

Defesa em 7/08/87

Universidade de São Paulo  
Instituto de Física

Estudo Global do Teorema Óptico  
para Sistemas de Íons Pesados



Antonio Carlos Camargo Villari  
tese submetida ao Instituto  
de Física da Universidade  
de São Paulo para obtenção  
do título de Doutor em  
Ciências.

Orientadora:

Dra. Alinka Lépine Szily

SBI-IFUSP



305M810T0997

São Paulo

1987

Mah: J. H. H.

ST

Alkoholische

Wasser

Wasser

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação  
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Villari, Antonio Carlos Camargo

Estudo global do teorema óptico para sistemas de  
íons-pesados. São Paulo, 1987.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Ins-  
tituto de Física. Departamento de Física Nuclear.

Área de Concentração: Física Nuclear.

Orientador: Profa. Dra. Alinka Lépine-Szily

Unitermos: 1. Teorema óptico; 2. Espalhamento elásti-  
co; 3.  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ ; 4. Secção de choque de reação; 5. Glória  
frontal.

USP/IF/SBI - 20/87

Para Zilah.

Este trabalho foi  
parcialmente financiado pela  
FAPESP

# Resumo

Desenvolveremos um método independente de modelo, baseado no Teorema Óptico para obtenção da seção de choque de reação a partir de distribuições angulares elásticas. O método foi aplicado a 16 distribuições angulares completas do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  nas energias  $E_{\text{CM}} = 8,549 ; 9,064 ; 10,01 ; 11,04 ; 11,98 ; 13,013 ; 14,042 ; 14,984 ; 17,28 ; 19,40 ; 20,79 ; 21,86 ; 23,14 ; 24,49, 25,50$  e  $26,74$  meV.

Parte das distribuições angulares foi obtida no Laboratório Pelletron e outra parte foi-nos cedida por grupos de Erlangen e Saclay. A seção de choque de reação obtida é comparada com dados de fusão e com diversas outras técnicas indiretas. Discutimos também a existência e viabilidade de observação do espalhamento Glória frontal nuclear, bem como sua implicação na obtenção de informações complementares sobre a interação núcleo-núcleo. Finalmente, descreveremos nossas tentativas de medida da seção de choque de reação por técnica de atenuação e nossa proposta de um novo método direto mais simples, aplicável a energias mais altas ( $E > 5$  meV/núcleon) onde o método indireto sugerido poderia apresentar dificuldades experimentais.

## Abstract

We developed a model independent method for obtaining the total reaction cross section from elastic angular distributions. This method, based on the generalized Optical Theorem, was applied to 16 complete elastic angular distributions of the system  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  at energies between  $E_{\text{cm}} = 8.55$  mev and  $E_{\text{cm}} = 26.74$  mev.

We have used angular distributions measured by the Erlangen and Saclay groups as well as using data obtained at the Pelletron Laboratory. The reaction cross section is compared with fusion measurements and with  $\sigma_{\text{R}}$  obtained by indirect methods. The existence and the conditions for observation of the nuclear forward glory scattering and its relation with information on the nucleus-nucleus interaction at distances shorter than the Coulomb rainbow and strong absorption radii are also discussed. Finally, we discuss our results on the attenuation technique and our proposal for a new direct method useful at higher energies ( $E > 5$  mev/nucleon), where the indirect method encounters experimental difficulties.

## Agradecimentos:

Agradeço à professora Alinka Lépina-Szily pela orientação decidida e amiga e pela oportunidade de ter realizado este trabalho.

Agradeço ao professor Mahir Saleh Hussein pelas discussões constantes, pelo apoio e pela ideia original deste trabalho.

Agradeço ao professor Oscar Sala pelo apoio constante e pela oportunidade de trabalhar no Laboratório Pelletron.

Agradeço ao amigo quase irmão Nemitala Added pelo empréstimo da câmara de ionização por ele desenvolvida e pela colaboração.

Agradeço a todos os colegas e amigos do grupo de pesquisa, Rubens Lichtenthaler F<sup>o</sup>, Otávio Portezan F<sup>o</sup>, Márcia Mayumi Obuti e José Martins de Oliveira Jr. pela colaboração na tomada de dados e auxílio constantes.

Agradeço aos professores Dirceu Pereira e Alejandro Szanto de Toledo pelas discussões sempre muito frutíferas sobre os diversos tópicos deste trabalho.



Agradeço também ao professor Wolfgang Mittag, que, mesmo distante, colaborou com idéias principalmente no desenvolvimento da técnica de atenuação.

Agradeço ao amigo Fúlvio Israel Aranda de Almeida pelas discussões e colaboração principalmente na parte teórica deste trabalho.

Agradeço ao corpo técnico do Laboratório, sob a coordenação do Sr. Udo Schnitter, pelo apoio.

Agradeço ao pessoal do setor de computação sob a coordenação do Sr. Adilson Pereira Teles, pelo apoio.

Agradeço especialmente a Zilah Crisostomo que elaborou os originais deste trabalho com imensa paciência e dedicação.

Finalmente, agradeço a todas as pessoas que, mesmo indiretamente, contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

Antonio Carlos Camargo Villari

Julho, 1987.

# Sumário

I. Introdução	1.
II. A Secção de Choque de Reação	7.
a) método semi-clássico: $\theta_i$ ou de "quarter point"	8.
b) modelo óptico	11.
c) análise por defasagens	16.
d) método da soma das diferenças	20.
e) métodos diretos	21.
III. Glória Frontal Nuclear	24.
a) interferência	29.
b) espalhamento arco-íris	32.
c) "orbiting" ou espalhamento espiral	33.
d) efeito glória	34.
IV. O Teorema Óptico	38.
V. Análise da Aplicabilidade do Teorema Óptico e Glória Frontal Dentro do Contexto de Ions Pesados	52.
VI. Descrição da Montagem Experimental	88.
VII. Breve Descrição Sobre a Redução dos Dados	101.

VIII. Determinação da Secção de Choque de Reação Para o Sistema $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$	_____	118.
a) secção de choque de reação via método independente de modelo	_____	119.
b) $\theta_{1/4}$	_____	138.
c) modelo óptico	_____	140.
d) análise por defasagens	_____	148.
IX. Um Estudo da Matriz de Espalhamento	_____	163.
a) a matriz de espalhamento $S_N(\varphi)$	_____	163.
a.1) estruturas com $l$ pequeno	_____	164.
a.2) contribuição do espalhamento via formação de núcleo composto	_____	166.
a.3) transferência elástica	_____	171.
a.4) comparando resultados	_____	176.
b) glória frontal nuclear, visível ou não?	_____	178.
X. Método de Atenuação: Medida Direta da Secção de Choque de Reação $\sigma_R$	_____	186.
XI. Conclusões Finais	_____	212.
Apêndice A	_____	217.
Referências	_____	220.

# I - Introdução

O Teorema Óptico traduz o conceito fundamental da conservação de fluxo na teoria de colisões. Toda a informação sobre a fração espalhada  $\sigma$ , conseqüentemente, subtraída do feixe incidente, está contida na parte imaginária da amplitude de espalhamento a zero grau.

Para o caso de espalhamento de partículas carregadas, existem formas alternativas de se escrever o Teorema Óptico, basicamente subtraindo da seção de choque total  $\sigma_T$  a componente relativa ao Potencial Coulombiano. Neste caso, é necessária uma descrição detalhada da interação, considerando um potencial Coulombiano blindado. Holdeman e Thaler (Ho 65) haviam deduzido o Teorema Óptico Generalizado para o caso de partículas carregadas, porém, recentemente, várias versões alternativas deste mesmo teorema apareceram na literatura (Fu 77, Oe 79, Ma 83), levando a resultados por vezes conflitantes.

Além deste aspecto formal, existe o interesse em utilizar o Teorema Óptico para se obter a seção de choque de reação  $\sigma_R$  para

sistemas de íons pesados através da análise do espalhamento elástico  $\sigma(\theta)$ . Nesta direção, Wojciechowski e colaboradores (Wo 76) haviam sugerido um método que ficou conhecido como Soma das Diferenças (SOD) e que foi utilizado para extrair  $\sigma_R$  de sistemas pesados da camada f-p e, mais recentemente, para sistemas bem mais leves, tais como  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  (Le 83) e  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  (Fr 83).

Hussein e colaboradores (Hu 82, Hu 83) haviam demonstrado que a seção de choque de reação obtida pelo método SOD não é válida para sistemas leve-pesados como, por exemplo,  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , por pressupor uma aproximação no Teorema Óptico válida apenas em condições de interação Coulombiana e absorção nuclear fortes.

Esta aproximação consiste em desprezar o espalhamento nuclear a zero graus que pode existir para sistemas de íons pesados-leves, tanto devido a um efeito refrativo da interação nuclear, chamado espalhamento glória frontal, quanto devido ao efeito de difração de Fresnel.

O efeito de glória frontal é bem conhecido em óptica (Hu 47, No 80) e já foi observado em colisões atômicas (Be 61, Ro 62).

Hussein e colaboradores também su

gerem que uma cuidadosa aplicação do Teorema Óptico para sistemas de íons leve-pesados, poderia fornecer informações sobre a interação nuclear a distâncias correspondentes à trajetória de Glória Frontal, interiores ao Arco-Iris Coulombiano (Cr 76) ou ao raio de absorção forte (Sa 74). Uma aplicação do Teorema Óptico ao espalhamento elástico de  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  na região de energias  $6 < E_{\text{CM}} < 31 \text{ MeV}$  (Hu 84) concluiu pela existência de evidências do fenômeno de Glória Frontal.

Barrette e Alamanos (Ba 85) argumentam que esta aplicação do Teorema Óptico não é válida e sugerem uma forma alternativa, baseada no formalismo desenvolvido por Marty (Ma 83) para se observar o espalhamento Glória Frontal para sistemas de íons-pesados.

Hinzdo (Hn 86), por sua vez, refutou a sugestão feita por Barrette (Ba 85) alegando ser irrealizável devido à precisão experimental inatingível, necessária na medida da seção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$  em ângulos dianteiros ( $\theta \sim 1^\circ$ ), enquanto Marty (Ma 84) simplesmente afirma que: "O espalhamento Glória Frontal não existe em colisões de íons-pesados, portanto, nenhum esforço experimental é necessário para investigar a

região dianteira nestes sistemas".

Neste Trabalho, fornecemos alguma luz sobre estas discussões a respeito da existência e possibilidade de se medir o espalhamento Glória Frontal em sistemas de íons leve-pesados, além de desenvolver uma técnica, baseada no Teorema Óptico, para se extrair a seção de choque de reação  $\sigma_R$  a partir do espalhamento elástico  $\sigma(\theta)$ .

Medimos 4 distribuições angulares completas ( $7^\circ \leq \theta_{cm} \leq 170^\circ$ ) para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  nas energias  $E_{cm} = 23,14$ ;  $24,49$ ;  $25,50$  e  $26,74$  MeV e completamos em ângulos dianteiros ( $7^\circ \leq \theta_{cm} < 30^\circ$ ), outras 4 distribuições angulares medidas por Charles (Ch 81), nas energias  $E_{cm} = 17,28$ ;  $19,40$ ;  $20,79$  e  $21,86$  MeV. Estes dados e mais 8 distribuições angulares completas obtidas por Fröhlich e colaboradores (Fr 83), nos permitiram obter a seção de choque de reação do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  na faixa de energia  $8,5 < E_{cm} < 27,0$  MeV em intervalos de 1 a 2 MeV.

Além deste estudo específico sobre o Teorema Óptico, descrevemos nossas tentativas de medir a seção de choque de reação  $\sigma_R$  utilizando a técnica de Atenuação (Pe 82, Ch 82) para íons-pesados.

dos e propomos uma técnica original, que chamamos de método Direto, mais simples e prática que a anterior. Esta técnica poderia ser muito útil num futuro próximo, quando da expansão do Laboratório Pelletron.

Este trabalho está subdividido em 11 capítulos, que podem ser considerados quase como compartimentos estanques e, dentro do possível, auto-suficientes. Assim, os capítulos II e III versam sobre os fundamentos dos dois assuntos centrais abordados neste trabalho, que são a secção de choque de reação e o espalhamento Glória Frontal. No Capítulo IV deduzimos o Teorema Óptico Generalizado e discutimos os resultados conflitantes encontrados na literatura. O capítulo V concentra a maior parte das discussões teóricas deste trabalho, fundindo os conceitos de secção de choque de reação e Glória Frontal com o Teorema Óptico. Neste capítulo propomos nosso método independente de modelo para a obtenção de  $\sigma_R$  a partir do espalhamento elástico  $\sigma(\theta)$  e apresentamos uma solução para a questão da possibilidade de observação do espalhamento Glória Frontal.

Nos capítulos VI e VII descrevemos a experiência e análise dos dados experimentais de espalhamento elástico para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$



No capítulo VIII calculamos  $\sigma_R$  aplicando o método proposto no capítulo V aos dados de  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  e comparamos nossos resultados com as medidas de fusão e com o resultado de outros métodos comumente utilizados em íons pesados, descritos no capítulo II.

O capítulo IX apresenta um estudo da matriz de espalhamento  $S_N(e)$  obtida pelo método de defasagens (um dos métodos alternativos para se obter  $\sigma_R$  no capítulo VIII), que apresentou estruturas interessantes e surpreendentes. Tentamos interpretar a origem destas estruturas analisando mais detalhadamente a matriz  $S_N(e)$  obtida à energia  $E_{\text{CM}} = 23,14 \text{ meV}$ .

No capítulo X descrevemos o arranjo experimental e os resultados obtidos no desenvolvimento das técnicas de atenuação e medida direta.

No capítulo XI apresentamos as principais conclusões obtidas neste trabalho, respondendo grande parte das questões levantadas nestes últimos anos sobre a aplicabilidade do Teorema Óptico e sobre a possibilidade de observação do fenômeno de Glória frontal em sistemas de íons pesados e leve-pesados.

## III. A Secção de Choque de Reacção

A secção de choque de reacção  $\sigma_R$  é a mais inclusiva das secções de choque, contendo, conseqüentemente, pouca informação explícita do sistema em colisão. Todavia, esta quantidade é de fundamental importância como uma medida da geometria dinâmica (De 80) do sistema, além de servir como prova de qualquer teoria no campo da física nuclear.

Por definição,  $\sigma_R$  é a somatória de todas as secções de choque de todos os processos nucleares possíveis, tais como espalhamento inelástico, transferência, espalhamento profundamente inelástico, fusão completa e incompleta, fragmentação e assim por diante, à exceção do espalhamento elástico.

A medida direta de  $\sigma_R$  é muito difícil, principalmente no caso de íons pesados, devido à forte interacção Coulombiana e grande número de canais abertos, exigindo muito tempo de acelerador e análises demoradas. Alternativamente foram desenvolvidas várias técnicas indiretas para sua determinação.

Chamamos aqui de medida direta de  $\sigma_R$  aos métodos que usam dados experimentais obtidos como a soma de todos os canais possíveis de reacção

utilizando qualquer técnica ou as medidas de atenuação (II.e e capítulo X). As técnicas para a determinação indireta de  $\tilde{\nu}_R$  são as que fazem uso do espalhamento elástico, ou seja, de distribuições angulares da secção de choque diferencial elástica  $\tilde{\nu}(\theta)$ .

Descreveremos, a seguir, alguns métodos indiretos e diretos para a obtenção de  $\tilde{\nu}_R$ . As técnicas indiretas aqui descritas são utilizadas no cálculo de  $\tilde{\nu}_R$  para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  no capítulo VIII.

Métodos indiretos:

II.a) Método semi-clássico:  $\theta_{\frac{1}{4}}$  ou de "quarter point"

Dentro da teoria semi-clássica do espalhamento, a interação Coulombiana entre duas partículas carregadas modifica suas trajetórias tal e qual uma lente divergente atua sobre um feixe de luz. Ao colocarmos um disco negro no centro desta lente divergente, poderemos observar concomitantemente o efeito de difração de Fresnel. Este disco negro colocado no centro da lente, simula o efeito da forte interação nuclear absorvendo parte do fluxo incidente. O efeito provocado pelas bordas deste disco negro é o aparecimento de regiões

de claro e escuro concêntricas, alternando máximos e mínimos de intensidade.

No caso de espalhamento elástico, o efeito semelhante à difração de Fresnel (B/54, Fr 66) é o comportamento oscilatório da secção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$ , quando comparada com a de Rutherford  $\sigma_{Ruth}(\theta)$ ,

$\frac{\sigma}{\sigma_{Ruth}}(\theta)$  oscila em torno de 1,0 para  $\theta < \theta_{\frac{1}{4}}$ ,

onde  $\theta_{\frac{1}{4}}$  é o ângulo para o qual  $\frac{\sigma}{\sigma_{Ruth}} = 0,25$ .

Clássicamente, ao supermos o espalhamento de partículas carregadas por um potencial Coulombiano somado à este disco negro, que absorve completamente o fluxo incidente, a secção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$  assumiria a forma:

$$\sigma(\theta) = \sigma_{Ruth}(\theta) \quad \theta < \theta_c \quad (II.1)$$

$$\sigma(\theta) = 0 \quad \theta > \theta_c$$

onde  $\theta_c$  é o ângulo para o qual a distância de máxima aproximação é igual ao raio do disco negro, ou seja, igual à soma dos raios das partículas

em colisão.

Semiclássicamente, ao considerarmos os efeitos de difração de Fresnel, mostra-se que a secção de choque diferencial elástica oscila ao redor do valor da secção de choque de Rutherford para ângulos menores que  $\theta_c$ , caindo a seguir à medida que  $\theta$  cresce. No ângulo  $\theta_c$  o valor de  $\sigma(\theta)$  é dado por:

$$\sigma(\theta_c) = \frac{1}{4} \sigma_{\text{Ruth}}(\theta_c) \quad (\text{II.2})$$

Este ponto se convencionou chamar de  $\theta_{\frac{1}{4}}$  ou "quarter point".

Demonstra-se que o ângulo  $\theta_c$  (Fr 66) se relaciona com a onda parcial razante  $l_g$  pela relação:

$$l_g = \eta \cotg\left(\frac{\theta_c}{2}\right) - \frac{1}{2} \quad (\text{II.3})$$

onde  $\eta$  é o parâmetro de Sommerfeld

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{h v} \quad \text{e } v \text{ é a velocidade do projétil.} \quad (\text{II.4})$$

A secção de choque de reação pode ser calculada em função de  $l_g$  através da fórmula:

$$\sigma_R = \frac{\pi k}{k^2} (l_g + 1)^2 \quad (\text{II.5})$$

Este cálculo é simples e largamente utilizado no caso de íons pesados como uma maneira de se obter de forma rápida o valor de  $\bar{v}_R$  para o sistema estudado. É claro que a precisão deste método é, no mínimo, discutível porém, para o caso em que não são observadas oscilações em ângulos em torno de  $\theta_c$  e para o caso de sistemas não deformados, este método se mostra bastante preciso. No caso particular de sistemas mais deformados, pode-se utilizar uma relação variante de II.5, estudada na referência AL 85.

## II.b) Modelo óptico :

O problema de espalhamento não relativístico resume-se a resolver a equação de Schrödinger independente do tempo :

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r) \right) \Psi(r) = E \Psi(r) \quad (\text{II.6})$$

onde  $E$  é o auto-valor de energia da partícula

e onde  $U(r)$  é a soma dos potenciais nuclear e Coulombiano.

$$U(r) = V_c(r) + V_n(r) \quad (\text{II.7})$$

A solução da equação II.6 pode ser encontrada caso o potencial (II.7) seja conhecido. Quanto à parte Coulombiana não existe problema, mas a parte nuclear deste potencial é, em princípio, desconhecida e devem ser feitas suposições e estimativas sobre sua forma e grandeza.

O modelo óptico consiste em se supor uma forma complexa para a parte nuclear de II.7. Potenciais dentro deste modelo apresentam uma parte imaginária que provoca uma atenuação do fluxo incidente no canal de entrada, simulando a abertura de diversos canais de reação, da mesma forma que em óptica, a absorção da luz é representada pela parte imaginária do índice de refração. A forma de Woods-Saxon (Wo 54), com seis parâmetros, têm se mostrado muito útil na explicação dos fenômenos encontrados no espalhamento elástico tanto em íons leves quanto em íons pesados, apesar das ambiguidades existentes quando da utilização destes potenciais (Fr 81).

Os potenciais de interação  $V_c$  e  $V_N$  entre o projétil e alvo são escritos na forma

abaixo:

$$V_c(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2}\right) & r \leq R_c \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & r > R_c \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

onde  $R_c = r_0 A^{1/3}$  e

$$V_N(r) = - \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_r}{a_r}\right)} - i \frac{W_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_i}{a_i}\right)} \quad (\text{II.9})$$

onde os raios são definidos como  $R_r = r_r (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  e  $R_i = r_i (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ , no caso de íons pesados.

A solução da equação II.6 é encontrada resolvendo-se separadamente as partes Coulombiana e nuclear e assumindo que a solução assintótica tem a forma:

$$\Psi(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \varphi_i(\mathbf{r}) + f(\theta) \varphi_e(\mathbf{r}) \quad (\text{II.10})$$

onde  $\varphi_i(\mathbf{r})$  e  $\varphi_e(\mathbf{r})$  são ondas incidente e emergente.



A amplitude de espalhamento  $f(\theta)$ , definida na folha anterior, ao ser resolvida, é escrita como:

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_l (2l+1) (S_N(l) - 1) e^{2i\alpha_c(l)} P_l(\cos\theta)$$

onde  $f_c(\theta)$  é a amplitude de espalhamento Coulombiano dada por: (II.11)

$$f_c(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp i \left[ \eta \ln \left( \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + 2\alpha_c(0) \right]$$

e onde  $\alpha_c(l)$  são as fases Coulombianas e  $S_N(l)$  são os elementos da matriz de espalhamento devido à interação nuclear. Para entender melhor esta dedução, veja (Jo75). (II.12)

A secção de choque diferencial elástica é dada por:

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 \quad (\text{II.13})$$

A secção de choque de reacção  $\sigma_R$  é calculada directamente conhecendo-se a matriz  $S_N(l)$  de espalhamento, pela relação:

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |S_l(l)|^2)$$

(II.14)

Em geral, as distribuições angulares de espalhamento elástico, são ajustadas por um programa de Modelo Óptico que modifica os seis parâmetros do potencial (II.9) até que os valores calculados pelo programa reproduzam razoavelmente a distribuição angular elástica experimental. O método usado é o de minimização de  $\chi^2$ , onde:

$$\chi^2 = \sum_i \left[ \frac{\sigma_{\text{exp}}(\theta_i) - \sigma_{\text{teo}}(\theta_i)}{\Delta \sigma_{\text{exp}}(\theta_i)} \right]^2 \quad (\text{II.15})$$

e onde  $\Delta \sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$  é o erro experimental da secção de choque diferencial elástica  $\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ .

Os grandes problemas com o Modelo Óptico são as ambiguidades encontradas em seus potenciais, como por exemplo:

$$V_0 \exp\left[\frac{Rr}{ar}\right] = \text{cte} \quad \text{e} \quad W_0 \exp\left[\frac{Ri}{ai}\right] = \text{cte}$$

(I958)

(II.16)

para  $a_r$  e  $a_i$  fixas. Esta ambiguidade significa que existe uma família de potenciais ópticos com superfícies idênticas e profundidades diferentes, que ajustam igualmente bem dados de espalhamento elástico.

Tais ambiguidades, principalmente para o caso de íons pesados, dificultam a análise e consequentemente podem gerar diferentes valores de  $\bar{V}_R$  para o mesmo conjunto de dados experimentais. Porém, como veremos a seguir, uma medida bastante refinada, principalmente dos ângulos dianteiros da distribuição angular, vai fazer com que os valores de  $\bar{V}_R$  encontrados sejam muito próximos, considerando potenciais ópticos que geram ajustes igualmente bons de  $V(\theta)$ . Ou seja, apesar de encontrarmos uma variedade bastante grande de potenciais ópticos que reproduzem bem as distribuições angulares elásticas, estes dão origem a valores muito semelhantes de  $\bar{V}_R$ .

### II.c) Análise por defasagens

Uma possibilidade de analisar o espalhamento elástico consiste em se construir para e simplesmente cada elemento da matriz  $S_N(\ell)$  de espalhamento, partindo de dados de distribuições

angulares elásticas. Existem várias referências na literatura (Me 81, Ch 81, Le 83) onde este tipo de análise é feita. Basicamente, a análise consiste em se acrescentar mais uma componente "flutuante" à matriz  $S_N(l)$  usual, esta parametrizada ou proveniente de um cálculo de modelo óptico.

Descreveremos a seguir como este método é utilizado e pode ser útil para se determinar a secção de choque de reacção  $\sigma_R$ .

A amplitude de espalhamento elástica é escrita na forma usual:

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_l^{l_{\max}} (2l+1) (S_N(l) - 1) \cdot e^{2i\delta_c(l)} P_l(\cos\theta) \quad (\text{II.17})$$

A ideia do método consiste em se adotar a matriz  $S_N(l)$  de espalhamento como contendo um termo não perturbado  $S_N^0(l)$  que seria obtido através de uma análise fenomenológica usual utilizando-se o modelo óptico e outro termo  $\delta S_N(l)$  que seria a parte perturbada da matriz, responsável pelas oscilações encontradas na distribuição angular.

Assim, escreveremos a matriz  $S_N(p)$ :

$$S_N(p) = S_N^0(p) + \delta S_N(p) \quad (\text{II.18})$$

Os valores de  $\delta S_N(p)$  são calculados independentemente através de um método de ajuste que procura o mínimo do  $\chi^2$  escrito em termos das secções de choque de espalhamento elástico experimental e teórica.

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \left[ \frac{\sigma_{\text{exp}}(\theta_i) - \sigma_{\text{teor}}(\theta_i)}{\Delta \sigma_{\text{exp}}(\theta_i)} \right]^2 \quad (\text{II.19})$$

onde:  $N$  = número de graus de liberdade

$\mathcal{N}$  = número de pontos experimentais

$\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$  = secção de choque experimental

$\sigma_{\text{teor}}(\theta_i)$  = secção de choque teórica

$\Delta \sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$  = erro da secção de choque experimental.

Os ajustes obtidos utilizando-se este método são considerados excelentes. Todas as estruturas que aparecem nas distribuições angulares são fielmente reproduzidas.

Utilizando dados experimentais minuciosos tais como de  $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$  (Br 77) e  $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$  (Me 81), não se tem observado grandes ambiguidades no método. Isto é: aparentemente não existe mais do que uma

única matriz  $S$  que reproduz exatamente a secção de choque de espalhamento elástico.

Quanto a este problema de ambiguidade, não é difícil demonstrar que se obtivermos uma distribuição angular experimental completa com  $4l_{\max} + 3$  pontos experimentais, a matriz  $S$  é determinada de maneira única (Ch 81).  $l_{\max}$  é a máxima onda parcial que se utiliza no cálculo da secção de choque teórica. ( $l_{\max}$  é determinado semi-classicamente).

Lógicamente, o teorema citado acima é válido para dados experimentais "exatos", isto é, dados sem incertezas. Mas este problema é contornável, uma vez que se pode calcular o erro envolvido em cada elemento da matriz  $S$  calculado por este método.

O interessante neste método, é o fato de podermos obter uma matriz de espalhamento  $S_N(l)$  diretamente dos dados experimentais de  $\sigma(\theta)$ , gerando a "matriz experimental"  $S_N(l)$ . Veremos adiante, Capítulo II, que esta mudança de espaço  $\theta \rightarrow l$  é fundamental para o estudo de fenômenos localizados em ângulos muito pequenos, inatingíveis por qualquer técnica experimental.

Voltando à obtenção da secção de

choque de reação, uma vez obtida a matriz de espalhamento  $S_N(l)$ , a seção de choque de reação  $\sigma_R$  é calculada como:

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) (1 - |S_N(l)|^2) \quad (\text{II.20})$$

Este método, de certa forma independente de modelo, é pouco utilizado, apesar de ser possível obter valores confiáveis de  $\sigma_R$ , como veremos no capítulo VIII.

## II. d) Método da soma das diferenças

Wojciechowski (1976) sugeriu uma maneira alternativa de se obter a seção de choque de reação  $\sigma_R$  via dados experimentais de espalhamento elástico, por um método independente de modelo. A seção de choque de reação poderia ser obtida por:

$$\sigma_R = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} [\sigma_{\text{Ruth}}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta \, d\theta \quad (\text{II.21})$$

O limite inferior ( $\theta_0$ ) da integral II.21

deveria ser um ângulo pequeno tal que abaixo deste valor, as secções de choque diferenciais elástica e de Rutherford seriam iguais e, conseqüentemente, se anulariam. Ou seja:

$$\sigma(\theta) = \sigma_{\text{RUTH}}(\theta) ; \theta < \theta_0 \quad (\text{II.22})$$

Veremos mais adiante (capítulo II), que a relação II.22 só é satisfeita para o caso do espalhamento de íons muito pesados ( $A > 40$ ) a baixas energias, onde os efeitos da glória frontal são desprezíveis.

Propomos mais adiante (capítulo II), uma forma precisa para a escolha do ângulo inicial  $\theta_0$ , que mesmo na presença da glória frontal torna válida a relação II.21. Esta técnica está baseada apenas no Teorema Óptico, sendo portanto, independente de modelo.

## II.e) Métodos diretos :

Os métodos diretos para a obtenção do valor da secção de choque de reação, são aqueles em que todos os canais de reação são identificados e medidos, sejam por técnica de raios  $\gamma$  ou por medida de todas



as partículas emergentes das reações nucleares. No caso da medida das partículas emergentes, as técnicas mais comuns são as que utilizam telescópios  $E-\Delta E$ , permitindo a identificação do número atômico  $Z$  de cada elemento, ou a técnica de tempo de voo (TOF), que permite a identificação da massa ( $M$ ) dos elementos emergentes.

Uma outra técnica interessante e ainda em desenvolvimento, consiste na medida dos feixes incidente e emergente em um alvo fino. Esta técnica, chamada de atenuação, é utilizada na medida da seção de choque total de píons ( $Ci66, AL73$ ) ou mesmo recentemente, na medida da seção de choque de reação  $\sigma_R$  em íons pesados a energias de aproximadamente  $20 \text{ MeV/A}$  ( $Pe82$ ). Uma descrição mais detalhada desta técnica, assim como os resultados preliminares da medida de  $\sigma_R$  para sistemas de íons pesados a baixa energia,  $3,0 \text{ MeV/A}$ , são discutidos no capítulo X. Veremos também, no capítulo X, que é possível medir-se  $\sigma_R$  por outro método absolutamente original, que batizamos simplesmente de método direto.

A seguir, discutiremos alguns fenômenos observados em sistemas de íons pesados que podem ser interpretados dentro de um contexto semi-clássico. Essa

discussão é fundamental para se compreender perfeitamente os problemas existentes no método SOD, item d) deste capítulo, e a solução apresentada no capítulo II.

### III . Glória Frontal Nuclear

Já foi dito que a física de íons Pesados é ideal para italianos, uma vez que vários dos seus fenômenos podem ser explicados e compreendidos com o auxílio das MÃOS! Na verdade, esta física, relativamente jovem e cujo desenvolvimento inicial deve-se a interesses Astrofísicos, pode dispor de recursos semi-clássicos e até mesmo puramente clássicos para descrever alguns de seus fenômenos. Dentro do contexto semi-clássico, a descrição do espalhamento pode ser compreendida por meio de trajetórias, justificando a primeira frase do parágrafo, pois nada mais natural que utilizar as mãos para descrever trajetórias de partículas em colisão.

Particularmente, quando são possíveis aproximações semi-clássicas da amplitude de espalhamento Quantum-Mecânica, várias características do espalhamento podem ser relacionadas com o comportamento específico da função de deflexão clássica.

Estes tipos de espalhamento quase sempre podem ser relacionados com outros fenômenos

físicos encontrados em Óptica ou Física Atômica e Molecular. Assim os efeitos de Interferência, Arco-Íris, Glória (efeito Auréola) e Orbiting (espalhamento espiral), podem ser identificados como efeitos nucleares existentes em sistemas de Íons Pesados dentro de uma descrição semi-clássica. Este tipo de descrição, bem como a identificação dos efeitos citados dentro da Física Nuclear, se devem principalmente a Ford e Wheeler (Fo 59).

Discutimos a seguir, os principais conceitos e aproximações permitidas semi-clássicamente.

Partimos da amplitude de espalhamento  $f(\theta)$ ,

$$f(\theta) = -\frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\sigma(l)} - 1) P_l(\cos \theta)$$

( III. 1 )

e fazemos uma série de aproximações semi-clássicas, dentre as quais podemos citar:

1 - A substituição do deslocamento de fase  $\sigma(l)$  pelo valor na aproximação JWKB, ou seja:

$$\sigma(l) = \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2} l \pi - k r_0 + \int_{r_0}^{\infty} (k_r - k) dr$$

( III. 2 )

e, onde  $r_0$  é o ponto de

retorno clássico e

$$k_r = \left[ 2 \frac{m}{\hbar^2} (\epsilon - V) - \left( l + \frac{1}{2} \right)^2 r^{-2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

A propriedade mais importante do deslocamento de fase na aproximação JWKB é sua relação simples com a função de deflexão clássica  $\Theta(l)$ , ou seja:

$$\Theta(l) = 2 \frac{dS(l)}{dl} \quad (\text{III.3})$$

2 - A substituição do polinômio de Legendre pelas suas expressões assintóticas válidas para  $l$  grandes, ou seja:

$$P_l(\cos \theta) = \left[ \frac{1}{2} \left( l + \frac{1}{2} \right) \pi \sin \theta \right]^{-\frac{1}{2}} \sin \left[ \left( l + \frac{1}{2} \right) \theta + \frac{\pi}{4} \right], \text{ para } \sin \theta \gg \frac{1}{l}$$

e

$$P_l(\cos \theta) = (\cos \theta)^l J_0 \left[ \left( l + \frac{1}{2} \right) \theta \right] \text{ para } \sin \theta \leq \frac{1}{l}$$

(III.4)

3 - A substituição da somatória na expressão III.1 por uma integral,  $\int dl$ .

Esta aproximação é válida no caso de existirem muitas ondas parciais contribuindo para o espalhamento e quando o deslocamento de fase variar lentamente com  $l$ .  $f(\theta)$  assume a forma semi-clássica:

$$f_{sc}(\theta) = -\left(\frac{2\pi k \sin\theta}{k}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} (l+\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \left[ e^{i\varphi_+} - e^{i\varphi_-} \right] dl \quad (\text{III.5})$$

onde:

$$\varphi_{\pm} = 2\sigma(l) \pm (l+\frac{1}{2})\theta \pm \frac{\pi}{4} \quad (\text{III.6})$$

Por sua vez, a secção de choque diferencial semi-clássica é calculada por:

$$\sigma_{sc}(\theta) = |f_{sc}(\theta)|^2 \quad (\text{III.7})$$

A integral da relação III.5 é usualmente calculada pelo método de fase estacionária e obtém-se como resultado que  $\sigma_{sc}(\theta) = \sigma_{ce}(\theta)$ , onde  $\sigma_{ce}(\theta)$  é a secção

de choque diferencial clássica dada pela fórmula :

$$\bar{v}_{ce} = \frac{(l_\theta + \frac{1}{2})}{k^2} \left[ \text{sen } \theta \left| \frac{d\Theta}{d l} \right|_{\Theta = \theta} \right]$$

$$= \frac{(l_\theta + \frac{1}{2})}{k^2} \left[ 2 \text{sen } \theta \left| \frac{d^2 \delta(l)}{d l^2} \right|_{\Theta = \theta} \right]$$

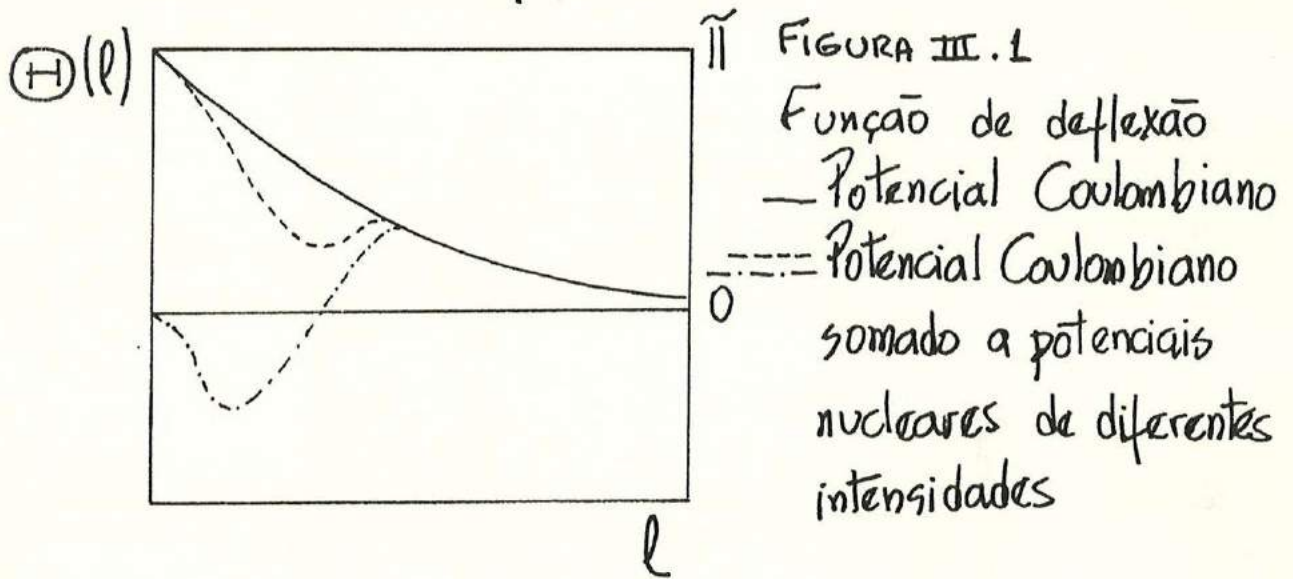
(III.8)

Nesta fórmula, o parâmetro de impacto é escrito como  $b = \left(\frac{l + \frac{1}{2}}{k}\right)$  e o ângulo de observação  $\theta$ , positivo por convenção, é distinguido da função de deflexão clássica  $\Theta(l)$ , positiva para o caso de uma interação repulsiva e negativa para uma interação atrativa. A quantidade  $l_\theta$  é definida por:

$$\Theta(l_\theta) = \pm \theta \quad (\text{III.9})$$

A forma da função de deflexão  $\Theta(l)$  é caracterizada pelo tipo de interação e consequentemente determina o comportamento da seção de choque diferencial elástica  $\bar{v}(\theta)$ . Para o caso puramente Coulombiano  $\Theta(l)$  tem o comportamento da curva cheia na FIG III.1. As outras curvas desta mes

na figura mostram o comportamento de  $\Theta(l)$ , quando, além do potencial Coulombiano, também atua no sistema um potencial nuclear atrativo. Estas duas curvas representam dois potenciais nucleares com intensidades diferentes.



Descreveremos, a seguir, algumas características especiais do espalhamento elástico utilizando a aproximação semi-clássica.

a) - Interferência :

Clássicamente, existe a possibilidade de vários parâmetros de impacto  $b$  levarem a um mesmo ângulo de espalhamento  $\theta$ . A seção de choque diferencial seria a soma de todas estas contribui-



ções:

$$\tilde{V}_{ce}(\theta) = \sum_i (\tilde{V}_{ce})_i \quad (\text{III.10})$$

No caso semi-clássico, haverá interferência entre as diversas contribuições provenientes de diferentes parâmetros de impacto  $b$ , ou ondas parciais  $l$ .

Para o exemplo da FIG III.2, em que apenas duas ondas parciais contribuem, a secção de choque semi-clássica é calculada da seguinte forma:

$$\tilde{V}_{sc}(\theta) = \left| (\tilde{V}_{ce_1}(\theta))^{\frac{1}{2}} + (\tilde{V}_{ce_2}(\theta))^{\frac{1}{2}} e^{i(\beta_2(\theta) - \beta_1(\theta))} \right|^2 \quad (\text{III.11})$$

Onde  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são as fases angulares das amplitudes de espalhamento semi-clássicas  $f_{sc}(\theta)$  de cada uma das contribuições e onde

$\tilde{V}_{ce_{1,2}}(\theta)$  são calculados pelo método de fase estacionária.

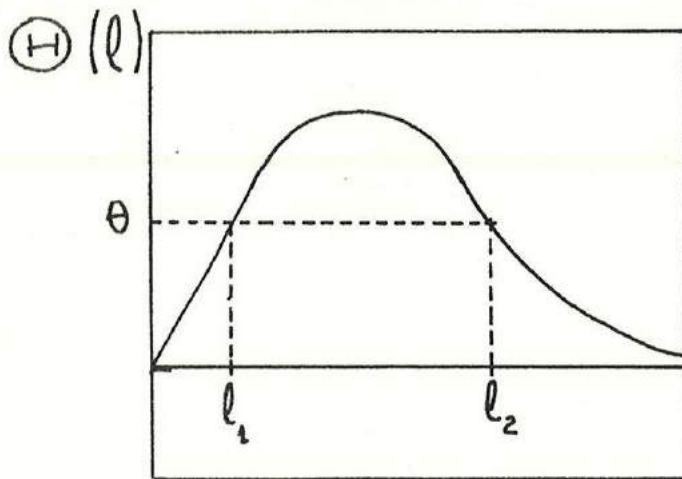


FIGURA III.2  
 Função de deflexão  
 $l_1$  e  $l_2$  contribuem para o  
 mesmo ângulo  
 de espalhamento  $\theta$ .

O comportamento da secção de choque diferencial será oscilatório, entre os limites :

$$\sigma_{\text{MAX}}(\theta) = \left[ \left( \sigma_{ce_1}(\theta) \right)^{\frac{1}{2}} + \left( \sigma_{ce_2}(\theta) \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

e

$$\sigma_{\text{MIN}}(\theta) = \left[ \left( \sigma_{ce_1}(\theta) \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \sigma_{ce_2}(\theta) \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

(III.12)

## b) - Espalhamento Arco-Íris

Quando a função de deflexão  $\Theta(l)$  apresentar um ponto de Máximo ou Mínimo, ou seja,  $\frac{d\Theta}{dl} = 0$ , a secção de choque clássica (III.8) apresentará uma singularidade. Este ponto de singularidade é usualmente chamado de ângulo de Arco-Íris e o espalhamento nas vizinhanças deste ponto é conhecido como Espalhamento Arco-Íris, em uma clara identificação deste efeito com o fenômeno óptico.

A FIG III.3 mostra duas situações típicas, onde encontramos o fenômeno de Arco-Íris, sendo que o localizado em  $l$  maior é chamado de Arco-Íris Coulombiano, enquanto que o localizado em  $l$  menor é chamado de Arco-Íris Nuclear.

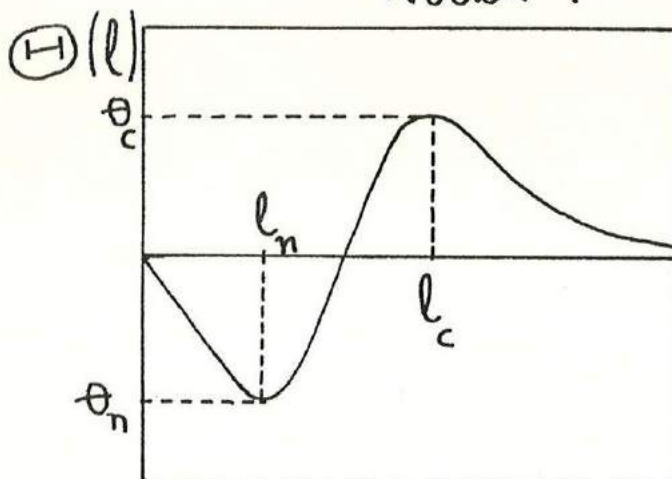


FIGURA III.3

$l_c$  e  $\Theta_c$  são a onda parcial e o ângulo relacionado ao arco-íris Coulombiano.

$l_n$  e  $\Theta_n$  são relacionados ao arco-íris nuclear.

### c) "Orbiting" ou espalhamento espiral

Há casos em que a função de deflexão pode ter uma singularidade em algum valor crítico de  $l$ , correspondendo a uma órbita espiral infinita limitada circularmente. Este fenômeno é familiar em colisões atômicas, por exemplo uma colisão entre um íon a baixa energia e um átomo de um gás. O espalhamento é denominado de "Orbiting". A FIG III.4 mostra um caso típico de "Orbiting" na função de deflexão  $\Theta(l)$ .

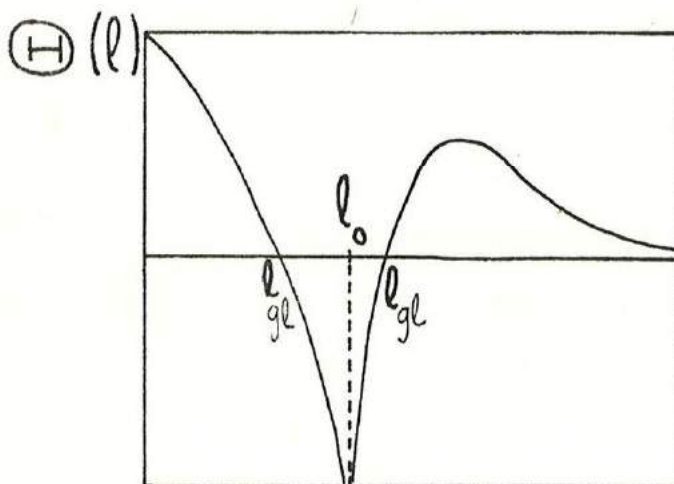


FIGURA III.4

$l_0$  corresponde à onda parcial de "orbiting"  
 $l_{gl}$  são as ondas parciais relacionadas ao fenômeno de Glória Frontal.

## d) - Efeito Glória

Prendemos discutir mais longamente este efeito, pois nos interessará, a partir de agora, identificá-lo e conjecturar sobre a possibilidade de observá-lo dentro do contexto de íons pesados.

Clássicamente, se a função de deflexão  $\Theta(\ell)$  passa pelos valores 0 ou  $\pm \pi$ , novamente aparecem pontos de singularidade na secção de choque diferencial elástica provocados pelo zero em  $\sin \theta$ . Neste caso, novamente se faz uso de nomenclatura óptica e se denomina este efeito de Glória. Podemos vê-lo pela função de deflexão na FIG III.4, onde  $\ell_{ge}$  é a onda parcial associada ao fenômeno de Glória frontal.

— Uma observação quanto à nomenclatura: Na realidade, efeito Glória (Glory effect) é o nome popular do espalhamento da luz em  $180^\circ$ . Ele é algumas vezes observado como um halo multicolorido ao redor de uma sombra projetada em uma nuvem. Assim, este efeito pode ser observado de um avião, ao redor de sua sombra nas nuvens, ou do alto de uma montanha, onde se observa um halo multicolorido ao redor da sombra projetada da cabeça do observador sobre uma nuvem próxima. Em muitos artigos

pode-se encontrar para este efeito o nome de *Anti-Coronae*. Para o caso de espalhamento da luz em  $0^\circ$ , o efeito óptico é visível quando existe uma fina névoa à frente do sol ou da lua, sendo possível distinguir um halo de luz mais intenso, muitas vezes multicolorido, cujo nome usual é efeito *Auréola* ou *Coronae*. Em física nuclear convencionou-se chamar os efeitos anômalos observados no espalhamento frontal ( $\theta = 0^\circ$ ) ou traseiro ( $\theta = 180^\circ$ ), de "*Glory Scattering*", que neste trabalho é traduzido como espalhamento *Glória*. —

Para o caso de *Glória* frontal, a função de deflexão nas proximidades de zero grau pode ser aproximada pela expressão:

$$\Theta(l) = \frac{d\theta}{dl} (l - l_{g0}) \quad (\text{III.13})$$

Utilizando esta função de deflexão pode-se demonstrar para a amplitude de espalhamento semi-clássica o valor:

$$f_{sc}(\theta) = \left( \frac{l_{g0} + \frac{1}{2}}{k} \right) \left( \left| \frac{d\theta}{dl} \right|_{l_{g0}} \right)^{\frac{1}{2}} e^{i \xi} J_0(l_{g0} \sin \theta) \quad (\text{III.14})$$

onde a fase  $\xi$  é dada por:

$$\xi = 2\sigma(l_{ge}) - \frac{\pi}{4} \quad (\text{III.15})$$

Para o caso de espalhamento em ângulos traseiros, a amplitude de espalhamento tem a mesma forma (III.14), sendo que a fase  $\xi$  é dada por:

$$\xi = 2\sigma(l_{ge}) - \pi l_{ge} - \frac{\pi}{4} \quad (\text{III.16})$$

Para o caso em que não há outras amplitudes interferindo com (III.14), a secção de choque de espalhamento Glória é dada por:

$$\sigma_{sc}(\theta) = \left( \frac{l_{ge} + \frac{1}{2}}{k} \right)^2 \left( \left| \frac{\frac{2\pi}{d} \theta}{d l} \right|_{l=l_{ge}} \right) J_0^2(l_{ge} \sin \theta) \quad (\text{III.17})$$

Note que o comportamento angular é dado por  $J_0^2(l_{ge} \sin \theta)$ . Este comportamento oscilatório é muito importante, como será visto mais adiante no Capítulo V, quando se identificará o fenômeno de Glória frontal em uma distribuição angular

elástica .

O efeito de Glória nuclear traseiro já foi observado no espalhamento  $\alpha$  por Budzanowski (Bu 65) e no espalhamento Píon - Próton, interpretado por Bryant (Br 68).

Para o caso de íons pesados, muita importância foi dada recentemente ao efeito de Glória frontal (Hu 82, Ba 85) por permitir a obtenção de informações a respeito da interação nuclear a curtas distâncias, menores do que o ponto de Arco-Íris Coulombiano e o ponto de absorção forte.

No Capítulo V, discutiremos mais detalhadamente a utilização deste efeito no contexto de íons pesados.

A seguir discutimos e deduzimos o Teorema Óptico Generalizado, ferramenta fundamental para entender-se a importância do efeito Glória nuclear e sua implicação na determinação da secção de choque de reação  $\sigma_R$ .



## IV. O Teorema Óptico

A dedução do teorema óptico dentro da teoria de colisões tem como pressuposto fundamental a conservação do fluxo incidente. Sua forma mais conhecida, encontrada em livros de Mecânica Quântica, pode ser descrita como:

$$\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f(0) \quad (\text{IV.1})$$

onde  $f(\theta)$  corresponde à amplitude total de espalhamento a zero grau e  $\sigma_T$  é a seção de choque total.

Para o caso de partículas carregadas, o que certamente inclui espalhamento em sistemas de íons pesados, a amplitude total de espalhamento  $f(\theta)$  diverge para zero grau devido à ação da forte interação Coulombiana, tornando proibitiva a relação IV.1. Esta divergência, por outro lado, não é real. Na verdade, uma descrição mais detalhada da interação núcleo-núcleo não deve considerar o alcance do potencial Coulombiano como infinito, uma vez que a nuvem eletrônica que rodeia o núcleo alvo age de maneira a blindar a ação deste potencial. Uma descrição mais real deve

considerar os efeitos da blindagem eletrônica que reduzem o alcance do potencial Coulombiano e evitam a divergência da amplitude de espalhamento frontal.

Por outro lado, a quantidade  $\sigma_T$ , seção de choque total, não é uma quantidade interessante a ser estudada do ponto de vista da física nuclear, uma vez que ela contém somadas as contribuições da seção de choque total de reação e da seção de choque total elástica, ou seja:

$$\sigma_T = \sigma_R + \sigma_{el}$$

(II.2)  
Isto significa que  $\sigma_T$  leva basicamente a informação relativa à interação Coulombiana e quase nenhuma sobre a interação nuclear, pois  $\sigma_{el} \gg \sigma_R$ ; e  $\sigma_{el}$  é totalmente dominado pela interação Coulombiana, ao menos em  $E_{cm} < 10 \text{ MeV/A}$ .

Portanto, precisamos encontrar uma forma mais adequada para escrever o Teorema Óptico, onde a informação referente à interação nuclear não fique totalmente mascarada pela interação Coulombiana.

Vamos iniciar nossa dedução do Teorema Óptico Generalizado escrevendo a amplitude de espalhamento total  $f(\theta)$  em termos de uma

expansão em ondas parciais e, sob a ação de um potencial total descrito como a soma de um termo nuclear  $V_N(r)$  e de um termo Coulombiano blindado  $V_{CB}(r)$ . O potencial Coulombiano blindado pode ser descrito classicamente como:

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad \text{para } r < R$$

$$= 0 \quad \text{para } r > R$$

(IV.3)

Onde  $R$  refere-se ao raio da blindagem, que é basicamente da ordem do raio atômico. A amplitude total do espalhamento, associada ao potencial acima descrito, pode ser escrita como (Ho 65):

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^L (2l+1) (S_{CB}(l) S_N(l) - 1) P_l(\cos \theta),$$

onde  $S_{CB}(l)$  e  $S_N(l)$  referem-se às matrizes de espalhamento Coulombiana blindada e nuclear. (IV.4)

O efeito da blindagem do potencial Coulombiano está contido na limitação superior da soma

tória na relação IV.4 e em  $S_{CB}(l)$ . Formalmente, a onda parcial máxima  $L$  é escrita como:

$$L = \left[ b k R \right], \quad (\text{IV.5})$$

onde  $b$  é uma constante da ordem de UM e os colchetes "[ ]" significam o "maior inteiro".

A matriz Coulombiana blindada é dada por:

$$S_{CB}(l) = e^{2i(\mathcal{S}_c(l) - \Lambda)}$$

onde  $\mathcal{S}_c(l)$  são as fases Coulombianas e  $\Lambda$  é uma constante independente de  $l$  dada por:

$$\Lambda = \eta \ln(2kR), \quad (\text{IV.7})$$

onde  $\eta$  é o parâmetro de Sommerfeld.

A secção de choque diferencial elástica é facilmente obtida conhecendo-se  $f(\theta)$ :

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 \quad (\text{IV.8})$$

Em termos de ondas parciais e utilizando a equaçãõ IV.4,  $\bar{V}(\theta)$  assume a forma:

$$\bar{V}(\theta) = \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l, l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) \left(1 - S_{CB}^{(l)} S_N^{(l)}\right) \left(1 - S_{CB}^{*(l')} S_N^{*(l')}\right) \cdot P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta),$$

o termo  $\left(1 - S_{CB}^{(l)} S_N^{(l)}\right) \left(1 - S_{CB}^{*(l')} S_N^{*(l')}\right)$  (IV.9) pode ser reescrito

de uma maneira mais adequada:

$$\begin{aligned} \left(1 - S_{CB}^{(l)} S_N^{(l)}\right) \left(1 - S_{CB}^{*(l')} S_N^{*(l')}\right) = & - \left(1 - S_N^{(l)} S_N^{*(l')}\right) S_{CB}^{*(l')} S_{CB}^{(l)} + \\ & - \left[ \left(S_{CB}^{(l)} - S_{CB}^{(l)}\right) + \left(S_{CB}^{*(l')} - S_{CB}^{*(l')}\right) \right] + \left(1 - S_{CB}^{(l)}\right) \left(1 - S_{CB}^{*(l')}\right), \end{aligned}$$

(IV.10)

onde, para facilitar a notaçãõ,

$$S_c(l) = S_N^{(l)} S_{CB}^{(l)}.$$

O produto  $S_{CB}^{*(l')} S_{CB}^{(l)}$  é igual a

$S_c^{*(l')} S_c^{(l)}$ , onde  $S_c^{(l)}$  refere-se à matriz de espalhamento Coulombiano sem

blindagem. Isto é facilmente verificável observando-se a definição de  $S_{CB}(l)$  (relação IV.6), pois  $\Delta$  é independente de  $l$  e desaparece quando o produto  $S_{CB}^*(l') S_{CB}(l)$  é calculado.

Utilizando a identidade:

$$\sum_{l, l'} \left[ \left( S(l) - S_{CB}(l) \right) + \left( S^*(l') - S_{CB}^*(l') \right) \right] = \sum_l 2 \operatorname{Re} \left( S(l) - S_{CB}(l) \right) \quad (\text{IV.10b})$$

e subtraindo de IV.9 a seção de choque Coulombiana blindada, dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_{CB}(\theta) &= \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l, l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) \left( 1 - S_{CB}^*(l') \right) \left( 1 - S_{CB}(l) \right) \\ &\quad \cdot P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) \quad (\text{IV.11}) \end{aligned}$$

obtemos:

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta) &= \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l, l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) \left( 1 - S_N(l) S_N^*(l') \right) S_C^*(l') S_C(l) \\ &\quad \cdot P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) + \\ &\quad - \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l, l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) 2 \operatorname{Re} \left( S(l) - S_{CB}(l) \right) P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

Algumas características interessantes desta relação (IV.12), no que diz respeito à sua decomposição em componentes coerente e incoerente, são discutidos no Apêndice-A.

Finalmente, para obtermos o Teorema Óptico, vamos integrar no ângulo sólido a relação IV.12, considerando a seguinte identidade:

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2k} \sum_l (2l+1) \operatorname{Re} \left( S_l(l) - S_{CB}(l) \right) P_l(\cos \theta) &= \\
 &= \operatorname{Im} \left( f(\theta) - f_{CB}(\theta) \right) \\
 &\quad \text{(IV.13)}
 \end{aligned}$$

Observe que a integral no ângulo sólido do primeiro termo à direita da relação IV.12 é igual à secção de choque total de reação  $\sigma_R$  (veja Apêndice A). Temos:

$$\begin{aligned}
 \int_0^{4\pi} \left[ \sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta) \right] d\Omega &= \\
 &= -\sigma_R + \frac{1}{k} \int_0^{4\pi} \operatorname{Im} \left[ f(\theta) - f_{CB}(\theta) \right] \sum_{l=0}^L (2l+1) P_l(\cos \theta) d\Omega \\
 &\quad \text{(IV.14)}
 \end{aligned}$$

O último termo à direita da relação IV.14 chamaremos de  $\Delta \sigma_T$ . Desta forma, o Teorema Óptico pode ser escrito:

$$\Delta \sigma_T = \sigma_R + \int_0^{4\pi} [\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta)] d\Omega \quad (\text{IV.15})$$

Esta é uma forma útil de se escrever o Teorema Óptico (Ho 82, Ho 65), onde os efeitos da interação nuclear não ficam mascarados pela forte interação Coulombiana. Veja que no último termo à direita, a seção de choque Coulombiana blindada está subtraída da seção de choque elástica. Uma interpretação interessante da relação IV.15, fazendo uma analogia com a relação IV.2, é considerar  $\Delta \sigma_T$  como "seção de choque total nuclear", que pode ser expressa como a soma da seção de choque total de reação  $\sigma_R$  com a seção de choque total "nuclear elástica"

$$\int_0^{4\pi} [\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta)] d\Omega = \sigma_{el}^N \quad \text{Ou seja:}$$

$$\Delta \sigma_T = \sigma_R + \sigma_{el}^N \quad (\text{IV.16})$$



Porém, esta não é uma maneira usual de se escrever o Teorema Óptico. O interessante, útil e, por que não dizer, belo do Teorema Óptico, está em sua simplicidade e na relação da secção de choque total com a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal (relação IV.1).

A secção de choque total nuclear  $\Delta\sigma_T$ , deduzida até então, relaciona-se rigorosamente com a parte imaginária da amplitude de espalhamento da seguinte forma (relações IV.14 e 15):

$$\Delta\sigma_T = \frac{1}{k} \int_0^{4\pi} \text{Im} \left[ f(\theta) - f_{CB}(\theta) \right] \sum_{l=0}^L (2l+1) P_l(\cos\theta) d\Omega \quad (\text{IV.17})$$

Considerando o raio de blindagem tendendo ao infinito,  $R \rightarrow \infty$ , teremos  $L \rightarrow \infty$ . Neste caso, a somatória em IV.17 assume a forma (No 65):

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{l=0}^L (2l+1) P_l(\cos\theta) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} 20^\epsilon (1 - \epsilon - \cos\theta) \quad (\text{IV.18})$$

Para o caso de um raio de blindagem tendendo a infinito, a somatória (IV.18) toma a forma de uma função delta centrada em  $\theta=0$  e  $\Delta\tilde{V}_T$  pode ser escrito, depois da integração, como:

$$\Delta\tilde{V}_T = \frac{4\tilde{\pi}}{k} \operatorname{Im} \left[ f(0) - f_{c_B}(0) \right] \quad (\text{IV.19})$$

Ainda é conveniente definir-se uma amplitude residual nuclear:

$$f'_N(\theta) = f(\theta) - f_{c_B}(\theta)$$

Assim, temos finalmente: (IV.20)

$$\Delta\tilde{V}_T = \frac{4\tilde{\pi}}{k} \operatorname{Im} f'_N(0)$$

(IV.21)

Esta é a forma mais conhecida do Teorema Óptico, deduzida inicialmente por Holdemann e Thaler (Ho 65) e utilizada em vários trabalhos que se seguiram (Oe79, Sc76, Hu 82, Hu 84, Vi 85).

É importante notar que as relações IV.15 e IV.21 consideram sempre a interação núcleo-núcleo incluindo um Potencial Coulombiano blindado e, por esta razão, a integração da relação IV.15 pode partir de zero grau. Para o caso em que não se considera um Potencial Coulombiano blindado na dedução do Teorema Óptico, aparecem alguns problemas na região próxima de zero grau. Estes problemas são basicamente devidos à singularidade do Potencial Coulombiano e foram abordados por Cooper e Johnson (Co 76) e mais recentemente por Marty (Ma 83).

Marty sugere uma forma alternativa para se escrever o Teorema Óptico Generalizado utilizando um Potencial Coulombiano sem blindagem. A modificação básica obtida está na integração da relação IV.15 que não pode ser feita a partir de zero grau, mas a partir de um ângulo  $\theta_0$  onde a blindagem Coulombiana não é efetiva, ou seja,  $\theta_0 > \theta_{cb}$ . Onde  $\theta_{cb}$  é dado por

$$2 \cotg \frac{\theta_{cb}}{2} = \frac{kR}{\eta} \quad \text{e } R \text{ é o raio de blindagem.}$$

Desta forma, a relação IV.15 assume a forma:

$$\Delta \tilde{V}_T(\theta_0) = \tilde{V}_R + 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \left[ \tilde{V}(\theta) - \tilde{V}_{RUTH}(\theta) \right] \sin \theta \, d\theta$$

Assumindo este corte inferior  $(\theta_0)$  na integral da relação IV.22, a relação IV.21 passa a ser escrita segundo a expressão:

$$\Delta \tilde{V}_T(\theta_0) = \frac{4\pi}{k} \left| f_N(0) \right| \sin \left[ \arg f_N(0) - 2\alpha_c(0) + 2\eta \ln \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \right] +$$

$$- 2\pi \Delta N(\theta_0) - 4\pi \operatorname{Re} \Delta I(\theta_0), \quad (\text{IV.23})$$

onde:

$$\Delta N(\theta_0) = \int_0^{\theta_0} \left| f_N(\theta) \right|^2 \sin \theta \, d\theta$$

(IV.24)

$$\Delta I(\theta_0) = \int_0^{\theta_0} f_c^*(\theta) \cdot \left( f_N(\theta) - f_N(0) \right) \sin \theta \, d\theta$$

(IV.25)

Os dois últimos termos da equação IV.23 convergem a zero para valores de  $\theta_0$  pequenos, porém, o primeiro termo à direita assume um comportamento oscilatório e não converge para um valor constante, ao contrário do que ocorre na relação IV.21. Há um comportamento não uniforme ao se calcular o limite da relação IV.23, para  $\theta_0$  tendendo a zero, que leva a diferentes relações chamadas de "Teoremas Ópticos". Assim, encontramos na literatura:

$$\Delta \tilde{V}_T = \begin{cases} \frac{4\tilde{\nu}}{k} \operatorname{Im} f_N(0) & (Fu 77) \\ 0 & (Oe 79) \\ \frac{4\tilde{\nu}}{k} [A \operatorname{Im} f_N(0) + B \operatorname{Re} f_N(0)] & (Co 76) \end{cases} \quad (IV.26)$$

Cada uma das relações acima pode ser obtida partindo-se de diversos caminhos para o cálculo do limite de  $\Delta \tilde{V}_T(\theta_0)$ , onde  $\theta_0$  tende a zero. Todos estes casos foram muito bem discutidos por Marty.

É preciso tomar muito cuidado ao se utilizar o Teorema Óptico Generalizado sem blinda-

gem Coulombiana, pois diferentes expressões podem ser obtidas e utilizadas, muitas vezes, indevidamente.

No caso particular do estudo do efeito de Glória Frontal Nuclear, o Teorema Óptico poderia ser utilizado para se obter a amplitude nuclear de espalhamento frontal  $f_N(0)$  e, com isto, se observar este efeito em sistemas de íons pesados (descrito no Capítulo III), contudo, como veremos a seguir (Capítulo IV), a obtenção de  $f_N(0)$  a partir do Teorema Óptico é impossível. Isto não significa que o efeito de Glória Frontal Nuclear não pode ser observado, ou não existe, como afirmaram, respectivamente, Hnizdo (Hn 86) e Marty (Ma 84).

Veremos a seguir, no Capítulo IV, que seria possível observar o Efeito Glória Frontal a partir de dados de distribuições angulares elásticas em ângulos muito pequenos, próximos de  $\theta \sim 1^\circ$ , em sistemas de íons leve-pesados.

## V - Análise da Aplicabilidade do Teorema Óptico e Glória Frontal Dentro do Contexto de Íons Pesados

Como já foi descrito no capítulo II, existem vários métodos indiretos de determinação de  $\sigma_R$  através da análise de distribuições angulares elásticas. Estes métodos indiretos são muito úteis e, consequentemente, largamente usados, uma vez que a maioria dos métodos diretos demandam experiências muitas vezes complicadas, assim como muito tempo de acelerador e longas análises. O problema com os métodos indiretos reside no fato deles dependerem quase sempre de um modelo. Assim, por exemplo, a obtenção de uma seção de choque de reação através da análise de distribuições angulares por um programa de modelo óptico, está sujeita ao conhecimento ou à obtenção de um potencial óptico razoável, que reproduza de forma satisfatória os dados experimentais desta distribuição angular, o que muitas vezes não é possível.

Sabemos, ainda, que existem problemas de ambiguidade nestes potenciais ópticos (por exemplo (Iq 58)), que podem gerar diferentes valores para a seção de choque de reação  $\sigma_R$  estudada.

Todavia, podemos utilizar o modelo óptico para determinar limites para o valor de  $\hat{v}_R$  e, dentro deste contexto, este modelo é extensivamente utilizado.

Em 1976, Wojciechowski (Wo 76) sugeriu um método indireto, independente de modelo, para a determinação de  $\hat{v}_R$  a partir de dados de espalhamento elástico que foi largamente utilizado e ficou conhecido como Método de Soma das Diferenças (SOD). SOD foi utilizado com êxito no estudo de  $\hat{v}_R$  em sistemas pesados do tipo  $^{16}\text{O} + ^{63}\text{Cu}$  (Wo 76) e, mais recentemente, em sistemas leve-pesados do tipo  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  (Le 83, Fr 83) e  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ .

Demonstramos recentemente (Hu 82), que a utilização pura e simples de SOD para a determinação de  $\hat{v}_R$  em sistemas leve-pesados não é válida, pois a contribuição da amplitude de glória frontal pode ser considerável neste caso e, conseqüentemente, deve ser incluída no cálculo. Podemos verificar facilmente esta afirmação, observando atentamente as equações IV.15 e IV.21, que podem ser utilizadas para se escrever a seguinte relação:

$$\hat{v}_R = \frac{4\hat{\pi}}{k} \text{Im} f'_N(0) + 2\hat{\pi} \int_0^{\hat{\pi}} [\hat{v}_{CB}(\theta) - \hat{v}(\theta)] \text{sen} \theta \, d\theta \quad (\text{V.1})$$



No método SOD a secção de choque de reacção se escreve como:

$$\sigma_R = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} [\tilde{V}_{RUTH}(\theta) - \tilde{V}(\theta)] \sin\theta d\theta \quad (V.2)$$

Esta equação é válida no caso em que o primeiro termo à direita da relação (V.1) é igual a zero e quando podemos substituir  $\tilde{V}_{CB}(\theta)$  por  $\tilde{V}_{RUTH}(\theta)$ ; além de supormos que a contribuição no intervalo 0 a  $\theta_0$  para a integral da relação V.1, seja igual a zero, isto é:

$$\tilde{V}_{RUTH}(\theta) = \tilde{V}(\theta) \text{ para } \theta < \theta_0 \quad (0e79) \quad (V.3)$$

Todas estas suposições podem ser válidas no caso de sistemas pesados e em energias próximas à barreira Coulombiana, como é o caso do sistema  $^{16}_0 + ^{63}_{29}\text{Cu}$  à  $E_{CM} = 40$  a  $46 \text{ MeV}$ . Porém, para o caso de sistemas mais leves, todas as suposições citadas podem ser falsas.

Para sistemas mais leves, do tipo  $^{16}_0 + ^{12}_6\text{C}$ , mesmo para energias próximas à barreira Coulombiana como  $E_{CM} = 12 \text{ MeV}$ , o fenómeno de glória frontal é importante e, con

sequentemente, a contribuição  $\frac{4\pi}{k} \text{Im} f'_N(0)$  não pode ser desprezada. Pela mesma razão, a condição V.3 também não é satisfeita, pois há a contribuição nuclear para a seção de choque elástica.

Fizemos cálculos de modelo óptico para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  na região de energias  $5,0 \leq E_{\text{CM}} \leq 60,0 \text{ MeV}$  utilizando dois potenciais ópticos encontrados na literatura (1969, Or-77), sendo que ambos reproduzem razoavelmente bem os dados experimentais de distribuições angulares em uma pequena faixa de energias, onde existem medidas de espalhamento elástico  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ . Apresentamos, o cálculo da quantidade  $\Delta\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im} f'_N(0)$  em toda essa região, para ressaltar o comportamento oscilatório em função de  $E_{\text{CM}}$ . O cálculo de  $\frac{4\pi}{k} \text{Im} f'_N(0)$  foi feito extrapolando-se o valor de  $\text{Im} f'_N(\theta)$  obtido no cálculo de modelo óptico para  $\theta = 0^\circ$ .

A figura V.1 demonstra o comportamento da quantidade estudada em função de  $E_{\text{CM}}$  para os dois potenciais ópticos citados (os parâmetros dos potenciais encontram-se na legenda da figura V.1).

$$\Delta \sigma_T [\text{fm}^2]$$

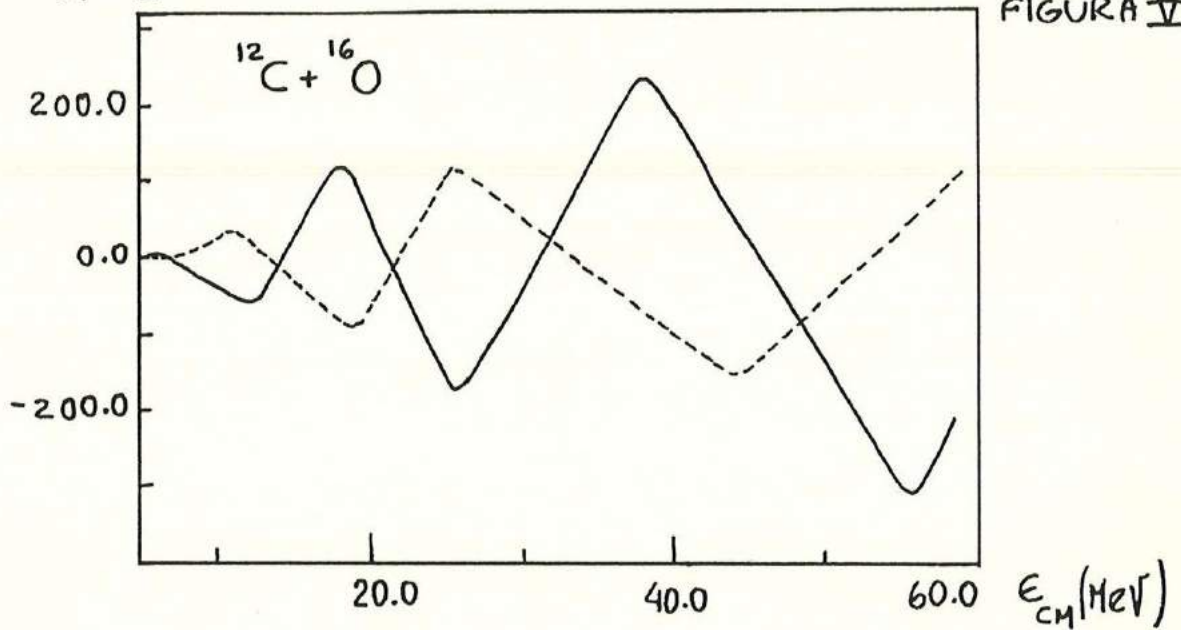


FIGURA V.1

Cálculo de modelo óptico de  $\Delta \sigma_T(E)$ , com os parâmetros:

—  $V=100,0$ ;  $R_v=9,19$ ;  $a_v=0,48$ ;  $w=10,0$ ;  $R_w=6,06$  e  $a_w=0,26$  (V669)  
 ---  $V=51,3$ ;  $R_v=6,24$ ;  $a_v=0,533$ ;  $w=2,45$ ;  $R_w=6,24$  e  $a_w=0,533$  (Or 71)

Podemos notar dois pontos importantes:

- i - A quantidade estudada pode assumir valores muito grandes, maiores de  $100 \text{ fm}^2$ .
- ii -  $\frac{4\pi}{k} \text{Im} f'_N(0)$  possui um comportamento oscilatório com  $E_{\text{cm}}$ .

Podemos compreender o comportamento oscilatório recorrendo ao método de fase estacionária sugerido por Ford e Wheeler (F059) e descrito no capítulo III. Utilizando este formalismo semi-clássico, obtemos a seguinte relação para a quantidade de  $\frac{4\pi}{k} \text{Im} f'_N(0) = \Delta \sigma_T$  como função de  $E_{\text{cm}}$ :

$$\Delta \tilde{V}_T = \frac{4\tilde{\pi}}{k^2} \left( l_{ge} + \frac{1}{2} \right) \left( \frac{2\tilde{\pi}}{\left| \frac{d\theta}{d\ell} \right|_{l_{ge}}} \right)^{\frac{1}{2}} \left| S_N(l_{ge}) \right| \cdot \sin \left[ 2 \left( \phi_c(l_{ge}) + \phi(l_{ge}) \right) - \frac{\tilde{\pi}}{4} \right] \quad (\text{II.4})$$

De acordo com II.4,  $\Delta \tilde{V}_T$  deve oscilar em função da energia  $E_{cm}$  com um período local dado aproximadamente por:

$$\Delta E = \frac{\tilde{\pi}}{\frac{d}{dE} \left( \phi_c(l_{ge}) + \phi(l_{ge}) \right)} = \frac{2\tilde{\pi} \hbar}{\tilde{O}_{l_{ge}}} \quad (\text{II.5})$$

onde  $\tilde{O}_{l_{ge}}$  é o tempo de colisão associado à trajetória de glória frontal e deve ser da ordem do tempo característico de uma reação direta típica, ou seja, da ordem de  $10^{-22}$  s. Como podemos ver na Fig II.1, a contribuição de glória frontal para o espalhamento do sistema  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  oscila em função da energia com um período local de aproximadamente 20 MeV, o que corresponde a um tempo de interação da ordem de  $2,0 \times 10^{-22}$  s, consistente com o tempo característico de uma reação direta.

De acordo com II.4, a amplitude e fase das oscilações é determinada por  $l_{ge}(E)$ ,

$\left| \frac{d\theta}{de} \right|_{l_{ge}}(\epsilon)$ ,  $\left| S_N(l_{ge}, \epsilon) \right|_{ed(l_{ge})}$ , sendo, consequen-

temente, sensível aos parâmetros do potencial óptico utilizado no cálculo. A sensibilidade é claramente verificada observando-se a Fig II.1 e pode ser utilizada para se diminuir ambiguidades de potenciais ópticos, desde que seja possível determinar a quantidade  $\Delta V_T$  experimentalmente.

Este é o principal objetivo da observação experimental do fenômeno de glória frontal para sistemas de íons pesados, ou seja, a utilização de  $\Delta V_T$  ou mesmo  $f(0)$  como mais um vínculo na determinação de  $N$  potenciais ópticos.

Podemos, então, formular algumas perguntas:

1 - Retornando à determinação de  $V_R$  pelo método SOD discutido no início deste capítulo, é possível desenvolver uma variante de SOD, utilizando o Teorema Óptico e o conhecimento do fenômeno de glória frontal, para se calcular  $V_R$  mesmo para sistemas leves?

2 - Em caso positivo, como se obter  $V_R$  a partir do Teorema Óptico e de  $V(\theta)$ ?

3 - É possível obter  $\Delta\sigma_T$  experimentalmente, a fim de utilizá-lo como vínculo para diminuir as ambiguidades existentes em potenciais ópticos?

4 - Em caso positivo, como fazer?

Além de responder às quatro questões propostas discutiremos, a seguir, alguns aspectos importantes do Teorema Óptico.

Vamos iniciar nossa discussão reescrevendo a relação IV.21 obtida no capítulo anterior, ou seja, o Teorema Óptico para o caso de partículas carregadas.

$$\Delta\sigma_T = \frac{4\tilde{U}}{k} \text{Im} f'_N(0) \quad (\text{V.6})$$

onde

$$f'_N(0) = f(0) - f_{CB}(0) \quad e \quad (\text{V.7})$$

$$\Delta\sigma_T = \sigma_R + 2\tilde{U} \int_0^{\tilde{\pi}} [\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta)] \sin\theta \, d\theta \quad (\text{V.8})$$

Neste ponto, subdividiremos a integral do lado direito da equação II.8 em duas, sendo que a primeira, cujos extremos de integração são 0 e  $\theta_0$ , chamaremos de  $-I(\theta_0)$ . Assim, temos:

$$I(\theta_0) = 2\pi \int_0^{\theta_0} \left[ \tilde{V}_{CB}(\theta) - \tilde{V}(\theta) \right] \sin \theta \, d\theta \quad (\text{II.9})$$

e substituindo II.9 em II.8, podemos escrever:

$$I(\theta_0) = \tilde{V}_R - \Delta \tilde{V}_T - 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \left[ \tilde{V}_{CB}(\theta) - \tilde{V}(\theta) \right] \sin \theta \, d\theta \quad (\text{II.10})$$

As equações II.9 e II.10 são a base da análise que faremos a seguir.

Interessa-nos construir a função  $I(\theta_0)$  para vários sistemas de íons pesados e leve-pesados, a fim de estudar o seu comportamento. Para isto necessitamos das quantidades  $\tilde{V}(\theta)$ ,  $\tilde{V}_{CB}(\theta)$ ,  $\Delta \tilde{V}_T$  e  $\tilde{V}_R$  para vários sistemas. O cálculo de  $I(\theta_0)$  só é possível utilizando a relação II.10, pois a relação II.9 pressupõe o conhecimento de  $\tilde{V}(\theta)$  e  $\tilde{V}_{CB}(\theta)$  para  $\theta = 0^\circ$ , o que é inviável. Construiremos a função  $I(\theta_0)$  a partir de II.10, utilizando cálculos de modelo óptico. Escolheremos alguns

potenciais ópticos que descrevam relativamente bem os dados de espalhamento elástico de alguns sistemas de íons pesados e leve-pesados e, a partir destes cálculos, extrairemos as quantidades necessárias para a construção de  $I(\theta_0)$ . Existe, porém, um problema no cálculo de  $\tilde{V}_{CB}(\theta)$ , que é uma quantidade de muito complexa, pois envolve o conhecimento das características da blindagem do potencial Coulombiano. No entanto, no intervalo angular  $\theta > \theta_0$ , podemos substituir  $\tilde{V}_{CB}(\theta)$  por  $\tilde{V}_{RUTH}(\theta)$ , onde  $\tilde{V}_{RUTH}(\theta)$  é a secção de choque diferencial de Rutherford, lembrando que os efeitos de blindagem do potencial Coulombiano podem ser identificados apenas em uma região angular muito pequena.

Justificando: — O raio de blindagem  $R$ , relacionado com o raio atômico, pode ser semi-classicamente relacionado com um ângulo de blindagem  $\theta_{CB}$  pela relação:

$$2 \cotg \frac{\theta_{CB}}{2} = \frac{kR}{v} \quad (\text{V.11})$$

Assim, por exemplo, para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  em  $E_{CM} = 18,0 \text{ MeV}$ , temos  $\theta_{CB} \sim 0,13^\circ$ . Se tomarmos  $\theta_0 > \theta_{CB}$ , certamente poderemos substituir  $\tilde{V}_{CB}(\theta)$  por  $\tilde{V}_{RUTH}(\theta)$  na integral da relação V.10. Assim temos:



$$I(\theta_0) = \sigma_R - \Delta \sigma_T - 2 \int_{\theta_0}^{\pi} \left[ \sigma_{\text{Ruth}}(\theta) - \sigma(\theta) \right] \sin \theta \, d\theta \quad (\text{V.12})$$

Outro problema reside na determinação de  $\Delta \sigma_T$  dada pela relação V.6, que apresenta novamente a inconveniência de estar relacionada com uma amplitude de espalhamento envolvendo um termo Coulombiano blindado. Podemos relacionar a amplitude residual de espalhamento  $f'_N(\theta)$  com a amplitude de espalhamento nuclear usual  $f_N(\theta)$  pela relação (Eq. 65):

$$f(\theta) - f_{\text{CB}}(\theta) = f'_N(\theta) = e^{-2i\Lambda} f_N(\theta)$$

(V.13)

Para verificar esta relação, basta observar a definição da matriz de espalhamento Coulombiana blindada IV.6.

A fase  $\Lambda$  é muito grande para um raio de blindagem da ordem do raio atômico, por exemplo:  $\Lambda = 61$  para  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  a 18,0 MeV e não é relevante em nossa análise.

Sendo assim, podemos tomar um valor qualquer para  $\Lambda$  e por conveniência, tomaremos  $\Lambda = 0$  nos cálculos subsequentes. Esta escolha

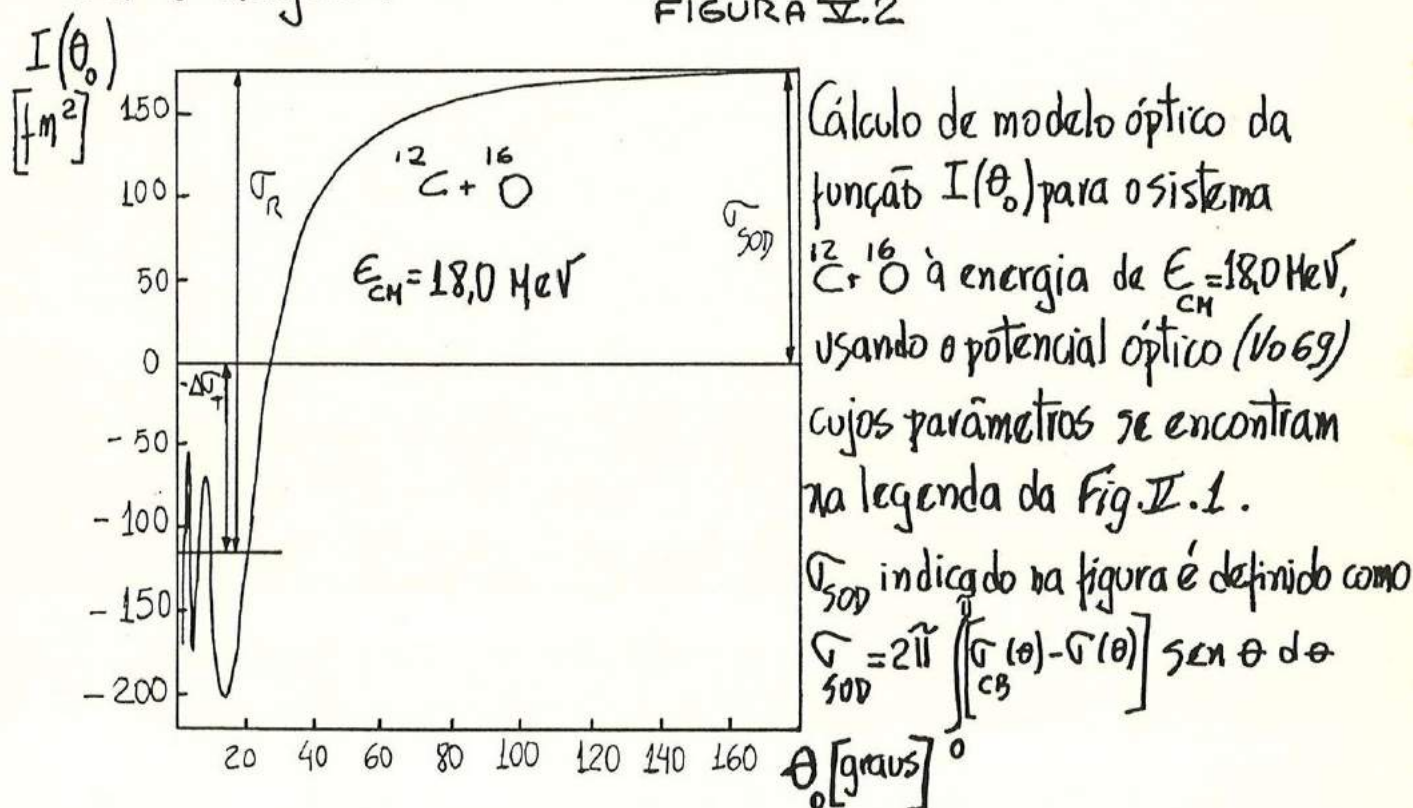
é sugerida por Holdeman e Thaler (1965) e como veremos adiante, não modifica em nada as conclusões deste trabalho.

Temos, finalmente, uma relação calculável para  $I(\theta_0)$ .

$$I(\theta_0) = \sigma_R - \frac{4\pi^2}{k} \text{Im} f_N(0) - 2\pi^2 \int_{\theta_0}^{\pi} [\sigma_{\text{Ruth}}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin \theta \, d\theta \quad (\text{V.14})$$

O lado direito da equação V.14 foi avaliado utilizando-se um programa de Modelo Óptico (P176). A amplitude nuclear  $f_N(0)$  foi obtida extrapolando-se o cálculo de  $f_N(\theta)$  até zero grau, pois a amplitude  $f_N(\theta)$  varia lentamente com o ângulo.

FIGURA V.2



Na Fig. II.2, apresentamos  $I(\theta_0)$  calculado para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  em  $E_{\text{cm}} = 18,0 \text{ MeV}$ , utilizando um potencial óptico obtido por Voos (Vo69) (veja parâmetros do potencial na legenda da Fig. II.1), que resulta  $\bar{V}_R = 289 \text{ fm}^2$  e  $\Delta\bar{V}_T = 114 \text{ fm}^2$ .

Podemos observar um comportamento oscilatório de  $I(\theta_0)$  até  $\theta_0 \sim 20^\circ$ , que depois estabiliza e tende ao valor  $I(\bar{\theta})$ . Podemos claramente observar que as oscilações ocorrem ao redor do valor médio  $-\Delta\bar{V}_T$  e que  $\bar{V}_R$  pode ser imediatamente obtido substituindo  $\theta_0 = \bar{\theta}$  na equação II.14:

$$\bar{V}_R = I(\bar{\theta}) + \Delta\bar{V}_T \quad (\text{II.15})$$

Onde, por definição (II.9):

$$I(\bar{\theta}) = 2\bar{\theta} \int_0^{\bar{\theta}} [\bar{V}_{\text{CB}}(\theta) - \bar{V}(\theta)] \sin \theta \, d\theta. \quad (\text{II.16})$$

A equação II.15 é o Teorema Óptico e a Fig. II.2 sua própria representação gráfica.

O comportamento da função  $I(\theta_0)$  é geral, independentemente do sistema, como pode ser visto nas Figuras II.3 e II.4, onde estão calculadas funções  $I(\theta_0)$  para os sistemas  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$  e  $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$ , nas energias  $E = 48,4 \text{ MeV}$  e  $E = 44,0 \text{ MeV}$  respectivamente. Vemos

que as maiores diferenças estão no valor de  $\Delta\sigma_T$ , que pode tomar valores positivos ou negativos e na amplitude das oscilações em ângulos dianteiros, que são maiores, no caso  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ .

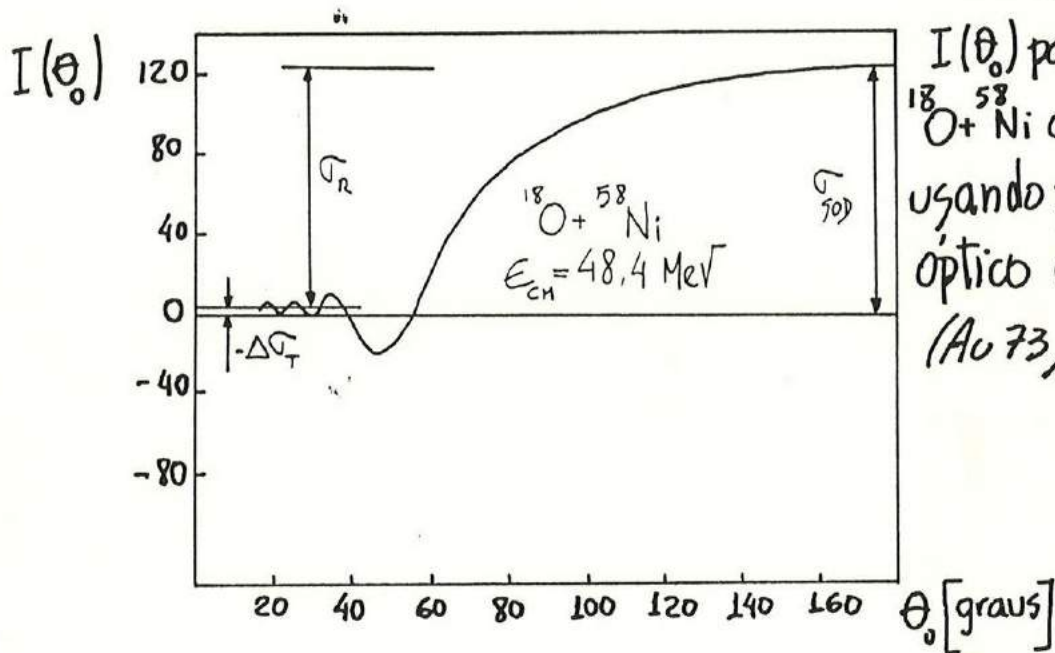


FIGURA V.3

$I(\theta_0)$  para o sistema  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$  a  $E_{\text{CM}} = 48,4 \text{ MeV}$ , usando potencial óptico da referencia (Au 73).

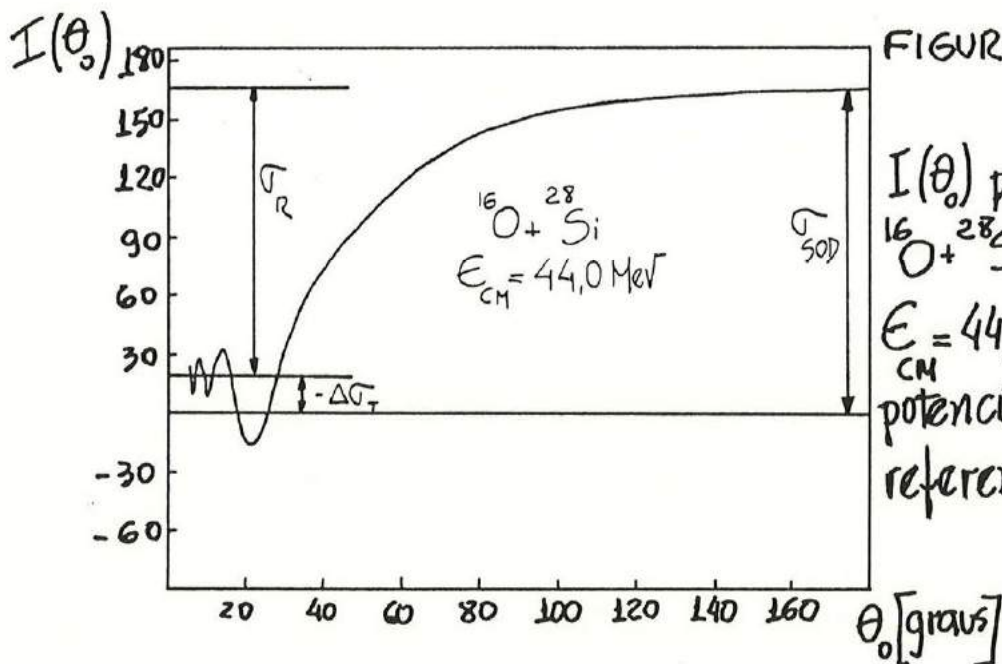


FIGURA V.4

$I(\theta_0)$  para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$  a  $E_{\text{CM}} = 44,0 \text{ MeV}$ , usando potencial óptico da referencia (Cr 76).

Discutiremos a seguir, uma maneira de obter a secção de choque de reacção com base na função  $I(\theta_0)$ .

Wojciciechowski (w076) sugeriu um método para se obter a secção de choque de reacção  $\sigma_R$  via espalhamento elástico com base na relação:

$$\sigma_{\text{SD}} = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \left[ \sigma_{\text{RUH}}(\theta) - \sigma(\theta) \right] \sin \theta \, d\theta = \sigma_R \quad (\text{II.17})$$

onde  $\theta_0$ , segundo sua sugestão, deve ser um ângulo suficientemente pequeno, tal que  $\sigma_{\text{RUH}}(\theta) = \sigma(\theta)$  para  $\theta < \theta_0$  e a contribuição à integral entre 0 e  $\theta_0$  é desprezível, isto é,  $I(\theta_0) = 0$ .

Podemos verificar imediatamente, olhando as figuras II.2, 3, 4, que a condição citada acima ( $I(\theta_0) = 0$ ), nunca é satisfeita, principalmente para o caso  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ , pois a função  $I(\theta_0)$  oscila em função de  $\theta_0$  em torno do valor  $\Delta\sigma_T$ . Para o caso de sistemas mais pesados e em baixa energia, onde a função  $I(\theta_0)$  oscila com amplitude pequena e  $\Delta\sigma_T$  também é pequeno, a condição  $\sigma_{\text{RUH}}(\theta) = \sigma(\theta)$ , para  $\theta < \theta_0$ , pode ser considerada razoável. Isto significa que a equação II.17 só é válida para sistemas pesados e em baixas energias, onde a amplitude

das oscilações de  $I(\theta)$  para  $\theta$  pequeno é desprezível.

No caso de sistemas leves e leve-pesados, uma análise mais acurada se faz necessária: Reescrevendo a relação V.14:

$$2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} [\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin \theta d\theta = \sigma_R - I(\theta_0) - \frac{4\pi}{k} \text{Im} f_N(0) \quad (\text{V.18})$$

observamos que a equação (V.17),

$$\sigma_R = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} [\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin \theta d\theta, \text{ só é verdadeira quando:}$$

$$I(\theta_0) = -\frac{4\pi}{k} \text{Im} f_N(0) \quad (\text{V.19})$$

Esta é, portanto, a condição a ser satisfeita para que o método SOD seja válido.

É óbvio que esta condição não é exatamente determinada, uma vez que seriam necessários os conhecimentos, tanto de  $f_N(0)$  quanto de  $I(\theta_0)$  experimentalmente, o que é inviável, pois ambas as quantidades envolveriam medidas da secção de choque diferencial elástica a zero graus.

A condição  $I(\theta_0) = -\Delta\tilde{v}_T$  é aproximadamente satisfeita nos pontos de inflexão da função  $I(\theta_0)$  (veja figuras II.2, 3 e 4). Estes pontos de inflexão correspondem a extremos do argumento da integral na definição de  $I(\theta_0)$  (relação II.12), ou seja:

— o ângulo  $\theta_0 \sim \theta_i$  (ângulo correspondente a um ponto de inflexão de  $I(\theta_0)$ ) é tal que

$$\frac{d}{d\theta} \left[ \left( \tilde{v}_{R\text{uth}}(\theta) - \tilde{v}(\theta) \right) \text{sen } \theta \right] \Big|_{\theta_i} = 0$$

(II.20)

Esta condição substitui a condição exata para determinação de  $\theta_0$  (II.19) com razoável precisão. Este mesmo critério foi sugerido por Giordano (6i 81), comparando  $\tilde{v}_{\text{SOD}}$  com  $\tilde{v}_R$  obtido de cálculos de modelo óptico.

Cálculos de modelo óptico foram efetuados para testar a condição II.20 e a determinação de  $\tilde{v}_R$  através da relação:

$$\tilde{v}_R \sim \tilde{v}_{R_i} = 2 \hat{\Pi} \int_{\theta_i}^{\hat{\Pi}} \left[ \tilde{v}_{R\text{uth}}(\theta) - \tilde{v}(\theta) \right] \text{sen } \theta \, d\theta$$

(II.21)

Os resultados destes cálculos são mostrados na tabela II.1. Os pontos  $\theta_i$  para a integral da relação II.21

foram escolhidos de forma a serem os penúltimos pontos de inflexão de  $I(\theta)$  para  $\theta$  crescente. Comparando-se a terceira e quarta colunas da Tabela V.1, podemos ver que o método fornece seções de choque de reação  $\sigma_{Ri}$  muito similares aos valores de  $\sigma_R$  fornecido pelo modelo óptico, mesmo quando a quantidade  $\Delta\sigma_T$  é importante.

TABELA V.1

SISTEMA	$E_{CM}$ (MeV)	$\sigma_R$ (fm <sup>2</sup> )	$\sigma_{Ri}$ (fm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_T$ (fm <sup>2</sup> )	$\theta_i$ (graus)
<sup>12</sup> C + <sup>16</sup> O	10,0	194,5	208,4	-19,09	24,4
	12,0	231,9	222,0	-54,77	15,9
	14,0	257,4	248,7	-13,56	12,9
	16,0	275,6	273,7	76,82	11,0
	18,0	288,9	296,7	114,30	9,6
	20,0	299,1	318,3	46,04	8,5
	22,0	307,3	336,6	-64,93	7,7
	24,0	313,4	357,4	-150,26	7,1
<sup>14</sup> N + <sup>12</sup> C	9,0	41,6	42,4	0,0	37,7
	11,0	67,0	68,6	0,85	27,7
	13,0	84,4	87,2	-1,18	21,7
	15,0	96,5	100,5	-8,07	17,6
	17,0	105,3	109,6	-16,79	14,4
	19,0	111,8	109,5	-22,74	11,1
	21,0	116,8	110,0	-22,82	9,1
	23,0	120,7	111,4	-15,30	7,8
	25,0	123,8	112,2	-2,54	6,9
<sup>16</sup> O + <sup>28</sup> Si	20,0	41,1	43,3	0,0	61,2
	24,0	75,3	79,0	0,0	43,3
	28,0	99,0	103,1	-3,41	33,1
	32,0	116,1	120,6	-2,39	26,7
	36,0	128,9	135,0	10,50	22,6
	40,0	138,9	147,7	2,67	19,6
	44,0	146,9	155,3	-18,67	17,0
	48,0	153,2	153,9	-7,31	14,4
	52,0	158,5	159,5	23,11	12,9



Neste ponto respondemos às primeiras duas perguntas formuladas neste capítulo. As respostas são: 1- Sim, é possível utilizar uma variante do método SOD utilizando o Teorema Óptico e calcular  $\sigma_R$ , mesmo para sistemas leves e leve-pesados. 2- O método consiste em encontrar o ponto  $\theta_i$ , que respeite a condição II.20 e utilizá-lo como ponto de partida para a integral II.21. A utilização deste método é feita no capítulo VIII, onde calculamos  $\sigma_R$  para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , utilizando dados experimentais de distribuições angulares elásticas.

Além destas respostas, alguns pontos importantes devem ser ressaltados do estudo feito até o momento:

a) - em ângulos pequenos, tipicamente definidos na região  $\theta_{cB} < \theta < \theta_{1/4}$ , a integral  $I(\theta)$  não é nula mas oscila ao redor do valor  $-\Delta\sigma_T$ , devido às contribuições da amplitude de glória frontal e interferência Coulomb-nuclear.

b) - o valor da integral  $I(\pi)$  não é igual à seção de choque de reação  $\sigma_R$ , como foi suposto no método SOD (W676, Oe79), mas  $I(\pi) = \sigma_R - \Delta\sigma_T$ . (II.22)

c) — no caso de medidas experimentais de espalhamento elástico,  $\bar{V}_R$  pode ser obtido a partir dos dados pela equação II.21, mas a integral  $I(\theta)$  e as constantes  $I(\pi)$  e  $\Delta\bar{V}_T$  ficam indeterminadas. Como já foi dito anteriormente,  $\bar{V}_R$  não depende do valor particular de  $\Delta\bar{V}_T$  ou da defasagem Coulombiana blindada  $\Delta$ . Neste sentido, estando a condição II.19 satisfeita, a equação II.21 é independente de modelo. É preciso ter em mente que foram utilizados cálculos de modelo óptico para estabelecer em que situações a condição II.19 é satisfeita.

Ficando  $\Delta\bar{V}_T$  indeterminado, não é possível utilizar esta forma do Teorema Óptico para determinar esta quantidade e identificar o fenômeno de Glória frontal. Outro caminho deve ser utilizado para se observar este fenômeno.

Uma maneira de observar o efeito de Glória frontal nuclear seria estudar a função  $\Delta\bar{V}_T(\theta_0)$  (relação II.23) sugerida por Marty (1984). Este tipo de análise foi feita por Barrete e Alaminos (1985) e muito criticada por Hinzdo (1986), como veremos a seguir.

A idéia consiste em se medir em ângulos muito pequenos, mas maiores do que  $\theta_{CB}$ , a distribuição angular elástica do sistema desejado e construir a função  $\Delta \sigma_T(\theta_0)$ , segundo a relação IV.22, reescrita abaixo:

$$\Delta \sigma_T(\theta_0) = \sigma_R - 2i\pi \int_{\theta_0}^{\pi} [\sigma_{rot}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin \theta d\theta \quad (V.23)$$

Esta função foi reescrita por Barrete com base no Teorema Óptico Generalizado, deduzido por Marty (relação IV.23) substituindo a função  $f_N(0)$  por  $f_N(\theta_0)$ , obtendo:

$$\Delta \sigma_T(\theta_0) = \frac{4i\pi}{k} |f_N(\theta_0)| \sin \left[ \text{Arg } f_N(\theta_0) - 2d_c(0) + 2\eta \ln \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \right] + \\ - 2i\pi \Delta N(\theta_0) - 4i\pi R_e \Delta I'(\theta_0) \quad (V.24)$$

onde  $\Delta N(\theta_0)$  e  $\Delta I'(\theta_0)$  são:

$$\Delta N(\theta_0) = \int_0^{\theta_0} |f_N(\theta)|^2 \sin \theta d\theta \quad (V.25)$$

$$\Delta I'(\theta_0) = \frac{1}{i\eta} \int_0^{\theta_0} f_c^*(\theta) \cdot f_N(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \quad (V.26)$$

$\Delta\sigma_T(\theta_0)$  se relaciona com a função  $I(\theta_0)$  através da equação:

$$\Delta\sigma_T(\theta_0) = I(\theta_0) + \Delta\sigma_T \quad (\text{V. 23.6})$$

Discutiremos a sugestão de Barrete com base na função  $\Delta\sigma_T(\theta_0)$ , apenas para manter a nomenclatura utilizada por ele.

Podemos notar que  $\Delta\sigma_T(\theta_0)$  para  $\theta_0$  pequeno, onde os valores de  $\Delta N(\theta_0)$  e  $\Delta I(\theta_0)$  são desprezíveis, oscila em função do argumento do seno da relação  $\text{V. 24}$ , com amplitude proporcional a  $\frac{4\pi}{k} |f_N(\theta_0)|$ . O comportamento de  $\Delta\sigma_T(\theta_0)$  pode ser observado na Figura  $\text{V. 5}$  para o sistema  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$  a  $E_{\text{CM}} = 48,4 \text{ MeV}$ , onde calculou-se a função estudada utilizando parâmetros de potencial óptico da referência (Sc 76).

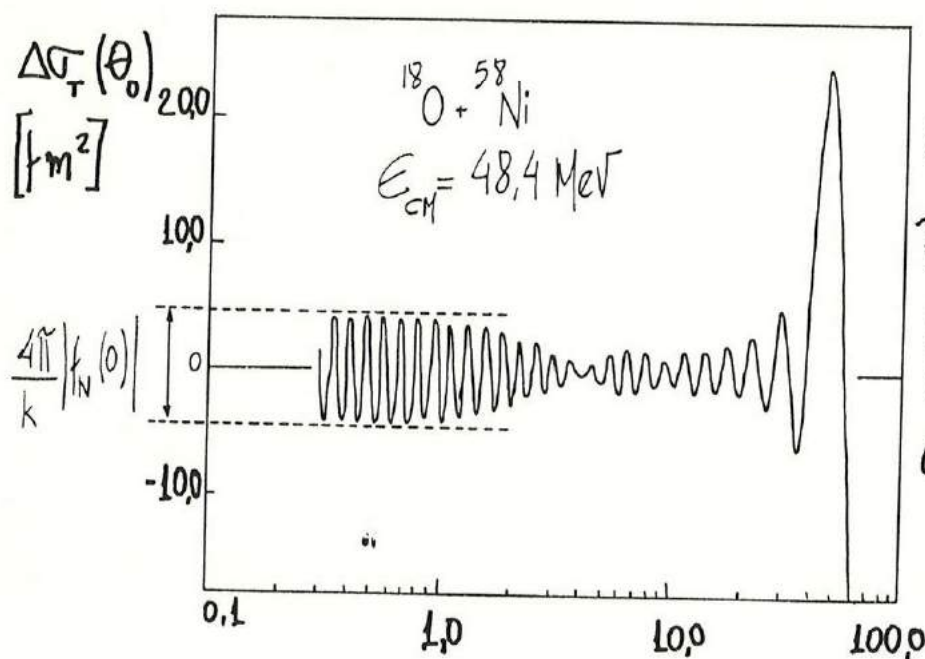


FIGURA V.5

Cálculo de  $\Delta\sigma_T(\theta_0)$  para  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$   
Atenção à escala logarítmica no eixo de  $\theta_0$ .

— Reproduzimos aqui os cálculos e conclusões de Barrete e Alamanos, utilizando inclusive, o mesmo sistema  $^{18}O + ^{58}Ni$  utilizado por eles. —

Podemos notar um comportamento oscilatório muito rápido (atenção à escala logarítmica no eixo  $\theta_0$ ) em torno do zero da função  $\Delta\sigma_T(\theta_0)$ . Estas oscilações, muito rápidas, são basicamente provocadas pela fase Coulombiana  $\sigma_C(0)$  (relação V. 24), que varia rapidamente com  $\theta_0$ . Por outro lado, podemos verificar a existência de uma função, também oscilante, que se comporta como uma envoltória das rápidas oscilações Coulombianas e que é provocada pela fase nuclear  $\text{Arg}f_N(\theta_0)$ . Estas oscilações mais lentas, identificadas como a envoltória das oscilações rápidas, podem ser consideradas como a manifestação do fenômeno de gloria frontal. Isto pode ser imediatamente reconhecido olhando-se o gráfico da função  $|f_N(\theta)|^2 \times \theta$  (Fig V. 6, linha cheia), onde fica clara a estrutura de uma função de Bessel de ordem zero ( $J_0$ ), com frequência próxima àquela dada por  $l_{\text{razante}}$ .

Nota-se uma boa semelhança entre as duas curvas, principalmente com relação aos pontos de mínimo, localizados nos pontos  $\theta_0 = 4^\circ$  e  $9,5^\circ$ .

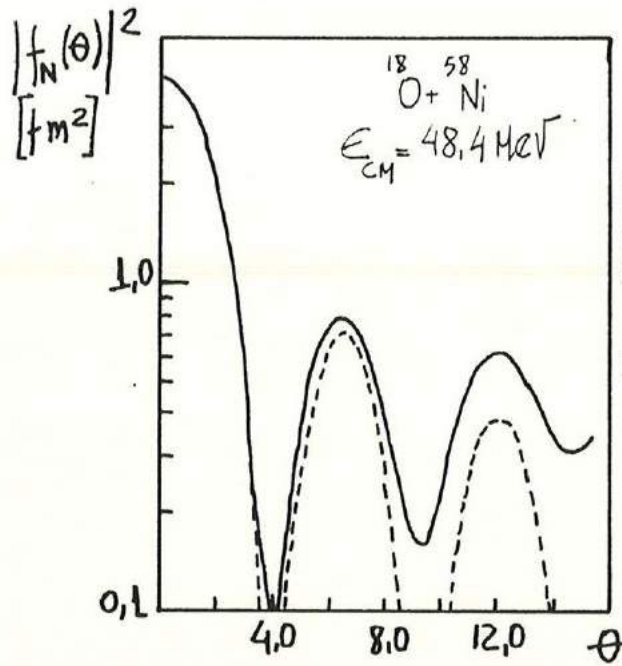


FIGURA V.6

A linha contínua representa o  $|f_N(\theta)|^2$  para o sistema  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$  comparado com a função  $\left[ \int_0^{33 \text{ sen } \theta} \right]^2$  representado pela linha tracejada.  $l \text{ razante} = 33$ .

O comportamento oscilatório de  $|f_N(\theta)|^2 \times \theta$  é razoavelmente reproduzido por uma função  $\left[ J_0(33 \text{ sen } \theta) \right]^2$ , como mostra a curva tracejada na figura V.6, justificando as afirmações anteriores. Na realidade, para se observar estas oscilações, não é necessário se construir a função  $\Delta \bar{V}_r(\theta_0)$  (equação IV.23), mas apenas o seu segundo termo, ou seja, a função:

$$\bar{V}_{\text{SD}}(\theta_0) = 2\bar{V} \int_{\theta_0}^{\pi} \left[ \bar{V}_{\text{ruth}}(\theta) - \bar{V}(\theta) \right] \text{sen } \theta \, d\theta$$

(IV.27)

Resumindo: para se observar o fenômeno de Glória Frontal Nuclear, seria necessário construir a função  $\bar{V}_{\text{SD}}(\theta_0)$  a partir de  $\bar{V}(\theta)$ , que é em princípio, passível de medidas experimentais e extrapolar o valor da amplitude das oscilações lentas observadas (envoltória

das oscilações rápidas) para  $\theta = 0^\circ$ , determinando finalmente,  $|f_N(0)|$ .

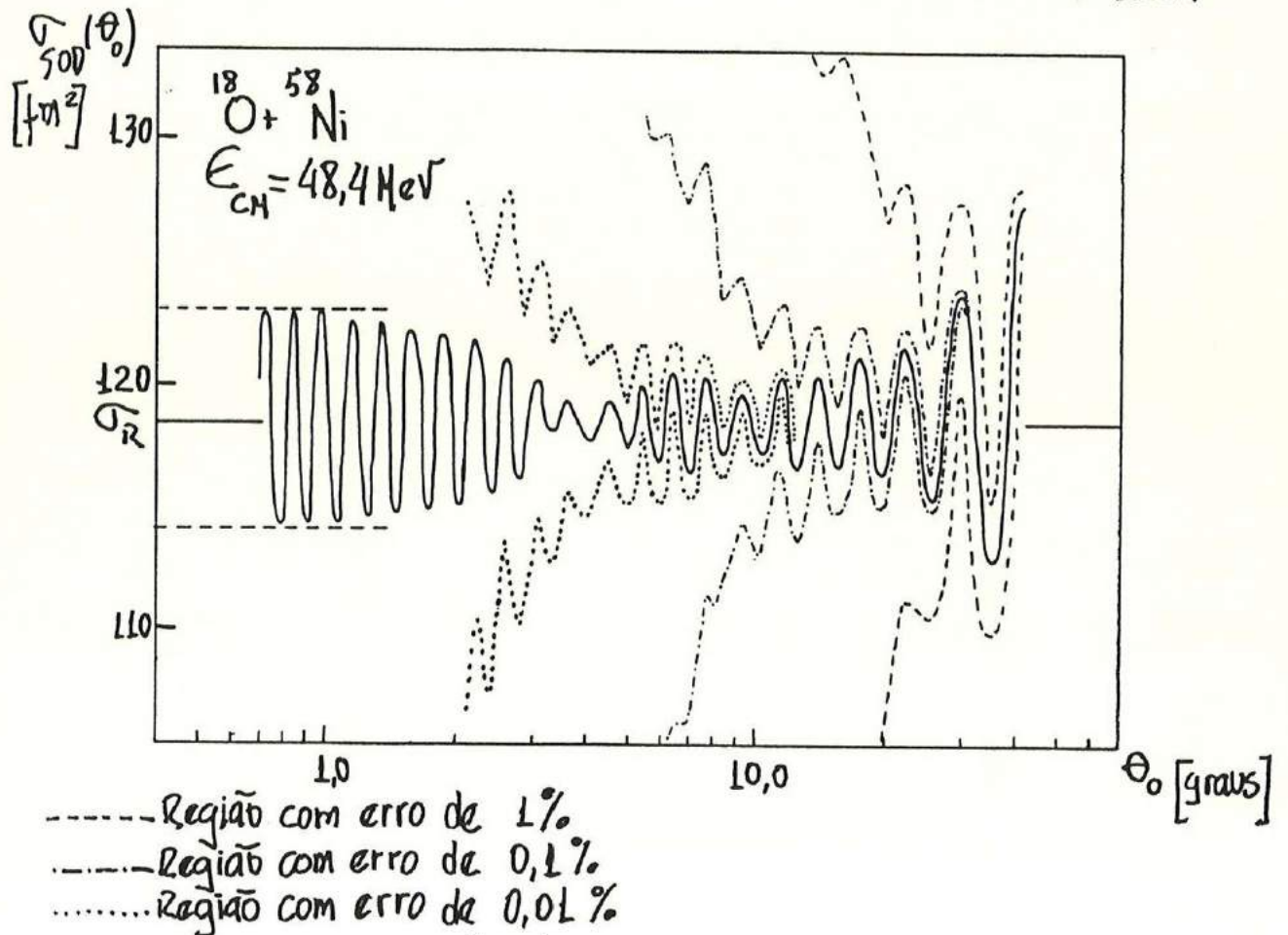
Em princípio, é possível construir  $\sigma_{50p}(\theta_0)$ . Porém, a pergunta que se faz é: Mas é factível?

Hnizdo (Hnizdo) argumenta que a observação do fenómeno de glória frontal nuclear é inviável, uma vez que envolve medidas muito precisas de  $\sigma(\theta)$  em ângulos muito pequenos e esta precisão necessária é inatingível. Por um lado, Hnizdo está correto, pois é necessário obter-se dados muito precisos da distribuição angular elástica  $\sigma(\theta)$  em ângulos pequenos, porém devemos lembrar que para observarmos o efeito desejado, precisamos apenas medir valores relativos de  $\sigma(\theta)$  e não absolutos, além de não precisarmos atingir ângulos  $\theta_{cm}$  muitíssimo pequenos. Por exemplo, para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$  bastaria medir até  $\theta_{cm} \approx 4^\circ$  e já observaríamos dois pontos de mínimo das oscilações, envoltórias lentas em  $\sigma_{50p}(\theta_0)$ , bastante para determinarmos  $|f_N(0)|$  desde que utilizássemos o modelo semi-clássico, ou seja, que reproduzíssemos os dados por uma função  $J_0$ .

Mas a pergunta ainda pode ser feita: mas mesmo assim, é factível?

A figura V.7 deve responder a essa pergunta de forma satisfatória.

FIGURA V.7



As três regiões demarcadas ao redor da curva  $\sigma_{500}(\theta)$  representam o erro envolvido no cálculo desta função devido a incertezas de 1%, 0,1% e 0,01% na seção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$ . Podemos observar que fica completamente impossível identificar estas oscilações em ângulos dianteiros se medirmos  $\sigma(\theta)$  com precisão de 1%, valor comum em termos de seção de choque diferencial elástica, pois as oscilações ficam completamente mas



caradas pelo erro experimental a partir de  $\theta_{cm} = 30^\circ$ . Para o caso do sistema  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ , poderíamos apenas observar um mínimo na envoltória das oscilações localizadas em  $\theta_{cm} \approx 10^\circ$ , sendo que o mínimo mais pronunciado localizado em  $\theta_{cm} \approx 4,0^\circ$  já estaria mascarado até pelo erro de 0,01% em  $\sigma(\theta)$ . Um erro experimental na secção de choque diferencial elástica de 0,01% significa, apenas em termos estatísticos, um número de contagens no pico elástico de  $10^8$ , descontando outras fontes de erro do tipo: espessura variável do alvo ou problemas de direcção do feixe. Sendo assim, podemos concluir que a observação do fenómeno de glória frontal é terrivelmente difícil, dadas as condições experimentais necessárias, ao menos para o sistema  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ .

As figuras II.8 e II.9 mostram cálculos de modelo óptico da mesma função  $\sigma_{500}(\theta)$  para dois sistemas mais leves,  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  a 18,0 MeV e  $\alpha + ^{40}\text{Ca}$  a 20,0 MeV.

Nestes dois casos, podemos notar que a situação não é tão crítica como no caso do sistema  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ .

FIGURA V.8

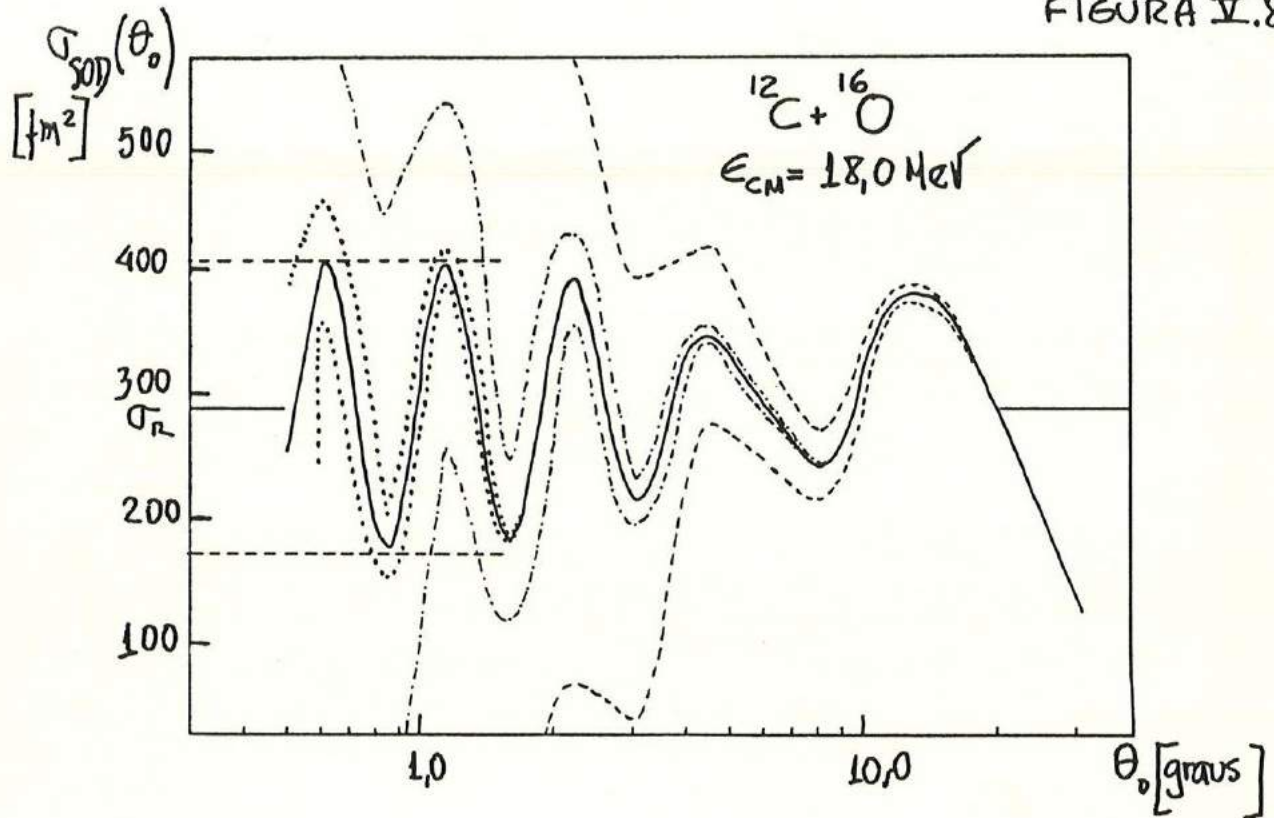
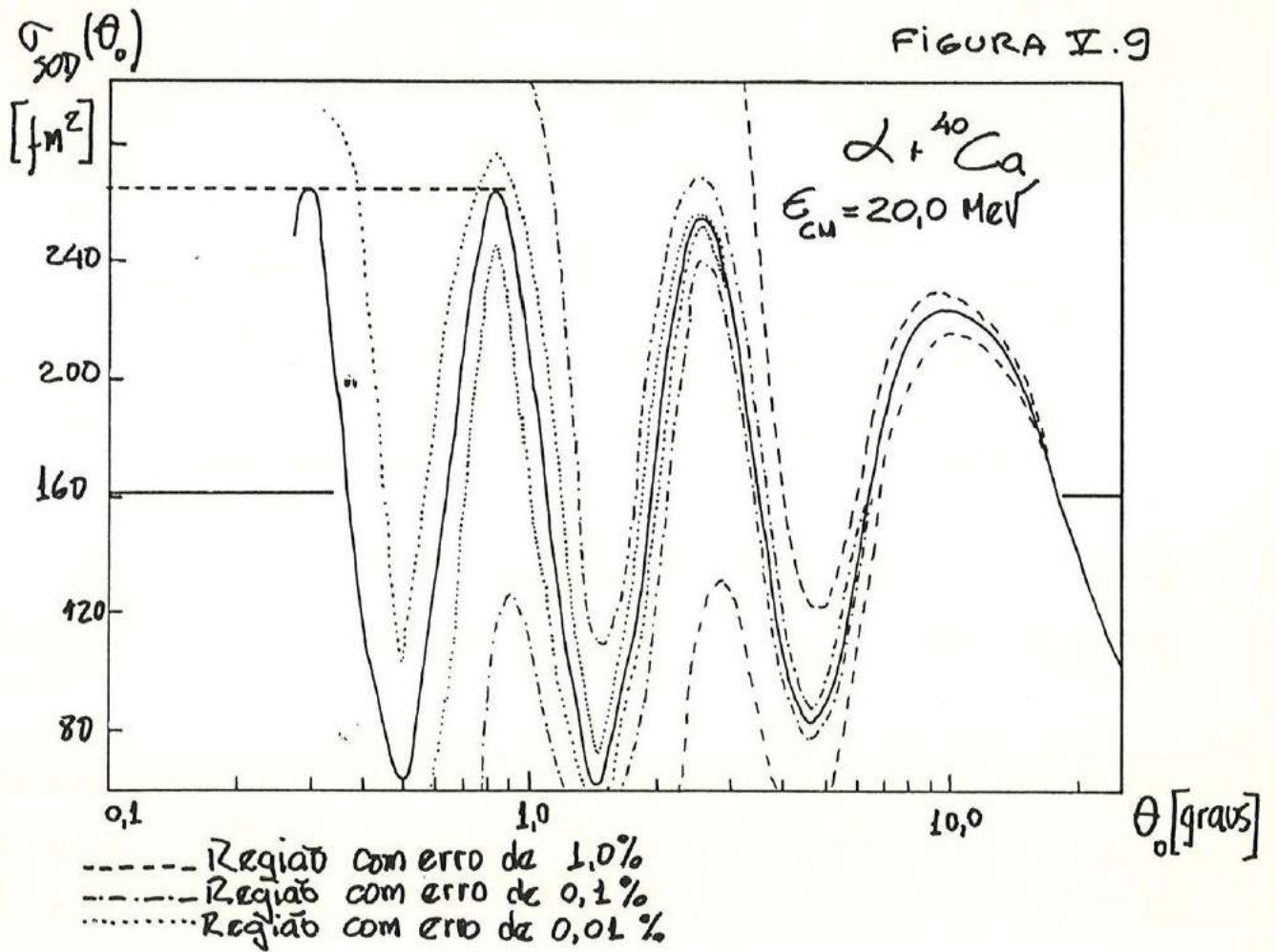


FIGURA V.9



Caso conseguíssemos obter dados experimentais com precisão de 0,01%, certamente as oscilações seriam perfeitamente visíveis e atingiríamos inclusive a região onde sua amplitude tende ao valor  $\frac{4\pi}{k} |f_N(\theta)|$ . Mesmo com uma precisão de 0,1% (correspondente a  $10^6$  contagens), as primeiras oscilações, correspondendo à região entre  $1^\circ$  e  $3^\circ$ , são identificadas. Certamente, o fenômeno de glória frontal não é observado se utilizarmos dados experimentais com erro relativo de 1%.

Concluimos, portanto que a observação do fenômeno de glória frontal é, em princípio, viável em sistemas mais leves, do tipo  $\alpha + {}^{40}\text{Ca}$  ou  ${}^{12}\text{C} + {}^{16}\text{O}$ , enquanto que em sistemas mais pesados do tipo  ${}^{18}\text{O} + {}^{58}\text{Ni}$  é altamente improvável. Mesmo para sistemas leves, as condições experimentais necessárias são muito críticas, pois uma precisão da ordem de 0,1% é necessária, principalmente nos ângulos dianteiros. Esta precisão relativa de 0,1% em dados de espalhamento elástico não é de fácil obtenção.

Acreditamos que uma experiência possível para a medida da distribuição angular elástica em ângulos tão pequenos seria realizável fazendo-se uso de um feixe secundário. Este feixe

secundário, pouco intenso, poderia incidir diretamente sobre um detector sensível às posições  $x-y$  colocado atrás do alvo estudado. O ângulo de espalhamento poderia ser medido diretamente em relação ao feixe em zero graus, melhorando enormemente a precisão angular e corrigindo-se efeitos de variação de direção do feixe incidente. Além disso, poder-se-ia medir distribuições angulares em ângulos tão pequenos quanto se quisesse.

Estas medidas são possíveis e estão sendo iniciadas, não com o objetivo de se observar o efeito glória frontal, mas para o simples estudo de distribuições angulares elásticas a altas energias ( $\sim 80 \text{ MeV/A}$ ), no Laboratório Saclay, França.

Respondendo finalmente as perguntas 3 e 4 feitas no início do capítulo, podemos dar a seguinte resposta:

É, em princípio, possível observar-se o fenômeno de Glória Frontal em sistemas leve-pesados e leves e obter o módulo da amplitude de espalhamento nuclear em zero grau  $|f_N(0)|$ . Para tanto, algumas condições especiais são necessárias para o experimento, o que certamente tornaria a experiência bastante cara, mas a mes

ma seria, em princípio, possível.

Resta saber se os resultados obtidos dessa experiência seriam compensadores. A resposta a esta pergunta é difícil, porém nós nos arriscaríamos a dizer que os resultados poderiam ser frustrantes...

Uma das motivações para a observação do efeito Glória Frontal em sistemas de íons pesados reside no fato de que este efeito pode trazer informações sobre a região mais interna da interação, interna ao ponto de arco-íris Coulombiano e ponto de absorção forte, servindo, portanto, como mais um vínculo para a obtenção do potencial de interação do sistema. O objetivo final seria poder diminuir as ambiguidades de potenciais ópticos.

Este objetivo pode ser alcançado?  
 — A idéia de que o efeito Glória Frontal poderia ajudar no conhecimento da interação nuclear em regiões mais internas ( $Hu \approx 82$ ), estava intimamente ligada ao Teorema Óptico. Porém, como vimos acima, a observação do efeito glória frontal é inviável via  $\Delta\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im} f'_N(0)$ , restando a sugestão feita por Barrette, de ressaltar a manifestação do efeito através da construção da função  $\tilde{\sigma}_{\text{SD}}(\theta_0)$ , a partir de dados de espalhamento elástico  $\tilde{\sigma}(\theta)$ .

Todavia, se a única forma de se observar o efeito Glória Frontal é através da função  $\bar{V}_{500}(\theta_0)$ , ele de nada nos servirá do ponto de vista de nos auxiliar a diminuir as ambiguidades em potenciais ópticos. A fim de esclarecer esta questão, vamos colocá-la de forma prática:

Suponhamos que foram obtidos dados de uma distribuição angular elástica  $\bar{V}(\theta)$  em um intervalo angular amplo, entre  $1^\circ < \theta_{CM} < 179,9^\circ$ , com precisão relativa da ordem de 0,1% para os ângulos dianteiros. Uma vez obtidos os dados, procedemos a uma análise usual, utilizando o modelo óptico e obtemos uma família de potenciais de interação nuclear  $V_N$  que reproduzem igualmente bem os dados experimentais obtidos. Construímos, agora, com base nestes mesmos dados experimentais, a função  $\bar{V}_{500}(\theta_0)$  e tentamos reproduzir a curva obtida com a mesma família de potenciais ópticos obtidos anteriormente. É óbvio que todos os potenciais reproduzirão igualmente bem a função  $\bar{V}_{500}(\theta_0)$ , pois não existe nenhuma informação (entenda-se dado experimental) adicional ao que foi usado anteriormente. Reproduzir via modelo óptico  $\bar{V}(\theta)$  ou  $\bar{V}_{500}(\theta_0)$ , que é calculado via  $\bar{V}(\theta)$ , é equivalente. A diferença está no fato de que,

ao se fazer um gráfico das funções  $\sigma(\theta)$  ou  $\sigma(\theta)/\sigma_{Ruth}(\theta)$ , são ressaltadas as sutilezas da distribuição angular elástica em ângulos traseiros, enquanto que as funções  $\sigma_{50p}(\theta)$  e  $\sigma(\theta) - \sigma_{Ruth}(\theta)$  ressaltam os pormenores localizados em ângulos dianteiros.

Concluimos, portanto, que a observação do efeito de Glória frontal nuclear, a partir do espalhamento elástico, não traz nenhuma informação extra àquela já obtida, medindo-se distribuições angulares com muito boa precisão e em ângulos dianteiros. Eis porque classificamos de frustrante o resultado final da observação do efeito de Glória frontal nuclear.

Na realidade, nossa proposta inicial, encontrada em (Ely 82), sugeria que a medida de  $\Delta\sigma_T$  poderia fornecer informações sobre a interação nuclear a distâncias correspondentes à trajetória de Glória frontal. A simples observação do fenômeno de Glória frontal não significa que alguma informação complementar é alcançada, principalmente se esta observação tiver como base apenas dados experimentais de  $\sigma(\theta)$ . A informação complementar está intrinsecamente ligada à seção de choque total nuclear  $\Delta\sigma_T$ .

A secção de choque total é a única quantidade observável que se relaciona linearmente com a amplitude de espalhamento  $f(\theta)$ . Todas as outras secções de choque se relacionam quadraticamente com  $f(\theta)$ . A fase da amplitude de espalhamento frontal, carregada em  $\Delta\sigma_T$ , constitui a informação adicional que se poderia utilizar para diminuir ambiguidades de potenciais ópticos, ou simplesmente para conhecer melhor a interacção núcleo-núcleo. Portanto, os esforços nesta área devem ser voltados para a medida directa de  $\Delta\sigma_T$  e não à observação do fenómeno de glória frontal em  $\sigma_{\text{gl}}(\theta)$ , como sugeriram Barrette e Alamanos (Ba 85).

A questão que resta responder é a seguinte:

- É possível medir directamente  $\Delta\sigma_T$ ? -

A resposta não é simples, porém podemos fazer algumas considerações para tentar obter uma resposta. A secção de choque total nuclear  $\Delta\sigma_T$  se relaciona com a secção de choque total  $\sigma_T$  da seguinte forma:

$$\Delta\sigma_T = \sigma_T - \sigma_{CB}, \quad \text{onde } \sigma_{CB} \text{ é a secção de}$$

choque Coulombiana blindada total.



Podemos imediatamente ver que, mesmo que fosse possível medir a secção de choque total  $\sigma_T$  por técnica de transmissão (Si 70), conhecida em medidas de  $\sigma_T$  para sistemas pión-núcleo, seria necessário o conhecimento dos detalhes da blindagem do potencial Coulombiano para obter univocamente  $\Delta\sigma_T$ . Cooper e Johnson (Co 77) discutem esta questão da determinação de  $\Delta\sigma_T$  para sistemas pión-núcleo e propõem duas formas indiretas para sua obtenção.

De qualquer forma, medir  $\Delta\sigma_T$  diretamente, sem o envolvimento de qualquer teoria ou suposições é, muito provavelmente, impossível para sistemas de íons pesados ou mesmo leve-pesados, onde a interação Coulombiana é extremamente importante. Talvez seja possível obter-se  $\Delta\sigma_T$  a partir da secção de choque total  $\sigma_T$ , porém, certamente esta determinação será dependente de modelo."

A seguir, descrevemos o arranjo experimental utilizado na obtenção de distribuições angulares de espalhamento elástico para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ . Estes dados foram utilizados para obter a secção de choque de reação  $\sigma_R$  utilizando o método sugerido neste capítulo.

Outras considerações sobre a existência ou não e sobre a viabilidade de observação do fenômeno de Glória frontal serão feitas com base nos dados experimentais obtidos.

## VI. Descrição da Montagem Experimental

As medidas das distribuições angulares de espalhamento elástico do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  foram feitas no laboratório Pelletron, utilizando um feixe de  $^{16}\text{O}$  produzido pela fonte de íons de extração direta tipo Duoplasmatron e acelerado pelo Tandem 8UD. Descrições detalhadas da fonte de íons e do acelerador são encontradas nas referências Vi 82 e Sa 74b.

Foram medidas quatro distribuições angulares completas na região angular  $7,0^\circ \leq \theta_{\text{cm}} \leq 170,0^\circ$ , que correspondem, no laboratório, à região  $3,0^\circ \leq \theta_{\text{lab}} \leq 40,0^\circ$ , nas energias:  $E_{\text{cm}} = 23,14$ ;  $24,49$ ;  $25,50$  e  $26,74$  MeV. Além destas, foram completadas quatro distribuições angulares medidas por P. Charles (Ch 81), medindo-se os ângulos mais dianteiros, tipicamente na região angular  $7,0^\circ \leq \theta_{\text{cm}} \leq 40,0^\circ$  ou no laboratório  $3,0^\circ \leq \theta_{\text{lab}} \leq 18,0^\circ$ . As energias completadas são  $E_{\text{cm}} = 17,28$ ;  $19,40$ ;  $20,79$  e  $21,86$  MeV, que correspondem no laboratório a  $E_{\text{lab}} = 40,32$ ;  $45,27$ ;  $48,50$  e  $51,00$  MeV.

A tabela VI.1 resume tudo o que foi medido experimentalmente neste trabalho no que

Tange à distribuição angular elástica do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ .  
 O espaçamento angular entre as medidas é de  
 tipicamente  $\Delta\theta_{\text{lab}} = 1,0^\circ$  e em alguns casos  $\Delta\theta_{\text{lab}} = 0,5^\circ$ .

Tabela de medidas (VI.1)

$E_{\text{cm}}$ (MeV)	$E_{\text{lab}}$ (MeV)	$\theta_{\text{cm}}$	$\theta_{\text{lab}}$
17,28	40,32	$7,0^\circ$ a $35,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $15,0^\circ$
19,40	45,27	$7,0^\circ$ a $50,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $21,0^\circ$
20,79	48,50	$7,0^\circ$ a $29,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $12,5^\circ$
21,86	51,00	$7,0^\circ$ a $36,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $15,5^\circ$
23,14	54,00	$7,0^\circ$ a $170,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $40,0^\circ$
24,49	57,14	$7,0^\circ$ a $170,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $40,0^\circ$
25,50	59,50	$7,0^\circ$ a $170,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $40,0^\circ$
26,74	62,40	$7,0^\circ$ a $170,0^\circ$	$3,0^\circ$ a $40,0^\circ$

As medidas foram feitas basicamente em três etapas, cada qual correspondendo a um arranjo experimental diferente, dependendo da região angular a ser medida. Cada um dos arranjos experimentais está descrito resumidamente a seguir.

— Primeiro arranjo, medidas na região angular  
 $19,0^\circ \leq \theta_{\text{lab}} \leq 30,0^\circ$  —

Neste arranjo utilizamos um sistema de detecção, montado na câmara de espalhamento 15B, que constou de um detetor de Si( $\Delta E$ ) de barreira de superfície de 15  $\mu\text{m}$  montado bem próximo ao alvo (50 mm) e um detetor de barreira de superfície, sensível à posição (PSD) montado a 210 mm do alvo, na mesma direção do detetor  $\Delta E$ . À frente do PSD foi montado um colimador com 21 fendas com abertura de 1 mm x 5 mm, espaçadas de 2 mm, correspondendo a um intervalo angular de  $\Delta\theta_{\text{lab}} = 0,55^\circ$ .

O ângulo sólido desta montagem é determinado por uma relação complexa, pois envolve a abertura do detetor  $\Delta E$ , próximo ao alvo e as fendas no detetor PSD. Por esta razão, utilizamos nesta fase de medidas um alvo de Carbono com uma ligeira contaminação de  $^{137}\text{Am}$  ( $2 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ ) para facilitar a normalização entre as fendas, devido aos diferentes ângulos sólidos envolvidos.

O alvo de Carbono de  $25 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  foi protegido contra o fenômeno de crescimento de carbono por um "dedo frio", ou seja, o alvo foi envolvido por um cilindro de cobre refrigerado a nitrogênio líquido, que

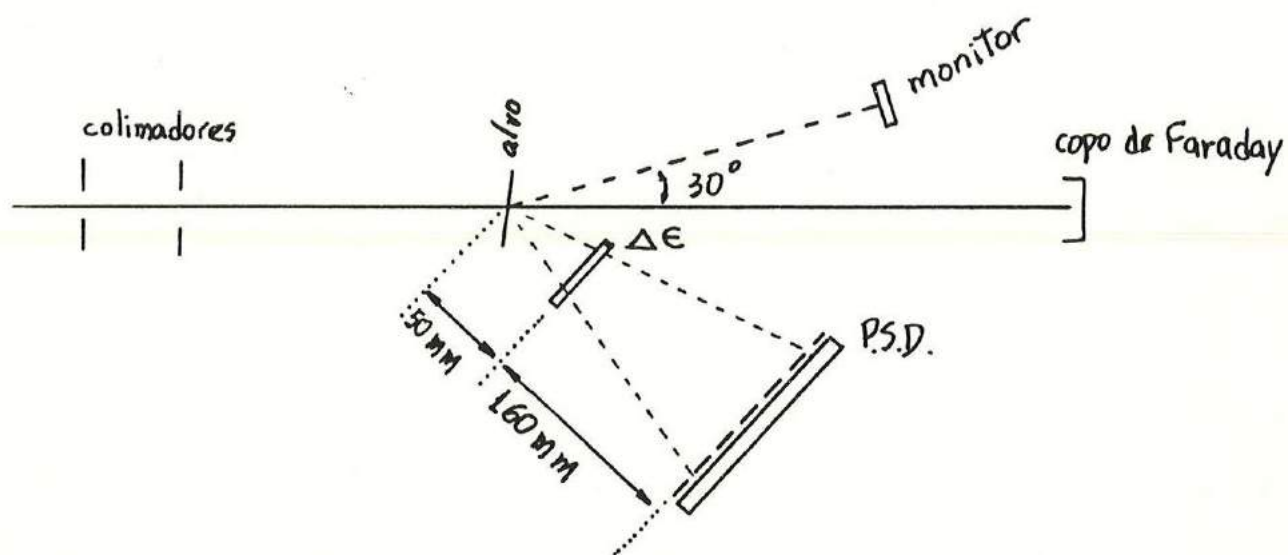
Tem por objetivo melhorar o vácuo na região próxima ao alvo e, principalmente, condensar em sua superfície moléculas de óleo das bombas de vácuo, que sempre contaminam o gás residual no interior da câmara de espalhamento. Além deste cuidado, sempre nos certificamos do bom vácuo no início e no fim das experiências. O vácuo na câmara de espalhamento manteve-se em torno de  $1,0 \times 10^{-6}$  Torr.

Além destes cuidados, foi montado outro detector de Si de barreira de superfície, a  $30^\circ$  fixo, servindo para a monitoração da espessura do alvo e condições de focalização do feixe.

O feixe de  $^{16}\text{O}$ , antes de entrar na câmara de espalhamento, passa por um sistema de colimação com fendas de 3,0 e 2,5 mm, que servem para assegurar a direção correta do feixe incidente.

Todo o sistema envolvendo colimadores de entrada, alvo e detectores é alinhado ópticamente, utilizando-se um nível montado a zero graus atrás da câmara de espalhamento.

O feixe finalmente é coletado em um copo de Faraday com supressão geométrica e integrado a fim de se obter a carga total incidente no alvo. Um desenho esquemático desta montagem é mostrado na Figura VI.1



Esquema do primeiro arranjo experimental.

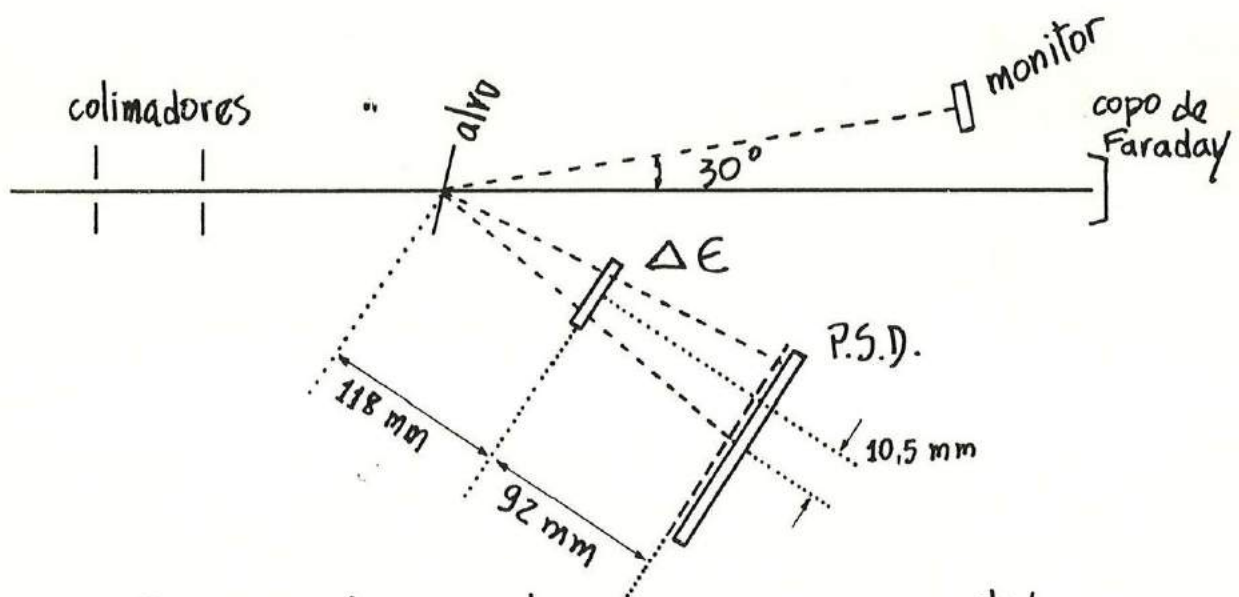
FIGURA VI.1

Este arranjo permitiu a medida simultânea da seção de choque diferencial de espalhamento elástico em 15 ângulos, além da identificação do  $Z$  da partícula emergente do alvo pela técnica de telescópios  $E - \Delta E$ . — Uma observação: o número de 15 ângulos utilizados ao invés dos 21 disponíveis é justificado devido ao ângulo sólido muito pequeno correspondente às fendas localizadas na periferia do PSD.

Durante a tomada de dados, o alvo foi mantido à tensão de  $+4.000V$ , com o objetivo de suprimir os elétrons arrancados do alvo pelo feixe que, ao incidir sobre o detector  $\Delta E$ , poderiam piorar sua resolução em energia. A eletrônica, padrão para este tipo de experiência, está descrita no item a seguir.

— Segundo arranjo, medidas na região angular  $8,0^\circ \leq \theta_{\text{lab}} \leq 20,0^\circ$  —

O segundo arranjo experimental é basicamente igual ao descrito anteriormente. As únicas diferenças consistem na distância entre alvo-detetor  $\Delta E$  e na posição do detetor PSD, que agora foi montado deslocado lateralmente 10,5 mm da direção do detetor  $\Delta E$ . As novas distâncias e posição do PSD estão mostrados na Figura VI.2.



Esquema do segundo arranjo experimental

FIGURA VI.2

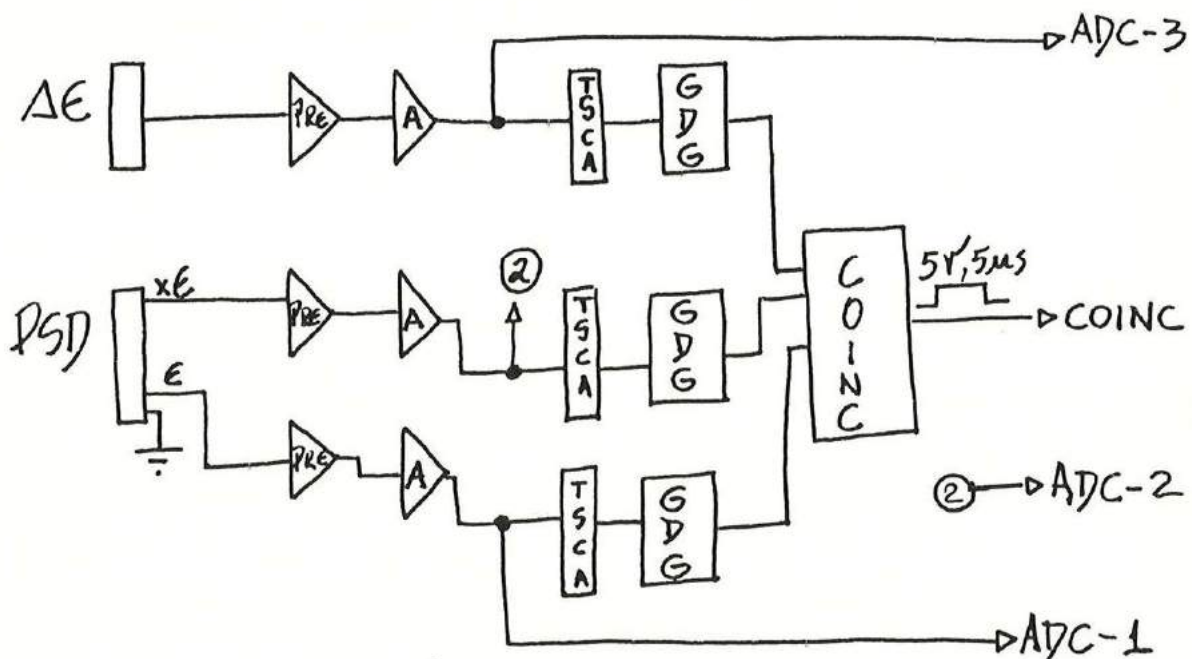
Estas novas posições, tanto do detetor  $\Delta E$ , quanto do PSD, possibilitam a medida da seção de choque diferencial elástica em ângulos mais dianteiros, sem o perigo do feixe incidir sobre um



dos detectores, o que não era possível na primeira montagem. A desvantagem deste novo arranjo é a de utilizarmos apenas uma pequena secção do detetor PSD, possibilitando a medida simultânea de apenas 7 ângulos da distribuição angular.

A eletrônica utilizada é a padrão para este tipo de experiência, constando basicamente de uma coincidência lenta entre os parâmetros disponíveis  $\Delta E$ ,  $E$  e  $x E$  (veja Figura III.3). Os dados experimentais foram armazenados em modo-fila tri-paramétrico, utilizando o sistema de aquisição disponível SADE, ligado ao computador IBM/360.

Eletrônica:



A = Amplificador  
 TSCA = Analisador mono-canal  
 G/D/G = Gerador de porta  
 COINC = Coincidência lenta

FIGURA VI.3

— Terceiro arranjo, medidas nas regiões angulares  
 $28,0^\circ \leq \theta_{lab} \leq 40,0^\circ$  e  $3,0^\circ \leq \theta_{lab} \leq 10,0^\circ$ —

O terceiro e último arranjo experimental serviu tanto às medidas da secção de choque diferencial elástica em ângulos bem traseiros, quanto às medidas em ângulos dianteiros.

Utilizamos neste arranjo, montado na câmara 30B, uma câmara de ionização sensível à posição, desenvolvida no próprio Laboratório pelo colega Nemitala Added (Ad 87). No interior da câmara de ionização, foi montado um detetor de barreira de superfície, de grande área, permitindo, portanto, a detecção da perda de energia  $\Delta E$ , posição  $x$  e energia residual  $E$  de cada partícula incidente na câmara de ionização. Sendo um detetor a gás, sua espessura é variável, dependendo unicamente da pressão de gás  $P_{10}$  utilizada e da espessura da janela de Vyns montada na entrada do detetor.

Esta é a justificativa da utilização deste novo arranjo para as medidas em ângulos traseiros, pois a espessura de  $15\mu\text{m}$  do detetor  $\Delta E$ , nos arranjos anteriores, era muito grande, inviabilizando a detecção das partículas de  $^{16}\text{O}$  de recuo, de baixa energia, emergentes nestes ângulos.

Quanto aos ângulos dianteiros, duas

foram as razões que nos fizeram optar por este arranjo:

1 - Em ângulos muito pequenos, o número de partículas incidentes sobre os detetores é muito grande e, certamente, os arranjos experimentais descritos anteriormente sacrificariam demais o detetor  $\Delta E$  de  $15 \mu\text{m}$ , uma vez que não existiam fendas na sua frente. Como este detetor é muito caro, por volta de US\$ 2000,00 e o único no Laboratório, optamos por um arranjo com um detetor a gás que, em princípio, não é limitado em tempo de vida.

2 - A dimensão da câmara de espalhamento 15B é muito reduzida para medidas em ângulos muito dianteiros, que exigem grande distância entre alvo-sistema de detecção, comparada com o tamanho dos detetores, para que o feixe não incida nestes.

- A seguir, descrevemos o arranjo experimental completo:

O feixe produzido pelo acelerador Pelletron passa por um sistema duplo de colimação com sistema anti-espalhamento especialmente desenvolvido para

diminuir ao mínimo o problema de espalhamento secundário em fendas (Fr 85) muito intenso, principalmente em ângulos pequenos. Este sistema foi utilizado unicamente nas medidas em ângulos dianteiros.

O feixe colimado incide sobre um alvo de Carbono que, para o caso das medidas em ângulos traseiros, era o mesmo utilizado nos arranjos anteriores, contendo basicamente  $25 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  de Carbono e  $2 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  de  $^{197}\text{Au}$ . Para as medidas em ângulos dianteiros, utilizamos um alvo puro de Carbono ( $\sim 10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ ) sem contaminante pesado, para não dificultar a análise, pois nestes ângulos não seria possível separar a contribuição de cada elemento, uma vez que as energias das partículas de  $^{16}\text{O}$  espalhadas elasticamente por  $^{12}\text{C}$  ou  $^{197}\text{Au}$  são muito próximas, se comparadas com a resolução do detector  $E$ . O alvo de Carbono também está protegido contra o fenômeno de crescimento de carbono por um "dedo frio" refrigerado a nitrogênio líquido, similar ao descrito anteriormente.

O feixe espalhado incide sobre a Câmara de Ionização sensível à posição que tem em sua entrada um colimador com cinco fendas de dimensão  $1 \times 4 \text{mm}$  espaçadas por  $5,4 \text{mm}$ .

O detector foi montado a  $300 \text{mm}$  do alvo, de forma que o intervalo angular entre cada fenda

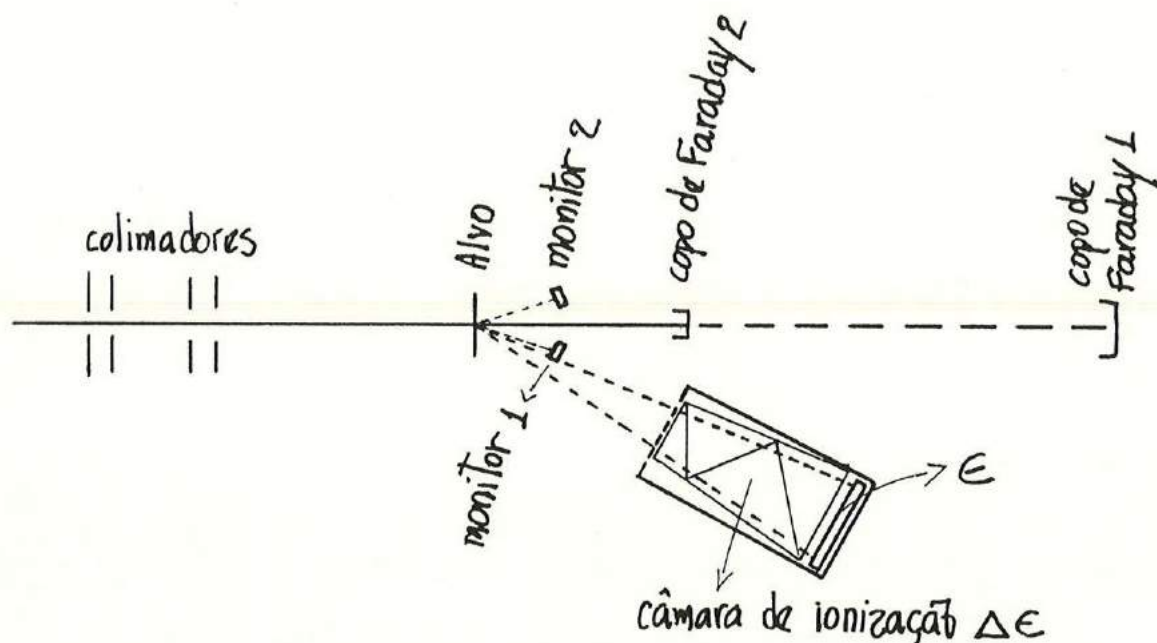
é de 1,0 grau. A Câmara de Ionização dispõe de um anodo em forma de placa, dividida em duas secções diagonais (Gamab), para se recolher a informação da posição, sendo portanto coletados dois sinais  $Q_1$  e  $Q_2$ , correspondentes à carga ionizada pelos íons que atravessam a Câmara e coletados por cada uma das secções do Gamab. A soma dos sinais  $Q_1 + Q_2$  fornece a informação da perda de energia  $\Delta E$ , depositada pela partícula incidente, enquanto que a operação  $(Q_1 - Q_2) / (Q_1 + Q_2) + 1$  fornece a informação da posição  $x$  em que a partícula incidiu no detetor, ou seja, por qual fenda passou a partícula. Maiores informações sobre a Câmara de Ionização, veja (Ad. 87). Atrás da Câmara de Ionização é montado um grande detetor de Si de barreira de superfície, ou dois detetores  $E$  de  $300 \text{ mm}^2$ , que fornece a informação da energia residual das partículas incidentes. Desta forma coletamos a informação de  $E$ ,  $\Delta E$  e  $x$  de cada partícula incidente sobre o detetor.

Passando pelo alvo, o feixe é coletado por um copo de Faraday com o objetivo de determinar a carga total incidente sobre o alvo. Para o caso das medidas em ângulos traseiros, foi usado um copo de Faraday montado na parte de trás da câmara 30B, com sistema de supressão geométrico.

Para o caso das medidas em ângulos dianteiros, foi utilizado um pequeno copo de Faraday montado logo atrás do alvo e na frente da Câmara de Ionização com sistema de supressão elétrico. Polariza-se o supressor com uma tensão de  $-2.000 \text{ V}$ . Este segundo copo de Faraday é necessário pois nos ângulos mais dianteiros, as paredes da Câmara de Ionização interrompem a passagem do feixe para o copo de Faraday traseiro.

Foram montados, em ângulos fixos de  $10^\circ$  e simétricos à direção do feixe, dois monitores fora do plano definido pelo feixe e a Câmara de Ionização. Os dois monitores servem para monitorar, tanto a direção do feixe, quanto o fenômeno de crescimento de carbono no alvo.

As condições de vácuo foram sempre excelentes, pois utilizamos, principalmente, nas medidas em ângulos dianteiros uma bomba criogênica que assegurou um vácuo da ordem de  $1,0 \times 10^{-6} \text{ T}$  na câmara de espalhamento. O arranjo experimental é mostrado esquematicamente na Figura II.4.



Esquema do terceiro arranjo experimental.

FIGURA VI.4

A eletrônica utilizada é padrão com coincidência lenta entre os parâmetros  $E$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$ . Os dados experimentais foram igualmente armazenados em modo-fila triparmétrico, utilizando o sistema SADE junto ao computador IBM/360.

Foram gastas entre tempo para montagem, testes e medida das distribuições angulares constantes da Tabela VI.1, 288 horas (12 dias) de máquina.

Descrevemos a seguir alguns detalhes da análise feita sobre estes dados experimentais até a obtenção do valor da seção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$ .

## VII. Breve Descrição sobre a Redução dos Dados

Este trabalho foi realizado em uma época de transição dentro do Laboratório Pelletron. Esta transição está ligada à entrada em operação do novo computador VAX-780, em fins de 1985 e dos micro-computadores PC-2001 e PC-XT. Por ser o computador a ferramenta mais importante nesta fase de redução de dados, várias foram as modificações sofridas na sistemática de análise durante esta época de transição. Estas modificações se devem ao fato de que parte dos dados foram analisados utilizando o computador IBM/4341 localizado no IPEN-CNEN/SP, enquanto que outra parte foi analisada utilizando o VAX-780 e os micro-computadores disponíveis.

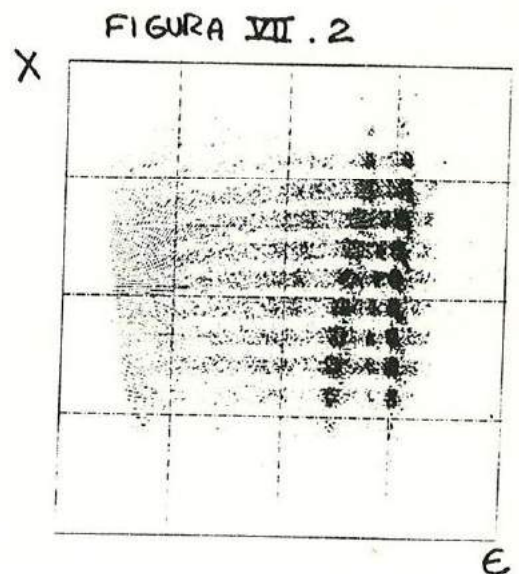
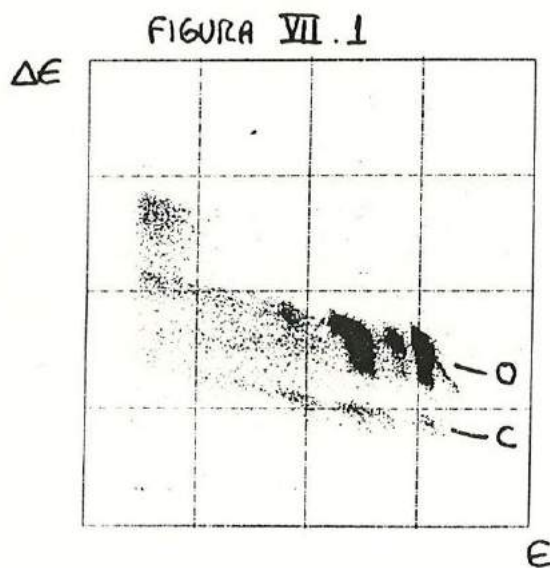
A sistemática de análise de dados multi-paramétricos é padrão e consiste resumidamente nos seguintes passos:

- a) - os dados brutos multi-paramétricos são compactados, isto é, é feito um "sort" de dados, armazenando-os de maneira a ocuparem o menor espaço físico em uma fita magnética e de forma a facilitá-



tar a análise subsequente. Esta compactação é feita utilizando-se o programa COMPAC (Te<sup>80</sup>). Este programa está disponível em duas versões, uma para IBM em Assembler e outra para VAX em Fortran.

b) — a seguir são criados espectros bi-paramétricos respectivos a cada dois parâmetros adquiridos. Assim, nas duas primeiras montagens experimentais, quando adquirimos os três parâmetros  $E$ ,  $\Delta E$ ,  $xE$ , criamos espectros bi-paramétricos  $E$ - $\Delta E$  e  $x$ - $E$ , sendo que a coordenada  $x$  foi obtida através da operação  $xE/E$ . Para cada corrida de dados são criados dois destes espectros bi-paramétricos. Os dois aspectos bi-paramétricos típicos da primeira experiência são mostrados nas figuras VII.1 e VII.2.



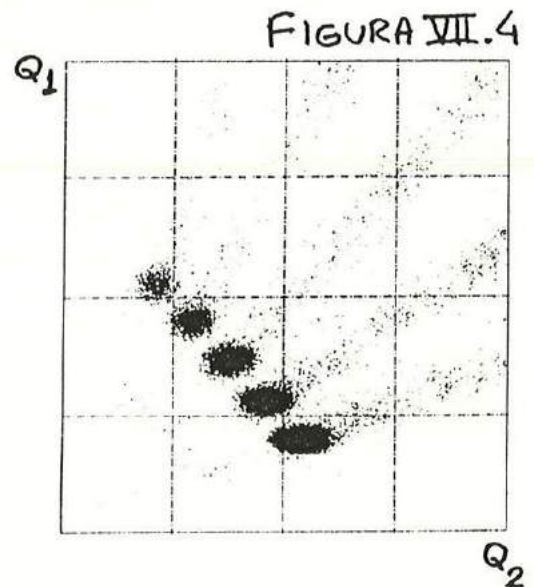
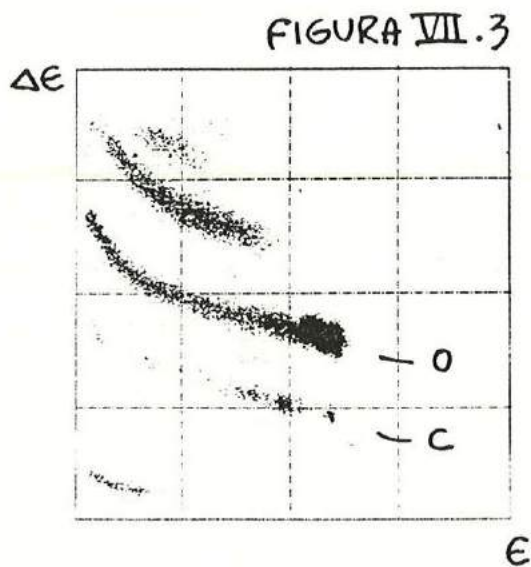
Espectros bi-paramétricos correspondentes aos primeiro e segundo arranjos experimentais

No espectro  $\Delta E-E$  (Figura VII.1) podemos identificar as faixas respectivas ao número atômico  $Z$  de cada elemento incidente no detetor. As faixas que nos interessam são as de Oxigênio e Carbono. Da linha de Oxigênio obtemos a secção de choque elástica correspondente aos ângulos dianteiros da reação  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ , enquanto que da linha de Carbono, de recuo, obtemos a secção de choque elástica correspondente aos ângulos traseiros.

Na Figura VII.2, podemos ver as faixas correspondentes a cada uma das fendas colocadas à frente do detetor PSD e que correspondem a ângulos  $\theta_{lab}$  diferentes, adquiridos simultaneamente.

Sobre cada um destes espectros bi-paramétricos são traçados polígonos nas regiões de interesse. Sobre o espectro  $E-\Delta E$  são traçados dois polígonos, um sobre a linha de Oxigênio, outro sobre a linha de Carbono. Sobre o espectro  $x-E$  são traçados polígonos sobre cada uma das linhas correspondentes a cada fenda do detetor PSD.

Para o caso da terceira montagem, os espectros são ligeiramente diferentes, pois adquirimos os parâmetros  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $E$ . As figuras VII.3 e VII.4 mostram dois espectros típicos bi-paramétricos  $\Delta E-E$  e  $Q_1-Q_2$ , onde  $\Delta E = Q_1 + Q_2$ .



Espectros bi-paramétricos correspondentes ao terceiro arranjo experimental.

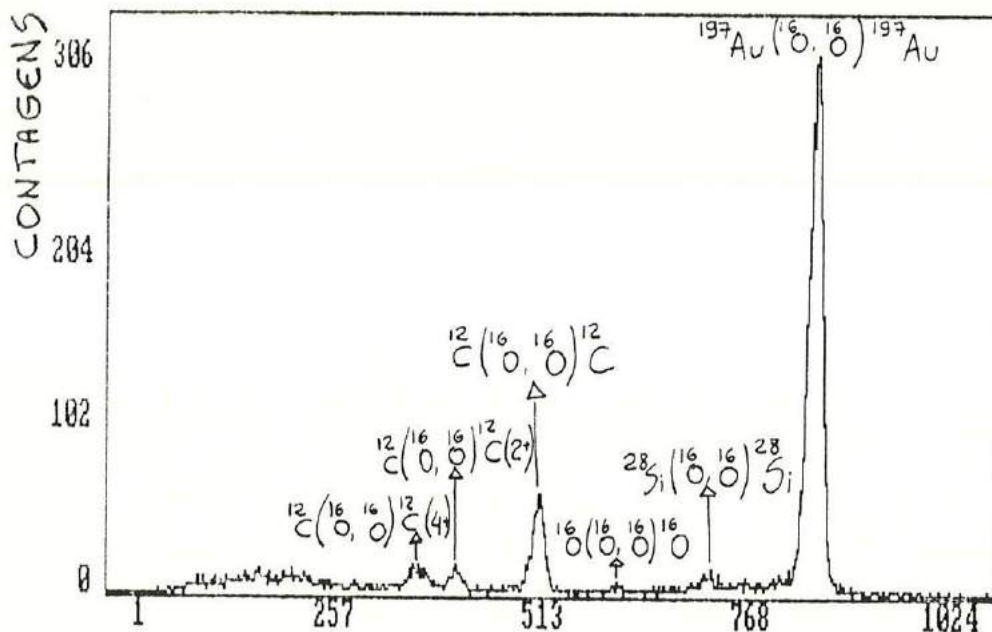
Podemos ver na Figura VII.3, semelhante à Figura VII.1, as faixas correspondentes a cada elemento incidente na câmara de ionização. A Figura VII.4 mostra cinco faixas correspondentes às fendas colocadas à frente da câmara de ionização. Este segundo espectro corresponde aproximadamente à Figura VII.2 da primeira e segunda montagens, onde podemos identificar a posição  $x$  do elemento incidente sobre o detetor.

Os polígonos foram traçados utilizando-se ou o programa SIMVS (Te 80) ou o programa POLIBONO (Fr 85).

c) — o cruzamento de cada polígono traçado em cada espectro  $E-\Delta E$  e  $x-E$ , ou  $Q_1-Q_2$ , dão origem a um histograma linear. Este histograma corresponde à projecção no eixo  $E$  do conteúdo da intersecção dos dois polígonos citados. Para cada corrida de dados, geramos uma série destes histogramas lineares correspondentes aos elementos estudados, no caso Oxigénio e Carbono, nos ângulos  $\theta_{lab}$  medidos. Estas projecções são geradas pelo programa HISTMULT (Te 80).

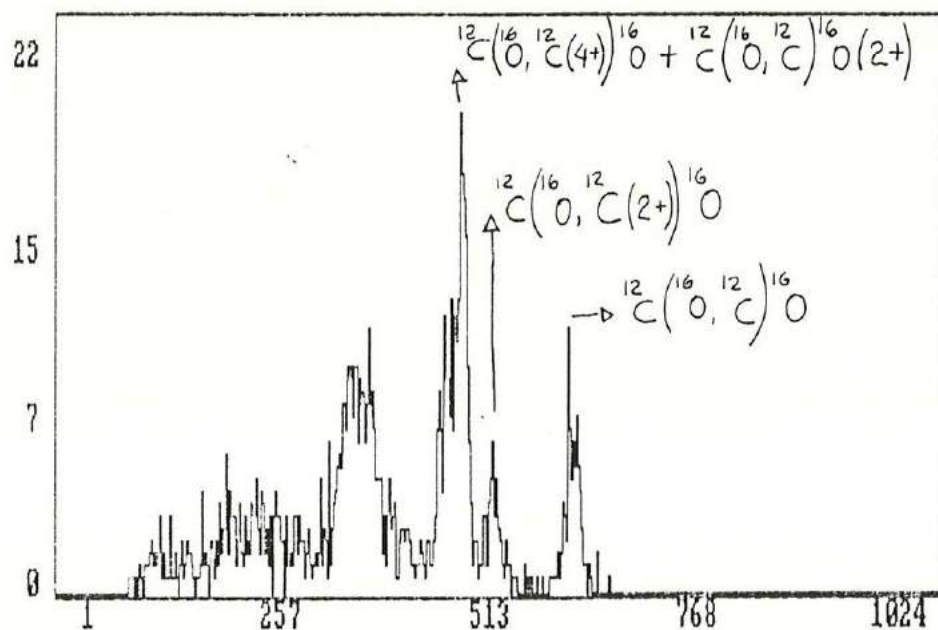
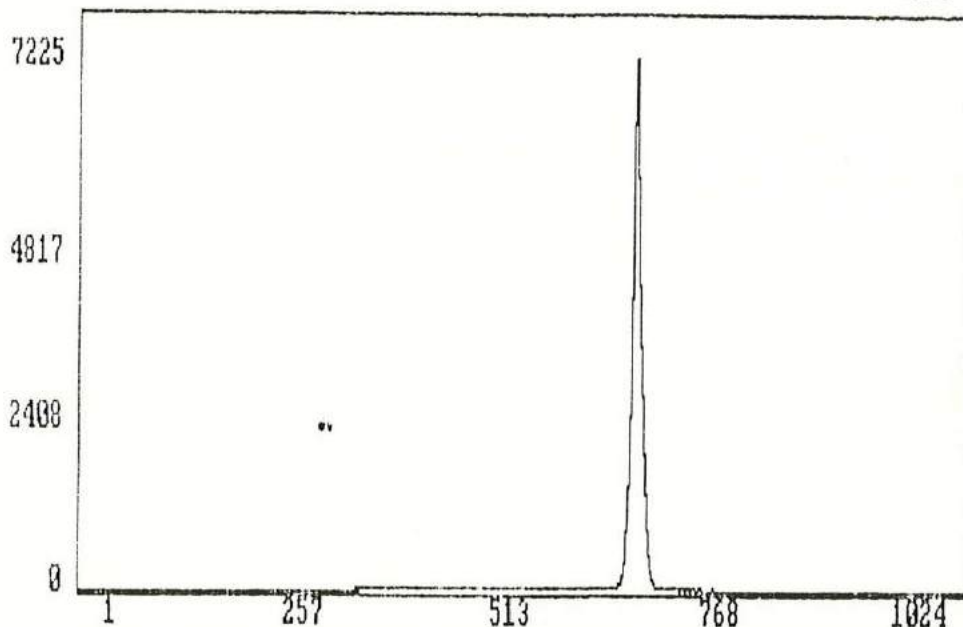
d) — a seguir, a parte mais trabalhosa da análise tem início. De posse destes histogramas, identificamos cada um dos picos existentes, isolamos o que nos interessa e calculamos suas áreas, para finalmente obter a secção de choque diferencial. Detalho a seguir, o procedimento utilizado nesta fase da redução de dados.

As figuras VII.5, VII.6 e VII.7, mostram histogramas típicos, onde podemos identificar os picos correspondentes a cada reacção detectada.



FIGURAS  
VII.5,6 e 7

histogramas  
lineares



CANAL

A Figura VII.5 mostra um histograma correspondente à projecção da faixa do Oxigênio em  $\theta_{lab} = 30,5^\circ$ . Este histograma corresponde a um espectro da primeira experiência. Podemos ver claramente o pico correspondente ao espalhamento elástico de  $^{16}\text{O}$  sobre  $^{12}\text{C}$ , juntamente com os picos correspondentes ao espalhamento sobre impurezas presentes no alvo ( $^{16}\text{O}$  e  $^{28}\text{Si}$ ) e o pico correspondente ao espalhamento elástico de  $^{16}\text{O}$  sobre  $^{197}\text{Au}$ . Este último servirá de normalização, como veremos mais adiante.

A Figura VII.6 mostra um histograma correspondente à projecção da faixa de Oxigênio em  $\theta_{lab} = 8,0^\circ$ . Este histograma corresponde a um espectro da terceira experiência. Notamos que neste caso, não mais existe contaminante de  $^{197}\text{Au}$  e os outros contaminantes presentes ( $^{16}\text{O}$  e  $^{28}\text{Si}$ ) não são vistos, pois todos estão sob o pico mais intenso da reacção  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ .

A Figura VII.7 mostra um histograma correspondente à projecção da faixa de Carbono em  $\theta_{lab} = 30,5^\circ$ . Podemos ver os picos elástico e inelásticos da reacção  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ .

Para os dados tirados na câmara  $15^\circ\text{B}$ , correspondentes à primeira montagem experimental e aos dados em ângulos intermediários, os histogramas

lineares foram analisados automaticamente pelo programa ZILAH, desenvolvido por nós e cuja versão preliminar já foi relatada em minha tese de mestrado (Vi 82). O programa procura automaticamente os picos correspondentes aos espalhamentos elásticos de  $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$  e  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ , baseado na cinemática das reações e uma reta de calibração fornecida, calcula as áreas respectivas de cada pico e finalmente fornece o valor da secção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$  obtida como:

$$\sigma(\theta) = \frac{A}{A_{\text{Au}}} \frac{J(\theta)}{J_{\text{Au}}(\theta)} \frac{N_e^{\text{Au}}}{N_e^{\text{C}}} \sigma_{\text{Au}}(\theta) \quad (\text{VII.1})$$

onde:  $A$  é a área do pico  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$

$A_{\text{Au}}$  é a área do pico  $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$

$J(\theta)$  é o jacobiano de transformação Lab  $\rightarrow$  CM para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$

$J_{\text{Au}}(\theta)$  é o jacobiano de transformação Lab  $\rightarrow$  CM para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$

$N_e^{\text{Au}}$  é o número de espalhadores de  $^{197}\text{Au}$  presentes no alvo.

$N_e^{\text{C}}$  é o número de espalhadores de  $^{12}\text{C}$  presentes no alvo.

$\sigma_{\text{Au}}(\theta)$  é a secção de choque diferencial elástica  $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$ , puramente Rutherford

$\kappa$  é uma quantidade que atualiza o valor da razão de espessuras devido ao fenômeno de crescimento de Carbono.

Para obtermos o valor de  $\tilde{v}(\theta)$  de forma absoluta, é necessário conhecermos a razão de espessuras  $\frac{N_e^{Au}}{N_e^C}$  do alvo usado. Este valor não é conhecido, porém, como veremos adiante, utilizamos as medidas em ângulos bem dianteiros para normalizar os dados obtidos nestes ângulos intermediários. Além disto, os valores de  $\kappa$ , quantidade que é proporcional à variação da espessura de Carbono no alvo devido ao fenômeno de crescimento de Carbono, foram calculados para cada corrida de dados, tendo como base o monitor em ângulo fixo. Observamos que, devido ao excelente vácuo conseguido durante toda a experiência ( $1 \times 10^{-6}$  T) e, ao excelente sistema de dedo frio projetado, poderíamos ter desconsiderado este efeito de crescimento de Carbono durante as experiências envolvendo a primeira montagem.

As análises de todos os histogramas lineares obtidos nas segunda e terceira montagens, foram feitas utilizando os programas PIAPICO (12/85), PLESP (12/85), SPASM (11/86) e PLOX (11/86). Todos estes programas, permitem uma análise iterativa para o



cálculo das áreas dos picos de interesse, procedimento muito importante no caso de haver superposições de picos de outros contaminantes sobre os picos de interesse.

No caso em que a separação dos picos era impossível, principalmente nos ângulos muito dianteiros (Figura VII.7), calculamos a área total de todos os picos e procedemos a uma subtração posterior da contribuição dos contaminantes sobre o pico de interesse.

A estimativa da contribuição de contaminantes consistiu de uma análise minuciosa dos contaminantes mais intensos presentes no alvo ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{28}\text{Si}$  e  $^{13}\text{C}$ ) na faixa angular onde se podia separá-los do pico principal ( $^{12}\text{C}$ ). Desta análise, determinou-se a espessura de cada contaminante e estimou-se a sua contribuição nos ângulos dianteiros através de cálculos de modelo óptico. Utilizamos nestes cálculos, potenciais padrão encontrados na literatura (P. 74, C-76b) que reproduziram bem os dados analisados em ângulos traseiros. Este procedimento foi adotado apenas para o caso da terceira montagem experimental em ângulos dianteiros, utilizando um alvo de Carbono sem contaminação de  $^{197}\text{Au}$ . Para o caso das outras montagens experimentais, os contaminantes presentes eram facilmente separáveis, à exceção de  $^{13}\text{C}$ , que não foi considerado, por contribuir de forma inexpressiva

em ângulos mais traseiros, devido ao erro experimental maior. As espessuras médias dos elementos presentes no alvo, utilizados na determinação de  $\sigma(\theta)$ , em ângulos dianteiros foram:

$^{12}\text{C}$	—	11,50 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$	—	94,7%
$^{13}\text{C}$	—	0,12 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$	—	1,0%
$^{16}\text{O}$	—	0,24 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$	—	2,0%
$^{28}\text{Si}$	—	0,28 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$	—	2,3%

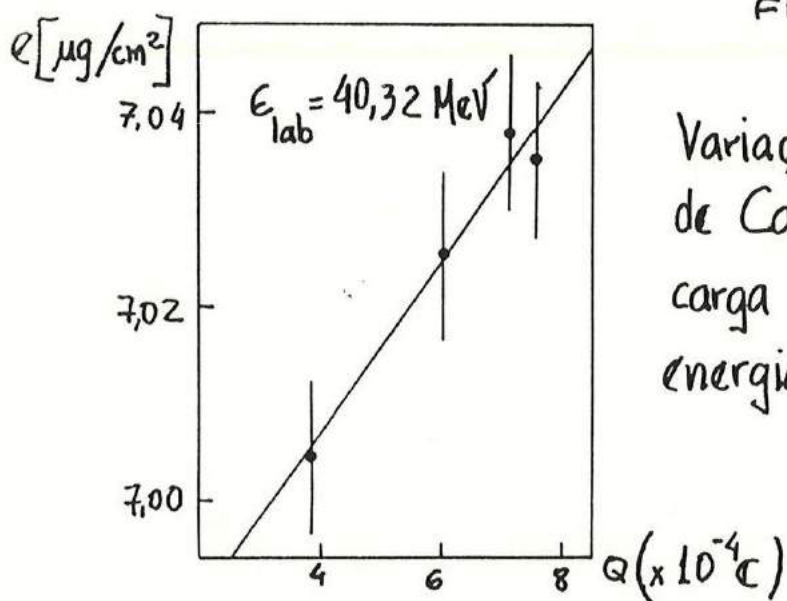
Uma vez obtidas as áreas dos picos de interesse, o cálculo da seção de choque diferencial elástica de  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  foi feito automaticamente pelo programa ANA, desenvolvido por nós. Este programa caso necessário, faz cálculos de modelo óptico, utilizando uma versão modificada do programa MODOPT (Co68), para estimar a contribuição dos contaminantes sob o pico de  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ . O erro na área de cada contaminante foi estimado de 15%.

Para o caso da terceira montagem experimental, na câmara 30°B, apesar do bom vácuo conseguido com o auxílio de uma bomba criogênica ( $1 \times 10^{-6}\text{T}$ ), o fenômeno de crescimento de Carbono foi mais importante. A Figura VII.8 mostra uma curva típica de crescimento de Carbono para a energia



de  $E_{\text{lab}} = 40,32 \text{ MeV}$ .

FIGURA VII. 8



Variaco da espessura do alvo de Carbono ( $e$ ) em funo da carga acumulada ( $Q$ ) para a energia  $E_{\text{lab}} = 40,32 \text{ MeV}$

A curva foi obtida calculando-se a área normalizada do pico de  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  no detector monitor em angulo fixo em funo da carga incidente acumulada. Determinamos que a velocidade média de crescimento de Carbono em funo do número de ions incidente ( $I$ ), manteve-se razoavelmente constante durante todo o experimento, sendo de  $6,85 \times 10^{-16} \mu\text{g}/\text{cm}^2 \cdot \text{I}$ . Este número significa por exemplo, que durante uma corrida de 30 minutos com um feixe de 20 nA a energia de 40,32 MeV, o alvo cresce  $0,020 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ , ou seja, ao fim de uma experiência de 3 dias, considerando um feixe médio de 20 nA e 70% de tempo útil, um alvo de  $11,5 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  passa a ter  $13,6 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ , o que corresponde a um crescimento de 18%.

A secco de choque diferencial

elástica para o caso de ângulos dianteiros, onde não havia contaminação pesada, foi calculada da seguinte forma:

$$\Gamma(\theta) = \frac{A J(\theta)}{N_i N_e \kappa \Delta \Omega} \quad (\text{VII.2})$$

onde:  $N_i$  é o número de partículas incidentes, calculado via integrador de carga como  $N_i = \frac{Q}{Ze}$  (VII.3)

onde:  $Q$  é a carga total  
 $\bar{Z}$  é a carga média do íon no copo de Faraday  
 $e$  é a carga elementar  
 $\Delta \Omega$  é o ângulo sólido do detector.

A normalização absoluta dos dados em ângulos dianteiros foi feita admitindo que a secção de choque diferencial deve oscilar ao redor do valor da secção de choque de Rutherford. Desta forma, determinamos o valor das constantes  $N_e \cdot \Delta \Omega$ , difícil de se obter de outra forma. Acreditamos que a determinação absoluta da secção de choque diferencial é confiável dentro de 3 a 4%.

A normalização dos ângulos intermédios e traseiros correspondentes à primeira e segunda montagens experimentais foi feita com base nos dados de ângulos dianteiros, pois havia

sobreposição de uma larga faixa angular entre as diversas experiências. Desta forma, determinamos a secção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$  em toda faixa angular para 4 energias medidas.

Quanto às outras 4 energias, onde completamos em ângulos dianteiros os dados de P. Charles (Ch 81), o mesmo procedimento foi adotado. Notamos que deve ter ocorrido algum tipo de problema com a normalização dos dados de Charles, pois para três de suas energias, havia um fator de normalização diferente de 1,0 entre nossos dados e os dele. A fim de evitar qualquer tipo de erro de nossa parte, repetimos uma larga faixa angular medida por Charles e notamos haver realmente um problema de normalização, que foi corrigido. A Figura VII.9 mostra o problema no caso da energia  $E_{CM} = 21,86 \text{ MeV}$ .

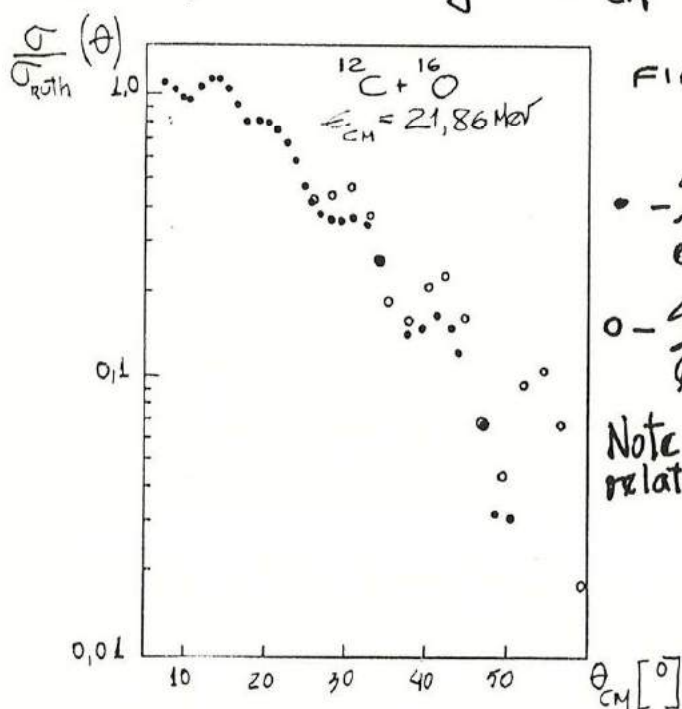


FIGURA VII.9

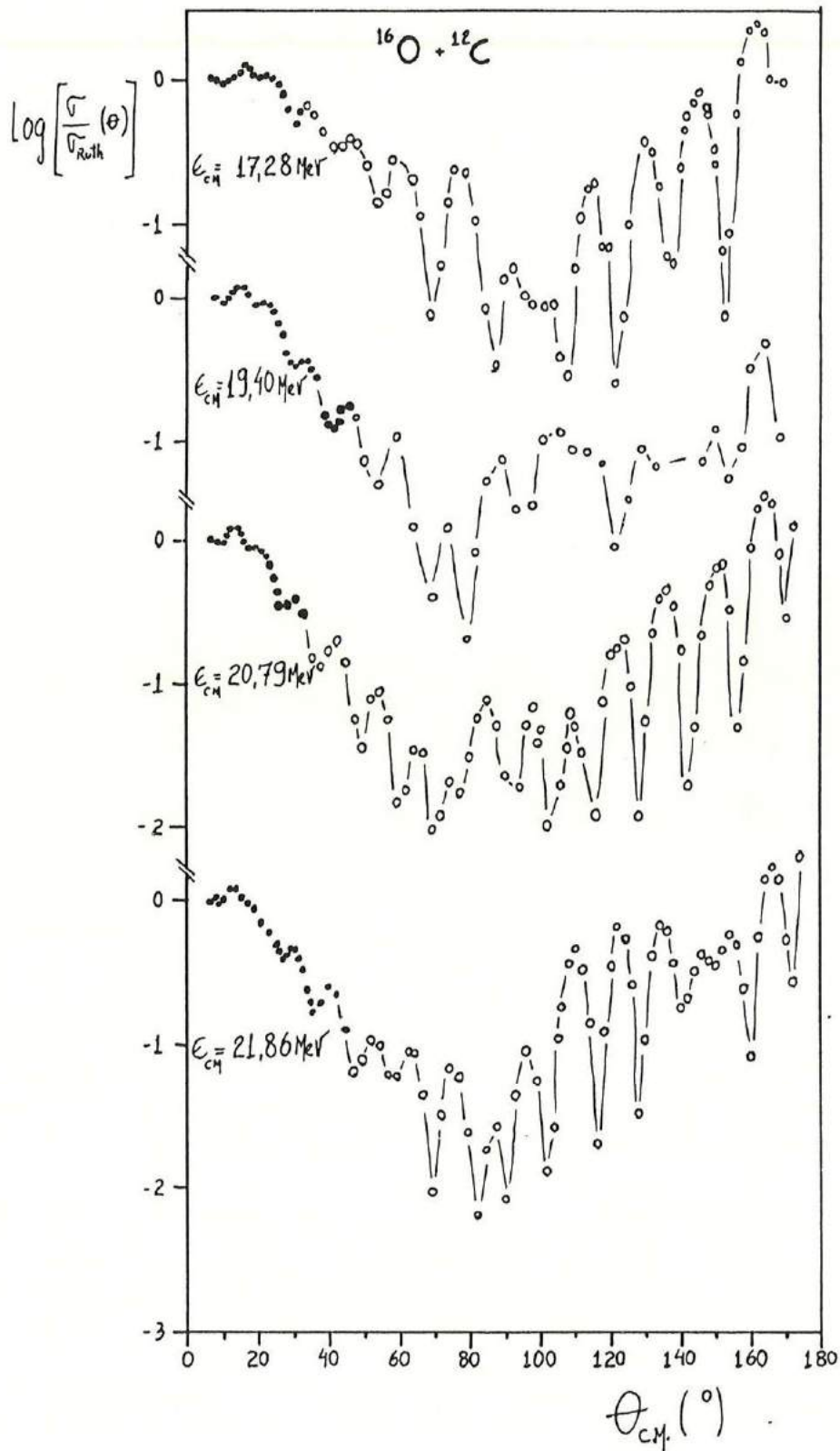
- Seção de choque diferencial elástica medida neste trabalho
  - Seção de choque diferencial elástica medida por Charles (Ch 81)
- Note-se o problema de normalização relativa entre os dois dados experimentais

Os fatores de normalização estão tabelados a seguir:

$E_{cm}$ (MeV)	$N$	$N = \frac{\sigma(\theta)}{\sigma_{ch}(\theta)}$
17,28	- 0,90	
19,40	- 1,00	
20,79	- 0,82	
21,86	- 0,78	

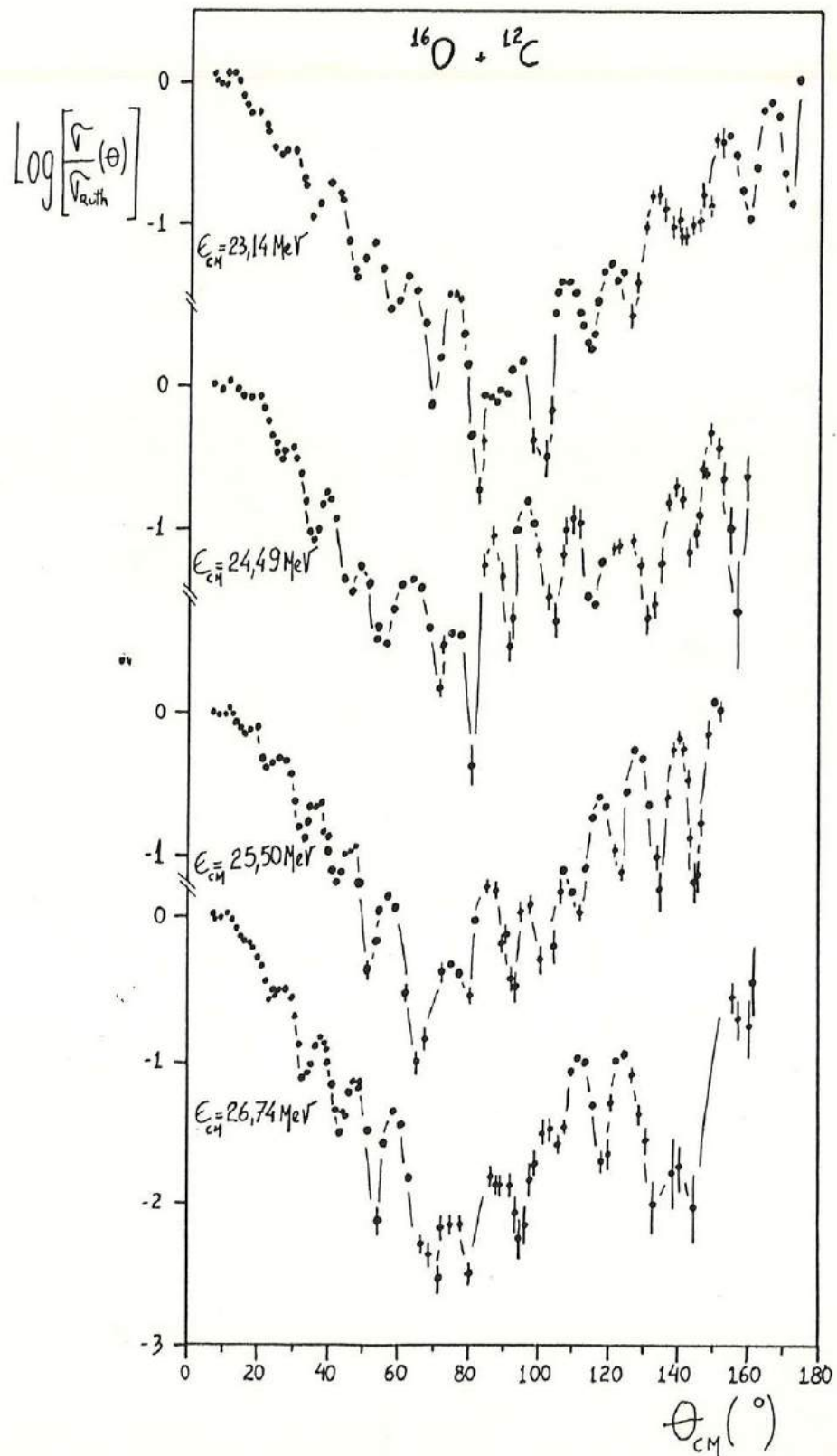
As Figuras VIII.10 e VIII.11 mostram as oito distribuições angulares medidas.

FIGURA VII.10



- - dados obtidos neste trabalho
- o - dados de Charles (Ch 81)
- a linha entre os pontos é um guia visual

FIGURA VII.11



Distribuições angulares medidas.

a linha entre os pontos é um guia visual.



## VIII. Determinação da Secção de Choque de Reação para o Sistema $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$

Neste capítulo, determinamos a secção de choque de reação  $\sigma_R$  para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  em 16 energias, no intervalo  $8,5 \leq E_{\text{cm}} \leq 27 \text{ MeV}$ . A determinação é feita indiretamente, ou seja, através de dados de espalhamento elástico, utilizando os métodos descritos no Capítulo II e, principalmente, o método desenvolvido no Capítulo IV deste trabalho. Todos estes cálculos são comparados com medidas de secção de choque de fusão  $\sigma_F$  obtidas por diversos autores, para este mesmo sistema.

A obtenção da secção de choque de reação é feita nas 8 energias em que fizemos medidas de distribuições angulares de espalhamento elástico, a saber  $E_{\text{cm}} = 17,28 ; 19,40 ; 20,79 ; 21,86 ; 23,14 ; 24,49 ; 25,50$  e  $26,74 \text{ MeV}$  e em mais oito energias medidas por Fröhlich (Fr 83),  $E_{\text{cm}} = 8,549 ; 9,064 ; 10,01 ; 11,04 ; 11,9 ; 13,013 ; 14,042$  e  $14,984 \text{ MeV}$ .

VIII-a) Secção de choque de reacção via método independente de modelo.

Demonstramos no capítulo IV, que podemos obter a secção de choque de reacção  $\sigma_R$  directamente de dados de espalhamento elástico através da equação:

$$\sigma_R = 2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} \left[ \sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta) \right] \sin \theta \, d\theta$$

onde  $\theta_i$  é um ângulo especial <sup>(VIII.1)</sup> onde a condição (IV.19),

$$\Delta \sigma_T = -2\pi \int_0^{\theta_i} \left[ \sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta) \right] \sin \theta \, d\theta \quad (\text{VIII.2})$$

é respeitada.

Mostramos que a condição VIII.2 é satisfeita no ângulo  $\theta_i$  definido por:

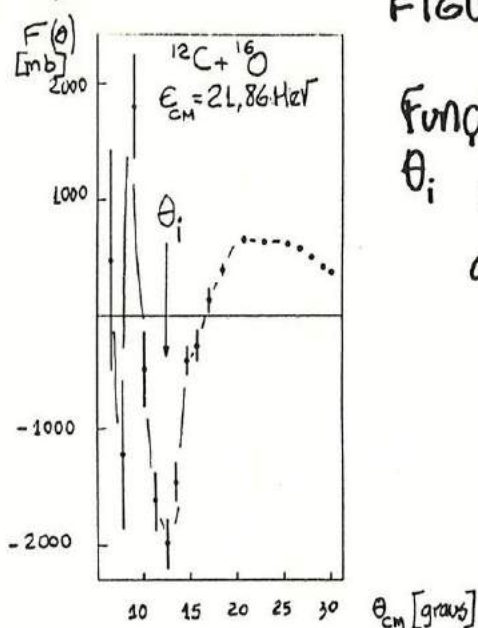
$$\left. \frac{dF(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta_i} = \left. \frac{d}{d\theta} \left[ \left( \sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta) \right) \sin \theta \right] \right|_{\theta_i} = 0$$

ou seja,  $\theta_i$  pode ser empiricamente determinado como <sup>(VIII.3)</sup>

pontos de máximo ou mínimo da função  $F(\theta)$ .

$$F(\theta) = \left( \sigma_{RUTH}(\theta) - \sigma(\theta) \right) \sin \theta \quad (\text{VIII.4})$$

Uma vez obtidas as distribuições angulares elásticas  $\sigma(\theta)$  podemos determinar facilmente o ângulo  $\theta_i$  calculando a função  $F(\theta)$  experimental. Mostramos na Figura VIII.1 a função  $F(\theta)$  para a energia de  $E_{CM} = 21,86 \text{ MeV}$ . A flecha indica o ângulo  $\theta_i$  que respeita a condição VIII.3.



Função  $F(\theta)$

$\theta_i$  é um extremo de  $F(\theta)$  que respeita aproximadamente a condição VIII.2.

A determinação destes ângulos pode ser feita graficamente ou através de métodos numéricos. Como já discutimos no Capítulo II, a melhor determinação de  $\sigma_R$  é obtida quando utilizamos o

menor ângulo  $\theta_i$  na equação VIII.1.

Na prática, a determinação de  $\theta_i$  não é necessária a priori. Notamos ser muito mais prático construir, com base nos dados experimentais  $\sigma(\theta)$ , a função:

$$\sigma_R(\theta) = 2\pi \int_{\theta_0}^{\theta} [\sigma_{Ruth}(\theta') - \sigma(\theta')] \sin \theta' d\theta' \quad (\text{VIII.5})$$

onde  $\theta_0$  é qualquer ângulo pequeno onde ainda há medida experimental, menor do que o ângulo  $\theta_i$  esperado e, posteriormente, subtrair a parcela:

$$\sigma_R(\theta_i) = 2\pi \int_{\theta_0}^{\theta_i} [\sigma_{Ruth}(\theta') - \sigma(\theta')] \sin \theta' d\theta' \quad (\text{VIII.6})$$

de  $\sigma_R(\pi)$ .

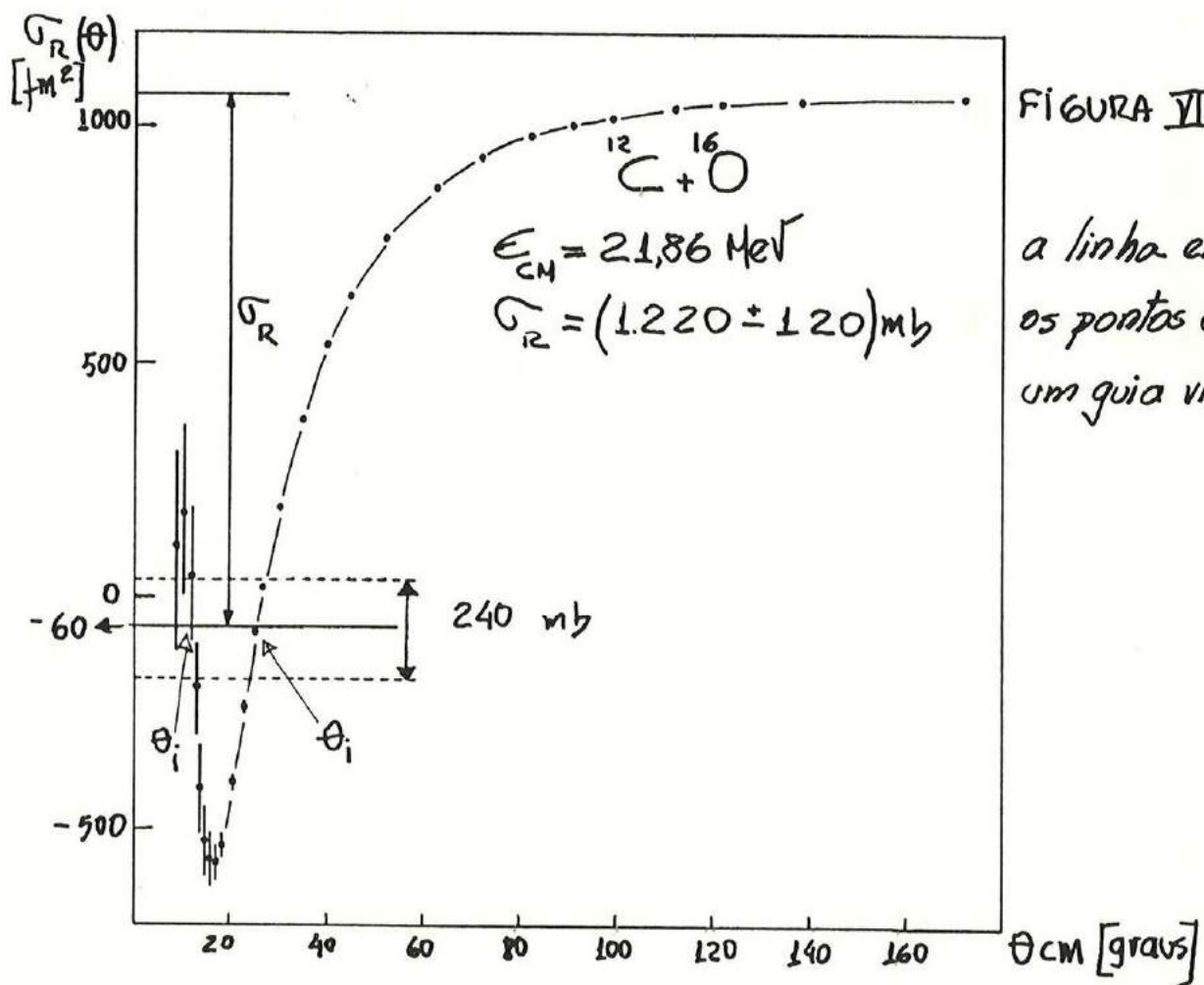
Mostraremos que esta subtração pode ser feita graficamente de forma fácil e eficiente, mesmo sem conhecimento prévio de  $\theta_i$ .

A seção de choque de reação  $\sigma_R$  é obtida de VIII.5 e VIII.6 como:

$$\sigma_R = \sigma_R(\pi) - \sigma_R(\theta_i) \quad (\text{VIII.7})$$

A função  $\sigma_R(\theta)$  é calculada numericamente através do programa MARIA desenvolvido por nós. Este programa, basicamente, calcula a integral VIII.5 em função de  $\theta$  ajustando um polinômio de grau 3 a cada 4 pontos experimentais  $\sigma(\theta)$ . O ajuste e integral são feitos pelas subrotinas POLFIT e AREA descritas por Bevington (Be69).

A figura VIII.2 mostra o resultado do cálculo de  $\sigma_R(\theta)$  para a energia de  $E_{CM} = 21,86 \text{ MeV}$ .



A linha horizontal traçada em  $\sigma_R(\theta) = -60 \text{ mb}$ , não está exatamente no meio da última oscilação,

mas um pouco acima. A distância entre o nível médio e o último máximo, corresponde a  $\frac{1}{3}$  da amplitude da última oscilação. A escolha do nível médio das oscilações é empírica, baseada na observação do comportamento de  $I(\theta)$  (Figuras V.2,3 e 4), calculado por modelo óptico no capítulo IV. Nestas figuras podemos ver que o nível médio das primeiras oscilações ( $-\Delta\sigma_r$ ) corresponde a  $\frac{1}{3}$  da última oscilação, aproximadamente. A relação entre  $I(\theta)$  e  $\sigma_r(\theta)$  é:

$$I(\theta) = \sigma_r(\theta) + 2\pi \int_0^{\theta_0} \left[ \sigma_{CB}(\theta') - \sigma(\theta') \right] \sin \theta' d\theta' \quad (\text{VIII. 8})$$

ou seja, para um valor de  $\theta_0$  fixo,  $I(\theta)$  e  $\sigma_r(\theta)$  são iguais a menos de uma constante.

A determinação de  $\sigma_r$  seguindo a receita sugerida no capítulo IV ou o método proposto, agora é equivalente. Os ângulos  $\theta_i$  obtidos pelos dois métodos são iguais, dentro dos erros experimentais atribuídos. O ângulo  $\theta_i$  é indicado na Figura VIII.2 como o ponto de cruzamento entre  $\sigma_r(\theta)$  e o nível médio das oscilações, determinado como sugerido acima.

O erro em  $\sigma_r(\theta)$  é calculado levando-se em conta os erros envolvidos em cada valor exper-

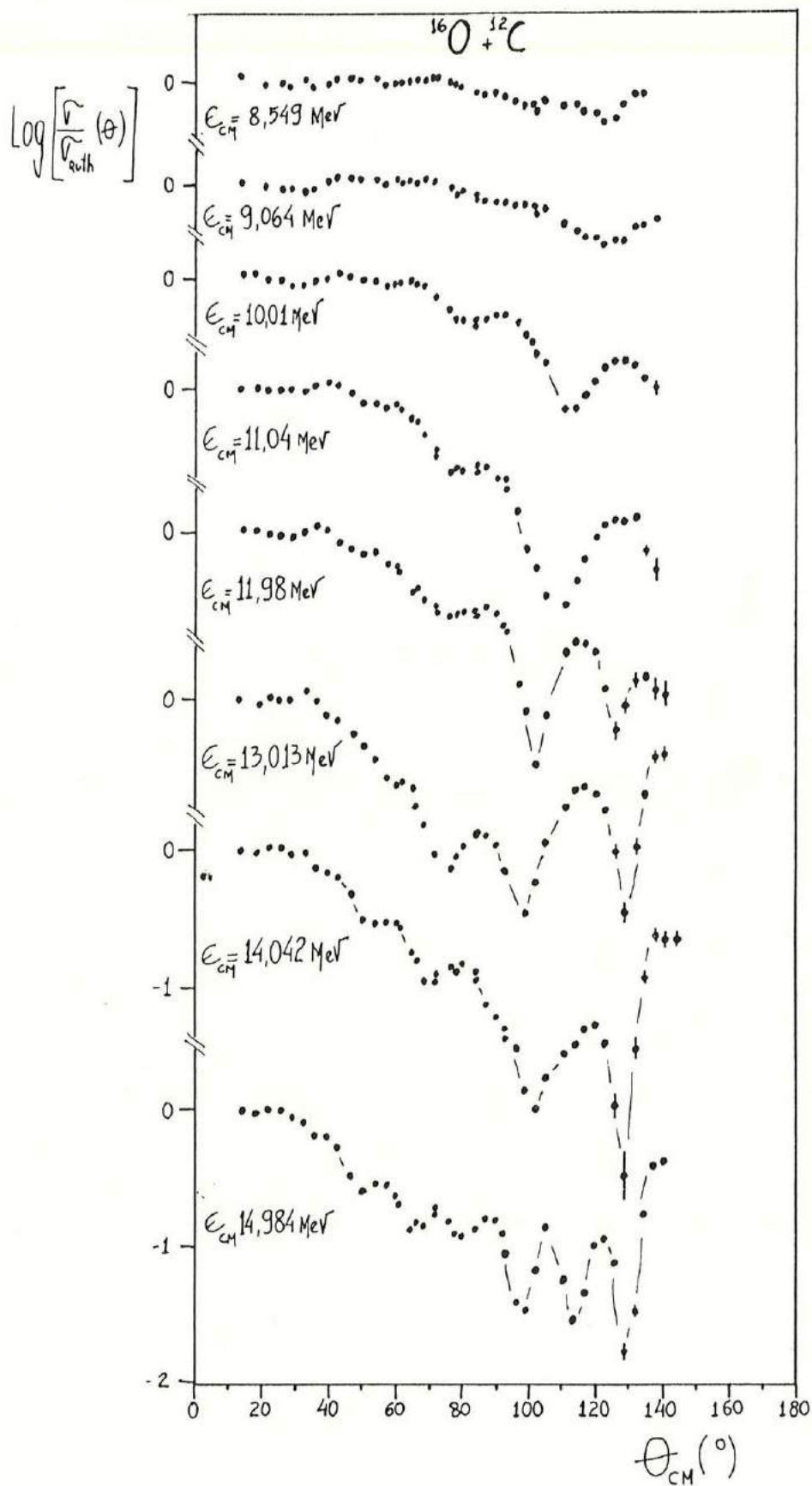
rimental  $\sigma(\theta)$ , ou seja, a integral VIII.6 é feita também com os valores  $[\sigma(\theta) + \Delta\sigma(\theta)]$  e  $[\sigma(\theta) - \Delta\sigma(\theta)]$ , onde  $\Delta\sigma(\theta)$  é o erro experimental em  $\sigma(\theta)$ . Como o valor absoluto de  $\sigma_R(\theta)$  não tem significado algum, pois depende fortemente da escolha do ângulo  $\theta_0$  inicial, os valores de  $\sigma_R(\theta)$  calculados com  $[\sigma(\theta) + \Delta\sigma(\theta)]$  e  $[\sigma(\theta) - \Delta\sigma(\theta)]$  foram deslocados de tal forma que  $\sigma_R(\pi)$  fosse igual nos três cálculos. Sendo assim, o erro em  $\sigma_R(\theta)$  é definido como:

$$\Delta\sigma_R(\theta) = 2\tilde{\pi} \int_{\theta_0}^{\theta} \left\{ \sigma_{Ruth}(\theta') [\sigma(\theta') \pm \Delta\sigma(\theta')] \right\} \sin \theta' d\theta' - \sigma_R(\theta) + \sigma_R(\tilde{\pi}) - 2\tilde{\pi} \int_{\theta_0}^{\tilde{\pi}} \left\{ \sigma_{Ruth}(\theta') [\sigma(\theta') \pm \Delta\sigma(\theta')] \right\} \sin \theta' d\theta'$$

Com esta definição para o erro em  $\sigma_R(\theta)$ , fica mais fácil visualizar o erro que se comete na obtenção de  $\sigma_R$ , como podemos ver na Figura VIII.2. Os limites (erro) em  $\sigma_R$  são estimados a partir das funções  $A_{\pm}(\theta) = \sigma_R(\theta) \pm \Delta\sigma_R(\theta)$ . Para cada função  $A_{\pm}(\theta)$  é obtido um nível de oscilações (Linha tracejada na Figura VIII.2) diferente. O erro em  $\sigma_R$  é igual à metade da diferença entre os novos níveis.

As figuras VIII.3, 4 e 5 mostram

FIGURA VIII.3



Dados de  
Fröhlich  
(Fr 83)



FIGURA VIII.4

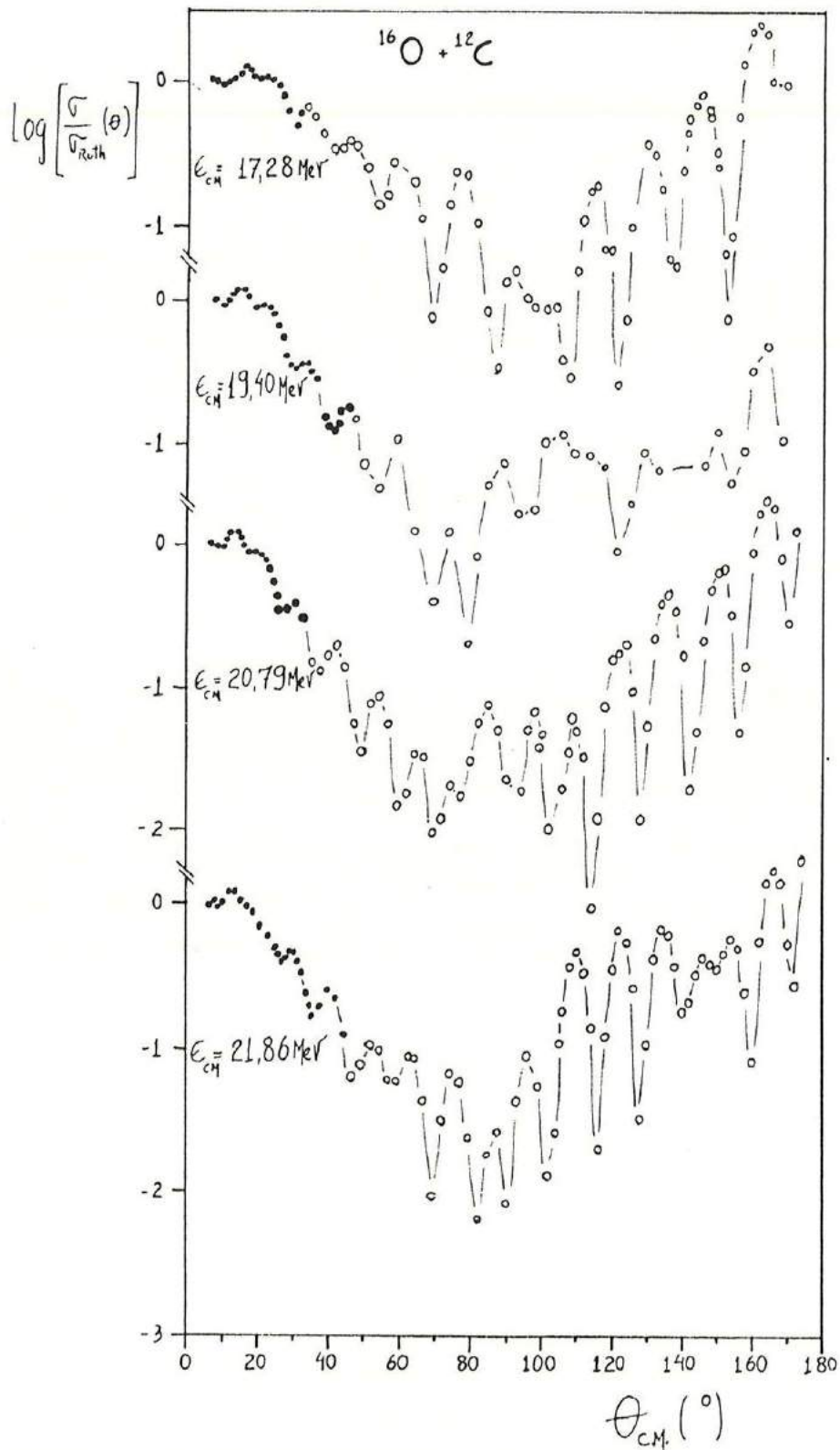
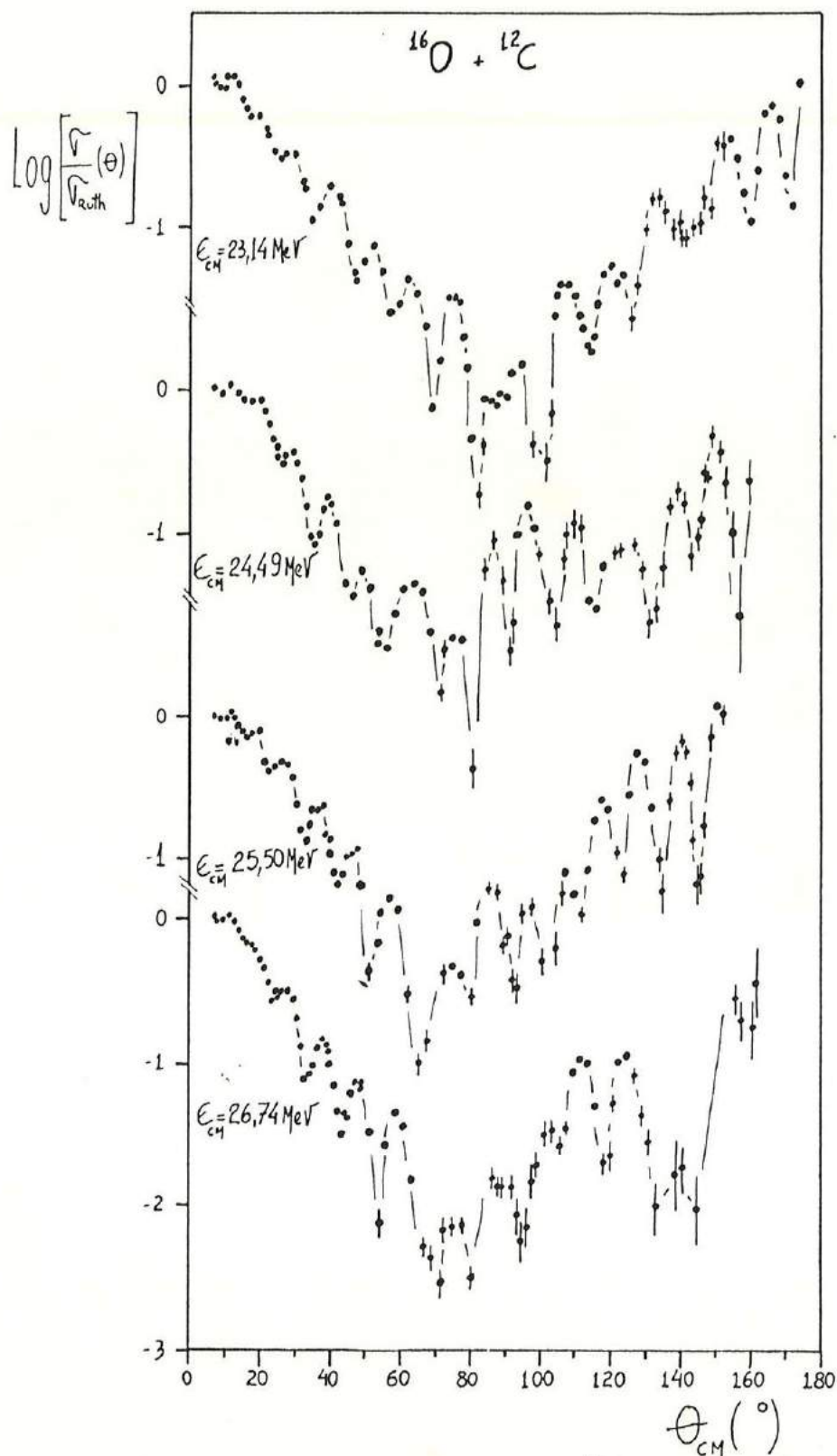
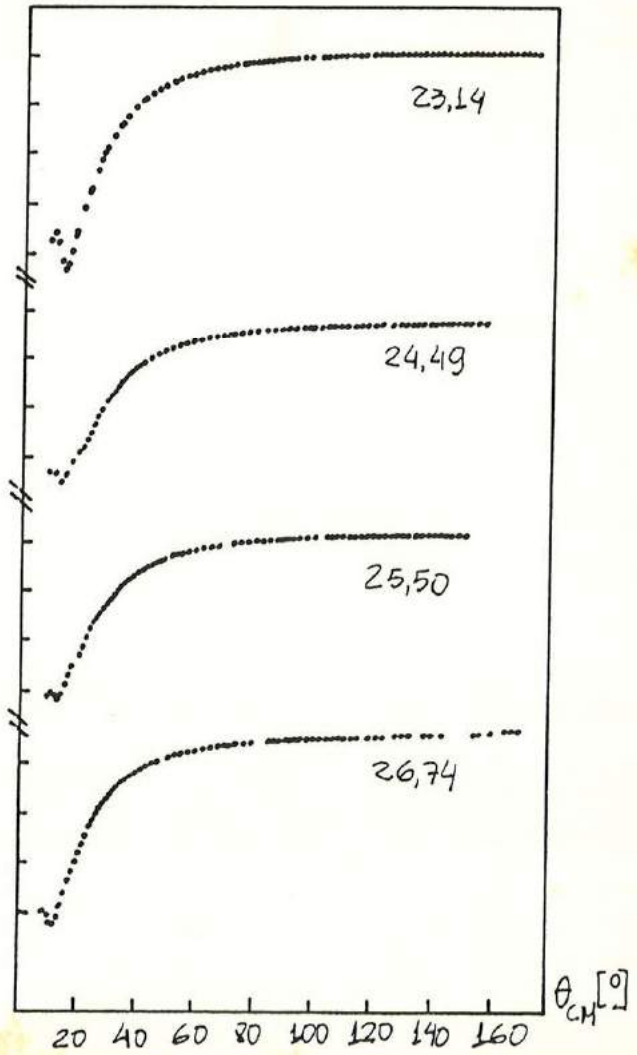
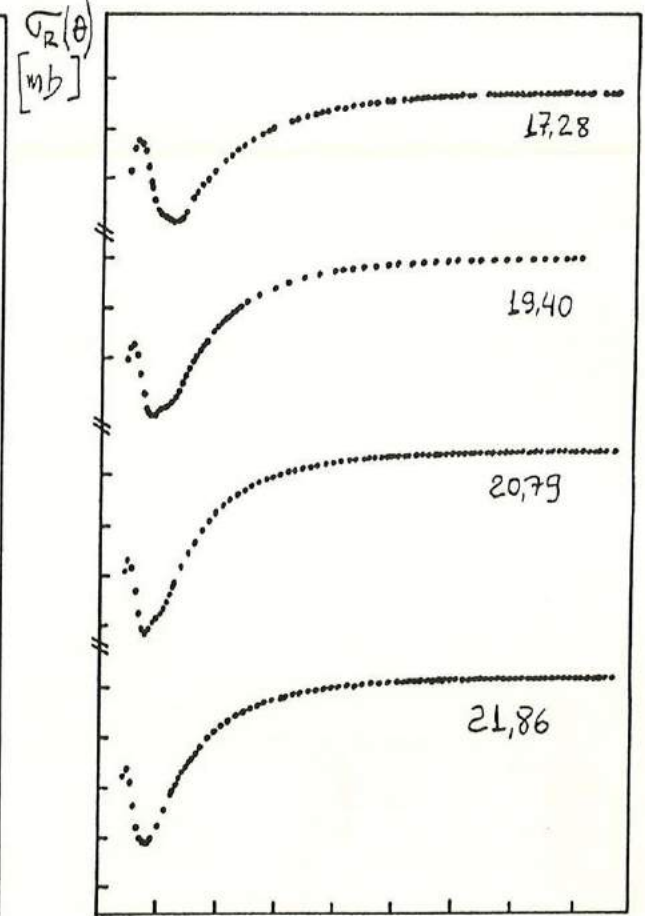
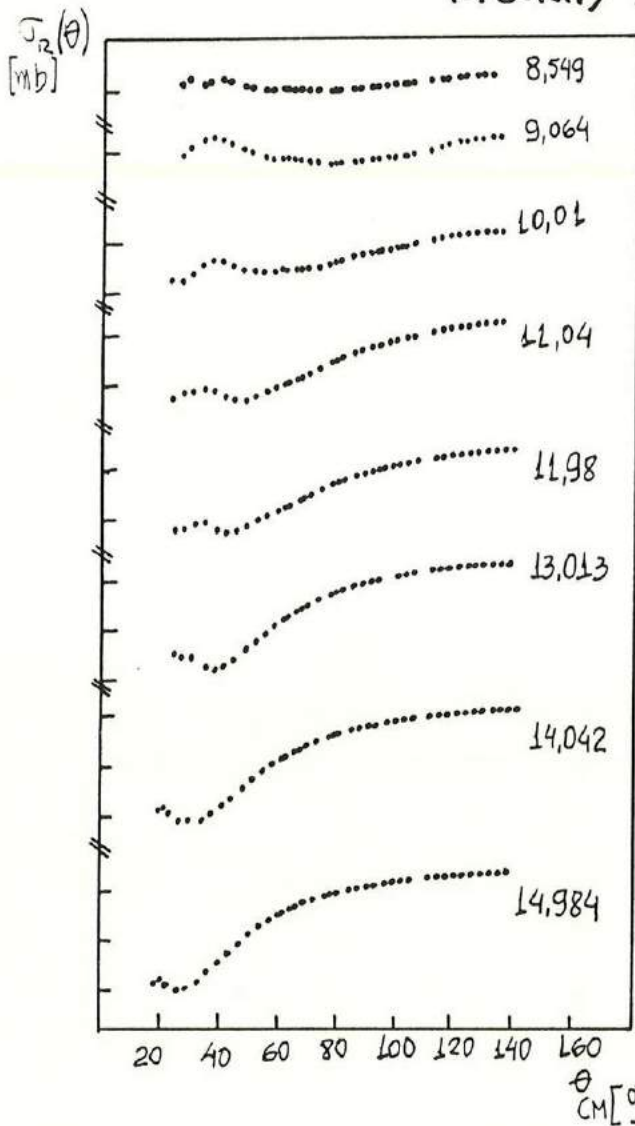


FIGURA VIII.5



Distribuições angulares completas medidas neste trabalho.

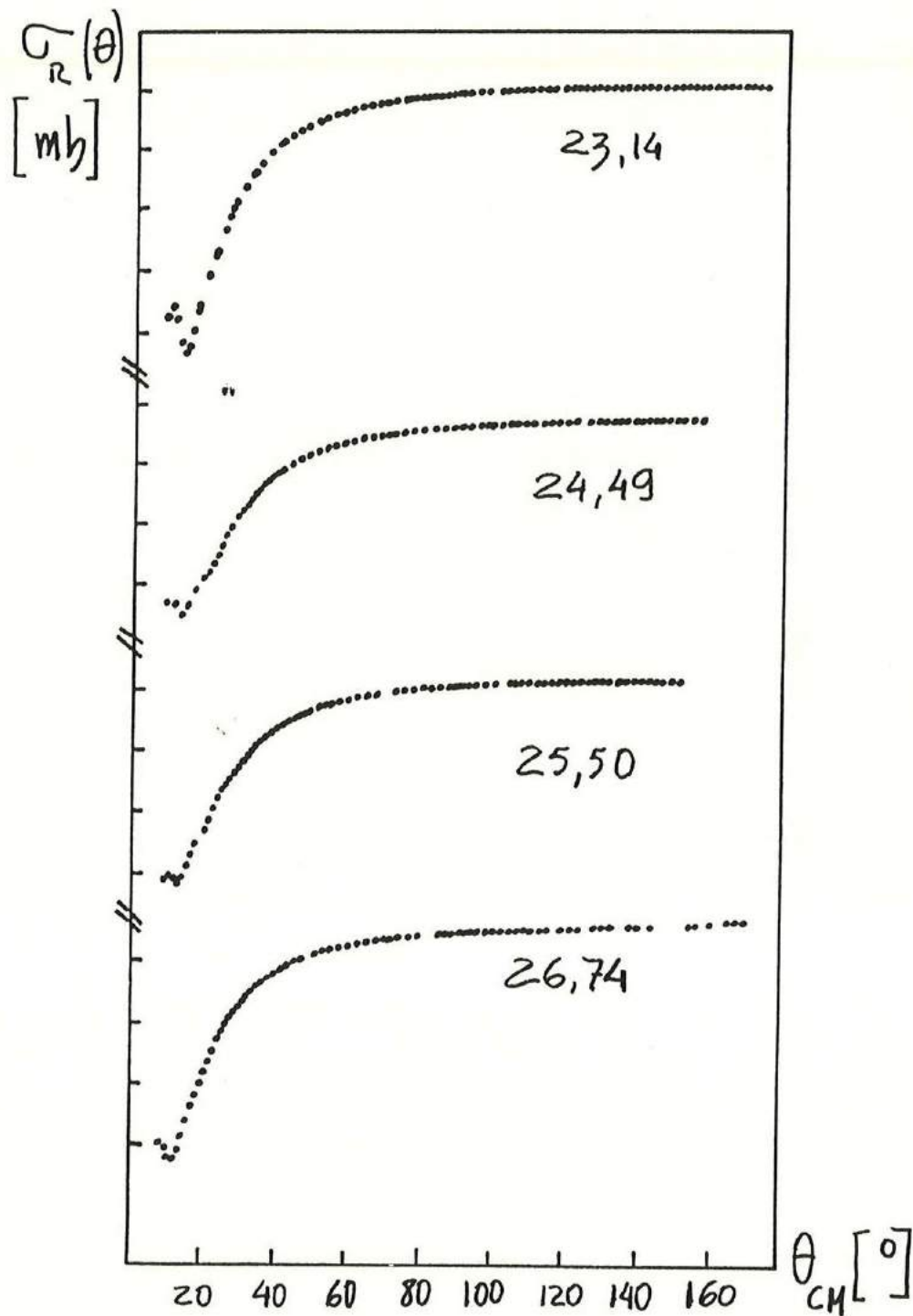
FIGURAS VIII. 6, 7 e 8



$\sigma_R(\theta)$  para as 16 energias estudadas.

Cada energia no centro de massa está identificada pelo número à direita dos pontos de  $\sigma_R(\theta)$ . A escala no eixo y é subdividida em intervalos de 500 mb.

As barras de erro foram suprimidas para melhor compreensão. Veja na pag. 128A, ampliação da FIGURA VIII. 8.



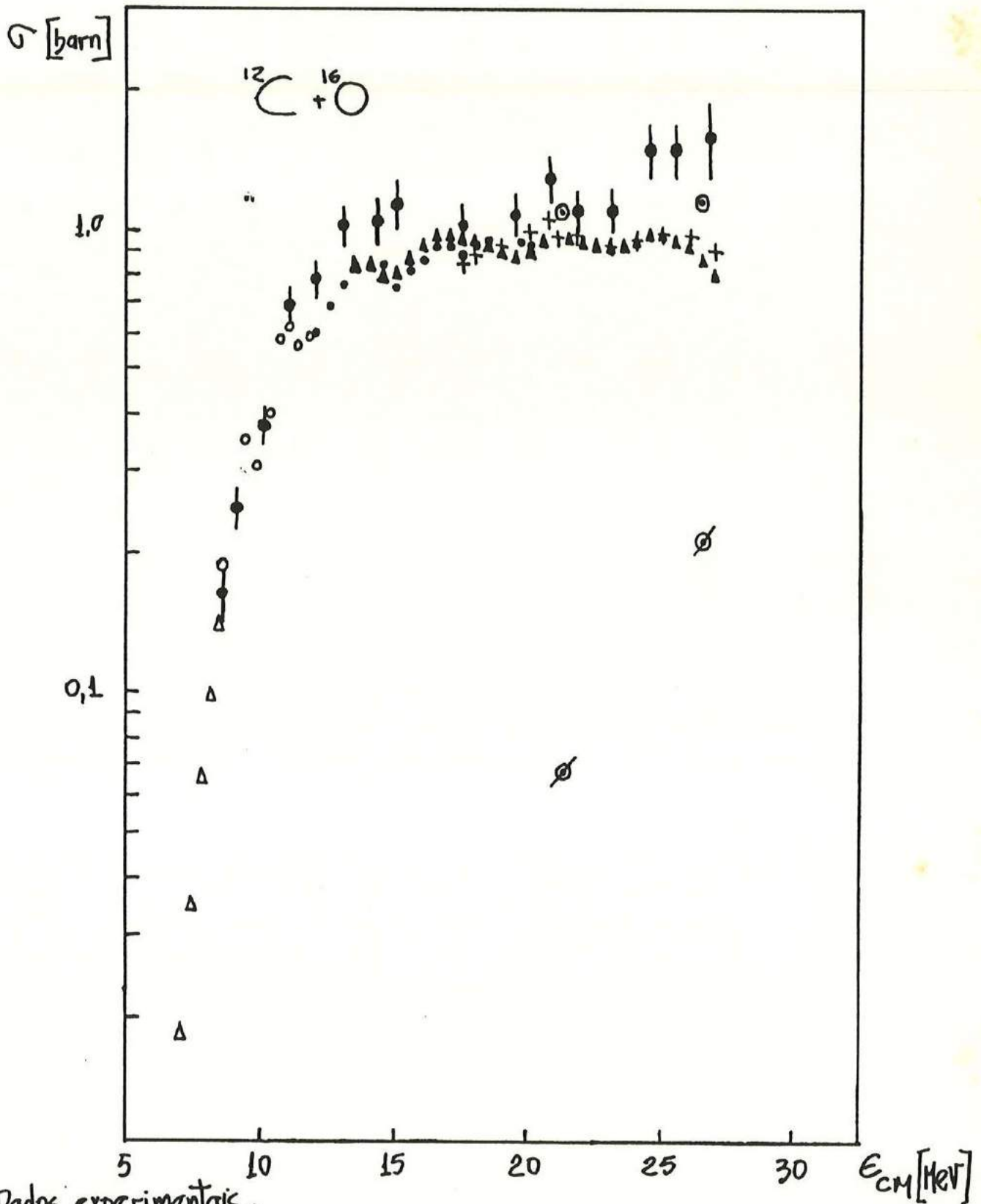
Ampliação da Figura VIII.8

Todos os dados experimentais utilizados na obtenção de  $\sigma_R$  na faixa de energia citada. As figuras VIII. 6, 7 e 8 mostram todas as funções  $\sigma_R(\theta)$  calculadas em cada energia. A tabela VIII. 1 mostra o valor de  $\sigma_R$  calculado para cada  $E_{CM}$ .

$E_{CM}$ (MeV)	$\sigma_R$ (mb)
8,549	$165 \pm 25$
9,064	$250 \pm 25$
10,01	$380 \pm 25$
11,04	$695 \pm 60$
11,98	$795 \pm 70$
13,013	$1.035 \pm 100$
14,042	$1.050 \pm 120$
14,984	$1.150 \pm 140$
17,28	$1.050 \pm 110$
19,40	$1.085 \pm 120$
20,79	$1.314 \pm 150$
21,86	$1.120 \pm 120$
23,14	$1.108 \pm 120$
24,49	$1.480 \pm 200$
25,50	$1.500 \pm 200$
26,74	$1.600 \pm 300$

TABELA VIII. 1

FIGURA VIII.9



Dados experimentais:

$\Delta$  PATTERSON (Pa 71)

$\circ$  FRÖHLICH (Fr 76)

$\blacktriangle$  SPERR (SP 76)

$\bullet$  FRAWLEY (Fr 82)

+ KOLATA (Ko 76)

$\circ$  TABOR, decaimento por emissão de  $3\alpha$  (Ta 77)

$\odot$   $\sigma_F$ , secção de choque de fusão estimada

$\bullet$   $\sigma_R$  obtido neste trabalho

Finalmente, a Figura VIII.9 mostra todos os valores de  $\sigma_R$  obtidos comparados com dados de fusão  $\sigma_F$  medidos por diversos autores. Os dados de fusão de Fröhlich (Fr 76) e Sperr (Sp 76) foram obtidos por técnica E- $\Delta$ E, os dados de Frawley (Fr 82) foram obtidos por técnica de tempo de voo (TOF) e os dados de Patterson (Pa 71) e Kolata (Ko 76) por técnica de detecção de raios  $\gamma$ . Os pontos  $\odot$  da Figura VIII.9 referem-se à secção de choque de formação de núcleo composto  $^{28}\text{Si}$  que decai por emissão de três partículas  $\alpha$ , voltando ao núcleo  $^{16}\text{O}$ . Esta componente da secção de choque de fusão, medida por Tabor (Ta 77), não é incluída em nenhum dos pontos de  $\sigma_F$  obtidos pelos outros autores. Por esta razão, apenas a título de comparação, somamos a contribuição à fusão do processo medido por Tabor e estimamos uma secção de choque total de fusão, em função de energia, traduzida pelos pontos  $\odot$  na Figura VIII.9.

Os erros na secção de choque de reação variam entre 10 e 20%. Os maiores erros se encontram nas medidas em energias mais altas devido ao menor valor da secção de choque diferencial elástica, que cai muito mais rapidamente com  $\theta_{cm}$ .

Qualquer outra técnica de determinação de  $\sigma_R$  indireta envolve modelos e a medida direta de  $\sigma_R$ , como já foi discutido, não é trivial, tanto que

não existem dados experimentais da secção de choque de reacção  $\sigma_R$  para este ou outros sistemas de íons pesados nesta região abaixo de 5 MeV/A. Só existem dados experimentais de  $\sigma_R$  em sistemas de íons pesados para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  a 20 MeV/A e 80 MeV/A (Pe82, Ch82) e, mais recentemente, para outros sistemas mais pesados a 80 MeV/A.

Comparando o resultado obtido com os dados de fusão (Figura VIII.9), podemos notar que  $\sigma_R$  e  $\sigma_F$  são iguais dentro da imprecisão das medidas, até  $E_{\text{CM}} = 11,0$  MeV. Acima desta energia,  $\sigma_R$  mantém-se sempre superior, acompanhando aparentemente as oscilações presentes em  $\sigma_F$ .

Para um estudo mais detalhado dessas estruturas e sua correlação com as medidas de fusão ou outros canais, seriam necessárias medidas de  $\sigma_R$  em intervalos de energia da ordem de 500 keV, como os dados de  $\sigma_F$ . Nossos dados de  $\sigma_R$  não são, conseqüentemente, os mais adequados para este tipo de estudo, pois nosso intervalo de energia é da ordem de 1 a 2,0 MeV. Nosso objetivo foi obter medidas de  $\sigma_R$  na maior região de energias possível, sem nos preocuparmos com os detalhes ou estruturas presentes em  $\sigma_R$ . Mesmo assim, podemos claramente notar que existem estruturas em



$E_{CM} = 20,8$  e  $25,0$  MeV presentes tanto em  $\sigma_F$  quanto em  $\sigma_R$ . A presença destas estruturas correlacionadas revela que existem oscilações na geometria dinâmica do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  que influenciam o canal de fusão, porém, também existe outro tipo de estrutura, como por exemplo a  $E_{CM} = 17,5$  MeV, onde claramente  $\sigma_R$  apresenta um ponto de mínimo e  $\sigma_F$  um máximo. Em  $E_{CM} = 17,5$  MeV o canal de fusão parece ser favorecido em detrimento de outros canais de reação.

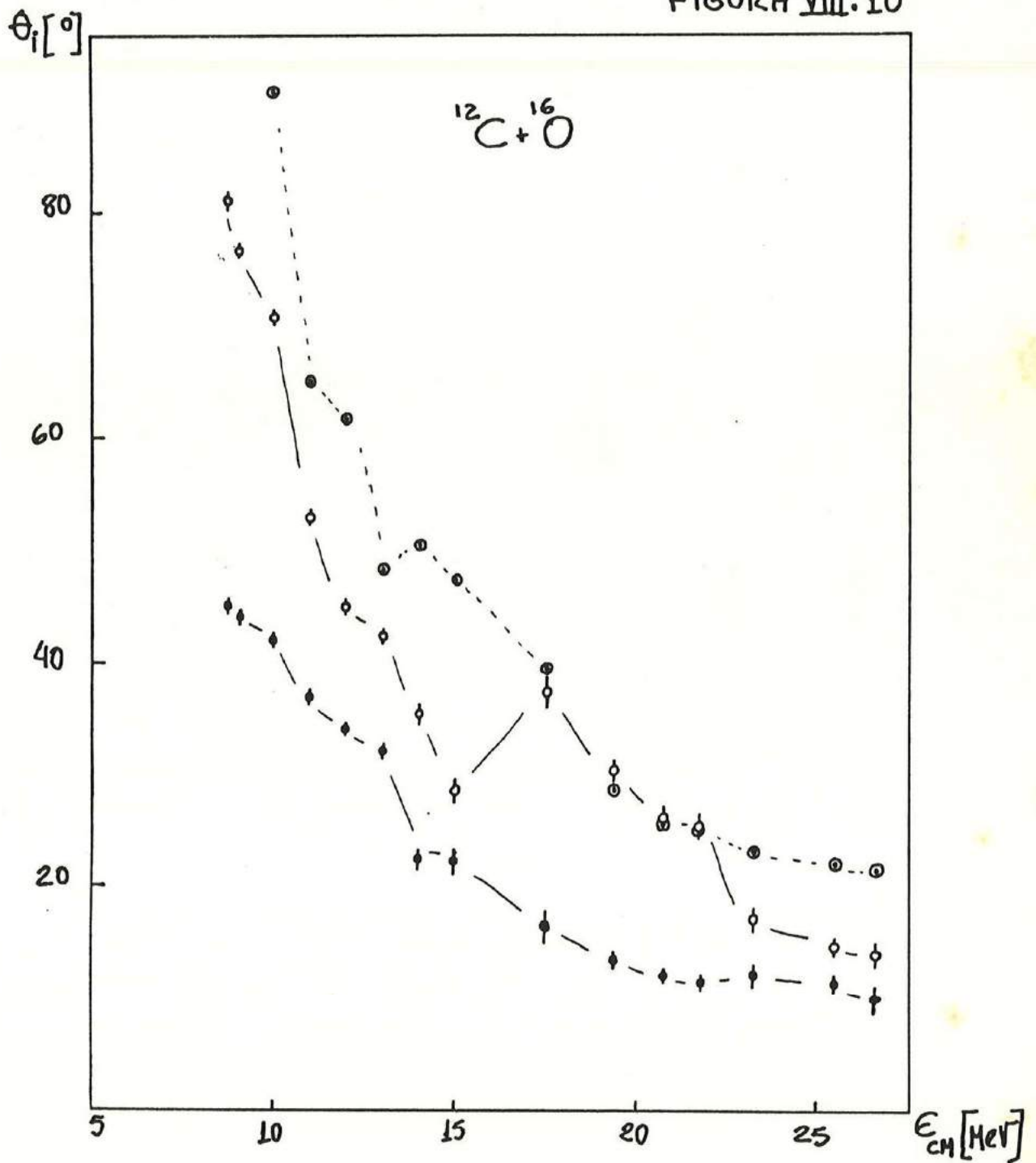
Estas estruturas, que aparecem na seção de choque de fusão e em funções de excitação de espalhamento elástico e inelásticos, foram extensivamente estudadas e interpretadas como possíveis ressonâncias quase moleculares do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ . Veja por exemplo (Ja, 78, Ma 78, Fr 80 e Fr 82).

A figura VIII.10 mostra o comportamento dos dois últimos ângulos  $\theta_i$  em função de energia para o sistema estudado. Estes ângulos foram obtidos graficamente (veja Figuras VIII. 6, 7 e 8).

Pode-se notar um comportamento relativamente suave para o ângulo  $\theta_i$  menor, enquanto que  $\theta_i$  maior revela algumas estruturas e mudanças bruscas de comportamento.

Fizemos uma estimativa semi-clássica do ângulo  $\theta_i$  em função da energia com base no

FIGURA VIII. 10



- $\diamond$  -  $\theta_i$  experimental maior
- $\bullet$  -  $\theta_i$  experimental menor
- $\circ$  - estimativa semi-clássica para  $\theta_i$

modelo de Fresnel (Fr66) para o espalhamento de íons pesados. A estimativa é feita calculando os extremos da função  $F_{sc}(\theta) = \left[ \sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma_{sc}(\theta) \right] \sin \theta$ , onde  $\sigma_{sc}(\theta)$  é a

secção de choque diferencial elástica semi-clássica com base no modelo de Fresnel. O valor de  $\theta_i$  é obtido expandindo-se a função  $F_{sc}(\theta)$  em torno de  $\theta \frac{1}{4}$  (A185).

$$\theta_i = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} + \theta \frac{1}{4} \quad (\text{VIII. 10}), \text{ onde}$$

$$B = 2\gamma + [\gamma^2 - 3] \sin \theta \frac{1}{4}$$

$$A = - \left\{ \frac{\gamma^2}{2} \left[ 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta \frac{1}{4}}{2} \right] + \frac{3}{2} \cos \theta \frac{1}{4} + \frac{\gamma}{8} \left[ 3 + \tilde{\eta} \gamma^2 \right] \sin \theta \frac{1}{4} \right\} \quad (\text{VIII. 11})$$

$$C = 3 + 6 \cos^2 \frac{\theta \frac{1}{4}}{2} - \gamma \sin \theta \frac{1}{4}$$

$$\text{e onde } \gamma = \sqrt{\frac{2\eta}{\tilde{\eta}}} \frac{1}{\frac{\sin \theta \frac{1}{4}}{2}} \quad (\text{VIII. 12})$$

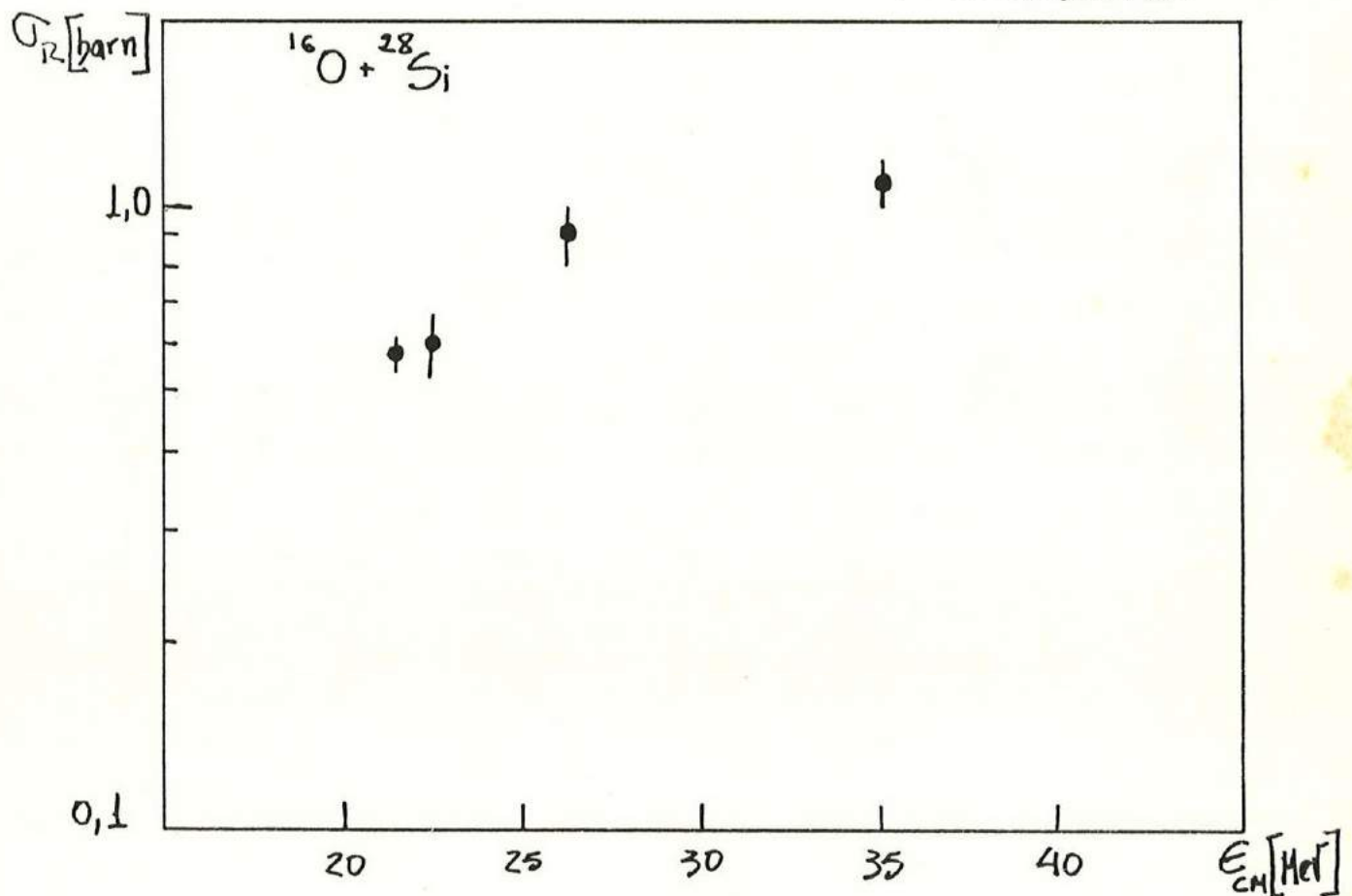
Os pontos  $\odot$  na Figura VIII.10 correspondem aos valores de  $\theta_i$  obtidos com a expressão VIII.9. Os valores de  $\theta_{1/4}$  foram retirados do gráfico de  $\sigma(\theta)/\sigma_{\text{RUM}}(\theta)$  (Figuras VIII.3, 4 e 5). Podemos ver que o comportamento de  $\theta_i$  calculado semi-clássicamente é muito mais suave do que o de  $\theta_i$  experimental, significando que, muito provavelmente, apenas uma descrição do tipo difrativa é insuficiente para explicar o espalhamento elástico em ângulos dianteiros do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ . Outros efeitos aparecem nestes ângulos e parecem competir com a difração pura. É interessante também notar que em algumas energias, os valores de  $\theta_i$  semi-clássicos coincidem com os valores de  $\theta_i$  experimental.

Acreditamos que um estudo mais detalhado do andamento deste ângulo  $\theta_i$  com energia, possa trazer novas e interessantes informações sobre o espalhamento elástico em sistemas leve-pesados em ângulos dianteiros. Neste sentido, talvez seja interessante estudar o fenômeno de interferência difração-refração na amplitude de espalhamento elástico (Fr 86, Pa 87). Algum estudo neste sentido foi iniciado, mas não obtivemos ainda qualquer resultado relevante.

Fizemos uma análise complementar so-

bre os dados de  $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$  (Br 77), obtendo a secção de choque de reacção para 4 energias em que as distribuições angulares são muito bem medidas e completas. As energias são:  $E_{\text{CM}} = 21,6$ ;  $22,7$ ;  $26,2$  e  $35,0$  MeV. Mostramos na figura VIII.11 os valores obtidos para  $\sigma_R$ .

FIGURA VIII.11



Secção de choque de reacção obtida com dados de (Br 77).

A seguir, comparamos nossos resultados de  $\sigma_R$  com os obtidos utilizando outros métodos indiretos.

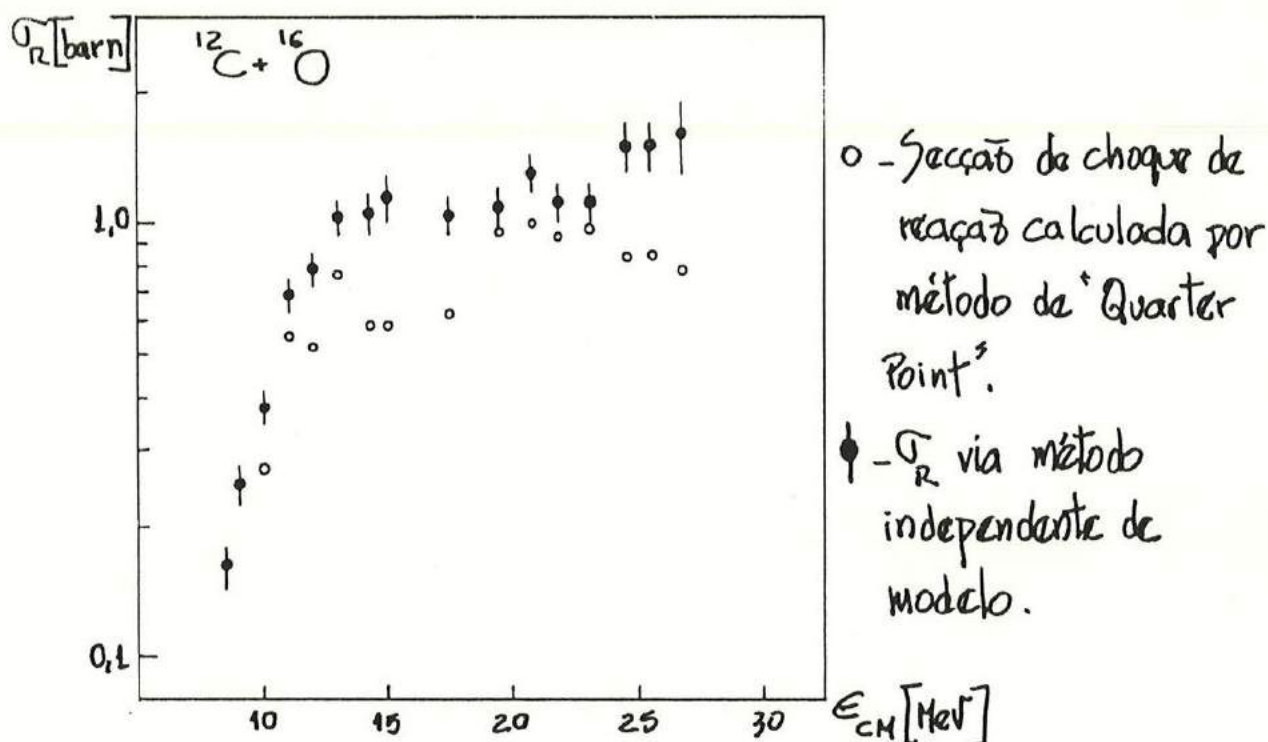
VIII. b)  $\theta_{1/4}$

Podemos obter  $\sigma_R$  diretamente dos dados de espalhamento elástico via método semi-clássico chamado "Quarter Point". Os ângulos  $\theta_{1/4}$  são obtidos diretamente das distribuições angulares (Figuras VIII. 3, 4 e 5). A seção de choque de reação é obtida pelas equações II.3 e II.4. Os valores de  $\theta_{1/4}$  para cada  $E_{CM}$ , assim como as seções de choque de reação calculadas são mostradas na tabela VIII.2

TABELA VIII.2

$E_{CM}$ (MeV)	$\theta_{1/4}$ ( $^\circ$ )	$\sigma_R$ (mb)
10,01	104,5	271,9
11,04	77,0	552,1
11,98	74,0	521,8
13,013	59,0	763,5
14,042	62,0	587,1
14,984	59,0	580,1
17,28	50,5	619,9
19,40	37,0	955,4
20,79	34,0	992,7
21,86	33,4	932,2
23,14	31,0	971,2
24,49	31,5	839,9
25,50	30,3	840,6
26,74	30,0	781,2

FIGURA VIII.12



A figura VIII.12 mostra os valores de  $\sigma_R$  assim obtidos comparados com os obtidos pelo nosso método independente de modelo. Podemos ver claramente que o método do "Quarter Point" não funciona para sistemas leve-pesados, onde a secção de choque diferencial oscila para ângulos próximos de  $\theta_{1/4}$ . O método do "Quarter Point" só funciona bem para sistemas não deformados, muito mais pesados e caracterizados pela absorção forte.

### VIII. c) Modelo Óptico

Comparamos nossos resultados de  $\sqrt{r}$  obtidos pelo método independente de modelo com 2 cálculos de modelo óptico. O primeiro potencial óptico utilizado no cálculo é um potencial de absorção forte, cuja parte real reproduz a superfície do potencial de "double-folding" obtido por Charles (Ch 81). A parte imaginária deste potencial, também é sugerida por Charles. O potencial reproduz o comportamento médio da seção de choque diferencial elástica, sem oscilações, em ângulos dianteiros. Os parâmetros do potencial são:

"TABELA VIII.3

V	$r_v$	$a_v$	W	$r_w$	$a_w$
29.0	1.156	0,65	$23 + 0.2E$	1.175	0,65

Parâmetros de Modelo Óptico da referência Ch 81.



O segundo potencial óptico é do tipo transparente na superfície e foi obtido utilizando o programa MODOPT (Co 68), que faz uma busca automática nos parâmetros com a finalidade de reproduzir da melhor forma possível os dados experimentais. Para o ajuste das distribuições angulares, partimos de um potencial sugerido por Voos (Vo 69) que não reproduzia a contento os dados experimentais, porém, este potencial apresentava uma subida acentuada em ângulos traseiros e foi por esta razão que decidimos partir dele para encontrar os melhores parâmetros no nosso caso.

Primeiro variamos apenas a geometria do potencial óptico, até encontrarmos um conjunto de raios e difusividades,  $r_v$ ,  $r_w$ ,  $a_v$  e  $a_w$ , que reproduzissem razoavelmente bem as 16 energias estudadas. Fixada a geometria, variamos apenas as profundidades real e imaginária  $V$  e  $W$ , a fim de melhor reproduzir os dados experimentais  $\sigma(\theta)$ . Os parâmetros encontrados são mostrados na tabela VIII.4.

TABELA VIII.4

$E_{cm}$	$V; W$	$E_{cm}$	$V; W$	$E_{cm}$	$V; W$	$E_{cm}$	$V; W$
8,549	70,0; 5,0	9,064	70,0; 5,0	10,01	70,0; 5,0	11,04	70,0; 5,0
11,98	90,0; 8,0	13,013	94,0; 8,0	14,042	100,0; 10,0	14,984	100,0; 10,0
17,28	100,0; 9,0	19,40	75,0; 9,0	20,79	100,0; 10,0	21,86	100,0; 9,5
23,14	100,0; 10,0	24,49	100,0; 10,0	25,50	100,0; 10,0	26,74	100,0; 10,0

geometria:  $r_v = 1,18$ ;  $a_v = 0,49$ ;  $r_w = 0,90$ ;  $a_w = 0,15$

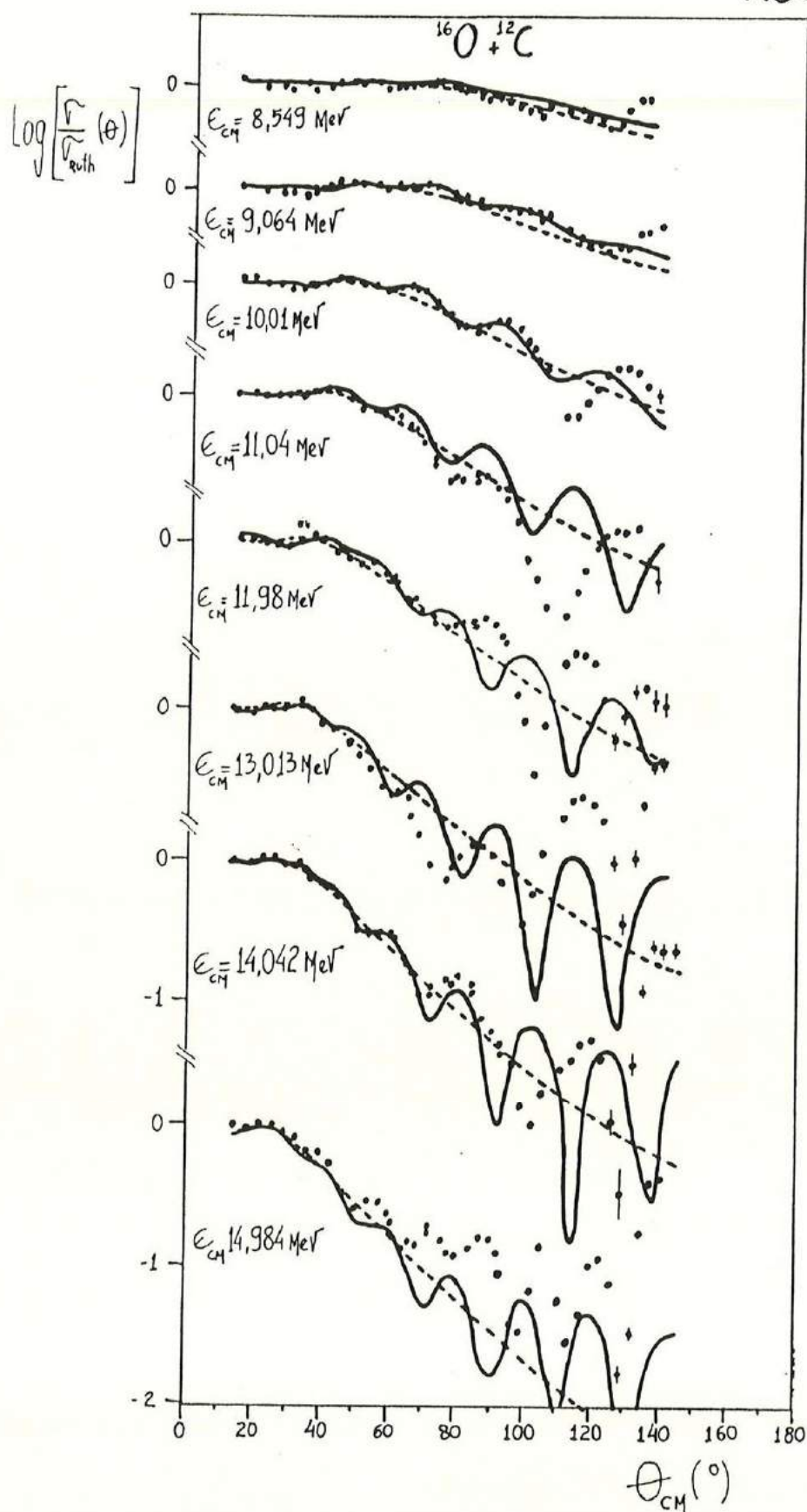
Os ajustes obtidos por cada potencial para cada energia são mostrados nas Figuras VIII.13, 14 e 15. As secções de choque de reacção obtidas, comparadas com as do método independente de modelo, são mostradas na Figura VIII.16.

Podemos ver que a forma da secção de choque de reacção  $\sigma_R$  não difere muito para os dois potenciais utilizados, porém existe uma diferença relativamente constante de 20% entre os valores de  $\sigma_R$  previstos. Aparentemente ambos os potenciais parecem reproduzir bem parte dos dados de  $\sigma_R$ . Nos arriscaríamos a dizer que os valores da secção de choque de reacção podem estar na região delimitada pela previsão destes 2 potenciais ópticos, dentro do erro experimental.

Alguns comentários a respeito do nosso modelo óptico e a secção de choque de reacção:

Existem duas formas de se encontrar  $\sigma_R$  através da utilização do modelo óptico. Uma é a maneira conhecida e citada no Capítulo II, onde  $\sigma_R$  é calculado pela soma dos coeficientes de transmissão,  $T(\ell) = [1 - |S_N(\ell)|^2]$  ou seja:

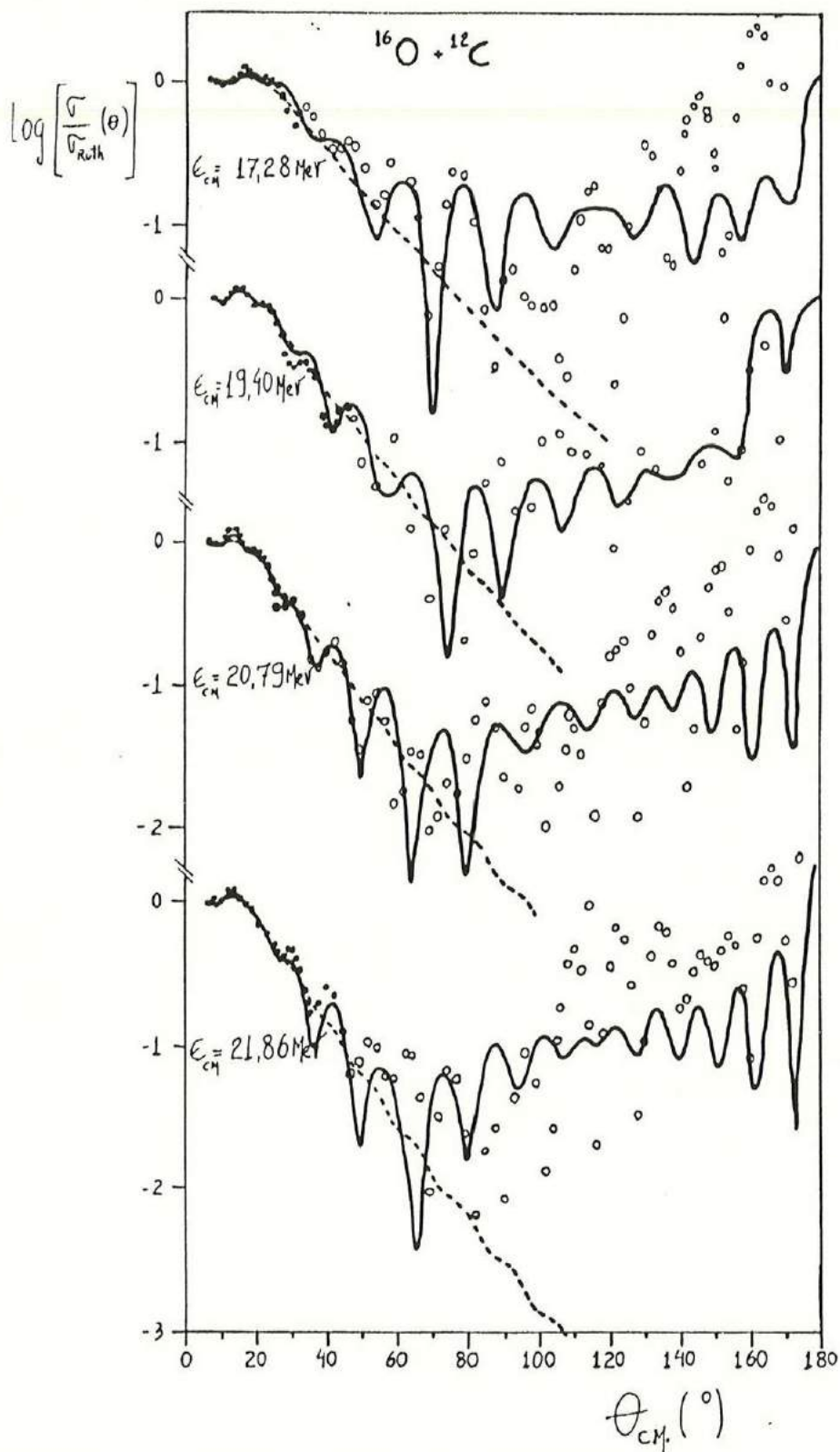
FIGURA VIII.13



— Cálculo de modelo óptico com potencial da Tabela VIII.4

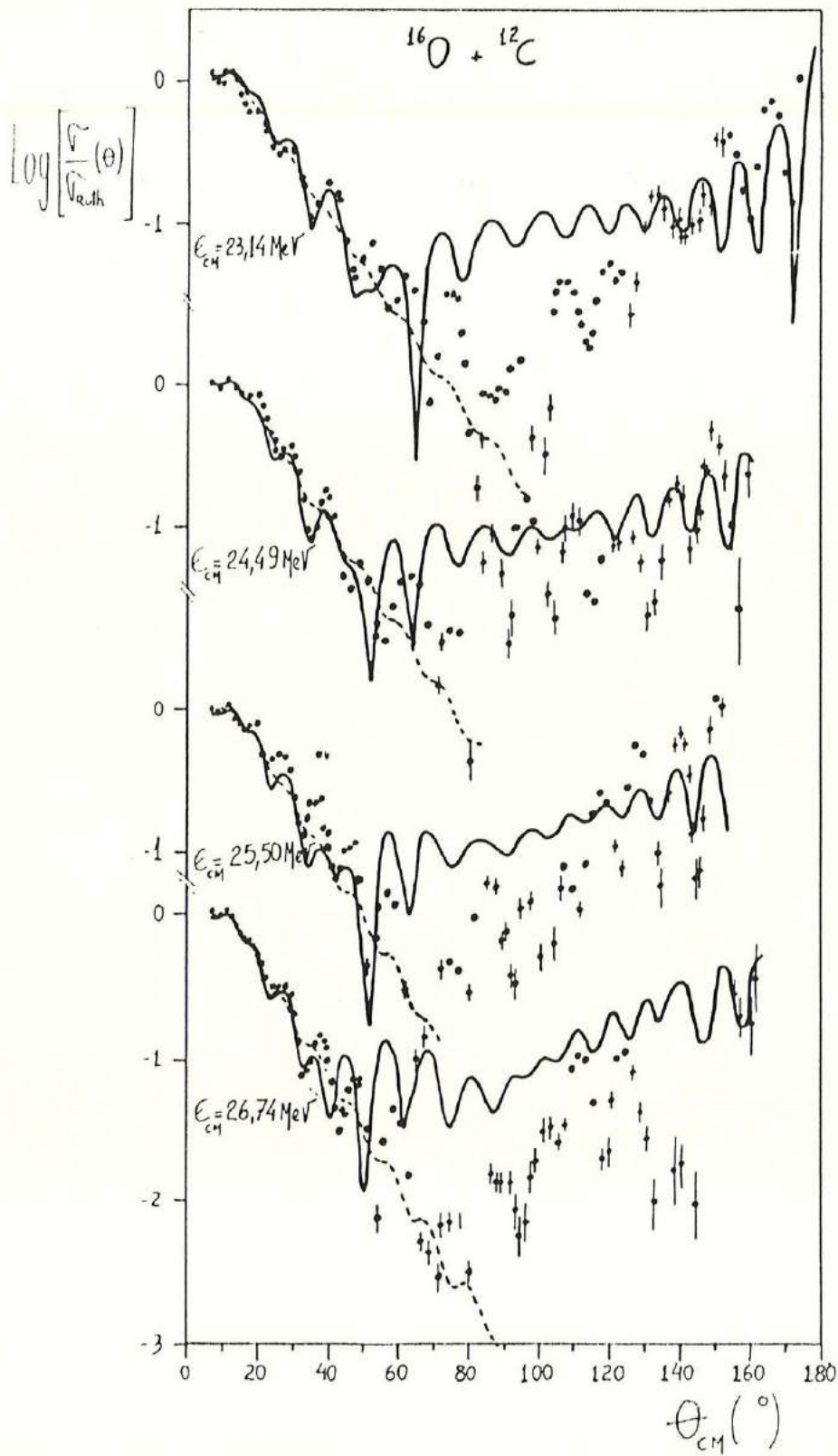
--- Cálculo de modelo óptico com potencial da Tabela VIII.3

FIGURA VIII.14



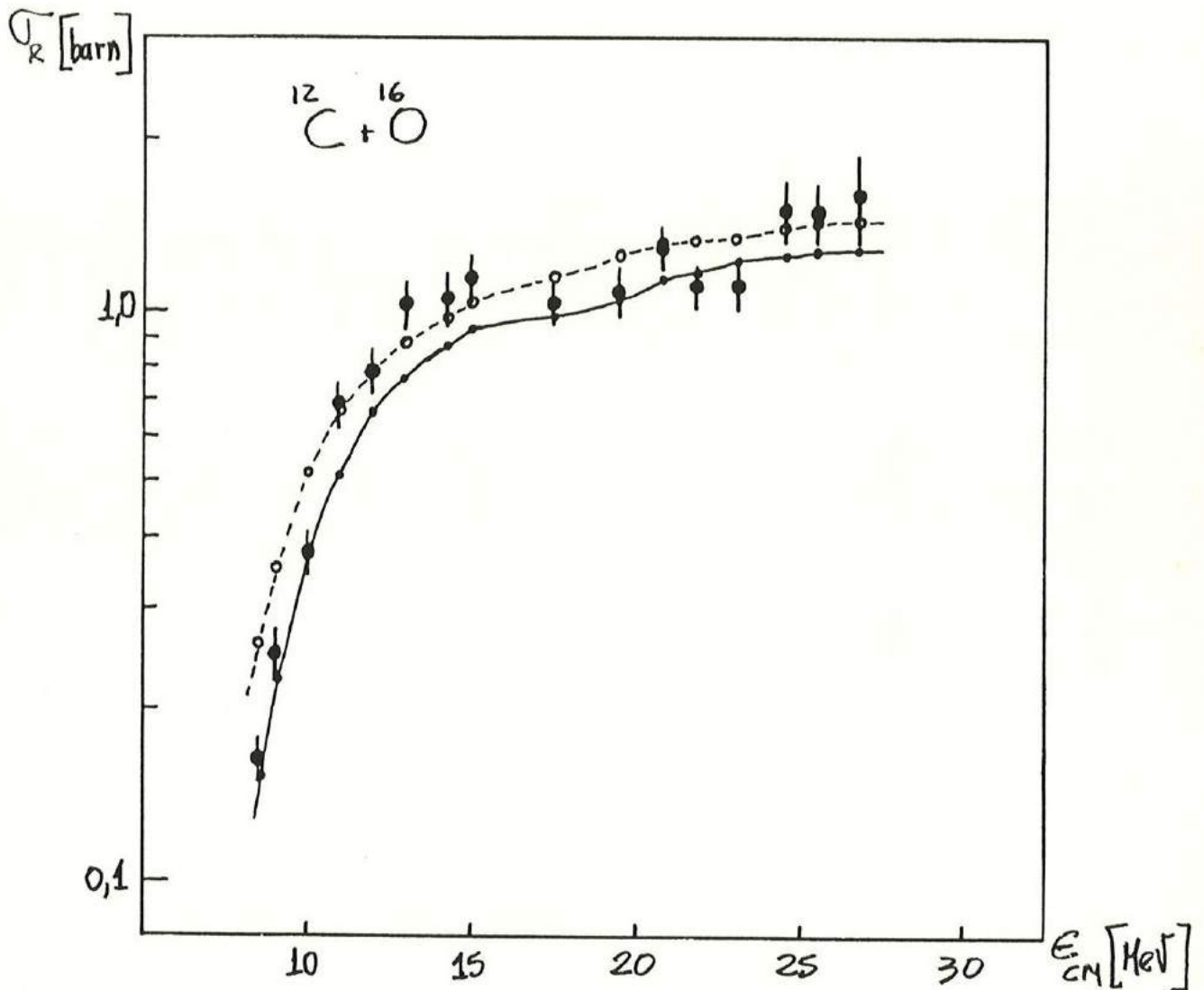
IDEM FIGURA  
VIII.13

FIGURA VIII.15



IDEM FIGURA  
VIII.13

FIGURA VIII.16



- -  $\sigma_R$  via método independente de modelo
- o-- - Cálculo de  $\sigma_R$  por modelo óptico com potencial da Tabela VIII.3
- - Cálculo de  $\sigma_R$  por modelo óptico com potencial da Tabela VIII.4

$$\sigma_R = \frac{\hbar^2}{k^2} \sum_l (2l+1) (1 - |S_N(l)|^2)$$

A outra forma, é utilizando a relação derivada do Teorema Óptico: <sup>(VIII.13)</sup>

$$\sigma_R = 2\hbar^2 \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin \theta \, d\theta \quad (\text{VIII.14})$$

com a condição  $\Delta\sigma_T = -2\hbar^2 \int_0^{\theta_i} [\sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin \theta \, d\theta$  (VIII.15)

Suponha, agora, que seja possível obter um potencial óptico qualquer que reproduza exatamente os dados experimentais de espalhamento elástico  $\sigma(\theta)$ . Sempre é possível utilizar o Teorema Óptico e em particular a equação (VIII.14) para se calcular a seção de choque de reação  $\sigma_R$ . O ângulo  $\theta_i$  necessário, também pode ser sempre obtido pela equação (VIII.15), como sugerido no Capítulo II. A mesma seção de choque de reação  $\sigma_R$  seria obtida no caso de existir mais do que um potencial óptico que gerasse ajustes equivalentes da seção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$ . Isto significa que  $\sigma_R$  é independente do potencial óptico.

Afirmamos que se fosse possível encontrar um potencial óptico qualquer que reproduzisse exatamente dados experimentais de espalhamento elástico completos ( $0^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ), a secção de choque de reação  $\sigma_R$  obtida seria exata e tão independente de modelo quanto o método proposto no Capítulo II deste trabalho.

O fato de não termos conseguido reproduzir exatamente com o modelo óptico, os valores de  $\sigma_R$  obtidos pelo método independente de modelo, reflete o fato de não termos conseguido reproduzir as distribuições angulares elásticas  $\sigma(\theta)$  nas energias estudadas. Isto significa apenas que um potencial óptico complexo, na forma de Woods-Saxon, parece não reproduzir o comportamento de  $\sigma(\theta)$  no sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ .

Veremos no Capítulo IX que podemos melhorar o ajuste em  $\sigma(\theta)$  introduzindo algumas considerações complementares no cálculo, como supor a existência de "elastic-transfer" no sistema estudado.

VIII. d) Análise por defasagens.  
Fizemos cálculos de defasagens



utilizando o programa DEFAS em todas as energias disponíveis. O programa DEFAS já havia sido utilizado em minha tese de Mestrado para a análise do sistema  $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$  (Vi 82). Algumas modificações foram feitas para esta versão, adaptada ao computador VAX, que tiveram o objetivo de agilizar a busca automática dos  $S(\ell)$ , mas, em tese, o programa é basicamente o que é descrito na referência Vi 82, utilizando a subrotina CURFIT (Be 61) de minimização de  $\chi^2$ . Este programa foi originalmente escrito por C.V. Acquadro (Ac 84) e W. Mittig. A versão atual permite variar até 40 elementos da matriz  $S(\ell)$  (80 parâmetros) simultaneamente. O tempo gasto em 20 interações para 105 pontos experimentais de  $\sigma(\theta)$  é de 45 min. de CPU no computador VAX/780.

O cálculo pode, em princípio, partir de qualquer conjunto de  $\hat{S}(\ell)$ . Fizemos vários cálculos com diversos conjuntos  $\hat{S}(\ell)$  diferentes, que variaram de  $\hat{S}(\ell) = I \cdot O$ , para qualquer  $\ell$  ou seja, descrevendo a interação como puramente Coulombiana, a vários conjuntos  $\hat{S}(\ell)$  gerados por diferentes potenciais de modelo óptico. O ajuste é igualmente bom, independentemente do ponto de partida  $\hat{S}(\ell)$ , e a matriz de espalhamento  $S(\ell)$  final sempre apresentou as mesmas características, ou seja, estruturas próximas ao valor

de  $l$  razante e em baixos  $l$ . Existiu alguma ambiguidade, dependendo do ponto de partida, mas as características gerais não se modificaram.

Além de variarmos o ponto de partida  $S^0(l)$ , também variamos aleatoriamente, dentro de uma distribuição normal Gaussiana, os dados experimentais  $\sigma(\theta)$  dentro da barra de erro  $\Delta\sigma(\theta)$ . Estes estudos nos permitiram delimitar a matriz de espalhamento  $S(l)$  com uma incerteza originária tanto da ambiguidade como da incerteza nos dados experimentais  $\sigma(\theta)$ . Mostramos na Figura VIII.17 o valor de  $|S(l)|$  calculado, com suas respectivas incertezas na energia de  $E_{CM} = 23,14 \text{ MeV}$ . O erro foi calculado com base em três conjuntos de  $S(l)$  diferentes e em 5 variações aleatórias dos dados experimentais de  $\sigma(\theta)$  dentro da barra de erro. O número de dados experimentais  $\sigma(\theta)$  foi de 104 e o número de parâmetros variados foi de 70, ou seja, 35 ondas parciais. Mostramos na Figura VIII.18 o ajuste obtido em um destes cálculos. O ajuste para qualquer outra variação é igualmente excelente.

Uma consideração importante:

Os valores de  $S(l)$  obtidos no final do cálculo só devem respeitar uma única

$|S_N(\ell)|$ 

FIGURA VIII.17

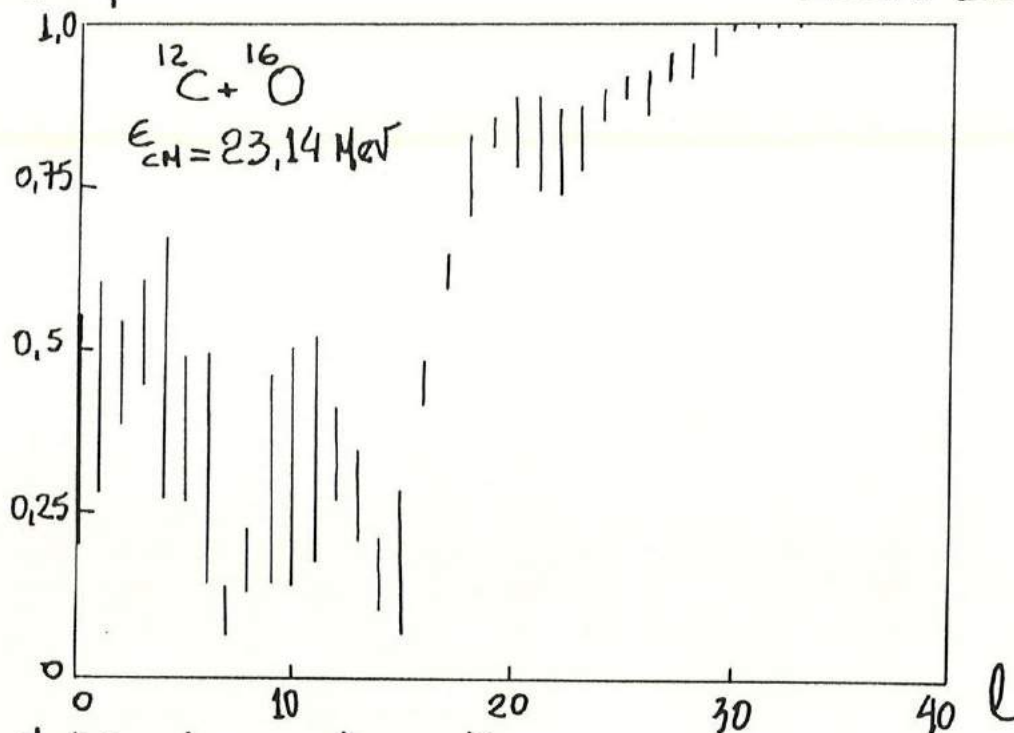
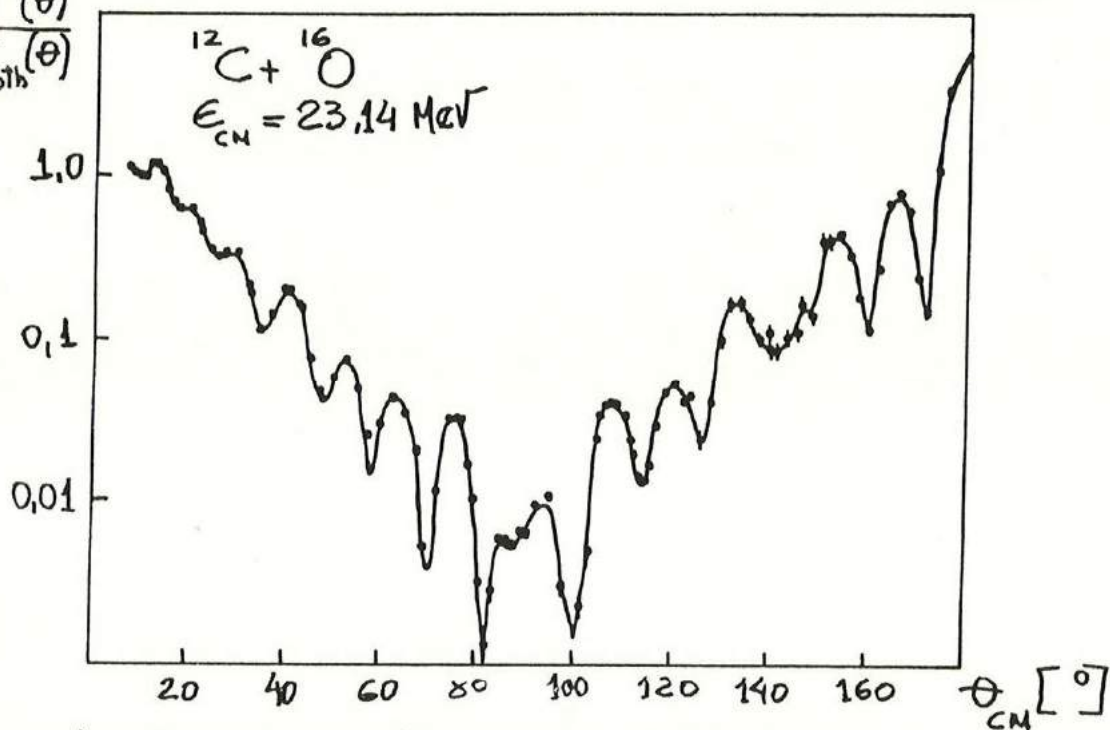

 $\frac{\sigma(\theta)}{\sigma_{\text{rth}}(\theta)}$ 

FIGURA VIII.18



Ajuste com análise por defasagens

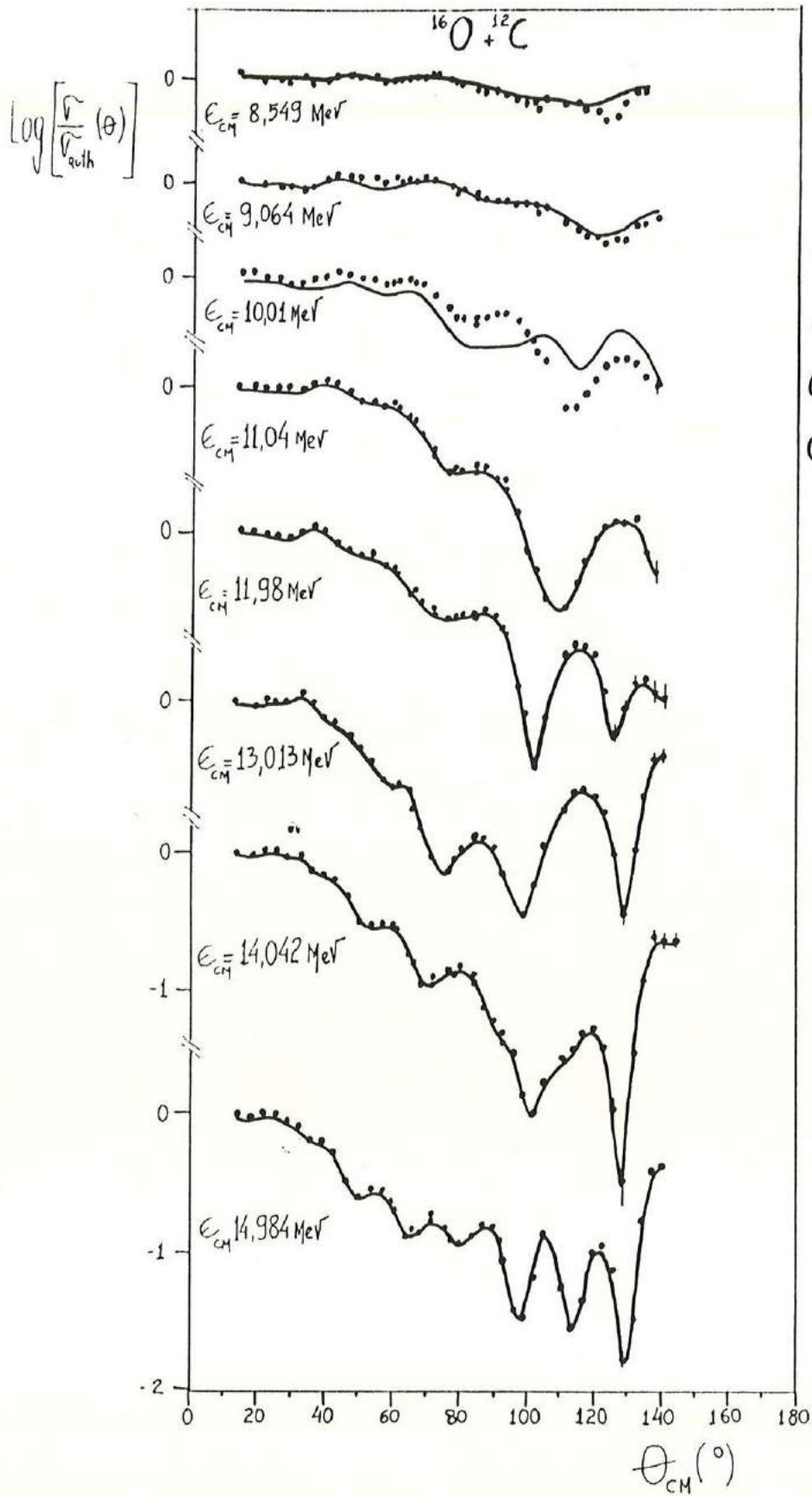
condição fundamental :

$$|S(\ell)| \leq 1,0 \quad , \quad \forall \ell \quad (\text{VIII.16})$$

A unitariedade da matriz de espalhamento é a única condição imposta sobre o resultado final da busca automática de  $S(\ell)$  no programa DEFAS. Se o programa chega a um resultado em que para alguma onda parcial  $\ell$  o valor  $|S(\ell)| > 1,0$ , esta solução é descartada. Notamos que dependendo da energia, principalmente para as energias mais baixas, precisávamos escolher o ponto de partida  $S(\ell)$  adequadamente para que a solução encontrada tivesse significado físico, ou seja, equação VIII.16 fosse respeitada. Esta escolha 'adequada' era obtida na base de tentativas. Em alguns casos, por exemplo, para  $E_{cm} = 10,01 \text{ MeV}$ , precisamos interromper a busca automática em algum ponto onde a condição VIII.16 ainda fosse respeitada, pois, caso contrário a solução final não teria significado físico. Por esta razão, o ajuste em  $E_{cm} = 10,01 \text{ MeV}$  não é tão bom quanto o obtido em outras energias.

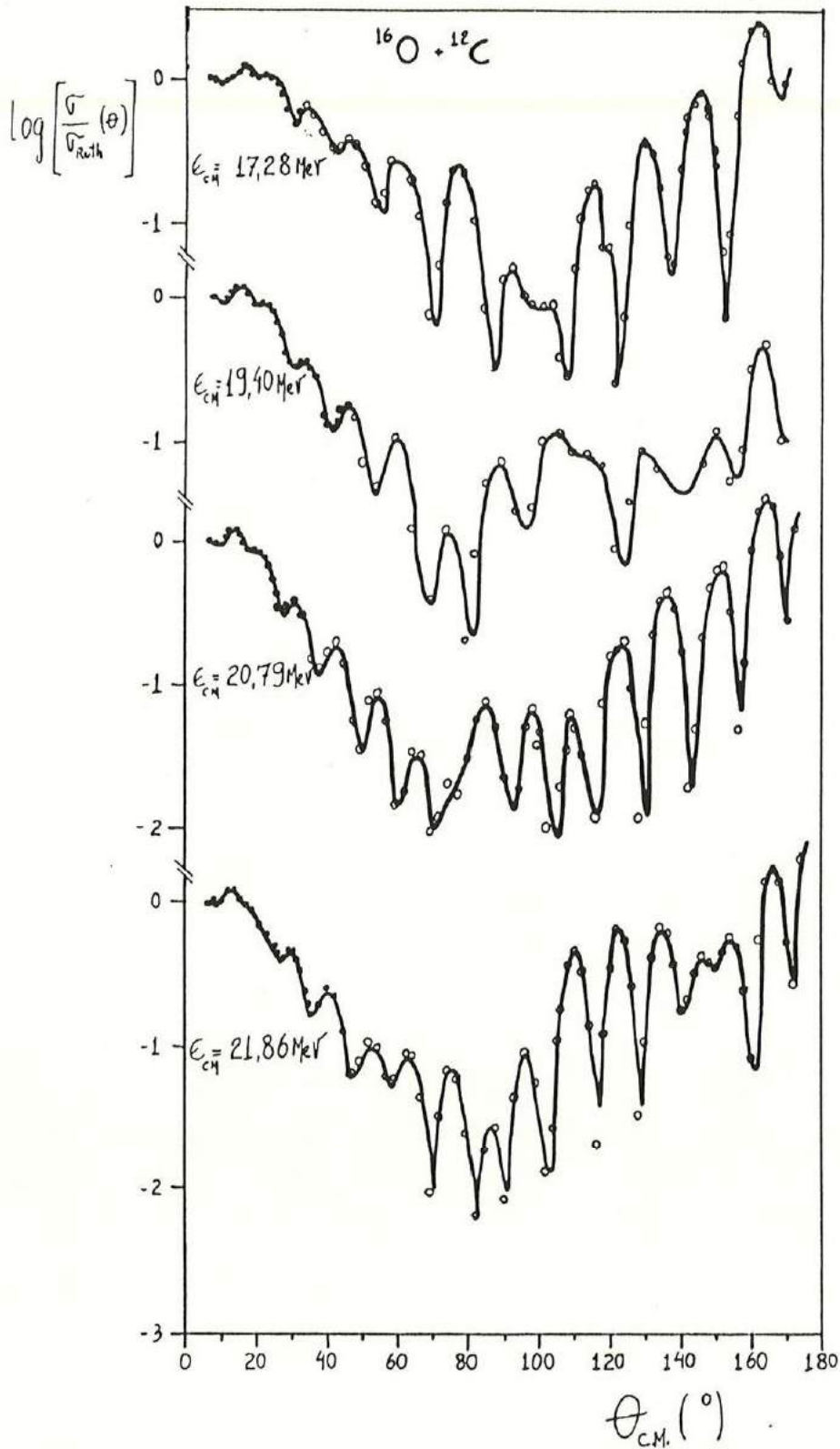
Mostramos nas figuras VIII.19,20

FIGURA VIII. 19



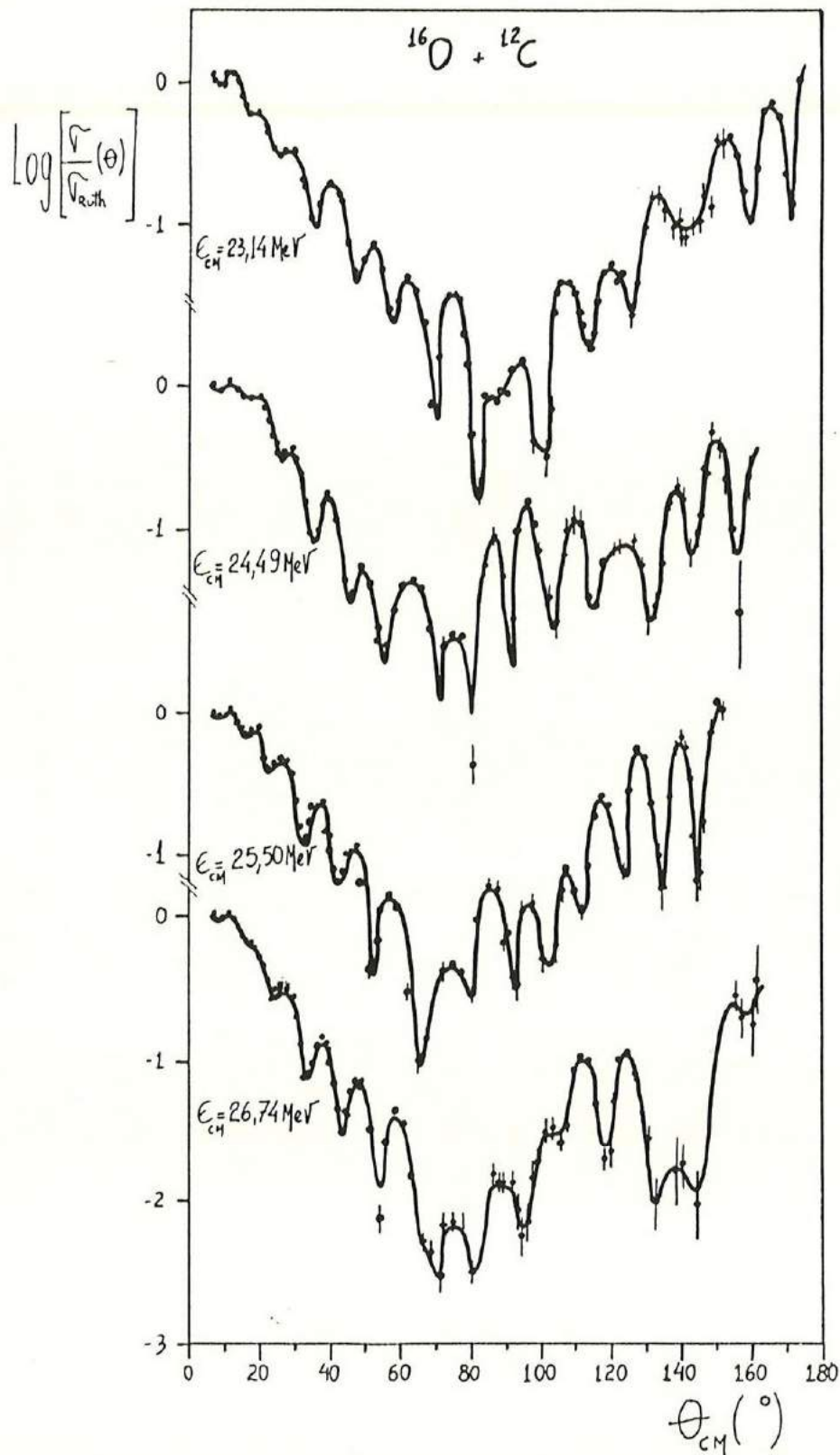
Ajuste com  
análise por  
defasagens

FIGURA VIII.20



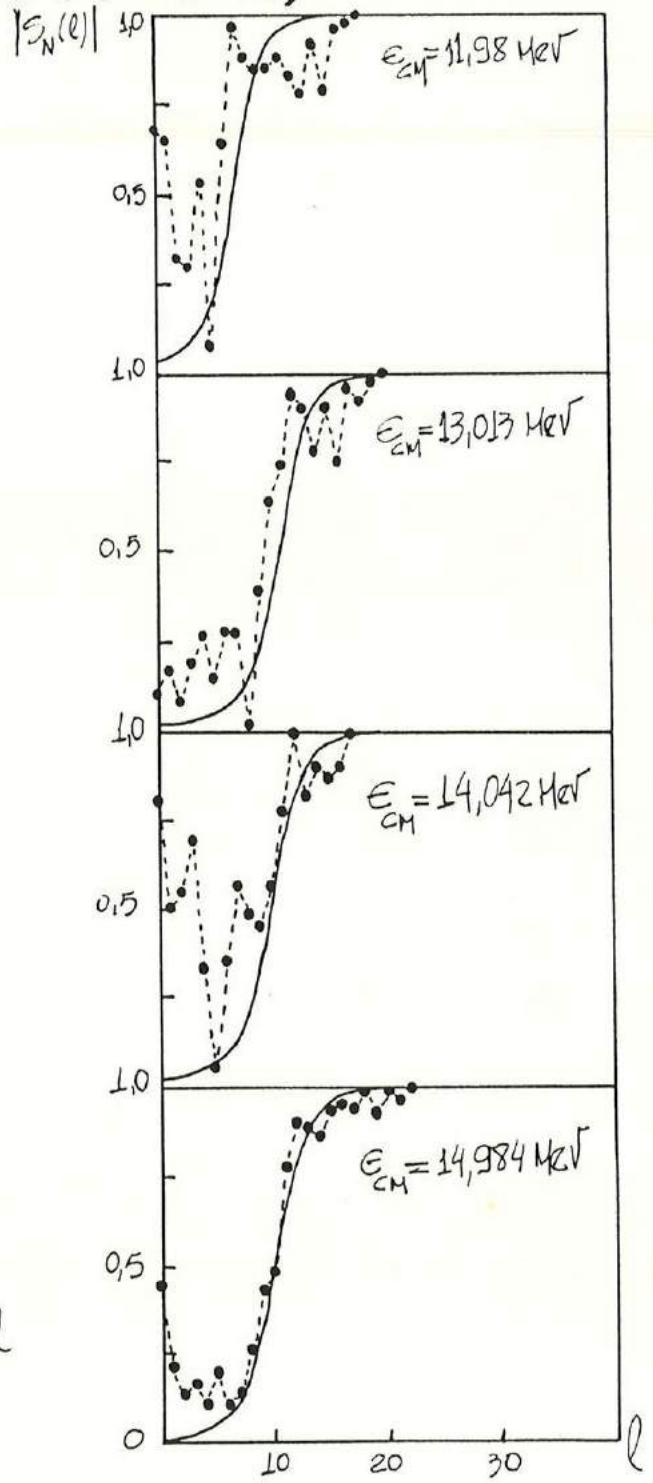
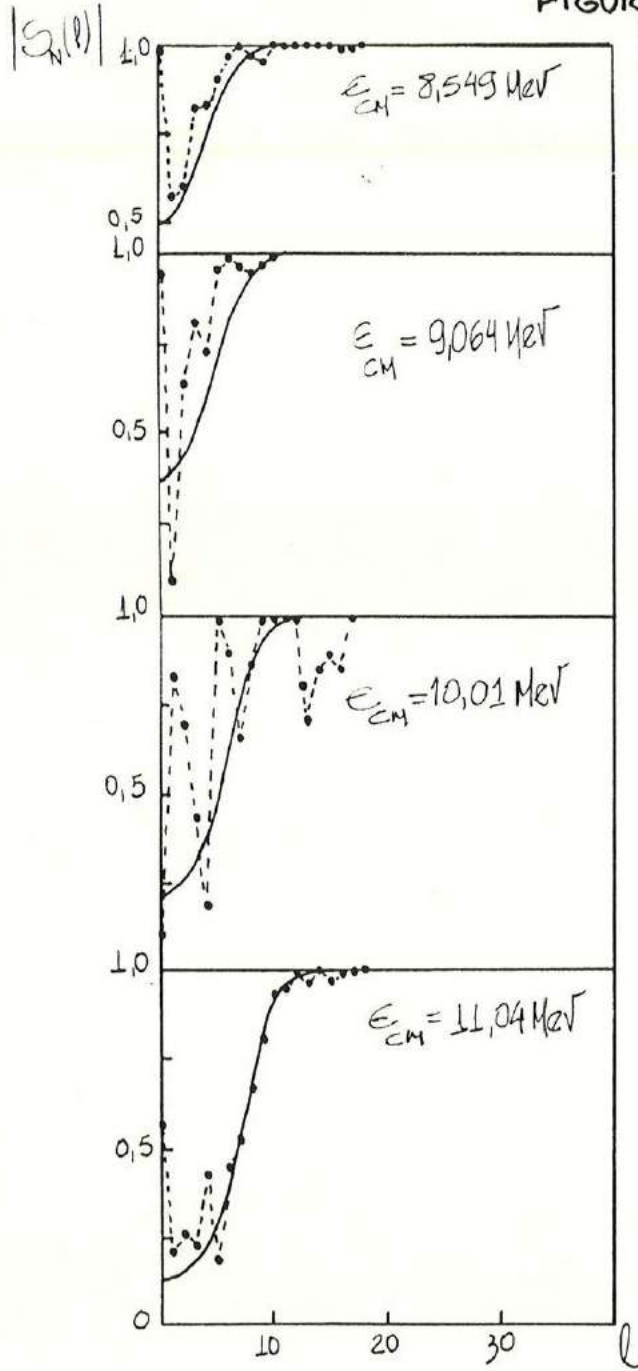
Ajuste com  
análise por  
defasagens

FIGURA VIII.21

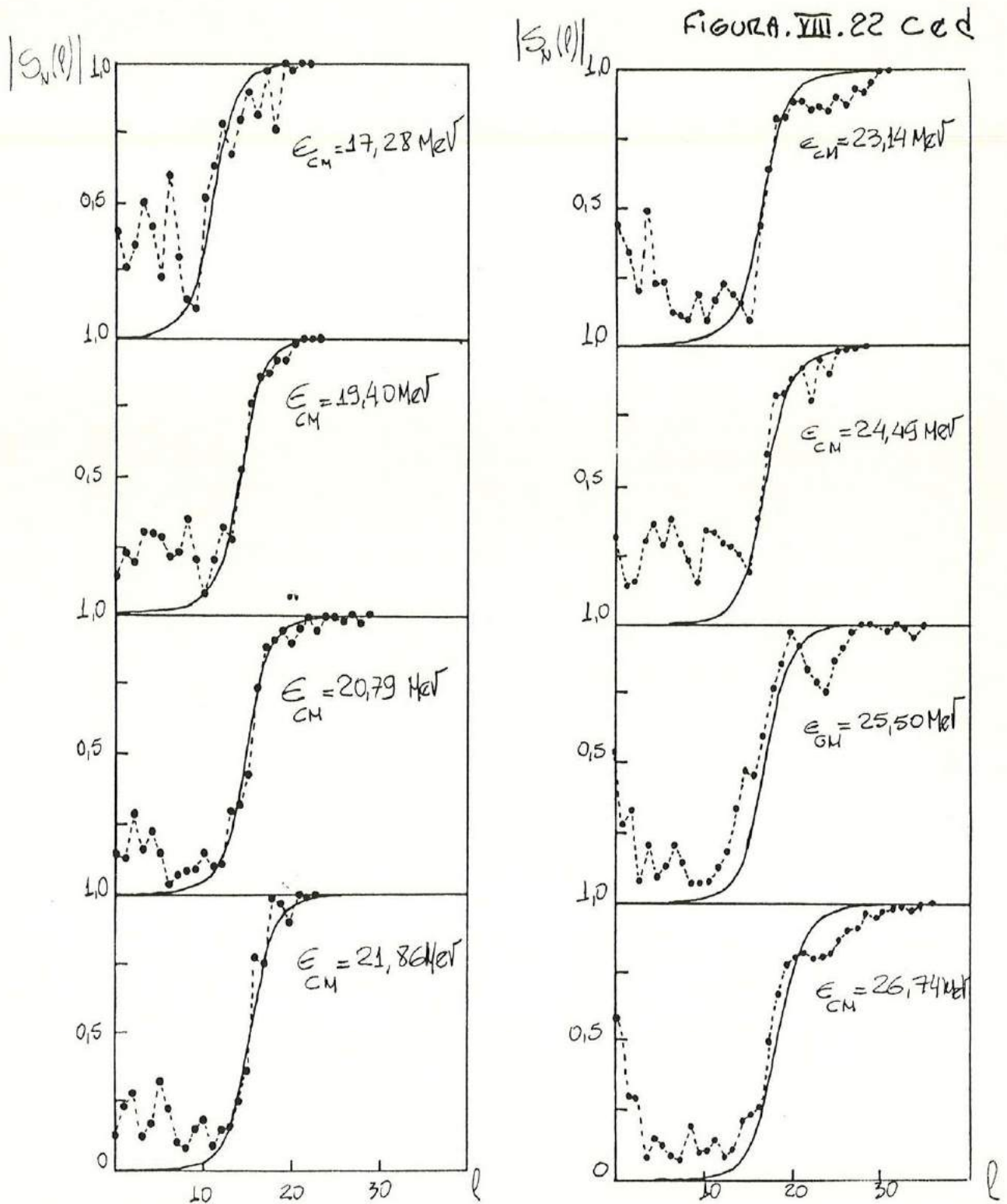


Ajuste com  
análise por  
defasagens

FIGURA VIII.22 a e b





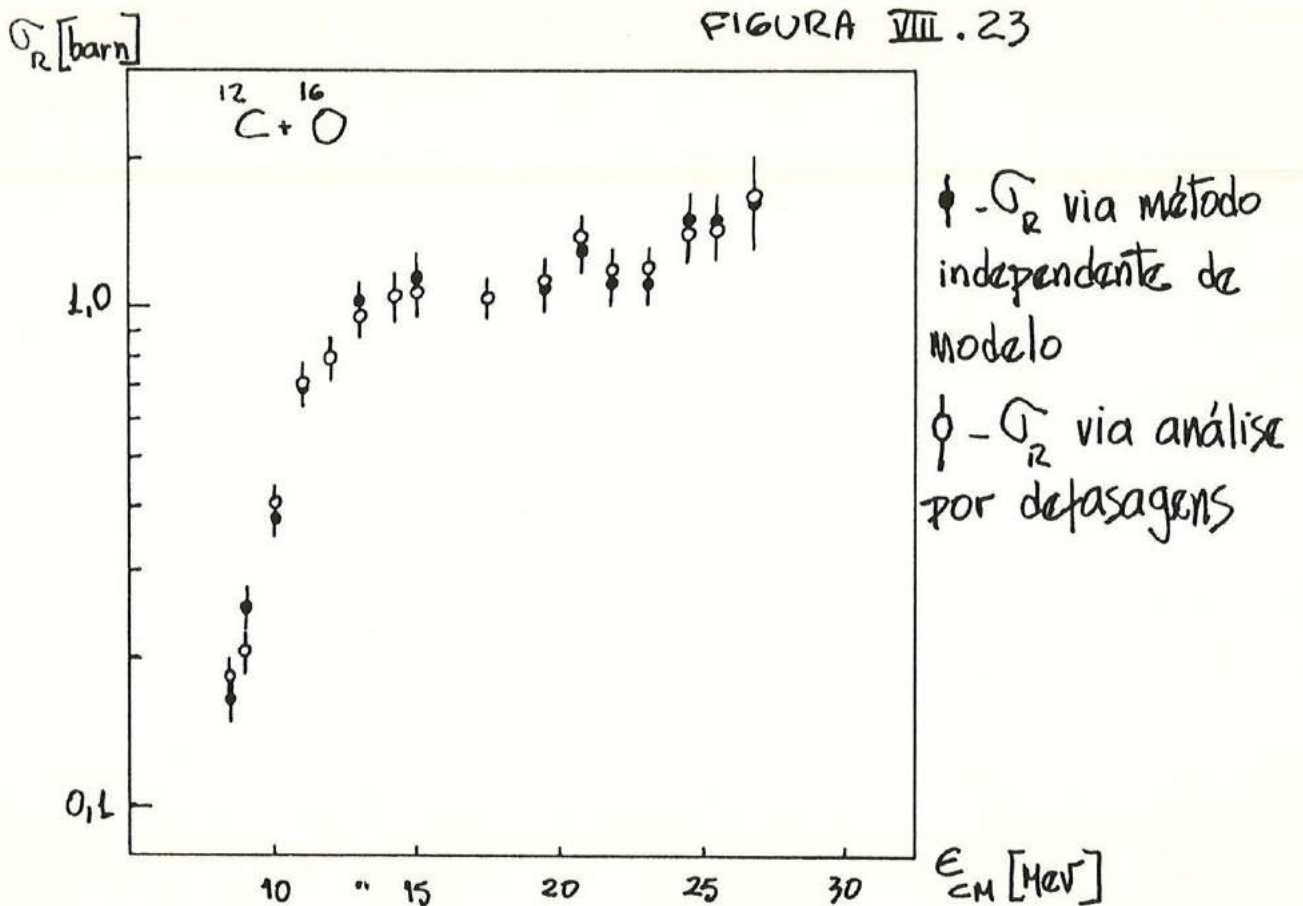


Resultado da análise por defasagens (---) para o sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  comparado com  $|S_N(l)|$  obtido por modelo óptico com potencial da Tabela VIII.3 (linha contínua)

e 21 os ajustes obtidos em cada energia estudada e nas figuras VIII.22 as matrizes de espalhamento  $|S(\epsilon)|$  final, que geraram os ajustes nas figuras anteriores.

Não fizemos um estudo sistemático do erro em  $S(\epsilon)$  para todas as energias, mas apenas para a energia citada anteriormente  $E = 23,14$  MeV (Figura VIII.17). Contudo, é importante termos em mente que os valores de  $S(\epsilon)$  finais estão envolvidos por um erro que faz desaparecer as estruturas finas da matriz de espalhamento, mas que mantém visível o comportamento médio e as estruturas maiores, localizadas em  $\ell$  baixo e próximo do  $\ell$  razan-  
te.

O cálculo da secção de choque de reação é feito pela equação VIII.13, onde  $S(\ell)$  é a matriz  $S(\epsilon)$  final obtida pelo método de defasagens. Os resultados obtidos com base nos  $S(\epsilon)$  das Figuras VIII.22 e comparados com o método independente de modelo, são mostrados na figura VIII.23.



As barras de erro foram estimadas partindo do resultado obtido para a energia de  $E_{CM} = 23,14$  MeV (Figura VIII.17). Fizemos a suposição de que o erro para as diversas energias foi percentualmente igual ao obtido em 23,14 MeV, onde estudamos o erro detalhadamente.

Notamos que os dois cálculos de  $\sigma_R$  dão resultados muito semelhantes, senão iguais, dentro do erro envolvido.

Este resultado só vem a confirmar o que já havíamos dito anteriormente quando da análise via Modelo Óptico, item VIII.C. Poten-

ciais ou matrizes  $S(e)$  que geram distribuições angulares iguais, devem gerar valores da seção de choque de reação  $\sigma_R$  iguais.

De certa forma, o método de análise por defasagens para a obtenção de  $\sigma_R$ , também é um método independente de modelo. Isto explica a grande semelhança observada nos valores de  $\sigma_R$  calculados aqui quando comparados com os calculados no item VIII.9.

Neste ponto resta uma questão:

Se através de modelo óptico e análise por defasagens também podemos obter  $\sigma_R$  de forma independente de modelo, qual a vantagem do método proposto neste trabalho?

A resposta é muito simples.

- 1) É muito mais transparente e clara a independência de modelo do método proposto por nós.
- 2) O cálculo de  $\sigma_R$  é muito mais fácil, indepen

dendo de parâmetros que não sejam os próprios dados experimentais de  $\sigma(\theta)$ .

3) O cálculo de  $\sigma_R$  é muitíssimo mais rápido. O programa que faz a integral VIII.5 leva pouco mais de 2 segundos de CPU, enquanto que um cálculo de Modelo Óptico leva de 1 a 1.30 minutos, isto sem procura automática de parâmetros e um programa de defasagens, da ordem de 45 minutos.

4) O cálculo do erro envolvido no valor de  $\sigma_R$  sai diretamente dos dados experimentais, enquanto que no caso de Modelo Óptico e Defasagens, a estimativa do erro é demorada e não exata, pois necessita de diversos ajustes com vários potenciais ópticos ou várias procuras automáticas de  $S(\theta)$ , partindo de diversos valores de  $S(\theta)$  ou variando os pontos experimentais dentro da barra de erro.

Todas estas razões, tornam o método proposto neste trabalho, muito mais eficiente,

útil, confiável e de muito mais fácil utilização, quando comparado com os métodos indiretos conhecidos para a obtenção de  $\sigma_R$ .

Neste ponto encerramos nossas discussões sobre a seção de choque de reação  $\sigma_R$  e sua obtenção através do Teorema Óptico. Fazemos, a seguir, um rápido estudo da matriz de espalhamento  $S_N(\theta)$  obtida pelo método de defasagens, na tentativa de entender a origem das estruturas observadas. Propomos também, um método indireto para se observar o efeito de Glória frontal nuclear, com base na matriz de espalhamento  $S_N(\theta)$  aqui obtida.

## IX. Um Estudo da Matriz de Espalhamento

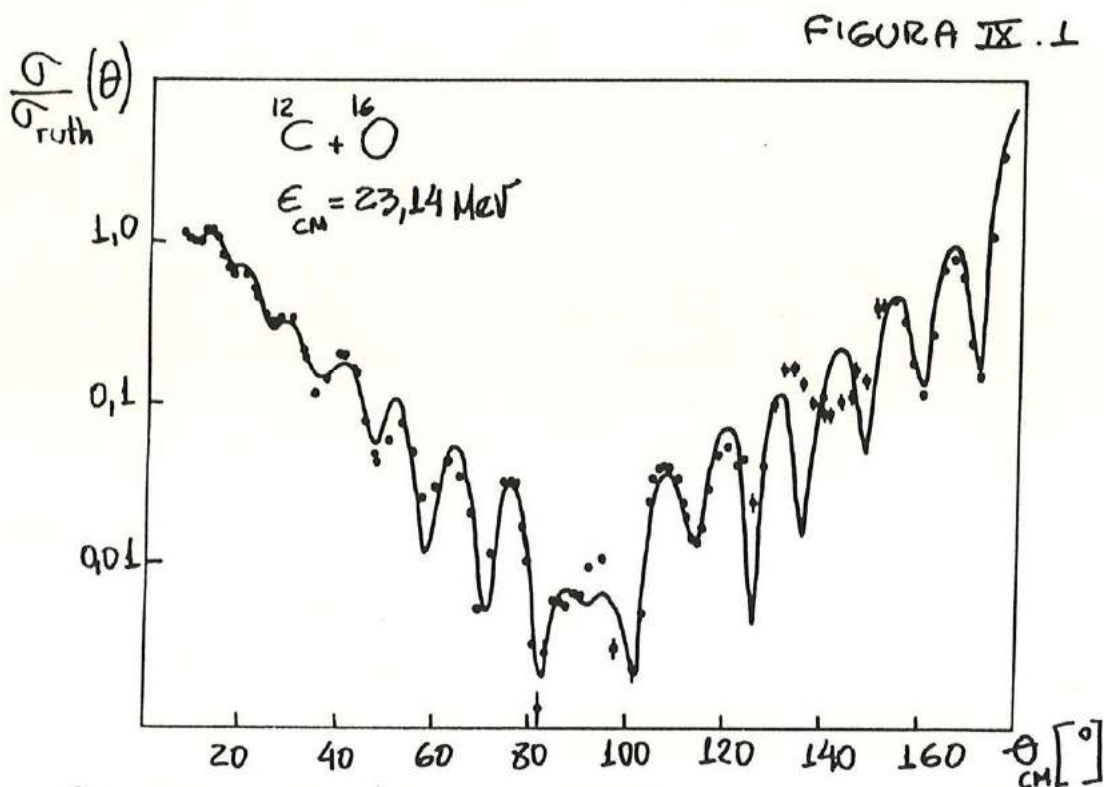
### IX a) A matriz de espalhamento $S_N(E)$

A análise de defasagens sobre os dados do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , revelou um resultado de certa forma surpreendente. Dizemos surpreendente ao observarmos que o módulo da matriz de espalhamento  $|S_N(E)|$ , obtido para todas as energias estudadas (Figura VIII. 22), assume valores diferentes de zero na região de momentos angulares baixos. Mesmo tendo em mente o fato destas matrizes de espalhamento estarem envolvidas por um erro experimental (Figura VIII. 17), é inequívoca a existência de estruturas em valores de  $l$  pequenos e, principalmente, próximos ao valor de  $l$  razante. Com o objetivo de tentar compreender a natureza destas estruturas e, principalmente, se elas são ou não reais, fizemos alguns cálculos e análises na energia  $E_{\text{CM}} = 23,14 \text{ MeV}$ , para saber se elas apareçam devido a uma peculiaridade do cálculo numérico ou se são absolutamente neces-

sárias para se reproduzir os resultados experimentais  $\sigma(\theta)$  medidos.

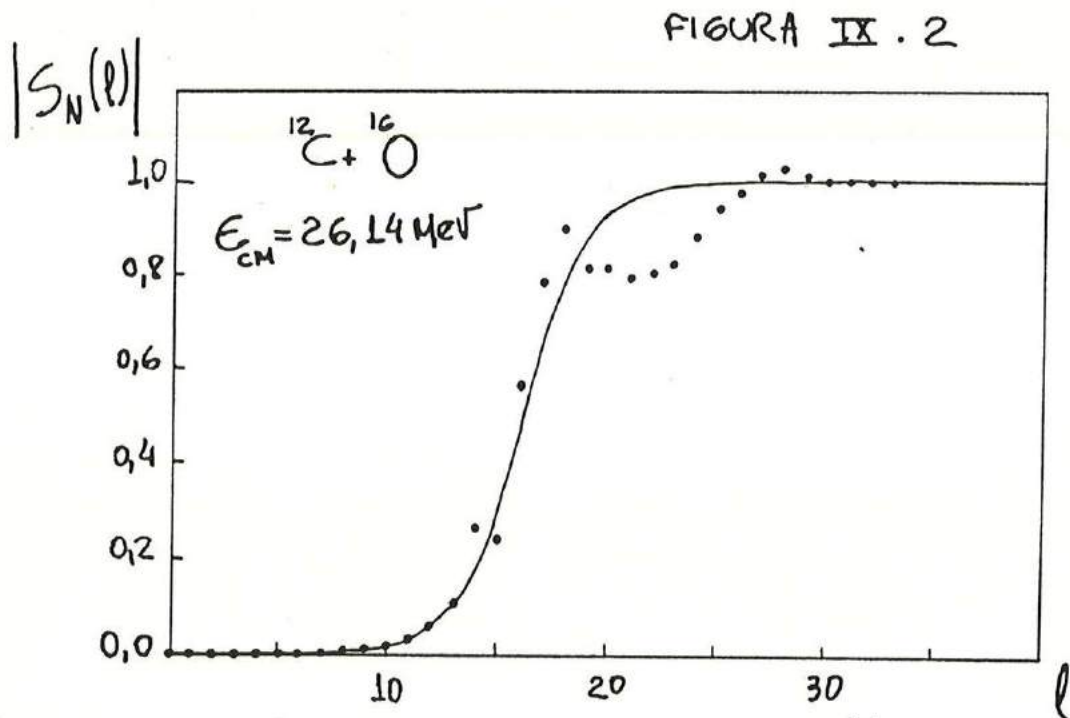
1) Estruturas com  $l$  pequeno ( $l < 14$  para  $E_{CM} = 23,14 \text{ MeV}$ )

Mostramos na Figura IX.1 um ajuste pelo método de defasagens obtido para a energia  $E_{CM} = 23,14 \text{ MeV}$  em que foi permitido que o programa DEFAS variasse automaticamente apenas a matriz  $S_p(l)$  referente às ondas parciais no intervalo  $14 \leq l \leq 34$  ( $l_{MAX} = 34$ ). A matriz  $S_p(l)$  no intervalo  $0 \leq l \leq 14$  foi mantida fixa e igual ao valor dado pelo cálculo de modelo óptico com o potencial 1 (Tabela VIII.1)



Cálculo de defasagens com  $l < 14$  fixos, iguais aos gerados por modelo óptico com potencial da Tabela VIII.3





Matriz  $S$  calculada com análise por defasagens (•) com  $l < 14$  fixos, iguais à matriz  $S$  de modelo óptico mostrada (-).

Podemos ver que o ajuste obtido é muito bom e apenas uma pequena região entre  $\theta_{\text{CM}} = 140^\circ$  não é reproduzida pelo cálculo de defasagens. Todavia, a matriz  $S_N(l)$  obtida no cálculo, contém valores com módulo superior a 1,0 para algumas ondas parciais  $l$ . A matriz de espalhamento obtida é mostrada na Figura IX.2. Tentamos fazer o ajuste dos dados de espalhamento elástico fixando as ondas parciais baixas,  $l < 10$ , em outros valores, calculados por mais 2 potenciais ópticos diferentes (potencial para  $E_{\text{CM}} = 23,14 \text{ MeV}$  da Tabela VIII.2 e potencial  $E-18$  (Cr76b)), mas obtivemos o mes-

no resultado, ou seja, para ajustar os dados experimentais  $\sigma(\theta)$  com a condição de que  $|S_N(\ell)| \sim 0.0$  para  $\ell < 10$ , a matriz  $S_N(\ell)$  obtida revela valores com módulo superior a 1.0. É óbvio que estas soluções não são fisicamente aceitas e devem ser descartadas.

## 2) Contribuição do espalhamento elástico via formação de núcleo composto.

Fizemos uma estimativa de contribuição do processo de espalhamento elástico via núcleo composto  $\sigma_{ce}(\theta)$  no sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ . A análise da contribuição deste processo pode ser importante no entendimento das estruturas em  $S_N(\ell)$ .

Por ser um processo puramente estatístico e que se soma incoerentemente à seção de choque elástica, não é apropriado que sua descrição esteja incluída na amplitude de espalhamento elástico  $f_N(\theta)$ . Se o processo "compound elastic"  $\sigma_{ce}$  for importante no sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , a matriz de espalhamento  $S_N(\ell)$  pode estar afetada por efeitos estatísticos complicados. Sendo o objetivo, neste ponto do trabalho, tentar relacionar as estruturas em  $S_N(\ell)$  a processos físicos, é conveniente subtrair a contribuição  $\sigma_{ce}(\theta)$  dos dados experimentais  $\sigma(\theta)$ .

O cálculo de  $\sigma_{CE}(\theta)$  foi feito para a energia  $E_{CM} = 23,14 \text{ MeV}$ . Nesta específica energia existem dados detalhados para fusão do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , formação do núcleo composto  $^{28}\text{Si}$  e decaimento nos canais  $p, d, t$  e  $\alpha$  (Ca 83). Utilizando o programa STATIS (St 72), reproduzimos a secção de choque total de fusão e a secção de choque total para cada um dos 4 canais de decaimento em que existem dados experimentais. Mostramos na Tabela IX.1 os parâmetros utilizados no cálculo de  $\sigma_{CE}(\theta)$ .

TABELA IX.1

CANAL	$r_c$	del	$E_c$	DEN
$^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O})^{12}\text{C}$	1,5	0,5	1,042	0,14
$^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, p)^{27}\text{Al}$	1,5	0,8	0,0	0,145
$^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, n)^{27}\text{Si}$	1,5	0,8	0,0	0,165
$^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, d)^{26}\text{Al}$	1,5	0,8	0,0	0,135
$^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, t)^{25}\text{Al}$	1,5	0,8	0,0	0,185
$^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \alpha)^{24}\text{Mg}$	1,5	0,8	0,0	0,168

Parâmetros de entrada do programa STATIS.

$r_c$  é o parâmetro do raio Coulombiano.

del é o parâmetro de difusividade da parametrização de  $T_e$ .

$E_c$  é a correção à barreira Coulombiana

DEN é o parâmetro de densidade de níveis do núcleo residual

A parametrização do canal de entrada foi a mesma adotada na referência Ca 83. Mostramos na Figura IX.3 os ajustes obtidos pelo programa STATIS para os diversos canais onde existem medidas.

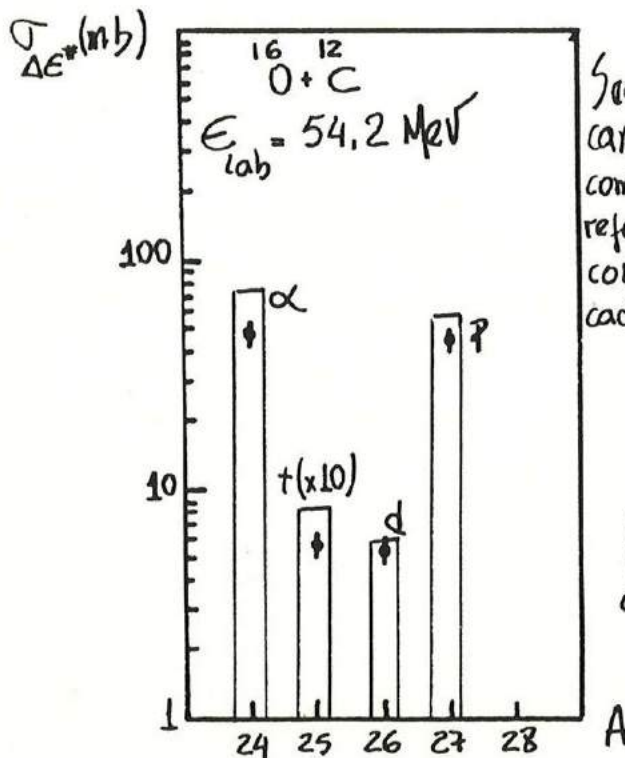


FIGURA IX.3

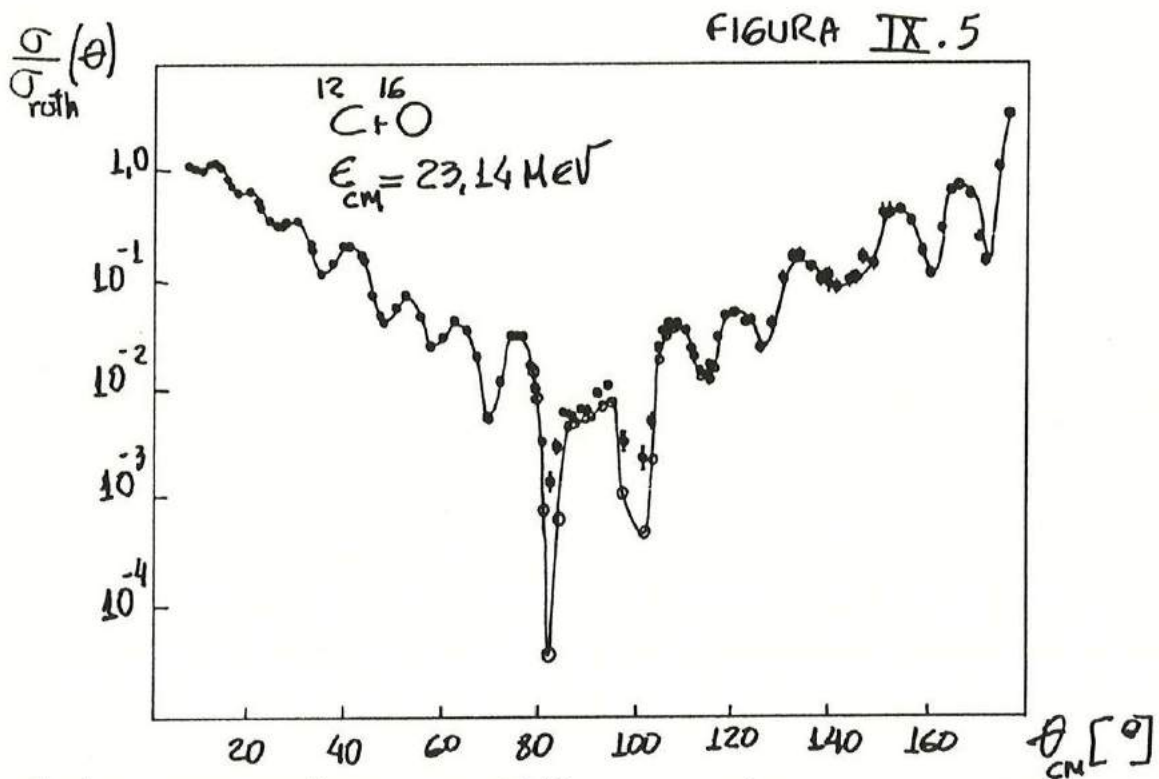
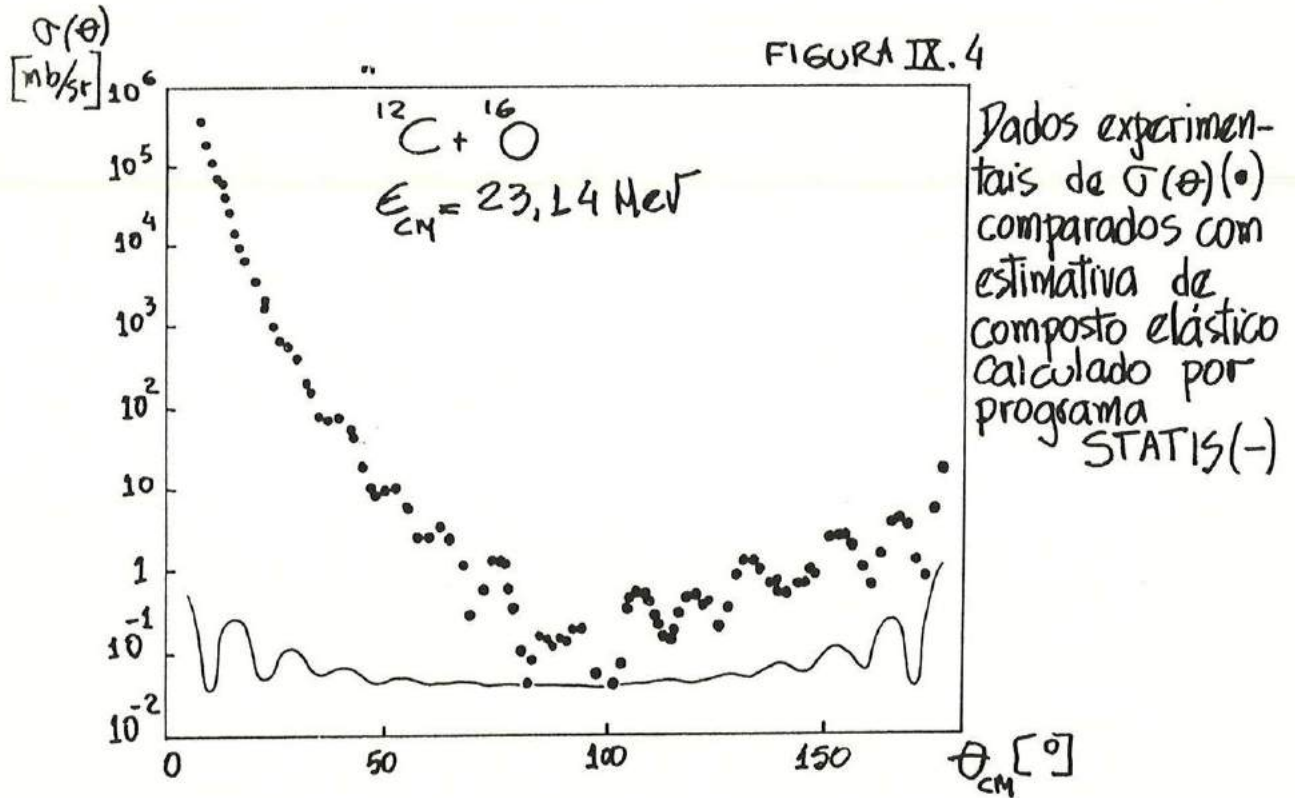
Secção de choque calculada pelo STATIS para os canais  $p, d, t$  e  $\alpha$  de decaimento ( $\Pi$ ) comparada com dados experimentais de Ca 83.  $\Delta E^*$  se refere à faixa de energias de excitação no contínuo observada experimentalmente para cada canal:

- $d + ^{26}\text{Al} \rightarrow \Delta E^* = 8 \text{ a } 12 \text{ MeV},$
- $\alpha + ^{24}\text{Mg} \rightarrow \Delta E^* = 13 \text{ a } 17 \text{ MeV},$
- $p + ^{27}\text{Al} \rightarrow \Delta E^* = 11 \text{ a } 18 \text{ MeV},$
- $t + ^{27}\text{Al} \rightarrow \Delta E^* = 3 \text{ a } 8 \text{ MeV},$

A secção de choque de fusão calculada foi 905 mb.

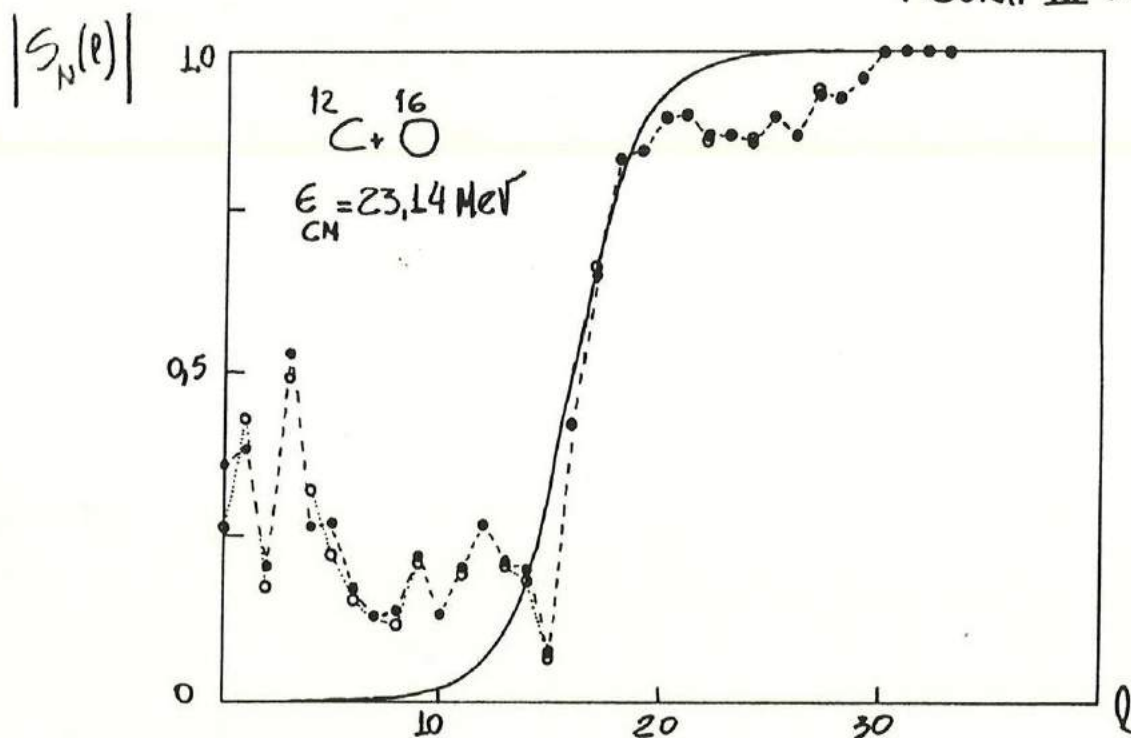
Com estes parâmetros foi calculado o processo composto elástico e viu-se que sua contribuição é muito pequena, com exceção da região próxima a  $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$ , como mostra a Figura IX.4.

A subtração das secções de choque  $\sigma(\theta) - \sigma_{\text{CE}}(\theta)$  dividido pela secção de choque de Rutherford é mostrada na Figura IX.5.



Dados experimentais de  $\sigma(\theta)$  (o) comparados com resultado da subtração  $\sigma(\theta) - \sigma_{\text{ce}}(\theta)$  (o). A curva contínua representa o resultado de uma análise por defasagens sobre o resultado da subtração

FIGURA IX. 6



Comparação entre duas matrizes  $S$  obtidas com análise por defasagens: (-●-) - obtida com  $\sigma(\theta)$   
 (-○-) - obtida com  $\sigma(\theta) - \sigma_{CE}(\theta)$

A linha contínua em IX.5 refere-se a um ajuste por defasagens da seção de choque elástica depois de feita a subtração de  $\sigma_{CE}(\theta)$ . A Figura IX.6 mostra a matriz de espalhamento  $S_N(e)$  obtida neste ajuste. Vemos claramente que a matriz  $S_N(e)$  não apresenta modificações com relação à obtida anteriormente, estando dentro da barra de erro experimental.

Podemos concluir que o processo de composto elástico não contribui de forma importante no sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  à energia de  $E_{CM} = 23,14 \text{ MeV}$ , ou seja, as estruturas em  $S_N(e)$  não são causadas por este

efeito.

### 3) Transferência elástica.

A transferência elástica pode ser um processo importante no sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  pois, sabidamente, o fator espectroscópico de transferência de partículas  $\alpha$  é grande nesta região de massas, principalmente para núcleos com massa múltipla de 4.

Podemos calcular a transferência elástica exatamente partindo da equação acoplada radial:

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} u(r) \right] \chi_0 = \frac{2\mu}{\hbar^2} V \chi_1 \quad (\text{IX.1})$$

onde:

$$u(r) = V_c(r) + V_{\text{opt}}(r) \quad \text{e } V_c(r) \text{ e } V_{\text{opt}}(r) \text{ são o po}$$

tencial Coulombiano e o potencial óptico nuclear.

$V = \alpha F(r)$  e  $F(r)$  é o fator de forma responsável pela transferência e  $\alpha$  uma constante de normalização.

$\chi_0$  = função de onda no canal de entrada e  
 $\chi_1$  = função de onda no canal de saída.

Para o caso de transferência elástica  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ ,  $X_1 = X_0$  e a equação IX.1 se reduz a:

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[ V_c(r) + V_{opt}(r) + \alpha (-1)^l F(r) \right] \right\} X_0 = 0$$

(IX.2)

O cálculo de  $F(r)$  foi feito usando um programa DWBA (DWUCK-4) e supondo a transferência direta de uma partícula  $\alpha$  entre o  $^{12}\text{C}$  e o  $^{16}\text{O}$ . Em seguida este  $F(r)$  foi multiplicado por  $\alpha (-1)^l$  e incluído na equação de Schrödinger (IX.2) para se determinar a função de onda  $X_0$  e a seção de choque elástica. Para o cálculo específico do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , não utilizamos nenhum dos potenciais ópticos citados no Capítulo VIII pois, enquanto o potencial 1 não reproduz as oscilações na distribuição angular, o potencial 2 apresenta uma subida em ângulos traseiros, comportamento considerado não adequado, por supormos neste caso, que a subida de  $\sigma(\theta)$  em ângulos traseiros é devida exclusivamente ao efeito da transferência elástica. Por esta razão, utilizamos outro potencial óptico que reproduz relativamente bem as oscilações em  $\sigma(\theta)$  nos ângulos dianteiros e não apresenta subida sensível em ângulos



traseiros. Os parâmetros deste potencial 3 são mostrados na Tabela IX.2.

TABELA IX.2

V	$R_v$	$a_v$	W	$R_w$	$a_w$
29,02	5,68	0,65	9,698	5,575	0,495

Parâmetros de modelo óptico para o cálculo DWBA

.. O valor da normalização  $\alpha$  foi ajustado de forma que a distribuição angular calculada reproduzisse o valor da secção de choque diferencial em ângulos traseiros.

A Figura IX.7 mostra o resultado do cálculo DWBA utilizando o potencial 3 de modelo óptico e com normalização  $\alpha = 50$ .

A constante  $\alpha$  contém uma normalização dinâmica, decorrente do fato de usarmos um código DWBA (DWUCK-4) sem recuo e sem alcance finito, que sabidamente subestima a secção de choque de transferência e o valor do fator de forma. Além desta normalização dinâmica,  $\alpha$  deve conter também o fator espectroscópico da transfe-

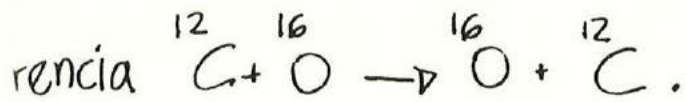
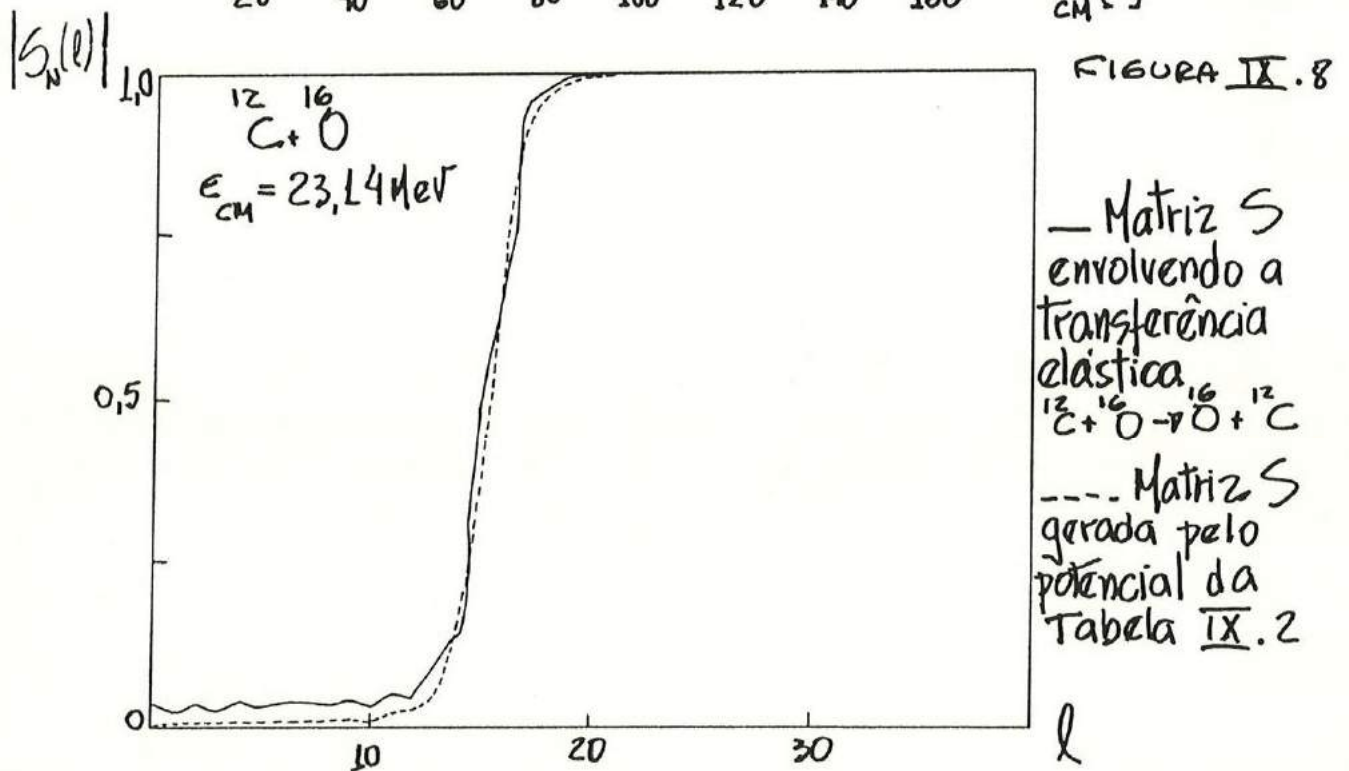
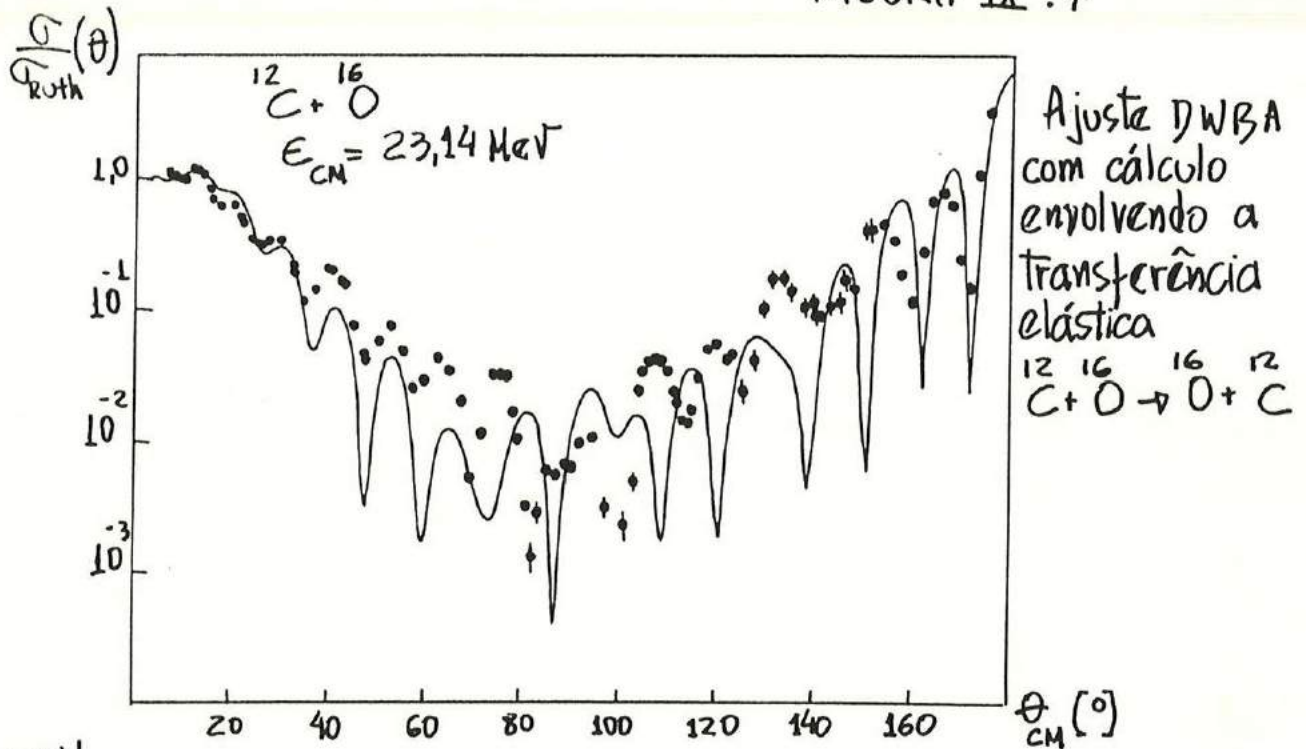
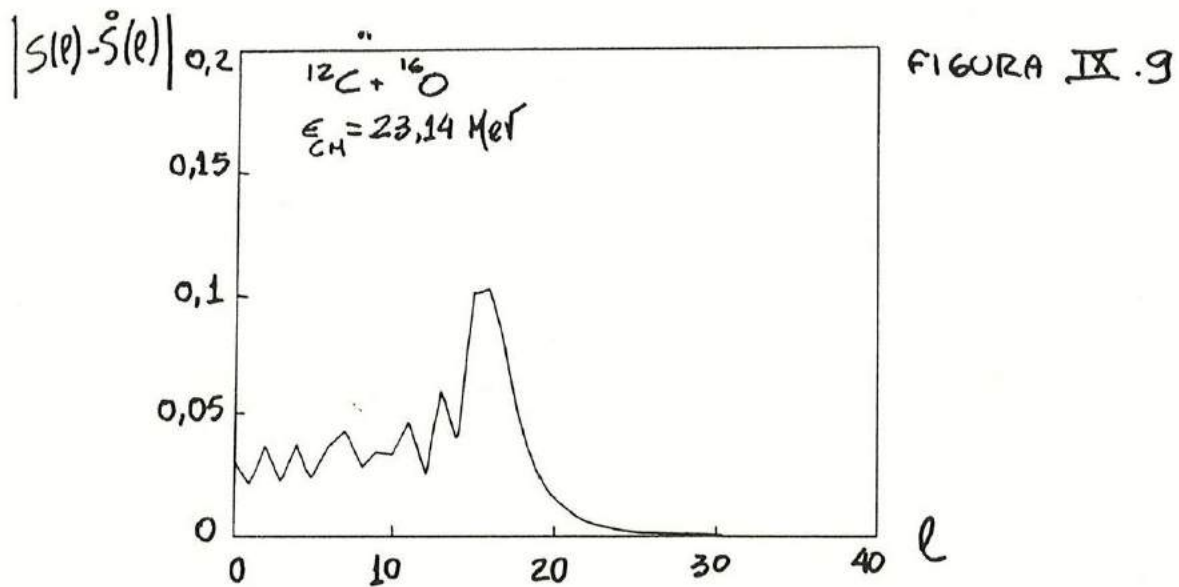


FIGURA IX.7



A matriz  $S_N(l)$  obtida é mostrada na Figura IX.8.

Apesar do ajuste dos dados não ser excepcional, podemos dizer que a tendência é relativamente bem reproduzida, principalmente a forte subida em ângulos traseiros. Para entendermos melhor a influência da transferência elástica no espalhamento  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , subtraímos a matriz gerada simplesmente pelo modelo óptico  $\hat{S}^{\circ}(\ell)$  da matriz  $S_N(\ell)$  com transferência elástica. A figura IX.9 mostra o resultado desta subtração.



Diferença entre a matriz  $S$  perturbada pela transferência elástica e a de modelo óptico com potencial da Tabela IX.2.

Podemos ver que o efeito da transferência elástica em  $S_N(\ell)$  é o aparecimento de uma "janela" em momento angular, traduzida pelo pico em  $\ell = 17$ , ligeiramente abaixo do valor de  $\ell$

razante e uma transparência localizada em ondas parciais baixas ( $0 < \ell < \ell_{\text{raz}}$ ).

#### 4) Comparando resultados.

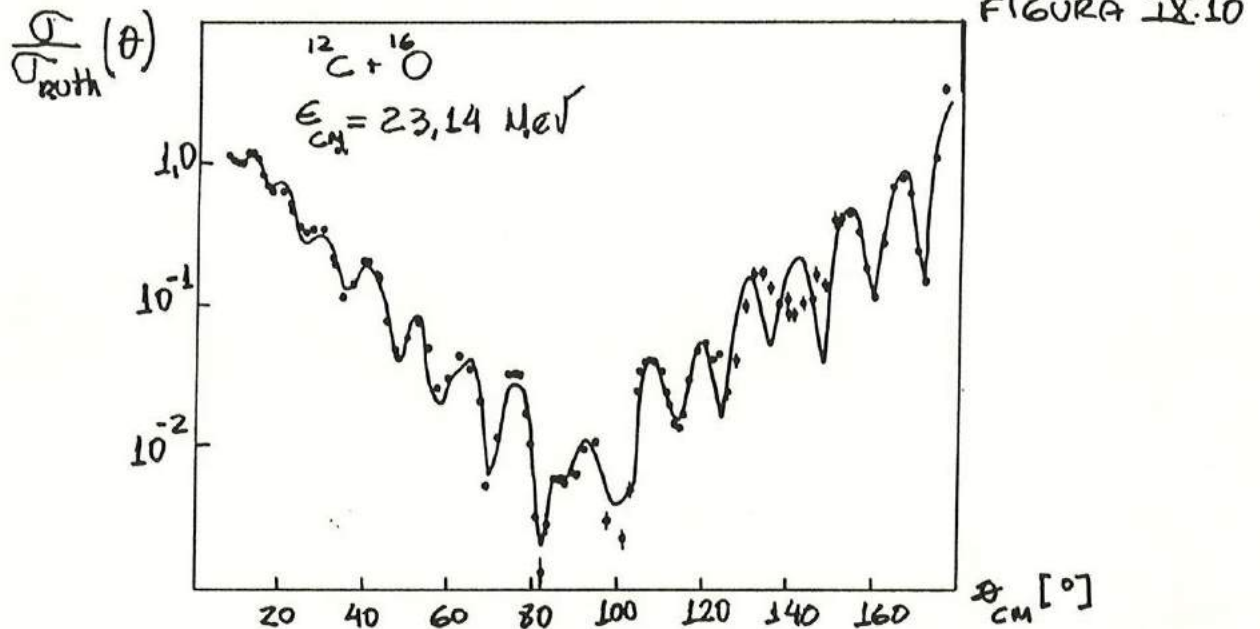
Nesta tentativa de entendimento das estruturas encontradas em  $S_N(\ell)$ , podemos resumir algumas conclusões.

- A contribuição do composto elástico é desprezível no sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , ao menos na energia  $E_{\text{CM}} = 23,14 \text{ MeV}$ .
- A contribuição do efeito de transferência elástica na amplitude de espalhamento é importante e sua adição explica a grande subida observada em  $\sigma(\theta)$  para ângulos traseiros. Além disto, o efeito sobre  $S_N(\ell)$  é gerar uma transparência em  $\ell$  baixo e uma "janela" ao redor de  $\ell_{\text{raz}}$ .

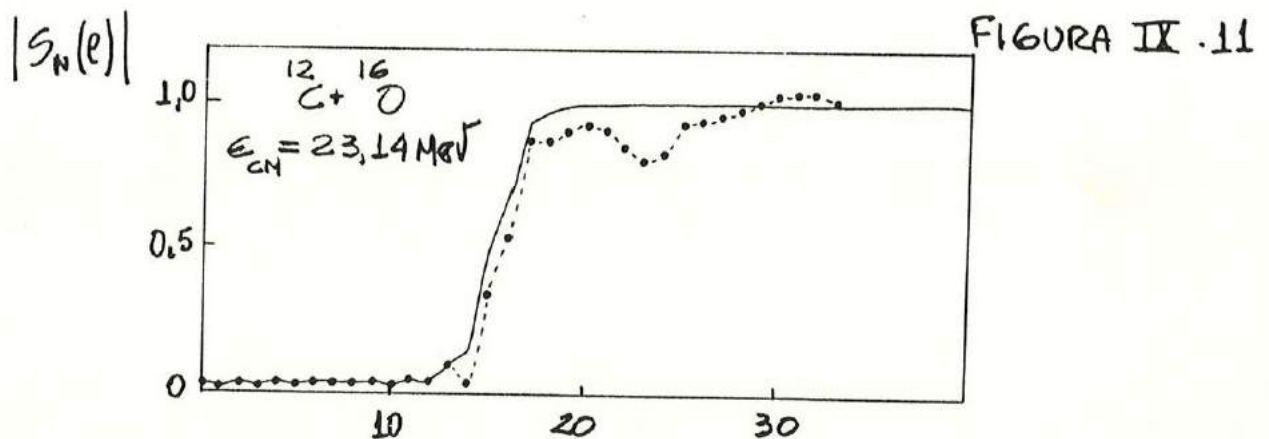
Agora, como explicar as estruturas em  $\ell$  baixo e os valores obtidos no cálculo de defasagens  $|S_N(\ell)| \sim 0,5$  para  $\ell \sim 0$ ?

Fizemos mais uma tentativa a fim de verificar se os resultados obtidos no cálculo de defasagens eram confiáveis, que foi fixar  $S_N(\ell)$  igual aos valores obtidos no cálculo de transferência

elástica para  $0 \leq l \leq 14$  e só permitir a variação de  $14 \leq l \leq 35$ . O resultado obtido é mostrado nas figuras IX.10 e IX.11.



Ajuste com análise por defasagens fixando as ondas parciais  $l < 14$  iguais aos valores fornecidos no cálculo DWBA envolvendo transferência elástica.



- Matriz  $S$  gerada no cálculo DWBA
- Matriz  $S$  gerada na análise por defasagens.

Podemos ver que novamente aparece com ondas parciais cujo valor de  $|S_N(l)| > 1,0$ . Sendo

assim, esta solução para  $S_N(\ell)$  deve ser descartada, pois não tem significado físico.

Concluimos que é impossível reproduzir os dados experimentais do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  de forma trivial, imaginando um comportamento suave e sem estruturas na matriz de espalhamento  $S_N(\ell)$ . Certamente as estruturas e, principalmente, a forte transparência de  $S_N(\ell)$  para  $\ell$  baixo é fundamental para se reproduzir os dados experimentais  $\sigma(\theta)$  obtidos.

## IX b) Glória Frontal Nuclear, visível ou não?

Mostramos no Capítulo II que para observarmos o efeito de Glória frontal nuclear diretamente dos dados experimentais de espalhamento elástico, estes dados deveriam ter uma precisão da ordem de 0,1% para sistemas leve-pesados, do tipo  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  e precisão melhor que 0,01% para sistemas mais pesados, do tipo  $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ . Concluimos que a observação deste fenômeno diretamente dos dados experimentais era inviável devido às condições experimentais atuais. Dados experimentais de  $\sigma(\theta)$  com precisão de 0,1 ou 0,01% são de difícilíssima, senão impossível, obtenção.

Neste capítulo, propomos e discutimos,

com base em nossos dados experimentais de espalhamento elástico do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , um método indireto para observar o efeito de Glória frontal nuclear em sistemas leve-pesados.

A maior dificuldade na observação da Glória está na obtenção de dados experimentais de extrema precisão na região próxima a zero graus. Pois bem, pensemos agora no que é factível, dadas as condições experimentais atuais, ou seja, dados experimentais de espalhamento elástico com precisão máxima da ordem de 1% em ângulos dianteiros e, geralmente, uma precisão entre 10 e 20% em ângulos mais traseiros, devido à baixa secção de choque. Por outro lado, é possível medir uma ampla região angular, como por exemplo  $5^\circ \leq \theta \leq 178^\circ$ , com passos tão pequenos quanto se queira. Em outras palavras, é possível mapear minuciosamente a distribuição angular elástica de um sistema qualquer com razoável precisão, faltando apenas uma pequena região dianteira entre 0 e 5 graus.

Por um lado, podemos pensar que o efeito Glória frontal está localizado em uma pequena região de ângulos dianteiros inatingível experimentalmente. Por outro lado, podemos valer-nos desta localização no espaço angular ( $\theta$ ) do efeito de

Glória frontal para estudá-lo e observá-lo no espaço dos momentos angulares orbitais ( $l$ ).

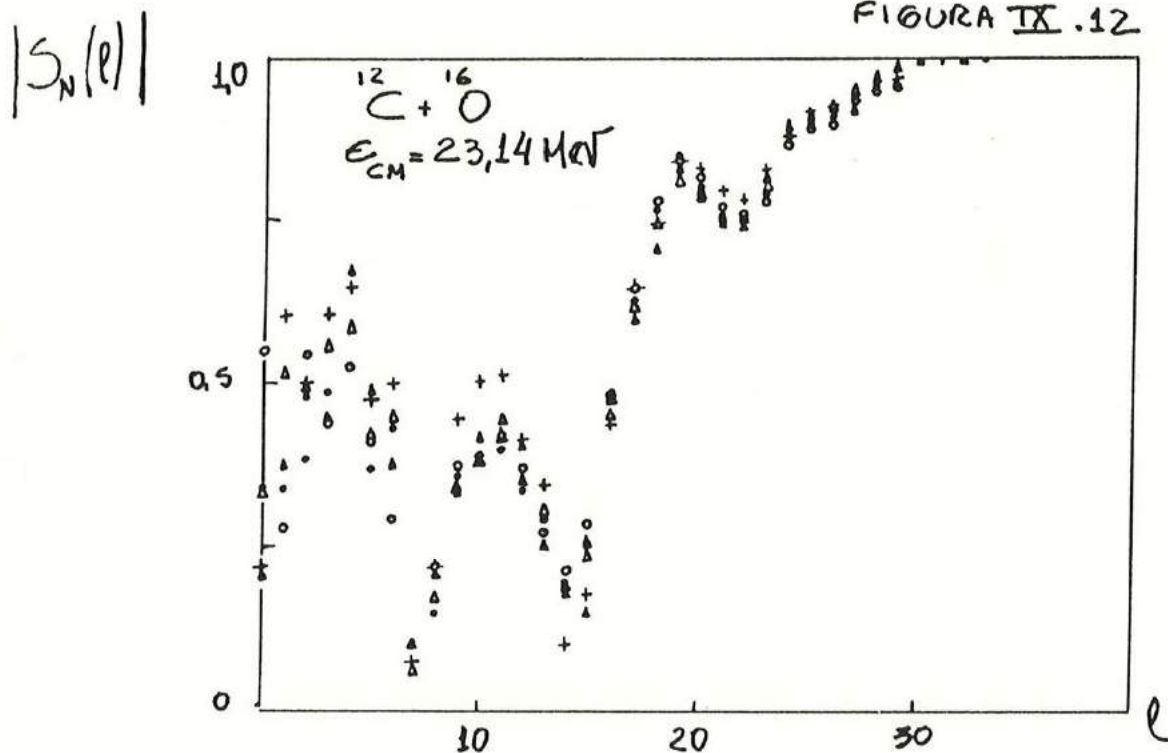
Explicando melhor:

Podemos utilizar o método de Defasagens para obter a matriz de espalhamento  $S_N(l)$  com razoável confiança, como já vimos no Capítulo VIII, item VIII.d. Confiando nos valores da matriz de espalhamento  $S_N(l)$  obtidos, podemos recalcular a amplitude de espalhamento  $f(\theta)$  e a secção de choque  $\sigma(\theta)$ , reobtendo os mesmos valores de partida, inclusive com seus respectivos erros experimentais. Podemos, todavia, calcular a secção de choque diferencial elástica em qualquer ângulo  $\theta$ , inclusive em  $\theta = 0^\circ$ . Melhor do que isto, podemos calcular somente a secção de choque elástica nuclear  $|f_N(\theta)|^2$  para  $\theta = 0^\circ$  e observar, se possível, o efeito Glória frontal diretamente. A dúvida que persiste é se o erro envolvido em  $S_N(l)$  é suficiente para encobrir o efeito de Glória frontal nuclear ou não. A resposta não é simples. É preciso calcular uma matriz de espalhamento  $S_N(l)$  a partir de dados experimentais, recalcular  $|f_N(\theta)|^2$  e observar o que acontece com a secção de choque elástica nuclear em  $\theta = 0^\circ$ .

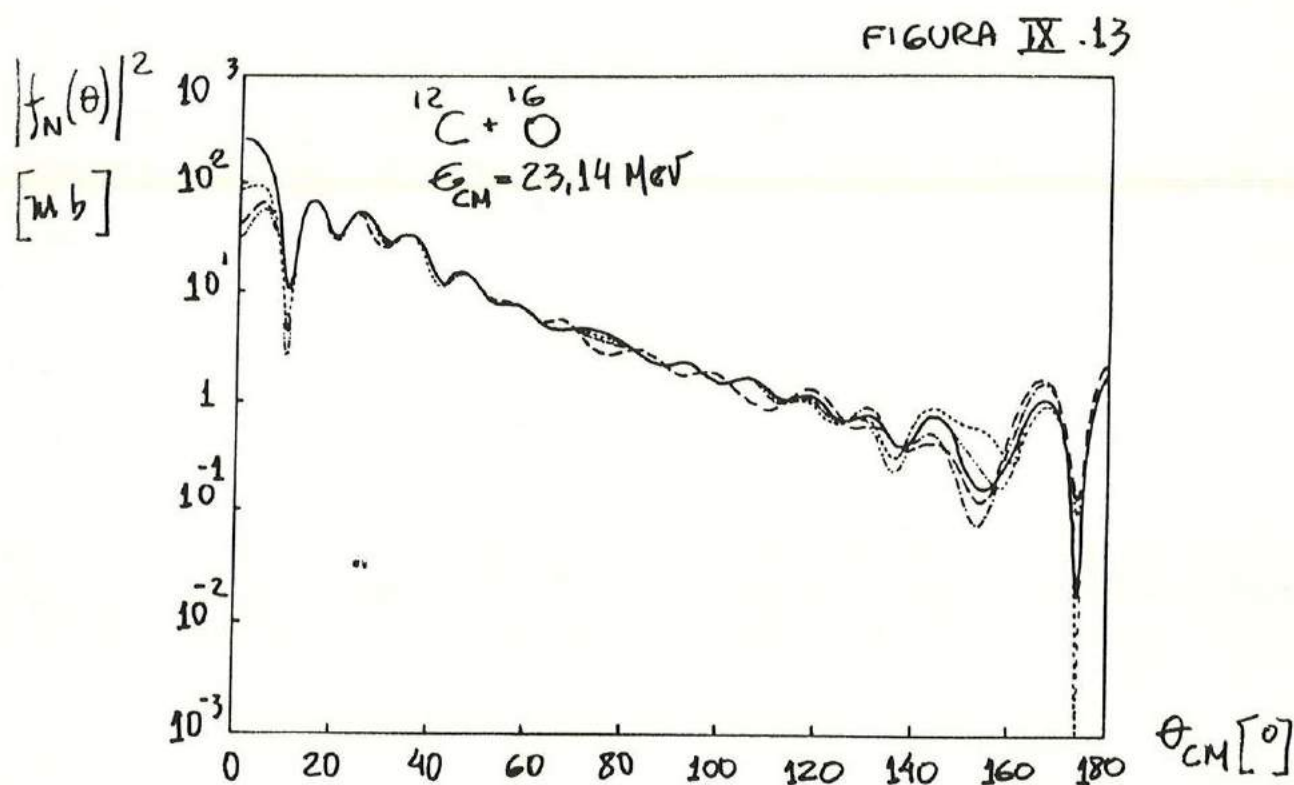
Esse cálculo foi feito para nossos



dados experimentais em  $E_{CM} = 23,14 \text{ MeV}$ . A matriz  $S_N(\ell)$  com suas respectivas barras de erro foi mostrado na Figura VIII.17. Mostramos na Figura IX.12 cinco cálculos de  $S_N(\ell)$  em que variamos os dados experimentais  $\sigma(\theta)$  dentro do erro experimental da forma citada no Capítulo VIII. Calculamos  $|f_N(\theta)|^2 \times \theta$  para cada um dos 5 conjuntos de  $S_N(\ell)$ . Estes cálculos são mostrados na figura IX.13.



Resultado de 5 cálculos de análise por defasagens onde variou-se os dados experimentais  $\sigma(\theta)$  dentro de sua incerteza. Cada conjunto é representado por um símbolo (-o▲Δ+)



Secção de choque nuclear elástica calculada por cada conjunto  $S_p(l)$  ilustrado na figura IX.12.

Cada uma das curvas na Figura IX.13, representa um cálculo diferente baseado em diferentes conjuntos de  $S_N(l)$  possíveis. Podemos ver imediatamente que, apesar da melhora substancial deste método no que tange à observação do efeito em zero grau em comparação com a sugestão de Barreite (Ba85), citada no Capítulo V, a região frontal ainda fica indefinida, imersa em um erro experimental tão grande que não permite que se observe o efeito de Glória frontal nuclear. Basea

do nestes 5 conjuntos de  $S_N(\theta)$  podemos dizer que para  $E_{CM} = 23,14 \text{ MeV}$ ,  $|f_N(0)|^2 = (160 \pm 130) \text{ fm}^2$ .

O erro em  $|f_N(0)|^2$  é de quase 100%!

Concluimos, conseqüentemente, que apesar do esforço dispendido, não podemos afirmar que a observação do fenômeno de Glória frontal nuclear é possível. Acreditamos que o caminho possível para tal é tentar construir a matriz de espalhamento  $S_N(\theta)$  com base em distribuições angulares elásticas muito completas e com extrema precisão. A nosso ver, construir  $S_N(\theta)$  a partir de dados experimentais  $\sigma(\theta)$  de muito boa qualidade, deve ser muito mais fácil e barato do que a medida de  $\sigma(\theta)$  em ângulos muitíssimo pequenos ( $0,1^\circ$ ) com precisão de  $0,1\%$ .

Algumas observações importantes:

- i) Barrette (Ba 85), quando havia sugerido a medida de  $\sigma(\theta)$  em ângulos pequenos, argumentou que a simples detecção dos mínimos na envoltória da função  $\sigma(\theta)$  seria suficiente para se obter o valor <sup>sup</sup> de  $|f_N(\theta)|$ . Podemos ver claramente na Figura IX.13 que, apesar do mínimo em  $|f_N(\theta)|^2$  coincidir em todos os cinco ca-

soz calculados, diferentes valores de  $|f_N(0)|^2$  são obtidos, significando que a observação Glória frontal, quando feita sob a óptica sugerida por Barrette, necessita de medidas até a região angular interna ao último mínimo em  $|f_N(\theta)|^2$ , ou seja, é absolutamente necessária a medida até o ângulo mais próximo possível de zero graus.

ii) É interessante notar que existem algumas regiões em  $|f_N(\theta)|^2$  relativamente bem definidas. Assim, apesar de não termos obtido o valor de  $|f_N(0)|^2$ , podemos ver claramente oscilações bem definidas na região entre 20 e 40 graus, além de uma queda exponencial relativamente lisa até  $140^\circ$  e, finalmente, algumas oscilações que tendem ao valor  $|f_N(\pi)|^2 = (1,2 \pm 0,8) \text{ fm}^2$ . Tudo isto nos faz crer que medidas mais detalhadas e com erro menor em  $\sigma(\theta)$  nos possibilitariam obter  $|f_N(\theta)|$  com melhor precisão.

iii) Quanto à obtenção indireta de  $\Delta\sigma_T$ :  
 Todo este procedimento é igualmente válido caso se queira obter simplesmente a parte

imaginária da amplitude de espalhamento a zero graus  $\text{Im } f_N(0)$  para calcular  $\Delta\sigma_T$ . Porém, é claro que se nem ao menos conseguimos obter o valor de  $|f_N(0)|^2$ , o valor de  $\text{Im } f_N(0)$  é igualmente indeterminado.

## X. Método de Atenuação: Medida Direta da Secção de Choque de Reação $\sigma_R$ .

A medida direta da secção de choque de reação é de fundamental importância dentro do estudo da interação núcleo-núcleo, porém não é considerada uma tarefa muito simples. A medida direta pode ser executada basicamente de duas formas:

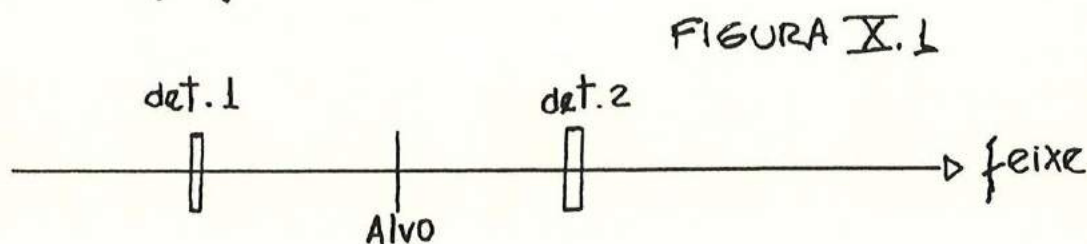
a) Medida de todos os canais de reação, isto é: fusão, transferências, inelásticos, etc... em toda a região angular. Independentemente da técnica utilizada para a medida dos diferentes canais, ou seja, medida de resíduos (partículas) com telescópios  $E-\Delta E$ , técnica de tempo de voo ou raios- $\gamma$ , o tempo gasto para se analisar e obter a secção de choque de reação  $\sigma_R$  em uma dada energia é enorme.

b) Medida de  $\sigma_R$  via técnica de atenuação. A técnica de atenuação, ou transmissão, é um método antigo de determinação da secção de choque

de reacção de prótons ( $Ca\ 54, Co\ 59$ ) e mais recentemente de pions ( $Ca\ 66, Co\ 76$ ) em núcleos leves e pesados. No campo de íons pesados, esta técnica esteve esquecida durante anos, principalmente devido ao facto da forte interacção Coulombiana tornar a medida muito mais difícil, exigindo altíssima precisão na detecção.

Recentemente, Perrin (Pe 82, Ch 82) demonstrou que a técnica é viável para íons leve-pesados, ao menos em energias  $E/A > 10\ MeV/A$ , ao medir a secção de choque de reacção  $\sigma_R$  para o sistema  $^{12}C + ^{12}C$ . A técnica em si é muito simples.

A figura X.1 mostra um esquema do método empregado.



O feixe de partículas de interesse passa por um detetor fino, cujo objetivo é determinar o número de partículas incidentes ( $N_i$ ) no alvo. Após passar pelo alvo, o feixe residual é detectado pelo detetor 2, onde se determina o número de partículas transmitidas

$(N_T)$ . Podemos imediatamente encontrar o número de partículas que sofreram reação  $N_R$ , ou seja:

$$N_R = N_i - N_T \quad (\text{X.1})$$

$N_R$ , por sua vez, se relaciona com a seção de choque total de reação:

$$N_R = N_i (1 - e^{-ne\bar{\sigma}_R}) \quad (\text{X.2})$$

onde:  $n$  = número de átomos por unidade de volume  
 $e$  = espessura do alvo  
 $\bar{\sigma}_R$  = seção de choque de reação.

Reescrevendo X.1 utilizando X.2, temos:

$$N_i = N_i (1 - e^{-ne\bar{\sigma}_R}) + N_T \quad (\text{X.3})$$

Para o caso em que  $ne\bar{\sigma}_R \ll 1$ , ou seja, podemos desprezar o espalhamento múltiplo, escrevemos:

$$e^{-ne\bar{\sigma}_R} = 1 - ne\bar{\sigma}_R \quad (\text{X.4})$$

que nos leva à expressão:

$$N_i = ne\bar{\sigma}_R N_i + N_T \quad (\text{X.5})$$

Conhecendo as quantidades  $n$ ,  $e$ ,  $N_i$ ,  $N_T$ , podemos facilmente obter a seção de choque de reação:



$$\sigma_R = \frac{N_i - N_T}{N_i n e} \quad (\text{X.6})$$

Teóricamente, portanto, basta medir o número de partículas incidentes  $N_i$  e transmitidas  $N_T$ , que obteremos a seção de choque de reação, uma vez que conheçamos a espessura do alvo utilizado. Na prática porém, a relação X.6 é inviável para se obter  $\sigma_R$  pois esta seção de choque é muito pequena comparada com os valores de  $N_i$  e  $N_T$ .

A fim de provar a inviabilidade da relação (X.6), fazemos uma estimativa bastante simplificada e aproximada dos valores de  $N_i$  e  $N_T$  para o caso em que se queira obter  $\sigma_R$  com um erro experimental de 10%.

Supondo que a seção de choque de reação nuclear  $\sigma_R$  seja simplesmente a área total do núcleo, ou seja:

$$\sigma_R = \pi r_N^2 \quad (\text{X.7})$$

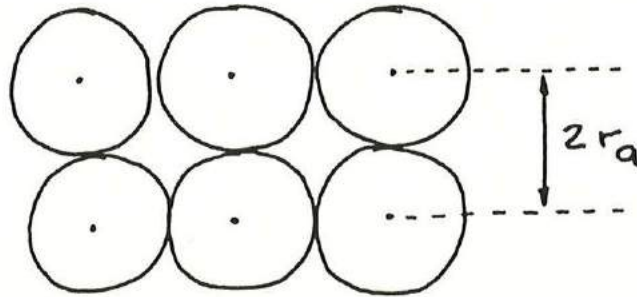
onde  $r_N$  é o raio nuclear, e que  $\sigma_A$ , seção de choque (área) atômica seja calculado de forma semelhante:

$$\sigma_A = \pi r_A^2 \quad (\text{X.8})$$

onde  $r_A$  é o raio atômico.

Vamos supor, também, que a distância média entre núcleos atômicos é igual a duas vezes o raio atômico, ou seja, os átomos estão agrupados conforme a Figura X.2.

FIGURA X.2



Desta forma, podemos calcular a razão entre as seções de choque nuclear e atômica, que para  $r_a = 1 \text{ \AA}$  é igual a:

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_A} = \frac{1 \text{ b}}{\pi^2 (1 \text{ \AA})^2} = 3,2 \times 10^{-9} \quad (\text{X.9})$$

“A relação entre a área de um núcleo atômico e a área “vazia” (sem núcleos) é de  $3,2 \times 10^{-9}$ , supondo uma única camada de átomos. Se fabricarmos um alvo com  $600 \text{ \mu g/cm}^2$  de  $^{12}\text{C}$ , que representem  $3,01 \times 10^{19} \text{ part/cm}^2$ , a relação entre a área ocupada por núcleos e a área “vazia” cai para aproximadamente  $10^{-5}$ , ou seja, a cada  $10^5$  partículas incidentes neste alvo de carbono, uma sofrerá uma colisão.”

são nucleares e provocará uma reação. Em termos de  $N_i$  e  $N_T$ , temos:

$$\frac{N_R}{N_i} = \frac{N_i - N_T}{N_i} = 10^{-5} \quad (\text{X.10})$$

A outra equação entre  $N_i$  e  $N_T$  é a que nos garante um erro experimental de no máximo 10%. Supondo, a título de simplificação, que o erro em  $\sigma_R$  seja apenas devido ao numerador da relação X.6, temos:

$$\frac{\sqrt{N_i + N_T}}{N_i} = 10^{-6} \quad (\text{X.11})$$

Podemos admitir que  $N_i$  é quase igual a  $N_T$  e reescrever a equação acima de forma mais simples:

$$\frac{\sqrt{N_i}}{N_i} = \frac{10^{-6}}{\sqrt{2}} \quad (\text{X.12})$$

Resolvendo, obtemos:

$$N_i = 2 \times 10^{12} \quad (\text{X.13})$$

Precisaríamos, portanto, de  $2 \times 10^{12}$  partículas incidentes para obter  $\sigma_R$  com um erro de 10%.

Este número é totalmente irreal por duas razões básicas:

Primeira, um detetor de Si de barreira de superfície resiste no máximo a  $10^9$  partículas. Segunda, uma taxa de contagens razoavelmente alta para a eletrônica usual é 3 kHz, ou seja,  $3 \times 10^3$  part/s, significando a necessidade de  $1,33 \times 10^9$  s, ou seja, 42 anos para se obter a secção de choque de reação em uma única energia!

Conseqüentemente, precisamos determinar  $N_i - N_T$  de forma com que a operação  $N_i - N_T$  não seja explicitamente feita, ou seja, precisamos medir  $N_i - N_T$  e não  $N_i$  e  $N_T$ .

Isto é facilmente contornável se apenas contarmos, eletronicamente, as partículas que passam pelo detetor 1 e não chegam ao detetor 2, ou seja, colocar nos os dois detetores em anti-coincidência.

Sendo assim, a relação (X.6) é reescrita como:

$$\sigma_R = \frac{1 \cdot \bar{Z}}{N_i n_e} \quad (\text{X.14})$$

onde  $1 \cdot \bar{Z}$  significa o número de contagens do detetor 1 em anti-coincidência com o detetor 2. Neste caso, o erro envolvido na medida é simplesmente o erro no número de contagens de  $1 \cdot \bar{Z}$ . As relações X.10 e X.11 são reescritas:

$$\frac{1.2}{N_i} = 10^{-5} \quad e \quad \frac{\sqrt{1.2}}{N_i} = 10^{-6} \quad (\text{E.15})$$

resolvendo, obtemos:

$$N_i = 10^7$$

Concluindo, precisamos de  $10^7$  partículas incidentes para obter  $\sigma_R$  com um erro experimental de 10%. O número  $10^7$  é razoável pois permite a medida com detectores de barreira de superfície e o tempo estimado de aquisição, para uma taxa de contagens de 3 kHz, é de  $3,33 \times 10^3$  s, ou seja, uma hora!

Feita esta análise simples, podemos concluir que o método é viável, porém, na prática, vários outros problemas se apresentam.

Um problema bastante importante é o de precisarmos medir de alguma forma  $N_i$  ou, ao menos, obtermos um sinal no detector 1 informando que passou uma partícula que incidirá no alvo. A simples presença deste detector 1, significa a existência de mais um elemento espalhador, pois o feixe pode ser espalhado ou sofrer reação no próprio detector 1, o que prejudica a avaliação correta da seção de choque no alvo de interesse.

.. Esse problema pode ser contornado simplesmente medindo a contribuição à seção de choque

$\sigma_R$  devido apenas ao detetor 1, ou seja, medindo  $1.\bar{2}$  sem alvo. Neste caso a relação da secção de choque de reacção seria:

$$\sigma_R = \frac{1.\bar{2}|_c - 1.\bar{2}|_s}{N_i n_e} \quad (\text{E.16})$$

onde  $1.\bar{2}|_c$  e  $1.\bar{2}|_s$  significam o número de contagens de anti-coincidência entre os detetores 1 e 2 com e sem alvo para um dado  $N_i$ .

Outra questão importante é a necessidade de se registrar no detetor 2 todos os eventos provenientes do espalhamento elástico do feixe no alvo de interesse. Os eventos elásticos não contribuem para a reacção e, conseqüentemente, não podem gerar anti-coincidências em  $1.\bar{2}$ . Todos os eventos do espalhamento elástico estão distribuídos em uma faixa angular de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  no centro de massa, porém, podemos escolher o sistema de laboratório de forma com que a cinemática da reacção nos auxilie e não precisemos de um detetor com abertura angular de  $4\pi$  radianos. Para tanto, basta escolhermos o projétil mais pesado que o alvo. Por exemplo, para o sistema estudado  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ , o ângulo máximo em que o projétil  $^{16}\text{O}$  emerge é  $46^\circ$  e o recuo de  $^{12}\text{C}$ ,  $90^\circ$ . Se o detetor 2 tiver uma área razoavelmente grande e es-

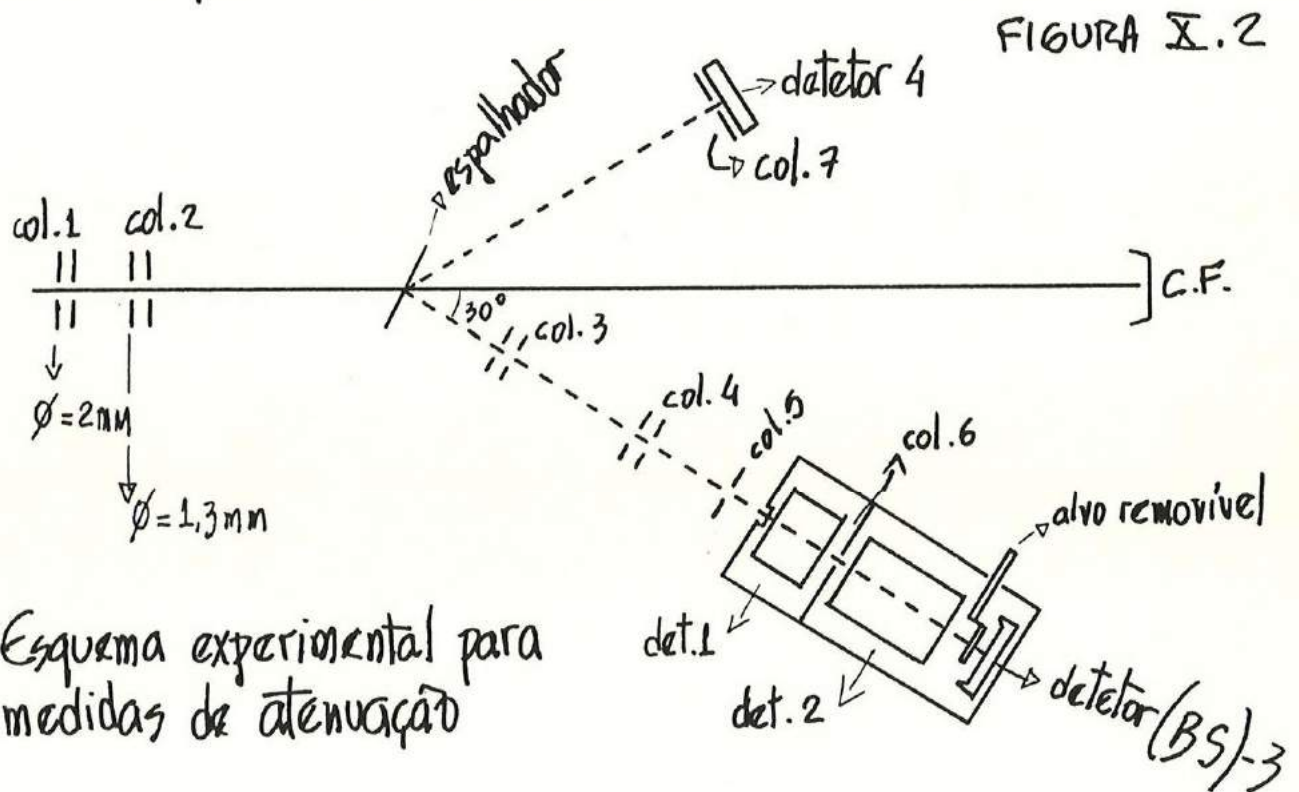
tiver montado a uma distância muito pequena do alvo, todos os núcleos de  $^{16}\text{O}$  espalhados elasticamente pelo alvo de  $^{12}\text{C}$  e quase todos os núcleos de  $^{12}\text{C}$  que recuam do alvo, incidirão sobre o detector 2. Com isto, não somente resolvemos a questão de que todos os eventos provenientes do espalhamento elástico são detectados, mas também resolvemos a questão do alargamento cinemático proveniente do fato de estarmos medindo uma larga faixa angular. A questão do alargamento cinemático é resolvida, pois incidem simultaneamente no detector 2, projétil e recuo, cuja soma de energias, para o caso do espalhamento elástico, é igual à energia incidente. O fato de não detectarmos a totalidade dos íons de recuo não prejudica demais a nossa resolução em energia (não é possível detectar os íons que recuam muito próximos a  $90^\circ$  por razões geométricas), pois estes íons carregam uma ínfima parcela da energia do sistema.

Finalmente, outra questão importante é a intensidade do feixe incidente no sistema de detecção. A frequência média suportável por detectores e eletrônica é inferior a 3 kHz, ou seja, a intensidade máxima permitida a um feixe de  $^{16}\text{O}$  com estado de carga  $7^+$  seria de  $3,4 \times 10^{-15} \text{ A}$ , ou  $3,4 \times 10^{-3} \text{ pA}$ , muito inferior à mínima corrente neces

sária para que o sistema de controle do acelerador funcione adequadamente. Por esta razão, é imprescindível utilizar um feixe secundário, proveniente de um espalhamento para medidas de atenuação.

Considerando todas estas questões, chegamos a uma montagem experimental para tentar a medida da seção de choque de reação no sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  através da técnica de atenuação.

O esquema do arranjo experimental, montado na câmara  $30^\circ\text{B}$  do Laboratório Pelletron, está esquematizado abaixo:



O feixe de  $^{16}\text{O}$  produzido pelo acelerador Pelletron passa por um sistema de dois colimadores



(col. 1 e col. 2) com fendas anti-espalhamento que tornam o feixe um pincel de 1mm de diâmetro com foco na torre de alvos central da câmara  $30^\circ B$ .

Na torre de alvos monta-se um espalhador com espessura entre  $200-300 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ . O feixe espalhado elasticamente por esse primeiro alvo é colimado por um sistema de três colimadores com fendas anti-espalhamento (col. 3, 4 e 5) e incide sobre a câmara secundária de espalhamento.

O feixe secundário colimado e com diâmetro de aproximadamente 1mm, passa por uma janela fina de VYNS de espessura aproximada de  $10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  que isola as duas câmaras de ionização (det. 1 e det. 2), contendo gás He à pressão de 3 Torr, da câmara de espalhamento em vácuo.

O feixe passa então pelas duas câmaras de ionização separadas por um último colimador (col. 6) com diâmetro de 5mm e incide no alvo de Carbono de  $600 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  colocado a uma distância de 0,4mm do último detector de Si de barreira de superfície (det. 3) de  $300 \text{mm}^2$  de área.

Todo o sistema envolvendo os dois detectores, alvo e detector 3, estão montados fora da câmara de espalhamento, mais precisamente na janela direita da câmara  $30^\circ B$ , na posição 30 graus. O sis

tema é montado do lado de fora da câmara de espalhamento a fim de facilitar a colocação e remoção do alvo de  $^{12}\text{C}$ , procedimento importante na medida de  $\sigma_R$  via técnica de atenuação.

A posição do alvo de  $^{12}\text{C}$  a apenas 0,4 mm do detetor de barreira de superfície é absolutamente necessária para que se garanta a detecção de todos os eventos provenientes do espalhamento elástico e a boa resolução em energia, como já foi mencionado anteriormente.

O duplo sistema de detecção/detetores 1 e 2) visa garantir a energia e trajetória do feixe incidente. Além disto, a existência do colimador 6, permite que boa parte dos íons espalhados pela janela de VVNS não incidam sobre o alvo de  $^{12}\text{C}$ .

Finalmente, o detetor 4 detecta o recuo do espalhador, servindo como mais um condicionador do feixe secundário. Estando em coincidência cinemática com o conjunto 1-2-3, só serão aceitos sinais nestes detetores quando o recuo do espalhador incidir sobre o detetor -4. Esta condição visa limpar o feixe secundário de outras partículas, por exemplo  $\alpha$  provenientes da evaporação da fusão do feixe de  $^{16}\text{O}$  com elementos do espalhador.

A equação final que nos fornece a

seção de choque de reação utilizando o sistema descrito é:

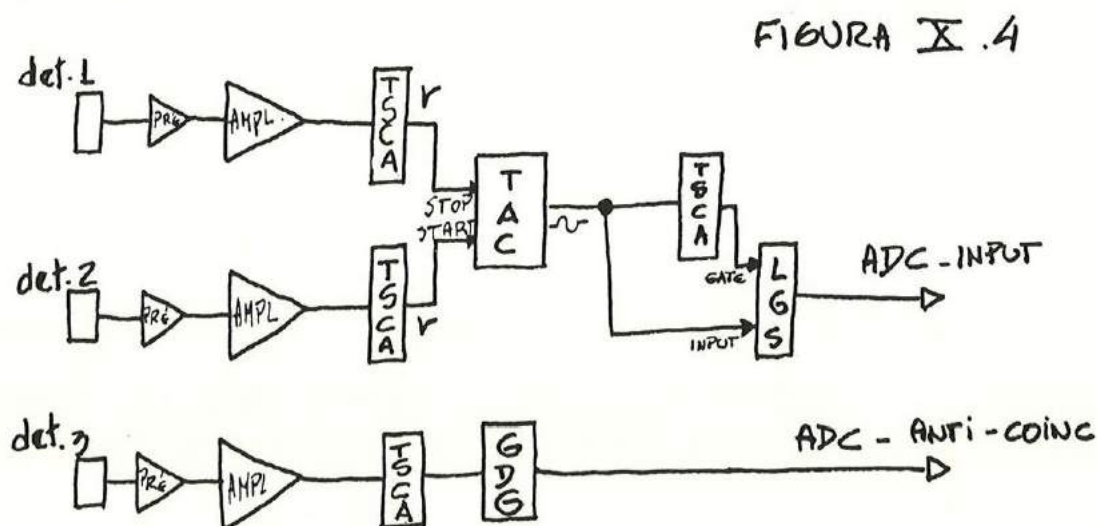
$$\bar{\nu}_R = \frac{1.2 \cdot 4 \cdot \bar{3} |_c - 1.2 \cdot 4 \cdot \bar{3} |_s}{N_i n_e}$$

(X.17)

Os testes do sistema foram divididos basicamente em duas fases:

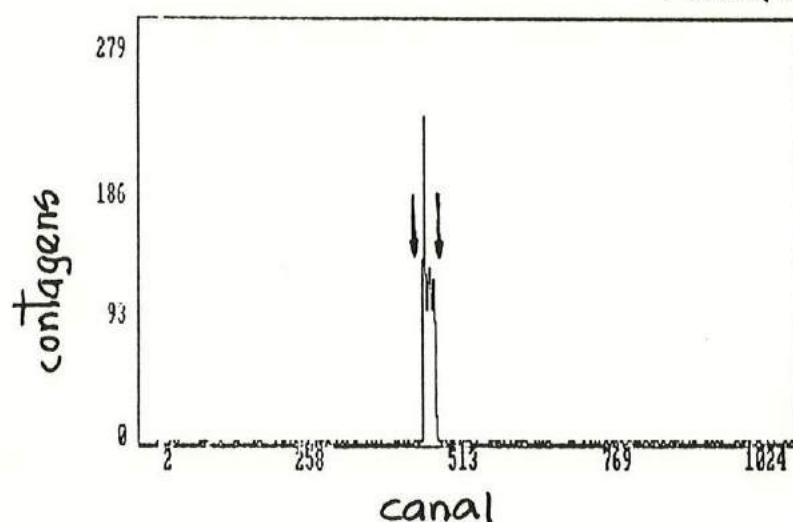
a) - Teste da sensibilidade do sistema

Esta fase do teste, visou determinar se a precisão requerida para a medida de  $\bar{\nu}_R$  era alcançada pelo sistema de detecção. Esta precisão, conforme já discutimos, deve ser da ordem  $10^{-5}$ , ou seja, sem alvo de Carbono à frente do detetor -3, não devemos ter perda de fluxo incidente muito superior a esse valor, caso contrário, a medida se tornaria inviável. A eletrônica utilizada está esquematizada na Figura X.4:



Os pulsos dos detectores 1 e 2 são amplificados, passam por um analisador mono-canal (TSCA) e entram em um conversor tempo-amplitude (TAC). O pulso bipolar do TAC é janelado utilizando-se um TSCA e um portão linear (LGS). A janela no pulso do TAC é tal que apenas é permitida a passagem pelo LGS da parte central do espectro do TAC (veja Figura I.5)

FIGURA I. 5

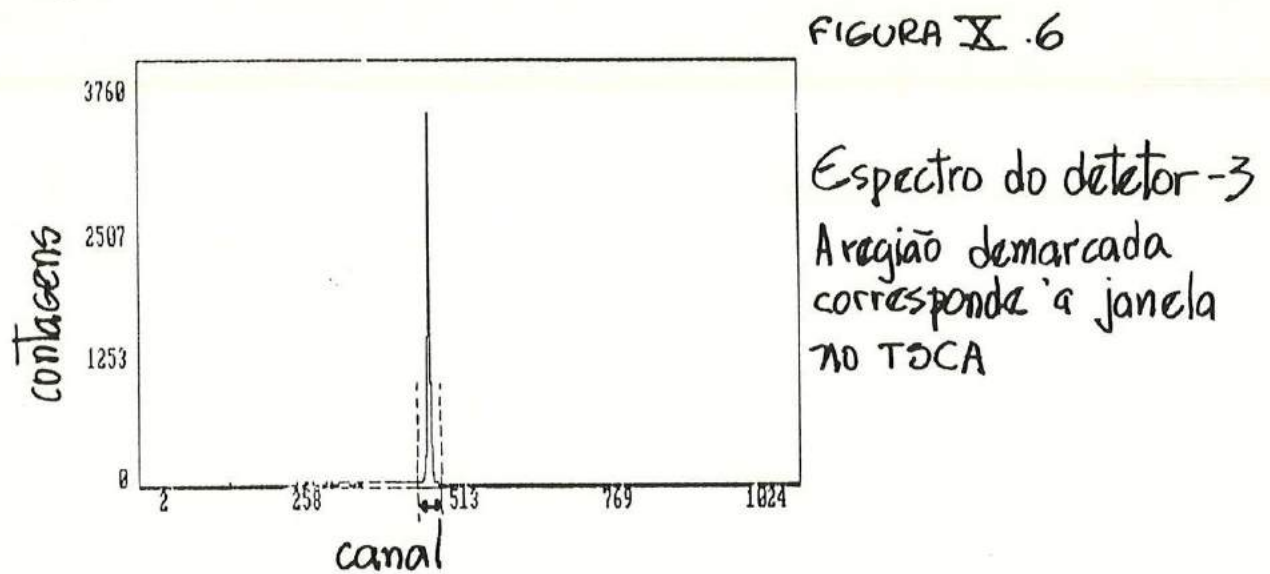


Espectro do TAC

A janela no TSCA é tal que só permite a passagem dos pulsos pelo LGS entre a região demarcada pelas flechas.

A saída do LGS entra diretamente no conversor analógico digital (ADC). Os pulsos do detector 3 servem apenas como condição para anti-coincidência no ADC, para isto os sinais correspondentes ao espalhamento elástico são janelados no TSCA, passam por um gerador de porta (GDG), onde são gerados pulsos com forma padrão com 5V e 5 $\mu$ s, e entram na anti-coincidência do ADC. Um espectro do detector 3 com sua

respectiva janela" é mostrada na Figura X.6.



Na realidade, na fase a) dos testes, a janela sobre o pico do espalhamento elástico foi mantida completamente aberta, ou seja não nos preocupamos com as partículas menos energéticas incidentes no detetor -3, que poderiam ser provenientes tanto do espalhador (outros íons que não  $^{16}\text{O}$  ou feixe degenerado) quanto de espalhamento no gás ou janela de VVNS.

Nossos testes demonstraram que o arranjo proposto e mostrado na Figura X.3 tem uma sensibilidade de  $5 \times 10^{-4}$ , ou seja, a cada  $5 \times 10^4$  partículas incidentes, uma sofre espalhamento no gás He ou na janela de VVNS e não incide no detetor -3, gerando conseqüentemente uma contagem espúria  $1.2.4.3$  que é contada indevidamente como proveniente da reação no alvo de Carbono. Sempre podemos me

dir essas contagens espúrias e esse é o objetivo da me dida sem alvo de Carbono, porém, devemos nos preo cupar com a quantidade destes eventos, pois de outro modo, a reação no alvo de interesse ficaria total mente encoberta pelo espalhamento no gás e na jane la plástica.

Com uma sensibilidade de  $5 \times 10^{-4}$ , a medida de uma quantidade da ordem de  $10^{-5}$  com erro de 10%, implica em uma estatística maior do que a que previmos supondo o caso ideal sem per das (equação X.15).

Retomando as equações X.15 e X.17 podemos estimar a estatística necessária. As condições são:

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \bar{3}|_c - 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \bar{3}|_s}{N_i} = 10^{-5} \quad (\text{X.18})$$

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \bar{3}|_s}{N_i} = 5 \times 10^{-4} \quad (\text{X.19})$$

e

$$\frac{\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \bar{3}|_c + 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \bar{3}|_s}}{N_i} = 10^{-6} \quad (\text{X.20})$$

Substituindo X.19 em X.18, obtemos:

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 |_{c}}{N_i} = 5,1 \times 10^{-4} \quad (\text{X.21})$$

Substituindo X.19 e X.21 em X.20, obtemos:

$$N_i = 1,03 \times 10^9$$

Ou seja, precisaríamos de uma estatística de  $1,03 \times 10^9$  contagens para conseguirmos medir  $\sigma_R$  do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  com precisão de 10%. Supondo uma taxa de contagens de 3 kHz, precisaríamos de  $3,48 \times 10^5 \text{ s}$ , ou seja, 4 dias para conseguirmos medir a secção de choque de reação para uma energia.

b) Teste da qualidade do feixe secundário.  
Nos primeiros testes do sistema de atenuação, utilizamos um alvo de  $^{197}\text{Au}$  como espalhador e produtor do feixe secundário de  $^{16}\text{O}$ . O alvo de  $^{197}\text{Au}$  se mostrou a melhor opção, pois sendo um alvo pesado, quase nenhuma reação seria induzida no espalhador, além de ser possível obter a intensidade de feixe secundário necessária mesmo com o arranjo de detetores 1, 2 e 3 em ângulo relativamente grande.

A necessidade de se ter um feixe secundário na intensidade adequada e em ângulo acima de  $25^\circ$  é importante, pois em ângulos pequenos, o feixe degradado pelo sistema de colimação 1,2 ainda constitui um problema relevante. Acima de  $25^\circ$ , a qualidade do feixe secundário é muito superior, principalmente devido às fendas anti-espalhamento.

Todavia, a escolha do alvo de  $^{197}\text{Au}$  se mostrou inviável quando apareceu a necessidade de se montar um detetor 4 em coincidência cinemática com o feixe de  $^{16}\text{O}$  espalhado. A necessidade deste detetor em coincidência cinemática ficou evidente durante a primeira fase de testes, pois trabalhando nas condições descritas nas câmaras de ionização, ou seja, 3 Torr de gás He, é impossível identificar as partículas incidentes. Não podendo identificar o íon incidente e sua energia, os contaminantes no alvo de  $^{197}\text{Au}$  se tornavam um problema muito sério, pois outros íons ou  $^{16}\text{O}$  espalhado pelos contaminantes, faziam parte do feixe secundário incidente e suas intensidades competiam com a sensibilidade necessária. Todavia, como a energia de recuo do  $^{197}\text{Au}$  é muito baixa, precisamos trocar o espalhador por outro mais leve. O melhor espalhador encontrado foi  $^{27}\text{Al}$ .

Podemos dizer que apesar de fabricar-



mos um alvo de alumínio de aproximadamente  $1 \text{ mg/cm}^2$ , nosso maior problema foi conseguir uma intensidade de feixe secundário compatível com o proposto, ou seja, da ordem de  $3,0 \times 10^{-3} \text{ pA}$ . Nossa maior intensidade foi inferior à requerida por um fator 10, pois a condição de coincidência cinemática, juntamente com o  $Z$  pequeno do espalhador, contribuíram para diminuir drasticamente a intensidade máxima do feixe secundário. Trabalhando com um feixe primário de  $2 \mu\text{A}$  no espalhador, nosso feixe secundário não ultrapassou  $2,0 \times 10^{-4} \text{ pA}$ . Qualquer tentativa de aumentar este feixe comprometia ainda mais a sensibilidade do sistema, já considerada limite.

Com uma taxa de contagens tão baixa, a expectativa para uma medida de secção de choque de reação era de aproximadamente 90 dias, o que obviamente tornou a medida inviável.

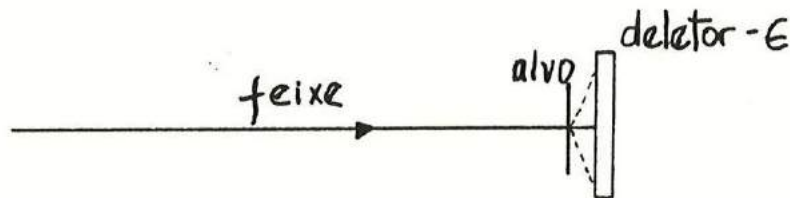
Após todos estes testes e observando os espectros  $E$  que obtivemos no detetor -3 Livre, sem condições de coincidência e anti-coincidência, percebemos que existe uma maneira de se medir  $\sigma_{\text{r}}$  muito mais fácil do que a técnica de atenuação e com apenas a metade dos problemas descritos acima.

Esta técnica é muito simples e nunca antes utilizada. Batizamos esta nova técnica

de método Direto. Fizemos um único teste deste método e obtivemos resultados animadores, porém não definitivos. Podemos dizer que o método funciona, mas o erro na medida de  $\sigma_2$  ainda é muito grande, porém, com perspectivas de melhora.

O método direto consta de um único detetor  $E$  posicionado atrás de um alvo qualquer, como esboçado na figura X.7.

FIGURA X.7



Como já foi discutido, montando-se alvo-detetor muito próximos e sendo o detetor de  $300\text{mm}^2$ , conseguimos uma abertura angular de aproximadamente  $160^\circ$ , detectando todos os eventos de espalhamento elástico com boa resolução em energia. É importante notar que esta condição só é válida para o caso em que o projétil é mais pesado do que o alvo.

É fácil demonstrar que qualquer reação que ocorra no sistema emitirá ao menos uma partícula na direção do detetor  $E$ . O caso de mais de uma partícula proveniente da mesma reação, incidir em  $E$ , não

constitui problema, pois o detetor emite um sinal proporcional à soma das perdas de energias das partículas e uma vez que elas atingem o detetor  $E$  em intervalos de tempo muito curtos, o detetor não as identifica individualmente. Desta forma, todos os eventos, sejam eles elásticos ou não, serão detectados por  $E$ .

Calcular a secção de choque de reacção é muito fácil. Basta obter o número de eventos de reacção e dividir pelo número de partículas incidentes. Porém, como esta razão é muito pequena, podemos considerar o número de partículas incidentes como o número de partículas transmitidas ou espalhadas elásticamente. Desta forma,  $\sigma_R$  assume a forma:

$$\sigma_R = \frac{N_R}{nE} \quad (\text{X.23})$$

onde  $N_R$  é o número de eventos de reacção e  $N_E$  é o número de eventos de espalhamento elástico.

A única questão reside na detecção de reacções com  $Q=0$  ou com energia depositada no detetor  $E$  igual à energia incidente ou muito próxima, de forma que a resolução em energia de  $E$

não permita identificá-las. É importante avaliar a possível contribuição destas reações porém, lembramos que geralmente reações com  $Q$  muito próximo a zero são reações de fusão com emissão de partículas leves que podem passar pelo detetor E depositando pouca energia e fazendo com que a amplitude do sinal gerado seja menor do que a do canal elástico.

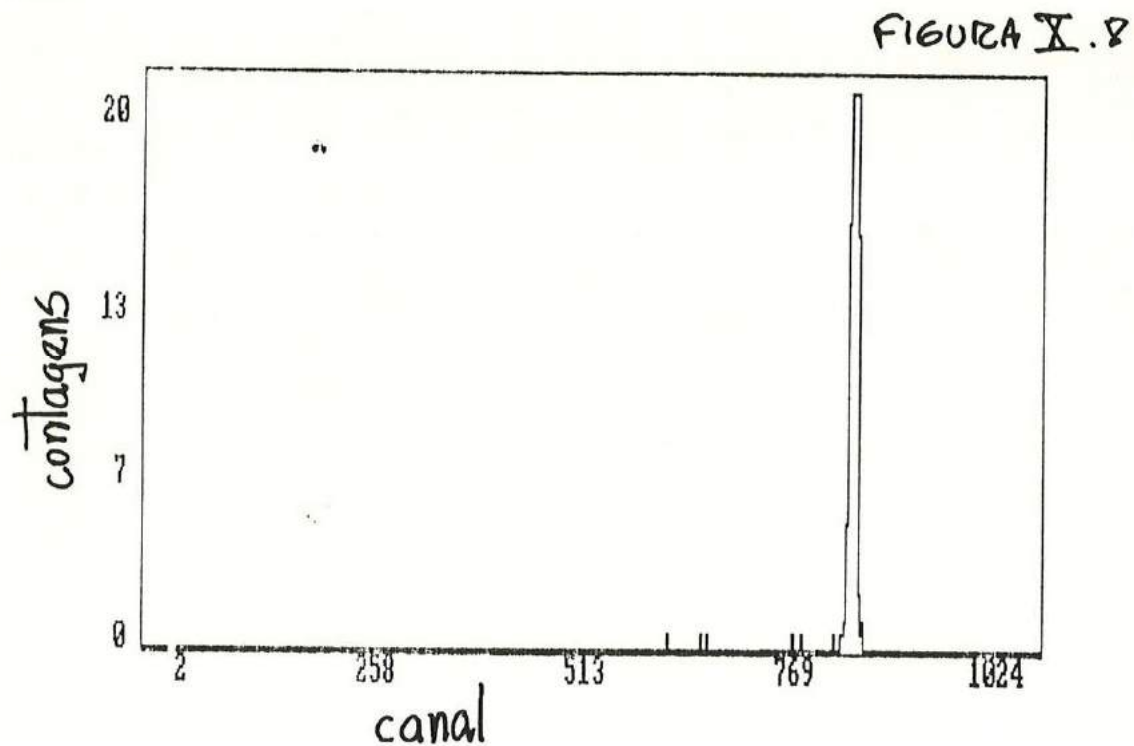
Testamos esta técnica para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ , utilizando um arranjo semelhante ao das medidas de atenuação.

O feixe produzido pelo acelerador incidiu sobre um espalhador primário de  $^{27}\text{Al}$ . O feixe espalhado foi colimado pelo sistema de fendas mostrado na Figura X.3 e incidiu sobre um alvo removível montado a 0,4 mm de um detetor de  $300\text{ mm}^2$  (igual à Figura X.3). A diferença tre este arranjo e o de atenuação é que neste, não mais são utilizadas as duas câmaras de ionização, detetores 1 e 2. Assim, o problema de espalhamento nos detetores 1 e 2 foi eliminado, restando apenas o da qualidade do feixe espalhado. Tentou-se melhorar a questão de qualidade do feixe secundário exigindo-se a condição de coincidência cinemática com outro detetor montado do lado oposto ao sistema de feixe secundário (det-

4 na Figura X.3).

Na realidade, esta solução mostrou-se insuficiente, pois ainda existiam partículas espúrias que incidiam sobre o alvo e feixe degradado, ou seja, feixe de  $^{16}\text{O}$  produzido por espalhamento em fendas com energia não definida. Estes problemas poderiam ser eliminados com tomadas de dados alternadas com e sem alvos de Carbono.

A sensibilidade obtida, ou seja, a razão entre o fundo de baixa energia e o pico elástico no detector E sem alvo de Carbono (veja Figura X.8) foi de  $10^{-3}$ , o que consideramos muito ruim.



Detetor-E em configuração sem alvos. O número de contagens no pico elástico é 8000. O espectro está expandido em y para melhor visualização das contagens espúrias.

É importante notar que, se conseguíssemos chegar a uma sensibilidade da ordem de  $10^{-5}$ , poucas contagens de reação já seriam suficientes para a determinação de  $\bar{v}_R$ , assim, com 100 contagens de  $N_R$  (expressão  $\Sigma.23$ ), já obteríamos  $\bar{v}_R$  com erro de 10%. Como nossa sensibilidade é muito ruim, necessitamos de  $N_i = 2 \times 10^9$  contagens para medir  $\bar{v}_R$  com precisão de 10%, o que inviabiliza a medida.

Nosso único problema é o de qualidade do feixe secundário. Necessitamos de um feixe de  $^{16}\text{O}$  de baixa intensidade com direção e energia bem definidas. Estamos investindo em conseguir melhorar a qualidade de nosso feixe secundário sem que, para isto, precisemos detectá-lo antes da incidência sobre o alvo específico. Acreditamos que uma possibilidade seja utilizar um espectrógrafo magnético para selecionar o momento  $pp$  do feixe secundário e, a seguir, um seletor de velocidades. Desta forma, o feixe estaria muito bem definido em massa e energia, eliminando a totalidade de nossos problemas.

A implantação destas modificações demandam algum investimento em tempo e, principalmente, dinheiro. Acreditamos que além destes elementos, seja necessária a inclusão de um Quadrupolo ou

um duplete de Quadropolos para que se obtenha um feixe secundário colimado.

Estamos estudando a viabilidade da implementação desta nova técnica dentro do Laboratório Pelletron.

Importante notar que existe no laboratório o equipamento básico necessário para sua implementação, ou seja, já existe um espectrógrafo magnético, um seletor de velocidades e Quadropolos magnéticos, sendo que estes dois últimos poderiam ser montados em linha com o espectrógrafo sem prejuízo aos usuários do Acelerador.

Acreditamos que as medidas de  $\sigma_{12}$  através do método Direto será muito útil, brevemente, quando do advento do pós-acelerador super-condutor no Laboratório Pelletron. Em energias da ordem de 20 MeV/A, a utilização do método indireto independente de modelo, descrito neste trabalho, é proibitiva devido à necessidade de medidas completas de  $\sigma(\theta)$  e de medidas em ângulos muitíssimo pequenos. Em 20 MeV/A, a secção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$  cai rapidamente com o ângulo e o ângulo  $\theta_i$  fica muito menor, em uma região angular onde a medida de  $\sigma(\theta)$  com a precisão necessária é inviável.

## XI. Conclusões Finais

Muita Física atual e apaixonante pode ser feita estudando o espalhamento elástico de íons pesados em baixas energias ( $E \ll 5 \text{ MeV/A}$ ). Porém, uma restrição fundamental se faz necessária: resultados relevantes só serão obtidos a partir de medidas completas e detalhadas de distribuições angulares em várias energias.

A partir de distribuições angulares elásticas completas pode-se extrair a seção de choque de reação  $\sigma_R$  por método independente de modelo baseado unicamente no Teorema Óptico.

É, também, possível obter-se a matriz de espalhamento  $S_N(\ell)$  "experimental," que representa os dados experimentais  $\sigma(\theta)$  no espaço dos momentos angulares  $\ell$ . Diversas teorias podem ser testadas comparando-se a matriz de espalhamento  $S_N(\ell)$  "experimental" com a calculada teoricamente.

Um dos resultados interessantes deste trabalho é o de termos conseguido obter uma matriz  $S_N(\ell)$  confiável, que nos permitiu tirar conclusões importantes sobre o espalhamento elástico do sistema  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ . Nossa conclusão mais interes-



sante sobre esta análise de matriz- $S$  é a de termos observado uma transparência na matriz de espalhamento para valores baixos de  $l$  e uma estrutura na região de  $l$  razeante. Observamos que a transferência elástica, calculada supondo a transferência de uma partícula  $\alpha$  dentro da teoria DWBA, gera uma transparência localizada em  $l$  pequeno e uma janela centrada próxima ao valor de  $l$  razeante. Todavia, a transparência observada experimentalmente parece ser muito maior do que aquela prevista pela transferência elástica.

Acreditamos que uma análise sistemática e detalhada do comportamento da matriz  $S_N(l)$  em função da energia, obtida pelo cálculo de defasagens, possa trazer resultados importantes e interessantes sobre o espalhamento elástico de sistemas de íons leve-pesados.

O tema principal deste trabalho foi o Teorema Óptico para sistemas de íons pesados, envolvendo discussões sobre a secção de choque de reação e espalhamento Glória Frontal. Sobre este assunto, respondemos a diversas questões ainda em aberto e chegamos a diversos resultados e conclusões interessantes, das quais destacamos as três consideradas mais importantes:

- i) É possível extrair a seção de choque de reação  $\sigma_R$  a partir de distribuições angulares elásticas completas por método independente de modelo, com precisão da ordem de 10 a 20 por cento para qualquer sistema de íons pesados, leve-pesados e leves, para energias  $E \leq 5 \text{ MeV/A}$ .
- ii) A observação direta do fenômeno de Glória Frontal envolve medidas da seção de choque diferencial elástica  $\sigma(\theta)$  com precisão superior a 0,1% para sistemas leve-pesados e em ângulos muitíssimo pequenos, tipicamente 0,5 grau, tornando-se uma tarefa difficilissima, provavelmente irrealizável com as técnicas atuais. Uma sugestão alternativa seria a de construir, a partir de dados muito completos de  $\sigma(\theta)$ , a matriz de espalhamento "experimental"  $S_N(E)$  e calcular diretamente a amplitude de espalhamento nuclear frontal  $f_N(\theta)$ . Acreditamos que esta técnica é muito mais econômica e viável, quando comparada com a medida direta de  $\sigma(\theta)$  em ângulos muito pequenos.

iii) A nossa última conclusão vai diminuir significativamente o interesse na observação do fenómeno de Glória Frontal Nuclear. Concluímos que a observação do espalhamento Glória frontal a partir da medida do espalhamento elástico  $\sigma(\theta)$  não permite que se tenha qualquer informação complementar sobre o potencial nuclear, contrariando o que se pensava. Na realidade, para obter-se qualquer informação complementar não basta observar o fenómeno de Glória frontal na distribuição angular elástica  $\sigma(\theta)$ , mas sim na secção de choque total nuclear  $\Delta\sigma_T$ .

Nós demonstramos porém, que não é possível obter  $\Delta\sigma_T$  a partir do Teorema Óptico pois, para isto, seria necessária a medida de  $\sigma(\theta)$  para  $\theta$  igual a zero grau e o conhecimento dos detalhes da blindagem do potencial Coulombiano.

Por outro lado, como já discutimos, medir  $\Delta\sigma_T$  diretamente, sem o envolvimento de qualquer teoria ou suposições é, muito provavelmente, impossível para sistemas de ions pesados ou mesmo leve-pesados, onde a interação Coulombiana é extremamente importante. Talvez seja possível obter-se  $\Delta\sigma_T$  a partir da medida da secção de choque total  $\sigma_T$ , porém, certamente

esta determinação será dependente dos detalhes da blindagem do potencial Coulombiano e, consequentemente, dependente de modelo.

Finalizando, sugerimos um método direto para a medida da seção de choque de reação  $\sigma_R$  para sistemas de íons pesados. Realizamos alguns testes desta nova técnica e decidimos pela implementação de melhorias que poderiam torná-la viável.

Certamente este método direto será muito útil em futuro próximo, quando da implementação do pós-acelerador no Laboratório Pelletron, pois a medida de  $\sigma_R$  segundo o método indireto sugerido e utilizado neste trabalho não é aconselhável para energias da ordem de 20 MeV/nucleon.

## Apêndice A

Partimos da equação IV.12 :

$$\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta) = \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l, l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) (L - S_N(l) S_N^*(l')) S_C^*(l') S_C(l) \cdot$$

$$\cdot P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) +$$

$$- \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l, l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) 2 \operatorname{Re} (S(l) - S_{CB}(l)) P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta)$$

(A.1)

O primeiro termo à direita pode ser subdividido em 2 termos, um coerente ( $l=l'$ ) e outro incoerente ( $l \neq l'$ ). Reescrevendo (A.1) temos :

$$\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta) = -\sigma_{inc}(\theta) + \sigma_{coh}(\theta) + \sigma_{fgl}(\theta)$$

(A.2)

onde

$$\sigma_{inc}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^L (2l+1) \sigma_{R,l} P_l^2(\cos \theta)$$

(A.3)

$$\sigma_{\text{coh}}(\theta) = \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l \neq l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) S_c^*(l') S_c(l) \left(1 - S_N(l) S_N(l')\right) \cdot P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) \quad (\text{A.4})$$

$$\sigma_{\text{fig}}(\theta) = \frac{1}{(2k)^2} \sum_{l, l'=0}^L (2l+1)(2l'+1) 2 \operatorname{Re} \left( S(l) S_{\text{CB}}^*(l') \right) \cdot P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) \quad (\text{A.5})$$

e onde

$$\sigma_{R,l} = \frac{\tilde{\Pi}}{k^2} (2l+1) \left(1 - |S_N(l)|^2\right) \quad (\text{A.6})$$

é a secção de choque de reacção parcial, para cada momento angular  $l$ .

A integral  $\int \sigma_{\text{inc}}(\theta) d\Omega$  é precisamente a secção de choque de reacção  $\sigma_R$ , enquanto que a integral  $\int \sigma_{\text{coh}}(\theta) d\Omega$  é identicamente nula.

A componente incoerente representa a contribuição devida à absorção em  $\sigma(\theta)$ , enquanto a componente coerente contém a informação sobre a fase nuclear. Uma interessante discussão a respeito da componente  $\sigma_{coh}(\theta)$  é feita por Hussein e Salvadori (Ho 84b).

## Referências:

- Ac 84 — C.V. Acquadro, Tese IFUSP (1984)
- Ad 87 — N. Added, Tese IFUSP (1987)
- Al 73 — B.W. Allardice, C.J. Batty, D.J. Baugh, E. Friedman, G. Heymann, M.E. Cage, G.J. Pyle, G.T.A. Squier, A.S. Clough, D.F. Jackson, S. Murugesu e V. Rajaratnam, Nucl. Phys. A209 (1973) . 1
- Al 85 — F.I.A. Almeida e M.S. Hussein, Phys. Rev. C31 (1985) 2120.
- Au 73 — E.H. Auerbach, A.J. Baltz, P.D. Bond, C. Chasman, J.D. Garrett, K.W. Jones, S. Kahana, M.J. Levine, M. Schneider, A.Z.S. Schwarzschild e C.E. Thorn, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 1078.
- Ba 85 — J. Barrette e N. Alamanos, Nucl. Phys. A441 (1985) 733, Phys. Lett. 153B (1985) 208.
- Be 61 — R.B. Bernstein, J. Chem. Phys. 34 (1961) 361.
- Be 69 — P. Bevington, "Data reduction and error analysis for the physical sciences", Mc-Graw-Hill Book Company (1969).
- B1 54 — J.S. Blair, Phys. Rev. 95 (1954) 1218.
- Br 68 — H.C. Bryant e N. Jarmie, Ann. Phys. 47 (1968) 127.
- Br 77 — P. Braun-Munzinger, G.M. Berkowitz, T.M. Cormier, C.M. Jachinski, J.W. Harris, J. Barrette e M.J. Levine, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 944.
- Bu 65 — A. Budzanowski, K. Orłowski, L. Jarczyk, B. Lazarka, S. Micek, H. Niewodniczanski, A. Strzalkowski e Z. Wródel, Phys. Lett. 16 (1965) 135.



- Ca 54 — Cassels e Lawson, Proc. Phys. Soc. A67 (1954) 125.
- Ca 83 — N. Carlin Filho, Tese IFUSP (1983)
- Ch 81 — P. Charles, Tese ORSAY no 2378 (1981)
- Ch 82 — R. Cherkaoui-Tadili, tese Institut des Sciences Nucléaires de Grenoble (1982)
- Ci 66 — A. Citron, W. Galbraith, T. F. Kycia, B. A. Leontic, R. H. Phillips, A. Roussel e P. H. Sharp, Phys. Rev. 144 (1966) 1101.
- Co 76 — M. D. Cooper e M. B. Johnson, Nucl. Phys. A260 (1976) 352.
- Co 68 — J. M. Cohenca, MODOPT, Programa de Modelo Óptico, Phys. Group Rep. 41 (1968).
- Cr 76 — P. R. Christensen e A. Winther, Phys. Lett. 65B (1976) 19.
- Cr 76b — J. G. Cramer, R. M. DeVries, D. A. Goldberg, M. S. Zisman e C. F. Maguire, Phys. Rev. C14 (1976) 2158.
- De 80 — R. M. DeVries e J. C. Peng, Phys. Rev. C22 (1980) 1055.
- Fo 59 — K. W. Ford e J. A. Wheeler, Ann. Phys. 7 (1959) 259.
- Fr 66 — W. E. Frahn, Nucl. Phys. 75 (1966) 577.
- Fr 76 — H. Fröhlich, P. Dück, W. Galster, W. Trev, H. Voit, H. Witt, W. Kühn e S. M. Lee, Phys. Lett. 64B (1976) 408.
- Fr 80 — W. S. Freeman, H. W. Wilschut, T. Chapuran, W. F. Piel Jr. e P. Paul, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 1479.
- Fr 82 — A. D. Frawley, N. R. Fletcher e L. C. Dennis, Phys. Rev. C25 (1982) 860.
- Fr 83 — H. Fröhlich, P. Dück, W. Trev e H. Voit, Phys. Rev. C27 (1983) 578
- Fr 84 — W. E. Frahn, "Elastic Scattering" em "Treatise on Heavy-Ion Science", editado por D. A. Bromley, Plenum Press (1984)

- Fr 85 - F.L. Freire Junior, Tese PUC (1985).
- Fr 85b - P.M. Freitas, código Poligo, não publicado (1985)
- Fr 86 - S.H. Fricke e K.W. McVoy, University of Wisconsin - Madison, preprint Mad/TN/86 - 29
- Fu 77 - R.C. Fuller, Phys. Rev. C16 (1977) 1865.
- Gi 70 - G. Giacomelli, Progress in Nuclear Physics, ed. D.M. Brink e J.H. Mülvay, Pergamon/N.Y. 12 (1970).
- Gi 81 - R. Giordano, F. Porto, S. Sambataro e A. Scalia, Lett. Nuovo Cimento 31 (1981) 189; Nuovo Cimento A61 (1981) 182.
- Go 59 - T.J. Gooding, Nucl. Phys. 12 (1959) 241.
- Hn 86 - V. Hnizdo, Phys. Lett. 167B (1986) 26.
- Ho 65 - J.T. Holdeman e R.M. Thaler, Phys. Rev. B139 (1965) 1186.
- Hu 47 - H.C. van de Hulst, J. Opt. Soc. Am. 37 (1947) 16.
- Hu 82 - M.S. Hussein, H.M. Nussenzweig, A.C.C. Villari e J.L. Cardoso, Phys. Lett. 114B (1982) 1.
- Hu 83 - M.S. Hussein, Phys. Lett. 127B (1983) 165
- Hu 84 - M.S. Hussein, A. Lépine-Szily, M.M. Saad e A.C.C. Villari, Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 511.
- Hu 84b - M.S. Hussein e M.C.B.S. Salvadori, Phys. Lett. 138B (1984) 249
- Ig 58 - G. Igo, Phys. Rev. Lett. 1 (1958) 72
- Ja 78 - C.M. Jachcinski, T.M. Cormier, P. Braun-Nunzinger, G.M.B. Berkowitz, P.M. Cormier, H. Gai e J.W. Harris, Phys. Rev. C17 (1978) 578
- Je 83 - R.H. Jeppesen e col., Phys. Rev. C27 (1983) 697
- Jo 75 - C.J. Joachain, Quantum Collision Theory, North-Holland Publishing Company. (1975).

- Ko 76 - J.J. Kolata, R.M. Freeman, F. Haas, B. Heusch e A. Gallmann, Phys. Lett. 65B (1976) 333.
- Le 83 - R. J. Ledoux, M. J. Bechara e C. E. Ordonez, Phys. Rev. C27 (1983) 1103.
- Ma 78 - R. E. Malmin, J. W. Harris e P. Paul, Phys. Rev. C18 (1978) 163.
- Ma 83 - C. Marty, Z. Phys A309 (1983) 261.
- Ma 84 - C. Marty, "Comment on Forward Glory Effects in Elastic Scattering of  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ ", não publicado (1984).
- Me 81 - M. C. Mermaz, Phys. Rev. C23 (1981) 755.
- Mi 86 - W. T. Milner, HIRZF Computer Handbook - Comunicação particular (1986).
- Nu 80 - H. M. Nussenzweig e W. J. Wiscombe, Opt. Lett. 5 (1980) 455.
- Oe 79 - H. Oeschler, H. L. Harney, D. L. Hillis e K. S. Sim, Nucl. Phys. A325 (1979) 463.
- Or 71 - J. Orloff e col., Phys. Rev. C3 (1971) 430.
- Pa 71 - J. R. Patterson, B. N. Nagorcka, G. D. Symons e W. M. Zuk, Nucl. Phys. A165 (1971) 545.
- Pa 87 - M. P. Pato e M. S. Hussein, Universidade de São Paulo, em preparação.
- Pe 82 - C. Ferrin, S. Knox, N. Longue Queve, J. B. Viano, M. Buenerd, R. Cherkhovi, A. J. Cole, A. Camp, J. Menet e R. Ost, Phys. Rev. Lett. 26 (1982) 1905.
- Pl 76 - E. Plagnol, código de modelo óptico, near-far, não publicado.
- Ri 85 - R. V. Ribas, códigos PIAPICO e PLESP, não publicado (1985).
- Ro 62 - E. W. Roth, P. K. Rol, S. M. Trujillo e R. H. Neynaber, Phys. Rev. 128 (1962) 659.

- Ro 74 - H. H. Rossner, G. Hinderer, A. Weidinger e K. A. Eberhard, Nucl. Phys. A218 (1974) 606.
- Sa 74 - G. R. Satchler, "Proceedings of the International Conference on Reaction Between Complex Nuclei", Ed. R. L. Robinson e col., North-Holland, Amsterdam (1974) 171.
- Sa 74b - O. Sala e G. Spalek, Nucl. Instr. Meth. 122 (1974) 213.
- Sc 76 - A. Z. Schwarzschild, E. H. Auerbach, R. C. Fuller e S. Kahana, "Proceedings of the Symposium on Macroscopic Features of Heavy-Ion Collisions", ANL/PHY - 76-2 (1976) 753.
- Sp 76 - P. Sperr, S. Vigdor, Y. Eisen, W. Henning, D. G. Kovar, T. R. Ophel e B. Zeidman, Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 405.
- St 72 - R. G. Stokstad, Wright Nuclear Structure Lab. Yale University, Internal Report no 52.
- Ta 77 - S. L. Tabor, Y. Eisen, D. G. Kovar e Z. Vager, Phys. Rev. C16. (1977). 673.
- Te 80 - A. Teles, códigos COMPAC, SIMOS e HISTMULT, não publicado (1980).
- Vi 82 - A. C. C. Villari, Tese IFUSP (1982)
- Vi 85 - A. C. C. Villari, F. I. A. Almeida e A. Lépine-Szily, Phys. Lett. 165B (1985) 247.
- Vo 69 - U. C. Voos e col. Nucl. Phys. A135 (1969) 34.
- Wo 54 - R. D. Woods e D. S. Saxon, Phys. Rev. 95 (1954) 577.
- Wo 76 - H. Wojciechowski, D. E. Gostafson, L. R. Medsker e R. H. Davis, Phys. Lett. 63B (1976) 413.