

Manoel Tiago Freitas da Cruz
Wayne Allan Seale
Manoel Tiago Freitas da Cruz
Wayne Allan Seale

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP



305M810T1036

ESTUDO DO DECAIMENTO DO ^{132}Cs
E ESTRUTURA NUCLEAR DO ^{132}Xe

Manoel Tiago Freitas da Cruz

TESE DE DOUTORAMENTO APRESENTADA
AO INSTITUTO DE FÍSICA DA UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO

Defesa em 19/11/87



SÃO PAULO
1987

539.74
C 957 e

D
e. 1

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Cruz, Manoel Tiago Freitas da
Estudo do decaimento do ^{132}Cs e estrutura nuclear
do ^{132}Xe . São Paulo, 1987.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Insti-

tuto de Física. Departamento de Física Experimental.

Área de Concentração: Física Nuclear

Orientador: Prof. Dr. Iuda Dawid Goldman vel
Lejbman

Unitermos: 1. ^{132}Cs ; 2. Decaimento radioativo;
3. ^{132}Xe ; 4. Estrutura nuclear; 5. Modelo coletivo; 6. Es-
pectroscopia gama; 7. Correlação angular gama-gama.

USP/IF/SBI - 34/87.

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

ESTUDO DO DECAIMENTO DO ^{132}Cs
E ESTRUTURA NUCLEAR DO ^{132}Xe

Manoel Tiago Freitas da Cruz

Orientador: Prof.Dr. Iuda Dawid Goldman vel Lejbman

Tese de Doutoramento

São Paulo 1987

Este trabalho é dedicado aos
bolsistas do Laboratório do
Acelerador Linear, que não
levam uma vida nada fácil para
desenvolver seus planos de
pesquisa.

Agradecimentos

Finalmente os agradecimentos... são 03:36 da manhã de 2/10/1987 neste planeta e meu cérebro está quase paralisado (este comentário vale também para o dia 5/10/87 às 03:41). Desliguei o rádio para ouvir a garoa que cai... vamos lá.

Eu gostaria de agradecer a todos cujo sacrifício diário de me aturar e ajudar permitiu que este sacrifício fosse possível.

- a meus pais, Carmen e Tiago, que tanto esperaram por isto,
- a meu orientador e amigo querido de vários anos, Iuda (ele também deve ter esperado muito por isto),
- à minha companheira Márcia, compreensiva e de coração enorme,
- a todos os meus amigos, negligenciados por culpa deste trabalho (viu, Vera ?),
- a todos que tornam possível o funcionamento desta estrutura pequena e complexa que é o Laboratório do Acelerador Linear,

OBRIGADO

Resumo

Foram estudados os decaimentos β^- , β^+ e por captura de elétron do ^{132}Cs . Foram determinadas novas transições gama do ^{132}Xe e alimentações por captura de elétron.

Foram medidas misturas multipolares E2/M1 de transições gama do ^{132}Xe e ^{132}Ba pelo método de correlação angular direcional gama-gama.

Foi aplicado o modelo de Bohr na formulação de K.Kumar e M.Baranger ao ^{132}Xe e os resultados são discutidos.

Abstract

The ^{132}Cs β^- , β^+ and electron capture decays have been studied. New gamma transitions and electron capture feedings were determined.

Some E2/M1 multipole mixings of gamma transitions in ^{132}Xe and ^{132}Ba were measured with the gamma-gamma angular directional correlation method.

The Bohr's collective model with K.Kumar and M.Baranger's solution was applied to ^{132}Xe and the results were discussed.

Estudo do Decaimento do ^{132}Cs e Estrutura Nuclear do ^{132}Xe ÍNDICE

I. Introdução.....	4
II. Os Experimentos.....	6
II.1 Preparo das Fontes Radioativas.....	6
II.2 Espectroscopia.....	7
II.2.1 Eletrônica de Detecção.....	7
II.2.2 Aquisição de Dados.....	7
II.2.3 Calibrações.....	12
1. Energia.....	12
2. Eficiência.....	14
II.2.4 Análise de Dados.....	14
1. Obtenção das Energias.....	14
2. Obtenção das Intensidades.....	21
II.2.5 Resultados e Discussão.....	21
II.3 Correlação Angular.....	27
II.3.1 Espectrômetro de Correlação Angular Ge(Li)-NaI(Tl).....	27
II.3.2 Eletrônica de Detecção e Sistema de Aquisição.....	30
II.3.3 Aquisição de Dados.....	35
II.3.4 Calibrações.....	36
1. Ajustes da Eletrônica de Detecção.....	36
2. Energia e Resolução.....	39
3. Resolução do Espectro de Tempos.....	40
II.3.5 Correções Efetuadas.....	42
1. Empilhamento de Sinais.....	42
2. Correções de Ângulo Sólido e Tamanho Finito da Fonte.....	42
3. Correção de Efeitos de Coincidência Indesejados.....	42
3.a Coincidências Acidentais.....	42
3.b Coincidências com Efeito Compton....	45
3.c Coincidências com Somas.....	45
4. Correção para o Decaimento da Fonte.....	49

5. Variação de Ganho em Tempos de Medida Longos.....	50
II.3.6 Análise de Dados.....	50
1. Fatiamento e Acúmulo.....	50
2. Determinação das Áreas dos Fotópicos....	52
3. Ajuste das Funções de Correlação Angular	52
3.a Cascatas Diretas.....	54
3.b Cascata Indireta 1-3.....	56
II.3.7 Resultados e Discussão.....	57
II.4 Coincidência Gama-Gama.....	75
II.4.1 Eletrônica de Detecção e Sistema de Aquisição.....	75
II.4.2 Aquisição de Dados.....	75
II.4.3 Calibrações.....	76
1. Energia.....	76
2. Eficiência.....	79
II.4.4 Análise de Dados.....	79
II.4.5 Resultados e Discussão.....	79
 III. Aspectos Teóricos.....	90
III.1 Descrição do Modelo Coletivo de Bohr.....	90
III.2 Solução da Hamiltoniana de Bohr na Forma de Kumar e Baranger (K&B).....	100
III.2.1 Método de Solução.....	100
III.2.2 Obtenção da Função de Onda Intrínseca e dos Parâmetros que fazem parte da Hamiltoniana Coletiva.....	105
1. Introdução.....	105
2. O Modelo de Emparelhamento mais Quadrupolo (PPQ).....	108
3. A Teoria de Hartree-Bogolyubov (HB)...	109
4. Solução ATDHB do Modelo PPQ.....	112
5. Parâmetros Coletivos da Hamiltoniana de Bohr.....	115
6. Parâmetros Coletivos dos Momentos Eletromagnéticos.....	117
6.a E0.....	118
6.b M1.....	118
6.c E2.....	119
7. Efeitos do Caroço.....	120

8. Atenuação da Interação na Camada de Valência Superior.....	121
III.2.3 Testes dos Programas de Computador.....	121
1. Oscilador Harmônico Esférico.....	122
2. Cálculo para o ^{152}Sm	125
3. Cálculo para o ^{184}W	132
III.3 O Modelo de Gneuss e Greiner (G&G).....	138
III.4 Resultados e Discussão.....	143
III.4.1 Um Exame do Modelo Utilizado nos Cálculos	143
III.4.2 Comparação entre as Formulações K&B e G&G	152
III.4.3 Resultados para o ^{132}Xe	157
1. Segundo o Modelo de G&G.....	157
2. Segundo a Formulação de K&B.....	157
3. Outros Resultados.....	162
III.4.4 Discussão.....	163
IV. Conclusões.....	166
IV.1 Experimentos.....	166
IV.2 Teoria.....	167
V. Apêndices.....	169
V.1 Geometria dos Arranjos Experimentais.....	169
V.1.1 Espectroscopia e Coincidência Gama-Gama.....	169
V.1.2 Correlação Angular.....	170
V.2 Cálculo da Correção para o Decaimento da Fonte.....	170
V.3 Método para a Determinação da Mistura Q(E0/E2).....	175
V.3.1 A Correlação Angular Indireta.....	175
V.3.2 Métodos de Análise.....	175
1. Sensibilidade dos R_{kk} ao Valor de Q^2	176
2. Sensibilidade de S^2 ao Valor de Q^2	176
V.4 Método de Análise de χ^2 para a Determinação de δ ...179	
VI. Referências.....	181

Estudo do Decaimento do ^{132}Cs e Estrutura Nuclear do ^{132}Xe
ADENDA E ERRATA

Página	Onde se lê	Leia-se
6	contaminantes ou reações	contaminantes e reações
8 (2x)	radiador	irradiador
12	acurácia ... atividade	acurácia ... atividade, 3σ
12	1 mm de espessura	1 mm de diâmetro
13	Tabela II.2.3 Energias	Tabela II.2.3 Energias *)
27	por duas molas.	por mola.
36	para de captura de	para captura de
43	4(663)2(464)0	4(664)2(464)0
48	foton	fóton
52	e $P_k(\cos \Theta)$	$P_k(\cos \Theta)$
56	(veja a figura V.3.1)	(veja a figura V.3.2)
61 (2x)	χ^2	χ^2
63	fallhas de revisão	fallhas de revisão,
73	transição 3-2,	transição 3-2 e
79	e aqueles acidentais.	e daqueles acidentais.
90	(veja a seção IV.3)	(veja a seção IV.2)
92	e eq. III.1.4 representa	e a eq. III.1.4 representa
104	$\langle \Psi_{\alpha IM} \Psi_{\alpha IM} \rangle \cong \sum_i A_i ^2 F_i$	$\langle \Psi_{\alpha IM} \Psi_{\alpha IM} \rangle \cong \sum_i A_i ^2 F_i = 1$
106	(A figura embaixo, à direita representa A_{122})	
110	conjunto de operadores d	conjunto de operadores d α
125	para ser comparado	para comparação
145	oscilador harmônico,	oscilador harmônico,
152	na tabela III.4.1.	em seu trabalho.
157	B(E2; $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$)	B(E2; $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$)
157	B(E2; $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$)	B(E2; $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$)
160	(sob o título da 2ª e da 3ª colunas da tabela	
	III.4.3.a deve constar a abreviatura "teo.")	
160	** idem, para F_{max} .	** idem *, para F_{max} .
166	foram recalculadas as	foram recalculadas as
	intensidades de alimentação	intensidades de alimentação β^\pm
168	para estado de momento	para estados de momento
169	não	não
169	radioativa, mas evitando	radioativa, evitando
182 (ref.32)	e ref. 51.	e refs. 51 e 52.
182 (ref.42)	Cargese	Cargèse
182 (ref.43)	McGraw-Hill Book, Inc	McGraw-Hill Book Co., Inc.

I. Introdução

O objetivo do presente trabalho foi o estudo experimental e teórico do ^{132}Xe .

O ^{132}Xe foi estudado experimentalmente através do decaimento β^+ e por captura de elétron do ^{132}Cs . Este decaimento continha aspectos que necessitavam de elucidações.

A espectroscopia gama até então, não tinha evidenciado transições cuja presença seria esperada em um núcleo com um espectro de energias que tem um caráter quase vibracional. Estas transições foram examinadas e os resultados são apresentados.

O decaimento do ^{132}Cs continha também possíveis alimentações por captura de elétron ainda não evidenciadas, que poderiam ter pelo menos um limite superior estabelecido, o que foi feito neste trabalho.

No decaimento β^+ existia uma inconsistência nos valores de intensidade, determinados pela medida do fóton de aniquilação e pela detecção direta do pósitron, que foi estudada.

O ^{132}Cs apresenta também decaimento β^- , menos intenso para o ^{132}Ba , que teve uma de suas alimentações revisada.

Inconsistências em dados de misturas multipolares foram também resolvidas, com determinações de melhor qualidade, através do método de correlação angular direcional gama-gama.

Alguns valores de $\delta(E2/M1)$ foram medidos pela primeira vez por este método, complementando dados determinados por medidas de distribuição angular gama a partir de núcleos orientados.

O estudo teórico do ^{132}Xe , com 54 prótons e 78 nêutrons, foi feito à luz do modelo de Bohr na formulação dada por K.Kumar e M.Baranger. Este estudo foi comparado com a aplicação do modelo de Gneuss e Greiner, também voltado para a descrição do movimento coletivo quadrupolar nuclear. Foi examinado o comportamento destes modelos bem como os resultados de outros cálculos teóricos.

A partir dos aspectos experimentais e dos resultados dos cálculos teóricos, foram discutidas sugestões de melhoria das descrições.

Um ponto essencial refere-se à natureza do estado 0^+ excitado, que se correspondesse ao estado 0^+ de dois fôtons, teria já sido detectado no caso do ^{132}Xe .

No capítulo II é feita a descrição dos três experimentos efetuados: espectroscopia gama, correlação angular gama-gama e coincidência gama-gama.

No capítulo III faz-se o desenvolvimento do modelo de Bohr, juntamente com a formulação dada por Kumar e Baranger, sendo também feita uma comparação com o modelo de Gneuss e Greiner. Neste capítulo é analisado o resultado da aplicação dos modelos ao ^{132}Xe .

No capítulo IV são reunidas as conclusões dos resultados teóricos e experimentais obtidos, avaliando-se a contribuição deste trabalho.

II. Os Experimentos

II.1 Preparo das Fontes Radioativas

O estudo das transições entre os estados do ^{132}Xe e algumas do ^{132}Ba foi feito através dos decaimentos β^+ e por captura de elétrons do isótopo ^{132}Cs , produzido na reação $^{133}\text{Cs}(\gamma, n)$ utilizando os fótons de bremsstrahlung do Acelerador Linear de elétrons do IFUSP. O Cs apresenta-se na Natureza isotopicamente puro, ^{133}Cs , tendo sido irradiado na forma de um nitrato (CsNO_3).

O limiar da reação de interesse é de 8,98 MeV e a meia vida do ^{132}Cs de 6,474(14) dias ¹⁾. Reações possíveis no nitrogênio e no oxigênio produzem isótopos radioativos com meias vidas bastante menores, 10 min e 2 min respectivamente para (γ, n) e sua presença foi contornada através do uso de tempos de espera adequados. A observação de contaminantes ou reações concorrentes foi investigada e é comentada adiante.

Foram feitas três irradiações de 32 horas, onde o feixe direto de elétrons do Acelerador Linear, com uma corrente média de 1 μA , incidiu sobre um irradiador de 1 mm de Pb para a produção do feixe de bremsstrahlung. A energia dos elétrons era de 35 MeV, com uma dispersão entre 5 e 6 %.

Quando necessário, durante as irradiações a focalização do feixe de elétrons sobre a posição correspondente à amostra era corrigida com o auxílio das informações fornecidas por uma câmara de ionização projetada especialmente para esse fim, mostrada na figura II.1.1 ²⁾.

A massa de nitrato irradiada a cada vez era cerca de 4,0 g e a massa inicial colocada nos sistemas de detecção era de aproximadamente 0,16 g. O critério para a escolha deste último valor era baseado na taxa de eventos verificada nos detectores, limitada a aproximadamente 20 kHz, mantida sensivelmente constante através da adição de massa quando necessário.

II.2 Espectroscopia

II.2.1 Eletrônica de Detecção

Para este experimento foi utilizado um detector Ge(Li) ORTEC (número de série 20-8612, coaxial verdadeiro, com um volume de 53 cc e tensão de alimentação de +4800 V), o pré-amplificador deste detector e um amplificador ORTEC 572 cuja saída unipolar foi digitalizada por um conversor analógico para digital (CAD) ORTEC 800. Este último estava conectado ao computador PDP 11/45 do Laboratório do Acelerador Linear (LAL) do IFUSP através de um sistema CAMAC. Um diagrama de blocos da eletrônica de detecção pode ser observado na figura II.2.1.

O valor utilizado para a constante de tempo de formação do amplificador foi de 1 μ s. Este aparelho fornece também um sinal lógico positivo de 5 V e duração variável (dependente da constante de tempo de formação utilizada), "inhibit" (INH), sempre que ele detecta internamente a ocorrência do empilhamento dos sinais que estão sendo amplificados, possibilitando a sua eliminação. O CAD operou em anticoincidência com o sinal INH do amplificador.

A contagem do tempo de aquisição foi feita com um relógio de tempo vivo CAMAC, que utilizou o sinal de ocupado ("busy") do CAD.

O computador PDP 11/45 teve reservada para a aquisição parte de sua memória, que foi utilizada como um multicanal de 4096 canais.

II.2.2 Aquisição de Dados

Para a determinação das intensidades foram feitas 9 sequências de aquisição, sendo no total acumuladas 140 horas de contagem da fonte, tempo vivo, nas condições de eletrônica descritas anteriormente, além de 64 horas de fundo para auxiliar na identificação dos fotópicos.

A adição dos espectros de contagens parciais foi efetuada após a sua calibração individual e transformação ³⁾ para uma calibração de energia padrão, dada por $E(\text{keV}) = 0,5 \cdot \text{canal}$.

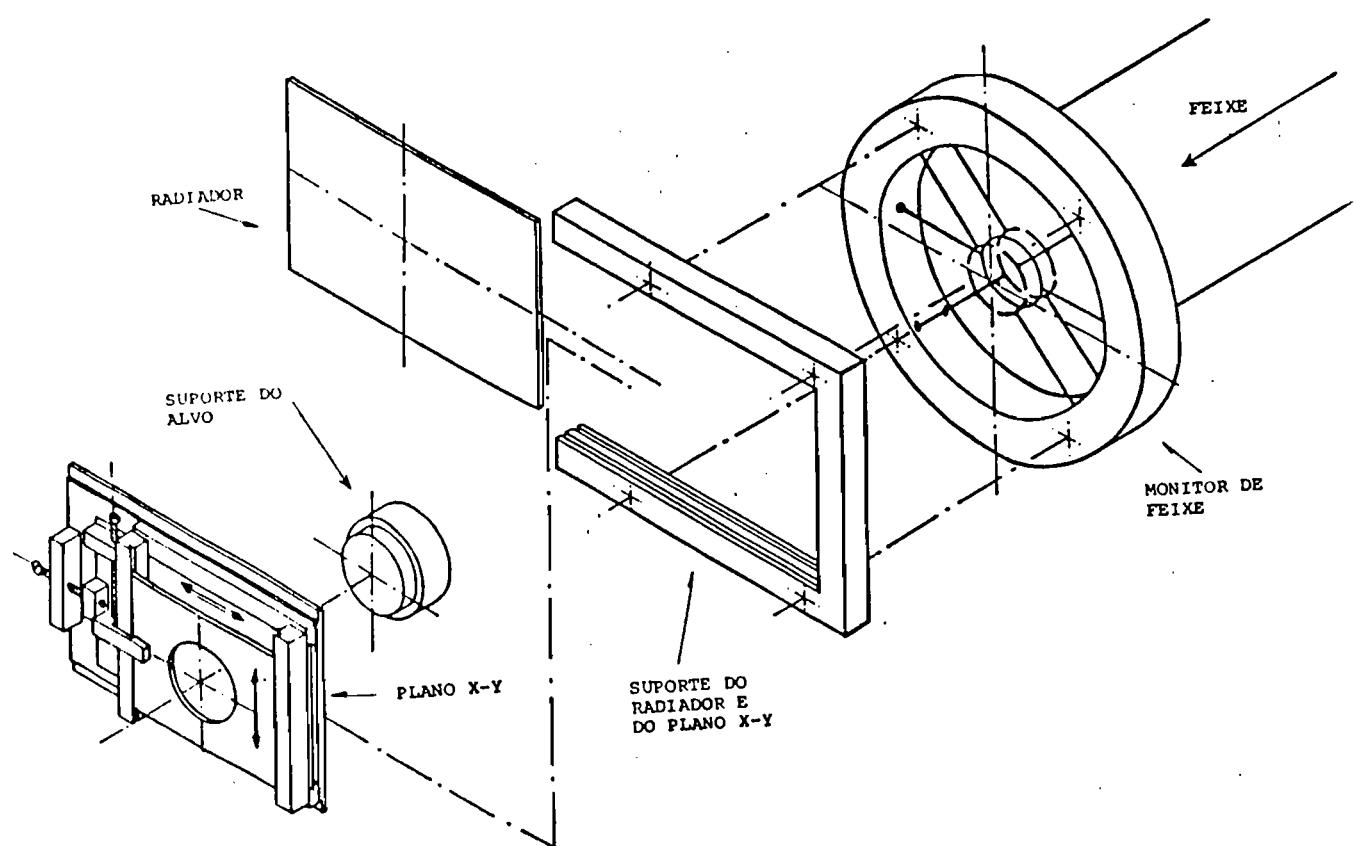


Figura II.1.1 Terminal do feixe direto do acelerador linear.

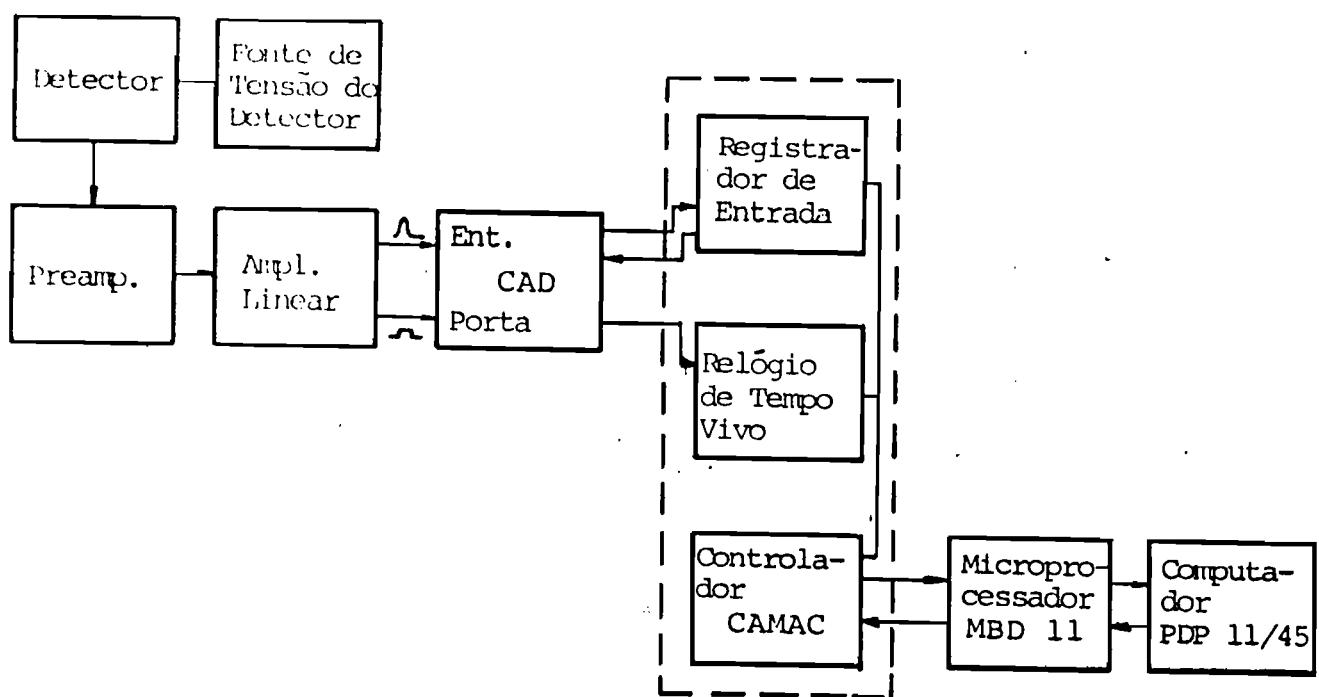


Figura II.2.1 Eletrônica de detecção do experimento de espectroscopia.

Para a determinação das energias com maior precisão foi ainda efetuada uma contagem de 1 hora, tempo vivo, onde foram medidas simultaneamente as fontes de ^{132}Cs e de ^{152}Eu , esta última de calibração.

O processo de aquisição foi completamente automático, controlado por programas instalados no PDP 11/45 e no gerenciador do sistema CAMAC, o microprocessador MBD-11 (veja a figura II.2.1).

A medida de espectroscopia foi feita simultaneamente àquela de coincidência gama-gama, estando por esse motivo instalados colimadores nos detectores para que nenhum deles ficasse diretamente exposto aos gamas espalhados pelo outro. Foi também utilizado, na abertura frontal dos colimadores, um absorvedor de 0,16 mm de Pb, para deter os raios X do Xe, evitando assim sua soma com as transições mais intensas. As energias dos raios X relevantes do Xe, bem como a sua porcentagem absorvida são apresentadas na tabela II.2.1 a seguir.

Tabela II.2.1 Energias e intensidades ¹⁾ dos raios X mais intensos do Xe e informações referentes à sua absorção.

Raio X	Energia (keV)	Intensidade relativa	$d_{1/2}\rho(\text{Pb})$ (10^{-2}g/cm^2)	Porcentagem absorvida ^b
K_{α_1}	29,779	100	2,25	99,6
K_{α_2}	29,458	53,9	2,30	99,6
$K_{\beta_1}'^*$	33,6	29,3	3,1	98
$K_{\beta_2}'^*$	34,4	6,4	3,3	98

A geometria do arranjo experimental pode ser encontrada na seção V.1.1. As figuras II.2.2 apresentam os espectros obtidos.

^b cálculo efetuado na hipótese de um pincel paralelo de raios X incidindo no absorvedor.

* a energia de K_{β_1}' é uma média ponderada com as intensidades, de K_{β_1} , K_{β_3} e K_{β_5} ; aquela de K_{β_2}' envolve K_{β_2} , K_{β_4} e transições das camadas O e superiores, para a camada K.

Figura II.2.2 a Espectro-tras-soma (140 horas) e espetro de fundo (64 horas).

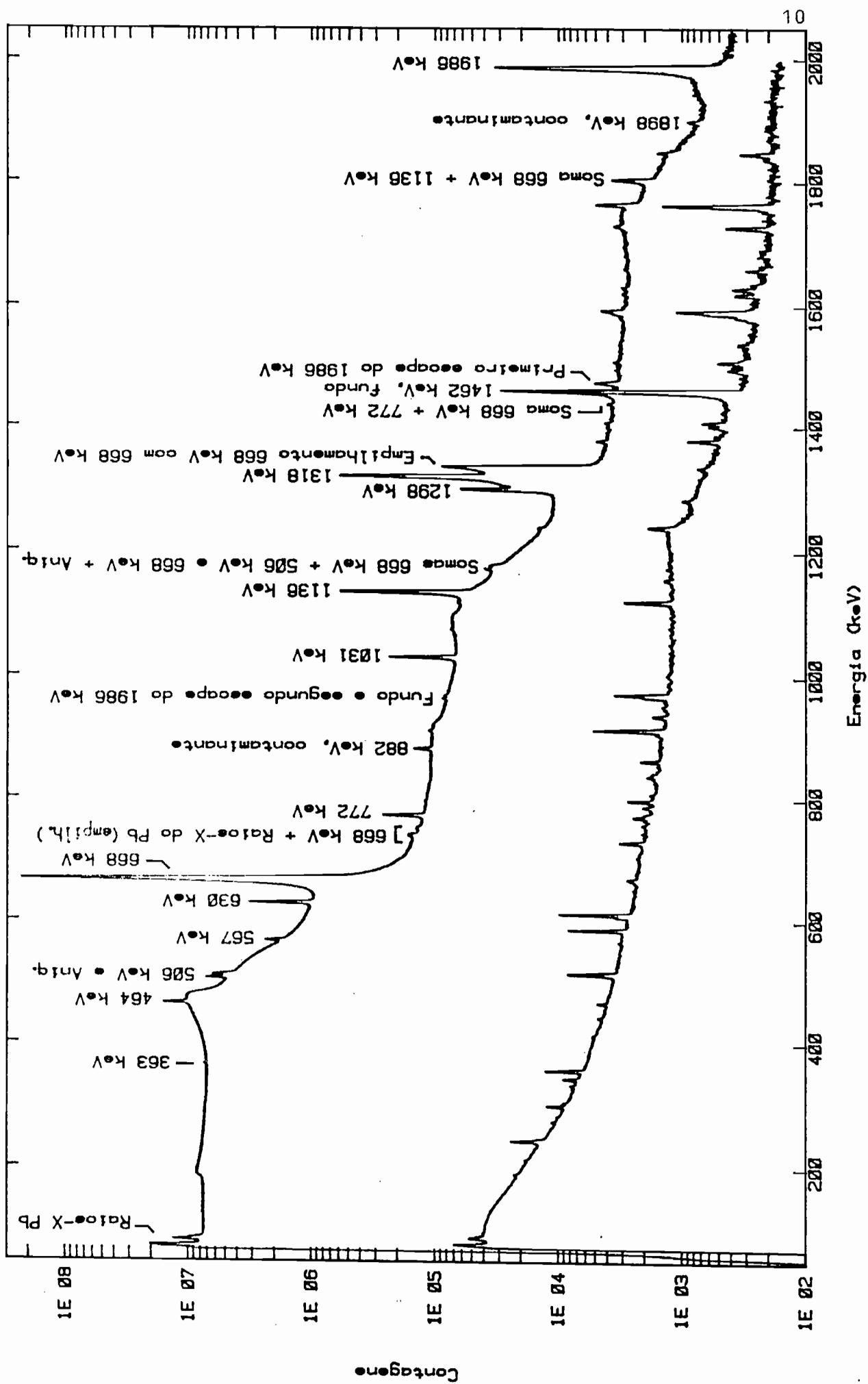
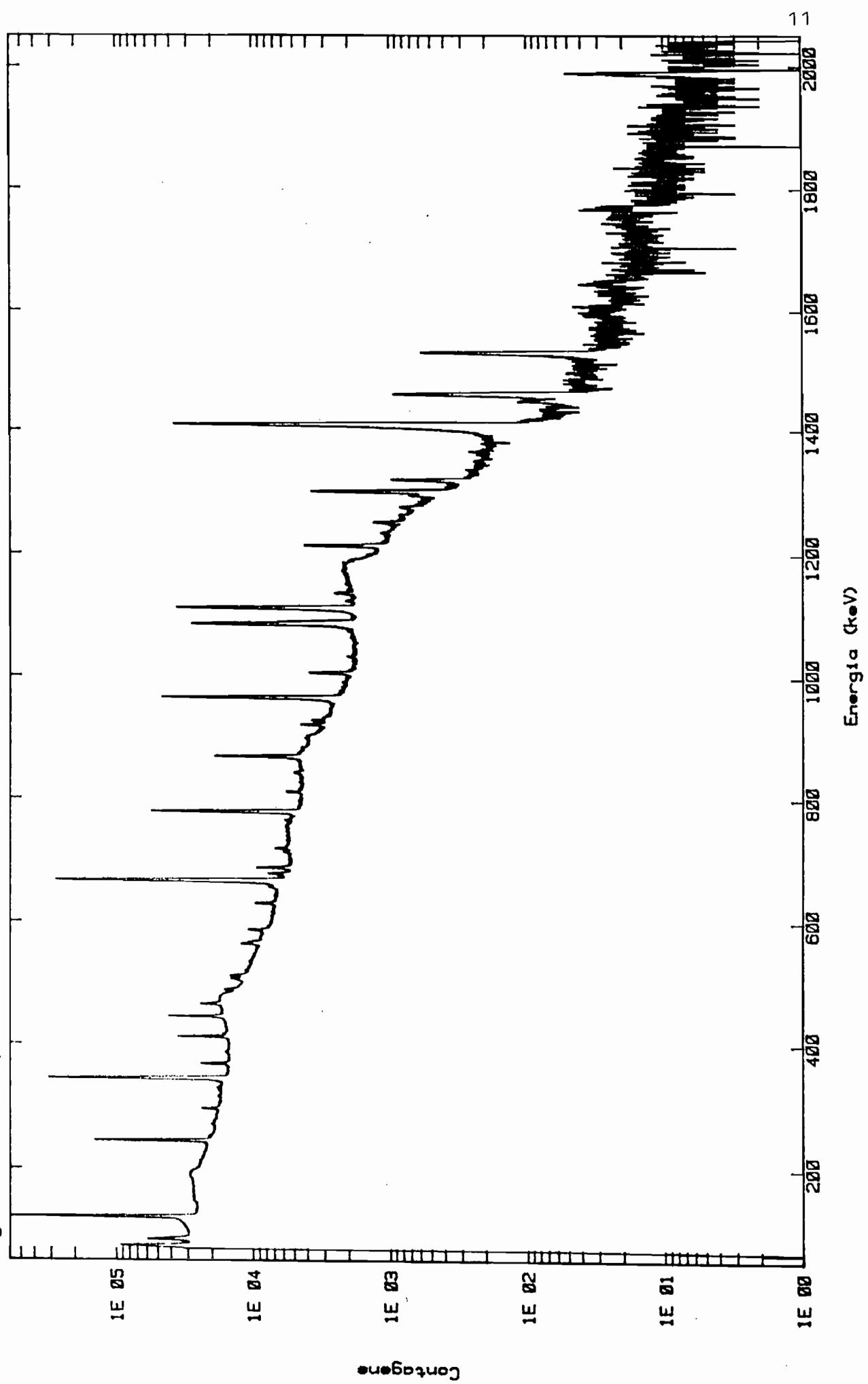


Figura 11.2.2 b Espectro de autoalibrado (1 hora).



II.2.3 Calibrações

Foram efetuadas calibrações de energia e eficiência relativa do detector na geometria utilizada, que são descritas a seguir.

1. Energia

Para a calibração de energia do experimento foram utilizados dois métodos:

a) autocalibração do espectro ²⁾, onde se faz a medida da fonte radioativa em estudo simultaneamente com uma (ou diversas) fontes de calibração, cujas energias emitidas estão já bem determinadas. Para isso foi utilizada uma única fonte de calibração, a de ¹⁵²Eu do conjunto de fontes Amersham Int. Lim., disponível no LAL. As informações referentes à fonte de calibração são apresentadas na tabela II.2.2 a seguir.

Tabela II.2.2 Informações sobre a fonte de calibração.

Número do conjunto de fontes	1419
Número da fonte	1D181
Atividade nominal	11,21 μ Ci
Acurácia porcentual da atividade	8,7
Data de referência da atividade	12:00 HMG* de 1º/11/1981

* Hora Média de Greenwich

A substância radioativa da fonte de calibração encontra-se absorvida em uma esfera de material apropriado para troca iônica, com 1 mm de espessura, selada em invólucro plástico (veja a figura II.2.3).

Foram utilizados, para a energia de dez transições gama associadas ao decaimento do ¹⁵²Eu, os valores presentes na compilação de A. Lorenz ⁴⁾, reproduzidos na tabela II.2.3, juntamente com os valores obtidos de posição.

Este método foi utilizado para o espectro de uma hora de contagem, que serviu para determinar a maioria das energias envolvidas;

Tabela II.2.3 Energias de algumas transições do ^{152}Eu e posições dos fotópicos utilizadas no processo de autocalibração.

Energia (keV)	Posição (canal)
121,7824(4)	231,555(1)
244,6989(10)	473,575(4)
344,2811(19)	669,515(2)
411,115(5)	800,885(15)
443,976(5)	865,459(11)
778,903(6)	1523,360(6)
964,131(9)	1887,084(6)
1085,914(13)	2126,165(9)
1112,116(17)	2177,589(8)
1408,011(14)	2758,161(7)

b) calibração do espectro da fonte utilizando suas próprias energias, determinadas com precisão elevada, pelo método (a). Este procedimento foi adotado para o espectro de 140 horas de estatística acumulada, com a finalidade de reconhecimento e determinação de algumas energias.

Posições e energias, juntamente com os desvios de ambas, foram submetidos a ajuste de uma parábola de calibração, levando em conta o erro na variável dependente ω). Os coeficientes obtidos são apresentados na tabela II.2.4.

Tabela II.2.4 Coeficientes c_n dos termos $c_n x^n$ das calibrações de energia e seus desvios.

n	c_n (keV)	autocalibração	espectro-soma
0	4,204(2)		-0,61(7)
1	0,507643(6)		0,50094(7)
2	5,19(3).10 ⁻²		-3,7(1).10 ⁻²

2. Eficiência

A eficiência relativa, na geometria de detecção, foi também determinada com o uso da fonte calibrada de ^{152}Eu e valores de intensidade relativa do trabalho de Y. Yoshizawa et al. ⁴).

Foram utilizados cerca de 35 valores de intensidade relativa, juntamente com as áreas dos fotópicos correspondentes do espectro de autocalibração, determinando-se a eficiência para a região de energias desde 240 até 1460 keV.

A função ajustada aos pontos experimentais é mostrada na eq. II.2.1,

$$\epsilon_{\text{rel}}(E_Y) = \alpha_1 e^{-\alpha_2 E_Y} + \alpha_3 e^{-\alpha_4 E_Y}. \quad \text{II.2.1}$$

Os parâmetros obtidos no ajuste e seus desvios constam da tabela II.2.5.

Tabela II.2.5 Parâmetros da curva de eficiência relativa do detector de 53 cc.

i	α_i
1	$1,78(5) \cdot 10^{-2}$
2	$6,19(12) \cdot 10^{-3}$
3	$2,92(5) \cdot 10^{-3}$
4	$7,97(14) \cdot 10^{-4}$

A figura II.2.4 apresenta os pontos experimentais e a curva de eficiência obtida.

II.2.4 Análise de Dados

1. Obtenção das Energias

Para a determinação das energias das transições de interesse foi feita uma calibração preliminar do espectro de autocalibração, localizando-se os fotópicos correspondentes ao decaimento do ^{152}Eu , que em seguida foram ajustados pelo programa IDEFIX ⁷), produzindo assim valores e desvios para

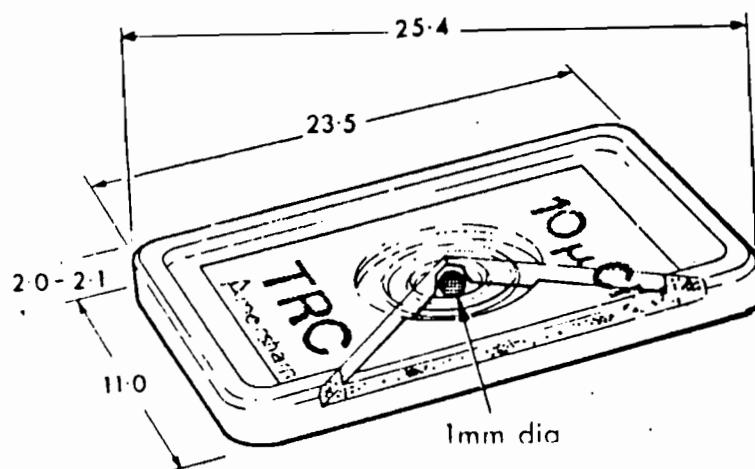
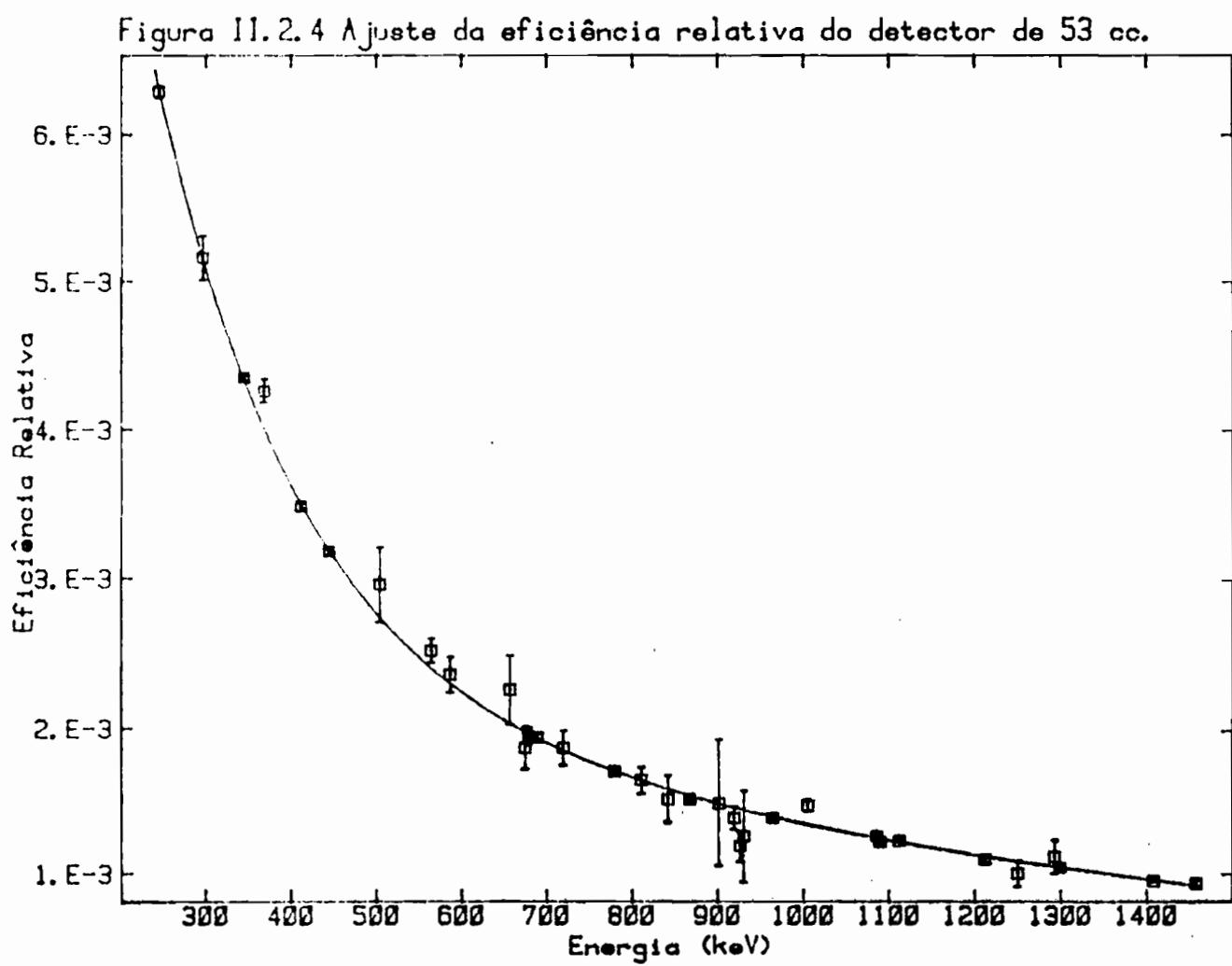


Figura II.2.3 Invólucro onde está encerrada a fonte de calibração.
(dimensões em mm)



sus suas posições. O próximo passo envolveu o ajuste dos fotópicos associados ao decaimento do ^{132}Cs , sendo então obtidas as posições de suas centróides, o que permitiu o cálculo de novos valores para as energias com maior precisão. A tabela II.2.6 apresenta os valores de posição e energia obtidos neste trabalho e as energias presentes na literatura ¹⁻⁸), para comparação.

Tabela II.2.6 Posições dos fotópicos, energias obtidas pelo método de autocalibração do espectro e energias presentes na literatura para algumas transições associadas ao decaimento do ^{132}Cs .

Posição este trabalho	Energia (keV)	referência 1
706,98(80)	363,36(41)*	363(1)
905,994(34)	464,551(17)	464,5(2)
1106,83(14)	566,715(70)	567,0(4)
1231,162(52)	629,981(27)	629,8(2)
1304,890(2)	667,505(3)	667,5(1)
2018,80(33)	1031,15(17)*	1031,5(3)
2224,66(12)	1136,102(62)	1135,6(2)
2581,313(65)	1318,045(34)	1317,8(2)

* determinada também por outro método.

Neste processo não foram determinados novos valores para as energias das transições de 506, 664, 772, 1298 e 1986 keV, além da transição fraca determinada neste trabalho, de 688 keV. Estas transições tiveram tratamento diferente, como descrito a seguir.

Três das seis transições citadas (506, 772 e 1298 keV) tiveram suas energias determinadas a partir do espectro-soma das 140 horas de medida, onde foi feita uma calibração com o auxílio dos valores de energia das outras transições (tabela II.2.6). O mesmo processo foi utilizado para as transições de 363 e 1031 keV, cuja determinação pelo método de autocalibração teve qualidade apenas regular.

Os motivos da utilização de outros métodos são discutidos a seguir, para todas as transições citadas.

Transição de 363 keV: o ^{152}Eu , ao decair, apresenta uma transição gama de 367,8 keV que, nas condições do experimento, produziu um fotópico cerca de 30 vezes mais intenso do que aquele da transição de interesse. Isto fez com que a qualidade de determinação da centróide do 363 keV fosse prejudicada, como pode ser observado na tabela II.2.6.

Para uma determinação alternativa, foi utilizado o espectro-soma das contagens efetuadas somente com a fonte de ^{132}Cs e feita uma calibração de energia, com os valores determinados para as outras transições. Neste espectro, o fotópico de interesse aparece isolado.

Transição de 506 keV: o fotópico correspondente a esta transição aparece num dubletó parcialmente resolvido, onde o outro integrante está associado aos fótons de aniquilação, sendo mais largo (veja a figura II.2.5).

O uso do espectro-soma foi preferido neste caso devido à sua elevada estatística de contagem.

Transição de 664 keV: a energia desta transição é de determinação bastante delicada neste decaimento, pois ela se localiza no pé esquerdo do fotópico mais intenso do espectro, o da transição de 668 keV. Tentou-se medir sua energia no experimento de coincidência $\gamma\text{-}\gamma$ descrito na seção II.4, explorando-se sua coincidência com a transição de 464 keV. Ambas as transições se dão entre níveis do ^{132}Ba , não estando então associadas àquela de 668 keV. Esta tentativa não teve sucesso, pois a correção dos eventos que estão sob o fotópico de 464 keV envolveu a subtração de duas áreas elevadas do fotópico de 668 keV (totais menos acidentais) para a obtenção de outra, extremamente menor (veja discussão em II.2.5).

Transição de 688 keV: anteriormente desconhecida, esta transição extremamente fraca deexcitando o estado

de 1986 keV só pode ser observada no experimento de coincidência gama-gama (veja a seção II.4.5) e sua energia foi determinada através da calibração do detector de melhor resolução do arranjo (HPGe de 104 cc) com os valores de energia deste trabalho para as outras transições.

Transição de 772 keV: esta aparece no pé esquerdo de um fotópico intenso, pertencente ao decaimento do ^{152}Eu , cuja energia é 778,9 keV. Foi utilizado o espectro-soma.

Transição de 1031 keV: por ser um fotópico pouco intenso, foi também utilizado o espectro-soma para uma determinação de melhor qualidade.

Transição de 1298 keV: aparece, no espectro de autocalibração, em duploto não resolvido juntamente com o fotópico de 1299 keV, pertencente ao ^{152}Eu . No espectro-soma os fotópicos das transições de 1298 e 1318 keV surgem em meio a um patamar de empilhamento da transição de 668 keV consigo mesma, prejudicando a determinação das posições de ambos. A figura II.2.6.a mostra a região do espectro. A borda direita do patamar corresponde ao empilhamento total dos pulsos do amplificador ("peak pile-up") e caminhando para a esquerda aumenta a diferença de tempo entre os máximos dos sinais lineares envolvidos ("tail pile-up"), até que o sensor de empilhamento do amplificador consegue percebê-lo, emitindo o sinal INH para anticoincidência no CAD. A solução adotada foi o uso da projeção total do espectro de coincidência $\gamma\text{-}\gamma$ no detector de 104 cc, onde o efeito é menos pronunciado (figura II.2.6.b).

Transição de 1986 keV: para esta transição, a dificuldade residiu no fato de que, à época do experimento, não havia disponíveis no LAL fontes de calibração ou mesmo outras fontes preparadas no próprio

Figura II.2.5 Dubletos 506 keV - Aniq. no espectro-soma.

19

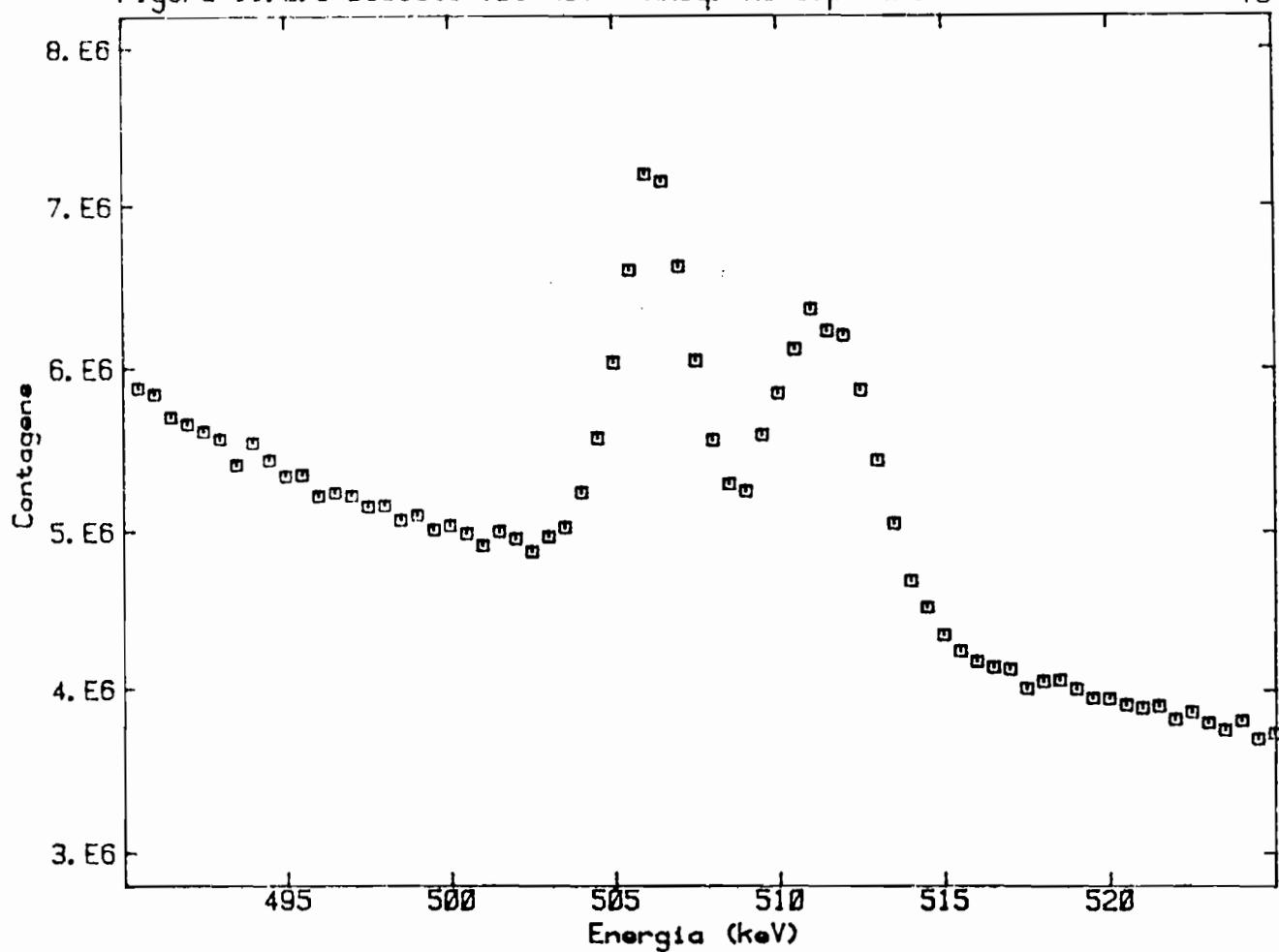
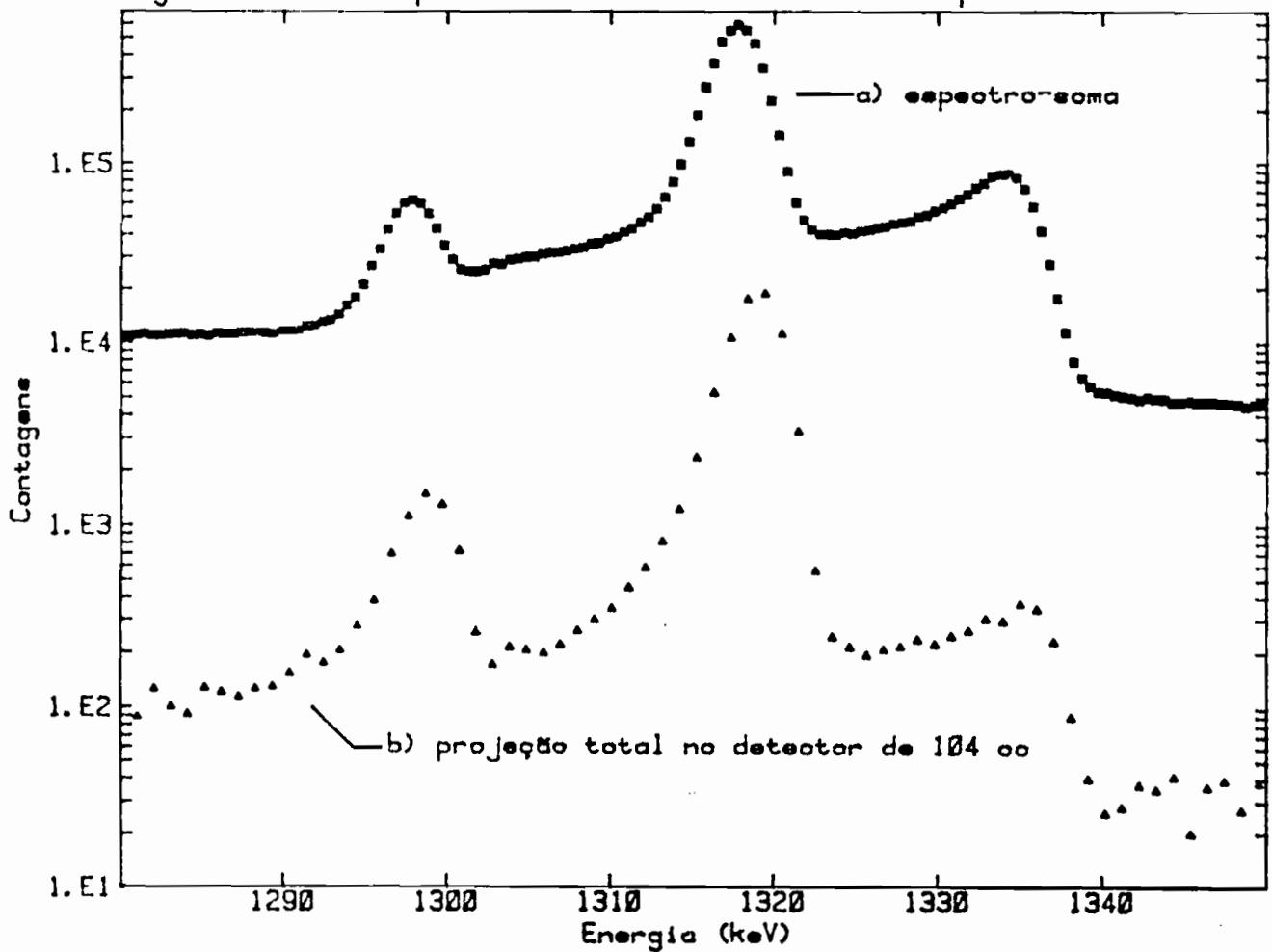


Figura II.2.6 Fotópicos de 1298 e 1318 keV sobre empilhamento.



laboratório, que possuíssem ao menos uma transição com energia nas proximidades desta.

O método utilizado foi somar as energias obtidas para as transições de 1318 e 668 keV, somar também os valores calculados dos recuos nucleares associados a cada uma delas e subtrair o valor do recuo nuclear para o caso da emissão do fóton direto ("cross-over") e propagar os desvios.

Os valores obtidos para as energias destas transições são apresentados na tabela II.2.7 e os valores finais adotados para as energias obtidas deste trabalho são apresentados na seção II.2.5.

Tabela II.2.7 Valores obtidos para as energias de algumas transições gama com o uso de métodos alternativos.

Energia (keV)	
este trabalho	referência 1
363,393(26)	363(1)
505,704(12)	505,8(2)
~	664,5(10)
687,69(20)	-
772,374(8)	772,5(5)
1031,402(19)	1031,5(3)
1297,673(70)	1297,5(5)
1985,543(34)	1985,5(5)

* valor não medido.

No que concerne a contaminantes e possíveis reações concorrentes, foi constatada a presença de duas transições não pertencentes ao decaimento em estudo: 882 e 1898 keV. Estas energias são compatíveis com as mais intensas emitidas na desintegração do ^{88}Rb , que pode ser produzido na irradiação, através da reação $^{87}\text{Rb}(\gamma, n)$. A meia vida do ^{88}Rb é de 32,77(14) dias ¹⁾.

A confirmação da origem da transição de 882 keV foi dada pelo experimento de coincidência gama-gama (veja a seção II.4.4).

2. Obtenção das Intensidades

As áreas dos fotópicos de todos os espectros obtidos foram determinadas através do programa IDEFIX ⁷⁾, onde o espectro de fundo da sala foi também utilizado para desconto. Este desconto é feito através do ajuste da diferença entre o espectro devido a (fonte + fundo) e o espectro de fundo, levando-se em conta possíveis diferenças nos tempos de contagem de ambos e propagando os desvios.

No caso das áreas associadas às intensidades das transições em estudo, estas sofreram correções para efeitos de soma e empilhamento ⁸⁾.

A obtenção de intensidades gama relativas foi conseguida com uso da calibração de eficiência do detector de 53 cc (veja a seção II.2.3) na expressão

$$I_{\text{rel}}(E_\gamma) = \frac{A(E_\gamma)}{E_{\text{rel}}(E_\gamma)} \cdot \frac{E_{\text{rel}}(668 \text{ keV})}{A(668 \text{ keV})} \cdot 1000, \quad \text{II.2.2}$$

onde $A(E_\gamma)$ é a área do fotópico da transição de energia E_γ .

Os valores de intensidade relativa permitiram, após levar em conta o efeito de conversão de elétron, caracterizar a alimentação por captura de elétron do estado de 1440 keV, desconhecida anteriormente. Esta alimentação é do tipo primeira proibida única e teve seu log ft experimental calculado segundo o procedimento de N. B. Gove e M. J. Martin ¹⁰⁾.

Os resultados obtidos para intensidades relativas, alimentações β^{\pm} e por captura de elétrons são apresentados na seção II.2.5, a seguir.

II.2.5 Resultados e Discussão

No que concerne às energias, os novos valores determinados têm precisão mais elevada do que aqueles conhecidos anteriormente, havendo também uma nova transição evidenciada pelo experimento de coincidência gama-gama (veja a seção II.4.5) e os valores aceitos por este trabalho são aqueles apresentados na tabela II.2.8.

Tabela II.2.8 Valores aceitos para as energias das transições associadas ao decaimento do ^{132}Cs

Energia (keV)
363,393(26)
464,551(17)
505,704(12)
566,715(70)
629,981(27)
667,505 (3)
687,69 (20)
772,374 (8)
1031,402(19)
1136,102(62)
1297,742(42)
1318,045(34)
1985,543(34)

Os valores de intensidade relativa obtidos são, na sua maioria, concordantes com os conhecidos anteriormente, sendo entretanto mais precisos e contendo um novo valor, associado à transição de 688 keV. A comparação é feita na tabela II.2.9.

Estas intensidades relativas permitiram calcular, para cada estado populado do ^{132}Xe ou ^{132}Ba , a intensidade da alimentação β^+ ou por captura de elétron e as razões de ramificação ("branching ratios") de sua posterior deexcitação gama. Estes dados constam da tabela II.2.10.

O log ft associado à alimentação por captura de elétron do estado 4_1^+ do ^{132}Xe produziu ¹⁰⁾ o valor 10,2, consistente com o limite superior da faixa admitida para uma transição primeira proibida única.

Quanto à verificação de uma possível alimentação do segundo estado 4^+ do ^{132}Xe , à energia de 1963 keV, esta seria evidenciada nos experimentos pela presença da transição de 523 keV (veja a figura II.2.7.a), em coincidência com aquela de 772 keV. Sua observação não foi conclusiva, entretanto foi calculado o seu limite máximo de intensidade através de duas hipóteses:

a) o log ft desta transição é igual àquele obtido para a alimentação do estado 4_1^+ . Neste caso o resultado foi uma intensidade de $1,4 \cdot 10^{-5}$ %;

b) pelo método estatístico da ref. 11, onde foi avaliado o limite superior de intensidade para um nível de confiança de 95 %. O resultado obtido e que será adotado foi de 0,0012 % para a alimentação do estado, resultando um log ft não inferior a 8,3 .

Tabela II.2.9 Intensidades relativas deste trabalho e aquelas determinadas anteriormente.

Transição (keV)	Intensidade este trabalho	referência 1
363	0,64(3)	0,72(10)
464	16,0(7)	19,4(10)
506	7,71(32)	8,2(10)
Aniq.	7,87(39)	3,7(5)
523	< 0,011	-
567	2,29(8)	2,5(3)
630	9,23(34)	10,4(8)
664	< 0,033	0,65(20)
668	$1,00(3) \cdot 10^3$	1000
688	0,022(5)	-
772	0,74(3)	0,76(10)
1031	1,28(4)	1,26(10)
1136	4,56(16)	5,2(4)
1298	0,52(2)	0,58(10)
1318	5,67(21)	6,0(5)
1986	0,69(4)	0,72(10)

Para a intensidade do fóton de aniquilação, foram efetuadas verificações independentes nos experimentos de espectroscopia e coincidência $\gamma\text{-}\gamma$, produzindo valores consistentes entre si. Foi adotada a média ponderada de ambos, presente na tabela II.2.9. O valor obtido no experimento de espectroscopia foi de 7,95(53), para um valor de $1,00(3) \cdot 10^3$ para a transição de 668 keV.

O valor aceito por este experimento para a intensidade do fóton de aniquilação é superior àquele da

literatura ¹⁾). Este ainda é insuficiente para resolver a discrepância entre os valores de intensidade do decaimento β^+ determinados através dele e pela medida direta dos pósitrons ¹²⁾, que é de uma ordem de grandeza.

Quanto à observação da transição de 664 keV, na alimentação β^- do estado de 1128 keV do ^{132}Ba , esta não foi possível, mesmo estando associada a uma intensidade comparável àquela da transição de 772 keV ¹⁾, por se localizar sob o pé do fotópico mais intenso do espectro, de 664 keV. Entretanto esta transição voltará a ser discutida no experimento de coincidência γ - γ , de onde foi obtido o limite superior de intensidade presente na tabela II.2.9.

As modificações causadas no esquema de desintegração do ^{132}Cs podem ser observadas nas figuras II.2.7.

Tabela II.2.10 Intensidades de alimentação dos estados do ^{132}Xe e $^{132}\text{Ba}^*$ e razões de ramificação dos gamas que os deexcitam.

Estado (keV)	Intensidade de alimentação	Transição gama (keV)	Razão de ramificação
668	96(3) CE, 0,39(2) β^+	668	
1298	0,20(4) CE	630	94,7
		1298	5,3
1440	0,010(4) CE	772	
1803	1,27(3) CE	363	5,0
		506	59,7
		1136	35,3
1963	< 0,0012 CE	523	89 ¹⁾
		1295	11 ¹⁾
1986	0,63(2) CE	688	0,3
		1318	88,9
		1986	10,8
464	1,34(7) β^-	464	
1031	0,35(1) β^-	567	64,1
		1031	35,9
1128	< 0,0032 β^-	664	

* na hipótese de que a alimentação de seus estados fundamentais é nula ^{1,6)}.

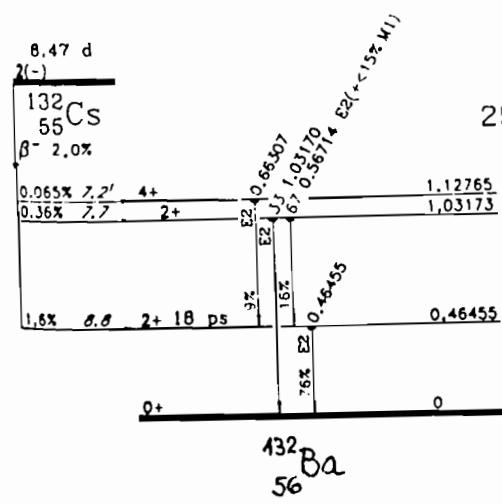
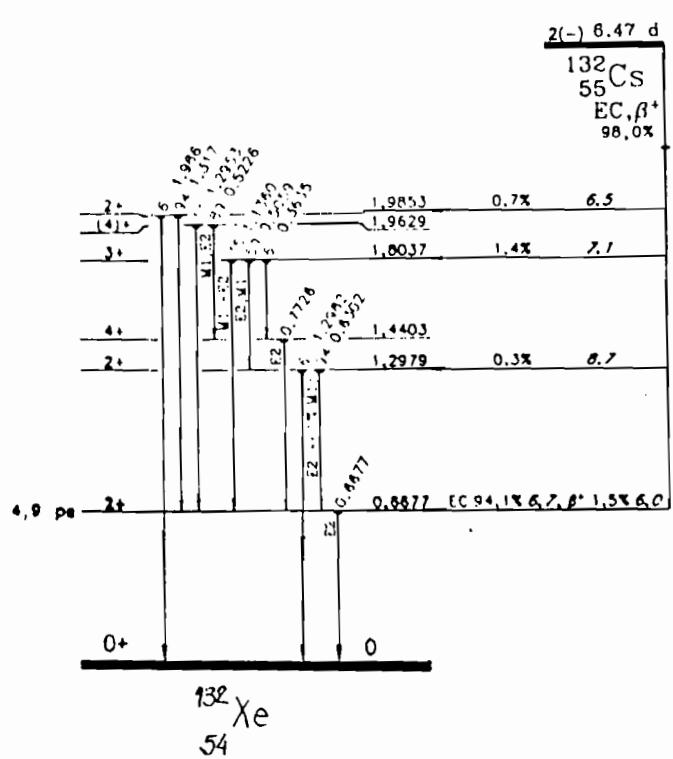


Figura II.2.7.a Esquema de desintegração da ref. 1.
(energias em MeV)

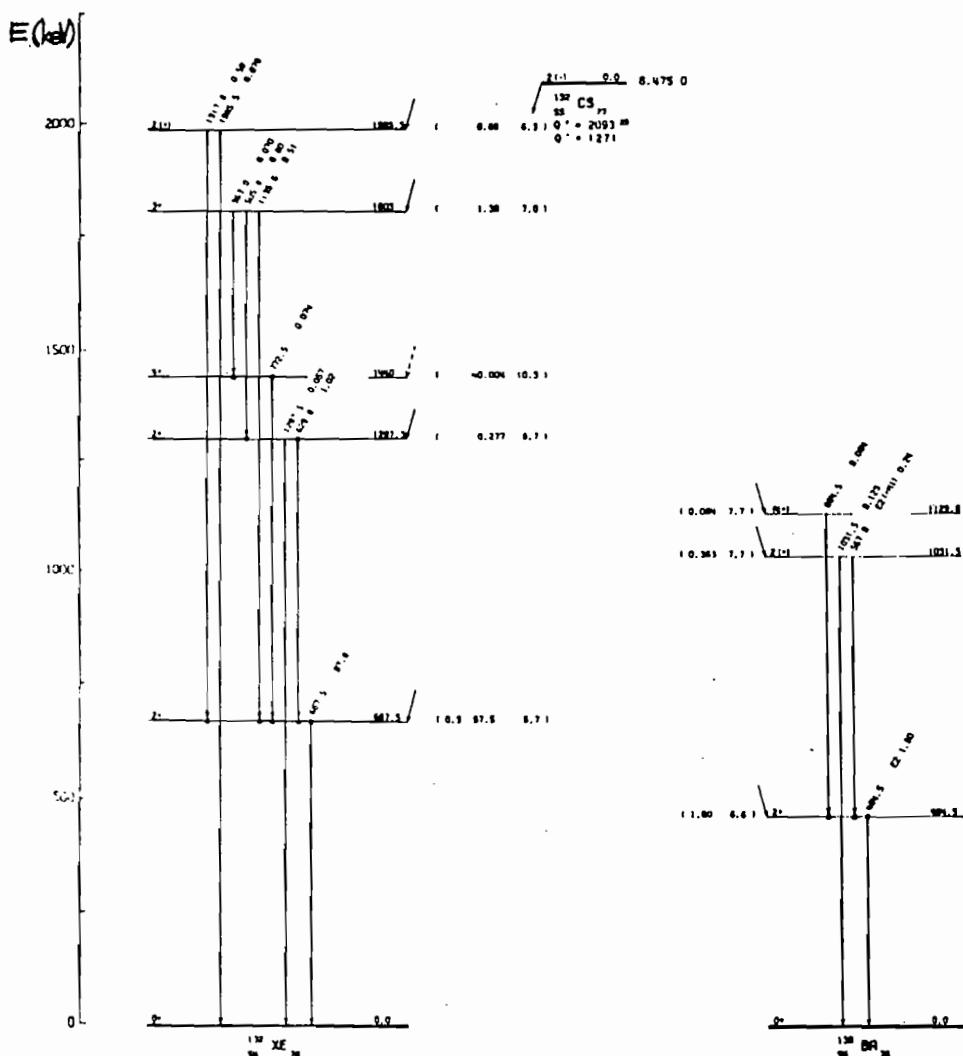
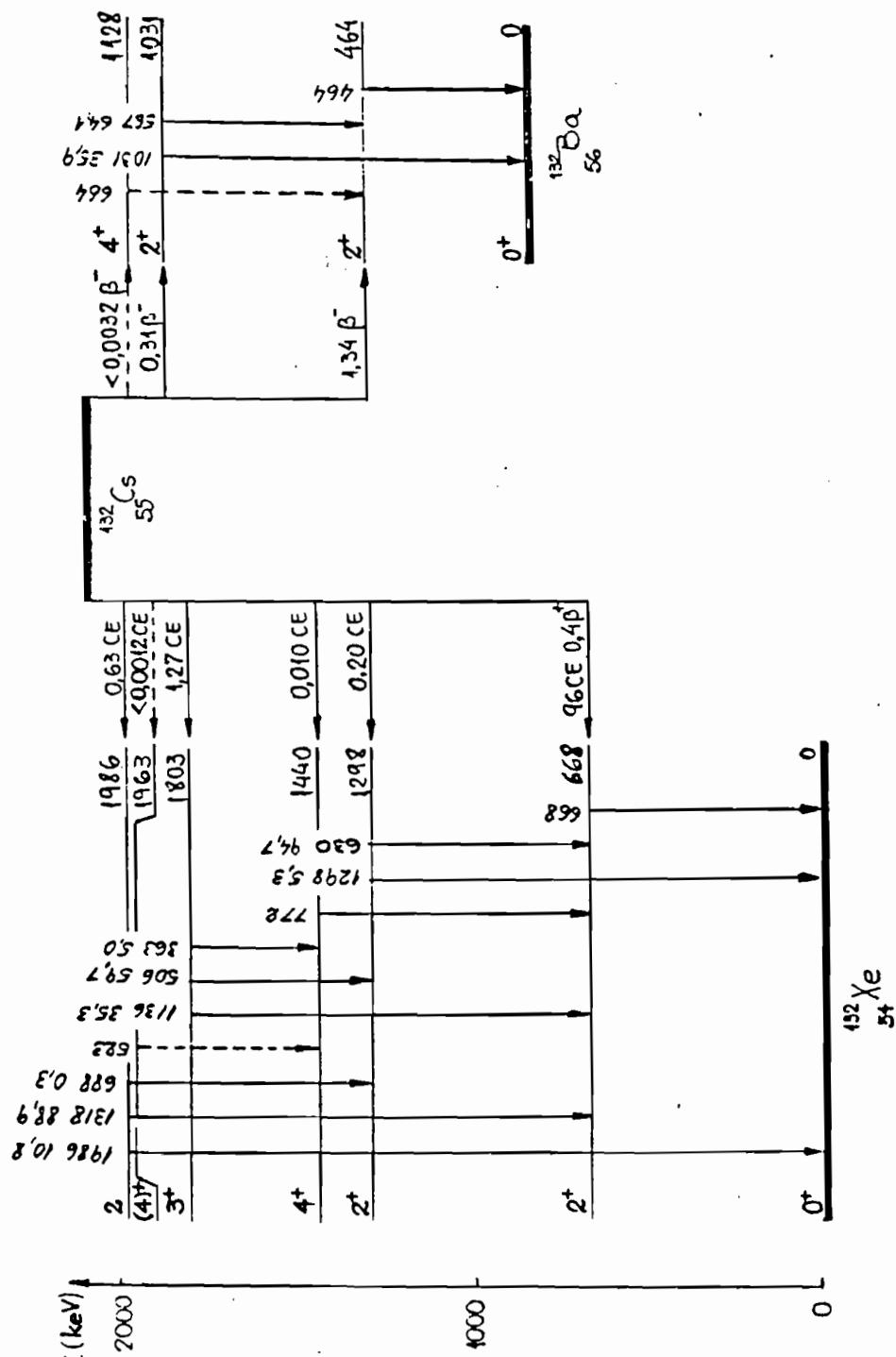


Figura II.2.7.b Esquema de desintegração da ref. 8.

Figura II.2.7.c Esquema de desintegração deste trabalho.



II.3 Correlação Angular

II.3.1 Espectrômetro de Correlação Angular Ge(Li)-NaI(Tl)

O espectrômetro de correlação angular do LAL, além dos detectores citados, é composto por uma mesa de aço circular em cujo centro ergue-se o pino do porta-amostras, de altura regulável, conectado a um motor elétrico que o faz executar um movimento de rotação lenta (cerca de 10 rpm) ao redor de seu eixo, vertical. A finalidade dessa rotação é homogeneizar temporalmente as assimetrias do material radioativo da fonte.

O eixo central do espectrômetro é também o eixo de rotação de um setor circular motorizado (veja as figuras II.3.1) sobre o qual está o detector de NaI(Tl) utilizado no experimento, associado à sua fotomultiplicadora.

Faz também parte deste espectrômetro um motor elétrico acionado por um módulo de potência, cuja finalidade é movimentar o setor circular citado, para a alteração do ângulo entre os detectores. O acionamento deste motor se dá manualmente, diretamente no controlador do espectrômetro, ou através do computador, por meio de uma interface. O controlador do espectrômetro está conectado ao computador PDP 11/45 do LAL através de registradores CAMAC de entrada e saída, como mostrado na figura II.3.2.

Quando o sistema está em aquisição, o setor móvel é mantido fixo por meio de encaixe de celeron em forma de "V" que se acopla a um pino metálico na borda da mesa através da compressão exercida por duas molas.

Para executar a movimentação do setor, o encaixe é afastado do pino por um sistema de eletroímã e o motor de movimentação é acionado (veja a figura II.3.3). A parada do setor circular em posições angulares escolhidas é feita com o auxílio de pinos fixados às bordas da mesa do espectrômetro que acionam microchaves existentes na parte móvel, desligando o motor de movimentação e o eletroímã. A precisão do posicionamento do detector móvel é de 0,5°.

Os pinos que causam a parada têm forma variável, cada um acionando um número diferente de microchaves, que representam uma contagem binária fornecida ao computador,

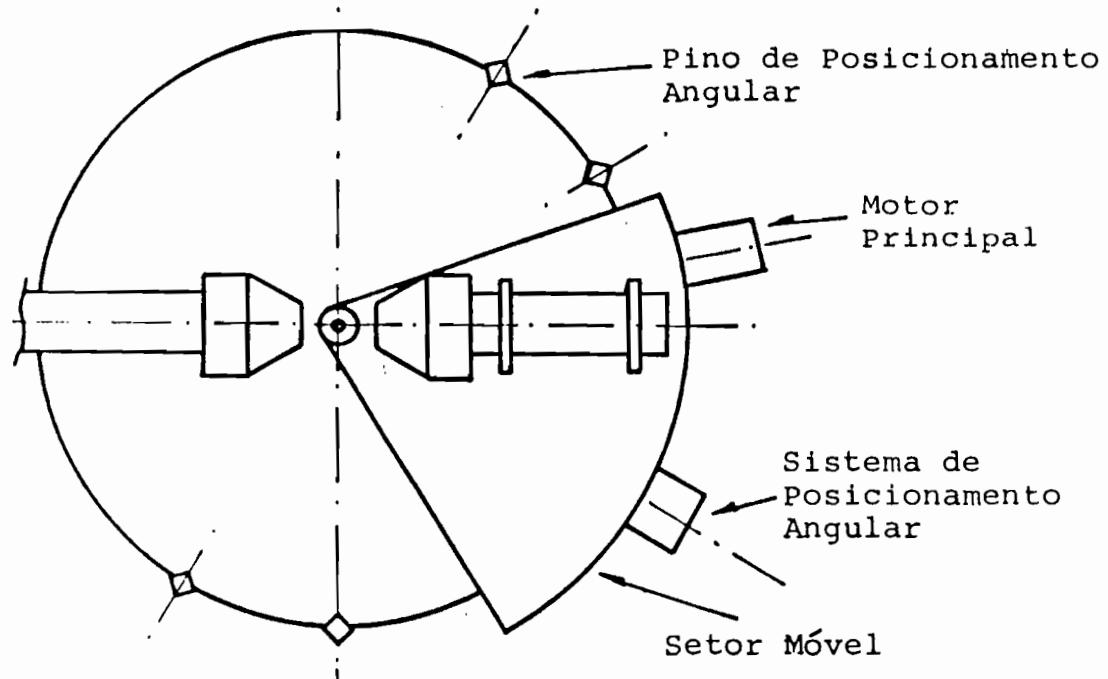
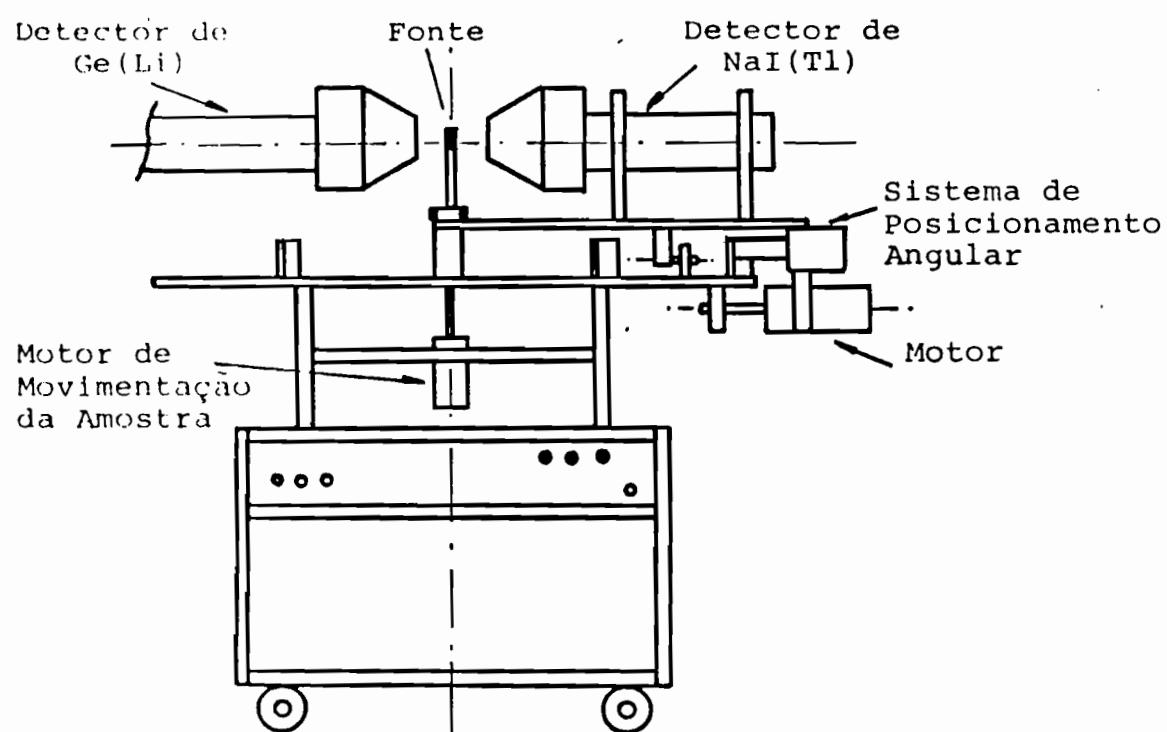


Figura II.3.1 Diagramas esquemáticos do espectrômetro de correlação.

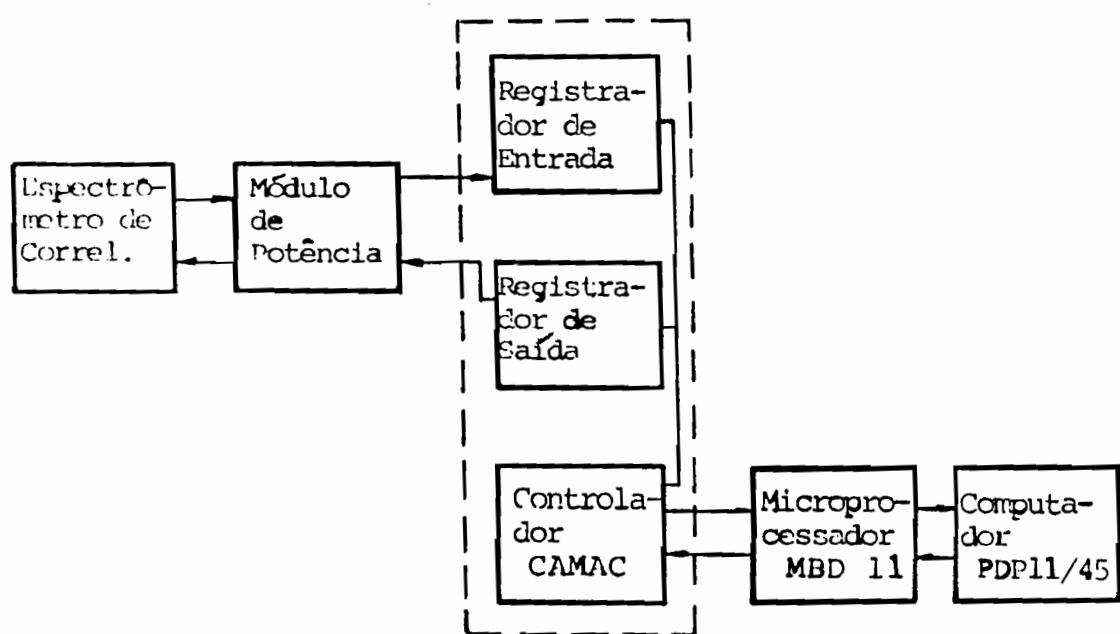


Figura II.3.2 Esquema das conexões de controle automático do espectrômetro.

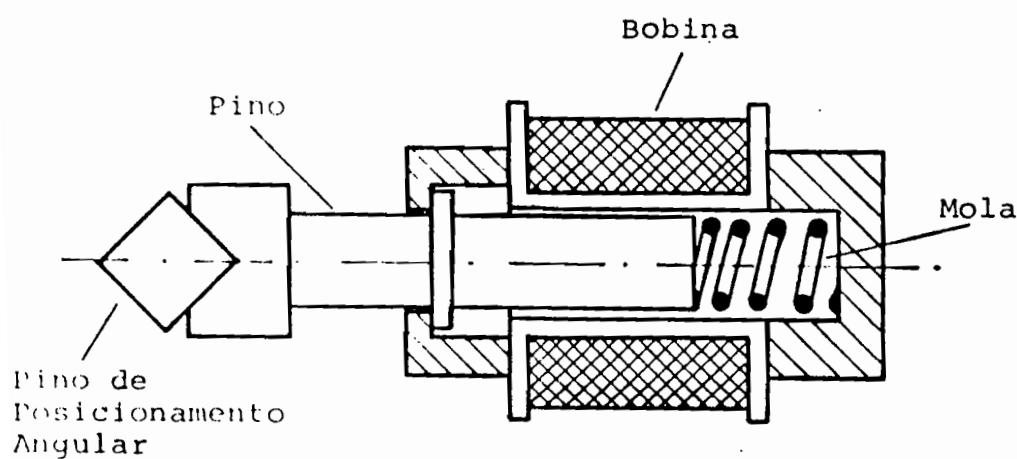


Figura II.3.3 Sistema de fixação do setor móvel do espectrômetro.

permitindo a numeração das diversas posições angulares em que ocorre a aquisição.

Durante uma sequência de medidas em diversos ângulos, o setor móvel pode percorrer uma faixa angular, em geral desde 90° até 270° em intervalos que podem ser escolhidos, em relação ao detector fixo. Ao chegar num destes extremos, um pino extra fixado à borda da mesa aciona uma microchave cuja finalidade é inverter o sentido de rotação do motor, causando a repetição da medida no ângulo extremo e a varredura das posições sucessivas em sentido contrário ao inicial, podendo este procedimento ser repetido qualquer número de vezes.

II.3.2 Eletrônica de Detecção e Sistema de Aquisição

Foi utilizado para a detecção um circuito de coincidências usual, do tipo rápido-lento (figura II.3.4).

A finalidade da parte rápida do circuito é a formação e amplificação dos sinais dos detectores, sem perder a sua marcação no tempo, decidindo se houve ou não coincidência. A parte lenta processa os sinais tornando-os lineares e de duração maior, para análise de sua altura, que contém a informação de energia.

De cada detector eram então extraídos dois sinais, um para a parte rápida e outro para a lenta da eletrônica de detecção. O detector de Ge(Li) possui duas saídas idênticas em seu pré-amplificador, prestando-se a estas finalidades. Para se conseguir o mesmo da fotomultiplicadora do detector de NaI(Tl), era extraído o sinal de anodo, rápido, para a parte de eletrônica rápida e aquele dos dinodos para a análise em energia.

A parte rápida do circuito era composta por amplificadores-filtro ORTEC 454 e discriminadores de fração constante ORTEC 473A, para cada um dos detectores. Um destes sinais dava a partida em um conversor de tempo para altura de pulso ORTEC 467 e o sinal correspondente ao outro detector fornecia a parada da contagem de tempo, após ser convenientemente atrasado (para proporcionar o atraso, foram utilizados 10 m de cabo coaxial, num atraso total de 33 ns).

A saída linear do conversor de tempo para altura de pulso foi analisada, produzindo um espectro de tempo,

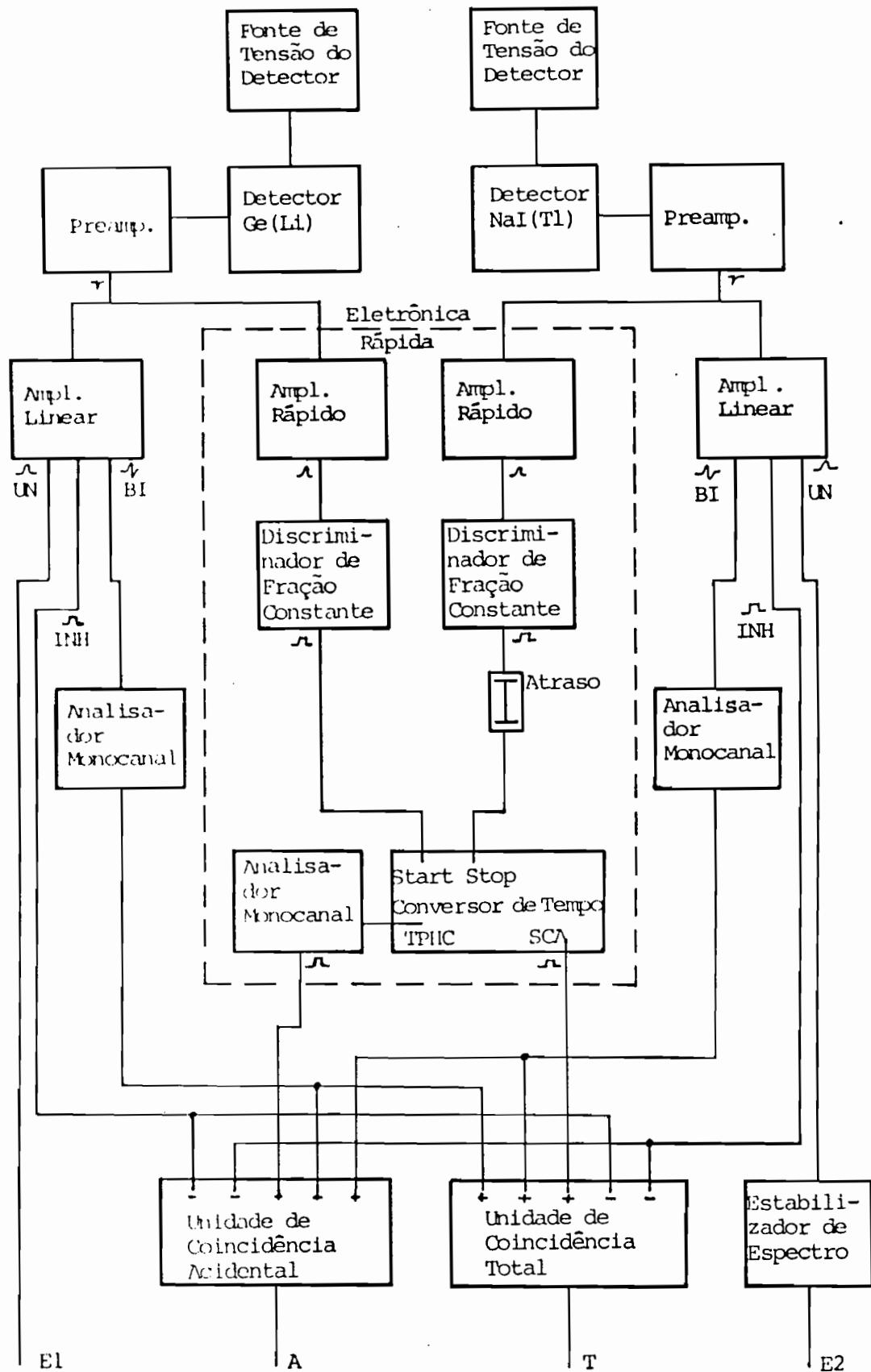


Figura II.3.4 Circuito de coincidência rápido-lento utilizado.

mostrado na figura II.3.5 (veja a seção II.3.4, item 3). Neste espectro, com o auxílio de dois analisadores monocanais, um interno ao conversor de tempo e outro ORTEC 551, foram selecionadas duas regiões de mesma largura em tempo, uma sobre o pico de coincidências totais e a segunda afastada da primeira, para a aquisição simultânea das coincidências acidentais.

A parte lenta do circuito era composta por amplificadores ORTEC 572, dotados de sensor de empilhamento de pulsos, que permite a sua rejeição. Destes amplificadores saem os dois sinais de energia (unipolares) a serem analisados nos conversores analógico para digital (CAD) ORTEC 800.

O ganho de amplificação do sinal unipolar da parte lenta associada ao detector de NaI(Tl) era mantido constante por um estabilizador de espectro CANBERRA 2050 entre o amplificador do NaI(Tl) e o CAD correspondente (veja a figura II.3.4).

Este estabilizador de espectro possui duas janelas analógicas internas que são colocadas em posições simétricas, à esquerda e à direita da centróide de um fotoponto intenso do espectro do NaI(Tl). Havendo uma diferença na taxa temporal de pulsos que têm altura compatível com cada janela, o estabilizador efetua uma correção no ganho de amplificação da entrada até que os números se igualem. Deste modo, o ganho em sua saída permanece constante, mesmo com variações apreciáveis da taxa temporal de eventos.

Os amplificadores da parte lenta possuem saídas bipolares que eram introduzidas em analisadores monocanais.

A decisão se aconteceu ou não uma coincidência foi feita por duas unidades de coincidência, ORTEC 419A, uma para as coincidências totais e outra para as acidentais. As entradas das unidades de coincidência eram cinco: as saídas dos dois monocanais da parte lenta, indicando se existem sinais de energia vindos de cada um dos detectores; a saída de um dos monocanais da parte rápida, dependendo se era coincidência total ou acidental que estava sendo tratada; os dois sinais INH ("inhibit") do circuito sensor de empilhamento de pulsos, vindos dos amplificadores da parte lenta.

As unidades de coincidência citadas operam em lógica positiva e exigem simplesmente a sobreposição dos sinais lógicos da entrada. Dos cinco sinais descritos, os três primeiros entravam em coincidência e os restantes em anticoincidência.

Os sinais resultantes das unidades de coincidência eram introduzidos num circuito sincronizador biparamétrico, SINCBIP, que controlava a operação dos CAD's associados aos dois detectores.

O SINCBIP foi desenvolvido no próprio LAL ²⁾, na forma de um módulo NIM onde entram os sinais das duas unidades de coincidência (A e T, na figura II.3.6) fornecendo-os como porta aos CAD's e recebendo destes últimos os respectivos sinais de ocupado. O SINCBIP estava conectado a um sistema CAMAC de aquisição de dados e ao computador PDP 11/45 do LAL através de um microprocessador MBD-11.

Quando existe uma coincidência a ser registrada, este sistema transfere para o computador uma informação composta de 24 bits: 12 para o CAD-x (até 4096 canais), 11 para o CAD-y (até 2048 canais) e um bit que indica a natureza da coincidência, se total ou acidental. O armazenamento no computador pode ser feito de duas maneiras: modo fila, onde é guardada uma sequência dos pares (x,y) e bit acidental, ou montando diretamente o histograma bidimensional em disco, RK07, de 24 Mbytes.

Programas de aquisição no computador permitiam iniciar uma sequência de medidas de duração escolhida, entre as quais o detector móvel tinha sua posição automaticamente modificada e era reiniciada a aquisição após tempo de espera também pré-determinado.

Figura II.3.5 Espectro de tempos. As janelas estão indicadas.

34

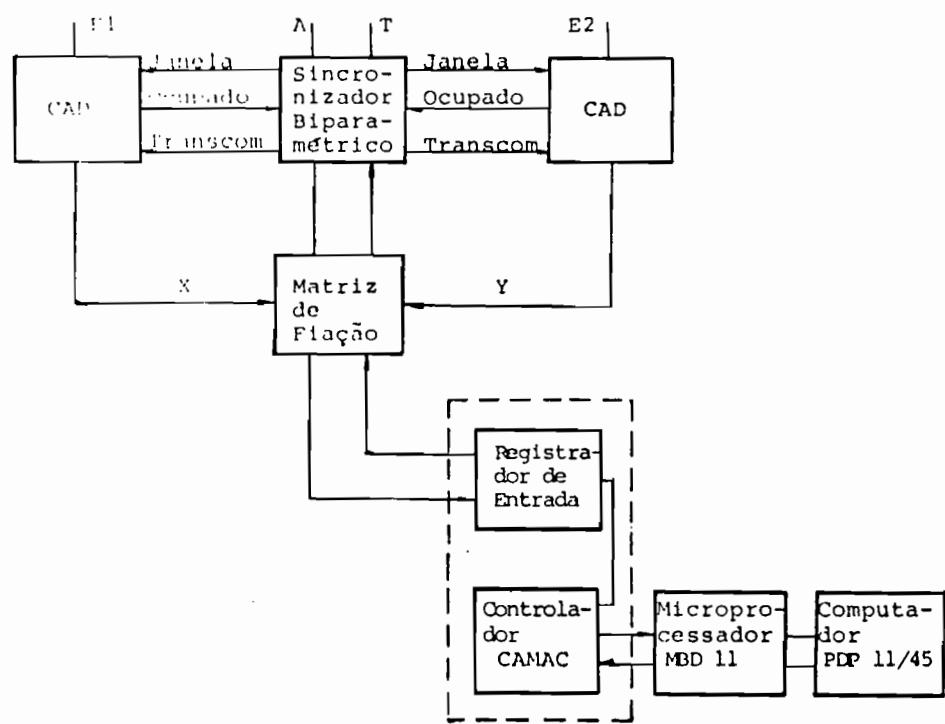
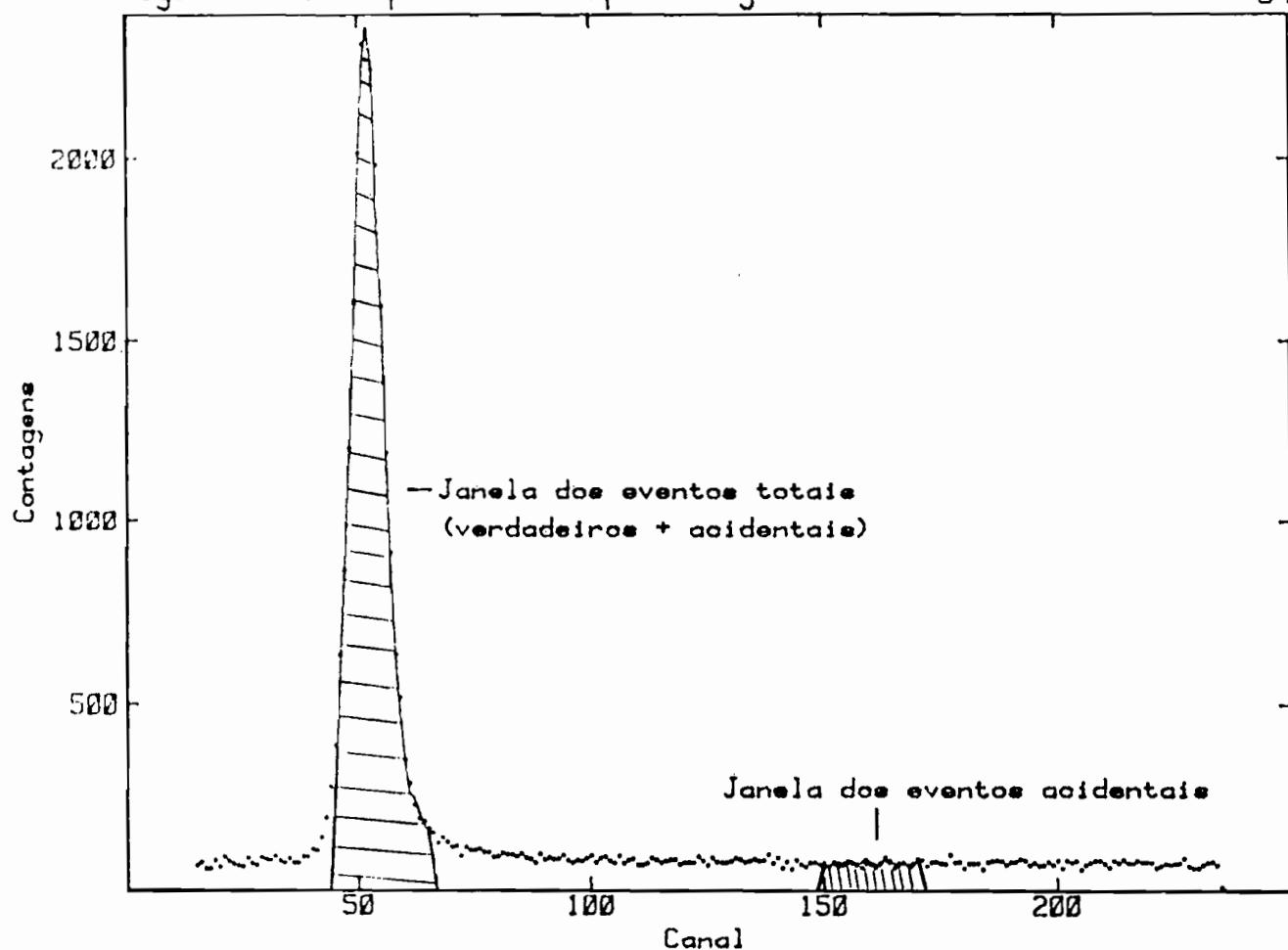


Figura II.3.6 Conexão entre o SINCBIPI e o computador.

II.3.3 Aquisição de Dados

Foram utilizados no espectrômetro de correlação angular o mesmo Ge(Li) ORTEC, utilizado no experimento de espectroscopia como detector fixo e o móvel era um cristal de NaI(Tl) cilíndrico 3" x 3" HARSHAW Integral Line, modelo 12SHA2/2-X, associado a uma fotomultiplicadora RCA 8575, cuja resolução nominal é 6,4 % em 662 keV acoplada a um divisor ORTEC 265, com uma tensão de alimentação de -2200 V. Para que não houvessem perturbações no movimento dos elétrons durante a multiplicação, os campos magnéticos externos foram eliminados envolvendo-se a unidade fotomultiplicadora em mu-metal.

A fonte radioativa tinha forma cilíndrica, com seu eixo de simetria coincidindo com o do espectrômetro.

A geometria do arranjo experimental é descrita na seção V.1.2.

Os detectores encontravam-se colimados, de modo a definir o ângulo sólido de visada da fonte bem como eliminar efeitos de coincidência com fótons remanescentes de efeito Compton em um deles. Mesmo assim, tais efeitos foram observados nos ângulos frontais, 150°, 180° e 210°, pois os colimadores de Pb não chegavam até bem perto da fonte, tendo uma abertura um pouco maior (figura V.1.2).

A correlação angular direcional gama-gama não é capaz de evidenciar assimetrias do tipo esquerda-direita em relação à posição frontal, no entanto a medida de ângulos simétricos minimiza os efeitos de pequenas excentricidades do arranjo fonte-detectores.

Foram efetuadas 25 séries de medidas com durações que variaram entre 0,5 até 1 hora/ângulo, onde se determinou o número de coincidências totais (verdadeiras + acidentais) e acidentais para sete valores de ângulo entre os detectores, de 90° até 270° em intervalos de 30°. A varredura dos ângulos era feita na sequência 90°, 120°, 150°, ..., 240°, 270°, 270°, 240°, ..., 90°, 90°, ..., onde a inversão do sentido de rotação do detector móvel e a repetição dos ângulos das extremidades era efetuada automaticamente pelo espectrômetro (veja a seção II.3.1).

A finalidade de se percorrer os ângulos na sequência indicada é de corrigir a função de correlação

angular para o decaimento da fonte (veja a seção II.3.5, item 4).

O acúmulo destas medidas resultou em 32 horas de aquisição por ângulo, num total de aproximadamente 3×10^7 eventos.

O registro dos dados em modo biparamétrico na energia dos dois detectores foi feito com 4096 canais para o Ge(Li) e 256 canais para o NaI(Tl).

Espectros de energia correspondentes às projeções de todos os eventos registrados para $\theta = 90^\circ$ são apresentados nas figuras II.3.7. Os fundos de escala de ambos correspondem aproximadamente ao valor da energia disponível para de captura de elétrons pelo ^{132}Cs , 2,11 MeV.

II.3.4 Calibrações

Foram efetuados ajustes de sincronismo de sinais, das larguras de discriminação e do estabilizador de espectro na eletrônica de detecção, calibrações de energia, resolução e eficiência para o Ge(Li), de energia para o NaI(Tl) e da escala de tempos para o espectro de tempo.

1. Ajustes da Eletrônica de Detecção

Os amplificadores espectroscópicos ORTEC 572 trabalharam com uma constante de tempo de formação de $1\ \mu\text{s}$.

Os ajustes de sincronismo de sinais nas linhas de eletrônica foram feitos do modo usual, com o auxílio de osciloscópio. Os sinais lógicos utilizados eram de lógica positiva padrão (o "verdadeiro" é dado por pulsos quadrados, 5 V, $0,5\ \mu\text{s}$ em 50Ω), à exceção do sinal INH dos amplificadores 572 e dos sinais de partida e parada do conversor de tempo para altura de pulso. O sinal INH é de lógica positiva, com duração dependente da constante de tempo de formação utilizada. A partida e parada do conversor de tempo eram causadas por sinais de lógica negativa rápida (o "verdadeiro" é dado por pulsos de corrente, 16 mA e 4 ns, valores médios em 50Ω).

As larguras das janelas analógicas dos monocanais que definiam o tipo de coincidência, total ou acidental,

Figura 11.3.7. a Projeção total a 90 graus, detector de Ge(Li).

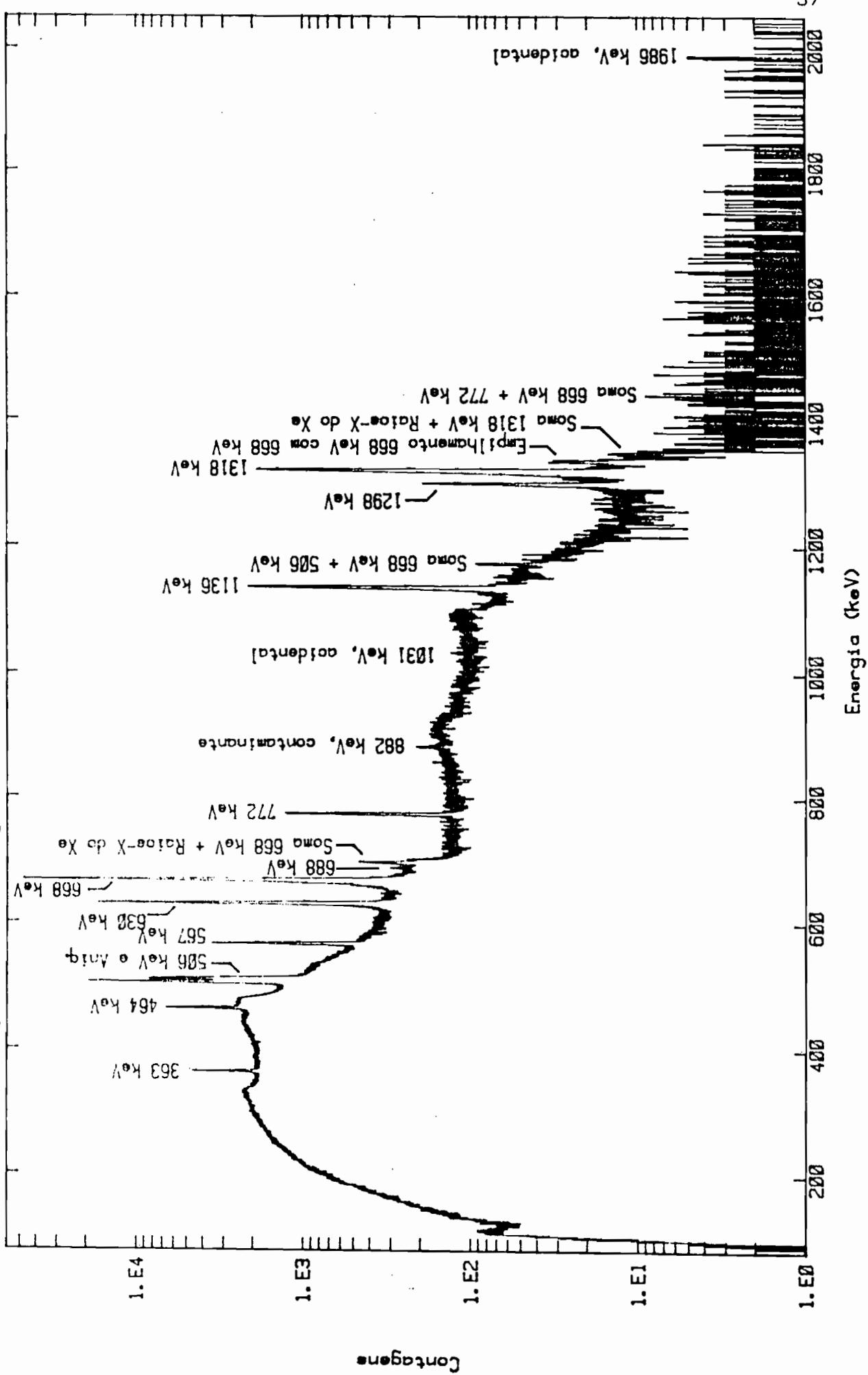
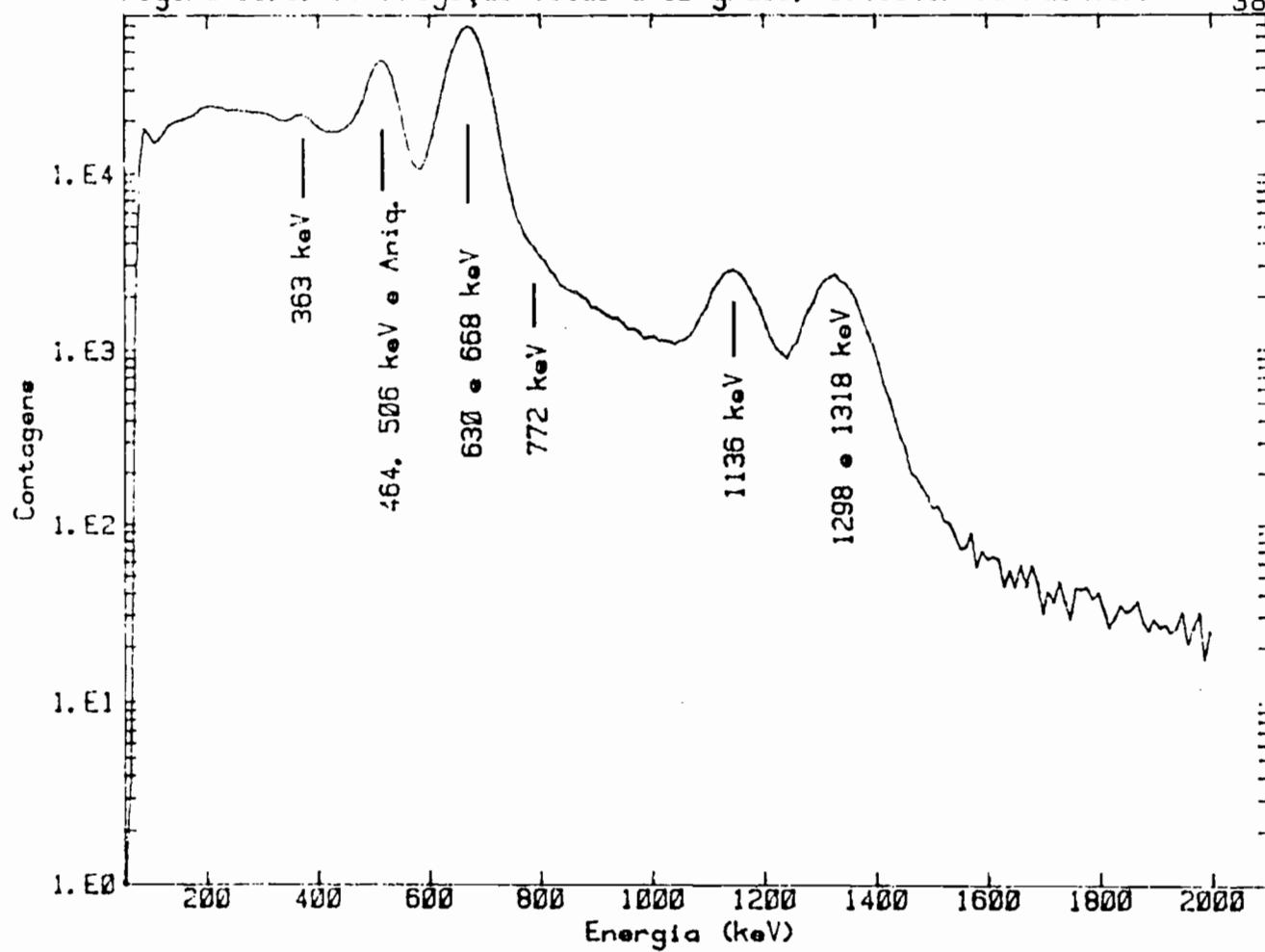


Figura II.3.7.b Projeção total a 90 graus, detector de NaI(Tl).

38



foram ajustadas com auxílio do multicanal (veja a figura II.3.5) de modo a terem a mesma extensão, medida em canais. O estabilizador de espectro para a linha de energia do NaI(Tl) foi sintonizado sobre o fotópico mais intenso, 668 keV, novamente com o auxílio do multicanal, para a visualização de suas janelas laterais (veja a seção II.3.2).

2. Energia e Resolução

Para o estudo dos espectros obtidos neste experimento, foi feita uma calibração parabólica de energia com os próprios valores das energias das transições associadas ao decaimento do ^{132}Cs , além de uma calibração de resolução através do ajuste da largura total à meia altura (FWHM) em função da posição (canal). A função ajustada, no caso da resolução é a raiz quadrada de uma parábola. Os coeficientes obtidos nos ajustes são apresentados a seguir.

Tabela II.3.1 Coeficientes c_n dos termos $c_n x^n$ das calibrações de energia e resolução dos espectros do Ge(Li) em coincidência.

n	c_n
0	32,796
1	0,495169
2	$7,84 \cdot 10^{-6}$

* esta calibração serviu apenas para orientação no espectro.
** este termo não foi necessário para o ajuste da resolução.

No que segue, as energias das transições do ^{132}Xe não serão escritas com a acurácia determinada pelo experimento de espectroscopia mas, taquigraficamente, arredondando seu valor até keV.

A calibração de energia do detector de NaI(Tl), de interesse apenas para o experimento de correlação angular, foi feita a posteriori, sendo que o único valor determinado previamente foi o final de escala, para garantir a presença de todas as energias relevantes.

O método utilizado para esta calibração, que de outro modo poderia se tornar excessivamente trabalhosa e delicada, foi o de examinar os resultados dos fatiamentos dos espectros bidimensionais (veja a seção II.3.6, item 1), para janelas digitais estabelecidas sobre fotópicos escolhidos do espectro, no eixo do detector de Ge(Li). A elevada resolução deste último resultou numa espécie de separação ("stripping") dos fotópicos do espectro no eixo do NaI(Tl), como pode ser observado nos exemplos das figuras II.3.8. A calibração de energia resultante deste procedimento é parabólica, cujos coeficientes encontram-se na tabela II.3.2.

Tabela II.3.2 Coeficientes c_n dos termos $c_n x^n$ da calibração de energia dos espectros do NaI(Tl) em coincidência.

n	c_n (keV)
0	43,3(28)
1	8,716(5)
2	3,2(3).10 ⁻³

3. Resolução do Espectro de Tempos

A calibração do espectro de tempos consistiu de duas etapas: análise deste em altura de pulso (PHA) através de um CAD para acúmulo em uma região multicanal com 256 canais e posterior introdução de um atraso adicional conhecido ao sinal de parada (veja a seção II.3.2) permitindo, através do deslocamento do pico das coincidências totais, determinar a razão tempo/canal. O valor desta última, multiplicado pela largura à meia altura (FWHM) em canais do pico de coincidências totais produziu a resolução em tempo da eletrônica de coincidência, 10 ns.

Figura II.3.8.a "Stripping", exemplo 1: duploto 630-668 keV.

41

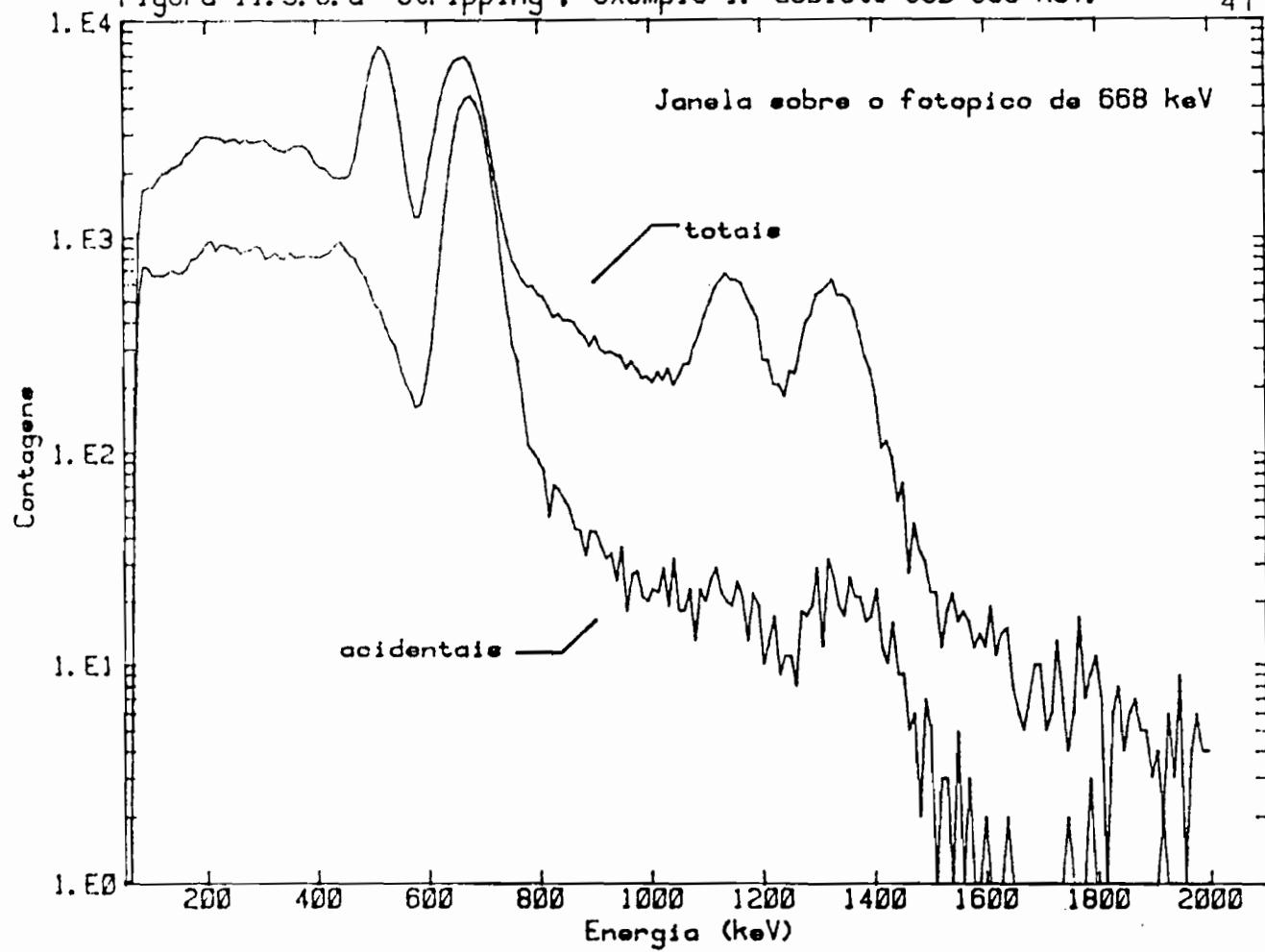
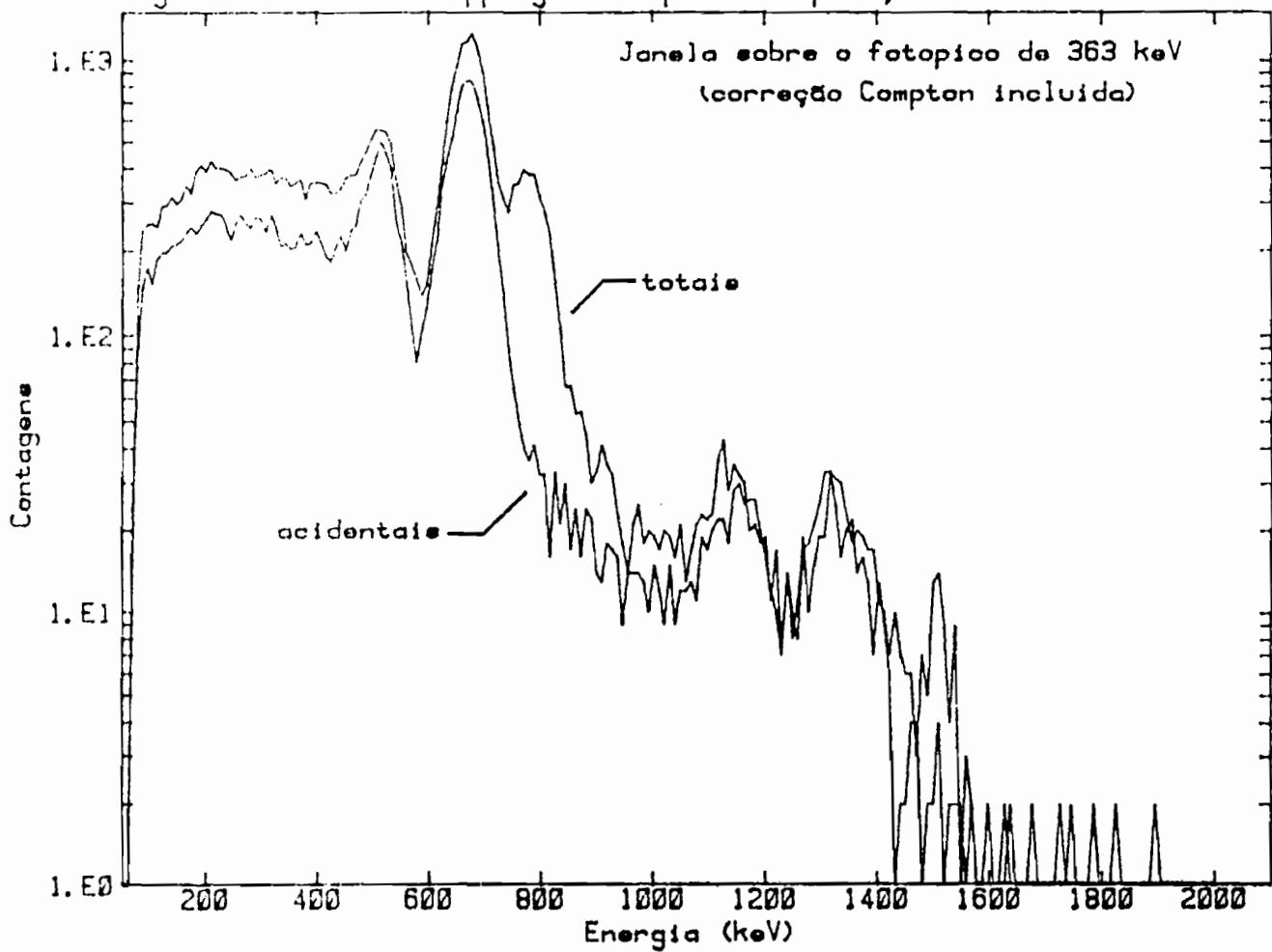


Figura II.3.8.b "Stripping", exemplo 2: separação do 772 keV.



II.3.5 Correções Efetuadas

1. Empilhamento de Sinais

Os efeitos de empilhamento nos dois amplificadores 572 eram eliminados diretamente na linha de eletrônica rápida através da condição de anticoincidência com o sinal INH, produzido pelo sensor de empilhamento existente nos amplificadores (figura II.3.4).

2. Correções de Ângulo Sólido e Tamanho Finito da Fonte

Estas correções foram feitas através da interpolação das informações existentes nos trabalhos de D. C. Camp e A. L. Van Lehn ¹³) para o Ge(Li) e de M. J. L. Yates ¹⁴) para o NaI(Tl). Estas correções são dependentes não apenas da geometria envolvida (para a geometria de detecção, veja a seção V.1.2) mas também das energias dos fótons da cascata gama.

No que concerne às correções para o tamanho finito da fonte, cálculos feitos conforme a referência 13 produziram correções de 0,083 % para o termo de ordem 2 e 0,25 % para aquele de ordem 4 em $W_{exp}(\theta)$.

Os valores de correção para as diversas cascatas são apresentados na tabela II.3.3.

3. Correção de Efeitos de Coincidência Indesejados

3.a Coincidências Acidentais

A determinação da taxa de coincidências acidentais foi efetuada concomitantemente com a medida das totais. Isto foi feito através do estabelecimento de uma janela analógica sobre os sinais lineares que saíam do conversor de tempo para altura de pulso, de mesma largura que aquela no pico das coincidências totais, mas deslocada para uma região afastada deste, representando a correção para uma taxa acidental constante (veja a figura II.3.5).

Tabela II.3.3 Valores dos coeficientes de correção Ω_k , para os termos de ordem k da função de correlação angular, para as diversas cascatas de interesse.

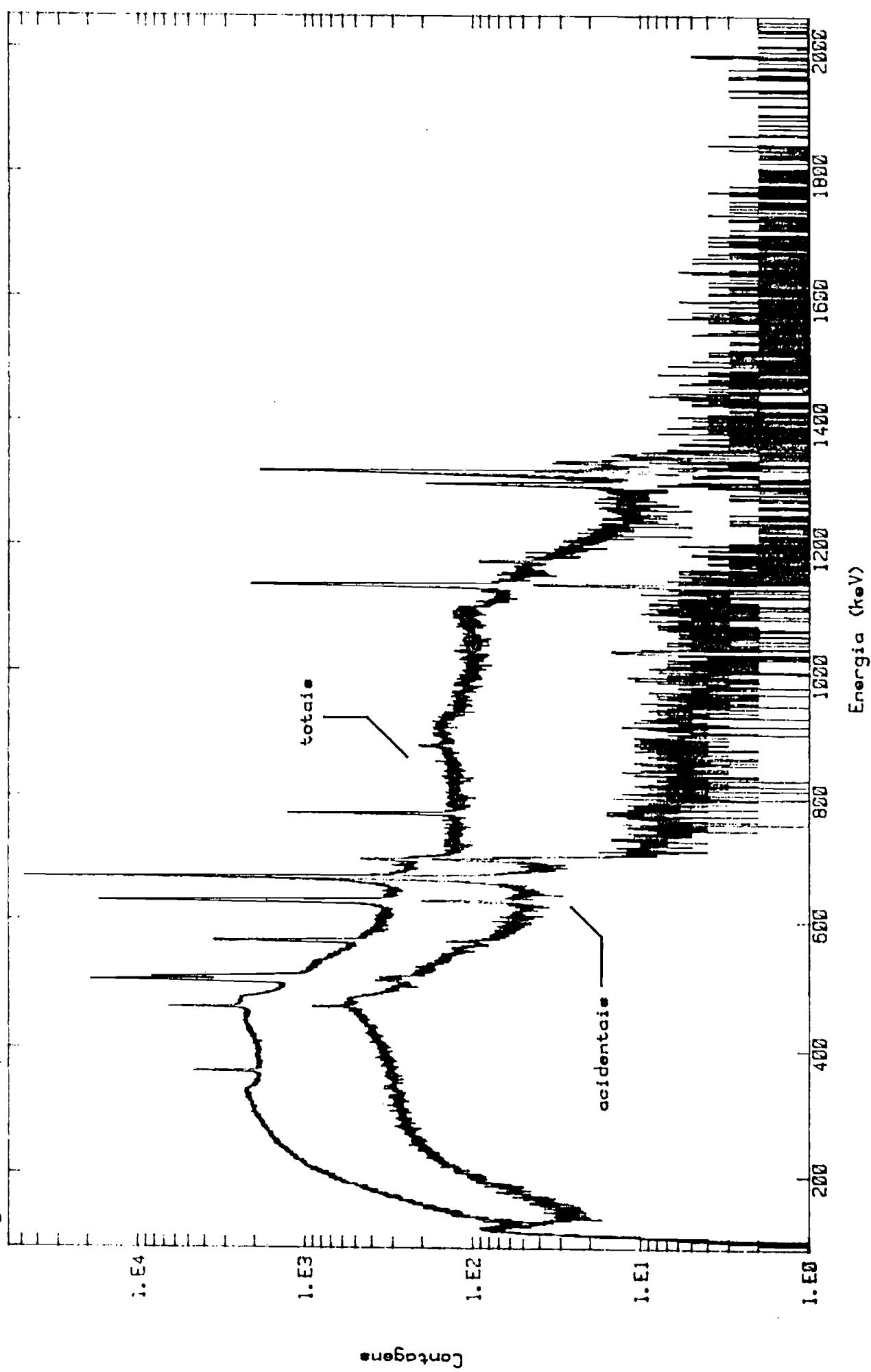
Cascata *	Ω_2	Ω_4
2(1318)2(668)0	0,846	0,562
3(1136)2(668)0	0,845	0,560
4(772)2(668)0	0,844	0,558
2(630)2(668)0	0,843	0,556
3(506)2(668)0 ^b	0,842	0,554
3(363)4(772)2	0,838	0,547
3(506)2(1298)0	0,844	0,559
3(506)2(630)2 ^c	0,841	0,553
4(663)2(464)0 ^d	0,840	0,552
2(567)2(464)0 ^d	0,840	0,550

Durante o processo de construção dos espectros uniparamétricos associados às coincidências de interesse, eram preparados dois deles: um para as coincidências totais e outro para as acidentais.

Quando da análise dos fotópicos do primeiro espectro, o segundo era utilizado como espectro de fundo (veja a ref. 7). As figuras II.3.8 e II.3.9 representam exemplos típicos, nos dois detectores, de espectros correspondendo a eventos totais e acidentais.

- * a notação da cascata é: spin inicial(energia da transição em keV)spin intermediário(energia da transição em keV)spin final.
- ^b cascata indireta de três gamas, onde o intermediário foi omitido.
- ^c cascata contendo duas misturas multipolares.
- ^d cascata que ocorre no ^{132}Ba , alimentada pelo decaimento β^- do ^{132}Cs .

Figura II.3.9 Espectros de eventos totais e acidentais no Ge(Li).



3.b Coincidências com Efeito Compton

Este é um tipo de coincidência não acidental, que deve ser contornado ou corrigido. Um exemplo é ilustrado nas figuras II.3.10, onde a cascata de interesse é composta pelas transições 1 e 2. Poderíamos então estabelecer uma janela digital no espectro biparamétrico sobre a transição 2 (veja a seção II.3.6, item 1) em um dos detectores e examinar o fotopico do espectro do outro detector, correspondente à transição 1. Observando a figura II.3.10.b vemos que a posição do fotopico correspondente a 2 cai sobre a região Compton de 3. Uma vez que 3 está em coincidência verdadeira com 1, devem então existir eventos sob o fotopico de 1 resultante do janelamento, em que esta transição foi detectada em coincidência com o Compton de 3.

A correção deste efeito é conseguida pelo estabelecimento de uma janela de mesma largura em canais na vizinhança da transição 2, cujo espectro resultante será usado para o desconto da presença desta coincidência no fotopico de 1.

Uma vez que estão presentes também as coincidências acidentais, o que se faz é o ajuste do fotopico 1 no espectro soma (totais + Compton acidentais), usando como espectro de fundo (acidentais + Compton totais).

3.c Coincidências com Somas

O esquema de desintegração do ^{132}Cs , figura II.2.7.a, apresenta uma característica que dá margem a este efeito. O decaimento deste núcleo para o ^{132}Xe pode se dar de dois modos: decaimento β^+ e captura de elétron, sendo que devido à limitação imposta pela energia disponível para o decaimento ($Q_{CE} = 2,11 \text{ MeV}$), a única transição gama do ^{132}Xe em coincidência com os fótons de aniquilação é a mais intensa, 668 keV, levando do primeiro estado excitado ao fundamental.

O fenômeno observado pode ser acompanhado nas figuras II.3.11 e II.3.12. A sucessão de espectros mostrada na figura II.3.11 apresenta o surgimento, para ângulos frontais, de um fotopico cuja energia é cerca de 1179 keV. A figura II.3.12 mostra que esta linha é produto de uma

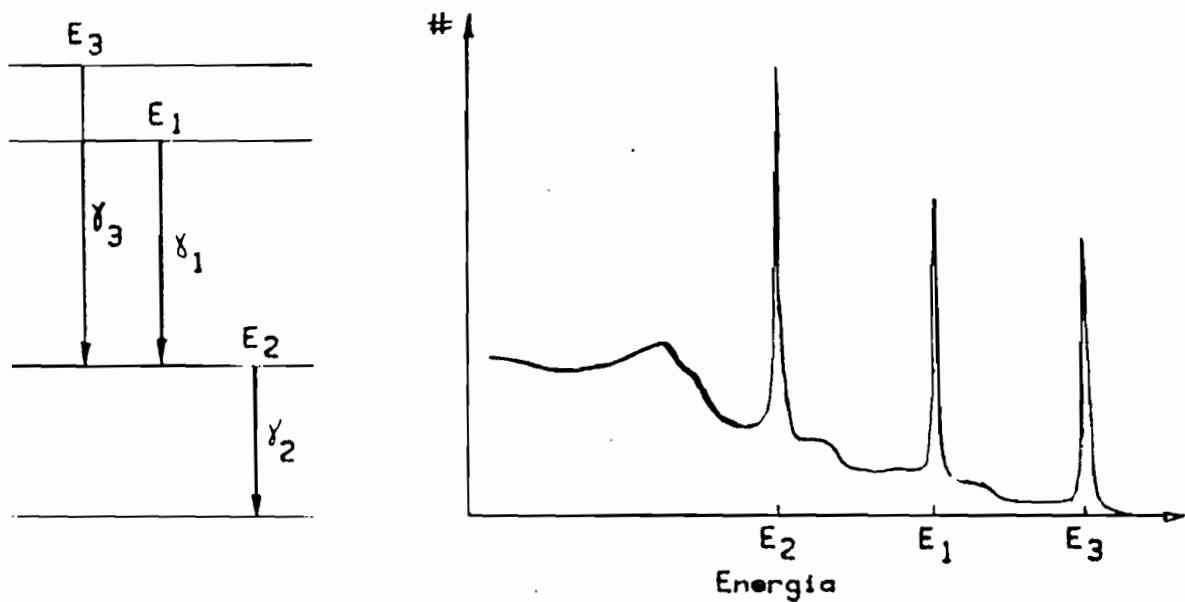


Figura II.3.10 Exemplo de situação onde pode ocorrer coincidência com efeito Compton.

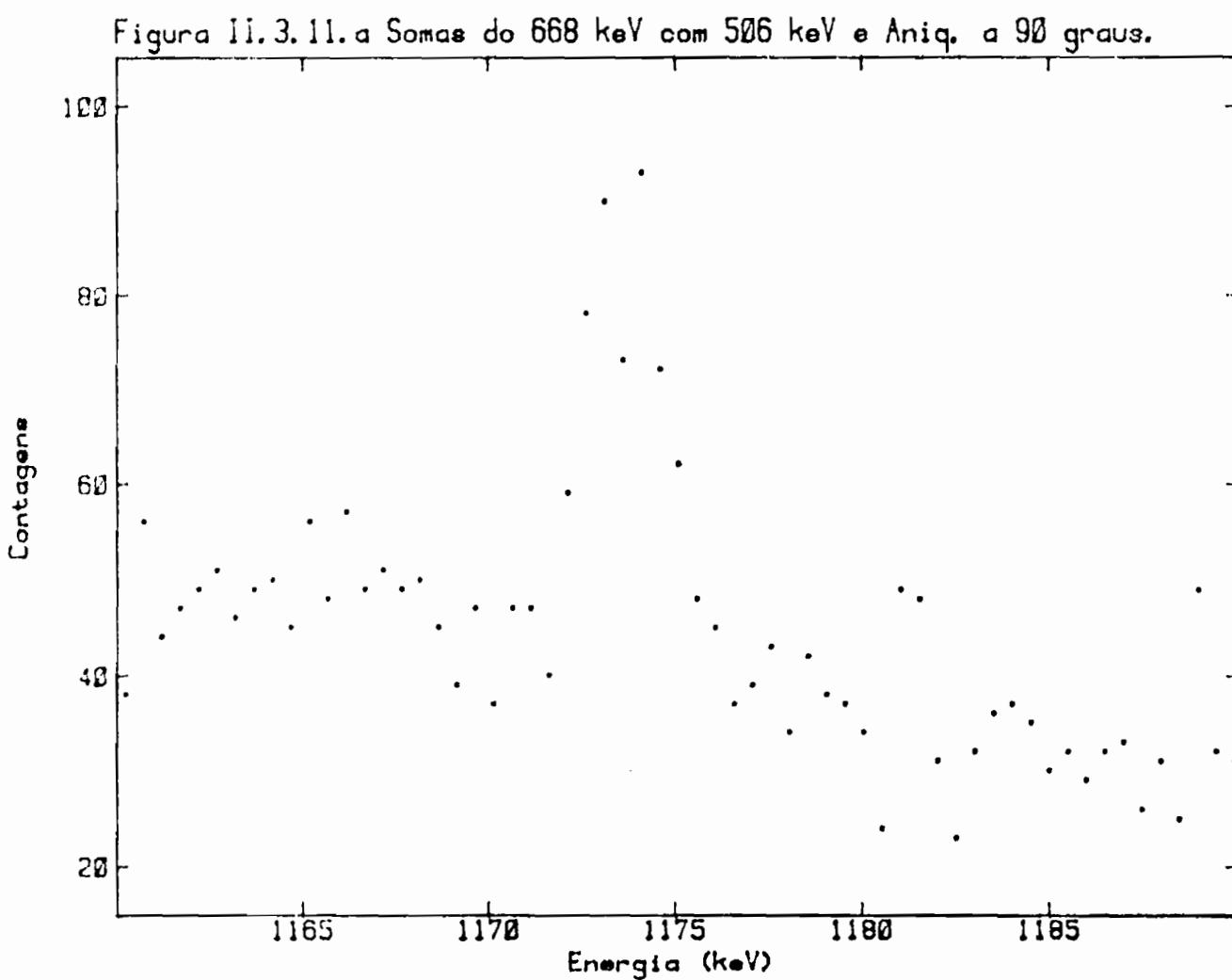


Figura II.3.11.b Somas do 668 keV com 506 keV e Aniq. a 120 graus.

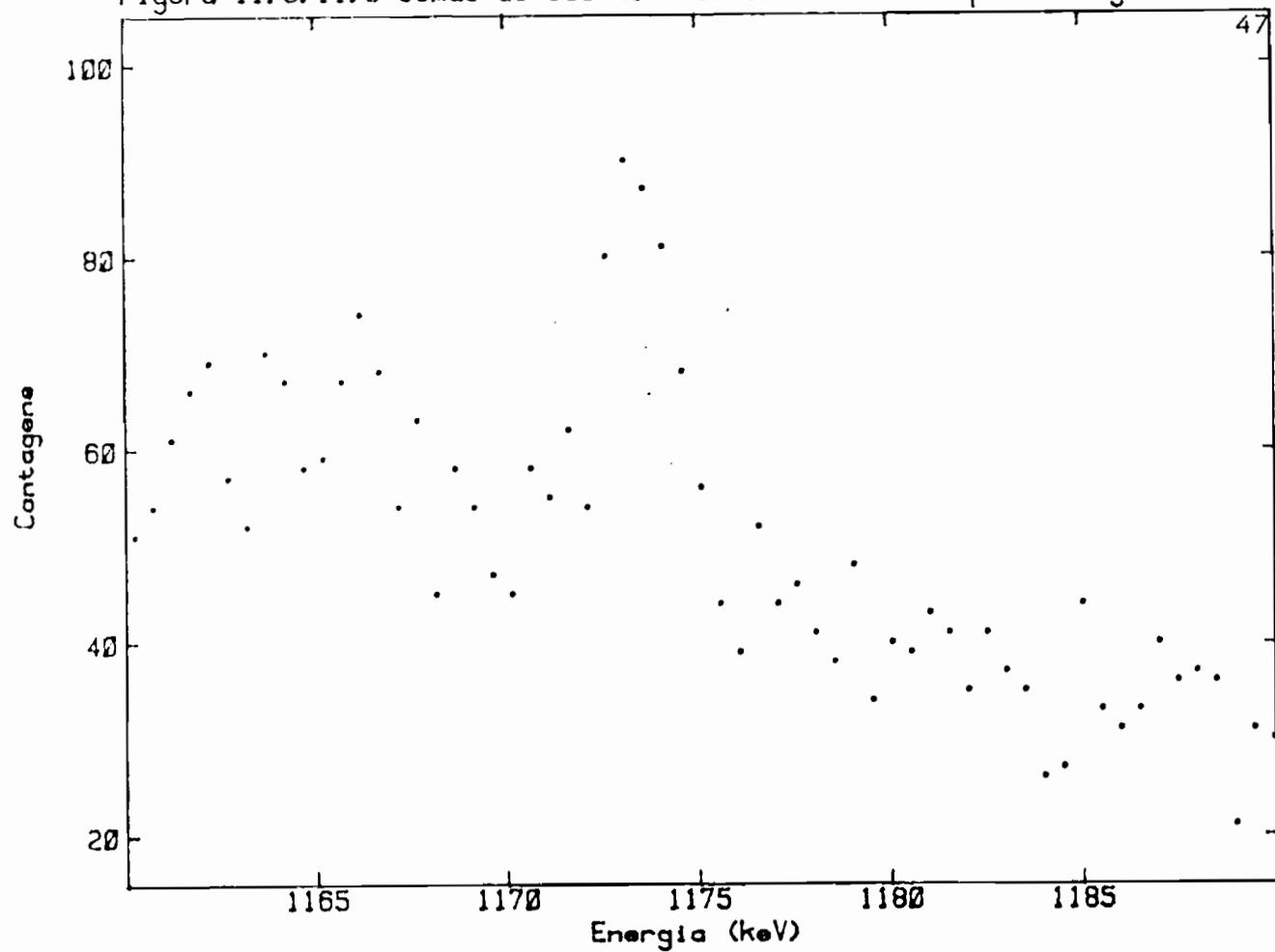


Figura II.3.11.c Somas do 668 keV com 506 keV e Aniq. a 150 graus.

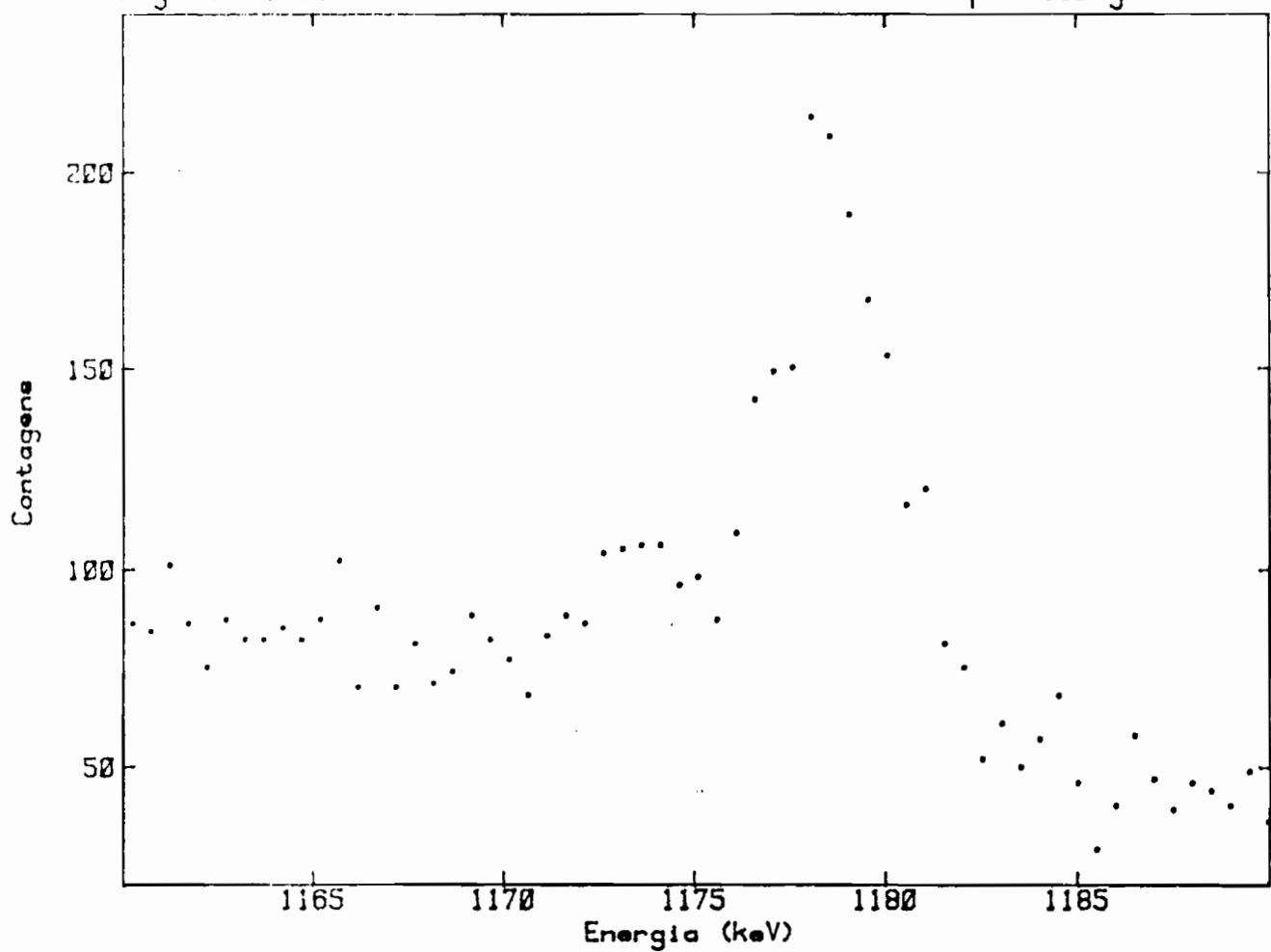


Figura II.3.11.d Somas do 668 keV com 506 keV e Aniq. a 180 graus.

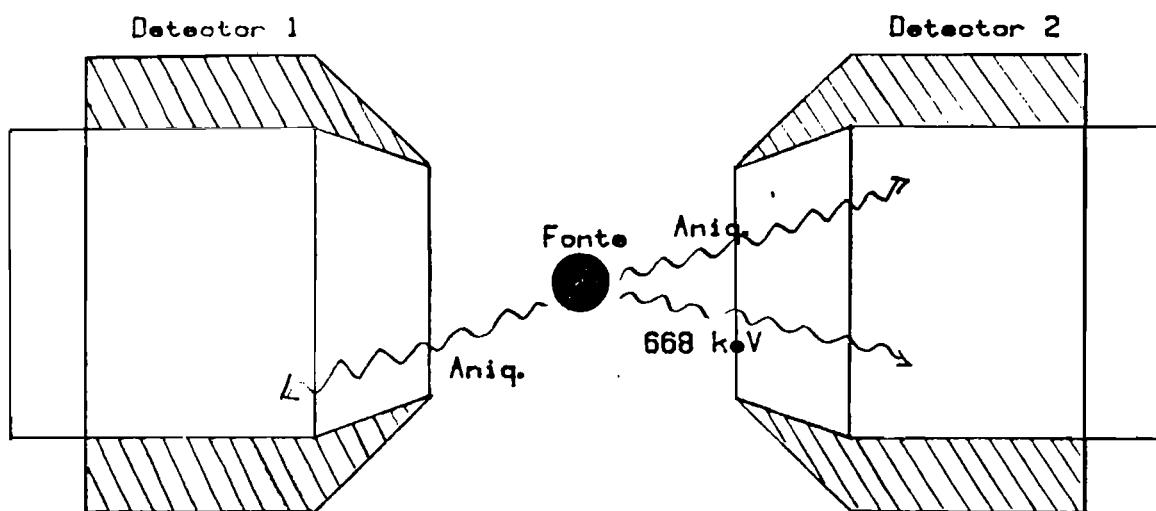
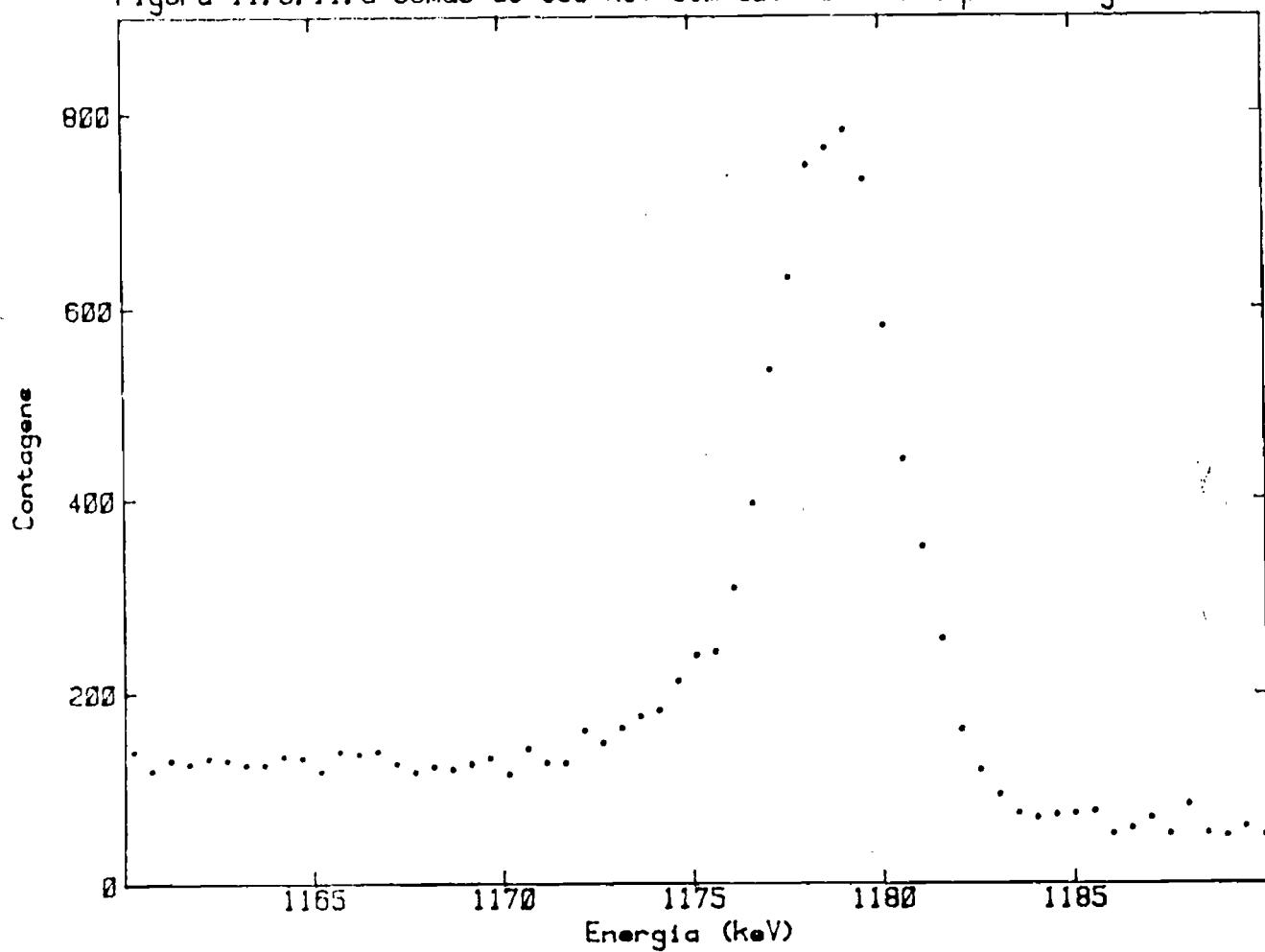


Figura II.3.12 Esquema do mecanismo de coincidência com soma, entre a transição de 668 keV e o foton de aniquilação.

coincidência verdadeira, envolvendo um dos fótons de aniquilação (511 keV) no primeiro detector, e a soma do outro com um fóton de 668 keV no segundo, perfazendo a energia observada.

Este efeito não prejudicou a medida, não sendo necessária qualquer correção.

4. Correção para o Decaimento da Fonte

O experimento de correlação angular direcional foi realizado medindo-se, para um determinado ângulo, o número de coincidências entre os detectores instalados no espectrômetro.

Terminada essa medida, o detector de NaI(Tl) era movimentado de modo que o ângulo entre os detectores mudava e nova aquisição era efetuada. Desta maneira, as informações que compõem $W_{exp}(\theta)$ foram colhidas em sequência no tempo.

Quando a meia vida da fonte radioativa for muito maior do que o tempo de contagem, não há problema. Este é o caso quando, por exemplo, é medida a correlação angular 4-2-0 do ^{60}Co , cuja meia vida é $t_{1/2} = 5,27(1)$ anos ¹⁾.

No caso do ^{132}Cs , cuja meia vida é de aproximadamente uma semana, são necessárias correções para o decaimento da amostra.

Um método de correção utilizado anteriormente ¹⁴⁾ envolve a medida dos ângulos consecutivos como descrito em II.3.3, ou seja, indo e voltando, medindo duas vezes seguidas o ângulo na posição extrema oposta daquela de partida, seguido da soma dos pares de espectros correspondentes ao mesmo ângulo, para todos os ângulos utilizados.

Para o decaimento do ^{132}Cs , contagens consecutivas com uma hora de duração e corrigidas desta maneira produzem uma diferença máxima na atividade efetiva de 0,04 %. Os cálculos são apresentados no apêndice V.2.

5. Variação de Ganho em Tempos de Medida Longos

Esta etapa do trabalho experimental teve a duração de aproximadamente um mês, entre irradiações e medidas. Durante esse período as condições do equipamento foram mantidas rigorosamente as mesmas e a maior variação no ganho em energia, observada no espectro do detector de Ge(Li), foi de aproximadamente 0,5 keV na região de energia de 1300 keV. Este valor foi considerado aceitável e nenhuma correção foi efetuada.

II.3.6 Análise de Dados

A análise de dados foi feita em três etapas descritas a seguir:

- fatiamento e acúmulo;
- determinação das áreas de fotópico levando em conta as correções necessárias;
- ajuste das funções de correlação angular para a determinação das misturas multipolares de interesse.

1. Fatiamento e Acúmulo

Foi efetuado um exame das relações de coincidência presentes e após escolher aquelas que seriam objeto de estudo, a análise dos dados bidimensionais foi feita com o auxílio de um programa de computador desenvolvido no laboratório ¹⁴), que permite a escolha de janelas digitais com qualquer quantidade de canais para um dos detectores, projetando no eixo do outro detector os eventos ali contidos. Deste modo são produzidos espectros uniparamétricos, correspondentes a fatias do histograma bidimensional.

A tabela II.3.4 estabelece uma classificação das janelas utilizadas, onde constam as informações associadas, como em qual fotópico, em qual detector foi efetuado o janelamento e qual a informação pretendida.

Existe também no laboratório um programa ¹⁷) que permite a visualização direta, na forma espacial ou através de curvas de nível, de partes escolhidas do histograma

Tabela II.3.4 Classificação das janelas em função das informações de fatiamento.

cascata*	informação pretendida	janela	no fotópico (keV)	no detector**
2(630)2(668)0	$\delta(630)$	1	630	N
		2	668	N
		3	630	G
2(1318)2(668)0	$\delta(1318)$	4	668	N
		5	1318	N
		6	1318	G
3(506)2(1298)0	$\delta(506)$	7	1298	N
		8	506	N
		9	1298	G
3(1136)2(668)0	$\delta(1136)$	10	668	N
		11	1136	N
		12	1136	G
3(363)4(772)2	$\delta(363)$	13	772	G
		14	772	N
		15	363	G
3(363)X(668)0*	$\delta(363)$	16	363	G
		17	668	N
4(772)2(668)0 teste 4-2-0		18	668	N
		19	772	G
		20	772	N
2(567)2(464)0**	$\delta(567)$	21	567	N
		22	567	G
		23	464	G
		24	464	N
3(506)2(630)0*** teste		25	506	N
		26	630	G

* na mesma notação da tabela II.3.3

** N = NaI(Tl), G = Ge(Li)

* cascata indireta, com três gamas

** cascata do ^{132}Ba

*** cascata com duas misturas multipolares

bidimensional. As figuras II.3.13 mostram um exemplo de cada tipo de apresentação dos dados.

A análise das figuras bidimensionais, embora ainda não numérica, não é apenas qualitativa, permitindo um estudo que seria penoso por outro método.

Feito o fatiamento das janelas de interesse para cada série de medidas e para cada ângulo da série, espectros correspondentes às coincidências com a mesma janela e no mesmo ângulo eram adicionados, acumulando assim todos os eventos obtidos, num aumento da estatística, para análise posterior.

Os histogramas bidimensionais construídos (sete, um para cada ângulo de detecção), dos quais as figuras II.3.13 são um exemplo parcial, correspondem ao acúmulo de todos os eventos denominados totais.

2. Determinação das Áreas dos Fotópicos

Após o preparo de todos os espectros unidimensionais de interesse, as funções de correlação angular experimentais $W_{exp}(\theta)$ podem ser levantadas determinando-se, para cada ângulo, a área do fotópico (ou fotópicos) que está em coincidência com a janela específica desses espectros.

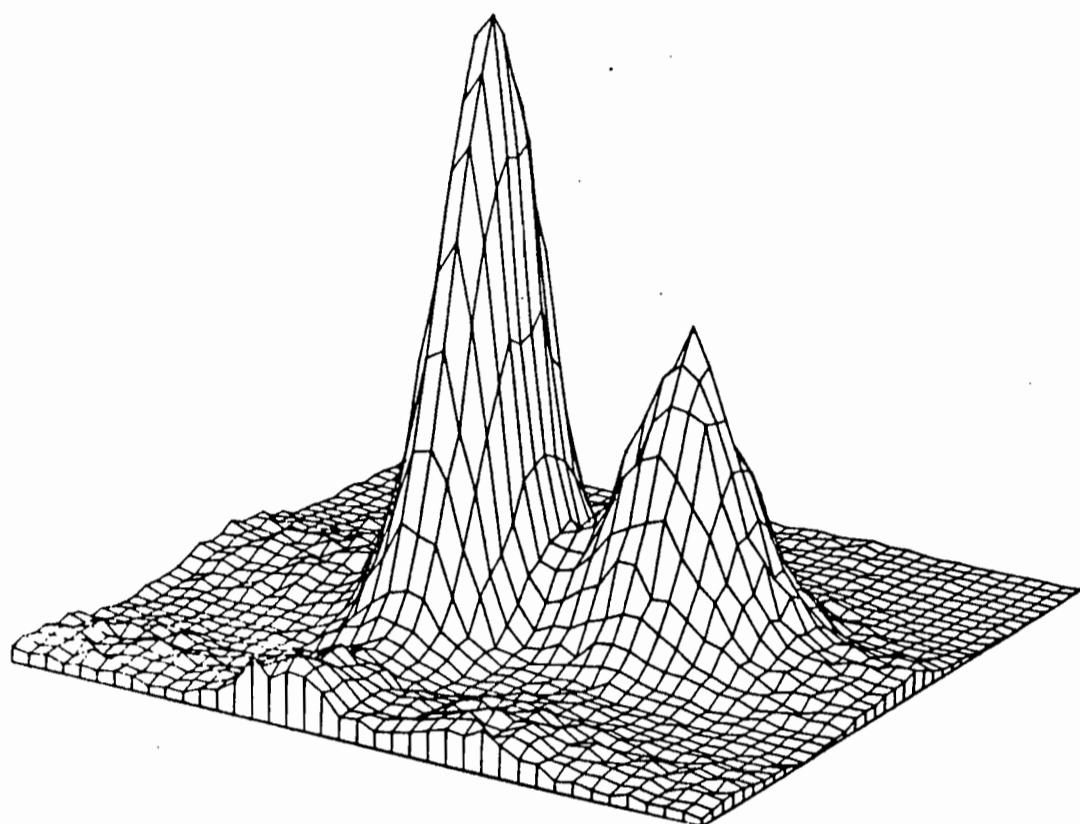
O procedimento de determinação da área já foi descrito na seção II.2.4 de espectroscopia, cabendo ressaltar apenas que o desconto das coincidências acidentais foi levado em conta durante o ajuste, utilizando-se o espectro das coincidências acidentais como fundo.

3. Ajuste das Funções de Correlação Angular

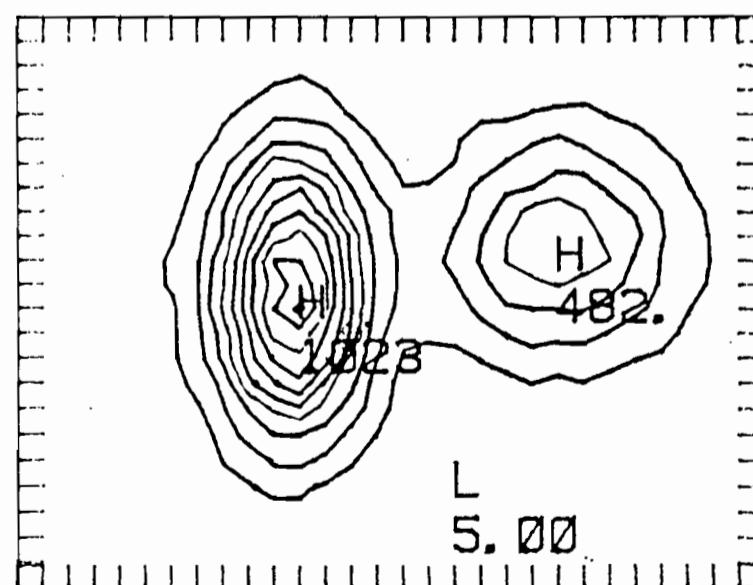
A distribuição angular de intensidades ou função de correlação angular pode ser ajustada por uma expressão da forma

$$W_{teo}(\theta) = \alpha [1 + A_{22} \Omega_2 P_2(\cos \theta) + A_{44} \Omega_4 P_4(\cos \theta)] \quad III.3.1$$

onde α e A_{kk} são parâmetros e $P_k(\cos \theta)$ são os polinômios de Legendre de ordem k e Ω_k são as correções devidas ao



a) representação espacial;



b) representação por curvas de nível.

Figura II.3.13 Modos de apresentação dos dados bidimensionais.

ângulo sólido finito do sistema fonte-detectores (veja a seção II.3.5, item 2).

3.a Cascatas Diretas

Para as cascatas gama diretas, a análise das funções de correlação experimentais foi feita com um método desenvolvido no laboratório ¹⁵⁾, onde se faz o ajuste direto de $\delta(E_2/M_1)$ por mínimos quadrados.

A mistura multipolar estabelece uma conexão paramétrica entre A_{22} e A_{44} , uma vez que a dependência destes últimos com ela é da forma

$$A_{kk} = \frac{F_k(L_1 L_1 I_i I) - 2\delta F_k(L_1 L_2 I_i I) + \delta^2 F_k(L_2 L_2 I_i I)}{1 + \delta^2} \cdot F_k(L L I_f I), \quad k=2,4 \quad \text{II.3.2}$$

na convenção de Krane e Steffen ¹⁶⁾ para o sinal de δ , com

$$F_k(L L' I' I) = (-)^{I+I'-1} \sqrt{(2L+1)(2L'+1)(2I+1)} \langle L 1 L, -1 | k 0 \rangle W(L L' I I; k I'). \quad \text{II.3.3}$$

A figura II.3.14, onde está representada uma cascata direta com uma única mistura multipolar, esclarece os símbolos utilizados nas equações II.3.2 e 3, com L_i e L sendo os momentos angulares carregados pelas radiações eletromagnéticas e $\langle L 1 L', -1 | k 0 \rangle$ e $W(L L' I I; k I')$ são coeficientes de Clebsch-Gordan e Racah, respectivamente.

A dependência da eq. II.3.2 é representável no plano (A_{22}, A_{44}) por uma elipse sobre a qual δ é um parâmetro, como pode ser observado na figura II.3.15, para o caso da sucessão de spins 2-2-0.

Considerar A_{22} e A_{44} desvinculados é permitir a associação dos dados experimentais a um ponto qualquer sobre este plano, ao passo que somente sobre a elipse paramétrica é que existem valores para a mistura multipolar. Isto significa que o ajuste por mínimos quadrados da função de correlação angular pode produzir um mínimo mais profundo de χ^2 em um ponto qualquer do plano, mas deve-se procurar o mínimo sobre a elipse, ou seja, levando-se em conta o vínculo entre A_{22} e A_{44} .

Devido à existência desse vínculo, o ajuste de δ e α é estatisticamente mais correto do que aquele onde A_{22} e A_{44} são considerados independentes.

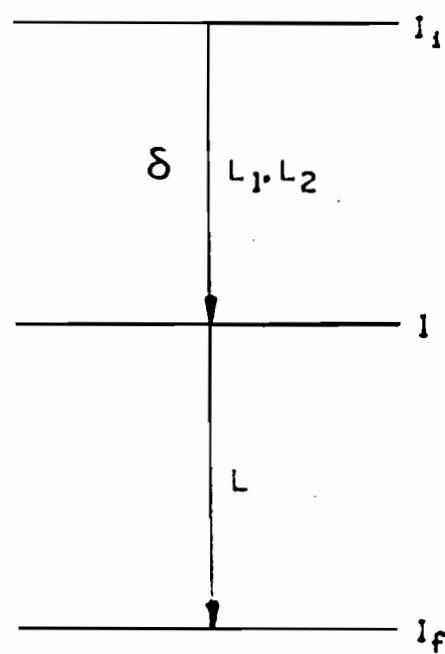
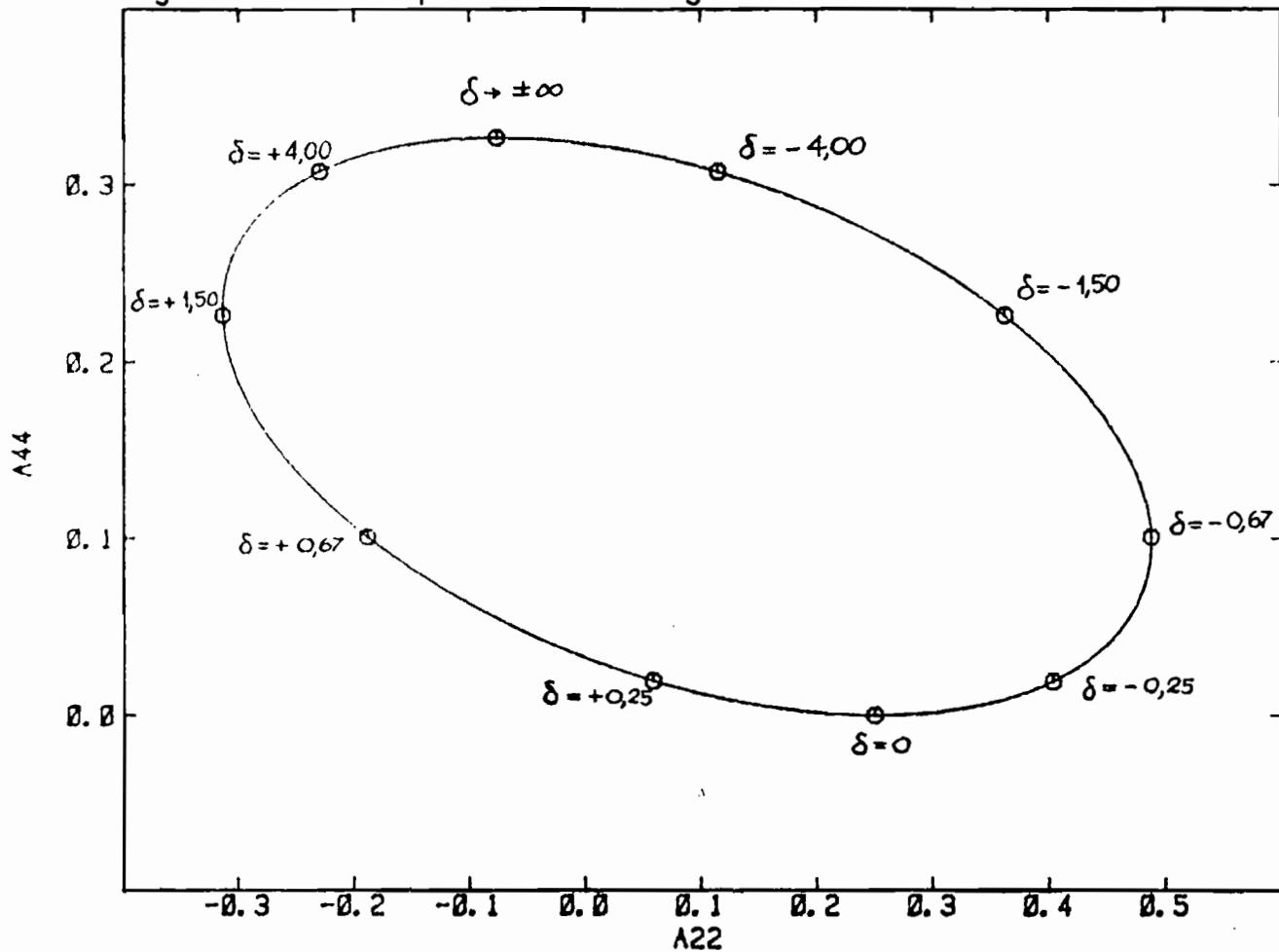


Figura II.3.14 Cascata a que se referem as equações II.3.2 e 3.

Figura II.3.15 Elipse 2-2-0 com alguns valores de delta.



3.b Cascata Indireta 1-3

Procurando determinar a mistura $Q(E0/E2)$ da transição de 630 keV, foi estudada uma cascata indireta contendo três gamas, através da coincidência entre o primeiro e o terceiro (chamada coincidência 1-3), composta pelas transições de 506, 630 e 668 keV respectivamente.

Mesmo não ocorrendo por emissão de fóton, a transição E0 deixaria registro na correlação indicada.

Existia já para análise deste tipo de correlação um método baseado no valor de um dos coeficientes A_{kk} (o maior deles) ¹⁹), que pode ser graficado em função do valor da mistura $E0/E2$, tirando-se daí o resultado (veja a figura V.3.1). Este método foi considerado inadequado, baseado no fato de que todos os experimentos de correlação angular indireta analisados através dele não conseguiram produzir um valor de desvio padrão menor do que 100 %, ou seja, o intervalo de 68,3 % de probabilidade sempre continha o zero, ou então estes eram capazes apenas de produzir um limite superior. A referência 20 é um exemplo, onde foram medidas as razões de intensidades de transição $E0/E2$, Q^2 , das transições 2'-2 nos núcleos ¹⁶⁰Dy, ¹³⁴Ba, ¹¹⁰Cd e ⁸²Kr. Os resultados obtidos são mostrados na tabela II.3.5.

Muito embora parte da responsabilidade destes resultados se deva a uma sensibilidade reduzida da

Tabela II.3.5 Valores da razão de intensidades de transição $E0/E2$ obtidos na correlação indireta 1-3, ref. 20.

Núcleo	Energia da Transição (keV)	Razão das Intensidades $Q^2 = T(E0)/T(E2)$
¹⁶⁰ Dy	879	< 0,010
¹³⁴ Ba	563	< 0,045
¹¹⁰ Cd	818	$0,097^{+0,139}_{-0,097}$
⁸² Kr	698	$0,009^{+0,073}_{-0,009}$

correlação 1-3 a essa grandeza, a análise estatisticamente incompleta dos dados é também um fator importante.

O método desenvolvido é descrito no apêndice V.3. Ele é totalmente correto do ponto de vista estatístico e permite também a estimativa do limiar de detecção de uma dada mistura $Q(E0/E2)$, em função da estatística de detecção.

Neste método, novamente, são respeitados os vínculos existentes entre os coeficientes A_{kk} e é aproveitada toda a informação contida nos dados experimentais.

II.3.7 Resultados e Discussão

Os histogramas bidimensionais confirmaram as relações de coincidência esperadas, não aparecendo qualquer discordância com os esquemas de níveis do ^{132}Xe e ^{132}Ba . Quanto à possível coincidência entre a transição de 523 keV $4'-4$ e aquela de 772 keV, confirmando a alimentação por captura eletrônica do estado $4'$ de 1962,9 keV, sua observação não foi conclusiva em nenhum dos experimentos efetuados, havendo na seção II.2.4 uma avaliação do limite superior para sua intensidade.

A explicação de como foram obtidas as funções de correlação angular é dada separando-se as informações por níveis do ^{132}Xe e depois do ^{132}Ba , em ordem crescente de energia, a seguir:

Nível de 1298,2 keV, $J^{\pi} = 2^+$: a mistura multipolar da transição de 630 keV que deexcita este nível foi determinada através da cascata $2'(630 \text{ keV})2(668 \text{ keV})0$. Foram tomadas janelas sobre o dublete 630-668 keV no detector de NaI(Tl) e também sobre o fotópico de 630 keV no Ge(Li) (veja a tabela II.3.4). Uma possível janela sobre o fotópico de 668 keV no Ge(Li) não foi utilizada pois estaria em coincidência verdadeira com os fôtons de aniquilação, tornando difícil a determinação da área do fotópico de 630 keV no NaI(Tl).

Nível de 1440,3 keV, $J^{\pi} = 4^+$: a análise da correlação angular da cascata $4(772 \text{ keV})2(668 \text{ keV})0$ serviu para a verificação de qualidade do experimento. A função $W_{\text{exp}}(\theta)$ foi levantada partir de janelas sobre a transição de 772 keV em ambos os detectores e a de 668 keV no NaI(Tl). Resultados do ajuste por polinômios de Legendre podem ser vistos na tabela II.3.6. Nessa mesma tabela pode ser observado que o valor de mistura obtido (nesse caso M3/E2) é compatível com zero.

Nível de 1803,7 keV, $J^{\pi} = 3^+$: o estudo das transições de 1136, 506 e 363 keV que deexcitam este nível foi feito através das cascatas $3(1136 \text{ keV})2(668 \text{ keV})0$, $3(506 \text{ keV})2'(1298 \text{ keV})0$, $3(363 \text{ keV})4(772 \text{ keV})2$, além de $3(506 \text{ keV})2'(630 \text{ keV})2$ com duas misturas e $3(363 \text{ keV})4(772 \text{ keV})2(668 \text{ keV})0$ indireta. A cascata com duas misturas serviu para a verificação da consistência dos δ determinados por outras cascatas.

Para a transição de 1136 keV foram tomadas janelas sobre os fotópicos de 668 e 1136 keV em ambos os detectores. Janelas no fotópico de 1298 keV nos dois detectores e outra sobre o doubleto 506-511 keV serviram para o estudo da mistura da transição de 506 keV. As janelas referentes à transição de 363 keV eram: 772 keV nos dois detectores, 363 no Ge(Li) para a cascata direta e aquela indireta e ainda 668 keV no NaI(Tl) para a cascata indireta.

Nível de 1985,5 keV, $J^{\pi} = 2^+$: a transição de 1318 keV que deexcita este nível foi estudada através da cascata $2''(1318 \text{ keV})2(668 \text{ keV})0$. As janelas utilizadas foram sobre o fotópico de 1318 keV em ambos os detectores e 668 keV no NaI(Tl).

Nível de 1031,7 keV, $J^{\pi} = 2^+$: a transição de 567 keV que deexcita este nível do ^{132}Ba foi estudada através da cascata $2''(567 \text{ keV})2(464 \text{ keV})0$. As janelas

Tabela II.3.6 Valores de δ (ou θ_{zz}) e χ^2 (ou θ_{zz}) - obtidos nos ajustes das diversas funções de correlação

Cascata**	1	2	3	4
Legendre	-0,158(13)	0,206(26)	-0,241(6)	0,314(13)
Ajuste	6,39(82)	25,6	3,70(17)	3,58
	0,576(26)	31,9	0,80(2)	241
Análise χ^2	7,0 ^{+∞} _{-1,6}	14,2	3,58 ^{+0,15} _{-0,14}	2,70
	0,65 ^{+0,78} _{-0,64}	24,1	0,91 ^{+0,28} _{-0,14}	146
Cascata	5	6	7	8
Legendre	0,314(15)	0,044(29)	0,347(13)	0,03(3)
Ajuste	-0,100(22)	6,78	-0,148(22)	1,08
	-1,77(9)	53,0	-1,55(8)	59,3
Análise χ^2	-1,45 ^{+0,19} _{-0,22}	2,88	-0,140(8)	0,564
	-0,12 ^{+0,21} _{-0,22}	3,47	-1,38 ^{+0,17} _{-0,19}	27,9

Tabela 11.3.6 Continuação.

Cascata	9	10	11	12
Legendre	-0,066(38)	-0,099(74)	0,156(13)	-0,02(3)
Ajuste	5,8(16)	2,40	0,344(26)	2,20
	0,02(4)	4,07	1,78(10)	4,71
Análise χ^2	-0,046 ^{+0,036} -0,035	2,43	0,327 ^{+0,015} -0,014	1,38
	^{+∞} 8,1	23	1,95 ^{+0,12} -0,11	4,57
Cascata	13		14	15
Legendre	-0,452(22)	-0,112(45)	-0,408(26)	-0,190(54)
Ajuste	1,26(16)	3,78	1,51(18)	2,40
	0,62(10)	5,73	0,52(8)	8,99
Análise χ^2	1,39 ^{+0,12} -0,13	2,80	1,70(16)	3,06
	0,51 ^{+0,13} -0,08	6,81	0,40 ^{+0,13} -0,09	11,4

Tabela II.3.6 Continuação.

Cascatá		17	18	19	20
Legendre	-0,428(53)	-0,15(11)	0,081(33)	0,06(7)	0,062(44)
Ajuste	1,41(36)	1,04	-0,02(5)	1,41	-0,05(7)
	0,55(18)	1,98	1,69(20)	2,98	1,77(28)
Análise χ^2	1,43 ^{+0,13} -0,14	0,61	-0,05(2)	0,85	0,008 ^{+0,055} -0,053
	0,494 ^{+0,138} -0,085	1,49	1,86 ^{+0,16} -0,14	1,93	1,65 ^{+0,24} -0,20
Cascatá		21	22	23	24
Legendre	-0,140(40)	0,416(83)	-0,093(14)	0,377(31)	-0,088(17)
Ajuste	14,9(121)	3,23	76(110)	7,70	54(64)
	0,501(7)	21,4	0,44(2)	125	0,435(26)
Análise χ^2	8,2 ⁺²⁰ -2,5	3,00	18,3 ⁺²⁰ -6,6	8,72	86 ⁺²⁰ -4,7
	0,68 ^{+0,28} -0,16	15,4	0,58 ^{+0,17} -0,12	92,8	0,51 ^{+0,10} -0,06

Tabela II.3.6 Continuação.

Cascatas		25-I ^f	25-II	25-III
Legendre	0,001(11) -0,078(22)			
Ajuste	4,33(77) 10,0 0,05(4) 15,6	35(6689) -0,03(557)	10,4 16,8	4,2(21) -0,19(12)
Análise χ^2	4,81 ^{+∞} _{-0,90} +0,06 0,04 _{-0,05}	5,31 5,10(∞) 7,89	7,64 ^{+∞} _{-1,6} -0,16 _{-0,18}	3,8 7,89 ^{+0,17} 7,90
Cascatas		26-I ^f	26-II	26-III
Legendre	-0,009(7) -0,028(15)			
Ajuste	4,45(56) 1,32 0,04(3) 4,32	6(74) -0,08(332)	3,34 7,70	3,8(13) -0,16(8)
Análise χ^2	4,85 ^{+∞} _{-0,32} 0,04(2)	1,05 0,97 ^{+1.33} _{-∞}	5,56 3,74 ^{+∞} _{-0,74}	2,18 2,18

^f I: supondo $\delta(630) = 3,66$, obtendo $\delta(506)$; II: supondo $\delta(506) = 3,76$,

obtendo $\delta(630)$; III: supondo $\delta(506) = 0,04$, obtendo $\delta(630)$.

* as quantidades entre parênteses referem-se ao ajuste por polinômios de Legendre. ** numeração estabelecida na tabela II.3.4

utilizadas foram sobre os fotópicos de 464 e 567 keV em ambos os detectores.

Os pontos experimentais das funções de correlação angular obtidas são apresentados na tabela II.3.7 e seus gráficos, juntamente com ajustes de polinômios de Legendre (curvas lisas), encontram-se nas figuras II.3.16.

Os valores de δ e seus desvios estão na tabela II.3.6, onde são mostrados os resultados para a mistura pelo método de análise de χ^2 (veja o apêndice V.4), revelando compatibilidade com os anteriores e ainda os coeficientes A_{kk} do ajuste convencional, por polinômios de Legendre.

Algumas misturas multipolares do ^{132}Xe foram determinadas anteriormente em experimentos de correlação angular e distribuição angular de núcleos orientados ^{21,22}). As informações, para as transições estudadas neste trabalho, contidas na referência 21 estão reproduzidas na terceira coluna da tabela II.3.8, que servirá como base para a discussão. Desta tabela vemos que existe uma certa abundância de valores da mistura para a transição 2'-2, de 630 keV, o mesmo não se verificando nos outros casos.

A transição 3-4, de 363 keV, não possui determinação de mistura pelo método de correlação angular gama-gama, o único valor existente tendo sido obtido pela medida da distribuição angular de gamas vindos de núcleos orientados ²²). A transição 2"-2, de 1318 keV, tem também um único valor de mistura determinado pelo método de correlação angular, efetuada com dois detectores de NaI(Tl) ²³).

A sexta coluna da tabela II.3.8 contém os dados de Girit et al. ²²), posteriores à compilação de Lange et al. ²¹) e na oitava coluna estão os resultados deste trabalho, para comparação.

O trabalho de Girit et al. contém algumas falhas de revisão tanto no texto como em suas tabelas 3 e 4, descritas a seguir.

A seção 4.3, onde são feitas as atribuições de spin e multipolaridade, separa as informações por nível. Nas informações concernentes aos níveis de 1985,5 e 2110,2 keV há uma linha de texto repetida, que torna ininteligíveis os comentários a respeito do primeiro nível citado.

Tabela II.3.7 Pontos experimentais obtidos para as funções de correlação angular.

Ângulo (°)	1*	2	3	4	5	6	7	8	9
90	25996(352)	25540(171)	24576(194)	5650(86)	5754(106)	5633(93)	858(36)	515(24)	615(27)
120	22459(353)	21068(157)	20122(180)	6257(91)	6450(110)	6266(99)	876(36)	486(29)	592(26)
150	21392(341)	19224(151)	18355(175)	7872(102)	7948(123)	7822(112)	889(37)	556(25)	588(26)
180	22860(347)	21123(157)	20098(183)	8688(114)	8627(127)	8576(115)	838(38)	466(23)	511(25)
210	20871(349)	19224(150)	18409(173)	7763(103)	7680(121)	7715(111)	818(36)	510(23)	564(26)
240	23292(339)	21354(170)	20476(180)	6332(93)	6382(109)	6314(98)	878(36)	486(23)	586(26)
270	25219(352)	25518(172)	24659(195)	5788(86)	5978(106)	5640(94)	824(35)	497(24)	579(27)
Ângulo (°)	10	11	12	13	14	15	16	17	18
90	5864(87)	2946(128)	5587(93)	2553(62)	1517(47)	2548(116)	2688(163)	3664(207)	1330(51)
120	6082(90)	3467(133)	5750(95)	2326(60)	1488(44)	2468(119)	2755(164)	3320(201)	1317(51)
150	6759(98)	3795(139)	6368(100)	1711(55)	1065(39)	1999(76)	2327(136)	2367(191)	1452(54)
180	6959(113)	3579(142)	6773(103)	1259(54)	768(41)	1311(73)	1285(133)	1796(195)	1479(55)
210	6830(95)	3569(140)	6525(101)	1667(54)	1069(39)	1999(73)	2066(132)	2551(191)	1403(50)
240	6192(91)	3224(132)	5885(95)	2455(61)	1473(44)	2411(107)	2532(155)	3519(197)	1314(48)
270	5790(86)	3280(130)	5553(92)	2639(63)	1575(45)	2736(110)	3029(160)	3657(203)	1332(51)

Tabela II.3.7 Continuação.

Ângulo (°)	19	20	21	22	23	24	25	26
90	1234(65)	1098(80)	3077(128)	9649(146)	9754(177)	5669(99)	13147(172)	20640(185)
120	1207(64)	1201(81)	2387(118)	8074(136)	8314(159)	4887(92)	13248(169)	20594(180)
150	1372(70)	1341(86)	2548(120)	8058(143)	8555(169)	4819(91)	13147(168)	20486(181)
180	1428(68)	1266(87)	2873(125)	9660(159)	9699(190)	5594(97)	12522(170)	20064(188)
210	1339(66)	1243(85)	2486(118)	8051(137)	8522(167)	4878(92)	13240(167)	20423(180)
240	1292(69)	1156(81)	2513(119)	8163(137)	8641(162)	5027(91)	13231(169)	20717(182)
270	1360(64)	1110(81)	3034(126)	9253(143)	9842(168)	5777(97)	12762(171)	20406(184)

* numeração das casas estabelecida na tabela II.3.4.

Figura II.3.16 Ajuste das funções de correlação angular. 66

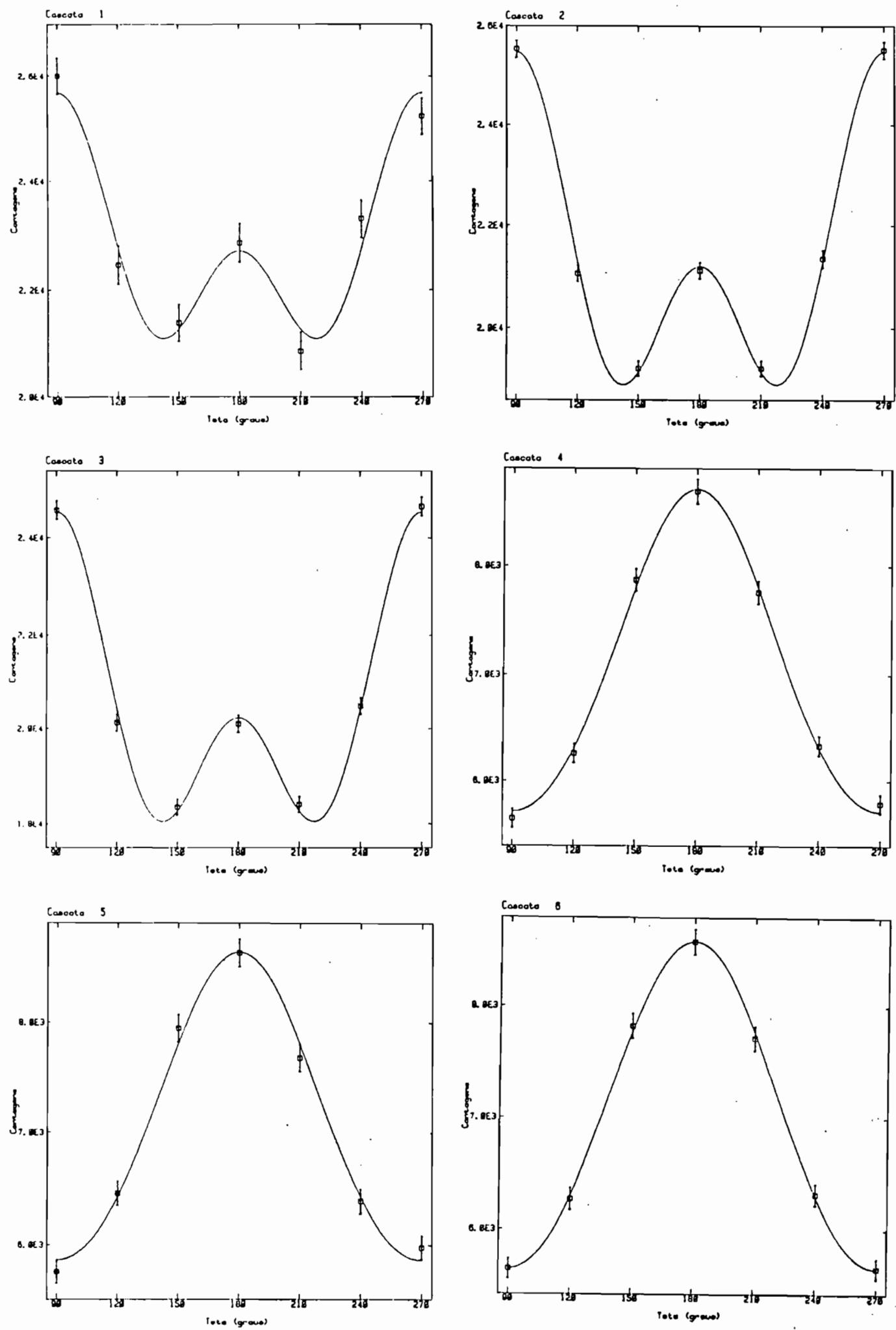


Figura II.3.16 continuação.

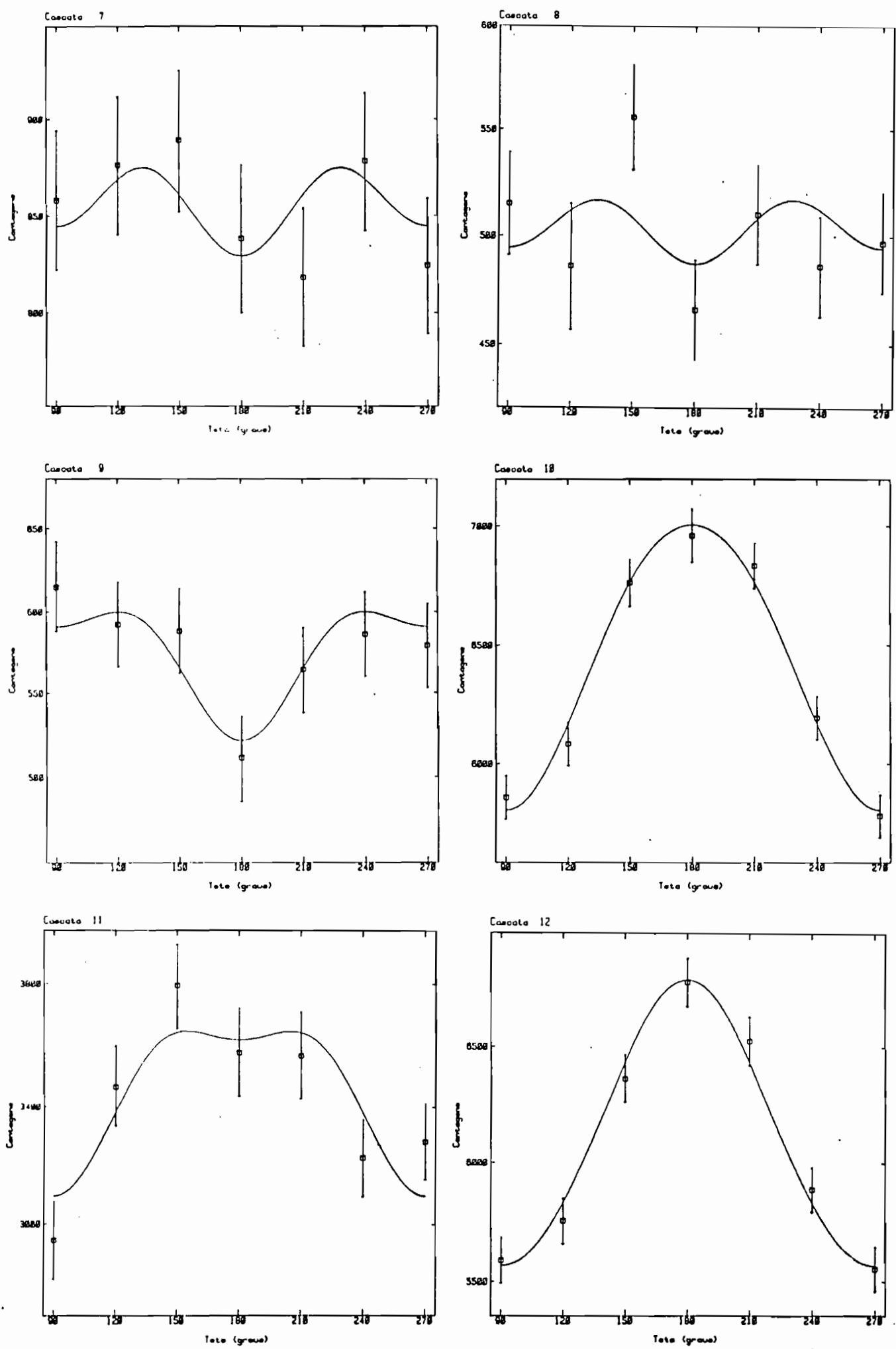


Figura II.3.16 continuação.

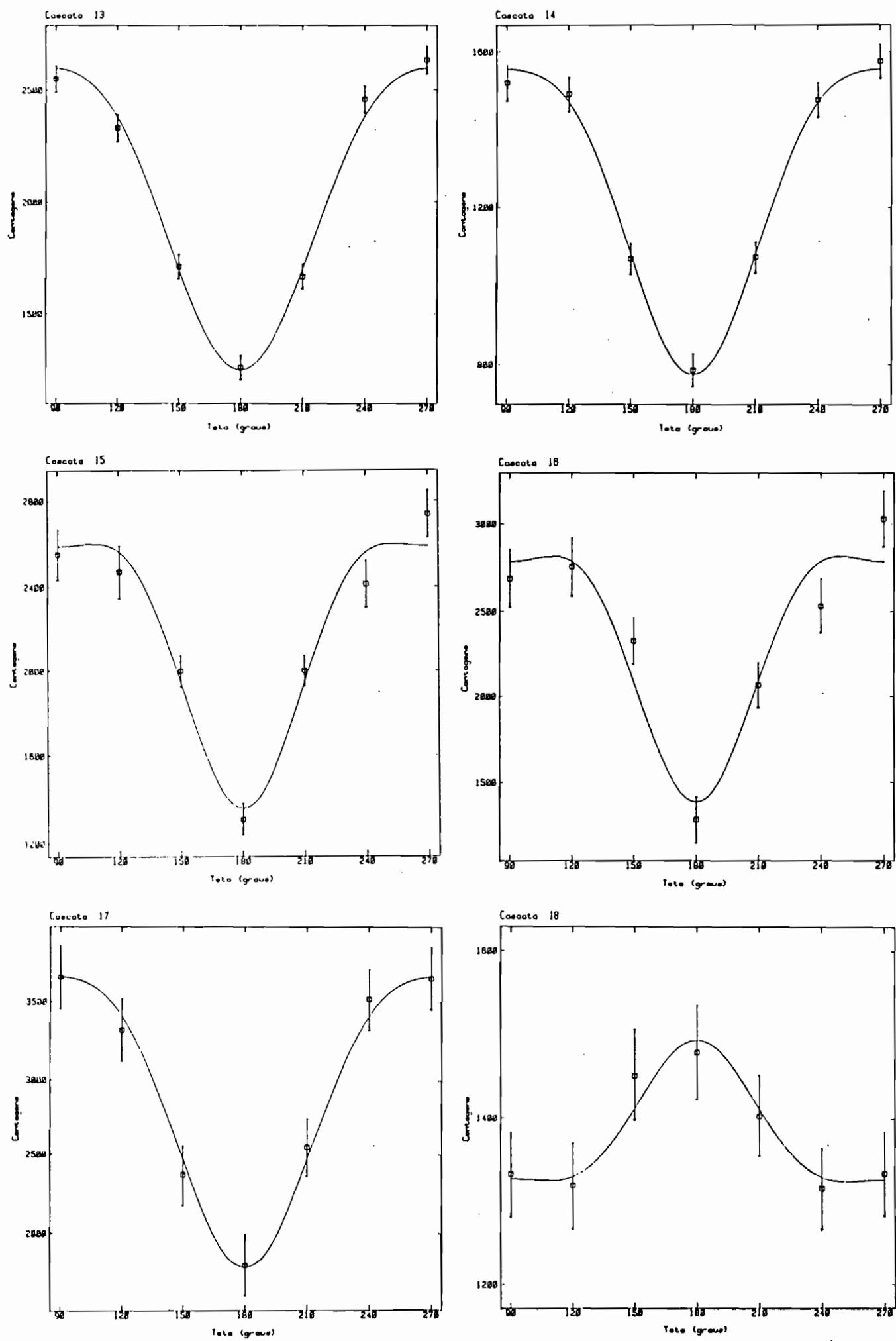


Figura II.3.16 continuação.

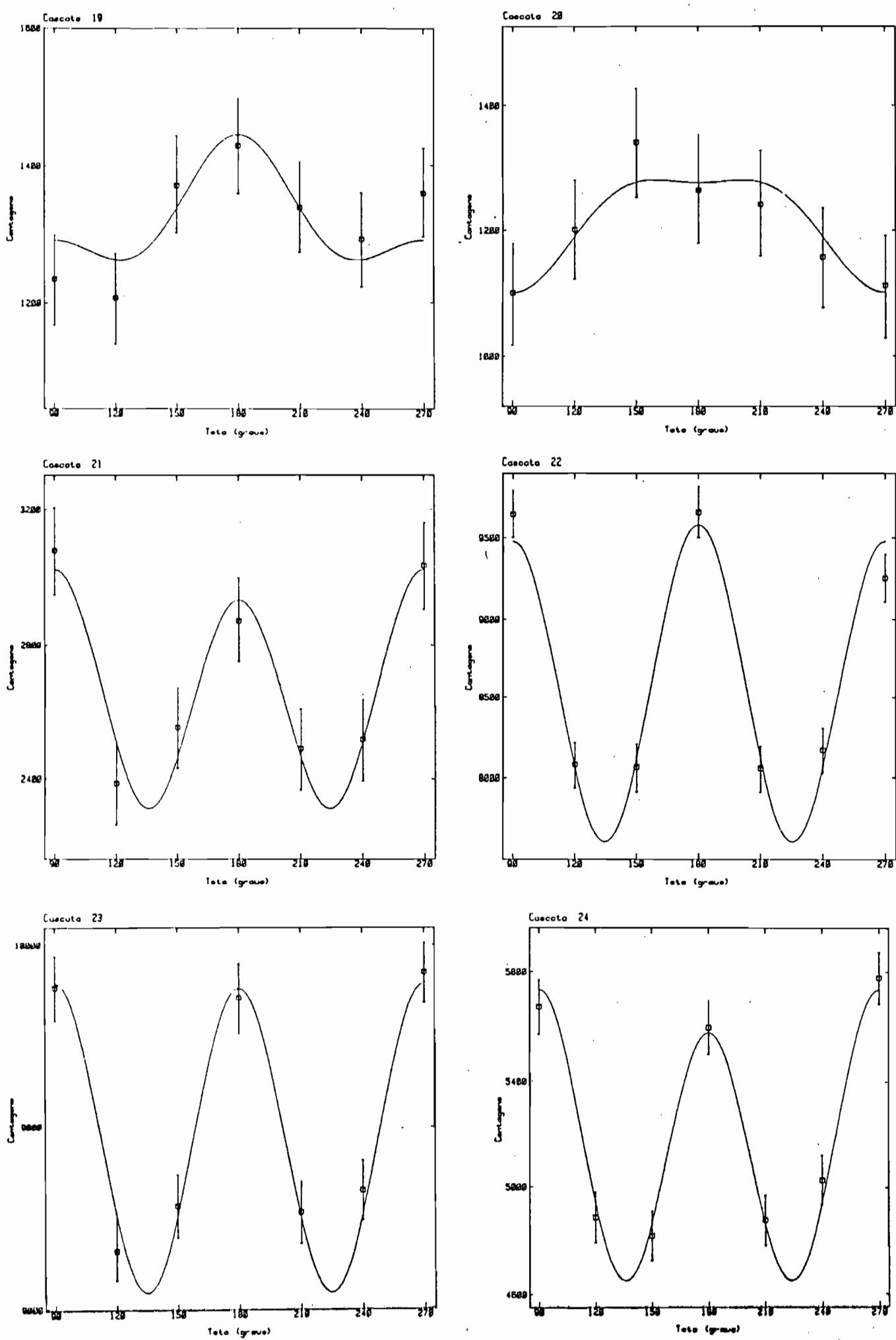


Figura II.3.16 continuação.

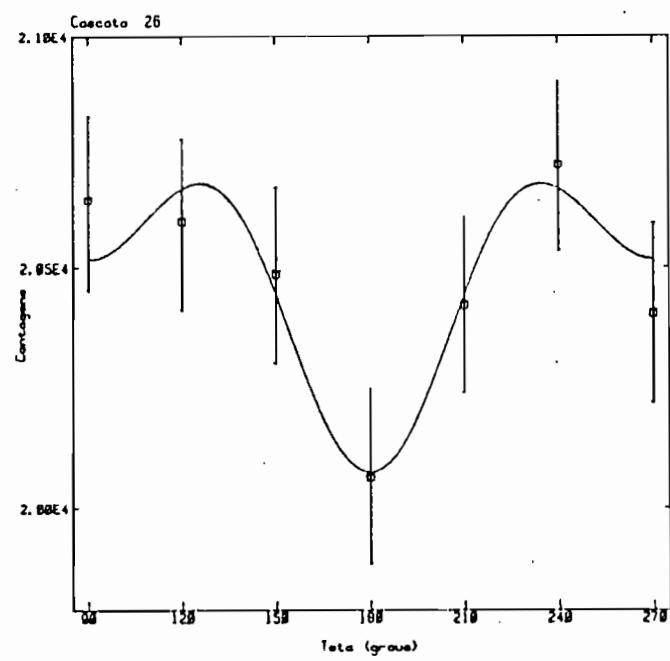
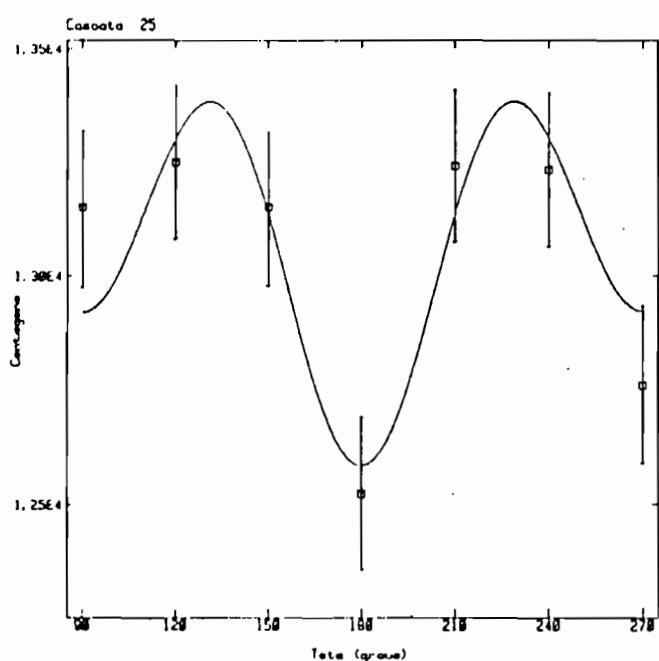


Tabela II.3.8 Resultados para as misturas multipolares de transições do ^{132}Xe e ^{132}Ba .

Transição (keV)	$I_{\alpha} - I_{\beta}$	J. Lange ²¹⁾		C. Girit ²²⁾		δ este
		δ	ref. método	δ	método trabalho	
630	2' - 2	3,2 ^{+0,9} _{-0,7}	23	I *		
		5,7 ^{+2,1} _{-1,3}	24	III		
		8 ^{+1,1} ₋₃	26	II		
		2 ⁺³ ₋₂	25	IV	4,50 ^{+2,00} _{-1,00}	III
		4,8 ^{+1,2} _{-0,9}			4,07(16) IV	3,66(12)
1136	3-2			0,22 ^{+0,15} _{-0,11}	III	
		0,9(3)	24	III	0,34(2)* IV	0,34(2)
506	3-2' - (1,0 _{-0,9})	25	IV			3,76(45)
					ou	
	** - 1,3(4)	24	III	7,5(6)	IV	0,04(3)
363	3-4			1,10(20)	IV	1,50(10)
772	4-2				** - 0,02(4)	
523	4' - 4	0,07(8)	23	I		
		0,03 ^{+0,09} _{-0,12}	27	I	-0,28 a -0,54	III
		** - 0,25(11)	24	III	-0,09(1)	IV
1318	2'' - 2			3,67 ^{+1,00} _{-0,61}		
		-0,077(25)	23	I	ou	IV - 0,13(1)
					-0,16(6)	

Tabela II.3.8 Continuação.

Transição I ₁ -I _f (keV)	J. Lange ²¹⁾ δ ref.	C. Girit ²²⁾ método δ	este trabalho
567 ^{***}	2'-2 >14	23	I
	^{+3.5} 6,6	26	II
	^{-1.8}		
	^{+4.9} 8,3	28	V
	^{-2.2}		
	^{+7.6} ** 9,6		18,7(67)
	^{-2.9}		

* I = correlação angular gama-gama com 2 NaI(Tl)

II = idem, com 1 NaI(Tl) e 1 Ge(Li)

III = idem, com 2 Ge(Li)

IV = distrib. angular gama de núcleos orientados, 1 Ge(Li)

V = distrib. angular gama em linha, com 1 Ge(Li)

** valor calculado a partir dos anteriores

^f esta informação é consistente com o sinal + na convenção da ref. 18 (veja o texto)

^{ff} valor adotado pela ref. 21

^{fff} transição do ¹³²Ba

** mistura M3/E2

A tabela 3 do artigo contém os resultados determinados a partir de núcleos orientados e a 4 compara resultados de outros trabalhos com os dos autores, tanto de orientação nuclear como correlação angular.

Cabe notar que a mistura multipolar da transição de 1136 keV troca de sinal ao ser transcrita de uma tabela para a outra, tornando-se negativa. Entretanto, o seu valor de A_x de orientação nuclear, presente na tabela 3, é consistente com o sinal + para esta mistura.

Estas falhas dificultam a sua compreensão, além de exigir uma certa interpretação das informações lá contidas.

Da tabela II.3.8 podem ser observadas discrepâncias acentuadas entre os valores atribuídos por Girit et al. e aqueles de Krane e Steffen ²⁴⁾ e Krane et al. ²⁵⁾ para as transições 3-2 e 3-2', de 1136 e 506 keV respectivamente.

Para a transição 3-2' em especial, a informação apresentada na compilação de Lange et al. se constitui de dois valores, de Krane e Steffen e Krane et al., compatíveis entre si. O trabalho de Krane e Steffen é extremamente

claro, permitindo recalcular seus valores obtidos para as misturas multipolares a partir dos coeficientes A_{kk} , das funções de correlação angular ajustadas. Este cálculo foi feito e o resultado é mostrado na figura II.3.17 onde estão posicionados, num diagrama (B_2, B_4) a elipse correspondente aos diferentes valores possíveis para a mistura multipolar de uma transição 3-2, o ponto experimental obtido pelos autores citados.

Krane e Steffen ²⁴⁾ produziram uma fonte de ^{132}Te ($t_{1/2} = 78$ h), que decai por β^- para o ^{132}I ($t_{1/2} = 2,4$ h) que decaindo, por sua vez, alimenta os estados do ^{132}Xe . O ^{132}Te foi obtido como produto de fissão.

Além das transições gama entre os estados do ^{132}I que se fizeram presentes, a energia disponível para o decaimento deste último para o ^{132}Xe é de 3,58 MeV ¹⁾, maior do que os 2,11 MeV do ^{132}Cs . Nesta situação, o espectro gama obtido pelos autores era bem mais complexo do que o deste trabalho.

Para a obtenção da mistura mutipolar da transição 3-2 Krane e Steffen analisaram a função correlação angular da cascata indireta 3(506 keV)2(630 keV)2(668 keV)0.

A figura II.3.18 é uma reprodução do espectro em coincidência com a transição de 668 keV que eles obtiveram, onde pode ser observada a situação desfavorável em que se encontrava o fotópico de 506 keV.

A situação do fotópico de 506 keV no espectro e o fato deles terem determinado a mistura através de uma cascata indireta são as fontes da discrepância entre os resultados deles e os nossos, obtidos na correlação angular direta 3(506 keV)2(1298 keV)0 e reforçados pela análise da cascata 3(506 keV)2(630 keV)2 com duas misturas (veja a tabela II.3.6), além daquele de Girit et al..

Quanto à transição 2"-2, de 1318 keV, a contribuição de Girit et al. através de medidas em núcleos orientados é de dois valores de mistura, um deles compatível com a medida de Robinson et al. ²⁵⁾, feita com dois detectores de NaI(Tl). Este trabalho produz um único valor, compatível com um dos de Girit et al., mas com um desvio padrão menor.

As misturas multipolares medidas neste trabalho,

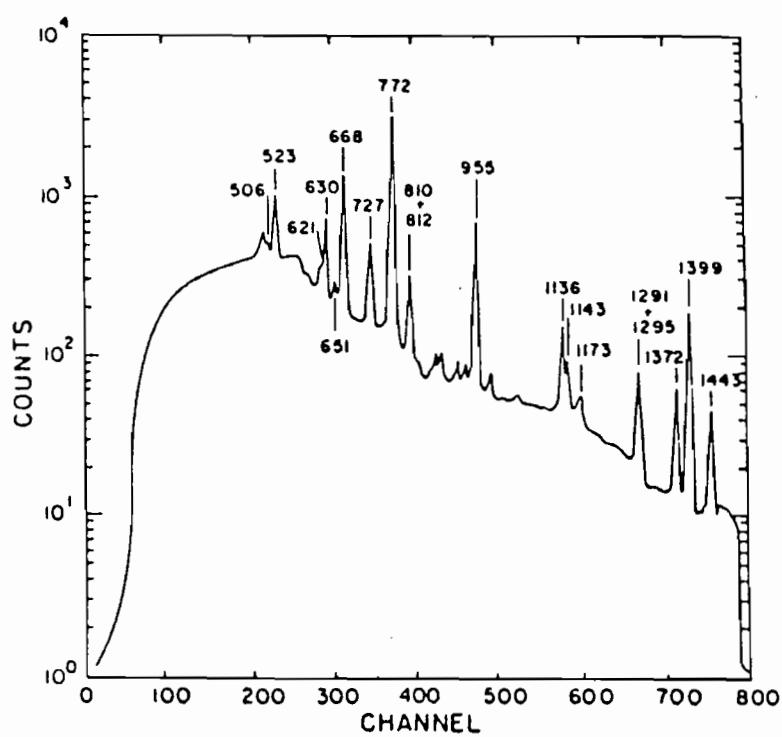
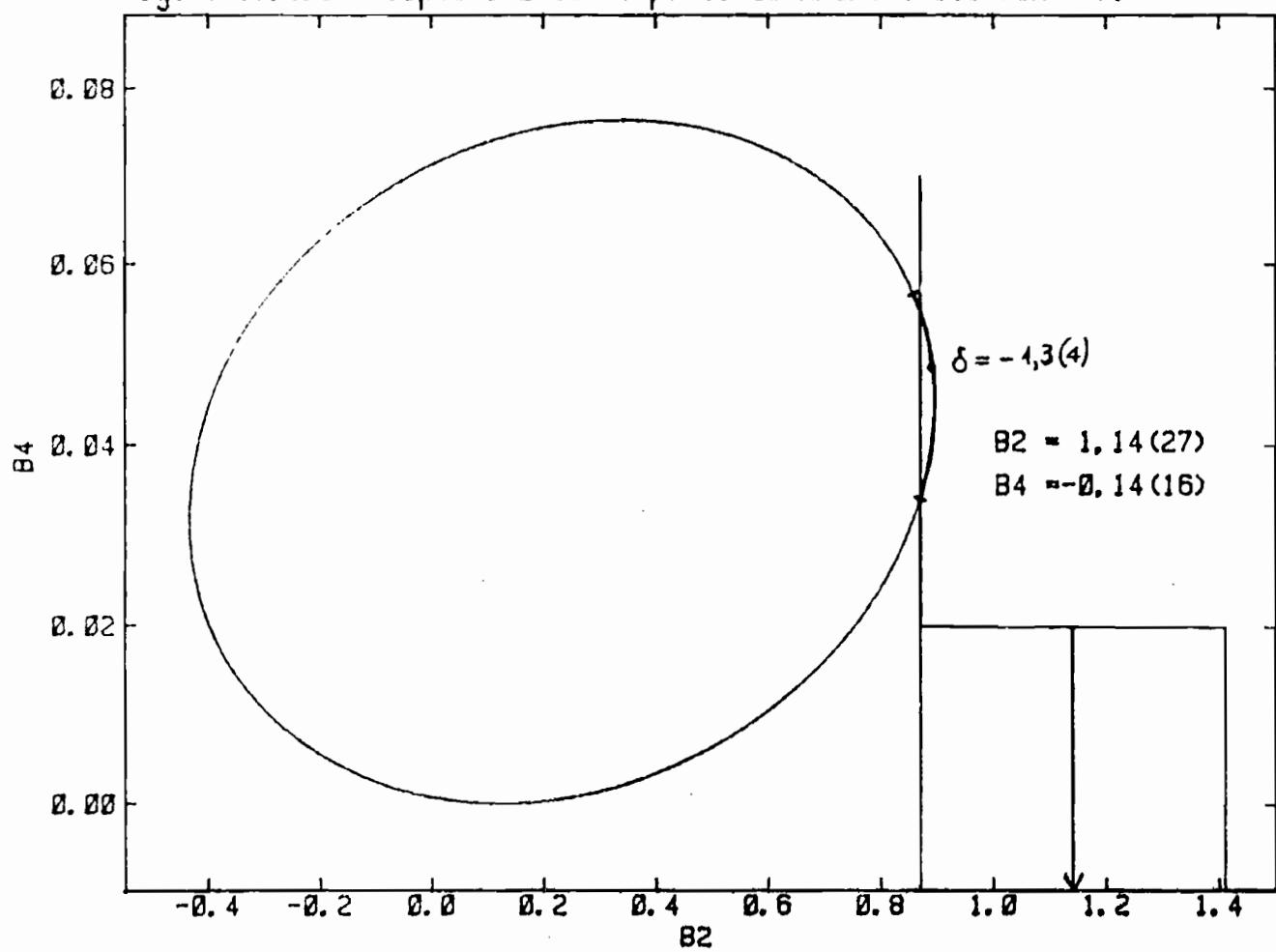


Figura II.3.18 Espectro coincidente com a transição de 668 keV da ref. 24.

Figura II.3.17 Elipse 3-2 com o ponto de Krane e Steffen²⁴.



especialmente aquelas à exceção das $2^{\prime\prime}$ -2 para o ^{132}Xe e ^{132}Ba , tiveram um papel importante, sob dois aspectos: em primeiro o experimental, onde foi conseguida uma certa ordem, eliminando-se algumas dúvidas e inconsistências presentes entre dados existentes, além de, em um dos casos, ser a primeira medida executada pelo método de correlação angular gama-gama; em segundo o teórico, pois a eliminação dos problemas citados permite uma comparação mais rica e fundamentada com o resultado dos cálculos de estrutura nuclear efetuados (veja a seção III.4.3).

II.4 Coincidência Gama-Gama

II.4.1 Eletrônica de Detecção e Sistema de Aquisição

Foi utilizado o mesmo detector de Ge(Li) presente nos outros dois experimentos, em conjunto com um detector HPGe ORTEC de 104 cc, número de série 21-P-72ZB e tensão de alimentação +2500 V.

A eletrônica de detecção é a mesma descrita na seção II.3.2, estando neste caso ausente o estabilizador de espectro CANBERRA 2050, necessário para a linha lenta associada ao detector de NaI(Tl) (veja a figura II.3.4).

O sistema de aquisição foi o mesmo descrito na seção II.3.2, tendo sido novamente utilizado o modo biparamétrico na energia dos dois detectores.

Os ajustes da eletrônica de detecção seguiram procedimento igual àquele adotado quando do experimento de correlação angular, descrito na seção II.3.4. A resolução do espectro de tempos era cerca de 13 ns.

II.4.2 Aquisição de Dados

A aquisição de dados em modo biparamétrico utilizou 4096 canais para o detector de 53 cc e 2048 canais para aquele de 104 cc. Os fundos de escala estavam novamente em cerca de 2,1 MeV.

Os detectores encontravam-se colimados, para que os fôtons espalhados por um deles não pudessem ser

detectados pelo outro. Os colimadores utilizados tinham aberturas típicas de 1 cm de diâmetro e seu desenho é mostrado na seção V.1.1.

O ângulo entre os dois detectores era de 120° e as entradas dos colimadores possuíam absorvedores de 0,16 mm de Pb.

Foram efetuadas 14 sequências de medidas, num total de 198 horas de aquisição. O armazenamento dos dados foi feito em modo fila, em fitas magnéticas, já descrito na seção II.3.3.

Espectros correspondentes às projeções totais nos eixos de energia dos dois detectores podem ser vistos na figura II.4.1.

II.4.3 Calibrações

Foram efetuadas calibrações de energia dos dois detectores, para uso nos espectros fatiados. Além dessas calibrações, a eficiência relativa do detector de maior volume (104 cc) foi também levantada na região de energias do ^{152}Eu (veja a seção II.2.3, item 3).

Os resultados das diversas calibrações são apresentados a seguir.

1. Energia

As calibrações de energia ajustadas para os dois detectores são parabólicas, efetuadas com seis transições do próprio ^{132}Xe , entre 360 e 1320 keV.

Os coeficientes encontram-se na tabela II.4.1 a seguir.

Tabela II.4.1 Coeficientes dos termos $c_n x^n$ das calibrações de energia, em keV.

Detector		
n	53 cc	104 cc
0	70,37(10)	69,56(8)
1	0,50634(13)	1,03153(22)
2	6,61(39).10 ⁻²	2,59(14).10 ⁻⁴

Figura II.4.1. a Projeção total no detector de 104cc.

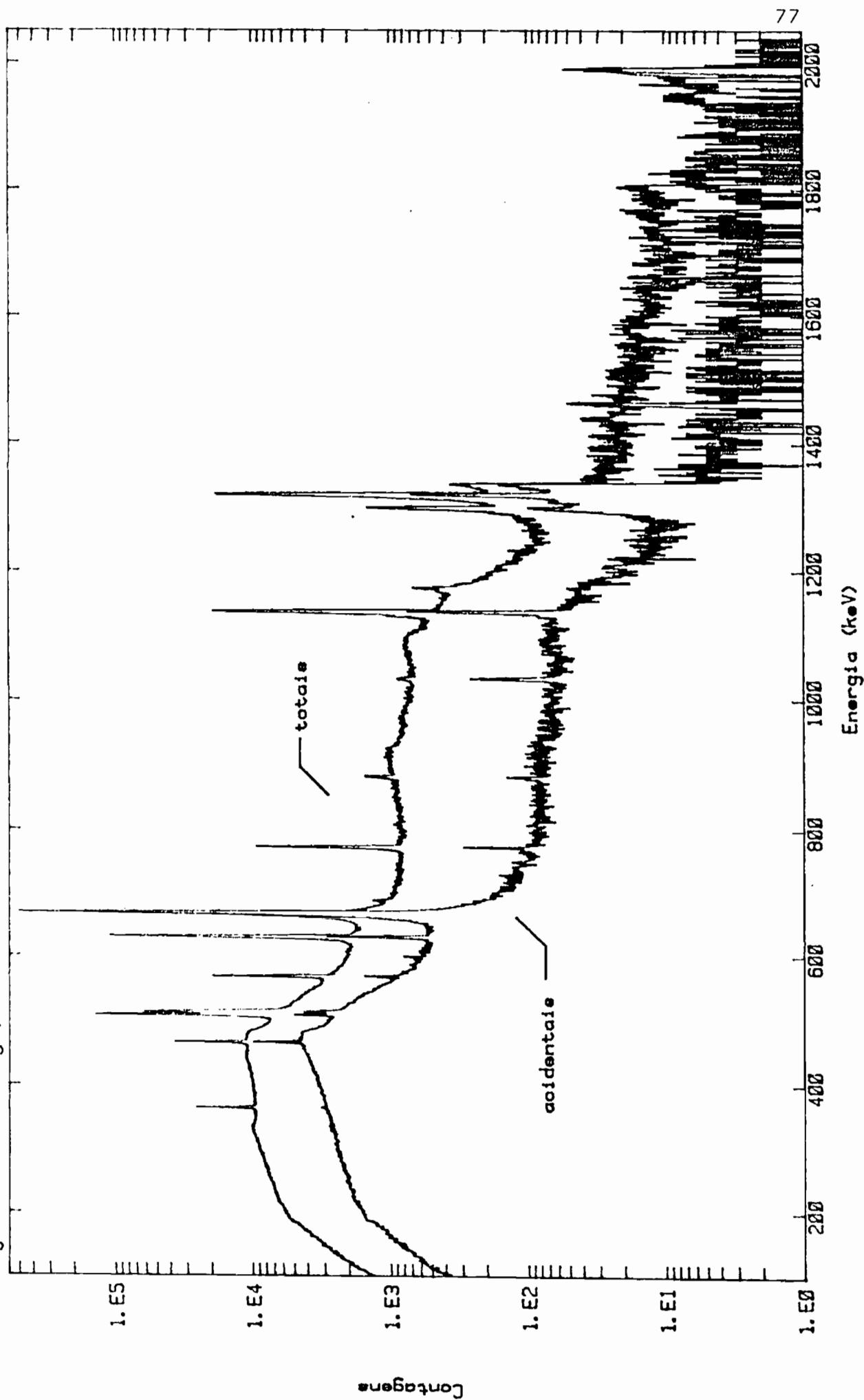
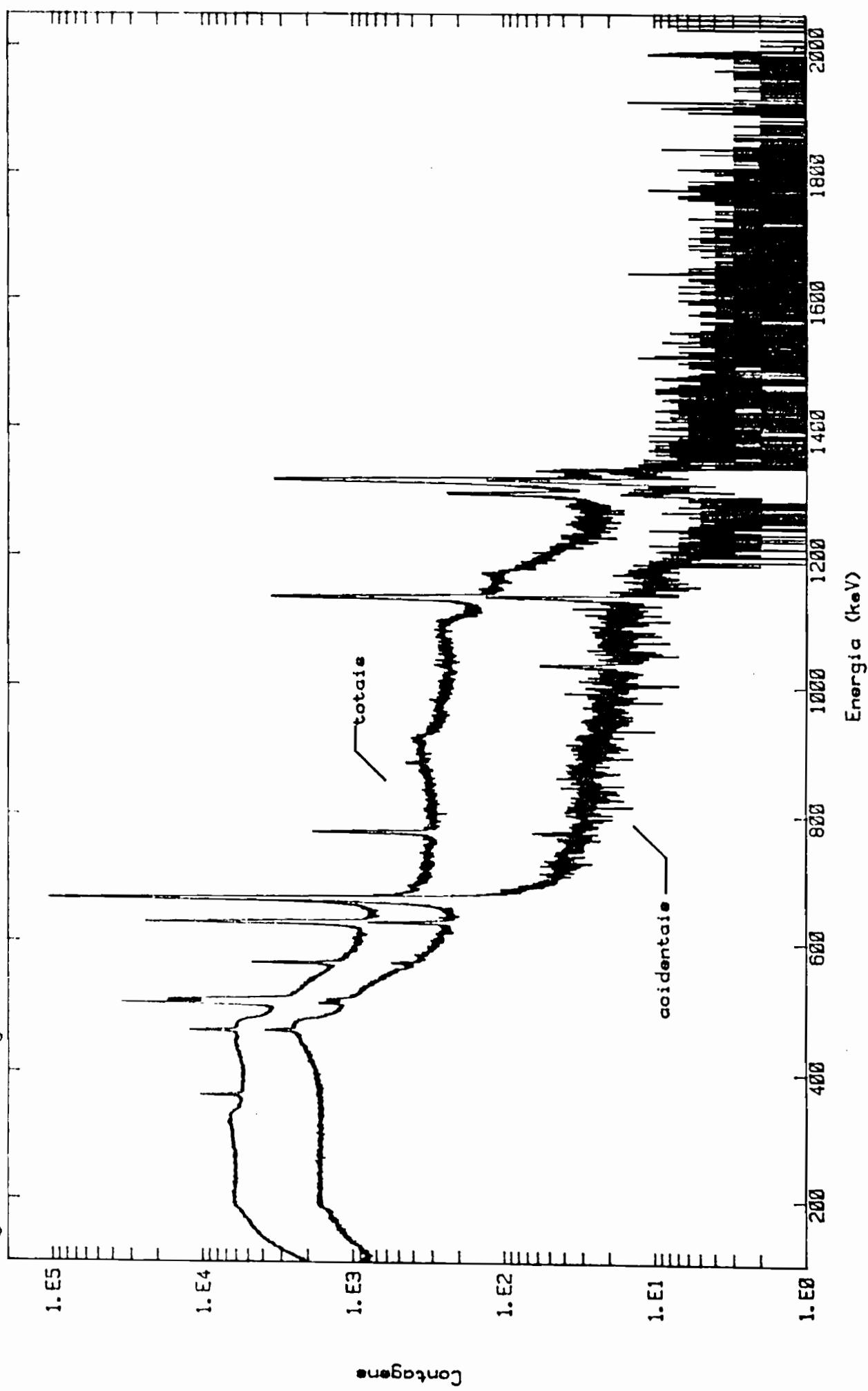


Figura III.4.1.5 Projeção total no detector de S3cc.



2. Eficiência

A calibração de eficiência relativa do detector de 104 cc foi efetuada nas mesmas condições descritas na seção II.2.3, item 2, com uma função ajustada do tipo mostrado na eq. II.2.1.

Os coeficientes ajustados são apresentados na tabela II.4.2 a seguir.

Tabela II.4.2 Parâmetros da curva de eficiência relativa do detector de 104 cc.

i	a _i
1	1,58(5).10 ⁻²
2	5,26(16).10 ⁻³
3	4,96(10).10 ⁻³
4	6,33(16).10 ⁻⁴

O uso desta curva de eficiência relativa em conjunto com aquela do detector de 53 cc permitiu a avaliação de razões de ramificação de transições gama pouco intensas.

II.4.4 Análise de Dados

A análise dos dados da coincidência gama-gama foi efetuada com os mesmos métodos descritos para o experimento de correlação angular (veja a seção II.3.6), onde foram executados fatiamentos e somas em separado dos eventos ditos totais e aqueles acidentais.

A tabela II.4.3 classifica o conjunto de janelas digitais utilizadas durante os fatiamentos, para a obtenção das informações descritas acima, indicando sobre qual fotópico e em qual detector foram estabelecidas.

II.4.5 Resultados e Discussão

Os resultados deste experimento confirmaram todas as relações de coincidência anteriormente conhecidas e revelaram a presença de uma nova transição, extremamente

fraca, de 688 keV (veja a seção II.2.5) em coincidência com o fóton de 630 keV. Esta transição pode ser facilmente associada a uma forma ainda não medida de deexcitação do estado de 1986 keV, para aquele de 1298 keV. Sua intensidade relativa foi calculada a partir dos resultados da coincidência como

$$I_{rel}(688 \text{ keV}) = I_{rel}(506 \text{ keV}) \frac{\epsilon_{rel}(506 \text{ keV})}{\epsilon_{rel}(688 \text{ keV})} \frac{A^{630}(688 \text{ keV})}{A^{630}(506 \text{ keV})}, \quad \text{II.4.1}$$

onde $\epsilon_{rel}(E_\gamma)$ é a eficiência relativa do detector de 104 cc na energia E_γ e $A^e(E_\gamma)$ a área do fotopíco E_γ presente no fatiamento sobre a energia E no detector de 53 cc, corrigida para os eventos acidentais.

Na expressão II.4.1 foi explorado o fato de que a transição de 630 keV está em coincidência simultânea com as de 688 e 506 keV. A correlação angular entre as transições de 506 e 630 keV é extremamente fraca (veja a tabela II.3.6), e aquela entre 688 e 630 keV é desconhecida, não estando presentes.

Tabela II.4.3 Classificação das janelas em função das informações de fatiamento.

janela	no fotopíco (keV)	no detector*	informação pretendida
1	464	G	664 keV
2	630	G, H	688 keV
3	668	G	Aniq.
4	688	H	630 keV
5	772	G	523 keV
6	882	G	Aniq.

* G = Ge(Li), H = HPGe. A maioria das janelas foi feita sobre o detector de Ge(Li), pois o HPGe tem melhor resolução

As figuras II.4.2 apresentam o espectro obtido do fatiamento no fotopíco de 630 keV no detector de 53 cc e a região de energia do 688 keV.

A intensidade de alimentação β^+ do estado de 668 keV foi também obtida a partir do experimento de coincidência $\gamma-\gamma$. Para isso foram examinados os eventos sob os fotopicos de 630 keV e do fóton de aniquilação em coincidência com aquele de 668 keV. As figuras II.4.3

Figura II.4.2 a Eventos em coincidência com o fotópico de 630 keV.

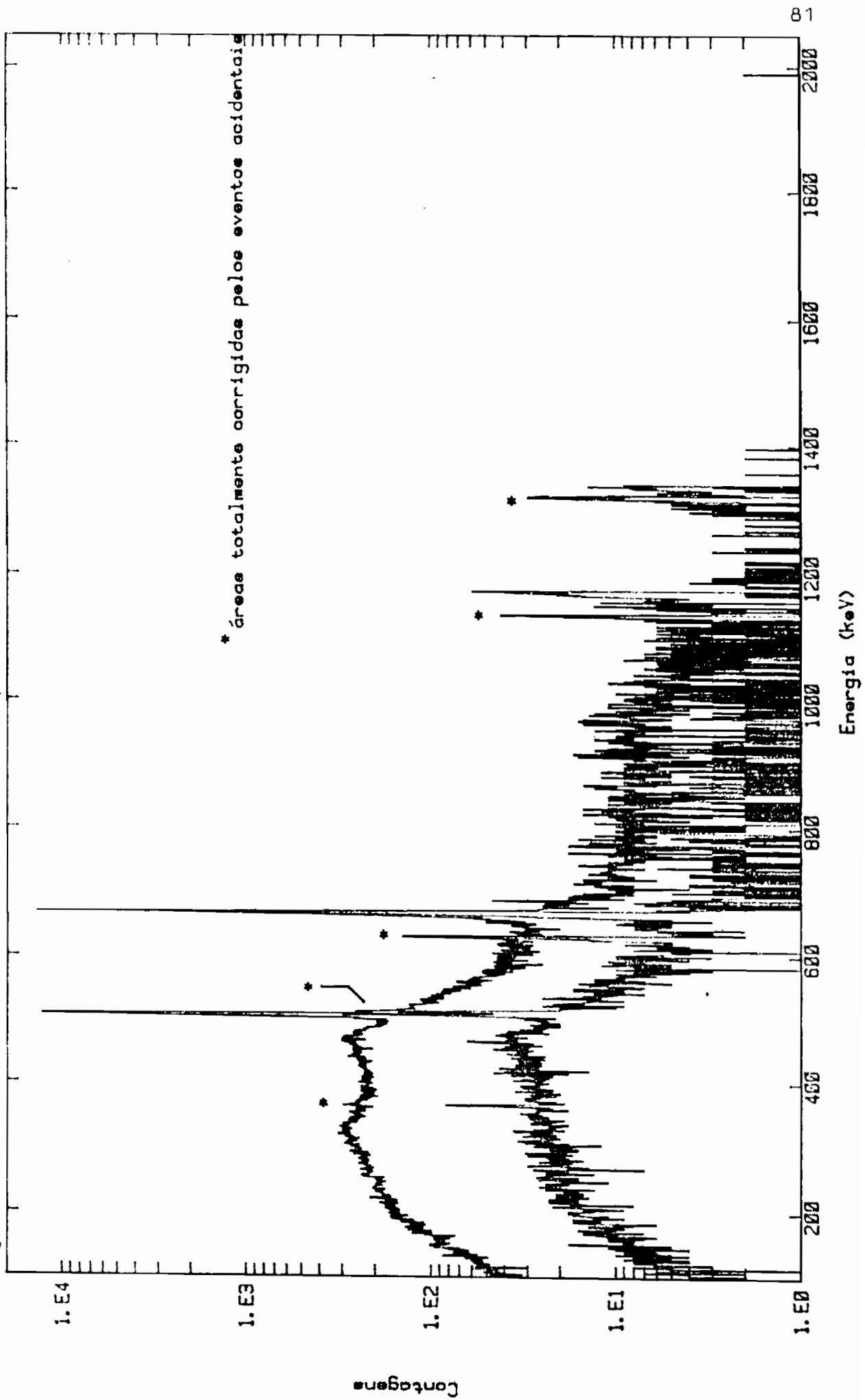


Figura II.4.2.b Ajuste do fotopico de 688 keV em coincidência com o 630 keV.

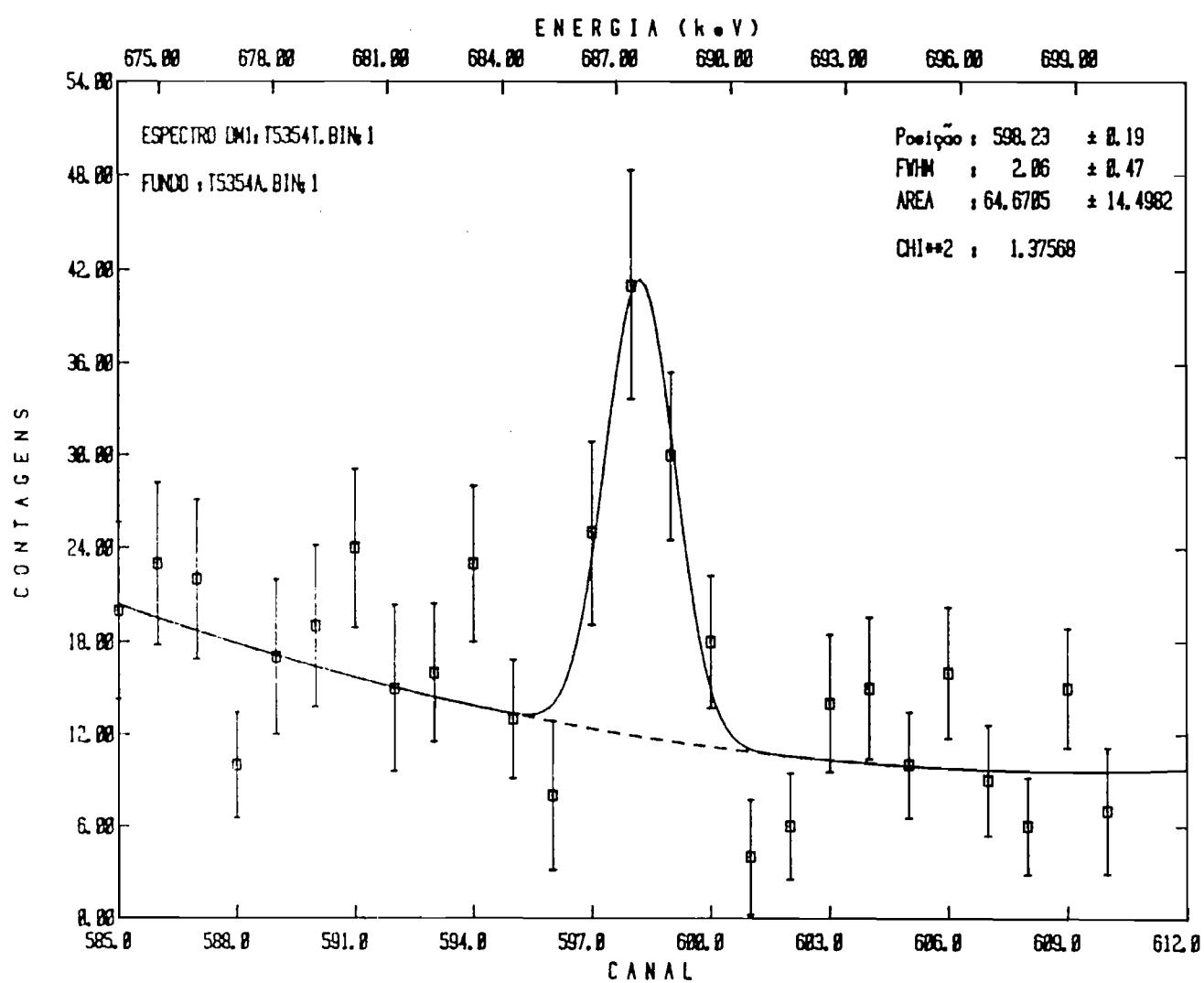


Figura II.4.3.a Eventos em coincidência com o fotópico de 668 keV.

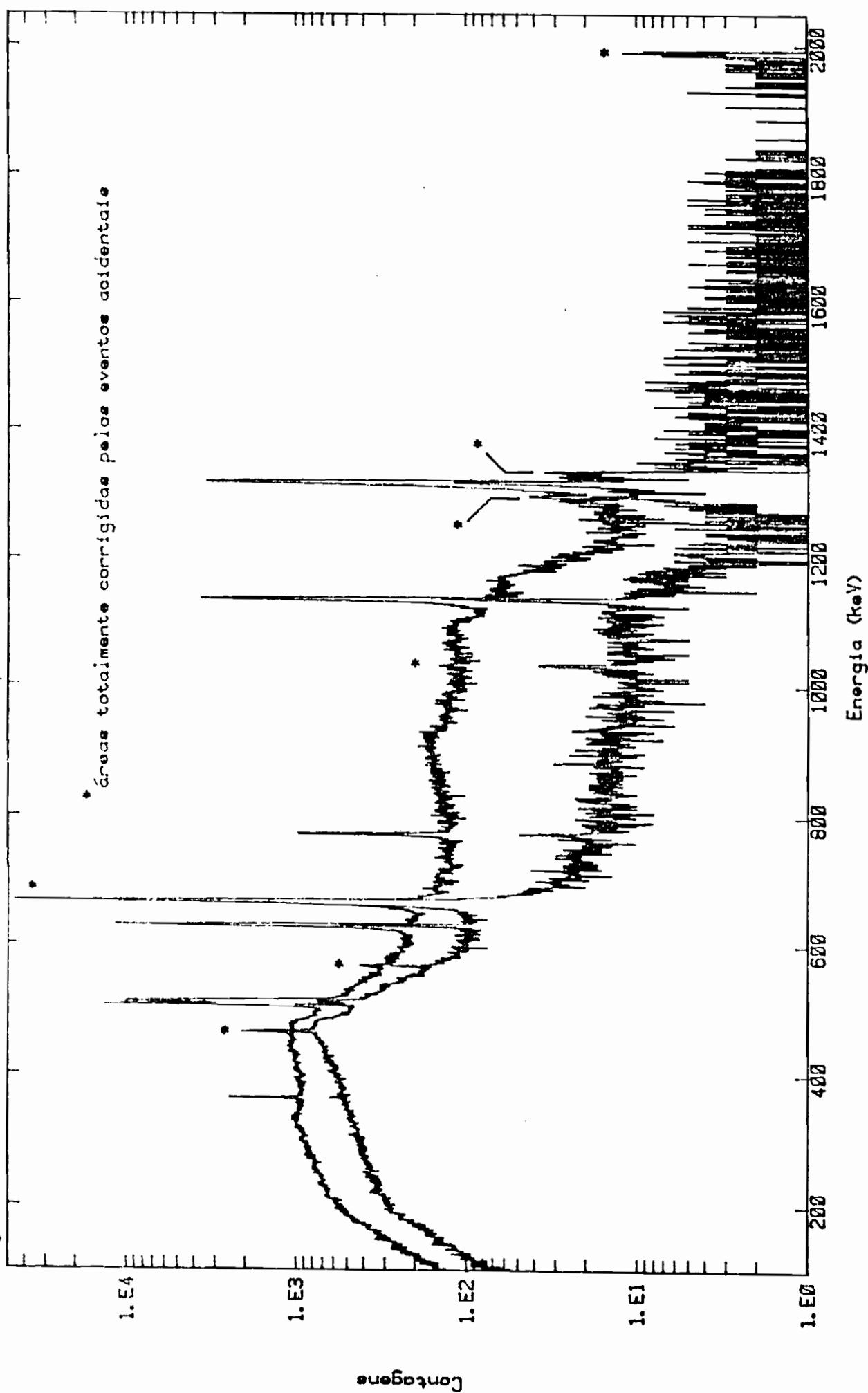


Figura II.4.3.b Ajuste do fotópico de 630 keV em coincidência com o 668 keV.

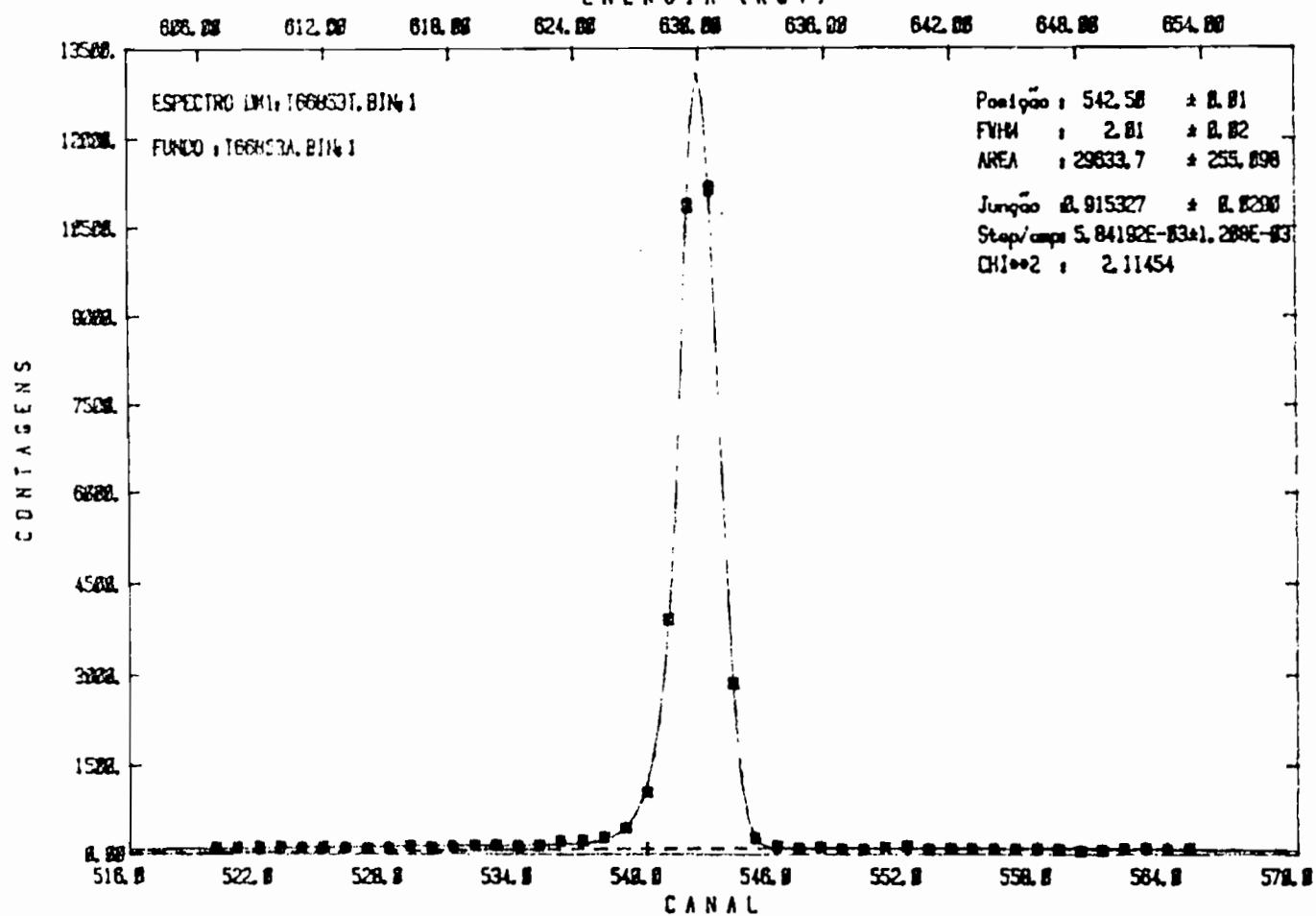
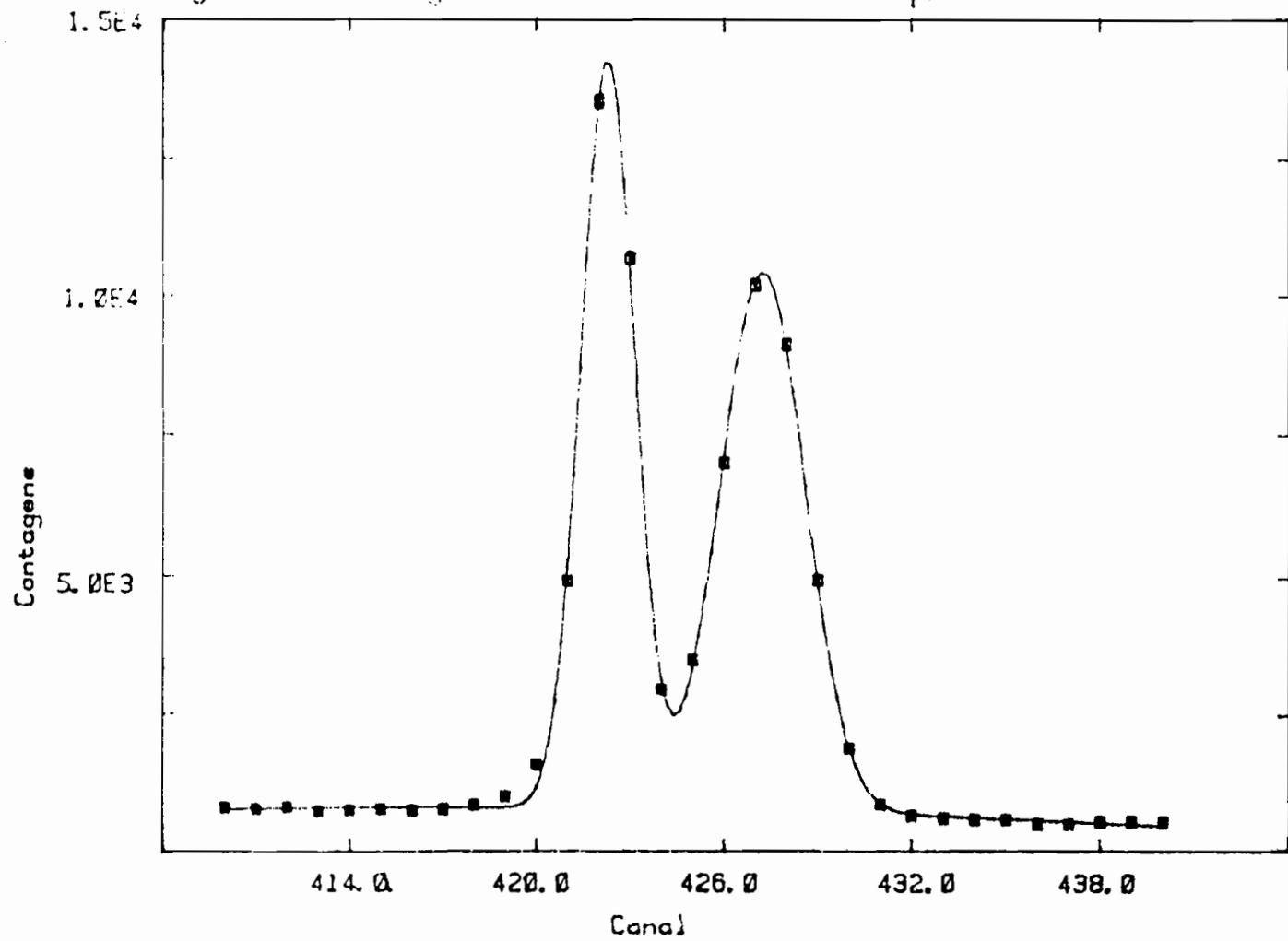


Figura II.4.3.c Ajuste do doubleto 506 keV - Aniq., coincidente com o 668 keV.



apresentam o espectro obtido do fatiamento sobre o fotópico de 668 keV no detector de 53 cc e os detalhes nas regiões de energia dos outros dois. A intensidade de 7,78(57) para o fóton de aniquilação foi obtida a partir de

$$I_{rel}(Aniq.) = 2 I_{rel}(630\text{keV}) \frac{E_{rel}(630\text{keV})}{E_{rel}(Aniq.)} \frac{A^{668}(Aniq.)}{A^{668}(630\text{keV})} W(120^\circ), \text{ II.4.2}$$

onde as definições são as mesmas que na eq. II.4.1 e $W(120^\circ)$ é a função de correlação angular entre os fótons de 630 e 668 keV no ângulo entre os detectores.

Quanto à observação da transição de 664 keV do ^{132}Ba em coincidência com aquela de 464 keV, o dado experimental apresentado pela referência 1 pertence ao trabalho de S.M. Qaim ²⁹). Qaim efetuou seu experimento com dois detectores de Ge(Li) com 30 e 40 cc, de 2,6 keV de FWHM para a energia de 1,33 MeV e um circuito de coincidências do tipo rápido-lento, com um tempo de resolução de 300 ns.

Os espectros em coincidência com a transição de 464 keV, obtidos neste trabalho e por Qaim, são mostrados nas figuras II.4.4.a e b, para a região de interesse. A resolução em tempo deste experimento foi cerca de 20 vezes melhor, em comparação ao de Qaim, com uma estatística também superior. Os espectros obtidos apresentaram uma FWHM de 3,1 e 3,9 keV na região de energia de 1,33 MeV, para os detectores de 104 e 53 cc, respectivamente, sendo que na região de energia de 660 keV, seu valor é 2,1 keV no 104 cc.

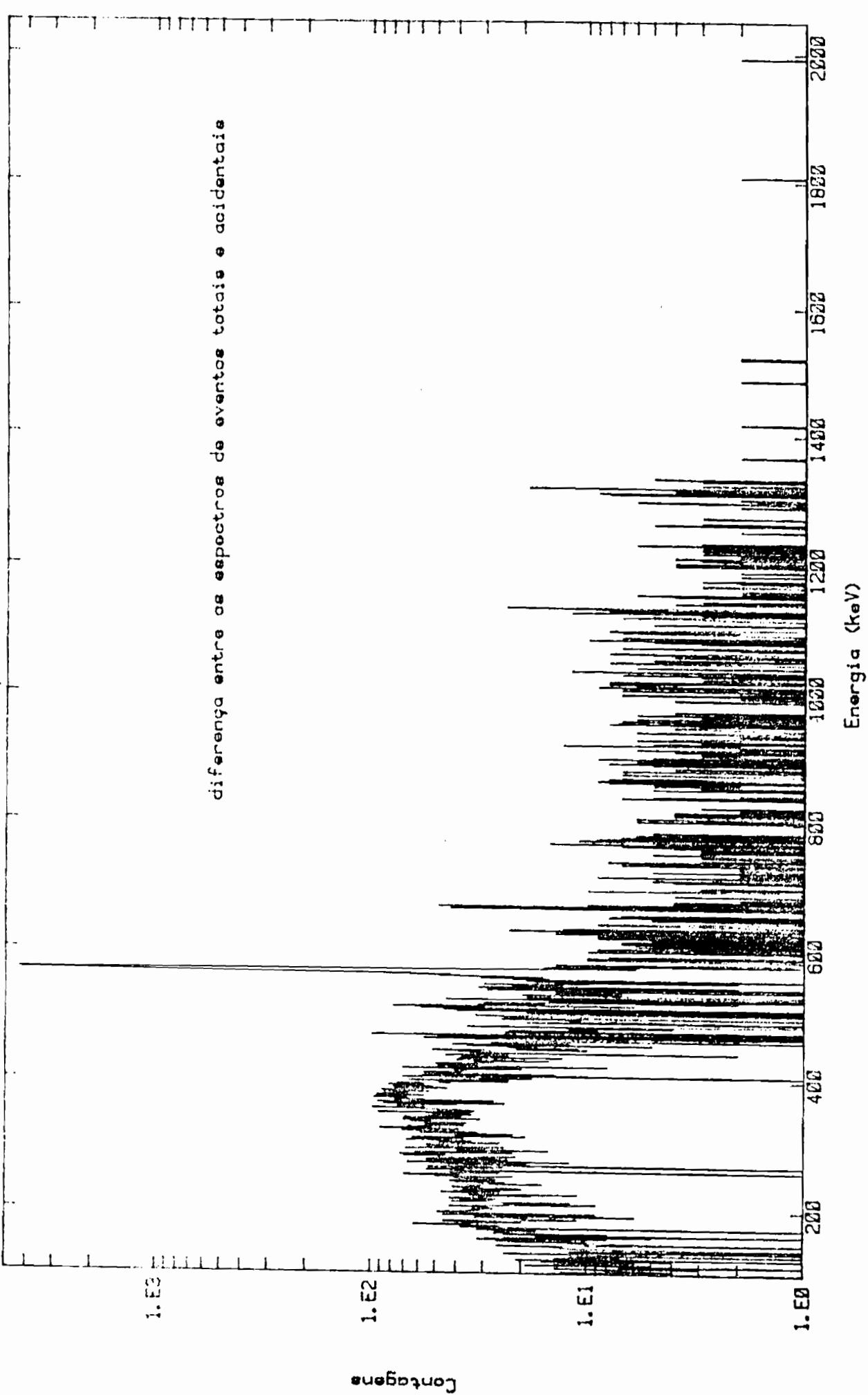
A figura II.4.4.c permite a observação da calibração de energia e da resolução dos espectros de Qaim. Cálculos efetuados sobre a figura indicam uma largura total à meia altura de 4,5 keV para a região de 660 keV.

De acordo com o espectro apresentado por Qaim, a relação entre as áreas dos fotópicos de 567 e 664 keV é de 5,5, que transposta para este experimento representaria um fotópico de 664 keV com cerca de 2000 contagens em uma região de fundo coincidente praticamente nulo.

Este resultado limita a alimentação β^- do estado de 1128 keV a um limite superior de 0,0032 %, com um nível de confiança de 95 % ¹⁴), substancialmente menor. O seu log ft experimental passa a ter um limite inferior de 8,4.

Confirmou-se também a presença de uma pequena quantidade de contaminante, o rubídio, da mesma família

Figura II.4.4.a Eventos em coincidência com o fotópico de 464 keV.



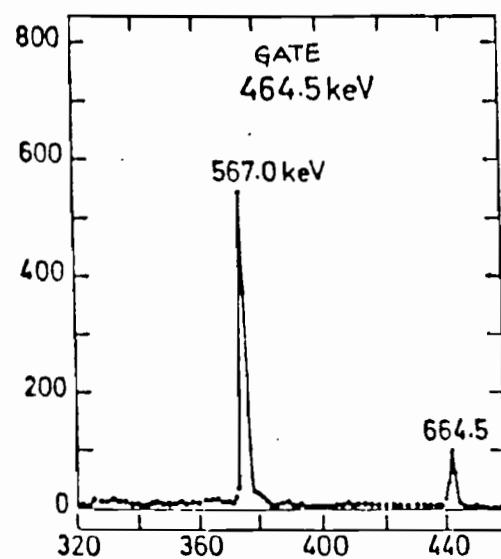


Figura II.4.4.b Espectro coincidente com a transição de 464 keV,
ref. 29.

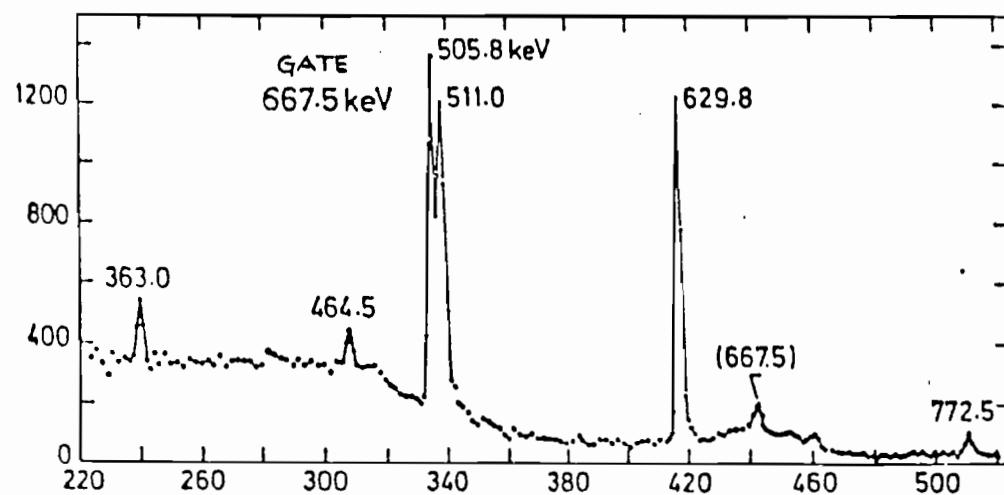
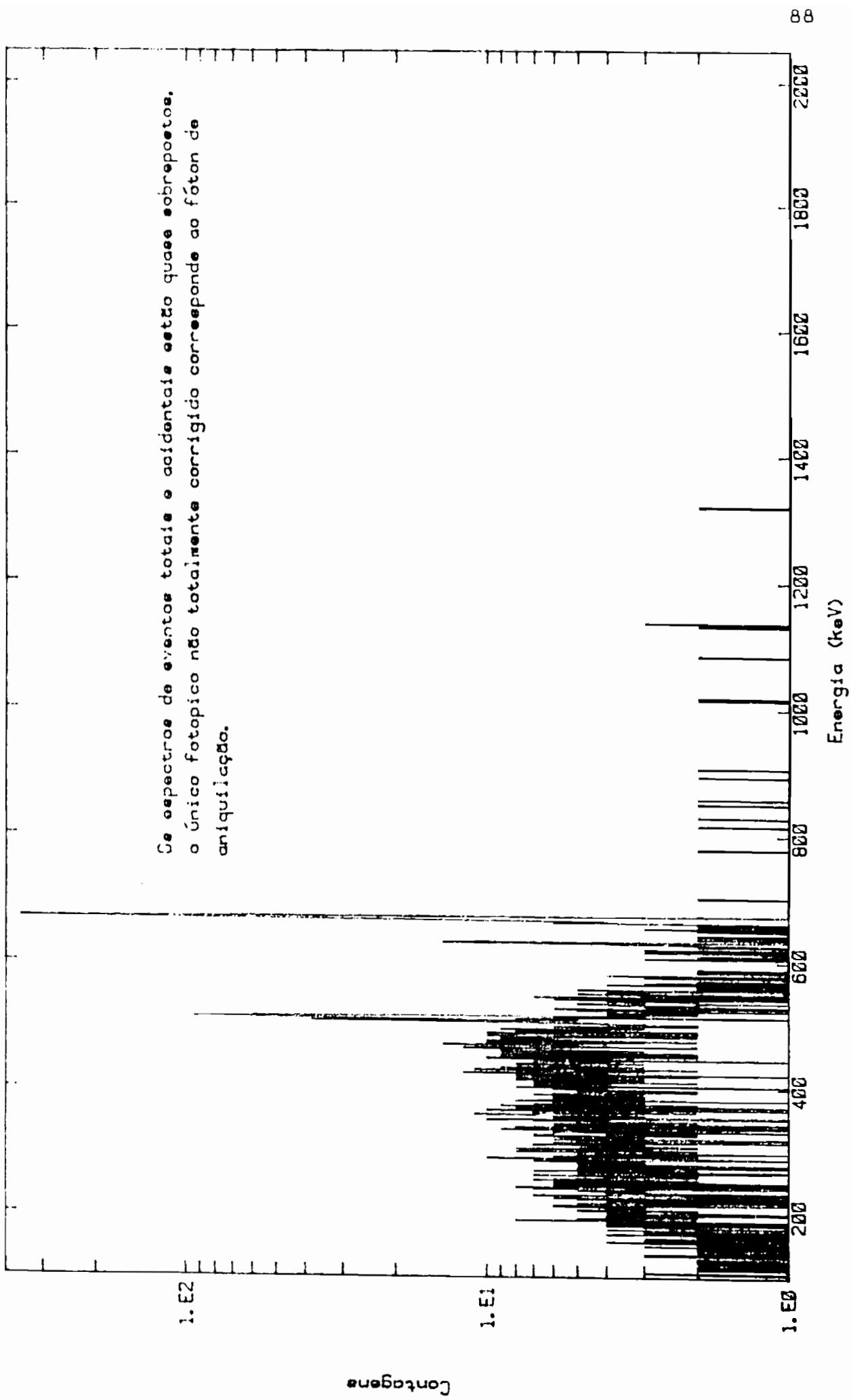


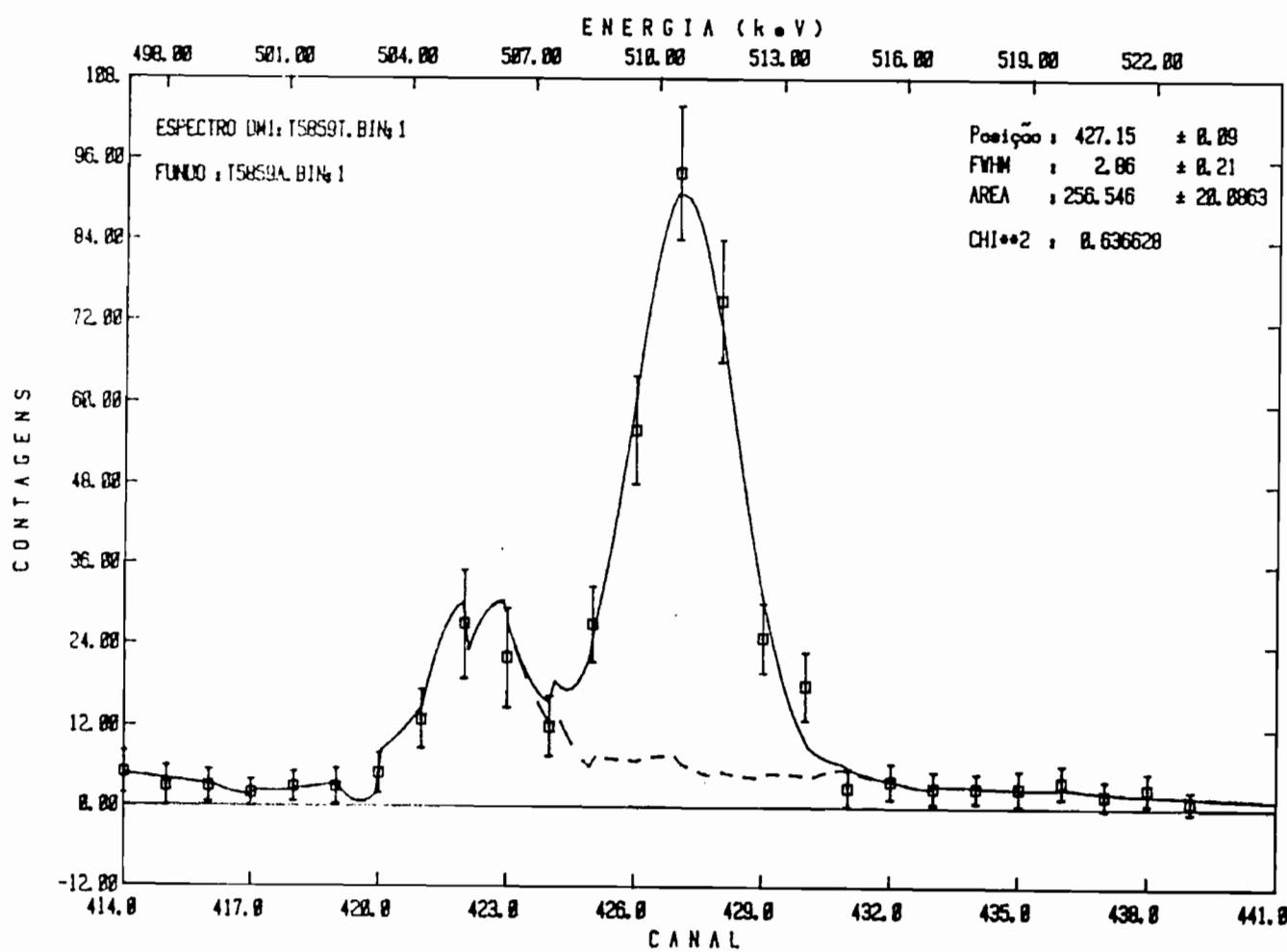
Figura II.4.4.c Espectro da ref. 29, para observação de
energia e resolução.

Figura 11.5. a Eventos em coïncidência com o fotopíco de 862 KeV.



química do césio. Esta confirmação se deu através da verificação da coincidência da gama de aniquilação com a transição de 882 keV, a mais intensa associada ao decaimento do ^{88}Rb . As figuras II.4.5 apresentam o espectro obtido a partir do fatiamento sobre o fotópico de 882 keV no detector de 53 cc e o detalhe na região de energia do fóton de aniquilação.

Figura II.4.5.b Ajuste do fotópico de aniquilação, coincidente com o 882 keV.



III. Aspectos Teóricos

Dentre os modelos nucleares propostos para o estudo dos movimentos coletivos, aquele de Bohr ³⁰) torna-se bastante interessante, uma vez que surgiram formas de solução exata de sua Hamiltoniana quântica ³¹⁻³²) mesmo para situações intermediárias, fora das aproximações de pequenas deformações (limite vibracional) ou deformações elevadas (limite rotacional).

Dotado de caráter mecanicista, o modelo de Bohr tem enorme apelo físico, contendo ingredientes como rotação, vibração, além de mistura de bandas rotacionais e interação rotação-vibração.

A possibilidade de se percorrer continuamente em número de massa os nuclídeos, aplicando-se a sua solução exata é bastante atraente, mesmo não introduzindo aqueles comportamentos nucleares cujas raízes são quânticas (e.g. vibrações de emparelhamento).

O núcleo em estudo apresenta um espectro de energias bastante parecido com um vibrador e mesmo assim algumas de suas velocidades de transição não correspondem a esse comportamento (veja a seção IV.3), fazendo com que alguns autores o denominem "quase esférico" ²⁴). A região de massa à qual ele pertence, $100 < A < 140$, é caracterizada por deformações pouco pronunciadas envolvendo núcleos não muito rígidos. Tais fatos são indicativos de que a aplicação do modelo de Bohr, na formulação de Kumar e Baranger ³¹) pode produzir resultados interessantes, por isso a escolha deste modelo.

III.1 Descrição do Modelo Coletivo de Bohr

Este modelo tem, na literatura, uma enorme variedade de descrições ³⁰⁻³⁵), bastando que nos limitemos a seus pontos essenciais.

O aspecto de uma função do tipo Woods-Saxon para a densidade nuclear de carga (e matéria) revelado nos experimentos de espalhamento de projéteis, especialmente elétrons, com um valor aproximadamente constante em seu interior e uma "superficie" nuclear dotada de certa

difusividade (relativamente pequena para núcleos pesados), pareceram desde o inicio justificar que se imaginasse que tal superficie tem a possibilidade de sofrer modificações, dando origem a uma variedade de movimentos nucleares de caráter coletivo.

Classicamente, as coordenadas utilizadas para a descrição de tais movimentos são encontradas quando se executa a expansão da superficie nuclear em harmônicos esféricos, num referencial com origem no interior do núcleo

$$R(\theta, \varphi, t) = R_0 [1 + \sum_{\lambda \mu} \alpha_{\lambda \mu}(t) Y_{\lambda \mu}^*(\theta, \varphi)], \quad III.1.1$$

$$\lambda = 0, 1, 2, \dots, \quad \mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \lambda,$$

onde $R(\theta, \varphi, t)$ é um ponto de uma superficie efetiva (SE) do núcleo, que pode ser definida como o lugar geométrico dos pontos onde o gradiente da densidade nuclear (de matéria) é máximo; $Y_{\lambda \mu}$ são os esféricos harmônicos de ordem λ e projeção μ ; $\alpha_{\lambda \mu}$ são as coordenadas coletivas associadas ao movimento de multipolaridade λ da SE nuclear ³⁴). Para os $\alpha_{\lambda \mu}$ todos nulos, a superficie é esférica, de raio R_0 .

Recentemente V.M. Strutinsky et al. ³⁷) discutiram a respeito do uso da superficie nuclear como uma coordenada coletiva, concluindo positivamente, ao menos no que concerne aos núcleos pesados.

A própria fundamentação de graus de liberdade coletivos e das variáveis a eles associadas envolve o estudo do núcleo com modelos microscópicos, tendo recebido enorme atenção (veja por exemplo os trabalhos citados no capítulo 2 da referência 38, volume 1 e também o volume 3).

Na expressão III.1.1 é explorada convenientemente a propriedade dos harmônicos esféricos, de constituírem uma base sobre a esfera unitária. Dado que eles são complexos e que os $Y_{\lambda \mu}$ para λ fixo se comportam sob rotação como as componentes de um tensor esférico de ordem ("rank") λ , a expressão III.1.1 foi construída de maneira a representar corretamente o raio nuclear, que é um escalar (ela contém uma soma de produtos escalares de tensores de ordem λ). Da realidade de R decorre que

$$\alpha_{\lambda \mu} = (-)^{\mu} \alpha_{\lambda, -\mu}^*. \quad III.1.2$$

Evidências experimentais indicam que o modo de movimento nuclear predominante é aquele de multipolaridade $\lambda = 2$, ou modo quadrupolar, havendo bem menos indicações de outros modos a baixas energias de excitação (até cerca de 3 MeV).

O estudo do movimento coletivo quadrupolar envolve então, classicamente, cinco variáveis

$$\alpha_{2\mu} \equiv \alpha_\mu, \quad \mu = -2, -1, 0, 1, 2. \quad \text{III.1.3}$$

A figura III.1.1 mostra que este modo de movimento representa a mudança da forma nuclear, passando pela esférica e elipsoidal, de revolução ou não, com orientação espacial dependente do tempo.

Estas coordenadas quadrupolares podem ser obtidas a partir de seus valores β_v no referencial intrínseco do núcleo, cujos eixos coordenados coincidem com os eixos principais do quadrupolo (elipsóide)

$$\alpha_\mu = \sum_v D_{\mu v}^2(\theta, \varphi, \psi) \beta_v, \quad \text{III.1.4}$$

onde θ , φ e ψ são os ângulos de Euler que conectam o referencial intrínseco àquele de laboratório, $D_{\mu v}^2(\theta, \varphi, \psi)$ é um elemento da matriz de rotação de ordem 2, na notação da ref. 30 e eq. III.1.4 representa uma rotação ativa do elipsóide (figura III.1.2). No sistema intrínseco, temos

$$\beta_1 = \beta_{-1} = 0, \quad \beta_2 = \beta_{-2}. \quad \text{III.1.5}$$

De acordo com a ref. 30, definimos as coordenadas polares β e δ através de

$$\beta_c = \beta \cos \delta, \quad \beta_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \delta \quad \text{III.1.6}$$

e para nós será conveniente utilizar

$$\beta_0 \quad \text{e} \quad \beta_{21} = \sqrt{2} \beta_s = \beta \sin \delta. \quad \text{III.1.7}$$

Deste modo, as cinco coordenadas coletivas originais α_μ deram lugar a outras cinco: os três ângulos de Euler θ, φ, ψ que estabelecem a orientação do elipsóide em

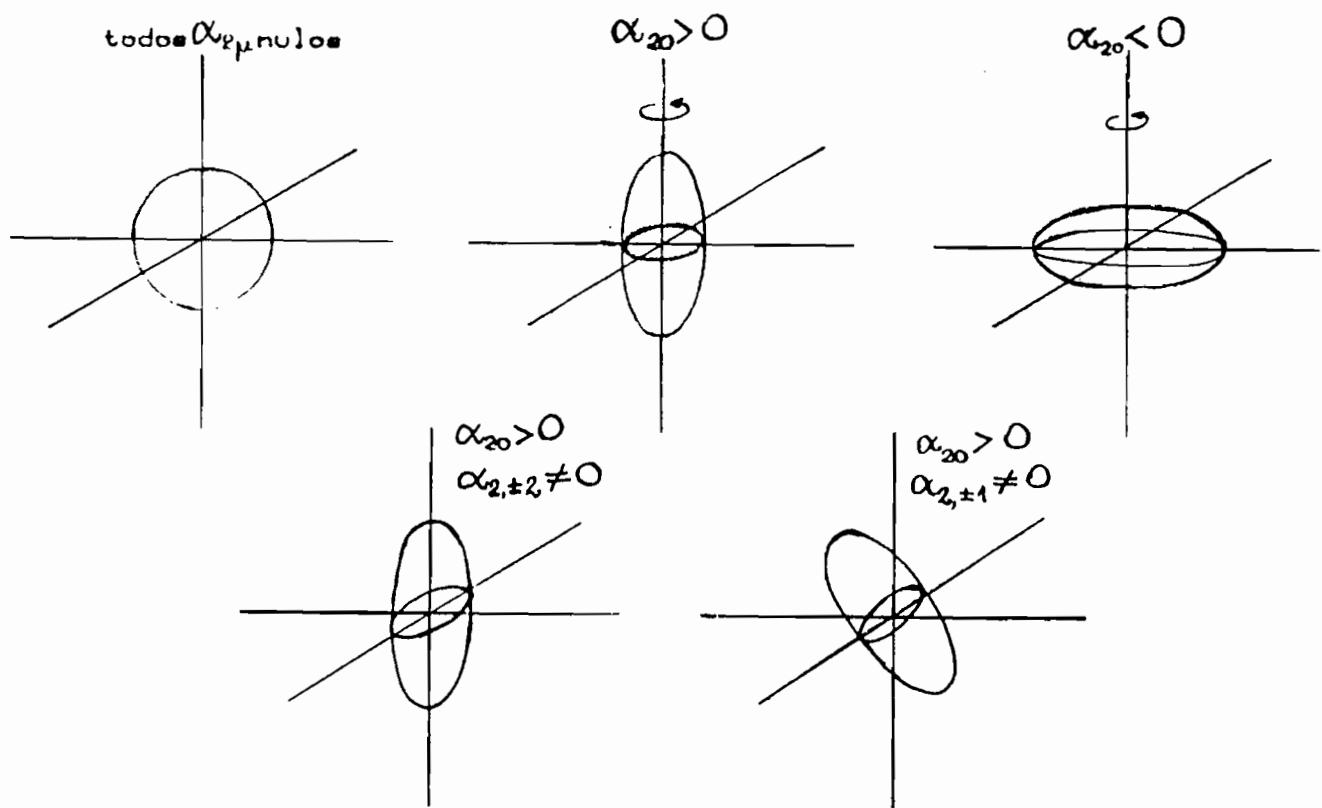


Figura III.1.1 Exemplos de elipsóides com diferentes $\alpha_{2\mu}$.

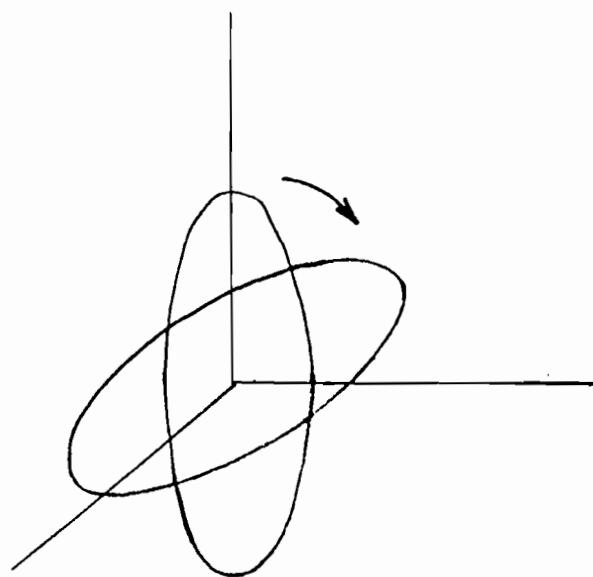


Figura III.1.2 Representação de uma rotação ativa.

relação ao sistema de laboratório e β_0 e β_2 (ou β e γ) que determinam sua forma.

O valor destas coordenadas não é único para uma mesma situação física, ou seja, um elipsóide com uma determinada orientação em relação ao sistema de laboratório. Isto sucede porque uma vez fixada a orientação do elipsóide, há 24 modos possíveis para o estabelecimento de um sistema intrínseco destro ($i \times j = k$):

- a) 6 modos para a colocação do semi-eixo 3 positivo;
- b) para cada escolha (a), há 4 modos para o estabelecimento das outras duas orientações positivas.

Esta multiplicidade de escolha do sistema intrínseco é causada por um certo número de simetrias de rotação e reflexão do elipsóide nuclear. Estas simetrias estarão contidas na Hamiltoniana. No caso quântico, a função de onda coletiva será invariante com respeito às transformações que as representam.

No sistema intrínseco, as coordenadas β_0 e β_2 definem o plano ou domínio de deformação quadrupolar, onde a cada ponto estão associadas uma forma e uma das possíveis orientações (retas) dos seus semi-eixos.

Em termos das coordenadas polares β e γ , os semi-eixos do elipsóide podem ser escritos

$$R_k = R_0 \left[1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \left(\gamma - \frac{2\pi k}{3} \right) \right], \quad k=1,2,3, \quad \text{III.1.8}$$

onde uma permutação entre eles, ocasionada pelas diferentes escolhas do sistema intrínseco, equivale às transformações

$$\gamma \rightarrow \pm \gamma, \quad \frac{\pi}{3} \pm \gamma, \quad -\frac{\pi}{3} \pm \gamma, \quad \text{III.1.9}$$

sem mudança do valor de β .

Assim, o domínio de deformação (β, γ) pode ser dividido em sextantes, onde cada um deles contém todas as possibilidades de deformação quadrupolar.

A tabela III.1.1 e a figura III.1.3 mostram que a origem do plano de deformação ($\beta = 0$) representa a forma esférica, os outros pontos sobre as fronteiras dos sextantes estão associados a elipsóides com simetria de revolução ao

redor de um dos eixos intrínsecos e todos os pontos restantes representam formas triaxiais. Os pontos na figura III.1.3 indicados por cruzes (círculos) representam o mesmo elipsóide, mas com seus eixos principais permutados. Deste modo, basta considerar o primeiro sextante,

$$\beta \geq 0, \quad \gamma \in [0, \pi/3].$$

III.1.10

Nestas coordenadas, a Hamiltoniana coletiva (clássica) para o movimento quadrupolar pode ser escrita

$$H_{\text{col}} = V(\beta_0 \beta_2) + \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} B_{\mu\nu} (\beta_0 \beta_2) \dot{\beta}_\mu \dot{\beta}_\nu + \frac{1}{2} \sum_k J_k (\beta_0 \beta_2) \omega_k^2, \quad \text{III.1.11}$$

$\mu, \nu = 0, 2', k = 1, 2, 3,$

onde V é a energia potencial de deformação nuclear, o segundo termo à direita representa a energia cinética vibracional, com parâmetros inerciais $B_{\mu\nu}$ e o último termo é a energia cinética de rotação ao redor dos eixos próprios do elipsóide, com J_k e ω_k os momentos de inércia e velocidades angulares em relação a esses eixos, respectivamente.

Tabela III.1.1 Comprimento dos semi-eixos R_k , em unidades do raio médio R_0 , para valores escolhidos do ângulo γ sobre as fronteiras entre os sextantes e $\delta = \sqrt{5/4\pi}\beta$ fixo.

γ (°)	R_1	R_2 (R_0)	R_3
0	$1 - 1/2\delta$	$1 - 1/2\delta$	$1 + \delta$
60	$1 + 1/2\delta$	$1 - \delta$	$1 + 1/2\delta$
120	$1 + \delta$	$1 - 1/2\delta$	$1 - 1/2\delta$
180	$1 + 1/2\delta$	$1 + 1/2\delta$	$1 - \delta$
240	$1 - 1/2\delta$	$1 + \delta$	$1 - 1/2\delta$
300	$1 - \delta$	$1 + 1/2\delta$	$1 + 1/2\delta$

Como esperado, a energia potencial de deformação e os seis parâmetros inerciais presentes em H_{col} dependem apenas das coordenadas de deformação, não sendo necessária a presença explícita dos ângulos de Euler.

O próximo passo envolve a quantização da Hamiltoniana de Bohr, obtendo-se assim a equação de Schrödinger correspondente.

Muito embora não haja uma prescrição única para a quantização, só existe uma que conduz à equação quântica correta, cuja solução Ψ é a função de onda usual ³⁸): a que produz corretamente a expressão do laplaciano (associado à energia cinética) nas coordenadas utilizadas. A prescrição seguida é aquela dita de Pauli ³⁹), mas que foi anteriormente proposta por Podolsky ⁴⁰), onde a energia cinética clássica

$$\tilde{T}_{cl} = \frac{1}{2} \sum_{mn} G_{mn}(q) \dot{q}_m \dot{q}_n \quad III.1.12$$

produzirá o operador quântico \hat{T} segundo

$$\hat{T} = -\frac{1}{2} |G|^{-1/2} \sum_{mn} \frac{\partial}{\partial q_m} |G|^{1/2} G^{mn} \frac{\partial}{\partial q_n} \quad (\hbar=1), \quad III.1.13$$

onde q_m são as coordenadas, \dot{q}_m as velocidades, G é o determinante do tensor de inércia G_{mn} e G^{mn} o tensor inverso. Note-se que III.1.13 envolve o laplaciano em coordenadas curvilineas ⁴¹).

A aplicação desta prescrição à energia cinética vibracional e a substituição do termo de rotação por

$$\hat{T}_{rot} = \sum_k \frac{\hat{I}_k^2}{2J_k}, \quad III.1.14$$

onde \hat{I}_k é o operador associado à componente k do momento angular total \hat{I} em relação ao sistema intrínseco, produzem a Hamiltoniana quântica.

No caso geral a Hamiltoniana adquire uma forma complicada, mas no limite de pequenas deformações, os parâmetros iniciais tendem a ³⁰⁺³³⁾

$$B_{\mu\nu}(\beta, \gamma) = \begin{cases} B, & \mu=\nu \\ 0, & \mu \neq \nu \end{cases}, \quad J_k(\beta, \gamma) = 4B\beta^2 \sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi k}{3}\right), \quad III.1.15$$

onde B é uma constante e \hat{H}_{tot} pode ser escrita como

$$\hat{H}_{\text{col}} = \gamma^0(\beta, \gamma) - \frac{1}{2B} \left(\beta^{-4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \beta^2 (\Delta m \beta)^{-1} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin \beta \frac{\partial}{\partial \gamma} \right) + \sum_k \frac{\hat{I}_k^2}{2J_k}. \quad \text{III.1.16}$$

As funções de onda que são soluções da Hamiltoniana coletiva em qualquer caso, dependem das cinco coordenadas, θ , φ , ψ , β e γ . A dependência dos momentos de inércia J_k nas variáveis de deformação β e γ não permite a separação da solução em um produto do tipo

$$\Psi_{\alpha IM} = f_{VIB}(\beta, \gamma) g_{ROT}(\theta, \varphi, \psi), \quad \text{III.1.17}$$

mas ainda pode ser executada uma expansão nestes produtos, utilizando a base rotacional generalizada (BRG). Esta última é dada por

$$\Psi_{\alpha IM} = \sum_{K>0} A_{\alpha I K}(\beta, \gamma) \Phi_{MK}^x(\theta, \varphi, \psi), \quad \text{III.1.18}$$

onde α são números quânticos adicionais, necessários para a identificação do estado (e.g. número de fôons e tipo de fônon) e $\Phi_{MK}^x(\theta, \varphi, \psi)$ é uma combinação convenientemente simetrizada em K e $-K$ dos elementos D_{MK}^x da matriz de rotação de ordem I (veja a eq. III.2.3), que são as autofunções associadas ao movimento de rotação do peão simétrico quântico.

A interpretação física pode ser dada quando se examina o momento angular total. Este pode ser escrito

$$\vec{I} = \vec{R}_{ROT} + \vec{R}_{VIB} \quad \text{III.1.19}$$

onde \vec{R}_{ROT} (\vec{R}_{VIB}) é o momento angular associado à rotação (vibração).

Quando o núcleo é dotado de simetria de rotação ao redor de um eixo, por exemplo o eixo 3, rotações ao redor deste conduzem a um estado quântico idêntico ao original, não havendo energia associada a esta rotação (e nem momento angular) e \vec{R}_{ROT} é perpendicular ao eixo 3. Já \vec{R}_{VIB} não sofre restrição, podendo estar orientado em qualquer direção e a vibração será a única responsável pela componente K do momento angular total. A figura III.1.4 ilustra esta situação, onde são denominadas M e K as projeções do momento

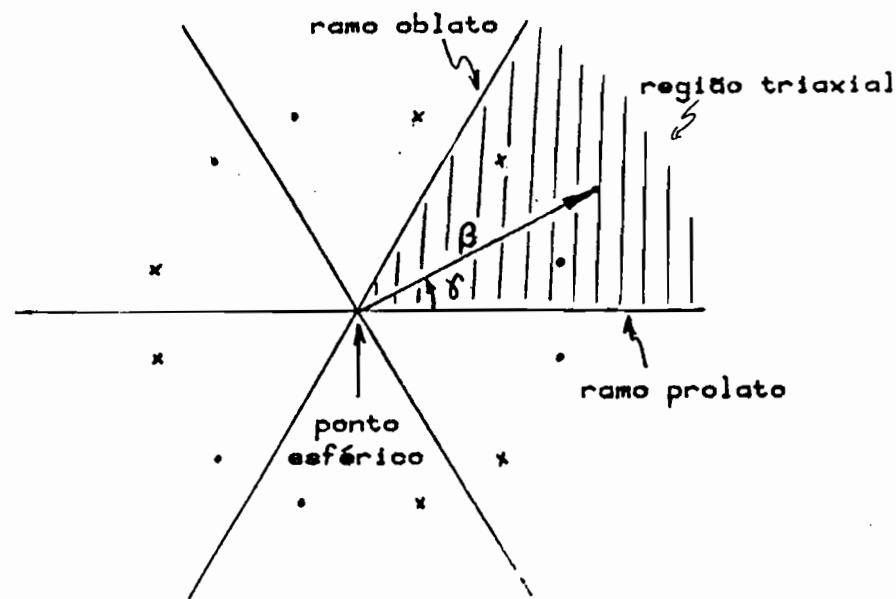


Figura III.1.3 Plano de deformação quadrupolar, onde cruzes (pontos) representam a mesma situação física.

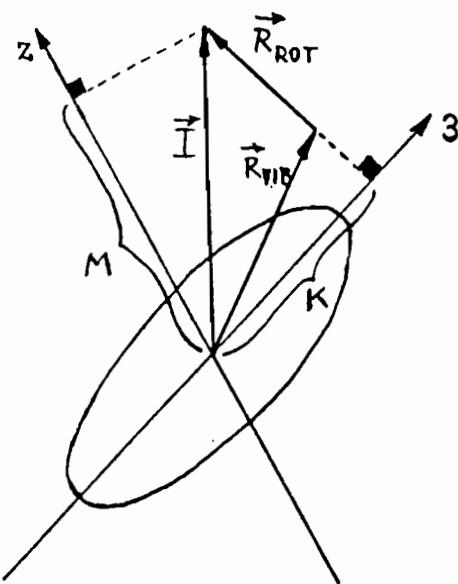


Figura III.1.4 Adição de momentos angulares de núcleo axialmente simétrico.

angular total em relação ao eixo z do sistema de laboratório e ao eixo 3 do sistema intrínseco, respectivamente.

Nestas circunstâncias, se os momentos de inércia não dependerem de β e γ , a função de onda coletiva pode ser escrita

$$\Psi_{\alpha IMK} = f_{\alpha I K}(\beta \gamma) \Phi^I_{MK}(\theta, \varphi, \psi).$$

III.1.20

O espectro proveniente de uma tal dinâmica nuclear é constituído de estados vibracionais, com um valor de K bem definido e sobre estes estados encontram-se bandas rotacionais, classificadas por este valor de K.

Quando o núcleo é triaxial, ou seja, quando a simetria de revolução ao redor do eixo 3 intrínseco é quebrada, a restrição sobre a componente 3 de \vec{R}_{rot} desaparece, K deixa de ser um bom número quântico e não pode mais ser usado para classificar as bandas anteriores.

Nos casos solucionados pelo método descrito na seção III.2 observou-se que a mistura de K's não é pronunciada e o esquema classificatório ainda vale, de modo aproximado.

A função de onda correspondente ao elipsóide triaxial que pode vibrar e executar movimento de rotação pode ser escrita de várias maneiras. Uma maneira sugestiva envolve a escrita de uma função de onda onde autofunções de \vec{R}_{vir} e \vec{R}_{rot} são acopladas para produzi-la. Deste modo, teríamos uma estrutura similar àquela onde são acoplados dois momentos angulares, surgindo os coeficientes de Clebsch-Gordan necessários. No entanto, uma forma mais difundida faz uso da BRG, eq. III.1.18, que tem o aspecto de uma função de onda na forma desacoplada, nesta analogia.

A função de onda III.1.18 pode também ser utilizada no caso presente, onde os momentos de inércia têm uma dependência em β e γ , além de estar fora dos limites de pequenas ou grandes deformações.

III.2 Solução da Hamiltoniana de Bohr na Forma de Kumar e Baranger (K&B)

III.2.1 Método de Solução

O método de solução da Hamiltoniana de Bohr desenvolvido por K&B³¹) receberá aqui uma descrição rápida.

Uma vez escolhida a forma de escrita da função de onda coletiva, eq. III.1.18, os autoestados de \hat{H}_{col} são encontrados através de um método variacional, onde se minimiza o valor de

$$\langle \Psi_{\alpha IM} | \hat{H}_{col} | \Psi_{\alpha IM} \rangle = \int d\delta \sum_{kk'>0} A_{\alpha ik}^* \hat{\Phi}_{mk}^{*I} \hat{H}_{col} \hat{\Phi}_{mk'}^I A_{\alpha ik'} \quad \text{III.2.1}$$

com o vínculo

$$\langle \Psi_{\alpha IM} | \Psi_{\alpha IM} \rangle = 1 \quad \text{III.2.2}$$

e onde

$$\hat{\Phi}_{mk}^I(\Theta\varphi\Psi) = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{k0})}} [D_{mk}^I(\Theta\varphi\Psi) + (-)^I D_{m-k}^I(\Theta\varphi\Psi)] \quad \text{III.2.3}$$

\hat{H}_{col} é a forma quântica geral de III.1.11,

$$\begin{aligned} \hat{H}_{col} &= \hat{T}_{vib} + \hat{T}_{rot} + \gamma \theta \\ &= -\frac{1}{2} |G'|^{-1/2} \sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial \beta_\mu} |G'|^{1/2} G^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial \beta_\nu} + \sum_k \frac{\hat{I}_k^2}{2J_k} + \gamma \theta, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, \\ &\quad k = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad \text{III.2.4}$$

onde o tensor de inércia completo G_{mn} é apresentado na tabela III.2.1 e G^{mn} é o elemento de matriz do inverso do tensor de inércia associado ao movimento de vibração, dado por

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} G_{00} & G_{01} & G_{02} \\ G_{10} & G_{11} & G_{12} \\ G_{20} & G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{B_{00}B_{22}-B_{11}^2} \begin{pmatrix} B_{2121} - B_{02} & \\ -B_{02} & B_{00} \end{pmatrix}. \quad \text{III.2.5}$$

O tensor G_{mn} da tabela III.2.1 é obtido quando se faz a hipótese de que a energia cinética só admite termos quadráticos nas velocidades. Este tensor permite escrever o elemento de volume $d\delta$ presente na eq. III.2.1 como



G_{mn}	$\dot{\theta}$	$\dot{\phi}$	$\dot{\psi}$	$\dot{\beta}_0$	$\dot{\beta}_3$
$\dot{\theta}$	$J_1 \sin^2 \varphi + J_3 \cos^2 \varphi$	$(J_3 - J_1) \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi$	0	0	0
$\dot{\phi}$	$(J_3 - J_1) \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi$	$(J_1 \cos^2 \varphi + J_3 \sin^2 \varphi) \sin^2 \theta$ $+ J_3 \cos^2 \theta$	$J_3 \cos \theta$	0	0
$\dot{\psi}$	0	$J_3 \cos \theta$	J_3	0	0
$\dot{\beta}_0$	0	0	0	B_{00}	B_{03}
$\dot{\beta}_3$	0	0	0	$B_{03'}$	$B_{33'}$

Tabela III.2.1 Tensor de inércia.

$$d\tilde{\theta} = \sin \theta d\theta d\varphi d\Psi d\tilde{\theta}'$$

III.2.6

com

$$d\tilde{\theta}' = |G'(\beta_0 \beta_2')|^{1/2} d\beta_0 d\beta_2'$$

III.2.7

e

$$G'(\beta_0 \beta_2') = (B_{00} B_{22'} - B_{02'}^2) J_1 J_2 J_3,$$

III.2.8

onde a parte angular é a usual, nos ângulos de Euler e $d\tilde{\theta}'$ só depende de β e $\tilde{\theta}'$. A separação do tensor de inércia em duas submatrizes (uma associada à rotação e outra à vibração) e a presença dos momentos de inércia de forma multiplicativa permitirão a integração prévia nos ângulos de Euler em III.2.1, como será visto a seguir.

O elemento de matriz III.2.1, separado nas diversas partes que o constituem, se escreve

$$\int d\tilde{\theta}' \sum_k |A_{\alpha I K}(\beta_0 \beta_2')|^2 \rho(\beta_0 \beta_2') +$$

III.2.9.a

$$+ \int d\tilde{\theta}' \sum_{k \mu \nu} G^{\mu \nu} \partial_\mu A_{\alpha I K}^* \partial_\nu A_{\alpha I K} +$$

III.2.9.b

$$+ \int d\tilde{\theta}' \sum_{K K'} A_{\alpha I K}^* \langle \hat{\Phi}_{\mu k}^I | \hat{T}_{\text{rot}} | \hat{\Phi}_{\mu k'}^I \rangle A_{\alpha I K'},$$

III.2.9.c

com os resultados possíveis da integração nos ângulos de Euler sendo

$$\langle \hat{\Phi}_{\mu k}^I | \hat{T}_{\text{rot}} | \hat{\Phi}_{\mu k}^I \rangle = a I(I+1) + b k^2, \quad \text{III.2.10.a}$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{\Phi}_{\mu k}^I | \hat{T}_{\text{rot}} | \hat{\Phi}_{\mu k+2}^I \rangle &= \langle \hat{\Phi}_{\mu k+2}^I | \hat{T}_{\text{rot}} | \hat{\Phi}_{\mu k}^I \rangle = \\ &= c [(1+\delta_{k0})(I+k+2)(I+k+1)(I-k)(I-k-1)]^{1/2}, \end{aligned} \quad \text{III.2.10.b}$$

onde

$$a(\beta_0 \beta_2') = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right),$$

III.2.11.a

$$b(\beta_0 \beta_2') = \frac{1}{2J_3} - a(\beta_0 \beta_2')$$

III.2.11.b

e

$$C(\beta_0 \beta_2) = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{J_1} - \frac{1}{J_2} \right). \quad \text{III.2.11.c}$$

O domínio de integração de III.2.9 é o plano de deformação (β_0, β_2) ou (β, δ) bastando, como já apontado, executá-la no primeiro sextante, hachurado na figura III.1.3:

$$\beta \geq 0 \text{ e } \delta \in [0, \pi/3] \quad \text{III.1.10}$$

A região de interesse do domínio de deformação foram associadas duas grades triangulares e os valores das funções de onda $A_{\alpha \kappa k}(\beta, \delta)$ em seus pontos são os parâmetros variacionais do cálculo.

As figuras III.2.1 apresentam as duas grades e a sua unidade básica. Dentro da unidade básica, a função de onda é aproximada por um parabolóide, completamente determinado por seus valores nos seis pontos denominados A até F. No interior deste triângulo, a integral de uma função (qualquer) $f(\beta_0, \beta_2)$ depende apenas de seus valores nos pontos A, B e C, na aproximação paraboloidal,

$$\iint f(\beta_0, \beta_2) d\beta_0 d\beta_2 \cong \frac{\sqrt{3}}{3} s^2 (f_A + f_B + f_C), \quad \text{III.2.12}$$

e os pontos D, E e F não entram na conta. Os pontos que entram na equação III.2.12 pertencem à grade I, que é composta por triângulos e hexágonos de lado s (veja a figura III.2.1.a). Os pontos restantes serão necessários apenas no termo III.2.9.b, o valor esperado da energia cinética de vibração, que envolve derivadas dos $A_{\alpha \kappa k}$ em relação a β_0 e β_2 . Esta segunda classe de pontos é necessária apenas para a minimização da energia cinética vibracional (suavização da função de onda) e compõe a grade II, dos triângulos equiláteros de lado $2s$ (veja a figura III.2.1.b).

Nesta aproximação, o problema foi convertido num problema matricial, onde se procura minimizar a forma

$$\langle \Psi_{\alpha \kappa M} | \hat{H}_{\text{col}} | \Psi_{\alpha \kappa M} \rangle \cong \sum_{ii'} A_i^* H_{ii'} A_{i'}, \quad \text{III.2.13}$$

onde i (i') é um índice que denota a posição no plano de deformação e a componente K da função de onda. $H_{ii'}$ contém

não só o operador \hat{H}_{col} , mas também o elemento de volume de integração, que surgirá nas expressões que representam a normalização da função de onda e o problema de autovalores, como uma função-peso, F_i . Devido à forma de III.2.12, os F_i só precisam ser calculados nos pontos pertencentes à grade I. A expressão para a normalização é

$$\langle \Psi_{\alpha_{IM}} | \Psi_{\alpha_{IM}} \rangle \cong \sum_i |A_i|^2 F_i \quad \text{III.2.14}$$

e o problema de autovalores se escreve

$$\sum_i H_{ii} |A_i\rangle = E F_i |A_i\rangle \quad \text{III.2.15}$$

Desta última expressão, nota-se que o problema de autovalores para H não é um problema genuíno de diagonalização, devido à presença da função-peso F , que conterá também uma parte nula, correspondente aos pontos do domínio que estão sobre a grade II. Cabe ressaltar que este pode ser convertido num problema de autovalores, se houver interesse.

Do mesmo modo que os F_i , os parâmetros iniciais e a energia potencial de deformação (veja a eq. III.1.11 e o comentário que a sucede) só precisam ser conhecidos nos pontos da grade I. Estes são calculados a partir de uma teoria microscópica conveniente para o movimento coletivo quadrupolar, descrita na seção III.2.2 a seguir.

A solução, na forma das amplitudes de deformação $A_{\alpha_{IK}}$, é obtida através do método de Rayleigh ³¹), que permite determinar o número necessário de autoestados de energia mais baixa associados ao momento angular I.

O operador \hat{G}_{rot} é o único que tem condições de misturar partes da função de onda com $\Delta K = 0$ e ± 2 (eqs. III.2.10). Isto significa que as funções de onda podem ser expandidas em componentes com paridade K bem definida, que não se misturam e dependendo das simetrias do sistema em estudo, apenas uma classe destas componentes é necessária. O exame dessas simetrias, juntamente com o fato de que os estados fundamentais dos núcleos par-par têm momento angular e paridade 0^+ , mostra que os K's fisicamente plausíveis são pares. A tabela III.2.2 mostra os K's possíveis para os momentos angulares I até 6, onde se pode observar que

estados com momento angular total 1 e paridade positiva fogem à descrição deste modelo.

O resultado do método numérico, para cada estado nuclear, são tabelas das amplitudes de deformação $A_{\alpha i k}$ em função da deformação β , γ . Um exemplo pode ser visto na figura III.2.2, para o primeiro estado 2^+ da ^{194}Pt ³¹.

Tabela III.2.2

I	K possíveis
0	0
1	impossível
2	0, ± 2
3	± 2
4	0, ± 2 , ± 4
5	± 2 , ± 4
6	0, ± 2 , ± 4 , ± 6

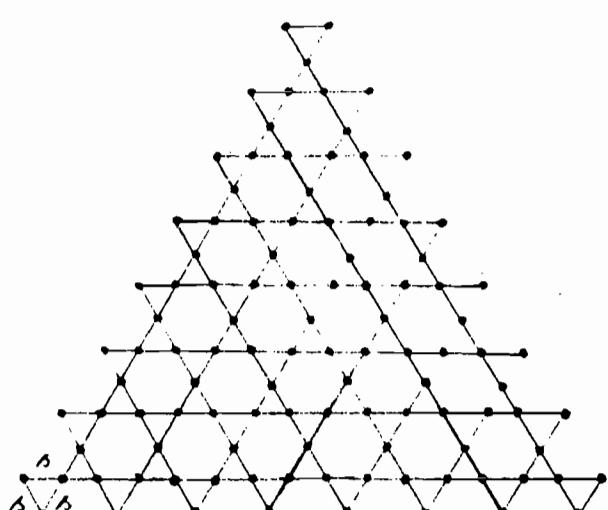
III.2.2 Obtenção da Função de Onda Intrínseca e dos Parâmetros que fazem parte da Hamiltoniana Coletiva

1. Introdução

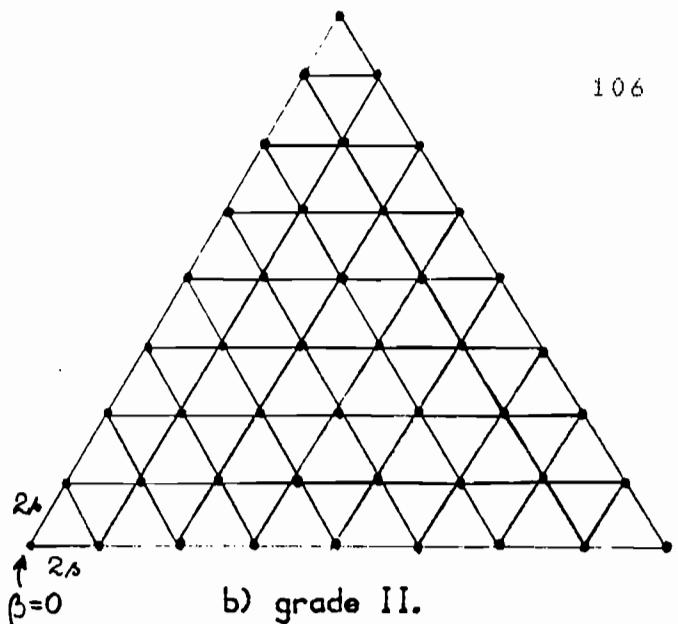
Os parâmetros iniciais e a energia potencial de deformação presentes na Hamiltoniana coletiva (eq. III.2.4), são obtidos com a teoria de Hartree-Bogolyubov Dependente do Tempo, na Aproximação Adiabática (ATDHB).

As etapas deste cálculo são as seguintes:

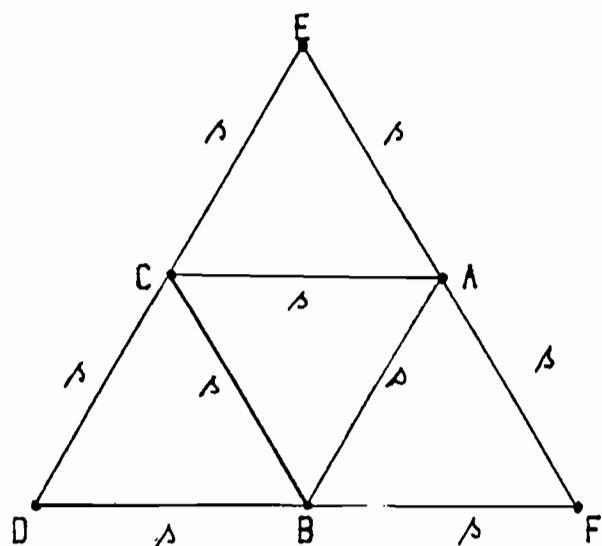
- a) constrói-se a Hamiltoniana \hat{H}_0 de muitos corpos com uma interação residual;
- b) ao invés de substituir as equações da transformação generalizada de Bogolyubov (TGB) ⁴² na Hamiltoniana, constrói-se uma matriz densidade generalizada, $\hat{\rho}$, onde foi duplicada a sua ordem, para possibilitar o tratamento equivalente dos operadores de criação e aniquilação (veja a seção 2, a seguir) ou seja, as excitações de partícula e buraco;



a) grade I.



b) grade II.



c) triângulo elementar de integração.

Figura III.2.1 Grades I e II e elemento básico de integração.

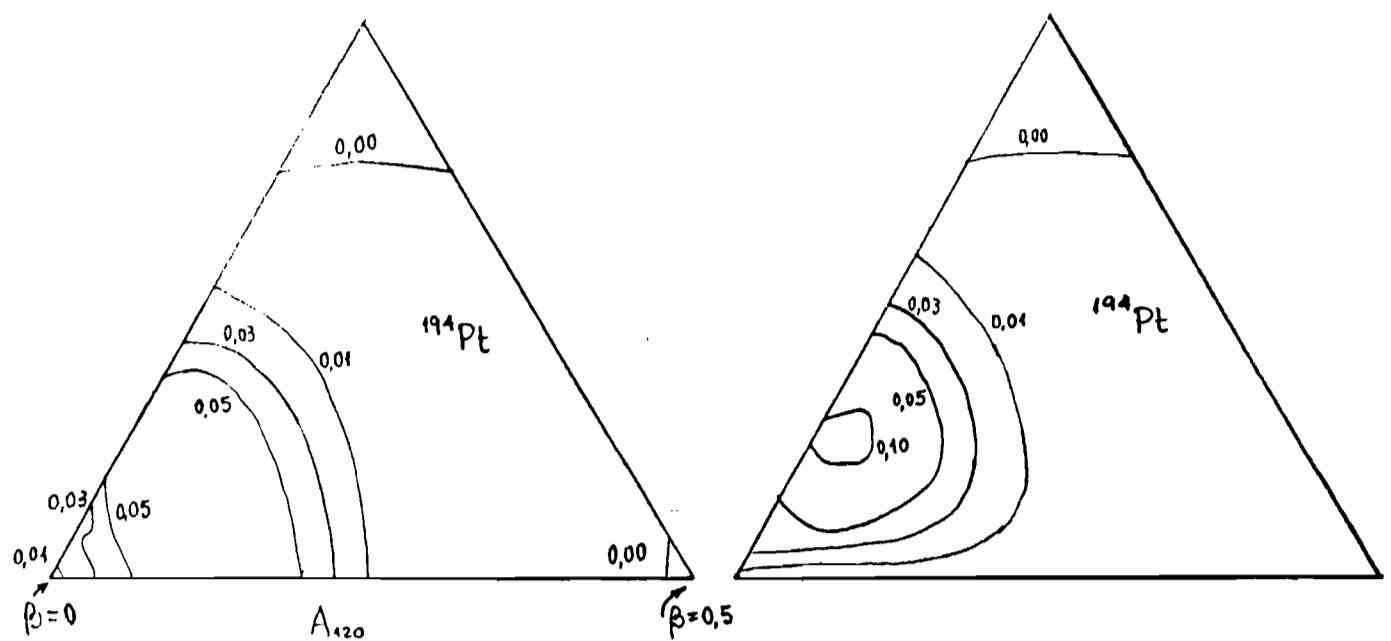


Figura III.2.2 Amplitudes de deformação do estado $2^+(1)$ da ^{194}Pt , ref. 31.

c) a partir da matriz densidade produz-se o potencial de Hartree, \tilde{W} , onde a deformação nuclear surge na forma de um campo médio;

d) garante-se a autoconsistência dependente do tempo, através da solução da equação de movimento para a matriz densidade \tilde{R} no potencial \tilde{W} , exigindo-se que este potencial seja gerado por \tilde{R} ;

e) assume-se que a variação do potencial é lenta em relação às frequências de partícula e se faz uso da teoria de perturbações adiabáticas na forma dada por Schiff⁴³⁾ até segunda ordem. Isto produz a função de onda nuclear intrínseca, que será função das coordenadas dos nucleons, da deformação β e δ , mas não dos números quânticos associados ao movimento coletivo, I, M e K;

f) toma-se o valor esperado da Hamiltoniana de muitos corpos para esta função de onda, obtendo-se a energia potencial coletiva e os parâmetros inerciais associados aos movimentos de rotação e vibração, todos dependentes da deformação;

g) o cálculo completo, (a)-(f), é feito para diversos valores da deformação, associada ao campo médio de Hartree, executando-se um mapeamento das quantidades que interessam.

A função de onda intrínseca final, X , será uma combinação linear daquelas obtidas para cada deformação. A interação residual utilizada é emparelhamento mais quadrupolo (PPQ) e esta função de onda corresponderá a um estado de zero quase-partículas construído a partir de estados deformados de nêutrons e prótons próximos à superfície de Fermi.

A função de onda completa será então escrita

$$|\alpha IM\rangle = X(r_i, \beta, \gamma) \Psi_{\alpha IM}(\theta \varphi \psi \beta \gamma). \quad \text{III.2.16}$$

A motivação para o uso deste cálculo reside em sua não linearidade, que permite uma descrição mais precisa dos efeitos observados nos espectros vibracionais (e.g. a razão de energias entre os estados 4^+_1 e 2^+_1 , $E_4/E_2 \approx 2,2$), o que não é o caso da aproximação RPA. A interação residual PPQ

utilizada, embora esquemática, retém aspectos essenciais da interação nucleon-nucleon e é de manuseio fácil, simplificando diversas das etapas descritas, como mostrado a seguir.

Cabe ressaltar que caso seja pretendida uma abordagem mais fundamental este não é o caminho, mas a dimensão que o problema assume é bem maior.

2. O Modelo de Emparelhamento mais Quadrupolo (PPQ)

A Hamiltoniana de muitos corpos, com interação residual pode ser escrita

$$\hat{H} = \sum_{\alpha} E_{\alpha} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\alpha} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma}, \quad \text{III.2.17}$$

no formalismo de segunda quantização. Os estados de um corpo que compõem a base são aqueles do modelo de camadas esférico, onde as letras gregas representam os números quânticos usuais,

$$\alpha \in n l j m \sigma \quad \text{III.2.18}$$

onde σ é a componente 3 do spin isotópico.

E_{α} são as energias de partícula e são utilizadas as funções de onda do oscilador harmônico isotrópico, com parâmetros de comprimento diferentes para prótons e nêutrons.

O termo de interação se escreve

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = -G_{\sigma} A_{\alpha} A_{\gamma} \delta_{\beta\bar{\sigma}} \delta_{\delta\bar{\sigma}} - \chi_{\sigma\bar{\sigma}} \sum_M (-)^M \langle \alpha | Q_{M\sigma} | \gamma \rangle \langle \beta | Q_{M\bar{\sigma}} | \delta \rangle \quad \text{III.2.19}$$

onde G_{σ} e $\chi_{\sigma\bar{\sigma}}$ são as intensidades das interações de emparelhamento e quadrupolo, respectivamente. $Q_{M\sigma}$ é a componente M do operador de quadrupolo de um corpo

$$Q_{M\sigma} = r_{\sigma}^2 Y_{2M}, \quad \text{III.2.20}$$

onde o índice σ indica que há diferença entre o poço dos nêutrons e aquele dos prótons.

As intensidades da interação quadrupolar serão tomadas iguais, $\chi_{pp} = \chi_{nn} = \chi_{np} = \chi$ e esta escolha será discutida adiante, na seção III.4.1.

Os estados da base podem ser classificados em duas categorias, segundo a operação de inversão temporal

diretos $|\alpha\rangle$, $\alpha = n\ell jm\sigma$

e inversos $|\bar{\alpha}\rangle$, $\bar{\alpha} = n\ell j, -m\sigma$, $\Delta_\alpha = (-)^{j-m}$. III.2.21

A ausência do termo de troca na interação quadrupolar em III.2.19 se deve ao fato de que este termo dará origem a contribuições tensoriais de diversas ordens, não só 2, que são individualmente pequenas, além do fato de que o interesse se concentra exclusivamente nas deformações quadrupolares.

É também desprezada a contribuição da interação de emparelhamento sobre o campo autoconsistente de Hartree que surgirá, além daquela da interação quadrupolar ao potencial de emparelhamento.

Estas aproximações simplificam extremamente o cálculo e fazem parte do modelo, pois sem elas não se justificaria o uso de tal interação esquemática.

3. A Teoria de Hartree-Bogolyubov (HB)

O desenvolvimento desta generalização da teoria de Hartree-Fock é devido a Bogolyubov ^{42).}

Considere-se a Hamiltoniana III.2.17, onde foi incluído o potencial químico λ

$$\hat{H}_0' = \sum_{\alpha\gamma} (T_{\alpha\gamma} - \lambda\delta_{\alpha\gamma}) C_\alpha^\dagger C_\gamma + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger C_\delta C_\gamma, \text{ III.2.22}$$

onde, no caso geral, a parte de um corpo não é diagonal e V é antissimetrizado.

Procura-se agora um novo conjunto de operadores fermiônicos a_j e se define o estado fundamental aproximado do sistema através de

$$a_i |\hat{0}\rangle = 0.$$

III.2.23

Os a_α são procurados como uma combinação linear geral de c_α e c^*_α , envolvendo agora quaisquer estados e não só aqueles conectados pela operação de inversão temporal. Esta é a transformação generalizada de Bogolyubov (TGB)

$$c_\alpha = \sum_i (A_{\alpha i} a_i + B_{\alpha i}^* a_i^*), \quad \text{III.2.24.a}$$

ou

$$a_i^* = \sum_\alpha (A_{\alpha i} c_\alpha^* + B_{\alpha i} c_\alpha) \quad \text{III.2.24.b}$$

e os coeficientes $A_{\alpha i}$ e $B_{\alpha i}$ são procurados de tal modo que a parte de um corpo de $\hat{\mathcal{H}}$ possa ser escrita

$$\hat{\mathcal{H}}_1 = \sum_i E_i a_i^* a_i. \quad \text{III.2.25}$$

A solução para o problema, proposta por Bogolyubov, envolve um tratamento equivalente dos operadores de criação e aniquilação. Isto se consegue dobrando-se a dimensão (DD) do espaço fermiônico, com um novo conjunto de operadores d , tal que se o número de estados de um corpo é m , tem-se

$$\{d_1, d_2, \dots, d_m, d_{m+1}, \dots, d_{2m}\} \equiv \{c_1, c_2, \dots, c_m, c_1^*, \dots, c_m^*\}. \quad \text{III.2.26}$$

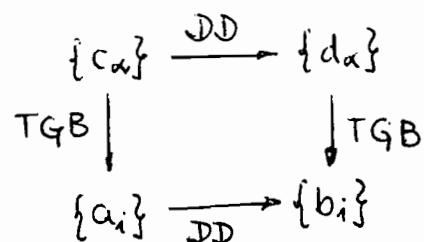
As relações de anticomutação dos d_α 's são as mesmas dos c_α 's, no entanto surge uma relação entre os operadores d_α e d_α^* , dada por

$$\begin{bmatrix} d_1^* \\ \vdots \\ d_{2m}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \ddots & \ddots \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_{2m} \end{bmatrix}. \quad \text{III.2.27}$$

Nesta notação duplicada, a TGB passa a relacionar os d_α 's com um novo conjunto b , através de

$$d = Q \cdot b \quad \text{com} \quad Q = \begin{bmatrix} A & B^* \\ \vdots & \vdots \\ B & A^* \end{bmatrix}, \quad \{A\}_{\alpha i} = A_{\alpha i}, \quad \{B\}_{\alpha i} = B_{\alpha i} \quad \text{III.2.28}$$

esquematicamente



Consequentemente, os b_i e b_i^* satisfazem a uma relação idêntica à III.2.27, além das relações de anticomutação usuais e resulta que a matriz de transformação Q é unitária

$$QQ^\dagger = Q^\dagger Q = \mathbb{1}. \quad \text{III.2.29}$$

O estado fundamental $|\hat{0}\rangle$ torna-se totalmente conhecido quando se determina o valor esperado nele de todos os produtos de dois operadores fermiônicos (o resto sai pelo teorema de Wick). Na representação de partida $|\hat{0}\rangle$ é conhecido quando se fornecem a matriz densidade de um corpo ou de partícula-buraco

$$\rho_{\gamma\alpha} = \rho_{\alpha\gamma}^* = \langle \hat{0} | c_\alpha^* c_\gamma | \hat{0} \rangle \quad \text{III.2.30}$$

e a matriz densidade de emparelhamento

$$k_{\beta\alpha} = -k_{\alpha\beta} = \langle \hat{0} | c_\beta c_\alpha | \hat{0} \rangle. \quad \text{III.2.31}$$

Nas duas representações duplicadas, dos d_α 's e b_i 's, estas quantidades produzem a matriz densidade generalizada, \mathcal{R} . Na representação d_α

$$\mathcal{R}_{\gamma\alpha} = \mathcal{R}_{\alpha\gamma}^* = \langle \hat{0} | d_\alpha^* d_\gamma | \hat{0} \rangle, \quad \text{III.2.32}$$

com

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \mathbb{P} & -\mathbb{K} \\ -\mathbb{K}^* & \mathbb{1} - \mathbb{P}^* \end{pmatrix} \quad \text{III.2.33}$$

e na representação b_i ela fica bastante simples,

$$g_{ji} = \langle \hat{0} | b_i^* b_j | \hat{0} \rangle, \quad \text{III.2.34}$$

com

$$g_{ji} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{1} \end{pmatrix}. \quad \text{III.2.35}$$

Como a transformação entre estas duas representações é unitária, sua conexão é

$$\mathcal{R} = QgQ^+ \quad \text{III.2.36}$$

O potencial de HB (análogo daquele de Hartree) gerado pela matriz densidade generalizada \mathcal{R} se escreve, na base original,

$$\mathcal{W} = \begin{pmatrix} T - \lambda + \Gamma & \Delta \\ -\Delta^* & 1 - T^* + \lambda - \Gamma^* \end{pmatrix}, \quad \text{III.2.37}$$

com

$$\Gamma_{\alpha\gamma} = \sum_{\beta\delta} V_{\alpha\beta\delta\gamma} \delta_{\beta\delta} \quad \text{III.2.38}$$

e

$$\Delta_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{\delta\gamma} V_{\alpha\beta\delta\gamma} \delta_{\delta\gamma}. \quad \text{III.2.39}$$

Introduzindo a base das funções de onda do oscilador harmônico esférico e usando o modelo PPQ com suas aproximações, resulta

$$T_{\alpha\gamma} = \epsilon_\alpha \delta_{\alpha\gamma} \quad \text{III.2.40}$$

$$\Gamma_{\alpha\gamma} = - \sum_M (-)^M D_M \langle \alpha | Q_M | \gamma \rangle \quad \text{III.2.41}$$

e

$$\Delta_{\alpha\beta} = - \Delta_\alpha \delta_{\beta\gamma} \Delta_\gamma, \quad \text{III.2.42}$$

onde D_M é a componente M do tensor que representa a deformação quadrupolar nuclear, dada por

$$D_M = \chi \sum_{\beta\delta} \langle \beta | Q_M | \delta \rangle S_{\beta\delta}. \quad \text{III.2.43}$$

Esta expressão para D_M é a solução do problema autoconsistente estático, analiticamente possível devido à simplicidade da interação PPQ. Cabe ressaltar que está assumido, na equação acima, que as deformações das distribuições de prótons e nêutrons são iguais, $D_{Mp} = D_{Mn} = D_M$.

4. Solução ATDHB do Modelo PPQ

A equação de movimento da densidade \mathcal{R} é a equação de Schrödinger

$$i\dot{\mathcal{R}} = \mathcal{W}\mathcal{R} - \mathcal{R}\mathcal{W} \quad (\hbar=1), \quad \text{III.2.44}$$

onde \hat{W} é gerado por \hat{R} através de III.2.37 e III.2.40-42.

A base na qual o problema dependente do tempo será resolvido é aquela dos autovetores de \hat{W} que, devido à operação DD, ocorrem aos pares, associados a autovalores simétricos

$$\hat{W} |\alpha_i\rangle = E_i |\alpha_i\rangle,$$

$$\hat{W} |\beta_i\rangle = -E_i |\beta_i\rangle. \quad \text{III.2.45}$$

Esses dois conjuntos de autovetores não são independentes, sua estrutura é

$$|\alpha_i\rangle = \begin{bmatrix} A_{x_i} \\ A_{p_i} \\ \vdots \\ A_{w_i} \\ B_{x_i} \\ \vdots \\ B_{w_i} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad |\beta_i\rangle = \begin{bmatrix} B_{x_i}^* \\ B_{p_i}^* \\ B_{\beta_i}^* \\ i^* \\ B_{w_i}^* \\ A_{x_i}^* \\ \vdots \\ A_{w_i}^* \end{bmatrix}, \quad \text{III.2.46}$$

onde, como esperado, estes vetores são as colunas da matriz \hat{Q} e III.2.45 são as equações de HB.

A interação PPQ torna extremamente confortável a solução das equações HB, que passa a ser possível em duas etapas:

a) solução do problema de autovalores da Hamiltoniana deformada de um corpo,

$$\hat{\mathcal{H}}_D |i\rangle = (T + \Gamma) |i\rangle = \eta_i |i\rangle, \quad \text{III.2.47}$$

onde T e Γ são dados por III.2.41 e III.2.42, respectivamente;

b) aplicação da solução BCS usual aos autoestados encontrados, $|i\rangle$, atribuindo-lhes as energias de quase-partícula E_{iq} e as amplitudes v_{iq} e u_{iq} , de ocupação e não-ocupação de pares, respectivamente.

A base utilizada para esses cálculos é composta de duas camadas completas do oscilador harmônico esférico para cada estado de carga: a camada que contém a superfície de Fermi e a superior, vazia. Estas serão denominadas as camadas de valência.

Os efeitos dos nucleons não incluídos no cálculo serão tomados à parte (veja o item 7).

Cabe ressaltar que a separabilidade do potencial quadrupolar e o fato de este ser invariante por inversão

espacial dividem a matriz \tilde{W} em quatro submatrizes, diagonalizáveis em separado. Os números quânticos conservados são a paridade e o estado de carga, não sendo também quebrada a degenerescência apontada pelo teorema de Kramers ³³). Posteriormente, o cálculo BCS mistura as paridades.

$$\text{O efeito de } \mathcal{R} \text{ sobre os autoestados de } \tilde{W} \text{ é} \\ \mathcal{R} |\alpha_i\rangle = 0, \quad \mathcal{R} |\beta_i\rangle = |\beta_i\rangle. \quad \text{III.2.48}$$

Assumindo que o movimento III.2.44 é lento, escreve-se

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \dots, \quad \text{III.2.49}$$

onde \mathcal{R}_0 é a solução do problema estático e foi feita uma expansão em potências da variação temporal do potencial, de tal modo que as equações de ordens zero e um são

$$0 = \tilde{W}\mathcal{R}_0 - \mathcal{R}_0\tilde{W}, \quad i\dot{\mathcal{R}}_0 = \tilde{W}\mathcal{R}_1 - \mathcal{R}_1\tilde{W}. \quad \text{III.2.50}$$

A equação de ordem zero, representando o problema estático, já está solucionada. Para se obter \mathcal{R}_0 é usada a aproximação adiabática de Schiff, onde a variação temporal da Hamiltoniana III.2.47 é considerada muito lenta em relação ao movimento das partículas sob sua ação. Nesta aproximação, admite-se que possam ser definidos autoestados estacionários da Hamiltoniana instantânea

$$\hat{H}(t)\Psi_u(t) = E_u(t)\Psi_u(t). \quad \text{III.2.51}$$

As soluções em primeira e segunda ordem, necessárias para a obtenção dos parâmetros coletivos, envolvem os seguintes elementos de matriz

$$\langle \alpha_i | \mathcal{R}_1 | \alpha_j \rangle = \langle \beta_i | \mathcal{R}_1 | \beta_j \rangle = 0, \quad \text{III.2.52.a}$$

$$\langle \alpha_i | \mathcal{R}_1 | \beta_j \rangle = -i \langle \alpha_i | \tilde{W} | \beta_j \rangle (E_i + E_j)^{-2} \quad \text{III.2.52.b}$$

$$\langle \beta_j | \mathcal{R}_1 | \alpha_i \rangle = i \langle \beta_j | \tilde{W} | \alpha_i \rangle (E_i + E_j)^{-2}, \quad \text{III.2.52.c}$$

$$\langle \phi_i | \mathcal{L}_2 | \phi_i \rangle = \sum_j |\langle \phi_i | \mathcal{W} | \phi_j \rangle|^2 (\epsilon_i + \epsilon_j)^{-4}, \quad \text{III.2.52.d}$$

$$\langle \phi_i | \mathcal{L}_2 | \phi_i \rangle = - \sum_j |\langle \phi_i | \mathcal{W} | \phi_j \rangle|^2 (\epsilon_i + \epsilon_j)^{-4}, \quad \text{III.2.52.e}$$

onde a matriz \mathcal{W} é obtida diferenciando III.2.37 no tempo e reescrevendo-a na base deformada, ou de Nilsson, resultando

$$\mathcal{W} = \begin{pmatrix} -\delta_{ij}\lambda - \sum_M D_M^* \langle i | Q_M | j \rangle & -\delta_{ij}\alpha_i \dot{\Delta} \\ \delta_{ij}\alpha_i \dot{\Delta} & \delta_{ij}\lambda + \sum_M D_M \langle i | Q_M | j \rangle^* \end{pmatrix} \quad \text{III.2.53}$$

5. Parâmetros Coletivos da Hamiltoniana de Bohr

O valor esperado da Hamiltoniana de muitos corpos III.2.17 para a função de onda dependente do tempo de HB é

$$\langle \hat{H}_B \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i,j,\sigma} \frac{|\langle \phi_i \sigma | \mathcal{W} | \phi_j \sigma \rangle|^2}{(\epsilon_{i\sigma} + \epsilon_{j\sigma})^3} + \sum_{\sigma} \left(N_{i\sigma}^2 \gamma_{i\sigma} - \frac{\Delta_{i\sigma}^2}{Q_{i\sigma}} \right) + \frac{\sum_M |D_M|^2}{2\chi} \quad \text{III.2.54}$$

onde o primeiro termo à direita é a energia cinética e os restantes compõem a energia potencial coletiva \mathcal{W} , que dependerá de β e γ através de D_M .

No sistema intrínseco D_M , assim como os α_{μ} , só tem duas componentes não nulas, que em unidades de energia podem ser escritas

$$D_{\mu} = \begin{cases} \hbar \omega \beta \cos \gamma, & \mu = 0 \\ \hbar \omega \beta \sin \gamma, & \mu = 2 \end{cases} \quad \text{III.2.55}$$

onde $\hbar \omega$ é a energia associada ao poço do oscilador harmônico esférico. Nestas unidades, χ tem dimensão de energia e Q_M é adimensional (veja as eqs. III.2.41 e 43).

O mapeamento dos parâmetros coletivos é feito escolhendo-se β e γ , calculando-se os D_{μ} , solucionando-se as equações HB como descrito no item 4 e calculando-se III.2.54.

Resta ainda executar a separação da energia cinética nas partes de rotação e vibração para que sejam reconhecíveis os $B_{\mu\nu}$ e os momentos de inércia J_{κ} . Para isso é necessário o valor dos elementos de matriz de \mathcal{W} , eq. III.2.53.

A variação temporal da interação de emparelhamento, na forma de λ_{ε} e Δ_{ε} pode representar as vibrações de emparelhamento, associadas por exemplo à natureza dos estados 0+ excitados. Nesta formulação ela estará vinculada exclusivamente à variação temporal da deformação, através de

$$\dot{\lambda}_{\varepsilon} = \sum_{\mu} \left(\frac{\partial \lambda_{\varepsilon}}{\partial D_{\mu}} \right) \dot{D}_{\mu}$$

e

III.2.56

$$\dot{\Delta}_{\varepsilon} = \sum_{\mu} \left(\frac{\partial \Delta_{\varepsilon}}{\partial D_{\mu}} \right) \dot{D}_{\mu}.$$

A consequência física desta vinculação é a inexistência de vibrações de emparelhamento como um modo coletivo genuíno, independente dos movimentos de rotação e vibração.

A energia cinética vibracional é obtida escrevendo-se III.2.54 no referencial intrínseco e examinando-se a parte que envolve D_0 e D_{ε} . O resultado é

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu}(\beta\gamma) &= (\hbar\omega)^2 \left\{ \sum_{i \neq j, \varepsilon} (u_{i\varepsilon} v_{j\varepsilon} + v_{i\varepsilon} u_{j\varepsilon})^2 \langle i | Q_{\mu\varepsilon} | j \rangle \langle j | Q_{\nu\varepsilon} | i \rangle \cdot \right. \\ &\cdot (E_i + E_j)^{-3} + \sum_{i\varepsilon} [2u_{i\varepsilon} v_{i\varepsilon} (\langle i | Q_{\mu\varepsilon} | i \rangle + \partial \lambda_{\varepsilon} / \partial D_{\mu}) + (u_{i\varepsilon}^2 - v_{i\varepsilon}^2) \partial \Delta_{\varepsilon} / \partial D_{\mu}] \cdot \\ &\cdot [2u_{i\varepsilon} v_{i\varepsilon} (\langle i | Q_{\nu\varepsilon} | i \rangle + \partial \lambda_{\varepsilon} / \partial D_{\nu}) + (u_{i\varepsilon}^2 - v_{i\varepsilon}^2) \partial \Delta_{\varepsilon} / \partial D_{\nu}] \cdot \\ &\left. \cdot (2E_{i\varepsilon})^{-3} \right\}, \quad \mu, \nu = 0, 2' \end{aligned} \quad \text{III.2.57}$$

onde a dimensão de $B_{\mu\nu}$ é $(\text{energia})^{-1}$ e será utilizado $\hbar\omega\beta_{\mu}$ no lugar de β_{μ} , no cálculo com a Hamiltoniana de Bohr.

As derivadas de λ_{ε} e Δ_{ε} em relação à deformação foram calculadas por Bès ⁴⁴⁾.

Os momentos de inércia J_k são conseguidos através da escrita de III.2.54 no referencial intrínseco e executando-se rotações infinitesimais ao redor de cada eixo coordenado. O resultado é

$$J_k(\beta\gamma) = \sum_{ij\varepsilon} (u_{i\varepsilon} v_{j\varepsilon} - v_{i\varepsilon} u_{j\varepsilon}) \frac{|\langle i | J_k | j \rangle|^2}{(E_i + E_j)}, \quad \text{III.2.58}$$

onde J_k também tem dimensão de $(\text{energia})^{-1}$ e J_k é a componente k do operador momento angular.

6. Parâmetros Coletivos dos Momentos Eletromagnéticos

Um operador de momento eletromagnético qualquer será representado por $\mathcal{M}_0(E(M)\lambda\mu)$, onde $E(M)$ indica um caráter elétrico (magnético) e $\lambda\mu$ são respectivamente sua ordem e componente circular.

No modelo utilizado, os elementos de matriz dos $\mathcal{M}_0(E(M)\lambda\mu)$ devem ser calculados no sistema de laboratório em termos de seus valores no referencial intrínseco, $\mathcal{M}_0'(E(M)\lambda\nu)$. A transformação entre estes sistemas é feita através da matriz de rotação de ordem λ , resultando

$$\mathcal{M}_0(E(M)\lambda\mu) = \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^{\lambda}(\Theta\varphi\Psi) \mathcal{M}_0'(E(M)\lambda\nu). \quad III.2.59$$

Necessário para a obtenção da probabilidade de transição eletromagnética, o elemento de matriz reduzido de \mathcal{M}_0 pode ser calculado como

$$\langle \alpha_f I_f | \mathcal{M}_0(E(M)\lambda) | \alpha_i I_i \rangle = C_{I_f O I_f}^{I_i \lambda I_f} \langle \alpha_f I_f M_f = I_f | \mathcal{M}_0(E(M)\lambda 0) | \alpha_i I_i M_i = I_f \rangle, \quad III.2.60$$

com $|\alpha_i I_i M_i\rangle$ e $|\alpha_f I_f M_f\rangle$ sendo as funções de onda dos estados inicial e final, respectivamente e

$$C_{I_f O I_f}^{I_i \lambda I_f} = \frac{\sqrt{2I_f + 1}}{\langle I_i I_f | \lambda 0 | I_f I_f \rangle} \quad III.2.61$$

onde o símbolo no denominador é um coeficiente de Clebsch-Gordan.

Aplicando as expressões III.2.16 e III.2.59 à III.2.60, se obtém

$$\begin{aligned} \langle \alpha_f I_f | \mathcal{M}_0(E(M)\lambda) | \alpha_i I_i \rangle &= C_{I_f O I_f}^{I_i \lambda I_f} \sum_{k_i k_f} \langle \Phi_{I_f k_f}^{I_f} | D_{O\nu}^{\lambda} | \Phi_{I_i k_i}^{I_i} \rangle \\ &\cdot \langle A_{\alpha_f I_f k_f} | \langle X | \mathcal{M}_0'(E(M)\lambda\nu) | X \rangle | A_{\alpha_i I_i k_i} \rangle. \end{aligned} \quad III.2.62$$

O elemento de matriz de \mathcal{M}_0' na função de onda intrínseca $|X\rangle$ é obtido através de sua estrutura microscópica. Os multipolos de interesse serão tratados separadamente, a seguir.

As expressões resultantes para as probabilidades reduzidas de transição e momentos estáticos encontram-se na referência 31.

6.a EO

O operador EO é definido por ⁴⁵⁾

$$\mathcal{M}_0^1(EO) = \frac{1}{R^2} \sum_k e_k r_k^2, \quad III.2.63$$

onde R é o raio nuclear, a soma é feita sobre os nucleons, e_k é sua carga efetiva e r_k sua coordenada radial.

No modelo utilizado, seu elemento de matriz na função de onda intrínseca pode ser escrito

$$\begin{aligned} \langle X | \mathcal{M}_0^1(EO) | X \rangle &= \frac{1}{R^2} \sum_{i\bar{\sigma}} e_{\bar{\sigma}} \langle i | r_{\bar{\sigma}}^2 | i \rangle \\ &= \frac{1}{R^2} \sum_{i\bar{\sigma}} e_{\bar{\sigma}} N_{i\bar{\sigma}}^{-2} \sum_{\alpha} | K_{i\bar{\sigma}}(\alpha) |^2 \langle \alpha | r_{\bar{\sigma}}^2 | \alpha \rangle \quad III.2.64 \\ &= \mathcal{M}_0^1(EO; \beta, \gamma), \end{aligned}$$

onde a dependência com a deformação aparece espontaneamente, através da dependência de $N_{i\bar{\sigma}}$ e $\langle i | \alpha \rangle$.

6.b M1

O momento M1 pode ser calculado com o uso do operador momento magnético, com componentes cartesianas

$$M_k = g_k I_k \quad III.2.65$$

onde I_k é a componente k do momento angular total e g_k a razão giromagnética.

As componentes circulares de M podem ser obtidas a partir das cartesianas por

$$M_0 = M_3, \quad M_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (M_1 \pm i M_2). \quad III.2.66$$

A relação entre M_{μ} e $\mathcal{M}_0^1(M1, \mu)$ é

$$\mathcal{M}_0^1(M1, \mu) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} M_{\mu}, \quad \mu = 0, \pm 1. \quad III.2.67$$

Reunindo III.2.65-67, resulta

$$\mathcal{M}_0^1(M1, 0) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} g_3 I_3,$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_0^1(M1, \pm 1) &= \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} (g_1 I_1 \pm i g_2 I_2) \quad III.2.68 \\ &= \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} (g_{\pm} I_{+} + g_{\mp} I_{-}), \end{aligned}$$

onde

$$I_{\pm} = I_1 \pm i I_2$$

e

$$g_{\pm} = \frac{1}{2}(g_1 \pm g_2)$$

Os elementos de matriz de interesse são

$$\langle X | \ell \ell \ell^{\dagger} (M_1, 0) | X \rangle = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \langle X | g_3 | X \rangle I_3$$

e

$$\langle X | \ell \ell \ell^{\dagger} (M_1, \pm 1) | X \rangle = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} (\langle X | g_{\pm} | X \rangle I_{\pm} + \langle X | g_{\mp} | X \rangle I_{\mp}),$$

onde os operadores I_3 e I_{\pm} agem sobre a função de onda coletiva e os elementos de matriz

$$\langle X | g_3 | X \rangle = g_3(\beta, \gamma)$$

e

$$\langle X | g_{\pm} | X \rangle = g_{\pm}(\beta, \gamma)$$

devem ser obtidos do cálculo ATDHB, como segue.

O momento magnético intrínseco pode ser calculado através de

$$\langle X | M | X \rangle = \text{Tr}(\rho M) = \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathcal{L} M), \quad \text{III.2.72}$$

onde o termo à direita foi escrito na notação duplicada, DD.

O momento magnético é ímpar por inversão temporal e só sobrevive o termo envolvendo \mathcal{L}_1 em III.2.72. Deste modo, efeitos magnéticos são oriundos exclusivamente do movimento da densidade nuclear. O movimento vibracional não contribuirá para o momento magnético, mas aquele de rotação produz

$$\langle X | M_k | X \rangle = \omega_k \sum_{ij\sigma} (w_{i\sigma} v_{j\sigma} - n_{i\sigma} u_{j\sigma})^2 \underbrace{\langle i | J_k | j \rangle}_{(E_i + E_j)} \underbrace{\langle j | M_k | i \rangle}_{}, \quad \text{III.2.73}$$

onde ω_k é a velocidade angular ao redor do eixo k .

Escrevendo $I_k = J_k \omega_k$ e utilizando III.2.65, se obtém

$$g_k = \frac{1}{J_k} \sum_{ij\sigma} (w_{i\sigma} v_{j\sigma} - n_{i\sigma} u_{j\sigma})^2 \underbrace{\langle i | J_k | j \rangle}_{(E_i + E_j)} \underbrace{\langle j | M_k | i \rangle}_{}, \quad \text{III.2.74}$$

6.c E2

Definido microscopicamente como

$$\mathcal{M}^1(E_2, \mu) = \sum_k e_k r_k^2 Y_{2\mu}(Q_k) \quad \text{III.2.75}$$

onde $Y_{2\mu}$ são os harmônicos esféricos de ordem 2, seus elementos de matriz intrínsecos são

$$\langle X | \mathcal{M}^1(E_2, \mu) | X \rangle = \sum_{i,j} e_i r_i^2 \langle i | r_j^2 Y_{2\mu} | j \rangle \quad \text{III.2.76}$$

No sistema intrínseco só interessam as componentes $\mu = 0$ e ± 2 e define-se as quantidades

$$Q_0(\beta, \gamma) = \langle X | \mathcal{M}^1(E_2, 0) | X \rangle$$

e

$$Q_{21}(\beta, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\langle X | \mathcal{M}^1(E_2, 2) | X \rangle + \langle X | \mathcal{M}^1(E_2, -2) | X \rangle], \quad \text{III.2.77}$$

que surgirão no cálculo de III.2.62.

7. Efeitos do Caroço

Os efeitos inerciais, elétricos e magnéticos devidos aos nucleons não levados em conta, o "caroço", são introduzidos em primeira ordem³⁴⁾ através de uma renormalização dos parâmetros do cálculo.

Esta renormalização pode ser feita de dois modos:

a) aditiva, para contribuições pequenas, na forma

$$\text{inercial} \quad \begin{cases} B_{\mu\nu}^{\text{ren}} = B_{\mu\nu} + B_c, & \mu = \nu \\ B_{\mu\nu}^{\text{ren}} = B_{\mu\nu}, & \mu \neq \nu \\ J_k^{\text{ren}} = J_k + J_{kc}, \end{cases}$$

com

$$J_{kc} = 4B_c \beta^2 \sin^2(\gamma - \frac{2\pi k}{3}),$$

III.2.78

$$\text{elétrica} \quad \begin{cases} \epsilon_p^{\text{ren}} = \epsilon_p^{\text{livre}} \cdot (1 + \delta) \\ \epsilon_n^{\text{ren}} = \epsilon_p^{\text{livre}} \cdot \delta \end{cases}$$

com

$$\text{magnética} \quad \begin{cases} g_k^{\text{ren}} = (g_c J_{kc} + g_k J_k) / J_k^{\text{ren}} \\ g_c = Z_c^{7/3} / (Z_c^{7/3} + N_c^{7/3}); \end{cases}$$

b) multiplicativa, no caso de contribuições maiores, na forma

$$\begin{aligned}
 & \text{inercial} \quad \left\{ \begin{array}{l} B_{\mu\nu}^{\text{ren}} = F_{\text{in}} \cdot B_{\mu\nu}, \\ J_k^{\text{ren}} = F_{\text{in}} \cdot J_k, \end{array} \right. \\
 & \text{elétrica} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_p^{\text{ren}} = e_p^{\text{livre}} \cdot (1 + \delta) \\ e_n^{\text{ren}} = e_p^{\text{livre}} \cdot \delta \end{array} \right. \quad \text{III.2.79} \\
 & \text{magnética} \quad g_k^{\text{ren}} = F_{\text{mag}} \cdot g_k
 \end{aligned}$$

onde F_{in} é obtido ajustando-se a posição em energia do primeiro estado 2^+ , F_{mag} é conseguido através de seu momento magnético e δ sai a partir do valor da probabilidade reduzida de transição $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$.

8. Atenuação da Interação na Camada de Valência Superior

Baseando-se na comparação com elementos de matriz de interações mais realistas, K&B³¹) propõem uma redução "à mão" dos elementos de matriz da interação quadrupolo-quadrupolo entre estados da chamada camada de valência superior, que se encontra essencialmente vazia.

Isto é feito através da multiplicação desses elementos de matriz por uma constante, cujo efeito é tornar o valor de $\langle r^2 \rangle$ de suas órbitas igual àquele da camada imediatamente abaixo (para qualquer órbita da mesma camada, estas quantidades têm o mesmo valor).

Tal procedimento sugere fisicamente que as órbitas da camada superior, com probabilidade de população (v_i^2) muito baixa, acomodar-se-iam volumetricamente às dimensões daquela mais interna, sofrendo uma espécie de compressão. Esta camada mais interna determinaria então o tamanho nuclear.

Este procedimento traz consequências importantes à dinâmica nuclear, que serão discutidas na seção III.4.1.

III.2.3 Testes dos Programas de Computador

Os programas de computador desenvolvidos para a execução dos cálculos com o modelo coletivo de Bohr na formulação de K&B dividem a tarefa em três etapas:

1) cálculo ATDHB de todas as quantidades microscópicas necessárias, mapeando-as no plano de deformação;

2) cálculo das amplitudes de deformação $A_{\alpha k}$ que fazem parte das funções de onda coletivas;

3) cálculo das propriedades eletromagnéticas, utilizando os resultados das etapas anteriores.

Os testes destes programas foram realizados para três situações distintas, descritas a seguir.

1. Oscilador Harmônico Esférico

Neste teste são verificadas as energias, amplitudes de deformação e $B(E2)$ para um oscilador harmônico esférico (OH) sem estrutura intrínseca, onde

$$\gamma\rho(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} C\rho^2, \quad \text{III.2.80}$$

$$B_{\mu\nu}(\beta, \gamma) = \begin{cases} B, & \mu=\nu \\ 0, & \mu \neq \nu \end{cases}, \quad J_k(\beta, \gamma) = 4B\beta^2 \sin^2(\gamma - \frac{2\pi k}{3}), \quad \text{III.1.15}$$

$$Q_\mu(\beta, \gamma) = \frac{3Z}{4\pi} R^2 \beta_\mu, \quad \mu, \nu = 0, 2^1 \quad k = 1, 2, 3. \quad \text{III.2.81}$$

Tabela III.2.3 Energias absolutas do OH

Estado	Energia (MeV)	
	exato	mét. num.
0 ₁	2,500	2,482
0 ₂	4,500	4,406
2 ₁	3,500	3,491
2 ₂	4,500	4,484
2 ₃	5,500	5,410
3 ₁	5,500	5,475
4 ₁	4,500	4,488
4 ₂	5,500	5,466
6 ₁	5,500	5,474

com parâmetros

$$\left. \begin{array}{l} C = 100 \text{ MeV} \\ B = 100 \text{ MeV}^{-1} \end{array} \right\} \hbar\omega = \sqrt{C/B} = 1 \text{ MeV}$$

$$Z = 50$$

III.2.82

$$A = 125$$

$$R = 1,2 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$$

Os resultados para algumas energias são apresentados na tabela III.2.3, em comparação com os valores exatos.

A tabela III.2.4 contém os valores de algumas probabilidades reduzidas de transição E2 do OH, em comparação com os valores exatos e aqueles obtidos por K&B.

Tabela III.2.4 Alguns valores de $B(E2)$ do OH

		$B(E2) (e^2 b^2)$		
i	f	exato	este trab.	K&B
0 ₁	2 ₁	0,4616	0,4537	0,4573
0 ₂	2 ₁	0,1847	0,1915	0,1911
2 ₁	2 ₂	0,1847	0,1844	0,1854
2 ₁	4 ₁	0,3324	0,3319	0,3337
2 ₂	3 ₁	0,2770	0,2772	0,2780
3 ₁	4 ₁	0,0791	0,0798	0,0797

As figuras III.2.3 mostram uma comparação entre as amplitudes de deformação exatas do estado fundamental e do primeiro estado excitado do OH e aquelas calculadas pelo método numérico.

Os valores exatos são dados por

$$(0_f^t) A_{100} = (4\omega^5/\pi)^{1/4} \exp(-D^2/2),$$

III.2.83

com

$$D = (BC)^{1/4} \beta,$$

independente de β e

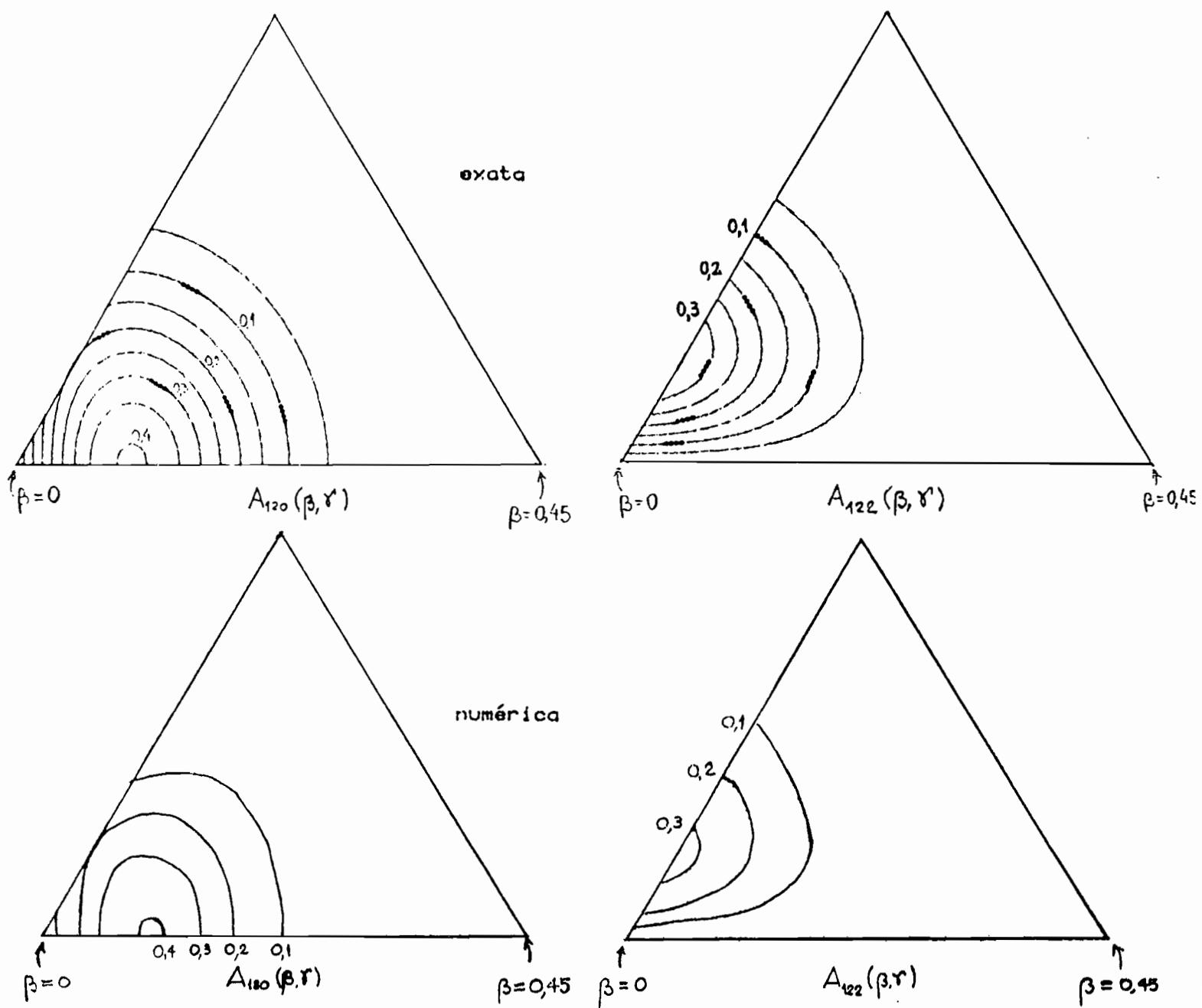
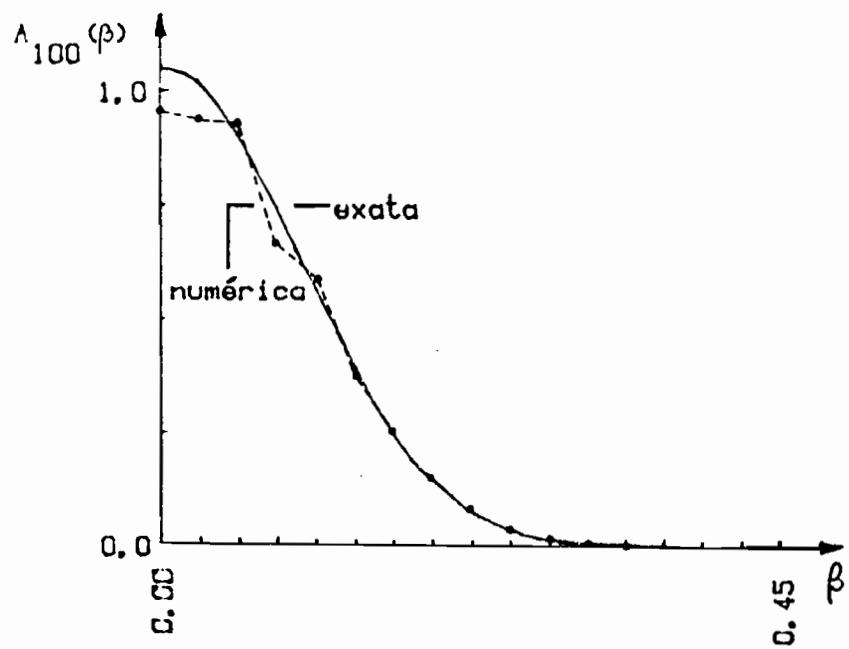


Figura III.2.3 Amplitudes de deformação $0+(1)$ e $2+(1)$ do o. h.

$$(2_1^+) \left\{ \begin{array}{l} A_{120} = (2/5)^{1/2} D_{\cos} A_{100}, \\ A_{122} = (2/5)^{1/2} D_{\sin} A_{100}. \end{array} \right. \quad \text{III.2.84}$$

2. Cálculo para o ^{152}Sm

Um cálculo detalhado da primeira etapa para o ^{152}Sm foi feito, para ser comparado com aquele de K&B ³¹).

Todos os parâmetros de entrada do cálculo ATDHB encontram-se reunidos na tabela III.2.5.

Tabela III.2.5 Parâmetros do cálculo ATDHB para o ^{152}Sm

partícula	Níveis de prótons			nêutrons		
	N	nlj	energia*	N	nlj	energia*
4	1g _{9/2}	-0,975		5	1h _{11/2}	-1,202
	1g _{7/2}	-0,300			1h _{9/2}	-0,430
	2d _{5/2}	-0,265			2f _{7/2}	-0,475
	2d _{3/2}	-0,015			2f _{5/2}	-0,125
	3s _{1/2}	0,000			3p _{3/2}	-0,150
					3p _{1/2}	0,000
5	1h _{11/2}	-0,150		6	1i _{13/2}	-0,300
	1h _{9/2}	0,575			1i _{11/2}	0,500
	2f _{7/2}	0,620			2g _{9/2}	0,445
	2f _{5/2}	0,970			2g _{7/2}	0,895
	3p _{3/2}	0,995			3d _{5/2}	0,860
	3p _{1/2}	1,145			3d _{3/2}	1,110
					4s _{1/2}	1,095
G (MeV)		27/A		22/A		
χ (MeV)			70.A ^{-1.4}			

*em unidades de $41,2.A^{-1/3}$ MeV.

As quantidades resultantes deste cálculo são apresentadas nas figuras III.2.4, juntamente com os mesmos resultados, obtidos por K&B.

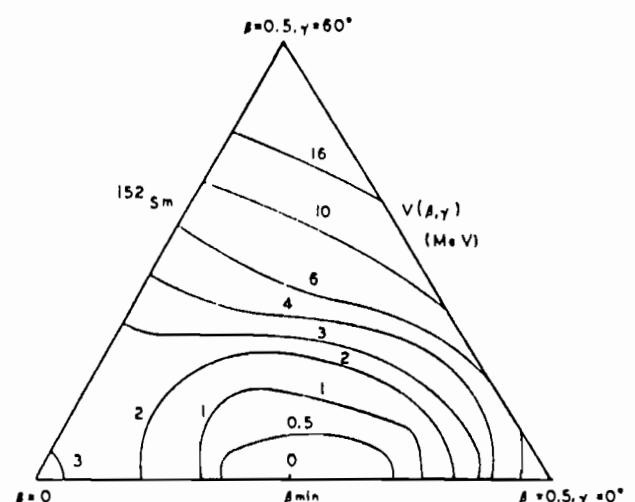
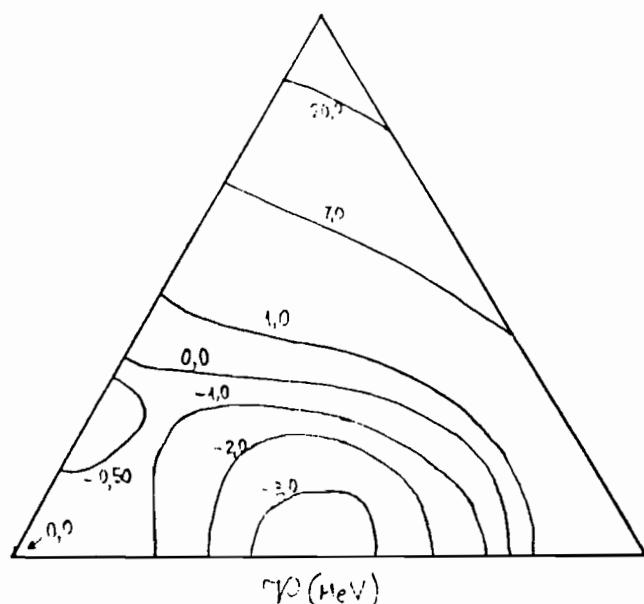
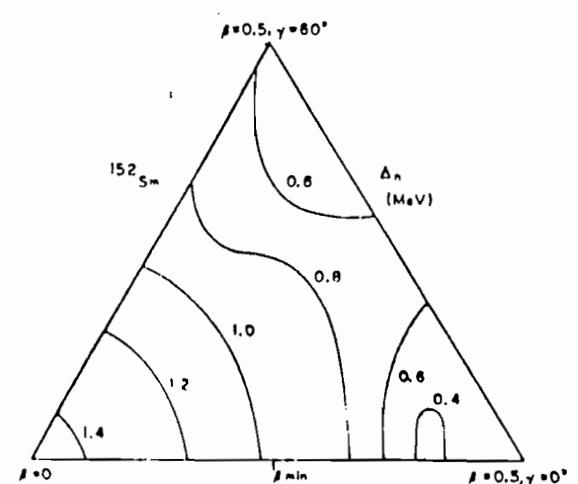
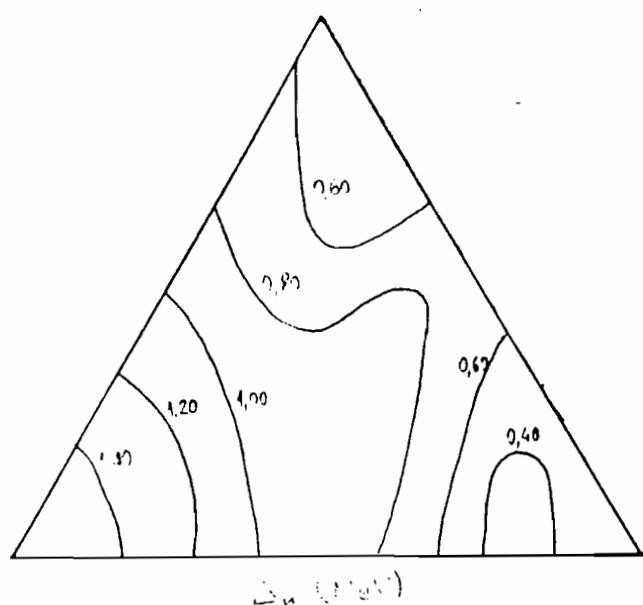
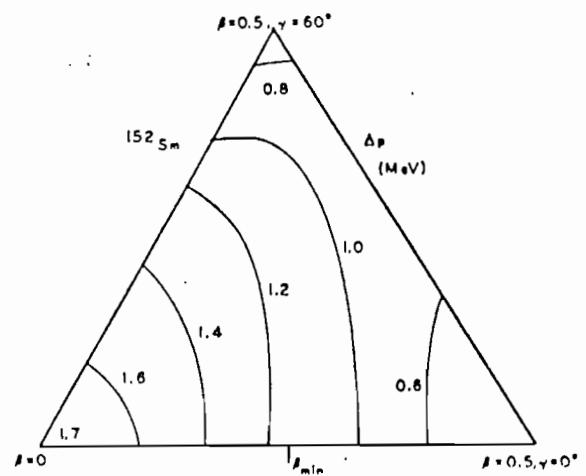
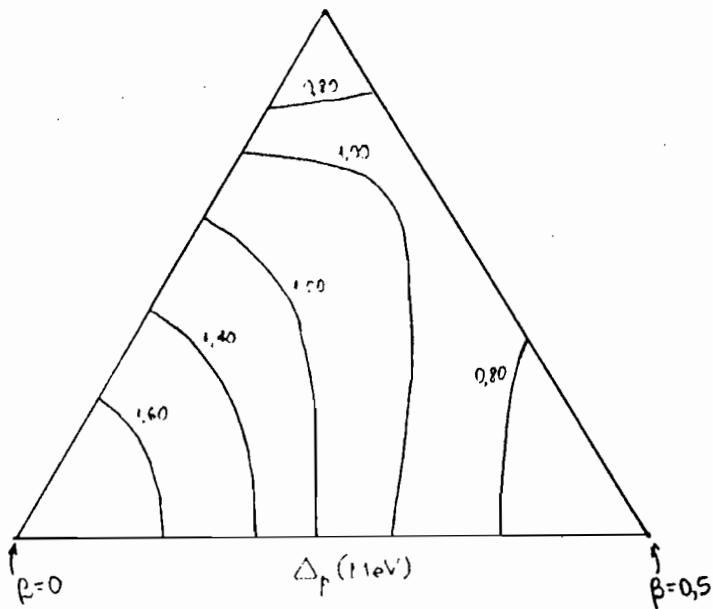


Figura III.2.4 Parâmetros microscópicos do ^{152}Sm
(esquerda este trabalho, direita ref. 31)

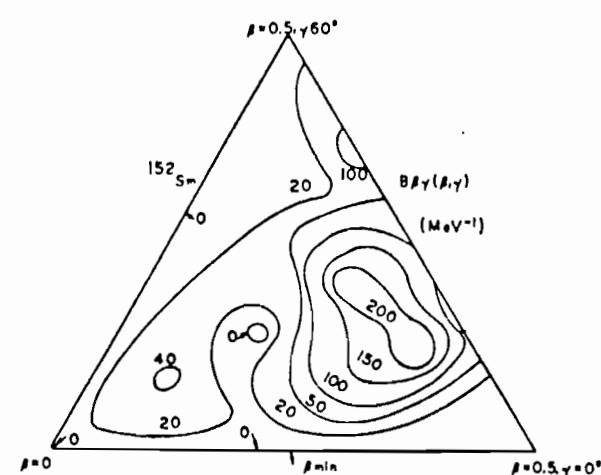
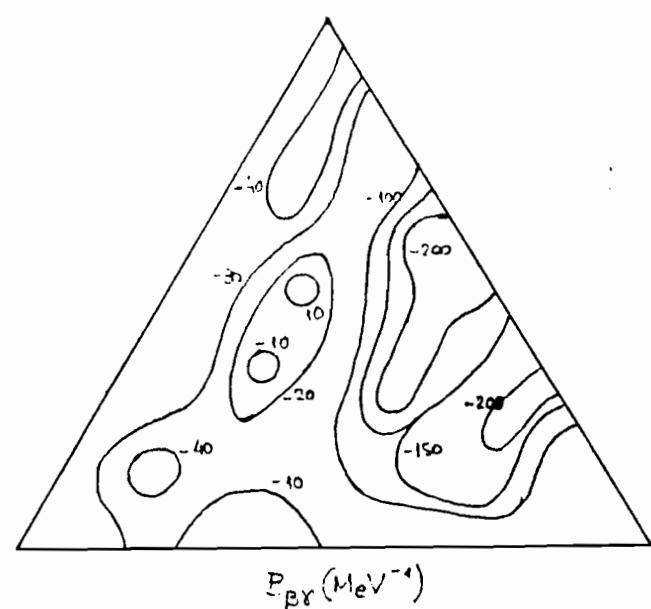
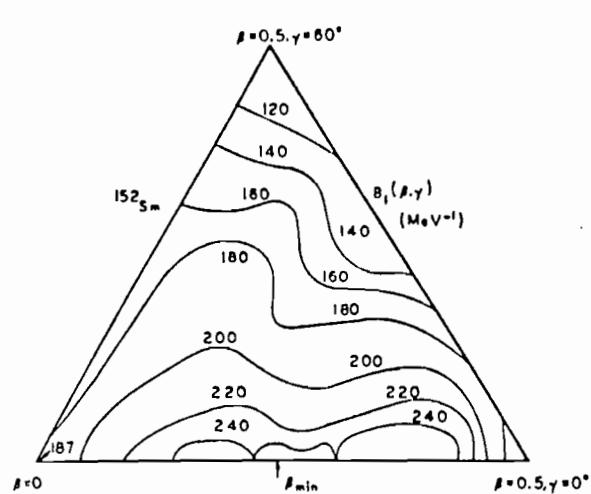
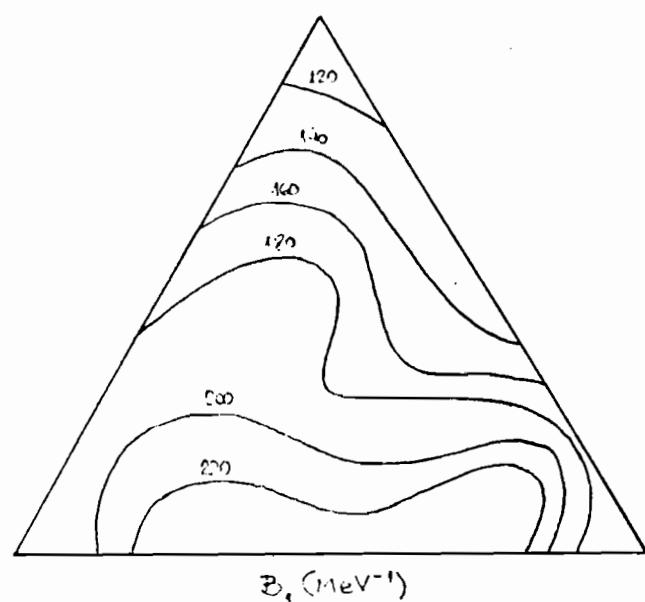
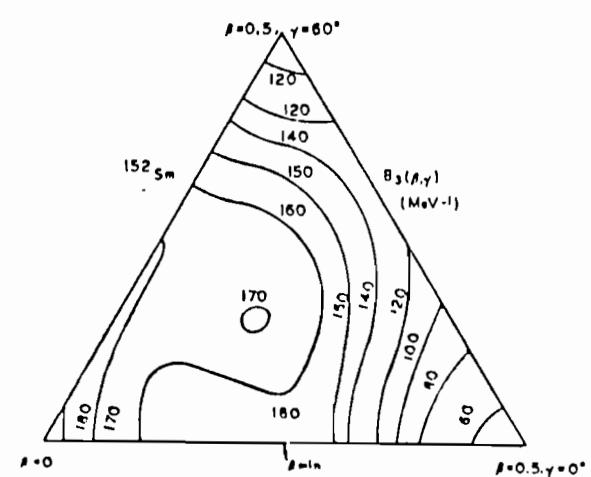
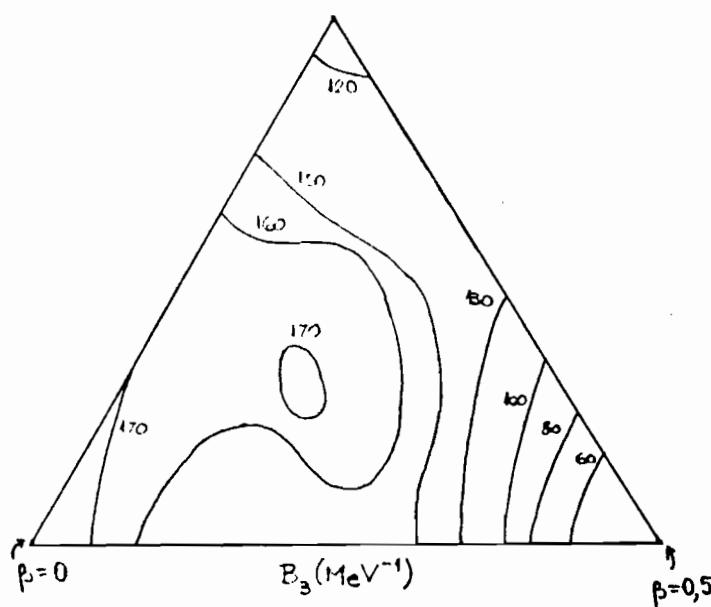


Figura III.2.4 continuação.

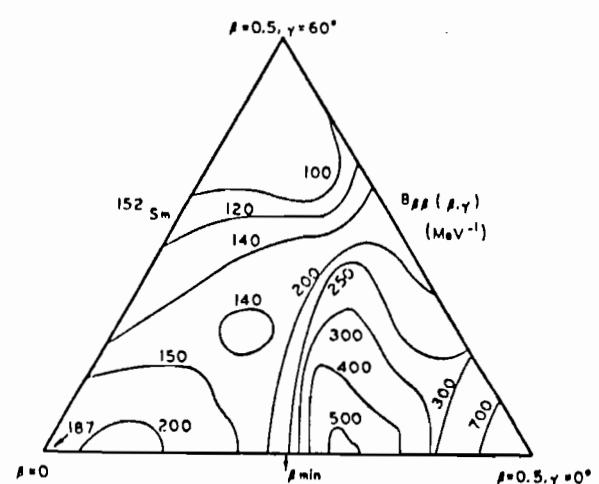
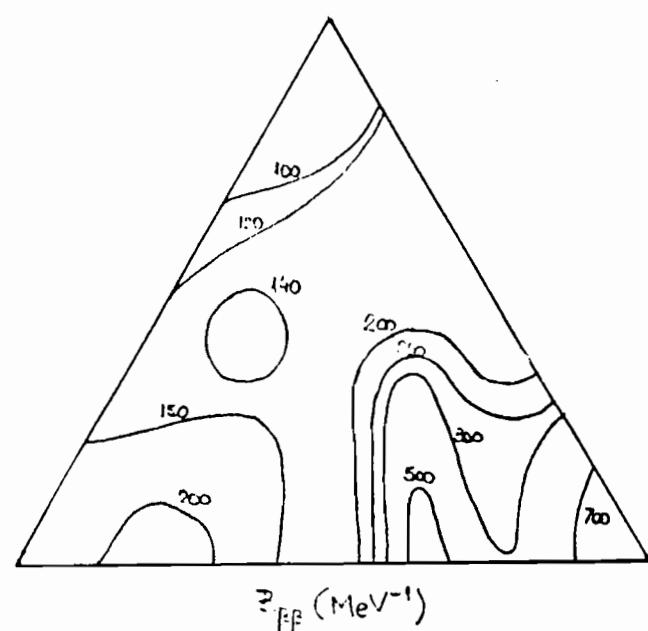
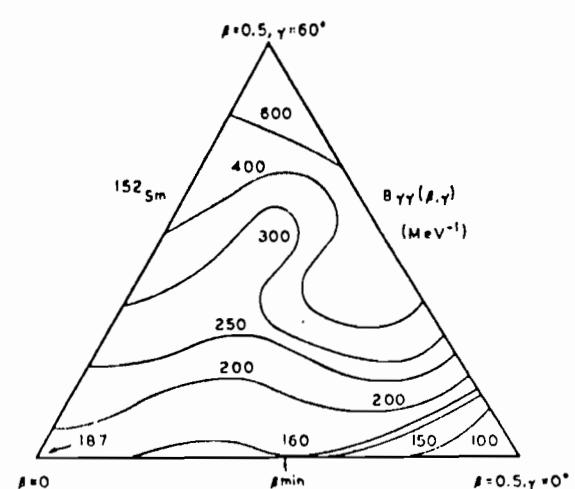
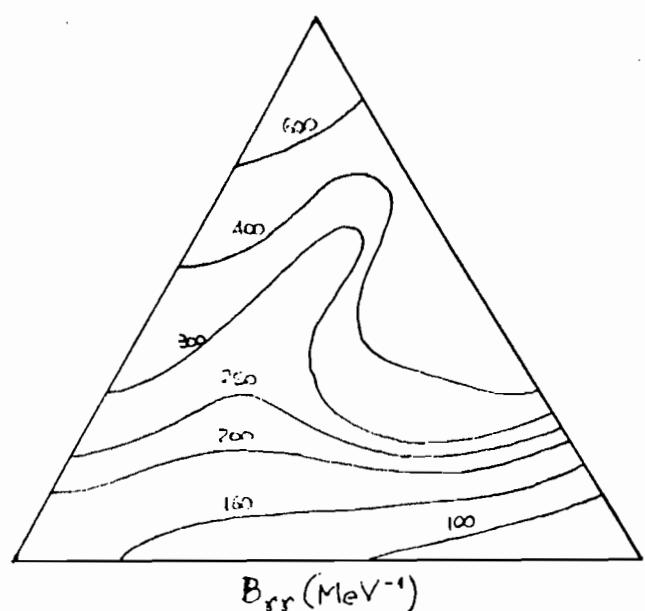
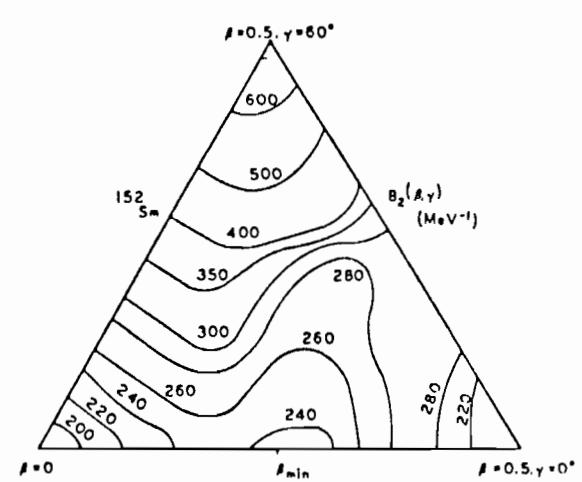
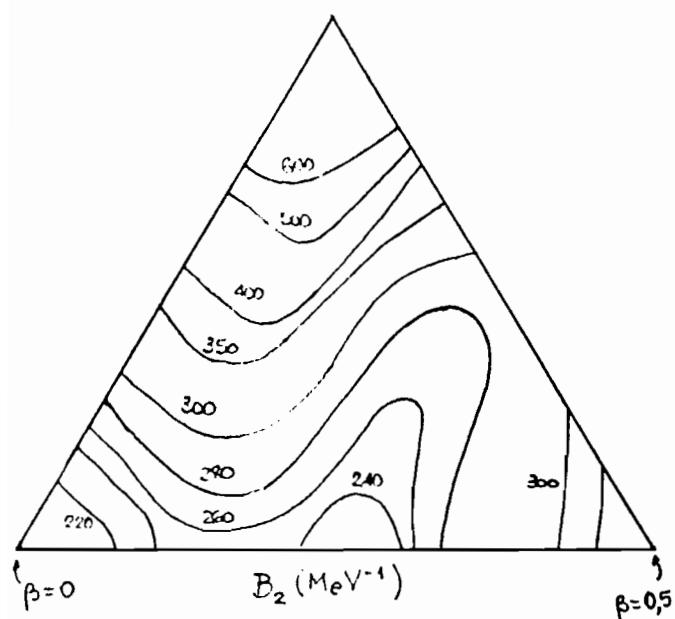


Figura III.2.4 continuação.

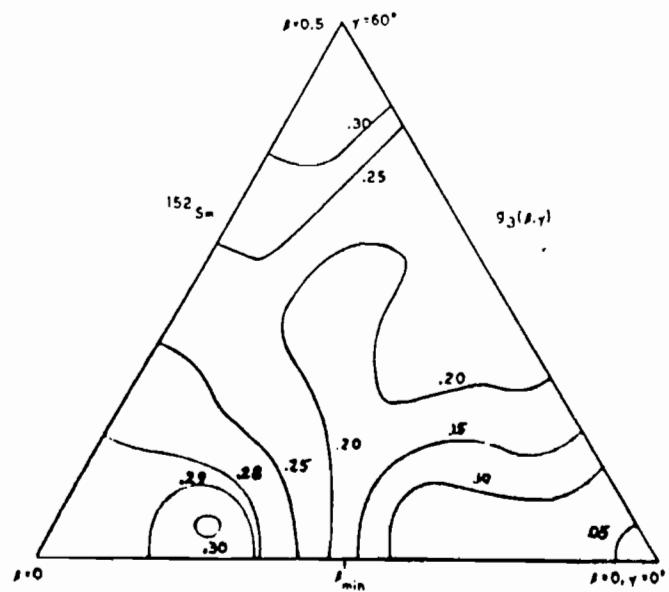
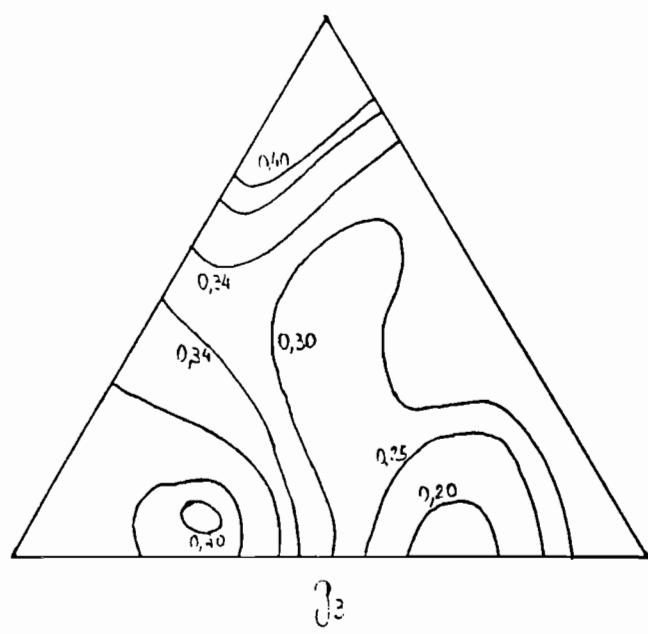
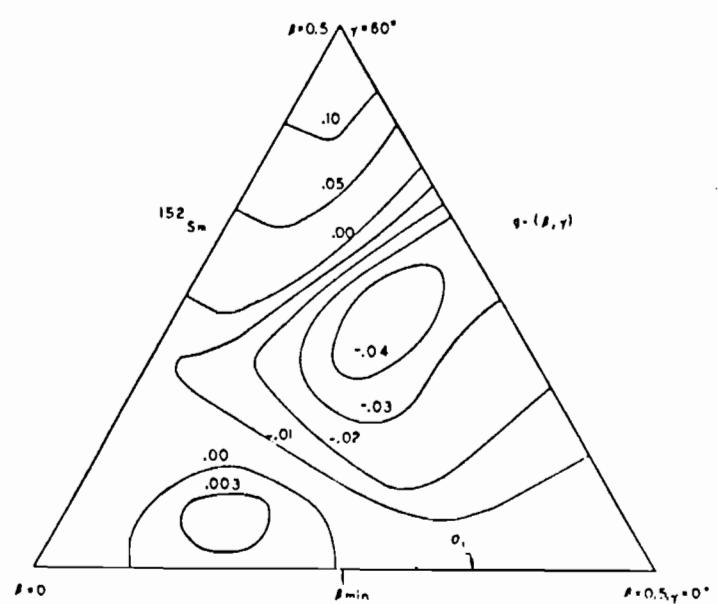
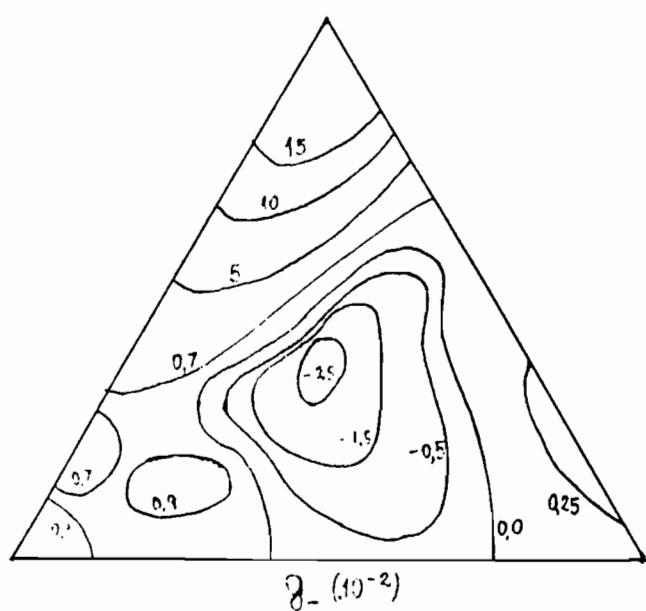
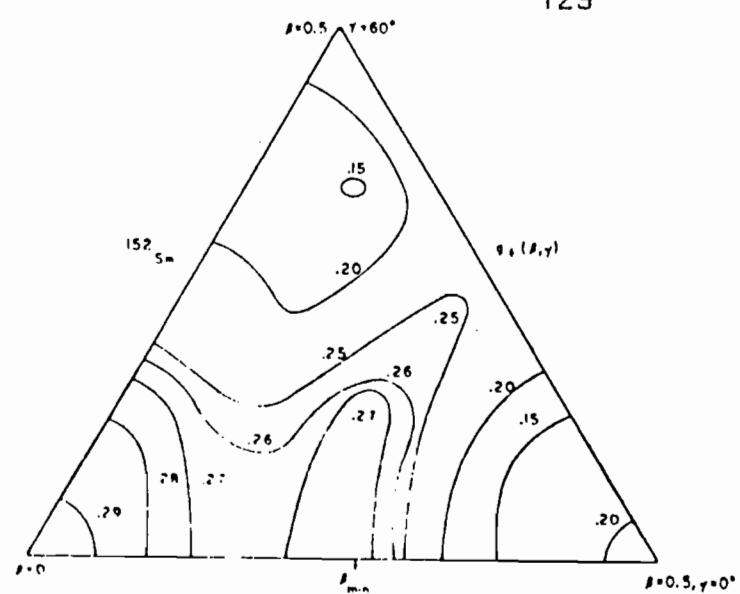
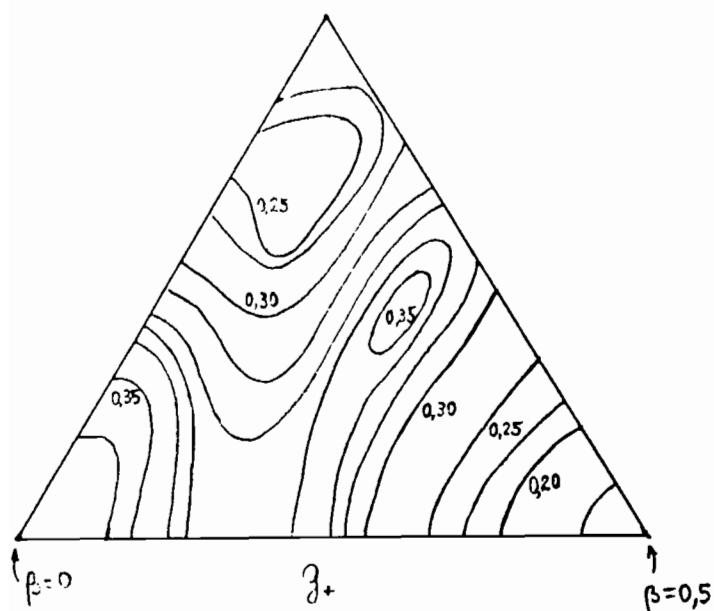


Figura III.2.4 continuação.

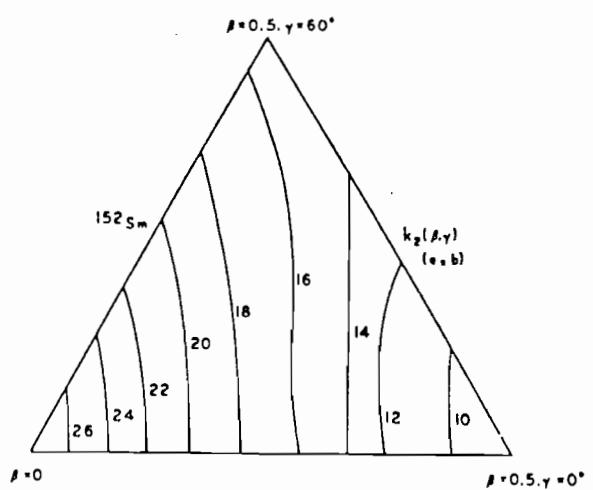
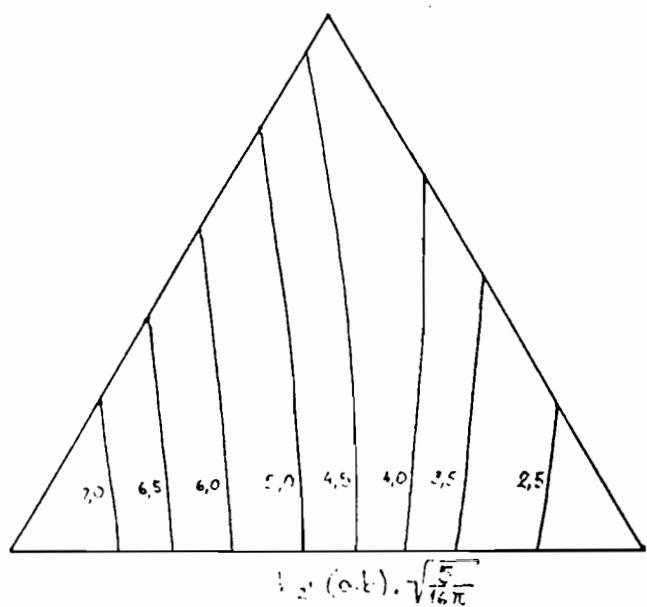
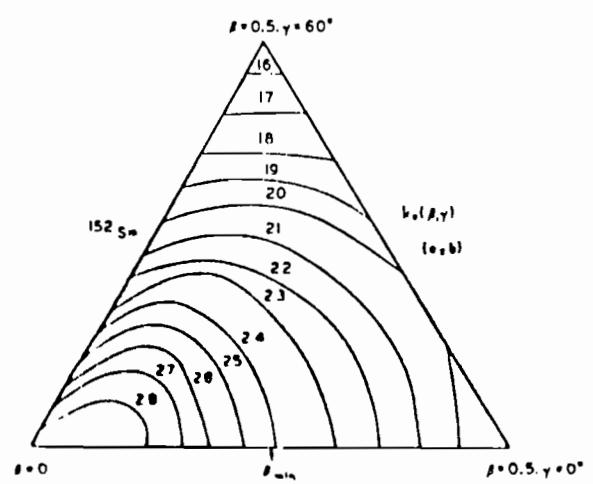
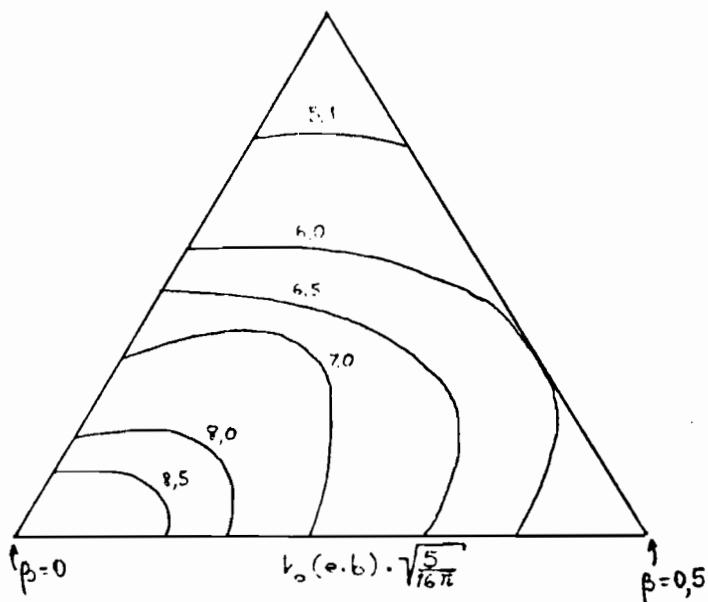


Figura III.2.4 continuação.

Nas figuras III.2.4 estão as energias de gap dos prótons e nêutrons, a energia potencial de deformação, os parâmetros iniciais B_1 , B_2 e B_3 , os de restituição da vibração, $B_{\beta\beta}$, $B_{\beta\gamma}$ e $B_{\gamma\gamma}$, as razões giromagnéticas g_+ , g_- e g_s , além das quantidades k_0 e k_2' , associadas ao momento de quadrupolo intrínseco nuclear.

Os parâmetros iniciais e de restituição mapeados estão relacionados aos momentos de inércia J_k e aos $B_{\mu\nu}$, presentes na eq. III.1.11, através de

$$\begin{aligned} B_{\beta\beta}(\beta, \gamma) &= B_{00} \cos^2 \gamma + B_{02}' \sin 2\gamma + B_{22}' \sin^2 \gamma \\ B_{\beta\gamma}(\beta, \gamma) &= \frac{1}{2} (B_{22}' - B_{00}) \sin 2\gamma + B_{02}' \cos 2\gamma \\ B_{\gamma\gamma}(\beta, \gamma) &= B_{00} \sin^2 \gamma - B_{02}' \sin 2\gamma + B_{22}' \cos^2 \gamma \end{aligned} \quad \text{III.2.85}$$

e

$$B_k(\beta, \gamma) = J_k / [4\beta^2 \sin^2(\gamma - \frac{2\pi k}{3})]. \quad \text{III.2.86}$$

O valor da constante de renormalização inercial (não linear) utilizada é de $2,8^{+1}$. As quantidades k_0 e k_2' são dadas por

$$k_\mu(\beta, \gamma) = Q_\mu / \beta_\mu, \quad \mu = 0,2'. \quad \text{III.2.87}$$

O acordo geral entre os resultados deste trabalho e aqueles de K&B é bom, estando as maiores discrepâncias nos valores de $B_{\beta\gamma}$, onde os autores omitiram os sinais negativos quando existentes, como pode ser demonstrado de seus trabalhos, e nos valores das constantes giromagnéticas, onde há indicações de que tenha sido utilizada uma renormalização não linear de cerca de 1,4 a 1,5, não comentada.

3. Cálculo para o ^{184}W

O cálculo das três etapas para o ^{184}W foi feito com os parâmetros presentes na tabela III.2.6, onde foi utilizado o parâmetro B_c , para uma renormalização aditiva (veja o item 7 da seção III.2.2).

Tabela III.2.6 Parâmetros utilizados no cálculo para o ^{184}W

partícula	Níveis de prótons			nêutrons		
	N	nlj	energia*	N	nlj	energia*
4	$1g_{9/2}$	-1,043		5	$1h_{11/2}$	-1,165
	$1g_{7/2}$	-0,580			$1h_{9/2}$	-0,513
	$2d_{5/2}$	-0,333			$2f_{7/2}$	-0,438
	$2d_{3/2}$	-0,069			$2f_{5/2}$	-0,108
	$3s_{1/2}$	0,000			$3p_{3/2}$	-0,129
					$3p_{1/2}$	0,000
5	$1h_{11/2}$	-0,235		6	$1i_{13/2}$	-0,172
	$1h_{9/2}$	0,502			$1i_{11/2}$	0,615
	$2f_{7/2}$	0,624			$2g_{9/2}$	0,510
	$2f_{5/2}$	0,970			$2g_{7/2}$	0,944
	$3p_{3/2}$	0,995			$3d_{5/2}$	0,778
	$3p_{1/2}$	1,145			$3d_{3/2}$	0,953
					$4s_{1/2}$	0,864
G (MeV)	27/A			22/A		
χ (MeV)	$73.A^{-1.4} = 0,049464$					
e (e_p)	$1 + 1,7.Z/A$			$1,7.Z/A$		
B_c (MeV $^{-3}$)	$10^{-5}.A^{2/3}$					

*em unidades de $41,2.A^{-1/3}$ MeV.

As amplitudes de deformação obtidas são comparadas com aquelas de K&B nas figuras III.2.5. As energias e propriedades eletromagnéticas são apresentadas nas tabelas III.2.7.

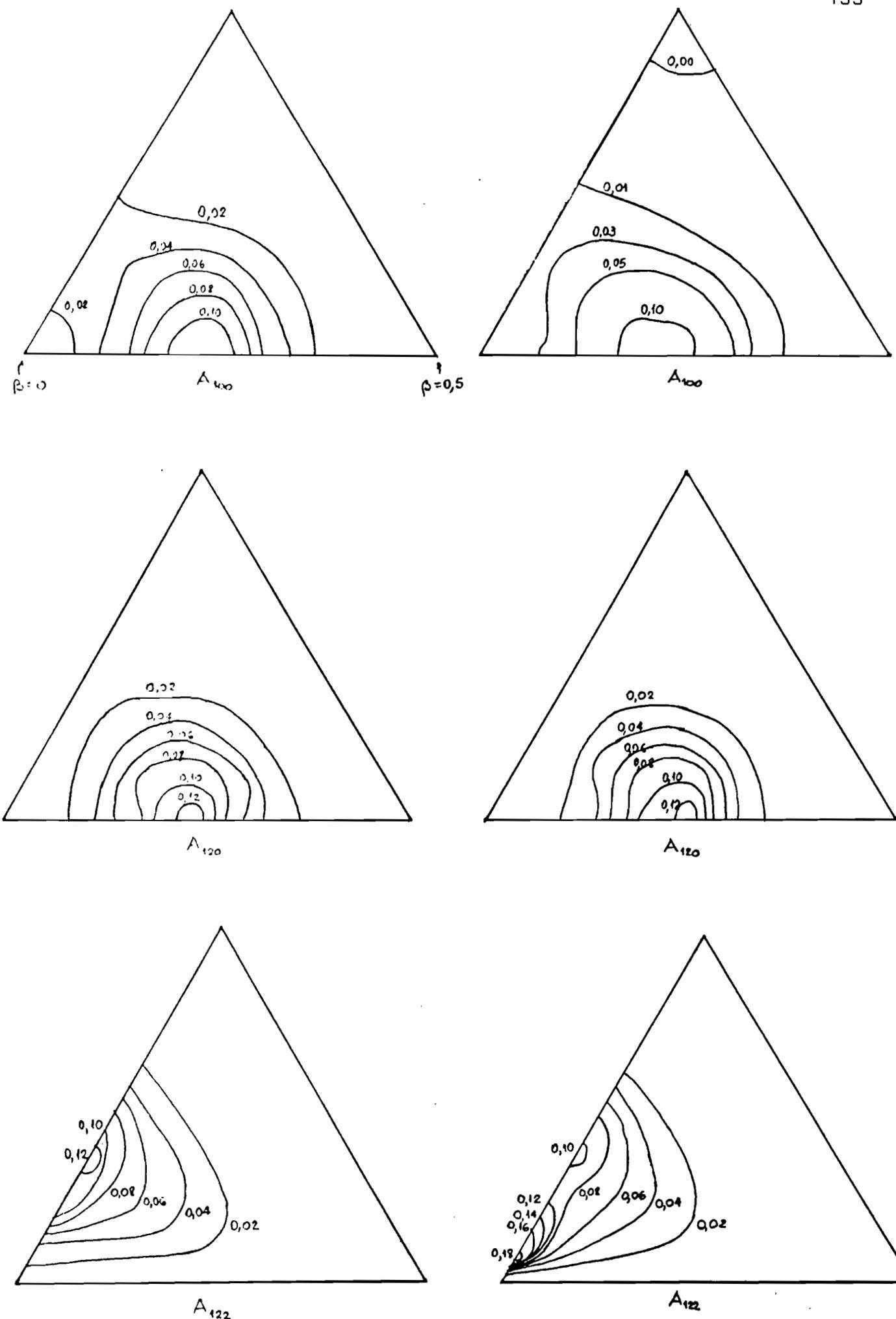


Figura III.2.5 Amplitudes de deformação do 184W,
(esquerda este trabalho, direita ref. 31).

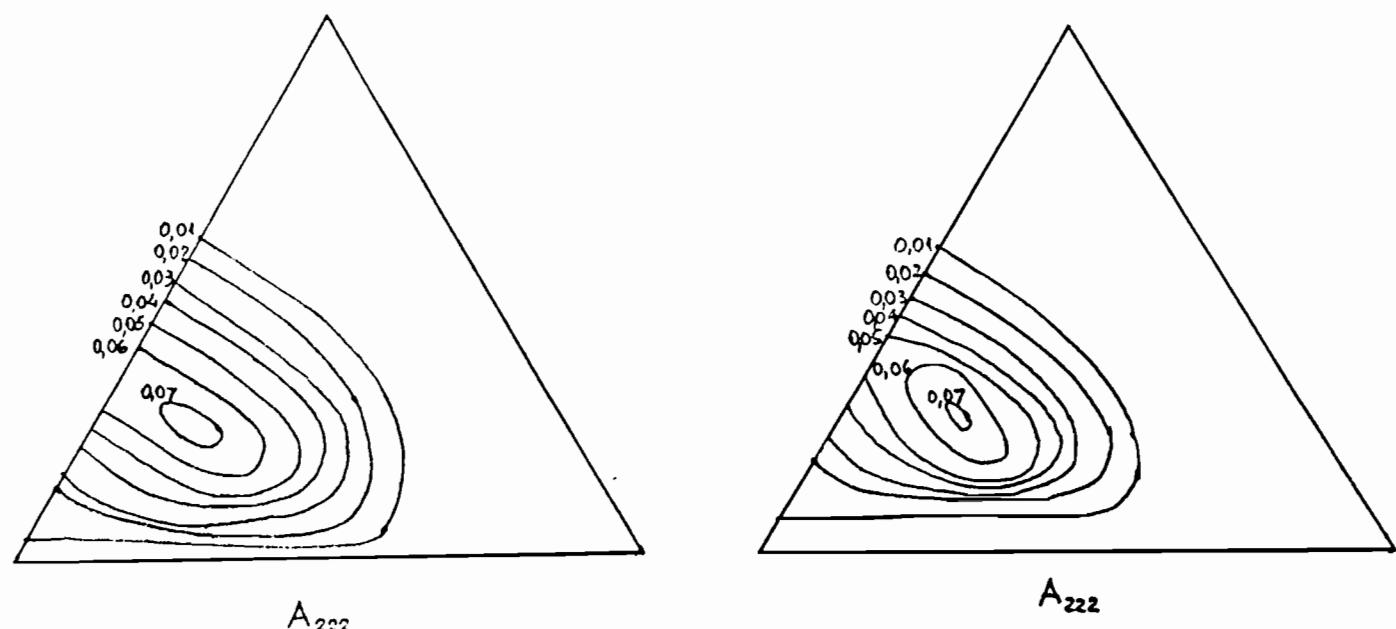
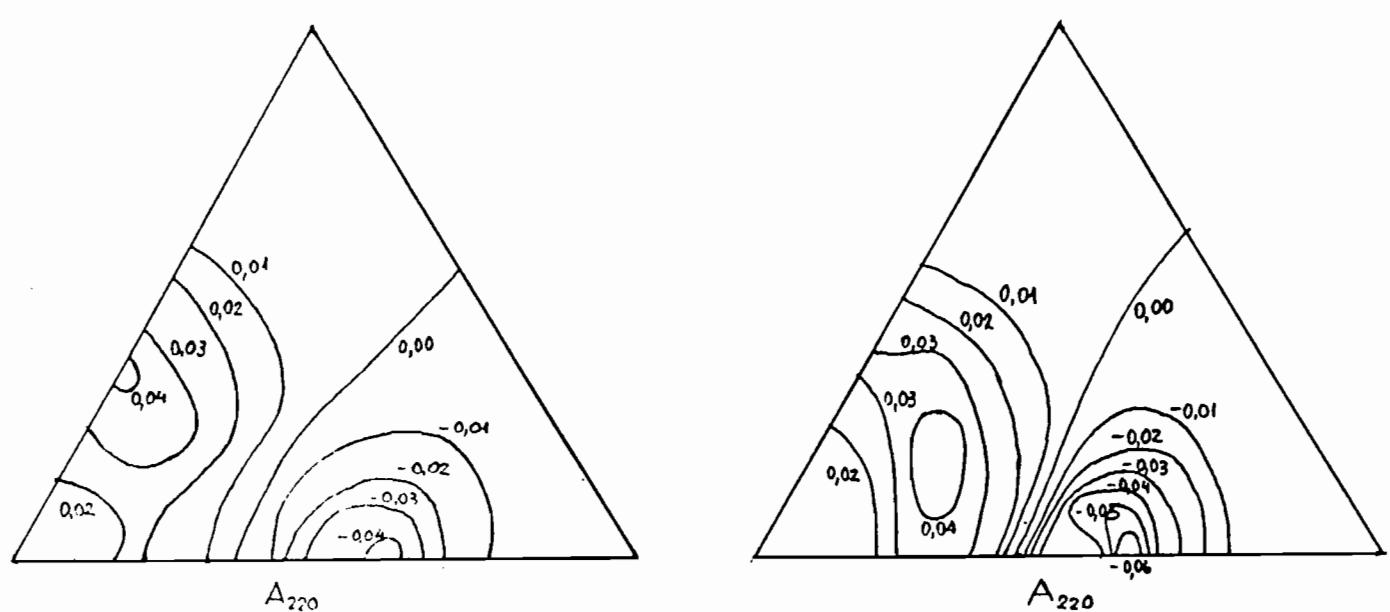
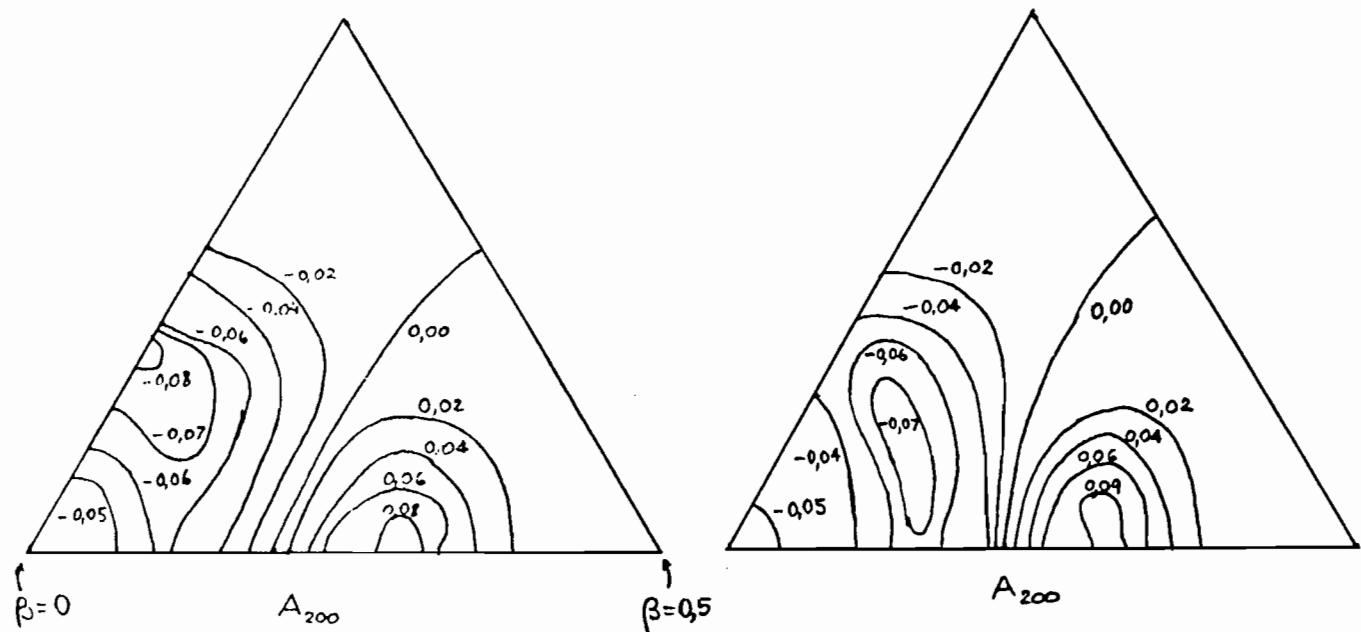


Figura III.2.5 continuação.

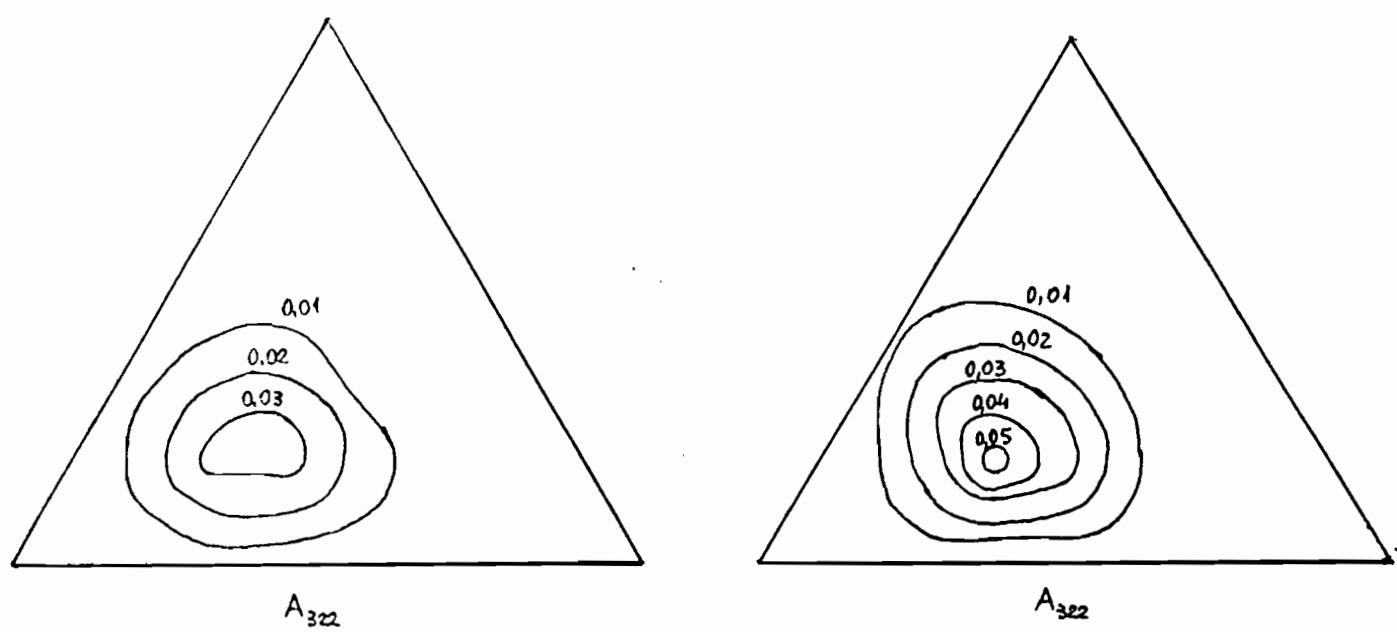
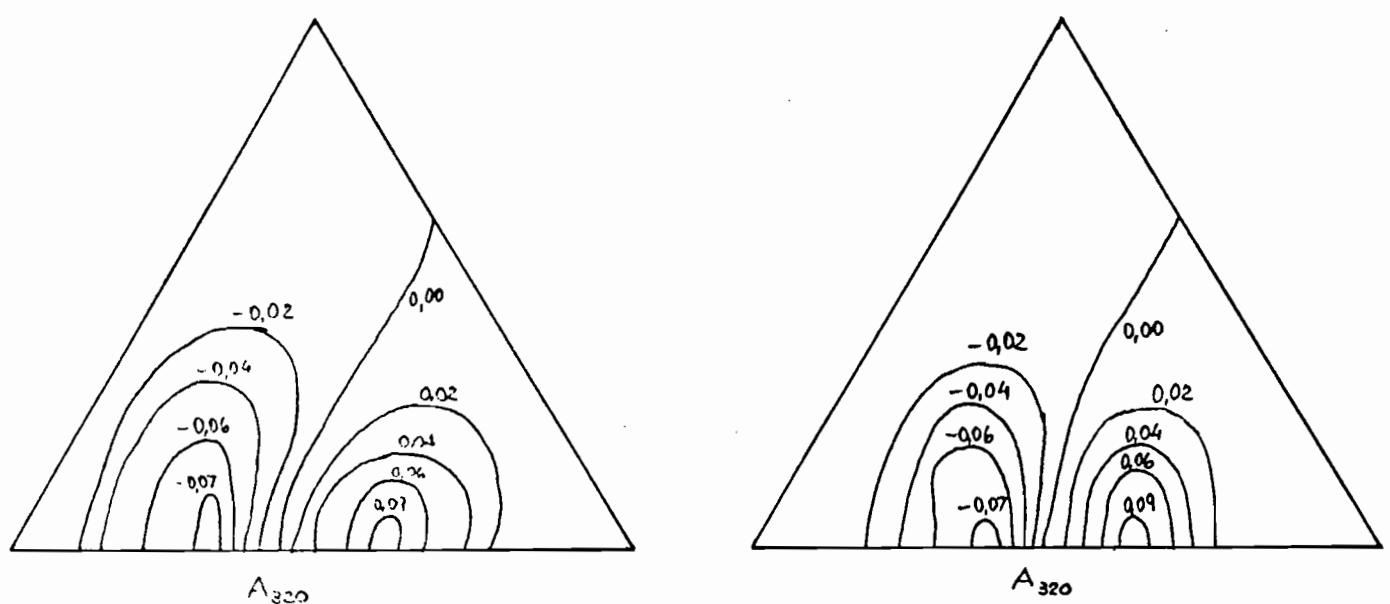
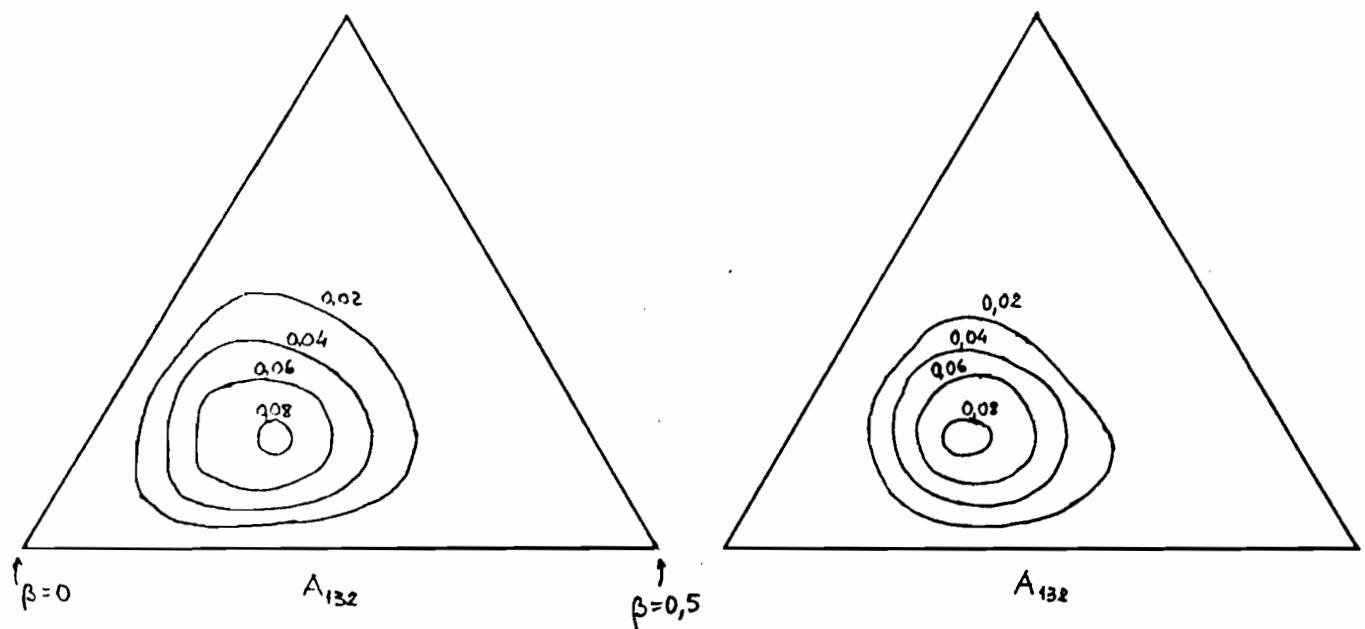


Figura III.2.5 continuação.

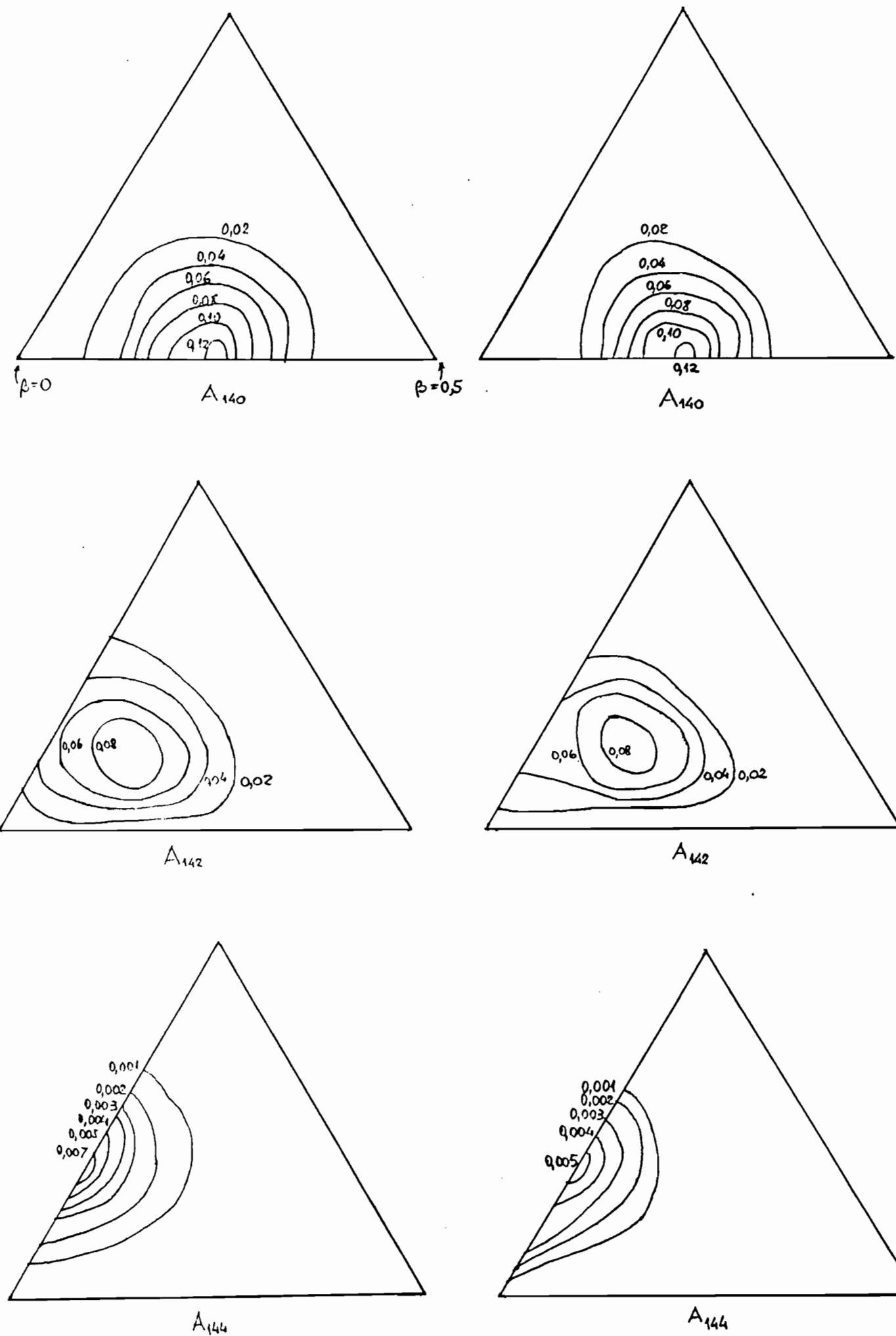


Figura III.2.5 continuação.

Tabela III.2.7.a Níveis de energia teóricos

Estado	Energia (MeV)	
	este trabalho	K&B
0 ₂	0,678	0,666
2 ₁	0,122*	0,122
2 ₂	0,717	0,760
2 ₃	0,912	0,898
3 ₁	0,995	1,060
4 ₁	0,349	0,350

*este valor é ajustado através da escolha de χ

Tabela III.2.7.b B(E2) e B(M1) teóricos

i	f	B(E2) ($e^2 b^2$)		B(M1) ($10^{-3} mn^2$)	
		este trabalho	K&B	este trabalho	K&B
0 ₁	2 ₁	3,780	3,745		
	2 ₂	0,144	0,085		
	2 ₃	0,103	0,135		
0 ₂	2 ₁	0,220	0,231		
	2 ₂	1,770	2,501		
	2 ₃	2,409	1,748		
2 ₁	2 ₂	0,203	0,176	0,001	0,038
	2 ₃	0,0001	0,007	0,607	0,602
	3 ₁	0,106	0,098	0,078	0,079
	4 ₁	2,087	2,070		
2 ₂	2 ₃	0,319	0,737	0,032	0,025
	3 ₁	0,838	0,561	0,169	0,108
	4 ₁	0,009	0,032		
2 ₃	3 ₁	0,556	0,743	0,231	0,310
	4 ₁	0,133	0,120		
3 ₁	4 ₁	0,090	0,078	0,076	0,075

Tabela III.2.7.c Q e μ teóricos

Estado	Q (e.b)		μ (mn)	
	este trabalho	K&B	este trabalho	K&B
2 ₁	-1,692	-1,699	0,555	0,557
2 ₂	1,249	0,736	0,522	0,519
2 ₃	-1,558	-1,097	0,525	0,527
3 ₁	0,0	0,0	0,819	0,822
4 ₁	-2,168	-2,194	1,089	1,092

As diferenças obtidas nas tabelas III.2.7 se devem essencialmente às diferentes características dos computadores utilizados nos cálculos de K&B e neste trabalho. Um exemplo disso é mostrado nas figuras III.2.6, onde a amplitude de deformação do estado 0₂₊ obtido por K&B é comparada com a deste trabalho, onde são impostos diferentes valores de convergência numérica, dada pela máxima norma do vetor-resíduo

$$R = H \cdot A - E \cdot F \cdot A \quad \text{III.2.88}$$

(veja a equação III.2.15).

Nota-se, para valores reduzidos de convergência, que surge a oscilação da função de onda na origem, presente no cálculo de K&B.

III.3 O Modelo de Gneuss e Greiner (G&G)

O modelo coletivo de Gneuss e Greiner ⁴⁴⁻⁴⁹ também trata do movimento quadrupolar nuclear, mas utilizando uma Hamiltoniana composta por produtos escalares de tensores construídos a partir de dois tensores de quadrupolo básicos, α_{μ} e $\bar{\alpha}_{\mu}$, que são respectivamente as coordenadas de deformação e o complexo conjugado dos momentos a elas associados (e o complexo conjugado dos momentos que se transforma corretamente por rotação).

A Hamiltoniana completa é escrita ⁴⁴)

$$\mathcal{H} = P_2 K_2 + P_3 K_3 + C_2 L_2 + C_3 L_3 + C_4 L_2^2 + C_5 L_2 L_3 + C_6 L_3^2 + D_6 L_2^3, \quad \text{III.3.1}$$

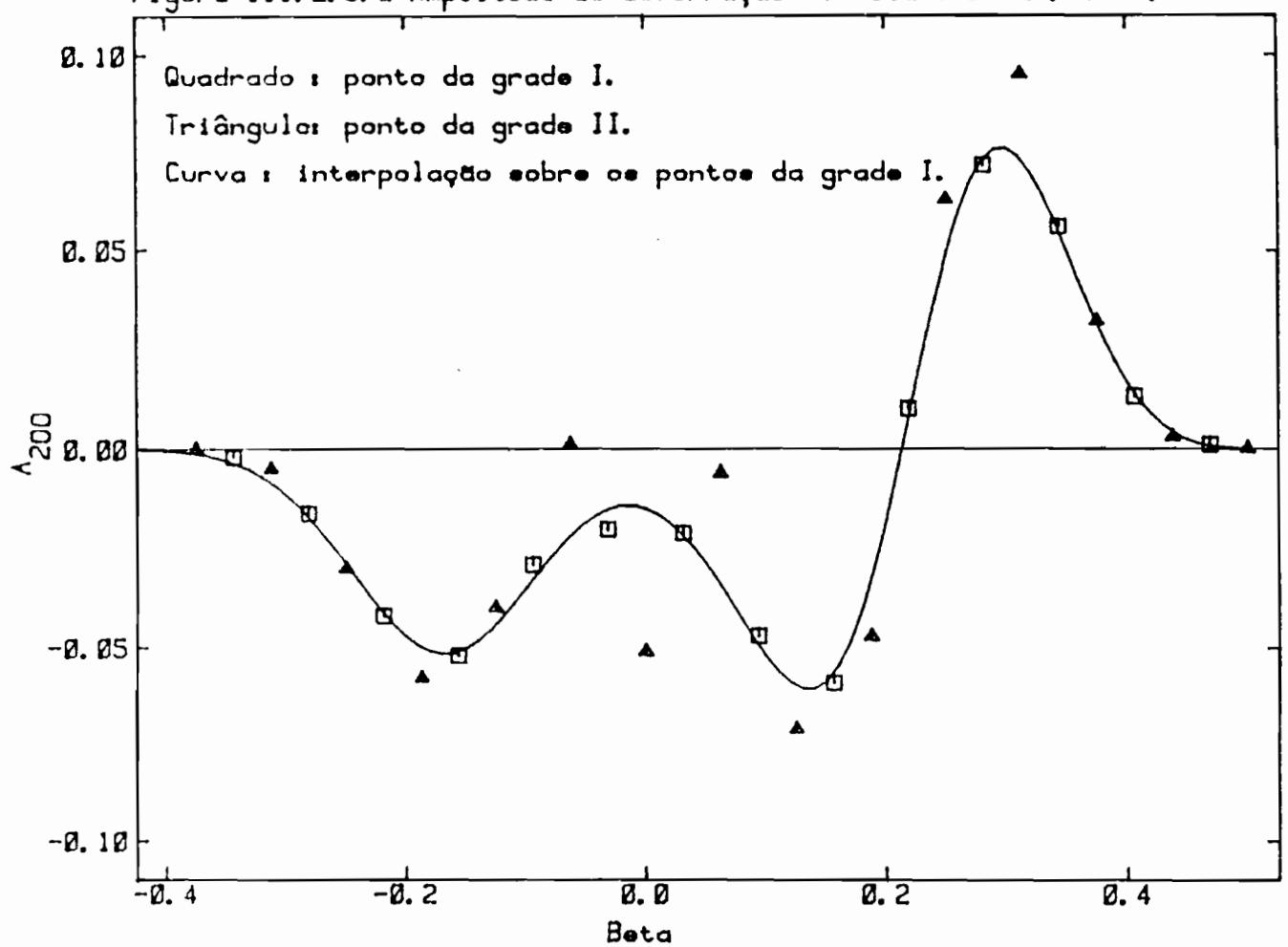
Figura III.2.6.a Amplitude de deformação do estado $\theta+(2)$, 184W, ref. 31

Figura III.2.6.b Mesma amplitude, deste trabalho.

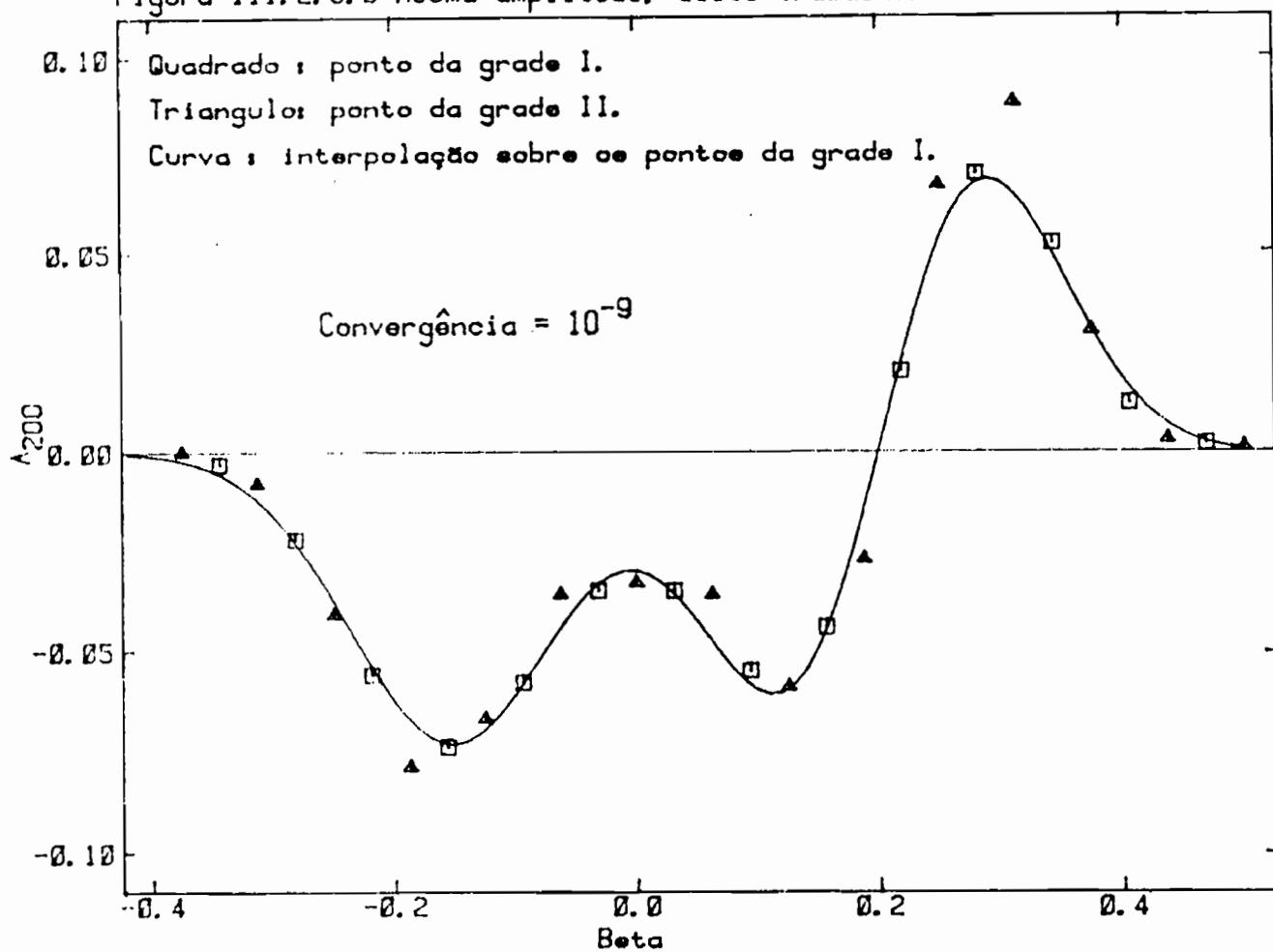
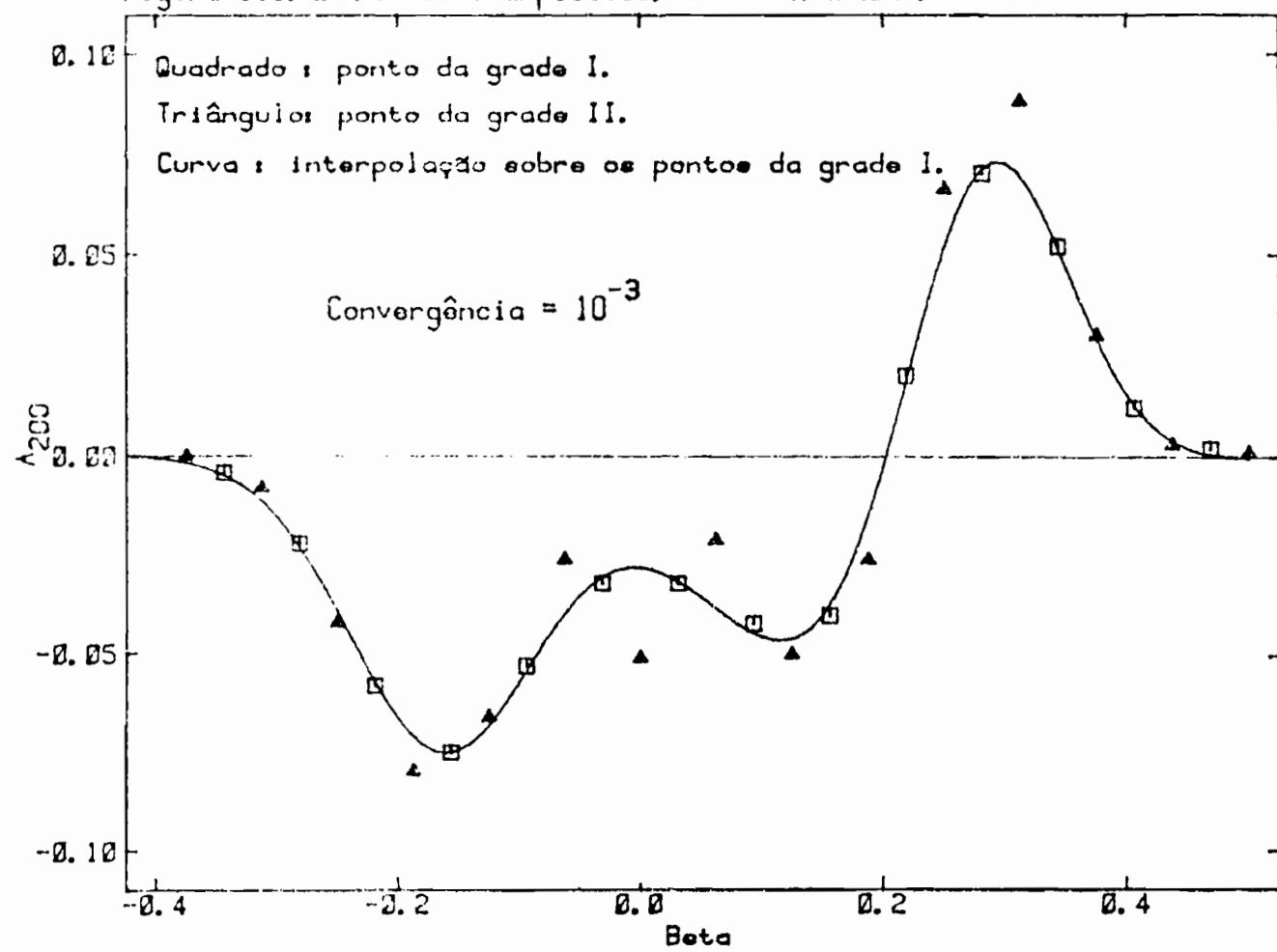


Figura III.2.6.c Mesma amplitude, deste trabalho.



onde

$$K_2 = [\bar{\pi}^{(2)} \times \bar{\pi}^{(2)}]^{(0)}, \quad K_3 = [[\pi^{(2)} \times \alpha^{(2)}]^{(2)} \times \pi^{(2)}]^{(0)} \quad \text{III.3.2}$$

$$L_2 = [\alpha^{(2)} \times \alpha^{(2)}]^{(0)}, \quad L_3 = [[\alpha^{(2)} \times \alpha^{(2)}]^{(2)} \times \alpha^{(2)}]^{(0)}$$

e o simbolo

$$S^{(\lambda_3)} = [A^{(\lambda_1)} \times B^{(\lambda_2)}]^{(\lambda_3)} \quad \text{III.3.3}$$

representa o produto tensorial, onde $S^{(\lambda_3)}$ é um tensor esférico de ordem λ_3 , cujas componentes são

$$S_{\lambda_3 \mu_3} = \sum_{\mu_1(\mu_2)} \langle \lambda_1 \mu_1 \lambda_2 \mu_2 | \lambda_3 \mu_3 \rangle A_{\lambda_1 \mu_1} B_{\lambda_2 \mu_2}. \quad \text{III.3.4}$$

Os primeiros dois termos à direita de III.3.1 representam a energia cinética e os restantes compõem a energia potencial de deformação.

A energia cinética é então composta por um termo harmônico dependente de K_2 , onde substituídas as expressões para os α_μ e $\bar{\pi}_\mu$ (onde foi omitida a ordem 2) em termos das coordenadas de deformação β_0 e β_1 e de suas velocidades, chega-se exatamente à energia cinética na proposta de Bohr, no limite de pequenas deformações, eqs. III.1.11 e III.1.15. Para tal reconhecimento, basta fazer

$$P_z = \frac{\sqrt{5}}{2B} \quad \text{III.3.5}$$

Para incluir uma possível dependência dos parâmetros de inércia vibracional com β_0 e β_1 , G&G introduzem o segundo termo na energia cinética, dependente de K_3 , denominando-o uma anharmonicidade e L. von Bernus et al. ⁴⁸⁾ propõem ainda a introdução de termos mais elaborados, envolvendo também potências superiores dos $\bar{\pi}_\mu$, indicando a presença de potenciais dependentes da velocidade.

A energia potencial de deformação tem, em termos de β e γ , o seguinte aspecto

$$\Pi(\beta, \gamma) = C_2 \frac{1}{\sqrt{5}} \beta^2 - C_3 \sqrt{\frac{2}{35}} \beta^3 \omega_3 \gamma + C_4 \frac{1}{5} \beta^4 - C_5 \sqrt{\frac{2}{175}} \beta^5 \omega_3 \gamma$$

$$+ C_6 \frac{2}{35} \beta^6 \omega_3^2 \gamma + D_6 \frac{1}{5\sqrt{5}} \beta^6 \quad \text{III.3.6}$$

sendo então uma expansão em potências de β^2 e $\beta^3 \cos 3\delta$ que são os invariantes básicos.

Os oito parâmetros, P_2 , P_3 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 , D_4 e D_6 são determinados através do ajuste das propriedades nucleares de baixa energia, sendo utilizada a base das funções de onda do oscilador harmônico esférico para a solução da Hamiltoniana quântica.

Os termos cinéticos anarmônicos não são utilizados em nenhum cálculo encontrado na literatura, havendo comentários como: "... Se o parâmetro P_3 é aumentado, cessa a convergência do processo computacional. Como este também é o caso para energias potenciais não realistas, concluímos que para valores extremamente grandes de P_3 , a situação deixa de ser fisicamente relevante. ...".

A escrita da energia cinética completa em III.3.1 com o auxílio das coordenadas β_0 e β_2' produz

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} B(1 - \lambda_3 \beta_0) \dot{\beta}_0^2 + \frac{1}{2} B(1 + \lambda_3 \beta_0) \dot{\beta}_2'^2 + B(\lambda_3 \beta_2') \dot{\beta}_0 \dot{\beta}_2' \\ & + \frac{1}{2} J_1 [1 - \frac{\lambda_3}{2} (\beta_0 - \sqrt{3} \beta_2')] \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 [1 - \frac{\lambda_3}{2} (\beta_0 + \sqrt{3} \beta_2)] \omega_2^2 + \frac{1}{2} J_3 (1 + \frac{\lambda_3}{2} \beta_0) \omega_3^2, \end{aligned} \quad \text{III.3.7}$$

com

$$\lambda_3 = \sqrt{\frac{8}{35}} B P_3 \quad \text{III.3.8}$$

onde B e J_k são aqueles de Bohr.

Portanto, com o termo anarmônico, G&G utilizam

$$\begin{aligned} B_{00}^{G&G} &= B(1 - \lambda_3 \beta_0), & B_{02'}^{G&G} &= B \lambda_3 \beta_2' \\ B_{22'}^{G&G} &= B(1 + \lambda_3 \beta_0), & J_k^{G&G} &= J_k^{\text{Bohr}} \cdot f_k(\beta_0, \beta_2') \end{aligned} \quad \text{III.3.9}$$

com

$$f_k(\beta_0, \beta_2') = \begin{cases} 1 - \frac{\lambda_3}{2} (\beta_0 - \sqrt{3} \beta_2'), & k=1 \\ 1 - \frac{\lambda_3}{2} (\beta_0 + \sqrt{3} \beta_2'), & k=2 \\ 1 + \frac{\lambda_3}{2} \beta_0, & k=3. \end{cases} \quad \text{III.3.10}$$

Das equações III.3.8-10, especialmente aquelas envolvendo $B_{02'}$ e J_3 , observa-se que os valores plausíveis de λ_3 são positivos. No entanto, um mapeamento de B_{00} e dos

fois demonstra que sempre haverá no plano (β_0, β_2) uma região não plausível para os parâmetros iniciais, como mostrado nas figuras III.3.1. Caso esta região esteja situada em locais onde a função de onda nuclear é importante, gera-se a instabilidade observada por G&G, mas jamais explicada em termos transparentes.

Cabe ressaltar que, mesmo construída a partir de um instrumento algébrico correto e com as propriedades de simetria necessárias, esta parametrização da Hamiltoniana conduziu a uma inconsistência. Isto significa que o uso de tais instrumentos deve, em todos os casos, ser sempre seguido de perto pela visão física do que está ocorrendo. No caso do modelo de G&G por exemplo, o que se sugere é a substituição dos termos ímpares em α_μ por termos pares nessa coordenada, eliminando o efeito observado, mas mesmo assim devem ser investigadas as características dos termos remanescentes.

O modelo de G&G utilizado usualmente, sem os termos cinéticos anarmônicos, é então nada mais do que a solução da Hamiltoniana de Bohr na aproximação de pequenas deformações (eqs. III.1.15) mas, com uma energia potencial expandida em potências de β^2 e $\beta^3 \cos 3\gamma$, na tentativa de dar conta de deformações elevadas. Isto representa a mistura de abordagens opostas em um mesmo cálculo.

III.4 Resultados e Discussão

III.4.1 Um Exame do Modelo Utilizado nos Cálculos

O modelo de Bohr na formulação de K&B se presta extremamente bem para a descrição de propriedades nucleares que variem suavemente com o número de massa ou o número de partículas de valência, através da variação igualmente suave de seus parâmetros. Deste modo, espera-se que ele se aplique melhor à região onde se encontram os isótopos pares do Xe do que à abrupta transição vibração-rotação que se dá entre os isótopos 150 e 152 do Sm, onde K&B o aplicam. Isto pode ser observado nos valores elevados e bastante diferentes do

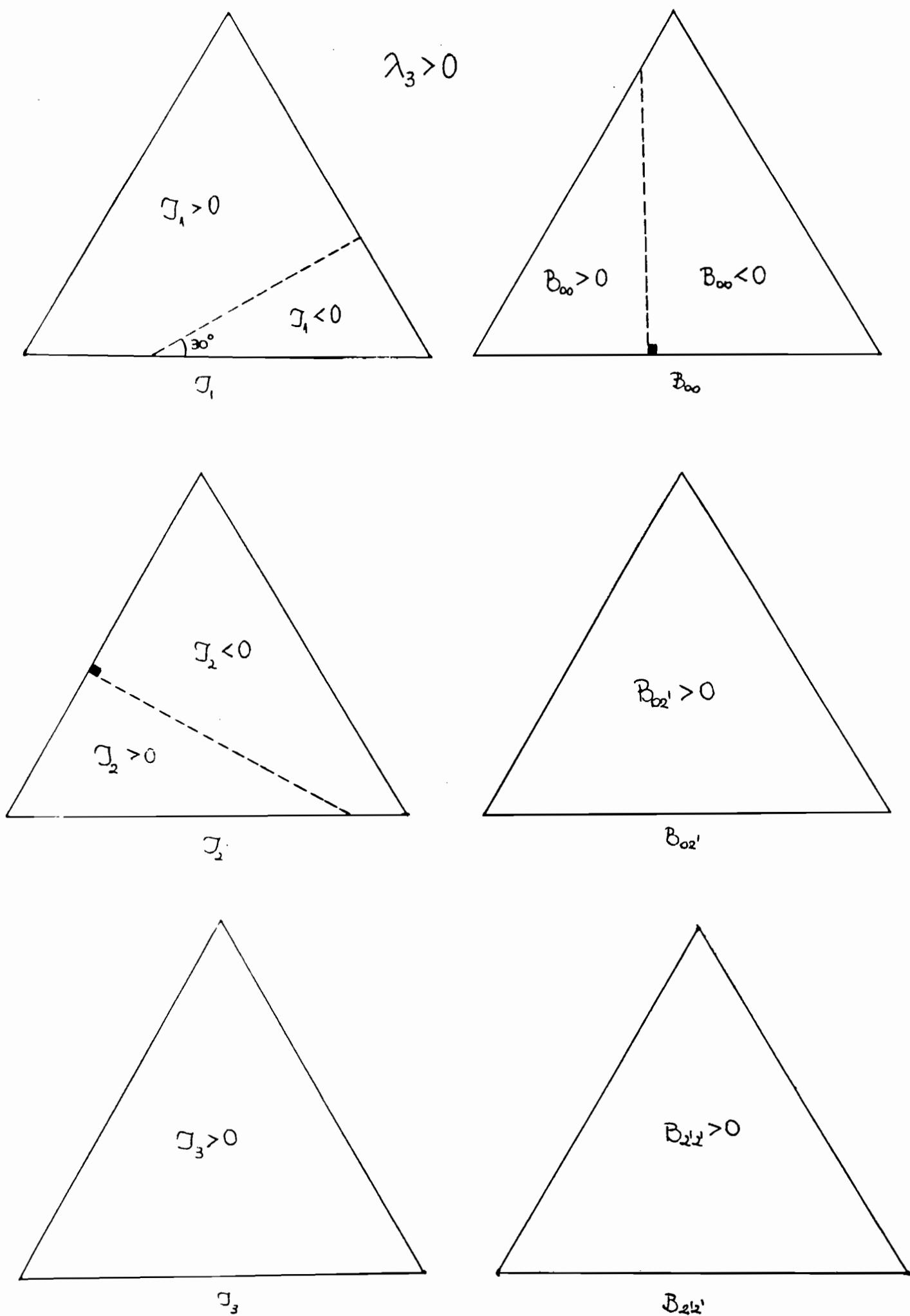


Figura III.3.1 Mapeamento dos parâmetros iniciais do modelo de G&G.

parâmetro de renormalização inercial utilizado para estes isotópos³¹⁾

$$^{150}\text{Sm}, F_{1u} = 4,7,$$

III.4.1

$$^{152}\text{Sm}, F_{1u} = 2,8.$$

K&B justificam estes valores elevados com base no número de partículas não levadas em conta, no caroço, mas esse argumento não explica a diferença entre eles, para os dois isotópos vizinhos. Estes números parecem lançar a responsabilidade da transição de fase nuclear totalmente sobre as características do caroço, que não deveriam variar de maneira tão abrupta, uma vez que se trata virtualmente do mesmo, nos dois casos.

A transição vibração-rotação que este modelo é capaz de reproduzir surge como um balanço preciso entre as interações de emparelhamento, que tende a tornar o núcleo esférico e de quadrupolo, que o deforma. Isto pode ser observado na figura III.4.1 onde, para um mesmo núcleo, ¹³²Xe, são apresentados os níveis de energia em função da intensidade da interação quadrupolar, para valores fixos daquela de emparelhamento. Uma mudança percentualmente reduzida no valor de χ leva da situação vibracional àquela de rotação.

Quanto à redução da intensidade da interação quadrupolar na camada de valência superior, apontada na seção III.2.2, item 8, sua consequência principal é sobre o operador E_0 , eq. III.2.64. Seu elemento de matriz intrinseco pode ser escrito

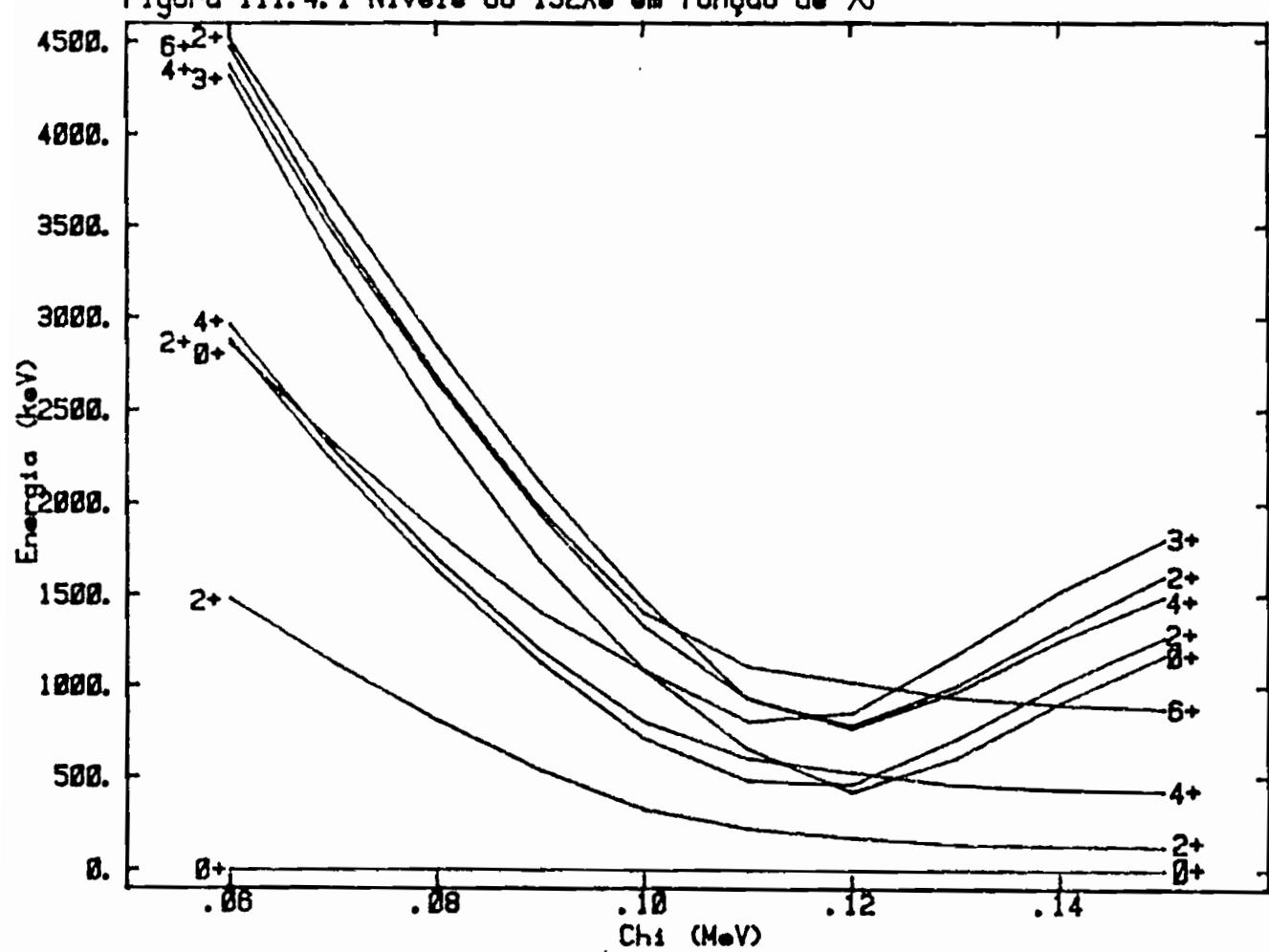
$$\langle X | \mathcal{M}_0(E_0) | X \rangle = \frac{1}{R^2} \sum_{i\alpha} N_{i\alpha}^2 e_\alpha \sum_\alpha |\langle i|\alpha \rangle|^2 (N_{\alpha} + \frac{3}{2}) b_\alpha^2 \quad \text{III.4.2}$$

onde foi substituído o valor

$$\langle \alpha | r_\alpha^2 | \alpha \rangle = (N_\alpha + \frac{3}{2}) b_\alpha^2 \quad \text{III.4.3}$$

para o valor esperado de r_α^2 em uma órbita do oscilador harmônico, com N_α o número quântico principal da camada, independente de α , e b_α o parâmetro de comprimento do poço, dependente do estado de carga.

A soma sobre os estados esféricos α pode ser dividida em duas, uma sobre cada uma das camadas de valência, mas relembrando que o efeito de atenuação torna os

Figura III.4.1 Níveis do ^{132}Xe em função de χ 

valores de $\langle r^2 \rangle$ todos iguais, estes podem ser retirados da somatória mais interna, produzindo

$$\langle X | \ell \mu(E_0) | X \rangle = \frac{1}{R^2} \sum_{i\alpha} n_{i\alpha}^2 e_\alpha b_\alpha^2 (N_{F\alpha} + \frac{3}{2}) \sum_\alpha | \langle i | \ell | \alpha \rangle |^2 \quad III.4.4$$

onde $N_{F\alpha}$ é a camada do oscilador que contém a superfície de Fermi para o estado de carga α . Observando que a somatória em α é igual a 1 e que aquela em i é igual ao número de partículas de valência, n_α , produz-se

$$\langle X | \ell \mu(E_0) | X \rangle = \frac{1}{R^2} \sum_\alpha e_\alpha b_\alpha^2 (N_{F\alpha} + \frac{3}{2}) \mu_\alpha \quad III.4.5$$

que é uma constante.

A conclusão é que não há transições E0 neste modelo, muito embora K&B tenham utilizado o operador de estrutura exclusivamente coletiva,

$$\langle X | \ell \mu(E_0) | X \rangle = \frac{3Z}{8\pi} \beta^2 \quad III.4.6$$

proposto por Bohr em seus cálculos e numa etapa posterior, sugerido o operador microscópico III.2.64, que é constante como demonstrado e aparentemente nunca tenha sido utilizado.

A partir da situação descrita para as transições E0, uma forma de calculá-las corretamente seria atenuar a interação quadrupolar na camada de valência superior, mas de um valor intermediário, não comprimindo $\langle r^2 \rangle$ de suas camadas até se igualar ao valor da camada inferior. O valor da atenuação deveria ser dado justamente por alguma intensidade de transição E0 conhecida experimentalmente.

Quanto à produção neste modelo de formas triaxiais estáveis, os resultados obtidos por K&B e também os deste trabalho indicam que as situações mais comuns produzidas para a energia potencial de deformação envolvem mínimos axiais de profundidade diferente, ligados por um caminho sobre o plano de deformação em forma de "calha" inclinada. O mínimo menos profundo é, de fato, um ponto de sela da superfície. Pode ocorrer uma situação de instabilidade gama quando a diferença de profundidade entre os mínimos é pequena. Na melhor hipótese, surge um mínimo triaxial pouco pronunciado. Esta característica torna a presente formulação extremamente interessante de ser testada na região à qual

pertence o ^{132}Xe , pois os Xe pares são classificados como núcleos que se enquadram bem no limite O(6) do modelo de bosons interagentes, adicionando-se perturbações na direção γ - causadoras de leve triaxialidade $^{24})$.

Trabalhos recentes como o de A. Hayashi et al. $^{50})$ mostram que cálculos na formulacão de K&B, similares à variação após a projeção em momento angular (VAP) tendem a perder a triaxialidade, ao passo que cálculos mais complexos, estritamente microscópicos, de projeção após a variação (PAV) conseguem apresentar essa característica.

Uma forma alternativa de cálculo, apresentada posteriormente por K. Kumar, denominada Modelo de Deformação Dinâmica $^{32,51,52})$ parece reter a triaxialidade, podendo seu cálculo ser também estendido a núcleos leves $^{32})$.

Há também uma variedade de cálculos recentes do tipo autoconsistente para o estudo da triaxialidade nuclear $^{53,54})$.

A escolha das intensidades da interação quadrupolar todas iguais, independentes do estado de carga, é baseada em cálculos como os de Kisslinger e Sorensen $^{55,56})$ ou de Bès e Sorensen $^{57})$. No entanto, Scholten $^{58})$ e também Kreiner e Pomar $^{59})$ apontam que diferenças entre χ_{nn} e $\chi_{pp} = \chi_{nn}$ podem ser relevantes na descrição das propriedades nucleares.

A tabela III.4.1 apresenta o resultado dos cálculos de Kreiner e Pomar com o modelo de camadas para núcleos com dois prótons e dois nêutrons fora de camada fechada. V_{pn} é o elemento de matriz da interação residual p-n para o momento angular $I = j_p + j_n$ e V_{nn} é aquele da interação n-n, $T = 1$ para o estado $I = 0^+$, para diversos núcleos, com os orbitais de partícula de energia mais baixa.

Tabela III.4.1 Elementos de matriz ajustados por Kreiner e Pomar $^{59})$ aos dados experimentais.

Núcleo	Estado próton	Estado nêutron	V_{pn} (MeV)	V_{nn} (MeV)	razão
^{20}Ne	$1d_{5/2}$	$1d_{5/2}$	-3,66	-2,44	1,50
^{44}Ti	$1f_{7/2}$	$1f_{7/2}$	-2,57	-3,11	0,83
^{94}Mo	$1g_{9/2}$	$2d_{5/2}$	-0,68	-1,44	0,47
^{212}Po	$1h_{9/2}$	$2g_{9/2}$	-0,40	-1,25	0,32

O resultado obtido pelos autores, com a diminuição progressiva de V_{pn} em relação a V_{nn} ao aumentar a massa, está associado ao fato de que, nos núcleos mais pesados, os nêutrons passam a ocupar orbitais de camadas superiores, diminuindo assim a sobreposição de suas funções de onda com as dos prótons.

Scholten argumenta de outra maneira, baseando-se na energia do primeiro estado excitado de núcleos par-par, representada na figura III.4.2 para a região ao redor de $Z = 50$. Ao ser interpretada com uma interação residual do tipo quadrupolo-quadrupolo, esta figura mostra que a presença de nucleons de um só estado de carga fora de camada fechada, caso dos nêutrons nos $^{50}\text{Sn}^+$, não imprime ao núcleo uma deformabilidade elevada, mas que a introdução (ou retirada) de apenas dois nucleons do outro poço já proporciona uma aumento apreciável desta.

A figura III.4.3 representa também as energias do primeiro estado excitado de núcleos par-par, mas ao redor de $N = 82$.

Dentro do contexto do modelo utilizado, as quantidades χ_{pp} , χ_{nn} e χ_{pn} , quando tomadas diferentes, alteram o potencial de Hartree, eq. III.2.41, que se torna

$$\Gamma_{\alpha\beta} = - \sum_M (-)^M D_{M\bar{\alpha}} \langle \alpha | Q_M | \beta \rangle, \quad \text{III.4.7}$$

onde a deformação média $D_{M\bar{\alpha}}$ passa a depender do estado de carga, $\bar{\alpha}$.

A solução do problema estático produz para $D_{M\bar{\alpha}}$ o valor

$$D_{M\bar{\alpha}} = \chi_{\bar{\alpha}p} q_{Mp} + \chi_{\bar{\alpha}n} q_{Mn} \quad \text{III.4.8}$$

onde os $q_{M\bar{\alpha}}$, momentos de quadrupolo da distribuição de prótons ou de nêutrons, são dados por

$$q_{M\bar{\alpha}} = \sum_{\beta\delta} \langle \beta | Q_M^\epsilon | \delta \rangle q_{\beta\delta}^\epsilon, \quad \text{III.4.9}$$

como antes (veja a eq. III.2.43).

O efeito desta alteração sobre o valor esperado de K_0 aparece apenas no último termo de III.2.54, que passa a ser

Figura III.4.2 Energia do primeiro estado excitado em função do N. 150

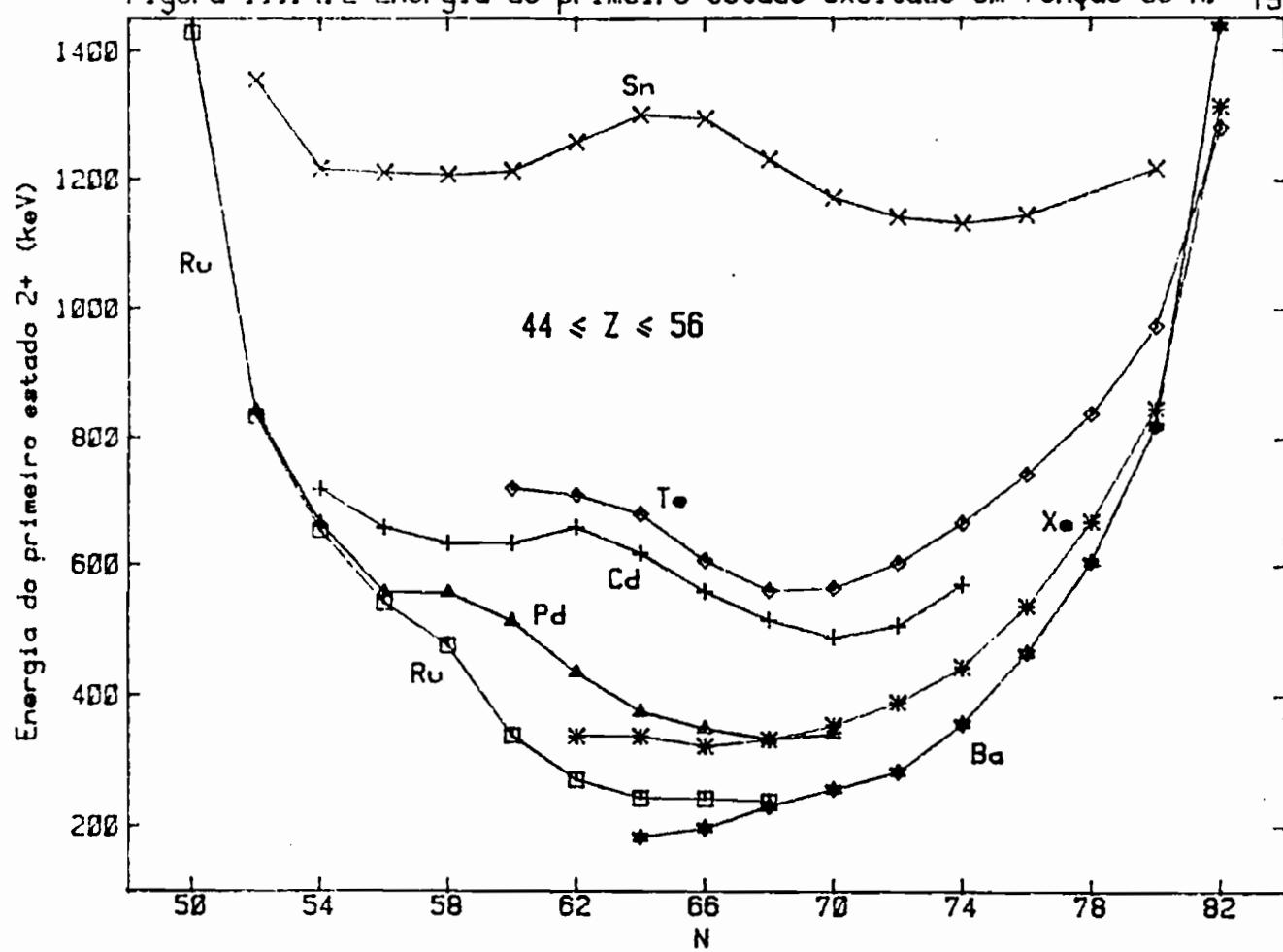
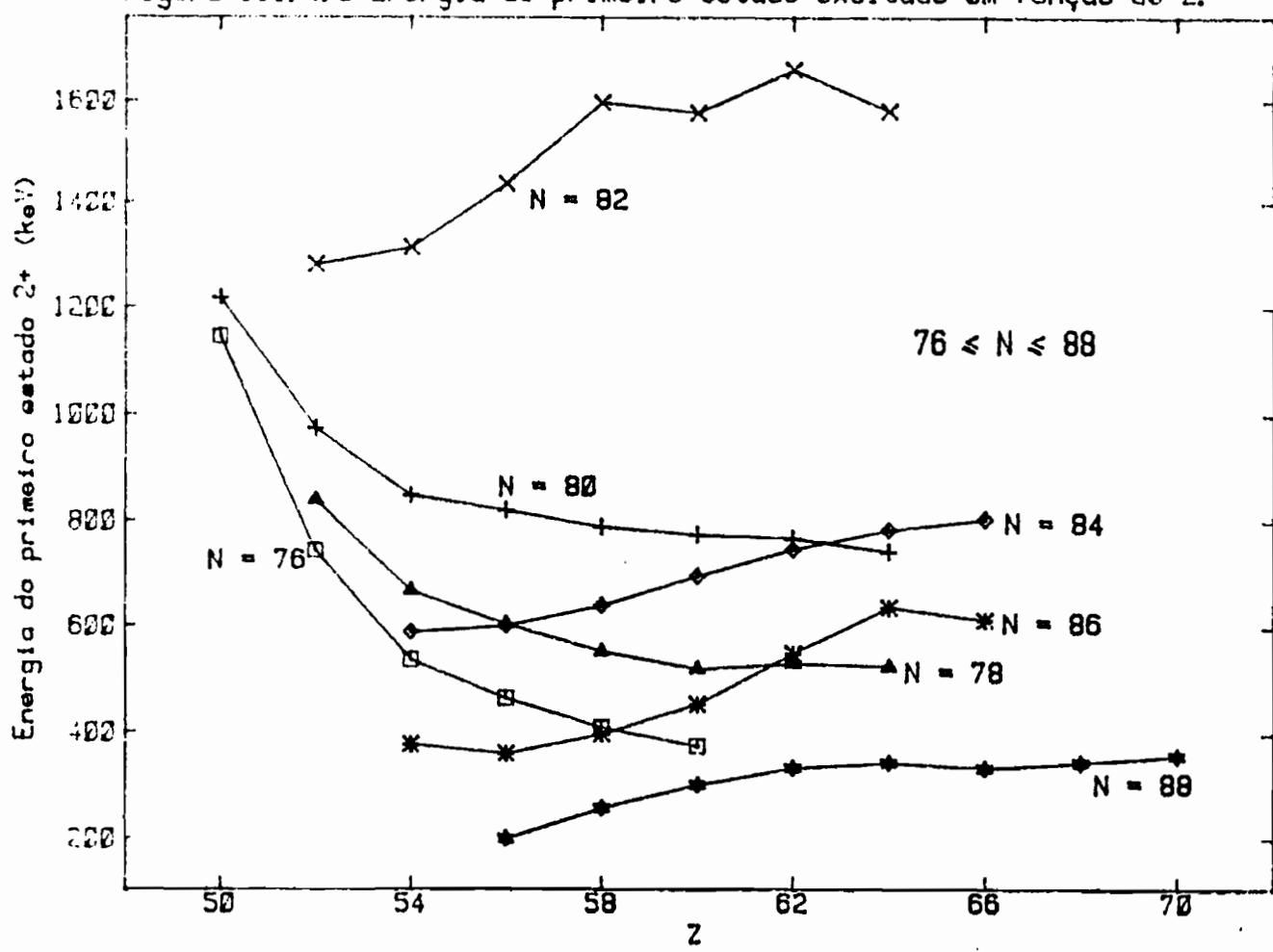


Figura III.4.3 Energia do primeiro estado excitado em função do Z.



$$\langle \hat{H}_p \rangle = \frac{1}{2} \sum_{ij\sigma} \frac{|K_{ij\sigma} |W^0| \beta_{j\sigma} \rangle|^2}{(\epsilon_{ij\sigma} + E_{j\sigma})^3} + \sum_{\sigma} \left(\omega_{i\sigma}^2 \eta_{i\sigma} - \frac{\Delta^2}{G_{\sigma}} + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \vec{D}_{\sigma} \cdot \vec{q}_{i\sigma} \right) \quad III.4.10$$

onde, no sistema intrínseco,

$$\vec{D}_{\sigma} \cdot \vec{q}_{i\sigma} = D_{0\sigma} q_{0\sigma} + D_{2\sigma} q_{2\sigma}. \quad III.4.11$$

Observando III.2.55 e supondo que

$$\beta_p = \beta_u \quad e \quad \gamma_p = \gamma_u, \quad III.4.12$$

resulta que a deformação média \vec{D}_{σ} de fato não é dependente do estado de carga, a menos que para cada um seja utilizado o valor de $\hbar w$ correspondente, que difere apenas de uns poucos porcento para prótons e nêutrons.

Neste modelo, negar a condição III.4.12 traz dificuldades ao mapeamento dos parâmetros no plano (β, γ) .

Escrevendo os $q_{\mu\sigma}$ em termos da expressão de $D_{\mu\sigma}$ resultante do problema autoconsistente estático, da mesma forma que K&B fazem, resulta

$$q_{\mu p} = \frac{\chi_{uu} D_{\mu p} - \chi_{up} D_{\mu u}}{\text{Det}}, \quad q_{\mu u} = \frac{\chi_{pp} D_{\mu u} - \chi_{up} D_{\mu p}}{\text{Det}}, \quad III.4.13$$

$$\text{Det} = \chi_{pp} \chi_{uu} - \chi_{up}^2$$

(note-se que esta forma de solução não admite os χ 's todos iguais e nem a alternativa de Kisslinger e Sorensen em que pode ser utilizada para χ_{np} a média geométrica das outras duas intensidades, mantendo a separabilidade da interação com respeito ao estado de carga).

Se a hipótese III.4.12 é utilizada em III.4.13, retorna-se à forma original III.2.54, com um valor efetivo de χ , dado por

$$\chi_{ef} = \frac{\text{Det}}{\chi_{uu} + \chi_{pp} - 2\chi_{up}}, \quad III.4.14$$

o que demonstra que, pelo menos nesta abordagem, este modelo não é sensível à diferença da intensidade da força quadrupolar com o estado de carga.

III.4.2 Comparação entre as Formulações de K&B e G&G

As duas formulações tratam do movimento coletivo quadrupolar nuclear, na situação de deformação qualquer.

Aquela de G&G, onde se ajusta um grande número de parâmetros, se presta particularmente bem para o tratamento de famílias de energias potenciais de deformação, $\mathcal{V}(\beta, \gamma)$, permitindo uma classificação dos núcleos em categorias como esféricos, deformados com simetria axial ou triaxiais.

O ajuste dos parâmetros, fazendo uso da totalidade dos dados experimentais conhecidos em baixa energia, permite o estabelecimento de um acordo de boa qualidade com as informações calculadas. Os resultados para as energias potenciais de deformação e os níveis de energia dos isótopos pares do Os⁴⁸), com 184 ≤ A ≤ 192 podem ser vistos nas figuras III.4.4.

Entretanto, o poder de previsão desta formulação é bastante reduzido, o que pode ser observado por exemplo no trabalho de D. Habs et al.⁴⁷), onde cálculos são executados para alguns núcleos pares na região 50 < N,Z < 82.

As figuras III.4.5 apresentam os seus resultados para as energias potenciais de deformação. As figuras III.4.6 mostram as posições dos estados 0^+_2 calculados na forma apresentada por Habs⁴⁷) e também com valores experimentais⁴⁸) determinados posteriormente ao seu trabalho. Pode ser observado que o acordo entre teoria e experimento, quando existe, exigiu o conhecimento prévio do dado experimental para ajuste dos parâmetros.

Isto é indicativo da ausência de um compromisso entre propriedades nucleares de mesma natureza (e.g. o posicionamento da banda β em relação à fundamental) e também qualquer influência do número de massa no modelo. Outra maneira de se observar isso é através dos valores dos parâmetros da Hamiltoniana para os diferentes núcleos estudados por D. Habs, apresentados na tabela III.4.1. Como apontado por A. de-Shalit³⁴), a confiança maior ou menor que se pode ter em um modelo nuclear é função da maior ou menor suavidade com que os parâmetros do mesmo variam em função do número de massa nuclear.

Quanto ao uso deste ou de qualquer modelo para o estudo de triaxialidade nuclear, há uma forte indicação de

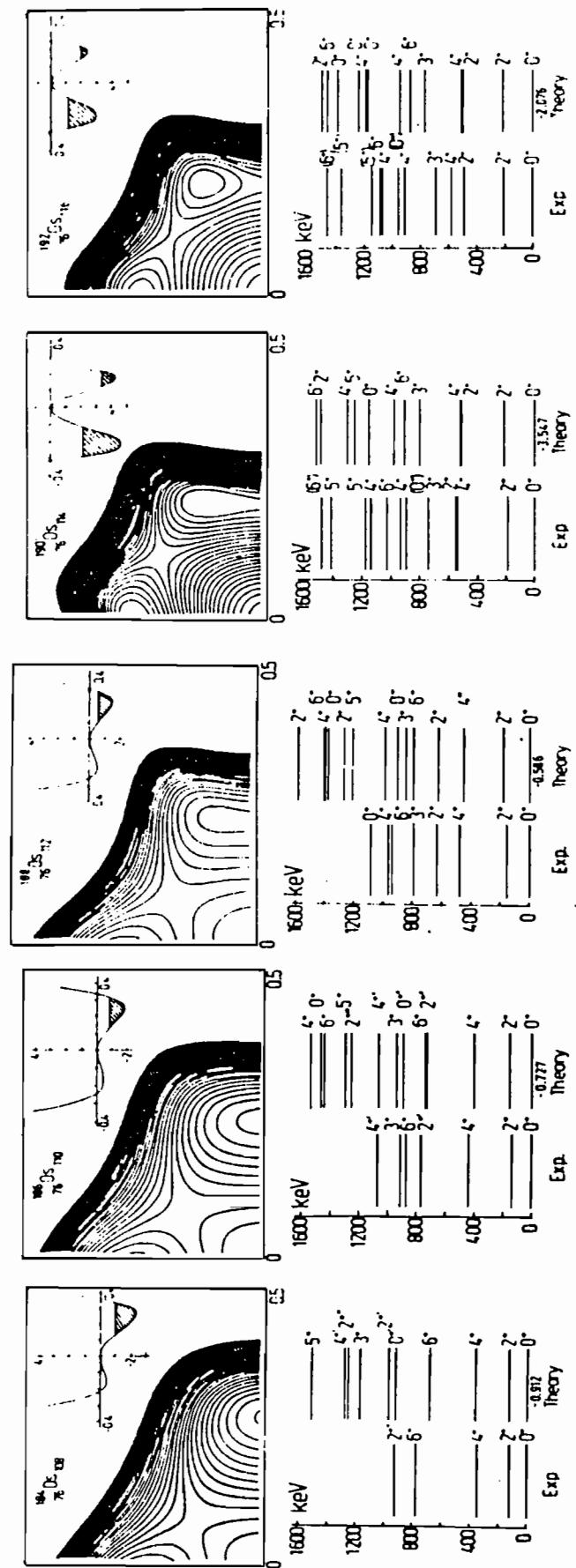


Figura III.4.4 Energias potenciais e níveis dos Os pares, ref. 49.

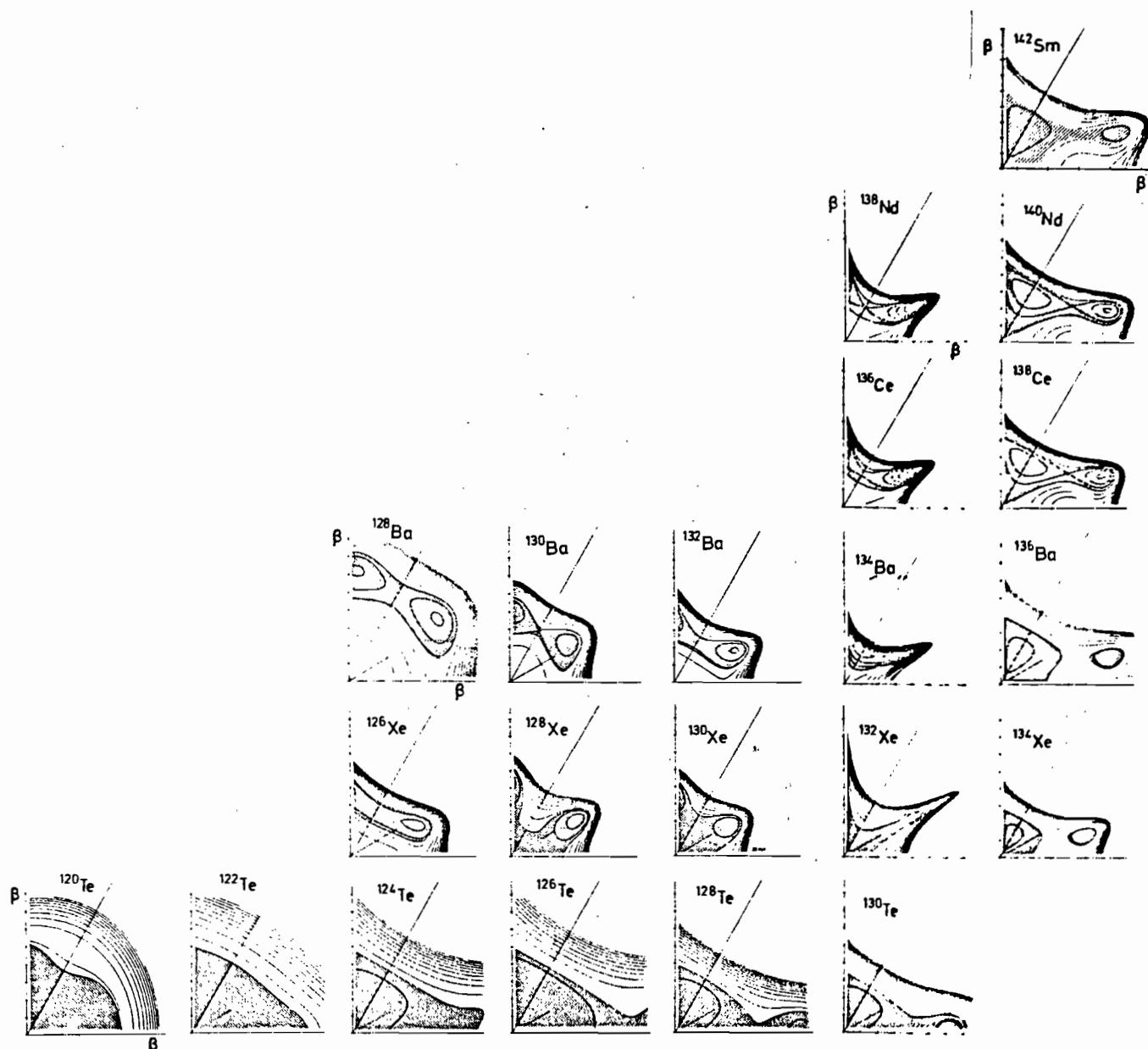


Figura III.4.5 Energias potenciais dos núcleos par-par na região $50 < N, Z < 82$. ref. 47.

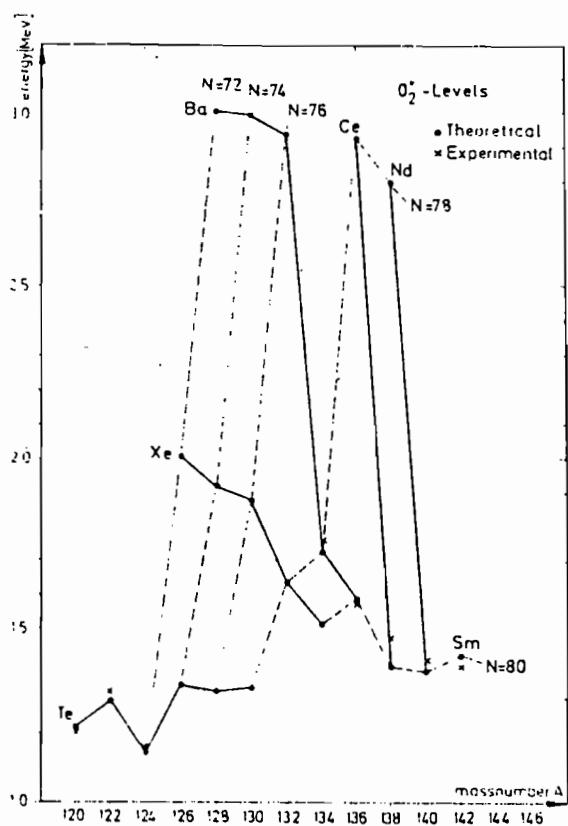
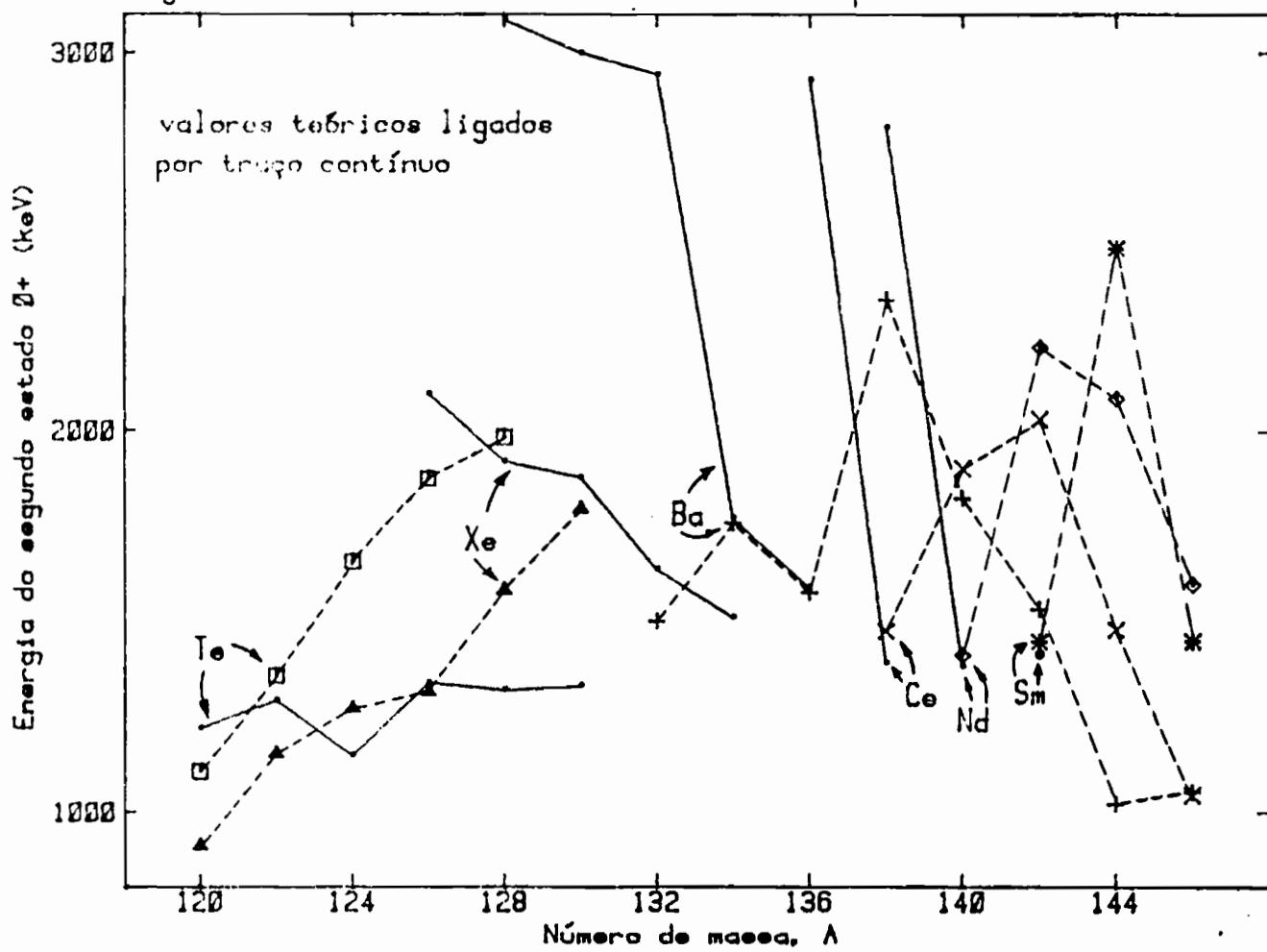


Figura III.4.6.a Estados $O_2^+(2)$ calculados pela ref. 47 e valores experimentais conhecidos na época de sua publicação.

Figura III.4.6.b Idem anterior, com dados experimentais da ref. 60.



que não existe um observável único que estabeleça sua presença, mas que deve ser examinado todo o conjunto de dados experimentais⁴¹⁾ comparando-se com cálculos a partir de diversos modelos nucleares.

O modelo de Bohr, solucionado na formulação de K&B contém também um certo número de parâmetros de entrada que, se todos variados, deveria também tornar-se alvo de sérias críticas. Estes parâmetros são:

- a) energias de partícula única para quatro camadas completas de orbitais, duas de prótons e duas de nêutrons;
- b) intensidades das interações de emparelhamento entre prótons e entre nêutrons;
- c) intensidade da interação quadrupolo-quadrupolo, igual para as três situações de carga;
- d) fatores de renormalização inercial e magnético e a carga efetiva do nêutron.

O procedimento adequado é a utilização de um mesmo conjunto de energias de partícula veja a seção III.4.3) numa mesma região, permitindo apenas a sua variação suave com o número de massa, o efeito de compressão.

Para as intensidades de emparelhamento e quadrupolo, trabalhos anteriores demonstraram que podem ser utilizadas funções já bem estabelecidas do número de massa, permitindo-se apenas uma pequena variação ao redor desses valores.

Quanto aos fatores de renormalização, existe uma relativa liberdade em seus valores e o seu estabelecimento utiliza os seguintes dados experimentais:

$E_{2_1^+}$ para F_{im}

$\mu(2_1^+)$ para F_{mag}

$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_f^+)$ para δ

III.4.15

e $E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$ ou β_{min} para X

A partir destes, o restante dos dados experimentais deve ser reproduzido sem qualquer ajuste.

Deste modo, o poder de previsão e as limitações do cálculo tornam-se evidentes, independente do conhecimento prévio de um maior ou menor número de dados experimentais.

conseguindo-se levar o modelo PPQ aliado à solução exata da Hamiltoniana de Bohr às últimas consequências.

III.4.3 Resultados para o ^{132}Xe

1. Segundo o Modelo de G&G

Os cálculos de D. Habs et al.⁴²⁾ para o ^{132}Xe produziram a energia potencial da figura III.4.5. O resultado para a energia potencial de deformação indica uma espécie de "calha" na direção β , para $\gamma = 31^\circ$. A região hachurada representa a dispersão da função de onda do estado fundamental, que neste caso mostra um núcleo relativamente mole contra deformações β , mas com uma rigidez γ considerável. Este comportamento tem por consequência a depressão da banda β e a elevação da γ , que podem ser testadas nos níveis de energia experimentais. A comparação entre os níveis de energia calculados e os experimentais é feita na figura III.4.7.

Foram também calculados dois valores de $B(E2)$ e o momento de quadrupolo elétrico do primeiro estado excitado. Os resultados são mostrados a seguir, sendo que o único valor experimental existente para comparação refere-se à probabilidade reduzida de transição do primeiro estado excitado para o fundamental, de $0,087 \text{ e}^2 \cdot \text{b}^2$.

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = 0,06 \text{ e}^2 \cdot \text{b}^2$$

$$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+) = 0,11 \text{ e}^2 \cdot \text{b}^2$$

III.4.16

$$Q(2_1^+) = -0,01 \text{ e.b}$$

Não foram calculados $B(M1)$, momentos de dipolo magnético, misturas multipolares ou outras propriedades nucleares.

2. Segundo a Formulação de K&B

O método de cálculo proposto por Kumar e Baranger foi aplicado ao ^{132}Xe , segundo o procedimento descrito na seção III.4.2.

Os parâmetros utilizados estão presentes na tabela III.4.2.

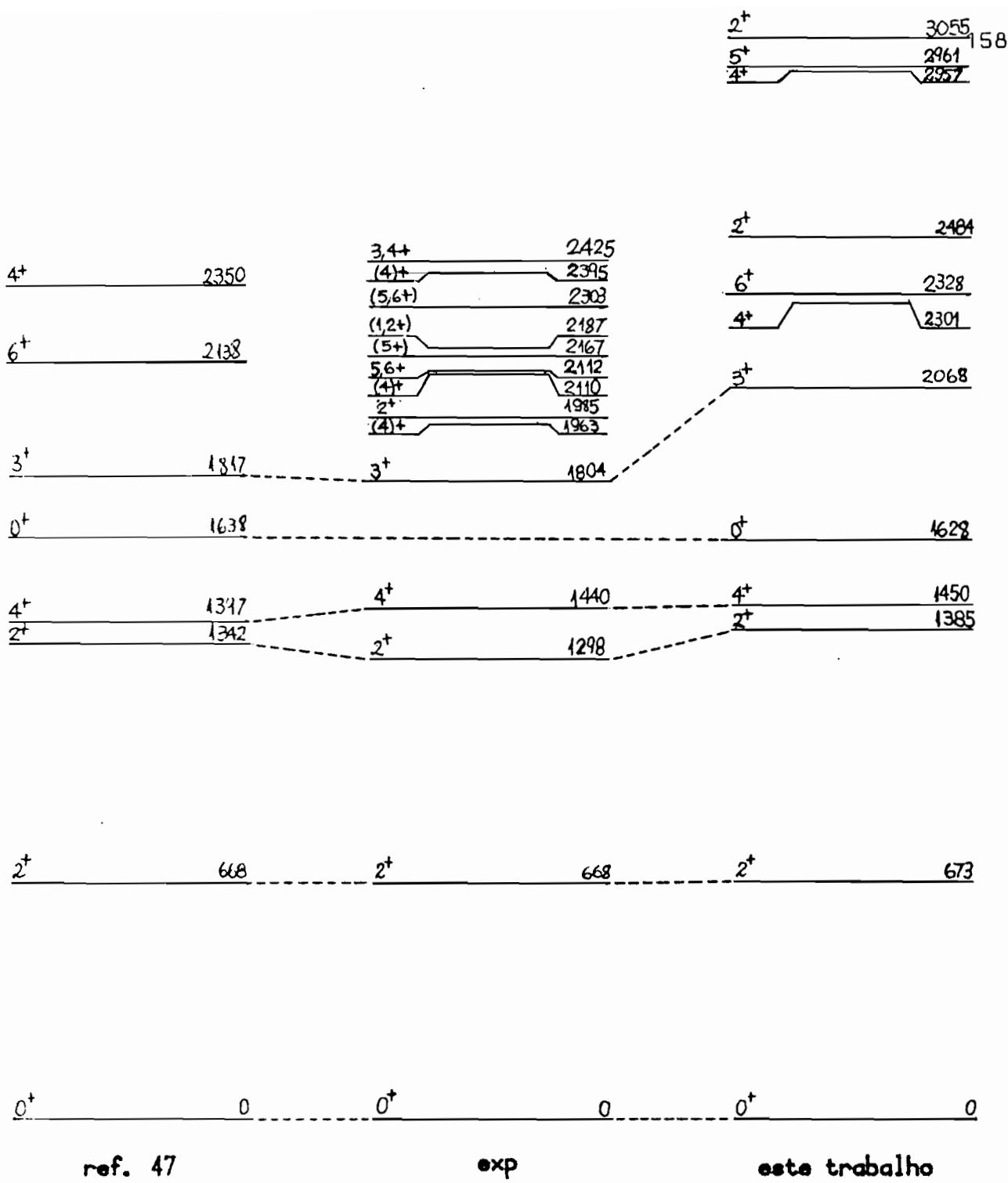


Figura III.4.7 Confronto entre níveis experimentais e calculados
pela ref. 47 e neste trabalho para o ^{132}Xe .

Tabela III.4.2 Parâmetros utilizados no cálculo para o ^{132}Xe

Níveis de		prótons			nêutrons						
partícula	N	n	l	j	N	n	l	j	energia*	energia*	
3	1	f	7/2	-	0,681	4	1	g	9/2	-0,778	
	1	f	5/2	-	-0,298		1	g	7/2	-0,222	
	2	p	3/2	-	-0,315		2	d	5/2	-0,304	
	2	p	1/2	-	-0,142		2	d	3/2	0,021	
							3	s	1/2	-0,152	
4	1	g	9/2	-	0,000	5	1	h	11/2	0,000	
	1	g	7/2	-	0,387		1	h	9/2	0,623	
	2	d	5/2	-	0,390		2	f	7/2	0,652	
	2	d	3/2	-	0,691		2	f	5/2	0,949	
	3	s	1/2	-	0,723		3	p	3/2	0,871	
							3	p	1/2	1,021	
G (MeV)		20/A									
χ (MeV)		0,0847									
F_{in}		1,23									
e (e_p)		1,634			0,634						
F_{mix}		2,12									

*em unidades de $41,2 \cdot A^{-1/3}$ MeV.

As energias de partícula foram obtidas do trabalho de R.A.Uher e R.A.Sorensen ⁴²), bem como a decisão de utilizar $G_p = G_n = 20/A$ MeV. A intensidade da interação quadrupolar e a renormalização inercial foram escolhidas de modo a ajustar simultaneamente os valores de $E(2_1^+)$ e $R(4) = E(4_1^+)/E(2_1^+)$. A carga efetiva do nêutron foi tomada tal que reproduzisse o valor de $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ e a renormalização magnética para ajustar o valor da mistura multipolar da transição $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$, uma vez que não há dados experimentais acerca do momento magnético de nenhum estado do ^{132}Xe .

Os níveis de energia obtidos são mostrados na figura III.4.7, juntamente com os calculados pela ref. 47 e

os experimentais, para comparação. As figuras III.4.8 apresentam a energia potencial de deformação obtida e as amplitudes de deformação do estado 0_1^+ e do estado 2_1^+ .

As propriedades eletromagnéticas calculadas são apresentadas nas tabelas III.4.3, juntamente com as experimentais conhecidas.

Tabela III.4.3.a B(E2), B(M1), misturas multipolares, razões de ramificação e meias-vidas.

Estado i	B(E2) f (e ² .b ²)	B(M1) (10 ⁻³ mn ²)	δ	razão de ramificação teo. exp.	t _{1/2} (i) teo. exp. (ps)
2 ₁ 0 ₁	0,087*				4,7
2 ₂ 2 ₁	0,147	3,88	3,66**	3,66	87 94,7 1,7
0 ₁	0,001			13	5,3
4 ₁ 2 ₁	0,153			100 100	1,3
0 ₂ 2 ₁	0,090			100	- 0,79
2 ₂	0,027				-
3 ₁ 4 ₁	0,067	1,94	3,03	1,50 15	5,0 1,2
2 ₂	0,162	3,71	-3,77	3,76 ^f 56	59,7
2 ₁	0,001	1,65	1,03	0,34 29	35,3
4 ₂ 3 ₁	0,003	3,20	-0,18	0,05	0,51
4 ₁	0,084	8,76	2,20	41	89
2 ₂	0,100			58	
2 ₁	0,0001			1	11
6 ₁ 4 ₁	0,206			100	0,53
2 ₃ 4 ₂	0,006				1,0
3 ₁	0,022	0,46	2,44	0,3	
4 ₁	0,035			34,0	
2 ₂	0,019	0,99	4,08	27,0 0,3	
2 ₁	8.10 ⁻⁷	0,72	-0,05 -0,133	4,9 88,9	
0 ₂	0,089			33,6	
0 ₁	2.10 ⁻⁶			0,1 10,8	

* ajustado ao valor experimental através do valor de e_n .

** idem, para F_{mag}.

^f há dois valores para esta mistura, o outro é 0,04.

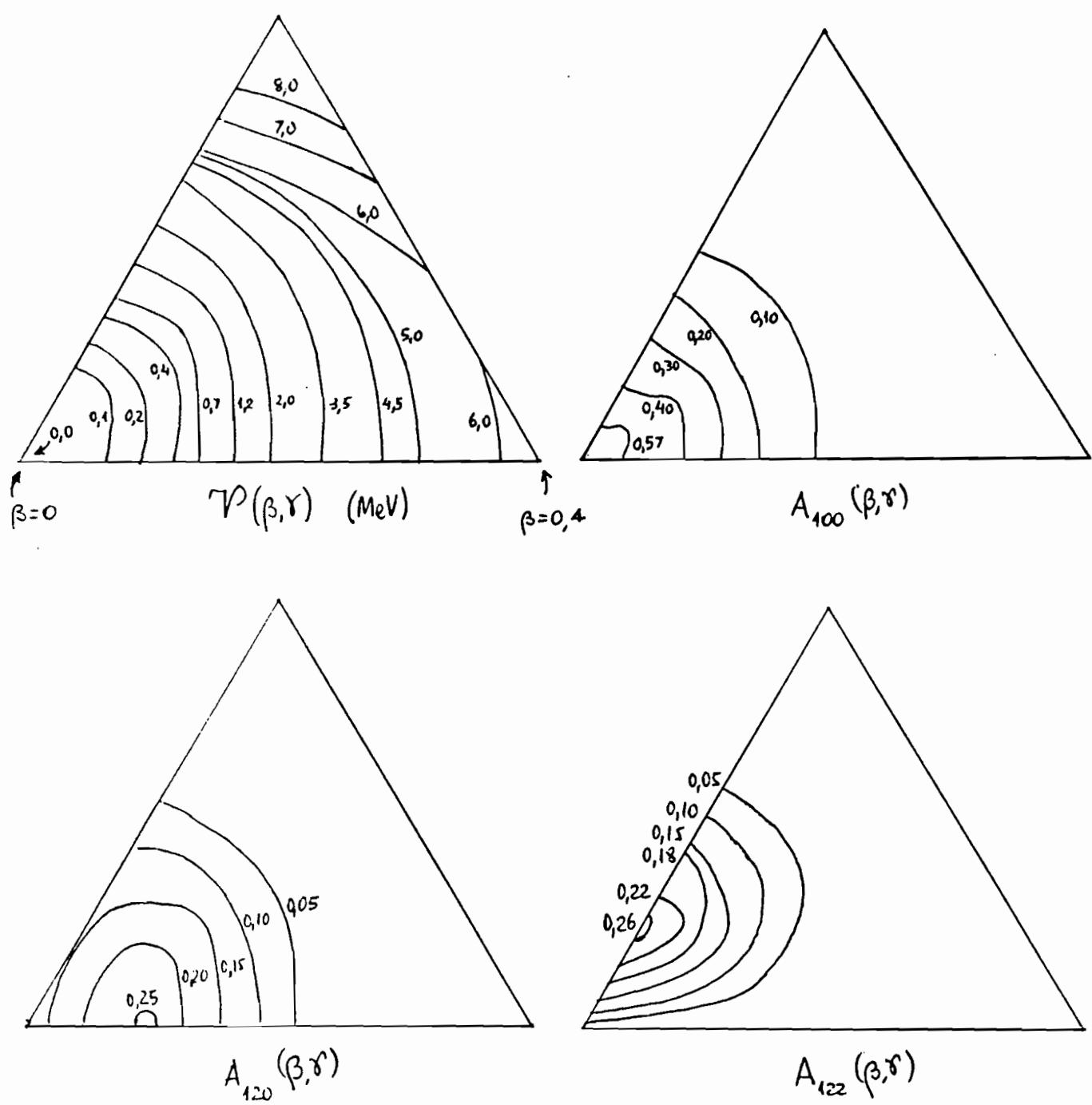


Figura III.4.8 Energia potencial, amplitude de deformação do estado fundamental e do primeiro estado excitado do ^{132}Xe , obtidas neste trabalho.

Tabela III.4.3.b Q e μ teóricos.

Estado	Q(e.b)	μ (mn)
2 ₁	0,141	2,61
2 ₂	-0,117	2,45
2 ₃	0,006	2,62
4 ₁	0,160	5,28
4 ₂	-0,011	5,13
3 ₁	0,000	3,77
6 ₁	0,142	7,97

A figura III.4.8 apresenta a energia potencial de deformação e as amplitudes de deformação dos estados 0₂₊ e 2₁₊ obtidas para o ¹³²Xe.

3. Outros Resultados

A sucessão de níveis do ¹³²Xe e mesmo alguns valores de B(E2) do modelo de Davydov e Filippov ⁴³, ou rotor rígido assimétrico, concordam com o valor de $\beta \approx 30^\circ$, encontrado no cálculo com o modelo de Gneuss e Greiner, cabendo ressaltar que o modelo de Davydov e Filippov representa, no plano (β , γ), um ponto infinitamente profundo, devido à rigidez do rotor.

O cálculo de misturas multipolares entre estados de spin diferente é entretanto impossível, devido à estrutura diagonal do operador M1, criando uma regra de seleção para transições de dipolo magnético entre eles.

Dentro do contexto do Modelo de Bosons Interagentes ⁵⁹⁻⁶⁴⁻⁶⁶) os Xe pares se englobam relativamente bem no limite O(6) (γ -instáveis), sendo que suas principais discordâncias estão no espaçamento dos estados da banda γ e na posição relativa dos estados 0₂₊ e 3₁₊. Casten et al. ⁶⁴) conseguem uma melhoria substancial na descrição com a introdução de graus de liberdade triaxiais, que quebram a instabilidade γ . Cabe ressaltar que os cálculos de Casten só vão até o ¹³⁰Xe.

Trabalho recente de E.Hammarén et al. ⁶⁷) na região de massa ao redor de A = 130 com o programa MONSTER

(M0del for handling many Number- and Spin-projected Two-quasiparticle Excitations with Realistic interactions and model spaces), embora não aplicado ao ^{132}Xe , apresenta resultados de boa qualidade, na reprodução do comportamento geral de valores de $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$. Quanto às outras probabilidades de transição E2, há discrepâncias em alguns valores, mantendo um acordo médio.

São também examinadas as propriedades de yrast: energias dos níveis, diferenças de energia e $B(E2; I \rightarrow I-2)$ normalizado ao valor do modelo rotacional. O acordo é excelente para as primeiras, bom para as segundas e apenas regular para as últimas.

K.Kumar ³²), em uma modificação do modelo previamente utilizado ³¹), chamando-a Modelo de Deformação Dinâmica, estende o cálculo a núcleos leves, como o ^{140}O , e também àqueles muito pesados, como o ^{240}Pu , produzindo energias potenciais de deformação agora com vários mínimos, podendo estudar aspectos como coexistência de forma e também fissão isomérica. As figuras III.4.9 mostram exemplos de energias potenciais de deformação calculadas para os núcleos citados.

III.4.4 Discussão

Concentrando a análise sobre a aplicação dos modelos de Gneuss e Greiner e de Bohr na formulação de Kumar e Baranger ao ^{132}Xe , a observação da figura III.4.7 permite afirmar que o acordo entre níveis teóricos e experimentais é bom para ambos, cessando a partir de 1,8 MeV, a energia do estado 3_1^+ experimental.

Não há muita informação publicada sobre propriedades eletromagnéticas do ^{132}Xe a partir do modelo de G&G, a não ser aquelas presentes na seção III.4.3, item 1. A comparação destas com as tabelas III.4.3 para a formulação de K&B não mostra discrepâncias acentuadas para os $B(E2)$, entretanto o momento de quadrupolo do estado 2_1^+ tem uma ordem de grandeza de diferença e sinal diferente. Isto se deve às diferentes funções de onda para este estado produzidas pelos dois modelos (veja as figuras III.4.5 e III.4.8).

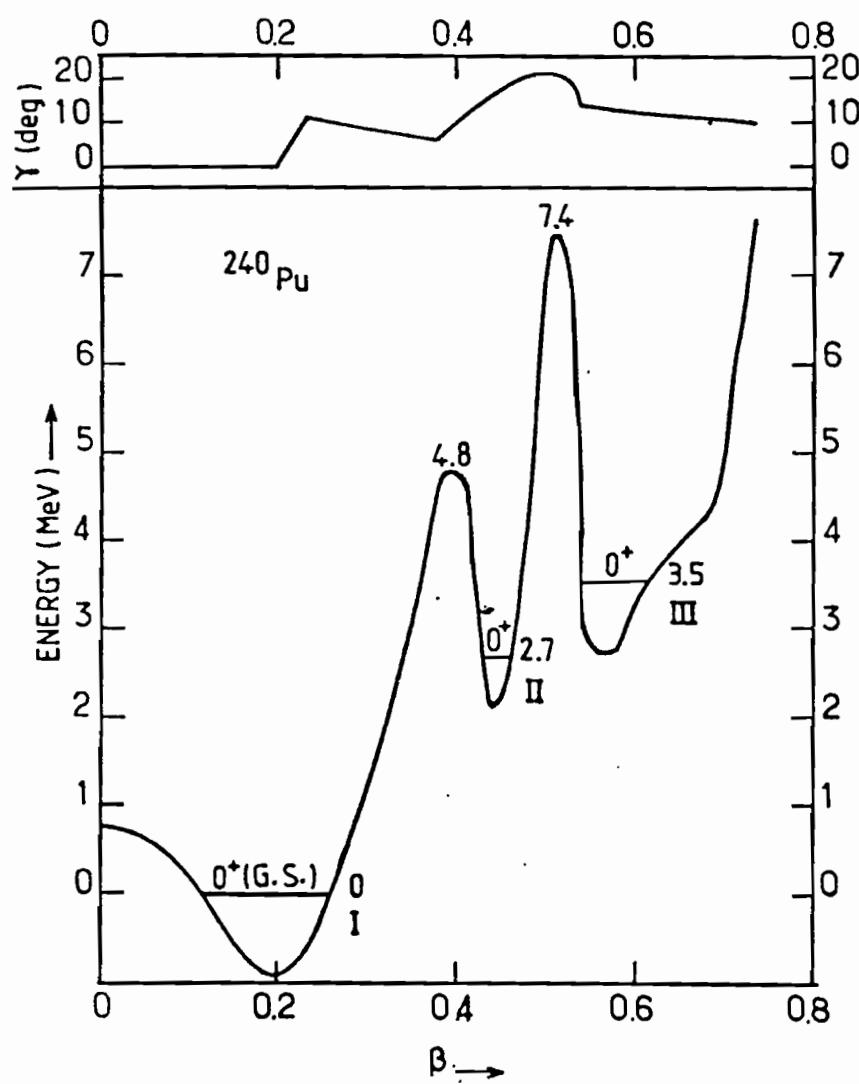
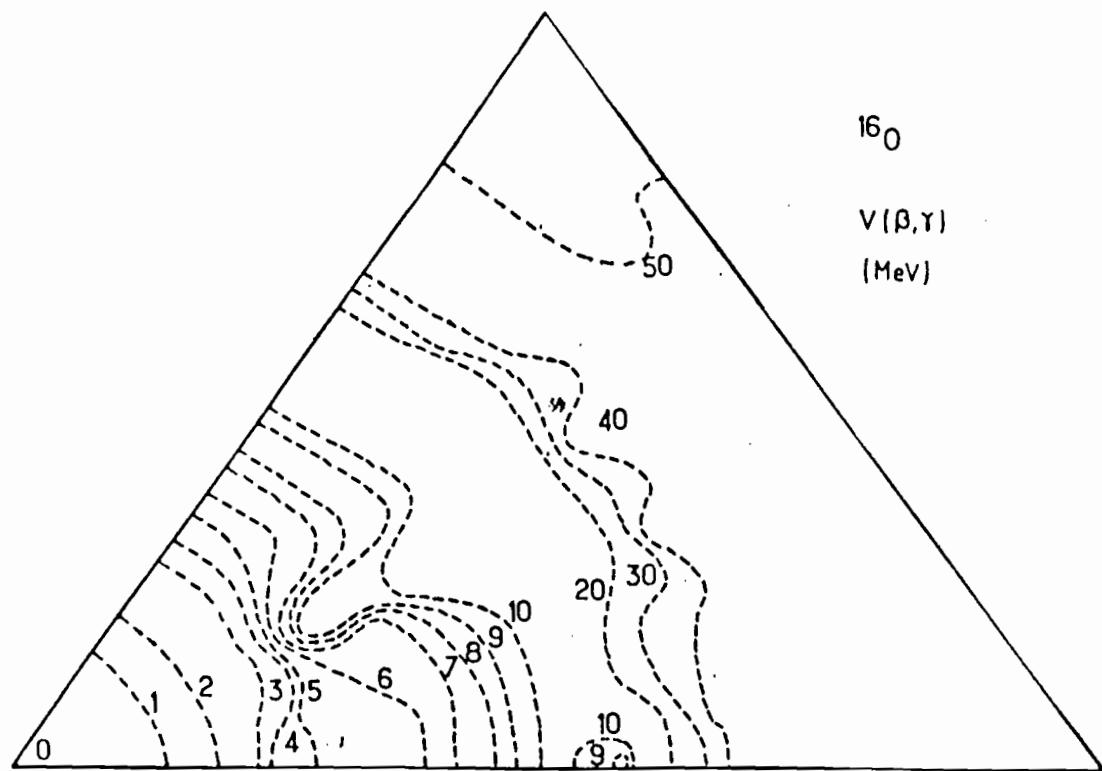


Figura III.4.9 Energias potenciais obtidas no Modelo de Deformação Dinâmica, ref. 32.

Os valores de mistura multipolar calculados neste trabalho, estão na tabela III.4.3.a, onde são comparados com os valores experimentais apresentando um acordo regular.

Foram também calculadas as razões de ramificação e meias vidas dos níveis. As razões de ramificação indicam que o acordo constatado entre as energias teóricas e experimentais se repete, havendo uma discrepância evidente na estrutura dos estados localizados acima do 3_1^+ . Os estados 2_3^+ , 4_2^+ e 6_1^+ parecem manter um caráter vibracional quase puro, comportando-se como os estados pertencentes ao quintupletão de 3 fônlons. Isto é uma indicação de que, à energia destes estados, as funções de onda deixam de ser sensíveis à estrutura existente no fundo do poço de potencial, a não ser pelo efeito anarmônico que quebra a sua degenerescência e permite transições de "crossover" bem mais fracas do que as encontradas experimentalmente.

Outro fato que confirma esta afirmação é a razão de ramificação intensa do estado 2_3 para o 0_2 , que seria facilmente localizado através de um experimento, se o valor teórico correspondesse à realidade.

Não há dados experimentais de meias vidas para comparação, pois o único valor medido foi utilizado para ajustar a carga efetiva do nêutron.

IV. Conclusões

IV.1 Experimentos

Os resultados dos três experimentos efetuados produziram as seguintes contribuições ao decaimento do ^{132}Cs :

- a) determinação das energias das transições gama com uma precisão média de cerca de 30 eV (tabela II.2.8);
- b) determinação das intensidades relativas com precisão até uma ordem de grandeza melhor do que os valores conhecidos anteriormente para alguns casos (tabela II.2.9);
- c) correção do valor da intensidade da transição de 664 keV, errado em quase duas ordens de grandeza;
- d) determinação de uma nova transição, pouco intensa, de 688 keV e sua localização no esquema de desintegração;
- e) atribuição de um limite superior para a intensidade da transição de 523 keV, uma das que desexcita o estado 4_2^+ do ^{132}Xe ;
- f) determinação de uma nova alimentação por captura de elétron, não indicada anteriormente, do estado 4_1^+ do ^{132}Xe . Cabe ressaltar que o dado de alimentação de aproximadamente 0,004 presente na compilação de Hiddleston e Browne ⁴⁾ (veja a figura II.2.7.b), foi calculado pelos próprios autores a partir dos dados de Qaim ⁴⁴⁾ e realmente é 0,004(14) com um log ft compatível com o cálculo efetuado aqui;
- g) medida de misturas multipolares de algumas das transições presentes, representando, em alguns casos, a primeira medida através de correlação angular gama-gama e particularmente na transição de 506 keV, a primeira medida através da cascata direta 506-1298 keV;
- h) com as informações (a)-(f), além de informações do experimento de coincidência gama-gama, foram recalculadas as intensidades de alimentação e por captura de elétron dos estados do ^{132}Xe e ^{132}Ba . Foram calculados os log ft das alimentações dos estados 4_1^+ e 4_2^+ do ^{132}Xe e 4_1^+ do ^{132}Ba , sendo que para os dois últimos o valor determinado é um limite superior.

Os esquemas de desintegração presentes nas figuras II.2.7 mostram o efeito destas contribuições.

A discordância entre o valor anterior e o deste experimento para a intensidade de alimentação β^+ do estado de 668 keV do ^{132}Xe pode ser devido ao fato de que a medida direta, ref. 12, se dá em meio a muitos outros fenômenos, não sendo os pósitrons a parte mais intensa. A intensidade do fóton de aniquilação foi obtida em dois experimentos independentes, apresentando resultados consistentes entre si.

Quanto à determinação da intensidade de transição E0 entre os estados de 1298 e 668 keV, ambos 2^+ , esta não produziu um resultado, pois as simulações efetuadas indicaram que neste caso particular, a sensibilidade do método (seção V.3) é reduzida.

IV.2 Teoria

Foi feito um exame do modelo de Bohr na formulação de K&B e do modelo de Gneuss e Greiner, ambos para o movimento coletivo quadrupolar de núcleos par-par.

Para o modelo de G&G este exame resultou na elucidação do problema de desaparecimento de convergência da solução numérica na presença de seu termo anarmônico mais simples. Surgiu então uma restrição que conduz a anarmonicidades fisicamente plausíveis.

Para o modelo de Bohr na formulação de K&B, foi examinada a redução "à mão" dos elementos de matriz da interação quadrupolar na camada de valência superior, demonstrando-se que, embora justificada, o fator de redução utilizado resulta numa regra de seleção E0, para o operador microscópico proposto pelos autores ³⁴⁾. Isto permite afirmar que a redução deve ser encontrada através do ajuste de uma velocidade E0 do núcleo em estudo.

Foi aplicado o modelo de Bohr ao ^{132}Xe , calculando-se suas propriedades eletromagnéticas estáticas e de transição.

Esta aplicação demonstrou que o movimento coletivo quadrupolar não é suficiente para a sua descrição. Particularmente, a estrutura nuclear dos estados 0^+ excitados não é aquela obtida do cálculo, bastando como

justificativa o argumento experimental (veja a seção III.4.4).

Pelo menos no que concerne à energia de excitação, os modelos de G&G e K&B parecem produzir o mesmo estado O_2^+ (veja a figura III.4.7).

Tudo indica que a introdução de vibrações de emparelhamento, bem como a admissão de excitações de duas quase-partículas na função de onda intrínseca podem ser interessantes de se explorar, tanto para os estados O^+ excitados, como para aqueles que corresponderiam a três fônlons na imagem vibracional.

O fato de os estados de três fônlons, de momento angular $I \neq 0$ apresentarem-se como vibracionais quase puros significa que, à sua energia de excitação, estes já não sentem os detalhes do fundo do poço de potencial, especialmente devido à barreira centrífuga, que estabelece o potencial efetivo

$$\mathcal{V}_{\text{ef}}^0(\beta, r) = \frac{C(I+1)I}{\beta^2} + \mathcal{V}^0(\beta, r) \quad \text{IV.2.1}$$

Este fenômeno é mais pronunciado para núcleos pouco deformados.

O estudo de formas de introduzir interações quadrupolo-quadrupolo dependentes do estado de carga e do efeito de alinhamento rotacional para estado de momento angular elevado, pode representar uma melhoria considerável à formulação.

Quanto à aplicação de outros modelos à região dos Xe pares, cabe considerar o Modelo de Bosons Interagentes e seu limite $O(6)$, comparando-se com o resultado de cálculo com um potencial que também é uma "calha" na direção γ , mas para a qual β varia.

Quanto à produção de formas triaxiais estáveis no modelo, o trabalho de A.Hayashi et al. ⁵⁰⁾ sugere fortemente que a formulação de K&B as perde ao efetuar a variação após a projeção. Métodos de projeção da função de onda microscópica parecem ser o melhor modo de se examinar triaxialidade, e não através da construção de estados de bom momento angular coletivo, totalmente desvinculado da estrutura intrínseca.

V. Apêndices

V.1 Geometria dos Arranjos Experimentais

V.1.1 Espectroscopia e Coincidência Gama-Gama

Para estes experimentos, que transcorreram simultaneamente, a geometria do sistema envolveu o uso de colimadores de chumbo de concepção nova, baseada nas informações acumuladas em trabalhos anteriores ²⁾. A figura V.1.1 mostra um exemplo dos colimadores utilizados. Estes não têm a parte interior do cone de entrada totalmente preenchida, mas possuem um anel limitador extra, desenhado de modo a definir o ângulo sólido de visada da fonte radioativa, mas evitando a detecção de fótons espalhados no interior do material do colimador. Sua traseira foi também desenhada com o fim de reduzir a detecção de fótons retroespalhados.

As entradas dos colimadores foram projetadas para ficarem bastante próximas da fonte radioativa, de modo a terem diâmetro reduzido, permitindo a eliminação dos fótons espalhados de um detector para o outro, em ângulos quase frontais.

A espessura das paredes dos colimadores foi escolhida de modo a reduzir em mais do que 90% a intensidade de fótons de 2 MeV que atravessam ambos quando os eixos dos detectores formam um ângulo de 90°.

O resultado é um tipo de colimador mais leve do que aqueles utilizados até o momento, nos experimentos de correlação angular do LAL.

As distâncias da fonte a ambos os detectores foram fixadas em 5,00 cm, desde o centro da fonte até a superfície exterior do "end-cup" destes últimos. A incerteza nestas distâncias foi avaliada em 0,2 mm.

O ângulo entre os detectores era de aproximadamente 120°.

Todas as fontes radioativas utilizadas encontravam-se em invólucro cilíndrico de lucite, com paredes de 1,0 mm, diâmetro interno de 3,0 mm e altura de 6,0 mm. O eixo deste cilindro encontrava-se na vertical, com o centro geométrico da fonte coincidindo com o ponto de

cruzamento dos eixos dos invólucros de cada detector (o arranjo foi montado no espectrômetro de correlação Ge-Ge do LAL).

V.1.2 Correlação Angular

O experimento de correlação angular é anterior àqueles de espectroscopia e coincidência gama-gama, tendo ainda sido efetuado com o espectrômetro de correlação Ge-NaI(Tl) então em operação no LAL.

As distâncias fonte-detectores eram 5,0 cm e 9,4 cm desde o eixo da fonte até os cristais dos detectores de Ge(Li) e NaI(Tl), respectivamente. As dimensões da fonte constam na seção V.1.1.

Os colimadores utilizados no experimento eram ainda de concepção antiga, com suas entradas afastadas da fonte, portanto de diâmetro elevado, de modo que já a ângulos de 150° era perceptível o efeito de detecção de fôtons espalhados entre os detectores (veja as figuras V.1.2 e II.3.11), formando preferencialmente um fotópico de retroespalhamento nos espectros do NaI(Tl) em coincidência com uma pronunciada borda Compton ("Compton edge") no Ge(Li). As figuras V.1.3 ilustram com espectros de uma situação típica (veja também as figuras II.3.7).

V.2 Cálculo da Correção para o Decaimento da Fonte

Quando a meia vida do isótopo radioativo em estudo não é demasiado curta (< 10 min), é possível efetuar-se automaticamente a correção das áreas dos fotópicos detectados em sucessão no tempo em um experimento de correlação angular.

O método pode ser compreendido através da figura V.2.1, onde se encontra um gráfico do número de desintegrações que ocorrem por unidade de tempo. As áreas sob a curva indicadas por N_i representam o número de desintegrações que aconteceram no intervalo de tempo indicado.

Deixando-se de lado os fatores de ângulo sólido e eficiência, a dependência temporal destas áreas rege as áreas dos fotópicos determinados nos diversos ângulos.

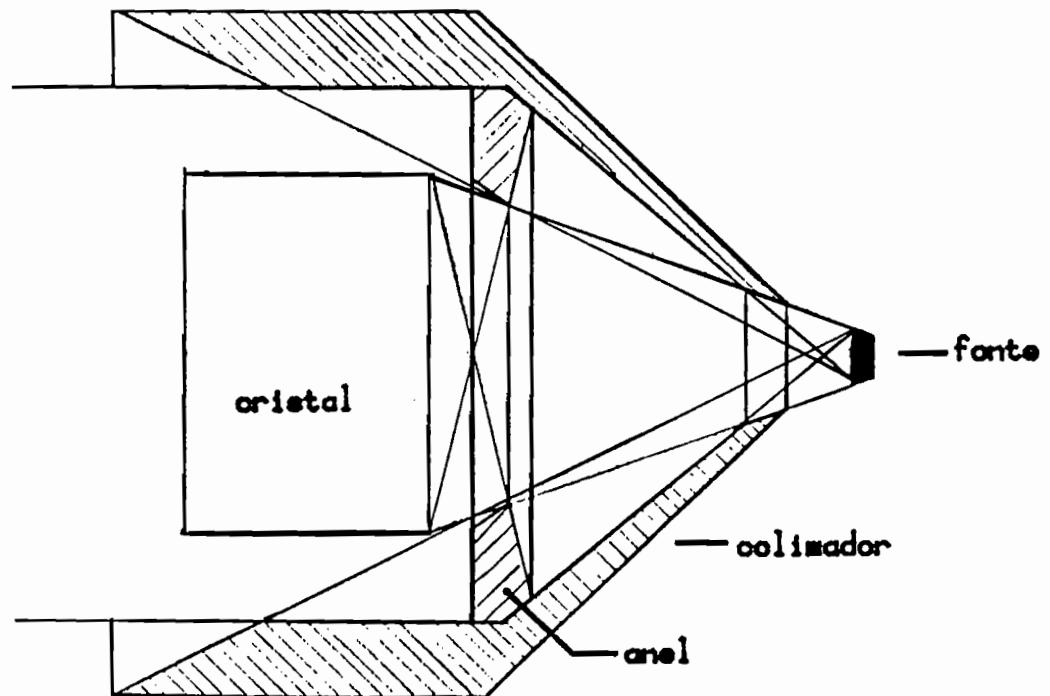


Figura V.1.1 Colimadores desenvolvidos neste trabalho.

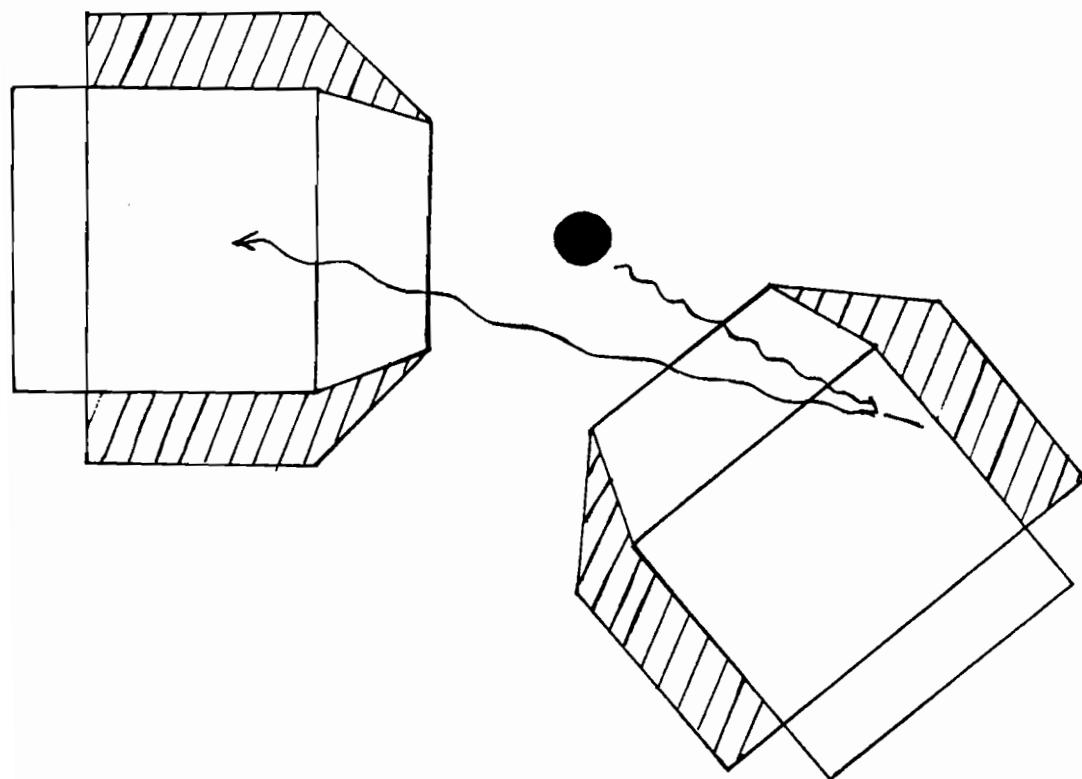


Figura V.1.2 Esquema de espalhamento coincidente.

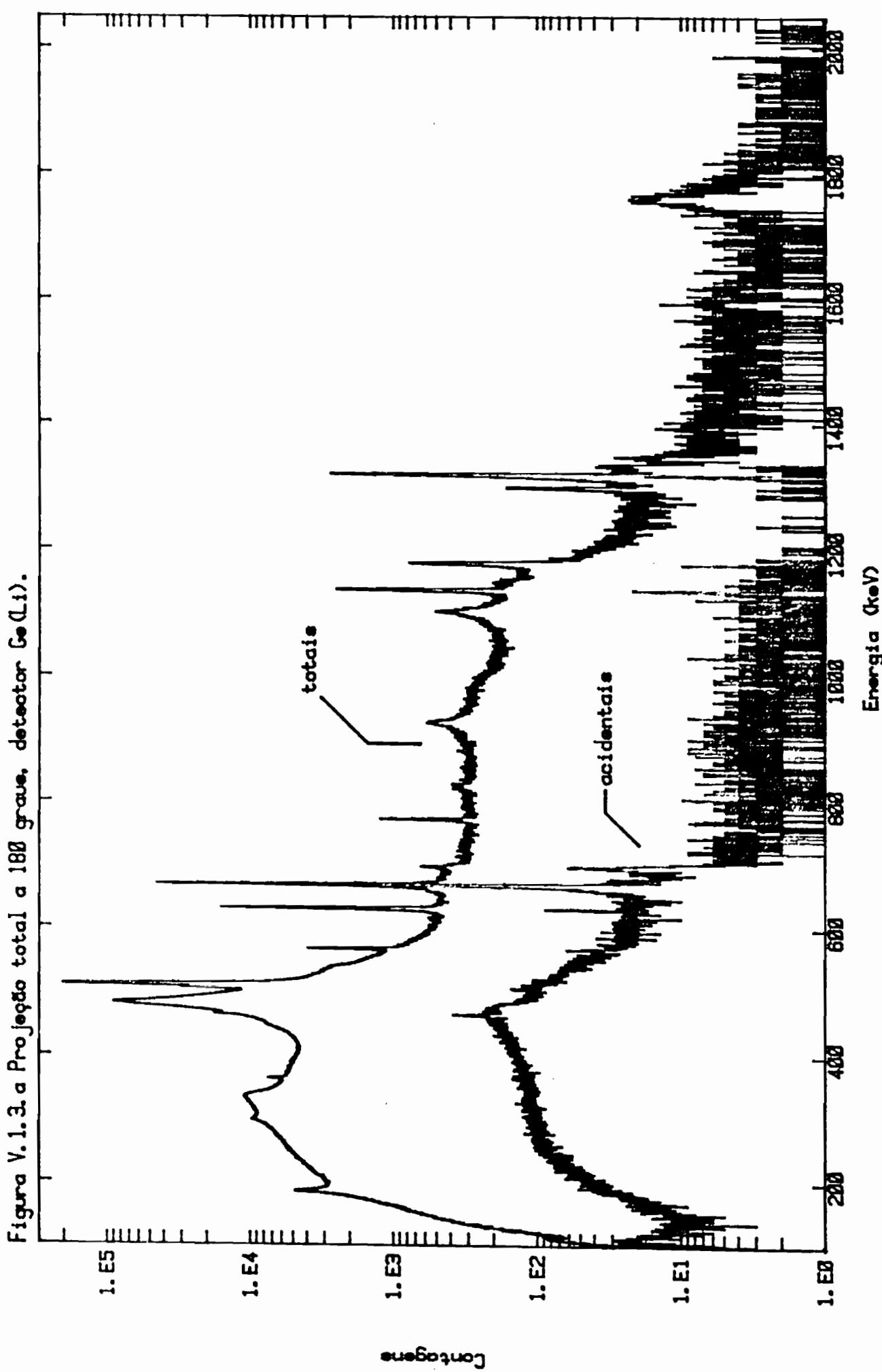


Figura V.1.3 a Projeção total a 180 graus, detector Ge(Li).

Figura V.1.3.b Projeção total a 180 graus, detector NaI(Tl).

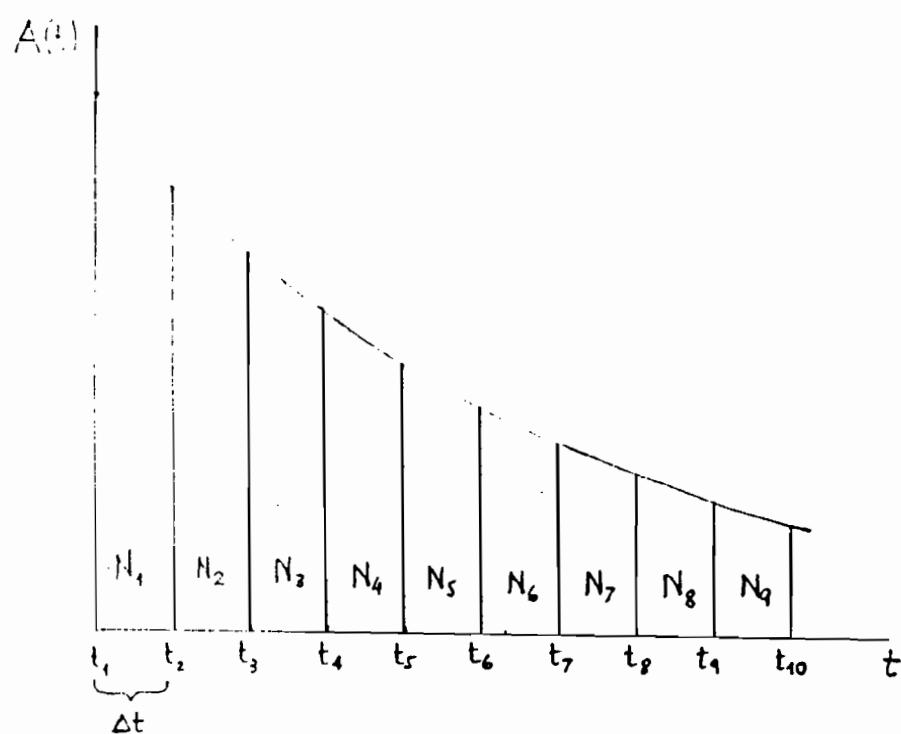
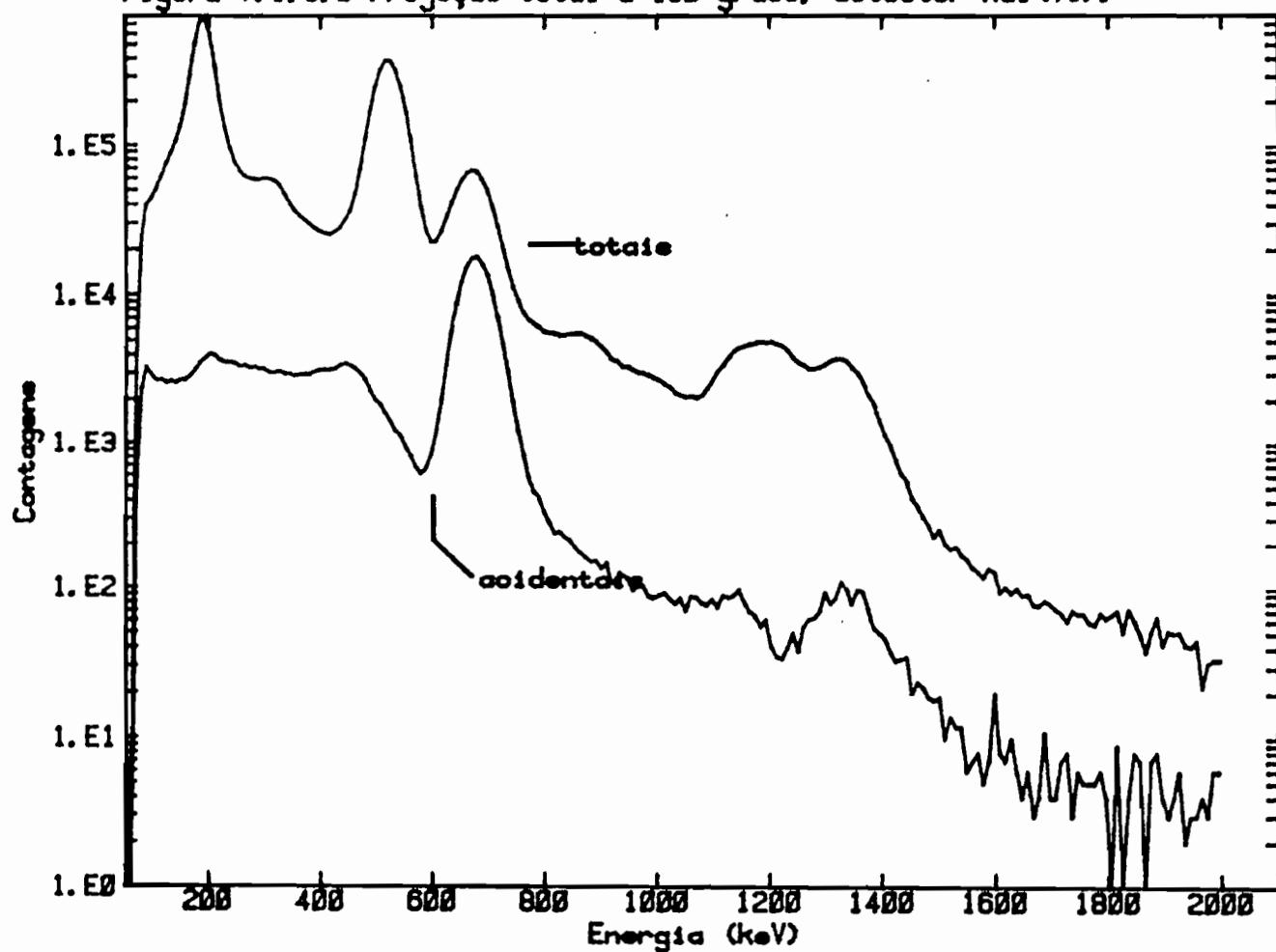


Figura V.2.1 Gráfico esquemático da atividade em função do tempo.

Pode-se escrever

$$N_i = N(t_i \rightarrow t_i + \Delta t) = \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} A(t) dt, \quad A(t) = A_0 e^{-\lambda t}, \quad v.2.1$$

dando

$$N_i = \frac{A_0}{\lambda} e^{-\lambda t_i} (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad \text{com } t_i = i \cdot \Delta t. \quad v.2.2$$

A correção pode ser feita simplesmente medindo-se os ângulos numa sucessão, indo por exemplo de uma extremidade à outra da faixa, repetindo a sequência no sentido oposto e adicionando-se as contagens ocorridas no mesmo ângulo.

Para o caso de sete ângulos, como utilizado neste experimento, as somas produzem, a menos de constantes,

$$\begin{aligned} N_0 + N_{13} &\sim e^{-\lambda 0 \Delta t} + e^{-\lambda 13 \Delta t}, \\ N_1 + N_{12} &\sim e^{-\lambda \Delta t} + e^{-\lambda 12 \Delta t}, \\ \vdots & \vdots \\ N_6 + N_7 &\sim e^{-\lambda 6 \Delta t} + e^{-\lambda 7 \Delta t}, \end{aligned} \quad v.2.3$$

cada uma dessas somas pode ser escrita

$$\begin{aligned} N_0 + N_{13} &\sim 2e^{-13\lambda \Delta t/2} \cosh(13\lambda \Delta t/2), \\ N_1 + N_{12} &\sim 2e^{-13\lambda \Delta t/2} \cosh(11\lambda \Delta t/2), \\ \vdots & \vdots \\ N_6 + N_7 &\sim 2e^{-13\lambda \Delta t/2} \cosh(\lambda \Delta t/2). \end{aligned} \quad v.2.4$$

Nestas circunstâncias, o termo que torna as áreas diferentes é dado pelo cosseno hiperbólico acima e a maior diferença presente se dá entre os extremos, escrevendo-a

$$\Delta N_{\max} \sim \cosh\left(\frac{13\lambda \Delta t}{2}\right) - \cosh\left(\frac{1\lambda \Delta t}{2}\right), \quad v.2.5$$

que, expandida até segunda ordem no argumento, resulta

$$\Delta N_{\max} \sim 21(\lambda \Delta t)^2 \quad v.2.6$$

que substituindo os números utilizados, $\Delta t = 1 \text{ h}$ e $t_{1/2} = 6,47 \text{ dias}$, produz

$$\frac{\Delta N_{\max}}{N} \approx 0,04\%. \quad v.2.7$$

V.3 Método para a Determinação de Q(E0/E2)

V.3.1 A Correlação Angular Indireta

Quando a correlação em estudo não envolve uma cascata direta, mas se dá entre o primeiro e o terceiro gamas de uma cascata tripla como a da figura V.3.1, os coeficientes A_{kk} na eq. II.3.2 adquirem um fator extra, $U_k(J_1 J_2)$, denominado coeficiente de de-orientação, representando a soma sobre todas as possibilidades da transição 2, não observada

$$A_{kk} = A_{k\bar{k}}^{l-3} = \alpha_{kk}(Y_1 Y_3) \cdot U_k(J_1 J_2). \quad V.3.1$$

Na situação em que os spins dos estados intermediários $J_1 = J_2 = J > 1/2$ e as suas paridades são iguais, a transição intermediária poderá possuir três multipolos relevantes, E0, M1 e E2. A forma dos $U_k(JJ)$ é

$$U_k(JJ) = (2J+1) \frac{\{JJk\}Q^2 - \{JJL\}\Delta^2 + \{JJ2\}}{Q^2 + \Delta^2 + 1}, \quad V.3.2$$

com $U_0(JJ) = 1$, $Q^2 = Q(E0/E2)^2 = T(E0)/T(E2)$ e $\Delta^2 = T(M1)/T(E2)$, onde $T((E,M)L)$ é a probabilidade de transição do multipolo L, elétrico (E) ou magnético (M).

A correlação angular indireta abre, neste caso, a possibilidade de determinação da mistura $Q(E0/E2)$, mesmo estando impossibilitada a transição E0 de ocorrer por fóton.

V.3.2 Métodos de Análise

A determinação das misturas multipolares envolvidas numa cascata gama-gama está relacionada com o conhecimento dos parâmetros α , A_{22} e A_{44} na eq. II.3.1, quer na correlação angular direta como na indireta. Usualmente isto é feito através da minimização da função

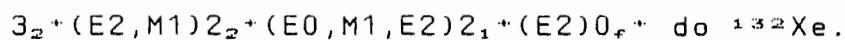
$$\chi^2 = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} [W_{expi} - W_{teo}(\theta_i)]^2 \quad V.3.3$$

onde W_{expi} e σ_i são respectivamente o valor experimental obtido para a correlação no ângulo θ_i e seu desvio padrão.

Entretanto, devido ao fato de que os A_{kk} não são vinculados, o ajuste independente de ambos não é recomendado, sendo correto explicitar diretamente a dependência $A_{kk} = A_{kk}(\delta_1, \delta_2, Q^2)$ e ajustar estas quantidades. O conhecimento de Q^2 exige também o conhecimento das misturas multipolares $\delta(E2/M1)$ das transições 1 e 2, com a transição 3 suposta pura. O problema torna-se mais simples, permitindo uma determinação mais precisa de Q^2 se δ_1 e δ_2 forem previamente determinados em correlações angulares diretas, geralmente presentes no esquema de desintegração.

1. Sensibilidade dos A_{kk} ao Valor de Q^2

A abordagem dada por Anicin et al. ¹⁹) à determinação de $Q(E0/E2)$ na correlação 1-3 explora a dependência dos $U_k(JJ)$ com Q^2 , mostrada na eq. V.3.2. Para uma cascata onde são conhecidos os spins e as misturas multipolares $\delta(E2/M1)$ envolvidas, os autores fazem um gráfico dos valores de A_{zz} em função de $|Q|$. Este gráfico representaria a sensibilidade do experimento aos possíveis valores da mistura E0/E2. Um exemplo é mostrado na figura V.3.2, para a cascata (supondo $\delta_1 = -1,3$ e $\delta_2 = 4,8$)



O método desenvolvido por eles despreza o vínculo entre os A_{kk} .

2. Sensibilidade de S^2 ao Valor de Q^2

Supondo que δ_1 e δ_2 foram previamente determinados, basta tratar a dependência de S^2 , definido na eq. V.3.3, com Q^2 . É necessário minimizar S^2 em relação a α e Q^2 . As equações para a obtenção dos extremos de S^2 são

$$\frac{\partial S^2}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial S^2}{\partial Q^2} = 0 \quad \text{V.3.4}$$

Em linguagem matricial, estas equações podem ser escritas

$$\tilde{U}B - \alpha \tilde{U}A \cdot U = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial Q^2} (\tilde{U}B) - \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial}{\partial Q^2} (\tilde{U}AU) = 0 \quad \text{V.3.5}$$

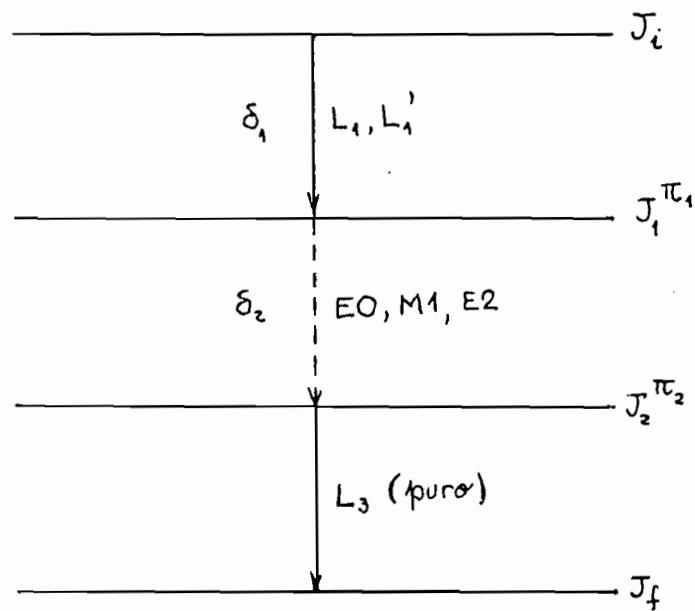


Figura V.3.1 Esquema de cascata tripla.

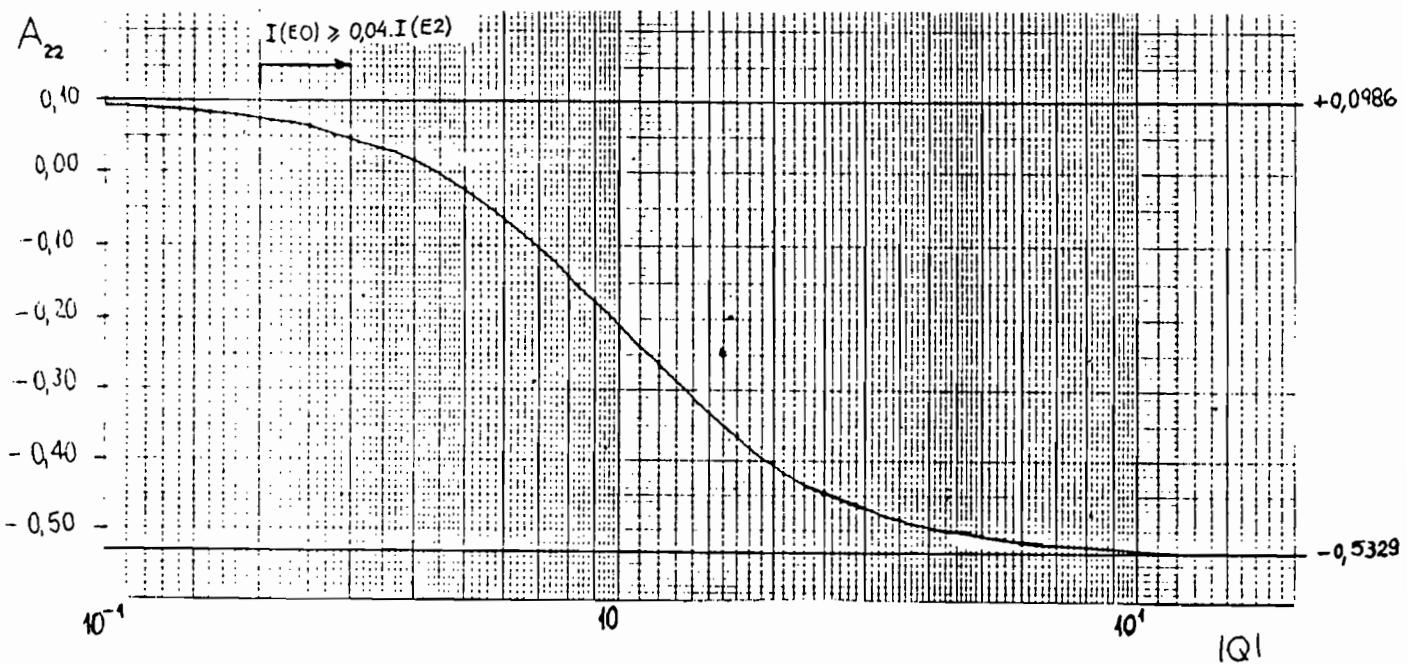


Figura V.3.2 Sensibilidade de A_{22} à mistura $Q(E0/E2)$.

onde \mathbf{U} e \mathbf{B} , vetores-coluna e \mathbf{A} , matriz simétrica, são dados por

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sum_i W_{exp,i} / \sigma_i^2 \\ \sum_i W_{exp,i} p_{2i} / \sigma_i^2 \\ \sum_i W_{exp,i} p_{4i} / \sigma_i^2 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} & \sum_i \frac{p_{2i}}{\sigma_i^2} & \sum_i \frac{p_{4i}}{\sigma_i^2} \\ \sum_i \frac{p_{2i}}{\sigma_i^2} & \sum_i \frac{p_{2i}^2}{\sigma_i^2} & \sum_i \frac{p_{2i} p_{4i}}{\sigma_i^2} \\ \sum_i \frac{p_{4i}}{\sigma_i^2} & \sum_i \frac{p_{2i} p_{4i}}{\sigma_i^2} & \sum_i \frac{p_{4i}^2}{\sigma_i^2} \end{bmatrix} \quad V.3.6$$

onde $p_{ki} = a_{kk}(\gamma_1 \gamma_3) \Omega_k P_k (\cos \theta_i)$, com $a_{kk} = a_{kk} U_k$ e Ω_k a correção para o ângulo sólido finito do sistema fonte-detectores.

Decorre do fato de que a matriz \mathbf{A} é simétrica, que

$$\frac{\partial}{\partial Q^2} (\tilde{\mathbf{U}} \mathbf{A} \mathbf{U}) = \alpha \frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}}{\partial Q^2} \mathbf{A} \mathbf{U}$$

e as equações V.3.5 podem ser reescritas

$$\tilde{\mathbf{U}} (\mathbf{B} - \alpha \mathbf{A} \mathbf{U}) = 0 \quad V.3.7.a$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}}{\partial Q^2} (\mathbf{B} - \alpha \mathbf{A} \mathbf{U}) = 0 \quad V.3.7.b$$

A forma dos U_k produz

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial Q^2} = \frac{1}{Q^2 + \Delta^2 + 1} (\mathbf{I} - \mathbf{U}), \quad \text{com } \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

o que permite escrever V.3.7.b de outra forma

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}}{\partial Q^2} (\mathbf{B} - \alpha \mathbf{A} \mathbf{U}) = \frac{1}{Q^2 + \Delta^2 + 1} (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{U}}) (\mathbf{B} - \alpha \mathbf{A} \mathbf{U}) = 0$$

e para o denominador dos U_k finito, ou seja, Q^2 finito, V.3.7.b assume a forma de uma combinação linear de V.3.7.a com uma equação mais simples e o novo par de equações é

$$\tilde{\mathbf{U}} (\mathbf{B} - \alpha \mathbf{A} \mathbf{U}) = 0 \quad V.3.8.a$$

$$\mathbf{I} (\mathbf{B} - \alpha \mathbf{A} \mathbf{U}) = 0 \quad V.3.8.b$$

Estas equações representam um polinômio de primeiro grau em Q^2 , cuja solução pode ser obtida sem qualquer ajuste.

O valor de χ^2 (e de seu desvio padrão) obtido por este processo é de melhor qualidade do que aquele da ref. 19.

Simulações efetuadas para alguns casos revelam que a sensibilidade do método é reduzida (aproximadamente 1:10⁴), entretanto o estudo de cascatas do tipo 4-2-2-0 ou 0-2-2-0 com uma só mistura E2/M1 envolvida, aliado ao levantamento preciso de possíveis assimetrias presentes no espectrômetro de correlação angular podem auxiliar na redução do desvio padrão percentual do resultado.

V.4 Método de Análise de χ^2 para a Determinação de δ

Um método alternativo para o levantamento do valor da mistura multipolar de uma cascata envolve a eliminação do termo de ordem zero, α , na eq. II.3.1, que é feita de um modo estatisticamente incorreto, que é a divisão dos valores de $W_{exp}(\theta)$ por $W_{exp}(90^\circ)$ e o posterior exame dos valores de χ^2 em função de valores escolhidos para $\delta(E2/M1)$, à procura de mínimos.

A natureza da dependência da função de correlação angular teórica com δ produz, em geral, dois mínimos e dois máximos para a curva χ^2 em função de δ e o valor escolhido é aquele associado ao mínimo mais profundo, quando houver. Um exemplo da curva χ^2 versus $\arctg \delta^{15}$) é apresentado na figura V.4.1.

A faixa de desvio padrão, em geral assimétrica, é obtida pesquisando-se acima e abaixo do minimo, os pontos onde χ^2 é igual àquele do mínimo mais 1.

Cabe comentar que estes valores de χ^2 do ajuste não são completamente corretos, devido à divisão por $W_{exp}(90^\circ)$ que precedeu o exame dos dados experimentais.

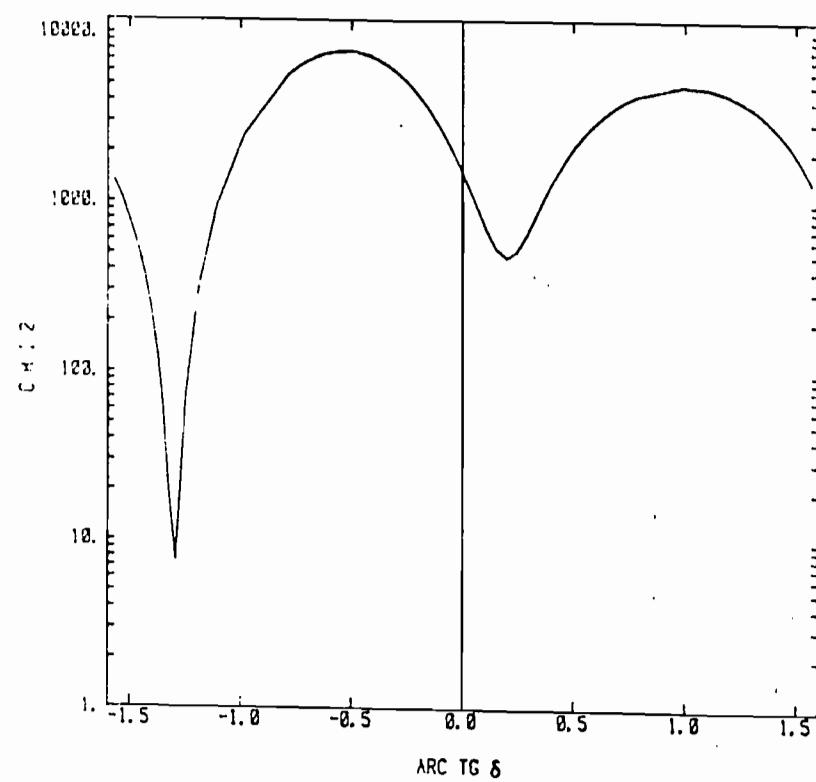


Figura V.4.1 Gráfico de χ^2 em função de $\text{arc tan } \delta$,
ref. 15.

VI. Referências

1. C.M.Lederer e V.S.Shirley eds., *Table of Isotopes*, 7th ed., John Wiley & Sons, Inc., 1978.
2. V.R.Vanin, *Tese de Doutoramento*, IFUSP, 1982 e A.M.P.Passaro, *Dissertação de Mestrado*, IFUSP, 1987.
3. E.R.Mucciolo, *Manual dos Programas RELOCA e RELOX*, LAL-IFUSP, 1987.
4. A.Lorenz, *Nuclear Decay Data for Radionuclides used as Calibration Standards*, Int. Nucl. Data Comm., INDC(NDS)-145/GEI, abril de 1983.
5. P.Gouffon, *Manual do Programa CALIB*, LAL-IFUSP, 1982.
6. Y.Yoshizawa et al., *Nucl. Instr. Meth.* 174(1980)109 e 133.
7. P.Gouffon, *Manual do Programa IDEFIX*, LAL-IFUSP, 1983.
8. H.R.Hiddleston e C.P.Browne, *Nucl. Data Sheets* 17(1976)225.
9. G.F.Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, John Wiley & Sons, Inc., 1979.
10. N.B.Gove e M.J.Martin, *Nucl. Data Tables* 10(1971)205.
11. O.Helene, *Nucl. Instr. Meth.* 212(1983)319.
12. S.C.Goverse et al., *Nucl. Phys.* A227(1974)506.
13. D.C.Camp e A.L.Van Lehn, *Nucl. Instr. Meth.* 76(1969)192.
14. M.J.L.Yates, em *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, K.Siegbahn ed., North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1965, vol. 2, p. 1691.
15. P.R.Pascholati, *Tese de Doutoramento*, IFUSP, 1983.
16. J.M.Cohenca, *Manual do Programa FATIAS*, LAL-IFUSP, 1983.
17. J.M.Cohenca, *Manual do Programa HFIVG*, LAL-IFUSP, 1983.
18. K.S.Krane e R.M.Steffen, *Phys. Rev.* C2(1970)724.
19. I.Aničin et al., *Nucl. Instr. Meth.* 83(1970)293 e 103(1972)395.
20. P.L.Gardulski e M.L.Wiedenbeck, *Phys. Rev.* C7(1973)2080.
21. J.Lange et al., *Rev. Mod. Phys.* 54(1982)119 e 673.
22. C.Girit et al., *J.Phys.* G6(1980)1025.
23. R.L.Robinson et al., *Phys. Rev.* 128(1962)252.
24. K.S.Krane e R.M.Steffen, *Phys. Rev.* C4(1971)1419.
25. K.S.Krane et al., *Phys. Rev.* C5(1972)1671.
26. H.W.Taylor e B.Singh, *Can. J.Phys.* 49(1971)2724.
27. M.N.Rao, *Nucl. Phys.* 33(1962)182.

28. H.Kusakari et al., Nucl. Phys. A242(1975)13.
29. S.M.Qaim, Nucl. Phys. A154(1970)145.
30. A.Bohr, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 26, no. 14, 1952.
31. K.Kumar e M.Baranger, Nucl. Phys. A92(1967)608, A92(1967)653, A110(1968)490, A110(1968)529, A122(1968)241, A122(1968)273, A231(1974)189 e K.Kumar em The Electromagnetic Interaction in Nuclear Spectroscopy, W.D.Hamilton ed., North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1975, cap. 3 e referências lá citadas.
32. K.Kumar, Nuclear Models and the Search for Unity in Nuclear Physics, Universitetsforlaget, Universidade de Bergen, 1984, referências lá citadas e ref. 51.
33. A.Bohr e B.R.Mottelson, Nuclear Structure, W.A.Benjamin, Inc., 1975, vols. I e II.
34. A.de-Shalit e H.Feshbach, Theoretical Nuclear Physics, vol. I: Nuclear Structure, John Wiley & Sons, Inc., 1974.
35. J.P.Elliott, Collective Motion in Nuclei, Universidade de Rochester, AT(30-1)-875, vols. 1 e 2, 1958.
36. M.Tiago F.Cruz, Modelo Coletivo Vibracional para Núcleos Par-Par Esféricos, pré-print P-560, IFUSP, 1985.
37. V.M.Strutinsky et al., Z.Phys. A318(1984)205.
38. J.M.Eisenberg e W.Greiner, Nuclear Theory, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1975, vols. 1,2 e 3.
39. W.Pauli, no Handbuch der Physik, vol. 24/1, Springer, Berlin 1933, p. 120.
40. B.Podolsky, Phys. Rev. 32(1928)812.
41. P.M.Morse e H.Feshbach, Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1953, vol I, cap. 1.
42. M.Baranger em 1962 Cargese Lectures in Theoretical Physics, M.Levy ed., W.A.Benjamin, Inc., 1963, cap. 5 e referências citadas na p. V.65.
43. L.I.Schiff, Quantum Mechanics, 2^a ed., McGraw-Hill Book, Inc., 1955.
44. D.R.Bes, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 33, no. 2, 1961.
45. E.L.Church e J.Weneser, Phys. Rev. 103(1956)1035.
46. G.Gneuss e W.Greiner, Nucl. Phys. A171(1971)449.
47. D.Habs et al., Z.Phys. 267(1974)149.

48. L.von Bernus et al., The Collective Model for Transitional Nuclei, em Conf. on Problems of Vibrational Nuclei, 1974, G.Alaga e V.Paar eds., North-Holland Publ. Co., p. 230.
49. R.Sedlmayr et al., Nucl. Phys. A232(1974)465.
50. A.Hayashi et al., Phys. Rev. Lett. 53(1984)337.
51. K.Kumar et al., Phys. Rev. C16(1977)1235.
52. K.Kumar em Proc. Worksh. Drexel Univ., Philadelphia, 1º a 3 de setembro de 1980, Da Hsuan Feng et al. eds., Drexel Univ. Press.
53. P.Bonche et al., Nucl. Phys. A443(1985)39.
54. P.Ring e P.Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, Springer-Verlag, 1980.
55. L.S.Kisslinger e R.A.Sorensen, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 32, no. 9, 1960.
56. L.S.Kisslinger e R.A.Sorensen, Rev. Mod. Phys. 35(1963)853.
57. D.R.Bès e R.A.Sorensen em Advances in Nuclear Physics, M.Baranger e E.Voigt eds., Plenum Press, 1969, vol. 2.
58. O.Scholten, Tese de Doutoramento, Universidade de Groningen, 1980.
59. A.J.Kreiner e C.Pomar, Phys. Rev. C36(1987)463.
60. M.Sakai et al., At. Data & Nucl. Data Tables 31(1984)399.
61. J.Stachel et al., Nucl. Phys. A383(1982)429.
62. R.A.Uher e R.A.Sorensen, Nucl. Phys. 86(1966)1.
63. A.S.Davydov e G.F.Filippov, Nucl. Phys. 8(1958)237 e A.S.Davydov, Nucl. Phys. 24(1961)682.
64. R.F.Casten et al., Nucl. Phys. A439(1985)289.
65. U.Kaup e G.Holzwarth, Nucl. Phys. A445(1985)419.
66. A.Novoselsky e I.Talmi, Phys. Lett. B172(1986)139.
67. E.Hammarén et al., Nucl. Phys. A454(1986)301.