

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

Auto Calibração das Transições Gama do
 ^{152}Eu e ^{192}Ir

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para obtenção do grau de Mestre em Ciências, sob orientação do Prof. Dr. Otaviano Helene.

Shan Ping Tsai

SBI-IFUSP



305M810T3744

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: 3744
ex. 1

Dança Examinadora.

Prof. Dr. Otaviano Augusto Marcondes Helene (orientador)

Prof. Dr. Nilberto Heder Medina (IFUSP)

Prof. Dra. Marina Fallone Koskinas (IPEN)

São Paulo
2002

Armando Ferraz
Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

data 20/09/02.

T 877a

M

ex. 1

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Tsai, Shan Ping

Auto Calibração das Transições Gama do ^{152}Eu e
 ^{192}Ir . São Paulo 2002

Dissertação (Mestrado) Universidade de São Paulo
Instituto de Física – Departamento Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Otaviano Helene
Área de Concentração: Física Nuclear

Unitermos: 1. Espectroscopia Gama;
2. Calibração de Energia;
3. Padrões de Energia Gama;
4. Covariância.

USP/IF/SBI-059/2002

Agradecimentos

A realização deste trabalho não teria sido possível sem a colaboração de diversas pessoas, que deram a sua contribuição direta ou indiretamente. Gostaria de agradecer:

Especialmente, ao meu orientador professor Otaviano Helene que confiou no meu potencial e orientou-me desde o início da minha carreira acadêmica, sempre dando incentivo e apoio com muita paciência.

A todos os professores, alunos e técnicos do Laboratório do Acelerador Linear pelo apoio e especialmente, ao técnico Odair que me ajudou a resolver diversos problemas *intermitentes* na aquisição de dados.

Aos professores Joseph Max Cohenca e Philippe Gouffon pelo apoio na parte computacional.

Ao professor Saxena do IPEN pela obtenção do isótopo ^{192}Ir .

Ao meu amigo Diogo Soga pela leitura da versão preliminar da dissertação e pelo incentivo numa fase difícil. Ao Zwinglio Guimarães-Filho, pelas diversas leituras da dissertação e principalmente, pelas ricas discussões e sugestões na fase final da redação da dissertação.

Aos meus amigos Ana Cecília de Souza Lima e Ruy M. de Castro pela amizade de longa data e por tantas vezes terem me ajudado neste trabalho. Agradeço também à Adriana Barioni pelo companheirismo e apoio.

A vocês secretárias: Vera, Terezinha e Sandra pela ajuda.

Ao CNPq pelo financiamento parcial deste trabalho.

E também a você que foi imperdoavelmente esquecido!

Resumo

Este trabalho apresenta um método de auto-calibração baseado no método dos mínimos quadrados e que permite a melhora na precisão dos dados através de uma relação funcional entre as variáveis. O processo de auto-calibração inclui três passos: a calibração do aparato experimental usando como dados de entrada quantidades padrões; determinação de novos valores para as mesmas quantidades usando o resultado da calibração; e o ajuste de um único conjunto de valores usando tanto os dados de entrada como os intermediários. Em todos os passos do procedimento as matrizes de covariâncias dos dados foram usadas, incluindo as covariâncias entre os dados de entrada e intermediários. O procedimento foi aplicado nas medidas das energias gama do ^{192}Ir e ^{152}Eu usando detectores HPGe. Com o objetivo de reduzir as conseqüências de erros sistemáticos, foram feitas muitas medidas curtas no lugar de uma única medida longa. Diferentes fontes padrões de raios gama foram também medidas separadamente. Um procedimento de relocação foi usado para somar os diferentes espectros.

Abstract

This work presents a self-calibration procedure based on the least square method that enables an improvement of the data precision through a functional relationship between variables. Self-calibration is a process including three steps: the calibration of an experimental apparatus using some standard quantities as input data; determination of new values for the input quantities employing the calibrated apparatus; and fitting a single set of values to the input and the intermediate data. In every step of the procedure, the covariance of the whole data set was considered, including covariance between input and intermediary data. The procedure was applied to the measurement of the gamma-ray energies from ^{192}Ir and ^{152}Eu sources. In order to reduce the consequences of systematic errors due to energy shifts during the experiment, many short measurements were performed, instead of a long one. Also, different standard gamma-ray sources were measured separately. A relocation procedure was then used in order to sum the different spectra.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	1
2. PARTE TEÓRICA	4
2.1 RELOCAÇÃO DE ESPECTROS	4
2.2 OBTENÇÃO DAS ENERGIAS PRIMÁRIAS	15
2.3 AUTO CALIBRAÇÃO	19
3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	28
3.1 APARATO EXPERIMENTAL E AQUISIÇÃO DE DADOS.....	28
3.2 RELOCAÇÃO DOS ESPECTROS	33
3.3 AJUSTE DOS FOTOPICOS	35
3.3.1 Contaminação da Amostra de ^{152}Eu pelo seu Isótopo ^{154}Eu	36
3.3.2 Ajuste da Linha de 122 keV do ^{152}Eu	38
3.3.3 Fotopicos Analisados das Duas Fontes (^{192}Ir e ^{152}Eu).....	40
4. ANÁLISE DOS DADOS	41
4.1 ENERGIAS PRIMÁRIAS.....	41
4.1.1 Obtenção de Linhas por Cascata Cross-over.....	41
4.1.2 Atualização das Linhas para o Novo Valor do ^{198}Au	43
4.2 MATRIZ DE COVARIÂNCIAS ENTRE AS ENERGIAS DAS TRANSIÇÕES GAMA DO ^{192}Ir E ^{152}Eu	44
4.3 MATRIZ COMPLETA DAS COVARIÂNCIAS	47
4.4 CURVA DE CALIBRAÇÃO DAS ENERGIAS.....	50
5. RESULTADOS	52
6. CONCLUSÕES.....	57
7. APÊNDICES	58
APÊNDICE A OBTENÇÃO DO VETOR AJUSTADO \tilde{A} SEM INVERTER A MATRIZ V	58
APÊNDICE B PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS UTILIZANDO A NOTAÇÃO MATRICIAL.....	61
APÊNDICE C OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE COVARIÂNCIAS DE ENERGIAS DETERMINADAS PELAS RELAÇÕES DE CASCATA-CROSS-OVER.....	62
8. BIBLIOGRAFIA	64

1. INTRODUÇÃO

A determinação precisa de energias e de intensidades de transições gama é necessária tanto na física nuclear fundamental como na aplicada. Um exemplo recente da necessidade de energias precisas na física nuclear básica é o caso do estudo do nível de $(3,5 \pm 1,0)$ eV de energia de excitação do ^{229}Th . Esta medida pode ser feita, entre outras técnicas, por diferenças de energias entre transições gama (veja referência [1] e outras lá citadas).

Em 1997 um grupo de pesquisadores de diversos países propôs a realização pela *IAEA** de um Projeto de Pesquisa Coordenado (CRP) dedicado a determinações precisas de energias e intensidades gama, bem como suas matrizes de covariâncias. O projeto foi aprovado e tem como objetivo, inclusive, a calibração de detectores, salvaguardas nucleares, análise de materiais e aplicações médicas [2].

Técnicas de espectroscopia gama e procedimentos instrumentais e estatísticos têm sido desenvolvidos permitindo a obtenção das energias das linhas de transição gama com maior precisão. Em geral, a determinação da energia das linhas gama é feita, atualmente, utilizando-se detectores semicondutores, mas na década de 70 era feita com experimentos de interferência com cristais planos e curvos de Si.

As medidas primárias de energias gama foram feitas com a técnica de difração em cristais planos de Si. Em tais medidas, o comprimento de onda do gama λ era determinado em função do ângulo de Bragg e do parâmetro da rede d do Si. A energia do fóton era, então, relacionada com o comprimento de onda através da expressão $E=hc/\lambda$. Conseqüentemente, as energias primárias de transição gama são correlacionadas entre si,

* *IAEA* é a sigla do *International Atomic Energy Agency* sediada em Viena.

com o parâmetro da rede do Si, com a constante de Planck h e com a velocidade da luz c^{**} . As correlações desconhecidas de trabalhos já publicados podem, algumas vezes, ser determinadas estudando-se os procedimentos experimentais.

As energias primárias também foram obtidas por medidas indiretas, utilizando-se cristais curvos de Si e tomando a linha de 412 keV do ^{198}Au como padrão. Estas energias primárias são, então, todas correlacionadas entre si e com a linha padrão utilizada.

Medidas secundárias de energias gama são feitas, utilizando-se detectores semicondutores, tomando-se como referência os resultados de medidas primárias. Conseqüentemente, todas as energias gama são correlacionadas com a constante de Planck, velocidade da luz, parâmetro da rede do Si e com a linha de 412 keV do ^{198}Au . Portanto, alterações nas constantes fundamentais ou na linha padrão implicam em alterações nas energias adotadas das transições gama.

Este trabalho sistematiza e aplica uma série de procedimentos experimentais e estatísticos desenvolvidos no Laboratório do Acelerador Linear com vistas a obter resultados precisos e estatisticamente corretos de energia de transição gama. É preciso dizer aqui que, a parte experimental desse trabalho, assim como parte do tratamento dos dados, foi feita durante 1991 e 1992. Em 1993, a análise dos dados e a obtenção dos resultados foram concluídas. Parte dos resultados deste trabalho foram publicados em revista internacional em 1999 [3].

Borchert [4] e Kessler [5] mediram as energias absolutas das linhas do ^{192}Ir (energias primárias) usando espectrômetro com cristais de Si. Estas linhas podem ser devidamente usadas para calibração, pois as covariâncias de todas as linhas envolvidas do ^{192}Ir foram determinadas, anteriormente a esta dissertação, por Helene e Vanin [6]. Além disso, as transições gama do ^{192}Ir foram atualizadas para valores das constantes fundamentais de 1986 [7].

** A velocidade da luz é considerada exata, somente, a partir de 1983.

No presente trabalho, as energias gama do ^{152}Eu medidas por espectrômetros com cristais curvos por Borchert [8] também foram atualizadas para as constantes fundamentais de 1986 [7]. ^{152}Eu é uma das fontes usualmente utilizadas para calibração de detectores semicondutores HPGe em energia e em intensidade [9].

Neste trabalho foram realizadas medidas usando um detector HPGe de $76,5\text{ cm}^3$, dos núclídeos de ^{152}Eu e ^{192}Ir . A aquisição de dados foi feita por várias séries de medidas de curta duração, com 3 horas cada, para contornar o problema dos erros sistemáticos provenientes de instabilidade eletrônica do sistema de detecção. Devido a esta instabilidade, houve variações na calibração ao longo do experimento, que foram posteriormente corrigidas aplicando a técnica de relocações de espectros [10].

A matriz de covariâncias que envolvem as linhas do ^{152}Eu [8], corrigidas para as constantes fundamentais de 1986 [7] e do ^{192}Ir [6] foi determinada. O tratamento de dados foi feito utilizando o Método de Auto Calibrações apresentado nesta dissertação e publicado em 1999 (veja referência [3]), que consiste em uma técnica para combinar os dados de entrada e os obtidos na experimentação em questão, levando em consideração a matriz completa das covariâncias entre todas as linhas envolvidas no procedimento.

Os resultados obtidos das energias das transições gama do ^{152}Eu estão atualizadas para as constantes fundamentais de 1986 e, para 3 dessas energias, obteve-se uma melhora significativa na precisão. Todas as energias envolvidas nesse estudo estão preparadas para uma futura atualização, em função de atualizações das constantes fundamentais, pois a matriz das covariâncias (completa) foi determinada.

2. PARTE TEÓRICA

2.1 *Relocação de Espectros*

FUNDAMENTOS

Um espectro multicanal é basicamente um histograma onde a abscissa é proporcional à amplitude do sinal. Essa abscissa é dividida em segmentos chamados de canais e a ordenada assume para cada canal o número de eventos (contagens) nele encontrado. Em cada canal, o número de contagens pode variar, isto é, ele está sujeito a uma flutuação estatística de Poisson [11].

A cada canal de um histograma está associado um valor de uma determinada grandeza. No caso de espectroscopia gama essa grandeza é a energia do gama depositada no detector. A relação entre essa grandeza física e o valor do canal é a função calibração do espectro.

Na figura 2.1 é apresentado um espectro do ^{152}Eu . Podemos ver neste espectro diversos fotopicos do ^{152}Eu e alguns da radiação de fundo.

Em medições diferentes os espectros têm diferentes calibrações e, para que possam ser somados, subtraídos ou comparados canal a canal, é necessário fazer uma alteração de calibração, processo que chamamos de *relocação*.

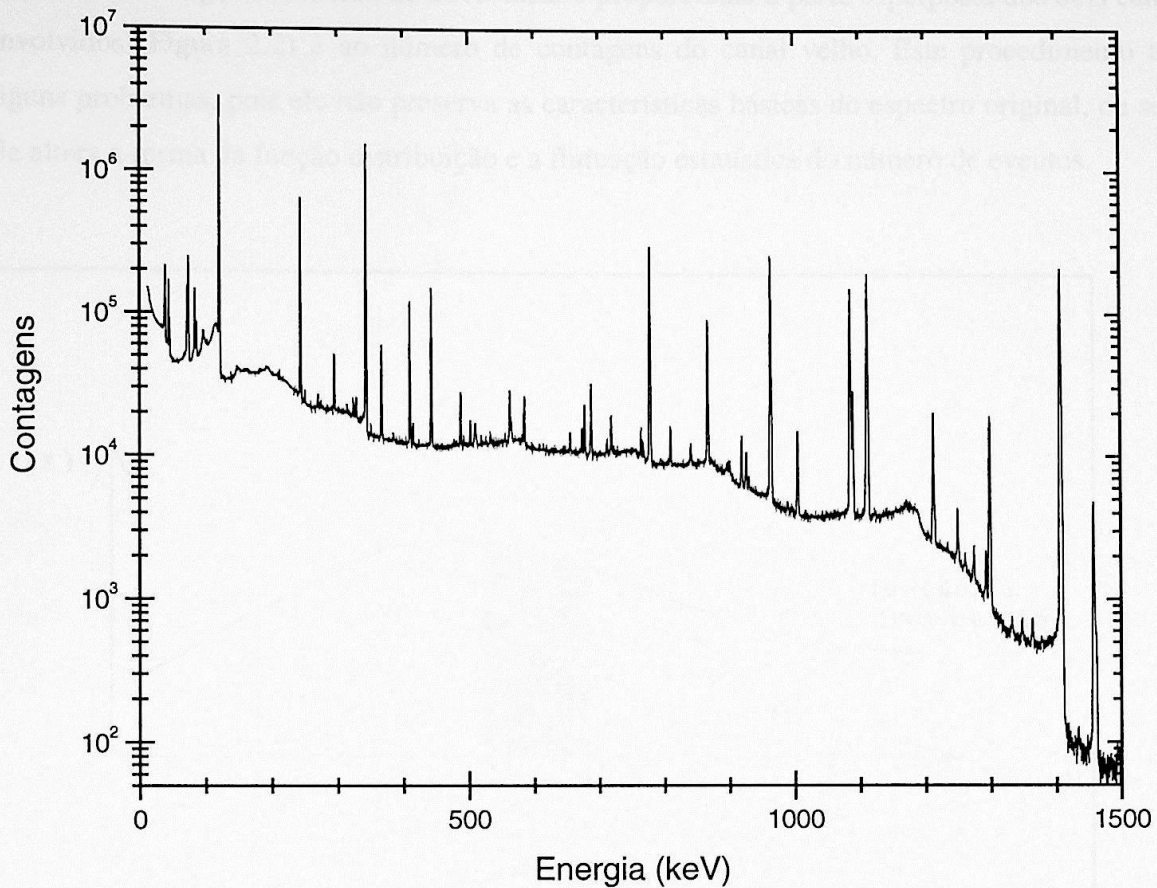


Figura 2.1 Ilustração de um espectro de ^{152}Eu .

Neste trabalho a aquisição de dados foi feita por várias séries de medidas de curta duração. Esse procedimento foi utilizado para contornar o problema dos erros sistemáticos, provenientes de instabilidade eletrônica do sistema de detecção. Devido a essa instabilidade, houve variações na calibração ao longo do experimento, que foram posteriormente corrigidas aplicando a técnica de relocações de espectros [10].

A maneira mais simples de relocar um espectro é atribuir parte das contagens de um canal velho (espectro original) para um novo canal (espectro relocado). Supondo que o novo canal superponha parcialmente ao canal velho, o que não interfere na validade da discussão, o número de contagens atribuído ao novo canal é proporcional à parte superposta dos dois canais envolvidos (Figura 2.2) e ao número de contagens do canal velho. Este procedimento traz alguns problemas, pois ele não preserva as características básicas do espectro original, ou seja, ele altera a forma da função distribuição e a flutuação estatística do número de eventos.

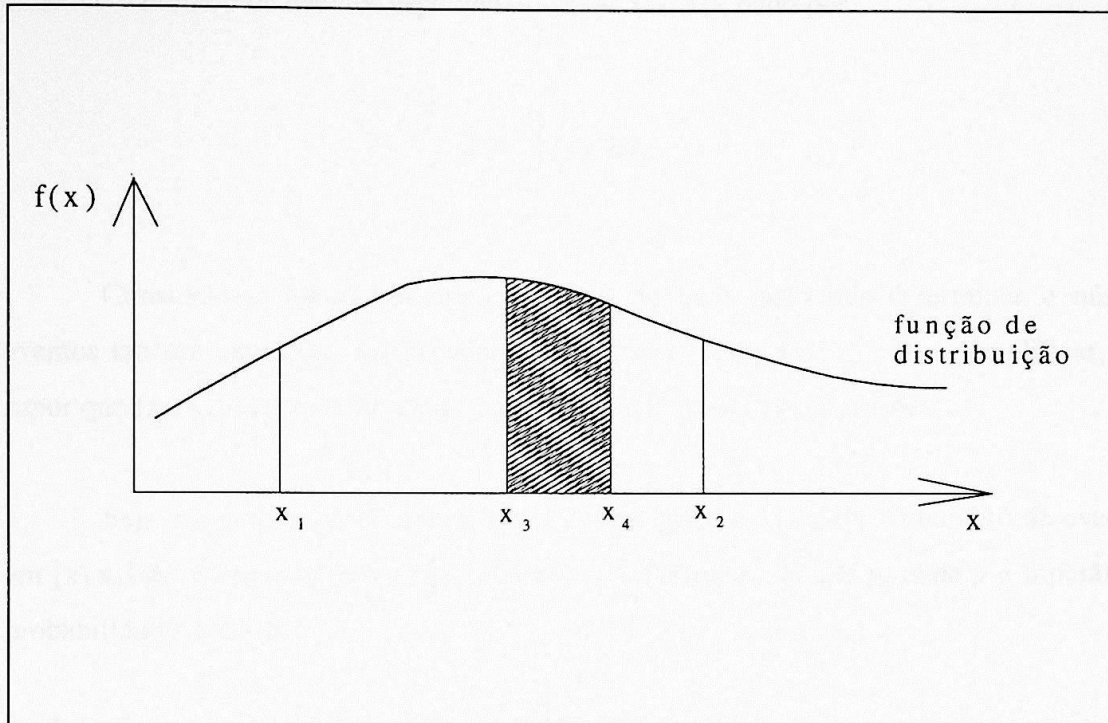


Figura 2.2 O canal velho está definido pelos extremos x_1 e x_2 , enquanto que os extremos do canal novo são: x_3 e x_4 . O número de contagens no canal novo é proporcional à área hachurada.

A dificuldade em relocar um espectro preservando as características do espectro original decorre do fato de que, ao colocar os dados experimentais num histograma, perde-se parte da informação contida no conjunto de dados provenientes da experimentação. Isto ocorre, pois a partir do histograma, não se pode determinar a posição (abscissa) exata de cada evento contido em um determinado canal. No entanto, se o espectro é suave, pode-se estimar como os eventos contidos em um canal são distribuídos.

A função distribuição $f(x)$ que dá origem ao espectro, em geral, é desconhecida. Mas, inicialmente, vamos supor que $f(x)$ seja conhecida. Neste caso, o número de eventos n em um canal, cujo intervalo é (x_1, x_2) , obedece à distribuição de Poisson,

$$P_a(n) = \frac{e^{-a} a^n}{n!}, \quad (2.1)$$

onde a é o número de eventos esperado no canal (x_1, x_2) , dado por

$$a = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (2.2)$$

Considera-se agora um novo espectro no qual queremos determinar o número de eventos em um canal $[x_3, x_4]$ provenientes do canal velho $[x_1, x_2]$. Para simplificar, pode-se supor que $[x_3, x_4]$ está contido em $[x_1, x_2]$, o que não limita as conclusões.

Seja n_{obs} o número de eventos observados no canal $[x_1, x_2]$. O número de eventos n' em $[x_3, x_4]$ deve ser um sorteio binomial com os parâmetros n_{obs} e p , onde p é o parâmetro de probabilidade dado por:

$$p = \frac{\int_{x_3}^{x_4} f(x) dx}{\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx} \quad (2.3)$$

A probabilidade condicional de n' é dada por

$$P_p(n' / n_{obs}) = \frac{n_{obs}!}{(n_{obs} - n')! n'!} p^{n'} (1 - p)^{n_{obs} - n'}. \quad (2.4)$$

Como n_{obs} obedece à equação (2.1) e a probabilidade de n' é dada por

$$P(n') = \sum_{n_{obs}=n'}^{\infty} P_p(n' / n_{obs}) \cdot P_a(n_{obs}) \quad (2.5)$$

podemos mostrar que $P(n')$ é uma distribuição de Poisson com média a' :

$$P_{a'}(n') = \frac{e^{-a'} a'^{n'}}{n'!}, \quad (2.6)$$

onde $a' = a \cdot p$.

Portanto, se $f(x)$ é conhecida, podemos construir um novo espectro preservando a distribuição e a flutuação estatística das contagens.

Em geral, a forma da função é desconhecida, sendo então necessário estimar a função $f(x)$ a partir dos pontos do espectro original. Neste caso, essa função $f(x)$ foi aproximada por um polinômio $p_m(x)$, de grau m , passando por $(m+1)$ pontos do espectro. As funções polinomiais são boas aproximações, pois o erro do polinômio aproximado $p_m(x)$ em relação à função $f(x)$ pode ser arbitrariamente pequeno [12]. Isto decorre diretamente do *Teorema de Weierstrass* [13] que estabelece que:

“Se $f(x)$ for contínua em um intervalo finito $a \leq x \leq b$, então para ε arbitrariamente pequeno, pode-se achar um polinômio $p_m(x)$, tal que $|f(x) - p_m(x)| < \varepsilon$, ($a \leq x \leq b$)”.

Considerando $f(x)$ uma função contínua e com derivadas de ordem até $(m+1)$ também contínuas, pode-se expandir $f(x)$ em torno de x_0 , utilizando as *fórmulas de Taylor*. Assim temos que:

$$f(x) = f(x_0) + (x-x_0) \cdot f'(x_0) + (x-x_0)^2 \cdot \frac{f''(x_0)}{2!} + \dots + (x-x_0)^m \cdot \frac{f^{(m)}(x_0)}{m!} + R_0(x), \quad (2.7)$$

onde $f^{(m)}(x_0)$ é a m -ésima derivada da função $f(x)$ no ponto x_0 e $R_0(x)$ é o termo proveniente do truncamento da série de expansão dada por,

$$R_0(x) = (x-x_0)^{m+1} \cdot \frac{f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!}, \quad (x_0 < \xi < x \text{ se } x_0 < x \text{ e } x < \xi < x_0 \text{ se } x < x_0). \quad (2.8)$$

Assim sendo, a função $f(x)$ pode ser escrita como um polinômio $p_m(x)$ e um erro $R_0(x)$, ou seja,

$$f(x) = p_m(x) + R_0(x). \quad (2.9)$$

Neste caso, a função $f(x)$ é desconhecida, portanto é necessário utilizar polinômios interpoladores. Considerando aqui os $(m+1)$ pontos do espectro original, podemos escrever,

$$f(x) = p_m(x) + R_m(x) \quad (2.10)$$

onde,
$$R_m(x) = \left[\prod_{i=0}^m (x-x_i) \right] \cdot \frac{f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} \quad \text{e} \quad (2.11)$$

$p_m(x)$ são os *polinômios interpoladores de Lagrange*, ou seja,

$$p_m(x) = \sum_{i=0}^m L_i(x) \cdot f(x_i) \quad (2.12)$$

onde,
$$L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^m \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}, \quad i=0,1,2,\dots,m \quad \text{e} \quad j \neq i. \quad (2.13)$$

Voltando ao problema de relocação de espectros, vamos considerar um canal do espectro novo (já relocado), cuja largura é δx . A variação no número de contagens $\delta n'$ pode ser escrita como sendo:

$$\delta n' = R_m(x) \cdot \delta x, \quad (2.14)$$

ou seja

$$\delta n' = \frac{\prod_{i=0}^m (x - x_i)}{(m+1)!} \cdot f^{(m+1)}(\xi) \cdot \delta x. \quad (2.15)$$

Vamos mostrar que o erro relativo devido à aproximação polinomial da função desconhecida $f(x)$ é desprezível em relação à flutuação estatística (relativa) [10]. Sabe-se que a flutuação estatística de Poisson é dada por $\sqrt{n'}$. Para que o erro seja desprezível devemos ter

$$\frac{\sqrt{n'}}{n'} \gg \frac{\delta n'}{f_0 \cdot \delta x} \quad (2.16)$$

onde f_0 é o valor de $f(x)$ para um dado x na região de análise. Temos que:

$$n' \ll \left(\frac{(m+1)! \cdot f_0}{\prod_{i=0}^m (x - x_i) \cdot f^{(m+1)}(\xi)} \right)^2. \quad (2.17)$$

Podemos ver da expressão acima que as regiões mais difíceis de serem relocados são aquelas cujos valores de $\frac{f^{(m+1)}}{f_0}$ são grandes. Em espectros de raios gama, isto ocorre nas regiões próximas aos picos, e para picos gaussianos podemos assumir que:

$$\frac{f^{(m+1)}}{f_0} \approx \frac{1}{\sigma^{m+1}} \quad (2.18)$$

onde σ é o desvio padrão dado por $\sigma = \frac{FWHM}{2\sqrt{2 \ln 2}}$ e $FWHM$ ¹ é a largura a meia altura do pico.

Usando, também, a aproximação:

$$\prod_{i=0}^m (x - x_i) \cong \left(\frac{m}{4}\right)^{m+1}, \quad (2.19)$$

a equação (2.17) ficará:

$$n' \ll \left[(m+1)! \left(\frac{4\sigma}{m}\right)^{m+1} \right]^2 = n_{cr} \quad (2.20)$$

Na referência [10] o valor n_{cr} foi calculado para diversos valores para o grau do polinômio m e para desvio padrão σ (veja Tabela 2.0).

Tabela 2.0 Valores críticos n_{cr} para diferentes valores de m (grau do polinômio) e desvio padrão σ .

Desvio padrão σ	Grau do polinômio m				
	1	2	3	4	5
1,0	$1,0 \times 10^3$	$2,3 \times 10^3$	$5,8 \times 10^3$	$1,4 \times 10^4$	$3,6 \times 10^4$
1,5	$5,2 \times 10^3$	$2,6 \times 10^4$	$1,5 \times 10^5$	$8,3 \times 10^5$	$4,6 \times 10^6$
2,0	$1,6 \times 10^4$	$1,5 \times 10^5$	$1,5 \times 10^6$	$1,5 \times 10^7$	$1,5 \times 10^8$
3,0	$8,3 \times 10^4$	$1,7 \times 10^6$	$3,8 \times 10^7$	$8,5 \times 10^8$	$1,9 \times 10^{10}$

¹ *FWHM* vem do inglês: *Full width at half maximum*.

Como se pode observar pela tabela 2.0, para picos muito estreitos ($\sigma = 1$) o número de eventos no pico deve ser muito pequeno, em torno de 1000 contagens, para que a flutuação estatística esconda o erro sistemático. Entretanto, para picos suficientemente largos, $\sigma \geq 2,0$ (ou $FWHM \geq 4,7$), é possível fazer a relocação mesmo que haja alguns milhões de contagens por canal, desde que se escolha um polinômio de ordem suficientemente alta. Neste caso, a relocação preserva tanto a flutuação estatística como a forma do pico.

NA PRÁTICA

A relocação é feita utilizando-se o programa RELOCA33, desenvolvido no Laboratório do Acelerador Linear por Mucciolo e Helene [14]. Este programa cria, a partir de um espectro existente com uma determinada calibração, um outro espectro obedecendo a uma nova calibração.

A idéia básica é utilizar a distribuição de contagens do espectro original para obter uma aproximação da função distribuição $f(x)$ verdadeira (desconhecida). A partir de $f(x)$ pode-se redistribuir as contagens do espectro original sobre os canais do novo espectro (relocado). O número de contagens em cada canal do novo espectro é obtido através de um sorteio estatístico (binomial ou gaussiano).

Como os espectros possuem inúmeros canais e seus formatos são bastante complexos, a relocação é feita por regiões. Para cada canal (C) a ser relocado, define-se uma região ao seu redor onde se ajusta uma função polinomial, utilizando-se as contagens, para simular a função distribuição verdadeira $f(x)$. O grau do polinômio e a largura da região são parâmetros livres do programa. O ajuste dessa função polinomial é feito através do Método dos Mínimos Quadrados.

Na Figura 2.3 foram colocados os dois espectros (original e relocado) numa mesma escala da abscissa (energia). Pode-se notar dessa figura que a relocação envolve a distribuição das contagens de um certo canal de espectro original sobre os correspondentes canais do espectro novo (relocado).

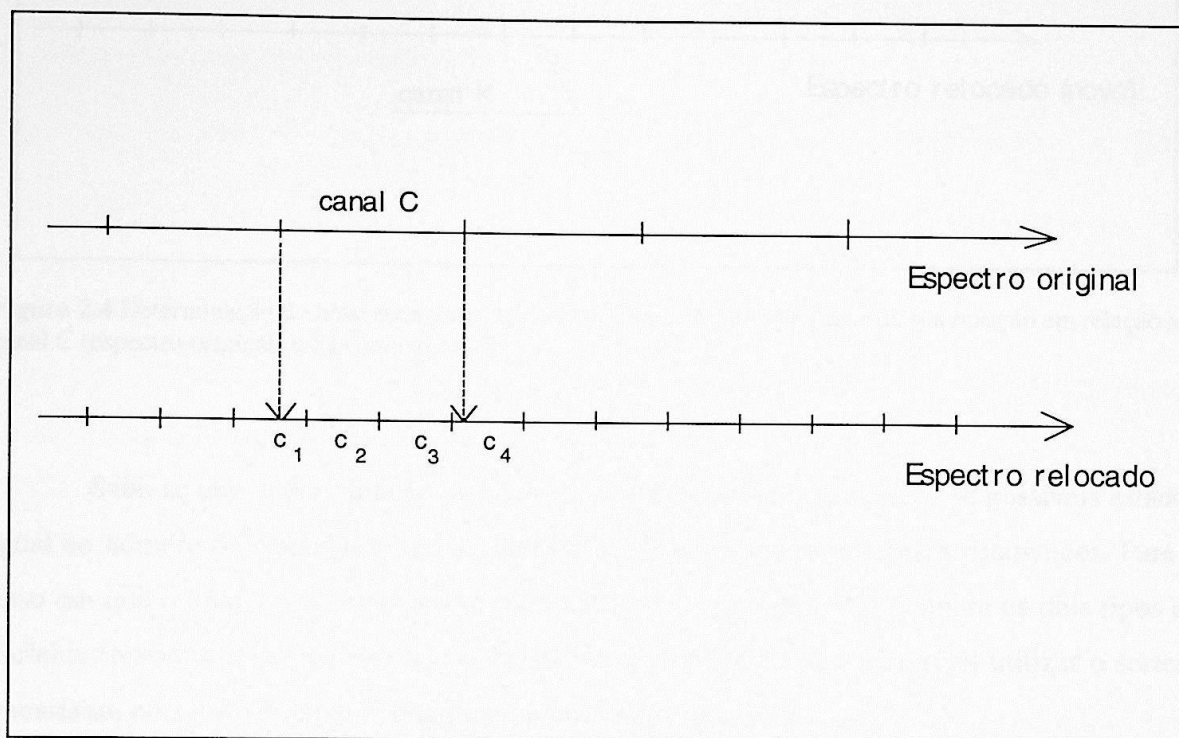


Figura 2.3 Canal C do espectro original e os canais c_1, c_2, c_3, c_4 do espectro relocado.

Para efetuar o sorteio é necessário definir o peso estatístico com que cada novo canal entra no sorteio. Para isso, projeta-se cada novo canal sobre o espectro original, determinando um certo intervalo, que corresponde a uma porção da área do canal C (Figura 2.4). Essa porção é utilizada como peso estatístico para o sorteio.

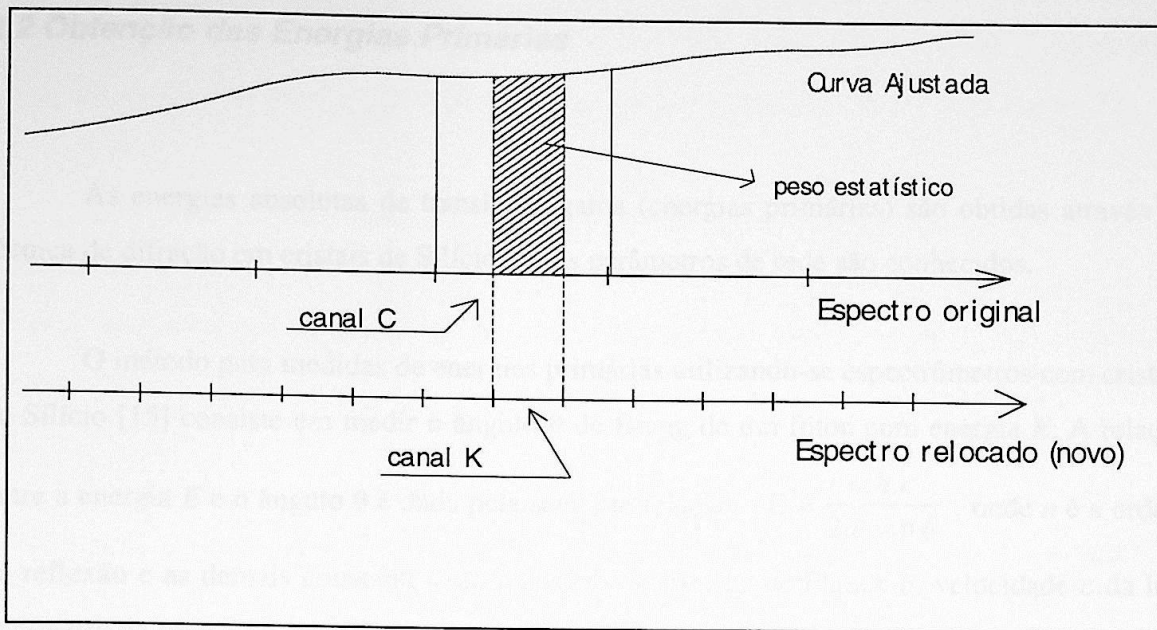


Figura 2.4 Determinação do peso estatístico do canal K (espectro novo) a partir da sua posição em relação ao canal C (espectro original) e da curva ajustada.

Sabe-se que, a distribuição de contagens é binomial com o número de possíveis estados igual ao número de canais novos e as suas probabilidades iguais aos pesos estatísticos. Para o caso em que o número de contagens é muito grande (maior que 100), embora os dois tipos de sorteios (binomial e gaussiano) forneçam os mesmos resultados, é preferível utilizar o sorteio gaussiano, pois ele é computacionalmente muito mais rápido.

Neste trabalho, a relocação de cada espectro através do programa RELOCA33 foi feita utilizando-se:

- O espectro relocado com o mesmo número de canais que o original.
- Um polinômio de segundo grau ajustado por três pontos para cada canal C do espectro original.
- Sorteio das contagens do tipo gaussiano (mais rápido).

Repetindo-se o procedimento aplicado ao canal C, para todos os canais do espectro original, obtém-se um novo espectro igual ao original a menos de sua calibração. Assim sendo, dizemos que relocamos o espectro original para uma nova calibração (espectro relocado).

2.2 Obtenção das Energias Primárias

As energias absolutas de transições gama (energias primárias) são obtidas através da técnica de difração em cristais de Silício, cujos parâmetros de rede são conhecidos.

O método para medidas de energias primárias utilizando-se espectrômetros com cristais de Silício [15] consiste em medir o ângulo θ de Bragg de um fóton com energia E . A relação entre a energia E e o ângulo θ é dada pela seguinte relação: $E = \frac{n \cdot h \cdot c}{2d \cdot \sin \theta}$, onde n é a ordem da reflexão e as demais constantes são as usuais (constante de Planck h , velocidade c da luz, parâmetro da rede d do cristal).

A precisão na energia é limitada pelas incertezas na constante de Planck h e no parâmetro da rede d do cristal além de fatores intrínsecos da própria medida. O parâmetro d do cristal varia com a temperatura e, portanto, as medidas do parâmetro d da rede e do ângulo de Bragg θ de um fóton devem ser feitas sob as mesmas condições experimentais.

Muitas vezes, ao invés de obter as energias das transições gama através do ângulo θ e do parâmetro d da rede, as medidas dessas linhas são feitas através da comparação com transições conhecidas. Neste caso as incertezas não dependem das incertezas de h e d , mas passam a depender das incertezas das transições usadas como referência.

A dependência das incertezas de transições gama de mesmas fontes de erro (h , d , energia de referência) cria correlação entre a energia medida e aquelas constantes bem como entre as próprias energias.

Este método de medidas de energia, através de espectrômetros com cristais, é bastante preciso para linhas de baixas energias. A precisão para transições gama de cerca de 300 keV é inferior ou aproximadamente igual a 1 eV [15]. Para energias superiores a 300 keV a precisão obtida em experimentos com cristais diminui com o aumento da energia do gama, podendo atingir valores tão altos quanto 40 eV para $E_\gamma \cong 1 \text{ MeV}$. Essa piora da precisão com o aumento

da energia deve-se ao fato que quanto maior esta última, mais difícil é obter interferências ($\lambda_{1MeV} \cong 1,2 \times 10^{-12} m \ll d_{cristal}$), sendo que $d_{Silicio} = 0,543\ 101\ 96(11) \text{ nm}$ [7] (veja Figura 2.5).

Um ponto inconveniente do método de medidas com espectrômetros de cristal é a necessidade da utilização de fontes com altíssima atividade (vários Ci's). A alta atividade das fontes é necessária para que se consigam reflexões intensas também para as linhas gama de baixa energia.

A espectroscopia com detectores semicondutores, desde que se adote procedimentos instrumentais e estatísticos adequados, fornece resultados com precisões melhores ou iguais a alguns poucos eV's em praticamente toda a faixa de energias típicas (de 50 a 1800 keV) em transições nucleares.

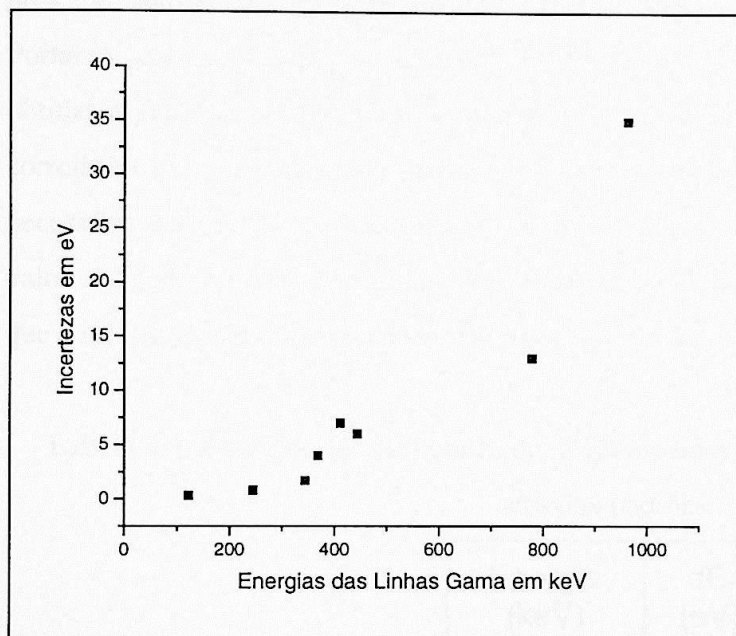


Figura 2.5 O gráfico mostra as incertezas das energias de transições obtidas utilizando-se espectrômetros de cristais curvos [8].

Em espectroscopia gama, fontes de ^{152}Eu são usualmente utilizadas para calibração, pois o espectro deste nuclídeo tem muitas linhas conhecidas e a faixa de energia é bastante ampla (120 a 1800 keV). Neste trabalho, foram utilizadas linhas de ^{152}Eu na faixa de energia entre 122 keV e 1408 keV.

Borchert [8] realizou medidas de energia de algumas linhas do ^{152}Eu utilizando espectrômetros de cristais curvos. Essas medidas foram feitas em relação à linha de 412 keV do decaimento do ^{198}Au adotada como padrão e com incerteza considerada nula. Na Tabela 2.1 estão as energias e os respectivos desvios padrões das linhas medidas por Borchert.

As linhas do ^{152}Eu medidas por Borchert são todas estatisticamente correlacionadas, pois ele obteve cada uma delas em relação à mesma linha padrão de 412 keV do ^{198}Au . Portanto, com a atualização da linha de padrão, deve-se atualizar também todas as linhas obtidas a partir desta. Para isso, a matriz de covariância completa é necessária. No entanto, a correlação entre essas linhas não foi divulgada no trabalho do Borchert [8], sendo assim necessário estimar seu valor. Decidiu-se então adotá-la como sendo igual a 0,58, o mesmo valor utilizado no trabalho do Helene e Vanin [6]. O valor da correlação foi obtido de forma que o qui-quadrado reduzido do ajuste fosse igual a 1.

Tabela 2.1 Energias das oito linhas do ^{152}Eu medidas por Borchert [8] e seus respectivos desvios padrões.

Energia (keV)	dE_r (eV)
121,7793	0,3
244,6927	0,8
344,2789	1,7
367,779	4
411,107	7
443,979	6
778,905	13
964,007	35

Borchert et al. [4] mediram as treze linhas do ^{192}Ir (Tabela 2.2) utilizando um espectrômetro de cristais de Silício. Essas medidas foram feitas, assim como no caso do ^{152}Eu , usando a linha de 412 keV do ^{198}Au como padrão.

Kessler et al. [5] mediram nove linhas do ^{192}Ir (tabela 2.2) e a linha de 412 keV do ^{198}Au . As medidas foram feitas medindo-se o parâmetro de rede a_0 do cristal (Si) e o ângulo θ de Bragg para cada fóton, cuja energia é dada por E .

Neste caso, $n\lambda = 2d \sin \theta$ e $E = \frac{h.c}{\lambda}$; as energias foram obtidas através do fator de conversão $f_0 = \frac{h.c}{e} = 1,2398520 \cdot 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m} (2,6 \text{ ppm})$. Esse fator de conversão f_0 foi utilizado como sendo exato por Kessler et al, porém, como f_0 tem incerteza, todas as energias determinadas desta forma também serão covariantes entre si.

Tabela 2.2 Linhas do ^{192}Ir medidas, utilizando-se espectrômetros com cristais curvos.

<i>Autores</i>	<i>Linhas do ^{192}Ir em keV</i>
Borchert et al. [4]	136, 201, 205, 295, 308, 316, 374, 416, 468, 484, 588, 604, 612
Kessler et al. [5]	205, 295, 308, 316, 468, 484, 588, 604, 612

2.3 Auto Calibração

A Auto Calibração é um procedimento estatístico que nos permite melhorar a precisão de alguns dados, utilizando a relação funcional existente entre as variáveis envolvidas [3] e combinando toda a informação disponível na literatura com as obtidas no experimento. Esse procedimento é baseado no Método dos Mínimos Quadrados.

Método Usual de Calibração de um Equipamento

O procedimento usual de calibração de energia, num experimento de espectroscopia gama, usando o Método dos Mínimos Quadrados, ajusta-se uma função $y = f(x)$ aos dados experimentais (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$. Essa função ajustada é denominada de curva de calibração.

Os valores imprecisos das variáveis y'_j , $j = 1, 2, \dots, n'$ podem ser obtidos, com maior precisão, através da interpolação, dos respectivos valores medidos das variáveis independentes x_j , $j = 1, 2, \dots, n'$, na curva de calibração.

Na calibração de detectores HPGe são utilizadas linhas y_i de energia gama conhecidas das fontes usuais de calibração. Neste caso, as variáveis x_i são os valores experimentais das posições dos fotopicos, no espectro, correspondentes às linhas utilizadas.

A partir deste ponto, vamos particularizar a discussão para a calibração de detectores HPGe. Neste caso, as curvas de calibração utilizadas são funções polinomiais,

$$y_i = a_{00} + a_{01} \cdot x_i + a_{02} \cdot x_i^2 + a_{03} \cdot x_i^3 + \dots + a_{0m} \cdot x_i^m + e_i. \quad (2.21)$$

O problema consiste em estimar os parâmetros $a_{0k}, k = 0, 1, 2, \dots, m$ para os dados experimentais $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$. Cada termo e_i da equação (2.21) é o erro (desconhecido) de medida para a linha i , isto é, ele é a diferença entre o valor de y_i (medido) e o verdadeiro.

A equação (2.21) pode ser escrita na forma matricial como sendo:

$$Y = X_0 \cdot A_0 + e_r \quad (2.22)$$

sendo Y um vetor com os dados y_i

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

X_0 é a matriz de planejamento

$$X_0 = \begin{pmatrix} 1 & x_{01} & x_{01}^2 & \dots & x_{01}^m \\ 1 & x_{02} & x_{02}^2 & \dots & x_{02}^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{0n} & x_{0n}^2 & \dots & x_{0n}^m \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$

A_0 é o vetor dos parâmetros

$$A_0 = \begin{pmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{02} \\ \vdots \\ a_{0m} \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

e_r é o vetor coluna que contém os erros $e_{r_i}, i = 1, 2, \dots, n$. Este vetor e_r é, em geral, desconhecido, mas sabe-se que $\langle e_{r_i} \rangle = 0$ e $\langle e_{r_i} e_{r_j} \rangle = V_{0ij}$, onde V_{0ij} é a covariância conhecida entre y_i e y_j .² Essas covariâncias $V_{0ij} = \text{cov}(y_i, y_j)$ definem os elementos da matriz V_0 .

A estimativa para os parâmetros pelo Método dos Mínimos Quadrados [6], é dada pelo vetor:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_0 \\ \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ \tilde{a}_m \end{pmatrix} = (X_0' V^{-1} X_0)^{-1} X_0' V^{-1} Y. \quad (2.26)$$

Em casos em que apenas as energias são afetadas pelas incertezas experimentais (X_0 é conhecida sem incerteza), a matriz V será igual à conhecida V_0 . Mas, no caso em que as posições em canais x também têm incertezas, a matriz de covariâncias V deve ser construída considerando essas incertezas, conforme discutido a seguir.

A Matriz de Covariâncias entre os parâmetros ajustados é descrita pela expressão

$$V_{\tilde{A}} = (X_0' V^{-1} X_0)^{-1}. \quad (2.27)$$

O vetor \tilde{Y} descrito na equação (2.28) abaixo, relaciona as linhas de energia interpoladas. A matriz X dessa equação é a de planejamento análoga à da equação (2.24), sendo x_i a posição, obtida experimentalmente, da linha i a ser interpolada.

$$\tilde{Y} = X \cdot \tilde{A} \quad (2.28)$$

² $\langle z \rangle$ é a notação que representa o valor esperado de z .

De fato, a equação acima permite-nos determinar não só as linhas mal conhecidas na literatura, mas também os novos valores para as próprias linhas utilizadas no procedimento de calibração. Neste caso, após o procedimento de calibração teremos dois vetores, Y e \tilde{Y} , com dois valores diferentes para cada uma das linhas utilizadas para a obtenção da curva de calibração. Ou seja, teremos conjuntos de valores diferentes para as mesmas grandezas físicas.

Deparamo-nos com uma questão a ser solucionada! Qual conjunto de valores deve-se utilizar a partir deste ponto, o vetor que contém as energias primárias, o obtido por interpolação na curva de calibração deste trabalho ou uma combinação destes? É importante observar que esses dois são correlacionados, o que nos impossibilita utilizar simplesmente a média ponderada.

Nesse trabalho é feita uma proposta para lidar com esse tipo de questão, denominaremos esse novo procedimento de Auto-Calibração. Porém, antes de apresentarmos a Auto Calibração propriamente dita, vamos fazer uma discussão sobre a matriz das covariâncias V e também obteremos a matriz das covariâncias do vetor \tilde{Y} .

Matriz das Covariâncias V dos Dados de Entrada

Como foi dito anteriormente, a matriz V será igual à V_0 se apenas os dados y_i são afetados por incertezas experimentais. Isso em geral não é verdadeiro, pois as posições x_i dos fotopicos também possuem incertezas.

Nos casos em que ambas as variáveis são afetadas por incertezas experimentais, a matriz V será escrita como:

$$V = V_0 + P \cdot V_C \cdot P' \quad (2.29)$$

onde V_C é a matriz das covariâncias das variáveis x_i (experimentais) e P é a matriz diagonal cujos elementos são determinados pela derivada parcial:

$$P_{ii} = \frac{\partial y_i}{\partial x_i}. \quad (2.30)$$

Isto ocorre, pois a linha y_i não depende de x_j para $i \neq j$.

Se a função $y(x)$ descrita na equação (2.21) é aproximadamente linear, então a equação (2.29) fica igual a:

$$V = V_0 + b^2 \cdot V_C \quad (2.31)$$

onde b é o coeficiente angular da função $y(x)$.

Matriz das Covariâncias do vetor: \tilde{Y}

Para determinar a matriz das covariâncias de \tilde{Y} , vamos, em primeiro lugar, reescrever \tilde{Y} (equação 2.28) substituindo o vetor \tilde{A} pela expressão da equação (2.26) e o vetor X_0 por X . Temos assim:

$$\tilde{Y} = X \cdot (X' \cdot V^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X' \cdot V^{-1} \cdot Y \quad (2.32)$$

Expandindo linearmente X e Y em torno dos seus respectivos valores verdadeiros X_0 e Y_0 , ou seja, escrevendo:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + \delta X \quad e \\ Y &= Y_0 + \delta Y \end{aligned} \quad (2.33)$$

temos que:

$$\tilde{Y} \cong (X_0 + \delta X) \left[I + V_{\tilde{A}} \cdot (\delta X' \cdot V^{-1} \cdot X_0 + X_0' \cdot V^{-1} \cdot \delta X) \right]^{-1} \cdot V_{\tilde{A}} \cdot (X_0 + \delta X)' \cdot V^{-1} \cdot (Y_0 + \delta Y) \quad (2.34)$$

sendo I a matriz identidade e $V_{\tilde{A}}$ a matriz descrita na equação (2.27).

Expandindo o termo abaixo:

$$\left[I + V_{\tilde{A}} \cdot (\delta X' \cdot V^{-1} \cdot X_0 + X_0' \cdot V^{-1} \cdot \delta X) \right]^{-1}, \quad (2.35)$$

substituindo o resultado na equação (2.34) e conservando apenas os termos de primeira ordem, temos que:

$$\begin{aligned} \tilde{Y} - Y_0 \cong X_0 \cdot V_{\tilde{A}} \cdot X_0' \cdot V^{-1} \cdot (Y - Y_0) - X_0 \cdot V_{\tilde{A}} \cdot X_0' \cdot V^{-1} \cdot (X - X_0) \cdot A_0 \\ + (X - X_0) \cdot A_0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

sendo, $Y_0 = X_0 \cdot A_0$.

A matriz de covariâncias de \tilde{Y} pode ser calculada da seguinte forma:

$$V_{\tilde{Y}} = \left\langle (\tilde{Y} - Y_0) \cdot (\tilde{Y} - Y_0)' \right\rangle. \quad (2.37)$$

Substituindo a equação (2.36) na (2.37) e assumindo que $y(x)$ é aproximadamente linear, temos que:

$$V_{\tilde{Y}} = X \cdot V_{\tilde{A}} \cdot X' + b^2 \cdot V_C - b^2 \cdot (X \cdot V_{\tilde{A}} \cdot X' \cdot V^{-1} \cdot V_C - V_C \cdot V^{-1} \cdot X \cdot V_{\tilde{A}} \cdot X') \quad (2.38)$$

Procedimento de Auto Calibração

Conforme discutido anteriormente, num procedimento usual de calibração, podemos obter no final, um vetor \tilde{Y} que contém novos valores para as grandezas físicas y_i utilizadas. Então, para as mesmas grandezas físicas teremos dois conjuntos de resultados experimentais diferentes: Y e \tilde{Y} .

Precisamos compatibilizar esses dois vetores, ou seja, determinar um novo vetor Y_F que seja uma combinação dos dois anteriores. Esse novo vetor será obtido fazendo um ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados, levando em conta a matriz das covariâncias completa.

A equação abaixo relaciona os dois vetores Y e \tilde{Y} com o vetor Y_0 , que relaciona os valores verdadeiros das variáveis independentes (desconhecidos).

$$\begin{pmatrix} Y \\ \dots \\ \tilde{Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_n \\ \dots \\ I_n \end{pmatrix} \cdot Y_0 + e'_T. \quad (2.39)$$

Comparando a equação acima com a (2.22), podemos verificar que elas são análogas. Neste caso, os dados de entrada estão representados no vetor:

$$Y_T = \begin{pmatrix} Y \\ \dots \\ \tilde{Y} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

e a matriz de planejamento será igual a:

$$X_T = \begin{pmatrix} I_n \\ \dots \\ I_n \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

sendo I_n a matriz identidade de ordem n . A matriz de covariância desse ajuste será:

$$V_T = \begin{pmatrix} V & \vdots & C' \\ \dots & & \dots \\ C & \vdots & V_{\tilde{Y}} \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

onde V é a matriz das covariâncias dos dados iniciais de entrada Y , $V_{\tilde{Y}}$ é a matriz das covariâncias de \tilde{Y} (veja equação 2.38) e C é a matriz das covariâncias entre Y e \tilde{Y} .

A matriz C é calculada pela expressão:

$$C = \langle (\tilde{Y} - Y_0) \cdot (Y - Y_0)' \rangle \quad (2.43)$$

Re-escrevendo a equação (2.32), temos que:

$$\tilde{Y} = M \cdot Y, \quad (2.44)$$

sendo,
$$M = X \cdot (X' \cdot V^{-1} \cdot X)^{-1} \cdot X' \cdot V^{-1}.$$

Substituindo a equação (2.44) na (2.43) e fazendo algumas manipulações algébricas, temos que:

$$C = M \cdot \langle (Y - Y_0) \cdot (Y - Y_0)' \rangle + (M - I) \cdot Y_0 \cdot \langle (Y - Y_0)' \rangle \quad (2.45)$$

Como o termo $\langle (Y - Y_0) \cdot (Y - Y_0)^t \rangle$ é a matriz V de covariância de Y e o termo $\langle (Y - Y_0)^t \rangle$ é nulo, a matriz C fica sendo igual a:

$$C = M \cdot V \quad (2.46)$$

Podemos obter o novo vetor Y_F (a estimativa dos valores verdadeiros Y_0) e também a matriz das covariâncias correspondente, V_F através de Y_T, X_T e V_T . Como a matriz V_T é singular, as equações (2.26) e (2.27) não poderão ser usadas. Usaremos, então, o algoritmo descrito no Apêndice A que não necessita da matriz inversa de V_T .

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

3.1 Aparato Experimental e Aquisição de Dados

A montagem do sistema de aquisição de dados é mostrada na figura 3.1. As medidas de energia gama foram feitas utilizando-se um detector (vertical) semiconductor de germânio hiperpuro (HPGe) da ORTEC cujo volume do cristal é, aproximadamente, igual a $76,5 \text{ cm}^3$. No detector HPGe, o *FET* de seu pré-amplificador (embutido) é mantido a baixa temperatura usando nitrogênio líquido (77 K).

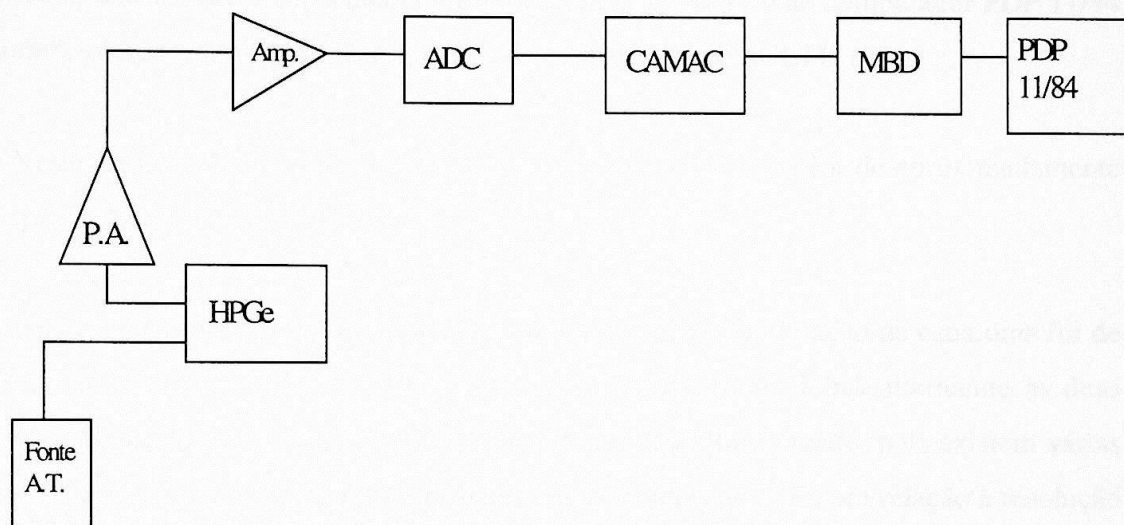


Figura 3.1. Esquema da montagem do sistema de aquisição utilizado.

Os sinais de saída do pré-amplificador passam por um amplificador linear ORTEC 572. O amplificador foi utilizado com uma constante de tempo de formação de pulso de $2\mu\text{s}$. Este amplificador gera, em sua saída unipolar, um pulso cuja amplitude é crescente com a energia do gama detectado ou do gama depositado no detector. Essa saída segue para o conversor analógico-digital (ADC) Northern, modelo NS621, de 8192 canais. O ADC por sua vez, fornece como saída, um número que é proporcional à amplitude do pulso de entrada.

A técnica de conversão utilizada neste ADC é a de Wilkinson. Esta técnica consiste em carregar um capacitor proporcionalmente à amplitude do pulso de entrada. Em seguida, o capacitor é descarregado linearmente até zero. No instante inicial dessa descarga um contador periódico é acionado e assim mantido até que o capacitor seja completamente descarregado. Assim, o número fornecido pelo contador para cada pulso será proporcional à amplitude do mesmo e, aproximadamente linear com a energia. Os conversores analógico-digitais (ADC) do tipo Wilkinson parecem ser melhores que os de outros tipos (“*flash units*” e “*successive approximation*”) em medidas de energia. Apesar de serem mais lentos, eles são mais lineares e seus canais mais uniformes [16].

A aquisição de dados foi realizada por um sistema CAMAC (*Computer Automated Measurement and Control*) conectado a um processador MBD-11 e ao computador PDP 11/84 do Laboratório do Acelerador Linear, controlado pelo programa MULTI [17].

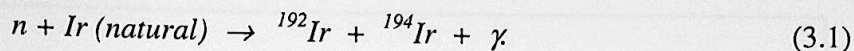
Neste arranjo experimental utilizado, a resolução em energia foi de aproximadamente 2,0 keV para a linha de 1332 keV do ^{60}Co .

Foram realizadas várias séries de medidas de energia, cuja duração de cada uma foi de 3 horas, envolvendo as fontes de ^{192}Ir e ^{152}Eu . As medidas foram feitas alternando as duas fontes, ou seja, não houve aquisição com as duas fontes simultaneamente, pois existem várias linhas do ^{192}Ir cujas energias são muito próximas às das linhas do ^{152}Eu em relação à resolução do sistema.

A fonte de ^{152}Eu utilizada foi uma fonte selada da Amersham [18] e a de ^{192}Ir foi produzida no Instituto de Pesquisa de Energia Nuclear (IPEN), através de irradiação do Ir, em sua forma natural, por nêutrons. Esta irradiação por nêutrons foi feita utilizando um fluxo de $10^{13} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ durante 10 s. Sabendo-se que o Ir natural é composto por:



então, temos que:



Ou seja, a produção de ${}^{192}\text{Ir}$ é feita através da reação ${}^{191}\text{Ir}(n, \gamma)$. Como a meia vida do ${}^{194}\text{Ir}$ é de apenas 19,3h enquanto que, a do ${}^{192}\text{Ir}$ é de 73,83d [19], após 5 dias, a fonte de ${}^{194}\text{Ir}$ já havia decaído, restando apenas ${}^{192}\text{Ir}$ (fonte de interesse) com atividade de aproximadamente 3 μCi .

A compatibilização entre as calibrações dos espectros de ${}^{152}\text{Eu}$ e ${}^{192}\text{Ir}$ foi feita por um procedimento de relocação descrito nas seções 2.1 e 3.2. Em todas as séries de medidas foram utilizadas simultaneamente com as fontes descritas acima, as fontes de ${}^{60}\text{Co}$ e ${}^{137}\text{Cs}$, ambas da Amersham. Essas fontes foram utilizadas apenas para auxiliar-nos no processo de relocação dos espectros.

Foram feitas também várias séries de medidas apenas com as fontes ${}^{60}\text{Co}$ e ${}^{137}\text{Cs}$, às quais nos referimos como medidas de “fundo”. Essas medidas foram necessárias para a interpretação dos espectros de ${}^{192}\text{Ir}$ e ${}^{152}\text{Eu}$.

A configuração das fontes em relação ao detector é mostrada na figura 3.2. Na posição 1 foram colocadas as duas fontes auxiliares (${}^{60}\text{Co}$ e ${}^{137}\text{Cs}$) enquanto que, na posição 2 foi colocada a fonte de interesse (${}^{192}\text{Ir}$ ou ${}^{152}\text{Eu}$). Alguns autores sugerem haver dependência da calibração de energia com a posição da fonte (veja referências: [20] e [21]), embora outros tenham evidências experimentais que isso não ocorre em todas as situações [22]. Entretanto, como as linhas do ${}^{60}\text{Co}$ e ${}^{137}\text{Cs}$ não foram utilizadas na calibração de energia, a posição destas em relação ao detector deve ser irrelevante.

Como podemos ver na Figura 3.2, o arranjo experimental estava parcialmente blindado com tijolos de chumbo, com o objetivo de diminuir a radiação de fundo, proveniente de outras fontes que poderiam estar presentes na sala de medidas ou da radiação ambiental natural. A blindagem foi feita apenas em volta do arranjo, de forma que o cristal não ficava totalmente coberto.

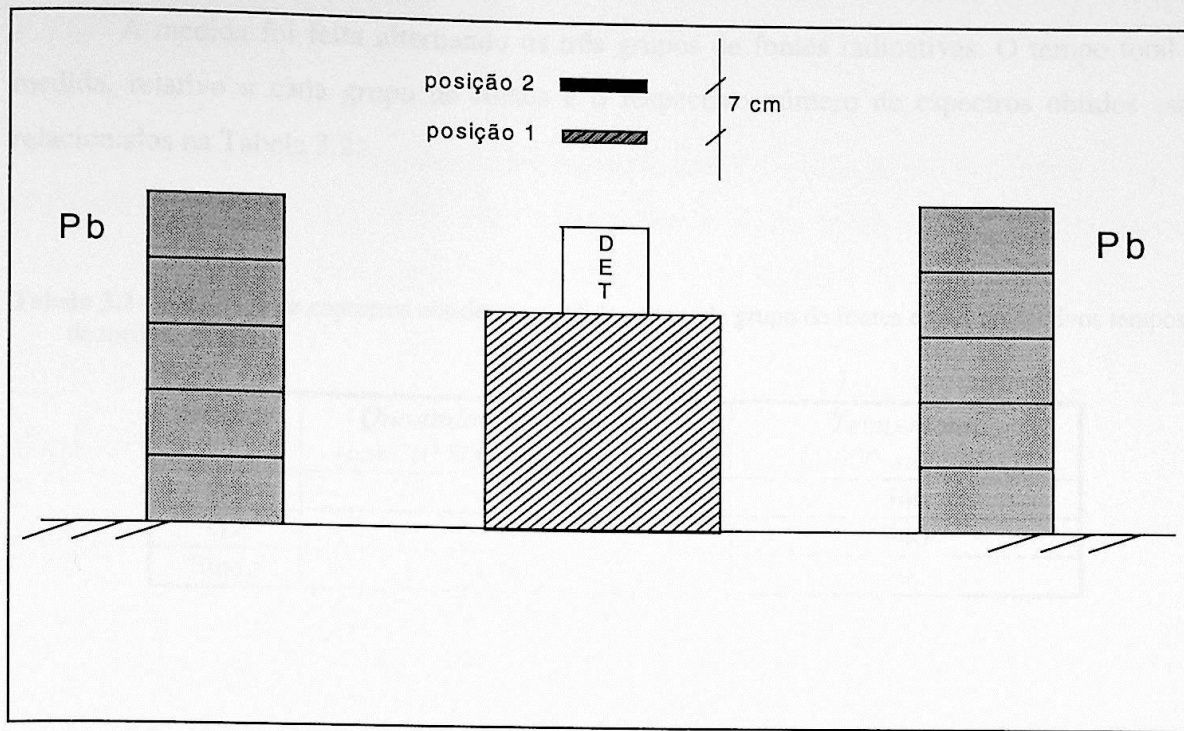


Figura 3.2 Posições das fontes radioativas em relação ao detector semicondutor (HPGe).

As medidas foram feitas com as fontes separadas em três grupos conforme mostra a tabela 3.1.

Tabela 3.1 Fontes utilizadas nas medidas, separadas em 3 grupos.

<i>Grupos</i>	<i>Fontes radioativas</i>
G1	$^{152}\text{Eu} + ^{60}\text{Co} + ^{137}\text{Cs}$
G2	$^{192}\text{Ir} + ^{60}\text{Co} + ^{137}\text{Cs}$
“fundo”	$^{60}\text{Co} + ^{137}\text{Cs}$

A aquisição de dados foi feita por várias séries de medidas de curta duração (3 horas cada). Isto foi feito para contornar o problema dos erros sistemáticos provenientes de instabilidade eletrônica do sistema de detecção ligada a variações nas condições experimentais (tensão da rede, temperatura, etc.) (veja: [23] e [24]). A instabilidade eletrônica ocasiona mudanças nas posições dos fotopicos, portanto numa eventual aquisição de longa duração a resolução do espectro obtido estaria comprometida.

A medida foi feita alternando os três grupos de fontes radioativas. O tempo total de medida, relativo a cada grupo de fontes e o respectivo número de espectros obtidos estão relacionados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 Quantidade de espectros obtidos na medida para cada grupo de fontes e seus respectivos tempos de medida (totais).

<i>Grupos</i>	<i>Quantidade de espectros (com 10.800 segundos cada)</i>	<i>Tempo total (1.000 segundos)</i>
G1	50	540
G2	87	940
“fundo”	27	292

Os espectros foram obtidos, involuntariamente, com calibrações ligeiramente diferentes, ou seja, houve uma pequena variação no ganho durante a aquisição dos dados devido à instabilidade eletrônica, já descrita anteriormente. Estas diferenças nas calibrações dos espectros foram detectadas através do acompanhamento da posição da linha de 1460 keV do ^{40}K (radiação ambiental) em cada um dos espectros obtidos. Os espectros onde o *passoio*³ desse pico (^{40}K) foi menor que um *canal*, aproximadamente 10% da *FWHM*, foram simplesmente somados [25], obtendo assim diversos espectros com calibrações diferentes para cada grupo de fontes.

A análise individual de cada um desses espectros seria muito trabalhosa. Portanto, decidiu-se alterar as calibrações de todos os espectros para uma mesma calibração e depois somar os espectros resultantes para cada grupo de fontes, obtendo assim, apenas três espectros a serem analisados.

³ Variação involuntária na posição provocada, principalmente, pela variação de temperatura dos equipamentos.

3.2 Relocação dos Espectros

Conforme visto anteriormente, os espectros resultantes das somas possuem calibrações diferentes. Para facilitar a análise dos dados, deseja-se somar todos os espectros referentes a cada um dos grupos de fontes (G1, G2, “fundo”), portanto foi necessário compatibilizá-los.

O processo da compatibilização dos espectros foi dividido em duas etapas:

- 1ª etapa.

Para cada um dos grupos de fontes (G1, G2 e “fundo”), os seus respectivos espectros foram relocados para uma mesma calibração. Dessas relocações resultaram 3 espectros e cada um deles corresponde a um determinado grupo de fontes.

Para cada grupo de fontes a relocação dos espectros para uma mesma calibração foi feita utilizando-se os fotopicos das fontes de ^{60}Co e ^{137}Cs e do próprio fundo; isto é, foram utilizadas as linhas de 84 keV (raio X de Pb), 661 keV (^{137}Cs), 1332 keV (^{60}Co) e 1460 keV (^{40}K do fundo). Cada relocação foi feita utilizando-se uma função parabólica.

Os espectros foram todos relocados para um “valor médio de canal” desses quatro fotopicos utilizados. A seguir, os espectros (relocados) referentes ao ^{152}Eu , ^{192}Ir e radiação de fundo, foram somados separadamente. Obtivemos assim, os espectros:

Tabela 3.3 Espectros resultantes de relocações e somas para cada grupo de fontes.

<i>Fontes</i>	<i>Espectros</i>
G1	NEUROPIO.BIN
G2	NIRIDIO.BIN
“fundo”	NFUNDO.BIN

• 2ª etapa.

Nessa etapa foi feita a relocação desses 3 espectros, isto é, as calibrações dos espectros NEUROPIO.BIN e NIRIDIO.BIN foram alteradas para a do espectro NFUNDO.BIN, resultando assim os 3 espectros da Tabela 3.4. Os três espectros da Tabela 3.4 abaixo têm a mesma calibração, ou seja, eles podem ser comparados entre si.

Tabela 3.4 Espectros relocados para uma mesma calibração.

Fontes	Espectros
G1	NEUREL.BIN
G2	NIRREL.BIN
“fundo”	NFUNDO.BIN

As duas relocações foram feitas utilizando, também, o programa RELOCA33. Neste caso, foram utilizadas para cada relocação, as linhas descritas na Tabela 3.5. A função adotada em cada caso foi a linear, cujos parâmetros estão relacionados na Tabela 3.6.

Tabela 3.5. Linhas utilizadas para as relocações na 2ª etapa.

Eu →fundo :	Ir→fundo:
84 keV (Rx do chumbo da blindagem)	—
86,5 keV (Rx do chumbo da blindagem)	—
—	238 keV (fundo)
661 keV (¹³⁷ Cs)	661 keV (¹³⁷ Cs)
1173 keV (⁶⁰ Co)	1173 keV (⁶⁰ Co)
1332 keV (⁶⁰ Co)	1332 keV (⁶⁰ Co)
1460 keV (⁴⁰ K do fundo)	1460 keV (⁴⁰ K)

Tabela 3.6 Parâmetros das retas utilizadas para as relocações.

	coeficiente linear: a ₀	coeficiente angular: a ₁
¹⁵² Eu → fundo	0,007	1,00001
¹⁹² Ir → fundo	-0,047	1,00001

3.3 Ajuste dos Fotopicos

Basicamente, os fotopicos gama provenientes de um detector semiconductor de germânio hiperpuro são expressos por uma função de distribuição gaussiana. Mas, numa observação mais detalhada de um fotopico gama experimental, pode-se verificar que existe uma distorção da gaussiana no lado de menor energia. Esta distorção é devido a vários efeitos físicos [16] como coleta incompleta das cargas em algumas regiões do detector, elétrons secundários e escape do bremsstrahlung da parte ativa do cristal do detector. Ajusta-se esta distorção como uma cauda exponencial no lado esquerdo da gaussiana [26].

O ajuste dos fotopicos foi feito utilizando o programa IDEFIX [27], que através do Método dos Mínimos Quadrados, ajusta uma função gaussiana com uma cauda exponencial do lado de menor energia e um degrau sob o pico.

O degrau sob o pico é composto por duas exponenciais que se emendam suavemente debaixo do pico e o parâmetro ajustado é a razão entre a altura do degrau e a amplitude do pico [26].

Os ajustes dos fotopicos, nos espectros do ^{152}Eu e do ^{192}Ir , foram feitos descontando o espectro de fundo, com o devido fator de proporcionalidade entre os tempos de contagem dos espectros analisados e do fundo. As incertezas nas contagens são devidamente propagadas pelo programa IDEFIX[27].

3.3.1 Contaminação da Amostra de ^{152}Eu pelo seu Isótopo ^{154}Eu .

A partir da curva de calibração da largura a meia altura (*FWHM*) em função da energia das transições, verificou-se que alguns fotopicos eram mais largos do que deveriam ser. Isto mostra que esses fotopicos foram, provavelmente, mal interpretados, ou seja, deviam existir picos de outros elementos, não muito intensos, próximos aos fotopicos de interesse. Esses picos estariam formando dubletos com os de interesse. Suspeitou-se, neste caso, da contaminação da amostra pelo ^{154}Eu , ou seja, que as linhas do contaminante próximas às do ^{152}Eu alargavam estas últimas. A existência do ^{154}Eu na amostra foi confirmada pela presença de diversas linhas do seu espectro.

Um levantamento das linhas da fonte ^{154}Eu foi feito utilizando a referência [19]. Cada uma das linhas dessa fonte que se encontrava próxima às linhas do ^{152}Eu foi ajustada.

Após os novos ajustes, levando em consideração as linhas do ^{154}Eu , uma nova curva de calibração da largura a meia altura (*FWHM*) dos fotopicos em função da energia E das transições foi ajustada. Essa curva pode ser vista na Figura 3.3 e está descrita na equação (3.2). O χ^2 reduzido desse ajuste foi de 1,000 (23).

$$FWHM^2 = \alpha + \beta \cdot E + \gamma \cdot E^2 \quad (3.2)$$

sendo, α, β, γ os parâmetros ajustados. (α está relacionado com o ruído eletrônico, β com a dispersão do número de pares elétron-buraco produzidos e γ com a instabilidade eletrônica).

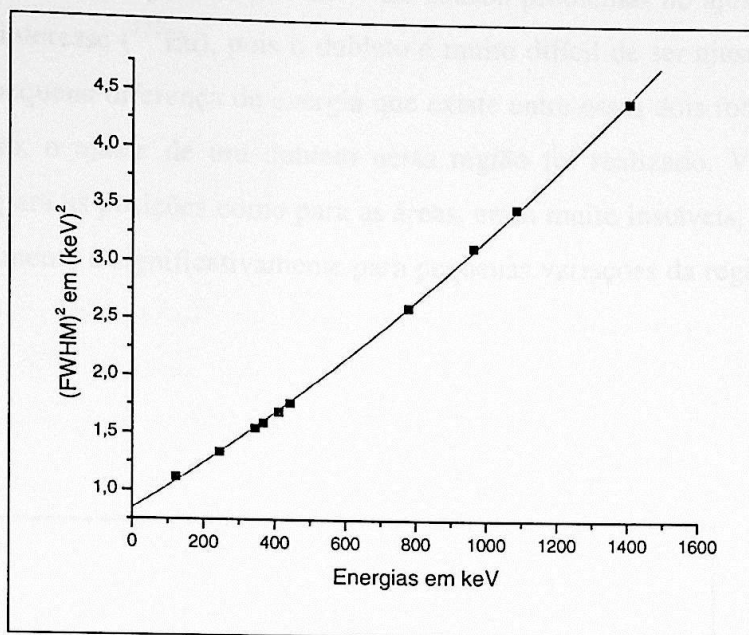


Figura 3.3 Curva de calibração da largura a meia altura (FWHM) em função da energia dos fotopicos do ^{152}Eu .

3.3.2 Ajuste da Linha de 122 keV do ^{152}Eu

A linha de 123 keV proveniente do ^{154}Eu causou problemas no ajuste da linha de 122 keV da fonte de interesse (^{152}Eu), pois o dubleto é muito difícil de ser ajustado como tal. Isto ocorre devido à pequena diferença de energia que existe entre esses dois fotopicos (veja figura 3.4). Apesar disso, o ajuste de um dubleto nesta região foi realizado. Verificou-se que os resultados, tanto para as posições como para as áreas, eram muito instáveis, ou seja, os valores variavam abruptamente e significativamente para pequenas variações da região utilizada para o ajuste.

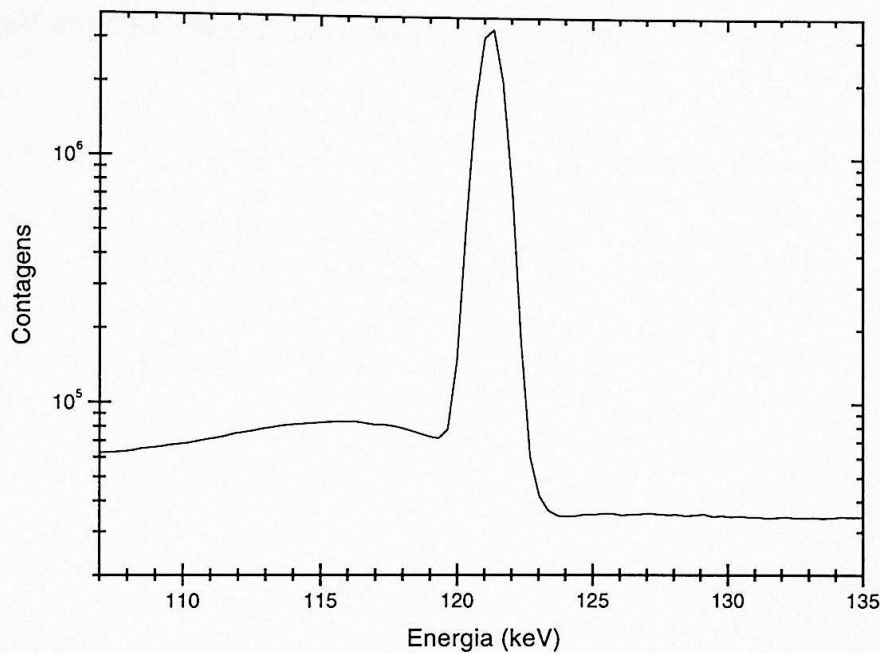


Figura 3.4 Ilustração do dubleto: 122 keV (^{152}Eu) e 123 keV (^{154}Eu).

Decidiu-se então, estimar a proporção entre as áreas destes dois fotopicos envolvidos, para que o fotopico proveniente do contaminante pudesse ser descontado no ajuste do fotopico de interesse.

Esta linha de 122 keV do ^{152}Eu foi analisada como um singleto e, sua posição obtida foi posteriormente corrigida. Sabendo-se que a diferença de energia entre estas duas linhas é de aproximadamente 1,36 keV [19] e conhecendo-se o ganho do espectro analisado, determinou-se a diferença (ΔC) entre as posições desses dois fotopicos, em canais.

A seguir, o espectro analisado foi relocado de ΔC para a direita, originando assim, o espectro DUBLE.BIN. Foi feito então, um novo ajuste do fotopico de 122 keV do espectro original, descontando-se o fotopico de 123 keV utilizando-se o DUBLE.BIN com um fator multiplicativo, que corresponde à razão entre as áreas dos dois fotopicos envolvidos. A área de 122 keV do ^{152}Eu era de, aproximadamente, 288 vezes maior que a da linha de 123 keV do ^{192}Ir .

3.3.3 Fotopicos Analisados das Duas Fontes (^{192}Ir e ^{152}Eu).

As posições dos fotopicos ajustados dos espectros finais do ^{192}Ir e do ^{152}Eu , assim como seus respectivos desvios padrões estão relacionados nas tabelas 3.7 e 3.8.

Tabela 3.7 Posições dos 14 fotopicos de ^{192}Ir analisados e seus respectivos desvios padrões.

<i>Energia (keV)</i>	<i>Posição C (canais)</i>	<i>Desvio padrão σ_C (canais)</i>
136	555,208	0,018
201	798,128	0,005
206	814,871	0,001
296	1.152,2120	0,0003 ⁴
308	1.199,002	0,001
316	1.229,1380	0,0003 ⁴
374	1.446,117	0,005
416	1.603,257	0,011
468	1.796,4240	0,0003 ⁴
485	1.858,239	0,002
589	2.247,580	0,001
604	2.306,846	0,001
612	2.336,985	0,002
885	3.356,103	0,019

Tabela 3.8 Posições dos 10 fotopicos de ^{152}Eu analisados e seus respectivos desvios padrões.

<i>Energia (keV)</i>	<i>Posição C (canais)</i>	<i>Desvio padrão σ_C (canais)</i>
122	500,657	0,001
245	960,373	0,001
344	1.333,064	0,005
368	1.421,052	0,011
411	1.583,1840	0,0003 ⁴
444	1.706,159	0,002
779	2.960,371	0,001
964	3.653,962	0,001
1.086	4.110,301	0,002
1.408	5.318,007	0,019

⁴ O programa IDEFIX fornece os resultados com três casas decimais. Nos casos em que o desvio padrão da linha era menor que um milésimo de canal, o IDEFIX apresentava o seu resultado como sendo nulo. Portanto, foi necessário fazer uma estimativa do seu valor (Apêndice B). Este procedimento foi utilizado, além da linha de 296keV, nos casos das linhas de 316, 411 e 468keV.

4. ANÁLISE DOS DADOS

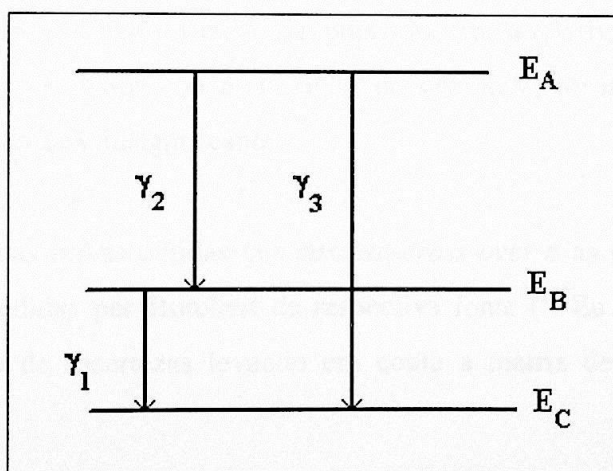
4.1 Energias Primárias

A descrição da obtenção das energias primárias das linhas de ^{152}Eu e ^{192}Ir foi feita na seção 2.2. A curva de calibração será obtida utilizando-se além das energias primárias, algumas linhas obtidas pelo método de *cascata-cross-over*. A atualização das linhas a serem utilizadas para calibração será descrita na seção 4.1.2.

4.1.1 Obtenção de Linhas por Cascata Cross-over

As linhas gama de alta energia podem ser extrapoladas usando o método conhecido como *cascata-cross-over* quando elas estão envolvidas num esquema análogo ao apresentado na figura 4.1.

Figura 4.1 Esquema de *cascata-cross-over* envolvendo as linhas de energias γ_1 , γ_2 e γ_3 .



No esquema da figura 4.1, a linha γ_3 tem energia, após correção devido ao recuo nuclear, igual à soma das energias das linhas γ_1 e γ_2 .

A energia da linha γ_3 (E_{γ_3}) é calculada como a diferença entre as energias dos níveis E_A e E_C , a menos da energia perdida devido ao recuo nuclear (E_{3r}), ou seja,

$$E_{\gamma_3} = E_A - E_C - E_{3r} \quad (4.1)$$

sendo,

$$E_{3r} \cong \frac{E_{\gamma_3}^2}{1,9 \times 10^3 A \text{ Mev}} \quad (4.2)$$

(A é a massa do nuclídeo envolvido, em MeV).

As linhas de 1086 e 1408 keV do ^{152}Eu foram obtidas pelo método de cascata cross-over. A linha de 1086 keV foi obtida através das linhas 122 keV + 964 keV e a de 1408 keV foi obtida à partir das linhas de 444 keV + 964 keV.

A linha de 884 keV do ^{192}Ir foi obtida através das linhas de 296 keV + 588 keV, cujas energias já foram atualizadas para a nova energia do ^{198}Au , compatível com os valores das constantes fundamentais recomendadas em 1986 [6]. A outra possibilidade, que envolveria as linhas de 416 keV + 468 keV não foi utilizada, pois a incerteza relativa da linha de 416 keV é aproximadamente 8 vezes maior que a da linha de 468 keV, tornando a contribuição na obtenção da linha de 884 keV insignificante.

As variâncias das linhas obtidas por *cascata-cross-over* e as covariâncias entre estas linhas e, as demais medidas por Borchert da respectiva fonte (^{152}Eu ou ^{192}Ir) foram obtidas através de propagação de incertezas levando em conta a matriz de covariâncias completa [Apêndice C].

4.1.2 Atualização das Linhas para o Novo Valor do ^{198}Au

As linhas do ^{152}Eu e ^{192}Ir medidas por Borchert e/ou Kessler são energias primárias. Estas linhas foram obtidas por Borchert utilizando a linha de 412 keV do ^{198}Au como padrão, portanto com a atualização desta última deve-se atualizar também todas as linhas obtidas utilizando-a como padrão.

As linhas do ^{192}Ir medidas por Borchert e por Kessler foram todas atualizadas para o novo valor do ^{198}Au de 1986 por Helene e Vanin [6].

Conforme visto anteriormente, as linhas do ^{152}Eu medidas por Borchert foram obtidas em relação à linha de 412 keV do ^{198}Au . Portanto, em cada atualização dessa linha deve-se, também, atualizar todas as linhas que foram obtidas em função dela.

A linha de 412 keV foi medida por Kessler [5] e atualizada por Helene e Vanin [6] para as constantes fundamentais de 1986 [7]. A atualização das linhas medidas por Borchert foi feita através do fator multiplicativo:

$$k = \frac{411.801,82}{411.794}, \quad (4.3)$$

onde o numerador corresponde ao novo valor da linha do ^{198}Au .

Na tabela 4.1 estão apresentadas as energias das linhas do ^{152}Eu medidas por Borchert e as duas linhas obtidas por cascata cross-over. Pode-se verificar através da propagação de incertezas que os desvios padrões dessas linhas permanecem inalterados após as atualizações.

Tabela 4.1 Energias das 8 linhas do ^{152}Eu obtidas por Borchert [8], das 2 linhas obtidas por cascata cross-over⁵ (indicadas por ^(*)) e as suas respectivas atualizações.

<i>Energias obtidas por Borchert (keV)</i>	<i>Energias atualizadas (keV)</i>
121,7793 (3)	121,7816 (3)
244,6927 (8)	244,6973 (8)
344,2724 (17)	344,2789 (17)
367,779 (4)	367,786 (4)
411,107 (7)	411,115 (7)
443,979 (6)	443,987 (6)
778,905 (13)	778,920 (13)
964,007 (35)	964,025 (35)
1085,7855 (35) ^(*)	1085,8061 (35)
1407,983 (39) ^(*)	1408,010 (39)

4.2 Matriz de Covariâncias entre as Energias das Transições Gama do ^{192}Ir e ^{152}Eu

As energias primárias atualizadas do ^{152}Eu e ^{192}Ir determinadas por medidas com espectrômetros com cristais curvos e as duas linhas obtidas por cascata cross-over foram utilizadas para obtenção de uma curva de calibração de energia. Para isso, foi necessária a obtenção da matriz das covariâncias completa entre todas estas linhas.

Matriz das Covariâncias entre as Linhas do ^{152}Eu

A variância de cada uma das 8 linhas do ^{152}Eu medida por Borchert é calculada com o respectivo dE_r (tabela 2.1) ao quadrado. A covariância entre duas linhas E_i e E_j , com $i \neq j$, é calculada como:

$$\text{cov}(E_i, E_j) = \rho \cdot dE_{r_i} \cdot dE_{r_j}, \quad (4.4)$$

sendo, ρ a correlação entre essas linhas, estimado por Helene e Vanin [6] como sendo igual a 0,58.

⁵ O método de obtenção de energias gama por cascata cross-over está descrito na seção 4.1.1.

As variâncias das 2 linhas obtidas por cascata-cross-over e as covariâncias entre cada uma dessas linhas e todas as outras 8 linhas são obtidas através da propagação de incertezas descrita no Apêndice C. A tabela 4.2 mostra a matriz das covariâncias entre as 10 linhas do ^{152}Eu .

Tabela 4.2. Matriz V_{Eu} das covariâncias, em $[\text{eV}]^2$ entre as 10 linhas do ^{152}Eu .

	122	245	344	368	411	444	779	964	1086	1408
122	0,09	0,14	0,30	0,70	1,22	1,04	2,26	6,09	6,18	7,13
245	0,14	0,64	0,79	1,86	3,25	2,78	6,03	16,24	16,38	19,02
344	0,30	0,79	2,89	3,94	6,90	5,92	12,82	34,51	34,81	40,43
368	0,70	1,86	3,94	16,00	16,24	13,92	30,16	81,20	81,90	95,12
411	1,22	3,25	6,90	16,24	49,00	24,36	52,78	142,10	143,32	166,46
444	1,04	2,78	5,92	13,92	24,36	36,00	45,24	121,80	122,84	157,80
779	2,26	6,03	12,82	30,16	52,78	45,24	169,00	263,90	266,16	309,14
964	6,09	16,24	34,51	81,20	142,10	121,80	263,90	1225,00	1231,09	1346,80
1086	6,18	16,38	34,81	81,90	143,32	122,84	266,16	1231,09	1237,27	1353,93
1408	7,13	19,02	40,43	95,12	166,46	157,80	309,14	1346,80	1353,93	1504,60

Matriz das Covariâncias entre as Linhas do ^{192}Ir

A matriz das covariâncias entre as linhas do ^{192}Ir foi extraída da referência [6]. Essa matriz está apresentada na tabela 4.3 abaixo.

Tabela 4.3. Matriz V_{Ir} das covariâncias, em $[\text{eV}]^2$, entre as 13 linhas do ^{192}Ir .

	136	201	206	296	308	317	374	416	468	485	589	604	612
136	0,234	0,029	0,005	0,009	0,008	0,011	0,036	0,116	0,016	0,018	0,024	0,021	0,030
201	0,029	0,237	0,008	0,012	0,012	0,015	0,041	0,119	0,022	0,024	0,031	0,028	0,037
206	0,005	0,008	0,009	0,011	0,011	0,012	0,014	0,016	0,017	0,018	0,022	0,022	0,023
296	0,009	0,012	0,011	0,024	0,016	0,017	0,021	0,028	0,025	0,026	0,032	0,032	0,033
308	0,008	0,012	0,011	0,016	0,031	0,018	0,021	0,025	0,026	0,027	0,033	0,034	0,034
317	0,011	0,015	0,012	0,017	0,018	0,033	0,026	0,038	0,028	0,028	0,035	0,035	0,037
374	0,036	0,041	0,014	0,021	0,021	0,026	0,326	0,143	0,038	0,039	0,050	0,048	0,058
416	0,116	0,119	0,016	0,028	0,025	0,038	0,143	4,270	0,056	0,062	0,085	0,073	0,111
468	0,016	0,022	0,017	0,025	0,026	0,028	0,038	0,056	0,080	0,042	0,051	0,052	0,055
485	0,018	0,024	0,018	0,026	0,027	0,028	0,039	0,062	0,042	0,176	0,053	0,054	0,057
589	0,024	0,031	0,022	0,032	0,033	0,035	0,050	0,085	0,051	0,053	0,520	0,066	0,070
604	0,021	0,028	0,022	0,032	0,034	0,035	0,048	0,073	0,052	0,054	0,066	0,239	0,070
612	0,030	0,037	0,023	0,033	0,034	0,037	0,058	0,111	0,055	0,057	0,070	0,070	0,555

Covariâncias entre as Linhas do ^{192}Ir e do ^{152}Eu

As linhas do ^{192}Ir e as do ^{152}Eu obtidas por Borchert foram todas medidas em relação à linha padrão de 412 keV do ^{198}Au . Portanto, elas são todas correlacionadas entre si. A covariância entre uma linha do ^{192}Ir e uma do ^{152}Eu é dada pela expressão (4.5) abaixo:

$$\text{cov}(Ir, Eu) = \left(\frac{\sigma_{Au}}{E_{Au}} \right)^2 \cdot E_{Ir} \cdot E_{Eu} \cdot \quad (4.5)$$

A matriz de covariâncias entre as 14 linhas do ^{192}Ir e as 10 linhas do ^{152}Eu está representada na tabela 4.4 abaixo.

Tabela 4.4. Matriz das covariâncias $V_{Ir, Eu}$, em $[\text{eV}]^2$, entre as 14 linhas do ^{192}Ir e as 10 linhas do ^{152}Eu .

Linhas do ^{192}Ir (keV)	Linhas do ^{152}Eu (keV)									
	122	245	344	368	411	444	779	964	1086	1408
136	0.004	0.007	0.010	0.011	0.012	0.013	0.023	0.028	0.032	0.041
201	0.005	0.010	0.015	0.016	0.018	0.019	0.033	0.041	0.047	0.060
206	0.005	0.011	0.015	0.016	0.018	0.019	0.034	0.042	0.048	0.062
296	0.008	0.015	0.022	0.023	0.026	0.028	0.049	0.061	0.068	0.089
308	0.008	0.016	0.023	0.024	0.027	0.029	0.051	0.063	0.071	0.092
317	0.008	0.016	0.023	0.025	0.028	0.030	0.052	0.065	0.073	0.095
374	0.010	0.020	0.027	0.029	0.033	0.035	0.062	0.077	0.087	0.112
416	0.011	0.022	0.031	0.033	0.036	0.039	0.069	0.085	0.096	0.125
468	0.012	0.024	0.034	0.037	0.041	0.044	0.078	0.096	0.108	0.140
485	0.013	0.025	0.036	0.038	0.042	0.046	0.080	0.099	0.112	0.145
589	0.015	0.031	0.043	0.046	0.052	0.056	0.098	0.121	0.136	0.176
604	0.016	0.031	0.044	0.047	0.053	0.057	0.100	0.124	0.140	0.181
612	0.016	0.032	0.045	0.048	0.054	0.058	0.102	0.126	0.142	0.184
884	0.023	0.046	0.065	0.069	0.077	0.084	0.147	0.182	0.204	0.265

Matriz das Covariâncias entre as energias do ^{192}Ir e as energias do ^{152}Eu : V_E

A matriz das covariâncias completa, devido às energias, entre as 14 linhas do ^{192}Ir e as 10 linhas do ^{152}Eu é formada pelas matrizes já apresentadas nesta seção. Chamou-se essa matriz de V_E que está esquematizada na expressão (4.6):

$$V_E = \begin{pmatrix} V_{Ir} & V_{Ir, Eu} \\ V_{Eu, Ir} & V_{Eu} \end{pmatrix}_{24 \times 24}, \quad (4.6)$$

a matriz $V_{Eu, Ir}$ é a transposta da matriz $V_{Ir, Eu}$.

4.3 Matriz Completa das Covariâncias

A matriz completa das covariâncias envolvendo as 24 linhas dos núclídeos ^{152}Eu e ^{192}Ir é composta pela soma de várias matrizes. Uma delas é a V_T , que é a matriz das covariâncias devido às energias (seção anterior). Além das incertezas nas energias, é preciso considerar também as incertezas provenientes dos ajustes das posições dos fotopicos, das relocações feitas e da não linearidade diferencial do ADC [28].

Cada uma dessas fontes de incertezas será discutida e os valores dessas incertezas serão estimados a seguir.

Incertezas nas Posições dos Fotopicos

Além das incertezas provenientes das energias, é necessário levar em consideração também, as incertezas nas posições dos fotopicos envolvidos. Essas incertezas estão apresentadas nas Tabelas 3.7 e 3.8, em canais. Portanto, é preciso convertê-las em eV. Para isso, multiplica-se cada incerteza pelo *ganho*⁶ *b* do experimento, que foi igual a $267,4 \frac{eV}{canal}$. As variâncias em $[eV]^2$ foram, então, obtidas elevando-se as incertezas (em eV) ao quadrado. Então, a matriz V_C será uma matriz diagonal de dimensão 24.

$$V_C = \begin{pmatrix} C_{Ir} & 0 \\ 0 & C_{Eu} \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

sendo, C_{Ir} uma matriz diagonal de dimensão 14, cujos valores de cada termo diagonal corresponde a uma variância de uma das linhas do ^{192}Ir . A matriz C_{Eu} possui os valores das variâncias das posições, em $[eV]^2$, na sua diagonal, enquanto que todos os termos fora da diagonal são nulos.

Incertezas devido a Relocações

Conforme descritos na seção 3.2, os espectros foram todos relocados para uma mesma calibração. Esse processo de relocação introduz covariâncias nas posições dos fotopicos. Essas covariâncias são estimadas como sendo igual a R (veja equação 4.8) entre as linhas de um mesmo nuclídeo e igual a $\frac{R}{2}$, entre as linhas de nuclídeos diferentes.

⁶ O termo linear da curva de calibração, neste caso, energia em função do canal, é conhecido como *ganho*.

$$R = (4 \text{ milésimos de canal})^2 \quad (4.8)$$

Essas covariâncias, convertidas em $[\text{eV}]^2$, estão representadas na matriz V_{rel} .

Incertezas devido a não linearidade diferencial do ADC

O conversor analógico-digital (ADC) utilizado no experimento, que usa a técnica de Wilkinson, é mais linear e seus canais mais uniformes que outros tipos (veja seção 3.1). Apesar disso, sua não linearidade diferencial, isto é, variação nas larguras dos canais ao longo do espectro, ainda introduz incertezas nas posições dos fotopicos.

Essas incertezas são estimadas como uma variância adicional, nas linhas, igual à constante λ (veja referência [28]). O valor final de $\lambda = 0,033 \text{ canal}$ foi escolhido de forma que o ajuste tivesse um qui-quadrado reduzido compatível com 1. Essas variâncias, $\lambda = 8,9 \text{ eV}$, estão representadas na matriz V_λ , diagonal e com dimensão 24.

Matriz completa das Covariâncias

A matriz completa das covariâncias V é composta pela soma das quatro matrizes já descritas nessa seção:

$$V = V_E + V_C + V_{rel} + V_\lambda \quad (4.9)$$

Essa matriz completa V é uma matriz cuja dimensão é igual a 24.

4.4 Curva de Calibração das Energias

Usando-se o Método usual dos Mínimos Quadrados, ajusta-se uma função cúbica aos dados X , Y e V . A matriz de planejamento X pode ser escrita como sendo igual a:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{24} & x_{24}^2 & x_{24}^3 \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

Nessa matriz, os termos x_i para $i=1,2,\dots,14$ são as posições dos fotopicos das linhas do ^{192}Ir , em ordem crescente de energia (veja Tabela 3.8). Os termos com $i=15,\dots,24$ correspondem às posições dos fotopicos do ^{152}Eu , também em ordem crescente de energia (veja Tabela 3.9).

A matriz V é a matriz completa das covariâncias descrita na seção anterior. A matriz Y é a matriz das energias primárias, atualizadas para as constantes fundamentais de 1986 (veja seções 2.2 e 4.1). Esta matriz das energias é uma matriz coluna cujas linhas de 1 à 14 corresponde às energias primárias do ^{92}Ir e o restante das linhas correspondem às energias primárias do ^{152}Eu .

A curva de calibração ajustada é igual a:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3, \quad (4.11)$$

portanto o vetor dos parâmetros será escrito como:

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: 3744

ed. 1

5. RESULTADOS

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Os valores dos parâmetros a_j ajustados e seus respectivos desvios padrões são calculados utilizando as equações (2.26) e (2.27), respectivamente.

5. RESULTADOS

Conforme a discussão feita na seção 2.3, podemos determinar novos valores para as energias das linhas utilizadas na calibração, recorrendo à equação (2.28). Neste caso, a matriz de planejamento será a matriz da equação (4.10) e o vetor dos parâmetros ajustados será o da equação (4.12). Em outras palavras, essas energias são obtidas aqui interpolando as posições dos fotopicos na curva de calibração.

O método de auto calibração (discutido na seção 2.3) foi aplicado para combinar as informações dos dois conjuntos diferentes de valores (de entrada e interpolados) para as 24 linhas. Desse procedimento de auto calibração, resultou-nos as energias finais (recomendadas) para as 24 linhas dos dois nuclídeos envolvidos (^{152}Eu e ^{192}Ir). As energias de entrada e as recomendadas e seus desvios padrões estão relacionados na Tabela 5.1.

Fazendo uma comparação entre as incertezas das energias de entrada, interpoladas e as finais (recomendadas) (veja Tabela 5.2), podemos verificar que:

- As incertezas finais para as 14 linhas do ^{192}Ir são praticamente iguais às das energias de entrada.
- Para 7 linhas (122, 244, 344, 368, 411, 444 keV) do ^{152}Eu , as incertezas das energias interpoladas não diminuíram em relação às das energias de entrada, porém, em decorrência do procedimento de auto calibração, em todas elas as incertezas finais são menores que as incertezas dos dados de Entrada.
- Para a linha de 779 keV do ^{152}Eu , também, houve uma melhora na precisão da energia final em relação à energia de entrada, embora as precisões das energias de entrada e a interpolada são, praticamente, iguais.
- Para 3 linhas (964, 1086, 1408 keV) do ^{152}Eu , houve uma melhora bastante significativa na precisão das energias finais em relação às energias de entrada.

Tabela 5.1 As energias de entrada e as recomendadas para as 24 linhas estudadas do ^{192}Ir e ^{152}Eu e suas respectivas incertezas.

	<i>Entrada</i>		<i>Recomendada</i>	
	<i>Y:</i> <i>Energia</i> <i>(keV)</i>	<i>Desvio</i> <i>Padrão</i> <i>(eV)</i>	<i>Y_F:</i> <i>Energia</i> <i>(keV)</i>	<i>Desvio</i> <i>Padrão</i> <i>(eV)</i>
^{192}Ir	136,34267	0,48	136,34272	0,48
	201,30970	0,49	201,30971	0,48
	205,79423	0,09	205,79423	0,09
	295,95643	0,15	295,95643	0,15
	308,45497	0,18	308,45497	0,18
	316,50612	0,18	316,50612	0,18
	374,48256	0,57	374,48259	0,57
	416,4671	2,1	416,4673	2,0
	468,06867	0,28	468,06867	0,28
	484,57481	0,42	484,57483	0,42
	588,58098	0,72	588,58098	0,72
	604,41029	0,49	604,41028	0,49
	612,46141	0,74	612,46138	0,74
	884,53640	0,78	884,53640	0,78
^{152}Eu	121,78161	0,30	121,78152	0,24
	244,69735	0,80	244,69706	0,63
	344,2789	1,7	344,2785	1,3
	367,786	4	367,7853	3,0
	411,115	7	411,1124	4,9
	443,987	6	443,9827	4,4
	778,920	13	778,9104	8,0
	964,025	35	964,037	11
	1085,806	35	1085,818	11
	1408,010	39	1408,017	13

Tabela 5.2 Comparação entre as incertezas das energias de entrada, interpoladas e as recomendadas.

<i>Energias em keV</i>		<i>Desvios Padrões em eV</i>		
		<i>Entrada</i>	<i>Interpolada</i>	<i>Recomendada</i>
^{192}Ir	136	0,48	12	0,48
	201	0,49	11	0,48
	206	0,09	11	0,09
	296	0,15	10	0,15
	308	0,18	10	0,18
	316	0,18	10	0,18
	374	0,57	10	0,57
	416	2,07	11	2,0
	468	0,28	10	0,28
	485	0,42	10	0,42
	589	0,72	11	0,72
	604	0,49	11	0,49
	612	0,74	11	0,74
	884	0,78	13	0,78
^{152}Eu	122	0,30	12	0,24
	244	0,80	10	0,63
	344	1,7	10	1,3
	368	4	11	3,0
	411	7	10	4,9
	444	6	10	4,4
	779	13	12	8,0
	964	35	14	11
	1086	35	16	11
	1408	39	21	13

Tabela 5.3 Matriz de Correlação das Energias Finais.

keV	136	201	206	295	308	316	374	416	468	485	589	604	612	885	122	245	344	368	411	444	779	964	1086	1408	
136	1,00																								
201	0,12	1,00																							
206	0,11	0,17	1,00																						
295	0,12	0,16	0,75	1,00																					
308	0,09	0,14	0,66	0,59	1,00																				
316	0,13	0,17	0,70	0,60	0,56	1,00																			
374	0,13	0,15	0,26	0,24	0,21	0,25	1,00																		
416	0,11	0,12	0,08	0,09	0,07	0,10	0,12	1,00																	
468	0,12	0,16	0,63	0,57	0,52	0,55	0,24	0,10	1,00																
485	0,09	0,12	0,45	0,40	0,37	0,37	0,16	0,07	0,35	1,00															
589	0,07	0,09	0,32	0,29	0,26	0,27	0,12	0,06	0,25	0,18	1,00														
604	0,09	0,12	0,48	0,42	0,40	0,39	0,17	0,07	0,38	0,26	0,19	1,00													
612	0,08	0,10	0,33	0,29	0,26	0,27	0,14	0,07	0,26	0,18	0,13	0,19	1,00												
885	0,09	0,11	0,45	0,46	0,36	0,37	0,16	0,07	0,35	0,24	0,98	0,26	0,18	1,00											
122	0,03	0,05	0,23	0,21	0,19	0,19	0,07	0,03	0,18	0,13	0,10	0,14	0,10	0,14	1,00										
245	0,03	0,04	0,18	0,16	0,14	0,14	0,06	0,02	0,14	0,10	0,08	0,10	0,07	0,11	0,33	1,00									
344	0,02	0,03	0,12	0,10	0,09	0,09	0,04	0,02	0,09	0,06	0,06	0,07	0,05	0,08	0,33	0,33	1,00								
368	0,01	0,01	0,05	0,05	0,04	0,04	0,02	0,01	0,04	0,03	0,04	0,03	0,03	0,04	0,32	0,32	0,32	1,00							
411	0,01	0,01	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,03	0,02	0,03	0,02	0,02	0,03	0,31	0,31	0,31	0,31	1,00						
444	0,01	0,01	0,04	0,04	0,04	0,04	0,02	0,02	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,04	0,32	0,32	0,32	0,32	0,31	1,00					
779	0,01	0,01	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,01	0,03	0,02	0,05	0,03	0,03	0,05	0,31	0,31	0,30	0,30	0,28	0,29	1,00				
964	0,01	0,01	0,04	0,03	0,03	0,03	0,01	0,00	0,03	0,02	0,07	0,03	0,03	0,07	0,21	0,21	0,20	0,18	0,16	0,20	0,37	1,00			
1086	0,01	0,01	0,04	0,04	0,03	0,03	0,01	0,00	0,03	0,02	0,07	0,03	0,03	0,07	0,23	0,22	0,21	0,19	0,16	0,21	0,38	1,00	1,00		
1408	0,01	0,01	0,05	0,04	0,04	0,04	0,02	0,01	0,04	0,03	0,07	0,03	0,03	0,07	0,29	0,29	0,29	0,27	0,24	0,53	0,42	0,94	1,00	1,00	

Na Tabela 5.3 está a matriz das correlações das energias finais (recomendadas). Podemos verificar que todas as 24 energias estão correlacionadas entre si. Como se sabe, todas estas energias estão, também, correlacionadas com as constantes fundamentais [3], então numa eventual atualização para estas constantes fundamentais, as covariâncias entre estas constantes e as 24 energias obtidas devem ser calculadas novamente. Estas covariâncias devem ser levadas em consideração na atualização das energias finais e da matriz de covariâncias.

Conforme visto anteriormente, relações de *cascata-cross-over* podem ser utilizadas para obtenção de linhas do ^{192}Ir e do ^{152}Eu . Vamos, então, fazer um teste pra verificar a consistência das energias finais obtidas neste trabalho. Para cada uma destas linhas, a energia da soma foi calculada⁷ e comparada com a energia final (recomendada). Os resultados desta comparação estão apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 Comparação entre as energias finais e as energias obtidas por soma, utilizando o método de *cascata-cross-over*.

Fonte	Linhas envolvidas (keV)		Y_F : Energia Final (keV)	Y_S : Energia da Soma (keV)	$Y_S - Y_F$: Diferença em keV
^{152}Eu	779	368 + 411	778,9104 (80)	778,8967 (65)	-0,014 (10)
^{192}Ir	885	296 + 589	884,53640 (78)	884,53645 (78)	0,0001 (11)
^{152}Eu	1086	122 + 964	1085,818 (11)	1085,818 (11)	0,000 (16)
^{152}Eu	1408	964 + 444	1408,017 (13)	1408,017 (13)	0,000 (18)

Analisando a Tabela 5.4, podemos observar que as diferenças entre as energias obtidas por soma e as finais são todas compatíveis com zero. Isto mostra que as energias finais obtidas neste trabalho são consistentes.

⁷ As energias das somas foram determinadas levando-se em consideração o recuo do núcleo.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de uma série de procedimentos estatísticos e instrumentais para a determinação precisa de energias de transições gama usando-se detetores semicondutores tipo Ge(Li) ou HPGe. Entre esses procedimentos estão a realização de muitas medidas curtas para contornar problemas de instabilidade eletrônica, relocações de espectros, ajuste usando a totalidade das matrizes de covariância e um procedimento de auto-calibração. Além disso, desenvolveram-se alguns procedimentos para reconstrução de matrizes de covariância a partir de dados disponíveis na literatura.

Os resultados obtidos permitem duas conclusões: foi possível melhorar a precisão da energia de algumas transições gama e verificou-se que outras medidas poderiam ser ainda mais precisas. Além disso, verificou-se que os procedimentos estatísticos completos, nos quais as covariâncias são consideradas, são necessários e possíveis.

Posteriormente às medidas apresentadas nesta dissertação, outros experimentos e revisões de dados nucleares foram feitos no Laboratório do Acelerador Linear, nos quais as técnicas aqui apresentadas foram refinadas e as precisões melhoradas. Em particular, procedimentos de relocação e medidas precisas foram desenvolvidos em recente dissertação de mestrado [29] e o uso extenso de ajustes com covariâncias permitiu a determinação dessa matriz correspondente às cerca de 260 energias de transições gama publicadas por Helmer e van der Leun [30] sendo as mais importantes para uso prático publicadas na ref. [31].

Tanto para aplicação em física fundamental como em outras áreas, a determinação precisa e estatisticamente completa de resultados experimentais tem sido considerada cada vez mais importante. A justificativa apresentada para o Projeto de Pesquisa Coordenado da IAEA ao qual se referiu na Introdução é um exemplo do reconhecimento internacional desse fato. Em especial, a recomendação explícita naquele documento da necessidade de determinação de matrizes de covariância é um reconhecimento da necessidade de trabalhos como este.

7. APÊNDICES

Apêndice A Obtenção do vetor ajustado \tilde{A} sem inverter a matriz V

O vetor dos parâmetros \tilde{A} e a matriz $V_{\tilde{A}}$ resultantes do ajuste pelo método dos mínimos quadrados dos dados experimentais Y , com matriz de covariâncias V e matriz planejamento X são obtidos, respectivamente, pelas equações (2.26) e (2.27). Em ambas as equações a matriz inversa V^{-1} se faz necessária. Como neste caso, a matriz V é singular, necessitamos de um outro método em que possamos obter o vetor dos parâmetros ajustados e a matriz das covariâncias sem inverter a matriz V .

Podemos evitar a inversão da matriz V fazendo algumas manipulações algébricas [32].

Consideremos uma decomposição QR da matriz de planejamento X de dimensão $n \times m$,

$$X = Q \cdot \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

onde Q é uma matriz unitária, ou seja, $Q^t = Q^{-1}$; R é uma matriz triangular superior de dimensão m e 0 é uma matriz nula de dimensão $(n - m) \times m$.

Multiplicando a equação (2.22) por Q^t e substituindo X por essa nova expressão (A.1), obteremos :

$$Q^t \cdot Y = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \cdot A + Q^t \cdot e. \quad (\text{A.2})$$

Utilizando as equações (A.1) e (A.2) na equação (2.26), temos:

$$\tilde{A} = \left[\begin{pmatrix} R^t & 0^t \end{pmatrix} \cdot V_{Q^t Y}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} R^t & 0^t \end{pmatrix} \cdot V_{Q^t Y}^{-1} \cdot Q^t \cdot Y, \quad (\text{A.3})$$

onde a matriz,

$$V_{Q^t Y} = Q^t \cdot V \cdot Q = \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

é a matriz das covariâncias de $Q^t \cdot Y$ escrita na forma particionada.

Escrevendo,

$$Q^t \cdot Y = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

onde c e d são matrizes colunas de dimensões $m \times 1$ e $(n - m) \times 1$, respectivamente.

Expandindo a matriz inversa, temos:

$$\begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} E^{-1} + E^{-1}F(G - F^t E^{-1}F)^{-1}F^t E^{-1} & -E^{-1}F(G - F^t E^{-1}F)^{-1} \\ \left(-E^{-1}F(G - F^t E^{-1}F)^{-1}\right)^t & (G - F^t E^{-1}F)^{-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Substituindo as equações (A.5) e (A.6) na equação (A.3), temos que:

$$A = (R^{-1} - R^{-1}FG^{-1}) \cdot \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \quad (A.7)$$

A matriz das covariâncias pode ser calculada usando a fórmula de propagação de incertezas [6]:

$$\begin{aligned} V_{\tilde{A}} &= (R^{-1} - R^{-1}F \cdot G^{-1}) \cdot \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R^{T^{-1}} \\ -(R^{-1}F \cdot G^{-1})^T \end{pmatrix} = \\ &= R^{-1}E \cdot R^{-1} - R^{-1}F \cdot G^{-1}F^T \cdot R^{T^{-1}} \end{aligned} \quad (A.8)$$

No *software* MATLAB existe um algoritmo chamado *lscov* que permite fazer esse ajuste usando a decomposição QR, ou seja, determina os parâmetros do ajuste pelo método dos mínimos quadrados sem inverter a matriz das covariâncias V.

Apêndice B Propagação de Incertezas utilizando a Notação Matricial

Seja um vetor \mathbf{Y} cujos elementos são as energias primárias e também as obtidas por *cascata-cross-over*. Esse vetor pode ser escrito como sendo:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{Y}_0 \quad (\text{B-1})$$

onde \mathbf{Y}_0 é o vetor cujos elementos são as energias primárias e \mathbf{X} a matriz de planejamento.

Através da propagação de incertezas obtemos a matriz completa \mathbf{V}_E das covariâncias de todas as linhas envolvidas (energias primárias e as obtidas por *cascata-cross-over*). Essa matriz pode ser escrita como:

$$\mathbf{V}_E = \mathbf{X} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{X}^t \quad (\text{B-2})$$

onde \mathbf{V} é a matriz das covariâncias das energias primárias do nuclídeo envolvido.

Apêndice C Obtenção das Matrizes de Covariâncias de Energias determinadas pelas Relações de Cascata-Cross-Over.

Linhas do ^{152}Eu

As linhas de 1086 e de 1408 keV do ^{152}Eu foram obtidas por *cascata-cross-over*. A linha de 1086 keV foi obtida através das linhas 122 keV + 964 keV e a de 1408 keV foi obtida à partir das linhas de 444 keV + 964 keV.

A equação (B-1) para esse nuclídeo pode ser escrita na forma matricial como sendo:

$$\begin{pmatrix} 122 \\ 245 \\ 344 \\ 368 \\ 411 \\ 444 \\ 779 \\ 964 \\ 1086 \\ 1408 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & & \\ \vdots & & & \ddots & & & \\ \vdots & & & & \ddots & & \\ \vdots & & & & & \ddots & \\ \vdots & & & & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 122 \\ 245 \\ 344 \\ 368 \\ 411 \\ 444 \\ 779 \\ 964 \end{pmatrix} \quad (\text{C-1})$$

A propagação de incertezas pode ser feita usando a equação (B-2) do Apêndice B, onde a matriz V é composta pelas variâncias $(dE_r)^2$ (veja Tabela 2.1) e as covariâncias estimadas como sendo:

$$\text{cov}(E_i, E_j) = \rho \cdot dE_{r_i} \cdot dE_{r_j} \quad \text{sen do, } \rho = 0,58 [1]. \quad (\text{C-2})$$

A matriz de planejamento X corresponde à matriz 10×8 da equação (C-1). Obtemos, desse procedimento, as variâncias das duas linhas obtidas por *cascata-cross-over* e também, as covariâncias entre cada uma dessas 2 linhas e todas as outras 8 linhas do Európio. Todas essas variâncias e covariâncias estão representadas na Tabela 4.2.

Linhas do ^{192}Ir

A linha de 884 keV do ^{192}Ir foi obtida por *cascata-cross-over* utilizando as linhas de 296 keV + 588 keV. Neste caso, a equação (B-1) do Apêndice B pode ser escrita na forma matricial descrita na equação (C-3).

Utilizando os dados da matriz descrita na Tabela 4.3 e a matriz de planejamento X (matriz 14×13 da equação C-3) na equação B-2 (veja Apêndice B), foi feita a propagação de incertezas para a linha de 884 keV obtida pelo método *cascata-cross-over*.

$$\begin{pmatrix} 136 \\ 201 \\ 206 \\ 296 \\ 308 \\ 316 \\ 374 \\ 416 \\ 468 \\ 485 \\ 589 \\ 604 \\ 612 \\ 884 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & 1 & & & & & & & \vdots \\ & & & 1 & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & 1 & & & & & \vdots \\ & & & & & 1 & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & 1 & & & \vdots \\ & & & & & & & 1 & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & 1 & \vdots \\ & & & & & & & & & 1 & 0 \\ 0 & \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 136 \\ 201 \\ 206 \\ 296 \\ 308 \\ 316 \\ 374 \\ 416 \\ 468 \\ 485 \\ 589 \\ 604 \\ 612 \end{pmatrix} \quad (\text{C-3})$$

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] E. Browne et al., Physical Review C 64. (2001) 4311.
- [2] A. Nichols e M. Herman (editors), "*Preparation of the Proposal for a Coordinated Research Project to Update X- and γ ray Decay Data Standards for Detector Calibration*", IAEA Report INDC(NDS)-378, Vienna, 1998.
- [3] O. Helene, V. R. Vanin and S. P. Tsai. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A433 (1999) 592.
- [4] G.L. Borchert et al., Z. Naturforsch 30a (1975) 274.
- [5] E.G. Kessler et al., Physical Review Letters 40 (1978) 171.
- [6] O. Helene and V. R. Vanin, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A335 (1993) 227.
- [7] E.R. Cohen, Reviews of Modern Physics 59. (1987) 1121.
- [8] G. L. Borchert, Z. Naturforsch. 31a (1976) 387.
- [9] R.M. Castro et al., "*The Correlations between the Emission Probabilities of the more Intense Gamma Rays in Gd-152 and Sm-152 Following Eu-152 Decay*", International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, Tsukuba, Japan (2001).
- [10] S. P. Tsai, E. R. Mucciolo and O. Helene, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A345 (1994) 538.
- [11] O.A.M. Helene e V.R. Vanin. "*Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*". 1ª edição. São Paulo. Editora Edgard Blucher Ltda. (1981).
- [12] B. Carnahan et. al., "*Applied Numerical Methods*". John Wiley & Sons. Inc. (1969).
- [13] H.L. Guidorizzi. "Um curso de cálculo". Vol.1. 2ª edição. Rio de Janeiro. Ed. Livros Técnicos e Científicos. 1987.
- [14] E.R. Mucciolo e O. Helene, "*Manual do Reloca*", IFUSP-LAL.
- [15] G. L. Borchert et al., Nuclear Instruments and Methods 124 (1975) 107.
- [16] G.F. Knoll, "*Radiation Detection and Measurement*", Wiley, New York, (1979).
- [17] J.M. Cohenca. "Manual do programa MULTI". IFUSP-LAL (1982).
- [18] AMERSHAM, Certificados de fontes calibradas, (1981)
- [19] E. Browne and R.B. Firestone (editors), "*Table of Radioactive Isotopes*", ed. Wiley (1986)

- [20] F.C. Roehmer, "*Dependence of the pulse-height of coaxial Ge(Li) detectors on the source-detector distance*", Rapport de la Session de printemps de la Société de Physique, v.45 (1972) 936-938.
- [21] K. Shizuma et. al., Nuclear Instruments and Methods 157 (1978) 117-126.
- [22] H.I. Bak et. al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A366 (1995) 332.
- [23] E.R. Mucciolo and O.A.M. Helene, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A256 (1987) 1.
- [24] O. Helene, Publicação Interna IFUSP/P-387. (1983).
- [25] "Manual do Programa SOMA", IFUSP-LAL.
- [26] N. Sasamoto, Nuclear Instruments and Methods 125 (1975) 507.
- [27] P. Gouffon, "*Manual do programa IDEFIX*". Laboratório do Acelerador Linear, IFUSP (1983).
- [28] V.R. Vanin, G. Kenchian, M. Moralles, O. Helene and P.R. Pascholati Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A391 (1997) 338-344.
- [29] T.M. Pauliquevis Junior, "*Auto calibração e determinação de matrizes de covariância em medidas de energia em espectroscopia gama*", Dissertação de mestrado, IFUSP (2000).
- [30] R.G. Helmer and C. van der Leun, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A450 (2000) 35.
- [31] O. Helene, Z.O. Guimarães-Filho, V.R. Vanin, T.M. Pauliquevis Jr, I.D. Goldman and P.R. Pascholati, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A460 (2001) 289.
- [32] G. Strang, Introduction to Applied Mathematics, Wellesley-Cambridge Press, (1986).