

Universidade de São Paulo  
Instituto de Física

O Campo Magnético  
de um Limitador Ergódico

Carlos José Amado Pires

Dissertação de Mestrado apresentada  
ao Instituto de Física da Universidade  
de São Paulo para a obtenção do título  
de Mestre em Ciências.

Banca examinadora:

Profa. Dra. Mutsuko Yamamoto Kucinski - IFUSP (Orientadora) *M. Kucinski*

Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana - UFPR

Prof. Dr. Luiz Henrique Alves Monteiro - EPUSP

São Paulo

Março-2003

*Armando Corbani Ferraz*  
Prof. Armando Corbani Ferraz  
Presidente da Comissão de Pós Graduação

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: 3828  
*ex. 1*

*def. 09/05*

PG67C

M

ex. 1

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação**  
**do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Pires, Carlos José Amado

O Campo Magnético de um Limitador Ergódico.  
São Paulo, 2003.

Dissertação (Mestrado) Universidade de São Paulo  
Instituto de Física. Departamento de Física Aplicada

Orientadora: Profa. Dra. Mutsuko Yamamoto Kucinski  
Área de Concentração: Física dos Fluídos, Física de  
Plasma e Descargas Elétricas

Unitermos: 1. Tokamaks;  
2. Interação Plasma-Parede;  
3. Limitadores Magnéticos Ergódicos;  
4. Campos Magnéticos Helicoidais Ressonantes;  
5. Ilhas Magnéticas.

USP/IF/SBI-029/2003

888

ex. 1

# Agradecimentos

À minha Mãe Palmira a meus Irmãos Victor e Orquidea e demais Familiares por sempre me apoiarem.

À Professora Mutsuko por pacientemente me orientar.

Aos Amigos do curso de física Roberto, Ronaldo, Carla, Gilson, Brito, Kleiton, Edson, Jorge, Marcelo P., Sérgio, Francisco, Jarbas, Edvaldo e aos Amigos do grupo de física de plasmas Antonio, Hélder, Erich, Valdemar, Omar, Álvaro, Ruy, Eduardo, Elton e Kenya pela agradável companhia nesta contínua jornada pelo mundo da Física.

À FAPESP pelo apoio financeiro.

## Resumo

A utilização de limitadores magnéticos em Tokamaks tem mostrado diversos resultados interessantes, entre os quais, a redução de impurezas no núcleo do plasma, a estabilização da estrutura radiativa de um plasma destacado e de um modo  $(m, n) = (2, 1)$  e a obtenção de um modo H estacionário. Neste trabalho, considerando a razão de aspecto grande, escrevemos a expressão do campo magnético do limitador,  $b$ , como uma soma de modos helicoidais, para duas situações: com distribuição poloidal dos condutores do limitador, uniforme e com distribuição não uniforme. A densidade de corrente do limitador é escrita usando um sistema de coordenadas curvilíneas onde  $x^1$  é a coordenada radial, de valor constante na superfície dos condutores de corrente do limitador,  $x^3$  é o ângulo polar e  $x^2$  é escolhida de modo que a lei de enrolamento seja da forma  $x^2 = constante$ . O campo magnético é escrito em termos do potencial escalar, obtido resolvendo um problema de condições de contorno. No limite em que a largura do limitador tende a zero o campo magnético pode ser identificado com o obtido por Viana e Caldas. Seções de Poincaré do plasma, permitiram observar a formação de ilhas magnéticas. Para limitadores com condutores de corrente com distribuição poloidal uniforme ocorre a formação de apenas uma cadeia de ilhas magnéticas. Para limitadores com condutores de corrente com distribuição poloidal não uniforme ocorre a formação de várias cadeias de ilhas magnéticas. O aumento da intensidade da corrente do limitador leva à superposição de diferentes cadeias de ilhas magnéticas e à destruição de superfícies de fluxo magnético. As seções de Poincaré foram obtidas com razão de correntes  $1\% \leq I_{limitador}/I_{plasma} \leq 9\%$ .

## Abstract

The application of magnetic limiters in Tokamaks showed several interesting results, among of which, the reduction of impurities in the plasma nucleus, the stabilization of the radioactive structure of a detached plasma and a  $(m,n)=(2,1)$  mode, and the obtaining of a stationary H mode. In this work, considering the high aspect ratio, we write the expression of the limiter's magnetic field,  $\mathbf{b}$ , as a sum of helical modes, for two situations: with equally spaced conductors of the limiter and with not equally spaced conductors. The limiter's current is written in a system of curvilinear coordinates where  $x^1$  is the radial coordinate, of constant value in the surface of the limiter current conductors,  $x^3$  is the polar angle and  $x^2$  is chosen so that winding law is of the form  $x^2 = \text{constante}$ . The magnetic field is written in terms of the scalar potential and the boundary conditions problem is solved. In the limit that the width of the limiter vanishes the magnetic field can be identified with the obtained by Viana and Caldas. Poincaré sections of the plasma, allowed to observe the formation of magnetic islands. For limiters with current conductors equally spaced happens the formation of just a chain of magnetic islands. For limiters with current conductors not equally spaced happens the formation of several chains of magnetic islands. The increase of the limiter current intensity takes the overlap of different chains of magnetic islands and the destruction of magnetic flux surfaces. Poincaré sections were obtained with current ratio  $1\% \leq I_{\text{limiter}}/I_{\text{plasma}} \leq 9\%$ .

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>A Fusão Termonuclear</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Tokamaks: Considerações Gerais</b>	<b>7</b>
3.1	Tokamaks . . . . .	7
3.2	O Modelo Magnetoidrodinâmico Ideal . . . . .	8
3.3	Superfícies de Fluxo Magnético . . . . .	10
3.4	O Fator de Segurança ( $q$ ) . . . . .	12
3.5	O parâmetro $\beta$ . . . . .	13
3.6	Equilíbrio Magnetostático . . . . .	13
3.7	Efeito de um Campo Magnético Perturbativo . . . . .	16
3.8	A Ação do Campo Magnético sobre o Plasma e seu Efeito Estabilizador . . . . .	18
3.9	A Origem das Instabilidades MHD . . . . .	19
3.10	Descrição de Algumas Instabilidades . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Controle da Interação Plasma-Parede</b>	<b>24</b>
4.1	O Limitador Material e a Extensão Radial do Plasma . . . . .	24
4.2	Desviadores . . . . .	25
4.3	Limitadores Magnéticos . . . . .	26
4.4	Alguns Resultados Obtidos com Limitadores Magnéticos . . . . .	29
<b>5</b>	<b>Modelos para o Limitador Magnético</b>	<b>38</b>
5.1	O Modelo de Martin e Taylor . . . . .	40
5.2	O Modelo de Viana e Caldas . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Determinação do Campo Magnético do Limitador</b>	<b>46</b>
6.1	Representação dos Condutores do Limitador Magnético . . . . .	46
6.2	Densidade Superficial de Corrente dos Condutores do Limitador . . . . .	50
6.3	Condições de Contorno para o Campo Magnético do Limitador . . . . .	53
6.4	Potencial Escalar do Campo Magnético do Limitador . . . . .	54
6.5	Campo Magnético na Região Interna ( $r < r_L$ ) . . . . .	55
6.5.1	Componente Radial do Campo Magnético . . . . .	55
6.6	Interpretação das Parcelas de $b_r(r, \theta, z)$ . . . . .	58
6.6.1	Campo Magnético dos Condutores de Comprimento Infinito . . . . .	58
6.6.2	Campo Magnético de uma Espira . . . . .	60
6.6.3	Comparação com o Modelo de Viana e Caldas . . . . .	62
6.7	Componentes do Campo Magnético com 2 Condutores Superpostos . . . . .	64
6.8	Componentes do Campo Magnético com 2 Condutores Superpostos e Distribuição Poloidal não Uniforme . . . . .	65
6.9	Parâmetros do Tokamak TCABR . . . . .	67

6.10 Superposição dos Campos Magnéticos de Equilíbrio e Perturbativo . . . . .	68
<b>7 Conclusões</b>	<b>75</b>
<b>A ELMs e Plasmas Destacados</b>	<b>76</b>
A.1 Edge Localized Modes (ELMs) . . . . .	76
A.2 Plasmas Destacados (Detached Plasmas) . . . . .	76
<b>B Sistemas de Coordenadas Curvilíneas</b>	<b>77</b>
B.1 Coordenadas Curvilíneas . . . . .	77
B.2 Bases Covariantes e Bases Contravariantes . . . . .	77
<b>C Determinação das constantes <math>\{[A_{\nu,\tau}]_i^e, \dots, [G^i_{\nu,\tau}]_i^e\}</math></b>	<b>78</b>

# 1 Introdução

A pesquisa e o desenvolvimento de Tokamaks objetivam a realização e controle do processo de fusão termonuclear como fonte de energia.

As reações termonucleares são obtidas com plasmas a altas temperaturas [1]. Logo surge, então, a questão do controle da interação do plasma com as paredes da câmara de vácuo em que o mesmo é mantido. Stangeby [12], descreve a essência do problema a enfrentar: “*O primeiro e o quarto estado da matéria não coexistem facilmente. O plasma corroe os sólidos e o material corroído entra no plasma, degradando as propriedades desejadas.*”

Na tentativa de evitar o contato do plasma com as superfícies sólidas da câmara de vácuo e dos dispositivos existentes no interior da mesma, utilizam-se campos magnéticos para confiná-lo e mantê-lo em razoável equilíbrio, embora sujeito a vários tipos de instabilidades, que podem até levar à destruição abrupta do mesmo [1].

O controle da interação plasma-parede e a prevenção e controle das instabilidades do plasma são duas áreas de pesquisa em fusão termonuclear às quais este trabalho está relacionado.

Para que a interação plasma-parede seja controlada, esta é realizada com superfícies sólidas especificamente projetadas para tal fim, procurando evitar que sejam danificadas gerando impurezas que contaminem o plasma.

Algumas das propostas para solucionar este problema implicam em gerar duas regiões de plasma com características diferentes. A região central onde ocorre a fusão termonuclear e a região externa que interage com as superfícies sólidas em que as impurezas podem ser geradas.

O dispositivo mais simples utilizado para este fim é o limitador material [11, 12]. Neste dispositivo a interação plasma-limitador material ocorre em uma pequena superfície do mesmo, na qual incide boa parte do fluxo de energia e partículas oriundo do plasma. À medida que os parâmetros dos Tokamaks se aproximam dos parâmetros de um reator termonuclear, estes fluxos tornam-se maiores e ultrapassam os limites permissíveis para um limitador material, tornando inviável a sua aplicação.

Outra proposta é utilizar desviadores (divertors). Nestes a interação com o plasma ocorre nas placas do desviador (divertor targets) em uma região afastada em relação ao centro da coluna de plasma. Para isso, o campo magnético da região externa do plasma é desviado até às placas do desviador [11, 12]. Para que ocorra o desvio do campo magnético são utilizadas correntes da ordem de grandeza da corrente de plasma.

Este trabalho está relacionado com uma terceira possibilidade, que é aumentar a superfície de interação plasma-parede utilizando um limitador magnético.

Karger e Lackner [13], propuseram a utilização de um desviador helicoidal ressonante no qual as correntes utilizadas para desviar o campo magnético eram cerca de duas ordens de grandeza inferiores à corrente de plasma. O problema era que todos os componentes do desviador (placas e condutores) possuíam simetria helicoidal, que não era adequada por dificultar a utilização de outros dispositivos, como os de aquecimento suplementar do plasma

e os de diagnóstico.

Este inconveniente pode ser evitado utilizando-se um conjunto de limitadores magnéticos, de pequena largura e deslocados poloidalmente entre si, para simular o efeito de um enrolamento helicoidal contínuo em torno do plasma. Este tipo de configuração foi utilizada nos Tokamaks TEXT [28] e TBR-1 [26, 27]

Com o limitador magnético as superfícies magnéticas da região mais externa do plasma são destruídas e as linhas de campo magnético passam a apresentar dinâmica caótica, conectando-se às paredes da câmara de vácuo e do limitador material [18, 19].

Este comportamento ocorre devido à atuação do campo magnético perturbativo do limitador, ressonante com o campo magnético de equilíbrio da borda do plasma. A criação das linhas de campo magnético caóticas tem como objetivo aumentar a difusão radial de energia e de partículas da borda do plasma além de reduzir a temperatura e manter a densidade da mesma elevada [18, 19, 20, 21, 22].

A redução da temperatura minimiza a geração de impurezas na interação plasma-parede e aumenta a emissão radiativa das mesmas distribuindo a energia para as paredes de forma mais uniforme. O densidade elevada aumenta a probabilidade das impurezas serem ionizadas na borda e reconduzidas à parede evitando a contaminação e o esfriamento do centro do plasma.

Limitadores magnéticos foram utilizados em alguns Tokamaks. Foi constatada uma forte influência dos mesmos sobre as impurezas, a temperatura e densidade dos elétrons, o potencial da borda do plasma, a estabilidade, além de outros efeitos que serão relacionados a seguir.

A temperatura do centro do plasma permaneceu inalterada enquanto a da borda foi reduzida no TORE-SUPRA [23] e no TEXT [28]. A densidade de elétrons foi reduzida no centro e na borda do plasma do TEXT [23]. Na borda do plasma do HYBTOK-II [25], ocorreu a redução da temperatura dos elétrons onde a densidade dos mesmos aumentava. Por outro lado, verificaram também a existência de regiões, da borda do plasma, em que a densidade de elétrons foi reduzida e a temperatura permaneceu praticamente inalterada.

O potencial da borda do plasma apresentou grande variação no TEXT [30].

Na borda do plasma, ocorreu o aumento da intensidade da emissão  $H_\alpha$  no TEXT [24], e  $D_\alpha$  no TORE-SUPRA [23], mas para o HYBTOK-II [25] o aumento da emissão  $H_\alpha$  ocorreu tanto no centro quanto na borda.

Aumento da tolerância a impurezas foi observado no TEXT [36].

No TORE-SUPRA foi obtida a estabilização simultânea de um plasma destacado e de um modo  $(m, n) = (2, 1)$  [35].

No JFT-2M [31], um limitador magnético que produzia campos magnéticos erráticos, podia inibir a transição para o modo H (modo de operação em que são formadas barreiras de transporte caracterizadas por elevados gradientes de densidade e temperatura na periferia da coluna de plasma com melhoria do confinamento), ou elevar a potência auxiliar de aquecimento necessária para a obtenção do mesmo. Por outro lado, utilizando um limitador magnético ressonante com a borda do plasma, obtiveram um modo H estacionário com frequentes Edge Localized Modes (ELMs), neste mesmo Tokamak [34].

No TEXT, amplitudes elevadas da perturbação desencadeavam disrupturas [37].

A potência irradiada pelo plasma era poloidalmente assimétrica no TORE SUPRA [23], e no TEXT [29] o fluxo térmico apresentava uma estrutura que se repetia poloidalmente.

O TEXT [24], apresentou redução no tempo de confinamento global das partículas ( $\approx 30\%$ ), redução na emissão iônica do centro do plasma e aumento da emissão iônica da borda do plasma para correntes do limitador bem definidas,  $|I_h| = 4kA$ .

No TORE SUPRA, a emissão de impurezas do centro do plasma aumentou enquanto na borda do plasma ocorreu redução [23].

No HYBTOK-II, ocorreu o aumento das intensidades da radiação das linhas de impurezas leves, inclusive no núcleo do plasma [25].

A emissão de impurezas em função da amplitude da perturbação apresentou comportamentos distintos em diferentes Tokamaks. No TORE-SUPRA [23] a emissão central aumentava continuamente com a perturbação, no TEXT [24] aumentava pronunciadamente para valores particulares da perturbação, e no HYBTOK-II [25] a intensidade das linhas atômicas aumentou enquanto a das linhas iônicas diminuiu.

No TORE SUPRA através da injeção de impurezas (nitrogênio) no plasma, com o limitador ativado, foi constatado que o limitador reduzia a penetração das mesmas para a região central do plasma, mas se o limitador magnético fosse ativado após a injeção das impurezas estas não eram afetadas [23].

O coeficiente de difusividade térmica, na borda do plasma, aumentava no TEXT [28].

O campo magnético de limitadores devido a condutores de corrente, com largura toroidal finita e distribuição poloidal dos condutores uniforme, foi obtido analiticamente de diferentes maneiras.

Martin e Taylor utilizaram um modelo plano, com uma distribuição plana de corrente senoidal [38]. Viana e Caldas desenvolveram um modelo de limitador impulsivo em aproximação cilíndrica [8, 39]. Outras variantes do modelo de Viana e Caldas foram desenvolvidas por Pereira e Viana [40, 41] com mapa de pulso quadrado e por Ullmann e Caldas [41, 42, 43] com mapa simplético.

Silva e Caldas [27, 46, 47, 48], utilizaram um modelo impulsivo, para um limitador com distribuição poloidal dos condutores do limitador, não uniforme, obtido diretamente em coordenadas polares toroidais.

Abdullaev e Finken [45], utilizaram um modelo cilíndrico com correção toroidal, para um limitador magnético com largura poloidal limitada, comprimento toroidal igual ao da câmara do Tokamak e corrente dependente do tempo.

Neste trabalho calculamos o campo magnético do limitador usando o método de condições de contorno para um potencial escalar desenvolvido por Kucinski [51].

Os capítulos 2 a 5 são de revisão.

O capítulo 2 trata da fusão termonuclear.

No capítulo 3, descrevemos o Tokamak e apresentamos alguns conceitos sobre o equilíbrio, estabilidade e as consequências da atuação de campos magnéticos perturbativos ressonantes com o campo magnético de equilíbrio do plasma que são utilizados nos capítulos seguintes.

O capítulo 4, trata da interação plasma-parede. É feita uma descrição da atuação dos

diferentes dispositivos utilizados no controle da interação plasma-parede. Para isso é feita uma breve descrição do limitador material, do limitador magnético e do desviador. Como nosso trabalho está relacionado com o limitador magnético são apresentados alguns dos resultados obtidos com esse tipo de dispositivo em alguns Tokamaks.

No capítulo 5, apresentamos alguns modelos analíticos para limitadores magnéticos encontrados na literatura.

No capítulo 6, determinamos o campo magnético de um limitador, procurando modelar os condutores de corrente de forma realista. O resultado é comparado com o obtido por Viana e Caldas.

Considerando a aproximação cilíndrica, são superpostos os campos magnéticos de equilíbrio do plasma e perturbativo do limitador magnético. São obtidas seções de Poincaré para observar a estrutura das linhas de campo magnético resultantes da superposição.

No capítulo 7, apresentamos as conclusões.

## 2 A Fusão Termonuclear

Na fusão de dois núcleos de baixo número atômico, como por exemplo, o deutério e o trítio, ocorre liberação de energia. Este fato abre a possibilidade de utilização do processo de fusão nuclear como uma futura fonte de energia.

Na fusão, os dois reagentes possuem cargas positivas. Para que a reação ocorra é necessário superar a força elétrica de repulsão. A probabilidade de que a fusão ocorra aumenta com a temperatura. Para temperaturas da ordem de  $10keV$ , a reação já ocorre [1]. A esta temperatura, os átomos encontram-se totalmente ionizados.

Este processo foi denominado de fusão termonuclear.

Os gases ionizados, utilizados em fusão termonuclear são denominados de plasmas. Os plasmas são macroscopicamente neutros e formados por elétrons, íons e partículas neutras.

Em um plasma, cada carga elétrica só interage significativamente com as cargas de uma região esférica, de raio  $\lambda_D$ , que a envolve. Este raio, denominado de comprimento de Debye, é dado por [2]

$$\lambda_D = \left( \frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e e^2} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

sendo que,  $k$  é a constante de Boltzmann,  $e$ ,  $T_e$  e  $n_e$  são respectivamente, a carga, a temperatura e a densidade de elétrons. Dentro desta esfera a condição de neutralidade do plasma pode ser violada e externamente a esta tem-se neutralidade macroscópica, ocorre a blindagem da carga elétrica [2].

A dimensão característica do plasma,  $L$ , deve satisfazer a condição

$$L \gg \lambda_D, \quad (2)$$

para que haja espaço suficiente para a formação da blindagem.

A blindagem só ocorrerá se o número de partículas na esfera for suficientemente grande de maneira a satisfazer a condição

$$n_e \lambda_D^3 \gg 1. \quad (3)$$

A estabilidade da condição macroscópica de neutralidade de um plasma em equilíbrio, e submetido a uma perturbação, é garantida por oscilações de alta frequência dos elétrons em torno das posições dos íons. Sendo a oscilação de alta frequência, o plasma mantém, em média a neutralidade macroscópica. A frequência de oscilação dos elétrons, denominada de frequência de plasma,  $\omega_{pe}$ , é dada por [2]

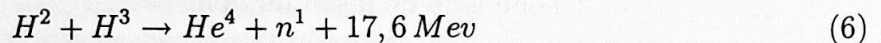
$$\omega_{pe} = \left( \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

sendo  $m_e$  a massa do elétron.

As colisões de elétrons com partículas neutras tendem a amortecer estas oscilações. O amortecimento deve ser pequeno para não alterar a condição de neutralidade macroscópica. Portanto, é necessário que a frequência de colisões entre elétrons e partículas neutras,  $\nu_{en}$ , seja menor que a frequência de oscilação dos elétrons. Se o tempo médio entre colisões for  $\tau = 1/\nu_{en}$ , então pode-se escrever

$$\omega_{pe} \tau > 1. \quad (5)$$

A reação que se pretende utilizar em fusão termonuclear é a de deutério ( $H^2$ ) com trítio ( $H^3$ ):



A maior parte da energia cinética dos produtos da reação, 14,1 Mev, é do nêutron ( $n^1$ ), e os restantes 3,5 Mev, são do núcleo de hélio ( $He^4$ ) [1].

Para um plasma composto por 50% de deutério e 50% de trítio, o critério de Lawson estabelece que o produto entre a densidade iônica,  $n$ , e o tempo de confinamento de energia,  $\tau_E$ , deve satisfazer a desigualdade [1]

$$n \tau_E > 6 \times 10^{19} (m^{-3}s). \quad (7)$$

Este critério implica em um modo particular de funcionamento do reator termonuclear, em que a energia total oriunda do plasma é convertida em energia elétrica, da qual uma parte é utilizada para gerar a energia para aquecimento do próprio plasma. A energia para aquecimento é igual às perdas de energia do plasma e a energia total oriunda do plasma é no mínimo 3 vezes maior que a de aquecimento [1].

Outro modo de funcionamento do reator, considera que a energia cinética dos nêutrons é transformada em energia elétrica, enquanto a energia cinética dos núcleos de hélio é utilizada para aquecer o plasma e manter a reação. Para isso, a temperatura do plasma é aumentada utilizando fontes externas de aquecimento, até atingir uma temperatura na qual a energia cinética dos núcleos de hélio iguala as perdas de energia e a fonte de aquecimento externo pode ser desligada. Esta é chamada de temperatura ou condição de ignição do plasma [1].

Se a condição de ignição for satisfeita, então, o produto entre a densidade,  $n$ , e o tempo de confinamento de energia,  $\tau_E$ , deve satisfazer a desigualdade [1]

$$n \tau_E > 1,5 \times 10^{20} (m^{-3}s). \quad (8)$$

### 3 Tokamaks: Considerações Gerais

Um dos equipamentos utilizados para pesquisas em fusão termonuclear é o Tokamak.

Nosso trabalho está diretamente relacionado com a perturbação do campo magnético de equilíbrio de um Tokamak. A perturbação deve ser localizada na borda do mesmo e não deve desestabilizar o equilíbrio existente. Por estes motivos, neste capítulo, descrevemos o Tokamak sob o ponto de vista dos campos magnéticos utilizados para confinamento do plasma. Apresentamos alguns conceitos sobre o equilíbrio e estabilidade do plasma e descrevemos algumas das instabilidades existentes. Apresentamos também, algumas das consequências da atuação de campos magnéticos perturbativos ressonantes com o campo magnético de equilíbrio do plasma.

#### 3.1 Tokamaks

O Tokamak, confina por meio de campos magnéticos, plasmas com geometria toroidal. Consiste de uma câmara de vácuo para contenção do plasma e um conjunto de bobinas percorridas por correntes elétricas que geram campos magnéticos, a figura (1-a) mostra um detalhe parcial de um Tokamak.

Os campos magnéticos confinam o plasma, mantendo-o em equilíbrio razoavelmente estável e minimizando a interação com as paredes da câmara de vácuo. Dessa maneira evita-se o esfriamento e a contaminação do plasma por impurezas, bem como a deterioração das paredes da câmara de confinamento. A figura (1-b) mostra a corrente de plasma e as componentes do campo magnético em uma coluna de plasma toroidal.

Quando a coluna de plasma toroidal como a mostrada na figura (2-a), de raio maior,  $R_0$ , e raio menor,  $a$ , satisfaz a condição

$$\frac{R_0}{a} \gg 1, \quad (9)$$

isto é, tem razão de aspecto grande, pode ser utilizado um modelo de plasma cilíndrico, no qual se considera um plasma de comprimento  $2\pi R_0$  e raio  $a$ , como o mostrado na figura (2-b). Neste trabalho é assumida esta aproximação. O plasma e o limitador magnético serão estudados considerando-se as coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ , sendo  $z = R_0\varphi$ .

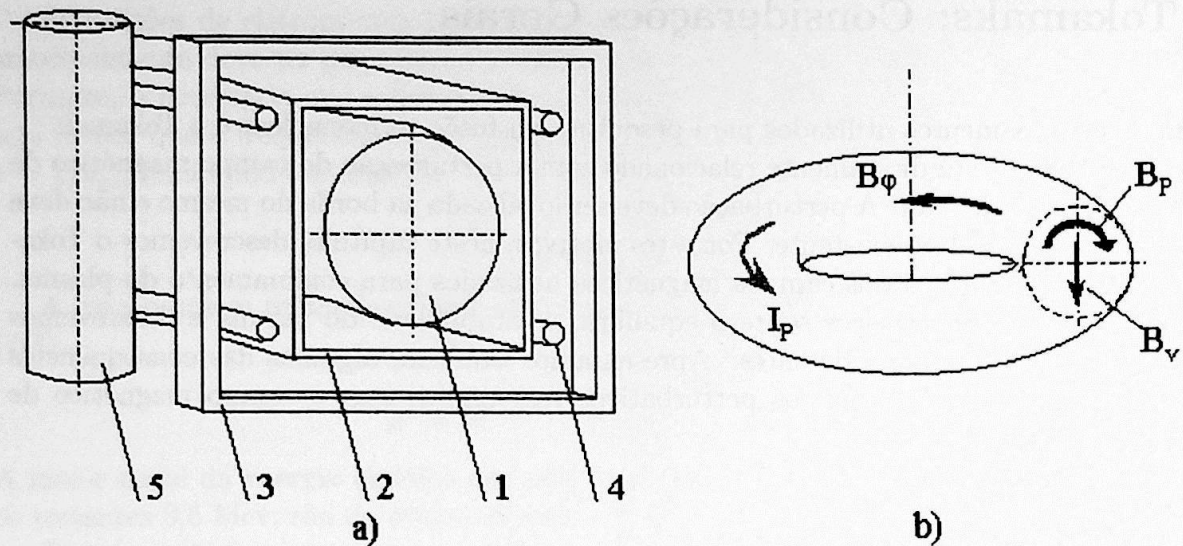


Figura 1: O Tokamak:

- a) Detalhe parcial de um Tokamak: coluna de plasma (1), parede da câmara de vácuo (2), bobina que gera o campo magnético toroidal (3), bobina que gera o campo magnético vertical (4) e transformador que gera a corrente de plasma (5).
- b) Coluna de plasma, onde  $I_p$ , é a corrente de plasma e  $B_\phi$ ,  $B_p$  e  $B_v$  são respectivamente os campos magnéticos, toroidal, poloidal e vertical

### 3.2 O Modelo Magnetoidrodinâmico Ideal

O modelo magnetoidrodinâmico ideal (MHD ideal) descreve o comportamento macroscópico de fluidos com resistividade nula em campos eletromagnéticos de baixa frequência. Os componentes do fluido (elétrons, íons e partículas neutras) não aparecem nas equações do modelo MHD.

Em fusão termonuclear, este modelo é válido principalmente para o estudo dos efeitos da geometria dos campos magnéticos sobre o equilíbrio e a estabilidade de plasmas confinados magneticamente [3].

As equações do modelo magnetoidrodinâmico ideal, são:

- a equação da conservação da massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0; \quad (10)$$

- a equação das forças por unidade de volume atuantes no plasma

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p; \quad (11)$$

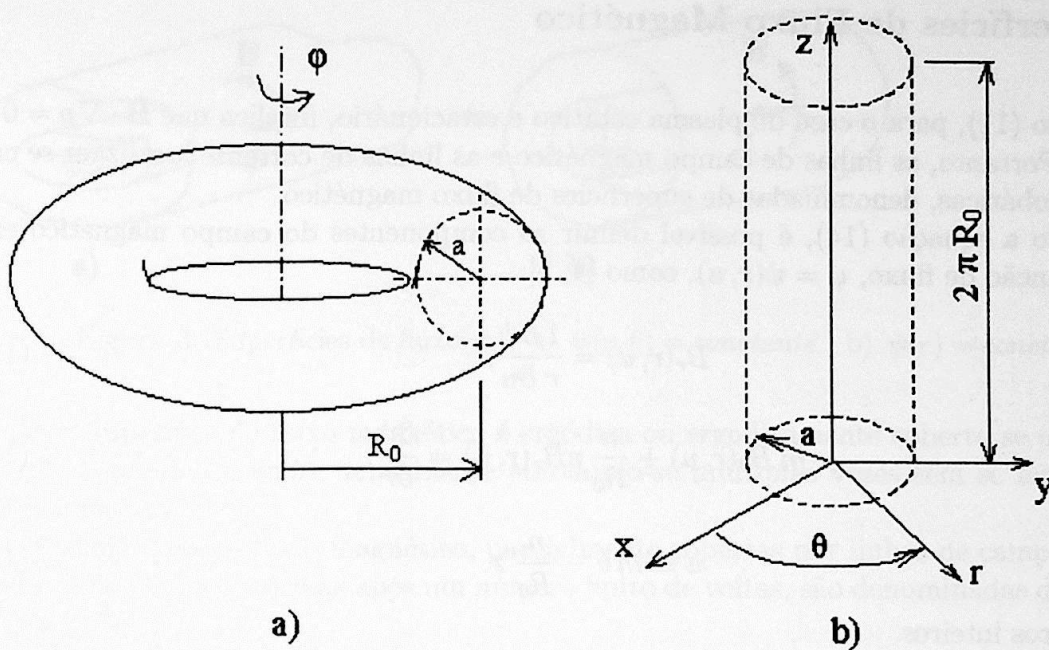


Figura 2: a) Plasma toroidal b) Plasma na aproximação cilíndrica

- a equação adiabática dos processos termodinâmicos

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0; \quad (12)$$

- a Lei de Ohm para um condutor ideal

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0; \quad (13)$$

- e as Equações de Maxwell sem corrente de deslocamento

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \quad (14)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (15)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (16)$$

Nestas equações, as variáveis eletromagnéticas são o campo magnético  $\mathbf{B}$ , o campo elétrico  $\mathbf{E}$  e a densidade de corrente  $\mathbf{J}$ . As variáveis do fluido são a densidade de massa  $\rho$ , a velocidade média  $\mathbf{v}$ , e a pressão escalar  $p$ . A razão de calores específicos é  $\gamma = 5/3$  e  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$  é a derivada convectiva.

### 3.3 Superfícies de Fluxo Magnético

A equação (11), para o caso de plasma estático e estacionário, implica que  $\mathbf{B} \cdot \nabla p = 0$  e  $\mathbf{J} \cdot \nabla p = 0$ . Portanto, as linhas de campo magnético e as linhas de corrente localizam-se em superfícies isobáricas, denominadas de superfícies de fluxo magnético.

Utilizando a equação (14), é possível definir as componentes do campo magnético em termos da função de fluxo,  $\psi = \psi(r, u)$ , como [4, 5]:

$$B_r(r, u) = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial u}, \quad (17)$$

$$-m B_\theta(r, u) + \frac{n}{R_0} r B_z(r, u) = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (18)$$

sendo

$$u \equiv m \theta - \frac{n}{R_0} z \quad (19)$$

e  $m, n$  números inteiros.

Substituindo as componentes do campo magnético, escritas em termos do potencial vetor  $\mathbf{A}$ , definido como  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ , na equação (18), obtém-se que

$$\psi(r, u) = m A_z(r, u) + \frac{n}{R_0} r A_\theta(r, u). \quad (20)$$

Como  $\mathbf{B} \cdot \nabla \psi = 0$ , então as linhas de campo magnético localizam-se nas superfícies definidas por  $\psi(r, u) = \text{constante}$ , que devem ser superfícies isobáricas do plasma.

Em coordenadas cilíndricas podem-se definir superfícies de fluxo magnético associadas às simetrias [4]:

- translacional, quando  $A_z$  é invariante por uma translação em  $z$ ,

$$\psi(r, \theta) = A_z(r, \theta) = \text{constante}; \quad (21)$$

- axial, quando  $A_\theta$  é invariante por rotação em torno do eixo  $z$ ,

$$\psi(r, z) = r A_\theta(r, z) = \text{constante}; \quad (22)$$

- helicoidal, quando

$$\psi(r, u) = m A_z(r, u) + \frac{n}{R_0} r A_\theta(r, u) = \text{constante}. \quad (23)$$

As superfícies de fluxo magnético formam um conjunto de superfícies encaixadas como as mostradas, na figura (3-a) para  $\psi = \psi(r, \theta)$  e na figura (3-b) para  $\psi = \psi(r)$ .

A superfície de fluxo magnético limite, que tende a uma linha, é denominada de eixo magnético.

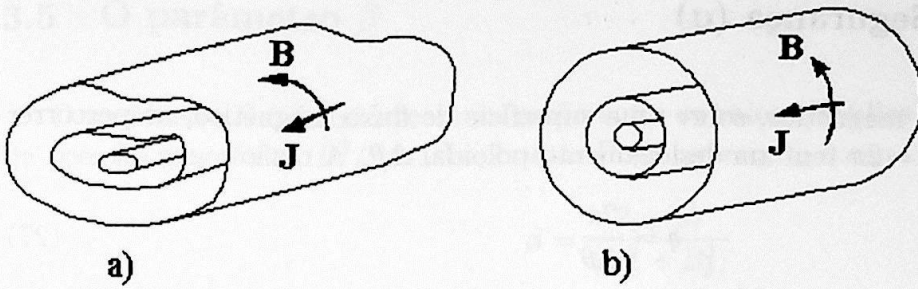


Figura 3: Superfícies de fluxo  $\psi$ : a)  $\psi(r, \theta) = \text{constante}$  b)  $\psi(r) = \text{constante}$

Uma superfície de fluxo magnético é ergódica ou ergodicamente coberta se uma linha de campo magnético a cobre densamente enrolando-se múltiplas vezes sem se fechar sobre si mesma [6].

As superfícies de fluxo magnético, parcialmente cobertas por linhas de campo magnético que se fecham em si mesmas após um número finito de voltas, são denominadas de superfícies racionais [6].

Além da função de fluxo, podemos também definir os fluxos toroidal e poloidal.

O fluxo poloidal,  $\psi_\theta$ , do campo magnético, através de uma superfície  $S_{pol}$ , definida pela coordenada angular  $\theta = \text{constante}$  e que se estende, do eixo magnético até uma superfície de fluxo, é dado por [6]

$$\psi_\theta = \int_{S_{pol}} dS \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}, \quad (24)$$

sendo  $\mathbf{n} = \nabla\theta / |\nabla\theta|$  o vetor unitário normal à superfície. A relação entre a função de fluxo magnético e o fluxo poloidal é:

$$\psi_\theta = 2\pi \psi(r, \theta). \quad (25)$$

O fluxo toroidal  $\psi_\varphi$ , do campo magnético, através de uma superfície  $S_{tor}$ , definida pela coordenada angular  $\varphi = \text{constante}$  e cuja borda seja limitada por uma superfície de fluxo, é dado por [6]

$$\psi_\varphi = \int_{S_{tor}} dS \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}, \quad (26)$$

sendo  $\mathbf{n} = \nabla\varphi / |\nabla\varphi|$  o vetor unitário na direção toroidal.

### 3.4 O Fator de Segurança ( $q$ )

Uma linha de campo magnético, sobre uma superfície de fluxo magnético, ao percorrer um circuito toroidal  $\Delta\phi = 2\pi$  tem um deslocamento poloidal  $\Delta\theta$ . A razão

$$q = \frac{2\pi}{\Delta\theta} \quad (27)$$

é denominada de fator de segurança [7]. Assim, se a superfície de fluxo magnético for racional a linha de campo magnético irá se fechar sobre si mesma após  $m$  voltas toroidais e  $n$  voltas poloidais e o fator de segurança será

$$q = \frac{m}{n}. \quad (28)$$

Por exemplo, se  $\Delta\theta = \pi$  em uma volta toroidal e se a linha de campo magnético se fechar sobre si mesma após a segunda volta toroidal, então a superfície de fluxo magnético é racional com  $q = 2$  ( $m = 2, n = 1$ ). O fator de segurança é uma medida da forma como a linha de campo magnético se "enrola" sobre uma superfície de fluxo magnético.

A equação das linhas de campo magnético

$$\mathbf{B} \times d\mathbf{l} = 0 \quad (29)$$

onde  $d\mathbf{l}$  é o elemento infinitesimal de comprimento ao longo da linha de campo magnético, para um toróide de raio maior  $R_0$  e raio menor  $r$  implica que

$$\frac{B_z}{R_0 d\varphi} = \frac{B_\theta}{r d\theta} \quad (30)$$

e neste caso

$$q = \frac{2\pi}{\Delta\theta} = \frac{B_z r}{B_\theta R_0}. \quad (31)$$

O fator de segurança também pode ser definido em função dos fluxos toroidal e poloidal. Considerando um toróide de raios  $R_0$  e  $r$  e os incrementos de fluxo entre duas superfícies de fluxo magnético, para um incremento  $dr$  em  $r$ , temos que [7]

$$d\psi_\varphi = 2\pi r B_z dr, \quad (32)$$

$$d\psi_\theta = 2\pi R_0 B_\theta dr \quad (33)$$

e resulta então

$$q = \frac{d\psi_\varphi}{d\psi_\theta}. \quad (34)$$

### 3.5 O parâmetro $\beta$

O parâmetro  $\beta$  é definido como a razão entre os valores médios da pressão cinética,  $p$ , e da pressão magnética,  $B^2/2\mu_0$ , do plasma. Pode ser escrito como

$$\beta = \frac{2\mu_0 \langle p \rangle}{\langle B_\varphi^2 + B_\theta^2 \rangle} \quad (35)$$

onde  $\langle \rangle$  significa a média calculada no volume do plasma [3].

Se no denominador considerarmos apenas uma das componentes do campo ( $B_\theta$  ou  $B_\varphi$ ), então outras medidas de  $\beta$ , tais como o  $\beta_\theta$  (beta poloidal) e o  $\beta_\varphi$  (beta toroidal) serão obtidas.

Normalmente,  $\langle B_\varphi^2 \rangle$  é substituído por  $B_{\varphi 0}^2$  que é campo magnético toroidal em  $R_0$  e  $\langle B_\theta^2 \rangle$  é substituído por  $B_\theta^2(a)$  que é o campo poloidal no raio menor da coluna de plasma, pois em Tokamaks  $\langle B_\varphi^2 \rangle \simeq B_{\varphi 0}^2$  e  $\langle B_\theta^2 \rangle \simeq B_\theta^2(a)$ .

É desejável obter valores elevados para  $\beta$ , mas este é limitado pela pressão máxima admissível, por questões de estabilidade do plasma. Como a pressão está relacionada à densidade do plasma, então  $\beta$  também impõe condições semelhantes às do critério de Lawson. Segundo [3], vale que

$$\beta \tau_E > \frac{2,3}{B^2} (s). \quad (36)$$

### 3.6 Equilíbrio Magnetostático

Para o equilíbrio estático e estacionário a equação (11) fica reduzida a

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \nabla p. \quad (37)$$

O equilíbrio ocorre devido à igualdade entre a força expansiva devida à pressão cinética e a força magnética resultante dos campos magnéticos de confinamento e da corrente de plasma.

Considerando que as grandezas físicas não dependem da coordenada  $z$ , pode-se obter a partir da equação (37) uma equação diferencial para a função de fluxo magnético,  $\psi = \psi(r, \theta)$ . Para esta função de fluxo magnético, temos que

$$B_r(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad -B_\theta(r, \theta) = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (38)$$

e o campo magnético total pode ser escrito como

$$\mathbf{B} = \nabla \psi \times \mathbf{e}_z + B_z \mathbf{e}_z. \quad (39)$$

Substituindo (39) em (16), resulta que

$$-\mathbf{e}_z \nabla^2 \psi + \nabla B_z \times \mathbf{e}_z = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (40)$$

Utilizando (39) em  $\mathbf{B} \cdot \nabla p = 0$  resulta que

$$\mathbf{e}_z \cdot \nabla \psi \times \nabla p = 0 \quad (41)$$

e portanto

$$p = p(\psi). \quad (42)$$

Utilizando (40) em  $\mathbf{J} \cdot \nabla p = 0$  resulta que

$$\mathbf{e}_z \cdot \nabla \psi \times \nabla B_z = 0 \quad (43)$$

e portanto

$$B_z = B_z(\psi). \quad (44)$$

Substituindo (39) e (40) em (37) e utilizando (42) e (44), resulta que

$$\mu_0 \frac{dp}{d\psi} \nabla \psi = - \left( \nabla^2 \psi + B_z \frac{dB_z}{d\psi} \right) \nabla \psi. \quad (45)$$

Calculando o produto escalar de  $\nabla \psi$  com (45), resulta a equação diferencial:

$$\nabla^2 \psi = -\mu_0 \frac{dp}{d\psi} - B_z \frac{dB_z}{d\psi} \quad (46)$$

Vamos considerar um plasma em equilíbrio submetido a um campo magnético uniforme,  $B_0 \mathbf{e}_z$ , e uma densidade de corrente,  $J_z(r) \mathbf{e}_z$ , que origina o campo magnético poloidal,  $B_\theta(r) \mathbf{e}_\theta$ . As linhas do campo magnético resultantes são hélices em superfícies de fluxo magnético cilíndricas.

A lei de Ampère implica que

$$J_z = \frac{1}{\mu_0 r} \frac{d(r B_\theta)}{dr}. \quad (47)$$

Das equações (37) e (47), obtem-se que

$$J_z B_\theta = -\frac{dp}{dr}. \quad (48)$$

Das equações (47) e (48) resulta a condição de equilíbrio

$$\frac{d}{dr} \left( p + \frac{B_\theta^2}{2\mu_0} \right) + \frac{B_\theta^2}{\mu_0 r} = 0. \quad (49)$$

A equação (49) depende dos perfis de pressão e de densidade de corrente. Se um dos perfis for especificado, o outro ficará determinado.

Vamos considerar o perfil de densidade de corrente

$$J_z(r) = J_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right)^\gamma, \quad (50)$$

sendo,  $J_0 = J_z(0)$  e  $\gamma$  um parâmetro que pode ser correlacionado com os limites impostos pelo modelo MHD, para que se evitem instabilidades [1, 8].

Integrando a densidade de corrente na seção do plasma obtém-se que

$$J_0 = \frac{I_p}{\pi a^2} (\gamma + 1), \quad (51)$$

sendo  $I_p$  a corrente de plasma.

Da Lei de Ampère com o perfil de corrente (50), obtém-se o campo magnético poloidal

$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0 I_p}{2\pi r} \frac{1}{r} \left( 1 - \left( 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right)^{\gamma+1} \right). \quad (52)$$

O fator de segurança dado pela equação (31), para o perfil de densidade de corrente (50), resulta

$$q(r) = \frac{2\pi B_0}{\mu_0 R_0 I_p} r^2 \left( 1 - \left( 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right)^{\gamma+1} \right)^{-1}, \quad (53)$$

cujo valor limite no eixo magnético é

$$q(0) = \frac{q(a)}{(\gamma + 1)}. \quad (54)$$

As instabilidades em tokamaks impõem limites em  $q(r)$ . As instabilidades de dobra podem ser evitadas se a condição  $q(a) > 1$  for satisfeita. Um modo de ruptura surge no centro do plasma se  $q(0) < 1$ . Considerando estas condições e a equação (54), obtém-se um valor limite para  $\gamma$ , dado por

$$\gamma < q(a) - 1. \quad (55)$$

### 3.7 Efeito de um Campo Magnético Perturbativo

Ao campo magnético de equilíbrio,  $\mathbf{B} = B_\theta(r) \mathbf{e}_\theta + B_0 \mathbf{e}_z$ , de uma coluna de plasma com superfícies de fluxo magnético dadas por  $\psi_0(r) = \text{constante}$ , será superposto um campo magnético perturbativo

$$\mathbf{b}(r, u) = b_{m,n}(r) \text{sen}(u) \mathbf{e}_r. \quad (56)$$

Com a perturbação, a função de fluxo magnético passa a apresentar simetria helicoidal. Utilizando a equação (17), obtém-se que a função de fluxo  $\psi_1(r, u)$  associada ao campo magnético perturbativo é

$$\psi_1(r, u) = -r b_{m,n}(r) \cos(u) \quad (57)$$

e a função de fluxo magnético correspondente à superposição dos campos magnéticos é

$$\psi(r, u) = \psi_0(r) + \psi_1(r, u) \quad (58)$$

Na superfície de fluxo magnético com  $r = r_s$ , em que os campos magnéticos de equilíbrio e perturbativo forem ressonantes, serão produzidas  $m$  ilhas magnéticas [4]. Este efeito está ilustrado na figura (4-a), que corresponde às superfícies de fluxo magnético da figura (3-b) perturbadas por um campo magnético com modo  $(m, n) = (4, 1)$ .

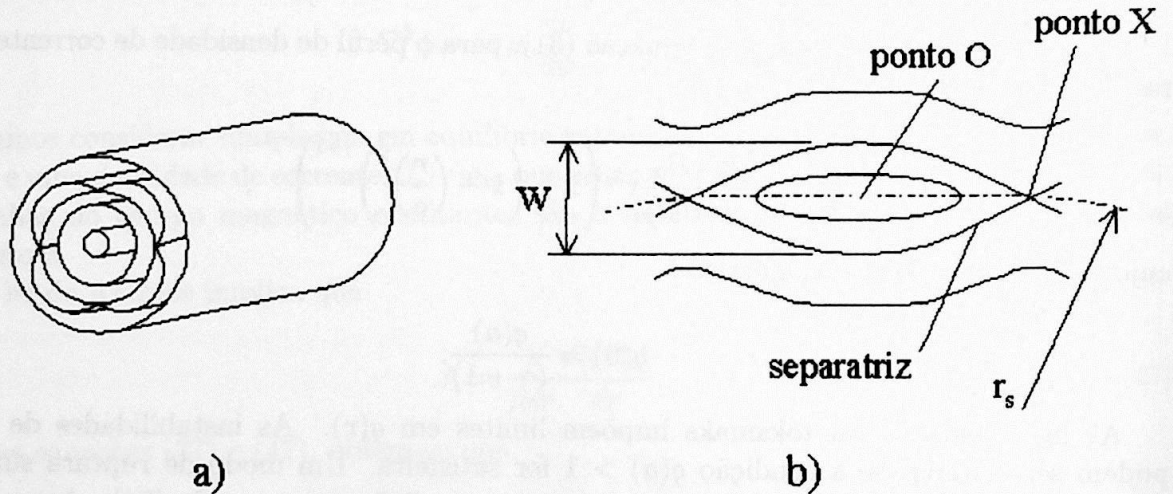


Figura 4:

- a) Formação de ilhas magnéticas devido à atuação do campo magnético perturbativo com modo ressonante  $(m, n) = (4, 1)$ .
- b) Detalhe de uma ilha magnética.

A figura (4-b) mostra um detalhe de uma ilha magnética com largura radial máxima,  $W$ . A separatriz da ilha magnética separa regiões do plasma em que a topologia das superfícies

de fluxo magnético é distinta. Para a determinação da largura radial máxima das ilhas magnéticas, vamos analisar a função de fluxo magnético em uma seção do plasma com  $z = 0$  e  $u = m\theta$ . A função de fluxo magnético da separatriz é constante e portanto os seus valores nos pontos, O e X de uma ilha magnética, podem ser iguais

$$\psi\left(r_s + \frac{W}{2}, \frac{\pi}{m}\right) = \psi(r_s, 0) = \text{constante} \quad (59)$$

e utilizando a equação (58), obtem-se

$$\psi_0\left(r_s + \frac{W}{2}\right) + \psi_1\left(r_s + \frac{W}{2}, \frac{\pi}{m}\right) = \psi_0(r_s) + \psi_1(r_s, 0). \quad (60)$$

Escrevendo  $\psi_0(r)$  em série de potências, até segunda ordem em  $(r - r_s)$ , nas proximidades do raio da ressonância,  $r = r_s$ , e como  $\left(\frac{\partial\psi_0}{\partial r}\right)_{r=r_s} = 0$ , resulta

$$\psi_0(r) = \psi_0(r_s) + \frac{1}{2}(r - r_s)^2 \left(\frac{\partial^2\psi_0}{\partial r^2}\right)_{r=r_s}. \quad (61)$$

Calculando a equação anterior em  $r = r_s + W/2$  e substituindo o resultado na igualdade (60), resulta

$$\psi_1\left(r_s + \frac{W}{2}, \frac{\pi}{m}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{W}{2}\right)^2 \left(\frac{\partial^2\psi_0}{\partial r^2}\right)_{r=r_s} = \psi_1(r_s, 0). \quad (62)$$

Considerando que a variação de  $b_{m,n}(r)$ , na vizinhança de  $r = r_s$  é pequena, resulta

$$\psi_1(r_s, 0) \approx -\psi_1\left(r_s + \frac{W}{2}, \frac{\pi}{m}\right) = -r_s b_{m,n}(r_s). \quad (63)$$

Das equações 57, 62 e 63 resulta que

$$W = 4 \left( \left| \frac{r_s b_{m,n}(r_s)}{\left(\frac{\partial^2\psi_0}{\partial r^2}\right)_{r=r_s}} \right| \right)^{\frac{1}{2}} \quad (64)$$

ou

$$W = 4 \left( \left| \frac{R_0 b_{m,n}(r_s)}{m} \frac{q^2(r_s)}{B_0 \left(\frac{dq(r)}{dr}\right)_{r=r_s}} \right| \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (65)$$

Se o campo magnético perturbativo possuir mais de um modo ressonante, outras cadeias de ilhas magnéticas correspondentes aos modos ressonantes serão formadas [4], este efeito da perturbação está ilustrado na figura (5). Se a intensidade da perturbação,  $b_{m,n}(r_s)$ , for aumentada, estas ilhas magnéticas podem atingir larguras que permitam a superposição de ilhas correspondentes a diferentes ressonâncias, levando à destruição de superfícies de fluxo magnético e podendo originar regiões com linhas de campo magnético caóticas [4], ver figura (5).

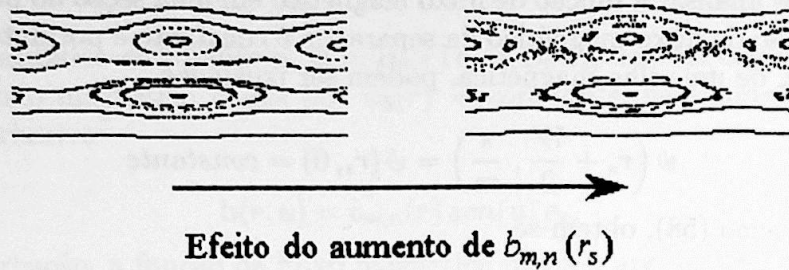


Figura 5: Superposição de ilhas magnéticas correspondentes a diferentes ressonâncias, devido ao aumento da intensidade da perturbação

As ilhas magnéticas podem surgir espontaneamente no plasma dando origem a instabilidades denominadas de modos de ruptura (tear modes), ou podem ser induzidas por campos magnéticos perturbativos, gerados por correntes externas ao plasma em condutores helicoidais ou em condutores de limitadores magnéticos.

### 3.8 A Ação do Campo Magnético sobre o Plasma e seu Efeito Estabilizador

A força magnética por unidade de volume, exercida sobre o plasma, é dada por [5, 9]

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \left( -\frac{1}{2} \nabla B^2 + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} \right). \quad (66)$$

Esta equação pode ser escrita como

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \left( B^2 \mathbf{k} - \frac{1}{2} \nabla_{\perp} B^2 \right), \quad (67)$$

sendo,  $\nabla_{\perp} = \nabla - \hat{\mathbf{B}}(\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla)$ , o operador que representa a componente do gradiente que é perpendicular a  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{k} = (\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla) \hat{\mathbf{B}}$  é o vetor de curvatura das linhas de campo magnético e  $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} / |\mathbf{B}|$  [9, 5].

O termo  $B^2 \mathbf{k} / \mu_0$  representa uma força que empurra o plasma em direção ao centro de curvatura das linhas de campo magnético. Este efeito é semelhante ao que ocorre em um elástico reto, que quando deformado por uma força transversal, reage no sentido de retornar à forma retilínea [5, 9]. O termo  $-\frac{1}{2\mu_0} \nabla_{\perp} B^2$  representa uma compressão do plasma, perpendicularmente a  $\mathbf{B}$ , no sentido oposto ao gradiente da pressão magnética [5].

Devido a estas características do campo magnético, se ocorrer uma perturbação das linhas de campo magnético e estas forem deformadas ou comprimidas, reagirão no sentido

de reduzir os efeitos da perturbação. Este é um efeito estabilizador devido às linhas de campo magnético [5, 9].

### 3.9 A Origem das Instabilidades MHD

Para compreender como surgem as instabilidades MHD, vamos considerar um plasma em equilíbrio que é submetido a uma perturbação. Se, com a perturbação a energia potencial diminuir, então o equilíbrio será instável. A variação da energia potencial,  $\delta W$ , devido à perturbação é [5, 9]

$$\delta W = \frac{1}{2} \int_{plasma} d^3r (\delta W_+ + \delta W_{\pm}), \quad (68)$$

onde,

$$\delta W_+ = \frac{1}{\mu_0} |\mathbf{B}_{\perp}^1|^2 + \mu_0 \left| \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_{\parallel}^1 - \frac{\mathbf{B}^0 \xi \cdot \nabla p^0}{|B^0|^2} \right|^2 + \gamma p^0 |\nabla \cdot \xi|^2 \quad (69)$$

e

$$\delta W_{\pm} = \frac{\mathbf{J}^0 \cdot \mathbf{B}^0}{|B^0|^2} \mathbf{B}^0 \times \xi \cdot \mathbf{B}^1 - 2 \xi \cdot \nabla p^0 \xi \cdot \mathbf{k}, \quad (70)$$

sendo que os índices 0 e 1, indicam respectivamente, grandezas de equilíbrio e perturbações de primeira ordem, os sinais  $\perp$  e  $\parallel$ , representam respectivamente, as componentes do campo magnético perturbativo,  $\mathbf{B}^1$ , perpendiculares e paralelas ao campo magnético de equilíbrio,  $\mathbf{B}^0$  e  $\xi$  é o vetor deslocamento do plasma devido à perturbação.

Os 5 termos que compõem a energia potencial podem ser interpretados fisicamente, de modo que permitem compreender a origem das instabilidades MHD.

A primeira parcela ( $\delta W_+$ ) é sempre positiva, portanto estabilizadora, o primeiro termo desta, está associado à energia magnética das ondas de Alfvén (shear Alfvén waves) que curvam as linhas de campo magnético, o segundo termo está associado à energia de compressão das ondas de Alfvén (compressional, acoustic or fast Alfvén) que comprimem as linhas de campo magnético e o terceiro termo está associado às ondas acústicas que comprimem o plasma [3, 5, 9].

A segunda parcela ( $\delta W_{\pm}$ ) pode ser positiva ou negativa podendo portanto ser fonte de instabilidades, o primeiro termo ocasiona as instabilidades de dobra (kink instabilities or current-driven instabilities) e o segundo termo as instabilidades de troca (interchange or ballooning or pressure-driven instabilities) [3, 5, 9].

Portanto, as fontes de instabilidades MHD são as correntes e os gradientes de pressão.

### 3.10 Descrição de Algumas Instabilidades

#### Modo $m=0$ ou sausage instability

Em colunas de plasma percorridas por correntes longitudinais,  $J_z(r)$ , configuração denominada de Z pinch, pode ocorrer a instabilidade linguíça (sausage instability) ou modo  $m = 0$  [9]. A corrente longitudinal gera um campo magnético poloidal  $B_\theta(r)$  que confina o plasma radialmente. A força magnética compressiva,  $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})_r = -J_z B_\theta$ , sobre os elementos de corrente, equilibra o gradiente de pressão no plasma.

A instabilidade é caracterizada pelo surgimento na coluna de plasma de uma alternância de regiões contraídas e expandidas como as mostradas na figura (6-a). A força magnética compressiva é maior nas regiões contraídas em comparação com as expandidas. À medida que esta diferença se acentua a coluna de plasma pode ser destruída.

Esta instabilidade pode ser evitada se um campo magnético longitudinal da ordem de grandeza do poloidal for criado na coluna de plasma. A estabilização ocorre porque ao serem comprimidas e curvadas, as linhas de campo magnético longitudinal geram uma força oposta à perturbação, conforme discutido na seção (3.8).

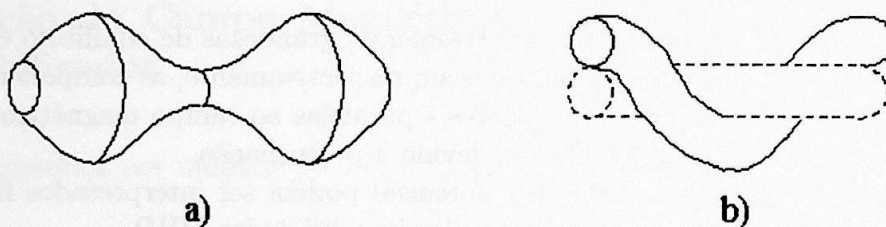


Figura 6: Instabilidades: a) Sausage. b) Kink.

#### Modo $m=1$ ou Instabilidade de Dobra (Kink Instability)

Mesmo com o acréscimo do campo magnético longitudinal para evitar a instabilidade linguíça, ainda pode ocorrer a instabilidade de dobra (kink instability) ou modo  $m = 1$ . Com esta instabilidade a coluna de plasma é dobrada sem alteração da seccão transversal da mesma, conforme mostrado na figura (6-b). Dessa maneira, na região da coluna em que o raio de curvatura da dobra é menor, o campo poloidal é mais intenso e a pressão magnética maior que nas regiões de raio maior. A diferença de pressão acentua a dobra da coluna.

Para evitar esta instabilidade o plasma deve ser submetido a um campo magnético longitudinal suficientemente intenso e deve-se evitar o surgimento de uma superfície racional com modo  $m = 1$  entre o plasma e a parede da câmara de vácuo. O critério para se evitar esta instabilidade é que  $q(a) > 1$ , denominado de critério de Kruskal-Shafranov [9]. Portanto,

dado o campo toroidal e a geometria da coluna de plasma este critério impõe um limite superior para a corrente de plasma.

### Oscilações de Mirnov

Durante a operação dos Tokamaks, observam-se oscilações do campo magnético poloidal que são denominadas de oscilações de Mirnov.

No início da operação as oscilações têm uma sequência evolutiva em que o modo poloidal vai diminuindo de  $m \geq 6$  até se estabelecer em  $m=2$  ou  $m=3$  sendo o número toroidal  $n=1$  [9].

Estas oscilações, aparentemente, são originadas em ilhas magnéticas devidas a modos de ruptura resistivos. As correntes que surgem nos pontos O e nos pontos X das ilhas magnéticas têm sentidos opostos e é o campo magnético destas correntes que é detectado como oscilações de Mirnov [9].

A variação dos modos no início dos disparos, parece ser devida ao aumento da corrente de plasma e à evolução do perfil de densidade de corrente, que provocam a variação do fator de segurança na borda do plasma,  $q(a)$ . A variação de  $q$  na borda origina as ilhas magnéticas correspondentes aos modos citados acima [9].

Uma vez estabelecido o modo com  $m=2$  ou  $m=3$ , a amplitude do modo remanescente atinge um estado estacionário ou evolui lentamente, com frequência de oscilação da ordem de  $10kHz$ . Aparentemente esta oscilação é devida à rotação da estrutura helicoidal das ilhas magnéticas no sentido toroidal [9].

Se a amplitude das oscilações crescer acima de certos limites, o tempo de confinamento da energia do plasma diminui e a resistência total aumenta [9].

### Oscilações Dente de Serra

Durante a operação dos Tokamaks, observou-se que em geral ocorrem oscilações periódicas da temperatura no centro do plasma.

Um modelo para explicar estas oscilações considera que a densidade de corrente toroidal tende a ser maior no centro do plasma, devido à tendência desta região aquecer mais rapidamente que a borda. Com isto, o fator de segurança pode assumir valores inferiores a um no eixo magnético. Um modo de ruptura  $(m, n) = (1, 1)$  torna-se instável e ocorre a uniformização do perfil de temperatura e de densidade de corrente no centro da coluna de plasma [9].

A temperatura diminui na região interior à superfície de fluxo magnético com  $q = 1$  e simultaneamente, aumenta em uma camada externa à mesma. Em seguida ocorre a difusão térmica da energia acumulada nesta camada, em direção ao interior e ao exterior do plasma. O centro aquece novamente e a este processo contínuo denomina-se de oscilações dente de serra (sawtooth oscillations) [9].

## A Instabilidade Disruptora

A instabilidade disruptora (disruptive instability) é caracterizada por um pulso negativo da tensão de enlace, uma repentina redução do raio maior da coluna de plasma, uma significativa perda de energia e de partículas do núcleo do plasma e uma redução da corrente que pode terminar a descarga. Antes das disrupturas são observadas distorções helicoidais da coluna de plasma e o desaparecimento da emissão de raios X duros [5].

A evolução da instabilidade disruptora pode ser descrita por uma sequência de fases.

Na fase pré-precursora, podem ocorrer pequenas mudanças nos parâmetros do plasma que levam a condições para que se desenvolva o modo de ruptura  $(m, n) = (2, 1)$ . Algumas vezes estas mudanças são identificadas, como quando ocorre o aumento da corrente total ou da densidade de plasma, outras vezes não. Como os modos de ruptura são desencadeados por gradientes radiais da densidade de corrente, então o processo que desencadeia esta instabilidade deve levar a modificações do perfil de densidade de corrente [1].

Se o perfil radial de densidade de corrente possuir um grande gradiente negativo na região interna e próxima ao raio da superfície de fluxo magnético ressonante com  $q = 2$ , este gradiente será desestabilizador. Para que este gradiente ocorra é necessário que o perfil seja achatado na região interna do plasma e a corrente deve aumentar na região interna à superfície ressonante e diminuir na região externa à mesma. Na região interna, isto pode ocorrer devido às instabilidades dente de serra ou pela presença de impurezas que aumentam a resistividade. A redução da densidade de corrente na região externa pode ocorrer devido à diminuição da temperatura pelo aumento de radiação de impurezas ou pelo aumento do fluxo térmico através da ilha magnética devida ao modo de ruptura  $(m, n) = (2, 1)$  [1].

Na fase precursora, ocorre o crescimento da amplitude das oscilações magnéticas devidas ao modo de ruptura  $(m, n) = (2, 1)$ . A disruptura é desencadeada pelo crescimento das ilhas magnéticas que interagem com o limitador material, ou com uma região externa do plasma com baixa temperatura, ou com outras ilhas magnéticas com modos  $(m, n) = (1, 1)$  (associado às instabilidades dente de serra) ou  $m > 2$ . Esta interação leva à fase rápida em que a corrente de plasma é extinguida abruptamente [1].

Foi verificado que a aplicação de um campo magnético helicoidal, com modo  $(m, n) = (2, 1)$ , ao plasma, pode atrasar ou iniciar a disruptura dependendo da intensidade do mesmo [10]. O atraso da disruptura ocorre por que a largura da ilha magnética criada por este campo magnético pode ser controlada, enquanto a ilha magnética natural criada por modos de ruptura cresce até desencadear a disruptura [9].

Esta instabilidade pode ser evitada se o Tokamak operar entre certos limites de densidade e de corrente de plasma [1, 7]. Estes limites são apresentados na figura (7).

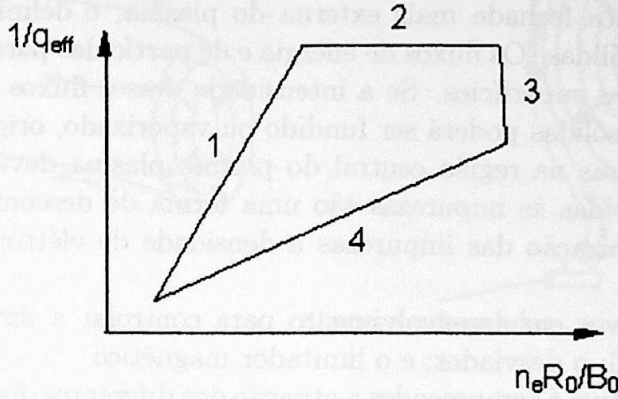


Figura 7: Diagrama de Hugill para operação de Tokamaks: 1 - limite de run-away; 2 - limite de corrente; 3 - limite de densidade de Murakami; 4 - limite de Hugill. (Baseado na figura 3.9 de [7])

No eixo das ordenadas

$$\frac{1}{q_{eff}} = \frac{I_p R_0}{5 B_0 a b}. \quad (71)$$

$q_{eff}$  é o fator de segurança cilíndrico ou de engenharia, assim chamado por conter os parâmetros mais simples do plasma que são usados pela engenharia de projeto de Tokamaks [7]. Os parâmetros  $a$  e  $b$  são respectivamente, a largura e a altura da coluna de plasma (para plasma cilíndrico  $a = b$ ). A corrente de plasma está em MA. No eixo das abcissas

$$M = \frac{\bar{n}_e R_0}{B_0}, \quad (72)$$

é número de Murakami, em que  $\bar{n}_e$  é a densidade média dos elétrons na corda central do plasma, medida em  $10^{20} m^{-3}$ .

No limite de baixas densidades de plasma, reta 1 da figura (7), a frequência de colisões elétron íon não é suficiente para prevenir o surgimento de elétrons fugidios (run-away electrons), que podem atingir altas velocidades. Estes elétrons fugidios são prejudiciais às características do plasma, absorvendo grande parte da energia disponível e reduzindo a temperatura do restante do mesmo. Além disso podem causar danos à câmara do Tokamak [7].

O limite indicado pela reta 2 da figura (7), impõe um valor máximo à corrente de plasma para se evitar instabilidades MHD.

O limite de altas densidades, ou limite de densidade de Murakami, é representado pela reta 3 da figura (7).

O limite de densidade de Hugill, dado pela curva  $H = q_{eff} M = constante$ , corresponde à curva 4 da figura (7).

## 4 Controle da Interação Plasma-Parede

A superfície magnética fechada mais externa do plasma, é definida pela interação do mesmo com superfícies sólidas. Os fluxos de energia e de partículas para o exterior do plasma concentram-se sobre essas superfícies. Se a intensidade desses fluxos não for controlada, o material das superfícies sólidas poderá ser fundido ou vaporizado, originando impurezas. A concentração de impurezas na região central do plasma plasma deve ser minimizada. As perdas por radiação devidas às impurezas são uma forma de desconfinamento de energia, além disso, devido à ionização das impurezas a densidade de elétrons pode ultrapassar o limite permissível.

Alguns dos dispositivos em desenvolvimento para controlar a interação plasma-parede são: o limitador material; o desviador; e o limitador magnético.

Neste capítulo o objetivo é compreender a atuação dos diferentes dispositivos utilizados no controle da interação plasma-parede. Para isso é feita uma breve descrição destes dispositivos destacando as vantagens/desvantagens de cada um. Nosso trabalho está relacionado com o limitador magnético e em função disso são apresentados alguns dos resultados obtidos com esse tipo de dispositivo em alguns Tokamaks.

### 4.1 O Limitador Material e a Extensão Radial do Plasma

Uma coluna de plasma tende a expandir-se radialmente. Os elétrons e os íons atingem a parede da câmara de confinamento onde pode ocorrer a adsorção e a recombinação dos mesmos, formando partículas neutras, fracamente ligadas à superfície, que podem retornar ao plasma (partículas recicladas) [11]. As partículas neutras, no plasma, podem ser novamente ionizadas e retornar à parede em um processo cíclico, denominado de reciclagem [11, 12].

Se um anel, figura(8-a), com raio interno  $a$  e raio externo igual ao da câmara, for adicionado ao sistema, o transporte de partículas terá dois tipos de comportamentos distintos.

Na região em que  $r < a$ , o transporte de partículas é principalmente radial e na região em que  $r > a$ , ocorre o transporte longitudinal (paralelo a  $\mathbf{B}$ ) de partículas em direção ao anel. Este anel limita o raio externo do plasma a uma medida aproximadamente igual a  $a$  e é denominado de limitador material [11, 12].

A introdução do limitador material, em plasmas magneticamente confinados, faz com que as partículas incidam principalmente sobre o mesmo e não nas paredes da câmara. Isto ocorre devido à velocidade de transporte longitudinal ou paralela,  $v_{\parallel}$ , ser muito maior que a radial,  $v_{\perp}$ , para  $r > a$ . Desta maneira, forma-se uma camada em  $r \approx a$  denominada de SOL (scrape-off layer), externamente à qual o plasma é praticamente extinguido [11, 12].

Na superfície do limitador material forma-se uma camada eletricamente carregada, denominada de envoltória de Debye (Debye sheath), que controla o fluxo de partículas e de energia para o mesmo [11, 12].

Como o movimento das partículas ao longo de  $\mathbf{B}$  não é afetado pelo campo magnético

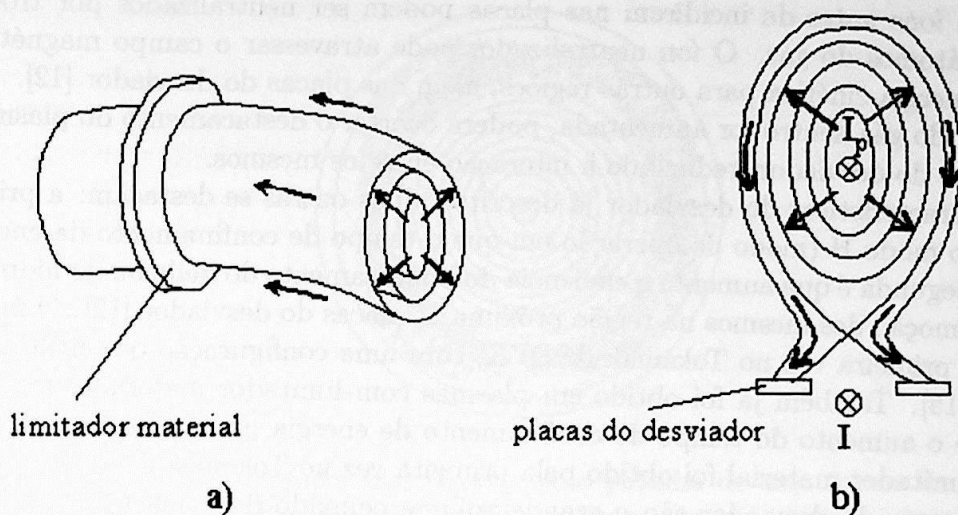


Figura 8: Elementos de contato com o plasma. As setas indicam o sentido do fluxo de partículas e energia do centro plasma, para as superfícies de contato.

a) Detalhe parcial de uma coluna de plasma com um limitador material poloidal.

b) Seção poloidal de um coluna de plasma com um desviador poloidal. Devido à corrente,  $I$ , externa ao plasma, o campo magnético poloidal na região mais externa do plasma é desviado para as placas do desviador.

e o limitador material atua como um absorvedor, capturando as partículas que o atingem, as partículas ao atravessarem a borda do plasma incidem rapidamente sobre o limitador material, não havendo tempo para a difusão radial das mesmas [11, 12].

A desvantagem do limitador material é a sua pequena superfície de contato com o plasma, tornando o fluxo de partículas e energia por unidade de superfície muito alto, podendo causar grandes danos às suas superfícies e a contaminação do plasma por impurezas.

## 4.2 Desviadores

No desviador, a interação do plasma com as superfícies sólidas ocorre em uma região afastada do centro do mesmo. Isto reduz a contaminação do plasma pelas impurezas geradas na interação. Para isso, uma corrente,  $I$ , externa ao plasma e com mesmo sentido que  $I_p$ , modifica o campo magnético poloidal originando uma separatriz, figura (8-b). A camada de plasma externa à separatriz é desviada até às placas do desviador, originando a SOL, com as mesmas características da que é originada no limitador material [12].

Na figura (8-b), que ilustra um plasma com desviador, as setas indicam o fluxo de energia e partículas do centro do plasma para as placas do desviador.

Com o desviador, a contaminação do plasma pelas impurezas é reduzida, mas os fluxos de partículas e de energia sobre as placas do desviador ainda podem ser elevados. Para reduzir a interação do plasma desviado com as placas, pode-se injetar gás neutro na região

das placas. Os íons antes de incidirem nas placas podem ser neutralizados por troca de cargas com os átomos do gás. O íon neutralizado, pode atravessar o campo magnético, e transferir sua energia cinética para outras regiões, além das placas do desviador [12].

Se a pressão do gás neutro for aumentada, poderá ocorrer o destacamento do plasma em relação às placas do desviador, reduzindo a interação entre os mesmos.

Além das características do desviador já descritas, duas outras se destacam: a primeira é a obtenção do modo H (modo de operação em que o tempo de confinamento da energia é melhorado); a segunda é que aumenta a eficiência do bombeamento do hélio ou do hidrogênio facilitando a remoção dos mesmos na região próxima às placas do desviador [12]. O modo H foi obtido pela primeira vez no Tokamak ASDEX, com uma configuração que utilizava um desviador [14, 15]. Também já foi obtido em plasmas com limitador material, mas é mais difícil obtê-lo e o aumento do tempo de confinamento de energia não é tão grande [12]. O modo H com limitador material foi obtido pela primeira vez no Tokamak JFT-2M [16].

As desvantagens do desviador são o grande volume ocupado da câmara de vácuo se a distância entre as placas do desviador e o ponto X da separatriz for grande [12] e a elevada corrente, da ordem da corrente de plasma.

### 4.3 Limitadores Magnéticos

Limitadores magnéticos são obtidos através da destruição das superfícies de fluxo magnético mais externas do plasma [17, 18, 19]. Para que isso ocorra, correntes externas ao plasma criam campos magnéticos helicoidais ressonantes com o campo magnético de equilíbrio da borda do plasma.

Nas superfícies de fluxo magnético em que ocorrem as ressonâncias, surgem cadeias de ilhas magnéticas que, devido à superposição das mesmas, levam à destruição das superfícies de fluxo magnético [18, 19].

As linhas de campo magnético resultantes na borda do plasma, passam a apresentar dinâmica caótica (caos espacial, em um instante de tempo fixo), podendo se conectar às paredes da câmara de vácuo. Desta maneira, é criada uma região de desconfinamento de plasma, com coeficiente de difusão radial superior ao existente com as superfícies de fluxo magnético fechadas. A região central do plasma não é praticamente afetada [18, 19]. A figura (9), ilustra o efeito de um limitador magnético sobre as superfícies de fluxo, as mais externas são destruídas, enquanto na região interna permanecem as superfícies de fluxo magnético fechadas.

No caso do limitador material, as partículas incidem principalmente sobre o mesmo. O fluxo de partículas sobre o limitador material não pode ser ilimitado por questões de integridade do material. Com os limitadores magnéticos, espera-se entre outras coisas, que o fluxo de partículas e energia seja distribuído uniformemente por uma área maior que a do limitador material devido à conexão das linhas de campo magnético com as paredes da câmara. Além disso, uma densidade elevada e a redução da temperatura da borda do plasma também são esperados [18, 19, 20, 21, 22].

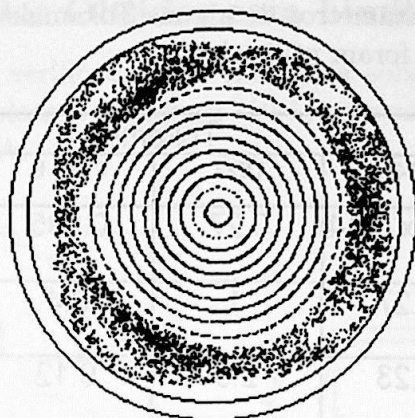


Figura 9: Efeito de um limitador magnético. Seção poloidal de uma coluna de plasma em que as superfícies magnéticas externas do plasma foram destruídas, enquanto as internas praticamente não foram afetadas.

O interesse em reduzir a temperatura é que desta maneira a produção de impurezas a partir das paredes será reduzida. Além disso a radiação emitida pelas impurezas aumenta em baixas temperaturas, possibilitando que o fluxo de energia da borda do plasma para as paredes seja distribuído de maneira uniforme.

Uma densidade elevada aumenta a probabilidade das impurezas serem ionizadas na borda e reconduzidas às paredes evitando a contaminação e o esfriamento do núcleo do plasma.

Além das características já descritas, a construção dos limitadores magnéticos é, em geral, mais simples que a dos desviadores.

Dois tipos de dispositivos têm sido utilizados para gerar bordas de plasma caóticas, o limitador magnético ergódico (ergodic magnetic limiter - EML) e o desviador ergódico (ergodic divertor - ED) [18]. O desviador ergódico é um limitador magnético que possui superfícies como as dos desviadores descritos na seção anterior, às quais se conectam as linhas de campo magnético caóticas.

A tabela(1), apresenta os parâmetros de alguns Tokamaks em que limitador magnético ergódico e o desviador ergódico foram utilizados.

	Tokamak					
	TORE-SUPRA	JFT-2M	TEXT	CSTN II	HYBTOK	TBR
$a$ (m)	0.75	0.30 x 0.14	0.27	0.085	0.11	0.08
$R_0$ (m)	2.4	1.27	1	0.4	0.4	0.3
$B_0$ (T)	3	1.23	2.8	0.12	0.4	0.5
$I_p$ (MA)	1.6	0.22	0.4	0.002	0.015	0.012
$n_e(0)$ ( $10^{19} \text{ m}^{-3}$ )	2-5	0.5-7.5	1-9	0.1	0.3-1.5	0.7
$T_e(0)$ (keV)	2	0.8	0.85	0.015	0.04	0.2
$n_e(a)$ ( $10^{19} \text{ m}^{-3}$ )	0.25		0.25	0.01	0.1	0.05
$T_e(a)$ (keV)	0.2		0.03	0.004	0.01-0.03	0.012
$I_{pert}$ (kA)	45	5	16	0.1	0.4	0.3
$(m,n)$	(18,6)	(5,2)	(7,2) (7,3)	(10,1) (10,2)	(6,2)	(7,2)
$\langle b_r / B_T \rangle$	$10^{-3}$		$10^{-3}$	$10^{-2}$		

Tabela 1: Parâmetros de alguns Tokamaks em que foram utilizados limitadores magnéticos.

$a$  é o raio menor e  $R_0$  o raio maior do plasma,  $B_0$  o campo magnético toroidal,  $I_p$  a corrente de plasma,  $n_e(0)$  e  $n_e(a)$  são respectivamente as densidades de elétrons no centro e na borda do plasma,  $T_e(0)$  e  $T_e(a)$  são respectivamente as temperaturas dos elétrons no centro e na borda do plasma,  $I_{pert}$  é a corrente do limitador,  $m$  e  $n$  são respectivamente os números poloidal e toroidal do modo perturbativo principal do limitador, e  $\langle b_r / B_T \rangle$  a intensidade média relativa entre o campo magnético radial do limitador e o campo magnético toroidal (média em relação aos ângulos poloidal e toroidal).

Os valores foram obtidos nas referências [23] para o TORE-SUPRA, [16, 18] para o JFT-2M, [28, 29] para o TEXT, [30] para o CSTN II, [25] para o HYBTOK, [26, 27] para o TBR.

#### 4.4 Alguns Resultados Obtidos com Limitadores Magnéticos

No TORE-SUPRA [23], foi verificada uma influência sobre as impurezas, a densidade, e a temperatura da borda do plasma. A figura (10-1) mostra a evolução temporal de alguns parâmetros do TORE-SUPRA.

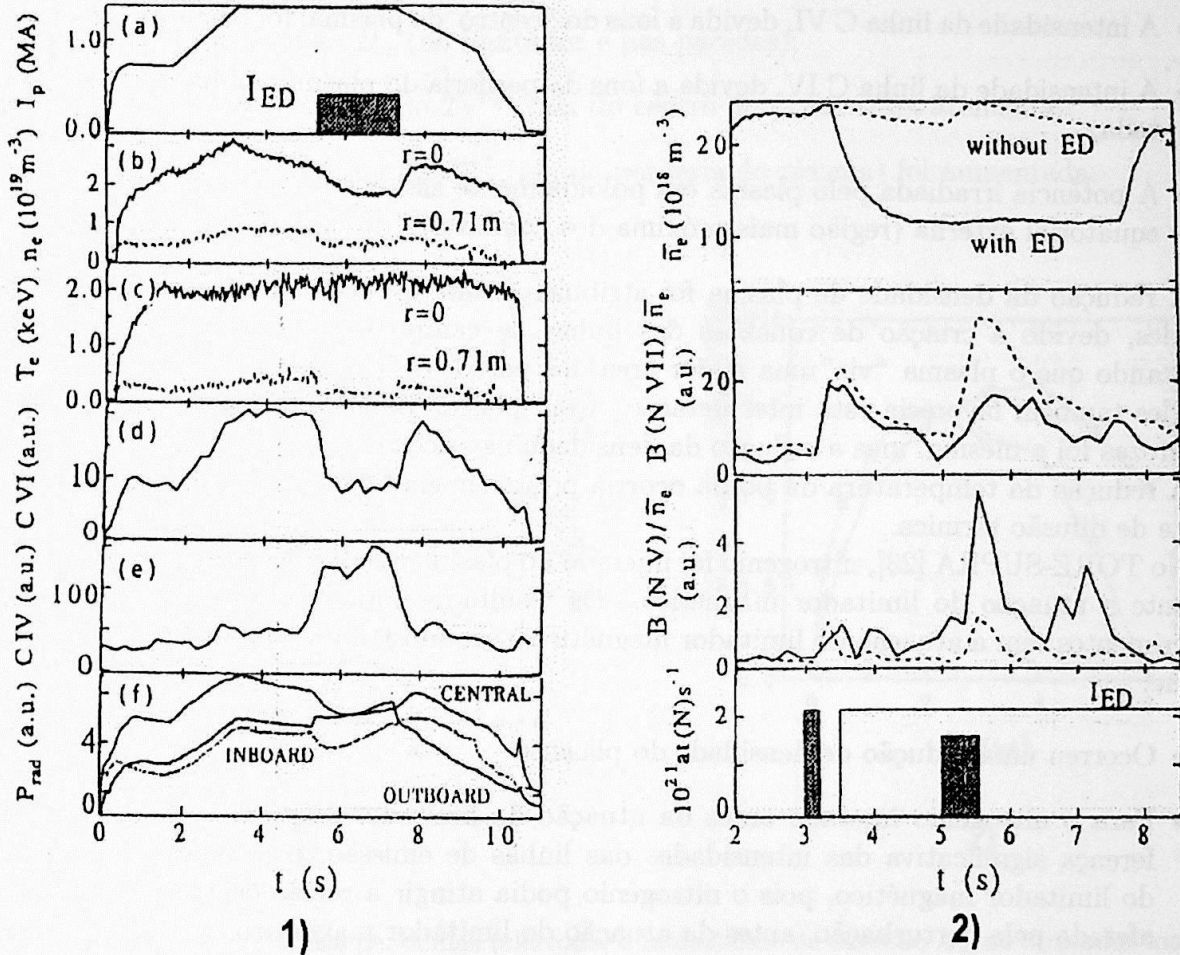


Figura 10:

1) Efeito do limitador magnético, com corrente  $I_{ED} = 45 \text{ kA}$ , sobre alguns parâmetros do plasma do TORE-SUPRA (fig. 2 da referência [23]).

2) Comportamento dos íons de nitrogênio no TORE-SUPRA. O nitrogênio foi injetado no plasma antes e após a ativação do limitador magnético (fig. 6 da referência [23]).

Na figura (10-1) pode-se observar que:

- A densidade de elétrons diminuiu no centro ( $r = 0$ ) e na borda do plasma ( $r = 0,71 m$ );
- A temperatura dos elétrons não foi alterada na região central ( $r = 0$ ). Na borda ( $r = 0,71 m$ ) ocorreu redução (de 210 eV para 50 eV);
- A intensidade da linha C VI, devida a íons do “centro” do plasma, foi bastante atenuada;
- A intensidade da linha C IV, devida a íons da periferia do plasma, foi bastante aumentada;
- A potência irradiada pelo plasma era poloidalmente assimétrica. Aumentou na região equatorial externa (região mais próxima dos condutores do limitador magnético).

A redução da densidade de plasma foi atribuída a um efeito de bombeamento para as paredes, devido à criação de conexões das linhas de campo magnético com as mesmas, resultando que o plasma “via” uma maior área das paredes. O aumento da reciclagem nas paredes também favorecia esta interpretação. Com plasma de Hélio o comportamento das impurezas foi o mesmo, mas a redução da densidade não ocorreu.

A redução da temperatura da borda ocorria provavelmente devido ao aumento do coeficiente de difusão térmica.

No TORE-SUPRA [23], nitrogênio foi injetado no plasma imediatamente antes e também durante a atuação do limitador magnético. Os resultados foram comparados com os de experimentos sem a atuação do limitador magnético e são mostrados na figura (10-2). Nota-se que:

- Ocorreu uma redução de densidade do plasma;
- Para o nitrogênio injetado antes da atuação do limitador magnético, não houve diferença significativa das intensidades das linhas de emissão, com ou sem a atuação do limitador magnético, pois o nitrogênio podia atingir a região central, que não era afetada pela perturbação, antes da atuação do limitador magnético;
- Para o nitrogênio injetado com o limitador magnético ativo foi medida uma redução, por um fator de cerca de 2,5, na densidade dos íons de N VII (íon da região “central”) e um forte aumento na intensidade da linha do íon N V (íon da borda).

Estes resultados indicam que o limitador magnético reduz a penetração do nitrogênio, para a região central do plasma. Isto ocorre devido ao aumento do coeficiente de difusão na borda do plasma, em cerca de uma ordem de grandeza, de acordo com simulações teóricas [23].

No TORE-SUPRA a emissão  $D_\alpha$  [23], devida à reciclagem de deutério aumentava.

No TEXT [24], o tempo de confinamento global das partículas,  $\tau_p$ , a emissão de linha devida a impurezas e a emissão  $H_\alpha$  mostraram uma acentuada variação quando a corrente do limitador magnético era  $|I_h| = 4$  kA e o modo principal  $(m, n) = (7, 3)$ . As figuras (11-1) e (13-2) mostram estes efeitos. Nota-se que:

- Ocorre redução no tempo de confinamento global das partículas ( $\approx 30\%$ );
- Aumenta a emissão  $H_\alpha$  (no limitador e nas paredes);
- A intensidade da linha do  $Ti^{+18}$  (íon do centro do plasma) foi atenuada;
- A intensidade da linha do  $C^{+2}$  (íon da periferia do plasma) foi aumentada.

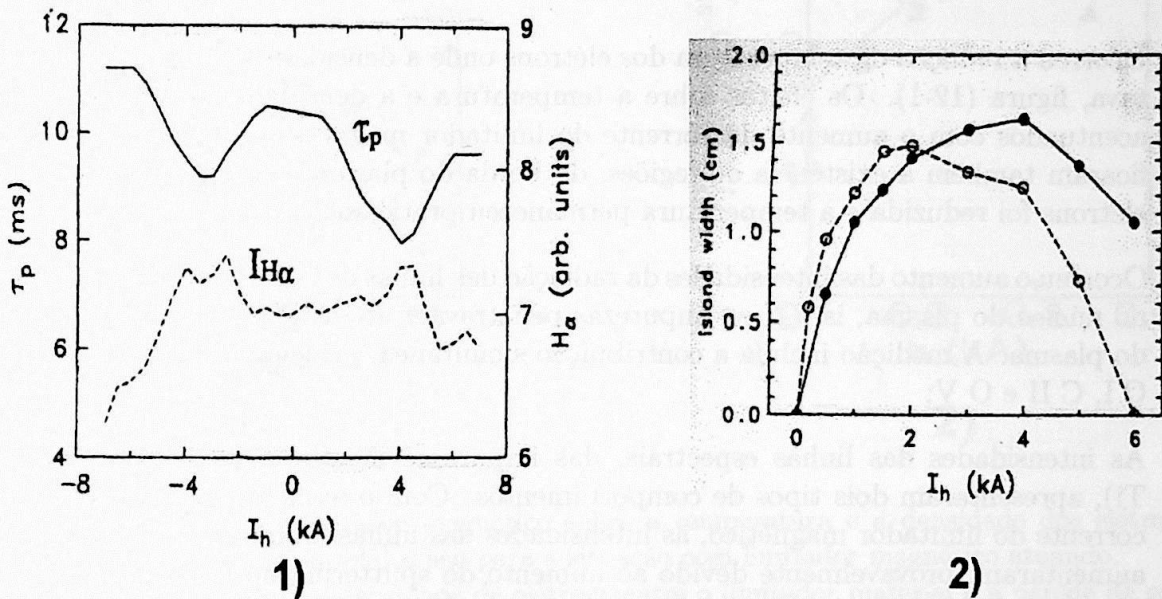


Figura 11:

1) Confinamento global das partículas (elétrons) e intensidade de emissão  $H_\alpha$  no limitador material em função da corrente do limitador magnético no TEXT (fig. 1 da referência [24]).

2) Largura máxima calculada das ilhas referentes aos modos,  $(m, n) = (6, 3)$  (linha contínua) e  $(m, n) = (7, 3)$  (linha tracejada) em função da corrente do limitador magnético para o TEXT (fig. 3 da referência [24]).

A redução no tempo de confinamento era devida ao aumento do coeficiente de difusão das partículas de aproximadamente  $1m^2 s^{-1}$  para  $1,3m^2 s^{-1}$ .

Com os resultados das intensidades de emissão e um programa de transporte de impurezas, concluíram que ocorria redução das mesmas na região central do plasma e que os resultados eram consistentes com o aumento do fluxo para o exterior do plasma na região mais externa do mesmo, juntamente com uma pequena redução de impurezas na fonte.

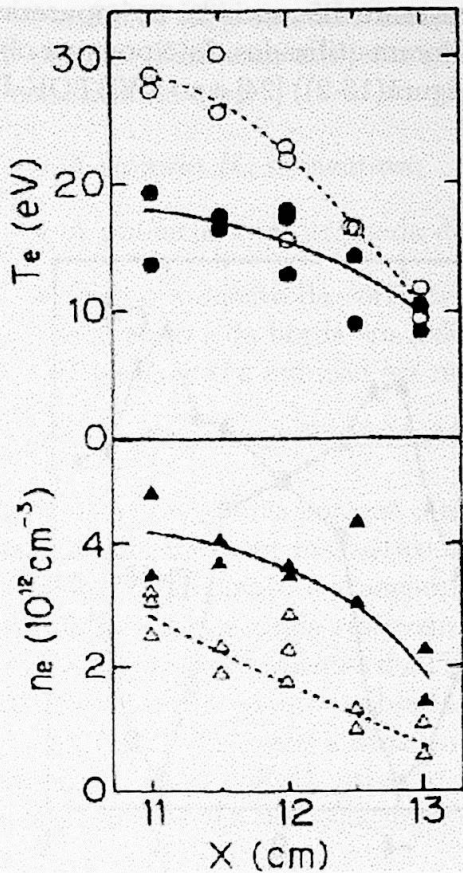
Utilizando um programa de mapeamento numérico, verificaram que para qualquer valor de  $m$ , exceto  $m = 6$ , a largura das ilhas magnéticas crescia com o aumento da corrente do limitador, até atingir a largura máxima quando a corrente era de 2 kA. A partir desse valor, ocorria a superposição de ilhas magnéticas, surgiam regiões caóticas e a largura das ilhas passava a decrescer. A cadeia de ilhas,  $(m, n) = (6, 3)$  localizada em  $r \approx 24$  cm, apresentava comportamento distinto das demais e a largura máxima correspondia à corrente de 4 kA, diminuindo para valores superiores a este. Este comportamento é mostrado na figura (11-2).

Verificaram também grandes assimetrias poloidais, com  $m = 6$  na região em que  $r > a$ , na corrente de saturação das sondas de Langmuir. Uma reconstrução tomográfica da emissão de impurezas, também mostrou estruturas com  $m = 6$ .

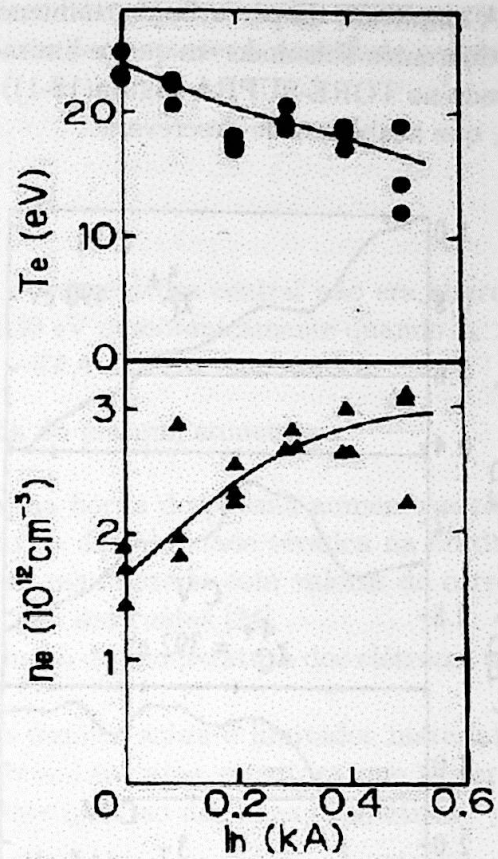
Concluíram que o tamanho das ilhas magnéticas com  $m = 6$  era o provável candidato a explicar os efeitos ressonantes entre a corrente do limitador e o transporte de partículas.

No HYBTOK-II [25], observaram que:

- Ocorreu a redução da temperatura dos elétrons onde a densidade dos mesmos aumentava, figura (12-1). Os efeitos sobre a temperatura e a densidade tornavam-se mais acentuados com o aumento da corrente do limitador magnético, figura (12-2). Verificaram também a existência de regiões, da borda do plasma, em que a densidade de elétrons foi reduzida e a temperatura permaneceu praticamente inalterada;
- Ocorreu o aumento das intensidades da radiação das linhas de impurezas leves, inclusive no núcleo do plasma, isto é, as impurezas penetravam até às proximidades do núcleo do plasma. A medição incluía a contribuição simultânea, principalmente, das linhas C I, C II e O V;
- As intensidades das linhas espectrais, das impurezas metálicas intrínsecas (Fe, Ni, Ti), apresentaram dois tipos de comportamentos. Com o aumento da intensidade da corrente do limitador magnético, as intensidades das linhas atômicas (Fe I, Ni I, Ti I) aumentaram, provavelmente devido ao aumento do sputtering no limitador material. As intensidades das linhas iônicas diminuíram, devido ao efeito controlador do limitador magnético, devido ao qual, as impurezas ionizadas na borda do plasma retornavam à parede;
- Ocorria o aumento da emissão  $H_\alpha$  e  $Ly_\alpha$ , não apenas na borda, mas também no núcleo. Devido à baixa temperatura dos elétrons da borda e ao pequeno raio do plasma, a penetração de hidrogênio não era localizada apenas na borda do mesmo.



1)



2)

Figura 12: Efeito do limitador magnético sobre a temperatura e a densidade dos elétrons no HYBTOK-II. Os símbolos sólidos são para a situação com limitador magnético atuando.

1) Perfis de temperatura e densidade de elétrons entre o limitador material e a parede da câmara (corrente do limitador magnético 0,4 kA) (fig. 4 da referência [25]).

2) Variação da temperatura e da densidade de elétrons em função da corrente do limitador magnético, em  $X=12$  cm (fig. 5 da referência [25]).

No Tokamak TBR-1 [26], tanto a temperatura quanto a densidade foram reduzidas na borda do plasma, com a atuação do limitador magnético.

A temperatura e a densidade eram reduzidas em função do aumento da intensidade de corrente do limitador magnético entre  $0 \leq I_L \leq 0,3$  kA e permaneciam praticamente constantes para  $0,3 \leq I_L \leq 0,4$  kA [26].

A amplitude da perturbação, influenciou de maneira bastante diferenciada, as impurezas nos diferentes Tokamaks em que os limitadores magnéticos foram utilizados. Isto pode ser observado no TORE-SUPRA (figura(13-1)) [23], no TEXT (figura(13-2)) [24] e no HYBTOK-II [25], que acabamos de descrever.

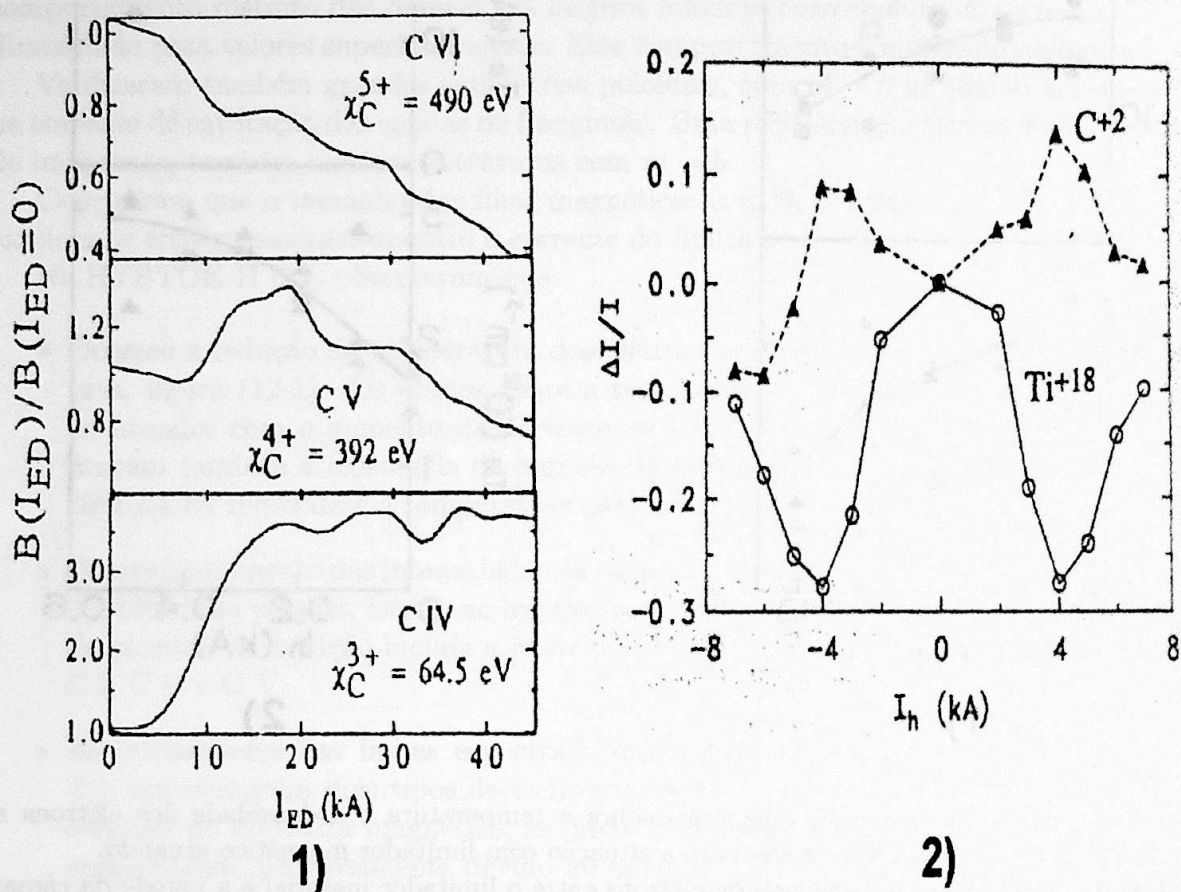


Figura 13:

- 1) Razão entre a intensidade, com e sem a atuação do limitador magnético, para 3 linhas do Carbono no TORE-SUPRA (fig. 4 da referência [23]).
- 2) Variação relativa da intensidade das linhas do C<sup>+2</sup> e Ti<sup>+18</sup> em função da corrente do limitador magnético no TEXT (fig. 2 da referência [24]).

No TEXT [28], constataram que ocorria a redução da densidade de linha média no centro do plasma. Passaram a injetar gás durante os disparos para manter a densidade constante e constataram que:

- A emissão  $H_\alpha$  aumentava;
- A potência total irradiada diminuía  $\approx 20\%$ ;
- Com o aumento da corrente do limitador,  $I_h$ , a temperatura central não era alterada, enquanto a da borda era reduzida de 100 para 30 eV monotonicamente quando  $I_h > 0$ . Para  $I_h < 0$  a redução era menor e para  $I_h < -6 \text{ kA}$  não era monotônica.
- O coeficiente de difusividade térmica, na borda do plasma, aumentava.

Os resultados indicam que o transporte de calor na borda do plasma aumentava com a corrente do limitador magnético devido ao aumento da difusibilidade térmica na borda do plasma [28], enquanto o transporte de partículas era maximizado com valores de corrente específicos em que ainda restavam ilhas magnéticas não destruídas [24].

Em alguns experimentos do TEXT ocorreu a redução da temperatura dos elétrons, tanto na região central quanto na borda do plasma [29].

No TEXT [29], sem a atuação do EML, o fluxo térmico sobre o limitador material era uniforme. Com o EML ativo, o fluxo térmico apresentava uma estrutura que se repetia poloidalmente com um espaçamento aproximadamente igual ao das ilhas magnéticas.

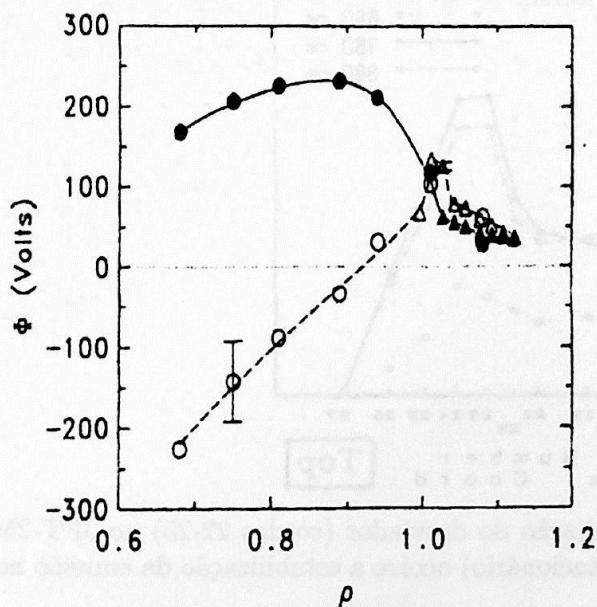


Figura 14: Potencial em função do raio normalizado, para corrente do limitador ergódico 4 kA e modo  $(m,n)=(7,2)$  (símbolos sólidos) e sem corrente no limitador (símbolos abertos) no TEXT (fig. 4 da referência [24]).

No TEXT [24], o potencial era fortemente afetado pela perturbação, apresentando grandes variações, como por exemplo, de -230 V para 170 V, conforme mostra a figura (14). No CSTN-II [30] também constataram mudanças no potencial.

O modo H com limitador material foi obtido pela primeira vez no Tokamak JFT-2M [16]. Nesse Tokamak, um limitador magnético utilizado para simular a influência de campos magnéticos erráticos sobre o plasma, podia inibir a transição para o modo H, ou elevar a potência auxiliar de aquecimento necessária para a obtenção do mesmo, de 350 kW para 550 kW [31]. Quando não ocorriam ELMs (Edge Localized Modes-(apêndice A)), durante o modo H, a perturbação não afetava o confinamento [31].

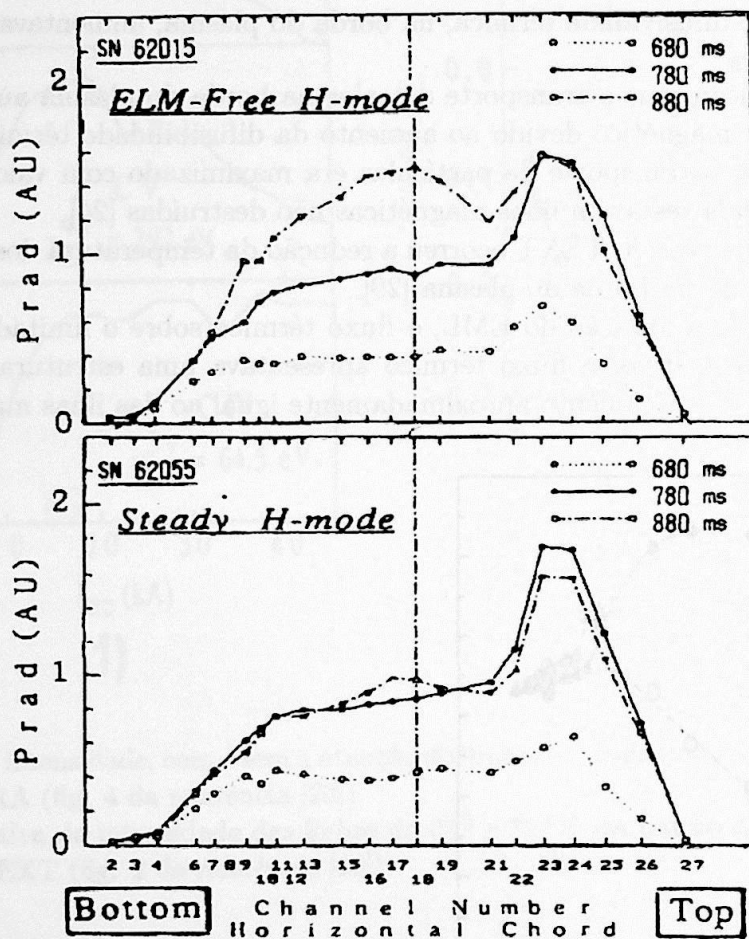


Figura 15: Radiação central (cordas 10-21) e radiação do desviador (cordas 22-25) no JFT-2M. Para o caso com edge localized modes (modo H estacionário) ocorre a estabilização da emissão nos últimos 100 ms (fig. 5 da referência [34]).

No Tokamak JFT-2M utilizando outro limitador magnético, cujo campo era ressonante com o campo magnético de equilíbrio da borda do plasma, obtiveram um modo H com frequentes ELMs. Os ELMs limitavam a densidade e a acumulação de impurezas normalmente

observadas durante o modo H sem os mesmos [34]. Com a atuação do limitador magnético, os ELMs surgiam aproximadamente 50 ms após a transição para o modo H e então alguns parâmetros do plasma (densidade de linha média, perda por radiação) atingiam um estado quase estacionário figura (15). Ocorria também uma pequena redução na energia armazenada ( $< 10\%$ ) [34].

No TORE-SUPRA [35], foi obtida a estabilização simultânea da estrutura radiativa de um plasma destacado (apêndice A) e de um modo de ruptura  $(m, n) = (2, 1)$ , em experimentos em que o limite de densidade era atingido e ocorriam disrupturas quando o limitador magnético não era utilizado.

No TEXT [36], foi verificado o aumento da tolerância a impurezas (argônio) em comparação a experimentos sem a atuação do EML em que ocorriam disrupturas. Quanto maior  $I_L$ , maior a tolerância a essa impureza.

No TEXT [37], ocorreu o aumento do período das oscilações dente de serra (até duas vezes maior) em descargas com densidade moderada para alta e supressão das oscilações de Mirnov com modos  $(m, n) = (3, 1)$  e  $(m, n) = (2, 1)$ .

No TEXT [37], se a intensidade de corrente do limitador magnético fosse suficientemente alta (50% a 100% superior à normalmente utilizada) ocorria uma disruptura repentina. Valores baixos de  $q(a)$  levavam a disrupturas com correntes menores, um experimento estável podia ser levado à disruptura com um aumento de 3% na corrente.

No TEXT [28], a resposta do plasma à perturbação magnética foi avaliada experimentalmente. Verificaram que na superfície ressonante, a razão entre a variação do campo perturbativo com plasma,  $\delta b_r$ , e o campo perturbativo do vácuo,  $b_r$ , era  $\delta b_r / |b_r| < 0,2$ . A resposta era maior para valores de  $m$  menores.

## 5 Modelos para o Limitador Magnético

Neste capítulo apresentamos alguns modelos analíticos para limitadores magnéticos encontrados na literatura. Os modelos de Martin e Taylor e de Viana e Caldas para o campo magnético do limitador são apresentados detalhadamente.

Os condutores do limitador magnético, que será estudado neste trabalho, podem ser considerados como a superposição de dois condutores, conforme mostra a figura (16). Cada condutor é formado por  $p$  pares de segmentos retos que são interligados por segmentos curvos. Cada condutor é percorrido por uma corrente de intensidade  $I_L$ . Eles são superpostos e os pontos  $O$  e  $O'$  são conectados.

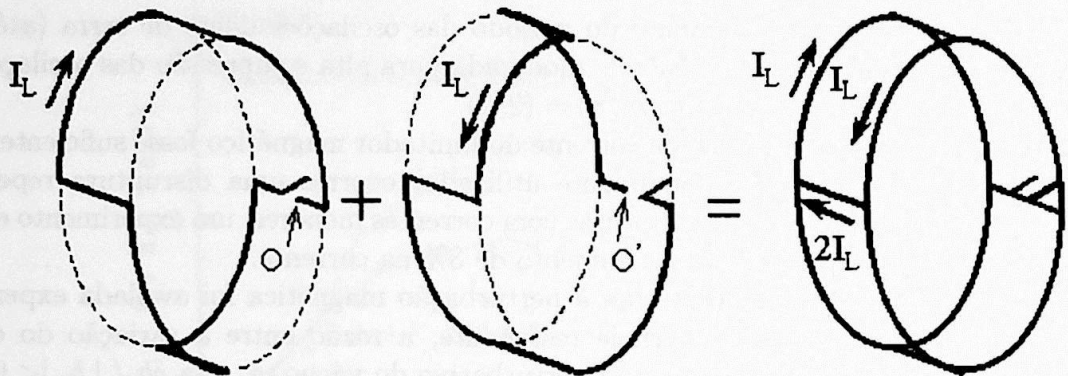


Figura 16: Condutores de um limitador magnético com  $p = 2$ . Os pontos  $O$  e  $O'$  são conectados quando os condutores são superpostos.

Os condutores do limitador magnético, de raio  $r_L$  e largura  $2Z_M$ , são montados em volta da coluna de plasma, de raio  $a$ , conforme mostra a figura (17).

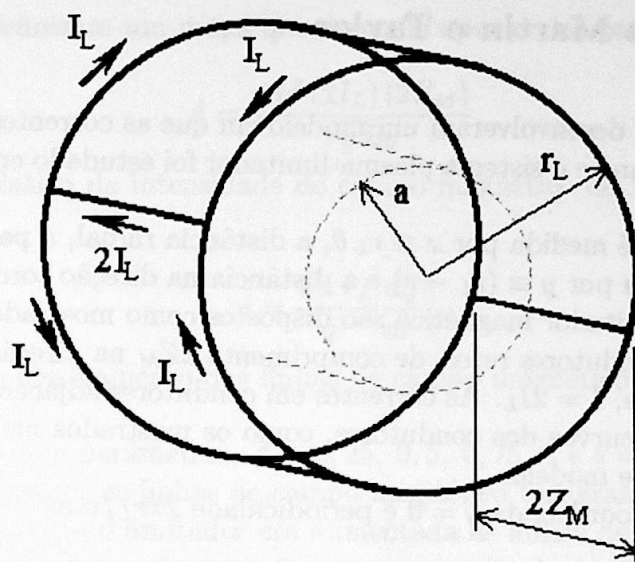


Figura 17: Condutores de um limitador magnético com  $p = 2$ , montados em volta da coluna de plasma de raio menor  $a$ .

O campo magnético de limitadores, devido a condutores percorridos por correntes, como os mostrados nas figuras (16,17), foi obtido analiticamente em outros trabalhos, nos quais os condutores foram modelados de diferentes maneiras. Os modelos são:

- Modelo plano de Martin e Taylor em coordenadas cartesianas [38];
- Modelo Impulsivo de Viana e Caldas em coordenadas cilíndricas [8, 39];
- Variante do modelo de Viana e Caldas, com mapa de pulso quadrado [40, 41];
- Variante do modelo de Viana e Caldas, com mapa simplético [41, 42, 43].

O campo magnético, devido a limitadores com geometrias diferentes da mostrada nas figuras (16,17), foi obtido por:

- Yu e DeGrassie [44], por métodos numéricos a partir da Lei de Biot-Savart, para um limitador similar ao das figuras (16,17), mas com distribuição poloidal dos segmentos retos dos condutores do limitador não uniforme.
- Abdullaev e Finken [45], utilizando um modelo cilíndrico com correção toroidal, para um limitador magnético com largura poloidal limitada, comprimento toroidal igual ao da câmara do Tokamak e corrente dependente do tempo
- Silva e Caldas [46, 47, 48], utilizando o modelo impulsivo para um limitador similar ao das figuras (16,17), mas com distribuição poloidal dos segmentos retos dos condutores do limitador, não uniforme, obtido em coordenadas polares toroidais.

## 5.1 O Modelo de Martin e Taylor

Martin e Taylor [38], desenvolveram um modelo em que as correntes do limitador foram representadas em um plano e o sistema plasma-limitador foi estudado em coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ .

A distância poloidal é medida por  $x \equiv r_L \theta$ , a distância radial, a partir das correntes do limitador, é representada por  $y \equiv (r_L - r)$  e a distância na direção toroidal é medida por  $z$ .

Os condutores do limitador magnético são dispostos como mostrado na figura (18). São  $p$  pares de segmentos condutores retos, de comprimento  $2Z_M$  na direção  $z$  e percorridos por correntes de intensidades,  $I = 2I_L$ . As correntes em condutores adjacentes possuem sentidos opostos. Os segmentos curvos dos condutores, como os mostrados nas figuras (16-17), não foram considerados neste modelo.

Os condutores têm coordenada  $y = 0$  e periodicidade  $2\pi r_L/p$  na coordenada  $x$ .

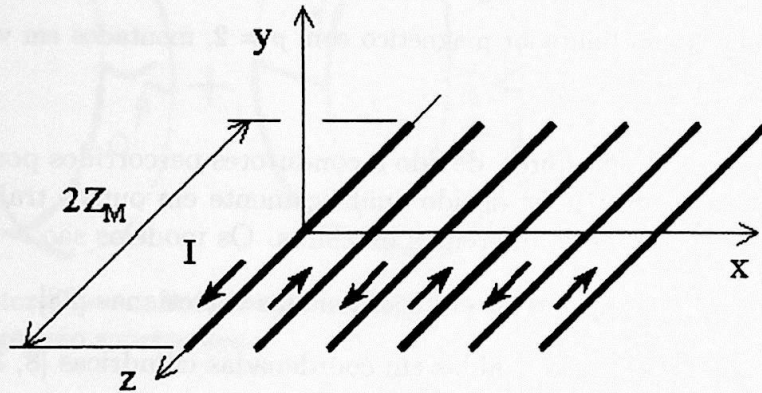


Figura 18: Condutores do limitador magnético, com  $p = 3$ , no modelo de Martin e Taylor

Consideraram que na região do limitador, de largura  $2Z_M$ , existe o campo magnético

$$\mathbf{B} = \mathbf{b}^{MT} + B_0 \mathbf{e}_z, \quad (73)$$

sendo  $B_0$  constante, e

$$\mathbf{b}^{MT} = \frac{\pi(2I_L)p}{r_L} \left\{ -\cos\left(\frac{px}{r_L}\right) \mathbf{e}_x + \text{sen}\left(\frac{px}{r_L}\right) \mathbf{e}_y \right\} e^{-py/r_L}. \quad (74)$$

$B_0$  seria o campo toroidal aproximado do plasma e  $\mathbf{b}^{MT}$  representa o campo de uma distribuição superficial de corrente senoidal, de período  $2\pi r_L/p$  na coordenada  $x$  e infinita na direção  $z$  (independente da coordenada  $z$ ). O cisalhamento e a transformada rotacional, na região dos condutores do limitador foram desprezados.

Na região restante, o campo magnético do limitador foi desprezado e foram considerados apenas os efeitos da transformada rotacional e do cisalhamento das linhas de campo magnético.

Martin e Taylor definiram um mapa que depende apenas dos parâmetros

$$A = \frac{\pi p^2 (2I_L) (2Z_M)}{r_L^2 B_0}, \quad (75)$$

que é uma medida relativa da intensidade do campo magnético do limitador em relação ao campo  $B_0$ , e

$$s = \frac{2\pi r_L}{q^2} \frac{dq}{dr}, \quad (76)$$

que é uma medida do cisalhamento das linhas de campo magnético não perturbadas.  $q$  é o fator de segurança.

Analisando mapas com parâmetros,  $A = 0,25, 0,5, 0,75, 1$  e  $s = 2\pi$ , observaram que na região próxima ao limitador as linhas de campo magnético tornaram-se caóticas. À medida que a distância em relação ao limitador era aumentada as linhas de campo magnético eram apenas deformadas. O aumento de  $p$  ocasionava o aumento da região caótica.

Outra característica interessante foi observada em um mapa com baixo cisalhamento,  $s = 1$ , e  $A = 0,1$ . Ocorreu a formação de uma ilha magnética de grande amplitude na região próxima do limitador e uma grande deformação das superfícies magnéticas, mas as regiões caóticas eram praticamente imperceptíveis.

Concluíram que o limitador era eficiente na obtenção de regiões caóticas se o valor do cisalhamento fosse elevado. Caso contrário, as superfícies magnéticas eram apenas deformadas.

Em [49], o campo magnético de um limitador com a geometria utilizada por Martin e Taylor, foi obtido como solução do problema de valores de contorno em coordenadas cartesianas. O campo magnético obtido em [49], tem  $\mathbf{b}^{MT}$  como caso particular.

## 5.2 O Modelo de Viana e Caldas

Viana e Caldas [8, 39], analisaram o sistema plasma-limitador em coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ , considerando a aproximação de razão de aspecto grande (modelo cilíndrico).

O campo magnético do limitador foi obtido como um caso particular do campo magnético devido a  $p$  pares de condutores helicoidais enrolados sobre um cilindro de comprimento infinito e de raio  $r_L$ , sendo os condutores adjacentes percorridos por correntes de intensidade,  $I_L$ , e de sentidos contrários.

Calcularam o limite em que os condutores helicoidais tendem a condutores retos de comprimento infinito. Desta maneira obtiveram o campo magnético devido a  $p$  condutores de comprimento infinito,  $b^\infty(r, \theta)$ , dado por

$$\mathbf{b}^\infty(r, \theta) = -\frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{kp-1} \{ \text{sen}(kp\theta) \mathbf{e}_r + \text{cos}(kp\theta) \mathbf{e}_\theta \}. \quad (77)$$

A somatória em (77) foi aproximada pelo seu primeiro harmônico.

A largura finita do limitador, foi introduzida no modelo ao representarem a atuação do limitador por pulsos periódicos de intensidade  $b^\infty(r, \theta) L \sum_{N=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2\pi R_0 N)$ . Consideraram que a ação do limitador é impulsiva. O campo magnético obtido foi

$$\mathbf{b}^{VC}(r, \theta, z) = -\frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} L \left(\frac{r}{r_L}\right)^{p-1} \{ \text{sen}(p\theta) \mathbf{e}_r + \text{cos}(p\theta) \mathbf{e}_\theta \} \sum_{N=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2\pi R_0 N), \quad (78)$$

de onde resulta

$$\mathbf{b}^{VC}(r, \theta, z) = \frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \frac{L}{2\pi R_0} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{p-1} \{ \text{sen}(p\theta) \mathbf{e}_r + \text{cos}(p\theta) \mathbf{e}_\theta \} \left( 1 + 2 \sum_{N=1}^{\infty} \text{cos}\left(\frac{Nz}{R_0}\right) \right). \quad (79)$$

O campo magnético de equilíbrio considerado é dado por

$$\mathbf{B} = B_\theta(r) \mathbf{e}_\theta + B_0 \mathbf{e}_z, \quad (80)$$

sendo  $B_0$  o campo toroidal constante e  $B_\theta(r)$  o campo poloidal dado pela equação (52).

A equação das linhas de campo magnético

$$\mathbf{B} \times d\mathbf{l} = 0 \quad (81)$$

onde  $d\mathbf{l}$  é o elemento infinitesimal de comprimento ao longo da linha de campo magnético, implica que

$$\frac{B_r}{dr} = \frac{B_\theta}{rd\theta} = \frac{B_z}{dz}, \quad (82)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{B_\theta}{r B_0} \quad (83)$$

e

$$\frac{dr}{dz} = \frac{B_r}{B_0}. \quad (84)$$

Superpondo os campos magnéticos de equilíbrio e perturbativo e substituindo-os nas equações (83-84), resultam

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{B_\theta(r) + b_\theta(r, \theta, z)}{r B_0} \quad (85)$$

e

$$\frac{dr}{dz} = \frac{b_r(r, \theta, z)}{B_0}. \quad (86)$$

Viana e Caldas [8, 39], obtiveram também um mapa para estudar a evolução das linhas de campo magnético perturbadas.

No mapa a ação do limitador ocorre impulsivamente em uma seção com coordenada  $z = cte$ . Entre os pulsos do limitador, a influência do mesmo é nula e a evolução das linhas de campo magnético ocorre de acordo com o campo magnético de equilíbrio.

Vamos considerar a evolução de uma linha de campo magnético, em uma volta toroidal. Para um limitador centrado em  $z = 2\pi R_0$ , uma linha de campo magnético terá sua evolução de acordo com o campo de equilíbrio entre as coordenadas

$$(r_n, \theta_n, 0)$$

e

$$(r_n^*, \theta_n^*, (2\pi R_0) - \epsilon).$$

A evolução da linha de campo magnético sob ação do limitador ocorre entre as coordenadas

$$(r_n^*, \theta_n^*, (2\pi R_0) - \epsilon)$$

e

$$(r_{n+1}, \theta_{n+1}, (2\pi R_0) + \epsilon),$$

com  $\epsilon \rightarrow 0$ .

Integrando as equações (83-84) e utilizando como limites de integração as coordenadas de evolução das linhas de campo magnético que acabamos de descrever, obtiveram o seguinte mapa

$$r_n^* = r_n, \quad (87)$$

$$\theta_n^* = \theta_n + 2\pi \frac{R_0 B_\theta(r_n)}{r_n B_0}, \quad (88)$$

$$r_{n+1} = r_n^* - \frac{\mu_0 I_L p L}{\pi r_L B_0} \left( \frac{r_n^*}{r_L} \right)^{p-1} \text{sen}(p\theta_n^*), \quad (89)$$

$$\theta_{n+1} = \theta_n^* - \frac{\mu_0 I_L p L}{\pi r_L B_0} \left( \frac{r_n^*}{r_L} \right)^{p-2} \text{cos}(p\theta_n^*), \quad (90)$$

denominado de mapa por excitação impulsiva ou IEM (impulsive excitation map) por Caldas e colaboradores [41].

A figura (19-a), foi obtida utilizando o mapa por excitação impulsiva, para um limitador com  $p = 3$  e  $I_L = 2500 A$ . Na figura (19-b), para o mesmo limitador, foi utilizado um mapa com correção toroidal no campo magnético  $B_0$ . Neste mapa, o campo magnético  $B_0$  foi substituído pelo campo magnético  $B_\phi$ , dado por

$$B_\phi = \frac{B_0}{1 + \frac{r}{R_0} \text{cos}\theta}. \quad (91)$$

As equações do mapa com correção toroidal podem ser obtidas em [8, 40, 41, 42].

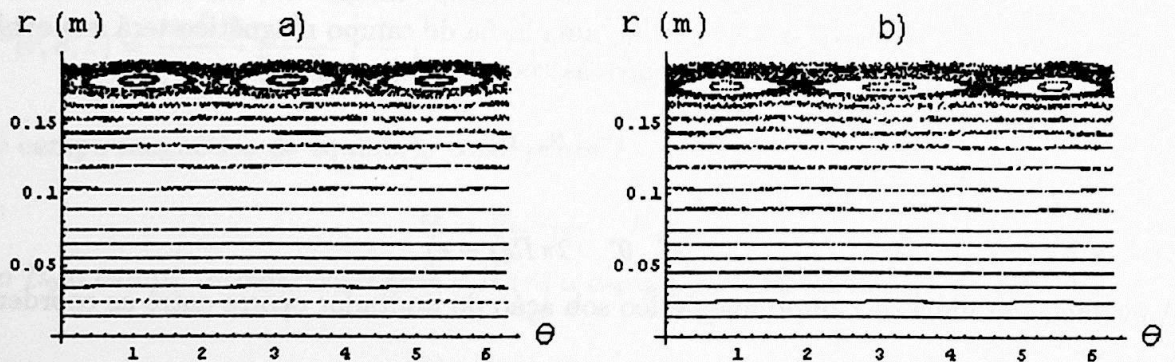


Figura 19: Limitador com  $p = 3$ ,  $r_L = 0,207 m$ ,  $L = 0,1 m$  e  $I_L = 2500 A$  e parâmetros de equilíbrio  $B_0 = 1 T$ ,  $q(a) = 3$  e  $\gamma = 2$ .

a) Mapa por excitação impulsiva.

b) Mapa por excitação impulsiva com correção toroidal em  $B_0$ .

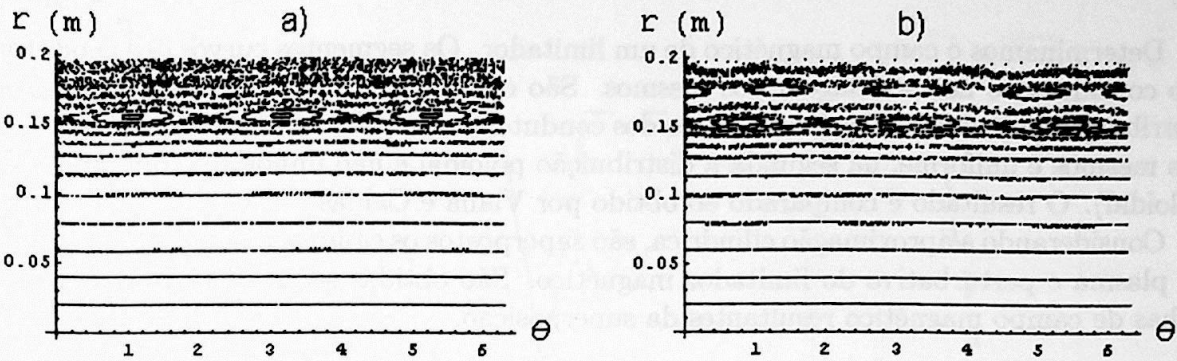


Figura 20: Limitador com  $p = 3$ ,  $r_L = 0,207\text{ m}$ ,  $L = 0,1\text{ m}$  e  $I_L = 2500\text{ A}$  e parâmetros de equilíbrio  $B_0 = 1\text{ T}$ ,  $q(a) = 4$  e  $\gamma = 3$ .

a) Mapa por excitação impulsiva.

b) Mapa por excitação impulsiva com correção toroidal em  $B_0$ .

Considerando o mesmo limitador magnético, mas alterando os parâmetros do campo magnético de equilíbrio foram obtidos os mapas da figura (20). Na figura (20-b) pode-se notar que surge uma estrutura de ilhas devido ao efeito da correção toroidal em  $B_0$ .

O campo magnético  $\mathbf{b}^\infty$ , também foi determinado resolvendo diretamente o problema de valores de contorno, para os condutores de comprimento infinito em coordenadas cilíndricas, por Pereira e Viana [40].

Nesse mesmo trabalho, Pereira e Viana, definiram um mapa em que as equações (85-86) foram integradas numericamente na região dos condutores do limitador magnético, de comprimento  $L$ . Fora da região do limitador foi utilizado o mapa do campo magnético de equilíbrio (87-88). Esse mapa foi denominado por Caldas e colaboradores, em [41], de mapa de pulso quadrado ou SPM (square-pulse map).

Em [41], a equação (89) do mapa obtido por Viana e Caldas, foi modificada, utilizando os resultados obtidos em [42] para tornar o mapa simplético e eliminar os efeitos dissipativos que surgiam no mapeamento.

Da comparação dos mapas SPM e IEM simplético, em [41], concluíram que os resultados obtidos com os dois mapas estavam em boa concordância, mas que no caso em que consideravam correção toroidal e intensidade de perturbação elevada o SPM não era adequado, sendo que os problemas podiam ser resolvidos utilizando um integrador simplético.

## 6 Determinação do Campo Magnético do Limitador

Determinamos o campo magnético de um limitador. Os segmentos curvos dos condutores são considerados na modelagem dos mesmos. São consideradas duas possibilidades para a distribuição poloidal dos segmentos retos dos condutores: na primeira a distribuição poloidal dos mesmos é uniforme; na segunda a distribuição poloidal é não uniforme (com modulação poloidal). O resultado é comparado ao obtido por Viana e Caldas.

Considerando a aproximação cilíndrica, são superpostos os campos magnéticos de equilíbrio do plasma e perturbativo do limitador magnético. São obtidas seções de Poincaré para as linhas de campo magnético resultantes da superposição.

### 6.1 Representação dos Condutores do Limitador Magnético

Os dois condutores que formam o limitador magnético, para o caso com  $p = 2$ , foram mostrados na figura (16).

A seguir representamos os dois condutores no plano  $\theta \times \varphi$  considerando duas possibilidades:

- Com a distribuição poloidal dos segmentos retos do limitador uniforme, como mostrado na figura (21);
- Com a distribuição poloidal dos segmentos retos do limitador não uniforme, como mostrado na figura (22).

Nas figuras (21-22), cada condutor é representado por um tipo de linha diferente (linha tracejada ou linha contínua) na qual está indicado o sentido da corrente de cada condutor.

A forma de cada condutor, no plano  $\theta \times \varphi$ , pode ser dada por uma função  $\varphi = \varphi_L(\theta)$ . Para isso basta definir,  $\delta$ ,  $\varphi_M$  e a lei de distribuição poloidal dos segmentos retos dos condutores.

Os limitadores utilizados nos Tokamaks TEXT, TBR-1 e o que está em construção para o TCABR, possuem distribuição poloidal dos condutores, não uniforme. Nestes Tokamaks utilizaram uma lei de distribuição poloidal, em que a coordenada poloidal,  $\theta_j$ , de cada segmento reto dos condutores do limitador, é dada por

$$\theta_j = \frac{j\pi}{p} + f \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi}{p}\right), \quad 0 < j \leq 2p - 1, \quad (92)$$

sendo  $f$ , uma constante que pode depender de parâmetros do plasma e do Tokamak.

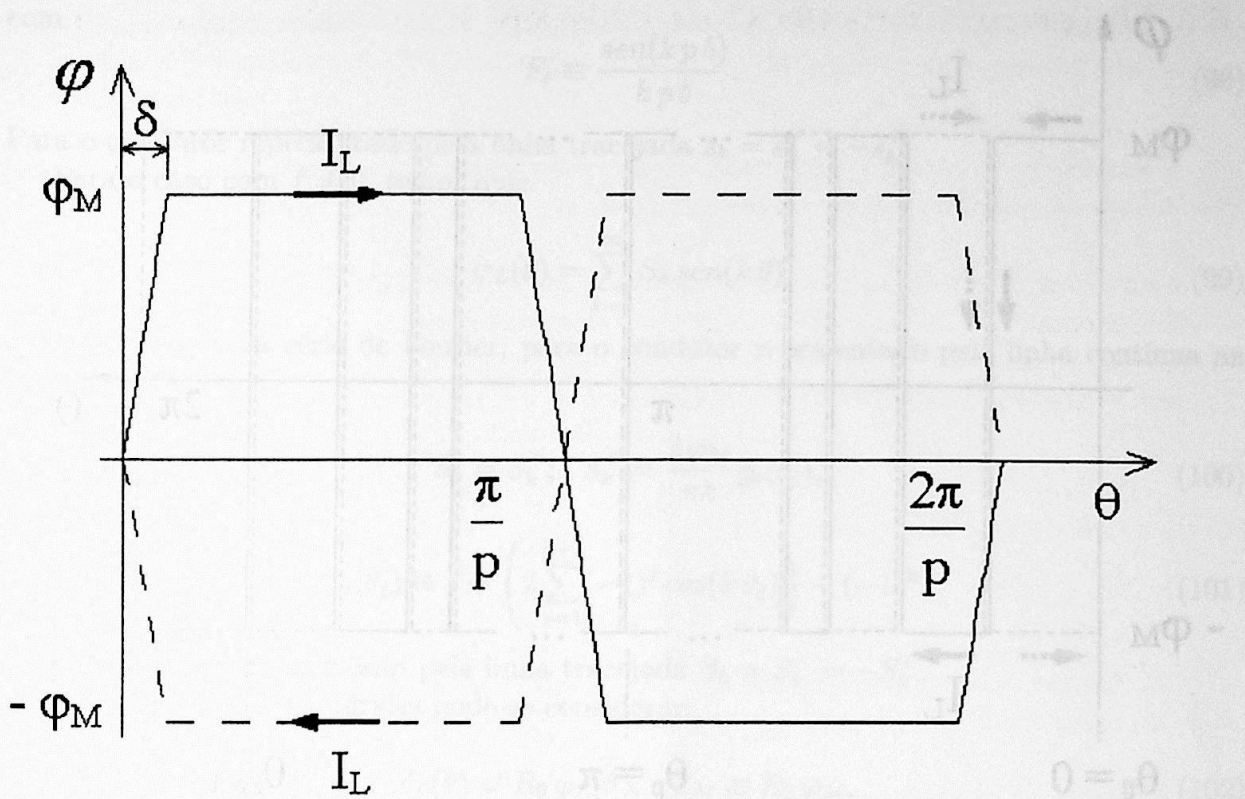


Figura 21: Condutores do limitador, representados em um sistema de coordenadas  $\theta \times \varphi$ . A distribuição poloidal dos segmentos retos dos condutores é uniforme.  $I_L$  é a corrente em cada condutor do limitador.

A constante  $f$  utilizada foi:

- $$f = \frac{r_L}{R_0}, \quad (93)$$

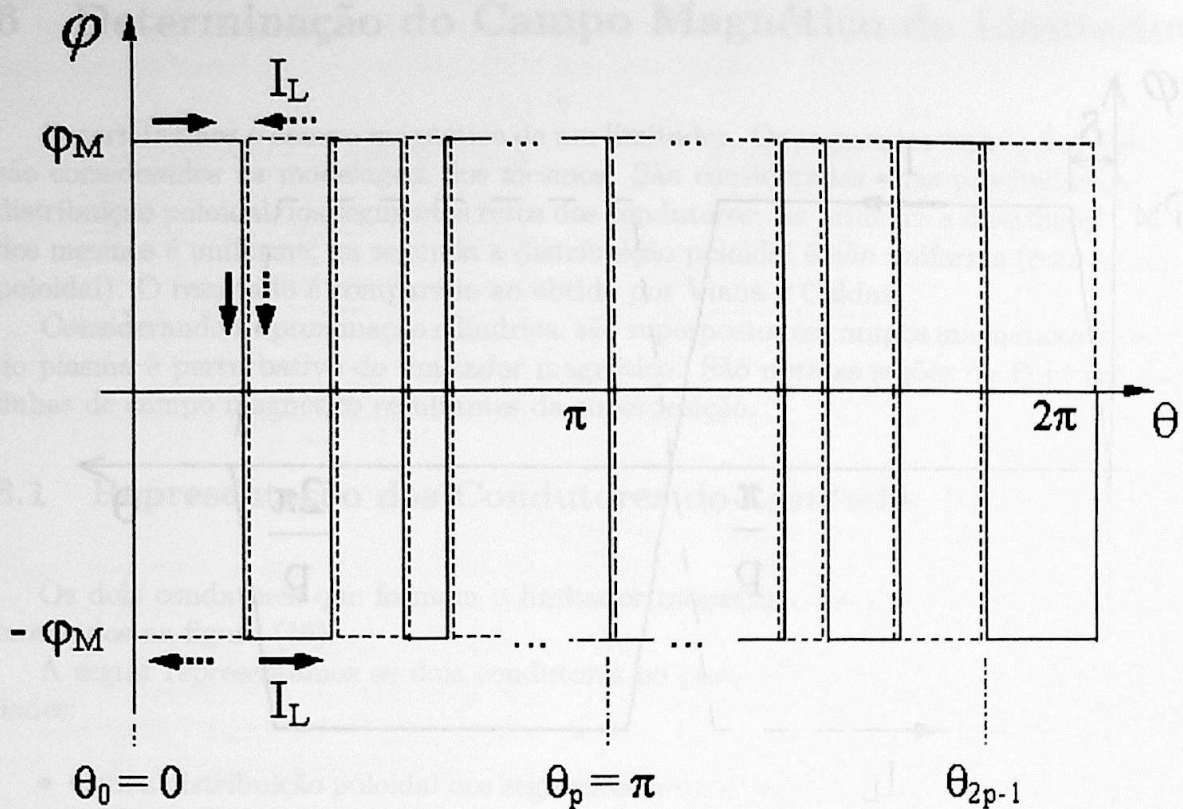
nos Tokamaks TEXT [28, 44] e TBR-1 [26, 27];

- $$f = \frac{r_L}{R_0} \left( \beta_p(a) + \frac{1}{2} l_i(a) + 1 \right), \quad (94)$$

no Tokamak TCABR [50], sendo  $\beta_p(a)$ , o parâmetro beta poloidal e  $l_i(a)$ , a indutância do plasma;

Se a distribuição poloidal dos condutores for uniforme, então

$$f = 0. \quad (95)$$



$$\theta_j = \frac{j\pi}{p} + f \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi}{p}\right), \quad 0 < j \leq 2p-1$$

Figura 22: Condutores do limitador, representados em um sistema de coordenadas  $\theta \times \varphi$ . A distribuição poloidal dos segmentos retos dos condutores é não uniforme.  $\theta_j$  é a coordenada poloidal de cada segmento.  $I_L$  é a corrente em cada condutor do limitador.

A forma de cada condutor representada pela função,  $\varphi = \varphi_L(\theta)$ , será escrita em termos de uma série de Fourier.

Para o caso com  $f = 0$ , temos que:

$$\varphi_L(\theta) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^{\infty} s_k \operatorname{sen}(k p \theta) \quad (96)$$

e os coeficientes da série de Fourier, para o condutor representado pela linha contínua na figura (21), são

$$s_k = s_k^+; \quad s_k^+ = \frac{4\varphi_M}{\pi k} F_\delta, \quad (97)$$

com

$$F_\delta \equiv \frac{\text{sen}(k p \delta)}{k p \delta}. \quad (98)$$

Para o condutor representado pela linha tracejada  $s_k = s_k^- = -s_k^+$ .

Para o caso com  $f \neq 0$ , temos que:

$$\varphi_L(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} S_k \text{sen}(k \theta) \quad (99)$$

e os coeficientes da série de Fourier, para o condutor representado pela linha contínua na figura (22), são

$$S_k = S_k^+; \quad S_k^+ = \frac{2 \varphi_M}{\pi k} g_k(\theta_j), \quad (100)$$

com

$$g_k(\theta_j) \equiv 1 + \left( 2 \sum_{j=1}^{p-1} (-1)^j \cos(k \theta_j) \right) - (-1)^k. \quad (101)$$

Para o condutor representado pela linha tracejada  $S_k = S_k^- = -S_k^+$ .

Em coordenadas cilíndricas pode-se considerar:

$$Z_L(\theta) \equiv R_0 \varphi_L(\theta), \quad Z_M \equiv R_0 \varphi_M, \quad (102)$$

e

$$s_k = \frac{4 l_r}{k} F_\delta, \quad (103)$$

$$S_k = \frac{2 l_r}{k} g_k(\theta_j), \quad (104)$$

com

$$l_r \equiv \frac{\varphi_M}{\pi} = \frac{Z_M}{\pi R_0}, \quad (105)$$

sendo o comprimento toroidal relativo dos condutores do limitador.

Nos cálculos realizados a seguir são considerados os condutores do limitador magnético com  $f = 0$ . Ao final dos cálculos, são indicadas as alterações necessárias para o caso com  $f \neq 0$ .

Para este sistema de correntes o campo magnético é determinado usando o método de condições de contorno apresentado em [51] por Kucinski.

## 6.2 Densidade Superficial de Corrente dos Condutores do Limitador

A densidade de corrente para cada condutor do limitador, segundo Kucinski [51], pode ser escrita em coordenadas curvilíneas  $x^i$ , onde:

$x^1$ , é uma coordenada radial, de valor constante na superfície do limitador;  
 $x^2$ , está relacionada com a lei de enrolamento dos condutores e  
 $x^3$ , é o ângulo poloidal.

Em termos das coordenadas polares locais  $(r, \theta, \varphi)$ , escolhemos

$$x^1 = r, \quad x^2 = -\varphi \pm \varphi_L(\theta), \quad x^3 = \theta \quad (106)$$

e, em coordenadas cilíndricas,

$$x^2 = -\frac{z}{R_0} \pm \frac{Z_L(\theta)}{R_0}. \quad (107)$$

Um resumo das propriedades básicas dos sistemas de coordenadas curvilíneas é apresentado no apêndice B.

Com as coordenadas escolhidas desta maneira, a posição dos condutores do limitador magnético é dada pela curva coordenada  $x^3$ , definida pela interseção das superfícies coordenadas  $x^1 = r_L$  e  $x^2 = \text{constante}$ .

Os sinais ( $\pm$ ) referem-se a cada um dos dois condutores que formam o limitador magnético. Daqui em diante, sempre que os sinais  $\pm$  ou  $\mp$  forem utilizados, o sinal superior corresponderá ao condutor com linha cheia da figuras (21-22) e o sinal inferior ao condutor com linha tracejada.

Em termos destas coordenadas a densidade de corrente é escrita, segundo Kucinski [51], como

$$\mathbf{J} = \frac{I_L}{\sqrt{g}} \delta(x^1 - x_0^1) \delta(x^2) \mathbf{e}_3^\pm \quad (108)$$

sendo  $g = (r R_0)^2$ , o determinante covariante da métrica e  $\mathbf{e}_3$ , um vetor da base covariante dado por

$$\mathbf{e}_3^\pm = \pm \frac{dZ_L}{d\theta} \mathbf{e}_z + r \mathbf{e}_\theta. \quad (109)$$

A densidade de corrente  $\mathbf{J}$  deve ser uma função periódica de  $x^2$ , de período submúltiplo de  $2\pi$  devido à simetria toroidal do sistema.  $\delta(x^2)$  pode ser representada pela série de Fourier de mesmo período

$$\delta(x^2) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{iNx^2}. \quad (110)$$

Substituindo (107) em (110), resulta

$$\delta(x^2) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{iN(-z \pm Z_L(\theta))/R_0}. \quad (111)$$

Substituindo (102) em (111) e utilizando (96), resulta

$$\delta(x^2) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{-iNz/R_0} \prod_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^{\infty} e^{\pm iNs_k \operatorname{sen}(kp\theta)}. \quad (112)$$

Utilizando a relação

$$e^{ix \operatorname{sen}\theta} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l(x) e^{il\theta} \quad (113)$$

em que  $J_l(x)$  são as funções de Bessel de primeira espécie, em (112), e substituindo o resultado em (108), obtém-se a densidade de corrente para um condutor

$$\mathbf{J} = \frac{I_L}{\sqrt{g}} \delta(r - r_L) \left( \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{-iNz/R_0} \prod_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\pm Ns_k) e^{ilkp\theta} \right) \mathbf{e}_3^{\pm}. \quad (114)$$

Na produtória de somatória em (114), serão consideradas apenas as contribuições da ordem do produto de funções  $J_l(Ns_k)$  com  $l = 0, 1, 2$  e no máximo um fator  $l \neq 0$ . Esta aproximação é justificada pelo fato de funções de Bessel de ordem maior terem extremos menores que funções de ordem maior. A aproximação é tanto melhor quanto menor for o argumento das funções de Bessel,  $Ns_k$ .

Com esta aproximação, a produtória de somatória, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\prod_{k=1}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\pm N s_k) e^{i l k p \theta} \cong P_{J_0} \pm i 2 P_{J_0 J_1} + 2 P_{J_0 J_2} - 4 P_{J_0 J_1 J_1} \quad (115)$$

k ímpar

sendo  $P_{J_0}$ ,  $P_{J_0 J_1}$ ,  $P_{J_0 J_2}$  e  $P_{J_0 J_1 J_1}$  definidas como

$$P_{J_0} \equiv \prod_{k=1}^{\infty} J_0(N s_k), \quad (116)$$

k ímpar

$$P_{J_0 J_1} \equiv P_{J_0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_1(N s_k)}{J_0(N s_k)} \text{sen}(k p \theta), \quad (117)$$

k ímpar

$$P_{J_0 J_2} \equiv P_{J_0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} \cos(2 k p \theta), \quad (118)$$

k ímpar

$$P_{J_0 J_1 J_1} \equiv P_{J_0} \sum_{u \neq v}^{\infty} \frac{J_1(N s_u)}{J_0(N s_u)} \frac{J_1(N s_v)}{J_0(N s_v)} \text{sen}(u p \theta) \text{sen}(v p \theta). \quad (119)$$

u, v ímpares

### 6.3 Condições de Contorno para o Campo Magnético do Limitador

De acordo com Kucinski [51], a descontinuidade do campo  $\mathbf{b}$ , na superfície dos condutores do limitador é dada por

$$[\mathbf{b}]_i^e \equiv \mathbf{b}^e - \mathbf{b}^i = -\mu_0 \int_i^e \mathbf{dr}_n \times \mathbf{J}, \quad \mathbf{dr}_n = \frac{\mathbf{e}^1 dx^1}{g^{11}}, \quad (120)$$

sendo que os índices  $i$  e  $e$  identificam, respectivamente, as grandezas calculadas na região interna e externa à superfície que contem os condutores do limitador magnético. A integração é realizada através da superfície de descontinuidade do campo magnético.

Substituindo (108) em (120) obtém-se

$$[\mathbf{b}]_i^e = \frac{\mu_0 I_L}{R_0} \delta(x^2) \left( \pm \frac{dZ_L}{d\theta} \frac{\mathbf{e}_\theta}{r_L} - \mathbf{e}_z \right). \quad (121)$$

Em termos do potencial escalar  $\phi$ , definido por  $\mathbf{b} = \nabla\phi$ , as condições de contorno são

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial r} \right]_i^e = 0 \quad (122)$$

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right]_i^e = \pm \frac{\mu_0 I_L}{R_0} \frac{dZ_L}{d\theta} \delta(x^2) \quad (123)$$

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial z} \right]_i^e = -\frac{\mu_0 I_L}{R_0} \delta(x^2) \quad (124)$$

Escrevendo (123) e (124), explicitamente, resultam:

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right]_i^e = \frac{\mu_0 I_L}{\pi} \left( \pm \frac{1}{2} + f_{01}(\theta, z) \pm f_{012}(\theta, z) \right) \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^{\infty} s_k k p \cos(k p \theta), \quad (125)$$

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial z} \right]_i^e = \frac{\mu_0 I_L}{\pi R_0} \left( -\frac{1}{2} \mp f_{01}(\theta, z) - f_{012}(\theta, z) \right), \quad (126)$$

sendo,  $f_{01}(\theta, z)$  e  $f_{012}(\theta, z)$ , definidas como:

$$f_{01}(\theta, z) \equiv 2 \sum_{N=1}^{\infty} P_{J_0 J_1} \text{sen}(N z/R_0), \quad (127)$$

$$f_{012}(\theta, z) \equiv \sum_{N=1}^{\infty} (P_{J_0} + 2P_{J_0 J_2} - 4P_{J_0 J_1 J_1}) \cos(N z/R_0). \quad (128)$$

## 6.4 Potencial Escalar do Campo Magnético do Limitador

O potencial escalar, pode ser escrito para a região interna aos condutores, com  $r < r_L$ , onde será denominado de  $\phi^i(r, \theta, z)$  e para a região externa aos condutores, com  $r > r_L$ , onde será denominado de  $\phi^e(r, \theta, z)$ , como solução da equação de Laplace em coordenadas cilíndricas.

Em [52], é mostrado que o potencial  $\phi^i(r, \theta, z)$  é composto de duas parcelas

$$\phi^i(r, \theta, z) = \phi_{\tau=0}^i(r, \theta) + \phi_{\tau \neq 0}^i(r, \theta, z) \quad (129)$$

sendo

$$\phi_{\tau=0}^i(r, \theta) = \sum_{\nu \neq 0}^{\infty} r^{\nu} (F_{\nu,0}^i \cos \nu \theta + G_{\nu,0}^i \operatorname{sen} \nu \theta), \quad (130)$$

$$\phi_{\tau \neq 0}^i(r, \theta, z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\tau \neq 0}^{\infty} I_{\nu} \left( \frac{\tau r}{R_0} \right) \left[ f_1^i(\theta) \operatorname{sen} \frac{\tau z}{R_0} + f_2^i(\theta) \cos \frac{\tau z}{R_0} \right], \quad (131)$$

$$f_1^i(\theta) = (A_{\nu,\tau}^i \cos \nu \theta + B_{\nu,\tau}^i \operatorname{sen} \nu \theta),$$

$$f_2^i(\theta) = (C_{\nu,\tau}^i \cos \nu \theta + D_{\nu,\tau}^i \operatorname{sen} \nu \theta)$$

$I_{\nu}$  são funções modificadas de Bessel de primeiro tipo e ordem  $\nu$  e  $\{A_{\nu,\tau}^i, \dots, G_{\nu,\tau}^i\}$  são constantes a determinar a partir das condições de contorno.

Também é mostrado em [52], que o potencial  $\phi^e(r, \theta, z)$  é dado por

$$\phi^e(r, \theta, z) = \phi_{\tau=0}^e(r, \theta) + \phi_{\tau \neq 0}^e(r, \theta, z) \quad (132)$$

sendo

$$\phi_{\tau=0}^e(r, \theta) = \sum_{\nu \neq 0}^{\infty} r^{-\nu} (F_{\nu,0}^e \cos \nu \theta + G_{\nu,0}^e \operatorname{sen} \nu \theta), \quad (133)$$

$$\phi_{\tau \neq 0}^e(r, \theta, z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\tau \neq 0}^{\infty} K_{\nu} \left( \frac{\tau r}{R_0} \right) \left[ f_1^e(\theta) \operatorname{sen} \frac{\tau z}{R_0} + f_2^e(\theta) \cos \frac{\tau z}{R_0} \right], \quad (134)$$

$$f_1^e(\theta) = (A_{\nu,\tau}^e \cos \nu \theta + B_{\nu,\tau}^e \operatorname{sen} \nu \theta),$$

$$f_2^e(\theta) = (C_{\nu,\tau}^e \cos \nu \theta + D_{\nu,\tau}^e \operatorname{sen} \nu \theta)$$

$K_{\nu}$  são funções modificadas de Bessel de segundo tipo e ordem  $\nu$  e  $\{A_{\nu,\tau}^e, \dots, G_{\nu,\tau}^e\}$  são constantes a determinar a partir das condições de contorno.

## 6.5 Campo Magnético na Região Interna ( $r < r_L$ )

### 6.5.1 Componente Radial do Campo Magnético

A seguir, será determinada a componente radial do campo magnético  $b_r(r, \theta, z)$ . Esta componente é composta de 4 parcelas

$$b_r(r, \theta, z) = b_r^1(r, \theta) + b_r^2(r, \theta, z) + b_r^3(r, \theta) + b_r^4(r, \theta, z). \quad (135)$$

Do sistema de equações (193, 198-199), do apêndice C, obtem-se que:

$$G_{kp,0}^i = \mp \frac{\mu_0 I_L s_k}{4\pi r_L^{kp}} \quad (136)$$

e

$$D_{kp,N}^i = \pm \frac{\mu_0 I_L N r_L}{\pi R_0} K'_{kp}(N r_L / R_0) \left[ 1 + \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} \right] s_k P_{J_0} \quad (137)$$

Com as constantes  $G_{kp,0}^i$ , obtem-se a primeira parcela,  $b_r^1(r, \theta)$ , do campo magnético:

$$b_r^1(r, \theta) = \mp \frac{\mu_0 I_L}{4\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left( \frac{r}{r_L} \right)^{kp-1} \frac{kp}{r_L} s_k \text{sen}(kp\theta) \quad (138)$$

$$b_r^1(r, \theta) = \mp l_r \frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left( \frac{r}{r_L} \right)^{kp-1} F_\delta \text{sen}(kp\theta) \quad (139)$$

Com as constantes  $D_{kp,N}^i$ , obtem-se a segunda parcela,  $b_r^2(r, \theta, z)$ , do campo magnético:

$$b_r^2(r, \theta, z) = \pm \frac{\mu_0 I_L}{4\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} C_1 I'_{kp}(Nr/R_0) \frac{kp}{r_L} s_k \text{sen}(kp\theta) 2 \cos(Nz/R_0) \quad (140)$$

$$b_r^2(r, \theta, z) = \pm l_r \frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} C_1 I'_{kp}(Nr/R_0) F_\delta \text{sen}(kp\theta) 2 \cos(Nz/R_0) \quad (141)$$

sendo

$$C_1 \equiv \frac{2r_L^2}{pR_0^2} \frac{N^2 K'_{kp}(Nr_L/R_0)}{k} \left[ 1 + \frac{J_2(Ns_k)}{J_0(Ns_k)} \right] P_{J_0} \quad (142)$$

Somando as parcelas,  $b_r^1(r, \theta)$  e  $b_r^2(r, \theta, z)$ , resulta:

$$b_r^{12}(r, \theta, z) = b_r^1(r, \theta) + b_r^2(r, \theta, z) \quad (143)$$

$$b_r^{12}(r, \theta, z) = \frac{\mu_0 I_L}{4\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left( \frac{r}{r_L} \right)^{kp-1} \frac{kp}{r_L} s_k \text{sen}(kp\theta) \left\{ \mp 1 \pm \sum_{N=1}^{\infty} f_{k,N}(r) 2 \cos(Nz/R_0) \right\} \quad (144)$$

$$b_r^{12}(r, \theta, z) = l_r \frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left( \frac{r}{r_L} \right)^{kp-1} F_\delta \text{sen}(kp\theta) \left\{ \mp 1 \pm \sum_{N=1}^{\infty} f_{k,N}(r) 2 \cos(Nz/R_0) \right\} \quad (145)$$

sendo

$$f_{k,N}(r) = C_1 \left( \frac{r}{r_L} \right)^{-(kp-1)} I'_{kp}(Nr/R_0) \quad (146)$$

Do sistema de equações (193, 202-204), do apêndice C, obtém-se que:

$$A_{0,N}^i = -\frac{\mu_0 I_L r_L}{\pi R_0} K'_0(Nr_L/R_0) P_{J_0} \quad (147)$$

$$A_{2kp,N}^i = -2 \frac{\mu_0 I_L r_L}{\pi R_0} K'_{kp}(Nr_L/R_0) \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} P_{J_0} \quad (148)$$

$$D_{kp,N}^i = \pm 2 \frac{\mu_0 I_L r_L}{\pi R_0} K'_{kp}(Nr_L/R_0) \frac{J_1(N s_k)}{J_0(N s_k)} P_{J_0} \quad (149)$$

Foram obtidas duas fórmulas diferentes, (137) e (149), para  $D_{kp,N}^i$ . Utilizando-se a relação  $J_\nu(x) = (J_{\nu-1}(x) + J_{\nu+1}(x)) 2\nu/x$ , pode-se mostrar que as duas são equivalentes.

Com as constantes  $A_{0,N}^i$ , obtém-se a terceira parcela,  $b_r^3(r, \theta, z)$ , do campo magnético:

$$b_r^3(r, z) = -\frac{\mu_0 I_L r_L}{\pi R_0^2} \sum_{N=1}^{\infty} N P_{J_0} K'_0(Nr_L/R_0) I'_0(Nr/R_0) \text{sen}(Nz/R_0) \quad (150)$$

Com as constantes  $A_{2kp,N}^i$ , obtém-se a quarta parcela,  $b_r^4(r, \theta, z)$ , do campo magnético:

$$b_r^4(r, \theta, z) = -\frac{\mu_0 I_L r_L}{\pi R_0^2} \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} C_2 I'_{2kp}(Nr/R_0) \cos(2kp\theta) 2 \text{sen}(Nz/R_0) \quad (151)$$

sendo

$$C_2 \equiv N K'_{kp}(Nr_L/R_0) \left[ \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} \right] P_{J_0}$$

## 6.6 Interpretação das Parcelas de $b_r(r, \theta, z)$

Determinaremos a seguir, por procedimento similar ao utilizado para obtermos  $b_r(r, \theta, z)$  nas seções anteriores, o campo magnético devido a  $p$  pares de condutores de comprimento infinito, e o campo magnético devido a uma espira. Estes campos magnéticos estão diretamente relacionados com  $b_r^1(r, \theta)$  e  $b_r^3(z, \theta)$ , respectivamente.

### 6.6.1 Campo Magnético dos Condutores de Comprimento Infinito

#### Representação dos Condutores

O campo magnético radial  $b_r^\infty(r, \theta)$ , devido a  $p$  pares de condutores de comprimento infinito, com a disposição mostrada na figura (23-a) ( $p=3$  pares, na figura), sendo os condutores adjacentes percorridos por correntes opostas e de intensidade  $I_L$ , será agora determinado.

O mesmo resultado foi obtido, de outras maneiras, em [8, 40].

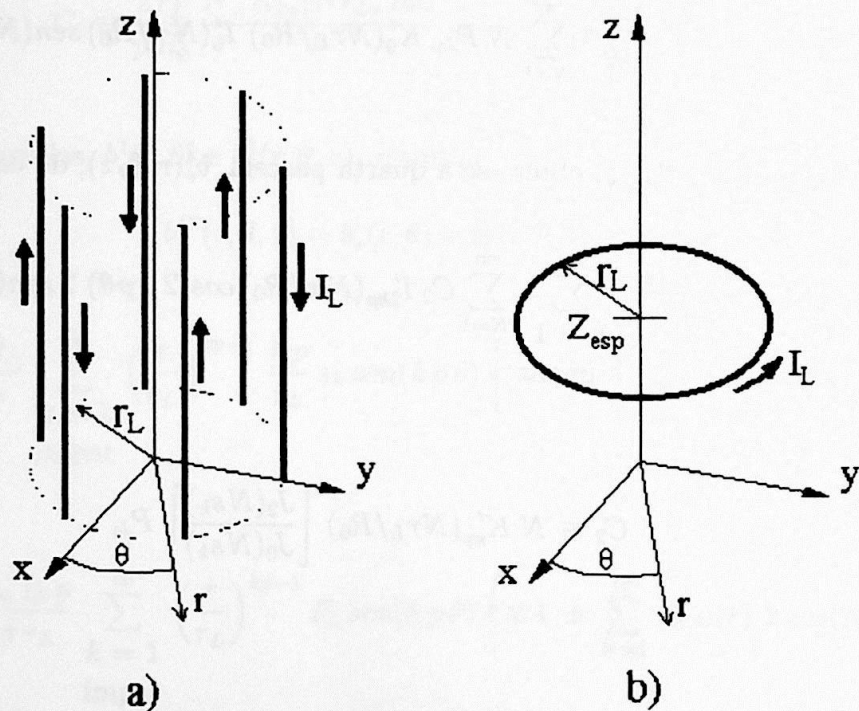


Figura 23:

a) Disposição de 3 pares de condutores de comprimento infinito, percorridos por correntes de intensidade  $I_L$  e montados em  $r = r_L$ .

b) Espira de raio  $r_L$ , na posição  $z = Z_{esp}$ , percorrida por uma corrente de intensidade  $I_L$ .

## Densidade Superficial de Corrente dos Condutores

A densidade de corrente dos condutores será escrita em coordenadas curvilíneas  $x^i$ , em termos das coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ . As coordenadas são:

$$x^1 = r, \quad x^2 = \theta - \frac{l\pi}{p}, \quad x^3 = \theta \quad (152)$$

Em termos destas coordenadas a densidade de corrente é escrita como:

$$\mathbf{J} = \frac{I_L}{\pi} \frac{\delta(r - r_L)}{r} \sum_{l=0}^{2p-1} (-1)^l \operatorname{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{iN(\theta - l\pi/p)} \mathbf{e}_z \quad (153)$$

## Condições de Contorno para o Campo Magnético

Em termos do potencial escalar  $\phi$ , definido por  $\mathbf{b} = \nabla\phi$ , as condições de contorno são

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial r} \right]_i^e = 0 \quad (154)$$

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right]_i^e = \frac{\mu_0 I_L}{\pi} \sum_{l=0}^{2p-1} (-1)^l \operatorname{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{iN(\theta - l\pi/p)} \quad (155)$$

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial z} \right]_i^e = 0 \quad (156)$$

## Potencial Escalar do Campo Magnético

O potencial escalar do campo magnético para as regiões interna,  $\phi^i(r, \theta)$  e externa,  $\phi^e(r, \theta)$ , aos condutores, é:

$$\phi^i(r, \theta) = \sum_{\nu=1}^{\infty} r^{\nu} [A_{\nu}^i \cos(\nu\theta) + B_{\nu}^i \operatorname{sen}(\nu\theta)] \quad (157)$$

$$\phi^e(r, \theta) = \sum_{\nu=1}^{\infty} r^{-\nu} [A_{\nu}^e \cos(\nu\theta) + B_{\nu}^e \operatorname{sen}(\nu\theta)] \quad (158)$$

### Componente Radial do Campo Magnético para $r < r_L$

Das condições de contorno e do potencial escalar, obtém-se que o campo magnético é:

$$b_r^\infty(r, \theta) = -\frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{kp-1} \text{sen}(kp\theta) \quad (159)$$

Nota-se que

$$|b_r^1(r, \theta)| = l_r |b_r^\infty(r, \theta)| \quad (160)$$

### 6.6.2 Campo Magnético de uma Espira

Determinamos o campo magnético radial, devido a uma espira de raio  $r_L$ , localizada em  $z = Z_{esp}$ , percorrida por uma corrente  $I_L$  figura (23-b).

#### Representação da Forma da Espira, em Série de Fourier

A forma da espira pode ser representada por uma função,  $Z_L(\theta)$ , escrita em termos de uma série de Fourier, na qual o único coeficiente não nulo é  $s_0$ . Portanto a série de Fourier é:

$$Z_L(\theta) = Z_{esp} \quad (161)$$

onde  $Z_{esp}$ , é a coordenada  $z$  da espira.

#### Densidade Superficial de Corrente da Espira

A densidade de corrente da espira será escrita em coordenadas curvilíneas  $x^i$ , em termos das coordenadas polares locais  $r, \theta, \phi$ . As coordenadas são:

$$x^1 = r, \quad x^2 = (-z + Z_{esp})/R_0, \quad x^3 = \theta \quad (162)$$

Em termos destas coordenadas a densidade de corrente é escrita como:

$$\mathbf{J} = \frac{I_L}{R_0} \delta(r - r_L) \left[ \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \text{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{-iN(z - Z_{esp})/R_0} \right] \mathbf{e}_\theta \quad (163)$$

## Condições de Contorno para o Campo Magnético da Espira

Em termos do potencial escalar  $\phi$ , definido por  $\mathbf{b} = \nabla\phi$ , as condições de contorno são

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial r} \right]_i^e = 0 \quad (164)$$

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right]_i^e = 0 \quad (165)$$

$$\left[ \frac{\partial\phi}{\partial z} \right]_i^e = -\frac{\mu_0 I_L}{R_0} \left[ \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{N=1}^{\infty} e^{-iN(z-Z_{esp})/R_0} \right] \quad (166)$$

## Potencial Escalar do Campo Magnético da Espira

O potencial escalar do campo magnético para as regiões interna,  $\phi^i(r, z)$  e externa,  $\phi^e(r, z)$ , à espira, é:

$$\phi^i(r, z) = \sum_{\tau=1}^{\infty} I_0 \left( \frac{\tau r}{R_0} \right) \left[ A_{\tau}^i \cos(\tau z/R_0) + B_{\tau}^i \operatorname{sen}(\tau z/R_0) \right] \quad (167)$$

$$\phi^e(r, z) = \sum_{\tau=1}^{\infty} K_0 \left( \frac{\tau r}{R_0} \right) \left[ A_{\tau}^e \cos(\tau z/R_0) + B_{\tau}^e \operatorname{sen}(\tau z/R_0) \right] \quad (168)$$

## Componente Radial do Campo Magnético da Espira para $r < r_L$

Das condições de contorno e do potencial escalar, obtem-se que o campo magnético radial, devido a uma espira de raio  $r_L$ , localizada em  $Z = Z_{esp}$  e percorrida por uma corrente  $I_L$  (figura 23b)) é:

$$b_r^{esp}(r, z) = -\frac{\mu_0 I_L r_L}{\pi R_0^2} \sum_{N=1}^{\infty} N K_0'(Nr_L/R_0) I_0'(Nr/R_0) \operatorname{sen}[(z - Z_{esp})N/R_0] \quad (169)$$

Se em  $b_r^3(r, z)$ , considerarmos que  $P_{J0} \rightarrow 1$  para condutores de limitadores com largura pequena ( $Z_M \rightarrow 0$ ) e  $Z_{esp} = 0$  em (150), nota-se que:

$$b_r^3(r, z) \sim b_r^{esp}(r, z) \quad (170)$$

Ou seja,  $b_r^3(r, z)$  tende ao campo de uma espira circular localizada na origem, quando a largura do limitador tende a zero.

### 6.6.3 Comparação com o Modelo de Viana e Caldas

A seguir serão feitas algumas aproximações no campo magnético  $b_r^{12}(r, \theta, z)$ , válidas quando  $l_r \ll 1$  e  $N \approx 1$ . Será também considerado que  $F_\delta = 1$  (inclinação toroidal,  $\delta \rightarrow 0$ ).

Com estas condições,

$$N s_k = N \frac{4\varphi_M}{\pi k} = \frac{4N}{k} l_r \sim 0$$

e

$$J_0(N s_k) \sim 1,$$

$$J_2(N s_k) \sim 0$$

e

$$P_{J_0} \left[ 1 + \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} \right] \sim 1.$$

Considerando as mesmas condições anteriores, o produto das funções modificadas de Bessel,  $K'_{kp}(N r_L/R_0) I'_{kp}(N r/R_0)$ , também pode ser simplificado. Para isto, basta considerar as relações

$$\begin{aligned} I'_\nu(x) &= (I_{\nu-1}(x) + I_{\nu+1}(x))/2 \\ K'_\nu(x) &= (K_{\nu-1}(x) + K_{\nu+1}(x))/2 \end{aligned}$$

e as aproximações

$$\begin{aligned} I_\nu(x) &\sim \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} \\ K_0(x) &\sim -\ln(x) \\ K_\nu(x) &\sim \frac{1}{2} \Gamma(\nu) \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \end{aligned}$$

que são válidas para  $x \ll 1$  e  $x \ll \nu$ , resultando então:

$$K'_{kp} \left( \frac{N r_L}{R_0} \right) I'_{kp} \left( \frac{N r}{R_0} \right) \sim -\frac{kp}{2} \left( \frac{N r_L}{R_0} \right)^{-(kp+1)} \left( \frac{N r}{R_0} \right)^{kp-1} \quad (171)$$

Com as aproximações anteriores, o campo magnético  $b_r^{12}(r, \theta, z)$ , resulta:

$$b_r^{12}(r, \theta, z) \sim \mp l_r \frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{kp-1} \text{sen}(kp\theta) \left\{ 1 + \sum_{N=1}^{\infty} 2 \cos\left(\frac{Nz}{R_0}\right) \right\} \quad (172)$$

$$b_r^{12}(r, \theta, z) \sim b_r^1(r, \theta) \left\{ 1 + \sum_{N=1}^{\infty} 2 \cos\left(\frac{Nz}{R_0}\right) \right\} \quad (173)$$

O campo magnético  $b_r^{12}(r, \theta, z)$ , com estas aproximações, é igual ao obtido por Viana e Caldas.

No caso geral, os dois campos magnéticos diferem pela função  $f_{k,N}(r)$  (146).

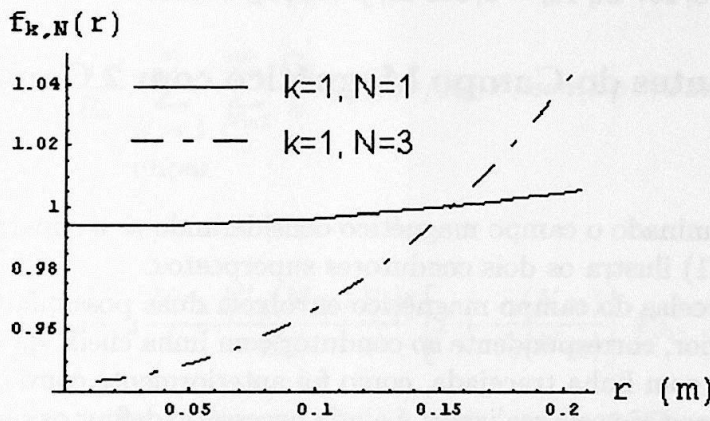


Figura 24: Função  $f_{k,N}(r)$ , para os parâmetros:

$r_L = 0,207$  m,  $R_0 = 0,615$  m,  $l_r = 0,026$ ,  $p = 3$ ,  $I_L = 2500$  A.

A figura (24) mostra o gráfico da função  $f_{k,N}(r)$  para os parâmetros do Tokamak TCABR.  $f_{k,N}(r) \approx 1$  se o comprimento relativo do limitador,  $l_r$ , for pequeno e  $N \approx 1$ . Nesta situação os campos magnéticos determinados pelos dois modelos são praticamente iguais.

A diferença entre os dois modelos acentua-se à medida que  $l_r$  e o valor de  $N$  aumentam, conforme mostra o gráfico da figura (25).

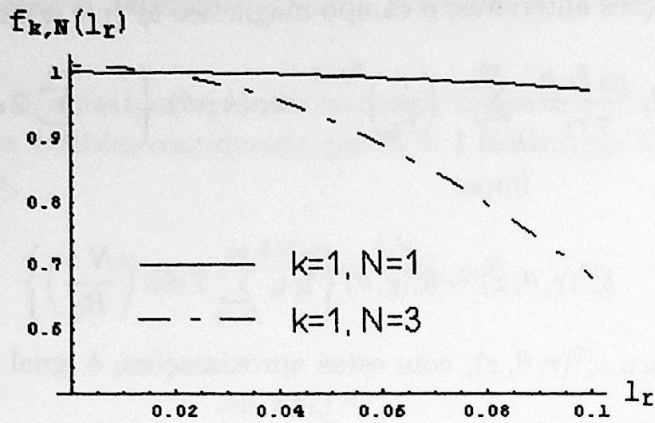


Figura 25: Função  $f_{k,N}(l_r)$ , para os parâmetros:  
 $r = 0,1555$  m,  $r_L = 0,207$  m,  $R_0 = 0,615$  m,  $p = 3$ ,  $I_L = 2500$  A

## 6.7 Componentes do Campo Magnético com 2 Condutores Superpostos

Agora será determinado o campo magnético considerando-se a superposição de dois condutores. A figura (21) ilustra os dois condutores superpostos.

Algumas das parcelas do campo magnético envolvem duas possibilidades de sinal, sendo sempre o sinal superior, correspondente ao condutor com linha cheia, da figura (21), e o sinal inferior ao condutor com linha tracejada, como foi anteriormente convenicionado.

Para que a superposição seja realizada, é ainda necessário definir os sinais correspondentes às densidades de corrente nos condutores. Para que tenham mesmo sentido, na direção toroidal, deverão ser definidas com sinais contrários na direção poloidal. Sendo assim, deve-se considerar:

$$b_r(r, \theta, z) = b_r^{\text{sinal superior}} - b_r^{\text{sinal inferior}} = 2b_r^{12}(r, \theta, z) \quad (174)$$

ou seja,

$$b_r(r, \theta, z) = 2l_r \frac{\mu_0 I_L p}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{kp-1} F_\delta \text{sen}(kp\theta) \left\{ -1 + \sum_{N=1}^{\infty} f_{k,N}(r) 2 \cos(Nz/R_0) \right\} \quad (175)$$

Com este resultado, nota-se que as parcelas  $b_r^3(r, \theta, z)$  e  $b_r^4(r, \theta, z)$ , dos dois condutores, cancelam-se. O campo magnético resultante, quando se considera os 2 condutores superpostos, é o dobro de  $b_r^{12}(r, \theta, z)$ , sendo o fator 2 resultante da duplicação da corrente.

A componente  $b_\theta$  do campo magnético é:

$$b_\theta(r, \theta, z) = 2 l_r \frac{\mu_0 I_L P}{\pi r_L} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{kp-1} F_\delta \cos(k p \theta) \left\{ -1 + \sum_{N=1}^{\infty} F_{k,N}(r) 2 \cos(N z / R_0) \right\} \quad (176)$$

sendo,

$$F_{k,N}(r) \equiv 2 \frac{N r_L K'_{kp}(N r_L / R_0)}{R_0} P_{J_0} \left[ 1 + \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} \right] \left(\frac{r}{r_L}\right)^{-kp} I_{kp}(N r / R_0). \quad (177)$$

A componente  $b_z$  do campo magnético é:

$$b_z(r, \theta, z) = -2 l_r \frac{\mu_0 I_L}{\pi R_0} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \frac{C_3}{k} I_{kp}(N r / R_0) F_\delta \sin(k p \theta) 2 \sin(N z / R_0) \quad (178)$$

sendo,

$$C_3 \equiv 2 \frac{N r_L K'_{kp}(N r_L / R_0)}{R_0} \left[ 1 + \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} \right] P_{J_0}. \quad (179)$$

## 6.8 Componentes do Campo Magnético com 2 Condutores Superpostos e Distribuição Poloidal não Uniforme

O campo magnético do limitador, obtido para os condutores com distribuição uniforme deve sofrer 3 alterações para que possa ser utilizado no caso não uniforme:

$$p \text{ deve ser substituído por } 1 \quad (180)$$

$$s_k = \frac{4 l_r}{k} F_\delta \text{ deve ser substituído por } S_k = \frac{2 l_r}{k} f_k(\theta_j) \quad (181)$$

$$\sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} () \text{ deve ser substituído por } \sum_{k=1}^{\infty} () \quad (182)$$

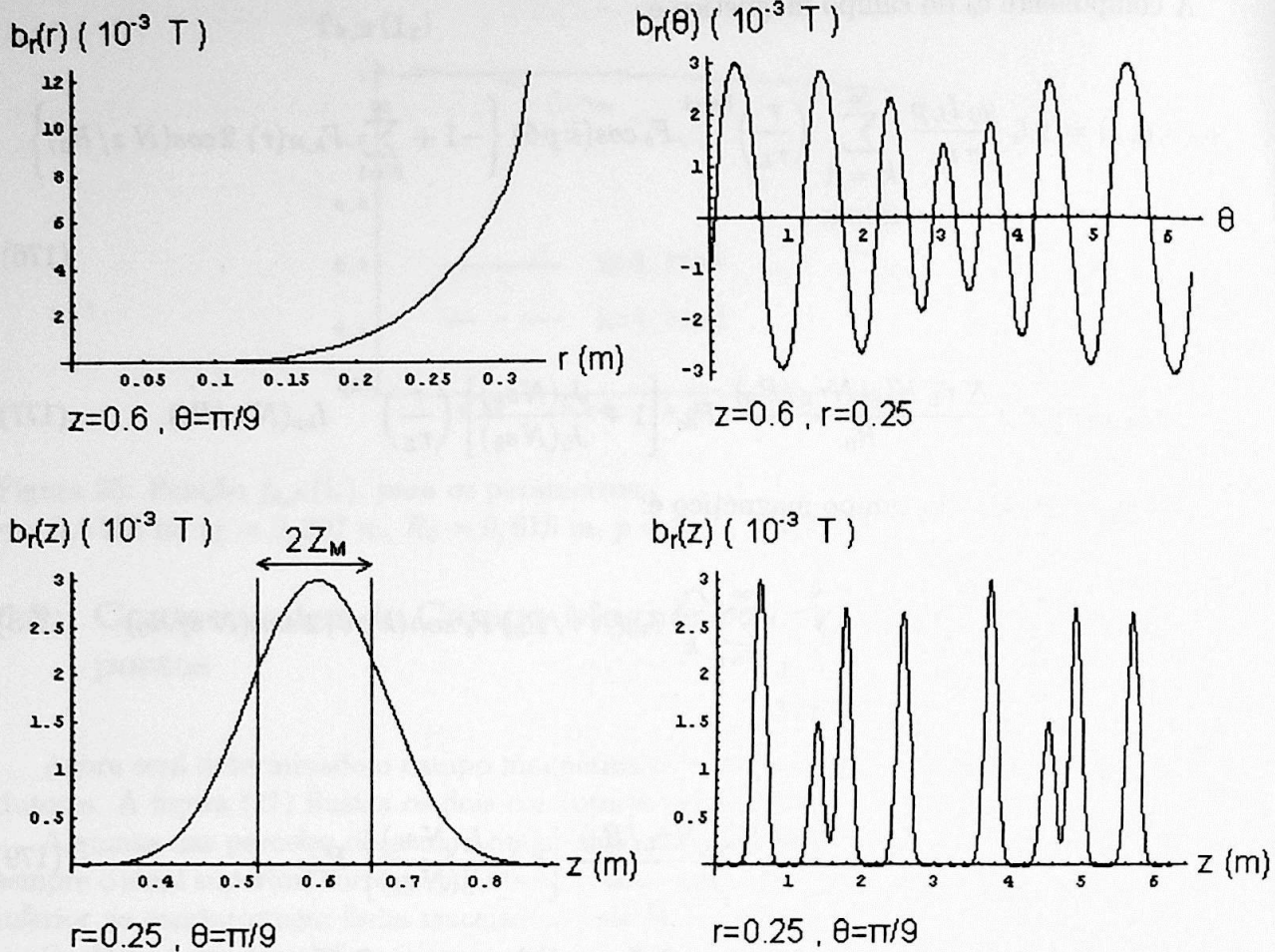


Figura 26: Gráficos da componente radial do campo magnético perturbativo para um limitador magnético, com distribuição poloidal não uniforme dos condutores, para os parâmetros do Tokamak TEXT, na aproximação cilíndrica.  $r_L = 0,327m$ ,  $2Z_M = 0,15m$  e  $I_L = 1000A$  ( $I_L/I_p = 0,36\%$ ). Para obtenção destes gráficos foram utilizados os harmônicos  $1 \leq k \leq 35$  e  $1 \leq N \leq 35$ . A utilização de harmônicos maiores não afeta significativamente os resultados.

Os gráficos da figura (26) foram obtidos utilizando a equação (175) com as alterações indicadas na seção (6.8), para os parâmetros do Tokamak TEXT (tabela 1). No TEXT são utilizados oito limitadores magnéticos com parâmetros,  $r_L = 0,327m$ ,  $2Z_M = 0,15m$ ,  $I_L = 1000A$  ( $I_L/I_p = 0,36\%$ ) [28, 44]. O modo principal é o  $(m,n)=(7,3)$ . Cada limitador magnético possui um deslocamento poloidal em relação a  $\theta = 0$  para que o modo  $(m,n)=(7,3)$  seja obtido [44]. Em [28] são apresentados os gráficos de  $b_r$ , obtidos numericamente em coordenadas pseudo-toroidais, para este Tokamak.

O campo magnético  $b_r(\theta)$  da figura (26) apresenta aproximadamente 75% da intensidade do campo magnético obtido em [28]. O campo magnético  $b_r(z)$  da figura (26) tem ponto de máximo com intensidade de aproximadamente 75% da intensidade do campo magnético obtido em [28]. A atenuação do campo com a coordenada  $z$  é mais lenta do que em [28].

## 6.9 Parâmetros do Tokamak TCABR

Os parâmetros do Tokamak TCABR e dos condutores do limitador magnético utilizados neste trabalho, são:

$B_0 = 1 T$ ,  $R_0 = 0,615 m$ ,  $a = 0,18 m$ ,  $l_i(a) = 1$ ,  $\beta_p(a) = 0,612$ ,  $q(a) = 3$  e  $\gamma = 2$ .  
 $p = 3$ ,  $r_L = 0,207 m$ ,  $2Z_M = 0,1 m$ .

A figura (27) mostra gráficos da componente radial do campo magnético perturbativo, para os parâmetros do TCABR, com corrente de alimentação dos condutores do limitador  $I_L = 2500 A$  ( $I_L/I_p = 2,8\%$ ).

Pode-se notar algumas características, como a maior intensidade da componente radial,  $b_r(r)$ , para  $r \approx a$ . A modulação de acordo com o valor de  $p$  utilizado, destacada por  $b_r(\theta)$ . A atuação do campo em uma região da ordem da largura dos condutores do limitador, característica evidenciada por  $b_r(z)$ .

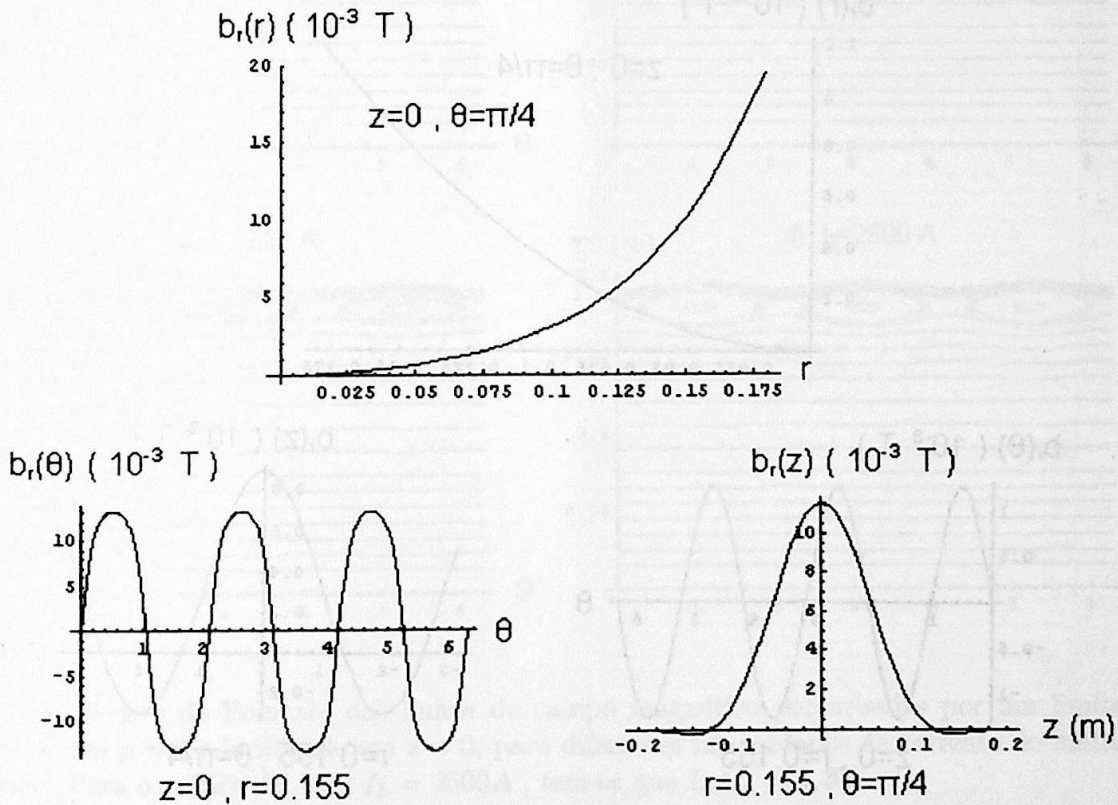


Figura 27: Gráficos da componente radial do campo magnético perturbativo,  $b_r$ , relativos à equação (175), com corrente  $I_L = 2500 A$  ( $I_L/I_p = 2,8\%$ ) para o Tokamak TCABR. Para obtenção destes gráficos foram utilizados os harmônicos  $1 \leq k \leq 21$  e  $1 \leq N \leq 30$ . A utilização de harmônicos maiores não afeta significativamente os resultados.

## 6.10 Superposição dos Campos Magnéticos de Equilíbrio e Perturbativo

Os campos magnéticos de equilíbrio,  $\mathbf{B}(r) = B_\theta(r) \mathbf{e}_\theta + B_0 \mathbf{e}_z$ , e perturbativo,  $\mathbf{b}(r, \theta, z)$ , obtido na seção (6.7), foram substituídos nas equações (85-86).

As equações (85-86) foram integradas numericamente, pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem. Com a integração foram obtidas seções de Poincaré para um Tokamak com os parâmetros do TCABR na seção do plasma com  $z = 0$ .

As figuras (29, 30, 31), mostram as seções de Poincaré obtidas.

A figura (28), mostra os gráficos do harmônico  $(m, N) = (3, 1)$ , da componente radial do campo magnético perturbativo, para os parâmetros do TCABR, com corrente de alimentação dos condutores do limitador  $I_L = 2500 \text{ A}$  ( $I_L/I_p = 2,8\%$ ).

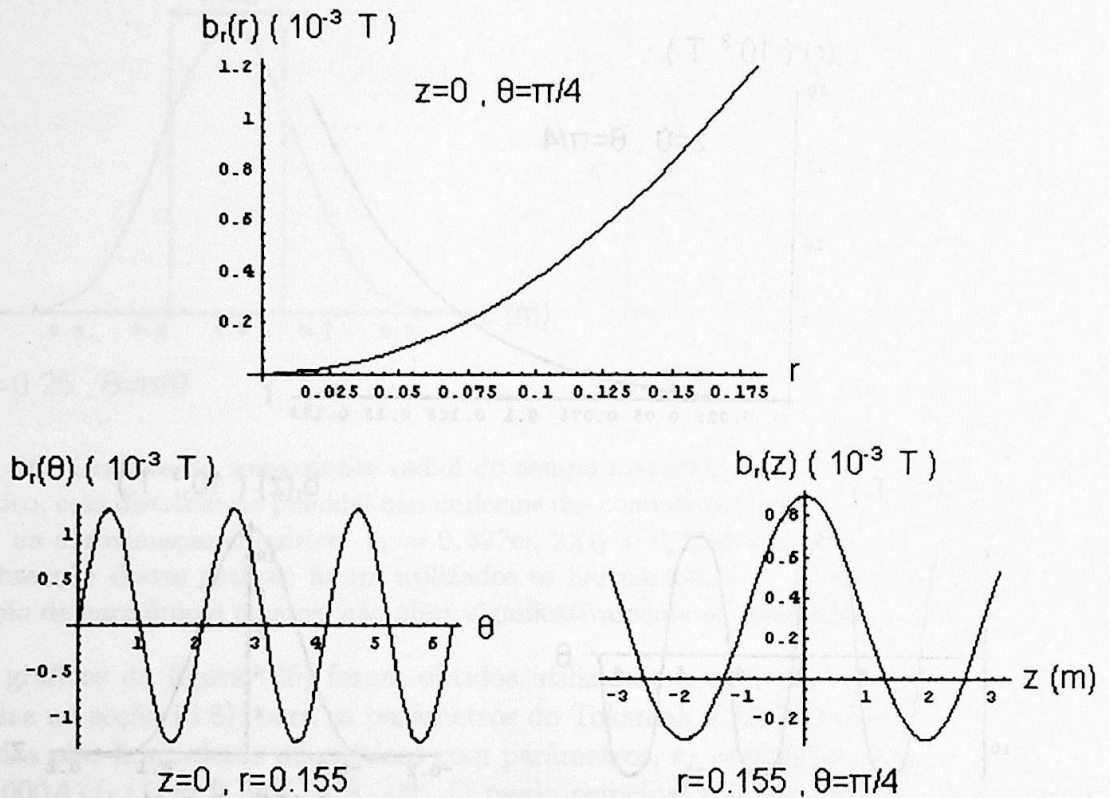


Figura 28: Gráficos do harmônico  $(m, N) = (3, 1)$ , da componente radial do campo magnético perturbativo,  $b_r$ , relativos à equação (175), com corrente  $I_L = 2500 \text{ A}$  ( $I_L/I_p = 2,8\%$ ). Na figura (29-d) pode-se observar o efeito deste campo magnético sobre as superfícies de fluxo magnético.

A seção de Poincaré da figura (29-d), mostra o efeito do campo magnético perturbativo apresentado na figura (28). Pode-se notar que a atuação da perturbação é ressonante. Fora da região de ressonância, as superfícies de fluxo magnético permanecem praticamente inalteradas. O acréscimo de outros harmônicos do campo magnético perturbativo, além do  $(m, N) = (3, 1)$ , não afetam os resultados obtidos na figura (29).

O aumento da largura das ilhas magnéticas, em função do aumento da intensidade da corrente, está em concordância com a equação (64) para as ilhas magnéticas das figuras (29-a - 29-d).

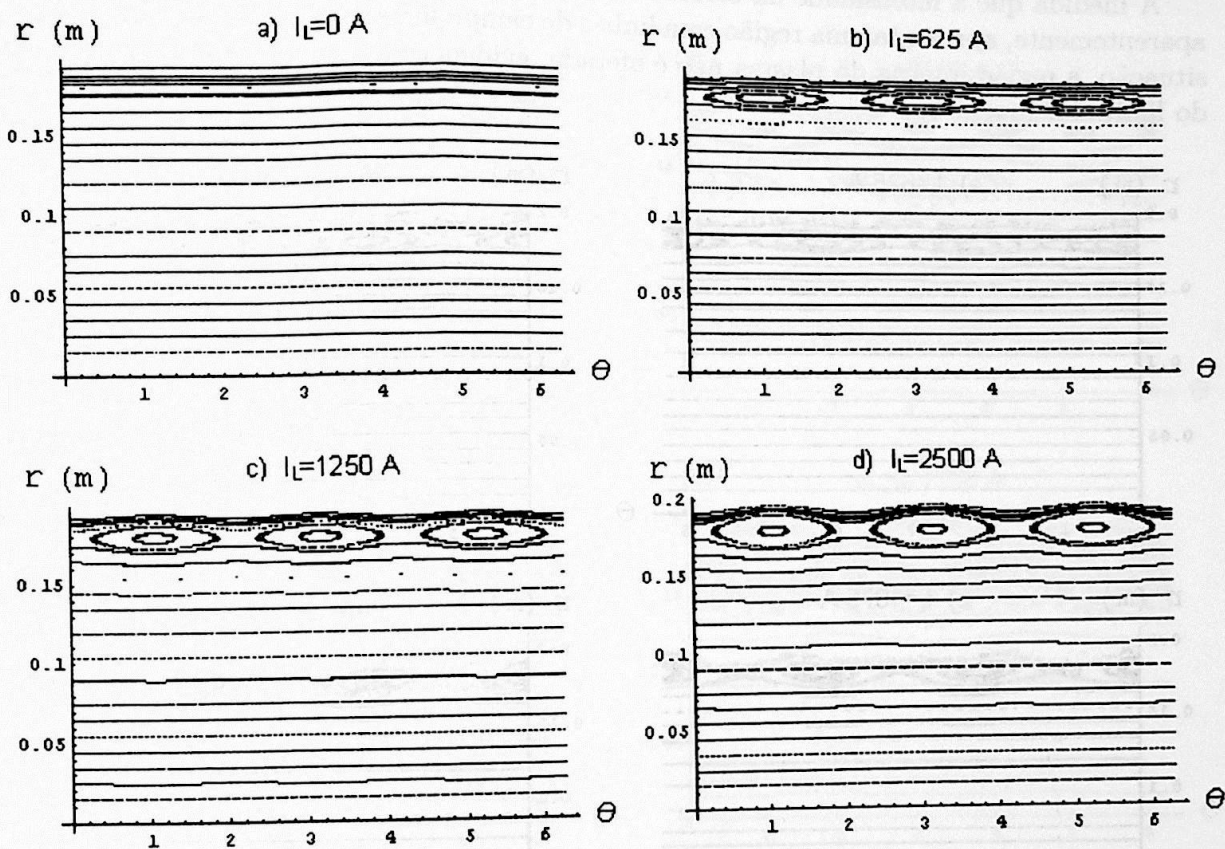


Figura 29: Seções de Poincaré das linhas de campo magnético perturbadas por um limitador magnético com  $p = 3$  e localizado em  $z = 0$ , para diferentes intensidades de corrente do limitador magnético. Para o gráfico d), com  $I_L = 2500 A$ , tem-se que  $I_L/I_p = 2,8\%$ .

Para os campos magnéticos de equilíbrio e perturbativo devido a condutores com distribuição poloidal uniforme, considerados para obter a figura (29), ocorre a formação de apenas uma cadeia de ilhas magnéticas correspondente ao harmônico do campo perturbativo ressonante na borda do plasma.

Para obter duas cadeias de ilhas magnéticas de maneira a possibilitar a observação do crescimento e superposição das mesmas, em função do aumento de  $I_L$ , utilizaremos dois li-

limitadores magnéticos diametralmente opostos na coluna de plasma toroidal, figuras (30-31). Cada limitador irá provocar o aparecimento de uma cadeia de ilhas magnéticas correspondente à sua geometria. A corrente será igual para os dois limitadores.

As seções de Poincaré da figura (30), mostram o efeito de dois limitadores magnéticos, um deles localizado em  $z = 0$  e com  $p = 4$  e o outro localizado em  $z = \pi R_0$  e com  $p = 3$ . Pode-se notar que os efeitos da perturbação só são visíveis na borda do plasma, região em que ocorre a ressonância. Fora dessa região as superfícies de fluxo magnético permanecem praticamente inalteradas.

À medida que a intensidade da corrente é aumentada, a região mais externa do plasma, aparentemente, apresenta uma região com linhas de campo magnético caóticas. Mesmo nessa situação, a região interna do plasma não é afetada, evidenciando a característica ressonante do limitador magnético.

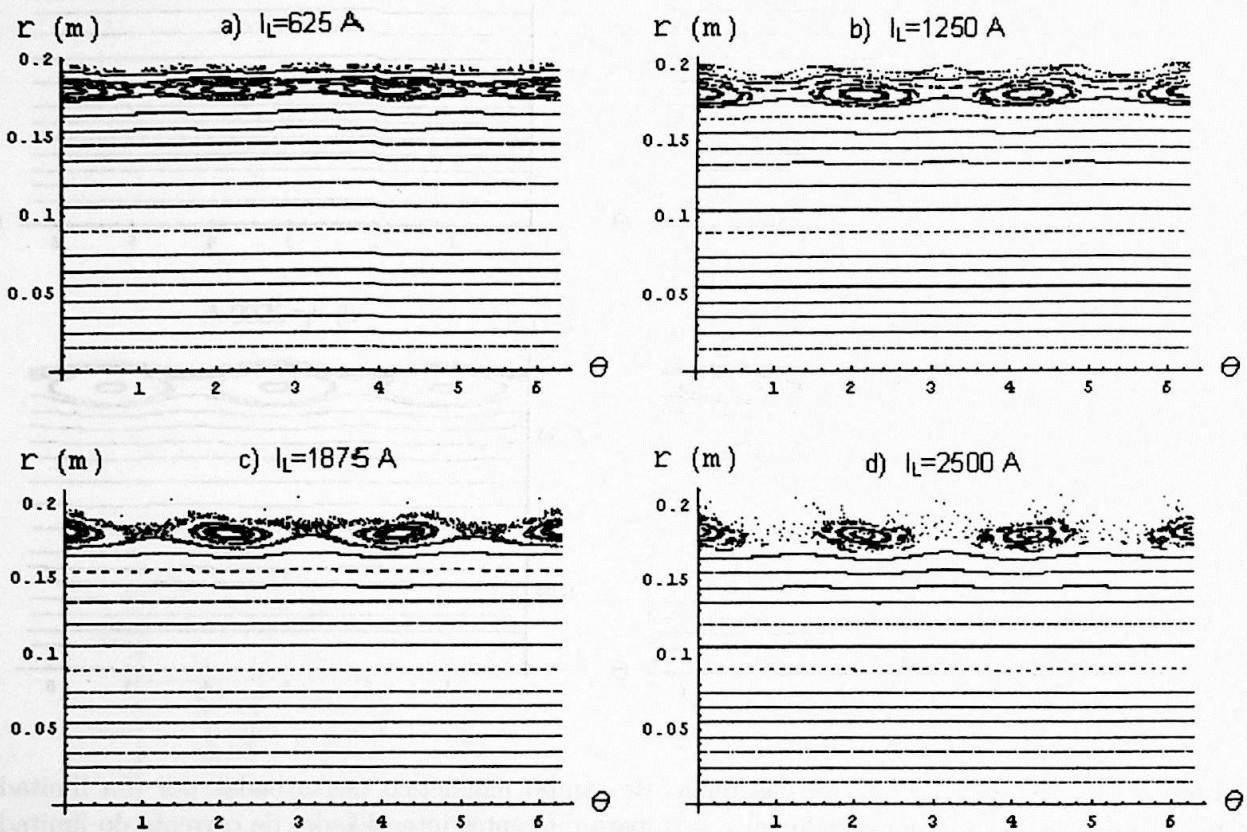


Figura 30: Seções de Poincaré das linhas de campo magnético perturbadas por dois limitadores magnéticos, um deles localizado em  $z = 0$  e com  $p = 4$  e o outro localizado em  $z = \pi R_0$  e com  $p = 3$ , para diferentes intensidades de corrente do limitador magnético. Para o gráfico d), com  $I_L = 2500A$ , tem-se que  $I_L/I_p = 2,8\%$ .

A figura (31) mostra as seções de Poincaré, para uma situação em que dois limitadores magnéticos diametralmente opostos, um com  $p = 3$  e localizado em  $z = 0$  e o outro com  $p = 2$  e localizado em  $z = \pi R_0$ , geram as cadeias de ilhas com modos poloidais  $m = 3$  e  $m = 2$ , respectivamente.

Este tipo de configuração talvez possa ser utilizada para o estudo das instabilidades disruptivas. Como as disrupturas podem ocorrer devido à interação das ilhas devidas ao modo  $(m,n)=(2,1)$  com outras cadeias de ilhas, um dos limitadores poderia ser utilizado para "controlar" o modo  $(m,n)=(2,1)$  e o outro para criar outras cadeias de ilhas. As correntes nos dois limitadores não precisariam ser iguais.

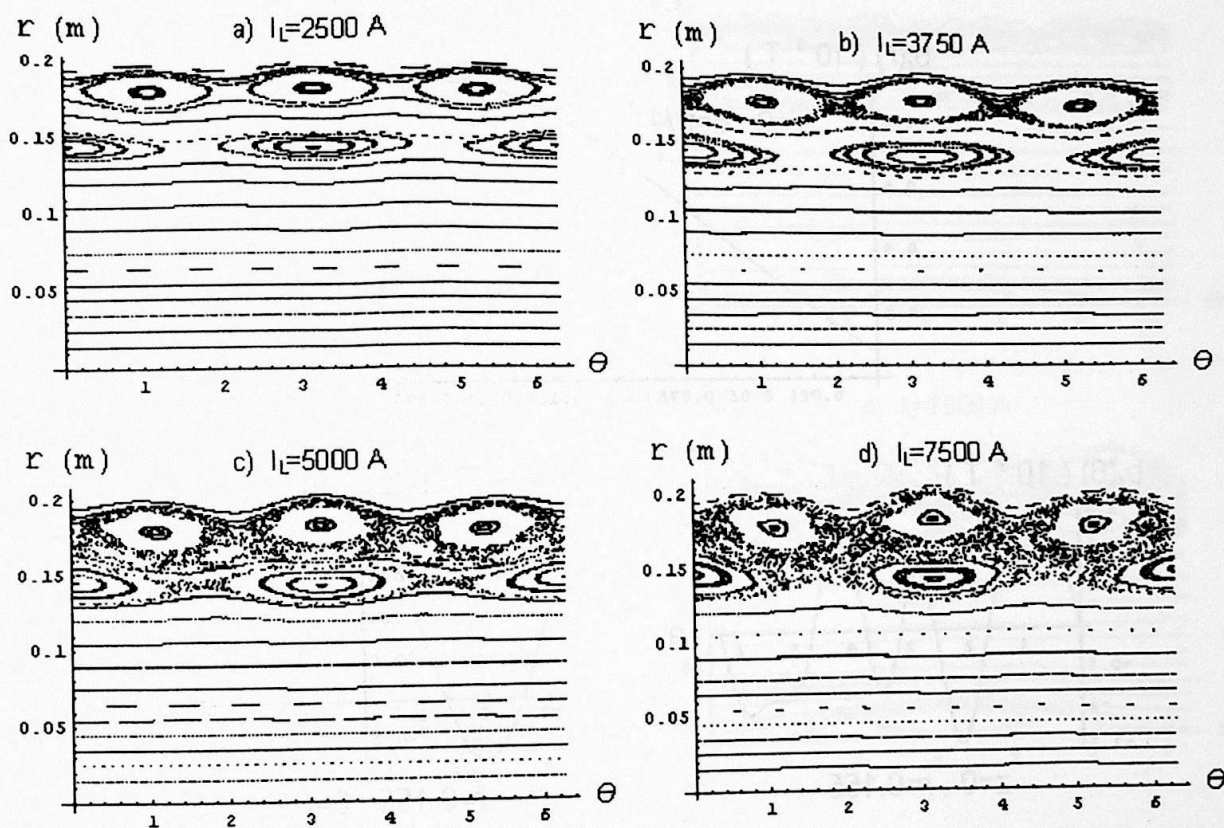


Figura 31: Seções de Poincaré das linhas de campo magnético perturbadas por dois limitadores magnéticos, um deles localizado em  $z = 0$  e com  $p = 3$  e o outro localizado em  $z = \pi R_0$  e com  $p = 2$ , para diferentes intensidades de corrente do limitador magnético. Para o gráfico d), com  $I_L = 7500 A$ , tem-se que  $I_L/I_p = 8,5\%$ .

Nas seções de Poincaré da figura (31) pode-se identificar as duas cadeias de ilhas magnéticas formadas. Nestas seções pode-se observar o aumento da largura e a superposição das superfícies magnéticas correspondentes às duas cadeias de ilhas. Na região do plasma das superfícies magnéticas correspondentes às duas cadeias de ilhas magnéticas as linhas de campo magnético, aparentemente, tornam-se caóticas. Mesmo nesta situação, a região interna do plasma ainda conserva as superfícies de fluxo magnético fechadas.

A figura (32) mostra gráficos da componente radial do campo magnético perturbativo para os condutores do limitador magnético com distribuição poloidal não uniforme, para os parâmetros do TCABR, com corrente de alimentação dos condutores do limitador  $I_L = 2500 A$  ( $I_L/I_p = 2,8\%$ ). Para a obtenção dos gráficos foram considerados os cinco primeiros harmônicos do campo magnético perturbativo  $m = 1, 2, 3, 4, 5$  com  $N = 1$ .

Pode-se notar algumas diferenças em relação aos gráficos apresentados anteriormente para o campo magnético com distribuição poloidal dos condutores uniforme. A intensidade da componente radial,  $b_r(r)$ , não se anula em  $r = 0$ , os picos de  $b_r(\theta)$  possuem intensidades diferentes.

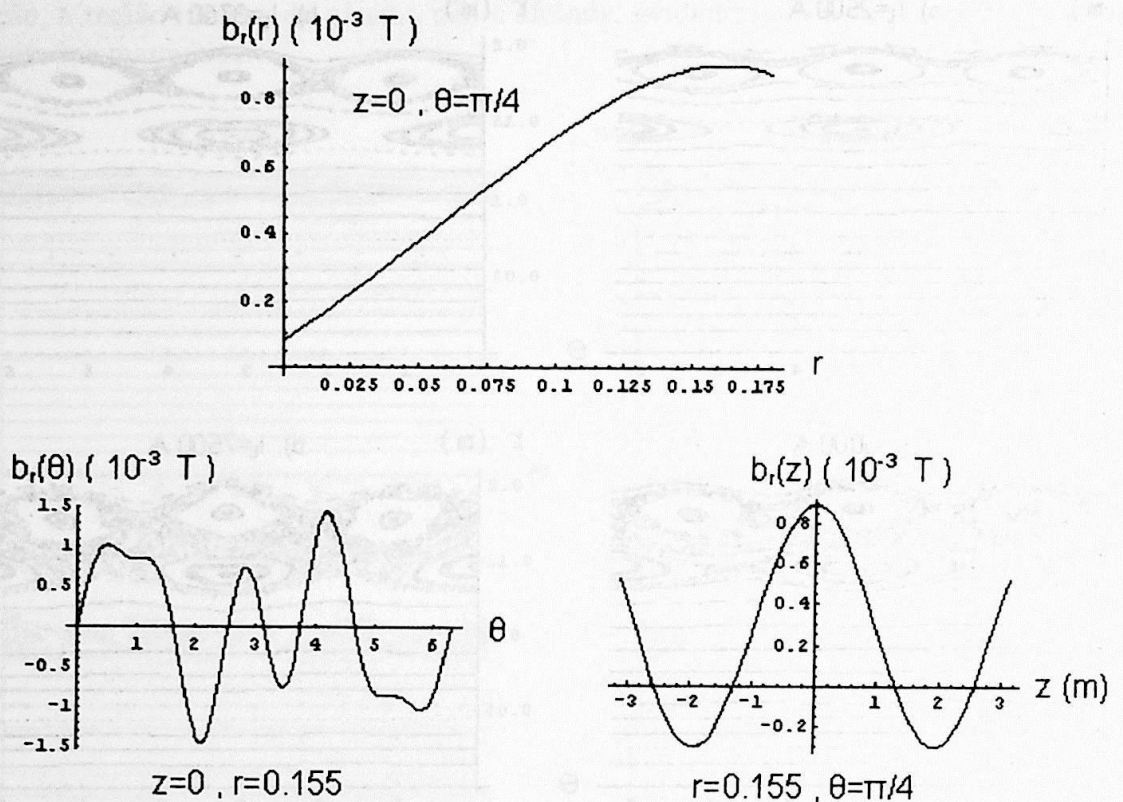


Figura 32: Gráficos do campo magnético perturbativo,  $b_r$ , com distribuição poloidal não uniforme dos condutores do limitador considerando os cinco primeiros harmônicos.  $I_L = 2500A$  ( $I_L/I_p = 2,8\%$ ). Na figura (33-b) pode-se observar o efeito deste campo magnético sobre as superfícies de fluxo magnético.

A seção de Poincaré da figura (33-b), mostra o efeito do campo magnético perturbativo apresentado na figura (32). Pode-se notar que a atuação da perturbação é ressonante em várias regiões do plasma. Este campo magnético excita vários modos poloidais e as cadeias de ilhas magnéticas com  $m = 1, 2, 3$  podem ser observadas. Este tipo de limitador magnético é equivalente a vários limitadores do tipo com distribuição poloidal dos condutores uniforme atuando simultaneamente. Ainda assim uma grande região do plasma não apresenta mudanças significativas, mesmo com o aumento da intensidade da corrente.

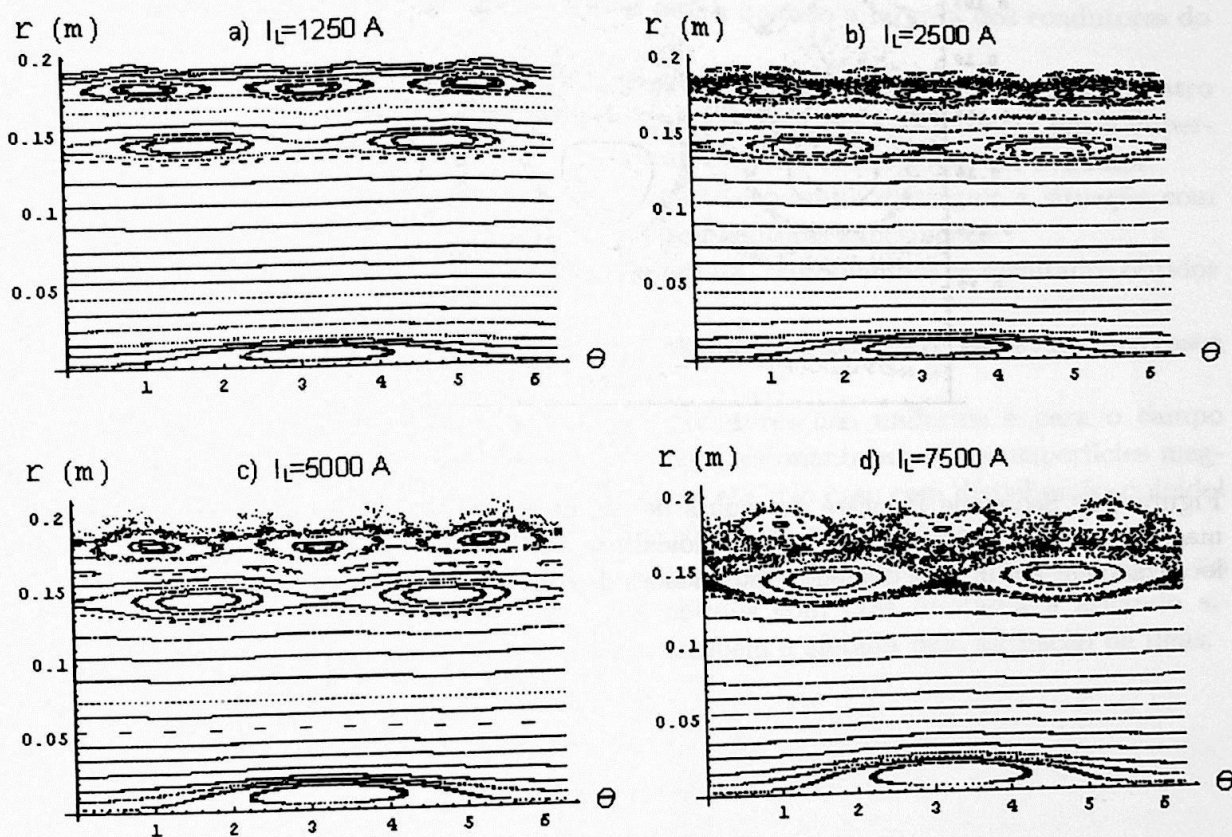


Figura 33: Seções de Poincaré das linhas de campo magnético perturbadas por um limitador magnético com  $p = 3$  com distribuição poloidal não uniforme dos segmentos retos do limitador e localizado em  $z = 0$ , para diferentes intensidades de corrente do limitador magnético.

Na figura (34) pode-se observar uma ampliação de parte da seção de Poincaré da figura (33-b). Nota-se que além da cadeia correspondente à ilha magnética principal  $m = 3$  aparecem outras cadeias de ilhas magnéticas, possivelmente correspondentes aos modos  $(m, n) = (7, 2)$  e  $(m, n) = (5, 2)$ .

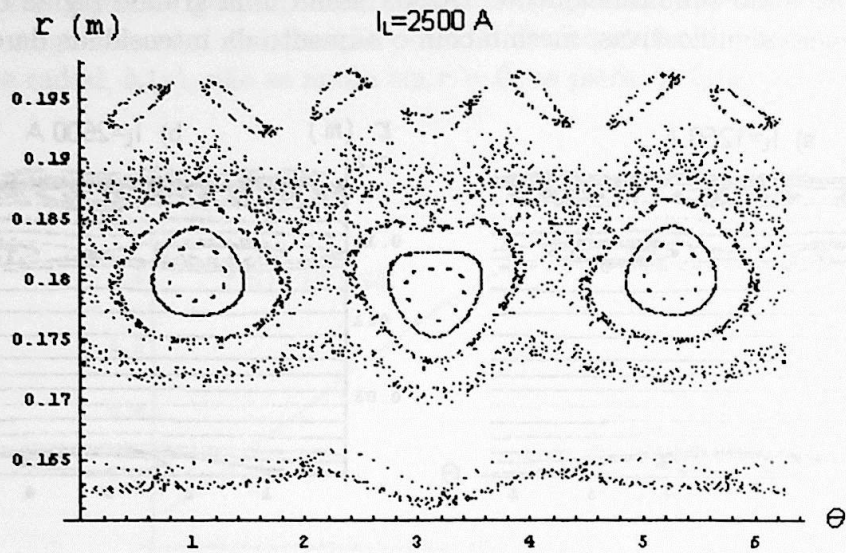


Figura 34: Seções de Poincaré das linhas de campo magnético perturbadas por um limitador magnético com  $p = 3$  com distribuição poloidal não uniforme dos segmentos retos do limitador e localizado em  $z = 0$ , para diferentes intensidades de corrente do limitador magnético.

## 7 Conclusões

Determinamos o campo magnético de um limitador ergódico. Na situação em que consideramos apenas um condutor percorrido por uma corrente de intensidade  $I_L$ , obtivemos uma expressão composta por quatro parcelas. Interpretamos duas das parcelas. A primeira representa uma fração do campo magnético devido a condutores paralelos, de comprimento infinito e percorridos por correntes de sentidos opostos em condutores adjacentes e a segunda representa o campo magnético devido a uma espira quando a largura dos condutores do limitador tende a zero.

A superposição realizada para dois condutores, leva ao cancelamento de duas das quatro parcelas existentes na expressão do campo magnético para um condutor. Com a superposição, a corrente no sentido toroidal é o dobro da corrente com apenas um condutor.

A maneira como determinamos o campo magnético permite distinguir a situação com apenas um condutor de corrente daquela com dois condutores superpostos.

Para limitadores com condutores de pequena largura, reproduzimos os resultados obtidos em outros trabalhos.

As seções de Poincaré obtidas, reproduzem os resultados descritos na literatura, nos casos em que cabe a comparação.

Na situação com distribuição poloidal dos condutores não uniforme e para o campo magnético de equilíbrio considerado, a perturbação é ressonante em várias superfícies magnéticas criando várias cadeias de ilhas simultaneamente. No caso com distribuição poloidal uniforme ocorre a ressonância de apenas um harmônico da perturbação.

O limitador com distribuição poloidal dos condutores não uniforme, permite obter na borda do plasma, resultados semelhantes aos obtidos com dois limitadores atuando simultaneamente, mas a região central do plasma também é afetada pela formação de ilhas.

## A ELMs e Plasmas Destacados

### A.1 Edge Localized Modes (ELMs)

A descrição dos ELMs, dada a seguir, foi obtida na referência [32].

Os ELMs foram observados em todos os Tokamaks que atingiram o modo H, independentemente da configuração dos limitadores, desviadores utilizados e do método de aquecimento.

Os ELMs produzem perdas de partículas e de energia da borda de plasmas confinados. A assinatura mais característica deste fenômeno é um pulso de curta duração (1 ms) na emissão  $H_\alpha$  da borda do plasma.

Algumas das observações relacionadas aos ELMs, são que eles:

- limitam o confinamento de energia.
- permitem o controle de densidade e limitam a formação de impurezas no modo H.
- alargam o perfil de densidade da SOL.
- produzem grandes pulsos térmicos nos componentes de contato com o plasma.
- aumentam a vaporização dos materiais das paredes.

Pelo menos 3 tipos de ELMs foram identificados e aparentemente cada um deles é devido a um tipo diferente de instabilidade. O Tipo 1, ou ELM gigante, o Tipo 2, ou "grassy" ELM e o Tipo 3.

Os Edge Localized Modes causam significativa perturbação na SOL. No início do ELM (os primeiros 100  $\mu s$  ou mais) ocorre perda rápida do plasma, interno à separatriz, por transporte radial devido à grande turbulência magnética e eletrostática.

O Tipo 1, pode causar a perda repentina de até 10 – 15% da energia armazenada no plasma. O Tipo 3 é observado próximo ao limiar de potência para ocorrência do modo H e produz perdas de 1 – 3% da energia armazenada.

### A.2 Plasmas Destacados (Detached Plasmas)

O plasma destacado é um fenômeno radiativo. Consiste de um plasma com uma camada externa radiativa e com simetria poloidal e toroidal. O raio desta camada é inferior ao imposto pelo limitador material [33].

Para que o plasma seja efetivamente destacado do limitador material, a radiação emitida deve ser aproximadamente igual à potência fornecida ao plasma, e o fluxo térmico sobre o limitador material praticamente nulo [33].

Uma vez que o plasma destacado tenha sido formado, o raio menor do plasma, definido pela camada radiativa, pode ser variado pelo controle da corrente de plasma, potência fornecida e da densidade [33].

Quando a densidade se aproxima do seu valor limite o plasma entra em disruptura ou desacopla. Uma maneira de desacoplar o plasma, sem induzir a disruptura, é reduzir a corrente e manter a densidade aproximadamente constante. Uma forma alternativa é aumentar a densidade enquanto a corrente permanece constante [33].

## B Sistemas de Coordenadas Curvilíneas

Apresento a seguir um resumo das propriedades básicas de sistemas de coordenadas curvilíneas, baseado na referência [53].

### B.1 Coordenadas Curvilíneas

As coordenadas cartesianas  $(x, y, z) \equiv (x_1, x_2, x_3) = x_i$  de um ponto P, através de uma transformação de coordenadas  $x_i = x_i(u_1, u_2, u_3)$ , que possui uma inversa (*Jacobiano*  $\neq 0$ ) unívoca, dada por  $u_i = u_i(x_1, x_2, x_3)$ , permitem definir as coordenadas curvilíneas de P, como  $(u_1, u_2, u_3)$ .

$u_i = \text{constante}$  define uma superfície. A intersecção das superfícies coordenadas  $u_i = \text{constante}$  e  $u_j = \text{constante}$ , com  $i \neq j$  é chamada curva coordenada  $u_k$ .

### B.2 Bases Covariantes e Bases Contravariantes

Dado o vetor posição  $\mathbf{r} = x_j \mathbf{i}_j$  do ponto P, onde  $\mathbf{i}_j$  é a base cartesiana ortonormal, define-se a base covariante

$$\mathbf{e}_i = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u_i} \quad (183)$$

de vetores tangentes às curvas coordenadas  $u_i$  no ponto P. A base contravariante é definida como

$$\mathbf{e}^i = \nabla u_i \quad (184)$$

e portanto são vetores normais às superfícies coordenadas  $u_i$ .

Como consequência das definições (183) e (184), temos

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}^j = \delta_{ij} \quad (185)$$

e ainda, para permutações cíclicas de  $(i, j, k)$

$$\mathbf{e}_i = \sqrt{g}(\mathbf{e}^j \times \mathbf{e}^k) \quad (186)$$

e

$$\mathbf{e}^i = (\sqrt{g})^{-1}(\mathbf{e}_j \times \mathbf{e}_k) \quad (187)$$

$$\sqrt{g} = (\mathbf{e}^1 \cdot \mathbf{e}^2 \times \mathbf{e}^3)^{-1} = (\nabla u_1 \cdot \nabla u_2 \times \nabla u_3)^{-1} \quad (188)$$

é o jacobiano da transformação das coordenadas cartesianas para as coordenadas curvilíneas.

### C Determinação das constantes $\{[A_{\nu,\tau}]_i^e, \dots, [G_{\nu,\tau}^i]_i^e\}$

Usando as expressões (129) e (132) do potencial e a condição de contorno (122), resulta:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_i^e &= \sum_{\nu \neq 0} \left( \frac{\partial [F_{\nu,0}]_i^e}{\partial r} \cos \nu \theta + \frac{\partial [G_{\nu,0}]_i^e}{\partial r} \operatorname{sen} \nu \theta \right) + \\ &+ \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\tau \neq 0} \left\{ \left( \frac{\partial [A_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} \cos \nu \theta + \frac{\partial [B_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} \operatorname{sen} \nu \theta \right) \operatorname{sen}(\tau z/R_0) + \right. \\ &\left. + \left( \frac{\partial [C_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} \cos \nu \theta + \frac{\partial [D_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} \operatorname{sen} \nu \theta \right) \cos(\tau z/R_0) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (189)$$

sendo as constantes,  $\frac{\partial [F_{\nu,0}]_i^e}{\partial r}$  e  $\frac{\partial [G_{\nu,0}]_i^e}{\partial r}$ , definidas como

$$\frac{\partial [F_{\nu,0}]_i^e}{\partial r} = (-\nu)(F_{\nu,0}^e r_L^{-\nu-1} + F_{\nu,0}^i r_L^{\nu-1}), \quad (190)$$

$$\frac{\partial [G_{\nu,0}]_i^e}{\partial r} = (-\nu)(G_{\nu,0}^e r_L^{-\nu-1} + G_{\nu,0}^i r_L^{\nu-1}) \quad (191)$$

e as constantes,  $\frac{\partial [X_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = \left\{ \frac{\partial [A_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r}, \dots, \frac{\partial [D_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} \right\}$  como

$$\frac{\partial [X_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = X_{\nu,\tau}^e \frac{\partial K_{\nu}(\tau r/R_0)}{\partial r} - X_{\nu,\tau}^i \frac{\partial I_{\nu}(\tau r/R_0)}{\partial r}. \quad (192)$$

De (189), resulta que:

$$\frac{\partial [A_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = \frac{\partial [B_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = \frac{\partial [C_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = \frac{\partial [D_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = \frac{\partial [F_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = \frac{\partial [G_{\nu,\tau}]_i^e}{\partial r} = 0. \quad (193)$$

Usando as expressões (129) e (132) do potencial e a condição de contorno (125), resulta:

$$\begin{aligned}
 \left[ \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right]_i^e &= \sum_{\nu \neq 0} \nu (-[F_{\nu,0}]_i^e \operatorname{sen} \nu \theta + [G_{\nu,0}]_i^e \operatorname{cos} \nu \theta) + \\
 &+ \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\tau \neq 0} \nu \{ (-[A_{\nu,\tau}]_i^e \operatorname{sen} \nu \theta + [B_{\nu,\tau}]_i^e \operatorname{cos} \nu \theta) \operatorname{sen}(\tau z/R_0) + \\
 &+ (-[C_{\nu,\tau}]_i^e \operatorname{sen} \nu \theta + [D_{\nu,\tau}]_i^e \operatorname{cos} \nu \theta) \operatorname{cos}(\tau z/R_0) \} = \\
 &= \frac{\mu_0 I_L}{\pi R_0} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{ímpar}}}^{\infty} s_k k p \operatorname{cos}(k p \theta) \{ \pm 1/2 + f_{01}(\theta, z) \pm f_{012}(\theta, z) \} \quad (194)
 \end{aligned}$$

sendo as constantes,  $[F_{\nu,0}]_i^e$  e  $[G_{\nu,0}]_i^e$ , definidas como

$$[F_{\nu,0}]_i^e = F_{\nu,0}^e r_L^{-\nu} - F_{\nu,0}^i r_L^{\nu}, \quad (195)$$

$$[G_{\nu,0}]_i^e = G_{\nu,0}^e r_L^{-\nu} - G_{\nu,0}^i r_L^{\nu} \quad (196)$$

e as constantes,  $[X_{\nu,\tau}]_i^e = \{ [A_{\nu,\tau}]_i^e, \dots, [D_{\nu,\tau}]_i^e \}$ , como

$$[X_{\nu,\tau}]_i^e = X_{\nu,\tau}^e K_{\nu}(\tau r_L/R_0) - X_{\nu,\tau}^i I_{\nu}(\tau r_L/R_0). \quad (197)$$

De (194), resulta que  $\nu = kp$ ,  $\tau = N$  e

$$[G_{kp,0}]_i^e = \pm \frac{\mu_0 I_L}{2\pi} s_k, \quad (198)$$

$$[D_{kp,N}]_i^e = \pm \frac{\mu_0 I_L}{\pi} \left[ 1 + \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)} \right] s_k P_{J_0}, \quad (199)$$

$$[F_{kp,0}]_i^e = [B_{kp,N}]_i^e = [C_{kp,N}]_i^e = 0. \quad (200)$$

Usando as expressões (129) e (132) do potencial e a condição de contorno (126), resulta:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial z} \right]_i^e &= \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\tau \neq 0} \frac{\tau}{R_0} \{ ([A_{\nu,\tau}]_i^e \cos \nu \theta + [B_{\nu,\tau}]_i^e \operatorname{sen} \nu \theta) \cos(\tau z/R_0) + \\ &\quad + (-[C_{\nu,\tau}]_i^e \cos \nu \theta - [D_{\nu,\tau}]_i^e \operatorname{sen} \nu \theta) \operatorname{sen}(\tau z/R_0) \} = \\ &= \frac{\mu_0 I_L}{\pi R_0} \{-1/2 \mp f_{01}(\theta, z) - f_{012}(\theta, z)\} \end{aligned} \quad (201)$$

da qual se obtém que:

$$[A_{0,N}]_i^e = -\frac{\mu_0 I_L}{\pi} \frac{P_{J_0}}{N}, \quad (202)$$

$$[A_{2kp,N}]_i^e = -2 \frac{\mu_0 I_L}{\pi} \frac{P_{J_0}}{N} \frac{J_2(N s_k)}{J_0(N s_k)}, \quad (203)$$

$$[D_{kp,N}]_i^e = \pm 2 \frac{\mu_0 I_L}{\pi} \frac{P_{J_0}}{N} \frac{J_1(N s_k)}{J_0(N s_k)} \quad (204)$$

e  $[B_{\nu,N}]_i^e = [C_{\nu,N}]_i^e = 0$ .

## Referências

- [1] Wesson, J. 1987 *Tokamaks* (Clarendon Press, Oxford)
- [2] Bittencourt, J.A. 1995 *Fundamentals of Plasma Physics* (em co-edição entre o autor e a FAPESP, second edition)
- [3] Freidberg, J.P. 1987 *Ideal magnetohydrodynamics* (Plenum Press, New York)
- [4] White, R.B. 1985 *Resistive Instabilities and Field Line Reconnection in Handbook of Plasma Physics - Vol. I* (North-Holland Publishing Company 1983)
- [5] Manheimer, W.M., Lashmore-Davies, C.N. 1989 *MHD and microinstabilities in confined plasma* (Adam Hilger, Bristol and New York)
- [6] Hazeltine, R.D., Meiss, J.D. 1992 *Plasma Confinement* (Addison-Wesley Publishing Company)
- [7] Kadomtsev, B.B. 1992 *Tokamak Plasma: A Complex Physical System* (IOP Publishing Ltd, Bristol and Philadelphia)
- [8] Viana, R.L. 1991 *Tese de Doutorado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [9] Bateman, G. 1978 *MHD instabilities* (MIT Press)
- [10] Karger, F., et al 1974 *Proc. 5th IAEA Int. Conf. Contr. Nucl. Fus. Res. - (Tokyo)* 1 207
- [11] Stangeby, P.C. 2000 *Plasma Phys. Control. Fusion* 42 B271
- [12] Stangeby, P.C. 2000 *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices* (IOP Publishing Ltd, Bristol and Philadelphia)
- [13] Karger, F., Lackner 1977 *Physics Letters* 61 A 385
- [14] Wagner, F., et al 1982 *Phys. Rev. Lett.* 49 1408
- [15] Wagner, F., et al 1984 *J. Nucl. Mater.* 121 103
- [16] Sengoku, S. et al 1987 *Phys. Rev. Lett.* 59 450
- [17] Feneberg, W. 1977 *8Th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Prague I* 4
- [18] Ghendrih, P., et al 1996 *Plasma Phys. Control. Fusion* 38 1653
- [19] Grosman, A. 1999 *Plasma Phys. Control. Fusion* 41 A185
- [20] Engelhardt, W., Feneberg, W. 1978 *J. Nucl. Mater.* 76-77 518

- [21] Feneberg, W., Wolf, G.H. 1981 *Nucl. Fusion* **21** 669
- [22] Ohyabu, N. 1981 *Nucl. Fusion* **21** 519
- [23] Breton, C., et al 1991 *Nucl. Fusion* **31** 1774
- [24] McCool, S.C., et al 1990 *Nucl. Fusion* **30** 167
- [25] Shen, Y., et al 1989 *J. Nucl. Mater.* **168** 295
- [26] Araújo, M.S.T. 1997 *Tese de Doutorado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [27] Caldas, I.L., et al 2002 *Brazilian Journal of Physics* **32** 980
- [28] McCool, S.C., et al 1989 *Nucl. Fusion* **29** 547
- [29] Ohyabu, N., et al 1985 *Nucl. Fusion* **25** 1684
- [30] Takamura, S., et al 1987 *Phys. Fluids* **30** 144
- [31] Leonard, A.W., et al 1991 *Nucl. Fusion* **31** 1511
- [32] Hill, D.N. 1997 *J. Nucl. Mater.* **241-243** 182
- [33] Lipschultz, B. 1987 *J. Nucl. Mater.* **145-147** 15
- [34] Shoji, T., et al 1992 *J. Nucl. Mater.* **196-198** 296
- [35] Vallet, J.C., et al 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2662
- [36] Ohyabu, N., et al 1984 *J. Nucl. Mater.* **121** 363
- [37] deGrassie, J.S., et al 1984 *J. Nucl. Mater.* **128-129** 266
- [38] Martin, T.J., Taylor, J.B. 1984 *Plasma Phys. Control. Fusion* **26** 321
- [39] Viana, R.L., Caldas, I.L. 1992 *Z. Naturforsch* **47a** 941
- [40] Pereira, J.M. 1994 *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal do Paraná
- [41] Caldas, I.L., et al 1996 *Chaos, Solitons & Fractals* **7** 991
- [42] Ullmann, K. 1997 *Tese de Doutorado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [43] Ullmann, K., Caldas, I.L. 2000 *Chaos, Solitons & Fractals* **11** 2129
- [44] Yu, X.Y. DeGrassie, J.S. 1986 *Report of Fusion Research Center - University of Texas, FRC-292*
- [45] Abdullaev, S.S. Finken, K.H. 1999 *Physics of Plasmas*, **6** 153

- [46] Silva,E.C. 2001 *Tese de Doutorado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [47] Silva,E.C., et al 2001 *Physics of Plasmas*, **8** 2855
- [48] Silva,E.C., et al 2001 *IEEE Transactions on Plasma Science*, **29** 617
- [49] Viana,R.L., Caldas,I.L. 1991 *Eur. J. Phys.* **12** 293
- [50] Saettone,E.A. 2002 *Comunicação pessoal*
- [51] Kucinski,M.Y. 1992 *Plasma Phys. Control. Fusion* **34** 513
- [52] Machado,K.D. 2000 *Teoria do Eletromagnetismo* (Ponta Grossa - Editora UEPG)
- [53] Hirshman,S.P. 1982 *Curvilinear Coordinates for Magnetic Confinement Geometries* (Oak Ridge National Laboratory - ORNL/TM-8393, Tennessee)