

N.T. 208

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

79

RESTRIÇÕES DECORRENTES DE INVARIANÇA  
POR MUDANÇA DE ESCALA

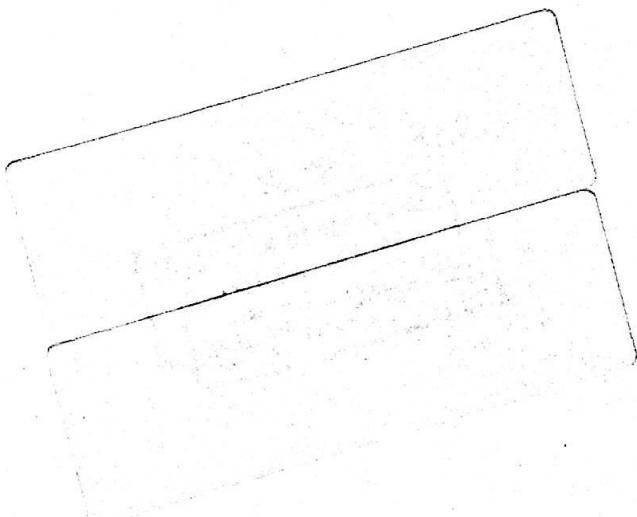
SBI-IFUSP



305M810T0208

IVAN VENTURA

ORIENTADOR: DR. HENRIQUE FLEMING



INSTITUTO DE FÍSICA - U.S.P.

MAIO-1973





A Turquinha.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos amigos:

- Henrique Fleming, meu orientador, que me ensinou a trabalhar em Física de Partículas.
- Ching-Hung Woo, cuja erudição foi de importância decisiva para a correta formulação deste trabalho.
- Roland Køberle, Yojiro Hama e Mario Abud por importantes discussões.
- Milton Abramovitch e Isidoro Kimel pelo incentivo e contínuo interesse.
- Aos srs. H.R.Rubinstein e R.Brandt por comentários.
- E também, à srta. Ivone Arruda que datilografou esta tese, ao sr. Bruno Manzon pela impressão e ao sr. Aluizio Eras pelos desenhos.

## ÍNDICE

I - Introdução .....	5
II - Método de Obtenção das Regras de Soma .....	11
III - Aplicações .....	14
IV - Conclusões .....	20
V - Notas e Referências .....	23
VI - Figuras .....	26

## I - INTRODUÇÃO

Nosso objetivo é apresentar um método que nos permita deduzir restrições - na forma de regras de soma (RS) - sobre as funções analíticas em duas variáveis que assintoticamente manifestam a propriedade de Scaling. Como exemplo, é ensaiada uma aplicação à fenomenologia de eletroprodução.

Até agora, nenhuma teoria nos permitiu calcular, a partir de primeiros princípios e com precisão satisfatória, números comparáveis com as experiências que estudam Interações Fortes. Este ramo da Física de Partículas sobrevive exclusivamente às custas de modelos e parametrizações criados, na maioria das vezes, em analogia a outros campos. O papel das RS é, então, relevante porque com elas nós podemos estabelecer quais condições as idéias de natureza geral - analiticidade, unitariedade, Scaling, etc. - eventualmente acarretam sobre as parametrizações da fenomenologia, sem recorrermos a qualquer prescrição dinâmica detalhada.

Eletroprodução é todo processo da forma  $e + p \rightarrow e +$   
 $+ x(M)$  onde  $x(M)$  é um sistema hadrônico de massa  $M$ .

O interesse geral por essa matéria despertou quando as experiências realizadas em Stanford<sup>(1)</sup> vieram reforçar a hipótese de Scaling assintótica (SA) proposta por Bjorken<sup>(2)</sup>, e simultaneamente mostraram uma significativa diferença entre os comportamentos dos fatores de forma elástico e inelástico do próton na região de grandes momentos transferidos.

Um especialista em interações puramente hadrônicas fracassa quando procura, naquele contexto, informações a respeito da estrutura do próton. A causa desta dificuldade é o periferalismo que domina as Interações Fortes e mascara as pos-

síveis consequências da estrutura detalhada das partículas. Em vista disso, a eletroprodução, por ser menos periférica, é considerada a ferramenta mais eficiente de que dispomos, nos dias de hoje, para pesquisar a constituição do nucleon.

Em consequência da pequena magnitude da constante de acoplamento eletromagnética, o processo de eletroprodução é dominado pelo diagrama da figura (I.a) onde  $q$  é o momento transferido.

A única coisa que não conhecemos neste diagrama é a interação  $\gamma(q)p \rightarrow x$ , pois o vértice  $\gamma \rightarrow x$  é perfeitamente descrito pela eletrodinâmica quântica.

A interação  $\gamma p \rightarrow x$  ilustrada na figura (I.b) pode ser relacionada - através da unitariedade - com o espalhamento Compton virtual (figura (I.c)).

Nesta altura, introduzimos as seguintes variáveis:

$q$  - quadrimomento do foton

$p$  - quadrimomento do protón

$$k = -q^2$$

$$\nu = 2p \cdot q$$

A amplitude do espalhamento Compton para frente é em geral expandida na seguinte forma<sup>(3,4,5,6)</sup>:

$$T_{\mu\nu} = - \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) T_1 + \\ (I.1)$$

$$+ \frac{1}{m^2} \left( p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left( p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) T_2$$

onde  $T_1$  e  $T_2$  dependem apenas dos invariantes  $k$  e  $\nu$ .

Nas experiências de eletroprodução ( $k > 0$ ) consigo-se medir as partes imaginárias das amplitudes  $T_1$  e  $T_2$ .

$$W_i = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} T_i \quad (I.2)$$

sendo  $W_1$  e  $W_2$  as chamadas funções de estrutura.

Os detalhes da cinemática e a conexão entre as secções de choque e os  $W_i$  são exaustivamente discutidos nas referências (4,5,6).

Além da eletroprodução existem dois outros processos semi-hadrônicos mediados pela troca de um foton: a aniquilação  $e^+e^-$  (figura I.d) e a aniquilação de 3 corpos (figura I.e).

As propriedades analíticas das amplitudes do espalhamento Compton virtual com  $q^2$  tipo espaço, e seu prolongamento analítico para as regiões de aniquilação e de tres corpos são motivos de muita controvérsia (7,8,9,10,11).

Vamos procurar regras de soma que sejam independentes das questões de prolongamento analítico, porque não é de nosso interesse, pelo menos no que se refere a este trabalho, participar da polêmica. Porém, com o intuito de buscar apoio teórico a determinadas hipóteses que serão feitas mais tarde, reproduziremos aqui algumas conclusões de Suri<sup>(7)</sup> relativas aos problemas acima mencionados.

Aceitando a validade da representação D.G.S.<sup>(12)</sup> para o comutador  $\langle p | (J_1(x), J_2(0)) | p \rangle$ , Suri obteve propriedades analíticas bastante simples para  $T_i(v.k)$ :

a) se  $v$  é fixo em um valor real, então  $T_i(v.k)$  é uma função real analítica no plano complexo  $k$ , tendo um corte ao longo do eixo real no intervalo  $(-\infty, v - (2M+m)m)$ <sup>(13)</sup>.

Nota-se que esta propriedade nos fornece uma ligação analítica entre a eletroprodução ( $k > 0$ ) e a região de tres corpos ( $k < 0$ ).

b) se  $k$  é real e  $k > -4m^2$ ,  $T_i(v.k)$  é real analítica no plano complexo de  $v$ .

O ponto fraco destas considerações reside no fato de a representação D.G.S. não decorrer diretamente dos princípios da Teoria de Campos.

Scaling, ou invariança por transformação de escala, é a propriedade das funções de duas variáveis tais que:

$$F(\lambda x, \lambda y) = F(x, y) = f(x/y) \quad (I.3)$$

Existem evidências experimentais de que quando  $v \rightarrow \infty$  e  $k \rightarrow \infty$ ,  $v/k$  fixo as funções  $W_1$  e  $vW_2$  podem ser invariantes por mudança de escala, isto é, nesse limite:

$$W_1 = f_1(v/k) \quad (I.4)$$

$$vW_2 = f_2(v/k)$$

Vamos admitir a existência de duas funções  $F_1(v.k)$  e  $F_2(v.k)$ , tais que: (a) para  $k > 0$  elas coincidem com as amplitudes Compton; (b) obedecem às seguintes condições:

(C.i) quando  $k > 0$  (real)  $F_i(v.k)$  é uma função real analítica em  $v$  (13).

(C.ii) sendo  $v$  real,  $F_i(v.k)$  é uma função real analítica em  $k$ .

(C.iii) se uma das variáveis é fixa em um valor real todas as singularidades de  $F_i$  localizam-se sobre o eixo real do plano complexo da outra variável.

(C.iv) quando uma das variáveis tende a infinito ao longo do eixo real,  $F_i(v.k)$  satisfaz Scaling Complexa (SC), isto

é invariança de escala assintótica em todas as direções do plano complexo da outra variável: nos limites

a)  $v \rightarrow \infty$ ,  $|k| \rightarrow \infty$ ,  $\frac{v}{k}$  fixo

ou

b)  $k \rightarrow \infty$ ,  $|v| \rightarrow \infty$ ,  $\frac{v}{k}$  fixo

$$F_i(v \cdot k) \rightarrow f_i\left(\frac{v}{k}\right)$$

(C.v) No plano complexo  $v, F_i(v \cdot k)$  não tem singularidades logarítmicas. O motivo pelo qual esta hipótese é feita explicitamente ficará claro na secção III.

Devemos notar que, ao contrário das conclusões de Suri, não estamos exigindo que para  $k < 0$  a função  $T_i$  corresponda a amplitude Compton da região de aniquilação de tres corpos.

A condição (C.iv) é, por sua vez, mais forte do que poderíamos supor diretamente dos resultados experimentais (estes apenas sugerem Scaling para a parte absorptiva).

É também importante observarmos que de (C.i), (C.ii) e (C.iv) decorrem as igualdades:

$$\text{Im}F_i(v, k - i\varepsilon) = \text{Im}F_i(v + i\varepsilon, k) \quad (\text{I.4a})$$

ou

$$\text{Im}F_i(v, k + i\varepsilon) = -\text{Im}F_i(v + i\varepsilon, k) \quad (\text{I.4b})$$

O método de deduções das R.S. é introduzido na secção II. Por razões pedagógicas, trabalharemos aí com funções de propriedades bastante simples.

Na secção III deduziremos uma família de R.S. que con-

tém integrais dos  $W_i$  e de suas derivadas. Para isso, faremos uso da simetria de crossing das amplitudes  $\gamma p$ .

Alguns comentários e conclusões são deixados para a secção IV.

II - MÉTODO DE OBTENÇÃO DAS REGRAS DE SOMA

Trabalharemos aqui, com um função analítica  $f(v,k)$  que, além de respeitar (C.i), (C.ii), (C.iii) e (C.iv), obedece mais dois requisitos:

(C.vi) quando  $k \rightarrow 0$

$$f(v,k) = 0 \quad (k^{1+\epsilon})$$

sendo  $\epsilon > 0$

(C.vii)  $f(v,k)$  não tem polos. Esta hipótese é feita por razões de simplicidade.

A partir de agora  $v_0$  e  $k_0$  são dois valores positivos e reais pertencentes à região de Scaling, i.e., ambos são suficientemente grandes de forma que: se

$$|v| = v_0 \quad \text{e} \quad k = k_0$$

ou

$$v = v_0 \quad \text{e} \quad |k| = k_0$$

$$f(v,k) \approx f'(\frac{v}{k})$$

já é uma aproximação muito boa para  $f(v,k)$ .

Façamos agora, a integração de contorno ilustrada na figura (IIa). A condição (C.iii) nos assegura que:

$$\int_{C_1} f(v, k_0) dv + \int_{C_2} f(v, k_0) dv = 0 \quad (\text{II.1})$$

ou

$$\int_{-v_0}^{v_0} f(v+i\epsilon, k_0) dv + \int_{v_0}^{-v_0} f(v-i\epsilon, k_0) dv = \quad (\text{II.2})$$

$$= - \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} f(v_0 \xi, k_0) d\xi$$

onde  $\xi = \exp(i\theta)$ .

O lado esquerdo de (II.2) corresponde a seguinte integral:

$$LE(II.2) = 2i \int_{-v_0}^{v_0} \operatorname{Im} f(v+i\varepsilon, k_0) dv \quad (II.3)$$

enquanto que o lado direito será:

$$LD(II.2) \approx -v_0 \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} f' \left( \frac{v_0}{k_0}, \xi \right) d\xi \quad (II.4)$$

Aqui, introduzimos a variável

$$z = 1/y, \text{ sendo } z_0 = 1/y_0$$

e fazemos a integral de contorno representada pela figura (II.b). Novamente a condição (C.iii) nos diz que:

$$\int_{C_1} f(v_0, z) dz + \int_{C_2} f(v_0, z) dz = 0 \quad (II.5)$$

ou, mais explicitamente

$$\begin{aligned} & \left[ \int_{-\infty}^{-z_0} + \int_{z_0}^{\infty} \right] f(v_0, z+i\varepsilon) dz + \\ & + \left[ \int_{\infty}^{z_0} + \int_{-z_0}^{-\infty} \right] f(v_0, z-i\varepsilon) dz = \\ & = + \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} f(v_0, z_0 \xi) z_0 d\xi \end{aligned} \quad (II.6)$$

O lado esquerdo de (II.6) será:

$$LE(II.6) = \left[ \int_{-\infty}^{-z_0} + \int_{z_0}^{\infty} \right] 2i \operatorname{Im} f(v_0, z+i\varepsilon) dz \quad (II.7)$$

e levando em conta a condição (c.iv) teremos

$$LD(II.6) \approx + \frac{1}{k_0} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} f'(\frac{v_0}{k_0} \xi) d\xi \quad (II.8)$$

De (II.4) e (II.8) segue a igualdade

$$- \frac{1}{v_0} LD(II.2) \approx k_0 LD(II.6) \quad (II.9)$$

que, de imediato, implica em

$$- \frac{1}{v_0} LE(II.2) \approx k_0 LE(II.6) \quad (II.10)$$

isto é

$$- \frac{1}{v_0} \int_{-v_0}^{v_0} \text{Im } f(v+i\varepsilon, k_0) dv \approx k_0 \left[ \int_{-\infty}^{-z_0} + \int_{z_0}^{\infty} \right] \text{Im } f(v_0, z+i\varepsilon) dz \quad (II.11)$$

Agora, sendo  $z = 1/k$ , teremos (vide c.ii).

$$\text{Im } f(v_0, z+i\varepsilon) = \text{Im } f(v_0, k-i\varepsilon) = - \text{Im } f(v_0, k+i\varepsilon) \quad (II-12)$$

e portanto (14)

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{v_0} \int_{-v_0}^{v_0} \text{Im } f(v+i\varepsilon, k_0) \approx \\ & \approx k_0 \left[ \int_{-\infty}^{-k_0} + \int_{k_0}^{\infty} \right] \text{Im } f(v_0 + i\varepsilon, k) \frac{dk}{k^2} \end{aligned} \quad (II-13)$$

## III - APLICAÇÕES

Se quizermos usar (II.13) como restrição às amplitudes Compton, precisamos construir funções que de alguma forma contenham essa amplitudes; e ao mesmo tempo satisfaçam as condições (c).

A fim de simplificar a notação, utilizaremos de agora em diante as funções:

$$\tilde{F}_i(v \cdot k) = F_i(v \cdot k) - (\text{polos do nucleon e anti-nucleon}) \quad (\text{III.1})$$

Esta modificação não enfraquece as R.S. que serão obtidas por dois motivos: (a) os resíduos dos polos subtraídos são conhecidos através do fator de forma elástico do nucleon (medido experimentalmente) e (b) como veremos mais tarde, nas R.S. conterão apenas  $\text{Im}\tilde{F}_i$ , que é igual ao  $\text{Im}F_i$ .

Consideremos as funções:

$$G^n(v \cdot k) = \left(\frac{k}{v}\right)^n k \tilde{F}'_1(v \cdot k) \quad (\text{III.2})$$

Sendo (15)

$$\tilde{F}'_1(v \cdot k) = \frac{\partial}{\partial v} \tilde{F}_1(v \cdot k) \quad (\text{III.3})$$

enquanto  $n$  é inteiro e positivo.

As propriedades de  $G^n(v \cdot k)$  que nos interessam são as seguintes:

(p.1) propriedade de simetria pela troca  $v \leftrightarrow -v$

$$G^n(v \cdot k) = (-1)^{n+1} G^n(-v, k)$$

pois

$$\tilde{F}_1(-v, k) = \tilde{F}_1(v, k)$$

visto que o sistema  $\gamma_p$  é equivalente a  $\gamma_{\bar{p}}$ .

(p.2) no limite  $k \rightarrow 0$

$$G^n(v \cdot k) \rightarrow 0 (|k|^{n+1})$$

porque  $F_1(v, k)$  não diverge neste limite. Esta propriedade garante que  $G^n$  obedece a condição (c.vi).

(p.3) polos no plano complexo  $v^{(16)}$

$G^1(v, k)$  não tem polos

$G^n(v, k)$  ( $n \geq 2$ ) tem um polo de ordem  $(n-1)$

no ponto  $v = 0$ .

Para deduzir (II.13) nós havíamos considerado, por questões de simplicidade, que  $f(v, k)$  não tinha polos. Portanto, a aplicação da R.S. a  $G^n$ , para  $n \geq 2$ , vai exigir ligeiras modificações.

As funções  $G^n$ , da mesma forma que  $F_1$ , obedecem (c.i), (c.ii), (c.iii), (c.iv) e (c.v), e foram construídas de maneira a satisfazer (c.vi). Então, devemos esperar que (vide (II.13)):

$$\frac{1}{v_0} \int_{v_0}^{v_0} dv \operatorname{Im} G^1(v+i\varepsilon, k_0) \approx \quad (\text{III.4a})$$

$$\approx -k_o \int_{-k_o}^{k_o} \frac{dk}{k^2} \operatorname{Im} G^1(v_o + i\epsilon, k)$$

$$\frac{1}{v_o} \int_{-v_o}^{v_o} dv \operatorname{Im} G^2(v + i\epsilon, k_o) \approx$$

$$\approx -k_o \int_{-k_o}^{k_o} \frac{dk}{k^2} \operatorname{Im} G^2(v_o + i\epsilon, k) + \pi \frac{k_o}{v_o} G^1(0, k_o) \quad (\text{III.4b})$$

ou, em geral

$$\frac{1}{v_o} \int_{-v_o}^{v_o} dv \operatorname{Im} G^n(v + i\epsilon, k_o) \approx$$

$$\approx -k_o \int_{-k_o}^{k_o} \frac{dk}{k^2} \operatorname{Im} G^n(v_o + i\epsilon, k) + \quad (\text{III.4c})$$

$$+ \frac{\pi}{(n-2)!} \left( \frac{k_o}{v_o} \right) k_o^{n-2} \left( \frac{\partial}{\partial v} \right)^{n-2} \left[ G^1(v, k_o) \right]_{v=0}$$

Usando agora as propriedades de simetria (p.1) podemos simplificar consideravelmente as expressões (III.4).

Elas implicam que para n ímpar ( $n = 2m+1$ )

$$\int_{-v_o}^{v_o} dv \operatorname{Im} G^{2m+1}(v + i\epsilon, k_o) = 0 \quad (\text{III.5a})$$

assim como

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial v} \right)^{2m-1} G^1(v, k) \right]_{v=0} = 0 \quad (\text{III.5b})$$

e além disso teremos para n par ( $n=2m$ )

$$\int_{-v_o}^{v_o} dv \operatorname{Im} G^{2m}(v + i\epsilon, k_o) = \quad (\text{III.6})$$

$$= 2 \int_0^{v_0} dv \operatorname{Im} G^{2m}(v+i\varepsilon, k_0) \quad (\text{III.6})$$

Substituindo (III.5) e (III.6) nas expressões (III.4), e lembrando a definição (III.2), obtém-se:

$$\int_{-k_0}^{k_0} dk k^{2(m-1)} \operatorname{Im} G^1(v_0 + i\varepsilon, k) \approx 0 \quad (\text{III.7})$$

e, ao mesmo tempo

$$\frac{2}{v_0} \int_0^{v_0} dv \left(\frac{k_0}{v}\right)^{2m-1} \operatorname{Im} G^1(v+i\varepsilon, k_0) \approx \quad (\text{III.8})$$

$$\begin{aligned} &\approx -k_0 \int_{-k_0}^{k_0} dk \frac{k^{2m-3}}{v_0^{2m-3}} \operatorname{Im} G^1(v_0 + i\varepsilon, k) + \\ &+ \frac{\pi}{(2m-2)!} \left(\frac{k_0}{v_0}\right) k_0^{2(m-1)} \left[ \left(\frac{\partial}{\partial v}\right)^{2(m-1)} G^1(v, k_0) \right]_{v=0} \end{aligned}$$

Como (III.7) vale, qualquer que seja  $m$  inteiro positivo, concluímos que  $\operatorname{Im} G^1(v_0 + i\varepsilon, k)$  é aproximadamente simétrica pela troca  $k \leftrightarrow -k$ . Logo

$$\int_{-k_0}^{k_0} dk k^{2m-1} \operatorname{Im} G^1(v_0 + i\varepsilon, k) \approx \quad (\text{III.9})$$

$$\approx 2 \int_0^{k_0} dk k^{2m-1} \operatorname{Im} G^1(v_0 + i\varepsilon, k)$$

Então, a equação (III.8) pode ser reescrita na forma seguinte ( $m \geq 1$ ):

$$\int_0^{v_0} \frac{dv}{v^{2m-1}} \operatorname{Im} G^1(v+i\varepsilon, k_0) \approx \quad (\text{III.10})$$

$$\approx - \frac{1}{(v_0 k_0)^{2(m-1)}} \int_0^{k_0} dk \quad k^{2m-3} \operatorname{Im} G^1(v_0 + i\epsilon, k) + \\ + \frac{1}{2} \frac{\pi}{(2m-2)!} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial v} \right)^{2(m-1)} G^1(v, k_0) \right]_{v=0} \quad (\text{III.10})$$

Na região de espalhamento, verifica-se que:

$$\operatorname{Im} G^1(v + i\epsilon, k) = \frac{k^2}{v} \tilde{F}_1'(v + i\epsilon, k) = \\ = 2\pi \frac{k^2}{v} w'_1(v, k) \quad (\text{III.11})$$

Inserindo (III.11) em (III.10), obtemos uma família de R.S. para  $w'_1(v, k)$ <sup>(17)</sup>

$$\int_{k_0 + (2M+m)m}^{v_0} \frac{dv}{v^{2m}} w'_1(v, k_0) \approx - \frac{v_0}{(v_0 k_0)^{2m}} \int_0^{k_0} dk \quad k^{2m-1} \cdot \\ \cdot w'_1(v_0, k) + f_m(k_0) \quad (\text{III.12})$$

onde

$$f_m(k_0) = \frac{1}{4(m-2)!} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial v} \right)^{2(m-1)} \left( \frac{\tilde{F}_1'(v, k_0)}{v} \right) \right]_{v=0}$$

O último termo de (III.12) depende apenas de  $k_0$ . Daí decorre o poder de restrição deste conjunto de R.S..

De forma análoga, é possível deduzir, para  $w_2$ , as relações abaixo

$$\int_0^{v_0} \frac{dv}{v^{2m}} w_2(v, k_0) \approx \quad (\text{III.13})$$

$$\approx - \frac{v_o}{(v_o k_o)^{2m}} \int_{k_o}^{k_o} dk \ k^{2m-1} W_2(v_o \cdot k) + G_m(k_o)$$

Sendo que:

$$G_m(k_o) = \frac{1}{4(2m)!} \left( \frac{\partial}{\partial v} \right)^{2m} \left[ T_2(v \cdot k_o) \right]_{v=0}$$

## IV- CONCLUSÕES

Scaling Complexa (S.C.) , mesmo sendo uma possibilidade interessante do ponto de vista teórico, transcende ao que nos é permitido observar experimentalmente. A experiência mede apenas a parte absorptiva de cada amplitude. Portanto, as expressões do tipo (III.12) e (III.13) funcionam em primeiro lugar como um bom teste para verificação de S.C..

Porém, em determinadas circunstâncias S.A. da parte imaginária de uma função implica em S.C. Por exemplo, isto acontece quando o comportamento assintótico da mesma for do tipo potência em ambas as variaáveis<sup>(18)</sup>. Nestes casos as R.S. nos fornecem uma alternativa para verificação de S.A. da própria componente absorptiva das amplitudes.

Por outro lado, se aceitamos S.C. as R.S. dão origem à uma espécie de Dualidade, na medida que vinculam o comportamento da amplitude na região de pequenas massas - onde Scaling é fortemente quebrada - àquele da região de grandes massas. Logo, as relações relevantes em (III.12) correspondem aos pequenos valores de  $m$ , pois, caso contrário, estaremos suprimindo as contribuições da região  $k \lesssim M^2$  - por causa do fator  $k^{2m-1}$  na integral em  $k$ .

Fazendo, explicitamente,  $m = 1$  em (III.12) obtém-se:

$$\frac{W_1(v_o, k_o)}{v_o^2} + 2 \int_{k_o}^{v_o} (2M+m) m dv \frac{W_1(v, k_o)}{v^3} +$$

(IV.1)

$$+ \frac{1}{v_o k_o^2} \int_0^{k_o} dk k W_1(v_o, k) \approx f_1(k_o)$$



Infelizmente, o confronto direto desta relação com a experiência não pode, ainda, ser realizado de forma satisfatória devido a excasses de pontos  $k(v)$  para os quais  $w_i$  é medido quando  $v_0(k_0)$  é fixo. Na figura (IV.1)<sup>(19)</sup>  $N(k)$  é o número de  $v$ 's diferentes para os quais já temos medidas de  $w_i(v.k)$  quando  $k \leq k_0 < k + 0,5 \text{ Gev}^2$ .  $N(k)$  nos fornece, portanto, a quantidade de pontos de que dispomos para computarmos as integrais em  $v$ , se permitirmos de antemão uma incerteza de  $0,5 \text{ Gev}^2$  no valor de  $k_0$ . Ora, sendo  $N(k) \sim 2$  quando  $k \geq 3 \text{ Gev}$  (região de Scaling), devemos calcular integrais com apenas dois pontos, o que seguramente acarretará uma imprecisão ridícula<sup>(20)</sup>.

As mesmas dificuldades aparecem nas integrações em  $k$ , sendo aí agravadas pelo fato de o integrando depender de  $W'$  ao invés de  $W$ .

Finalizando, devemos ressaltar que na eventual verificação de uma quebra suave (logarítmica) de S.A. - possibilidade não eliminada pela experiência - todo este esquema poderá ser aproveitado na obtenção de R.S. para as novas amplitudes.

Se, no limite de Bjorken<sup>(21)</sup>, ao invés de (I.3), tivermos:

$$w_1(v.k) \rightarrow (\log(k))^\alpha z(v.k) \quad (\text{IV.2})$$

$$z(v.k) \rightarrow z(v/k)$$

as expressões (III.13) e (III.12) podem ser aproveitadas como restrições a  $z(v.k)$ .

Resta esperarmos que as futuras experiências do SLAC<sup>(22)</sup> venham acumular maior número de medidas em (v.k), e ao mesmo tempo favorecer um entre os comportamentos (I.4) e (IV.2). Se isto ocorrer, nosso método terá, certamente, grande aplicabilidade.

## NOTAS E REFERÊNCIAS

- (1) E.D.Bloom et al.: Phys. Rev. Lett. 23, 935 (1969); Slac-Pub 796, 1970 (Conferência de Kiev); e Slac-Pub 815  
W.Bartel et al: Desy Report 69/7
- (2) J.D.Bjorken : Phys. Rev. 179, 1547 (1969)
- (3) Richard A. Brandt: Phys. Rev. D, vol. 1, 2808 (1970)
- (4) John W. Moffat: "Current Topics in the Eletromagnetic Interaction of Hadrons" - XI Internationale Universitätswochen für Kernphysik (Schladming, Austria 1972)
- (5) C.H.Llewellyn Smith - Notas de aula do International Summer Institute in Theoretical Physics - Desy, Hamburg
- (6) Samuel W. Mac Dowell : "Deep Inelastic Electron Scattering"  
Seminário apresentado no IV Simpósio Brasileiro de Física Teórica - PUC, Rio - 1972.
- (7) Ashok Suri: Phys. Rev., vol. 4, 570 (1971)
- (8) S.D.Dreiss, D.J.Levy e T.M.Yan: Phys. Rev. 187, 2159 (1969);  
Phys. Rev. D1, 1617 (1970)
- (9) P.M.Fishbane e J.D.Sullivan: Physics Letters 37B, 68 (1971);  
Phys. Rev. D4, 458 (1971); Phys. Rev. D e "Inelastic  $e^+e^-$  Annihilation in Perturbation Theory", NAL preprint (1972)

- (10) R.Gato, P.Menotti e I.Vendramin: "Deep Electroproduction and Deep Electron-Positron Annihilation" - preprint 5/72 da Scuola Normale Superiore; e "Commutators Near the Light - Cone II; Scaling Functions and their analitic continuation to the annihilation region" - preprint 71/9 da Scuola Normale Superiore - Pisa.
- (11) R.Gato, G.Preparata: "The problem of continuation from Deep Inelastic Electron Scattering to Deep Electron - Positron Annihilation" - Nota Interna nº 378 - Università di Roma.
- (12) S.Deser, W.Gilbert e E.C.G.Sudarshan: Phys. Rev. 115, 731 (1959); M.Ida - Progr. Theoret. Phys. (Kyoto) 23, 1151 (1960).
- (13) O suporte de  $W_i$  pode ser facilmente conhecido se usarmos as regras de Landau e Cutcosk (para  $k < 0$ )
- $$S = (p+q)^2 \geq (M+m)^2$$
- $$u = (p-q)^2 \geq (M+m)^2$$
- Além destes cortes existem os polos do núcleon e anti-núcleon em  $S=M^2$  e  $u=M^2$ .
- (14) Ao escrevermos (II.13) foram consideradas as relações do tipo (I.4) para  $f(v, k_o)$ .
- (15) Ressaltamos aqui que: (a)  $G^n(v, k)$ , assim como  $k \tilde{F}'_1(v, k)$ , obedece (c.iv); e (b) como  $\tilde{F}_1(v, k)$  não tem singularidades logarítmicas (hipótese (c.v))  $\tilde{F}'_1(v, k)$  não terá polos.

(16) A propriedade (p.3) decorre do fato de  $\tilde{F}_1(v \cdot k)$  ser antisimétrica ( $\tilde{F}_1(v \cdot k)$  é simétrica) pela troca  $v \leftrightarrow -v$ , tendo portanto um zero na origem.

(17) O limite de integração inferior em (III.12) é dado pelo suporte de  $W_1(v \cdot k)$  quando  $v > 0$ :  $(k_0 + (2M+m)m, \infty)$ .

(18) Se, quando  $|v| \rightarrow \infty$  ao longo do eixo real positivo, a função comportar-se como

$$\sum_n a_n \left(\frac{v}{k}\right)^{\alpha n},$$

o Teorema de Phragmen-Lindelof garante que em todas as direções do plano complexo  $v$  o comportamento será o mesmo.  
Isto é: S.C. é verificada.

(19) A figura (IV.1) foi construída a partir de uma tabela publicada por R.E.Taylor no 4<sup>th</sup> International Symposium on Electron and Photon Interaction at High Energies (Liverpool, September - 1969).

(20) A forma das funções de estrutura não é suficientemente simples (i.e., não é linear ou constante) para que integrais com dois pontos tenham algum significado.

(21)  $v \rightarrow \infty$ ,  $k \rightarrow \infty$ ,  $\frac{v}{k}$  fixo.

(22) Slac and LBL staff: Slac - 146 ou LBL - 750 (1972).

## FIGURAS

Figura (I.a) - diagrama dominante na eletroprodução

Figura (I.b) - interação  $\gamma(q) p \rightarrow x(M)$

Figura (I.c) - espalhamento Compton virtual

Figura (I.d) - aniquilação do par  $e^+e^-$

Figura (I.e) - aniquilação de 3 corpos

Figura (II.1) - representação da integral (II.1) no plano complexo  $v$

Figura (II.2) - representação da integral (II.5) no plano complexo  $k$

Figura (IV.1) - número de  $v$ 's diferentes para os quais existem medidas de  $W_i(v.k)$  quando  $k$  é restrito a intervalos de 0,5 Gev.

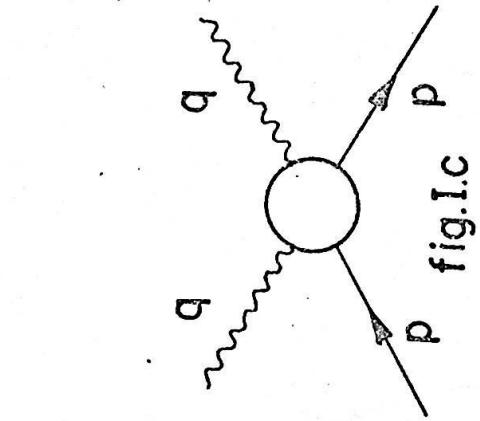


fig.I.c

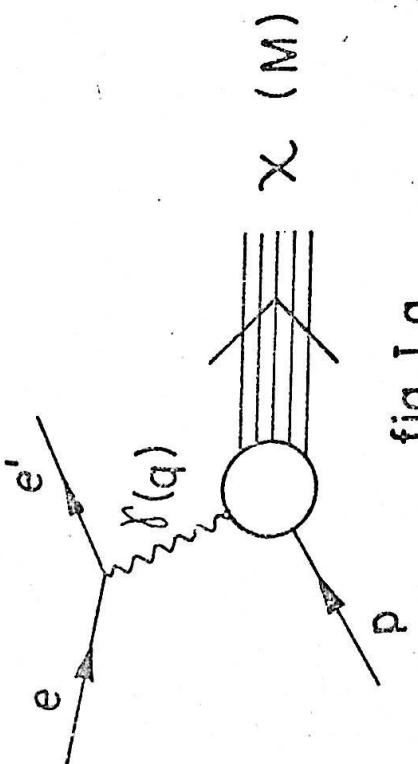


fig.I.a

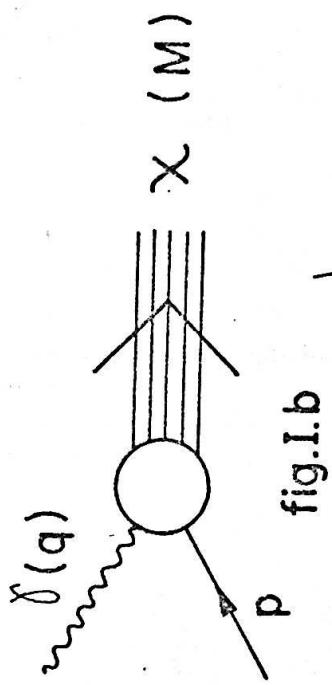


fig.I.b

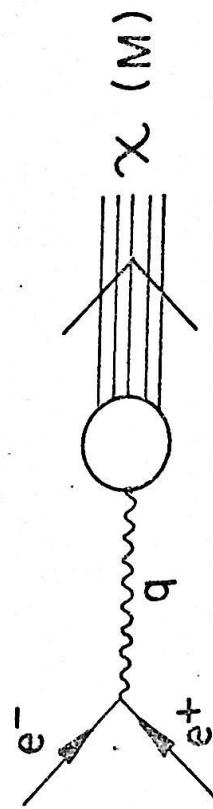


fig.I.d

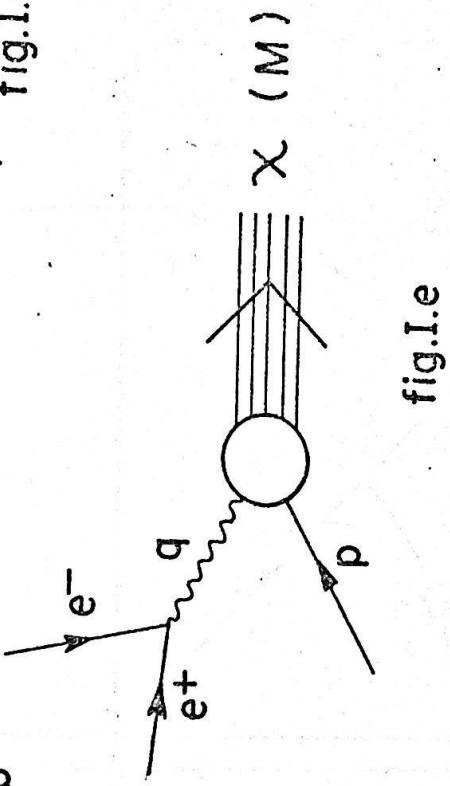


fig.I.e

FIG. I

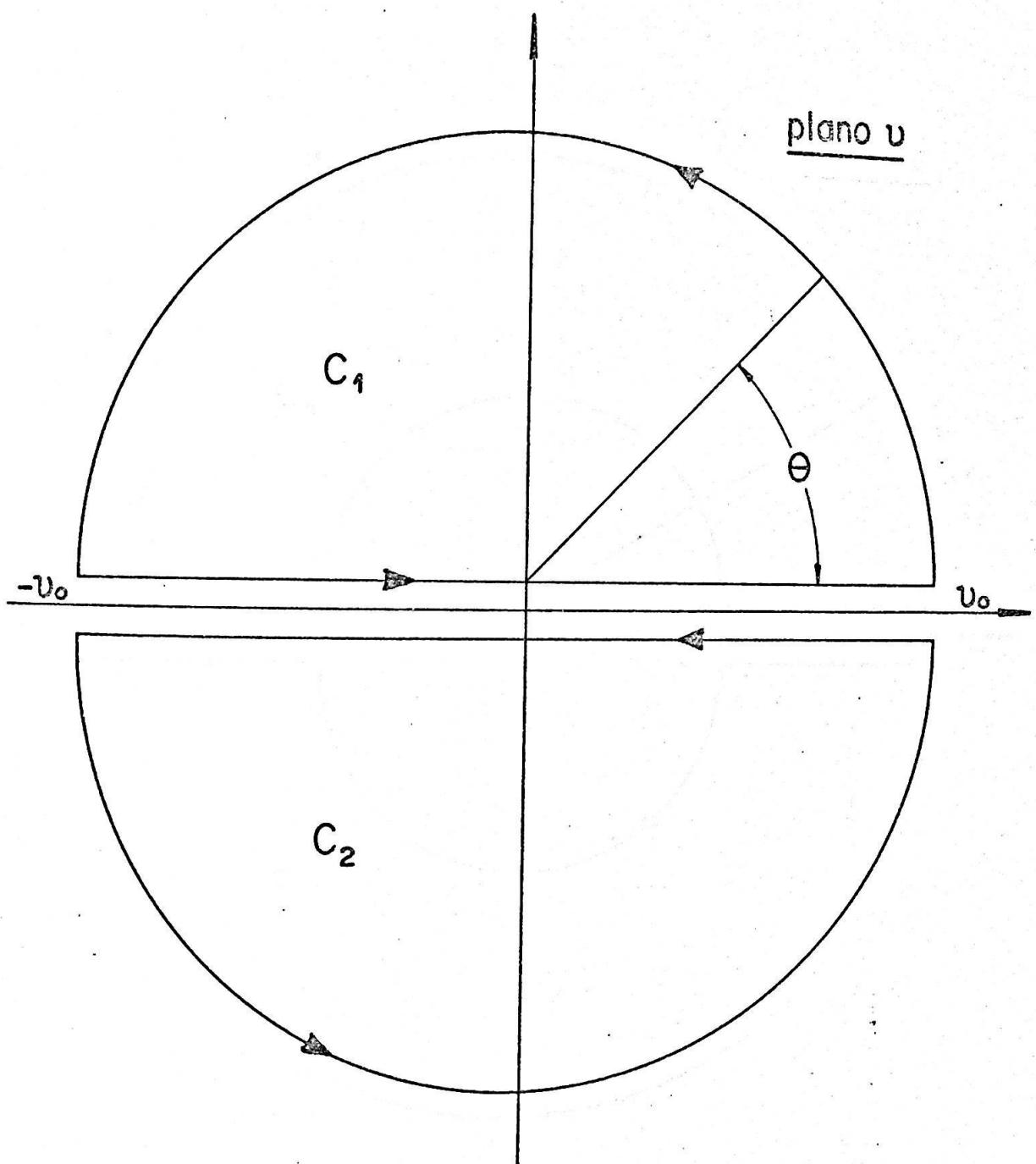


FIG. II.1

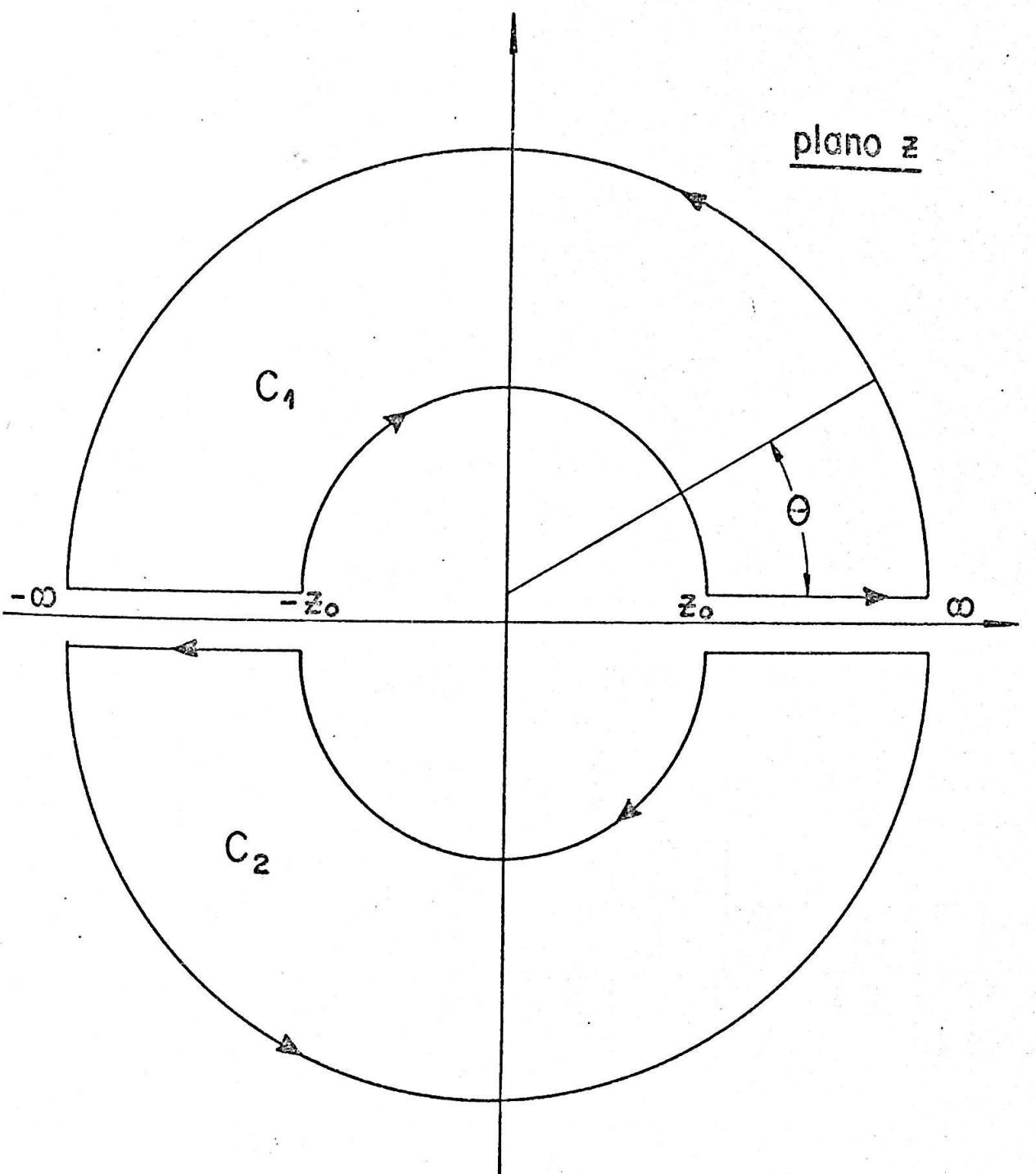


FIG. II.2

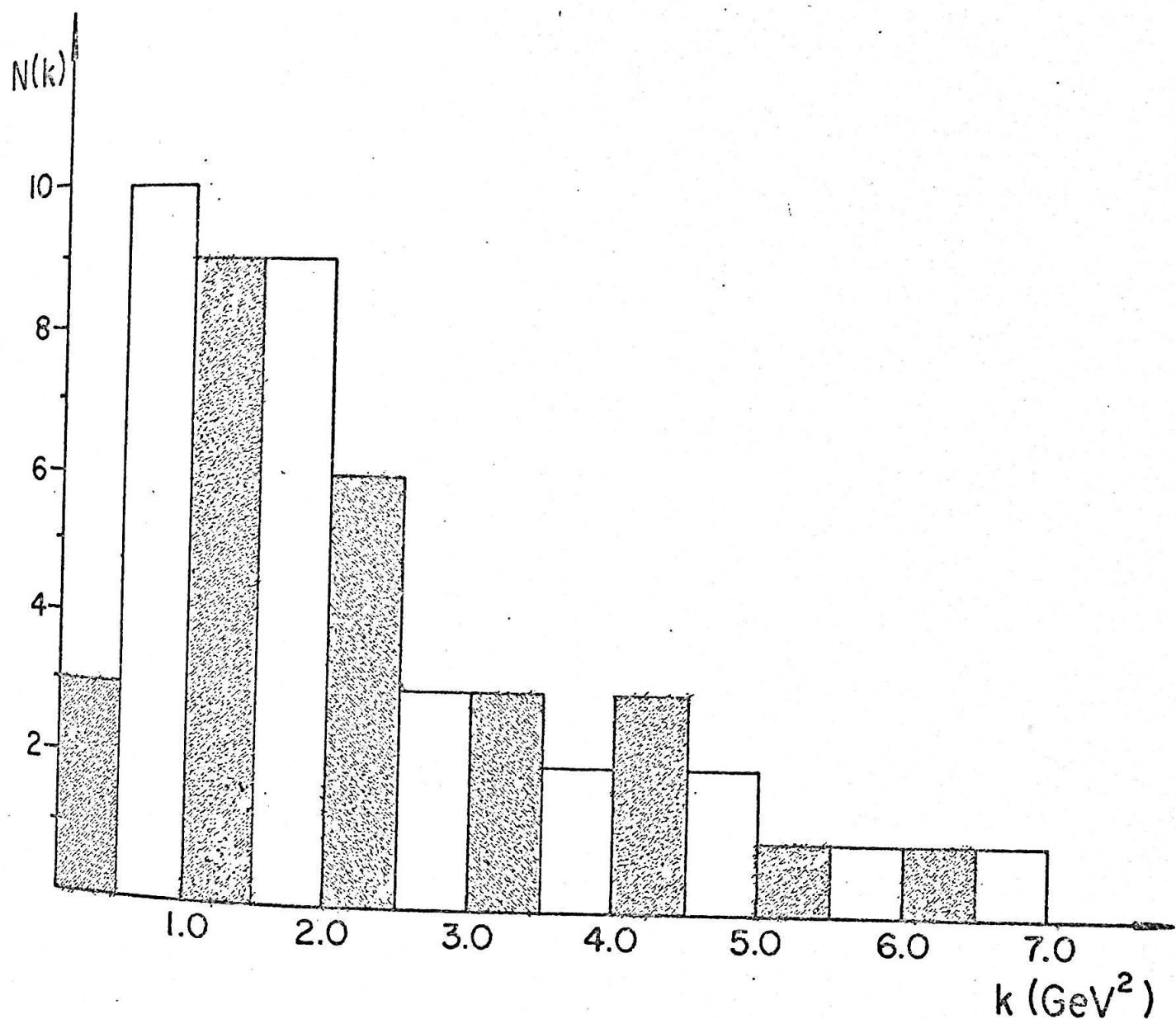


FIG. IV.1