

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA

Aplicação do *Speckle* Dinâmico para o  
Estudo do Processo de Secagem de  
Pinturas.

*Felix Claret da Silva*

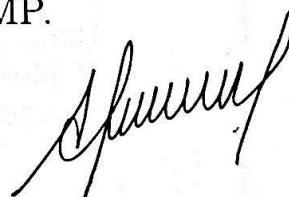

Dissertação submetida ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para cumprimento parcial das exigências para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mikiya Muramatsu (Orientador).

Prof. Dr. Mário José de Oliveira.

Prof. Dr. Inácio Maria Dal Fabbro - UNICAMP.



del 15/09/00

SETEMBRO - 2000

SBI-IFUSP



305M810T3404



5135

5586a

M

ex. 1

### FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação  
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Silva, Felix Claret da

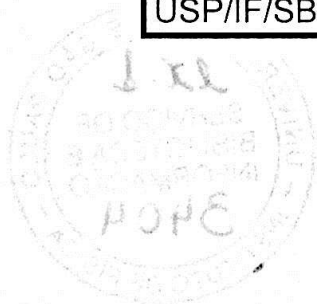
Aplicação do "speckle" Dinâmico para o Estudo do  
Processo de Secagem de Pinturas. São Paulo, 2000.

Dissertação de Mestrado - Universidade de São Paulo.  
Instituto de Física – Departamento de Física Geral

Orientador: Prof. Dr. Mikiya Muramatsu  
Área de Concentração: Física da Matéria Condensada

Unitermos: 1. Speckle Dinâmico;  
2. Metrologia Óptica; 3. Teste não-destrutivo;  
4. Secagem de Pinturas.

USP/IF/SBI-054/2000





Dedico este trabalho à toda a minha família,  
mas de uma maneira especial à minha mãe, *Maria*,  
e à memória de meu pai, *José*, que apesar  
das dificuldades e privações por que passaram  
construíram uma família digna e honrada.  
Com amor eu o fiz, com amor dedico a vocês.

## Agradecimentos

Ao Prof. Dr. *Mikiya Muramatsu*, que além de um orientador dedicado me proporcionou a oportunidade de conhecer uma área de pesquisa tão rica dentro da Óptica.

Ao Prof. Dr. *Pedro K. Kiyohara* e Profa. Dra. *Marina A. P. V. Silveira Santos*, do Laboratório de Microscopia Eletrônica, por sua atenção e a gentil cessão de instrumentos para a realização deste trabalho.

Aos Drs. *Héctor Rabal* e *Marcelo Trivi*, do CIOP - Argentina, pelas valiosas discussões e a gentil cessão de cópias de seus trabalhos.

À empresa Renner-Dupont, em especial Sra. *Norico Kayano Nóbrega*, Sra. *Márcia Mara Franzin Morikawa* e Sr. *Cid Kioshi Hattori*, que me cederam graciosamente informações e material.

Aos colegas e amigos do Laboratório de Óptica: *Edson*, *Eduardo*, *George*, *Josmar*, *Kleitton*, *Marcos*, *Nilton* e *Raul*, por suas sugestões, críticas e colaboração.

Ao meu amigo *Diogo Soga* devo um agradecimento especial, por sua inestimável colaboração na confecção do programa de aquisição e tratamento de dados, sem o qual este trabalho não poderia ser concluído, além das valiosas críticas e sugestões.

Aos amigos *Sarah* e *Rigotti*, por suas "dicas" oportunas sobre o programa  $\text{\LaTeX}$ .

Aos Srs. *Rubens D. Forcemo* e *Marcelino Alves*, da Oficina Mecânica do Departamento do FGE, por sua atenção e profissionalismo.

À Sra. *Dirce K. N. de Almeida*, secretária do Departamento do FGE, por sua assistência e atenção.

Ao Sr. *Jairo da Silva*, analista do Departamento do FGE, por sua oportuna assistência na utilização dos equipamentos de informática.

À Sra. *Maria de Lourdes Xavier Moreira*, por seu inestimável auxílio e apoio.

À minha esposa, *Célia Regina*, que além de uma companheira formidável possui um dos espíritos mais nobres que já conheci; e ao meu filho, *Rafael*, que ainda em tão tenra idade não pôde compreender completamente a natureza deste trabalho, mas resignadamente cedeu seu tempo e espaço para que seu pai pudesse trabalhar.

A todos os professores, funcionários e colegas do Instituto de Física da USP que, direta ou indiretamente, contribuíram para a minha formação acadêmica.

# Resumo

Neste trabalho estudamos o processo de secagem de pinturas baseando-nos no fenômeno conhecido como *speckle* dinâmico. Mais especificamente, buscamos medir o tempo de secagem de pinturas utilizando dois algoritmos computacionais distintos, operando sobre as intensidades contidas nos arquivos de imagens digitalizadas de *speckle* dinâmico. O primeiro algoritmo estabelece os coeficientes de correlação temporal entre intensidades obtidas em instantes diferentes, permitindo uma avaliação da evolução temporal do processo de secagem. O segundo calcula os momentos de intensidades à partir das matrizes de co-ocorrências associadas aos arquivos de imagens do *speckle* dinâmico, permitindo também uma avaliação da evolução temporal do processo de secagem. Ao final, comparamos os resultados obtidos pelos dois algoritmos e discutimos a viabilidade operacional de cada um.

# Abstract

In the present work we study the drying of paints process by means of the phenomenon called dynamic speckle. Specifically, we try to measure the drying time of the paints using two distinct computational algorithms, operating over the intensities contained in the files of digitalized images of dynamic speckle. The first algorithm states the temporal correlation coefficients among measured intensities obtained in different times, allowing an estimation of the temporal evolution of the drying process. The second compute the intensity moments arising from the co-occurrence matrices associated with the image files of dynamic speckle, also allowing an estimation of the temporal evolution of the drying process. Finally, we compare the results obtained by the two algorithms and discuss about operational viability of both.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Aspectos Gerais da Metrologia Óptica . . . . .	1
1.2	Conceitos Básicos sobre Tintas e Pinturas . . . . .	2
<b>2</b>	<b><i>Speckle</i></b>	<b>8</b>
2.1	O que é <i>Speckle</i> . . . . .	8
2.2	<i>Speckle</i> Estático e <i>Speckle</i> Dinâmico . . . . .	9
2.3	Padrões Espaço-Temporais de <i>Speckle</i> . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Estatística de <i>Speckle</i></b>	<b>14</b>
3.1	Estatística de Primeira Ordem de um Padrão de <i>Speckle</i> Polarizado . . . . .	14
3.1.1	Caminho Aleatório no Plano Complexo . . . . .	15
3.1.2	Estatística da Amplitude Complexa . . . . .	16
3.1.3	Estatística da Intensidade e da Fase . . . . .	18
3.2	Estatística de Segunda Ordem de um Padrão de <i>Speckle</i> Polarizado . . . . .	22
3.2.1	Função de Autocorrelação e Densidade Espectral de Potência . . . . .	22
3.2.2	Função Densidade de Probabilidade de Segunda Ordem da Intensidade e da Fase . . . . .	28
3.3	Coefficiente de Correlação Temporal . . . . .	30
3.4	Matriz de Co-Ocorrências . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Materiais e Métodos</b>	<b>33</b>
4.1	Montagem Experimental . . . . .	33
4.2	Materiais, Equipamentos e Procedimentos . . . . .	34
4.2.1	Materiais . . . . .	35
4.2.2	Equipamentos . . . . .	35
4.2.3	Procedimentos . . . . .	36
4.3	Programas de Aquisição e Análise de Dados . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Resultados e Análise</b>	<b>40</b>
5.1	Parâmetros de Rugosidade das Chapas . . . . .	40
5.2	Coefficientes de Correlação Temporal . . . . .	41
5.3	Matrizes de Co-Ocorrências e Momentos de Intensidades . . . . .	48

6	Conclusão	60
6.1	Considerações Gerais . . . . .	60
6.2	Sugestões para o Aprimoramento e Perspectivas Futuras . . . . .	61
7	Bibliografia	63
	Apêndices	65
A	Os Parâmetros de Rugosidade Superficial $R_a$ e $R_q$	66
B	A Relação entre $R_I$ e $J_A$	67

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Aspectos Gerais da Metrologia Óptica

Atualmente são inúmeras as aplicações da metrologia óptica para obtenção de medidas precisas envolvendo fenômenos da mais variada natureza. Técnicas holográficas, interferométricas e de *speckle*<sup>1</sup>, entre outras, têm sido aplicadas com sucesso na medição e caracterização de fenômenos físicos. Algumas vezes o emprego de métodos ópticos pode substituir com vantagens a utilização de equipamentos mais tradicionais, como aparelhos mecânicos ou eletro-mecânicos. O fenômeno de *speckle*, em particular, possui uma enorme gama de aplicações, dentre as quais podemos citar:

- Medida de parâmetros de rugosidade superficial [1, 2];
- Medida de atividade biológica superficial [4, 5, 13];
- Avaliação do fluxo sanguíneo [6];
- Avaliação do processo de secagem de pinturas [14];
- Estudo do processo de corrosão de superfícies metálicas [16, 17, 18].

A utilização de métodos ópticos para a obtenção de medidas possui algumas vantagens em relação a outros métodos mais tradicionais. Uma característica bastante importante, comum a esses métodos, é o de serem limpos e não-destrutivos. Apenas para citar um exemplo, quando se deseja medir a rugosidade quadrática média<sup>2</sup> ( $R_q$ ) de uma superfície metálica (em geral chapas de aço), é comum recorrer-se ao emprego de perfilômetros mecânicos, que percorrem a superfície da amostra

---

<sup>1</sup>*Speckle* é um granulado óptico observado quando iluminamos uma superfície irregular com luz coerente (*laser*), por exemplo. O capítulo 2 aborda o *speckle* mais detalhadamente.

<sup>2</sup>Vide apêndice A.

tocando-a com uma ponta muito fina e transformando as diferenças de alturas das irregularidades em sinais elétricos que são processados, obtendo-se o perfil unidimensional da superfície. Um inconveniente nesse processo de medida é que o diâmetro da ponta do perfilômetro é um fator limitante nas medidas, além de danificar a superfície analisada. O uso da técnica de decorrelação angular de *speckle* permite a obtenção de resultados tão bons quanto o perfilômetro mecânico sem danificar a superfície, pois apenas um feixe de *laser* interage com a superfície da amostra. E com o aprimoramento e aumento da performance dos equipamentos de informática e de aquisição de dados, alguns resultados de medidas podem ser obtidos em tempo real. Uma desvantagem dos métodos ópticos é que, em geral, os experimentos devem ser realizados em bancada de laboratório e em ambiente escuro, enquanto que aparelhos como perfilômetros mecânicos podem ser de tipos e tamanhos diferenciados, inclusive portáteis, dependendo da finalidade da medida.

Em nosso trabalho estamos interessados em explorar o fenômeno de *speckle* dinâmico e suas propriedades estatísticas para estudar o processo de secagem de pinturas, mais especificamente avaliar o tempo de secagem. Esse tempo é uma informação importante para os fabricantes de tintas pois a qualidade do acabamento final do filme gerado está diretamente relacionada a ele. Como há uma variedade muito grande de tintas o processo de secagem não pode ser generalizado, mas deve ser estudado de acordo com o grupo específico a que um determinado tipo de tinta pertence. Na próxima seção apresentamos alguns conceitos básicos sobre tintas.

## 1.2 Conceitos Básicos sobre Tintas e Pinturas

As tintas<sup>3</sup> são conhecidas desde a mais remota antigüidade e nada mais são do que revestimentos aplicados sobre variados tipos de substratos (madeira, metais, reboco, concreto, plásticos, couro, etc.). Inicialmente possuíam finalidade meramente decorativa, mas atualmente observa-se um crescente aumento no investimento de recursos em pesquisas de novas matérias-primas e novos produtos, devido ao surgimento contínuo de novos substratos e diferentes atmosferas corrosivas. Nota-se, portanto, uma preocupação crescente com o aspecto de proteção contra corrosão que vai muito além do propósito inicial de simples decoração. Portanto, quando nos referimos a tintas estamos levando em consideração uma gama muito grande de produtos que têm por finalidade corrigir imperfeições, proteger o substrato contra agentes corrosivos, promover o nivelamento e selagem de superfícies porosas, conferir o acabamento final à superfície, etc. Como exemplos temos as massas (nivelamento e correção), os fundos (correção e aprimoramento da pintura final), os vernizes (acabamentos transparentes) e os acabamentos que conferem a cor e textura finais desejados, entre outros. Para a obtenção de uma boa qualidade final a tinta deve aderir perfeitamente ao substrato,

---

<sup>3</sup>O material desta seção é uma compilação de informações contidas na apostila gentilmente cedida pela empresa *Renner Dupont Tintas Automotivas e Industriais S/A* [19].



o que requer uma superfície limpa e não muito lisa. Caso a superfície a ser pintada seja excessivamente lisa pode-se fazer um tratamento prévio como: fosfatização, jateamento com areia, lixamento, etc., para melhorar a adesão. Tintas são, via de regra, constituídas de uma parte sólida e uma parte volátil. À parte as peculiaridades de cada tipo de tinta, todas são compostas basicamente de quatro elementos:

1. Solventes (inclusive água);
2. Resinas;
3. Pigmentos e carga;
4. Aditivos diversos.

O primeiro elemento relacionado acima corresponde à parte volátil e os três últimos à parte sólida. A escolha dos componentes da parte sólida e volátil da tinta, bem como a proporção relativa entre os elementos, é feita de acordo com as características desejadas do filme seco, isto é, seu brilho, cor, espessura, dureza, flexibilidade, resistência química, etc. Também é necessário levar-se em consideração o tipo de superfície que irá receber a pintura e o tipo de secagem, se ao ar livre ou à estufa.

Os solventes não têm participação no filme seco e funcionam apenas como produtos auxiliares cujas funções básicas são: ajustar a viscosidade, auxiliar na formação e alastramento do filme, promover a molhabilidade do substrato e controlar a secagem. Em uma tinta é necessário que o solvente (ou uma mistura de solventes) evapore à uma velocidade constante. A escolha dos solventes é efetuada com base em suas propriedades físico-químicas: poder de solvência, taxa de evaporação, ponto de ebulição, cor, ponto de fulgor e densidade. O excesso de solventes ou a sua falta, assim como solventes muito voláteis ou inadequados, provocam defeitos no acabamento final de pinturas. Quanto à sua natureza os solventes podem ser hidrocarbonetos alifáticos ou aromáticos. Os alifáticos são oriundos do petróleo e têm baixo poder de solvência, sendo mais indicados para tintas a óleo, sintéticas e fenólicas. Alguns exemplos são: aguarrás, querosene, gasolina, hexano, heptano, etc. Os aromáticos são derivados da destilação da hulha e sua característica fundamental é a presença do anel benzênico. Seu poder de solvência é maior que o dos alifáticos mas são mais tóxicos e requerem um cuidado maior na manipulação. Dissolvem resinas mais sofisticadas como borracha clorada, acrílica, silicone, melamina, etc. Dentre os aromáticos os mais importantes são: o benzeno, o tolueno e o xileno, além de outras misturas.

As resinas são as formadoras do filme e conferem o maior número de características ao resultado final. Conseqüentemente, são consideradas o elemento mais importante. Existe uma variedade enorme de resinas e as tintas são divididas em

dois grandes grupos, de acordo com o veículo sólido constituinte (resina): as **termoplásticas**, que secam por evaporação do solvente sem sofrerem transformação química, e as **termofixas**, que secam por reação química consigo mesmas ou em combinação com outras resinas já incluídas nas tintas ou adicionadas no momento da aplicação. Nas termoplásticas o filme continua solúvel no mesmo solvente da tinta após a secagem, e podemos citar como um exemplo deste grupo de tintas as lacas para repintura automotiva. Nas termofixas as reações químicas ocorrem com catalisadores (calor, luz, etc.) e alguns exemplos deste grupo são os esmaltes alquídicos, alquídicos melamínicos e poliuretanos. A título de ilustração, sem nos preocuparmos com especificidades técnicas, podemos citar alguns tipos de resinas: alquídicas, vinílicas, epoxis, fenólicas e poliuretânicas. As resinas são escolhidas para integrar um determinado tipo de tinta levando-se em consideração suas propriedades físico-químicas, tais como: aderência, dureza, flexibilidade e também resistência à abrasão, ácidos, álcalis, detergentes, calor, solventes fortes, água, etc. Determinados tipos de resinas podem ser combinados entre si, em determinadas proporções, para otimização das características finais desejadas para um tipo específico de tinta. Em recobrimentos superficiais, por exemplo, não se utilizam resinas amínicas sozinhas mas uma combinação destas com resinas alquídicas, acrílicas ou outros veículos que proporcionem a otimização das características físico-químicas conferidas ao substrato.

Pigmentos são substâncias que fornecem ou modificam a cor de um sistema e devem ser insolúveis no meio em que estão sendo aplicados. Podem ser orgânicos ou inorgânicos e, de acordo com sua natureza, possuem características muito variadas quanto ao poder de tingimento, densidade, resistência à luz, poder de cobertura, etc. Cargas e aditivos têm múltiplas funções ligadas à proteção do substrato contra corrosão ou à qualidade final do acabamento da pintura. Não vamos descrever mais detalhes sobre eles pois formam um conjunto bastante complexo e extenso.

Já dissemos que o processo de secagem de tintas pode ocorrer de duas maneiras: ao ar livre ou com o auxílio de estufa. Quando a secagem ocorre ao ar livre simplesmente espera-se a evaporação completa do solvente até a formação do filme. As lacas e suas generalidades fazem parte desta família de tintas. São tintas termoplásticas nas quais se incluem a nitrocelulose, borracha clorada, vinílicas e acrílicas. O termo **termoplásticas** significa que não possuem resistência ao calor, amolecendo quando aquecidas. Suas principais vantagens são a rápida secagem, o brilho razoável (não possuem um alto brilho) e a fácil aplicação e repintura (são aplicadas preferencialmente à pistola). Em contrapartida possuem pouca resistência a solventes fortes, formam filmes de baixa espessura e são difíceis de serem aplicadas com trincha ou rolo. Neste trabalho utilizamos tintas de secagem ao ar livre por razões de viabilidade operacional.

As tintas de secagem à estufa constituem uma outra família distinta. São tintas de secagem rápida auxiliada pela utilização de calor. Como a secagem é rápida as peças pintadas dessa maneira podem ser armazenadas imediatamente após o proces-

so de pintura. Em geral possuem grande resistência química e física e, por isso, são largamente empregadas pelas indústrias de eletrodomésticos, automóveis, ferramentas, máquinas e implementos agrícolas, entre outras. Uma limitação séria à utilização deste tipo de tinta é o alto custo do equipamento de secagem (estufa), além da restrição imposta ao tamanho das peças a serem pintadas através deste método. Uma peculiaridade desta família de tintas é que a secagem da pintura é feita em duas etapas. Na primeira etapa, após a aplicação da tinta (que em geral é feita por pistola ou imersão), a pintura é deixada ao ar livre durante um intervalo de tempo predeterminado (conhecido como *flash-off*), para a evaporação dos solventes mais leves. Esse intervalo de tempo é necessário para evitar problemas de irregularidades superficiais conhecidas como "fervura". A seguir o processo de secagem da pintura continua na estufa, durante um intervalo de tempo e a uma temperatura predeterminados. Para cada tipo de tinta formulada existe um tempo e uma temperatura específicos. Dentre os vários tipos de tintas para secagem em estufa, conforme as resinas utilizadas, os principais são:

- **Sintético Estufa Convencional** - Possui boa resistência física e química, sendo o mais utilizado, principalmente em indústrias de eletrodomésticos, ferramentas, máquinas agrícolas, etc.
- **Acrílico Estufa** - Utilizado onde se requer máxima retenção de cor e brilho. É o sistema atual de pintura automotiva.
- **Epoxi Estufa** - Utilizado onde se requer máxima resistência química. Não possui boa retenção de cor e brilho e é aplicado na pintura de ferramentas, peças, etc.

As tintas e produtos similares (tais como o verniz, por exemplo), são aplicados para revestimento de uma infinidade de substratos. A lista seguinte relaciona apenas alguns itens onde se aplicam pinturas, mas dá uma dimensão da importância comercial de uma demanda tão grande. Investimentos no aperfeiçoamento dos produtos já existentes, assim como na pesquisa de novos produtos, têm sido realizados para atender às necessidades de um mercado cada vez mais diversificado e exigente.

- **Tintas para a Construção Civil** - Aplicadas para proteção e estética, possuem custo relativamente baixo. Representa um dos segmentos de fabricação da indústria de tintas e vernizes com maior índice de comercialização. São aplicadas em substratos ou superfícies como madeira, metal e reboco. Os principais tipos são: esmaltes, tintas à óleo, tintas látex, tintas anticorrosivas, vernizes, selantes e massas plásticas.
- **Tintas para Aplicação Automotiva** - São tintas formuladas objetivando o baixo custo, excelente durabilidade e excelente aspecto final. Os processos de

revestimento para fins automotivos são considerados sistemas de deposição de camadas envolvendo várias etapas, desde o tratamento do substrato, a deposição do fundo, a aplicação do fundo nivelador até o acabamento final.

- **Tintas de Manutenção** - São tipos de revestimentos ou acabamentos especializados destinados à proteção e à preservação de máquinas e equipamentos, estruturas industriais, etc.
- **Tintas para Sinalização de Tráfego** - É um tipo de revestimento muito importante para demarcação horizontal de pavimentos, na orientação do fluxo viário em aeroportos, rodovias, vias públicas, pátios de estacionamentos, etc. Na sua formulação empregam-se vários tipos de veículos como resinas acrílicas, vinílicas, estireno-acrilato e estireno-butadieno.
- **Tintas Gráficas** - São tintas usadas na indústria de artes gráficas ou para impressão. A película deverá atender às várias condições de aplicação exigidas não somente pela natureza do substrato (papel, papelão, plásticos, etc.), como também pelos padrões de reprodução característicos dos processos de impressão (tipográficos, planográficos, etc.).

Finalmente, existem alguns parâmetros relacionados à tinta seca que podem ser medidos em laboratório para auxiliar no controle de qualidade do produto final. Os mais importantes são os seguintes:

- **Espessura de Filme Seco** - Pode ser avaliada por método não-destrutivo (sistema magnético) ou destrutivo (rompimento do filme para leitura da medida). O método destrutivo, que utiliza um aparelho chamado de **Pig Universal**, oferece uma precisão maior que o método não-destrutivo.
- **Brilho** - Medido através de um aparelho chamado **Glossmeter**, que é um dispositivo dotado de fonte luminosa que ilumina o filme sob um ângulo de incidência padronizado. Uma célula fotossensível capta a luz refletida pelo filme. O aparelho mede a porcentagem de radiação refletida em relação à radiação incidente.
- **Dureza** - É a resistência ao risco que uma superfície sólida apresenta e, no caso de uma tinta, só pode ser medida após a sua cura completa. A dureza varia conforme o tipo de tinta: uma tinta à óleo tem dureza menor que uma tinta epoxi, por exemplo. Existem várias maneiras de se avaliar a dureza: os pêndulos de Koenig ou Persoz, dureza Sward, dureza ao lápis, etc.
- **Aderência** - É uma medida da força de coesão entre a película de tinta aplicada e a superfície pintada. A aderência depende tanto do tipo de tinta quanto da preparação da superfície a ser pintada. O teste para verificação da aderência é um tanto quanto qualitativo, pois baseia-se na quantidade de tinta removida por uma fita adesiva aplicada sobre a superfície pintada.

- **Flexibilidade** - Está relacionada à capacidade que a tinta possui de sofrer elongações ou dilatação da superfície, sem rachar. O teste é feito pelo dobramento de painéis em mandris especiais, como o mandril cilíndrico ou o mandril cônico.

Como dissemos anteriormente, o tempo de secagem de pinturas é um parâmetro importante de ser avaliado, pois está diretamente relacionado à qualidade final do filme seco. Esse tempo depende de fatores ambientais, como a umidade relativa, temperatura, etc., e também das características do substrato, tais como o tipo de material, a rugosidade quadrática média, etc. Notamos, todavia, que na prática este tempo é avaliado de maneira subjetiva e pouco precisa, utilizando-se de sensações visuais e táteis. Sabemos que existe pelo menos um método mais objetivo de obtenção da medida do tempo de secagem de pinturas, que é através da observação da evolução gravimétrica da amostra pintada. Consiste basicamente em colocar-se a amostra sobre uma balança de precisão, em ambiente controlado, e medir-se a variação da massa pela evaporação de solventes com o decorrer do tempo. Este método simples é pouco utilizado na prática, talvez pela não exigência pelo consumidor final de um bom acabamento nas superfícies trabalhadas. Portanto, o método que ora propomos pode ser de grande valia, não só para a indústria de tintas, mas também para empresas que utilizam pinturas em seus produtos, tal como a indústria automobilística, por exemplo, pois pode auxiliar na avaliação do tempo de secagem de pinturas e contribuir para a melhoria da qualidade do produto final. Com o desenvolvimento e o aperfeiçoamento desta técnica pode-se chegar, a médio prazo, a um nível elevado de automatização do processo de tomada de medidas, o que é uma característica bastante atraente para o usuário final.

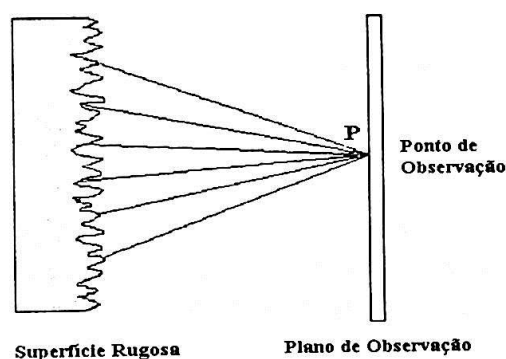


## Capítulo 2

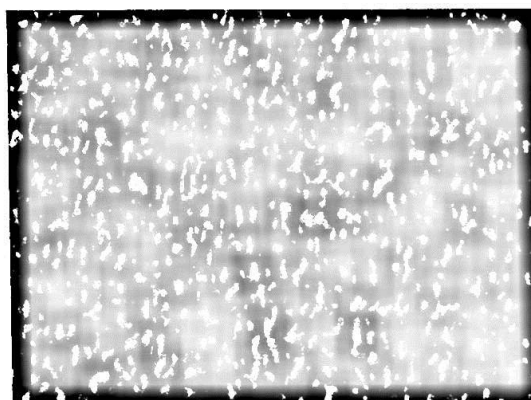
### *Speckle*

#### 2.1 O que é *Speckle*

O termo *laser speckle*, ou simplesmente *speckle*, foi introduzido no início da década de 60, época em que se iniciou a construção e operação dos primeiros *lasers*. Quando luz coerente (*laser*) incide sobre uma superfície rugosa, isto é, com irregularidades superficiais de magnitude comparável com o comprimento de onda da luz incidente, podemos observar sobre um plano distante da superfície a formação de uma imagem de aspecto granular, devido à interferência da luz espalhada em todas as direções. A essa imagem granular, onde a intensidade luminosa (irradiância) varia espacialmente de maneira aleatória, damos o nome de *speckle* (figura 2.1, a e b).



(a)



(b)

Figura 2.1: (a)-Esboço da formação da imagem de um padrão de speckle. (b)-Imagem obtida com uma câmera CCD (Charge Coupled Device) do padrão de speckle de uma amostra metálica rugosa iluminada com laser de He-Ne.

Para maior clareza, no esboço da figura 2.1-(a) não representamos a radiação incidente, assim como também consideramos apenas alguns raios espalhados interferindo em um único ponto **P** sobre o plano de observação. Numa imagem real de

um padrão de *speckle*, como pode ser observado na figura 2.1-(b), cada ponto constituinte da imagem recebe luz espalhada proveniente de todos os pontos da superfície rugosa. A aparência espacial do *speckle* depende da superfície iluminada, do feixe de iluminação e da geometria de observação.

As propriedades físicas da radiação eletromagnética espalhada por uma superfície rugosa são descritas com detalhes por Beckmann & Spizzichino [7], e um tratamento estatístico detalhado, contemplando condições de contorno específicas, pode ser encontrado nos trabalhos de Goodman [8], entre outros. Muito embora estes autores não sejam os únicos a tratarem do assunto eles são considerados referências consagradas nesta área, motivo pelo qual os tomaremos como base para este trabalho. Alguns parâmetros físicos característicos de superfícies (tal como sua rugosidade quadrática média, por exemplo) podem ser inferidos à partir de considerações estatísticas sobre a distribuição de intensidades no padrão de *speckle*, enriquecendo o escopo de técnicas e métodos em metrologia óptica. Uma vantagem imediata e evidente da utilização de técnicas ópticas para a obtenção de medidas físicas é o seu caráter não-destrutivo, com precisão equivalente ou maior que os métodos mecânicos ou eletro-mecânicos. Atualmente os reflexos dessa evolução da metrologia óptica fazem-se sentir em setores como a engenharia, indústria, biologia, medicina, odontologia, artes, lazer, etc. E nesse contexto o fenômeno de *speckle* desempenha um papel de relevante importância.

## 2.2 *Speckle* Estático e *Speckle* Dinâmico

O padrão mais simples de *speckle* é aquele invariante temporalmente, também denominado *speckle* estático. Nesse caso a intensidade pode variar espacialmente dentro da região de observação, mas em cada ponto ela se mantém constante com o passar do tempo. Esse padrão de *speckle* é obtido mantendo-se fixas todas as propriedades físicas e geométricas do sistema, tais como ângulos de incidência e observação, índice de refração do meio, superfícies indeformáveis, etc. Quando podemos variar controladamente algum parâmetro do sistema, como os ângulos de incidência ou observação, ou ainda o índice de refração do meio, podemos obter informações das características físicas superficiais dos objetos sob observação, em geral superfícies planas rugosas. O método de decorrelação angular do padrão de *speckle* para medida da rugosidade quadrática média de uma amostra metálica é um bom exemplo de aplicação desta técnica [3].

Em muitos casos o padrão de distribuição de intensidades varia temporalmente, dando origem ao *speckle* dinâmico. Isso decorre de variações nos parâmetros físicos ou geométricos (ou ambos) associados ao objeto observado ou ao aparato experimental como um todo. *Speckle* dinâmico ocorre durante deslocamentos da superfície da amostra relativamente ao plano de observação ou à fonte de iluminação, ou ainda

quando ela apresenta algum tipo de atividade química ou biológica superficial. No primeiro caso, por exemplo, quando ocorre uma translação da amostra paralelamente ao plano de observação, verificamos uma translação correspondente de todo o padrão de *speckle* na mesma direção e sentido do movimento da amostra, isto é, todo o padrão de *speckle* se move de maneira ordenada, mantendo o aspecto granular inicial praticamente inalterado.

Por outro lado, quando examinamos superfícies rígidas sobre as quais ocorre alguma espécie de atividade química, ou ainda superfícies de espécimens biológicos tais como frutos, sementes, etc., verificamos uma variação temporal aleatória no padrão de *speckle*. Superfícies metálicas sofrendo processo de corrosão ou oxidação, superfícies de espécimens biológicos tais como frutos e sementes, camadas superficiais de tinta fresca são alguns exemplos de amostras que originam *speckle* dinâmico quando iluminadas com luz *laser* e observadas num plano afastado. Quando o aspecto granular do padrão de *speckle* é deformado continuamente, apresentando um aspecto semelhante ao de um líquido em ebulição, ele também é denominado na literatura de *boiling speckle*; e no caso de espécimens biológicos também se utiliza o termo *biospeckle*. É possível relacionar o grau de atividade superficial (química ou biológica, de uma amostra ou espécimen) com a velocidade de variação da distribuição de intensidades que compõem um padrão de *speckle*.

### 2.3 Padrões Espaço-Temporais de *Speckle*

As imagens dos padrões de *speckle* às quais nos referimos neste trabalho são capturadas com auxílio de uma câmera CCD (*Charge Coupled Device*), que interfaceada por uma placa digitalizadora permite o armazenamento de tais imagens na memória de um microcomputador ou a gravação em disco (figura 2.2). Várias imagens podem ser capturadas sucessivamente, a intervalos de tempos regulares. Ao observarmos uma seqüência de tais imagens podemos verificar qualitativamente o aspecto dinâmico da evolução do processo de secagem de pinturas, através da deformação contínua dos grãos de *speckle* em função da variação da intensidade de cada pixel que compõe a imagem. Podemos, por exemplo, comparar uma seqüência de imagens obtidas de um objeto inanimado estático, tal como uma superfície metálica rugosa, com outra seqüência de imagens originada de uma superfície sobre a qual foi depositada uma camada de tinta fresca. Enquanto a primeira seqüência é praticamente invariante temporalmente a segunda apresenta uma contínua variação na intensidade e no formato dos grãos de *speckle*. Conforme podemos observar na figura 2.3, a seqüência de imagens da fila superior (a, b e c) é praticamente invariante temporalmente, o mesmo não ocorrendo com a seqüência de imagens da fila inferior (d, e e f). Em ambas o intervalo de tempo entre imagens é de 0,22s.



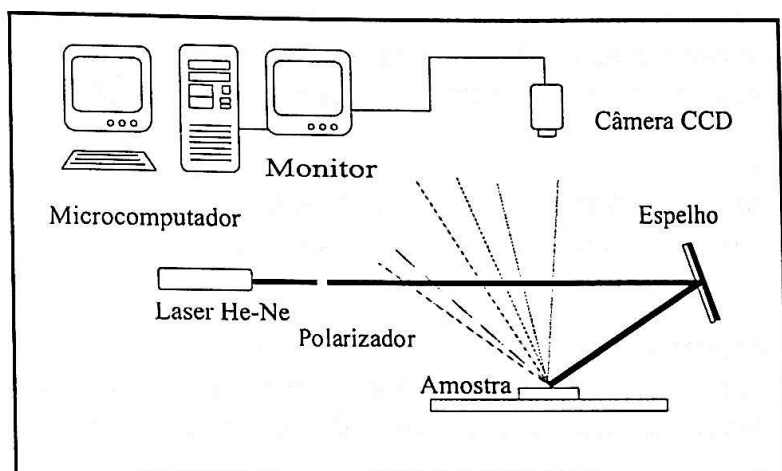


Figura 2.2: Esboço da montagem experimental para obtenção das imagens de speckle.

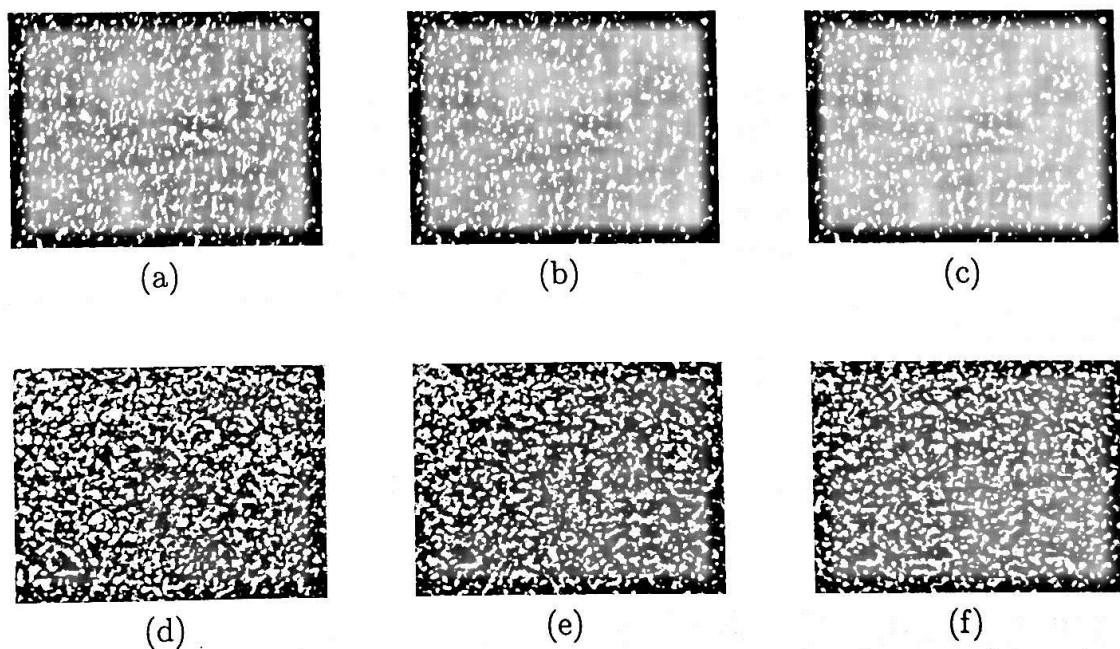


Figura 2.3: A seqüência de imagens de (a) a (c) foi obtida iluminando-se uma amostra metálica estática com laser de He-Ne, enquanto que a seqüência de (d) a (f) é devida a uma superfície metálica sobre a qual foi depositada uma camada de tinta fresca, iluminada nas mesmas condições.

Muito embora seja possível constatar qualitativamente a evolução do *speckle* dinâmico comparando-se imagens, como descrito no parágrafo anterior, precisamos de um método mais objetivo para obtermos informações quantitativas que caracterizem a evolução temporal do *speckle*. Para tanto construímos padrões espaço-temporais de *speckle* da seguinte maneira:

1. Durante um intervalo de tempo suficientemente longo obtemos inúmeras imagens sucessivas, a intervalos de tempo curtos e regulares entre uma imagem e a próxima.
2. De cada imagem obtida retiramos uma linha ou uma coluna qualquer (mas sempre na mesma posição, para todas as imagens) e adicionamos a um arquivo alvo, linha após linha, respeitando a ordem crescente da evolução temporal.
3. O resultado final é uma imagem composta em que cada linha (se selecionamos linhas e não colunas) é formada por diferentes *pixels* que integram a imagem original, e cada coluna contém uma seqüência temporal de valores de intensidades para um determinado *pixel*.

Esses padrões espaço-temporais de *speckle* também são citados na literatura como *Space-Time Speckle (STS)* [13] ou *Time History of the Speckle Pattern (THSP)* [14]. A figura 2.4 a seguir mostra três padrões espaço-temporais de *speckle* construídos à partir de 480 imagens capturadas de: (a) - uma superfície metálica recoberta com tinta fresca (alta atividade), (b) - uma superfície metálica recoberta com tinta (baixa atividade) e, (c) - uma superfície metálica pintada (tinta seca). O intervalo de tempo entre linhas consecutivas de cada imagem é de 1s, resultando num tempo total de captura de 8min (480s) para cada uma.

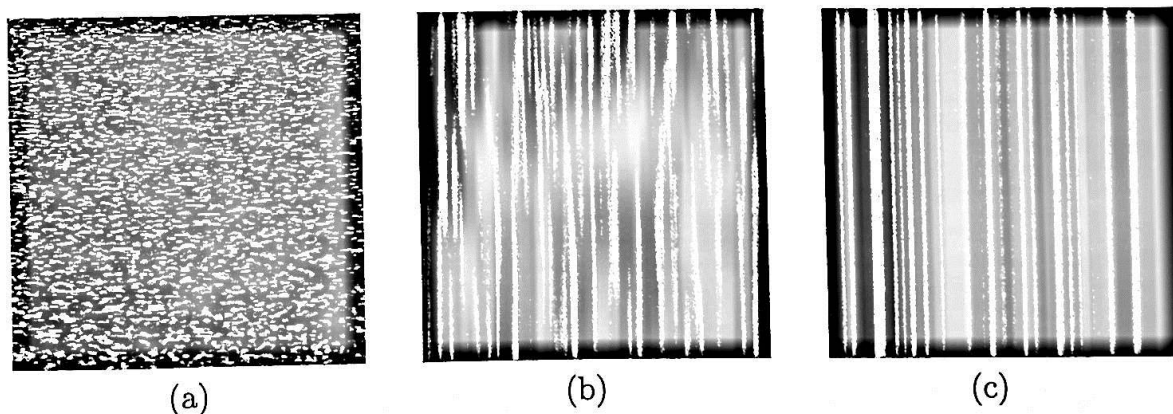


Figura 2.4: THSP de: (a) - uma superfície metálica recoberta com tinta fresca (alta atividade), (b) - uma superfície metálica recoberta com tinta (baixa atividade) e, (c) - uma superfície metálica pintada (tinta seca).

À partir dos padrões espaço-temporais de *speckle* assim construídos podemos obter informações quantitativas sobre a evolução do processo dinâmico de uma maneira que detalharemos posteriormente. Qualitativamente, um padrão espaço-temporal de *speckle* que apresenta colunas bem definidas, de espessuras e intensidades praticamente constantes, espelham processos com baixa ou nenhuma atividade superficial. Por outro lado, superfícies com médio ou alto grau de atividade superficial geram padrões espaço-temporais de *speckle* formados por colunas irregulares, interrompidas, ou até mesmo uma imagem parecida com um padrão de *speckle* instantâneo, quando a atividade é altíssima.

## Capítulo 3

# Estatística de *Speckle*

Neste capítulo vamos abordar as principais propriedades estatísticas do padrão de *speckle*. Admitiremos que as ondas incidentes são perfeitamente monocromáticas originando um padrão de *speckle* perfeitamente polarizado. Vamos nos limitar a estudar somente o caso em que o padrão de *speckle* é formado no espaço livre, ou seja, nenhum instrumento ou componente óptico (tal como lentes) é utilizado para auxiliar na formação da imagem, conforme ilustrado no esboço da figura 2.1-(a), capítulo 2. Nosso arranjo experimental se enquadra nessa situação pois os únicos elementos ópticos utilizados são um polarizador, para garantir a polarização da radiação incidente e controlar a intensidade da imagem formada, e um espelho, para desviar o feixe de *laser* fazendo-o incidir sobre a amostra. A câmera CCD utilizada não possui qualquer elemento óptico acoplado, funcionando apenas como um anteparo formado por elementos fotossensíveis.

### 3.1 Estatística de Primeira Ordem de um Padrão de *Speckle* Polarizado

Por estatística de primeira ordem entendemos as propriedades estatísticas relacionadas a um único ponto do espaço de observação. Experimentalmente corresponde à estatística de um único pixel da imagem obtida com a câmera CCD. Estamos interessados em determinar, por exemplo, as funções densidade de probabilidade (FDP's) da amplitude, intensidade e fase nesse particular ponto do espaço. Algumas propriedades estatísticas conjuntas de *speckle* de dois ou mais pontos serão abordadas na seção 3.2. As considerações e análises que faremos neste capítulo seguem a linha de trabalho adotada por J.W. Goodman [8]. Veremos que o problema da estatística de primeira ordem de um padrão de *speckle* polarizado é idêntico ao problema clássico da estatística do "Caminho Aleatório no Plano", extensivamente estudado há mais de um século.

### 3.1.1 Caminho Aleatório no Plano Complexo

Representemos por  $u(x, y, z, t)$  a componente do campo elétrico no ponto de observação  $(x, y, z)$  e no instante  $t$ . Para uma onda eletromagnética monocromática  $u(x, y, z, t)$  toma a seguinte forma:

$$u(x, y, z, t) = A(x, y, z) \exp[i2\pi\nu t] \quad (3.1)$$

onde  $\nu$  é a frequência e  $A$  representa o fasor de amplitude do campo, o qual é uma função complexa da posição,

$$A(x, y, z) = |A(x, y, z)| \exp[i\theta(x, y, z)] \quad (3.2)$$

A intensidade (irradiância) da onda pode ser calculada como:

$$I(x, y, z) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |u(x, y, z, t)|^2 dt = |A(x, y, z)|^2 \quad (3.3)$$

Considerando o espalhamento da onda incidente por uma superfície rugosa, a amplitude do campo elétrico em um dado ponto de observação  $(x, y, z)$  consiste de uma enorme quantidade de contribuições defasadas provenientes de diferentes regiões de espalhamento da superfície. Sendo assim, o fasor de amplitude  $A(x, y, z)$  pode ser representado como uma soma de contribuições de inúmeros fasores elementares

$$\frac{a_k(x, y, z)}{\sqrt{N}}, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

$$A(x, y, z) = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{N}} a_k(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| e^{i\phi_k} \quad (3.4)$$

Inspecionando a equação (3.4) vemos que o fasor de amplitude resultante  $A(x, y, z)$  é uma grandeza complexa, resultado da adição de  $N$  fasores elementares de módulo  $\frac{|a_k|}{\sqrt{N}}$  e distribuídos em direções determinadas pelos ângulos de fase  $\phi_k$ . Sendo os  $\phi_k$  aleatórios podemos representar graficamente a somatória dos fasores elementares conforme ilustrado na figura 3.1 a seguir. Observando a figura constatamos imediatamente a semelhança com o problema clássico da estatística do caminho aleatório.

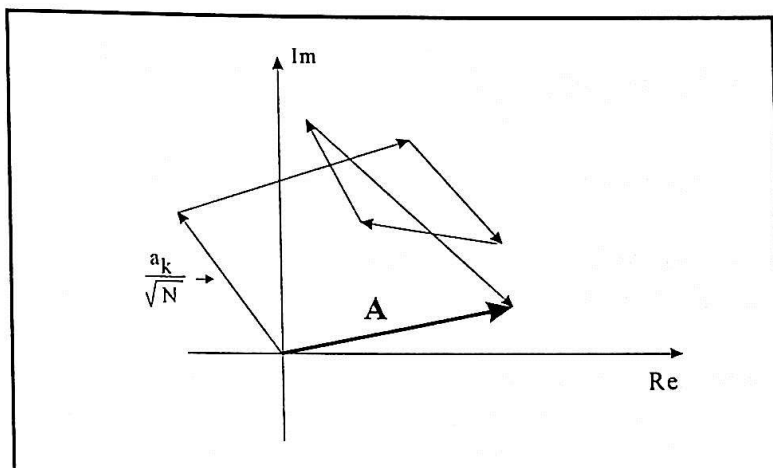


Figura 3.1: O fasor de amplitude total como uma composição de fasores elementares.

Antes de prosseguirmos no objetivo de determinar as FDP's da amplitude, intensidade e fase vamos fazer algumas hipóteses de trabalho que consideramos razoáveis do ponto de vista físico:

1. A amplitude  $\frac{a_k}{\sqrt{N}}$  e a fase  $\phi_k$  do  $k$  - ésimo fasor elementar são estatisticamente independentes um do outro e das amplitudes e fases de todos os outros fasores elementares. Isso significa que as áreas espalhadoras elementares não estão relacionadas entre si e a intensidade de uma dada componente espalhada não guarda qualquer relação com sua fase.
2. As fases  $\phi_k$  estão uniformemente distribuídas no intervalo principal  $(-\pi, \pi)$ , isto é, a rugosidade superficial é da magnitude do comprimento de onda incidente. Ainda que assim não seja, valores de fase superiores a  $2\pi$  contribuem para uma distribuição uniforme no intervalo principal.

### 3.1.2 Estatística da Amplitude Complexa

Conforme vimos no item anterior, a amplitude resultante num determinado ponto  $(x, y, z)$  do plano de observação é o resultado da adição de inúmeras amplitudes elementares. Sendo esta amplitude ( $A$ ) uma grandeza complexa, podemos decompô-la em suas componentes real ( $A^{(r)}$ ) e imaginária ( $A^{(i)}$ ). Assim,

$$A^{(r)} \doteq \text{Re}\{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \cos(\phi_k) \quad (3.5)$$

$$A^{(i)} \doteq \text{Im}\{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \text{sen}(\phi_k)$$



Podemos calcular os valores médios da componente real e imaginária da amplitude total como segue:

$$\begin{aligned}\langle A^{(r)} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \cos(\phi_k) \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \cos(\phi_k) \rangle = 0 \\ \langle A^{(i)} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \text{sen}(\phi_k) \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \text{sen}(\phi_k) \rangle = 0\end{aligned}\quad (3.6)$$

onde  $\langle \dots \rangle$  significa a média de *ensemble*, isto é, a média sobre uma área macroscópica suficientemente grande para que tenhamos um número  $N$  também muito grande.

Para chegarmos às médias de  $A^{(r)}$  e  $A^{(i)}$  calculadas pelas equações acima utilizamos as duas hipóteses formuladas no item anterior. A primeira hipótese nos garante que a média do produto da amplitude elementar pela fase correspondente pode ser calculada como o produto das respectivas médias, ou seja,

$$\langle |a_k| \cos(\phi_k) \rangle = \langle |a_k| \rangle \langle \cos(\phi_k) \rangle \quad \text{e} \quad \langle |a_k| \text{sen}(\phi_k) \rangle = \langle |a_k| \rangle \langle \text{sen}(\phi_k) \rangle$$

A segunda hipótese assegura que

$$\langle \cos(\phi_k) \rangle = \langle \text{sen}(\phi_k) \rangle = 0$$

De maneira análoga podemos calcular as médias dos quadrados da parte real e imaginária da amplitude total como:

$$\begin{aligned}\langle [A^{(r)}]^2 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos(\phi_k) \cos(\phi_m) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \\ \langle [A^{(i)}]^2 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \text{sen}(\phi_k) \text{sen}(\phi_m) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \\ \langle A^{(r)} A^{(i)} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos(\phi_k) \text{sen}(\phi_m) \rangle = 0\end{aligned}\quad (3.7)$$

onde, para fases independentes e uniformemente distribuídas, utilizamos as relações de ortonormalidade

$$\begin{cases} \langle \cos(\phi_k) \cos(\phi_m) \rangle = \langle \text{sen}(\phi_k) \text{sen}(\phi_m) \rangle = \frac{1}{2} \delta_{km} \\ \langle \cos(\phi_k) \text{sen}(\phi_m) \rangle = 0 \end{cases}\quad (3.8)$$

sendo  $\delta_{km}$  o delta de *Kronecker*, isto é,

$$\delta_{km} = \begin{cases} 1 & , \text{ se } k = m. \\ 0 & , \text{ se } k \neq m. \end{cases}$$

Vemos, portanto, que as partes real e imaginária do campo complexo possuem média zero (eq. (3.6)), mesma variância (duas primeiras eqs. de (3.7)), e não estão correlacionadas (última eq. de (3.7)).

Vamos supor, como geralmente acontece na prática, que o número  $N$  de contribuições de fasores elementares é muito grande. Portanto, as partes real e imaginária do campo, dadas pela eq. (3.5), correspondem à soma de um número muito grande de variáveis aleatórias independentes. Utilizando o Teorema Central do Limite, isto é, para  $N \rightarrow \infty$ , tanto  $A^{(r)}$  quanto  $A^{(i)}$  são assintoticamente gaussianas. Baseados neste fato e no resultado das eqs. (3.6) e (3.7), podemos escrever a função densidade de probabilidade conjunta das partes real e imaginária do campo, assintoticamente, como:

$$p_{r,i}(A^{(r)}, A^{(i)}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{[A^{(r)}]^2 + [A^{(i)}]^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (3.9)$$

onde,

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \quad (3.10)$$

A FDP dada pela equação (3.9) é conhecida como função densidade de probabilidade gaussiana circular, pois os contornos de densidade de probabilidade constantes são círculos no plano complexo. Seguindo esta mesma terminologia, os fasores de amplitude ( $\mathbf{A}$ ) são conhecidos como variáveis aleatórias gaussianas complexo-circulares. Segundo Goodman [8], os resultados assintóticos obtidos nas equações precedentes são suficientes para descrever o comportamento da grande maioria dos casos de interesse prático.

### 3.1.3 Estatística da Intensidade e da Fase

Obtivemos no item anterior a FDP que descreve a estatística da amplitude complexa, mas experimentalmente não trabalhamos com detectores que medem amplitudes, e sim, intensidades. Portanto, precisamos encontrar a estatística, ou seja, a FDP correspondente às intensidades em um padrão de *speckle* polarizado. Verificaremos ao longo da dedução da FDP das intensidades que a FDP correspondente às fases surge naturalmente.

A relação entre as partes real e imaginária da amplitude total ( $A^{(r)}$  e  $A^{(i)}$ , respectivamente), com a intensidade ( $I$ ) e a fase ( $\theta$ ) é muito fácil de ser obtida considerando-se as eqs. (3.2) e (3.3). Assim, temos,



$$\begin{aligned} A^{(r)} &= \sqrt{I} \cos \theta \\ A^{(i)} &= \sqrt{I} \sin \theta \end{aligned} \quad (3.11)$$

ou as relações equivalentes,

$$\begin{aligned} I &= [A^{(r)}]^2 + [A^{(i)}]^2 \\ \theta &= \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{A^{(i)}}{A^{(r)}} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

A FDP conjunta de  $I$  e  $\theta$  pode ser encontrada fazendo-se uma transformação de variáveis aleatórias à partir da FDP conjunta de  $A^{(r)}$  e  $A^{(i)}$ , ou seja,

$$p_{I,\theta} = p_{r,i}(\sqrt{I} \cos \theta, \sqrt{I} \sin \theta) \|J\| \quad (3.13)$$

onde  $\|J\|$ , o Jacobiano da transformação, é dado por:

$$\|J\| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial A^{(r)}}{\partial I} & \frac{\partial A^{(r)}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial A^{(i)}}{\partial I} & \frac{\partial A^{(i)}}{\partial \theta} \end{array} \right\| = \frac{1}{2} \quad (3.14)$$

onde  $\|...\|$  simboliza o módulo do determinante.

Combinando as eqs. (3.9) e (3.13) obtemos,

$$p_{I,\theta}(I, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right) & , \text{ para } (I \geq 0) \text{ e } (-\pi \leq \theta < \pi). \\ 0 & , \text{ para os demais casos.} \end{cases} \quad (3.15)$$

À partir da eq. (3.15) acima fica fácil determinar a FDP marginal da intensidade,

$$p_I(I) = \int_{-\pi}^{\pi} p_{I,\theta}(I, \theta) d\theta = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right) & , \text{ para } (I \geq 0) \\ 0 & , \text{ para os demais casos.} \end{cases} \quad (3.16)$$

e também a FDP marginal da fase,

$$p_{\theta}(\theta) = \int_0^{\infty} p_{I,\theta}(I, \theta) dI = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & , \text{ para } (-\pi \leq \theta < \pi). \\ 0 & , \text{ para os demais casos.} \end{cases} \quad (3.17)$$

Observando as eqs. (3.16) e (3.17) verificamos que a intensidade em um dado ponto P de um padrão de *speckle* polarizado obedece à uma FDP que é uma exponencial negativa, enquanto a fase obedece à uma FDP uniforme. Também podemos verificar imediatamente que,

$$p_{I,\theta}(I, \theta) = p_I(I)p_{\theta}(\theta) \quad (3.18)$$

ou seja, a intensidade e a fase são estatisticamente independentes em qualquer ponto dado.

Calculando-se os momentos estatísticos de primeira e segunda ordem para a intensidade chegamos a:

$$\langle I \rangle = \int_0^{\infty} I p_I(I) dI = \int_0^{\infty} \frac{I}{2\sigma^2} \exp\left(\frac{-I}{2\sigma^2}\right) dI = 2\sigma^2 \quad (3.19)$$

$$\langle I^2 \rangle = \int_0^{\infty} I^2 p_I(I) dI = \int_0^{\infty} \frac{I^2}{2\sigma^2} \exp\left(\frac{-I}{2\sigma^2}\right) dI = 2(2\sigma^2)^2 = 2\langle I \rangle^2 \quad (3.20)$$

Portanto a variância e o desvio padrão são dados por:

$$\sigma_I^2 = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 = 2\langle I \rangle^2 - \langle I \rangle^2 = \langle I \rangle^2 \quad (3.21)$$

$$\sigma_I = \langle I \rangle \quad (3.22)$$

Verificamos assim, que num padrão de *speckle* polarizado, o desvio padrão da distribuição de intensidades ( $\sigma_I$ ) é igual ao valor da intensidade média ( $\langle I \rangle$ ). Segundo Goodman [8], uma medida razoável do contraste de um padrão de *speckle* é a razão  $C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}$ , que será sempre unitária para um padrão de *speckle* polarizado. O mesmo autor cita alguns casos de confirmação experimental da estatística de *speckle* de primeira ordem: CONDIE (120 medidas de intensidade), DAINTY (2.400 medidas de intensidade) e McKECHNIE (23.000 medidas de intensidade).

A título de exemplo, mostramos na figura 3.2 um padrão de *speckle* acompanhado de seu respectivo histograma de distribuição de intensidades, obtidos com o programa Global Lab Image, da *Data Translation Inc.* A imagem do padrão de *speckle* contém 307.200 valores de intensidade (tons de cinza), que correspondem ao total contido em uma imagem de  $480 \times 640$  *pixels*.

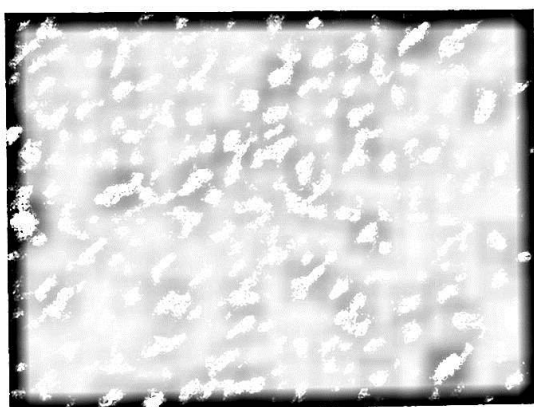
Os valores calculados da intensidade média  $\langle I \rangle$  e o respectivo desvio padrão  $\sigma_I$  dessa distribuição são:

$$\langle I \rangle = 26,7$$

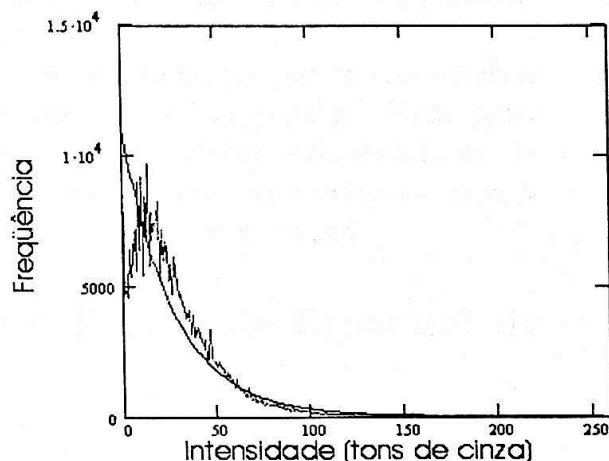
$$\sigma_I = 21,9$$

de onde podemos inferir que o contraste é dado por:

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} = 0,8$$



(a)



(b)

Figura 3.2: (a)-Imagem de um padrão de *speckle*. (b)-Histograma correspondente à distribuição de intensidades. A curva contínua sobreposta corresponde à previsão teórica.

A curva sólida sobreposta ao histograma corresponde à previsão teórica para uma distribuição de intensidades com os valores de  $\langle I \rangle$  e  $\sigma_I$  dados acima. A discordância das curvas no início está relacionada à área da abertura da câmera CCD.

Por fim, vamos determinar a função característica  $M_I(iv)$  associada à FDP que governa a distribuição de intensidades do *speckle* polarizado:

$$M_I(iv) = \langle e^{ivI} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ivI} p_I(I) dI \quad (3.23)$$

que para uma FDP dada pela eq. (3.16) resulta em

$$M_I(iv) = \frac{1}{1 - iv\langle I \rangle} \quad (3.24)$$

onde usamos o fato de que (eq. (3.19))  $\langle I \rangle = 2\sigma^2$ .

## 3.2 Estatística de Segunda Ordem de um Padrão de *Speckle* Polarizado

Até agora estivemos tratando com a estatística de primeira ordem do padrão de *speckle*, ou seja, a estatística associada a um único ponto desse padrão. Através dessa estatística podemos descrever as flutuações de brilho no padrão de *speckle*, mas nada podemos afirmar sobre a granularidade de sua distribuição espacial. Para tanto é necessário que examinemos mais detalhadamente alguns aspectos da estatística de segunda ordem de um padrão de *speckle* polarizado. Faremos isso iniciando com o estudo da função de autocorrelação e a densidade espectral de potência.

### 3.2.1 Função de Autocorrelação e Densidade Espectral de Potência

Conforme já mencionamos anteriormente, estaremos interessados apenas no caso de um padrão de *speckle* formado livremente no espaço, isto é, obtido sem o auxílio de qualquer elemento óptico para a formação da imagem, tal como lentes. A figura 3.3 a seguir ilustra a situação física a que nos referimos, mostrando luz monocromática e coerente incidente sobre uma superfície rugosa que, após sofrer espalhamento, é observada num plano distante da superfície espalhadora.

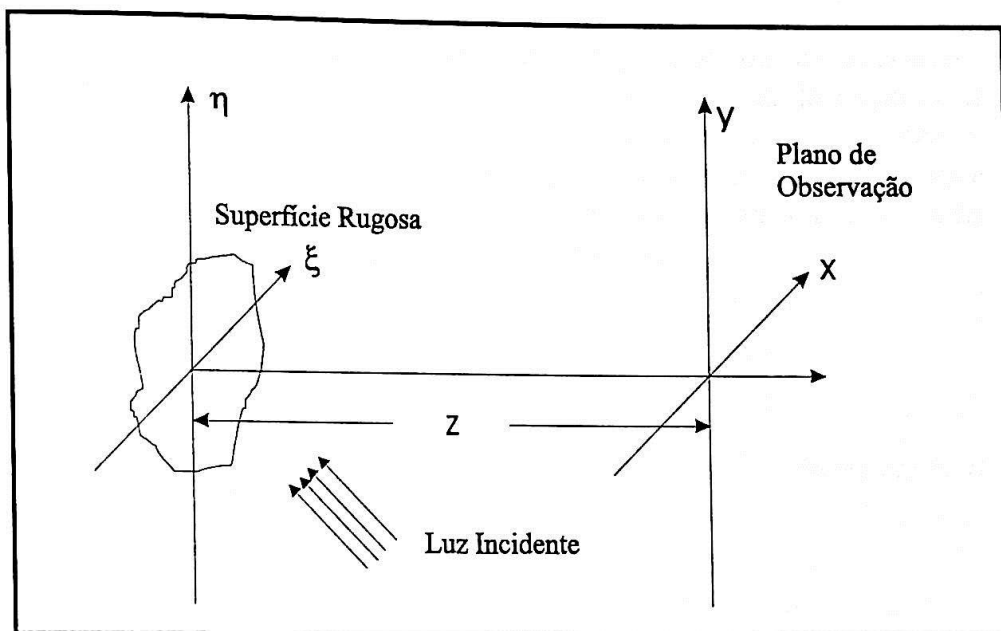


Figura 3.3: Luz monocromática e coerente é espalhada por uma superfície rugosa formando um padrão de speckle no espaço, sem a intervenção de qualquer elemento óptico.

Consideremos um plano imediatamente adjacente à superfície rugosa representado pelo conjunto de coordenadas  $(\xi, \eta)$ . Os campos refletidos pela superfície rugosa são representados sobre este plano pela função complexa  $\alpha(\xi, \eta)$ , onde estamos considerando apenas uma das componentes polarizadas do campo. O tratamento para a segunda componente pode ser feito independentemente e de maneira análoga, dentro de uma primeira aproximação. Estamos interessados em analisar a função complexa  $A(x, y)$  sobre um plano de observação  $(x, y)$  (paralelo ao plano  $(\xi, \eta)$  e separado de uma distância  $z$  deste), a qual descreve o comportamento do campo no plano de observação.

A função de autocorrelação da distribuição de intensidades  $I(x, y) = |A(x, y)|^2$  no plano de observação  $(x, y)$  é dada por:

$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) I(x_2, y_2) \rangle, \quad (3.25)$$

onde  $\langle \dots \rangle$  representa uma média de ensemble (de superfícies rugosas).

A largura desta função de autocorrelação proporciona uma medida razoável da largura média de um padrão de speckle, que é uma outra maneira de estimar o

diâmetro do grão de *speckle*, ao invés de usar o diâmetro do disco de Airy<sup>1</sup>.

Novamente admitiremos que, para uma superfície com irregularidades superficiais (rugosidade) compatíveis com o comprimento de onda da radiação incidente, os campos representados por  $A(x, y)$  são variáveis aleatórias gaussianas complexocirculares em cada ponto de coordenadas  $(x, y)$ . Dessa maneira, podemos expressar a função autocorrelação da distribuição de intensidades com o auxílio da função autocorrelação dos campos, que representamos por

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle A(x_1, y_1)A^*(x_2, y_2) \rangle, \quad (3.26)$$

também conhecida como *intensidade mútua* do campo. A relação entre  $R_I$  e  $J_A$  é dada por (vide apêndice B)

$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle + |J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2, \quad (3.27)$$

lembrando que  $J_A(x, y; x, y) = \langle I(x, y) \rangle$ .

Portanto, basta relacionarmos os campos no plano de observação ( $A(x, y)$ ) com aqueles sobre a superfície espalhadora ( $\alpha(\xi, \eta)$ ) para determinarmos  $R_I$  à partir de  $J_A$ . Esta relação entre os campos é abordada pela teoria escalar da difração e a solução pode ser encontrada utilizando-se o princípio de Huygens-Fresnel. Detalhes da análise que levam a essa relação podem ser encontrados em Goodman ([10], cap.4) e Born & Wolf ([11], cap.8), apenas para citar dois autores. Considerando-se a aproximação de Fresnel podemos escrever a relação entre os campos como:

$$A(x, y) = \frac{1}{\lambda z} \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\xi, \eta) \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda z} (\xi^2 + \eta^2) \right] \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda z} (x\xi + y\eta) \right] d\xi d\eta \quad (3.28)$$

Associando  $A(x_1, y_1)$  à integral com variáveis de integração  $(\xi_1, \eta_1)$  e  $A(x_2, y_2)$  com variáveis de integração  $(\xi_2, \eta_2)$ , e substituindo em (3.26) temos,

<sup>1</sup>Conforme descrito no capítulo 4, seção 4.1 adiante.

$$\begin{aligned}
J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \frac{1}{\lambda^2 z^2} \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda z} (x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2) \right] \\
&\cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} J_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda z} (\xi_1^2 - \xi_2^2 + \eta_1^2 - \eta_2^2) \right] \\
&\cdot \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 \xi_1 + y_1 \eta_1 - x_2 \xi_2 - y_2 \eta_2) \right] d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2
\end{aligned} \quad (3.29)$$

com,  $J_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) = \langle \alpha(\xi_1, \eta_1) \alpha^*(\xi_2, \eta_2) \rangle$

Faremos agora duas simplificações na expressão geral dada por (3.29). Primeiro, como estamos interessados apenas no módulo de  $J_A$  (eq. (3.27)), podemos desprezar as exponenciais em  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  que multiplicam a integral quádrupla. Segundo, se admitirmos que a microestrutura da superfície espalhadora é muito lisa quando vista do plano de observação descrito pelas coordenadas  $(x, y)$ , podemos fazer a aproximação

$$J_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) \cong \kappa P(\xi_1, \eta_1) P^*(\xi_2, \eta_2) \delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2) \quad (3.30)$$

onde  $\kappa$  é uma constante de proporcionalidade, a função  $P(\xi, \eta)$  representa a amplitude do campo incidente na região de espalhamento, e  $\delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2)$  é a função delta de Dirac bidimensional, isto é,

$$\delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } \xi_1 \neq \xi_2 \text{ ou } \eta_1 \neq \eta_2. \\ \infty & , \text{ se } \xi_1 = \xi_2 \text{ e } \eta_1 = \eta_2. \end{cases}$$

Inserindo estas simplificações em (3.29) obtemos:

$$\begin{aligned}
J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \frac{1}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \kappa P(\xi_1, \eta_1) P^*(\xi_2, \eta_2) \delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2) \\
&\cdot \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda z} (\xi_1^2 - \xi_2^2 + \eta_1^2 - \eta_2^2) \right] \\
&\cdot \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 \xi_1 - x_2 \xi_2 + y_1 \eta_1 - y_2 \eta_2) \right] d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2
\end{aligned} \quad (3.31)$$



Lembrando que a função delta de Dirac é par, ou seja,  $\delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2) = \delta(\xi_2 - \xi_1, \eta_2 - \eta_1)$ , e utilizando a propriedade bem conhecida de que [23],

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi_2, \eta_2) \delta(\xi_2 - \xi_1, \eta_2 - \eta_1) d\xi_2 d\eta_2 = f(\xi_1, \eta_1)$$

podemos efetuar a integração da equação (3.31) nas variáveis  $(\xi_2, \eta_2)$  para obter

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi_1, \eta_1)|^2 \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda z} \left[ \xi_1(x_1 - x_2) + \eta_1(y_1 - y_2) \right] \right\} d\xi_1 d\eta_1 \quad (3.32)$$

Verificamos assim que  $J_A$  depende apenas da diferença de coordenadas no plano  $(x, y)$  e, a menos de uma constante multiplicativa, é a transformada de Fourier da distribuição de intensidades  $|P(\xi_1, \eta_1)|^2$  incidente sobre a área espalhadora.

Em muitos casos é conveniente trabalharmos com uma versão normalizada da intensidade mútua, conhecida como *fator de coerência complexo*. Esse *fator de coerência complexo* é definido como:

$$\begin{aligned} \mu_A(x_1, y_1; x_2, y_2) &\doteq \frac{J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)}{[J_A(x_1, y_1; x_1, y_1) J_A(x_2, y_2; x_2, y_2)]^{1/2}} \\ &= \frac{J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)}{[\langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle]^{1/2}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde usamos o fato de que

$$J_A(x_1, y_1; x_1, y_1) = \langle I(x_1, y_1) \rangle \quad \text{e} \quad J_A(x_2, y_2; x_2, y_2) = \langle I(x_2, y_2) \rangle$$



Dessa maneira, substituindo (3.32) em (3.33) temos,

$$\begin{aligned} \mu_A(\Delta x, \Delta y) &= \frac{\frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda z} (\xi \Delta x + \eta \Delta y) \right] d\xi d\eta}{\left[ \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right]^{1/2}} \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda z} (\xi \Delta x + \eta \Delta y) \right] d\xi d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Podemos reescrever a eq. (3.33) como:

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = [\langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle]^{1/2} \mu_A(x_1, y_1; x_2, y_2) \quad (3.35)$$

E, portanto,

$$\begin{aligned} |J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 &= \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle |\mu_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 \\ &= \langle I \rangle^2 |\mu_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Finalmente, podemos retornar à eq. (3.27) e obter a função de autocorrelação como sendo,

$$\begin{aligned} R_I(\Delta x, \Delta y) &= \langle I \rangle^2 [1 + |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2] \\ &= \langle I \rangle^2 \left[ 1 + \left| \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda z} (\xi \Delta x + \eta \Delta y) \right] d\xi d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \right|^2 \right] \end{aligned} \quad (3.37)$$

Outra quantidade de interesse, além da função de autocorrelação, é a *densidade espectral de potência* da distribuição de intensidades  $I(x, y)$  do *speckle*, que, segundo Goodman[8], foi primeiro calculada por Goldfischer. Ainda de acordo com Goodman, a densidade espectral de potência de  $I(x, y)$ , que denotaremos por  $W_I(\nu_X, \nu_Y)$ , pode ser determinada pela transformada de Fourier da função de autocorrelação  $R_I(\Delta x, \Delta y)$ , como consequência do teorema de Wiener-Khintchine. Dessa maneira, aplicando-se a transformada de Fourier à equação (3.37) obtemos<sup>2</sup>

$$W_I(\nu_X, \nu_Y) = \langle I \rangle^2 \left\{ \delta(\nu_X, \nu_Y) + \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 |P(\xi - \lambda z \nu_X, \eta - \lambda z \nu_Y)|^2 d\xi d\eta}{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right]^2} \right\} \quad (3.38)$$

onde  $\delta(\nu_X, \nu_Y)$  é a função delta de Dirac bidimensional para as frequências  $\nu_X$  e  $\nu_Y$ .

### 3.2.2 Função Densidade de Probabilidade de Segunda Ordem da Intensidade e da Fase

A função de autocorrelação e a densidade espectral de potência são propriedades importantes de um padrão de *speckle*, mas não descrevem completamente a estatística de segunda ordem do fenômeno aleatório. Por isso, necessitamos conhecer a função densidade de probabilidade de segunda ordem da intensidade e da fase.

Admitamos que  $A_1 = A_1^{(r)} + iA_1^{(i)}$  e  $A_2 = A_2^{(r)} + iA_2^{(i)}$  sejam componentes do campo complexo nos pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$ , respectivamente, de um padrão de *speckle*. Para estabelecermos a FDP conjunta de  $A_1$  e  $A_2$  precisamos conhecer a FDP conjunta das variáveis reais  $A_1^{(r)}$ ,  $A_1^{(i)}$ ,  $A_2^{(r)}$  e  $A_2^{(i)}$ . Como  $A_1$  e  $A_2$  são variáveis aleatórias gaussianas complexo-circulares, ou seja, que obedecem à estatística gaussiana complexo-circular, podemos escrever a FDP conjunta como:

$$p(A_1^{(r)}, A_1^{(i)}, A_2^{(r)}, A_2^{(i)}) = \frac{\exp \left[ - \frac{|A_1|^2 + |A_2|^2 - \mu_A A_1 A_2^* - \mu_A^* A_1^* A_2}{2\sigma^2(1 - |\mu_A|^2)} \right]}{4\pi^2 \sigma^4 (1 - |\mu_A|^2)} \quad (3.39)$$

onde  $\mu_A$  é o fator de coerência complexo dado pela eq. (3.33) e assumimos que

<sup>2</sup>Vamos nos limitar a apenas apresentar o resultado aqui, visto que os detalhes do cálculo não acrescentam nenhum conteúdo físico significativo. Maiores detalhes podem ser obtidos consultando-se o trabalho de Goodman[8] ou as referências por ele citadas.

$$\langle |A_1|^2 \rangle = \langle |A_2|^2 \rangle = 2\sigma^2.$$

Para encontrarmos a FDP conjunta das intensidades e das fases nos dois pontos de interesse, isto é, a FDP conjunta de  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , vamos proceder como na seção 3.1.3, quando tratamos da estatística de primeira ordem de um padrão de *speckle* polarizado. Sendo assim, precisamos fazer uma mudança de variáveis de acordo com as seguintes relações:

$$\begin{aligned} A_1^{(r)} &= \sqrt{I_1} \cos \theta_1, & A_2^{(r)} &= \sqrt{I_2} \cos \theta_2 \\ A_1^{(i)} &= \sqrt{I_1} \sin \theta_1, & A_2^{(i)} &= \sqrt{I_2} \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

cujo módulo do Jacobiano é agora  $1/4$ . Sendo  $\mu_A$  uma função complexa podemos escrevê-la como  $\mu_A = \exp(i\psi)$  e, com a substituição das relações (3.40) em (3.39) obter para a FDP conjunta das intensidades e das fases a seguinte equação:

$$p_{I,\theta}(I_1, I_2, \theta_1, \theta_2) = \frac{\exp \left[ -\frac{I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} |\mu_A| \cos(\theta_1 - \theta_2 + \psi)}{2\sigma^2(1 - |\mu_A|^2)} \right]}{16\pi^2 \sigma^4 (1 - |\mu_A|^2)} \quad (3.41)$$

Devemos agora integrar a equação (3.41) em  $\theta_1$  e  $\theta_2$  para obter a FDP conjunta de  $I_1$  e  $I_2$ , isto é,

$$p_I(I_1, I_2) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p_{I,\theta}(I_1, I_2, \theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2 \quad (3.42)$$

Como o integrando é periódico tanto em  $\theta_1$  quanto em  $\theta_2$ , podemos manter  $\theta_1$  fixo e proceder à integração em um período de  $\gamma = \theta_1 - \theta_2 + \psi$ , e então efetuar a integração adicional sobre  $\theta_1$ . Procedendo desta maneira ficamos com,

$$\begin{aligned} p_I(I_1, I_2) &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 \int_{-\pi}^{\pi} d\gamma p_{I,\theta}(I_1, I_2, \theta_1, \theta_2) \\ &= \frac{\exp \left[ -\frac{I_1 + I_2}{2\sigma^2(1 - |\mu_A|^2)} \right]}{4\sigma^4(1 - |\mu_A|^2)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left[ -\frac{\sqrt{I_1 I_2} |\mu_A| \cos \gamma}{\sigma^2(1 - |\mu_A|^2)} \right] d\gamma \end{aligned} \quad (3.43)$$

Finalmente, considerando que a integral restante na eq. (3.43) corresponde à função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem zero<sup>3</sup> ( $I_0$ ), podemos escrever a equação final que nos dá a FDP conjunta de  $I_1$  e  $I_2$  como:

$$p_I(I_1, I_2) = \frac{\exp\left[-\frac{I_1+I_2}{\langle I \rangle(1-|\mu_A|^2)}\right]}{\langle I \rangle^2(1-|\mu_A|^2)} I_0\left(\frac{2\sqrt{I_1 I_2}|\mu_A|}{\langle I \rangle(1-|\mu_A|^2)}\right) \quad (3.44)$$

onde, mais uma vez,  $\langle I \rangle = 2\sigma^2$ .

### 3.3 Coeficiente de Correlação Temporal

Nas seções anteriores apresentamos os aspectos estatísticos mais importantes dos padrões de *speckle*. Nesta seção e na próxima, entretanto, não vamos tratar de assuntos ligados diretamente à estatística dos padrões de *speckle*, mas dos algoritmos computacionais que utilizamos para o tratamento das imagens desses padrões.

No capítulo 2, seção 2.3, descrevemos o procedimento para obtenção dos arquivos de THSP, que são a fonte de informações com as quais vamos trabalhar. Como já dissemos anteriormente, esses arquivos contêm a evolução temporal de uma linha de *pixels* dos padrões de *speckle*. Uma maneira de avaliarmos quantitativamente a taxa de variação temporal do padrão de *speckle* é através do coeficiente de correlação temporal ( $\mu$ ), que é definido como:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N (I_{0,i} - \langle I_0 \rangle)(I_{t,i} - \langle I_t \rangle)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (I_{0,i} - \langle I_0 \rangle)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (I_{t,i} - \langle I_t \rangle)^2}} \quad (3.45)$$

onde,

$I_{0,i}$  e  $I_{t,i}$  são os valores de intensidade do  $i$  - *ésimo pixel* nos instantes 0 e  $t$ , respectivamente;

$\langle I_0 \rangle$  e  $\langle I_t \rangle$  são as respectivas médias dos conjuntos de valores de  $I_{0,i}$  e  $I_{t,i}$ .

A forma do coeficiente de correlação temporal expresso pela equação (3.45) acima é bastante conhecida em estatística[24], e corresponde, especificamente no nosso caso, à soma das covariâncias entre as intensidades  $I_{0,i}$  e  $I_{t,i}$  normalizada pelos respectivos desvios padrões. Os valores dos coeficientes de correlação temporal assim

<sup>3</sup>Novamente, não vamos nos ater aos detalhes dos cálculos, que podem ser encontrados no trabalho de Goodman ou nas referências por ele citadas.

calculados estão limitados, em módulo, ao intervalo  $[0,1]$ .

Quando calculamos estes coeficientes utilizando os arquivos de THSP obtidos estamos, na realidade, fazendo uma comparação entre a linha de *pixels* no instante inicial (que tomamos como uma linha de referência fixa), e a mesma linha em um instante  $t$  qualquer posterior. A comparação é feita *pixel a pixel*, e para os nossos arquivos de THSP,  $1 \leq i \leq N$ , com  $N = 480$ . A quantidade de *pixels* em cada linha é igual à quantidade de linhas no arquivo. Para o caso de duas linhas idênticas, por exemplo, esse coeficiente assume o valor 1.

### 3.4 Matriz de Co-Ocorrências

Uma outra maneira de avaliarmos quantitativamente a taxa de variação temporal do padrão de *speckle* é através dos *Momentos de Intensidades* (MI), calculados à partir das *Matrizes de Co-Ocorrências* (MCO). Para conceituarmos os momentos de intensidades e as matrizes de co-ocorrências vamos nos basear em Arizaga, Trivi e Rabal [15].

De acordo com estes autores, uma matriz de co-ocorrências MCO é definida por:

$$MCO = [N_{ij}] \quad (3.46)$$

onde  $N_{ij}$  é o número de ocorrências de um certo valor de intensidade  $i$  seguido imediatamente por um valor de intensidade  $j$ . Em outras palavras,  $N_{ij}$  é o número de vezes que encontramos o valor de intensidade  $j$  imediatamente após um valor de intensidade  $i$  (O elemento  $N_{(2)(5)}$ , por exemplo, nos fornece o número de vezes em que o valor de intensidade 2 foi imediatamente seguido pelo valor de intensidade 5). Como trabalhamos com valores de intensidades que variam de 0 a 255, nossas matrizes de co-ocorrências possuem dimensão  $256 \times 256$ .

É conveniente efetuarmos uma normalização de cada linha da matriz de co-ocorrências dividindo-a pelo número total de vezes que o primeiro valor de tom de cinza (intensidade) aparece, ou seja, calculando os novos elementos  $M_{ij}$  como:

$$M_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sum_{j=1}^N N_{ij}} \quad (3.47)$$

onde percebemos que a soma de todos os elementos de cada linha passa a ser 1.

À matriz formada por todas as linhas da matriz original normalizadas, isto

é, composta pelos elementos  $M_{ij}$ , damos o nome de *Matriz de Co-Ocorrências Modificada* (MCOM). Podemos assim atribuir a cada arquivo de THSP uma MCOM. Quando a intensidade não varia, a matriz de co-ocorrências associada é uma matriz diagonal. Quando há variação da intensidade com o tempo, como ocorre no *speckle* dinâmico, a matriz de co-ocorrências associada possui elementos não nulos fora da diagonal principal.

Assim, um critério viável para medirmos o grau de atividade num *speckle* dinâmico é a dispersão dos valores da matriz de co-ocorrências em torno da diagonal principal. Para quantificar essa dispersão definiremos um momento de segunda ordem, que chamaremos de Momento de Intensidades (MI), como:

$$MI = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N M_{ij} (i - j)^2 \quad (3.48)$$

Dessa forma, os elementos da diagonal principal da matriz não contribuem para o valor de  $MI$ , enquanto que os valores afastados contribuem com um valor proporcional ao quadrado de sua distância, ao longo da linha, à diagonal  $([i - j]^2)$ . O nome *Momento de Intensidades* foi escolhido por analogia com o *Momento de Inércia*, conhecido no contexto da mecânica clássica.

# Capítulo 4

## Materiais e Métodos

### 4.1 Montagem Experimental

A montagem experimental utilizada neste trabalho está esquematizada na figura 4.1 a seguir:

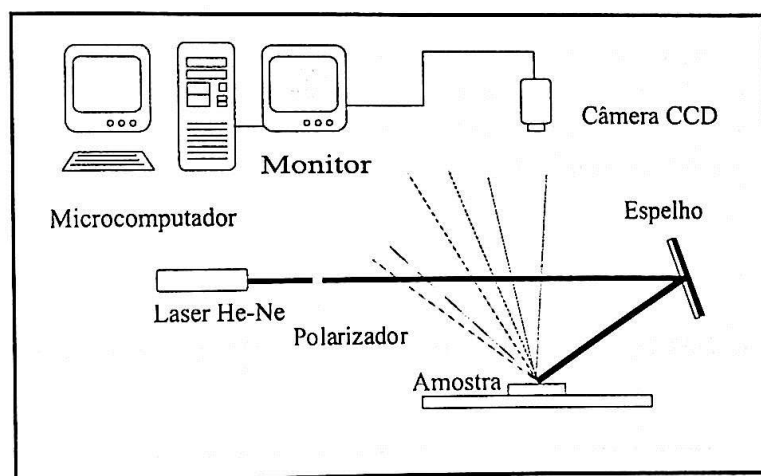


Figura 4.1: Esboço da montagem experimental utilizada.

Um *laser* de He-Ne emite um feixe com cerca de 1mm de diâmetro que incide horizontalmente sobre um espelho plano, inclinado em relação à vertical. Esse feixe é desviado pelo espelho de forma a incidir sobre a amostra a ser estudada, sob um ângulo de aproximadamente  $65^\circ$  com a normal à superfície da amostra. Entre o *laser* e o espelho há um polarizador, para garantir a polarização da radiação incidente e também controlar sua intensidade.

A amostra é composta por uma chapa metálica (*folha-de-flandres*) sobre a



qual foi depositada uma camada de tinta fresca. A radiação incidente, após interagir com a superfície da tinta, é espalhada em todas as direções. Uma câmera CCD, colocada verticalmente à uma distância de aproximadamente 26cm acima da amostra, recebe uma parcela da radiação espalhada que forma o padrão espacial de *speckle*. As imagens capturadas pela câmera CCD são transmitidas, via cabo, a um monitor monocromático e, em seguida, a uma placa digitalizadora no interior de um microcomputador. O tamanho médio do grão de *speckle* obtido pode ser determinado como<sup>1</sup>:

$$d = 1,22 \frac{\lambda Z}{D}$$

onde,

$d$  é o diâmetro médio do grão de *speckle*;  
 $\lambda$  é o comprimento de onda da radiação incidente;  
 $Z$  é a distância da amostra ao detector (CCD) e,  
 $D$  é o diâmetro da área iluminada na amostra.

Todo o arranjo experimental, excetuando-se o monitor e o microcomputador, está colocado sobre uma mesa de granito com amortecimento de espuma, para reduzir o efeito indesejável de vibrações. A mesa de granito é fechada por paredes e teto de madeira, sendo que na parte frontal há uma cortina para permitir o manuseio do experimento e impedir a entrada de luz proveniente do meio ambiente. O ambiente no interior da mesa é monitorado por um higrômetro de fio de cabelo e um termômetro.

## 4.2 Materiais, Equipamentos e Procedimentos

Nesta seção descrevemos os materiais, equipamentos e procedimentos utilizados na obtenção dos dados. Apesar de o arranjo experimental não possuir elementos críticos que requeiram alinhamentos precisos, como ocorre com frequência em experimentos de óptica, alguns cuidados experimentais devem ser tomados para a obtenção de um bom resultado. Particularmente, a estabilidade de todo o sistema é sem dúvida o fator mais importante, pois pequenas variações na geometria do arranjo, ou vibrações oriundas do ambiente, provocam alterações significativas nas imagens dos padrões de *speckle*, comprometendo a medida da variação do padrão que é devida apenas ao processo de secagem da pintura.

---

<sup>1</sup>Esta estimativa corresponde ao diâmetro do disco de Airy que seria gerado por um obstáculo ou abertura circular de mesmo diâmetro da região iluminada.

### 4.2.1 Materiais

A lista de materiais utilizados consiste basicamente de:

- **Tinta** - Esmalte acrílico vermelho composto basicamente de: resinas acrílicas dissolvidas em hidrocarbonetos aromáticos (exceto benzeno e tolueno), acetona, pigmentos orgânicos e inorgânicos e, como propelente, gás natural de petróleo (a embalagem da tinta utilizada se apresenta na forma de *spray*);
- **Chapas Metálicas** - Também conhecidas como *folhas-de-flandres*, são utilizadas pelas indústrias de tintas para realização de experimentos e testes. As chapas que utilizamos possuem dimensões de  $100\text{mm} \times 150\text{mm}$ ;
- **Solvente** - Solvente comercial para tintas à base de nitrocelulose e sintéticas (*thinner*). Utilizado para uma limpeza prévia das chapas a serem pintadas, removendo assim possíveis resíduos e sujeira.

### 4.2.2 Equipamentos

Os aparelhos, dispositivos e equipamentos utilizados na realização do experimento são listados à seguir:

- **Laser** - Laser de He-Ne polarizado, marca *Uniphase*, modelo 1335P, cujas principais características são: Potência Máxima Nominal: 10mW; Comprimento de Onda: 632,8nm; Polarização: 500:1;
- **CCD** - Câmera CCD monocromática, modelo KP-M1, fabricada pela *Hitachi Denshi Ltda.*, com resolução de 480 por 640 *pixels*. O tamanho nominal de cada *pixel* é de  $11\mu\text{m}$  por  $13\mu\text{m}$ ;
- **Placa Digitalizadora** - Placa Digitalizadora modelo DT3155, de fabricação da *Data Translation*. O conjunto formado pela CCD e a Placa Digitalizadora permite a aquisição de imagens sucessivas num intervalo de tempo mínimo de  $1/30\text{s}$ ;
- **Microcomputador** - Microcomputador com processador *Pentium* de 200MHz - MMX, executando o sistema operacional MS-DOS 6.22 e MS-Windows 3.11 da *Microsoft Corporation*;
- **Monitor** - Monitor monocromático modelo M1200, fabricado pela *National Eletronics*, de 14 polegadas;
- **Outros** - Polarizador, espelho plano, termômetro e higrômetro.

### 4.2.3 Procedimentos

Como já mencionamos anteriormente, o arranjo experimental é bastante sensível a oscilações, vibrações e ruídos externos. Sendo assim, a primeira providência que tomamos foi executar a montagem sobre uma mesa de granito com amortecimento, para minimizar a interferência de agentes externos. Tal procedimento mostrou-se bastante satisfatório, apesar de não ser possível eliminar por completo todas as influências externas.

Outro fator importante na realização deste experimento é que a câmera CCD responda linearmente às variações de intensidades. Tal característica foi verificada em um trabalho apresentado por membros do Laboratório de Óptica em 1998 [20]. Verificou-se também, nesse trabalho, que além de a câmera CCD responder linearmente à variação da intensidade luminosa, também é homogênea em toda a extensão de sua matriz de elementos fotossensíveis, assim como não há influência entre *pixels* vizinhos (*blooming*) para altas intensidades luminosas.

Escolhemos cinco chapas metálicas e, antes de iniciar o experimento propriamente dito, medimos os parâmetros de rugosidade ( $R_a$ ) e  $(R_q)^2$  de todas elas. O equipamento utilizado foi o rugosímetro eletromecânico (perfilômetro), modelo SJ-201 fabricado pela empresa *Mitutoyo*, que pode medir rugosidades num intervalo de até  $300\mu\text{m}$  ( $\pm 150\mu\text{m}$  em torno de uma linha média). Visualmente é possível perceber uma dependência da rugosidade da chapa com a direção, devido ao processo de manufatura, fato que foi confirmado experimentalmente observando-se o alongamento do grão de *speckle*. As medidas foram realizadas em regiões próximas ao centro e em duas direções diferentes: uma paralela ao sentido longitudinal (paralela ao lado maior da placa) e outra perpendicular à primeira.

Cerca de uma hora antes do início da tomada de dados mantivemos o *laser* e demais aparelhos necessários ligados, para garantirmos uma certa estabilidade ambiental. Nesse intervalo de tempo as chapas metálicas foram limpas com solvente (*thinner*) para a remoção de qualquer tipo de resíduo ou sujeira, e deixadas secar ao ar livre por alguns minutos. Cada chapa foi pintada mantendo-se a lata de *spray* na posição horizontal, sobre uma pequena mesa colocada acima da base na qual estava a chapa, com o bico ejetor voltado para baixo. A distância do bico ejetor à chapa era de aproximadamente 27,5cm. Durante um intervalo de tempo de cerca de 2s mantivemos o bico pressionado, borrifando a tinta sobre a chapa. Terminado este processo a chapa foi colocada em seu lugar na montagem experimental e a temperatura e umidade relativa foram anotadas. Após cinco minutos da aplicação da tinta iniciamos o processo de aquisição de dados, com auxílio de um programa<sup>3</sup> de computador desenvolvido

---

<sup>2</sup>Seguimos as definições de parâmetros de rugosidade dadas pela norma técnica ISO [22], que constam do apêndice A.

<sup>3</sup>Na seção seguinte descrevemos detalhadamente o funcionamento do programa.

para esta finalidade.

O intervalo de tempo entre a aquisição de uma imagem e a seguinte pode ser selecionado através de um arquivo de configurações utilizado pelo programa. Dessa maneira, escolhemos um intervalo de tempo de 1s entre uma imagem e a seguinte, num total de 480 imagens, o que implica num intervalo de tempo total de 8min (480s). De cada imagem obtida selecionamos apenas uma linha de 480 *pixels* para gravação e composição do THSP<sup>4</sup>. A linha escolhida estava no centro da imagem do padrão de *speckle*, posição 240, indo da coluna 80 à coluna 559 (480 *pixels*). Sendo assim, cada THSP foi gerado num intervalo de tempo de 8min, e repetimos sucessivamente o processo até a obtenção de 18 arquivos de THSP para cada chapa. Entre o início da aquisição de um THSP e o seguinte mantivemos um intervalo de tempo fixo de 10min, implicando num tempo total de aquisição de dados, para cada chapa, de 3 horas (180min), tempo esse suficiente para que ocorresse a secagem total da pintura. As imagens individuais dos padrões de *speckle* não foram gravadas por ocuparem um espaço muito grande em disco e, principalmente, por não serem necessárias no tratamento dos dados, muito embora o programa permitisse selecionar algumas delas para gravação. Ao final da tomada de dados de cada chapa a temperatura e a umidade relativa eram novamente anotadas, para comparação com os valores iniciais.

Além das cinco chapas já mencionadas realizamos o experimento em condições semelhantes com uma sexta chapa de referência, limpa e seca, sem aplicação da pintura. Tal procedimento visa estimar a variação percentual dos coeficientes de correlação e dos valores dos momentos de intensidade das matrizes de co-ocorrências modificadas, devido a perturbações externas incontroláveis. Essa variação servirá como um parâmetro comparativo na avaliação do tempo de secagem das pinturas.

Posteriormente à tomada de dados de todas as chapas medimos a espessura do filme seco formado sobre elas. Para tanto, utilizamos um aparelho de propriedade da empresa *RENNER DUPONT - Tintas Automotivas e Industriais S/A*, denominado *elcometer*, modelo 256FN, fabricado pela empresa *Elcometer Inc.*, que se assemelha a um multímetro digital. Esse aparelho possui um sensor móvel cilíndrico conectado que, ao ser colocado em contato com o filme, permite uma leitura direta da medida da espessura, bastando que se faça uma calibração prévia com uma chapa limpa.

### 4.3 Programas de Aquisição e Análise de Dados

O programa de aquisição de dados, manipulação de arquivos e cálculos foi elaborado para o ambiente Windows 3.x, da *Microsoft Corporation*, utilizando-se o compilador Borland C++, versão 4.52, (*Borland International, Inc.*) e as bibliotecas

---

<sup>4</sup>Os THSP (ou STS), são discutidos detalhadamente no capítulo 2, seção 2.3.



de funções da *Data Translation Global Lab* [21]. As bibliotecas de funções agilizam a programação e o processamento das imagens obtidas pela placa digitalizadora.

O programa desenvolvido é dividido basicamente em três módulos, que descrevemos a seguir:

- O primeiro módulo simplesmente captura imagens de *speckle*, a intervalos de tempo regulares, e adiciona uma predeterminada linha desta imagem ao arquivo de **THSP**, respeitando a ordem cronológica. As imagens são digitalizadas convertendo-se os diferentes tons de cinza em valores inteiros, que variam de 0 (negro) a 255 (branco). O intervalo de tempo desejado entre imagens consecutivas (em múltiplos de centésimos de segundos), é informado num arquivo de parâmetros tipo texto, que é lido pelo programa a cada execução. Esse recurso permite uma maior flexibilidade na utilização do programa. Também é possível informar, no mesmo arquivo, quantos grupos de imagens de *speckle* (e a quantidade de imagens que compõe cada grupo), desejamos gravar em disco. Cada arquivo de **THSP** é constituído de 480 linhas, e cada linha por 480 *pixels*. O instante de aquisição de cada imagem é lido diretamente do relógio interno do microcomputador e gravado num arquivo texto para utilização posterior. Ao todo foram gerados 18 arquivos de **THSP** para cada chapa, sendo que o intervalo de tempo entre imagens consecutivas era de 1s, e entre arquivos de **THSP** de 10min. Os nomes dos arquivos de **THSP** são gerados automaticamente pelo programa, e estes arquivos constituem a base de trabalho para os dois módulos seguintes.
- O segundo módulo faz a leitura do arquivo de **THSP**, linha por linha, e calcula os coeficientes de correlação conforme a equação (3.45), capítulo 3, seção 3.3. Esses coeficientes são calculados tomando-se a primeira linha como referência e comparando-se, *pixel* por *pixel*, com os *pixels* correspondentes nas linhas subsequentes. Dessa maneira são gerados 479 valores de coeficientes de correlação para cada arquivo de **THSP**, que são gravados em um outro arquivo texto para serem utilizados posteriormente.
- O terceiro módulo também faz a leitura do arquivo de **THSP**, linha por linha, e calcula os elementos da matriz de co-ocorrências, conforme descrito no capítulo 3, seção 3.4. Esses elementos são obtidos comparando-se a primeira linha com a segunda, a segunda com a terceira, e assim por diante, até o final do arquivo. A seguir é feita a normalização da matriz de co-ocorrências, obtendo-se uma nova matriz de co-ocorrências modificada. Essas matrizes são quadradas, de dimensões 256 por 256 (os valores dos *pixels* variam de 0 a 255), e ambas são gravadas em arquivos textos distintos. Sobre a matriz de co-ocorrências modificada faz-se o cálculo dos Momentos de Intensidades (capítulo 3, seção 3.4, equação (3.48)) e os valores destes Momentos (um valor para cada arquivo de **THSP**), são gravados em ordem cronológica em um novo arquivo texto. Para

efeito de visualização e uma análise qualitativa, os elementos da matriz de co-ocorrências modificada são transformados, quando não nulos, em um *pixel* de valor 255, e finalmente são gravados em um arquivo de imagem.

Além do programa elaborado, utilizamos o programa Origin, versão 5.0, da *Microcal Software, Inc.*, para a construção dos gráficos de correlação *versus* tempo e momento *versus* tempo.

Pelo fato de o sistema operacional Windows 3.x ser cooperativo e, portanto, interferir na execução de outros programas, os intervalos de tempo entre as imagens não são rigorosamente de 1s, mas estão afetados de um desvio que chega a um máximo de 10%. Esses desvios se manifestam de maneira aleatória, conforme pudemos constatar examinando os arquivos que contêm os instantes de obtenção das imagens, não permitindo uma correção automática. Apesar de indesejável, esse fato não inviabiliza nosso trabalho.



# Capítulo 5

## Resultados e Análise

### 5.1 Parâmetros de Rugosidade das Chapas

Os parâmetros de rugosidade ( $R_a$ ) e ( $R_q$ ) foram medidos para as cinco chapas, em uma região próxima ao centro e nas direções longitudinal e transversal, conforme ilustrado na figura 5.1 a seguir:

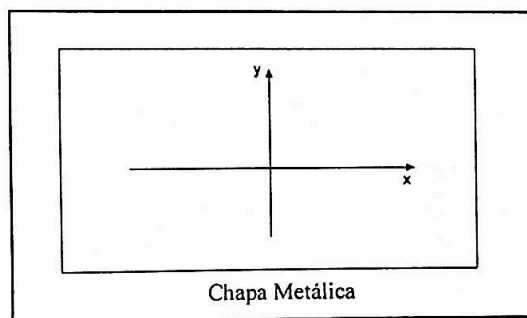


Figura 5.1: Direções  $x$  e  $y$  ao longo das quais os parâmetros  $R_a$  e  $R_q$  foram medidos.

A tabela 5.1 abaixo apresenta os valores obtidos.

Chapa	Direção $x$		Direção $y$	
	$R_a(\pm 0,01\mu m)$	$R_q(\pm 0,01\mu m)$	$R_a(\pm 0,01\mu m)$	$R_q(\pm 0,01\mu m)$
01	0,44	0,55	0,50	0,61
02	0,50	0,65	0,58	0,68
03	0,72	0,95	0,40	0,52
04	0,54	0,68	0,43	0,51
05	0,54	0,67	0,46	0,62

Tabela 5.1: Valores de  $R_a$  e  $R_q$  das chapas nas direções  $x$  e  $y$ .

Os valores constantes da tabela 5.1 confirmam nossa expectativa, baseada numa inspeção visual, de que a rugosidade das chapas é relativamente baixa e depende da direção em que a medida foi realizada<sup>1</sup>.

## 5.2 Coeficientes de Correlação Temporal

A figura 5.2 abaixo mostra o gráfico dos coeficientes de correlação em função do tempo para a chapa de referência, onde utilizamos o arquivo de THSP com a maior variação no valor desse coeficiente. Como já dissemos, esse valor servirá como uma referência na avaliação do tempo de secagem das pinturas.

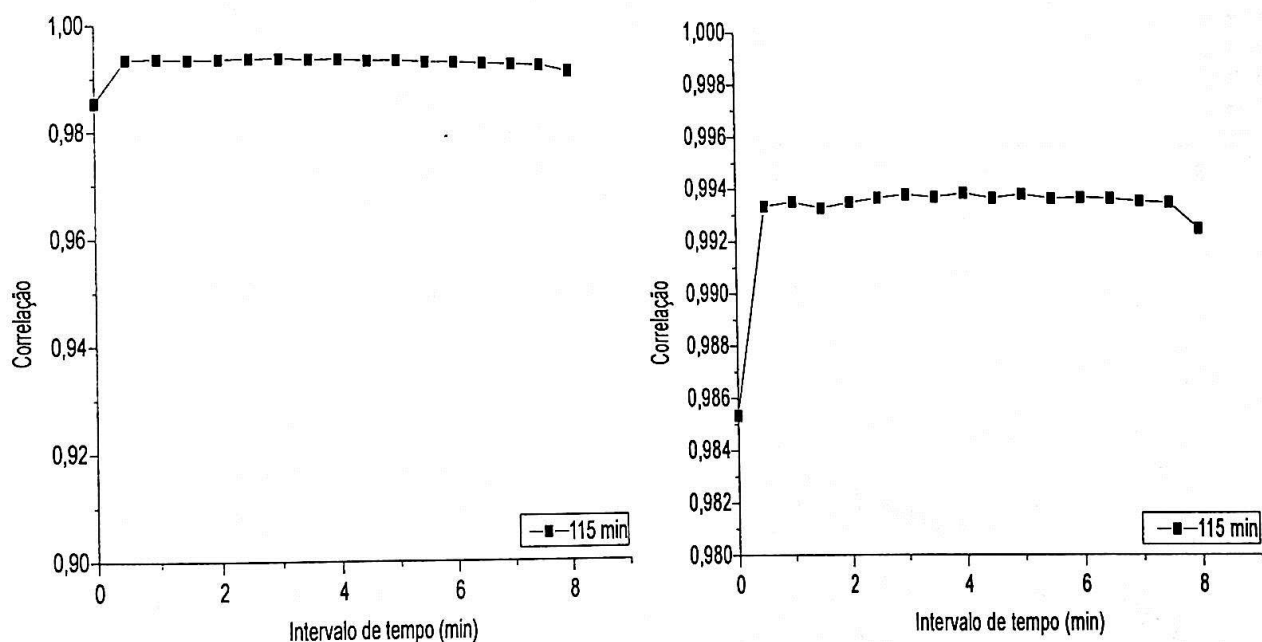


Figura 5.2: Gráfico Correlação  $\times$  tempo - chapa 06 (referência).

O gráfico mostra claramente que essa variação é mínima. Admitindo-se que o maior valor possível do coeficiente de correlação temporal é 1, podemos determinar, dentre todos os valores obtidos, qual o maior desvio percentual em relação ao valor máximo. Analisando os dados tabelados verificamos que esse desvio é de aproximadamente 1,5%, correspondente a ruídos, vibrações, etc., que não estão relacionados com o processo de secagem das pinturas.

Os gráficos seguintes trazem as curvas obtidas para as cinco chapas que receberam tinta. Cada curva corresponde a um arquivo de THSP diferente, com intervalo de tempo entre pontos consecutivos de 0,5min, e entre arquivos de THSP de 10min.

<sup>1</sup>Provavelmente uma consequência do processo de manufatura.

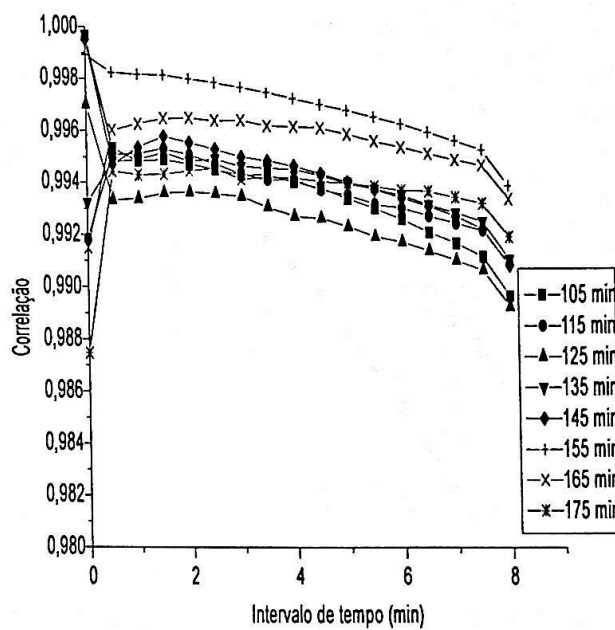
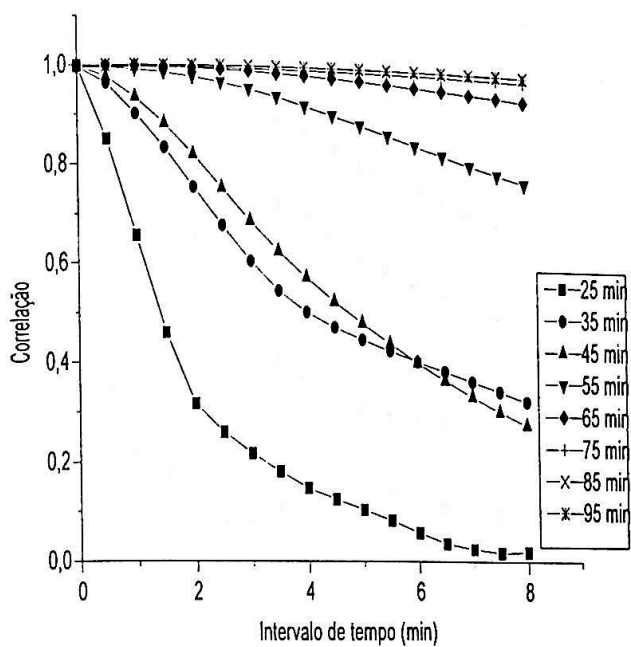


Figura 5.3: Gráfico Correlação x tempo - chapa 01.

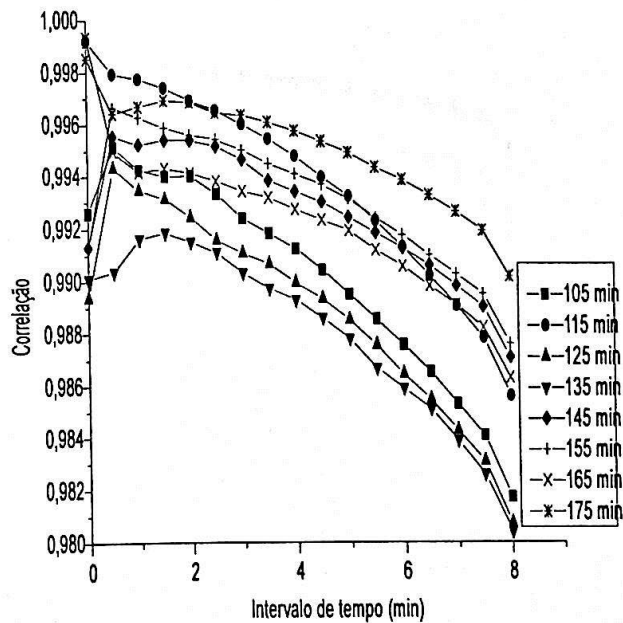
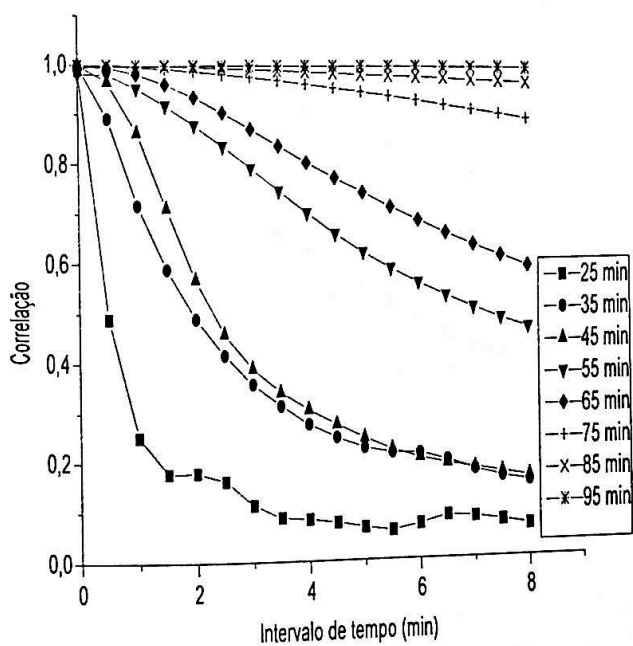


Figura 5.4: Gráfico Correlação x tempo - chapa 02.

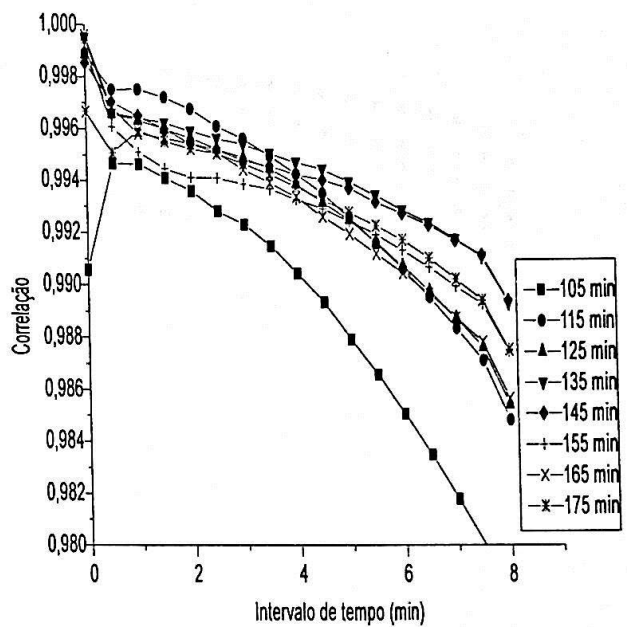
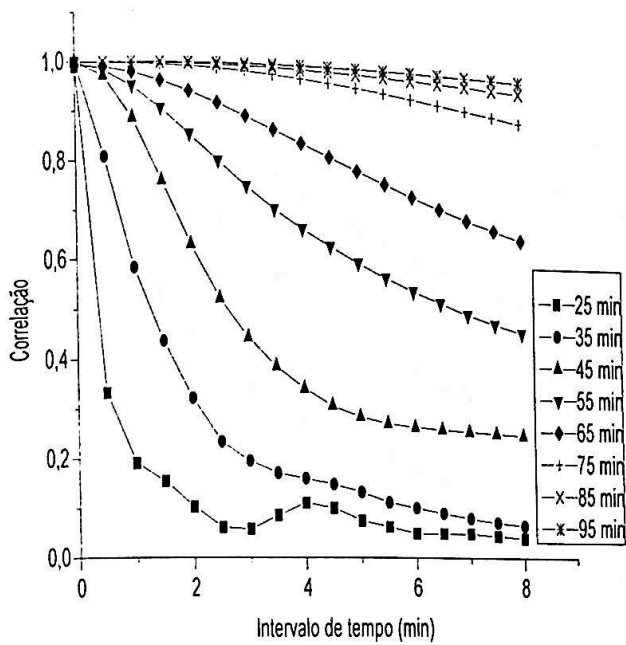


Figura 5.5: Gráfico Correlação  $\times$  tempo - chapa 03.

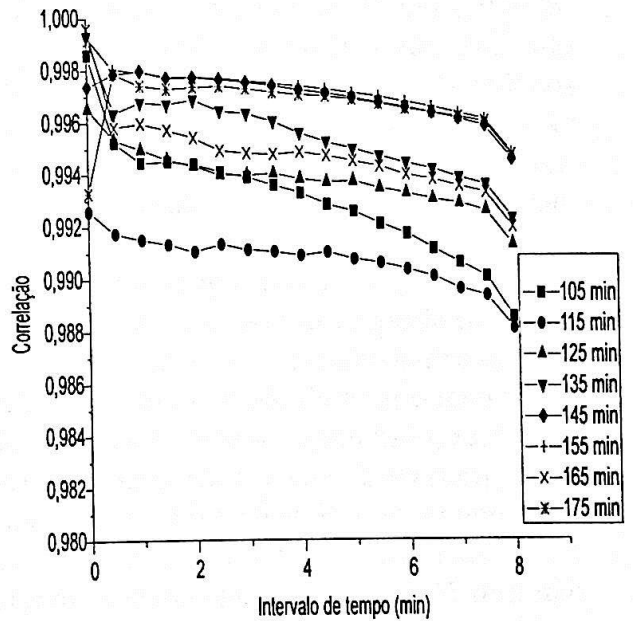
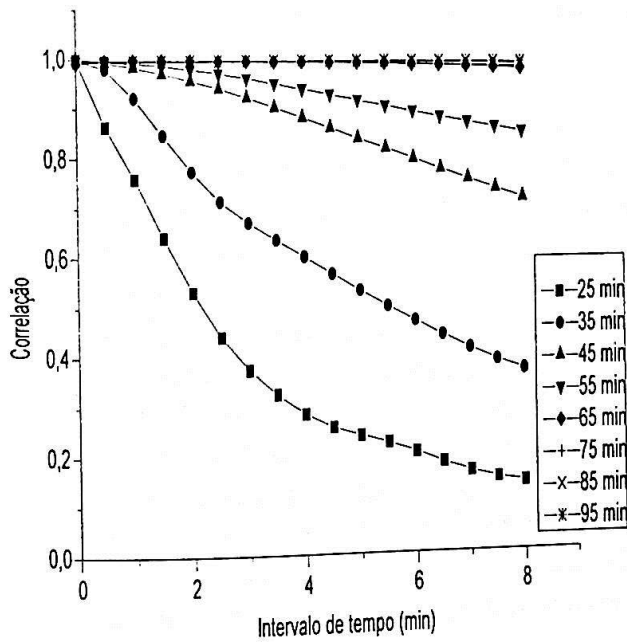


Figura 5.6: Gráfico Correlação  $\times$  tempo - chapa 04.

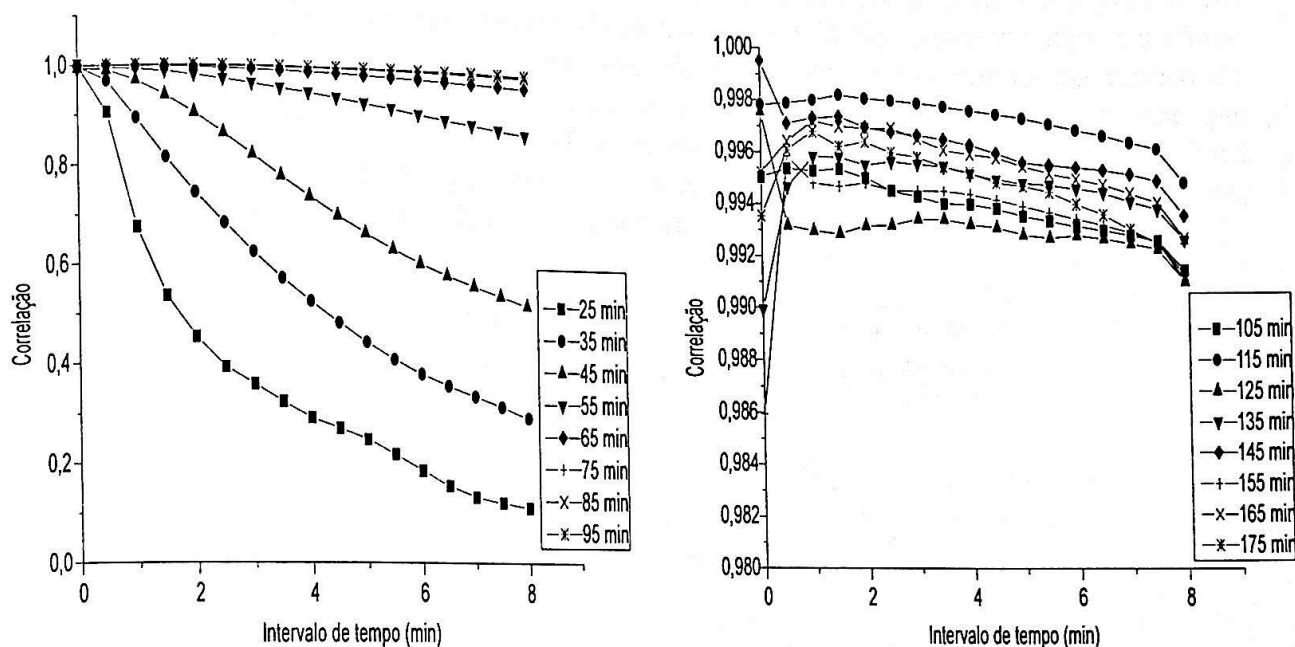


Figura 5.7: Gráfico Correlação  $\times$  tempo - chapa 05.

Os gráficos da esquerda mostram as curvas de variação dos valores dos coeficientes de correlação temporal para um intervalo de tempo entre 25min e 95min. Cada curva, representada por um símbolo diferente, inicia-se no instante indicado na legenda à direita do gráfico, instante este desde a aplicação da tinta. Os gráficos da direita mostram as curvas de variação dos valores dos coeficientes de correlação temporal para um intervalo de tempo entre 105min e 175min. A escala correspondente à correlação é diferente nos dois casos, para permitir uma melhor visualização. Os gráficos da esquerda mostram a evolução da curva inicial para uma reta, o que é esperado pois a atividade superficial vai diminuindo com o tempo e as imagens de *speckle* vão se tornando estáticas. Já os gráficos da direita são uma espécie de *zoom*, permitindo identificar visualmente, em alguns casos, quais curvas estão dentro do nosso critério de variação igual ou inferior a 1,5%. Para um intervalo de tempo menor que 25min esses valores de correlação variam de maneira aleatória, assumindo, inclusive, valores negativos. Isso ocorre porque a atividade superficial devido à evaporação do solvente é muito intensa, fazendo com que as sucessivas imagens de *speckle* percam a correlação entre si mais rapidamente dentro do intervalo de tempo considerado. Por esse motivo as curvas correspondentes a intervalos de tempo inferiores a 25 min não foram plotadas.

De posse dos dados tabelados, e com o auxílio dos gráficos obtidos, procedemos à avaliação dos tempos de secagem das pinturas. Fazemos um pequeno resumo de cada caso:

1. **Chapa 01** - Examinando o gráfico do lado direito da figura 5.3 vemos que todas as curvas estão dentro de nosso critério (1,5%) para considerar a chapa seca. Logo, o tempo de secagem deve ser obtido das curvas no gráfico do lado esquerdo, o que significa que o tempo de secagem deve ser menor que 95min. Examinando mais detalhadamente as curvas referentes a 75min e 85min obtivemos um novo gráfico, com uma escala de correlação mais apropriada, conforme mostra a figura 5.8 a seguir.

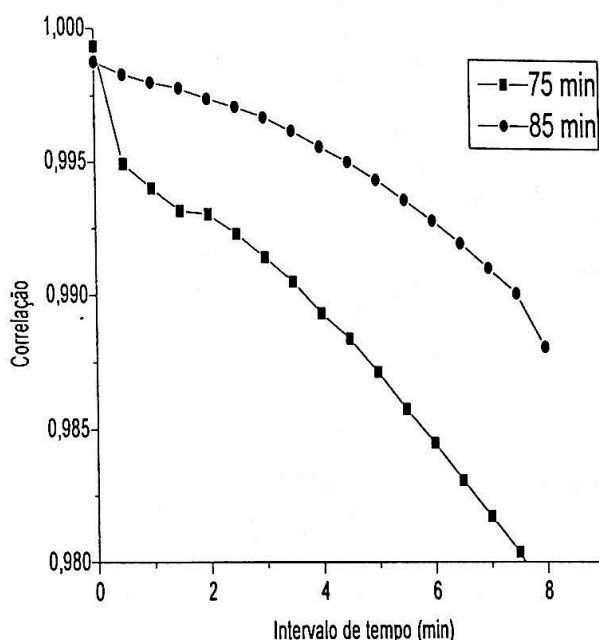


Figura 5.8: Gráfico Correlação  $\times$  tempo - chapa 01 - nova escala.

Examinando este novo gráfico podemos ver que, segundo nosso critério, o tempo de secagem está entre 75min e 85min. Portanto vamos estimá-lo como uma média entre esses dois valores, ou seja, 80min.

2. **Chapa 02** - Para a chapa 02 tivemos uma situação peculiar. Em princípio poderíamos dizer que o tempo de secagem estava entre 105min e 115min. Entretanto, para as duas curvas seguintes (125min e 135min) a variação da correlação voltou a aumentar, contrariando o comportamento esperado. À partir de 145min as curvas voltaram a evoluir como o previsto. O que ocorreu é que nesse intervalo de tempo houve uma flutuação de energia e as imagens capturadas pela câmera CCD sofreram variações na intensidade, fato que observamos no monitor. Por esse motivo deixamos de atribuir um tempo de secagem à chapa 02.
3. **Chapa 03** - Obtivemos o tempo de secagem da chapa 03 diretamente da análise do gráfico à direita na figura 5.5. Por inspeção direta vemos que esse tempo é de aproximadamente 115min.



4. **Chapa 04** - A análise para a chapa 04 também é análoga à da chapa 01. A figura 5.9 a seguir mostra o novo gráfico para determinação do tempo de secagem.

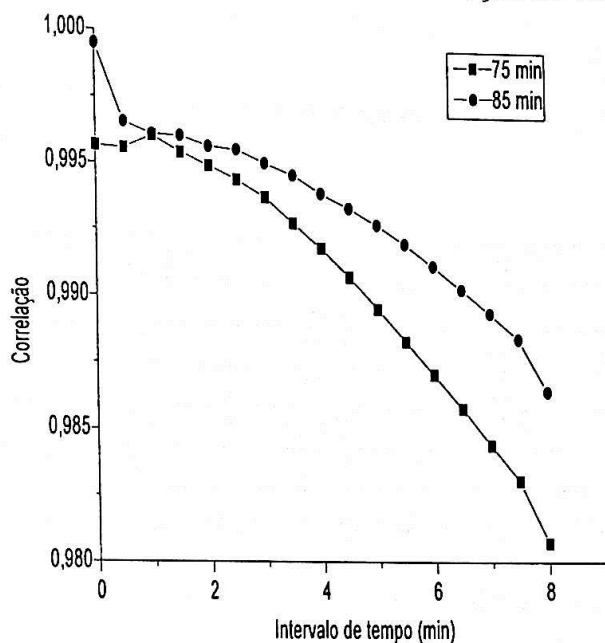


Figura 5.9: Gráfico Correlação  $\times$  tempo - chapa 04 - nova escala.

Por inspeção desse novo gráfico vemos que o tempo de secagem também esteve entre 75min e 85min. Logo, adotaremos o valor intermediário de 80min.

5. **Chapa 05** - A chapa 05 também pode ser analisada de maneira análoga à chapa 01. A figura 5.10 a seguir exhibe o novo gráfico obtido.

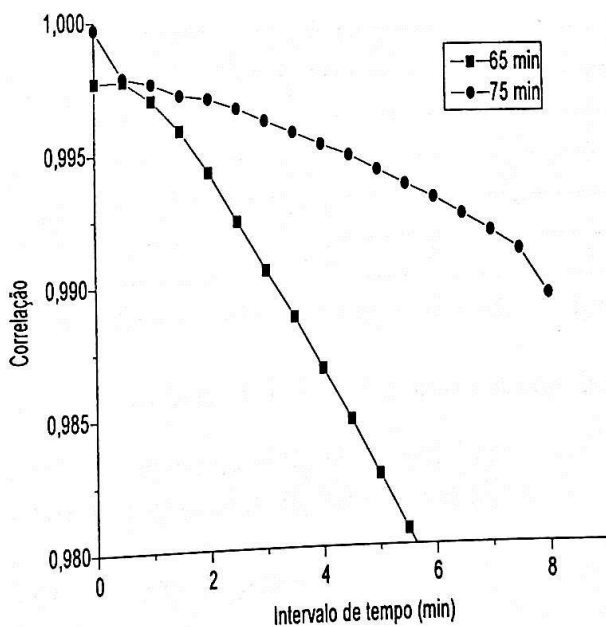


Figura 5.10: Gráfico Correlação  $\times$  tempo - chapa 05 - nova escala.

Nesse caso o tempo de secagem foi estimado como a média entre 65min e 75min, isto é, 70min.

As tabelas 5.2 e 5.3 seguintes apresentam os parâmetros e tempos de secagem obtidos para cada uma das chapas.

Chapa	$UR_i(\pm 1\%)$	$UR_f(\pm 1\%)$	$T_i(\pm 0,5^\circ C)$	$T_f(\pm 0,5^\circ C)$	$t_s(\pm 5min)$
01	59	58	24,5	24,5	80
02	60	60	24,0	24,5	-
03	60	59	24,5	25,0	115
04	58	58	25,0	25,0	80
05	58	58	25,0	25,0	70

Tabela 5.2: Parâmetros ambientais e tempos de secagem obtidos.

A nomenclatura utilizada na tabela 5.2 acima é a seguinte:

- $UR_i$  = Umidade relativa inicial;  
 $UR_f$  = Umidade relativa final;  
 $T_i$  = Temperatura inicial;  
 $T_f$  = Temperatura final;  
 $t_s$  = Tempo de secagem da pintura.

Chapa	$R_q(x)(\pm 0,01\mu m)$	$R_q(y)(\pm 0,01\mu m)$	$e(\pm 1\mu m)$	$t_s(\pm 5min)$
01	0,55	0,61	20	80
02	0,65	0,68	24	-
03	0,95	0,52	24	115
04	0,68	0,51	17	80
05	0,67	0,62	20	70

Tabela 5.3: Parâmetros físicos das chapas e tempos de secagem obtidos.

A nomenclatura utilizada na tabela 5.3 acima é a seguinte:

- $R_q(x)$  = Parâmetro de rugosidade  $R_q$  na direção  $x$ ;  
 $R_q(y)$  = Parâmetro de rugosidade  $R_q$  na direção  $y$ ;  
 $e$  = Espessura do filme seco;  
 $t_s$  = Tempo de secagem da pintura.

O aparelho utilizado para medir a espessura ( $e$ ) do filme seco permite leituras com precisão de  $0,1\mu\text{m}$ , mas como a espessura do filme formado não é constante e existe uma incerteza associada à determinação exata da posição de incidência do feixe de *laser*, avaliamos que o valor de  $1\mu\text{m}$  expressa mais fielmente a incerteza das medidas. Também omitimos os parâmetros  $R_a$  da tabela 5.3 porque os parâmetros  $R_q$  são mais comumente utilizados em trabalhos envolvendo medidas de rugosidades superficiais.

### 5.3 Matrizes de Co-Ocorrências e Momentos de Intensidades

Os valores dos momentos de intensidades (MI) calculados à partir das matrizes de co-ocorrências modificadas (MCOM), para todas as chapas, variam muito rapidamente nos primeiros 25min, contados à partir do instante da aplicação da pintura nas chapas. Esse comportamento corresponde à nossa expectativa inicial pois, como já discutimos no caso dos coeficientes de correlação temporal, a atividade superficial no início do processo de secagem é muito intensa. Os elementos das matrizes de co-ocorrências estão muito dispersos em relação à diagonal nessa fase, pois as intensidades variam rapidamente nos padrões de *speckle*. Com o transcorrer do tempo a atividade superficial diminui progressivamente, refletindo a evaporação do solvente. Isso faz com que os elementos das matrizes de co-ocorrências tendam a se agrupar em torno da diagonal. Uma maneira de visualizar esse comportamento é através de uma imagem como a da figura 5.11 abaixo. Ela mostra um arquivo de THSP de uma chapa pintada, num intervalo de tempo de 3h à partir do início da pintura, com intervalo temporal entre linhas consecutivas de 22,5s.

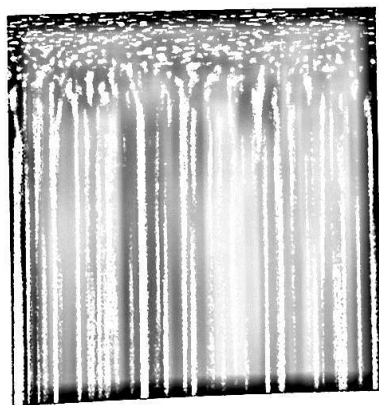


Figura 5.11: THSP de uma chapa pintada obtido num intervalo de tempo de 3h.

A evolução temporal na figura 5.11 ocorre verticalmente para baixo. É possível verificar visualmente que no início a atividade superficial pela evaporação do solvente é muito grande, resultando numa imagem borrada, sem uma orientação preferencial. À medida que o tempo evolui percebemos que a imagem vai evoluindo para a formação de linhas verticais cada vez mais definidas. Nesse processo transitório é que ocorre a secagem da pintura. Se pudéssemos determinar o momento exato em que as linhas passam a ser uniformes teríamos uma medida do tempo de secagem da pintura com uma precisão muito grande.

Nas figuras seguintes apresentamos alguns arquivos de **THSP** e as correspondentes **MCOM**, para as cinco chapas, que ilustram o comportamento descrito nos parágrafos anteriores. Os arquivos de imagens de **THSP** correspondem a uma matriz de  $480 \times 480$  *pixels* enquanto que os de imagens de **MCOM** a uma matriz de  $256 \times 256$  *pixels*.

A primeira seqüência de imagens (duas colunas à esquerda) abrange os primeiros 45min, contados à partir do instante inicial, onde entre uma imagem e a próxima há um intervalo de tempo de 10min. O intervalo de tempo entre imagens cresce verticalmente para baixo. É fácil verificar visualmente nestas imagens a rápida evolução da atividade superficial da camada de tinta.

A segunda seqüência (duas colunas à direita) abrange o intervalo de tempo de 55min a 175min, com intervalo de tempo entre imagens de 30min. Aqui também é possível verificar visualmente a queda na velocidade da atividade superficial da camada de tinta.

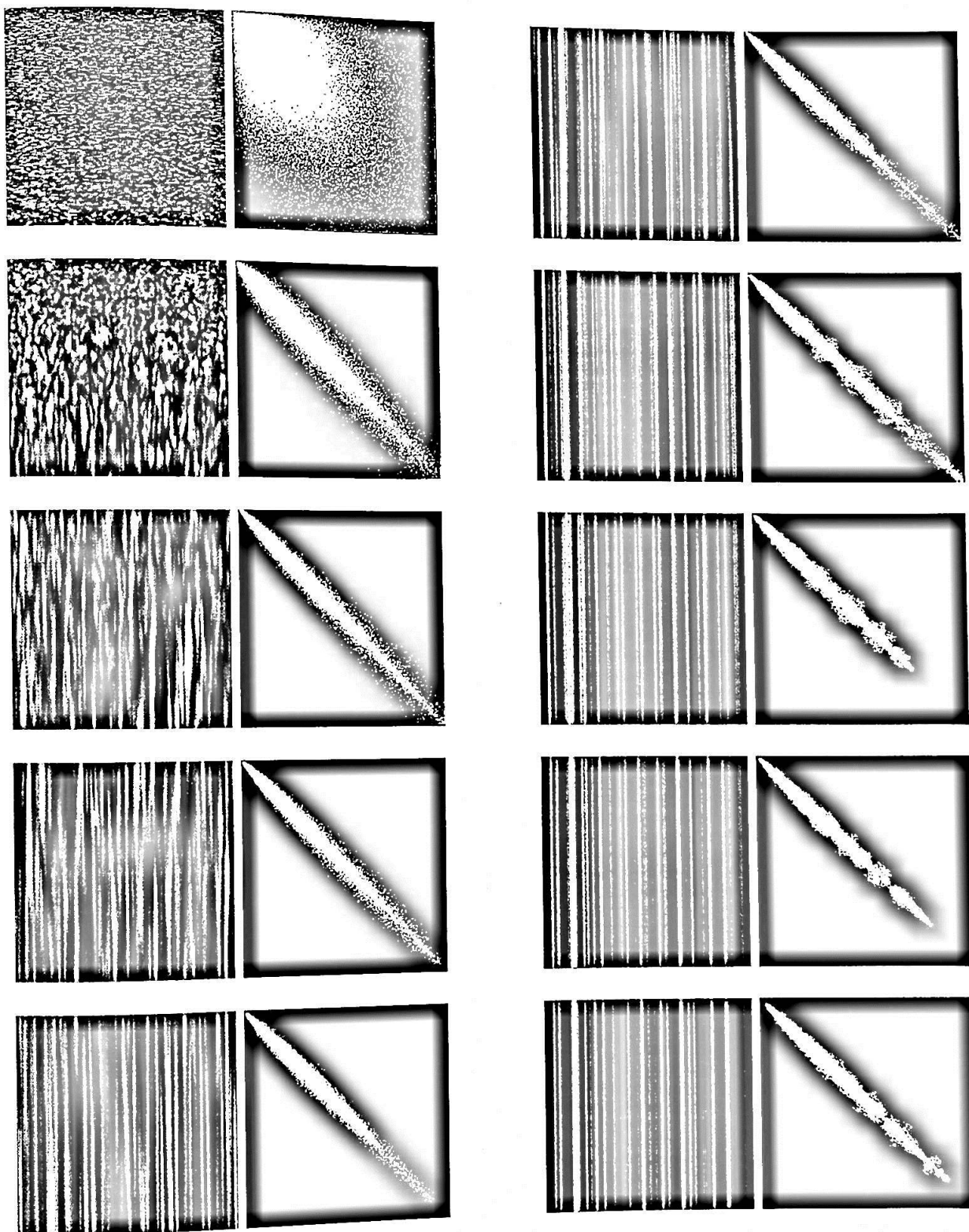
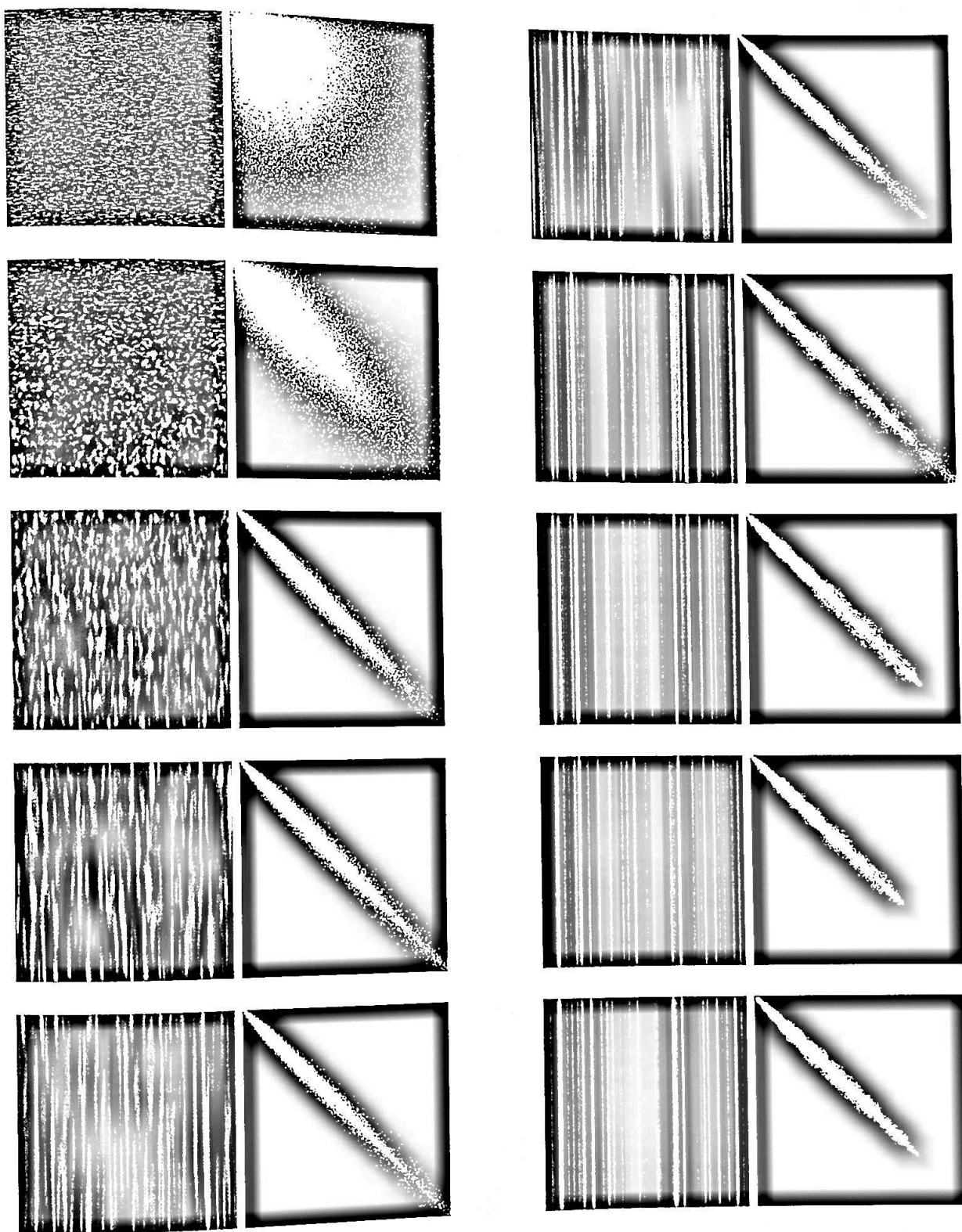


Figura 5.12: THSP e MCOM da chapa 01. O tempo cresce verticalmente para baixo: à esquerda: (05, 15, 25, 35 e 45min); à direita: (55, 85, 115, 145 e 175min).







*Figura 5.13: THSP e MCOM da chapa 02. O tempo cresce verticalmente para baixo: à esquerda: (05, 15, 25, 35 e 45min); à direita: (55, 85, 115, 145 e 175min).*



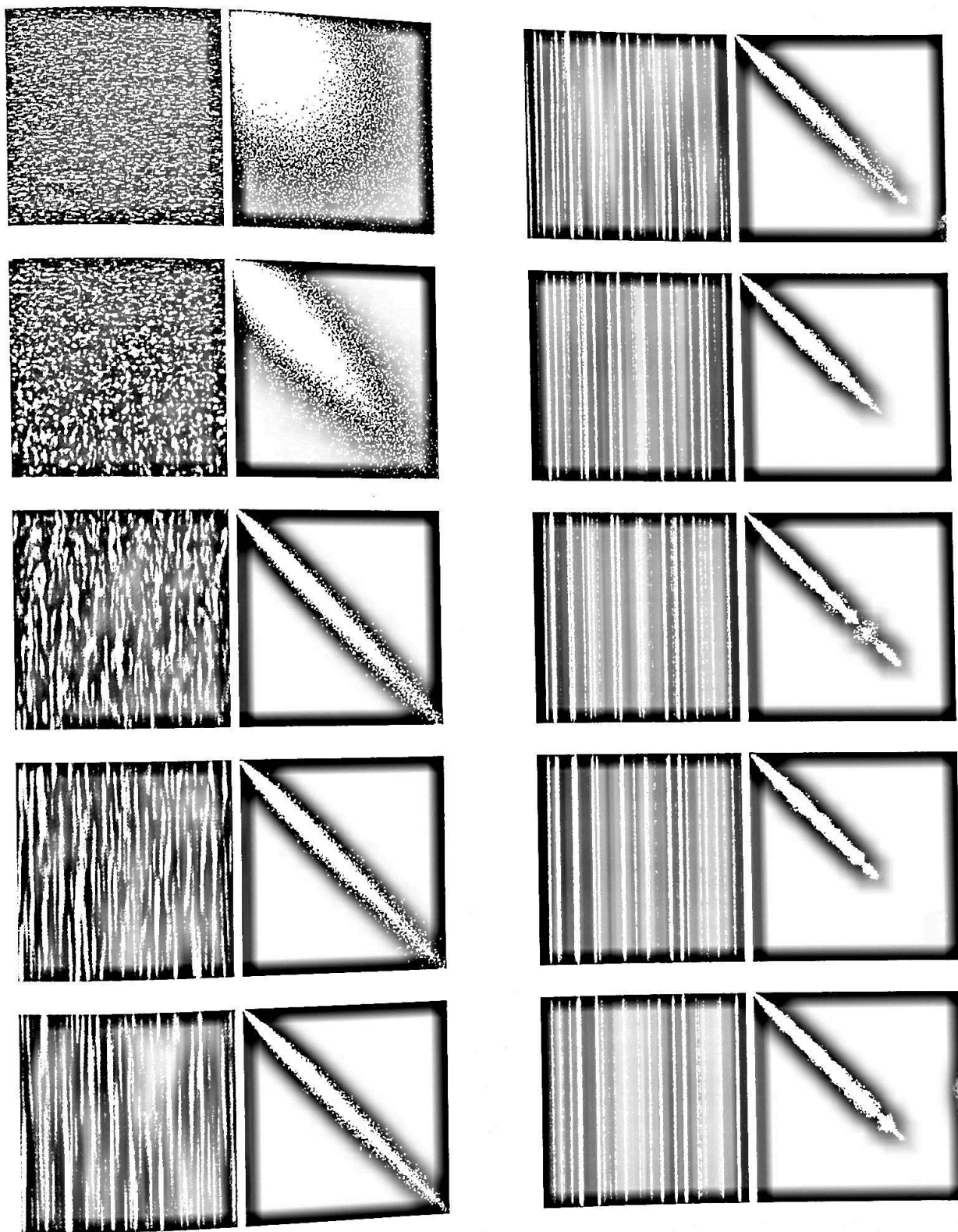


Figura 5.14: THSP e MCOM da chapa 03. O tempo cresce verticalmente para baixo: à esquerda: (05, 15, 25, 35 e 45min); à direita: (55, 85, 115, 145 e 175min).

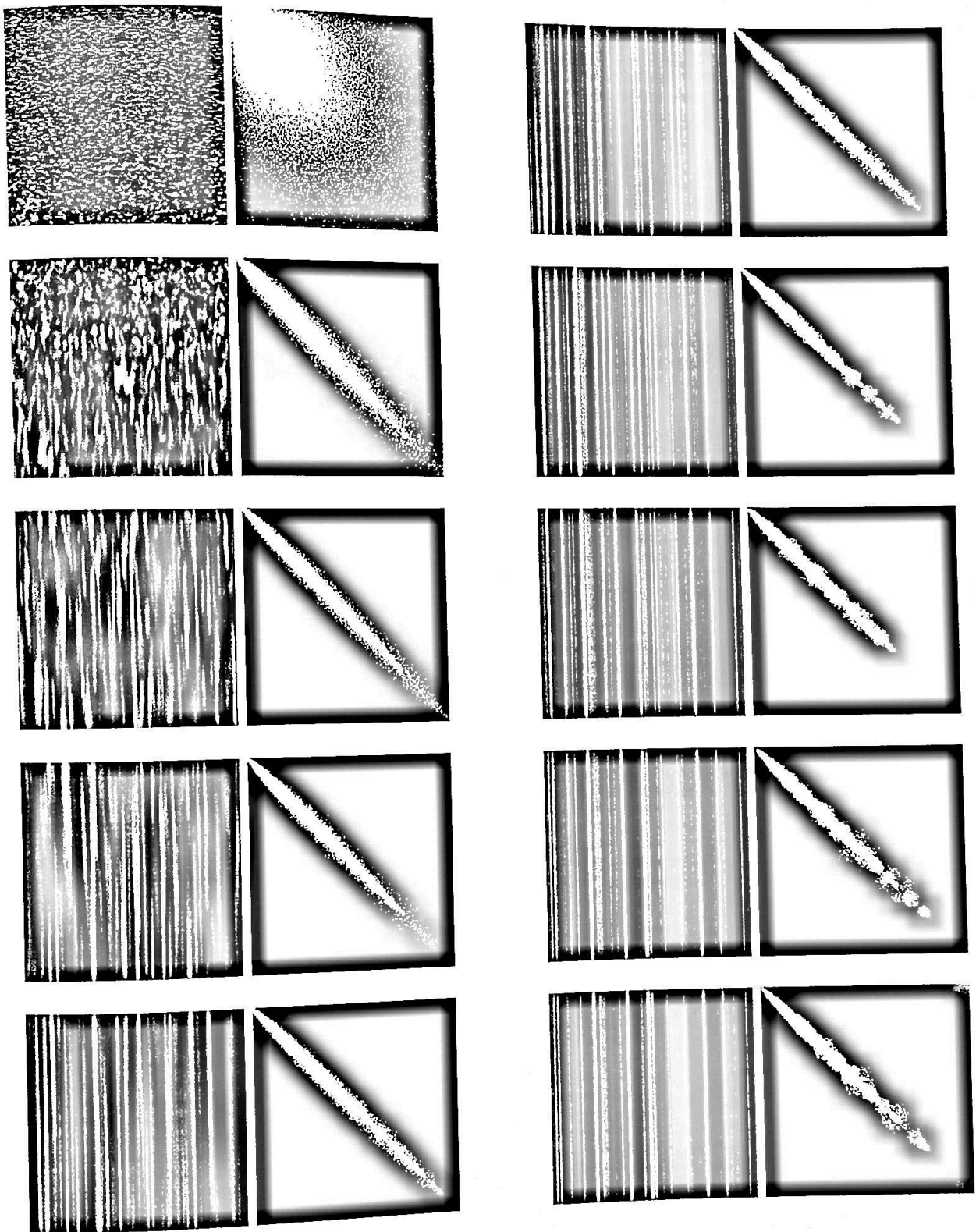
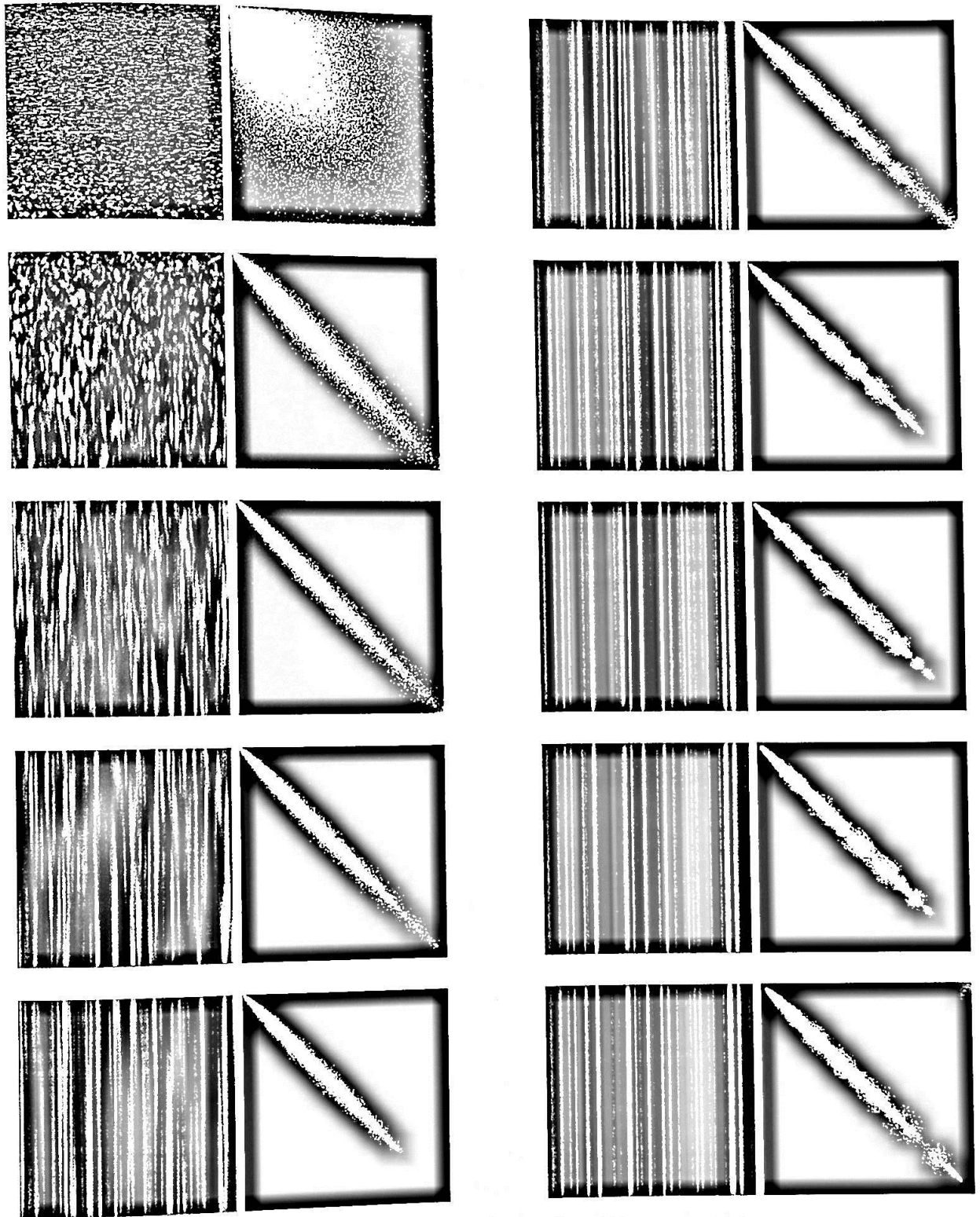


Figura 5.15: THSP e MCOM da chapa 04. O tempo cresce verticalmente para baixo: à esquerda: (05, 15, 25, 35 e 45min); à direita: (55, 85, 115, 145 e 175min).



*Figura 5.16: THSP e MCOM da chapa 05. O tempo cresce verticalmente para baixo: à esquerda: (05, 15, 25, 35 e 45min); à direita: (55, 85, 115, 145 e 175min).*

Apresentamos a seguir os gráficos dos momentos de intensidades *versus* tempo para as cinco chapas estudadas, mais a chapa de referência. Da mesma maneira como procedemos quando tratamos dos coeficientes de correlação temporal, desprezamos os dados anteriores aos primeiros 25min.

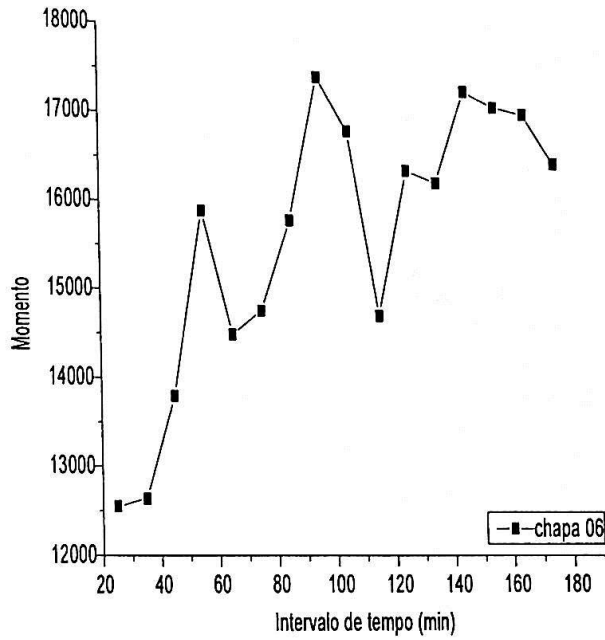


Figura 5.17: Gráfico Momento de Intensidades  $\times$  tempo - chapa 06 - referência.

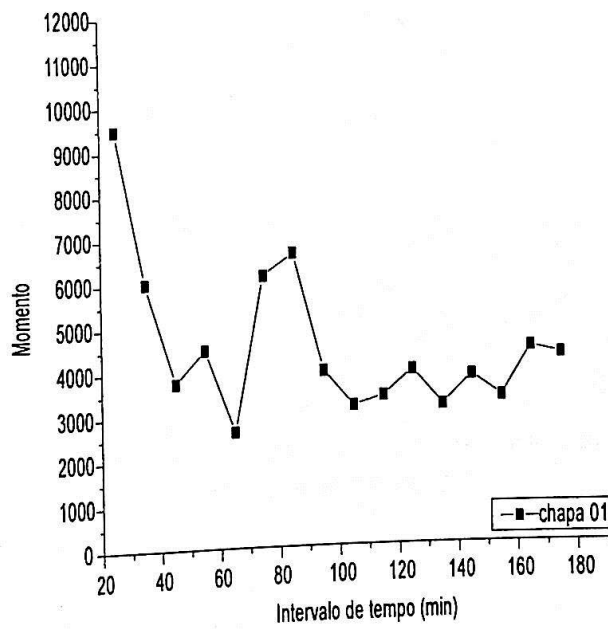


Figura 5.18: Gráfico Momento de Intensidades  $\times$  tempo - chapa 01.

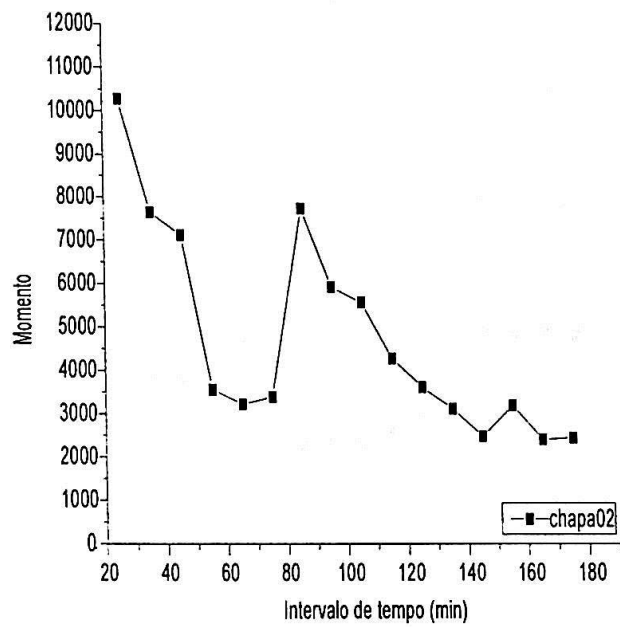


Figura 5.19: Gráfico Momento de Intensidades  $\times$  tempo - chapa 02.

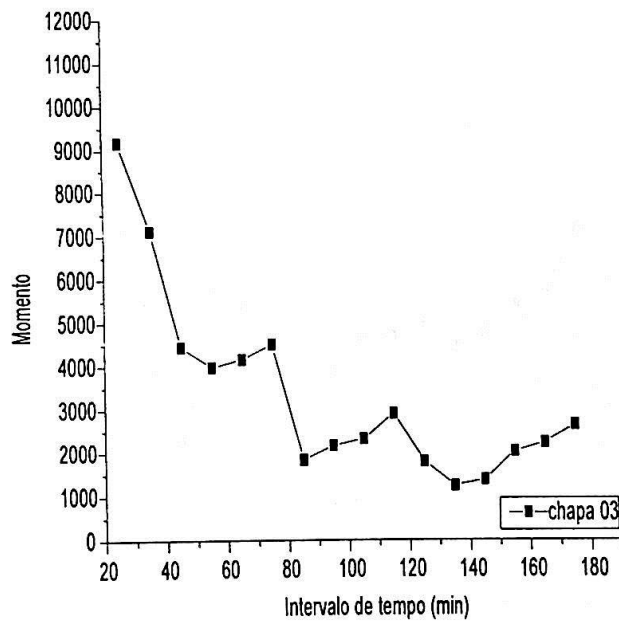


Figura 5.20: Gráfico Momento de Intensidades  $\times$  tempo - chapa 03.

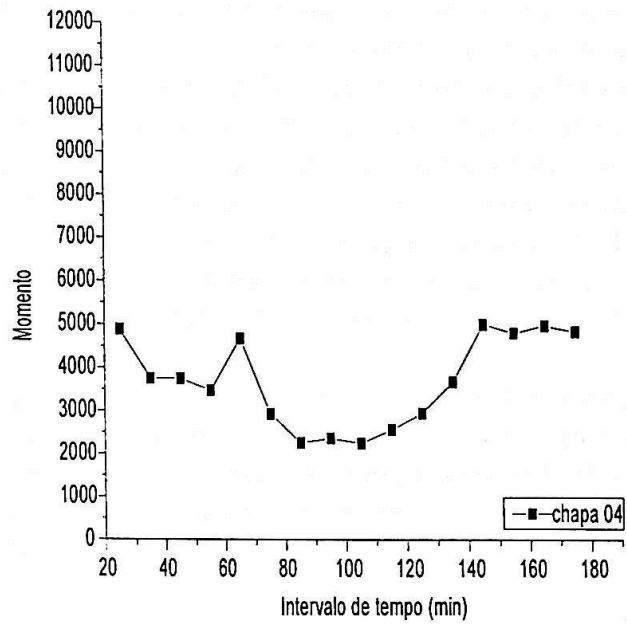


Figura 5.21: Gráfico Momento de Intensidades  $\times$  tempo - chapa 04.

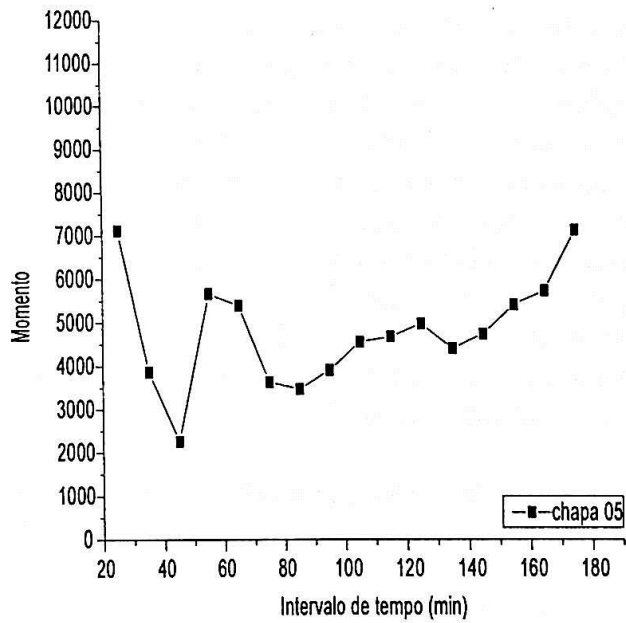


Figura 5.22: Gráfico Momento de Intensidades  $\times$  tempo - chapa 05.



Os gráficos mostram claramente que os momentos de intensidades são extremamente sensíveis aos ruídos, principalmente se atentarmos para a figura 5.17, que corresponde à curva obtida para uma chapa seca. Para essa chapa seca, a razão entre o desvio padrão e o valor médio dos momentos de intensidades ( $\sigma_{MI}/\langle MI \rangle$ ) é de aproximadamente 13%, valor bastante elevado se comparado com os coeficientes de correlação temporal. Essa sensibilidade é compreensível se lembrarmos que os momentos de intensidades são proporcionais ao quadrado da distância do elemento da matriz de co-ocorrências modificada à diagonal principal. Uma variação brusca na intensidade de um dado *pixel* adiciona um valor não nulo a um elemento bastante afastado da diagonal principal da matriz de co-ocorrências modificada.

Todavia, é possível perceber um comportamento diferenciado da chapa de referência em relação às chapas com pinturas. Se considerarmos os gráficos referentes às chapas 01 e 03, por exemplo, verificamos uma tendência das curvas decaírem até atingirem uma região à partir da qual apresentam um comportamento "oscilatório" em torno de uma reta horizontal estável.

Apesar da alta dispersão dos pontos no método dos momentos de intensidades, quando comparado com o método dos coeficientes de correlação temporal, podemos tentar uma estimativa dos tempos de secagem das pinturas, mesmo que não sejam valores muito acurados. Para a chapa 01, por exemplo, notamos que a curva começa a estabilizar à partir do instante 90min, valor esse compatível com os 80min avaliados pelo método dos coeficientes de correlação temporal. Para a chapa 03 poderíamos estimar um tempo de secagem em torno de 120min, que também é compatível com os 115min obtidos pelo método dos coeficientes de correlação temporal. As curvas referentes às chapas 04 e 05 exibem uma tendência a estabilizar após 80min, mas apresentam um comportamento divergente na parte final, provavelmente causado por ruídos devidos às variações de parâmetros não controláveis, tais como intensidade do *laser*, vibrações, etc. O tempo estimado de 80min para as chapas 04 e 05 também é compatível com os valores obtidos pelo método dos coeficientes de correlação temporal (80min e 70min, respectivamente). Deixamos de analisar os dados referentes à chapa 02 pelo motivo já citado na seção 5.2 deste capítulo.

Finalmente, para efeito de comparação, reunimos todos os parâmetros e resultados relevantes neste trabalho nas tabelas 5.4 e 5.5 a seguir:

Chapa	$UR_i(\pm 1\%)$	$UR_f(\pm 1\%)$	$T_i(\pm 0,5^\circ C)$	$T_f(\pm 0,5^\circ C)$	$t_{sc}(\pm 5min)$	$t_{sm}(\pm 5min)$
01	59	58	24,5	24,5	80	90
02	60	60	24,0	24,5	-	-
03	60	59	24,5	25,0	115	120
04	58	58	25,0	25,0	80	80
05	58	58	25,0	25,0	70	80

Tabela 5.4: Parâmetros ambientais e tempos de secagem obtidos.

A nomenclatura utilizada na tabela 5.4 acima é a seguinte:

- $UR_i$  = Umidade relativa inicial;  
 $UR_f$  = Umidade relativa final;  
 $T_i$  = Temperatura inicial;  
 $T_f$  = Temperatura final;  
 $t_{sc}$  = Tempo de secagem da pintura - correlação;  
 $t_{sm}$  = Tempo de secagem da pintura - momento.

Chapa	$R_q(x)(\pm 0,01\mu m)$	$R_q(y)(\pm 0,01\mu m)$	$e(\pm 1\mu m)$	$t_{sc}(\pm 5min)$	$t_{sm}(\pm 5min)$
01	0,55	0,61	20	80	90
02	0,65	0,68	24	-	-
03	0,95	0,52	24	115	120
04	0,68	0,51	17	80	80
05	0,67	0,62	20	70	80

Tabela 5.5: Parâmetros físicos das chapas e tempos de secagem obtidos.

A nomenclatura utilizada na tabela 5.5 acima é a seguinte:

- $R_q(x)$  = Parâmetro de rugosidade  $R_q$  na direção  $x$ ;  
 $R_q(y)$  = Parâmetro de rugosidade  $R_q$  na direção  $y$ ;  
 $e$  = Espessura do filme seco;  
 $t_{sc}$  = Tempo de secagem da pintura - correlação;  
 $t_{sm}$  = Tempo de secagem da pintura - momento.

# Capítulo 6

## Conclusão

### 6.1 Considerações Gerais

Considerando o contexto em que os experimentos deste trabalho foram realizados, podemos considerar que os tempos de secagem das pinturas obtidos são bastante satisfatórios. As incertezas associadas a esses tempos foram atribuídas considerando-se que conseguimos identificar sempre dois arquivos de **THSP** consecutivos entre os quais os tempos deveriam se encontrar. Como esse tempo é conhecido com precisão, pois não está afetado pelo desvio introduzido pelo sistema operacional mas depende apenas do operador que inicia o programa de aquisição de dados, optamos por tomar a metade do intervalo de tempo entre um arquivo e outro, ou seja, 5min. Entendemos que, do ponto de vista prático, esse valor é bastante razoável para tempos de secagem que estão além de uma hora. Ainda que não tenhamos, no momento, outro método para comparar com os que utilizamos, a não ser por inspeção visual e tátil, os valores obtidos pelos dois métodos são compatíveis entre si, indicando que ambos são aplicáveis ao estudo do processo de secagem de pinturas através da análise do *speckle* dinâmico. Além disso, o trabalho desenvolvido por Rabelo[5] comprova que estes métodos também podem ser utilizados na avaliação da atividade biológica superficial de frutos, que geram padrões de *speckle* dinâmico quando iluminados com *laser*.

Constatamos, neste experimento, que o método dos coeficientes de correlação temporal indica mais claramente o resultado que o método dos momentos de intensidades, pois este último mostrou-se extremamente sensível à presença de ruídos. Essa característica aparentemente negativa do comportamento dos momentos de intensidades (sua alta sensibilidade à variação das intensidades), pode ser explorada para seu aprimoramento, pois se identificadas e minimizadas as causas dos ruídos o método tende a se tornar eficiente para o estudo de processos dinâmicos que ocorrem muito lentamente, como o processo de oxidação de superfícies, por exemplo.

Dentre as diversas fontes de ruídos que conseguimos identificar, as principais estão ligadas à estabilidade mecânica do arranjo experimental, à estabilidade na distribuição de intensidades fornecida pelo *laser* durante o tempo de operação (talvez associada à uma possível variação na polarização da luz refletida com o passar do tempo), e ao ruído eletrônico produzido pelo conjunto CCD mais placa de aquisição de imagens. Verificamos, por exemplo, que mesmo para a tomada de imagens de *speckle* estático, quando realizamos a aquisição de duas imagens separadas por um certo intervalo de tempo, estas nem sempre se sobrepõem perfeitamente, ocorrendo um pequeno deslocamento que pode ser horizontal, vertical ou no sentido diagonal, que é um erro sistemático devido ao sistema de aquisição de sinais. Esta pode ser uma razão muito forte para a flutuação nos valores dos momentos de intensidades.

Finalmente, como pode ser observado nas tabelas 5.4 e 5.5, o experimento não nos permite inferir qualquer alteração do tempo de secagem com as condições ambientais ou características físicas das chapas, pois estas não sofreram variações significativas.

## 6.2 Sugestões para o Aprimoramento e Perspectivas Futuras

Os problemas que enfrentamos durante a execução deste trabalho nos levam a fazer algumas sugestões para possíveis repetições futuras. Uma delas seria a substituição da câmera CCD bidimensional por uma CCD linear, e a utilização de sistemas autônomos de aquisição de imagens (independentes do sistema operacional do microcomputador). Essa mudança certamente permitiria tempos de aquisição de imagens mais regulares e economia de tempo na sua manipulação.

Uma outra melhoria seria desenvolver um programa para computador que fosse capaz de tratar as imagens obtidas sem a necessidade de utilização das bibliotecas de funções de outro programa, como ocorre atualmente. Esse procedimento permitiria uma personalização da aplicação e uma portabilidade maior, visto que não haveria a necessidade de aquisição de um programa caro para executar o aplicativo num computador diferente.

Quanto à minimização dos ruídos, acreditamos que esta seja uma tarefa que deva ser executada por etapas. A ação mais imediata seria realizar a montagem sobre uma mesa estabilizada do tipo usado para a obtenção de hologramas. Esse procedimento poderia nos informar o quanto vibrações mecânicas realmente afetam o processo de medida. Quanto ao *laser*, detectores de intensidade podem ser utilizados para avaliar quantitativamente sua possível variação durante o tempo de operação, permitindo detectar períodos de tempo mais estáveis para sua utilização.

O processo de aplicação das pinturas também pode ser aprimorado com a aquisição de aparelhos chamados de extensores, que permitem a aplicação da tinta sobre o substrato de maneira uniforme e com espessura conhecida. Dessa maneira podemos garantir um procedimento uniforme na aplicação das pinturas.

Acreditamos que a maior contribuição deste trabalho é a confirmação da viabilidade do uso das técnicas e métodos aqui analisados para o estudo de fenômenos envolvendo *speckle* dinâmico. Entretanto, também seria interessante a elaboração de um modelo teórico para descrever o processo de secagem de pinturas. Pretendemos continuar o estudo do processo de secagem de pinturas variando controladamente os parâmetros ambientais, como a temperatura e a umidade relativa, e características das chapas e das tintas, como a rugosidade e a espessura da camada de tinta. Estamos também participando de uma pesquisa conjunta com a Faculdade de Odontologia da USP, Disciplina de Prótese, através de uma bolsa de iniciação científica da FAPESP, para aplicar a técnica com o objetivo de determinar o tempo de secagem do cimento odontológico. Este é um dado importante para os profissionais de odontologia que ainda não é conhecido com precisão. Outras sugestões de aplicação seriam: estudo da atividade biológica em sementes, procurando correlacionar a variação do *speckle* dinâmico com a sua capacidade de germinação; estudo da oxidação de superfícies; estudo da atividade biológica superficial; etc. Portanto, as técnicas desenvolvidas neste trabalho apresentam um bom potencial de aplicação nas áreas de Engenharia e Biologia.



# Bibliografia

- [1] Léger, D., Mathieu, E., Perrin, J.C., "Optical Surface Roughness Determination Using Speckle Correlation Technique", *App. Opt.* **14**(4), 872-877 (1975).
- [2] Lehman, M., Pomarico, J.A., Torroba, R.D., "Digital Speckle Pattern Interferometry Applied to a Surface Roughness Study", *Opt. Eng.* **34**(4), 1148-1152 (1995).
- [3] Rebollo, M.A., "Estudio de Superficies Rugosas, Mediante el Analisis del Valor Medio de la Intensidad Dispersada y la Correlacion de Speckle", Tese de Doutoramento, Universidad Nacional de La Plata - Argentina, Facultad de Ciencias Exactas, Departamento de Física (1995).
- [4] Oulamara, A., Tribillon, G., Duvernoy, J., "Biological Activity Measurement on Botanical Specimen Surfaces Using a Temporal Decorrelation Effect of Laser Speckle", *J. Mod. Opt.* **36**(2), 165-179 (1989).
- [5] Rabelo, G.F., "Avaliação do Speckle Dinâmico na Caracterização da Atividade Biológica de Laranjas (*Citrus sinensis*)", Tese de Doutoramento, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP (2000).
- [6] Fujii, H. *et. al.* "Evaluation of Blood Flow by Laser Speckle Image Sensing, Part I", *App. Opt.* **26**(24), 5321-5325 (1987).
- [7] Beckmann, P., Spizzichino, A., *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*, part I, Pergamon Press, Londres (1963).
- [8] Goodman, J.W., "Statistical Properties of Laser Speckle Patterns", Chapter 2 in *Laser Speckle and Related Phenomena*, Dainty, J.C., Ed., pp. 9-75, Springer-Verlag, Berlin (1984).
- [9] Goodman, J.W., *Statistical Optics*, John Wiley & Sons, New York (1985).
- [10] Goodman, J.W., *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill Book Co., New York (1968).
- [11] Born, M., Wolf, E., *Principles of Optics*, 6<sup>a</sup> ed., Cambridge University Press (1980).



- [12] Reed, I.S., "On a Moment Theorem for Complex Gaussian Processes ", *I.R.E. Transactions on Information Theory*, **IT-8**, 194-195 (1962).
- [13] Xu, Z., Joenathan, C., Khorna, B.M., "Temporal and Spatial Properties of the Time-Varying Speckles of Botanical Specimens ", *Opt. Eng.* **34**(5), 1487-1502 (1995).
- [14] Arizaga, R. *et. al.* "Estudio del Proceso de Secado de Pinturas Mediante Speckle Dinâmico ", RIAO/OPTILAS, Cartagena de Índias - Colômbia, 26/SET-02/OUT (1998).
- [15] Arizaga, R., Trivi, M., Rabal, H., "Speckle Time Evolution Characterization by the Co-Occurrence Matrix Analysis ", *Opt. and Laser Tech.* **31**(2), 163-169 (1999).
- [16] Muramatsu, M. *et. al.* "In Situ Monitoring of Surface Oxidation by Laser Speckle Correlation ", *Proc. SPIE* **1332**, 792-797 (1990).
- [17] Muramatsu, M., Guedes, G.H., Gaggioli, N.G., "Speckle Correlation Used to Study the Oxidation Process in Real Time ", *Opt. and Laser Tech.* **26**(3), 167-168 (1994).
- [18] Paiva Jr., R.D. *et. al.* "Digital Speckle Correlation for Non Destructive Testing of Corrosion ", *Proc. SPIE* **3572**, 335-339 (1998).
- [19] Apostila *Básico de Tintas I* - RENNER DUPONT - Tintas Automotivas e Industriais S/A.
- [20] Blane, K., Muramatsu, M., Silva, F.C., "Verificação da Linearidade de Resposta da Câmera CCD ", *Anais de Óptica - XXI Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada*, Caxambu (MG), 352-356 (1998).
- [21] Data Translation, "Global Lab - Development Environment and Image Processing Library "(1995).
- [22] International Organization for Standardization (ISO), International Standard ISO 4287 (1997).
- [23] Arfken, G., *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press Inc., San Diego - Califórnia (1985).
- [24] Vanin, V.R., Gouffon, P., *Tópicos Avançados em Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*, Edição Preliminar, LAL-IFUSP (1996).

# Apêndices

## Apêndice A

### Os Parâmetros de Rugosidade Superficial $R_a$ e $R_q$

Consideremos uma superfície rugosa como a esboçada na figura A.1 abaixo:

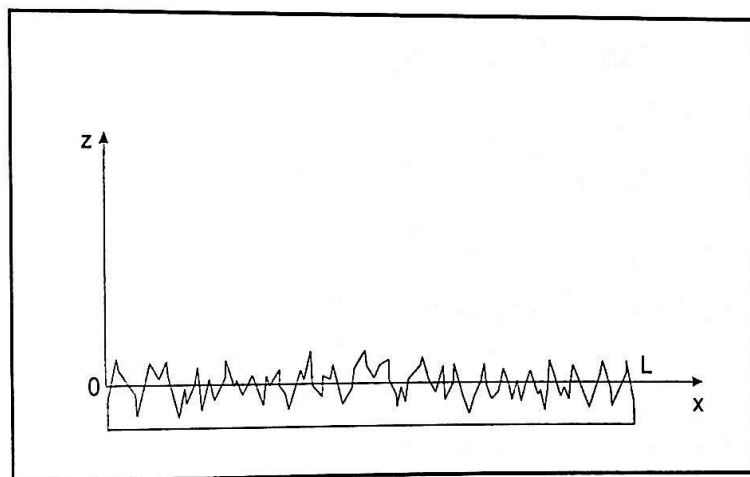


Figura A.1: Esboço do perfil de uma superfície rugosa.

O eixo  $O - x$  corresponde a uma linha média sobre a superfície, isto é, uma linha em relação à qual as irregularidades superficiais (picos e vales), estão distribuídas de maneira aproximadamente uniforme. Sendo assim, o perfil da superfície pode ser descrito por uma função  $z(x)$ , para  $0 \leq x \leq L$ , e os parâmetros de rugosidade superficial  $R_a$  e  $R_q$  são dados por:

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |z(x)| dx, \quad R_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L z^2(x) dx}. \quad (\text{A.1})$$

# Apêndice B

## A Relação entre $R_I$ e $J_A$

Partindo das equações (3.25) e (3.26) temos,

$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \rangle \quad (\text{B.1})$$

e

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle A(x_1, y_1)A^*(x_2, y_2) \rangle \quad (\text{B.2})$$

com

$$I(x, y) = A(x, y)A^*(x, y) = |A(x, y)|^2 \quad (\text{B.3})$$

Portanto,

$$\begin{aligned} R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \langle A(x_1, y_1)A^*(x_1, y_1)A(x_2, y_2)A^*(x_2, y_2) \rangle \\ &= \langle A^*(x_1, y_1)A^*(x_2, y_2)A(x_1, y_1)A(x_2, y_2) \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Podemos agora utilizar um teorema demonstrado por Reed[12] que diz que, sendo  $u_1, u_2, u_3$  e  $u_4$  variáveis aleatórias gaussianas complexo-circulares, então,

$$\langle u_1^*u_2^*u_3u_4 \rangle = \langle u_1^*u_3 \rangle \langle u_2^*u_4 \rangle + \langle u_1^*u_4 \rangle \langle u_2^*u_3 \rangle \quad (\text{B.5})$$

Logo, aplicando (B.5) em (B.4) temos,

$$\begin{aligned} R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \langle A^*(x_1, y_1)A(x_1, y_1) \rangle \langle A^*(x_2, y_2)A(x_2, y_2) \rangle + \\ &+ \langle A^*(x_1, y_1)A(x_2, y_2) \rangle \langle A^*(x_2, y_2)A(x_1, y_1) \rangle \\ &= \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle + J_A^*(x_1, y_1; x_2, y_2)J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) \\ &= \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle + |J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$