Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Estudo da Rotação de Plasma no Tokamak TCABR

José Helder Facundo Severo

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Doutor em Ciências

Banca Examinadora

Prof. Dr. Ivan Cunha Nascimento (IFUSP - Orientador)
Prof. Dr. Artur G. Elfimov (IFUSP)
Prof. Dr. Gerson O. Ludwig (INPE)
Prof. Dr. Homero Santiago Maciel (ITA)
Prof. Dr. Munemassa Machida (UNICAMP)

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
3855
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
ex. 1
INSTITUTO DE FÍSICA

São Paulo
junho de 2003

SBI-IFUSP
305M810T3855

Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

dev. 11/06/03

53044
S498e
D
ex. 1

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Severo, José Helder Facundo

Estudo da Rotação de Plasma no Tokamak TCABR. São Paulo, 2003

Tese (Doutoramento) Universidade de São Paulo Instituto de Física. Departamento de Física Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Ivan Cunha Nascimento
Área de Concentração: Física dos Fluídos, Física de Plasma e Descargas Elétricas

Unitermos: 1. Tokamaks;
2. Rotação de Plasma;
3. Espectroscopia;
4. Equilíbrio Corona.

USP/IF/SBI-041/2003

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de expressar o meu mais profundo agradecimento ao Prof. Ivan C. Nascimento, que por sua grande experiência como pesquisador e administrador, me orientou na realização deste trabalho, tendo sempre sensibilidade de ter me deixado bastante livre para escolher os caminhos a percorrer durante esta jornada da alma humana, no entanto sempre chamando a atenção para os objetivos finais do projeto e a importância dos resultados.

Em segundo lugar, expresso meus imensos agradecimentos ao Prof. Vladimir S. Tsypin por sua orientação na parte teórica deste trabalho, sem cujos atenção, apoio, conselhos, paciência e dedicação no esclarecimento das minhas mais diversas dúvidas e questionamentos, não teria sido possível realizar este trabalho.

Em terceiro lugar gostaria de agradecer ao Prof. Ricardo M. O. Galvão, que, como chefe do labaratório e físico proeminente na área de física de plasma, sempre me apoiou no referente a disponibilização de equipamentos do laboratório, esclarecimentos de dúvidas de origem técnica e científica e grande incentivo sem os quais teria sido extremamente difícil, para não dizer impossível, realizar este trabalho.

Em quarto lugar, quero deixar expresso os meus profundos agradecimentos a toda equipe técnica deste laboratório, incluindo professores, técnicos e alunos de pós-graduação, que sempre demonstraram seu apoio e me auxiliaram das mais diversas formas possíveis, seja por sua experiência na area, seja por conselhos de amigos e apoio moral sem os quais esta jornada teria sido mais árdua do que foi.

Em quinto lugar, não poderia deixar de agradecer a todos os meus familiares que sempre demonstraram o seu apoio das mais diversas formas possível, sem o qual seria impossível realizar este trabalho.

E por fim, quero agradecer ao apoio da FAPESP, que nestes quatro anos de trabalho, mesmo diante de uma atual situação financeira difícil, acarretada pela alta do dolar, nunca deixou de cumprir com seus compromissos, efetuando o pagamento da bolsa sempre pontualmente.

RESUMO

Este trabalho, que pode ser dividido em duas partes, teórica e experimental, trata da rotação residual de plasma no *TCABR*. No que se refere à parte teórica, foi obtida uma expressão geral para a velocidade poloidal e o fluxo de calor, para tokamaks com seção transversal arbitrária, em um plasma que está sujeito a um fluxo subsônico toroidal.

Foram estudadas em detalhe as dependências da velocidade poloidal com o número de *Mach* α e o fluxo de calor iônico e foi verificado que a velocidade poloidal troca de sentido para um certo valor $\alpha = \alpha_0$. Também foi verificado que existe um valor $\alpha = \alpha_k$, que corresponde ao máximo valor que a velocidade poloidal pode atingir. Para $\alpha > \alpha_k$, a velocidade poloidal começa a diminuir.

Quanto ao fluxo de calor, foi observado que ele é fortemente afetado pela geometria e é proporcional a q^2, onde q é o fator de seguraça. Para $q = 1$, o fluxo de calor tem um máximo para um fator de elongação $k = 1$, correspondente a uma seção transversal circular, diminui com o aumento de k e apresenta um mínimo em $k = 2$.

No que se refere à parte experimental, foram obtidos pela primeira vez, no tokamak *TCABR*, os perfis radiais das velocidade de rotação poloidal e toroidal para um regime colisional, usando o deslocamento Doppler das linhas espectrais das impurezas de *CIII* $(464,74\ nm)$ e *CVI* $(529,02\ nm)$, medidas com um espectrômetro *THR1000* de distância focal 1000 mm e dispersão linear de 8 Å/mm.

Os resultados experimentais mostram que a velocidade poloidal tem um máximo de $(4,5 \pm 1,0).10^5 cm/s$, cujo sentido coincide com o sentido de deriva diamagnéticas dos elétrons. Estes resultados mostram uma boa concordância com a teoria neoclássica para a região da coluna $r = 5-14\ cm$, enquanto que para $r > 14\ cm$ os resultados experimentais estão em desacordo com a teoria.

No que diz respeito à velocidade de rotação toroidal, ela é oposta à corrente de plasma e tem um valor máximo de $(20 \pm 1).10^5 cm/s$, o que está em razoável concordância com o modelo proposto por *Kim* e *Diamond*.

Foi observado que a velocidade de rotação toroidal troca de sentido em $r > 16\ cm$, indicando haver um forte cisalhamento da rotação na borda da coluna de plasma.

A partir dos resultados experimentais das velocidades poloidal e toroidal e do gradiente de temperatura iônica, foi calculada a componente radial do campo elétrico que resultou negativo em toda a coluna de plasma.

Finalmente, estes resultados estão em boa concordância com os resultados obtidos em tokamaks semelhantes ao *TCABR*. Os resultados experimentais para a velocidade poloidal podem ser bem descritos pela teoria neoclássica de rotação em tokamaks, exceto nas regiões próximas ao limitador. No entanto, ainda não existe uma teoria geral satisfatória para explicar os resultados da rotação toroidal do plasma em tokamaks. Existem teorias interessantes, porém não são aplicáveis ao tokamak *TCABR*.

SUMMARY

In the present work we investigated theorically and experimentally the plasma residual rotation in the tokamak TCABR.

Using the neoclassical theory, general expressions for the poloidal velocity and heat flux were obtained for tokamaks with arbitrary plasma cross-sections, and subsonic toroidal flows.

The dependency of the poloidal velocity and the heat flow with Mach number α were analyzed. It was found that the poloidal velocity changes sign for a certain value $\alpha = \alpha_0$, a critical value α_k of α exists corresponding to a maximum value of ion poloidal velocity, and that for $\alpha > \alpha_k$ the poloidal velocity is a decreasing function of α.

In relation to the heat flux, the theoretical results show that it is strongly influenced by the geometry and is proportional to q^2, where q is the safety factor. For $q = 1$, the heat flux has a maximum for an elongation factor $k = 1$, which corresponds to a circular cross-section, and decreases with the increase of k, reaching a minimum for $k = 2$.

On the experimental side, the radial profiles of the poloidal and toroidal rotation velocities were measured for the first time in the TCABR tokamak, operating in the collisional regime. These results were obtained from the measurement of Doppler shifts of *CIII* $(464,74\ nm)$ and *CVI* $(529,02\ nm)$, measured using a spectrometer of focal length 1000 mm and linear dispertion of 8 $\text{Å}/mm$.

The experimental results show that the poloidal velocity has a maximum of $(4,5 \pm 1,0).10^5 cm/s$, direction coinciding with the diamagnetic eletron drift, and good agreement with neoclassical theory predictions for radius in the range from $r = 5 - 14\ cm$, while for $r > 14\ cm$ there is no agreement.

In relation to the toroidal rotation velocity it flows in opposite direction to the plasma current and reaches a maximum value of $(20 \pm 1).10^5 cm/s$ for $r = 5\ cm$, which is in reasonable agreement with the value predicted by the model proposed by Kim and Diamond. It was observed that the toroidal rotation velocity changes direction for $r > 16$ cm indicating a strong plasma rotation shear on the plasma edge.

From the experimental results for the toroidal and poloidal velocities and ion temperature gradients obtained using the ASTRA code, the radial profile of the radial component of the electric field was calculated showing that the field is negative everywhere in the plasma column.

Finaly, the results obtained in this work for the TCABR tokamak show good agreement compared to similar tokamaks. Experimental results for the poloidal velocity can be well described by the neoclassical theory except near the limiter where atomic processes are important and not taken into account. For the toroidal rotation velocity, there is not a satisfactory general theory to explain the experimental results for tokamaks like TCABR. Nevertheless there are attractive theories for larger machines.

ÍNDICE

Introdução.....1

Capítulo 1

Processos atômicos em plasma.....10

Capítulo 2

Rotação de plasma em tokamaks.....11

2.1) Introdução.....11
2.2) Rotação residual de plasma em tokamaks com seção transversal arbitrária..... 12
2.21) Equações iniciais.....12
2.22) Parte dependente de θ da temperatura iônica.....17
2.23) Componente contravariante da velocidade iônica poloidal.....20
2.24) Fluxo radial iônico de calor.....21
2.3) Interpretação física da rotação de plasma em tokamaks.....23
2.4) Conclusão do capítulo.....25
Referências do capítulo.....28

Capítulo 3

Espectrômetro THR1000.....29

Capítulo 4

Resultados Experimentais de Rotação de Plasma no Tokamak TCABR.....31

4.1) Introdução.....31
4.2) Abundância parcial.....31
4.3) Metodologia utilizada nas medidas de rotação e temperatura iônica no TCABR.....38
4.4) Medidas da rotação de plasma no TCABR.....46
4.5) Medidas da temperatura iônica no TCABR.....52
4.6) Conclusão do capítulo.....54
Referências do capítulo.....55

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....56

CONCLUSÃO DO TRABALHO.....60

PERSPECTIVAS FUTURAS.....61

Apêndice A.....63

1) Sistema curvilíneo de coordenadas.....63
2) Coordenadas de fluxo.....66
3) Tensor viscosidade.....67
4) Propriedades do vetor gradiente.....68
5) Equações de transporte em plasma.....69
6) Divergente de um produto vetorial.....72
7) Algumas relações importantes.....73

8) Métrica....74
Apêndice B....76

1) Colisões em plasma....76
2) Força de atrito....77
3) Termoforça....77
4) Fluxo térmico....78
5) Viscosidade....79
6) Algumas palavras sobre os fenômenos de transporte em tokamaks....80
Apêndice C....83

1) Modelo Corona....83
2) Modelo de Equilíbrio Termodinâmico Local....84
3) Modelo Colisional Radiativo....85
4) Taxa de Ionização....86
5) Taxa de Recombinação Radiativa....87
6) Taxa de Recombinação Dieletrônica....88
7) Taxa de Excitação....89
8) Espectro Contínuo....91
9) Espectro Discreto (radiação de linhas)....93
10) Medição da temperatura iônica através do alargamento Doppler das linhas espectrais..99

Apêndice D....103

1) Rede de difração....103
1.2) Dispersão angular....104
1.3) Dispersão linear....104
1.4) Comprimento de onda e ordem de difração....105
1.5) Poder de resolução....106
1.6) Ângulo de brilho....106
1.7) Defeitos de uma rede de difração....107
2) Monocromadores e espectrômetros....108
3) Aberrações ópticas....109
4) Luz extraviada....109
5) Parâmetros de um espectrômetro....109
6) Acoplamento óptico entre o tokamak e o espectrômetro....103
7) Detectores....117

INTRODUÇÃO

Esta tese de doutorado se insere na abrangente area de pesquisa em física de plasmas e fusão termonuclear controlada que, além de ser extremamente interessante e estimulante do ponto de vista acadêmico e de pesquisa básica, apresenta interesse, também, na área de aplicações, principalmente para a geração de energia em reatores termonucleares. As reações de fusão nuclear são a origem da energia das estrelas, como foi esclarecido em 1929 pelos físicos R. d 'E. Atkinson e F. G. Houtermans em um trabalho publicado no periódico Zeitschrift für Physik [*Z.Phys.* **54**, 656-665 (1929)]. O controle desta praticamente inesgotável fonte de energia passou a ser, logo em seguida, o sonho de muitos cientistas e mesmo de políticos. Desta forma, começou a surgir, naturalmente, uma nova área de pesquisa. Segundo E. Teller (Fusion, Academic Press, 1981, Editor Edward Teller), Bukharin, um dos principais chefes do Partido Comunista da antiga U.R.S.S., chegou a propor, logo em seguida, a Gamow, naquela época um jovem físico ainda desconhecido, que ele pesquisasse essa nova fonte de energia, podendo, para isto, dispor de uma hora por noite de todo o suprimento de energia elétrica da cidade de Leningrado, proposta esta não aceita. Durante a segunda grande guerra as reações de fusão nuclear foram pesquisadas com a finalidade de aplicação militar sob a liderança de Edward Teller, tendo resultado na viabilização da bomba de Hidrogênio. As pesquisas em fusão termonuclear para aplicações pacíficas só foram iniciadas, sob a forma de projetos, após a guerra, tendo tomado grande impulso, principalmente depois que foram tornadas públicas, durante a Conferência Átomos para a Paz realizada em 1958 em Genebra.

Em 1950 A. D. Sakharov e I. E. Tamm propuseram a idéia pioneira do isolamento do plasma de altas temperaturas mediante confinamento magnético. As pesquisas posteriores nesta direção deram origem ao programa tokamak, o qual demonstrou que a fusão nuclear pode ter um uso distinto do militar.

Seria longo descrever, mesmo sucintamente, o progresso das pesquisas em reações termonucleares visando a produção de energia em reatores nucleares de forma ecologicamente aceitável, desde o início dos trabalhos na década de 50. Contudo, podemos afirmar que hoje as pesquisas se concentram, na área de confinamento magnético de plasmas de alta temperatura, em dois sistemas: o tokamak e o stellarator, tendo as pesquisas com tokamaks, tomado, mais recentemente, duas vertentes, os tokamaks avançados, assim chamados devido aos enormes progressos obtidos nos últimos anos, e os tokamaks esféricos cujos progressos têm sido muito animadores.

Os tokamaks podem ser definidos como um sistema eletromagnético de geometria toroidal, cuja finalidade é a formação e o confinamento de plasmas de altas temperaturas. Os primeiros tokamaks tinham uma construção muito simples, consistindo basicamente de um transformador com um núcleo de ferro cujo secundário era constituído pelo plasma, localizado em uma câmara de vácuo, gerado através do processo de ruptura dielétrica do gás (breakdown), ruptura esta obtida pela indução de um campo elétrico toroidal e consequente formação de uma corrente elétrica. Para as partículas (elétrons e íons) ficarem confinadas na região central da câmara de vácuo, é criado um campo magnético B_ζ com configuração toroidal.

A passagem da corrente elétrica pelo gás origina um campo magnético B_θ que é chamado poloidal. O campo poloidal na borda da coluna de plasma ($r = a$) pode ser expresso da seguinte forma[1]:

$$B_\theta = \frac{I}{5a} \tag{1}$$

onde: I - Corrente de plasma $[MA]$; B_θ - campo poloidal $[T]$; a - raio da coluna de plasma $[m]$.

Em tokamaks B_θ é normalmente 10 vezes menor que B_ζ devido à tendência natural que um anel de corrente tem em aumentar o seu raio em virtude das forças de repulsão eletromagnéticas. Para compensar estas forças, é necessário criar um campo magnético vertical.

O campo elétrico na direção toroidal, necessário para que a corrente circulante se mantenha, pode ser expresso da seguinte forma:

$$E_{//} = \frac{U}{2\pi R} \tag{2}$$

onde: U - Tensão de enlace; R - Raio maior da coluna de plasma. Como este campo elétrico se mantém devido a um aumento da corrente no primário do transformador, então, em quase todos os tokamaks, o plasma se mantém por um intervalo de tempo muito pequeno.

A corrente que circula pelo plasma aquece-o até altas temperaturas (da ordem da dezena de milhões de graus). Porém, para que um reator de fusão, baseado na fusão do deutério com o trítio, possa funcionar, é necessário obter-se uma temperatura superior a 100 milhões de graus. Por isto, nos tokamaks de grande porte, atualmente em funcionamento, usam-se métodos de aquecimento adicionais (radiofreqüência e injeção de partículas neutras). No que diz respeito ao aquecimento por radiofreqüência (RF), escolhe-se uma freqüência que esteja em ressonância com algumas das freqüências internas do plasma, tais como: Eletrociclotrônica; Ionciclotrônica; Híbrida Inferior e Alfvénica, sendo esta última a utilizada no *TCABR*.

O plasma em um tokamak deve ser o mais estável possível. O critério de estabilidade, no que diz respeito às instabilidades mais perigosas (modos helicoidais) foi obtido por Shafranov e Kruskal [**1**] e tem a seguinte forma:

$$q_a = \frac{aB}{B_\theta R} > 1 \tag{3}$$

onde: q_a– fator se segurança. Dados experimentais mostram que para obter um plasma estável é necessário que $q_a > 2-3$. Como $B_\theta = I/5a$, o critério de segurança de Shafranov impõe um limite para a corrente de plasma, ou seja:

$$I = \frac{5a^2B}{q_aR} < \frac{5a^2B}{R} \tag{4}$$

[1]- Neste capítulo e nos demais, a menos que seja indicado, será usado o Sistema Internacional de medidas SI.

Para se obter melhor estabilidade e temperaturas mais altas por aquecimento ôhmico utilizam-se plasmas elongados em vez de plasmas circulares. É fácil verificar que em formas elongadas pode-se obter uma corrente de plasma maior, para tanto basta multiplicar o denominador e numerador de (**3**) por 2π, ou seja:

$$q_a = \frac{2\pi a B}{2\pi B_\theta R} \tag{5}$$

O que antes representava o raio menor da coluna de plasma, agora representa o perímetro de um círculo de raio a, que pode ser aumentado se as extremidades verticais forem esticadas. Ao aumentarmos o perímetro do círculo, podemos aumentar B_θ, que por sua vez é proporcional a corrente de plasma[2], sem que o fator de segurança se altere.

O outro motivo pelo qual plasmas de forma elongada são mais estáveis é devido ao fato de eles ocuparem regiões de maiores campos magnéticos comparados com plasmas circulares.

A razão entre os semi-eixos vertical b e horizontal a recebe o nome de coeficiente de elongação.

$$k = \frac{b}{a} \tag{6}$$

O alongamento da seção transversal do plasma é obtido com a ajuda de um campo poloidal, equivalente à formação de duas espiras adicionais com corrente circulando na mesma direção da corrente de plasma. Desta forma, elongações muito grandes não podem ser obtidas em virtude da excitação de instabilidades chamadas verticais. No tokamak *D-III-D* foram obtidas elongações de $2,5$, esperando-se que no *TCV* sejam obtidas elongações de um fator 4. O *TCABR*, apesar de ter atualmente seção transversal da coluna de plasma circular, poderia ter secção transversal ligeiramente alongada, ($k \simeq 1,2$), mediante a reprogramação das correntes nas espiras poloidais. Para maiores elongações seria necessária a substituïção do vaso de vácuo.

Em um reator de fusão, é necessário confinar o plasma com a mais alta pressão p possível, de forma a melhor aproveitar o campo magnético e diminuir os custos. Por outro lado, a pressão do plasma é limitada pelo campo toroidal B_ζ e pela corrente de plasma. A primeira limitação surge da condição de equilibrio. O plasma em um campo magnético toroidal é forçado na direção de R com uma força por unidade de volume igual a $2p/R$.

Esta força pode ser compensada com um campo vertical, porém não mais que $B_\theta^2/2\mu_0 a$. Desta forma, da condição de equilibrio na direção de R temos o limite $p < RB_\theta^2/4\mu_0 a$. Sendo β a relação entre a pressão cinética com a pressão magnética $B^2/2\mu_0$,a condição de equilíbrio pode ser expressa da seguinte forma:

$$\beta < \frac{\mu_0}{10 q_a} \frac{I}{aB} \tag{7}$$

[2]- $\langle B_\theta \rangle = \frac{\mu_0 I}{\oint dl}$

Ocorre que uma condição semelhante é decorrente da condição de equilibrio. Para um aumento de pressão, no plasma podem surgir as chamadas instabilidades de balão, que nada mais são que uma deformação das superfícies magnéticas, crescendo rapidamente e lançando o plasma contra as paredes da câmara. Isto é semelhante ao que ocorre com uma bexiga que ao ser enchida, aumentando-se a pressão interna, podem surgir deformações em alguns locais da superfície devido ao fato de a elasticidade não ser uniforme. Este limite para β foi obtido através de simulações numéricas e recebeu o nome de critério de Troyon [**2**], tendo a seguinte expressão:

$$\beta < \frac{gI}{aB} \tag{8}$$

onde: $g \simeq 3.10^{-2}$

As condições $q_a > 2 - 3$ e $\beta < gI/aB$ limitam o campo de operação do tokamak para se obter um plasma estável. Porém, no tokamak existe ainda o limite de densidade do plasma o qual está relacionado com os processos elementares de radiação e troca de cargas que ocorrem na periferia do plasma. Este limite, se escrito na forma de Greenwald, tem o seguinte aspecto:

$$n_{Gr} = \frac{I}{\pi a^2} \tag{9}$$

onde: n - densidade $10^{20}m^{-3}$; a - raio da coluna de plasma $[m]$; I - Corrente de plasma $[MA]$.

Um dos parâmetros mais importantes de um tokamak é o tempo de confinamento da energia (τ_E) que pode ser definido da seguinte maneira: sendo w_{th} a energia térmica total, então a velocidade de esfriamento pode ser definida como:

$$\frac{dw_{th}}{dt} = -\frac{w_{th}}{\tau_E} \tag{10}$$

onde: τ_E tem dimensão de tempo

Se o plasma é aquecido com uma fonte externa ou interna de energia, então no lado direito da relação acima é necessário acrescentar a potência P de aquecimento. Para o caso estacionário podemos escrever que:

$$P = \frac{w_{th}}{\tau_E} \tag{11}$$

Em um reator de fusão, cujo combustível é $D - T$, a potência P pode ser definida como: $P = P_\alpha$, onde P_α - é a potência produzidas pelas partículas α. É importante lembrar que a reação $D - T$ tem a seguinte forma:

$$D - T \rightarrow n + He^4 + 17,6MeV \tag{12}$$

onde 80% desta energia pertence aos neutrons e 20% fica no plasma com as partículas α, cuja a energia é $3,5MeV$. Portanto no reator de fusão $P_\alpha = 1/5P_{fus}$, onde P_{fus} -

potência total de fusão, isto implica que uma reação só será auto-sustentável se comprir a relação abaixo:

$$P_{fus} = \frac{5w_{th}}{\tau_E} \tag{13}$$

As grandezas P_{fus} e w_{th} são proporcionais ao volume de plasma. Como era esperado, τ_E também cresce com o volume de plasma, já que as principais perdas são devidas à condutibilidade térmica.

A grandeza τ_E é definida basicamento pelo transporte eletrônico e iônico de calor. No início pensava-se que o transporte de calor, devido as colisões colombianas, podia ser calculado teoricamente a partir a teoria clássica, logo em seguida tentou-se com a teoria neoclássica, a qual considera a influência das trajetórias das partículas em um sistema toroidal. Porém a previsão teórica do tranporte é mais dificil do que se esperava, pois em um plasma confinado em tokamak surgem inúmeros processos coletivos.

A situação é parecida com o escoamento de um líquido, em que somente o fluxo laminar é que se pode ser previsto teoricamente. Porém, a maior parte dos escoamentos na natureza são turbulentos. Um método rigoroso de cálculo para o fluxo turbulento não existe, no entanto, na maioria dos casos pode-se descrever estes fenômenos de uma maneira semi-quantitativa, por exemplo com a introdução de um parâmetro livre como o livre caminho médio.

Para um plasma confinado em tokamak também pode-se adotar tal critério [**3**,**4**]. A partir de uma analise dimensional pode-se introduzir parâmetros adimensionais, tais como q_a, β, k, $A = R/a$ (razão de aspecto) e ainda parâmetros que estão relacionados com a dimensão do plasma, como é o caso de a/ρ_i onde:

$$\rho_i = \frac{V_{Ti}}{\omega_{Bi}}; V_{Ti} = \sqrt{2T_i/m_i} \tag{14}$$

onde: ρ_i - raio médio de Larmor para os íons; V_{Ti} - velocidade térmica dos íons; T_i - temperatura iônica; m_i - massa iônica; ω_{Bi} - frequência ciclotrônica dos íons.

A partir das grandezas adimensionais e uma compreensão física dos processos que ocorrem no plasma pode-se tentar avaliar a grandeza τ_E da seguinte maneira: o tempo mínimo de vida do plasma pode ser avaliado como a/V_{Ti} que seria o tempo que o plasma gastaria para atingir as paredes do vaso na ausência do campo magnético. Com a presença do campo magnético a velocidade característica passa a ser, não mais a velocidade térmica, mas sim a velocidade de deriva.

$$V_D = \frac{V_{Ti}\rho_i}{a} \tag{15}$$

Fazendo tal consideração, obtem-se uma expressão para o tempo de confinamento através da fórmula de Bohm, que no sistema CGS pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\tau_B = \frac{\pi a^2 eB}{cT} \tag{16}$$

onde: e - carga do elétron; c - velocidade da luz; B - campo magnético total; T - temperatura média; a - raio menor do plasma $[cm]$.

A fórmula de Bohm descreveu bem os resultados obtidos em pequenos stellarators, porém, para os tokamaks esta grandeza não correspondia aos resultados experimentais. Para um tokamak, a ordem de grandeza de τ_E é melhor expressa não através da relação a/V_D, ma sim através da relação $a^2/V_D\lambda_\perp$ onde $\lambda_\perp$ - representa o livre caminho médio das partículas no plasma na direção perpendicular ao campo magnético. Se considerar-mos $\lambda_\perp = \rho_i$ então obtemos a relação que recebeu o nome de Girobohm, sendo esta relação a responsável pelo otimismo no fato que ao aumentarmos os parâmetros do plasma, melhoramos suas características [**5**].

Como mostram os resultados experimentais, o mecanismo de transporte de calor e partículas no plasma é muito mais complicado. No início dos anos 80 começaram a ser feitas algumas medidas de rotação de plasma [**6-8**], cujo principal objetivo era encontrar alguma relação direta entre o campo elétrico radial, obtido através das velocidades poloidal e toroidal e do gradiente da pressão iônica (**18**), e o transporte de partículas e calor, porém os resultados iniciais não mostraram efeitos significativos entre o campo elétrico radial e o transporte de partículas. Contudo, isto mudou radicalmente após o descobrimento da transição de regimes de baixo confinamento (modo L) para alto confinamento (modo H), descoberto no *ASDEX* [**9**]. Nesta transição o plasma se comporta como se tivesse vestido uma camisa; na borda do plasma surge uma barreira térmica e τ_E duplica. Assim, o campo elétrico radial é atualmente considerado um dos parâmetros mais importantes para a explicação dos fenômenos de transporte. Portanto, as pesquisas em rotação de plasma são de grande importância para o entendimento da física do confinamento do plasma em tokamak.

É sabido que o modo H pode ser obtido experimentalmente através da aplicação de um campo elétrico radial na coluna de plasma e com isto a influência do campo elétrico radial para o confinamento de plasma é, atualmente, amplamente reconhecida. No entanto, a influência de E_r (componente radial do campo elétrico) nos fenômenos de transporte aparece somente através da derivada espacial e não através do próprio valor de E_r , como é o caso da criação das barreiras de transporte. Neste caso, o cisalhamento do campo elétrico radial deve ter um valor adequado para inibir o crescimento das instabilidade responsáveis pelo transporte anômalo, dado pela seguinte condição [**10**]:

$$\frac{cB_\theta R}{B}\frac{\partial}{\partial r}\frac{E_r}{RB_\theta} \geq \gamma_{\max}, \tag{17}$$

onde: $\gamma_{\max}$ - taxa de crescimento da mais perigosa instabildade; c - velocidade da luz; r, R, B e B_θ - são respectivamente os raios menor e maior e o campo magnético total e poloidal.

Outra relação direta com a derivada espacial da componente radial do campo elétrico pode ser vista no chamado efeito de compressão (squeezing), que é uma redução na largura das órbitas banana e batata. Neste caso, o fator de compressão S pode ser expresso da seguinte forma [**11**]:

$$S = 1 - \frac{e_i B_\zeta^2}{M_i \omega_{ci}^2 B_\theta^2}\frac{dE_r}{dr}. \tag{18}$$

onde: B_ς - componente toroidal do campo magnético; e_i e M_i - são respectivamente a carga e a massa do íon; $\omega_{ci} = e_i B / (cM_i)$ - frequência ciclotrônica dos íons.

Portanto, o campo elétrico radial tem uma importância muito grande para o confinamento de plasmas e para a supressão do transporte anômalo, podendo ser expresso aproximadamente pela relação abaixo:

$$E_r \approx \frac{1}{c}\left(-B_\varsigma U_{i\theta} + B_\theta U_{i\varsigma} + BU_{pi}\right), \quad U_{pi} = \frac{c}{e_i n_0 B}\frac{\partial p_i}{\partial r}, \tag{19}$$

onde: $U_{i\theta}$ e $U_{i\varsigma}$ - são respectivamente as componentes poloidal e toroidal da velocidade iônica $\mathbf{V}_i$; p_i - pressão iônica; n_0 - máxima densidade média de linha.

Com isto, temos que o campo elétrico radial está diretamente relacionado com a rotação do plasma, e para medição do perfil radial do campo elétrico, é necessário medir o perfil radial da rotação de plasma. Tais perfis foram, recentemente, obtidos no *TCABR* [**12**] e o perfil da componente radial do campo elétrico E_r foi calculado.

A atualidade deste trabalho de doutorado, que são as medidas da rotação poloidal e toroidal no *TCABR* para o regime ôhmico de descarga, pode ser justificada pelo fato que, sendo o confinamento de plasma obtido no modo H extremamente importante para o sucesso da fusão nuclear controlada, torna-se vital, para a construção do reator, a compreensão dos mecanismos responsáveis pela transição. No que diz respeito à transição existem inúmeros modelos que se propõem a explicar a mudança repentina que ocorre na rotação poloidal e no campo elétrico radial durante a transição $L-H$, e eles estão baseados no fluxo não ambipolar devido a perda de órbitas de íons (*ion orbit losses*) [**13**], viscosidade neoclássica [**14**], giro poloidal espontâneo para cima (*spontaneous poloidal spin-up*) [**15**] e supressão das flutuações [**16**]. Como uma das maneiras de medir a componente E_r é através das medidas das rotações poloidal e toroidal, seu estudo é fundamental para compreensão da transição $L - H$.

Outro motivo que torna este trabalho atual, consiste no fato que se a teoria neoclássica descreve bem a rotação poloidal no modo L [**17**] o mesmo não acontece para a rotação toroidal, e para descargas tipicamente ôhmicas, como mostra Rice [**18**], a rotação toroidal em várias máquinas, além de ter um valor bem diferente, o sentido de rotação é também diferente. A tabela abaixo, que foi extraida de [**18**], ilustra este fato, onde V_{Tor} representa a velocidade toroidal do centro da coluna de plasma ($r = 0$). O sinal de mais representa uma rotação no mesmo sentido da corrente de plasma.

Máquina	V_{Tor} *(cm/s)*	*R (cm)*	*a (cm)*	*B (T)*	I_p *(kA)*
LT-3	$+5.10^5$	40	10	1	33
PLT	$-1,5.10^6$	132	40	3	600
JFT-2	$-1,3.10^6$	90	25	1,8	230
Torus II	$+1,6.10^6$	30	20	0,67	250
PDX	$\leq 3.10^5$	140	45	2,5	600
TM-4	-7.10^5	53	8,5	1,5	25
ISX	≈ 0	92	26	1,8	220
DIII-D	$-2,5.10^6$	160	56	2,2	2000
TCA	$\pm 4.10^6$	*61*	*18*	*1,5*	*100*
TCABR	-2.10^6	*61*	*18*	*1,1*	*100*

Tabela 1

Estes resultados mostram que em máquinas pequenas o plasma parece ter uma tendência girar no mesmo sentido da corrente de plasma, enquanto que em máquinas de porte médio e grande tem uma tendência em girar no sentido contrário à corrente. Inúmeros trabalhos teóricos e experimentais tem sido publicados nos dias de hoje sobre rotação de plasma. Os trabalhos teóricos propõem um modelo para o amortecimento da rotação toroidal (*damping rate of toroidal rotation*) e um modelo para o comportamento da rotação toroidal e poloidal durante a transição de modos [**19-23**].

Nos trabalhos experimentais [**24-27**] as rotações toroidal e poloidal são medidas através do deslocamento Doppler das linhas espectrais das impurezas existente no plasma. Embora exista algumas dúvidas quanto ao fato se a rotação das impurezas ser a mesma do plasma, Kim em [**19**] propõe um modelo para a rotação das impurezas e para a rotação de plasma.

Finalmente, este trabalho representa a primeiro fase do estudo das transições de modos no *TCABR* que será obtido em breve com a aplicação de um eletrodo polarizado ou com ondas de Alfvén. Portanto, para uma compreensão correta deste tipo de fenômeno é necessário estudar o comportamento do campo elétrico radial no regime ôhmico para compará-lo com o regime de alto confinamento. Além disto, pode-se afirmar que hoje em dia a maioria das medidas de rotação de plasma é feita com a aplicação de aquecimento adicional (*RF* e injeção de partículas neutras) embora o amortecimento para a rotação toroidal seja algo que esta longe de ser compreendido na sua totalidade. A tabela abaixo ilustra a atual situação das pesquisas em rotação de plasma em tokamaks.

Tipo de Regime	Rotação Poloidal	Rotação Toroidal
Baixo Confinamento	Bem descrita pela teoria Neocl.	Amortecimento anômalo
Alto Confinamento	Transição $L-H$ anômala	Transição $L-H$ anômala

Tabela 2

Para finalizar, no capítulo 1 deste trabalho, serão analisados os principais processos atômicos que ocorrem no plasma e fórmulas simples são propostas para os cálculos das taxas destes processos. No capítulo 2 será calculada a velocidade de rotação poloidal e o fluxo de calor dos íons para plasmas confinados em tokamaks cuja seção transversal da coluna é arbitrária. No capítulo 3 serão discutidas a ótica espectrométrica e as condições para um bom acoplamento entre o plasma e o tokamak *TCABR*. O último capítulo tratará dos resultados experimentais da rotação de plasma e temperatura iônica obtidos no *TCABR*.

Referências

[1] Shafranov V.D. - 1970 *Soviet Physics Tecnical Physics-URSS* **15 (2)** 175.
[2] Troyon F. et al. *Plasma Physics and Contr. Fusion* 6 209 (1984)
[3] Connor J. W. and Taylor J. B. 1975 *Nucl. Fusion* **17** 1047
[4] Kadomsev B. B. 1992 *Tokamak Plasma: a Complex Physical System (Bristol: IOP Publishing Ltd)*
[5] Kademsev B. B. *1967 Usperi fisitchekikh nauk* **91**, 381.
[6] Bell, M. G. , 1979 *Nucl. Fusion* **19** 33
[7] Bugarya V.I. *et al* 1983 *Sov. Phys. JETP-Lett.* **38** 404
[8] Bugarya V.I. *et al* 1985 *Nucl. Fusion* **25** 1707
[9] Wagner F. et al 1982 *Phys. Rev. Lett* **60** 1408
[10] Burrell K.H. 1997 *Phys. Plasmas* **4** 1499
[11] Shaing K.C. and Hazeltine R.D. 1992 *Phys. Fluids* **B4** 2547
[12] Severo J. H. F., Nascimento I. C., Tsypin V. S. and Galvão R. M. O, *19th IAEA Fusion Energy Conf. 2002* Lyon, France
[13] Itoh S-I and Itoh K. 1988 *Phys. Rev. Lett* **60** 2276.
[14] Shaing K. C. and Crume E. C. Jr 1989 *Phys. Rev. Lett* **63** 2369.
[15] Hassam A. B., Antonsen T. M. Jr, Drake J. F. and Liu C. S. 1991 *Phys. Rev. Lett* **66** 309.
[16] Biglari H. Diamond P. H. and Tarry P. W. 1990 *Phys. Fluids* **B 2** 1.
[17] Hazeltine R.D., 1974 *Phys. Fluids* **17** 961.
[18] Rice J. E., et al 1997 *Nucl. Fusion* **37** 421.
[19] Kim Y.B, Diamond P.H. Groebner R.J. 1991 *Phys. Fluids B* **3** 2050
[20] Coppi B. 2002 *Nucl. Fusion* **42** 1
[21] Claassen H.A., Gerhauser H., Rogister A. and Yarim C. 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3699
[22] Shaing K. S. 2001 *Phys. Plasmas* **8** 193
[23] Eriksson L. G. and Porcelli F. 2001 *Nucl. Fusion* **42** 959
[24] Eriksson L. G. Righi E. and Zastrow K. D. 1997 *Plasma Phys. Control. Fusion* **39** 27
[25] Rice J. E., et al 1998 *Nucl. Fusion* **38** 75
[26] Rice J.E. 1999 *Nucl. Fusion* **39** 1175
[27] Eriksson L. G., Hoang G. T. and Bergeaud V. 2001 *Nucl. Fusion* **41** 91.
[28] Kadomtsev B. B. *Tokamak plasma: A complex physical system* (Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphya 1992)

CAPÍTULO 1.
Processos Atômicos em Plasma

A interpretação da radiação emitida pelo plasma requer o conhecimento do estado de distribuição das cargas, ou seja a distribuição dos íons com diferentes graus de ionização e a densidade populacional dos níveis excitados de diferentes íons. Em princípio, isto requer a solução de um sistema complexo de equações o qual deve descrever a ocupação e esvaziamento dos níveis pelos processos de ionização, recombinação, excitação colisional, de-excitação colisional, decaimento radiativo, fotoionização e absorção. A rigor, ao resolver o sistema de equações é necessário considerar a dependência temporal, porém o caso estacionário pode ser considerado sem grande prejuízo. Esta aproximação nos dá uma boa simplificação, no entanto o problema continua sendo bastante complexo.

Para obter o estado de distribuição das cargas, normalmente recorre-se à função abundância parcial f_Z que por sua vez determina a relação entre a densidade de impureza, em um certo grau de ionização n_Z, e a densidade total desta impureza no plasma, $\sum^Z n_Z$ e resolve-se f_Z em função de n_e e T_e ou seja:

$$f_Z(n_e, T_e) = \frac{n_Z}{\sum^Z n_Z} \tag{1.1}$$

Para resolver f_Z em função de T_e normalmente recorre-se a uma das três aproximações que são: *modelo corona (CM)*; *modelo colisional radiativo (CR)* e *modelo de equilíbrio termodinâmico local (LTE)*. Qual deste modelos deve ser usado depende de vários parâmetros do plasma, principalmente da densidade.

No apêndice **C** desta tese serão discutidas as taxas de ionização, recombinação, recombinação dieletrônica e excitação (essenciais para o cálculo da distribuição de cargas), assim como será discutida, rapidamente, a emissão de linhas e a emissão contínua do plasma e, também, as principais informações que podem ser obtidas através da medição desta radiação. Serão, ainda, discutidos, rapidamente, os alargamentos Doppler e instrumental das linhas espectrais e suas relações com a temperatura iônica do plasma.

O apêndice **C** é na verdade um resumo sobre radiação emitida por plasmas, de interesse para diagnóstico de plasmas de tokamak. Trabalhos mais completos e extensos sobre processos elementares em plasma podem ser encontrados em [**1-3**].

Referências

[1] Michelis C. De, Mattioli M. 1981 *Nucl. Fusion* **21** 677.

[2] McWhirter R. W. P. - 1981 *Plasma Physics and Nuclear Fusion Research* (Richard D. Gill eds), Academic Press, New-York 235.

[3] Gervids V. I. et al - 1987 *Reviews of Plasma Physics* (Leontovich M. A., Kadomtsev B. B. eds) Consultants Bureau New York 207.

CAPÍTULO 2.
Rotação de Plasma em Tokamaks

2.1 - Introdução

A teoria neoclássica prevê que um plasma confinado em tokamak deve girar tanto na direção poloidal quanto toroidal, sendo os valores destas rotações dados aproximadamente por $cT_i/eB_\varsigma r$ ($10^5 - 10^6$ cm/s) na direção poloidal e por $cT_i/eB_\theta r$ ($10^6 - 10^7$ cm/s) na direção toroidal, onde B_ς e B_θ são os campos magnéticos toroidal e poloidal respectivamente, T_i - temperatura iônica, e - carga elementar do elétron, r - raio menor da coluna de plasma.

Resultados experimentais obtidos em vários tokamaks mostram discordância entre a teoria neoclássica e os dados experimentais. Esta discordância deve-se à rotação toroidal e foi mostrada por Rice em [**1**] que em diferentes tokamaks a rotação toroidal não difere somente no seu valor absoluto, mas também em sentido.

É fato conhecido que as expressões de Braginskii [**2**] para o tensor viscosidade levam a um resultado errôneo para a velocidade poloidal ($U_{i,\theta} = 0$) sendo que o valor correto, obtido por Hazeltine [**3**], é $U_{i,\theta} = (k/M_i\omega_{ci})\partial T_i/\partial r$ onde k - coeficiente que depende do regime de colisionalidade do plasma, $\omega_{ci} = ZeB/(cM_i)$ - frequência ciclotrônica dos íons, M_i e Ze massa e carga do íon, respectivamente. Posteriormente Mikhailovskii e Tsypin [**4-5**] fizeram correções nas expressões de Braginskii e Claassen, Gerharuser e Rogister [**6**], utilizando estas correções, propuseram um novo modelo para a rotação toroidal.

Assim como o modelo proposto em [**6**], muitos outros têm sido propostos [**7-9**], o que prova ser a rotação de plasma um tema bastante atual.

Se os resultados experimentais para a rotação toroidal diferem do previsto pela teoria neoclássica, o mesmo não acontece para a rotação poloidal. Os principais resultados para a rotação poloidal são obtidos a partir da equação de movimento. Com o uso da equação cinética de deriva pode-se obter uma expressão para a velocidade de rotação poloidal para diferentes regimes de colisionalidade. Hinton e Rosenbluth [**10**], utilizando outros métodos, obtiveram a seguinte expressão para a velocidade de rotação poloidal, anteriormente obtida por Hazeltine [**3**]:

$$U_{i,\theta} = \frac{k}{M_i\omega_{ci}}\frac{\partial T_i}{\partial r} \tag{2.1}$$

O coeficiente k pode assumir os seguintes valores: $k = -2,1$ para o regime colisional, $k = -0,5$ para o regime plateau e $k = 1,17$ para o regime banana[1]. Estes resultados foram

[1]- Em tokamaks define-se três regimes de colisionalidade que são: regime banana quando $D_{ban} = \frac{q^2}{\varepsilon^{3/2}}D_\perp^{class}$ ou $\nu_{ei}\frac{qR}{V_T} \lesssim \varepsilon^{3/2}$; regime plateau quando $D_{plat} = \frac{qV_T}{\nu_{ei}R}D_\perp^{class}$ ou $\varepsilon^{3/2} \lesssim \nu_{ei}\frac{qR}{V_T} \lesssim 1$ e regime colisional quando $D_{col} = (1+q^2)D_\perp^{class}$ ou $\nu_{ei}\frac{qR}{V_T} \gtrsim 1$. onde: D_{ban} - coeficiente de difusão na direção perpendicular ao campo magnético para o regime banana; $D_\perp^{class} = r_L^2\nu_{ei}$ - coeficiente de difusão clássico; V_T - velocidade térmica das partículas; ν_{ei} - frequência das colisões; r_L - raio de Larmor; R - raio maior da coluna de plasma e q - fator de segurança.

Para o TCABR, o regime de colisionalidade é, em quase toda a coluna de plasma, colisional. Para as regiões mais internas $r < 6cm$ pode ocorrer o regime plateau, porém tal fato não foi ainda observado experimentalmente.

posteriormente revistos por Mikhailovskii e Tsypin [**11**] utilizando a equação cinética de deriva, obtendo o valor $k = -1,83$ para o regime colisional. Como podemos notar, para o regime banana, o plasma deve inverter a sua rotação. Supondo que a borda da coluna de plasma esteja no regime colisional (o que acontece na maioria dos tokamaks) e a região central no regima banana, então haverá um forte cisalhamento da rotação na coluna onde as regiões internas girarão num sentido e as externas em outro.

Outro resultado importante que foi obtido por Mikhailovskii e Tsypin em [**11**] é que a rotação poloidal inverte de sentido para um determinado valor do número de Mach menor que a unidade, isto é $\alpha < 1$, sendo que o valor de α é dado por:

$$\alpha = \frac{M_i U_{\zeta i}^2}{(T_i + T_e)} \tag{2.2}$$

onde: T_e e T_i são as temperatura eletrônica e iônica respectivamente, $U_{\zeta i}$ - velocidade iônica toroidal.

É fato bem conhecido que tokamaks com seção transversal elongada são mais eficientes, pois estas máquinas permitem obter uma corrente maior com um plasma mais estável. Este fato induziu Tsypin a estudar os efeitos da geometria de um tokamak na rotação poloidal e transporte de calor iônico [**12-13**]. Em [**14**] Tsypin, Severo, Nascimento *et al* obtiveram que o parâmetro de elongação $k = l_2/l_1$, onde l_2 e l_1 são os semi-eixos vertical e horizontal, respectivamente, influencia fortemente o fluxo iônico de calor, assim como no valor de α para o qual a rotação poloidal troca de sentido.

O *TCABR* do Laboratório de Física de Plasma do *IFUSP* pode, mediante alterações na configuração do campo magnético de equilíbrio, trabalhar com plasmas de seção transversal ligeiramente elongada ($k \simeq 1,2$) e, mediante substituição da câmara de vácuo, com alongações bem maiores. Por outro lado, a maioria dos tokamaks hoje em operação trabalha com plasmas elongados de diferentes formatos. Desta forma, é importante analisar a influência da geometria da seção transversal da coluna de plasma na rotação poloidal e no fluxo de calor, análise esta que está sintetizada em [**15**], onde Severo, Tsypin, Nascimento *et al* obtiveram expressões gerais para a rotação poloidal e fluxo de calor para tokamaks com seção transversal arbitrária.

A seguir serão apresentados os cálculos para a rotação de plasma e fluxo de calor, para o regime colisional (Pfirsch-Schluter), em um sistema com seção transversal arbitrária. Este trabalho será, futuramente, generalisado para o caso em que forças, como por exemplo a gerada por uma onda de Alfvén, podem atuar no sistema.

2.2 - Rotação residual de plasma em tokamaks com seção transversal arbitrária

2.21 - Equações iniciais

Nesta seção serão obtidas expressões, a partir das quais podemos calcular a velocidade poloidal e o fluxo de calor em tokamaks com seção transversal arbitrária. Como foi dito na introdução deste capítulo, os principais resultados sobre rotação de plasma são obtidos a partir da equação de movimento. Como o regime aqui considerado é colisional, não é necessário resolver a equação cinética de deriva, o que simplifica bastante o problema.

Para resolver a equação de movimento são utilizadas coordenadas toroidais r, θ, ζ, onde r é uma superfície magnética arbitrária, θ e ζ são os ângulos poloidal e toroidal de um ponto nestas superfícies. Supõe-se ainda a existência de simetria em relação à coordenada ζ, o que implica $\partial/\partial\zeta = 0$, grande razão de aspecto e um perfil suave dos parâmetros macroscópicos do plasma.

A componente contravariante da velocidade iônica poloidal V_i^θ pode ser obtida a partir da equação de movimento ou seja:

Componente Iônica

$$M_i n_i \frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = -\nabla p_i - \nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_i + Z e n_i \mathbf{E} + \frac{Z e n_i}{c} [\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}] - \mathbf{R} \tag{2.3}$$

Componente Eletrônica

$$M_e n_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -\nabla p_e - \nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_e - e n_e \mathbf{E} - \frac{e n_e}{c} [\mathbf{V}_e \times \mathbf{B}] + \mathbf{R} \tag{2.4}$$

onde: n_e, n_i, V_e, V_i $\boldsymbol{\pi}_e$, $\boldsymbol{\pi}_i$, M_e, M_i, p_e e p_i - densidade, velocidade, tensor viscosidade, massa e pressão eletrônica e iônica respectivamente; $\mathbf{R}$ - força de atrito..

Somando essas duas componentes e desprezando os termos de ordem menor, como é o caso da massa eletrônica que é aproximadamente duas mil vezes menor que a massa iônica, obtemos:

$$M_i n \frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = -\nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_i + \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] \tag{2.5}$$

onde: $p = p_e + p_i$ - pressão total do plasma; $\mathbf{j}$ - corrente de plasma; $\boldsymbol{\pi}_i$ - componente iônica do tensor viscosidade.

Para obter a componente contravariante da velocidade poloidal é necessário multiplicar a equação acima pelo vetor unitário do campo magnético $\mathbf{h} = \mathbf{B}/B$:

$$M_i n \mathbf{h} \cdot \frac{d_i \mathbf{V}_i}{dt} = -\mathbf{h} \cdot \nabla p - \mathbf{h} \cdot \nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_i + \frac{1}{c} \mathbf{h} \cdot [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] \tag{2.6}$$

Vamos separar a expressão (**2.6**) em três partes, já que o último termo do lado direito é igual a zero. O termo do lado esquerdo de (**2.6**) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$M_i n \mathbf{h} \cdot \frac{d_i \mathbf{V}_i}{dt} = M_i n \left[\mathbf{h} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + \mathbf{h} \cdot (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i \right] \tag{2.7}$$

Como é analisado o caso estacionário, a derivada em relação a t pode ser desprezada. Portanto, a equação acima assume a forma:

$$M_i n\mathbf{h}\cdot\frac{d_i\mathbf{V}_i}{dt}=M_i n\sum_k\sum_l\left(h^k V_i^l\nabla_l V_{i,k}\right) \tag{2.8}$$

É importante observar que $V_i^r \simeq 10^2\ cm/s$ enquanto que $V_i^\theta \simeq 10^5\ cm/s$ e $V_i^\zeta \simeq 10^6\ cm/s$. Neste trabalho estamos considerando o caso em que $\alpha \simeq 1$, ou seja a velocidade toroidal é da ordem da velocidade do som que é aproximadamente $10^7\ cm/s$ o que justifica desprezar a velocidade poloidal. Portanto, multiplicando membro a membro e desprezando os termos h^r e V_i^r e V_i^θ, pois como sabemos $h^r = 0$ e $V_i^r \ll V_i^\theta \ll V_i^\zeta$, a equação acima se transforma em:

$$M_i n\mathbf{h}\cdot\frac{d_i\mathbf{V}_i}{dt}=M_i n\left(V_i^\zeta h^\theta\nabla_\zeta V_{i,\theta}+V_i^\zeta h^\zeta\nabla_\zeta V_{i,\zeta}\right) \tag{2.9}$$

Na expressão acima pode ser desprezado o último termo devido a simetria do símbolo de Christoffel. Com isto teremos:

$$M_i n\mathbf{h}\cdot\frac{d_i\mathbf{V}_i}{dt}=M_i n\left(V_i^\zeta h^\theta\nabla_\zeta V_{i,\theta}\right) \tag{2.10}$$

Aplicando a regra de derivação de um vetor na equação acima (veja apêndice **A** equação **A.18**) obtemos:

$$M_i n\left(V_i^\zeta h^\theta\nabla_\zeta V_{i,\theta}\right)=V_i^\zeta h^\theta M_i n\left(\frac{\partial V_{i,\theta}}{\partial\zeta}-\Gamma^1_{3,2}V_{i,r}-\Gamma^2_{3,2}V_{i,\theta}-\Gamma^3_{3,2}V_{i,\zeta}\right) \tag{2.11}$$

e, tomando $\Gamma^1_{3,2}V_{i,r}=\Gamma^2_{3,2}V_{i,\theta}=0$, como é fácil de ser mostrado, chegamos a:

$$M_i n\mathbf{h}\cdot\frac{d_i\mathbf{V}_i}{dt}=-V_i^\zeta h^\theta M_i n\left\{g^{31}\left[32,1\right]V_{i,\zeta}+g^{32}\left[32,2\right]V_{i,\zeta}+g^{33}\left[32,3\right]V_{i,\zeta}\right\} \tag{2.12}$$

Devido à simetria em ζ, as componentes $g^{31}=g^{32}=0$, portanto temos que:

$$-V_i^\zeta V_{i,\zeta}h^\theta M_i n g^{33}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{33}}{\partial\theta}+\frac{\partial g_{23}}{\partial\zeta}-\frac{\partial g_{32}}{\partial\zeta}\right)\right]=-\frac{1}{2}V_{i,\zeta}^2h^\theta M_i n g^{33}\frac{\partial g_{33}}{\partial\theta} \tag{2.13}$$

Levando em consideração que $g^{33}=1/g_{33}$ (veja apêndice **A** equação **A.7**), a equação acima pode ser reescrita na seguinte forma:

$$M_i n\mathbf{h}\cdot\frac{d_i\mathbf{V}_i}{dt}=-\frac{1}{2}V_{i,\zeta}^2h^\theta M_i n\frac{1}{g_{33}}\frac{\partial g_{33}}{\partial\theta}=-\frac{1}{2}V_{i,\zeta}^2h^\theta M_i n\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\ln g_{33}\right) \tag{2.14}$$

Vamos, agora, desenvolver o primeiro membro do lado direito da equação (**2.6**), explicitando a multiplicação por **h**.

$$\mathbf{h}\cdot\nabla p = h^r\frac{\partial p}{\partial r} + h^\theta\frac{\partial p}{\partial \theta} + h^\zeta\frac{\partial p}{\partial \zeta} = h^\theta\frac{\partial p}{\partial \theta} \tag{2.15}$$

Efetuando a multiplicação $\mathbf{h}\cdot\nabla\cdot\boldsymbol{\pi}_i$ e tomando na divergência do tensor viscosidade, que tem a forma de Braginskii [**2**], somente a compomente paralela temos:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\pi} = \frac{3}{2}\left\{\left[\mathbf{h}\left(\nabla\cdot\mathbf{h}\right) + \left(\mathbf{h}\cdot\nabla\right)\mathbf{h}\right]\pi_\parallel + \mathbf{h}\left(\mathbf{h}\cdot\nabla\right)\pi_\parallel\right\} - \frac{1}{2}\nabla\pi_\parallel \tag{2.16}$$

Simplificando a expressão acima (veja apêndice **A** equação **A.39**) obtemos:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\pi} = \frac{3}{2}\left\{\left[\nabla\ln B - 2\mathbf{h}\cdot\left(\mathbf{h}\cdot\nabla\right)\ln B\right]\pi_\parallel + \mathbf{h}\left(\mathbf{h}\cdot\nabla\right)\pi_\parallel\right\} - \frac{1}{2}\nabla\pi_\parallel \tag{2.17}$$

Multiplicando agora por $\mathbf{h}$ e desprezando os termos que contem h^r e $\partial/\partial\zeta$ obtemos:

$$\mathbf{h}\cdot\nabla\cdot\boldsymbol{\pi} = -\frac{3}{2}\pi_\parallel h^\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B + h^\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\pi_\parallel \tag{2.18}$$

Da equação (**2.6**) obtemos, então:

$$\frac{\partial p}{\partial\theta} = \frac{1}{2}V_{i,\zeta}^2 M_i n\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\ln g_{33}\right) + \frac{3}{2}\pi_\parallel\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B - \frac{\partial}{\partial\theta}\pi_\parallel \tag{2.19}$$

A equação (**2.19**) pode ser decomposta em duas equações se cada grandeza for considerada como sendo a soma de dois termos, um que não depende de θ ($\langle A\rangle$) e outro dependente de θ ($\widetilde{A}$), ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\langle p\rangle + \widetilde{p}\right) = \frac{1}{2}V_{i,\zeta}^2 M_i\left(\langle n\rangle + \widetilde{n}\right)\frac{\partial}{\partial\theta}\ln g_{33} + \frac{3}{2}\left(\langle\boldsymbol{\pi}_\parallel\rangle + \widetilde{\boldsymbol{\pi}}_\parallel\right)\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B - \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\langle\boldsymbol{\pi}_\parallel\rangle + \widetilde{\boldsymbol{\pi}}_\parallel\right) \tag{2.20}$$

Portanto obtemos:

Parte dependente de θ

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\widetilde{p}\right) = \frac{1}{2}V_{i,\zeta}^2 M_i\langle n\rangle\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\widetilde{g_{33}} + \frac{3}{2}\langle\boldsymbol{\pi}_\parallel\rangle\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\widetilde{B} - \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\widetilde{\boldsymbol{\pi}}_\parallel\right) \tag{2.21}$$

Parte não oscilatória

A parte não oscilatória da expressão (**2.20**) só pode ser obtida se na expressão acima tomarmos o produto dos termos dependente de θ, ou seja:

$$0 = \frac{1}{2} V_{i,\varsigma}^2 M_i \left(\widetilde{n}\right) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \widetilde{g_{33}} + \frac{3}{2} \left(\widetilde{\pi}_{\parallel}\right) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \widetilde{B} \tag{2.22}$$

Integrando (**2.22**) obtemos a parte não oscilatória da expressão (2.20) que é a equação fundamental da qual podemos encontra a componente contravariante da velocidade poloidal, ou seja:

$$0 = \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} V_{i,\varsigma}^2 M_i \left(\widetilde{n}\right) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \widetilde{g_{33}} + \frac{3}{2} \left(\widetilde{\pi}_{\parallel}\right) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \widetilde{B} \right) d\theta \tag{2.23}$$

A equação acima contém ainda o termo $\widetilde{n}$ que pode ser facilmente obtido a partir da equação (**2.21**), sendo a parte dependente de θ da pressão dada por $\widetilde{p} \approx n_0 \widetilde{T_i} + \widetilde{n} \left(T_i + T_e\right)$. Portanto temos:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (\widetilde{p} + \widetilde{\pi}_{\parallel}) = \frac{1}{2} V_{i,\varsigma}^2 M_i \left\langle n \right\rangle \frac{\partial}{\partial \theta} \ln g_{33} \tag{2.24}$$

e após integração obtemos:

$$\widetilde{n} = -\frac{n\widetilde{T_i} + \widetilde{\pi}_{\parallel}}{T_e + T_i} + \frac{1}{2} \alpha n \ln g_{33} \tag{2.25}$$

Assim, finalmente, a integral (**2.23**) assume a seguinte forma:

$$\int_0^{2\pi} \left[\widetilde{\pi}_{\parallel} \left(\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln B - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\ln g_{33}\right) \right) - n\widetilde{T_i} \frac{\alpha}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln g_{33} \right] d\theta = 0 \tag{2.26}$$

onde o termo $\left(\alpha n \ln g_{33} V_{i,\varsigma}^2 M_i \frac{\partial}{\partial \theta} \ln g_{33}/4 = \alpha n V_{i,\varsigma}^2 M_i \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \left(g_{33}\right)^2 /8\right)$ foi omitido porque sua integral é igual a zero, já que g_{33} é uma função periódica.

Portanto, resolvendo a integral acima é possível obter a componente contravariante da velocidade poloidal. No entanto é necessário obter ainda a parte dependente de θ da temperatura e levar em conta que a viscosidade paralela $\widetilde{\pi}_{\parallel}$ que consta na integral acima tem a seguinte forma [**4-5**] (Braginskii modificado).

$$\widetilde{\pi}_{\parallel} = -\frac{2}{3} \frac{p_i}{\nu_i} \left(0.96\beta - 0.59\gamma\right) \tag{2.27}$$

onde as expressões para β e γ são as seguintes:

$$\beta = 3 \left\{ -V_i^{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \left(\sqrt{g} n^{2/3} B\right) + \frac{B^{\theta 2}}{B^2} V_i^{\theta} \frac{\partial g_{22}}{\partial \theta} + V_{Ti} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \frac{B}{n} \right\}, \tag{2.28}$$

$$\gamma = -3\left\{0.34V_i^\theta \frac{\partial}{\partial\theta}\ln n + V_{Ti}\left(1.36\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B - 0.84\frac{\partial}{\partial\theta}\ln n\right)\right\}, \tag{2.29}$$

e a velocidade V_{Ti}, dada por:

$$V_{Ti} = \frac{c}{ZeB^2}\left[\mathbf{B}\times\nabla T_i\right]^\theta = \frac{c}{Ze}\frac{g_{33}}{\sqrt{g}B^2}B^\zeta\frac{\partial T_i}{\partial r}. \tag{2.30}$$

A parte dependente de θ da temperatura pode ser obtida a partir da equação de transporte de calor [**2**] o que é feito a seguir.

2.22 - Parte dependente de θ da temperatura iônica

Como foi dito acima, a parte dependente de θ da temperatura iônica $\widetilde{T}_i$ pode ser obtida a partir da equação de transporte de calor (veja apêndice **A** equações **A.59**).

$$\frac{3}{2}n_i\frac{dT_i}{dt} + p_i\nabla\cdot\mathbf{V}_i = -\nabla\cdot\mathbf{q}_i + Q_i \tag{2.31}$$

onde: T_i - temperatura iônica; $\mathbf{q}_i$ - fluxo de calor iônico; Q_i - calor iônico. Na expressão acima a viscosidade foi desprezada.

Da equação da continuidade temos que:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla\cdot(n_i\mathbf{V}_i) = n_i\nabla\cdot\mathbf{V}_i + \mathbf{V}_i\cdot\nabla n_i = 0 \tag{2.32}$$

e como estamos tratanto o caso estacionário, temos:

$$\nabla\cdot\mathbf{V}_i = -\frac{1}{n_i}\mathbf{V}_i\cdot\nabla n_i \tag{2.33}$$

Portanto, a equação (**2.31**) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{3}{2}\left(\mathbf{V}_i\cdot\nabla T_i\right) - \frac{n_iT_i}{n_i}\mathbf{V}_i\cdot\nabla n_i + \nabla\cdot\mathbf{q}_i - Q_i = 0 \tag{2.34}$$

Sendo os gradientes de n_i e T_i da mesma ordem e $T_i \simeq 200\ eV$ para o *TCABR*, o primeiro termo da expressão acima é bem menor que o segundo e portanto pode ser desprezado. Teremos então:

$$-T_iV_i^\theta\frac{\partial n}{\partial\theta} + \nabla\cdot\mathbf{q}_i - Q_i = -T_iV_i^\theta\frac{\partial n}{\partial\theta} + \nabla\cdot\left(\mathbf{h}q_{i\|} + \mathbf{q}_{i\perp}\right) - Q_i = 0 \tag{2.35}$$

Reescrevendo a divergência da soma obtemos:

$$\begin{aligned} 0 &= -T_iV_i^\theta\frac{\partial n}{\partial\theta} + \nabla\cdot\mathbf{q}_{i\perp} + \nabla\cdot\left(q_{i\|}\mathbf{h}\right) - Q_i = \\ &= -T_iV_i^\theta\frac{\partial n}{\partial\theta} + \nabla\cdot\mathbf{q}_{i\perp} + q_{i\|}\nabla\cdot\mathbf{h} + \mathbf{h}\cdot\nabla q_{i\|} \end{aligned} \tag{2.36}$$

e que pode ser escrita da seguinte forma:

$$-T_i V_i^\theta \frac{\partial n}{\partial \theta} + h^\theta \frac{\partial q_{i\|}}{\partial \theta} + \nabla \cdot \mathbf{q}_{i\perp} + q_{i\|} \nabla \cdot \mathbf{h} - \frac{3 M_e n \nu_e}{M_i} (T_e - T_i) = 0 \tag{2.37}$$

onde: V_i^θ - componente contravariante da velocidade poloidal. Escrevendo somente a parte dependente de θ da equação acima teremos[2]:

$$-T_i V_i^\theta \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta} + h^\theta \frac{\partial q_{i\|}}{\partial \theta} + \nabla \cdot \widetilde{\mathbf{q}_{i\perp}} + \frac{3 M_e n \nu_e}{M_i} \widetilde{T_i} = 0 \tag{2.38}$$

Substituindo os valores de $q_{i\|}$ e $\nabla \cdot \mathbf{q}_{i\perp}$ na equação acima, podemos achar a parte dependente de θ da temperatura iônica e com ela obter a velocidade poloidal e o fluxo radial de calor. A expressão para $q_{i\|}$ e $\nabla \cdot \mathbf{q}_{i\perp}$ pode ser encontrado no apêndice **A** equações **A.87** e **A.85**.

Ao substituir os valores de $q_{i\|}$ e $\nabla \cdot \mathbf{q}_{i\perp}$ obtemos expressões bastante extensas e para evitar isto, alguns termos serão desprezados automaticamente, como por exemplo os proporcionais a $\partial/\partial\zeta$. Outros termos que forem desprezados serão justificados.

$$\begin{aligned} 0 \;=\; & +\frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{5}{2} \frac{c p_i B_\zeta}{e_i B^2} \frac{\partial \widetilde{T_i}}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{5}{2} \frac{\widetilde{c p_i B_\zeta}}{e_i B^2} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \right\} + \\ & + \frac{3 M_e n \nu_e}{M_i} \tilde{T_i} - T_i V_i^\theta \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta} - h^\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\chi_\|^i h^\theta \frac{\partial \widetilde{T_i}}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \tag{2.39}$$

Temos então:

$$\begin{aligned} 0 \;=\; & -\chi_\|^i (h^\theta)^2 \frac{\partial^2 \widetilde{T_i}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ -\frac{5}{2} \frac{c p_i B_\zeta}{e_i B^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \widetilde{T_i}}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial \widetilde{T_i}}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{5}{2} \frac{c p_i B_\zeta}{e_i B^2} \right) \right\} \\ & + \frac{3 M_e n \nu_e}{M_i} \tilde{T_i} - T_i V_i^\theta \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{5}{2} \frac{\widetilde{c p_i B_\zeta}}{e_i B^2} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \right\} \end{aligned} \tag{2.40}$$

Como a parte dependente de θ da temperatura não depende de r, o primeiro termo entre parênteses do lado direito da expressão acima pode ser desprezado, teremos portanto:

[2]- Na expressão (**2.38**) foi desprezado o termo $\widetilde{T_e}$ por que estamos tratando do caso em que o parâmetro colisional $b = B^2/\lambda_i^2 B^{\theta 2}$ está compreendido no seguinte intervalo: $\frac{M_i}{M_e} \gg b \gtrsim \sqrt{\frac{M_i}{M_e}}$

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{\sqrt{g}}\left\{-\frac{\partial\widetilde{T}_i}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{5}{2}\frac{cp_iB_\zeta}{e_iB^2}\right)+\frac{\partial\widetilde{T}_i}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{5}{2}\frac{cp_iB_\zeta}{e_iB^2}\right)\right\}+\\
&+\frac{1}{\sqrt{g}}\left\{\frac{5}{2}\frac{cT_iB_\zeta}{e_iB^2}\frac{\partial T_i}{\partial r}\frac{\partial\widetilde{n}}{\partial\theta}+\frac{5}{2}\frac{cp_iB_\zeta}{e_i}\frac{\partial T_i}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{B^2}\right)\right\}+\\
&+\frac{3M_en\nu_e}{M_i}\tilde{T}_i-T_iV_i^\theta\frac{\partial\tilde{n}}{\partial\theta}-\chi_\parallel^i(h^\theta)^2\frac{\partial^2\widetilde{T}_i}{\partial\theta^2}
\end{aligned}
\tag{2.41}
$$

Usando a definição (**2.30**) podemos simplificar a expressão acima.

$$
\begin{aligned}
0 &= -\chi_\parallel^i(h^\theta)^2\frac{\partial^2\widetilde{T}_i}{\partial\theta^2}+\frac{5}{2}T_iV_{Ti}\frac{\partial\widetilde{n}}{\partial\theta}-\frac{5}{2}nT_iV_{Ti}\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2+\\
&+\frac{3M_en\nu_e}{M_i}\tilde{T}_i-T_iV_i^\theta\frac{\partial\tilde{n}}{\partial\theta}
\end{aligned}
\tag{2.42}
$$

Portanto:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2\widetilde{T}_i}{\partial\theta^2} &= \frac{M_i\nu_i}{3,91}\left(\frac{1}{h^\theta}\right)^2\left[\left(\frac{5}{2}V_{Ti}-V_i^\theta\right)\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\widetilde{n}-5V_{Ti}\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B\right]+\\
&+\frac{3M_en\nu_e\nu_i}{3,91nT_i}\left(\frac{1}{h^\theta}\right)^2\tilde{T}_i
\end{aligned}
\tag{2.43}
$$

Finalmente obtemos:

$$
\frac{\partial^2\widetilde{T}_i}{\partial\theta^2}-2,71b\sqrt{\frac{M_e}{M_i}}\tilde{T}_i=f(\theta)
\tag{2.44}
$$

onde: $f(\theta)$ tem a seguinte forma:

$$
f(\theta)=\frac{0,51bT_i}{\nu_i}\left[\left(\frac{5}{2}V_{Ti}-V_i^\theta\right)\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\widetilde{n}-5V_{Ti}\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B\right]
\tag{2.45}
$$

$b=B^2/\lambda_i^2B^{\theta2}$ - parâmetro colisional; $\lambda_i=\sqrt{2T_i/M_i}/\nu_i$ - caminho livre médio iônico. A ordem de grandeza para o parâmetro $B^2/B^{\theta2}$ (para tokamaks com grande razão de aspecto) é aproximadamente q^2R^2 (veja apêndice **A** equação **A.90**), onde q - fator de segurança. Neste caso teremos então $b=q^2R^2/\lambda_i^2$.

Como podemos ver pela equação acima, a parte dependente de θ da temperatura é descrita por uma equação diferencial de segunda ordem não homogênea. Como a função $f(\theta)$, e consequentemente, $\widetilde{T}_i$ são funções periódicas em θ e além disto, proporcional a $\sin\theta$ para tokamaks de seção transversal circular e a $\sin\theta$ e $\sin2\theta$ para seção transversal elíptica [**12**], buscamos uma solução para equação (**2.44**) do tipo.

$$
\widetilde{T}_i=\sum_{s=1}^{\infty}\widetilde{T}_{is}\sin s\theta,
\tag{2.46}
$$

onde: $\widetilde{T}_{is}$ tem a seguinte forma:

$$\widetilde{T}_{is} = -\int_0^{2\pi} f(\theta)\sin s\theta d\theta \Big/ \left[\pi\left(s^2 + 2.17b\sqrt{M_e/M_i}\right)\right]. \tag{2.47}$$

Substituindo o valor de $f(\theta)$ na expressão acima, o coeficiente da série de Fourier $\widetilde{T}_{is}$, para a parte dependente de θ da temperatura iônica assume o seguinte valor.

$$\begin{aligned}\widetilde{T}_{is} &= -\frac{1,3bT_i}{\pi\nu_i d_s(b)}\left\{\left[V_{Ti}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{\alpha}{5}V_i^\theta\right]\int_0^{2\pi}\sin s\theta\frac{\partial \ln g_{33}}{\partial\theta}d\theta\right\} + \\ &+\frac{1,3bT_i}{\pi\nu_i d_s(b)}\frac{V_{Ti}}{q^2R^2}\int_0^{2\pi}\sin s\theta\frac{\partial g_{22}}{\partial\theta}d\theta\end{aligned} \tag{2.48}$$

onde: $d_s(b) = s^2 + 2.17b\sqrt{M_e/M_i}$. Para obter a expressão acima foram utilizadas as seguintes relações (veja apêndice **A** equação **A.94** e equação **2.25**):

$$\frac{\partial \ln B}{\partial\theta} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{1}{q^2R^2}\frac{\partial g_{22}}{\partial\theta} - \frac{\partial \ln g_{33}}{\partial\theta}\right). \tag{2.49}$$

e

$$\frac{\partial \ln n}{\partial\theta} \approx \frac{1}{2}\alpha\frac{\partial \ln g_{33}}{\partial\theta} \tag{2.50}$$

Utilizando-se as relações (**2.49, 2.50**) e levando em consideração que $\partial/\partial\theta(\ln\sqrt{g}) = \partial/\partial\theta(\ln g_{33})$, (Veja apêndice **A** equação **A.97**) podemos reescrever o termo para a parte dependente de θ da viscosidade paralela da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\widetilde{\pi}_{\|} &= \frac{0.96p_i}{\nu_i}V_i^\theta\left[(1+0.46\alpha)\frac{\partial \ln g_{33}}{\partial\theta} - \frac{1}{q^2R^2}\frac{\partial g_{22}}{\partial\theta}\right] + \\ &+\frac{1,76p_i}{\nu_i}V_{Ti}\left[(1+0.83\alpha)\frac{\partial \ln g_{33}}{\partial\theta} - \frac{1}{q^2R^2}\frac{\partial g_{22}}{\partial\theta}\right]\end{aligned} \tag{2.51}$$

A integral (**2.26**), da qual obteremos a velocidade poloidal, pode então ser reescrita da seguinte forma:

$$\int_0^{2\pi} d\theta\widetilde{\pi}_{\|}\left[\left(\frac{3}{2}+\alpha\right)\frac{\partial \ln g_{33}}{\partial\theta} - \frac{3}{2q^2R^2}\frac{\partial g_{22}}{\partial\theta}\right] + \alpha n\sum_{s=1}^{\infty}\widetilde{T}_{is}\int_0^{2\pi} d\theta\sin s\theta\frac{\partial \ln g_{33}}{\partial\theta} = 0 \tag{2.52}$$

2.23 - Componente contravariante da velocidade iônica poloidal

Substituindo o valor de $\widetilde{\pi}_{\parallel}$ e $\widetilde{T}_{is}$ na expressão acima obtemos a componente contravariante da velocidade poloidal iônica[3] V_i^{θ}.

$$V_i^{\theta} = kV_{Ti} f_2(\alpha, b, A, D) / f_1(\alpha, b, A, D) = -1.83 V_{Ti} f_2(\alpha, b, A, D) / f_1(\alpha, b, A, D) \quad (2.53)$$

onde:

$$f_1(\alpha, b, A, D) = \left(1 + \frac{2}{3}\alpha\right)(1 + 0.46\alpha) A_{33} + A_{22} - (2 + 0.21\alpha) A_{23} + 0.05\alpha^2 b D_{33} \quad (2.54)$$

$$f_2(\alpha, b, A, D) = \left(1 + \frac{2}{3}\alpha\right)(1 + 0.83\alpha) A_{33} + A_{22} - \quad (2.55)$$

$$- (2 + 1.5\alpha) A_{23} - 0.28\alpha b \left[\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) D_{33} - D_{23}\right]$$

$$A_{33} = \int_0^{2\pi} d\theta \left(\frac{\partial \ln g_{33}}{\partial \theta}\right)^2 \quad (2.56)$$

$$A_{22} = \frac{1}{q^4 R^4} \int_0^{2\pi} d\theta \left(\frac{\partial g_{22}}{\partial \theta}\right)^2 \quad (2.57)$$

$$A_{23} = \frac{1}{q^2 R^2} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\partial \ln g_{33}}{\partial \theta} \frac{\partial g_{22}}{\partial \theta} \quad (2.58)$$

$$D_{33} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{d_s(b)} \left(\int_0^{2\pi} d\theta \sin s\theta \frac{\partial \ln g_{33}}{\partial \theta}\right)^2 \quad (2.59)$$

$$D_{23} = \frac{1}{q^2 R^2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{d_s(b)} \int_0^{2\pi} d\theta \sin s\theta \frac{\partial \ln g_{33}}{\partial \theta} \int_0^{2\pi} d\theta \sin s\theta \frac{\partial g_{22}}{\partial \theta} \quad (2.60)$$

2.24 - Fluxo radial iônico de calor

O fluxo radial de calor pode ser obtido pela expressão abaixo:

$$\Gamma_{Ti} = \langle q_i^r \rangle \quad (2.61)$$

[3]- A substituição dos valores da componente dependente de θ da viscosidade paralela e temperatura iônica faz com que a equação (**2.52**) seja muito extensa, porém esta integral pode ser resolvida facilmente sendo que não é necessário fazer nenhuma aproximação.

onde: q_i^r - componente contravariante do fluxo radial de calor que pode ser obtido a partir da expressão geral para o fluxo de calor (Veja apêndice **A** equação **A.76**).

$$q_i = -\chi_{\parallel}^i \nabla_{\parallel} T_i - \chi_{\perp}^i \nabla_{\perp} T_i + \frac{5}{2}\frac{cp_i}{Z_e \mathbf{B}}\left[\mathbf{h} \times \boldsymbol{\nabla} T_i\right] \tag{2.62}$$

onde: $\chi_{\parallel}^i$ e $\chi_{\perp}^i$ - coeficiente paralelo e perpendicular da condutibilidade térmica, respectivamente. Tomando a componente radial na expressão acima, temos:

$$q_i^r = -\chi_{\perp}^i \left(g^{11}\frac{\partial}{\partial r}T_i + g^{12}\frac{\partial}{\partial \theta}T_i\right) - \frac{5}{2}\frac{cp_i B_\varsigma}{Z_e B^2\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial \theta}T_i \tag{2.63}$$

Substituindo o valor de $\chi_{\perp}^i$ na expressão acima teremos:

$$q_i^r = -\frac{2p_i v_i}{M_i \omega_{ci}^2}\left(g^{11}\frac{\partial}{\partial r}T_i + g^{12}\frac{\partial}{\partial \theta}\widetilde{T}_i\right) - \frac{5}{2}\frac{cp_i g_{33} B^\varsigma}{Z_e B^2\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial \theta}\widetilde{T}_i \tag{2.64}$$

Integrando (**2.64**) obtemos:

$$\Gamma_{Ti} = \langle q_i^r \rangle = -\frac{2}{M_i}\left\langle \frac{p_i v_i}{\omega_{ci}^2} g^{11}\frac{\partial T_i}{\partial r}\right\rangle - \frac{5cg_{33}B^\varsigma}{2Z_e}\int_0^{2\pi} d\theta \left(\frac{p_i}{B^2}\frac{\partial \widetilde{T}_i}{\partial \theta}\right)\Big/\int_0^{2\pi}\sqrt{g}d\theta \tag{2.65}$$

A expressão acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{Ti} &= -\frac{2}{M_i}\left\langle \frac{p_i v_i}{\omega_{ci}^2} g^{11}\frac{\partial T_i}{\partial r}\right\rangle - \frac{5cg_{33}B^\varsigma}{2Z_e}\int_0^{2\pi} d\theta \left(\frac{p_i}{B^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\widetilde{T}_i\right)\Big/\int_0^{2\pi}\sqrt{g}d\theta \\
&= -2\frac{p_i v_i}{M_i \omega_{ci}^2}\frac{\partial T_i}{\partial r}\left\langle g^{11}\right\rangle - \frac{5cg_{33}B^\varsigma}{2Z_e}\int_0^{2\pi} d\theta \left(\frac{\widetilde{n}T_i}{B^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\widetilde{T}_i\right)\Big/\int_0^{2\pi}\sqrt{g}d\theta \\
&= -\chi_{\perp}^i\left\langle g^{11}\right\rangle\frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{5cg_{33}B^\varsigma}{2Z_e}\int_0^{2\pi} d\theta T_i\left[\widetilde{T}_i\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\widetilde{n}}{B^2}\right)\right]\Big/\int_0^{2\pi}\sqrt{g}d\theta
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Podemos, portanto, escrever que:

$$\Gamma_{Ti} = -\chi_{\perp}^i\left\langle g^{11}\right\rangle\frac{\partial}{\partial r}T_i - \frac{5cnT_i}{2Z_e B^2}g_{33}B^\varsigma\int_0^{2\pi} d\theta\left[\widetilde{T}_i\frac{\partial}{\partial \theta}\ln\left(\frac{B^2}{\widetilde{n}}\right)\right]\Big/\int_0^{2\pi}\sqrt{g}d\theta \tag{2.67}$$

Então, para calcular o fluxo radial de calor basta substituir o valor de $\widetilde{T}_i$ na expressão acima[4]. Feito isto obteremos:

[4]- Aqui, novamente, apesar da expressão para o fluxo radial de calor, após a substituição do termo para a parte dependente de θ da temperatura iônica, ser bastante extensa, o cálculo é bastante simples e não requer demonstração.

$$\Gamma_{Ti} = -\chi_{\perp}^{i} \left\langle g^{11} \right\rangle \frac{\partial}{\partial r} T_i \left[1 + 0,25 q^2 \left\langle g_{33}^2 \right\rangle C \right] \tag{2.68}$$

onde:

$$C = \left\{ \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) D_{33} - (2+\alpha) D_{23} + D_{22} - 0,37\alpha \left[\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) D_{33} - D_{23} \right] f_2/f_1}{\left\langle g^{11} \right\rangle \left\langle \sqrt{g} \right\rangle \int_0^{2\pi} \sqrt{g} d\theta} \right\} \tag{2.69}$$

e

$$D_{22} = \frac{1}{q^4 R^4} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{d_s(b)} \left[\int_0^{2\pi} d\theta \left(\frac{\partial g_{22}}{\partial \theta} \right)^2 \right]^2 \tag{2.70}$$

2.3 - Interpretação física da rotação de plasma em tokamaks

Vamos agora tentar interpretar fisicamente os resultados obtidos na seção **2.2**, porém antes vamos discutir qualitativamente a rotação de plasma em tokamaks[5].

A rotação de plasma surge em decorrência das forças de viscosidade, inércia e forças de deriva. A viscosidade pode ser dividida em paralela, perpendicular e giroviscosidade[6], enquanto que as forças de deriva podem ser divididas em forças externas (injeção de partículas neutras ou eletrodo polarizado) e forças internas (fluxo não ambipolar e termoforça).

Na existência de uma força externa, a rotação de plasma surge em decorrência do momento produzido e do amortecimento devido à viscosidade do plasma. No entanto, é necessário dizer que existe uma rotação intrínsica no plasma (rotação residual), mesmo sem a aplicação de uma força externa, e que foi medido recentemente no *TCABR* [**16**].

A rotação residual surge porque no início da descarga a viscosidade na direção paralela é muito grande, o que provoca uma separação de cargas elétricas dando origem a um campo elétrico radial que por sua vez fará com que o plasma gire. Este campo elétrico irá crescer até o instante em que a rotação poloidal atinja um regime estacionário cujo valor foi determinado por Hazeltine em [**3**] e vale.

$$U_{i\theta} = k U_{Ti}, \qquad U_{Ti} = \frac{1}{M_i \omega_{ci}} \frac{\partial T_i}{\partial r}, \tag{2.71}$$

Este regime estacionário irá ser atingindo quando houver um equilíbrio entre as forças de viscosidade e as termoforças que surgem em decorrência do gradiente de pressão.

Vamos analisar com um pouco mais de cuidado as forças de viscosidades paralelas e perpendicular, que podem ser expressas aproximadamente pelas expressões abaixo:

[5]- Para uma melhor compreensão das grandezas físicas utilizadas na seção **2.2** é recomendado ler o apêndice **B**, que é uma tradução do original em russo, do item **3** (página 195) do artigo de Braginskii [**2**].

[6]- A giroviscosidade pode ser definida como uma componente do tensor viscosidade que está entre a componente paralela e a perpendicular. Alguns autores [**6**] tem utilizado a giroviscosidade para explicar a rotação toroidal de plasma.

Viscosidade paralela

$$\left\langle \nabla_{//}\pi \right\rangle_{\theta,\varsigma} = n_i m_i \mu_{//}^{\theta,\varsigma} \left\langle U_{\theta,\varsigma} - kU_{i,\theta}.\delta_{\theta,(\theta,\varsigma)} \right\rangle \tag{2.72}$$

Viscosidade perpendicular

$$\left\langle \nabla_{\perp}\pi \right\rangle_{\varsigma} = -n_i m_i \mu_{\perp}^{\varsigma} \nabla_r^2 \left\langle U_{\varsigma} \right\rangle \tag{2.73}$$

Viscosidade perpendicular

$$\left\langle \nabla_{\perp}\pi \right\rangle_{\theta} = -n_i m_i \mu_{\perp}^{\theta} \nabla_{r,}^2 \left\langle U_{\theta} \right\rangle \tag{2.74}$$

onde:

$$\nabla_r^2 U = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}U\right) \quad \text{e} \quad \nabla_{r,}^2 U = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^3\frac{\partial}{\partial r}(\frac{U}{r})\right) \tag{2.75}$$

$\mu_{//}^{\theta,\varsigma}$ e $\mu_{\perp}^{\theta,\varsigma}$- coeficientes de viscosidade paralelo e perpendicular respectivamente; $\langle ... \rangle$ - valor médio em uma superfície magnética; $\delta_{\theta,(\theta,\varsigma)}$ - delta de Cronecker.

A partir das expressões acima podemos concluir que se existir um gradiente na direção radial das velocidade de rotação toroidal e poloidal (tal fato foi observado em [**19**]), haverá um amortecimento da velocidade toroidal devido à componente perpendicular da força de viscosidade.

De acordo com a teoria neoclássica, a viscosidade paralela depende fortemente da configuração do campo magnético, mais precisamente, o coeficiente paralelo da viscosidade é proporcional a γ (γ - gradiente normalizado do campo magnético) e pode ser expresso da seguinte forma:

$$\mu_{//} \propto \sqrt{\pi}\gamma^2 \frac{eT_i}{m_i \omega_{ti}} \tag{2.76}$$

onde: $\omega_{ti} = \sqrt{\frac{2eT_i}{m_i}}/qR$ - frequência de trânsito (*transit frequency*) dos íons; $\gamma^2 = \left\langle (\frac{\partial B}{\partial \theta})^2 \right\rangle / r^2 B^2$ (para o fluxo poloidal) e $\gamma^2 = \left\langle (\frac{\partial B}{\partial \zeta})^2 \right\rangle / R^2 B^2$ (para o fluxo toroidal). Como $B \propto 1/R$ podemos concluir que para o fluxo poloidal $\gamma \propto R/a$, enquanto que para o fluxo toroidal, devido à simetria em ζ, $\gamma = 0$.

Podemos concluir que, opondo-se ao fluxo poloidal teremos a viscosidade paralela e perpendicular, sendo o coeficiente paralelo da viscosidade proporcional ao quadrado da

razão de aspecto. Opondo-se ao fluxo toroidal teremos somente a viscosidade perpendicular e por ser ela muito pequena, se comparada com a paralela, o amortecimento na rotação toroidal deve ser pequeno, porém é importante lembrar que é fato experimental que a viscosidade perpendicular é anômala.

2.4 - Conclusão do capítulo

O problema estudado na seção **2.2** resume-se ao cálculo da rotação poloidal da coluna de plasma, para o regime colisional, e o fluxo de calor. No cálculo da rotação poloidal é suposta a existência de um fluxo na direção toroidal ($\alpha \neq 0$) de tal forma que todo o plasma é impulsionado nesta direção (como acontece no caso de aquecimento por injeção de partículas neutras). Para $\alpha = 0$, a velocidade de rotação é determinada somente pelo gradiente de temperatura iônica e pelo campo magnético. Isto pode ser visto claramente se na expressão (**2.53**) substituirmos $\alpha = 0$ obteremos a expressão (**2.1**), que é o valor clássico para rotação redidual obtido por Hazeltine em [**3**] e que está de acordo com [**12**].

A partir da expressão (**2.53**) obtemos, para o caso de um tokamak cuja seção transversal é elíptica,

$$U_{i\theta} = G_u(\alpha, b) U_{Ti} \tag{2.77}$$

onde: $U_{i\theta} = \varrho V_i^{\theta}$; $U_{Ti} = (1/M_i\omega_{ci})\partial T_i/\partial r$; $\varrho = \sqrt{l_2 l_1}$ - l_2 e l_1 semi-eixos maior e menor respectivamente.

O parâmetro $G_u(\alpha, b)$ tem a seguinte forma:

$$G_u(\alpha, b) = -\frac{f_2(\alpha, b)}{f_1(\alpha, b)} \tag{2.78}$$

$$f_1(\alpha, b) = d(b)\left(1 + \frac{2}{3}\alpha\right)(1 + 0,19\alpha) + 0,18\alpha^2 b \tag{2.79}$$

$$f_2(\alpha, b) = d(b)\left(1 + \frac{2}{3}\alpha\right)(1,83 + 1,52\alpha) - 0,88\alpha b\left(1 + \frac{2}{3}\alpha\right) \tag{2.80}$$

onde: $d(b) = 1 + 2,2b\sqrt{M_e/M_i}$ e o parâmetro A, que aparece em [**14**], foi considerado muito menor que a unidade e tem a seguinte forma:

$$A = \frac{l_1}{Rq}\left(\frac{l_2^2}{l_1^2} - 1\right) \tag{2.81}$$

Para um tokamak com seção transversal circular $l_2 = l_1$ e, portanto $A = 0$, teremos que a expressão para a velocidade poloidal coincide com (**2.77**). A figura abaixo mostra o comportamento de $G_u(\alpha, b)$ em função de α para diferentes diferentes parâmetros colisionais que estão de acordo com [**17**].

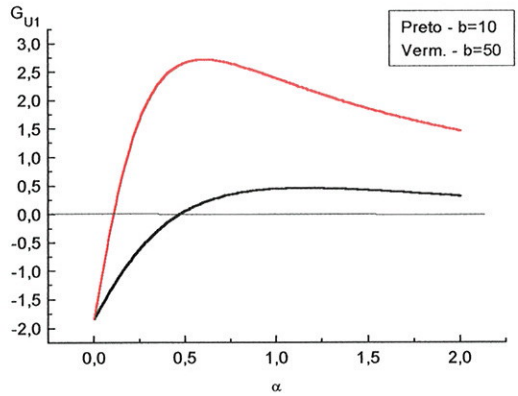


FIG. 2.1. $G_{u1}(\alpha, b)$, para diferentes b, em função de α.

A função $G_{u1}(\alpha, b)$ representa a velocidade de rotação poloidal para o caso de $U_{Ti} = (1/M_i\omega_{ci})\partial T_i/\partial r = 1$. Como podemos ver, a partir da figura acima, a velocidade de rotação é fortemente afetada pelo parâmetro colisional b e depende do número α, trocando de sentido para um certo $\alpha < 1$.

Estimativas mostram que o parâmetro $f_1(\alpha, b, A, D)$ é sempre positivo, pois o coeficiente $A_{23} \ll A_{33}$, portanto o denominador da equação (**2.53**) é sempre positivo. Para obtermos o valor de α_0, que representa o valor de α para o qual a velocidade poloidal troca de sentido, basta igualar o parâmetro $f_2(\alpha, b, A, D)$ a zero e resolver a equação do segundo grau. Se desprezarmos os termos A_{22}, A_{23} e D_{23} por serem pequenos, se comparados com A_{33} e D_{33}, obtemos:

$$\alpha_0 \approx -1 + \sqrt{2 - \frac{A_{33}}{(0,55A_{33} - 0,14bD_{33})}} \tag{2.82}$$

Se substituirmos as componentes do tensor métrico para um plasma, cuja seção transversal é circular (veja apêndice **A 8**), na expressão acima, obtemos $\alpha_0 \simeq 0,5$ (para $b = 10$), o que também está de acordo com [**17**].

Como α_0 depende somente da compomente g_{33} do tensor métrico e esta compomente difere muito pouco para as formas mais comuns de seção transversal (veja apêndice **A 8** para tokamaks com seção transversal circular e elongada), o ponto de inversão da rotação poloidal depende basicamente do parâmetro colisional.

O fluxo radial de calor iônico também é afetado pela geometria e pelo valor de α. Se na expressão (**2.68**), para $\alpha = 0$, for substituida a métrica correspondente de um plasma, cuja seção transversal é circular, obteremos o famoso valor obtido por Shafranov [**18**] que diz que em um tokamak o fluxo de calor tem a seguinte forma:

$$\Gamma_{Ti} = \langle q_i^r \rangle = -\chi_\perp^i \frac{\partial T_i}{\partial r}\left(1 + 1,6q^2\right) \tag{2.83}$$

Se a seção transversal da coluna de plasma for elongada, então o fluxo de calor terá a seguinte forma:

$$\Gamma_{Ti} = \langle q_i^r \rangle = -\chi_\perp^i \frac{\partial T_i}{\partial r} \frac{(l_1^2 + l_2^2)}{2 l_1 l_2} \left[1 + 3,2 q^2 \frac{l_1^2}{(l_1^2 + l_2^2)} \right] \tag{2.84}$$

A expressão acima pode ser reescrita em função do fator de alongamente $k = l_2/l_1$, que é forma mais adequada para ver a dependência do fluxo de calor com a geometria.

$$\Gamma_{Ti} = \langle q_i^r \rangle = -\chi_\perp^i \frac{\partial T_i}{\partial r} \frac{(1 + k^2)}{2k} \left[1 + 3,2 q^2 \frac{1}{(1 + k^2)} \right] \tag{2.85}$$

A partir da expressão(**2.68**) podemos obter o fluxo de calor para um tokamak de seção transversal elongada para diferentes valores de α.

$$\Gamma_{Ti} = \langle q_i^r \rangle = -\chi_\perp^i \frac{\partial T_i}{\partial r} \frac{(1 + k^2)}{2k} \left[1 + 3,2 q^2 \frac{1}{(1 + k^2)} G_T(\alpha, b) \right] \tag{2.86}$$

$$G_T(\alpha, b) = \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) \left(1 + \frac{2}{3}\alpha\right) \frac{f_3(\alpha)}{f_1(\alpha, b)} \tag{2.87}$$

$$f_3(\alpha) = \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) (1 + 0,19\alpha) + \frac{\alpha}{5} (1,83 + 1.52\alpha) \tag{2.88}$$

A figura **2.2** mostra a dependência do fluxo de calor em função do fator de elongação k para $b = 10$, e $\chi_\perp^i \partial T_i/\partial r = 1$ e para diferentes valores de q.

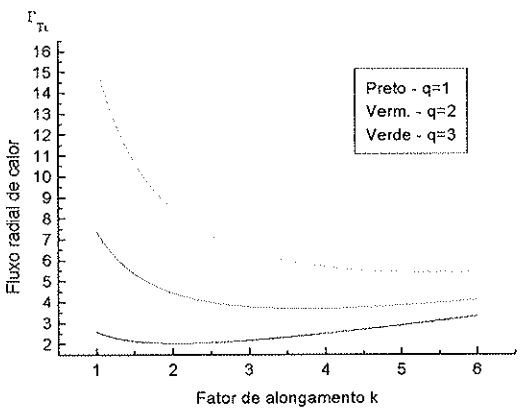


FIG. 2.2. $\Gamma_{Ti}(k)$, para diferentes q, vs. k.

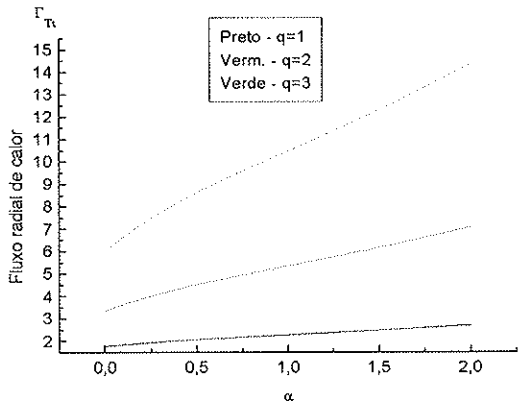


FIG. 2.3. $\Gamma_{Ti}(\alpha)$, para diferentes q, vs α.

Como pode ser visto, a partir de Fig. **2.2**, o fluxo de calor é fortemente afetado pela geometria. Ele tem um máximo para um fator de elongação igual à unidade, o que corresponde a uma seção transversal circular, diminui com o aumento do fator de elongação, apresenta um mínimo em $k = 2$ para um fator de segurança $q = 1$ e volta a crescer com o aumento de k. Outro fato que pode ser observado a partir da figura **2.2** é a forte dependência do fluxo radial de calor com o fator de segurança ($\sim q^2$), o que significa que as perdas de energia na borda da coluna de plasma são bem mais intensas que no centro.

A fugura **2.3** ilustra a dependência do fluxo radial de calor com o parâmetro α. Neste caso também foi suposto $b = 10$, $\chi_{\perp}^{i}\partial T_i/\partial r = 1$ e $k = 2$ para diferentes valores de q. Como pode ser notado, o fluxo de calor aumenta com α, o que não é desejado, pois a injeção de partículas representa uma maneira eficiente de aquecer o plasma, e é proporcional à energia das partículas neutras injetadas no plasma.

Referências

[1] Rice J. E., et al - 1997 *Nucl. Fusion* **37** 421.
[2] Braginskii S. I. - 1965 *Reviews of Plasma Physics* (Leontovich M. A. eds) New York **Vol 1** p. 214.
[3] Hazeltine, R. D. - 1974 *Phys. Fluids* **17** 961.
[4] Mikhailovskii, A.B. Tsypin, V.S. - 1971 *Plasma Physics.* **v.13, No.5** 785.
[5] Mikhailoviskii, A. B. and Tsypin, V. S. - 1984 *Beitr. Plasmaphys.* **24** 335.
[6] Claassen H.A., Gerhauser H., Rogister A. and Yarim C. - 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3699
[7] Kim Y.B, Diamond P.H. Groebner R.J. 1991 *Phys. Fluids B* **3** 2050
[8] Shaing K. S. - 2001 *Phys. Plasmas* **8** 193
[9] Coppi B. - 2002 *Nucl. Fusion* **42** 1.
[10] Hinton, F. L. and Rosenbluth, M.N. - 1973 *Phys. Fluids* **16** 836.
[11] Mikhailoviskii, A. B. and Tsypin, V. S. - 1982 *Sov. Phys. JETP* **56** 75.
[12] Tsypin, V. S., de Azevedo, C. A. and Assis, A. S. - 1996 *Phys. Letters* **A 19** 282.
[13] Tsypin, V. S., de Azevedo, C. A. and da Silva, C. E. - 1996 *Czechoslovak Journal of Phys.* **Vol. 48 No. 9** 1075.
[14] Tsypin, V. S., Severo, J. H. F., Nascimento, I. C., Galvão, R. M. O. and Kuznetov, Yu. K. - 2001 *Brazilian journal of Physics* **Vol. 31 No. 1** 34.
[15] Severo, J. H. F., Tsypin, V. S., Nascimento, I. C., Galvão, R. M. O., Tendler, M. and Fagundes, A. N. - 2002 *Brazilian journal of Physics* **Vol. 32 No. 1** 34.
[16] Severo, J. H. F., Nascimento I. C., Tsypin V. S. and Galvão R. M. O, 19th IAEA Fusion Energy Conf. 2002 Lyon, France.
[17] Tsypin, V. S. et al - 1997 *Plasma Phys. and Control. Fusion* **39** 1681.
[18] Shafranov, V. D. - 1965 *Atom. Energy* **19** 1008.
[19] Severo, J. H. F., Nascimento, I. C., Tsypin, V. S. and Galvão, R. M. O. - 2003 *Nuclear Fusion* (to be publicated).

CAPÍTULO 3.

Espectrômetro THR1000

Espectrômetro é um aparelho destinado a medir o espectro de uma certa fonte de radiação. Ele é composto por uma fenda de entrada, elementos colimadores, elementos dispersivos e focalizadores, sendo que a diferença entre os vários tipos de aparelhos que existem no mercado está no tipo de elemento dispersivo (prisma, rede de difração, interferômetro de Fabri-Perrot e outros) e no sistema de detecção da radiação, bem como na configuração destes componentes.

Nos aparelhos, cujos elementos dispersivos não apresentam eixo de simetria (por exemplo, prisma e rede de difração) a separação da radiação em espectros ocorre em um único plano. O espectro é obtido em forma de uma imagem monocromática invertida, da fenda de entrada. Essa imagem é ampliada em $f2/f1$ vezes, onde $f2$ e $f1$ são as distâncias focais dos elementos focalizadores.

Os aparelhos, cuja finalidade é medir o espectro de uma certa fonte de radiação, podem ser classificados como:
a) *Espectrógrafo* - São geralmente utilizados para fotografar o espectro. Estes aparelhos tem no plano focal um filme que permite fotografar o espectro.
b) *Monocromador* - São empregados para separar a radiação em intervalos estreitos de comprimento de ondas. No plano focal, este aparelho possui uma fenda fixa de saída, que permite que a luz atinja o detector. Se o monocromador tiver várias fendas de saída então este aparelho, cujo nome é policromador, permitirá que se observe várias faixas do espectro ao mesmo tempo.
c) *Espectrômetro* - Muito parecido ao espectrógrafo, com a diferença que no plano focal existe detectores elétricos de radiação do tipo *CCD* (Charge-Coupled Device Arrays*) e PDA* (Photodiode Arrays).

O aparelho óptico que existe no Laboratório de Física de Plasmas da Universidade de São Paulo é um espectrômetro do modelo *THR1000* de fabricação comercial da *Jobin Yvon.* Este aparelho, que está representado na figura **3.1**, possui uma distância focal de 1000 mm e uma dispersão linear de aproximadamente 8 Å/mm. Para medir a radiação luminosa emitida pelo plasma, tinhamos inicialmente um detector do tipo *CCD* de fabricação da ISA/Jobin Yvon-Spex, com um arranjo matricial de detectores de $512X512$ canais, permitindo medidas de espectros que se encontram na faixa do visível ($400 - 700$ nm) e uma fotomultiplicadora.

O aparelho *THR1000* é composto por uma rede de difração, dois espelhos esféricos, fendas de entrada e saída, detector, e espelho semitransparente móvel.

Um feixe de luz, proveniente de uma fonte externa, passa pela fenda de entrada chegando até o espelho colimador onde é refletido, atingindo a rede de difração. Na rede de difração ocorre a separação do espectro de tal forma que somente uma pequena banda (aproximadamente 100 Å) do espectro inicial atingirá o segundo espelho colimador. A seleção desta banda é feita através da rede de difração onde é fixado um determinado comprimento de onda (por exemplo 5000 Å) e a luz refratada pela rede terá um espectro que varia de $4950 - 5050$ Å. Esta banda de luz, após ser refratada pela rede incide no espelho colimador onde é novamente refletida e colimada em cima dos elementos detectores.

No caso do espectrômetro *THR1000* existe a possibilidade de monitorar a radiação emitida pelo plasma através de duas saídas. Isto é feito através de um espelho semi transparente que recebe a luz proveniente do espelho colimador e divide o feixe em duas partes que incidirão em diferentes detectores. À frente do espelho colimador encontrava-se instalado um detector do tipo *CCD* sobre o qual incidia a radiação oriunda do plasma. Na outra saída do espectrômetro

encontra-se instalada uma fenda e uma fotomultiplicadora. A fenda permite selecionar uma faixa muito estreita da banda de 100 Å de tal forma que na fotomultiplicadora incidirá a radiação proveniente de uma única linha espectral e ela nos fornecerá a intensidade desta linha espectral em função do tempo.

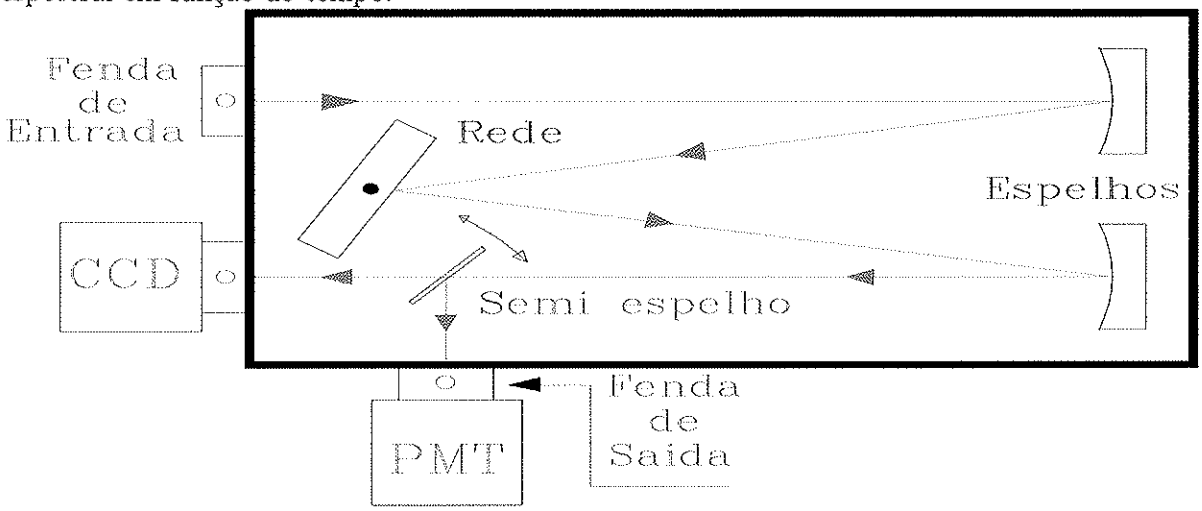


Fig. 3.1 spectrômetro *THR1000.*

Para uma correta exploração do espectrômetro é necessário o conhecimento de alguns parâmetros tais como dispersão linear, luminosidade etc. No apêndice **D** desta tese serão examinados os principais parâmetros ópticos de uma rede de difração assim como as aberrações geradas pela mesma. Serão ainda discutidos os tipos de detectores usados em espectroscopia onde são analisados em detalhes os detectores do tipo fotomultiplicador. Para finalizar, serão estudadas as condições para um bom acoplamento óptico entre o objeto luminoso (plasma) e o espectrômetro.

CAPÍTULO 4.

Resultados Experimentais de Rotação de Plasma no Tokamak TCABR

4.1 - Introdução

O espectrômetro *THR1000* de fabricação da *Jobin Yvon* é equipado com um detector do tipo *CCD* (*Charge Coupled Device* - matriz de 512X512 detectores), cuja finalidade é contar os fótons emitidos pelo plasma, contagem esta que por sua vez é proporcional à intensidade das linhas espectrais. Além do *CCD,* temos acoplado ao espectrômetro, na outra fenda de saída, uma fotomultiplicadora (*R943-2*) de fabricação *Hamamatsu*, utilizada para medidas da evolução temporal de algumas linhas espectrais emitidas pelo plasma do *TCABR.*

No início dos trabalhos com o tokamak *TCABR* tivemos muitos problemas de ruído gerado pelas ondas de Alfvén e descargas do tipo elétrons fugitivos (runaway) que geram ruídos muito intensos e danificaram o *CCD.*

Assim, sem o *CCD,* restou-nos somente a fotomultiplicadora, através da qual deveriam ser obtidas todas informações referentes à velocidade de rotação e temperatura iônica do plasma. Para que estes parâmetros podessem ser medidos no *TCABR* foi necessário colocar a rede de difração em movimento durante a descarga tokamak, de forma a varrer a região espectral de interesse. Neste capítulo, serão descritos em detalhes os métodos, assim como as dificuldades encontradas nas medidas de velocidade e temperatura iônica do plasma. Serão, ainda, analisados os resultados experimentais de rotação de plasma e temperatura iônica obtidos através deste processo, assim como serão calculados os perfis de densidade para as impurezas (abundância parcial), informação essencial para as medidas de rotação.

No final do capítulo serão discutidos estes resultados e será feita uma comparação com os resultados previstos pela teoria neoclássica e, finalmente, será feita uma breve discussão das incertezas nestes medidas de temperatura iônica.

4.2 - Abundância parcial

Para que as medidas de rotação podessem ser efetuadas no *TCABR*, foi necessário o conhecimento da localização espacial das impurezas presentes na coluna de plasma, para diferentes graus de ionização. A figura **4.1** ilustra bem esta necessidade.

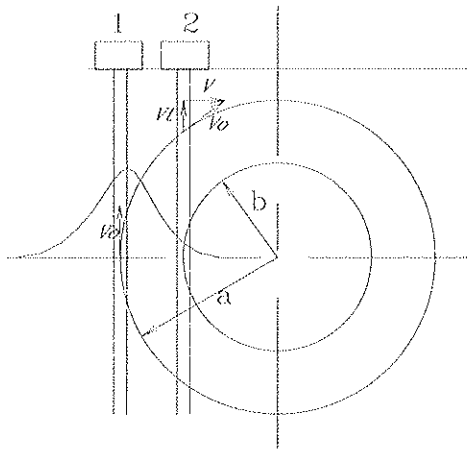


Fig.4.1

Como podemos notar, a necessidade de medir a rotação na superfície de raio b nos impõe a necessidade de usar uma impureza, cuja região de maior concentração seja a superfície de raio b, pois caso contrário estariamos medindo a componente $(\overrightarrow{V_0} - \overrightarrow{V})$, o que é explicado pelo fato que em $r = b$ a densidade da impureza, cujo máximo está localizado em $r = a$, é muito pequena, tendo ela um peso muito pequeno na componente da velocidade do plasma.

Para determinar a região da coluna de maior concentração da impureza, é necessário resolver o sistema de equações abaixo.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} = S_{Z-1}n_{Z-1}n_e + \alpha_{Z+1}n_{Z+1}n_e - S_Z n_Z n_e - \alpha_Z n_Z n_e - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\overrightarrow{\Gamma_Z}) \tag{4.1}$$

onde: n_Z - densidade da impureza com grau de ionização Z em $[cm^{-3}]$; n_e - densidade eletrônica $[cm^{-3}]$; S_Z , α_Z - Taxa de ionização e recombinação da impureza com grau de ionização Z em $[cm^3s^{-1}]$; $\overrightarrow{\Gamma_Z}$ - Fluxo local da impureza com grau de ionização Z em $[cm^{-2}s^{-1}]$. Desprezando o fluxo de impurezas e analisando o caso estacionário, o sistema acima se transforma em um sistema homogêneo de equações acopladas que pode assumir a forma (**4.2**) se as equações forem somadas duas a duas de forma que os elementos $\alpha_Z(T_e)n_Z n_e$ e $S_{Z-1}(T_e)n_{Z-1}n_e$ cancelem-se mutuamente.

$$\alpha_{Z+1}(T_e)n_{Z+1} = S_Z(T_e)n_Z \tag{4.2}$$

Como podemos ver pela equação acima, a dependência com a densidade eletrônica desapareceu, restando somente a dependência para com a temperatura eletrônica através dos coeficientes S_Z, α_{Z+1}. Cálculos do fluxo de impurezas podem ser encontrados nas referências [**1-3**] e, na referência [**1**] é apresentado o resultado mostrando que a velocidade com que as impurezas de O^{+3} O^{+4} e O^{+5} se difundem na coluna de plasma independe do grau de ionização e é da ordem de $10^3 cm/s$. O fluxo de impurezas para dentro e fora da coluna de plasma também pode ser obtido pela comparação da distribuição espacial das impurezas com sucessivos grau de ionização, com os cálculos numéricos nos quais se considera que as impurezas se difundem na coluna de plasma, que é caracterizada por

um perfil experimental de temperatura e densidade eletrônica, com velocidade constante. Maiores detalhes podem ser encontrados nas referências [**4,5**].

Infelizmente não foi possível avaliar o fluxo de partículas no *TCABR*, mas é de se esperar, como será visto mais adiante, que a influência deste fluxo nas posições espaciais das densidades de impurezas com diferentes graus de ionização, não interfira em muito nas medidas de rotação.

Está claro que para resolver o sistema de equações (**4.2**) é necessário calcular as taxas de ionização e recombinação, as quais podem ser obtidas através das equações (**C.17**, **C.19** e **C.24**), onde na expressão (**C.24**), que determina a taxa de recombinação dieletrônica, não foi considero a influência de n_e em α_{dZ}. Neste trabalho, a taxa de recombinação radiativa foi calculada pela fórmula proposta por Burgess [**6**], a qual é extensamente utilizada em cálculos de equilibrio [**7**].

No cálculo da localização dos picos de máxima abundância para os íons de carbono, oxigênio e nitrogênio, como em [**8**], foram consideradas somente transições ressonantes e, vale ressaltar que, para o caso dos íons de ferro altamente ionizados Fe^{+21}, as transições do tipo $\Delta n \neq 0$ são mais importantes [**7**].

A recombinação de três corpos $X^{Z+}(j_0) + e + e \rightarrow X^{(Z-1)+}(j) + e$ e a transferência de cargas $X^{Z+}(j_0) + H^0 \rightarrow X^{(Z-1)+}(j) + H^+$ foram desprezadas nos cálculos das abundâncias parciais dos íons, sendo que o processo de recombinação de três corpos só é importante para densidades acima de $10^{16} cm^{-3}$ [**7**].

O sistema de equações (**4.2**), escrito para o caso do carbono, que pode estar até 6 vezes ionizado, toma a forma.

$$\begin{aligned} n_0 S_0 &= n_1 \alpha_1 \\ n_1 S_1 &= n_2 \alpha_2 \\ n_2 S_2 &= n_3 \alpha_3 \\ n_3 S_3 &= n_4 \alpha_4 \\ n_4 S_4 &= n_5 \alpha_5 \\ n_5 S_5 &= n_6 \alpha_6 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Como não são conhecidas as densidades n_Z do carbono com grau de ionização Z , é necessário introduzir mais uma variável para que o sistema de equações acima possa ser resolvido. Chamamos de abundância parcial de uma impureza com grau de ionização Z a função f_Z que tem a forma:

$$f_Z = \frac{n_Z}{\sum n_Z} = \frac{n_Z}{n_{imp.}} \tag{4.4}$$

O sistema acima pode ser agora resolvido se expressarmos cada umas das densidades do carbono em relação a n_6 em função das taxas de ionização e recombinação. Somando todas estas densidades relativas obteremos f_6 em função das taxas de ionização e recombinação. Obtido f_6 as outras abundâncias parciais saem automaticamente. Feito isto, obteremos as expressões abaixo para as f_Z:

$$f_6 = \frac{S_0 S_1 S_2 S_3 S_4 S_5}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 A} \tag{4.5}$$

$$f_5 = \frac{S_0 S_1 S_2 S_3 S_4}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 A} \tag{4.6}$$

$$f_4 = \frac{S_0 S_1 S_2 S_3}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 A} \tag{4.7}$$

$$f_3 = \frac{S_0 S_1 S_2}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 A} \tag{4.8}$$

$$f_2 = \frac{S_0 S_1}{\alpha_1 \alpha_2 A} \tag{4.9}$$

$$f_1 = \frac{S_0}{\alpha_1 A} \tag{4.10}$$

$$f_0 = \frac{1}{A} \tag{4.11}$$

onde:

$$A = 1 + \frac{S_0}{\alpha_1} + \frac{S_0 S_1}{\alpha_1 \alpha_2} + \frac{S_0 S_1 S_2}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} + \frac{S_0 S_1 S_2 S_3}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4} + \frac{S_0 S_1 S_2 S_3 S_4}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5} + \frac{S_0 S_1 S_2 S_3 S_4 S_5}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6} \tag{4.12}$$

Finalmente, para que as posições dos picos das impurezas do carbono podessem ser obtidas, foi feito um programa em Matlab para calcular e plotar as funções acimas. Os graficos abaixo representam estas funções para o caso do carbono, oxigênio e nitrogênio. Temos ainda, para comparação, as concetrações relativas para o carbono e nitrogênio e oxigênio extraídas da referência [**9**]

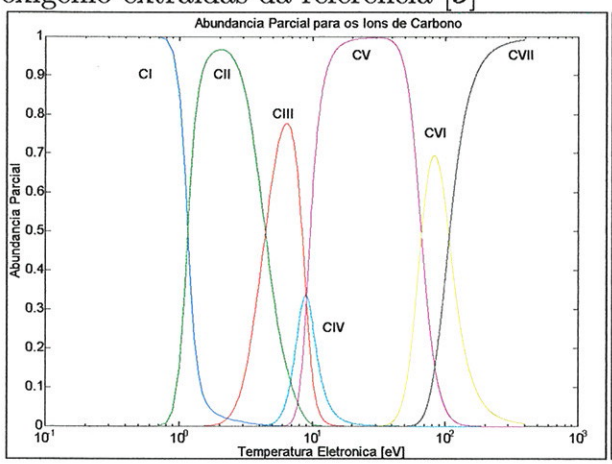


Fig. 4.2 $f_Z(T_e)$ para o carbono

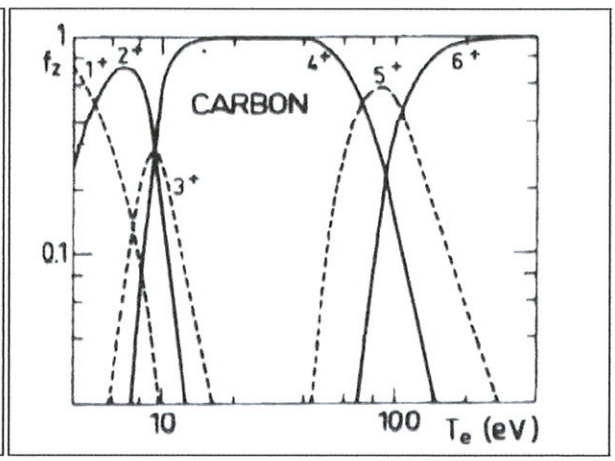


Fig. 4.3 $f_Z(T_e)$ para o carbono, extraído de [9]

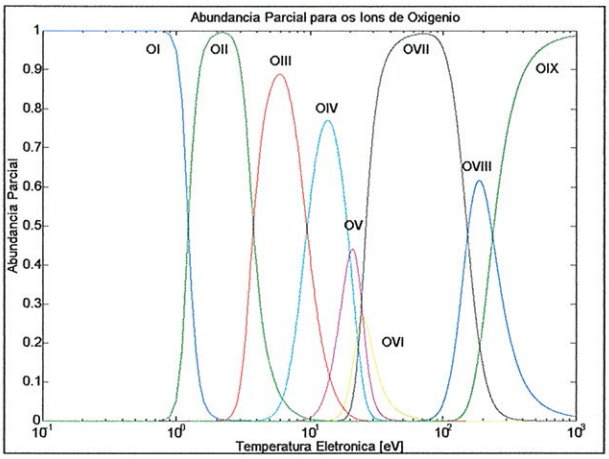


Fig. 4.4 $f_Z(T_e)$ para oxigênio

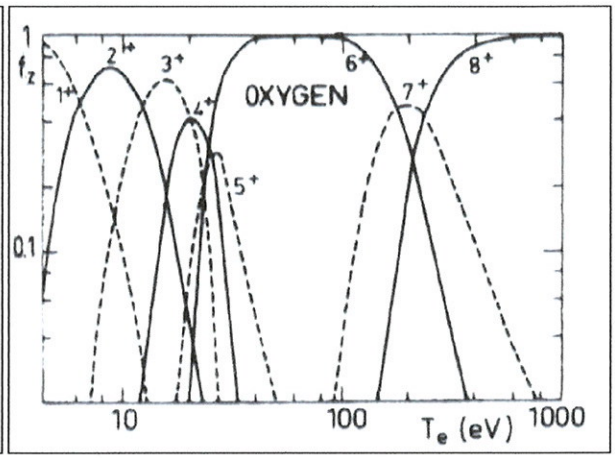


Fig. 4.5 $f_Z(T_e)$ para oxigênio, extraído de [9]

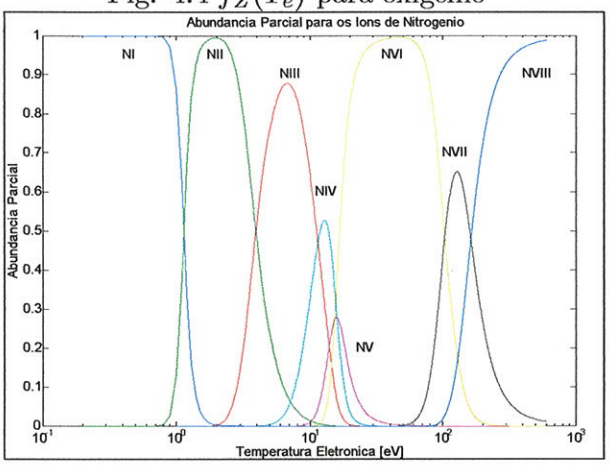


Fig. 4.6 $f_Z(T_e)$ para nitrgênio.

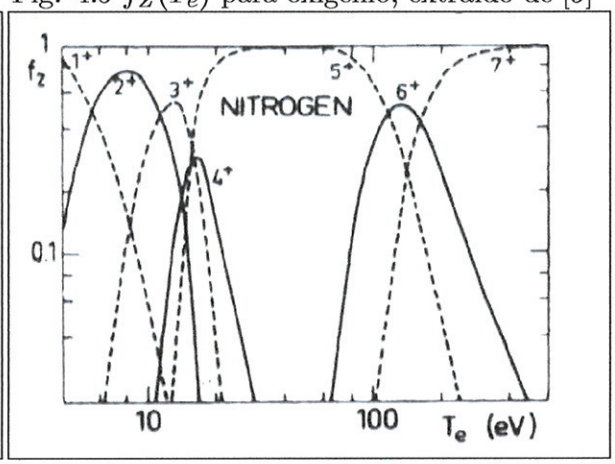


Fig. 4.7 $f_Z(T_e)$ para nitrgênio, extraído de [9]

Como era esperado, a localização dos picos é função somente da temperatura eletrônica, e como T_e é uma função de r, isto significa que a localização dos picos será uma função de r através de T_e. Análises feitas pelo código de transporte *ASTRA*[1], para descargas resistivas, mostram que o perfil espacial de temperatura eletrônica tem a forma: $T_e = T_0(1 - r^2/a^2)^{\alpha_T}$, onde $\alpha_T \approx 1,5$. A figura **4.8** mostra o perfil de T_e típico para uma descarga resistiva (**Disp.7922**). Com este perfil de temperatura, podemos agora construir um gráfico de $f_Z(r)$ para os íons de carbono, obtendo com isto sua localização espacial na coluna de plasma.

[1]- Maiores informações sobre o código de transporte ASTRA, assim como cálculo do aquecimento gerado por ondas de Alfvén no TCABR podem ser encontrado em: Pereverzev, G., Yushmanov, P. N. *IPP-Report (Max-Planck-Institut Garching)* 5/98 - February 2002 e Elfimov, A. G. Galvão, R. M. O., Galkin, S. A., Ivanov, A. A. and Medvedev, S. Yu. 2002 - *Brazilian Journal of Physics* **32** No 1 34.

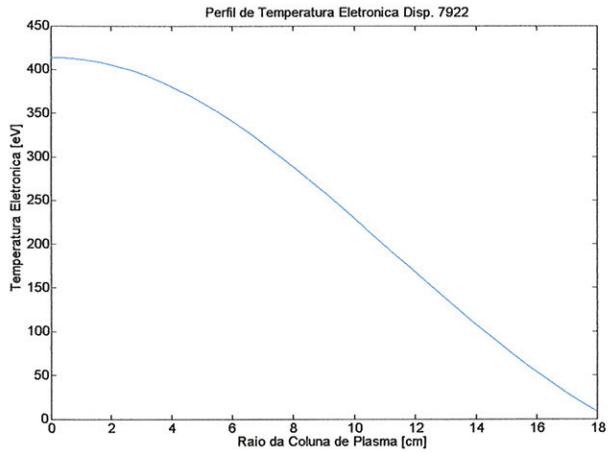


Fig. 4.8 $T_e(r)$ - $\alpha_T \approx 1,5$ (ASTRA)

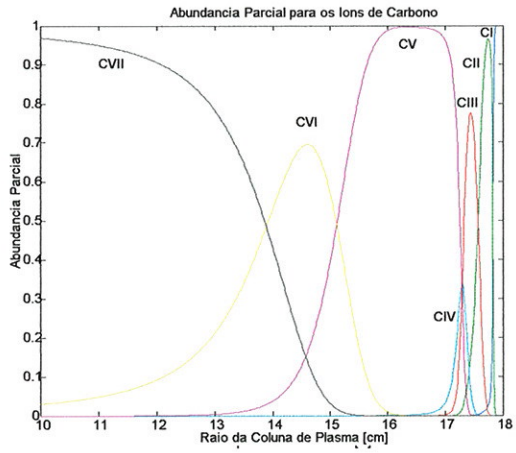


Fig. 4.9 Distribuição espacial dos íons de C.

É importante dizer que o diagnóstico *ECE* (eletron ciclotron emission) nos tem formecido um perfil diferente do fornecido pelo código *ASTRA,* com $\alpha_T \approx 2,5$. Tal fato também foi observado no *TCA* onde os diagnósticos de espalhamento Thomson e *ECE* forneciam coeficientes $\alpha_T \approx 2,5$ e $\alpha_T \approx 1,5$ respectivamente. Porém, é pouco provável que o perfil de temperatura eletrônica no *TCABR* tenha um coeficiente $\alpha_T \approx 2,5$. Este coeficiente é visto no diagnóstico de *ECE* devido a presença de elétrons fugitivos que estão presentes em descargas com baixa densidade. A presença destes elétrons fugitivos faz com que a radiação ciclotrônica aumente, indicando com isto uma maior temperatura. Como estes elétrons estão localizados no centro da coluna de plasma, isto provoca um aumento irreal da temperatura eletrônica do plasma nesta região, fazendo com que o perfil seja mais acentuado.

As figuras **4.10, 4.11, 4.12** e **4.13** mostram o perfil de temperatura eletrônica e a distribuição das impurezas de *CIII* e *CVI* ao longo da coluna de plasma para $\alpha_T \approx 1,5$ e $2,5$ respectivamente.

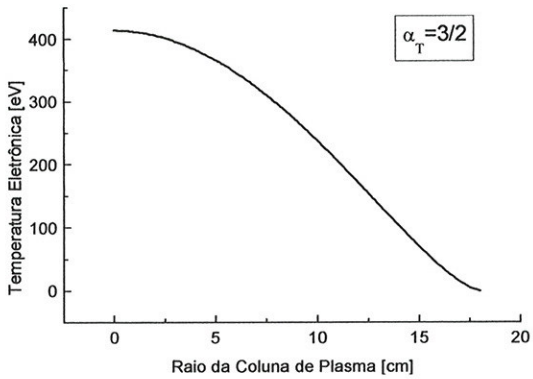


Fig. 4.10 $T_e(r)$ para $\alpha_T = 3/2$.

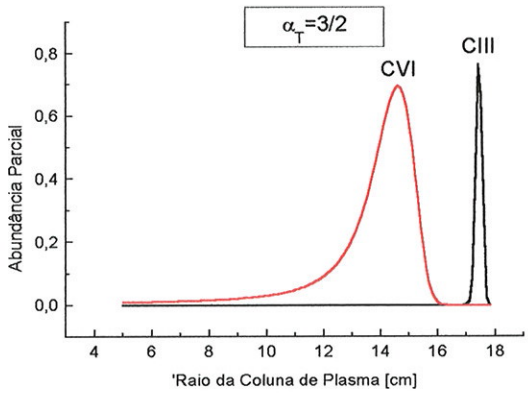


Fig. 4.11 $CVI(r)$ e $CIII(r)$ para $\alpha_T = 3/2$

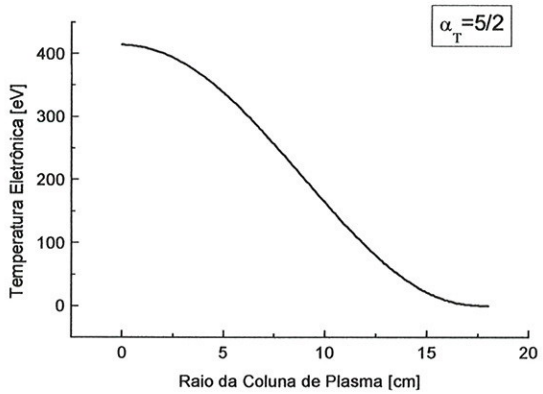


Fig. 4.12 $T_e(r)$ para $\alpha_T = 5/2$.

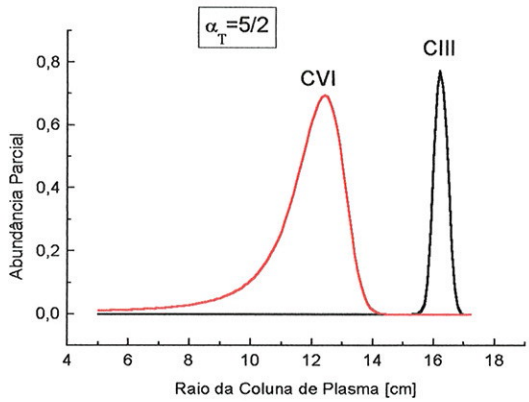


Fig. 4.13 $CVI(r)$ e $CIII(r)$ para $\alpha_T = 5/2$

É importante notar a variação na posição dos picos de *CIII* e *CVI* para os diferentes expoentes da temperatura eletrônica. Para o *CIII* houve uma variação de aproximadamente 1 cm, enquanto que para o *CVI* a variação foi de 2 cm. Por outro, lado é preciso ter em consideração que, devido ao fato que em nossas simulações não foram incluídos os efeitos de difusão e troca de cargas, tanto a posição quanto a largura a meia altura dos picos deve diferir dos valores reais. Em [**4**] os autores, com a ajuda do código *Makokot*, resolvem as equações de equilíbrio (**4.1**) para as densidades de impurezas com diferentes graus de ionização e calculam a posição dos picos para o $OIII$, OVI, Mo^{+13} e Mo^{+30} supondo dois tipos diferentes de fluxo de partículas, um neoclássico (*Pfirsch-Schluter*) e o outro anômalo, com isto eles obtiveram que as posições dos picos do $OIII$ e OVI estão em bom acordo com os resultados experimentais quando é suposto um fluxo anômalo para as partículas, enquanto que a posição dos picos do Mo^{+13} e Mo^{+30} é bem descrita pelo equilíbrio corona. Foi observado ainda que o posição dos picos para $OIII$ e OVI diferem em aproximadamente 2 cm do previsto pelo equilíbrio corona.

No *TCABR*, com o objetivo de verificar se as posições dos picos das impurezas de carbono eram compatíveis com a simulação obtida para o equilíbrio corona, foi medida a intensidade [$Fótons\ cm^{-2}s^{-1}$] da linha do $CIII$ ($464,74\ nm\ 3s\ ^3S - 3p\ ^3P$) ao longo da coluna de plasma ($r = -11\ cm$, $r = -1\ cm$, $r = 0\ cm$, $r = 1\ cm$, $r = 3\ cm$, $r = 7\ cm$, $r = 11\ cm$, $r = 15\ cm$, $r = 16\ cm$, $r = 17\ cm$ e $r = 18\ cm$) durante uma série longa de disparos (7880-8050), em média 15 disparos por posição. O gráfico abaixo mostra a intensidade $E(h)$ experimental para a linha do *CIII*, assim como o perfil radial $H(r)$ da emissividade em [$Fótons\ cm^{-3}s^{-1}$] que foi obtido após a abelização $E(h)$. A emissividade experimental foi normalizada pela densidade eletrônica e pelo valor $E_{\max}(h)$. Para obter $H(r)$ (que também foi normalizado por $H_{\max}(r)$) foi suposta uma simetria cilíndrica e uma radiação isotrópica da coluna de plasma.

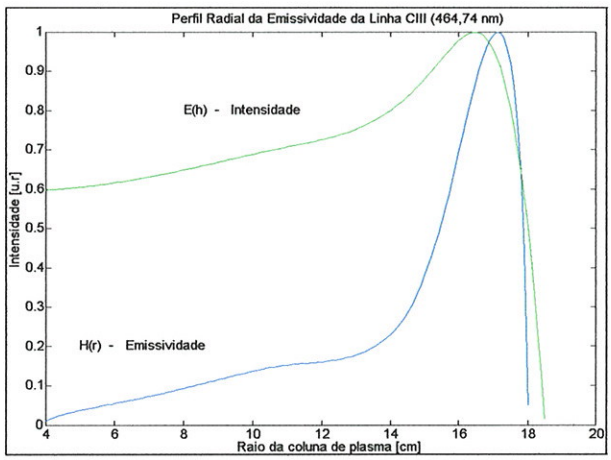


Fig. 4.14 Intensidade e Emissividade do $CIII$.

O perfil radial da densidade n_{CIII} não foi possível obter, pois em se tratanto de uma transição não ressonante, a taxa de excitação $Q(T_e)$ é uma função que depende fortemente da temperatura, função esta que é necessária para o cáculo do perfil radial da densidade de n_{CIII}, e como não é bem conhecida a temperatura eletrônica para o *TCABR*, este cálculo não foi feito.

A localização do pico de densidade máxima para o *CIII* não deve diferir muito do pico de emissão máxima, isto pode ser visto em [**1, 4**] para o oxigênio, portanto, é de se esperar que a localização de n_{CIII} deve ser próxima de $r = 17 \pm 1,5cm$. Porém, é importante ainda observar que as larguras experimentais H a meia altura dos picos são bem maiores do que prevê o modelo corona, sendo que para o *CIII*, $H \simeq 3cm$, o que nos permite obter, com segurança, a rotação do plasma ao redor do pico de maior concentração das impurezas em uma faixa relativamente larga do raio da coluna.

Em resumo, o *CIII* pode ser utilizado para medir a rotação da coluna de plasma próximo ao limitador ($r = 15 - 18cm$) enquanto que para o *CVI*, uma distribuição bem mais larga que o *CIII* pode ser utilizado em uma faixa bem maior, sendo a localização do seu pico de maior concentração em torno de $r \approx 15 \pm 1,5cm$.

4.3 - Metodologia utilizada nas medidas de rotação e temperatura iônica no TCABR

É bem conhecido que um dos parâmetros mais importante de um monocromador é a dispersão linear que representa o quanto a informação, em termos de comprimento de onda, está dispersa sobre o detector. Para o caso do *THR1000*, a dispersão linear é de aproximadamente 8 Å/mm , isto significa que, em um detector de 1 mm de largura, estará dispersa uma radiação com uma banda de 8 Å. Para o caso do *CCD*, onde cada elemento da matriz (pixel) tem 25 μm, teremos aproximadamente $0,2$ Å incidindo no pixel, o que significa que duas linhas espectrais só poderão ser distinguidas se estiverem separadas por uma distância maior $0,2$ Å.

Por outro lado, com o uso da fenda de saída, o que significa usar o espectrômetro como um monocromador, pode se aumentar bastante esta resolução, bastando para isto fechar mais a fenda de saída, por exemplo, com 10 μm de abertura a resolução passa para aproximadamente $0,08$ Å, isto significa que no detector (fotomultiplicadora ou *CCD*)

estará incidindo uma radiação com um espectro de 0,08 Å. Para ilustrar melhor esta situação, vamos supor que tenhamos um sinal, por exemplo, uma linha espectral emitida pelo plasma, como o mostrado na figura **4.15**, e queremos recompor este espectro com o uso de uma fotomultiplicadora.

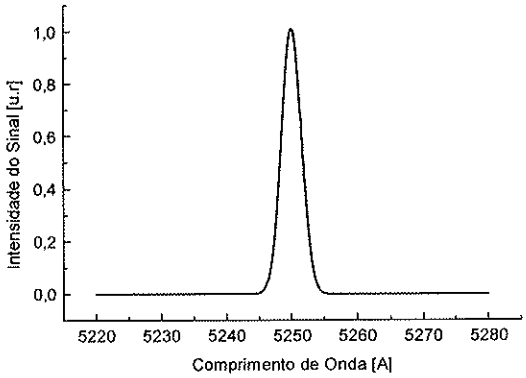


Fig. 4.15

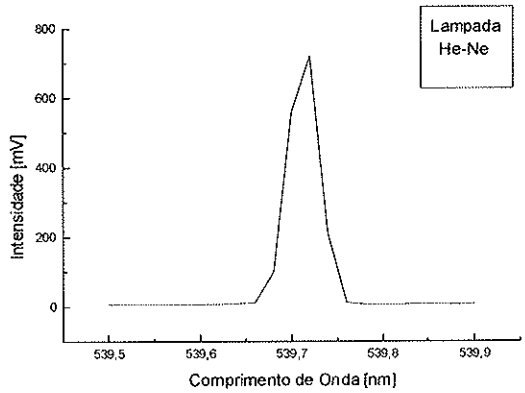


Fig. 4.16 Intensidade da linha NeI (530,08 nm).

Para isto basta variar lentamente o comprimento de onda que passa pela fenda movimentamdo-se a rede de difração e registrando a intensidade de cada sinal, para o respectivo comprimento de onda. Após percorrer todo o espectro podemos fazer um gráfico da intensidade do sinal pelo comprimento de onda e obteremos o espectro acima. A figura **4.16** representa o espectro de uma das linhas da lâmpada de neônio obtido pelo método acima citado.

No que diz respeito ao uso desta técnica para obtermos, por exemplo, a temperatura iônica do plasma pela medição da largura a meia altura de uma linha espectral, não é muito aconselhável, pois teríamos de ter certeza que o plasma é bem reprodutivo, já que a duração do pulso para o *TCABR* é de apenas 100 ms e o comprimento de onda deve ser variado durante os disparos, o que implica que somente uma medida, para um determinado comprimento de onda, pode ser feita. Está claro que se o processo for repetido inúmeras vezes, para um número muito grande de disparos, uma boa estatística pode ser obtida.

Uma boa solução para o problema pode ser obtida através da varredura da rede durante o pulso do *TCABR* o que nos permite avaliar a temperatura iônica do plasma.

Para que a rede de difração podesse ser movimentada durante o pulso *TCABR,* o motor de passo, que está acoplado ao espectrômetro *THR1000,* deve receber um impulso elétrico durante a descarga tokamak. Este motor tem basicamente dois modos de operação: num deles, o motor é controlado pelo *software SpectraMax* e no outro o motor é controlado, manualmente, através de um potenciômetro que controla a velocidade e a direção do movimento. No segundo modo, o potenciômetro que controla a velocidade e direção do movimento, é alimentado com uma tensão de $15V$ em suas extremidades. Quando o potenciômetro é acionado surge uma diferença de potencial em relação ao pino central, esta diferença de potencial é enviada para um *CI* que gera um trem de pulsos, este trem de pulsos é amplificado e enviado para o motor de passos (fig.**4.17**). O motor de passos está conectado à rede de difração através da barra

seno e a velocidade de rotação do motor depende da freqüência destes pulsos gerados pelo gerador de pulsos, que por sua vez depende do sinal enviado pelo potenciômetro. .

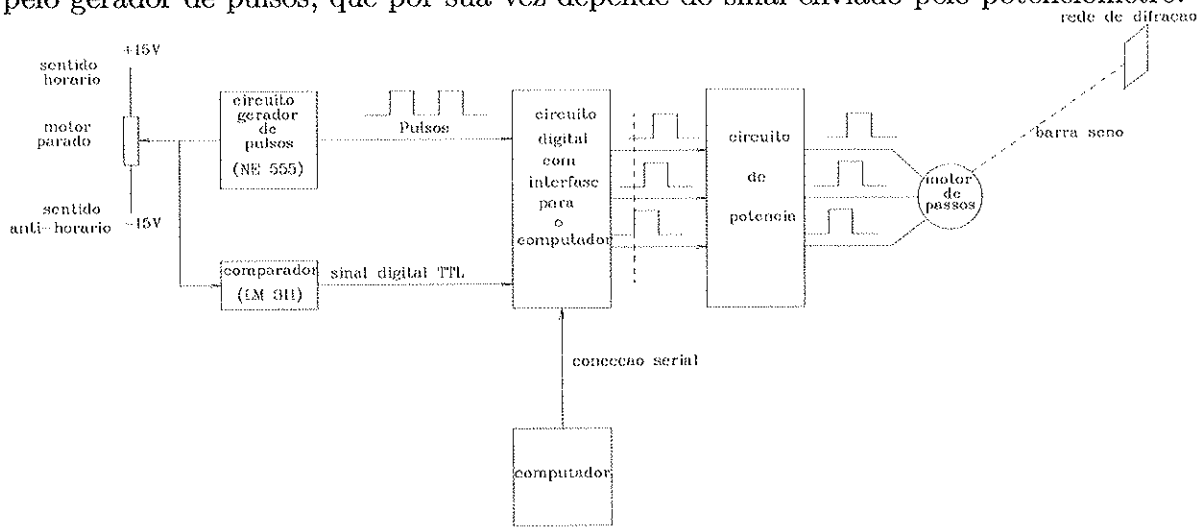


Fig. 4.17 Diagrama elétrico do motor de passos acoplado ao espectrômetro *THR1000.*

No que diz respeito ao controle do motor de passos através do *software*, este é feito através de uma comunicação serial e a falta de documentação[2] a respeito nos levou a optar pelo segundo modo de controle. Para que isto podesse ser feito de maneira automática, foi desenvolvido um pequeno gerador de pulso que ao receber um sinal do disparador do *TCABR* gera um pulso, de uma certa duração, que por sua vez aciona um foto isolador que insere uma resistência em paralelo com o potenciômetro (fig.**4.18**), simulando desta forma o seu acionamento.

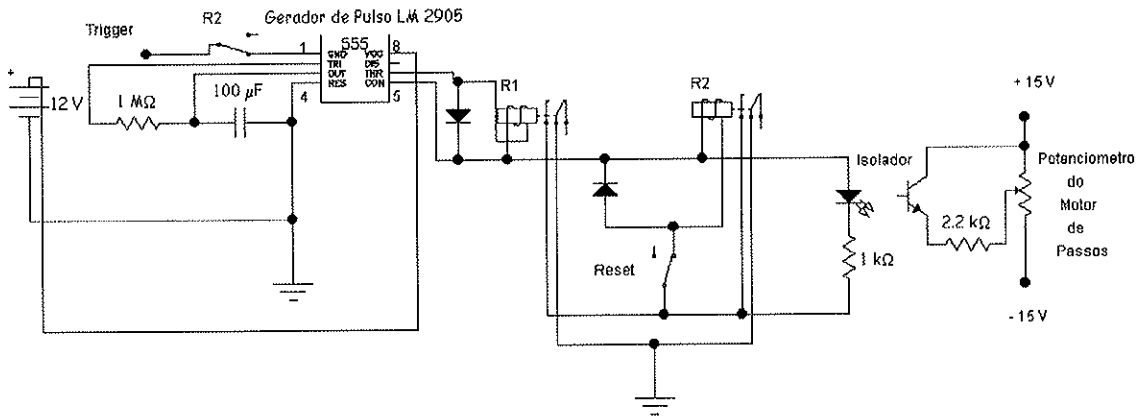


Fig. 4.18 Diagrama elétrico do disparador do motor de passos.

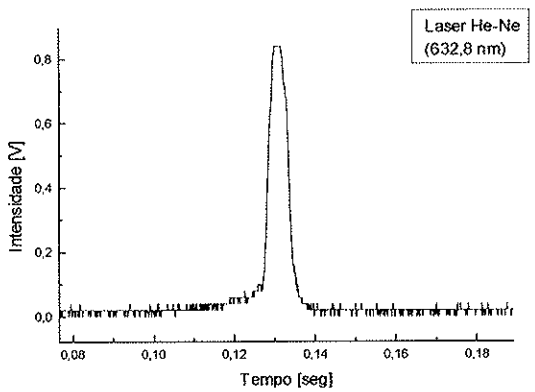
Na figura **4.18** é representado o circuito elétrico deste gerador de pulso com o fotoisolador. A finalidade dos relés *R1* e *R2* é evitar que um segundo sinal venha disparar o motor de passos. Toda vez que o motor é acionado os relés *R1* e *R2* são acionados

[2]- O fabricante recusou a fornecê-la

automaticamente, sendo que após o termino do pulso gerado pelo *LM 2905* o relé *R1* é desligado enquanto que *R2* permanece acionado até que a chave *reset* seja acionada manualmente. Resumindo, a rede de difração é colocada em um comprimento de onda próximo da linha espectral através da qual se deseja avaliar a temperatura do plasma. Quando a corrente de plasma começa a crescer, um pulso elétrico é enviado para o circuito acima, cuja finalidade é inserir a resistência de $2,2\ k\Omega$ em paralelo com o potenciômetro do motor e este movimenta a rede de difração varrendo a linha espectral. Após o término da descarga, a rede de difração é retornada manualmente para sua posição inicial.

A figura **4.19** mostra o resultado de uma medição onde foi determinado o espectro da linha do laser de *He-Ne* $(632,8\ nm)$.

Como podemos ver pela figura abaixo, o sinal que obtemos fornece a intensidade da linha espectral no tempo, e se desejamos avaliar a temperatura iônica do plasma, a escala de tempo deve ser transformada em uma escala de comprimento de onda, porém isto não é difícil se soubermos qual foi o deslocamento do motor de passos. O deslocamento do motor de passos pode ser monitorado pelo componente *NE 555* (Fig.**4.17**) que é um gerador de pulsos.



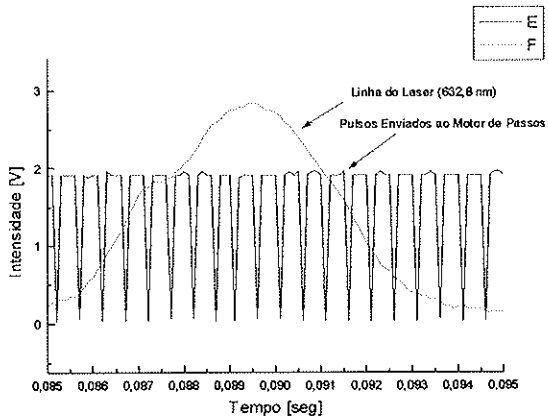


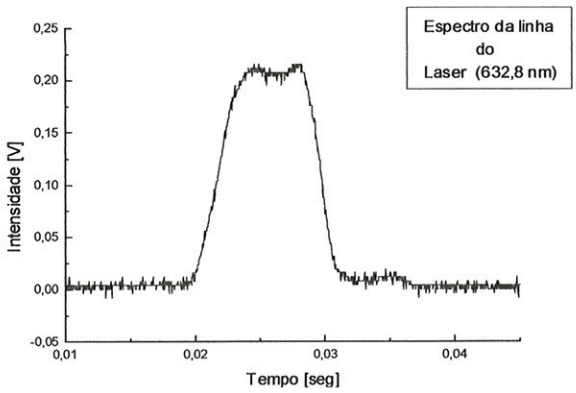
Fig. 4.19 Espectro da linha *He-Ne* $(632,8nm)$. Fig. 4.20 Linha *He-Ne* mais o trem de pulsos.

O deslocamento do motor de passos é diretamente proporcional ao número de pulsos, sendo que a sua velocidade é proporcional à freqüência destes pulsos. Para saber o deslocamento do motor foi instalado um contador ao componente *NE 555* , que após cada disparo nos fornecia a quantidade de pulsos aplicado ao motor. Foi detectado experimentalmente que cada pulso aplicado ao motor correspondia a um deslocamento de $0,001\ nm$. Portanto sabendo o comprimento de onda inicial, o instante em que foi aplicado o primeiro pulso ao motor e a quantidade de pulsos, é possível estabelecer uma relação entre a escala de tempo e o comprimento de onda. A figura **4.20** mostra o perfil da mesma linha do laser $(632,8nm)$ e os pulsos gerado pelo componente *NE 555*.

Durante os experimentos foram detectados alguns fatores que influenciavam nas medidas. O primeiro deles foi a vibração, que o espectrômetro sofria durante a aplicação do pulso elétrico ao motor de passos e que influenciava no perfil da linha espectral. Apesar do perfil da linha do laser representado na figura **4.19** ser bastante simétrico, este perfil era pouco reprodutivo durante os experimentos. O problema estava relacionado com o fato que o motor de passos, ao receber o primeiro impulso, por se encontrar em repouso,

tinha uma aceleração muito grande, e ao terminar os pulsos, uma desaceleração. Esta rápida partida do motor fazia todo o sistema vibrar prejudicando e espectro da linha que estava sendo medida.

A figura **4.21** mostra um espectro da linha do laser com algumas deformações devido a vibrações.



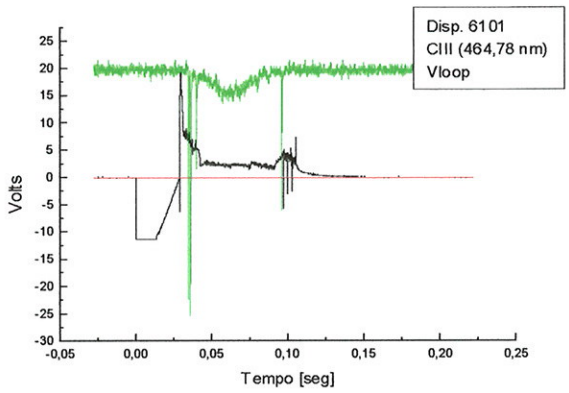


Fig. 4.21 Espectro da linha *He-Ne* $(632,8nm)$. Fig. 4.22 Espectro da linha *He-Ne* $(632,8nm)$.

Outro problema que tivemos que enfrentar foi que a velocidade do motor era pequena e, para uma fenda bem fechada (aproximadamente 10 μm), era necessário em média de $30-40$ ms para varrer uma linha de uma impureza sendo que este tempo é comparável com o tempo de duração da descarga na região de plateau, que é de aproximadamente 50 ms. Isto exigia que a linha espectral aparecesse exatamente no centro da região de plateau, pois é exatamente esta região de interesse para se avaliar a temperatura iônica do plasma. A figura **4.22** mostra uma linha de *CIII* $(464,74nm)$ obtida em uma descarga tokamak. Podemos ver pela tensão de enlace que o tempo de varredura da linha é da mesma ordem da duração do plateau, onde a tensão de enlace é praticamente constante e de $2,5$ V.

Por último, podemos citar a influência das variações de temperatura do laboratório no comprimento de onda. Com as variações de temperatura o comprimento de onda de uma certa linha espectral mudava e a linha que era calculada para aparecer no centro do plateau da descarga, aparecia instantes antes ou depois, dependendo da variação de temperatura.

O fabricante do *THR1000* (*Jobin Yvon*) garante uma reprodutibilidade nas medidas de espectros de $0,002$ nm para uma temperatura estabilizada. No laboratório, na atual condição, a temperatura chega a variar em um único dia de $10-15$ ^oC.

Foram estes os principais fatores que nos levaram, após longo trabalho, a desistir da ideia de movimentar a rede de difração através da inclusão de uma resistência em paralelo com o potenciômetro do espectrômetro. A outra maneira, como foi dito acima, seria movimentar a rede de difração através do *software*, o que também não é fácil por dois motivos, primeiro a falta de documentação sobre o funcionamento do sistema e em segundo lugar, a comunicação do computador com o espectrômetro é feita serialmente. Uma maneira fácil e rápida para resolver este problema, por nós adotada, foi o acionamento remoto do *mouse* do computador ou seja, para movimentar a rede via *software*

é necessário entrar no programa *SpectraMax*, digitar o comprimento de onda inicial e final e através do *mouse* dar um comando de execução. Como tudo isto pode ser feito antes do disparo *TCABR* sem problemas, restaria apenas, alguns segundos antes do disparo (aproximadamente $1,5\ s$ para o nosso caso) acionar o *mouse* remotamente para que quando a descarga atingisse a região de plateau a rede esteja varrendo a linha espectral de interesse.

Foi feito um estudo detalhado para saber a velocidade de varredura da rede neste modo de operação, vale apenas lembrar que um dos motivos que nos levou a abandonar o acionamento da rede através do potenciômetro, foi que a velocidade que a mesma adquiria, apesar de depender do valor resistência que era inserida em paralelo com o potenciômetro, era pequena quando comparada com a duração da região de plateau da descarga (aproximadamente $50\ ms$). É importante realçar que neste modo de operação, é extremamente importante o conhecimento preciso da velocidade de varredura da rede, pois, diferentemente do modo anterior, a largura da linha agora será obtida através do conhecimento exato da velocidade, pois, quando a rede de difração é operada através do *software*, o trem de pulsos que era gerado pelo componente *NE* 555 passa a ser gerado por um *CI*, que, no diagrama da figura **4.17,** é representado pelo circuito digital com interface para o computador, componente do qual não dispomos de informações técnicas, pois o código foi apagado propositalmente pelo fabricante.

Como se pode ver a partir da figura **4.22**, após obtermos um sinal como este no osciloscópio, é feito um ajuste gaussiano que nos fornecerá a largura a meia altura da linha espectral em função do tempo. Se conhecemos bem a velocidade de varredura da rede podemos, a partir deste intervalo de tempo, obter o correspondente alargamento Doppler da linha espectral, que por sua vez é função da temperatura do plasma. Para obtermos a velocidade de varredura da rede foi utilizada a lâmpada de calibração de neônio que tem três linhas espectrais com os seguintes comprimentos de onda: $NeI = 533,07775\ nm$, $NeI = 534,10938\ nm$ e $NeI = 534,32834\ nm$. Como são bem conhecidos os comprimentos de onda destas linhas e por sua vez o $\Delta\lambda$ entre elas, é possível, após uma varredura deste espectro, sabendo o instante em que elas aparecem e o Δt entre elas, determinar a velocidade de varredura da rede. A figura abaixo mostra um espectro típico de varredura feito para estas linhas.

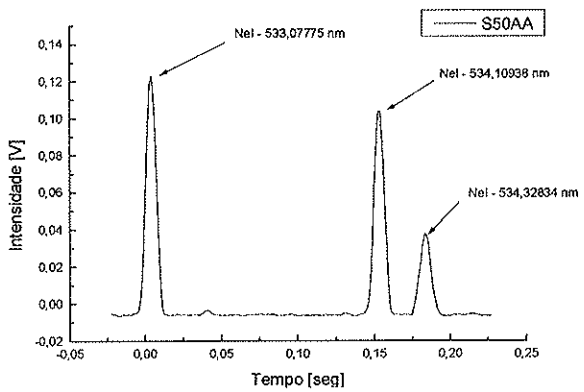


Fig. 4.23 Espectro das linhas *NeI*.

Para esta tomada de dados foi obtida uma velocidade de $68,91$ Å$/s$. É importante lembrar que a velocidade obtida via inclusão de um resistor em paralelo com o potenciômetro era de aproximadamente 43 Å$/s$. A figura **4.24** mostra a linha do laser de *He-Ne* ($632,8$ nm) obtida pelo segundo método (linha mais larga) e pelo primeiro (mais estreita), podemos ver por esta figura que o aumento na velocidade foi de aproximadamente $1,6$ vezes.

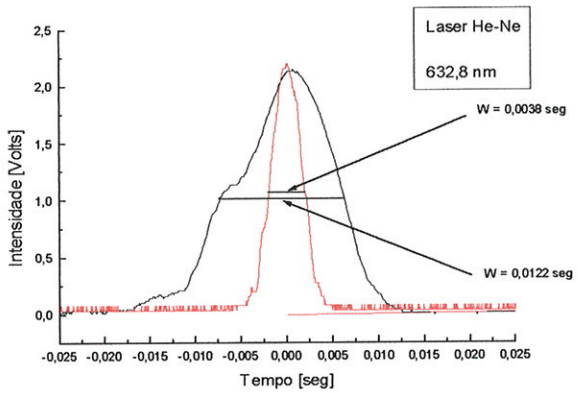


Fig. 4.24 Espectro da linha do laser obtida pelo método 1 e 2 .

A figura **4.25** mostra a linha de *CVI* (529 nm), onde podemos ver claramente neste caso que o espectro da linha é bem menor que a duração do plateau, isto nos garante obter a temperatura iônica e as velocidades de rotação do plasma com mais precisão, pois na região de plateau as variações nos parâmetros macroscópicos do plasma (temperatura iônica, temperatura eletrônica e densidade) são muito pequenas. Isto é um fato importante porque a temperatura obtida por este método representa a temperatura média no intervalo de varredura que é de aproximadamente 12 ms. Vale a pena lembrar ainda que, a temperatura obtida com *CCD* representava a temperatura média no intervalo de 18 ms, que era o menor tempo em que se podia adquirir um sinal.

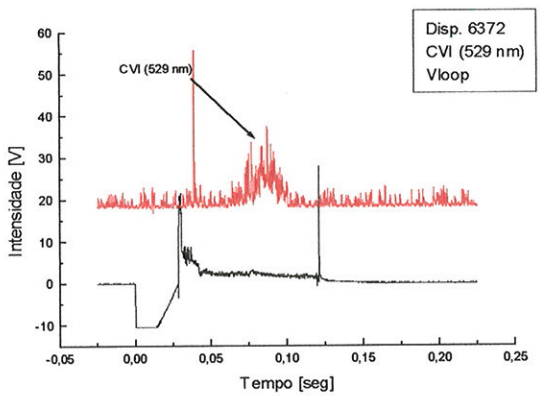


Fig. 4.25 Espectro da linha do *CVI* 529nm e tensão de enlace.

Finalmente, para que tanto a temperatura iônica como a rotação de plasma podesse ser medida por este método, foi necessário determinar o alargamento instrumental no perfil da linha gerado pelo espectrômetro. Para isto, foi utilizado o laser de *He-Ne*, pois como sabemos, o alargamento desta linha é determinado pelo alargamento natural e instrumental do aparelho de medição, e como o último é bem maior, o alargamento natural, neste caso pode ser desprezado. A figura **4.26** mostra o alargamento instrumental em função da abertura da fenda de entrada.

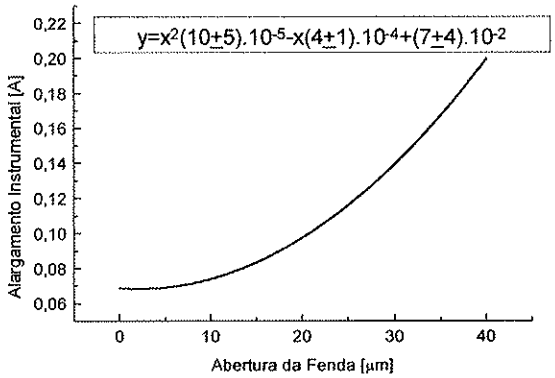
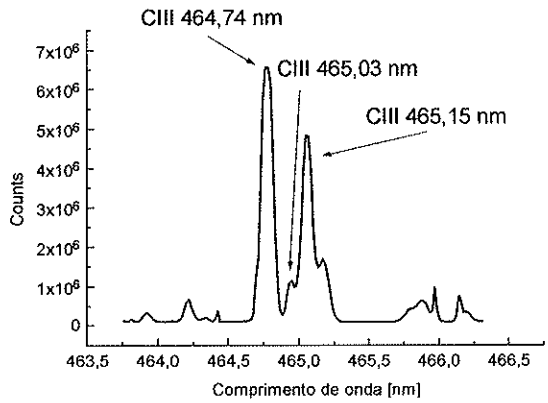


Fig. 4.26 Alargamento Instrumental gerado pelo Espectrômetro THR 1000.

Outro fato importante que deve ser lembrado é que, com o *CCD* tínhamos um alargamento instrumental de aproximadamente $0,45$ Å para uma abertura de fenda de 40 μm, e como podemos ver pela figura acima, este alargamento é agora de $0,2$ Å. Isto significa que com este método a resolução do aparelho é duas vezes maior. Isto pode ser claramente visto a partir das figuras **4.27** e **4.28**.



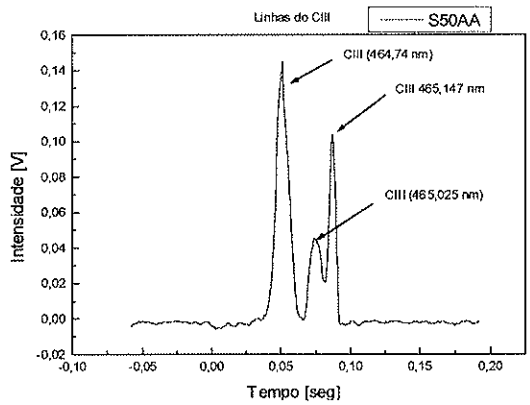


Fig. 4.27 Espectro do *CIII* obtido com *CCD*. Fig. 4.28 Espectro do *CIII* obtido com Foto.

Nas figuras acima temos três linhas do carbono que representam um tripleto cujas transições são as seguintes: $464,74$ nm - $3s\ ^3S_1 - 3p\ ^3P_2$, $465,025$ nm - $3s\ ^3S_1 - 3p\ ^3P_1$ e $465,147$ nm - $3s\ ^3S_1 - 3p\ ^3P_0$. Como pode ser visto, as linhas $465,025$ nm e $465,147$ nm estão muito próxima uma da outra o que dificulta a sua identificação. As mesmas linhas

podem ser vistas na figura **4.28** onde foram registradas com o sistema de varredura da rede, e neste caso aparecem bem separadas onde podemos ver claramente a existência da linha $465,025\ nm$, pois no caso onde elas foram registradas com o *CCD,* poderíamos pensar que este pequeno pico gerado na base da linha $465,147\ nm$ poderia ser devido a raios-X como é o caso da linha que aparece no comprimento de onda de aproximadamente $466\ nm$ (fig.**4.27**).

4.4 - Medidas da rotação de plasma no TCABR

Com a implantação deste novo sistema, outro parâmetro do plasma, antes nunca medido no *TCABR*, e que agora é possível medir, é a velocidade de rotação da coluna de plasma. Como foi dito acima, devido ao fato que cada pixel do *CCD* tem $25\ \mu m$ de largura, isto nos dava uma resolução de aproximadamente $0,2$ Å. Como o deslocamento Doppler das linhas espectrais, devido a rotação da coluna de plasma, é de aproximadamente $0,1$ Å, podemos concluir que, com a utilização do *CCD* é impossível detectar deslocamento Doppler das linhas espectrais menores que $0,2$ Å. No entanto, como temos agora uma resolução de $0,08$ Å para uma fenda de $10\ \mu m$, é possível medir fenômenos de uma ordem de grandeza de $0,1$ Å.

A velocidade de rotação do plasma no *TCABR* foi por nós medida pela primeira vez [**10**]. Este tokamak tem os seguintes parâmetros: raio menor $a = 18\ cm$, raio maior $R = 61\ cm$, campo magnético toroidal $B_T = 1.1\ T$, corrente de plasma $I_P \leq 100\ kA$, máxima densidade média $n_e \simeq (1-3) \cdot 10^{13}\ cm^{-3}$, temperatura iônica $T_i(0) \simeq 200$ eV, duração da fase estacionária da descarga $60\ ms$. A figura **4.29** mostra a evolução temporal da densidade de plasma, corrente, tensão de enlace, linha espectral do *CVI*, linha espectral de H_α e a radiação total emitida pelo plasma que é detetada pelo bolômetro.

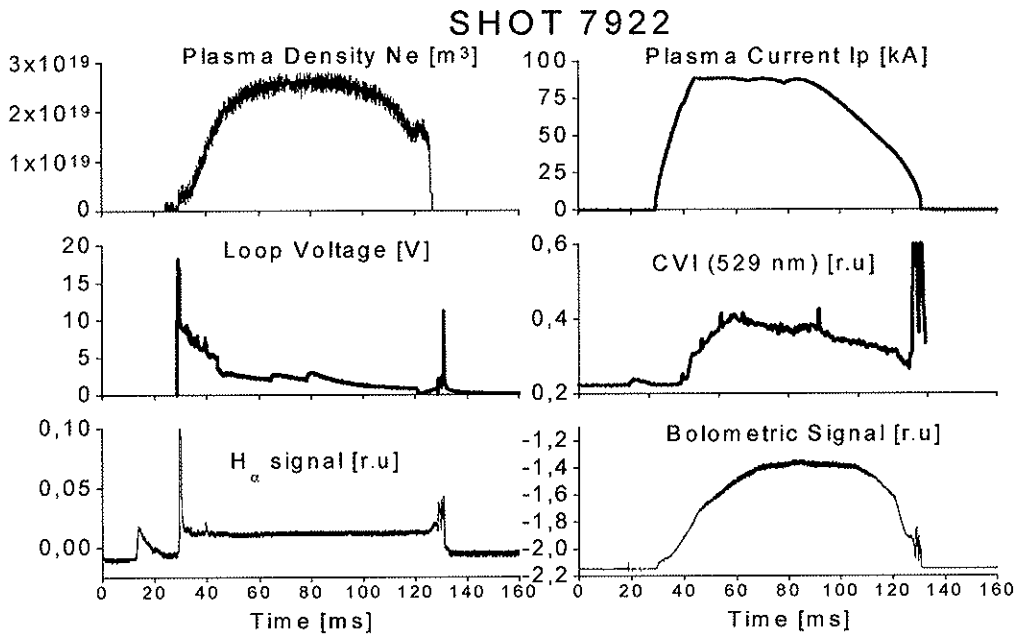


Fig. 4.29

Na figura 4.30 temos os perfis de temperatura eletrônica (2) e temperatura iônica (1)

obtidos com a ajuda do código *ASTRA*.

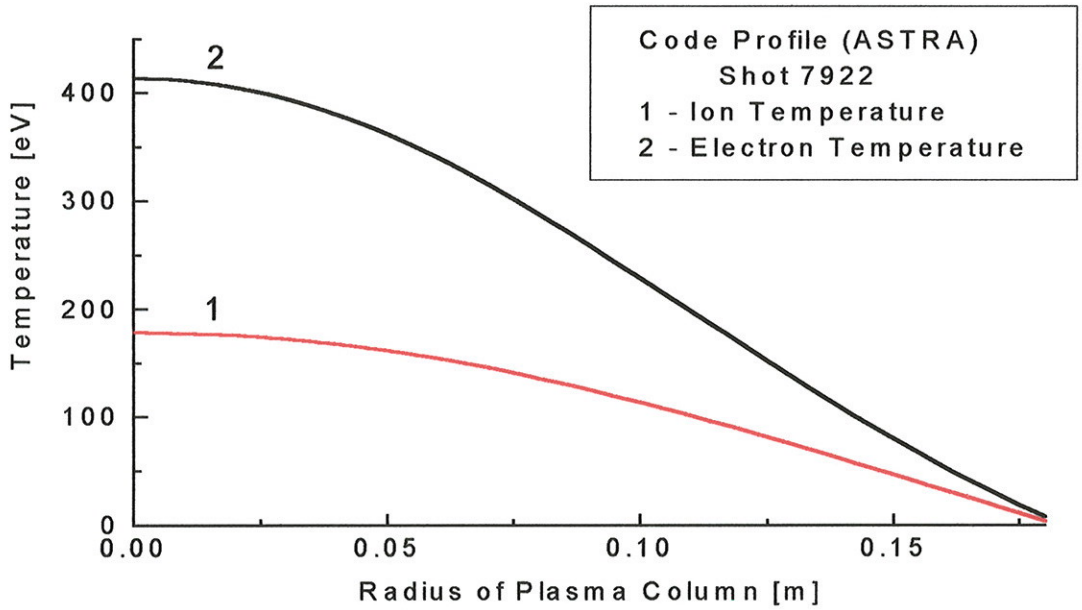


Fig. 4.30 Perfis de temperatura obtido c/ código ASTRA.

O perfil radial das velocidades de rotação poloidal e toroidal foram obtidos com o uso do espectrômetro de 1 m de distância focal *THR1000* de fabricação da *Jobin Yvon* o qual possui uma dispersão linear de aproximadamente 8 Å/mm. A posição radial para qual as velocidades poloidal e toroidal foram medidas é proxima do máximo de emissão das linhas espectrais do carbono. Para determinar a posição dos picos de máxima densidade foi usado o modelo corona (veja item **4.2** deste capítulo).

Para que a velocidade de rotação poloidal da coluna de plasma podesse ser medida durante o pulso tokamak, foi adotado o seguinte esquema de medida. Ao varrer a linha da impureza da qual estamos interessados saber a rotação, a rede de difração também varre uma linha espectral oriunda de uma fonte externa, cujo comprimento de onda é bem próximo do comprimento de onda da linha da impureza presente no plasma. A figura **4.31** mostra a montagem experimental.

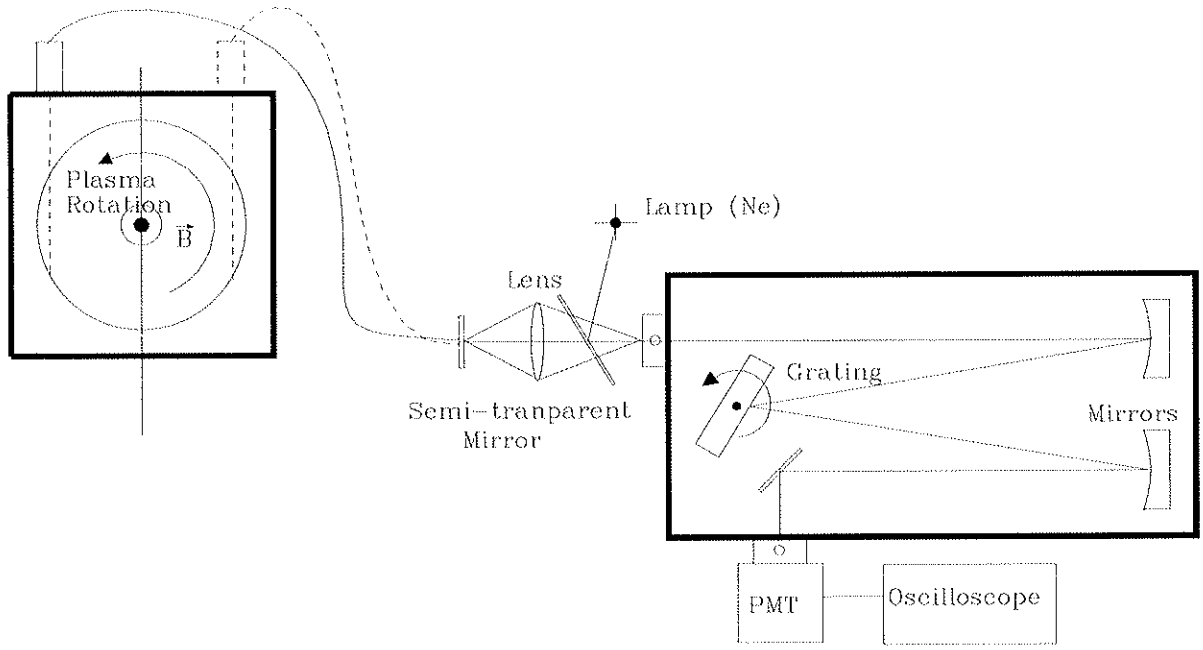


Fig. 4.31 Arranjo experimental para medidas de rotação poloidal.

A luz é coletada da coluna de plasma através de um sistema de lentes cuja finalidade é focalizar somente uma região pequena da coluna de plasma. Na outra extremidade da fibra existe um novo sistema de lentes cuja finalidade é focalizar a luz da fibra na fenda de entrada[3]. Como pode ser visto pela figura acima, entre a fenda de entrada e a lente existe um espelho semitransparente, cuja finalidade é fazer com que chegue até a fenda de entrada a luz oriunda de uma lâmpada de neônio. A rede de difração ao se movimentar varre, em primeiro lugar, a linha da impureza localizada na coluna de plasma e que esta sujeita a um deslocamento Doppler devido à rotação, em seguida é varrida a linha da lâmpada de neônio, cujo comprimento de onda é bem próximo da impureza analisada. Se é conhecido o instante em que cada linha aparece, a velocidade de varredura da rede e o comprimento de onda da linha usada como referencia, é possível determinar o comprimento de onda da impureza analisada. Como é bem conhecido o comprimento de onda da impureza, é possível, pela diferença entre os comprimentos de onda teórico e experimental, determinar a velocidade do plasma que é diretamente proporcional ao deslocamento Doppler das linhas, ou seja:

$$V_p = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda} \tag{4.13}$$

onde: c - velocidade da luz $[cm/s]$; $\Delta\lambda$ - deslocamento Doppler da linha espectral [Å]; λ - comprimento de onda [Å].

Com o objetivo de tornar as medidas mais precisas, evitanto erros sistemáticos e possíveis variações nas diferenças entre os comprimentos de onda da lâmpada λ_L e da

[3]- Maiores detalhes sobre o acoplamento do plasma do tokamak TCABR e o espectrômetro THR1000 podem ser encontradas no apêndice **D** item **6.c**.

impureza λ_l, devido a variações de temperatura no laboratório, ao invés de obter o comprimento de onda da linha da impureza a partir do comprimento de onda da lâmpada, optamos em medi-lo tomando como padrão a diferença entre os comprimentos de onda $(\lambda_{LC} - \lambda_{lC})$ medidos para a região central da coluna de plasma, onde o deslocamento Doppler da linha da impureza λ_{lC} é igual a zero. As medidas efetuadas na borda do plasma $(\lambda_{LB} - \lambda_{lB})$ são comparadas com as medidas $(\lambda_{LC} - \lambda_{lC})$ feitas na região central, obtendo-se com isto o valor do deslocamento Doppler.

Para medir a rotação toroidal, a técnica utilizada foi a mesma, ou seja foram feitas varias medidas através de uma janela tangencial $J1$ e $(\lambda_{LJ1} - \lambda_{lJ1})$ é comparado com as medidas $(\lambda_{LJ2} - \lambda_{lJ2})$ obtidas através da janela tangencial $J2$. A diferença entre os $\Delta\lambda$, correspondente a duas vezes o deslocamento Doppler, obtida para as duas janelas, foi utilizada para calcular a velocidade de rotação toroidal da coluna. A figura abaixo mostra o arranjo óptico preparado para as medições.

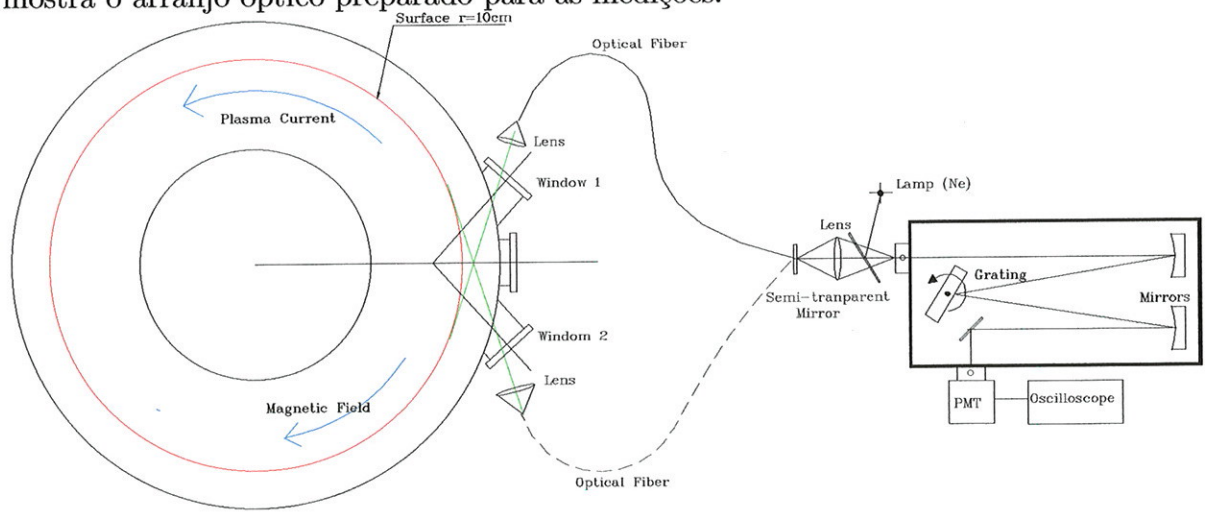


Fig. 4.32 Arranjo experimental para medidas de rotação toroidal.

Usando os valores da calibração e os perfis experimentais, o deslocamento Doppler e o alargamento das linhas espectrais das impurezas de $CIII$ e CVI foram obtidos e os valores da velocidade de rotação e temperatura iônica foram então calculados.

O perfil experimental das linhas espectrais foram aproximadas por uma função gaussiana usando o método dos mínimos quadrados. Após uma analise cuidadosa, foi obtido que o erro característico na determinação da velocidade de rotação é de aproximadamente 1 km/s (barras de erro vetical), enquanto que as barras de erros horizontais são de aproximadamente 1 cm para as medidas de rotação toroidal e $0,5$ cm para as medidas de rotação poloidal, respectivamente. A origem das incertezas horizontais são o sistema óptico e o movimento da coluna durante a descarga.

As tabelas e gráficos abaixo mostram os deslocamentos Doppler das linhas espectrais utilizadas nas medidas de rotação, assim como as devidas temperaturas iônicas e as velocidades de rotação poloidal e toroidal da coluna medidas com as impurezas de $CIII$ $(464,74\ nm)$ e CVI $(529\ nm)$. Foi ainda utilizada uma linha do CV $(494,4\ nm)$, mas como ela apresenta uma intensidade baixa, a relação sinal ruído não nos permitiu chegar a nenhuma conclusão quanto ao deslocamento Doppler da linha. Foi também utilizada a linha da transição de H_α, porém não foi possível concluir nada.

Nesta série de experimentos a reprodutibilidade das descargas foi observada através da densidade de plasma, intensidade da linha espectral de H_α e da intensidade da radiação total fornecida pelo bolômetro que oscilaram em uma faixa de 10%.

Tabela 1.Rotação Toroidal

Impureza	Posição da corda $[cm]$	Deslocamento Doppler [Å]
$CIII$	16	0.03 ± 0.01
CVI	14	0.05 ± 0.02
CVI	12	0.19 ± 0.02
CVI	10	0.32 ± 0.02
CVI	5	0.37 ± 0.01

Table 2.Rotação Poloidal

Impureza	Posição da corda $[cm]$	Deslocamento Doppler [Å]	Temp. iônica $[eV]$
$CIII$	17	0.03 ± 0.02	32 ± 11
$CIII$	16	0.06 ± 0.02	31 ± 10
CVI	14	0.08 ± 0.03	51 ± 13
CVI	12	0.07 ± 0.02	65 ± 15
CVI	10	0.10 ± 0.04	81 ± 16
CVI	5	0.03 ± 0.02	110 ± 21

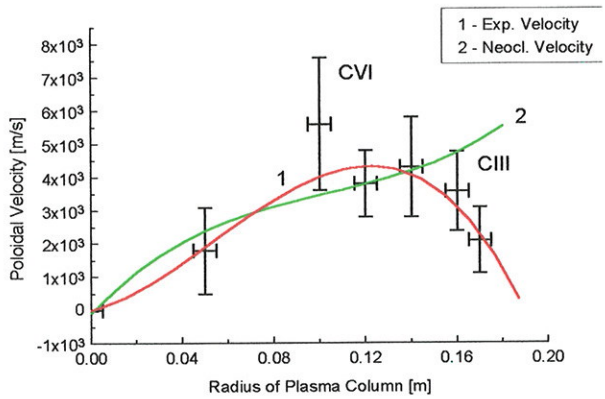


FIG. 4.33. Perfil da velocidade poloidal.

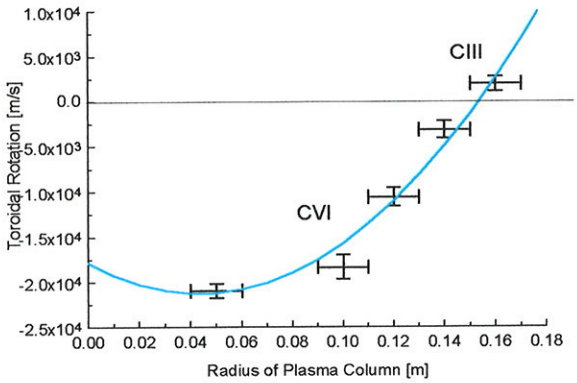


FIG. 4.34. Perfil da velocidade toroidal.

É importante dizer que as rotações, que estão representadas nos gráficos acima não são as rotações poloidal e toroidal do plasma, mas sim a rotação das impurezas, que a rigor não são iguais à rotação do plasma. Porém, é simples obter uma relação entre ambas. A equação de movimento para impurezas, no caso estacionário, tem a seguinte forma:

$$\frac{1}{Zn_I}\frac{\partial P_I}{\partial r} = eE_r - \frac{e}{c}\left(V_{I\varsigma}B_\theta - V_{I\theta}B_\varsigma\right) \tag{4.14}$$

Para um plasma de hidrogênio tem a seguinte forma:

$$\frac{1}{n_i}\frac{\partial P_i}{\partial r} = eE_r - \frac{e}{c}\left(V_{i\varsigma}B_\theta - V_{i\theta}B_\varsigma\right) \tag{4.15}$$

onde: $P_I = n_I T_i$ e $P_i = n_i T_i$; n_I e n_i - densidade dos íons e prótons respectivamente; e - carga elementar do elétron; B_θ e B_ς- componetes poloidal e toroidal do campo magnético; E_r - componente radial do campo elétrico; Z - carga do íon; $V_{I\varsigma}$, $V_{I\theta}$, $V_{i\varsigma}$ e $V_{i\theta}$ - componentes toroidal e poloidal da velocidade das impurezas e prótons respectivamente. Substituindo E_r de uma equação na outra e levando em consideração o fato que $V_{i\varsigma} \approx V_{I\varsigma}$ podemos obter uma relação para a velocidade de rotação poloidal e toroidal de uma impureza, grandeza esta que foi medida experimentalmente.

O valor teórico para a rotação poloidal neoclássica dado por:

$$V_{I\theta}^{neo} = -\frac{cT_i}{eB_\varsigma}\left[\frac{\partial}{\partial r}\ln n_i - \frac{1}{Z}\frac{\partial}{\partial r}\ln n_Z + (1-k-1/Z)\frac{\partial}{\partial r}\ln T_i\right] \tag{4.16}$$

está representado na figura **4.33** (2), mostrando uma boa concordância com os resultados experimentais para a região $r = 5 - 14\ cm$ onde $V_{I\theta\,\max} \approx 4,5.10^5 cm/s$. A diferença entre o previsto pela teoria e o experimental, para $r = 16 - 18\ cm$, pode ser explicada devido a presença do limitador onde a velocidade deve ser igual a zero.

A velocidade de rotação toroidal do centro da coluna de plasma foi comparada com o modelo proposto por Kim, Diamond e Groebner [**11**], em que a expressão para velocidade de rotação toroidal tem a seguinte forma:

$$U_{//Z} = 4.19.10^7 \frac{Z_I - Z_i}{Z_I}\frac{\sqrt{2}+13\alpha/4}{(1+\alpha)(\sqrt{2}+\alpha)}\frac{n_i M_i}{n_i M_i + n_I M_I}\frac{Z_i V_{loop} T_i^{3/2}}{\sqrt{\mu} R n_i}[cm/s] \tag{4.17}$$

onde: Z_i e Z_I - são as cargas do hidrogênio e impureza, respectivamente; μ - massa do hidrogênio em $u.m.a.$; V_{loop} - tensão de enlace $[V]$; R - raio maior $[cm]$; T_i - temperatura iônica $[keV]$; $n_i(10^{14}cm^{-3})$, n_I , M_i e M_I - são as densidades e massas dos íons e impurezas, respectivamente; e $\alpha = n_i Z_i^2 / n_I Z_I^2$.

Substituido, na expressão acima, os parâmetros do *TCABR*, obtemos para $r = 0$ uma velocidade de aproximadamente $10^6 cm/s$, enquanto que o valor obtido experimentalmente, para $r = 5\ cm$, é de $2.10^6\ cm/s$ o que é considerado como uma boa concordância, já que não existe uma boa teoria para descrever a rotação toroidal.

A partir das medidas experimentais das velocidades poloidal e toroidal, é possível avaliar a componente radial do campo elétrico E_r do plasma pela expressão abaixo.

$$E_r = \frac{T_i}{Ze}\left[\frac{\partial}{\partial r}\ln T_i + \frac{\partial}{\partial r}\ln n_Z - \frac{Ze}{cT_i}(V_{I\theta}B_\varsigma - V_{I\varsigma}B_\theta)\right] \tag{4.18}$$

O campo elétrico radial, que foi calculado para diferentes raios da coluna de plasma, e está representado na figura **4.35**, está em boa concordância com resultados análogos obtidos em pequenos tokamaks (veja, por exemplo [**12** e **13**]).

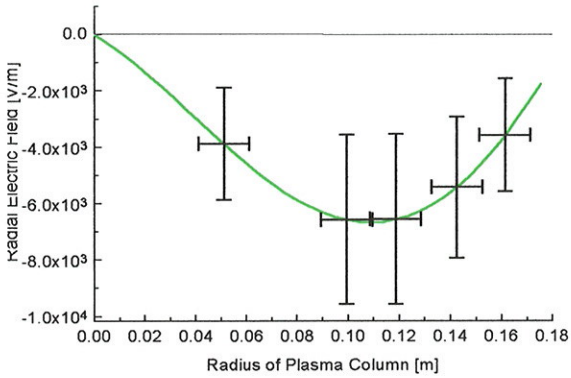
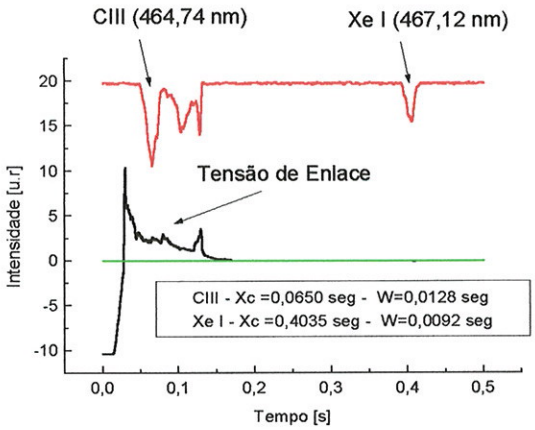


FIG. 4.35. Perfil do campo elétrico radial.

4.5 - Medidas da temperatura iônica no TCABR

Outra informação valiosa que pode ser obtida com a técnica de varredura da rede de difração durante o pulso *TCABR*, é a temperatura iônica do plasma. Como são bem conhecidos o alargamento instrumental e a velocidade da rede, é possível obter a temperatura iônica do plasma através da medição da largura a meia altura da linha espectral. A largura a meia altura é obtida através de um ajuste gaussiano da linha espectral. As figuras abaixo mostram as linhas de *CIII, CIV* e *CVI* utilizadas nesta série de experimentos.

É importante notar que a temperatura de íons por nós dedida no tokamak *TCABR* representa uma média ponderada da temperatura ao longo da corda vista pelo detector e não a temperatura $T(r)$ que somente poderia ser obtida através de uma inversão de Abel. No nosso caso isto não foi possível pois o número de pontos experimentais medidos foi insuficiente e os erros experimentais foram grandes.



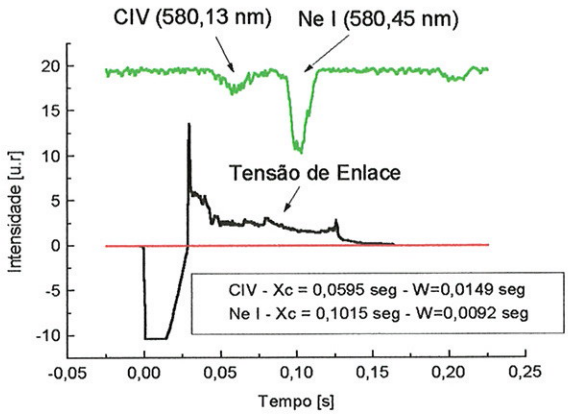
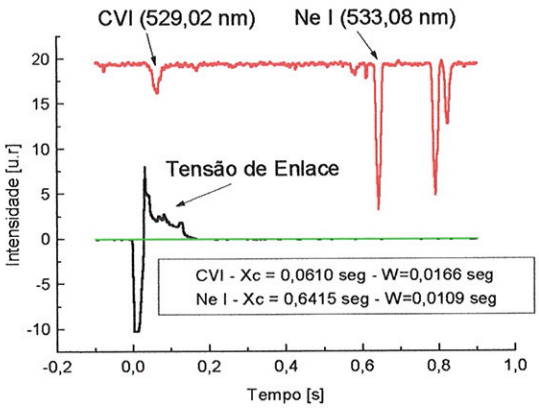


FIG. 4.36. Linhas do CIII e Xe. (Disp. 8034). FIG. 4.37. Linhas do CIV e Ne. (Disp. 8070).



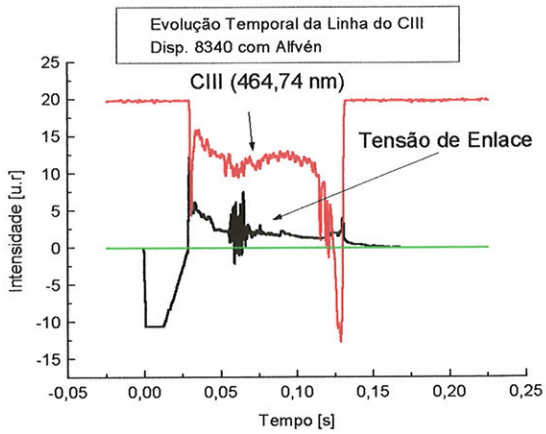


FIG. 4.38. Linhas do CVI e Ne. (Disp. 9414). FIG. 4.39. Evolução temporal do CIII. (Disp 8340).

Nas figuras acima temos várias linhas espectrais utilizadas nas medidas de temperatura iônica com o detector olhando para uma corda central. Para obter T_i foi feito um ajuste gaussiano, cujo parâmetros ajustados estão representados nas figuras acima e onde Xc - representa a posição do pico da linha, informação indispensável para obter a rotação do plasma, $W = 2\sigma$, onde σ - desvio padrão. A largura a meia altura Γ está relacionada com o desvio padrão da seguinte maneira $\Gamma = 2,3548\sigma$, portanto $\Gamma = 1,1774W$. Como a velocidade de varredura da rede é $68,9056$ Å$/s$, se multiplicarmos esta velocidade por $1,1774W_{CIII}$ obteremos o alargamento total da linha espectral do *CIII*, ou seja $\Delta\lambda_T$. O alargamento instrumental $\Delta\lambda_F$ pode ser calculado da mesma maneira, porém no lugar de W_{CIII} substituimos W_{NeI}. Com estas duas informações em mãos podemos então calcular a temperatura iônica, que pode ser expressa da seguinte maneira:

$$T_i(eV) = 1,68.10^8 A \left[\frac{(\Delta\lambda_T)^2 - (\Delta\lambda_F)^2}{\lambda^2}\right] \tag{4.19}$$

onde: $\Delta\lambda_T$ - semi-largura registrada para a linha espectral na saída do espectrômetro; $\Delta\lambda_F$ - semi-largura instrumental medida com a lâmpada fria. Substituindo os valores que estão representados nas figuras **4.36**, **4.37**, **4.38** e **4.39** na formula **4.19** obtemos a temperatura iônica, ou seja:

$$\begin{aligned}
T_i(CIII) &= 1,68.10^8 12 \left[\frac{(1,0385)^2 - (0,7464)^2}{(4647,42)^2}\right] = 49\ eV \\
T_i(CIV) &= 1,68.10^8 12 \left[\frac{(1,2088)^2 - (0,7464)^2}{(5801,33)^2}\right] = 54\ eV \\
T_i(CVI) &= 1,68.10^8 12 \left[\frac{(1,3467)^2 - (0,8843)^2}{(5290,2)^2}\right] = 74\ eV
\end{aligned}$$

As incertezas nas medidas de temperaturas são determinadas basicamente pela técnica de medição, pois como o perfil da linha espectral é obtido com uma varredura da rede de difração, pequenas oscilações na velocidade de varredura farão com que a largura

a meia altura (semi largura) da linha se altere, indicando com isto valores diferentes para a temperatura do plasma. Para avaliar estas incertezas nas medidas, adotamos a seguinte metodologia: foi obtido o espectro de uma lâmpada fria para uma dada abertura de fenda (50 μm). Estas medidas foram repetidas 10 vezes e foi obtido W_m e a maior variação de W que é cerca de 7% de W_m. Portanto, se o alargamento instrumental pode sofre uma variação em 7% no seu valor, é esperado que o alargamento total da linha sofra uma variação também de 7%, isto significa que $\Delta\lambda_T = \Delta\lambda_T \pm 7\%\Delta\lambda_T$ e $\Delta\lambda_F = \Delta\lambda_F \pm 7\%\Delta\lambda_F$. Fazendo a propagação de erros para as medidas acima obtemos finalmente que a temperatura iônica das impurezas analizadas é de:

Impureza	Posição da corda $[cm]$	Temperatura iônica $[eV]$
$CIII$	0	49 ± 16
CIV	0	54 ± 13
CVI	0	74 ± 20

É importante que se diga, esta medidas estão em pleno acordo com as obtidas através do *CCD*.

4.6 - Conclusão do capítulo

Foi calculada a abundância parcial para as impurezas de carbono, oxigênio e nitrogênio a partir do modelo corona em função da temperatura eletrônica, resultados estes que estão em boa concordância com [**9**]. Neste cálculos foi incluida a taxa de recombinação dieletrônica, porém, como em [**9**], não foi considerada sua dependência para com a densidade n_e de plasma. A dependência da taxa de recombinação dieletrônica com a densidade de plasma pode ser encontrado em [**14**].

A partir do perfil espacial de temperatura eletrônica foi calculada a distribuição espacial das impurezas de carbono para diferentes graus de ionização, e a partir da localização espacial dos picos de maior concentração das impurezas foi medida a velocidade de rotação. Foi observado que a posição dos picos variam para diferentes expoentes do perfil de temperatura. Como não se conhece com precisão o perfil de temperatura e como o modelo (corona) utilizado para obter a abundância parcial é limitado, pois não foi incluída a difusão nem a troca de cargas, podemos concluir que a localização espacial dos picos de densidade deve diferente da real, o que foi mostrado em [**4**]. Portanto, optamos por medir a velocidade em pontos da coluna de plasma próximo dos máximos. Tal fato não deve interferir muito nos resultados, pois como é sabido, em tokamaks pequenos a troca de cargas é muito intensa e a região da coluna de plasma onde estão localizadas as impurezas com diferentes graus de ionização é bastante ampla. Tal fato foi observado também em [**4**].

Os resultados experimentais podem ser resumidos da seguinte maneira:

a) A direção da velocidade de rotação poloidal coincide com a direção de deriva diamagnética dos elétrons (veja figura **4.31**).

b) Existe uma boa concordância entre os resultados experimentais e os previsto pela teoria neoclássica para a velocidade poloidal para $r = 5 - 14$ cm, enquanto que para $r > 14$ cm os resultados experimentais são menores do que os previsto pela teoria que não leva em conta a presença do limitador.

c) A velocidade de rotação toroidal na região central da coluna de plasma é oposta à corrente de plasma (veja figura **4.32**).
d) A velocidade de rotação toroidal no centro da coluna de plasma, que é de aproximadamente 20 km/s, está em boa concordância com o modelo proposto por Kim *et al* [**11**], que nos fornece uma velocidade de 10 km/s para o *TCABR*.
e) A velocidade de rotação toroidal troca de sentido na borda da coluna de plasma para $r > 16$ cm.
f) O campo elétrico radial, calculado a partir dos resultados experimentais das velocidades poloidal e toroidal é negativo em toda a coluna de plasma, porém é esperado que na região próximo ao limitador ele se torne positivo devido as perdas de órbitas dos íons (*ion orbit losses*), apesar dos resultados não mostrarem este fato. A origem para esta discordância pode ser explicada pela imprecisão com que foi obtido o campo, isto pode ser visto pelas barras de erros.

Finalmente, estes resultados estão em boa concordância com os resultados obtidos em tokamaks semelhantes ao *TCABR* [**12** e **13**]. Os resultados experimentais para a velocidade poloidal podem ser bem descritos pela teoria neoclássica de rotação em tokamaks (veja [**15** e **16**]), exceto nas regiões próximas ao limitador. No entanto, ainda não existe uma boa teoria para explicar os resultados da rotação toroidal de plasma em tokamaks. Existem teorias interessantes [**16** e **17**], porém não são aplicáveis ao tokamak *TCABR*.

Referências

[1] TFR Group - 1976 *Phys. Rev. Letters* **36** 1306.
[2] Gervids, V. I. Krupin, V. A. - 1975 *Sov. Phys. - J. Plasma Phys.* **1** 195.
[3] Cohen, S. A. Cecchi, J. L. Marmar, E. S. - 1975 *Phys. Rev. Letters* **35** 1507.
[4] TFR Group - 1978 *Plasma Phys.* **20** 735.
[5] Breton, C., de Michelis, C., Mattioli, M. - 1978 *Nucl. Fusion* **16** 891.
[6] Burgess, A. - 1965 *Astrophys. J.* **141** 1588.
[7] Michelis C. De, Mattioli M. 1981 *Nucl. Fusion* **21** 6.
[8] Brenton, C., De Michelis, C., Mattioli, M., Nucl. Fusion 16 6 (1976).
[9] Brenton, C., De Michelis, C., Mattioli, M., J. - 1978 *Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* **19** 367.
[10] Severo, J. H. F., Nascimento, I. C., Tsypin, V. S. and Galvão, R. M. O. - 2003 *Nuclear Fusion* (to be publicated).
[11] Kim Y.B, Diamond P.H. Groebner R.J. 1991 *Phys. Fluids B* **3** 2050.
[12] Bugarya V.I. *et al* 1983 *Sov. Phys. JETP-Lett.* **38** 404.
[13] Bugarya V.I. *et al* 1985 *Nucl. Fusion* **25** 1707.
[14] Summers, H. P., - 1974 " *Table and Graphs. of Collisional Dielectronic Recombination and Ionization Coefficients and Ionization Equilibria of H-like to Ar-like ions of Elements* " Appleton Laboratory Internal Report IM 367.
[15] Hazeltine, R. D. - 1974 *Phys. Fluids* **17** 961.
[16] Claassen H.A., Gerhauser H., Rogister A. and Yarim C. - 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3699.
[17] Coppi B. - 2002 *Nucl. Fusion* **42** 1.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.

Como pode ser visto a partir da figura **4.33**, existe uma boa concordância entre a velocidade poloidal e a teoria neoclássica, para a região $r = 5 - 14\ cm$, porém, como se sabe, o tempo característico de amortecimento da rotação toroidal é aproximadamente igual ao tempo de confinamento da energia (τ_E), o que implica que a teoria neoclássica não pode ser utilizada para explicar a rotação toroidal. Sendo o transporte radial de calor e energia muito mais intenso na borda da coluna de plasma do que no centro, é de se esperar que o confinamento da energia seja maior no centro da coluna. Não seria este o motivo pelo qual existe uma boa concordância entre a teoria neoclássica e a velocidade poloidal somente para a região central? Para responder esta questão é preciso avaliar os tempos de confinamento da energia e o tempo de amortecimento da velocidade poloidal.

O tempo de confinamento da energia foi obtido com a ajuda do código *ASTRA*, supondo a escala *Neo-Alcator-A*, e é de $\tau_E \simeq 3,8\ ms$. O tempo de amortecimento da velocidade poloidal, para o regime colisional é dado por[1] $\tau_\theta \simeq q^2R^2\nu_i/V_{Ti}^2$, onde: q - fator de segurança; R - raio maior da coluna de plasma; ν_i - frequência de colisão entre os íons e $V_{Ti}^2 = \sqrt{2T_i/M_i}$ - velocidade térmica iônica. Substituindo os parâmetros do *TCABR* na expressão acima obtemos: $\tau_\theta \simeq 10^{-2}ms$. Isto implica que $\tau_\theta \ll \tau_E$ e que a teoria neoclássica pode ser aplicada em toda a coluna de plasma para explicar a velocidade poloidal.

Certamente a discordância entre a teoria neoclássica e os resultados experimentais para a região externa da coluna não está relacionada com o fato que $\tau_\theta \simeq \tau_E$ para a borda, mas no fato que:

a) - a teoria neoclássica não prevê a presença do limitador, onde a velocidade deve ser igual a zero;

b) - em pequenos tokamaks o fenômeno da troca de cargas, na borda da coluna de plasma, é bastante intenso, o que provoca uma força adicional de atrito que não é considerada pela teoria, e que fará com que a rotação poloidal da coluna de plasma reduza a sua velocidade.

c) - os perfis das velocidades poloidal e toroidal foram obtidos através de medidas executadas ao longo de cordas que não necessariamente nos fornecem a velocidade no ponto mas sim um valor médio. O problema aqui reside no fato de encontrarmos uma correlação entre as medidas efetuadas ao longo de uma corda e a sua correpondência com a velocidade no ponto. Vamos discutir este problema com mais detalhes.

A teoria neoclássica prevê que a rotação poloidal é proporcional ao gradiente de temperatura iônica, ou seja $U_{i\theta}(r_0) \sim \partial T_i/\partial r$, sendo o perfil radial da temperatura iônica, para o *TCABR*, expresso da seguinte forma: $T_i = T_0(1 - r^2/a^2)^{\alpha_T}$, onde $\alpha_T \approx 1$, isto implica que $U_{i\theta}(r) \sim r$, e então, que dentro das nossas barras de erros, a velocidade poloidal pode ser suposta como $U_{i\theta}(r) = r\omega$, onde ω=*const*. Sendo assim, o deslocamento Doppler dos fótons emitidos pelo elemento de volume 0 (veja figura **1**) será:

[1]- Hirshman S. P. - 1978 *Nucl. Fusion* **18** 917 e para o caso de amortecimento da rotação de plasma em um tokamak com um campo magnético toroidal com ondulações Mikhailoviskii A. B. and Tsypin V. S. - 1984 *Sov. J. Plasma Physics* **10** 142.

$$(\Delta\lambda)_0 = \lambda_0 \frac{V_0}{c} = \lambda_0 \frac{r_0 \omega}{c} \tag{1}$$

Enquanto isto a contribuição do elemento de volume 1 também contribui para a radiação detectada pelo detector. Os fótons emitidos pelo volume 1, na direção do detector apresentam um deslocamento Doppler igual a:

$$(\Delta\lambda)_1 = \lambda_0 \frac{V_1}{c} = \lambda_0 \frac{r_1 \omega}{c} \cos\varphi = \lambda_0 \frac{r_0 \omega}{\cos\varphi c} \cos\varphi = (\Delta\lambda)_0 \tag{2}$$

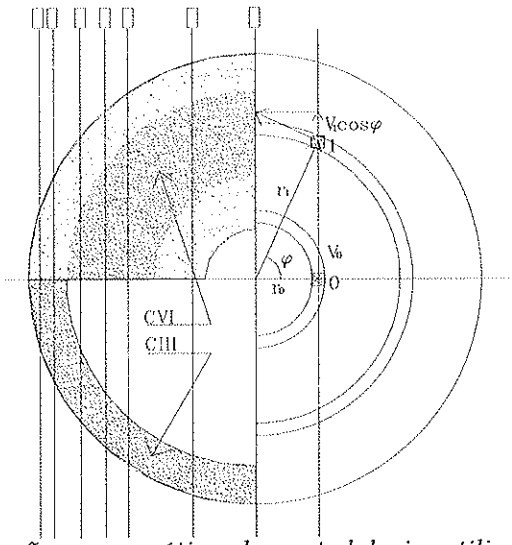


FIG. 1. Representação esquemática da metodologia utilizada nas medidas de rotação e temperatura iônica.

Com isto teremos que, se o plasma girar como um corpo rígido, os fótons que incidem no detector oriundos da corda que se encontra à uma distância r_0, a partir do centro da coluna de plasma, terão todos o mesmo deslocamento Doppler e o detector medidará a rotação da superfície magnética de raio r_0.

No entanto, para que o nosso modelo possa descrever os nossos resultados experimentais é preciso que a distribuição do *CVI* ao longo da coluna de plasma seja bastante larga, o que realmente acontece devido a difusão e troca de carga que acontecem com mais intensidade em máquinas pequenas. Apesar de não termos, até o momento, resultados experimentais que mostrem a distribuição do *CVI* ao longo da coluna, sabemos que simulações feitas em outras máquinas, onde foram incluidas as difusões anômalas e neoclássica[2], mostram que a distribuição do *CVI* é realmente bastante larga.

Outro dado importante, que coloca nosso modelo em xeque, é o fato que a velocidade de rotação do plasma, no limitador, deve ser igual a zero, o que significa que toda a coluna de plasma não pode girar como um corpo rígido, sendo o nosso modelo válido somente para região central da coluna. A partir de um certo raio r_L a velocidade de rotação deixa

[2]- Hawryluk R. J., Suckewer S., Hirshman S. P. - 1976 *Nucl. Fusion*, **19** 607.

de ser linear com o raio e começa a decrescer. Por outro lado, como a concentração de carbono *CVI* na borda da coluna de plasma deve ser pequena, a quantidade de fótons que atigem o detector vindos de superfícies onde a velocidade de rotação não é linear com o raio, deve ser pequena, pesando pouco no deslocamento Doppler das linhas. A prova concreta de que nossas suposições são corretas é o fato que existe uma boa coincidência entre os valores teóricos e os medidos até o raio $r = 14\ cm$, como pode ser visto na figura **4.33**.

No que diz respeito às medidas de velocidade na região mais externa da coluna ($r = 16\ cm$ e $r = 17\ cm$), efetuadas com carbono *CIII*, que ocupa uma faixa estreita da coluna de plasma, localizada na periferia (veja fig. **4.14**), onde a velocidade certamente não é linear com o raio, o nosso modelo não é válido. Isto significa que ao medirmos o deslocamento Doppler ao longo de cordas ele é mascarado pelas integrais de linha decorrentes da metodologia experimental, o que significa que a velocidade obtida na superfície $r = 16\ cm$ e $r = 17\ cm$, não é a velocidade real da coluna, mas sim uma média ao longo das respectivas cordas o que por sua vez não pode ser compatível com o valor previsto pela teoria neoclássica.

Outro problema que deve ser discutido aqui é o fato que a metodologia utilizada nas medidas de rotação e temperatura tem um carater unidimensional. Sabemos, porém, (veja capítulo **2**) que, tanto a velocidade poloidal como a temperatura são grandezas dependente do ângulo θ, portanto é necessário avaliar este efeito nas medidas.

Da equação da continuidade no caso estacionário temos que:

$$\nabla \cdot (n\mathbf{V}_i) = 0 \tag{3}$$

O que implica:

$$\nabla \cdot (\mathbf{V}_i) \simeq 0 \tag{4}$$

E consequentemente,

$$\frac{\partial V_i^\theta}{\partial \theta} \simeq -\frac{U_{i\theta}}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\ln\sqrt{g}) \tag{5}$$

O que significa que as variações na velocidade poloidal são da ordem de ε, onde $\varepsilon = r/R = 0,29$ para o TCABR e portanto tais variações estão dentro das barras de erro.

As variações na temperatura iônica são da ordem de:

$$\widetilde{T}_i \simeq T_0 \frac{V_{Ti}^2}{Rv_i r\omega_{ci}}\sqrt{\frac{M_i}{M_e}} \ll T_0 \tag{6}$$

E portanto, novamente, estão dentro das barras de erro.

As variações na velocidade toroidal também podem ser avaliadas da mesma forma a partir da expressão abaixo:

$$\boldsymbol{\nabla} \times [\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}] \simeq 0 \tag{7}$$

Que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial V_i^{\zeta}}{\partial \theta} \simeq -q \frac{\partial V_i^{\theta}}{\partial \theta} \tag{8}$$

E consequentemente.

$$\widetilde{U}_{i\zeta} \simeq \varepsilon U_{i\zeta} \tag{9}$$

CONCLUSÃO DO TRABALHO

1 - Resultados teóricos

a) - foi obtida uma expressão geral para a velocidade poloidal e o fluxo de calor para tokamaks com seção transversal arbitrária cujo plasma está sujeito a um fluxo subsônico toroidal ($\alpha \neq 0$).

b) - foi verificado que, ao substituirmos $\alpha = 0$, na expressão obtida para a velocidade poloidal, os resultados, por nós obtidos, estão de acordo com os resultados obtidos por *Hazeltine* ([**3**] capítulo **2**).

c) - foi analisada a dependência da velocidade poloidal com o número α, para diferentes seções tranversais e foi observado que a velocidade poloidal troca de sentido para um certo valor $\alpha = \alpha_0$, o que está em pleno acordo com resultados anteriores. Foi observado ainda que existe um valor crítico de α_k para o qual a velocidade atinge um máximo. Acima deste valor a velocidade começa a diminuir. Estes resultados estão todos de acordo com resultados anteriores obtidos por *Tsypin* e *Severo* ([**14**] capítulo **2**).

d) - foi verificado que, ao substituirmos $\alpha = 0$, na expressão obtida para o fluxo de calor, nossos resultados estão de acordo com os resultados obtidos por *Shafranov* ([**19**] capítulo **2**) para um tokamak com seção transversal circular. Outro fato que foi observado é que o fluxo de calor é fortemente afetado pela geometria. Ele tem um máximo para um fator de elongação igual à unidade, o que corresponde a uma seção transversal circular, diminui com o aumento do fator de elongação k, apresenta um mínimo em $k = 2$ para um fator de segurança $q = 1$ e volta a crescer com o aumento de k.

e) - foi calculada a abundância parcial para as impurezas de carbono, oxigênio e nitrogênio a partir do modelo corona em função da temperatura eletrônica, resultados estes que estão em boa concordância com os resultados obtidos por *Brenton*, *De Michelis* e *Mattioli* ([**9**] capítulo **4**).

f) - a partir do perfil espacial de temperatura eletrônica foi calculada a distribuição espacial das impurezas de carbono para diferentes graus de ionização, e a partir da localização espacial dos picos de maior concentração das impurezas foi medida a velocidade de rotação. Foi observado que a posição dos picos varia para diferentes expoentes do perfil de temperatura.

2 - Resultados experimentais

a) A direção da velocidade de rotação poloidal coincide com a direção de deriva diamagnética dos elétrons (veja figura **4.31**).

b) Existe uma boa concordância entre os resultados experimentais e os previsto pela teoria neoclássica para a velocidade poloidal para $r = 5 - 14\ cm$, enquanto que para $r > 14\ cm$ os resultados experimentais estão em desacordo com a teoria.

c) A velocidade de rotação toroidal na região central da coluna de plasma é oposta à corrente de plasma (veja figura **4.32**).

d) A velocidade de rotação toroidal no centro da coluna de plasma, que é de aproximadamente 20 km/s, está em razoável concordância com o modelo proposto por *Kim* e *Diamond*, o qual nos fornece uma velocidade de 10 km/s para o *TCABR*.

e) A velocidade de rotação toroidal troca de sentido na borda da coluna de plasma para $r > 16\ cm$.
f) O campo elétrico radial, calculado a partir dos resultados experimentais das velocidades poloidal e toroidal, é negativo em toda a coluna de plasma, porém é esperado que na região próxima ao limitador ele se torne positivo, apesar dos resultados não mostrarem este fato. A origem para esta discordância pode ser explicada pela imprecisão com que foi obtido o campo; isto pode ser visto pelas barras de erros.

Finalmente, estes resultados estão em boa concordância com os resultados obtidos em tokamaks semelhantes ao *TCABR*. Os resultados experimentais para a velocidade poloidal podem ser bem descritos pela teoria neoclássica de rotação em tokamaks, exceto nas regiões próximas ao limitador. No entanto, ainda não existe uma teoria satisfatória para explicar os resultados da rotação toroidal do plasma em tokamaks. Existem teorias interessantes, porém não são aplicáveis ao tokamak *TCABR*.

PERSPECTIVAS FUTURAS

Como perspectiva futura de trabalho podemos citar a obtenção do perfil temporal da rotação do plasma, informação esta extremamente importante e que permitirá a comparação dos resultados com varios modelos propostos para explicar a rotação de plasma, tema este de grande atualidade. Permitirá, também, o estudo do comportamento da rotação poloidal; se possível, a comprovação de que o regime estacionário é atingido em um tempo da ordem da frequência de colisões entre os íons $\tau_\theta \simeq q^2R^2\nu_i/V_{Ti}^2$. Permitirá também obter o tempo característico de amortecimento da rotação toroidal e verificar se, para o *TCABR*, este tempo é da ordem do tempo de confinamento da energia.

Caso seja obtido o modo H no *TCABR*, poderemos estudar melhor o rápido aumento na rotação poloidal que ocorre durante a transição de modos, assim como escolher um modelo, dentre os vários que existem, para explicar este tipo de fenômeno.

Para que o perfil temporal da rotação de plasma seja obtido é necessário, em primeiro lugar, constatar, experimentalmente, a localização de máxima densidade para as impurezas com diferentes graus de ionização, pois como sabemos o modelo corona, utilizado por nós, é limitado, principalmente na borda da coluna de plasma.

Para medir experimentalmente a localização espacial dos picos de emissão máxima e por sua vez, através das taxas de excitação, calcular a localização dos picos de máxima densidade, será utilizado um detector do tipo *PDA* de $1024x1$ fotoelementos que, atualmente, encontra-se instalado em outro espectrômetro que está fora de uso. Para que o detetor faça uma caracterização, não em comprimento de onda, mas sim em localização espacial, é necessário inverter a sua posição, ou seja, é necessário trabalhar com o detector na posição vertical.

Em segundo lugar, é necessário mudar a metodologia utilizada na experiência passada, onde a rede de difração se movimentava durante a descarga do plasma, e fazer com que o

semiespelho instalado na saída do *THR1000* (veja figura **3.1**) vibre com alta frequência desempenhando com isto a mesma função que a rede de difração desempenhou nesta série de experimentos.

APÊNDICE A

1 - Sistema curvilíneo de coordenadas

É bem conhecido que quando se trabalha em um sistema genérico x^1, x^2, x^3 de coordenadas cuvilíneas, é necessário operar com as componentes contravariante e covariante[1] de um vetor. A componente contravariante de um vetor **a** é definida da seguinte maneira:

$$a^i = \mathbf{a}\nabla x^i \tag{A.1}$$

A componente covariante está relacionada com a contravariante da seguinte maneira:

$$a_i = \sum_k g_{ik}a^k \qquad a^i = \sum_k g^{ik}a_k \tag{A.2}$$

onde: g_{ik} - componentes do tensor métrico que é definido a partir do quadrado do elemento de comprimento.

$$dl^2 = \sum_i \sum_k g_{ik}dx^i dx^k \tag{A.3}$$

Para um sistema ortogonal.

$$dl^2 = \sum_k g_{kk}(dx^k)^2 \tag{A.4}$$

As componentes contravariantes g^{ik} do tensor métrico estão relacionadas com as componetes covariantes g_{ik} da seguinte maneira:

$$g^{ik} = \frac{cofator\ de\ g_{ik}}{g} \tag{A.5}$$

onde: g - determinante da matriz g_{ik}. O cofator de uma matriz g_{ik} pode ser calculado eliminando-se a linha e a coluna da matriz onde está localizado o elemento, cujo cofator deseja-se determinar, feito isto calculamos o determinante da nova matriz, ou seja, supondo que se deseja calcular o cofator g_{11} da matriz g_{ik} onde g_{ik} tem a seguinte forma:

[1]- Sejam as coordenadas x, y, z de um ponto qualquer expressas em função de u_1, u_2, u_3 de modo que $x = x(u_1, u_2, u_3)$; $y = y(u_1, u_2, u_3)$ e $z = z(u_1, u_2, u_3)$. Supondo que essas equações possam ser resolvidas de modo que: $u_1 = u_1(x, y, z)$; $u_2 = u_2(x, y, z)$ e $u_3 = u_3(x, y, z)$ onde x, y, z e u_1, u_2, u_3 são os eixos do sistema de coodenadas cartesianas e curvilíneas respectivamente. Seja $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ o vetor posição do ponto P, desta forma podemos escrever que $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u_1, u_2, u_3)$ com isto podemos representar um vetor **a** em função dos vetores paralelos e ortogonais as curvas u_1, u_2, u_3 de modo que:
$\mathbf{a} = c_1\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u_1} + c_2\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u_2} + c_3\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u_3} = d_1\nabla u_1 + d_2\nabla u_2 + d_3\nabla u_3$
onde: c_1, c_2, c_3 - são as componentes contravariante do vetor **a** e d_1, d_2, d_3 - são as componentes covariante do vetor **a**.

$$g_{ik} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \tag{A.6}$$

Então para calcular o cofator g_{11} da matriz g_{ik}, eliminamos a primeira linha e a primeira coluna da matriz g_{ik} e calculamos o seu determinante, ou seja:

$$cofator\ de\ g_{11} = \det \begin{bmatrix} g_{22} & g_{23} \\ g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = g_{22}g_{33} - g_{23}g_{32} \tag{A.7}$$

O elemento de volume em um sistema de coordenadas curvilíneas tem a seguinte forma:

$$dV = \sqrt{g}dx^1dx^2dx^3 \tag{A.8}$$

Outras fórmulas:

Produto escalar

$$\mathbf{ab} = \sum_i a^i b_i = \sum_i a_i b^i \tag{A.9}$$

Primeira componente contravariante de um produto vetorial

$$[\mathbf{ab}]^1 = \frac{1}{\sqrt{g}}(a_2b_3 - a_3b_2) \tag{A.10}$$

Primeira componente covariante de um produto vetorial

$$[\mathbf{ab}]_1 = \sqrt{g}(a^2b^3 - a^3b^2) \tag{A.11}$$

Componente perpendicular de um vetor

$$\mathbf{a}_\perp = \mathbf{h} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{h}) \tag{A.12}$$

Componente paralela de um vetor

$$\mathbf{a}_{\|} = \mathbf{h}\,(\mathbf{a}\cdot\mathbf{h}) \tag{A.13}$$

Gradiente

$$(\nabla\varphi)_i = \frac{\partial\varphi}{\partial x^i} \tag{A.14}$$

Divergente

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{a} = \frac{1}{\sqrt{g}}\sum_i \frac{\partial}{\partial x^i}(\sqrt{g}a^i) \tag{A.15}$$

Rotacional

$$[\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{a}]^1 = \frac{1}{\sqrt{g}}\left(\frac{\partial a_3}{\partial x^2} - \frac{\partial a_2}{\partial x^3}\right) \tag{A.16}$$

Laplaciano

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{\sqrt{g}}\sum_i\sum_k \frac{\partial}{\partial x^1}\left(g^{ik}\sqrt{g}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right) \tag{A.17}$$

Derivada de um vetor

$$\nabla_\alpha V_\beta = \frac{\partial V_\alpha}{\partial x^\beta} - \Gamma^\gamma_{\beta\alpha}V_\gamma \tag{A.18}$$

onde:

Símbolo de Christoffel de segunda espécie

$$\Gamma^\gamma_{\beta\alpha} = g^{\gamma r}\,[\beta\alpha, r] \tag{A.19}$$

onde: $g^{\gamma r}$ - componente contravariante do tensor métrico.

Símbolo de Christoffel de primeira espécie

$$[\beta\alpha, r] = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\beta r}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\alpha r}}{\partial x^{\beta}} - \frac{\partial g_{\beta\alpha}}{\partial x^{r}}\right) \tag{A.20}$$

2 - Coordenadas de Fluxo

Vamos escolher um sistema de coordenadas onde a coordenada $x^1 = r$ é radial, $x^2 = \theta$ e $x^3 = \zeta$ são coordenadas angulares na superfície $x^1 = const.$ e variam de $0 - 2\pi$. Vamos supor ainda que em nosso sistema, a coordenada radial contravariante do campo magnético cumpra a seguinte condição:

$$\mathbf{B}\nabla x^1 = 0 \tag{A.21}$$

Da definição de componente contravariante (1) de um vetor, podemos concluir que no nosso sistema de coordenadas $B^r = 0$. Se tomarmos a integral volumétrica do divergente do campo magnético teremos que:

$$\int (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{B})\sqrt{g} dr d\theta d\zeta = 0 \tag{A.22}$$

Aplicando a definição de divergente em coordenadas curvilíneas teremos que:

$$0 = \int \frac{1}{\sqrt{g}}\left[\frac{\partial}{\partial r}(\sqrt{g}B^r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\sqrt{g}B^{\theta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(\sqrt{g}B^{\zeta})\right]\sqrt{g} dr d\theta d\zeta \tag{A.23}$$

Como $B^r = 0$, a equação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$0 = \int \sqrt{g}B^{\theta} dr d\zeta + \int \sqrt{g}B^{\zeta} dr d\theta = 2\pi \int \sqrt{g}B^{\theta} dr + 2\pi \int \sqrt{g}B^{\zeta} dr \tag{A.24}$$

Seja:

$$2\pi \int \sqrt{g}B^{\theta} dr = \chi \Longrightarrow \frac{\partial \chi}{\partial r} \equiv \chi^{/} = 2\pi\sqrt{g}B^{\theta} \Longrightarrow B^{\theta} = \frac{\chi^{/}}{2\pi\sqrt{g}} \tag{A.25}$$

e

$$2\pi \int \sqrt{g}B^{\zeta} dr = \Phi \Longrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial r} \equiv \Phi^{/} = 2\pi\sqrt{g}B^{\zeta} \Longrightarrow B^{\zeta} = \frac{\Phi^{/}}{2\pi\sqrt{g}} \tag{A.26}$$

Portanto neste sistema de coordenadas o campo magnético pode ser escrito como:

$$\mathbf{B} = \left(B^r,\, B^{\theta},\, B^{\zeta}\right) = \left(0,\, \frac{\chi^{/}}{2\pi\sqrt{g}},\, \frac{\Phi^{/}}{2\pi\sqrt{g}}\right) \tag{A.27}$$

Temos, por definição, que o fator de segurança pode ser escrito como:

$$q = \frac{\Phi^{/}}{\chi^{/}} \Longrightarrow q = \frac{B^{\zeta}}{B^{\theta}} \tag{A.28}$$

Outra relação importante que pode ser obtida neste sistema de coordenadas é que:

$$[\nabla \times \mathbf{B}] = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \Longrightarrow [\nabla \times \mathbf{B}]^{r} = \frac{4\pi}{c} j^{r} = \frac{\partial B_{\zeta}}{\partial \theta} - \frac{\partial B_{\theta}}{\partial \zeta} = \frac{\partial B_{\zeta}}{\partial \theta} = 0 \tag{A.29}$$

A componente toroidal do campo magnético pode ser escrita na forma contravariante e com isto teremos que:

$$\frac{\partial B_{\zeta}}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta}\left(g_{31}B^{r} + g_{32}B^{\theta} + g_{33}B^{\zeta}\right) = \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{g_{33}\Phi^{/}}{2\pi\sqrt{g}}\right) \Longrightarrow \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right) = 0 \tag{A.30}$$

onde: $B^{r} = 0$ - como foi dito anteriormente e $g_{32} = 0$ - devido a simetria em ζ.

A média sobre uma supefície magnética tem a seguinte forma.

$$\langle ... \rangle = \int_{0}^{2\pi} (...)\sqrt{g}d\theta \Big/ \int_{0}^{2\pi} \sqrt{g}d\theta. \tag{A.31}$$

Uma grandeza física pode ser escrita da seguinte forma:

$$A = \langle A \rangle + \widetilde{A} \tag{A.32}$$

onde: A - parâmetro macroscópico do plasma (densidade, temperatura etc.); $\langle A \rangle$ e $\widetilde{A}$ - valor médio do parâmetro macroscópico em uma superfície magnética e parte oscilatória desta grandeza, onde $\langle A \rangle \gg \widetilde{A}$.

3 - Tensor viscosidade

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\pi} = \frac{3}{2}\left\{\left[\mathbf{h}\left(\nabla \cdot \mathbf{h}\right) + \left(\mathbf{h} \cdot \nabla\right)\mathbf{h}\right]\pi_{\parallel} + \mathbf{h}\left(\mathbf{h} \cdot \nabla\right)\pi_{\parallel}\right\} - \frac{1}{2}\nabla\pi_{\parallel} \tag{A.33}$$

A expressão acima pode ser simplificada, para isto vamos escrever separadamente cada um dos membros de (31).

$$\mathbf{h}\left(\nabla \cdot \mathbf{h}\right) = \mathbf{h}\left(\frac{1}{B}\nabla \cdot \mathbf{B}\right) + \mathbf{h}\left(\mathbf{B} \cdot \nabla\frac{1}{B}\right) = \mathbf{h}\left(\mathbf{h}B \cdot \nabla\frac{1}{B}\right) = -\mathbf{h}\left(\mathbf{h} \cdot \nabla\right)\ln B \tag{A.34}$$

Segundo termo.

$$(\mathbf{h}\cdot\boldsymbol{\nabla})\,\mathbf{h} = -\left(\mathbf{h}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{h})\right) = -\left(\mathbf{h}\times\left(\frac{1}{B}\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B}\right)\right) + \left(\mathbf{h}\times\left(\mathbf{B}\times\boldsymbol{\nabla}\frac{1}{B}\right)\right) \quad \text{(A.35)}$$

Porém $\mathbf{h} = \mathbf{B}/B$, o que nos fornece:

$$-\frac{1}{B}\left(\mathbf{h}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B})\right) - \left(\mathbf{h}\times(\mathbf{h}\times\boldsymbol{\nabla}\ln B)\right) = -\frac{4\pi}{cB}\left(\mathbf{h}\times(\mathbf{j})\right) - \left(\mathbf{h}\times(\mathbf{h}\times\boldsymbol{\nabla}\ln B)\right) \quad \text{(A.36)}$$

Porém a corrente pode ser dividida em duas componentes $\mathbf{j}_{//}$ e $\mathbf{j}_{\perp}$ portanto temos que:

$$-\frac{4\pi}{cB}\left(\mathbf{h}\times\left(\mathbf{j}_{//}+\mathbf{j}_{\perp}\right)\right) - \left(\mathbf{h}\times(\mathbf{h}\times\boldsymbol{\nabla}\ln B)\right) = -\left(\mathbf{h}\times(\mathbf{h}\times\boldsymbol{\nabla}\ln B)\right) \quad \text{(A.37)}$$

Pois $\mathbf{h}\times\mathbf{j}_{//} = 0$ e $\mathbf{j}_{\perp}\approx 0$. Portanto:

$$(\mathbf{h}\cdot\boldsymbol{\nabla})\,\mathbf{h} = -\left(\mathbf{h}\times(\mathbf{h}\times\boldsymbol{\nabla}\ln B)\right) = -\left(\mathbf{h}\cdot(\mathbf{h}\cdot\boldsymbol{\nabla})\ln B\right) + \boldsymbol{\nabla}\ln B \quad \text{(A.38)}$$

Finalmente temos que:

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\pi} = \frac{3}{2}\left\{\left[\boldsymbol{\nabla}\ln B - 2\mathbf{h}\cdot(\mathbf{h}\cdot\boldsymbol{\nabla})\ln B\right]\pi_{\parallel} + \mathbf{h}\,(\mathbf{h}\cdot\boldsymbol{\nabla})\,\pi_{\parallel}\right\} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\nabla}\pi_{\parallel}. \quad \text{(A.39)}$$

4 - Propriedades do vetor gradiente

Seja:

$$\boldsymbol{\nabla} = \boldsymbol{\nabla}_{\parallel} + \boldsymbol{\nabla}_{\perp} \quad \text{(A.40)}$$

Porém.

$$(\nabla)^{r} = g^{11}\frac{\partial}{\partial r} + g^{12}\frac{\partial}{\partial\theta} + g^{13}\frac{\partial}{\partial\zeta} \quad \text{(A.41)}$$

$$(\nabla)^{\theta} = g^{21}\frac{\partial}{\partial r} + g^{22}\frac{\partial}{\partial\theta} + g^{23}\frac{\partial}{\partial\zeta} \quad \text{(A.42)}$$

$$(\nabla)^{\zeta} = g^{31}\frac{\partial}{\partial r} + g^{32}\frac{\partial}{\partial\theta} + g^{33}\frac{\partial}{\partial\zeta} \quad \text{(A.43)}$$

$$\boldsymbol{\nabla}_{\perp} = \mathbf{h}\times\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{h} = \boldsymbol{\nabla}\,(\mathbf{h}\cdot\mathbf{h}) - \mathbf{h}\,(\mathbf{h}\cdot\boldsymbol{\nabla}) = \boldsymbol{\nabla} - \mathbf{h}\left(h^{r}\frac{\partial}{\partial r} + h^{\theta}\frac{\partial}{\partial\theta} + h^{\zeta}\frac{\partial}{\partial\zeta}\right) \quad \text{(A.44)}$$

Portanto:

$$(\nabla_\perp)^r = (\nabla)^r - h^r\left(h^r\nabla_r + h^\theta\nabla_\theta + h^\zeta\nabla_\zeta\right) \tag{A.45}$$

$$(\nabla_\perp)^\theta = (\nabla)^\theta - h^\theta\left(h^r\frac{\partial}{\partial r} + h^\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + h^\zeta\frac{\partial}{\partial\zeta}\right) \tag{A.46}$$

$$(\nabla_\perp)^\zeta = (\nabla)^\zeta - h^\zeta\left(h^r\frac{\partial}{\partial r} + h^\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + h^\zeta\frac{\partial}{\partial\zeta}\right) \tag{A.47}$$

e

$$(\nabla_\parallel)^r = (\nabla)^r - (\nabla_\perp)^r \tag{A.48}$$

$$(\nabla_\parallel)^\theta = (\nabla)^\theta - (\nabla_\perp)^\theta \tag{A.49}$$

$$(\nabla_\parallel)^\zeta = (\nabla)^\zeta - (\nabla_\perp)^\zeta \tag{A.50}$$

Para um sistema de coordenadas em que $h^r = 0$ e $\partial/\partial\zeta = 0$ temos que:

$$(\nabla_\perp)^r = g^{11}\nabla_r + g^{12}\nabla_\theta \tag{A.51}$$

$$(\nabla_\perp)^\theta = g^{21}\frac{\partial}{\partial r} + g^{22}\frac{\partial}{\partial\theta} - h^\theta h^\theta\frac{\partial}{\partial\theta} \tag{A.52}$$

$$(\nabla_\parallel)^r = 0 \tag{A.53}$$

$$(\nabla_\parallel)^\theta = h^\theta h^\theta\frac{\partial}{\partial\theta} \tag{A.54}$$

5 - Equações de transporte em plasma

Estas equações foram extraidas de [**1**] e são aplicáveis para um plasma totalmente ionizado composto de elétrons e um só tipo de íon com carga Z_e.

Equação da continuidade para elétrons e íons

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla(n_e\mathbf{V}_e) = 0 \tag{A.55}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i\mathbf{V}_i) = 0 \tag{A.56}$$

onde: n_e, n_i, V_e e V_i - densidade e velocidade eletrônica e iônica respectivamente.

Equação de movimento para elétrons e íons

$$M_e n_e\frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -\nabla p_e - \nabla\cdot\boldsymbol{\pi}_e - en_e\mathbf{E} - \frac{en_e}{c}\left[\mathbf{V}_e\times\mathbf{B}\right] + \mathbf{R} \tag{A.57}$$

$$M_i n_i\frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = -\nabla p_i - \nabla\cdot\boldsymbol{\pi}_i + Z_e n_i\mathbf{E} + \frac{Zen_i}{c}\left[\mathbf{V}_i\times\mathbf{B}\right] - \mathbf{R}$$

onde: $\boldsymbol{\pi}_e$, $\boldsymbol{\pi}_i$, M_e, M_i, p_e e p_i - tensor viscosidade, massa e pressão eletrônica e iônica respectivamente; $\mathbf{R}$ - força de atrito.

Equação de transporte de calor para elétrons e íons

$$\frac{3n_e}{2}\frac{dT_e}{dt} + p_e \nabla \cdot \mathbf{V}_e = -\nabla \cdot \mathbf{q}_e - \pi_{e\alpha\beta}\frac{\partial V_{e\alpha}}{\partial x^\beta} + Q_e \tag{A.58}$$

$$\frac{3n_i}{2}\frac{dT_i}{dt} + p_i \nabla \cdot \mathbf{V}_i = -\nabla \cdot \mathbf{q}_i - \pi_{i\alpha\beta}\frac{\partial V_{i\alpha}}{\partial x^\beta} + Q_i \tag{A.59}$$

onde: T_e, T_i, $\mathbf{q}_e$, $\mathbf{q}_i$, Q_e e Q_i - temperatura, fluxo de calor e calor eletrônico e iônico respectivamente.

$$p_e = n_e T_e \qquad p_i = n_i T_i \tag{A.60}$$

Nas equações para os coeficientes de transporte[2] é suposto a condição de quase neutralidade do plasma, portanto $n = n_e = Z_e n_i$.

Tempo entre colisões eletrônicas e iônicas [s]

$$\tau_e = \frac{3\sqrt{M_e}T_e^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\lambda e^4 Z^2 n_i} = \frac{3,5.10^4}{(\lambda/10)}\frac{T_e^{3/2}}{Zn} \tag{A.61}$$

$$\tau_i = \frac{3\sqrt{M_i}T_i^{3/2}}{4\sqrt{\pi}\lambda e^4 Z^4 n_i} = \frac{3,0.10^6}{(\lambda/10)}\left(\frac{M_i}{2M_p}\right)^{1/2}\frac{T_i^{3/2}}{Z^3 n} \tag{A.62}$$

onde: M_p - massa do próton; λ - logarítimo de Coulomb e vale:

$$\lambda = 23,4 - 1,15\lg n + 3,45\lg T_e \quad para\ T_e < 50\ eV \tag{A.63}$$

$$\lambda = 25,3 - 1,15\lg n + 2,3\lg T_e \quad para\ T_e > 50\ eV \tag{A.64}$$

Frequência ciclotrônica eletrônica e iônica

$$\omega_{ce} = \frac{eB}{cM_e} = 1,76.10^7 B \tag{A.65}$$

$$\omega_{ci} = \frac{Z_e B}{cM_i} = 0,96.10^4\frac{Z_e B}{M_i/M_p} \tag{A.66}$$

Força de atrito

[2]- Em todas as fórmulas a temperatura está expressa em $[eV]$, o campo magnético em $[G]$ e as outras grandezas estão no sistema CGS

$$\mathbf{R}_u = -\frac{M_e n_e}{\tau_e}\left(0,51\mathbf{u}_\parallel + \mathbf{u}_\perp\right) = en\left(\frac{\mathbf{j}_\parallel}{\sigma_\parallel} + \frac{\mathbf{j}_\perp}{\sigma_\perp}\right) \tag{A.67}$$

onde: $\mathbf{u} = (\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i)$ - velocidade relativa da partícula; $\mathbf{j}$ - corrente; σ - coeficiente de condutividade elétrica:

Condutividade elêtrica perpendicular e paralela

$$\sigma_\perp = \frac{e^2 n_e \tau_e}{M_e} = \sigma_1 T_e^{3/2} \tag{A.68}$$

$$\sigma_\parallel = 1,96\sigma_\perp = 1,96\sigma_1 T_e^{3/2} \tag{A.69}$$

$$\sigma_1 = \frac{0,9.10^{13}}{(\lambda/10)Z} \tag{A.70}$$

Termo força

$$\mathbf{R}_T = -0,71 n_e \boldsymbol{\nabla}_\parallel T_e - \frac{3}{2}\frac{n_e}{\omega_{ce}\tau_e}\left[\mathbf{h}\boldsymbol{\nabla} T_e\right] \tag{A.71}$$

Fluxo de calor eletrônico devido as termo forças

$$\mathbf{q}_T^e = -\chi_\parallel^e \boldsymbol{\nabla}_\parallel T_e - \chi_\perp^e \boldsymbol{\nabla}_\perp T_e - \frac{5}{2}\frac{c n_e T_e}{eB}\left[\mathbf{h}\boldsymbol{\nabla} T_e\right] \tag{A.72}$$

Fluxo de calor eletrônico devido as forças de atrito

$$\mathbf{q}_u^e = 0,71 n_e T_e \mathbf{u}_\parallel + \frac{3}{2}\frac{n_e T_e}{\omega_{ce}\tau_e}\left[\mathbf{hu}\right] \tag{A.73}$$

Condutibilidade térmica eletrônica perpendicular e paralela

$$\chi_\perp^e = 4,66\frac{n_e T_e}{M_e \omega_{ce}^2 \tau_e} \tag{A.74}$$

$$\chi_\parallel^e = 3,16\frac{n_e T_e \tau_e}{M_e} \tag{A.75}$$

Fluxo de calor iônico

$$\mathbf{q}_i = -\chi_{\parallel}^i \nabla_{\parallel} T_i - \chi_{\perp}^i \nabla_{\perp} T_i + \frac{5}{2}\frac{cn_iT_i}{ZeB}[\mathbf{h}\nabla T_i] \tag{A.76}$$

Condutibilidade térmica iônica perpendicular e paralela

$$\chi_{\perp}^i = 2\frac{n_iT_i}{M_i\omega_{ci}^2\tau_i} \tag{A.77}$$

$$\chi_{\parallel}^i = 3,9\frac{n_iT_i\tau_i}{M_i} \tag{A.78}$$

Calor iônico

$$Q_i = \frac{3M_en_e}{M_i\tau_e}(T_e - T_i) \tag{A.79}$$

6 - Divergente de um produto vetorial

Vamos calcular o divergente do fluxo perpendicular de calor $\mathbf{q}_{\perp}^i$, onde $\mathbf{q}_{\perp}^i$ tem a forma:

$$\mathbf{q}_{i\perp} = \frac{5}{2}\frac{cnT_i}{Z_eB^2}[\mathbf{B}\times\nabla T_i] \tag{A.80}$$

Portanto temos que:

$$\nabla\cdot\mathbf{q}_{i\perp} = \nabla\cdot\left(\frac{5}{2}\frac{cnT_i}{Z_eB^2}[\mathbf{B}\times\nabla T_i]\right) = \frac{5c}{2Z_e}\nabla\cdot\left(\frac{nT_i}{B^2}[\mathbf{B}\times\nabla T_i]\right) \tag{A.81}$$

O último termo, da expressão acima, representa o divergente do produto de um escalar (nT_i/B^2) por um vetor $(\mathbf{B}\times\nabla T_i)$ que pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\nabla\cdot\mathbf{q}_{i\perp} = \frac{5c}{2Z_e}\frac{nT_i}{B^2}\nabla\cdot[\mathbf{B}\times\nabla T_i] + \frac{5c}{2Z_e}[\mathbf{B}\times\nabla T_i]\cdot\nabla\left(\frac{nT_i}{B^2}\right) \tag{A.82}$$

Despresando o primeiro termo da expressão acima temos:

$$\nabla\cdot\mathbf{q}_{i\perp} \simeq \frac{5c}{2Z_e}\mathbf{B}\cdot\left[\nabla T_i\times\nabla\left(\frac{nT_i}{B^2}\right)\right] = \frac{5cT_i}{2Z_e}\mathbf{B}\cdot\left[\nabla T_i\times\nabla\left(\frac{n}{B^2}\right)\right] \tag{A.83}$$

Abrindo o produto escalar obtemos:

$$\nabla\cdot\mathbf{q}_{i\perp} = \frac{5cT_i}{2Z_e}\left\{B^\theta\left[\nabla T_i\times\nabla\left(\frac{n}{B^2}\right)\right]_\theta + B^\zeta\left[\nabla T_i\times\nabla\left(\frac{n}{B^2}\right)\right]_\zeta\right\} \tag{A.84}$$

Agora o produto vetorial:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_{i\perp} = \frac{5cT_i}{2Z_e}\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}B^{\zeta}\left[\nabla T_i \times \nabla\left(\frac{n}{B^2}\right)\right]^{\zeta} = \frac{5cT_i}{2Z_e}\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}B^{\zeta}\frac{\partial}{\partial r}T_i\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{n}{B^2}\right) \tag{A.85}$$

Podemos ainda escrever a seguinte relação:

$$q_{i\|} = \mathbf{h}\cdot\mathbf{q}_i = -\chi_{\|}^{i}\mathbf{h}\cdot\nabla_{\|}T_i - \chi_{\perp}^{i}\mathbf{h}\cdot\nabla_{\perp}T_i + \frac{5}{2}\frac{cn_iT_i}{ZeB}\mathbf{h}\cdot[\mathbf{h}\nabla T_i] \tag{A.86}$$

Como o segundo e terceiro termos são iguais a zero, teremos:

$$q_{i\|} = -\chi_{\|}^{i}\mathbf{h}\cdot\nabla_{\|}T_i = -\chi_{\|}^{i}h^{\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}T_i \tag{A.87}$$

7 - Algumas relações importantes

$$B^2 = \mathbf{B}\cdot\mathbf{B} = B^rB_r + B^{\theta}B_{\theta} + B^{\zeta}B_{\zeta} = B^{\theta}B_{\theta} + B^{\zeta}B_{\zeta} = g_{22}B^{\theta 2} + g_{33}B^{\zeta 2} \tag{A.88}$$

Para tokamaks com grande com grande razão de aspecto ($R/r = 1/\varepsilon$) podemos escrever:

$$\frac{B^2}{B^{\theta 2}} = \frac{g_{22}B^{\theta 2}}{B^{\theta 2}} + \frac{g_{33}B^{\zeta 2}}{B^{\theta 2}} = g_{22} + g_{33}q^2 \tag{A.89}$$

Levando em consideração que $g_{22} = r^2(1-2\varepsilon\cos\theta)$ (para tokamaks com grande razão de aspecto) e $g_{33} = R^2(1-2\varepsilon\cos\theta)$ temos para $\varepsilon \ll 1$.

$$\frac{B^2}{B^{\theta 2}} = g_{22} + g_{33}q^2 \approx r^2 + R^2q^2 \approx R^2q^2 \tag{A.90}$$

Outra relação:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial\theta}B^2 &= \frac{\partial}{\partial\theta}\left(g_{22}B^{\theta 2} + g_{33}B^{\zeta 2}\right) \Longrightarrow \frac{1}{B^2}\frac{\partial}{\partial\theta}B^2 = \frac{1}{B^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(g_{22}B^{\theta 2} + g_{33}B^{\zeta 2}\right) \\
&= \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{B^2}\left(g_{22}B^{\theta 2} + g_{33}B^{\zeta 2}\right)\right] - \left(g_{22}B^{\theta 2} + g_{33}B^{\zeta 2}\right)\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{1}{B^2} \Longrightarrow \\
\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2 &= \frac{\partial}{\partial\theta}\left(g_{22}\frac{B^{\theta 2}}{B^2}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left(g_{33}\frac{B^{\zeta 2}}{B^2}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2 = \frac{1}{q^2R^2}\frac{\partial}{\partial\theta}g_{22} + \\
&+ \frac{\partial}{\partial\theta}\left(g_{33}\frac{B^{\zeta}B_{\zeta}g^{33}}{B^2}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2
\end{aligned} \tag{A.91}$$

Como o produto $g_{33}B^{\zeta}$ não depende de θ podemos escrever:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2 &= \frac{1}{q^2R^2}\frac{\partial}{\partial\theta}g_{22}+\frac{B_\zeta B^\zeta g_{33}}{B^2}\frac{\partial}{\partial\theta}g^{33}+B_\zeta B^\zeta g_{33}g^{33}\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{1}{B^2}\\ &+\frac{B^\zeta g_{33}g^{33}}{B^2}\frac{\partial}{\partial\theta}B_\zeta+\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2\end{aligned} \tag{A.92}$$

Fazendo algumas simplificações, tais como $B_\zeta B^\zeta \simeq B^2$ e lembrando que $g^{33} = 1/g_{33}$ obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2 \simeq \frac{1}{q^2R^2}\frac{\partial}{\partial\theta}g_{22}-\frac{\partial}{\partial\theta}\ln g_{33}-\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2+\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B_\zeta+\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B^2 \tag{A.93}$$

Despresando o termo $\partial/\partial\theta(\ln B_\zeta)$ obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln B \simeq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{q^2R^2}\frac{\partial}{\partial\theta}g_{22}-\frac{\partial}{\partial\theta}\ln g_{33}\right) \tag{A.94}$$

Outra relação:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)=0 \Longrightarrow \frac{\sqrt{g}}{g_{33}}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)=0 \Longrightarrow \frac{\partial}{\partial\theta}\ln\left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)=0 \tag{A.95}$$

Portanto, podemos escrever que:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)=\frac{\partial}{\partial\theta}\ln g_{33}-\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\sqrt{g}=0 \tag{A.96}$$

Finalmente temos que:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ln g_{33}=\frac{\partial}{\partial\theta}\ln\sqrt{g} \tag{A.97}$$

8 - Métrica

Abaixo vamos expor as componentes do tensor métrico para um tokamak, cuja seção transversal é circular:

$$\begin{aligned} g_{11} &= 1;\ \ g_{22}=r^2(1-2\varepsilon\cos\theta)\\ g_{13} &= g_{31}=g_{23}=g_{32}=0\\ g_{12} &= g_{21}\simeq 0\\ \sqrt{g} &= rR(1-2\varepsilon\cos\theta);\ \ g_{33}=R^2(1-2\varepsilon\cos\theta)\end{aligned} \tag{A.98}$$

onde: θ - ângulo poloidal; ε - inverso da razão de aspecto

Métrica para um tokamak com seção transversal alongada.

$$
\begin{aligned}
g_{11} &\approx (\cosh\eta - \sinh\eta\cos 2\theta); \quad g_{22} = r^2(\cosh\eta + \sinh\eta\cos 2\theta) \\
g_{13} &= g_{31} = g_{23} = g_{32} = 0 \\
g_{12} &= g_{21} \simeq (r\sinh\eta\sin 2\theta) \\
\sqrt{g} &= rR(1 - 2\varepsilon^{\cdot}\cos\theta); \quad g_{33} = R^2(1 - 2\varepsilon^{\cdot}\cos\theta)
\end{aligned}
\tag{A.99}
$$

onde: $\varepsilon^{\cdot} = \varepsilon\exp(-\eta/2)$; $\eta = \ln(l_2/l_1)$; l_2 e l_1 - semi eixos maior e menor respectivamente.

Referências

[1] Braginskii S. I. - 1965 *Reviews of Plasma Physics* (Leontovich M. A. eds) New York **Vol 1** p. 214.

[2] Kotchin, N. E. - 1938 *Vectornoe istchislenie i natchala tenzornovo istchislenia* (redaksia terniko-teorititcheskoi literaturi) Leningrad Moskva (em russo).

[3] Murray, R. S. - 1972 *Análise vetorial* (Coleção Schaum) McGraw-Hill São Paulo.

APÊNDICE B

1. - Colisões em plasma

Na ausência de campo magnético, o movimento das partículas é retilíneo e uniforme, sendo que após uma colisão o vetor velocidade muda. O movimento resultante pode ser caracterizado por pequenos segmentos de retas cujo tamanho é $l = v\tau$, onde a velocidade $v \sim (2T/M)^{1/2}$ e τ - tempo entre duas colisões consecutivas.

Na presença do campo magnético, a partícula movimenta-se em uma trajetória espiralada, cujo raio é $r = Mvc/eB$, onde B - campo magnético, M - massa da partícula, e - carga elementar do elétron e c - velocidade da luz. Ao colidir a partícula interrompe seu movimento ordenado e em cada intervalo de tempo τ ela começa a descrever uma nova espiral. Se o campo magnético é pequeno ($r \gg l$ ou $\omega_c\tau \ll 1$), então o percurso percorrido pela partícula entre duas colisões não vai se diferenciar muito de uma linha reta, o que difere bastante do caso onde o campo magnético é grande ($r \ll l$ ou $\omega_c\tau \gg 1$), em que a partícula realiza muitas voltas em torno da linha magnética entre uma colisão e outra. Para $\omega_c\tau \gg 1$ o campo magnético influencia fortemente no transporte na direção perpendicular ao campo, assim como na direção paralela, as partículas se movimentam livremente percorrendo uma distância l entre duas colisões consecutivas. Com isto teremos que os coeficientes de transporte na direção paralela ao campo serão os mesmos que na sua ausência.

Como as colisões colombianas não são instantâneas devido as interações a longa distâncias das forças eletrostáticas, a caotização do movimento é algo contínuo e não ocorre somente após a colisão. Portanto, quando se trata de colisões colombianas, o intervalo de tempo entre duas colisões é normalmente definido como o intervalo de tempo em que, após varias colisões, o vetor velocidade da partícula mudou sua direção em um ângulo de $\pi/2$.

Para facilitar a nossa análise, vamos dividir o tempo entre colisões em τ_e e τ_i onde τ_e - representa o tempo característico entre colisões de elétrons com íons e τ_i - representa o tempo característico entre colisões de íons com íons.

Como os elétrons possuem uma velocidade bem maior que a dos íons, ao colidirem a velocidade relativa das partículas é aproximadamente igual a velocidade dos elétrons, portanto o tempo τ_e dependerá somente da temperatura eletrônica, enquanto que τ_i dependerá da temperatura iônica.

Uma característica importante de um plasma totalmente ionizado é a pequena relação entre as massas de suas componentes (elétrons e íons). Como decorrência deste fato temos que a troca de energia entre partículas de mesma espécie (elétrons-elétron e íons-íons) se dá em um intervalo de tempo muito pequeno se comparado com o intervalo de tempo gasto na troca de energia entre partículas de espécies diferente. Supondo que o tempo de troca de energia entre elétrons é proporcional a τ_{ee}, o tempo de troca de energia entre íons é proporcional a τ_{ii} e o tempo de troca de energia entre íons e elétrons é proporcional a τ_{ei}^{ε} então se a temperatura eletrônica é da mesma ordem que a temperatura iônica, podemos escrever que:

$$\tau_{ee} : \tau_{ii} : \tau_{ei}^{\varepsilon} = 1 : \sqrt{\frac{M_i}{M_e}} : \frac{M_i}{M_e} \tag{B.1}$$

Uma parcela grande da energia é trocada quando a colisão se dá entre partículas de mesma espécie, por isto temos que $\tau_{ee} \sim \tau_e$ e $\tau_{ii} \sim \tau_i$. Quando a colisão ocorre entre uma partícula leve e uma pesada, então a troca de energia é proporcional a relação de massas das partículas, por isto temos:

$$\tau_{ei}^{\varepsilon} \sim \frac{M_i}{M_e}\tau_e \sim \frac{M_i}{M_e}\tau_{ee} \tag{B.2}$$

Resumindo, podemos escrever que:

$$\tau_{ee} \ll \tau_{ei}^{\varepsilon} \text{ e } \tau_{ii} \ll \tau_{ei}^{\varepsilon} \tag{B.3}$$

Com isto podemos concluir que o equilíbrio térmico local será alcançado primeiramente entre as partículas de mesma espécie e posteriormente entre partículas de espécies diferentes.

2. - Força de atrito $\mathbf{R}_U$

Durante as colisões entre elétrons e íons, onde $V_i \simeq 0$, a velocidade dos elétrons praticamente não muda seu módulo, isto significa que no intervalo de tempo $\sim \tau_e$, o elétron ao colidir com o íons perde sua velocidade ordenada $\mathbf{u} = \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i$ enquanto que os íons recebem um impulso $M_e\mathbf{u}$ por cada elétron. Isto significa que nos elétrons atua uma força de atrito da ordem de $-(M_e n_e/\tau_e)\mathbf{u}$ enquanto que nos íons atua a mesma força, porém em sentido contrário. Podemos ainda escrever que a força de atrito na direção paralela e perpendicular ao campo tem a mesma forma que a expressão anterior, sendo que no lugar de $\mathbf{u}$ aparecerá $\mathbf{u}_\parallel$ e $\mathbf{u}_\perp$, ou seja:

$$\mathbf{R}_\perp = -\frac{M_e n_e}{\tau_e}\mathbf{u}_\perp \text{ e } \mathbf{R}_\parallel = -\frac{M_e n_e}{\tau_e}\mathbf{u}_\parallel \tag{B.4}$$

Com isto teremos que, na presença de um campo magnético intenso, o coeficiente de atrito entre elétrons e íons para uma corrente elétrica paralela ao campo será menor que o coeficiente de atrito na direção perpendicular ao campo devido ao fato de $\tau \sim v^3$, isto implica que a condutividade paralela será maior que a perpendicular. Para $Z = 1$, temos $\sigma_\parallel \simeq 2\sigma_\perp$.

3. - Termo força $\mathbf{R}_T$

Vamos supor que os elétrons e íons têm uma velocidade média igual a zero ($V_e = V_i = 0$) de modo que a quantidade de elétrons que atravessa a seção $x = x_0$ da direita para esquerda é igual a quantidade que atravessa da esquerda para a direita, desta forma, os fluxos $n_e v_e$ são compensados mutuamente. Como resultado das colisões entre elétrons e íons, nestes fluxos atuam forças de atrito $\mathbf{R}_+$ e $\mathbf{R}_-$ da ordem de $M_e n_e v_e/\ \tau_e$ que compensam uma a outra e nenhuma força resultante surge. No entanto, as colisões entre elétrons e íons pode dar origem a uma força resultante se a distribuição das velocidades dos elétrons do lado esquerdo for diferente da distribuição do lado direito, então as forças

$\mathbf{R}_+$ e $\mathbf{R}_-$ não são compensadas. Por exemplo, se do lado direito chega elétrons com velocidade média maior do que os que chegam do lado esquerdo, então a força que atua nos elétrons mais velozes é menor do que a que atua nos elétrons mais lentos devido ao fato de $\tau \sim v^3$ e uma força resultante surge na direção da direita para esquerda.

Vamos supor agora a presença de um campo magnético intenso ($\omega_c\tau \gg 1$), cuja direção coincide com a do eixo Z e o gradiente de temperatura com o eixo X (veja figura **B.1**).

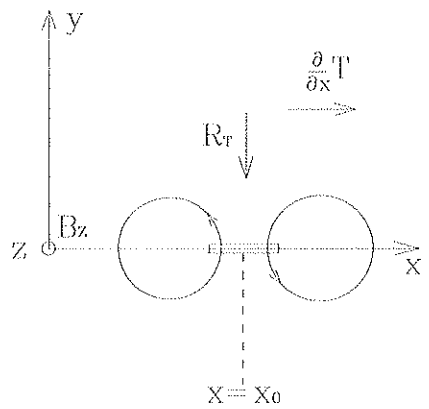


FIG. B.1.

Em um campo magnético $\mathbf{B}$ as partículas descrevem trajetórias circulares com raio $r_e \sim v_e/\omega_e$ de tal forma que no ponto $x = x_0$ chegam elétrons da esquerda e da direita de uma distância de aproximadamente r_e. Estes elétrons carregam com sigo uma diferença de temperatura da ordem de $r_e\partial T_e/\partial x$ e dão origem a uma força na direção Y devido ao fato que o atrito que o fluxo sente na direção $-Y$ não é compensado pela força de atrito na direção Y. Como resultado das colisões com os íons, surge então uma termo força que é perpendicular a $\mathbf{B}$ e ao $\boldsymbol{\nabla} T_e$ e que é da ordem de:

$$\mathbf{R}_T \sim \frac{r_e}{T_e}\frac{\partial T_e}{\partial x}\frac{M_e n_e v_e}{\tau_e} \sim \frac{n_e}{\omega_{ce}\tau_e}\frac{\partial T_e}{\partial x} \tag{B.5}$$

4. - Fluxo térmico

Assim como a presença de um gradiente de densidade ∇n da origem a difusão de partículas, onde o fluxo de partículas pode ser expresso pela relação:

$$\Gamma_p = -D\nabla n \tag{B.6}$$

onde: D - coeficiente de difusão e da teoria cinética dos gases temos que $D \sim l^2/2\tau$, onde l é o livre caminho médio de uma partícula. De maneira análoga, teremos que o gradiente de temperatura dará também origem a difusão de calor, onde o fluxo de calor poder ser expresso de maneira semelhante à difusão de partículas, ou seja:

$$\Gamma_T = -\chi\nabla T \tag{B.7}$$

onde: χ - coeficiente de condutibilidade térmica.

Os coeficiente de condutibilidade térmica, tanto eletrônico como iônico, na direção perpendicular $\chi_\perp$ e paralela $\chi_\parallel$ ao campo são muito simples de serem avaliados. Na direção perpendicular ao campo é preciso lembrar que uma partícula ao colidir dará um salto não mais igual ao livre caminho médio, mas sim igual ao raio de Larmor, portanto, neste caso temos $l_\perp \sim r \sim v/\omega$, desta forma teremos que: $\chi_\perp \sim nr^2/\tau \sim nT/M\omega^2\tau$. Como na direção paralela as partículas se movimentam livremente, teremos $\chi_\parallel \sim nl^2/\tau \sim nT\tau/M$. Portanto teremos que $\chi_\parallel/\chi_\perp \sim (\omega\tau)^2$. Estas avaliações são validas tanto para os íons como os elétrons, por isto o índice *ei* foram omitidos.

É importante notar que na direção paralela ao campo a condutibilidade térmica eletrônica é maior que a iônica devido ao fato que os elétrons apresentam uma mobilidade maior que os íons e teremos $\chi^e_\parallel/\chi^i_\parallel \sim (M_i/M_e)^{1/2}$. Já na direção perpendicular ao campo, o fluxo de calor é determinado pela componente iônica devido ao fato de apresentarem um raio de Larmor bem maior que a componente eletrônica e teremos $\chi^e_\perp/\chi^i_\perp \sim (M_e/M_i)^{1/2}$.

5. - Viscosidade

De maneira análoga ao fluxo de partículas e calor, podemos escrever a viscosidade do plasma, que surgirá quando houver gradientes de velocidade, terá a seguinte maneira:

$$\boldsymbol{\pi}_{yx} = -\eta\frac{\partial V_y}{\partial x} \tag{B.8}$$

No entanto, a expressão acima é uma maneira bastante simplificada de representar a viscosidade do plasma. Ela tem um comportamento bastante complexo, pois trata-se de um tensor que não depende simplesmente da derivada do vetor velocidade, mas sim de uma combinação desta derivada, ou seja:

$$W_{\alpha\beta} = \frac{\partial V_\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial V_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{V} \tag{B.9}$$

onde: $\delta_{\alpha\beta}$ - delta de Cronecker. É fácil demostrar que este tensor vai a zero se o plasma gira como um corpo rígido ($\mathbf{V} = [\Omega\mathbf{r}]$). Na ausência de campo magnético, a relação entre $\boldsymbol{\pi}_{\alpha\beta}$ e $W_{\alpha\beta}$ é bastante simples e tem a seguinte forma: $\boldsymbol{\pi}_{\alpha\beta} = -\eta_0 W_{\alpha\beta}$ onde o coeficiente de viscosidade tem uma forma simples $\eta_0 \sim nT\tau$.

Na presença do campo magnético a relação entre $\boldsymbol{\pi}_{\alpha\beta}$ e $W_{\alpha\beta}$ é bastante complicada e no lugar de um, surgem cinco coeficientes de viscosidade.

Vamos analisar alguns exemplos simples de viscosidade na presença de um campo magnético intenso ($\omega_c\tau \gg 1$). Vamos supor que o campo tem a direção Z. Se a velocidade, assim como sua derivada têm a direção Z, então surge um fluxo de impulso da mesma ordem que na ausência do campo magnético, na direção Z, cujo valor é $\boldsymbol{\pi}_{zz} = -\eta_0\partial V_z/\partial z$ e a força de viscosidade tem o seguinte valor: $F_z = \partial/\partial z(\eta_0\partial V_z/\partial z)$.

Vamos supor agora que a velocidade V_z tem um gradiente na direção perpendicular ao campo, por exemplo na direção X, neste caso o transporte de impulso dar-se a na direção perpendicular ao campo, portanto no lugar do livre camilnho médio l deve aparecer r, com isto teremos a viscosidade e a força de viscosidade expressas da seguinte forma:

$$\pi_{zx} \sim -\eta_\perp \frac{\partial V_z}{\partial x} \text{ e } F_z \sim \frac{\partial}{\partial x}\left(\eta_\perp \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) \tag{B.10}$$

onde:

$$\eta_\perp \sim \frac{\eta_0}{(\omega\tau)^2} \tag{B.11}$$

De maneira análoga obtemos que o coeficiente de viscosidade diminui em $(\omega\tau)^2$ vezes com relação a viscosidade na ausência de campo magnético quando a velocidade perpendicular ao campo V_y tem um gradiente na direção X, ou seja:

$$\pi_{xy} \sim -\eta_\perp \frac{\partial V_y}{\partial x} \text{ e } F_y \sim \frac{\partial}{\partial x}\left(\eta_\perp \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) \tag{B.12}$$

O tensor viscosidade também contém termos proporcionais a $(1/\omega\tau)$. Se $\partial V_y/\partial x \neq 0$, então surge um fluxo de impulso e uma força que são iguais a:

$$\pi_{xx} = -\pi_{yy} \sim \frac{nT}{\omega}\frac{\partial V_y}{\partial x} \sim -\frac{\eta_0}{\omega\tau}\frac{\partial V_y}{\partial x} \text{ e } F_x \sim \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{nT}{\omega}\frac{\partial V_y}{\partial x}\right) \tag{B.13}$$

Se $\partial V_x/\partial z \neq 0$, então:

$$\pi_{yz} \sim \frac{nT}{\omega}\frac{\partial V_x}{\partial z} \sim -\frac{\eta_0}{\omega\tau}\frac{\partial V_x}{\partial z} \text{ e } F_y \sim \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{nT}{\omega}\frac{\partial V_x}{\partial z}\right) \tag{B.14}$$

6. - Algumas palavras sobre os fenômenos de transporte em tokamaks

O principal parâmetro que caracteriza a configuração magnética de um tokamak é sem dúvida o fator de segurança q, que na aproximação cilíndrica, pode ser expresso da seguinte maneira:

$$q(r) = \frac{rB_\zeta}{RB_\theta} \tag{B.15}$$

O fator de segurança q varia de $1-4$ na coluna de plasma e pode ser interpretado fisicamente como a quantidade de voltas que uma linha magnética precisa dar em torno do toroide para completar uma volta completa em torno da coluna de plasma.

Após um número muito grande de voltas em torno do toroide, a linha magnética descreve uma superfície circular, cuja seção transversal é bastante próxima de um círculo e que recebe o nome de superfície magnética, em cuja pressão e temperatura são constante (superfície isobárica e isotérmica).

Uma partícula presa a uma linha magnética deveria mover-se ao longo da superfície magnética e após uma colisão deveria dar um salto do tamanho do raio de Larmor, porém uma deriva das partículas é esperada devido a curvatura das linhas magnéticas e as partícular após uma colisão se deslocarão para uma nova superfície magnética deslocada de rq em relação a primeira, onde r - raio de Larmor. Isto significa que os coeficientes de transporte em um tokamak serão q^2 vezes maior do que em um cilindro. Como foi demosntrado por Shafranov [**2**], o fluxo radial iônico de calor deve, em um tokamak, aumentar em $1 + 1,6q^2$ sendo que a difusão de partículas, como foi demonstrado por Pfirsch e Schluter em [**3**] aumentará de q^2 vezes.

Em tokamaks existe mais um processo responsável pelo aumento na difusão de partículas, ele tem origem devido ao fato de que, como $B_\zeta \sim 1/R$, as partículas em suas trajetórias elicoidais, ao longo das linhas de campo, passarão por regiões de $B_{\zeta MAX}$ e $B_{\zeta MIN}$ e dependendo do livre caminho médio da partícula na direção do campo $\lambda_\parallel$ ela ficará aprisionada em uma região entre dois máximos consecutivos do campo magnético B_ζ, descrevendo assim uma trajetória semelhante à uma banana. Tais partículas recebem o nome de aprisionadas. Os coeficientes de difusão de patículas e calor serão proporcionais a $(1/\varepsilon)$ onde $\varepsilon = r/R$ é o inverso da razão de aspecto. A lei de proporcionalidade entre os coeficientes a razão de aspecto depende do regime de colisionalidade e não será discutido aqui.

Se despresarmos o fato que os coeficientes de difusão são proporcionais à razão de aspecto, e consideramos como proporcional somente a $rq \sim r_{L\theta}$, onde $r_{L\theta}$ - raio de Larmor da partícula em relação ao campo poloidal. Isto significa que a difusão é semelhante a ocorrida em um cilindro cujo campo magnético é B_θ e sendo B_θ dez vezes menor que o campo toroidal, o transporte perpendicular é da ordem de cem vezes maior que em um cilindro.

É esperado que um aumento no campo poloidal provoque uma diminuição no transporte em tokamaks, no entanto, como foi dito na introdução, a corrente de plasma, que é proporcional ao campo poloidal, é limitada pelo fator de segurança, que não deve ser menor que 2 na borda da coluna de plasma. Para aumentar a corrente de plasma, o que deve provocar um aumento na temperatura e uma diminuição no transporte, Artsimovich e Shafranov [**4**] propuseram o uso de um perfil alongado na direção vertical da coluna de plasma. Este efeito pode ser explicado facilmente se multiplicar por 2π o denominador e o numerador da expressão (**B.15**) o que nos dá:

$$q(r) = \frac{2\pi r B_\zeta}{2\pi R B_\theta} \tag{B.16}$$

Para um dado valor de q, um aumento no perímetro da coluna de plasma $(2\pi r)$ permite um aumento na corrente de plasma para compensar a variação no perímetro, de tal forma que o fator de segurança se mantem constante. Estimativas mostram que para um fator de alongamento $k = 3$, ($k = l_2/l_1$ onde: l_2 e l_1 - são os semi eixos maior e menor da elipse) a corrente de plasma pode aumentar em 5 vezes [**5**]. A forma alongada da seção transversal da coluna de plasma tem, ainda, a vantagem de aproveitar melhor a região de campo intenso, pois o campo toroidal tem o seguinte comportamento $B_\zeta \sim 1/R$.

Para finalizar, era esperado que em um tokamak, devido a grande mobilidade dos elétrons, o fluxo de calor na direção paralela ao campo fosse determinado pela componente eletrônica, ao passo que o fluxo radial seria determinado pela componente iônica devido ao fato do íons possuirem um raio de Larmor maior que os elétrons e consequentemente o tempo de confinamento da energia iônica τ_{Ei} seria bem menor que o tempo de confinamento da energia eletrônica τ_{Ee}. No entanto, resultados experimentais mostram que em um tokamak, o esfriamento do plasma ocorre pelo canal eletrônico. Medidas do fluxo de calor iônico realizadas em diferentes tokamaks mostram que este valor é bem descrito (com um fator 3 de precisão) pela teoria neoclássica, enquanto que τ_{Ee} é da mesma ordem que τ_{Ei} (para altas densidades eletrônica) ou bem menor (para baixas densidades). Este fato leva a conclusão que a difusão radial de calor, dominado pela componente eletrônica é um fenômeno anômalo.

Infelizmente, em tokamaks, não só a difusão radial de calor eletrônico é anômalo, mas também o fluxo de partículas. O tempo de confinamento das partículas τ_p, também chamado de característico de difusão, é da mesma ordem do tempo de confinamento da energia total τ_E ou τ_{Ei} (normalmente $\tau_p = 1 \div 5\tau_E$).

Referências

[1] Braginskii S. I. - 1965 *Reviews of Plasma Physics* (Leontovich M. A. eds) New York **Vol 1** p. 214.

[2] Shafranov, V. D. - 1965 *Atom. Energy* **19** 1008.

[3] Pfirsch, D. Schluter A. - 1962 *Max-Plank Inst. Report MPI/PA* **7** 62.

[4] Artsimovich, L. A. and Shafranov, V. D. - 1972 *JETP* **15 1** 72.

[5] Mirnov, S. V. - 1985 Fisitcheskie Processi v Plasme Tokamaka (Energoatomizdat eds) Moscou (Em russo).

APÊNDICE C.
Processos Atômicos em Plasma

1) Modelo Corona (CM):

Neste modelo supõe-se que todas as ionizações e excitações ocorrem através de colisões eletrônicas, sendo que toda ionização é balanceada por uma recombinação, assim como toda excitação é balanceada por um decaimento espontâneo. Sendo este modelo aplicável somente para baixas densidades, as desexcitações dos níveis só ocorrem através de decaimento espontâneo, o que significa que as colisões entre os níveis excitados podem ser desprezadas. Além disto, considera-se que todos os átomos e íons estão no nível fundamental e no nível metaestável (se existir), ou seja a população de átomos e íons em um determinado nível excitado é muito menor que a população no nível fundamental. Portanto, o balanço entre a ionização e a recombinação, desprezando a recombinação por troca de cargas, pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\frac{n_Z}{n_{Z+1}} = \frac{\alpha_{Z+1}(T_e, n_e)}{S_Z(T_e)} \tag{C.1}$$

onde: n_Z - densidade da impureza com grau de ionização Z; n_{Z+1} - densidade da impureza com grau de ionização $Z+1$; S_Z - taxa de ionização e α_{Z+1} - taxa de recombinação, que inclui as recombinações radiativa e dieletrônica.

Neste modelo, a intensidade de uma linha espectral (fotons.$cm^2 s^{-1}.sr^{-1}$) tem a seguinte forma[1]:

$$I_{p,g} = \frac{1}{4\pi} \int n_e n_Z^g Q_{g,p}(T_e) \frac{A_{p,g}}{\sum_{r<p} A_{p,r}} ds \tag{C.2}$$

onde: $Q_{g,p}(T_e)$ - taxa de excitação do nível fundamental g para o nível excitado p; $A_{p,r}$ - probabilidade de transição do nível p para o nível inferior r. A integração dá-se ao longo da corda vista pelo detetor.

Este modelo requer uma baixa densidade eletrônica, pois com o aumento da densidade, as colisões começam a interferir na emissão da radiação. Para que este efeito possa ser desprezado é necessário que:

$$\sum_{r<p} A_{p,r} \geq n_e Q_p^*(T_e) \tag{C.3}$$

onde: $A_{p,r}$ - probabilidade de transição do nível p para o nível r, normalmente chamado de coeficiente de Einstein; Q_p^* - taxa de desexcitação colisional do nível p. Para que o modelo corona seja válido, a condição acima deve ser satisfeita para todos os níveis p. Porém a

[1]- Neste capítulo as grandezas serão expressas no sitema CGS.

condição (**C.3**) tem a consequência de que existe sempre um valor de p (chamado de limite colisional) acima do qual ela não é satisfeita para qualquer que seja o valor de densidade, isto significa que acima do limite colisional todos os níveis estão colisionalmente ocupados. Isto ocorre porque com o aumento do número quântico principal n, a probabilidade de um decaimento espontâneo diminui com $n^{-9/2}$, enquanto que a desexcitação colisional aumenta com n^4.

Como afirma McWhirter [4], para os íons hidrogenóides[2] $p = 6$. A expressão abaixo nos fornece uma relação simples entre a densidade limite (cm^{-3}), a temperatura eletrônica (eV) e a carga nuclear dos íons hidrogenóides.

$$n_e < 5,9.10^{10} Z_N^6 T_e^{1/2} \exp\left(\frac{10^{-1} Z_N^2}{T_e}\right) \tag{C.4}$$

No caso concreto do *TCABR*, para o *CVI* onde a temperatura de máxima abundância é aproximadamente $100eV$, teremos uma densidade limite (densidade máxima para a qual o modelo corona é válido) de $n_e < 2,85.10^{16} cm^{-3}$.

Para calcular a densidade limite em outras sequências isoeletrônicas[3] basta substituir $Z_N = Z + 1$.

2) Modelo de Equilíbrio Termodinâmico Local (LTE):

Esta é uma aproximação para altas densidade, onde as colisões entre as partículas que compõem o plasma predominam, portanto a desexcitação dos níveis ocorre através de colisões e não por decaimento espontâneo como é o caso do modelo corona. Nesta aproximação é suposto que a distribuição da densidade populacional dos níveis é determinada somente por processos colisionais, os quais acontecem com suficiente rapidez para que a distribuição responda a qualquer mudança nas condições do plasma. Como consequência temos que cada processo é acompanhado por seu processo inverso e este par de processos ocorrem com uma mesma taxa.

Para uma distribuição maxwelliana das velocidades dos elétrons, o estado de distribuição de cargas é determinado pela equação de Saha, ou seja:

$$n_e \frac{n_{Z+1}^g}{n_Z^g} = 2 \frac{w_{Z+1}^g}{w_Z^g} \left(\frac{2\pi m_e k T_e}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-\chi_Z}{kT_e}\right) \tag{C.5}$$

onde:n_Z^g - densidade do íon no estado fundamental g com grau de ionização Z; w_Z^g - peso estatístico; χ_Z - energia de ionização; h - constante de Plank; k - constante de Boltzmann.

No modelo *LTE* a ocupação dos níveis é regida pela distribuição de Boltzmann que tem a seguinte forma:

$$\frac{n_Z^j}{n_Z^i} = \frac{w_Z^j}{w_Z^i} \exp\left(\frac{\Delta E_{j,i}}{kT_e}\right) \tag{C.6}$$

[2]- íons que tem a mesma configuração eletrônica do hidrogênio

[3]- Sequência composta de átomos e íons de diferentes elementos que contem um mesmo número de elétrons

onde: $\Delta E_{j,i}$ - diferença de energia entre os níveis j e i.

Para um plasma opticamente transparente, a intensidade de uma linha espectral é dada por:

$$I_{j,i} = \frac{1}{4\pi} \int n_Z^j A_{j,i} ds \tag{C.7}$$

onde a integração dá-se ao longo da corda vista pelo detetor. Pode-se notar que, nesta aproximação, o estado de distribuição das cargas e a intensidade de uma linha dependem dos processos elementares somente através do potencial de ionização e da probabilidade de transição.

Para que o modelo *LTE* possa ser aplicado [**4**], a densidade (cm^{-3}) deve ser maior que:

$$n_e \geq 1,8.10^{14} T_e^{1/2} \Delta E_{j,i}^3 \tag{C.8}$$

3) Modelo Colisional Radiativo:

Este modelo foi proposto primeiramente por Bates [**5**], Bates e Kingston [**6**] e McWhirter e Hearn [**7**] para suprir as dificuldades dos modelos anteriores em explicar certos tipos de plasmas.

Neste modelo os autores consideram que os processos colisionais que ocorrem em plasma são os seguintes:

1.4a)Excitação e desexcitação colisional entre os níveis p e q: Estes processos ocorrem com a taxa $\chi(p,q)$ e pode ser esquematizado como:

$$n_{Z-1}^q + e \rightleftharpoons n_{Z-1}^p + e \tag{C.9}$$

1.4b) Ionização colisional e recombinação de três corpos: Ocorrem com as seguintes taxas $S(p)$ e $\beta(p)$ e podem ser esquematizado como segue:

$$n_{Z-1}^p + e \rightleftharpoons n_Z + 2e \tag{C.10}$$

1.4c) Decaimento radiativo espontâneo do nível p para o nível inferior q: Ocorre com a taxa $A(p,q)$ e pode ser esquematizado como:

$$n_{Z-1}^p \rightarrow n_{Z-1}^q + h\vartheta \tag{C.11}$$

1.4d) Recombinação radiativa no nível p: Ocorre com a taxa $\alpha(p)$ e pode ser esquematizado como:

$$n_Z + e \rightarrow n_{Z-1}^p + h\vartheta \tag{C.12}$$

A taxa de variação da densidade populacional n_Z^p do nível p pode ser expressa como:

$$\frac{dn_Z^p}{dt} = -n_Z^p \left\{ n_e \left[S_Z^p + \sum_{q \neq p} \chi_{Z,(p \longrightarrow q)} \right] + \sum_{q<p} A_{z,(p \longrightarrow q)} \right\} + C \tag{C.13}$$

onde: C tem a seguinte forma:

$$n_e \sum_{q \neq p} n_Z^q \chi_{Z,(q \longrightarrow p)} + \sum_{q>p} n_Z^q A_{Z,(q \longrightarrow p)} + n_e n_{Z+1}^g \alpha_{Z+1}^p + n_e^2 n_{Z+1}^g \beta_{Z+1}^p \tag{C.14}$$

Os níveis p e q são identificados pelo seus respectivos números quânticos. Como, em princípio, existem infinitos níveis, isto significa resolver um sistema com infinitas equações, em que os somatórios vão até o infinito. Por outro lado, se considerarmos o caso estacionário e o fato que existe um limite colisional, acima do qual os processos radiativos são desprezíveis e a distribuição populacional dos níveis é descrita pelas equações de Saha e Boltzmann, o número infinito de equações se reduz a um número finito e sua solução torna-se possível através de métodos numéricos, sendo que os resultados podem ser expressos na forma simplificada:

$$n^p(Z-1) = n_0^p(Z-1) + n_1^p(Z-1)n(Z-1,1) \tag{C.15}$$

$$\frac{dn(Z-1,1)}{dt} = -n_e n(Z-1,1) S_{CR}(T_e, n_e, Z-1) + n_e n(Z) \alpha_{CR}(T_e, n_e, Z) \tag{C.16}$$

Na expressão acima o grau de ionização Z do íon com densidade n_Z foi substituído por $Z-1$, onde Z representa o número atômico, $n_0^p(Z-1)$ e $n_1^p(Z-1)$ são coeficientes que dependem de T_e, n_e e Z e finalmente, $S_{CR}(T_e, n_e, Z-1)$ e $\alpha_{CR}(T_e, n_e, Z)$ são os coeficientes de ionização e recombinação para o modelo colisional radiativo.

Uma solução numérica da equação (**C.13**), para o caso estacionário, para o hidrogênio e alguns íons hidrogenóides, assim como os coeficientes das expressões (**C.15**) e (**C.16**), pode ser encontrada em [**5-7**].

4) Taxa de Ionização:

Um extenso trabalho sobre as taxas de ionização e recombinação para plasma de altas temperaturas e densidade pode ser encontrado em [**8**], onde foi considerado o modelo Colisional Radiativo de Bates, Kingston e McWhirter [**5**]. Para tokamaks tais cálculos não são necessários, um simples modelo corona é suficiente [**9**].

Para calcular a taxa de ionização S_Z do íon de carga Z pode-se usar a fórmula proposta por Lotz [**10**].

$$S_Z = 6,7.10^7 \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i q_i}{T_e^{3/2}} \left\{ \frac{E_i\left(\frac{I_{Z,i}}{T_e}\right)}{\frac{I_{Z,i}}{T_e}} - \frac{b_i \exp(c_i)}{\frac{I_{Z,i}}{T_e} + c_i} E_i\left(\frac{I_{Z,i}}{T_e} + c_i\right) \right\} \tag{C.17}$$

onde: S_Z - Taxa de ionização $[cm^3s^{-1}]$; T_e -Temperatura eletrônica $[eV]$; $I_{Z,i}$ - Energia de ionização $[eV]$ do elétron na sub-camada i do íon com grau de ionização Z; q_i - Número equivalente de elétrons na sub-camada i; a_i, b_i, c_i - Coeficientes empíricos que podem ser encontrados em [**11**]. Para átomos altamente ionizados, Lotz sugere que $a_i = 4,5.10^{-14}$ $[cm^2eV^2]$, $b_i = c_i = 0$; E_i - Integral exponencial[4].

De acordo com Kunze [**12,13**], os resultados experimentais para íons leves, tais como: $tipo - Li$ e $tipo - Be$ e alguns íons de ferro pouca vezes ionizados são em média 60% do previsto pela fórmula de Lotz, sendo que a precisão dos resultados experimentais é de um fator de $1,5$ ou melhor. O somatório acima vai de $i = 1$ a N onde N é número de sub-camadas que contribuem para a ionização. Lotz propõe $N = 1$ para $tipo - H$ e $tipo - He$ íons, $N = 2$ para $tipo - Li$ até $tipo - Ne$ íons e $N = 3$ para o resto.

5) Taxa de Recombinação Radiativa:

A recombinação de um íon positivo com um elétron pode se dar através dos seguintes processos: *recombinação radiativa; recombinação de três corpos; recombinação di-eletrônica e recombinação através da troca de cargas "Charge-exchange recombination "*. A recombinação radiativa, que está esquematizada abaixo, consiste em: um íon X^{Z+} de carga Z no estado fundamental g captura um elétron com energia ε passando para o estado excitado p com carga $Z-1$ e com isto emite um fóton de energia $h\upsilon = \varepsilon + \chi^p_{Z-1}$.

$$X^{Z+}(g) + e \rightarrow X^{(Z-1)+}(p) + h\upsilon \tag{C.18}$$

A taxa de recombinação radiativa α_{rZ} em $[cm^3s^{-1}]$ de um íon de carga Z pode ser expressa pela fórmula abaixo [**14**].

$$\alpha_{rZ} = 2,6.10^{-14}(\alpha_1 + \alpha_2) \tag{C.19}$$

onde:

$$\alpha_1 = Z^2\left(\frac{I_H}{T_e}\right)^{1/2}\frac{\mu}{n^3}\frac{I_{Z-1}}{T_e}\exp\left(\frac{I_{Z-1}}{T_e}\right)E_i\left(\frac{I_{Z-1}}{T_e}\right) \tag{C.20}$$

$$\alpha_2 = 2Z^2\left(\frac{I_H}{T_e}\right)^{1/2}\Phi_{n+1}\left(\frac{Z^2I_H}{T_e}\right) \tag{C.21}$$

onde: $I_H = 13,6\ eV$ - Energia de ionização do hidrogênio, I_{Z-1} - Energia de ionização do íon após a recombinação, Φ_{n+1}- Função que foi tabelada por Spitzer e pode ser encontrada em [**15**].

---

[4]- Para calcular $E_i(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-x}}{x}dx$ pode-se usar a seguinte aproximação:
$\int_x^\infty \frac{e^{-x}}{x}dx = -0,577 - lnx + \frac{x}{1.1!} - \frac{x^2}{2.2!} + \frac{x^3}{3.3!} - ...$
para $x \gg 1$,
$\int_x^\infty \frac{e^{-x}}{x}dx \approx \frac{e^{-x}}{x}\left(1 - \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} - \frac{3!}{x^3} + ...\right)$

O parâmetro α_2 representa a contribuição para a recombinação de todos os níveis excitados dos íons hidrogenóides, α_1 representa a contribuição das camadas de valência (com número quântico principal n) a qual está parcialmente preenchida, μ - número de lugares vazios na camada de valência (existem $2n^2$ lugares vazios na camada).

6) Taxa de Recombinação Dieletrônica Radiativa:

A recombinação di-eletrônica, que está esquematizada abaixo, consiste de um processo que pode ser dividido em três etapas:

$$X^{Z_+}(g) + e \rightarrow X^{(Z-1)^{**}_+}(p, nl) \left\{ \begin{array}{l} X^{(Z-1)_+}(g, nl) + h\upsilon \\ X^{Z_+}(g) + e \end{array} \right\} \tag{C.22}$$

Primeiramente o elétron é capturado em ressonâcia[5] por um íon com a excitação de um dos elétrons do íon, gerando com isto uma excitação dupla (veja esquema abaixo).

$$X^{Z_+}(g) + e \rightarrow X^{(Z-1)^{**}_+}(p, nl) \tag{C.23}$$

Se a energia do elétron é igual à energia de excitação menos a energia de ligação do nível (n, l) o processo de captura tem lugar sem radiação. Os dois estados eletrônicos excitados são instáveis, visto que eles estão acima do limite de ionização do íon recombinante, então pode ocorrer uma auto-ionização e o elétron retorna para o espectro contínuo, ou radiativamente decai através da emissão de um fóton. Como um segundo elétron tem de ser excitado, a recombinação di-eletrônica não ocorre em íons totalmente ionizados.

A taxa de recombinação di-eletrônica α_{dZ} foi calculada por varios autores, sendo que estes valores diferem consideravelmente para temperatura eletrônica de máxima abundância dos íons. A infuência de n_e em α_{dZ} não é considerada devidamente, exceto em [**8**]. No presente trabalho a influência de n_e em α_{dZ} foi desprezada e a taxa de recombinação radiativa foi calculada pela fórmula proposta por Burgess [**16**], que é extensamente utilizada em cálculos de equilíbrio [**17**].

$$\alpha_d^Z = T_e^{-3/2} F_1(Z) \sum_p f_{g,p} F_2(Z, p) \exp(-\frac{\overline{E}}{T_e}) \tag{C.24}$$

onde:

$$F_1 = 2,4.10^{-9} \frac{Z^{1/2}(Z+1)^{5/2}}{(Z^2 + 13,4)^{1/2}} \tag{C.25}$$

$$F_2(Z, p) = \frac{x^{1/2}}{(1 + 0,105x + 0,015x^2)} \tag{C.26}$$

[5]- Ser capturado em ressonância significa que o elétron que foi excitado, durante o processo de captura, provocará uma transição ressonante, ou seja transição com $\Delta n = 0$

$$\overline{E} = \frac{\Delta E_{g,p}}{a} \tag{C.27}$$

$$x = \frac{\Delta E_{g,p}}{[\chi_H(1+Z)]} \tag{C.28}$$

$$a = 1 + \frac{0,015Z^3}{(1+Z)^2} \tag{C.29}$$

onde: $\Delta E_{g,p}$ e $f_{g,p}$ são respectivamente a energia de excitação e a intensidade do oscilador (oscilator strength) para a transição $g \rightarrow p$ do íon recombinante de carga Z. A soma é sobre todos os estados ligados p (felizmente é necessário considerar somente alguns estados p). Merts [**18**] chama a atenção para o fato que a fórmula proposta por Burgess é bastante precisa para descrever o equilibrio de ionização e para o cálculo de perdas por radiação, inclusive para os íons de ferro, sendo que para transições do tipo $\Delta n \neq 0$, que precisam ser consideradas nos cálculo de equilíbrio para os íons de ferro, a função $F_2(Z,p)$ deve ser substituida por:

$$F_2(Z,p) = \frac{0,5x^{1/2}}{(1+0,21x+0,03x^2)} \tag{C.30}$$

Por causa da dependência exponencial em (**C.24**), a importância da recombinação di-eletrônica é diferente para íons com diferentes tipos de transições ($\Delta n = 0$ e $\Delta n \neq 0$). Se existir transições do tipo $\Delta n = 0$, então $\Delta E_{g,p}$ é menor que a temperatura de máxima abundância para o íon considerado, e como consequência, a taxa de recombinação di-eletrônica será grande. Por outro lado, se existem somente transições do tipo $\Delta n \neq 0$ (como é o caso da recombinação dos íons de *tipo* $-$ H, He e Ne), a contribuição da recombinação dieletrônica, para a temperatura de máxima abundância é pequena. Este efeito é mostrado em [**19**] para alguns íons de ferro.

7) Taxa de Excitação:

A seção de choque e a taxa de excitação são parâmetros particularmente importantes para a interpretação das medidas de emissão de linhas. Os cálculos teóricos da seção de choque para excitação produzida por impactos eletrônicos foram revistos por Bely e Van Regemorter em [**20**], onde eles enfatizam que, ao contrário dos modelos para os cálculos da taxa de ionização, não é possível obter um modelo para a excitação de linhas com ampla validade. Normalmente o modelo que serve para descrever uma linha não é válido na descrição de outra, e quando um modelo quântico é aplicado erroneamente o resultado pode ser pior do que uma estimativa grosseira.

A maior e mais extensa fonte de dados para a taxa de excitação de átomos e íons leves pode ser encontrada no livro de Vainshtein, Sobelman e Yukov [**21**]. Neste trabalho os autores calcularam a taxa de excitação e a seção de choque através da aproximação

de Coulomb-Born (CB)[6], onde os resultados são expressos analiticamente como função de dois parâmetros (A e χ para a taxa de excitação) obtidos pelo método dos mínimos quadrados a partir de cálculos numéricos. A fórmula proposta para o cálculo da taxa de excitação tem a seguinte forma:

$$Q = 10^{-8}\left(\frac{I_H E_1}{\Delta E E_0}\right)\frac{q}{2l_0+1}\exp\left[-\beta G(\beta)\right] \tag{C.31}$$

onde: Q - taxa de excitação $[cm^3 s^{-1}]$; $\Delta E = E_0 - E_1$ - energia de excitação $[eV]$ sendo E_0 e E_1 as energias dos níveis inferior e superior, respectivamente; $\beta = \Delta E/T_e$; q - coeficiente o que depende dos números quânticos azimultais l_0 e l do elétron antes e depois da transição e $G(\beta)$ - função que tem a seguinte forma:

$$G(\beta) = \frac{A(\beta+1)\sqrt{\beta}}{\beta+\chi} \text{ para } \Delta S = 0 \tag{C.32}$$

$$G(\beta) = \frac{A(\beta)^{3/2}}{\beta+\chi} \text{ para } \Delta S = 1 \tag{C.33}$$

Na referência [**21**] são dados gráficos e tabelas para A e χ para as mais importantes transições, começando com número quântico principal $n = 1$ e $n = 2$ para sequências isoeletrônicas do H até o Ne.

Como as tabelas encontradas em [**21**] não se estendem até os elementos de Fe, Breton, Michelis e Mattioli [**19**] utilizam a fórmula proposta por Van Regemorter [**22**] que tem a seguinte forma:

$$Q = 1,6.10^{-5}\frac{f\overline{g}(\beta)\sqrt{\beta}}{\Delta E^{3/2}}\exp\left[-\beta\right] \tag{C.34}$$

onde: Q - taxa de excitação $[cm^3 s^{-1}]$; ΔE - energia de excitação $[eV]$; $\beta = \Delta E/T_e$; f - força de absorção do oscilador[7]; $\overline{g}(\beta)$ - valor médio efetivo do fator de Gaunt. Para $\overline{g}(\beta)$ Mewe [**23**] propõe a seguinte fórmula:

$$\overline{g}(\beta) = A + \left(B\beta - C\beta^2 + D\right)\exp(\beta)E_i(\beta) + C\beta \tag{C.35}$$

onde: A, B, C e D - são parâmetros ajustáveis; $E_i(\beta)$ - integral exponencial onde:

[6]- Aproximação que, na teoria do espalhamento de partículas por colisões, consiste no cálculo das amplitudes de espalhamento utilizando a teoria das perturbações em aproximação de primeira ordem.

[7]- Intensidade do oscilador é uma grandeza adimensional que está relacionada com a probabilidade dos processos de radiação, absorção e excitação dos sistemas atômicos. No caso das transições de dipolo elétrico $f \sim 0,1$, já para as transições de dipolo magnético e de quadrupolo elétrico $f \sim 10^{-8} - 10^{-6}$

$$\exp(\beta)E_i(\beta) \simeq \ln\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right) - \frac{0,4}{(1+\beta)^2} \tag{C.36}$$

A fórmula (**C.36**) também pode ser usada para transições opticamente proibidas de monopolo ou quadrupolo (como é o caso dos íons hidrogenóides onde podem ocorrer as transições de monopolo ($1s \longrightarrow ns$) ou quadrupolo ($1s \longrightarrow nd$)) e para transições com troca de spin ou seja singleto $\longrightarrow$ tripleto que pode ocorrer em íons $tipo - He$.

Para os coeficientes A, B, C e D Mewe [**23**] propõe:

$$\left\{\begin{array}{c} A = 0,15 \ - \Delta n \neq 0 \\ A = 0,6 \ - \Delta n = 0 \\ B = C = 0 \\ D = 0,28 \end{array}\right\} \text{para transições opticamente permitidas}$$

$$\left\{\begin{array}{c} A = 0,15 \\ B = 0 \\ C = 0 \\ D = 0 \end{array}\right\} \text{para transições opticamente proibidas (monopolo ou quadrupolo)}$$

$$\left\{\begin{array}{c} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0,1 \\ D = 0 \end{array}\right\} \text{para transições com troca de spin}$$

8) Espectro Contínuo:

A forma e a intensidade do espectro contínuo da radiação emitida pelo plasma é decorrente dos seguintes processos:

1.9*a) radiação de freagem (bremsstrahlung)*[8]*:* consiste na emissão de radiação eletromagnética quando partículas carregadas sofrem aceleração ou desaceleração. Plasmas têm a propriedade de serem aproximadamente neutros mas microscopicamente são compostos por partículas carregadas em permanente movimento e colidindo umas com as outras. Isto significa que um elétron ao colidir com um íon perderá parte de sua energia, a qual é irradiada através da emissão de um fóton. A energia do fóton ($h\vartheta$) pode ter qualquer parcela da energia inicial do elétron (ε) e, portanto, o valor máximo de energia que o fóton pode ter é ε. Como a energia do fóton pode variar de 0 a ε, a radiação emitida, devido ao processo de colisão do elétron com o íon, terá um espectro contínuo de frequências cujo valor está compreendido no intervalo de 0 a ε/h.

A energia emitida por unidade de tempo, volume e intervalo de frequência $I_{ff}(\vartheta)$ em $[erg.cm^{-3}.s^{-1}.Hz]$, supondo que o plasma possui uma distribuição maxwelliana de velocidades eletrônicas, terá a seguinte forma:

$$I_{ff}(\vartheta) = \frac{6,4.10^{-40}}{T_e^{1/2}} n_e \sum_s \sum_Z Z^2 n_Z^s \overline{g}(\vartheta, Z, T_e) \exp\left(-\frac{h\vartheta}{T_e}\right) \tag{C.37}$$

[8]- O termo radiação bremsstrahlung pode ser traduzido para o português com radiação de freamento, freagem e frenamento. Nesta tese optamos pelo termo radiação de freagem.

onde: n_Z^s - densidade da impureza s com grau de ionização Z $[cm^{-3}]$; T_e - temperatura eletrônica $[eV]$; $\overline{g}(\vartheta, Z, T_e)$ - fator de Gaunt. Para plasmas de tokamaks, é conveniente introduzir uma grandeza chamada de carga efetiva do plasma, que tem a seguinte forma:

$$Z_{eff} = \sum_s \sum_Z \frac{n_Z^s Z^2}{n_e} \tag{C.38}$$

Com esta definição, a emissão do plasma de hidrogênio, contaminado com algumas impurezas, pode ser escrita da seguinte forma:

$$I_{ff}(\vartheta) = Z_{eff} I_{ff}^H(\vartheta) \tag{C.39}$$

A partir da relação acima podemos concluir que a radiação de freagem, devido às colisões entre íons e elétrons, em um plasma de hidrogênio contaminado com algumas impurezas, terá um valor Z_{eff} vezes maior.

Integrando a expressão acima sobre todo o espectro de frequências obteremos:

$$W_{ff} = \int_0^\infty I_{ff}(\vartheta) d\vartheta = 1,53.10^{-25} T_e^{1/2} n_e^2 Z_{eff} \widetilde{g}_{ff}(T_e) \tag{C.40}$$

onde: $\widetilde{g}(T_e)$ - fator de Gaunt que agora depende somente da temperatura e que para $0,1keV \leq T_e \leq 2,0keV$.

$$\widetilde{g}_{ff}(T_e) \simeq 1,35 T_e^{0,15} \tag{C.41}$$

É importante comentar que neste modelo supõe-se que a carga do íon, com o qual o elétron colide é Z, porém ela depende da energia do fóton e pode variar de Z para encontros distantes do elétron com o núcleo, até Z_N (carga do núcleo) para encontros próximos. Cálculos recentes da radiação de freagem, incluindo o efeito de blindagem podem ser encontrados nas referências [**24-26**].

1.9*b) radiação de recombinação:* quando um elétron de energia cinética ε colide com um íon da espécie s e grau de ionização Z, este pode ser capturado em um estado excitado do íon, cujo número quântico principal é n e a energia de ligação é χ_{Z-1}^p. Um fóton de energia $h\vartheta = \varepsilon + \chi_{Z-1}^p$ é emitido. A energia do fóton é, portanto, proporcional à energia do elétron e, como este apresenta um espectro amplo de energia, os fótons emitidos terão um espectro amplo em frequência e consequentemente a radiação terá um espectro contínuo.

A energia emitida por unidade de tempo, volume e intervalo de frequência $I_{fb}(\vartheta)$ em $[erg.cm^{-3}.s^{-1}.Hz]$, supondo que o plasma possui uma distribuição maxwelliana de velocidades eletrônicas, terá a seguinte forma:

$$I_{fb}(\vartheta) = \frac{6,4.10^{-40}}{T_e^{1/2}} n_e \sum_s \sum_Z \sum_{\chi < h\vartheta} Z^2 n_Z^s \overline{g}_{fb} \frac{\xi}{n_0} \frac{(\chi_{Z-1}^{n_0})^2}{Z^2 \chi_H T_e} \exp\left[-\left(\frac{h\vartheta - \chi_{Z-1}^{n_0}}{T_e}\right)\right] \tag{C.42}$$

onde: $\overline{g}_{fb}(\vartheta, Z, n)$ - fator médio de Gaunt, calculado por Kazar e Latter [**27**]; ξ - número de lugares vazios na camada de valência; n - número quântico principal; n_0 - número quântico do elétron da camada de valência do íon recombinante, $\chi_{Z-1}^{n_0} \simeq Z^2 \frac{\chi_H}{n_0^2}$ - potencial de ionização do íon recombinante que, por sua vez, é função do número quântico principal do elétron de valência e, finalmente, χ_H - potencial de ionização do átomo de hidrogênio.

Analisando a expressão acima chegamos à conclusão que a dependência da radiação de recombinação com a frequência tem a mesma forma que a radiação de freagem, com a diferença que para uma frequência $\vartheta = \frac{\chi_{Z-1}^{n_0}}{h}$ a intensidade da radiação de recombinação sofre uma descontinuidade. Outro aspecto importante é que como a radiação de recombinação depende fortemente do grau de ionização do íon ($\sim Z_i^4$ enquanto que a radiação de freenagem é proporcional a Z_i^2), para um plasma que contenha algumas impurezas cuja energia de ionização seja aproximadamente igual a T_e teremos uma predominância da radiação de recombinação sobre a radiação de freagem para a região de baixos comprimentos de onda.

Um gráfico da dependência da intensidade da radiação contínua (recombinação mais freagem) em função do comprimento de onda, para um plasma de hidrogênio, contendo uma pequena porcentagem de oxigênio, pode ser encontrado em [**28**]. O autor chama a atenção para o fato que para $\lambda < 14,2$ Å a radiação de linhas é inexistente, o que faz com que, neste intervalo a radiação do plasma seja fortemente dependente da temperatura eletrônica, sendo, desta forma, uma ótima região para a medida de altas temperaturas de elétrons, em máquinas grandes.

Para grandes comprimentos de onda (região visível do espectro) a intensidade da radiação contínua é proporcional a $\frac{1}{T_e^{1/2}} \sum_s \sum_Z Z^2 n_Z^s$. Este fato possibilita obter a carga efetiva do plasma Z_{eff} desde que os outros parâmetros sejam bem conhecidos.

Para finalizar, é conveniente observar que a técnica de medir temperatura eletrônica com o uso de filtros de absorção baseia-se na suposição que os elétrons possuam uma distribuição Maxwelliana de velocidade, o que nem sempre ocorre em plasmas de tokamaks onde a presença de elétrons fugitivos pode ser considerável em regimes de baixa densidade, podendo influenciar fortemente as medidas de temperatura eletrônica [**29**]. Esta característica é bem conhecida mas, pela sua simplicidade, o método pode ser um grande auxílio experimental na medida da temperatura de elétrons quando utilizado com cuidado.

9) Espectro Discreto (radiação de linhas):

A intensidade desta radiação depende fortemente da temperatura eletrônica e da composição química do plasma, e aumenta rapidamente com a entrada de impurezas pesadas. Este espectro é composto de uma série de linhas espectrais que correspondem a diferentes estados de excitação dos átomos e íons. Com o aumento da temperatura eletrônica aumenta o grau de ionização das impurezas e consequentemente a carga média do plasma. Com aumento do grau de ionização, o espectro se desloca da região visível para a região ultravioleta e raiosX moles do espectro. Como a temperatura eletrônica em tokamaks varia de alguns eV (na borda) até alguns keV (no centro), isto exige do espectroscopista o uso de diferentes técnicas e detectores ao analisar a radiação oriunda do plasma.

As linhas espectrais emitidas pelo plasma têm origem nas colisões inelásticas entre elétrons, átomos, íons e moléculas. Em virtude destas colisões as partículas trocam energia entre si e podem ficar em estados excitados, e, com a emissão de fotons, vão se desexcitando, voltando ao estado fundamental. Em geral os estados excitados têm vida média bastante curta $\sim 10^{-8}s$. Sem levar em conta a energia de recuo no processo de emissão, os fótons emitidos têm energia dada por:

$$h\vartheta = \Delta E_{p,q} \tag{C.43}$$

onde: $\Delta E_{p,q}$ - diferença de energia entre os níveis superior p e inferior q.

A emissividade desta radiação, que possui espectro discreto, tem a seguinte forma:

$$E_{p,q} = \frac{h\vartheta}{4\pi} n_Z^p A_{p,q} \tag{C.44}$$

onde: n_Z^p - densidade da impureza com grau de ionização Z no estado excitado p. Esta equação revela que somente a grandeza n_Z^p pode ser obtida a partir da medição da emissividade de uma linha.

A taxa de variação temporal da densidade populacional é dada por:

$$\frac{dn_Z^p}{dt} = -n_Z^p A_{(p\longrightarrow)} + R_{r,(\longrightarrow p)} - n_Z^p C_{(p\longrightarrow)} + R_{c,(\longrightarrow p)} \tag{C.45}$$

onde o primeiro termo $A_{(p\longrightarrow)} = \sum_{r<p} A_{(p\longrightarrow r)}$ representa a taxa de decaimeno espontâneo radiativo do nível p para todos os outros níveis inferiores a p. O segundo termo $R_{r,(\longrightarrow p)} = \sum R_{r,(\infty\longrightarrow p)}$ representa a soma de todas as transições radiativas (fotoexcitação, recombinação radiativa e transições em cascata de níveis superiores a p) para o nível excitado p. O terceiro termo $C_{(p\longrightarrow)} = \sum_{r<p} C_{(p\longrightarrow r)}$ representa a soma de todos as taxas de colisões a partir do nível p para os níveis inferiores, e, finalmente, $R_{c,(\longrightarrow p)} = \sum R_{c,(\infty\longrightarrow p)}$ representa a soma de todas as transições colisionais para o nível p. É importante dizer que na maioria dos casos, as colisões são de elétrons com íons ou átomos, porém, na borda da coluna de plasma, as colisões entre átomos e íons com troca de cargas (*charge-exchange*) podem ser importantes.

Para o caso estacionário, a equação (**C.44**) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$E_{Z,(p\longrightarrow q)} = \frac{h\vartheta}{4\pi} \frac{A_{(p\longrightarrow q)}}{A_{(p\longrightarrow)} + C_{(p\longrightarrow)}} \left\{ R_{c,(\longrightarrow p)} + R_{r,(\longrightarrow p)} \right\} \tag{C.46}$$

Para altas densidades, a taxa de ocupação colisional $R_{c,(\longrightarrow p)}$ do nível p é predominante e portanto $R_{r,(\longrightarrow p)}$ pode ser desprezado na equação acima. Neste caso, o processo colisional é balanceado pelo seu inverso e a densidade populacional dos níveis é descrita pela distribuição de Maxwell-Boltzmann (LTE).

Para baixas densidades, caso contrário do anterior, a taxa de desexcitação radiativa predomina e, portanto, a taxa de desocupação colisional $C_{(p\longrightarrow)}$ pode ser desprezada.

Além disto, as densidades populacionais dos níveis excitados tornam-se extremamente pequenas se comparadas com a densidade populacional do nível fundamental g e metaestável m (se existir). Portanto, a taxa de ocupação colisional $R_{c,(\longrightarrow p)}$ do nível p pode calculada da seguinte forma:

$$R_{c,(\longrightarrow p)} = n_Z^g n_e Q_{g,p} + n_Z^m n_e Q_{m,p} \tag{C.47}$$

onde: $Q_{g,p}$ e $Q_{m,p}$ - taxas de excitação através de colisões eletrônicas dos níveis fundamental g e metaestável m para o nível excitado p. Se o plasma é opticamente transparente e os efeitos de cascata, assim como a fotoexcitação podem ser desprezados, a emissividade de uma linha pode ser escrita como:

$$E_{Z,(p\longrightarrow q)} = \frac{h\vartheta}{4\pi}\frac{A_{(p\longrightarrow q)}}{A_{(p\longrightarrow)}} n_e \left\{ Q_{g,p} + \frac{n_Z^m}{n_Z^g} Q_{m,p} \right\} n_Z^g \tag{C.48}$$

Neste modelo as excitações que ocorrem devido às colisões eletrônicas com os átomos e íons são balanceadas pelos decaimentos radiativos (CM).

Para sistemas atômicos que não apresentam um nível metaestável a expressão acima pode ser reescrita:

$$E_{Z,(p\longrightarrow q)} = \frac{h\vartheta}{4\pi}\frac{A_{(p\longrightarrow q)}}{\sum_{r<p} A_{(p\longrightarrow r)}} n_e Q_{g,p} n_Z^g \tag{C.49}$$

Para uma linha ressonante[9] a relação $\frac{A_{(p\longrightarrow q)}}{A_{(p\longrightarrow)}} = 1$. Se forem bem conhecidas as grandezas n_e e $Q_{g,p}$, a partir de medidas absolutas da intensidade de uma linha ressonante é possível avaliar a grandeza n_Z^g. Se for tomada a razão de intensidade de duas linhas de um mesmo íon, obteremos informação sobre a temperatura eletrônica do plasma, conforme a relação abaixo.

$$\frac{E_{Z,(p\longrightarrow q)}}{E_{Z,(j\longrightarrow i)}} = \frac{\vartheta_{p,q}}{\vartheta_{j,i}} \frac{A_{(p\longrightarrow q)}}{\sum_{r<p} A_{(p\longrightarrow r)}} \frac{\sum_{r<j} A_{(j\longrightarrow r)}}{A_{(j\longrightarrow i)}} \frac{Q_{g,p}}{Q_{g,j}} \tag{C.50}$$

Pela relação acima, podemos ver que a razão de intensidade de duas linhas é função somente da temperatura através de $Q = Q(T_e)$. Conhecido o valor de Q em função da temperatura, pode-se obter o valor de T_e.

Na determinação de temperaturas eletrônicas com o método de razão de intensidades de linhas espectrais é importante, sempre que possível, trabalhar com valores experimentais da taxa de excitação das linhas, pois neste caso não é necessário calcular as probabilidades de transição e é necessário considerar-se, não somente as transições por

[9]- Linha correspondente a uma transição entre o nível excitado mais próximo do fundamental e o nível fundamental. São normalmente as linhas mais intensas do espectro por apresentarem uma probabilidade de transição muito grande. Para a maioria dos átomos estas linhas estão na parte visível e ultravioleta do espectro

colisão a partir do nível fundamental até o nível da linha em questão, mas também os decaimentos espontâneos de níveis superiores.

1.10a) *Íons hidrogenóides (CVI, NVII, OVIII)*: A emissividade de um íon hidrogenóide pode ser expressa da seguinte forma:

$$E_{Z,(p\longrightarrow q)} = \frac{h\vartheta}{4\pi}\frac{A_{(p\longrightarrow q)}}{\sum_{r<p} A_{(p\longrightarrow r)}} n_e Q_{g,p} n_Z^g \tag{C.51}$$

Se a transição $p \longrightarrow q$ é dominante[10], então $\frac{A_{(p\longrightarrow q)}}{\sum_{r<p} A_{(p\longrightarrow r)}} \approx 1$.

Os íons hidrogenóides são recomendados para medidas de temperatura iônica, que por possuirem um alto grau de ionização estão localizados nas regiões centrais da coluna de plasma. No *TCABR* tem sido utilizada a linha $\lambda = 529,02\ nm$ do CVI nas medidas de temperatura iônica. Outras possibilidades são as seguintes:

Íon	*Transição* $\Delta n = 1$	*Comprimento de onda [nm]*
CVI	$8-7$	$529,02$
CVI	$7-6$	$343,4$
OVIII	$10-9$	$606,8$
OVIII	$9-8$	$434,1$

1.10b) *Íons do tipo − Li (CIV, NV, OVI)*: De todos os íons existentes em plasmas de baixa densidade estes são os mais simples devido ao fato de não apresentarem um nível metaestável. O comprimento de onda para as transições $3p\ ^2P_{3/2,1/2} \longrightarrow 3s\ ^2S_{1/2}$ são os seguintes:

Íon	*Transição*	*Comprimento de onda [nm]*
CIV	$7-6$	$772,7$
CIV	$3p\ ^2P_{1/2} - 3s\ ^2S_{1/2}$	$581,198$
CIV	$3p\ ^2P_{3/2} - 3s\ ^2S_{1/2}$	$580,133$
NV	$3p\ ^2P_{1/2} - 3s\ ^2S_{1/2}$	$461,998$
NV	$3p\ ^2P_{3/2} - 3s\ ^2S_{1/2}$	$460,373$
OVI	$3p\ ^2P_{1/2} - 3s\ ^2S_{1/2}$	$383,424$
OVI	$3p\ ^2P_{3/2} - 3s\ ^2S_{1/2}$	$381,135$

Como no caso dos íons hidrogenóides, a emissividade para as linhas acima pode ser calculada pela relação (**C.51**), onde a excitação ocorre sempre a partir do nível fundamental $2s$ (modelo corona) e, uma vez que existem dados experimentais publicados para as taxas de excitação [**30**], tanto a densidade n_Z dos íons no estado fundamental como a temperatura eletrônica podem ser obtidas pela razão de intensidade de linhas.

Heroux [**31**] propõe que as razões de intensidades de linhas de alguns íons *tipo − Li*, cujas transições são $2s\ ^2S_{1/2} - 2p\ ^2P_{3/2}$ e $2s\ ^2S_{1/2} - 3p\ ^2P_{1/2,3/2}$, podem ser usadas para

[10]-Linhas ressonantes são resultados de transições dominantes

medir a temperatura eletrônica do plasma. As figuras 1 e 2 foram extraídas de [**2**] e mostram as taxas de excitação para as transições $2s - 2p$, $2s - 3s$, $2s - 3p$ e $2s - 3d$ (Fig.**1**) e as razões de intensidades para as transições $\frac{(2s\ ^2S_{1/2} - 2p\ ^2P_{3/2})}{(2s\ ^2S_{1/2} - 3p\ ^2P_{1/2,3/2})}$, em função da temperatura eletrônica (Fig.**2**).

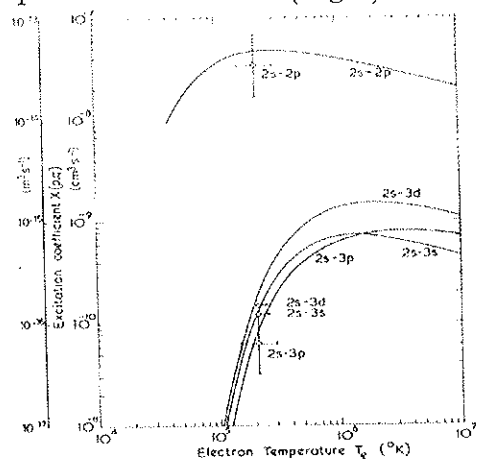


FIG. 1. Taxa de excitação do NV

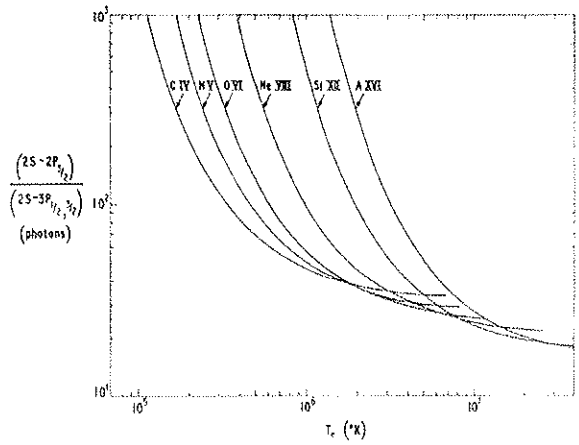


FIG. 2. Razão de intens. de linhas p/ os íons *tipo − Li*

Como podemos ver, existe uma região acima de 10 eV onde as razões têm uma variação bastante rápida com a temperatura, permitindo, assim, que se possa realizar medidas com boa resolução, utilizando diferentes íons. No caso do *TCABR*, o carbono é a impureza predominante nas descargas e, desta forma, a razão de intensidades de linhas do CIV poderia, em princípio, ser utilizada para medir temperaturas eletrônicas. Entretanto, estas linhas estão na região ultravioleta do espectro, ou seja $\lambda = 154,82\ nm$ para o CIV $(2s\ ^2S - 2p\ ^2P)$ e $\lambda = 31,24\ nm$ para o CIV $(2s\ ^2S - 3p\ ^2P)$, não sendo possível, no momento, realizar medidas deste tipo devido à falta de um espectrômetro operando no ultravioleta.

1.10c) *Íons do tipo − Be (CIII, NIV e OV)*: Estes íons são caracterizados pela presença de um nível metaestável $2s2p\ ^3P_{0,1,2}$, o qual é fortemente povoado [**32,33**]. A densidade populacional deste nível é comparável à do estado fundamental para densidades maiores que $10^{12} cm^{-3}$ e, portanto, a ocupação dos níveis mais elevados pode ocorre por colisões destes níveis e do nível fundamental. Transições para $n = 3$ são intensas na parte visível do espectro e o valor da densidade populacional no nível fundamental pode ser deduzido, se for medida a emissividade destas linhas, embora a precisão seja pequena [**34-37**].

Segundo Sholin [**38**] estes íons são muitos apropriados para medição da temperatura eletrônica, pois além de apresentarem um par de linhas (singleto e tripleto) na região visível do espectro (Fig. **3**), os cálculos mostram que a excitação dos níveis singletos com $n = 3$ ocorre basicamento a partir do nível fundamental, o que significa que a taxa de excitação das linhas de singletos com configuração $3^1L - 3\ ^1(L+1)$ é bastante diferente da taxa de excitação das linhas de tripleto, cuja configuração é $3^3L - 3^3(L+1)$. Como pode ser visto na figura **3**, as transições que estão destacadas em vermelho, cujos comprimentos de onda são: $\lambda = 464,74\ nm$ para o $CIII$ $(3s^3S - 3p^3P)$ e $\lambda = 432,56\ nm$ para o $CIII$ $(3s^1P - 3p^1D)$ podem ser usadas para medir a temperatura eletrônica no *TCABR*.

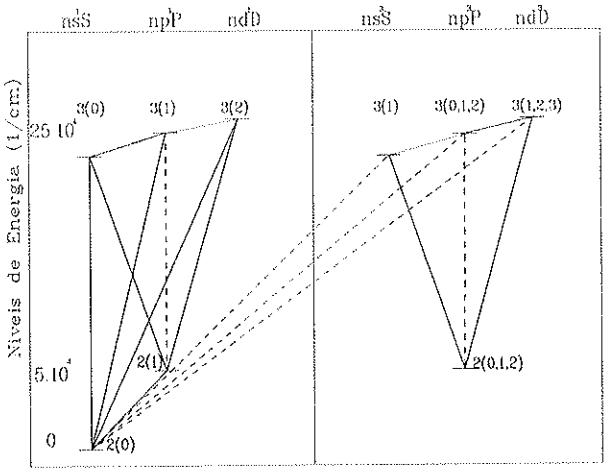


FIG. 3. Níveis de energia para o CIII.

Para finalizar, pode-se dizer que a medida das temperaturas eletrônicas através das razões das intensidades de linhas, mesmo na falta de dados experimentais para as taxas de excitação necessárias, acarretando maiores incertezas, constitui uma boa opção para verificar o aquecimento *RF* com ondas de Alfvén no *TCABR*, já que são medidas onde variações da densidade eletrônica e de impurezas são desprezíveis na medida, e estas variações ocorrem durante o aquecimento por ondas de *Alfvén*.

1.10d) *Íons do tipo – He (CV, NVI e OVII)*: Estes íons apresentam dois níveis metaestáveis, sendo um deles ($1s2s\ ^3S$), e apresentam uma diferença relativamente baixa entre os potenciais de excitação dos níveis excitados, não sendo indicados para medir temperaturas eletrônicas. Por apresentarem ainda uma pequena probabilidade de transição radiativa relacionada com a presença do nível metaestável, a razão de intensidade de duas linhas é bastante sensível à variações de densidade.

Os íons do carbono *CV* tem 3 linhas bem acessíveis que são excitadas a partir do estado $2\ ^3S_1$, sendo a taxa de excitação e a probabilidade de transição bem conhecidas. A medição absoluta da emissividade nos permite determinar a densidade de íons no estado $2\ ^3S_1$. Com o aumento da densidade eletrônica, os níveis tornam-se colisionalmente acoplados e a distribuição das densidades populacionais entre os níveis tripleto com $n = 2$ obedece a distribuição de Boltzmann. Os respectivos comprimentos de onda para as transições $2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_{0,1,2}$ dos íons *CV, NVI* e *OVII* são os seguintes:

Íon	*Transição*	*Comprimento de onda [nm]*
CV	$7-6$	$494,4$
CV	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_2$	$227,091$
CV	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_0$	$227,725$
CV	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_1$	$227,792$
NVI	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_2$	$189,68$
NVI	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_0$	$190,73$
NVI	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_1$	$190,79$
OVII	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_2$	$162,36$
OVII	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_0$	$163,83$
OVII	$2s\ ^3S_1 - 2p\ ^3P_1$	$163,99$

10) Medição da temperatura iônica através do alargamento Doppler das linhas espectrais:

A temperatura iônica de uma impureza do plasma pode ser obtida através do alargamento Doppler das linhas espectrais se for confirmado que durante o experimento outros fatores que provocam o alargamento das linhas podem ser desprezados ou corrigidos.

O alargamentgo de linhas espectrais emitidas por plasmas tem origem em diversos fenômenos que ocorrem em plasmas de tokamaks: efeito Doppler, efeito Stark, efeito Zeeman. Para o *TCABR*, comparativamente ao efeito Doppler todos os outros podem ser desprezados. Entretanto, é necessário considerar-se o alargamento instrumental do espectrômetro pois, mesmo que a luz seja monocromática, como um função delta, devido aos efeitos de refração, difração, imperfeições dos elementos focalizadores, aberrações, largura das fendas, etc., teremos uma largura intrínsica do instrumento. Portanto, para que as medidas sejam possíveis é necessário que o alargamento instrumental seja o menor possível. Satisfeitas estas condições, pode-se usar o alargamento de linhas espectrais para a determinação da temperatura iônica do plasma em tokamaks.

Para a execução das medidas de temperatura iônica do plasma do TCABR, o alargamento instrumental do espectrômetro usado foi medido usando-se um tubo de descarga de Ne em baixa pressão e, também, um laser de He-Ne.

Para medir a temperatura iônica é necessário somente medir a largura a meia altura da linha espectral da impureza que está sendo utilizada para este fim. A largura a meia altura de uma linha espectral está relacionada com a temperatura iônica pela relação abaixo:

$$T_i(eV) = 1,68.10^8 A \left(\frac{\Delta\lambda_D}{\lambda}\right)^2 \tag{C.52}$$

onde A é a massa atômica do íon ou átomo e $\Delta\lambda_D$ a largura a meia altura (semi-largura) da linha espectral devido ao efeito Doppler.

Quando o alargamento instrumental não pode ser desprezado, para se obter o alargamento Doppler é necessário efetuar a deconvolução e para isto deve-se resolver uma integral do tipo:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x')\phi(x - x')dx' \tag{C.53}$$

onde $\phi(x)$ é a distribuição da energia da linha espectral através da qual se deseja obter a temperatura iônica e $F(x)$ é a função de resposta contorno instrumental. É fácil provar matematicamente através do teorema do valor médio que se a semi-largura determinada pela distribuição $\phi(x)$ é muito pequena comparada com a semi-largura determinada pela função $F(x)$, então:

$$f(x) = F(\overline{x}) \tag{C.54}$$

onde: $\overline{x}$ é um certo valor de x no intervalo $x - \Delta x/2 \leq \overline{x} \leq x + \Delta x/2$. Se $F(x)$ varia pouco no intervalo Δx, então $f(x) = F(x)$. O mesmo também vale para o caso contrário quando $F(x) \ll \phi(x)$, o que justifica o uso de uma lâmpada fria para obter o alargamento instrumental.

Se a aproximação acima não pode ser feita, então (**C.53**) deve ser resolvido. Por outro lado, se tivermos certeza que ambas as funções $\phi(x)$ $F(x)$ são gaussianas de semi-largura $\Delta\lambda_F$ e $\Delta\lambda_\phi$, que realmente acontece na maioria dos casos práticos, então a convolução destas duas gaussianas resultará em uma função gaussiana de semi-largura $\Delta\lambda_T$, onde $\Delta\lambda_T$ pode ser expresso como segue:

$$\Delta\lambda_T = \sqrt{(\Delta\lambda_F)^2 + (\Delta\lambda_\phi)^2} \tag{C.55}$$

Para concluir, a temperatura iônica do plasma pode ser obtida como:

$$T_i(eV) = 1,68.10^8 A \left[\frac{(\Delta\lambda_T)^2 - (\Delta\lambda_F)^2}{\lambda^2}\right] \tag{C.56}$$

onde: $\Delta\lambda_T$ - semi-largura registrada para a linha espectral na saída do espectrômetro; $\Delta\lambda_F$ - semi-largura intrumental medida com a lâmpada fria.

Referências

[1] Michelis C. De, Mattioli M. 1981 *Nucl. Fusion* **21** 677.

[2] McWhirter R. W. P. - 1981 *Plasma Physics and Nuclear Fusion Research* (Richard D. Gill eds), Academic Press, New-York 235.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
3855
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
ex. 1
INSTITUTO DE FÍSICA

[3] Gervids V. I. et al - 1987 *Reviews of Plasma Physics* (Leontovich M. A., Kadomtsev B. B. eds) Consultants Bureau New York 207.
[4] McWhirter R. W. P., 1965 *Plasma Diagnostic Techniques* (Huddleston Leonard, S. L eds), Academic Press, New-York 201.
[5] Bates, D. R., Kingston, A. E. and McWhirter, R. W. P. - 1962 *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **267** 297.
[6] Bates, D. R. and Kingston, A. E. - 1963 *Planetary and Space Sci.* **11** 1.
[7] McWhirter, R. W. P. and Hearn A. G. - 1963 *Proc. Phys. Soc.* **82** 641.
[8] Summers, H. P., - 1974 *" Table and Graphs. of Collisional Dielectronic Recombination and Ionization Coefficients and Ionization Equilibria of H-like to Ar-like ions of Elements "* Appleton Laboratory Internal Report IM 367.
[9] Breton, C., de Michelis, C., Mattioli, M., - 1976 *Nucl. Fusion* **16** 891
[10] Lotz, W. - 1967 *"Electron-Impact Ionization Cross-Section and Ionization Rate Coefficients for Atoms and Ions from Hydrogen to Calcium "*, Garching Plasma Physics Institute, Report IPP 1/62 - 1968 *"Electron-Impact Ionization Cross-Section and Ionization Rate Coefficients for Atoms and Ions from Scandium to Zinc "*, Garching Plasma Physics Institute, Report IPP 1/76.
[11] Wolfgang Lotz, - 1968 *Zeitschrift fur Physik* **216** 241-247.
[12] Kunze, H. J., - 1982 *Space Science Rev.* **13** 565.
[13] Datla, R. U., Blaha, M., Kunze, H. J., - 1975 *Phys. Rev.* **A 12** 1076.
[14] Von Goeler, S., Stodiek, W., Eubank, H., Fishman, H., Grebenshchikov, S., Hinnov, E., - 1975 *Nucl. Fusion* **15** 301.
[15] Spitzer, L., Jr., - 1948 *Astrophys. J.* **107** 6.
[16] Burgess, A. - 1965 *Astrophys. J.* **141** 1588.
[17] Michelis C. De, Mattioli M. 1981 *Nucl. Fusion* **21** 6.
[18] Merts, A. L., Cowan, R. D., Magee, N. A. Jr. - 1976 *"The Calculated Power from a Thin Iron-Seeded Plasma "*, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-6220-MS.
[19] Brenton, C., De Michelis, C., Mattioli, M., - 1978 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* **19** 367.
[20] Bely, O, Van Regemorter, H. - 1970 *Annual Review in Astronomy and Astrophysics* (Golberg, L. ed) Annual Reviews Inc., Palo Alto, **8** 329.
[21] Vainshtein, L. A. Sobelman, I. I., Yukov, E. A. - 1973 *Cross Section of Excitation of Atoms and Ions by Electrons* Nauka, Moscow.
[22] Van Regemorter H. - 1962 *Astrophys. J* **136** 906.
[23] Mewe R. - 1972 *Astron. Astrophys.* **20** 215.
[24] Kirillov, V. D. Trubnikov, B. A. and Trushin, S. A - 1975 *Sov. J. Plasma Phys.* **1** 117.
[25] Gervids, V. I. and Kogan, V. I. - 1975 *JEPT Lett.* **22** 142.
[26] Lee, C. M., Pratt, R. H. and Tseng, H. K. - 1977 *Phys. Rev.* **A16** 2169.
[27] Karzas, W. J. and Latter, R. - 1961 *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **6** 167.
[28] Stratton, T. F. 1965 *Plasma Diagnostic Techniques (*Huddlestone H. R. and Leonard S. L. eds) Academic Press New York.
[29] Abramov, V. A. 1975 *Plasma Phys. and Controlled Nuclear Fusion Research* (Proc. Vth Int. Conf. Tokio 1974) Vol. I 659.

[30] Wiese, W. L. Fuhr, J. R. and Deters, D. M. - 1996 *Atomic Transition Probabilities of Carbon, Nitrogen, and Oxygen,* A Critical Data Compilation, J. Phys. Chem. Ref. Data Monograph No 7.
[31] Heroux L. - 1964 *Proc. Phys. Soc. London* **83** 121.
[32] Gabriel, A. H. and Jordan, C. - 1972 *in Case Studies in Atomic Collision Physics,* (McDaniel and McDowell eds), Vol. 2, North-Holland, Amsterdam.
[33] Kato, T. Lang, J. and Berrington, K. E. - 1990 *Atomic Data and Nuclear Tables* **44** 133 .
[34] Berrington, K. A. Burke, P. G. Dufton, P. L. and Kingston, A. E. - 1985 *Atomic Data and Nuclear Data Table* **33** 195.
[35] Berrington, K. A. Burke, V. M. Burke, P. G. and Scialla, S. - 1989 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **22** 665.
[36] Safronova, U. I. Shlyapzeva, A. S. Vainshtein, L. A. Kato, T. and Masai, K. - 1992 *Physica Scripta* **46** 409.
[37] Ramsbottom, C. A. Berrington, K. A. Hibbert, A. and Bell, K. L. - 1994 *Physica Scripta* **50** 246.
[38] Zemtsov Yu. K., Podgornii I. M., Sholin G. V. - 1968 *Diagnostica Plasmi* Atomozdat p 158 (Em russo).
[39] Záidel A. N., Ostróvskaya G. V., Ostróvski Yu. I - 1979 *Tecnica y Practica de Espectroscopia* Editorial Mir Moscu.

APÊNDICE D.

Óptica espectrométrica

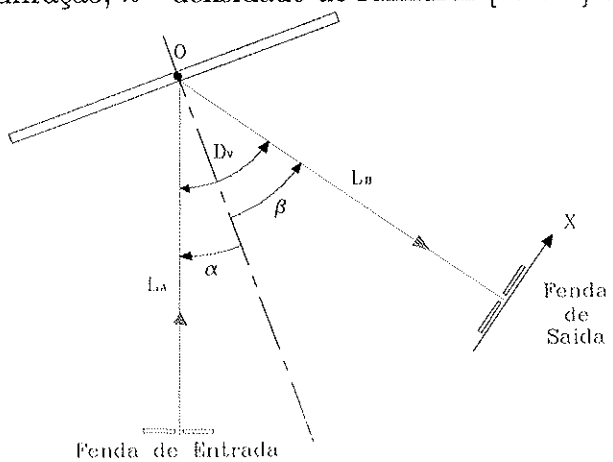
1) Rede de difração

1.1) Equação da rede de difração

A equação fundamental de uma rede de difração tem a seguinte forma:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 10^{-6}kn\lambda \tag{D.1}$$

onde: α - ângulo de incidência [graus]; β - ângulo de difração [graus]; k - ordem de difração; n - densidade de ranhuras $[mm^{-1}]$ e λ - comprimento de onda $[nm]$.



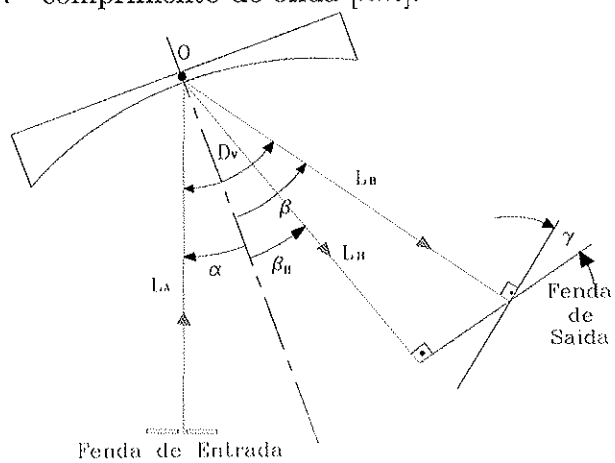


Fig. 1 Esquema ótico da rede de difração plana. Fig. 2 Esquema ótico da rede de difração côncova.

Na maioria dos espectrômetros, as fendas de entrada e saída são fixas e a rede de difração gira ao redor do eixo O (fig. **1**) de tal forma que o ângulo de inclusão D_V é constante e determinado pela expressão abaixo.

$$D_V = \beta - \alpha \tag{D.2}$$

Se os valores de β e α são conhecidos para um determinado comprimento de onda, então a equação da rede pode ser expressa como:

$$2\sin\left(\frac{\beta+\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) = 10^{-6}kn\lambda \tag{D.3}$$

Supondo que o valor de D_V é conhecido, os valores de β e α podem ser determinados se substituirmos a equação **D.2** em **D.3**. Com isto obteremos uma expressão simples que nos permite obter o valor de α e que tem a seguinte forma:

$$\alpha = \arcsin\left[\frac{10^{-6}kn\lambda}{2\cos\left(\frac{D_V}{2}\right)}\right] - \frac{D_V}{2} \tag{D.4}$$

Para o espectrômetro *THR1000* temos um ângulo de inclusão de $13,41^o$ o que implica, para uma rede de difração de 1200 ranhuras e um comprimento de onda de 500 nm, $\alpha = 10,88^o$ e $\beta = 24,29^o$ para $k = 1$.

1.2) Dispersão angular

A dispersão angular é a separação angular $d\beta$ obtida para dois comprimentos de ondas diferentes separados de $d\lambda$. Em linguagem matemática temos:

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{10^{-6}kn\lambda}{\cos\beta}\ [rad/mm] \tag{D.5}$$

onde: $d\beta$ - separação angular entre dois comprimentos de onda diferentes e $d\lambda$ - separação elementar entre dois comprimentos de onda.

1.3) Dispersão linear

A dispersão linear define a largura $\Delta\lambda$ do espectro da radiação, por unidade de comprimento, que se encontra no plano focal do espectrômetro e é expressa em $\text{Å}/mm$ ou nm/mm. Seja, por exemplo dois espectrômetros com dispersão linear de $0,1$ e 10 nm/mm. É fácil ver que uma largura espectral muito estreita pode ser melhor detectada no primeiro espectrômetro do que no segundo. Portanto, podemos concluir que a dispersão linear está relacionada com a capacidade do espectrômetro em resolver um intervalo espectral estreito e representa a banda em comprimento de onda de uma certa radiação, por unidade de comprimento no plano focal do aparelho.

A dispersão linear perpendicular ao feixe difratado pode ser obtida pela relação abaixo:

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{10^6\cos\beta}{knL_B}\ [nm/mm] \tag{D.6}$$

onde: L_B - Distância focal efetiva de saída em mm (veja fig. **1**).

1.3a) Dispersão linear de um monocromador - Em um monocromador, L_B é a distância entre o espelho colimador e a fenda de saída ou, se a rede de difração for côncova, a distância entre a rede e a fenda de saída. Portanto, a dispersão linear de um monocromador tem a mesma forma que a expressão **D.6**.

1.3b) Dispersão linear de um espectrógrafo - Em um espectrógrafo a dispersão linear é diferente da de um monocromador para o qual a radiação incide perpendicularmente sobre o plano focal. Como pode ser visto na figura **2** a radiação forma um ângulo γ com o plano focal. Então, para o comprimento de onda λ_n a dispersão linear tem a seguinte forma:

$$\frac{d\lambda_n}{dx} = \frac{10^6 \cos\beta \cos^2\gamma}{knL_H} \; [nm/mm] \tag{D.7}$$

onde: $\gamma = \beta_H - \beta$.

1.4) Comprimento de onda e ordem de difração

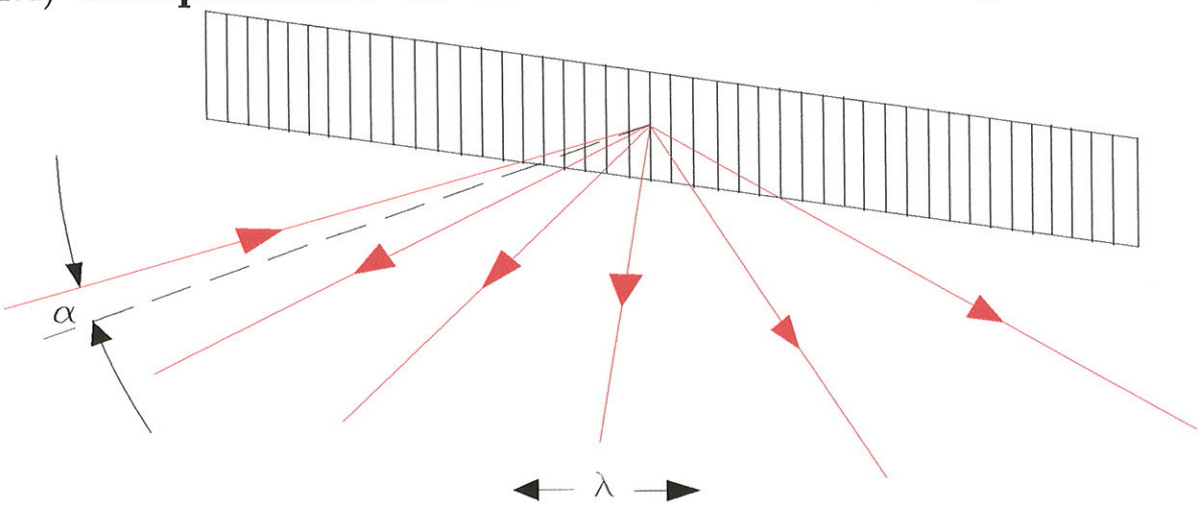


Fig. 3 Ordem de difração.

Ordem	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	dispersão linear
primeira	200	400	600	800	1000	10
Segunda	100	200	300	400	500	5
Terceira	56,6	133,3	200	266,6	333,3	3,3
Quarta	50	100	150	200	250	2,5

A figura **3** mostra um espectro em primeira ordem de difração de 200 a 1000 nm espalhado no plano focal de um espectrômetro. A partir da equação **D.1** para uma rede com uma certa densidade de ranhuras e certo valor de α e β obtemos que:

$$k\lambda = const. \tag{D.8}$$

A partir da expressão acima podemos notar que se a ordem de difração for dobrada então o comprimento de onda cairá pela metade. Por exemplo se a fonte luminosa emite no contínuo em uma região espectral de 200 a 1000 nm, então, a localização física de um comprimento de onda de 800 nm em primeira ordem de difração conicidirá com a localização física dos comprimento de onda de 400, 266,6 e 200 nm. Para evitar que outros comprimento de onda, diferente de 800 nm, atinjam o detector devem ser usados filtros de radiação.

Comprimentos de onda entre 200 e 380 nm pode ser monitorados em primeira ordem de difração sem o uso de filtros porque comprimentos de onda abaixo de 190 nm são absorvido pelo ar.

1.5) Poder de resolução

O poder de resolução é definido a partir do critério de Rayleigh que diz que: *duas linhas espectrais só poderão ser diferenciadas se o máximo principal de uma das linhas estiver deslocado de uma distância mínima que coincida com o primeiro mínimo da segunda linha.*

Teoricamente o poder de resolução R pode ser definido da seguinte maneira:

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} \tag{D.9}$$

onde: $d\lambda$ - diferença em comprimento de onda entre duas linhas espectrais de mesma intensidade, sendo que o pico de uma delas se localiza no primeiro mínimo de difração da outra.

A resolução de um espectrômetro é então a capacidade do instrumento separar duas linhas espectrais muito próximas, sendo que esta capacidade é inversamente proporcional a abertura da fenda.

Como o poder de resolução de um aparelho está relacionado com a densidade do número de ranhuras da rede de difração, a expressão acima pode ainda ser escrita da seguinte forma:

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} = knW_g = kN = W_g \frac{(\sin\alpha + \sin\beta)}{10^{-6}\lambda} \tag{D.10}$$

onde: λ - comprimento de onda central da linha espectral; $W_g = N/n$ - largura da rede que é iluminada pelo feixe luminoso; k - ordem de difração que pode ser obtida através da equação **D.1** e N - número total de ranhuras da rede. Finalmente, podemos concluir que o poder de resolução do instrumento depende não só da largura iluminada da rede, mas também do comprimento de onda e da geometria do aparelho que está relacionada com os ângulos α e β.

Tomando, como exemplo, a rede utilizada no *THR1000,* que possui uma densidade de ranhuras igual a 1200 mm^{-1} e uma largura de 110 mm se utilizada em primeira ordem de difração, terá ele um poder de resolução de:

$$R = kN = 1200.110 = 1,32.10^5 \tag{D.11}$$

1.6) Ângulo de brilho

As redes de difração são construídas para obter uma máxima eficiência para um determinado comprimento de onda. Esta máxima eficiência é obtida através de uma escolha adequada do ângulo de inclinação de um elemento da ranhura que está representado na figura abaixo (Fig. 4) pelo ângulo ω.

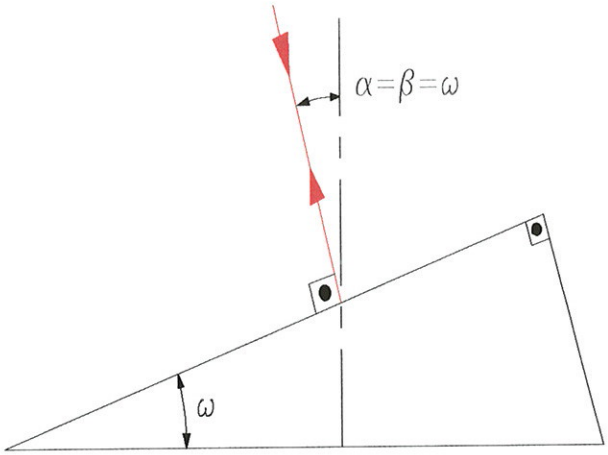


Fig. 4 Perfil de um elemento da ranhura de uma rede.

1.6a) Condição de Littrow - Os perfis das ranhuras de uma rede são calculados de acordo com a condição de Littrow, a qual determina que o raio incidente e o raio de luz rafratado estejam autocolimados, o que implica que os ângulos α e β seja iguais, ou seja $\alpha = \beta = \omega$. Neste caso, o comprimento de onda de brilho pode ser obtido a partir da equação **D.1** se substituirmos α e β por ω ou seja:

$$2 \sin \omega = 10^{-6} kn\lambda_B \tag{D.12}$$

onde: λ_B - comprimento de onda de brilho. Por exemplo para uma rede de 1200 ranhuras e um comprimento de onda de 500 nm, o ângulo de brilho ω é $17,46^o$.

O intervalo útil de uma rede de difração é dado por:

$$\frac{2}{3}\lambda_B \leq \lambda \leq \frac{3}{2}\lambda_B \tag{D.13}$$

O que significa que se $\lambda_B = 500$ nm, então o intervalo útil será de $333 - 750$ nm.

1.7) Defeitos de uma rede de difração

1.7a) Linhas espectrais fantasmas - As linhas espectrais fantasmas, ou simplesmente, fantasmas, são linhas espectrais espúrias causadas por imperfeições na rede de difração. Estas imperfeições funcionam como redes secundárias, cujos espectros são convoluídos com o espectro principal da rede. Os fantasmas podem ser de dois tipos: os de Rowland, causados por erros periódicos no espaçamento das ranhuras da rede, e o de Lyman, causados por erros de espaçamentos de ranhuras, associados a vibrações do diamante usado na riscagem da rede.

Os fantasmas de Rowland estão usualmente situados simetricamente com respeito a cada linha espectral intensa, a uma distância espectral que depende do período do erro com uma intensidade relacionada à amplitude do erro.

Os fantasmas de Lyman situam-se a distâncias maiores em relação as linhas espectrais que os geram. Por serem mais difíceis de serem identificados que os de Rowland, os fantasmas de Lyman podem ser confundidos com detalhes de espectro.

1.7b) Linhas satélites - As linhas satélites são falsas linhas espectrais que ocorrem muito próximas às linhas geradoras. Estas linhas resultam de erros de riscagem não-periódicos, cobrindo uma fração apreciável da área da rede, dando origem a linhas espúrias. A diferença entre as linhas fantasmas e as linhas satélites está em que as últimas não estão necessariamente dispostas simetricamente em relação à linha geradora.

1.7c) Luz parasita - A luz parasita ou luz espalhada, resulta de erros aleatórios de frequência espacial mais alta que os erros causadores de fantasmas e satélites. Se estes erros ocorrem em uma direção perpendicular às ranhuras, a luz será vista como uma linha luminosa ligando as ordens difratadas. Estas linhas são denominadas grama, devido à aparência característica dos espectros obtidos com rede onde ocorre este fenômeno.

Se os erros não têm direção preferencial, a radiação espalhada se distribuirá em todas as direções. O efeito do espalhamento difuso irá, da mesma forma que o resultante de erros periódicos, convoluir com o padrão de difração da rede, resultanto em uma deterioração no alargamento instrumental.

2) Monocromadores e espectrômetros

Os monocromadores e espectrômetros formam a imagem da fenda de entrada no plano focal de saída, nos comprimentos de onda presentes na fonte de luz. Os espectrômetros apresentam numerosas configurações sendo as mais comuns a *Fastie-Ebert* e *Czerny-Turner*. Passemos agora a uma discussão rápida de cada uma destas configurações.

2.a) Configuração de Fastie-Ebert - Esta configuração é caracterizada por um grande espelho esférico e uma rede de difração plana (veja fig. **5**).

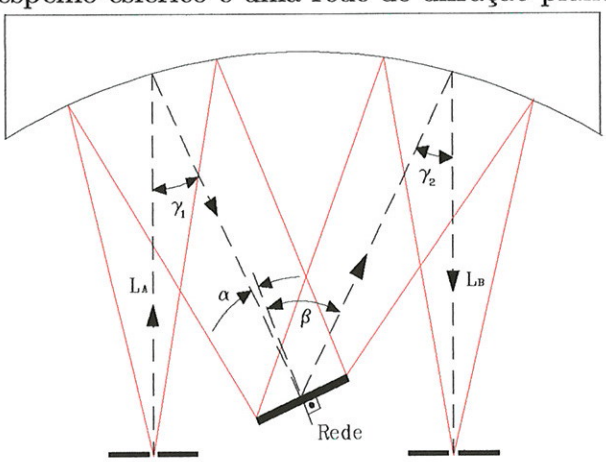


Fig. 5 Configuração de Fastier-Ebert.

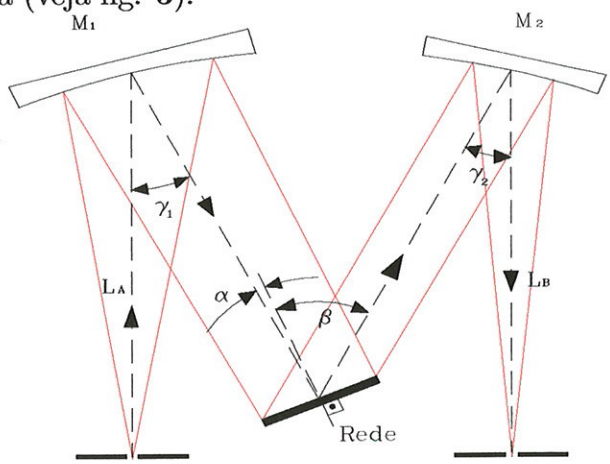


Fig. 6 Configuração de Czerny-Turner.

A parte do lado esquerdo do espelho esférico colima a luz que passa pela fenda de entrada, na rede de difração, enquanto que a parte direita do espelho focaliza a parte do espectro, que é selecionado pela rede de difração, na fenda de saída. Neste tipo de configuração $\gamma_1 = \gamma_2$ (veja fig. **5**).

Esta configuração de aparelho é bastante barata e por isto muito usada, porém apresenta a desvantagem de que a qualidade da imagem da fenda de entrada no plano focal não ser muito boa devido a aberrações tais como coma, astigmatismo e curvatura do plano focal.

2.b) Configuração de Czerny-Turner - Esta configuração, como pode ser vista na figura **6**, consiste de dois espelhos côncavos e uma rede de difração plana. Apesar deste dois

espelhos terem a mesma função do único espelho que apresenta a configuração *Fastie-Ebert*, por serem dois, tornam o sistema mais flexível, suprindo algumas deficiências do sistema anterior.

3) Aberrações ópticas

Aberração óptica pode ser definida como uma imperfeição (distorção na forma, foco, cor ou densidade da imagem) introduzida numa imagem, sendo produzida principalmente por lentes, prismas e rede de difração, e como consequência os raios luminosos não atingem todos o mesmo foco. Ambas as configurações de espectrômetros, acima citadas, apresentam certas aberrações que degradam a resolução espectral, espacial e a relação sinal ruído. As mais importantes aberrações são: astigmatismo; coma; aberrações esféricas e desfocalização.Vejamos cada uma delas com um pouco mais de detalhes.

3.a) Desfocalização - O fenômeno de desfocalização faz com que o feixe de luz seja focalizado em um plano diferente do plano focal do detector, provocando com isto uma imagem borrada que prejudica a banda passante[1] (*bandpass*), a resolução espacial e a relação sinal ruído. A desfocalização não é problema em um monocromador com rede de difração plana, fenda de saída e uma fotomuliplicadora usada como detector. No entanto, em um espectrômetro que trabalha com *CCD*, a desfocalização compremete seriamente a imagem da fenda de entrada que é formada no plano focal e o sinal visto pelo *CCD* é diferente da imagem real.

3.b) Coma - A coma surge em decorrência da destruição da simetria de um feixe de luz em relação ao eixo óptico caracterizada por uma distorção da imagem. A coma gerada por uma rede de difração plana pode provocar um alargamento em uma das caudas de uma linha espectral. A coma é responsável por uma degradação da relação sinal ruído e pela banda espectral de passagem.

3.c) Aberração esférica - A aberração esférica pode ser caracterizada como um desvio dos raios de luz produzindo diversos pontos de convergência e como resultado forma uma imagem desfocada e destorcida. A diferença do caminho óptico devido à aberração esférica varia com a abertura numérica elevada a quarta potência.

3.d) Astigmatismo - O astigmatismo, como a coma, também contribui para degradação da imagem fora do eixo óptico. Esta aberração é decorrente da separação entre o ponto de convergência dos raios meridionais[2] e do ponto de convergência dos raios sagitais[3].

Para finalizar, podemos dizer que, recentemente, com o uso das redes de difração holográficas, todas as aberrações citadas acima estão sendo eliminadas.

4) Luz extraviada (stray light)

O fenômeno da luz extraviada pode ser definido como um ruído produzido no detector devido ao fato que luz de comprimentos de onda diferentes, do de interesse, poder atingir o detector.

5) Parâmetros de um espectrômetro

[1]- Será definido posteriormente

[2]- Raio meridional é qualquer raio que, junto com o eixo óptico define um plano meridional.

[3]- Raios sagitais são aqueles que chegam até o plano focal passando pelo plano equatorial do objeto óptico.

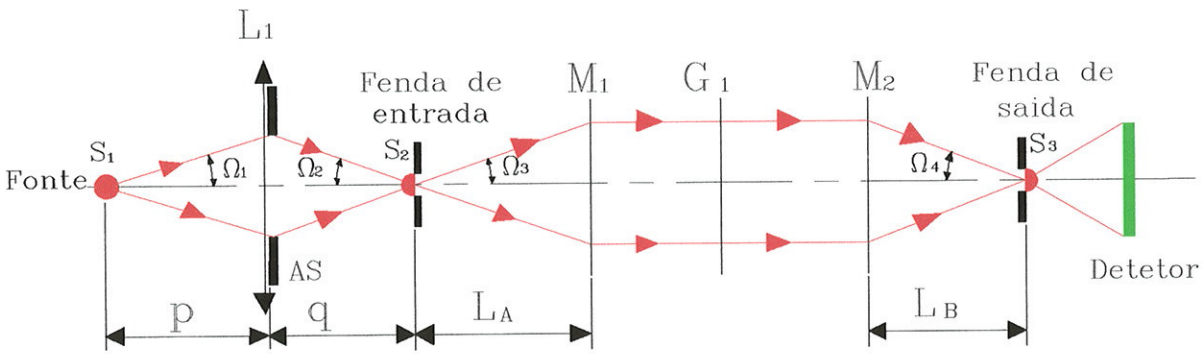


Fig. 7 Diagrama óptico de um monocromador.

A figura **7** mostra o caminho óptico da luz, originária de uma fonte S, passando pelos diversos componentes ópticos que constitui em um monocromador, até atingir o detector. Neste diagrama os principais elementos ópticos, que formam o conjunto fonte mais monocromador são: S_1, S_2 e S_3 - área da fonte luminosa, fenda de entrada e fenda de saída, respectivamente; AS - área da lente que é iluminada pela fonte; L_1 - lente; M_1 e M_2 - espelhos colimadores; G_1 - rede de difração; p - distância do objeto até a lente; q - distância da lente até a fenda de entrada; L_A - distância da fenda até o primeiro espelho focalizador; L_B - distância do segundo espelho focalizador até a fenda de saída e Ω_1, - metade do ângulo sólido gerado pela fonte luminosa e que é coletado pela lente; Ω_2 - metade do ângulo sólido gerado pela lente; Ω_3 - metade do ângulo sólido que é coletado pelo espelho M_1 e Ω_4 - metade do ângulo sólido que ilumina a fenda de saída.

Instrumentos ópticos, tais como espectrômetros e monocromadores, apresentam parâmetros importantes tais como; *abertura numérica* e *valor-f* que passamos a definir.

5.a) Abertura numérica - A abertura numérica, comumente representada pelas letras NA, pode ser expressa como segue.

$$NA = \mu \sin \Omega \tag{D.14}$$

onde: μ - índice de refração, que para o ar vale aproximadamente 1 e Ω - metade do ângulo sólido gerado pelo sistema óptico.

5.b) valor-f - O *valor-f* é definido pela razão entre a distância focal de uma lente e seu diâmetro útil, ou seja:

$$valor - f = \frac{Distância\ focal}{diâmetro\ útil} \tag{D.15}$$

Se a distância focal é igual a 120 cm e o diâmetro útil $15cm$, então o *valor-f* é igual a 8 e é normalmente representado por $f/8$.

Existe uma relação bastante simples entre a abertura numérica e o *valor-f* que é dada pela relação abaixo:

$$valor - f = \frac{1}{2NA} \tag{D.16}$$

Em um espectrômetro, devido ao fato que o ângulo de incidência α é diferente do ângulo de difração β, as dimensões da rede de difração serão diferentes para luz oriunda da fenda de entrada e para luz que vai para a fenda de saída (veja fig. **8**), portanto teremos um *valor-f* para a luz oriunda da fenda de entrada $[valor - f]_{in}$ e um *valor-f* para luz que ilumina a fenda de saída $[valor - f]_{out}$.

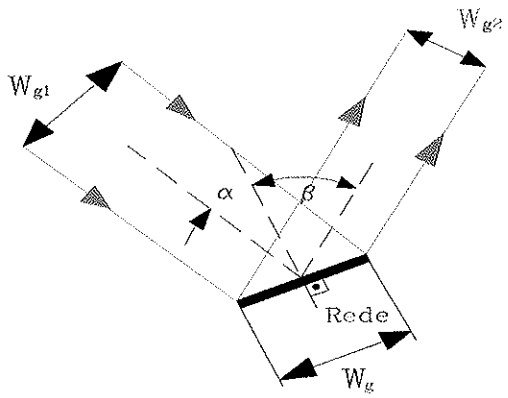


Fig. 8 Diferentes projeções da rede de difração.

O *valor-f* de um espectrômetro com uma rede retangular é calculado de maneira semelhante a um lente, ou seja:

$$[valor - f]_{in} = \frac{L_A}{D_1} \text{ e } [valor - f]_{out} = \frac{L_B}{D_2} \tag{D.17}$$

onde: os diâmetros D_1 e D_2 correspondem ao diâmetros equivalente da rede de difração para luz incidente e difratada e são obtidos pela expressão abaixo:

$$D_1 = 2\sqrt{\frac{A_1}{\pi}\cos\alpha} \text{ e } D_2 = 2\sqrt{\frac{A_1}{\pi}\cos\beta} \tag{D.18}$$

onde: A_1 - área da rede de difração.

A tabela abaixo mostra os *valores-f* para o espectrômetro *THR1000* que possue uma rede de difração de 1200 ranhuras com $110x110$ mm de largura e um ângulo de inclusão $D_V = 13,41^o$. O espectrômetro *THR1000* apresenta ainda os seguinte valores $L_A = L_B = 1000$ mm.

λ [nm]	α [graus]	β [graus]	$[valor - f]_{in}$	$[valor - f]_{out}$
400	7,28	20,69	8,09	8,33
500	10,88	24,29	8,13	8,44
600	14,55	27,96	8,19	8,57
700	18,31	31,72	8,27	8,74

5.c) Magnificação - Em qualquer espectrômetro, a imagem da fenda de entrada é sempre projetada na fenda de saída ou no detector. Este processo resulta, inevitavelmente, em uma ampliação ou redução desta imagem. A magnificação M pode então ser determinada pela expressão abaixo.

$$M = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} = \frac{[valor - f]_{out}}{[valor - f]_{in}} = \frac{(NA)_{in}}{(NA)_{out}} = \frac{q}{p} \tag{D.19}$$

5.d) Largura e altura da fenda de saída - Em um espectrômetro é inevitável que as dimensões da imagem da fenda de entrada, que é projetada na fenda de saída, não seja modificada. Supondo h_1, h_2, W_1 e W_2 as alturas e larguras das fendas de entrada e saída, respectivamente, a ampliação da altura e largura pode ser expressa da seguinte forma:

$$h_2 = \frac{L_B}{L_A} h_1 \tag{D.20}$$

$$W_2 = \frac{L_B}{L_A} \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} W_1 \tag{D.21}$$

Como para o *THR1000* $L_A = L_B$, a altura da fenda de saída é a mesma que a de entrada e uma ampliação não é observada.

5.e) Largura da banda espectral - A largura da banda espectral BP ou banda passante pode ser definida como o intervalo do espectro que pode ser isolado por um espectrômetro. Ela está intimamente ligada com a resolução do aparelho. Esta grandeza depende de vários fatores, entre eles a largura da fenda de entrada.

Para uma radiação monocromática de comprimento de onda λ_0, se analisada em um espectrômetro ideal, obteriamos, na fenda de saída, uma radiação monocromática de comprimento λ_0. Porém, como o aparelho não é ideal, irá produzir um aparente alargamento da linha espectral que agora terá uma largura finita (alargamento instrumental).

O perfil instrumental de um monocromador por ser obtido com auxílio de uma luz monocromática, por exemplo laser, e com rotação da rede de difração, técnica esta utilizada em [**1**] para medir a rotação do plasma. Neste caso, a banda passante espectral é definida como a largura a meia altura da linha espectral do laser que é obtida na saída do detector.

A banda passante espectral pode, ainda, ser determinada teoricamente pela relação abaixo.

$$BP = \frac{10^6 \cos\alpha}{knL_A} W_1 \tag{D.22}$$

A tabela abaixo mostra alguns parâmetros do *THR1000* para uma rede de difração de 1200 ranhuras, $D_V = 13,41^o$, $L_A = L_B = 1000\ mm$ e $W_1 = 50\ \mu m$ (largura da fenda de entrada), para diversos comprimentos de onda.

λ $[nm]$	α	β	dispersão linear $[nm/mm]$	magnificação horizoltal $[\mu m]$	BP [Å]
400	$7,28^o$	$20,69^o$	0,78	53,02	0,41
500	$10,88^o$	$24,29^o$	0,76	53,87	0,41
600	$14,55^o$	$27,96^o$	0,74	54,79	0,40
700	$18,31^o$	$31,72^o$	0,71	55,80	0,39

6) Acoplamento óptico entre o tokamak e o espectrômetro

Para um perfeito acoplamento entre o espectrômetro *THR1000* e o *TCABR* vamos, primeiramente, definir um importante conceito que é comumente chamado de *etendue* ou fator geométrico.

6.a) Fator geométrico (etendue) - O fator geométrico G caracteriza a capacidade de um sistema óptico coletar a luz emitida por uma certa fonte de radiação. Ele depende da área da fonte emissora e do ângulo sólido sob o qual a radiação está sendo emitida e pode ser definido como:

$$G = \int\int dS d\Omega \tag{D.23}$$

A expressão acima pode ser substituída por uma mais simples se a fonte luminosa se aproxima de um feixe, como a representada na figura **7**. Neste caso o fator geométrico assume a seguinte forma:

$$G = \pi S_1 \sin^2 \Omega_1 \tag{D.24}$$

O fator geométrico é uma constante óptica e não é difícil demonstrar que:

$$G = \pi S_1 \sin^2 \Omega_1 = \pi S_2 \sin^2 \Omega_2 = ... = \pi S_3 \sin^2 \Omega_4 = const. \tag{D.25}$$

Se o *valor-f* do espectrômetro for maior que 5, então o fator geométrico pode ser calculado aproximadamente pela expressão que segue.

$$G \simeq S_1 \frac{AS}{p^2} \tag{D.26}$$

onde: AS - área da lente que é iluminada pela fonte de radiação e p - distância do objeto até a lente. Comparando as expressões **D.25** e **D.24** podemos escrever que:

$$G \simeq S_1 \frac{AS}{p^2} = S_2 \frac{AS}{q^2} = const. \tag{D.27}$$

Esta aproximação é boa quando $sin\Omega \simeq \Omega$, sendo o erro para um espectrômetro que possui um *valor-f* igual a 5 aproximadamente 1%. Vale a pena lembrar que o *THR1000* possui um *valor-f* de aproximadamente $8,5$ o que significa que esta aproximação pode ser usada com bastante seguraça.

A partir da definição de abertura numérica ($NA = \sin\Omega$), o fator geométrico pode ser reescrito da seguinte forma:

$$G = \pi S(NA)^2 \tag{D.28}$$

6.b) Fator geométrico para um monocromador - Seja h - altura da fenda de entrada $[mm]$; W - largura da fenda de entrada $[mm]$; F - distância focal do monocromador, mesmo que L_A $[mm]$; n - densidade de ranhuras da rede de difração $[mm^{-1}]$; G_A - área da rede de difração que é iluminada $[mm^2]$; $S_g = G_A \cos\alpha$ - projeção da área da rede que é iluminada $[mm^2]$; k - ordem de difração; BP - banda espectral de passagem $[nm]$; S_{in} - área da fenda de entrada. A partir da equação **D.22** podemos escrever que:

$$W = \frac{knFBP}{10^6 \cos\alpha} \; [mm] \tag{D.29}$$

Portanto, a área da fenda de entrada pode ser escrita como:

$$S_{in} = hW = h\frac{knFBP}{10^6 \cos\alpha} \; [mm^2] \tag{D.30}$$

Utilizando a expressão **D.25** obtemos o fator geométrico de um monocromador que tem a seguinte forma:

$$G = S_{in}\frac{S_g}{F^2} = S_{in}\frac{G_A \cos\alpha}{F^2} = \frac{hknG_ABP}{10^6 F} \tag{D.31}$$

6.c) Cáculo do acoplamento óptico entre o espectrômetro THR1000 e o TCABR - O acoplamento óptico entre o *TCABR* e o espectrômetro *THR1000* foi feito através de lentes e fibra óptica como mostra a figura abaixo.

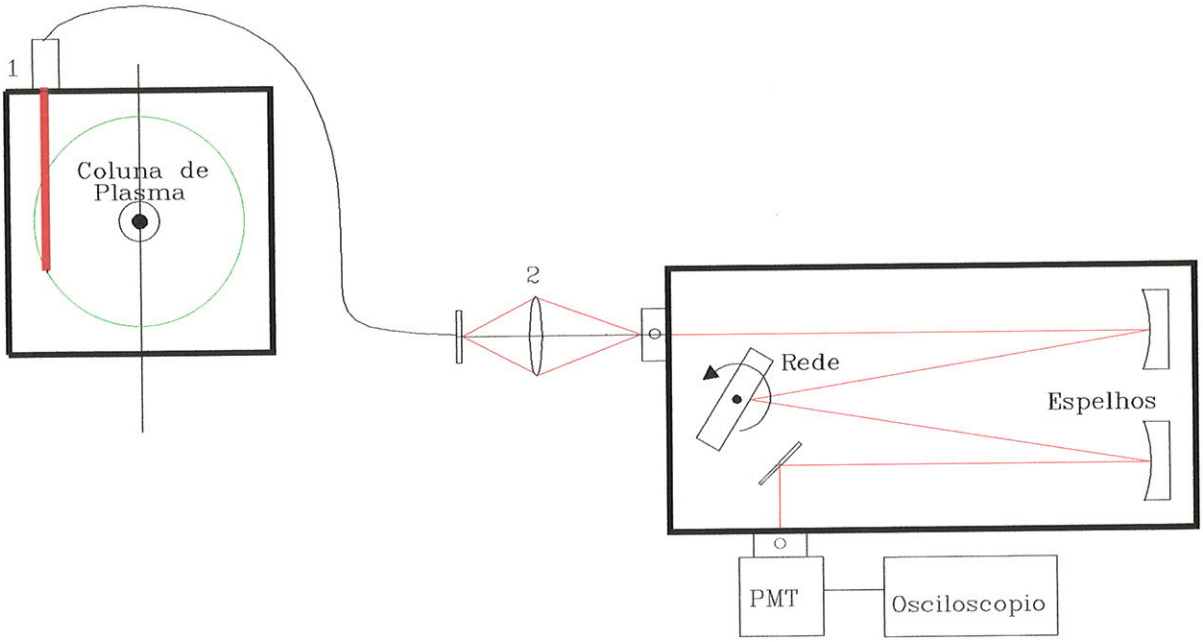


Fig. 9 Acoplamento óptico entre o espectrômetro *THR1000* e o *TCABR*.

A seguir serão efetuados os cálculos que justificam este acoplamento, porém antes vamos caracterizar os principais parâmetros do *THR1000*.

a) Rede de difração - A rede de difração do *THR1000* é quadrada possuindo 110 mm de lado. O número a densidade de ranhuras é 1200 mm^{-1}. Possui ainda um ângulo de inclusão $D_V = 13,41^o$ e um ângulo de brillho $\omega = 17,46^o$.

b) Distância focal - A distância focal F do *THR1000* é de 1000 mm.

c) Dispersão linear - A dispersão linar inversa é de aproximadamente 8 Å/mm.

d) f-valor - O *valor-f* do *THR1000* é de aproximadamente 8.

e) Fendas - As fendas do THR1000 são reguláveis tanto em altura como em largura. Na série de experimentos sobre rotação de plasma foram utilizadas as seguintes aberturas: altura $h = 10$ mm e largura $W = 50$ μm.

f) Fibra óptica utilizada - A fibra utilizada possui um diâmetro de 1 mm com um $NA = 0,5$.

g) Comprimento de onda - Vamos adotar um comprimento de onda médio igual a 500 nm.

Vamos, em primeiro lugar, calcular o fator geométrico da fibra e do espectrômetro. O fator geométrico G pode ser determinado pela expressão **D.28** que tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} G_{fibra} &= \pi S(NA_{fibra})^2 = \pi(0.5)^2(0,5)^2 = 0,785\ mm^2 \\ G_{espect.} &= \frac{G_A \cos\alpha}{F^2} = \frac{110^2 \cos(10,88^o)}{1000^2} = 0,012\ mm^2 \end{aligned}$$

Como podemos ver, o fator geométrico do espectrômetro é bem menor que da fibra óptica, o que implica se inserimos diretamente a fibra óptica com um $NA = 0,5$ na fenda de entrada do espectrômetro, que possui um $NA = 0,06$ isto provocaria um *stray light* pois o espectrômetro não está apto a coletar toda a luz emitida pela fonte.

A solução para este problema pode ser obtida com o uso de lentes que farão com que o fator geométrico do espectrômetro seja mais próximo do fator geométrico da fibra. Para que o acoplamento possa ser feito com um mínimo possível de perdas, foram utilizadas duas lentes de 5 cm de diâmetro e distância focal 5 e $26,7$ cm respectivamente. A figura abaixo mostra as lentes e a fibra óptica

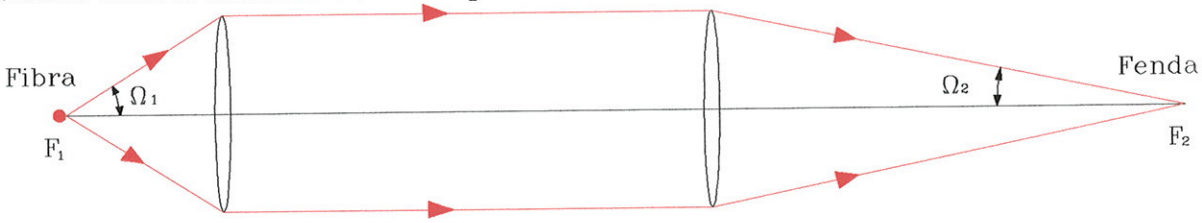


Fig. 10 Sistema óptico para o acoplamento entre o espectrômetro e o *TCABR*.

A montagem óptica adotada neste caso foi a seguinte: a fibra óptica, que possui um ângulo $\Omega_1 = 30^o$, foi instalada no foco da primeira lente que possui uma distância focal de 5 cm. Como o objeto está instalado no foco da lente, isto significa que a luz que passa pela primeira lente irá paralelamente até a segunda lente, onde o foco coincide com a fenda de entrada do espectrômetro.

A segunda lente foi escolhida de tal forma que seu fator geométrico seja aproximadamente igual ao do espectrômetro.

$$\begin{aligned} \Omega_2 &= \arctan\left(\frac{r_2}{F_2}\right) = \arctan\left(\frac{25}{267}\right) \simeq 5^o \\ \Omega_{espect.} &= \arcsin\left(NA_{espect.}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{16}\right) \simeq 4^o \end{aligned}$$

onde: r_2 - raio da segunda lente e F_2 - distância focal da segunda lente. Como a fibra foi colocada no foco da lente, isto significa que a luz emitida sob um ângulo $\Omega_1 = 30^o$ irá preencher totalmente a lente ocupando uma área de:

$$\begin{aligned} A_F &= \pi.\left[tg\left(30^o\right).F_1\right]^2 = 2618\ mm^2 \\ A_1 &= \pi.r_1^2 = 1963\ mm^2 \end{aligned}$$

onde: A_1 - área da primeira lente e A_F - área iluminada pela fibra óptica a uma distância de 5 cm do plano focal. Como podemos ver, a lente utilizada nesta série de experiências não é capaz de coletar toda a radiação oriunda da fibra, o que implica perda na intensidado do sinal, porém sendo a razão entre as áreas igual a $1,3$ as perdas não são tão grandes.

Vamos agora determinar a magnificação de um sistema óptico como o representado na figura abaixo.

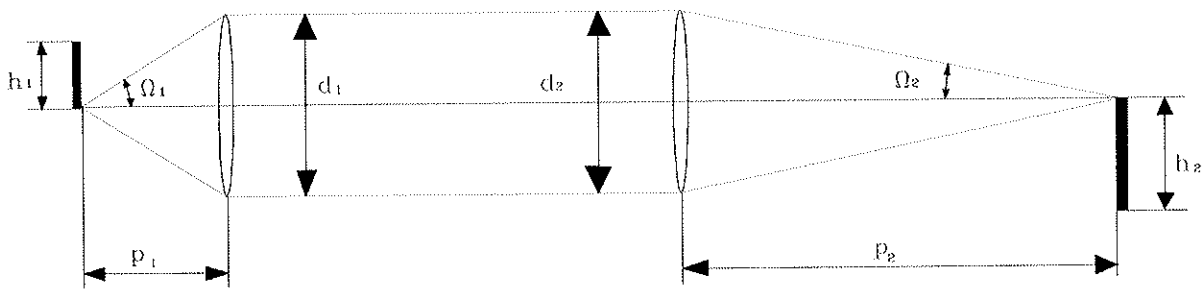


Fig. 11 Magnificação produzida por um sistema óptico contituido por duas lentes.

A magnificação produzida por um sistema óptico constituído por duas lentes pode ser determinada pela expressão abaixo:

$$h_1 \tan(\Omega_1) = h_2 \tan(\Omega_2) \tag{D.32}$$

$$\frac{h_1 d_1}{p_1} = \frac{h_2 d_2}{p_2} \tag{D.33}$$

Para o nosso caso, como as duas lentes possuem o mesmo diâmetro, teremos:

$$\frac{0,5}{50} = \frac{h_2}{267} \Longrightarrow h_2 = 2,67\ mm,$$

o que significa que a fenda do espectrômetro está bem iluminada.

O acoplamento da coluna de plasma com a fibra óptica é bem mais simples e foi feito com duas lentes ópticas de tal forma que a região do plasma que contribui para a radiação tem a forma de um cilindro de aproximadamente 1 cm de diâmetro.

7) detectores

Em espectroscopia utiliza-se vários tipos de detectores. Entre os mais comuns estão: fotemissivo, semicondutor, térmicos, conjunto de fotodiodo (*Photodiode Arrays PDA*) e dispositivo de carga acoplada (*Charge-Coupled Device Arrays CCD*). Faremos, a seguir, uma descrição mais cuidadosa dos detectores fotemissivos que foram utilizados no laboratório para medidas espectroscópicas. No entanto antes de iniciar, vamos descrever algumas grandezas físicas que servem para qualquer tipo de detector de radiação, são elas:

7.a) Sensibilidade - A sensibilidade de um detector pode ser caracterizada como a relação entre o sinal elétrico na saída do detector [V ou A] e fluxo luminoso [W] de uma fonte. A sensibilidade pode ser matematicamente expressa como:

$$S = \frac{I}{PA}\ [V/W \text{ ou } A/W] \tag{D.34}$$

onde: I - intensidade do sinal de saída [V] ou [A]; P - energia incidente no detector [W/cm^2] e A - área sensível do detector [cm^2].

7.b) Limite de sensibilidade - O limite de sensibilidade é caracterizado por um sinal mínimo na saída do detector que pode ser observado em relação ao ruído próprio. O limite de sensibilidade corresponde a uma potência do sinal óptico incidente no detector que gera um sinal elétrico na saída igual ao ruído, onde a banda de frequência do sinal óptico é igual a 1 GHz. Como o limite de sensibilidade é determinado com uma fonte externa que irradia como um corpo negro com uma temperatura bem definida, junto com o valor da grandeza do limite de sensibilidade é comum indicar a temperatura do corpo negro, a frequência de modulação e a banda de frequência, por exemplo $L_S = ...$ (500 $K, 10, 1$), o que significa que o limite de sensibilidade foi medido para uma temperatura de 500 K, uma frequência de modulação $f_{\text{mod.}} = 10\ GHz$ e uma banda de 1 GHz.
7.c) Capacidade de detecção (detectividade) - A capacidade de detecção D pode ser definida como o inverso do limite de sensibilidade. Como o limite de sensibilidade $L_S \sim \sqrt{A_d}$, onde A_d - área do detector, para comparar a capacidade de detecção de diferentes detectores com diferentes áreas se introduz o conceito de capacidade de detecção efetiva D', ou seja:

$$D' = \frac{\sqrt{A_d}}{L_S}\ [cm.Hz/W] \tag{D.35}$$

7.d) Eficiência quântica - A eficiência quântica de um detector pode ser definida como a relação entre a corrente gerada e o fluxo incidente. Normalmente, a eficiência quântica é medida em elétrons por fótons e depende do comprimento de onda da radiação incidente, do tipo de material de que são feito os detectores, do formato, espessura etc.
7.e) Ruído fotônico - O ruído fotônico é definido como uma flutuação número de fótons que incide no detector por unidade de tempo. Como o desvio quadratico médio de eventos independentes $\Delta\overline{n}$ é proporcional à raiz quadrada do número de eventos n, então a flutuação relativa é inversamente proporcional a $\sqrt{n}$, ou seja:

$$\frac{\Delta\overline{n}}{n} \sim \frac{1}{\sqrt{n}} \tag{D.36}$$

Para uma incidência constante de potência no detector, o número de fótons diminui com o aumento da frequência. Isto significa que na região de baixos comprimentos de onda do espectro o ruído fotônico (flutuação do número de fótons) é sempre maior que na região de grandes comprimentos de onda.
7.f) Ruído de corrente de escuro (dark current) - O ruído de corrente de escuro pode ser caracterizado pela geração de uma corrente flutuante na ausência de uma fonte radiativa e está relacionado com a emissão de elétrons do catodo que atingem o anodo. Este ruído depende principalmente da diferença de potencial aplicada ao detector e da temperatura.

Passemos agora a uma descrição dos detectores fotemissivos. Estes tipos de detectores têm uma sensibilidade bem maior que os detectores térmicos. O principal representante desta classe de detectores são as fotomultiplicadoras, que são normalmente utilizadas nas faixas espectrais do ultravioleta, visível e infravermelho próximo.

Fotomultiplicadora é um tipo de detector constituído por uma célula fotoelétrica, onde uma série de eletrodos emissores de elétrons (o número de elétrons emitidos é uma

medida da intensidade da luz incidente) permitem a multiplicação do número de elétrons emitidos pelo fotocatodo excitado pela radiação de uma fonte

A figura **12** mostra o diagrama típico de uma fotomultiplicadora com todos os seus elementos.

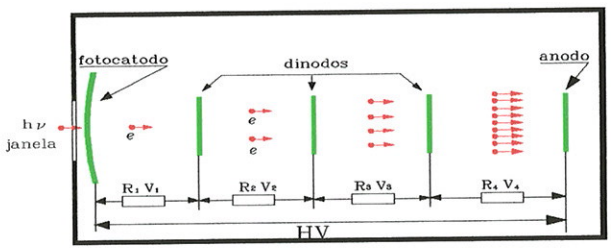


Fig. 12 Diagrama simples de uma fotomultiplicadora.

Elas são constituidas de fotocatodo, anodo, dinodos e janela óptica por onde incide a luz. A luz incidente no fotocatodo produz, por efeito fotoelétrico, a liberação de alguns elétrons que são acelerados pelo potencial positivo do primeiro dinodo. Estes elétrons, ao serem acelerados, irão incidir no dinodo que por sua vez produzirá mais elétrons, por emissão secundária, que serão acelerados pelo potencial do segundo dinodo, e assim consecutivamente até atingir o anodo. Se for medida a corrente que passa pelo anodo, é possível avaliar o fluxo luminoso que incide no fotocatodo.

O fotocatodo normalmente é constituído de uma camada semitranparente de um semicondutor na superfície de um metal. O responsável pela fotosensibilidade do fotocatodo é uma camada molecular de átomos de césio.

Os fotocatodos mais comuns, que possuem uma resposta que vai do utravioleta até o visível, são do tipo Cs_3Sb e algumas misturas de metais alcalinos com Cs. A maior sensibilidade é apresentada pelo catodo constituído de uma combinação de três metais alcalinos $Na_2KSb - Cs$.

Os fotocatodos usados na região infravermelha do espectro são constituídos de uma mistura do semicondutor Cs_2O com pequenas dopagens de Cs e Ag. Uma característica deste fotocatodo é a grande corrente de escuro.

As janelas são normalmente de quartzo, para que a radiação pertencente à região ultravioleta do espectro não seja barrada.

As fotomultplicadoras operam somente sob vácuo, o que lhes garante uma resposta muito rápida ($\sim 10^{-8}s$) que é caracterizada pelo tempo que o elétron, que é arrancado do fotocatodo, gasta para atingir o anodo.

A ampliação do sinal, em uma fotomultiplicadora, é obtida com os dinodos, cujo número é sempre maior que 10. Se o coeficiente de emissão secundária for igual a 4, a amplificação do sinal será de $10^6 - 10^7$ vezes.

Um dos aspectos negativos que apresentam as fotomultiplicadoras é uma grande corrente de escuro e baixa estabilidade. Para um resfriamento com nitrogênio líquido, consegue-se, em algumas fotomultiplicadoras, diminuir o ruído de tal forma que é possível medir um fluxo de luz de até $10^{-19}W$.

Nas medidas espectroscópicas realizadas no *TCABR* foi utilizado a fotomultiplicadora $R943 - 2$ de fabricação da *Hamamatsu*, cujas características técnicas podem ser encontradas nos manuais da empresa. O diagrama abaixo mostra o circuito elétrico dos dinodos

conectados resistores e alguns capacitores. A função dos resistores é muito simples, eles servem como divisores de tensão, de forma que a diferença de potencial aplicada nos dinodos é de aproximadamente 100 V. A função dos capacitores é manter a diferença de potencial nos últimos dinodos constante durante um pulso rápido de luz. O valor do capacitor depende da carga de saída e o fabricante sugere a seguinte expressão para determinar o valor do capacitor.

$$C > \frac{It}{V}\ [F] \tag{D.37}$$

onde: I - corrente de pico $[A]$; t - largura do pulso $[s]$ e V - tensão no capacitor $[V]$.

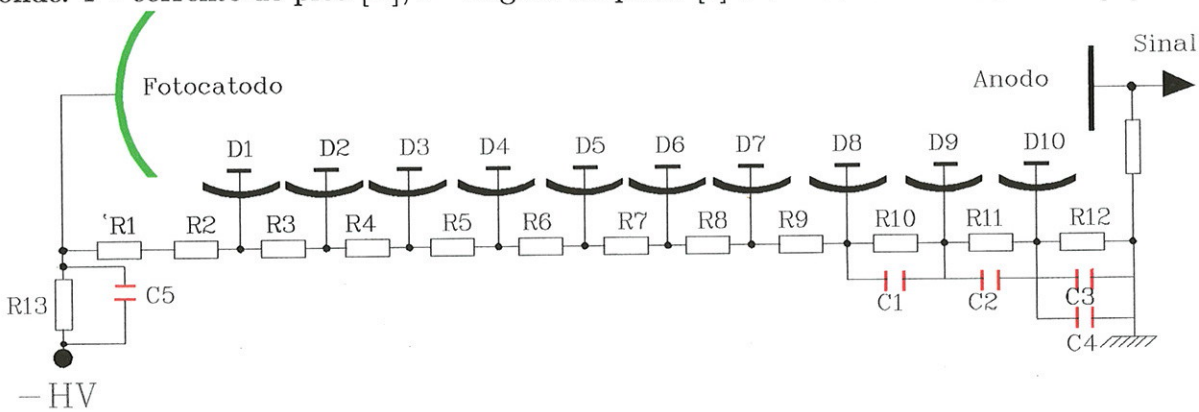


Fig. 13 Diagrama elétrico de uma fotomultiplicadora.

Resistor	Valor $[k\Omega]$	Capacitor	Valor $[\mu F]$
$R_1 - R_3$	620	$C_1 - C_4$	$0,01$
$R_4 - R_{12}$	430	C_5	$0,0047$
R_{13}	10		

Referências

[1] Severo, J. H. F., Nascimento, I. C., Tsypin, V. S. and Galvão, R. M. O. - 2003 *Nuclear Fusion* (to be publicated).

[2] Guide for Spectroscopy, *Jobin Yvon.*

[3] Técnica y Prática de Espectroscopia - A. N. Záidel, G. V. Ostróvskaya, Yu. I. Ostrovski (*Editorial Mir de Moscu 1976*).

[4] Eksperimentalnaia optica - V. V. Lebedeva (*Izdatelstvo Moscovskogo Universiteta 1994*) (em russo).

[5] Óptica básica - Daniel Malacara (*Secretaría de Educacion Pública, Fondo de Cultura Economica México1989*).

[6] Espectrômetro Óptico para Estudo de Perfis de Linhas Espectrais - José Alberto C. L. Ribeiro (*Dissertação de Mestrado*).