

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP



305M810T2795

“Espalhamento Inelástico de Dêuterons nos  
Isótopos de  $^{94,98}\text{Mo}$ ”

Gilberto Mitsuo Ukita

Tese de Doutorado

*Thereza Borello Lewin*

Comissão Examinadora:

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Thereza Borello-Lewin (Orientadora)

Prof. Dr. Diógenes Galetti

Prof. Dr. Otaviano Augusto Marcondes Helene

Prof. Dr. Paulo Roberto Silveira Gomes

Prof. Dr. Roberto Vicençotto Ribas

*Gilberto Ukita*  
Gilberto Roberto Accioly Canuto  
Membro da Comissão de Pós-Graduação

São Paulo

1998



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**INSTITUTO DE FÍSICA**

**“Espalhamento Inelástico de Dêuterons nos  
Isótopos de  $^{94,98}\text{Mo}$ ”**

**Gilberto Mitsuo Ukita**  
Tese de Doutorado

**Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Thereza Borello-Lewin**

*Trabalho parcialmente financiado por:  
CAPES, CNPq, FAPESP e FINEP.*

**São Paulo**  
**1998**



U34e

D  
ex 1

### **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação  
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

**Ukita, Gilberto Mitsuo**

**Espalhamento Inelástico de Dêuterons nos  
Isótopos de <sup>94,98</sup>Mo.**

**Tese (Doutoramento) Universidade de São Paulo.  
Instituto de Física. Departamento de Física  
Experimental.**

**Área de Concentração: Física Nuclear  
Orientador: Profa. Dra. Thereza Borello-Lewin**

**Unitermos: 1. Estrutura nuclear; 2. Primeiros  
estados coletivos 2<sup>+</sup> e 3<sup>-</sup> nos <sup>94,98</sup>Mo; 3. Espalhamento  
inelástico de dêuterons; 4. Interferência nuclear-  
coulombiana; 5. Comprimentos de deformação de  
carga e de massa.**

**USP/IF/SBI - 06/98**

*Ao meu pai,*

Takeshi Ukita

*com quem aprendi que respeito se conquista  
com trabalho, dedicação e honestidade.*

# Agradecimentos

Para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho, muitas pessoas se envolveram com crédito, auxílio e estímulo. Gostaria de expressar minha sincera gratidão a todos.

Em especial,

- ◇ à Thereza, pela orientação segura, objetiva e competente, sempre atenciosa e incentivadora, mas acima de tudo uma amiga.
- ◇ à Lighia, pelas discussões interessantes, sempre chamando a atenção para detalhes e aspectos importantes que muito enriqueceram este trabalho.
- ◇ ao Luciano, pela colaboração na implementação dos programas de análise, e pelas explicações sempre claras sobre métodos estatísticos e outros assuntos.
- ◇ ao Luizão, pelo interesse e incentivo, com seu bom humor, sempre disposto a colaborar.

Aos quatro, que muitas vezes “vararam” noites durante os períodos de máquina e outras tantas vezes se sentaram ao microscópio, agradeço o profissionalismo e, acima de tudo, a amizade.

Também gostaria de agradecer as pessoas que colaboraram, direta ou indiretamente, no desenvolvimento deste trabalho, entre elas:

- ▷ a Débora e o Guilherme, companheiros na fabricação dos alvos de Molibdênio.

- ▷ os técnicos, Carlos e Wanda, e a Professora Nobuko Ueta, coordenadora do Laboratório de Alvos do Pelletron.
- ▷ o Marcel, meu consultor para assuntos de informática, pela ajuda nos períodos de máquina e pelas leituras de picos.
- ▷ os bolsistas de iniciação científica que passaram pelo grupo: Décio, Ed, Edward, Silvana, Vanessa, Fábio e Jaime, e também a nova geração, Márcia, George e Cleber.
- ▷ a Marilena, com quem aprendi a revelar emulsões e que leu diversos picos no início deste trabalho.
- ▷ a Cida, pelas leituras dos espectros ao microscópio.
- ▷ Seu Mário e o pessoal da oficina do Pelletron, sempre eficientes e prestativos.
- ▷ os técnicos do Laboratório Pelletron, entre eles, o Messias, o Luiz Marcos, o Ditinho e o Jorge.
- ▷ os Professores Manoel Robilotta, Mazé, Celso Lima, Hussein, Dirceu Pereira e Krmpotic, que influenciaram na minha formação, e, em especial, ao Professor Oscar Sala, a quem gostaria de aqui prestar minhas homenagens.
- ▷ o pessoal de informática do IFUSP, em particular os Professores Max Cohenca e Philippe Gouffon, e também ao analista Fábio Becherini.
- ▷ os amigos de curso e de vida: Gélio, Luis, Fábio, Claudinha, Franz, Guima, Izabel, Magu, Antônio, Giba, Hamilton, Isabela e Marcão.
- ▷ os companheiros de infância (e hoje de cerveja), Lívio e Raul.

Finalmente, agradeço aos meus familiares pelo auxílio e pela paciência com que suportaram meus longos períodos de ausência.

*G. M. Ukita*

# Resumo

Distribuições angulares, referentes ao espalhamento inelástico de dêuterons nos isótopos de  $^{94,98}\text{Mo}$  e à excitação dos primeiros estados coletivos  $2^+$  e  $3^-$ , foram obtidas com dêuterons incidentes de 13,2 MeV e 16,0 MeV, utilizando o acelerador Pelletron da Universidade de São Paulo. Os dêuterons emergentes da reação foram analisados por um espectrógrafo magnético tipo polo-partido de Enge e registrados em placas de emulsão nuclear posicionadas na sua superfície focal. As seções de choque diferenciais, na energia incidente de 13,2 MeV, foram medidas em 18 ângulos de espalhamento, detalhando, particularmente para as excitações quadrupolares de ambos os isótopos, a região de máxima interferência nuclear-coulombiana (CNI) e também aquela onde a excitação nuclear predomina. A análise foi feita na aproximação de Born com ondas distorcidas e potencial óptico deformado (DWBA-DOMP), utilizando parâmetros ópticos globais. O ajuste das previsões sobre as medidas de CNI com dêuterons, que interagem isoescalarmente com o núcleo, foi realizado pelo método dos mínimos quadrados, permitindo a extração dos parâmetros correlacionados  $\delta_L^N$  e  $C = \delta_L^C/\delta_L^N$ , com suas incertezas experimentais, onde  $\delta_L^N$  é o comprimento de deformação nuclear e  $\delta_L^C$ , o comprimento de deformação de carga. Esses parâmetros possibilitaram, dentro dos modelos adotados, a determinação da razão dos momentos quadrupolares e octupolares das distribuições de nêutrons e prótons,  $M_n/M_p$ , bem como os respectivos valores das probabilidades reduzidas de transição elétrica,  $B(EL)$ , e isoescalar,  $B(ISL)$ . O parâmetro  $C$ , que é diretamente proporcional à  $[B(EL)/B(ISL)]^{1/2}$ , foi obtido com precisão da ordem de 2% para as excitações quadrupolares e de  $\sim 7\%$  para as octupolares, para ambos os isótopos, nos estudos de CNI aqui apresentados. Os resultados experimentais indicam, de forma coerente, que as transições para os estados  $2_1^+$  e  $3_1^-$  nos núcleos de  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$  são mais influenciadas pelos prótons do que pelos nêutrons, em relação à previsão do modelo coletivo homogêneo  $N/Z$ .

# Abstract

Experimental angular distributions for deuteron inelastic scattering by  $^{94,98}\text{Mo}$  exciting the first  $2^+$  and  $3^-$  collective states were obtained using the deuteron beam of the São Paulo Pelletron accelerator, at incident energies of 13.2 MeV and 16.0 MeV. The ejectiles of the reactions were momentum analyzed by an Enge split-pole magnetic spectrograph and detected in nuclear emulsion plates exposed at the focal plane. The differential cross sections, corresponding to the incident energy of 13.2 MeV, were measured for both isotopes at 18 scattering angles, detailing, in particular for the quadrupolar excitations, not only the region of maximum Coulomb-nuclear interference (CNI), but also the region where the nuclear interaction is predominant. The analysis was performed in the framework of the collective distorted wave Born approximation (DWBA) within a deformed optical model potential (DOMP) approach, using well tested global optical model parameters for deuterons. Since the deuteron is a projectile of isoscalar character, the fit of the DWBA-DOMP predictions to the CNI measurements, by means of the least squares method, allowed the simultaneous extraction of the correlated parameters  $\delta_L^N$  and  $C = \delta_L^C/\delta_L^N$ , with their experimental uncertainties, where  $\delta_L^N$  and  $\delta_L^C$  are, respectively, the nuclear (mass) and charge deformation lengths. These experimental quantities yielded, within the adopted models, values of the ratio  $M_n/M_p$  for the quadrupolar and octupolar moments of the neutron and proton distributions, and also for the corresponding electric  $[B(EL)]$  and the isoscalar  $[B(ISL)]$  reduced transition probabilities. The  $C$  parameters, which are proportional to the ratio  $[B(EL)/B(ISL)]^{1/2}$ , were determined in the present CNI studies, for both  $^{94,98}\text{Mo}$ , within a 2% statistical uncertainty level for the  $2_1^+$  excitations and within  $\sim 7\%$  for the  $3_1^-$  ones. The experimental results reveal, in a consistent way for both isotopes, protons to contribute more than neutrons to the first quadrupolar and octupolar excitations, with respect to the homogeneous collective model expectation of  $N/Z$ .

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Procedimento Experimental</b>	<b>6</b>
2.1	O Acelerador e o Feixe de Dêuterons . . . . .	6
2.2	Os Alvos de Molibdênio . . . . .	8
2.3	A Experiência . . . . .	9
2.3.1	A Ótica do Feixe, a Câmara de Espalhamento e o Espectrógrafo Magnético . . . . .	10
2.3.2	Emulsões Nucleares e os Espectros Medidos . . . . .	13
2.4	Cálculo das Seções de Choque Relativas e Absolutas . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Método de Análise</b>	<b>27</b>
3.1	Potencialidade do Método e Escolha das Energias Incidentes . . . . .	29
3.2	A Aproximação de Born com Ondas Distorcidas (DWBA) na descrição do Espalhamento Inelástico . . . . .	33
3.3	O Potencial Óptico Deformado (DOMP) . . . . .	36
3.4	O Modelo Coletivo na Excitação Coulombiana . . . . .	39
3.5	A Interferência Nuclear-Coulombiana (CNI) . . . . .	41

---

<b>4</b>	<b>Extração das Informações Espectroscópicas</b>	<b>45</b>
4.1	Parâmetros Ópticos Globais . . . . .	46
4.2	Excitações Quadrupolares . . . . .	54
4.3	Excitações Octupolares . . . . .	75
4.4	Resultados Obtidos . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Discussão e Conclusões</b>	<b>85</b>
	<b>Referências</b>	<b>92</b>

# Capítulo 1

## Introdução

As características dos primeiros estados excitados  $2^+$  e  $3^-$  são extensivamente usadas como indicadores de estrutura nuclear, através da comparação das medidas experimentais com as previsões feitas por modelos. Em particular, a probabilidade reduzida de transição elétrica  $B(E2)$ , entre o estado fundamental e o estado  $2_1^+$ , tem sido utilizada como uma importante medida da coletividade dessas transições. É necessário salientar, entretanto, que a medida de  $B(E2)$  é, em princípio, somente sensível às contribuições da carga do núcleo. Para quantificar também as contribuições dos nêutrons, medidas complementares devem ser obtidas [Be69]. A extração da probabilidade reduzida de transição isoescalar (ou de massa)  $B(IS2)$  pelo espalhamento inelástico de hádrons, com interação isoescalar, é considerada um meio conveniente para se alcançar este objetivo. Em especial, a escolha adequada da energia incidente pode produzir estruturas nas distribuições angulares medidas, devidas à interferência entre as amplitudes nuclear e coulombiana, que permitem a obtenção simultânea dos valores de  $B(EL)$  e  $B(ISL)$ , nas transições coletivas mais intensas. Nesses estudos, conhecidos como medidas de interferência nuclear-coulombiana (CNI), as incertezas no fator de escala das seções de choque, no exame da razão  $B(EL)/B(ISL)$ , são canceladas e erros de modelo, associados ao método de análise, podem ser minimizados, uma vez que possíveis erros sistemáticos afetam igualmente as

duas quantidades. Em geral, para o estado  $2_1^+$  de núcleos par-par, o exame dos valores relativos de  $B(E2)$  e  $B(IS2)$  podem indicar uma contribuição por nucleon diferenciada entre prótons e nêutrons para essa excitação, o que torna a técnica de interferência nuclear-columbiana, uma poderosa ferramenta para o estudo das propriedades de estrutura nuclear.

No estudo da evolução do comportamento coletivo ao longo de uma cadeia de núcleos, a quantidade de interesse primário é a razão  $B(EL)/B(ISL)$ , em especial em regiões de transição ou próximas a camadas fechadas. É importante, nesse caso, proceder-se a uma análise a mais uniforme e consistente possível, para que as informações de estrutura, dos diversos núcleos a serem comparados, sejam extraídas de forma coerente, permitindo a intercomparação dos resultados.

O Grupo de Espectroscopia Nuclear com Partículas Leves do IFUSP, ao qual pertence o autor, tem desenvolvido programa experimental no estudo de aspectos coletivos de núcleos na região de  $A \sim 100$  [Ho89, Bo94, Go96]. Estudos de interferência nuclear-coulombiana com dêuterons são experimentalmente difíceis e não são reportados na literatura. A vantagem da utilização de dêuterons que, como partículas  $\alpha$ , interagem isoescalarmente com o núcleo, advém do fato dos parâmetros de potencial óptico serem bem estabelecidos. Medidas de interferência nuclear-coulombiana com dêuterons foram desenvolvidas com sucesso, primeiramente, no estudo dos estados  $2_1^+$  nos  $^{100,102,104}\text{Ru}$  [Go93].

O presente trabalho tem o intuito de complementar as informações espectroscópicas na região de massas em estudo, desenvolvendo a metodologia de análise para o exame das primeiras excitações quadrupolares e octupolares dos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ . Medidas de espalhamento inelástico de dêuterons nesses isótopos foram obtidas em duas energias incidentes, 13,2 MeV e 16,0 MeV, utilizando-se o sistema acelerador Pelletron–espectrógrafo magnético de Enge da Universidade de São Paulo, e explorando a técnica de interferência nuclear-coulombiana

com dêuterons, desenvolvida pelo grupo.

O interesse no estudo da estrutura dos isótopos de Mo está relacionado à sua localização entre Zr e Ru. O núcleo de  $^{94}\text{Mo}$ , isótono do  $^{92}\text{Zr}$ , possui um par de prótons e de nêutrons a mais que o “caroço”  $^{90}\text{Zr}$ , com o número mágico  $N = 50$ . A cadeia de Zr ( $Z = 40$ ) se mostra extremamente influenciada pelo fechamento da subcamada  $N = 56$ , aspecto não revelado pelos núcleos de Ru ( $Z = 44$ ). Assim, nos isótopos de Zr, para valores entre  $N = 50$  e  $56$ , os prótons se comportam estranhamente como camada fechada, aspecto refletido nos altos valores de energia de excitação dos estados  $2_1^+$  e nos baixíssimos valores de  $B(E2) \uparrow$  correspondentes. Esta característica é rapidamente desfeita para os isótopos com  $N > 56$ , e também para  $Z = 44$ , correspondente aos Ru, que não mostram sinais de subcamada fechada para  $N = 56$  e cujos valores de  $B(E2)$  aumentam numa progressão contínua e lenta [Go96]. Este comportamento pode ser apreciado na Figura 1.1, onde são apresentadas os valores de  $B(E2 : 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  para os núcleos de Zr, Mo e Ru, segundo valores adotados na compilação de Raman *et al.* [Ra87]. De fato, se são os nêutrons nesta região os envolvidos na caracterização da possível subcamada, é de interesse que se possa comparar a contribuição da massa  $B(IS2)$  (prótons e nêutrons conjuntamente), mais do que simplesmente  $B(E2)$  (prótons), nos isótopos de  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ .

Os isótopos de Molibdênio proporcionam, portanto, um interessante estudo da evolução do comportamento coletivo ao longo de uma cadeia de isótopos, através da obtenção experimental da razão  $B(EL)/B(ISL)$ . Em particular, os isótopos de  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$  são isótonos dos  $^{92}\text{Zr}$  e  $^{96}\text{Zr}$ , respectivamente, nos quais foi observado comportamento anômalo na excitação dos primeiros estados  $2^+$  do  $^{92}\text{Zr}$  [Ho89] e  $3^-$  do  $^{96}\text{Zr}$  [Mo89]. Esta última constatação torna o estudo do estado  $3_1^-$ , no  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , de grande interesse. No entanto, observa-se, de maneira geral, que medidas de  $B(E3) \uparrow$  [Sp89] são escassas e, geralmente, menos precisas do que aquelas obtidas para  $B(E2) \uparrow$ .

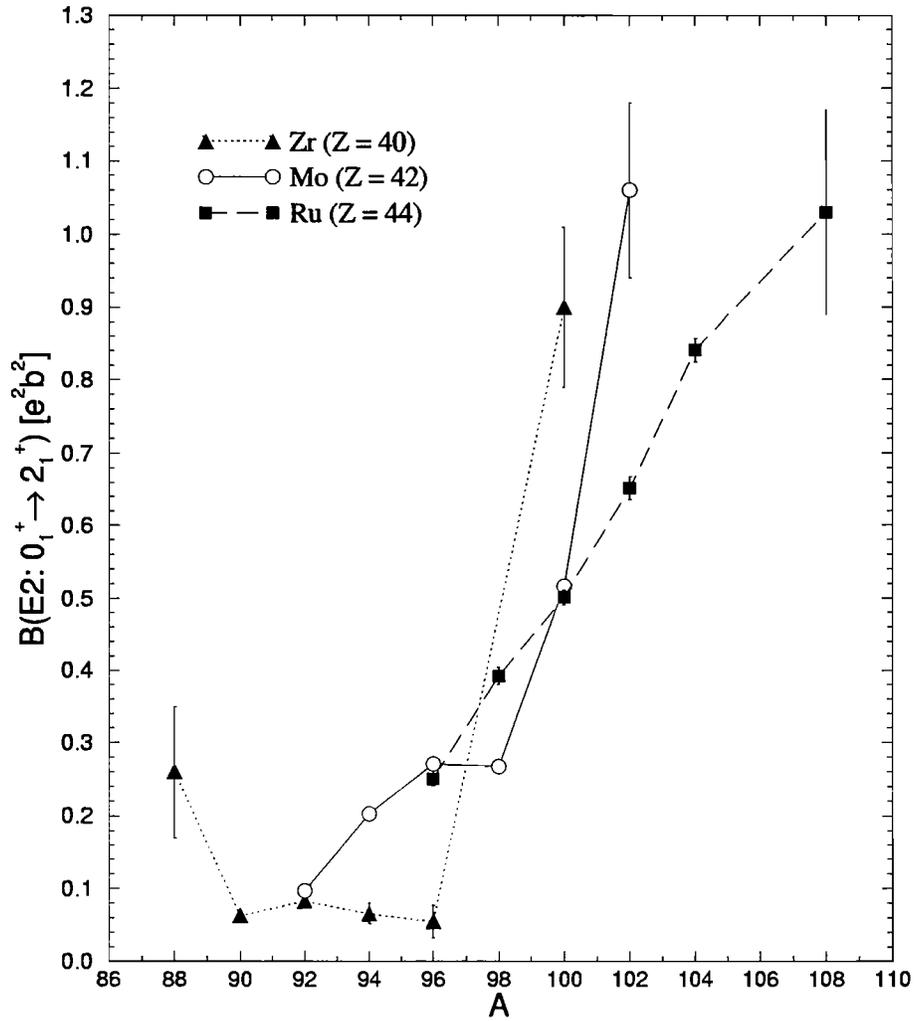


Figura 1.1: Valores de  $B(E2: 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  [Ra87], em unidades de  $e^2 b^2$ , para núcleos par-par na região de  $A \sim 100$ .

O procedimento experimental para a aquisição dos dados de espalhamento inelástico está descrito no Capítulo 2, onde é feita uma apresentação sucinta do sistema acelerador Pelletron–espectrógrafo magnético de Enge de São Paulo, especificando o arranjo experimental utilizado para a obtenção das distribuições angulares. No Capítulo 3, é discutido o método de análise e seu embasamento teórico. As informações espectroscópicas extraídas são apresentadas no Capítulo 4, onde também se discute o procedimento estatístico desenvolvido para a determinação das incertezas experimentais. No Capítulo 5 é feita uma apreciação do significado das informações espectroscópicas obtidas, no contexto da região de massas em estudo, sabidamente complexa. São delineadas, por fim, as sugestões de continuidade dessa linha de pesquisa.

# Capítulo 2

## Procedimento Experimental

Os dados de espalhamento inelástico de dêuterons nos alvos de  $^{94,98}\text{Mo}$  foram obtidos utilizando-se o acelerador Pelletron do Instituto de Física da Universidade de São Paulo. As medidas foram realizadas com duas energias de feixe incidente: 13,2 e 16,0 MeV. Os dêuterons emergentes da reação foram analisados por um espectrógrafo magnético e registrados em emulsões nucleares posicionadas no plano focal da câmara de detecção do espectrógrafo.

Neste capítulo são descritos o aparato experimental e as medidas realizadas.

### 2.1 O Acelerador e o Feixe de Dêuterons

O acelerador eletrostático Pelletron é mostrado esquematicamente na Figura 2.1. Íons de deutério  $^2\text{H}^-$  carregados negativamente são extraídos da fonte de íons duoplasmatron e são pré-acelerados por uma tensão de 80 kV. Os íons são desviados de  $90^\circ$  pelo ímã seletor de feixe ME-20 e injetados verticalmente no acelerador tipo “*tandem*” 8UD. Os íons carregados negativamente são então atraídos até o terminal de tensão positiva e atravessam uma fina folha de carbono (“*stripper*”), onde perdem seus elétrons e passam a ser repelidos até a saída do acelerador. Após os dois estágios de aceleração, o feixe é focalizado

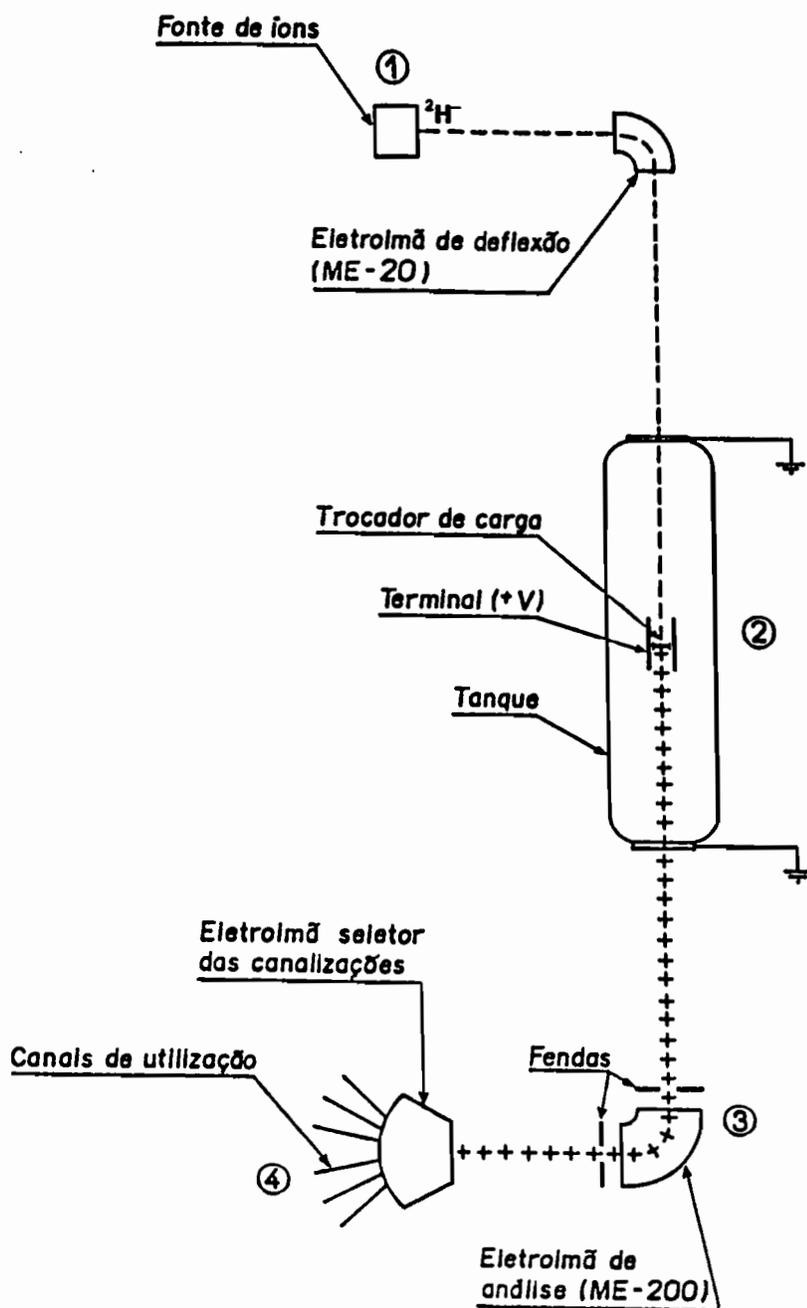


Figura 2.1: Esquema do acelerador Pelletron.

nas fendas de entrada, ponto objeto do ímã analisador ME-200, e desviado de  $90^{\circ}$ , impondo ao feixe novamente a direção horizontal. O sistema analisador do ME-200 seleciona a energia do feixe e efetua seu controle através da realimentação da tensão do terminal a partir da medida da corrente em um par de fendas na saída do ímã [Ro75].

O feixe é então desviado pelo ímã seletor (“*switching magnet*”) para a canalização correspondente ao espectrógrafo magnético e focalizado no centro da câmara de espalhamento, onde é posicionado o alvo.

## 2.2 Os Alvos de Molibdênio

Os alvos de molibdênio foram confeccionados pela evaporação do material isotopicamente enriquecido pela técnica de bombardeamento eletrônico em alto-vácuo, utilizando metodologia desenvolvida para materiais de alto ponto de fusão [Pu91].

O alvo de  $^{94}\text{Mo}$  foi obtido a partir de pó metálico e o de  $^{98}\text{Mo}$ , a partir de mistura do metal com o seu óxido ( $\text{MoO}_3$ ), através de metodologia especialmente desenvolvida para este fim [Uk91]. A composição isotópica do material utilizado está mostrada na Tabela 2.1.

O método utilizado permite, com ajuste do foco apenas sobre o material, maior controle na sua evaporação e a minimização de contaminação proveniente do evaporador. O material evaporado é aparado em lâminas de vidro com uma camada de carbono, previamente depositada por evaporação a arco, com espessura de 10 a 20  $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ . Uma fina e uniforme camada de RBS (detergente) é aplicada sob o carbono-substrato, para possibilitar a posterior flutuação do filme em água destilada. O processo de fixação (“pesca”) do filme flutuado na moldura de aço, que permite sua montagem na torre de alvos, foi feita de modo que este envolvesse a abertura da moldura em ambos os lados, conseguindo-se,

Tabela 2.1: Composição isotópica dos alvos em porcentagem. (Segundo análise de Oak Ridge Separated Isotopes Division.)

Alvo	Isótopo						
	<sup>92</sup> Mo	<sup>94</sup> Mo	<sup>95</sup> Mo	<sup>96</sup> Mo	<sup>97</sup> Mo	<sup>98</sup> Mo	<sup>100</sup> Mo
<sup>94</sup> Mo	0,87	93,90	2,85	1,04	0,40	0,75	0,22
<sup>98</sup> Mo	0,32	0,22	0,45	0,59	0,69	97,18	0,55

assim, duplicar a espessura do alvo [Du90].

Os cuidados na obtenção dos alvos envolvem o posicionamento das lâminas a uma altura mínima acima do cadinho, para evitar danos por excesso de temperatura, uma vez que a limitação da quantidade de material sobre o cadinho exige sucessivas evaporações para o espessamento das películas. Durante todo o processo de ajuste de foco e lenta elevação da potência, as lâminas são protegidas por um anteparo para evitar contaminações e aumento excessivo de temperatura.

Foram confeccionados alvos de <sup>94,98</sup>Mo, limpos e uniformes, com espessuras de 10 a 40  $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ .

## 2.3 A Experiência

A alta qualidade dos espectros medidos foi possível graças a especiais cuidados com a ótica do feixe, a utilização do espectrógrafo magnético e a detecção dos dêuterons emergentes em emulsões nucleares.

### 2.3.1 A Ótica do Feixe, a Câmara de Espalhamento e o Espectrógrafo Magnético

O feixe desviado pelo imã seletor entra na canalização e é conduzido até a câmara de espalhamento que está acoplada ao espectrógrafo magnético, como está esquematizado na Figura 2.2. A focalização é feita por um par de lentes quadrupolares e o feixe atravessa um conjunto de fendas  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  antes de atingir o alvo, no centro da câmara de espalhamento. As fendas  $F_1$  e  $F_2$ , ou fendas de definição, determinam o tamanho do objeto para o espectrógrafo, isto é, a área do alvo onde ocorre a reação. As dimensões das fendas são tais que definem uma área retangular de 1,0 mm de largura por 2,0 mm de altura. A fenda  $F_3$  de “anti-espalhamento” possui dimensões ligeiramente maiores (2,0 mm  $\times$  3,0 mm) e é utilizada para dificultar que as partículas espalhadas nas bordas das fendas de definição atinjam o alvo. A “corta-halo”, uma fenda circular de 6,0 mm de diâmetro, colocada na canalização a 35,0 cm do alvo, próxima à entrada da câmara de espalhamento, facilita a focalização do feixe. De fato, a monitoração da corrente que incide nas fendas de definição e na “corta-halo”, que estão eletricamente isoladas, permite o controle da direção e do formato do feixe. O transporte das partículas ao longo do acelerador, e principalmente, na canalização da linha do espectrógrafo magnético, se torna especialmente crítico nas medidas em ângulos dianteiros, devido ao aumento considerável da cauda do pico elástico e do fundo. A tomada de dados nessas condições requer uma cuidadosa focalização do feixe, minimizando a corrente incidente nas fendas, que estão alinhadas dentro de 0,2 mm.

O feixe, após incidir sobre o alvo, é coletado num copo de Faraday, onde a integração da corrente depositada permite a determinação da carga total incidente durante cada medida. A medida da carga total coletada no copo de Faraday é posteriormente utilizada no cálculo das seções de choque. Para tornar

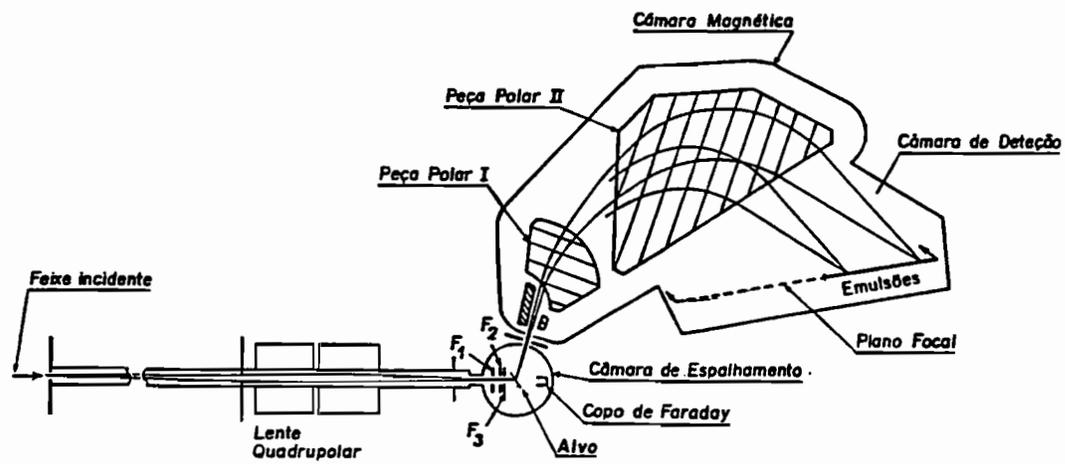


Figura 2.2: Esquema da câmara de espalhamento e do espectrógrafo magnético.

confiável a medida da corrente do feixe, uma tensão positiva de 500 Volts foi aplicada ao copo de Faraday, em relação a suas fendas, evitando que elétrons arrancados alterassem a medida da carga total relacionada com o feixe.

O espectrógrafo magnético de polos partidos tipo Enge está acoplado à câmara de espalhamento por um conjunto de fendas horizontais e verticais que definem uma abertura retangular cujas dimensões são variáveis. Estas fendas delimitam o ângulo sólido segundo o qual os dêuterons emergentes da reação são admitidos no espectrógrafo. Nesta experiência, utilizou-se um ângulo sólido de 2,68 msr, dimensão que ainda permite a correção dos efeitos de aberração óptica pelo espectrógrafo e corresponde a uma abertura angular de  $\Delta\theta = 3,78^\circ$ . As peças polares do espectrógrafo são projetadas para eliminar aberrações e possibilitar focalização bidirecional (horizontal e vertical) através de efeitos de borda.

Partículas de massa  $m$  e energia cinética  $E$  descrevem no campo magnético, uma trajetória cujo raio de curvatura efetivo,  $\rho$ , é proporcional à razão entre seu momento  $p$  e sua carga  $q$ . Numa aproximação não relativística:

$$\rho = \frac{p}{qB} = \frac{\sqrt{2mE}}{qB} \quad (2.1)$$

onde  $B$  é a indução magnética efetiva. Devido às características focalizadoras do espectrógrafo magnético, as partículas com momento  $p + \Delta p$ , após atravessarem a região onde atua a indução magnética, acabam se cruzando permitindo a formação de uma imagem estreita. Para cada reação, as partículas emergentes do alvo são, então, focalizadas numa superfície vertical que é praticamente plana. Para a determinação do plano focal efetivo correspondente à reação em estudo, é necessária uma correção para compensar os efeitos de alargamento cinemático. As emulsões nucleares são dispostas de tal forma que o plano de detecção coincida com o plano focal efetivo.

Um estudo das características do espectrógrafo de Enge de São Paulo

foi feita por E. R. da Cruz [Cr78]. A determinação do plano focal, em função do alargamento cinemático, e outras informações para a utilização correta e eficiente do espectrógrafo magnético estão descritas em um manual, devido a J. L. M. Duarte [Du81].

### 2.3.2 Emulsões Nucleares e os Espectros Medidos

As placas de emulsão nuclear utilizadas foram fabricadas pela Ilford, do tipo G5, e pela Fuji, do tipo G2F, ambas com  $50\ \mu\text{m}$  de espessura, comprimento e largura de 25 cm e 5 cm, respectivamente. O processo de revelação das emulsões nucleares torna visíveis e fixa os traços das partículas carregadas que sobre ela incidiram. É conveniente lembrar que, para feixe de dêuterons, o fundo proveniente da alta produção de nêutrons, raios  $\gamma$  e  $X$ , é enormemente reduzido pela utilização de emulsões, uma vez que estas não são sensíveis a este tipo de radiação. Entretanto, trítons com o mesmo raio de curvatura que dêuterons 1,5 vezes mais energéticos, acabariam também sendo detectados. Para eliminar estas partículas indesejadas, foram colocadas antes das emulsões, folhas de alumínio de espessura conveniente, variável ao longo do plano de detecção, de forma a absorver os trítons e permitir a obtenção de traços de dêuterons facilmente visíveis, que para as emulsões utilizadas correspondem a energias entre 8 e 16 MeV. Com a possibilidade de se alterar a altura das emulsões em relação ao plano mediano do espectrógrafo, em cada placa foram medidos três espectros.

A leitura dos traços de dêuterons foi feita em um microscópio óptico de transmissão tipo Jena Vert, em retângulos de  $0,18 \times 10,00\ \text{mm}^2$ , em passos de 0,20 mm, dimensões escolhidas levando-se em conta o tamanho da imagem conjugada pelo espectrógrafo [Bo71]. Os picos associados aos estados de interesse, foram lidos por pelo menos dois microscopistas, sendo que uma calibração prévia entre microscopistas indicou uma precisão de 2 a 5% na reprodutibilidade

das leituras, dependendo da contagem total do pico.

No presente trabalho, foram realizadas medidas de espalhamento inelástico de dêuterons nos alvos de  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , na energia incidente de 13,2 MeV, em 18 ângulos de espalhamento, cobrindo uma faixa entre  $\theta_{\text{lab}} = 12,5^{\circ}$  e  $80^{\circ}$ . Nessa energia incidente (ver Seção 3.1), a interferência entre as interações nuclear e coulombiana produz um vale na distribuição angular para a primeira excitação quadrupolar, que corresponde a ângulos de espalhamento entre  $12^{\circ}$  e  $26^{\circ}$ , com um mínimo em  $\theta_{\text{lab}} \sim 18^{\circ}$ . Os ângulos medidos foram selecionados para darem o máximo de informação quer na região de interferência nuclear-coulombiana, quer na região com predominância da interação nuclear ( $\theta_{\text{lab}} \geq 45^{\circ}$ ). A escolha dos ângulos também levou em consideração o “drible” dos contaminantes leves presentes no alvo (H, C, O e Si). Vale a pena ressaltar, novamente, que para ângulos tão dianteiros como  $12,5^{\circ}$ , a medida da seção de choque diferencial para o espalhamento inelástico de dêuterons, na excitação dos estados  $2_1^+$  em ambos os isótopos, requer uma otimização na transmissão do feixe ao longo da linha do espectrógrafo magnético, uma vez que a degradação da energia do feixe, por espalhamentos secundários, aumenta consideravelmente o fundo causado pela cauda do pico elástico. Durante a tomada de dados, obteve-se uma focalização ótima através da monitoração das correntes incidentes nas fendas de definição (F1 e F2, Figura 2.2) e na fenda corta-halo. Em geral, a razão entre as correntes nas fendas em relação ao feixe coletado no copo de Faraday, foi de 1:30 e 1:100, respectivamente, para as fendas de definição e corta-halo.

Para a energia incidente de 16,0 MeV, foram realizadas medidas em 8 ângulos de espalhamento, cobrindo uma faixa entre  $\theta_{\text{lab}} = 14^{\circ}$  e  $76^{\circ}$ , para os dois isótopos. A energia incidente de 16,0 MeV, limitação imposta pela máxima tensão de aceleração (8 MV, em dois estágios) obtida pelo acelerador Pelletron na época da tomada de dados, aumenta a contribuição da parte nuclear na

excitação dos estados do núcleo alvo. Neste caso, é previsto, para a primeira excitação quadrupolar, mínimo de interferência nuclear coulombiana em  $\theta_{\text{lab}} \sim 14^\circ$ .

Para a determinação das seções de choque experimentais inelásticas absolutas, é necessária a tomada de dados de espalhamento elástico, nas mesmas condições experimentais em que foram feitas as medidas do espalhamento inelástico, uma vez que nestas, os picos elásticos ficam super-expostos. As seções de choque elásticas foram obtidas numa faixa angular de  $\theta_{\text{lab}} = 30^\circ$  a  $80^\circ$ , em intervalos de  $10^\circ$ .

Nas Figuras 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6, são apresentados exemplos dos espectros medidos. A posição  $L$ , medida ao longo do plano focal, de um grupo de partículas de momento  $p$  (energia  $E$ ) está associada a um determinado raio de curvatura  $\rho$ . A localização e identificação de picos e contaminantes pode ser feita utilizando-se a calibração  $\rho \times L$  do espectrógrafo magnético, devida a L. B. Horodynski-Matsushigue e J. L. M. Duarte [Ho87]. A utilização do espectrógrafo magnético e a detecção das partículas emergentes em emulsões nucleares, além dos cuidados na focalização do feixe e a utilização de alvos limpos e uniformes, são fatores determinantes na obtenção dos espectros de alta qualidade. Os picos inelásticos associados aos estados excitados dos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , foram medidos com uma resolução (largura à meia altura) de  $\sim 8$  keV, na energia de 13,2 MeV, e de  $\sim 12$  keV para deutêrons incidentes de 16,0 MeV.

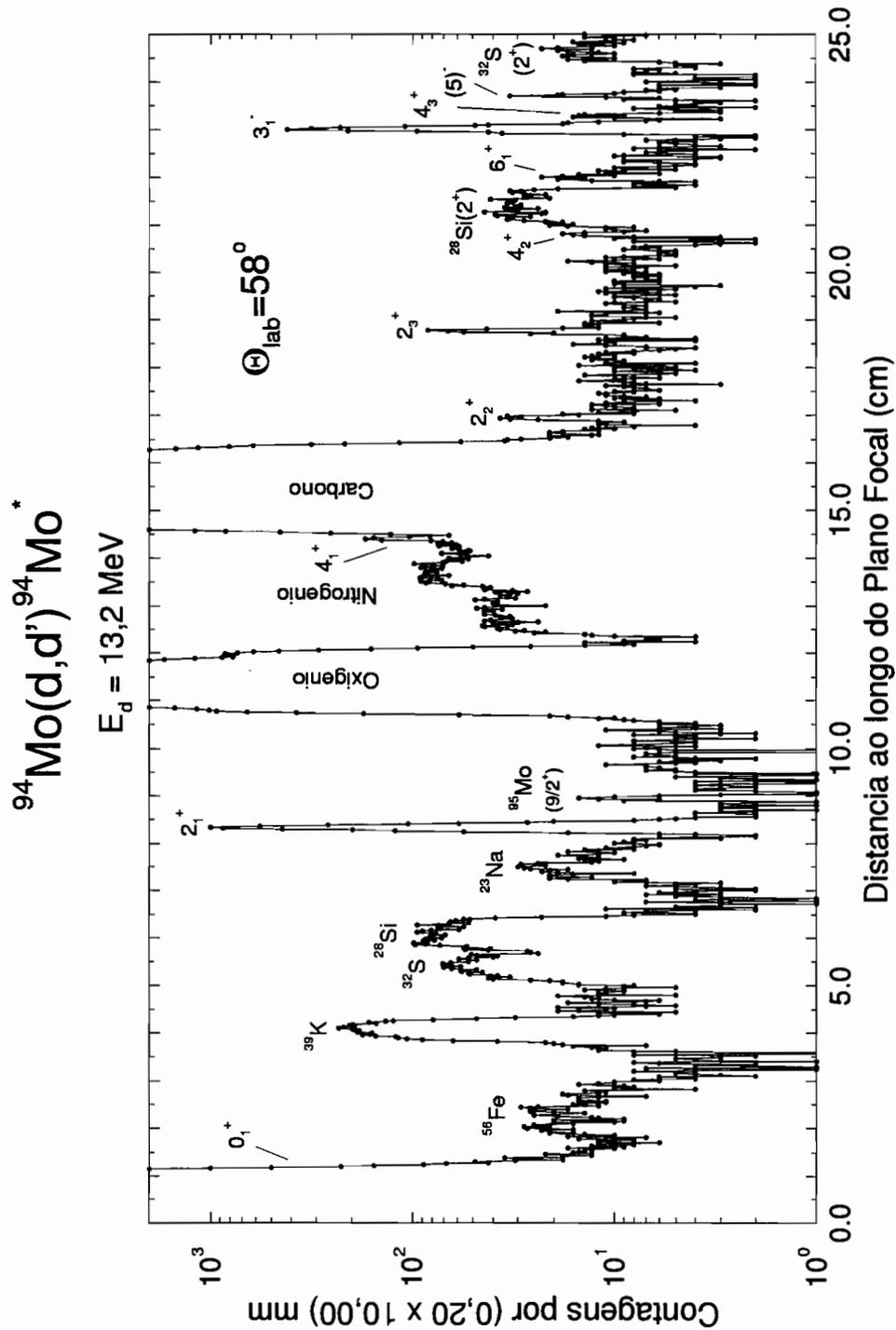


Figura 2.3: Espectro do espalhamento  $^{94}\text{Mo}(d,d')$ , na energia incidente de 13,2 MeV. Os dêuterons foram analisados pelo campo do espectrógrafo magnético e registrados em emulsões nucleares posicionadas no seu plano focal, em um ângulo de espalhamento de  $\theta_{\text{lab}} = 58^\circ$ .

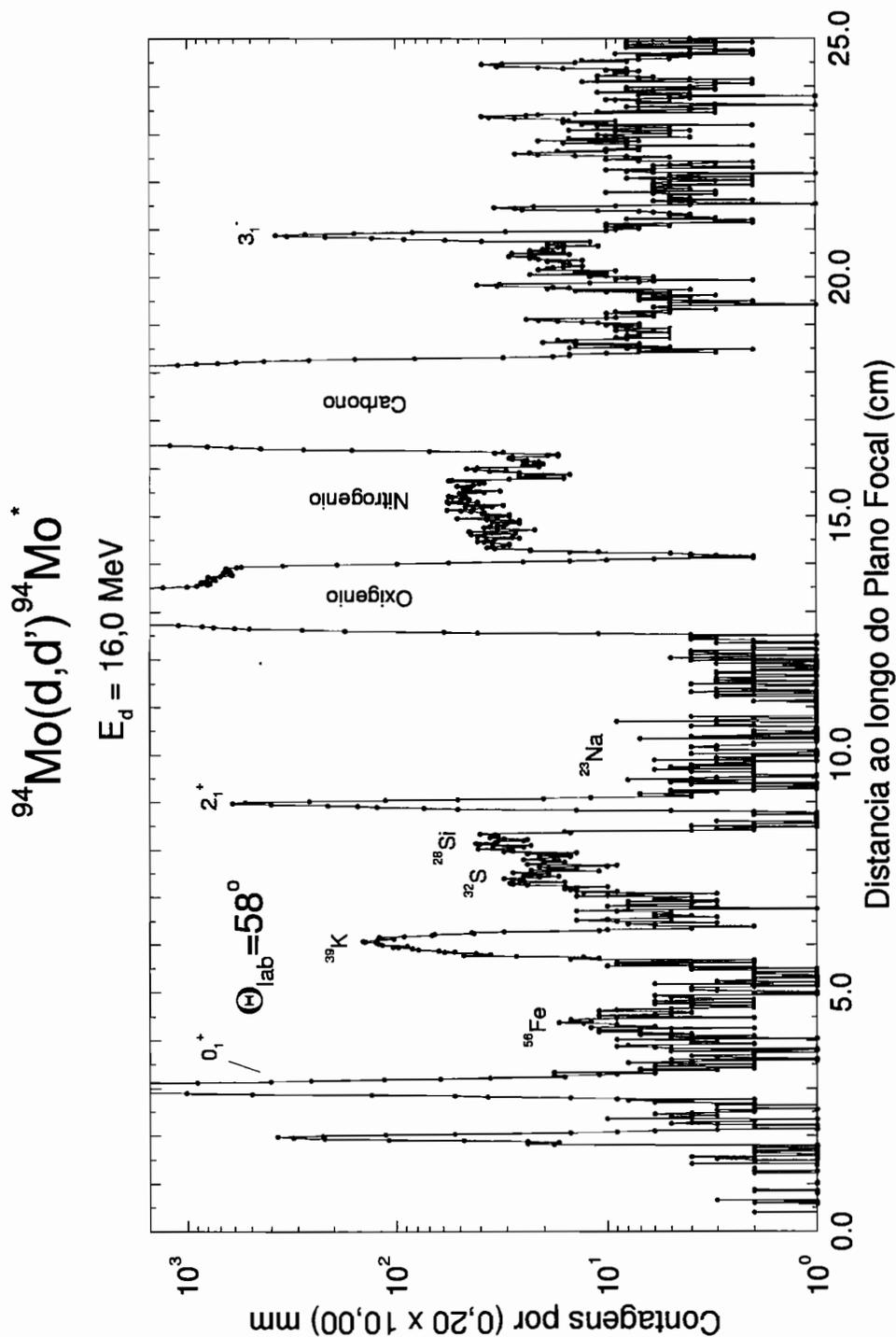


Figura 2.4: Espectro do espalhamento  $^{94}\text{Mo}(d,d')$ , na energia incidente de 16,0 MeV. Os dêuterons foram analisados pelo campo do espectrógrafo magnético e registrados em emulsões nucleares posicionadas no seu plano focal, em um ângulo de espalhamento de  $\theta_{\text{lab}} = 58^\circ$ .

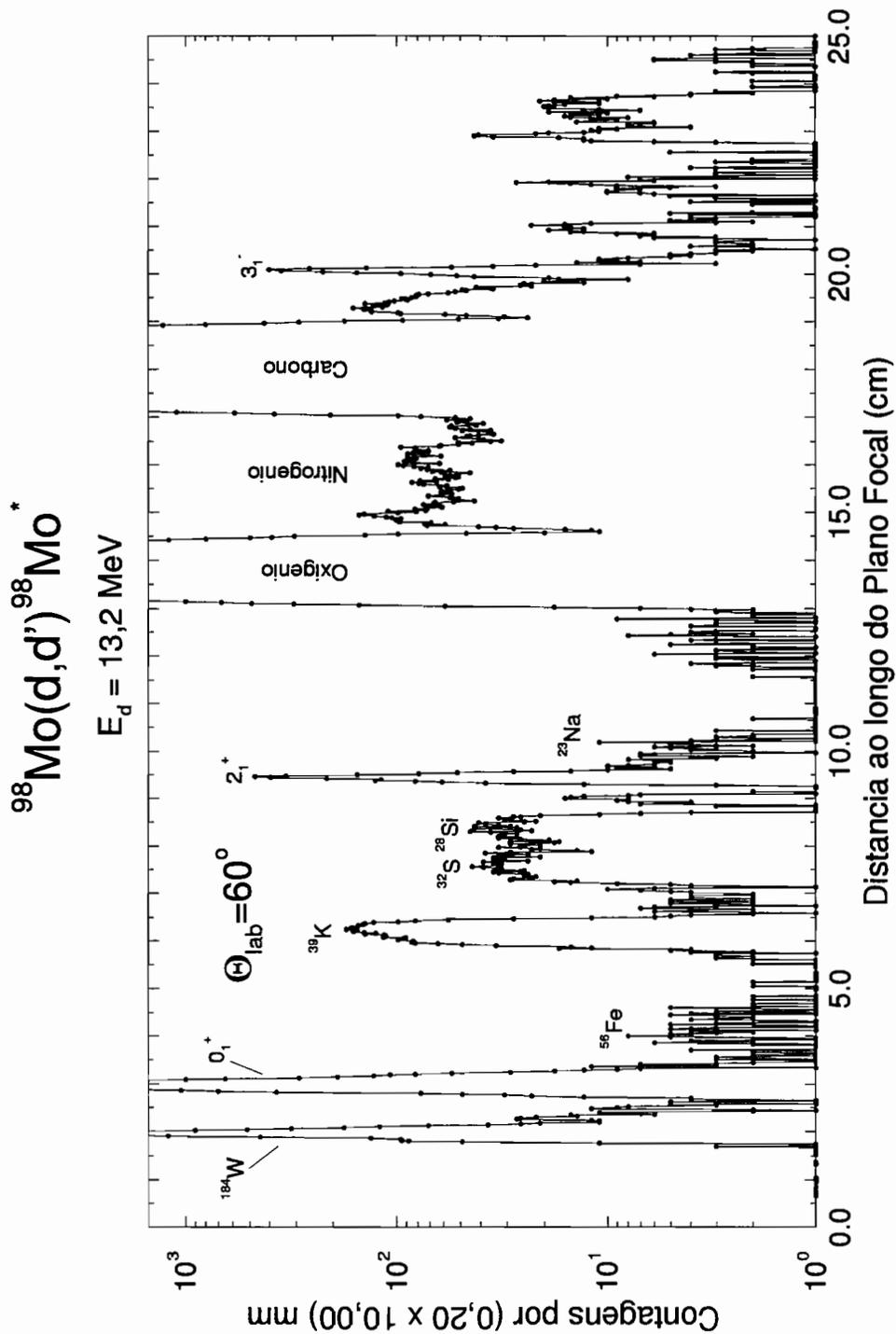


Figura 2.5: Espectro do espalhamento  $^{98}\text{Mo}(d,d')$ , na energia incidente de 13,2 MeV. Os dêuterons foram analisados pelo campo do espectrógrafo magnético e registrados em emulsões nucleares posicionadas no seu plano focal, em um ângulo de espalhamento de  $\theta_{\text{lab}} = 60^\circ$ .

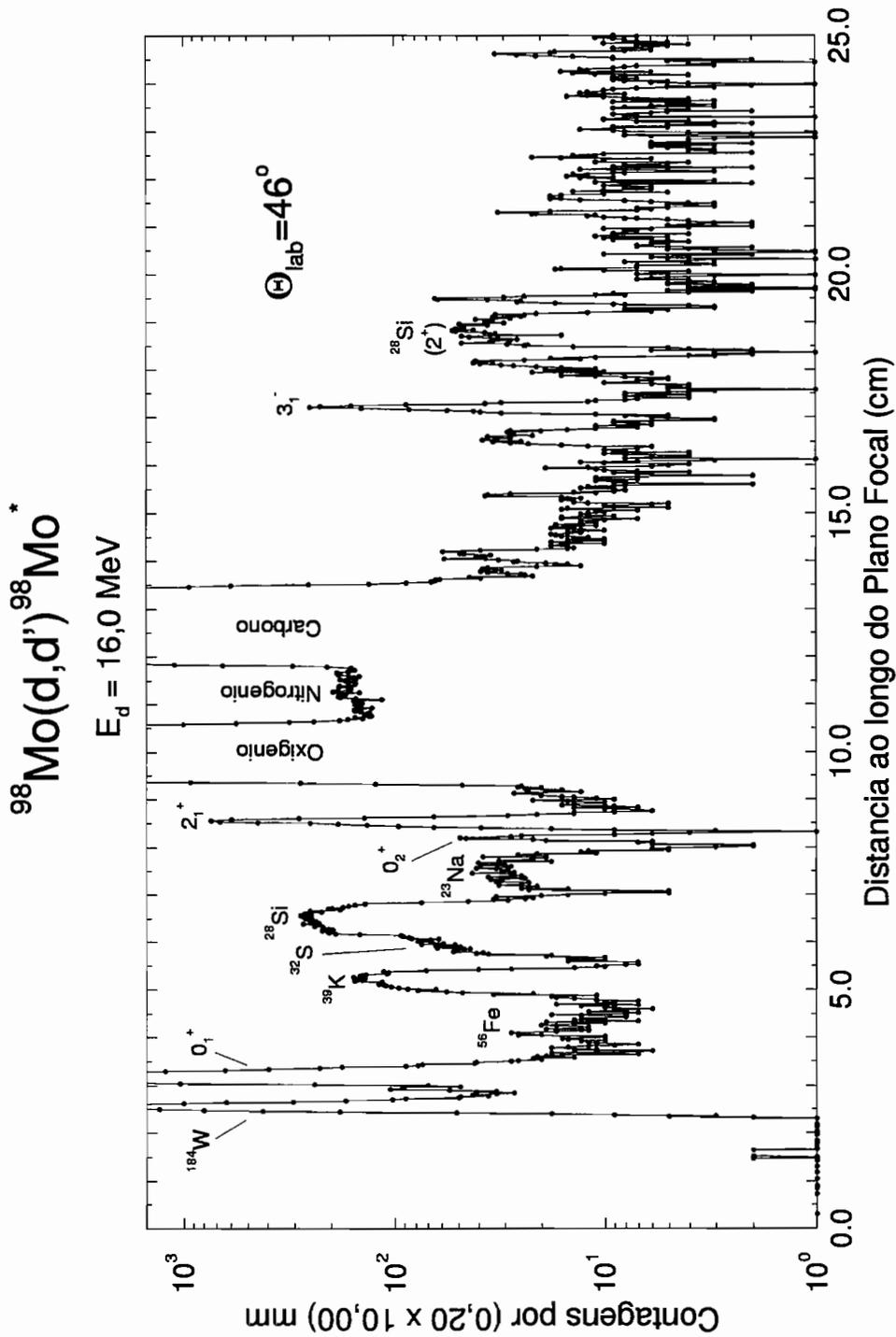


Figura 2.6: Espectro do espalhamento  $^{98}\text{Mo}(d,d')$ , na energia incidente de 16,0 MeV. Os dêuterons foram analisados pelo campo do espectrógrafo magnético e registrados em emulsões nucleares posicionadas no seu plano focal, em um ângulo de espalhamento de  $\theta_{\text{lab}} = 46^\circ$ .

## 2.4 Cálculo das Seções de Choque Relativas e Absolutas

Para a obtenção das distribuições angulares experimentais associadas às transições para os estados  $2_1^+$  e  $3_1^-$  nos  $^{94,98}\text{Mo}$ , em ambas as energias incidentes, foram calculadas as seções de choque diferenciais para os vários ângulos de espalhamento medidos.

A seção de choque diferencial, para uma dada reação, é obtida dividindo-se o número de partículas espalhadas  $N_{esp}(\theta)$ , entre os ângulos de espalhamento  $\theta \pm \Delta\theta/2$ , pelo ângulo sólido de detecção,  $\Delta\Omega$ , pelo número de partículas incidentes,  $I$ , e ainda, pelo número de núcleos-alvo por unidade de área transversal à direção do feixe incidente,  $N_{alvo}$ .

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{N_{esp}(\theta)}{I N_{alvo} \Delta\Omega} \quad (2.2)$$

O número de partículas espalhadas foi obtido através dos espectros lidos ao microscópio, somando-se as contagens nos canais correspondentes ao pico e subtraindo-se o fundo médio linear. No caso de picos sobrepostos a picos devido ao espalhamento de dêuterons por contaminantes presentes no alvo, foi subtraído, além do fundo, o número de contagens correspondente ao pico do contaminante, levando-se em conta o seu formato em ângulos vizinhos. A incerteza associada à soma líquida levou em consideração as contribuições das flutuações estatísticas, do processo de contagem de traços nas emulsões nucleares e da avaliação do fundo, e também da subtração de contaminantes, quando era o caso.

O número de partículas incidentes foi obtido através da carga total  $Q$ , coletada no copo de Faraday da câmara de espalhamento, com supressão geométrica e elétrica. A medida desta carga foi feita durante o intervalo de tempo correspondente à exposição de cada espectro, utilizando-se um integrador de corrente previamente calibrado.

As seções de choque relativas foram obtidas pela razão entre a soma líquida das contagens associada ao pico e a carga total coletada no copo de Faraday:  $N_{esp}/Q$ . A incerteza nas seções de choque relativas é devida, basicamente, à determinação da soma líquida das contagens do pico associado ao estado em estudo. Essas incertezas variam de 2 a 40%, sendo que as maiores estão associadas a ângulos dianteiros, onde o fundo da cauda do pico elástico é relativamente alto, e também a picos com alguma contaminação.

Para a determinação das seções de choque experimentais inelásticas absolutas, utilizaram-se medidas de seções de choque elásticas relativas, nas mesmas condições experimentais em que foram feitas as medidas de espalhamento inelástico, levando em conta a correção correspondente ao enriquecimento isotópico do alvo (Tabela 2.1), uma vez que nos picos elásticos as contribuições de todos os isótopos estão integradas. O fator de normalização, que leva em conta, implicitamente, a espessura do alvo e o ângulo sólido de detecção, é determinado pelo ajuste das previsões do modelo óptico para o espalhamento elástico aos pontos experimentais, e é uma constante que, multiplicada pela seção de choque relativa, leva à seção de choque absoluta. O fator de normalização foi obtido utilizando-se as previsões do modelo óptico com os parâmetros da sistemática de Perey e Perey [Pe76], para dêuterons entre 11 e 27 MeV, que estão indicados na Tabela 2.2. Um aumento de 2% nos raios real e imaginário do potencial óptico (ver Seção 4.2), utilizado na análise das distribuições angulares inelásticas, não altera significativamente o fator de normalização. Contudo, a utilização de outros parâmetros ópticos globais disponíveis [Da80] levam a desvios no fator de normalização de, no máximo, 3%. Incluindo-se a contribuição da determinação da seção de choque elástica relativa, da ordem de 2%, e também do fator uniformidade da espessura do alvo, uma vez que o feixe pode iluminar diferentes partes do alvo nas diversas exposições, estima-se uma incerteza total de 5% no fator de normalização para as medidas em 13,2 MeV

e de 7% em 16,0 MeV.

As Figuras 2.7 e 2.8 mostram os melhores ajustes obtidos para a determinação dos fatores de normalização nas medidas do espalhamento  $^{94}\text{Mo}(d,d)$ , em 13,2 e 16,0 MeV, respectivamente, enquanto as Figuras 2.9 e 2.10, referem-se ao  $^{98}\text{Mo}(d,d)$ , em ambas as energias.

Tabela 2.2: Parâmetros do potencial óptico da sistemática de Perey e Perey [Pe76], utilizados no ajuste dos dados de espalhamento elástico de dêuterons. O raio coulombiano utilizado foi de  $r_c = 1,22$  fm para todos os casos.

Alvo	$E_d$ (MeV)	$V_R$ (MeV)	$r_R$ (fm)	$a_R$ (fm)	$4 \times W_D$ (MeV)	$r_I$ (fm)	$a_I$ (fm)
$^{94}\text{Mo}$	13,2	-96,6	1,15	0,81	70,3	1,34	0,68
	16,0	-96,0	1,15	0,81	73,0	1,34	0,68
$^{98}\text{Mo}$	13,2	-96,3	1,15	0,81	70,3	1,34	0,68
	16,0	-95,7	1,15	0,81	73,0	1,34	0,68

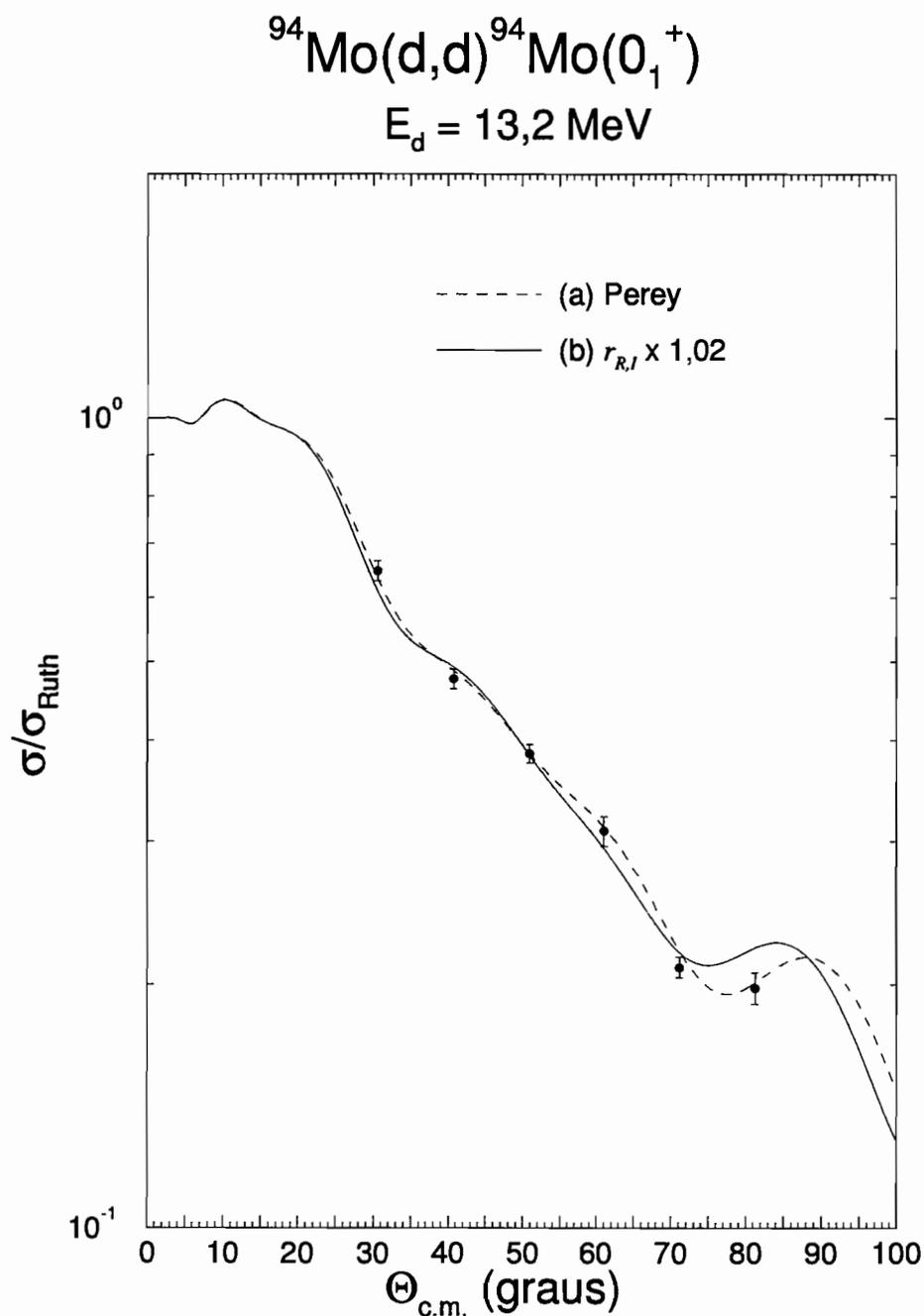


Figura 2.7: Ajuste da previsão do modelo óptico aos dados de espalhamento elástico de deuteron para o  $^{94}\text{Mo}$ , em 13,2 MeV: (a) com os parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey, indicados na Tabela 2.2, e (b) com os raios real e imaginário aumentados de 2%. As seções de choque estão expressas em relação às seções de choque de Rutherford.

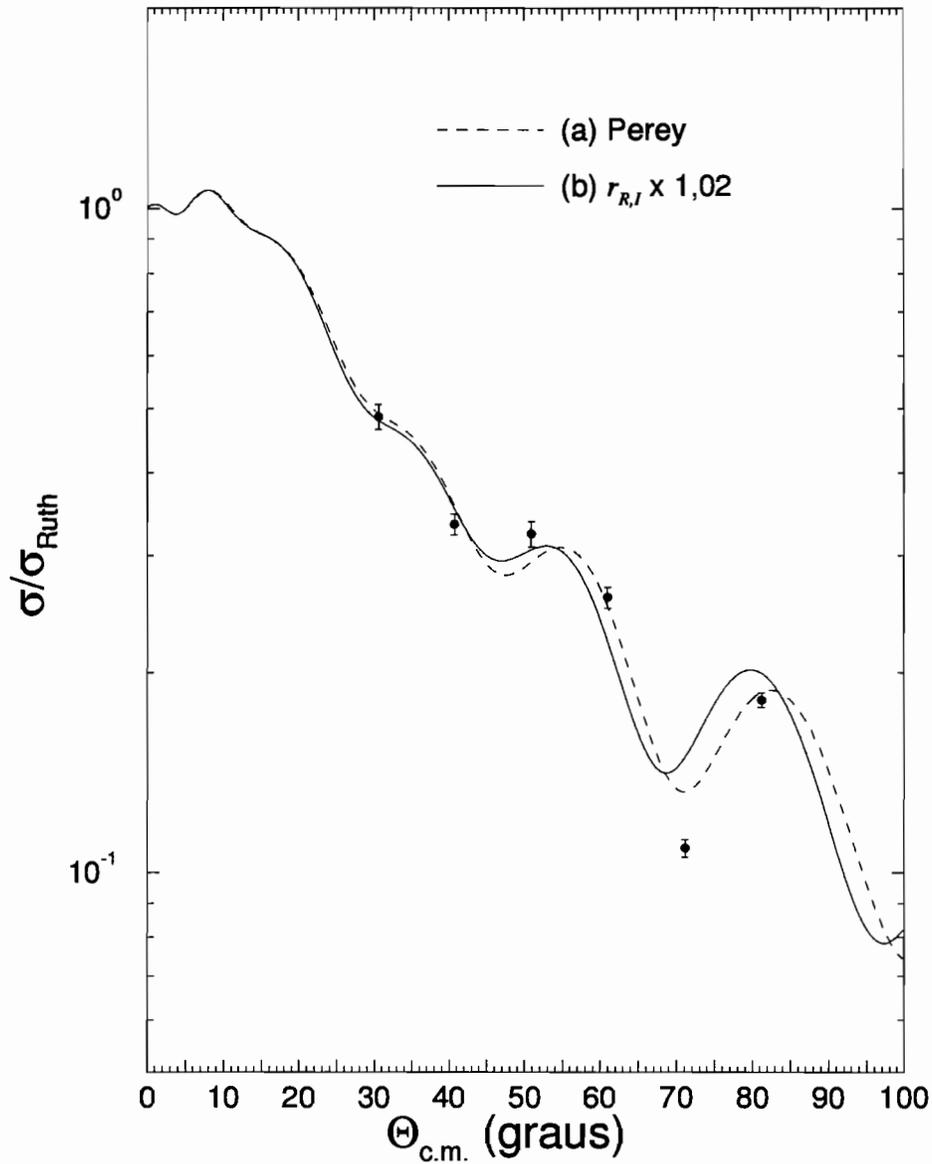
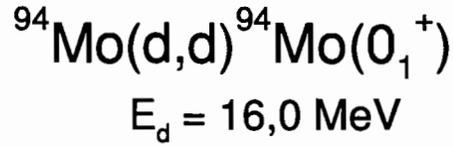


Figura 2.8: Ajuste da previsão do modelo óptico aos dados de espalhamento elástico de deuteron para o  ${}^{94}\text{Mo}$ , em  $16,0 \text{ MeV}$ : (a) com os parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey, indicados na Tabela 2.2, e (b) com os raios real e imaginário aumentados de 2%. As seções de choque estão expressas em relação às seções de choque de Rutherford.

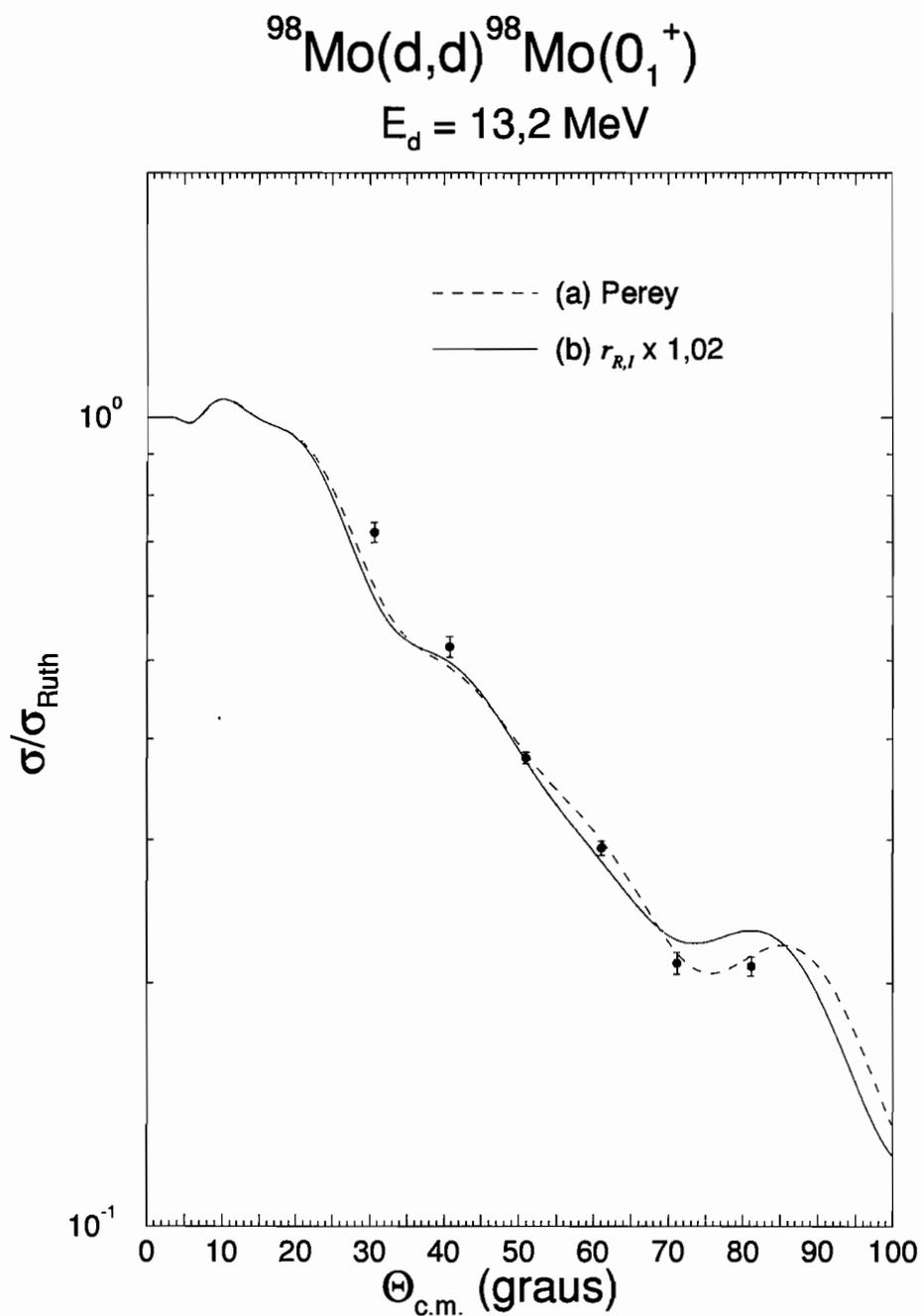


Figura 2.9: Ajuste da previsão do modelo óptico aos dados de espalhamento elástico de dêuterons para o  $^{98}\text{Mo}$ , em 13,2 MeV: (a) com os parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey, indicados na Tabela 2.2, e (b) com os raios real e imaginário aumentados de 2%. As seções de choque estão expressas em relação às seções de choque de Rutherford.

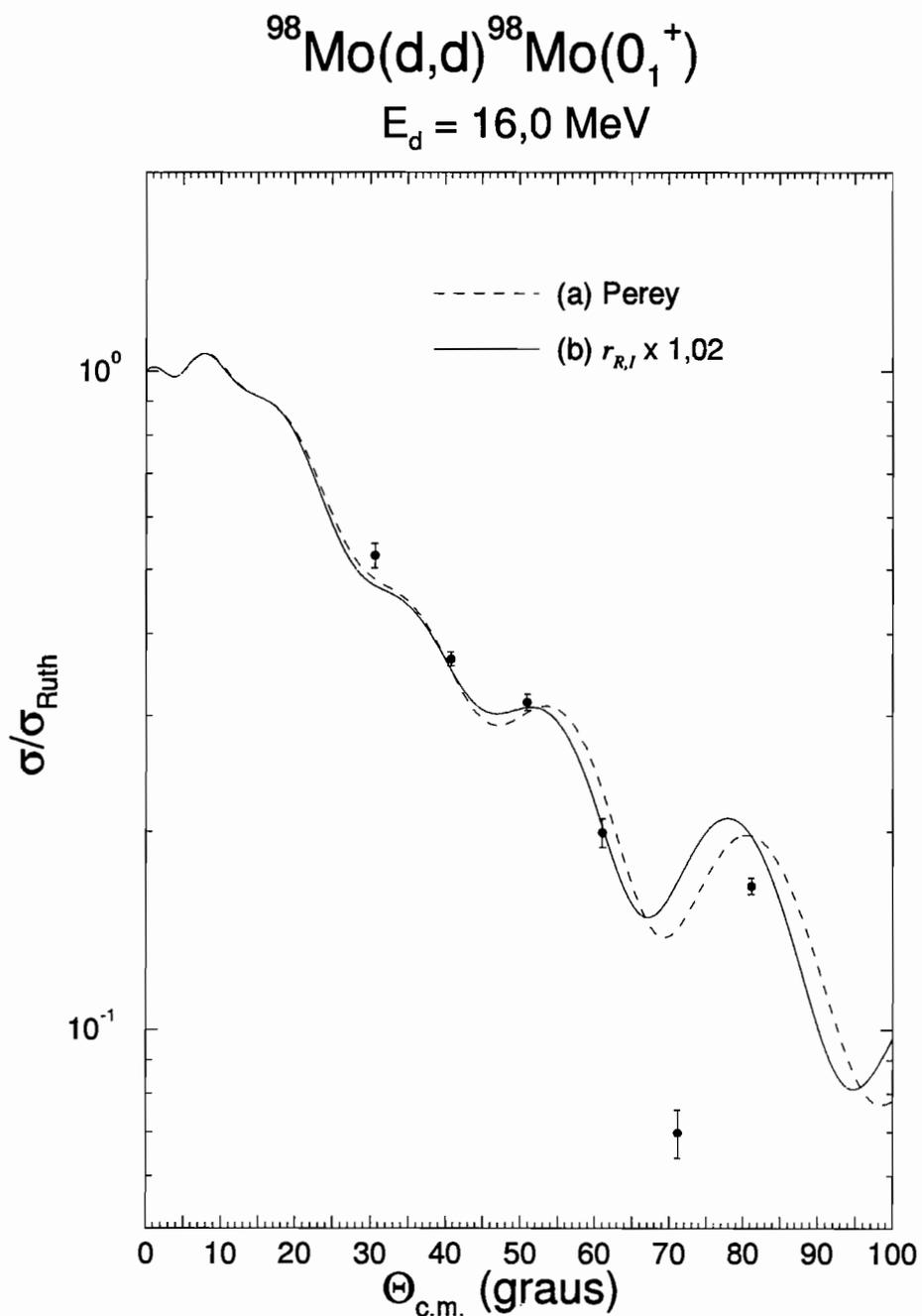


Figura 2.10: Ajuste da previsão do modelo óptico aos dados de espalhamento elástico de deuteron para o  $^{98}\text{Mo}$ , em 16,0 MeV: (a) com os parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey, indicados na Tabela 2.2, e (b) com os raios real e imaginário aumentados de 2%. As seções de choque estão expressas em relação às seções de choque de Rutherford.

# Capítulo 3

## Método de Análise

A necessidade de uma análise uniforme e consistente dos dados de espalhamento inelástico de dêuterons na excitação dos estados coletivos mais intensos, levou à opção por uma descrição “macroscópica” considerando o potencial óptico deformado (DOMP) [Sa87] e utilizando parâmetros ópticos globais. No presente estágio de desenvolvimento dos modelos “microscópicos”, em particular para reações com dêuterons e na região de  $A \sim 100$ , é possivelmente prematuro aplicá-los na análise de dados, principalmente quando o objetivo é uma investigação comparativa de uma cadeia de núclídeos [Bo97]. De fato, não se tem, por enquanto, nenhuma interpretação microscópica para a parte imaginária do potencial de interação, predominante no caso do dêuteron, e os modelos “híbridos”, atualmente em uso, não trazem necessariamente vantagens em relação à interpretação macroscópica pura. Outro aspecto é a falta de informações de estrutura confiáveis a serem utilizados no fator de forma microscópico e que, para a região de  $A \sim 100$ , ainda são objetos de severa investigação. Além disso, na região da cauda do potencial de interação, onde ocorre o espalhamento inelástico de dêuterons de baixa energia, a dependência radial da maioria dos fatores de forma microscópicos utilizados na análise das excitações coletivas, não difere significativamente dos correspondentes macroscópicos, justificando a opção feita no presente trabalho. Em adição, estando os núcleos em estu-

do próximo a camadas fechadas, os valores dos parâmetros de deformação e energias de excitação dos estados coletivos mais intensos são tais que não se esperam acoplamentos fortes com outros estados, em particular com o estado fundamental, podendo-se utilizar uma análise em termos da aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA).

Com base nestas considerações, a análise das distribuições angulares inelásticas, para a excitação dos estados  $2_1^+$  e  $3_1^-$  nos isótopos  $^{94,98}\text{Mo}$  em duas energias, foi feita na descrição DWBA, dentro do modelo coletivo [Bo75], com cálculos das previsões teóricas efetuadas pelo programa DWUCK4 [Ku74]. As ondas distorcidas foram geradas por um potencial óptico, com parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey e Perey [Pe76] para dêuterons entre 11 e 27 MeV, os mesmos utilizados na análise do espalhamento elástico para a determinação do fator de normalização. O potencial coulombiano foi considerado como sendo aquele devido a uma distribuição uniforme e esférica de carga, de raio  $R_c = r_c A^{1/3}$ , onde  $A$  é a massa do alvo e  $r_c = 1,22$  fm.

Neste capítulo é apresentada a metodologia de análise utilizada na obtenção das informações experimentais de interesse. A apreciação das potencialidades do método e a escolha da faixa de energias incidentes para o dêuteron mais adequada na extração das informações espectroscópicas, constituem a Seção 3.1. O embasamento teórico está nas Seções 3.2, 3.3 e 3.4, que tratam da descrição do espalhamento inelástico na DWBA e do modelo coletivo na excitação inelástica nuclear e coulombiana. Na Seção 3.5 são discutidos os aspectos principais do método da interferência nuclear-coulombiana, na extração das informações de estrutura nuclear.

### 3.1 Potencialidade do Método e Escolha das Energias Incidentes

No estudo da interferência nuclear-coulombiana (CNI) no espalhamento inelástico, considerando o potencial óptico deformado, conforme será evidenciado nas próximas seções, o comprimento de deformação nuclear  $\delta_L^N$  é determinado a partir do fator de escala no ajuste das previsões teóricas aos dados experimentais. Já o formato das distribuições angulares varia com a razão  $C = \delta_L^C / \delta_L^N$ , onde  $\delta_L^C$  é o comprimento de deformação de carga. Para dêuterons, que são projéteis de interação isoescalar, o comprimento de deformação nuclear é suposto igual ao comprimento de deformação de massa, ou isoescalar,  $\delta_L^{IS} = \delta_L^N$ . Distribuições angulares experimentalmente bem determinadas principalmente na região referente ao primeiro mínimo no padrão de interferência permitem, para as transições coletivas mais intensas, a extração da razão dos comprimentos de deformação coulombiano e nuclear, de forma que as incertezas na determinação da escala absoluta das seções de choque sejam canceladas e alguns erros de modelo, associados à análise, sejam atenuados.

Estudos de CNI com dêuterons são experimentalmente difíceis e não são reportados na literatura. A vantagem da utilização de dêuterons que, como partículas  $\alpha$ , interagem isoescalarmente com o núcleo, advém do fato dos parâmetros de potencial óptico correspondentes serem bem estabelecidos. Pode-se ilustrar o poder discriminativo do método de interferência nuclear-coulombiana como função da energia incidente do dêuteron, para a região de massa em estudo e excitação do primeiro estado quadrupolar, através das Figuras 3.1 e 3.2. Ambas apresentam previsões teóricas DWBA-DOMP com parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey e Perey, calculadas para valores típicos de  $C$  e  $\delta_2^N$  para a excitação  $^{94}\text{Mo}(0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ , tomado como exemplo. As curvas levam em conta o ângulo de abertura utilizado no espectrógrafo

magnético através de uma média apropriada das seções de choque calculadas. A Figura 3.1 mostra as contribuições das excitações coulombiana e nuclear separadamente, bem como o efeito combinado de ambas na previsão das seções de choque totais. Os cálculos foram feitos com  $C = \delta_2^C / \delta_2^N = 1, 20$ , nas energias incidentes de  $E_d = 10,0$  MeV e  $19,0$  MeV, aproximadamente os limites do acelerador Pelletron. As curvas foram normalizadas por um fator de escala de  $(\beta_2^N)^2 = (0,15)^2$ , “típico” para o parâmetro de deformação na região de massas em estudo, que corresponde a um valor de  $\delta_2^N = 0,80$  fm. Pode-se observar que o mínimo de interferência ocorre em  $\theta_{c.m.} \sim 30^0$  para  $E_d = 10,0$  MeV e  $\theta_{c.m.} \sim 12,5^0$  para  $E_d = 19,0$  MeV. Por outro lado, o típico padrão difrativo, devido à excitação nuclear, praticamente determina as oscilações da distribuição angular em ângulos traseiros. Portanto, a caracterização experimental do mínimo de interferência é essencial para a extração de  $C$ , enquanto medidas em ângulos traseiros determinam a constante de normalização global,  $\delta_L^N$ . Na Figura 3.2 podem ser vistas as previsões correspondentes a diversos valores de  $C$  para quatro energias incidentes:  $10,0$ ;  $13,0$ ;  $16,0$ ; e  $19,0$  MeV. Pode-se observar que a energia em torno de  $13,0$  MeV apresenta a melhor discriminação, orientando a escolha da energia incidente para a medida, na determinação dos parâmetros  $C$  e  $\delta_L^N$ , uma vez que  $C$  afeta substancialmente as razões pico-vale ao longo de toda a distribuição angular. Em  $E_d = 10,0$  MeV a determinação de  $C$  depende da possibilidade de se obter dados com erros estatísticos muito pequenos na região angular de  $25^0 \leq \theta_{c.m.} \leq 35^0$ . Para  $E_d = 19,0$  MeV, a extração de  $C$  só será possível com a obtenção de dados em  $\theta_{c.m.} \leq 15^0$ , uma condição extremamente difícil de se conseguir experimentalmente. A não-linearidade das previsões em função de  $C$  fica evidente em  $E_d = 16,0$  MeV, onde se observa o cruzamento de curvas ao redor do mínimo de interferência, tornando a discriminação de  $C$  mais difícil do que em  $13,0$  MeV. Entretanto, o parâmetro  $\delta_L^N$  é melhor determinado em  $16,0$  MeV, por serem as previsões menos sensíveis ao

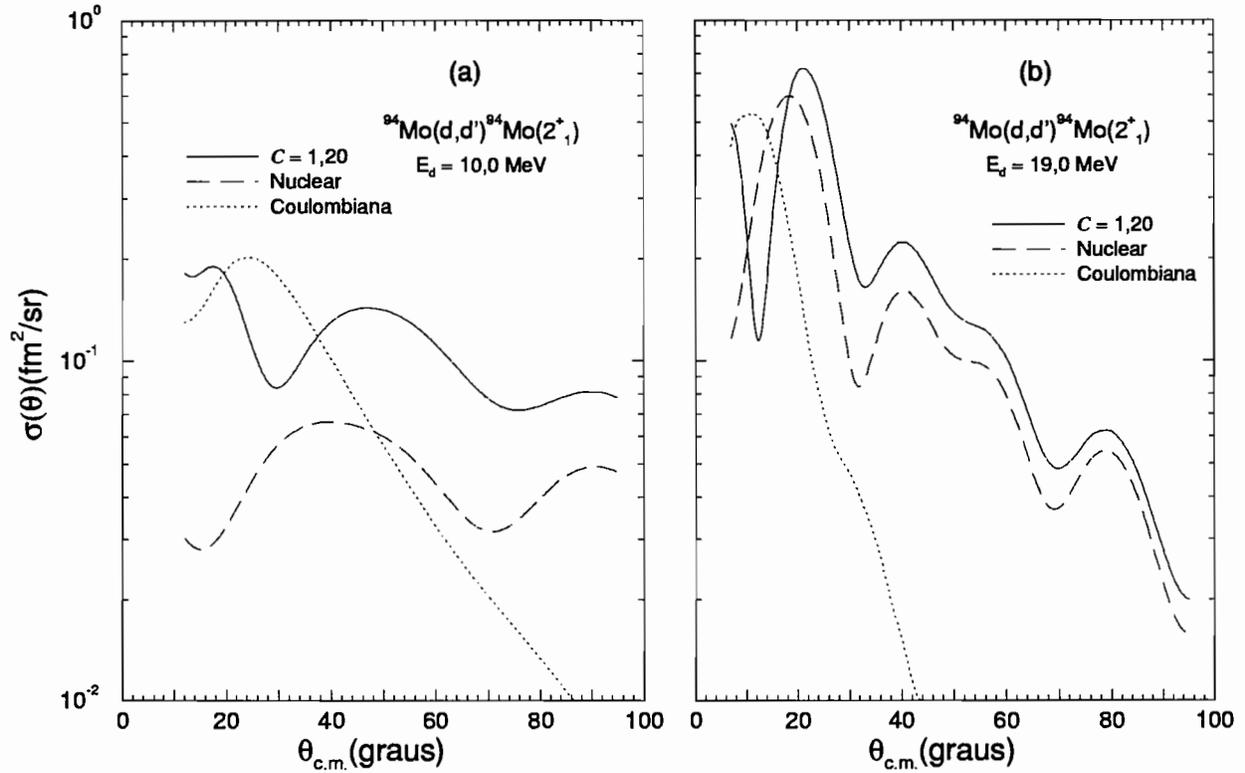


Figura 3.1: Distribuições angulares previstas pelo modelo DWBA-DOMP para o estado  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$ , utilizado como exemplo, para duas energias incidentes de dêuterons. Também são mostradas as contribuições das excitações coulombiana e nuclear separadamente. Foi utilizado um fator de escala  $(\beta_2^N)^2 = (0,15)^2$ , “típico” para o parâmetro de deformação, que corresponde a um valor  $\delta_2^N = 0,80$  fm. O parâmetro  $C = 1,20$  foi arbitrariamente escolhido.

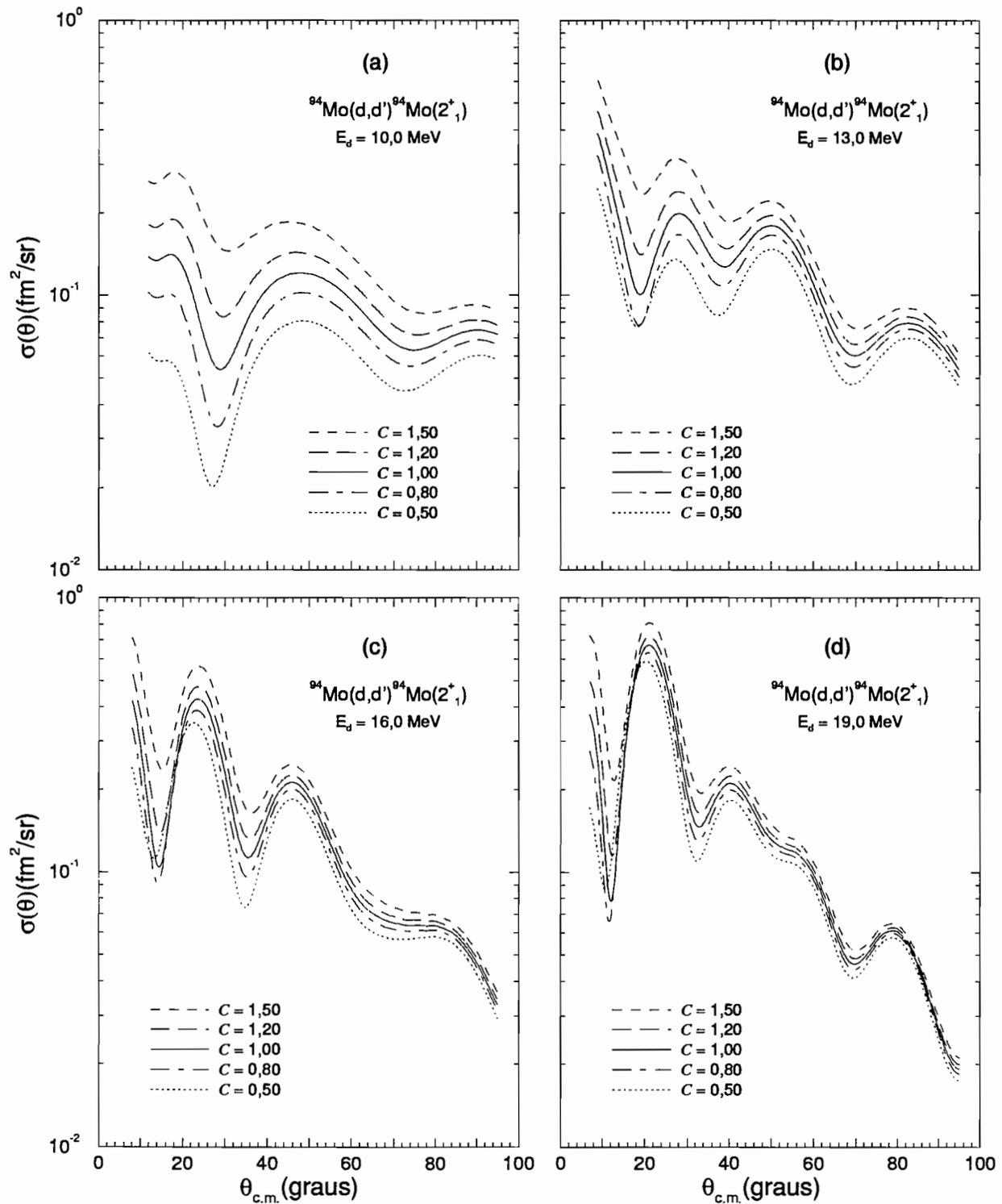


Figura 3.2: Previsões DWBA-DOMP para diversos valores de  $C = \delta_2^C / \delta_2^N$ , para quatro energias incidentes. A normalização das curvas foi feita segundo o descrito na legenda da Figura 3.1.

valor de  $C$ . Seguindo os critérios discutidos, no exame do espalhamento inelástico de dêuterons para a primeira excitação quadrupolar nos isótopos de  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , foram obtidos dados detalhados na energia incidente de  $E_d = 13,2$  MeV e dados complementares em  $E_d = 16,0$  MeV, conforme já informado na Seção 2.3.2.

O método também foi aplicado para a análise da excitação dos estados  $3_1^-$ , em ambos os isótopos, com necessariamente menor sensibilidade ao parâmetro  $C$ .

### 3.2 A Aproximação de Born com Ondas Distorcidas (DWBA) na descrição do Espalhamento Inelástico

A idéia física central por trás do método das ondas distorcidas (DW) é que o espalhamento elástico é o evento amplamente dominante na colisão entre dois núcleos. A descrição do espalhamento elástico é feita, então, através de um potencial óptico complexo, cuja parte imaginária representa uma média dos vários acoplamentos possíveis, responsáveis pela absorção do fluxo incidente para outros canais de reação. Assume-se também que estes canais abertos não sejam fortemente correlacionados entre si e, ainda, que nenhum deles se destaque significativamente frente aos demais. Assim, o método DW é adequado ao estudo de reações diretas que envolvem núcleos não muito deformados.

Com estas hipóteses em mente, na Aproximação de Born com Ondas Distorcidas (DWBA) [Sa64], o elemento de matriz para a amplitude de transição entre os estados inicial e final da reação é dado por:

$$T_{f,i}^{DW}(\vec{k}_f, \vec{k}_i) \cong \langle \chi_f^-(\vec{k}_f, \vec{r}_f) \phi_f(\xi_f) | v_f(\xi_f, \vec{r}_f) | \phi_i(\xi_i) \chi_i^+(\vec{k}_i, \vec{r}_i) \rangle \quad (3.1)$$

onde  $v_f(\xi_f, \vec{r}_f)$  é o potencial efetivo, responsável pela transição em uma etapa entre situações descritas assintoticamente pelo espalhamento elástico. Na

expressão (3.1),  $\chi_i^+$  e  $\chi_f^-$  são as ondas distorcidas que descrevem o movimento relativo do par colidente nos canais de entrada e saída, respectivamente, e  $\phi_i(\xi_i)$  e  $\phi_f(\xi_f)$  são as funções de onda intrínsecas dos pares inicial e final.

Considerando ainda que o espalhamento inelástico seja descrito por um potencial local, sem termo de troca, o cálculo do elemento de matriz se reduz a uma integral tripla:

$$T_{f,i}^{DW}(\vec{k}_f, \vec{k}_i) \cong \int \chi_f^{-*}(\vec{k}_f, \lambda\vec{r}) \langle \phi_f | v_f(\xi_f, \vec{r}) | \phi_i \rangle \chi_i^+(\vec{k}_i, \vec{r}) d\vec{r} \quad (3.2)$$

onde  $\lambda$  é a razão entre as massas dos núcleos alvo e residual e  $\vec{r}_f = \lambda\vec{r}_i = \vec{r}$ .

Nesta forma de expressar  $T_{f,i}^{DW}$ , o termo  $\langle \phi_f | v_f(\xi_f, \vec{r}) | \phi_i \rangle$  é o elemento de matriz de interação que descreve a transição inelástica entre os estados internos do par colidente e contém todas as informações sobre as regras de seleção de momento angular e paridade. Nota-se também que este fator carrega toda a dependência das coordenadas  $\xi$  e, conseqüentemente, todas as informações sobre estrutura nuclear e detalhes do mecanismo de reação. A escolha da interação, segundo um dado modelo nuclear, determina, então, o tratamento DWBA adequado para cada tipo de reação direta.

Na análise usual do espalhamento inelástico  $A(a, a')A^*$  nas energias da ordem das utilizadas neste trabalho, não se considera transferência de spin (“no spin-flip”) do projétil para o alvo ( $\Delta S = 0$ ) e nem excitação do projétil. Como no presente estudo, os projéteis em questão são dêuterons, também não há transferência de isospin, sendo a transição, portanto, isoescalar ( $\Delta T = 0$ ). Assim, é possível fazer-se a discussão desconsiderando spins e isospins, o que facilita os cálculos da seção de choque e salienta os elementos essenciais do processo.

Efetuando-se a expansão em multipolos do potencial de interação  $v_f(\xi_f, \vec{r})$  e separando-se a dependência radial da parte angular no elemento de matriz,

obtém-se:

$$\langle \phi_f(\xi_f) | v_f(\xi_f, \vec{r}) | \phi_i(\xi_i) \rangle_{LM} \cong F_L(r) [i^L Y_L^M(\theta, \phi)]^* \quad (3.3)$$

onde  $Y_L^M(\theta, \phi)$  é um harmônico esférico correspondente ao momento angular transferido  $L$ , com projeção  $M$ , e  $F_L(r)$  é conhecido como fator de forma radial.

Escreve-se então para a amplitude de transição:

$$T_M^{DW}(\vec{k}_f, \vec{k}_i) \cong i^{-L} \int \chi_f^{-*}(\vec{k}_f, \lambda \vec{r}) F_L(r) Y_L^{M*}(\theta, \phi) \chi_i^+(\vec{k}_i, \vec{r}) d\vec{r} \quad (3.4)$$

que deixa o núcleo residual com spin  $L$  e projeção  $M$ . O cálculo é realizado expandindo-se, de maneira usual, as funções  $\chi$  em ondas parciais e procedendo-se às integrações que envolvem a parte angular. Adotando-se a direção do eixo  $z$  paralela a  $\vec{k}_i$ , e  $y$  ao longo de  $(\vec{k}_i \times \vec{k}_f)$ , obtêm-se para  $M \geq 0$ :

$$T_M^{DW}(\vec{k}_f, \vec{k}_i) \cong (2L + 1)^{1/2} \sum_{\ell_f, \ell_i} \left[ I_L^{\ell_f, \ell_i} \Gamma_{\ell_f, \ell_i}^{L, M} P_{\ell_f}^M(\cos \theta) \right] \quad (3.5)$$

onde  $P_{\ell_f}^M(\cos \theta)$  são polinômios associados de Legendre, com  $\cos \theta = \vec{k}_i \cdot \vec{k}_f$ . Os coeficientes  $\Gamma_{\ell_f, \ell_i}^{L, M}$ , definidos por Bassel *et al.* [Ba62], provêm da integração da parte angular e contêm coeficientes de Clebsch–Gordan que levam em conta os acoplamentos adequados entre  $\ell_i$ ,  $\ell_f$  e  $L$ , para que sejam satisfeitas as regras de conservação do momento angular. As assim chamadas integrais radiais são dadas por:

$$I_L^{\ell_f, \ell_i} \cong \frac{(4\pi)^{1/2}}{\lambda k_i k_f} \int \chi_{\ell_f}(k_f, \lambda r) F_L(r) \chi_{\ell_i}(k_i, r) dr \quad (3.6)$$

e medem a superposição do fator de forma com as correspondentes ondas parciais distorcidas nos canais de entrada e saída.

A seção de choque diferencial de espalhamento inelástico para um núcleo par-par é obtida por [Ba62]:

$$\frac{d\sigma_{f,i}}{d\Omega} = \left[ \frac{\mu}{2\pi \hbar^2} \right]^2 \frac{k_f}{k_i} \sum_M |T_M^{DW}|^2 \quad (3.7)$$

onde  $\mu$  é a massa reduzida do sistema e  $\sum$  indica a soma sobre as componentes  $z$  do momento angular do núcleo no estado final, tomando-se a média sobre as

projeções do spin inicial. Quando somente alguns valores de  $L$  são importantes (ou permitidos), a Equação 3.7 pode ser escrita como:

$$\frac{d\sigma_{f,i}}{d\Omega} = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_L |A_L|^2 \sigma_L(\theta) \quad (3.8)$$

onde  $J_i$  e  $J_f$  são os spins do estado inicial e final do núcleo alvo. O coeficiente  $A_L$  é uma constante e é utilizado, usualmente, como parâmetro de ajuste.

O termo  $\sigma_L(\theta)$  é obtido, então, por:

$$\sigma_L(\theta) = \left[ \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \right]^2 \frac{k_f}{k_i} \sum_M \left| \sum_{\ell_f, \ell_i} I_L^{\ell_f, \ell_i} \Gamma_{\ell_f, \ell_i}^{L, M} P_{\ell_f}^M(\cos\theta) \right|^2 \quad (3.9)$$

e é conhecido como seção de choque reduzida.

### 3.3 O Potencial Óptico Deformado (DOMP)

No modelo coletivo [Bo75], as excitações de estados de baixa energia são atribuídas ou a oscilações da forma ao redor de uma configuração esférica (vibrações), para núcleos esfericamente simétricos em média, ou a rotações, para núcleos estaticamente deformados. A análise coletiva no formalismo DWBA não distingue excitações vibracionais de rotacionais, resultando na extração de uma deformação média, que pode ser relacionada a qualquer uma destas excitações.

A idéia básica do modelo óptico com potencial deformado [Sa83, Sa87] é, na descrição do espalhamento inelástico, associar o potencial de interação do par colidente à não-esfericidade do potencial óptico. Supõe-se, então, que o formato do potencial óptico do par  $(a, A)$  acompanhe o formato da distribuição de massa do núcleo alvo  $A$  e, ou sofra oscilações de forma de maneira similar ao núcleo ou esteja estaticamente deformado (e rodando). Este modelo é largamente utilizado na análise das excitações coletivas por espalhamento inelástico de hádrons, de interação isoescalar, para estados de baixa energia com  $L \geq 2$ .

O potencial óptico  $U$  não depende diretamente da distância entre os centros de massa do projétil e do núcleo alvo, mas sim da distância entre as

superfícies dos dois núcleos, isto é,  $U = U(r - R)$ , onde  $r$  é a distância entre os centros dos núcleos e  $R$  é a distância entre estes quando as superfícies estão em contato. As deformações não estáticas do potencial óptico são obtidas considerando-se que a distância  $R$  seja descrita pela função  $R(\theta, \phi)$ , dada por:

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[ 1 + \sum_{L,M} \alpha_{LM} Y_L^{M*}(\theta, \phi) \right] = R_0 + \delta R(\theta, \phi) \quad (3.10)$$

onde  $R_0$  é uma constante e os parâmetros  $\alpha_{LM}$  descrevem a deformação caracterizada por  $L$  e  $M$ .

Supondo-se que não haja mudanças na projeção, tanto do isospin, quanto do spin intrínseco do projétil, efetua-se a expansão do potencial óptico deformado ao redor de  $(r - R_0)$ , valor correspondente ao núcleo esférico, até primeira ordem:

$$U[r - R(\theta, \phi)] \cong U(r - R_0) - \frac{dU(r - R_0)}{dr} \delta R \quad (3.11)$$

onde  $\delta R = R(\theta, \phi) - R_0$ .

No modelo coletivo, a interação que induz a transição para estados vibracionais é devida às partes não esféricas do potencial óptico deformado. O potencial efetivo  $v_f(\xi_f, \vec{r})$  será então:

$$\begin{aligned} v_f(\xi_f, \vec{r}) &= U[r - R(\theta, \phi)] - U(r - R_0) \\ &\cong -\frac{dU(r - R_0)}{dr} R_0 \sum_{L,M} \alpha_{LM} Y_L^{M*}(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde se pode observar que as coordenadas intrínsecas  $\xi_f$  ficam reduzidas aos  $\alpha_{LM}$ .

No caso de excitações vibracionais do núcleo alvo, o raio de sua superfície,  $R'(\theta, \phi)$ , é obtido pela subtração do raio do projétil, suposto esférico:

$$R'(\theta, \phi) = R(\theta, \phi) - R_a$$

e, analogamente:

$$R'_0 = R_0 - R_a$$

é uma constante. Subtraíndo-se o raio do projétil dos dois lados da expressão (3.10), obtém-se:

$$R'(\theta, \phi) = R_0' \left[ 1 + \frac{R_0}{R_0'} \sum_{L,M} \alpha_{LM} Y_L^{M*}(\theta, \phi) \right] \quad (3.13)$$

onde  $[R_0/R_0'] \alpha_{LM}$  são as variáveis dinâmicas associadas a oscilações do núcleo alvo, em relação à forma esférica.

Para excitações vibracionais, tem-se então:

$$\alpha_{LM} = \frac{R_0'}{R_0} \left( \frac{\hbar \omega_L}{2 C_L} \right)^{1/2} [b_{L,M} + (-1)^{L-M} b_{L,-M}^*] = (-1)^{L-M} \alpha_{L,-M}^* \quad (3.14)$$

onde  $b_{L,M}$  e  $(-1)^{L-M} b_{L,-M}^*$  são, respectivamente, os operadores de aniquilação e de criação de fônons de energia  $\hbar \omega_L$  e  $C_L$ , o parâmetro da força restauradora.

Levando-se em consideração as hipóteses feitas, o fator de forma  $F_L(r)$  no modelo vibracional é igual a:

$$F_L(r) = - \left[ (2L + 1) \left( \frac{\hbar \omega_L}{2 C_L} \right) \right]^{1/2} R_0' \frac{dU(r - R_0)}{dr} \quad (3.15)$$

que descreve as excitações de estados de um fônon, de momento angular  $L$  e projeção  $M$ .

A escolha do formato adequado para o potencial óptico  $U(r - R_0)$ , como por exemplo o de Woods-Saxon, permite calcular as integrais radiais  $I_L^{\ell_f, \ell_i}$  (Equação 3.6), possibilitando, assim, que a amplitude de transição  $T_M^{DW}(\vec{k}_f, \vec{k}_i)$ , dada pela expressão (3.5), possa ser determinada para o  $L$  desejado. No cálculo da seção de choque, conforme Equação 3.8, pode-se fatorar, da soma incoerente sobre os  $M$ 's (Equação 3.9), o termo:

$$(2L + 1) \left( \frac{\hbar \omega_L}{2 C_L} \right) R_0'^2 = (\beta_L^{IS})^2 R_0'^2 \quad (3.16)$$

onde  $\beta_L^{IS}$  é o parâmetro de deformação de massa (ou isoescalar), definido por:

$$(\beta_L^{IS})^2 = \left\langle 0 \left| \left| \sum_M \left( \frac{R_0}{R_0'} \right) \alpha_{LM} \right|^2 \right| 0 \right\rangle \quad (3.17)$$

que representa o desvio quadrático médio da esfericidade, do núcleo alvo, no estado fundamental, devido a oscilações de ponto zero do oscilador  $L$  correspondente. O produto  $\beta_L^{IS} R_0'$  é conhecido como comprimento de deformação de massa (ou isoescalar),  $\delta_L^{IS}$ .

Finalmente, a análise do espalhamento inelástico de hádrons é feita utilizando-se para o fator de forma radial:

$$F_L^N(r) = -\delta_L^N \frac{dU(r - R_0)}{dr} \quad (3.18)$$

onde  $\delta_L^N = \beta_L^N R_0$  é o comprimento de deformação nuclear, associado ao potencial, e que inclui o projétil. Como é usual na análise DOMP,  $\delta_L^N$  é suposto igual a  $\delta_L^{IS}$ .

### 3.4 O Modelo Coletivo na Excitação Coulombiana

Pode-se encontrar, na literatura especializada, extensos e detalhados tratamentos da excitação coulombiana. Segue-se aqui, a discussão feita por Satchler [Sa83], no caso da descrição do espalhamento inelástico de hádrons pelo modelo coletivo.

A interação coulombiana pode ser expandida em multipolos, de maneira usual, segundo:

$$U_C = \sum_{i=1}^{Z_A} \sum_{j=1}^{z_a} \frac{e^2}{r_{ij}} = \sum_{LM} U_{C,LM}(r, \xi_f) [i^L Y_L^M(\hat{r})]^* \quad (3.19)$$

e, supondo que o projétil seja esférico, não sujeito a excitações, e também que não ocorra a interpenetração das distribuições de carga do alvo e do projétil, os coeficientes da expansão serão dados por:

$$U_{C,LM}(r, \xi) = i^L \left( \frac{4\pi Z_a e}{2L+1} \right) Q_{pLM}(\xi_f) \frac{1}{r^{L+1}} \quad (3.20)$$

onde

$$Q_{pLM}(\xi_f) = e \sum_{p=1}^{Z_A} r_p^L Y_L^M(\hat{r}) \quad (3.21)$$

é o momento de multipolo elétrico de ordem  $L, M$  do núcleo residual, e  $\vec{r}_p$  é o vetor posição de cada próton em relação ao centro de massa do núcleo.

Com o intuito de se obter uma relação mais explícita entre os termos nuclear e coulombiano, quando o modelo coletivo é usado, podemos reescrever (3.21) como:

$$\begin{aligned} Q_{pLM}(\xi_f) &= \int_A \rho_p(\vec{r}_p) r_p^L Y_L^M(\hat{r}_p) d\vec{r}_p \\ &= -i^L \int_A \rho_{pLM}(r_p) r_p^{L+2} dr_p \end{aligned} \quad (3.22)$$

em termos da densidade de carga  $\rho_{pLM}(r_p)$ , que é uma função contínua de  $r_p$ .

Para salientar os efeitos dos desvios da esfericidade e considerando-se uma distribuição de cargas não esférica, escreve-se a densidade de carga do núcleo como função da distância de cada ponto à superfície nuclear, caracterizada por  $R_p(\theta, \phi)$ , como  $\rho_p[r_p - R_p(\theta, \phi)]$ . A expansão de  $\rho_p$ , ao redor do raio  $R_{0p}$ , característico da distribuição esférica, é feita até primeira ordem:

$$\begin{aligned} \rho_p[r_p - R_p(\theta, \phi)] &\cong \rho_p(r_p - R_{0p}) \\ &\quad - R_{0p} \frac{d\rho_p(r_p - R_{0p})}{dr_p} \left[ \sum_{L,M} \alpha_{pLM} Y_L^{M*}(\theta, \phi) \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

dentro da hipótese de pequenas deformações.

A expressão de  $Q_{pLM}(\xi_f)$  é, então, escrita como a soma de dois termos, sendo o termo que envolve a não-esfericidade, responsável pela excitação coulombiana, dado por:

$$Q_{pLM}^{(1)}(\xi_f) = -i^L \alpha_{pLM} R_{0p} \int_0^\infty \frac{d\rho_p(r_p - R_{0p})}{dr_p} r_p^{L+2} dr_p \quad (3.24)$$

onde pode-se estender a integral, formalmente, até o infinito. Os coeficientes  $U_{C,LM}(r, \xi)$ , também associados à não-esfericidade, podem ser calculados, portanto, a partir de  $Q_{pLM}^{(1)}(\xi_f)$ .

Desta maneira, o fator de forma para a excitação coulombiana pode ser obtido e, no caso de uma distribuição uniforme de cargas esférica com corte

abrupto em  $R_{0p}$ , este é considerado nulo para  $r < R_{0p}$  e, para  $r \geq R_{0p}$ , é expresso por:

$$F_L^C(r) = \delta_L^C \left( \frac{3 Z_a Z_A e^2}{2L + 1} \right) \frac{R_{0p}^{L-1}}{r^{L+1}} \quad (3.25)$$

onde  $\delta_L^C$  é o comprimento de deformação de carga definido de forma análoga ao comprimento de deformação de massa  $\delta_L^{IS}$ . A constante  $R_{0p}$  é mais comumente escrita como  $R_c$ .

A probabilidade reduzida de transição  $B(EL)$  para excitação do multipolo elétrico  $L$ , a partir do estado fundamental, é expressa por:

$$B(EL) \uparrow = \sum_M |\langle LM | Q_{pLM} | 00 \rangle|^2 \quad (3.26)$$

Dentro do modelo adotado, para uma distribuição uniforme de cargas basicamente esférica no estado fundamental, com corte abrupto em  $R_c$ , pode-se escrever:

$$B(EL) \uparrow = (\delta_L^C)^2 \left[ \frac{3 Z_A R_c^{L-1}}{4 \pi} \right]^2 e^2 \quad (3.27)$$

Note-se que incluir a excitação coulombiana no modelo coletivo, corresponde a acrescentar ao fator de forma nuclear, um termo coerente que representa a possibilidade de excitar o mesmo estado, por meios eletromagnéticos, sensível à deformação de carga, isto é:

$$F_L^T(r) = F_L^N(r) + F_L^C(r) \quad (3.28)$$

no cálculo da seção de choque (3.8).

### 3.5 A Interferência Nuclear-Coulombiana (CNI)

Uma quantidade de grande interesse, que pode ser utilizada no teste de diversos modelos de estrutura nuclear, é a razão entre as probabilidades reduzidas de transição elétrica,  $B(EL)$ , e isoescalar (ou de massa),  $B(ISL)$ . A

vantagem do estudo da interferência nuclear-coulombiana no exame de espalhamento inelástico com projéteis de interação isoescalar, é que esta quantidade pode ser obtida com grande acurácia.

Na análise das transições coletivas mais intensas pelo modelo óptico com potencial deformado (DOMP), o fator de forma para o termo nuclear da expressão (3.28), para o momento angular transferido  $L$ , é considerado como sendo igual a:

$$F_L^N(r) = -\delta_R^N(U) \frac{dV(r)}{dr} - i \delta_I^N(U) \frac{dW(r)}{dr} \quad (3.29)$$

onde  $V(r)$  e  $W(r)$  são, respectivamente, as partes real e imaginária do potencial óptico  $U$ . Aqui,  $\delta_R^N(U) = \delta_I^N(U) = \delta_L^N$  é o comprimento de deformação nuclear, associado ao potencial. O termo de excitação coulombiana pode ser escrito:

$$F_L^C(r) = \frac{4\pi Z_a e}{2L+1} [B(EL)\uparrow]^{1/2} \frac{1}{r^{L+1}} \quad (3.30)$$

para  $r$  maiores que  $R_c$ . No cálculo da seção de choque diferencial (3.8), utilizando-se o fator de forma  $F_L^T(r)$ , o quadrado do comprimento de deformação nuclear  $(\delta_L^N)^2$ , pode ser novamente fatorado, supondo  $\delta_L^C = C \cdot \delta_L^N$ , que define o parâmetro  $C$ .

A probabilidade reduzida de transição elétrica (Equação 3.26) é usualmente escrita como:

$$B(EL)\uparrow = e^2 |\mathbf{M}_p|^2 \quad (3.31)$$

onde  $\mathbf{M}_p$  é o momento  $2^L$  polar da distribuição de cargas do núcleo. Uma relação análoga para a probabilidade reduzida de transição isoescalar pode ser definida por [Be69]:

$$B(ISL)\uparrow = \left| \frac{Z}{A} (\mathbf{M}_n + \mathbf{M}_p) \right|^2 \quad (3.32)$$

onde  $\mathbf{M}_n$  é o momento  $2^L$  polar da distribuição de nêutrons do núcleo. Por simplicidade, como é usual, supõe-se que a densidade de transição dos nêutrons

seja proporcional à dos prótons. Pode-se, então, obter a razão  $M_n/M_p$ :

$$\frac{M_n}{M_p} = \left| \frac{\mathbf{M}_n}{\mathbf{M}_p} \right| = \frac{A}{Z} \left| \frac{B(ISL)\uparrow}{B(EL)\uparrow/e^2} \right|^{1/2} - 1 \quad (3.33)$$

que é uma indicação do caráter de isospin da transição nuclear.

A relação entre  $B(EL)$  e o comprimento de deformação de carga  $\delta_L^C$  é dada pela expressão (3.27), para uma distribuição uniforme de carga, com raio  $R_c = r_c A^{1/3}$ . Uma expressão similar relaciona  $B(ISL)$  com o comprimento de deformação de massa (ou isoescalar)  $\delta_L^{IS}$ , suposto igual ao comprimento de deformação nuclear  $\delta_L^N$ :

$$B(ISL)\uparrow = (\delta_L^N)^2 \left[ \frac{3 Z_A R_m^{L-1}}{4 \pi} \right]^2 \quad (3.34)$$

onde  $R_m = r_m A^{1/3}$  é o raio característico da massa nuclear. A razão entre as probabilidades reduzidas de transição elétrica e isoescalar, dentro das aproximações inerentes ao modelo adotado, pode portanto ser escrita como:

$$\frac{B(EL)}{B(ISL)} = e^2 \left( \frac{\delta_L^C}{\delta_L^N} \right)^2 \left[ \frac{R_c^{L-1}}{R_m^{L-1}} \right]^2 = e^2 C^2 \left( \frac{r_c}{r_m} \right)^{2L-2} \quad (3.35)$$

As seções de choque diferenciais e o formato das distribuições angulares calculadas tomando o potencial óptico deformado dependem, portanto, das amplitudes e das fases relativas entre as contribuições nuclear e coulombiana. Na metodologia de análise do espalhamento inelástico adotada no presente trabalho, mostra-se que é possível determinar de forma unívoca, tanto  $C$ , quanto  $\delta_L^N$ , através da comparação das seções de choque experimentais com aquelas previstas pela DWBA, desde que a região de interferência nuclear-coulombiana esteja bem caracterizada e se disponha também de dados suficientes em regiões de ângulos ou de energias incidentes maiores. Assim, o parâmetro  $C = \delta_L^C/\delta_L^N$  é determinado pelo formato da distribuição angular e o comprimento de deformação nuclear,  $\delta_L^N$ , é obtido a partir do fator de escala no ajuste das previsões

teóricas às seções de choque experimentais, permitindo a extração tanto de  $B(ISL)$  quanto de  $B(EL)$ .

A razão  $M_n/M_p$  é, então, determinada de forma direta por:

$$\frac{M_n}{M_p} = \frac{A}{Z} \frac{1}{C} \left( \frac{r_m}{r_c} \right)^{L-1} - 1 \quad (3.36)$$

No presente trabalho, os cálculos das seções de choque das previsões teóricas foram feitos com o programa DWUCK4 [Ku74] e a análise das distribuições angulares do espalhamento inelástico de dêuterons possibilitou a obtenção de informações sobre o caráter de isospin das transições para os primeiros estados coletivos  $2^+$  e  $3^-$  dos núcleos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ .

# Capítulo 4

## Extração das Informações

## Espectroscópicas

A extração das informações espectroscópicas  $\delta_L^N$  e  $C = \delta_L^C / \delta_L^N$  a partir das distribuições angulares medidas, conforme metodologia detalhada anteriormente, será apresentada neste capítulo. Um levantamento na literatura especializada mostra a falta de metodologia consistente na análise do espalhamento inelástico de hádrons para a extração desses parâmetros. Assim, são, por exemplo, comparados livremente parâmetros extraídos com diversos projéteis, nem todos de interação isoescalar. É também freqüente o ajuste “*ad-hoc*” dos potenciais ópticos havendo, às vezes, mudanças substanciais de isótopo para isótopo. A necessidade de se levar em consideração o tipo de projétil (prótons, dêuterons, alfas, píons) utilizado na extração das informações espectroscópicas, através do espalhamento inelástico, foi apontada por Madsen, Brown e Anderson [Ma75] e a preocupação em se isolar as contribuições dos nêutrons das dos prótons, na análise do espalhamento inelástico de hádrons, data basicamente dos trabalhos do grupo de Bernstein, Brown e Madsen [Be77, Be81, Be83].

Neste capítulo, discute-se inicialmente a utilização de sistemáticas globais para os parâmetros do potencial óptico do dêuteron. Enfoca-se a seguir a excitação dos estados  $2_1^+$  nos núcleos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$  e posteriormente a primeira

excitação octupolar. É também discutida e aplicada a análise estatística dos desvios experimentais dos parâmetros correlacionados.

## 4.1 Parâmetros Ópticos Globais

O potencial óptico tem um importante papel na descrição do espalhamento inelástico dentro do modelo coletivo. Ele gera as funções de onda dos canais de entrada (incidente) e saída (espalhada), e também define o fator de forma coletivo.

Para dêuterons são encontrados, na literatura, estudos amplos na determinação dos parâmetros do potencial óptico, a partir de dados experimentais de espalhamento elástico, em um extenso intervalo de massas e energias. O trabalho pioneiro de Perey e Perey [Pe63], e outros posteriores [Pe74, Pe76], estabeleceram parâmetros ópticos globais, com dependência em energia nas profundidades dos poços real e imaginário. A sistemática de Perey foi obtida através da compilação de experiências de espalhamento elástico de dêuterons em diversos alvos, em energias incidentes entre 11 e 27 MeV, e é a que melhor cobre a região de massas e energias do presente trabalho. Na análise das distribuições angulares elásticas obtidas com dêuterons, foi utilizado um potencial central complexo, como é usual dentro do modelo óptico. A forma padrão para o potencial óptico, utilizada por Perey, foi:

$$U(r) = -V_R f(r, r_R, a_R) + i 4 W_D \frac{d}{dr} f(r, r_I, a_I) + V_c \quad (4.1)$$

sendo a parte imaginária responsável pela remoção de parte do fluxo do canal elástico. A dependência radial, como usual, foi expressa por um formato de Woods-Saxon:

$$f(r, r_i, a_i) = \left[ 1 + \exp \left( \frac{r - r_i A^{1/3}}{a_i} \right) \right]^{-1} \quad (4.2)$$

onde  $A$  é o número de massa do núcleo-alvo e o potencial imaginário é pois um

termo de absorção de superfície. O potencial coulombiano  $V_c$  foi considerado como sendo o de uma esfera uniformemente carregada:

$$K \left( \frac{Ze^2}{2R_c} \right) \left[ 3 - \left( \frac{r^2}{R_c^2} \right) \right] \text{ para } r \leq R_c$$

e

$$K \left( \frac{Ze^2}{r} \right) \text{ para } r > R_c$$

onde  $R_c = r_c A^{1/3}$ . Os parâmetros médios obtidos por Perey e Perey, extensivamente usados em análises de reações diretas, foram:

$$V_R = (81,0 - 0,22 E + 2,0 Z/A^{1/3}) \text{ MeV}$$

$$r_R = 1,15 \text{ fm}$$

$$a_R = 0,81 \text{ fm}$$

$$W_D = (14,4 + 0,24 E) \text{ MeV}$$

$$r_I = 1,34 \text{ fm}$$

$$a_I = 0,68 \text{ fm}$$

$$r_c = 1,15 \text{ fm}$$

No presente trabalho, optou-se pela utilização do raio coulombiano reduzido de  $r_c = 1,22 \text{ fm}$ . Esta modificação foi feita para que a esfera uniformemente carregada de corte abrupto representasse, em média, a distribuição de carga do núcleo, parametrizada no formato de Woods-Saxon, segundo estudos feitos por Elton [El61], por Barret e Jackson [Ba79] e por De Vries *et al.* [Vr87], com base em medidas de espalhamento inelástico de elétrons e análise de átomos muônicos.

Um trabalho mais recente realizado por Daehnick, Childs e Vrcelj [Da80], ampliou o estudo realizado por Perey e Perey, incluindo dados de espalhamento elástico de dêuterons até a energia incidente de 90 MeV. Em seu estudo, o grupo de Daehnick adicionou ao potencial óptico um termo de absorção de

volume ( $W_S$ ), na parte imaginária, e um termo de spin-órbita. O resultado de sua análise revelou que o termo de volume é praticamente desprezível para dêuterons em baixas energias e a presença do potencial de spin-órbita tem um efeito muito pequeno sobre o formato das distribuições angulares.

O programa DWUCK4 [Ku74], utilizado na presente análise, permite para projéteis de spin 1, como o dêuteron ( $s_d = 1$ ), um número máximo ( $L_{\max}$ ) de 49 ondas parciais na expansão das funções de onda que descrevem o espalhamento elástico, que não são suficientes para dar conta adequadamente da interação coulombiana de longo alcance, no caso do presente estudo. O valor de  $L_{\max}$  pode entretanto ser aumentado supondo artificialmente  $s_d = 0$ . As curvas teóricas geradas, tomando  $s_d = 1$  e  $L_{\max} = 49$ , e  $s_d = 0$  e  $L_{\max} = 80$ , utilizando-se os parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey e  $r_c = 1,22$  fm, são mostradas na Figura 4.1, para as energias incidentes de 13,2 MeV e 16,0 MeV, tomando  $C = 1,0$  e a excitação do estado  $2_1^+$  do  $^{94}\text{Mo}$ . Pode-se observar que o aumento do número de ondas parciais afeta principalmente a região de ângulos dianteiros, onde a excitação coulombiana é mais intensa, como era de se esperar. As curvas apresentadas, levam em conta a abertura angular ( $\Delta\theta$ ) do espectrógrafo magnético, fazendo-se uma média adequada das seções de choque associadas a um ângulo de espalhamento. Este procedimento, necessário para a comparação das previsões teóricas com os dados experimentais, produz modificações nos mínimos de interferência, alterando a razão pico/vale, conforme ilustrado na Figura 4.2. O programa DWUCK4 leva em consideração, ainda, um fator de correção para simular a não-localidade dos potenciais ópticos, cuja influência sobre as distribuições inelásticas é muito pequena na presente experiência.

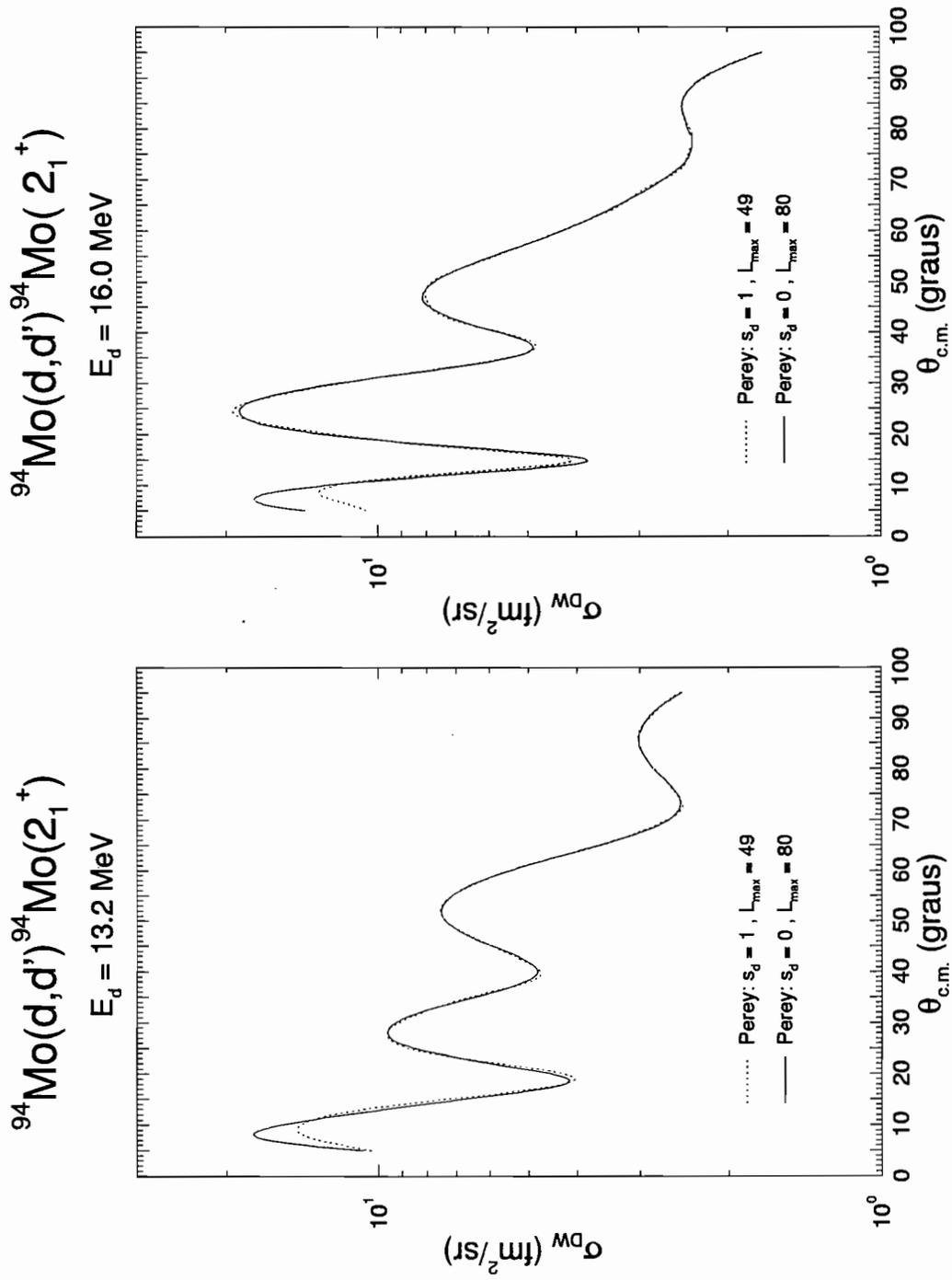


Figura 4.1: Influência do número de ondas parciais na distribuição angular inelástica do  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$ , nas energias incidentes de 13,2 e 16,0 MeV.

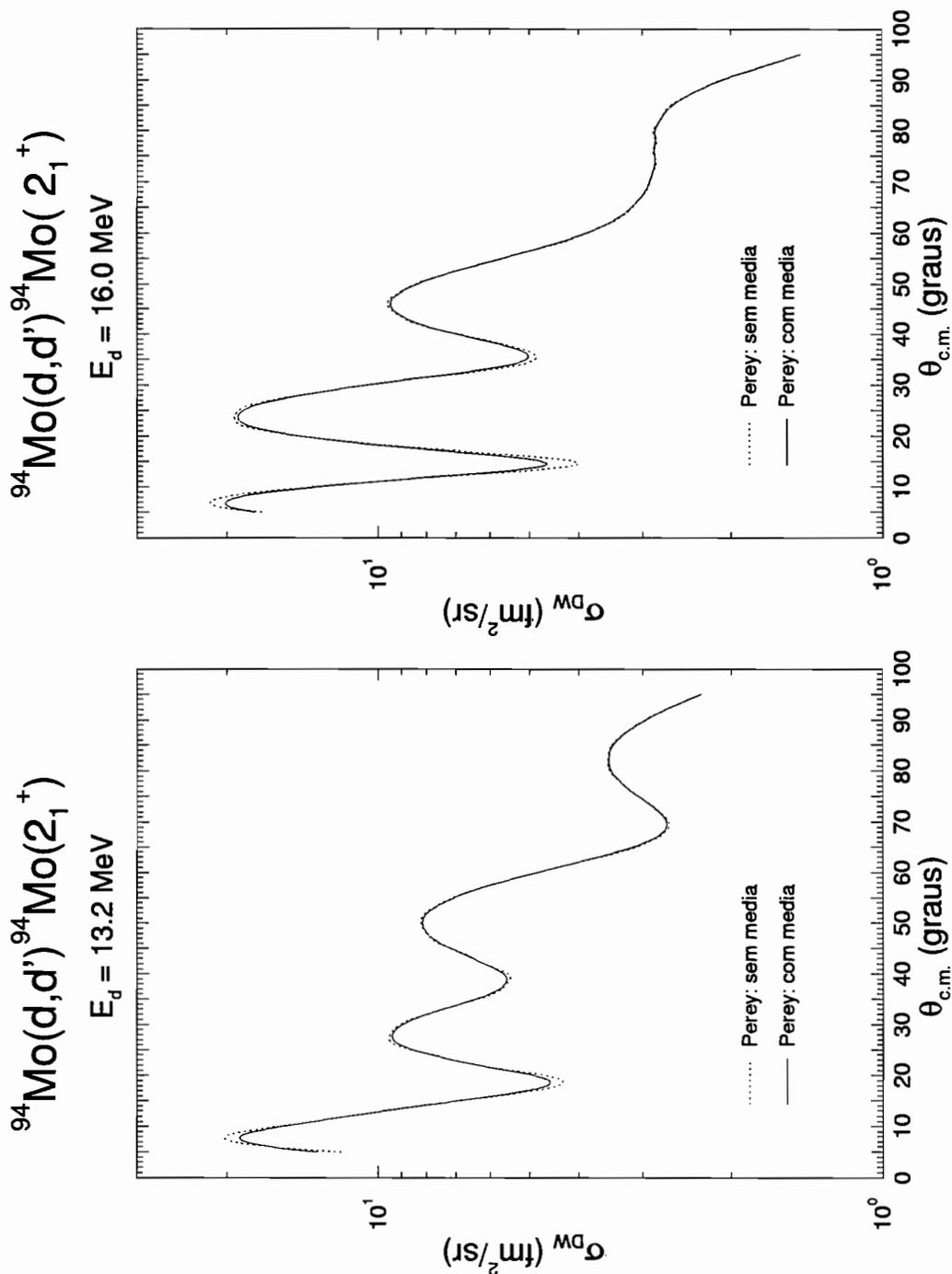


Figura 4.2: Comparação das curvas teóricas geradas pelo programa DWUCK para a transição ao estado  $2_1^+$  do  $^{94}\text{Mo}$ , nas duas energias incidentes: diretamente proveniente do cálculo DWBA (curva tracejada), com aquela em que foi feita a média sobre a abertura angular do espectrógrafo (curva sólida).



Uma comparação das previsões teóricas utilizando os parâmetros ópticos de Perey e Perey [Pe76] e os de Daehnick *et al.* [Da80] é apresentada nas Figuras 4.3 e 4.4, respectivamente para as energias incidentes de 13,2 MeV e 16,0 MeV, no caso do espalhamento elástico e da transição ao estado  $2_1^+$  para o  $^{94}\text{Mo}$ . Pode-se observar que na descrição do espalhamento elástico, embora a previsão de Daehnick indique a presença de oscilações mais acentuadas, o andamento geral é semelhante ao obtido por Perey e o fator de normalização obtido no ajuste das duas curvas aos dados experimentais, devidamente convertidos para o sistema de centro de massa (c.m.), é praticamente o mesmo. No caso dos cálculos de espalhamento inelástico, nota-se uma concordância no que diz respeito à localização dos vários picos ao longo da distribuição angular. Embora as previsões feitas pelas duas sistemáticas estejam em razoável concordância, a opção pela utilização, no presente trabalho, da parametrização de Perey e Perey na análise das distribuições angulares leva em conta os dados experimentais que deram origem a esse conjunto de parâmetros ópticos, obtidos com medidas de espalhamento elástico na região de massas e energias em estudo.

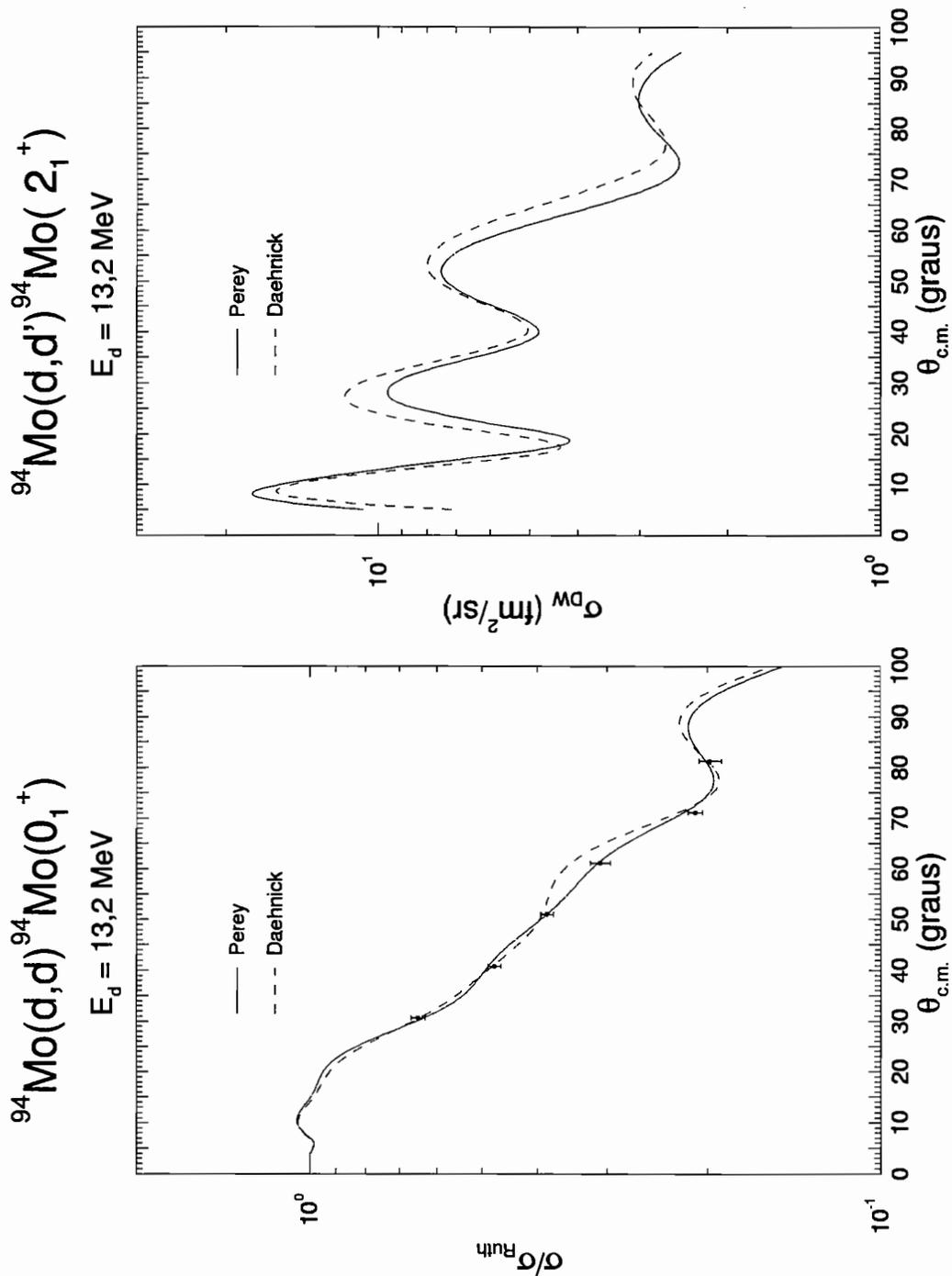


Figura 4.3: Previsão do modelo óptico em comparação aos dados de espalhamento elástico de dêuterons e curvas teóricas geradas pelo programa DWUCK para a transição  $2_1^+$  do  $^{94}\text{Mo}$ , em 13,2 MeV: com parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey e Perey (curva sólida), e com os parâmetros ópticos globais da sistemática de Daehnick *et al.* (curva tracejada).

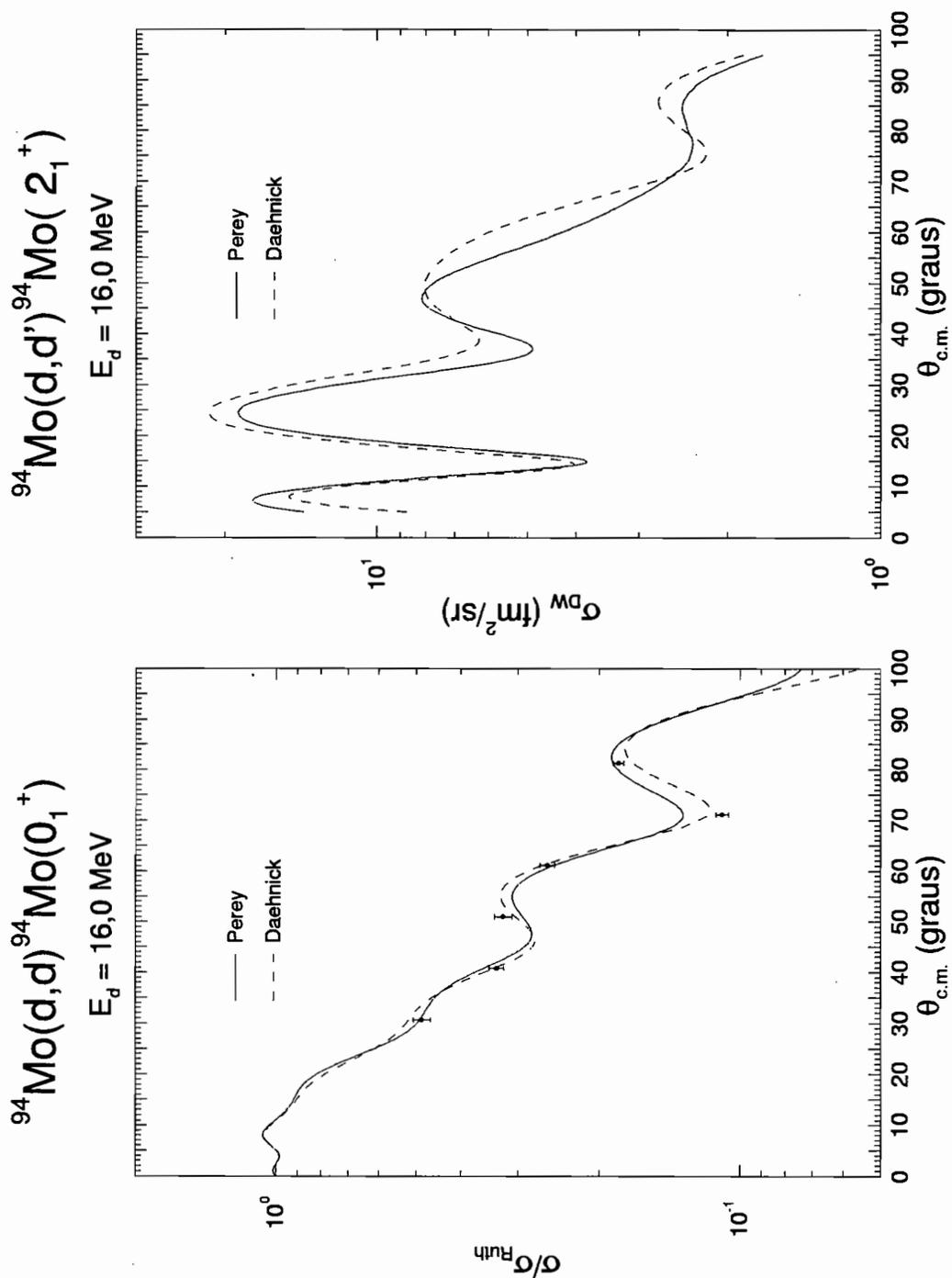


Figura 4.4: Previsão do modelo óptico em comparação aos dados de espalhamento elástico de deuteronos e curvas teóricas geradas pelo programa DWUCK para a transição  $2_1^+$  do  $^{94}\text{Mo}$ , em 16,0 MeV: com parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey e Perey (curva sólida), e com os parâmetros ópticos globais da sistemática de Daehnick *et al.* (curva tracejada).

## 4.2 Excitações Quadrupolares

Nesta seção serão apresentadas, centrando a discussão na excitação do primeiro estado quadrupolar, as etapas que levaram, para cada um dos isótopos estudados, à análise conjunta das distribuições angulares experimentais nas duas energias incidentes. Essas distribuições angulares, devidamente convertidas para o sistema de centro de massa (c.m.), são mostradas na Figura 4.5, para a energia incidente de 13,2 MeV, e na Figura 4.6, para as obtidas em 16,0 MeV. As curvas, em ambas as figuras, correspondem aos resultados obtidos na referida análise simultânea, conforme será detalhadamente discutido a seguir.

Foram inicialmente desenvolvidos programas de análise para a extração dos parâmetros correlacionados  $\delta_L^N$  e  $C = \delta_L^C / \delta_L^N$ , bem como de suas respectivas incertezas experimentais. O ajuste da previsão DWBA-DOMP aos pontos experimentais foi feita pelo método dos mínimos quadrados [Va96], sendo as curvas teóricas calculadas automaticamente através do programa DWUCK4 [Ku74], incorporado ao software de análise como uma subrotina. Em particular, para o cálculo do  $\chi^2$ , a previsão DWBA correspondente ao ângulo de espalhamento medido foi calculada, incluindo na interpolação, a média das seções de choque levando-se em consideração a abertura horizontal das fendas do espectrógrafo magnético ( $\Delta\theta$ ). No procedimento de minimização do  $\chi^2$  foi utilizado o método de Gauss-Marquardt [Be69a, Pr90], escolhido devido à sua propriedade de rápida convergência. A aplicação deste método permitiu a determinação do  $\chi_{\min}^2$  e também das incertezas associadas aos parâmetros extraídos, obtidas na forma de uma matriz de covariância que contém todas as informações relevantes.

Na seqüência, será apresentado o detalhamento evolutivo da análise, partindo da distribuição angular experimental associada à reação  $^{94}\text{Mo}(d,d')$   $^{94}\text{Mo}^*(2_1^+)$ , na energia incidente de 13,2 MeV. Também é discutida a metodologia estatística desenvolvida para o tratamento das incertezas experimentais.

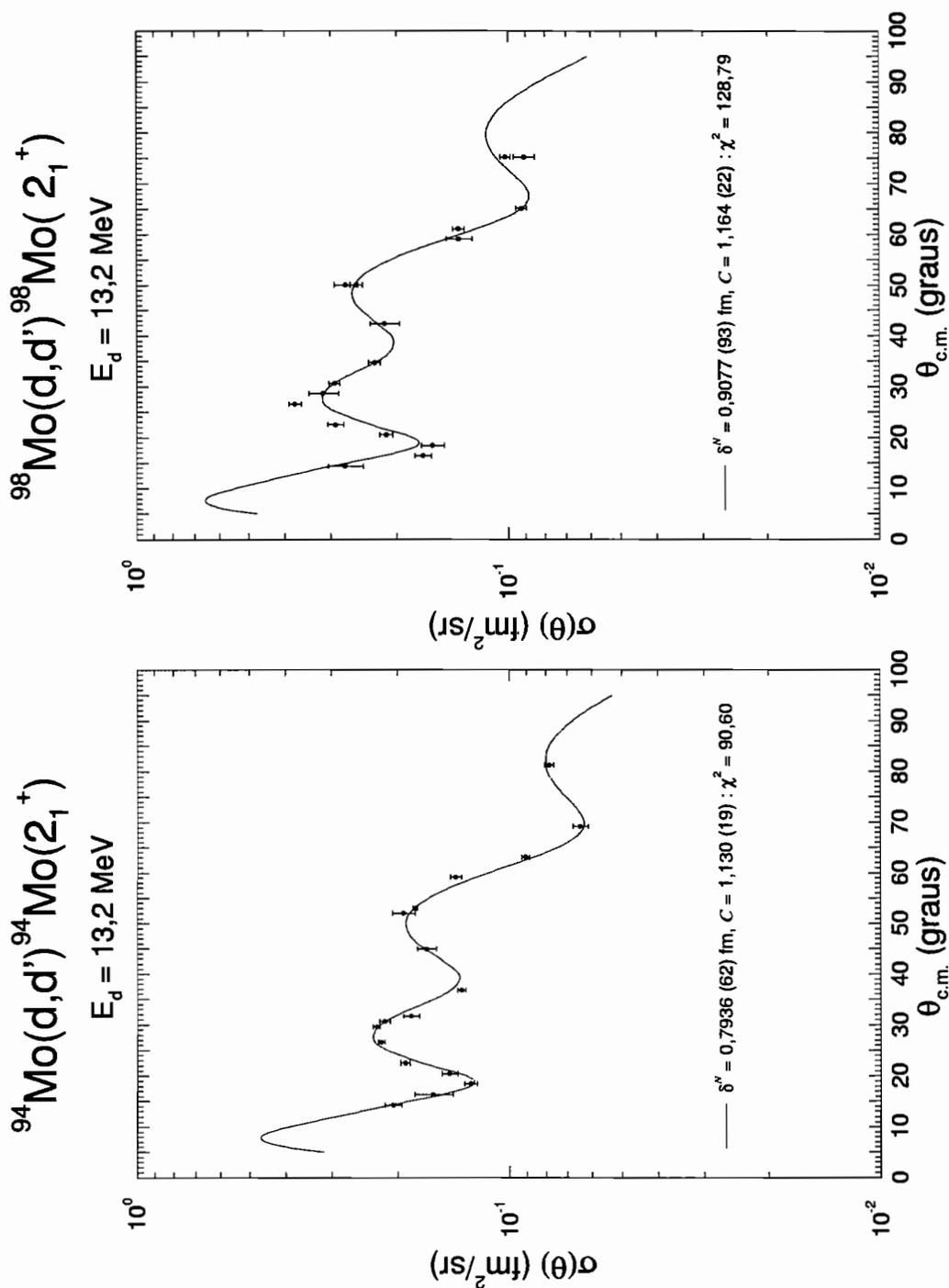


Figura 4.5: Distribuições angulares experimentais associadas à excitação do primeiro estado  $2^+$  no espalhamento inelástico de dêuterons nos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , na energia incidente de 13,2 MeV. Estão também representadas as previsões teóricas pela DWBA-DOMP, ajustadas aos dados segundo análise conjunta das medidas nas duas energias incidentes, para cada um dos isótopos.

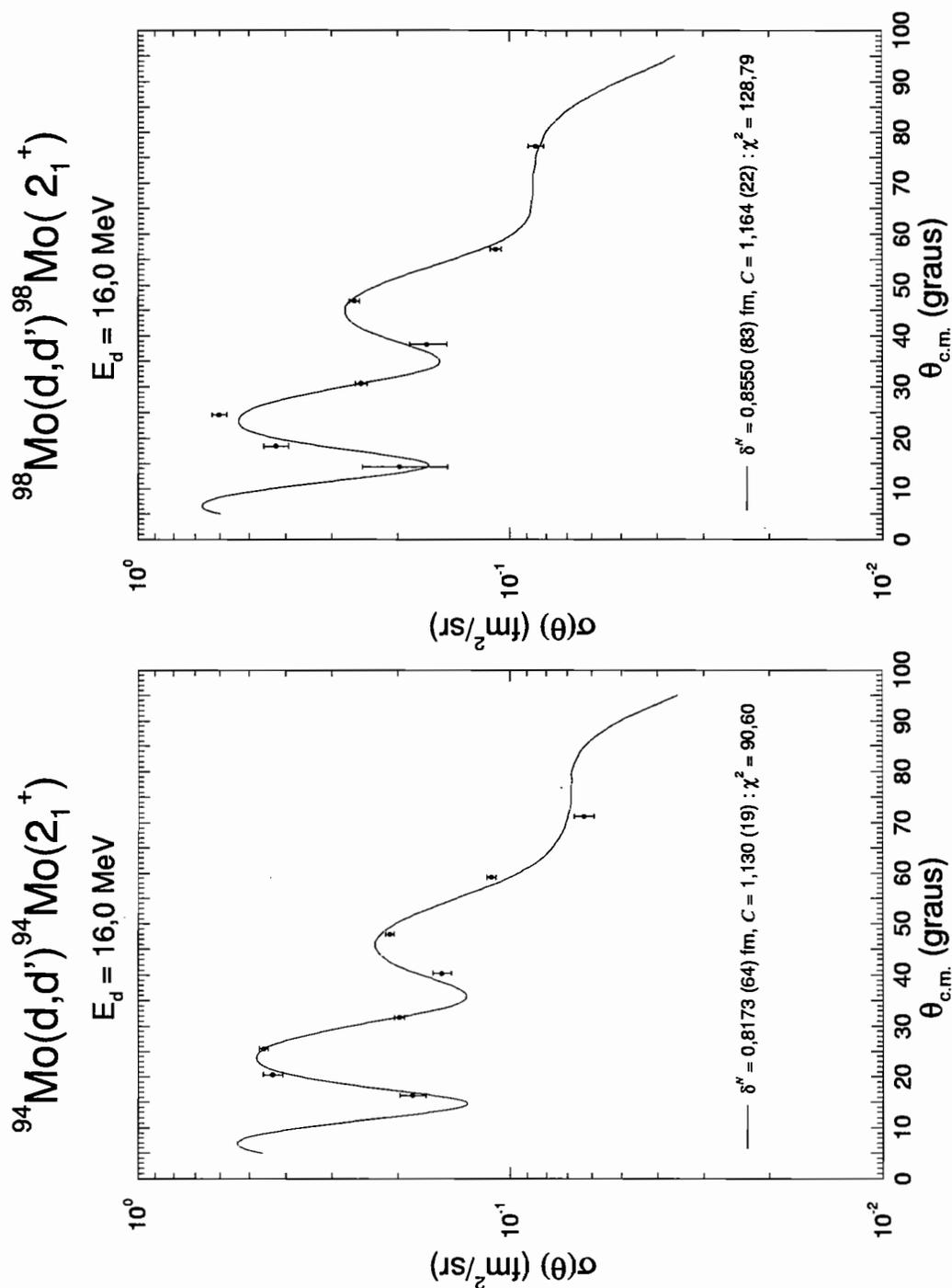


Figura 4.6: Distribuições angulares experimentais associadas à excitação do primeiro estado  $2^+$  no espalhamento inelástico de dêuterons nos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , na energia incidente de 16,0 MeV. Estão também representadas as previsões teóricas pela DWBA-DOMP, ajustadas aos dados segundo análise conjunta das medidas nas duas energias incidentes, para cada um dos isótopos.

Na comparação do comportamento dos pontos experimentais em relação às previsões teóricas observou-se uma pequena diferença de fase entre suas oscilações, indicando consistentemente um objeto de raio maior, como pode ser visto na Figura 4.7. Comportamento semelhante também foi observado por Lund *et al.* [Lu95], na análise de interferência nuclear-coulombiana com partículas alfa nos isótopos pares de Zircônio, o que indica que essa defasagem possa ter uma origem física.

Um estudo da sensibilidade do raio do potencial óptico através de variações aleatórias (sorteio de Monte Carlo) do raio reduzido real ( $r_R$ ) e imaginário ( $r_I$ ) [Du97], mostrou que um aumento de 2% em ambos os raios, melhora sensivelmente a qualidade dos ajustes nas distribuições angulares experimentais inelásticas. A Figura 4.8 mostra, de forma comparativa, o efeito da modificação de três parâmetros ópticos ( $W_D$ ,  $r_R$ ,  $r_I$ ), considerados os mais relevantes, na qualidade dos ajustes DWBA-DOMP aos dados do  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$  em 13,2 MeV, utilizado como exemplo. O eixo vertical representa o melhor ajuste,  $\chi_{\min}^2$ , obtido na extração de  $\delta_L^N$  e  $C$ , variando-se o parâmetro óptico em estudo e mantendo os demais fixos na prescrição global de Perey e Perey. O intervalo de variação de  $W_D$ ,  $r_R$  e  $r_I$ , foi escolhido para dar um incremento de um fator  $\sim 4$  no  $\chi_{\min}^2$ . As Figuras 4.8(a), (b) e (c), na coluna da esquerda, mostram variações aleatórias para  $W_D$ ,  $r_R$  e  $r_I$ , respectivamente, em torno dos valores da sistemática de Perey, que estão indicados por setas. Na Figura 4.8(a) pode ser visto que a profundidade do poço imaginário  $W_D = 17,6$  MeV, segundo a prescrição de Perey, está na região do mínimo da curva de  $\chi_{\min}^2$ . As Figuras 4.8(b) e (c) indicam, por outro lado, que os mínimos de  $\chi_{\min}^2$  para os raios reduzidos real ( $r_R$ ) e imaginário ( $r_I$ ), ocorrem em valores que estão aproximadamente 2% maiores que os sugeridos por Perey. Por este motivo, foram feitos novos sorteios, onde ambos os raios foram aumentados de 2,0%, sendo os demais parâmetros mantidos conforme a prescrição de Perey. Os resultados estão representados na coluna da

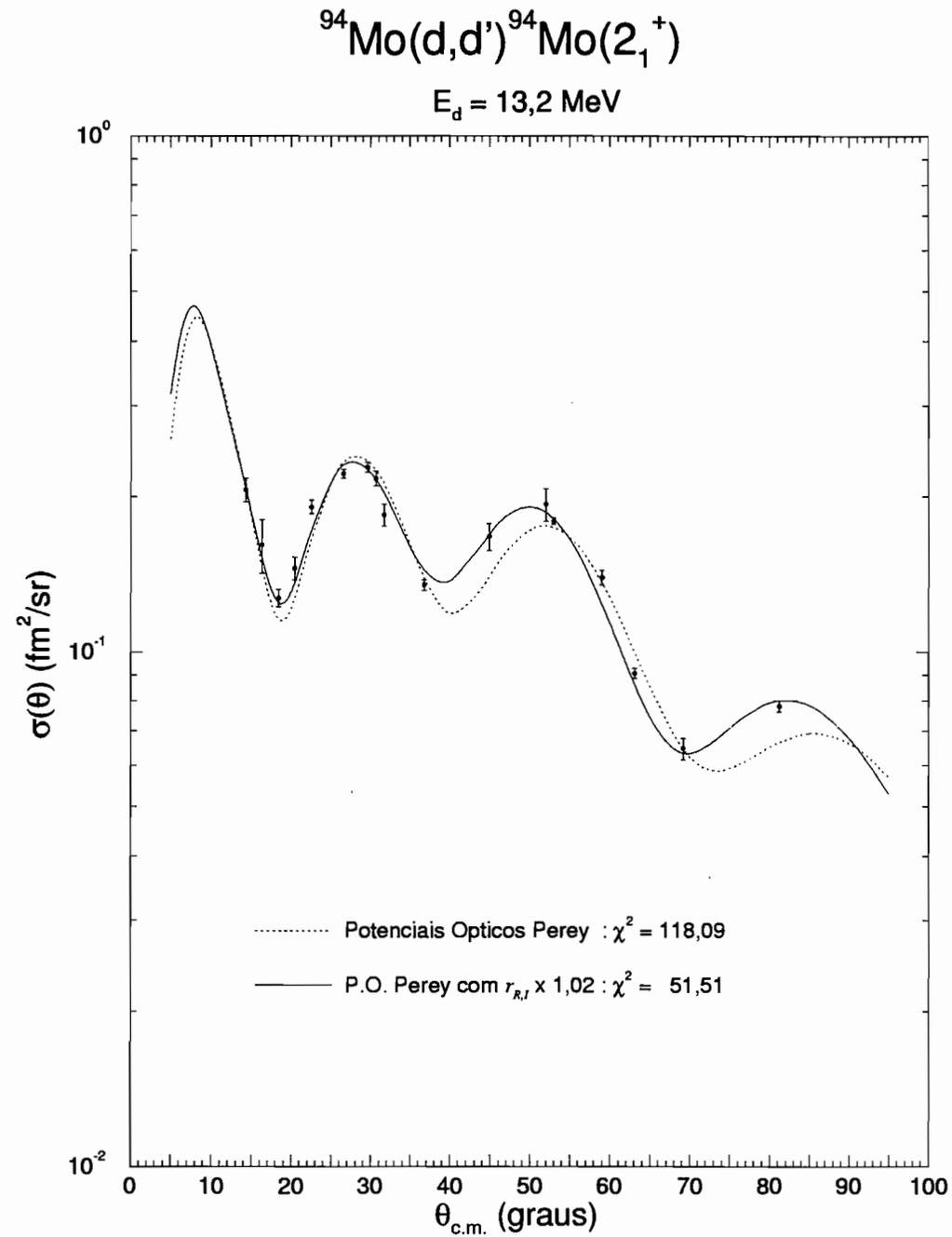


Figura 4.7: Comparação entre os melhores ajustes DWBA-DOMP, utilizando os parâmetros ópticos (P.O.) de Perey (curva pontilhada) com a previsão onde os raios reduzidos real e imaginário foram aumentados de 2,0% (curva sólida), na análise da distribuição angular do  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$ , em 13,2 MeV.

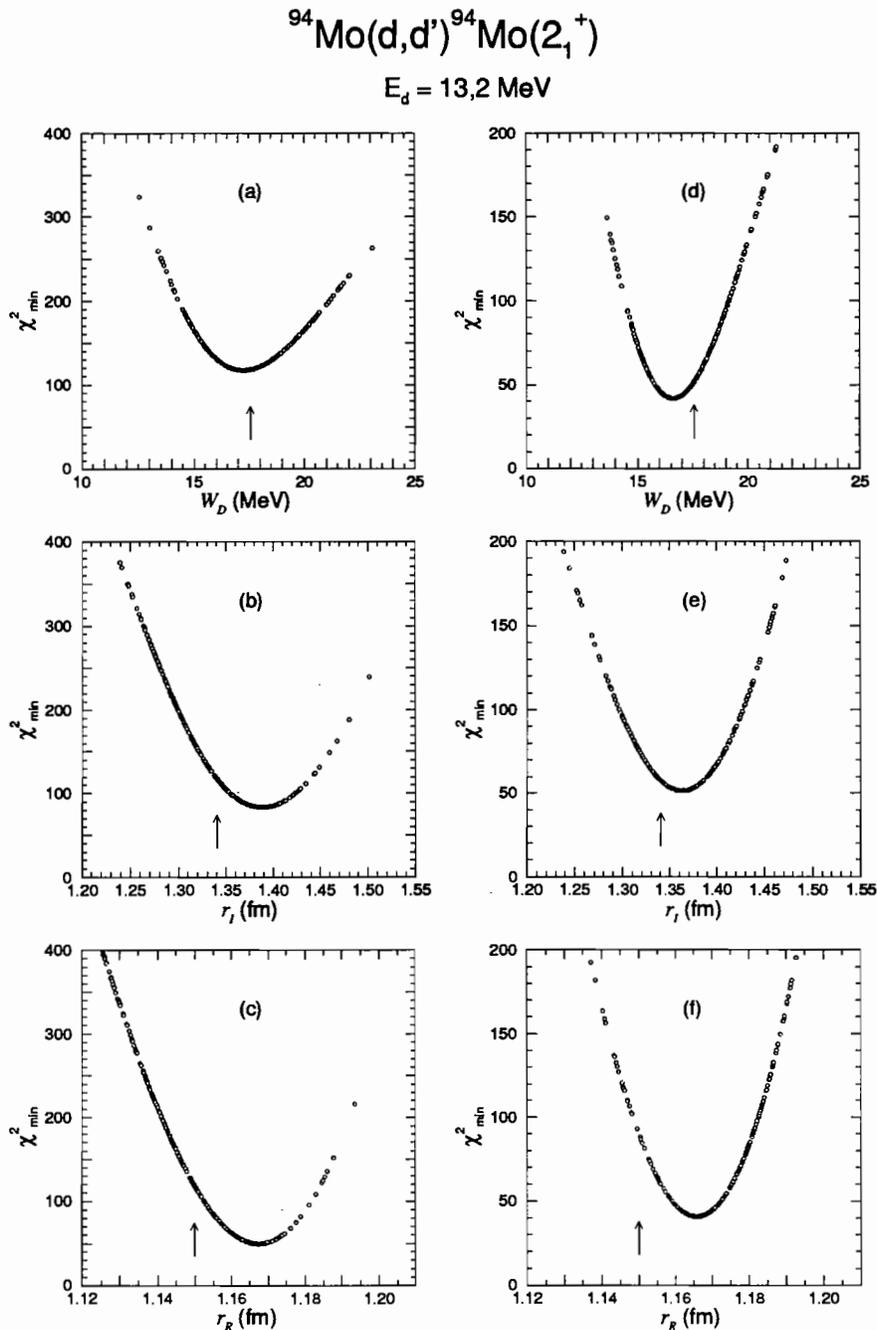


Figura 4.8: Variação da qualidade do ajuste,  $\chi_{\min}^2$ , como função dos parâmetros ópticos  $W_D$ ,  $r_R$  e  $r_I$ , na análise dos dados do  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$ , em 13,2 MeV. Em (a), (b) e (c), os parâmetros que não estavam em estudo foram mantidos fixos nos valores da prescrição global de Perey e Perey. Em (d), (e) e (f), com escala vertical expandida, foi adotado o mesmo procedimento, mas os parâmetros  $r_R$  e  $r_I$ , quando fixos, foram aumentados de 2,0% em relação aos da sistemática de Perey. As setas indicam os valores de  $W_D$ ,  $r_R$  e  $r_I$  da prescrição global.

direita [Figuras 4.8(d), (e) e (f)], com a escala vertical expandida, onde se nota uma importante redução no  $\chi_{\min}^2$  obtido, especialmente através da modificação do raio reduzido real  $r_R$ , responsável por uma diminuição de um fator  $\sim 2$  no valor de  $\chi_{\min}^2$ .

Para dêuterons, que são projéteis fracamente ligados, e portanto, sujeitos a processos de absorção importantes, é esperado que a parte imaginária do potencial óptico tenha uma forte influência na determinação do padrão das distribuições angulares previstas. Coerentemente com os estudos realizados e ilustrados na Figura 4.8, na presente análise foi feita a opção de manter os parâmetros da sistemática de Perey e Perey, inclusive  $W_D$ , modificando entretanto ambos os raios reduzidos, real e imaginário, por um incremento de 2,0% com respeito aos da sistemática de Perey, visando ainda manter os seus valores relativos. Essa modificação na descrição radial do potencial óptico altera, basicamente, a figura difrativa da curva DWBA comprimindo as oscilações. A Figura 4.9 mostra os efeitos da modificação dos raios real e imaginário do potencial óptico com o aumento de 2,0%, na análise das distribuições angulares não só do  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$ , mas também do  $^{98}\text{Mo}(2_1^+)$ , na energia incidente de 13,2 MeV. Uma inspeção direta dos resultados experimentais para as mesmas reações, na energia incidente de 16,0 MeV, mostra comportamento semelhante, o que indica, aparentemente, que o padrão difrativo das oscilações inelásticas corresponde a um objeto maior do que aquele apropriado para a descrição do espalhamento elástico. As alterações nos parâmetros geométricos do potencial não comprometem a descrição dos dados de espalhamento elástico, nem alteram o fator de normalização obtido com os raios originais de Perey e Perey (ver Figuras 2.7 a 2.10, Seção 2.4).

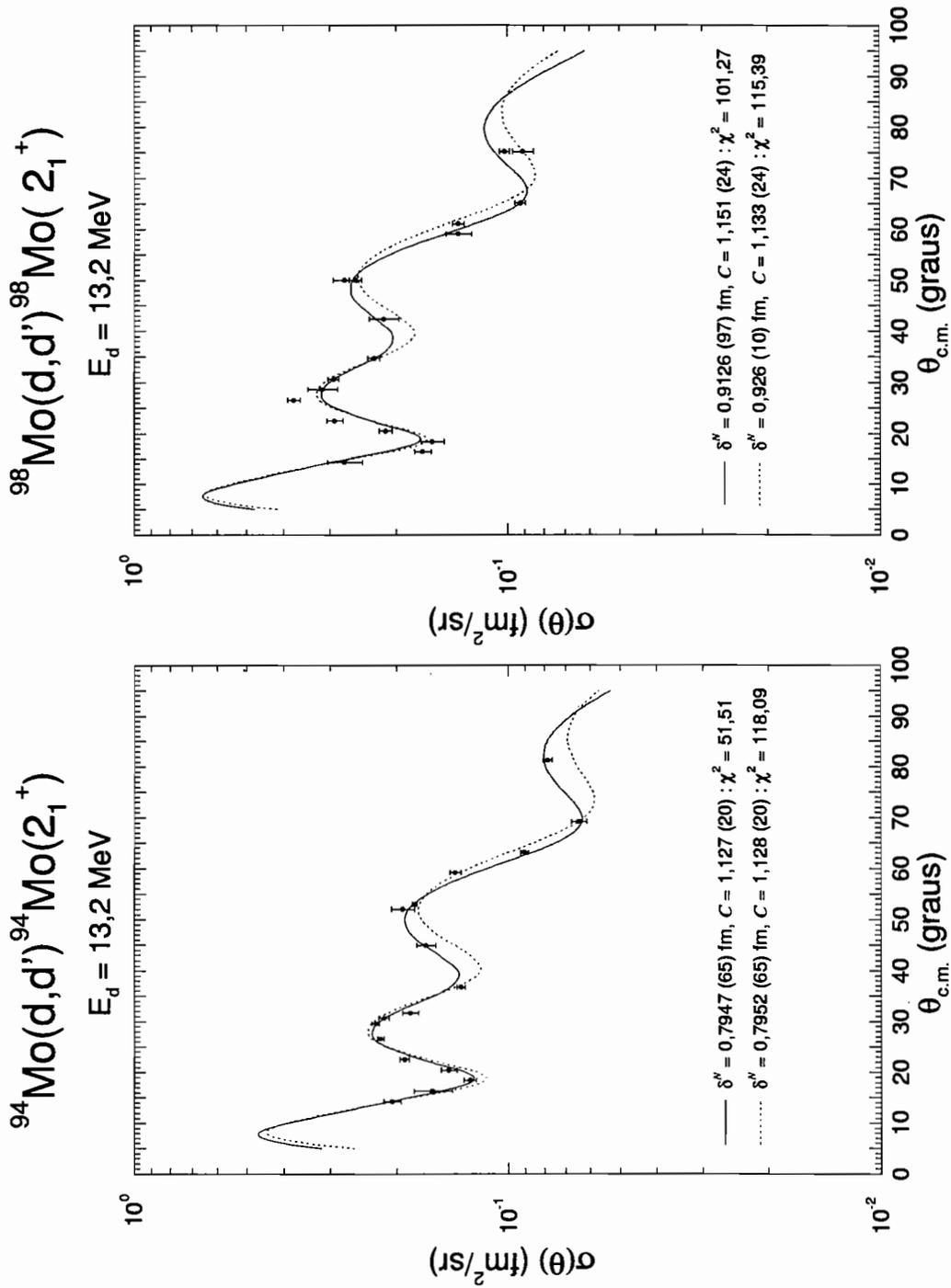


Figura 4.9: Comparação entre os melhores ajustes DWBA-DOMP, utilizando os parâmetros ópticos de Pery e Pery (curva pontilhada) com a previsão onde os raios reduzidos real e imaginário foram aumentados de 2,0% (curva sólida), na análise das distribuições angulares do  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$  e do  $^{98}\text{Mo}(2_1^+)$ , em 13,2 MeV.

A Figura 4.10 mostra o melhor ajuste obtido para a distribuição angular experimental do caso exemplo, sendo que as barras de erro não incluem a incerteza do fator de escala na determinação da seção de choque absoluta, estimada ser em torno de 5%. Mostra também as contribuições exclusivamente nuclear (curva tracejada) e coulombiana (curva pontilhada) e ilustra a importância da caracterização não só da região de máxima interferência, mas também da região em que a interação nuclear predomina.

A necessidade de uma análise mais detalhada das incertezas envolvidas na determinação dos parâmetros  $C$  e  $\delta_L^N$  levou a um estudo das curvas de nível de  $\chi^2$ , segundo metodologia sistematizada por Press *et al.* [Pr90], baseado em trabalhos anteriores como os desenvolvidos por Cline e colaboradores [Cl70, Cl86, Cz86], para a extração dos elementos de matriz eletromagnéticas na excitação coulombiana múltipla, e por Lampton, Margon e Bowyer [La76], nos seus projetos de pesquisa em astrofísica. Para ilustrar a metodologia empregada na análise estatística dos desvios experimentais, em parte já publicada [Du97], uma discussão detalhada é feita para a excitação  $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$  do  $^{94}\text{Mo}$ , na energia incidente de 13,2 MeV.

O procedimento recomendado para a correta obtenção dos intervalos de confiança é através das curvas de nível de  $\chi^2$ , no espaço dos parâmetros de interesse  $(\delta_L^N, C)$ , que definem a região de eventos esperados para uma dada probabilidade. Para dois parâmetros, as curvas de nível que contém 68,3% e 99,7% dos eventos estatisticamente esperados, para dados que seguem a distribuição normal e ajustes perfeitos, são obtidas somando-se ao  $\chi_{\min}^2$ , valores de  $\Delta\chi^2$  iguais a 2,3 e 11,8, respectivamente. Estas curvas de nível, que são aproximadamente elipses no plano  $(\delta_L^N, C)$ , estão representadas na Figura 4.11(a) pelas duas curvas sólidas mais externas. Focalizando a região de 68,3%, pode-se observar que a projeção da curva sobre cada eixo corresponde a aproximadamente duas vezes  $1,5\sigma$  [La76] dos respectivos parâmetros. Isto é, se os dois parâmetros

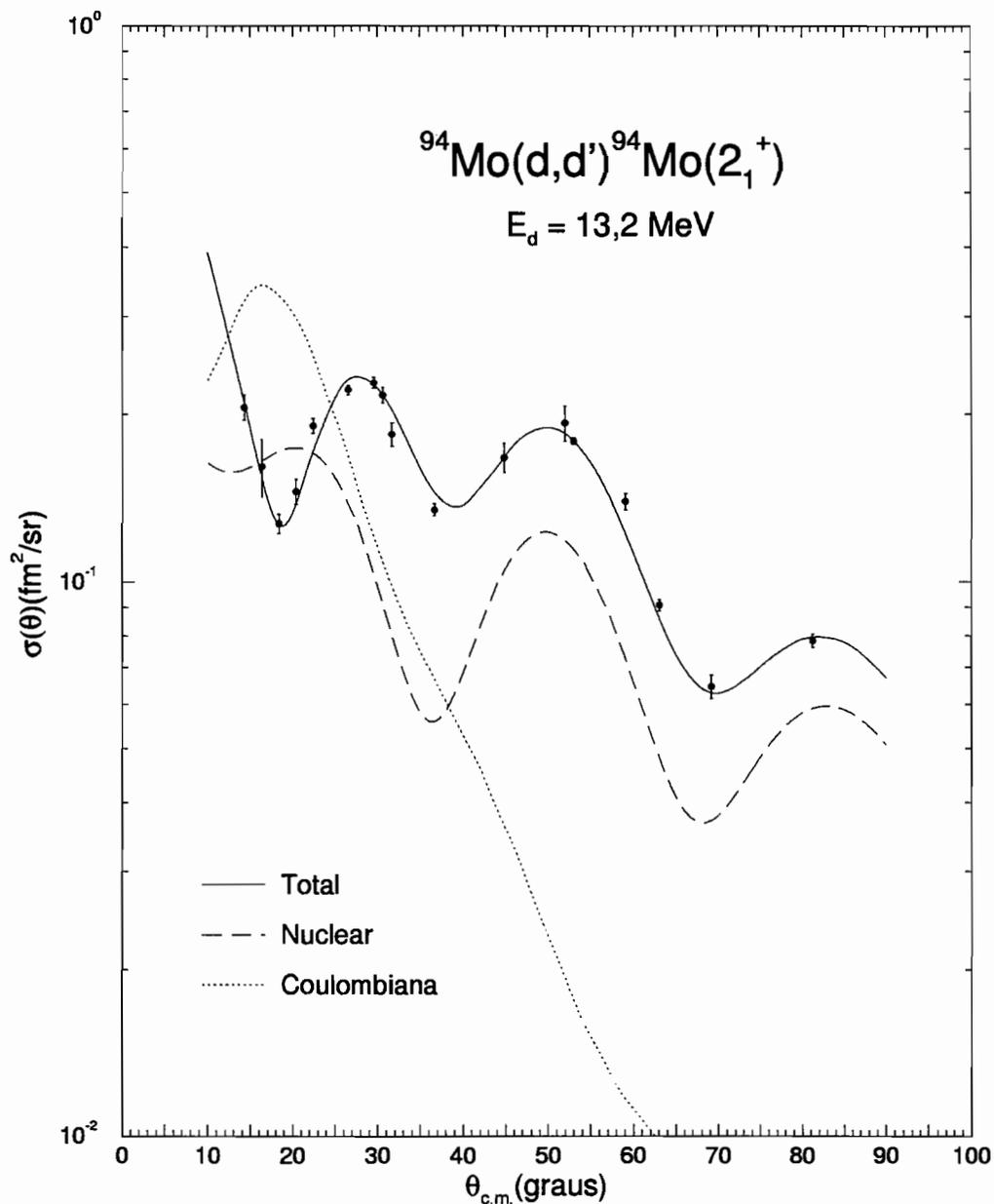


Figura 4.10: Distribuição angular experimental para o primeiro estado  $2^+$  do  $^{94}\text{Mo}$ , no espalhamento inelástico de dêuterons de 13,2 MeV. A curva sólida é o resultado do melhor ajuste da previsão DWBA-DOMP aos dados, enquanto a pontilhada e a tracejada são, respectivamente, as contribuições das excitações coulombiana e nuclear. As barras de erro representam as incertezas devidas a processos estatísticos, leitura das emulsões e subtração do fundo (e/ou contaminante), e não incluem o erro na determinação da escala absoluta das seções de choque.

são analisados conjuntamente, a projeção da região de 68,3% excede necessariamente o valor de  $2\sigma$ . Se, por outro lado, a informação desejada se refere à incerteza associada a apenas um dos parâmetros, independente do valor que o outro possa assumir, sub-espacos de larguras  $\sim 2\sigma$  são definidas no plano  $(\delta_L^N, C)$ , que correspondem a projeção da curva de nível de  $\chi_{\min}^2 + 1$ , representado pela curva sólida interna. Na Figura 4.11(a), esses sub-espacos estão delimitados através das linhas pontilhadas horizontais e verticais. No tocante a utilização do método de Gauss-Marquardt, é necessário atentar para o fato de que este é adequado quando a aproximação linear é razoável. Neste caso, as curvas de nível são elipses ao redor do valor de  $\chi_{\min}^2$ , que são definidas pelos valores do desvio padrão dos parâmetros e sua correlação. Estas elipses estão representadas como curvas tracejadas na Figura 4.11(a) e são muito semelhantes as curvas de nível correspondentes. Na aproximação linear, pode-se mostrar [La76] que as projeções das duas elipses internas sobre cada eixo corresponde exatamente a duas vezes  $1,515\sigma$  e  $1,000\sigma$ , respectivamente.

Outro ponto crítico a ser considerado é o fato do  $\chi_{\min}^2$  de 51,1 obtido, para 17 pontos experimentais, no exemplo em estudo, cujo valor correspondente de  $\chi_{\text{red}}^2 = 3,43$  indica claramente diferenças entre os dados experimentais e a previsão do modelo, em excesso ao estatisticamente esperado para dados distribuídos normalmente. De fato, o  $\chi_{\text{red}}^2$  obtido pode ser considerado típico no estudo da interferência nuclear-coulombiana, uma vez que ajustes perfeitos de dados de CNI não são esperados e nem obtidos na análise pelo modelo DWBA-DOMP com parâmetros ópticos globais. A razão  $C = \delta_L^C / \delta_L^N$ , o parâmetro mais interessante obtido nos estudos de CNI e determinado principalmente pelos dados medidos em ângulos dianteiros, pode ter um efeito não-linear expressivo no ajuste, o qual, em outras situações experimentais, não possa ser bem representada pelo processo de linearização do método de Gauss-Marquardt. Para verificar a validade da metodologia utilizada, um teste estatístico direto foi feito,

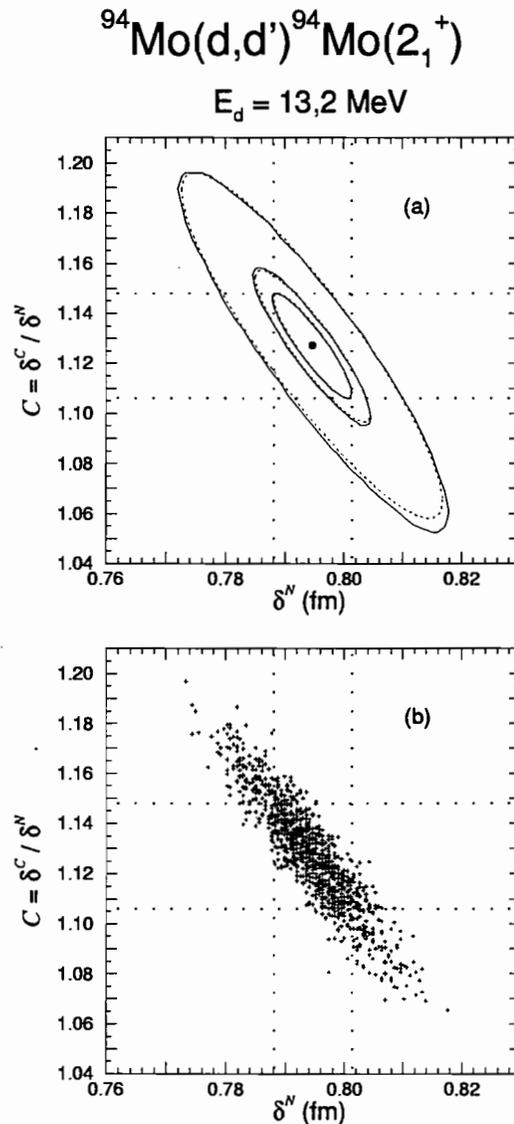


Figura 4.11: (a) Valores de  $\delta_2^N$  e  $C$  para o melhor ajuste DWBA-DOMP para a distribuição angular do  $^{94}\text{Mo}(d,d')$  em 13,2 MeV (Figura 4.10), juntamente com as curvas de nível e elipses: as curvas sólidas são os contornos de  $\chi^2$  constante, enquanto as tracejadas são as elipses calculadas com os parâmetros obtidos pelo método de Gauss-Marquardt, ambas correspondendo a 39,3% ( $\chi_{\min}^2 + 1$ ), 68,3% ( $\chi_{\min}^2 + 2.3$ ) e 99,7% ( $\chi_{\min}^2 + 11.8$ ) dos eventos estatisticamente esperados, respectivamente, das curvas internas para as externas. (b) Simulação de Monte Carlo: cada ponto representa os valores de  $\delta_2^N$  e  $C$  correspondente ao  $\chi_{\min}^2$  determinado para uma “distribuição angular” gerada à partir dos 17 pontos experimentais. As projeções da curva de nível de  $\chi_{\min}^2 + 1$ , indicadas pelas linhas pontilhadas horizontais e verticais, definem sub-espacos que correspondem a  $2\sigma$  para  $C$  e  $\delta_2^N$ , respectivamente.

através de uma simulação de Monte Carlo dos dados experimentais [Du97]. Na Figura 4.11(b) são mostradas 1002 resultados obtidos pelo sorteio de Monte Carlo. Cada ponto representa os valores de  $\delta_L^N$  e  $C$  correspondente ao  $\chi_{\min}^2$  determinado para uma “distribuição angular” simulada, cada uma contendo 17 pontos “experimentais” sorteados a partir dos verdadeiros dados experimentais, de acordo com uma distribuição gaussiana definida pelos desvios padrões associadas a cada seção de choque medida. Pode-se apreciar qualitativamente que os pontos se distribuem da maneira prevista pelas elipses da Figura 4.11(a). Numa análise quantitativa, um procedimento de contagem dos pontos foi feito, considerando-se elipses construídas com os valores da média, desvio padrão e coeficiente de correlação obtidos da simulação de Monte Carlo. Um modo conveniente de representar as elipses de densidade de probabilidade constante, para dois parâmetros correlacionados que obedecem a uma distribuição gaussiana, é através da constante  $A$ , definida como:

$$A^2 = \left[ \frac{\delta^N - \langle \delta^N \rangle}{\sigma_{\delta^N}} \right]^2 - 2r \left[ \frac{\delta^N - \langle \delta^N \rangle}{\sigma_{\delta^N}} \right] \left[ \frac{C - \langle C \rangle}{\sigma_C} \right] + \left[ \frac{C - \langle C \rangle}{\sigma_C} \right]^2 \quad (4.3)$$

onde  $\langle \delta^N \rangle$  e  $\langle C \rangle$  são as médias ( $m$ ) ou os valores obtidos do melhor ajuste,  $\sigma_{\delta^N}$  e  $\sigma_C$  são os desvios padrão ( $s$ ) e  $r$  é o coeficiente de correlação de Pearson entre  $\delta^N$  e  $C$ . A Figura 4.12 apresenta o histograma, como função de  $A$ , da frequência relativa dos pontos, por unidade de área (em cada uma das sucessivas coroas elípticas), que é uma aproximação da densidade de probabilidade  $dP/dS$ . Também está representada a função densidade de probabilidade esperada. A boa concordância entre ambos confirma as suposições estatísticas feitas e demonstra a consistência interna do sorteio de Monte Carlo.

A Tabela 4.1 apresenta, nas três primeiras linhas, os parâmetros de interesse físico, conforme determinado pelo método de Gauss-Marquardt e pelo método das curvas de nível, em comparação com o valor médio ( $m$ ) obtido

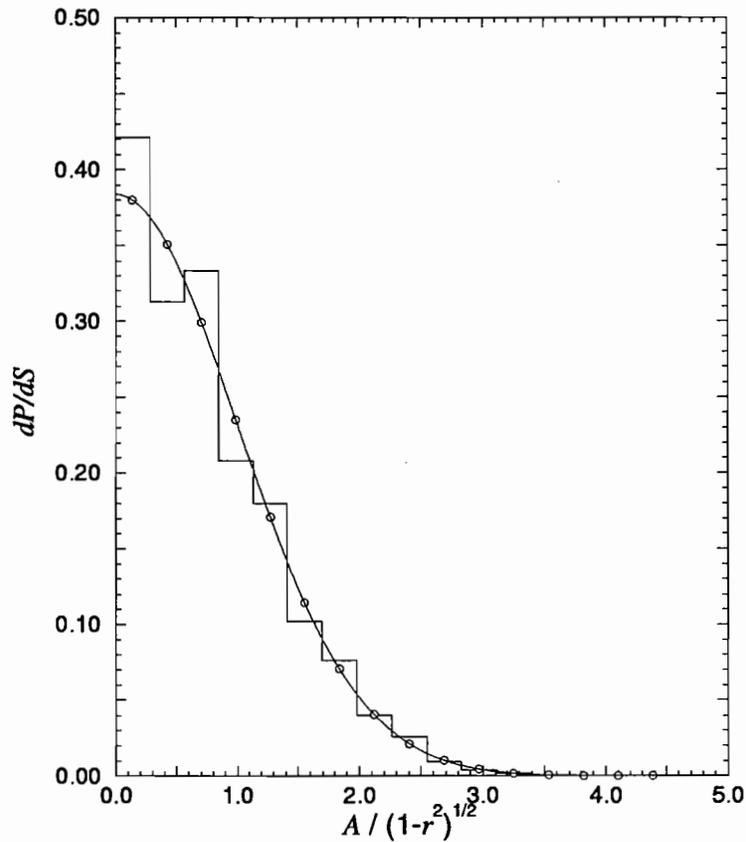


Figura 4.12: Histograma da densidade de probabilidade, como função de  $A$  (definida no texto), obtida para a simulação de Monte Carlo apresentada na Figura 4.11(b). A frequência relativa, por unidade de área, foi obtida contando o número de pontos nas sucessivas coroas elípticas e normalizando pelo número total de eventos. Em comparação, a curva sólida mostra a função densidade de probabilidade esperada, que corresponde a uma gaussiana com  $\sigma_0 = 1$ , em unidades do eixo horizontal, e para um coeficiente de correlação  $\tau = -0,910$ .

Tabela 4.1: Resultados da análise estatística no ajuste da previsão DWBA-DOMP para a distribuição angular do  $^{94}\text{Mo}(d,d')$  em 13,2 MeV. A segunda e a terceira coluna contém informações numéricas associadas à Figura 4.11(a) e as duas últimas com a Figura 4.11(b).

Parâmetro de interesse físico	Melhor ajuste		Monte Carlo <sup>(a)</sup>	
	Método de Gauss-Marquardt	Método das Curvas de Nível	<i>m</i>	<i>s</i>
$\delta^N$ (fm)	0.7947(64)	0.7947(66)	0.7942	0.0069
$C$	1.127 (20)	1.127 (21)	1.129	0.022
$\delta^C$ (fm)	0.896 (10)	0.896 (11)	0.896	0.011
$r$	-0.899	-0.904	-0.910	
$P(A_1)$	64.9%	66.7%	68.7%	
$P(A_2)$	93.1%	95.1%	95.5%	
$P(A_3)$	99.6%	99.7%	99.9%	

<sup>(a)</sup> *m*: média; *s*: desvio padrão.

através das 1002 simulações de Monte Carlo. Os desvios padrão,  $\sigma_{\delta^N}$  e  $\sigma_C$ , associados aos valores extraídos, estão indicados entre parênteses, enquanto o valor correspondente, *s*, do sorteio de Monte Carlo é mostrado na última coluna. As últimas três linhas na quarta coluna da Tabela 4.1 mostram a soma relativa  $P(A)$ , no sorteio de Monte Carlo, para os valores  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ , que correspondem às probabilidades teóricas de se obter 68,3%, 95,4% e 99,7% dos eventos. As últimas três linhas da segunda e terceira coluna apresentam o resultado do procedimento de contagem dos 1002 sorteios, utilizando agora as elipses obtidas com os parâmetros extraídos pelo método de Gauss-Marquardt e as curvas de nível, respectivamente, para as curvas correspondentes aos valores de  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ .

No presente exemplo, onde os dados experimentais são suficientemente detalhados para restringir os parâmetros ajustados a uma região de variação pequena ao redor dos melhores valores extraídos, o comportamento dos parâmetros é bem representado na linearização inerente ao método de Gauss-Marquardt, uma vez que os resultados obtidos pelos três métodos estatísticos empregados apresentam uma excelente concordância, como pode ser visto na Tabela 4.1.

No caso do  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$ , em 16,0 MeV, e do  $^{98}\text{Mo}(2_1^+)$ , em ambas as energias incidentes, adotou-se o procedimento de construir as curvas de nível em comparação com as elipses do método de Gauss-Marquardt, como forma de se avaliar a validade e estabilidade do procedimento de linearização na determinação do  $\chi_{\min}^2$ , utilizado na extração dos parâmetros  $C$  e  $\delta^N$ , e suas respectivas incertezas. As Figuras 4.13, 4.14 e 4.15, mostram os resultados obtidos para as três reações e suas respectivas curvas de nível e elipses, correspondentes aos intervalos de confiança para 39,3% ( $\Delta\chi^2 = 1,0$ ), 68,3% ( $\Delta\chi^2 = 2,3$ ), 95,4% ( $\Delta\chi^2 = 6,2$ ) e 99,7% ( $\Delta\chi^2 = 11,8$ ). Pode-se observar claramente a semelhança entre as curvas de nível e as elipses do método de Gauss-Marquardt, confirmando a adequação da análise dos desvios estatísticos adotada.

O erro sistemático na determinação do fator de escala absoluto das seções de choque diferenciais afeta exclusivamente o parâmetro  $\delta_L^N$  e não a razão  $C = \delta_L^C/\delta_L^N$ , que depende apenas do formato das distribuições angulares experimentais. Assim, os ajustes obtidos para os estados  $2_1^+$  do  $^{94}\text{Mo}$  e do  $^{98}\text{Mo}$  indicam que para dêuterons na energia incidente de 13,2 MeV, nas condições experimentais do presente trabalho, o valor de  $C \propto [B(E2)/B(IS2)]^{1/2}$  pode ser determinado com uma incerteza estatística em torno de 2%. Os resultados obtidos com os dados complementares para estas reações, medidos em 16,0 MeV, estão em boa concordância estatística, para ambos os parâmetros  $C$  e  $\delta_L^N$ , com aqueles obtidos em 13,2 MeV, sendo o valor de  $C$  determinado com considerável menor precisão estatística na energia mais alta.

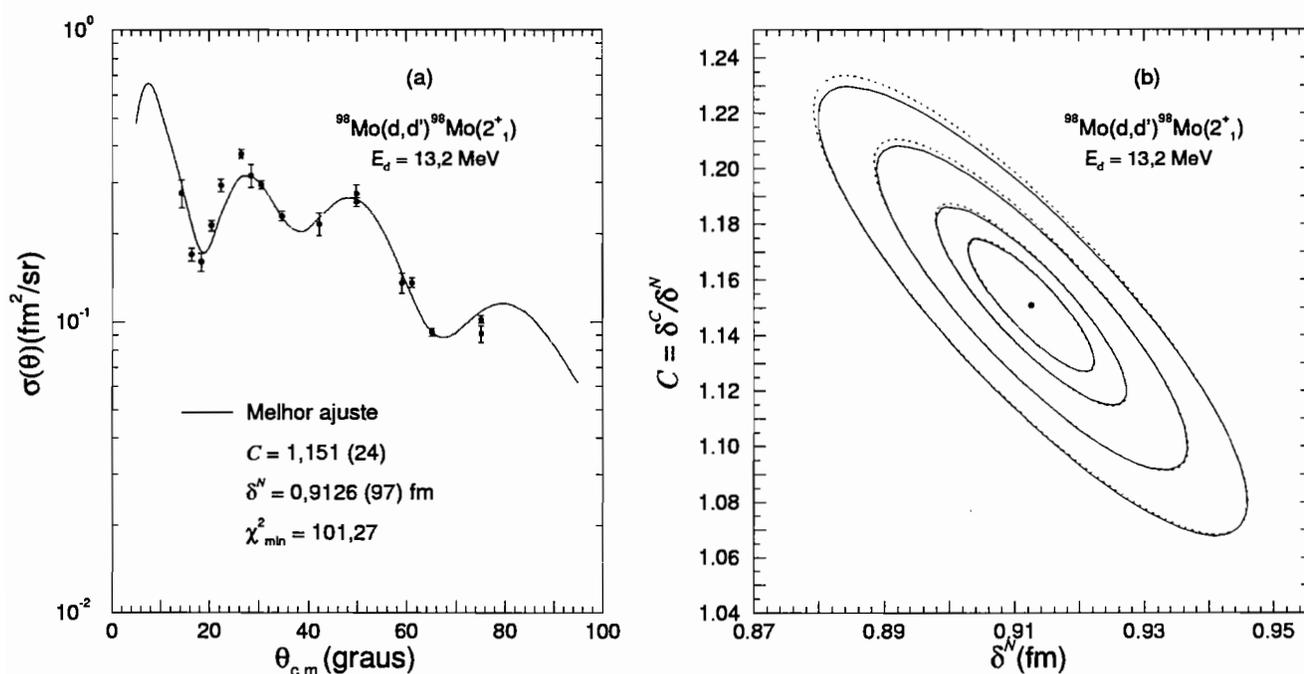


Figura 4.13: (a) Distribuição angular experimental para o primeiro estado  $2^+$  do  $^{98}\text{Mo}$ , no espalhamento inelástico de dêuterons de 13,2 MeV. A curva sólida é o resultado do melhor ajuste “individual” da previsão DWBA-DOMP aos dados. (b) Curvas de nível de  $\chi^2$  (curva sólida) e elipses de Gauss-Marquardt (curva tracejada), correspondentes aos intervalos de confiança para 39,3% ( $\Delta\chi^2 = 1, 0$ ), 68,3% ( $\Delta\chi^2 = 2, 3$ ), 95,4% ( $\Delta\chi^2 = 6, 2$ ) e 99,7% ( $\Delta\chi^2 = 11, 8$ ).

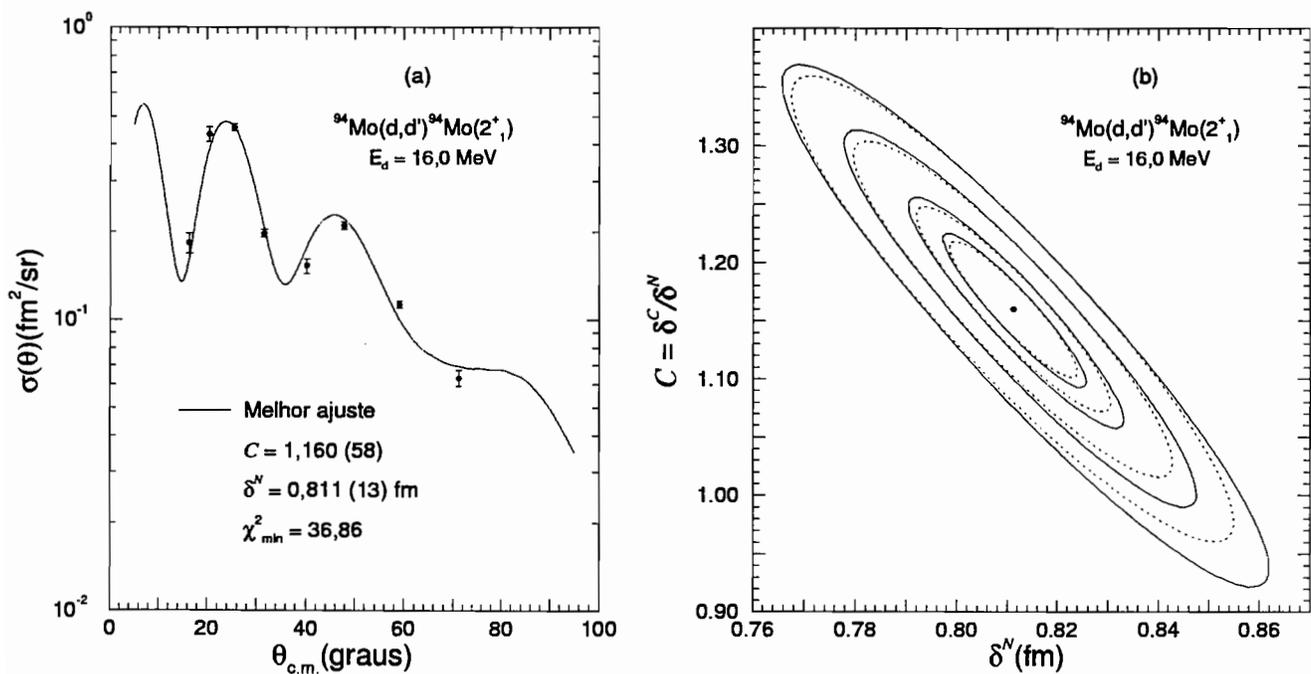


Figura 4.14: (a) Distribuição angular experimental para o primeiro estado  $2^+$  do  $^{94}\text{Mo}$ , no espalhamento inelástico de dêuterons de 16,0 MeV. A curva sólida é o resultado do melhor ajuste “individual” da previsão DWBA-DOMP aos dados. (b) Curvas de nível de  $\chi^2$  (curva sólida) e elipses de Gauss-Marquardt (curva tracejada), correspondentes aos intervalos de confiança para 39,3% ( $\Delta\chi^2 = 1, 0$ ), 68,3% ( $\Delta\chi^2 = 2, 3$ ), 95,4% ( $\Delta\chi^2 = 6, 2$ ) e 99,7% ( $\Delta\chi^2 = 11, 8$ ).

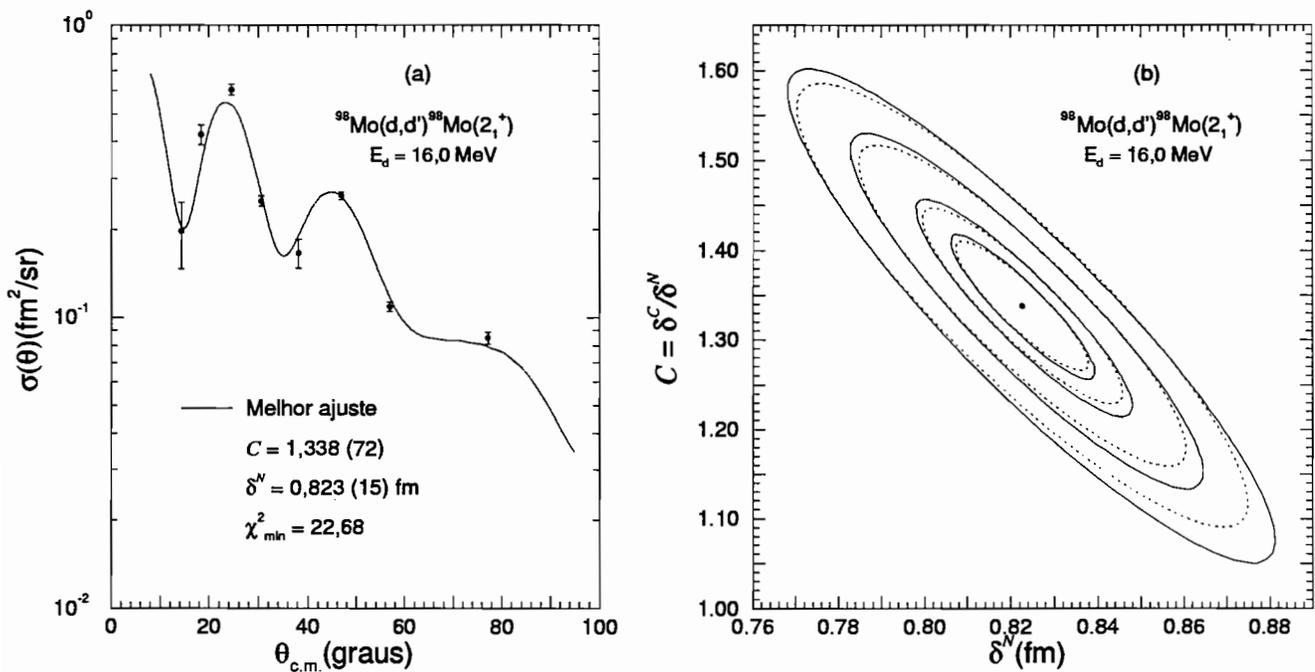


Figura 4.15: (a) Distribuição angular experimental para o primeiro estado  $2^+$  do  $^{98}\text{Mo}$ , no espalhamento inelástico de dêuterons de 16,0 MeV. A curva sólida é o resultado do melhor ajuste “individual” da previsão DWBA-DOMP aos dados. (b) Curvas de nível de  $\chi^2$  (curva sólida) e elipses de Gauss-Marquardt (curva tracejada), correspondentes aos intervalos de confiança para 39,3% ( $\Delta\chi^2 = 1, 0$ ), 68,3% ( $\Delta\chi^2 = 2, 3$ ), 95,4% ( $\Delta\chi^2 = 6, 2$ ) e 99,7% ( $\Delta\chi^2 = 11, 8$ ).

Considerando que  $C$  e  $\delta_L^N$  são uma característica do núcleo-alvo, na interação com o projétil isoescalar, e, portanto, independente da energia incidente, foi feita uma análise conjunta das informações para cada um dos isótopos de Mo, impondo a condição de se obter o mesmo  $C$  no ajuste simultâneo para as duas energias incidentes. Espera-se que os valores de  $\delta_L^N$  extraídos por este procedimento estejam em acordo dentro das incertezas dos fatores de escala. A Figura 4.16 mostra os resultados obtidos com a análise conjunta (curva sólida) em comparação com os ajustes individuais (curva tracejada). Pode-se observar que as duas análises, conjunta e individual, são muito semelhantes e que as maiores diferenças ocorreram para o  $^{98}\text{Mo}(2_1^+)$ , em 16,0 MeV. Verifica-se que os parâmetros  $C$  e  $\delta_L^N$  são basicamente determinados pela distribuição angular em 13,2 MeV, já que esta caracteriza melhor a região de interferência nuclear-coulombiana e também a região de ângulos traseiros, onde a excitação nuclear predomina. Na energia incidente de 16,0 MeV, a menor quantidade de pontos e também a dificuldade experimental em se obter dados na região de CNI, torna a determinação de  $C$  menos precisa, embora, a princípio, seja mais sensível ao parâmetro  $\delta_L^N$ . Para o  $^{94}\text{Mo}(2_1^+)$ , obteve-se  $C = 1,130(19)$ , e os valores  $\delta_2^N = 0,7936(62)$  fm e  $\delta_2^N = 0,8173(64)$  fm, em 13,2 MeV e em 16,0 MeV, respectivamente, cuja diferença de 3% pode ser facilmente incluída na incerteza do fator de escala absoluto. No  $^{98}\text{Mo}(2_1^+)$ , na análise conjunta obteve-se  $C = 1,164(22)$ ,  $\delta_2^N = 0,9077(93)$  fm e  $\delta_2^N = 0,8550(83)$  fm, em 13,2 MeV e em 16,0 MeV, respectivamente, sendo a diferença dos valores  $\delta_2^N$  da ordem de 6%, mas ainda dentro da margem permitida pela incerteza da escala absoluta.

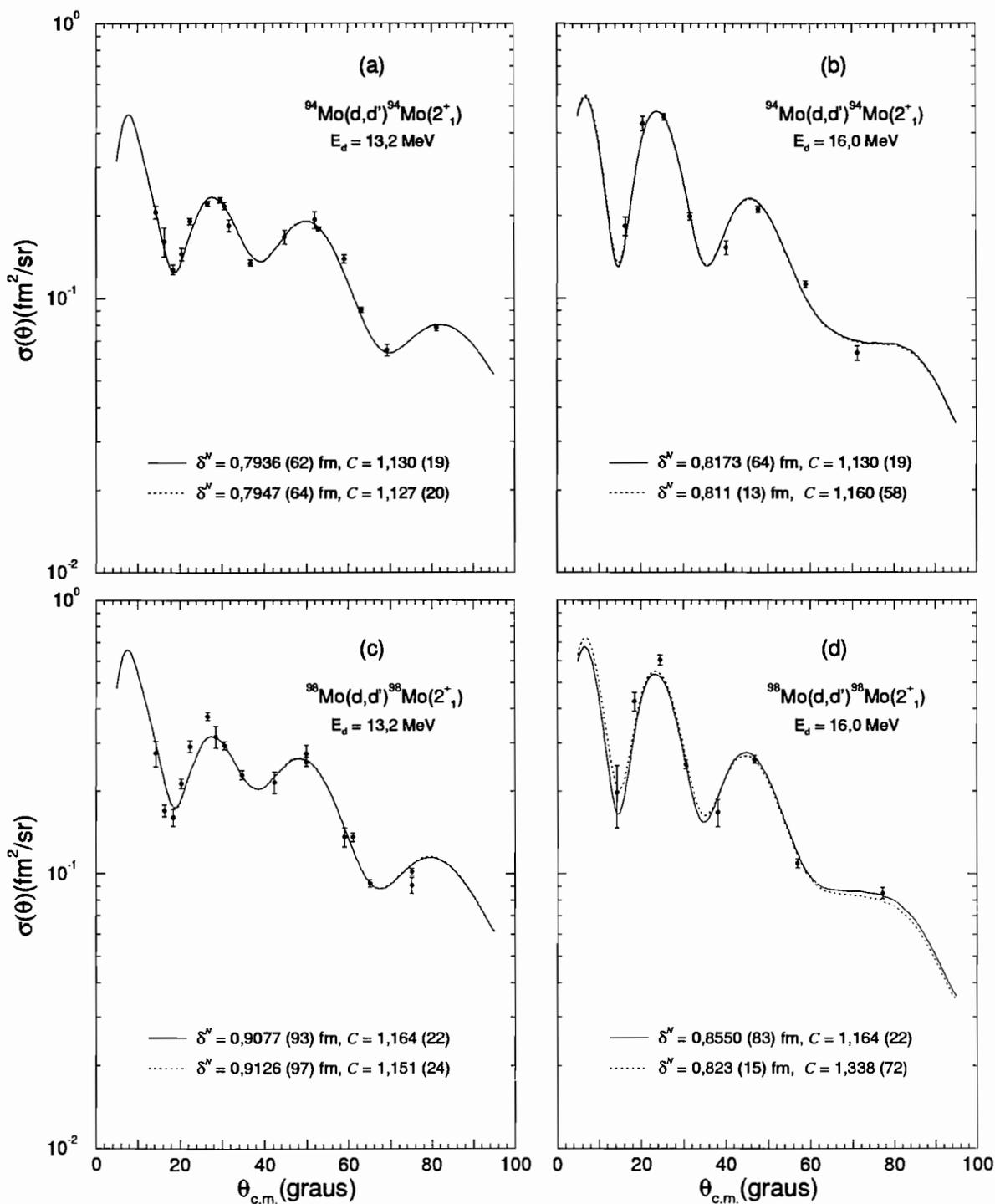


Figura 4.16: Comparação entre os resultados obtidos com a análise conjunta (curva sólida) com os ajustes individuais (curva tracejada), para o estado  $2_1^+$  dos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , nas energias incidentes de 13,2 MeV e 16,0 MeV.

### 4.3 Excitações Octupolares

Nesta seção também será detalhada a evolução na análise, tomando como exemplo, os dados referentes às excitações octupolares no  $^{94}\text{Mo}$  para ambas as energias incidentes.

A influência da contribuição coulombiana na transição para o primeiro estado excitado  $3^-$  torna-se consideravelmente reduzida em comparação à excitação do estado  $2_1^+$ , conforme pode ser visto na Figura 4.17. A figura mostra as contribuições em separado das excitações nuclear e coulombiana, e o ajuste DWBA-DOMP obtido pela análise conjunta das distribuições angulares experimentais do  $^{94}\text{Mo}(3_1^-)$ , nas energias incidentes de 13,2 MeV e 16,0 MeV. A obtenção de pontos experimentais na região de interferência nuclear-coulombiana ficou prejudicada pela presença de contaminante leve (proveniente do espalhamento elástico de dêuterons no Hidrogênio), no entanto, ainda é possível a extração de alguma informação sobre a razão  $C \propto [B(E3)/B(IS3)]^{1/2}$ .

A Figura 4.18(a) apresenta o melhor ajuste “individual” para o  $^{94}\text{Mo}(3_1^-)$ , em 13,2 MeV, enquanto que na Figura 4.18(b) estão representadas as curvas de nível de  $\chi^2$  constante (curvas sólidas), com as correspondentes elipses obtidas pelo método de Gauss-Marquardt (curvas tracejadas), para este caso. É evidente o comportamento não linear do ajuste, uma vez que as curvas de nível assumem um formato oval. Entretanto, na região em torno do  $\chi_{\min}^2$ , observa-se que as curvas de nível para  $\Delta\chi^2 = 1,0$  (39,3%) e  $\Delta\chi^2 = 2,3$  (68,3%) ainda são razoavelmente elípticas, o que indica que a aproximação linear é, em princípio, suficientemente boa para extrair as informações de interesse. Portanto, optou-se por utilizar, para o estudo dos primeiros estados octupolares, a análise estatística conforme desenvolvida anteriormente. Um tratamento mais rigoroso deveria levar em conta o fato das curvas de nível não serem simétricas em torno do  $\chi_{\min}^2$ .

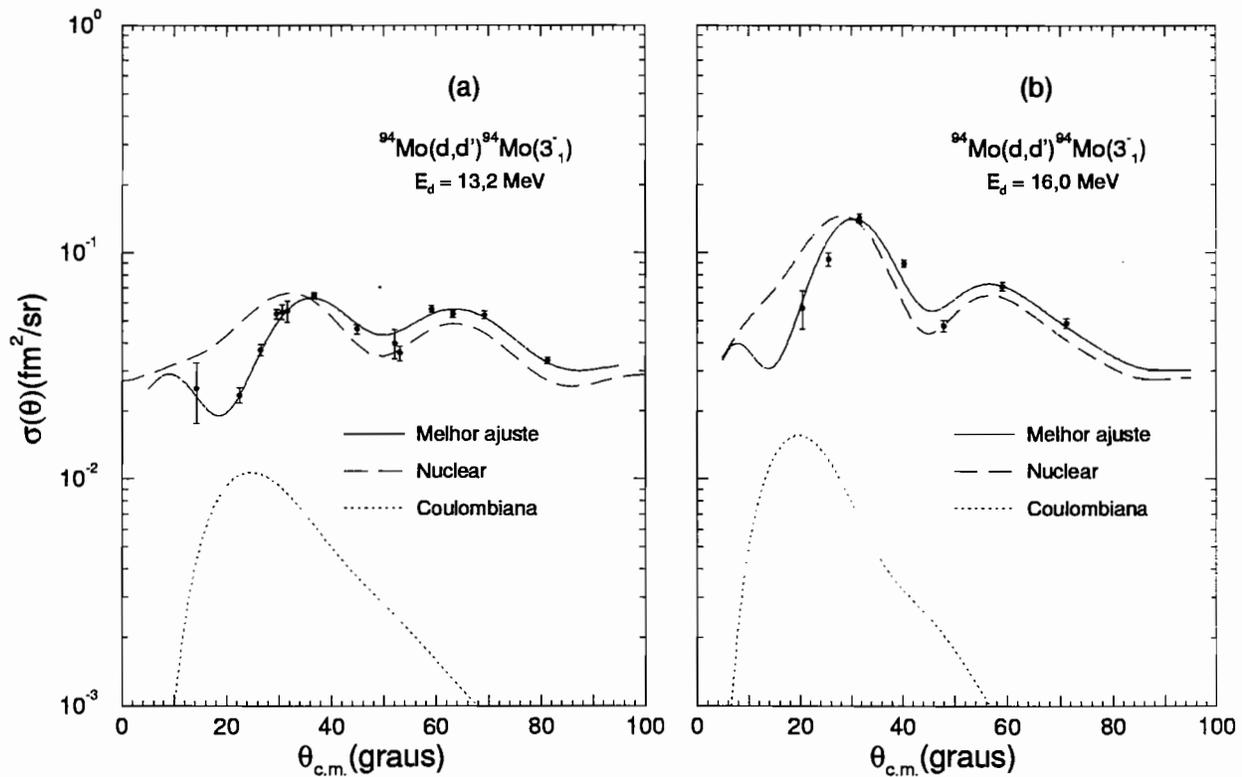


Figura 4.17: Ajuste simultâneo obtido na análise conjunta nas energias incidentes de (a) 13,2 MeV e (b) 16,0 MeV, para o estado  $3^-_1$  do  $^{94}\text{Mo}$ . São mostradas também as contribuições exclusivamente nuclear (curva tracejada) e coulombiana (curva pontilhada).

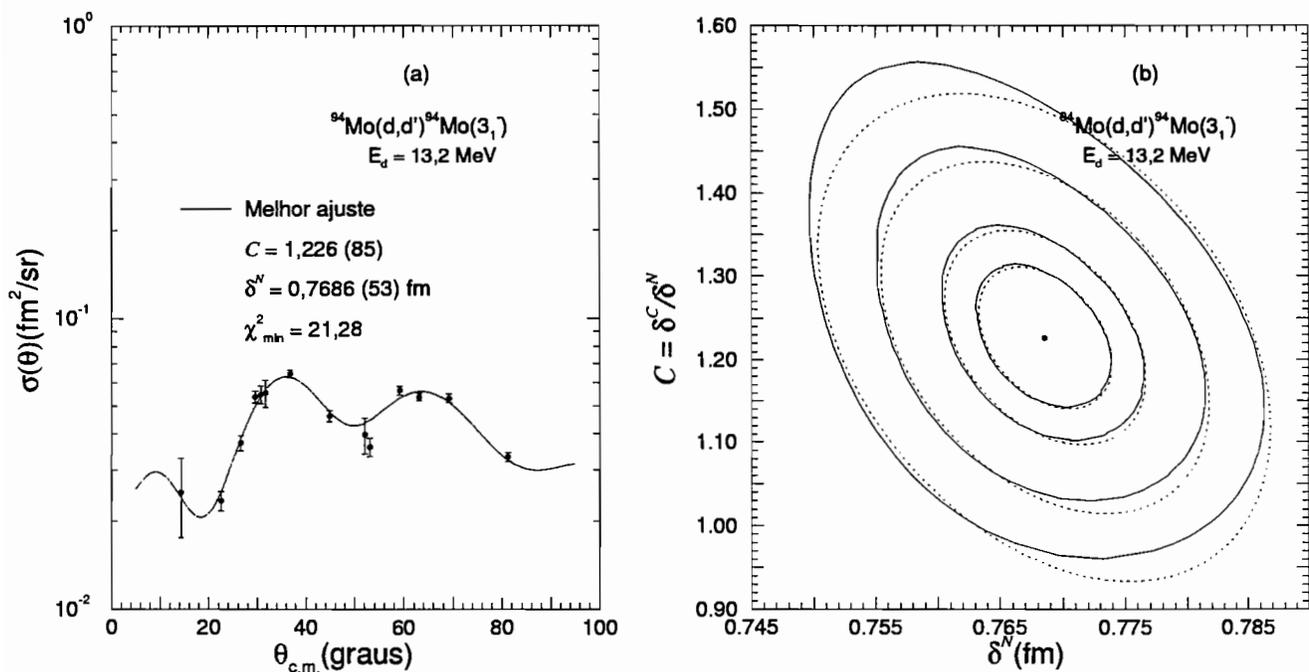


Figura 4.18: (a) Distribuição angular experimental para o primeiro estado  $3^-$  do  $^{94}\text{Mo}$ , no espalhamento inelástico de dêuterons de 13,2 MeV. A curva sólida é o resultado do melhor ajuste “individual” da previsão DWBA-DOMP aos dados. (b) Curvas de nível de  $\chi^2$  (curva sólida) e elipses de Gauss-Marquardt (curva tracejada), correspondentes aos intervalos de confiança para 39,3% ( $\Delta\chi^2 = 1, 0$ ), 68,3% ( $\Delta\chi^2 = 2, 3$ ), 95,4% ( $\Delta\chi^2 = 6, 2$ ) e 99,7% ( $\Delta\chi^2 = 11, 8$ ).

O melhor ajuste “individual” para o  $^{94}\text{Mo}(3_1^-)$ , na energia incidente de 16,0 MeV, é mostrado na Figura 4.19(a). A escassez de pontos experimentais, principalmente na região de CNI, não proporciona sensibilidade para a extração da razão  $C$ . Por outro lado, a distribuição angular experimental para essa energia, contribui principalmente para a determinação do valor de  $\delta_3^N$ . As curvas de nível podem ser apreciadas na Figura 4.19(b) e apresentam efeito semelhante ao observado na energia incidente de 13,2 MeV. Embora a não linearidade neste caso seja mais acentuada, as curvas de nível mais próximas ao mínimo de  $\chi^2$  ainda são razoavelmente comportadas.

Para o  $^{98}\text{Mo}(3_1^-)$ , as curvas de nível apresentam comportamento similar ao do  $^{94}\text{Mo}(3_1^-)$ , em ambas as energias incidentes. Na Figura 4.20 são mostrados os respectivos melhores ajustes “individuais” DWBA-DOMP obtidos para as distribuições angulares experimentais em (a) 13,2 MeV e em (b) 16,0 MeV.

Coerentemente com a análise feita para as excitações quadrupolares, também optou-se pela análise conjunta das informações obtidas nas duas energias incidentes, no estudo dos estados  $3_1^-$ . Os resultados da análise das excitações octupolares são apresentadas na Figura 4.21, onde se observa uma excelente concordância entre os valores de  $\delta_3^N$  extraídos nas duas energias incidentes, para ambos os isótopos.

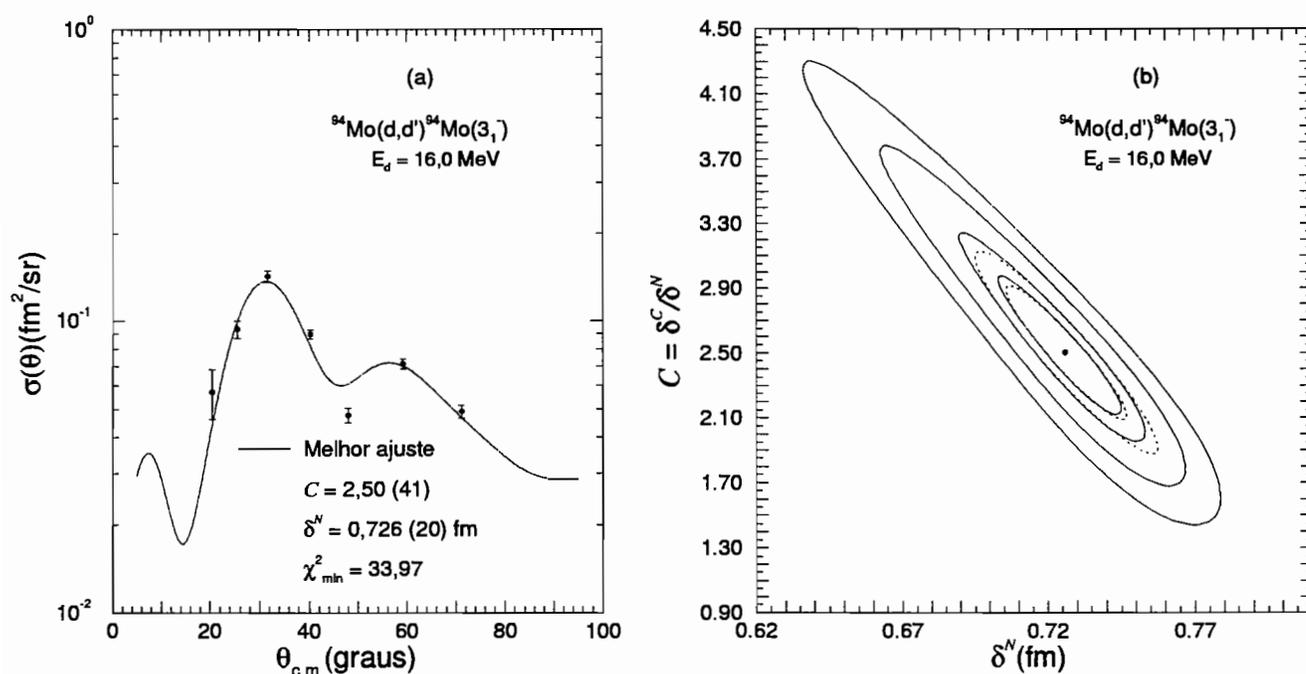


Figura 4.19: (a) Distribuição angular experimental para o primeiro estado  $3^-$  do  $^{94}\text{Mo}$ , no espalhamento inelástico de dêuterons de 16,0 MeV. A curva sólida é o resultado do melhor ajuste “individual” da previsão DWBA-DOMP aos dados. (b) Curvas de nível de  $\chi^2$  (curva sólida) e elipses de Gauss-Marquardt (curva tracejada), correspondentes aos intervalos de confiança para 39,3% ( $\Delta\chi^2 = 1, 0$ ), 68,3% ( $\Delta\chi^2 = 2, 3$ ), 95,4% ( $\Delta\chi^2 = 6, 2$ ) e 99,7% ( $\Delta\chi^2 = 11, 8$ ).

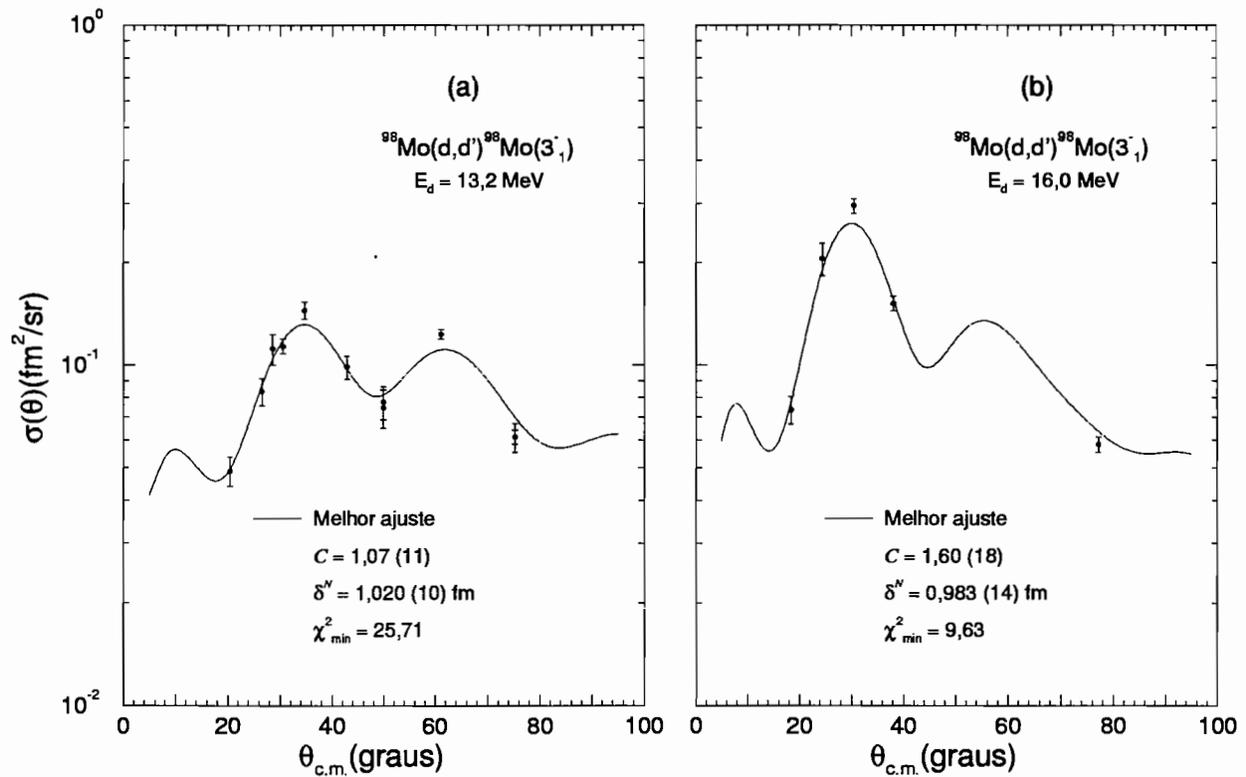


Figura 4.20: Melhores ajustes “individuais” para o estado  $3_1^-$  do  $^{98}\text{Mo}$ , nas energias incidentes de (a) 13,2 MeV e (b) 16,0 MeV.

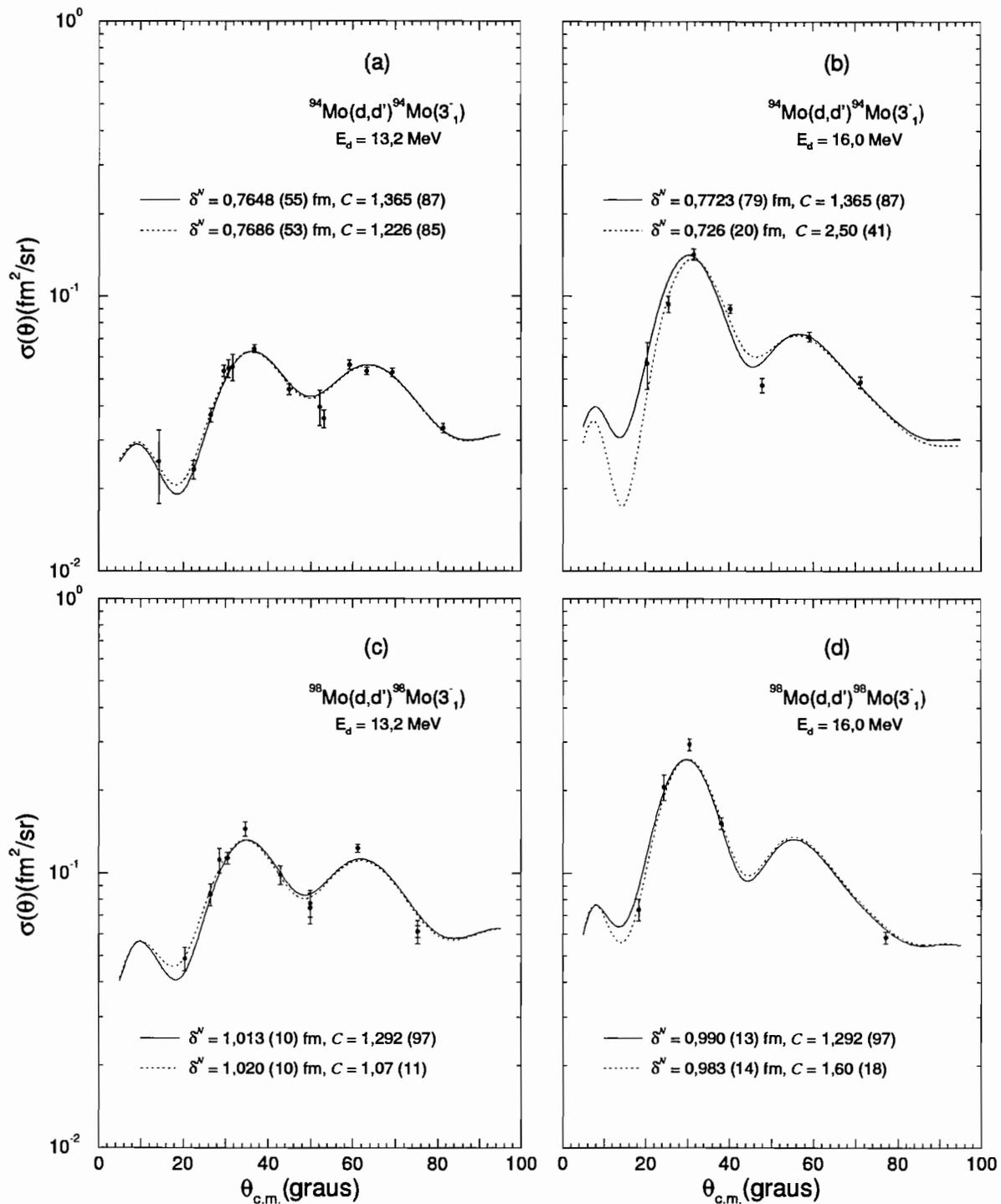


Figura 4.21: Resultados obtidos na análise conjunta (curva sólida) para o estado  $3_1^-$  dos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , nas energias incidentes de 13,2 MeV e 16,0 MeV. São também apresentados os melhores ajustes individuais (curva tracejada).

## 4.4 Resultados Obtidos

As informações espectroscópicas referentes às excitações dos estados  $2_1^+$  e  $3_1^-$  nos isótopos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , extraídas conforme análise conjunta apresentada, estão sistematizadas na Tabela 4.2. Em particular, para o cálculo da incerteza associada ao comprimento de deformação de carga,  $\delta_L^C = C \cdot \delta_L^N$ , é necessário levar em conta explicitamente a correlação entre os parâmetros  $C$  e  $\delta_L^N$ , obtida através da análise estatística aplicada, além, é claro, da incerteza no fator da escala absoluta, que afeta apenas a determinação do valor de  $\delta_L^N$ .

Na Tabela 4.3 são mostradas, para cada uma das excitações estudadas, as matrizes de covariâncias dos parâmetros extraídos  $\delta_{(13)}^N$ ,  $\delta_{(16)}^N$  e  $C$ , obtidas na análise conjunta, onde os comprimentos de deformação nuclear para as energias incidentes de 13,2 MeV e 16,0 MeV estão indicadas através da notação  $\delta_{(E_d)}^N$ . Essas matrizes, simétricas e quadradas de ordem 3, são determinadas diretamente do ajuste pelo método dos mínimos quadrados. A diagonal da matriz de covariâncias representa a covariância do parâmetro ajustado com ele mesmo, isto é,  $cov(a_i, a_i) = \sigma_{a_i}^2$  e é, portanto, o valor da variância associada a esse parâmetro. No triângulo superior, em relação à diagonal, estão apresentadas as covariâncias  $cov(a_i, a_j)$  de um parâmetro em relação ao outro e no triângulo inferior estão indicados os coeficientes de correlação de Pearson, que nada mais são que a covariância entre os parâmetros normalizada pelos desvios padrões, ou seja:

$$r = \frac{cov(a_i, a_j)}{\sigma_{a_i} \sigma_{a_j}}$$

Os resultados finais obtidos no presente trabalho são apresentados e discutidos no Capítulo 5.

Tabela 4.2: Resultados experimentais obtidos na análise conjunta das distribuições angulares nas duas energias incidentes, para as excitações dos estados  $2_1^+$  e  $3_1^-$  nos isótopos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ . São apresentados os valores de  $\delta_L^N$  e  $\delta_L^C$ , para cada uma das energias incidentes, e o parâmetro  $C$ , extraído na análise vinculada.

Isótopo	Estado	$E_{\text{exc}}$ [MeV]	$E_d$ [MeV]	$\delta_L^N$ [fm]	$\delta_L^C$ [fm]	$C$
$^{94}\text{Mo}$	$2_1^+$	0,871 <sup>(a)</sup>	13,2	0,794 (21)	0,897 (24)	1,130 (19)
			16,0	0,817 (29)	0,923 (35)	
$^{98}\text{Mo}$	$2_1^+$	0,787 <sup>(b)</sup>	13,2	0,908 (25)	1,057 (29)	1,164 (22)
			16,0	0,855 (31)	0,996 (39)	
$^{94}\text{Mo}$	$3_1^-$	2,534 <sup>(a)</sup>	13,2	0,765 (20)	1,043 (69)	1,365 (87)
			16,0	0,772 (28)	1,054 (74)	
$^{98}\text{Mo}$	$3_1^-$	2,018 <sup>(b)</sup>	13,2	1,013 (27)	1,31 (10)	1,291 (97)
			16,0	0,989 (37)	1,28 (11)	

<sup>(a)</sup> Ref. [Tu92].

<sup>(b)</sup> Ref. [Si92].

Tabela 4.3: Variâncias e covariâncias entre  $\delta_{(13)}^N$ ,  $\delta_{(16)}^N$  e  $C$ , extraídas na análise conjunta. No triângulo inferior, em relação à diagonal da matriz de covariâncias, são mostrados os coeficientes de correlação de Pearson.

Estado	Matriz	$\delta_{(13)}^N$ [fm]	$\delta_{(16)}^N$ [fm]	$C$
$^{94}\text{Mo}(2_1^+)$	$\delta_{(13)}^N$ [fm]	$3,803 \times 10^{-5}$	$2,097 \times 10^{-5}$	$-1,044 \times 10^{-4}$
	$\delta_{(16)}^N$ [fm]	0,531	$4,108 \times 10^{-5}$	$-0,728 \times 10^{-4}$
	$C$	-0,889	-0,597	$3,623 \times 10^{-4}$
$^{98}\text{Mo}(2_1^+)$	$\delta_{(13)}^N$ [fm]	$8,598 \times 10^{-5}$	$3,310 \times 10^{-5}$	$-1,757 \times 10^{-4}$
	$\delta_{(16)}^N$ [fm]	0,431	$6,875 \times 10^{-5}$	$-0,943 \times 10^{-4}$
	$C$	-0,847	-0,509	$5,003 \times 10^{-4}$
$^{94}\text{Mo}(3_1^-)$	$\delta_{(13)}^N$ [fm]	$3,022 \times 10^{-5}$	$0,758 \times 10^{-5}$	$-2,174 \times 10^{-4}$
	$\delta_{(16)}^N$ [fm]	0,174	$6,277 \times 10^{-5}$	$-2,662 \times 10^{-4}$
	$C$	-0,452	-0,384	$7,640 \times 10^{-3}$
$^{98}\text{Mo}(3_1^-)$	$\delta_{(13)}^N$ [fm]	$1,027 \times 10^{-4}$	$0,448 \times 10^{-5}$	$-3,087 \times 10^{-4}$
	$\delta_{(16)}^N$ [fm]	0,033	$1,794 \times 10^{-4}$	$-1,360 \times 10^{-4}$
	$C$	-0,315	-0,105	$9,363 \times 10^{-3}$

# Capítulo 5

## Discussão e Conclusões

A discussão do significado das informações espectroscópicas extraídas e sua inserção na temática da região de massas em estudo é objeto deste capítulo. Uma avaliação dos resultados experimentais obtidos no presente trabalho, conforme análise estatística desenvolvida, é feita criticamente.

A determinação experimental da razão entre as probabilidades reduzidas de transição elétrica  $B(EL)$  e isoescalar  $B(ISL)$ , quantidade de interesse primário no teste de modelos nucleares, pela técnica de interferência nuclear-coulombiana, é mais precisa do que as duas quantidades separadamente, uma vez que é obtida de forma direta. De fato, nessa situação experimental, os erros sistemáticos na determinação da escala absoluta são cancelados e possíveis erros do modelo de análise são diminuídos. Lembrando a expressão (3.35):

$$\frac{B(EL)}{B(ISL)} = e^2 \left( \frac{\delta_L^C}{\delta_L^{IS}} \right)^2 \left[ \frac{R_c^{L-1}}{R_m^{L-1}} \right]^2 = e^2 C^2 \left( \frac{r_c}{r_m} \right)^{2L-2}$$

observa-se que, para a obtenção do valor absoluto da razão  $B(EL)/B(ISL)$ , além da incerteza experimental associada a  $C$ , é necessário levar em consideração apenas as incertezas nos raios reduzidos coulombiano,  $r_c$ , e de massa,  $r_m$ . Para uma incerteza da ordem de 5% em ambos os raios reduzidos, o erro sistemático obtido na razão das probabilidades reduzidas seria menor que 15%, para as transições com  $L = 2$ , e 30%, em  $L = 3$ . Entretanto, se o objetivo

almejado é acompanhar o comportamento evolutivo de uma cadeia de núcleos, através de um estudo comparativo, somente os valores relativos de  $B(EL)$  e  $B(ISL)$  são importantes e, assim, erros sistemáticos como os que afetam os raios reduzidos se tornam irrelevantes. É preciso, então, que as quantidades  $C$ , para os diversos núcleos a serem comparados, sejam extraídas de forma consistente. A utilização de parâmetros ópticos globais bem estabelecidos na região de massas e energias em estudo, onde eventuais modificações sejam devidamente justificadas, conjuntamente com a análise pelo modelo óptico com potencial deformado, conforme metodologia adotada neste trabalho, permite, de forma coerente, a intercomparação dos resultados.

Desta forma, o parâmetro  $C = \delta_L^C / \delta_L^N$ , dentro das aproximações inerentes ao modelo considerado, contém todas as informações relevantes sobre a razão  $B(EL)/B(ISL)$  e, conforme as definições adotadas (ver Seção 3.5), permite também o cálculo da razão dos momentos  $2^L$  polares das distribuições de nêutrons e prótons,  $M_n/M_p$ , que é um indicador do caráter de isospin da transição nuclear. De fato, como mostra a expressão (3.36):

$$\frac{M_n}{M_p} = \frac{A}{Z} \frac{1}{C} \frac{1}{K^{L-1}} - 1$$

onde  $K = R_c/R_m$ . Como  $K \sim 1$ ,  $C = 1$  indica, numa análise simplista, um limite para a contribuição relativa dos prótons e nêutrons, com respeito ao valor  $N/Z$  previsto pelo modelo coletivo homogêneo [Be77].

A Tabela 5.1 apresenta os resultados finais obtidos no presente estudo. Os erros sistemáticos na determinação da escala absoluta das seções de choque experimentais afetam exclusivamente a determinação do comprimento de deformação nuclear,  $\delta_L^N$ , e são estimados em  $\sim 2,5\%$  para as medidas efetuadas na energia incidente de 13,2 MeV e em  $\sim 3,5\%$ , na energia de 16,0 MeV, para ambos os isótopos. Os valores de  $\overline{\delta_L^N}$  e  $\overline{\delta_L^C}$  foram obtidos tomando-se a média ponderada dos valores extraídos nas duas energias incidentes, 13,2 MeV e 16,0 MeV,

Tabela 5.1: Parâmetros  $\delta_L^N$  e  $C$  extraídos no presente trabalho. Estão também indicados os valores de  $\delta_L^C = C \delta_L^N$ ,  $M_n/M_p$  e  $N/Z$ .

$L$	$A$	$\overline{\delta_L^N}$ [fm]	$C$	$\overline{\delta_L^C}$ [fm]	$M_n/M_p$	$N/Z$
2	94	0,810 (17)	1,130 (19)	0,915 (21)	0,88	1,24
	98	0,875 (20)	1,164 (22)	1,017 (25)	0,91	1,33
3	94	0,770 (16)	1,365 (87)	1,050 (67)	0,48	1,24
	98	0,998 (22)	1,292 (97)	1,289 (98)	0,63	1,33

onde as incertezas utilizadas incluem as contribuições provenientes dos fatores de escala, e as correlações entre os três parâmetros extraídos na análise conjunta, apresentadas na Seção 4.4, foram devidamente levadas em conta. Por outro lado, o parâmetro  $C$ , que depende fortemente do formato da distribuição angular na região de interferência nuclear-coulombiana, é afetado somente pelos erros estatísticos na determinação das seções de choque experimentais, que incluem fatores como erros de microscopia, contribuições estatísticas, contagens de fundo e presença de contaminantes. Desta forma, a razão  $C = \delta_L^C/\delta_L^N$  pôde ser determinada com um nível de precisão da ordem de 2% para as excitações quadrupolares e de  $\sim 7\%$  para as octupolares, para ambos os isótopos. As duas últimas colunas da Tabela 5.1 apresentam, respectivamente, os valores de  $M_n/M_p$ , obtidos na presente análise, e  $N/Z$ , esperado pelo modelo coletivo homogêneo. Foram utilizados  $r_c = 1,22$  fm, para o raio reduzido coulombiano, e  $r_m = 1,16$  fm, para o raio reduzido de massa, que é obtido do valor determinado por Chung e Myers [Ch90], também segundo modificação necessária para que a esfera de corte abrupto represente, em média, a distribuição de massa difusa.

Os resultados indicam que para os  $^{94,98}\text{Mo}$ , as excitações coletivas do estado  $2_1^+$  são, quando comparadas com as previsões do modelo homogêneo,

mais influenciadas pelos prótons do que pelos nêutrons. Nota-se a importância da precisão na determinação do valor de  $C$ . De fato, variações de 13 a 16% no parâmetro  $C$ , em relação ao limite  $C = 1$ , levam a valores de  $M_n/M_p$  para as excitações quadrupolares nos dois isótopos da ordem de 70% dos respectivos valores de  $N/Z$ . Para as excitações octupolares, verifica-se que a predominância dos prótons em relação aos nêutrons é ainda maior e variações em  $C$ , em relação a  $C = 1$ , de 36% e 29%, respectivamente para os isótopos 94 e 98, levam a valores de  $M_n/M_p$  iguais a 39% e 47% das dos previstos pelo modelo coletivo homogêneo, salientando novamente a importância da precisão na determinação de  $C$ .

Na Tabela 5.2 são mostradas além da razão  $B(EL)/B(ISL)$ , as duas quantidades separadamente, e, para comparação, os valores de  $B(E2)$ , adotados por Raman *et al.* [Ra87], e de  $B(E3)$ , adotados por Spear [Sp89]. Nota-se que os valores de  $B(EL)$  obtidos no presente trabalho estão sistematicamente maiores que os adotados pela literatura. Embora não seja o objetivo principal deste estudo a determinação precisa dos valores absolutos de  $B(EL)$ , cabe ressaltar alguns aspectos importantes para que se possa efetuar uma correta avaliação dos resultados obtidos. Em primeiro lugar, é preciso ter-se em mente que a relação usual entre  $B(EL)$  e  $\delta_L^C$  é obtida em relação a uma esfera uniformemente carregada de raio  $R_c$  (corte abrupto). Cálculos com formatos mais realistas para a distribuição de carga indicam que o erro cometido é pequeno, sendo menor que 5% em  $\delta_L^C$  [Lu95]. Portanto, a obtenção de  $B(EL)$  a partir do valor de  $\delta_L^C$  corresponde a um erro sistemático da ordem de 10%, apenas devido ao modelo de análise. Em relação aos valores adotados pela literatura, verifica-se que, no caso do  $^{94}\text{Mo}$ , os resultados de  $B(E2)$  compilados por Raman *et al.* [Ra87], obtidos em sua maioria por medidas de excitação coulombiana, variam em uma ampla faixa de valores, de 0,189 (9) à 0,290 (44)  $e^2b^2$ , sendo o valor adotado fortemente influenciado pelos resultados de menor incerteza. Para o  $^{98}\text{Mo}$ ,

Tabela 5.2: Valores de  $B(EL)/B(ISL)$ ,  $B(EL)$  e  $B(ISL)$  obtidos no presente trabalho em comparação com os valores adotados na literatura.

$L$	$A$	Presente Trabalho			Literatura
		$B(EL)/B(ISL)$ [ $e^2$ ]	$B(ISL)$ [ $b^L$ ]	$B(EL)$ [ $e^2b^L$ ]	$B(EL)$ [ $e^2b^L$ ]
2	94	1,412 (48)	0,1833 (78)	0,259 (12)	0,2030 (40) <sup>(a)</sup>
	98	1,500 (58)	0,2202 (99)	0,329 (16)	0,267 (5) <sup>(a)</sup>
3	94	2,28 (29)	0,0461 (20)	0,105 (13)	0,062 (12) <sup>(b)</sup>
	98	2,04 (31)	0,0819 (36)	0,167 (25)	0,133 (13) <sup>(b)</sup>

<sup>(a)</sup> Raman *et al.* [Ra87].

<sup>(b)</sup> Spear [Sp89].

embora os valores estejam mais concentrados em torno do valor adotado, são basicamente obtidos pelos mesmos autores que também mediram o outro isótopo. No caso dos valores de  $B(E3)$ , a situação é mais crítica, uma vez que o valor adotado pela compilação de Spear [Sp89] é resultado de apenas um valor experimental, para cada um dos isótopos, proveniente do mesmo trabalho [Ba72]. Outro fator a ser levado em consideração, é que, mesmo quando a descrição teórica é bem estabelecida, como é o caso da excitação coulombiana, os erros sistemáticos experimentais, como é bem sabido, afetam significativamente os resultados. Em particular, a presença de contaminantes de massas similares à do alvo utilizado (em geral, produzidos em alta temperatura), pode afetar a razão das contagens inelástico/elástico (no sentido de diminuí-la).

Pode-se verificar a consistência dos resultados obtidos no presente trabalho, através do cálculo da razão entre os valores de  $B(EL)$  dos dois isótopos medidos, em comparação com a correspondente razão dos valores adotados. Este procedimento é conveniente, uma vez que os erros sistemáticos experi-

mentais e de modelo são eventualmente minimizados e, ou cancelados. No caso da primeira excitação quadrupolar, obtém-se para a razão entre o  $B(E2)$  do  $^{94}\text{Mo}$  e o  $B(E2)$  do  $^{98}\text{Mo}$ , 0,789 (55), que está em excelente acordo com o valor 0,760 (23), obtido pela razão dos valores adotados. Para a primeira excitação octupolar, a razão, 0,62 (13), entre os valores de  $B(E3)$  dos  $^{94}\text{Mo}$  e  $^{98}\text{Mo}$ , está em acordo com o valor 0,466 (93) da razão dos valores adotados, dentro das incertezas obtidas.

Salienta-se que não existem medidas anteriores de interferência nuclear-coulombiana, com qualquer projétil, sobre os isótopos de Molibdênio. As informações experimentais inéditas, obtidas no presente trabalho, com duas energias incidentes de dêuterons, 13,2 MeV e 16,0 MeV, são contribuições importantes para a melhor compreensão do caráter de isospin das transições nucleares examinadas, e devem servir de valioso teste para as previsões feitas pelos modelos de estrutura nuclear. Os resultados obtidos apontam de forma coerente que, as excitações dos estados  $2_1^+$  nos  $^{94,98}\text{Mo}$ , são mais influenciadas pelos prótons do que pelos nêutrons, em relação à previsão do modelo coletivo homogêneo. Comportamento semelhante, onde as contribuições dos prótons tornam-se progressivamente mais importantes, também é observado para as excitações  $2_1^+$  nos  $^{100,102,104}\text{Ru}$  [Go96]. Nota-se que o par de prótons excedentes dos Mo elimina o comportamento singular observado nos isótopos de Zr, onde  $Z = 40$  age como uma subcamada fechada de prótons, para valores entre  $N = 50$  e  $56$ . Do ponto de vista das excitações de massa, os isótopos de Mo se comportam de forma mais parecida com os de Ru, do que com os de Zr, onde, em particular, foi observado para o  $^{92}\text{Zr}$  [Ho89], isótono do  $^{94}\text{Mo}$ , um valor muito baixo de  $C$ , indicando a predominância dos nêutrons na primeira excitação quadrupolar.

No que se refere à continuidade deste trabalho, a alta qualidade dos espectros medidos irá possivelmente permitir a caracterização das excitações coletivas de multipolaridade maior ( $L = 4$  e  $L = 5$ ), que, para os isótopos

de Molibdênio em exame, poderá resolver algumas indeterminações nos momentos angulares atribuídos. Como continuidade da linha de pesquisa e trabalhos futuros, a técnica desenvolvida na obtenção de medidas de interferência nuclear-coulombiana com dêuterons, associada à metodologia de análise para a extração de informações espectroscópicas confiáveis, abre a perspectiva do acompanhamento evolutivo da razão  $B(EL)/B(ISL)$  e o mapeamento experimental da contribuição relativa de prótons e de nêutrons na quantificação da coletividade das transições, fornecendo informações inéditas e importantes para o teste de modelos. Em particular, é de interesse completar o estudo sistemático da região de  $A \sim 100$ , reconhecidamente complicada.

# Referências

- [Ba62] R. H. Bassel, G. R. Satchler, R. M. Drisko and E. Ross, *Phys. Rev.* **128** (1962) 2693.
- [Ba72] J. Barrete, M. Barrete, A. Boutard, E. Haroutunian, G. Lamoureux and S. Molnaro, *Phys. Rev. C* **6**, 1339 (1972).
- [Ba79] R. Barret e D. F. Jackson, *Nuclear Sizes and Structure* (Clarendon Press, Oxford, 1979).
- [Be69] A. M. Bernstein, *Adv. Nucl. Phys.* **3**, 325 (1969).
- [Be69a] P. R. Bevington, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences* (McGraw Hill, New York, 1969).
- [Be77] A. M. Bernstein, V. R. Brown and V. A. Madsen, *Phys. Lett.* **71B**, 48 (1977).
- [Be81] A. M. Bernstein, V. R. Brown and V. A. Madsen, *Phys. Lett.* **103B**, 255 (1981); **106B**, 259 (1981).
- [Be83] A. M. Bernstein, V. R. Brown and V. A. Madsen, *Comments Nucl. Part. Phys.* **11**, 203 (1983).
- [Bo71] T. Borello, *Tese de Doutorado*, IFUSP (1971).
- [Bo75] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, 1975).
- [Bo94] T. Borello-Lewin, L. B. Horodynski-Matsushigue, J. L. M. Duarte, L. C. Gomes and G. M. Ukita, “*New Experimental Systematics in the  $A \sim 100$  Region*”, in *Perspectives for the Interacting Boson Model on the Occasion*

of Its 20th Anniversary, 449 (World Scientific, Padova, 1994).

- [Bo97] T. Borello-Lewin, L. B. Horodynski-Matsushigue, G. M. Ukita, J. L. M. Duarte and L. C. Gomes, “*Comparative Studies of  $B(E2)$  and  $B(IS2)$  in the Region of  $A \sim 100$* ”, in Proceedings of the 8th International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms, 587 (Varenna, Italy, 1997).
- [Ca90] G. Cata, D. Bucurescu, M. Ivascu and N. V. Zamfir, *Z. Phys.* **A335**, 271 (1990).
- [Ch90] H. S. Chung and W. D. Myers, *Nucl. Phys.* **A513**, 283 (1990).
- [Cl70] D. Cline and P. M. S. Lesser, *Nucl. Instr. Methods* **82**, 291 (1970).
- [Cl86] D. Cline, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **36**, 683 (1986).
- [Cr78] E. R. da Cruz, *Tese de Mestrado*, IFUSP (1978).
- [Cz86] T. Czosnyka, D. Cline, L. Hasselgren, C. Y. Wu, R. M. Diamond, H. Kluge, C. Roulet, E. K. Hulet, R. W. Lougheed, and C. Baktash, *Nucl. Phys.* **A458**, 123 (1986).
- [Da80] W. W. Daehnick, J. D. Childs and Z. Vrcelj, *Phys. Rev. C* **21**, 2253 (1980).
- [Du81] J. L. M. Duarte, “*Manual do Espectrógrafo*”, IFUSP, Publicação Interna (1981).
- [Du90] J. L. M. Duarte, *Tese de Doutorado*, IFUSP (1990).
- [Du97] J. L. M. Duarte, G. M. Ukita, T. Borello-Lewin, L. B. Horodynski-Matsushigue and L. C. Gomes, *Phys. Rev. C* **56**, 1855 (1997).
- [El61] L. R. B. Elton, *Nuclear Sizes* (Oxford University Press, 1961).
- [Go93] L. C. Gomes, *Tese de Doutorado*, IFUSP (1993).
- [Go96] L. C. Gomes, L. B. Horodynski-Matsushigue, T. Borello-Lewin, J. L. M. Duarte, J. H. Hirata, S. Salém-Vasconcelos and O. Dietzsch, *Phys. Rev. C* **54**, 2296 (1996).
- [Ho87] L. B. Horodynski-Matsushigue, T. Borello-Lewin e O. Dietzsch, “*Relatório do Departamento de Física Experimental*”, IFUSP, Publicação In-

- terna (1987).
- [Ho89] L. B. Horodynski-Matsushigue, T. Borello-Lewin and J. L. M. Duarte, "Coulomb-Nuclear Interference in Inelastic Scattering of 21 MeV Alpha-Particles on  $^{90,92}\text{Zr}$ ", in International Nuclear Physics Conference - IUPAP, *Proceedings (Contributed Papers)*, Vol. 1, 307 (São Paulo, Brasil, 1989).
- [Ho93] D. J. Horen, R. L. Auble, J. Gomez del Campo, G. R. Satchler, R. L. Varner, J. R. Beene, B. J. Lund, V. R. Brown, P. L. Anthony and V. A. Madsen, *Phys. Rev. C* **47**, 629 (1993).
- [Ku74] P. D. Kunz, programa DWUCK4, Colorado University (1974).
- [La76] M. Lampton, B. Margon, and S. Bowyer, *Astrophys. J.* **208**, 177 (1976).
- [Lu95] B. J. Lund, N. P. T. Bateman, S. Utku, D. J. Horen and G. R. Satchler, *Phys. Rev. C* **51**, 635 (1995).
- [Ma75] V. A. Madsen, V. R. Brown and J. D. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1398 (1975); *Phys. Rev. C* **12**, 1205 (1975).
- [Mo89] G. Molnár *et al*, *Nucl. Phys.* **A500**, 43 (1989).
- [Pe63] C. M. Perey and F. G. Perey, *Phys. Rev.* **132** (1963) 755.
- [Pe74] C. M. Perey and F. G. Perey, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **13**, 293 (1974).
- [Pe76] C. M. Perey and F. G. Perey, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **17**, 1 (1976).
- [Pr90] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes* (Cambridge, New York, 1990).
- [Pu91] D. Pulino, G. M. Sipahi, G. M. Ukita, T. Borello-Lewin, L. B. Horodynski-Matsushigue, J. L. M. Duarte, W. G. P. Engel and J. C. de Abreu, *Revista Brasileira de Aplicações de Vácuo* **10**, 87 (1991).
- [Ra87] S. Raman, C. H. Malarkey, W. T. Milner, C. W. Nestor and P. H. Stelson, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **36**, 1 (1987).

- [Ro75] V. H. Rotberg, *Tese de Mestrado*, IFUSP (1975).
- [Ry87] D. Rychel, R. Gyufko, B. van Krüchten, M. Lahanas, P. Singh and C. A. Wiedner, *Z. Phys. A* **326** (1987) 455.
- [Sa64] G. R. Satchler, *Nucl. Phys.* **55**, 1 (1964).
- [Sa83] G. R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, Oxford, 1983).
- [Sa87] G. R. Satchler, *Nucl. Phys.* **A472**, 325 (1987).
- [Si92] B. Singh, *Nuclear Data Sheets* **67**, 663 (1992).
- [Sp89] R. H. Spear, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **42**, 55 (1989).
- [Tu92] J. K. Tuli, *Nuclear Data Sheets* **66**, 46 (1992).
- [Uk91] G. M. Ukita, M. D. L. Barbosa, T. Borello-Lewin, L. B. Horodynski-Matsushigue, J. L. M. Duarte e J. C. de Abreu, “*Evaporação de Molibdênio Metálico na Presença de seu Óxido*”, em XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), *Resumo de Trabalhos*, 53 (Florianópolis, Brasil, 1991).
- [Va96] V. R. Vanin e P. Gouffon, “*Tópicos Avançados em Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*”, IFUSP, Publicação Interna (1996).
- [Vr87] H. De Vries, C. W. De Jager and C. De Vries, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **36**, 495 (1987).