezhela, V. V., Fetscher, W., Fields, B. D., Firestone, R., Foster, B., Freitas, A., Gallagher, H., Garren, L., Gerber, H.-J., Gerbier, G., Gershon, T., Gershtein, Y., Gherghetta, T., Godizov, A. A., Goodman, M., Grab, C., Gritsan, A. V., Grojean, C., Groom, D. E., Grünewald, M., Gurtu, A., Gutsche, T., Haber, H. E., Hanhart, C., Hashimoto, S., Hayato, Y., Hayes, K. G., Hebecker, A., Heinemeyer, S., Heltsley, B., Hernández-Rey, J. J., Hisano, J., Höcker, A., Holder, J., Holtkamp, A., Hyodo, T., Irwin, K. D., Johnson, K. F., Kado, M., Karliner, M., Katz, U. F., Klein, S. R., Klempt, E., Kowalewski, R. V., Krauss, F., Kreps, M., Krusche, B., Kuyanov, Y. V., Kwon, Y., Lahav, O., Laiho, J., Lesgourgues, J., Liddle, A., Ligeti, Z., Lin, C.-J., Lippmann, C., Liss, T. M., Littenberg, L., Lugovsky, K. S., Lugovsky, S. B., Lusiani, A., Makida, Y., Maltoni, F., Mannel, T., Manohar, A. V., Marciano, W. J., Martin, A. D., Masoni, A., Matthews, J., Meißner, U.-G., Milstead, D., Mitchell, R. E., Mönig, K., Molaro, P., Moortgat, F., Moskvic, M., Murayama, H., Narain, M., Nason, P., Navas, S., Neubert, M., Nevski, P., Nir, Y., Olive, K. A., Pagan Griso, S., Parsons, J., Patrignani, C., Peacock, J. A., Pennington, M., Petcov, S. T., Petrov, V. A., Pianori, E., Piepke, A., Pomarol, A., Quadt, A., Rademacker, J., Raffelt, G., Ratcliff, B. N., Richardson, P., Ringwald, A., Roesler, S., Rolli, S., Romaniouk, A., Rosenberg, L. J., Rosner, J. L., Rybka, G., Ryutin, R. A., Sachrajda, C. T., Sakai, Y., Salam, G. P., Sarkar, S., Sauli, F., Schneider, O., Scholberg, K., Schwartz, A. J., Scott, D., Sharma, V., Sharpe, S. R., Shutt, T., Silari, M., Sjöstrand, T., Skands, P., Skwarnicki, T., Smith, J. G., Smoot, G. F., Spanier, S., Spieler, H., Spiering, C., Stahl, A., Stone, S. L., Sumiyoshi, T., Syphers, M. J., Terashi, K., Terning, J., Thoma, U., Thorne, R. S., Tiator, L., Titov, M., Tkachenko, N. P., Törnqvist, N. A., Tovey, D. R., Valencia, G., Van de Water, R., Varelas, N., Venanzoni, G., Verde, L., Vinciter, M. G., Vogel, P., Vogt, A., Wakely, S. P., Walkowiak, W., Walter, C. W., Wands, D., Ward, D. R., Wascko, M. O., Weiglein,

- G., Weinberg, D. H., Weinberg, E. J., White, M., Wiencke, L. R., Willocq, S., Wohl, C. G., Womersley, J., Woody, C. L., Workman, R. L., Yao, W.-M., Zeller, G. P., Zenin, O. V., Zhu, R.-Y., Zhu, S.-L., Zimmermann, F., Zyla, P. A., Anderson, J., Fuller, L., Lugovsky, V. S., and Schaffner, P. (2018). Review of Particle Physics. Physical Review D, 98(3):030001.
- [Towner and Hardy, 1995] Towner, I. S. and Hardy, J. C. (1995). CURRENTS AND THEIR COUPLINGS IN THE WEAK SECTOR OF THE STANDARD MODEL. In Symmetries and Fundamental Interactions in Nuclei, number 1, chapter 7, pages 183–249. WORLD SCIENTIFIC.
- [Vandenbosch and Huizenga, 1973] Vandenbosch, R. and Huizenga, J. R. J. R. (1973). Nuclear fission. Academic Press.
- [VerWest and Arndt, 1982] VerWest, B. J. and Arndt, R. A. (1982). NN single pion production cross sections below 1500 MeV. Physical Review C, 25(4):1979–1985.
- [Weisskopf, 1937] Weisskopf, V. (1937). Statistics and Nuclear Reactions. Physical Review, 52(4):295–303.
- [Wilson, 1968] Wilson, F. L. (1968). Fermi's Theory of Beta Decay. American Journal of Physics, 36(12):1150–1160.
- [Yang et al., 2009] Yang, T., Andreopoulos, C., Gallagher, H., Hofmann, K., and Kehayias, P. (2009). A hadronization model for few-GeV neutrino interactions. European Physical Journal C, 63(1):1–10.
- [Zieminska et al., 1983] Zieminska, D., Kunori, S., Chang, C. Y., Snow, G. A., Son, D., Steinberg, P. H., Burnstein, R. A., Hanlon, J., Rubin, H. A., Engelmann, R., Kafka, T., Sommars, S., Kitagaki, T., Tanaka, S., Yuta, H., Abe, K., Hasegawa, K., Yamaguchi, A., Tamai, K., Hayashino, T., Otani, Y., Hayano, H., Chang, C. C., Mann, W. A., Napier, A., and Schneps, J. (1983). Charged-particle multiplicity distributions in n and p charged-current interactions. Physical Review D, 27(1):47–57.

A | FATORES DE FORMA DOS CANAIS (QUASE)-ELÁSTICOS

A.1 Hipótese de conservação da corrente vetorial

Vamos partir das correntes do acoplamento hadrônico (equações 2.7 – 2.9, página 10):

$$J_{\alpha}^{CC} = \bar{u}\gamma_{\alpha}(1 - \gamma_5) \cos \theta_C d, \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} J_{\alpha}^{NC} = & \bar{u}\gamma_{\alpha} \left[\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2} \gamma_5 \right] u \\ & + \bar{d}\gamma_{\alpha} \left[-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W + \frac{1}{2} \gamma_5 \right] d \\ & + \bar{s}\gamma_{\alpha} \left[-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W + \frac{1}{2} \gamma_5 \right] s, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$J_{\alpha}^{EM} = \frac{2}{3} \bar{u}\gamma_{\alpha} u - \frac{1}{3} (\bar{d}\gamma_{\alpha} d + \bar{s}\gamma_{\alpha} s). \quad (\text{A.3})$$

Tomando o operador de carga do modelo padrão $Q = \text{diag}(2/3, -1/3, -1/3)$, a equação A.3 pode ser transformada em

$$J_{\alpha}^{EM} = \bar{q} Q \gamma_{\alpha} q. \quad (\text{A.4})$$

Considerando que

$$Q = \frac{Y}{2} + I_3, \quad (\text{A.5})$$

$$Y = \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}}, \quad (\text{A.6})$$

e

$$I_3 = \frac{\lambda_3}{2}, \quad (\text{A.7})$$

a corrente eletromagnética pode ser decomposta em

$$J_\alpha^{EM} = \frac{1}{2}J_\alpha^Y + V_\alpha^3, \quad (\text{A.8})$$

onde $J_\alpha^Y = \bar{q}\gamma_\alpha \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}}q$, $V_\alpha^3 = \bar{q}\gamma_\alpha \frac{\lambda_3}{2}q$, I_3 é a terceira componente do isospin forte, Y é a hipercarga e λ_i ($i = 1, \dots, 8$) representam as matrizes de Gell–Mann.

Para a parte vetorial da corrente carregada, equação A.1, considerando que

$$\frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

e que

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

pode-se fazer

$$V_\alpha^{CC} = \bar{u}\gamma_\alpha d = \bar{q}\gamma_\alpha \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2}q = V_\alpha^1 + iV_\alpha^2. \quad (\text{A.11})$$

Vai ser útil também expressar a parte vetorial de corrente neutra (equação A.2) como

$$V_\alpha^{NC} = (1 - \sin^2 \theta_W)V_\alpha^3 - 2 \sin^2 \theta_W \frac{1}{2}J_\alpha^Y - \frac{1}{2}J_\alpha^S. \quad (\text{A.12})$$

A hipótese de conservação de corrente vetorial (CVC) diz que, como as expressões de V_α^{CC} e V_α^3 são equivalentes (podem ser relacionadas por meio de uma rotação de isospin) [Feynman and Gell-Mann, 1958], portanto, como V_α^3 se conserva na interação forte, então V_α^{CC} também se conserva.

A.2 Hipótese de conservação parcial da corrente axial

De forma análoga à maneira como foi obtida a equação A.11, podemos usar a seguinte fórmula para a componente axial da corrente carregada no setor de quarks (equação A.1)

$$A_{\alpha}^{CC} = \bar{u}\gamma_{\alpha}\gamma_5 d = \bar{q}\gamma_{\alpha}\gamma_5 \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2} q = A_{\alpha}^1 + iA_{\alpha}^2, \quad (\text{A.13})$$

e para a corrente neutra

$$A_{\alpha}^{NC} = A_{\alpha}^3 + \frac{1}{2}A_{\alpha}^S, \quad (\text{A.14})$$

$$A_{\alpha}^3 = \bar{q}\gamma_{\alpha}\gamma_5 \frac{\lambda}{2} q, \quad (\text{A.15})$$

e

$$A_{\alpha}^S = \bar{s}\gamma_{\alpha}\gamma_5 s. \quad (\text{A.16})$$

No limite quirral (massas dos quarks iguais a zero), é conservada a corrente $\bar{q}\gamma_{\alpha}\gamma_5 \frac{\lambda_a}{2} q$ ($a = 1, \dots, 8$). Observe-se que A_{α}^{CC} depende das componentes A_{α}^1 e A_{α}^2 que também são conservadas. A hipótese de conservação parcial da corrente axial diz que A_{α}^{CC} e A_{α}^3 são equivalentes, e portanto, A_{α}^{CC} se conserva. Essa conservação é parcial porque, na verdade, em geral, temos que

Para a corrente carregada axial temos que [Leitner, 2005]:

$$\partial^{\alpha} A_{\alpha}^{CC} = \frac{1}{2}i(m_u + m_d)\bar{u}\gamma_5 d \rightarrow m_{\pi}^2 f_{\pi} \pi, \quad (\text{A.17})$$

onde m_{π} é a massa do pión, f_{π} é a constante de decaimento do pión e π é o campo que representa o pión. Pode-se observar que essa corrente é conservada no limite onde os quarks ou o pión têm massa nula.

A.3 Canal quase-elástico de corrente carregada

Fazendo o seguinte agrupamento de fatores de forma

$$F_{1,2}^{v,s} = F_{1,2}^p \mp F_{1,2}^n, \quad (\text{A.18})$$

e escrevendo a equação 2.34 (página 18) da corrente eletromagnética

$$\begin{aligned}
 J_{\alpha}^{EM} = & \bar{u}_p(p') \left[\gamma_{\alpha} F_1^p + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^{\beta} F_2^p \right] u_p(p) \\
 & \bar{u}_n(p') \left[\gamma_{\alpha} F_1^n + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^{\beta} F_2^n \right] u_n(p)
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

na forma da equação A.8, obtemos

$$V_{\alpha}^3 = \bar{u} \left[\gamma_{\alpha} F_1^v + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^{\beta} F_2^v \right] \frac{\tau_3}{2} u, \tag{A.20}$$

e

$$\frac{1}{2} J_{\alpha}^Y = \bar{u} \left[\gamma_{\alpha} F_1^s + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^{\beta} F_2^s \right] \frac{\mathbf{1}}{2} u. \tag{A.21}$$

Note-se que agora u representa o dublete de isospin $u = \begin{pmatrix} u_p \\ u_n \end{pmatrix}$, onde u_p e u_n são os espinores do próton e nêutron respectivamente. Portanto, foi necessário substituir a matriz λ_3 pela matriz padrão de isospin τ_3 , e a matriz λ_8 pela matriz de identidade.

Da equação 2.26 (página 17)

$$V_{\alpha}^{CC} = \bar{u}_p(p') \left[\gamma_{\alpha} F_1^V(q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^{\beta} F_2^V(q^2) + \frac{q_{\alpha}}{M} F^S(q^2) \right] u_n(p), \tag{A.22}$$

obtém-se

$$V_{\alpha}^{CC} = \bar{u} \left[\gamma_{\alpha} F_1^V + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^{\beta} F_2^V \right] \frac{\tau_+}{2} u, \tag{A.23}$$

onde $\tau_+ = \tau_1 + i\tau_2$. Usando a hipótese de conservação da corrente vetorial e comparando as equações A.20 e A.23, chega-se a

$$F_{1,2}^v = F_{1,2}^V. \tag{A.24}$$

Desta forma, temos que

$$F_1^V(Q^2) = \frac{(G_E^p(Q^2) - G_E^n(Q^2)) + \tau(G_M^p(Q^2) - G_M^n(Q^2))}{1 + \tau} \tag{A.25}$$

e

$$F_2^V(Q^2) = \frac{(G_M^p(Q^2) - G_M^n(Q^2)) - (G_E^p(Q^2) - G_E^n(Q^2))}{1 + \tau}. \quad (\text{A.26})$$

Assim para a corrente carregada axial temos

$$A_\alpha^{CC} = \bar{u} \left[\gamma_\alpha \gamma_5 F_A + \frac{q_\alpha}{M} \gamma_5 F_P \right] \frac{\tau_+}{2} u. \quad (\text{A.27})$$

Para encontrar o fator de forma F_P , é assumido que ele é principalmente influenciado pela seguinte interação [Leitner, 2005, Towner and Hardy, 1995]

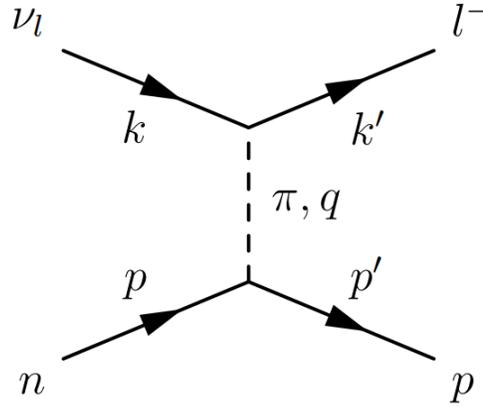


Figura A.1: Interação neutrino-núcleon mediada por um π . Figura extraída de [Leitner, 2005].

Para essa interação, temos que

$$A_\alpha^\pi = (-ig_{\pi NN} F_{\pi NN}(q^2) \bar{u} \gamma_5 \tau_+ u) \times \left(\frac{1}{m_\pi^2 - q^2} \right) \times (if_\pi q_\alpha), \quad (\text{A.28})$$

onde $g_{\pi NN}$ é a constante de acoplamento e $F_{\pi NN}$ é o fator de forma do vértice píon-núcleon.

Com a parte pseudo-escalar da equação A.27, é obtido

$$\frac{F_P(q^2)}{M} = \frac{2g_{\pi NN} F_{\pi NN}(q^2) f_\pi}{m_\pi^2 - q^2}. \quad (\text{A.29})$$

Dessa forma, temos que:

$$\partial^\alpha A_\alpha^{CC} = \bar{u}_p \left[2MF_A(q^2) + q^2 \frac{2g_{\pi NN} F_{\pi NN}(q^2) f_\pi}{m_\pi^2 - q^2} \right]. \quad (\text{A.30})$$

Para que a equação A.17 seja válida, é necessário que

$$MF_A(q^2) = g_{\pi NN}F_{\pi NN}(q^2)f_\pi, \quad (\text{A.31})$$

e assim é possível obter

$$F_P(q^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - q^2}F_A(q^2). \quad (\text{A.32})$$

Como no caso axial não temos uma correspondência com o caso eletromagnético (similar ao caso vetorial), será preciso realizar uma parametrização dipolar para o fator de forma axial [Bernard et al., 2001]

$$F_A(q^2) = \frac{g_A}{(1 - \frac{q^2}{M_A^2})^2}, \quad (\text{A.33})$$

onde $g_A = -1.267$ e o parâmetro de massa axial é $M_A = 1.026$ GeV.

A.4 Canal elástico de corrente neutra

Vamos partir da expressão das correntes vetorial e axial 2.46 e 2.47

$$V_\alpha^{NC} = \bar{u}_N(p') \left[\gamma_\alpha \tilde{F}_1^N(q^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta \tilde{F}_2^N(q^2) \right] u_N(p), \quad (\text{A.34})$$

e

$$-A_\alpha^{NC} = \bar{u}_N(p') \left[\gamma_\alpha \gamma_5 \tilde{F}_A(q^2) + \frac{q_\alpha}{M} \gamma_5 \tilde{F}_P(q^2) \right] u_N(p), \quad (\text{A.35})$$

onde $(N = p, n)$, $\tilde{F}_{1,2}^N$ são os fatores de forma vetoriais, \tilde{F}_A^N é o fator de forma axial e \tilde{F}_P^N o fator de forma pseudo-escalar. Note-se que da mesma forma que o caso quase-elástico de corrente carregada, os fatores de forma tensorial e escalar são nulos. Anteriormente foi demonstrado que (equação A.12)

$$V_\alpha^{NC} = (1 - \sin^2 \theta_W) V_\alpha^3 - 2 \sin^2 \theta_W \frac{1}{2} J_\alpha^Y - \frac{1}{2} J_\alpha^S. \quad (\text{A.36})$$

Usando a expressão A.18

$$F_{1,2}^{v,s} = F_{1,2}^p \mp F_{1,2}^n, \quad (\text{A.37})$$

as equações A.20 e A.21

$$V_\alpha^3 = \bar{u} \left[\gamma_\alpha F_1^v + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^v \right] \frac{\tau_3}{2} u, \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{1}{2} J_\alpha^Y = \bar{u} \left[\gamma_\alpha F_1^S + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^S \right] \frac{\mathbf{1}}{2} u, \quad (\text{A.39})$$

e tomando a corrente J_α^S de forma similar às duas anteriores,

$$\frac{1}{2} J_\alpha^S = \bar{u} \left[\gamma_\alpha F_1^S + \frac{i}{2M} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta F_2^S \right] \frac{\mathbf{1}}{2} u, \quad (\text{A.40})$$

é possível relacionar os fatores de forma das equações A.12 e 2.47 com os fatores de forma de Dirac e Pauli (equações 2.35 e 2.36) e os novos fatores de forma vetoriais $F_{1,2}^S$. Igualando as equações A.12 e A.36 e usando as relações A.37–A.40, obtemos

$$2\tilde{F}_{1,2}^{n,p} = \pm(1 - 2\sin^2 \theta_W) F_{1,2}^v - \sin^2 \theta_W F_{1,2}^S - \frac{1}{2} F_{1,2}^S. \quad (\text{A.41})$$

Para a parte axial, temos a equação A.14

$$A_\alpha^{NC} = A_\alpha^3 + \frac{1}{2} A_\alpha^S. \quad (\text{A.42})$$

Aplicando a hipótese de conservação parcial da corrente axial e a equação A.42, obtemos

$$A_\alpha^3 = A_\alpha^{CC} = \bar{u} \left[\gamma_\alpha \gamma_5 F_A + \frac{q_\alpha}{M} \gamma_5 F_P \right] \frac{\tau_+}{2} u. \quad (\text{A.43})$$

Para a corrente A_α^S , tomamos

$$\frac{1}{2} A_\alpha^S = \bar{u} \left[\gamma_\alpha \gamma_5 F_A^S + \frac{q_\alpha}{M} \gamma_5 F_P^S \right] \frac{\tau_3}{2} u. \quad (\text{A.44})$$

Igualando as equações 2.47 e A.42, e usando as equações A.43 e A.44, obtemos que

$$2\tilde{F}_{A,P}^{p,n} = \pm F_{A,P} + F_{A,P}^S. \quad (\text{A.45})$$

Nas expressões anteriores, os fatores de forma $F_{1,2}^v$, $F_{1,2}^S$, $F_{A,P}$ são os mesmos que os obtidos na

interação quase-elástica de corrente carregada.

Para os fatores de forma F_1^S , F_2^S , F_A^S , vamos usar a parametrização utilizada em [Leitner, 2005] [Garvey et al., 1993]

$$F_1^S(Q^2) = \frac{0.53Q^2}{(1 + \tau)(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2}, \quad (\text{A.46})$$

$$F_2^S(Q^2) = \frac{-0.40}{(1 + \tau)(1 + \frac{Q^2}{M_V^2})^2}, \quad (\text{A.47})$$

e

$$F_A^S(Q^2) = \frac{-0.21}{(1 + \frac{Q^2}{M_A^2})^2}. \quad (\text{A.48})$$

B | CORRENTES VETORIAL E AXIAL DO MODELO DE REIN-SEHGAL

B.1 Corrente vetorial

A interação eletro-fracas vetorial é introduzida através do seguinte acoplamento:

$$\not{p}_a \rightarrow \not{p}_a - e_a \not{A}, \quad (\text{B.1})$$

onde e_a é a matriz de isospin. No caso da corrente neutra, $e_a = \frac{1}{2}\tau_3 - 2\sin^2\theta_W \cdot \tau_{em}$, e no caso da corrente carregada, $e_a = \tau_+$. A_μ é o campo vetorial que representa o bóson de intercâmbio. Assim, substituindo B.1 em 3.38, o termo do hamiltoniano de interação de primeira ordem é

$$\delta K_a^V = 3 \sum_a e_a (\not{p}_a \not{A} + \not{A} \not{p}_a). \quad (\text{B.2})$$

Tomando o campo vetorial com uma polarização e_μ e momento q_μ

$$\not{A} = \not{\epsilon} e^{iqu_a}, \quad (\text{B.3})$$

obtem-se

$$\delta K_a^V = 3 \sum_a e_a (\not{p}_a \not{\epsilon} e^{iqu_a} + \not{\epsilon} e^{iqu_a} \not{p}_a) = J_\mu^V e_\mu, \quad (\text{B.4})$$

ou

$$J_\mu^V = 3 \sum_a e_a (\not{p}_a \gamma_\mu e^{iqu_a} + \gamma_\mu e^{iqu_a} \not{p}_a). \quad (\text{B.5})$$

Da propriedade ¹

$$\not{p}_a e^{iqu_a} = e^{iqu_a} (\not{p}_a - \not{q}), \quad (\text{B.6})$$

temos que

$$J_\mu^V e_\mu = 9e_a e^{iqu_a} [2(p_a e) - q \not{e}], \quad (\text{B.7})$$

na equação anterior, o fator 9 aparece devido à simetria do bárion em relação a seus três quarks. O efeito de aplicar o operador anterior a cada quark do bárion e somar, e o mesmo que aplicar o operador apenas ao primeiro quark e multiplicar por três.

Usando as matrizes de Dirac

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$\vec{\alpha} = \gamma_0 \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

pode-se escrever, para $q = (v, \vec{Q})$

$$q \not{e} = v e_0 - v \vec{\alpha} \cdot \vec{e} + e_0 \vec{\alpha} \vec{Q} + (\vec{\gamma} \cdot \vec{Q})(\vec{\gamma} \cdot \vec{e}). \quad (\text{B.10})$$

Na equação de acima podem ser desenvolvido o seguinte termo

$$(\vec{\gamma} \cdot \vec{Q})(\vec{\gamma} \cdot \vec{e}) = -(\vec{\sigma} \cdot \vec{Q})(\vec{\sigma} \cdot \vec{e}) = -(\vec{Q} \cdot \vec{e}) - i \vec{\sigma} \cdot (\vec{Q} \times \vec{e}), \quad (\text{B.11})$$

onde $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ é o vetor das matrizes de Pauli.

Assim teremos

$$J_\mu^V e_\mu = 9e_a e^{iqu_a} [(2\varepsilon_a - v)e_0 - \vec{\alpha}_a(e_0 \vec{Q} - v \vec{e}) - (2\vec{p}_a - \vec{Q})\vec{e} + i \vec{\sigma}_a(\vec{Q} \times \vec{e})]. \quad (\text{B.12})$$

Para calcular os elementos matriciais da expressão anterior, são usadas as soluções da equação de

¹ Ao aplicar $[A, B^n] = nB^{n-1}C$, onde $C = [A, B]$.

Dirac para os espinores dos núcleons incidente u_1 e espalhado \bar{u}_2 :

$$u_1 = \sqrt{\frac{E_1 + M}{2M}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1}{E_1 + M} \end{pmatrix} \chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \chi_1, \quad (\text{B.13})$$

$$\bar{u}_2 = \sqrt{\frac{E_2 + W}{2W}} \left(1, -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_2}{E_2 + W} \right) = g \chi_2^\dagger \left(1, \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{Q}}{2Wg^2} \right) \quad (\text{B.14})$$

Na solução anterior utilizou-se o referencial onde o núcleon incidente está em repouso, para o qual tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{P}_1 &= 0, \\ \vec{P}_2 &= -\vec{Q}, \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$E_2 = (M^2 + W^2 - q^2)/2M, \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{v} = (M^2 - W^2 + q^2)/2M, \quad (\text{B.17})$$

$$g^2 = \frac{E_2 + W}{2W} = \frac{(M + W)^2 - q^2}{4MW}. \quad (\text{B.18})$$

A contribuição dos quarks “b” e “c” é

$$\bar{u}_{2b} u_{1b} = g(\chi_{2b}^\dagger \chi_{1b}), \quad (\text{B.19})$$

$$\bar{u}_{2c} u_{1c} = g(\chi_{2c}^\dagger \chi_{1c}), \quad (\text{B.20})$$

portanto, finalmente obtém-se

$$\begin{aligned} J_\mu^V e_\mu &= 9e_a g^3 e^{iqu_a} \chi_{2a}^\dagger \left\{ (2\varepsilon_a - \mathbf{v} - \frac{Q^2}{2Wg^2}) e_0 \right. \\ &\quad \left. - 2\vec{p}_a \vec{e} + [\vec{Q} \vec{e} + i\vec{\sigma}_a (\vec{Q} \times \vec{e})] \left(1 + \frac{\mathbf{v}}{2Wg^2} \right) \right\} \chi_{1a}. \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

O expoente e^{iqu_a} pode ser transformado utilizando-se a relação $u_a = R - 2x$ (equação 3.39)

$$e^{iqu_a} = e^{iqR} e^{-2iqx}. \quad (\text{B.22})$$

Tomando $R = 0$ e a equação 3.42, chega-se a

$$e^{iqua} = e\left[-\sqrt{\frac{2}{\Omega}}(a^\dagger - a)q\right] = e\frac{q^2}{\Omega}e^{-\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa^\dagger}e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}. \quad (\text{B.23})$$

Para colocar o termo $e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}$ no final da matriz de elementos B.21, será preciso trabalhar com o seguinte termo

$$e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}2ep_a, \quad (\text{B.24})$$

já que $2ep_a$ é a parte da matriz B.21 que não comuta com $e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}$.

O quadrimomento p_a depende do momento P_1 do núcleo incidente e do momento interno ξ

$$p_a = \frac{1}{3}(P_1 - \xi), \quad (\text{B.25})$$

dessa forma, usando $\xi = \sqrt{\frac{\Omega}{2}}(a^\dagger + a)$ e a equação 3.44, chega-se a

$$e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}\xi = \left[\sqrt{\frac{\Omega}{2}}(a^\dagger + a) - q\right]e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}, \quad (\text{B.26})$$

portanto,

$$e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}2ep_a = \left(\frac{2}{3}eP_1 - \frac{2}{3}e\left[\sqrt{\frac{\Omega}{2}}(a^\dagger + a) - q\right]\right)e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}, \quad (\text{B.27})$$

ou

$$e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}2ep_a = \left\{\left(\frac{2}{3}M + \frac{2}{3}\mathbf{v} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{\Omega}{2}}(a_0^\dagger + a_0)\right)e_0 - \frac{2}{3}\vec{e}\left(\sqrt{\frac{\Omega}{2}}(\vec{a}^\dagger + \vec{a}) - \vec{Q}\right)\right\}. \quad (\text{B.28})$$

Assim, obtém-se a expressão para a corrente vetorial

$$J_\mu^V e_\mu = 9e_a g^3 e^{-\frac{q^2}{\Omega}} e^{-\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa^\dagger} \left\{ \left[\frac{2}{3}M - \frac{1}{3}\mathbf{v} - \frac{Q^2}{2Wg^2} - \sqrt{\frac{\Omega}{2}}(a_0^\dagger + a_0) \right] e_0 + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{\Omega}{2}}(\vec{a}^\dagger + \vec{a})\vec{e} + \vec{Q}\vec{e}\left(\frac{1}{3} + \frac{\mathbf{v}}{2Wg^2}\right) + i\vec{\sigma}_a(\vec{Q} \times \vec{e})\left(1 + \frac{\mathbf{v}}{2Wg^2}\right) \right\} e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}}qa}. \quad (\text{B.29})$$

No trabalho original onde foi apresentado o modelo anterior [Ravndal, 1971], foi realizada a subs-

tituição $g^3 e^{-\frac{q^2}{\Omega}}$ pelo fator de forma vetorial de transição

$$G^V(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{1/2-n} \left(\frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_V^2}}\right)^2, \quad (\text{B.30})$$

onde $m_V = 0.84 \text{ GeV}/c$ e n é o número de excitação da ressonância formada.

Usando as expressões 3.22-3.24 pode-se calcular

$$F_{\pm}^V = e_{R,L}^{\mu} J_{\mu}^V = -9e_a e^{+\lambda a_z^{\dagger}} (R^V \sigma_{\pm} + T^V a_{\pm}), \quad (\text{B.31})$$

$$F_0^V = \sqrt{\frac{-q^2}{Q^2}} \frac{W}{M} e_S^{\mu} J_{\mu}^V = 9e_a e^{+\lambda a_z^{\dagger}} S, \quad (\text{B.32})$$

onde

$$\begin{aligned} \lambda &= \sqrt{\frac{2}{\Omega}} \frac{M}{W} Q \\ T^V &= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} G^V(q^2) = T \\ R^V &= \sqrt{2} \frac{M}{W} \frac{(W+M)Q}{(W+M)^2 - q^2} G^V(q^2) = R \\ S &= \left(\frac{-q^2}{Q^2}\right) \frac{3WM + q^2 - M^2}{6M^2} G^V(q^2). \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

Para obter as fórmulas anteriores, não se considera o operador a^{\dagger} da exponencial da equação B.29, pois $a^{\dagger} |\mathcal{N}^*\rangle = 0$. A parte temporal a_0^{\dagger} e a_0 também não são usadas, já que as ressonâncias são consideradas como excitações da parte geométrica do núcleon. O vetor \vec{Q} é tomado na direção z , por isso no exponencial temos apenas essa componente do operador a^{\dagger} .

Como exemplo mostraremos como são obtidos os termos F_+^V , T e R . Partindo das definições

$$F_+^V = \frac{1}{2W} e_R^{\mu} J_{\mu}^V, \quad (\text{B.34})$$

e

$$e_R = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, -1, -i, 0), \quad (\text{B.35})$$

temos que

$$F_+^V = \frac{9\tau^-}{2\sqrt{2}W} G_V \left\{ -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} (a_x + ia_y) + i\vec{\sigma}(\vec{Q} \times \vec{e}_R) \left(1 + \frac{\mathbf{v}}{2Wg^2}\right) \right\} e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}} q \cdot a}. \quad (\text{B.36})$$

O termo do produto vetorial é

$$i\vec{\sigma}(\vec{Q} \times \vec{e}_R) = -2\sigma_+ Q, \quad (\text{B.37})$$

portanto

$$F_+^V = \frac{9\tau^-}{2\sqrt{2}W} G_V \left\{ -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} (a_x + ia_y) - 2\sigma_+ Q \left(1 + \frac{v}{2Wg^2} \right) \right\} e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}} q \cdot a}. \quad (\text{B.38})$$

Considerando que o termo de corrente vetorial é invariante de Lorentz, pode-se utilizar o referencial de repouso da ressonância RRF , $q = (v^*, \vec{Q}^*)$. É necessário trabalhar nesse referencial, pois é nele onde é definido o modelo relativístico de quarks. Para passar ao referencial da ressonância devemos simplesmente efetuar a substituição $v, \vec{Q} \rightarrow v^*, \vec{Q}^*$. Uma vez determinadas as expressões de corrente, é preciso voltar ao referencial de laboratório para comparar com os dados experimentais. A transformação entre as variáveis de laboratório v, \vec{Q} e as de o RRF é a seguinte

$$\frac{Q^*}{Q} = \frac{M}{W}, \quad q^2 = v^2 - Q^2 = v^{*2} - Q^{*2}. \quad (\text{B.39})$$

Desa forma temos que

$$e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}} q \cdot a} = e^{-\sqrt{\frac{2}{\Omega}} Q^* a_z} = e^{-\sqrt{\frac{2}{\Omega}} Q \frac{M}{W} a_z} = e^{-\lambda a_z}. \quad (\text{B.40})$$

Como $a_x + ia_y = \sqrt{2}a_-$, obtém-se

$$F_+^V = \frac{9\tau^-}{2\sqrt{2}W} G_V \left\{ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} a_- - 2\sigma_+ Q \left(1 + \frac{v}{2Wg^2} \right) \right\} e^{\lambda a_z}. \quad (\text{B.41})$$

Pode-se mostrar que

$$v^* = \frac{-q^2 + M^2 - W^2}{2W}, \quad (\text{B.42})$$

e como

$$g^2 = \frac{(W + M)^2 - q^2}{4MW} \quad (\text{B.43})$$

então

$$1 - \frac{v^*}{2Mg^2} = \frac{2W(W + M)}{(W + M)^2 - q^2}, \quad (\text{B.44})$$

portanto

$$F_+^V = 9\tau^- \left\{ -\frac{G_V}{3W} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} a_- - \sqrt{2} G_V \frac{M}{W} Q \frac{W+M}{(W+M)^2 - q^2} \sigma_+ \right\} e^{\lambda a_z}, \quad (\text{B.45})$$

onde, substituindo os termos T e R de B.33 é obtida a equação de F_+^V em B.31.

B.2 Corrente axial

Para a corrente axial, o acoplamento é

$$\not{p}_a \rightarrow \not{p}_a - e_a \gamma_5 \not{A}. \quad (\text{B.46})$$

De forma tal que a interação no operador hamiltoniano fica ²

$$\delta K^A = 3 \sum_a e_a [\not{p}_a \gamma_5 \not{\epsilon} e^{iqu_a} + \gamma_5 \not{\epsilon} e^{iqu_a} \not{p}_a]. \quad (\text{B.47})$$

Bem como a corrente vetorial, teremos

$$J_\mu^A e_\mu = 9e_a e^{iqu_a} [\not{p}_a \gamma_5 \not{\epsilon} e^{iqu_a} + \gamma_5 \not{\epsilon} e^{iqu_a} \not{p}_a]. \quad (\text{B.48})$$

Considerando que $\{\gamma_\mu \gamma_5 - \gamma_5 \gamma_\mu\} = 0$, e usando a relação B.6 ³, obtém-se

$$\begin{aligned} J_\mu^A e_\mu &= 9e_a e^{iqu_a} [\gamma_5 (\not{\epsilon} \not{p}_a - \not{p}_a \not{\epsilon}) + \gamma_5 \not{q} \not{\epsilon}] \\ &= 9e_a e^{iqu_a} [2\gamma_5 (p_a e) - 2\gamma_5 \not{p}_a \not{\epsilon} + \gamma_5 \not{q} \not{\epsilon}]. \end{aligned} \quad (\text{B.49})$$

Desenvolvendo os produtos $\gamma_5 \not{p}_a \not{\epsilon}$ e $\gamma_5 \not{q} \not{\epsilon}$

$$\gamma_5 \not{p}_a \not{\epsilon} = \gamma_5 [\epsilon_e e_0 - (\vec{\sigma}_a \vec{p}_a)(\vec{\sigma}_a \vec{\epsilon})] + \vec{\sigma}_a (e_0 \vec{p}_a - \epsilon \vec{e}), \quad (\text{B.50})$$

$$\gamma_5 \not{q} \not{\epsilon} = \gamma_5 [v e_0 - (\vec{\sigma}_a \vec{Q})(\vec{\sigma}_a \vec{\epsilon})] + \vec{\sigma}_a (e_0 \vec{Q} - v \vec{e}), \quad (\text{B.51})$$

²Considerando $\not{A} = \not{\epsilon} e^{iqu_a}$

³Relação B.6: $\not{p}_a e^{iqu_a} = e^{iqu_a} (\not{p}_a - \not{q})$

e obtendo os elementos matriciais $\bar{u}_2 J_\mu^A e_\mu u_1$ com os espinores \bar{u}_2 e u_1 das equações B.13, B.14, encontramos

$$\begin{aligned}
 J_\mu^A e_\mu &= 9e_a e^{iqu_a} e_a \left\{ \frac{\vec{\sigma}_a \vec{Q}}{2Wg^2} [2(e_0 \varepsilon_a - \vec{e} \vec{p}_a) \right. \\
 &\quad - 2(\varepsilon_a e_t - (\vec{\sigma}_a \vec{p}_a)(\vec{\sigma}_a \vec{Q})) + \nu e_0 - (\vec{\sigma}_a \vec{Q})(\vec{\sigma}_a \vec{e})] \\
 &\quad \left. - 2(e_0(\vec{\sigma}_a \vec{p}_a) - \varepsilon_a(\vec{\sigma}_a \vec{e})) + e_0(\vec{\sigma}_a \vec{Q}) - \nu(\vec{\sigma}_a \vec{e}) \right\}.
 \end{aligned} \tag{B.52}$$

Agrupando os termos similares

$$\begin{aligned}
 J_\mu^A e_\mu &= 9e_a e^{iqu_a} e_a \left\{ (\vec{\sigma}_a \vec{Q}) \left(1 + \frac{\nu}{2Wg^2}\right) e_0 \right. \\
 &\quad + \frac{\vec{\sigma}_a \vec{Q}}{2Wg^2} \left[2i\vec{\sigma}_a(\vec{p}_a \times \vec{e}) - (\vec{Q}\vec{e}) - i\vec{\sigma}_a(\vec{Q} \times \vec{e}) \right] \\
 &\quad \left. + (2\varepsilon_a - \nu)(\vec{\sigma}_a \vec{e}) - 2(\vec{\sigma}_a \vec{p}_a) e_0 \right\},
 \end{aligned} \tag{B.53}$$

e usando as seguintes relações

$$(\vec{\sigma} \vec{Q}) [-i\vec{\sigma}(\vec{Q} \times \vec{e})] = (\vec{\sigma} \vec{Q})(\vec{Q}\vec{e}) - (\vec{\sigma}\vec{e})Q^2, \tag{B.54}$$

$$(\vec{\sigma} \vec{Q}) [\vec{\sigma}(\vec{p}_a \times \vec{e})] = -i(\vec{\sigma}\vec{e})(\vec{Q}\vec{p}_a), \tag{B.55}$$

obtem-se

$$\begin{aligned}
 J_\mu^A e_\mu &= 9e_a e^{iqu_a} e_a \left\{ (\vec{\sigma}_a \vec{Q}) \left(1 + \frac{\nu}{2Wg^2}\right) e_0 \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2Wg^2} \left[2i\vec{p}_a(\vec{e} \times \vec{Q}) - 2(\vec{\sigma}_a \vec{p}_a)(\vec{Q}\vec{e}) + 2(\vec{\sigma}_a \vec{e})(\vec{Q}\vec{p}_a) \right] \\
 &\quad \left. + (2\varepsilon_a - \nu - \frac{Q^2}{2Wg^2})(\vec{\sigma}_a \vec{e}) - 2(\vec{\sigma}_a \vec{p}_a) e_0 \right\}.
 \end{aligned} \tag{B.56}$$

Fazendo o mesmo procedimento das equações B.23–B.28 para obter B.29, a expressão final para a corrente axial é

$$\begin{aligned}
J_\mu^A e_\mu &= 9e_a g^3 e^{-\frac{q^2}{\Omega}} e^{-\sqrt{\frac{2}{\Omega}} q a^\dagger} \left\{ (\vec{\sigma}_a \vec{Q}) \left[\frac{1}{3} e_0 + \frac{v e_0}{2Wg^2} \right] \right. \\
&+ (\vec{\sigma}_a \vec{e}) \left[\frac{2}{3} M - \frac{1}{3} v - \frac{1}{3} \frac{Q^2}{2Wg^2} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} (a_0^\dagger + a_0) - \frac{2}{3} \frac{\vec{Q}(\vec{a} + \vec{a}^\dagger)}{2Wg^2} \right] \\
&\left. + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} \vec{\sigma}_a (\vec{a}^\dagger + \vec{a}) \left[e_0 + \frac{\vec{Q}\vec{e}}{2Wg^2} \right] + i \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} (\vec{a} + \vec{a}^\dagger) \frac{\vec{Q} \times \vec{e}}{2Wg^2} \right\} e^{\sqrt{\frac{2}{\Omega}} q a}. \quad (B.57)
\end{aligned}$$

Com a expressão anterior podemos então calcular

$$F_\pm^A = e_{R,L}^\mu J_\mu^A = \pm 9e_a e^{+\lambda a_z^\dagger} (R^A \sigma_\pm + T^A a_\mp), \quad (B.58)$$

$$F_0^A = \sqrt{\frac{-q^2 W}{Q^2}} \frac{W}{M} e_S^\mu J_\mu^A = -9e_a + e^{+\lambda a_z^\dagger} [C \sigma_z + B(\vec{\sigma} \vec{a})], \quad (B.59)$$

onde

$$\begin{aligned}
T^A &= \frac{3}{2} Z \sqrt{\frac{\Omega}{2}} \frac{M}{W} \frac{Q}{(W+M)^2 - q^2} G^A(q^2) \\
R^A &= \frac{Z\sqrt{2}}{6W} \left(W + M + \frac{2n\Omega W}{(W+M)^2 - q^2} G^A(q^2) \right) \\
C &= \frac{Z}{6MQ} \left(W^2 - M^2 + n\Omega \frac{W^2 - M^2 + q^2}{(W+M)^2 - q^2} \right) G^A(q^2) \\
B &= \frac{Z}{3W} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} \left(1 + \frac{W^2 - M^2 + q^2}{(W+M)^2 - q^2} \right) G^A(q^2). \quad (B.60)
\end{aligned}$$

Igualmente à corrente vetorial, substitui-se $g^3 e^{-\frac{q^2}{\Omega}}$ pelo fator de forma axial de transição

$$G^A(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{4M^2} \right)^{1/2-n} \left(\frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_A^2}} \right)^2, \quad (B.61)$$

onde $m_A = 0.95 \text{ GeV}/c^2$

C | ESPECTRO DE RESSONÂNCIAS BARIÔNICAS

C.1 Estado bariônico dentro do grupo SU(6)

Para completar o modelo só falta determinar como os operadores F^{CC} e F^{NC} agem sob $|n\rangle$ e $|N^*\rangle$. [Feynman et al., 1971] usaram o grupo SU(6) para a construção dos estados bariônicos anteriores, de forma tal que um estado $|N\rangle$ é formado pela combinação de estados de spin $|spin\rangle$, de spin unitário $|spin_u\rangle$ e de excitação radial $|R\rangle$. Os estados são construídos de forma que apresentem uma das seguintes simetrias: simétrico (S), simetria mista (α, β) e antissimétrico A. Considerando um bárion onde o primeiro quark está no estado x , o segundo no estado y e o terceiro no estado z , as simetrias mencionadas são definidas da seguinte maneira:

$$|S\rangle = |xyz\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{6}}(|xyz\rangle + |xzy\rangle + |yxz\rangle + |yzx\rangle + |zxy\rangle + |zyx\rangle), \quad (C.1)$$

$$|\alpha\rangle = |xyz\rangle_\alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}(|xyz\rangle + |xzy\rangle + |yxz\rangle - 2|zxy\rangle - 2|zyx\rangle), \quad (C.2)$$

$$|\beta\rangle = |xyz\rangle_\beta = \frac{1}{2}(|xyz\rangle - |xzy\rangle + |yxz\rangle - |yzx\rangle), \quad (C.3)$$

$$|A\rangle = |xyz\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{6}}(-|xyz\rangle + |xzy\rangle - |yzx\rangle + |yxz\rangle - |zxy\rangle + |zyx\rangle). \quad (C.4)$$

Nos estados anteriores, se há dois estados iguais, $x = y$, a soma $|xyz\rangle + |yxz\rangle$ é $\sqrt{2}|xxz\rangle$. No caso $x = y = z$ o único estado diferente de zero é $|xxx\rangle_S$. Na combinação de dois estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ será

obtido um estado com alguma simetria descrita anteriormente:

$$\begin{aligned}
|1\rangle_S |2\rangle_S &= |\rangle_S, & |1\rangle_S |2\rangle_\alpha &= |\rangle_\alpha, \\
|1\rangle_S |2\rangle_\beta &= |\rangle_\beta, & |1\rangle_S |2\rangle_A &= |\rangle_A, \\
|1\rangle_A |2\rangle_S &= |\rangle_A, & |1\rangle_A |2\rangle_\alpha &= |\rangle_\beta, \\
-|1\rangle_A |2\rangle_\beta &= |\rangle_\alpha, & |1\rangle_A |2\rangle_A &= |\rangle_S, \\
\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_\alpha |2\rangle_\alpha + |1\rangle_\beta |2\rangle_\beta) &= |\rangle_S, \\
\frac{1}{\sqrt{2}}(-|1\rangle_\alpha |2\rangle_\alpha + |1\rangle_\beta |2\rangle_\beta) &= |\rangle_\alpha, \\
\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_\alpha |2\rangle_\beta + |1\rangle_\beta |2\rangle_\alpha) &= |\rangle_\beta, \\
\frac{1}{\sqrt{2}}(-|1\rangle_\alpha |2\rangle_\beta + |1\rangle_\beta |2\rangle_\alpha) &= |\rangle_A.
\end{aligned} \tag{C.5}$$

Estado do spin

O estado de spin é construído tomando os possíveis valores de componente $s_z = \pm \frac{1}{2}$ de spin que pode ter cada quark: $x, y, z = \pm \frac{1}{2} = \pm$. Para o estado de spin $\frac{3}{2}$ temos:

$$\begin{aligned}
\left| \frac{3}{2}, +\frac{3}{2} \right\rangle_S &= |+++ \rangle_S, \\
\left| \frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle_S &= |++- \rangle_S, \\
\left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_S &= |+- - \rangle_S, \\
\left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle_S &= |--- \rangle_S.
\end{aligned} \tag{C.6}$$

Para o spin $\frac{1}{2}$ temos

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle_{\alpha} &= |++-\rangle_{\alpha}, \\
 \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_{\alpha} &= -|--+\rangle_{\alpha}, \\
 \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle_{\beta} &= |++-\rangle_{\beta}, \\
 \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_{\beta} &= -|--+\rangle_{\beta}.
 \end{aligned} \tag{C.7}$$

Para formar os estados de acima, o spin total é obtido como a soma do spin dos três quarks, ou seja, considerando a soma através dos coeficientes de Clebsch–Gordan. Essa soma é a que determina a possível simetria do estado spin total, neste caso "S" para o spin 3/2 e " α " ou " β " para o spin 1/2.

Estado do spin unitário

Para o spin unitário, cada quark pode ter três valores: u, d, s . Usando isso, pode ser demonstrado que podem ser formado 10 estados simétricos, representados por $|\underline{10}\rangle_S$; 8 estados de simetria α , $|\underline{8}\rangle_{\alpha}$; 8 estados de simetria β , $|\underline{8}\rangle_{\beta}$; e um estado antissimétrico, $|\underline{1}\rangle_A$. Da mesma forma que o spin, o spin unitário dos quarks u, s podem ser representados como

Usando as propriedades C.5, obtêm-se os seguintes estados de combinação de spin e spin unitário:

$$\begin{aligned}
 |\underline{56}\rangle_S :^4 (\underline{10}) &= \left| \frac{3}{2} \right\rangle_S |\underline{10}\rangle_S, \\
 {}^2(\underline{8}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \right\rangle_{\alpha} |\underline{8}\rangle_{\alpha} + \left| \frac{1}{2} \right\rangle_{\beta} |\underline{8}\rangle_{\beta} \right)
 \end{aligned} \tag{C.8}$$

$$\begin{aligned}
|\underline{70}\rangle_\alpha :^4 (\underline{8})_\alpha &= \left| \frac{3}{2} \right\rangle_S |\underline{8}\rangle_\alpha, \\
{}^2(\underline{10})_\alpha &= \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\alpha |\underline{10}\rangle_S, \\
{}^2(\underline{8})_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(- \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\alpha |\underline{8}\rangle_\alpha + \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\beta |\underline{8}\rangle_\beta \right), \\
{}^2(\underline{1})_\alpha &= - \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\beta |\underline{1}\rangle_A
\end{aligned} \tag{C.9}$$

$$\begin{aligned}
|\underline{70}\rangle_\beta :^4 (\underline{8})_\beta &= \left| \frac{3}{2} \right\rangle_S |\underline{8}\rangle_\beta, \\
{}^2(\underline{10})_\beta &= \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\beta |\underline{10}\rangle_S, \\
{}^2(\underline{8})_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(- \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\alpha |\underline{8}\rangle_\beta + \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\beta |\underline{8}\rangle_\alpha \right), \\
{}^2(\underline{1})_\beta &= - \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\alpha |\underline{1}\rangle_A
\end{aligned} \tag{C.10}$$

$$\begin{aligned}
|\underline{20}\rangle_A :^4 (\underline{1})_A &= \left| \frac{3}{2} \right\rangle_S |\underline{1}\rangle_A, \\
{}^2(\underline{8})_A &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(- \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\alpha |\underline{8}\rangle_\beta + \left| \frac{1}{2} \right\rangle_\beta |\underline{8}\rangle_\alpha \right)
\end{aligned} \tag{C.11}$$

A equação C.8 quer dizer que, tomando todas as combinações possíveis de spin ($s_z = \pm \frac{1}{2}$) e de spin unitário (u, d, s), para os sistemas de três quarks, é possível formar 56 estados de simetria S. Com efeito, multiplicando os 10 estados $|\underline{10}\rangle_S$ pelas 4 combinações de estados $\left| \frac{3}{2} \right\rangle_S$ (equação C.6), obtém-se 40 estados ${}^4|\underline{10}\rangle_S$ e multiplicando os 8 estados $|\underline{8}\rangle_\alpha$ pelas 2 combinações de estados $\left| \frac{1}{2} \right\rangle_\alpha$, obtém-se 16 estados. Em total obtém-se 40+16=56 estados.

Estado orbital

O estado final do bárion $|B\rangle$ é obtido como as combinações dos estados construídos anteriormente (spin e spin isotópico) e o estado orbital $|R\rangle$, de forma que o bárion é constituído por um estado puramente simétrico $|B\rangle = | \rangle_S$ [Ravndal, 1971]. O estado básico orbital $|g\rangle$ ($N = 0$) é

simétrico, portanto, usando as relações C.5 só é possível obter o seguinte estado simétrico total

$$|B\rangle = |\underline{56}, 0\rangle = |\underline{56}\rangle_S |g\rangle, \quad (\text{C.12})$$

onde $|\underline{56}\rangle_S$ foi achado em C.8. O primeiro estado excitado ($N = 1$) é formado da seguintes operações: $a^\dagger |g\rangle$ ou $b^\dagger |g\rangle$. O estado $a^\dagger |g\rangle$ tem simetria α e o estado $b^\dagger |g\rangle$ tem simetria β . Com efeito, usando as relações 3.39 e 3.42 chega-se a

$$a^\dagger = \sqrt{\frac{1}{2\Omega}}(p_z + p_y - 2p_x) + \frac{i}{6}\sqrt{\frac{\Omega}{2}}(u_z + u_y - u_x), \quad (\text{C.13})$$

$$b^\dagger = \sqrt{\frac{3}{2\Omega}}(p_y - p_z) + \frac{i}{2}\sqrt{\frac{\Omega}{6}}(u_y - u_z). \quad (\text{C.14})$$

Note-se como a^\dagger e b^\dagger são respectivamente simétrico e antissimétrico em relação à troca dos quarks y e z . Os estados para este primeiro nível de excitação são representados assim

$$|1\rangle_\alpha^1 = a^\dagger |g\rangle, \quad (\text{C.15})$$

$$|1\rangle_\beta^1 = b^\dagger |g\rangle, \quad (\text{C.16})$$

onde o número 1 acima do símbolo $| \rangle$ que dizer que estamos no nível $N = 1$.

Usando C.5, C.9 e C.10 é obtido o estado simétrico para $|B\rangle^1$:

$$|\underline{70}, 1\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\underline{70}\rangle_\alpha |1\rangle_\alpha^1 + |\underline{70}\rangle_\beta |1\rangle_\beta^1). \quad (\text{C.17})$$

Para esse nível temos que o momento angular orbital $L = 1$, e que as diferentes componentes L_z são construídas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} |1, -1\rangle_\alpha &= a_-^\dagger |g\rangle, & |1, -1\rangle_\beta &= b_-^\dagger |g\rangle \\ |1, 0\rangle_\alpha &= a_z^\dagger |g\rangle, & |1, 0\rangle_\beta &= a_z^\dagger |g\rangle \\ |1, +1\rangle_\alpha &= a_+^\dagger |g\rangle, & |1, +1\rangle_\beta &= b_+^\dagger |g\rangle. \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

Na equação C.17, a componente L_z a ser usada depende da componente z do spin total J_z de-

sejada nas relações 3.37. Por exemplo, para o termo $f_{+1} = \langle N, -1/2 | F_+ | R, 1/2 \rangle$ da ressonância $S_{31}(1620)$, temos que $J_z = 1/2$. Segundo sua nomenclatura ${}^2(10)_{1/2}[70, 1^-]$ [Ravndal, 1973] obtém-se $J = 1/2$, $S = 1/2$, $L = 1$ e $P = -1$, portanto, será necessário combinar $L = |1\rangle$ e $S = |1/2, +1/2\rangle$ para obter $J = |1/2, +1/2\rangle$:

$$\left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |1, +1\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |1, 0\rangle \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle. \quad (\text{C.19})$$

Dessa forma, usando a relação de acima e as equações C.9, C.10 e C.17 temos que

$$\begin{aligned} |S_{31}(1620)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 10 |_S \left[\sqrt{\frac{2}{3}} |1, +1\rangle_\alpha \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_\alpha - \sqrt{\frac{1}{3}} |1, 0\rangle_\alpha \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle_\alpha \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{2}{3}} |1, +1\rangle_\beta \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_\beta - \sqrt{\frac{1}{3}} |1, 0\rangle_\beta \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle_\beta \right]. \quad (\text{C.20}) \end{aligned}$$

No caso $N = 2$, teremos duas excitações do tipo C.15 e C.16, que devem ser combinadas utilizando as relações C.5 para obter os estados de $L = 2, 1, 0$:

$$\begin{aligned} |2\rangle_S^2, |0\rangle_S^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_\alpha^1 |1\rangle_\alpha^1 + |1\rangle_\beta^1 |1\rangle_\beta^1) \\ |2\rangle_\alpha^2, |0\rangle_\beta^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-|1\rangle_\alpha^1 |1\rangle_\alpha^1 + |1\rangle_\beta^1 |1\rangle_\beta^1) \\ |2\rangle_\beta^2, |0\rangle_\alpha^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_\alpha^1 |1\rangle_\beta^1 + |1\rangle_\beta^1 |1\rangle_\alpha^1) \\ |1\rangle_A^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-|1\rangle_\alpha^1 |1\rangle_\beta^1 + |1\rangle_\beta^1 |1\rangle_\alpha^1), \quad (\text{C.21}) \end{aligned}$$

onde as componentes em z têm que ser combinadas em dependência da componente L_z total. Por exemplo, o termo $|2, 0\rangle_S^2$ é

$$|2, 0\rangle_S^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(|1, +1\rangle |1, -1\rangle + 2 |1, 0\rangle |1, 0\rangle + |1, -1\rangle |1, +1\rangle \right). \quad (\text{C.22})$$

Substituindo a equação de acima em C.21 obtém-se

$$|2,0\rangle_S^2 = \frac{1}{\sqrt{12}} \left(|1,+1\rangle_\alpha |1,-1\rangle_\alpha + 2|1,0\rangle_\alpha |1,0\rangle_\alpha + |1,-1\rangle_\alpha |1,+1\rangle_\alpha \right. \\ \left. |1,+1\rangle_\beta |1,-1\rangle_\beta + 2|1,0\rangle_\beta |1,0\rangle_\beta + |1,-1\rangle_\beta |1,+1\rangle_\beta \right), \quad (\text{C.23})$$

ou

$$|2,0\rangle_S^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(|1,+1\rangle_\alpha |1,-1\rangle_\alpha + \sqrt{2}|1,0\rangle_\alpha |1,0\rangle_\alpha + |1,+1\rangle_\beta |1,-1\rangle_\beta + \sqrt{2}|1,0\rangle_\beta |1,0\rangle_\beta \right). \quad (\text{C.24})$$

Efetuada todas as combinações de componentes z de momento em C.21, pode ser demonstrado que só é possível formar as simetrias definidas nessas relações. Por exemplo, mostremos que o estado $|1,+1\rangle_S^2$ não existe. Com efeito, ao somar dos estados com $L = 1$

$$|1,+1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|1,+1\rangle |1,0\rangle - |1,0\rangle |1,+1\rangle \right), \quad (\text{C.25})$$

e, segundo as relações C.21

$$|1,+1\rangle_S^2 = \frac{1}{2} \left(|1,+1\rangle_\alpha |1,0\rangle_\alpha - |1,0\rangle_\alpha |1,+1\rangle_\alpha \right. \\ \left. |1,+1\rangle_\beta |1,0\rangle_\beta - |1,0\rangle_\beta |1,+1\rangle_\beta \right) = |0\rangle. \quad (\text{C.26})$$

Finalmente, os estados C.21 são combinados os estados C.8-C.11 para se obter:

$$|\underline{56}, 2\rangle = |\underline{56}\rangle_S |2\rangle_S^2 \\ |\underline{56}, 0\rangle = |\underline{56}\rangle_S |0\rangle_S^2 \\ |\underline{70}, 2\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}} (|\underline{70}\rangle_\alpha |2\rangle_\alpha^2 + |\underline{70}\rangle_\beta |2\rangle_\beta^2) \\ |\underline{70}, 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}} (|\underline{70}\rangle_\alpha |0\rangle_\alpha^2 + |\underline{70}\rangle_\beta |0\rangle_\beta^2) \\ |\underline{20}, 1\rangle = |\underline{20}\rangle_A |1\rangle_A^2. \quad (\text{C.27})$$

C.2 Espectro de ressonâncias bariônicas

Primeiramente é conveniente conhecer o espectro quântico do oscilador harmônico em três dimensões (figura), onde n , l e m representam o número quântico principal, de momento angular e da componente z do momento angular, respectivamente.

Tabela C.1: Relação de números quânticos principal n , de momento angular l e componente z do momento angular m para o oscilador harmônico em três dimensões.

n	l	m
0	0	0
1	1	-1,0,1
2	0	0
	2	-2,-1,0,1,2
3	1	-1,0,1
	3	-3,-2,-1,0,1,2,3

Como foi estudado, o sistema de três quarks que representa o bárion pode ser representado como dois osciladores harmônicos desacoplados, desta forma, o espectro para este sistema é obtido ao somar os momentos angulares desses osciladores. O número quântico principal n é obtido ao somar os números quânticos principais de cada oscilador $n = n_1 + n_2$, e o momento angular é construído segundo a regra $l = |l_2 - l_1|, |l_2 - l_1| + 1, \dots, l_2 + l_1$ (tabela C.2).

Tabela C.2: Número quântico principal n e de momento angular l para o sistema de dois osciladores harmônicos tridimensional de números quânticos principais n_1 e n_2 , e momentos angulares l_1 e l_2 , respectivamente.

n	n_1	n_2	l_1	l_2	l
0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1
2	0	1	0	1	1
	2	0	0	0	0
			2	0	2
	0	2	0	0	0
			0	2	2
1	1	1	1	0,1,2	
3	3	0	1	0	1
			3	0	3
	2	1	0	1	1
			2	1	1,2,3
	1	2	1	0	1
			1	2	1,2,3
	0	3	0	1	1
			0	3	3

O próximo é formar o espectro do grupo $SU(6)$, utilizando os dados da tabela C.2 e dos estados construídos segundo o epígrafe C.1. Por exemplo, para $N = 1$ temos que $|70, 1\rangle$ ($l = 1$) é formado pelos elementos $^1(2)$, $^2(8)$, $^4(8)$ e $^2(10)$. Se tomamos o termo $^4(8)$, temos que o spin é $S = 3/2$ e o momento angular é $L = 1$, portanto pode ter valores de momento angular total $J = L + S = 1/2, 3/2, 5/2$. Assim são formados os elementos $^4(8)_{1/2}$, $^4(8)_{3/2}$ e $^4(8)_{5/2}$, representados em cinza na tabela C.3. Segundo esse procedimento é possível obter as 6 primeiras colunas da tabela C.3.

Para atribuir as ressonâncias a cada nível, há que tomar os dados de paridade, composição de quarks (se é uma ressonância N ou Δ), e spin J total relatados pelo “Particle Data Group” [Tanabashi et al., 2018]. Aqui é importante conhecer que a paridade depende do número quântico N e que os bárions com os termos (8) e (10) representam as ressonâncias N e Δ respectivamente. Com os dados da tabela C.3 é possível construir os estados das ressonâncias em questão para a determinação dos produtos $\langle \mathcal{N} | F_{\pm, 0} | \mathcal{N}^* \rangle$. Por exemplo, o núcleon é representado pelo estado $|56, 0^+\rangle = |56\rangle_S |g\rangle$, especificamente pelo octeto $^2(8)$, ou seja

$$|\mathcal{N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1/2\rangle_\alpha |8\rangle_\alpha + |1/2\rangle_\beta |8\rangle_\beta) |g\rangle, \quad (\text{C.28})$$

onde a componente positiva de spin é

$$\begin{aligned} |1/2, +1/2\rangle_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{6}}(|++-\rangle + |+-+\rangle - 2|-++\rangle) \\ |1/2, +1/2\rangle_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|++-\rangle - |+-+\rangle), \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

e a componente negativa é

$$\begin{aligned} |1/2, -1/2\rangle_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{6}}(|--+\rangle + |-+-\rangle - 2|+--\rangle) \\ |1/2, -1/2\rangle_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|--+\rangle - |-+-\rangle). \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

De forma similar, os octetos do próton e do nêutron são:

$$\begin{aligned} |uud\rangle_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{6}} (|uud\rangle + |udu\rangle - 2|duu\rangle) \\ |uud\rangle_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|uud\rangle - |udu\rangle) \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

e

$$\begin{aligned} |ddu\rangle_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{6}} (|ddu\rangle + |dud\rangle - 2|udd\rangle) \\ |ddu\rangle_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|ddu\rangle - |dud\rangle). \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

Com as ressonâncias $N > 0$ há que considerar que L e S devem ser combinados segundo os coeficientes de Clebsch-Gordan para obter a componente J_z desejada. Por exemplo, segundo a equação C.20 a ressonância $S(1620)$ é representada como

$$\begin{aligned} |S_{31}(1620)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 10|_S \left[\sqrt{\frac{2}{3}} |1, +1\rangle_\alpha \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_\alpha - \sqrt{\frac{1}{3}} |1, 0\rangle_\alpha \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle_\alpha \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{2}{3}} |1, +1\rangle_\beta \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_\beta - \sqrt{\frac{1}{3}} |1, 0\rangle_\beta \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle_\beta \right], \end{aligned} \quad (\text{C.33})$$

onde o estado $\langle 10|_S$ é

$$|10\rangle_S = |uud\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{3}} (|uud\rangle + |udu\rangle + |duu\rangle) \quad (\text{C.34})$$

para a ressonância de carga positiva $S_{31}^+(1620)$ e

$$|10\rangle_S = |ddu\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{3}} (|ddu\rangle + |dud\rangle + |udd\rangle). \quad (\text{C.35})$$

Tabela C.3: Espectro de ressonâncias bariônicas formadas pelos quarks "u"e "d"e massa invariante $W < 2GeV$.

N	S	L	J	SU(6)	SU(6)×g	Resonância	Notação PDG		
0	1/2	0	1/2	$^2(8)_{1/2}$	$[56, 0^+]$		N(938)		
	3/2		3/2	$^4(10)_{3/2}$	$[56, 0^+]$	$P_{33}(1234)$	$\Delta(1232)$		
1	1/2	1	1/2	$^2(1)_{1/2}$	$[70, 1^-]$				
			3/2	$^2(1)_{3/2}$	$[70, 1^-]$				
			1/2	$^2(8)_{1/2}$	$[70, 1^-]$	$S_{11}(1540)$	$N(1535)$		
			3/2	$^2(8)_{3/2}$	$[70, 1^-]$	$D_{13}(1525)$	$N(1520)$		
	3/2	1	1/2	$^4(8)_{1/2}$	$[70, 1^-]$	$S_{11}(1640)$	$N(1650)$		
			3/2	$^4(8)_{3/2}$	$[70, 1^-]$	$D_{13}(1670)$	$N(1700)$		
			5/2	$^4(8)_{5/2}$	$[70, 1^-]$	$D_{15}(1600)$	$N(1675)$		
	1/2	0	1/2	$^2(10)_{1/2}$	$[70, 1^-]$	$S_{31}(1620)$	$\Delta(1620)$		
			3/2	$^2(10)_{3/2}$	$[70, 1^-]$	$D_{33}(1730)$	$\Delta(1700)$		
	3/2	0	1/2	$^2(8)_{1/2}$	$[56, 0^+]$	$P_{11}(1450)$	$N(1440)$		
			3/2	$^4(10)_{3/2}$	$[56, 0^+]$	$P_{33}(1640)$	$\Delta(1600)$		
		1/2	2	3/2	$^2(8)_{3/2}$	$[56, 2^+]$	$P_{13}(1740)$	$N(1720)$	
				5/2	$^2(8)_{5/2}$	$[56, 2^+]$	$F_{15}(1680)$	$N(1680)$	
		3/2	2	1/2	$^4(10)_{1/2}$	$[56, 2^+]$	$P_{31}(1920)$	$\Delta(1910)$	
				3/2	$^4(10)_{3/2}$	$[56, 2^+]$	$P_{33}(1960)$	$\Delta(1920)$	
				5/2	$^4(10)_{5/2}$	$[56, 2^+]$	$F_{35}(1920)$	$\Delta(1905)$	
				7/2	$^4(10)_{7/2}$	$[56, 2^+]$	$F_{37}(1950)$	$\Delta(1950)$	
		2	1/2	0	1/2	$^2(1)_{1/2}$	$[70, 0^+]$		
					3/2	$^2(8)_{1/2}$	$[70, 0^+]$	$P_{11}(1710)$	$N(1710)$
	3/2		1	3/2	$^4(8)_{3/2}$	$[70, 0^+]$			
1/2				$^2(10)_{1/2}$	$[70, 0^+]$				
3/2				$^2(1)_{3/2}$	$[70, 2^+]$				
5/2				$^2(1)_{5/2}$	$[70, 2^+]$				
3/2				$^2(8)_{3/2}$	$[70, 2^+]$				
5/2				$^2(8)_{5/2}$	$[70, 2^+]$				
1/2	2		1/2	$^4(8)_{1/2}$	$[70, 2^+]$				
			3/2	$^4(8)_{3/2}$	$[70, 2^+]$				
			5/2	$^4(8)_{5/2}$	$[70, 2^+]$				
			7/2	$^4(8)_{7/2}$	$[70, 2^+]$	$F_{17}(1970)$	$N(1990)$		
3/2	1	3/2	$^2(10)_{3/2}$	$[70, 2^+]$					
		5/2	$^2(10)_{5/2}$	$[70, 2^+]$					
3/2	1	1/2	$^2(8)_{1/2}$	$[20, 1^+]$					
		3/2	$^2(8)_{3/2}$	$[20, 1^+]$					
		5/2	$^4(1)_{5/2}$	$[20, 1^+]$					