

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA



DIAGONALIZAÇÃO DA HAMILTONIANA

DE BOHR PARA UM NÚCLEO TRANSICIONAL

Handwritten signatures and notes:
Sortelano Araujo Diniz
Data da defesa - 19/12/88

Sortelano Araujo Diniz

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador:

Prof. Dr. Celso Luiz Lima

SBI-IFUSP



305M810T1509

SÃO PAULO

1988

539.7
D585d

M
e 1

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Diniz, Sortelano Araujo

Diagonalização da Hamiltoniana de Bohr para um núcleo transicional. São Paulo, 1988.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física - Departamento de Física Nuclear.

Área de Concentração: Física Nuclear.

Orientador: Prof. Dr. Celso Luiz Lima

Unitermos: 1. Hamiltoniana de Bohr; 2. Estados coletivos de quadrupolo; 3. Núcleos ímpares; 4. Quasipartículas; 5. Polarização; 6. 0_{s}^{188} e 0_{s}^{189} .

USP/IF/SBI - 46/88

Agradecimentos

aos vários colegas e amigos meu muito obrigado pelo apoio que me deu na concretização deste trabalho. Em especial ao professor Celso que expressa a minha gratidão pelo sua orientação deveras profissional e pela sua

leitura criteriosa das várias versões desta tese.

Agradeço ainda ao corpo docente deste instituto pela formação profissional que me ofereceu e ao CNPq pela bolsa concedida.

Universidade de São Paulo, Instituto de Física, São Carlos, São Paulo, 1982.

RESUMO

É diagonalizada a hamiltoniana de Bohr para um caroço par-par coletivo de quadrupolo acoplado a uma quasipartícula. É analisado o comportamento do sistema quasipartícula + caroço de quadrupolo, em particular são apontados o efeito de polarização e a formação de bandas rotacionais. O modelo é aplicado ao núcleo par-par Os^{168} e ao núcleo ímpar Os^{167} . São apontadas as deficiências e dificuldades do modelo.

ABSTRACT

The Bohr hamiltonian is diagonalized for a collective even-even quadrupole core coupled to quasiparticles states. The behaviour of the system quasiparticle + quadrupole core is analysed, in particular the polarizing effects and the building of rotational bands are discussed. The model is applied to the even-even nuclei Os^{160} and to the odd nuclei Os^{159} . Shortcomings and difficulties of the model are pointed out.

ÍNDICE

I.	Introdução.....	5
I.1	O Problema Nuclear.....	5
I.2	Hamiltoniana de Bohr.....	7
II.	O Modelo de Camadas.....	10
II.1	Emparelhamento.....	12
II.1.1	Aproximação de BCS.....	13
II.1.2	Quasipartículas.....	17
II.2	Núcleos Par-Par e Núcleo Impar.....	18
III.	A Hamiltoniana Coletiva.....	22
III.1	As oscilações de quadrupolo.....	24
III.1.1	O Sistema Intrínseco.....	26
III.2	A Hamiltoniana de Quadrupolo.....	32
III.2.2	Determinação de Observáveis.....	35
III.2.1	$V(\beta, r)$ - e o Espectro Nuclear.....	37
III.3	Simetrias de H_0 e Seus Auto-estados.....	40
III.3.1	Ambiguidade na escolha do Sistema Intrínseco.....	42
III.4	As Quasibandas Rotacionais.....	45
III.4.1	A Banda Fundamental, a Banda- β e a Banda- r	50
IV.	O Modelo de Bohr-Aproximação Adiabática.....	52
IV.1	Aproximação Adiabática.....	53
IV.2	Base Para a Diagonalização de H	54
V.	Aplicações e Exemplos.....	59
V.1	Núcleos par-par.....	59
V.2	Núcleos Impares.....	64

V.2.1 Quasipartícula + Carço gama-instável.65
 V.2.1.1 Propriedades Estáticas.....65
 V.2.1.2 Espectro - Bandas DC e SC.....66
V.2.2 Quasipartícula + Carço deformado.....68
V.2.3 O Núcleo Os¹⁸⁹.....74
VI. Discussões e Conclusões.....77
Apêndice A.....80
Apêndice B.....84
Referências.....88

1. INTRODUÇÃO

I.1 - O PROBLEMA NUCLEAR.

O problema fundamental em Física Nuclear Teórica é a descrição das propriedades dos sistemas nucleares em termos de seus constituintes "básicos" e da interação que estes apresentam entre si, dita interação forte. Neste contexto o tratamento de sistemas nucleares, ou seja qualquer sistema cujos constituintes apresentam interação forte, tem se mostrado difícil, em parte pelo conhecimento incompleto da interação forte, e em parte pela natureza complexa que esta interação apresenta. Em virtude destas dificuldades é imprescindível a construção de modelos fenomenológicos e/ou aproximativos para a descrição dos sistemas nucleares. Há ainda o problema da definição mais precisa dos constituintes "básicos" dos sistemas nucleares (protons, neutrons e mesons? quarks e gluons?) e das propriedades e observáveis que caracterizam estes sistemas.

O sistema nuclear mais estudado, talvez seja o núcleo atômico. As observáveis que o caracterizam são o número de massa $A = N + Z$, a carga total $Q = Ze$, a massa M , a energia de ligação B , entre outras. Dada a complexidade do problema nuclear, a determinação (experimental e/ou teórica) de observáveis que caracterizam o núcleo não é trivial. E quase sempre esta tarefa tem sido feita modelisticamente. Uma

propriedade nuclear importante e que vale destaque é o espectro nuclear, daí o grande esforço que tem sido investido na sua descrição.

Os prótons e nêutrons, comumente designados por núcleons, são considerados os constituintes do núcleo, todavia é sabido que os núcleons apresentam graus de liberdade intrínsecos e que os núcleons podem não ser os constituintes "básicos" do núcleo. Apesar deste fato o tratamento do núcleo como um sistema de vários núcleons parece ser uma boa aproximação. E na verdade as dificuldades no tratamento do núcleo têm mesmo as suas origens em : 1) Conhecimento incompleto e natureza complexa da interação nucleon-nucleon; 2) Sendo o núcleo um problema de muitos corpos este não apresenta solução analítica e para seu tratamento são necessários métodos aproximativos.

A estrutura de camadas está presente em muitas propriedades nucleares. Todavia, a interação nucleon-nucleon apresenta características (caroço repulsivo) que inviabilizam a obtenção do potencial médio (Hartree-Fock) adequado para a construção do modelo de camadas nuclear, com isso, a escolha deste potencial é, essencialmente, fenomenológica.

Nesta dissertação não é tratado o problema da determinação dos constituintes "básicos" do núcleo bem como não é analisada a natureza da interação que estes apresentam. Esta dissertação melhor se enquadra naquela "parte" da Física Nuclear que trata da descrição das propriedades do espectro nuclear e da determinação de

observáveis que o caracterizam. Mesmo este tópico é ainda muito abrangente dados os diferentes aspectos que o espectro nuclear apresenta: ressonâncias gigantes, estados de alto spin, estrutura de camada, etc. Nenhum modelo conseguiu até agora unificar estes diferentes aspectos do sistema nuclear e os vários modelos que são construídos têm as suas respectivas "faixas de validade". Então, para ser específico, esta dissertação abordará modelos que estão voltados para a descrição dos primeiros estados excitados do núcleo ($E \leq 2\text{Mev}$)

I.2 - HAMILTONIANA DE BOHR

Os primeiros estados excitados do espectro nuclear apresentam uma vasta complexidade, quando os núcleos são observados individualmente, e no primeiro instante não é distinguível nenhuma relação entre os espectros dos diferentes núcleos. Porém um estudo sistemático do comportamento do espectro nuclear ao longo da tabela periódica vai revelar duas características centrais em que os estados nucleares podem ser "classificados". O primeiro comportamento é devido a estados de partícula independente num potencial médio gerado pelos diversos constituintes do núcleo - um potencial de HARTREE-FOCK, ou similar. A maior evidência experimental para os estados de partícula independente são as diversas camadas ao longo da tabela periódica - são os números mágicos nucleares. A segunda característica presente no espectro nuclear são os estados

coletivos devidos a um movimento coerente de vários nucleons. A propriedade marcante dos estados coletivos é que estes apresentam altas probabilidades de transição quando comparadas com as probabilidades correspondentes estimadas para um sistema de partículas independentes. Esta "classificação" de estados coletivos e estados de partícula independente é antes complementar do que contraditória. A determinação da hamiltoniana nuclear de forma a descrever estes dois aspectos simultaneamente é objeto de estudo em física nuclear atual, abordado em vasta literatura. Qualitativamente, pode-se interpretá-los como devidos a partículas independentes mergulhadas num potencial médio, sendo que as partículas apresentam ainda "interações residuais", em virtude das quais aparecerão correlações em seus movimentos, correlações estas que originarão os estados coletivos. O problema central neste tipo de modelo é a determinação da forma do potencial médio e da interação residual. Conhecidos estes dois últimos, em geral, restam ainda dificuldades matemáticas no tratamento do problema.

Fenomenologicamente os estados de partícula e os estados coletivos podem ser tratados com o modelo híbrido ou modelo unificado proposto originalmente por Bohr em 1952⁽⁴⁾; neste modelo o núcleo é dividido em um caroço coletivo e em partícula(s) de valência mergulhada(s) no potencial médio gerado pelo caroço. A hamiltoniana do modelo combina

esquemáticamente os movimentos coletivos e de partícula :

$$H = H_{\text{coi}} + H_{\text{part}} + H_{\text{int}} \quad (1)$$

onde,

H_{coi} é a hamiltoniana do caroço coletivo;

H_{part} é a hamiltoniana da(s) partícula(s) mergulhada(s) no potencial médio gerado pelo caroço;

H_{int} é a hamiltoniana de interação partícula-caroço.

A escolha do que é o caroço e da(s) partícula(s) de valência não é única, depende da sofisticação do modelo. O caroço pode ser constituído pelos nucleons que formam a última camada fechada, neste caso os nucleons acima desta camada constituem as partículas de valência. Motivado na observação experimental de que os primeiros estados excitados de núcleos par-par são coletivos⁽³⁾, consideraremos o caso mais simples em que o caroço coletivo é o núcleo par-par mais próximo e, para os núcleos ímpares, a partícula de valência é o nucleon extra. Com esta escolha a hamiltoniana (1) para núcleos par-par é apenas H_{coi} , e para núcleos ímpares, H_{part} contém apenas um nucleon, o que torna o problema que iremos tratar, ou seja, a diagonalização da hamiltoniana de Bohr (1) bem mais simples.

II. O MODELO DE CAMADAS⁽¹⁾

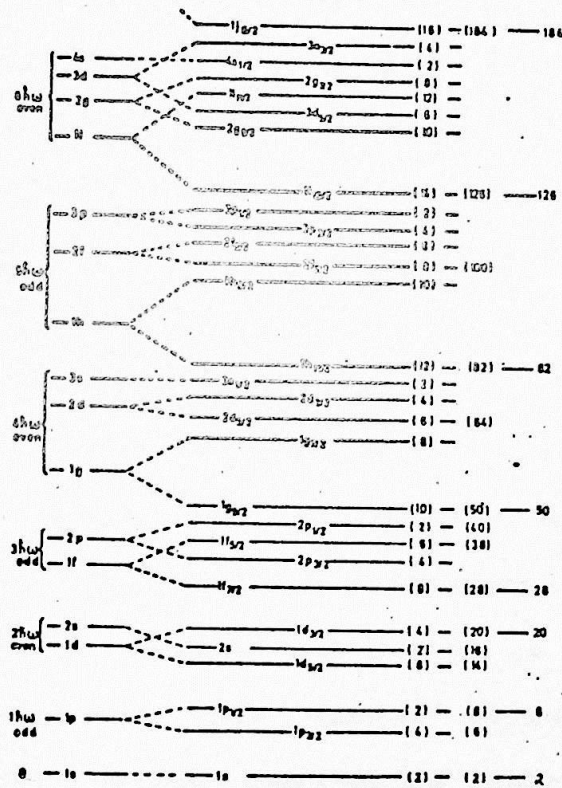
No modelo nuclear de camadas(esférico)⁽¹⁾ os nucleons são considerados movendo-se independentemente em órbitas estacionárias devidas à hamiltoniana :

$$H_p = H_{OH} + \alpha L.S + dL.L \quad (2)$$

onde H_{OH} é a hamiltoniana do oscilador harmônico tridimensional, $L.S$ é o termo spin-órbita, $L.L$ é um termo que favorece o abaixamento de níveis com momentos angulares maiores($d < 0$). A hamiltoniana, H_p é totalmente fenomenológica, as suas constantes W_0 (frequência do oscilador), α e d são ajustadas conforme os dados experimentais⁽¹⁾.

Na determinação do estado fundamental os nucleons são colocados em cada nível respeitando o princípio de Pauli e na ordem crescente de energia até o nível de Fermi. No modelo, os estados excitados correspondem à transferência de um ou mais nucleons para estados acima da energia de Fermi. Tendo em conta que os nucleons são considerados movendo-se independentemente, a função de onda total do sistema é o determinante de Slater formado pelos estados ocupados. O maior sucesso do modelo talvez seja a reprodução dos números mágicos nucleares(2,8,20,28,50,82,126) (veja fig.2).

FIGURA 2



Esquema de níveis para o modelo de camadas esférico com o termo Spin-Orbita. (Obtida da ref.1).

II.1 - EMPARELHAMENTO

No modelo que estamos tratando, quando a configuração $(j_1^{n_1}, j_2^{n_2}, j_3^{n_3}, \dots)_+$ da última camada $(\sigma; j_1, j_2, j_3, \dots)_{++}$ se caracteriza por N nucleons com $N = \sum_K n_K = \sum_K 2(2j_K + 1)$, ou seja a camada está incompleta, considera-se uma interação "residual" entre os nucleons desta camada, dita interação de emparelhamento, que se caracteriza pelo acoplamento dos pares de nucleons idênticos a momento angular zero (pares de Cooper) e que favorece as energias mais baixas^(*). Modelos mais sofisticados podem considerar a interação de emparelhamento entre os nucleons das várias camadas e não apenas entre os da última camada, bem como outros tipos de interações residuais.

Vários são os fatos experimentais que levam à idéia de emparelhamento^(**), dentre os quais destacam-se:

- 1) Os núcleos par-par têm, sem exceções conhecidas, momento angular 0^+ no estado fundamental;
- 2) Para os núcleos par-par há um intervalo de energia ($E \approx 2\text{Mev}$) abaixo do qual apenas estados coletivos estão presentes. Nos núcleos ímpares, ao contrário, neste intervalo de energia estados de partícula e estados coletivos estão acoplados;

* Esta notação simplificada significa n_1 nucleons com momento angular j_1 , n_2 com momento angular j_2 , etc.

** j_1, j_2, \dots são os momentos angulares acessíveis à camada cujo número quântico principal é σ .

3) A energia de ligação dos núcleos ímpares é sempre menor que a média aritmética das energias de ligação dos núcleos par-par vizinhos:

$$M_{A(\text{ímpar})} > \frac{M_{A-1} + M_{A+1}}{2}$$

Com a introdução do emparelhamento, a hamiltoniana escrita em segunda quantização fica:

$$H = \sum_K (\epsilon_K A_K^\dagger A_K) - G \sum_{KJ} A_K^\dagger A_{\bar{K}}^\dagger A_J A_{\bar{J}}$$

onde (A^\dagger, A) são, respectivamente, os operadores de criação e aniquilação de partículas; e k rotula os auto-estados da hamiltoniana (2) do modelo de camadas simples. Desta forma, o primeiro termo à direita da eq.(3) corresponde à hamiltoniana (2), enquanto o segundo é a interação de emparelhamento. Observe-se que de fato este último destrói um par na órbita (j, \bar{j}) e cria um na órbita (k, \bar{k}) ++.

II.1.1 APROXIMAÇÃO BCS

Usualmente a hamiltoniana (3) é tratada na aproximação de BCS⁽²⁻³⁾. Nesta aproximação o estado fundamental nuclear é obtido variacionalmente, sendo a função de onda-tentativa

+++ $(k, k), (j, j), \dots$ denotam órbitas conjugadas temporalmente.

do tipo :

$$|\Phi\rangle = |\text{BCS}\rangle = \prod_{k>0} (\mu_k + v_k A_k^\dagger A_k) |0\rangle$$

onde (u_k, v_k) são os parâmetros variacionais do modelo. Observe-se que a função de onda (4) descreve estados em que os nucleons estão sempre emparelhados. Se o estado k está ocupado então o estado k também está e isto ocorre com uma probabilidade $(v_k)^2$. Similarmente a probabilidade de que a órbita (k, k) não esteja ocupada é dada por $(u_k)^2$. Desta forma os parâmetros variacionais (u_k, v_k) não são independentes mas estão relacionados pela equação:

$$(u_k)^2 + (v_k)^2 = 1 \quad (5)$$

É nitido que a função de onda (4) não tem o número de partículas fixo, correspondendo a estados com 0, 2, 4, ... partículas. Para contornar esta dificuldade é introduzido o termo $-\mu N$ na eq. (3):

$$H' = H - \mu N \quad (6),$$

onde $N = \sum_k A_k^\dagger A_k$ é o operador número e μ é um multiplicador de Lagrange, dito potencial químico, pois este é ajustado de forma que o valor esperado do número de partículas no estado

fundamental seja N :

$$\langle \text{BCS} | N | \text{BCS} \rangle = N \quad (7)$$

Os parâmetros variacionais (v,u) são determinados impondo que o valor esperado de H' no estado fundamental seja mínimo:

$$\delta \langle \text{BCS} | H' | \text{BCS} \rangle = 0 \quad (8a)$$

tendo em conta a eq.(5), a eq.(8a) pode ser reescrita como:

$$\left(\frac{\partial}{\partial v} + \frac{\partial \mu}{\partial v} \frac{\partial}{\partial \mu} \right) \langle \text{BCS} | H' | \text{BCS} \rangle = 0 \quad (8b)$$

A partir das eqs (5), (7) e (8) os parâmetros (u,v, μ) são determinados em termos da constante de acoplamento G, das energias de partícula independente E_K^0 e do número N de nucleons de valência. As relações obtidas são as seguintes (2.3) :

$$2 \sum_K v_K^2 = N \quad (9)$$

$$u_K^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{E_K^0 - \mu}{[(E_K^0 - \mu)^2 + \delta^2]^{1/2}} \right] \quad (10a)$$

$$v_K^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{E_K^0 - \mu}{[(E_K^0 - \mu)^2 + \delta^2]^{1/2}} \right] \quad (10b)$$

onde δ é dado por:

$$\delta = G \sum_K u_K v_K \quad (11)$$

Uma análise das eqs (10a) e (10b) dá a interpretação física para δ e μ . No caso onde não há emparelhamento, ou seja, $G = \delta = 0$, vê-se que $v = 1$ para $E_K^0 > \mu$ e $v = 0$ para $E_K^0 < \mu$, ou seja v representa a superfície de Fermi, sendo μ a energia de Fermi. Por outro lado com o emparelhamento ($G \neq 0$; $\delta \neq 0$) a queda de $v = 1$ para $v = 0$ não é abrupta e a superfície de Fermi é difusa. Quanto maior δ mais lenta é a diminuição de v e conseqüentemente mais difusa é a superfície de Fermi (veja fig.3).

II.2 - QUASIPARTÍCULAS.

Pode-se fazer uma transformação canônica das partículas (A^\dagger, A) para novos fermions (α^\dagger, α) de forma que a função de onda $|BCS\rangle$ seja o vácuo destes novos fermions:

$$\alpha_k |BCS\rangle = 0 \quad ; \quad \text{para todo } k \quad (12)$$

α_k são as quasipartículas de Bogoliubov-Valatin^(2,3) :

$$\alpha_k = u_k A_k - v_k A_k^\dagger \quad (13a)$$

$$\alpha_{\bar{k}} = u_k A_{\bar{k}} + v_k A_k^\dagger \quad (13b)$$

A partir das eqs (13a) e (13b) é imediato que α_k^\dagger e $\alpha_{\bar{k}}^\dagger$ são dados por:

$$\alpha_k^\dagger = u_k A_k^\dagger - v_k A_{\bar{k}} \quad (13c)$$

$$\alpha_{\bar{k}}^{\dagger} = \mu_k A_{\bar{k}}^{\dagger} + \nu_k A_k \quad (13d)$$

Fazendo a transformação inversa das eqs(13) e escrevendo a hamiltoniana (6) em termos dos operadores de quasipartícula, aparecerão termos do tipo $\alpha^{\dagger}\alpha$, $\alpha^{\dagger}\alpha^{\dagger}$, $\alpha^{\dagger}\alpha^{\dagger}\alpha\alpha$ e respectivos conjugados. Então é feita a aproximação da hamiltoniana de quasipartículas livres^(2,3), H_{qp} mantendo apenas os termos do tipo $\alpha^{\dagger}\alpha$:

$$H_{qp} = \langle BCS | H' | BCS \rangle \sum_k \alpha_k^{\dagger} \alpha_k \quad (14)$$

a energia de quasipartícula, E_k é dada por:

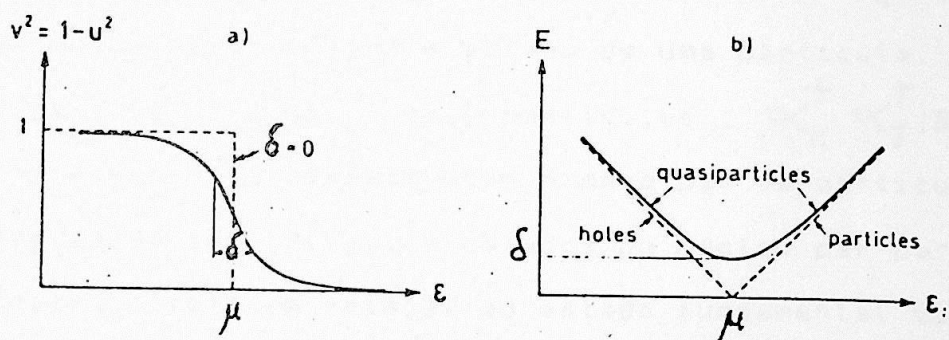
$$E_k = \sqrt{(E_k - \mu)^2 + \delta^2} \quad (15)$$

e a constante $\langle BCS | H' | BCS \rangle$ é introduzida apenas para reproduzir a energia do estado fundamental corretamente, visto que $\alpha_k | BCS \rangle = 0$

II.3 - NÚCLEO PAR-PAR E NÚCLEO ÍMPAR.

Enquanto a função de onda $| BCS \rangle$, eq.(4), representa um sistema com número par de fermions, todos emparelhados, e por isso é atribuída ao estado fundamental do núcleo par-par. O

FIGURA 3



Probabilidade de ocupação e energia de excitação para a quasipartícula. Na fig.3a é mostrado a superfície de Fermi e a probabilidade de ocupação v^2 . Na fig.3b é comparada a energia de quasipartícula com a energia de partícula/buraco $\pm(E-\mu)$ (Obtida da ref.4).

estado de uma quasipartícula $\alpha_k^\dagger |BCS\rangle$ apresenta um nucleon desemparelhado e por isso, dependendo do(s) número(s) quântico(s) k , $\alpha_k^\dagger |BCS\rangle$ pode representar o estado fundamental ou algum estado excitado do núcleo ímpar $N+1$. Tendo em conta as eqs (13c) e (13d) o estado de uma quasipartícula $\alpha_k^\dagger |BCS\rangle$ pode ser entendido como a mistura de um estado de partícula na órbita k com amplitude u_k e um estado de buraco na órbita k com amplitude v_k . Conforme eq.(10), para energias bem abaixo da energia de Fermi $(v_k)^2 \approx 1$ e a quasipartícula representará o estado de um buraco. Para energias bem acima do nível de Fermi $(v_k)^2 \approx 0$ e a quasipartícula representará o estado de uma partícula.

Estados de duas quasipartículas $\alpha_k^\dagger \alpha_j^\dagger |BCS\rangle$ representam novamente sistemas com número par de partículas e são associados aos níveis excitados do núcleo par-par. A energia destes níveis em relação ao estado fundamental $E_0 = 0$ é dada por :

$$E_j + E_k = \sqrt{(E_j - \mu)^2 + \delta^2} + \sqrt{(E_k - \mu)^2 + \delta^2} \quad 2\delta \quad (16)$$

Se o estado fundamental de um núcleo ímpar é dado pelo estado de uma quasipartícula k a energia de um estado

excitado j é dada por:

$$E_j - E_k = \sqrt{(E_j - \mu)^2 + \delta^2} - \sqrt{(E_k - \delta)^2 + \delta^2} \quad (17)$$

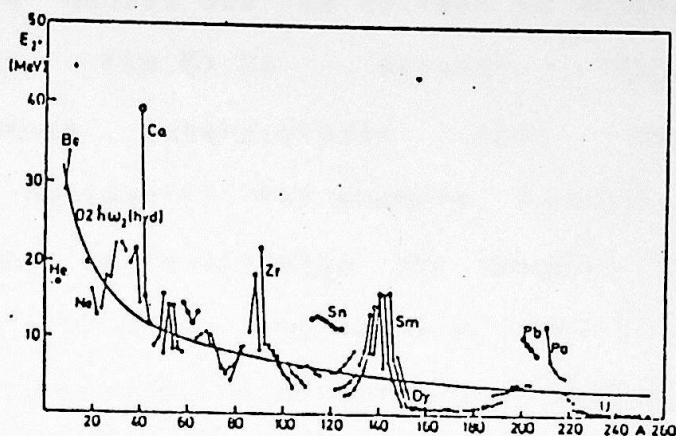
Sumarizando, as propriedades experimentais que levam à idéia de emparelhamento, e que podem ser descritas pela aproximação BCS são:

- 1) O momento angular 0^+ do estado fundamental dos núcleos par-par - em termos da aproximação BCS isto está expresso pela forma da função de onda eq.(4), ou equivalentemente pela eq.(12);
- 2) Para núcleos par-par os primeiros estados excitados são tipicamente coletivos. Abaixo de um intervalo de energia (Ex 2Mev) não são esperados estados de partícula - em termos da aproximação BCS isto está expresso pela eq.(16);
- 3) Já nos primeiros estados excitados, os núcleos ímpares apresentam "coexistência" de estados de (quasi)partículas e estados coletivos. Isto ocorre porque nestes núcleos os estados de (quasi)partículas têm energias bem menores - em termos da aproximação BCS isto está expresso pela eq.(17).

III. A HAMILTONIANA COLETIVA

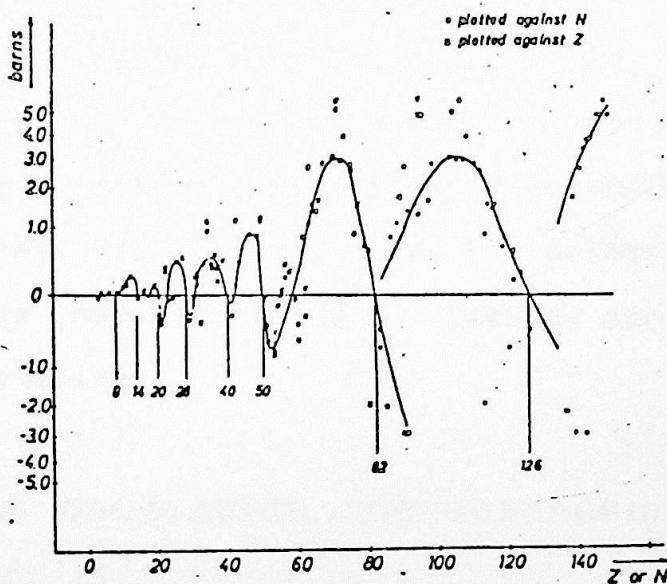
Conforme já ressaltamos, além dos estados devidos a (quasi)partículas independentes, o espectro nuclear apresenta estados coletivos, devidos a um movimento coerente de vários nucleons. A principal característica dos estados coletivos é que estes apresentam altas probabilidades de transição quando comparadas com as probabilidades estimadas para a partícula independente sendo que, para os primeiros estados excitados, as transições são predominantemente de quadrupolo elétrico $B(E2)^{1-11}$. Outra propriedade interessante é que à medida que se aumenta o número de massa nuclear a energia do primeiro estado excitado dos núcleos par-par tende a diminuir (veja fig.4). Vê-se pela fig.(4) que próximo às camadas fechadas a energia de excitação tem um pico e que para maiores valores de A a energia do pico tende a diminuir, ou seja os estados coletivos são "facilitados", o que reforça a idéia de que estes são devidos a correlações entre vários nucleons. A presença dos picos indica que as correlações se dão principalmente entre os nucleons fora da camada fechada, conhecidos como nucleons de valência. Estas correlações podem determinar formas não esféricas de "equilíbrio" para o núcleo⁴⁾, conforme se pode observar pelo aumento do momento de quadrupolo (M_{20}) do estado fundamental

FIGURA 4



Energia de excitação do primeiro 2^+ de núcleos par-par. Os núcleos com camadas fechadas estão assinalados pelos círculos fechados. (obtida da ref.1).

FIGURA 5



Momento de quadrupolo elétrico plotado em função de N ou Z . Altos momentos de quadrupolo indicam formas não esféricas de equilíbrio. Os números mágicos são indicados. (obtida da ref.10).

nuclear⁽¹¹⁾ à medida que os núcleos se afastam das camadas fechadas (veja fig.5). Os estados coletivos são qualitativamente interpretados como oscilações da "deformação" nuclear⁽¹²⁾. Por exemplo, o espectro coletivo de muitos núcleos se caracteriza por "bandas rotacionais"⁽¹³⁾ $E_j^\alpha = j(j+1)/(2I_\alpha)$, onde I_α é o "momento de inércia" da banda α , nestes casos, em primeira aproximação, a deformação é considerada estável e as variáveis dinâmicas do sistema são os ângulos de Euler que dão a orientação, em relação ao sistema de laboratório, do sistema que gira junto com a deformação, dito sistema intrínseco. Por outro lado muitos núcleos apresentam em seus espectros "bandas vibracionais"⁽¹⁴⁾, $E_n - E_{n-1} = \hbar\omega$, o que pode caracterizar oscilações em torno de uma forma de equilíbrio esférica. No espectro de outros núcleos as rotações e vibrações se sobrepõem, são os assim chamados núcleos transicionais. Voltaremos a abordar os núcleos rotacionais, vibracionais e transicionais mais adiante. Por ora estamos interessados na obtenção da hamiltoniana H_{col} , adequada para a descrição dos estados coletivos.

III.1 - AS OSCILAÇÕES DE QUADRUPOLO.

É conveniente na descrição dos estados coletivos a substituição das 6R coordenadas do espaço de fase nuclear, abreviado por $[Q,P]$, por graus de liberdades coletivos⁽¹²⁾, abreviados por $[\alpha,\pi]$. Acredita-se que se as coordenadas

coletivas são convenientemente escolhidas apenas algumas delas serão relevantes para a descrição dos movimentos coletivos, que as demais coordenadas são estacionárias e que com isto consegue-se "reduzir" o número de variáveis dinâmicas do sistema. Uma das grandes dificuldades neste tipo de abordagem é a determinação das coordenadas coletivas $[\alpha, \pi]$ em termos das coordenadas do espaço de fase $[Q, P]$, e da dependência das diferentes observáveis em termos dessas novas coordenadas.

No modelo que estamos estudando, motivado na observação experimental de que muitos núcleos apresentam altos momentos de quadrupolo e, sobretudo, que as transições coletivas são predominantemente do tipo quadrupolo elétrico (E2), assume-se que as coordenadas coletivas relevantes são as cinco componentes de um tensor de quadrupolo $L=2$, idem, naturalmente, para o seu momento canonicamente conjugado: $[\alpha, \pi] \leftrightarrow (\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu})$. Muito embora neste modelo não haja nenhum cálculo "microscópico" da dependência de $(\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu})$ com as coordenadas do espaço de fase nuclear $[Q, P]$, a descrição fenomenológica dos estados coletivos proposta por Bohr em 1952⁽⁴⁾ permite uma imagem pictórica de $\alpha_{2\mu}$. No modelo de Bohr o núcleo é assumido como uma gota de fluido com propriedades conhecidas, os movimentos coletivos são assumidos como oscilações multipolares da "superfície" nuclear e as coordenadas coletivas $[\alpha]$ são tensores multipolares que definem a deformação da superfície nuclear: $R(\theta, \varphi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda m} \alpha_{\lambda m} Y_{\lambda m}^*(\theta, \varphi) \right)$. Na imagem de Bohr, o

tensor $\alpha_{2\mu}$ que fora assumido compor as coordenadas coletivas relevantes pode ser interpretado como o tensor que define a deformação de quadrupolo da superfície nuclear. Nesta dissertação sempre teremos em mente esta interpretação para $\alpha_{2\mu}$.

Evidentemente o procedimento acima para a determinação de $\alpha_{2\mu}$ não é completo visto que as funções $\alpha_{2\mu}(Q,P)$ e $\pi_{2\mu}(Q,P)$ permanecem desconhecidas, bem como não obtem-se nenhuma informação de como qualquer observável depende de $(\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu})$. Em particular estamos interessados na determinação da hamiltoniana coletiva $H(\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu})$. Antes porém vale a pena comentar um pouco mais sobre as oscilações de quadrupolo.

III.1.1 - O SISTEMA INTRÍNSECO.

Tendo restringido os movimentos coletivos apenas às coordenadas $\alpha_{2\mu}$, a expansão da superfície nuclear pode ser reescrita como:

$$R(\theta, \varrho) = R_0 \left[1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\theta, \varrho) \right] \quad (18)$$

onde R é a distância da superfície ao centro do elipsoide da deformação de quadrupolo e (θ, ϱ) são os ângulos diretores medidos em relação ao sistema de laboratório.

As oscilações $a_{2\mu}$ compreendem dois movimentos da superfície nuclear, a saber, as vibrações da deformação de quadrupolo propriamente dita e as rotações. Para elucidar a natureza destes dois movimentos basta considerar inicialmente que a superfície nuclear tem a forma elipsoidal fixa e que está girando. Neste caso o movimento consiste apenas das rotações. Relaxando-se a condição que a superfície é fixa tem-se vibrações da deformação nuclear acopladas às rotações, que é o movimento mais geral. Se as vibrações se dão em torno de uma forma de equilíbrio não esférica é possível definir um sistema intrínseco onde as coordenadas associadas às rotações e às vibrações aparecem explicitamente. Os eixos (X', Y', Z') do sistema intrínseco são definidos entre os seis semi-eixos do elipsoide da fig(6) de forma que o sistema seja do tipo mão direita. A superfície no sistema intrínseco é dada por:

$$R(\theta', \Omega') = R_0 \left[1 + \sum_{\mu} a_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\theta', \Omega') \right] \quad (19)$$

Como as coordenadas de quadrupolo formam as componentes de um tensor esférico é imediato a transformação das coordenadas do sistema de laboratório para o sistema intrínseco:

$$a_{2\mu} = \sum_{\nu} D_{\nu\mu}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (20)$$

onde $D_{\nu\mu}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ denota as matrizes de Wigner.

As coordenadas associadas às rotações são imediatamente identificadas como os 3 ângulos de Euler $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$. As duas coordenadas restantes são o bastante para a definição da deformação no sistema intrínseco. De fato a partir da condição de que neste último a deformação é simétrica em relação ao plano $Z' = 0$, ou seja $R(\theta', \Omega') = R(\pi - \theta', \Omega')$ e que nesta transformação $Y_{2\pm 2}$ permanecem inalterados enquanto $Y_{2\pm 1}$ muda de sinal, segue-se que $a_{21} = a_{2-1} = 0$ †. Por outro lado, da condição que a superfície é simétrica em relação ao plano $X' = 0$, ou seja, $R(\theta', \Omega') = R(\theta', \pi - \Omega')$ segue-se que $a_{2\mu} = -a_{2-\mu}$, visto que nesta operação $Y_{2\pm 2}$ se transforma em $Y_{2\mp 2}$. Desta forma no sistema intrínseco a deformação é caracterizada por dois parâmetros reais (a_{20}, a_{22}) . Ao invés de (a_{20}, a_{22}) é mais conveniente a introdução de duas novas coordenadas (β, γ) definidas pelas relações:

$$a_{20} = \beta \cos \gamma, \quad a_{22} = (1/2)^{1/2} \beta \sin \gamma \quad (21)$$

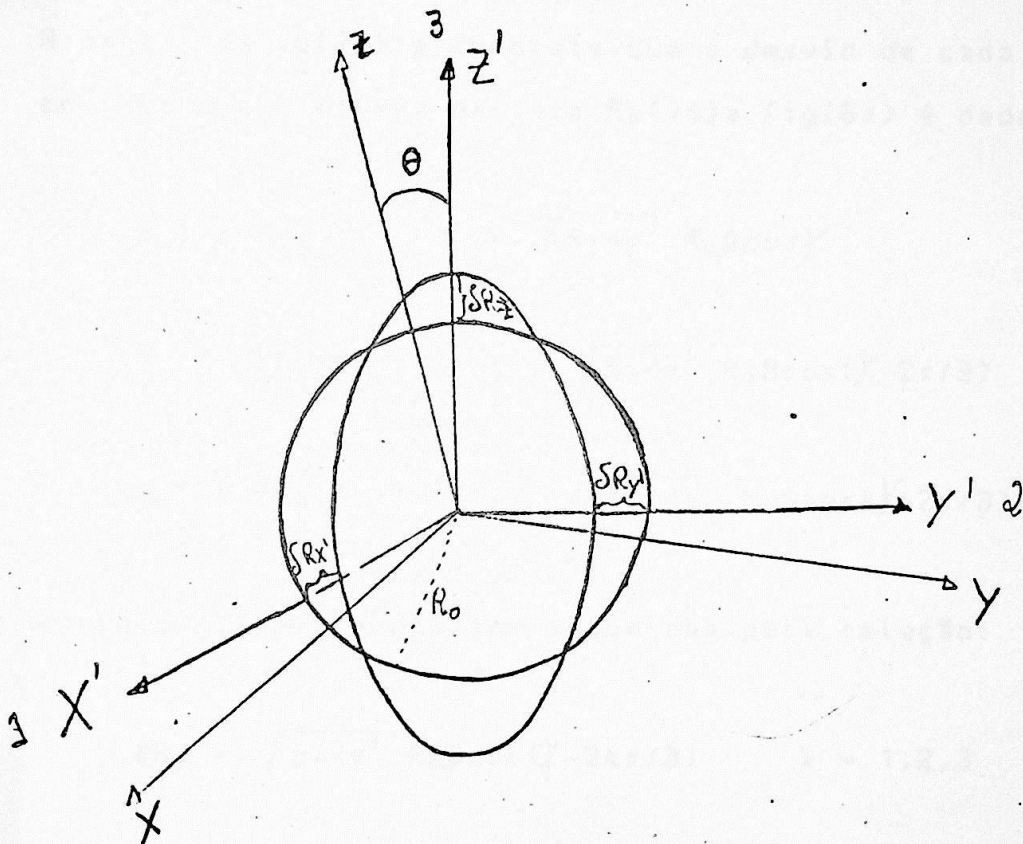
Observe-se que

$$\beta^2 = \sum_m |a_{2m}|^2 = \sqrt{5} [\alpha_2 \times \alpha_2]_0 \quad (22),$$

ou seja, β é um escalar e define a amplitude total da deformação nuclear. Para a interpretação geométrica de γ é

† nesta dedução foi usada a relação $(a_{2\mu})^* = (-)^{\mu} a_{2-\mu}$ que é obtida da condição que R é real.

FIGURA 6



Deformação de quadrupolo. É mostrado o sistema de laboratório (X,Y,Z) e o sistema intrínseco (X',Y',Z'), bem como o desvio de cada semi-eixo em relação à esfera de raio R_0 .

útil reescrever a superfície nuclear em termos de (β, γ) :

$$R(\theta', \Omega') = R_0 \left[1 + \beta \cos \gamma \frac{Y_{20}^*(\theta', \Omega')}{\sqrt{2}} + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \sin \gamma \left(\frac{Y_{22}^*(\theta', \Omega')}{\sqrt{2}} + \frac{Y_{22}^*(\theta', \Omega')}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (23)$$

A partir da eq(23) é imediato que o desvio de cada semi-eixo com relação à esfera de raio R_0 (veja fig(6)) é dado por :

$$\delta R_z \equiv R(0, \Omega) - R_0 = \sqrt{5/4\pi} R_0 \beta \cos \gamma \quad (24)$$

$$\delta R_x \equiv R(\pi/2, 0) - R_0 = \sqrt{5/4\pi} R_0 \beta \cos(\gamma - 2\pi/3) \quad (25)$$

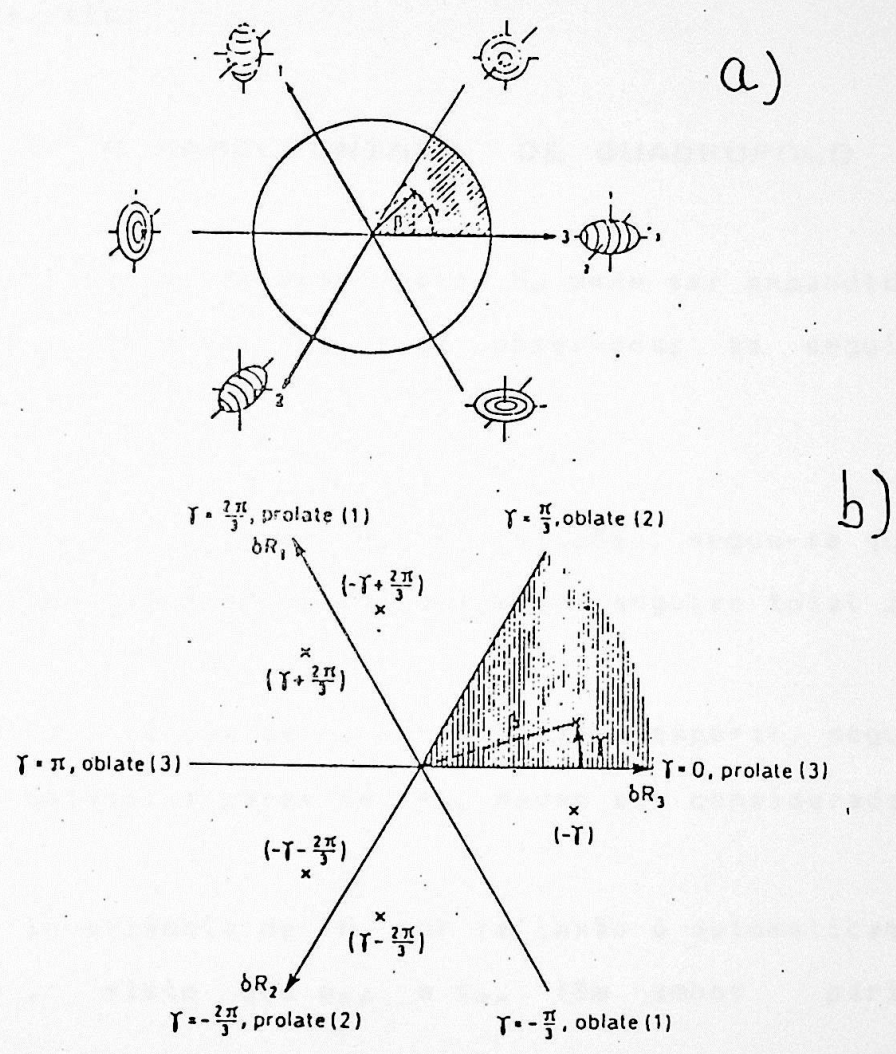
$$\delta R_y \equiv R(\pi/2, \pi/2) - R_0 = \sqrt{5/4\pi} R_0 \beta \cos(\gamma - 2\pi/3) \quad (26)$$

As eqs(24)-(26) podem ser resumidas pela relação:

$$\delta R_k = \sqrt{5/4\pi} R_0 \beta \cos(\gamma - 2k\pi/3) \quad k = 1, 2, 3 \quad (27)$$

Pela eq.(27) vê-se que $\gamma = 0$ descreve um elipsoide com deformação prolata com o eixo-3 como eixo de simetria: $\delta R_3 > \delta R_2 = \delta R_1$. Enquanto que $\gamma = \pi/3$ descreve um elipsoide com deformação oblata com o eixo-2 como eixo de simetria. Vê-se ainda que o intervalo $0 < \gamma < \pi/3$ descreve deformações triaxiais, caracterizadas pela inexistência de eixos de simetria. Assim os valores de gama no intervalo $0 \leq \gamma \leq \pi/3$ descrevem todas as deformações de quadrupolo para um dado β .

FIGURA 7



Simetrias do plano (β, γ) . Pontos sobre os eixos representam sistemas axialmente simétricos e são mostrados na fig. 7a. Os seis pontos com $\gamma = -\gamma, \pm \gamma \pm 2\pi/3$ mostrados na fig. 7b representam a mesma deformação nuclear. (obtidas das refs 1 e 4).

De fato, os valores de gama entre $\pi/3 < \gamma < 2\pi$ descrevem deformações já contidas no intervalo $0 \leq \gamma \leq \pi/3$ só que com os eixos permutados (veja fig.7). Por exemplo $\gamma = \pi$ define a mesma deformação (oblata) que $\gamma = \pi/3$, só que o eixo-3 é o novo eixo de simetria, etc.

III.2 - A HAMILTONIANA DE QUADRUPOLO

A hamiltoniana de quadrupolo H_0 pode ser expandida em termos dos tensores $(\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu})$ observadas as seguintes condições:

1) Da invariância de H_0 por rotações, segue-se que os tensores devem estar acoplados a momento angular total zero;

2) Da invariância de H_0 por reversão temporal, segue-se que apenas potências pares de $\pi_{2\mu}$ devem ser consideradas.

3) A invariância de H_0 por reflexão é automaticamente satisfeita, visto que $\alpha_{2\mu}$ e $\pi_{2\mu}$ têm ambos paridade positiva.

H_0 pode ser dividida, de uma forma geral, como a soma de dois termos. Um é a energia cinética, outro a energia potencial: $H_0 = T(\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu}) + V(\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu})$

A energia potencial está associada com a deformação nuclear, e na sua construção foram considerados a energia

coulombiana dos protons, a tensão superficial da gota nuclear e efeitos de camada⁽⁴⁻⁷⁾. Já a energia cinética tem contribuições devidas à mudança da deformação do caroço e às rotações deste^(4-7,9,10).

A energia potencial depende apenas da deformação nuclear, $\alpha_{2\mu}$. Desta forma $V(\alpha_{2\mu})$ pode ser escrita como:

$$V(\alpha_{2\mu}) = C_2(\alpha_2 \times \alpha_2)^0 + C_3[(\alpha_2 \times \alpha_2)^2 \times \alpha_2]^0 + \\ + C_4(\alpha_2 \times \alpha_2)^0 \times (\alpha_2 \times \alpha_2)^0 + \dots \quad (28)$$

Observe-se que os tensores "intermediários" devem estar sempre acoplados a momentos angulares pares, isto porque invertendo-se a ordem de dois tensores acoplados a "l" ganha-se uma fase $(-)^l$ e, como a expressão não deve se alterar com a troca da ordem dos tensores, os termos formados com o acoplamento de momentos angulares "intermediários" ímpares devem ser nulos. Assim termos do tipo $[(\alpha_2 \times \alpha_2)^2 \times (\alpha_2 \times \alpha_2)^2]^0$ não devem estar presentes em $V(\alpha_{2\mu})$. O termo em C_4 poderia ser formado pelo acoplamento dos termos $[\alpha_2 \times \alpha_2]^2$ com $I = 2, 4$. Mas pode-se mostrar⁽¹¹⁾ que estes casos são proporcionais ao caso $I = 0$ e que por isto qualquer termo de $V(\alpha_{2\mu})$ pode ser obtido a partir dos invariantes $[\alpha_2 \times \alpha_2]^0$ e $[(\alpha_2 \times \alpha_2)^2 \times \alpha_2]^0$. No sistema intrínseco estes termos são proporcionais a β^2 e

$\beta^2 \cos 3\gamma$, respectivamente. Logo $V(\beta, \gamma)$ fica:

$$V(\beta, \gamma) = \sum_{km} A_{km} \beta^k (\cos 3\gamma)^m \quad (29)$$

Lembrando que apenas potências pares de $\pi_{2\mu}$ devem estar presentes em H_0 e que, pelo mesmo motivo que em $V(\alpha_{2\mu})$, em $T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu})$ os tensores "intermediários" devem estar acoplados a momentos angulares pares, a energia cinética pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu}) = & M_0 (\pi_2 \times \pi_2)^0 + M_1 [(\pi_2 \times \alpha_2)^2 \times \pi_2]^0 + \\ & M_2 (\alpha_2 \times \alpha_2)^0 \times (\pi_2 \times \pi_2)^0 + \\ & M_3 (\pi_2 \times \pi_2)^0 \times (\pi_2 \times \pi_2)^0 + \dots \end{aligned} \quad (30)$$

Os termos do tipo M_1 e M_2 descrevem "parâmetros de massa" dependentes da deformação, enquanto que com termos do tipo M_3 o "parâmetro de massa" depender também da velocidade. Por uma questão de simplificação matemática a energia cinética ser considerada composta apenas do termo harmônico $M_0 (\pi_2 \times \pi_2)^0$, acreditando que o efeito dos demais termos possam ser simulados em $V(\alpha_{2\mu})$. Com esta aproximação para $T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu})$ é imediato a relação entre o momento $\pi_{2\mu}$ e a velocidade generalizada $\alpha_{2\mu}$:

$$\alpha_{2\mu} = \frac{\partial H}{\partial \pi_{2\mu}} = \frac{2M_0}{\sqrt{5}} (-)^{\mu} \pi_{2-\mu} \quad (31)$$

Em termos das coordenadas do sistema intrínseco a energia cinética é dada por⁽³²⁾:

$$T = \frac{1}{2} B (\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + \sum_K \frac{L_K^2}{2I_K} \quad (32)$$

onde, $B = \frac{5}{M_0}$ e $I_K = 4B\beta^2 \sin^2(\gamma - 2K\pi/3)$ (33)

sendo que I_K é o "momento de inércia" do sistema.

Então a hamiltoniana H_0 em termos das coordenadas do sistema intrínseco fica:

$$H_0 = \frac{1}{2} B (\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + \sum_K \frac{L_K^2}{2I_K} + \sum_{K,m} A_{K,m} \beta^K (\cos 3\gamma)^m \quad (34)$$

III.2.1 - DETERMINAÇÃO DE OBSERVÁVEIS

Assim como H_0 qualquer outra observável pode ser expandida em termos dos tensores de quadrupolo ($\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu}$). Por exemplo, o operador de quadrupolo nuclear $Q_{2\mu}$ pode ser expandido em termos do acoplamento dos tensores $\alpha_{2\mu}$ ao momento angular total $l = 2$:

$$Q_{2\mu} = A_0 \alpha_{2\mu} + A_2 [\alpha_2 \times \alpha_2]^\mu + \dots \quad (35)$$

Para o operador de dipolo magnético os tensores $(\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu})$ deverão estar acoplados a $l = 1$, etc...

É importante ressaltar que a expansão (34) da hamiltoniana de quadrupolo, a expansão (35) do operador de quadrupolo e expansões similares para outras observáveis podem ser feitas de uma forma totalmente geral e não expressam nenhum modelo. O modelo está na assunção de que os estados coletivos podem ser descritos pela hamiltoniana (34) e na interpretação de $\alpha_{2\mu}$ como o tensor de quadrupolo da superfície nuclear. Ou em outras palavras, o modelo está descrito uma vez determinados os diversos parâmetros que caracterizam as diferentes observáveis.

A determinação destes parâmetros, em princípio, deveria ser feita em termos de modelos mais fundamentais envolvendo o "mapeamento" do espaço de fase nuclear $[Q, P]$ em termos do espaço de fase de quadrupolo $[\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu}]$. Como este mapeamento não é trivial, a determinação dos parâmetros do modelo deve ser feita de forma alternativa. Pode-se voltar à imagem do fluido nuclear e calcular as observáveis macroscopicamente, como as de uma gota de superfície $R(\theta, \varphi)$ e densidade ρ . No caso mais simples o fluido nuclear é considerado homogêneo, irrotacional, incompressível e de densidade constante, ρ_0 sendo que na superfície nuclear a densidade apresenta uma descontinuidade ($\rho = 0$ fora da superfície). Modelos mais sofisticados podem considerar a superfície difusa, o fluido nuclear rotacional, bem como a densidade do fluido

"neutrônico" diferente da densidade do fluido "protônico". Obviamente a determinação macroscópica das observáveis dependerá do modelo assumido para o fluido nuclear. Todavia a forma mais comum para "determinação" dos parâmetros do modelo é considerá-los como parâmetros livres e ajustá-los aos dados experimentais.

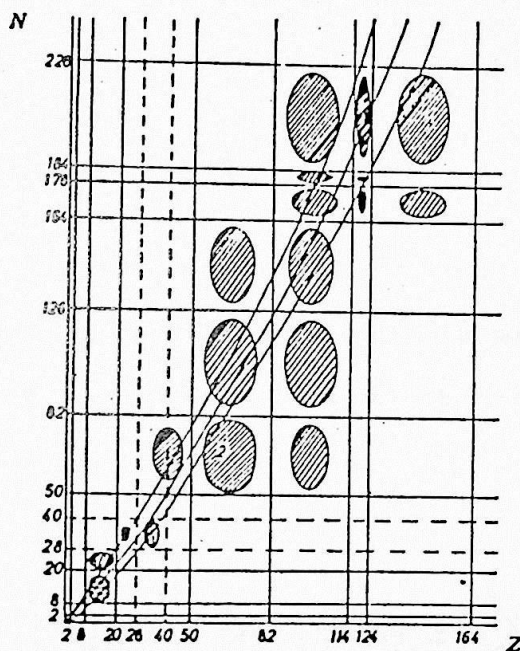
III.2.2 - $V(\beta, \gamma)$ E O ESPECTRO NUCLEAR.

Com a aproximação harmônica para a energia cinética, a energia potencial de deformação tem um papel central no modelo. As características do espectro e as propriedades dos auto-estados de H_0 são determinadas, basicamente, por $V(\beta, \gamma)$ ⁽¹³⁾. Diferentes $V(\beta, \gamma)$ darão origem a espectros com propriedades substancialmente diferentes - $V(\beta, \gamma)$ pode representar estados com pequenos momentos de quadrupolo e um espectro equidistante, como o de um oscilador, bem como altos momentos de quadrupolo e o espectro característico de um rotor [$E_J = J(J+1)/(2I_k)$]. Neste contexto uma análise detalhada da energia potencial de deformação fornece muitas informações qualitativas acerca dos primeiros estados excitados dos núcleos. Por exemplo, a posição do mínimo de $V(\beta, \gamma)$ define a deformação do estado fundamental, a profundidade deste mínimo determina a estabilidade da deformação; se $V(\beta, \gamma)$ possuir dois mínimos de profundidades comparáveis o núcleo apresentará estados isoméricos.

Em termos da energia potencial pode-se interpretar as várias regiões de deformação da tabela periódica como devidas a diferentes "famílias" de $V(\beta, \gamma)$ (veja fig.8). Por exemplo, na região próxima das camadas fechadas, onde os núcleos são esféricos, $V(\beta, \gamma)$ tem um mínimo em torno de $(\beta, \gamma) = (0, 0)$. Na região de núcleos deformados $V(\beta, \gamma)$ caracteriza-se por um mínimo para $\beta > 0$, se a deformação (β, γ) é estável, o espectro nuclear se caracterizará por bandas rotacionais. Para os núcleos transicionais $V(\beta, \gamma)$ é razoavelmente estável na direção β , mas têm dependência suave com γ , o que facilita as transições prolato-oblato.

Muitos autores⁽¹⁴⁾ analisam o comportamento de $V(\beta, \gamma)$ com N e Z para os diferentes núcleos das várias regiões de deformação da tabela periódica fitando os parâmetros livres de $V(\beta, \gamma)$ para vários isótopos e/ou isóbaros (par-par) vizinhos e, com isso, procuram construir uma sistemática para o comportamento de $V(\beta, \gamma)$. Muito embora no ajuste dos diversos autores os parâmetros livres diferenciem muito uns dos outros, a energia potencial, ao contrário, indica semelhantes "morfologias" para um dado núcleo. Devida a esta "consistência", argumentam os autores que $V(\beta, \gamma)$ contém, dentro do modelo, a física relevante para a descrição do comportamento dos estados nucleares de baixa energia dos núcleos par-par.

FIGURA 8



Morfologia dos núcleos ao longo da tabela periódica. São indicados os números mágicos. Próximos a estes são esperados núcleos esféricos. Os núcleos conhecidos têm $Z \leq 104$ e $N \leq 150$. (Obtida da ref.11).

III.3 - SIMETRIAS DE H E SEUS AUTO-ESTADOS

Como a hamiltoniana, H_0 , é invariante por rotações os seus auto-estados, $|\bar{\Phi}\rangle$ são auto-funções de I^2 e I_z , onde I_z é a componente Z do momento angular no sistema de laboratório:

$$I^2 |\bar{\Phi}\rangle = I(I+1) |\bar{\Phi}\rangle \quad (36)$$

$$I_z |\bar{\Phi}\rangle = M |\bar{\Phi}\rangle \quad (37)$$

De uma forma esquemática, inicialmente, escrevemos $|\bar{\Phi}\rangle$ como o produto de uma função de onda intrínseca e uma função de onda angular :

$$|\bar{\Phi}\rangle = |D(\theta_i)\rangle |\sigma(\beta, \gamma)\rangle \quad (38)$$

onde, $I^2 |D(\theta_i)\rangle = I(I+1) |D(\theta_i)\rangle \quad (39)$

$$I_z |D(\theta_i)\rangle = M |D(\theta_i)\rangle \quad (40)$$

$$\text{e ainda, } I_K | \sigma(\beta, \gamma) \rangle = 0 \quad (41)$$

A equação (41) acima exprime simplesmente o fato de que a função de onda intrínseca $|\sigma(\beta, \gamma)\rangle$ não depende dos ângulos de Euler (θ_i) .

Quando o sistema é axialmente simétrico H_0 é invariante por rotações em torno do eixo de simetria, logo a projeção do momento angular na direção deste eixo, digamos eixo-3, é um bom número quântico:

$$I_3 | D(\theta_i) \rangle = K | D(\theta_i) \rangle \quad (42)$$

As funções que satisfazem as equações (39), (40) e (42) acima são as matrizes de Wigner $D_{MK}^I(\theta_i)$

No caso geral onde o sistema não possui nenhum eixo de simetria os auto-estados $|\Phi\rangle$ podem ser expandidos na base do sistema axialmente simétrico:

$$|\Phi\rangle = \sum_K A_K | D_{MK}^I(\theta_i) \rangle | \sigma_{\beta\gamma} \rangle \quad (43)$$

onde r representa os demais números quânticos necessários para classificar $|\sigma\rangle$

III.3.1 - AMBIGUIDADE NA ESCOLHA DO SISTEMA INTRINSECO.

Quando da transformação do sistema de laboratório para o sistema intrínseco apenas a coordenada β é definida univocamente, as coordenadas (γ, θ_i) dependem da escolha dos eixos 1,2,3 do sistema intrínseco. Por outro lado como nenhuma grandeza física deve depender da escolha arbitrária destes eixos segue-se que a hamiltoniana e seus auto-estados são invariantes pelo grupo de transformações que se caracteriza por todas as reclassificações dos eixos 1,2,3 entre os seis semi-eixos do elipsóide de forma que o sistema intrínseco continue do tipo mão direita (grupo D_2). Os operadores que geram este grupo de transformações são (15-17):

1) $R_1(\pi)$ — Rotação de π em torno do eixo-1 cujo efeito é levar $2 \leftrightarrow -2$, $3 \leftrightarrow -3$, ou seja, $\beta \rightarrow \beta$, $\gamma \rightarrow \gamma$, $\theta_1 \rightarrow (\pi + \theta_1)$, $\theta_2 \rightarrow (\pi - \theta_2)$, $\theta_3 \rightarrow (2\pi - \theta_3)$. $[R_1(\pi)]^2 = 1$

2) $R_3(\pi/2)$ — Rotação de $\pi/2$ em torno do eixo-3 cujo efeito é levar $1 \leftrightarrow 2$, $2 \leftrightarrow -1$, $3 \leftrightarrow 3$, ou seja, $\beta \rightarrow \beta$, $\gamma \rightarrow -\gamma$, $\theta_1 \rightarrow \theta_1$, $\theta_2 \rightarrow \theta_2$, $\theta_3 \rightarrow (\theta_3 + \pi/2)$. $[R_3(\pi/2)]^4 = 1$

3) P_{123} — Qualquer permutação par entre os eixos 1,2,3. Os novos ângulos de Euler são complicados de determinar nesta transformação, mas é fácil mostrar que $\gamma \rightarrow [\gamma - (2k\pi/3)]$, onde $k = 1, 2, 3$. $(P_{123})^3 = 1$

A partir das propriedades de $R_1(\pi)$ assinaladas no item 1) vemos que:

$$\begin{aligned}
 R_1(\pi) |\Phi(\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3)\rangle &= |\bar{\Phi}(\beta, \gamma, \pi + \theta_1, \pi - \theta_2, 2\pi - \theta_3)\rangle \\
 &= \sum_K A_K |\mathcal{D}_{M-K}^I(\theta_1 + \pi, \pi - \theta_2, 2\pi - \theta_3)\rangle |\bar{\sigma}_{GIK}(\beta, \gamma)\rangle \\
 &= \sum_K A_K (-)^I |\mathcal{D}_{M-K}^I(\theta_1, \theta_2, \theta_3)\rangle |\bar{\sigma}_{GIK}(\beta, \gamma)\rangle
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

onde $|\bar{\Phi}\rangle$ foi escrito conforme a expansão (43).

A partir de (43) e (44) vemos que para que $|\bar{\Phi}\rangle$ seja invariante por $R_1(\pi)$ é necessário que :

$$A_K = (-)^I A_{-K} \tag{45}$$

$$|\bar{\sigma}_{GIK}(\beta, \gamma)\rangle = |\bar{\sigma}_{GI-K}(\beta, \gamma)\rangle \tag{46}$$

O resultado (45), (46) acima implica que $|\bar{\Phi}\rangle$ é degenerada em $\pm K$ o que é consequência direta de que a deformação é simétrica com relação ao plano $Z' = 0$.

A partir das propriedades de $R_3(\pi/2)$ assinaladas no item 2) acima temos que :

$$\begin{aligned}
 R_3(\pi/2) \left| \Phi(\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3) \right\rangle &= \left| \Phi(\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3 + \pi/2) \right\rangle \\
 &= \sum_K A_K \left| D_{MK}^I(\theta_1, \theta_2, \theta_3 + \pi/2) \right\rangle \left| \sigma_{\Gamma K}(\beta, \gamma) \right\rangle \\
 &= \sum_K A_K (i)^K \left| D_{MK}^I(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \right\rangle \left| \sigma_{\Gamma K}(\beta, \gamma) \right\rangle \quad (47)
 \end{aligned}$$

Aplicando novamente $R_3(\pi/2)$ temos :

$$\begin{aligned}
 [R_3(\pi/2)]^2 \left| \Phi(\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3) \right\rangle & \\
 &= \sum_K (-1)^K \left| D_{MK}^I(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \right\rangle \left| \sigma_{\Gamma K}(\beta, \gamma) \right\rangle \quad (48)
 \end{aligned}$$

$[R_3(\pi/2)]^2$ corresponde a uma rotação de π em torno do eixo-3 cujo efeito é levar $1 \rightarrow -1$, $2 \rightarrow -2$ como a deformação é simétrica em relação aos planos $X'=0$ e $Y'=0$, $|\bar{2}\rangle$ deve ser invariante por esta transformação, o que pela eq.(48), segue-se que K deve ser par.

Resumindo : 1) da condição que H é um escalar resulta que I e M são bons números quânticos e foi possível fazer a expansão (43) ; 2) da condição que H deve ser invariante pela reclassificação dos eixos do sistema intrínseco

conclui-se que $|\bar{\xi}\rangle$ é degenerada em $\pm K$ e que este último deve ser par, combinando estes resultados a expansão de $|\bar{\xi}\rangle$ fica:

$$|\Phi(\beta, \gamma, \theta_i)\rangle = \sum_K A_K \left[\mathcal{D}_{MK}^I(\theta_i) + (-)^I \mathcal{D}_{M-K}^I(\theta_i) \right] |V_{\Gamma K}(\beta, \gamma)\rangle$$

onde K é positivo e par



(49)

Observe-se que não foi feita nenhuma restrição à forma que H_0 possa assumir e que a expansão (49) é totalmente geral.

Concluiu-se que quando o sistema é axialmente simétrico a projeção K é um bom número quântico. Mas $|\bar{\xi}\rangle$ é degenerada em $\pm K$, então o único valor possível para K num sistema axialmente simétrico é $K = 0$. Além disto fazendo $K = 0$ na eq.(49) vemos que só são permitidos momentos angulares pares para o sistema axialmente simétrico. Se o sistema não é axialmente simétrico são permitidos valores para $K \neq 0$ e o momento angular pode ser igualmente par ou ímpar.

III.4 - AS QUASIBANDAS ROTACIONAIS.

Estamos interessados em estudar como o espectro rotacional de muitos núcleos pode ser descrito em termos das oscilações de quadrupolo. Antes porém é ilustrativo estudar

o rotor rígido, que é o caso ideal de um objeto de deformação permanente, cujas únicas variáveis dinâmicas são os ângulos de Euler (θ, \dots) . Logo, a hamiltoniana do rotor é dada apenas pela energia cinética de rotação:

$$H = H_{rot} = \sum_K \frac{L_K^2}{2I_K} \quad (50)$$

Em termos das coordenadas de quadrupolo o rotor rígido se caracteriza por $(\beta, \gamma) = (\beta_0, \gamma_0) = \text{const.}$ e a função de onda (49) do rotor rígido fica simplesmente:

$$|LM\rangle = \sum_K A_K \left[D_{MK}^L(\theta_i) + (-)^L D_{M-K}^L(\theta_i) \right] \quad (51)$$

Se o rotor é simétrico $I_1 = I_2 = I_0$ e a eq. (50) fica :

$$H_{rot} = \frac{L^2}{2I_0} + \left[\frac{1}{2I_3} - \frac{1}{2I_0} \right] L_3^2 \quad (52)$$

Tendo em conta que os auto-valores de L^2 e L_3 são $L(L+1)$ e K respectivamente, a partir da eq. (52) fica claro

que os auto-valores de H_{rot} serão :

$$E_{LK} = \frac{L(L+1)}{2I_0} - \left[\frac{1}{2I_3} - \frac{1}{2I_0} \right] K^2 \quad (53)$$

Lembrando que para um sistema axialmente simétrico $K = 0$ e L é par os auto-valores da hamiltoniana para um rotor rígido axialmente simétrico fica :

$$E_L = \frac{L(L+1)}{2I_0} ; L = 0, 2, 4, \dots \quad (54)$$

Muitos núcleos apresentam espectro que seguem aproximadamente a sequência descrita pela eq.(54) acima. Geralmente o espaçamento entre os níveis é um pouco menor. Ocorrem também estados com valores ímpares para L (veja figs 9,10,11,12). Estes desvios podem ser descritos considerando-se rotores triaxiais ou pequenas oscilações em (β, γ) . Para baixas energias ambos os modelos dão aproximadamente os mesmos resultados⁽¹⁰⁾. Todavia, o modelo das vibrações (β, γ) acoplado às rotações (RV) é mais conveniente para a abordagem de outros limites tais como os núcleos transicionais⁽¹⁰⁾.

Considerando β_0 a deformação β de equilíbrio e supondo que o sistema oscila em torno da forma axialmente simétrica

$\gamma \neq 0$, a partir da eq.(33) vemos que os momentos de inércia ficam:

$$I_1 \approx I_2 \approx 3B(\beta_0)^2 \quad (55)$$

$$I_3 \approx 4B(\beta_0)^2 \gamma^2 \quad (56)$$

Pela eq.(53) H_{rot} fica :

$$H_{rot} = \frac{L(L+1) - K^2}{3B\beta_0^2} + \frac{K^2}{4B\beta_0^2 \gamma^2} \quad (57)$$

expandindo a energia potencial :

$$V(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} C_\beta (\beta - \beta_0)^2 + \frac{1}{2} C_\gamma \gamma^2 \quad (58)$$

Combinando as eqs. (57) e (58) a hamiltoniana H_{rot} fica:

$$H_{rot} = \frac{L(L+1) - K^2}{3B\beta_0^2} + \frac{K^2}{4B\beta_0^2 \gamma^2} + \frac{B}{2} (\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + \frac{1}{2} C_\beta \beta^2 + \frac{1}{2} C_\gamma \gamma^2 \quad (59)$$

Os auto-estados de H_{RV} podem ser expandidos conforme eq. (49) :

$$|\Phi\rangle = \sum_K \left\{ \left| \begin{matrix} \mathcal{D}_{MK}^F(\theta_i) \\ + (-)^F \mathcal{D}_{M-K}^F(\theta_i) \end{matrix} \right\rangle |f(\beta)\rangle |g_K(\gamma)\rangle \right\}$$

(60)

onde $f(\beta)$ e $g_K(\gamma)$ satisfazem às eqs abaixo (maiores detalhes ver J.P. DAVIDSON em *Collective Models of The Nucleus*, pg 37)

$$\left[\frac{\hbar^2}{2B} \frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{1}{2} c_\beta (\beta - \beta_0)^2 \right] |f(\beta)\rangle = E_\beta |f(\beta)\rangle$$

onde, $E_\beta = \hbar W_\beta (N_\beta + 1/2)$ (62)

$$W_\beta^2 = c_\beta / B$$
 (63)

e $g_K(\gamma)$ satisfaz à equação :

$$\left[-\frac{1}{2B} \frac{1}{\gamma} \frac{d}{d\gamma} \left(\gamma \frac{d}{d\gamma} \right) - \frac{\hbar^2}{4\gamma^2} + \frac{1}{2} c_\gamma \gamma^2 \right] g_K(\gamma) = E_\gamma g_K(\gamma)$$

(64)

onde,
$$E_\gamma = W_\gamma (N_\gamma + 1) \quad ; \quad W_\gamma^2 = \frac{C_\gamma}{B} \quad (65)$$

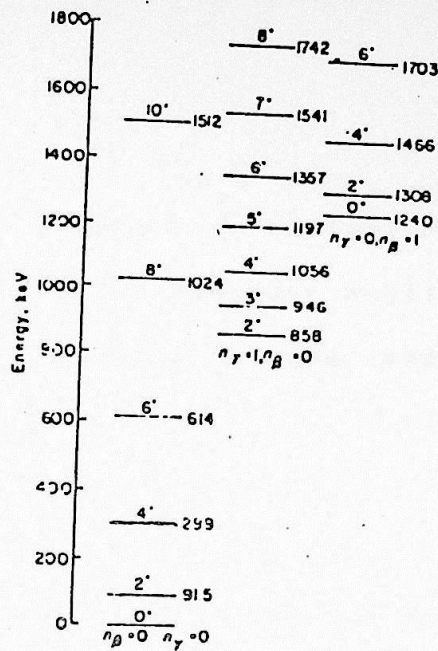
e
$$N_\gamma = 2N + \frac{|K|}{2}, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (66)$$

III.4 - A BANDA FUNDAMENTAL, A BANDA- β E A BANDA-

No modelo acima descrito, acoplado a um rotor (na sua forma de equilíbrio, axialmente simétrico) tem-se fônons vibracionais, o que possibilita a formação de diferentes quasibandas rotacionais. Os estados com nenhum fônon de vibração têm $K = 0$, seguem a sequência da eq.(54) e formam a, assim chamada, banda fundamental. Acoplando às rotações da banda fundamental fônons- β formam-se as, assim chamadas, bandas- β . Nestas bandas o sistema continua axialmente simétrico ($K = 0$) e os estados seguem a mesma sequência (54) do rotor com a diferença que aos níveis é acrescentado a energia do fônon E_β : $E = E_\beta + E_{rot}$. Com as vibrações- γ o sistema perde a simetria axial. Vê-se pela eq.(66) que, por exemplo, $N_\gamma = 1$ implica que $|K| = 2$ e a única restrição aos momentos angulares desta banda é que $L \geq 2$ e a sequência dos níveis fica (veja eq.(53)):

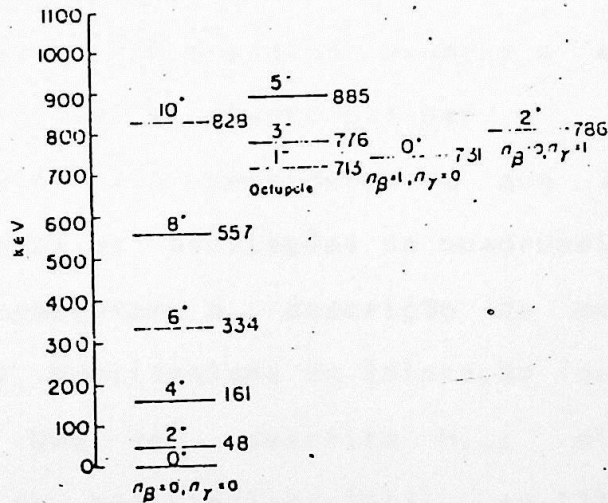
$$E = E_\gamma + \frac{L(L+1) - 2^2}{2 I_0} \quad (67)$$

FIGURA 9



Banda fundamental, banda- β e banda- γ do Er^{144} . (obtida da ref. 15).

FIGURA 10



Banda fundamental, banda de octupolo, cabeça de banda- β e cabeça de banda- γ do U^{232} . (Obtida da ref. 15).

IV. O MODELO DE BOHR - APROXIMAÇÃO ADIABÁTICA

No capítulo I adotou-se a hamiltoniana de Bohr para a descrição dos primeiros estados excitados do núcleo. H foi escrita numa forma esquemática que reescrevemos aqui:

$$H = H_{col} + H_{part} + H_{int} \quad (1)$$

No capítulo II assumiu-se que H_{part} pode ser descrita pela hamiltoniana de quasipartículas livres H_{qp} (eq.(14)). Viu-se que os estados excitados de núcleos par-par correspondem a estados de duas quasipartículas ($E \approx 2\text{Mev}$) e que abaixo desta energia apenas estados coletivos são esperados, viu-se ainda que nos núcleos ímpares estados de uma quasipartícula têm energias menores e estão acoplados aos estados coletivos do caroço par-par.

No capítulo III considerou-se que a hamiltoniana coletiva é devida às oscilações de quadrupolo: $H_{col} = H_0$. Então para completar a descrição do modelo resta a determinação da hamiltoniana de interação (quasi)partícula-caróço H_{int} . Uma vez descrita H_{int} discutiremos a diagonalização da hamiltoniana total, eq.(1), e aplicações na descrição de situações físicas.

IV.1 - APROXIMAÇÃO ADIABÁTICA.

A assunção básica do modelo de Bohr é de que o(s) nucleons de valência movimentam(-)se em "órbitas" devidas ao potencial médio do caroço, e que oscilações da superfície nuclear são responsáveis pelos estados coletivos. Neste contexto o modelo só tem sentido no limite em que o movimento do nucleon de valência é bem mais "rápido" que os movimentos do caroço (aproximação adiabática). De fato se o período de oscilação do nucleon é da ordem das oscilações do caroço, o nucleon será "espalhado" antes mesmo de completar um ciclo de seu movimento, e então não faz nenhum sentido falar em órbitas para o nucleon.

A hamiltoniana de interação (quasi)partícula-caroço H_{int} pode ser expandida em termos de invariantes construídos a partir das coordenadas do nucleon extra (r, θ, φ) e das coordenadas coletivas $\alpha_{2\mu}$. O primeiro termo da expansão é:

$$H_{int} = f(r) [\alpha_2 \cdot Y_2(\theta, \varphi)] \quad (68)$$

onde $f(r)$, em princípio é uma função arbitrária. Porém $f(r)$ pode ser "determinada" com a aproximação adiabática. Dado que esta aproximação corresponde à condição de que superfícies com a deformação do caroço representam equipotencias para o nucleon¹¹: $V_0(x, \vec{l}, \vec{s}) \rightarrow V_0(x', \vec{l}, \vec{s})$ onde

$$x' = x / \left(1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\theta, \varphi) \right) \quad \text{Expandindo } V \text{ em torno de } \alpha_{2\mu} = 0$$

pode-se mostrar⁽¹¹⁾ que:

$$f(x) = - \frac{dV_0(x, \vec{l}, \vec{s})}{dx} \quad (69)$$

IV.2 - BASE PARA DIAGONALIZAÇÃO DE H.

Usualmente H é diagonalizada na base dos auto-estados de H_{c_0} , acoplados aos estados de (quasi)partícula a um bom momento angular. Onde H_{c_0} é previamente diagonalizada na base do oscilador pentadimensional⁽¹⁸⁻¹⁹⁾. Porém a complexidade dos auto-estados de H_{c_0} causa problemas práticos para a determinação dos elementos de matriz de H. Pode-se evitar este problema diagonalizando H diretamente na base dos estados oscilador acoplados aos estados de (quasi)partícula, porém sem uma prediagonalização de H_{c_0} será necessária uma base muito extensa. Por isso para a diagonalização de H usaremos o procedimento alternativo proposto por Leander⁽²⁰⁾, onde a base escolhida consiste nos auto-estados de H_β , a parte gama-instável de H_{c_0} , acoplados aos estados de (quasi)partícula a um bom momento angular total I:

$$|I \Omega \nu R M \sigma\rangle = \sum_{M m} (R M j m | I \Omega) |n_\beta \nu R M \sigma\rangle |j m\rangle \quad (70)$$

onde $|n_\beta \nu R \sigma\rangle$ são os auto-estados de H_β (veja apêndice A) e $|j m\rangle$ são os estados de (quasi)partícula.

A vantagem da prediagonalização de H_β é que esta permite um truncamento mais adequado que o oscilador harmônico e ao mesmo tempo os seus auto-estados mantêm muitas das simetrias, números quânticos e degenerescências deste último. Conforme discutido no apêndice A os auto-estados $|n_\beta \nu R M \sigma\rangle$ de H_β são dados pelo produto direto de uma parte "angular", $|\nu R M \sigma\rangle$ caracterizada pela senioridade ν o momento angular RM e σ (para $\nu \geq 6$) e de uma parte "radial" $|n_\beta \nu\rangle$ caarcterizada pelo número quântico radial n_β e a constante de separação ν ; com isso os elementos de matriz de H são dados pelo produto de integrais angulares e radiais:

$$\begin{aligned} \langle n_\beta \nu R \sigma || \beta^K (\cos 3\gamma)^m || n'_\beta \nu' R' \sigma' \rangle &= \\ &= \langle n_\beta \nu | \beta^K | n'_\beta \nu' \rangle \langle \nu R \sigma || (\cos 3\gamma)^m || \nu' R' M' \rangle \end{aligned}$$

Tendo em conta que $\cos 3\gamma = \sqrt{35/2} \beta^{-3} [\alpha \times \alpha \times \alpha]_0$, a partir do teorema de Wigner-Eckart os elementos de matriz $\langle \nu R \sigma || \cos 3\gamma || \nu' R' \sigma' \rangle$ são dados por:

$$\begin{aligned} \langle \nu R \sigma || \cos 3\gamma || \nu' R' \sigma' \rangle &= \langle \nu R \sigma || \sqrt{\frac{35}{2}} \left[\frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\alpha}{\beta} \right]_0 || \nu' R' \sigma' \rangle \\ &= \int_{R''} \sqrt{\frac{35}{2}} \sum_{\nu'' R'' \sigma''} \sum_{\nu''' R''' \sigma'''} \sqrt{\frac{(2R'''+1)(2R''+1)}{(2R+1)}} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ R'' & R & R''' \end{matrix} \right\} \times \\ &\times \langle \nu R \sigma || \alpha/\beta || \nu''' R''' \sigma''' \rangle \langle \nu''' R''' \sigma''' || \alpha/\beta || \nu'' R'' \sigma'' \rangle \langle \nu'' R'' \sigma'' || \alpha/\beta || \nu' R' \sigma' \rangle \end{aligned}$$

com as regras de seleção⁽²⁰⁾ $v = v' \pm 1, v' \pm 3$. Maiores potências de $\cos 3\gamma$ podem ser obtidas da relação de completudeza, por exemplo:

$$\begin{aligned} & \langle v R \sigma \parallel \cos^2 3\gamma \parallel v' R' \sigma' \rangle = \\ & = \sum_{v'' R'' \sigma''} \langle v R \sigma \parallel \cos 3\gamma \parallel v'' R'' \sigma'' \rangle \langle v'' R'' \sigma'' \parallel \cos 3\gamma \parallel v' R' \sigma' \rangle \end{aligned}$$

(73)

Tendo em conta que H_{int} é proporcional a $\alpha_{2\mu}$ e $(Y_{2\mu})^*$ e que estes são tensores esféricos atuando em espaços diferentes, de acordo com o teorema de Wigner-Eckart, os elementos de matriz de H_{int} são dados por⁽²¹⁾ :

$$\begin{aligned} & \langle n' j', n'_\beta v' R' \sigma'; I R \mid H_{int} \mid n j, n_\beta v R \sigma; I R \rangle = \\ & = (-)^{I+R+\frac{1}{2}} \langle n' \mid P(x) \mid n \rangle \left[\frac{1}{4} (2j'+1)(2j+1) \right]^{1/2} \begin{pmatrix} j & 2 & j' \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & R & j \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times \\ & \times \langle n'_\beta v' R' \sigma'' \parallel \alpha \parallel n_\beta v R \sigma \rangle (\mu_j \mu_{j'} - v_j v_{j'}) \end{aligned}$$

(74)

onde $\begin{pmatrix} I & R & j \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ são os coeficientes $3j$ de Wigner, e o último termo da direita $(\mu_j \mu_{j'} - v_j v_{j'})$ aparece devido ao fato que

$|n' j' \rangle$ são estados de quasipartícula⁽²¹⁾.

Os elementos de matriz reduzidos $\langle v'R'\sigma' || \alpha/\beta || vR\sigma \rangle$ presentes em H_{int} e em $V(\beta, \gamma)$ estão relacionados aos coeficientes de parentesco fracionais (CFP) por (20) :

$$\begin{aligned} \langle v\alpha R || \alpha/\beta || v'\alpha'R' \rangle = & \delta_{v,v'+1} \sqrt{\frac{v}{2(v+\frac{3}{2})}} (2^{v'}v'\alpha'R'; 2 || 2^v v\alpha R) \\ & + \delta_{v,v'-1} (-)^{R-R'} \sqrt{\frac{v'(2R'+1)}{2(v'+\frac{3}{2})(2R+1)}} (2^{v'}v\alpha R; 2 || 2^{v'}v'\alpha'R') \end{aligned} \quad (75)$$

A partir do resultado (75) as integrais angulares de H_{int} e $V(\beta, \gamma)$ podem ser determinadas de uma vez por todas. Já as integrais radiais dependem de V_β , todavia tendo em conta a expansão de $|m_\beta v\rangle$ em termos da função radial do oscilador $|m v\rangle$ (veja apêndice A):

$$|m_\beta v\rangle = \sum_n C_{n\sigma} |m v\rangle \quad (76)$$

as integrais radiais de H na base gama-instável, $\langle m_\beta v | \beta^k | m'_\beta v' \rangle$ podem ser expressas em termos de integrais conhecidas (20) na base do oscilador $\langle m v | \beta^k | m' v' \rangle$. Então determinadas as integrais angulares e radiais o problema da diagonalização de H consiste basicamente no acoplamento do momento angular dos estados de quasipartícula ao momento angular dos estados do caroço gama-instável e a partir de uma rotina

computacional adequada achar os autovetores e autovalores da matriz H formada.

APLICAÇÕES E EXEMPLOS

[Faint, mostly illegible text follows, likely containing applications and examples related to the computational methods mentioned in the first paragraph.]

V. APLICAÇÕES E EXEMPLOS*

V.1 - NÚCLEOS PAR-PAR.

No capítulo III as quasibandas rotacionais foram qualitativamente interpretadas como oscilações (β , γ) acopladas ao rotor axialmente simétrico. Consideremos neste contexto a descrição de situações experimentais. Na fig.(11) é mostrado o espectro do Os^{184} e diferentes bandas são identificadas. O espectro é comparado com o ajuste por nós feito. A banda fundamental parece estar ligeiramente mais "soft" e o espaçamento dos níveis é ligeiramente menor que o espaçamento experimental. Na banda gama, ao contrário, o espaçamento dos níveis é ligeiramente maior. A cabeça da banda beta está a 0.134Mev ao passo que experimentalmente a sua energia é 0.106Mev. A cabeça da banda gama $K=4$ está em 0.143Mev enquanto que experimentalmente seu valor é 0.128Mev. Porém de uma forma geral o ajuste parece reproduzir o comportamento dos primeiros estados excitados do Os^{184} . As probabilidades de transição $B(E2)$ foram determinadas conforme descrito no apêndice B, e os valores obtidos para a banda fundamental e banda gama são comparadas com os dados experimentais na tabela I. Exceto pelas

*Para maiores detalhes dos ajustes feitos neste capítulo veja apêndice B.

transições $2_1 \rightarrow 2_2$ que é superestimada e $2_1 \rightarrow 4_2$ que é subestimada as transições calculadas reproduzem satisfatoriamente o comportamento experimental.

TABELA I

$B(E2, i \rightarrow f)$ do $O_{s^{100}}$ ($e^2 b^2$)

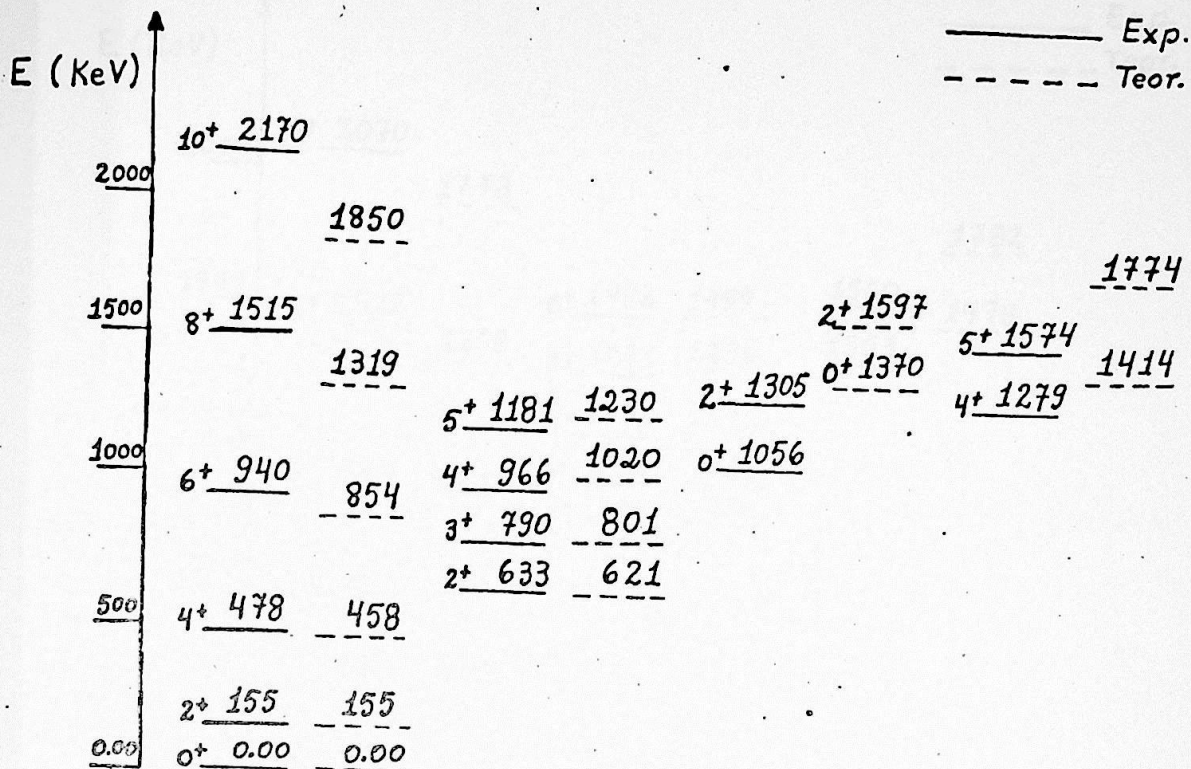
$i \rightarrow f$	Teor.	Exp. (ref. 30)
$0_1 \rightarrow 2_1$	2.76	2.75 ± 0.15
$2_1 \rightarrow 4_1$	1.49	1.41 ± 0.11
$4_1 \rightarrow 6_1$	1.47	1.68 ± 0.26
$0_1 \rightarrow 2_2$	0.28	0.250 ± 0.022
$2_1 \rightarrow 2_2$	0.31	0.146 ± 0.013
$2_1 \rightarrow 4_2$	0.001	0.02 ± 0.004
$4_1 \rightarrow 4_2$	0.26	0.159 ± 0.032
$2_2 \rightarrow 4_2$	0.73	1.05 ± 0.35
$2_1 \rightarrow 0_2$	0.002	0.00612 ± 0.0015

TABELA II

Deformação do $O_{s^{100}}$

Estado	$\langle \beta \rangle$	$\sigma(\beta)$	$\langle \cos 3\gamma \rangle$	$\sigma(\cos 3\gamma)$	$\langle \gamma \rangle$
0_1	0.202	0.029	0.378	0.424	22.6
2_1	0.203	0.029	0.390	0.415	22.4
2_2	0.216	0.026	0.104	0.398	28.0

FIGURA 11



Espectro do Os¹⁹⁶. São identificadas diferentes bandas rotacionais e estas são comparadas com o ajuste por nós feito. Os dados experimentais foram obtidos da ref.30.

Tabela III
 B(E2) do D_{5104} ($e^2 b^2$)

$i \rightarrow f$	Leander (ref.20)	Exp. (Ref.30)
$0_1 \rightarrow 2_1$	3.25	3.11 ± 0.11
$2_1 \rightarrow 4_1$	1.73	1.69 ± 0.12
$4_1 \rightarrow 6_1$	1.65	1.64 ± 0.25
$0_1 \rightarrow 2_2$	0.291	0.244 ± 0.024
$2_1 \rightarrow 2_2$	0.246	0.107 ± 0.011
$2_1 \rightarrow 4_2$	0.0228	0.0255 ± 0.0063
$4_1 \rightarrow 4_2$	0.2245	0.176 ± 0.053
$2_2 \rightarrow 4_2$	0.96	0.99 ± 0.35

Vê-se na tabela I que as transições interbandas estão uma ordem de magnitude abaixo das transições intrabandas, todavia as transições interbandas são suficientemente elevadas indicando considerável mistura entre as bandas. Propriedades "estáticas" do espectro também foram consideradas e na tabela II são mostradas as deformações beta e gama equivalentes dos estados 0_1 , 2_1 e 2_2 .

Na construção da energia potencial de deformação $V(\beta, \gamma)$ esta foi composta por termos do tipo $\beta^k e^{-(\beta/A_k)^2}$ (veja apêndice B). As gaussianas $e^{-(\beta/A_k)^2}$ são introduzidas para a reprodução de energias potenciais calculadas microscopicamente⁽²²⁾. O ajuste foi feito variando os parâmetros de forma intuitiva, sem nenhuma sistemática mais fundamental.

V.2 - NÚCLEO ÍMPAR

O tratamento de núcleos transicionais é particularmente delicado, especialmente para a região de massa $A \approx 190$. Há várias versões teóricas e controvérsias a respeito destes núcleos⁽²⁴⁾. Há modelos que tentam descrevê-los como triaxiais, oblatos/prolatos com suave dependência em gama, gama-instáveis e até mesmo esféricos. Para os núcleos ímpares desta região o problema é ainda mais complicado, visto que a quasipartícula pode polarizar o caroço determinando formas de equilíbrio distintas da do núcleo par-par. A esta complicação soma-se ainda a dificuldade da determinação dos parâmetros $(\sigma, E_\sigma, M_\sigma)$ da quasipartícula de uma forma consistente. Por exemplo, se \mathcal{V} denota os níveis de Nilsson é necessário saber a deformação (β, γ) para o cálculo destes estados.

Por isso é ilustrativo estudar o comportamento do sistema quasipartícula + caroço de quadrupolo analisando o espectro final e a forma com que a quasipartícula polariza este último à medida que se varia a "intensidade" da interação quasipartícula-caroço CUP e/ou o fator de não ocupação u^2 (veja eq.(78) abaixo).

Como se trata de uma análise qualitativa é suficiente o estudo de dois sistemas simples: 1) Quasipartícula + oscilador harmônico(OH); 2) Quasipartícula + caroço prolato. De fato o acréscimo de anarmonicidades em β ao OH apenas

tornará o caroço mais(menos) sensível à polarização que a quasipartícula induz, o que apenas envolverá maiores(menores) valores de $CUP(u^2-v^2)$. Por outro lado o sistema quasipartícula + oblato pode ser obtido⁽²⁴⁾ do sistema quasipartícula + prolato pela transformação $\gamma \rightarrow 60-\gamma$; $u^2 \rightarrow 1-u^2$.

V.2.1 - QUASIPARTICULA + CAROÇO GAMA-INSTÁVEL.

Acoplou-se uma quasipartícula ao DH e variou-se o fator de não-ocupação u^2 , conforme figs (13) e (14).

Tendo em conta que só há um estado acessível à quasipartícula os elementos de matriz de H_{int} ficam:

$$H_{int} = CUP(u^2-v^2) \langle n | f(x) | m \rangle \langle j || \gamma_2 || j \rangle \langle n' R' || \alpha_2 || N R \rangle$$

(78)

onde a constante de acoplamento CUP é adimensional (idealmente CUP=1) e foi introduzida, visto que o limite harmônico para $f(r)$ pode não ser uma boa aproximação.

V.2.1.1 - PROPRIEDADES ESTÁTICAS

Para um núcleo gama-instável a deformação $\bar{\gamma}$ equivalente é sempre $\bar{\gamma} = 30$. A deformação β equivalente por outro lado dependerá do potencial gama-instável V_p . Com o acoplamento da quasipartícula tanto a deformação equivalente $(\beta, \bar{\gamma})$ como

o espectro final devem se alterar. A quasipartícula irá polarizar o caroço e a deformação γ se desloca do valor médio $\bar{\gamma}=30$ (veja fig(14)). "Fisicamente" isto ocorre porque a interação quasipartícula-caroço tende a deformar o caroço e a "distribuição de massa" deste último se altera. No caso de uma partícula ($u^2=1$) a interação é atrativa ($CUP>0$) e a "distribuição de massa equatorial", ou seja no plano em que a partícula está girando, é maior o que dará origem a uma deformação com tendência oblata ($\bar{\gamma}>30$). O buraco ($u^2=0$), sendo a "ausência" de uma partícula terá uma "distribuição de massa equatorial" menor, o que dará origem a uma deformação com tendência prolata ($\bar{\gamma}<30$) (veja fig(14)). Com a polarização é de se esperar que a deformação β se desloque para valores maiores (veja fig(14)). O quanto a deformação β vai se deslocar depende de como V_p estabiliza esta deformação.

V.2.1.2 - O ESPECTRO-BANDAS DC E SC.

Se não for considerada a interação quasipartícula caroço ($Cup=0$ ou $u^2=v^2=0.5$) para cada momento angular do caroço é formado o multipletto $|R-j|, |R-j|+1, \dots, R+j$ com $2R+1$ (se $R < j$) ou $2j+1$ (se $R > j$) estados degenerados. Com a introdução de H_{int} o momento angular do caroço não é mais um bom número quântico e a degenerescência dos multipletos é quebrada. A forma com que os diferentes multipletos se desdobram é melhor descrita no sistema intrínseco (α, β, γ) depende da competição entre o acoplamento

quasipartícula-carço de quadrupolo $\langle t\omega\beta\gamma_{20} \rangle$ e a força de Coriolis $\frac{\hbar^2}{2I} \vec{J} \cdot \vec{J}$. Quando a interação de quadrupolo predomina sobre a força de Coriolis é estabelecido o limite de acoplamento forte (SC). E são formadas bandas rotacionais do tipo «23»:

$$E_{J\Omega} = \frac{\hbar^2}{2I} [J(J+1) - \Omega^2], \quad J = \Omega, \Omega+1, \dots$$

(79)

No outro limite, dito limite de acoplamento fraco (DC), a força de Coriolis é que predomina. Neste caso para que a força de Coriolis minimize a energia é necessário que o momento angular total J e o momento angular da quasipartícula j sejam paralelos. Neste limite a banda mais favorecida é aquela em que a força de Coriolis é máxima, ou seja J é máximo o que implica que o momento angular R do carço e j da quasipartícula tendem a se alinhar. Ainda no limite do acoplamento fraco, para os casos $j \gg R$ pode ocorrer que R e j estejam anti-alinhados e, embora minimize a energia, a força de Coriolis não é máxima. Com isso as bandas anti-alinhadas têm energias mais elevadas.

A energia das bandas do acoplamento fraco são «23»:

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2I} (J-j)^2$$

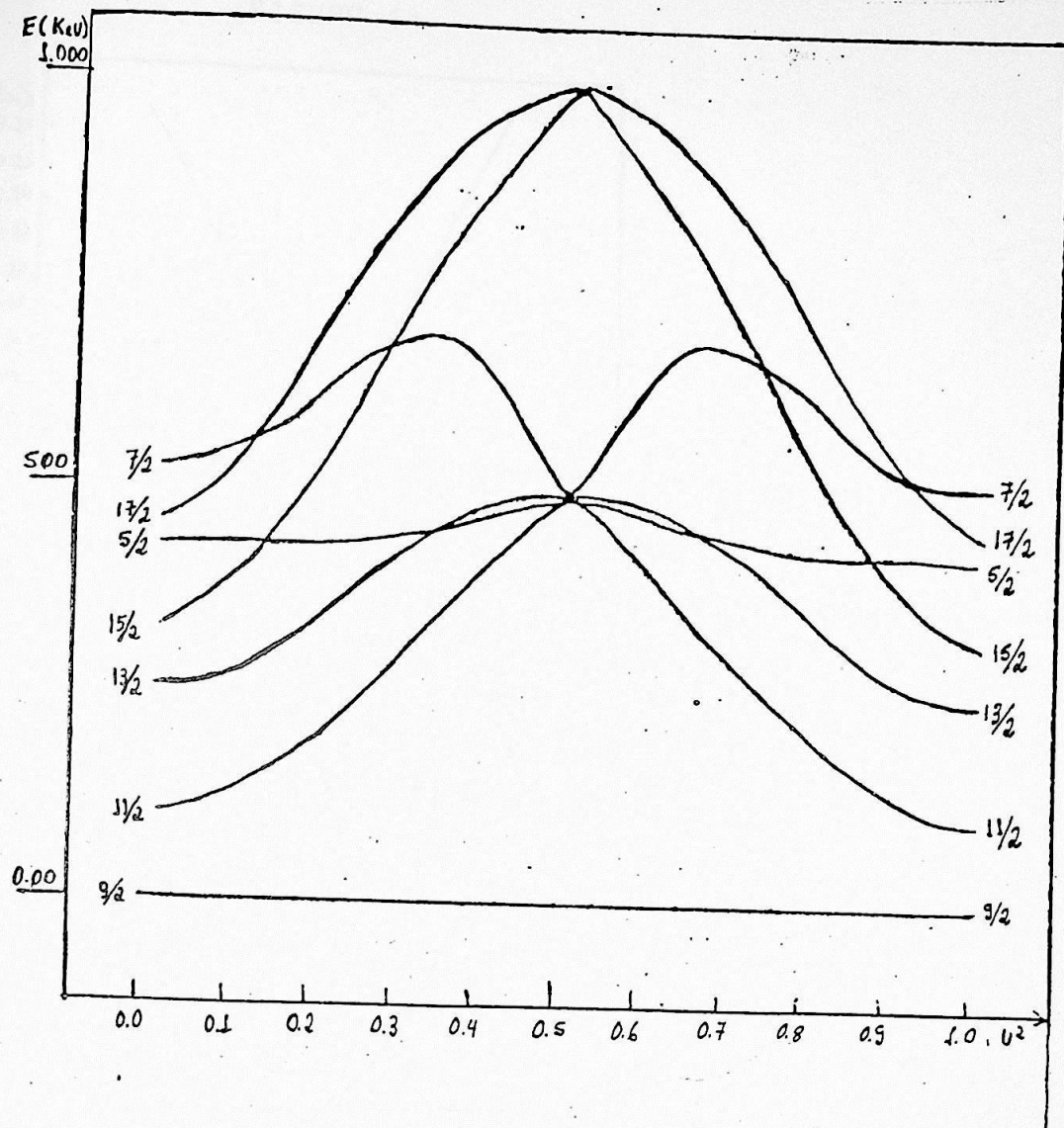
com :

$J = j, j+2, j+4, \dots$ (banda DC alinhada favorecida),
 $J = j+1, j+3, j+5, \dots$ (1ª banda DC alinhada desfavorecida);
 $J = j-R, j-(R+2), \dots$ (banda DC desalinhada favorecida),
 $J = j-R+1, j-(R+3), \dots$ (1ª banda DC desalinhada desfavorecida), etc...

Na fig(13) é mostrado uma quasipartícula acoplada ao DH e é variado u^2 . Para $u^2 = v^2 = 0.5$ têm-se o multipletto ($5/2 - 13/2$) correspondendo ao acoplamento $9/2 + 2$ totalmente degenerado e com a mesma energia do estado 2^+ do oscilador. Da mesma forma, na energia de dois fônons de vibração os multipletos $9/2 + 0$, $9/2 + 2$ e $9/2 + 4$ estão degenerados. A medida que u^2 se afasta de $u^2 = 0.5$ o caroço começa a se polarizar (veja fig(14)) ao mesmo tempo em que a banda de acoplamento forte $9/2, 11/2, 13/2, \dots$ começa a se formar (veja fig(13)). São também mostradas as bandas DC anti-alinhada $9/2, 5/2, \dots$ e a anti-alinhada desfavorecida $7/2, 3/2, \dots$. Pelas figs (13) e (14) é nítido que a quasipartícula com característica predominante de partícula ($u^2 > 0.5$) acoplada a um caroço com tendência oblata ($\gamma > 30$) é totalmente equivalente à quasipartícula ($1-u^2 < 0.5$) com característica predominante de buraco acoplada ao caroço com a tendência prolata $60-\gamma$.

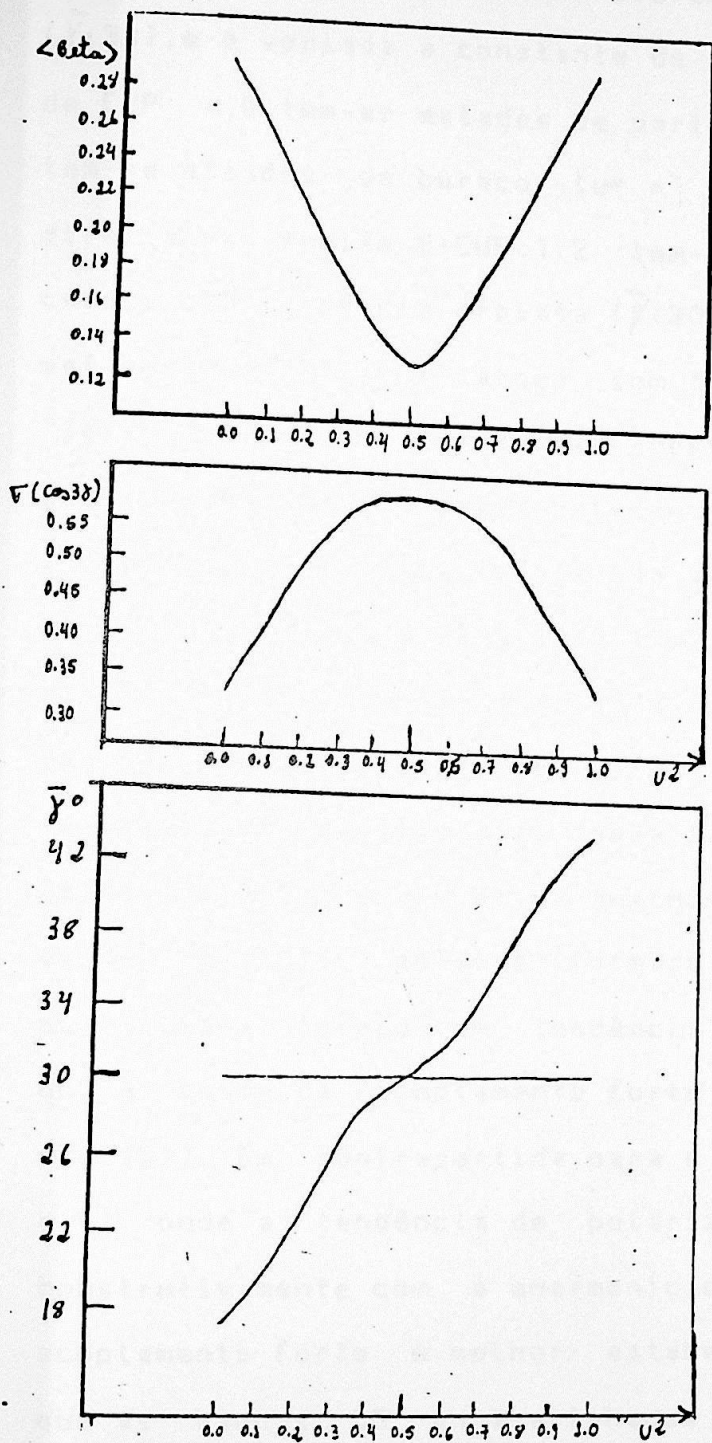
V.2.2 - CAROÇO DEFORMADO.

FIGURA 13



Desdobramento dos níveis do sistema quasipartícula $h9/2 + 0H$ à medida que se varia o fator de não ocupação u^2 . A constante de interação foi mantida fixa: $CUP=2$.

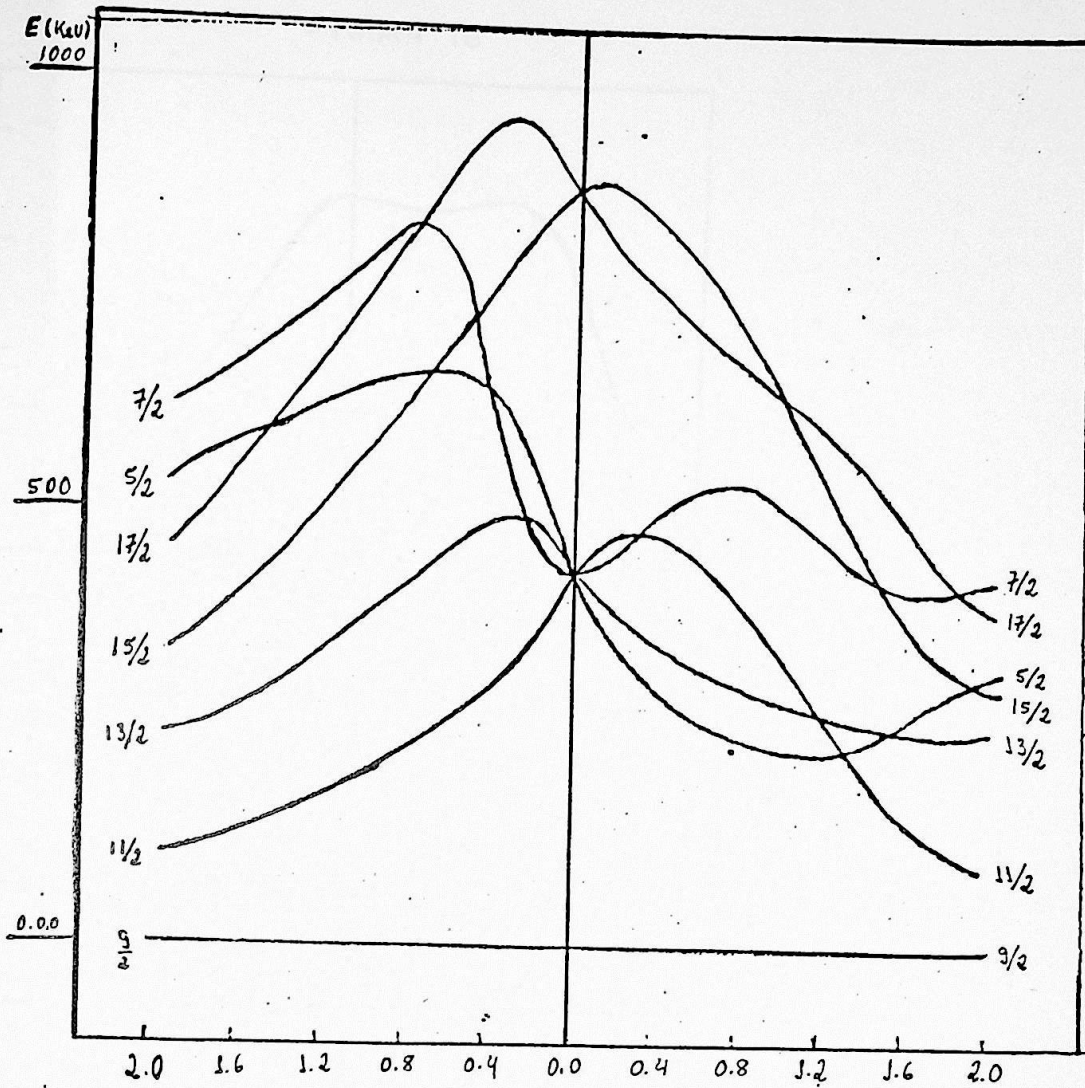
FIGURA 14



Deformação do estado fundamental do sistema correspondente à fig.13. O desvio $\sigma(\beta)$ é aproximadamente constante ≈ 0.05 .

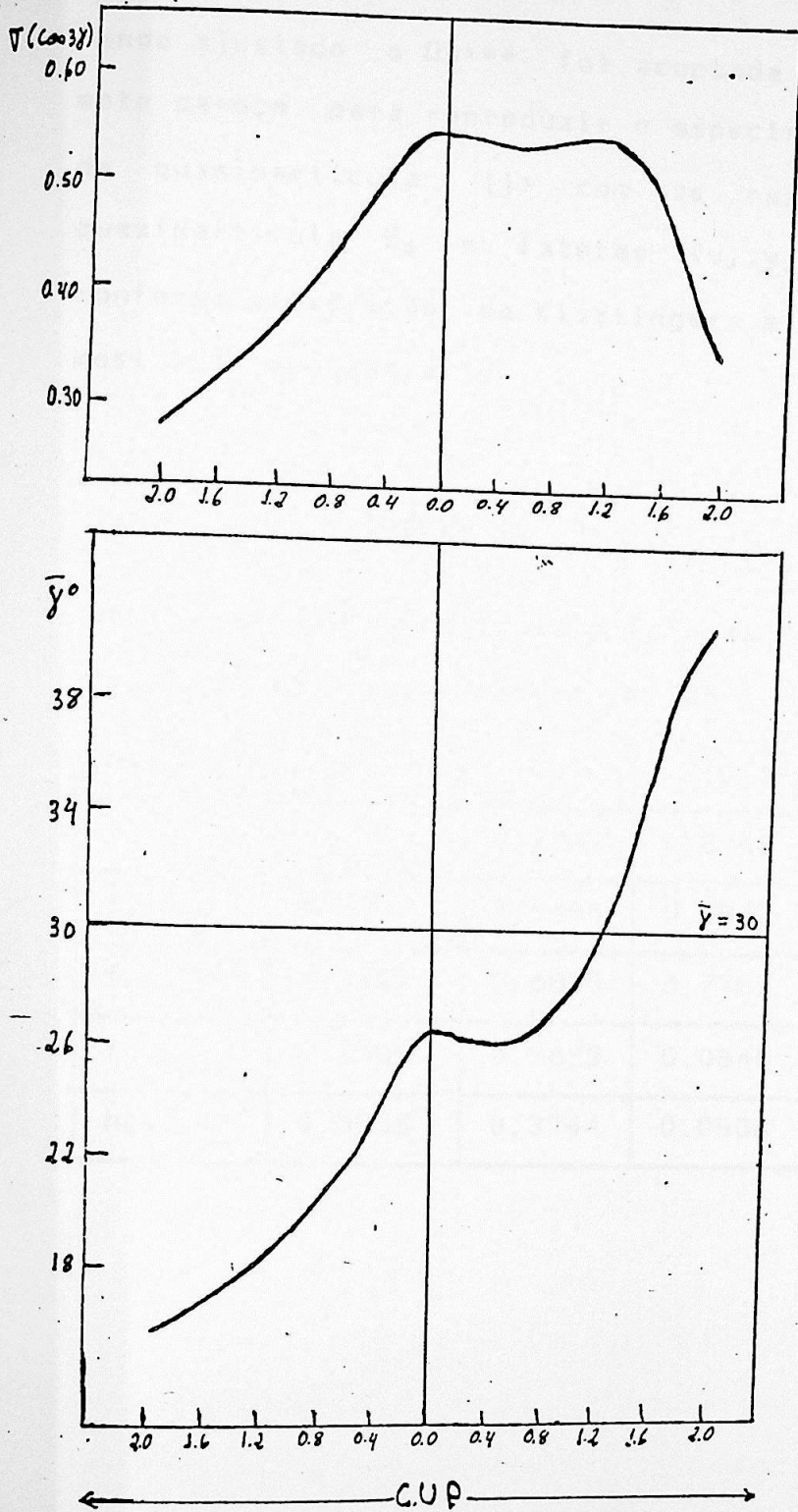
Na fig(15) é acoplada uma partícula/buraco a um caroço com ligeira anarmonicidade que favorece às deformações prolatas ($\bar{\gamma} < 30$), e é variada a constante de acoplamento, CUP. A direita de CUP = 0 tem-se estados de partícula ($u^2 = 1$), à esquerda tem-se estados de buraco ($u^2 = 0$). Na fig(16) vê-se que à direita na região $0 < CUP < 1.2$ tem-se o sistema partícula + caroço com tendência prolata ($\bar{\gamma} < 30$) ao invés do sistema mais estável partícula + caroço com tendência oblata ($\bar{\gamma} > 30$). Na fig(15) vê-se que exatamente nesta região as bandas de acoplamento fraco se estabelecem. Em primeiro lugar aparece a banda anti-alinhada favorecida $9/2, 5/2, \dots$. Depois a banda alinhada favorecida $9/2, 13/2, 17/2, \dots$. Em seguida banda alinhada desfavorecida $11/2, 15/2, \dots$. Por fim tem-se a banda anti-alinhada desfavorecida $7/2, 3/2, \dots$. Para CUP > 1.2 a tendência da partícula em polarizar o caroço a deformações oblatas começa a vencer a anarmonicidade prolata do caroço (veja fig.(16)), então é formado o sistema mais estável partícula + caroço com tendência oblata ao mesmo tempo em que a banda de acoplamento forte começa a surgir (veja fig(15)). Em contrapartida para o buraco (à esquerda de CUP = 0) onde a tendência de polarização do caroço se soma construtivamente com a anarmonicidade em γ , a banda de acoplamento forte é melhor estabelecida, ao mesmo tempo em que as bandas DC anti-alinhadas envolvem energias mais altas.

FIGURA 15.



Desdobramento dos níveis do sistema partícula/buraco + caroco com anarmonicidade que favorece às deformações prolatas. É variada a constante de acoplamento CUP. À esquerda de $CUP=0$ tem-se estados de buraco ($u^2=0$), à direita tem-se estados de partícula ($u^2=1$).

FIGURA 16



Comportamento da deformação γ do sistema correspondente à fig.15.

V.2.3 - O NÚCLEO Os^{187} .

Tendo ajustado o Os^{188} foi acoplada uma quasipartícula a este caroço para reproduzir o espectro do Os^{187} . Os estados de quasipartícula $|j\rangle$ com as respectivas energias de quasipartícula E_j e fatores (u_j, v_j) foram determinados conforme prescrição de Kisslinger e Sorensen⁽²⁹⁾ e estão mostrados na tabela IV.

TABELA IV

Energia de quasipartícula e fatores de
não ocupação conforme ref.29

Nível J	E_j	u_j	$(u_j)^2$
$p_{3/2}$	0.0000	0.7841	0.6148
$p_{1/2}$	0.5572	0.9488	0.9002
$f_{5/2}$	0.1561	0.8830	0.7797
$f_{7/2}$	0.6739	0.2899	0.0840
$h_{9/2}$	0.5638	0.3144	0.0988

TABELA V

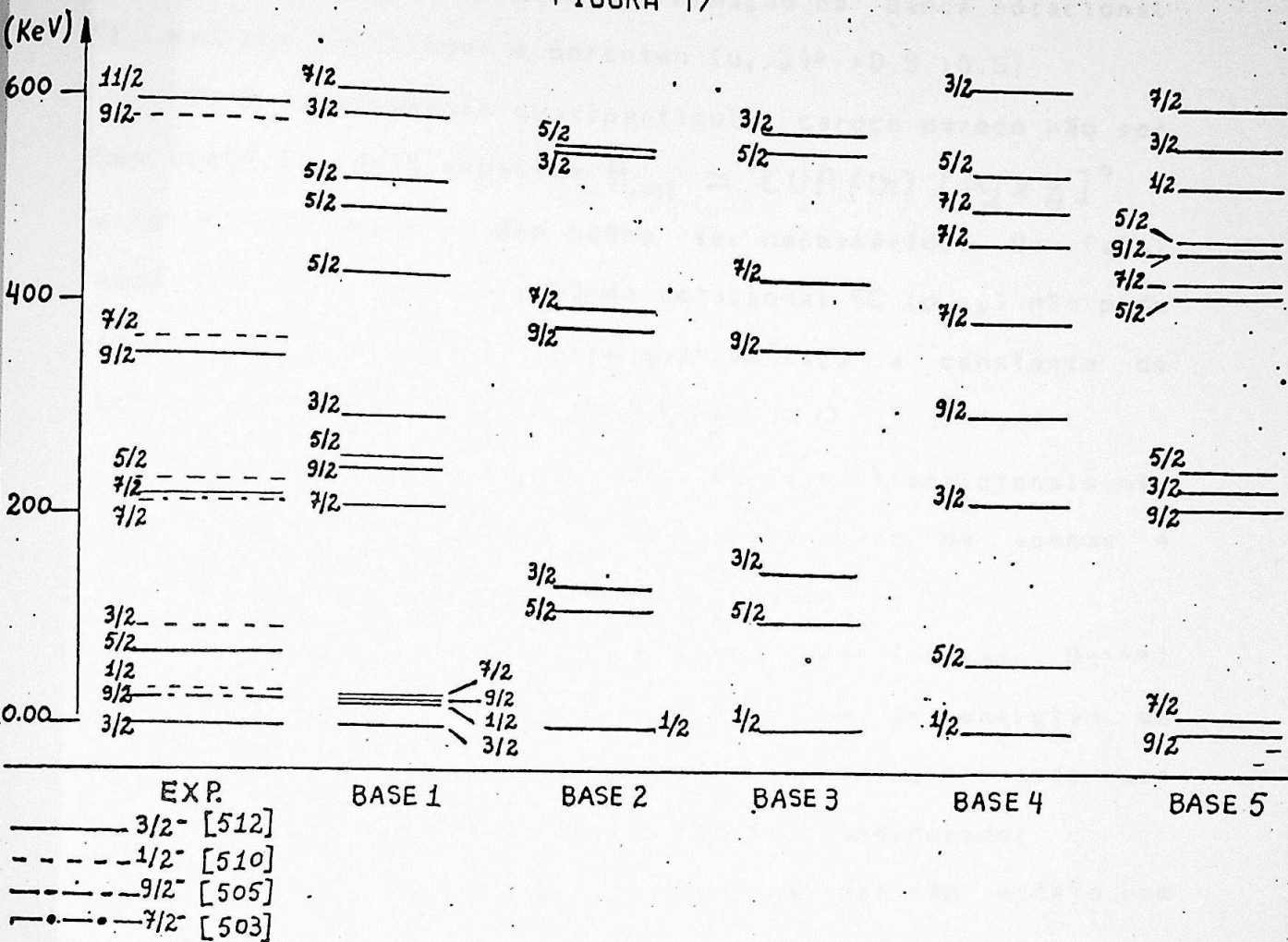
Diferentes bases formadas com 4 estados de quasipartícula da tabela IV

BASE 1	BASE 2	BASE 3	BASE 4	BASE 5
$p_{3/2}$	$p_{3/2}$	$p_{3/2}$	----	$p_{3/2}$
$p_{1/2}$	$p_{1/2}$	$p_{1/2}$	$p_{1/2}$	-----
----	$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	$f_{5/2}$
$f_{7/2}$	$f_{7/2}$	----	$f_{7/2}$	$f_{7/2}$
$h_{9/2}$	----	$h_{9/2}$	$h_{9/2}$	$h_{9/2}$

Para a diagonalização de H_{barr} foram permitidos até 4 estados de quasipartícula. Os espectros resultantes para as diferentes bases de quasipartícula (veja tabela V) estão mostrados na fig(17). Comparando com o espectro experimental vê-se que o ajuste está ruim. O espectro do Os^{189} pode ser descrito^(24,25) pelas bandas rotacionais SC ($p_{3/2}$), ($h_{9/2}$), ($p_{1/2}$), ($f_{7/2}$) (veja fig(17)) com uma forte mistura entre as bandas. Para interpretar porque o ajuste está ruim há de se considerar o seguinte:

1) Conforme ref.25, o estado fundamental do Os^{189} tem o momento de quadrupolo $(Q_{20})_{3/2} = +4.55b$, portanto uma deformação $\gamma < 30$ e, a julgar pela análise do comportamento quasipartícula + caroço deformado da figs (15), (16) a banda rotacional SC ($p_{3/2}$) melhor se forma para $(u_{3/2})^2 < 0.5$, mas pela prescrição de Kisslinger e Sorensen $(u_{3/2})^2 = 0.63 > 0.5$. O mesmo acontece para o ($p_{1/2}$) onde $(Q_{20})_{1/2} = +3.0b$ o que

FIGURA 17



É comparado o espectro experimental do Os^{187} com os espectros calculados para as diferentes bases da tabela IV. Os dados experimentais foram obtidos da ref.25

indicaria $(u_{1/2})^2 < 0.5$ para a formação da banda rotacional SC, mas por Kisslinger e Sorensen $(u_{1/2})^2 = 0.9 > 0.5$;

2) O acoplamento quasipartícula caroço parece não ser bem descrito pela expansão $H_{int} = \text{CUP } f(\pi) [\alpha_2 \times \gamma_2]^0$ e termos de maior ordem podem ser necessários. De fato, neste limite para H_{int} a banda rotacional SC $(p_{1/2})$ não pode ser formada, por mais forte que se faça a constante de interação CUP, visto que $\langle \frac{1}{2} || \gamma_2 || \frac{1}{2} \rangle = 0$;

3) Os isótopos do Os são núcleos transicionais, não tendo deformação estável e portanto a base de apenas 4 estados de quasipartícula pode ser pequena;

4) O espectro final de um núcleo ímpar (no caso, Os^{189}) é bem sensível aos parâmetros (u, v) e às energias de quasipartícula. Por isso efeito blocking² pode ser importante, todavia este efeito não foi considerado;

5) Pode ocorrer que o caroço par-par não esteja bem representado e que um ajuste mais fino do Os^{188} seja necessário.

VI DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

As oscilações de quadrupolo formam um conveniente aparato para a classificação dos espectros coletivos de núcleos par-par ao longo da tabela periódica (núcleos rotacionais, vibracionais, transicionais). A partir de propriedades "estáticas" do núcleo (momento de quadrupolo, deformação (β, γ) , etc) pode-se inferir certas propriedades do

seu espectro e vice-versa. Simultaneamente o modelo permite uma reprodução satisfatória das probabilidades de transição $B(E2)$. Os exemplos do Os^{164} (fig. 12 e tabela III) e do Os^{166} (fig. 11 e tabela I) ilustram esta situação.

Os núcleos transicionais têm valores significativos para a função de onda em larga região do plano de deformação (β, γ) , o que é responsável por maiores desvios $(\delta\beta, \delta\gamma)$. Esta maior "dispersão" em (β, γ) causa ambiguidades na determinação da energia potencial de deformação $V(\beta, \gamma)$ - o que por sua vez dificulta a descrição dos núcleos ímpares.

Outros pontos a se considerar no modelo é o efeito das anarmonicidades na energia cinética e das contribuições de outros graus de liberdade.

Quando o modelo é estendido para a descrição de núcleos ímpares, tem-se o problema da determinação da hamiltoniana de interação H_{int} . Esta foi "determinada" a partir da aproximação adiabática, ou seja, considerando-se que no sistema intrínseco o nucleon movimenta-se em órbitas de Nilsson bem definidas. Mas no sistema de laboratório, que é o sistema em que H foi diagonalizada, H_{int} tem um efeito não adiabático, sendo responsável pelo "espalhamento" do nucleon em diferentes órbitas $|j\rangle$. Isto indica que maiores potências na expansão de H_{int} podem ser necessárias.

Há ainda o problema da determinação dos parâmetros de quasipartícula de uma forma consistente, e de como levar em conta o princípio de Pauli entre os nucleons do caroço par-

par e o nucleon de valência. Esta última dificuldade emana da própria forma da hamiltoniana de Bohr (eq.1).

Em suma, o modelo mostra-se útil na descrição dos estados coletivos de núcleos par-par, mas carece de uma descrição microscópica mais detalhada, o que causa problemas práticos na descrição dos núcleos ímpares.

APÊNDICE A

O POTENCIAL GAMA-INSTÁVEL

Conforme já dissemos, no sistema intrínseco a energia potencial $V(\beta, \gamma)$ pode ser expandida em termos de polinômios do tipo $V(\beta, \gamma) = \sum_k \sum_m A_{km} \beta^k (\cos 3\gamma)^m$. Os potenciais gama-instáveis formam a classe particular com $m=0$ para todos os termos da expansão acima, ou seja a energia potencial não depende de gama. Por outro lado não há a menor restrição à variável β . Os potenciais gama-instáveis têm a importante propriedade que a equação de Schödinger correspondente é separável numa parte "radial" que só depende de β e numa parte "angular" que depende apenas de (γ, θ, ϕ) . Sendo que a parte angular é a mesma para qualquer potencial gama-instável. É fácil mostrar que as eqs "radial" e "angular" são (27.28) :

$$\left[\frac{1}{2B} \frac{d^2}{d\beta^2} + V(\beta) \right] |m_\beta v\rangle = E_\beta |m_\beta v\rangle$$

$$\left[\nu(\nu+3) + \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial (\sin 3\gamma)}{\partial \gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4B.K} \sum \frac{L_K^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2K\pi}{3})} \right] |n_\gamma, \nu, R, M\rangle$$

respectivamente. Observe-se que apenas a parte radial da equação depende de $V(\beta)$ enquanto que a parte angular independe sendo a mesma para qualquer potencial gama-instável. A equação da parte angular $|n_\gamma, \nu, R, M\rangle$ tem solução conhecida⁽²⁶⁾. Os números quânticos que a caracterizam são a senioridade ν ; o momento angular R e sua projeção M , muitas vezes porém, estes números quânticos não são suficientes para classificar a função de onda angular e então um número quântico adicional n_γ é adotado. n_γ não tem nenhum significado físico servindo apenas para distinguir estados degenerados em ν , R e M . Visto que a parte angular tem solução conhecida o problema de potenciais gama-instáveis reduz-se, basicamente, na resolução da equação radial. A função de onda radial $|n_\beta, \nu\rangle$ caracteriza-se por um "número quântico radial" n_β e a senioridade ν que está associada à constante de separação $\nu(\nu+3)$. Então, de uma forma geral, os auto-estados $|\xi\rangle$ de uma hamiltoniana gama-instável são escritos como:

$$|\phi\rangle = |m_\beta v\rangle |v R M m_\gamma\rangle$$

onde $|m_\beta v\rangle$ é a parte radial e $|v R M m_\gamma\rangle$ é a parte angular

O caso mais simples de um potencial gama-instável $V(\beta)$ é o D.H. Neste caso a equação radial também tem solução conhecida m_β é o número total de fônons N. Os auto-estados

$|N v R M m_\gamma\rangle$ do oscilador pentadimensional são :

$$|N v R M m_\gamma\rangle = |N v\rangle |v R M m_\gamma\rangle$$

A função de onda radial do oscilador pentadimensional é expressa em termos dos polinômios de Laguerre⁽¹⁹⁾ e os "esféricos harmônicos" do oscilador pentadimensional dependem de (γ, θ, \dots) , e podem ser expandidos em termos das matrizes de Wigner $D^{\lambda}_{\mu\nu}$, sendo que os coeficientes $A^{\lambda\mu\nu}(\gamma)$ da expansão dependem de γ ⁽¹⁹⁾.

Para outros casos de $V(\beta)$ a eq. radial, em geral, não tem solução analítica conhecida. De qualquer forma sempre

pode-se expandir a função de onda radial para um potencial gama-instável qualquer na base do oscilador :

$$|m_\beta v\rangle = \sum_N c_{Nv} |N v\rangle$$

É interessante observar que os diversos termos da expansão acima diferem apenas no número total de fônons, a senhoriade continua um bom número quântico, além disto a função de onda angular para qualquer potencial gama-instável será a mesma do oscilador. Este comportamento pode ser interpretado lembrando que qualquer potencial gama-instável pode ser expandido em termos de potências de β^2 . Que a senhoriade caracteriza a invariância de H sobre o grupo das transformações ortogonais (transformações que deixam β^2 invariante) e que com o acréscimo de qualquer anarmonicidade em β^2 a hamiltoniana continua invariante sobre as transformações ortogonais, logo a senhoriade continua um bom número quântico. As rotações constituem um subgrupo das transformações ortogonais, logo a hamiltoniana gama-instável ainda é invariante por rotações e o momento angular continua um bom número quântico.

APÊNDICE B

Neste trabalho a hamiltoniana de quadrupolo foi expandida em termos do tipo:

$$\begin{aligned}
 = & \frac{1}{2B} (\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + \sum_K \frac{L_K^2}{4B\beta^2 \sin^2(\gamma - 2K\pi/3)} \\
 & + D_2 \beta^2 + D_4 \beta^4 e^{-(\beta/A_4)^2} + D_7 \beta^7 e^{-(\beta/A_7)^2} \cos 3\gamma + \\
 & + [D_6 \beta^6 e^{-(\beta/A_6)^2} + D_8 \beta^8 e^{-(\beta/A_8)^2}] \cos^2 3\gamma
 \end{aligned}$$

A base gama-estável para a diagonalização de H tem senhoridade máxima $v=14$ e H são matrizes 300×300 .

Os parâmetros D_n, A_n e o parâmetro de massa B utilizados para o ajuste do Ds^{140} (caroço do Ds^{140}) estão mostrados na tabela VI. Os parâmetros de quasipartícula usados para o ajuste do Ds^{140} estão na tabela IV.

Tabela VI
Parâmetros usados para o ajuste do $Q_{5^{104}}$

	D_2 A_2	D_4 A_4	D_6 A_6	D_7 A_7	D_8 A_8
m=0	56.2 -----	112.4 0.13004	10102024.9 0.08309	0.000 -----	-43772379.2 0.11197
m=1	0.00 -----	0.000 -----	0.000 -----	21691825 0.07269	0.000 -----
m=2	0.00 -----	0.00 -----	-10102024.9 0.08309	0.00 -----	43772379.2 0.11197
Parametro de massa B = 252.2396					

O operador de quadrupolo elétrico foi escrito da forma

$$Q_{2\mu} = Q_0 \alpha_{2\mu}$$

onde a constante Q_0 é "obtida" do modelo hidrodinâmico⁽¹⁰⁾, supondo que o núcleo tem a deformação elipsoidal e a densidade de carga constante⁽⁴⁾:

$$Q_{2\mu} = \int \rho(x) x^2 Y_{2\mu} d\tau = \rho_0 R_0^5 \alpha_{2\mu} + O(\alpha^2)$$

logo: $Q_0 = \rho_0 R_0^5$, onde

$$R_0 = c A^{\frac{1}{3}} ; \quad c \approx 1.2 ; \quad \rho_0 = \frac{3Ze}{4\pi R_0^3}$$

A probabilidade de transição reduzida entre um estado inicial (i) e um estado final (f) $B(E2; i \rightarrow f)$ é dada por:

$$B(E2; i \rightarrow f) = \frac{(2J_f + 1)}{(2J_i + 1)} |\langle f || Q_2 || i \rangle|^2$$

enquanto que o momento de quadrupolo M_{2R} é convencionalmente definido por:

$$M_{2R} = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle \eta_\beta \psi \nabla R R | Q_{20} | \eta_\beta \psi \nabla R R \rangle$$

Para o ajuste das probabilidades de transição $B(E2)$ foi observada a seguinte sistemática:

1) Foi ajustado o espectro do Os^{148} . Foram calculadas as probabilidades de transição $B(E2)$ a partir da expressão acima descrita para o operador de quadrupolo

2) Então foi feita uma "mudança de escala" na coordenada β : $\beta' \rightarrow \lambda\beta$ de forma a ajustar a transição $0_1 \rightarrow 2_1$ com os dados experimentais. A partir da estrutura de H vê-se que é possível fazer esta mudança de escala sem alterar o espectro de H , já ajustado no item 1), a partir das seguintes transformações no parâmetros B , D_k e A_k :

$$B' = \lambda^2 B ; D'_k = \frac{D_k}{\lambda^k} ; A'_k = \lambda^2 A_k$$

3) Após a mudança de escala acima descrita todas as probabilidades de transição $B(E2)$ foram recalculadas usando novamente a expressão hidrodinâmica para $Q_{2\mu}$, mas com a variável β já "normalizada".

REFERÊNCIAS

- 1) P.Ring e P.Schuck , The Nuclar Many-Body Problem(cap.2)
- 2) Idem, capítulos 6 e 7
- 3) J.M. Eisenberg e W.Greiner , Microscopic Theory of The Nucleus Vol.III (cap.9)
- 4) A.Bohr e B.R.Motellson , Nuclear Structure Vol.II(cap.4)
- 5) Lawrence Wilets e Maurice Jean , Phys. Rev. 102,3(1956)
- 6) A.Bohr , Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 26(1952) no 14
- 7) A.Bohr e B.R.Mottelson Dan. Mat. Fys. Medd. 27(1953)no 16
- 8) A.G.Sitenko e V.K.Tartakovskii , Lectures on Theory of The Nucleus
- 9) K.Kumar e M.Baranger , Nucl. Phys. A92(1967)608
- 10) J.M.Eisenberg e W.Greiner; Nuclear Model Vol.I caps.1,5,6
- 11) Idem cap.3
- 12) Idem cap.12 e referências lá contidas
- 13) Idem cap.4
- 14) J.M.Eisenberg e W.Greiner , Microscopic Theory of The Nucleus Vol.III cap.10 e referências lá contidas
- 15) M.A.Preston e R.K.Bhaduri, Structure of The Nucleus cap.9
- 16) Ludwig Von Berneus, et al , Problems of vibrational Nuclei,pag.231, editado por Gaja Alaga, et al (1975). Veja ainda referências lá contidas
- 17) J.P.Davidson , Collective Models of the Nucleus
- 18) G.Gneus e G.Greiner , Nucl. Phys. A171(1971)449

- 19) G.G.Dussel e D.R.Bès , Nucl. Phys. A143(1970)623
- 20) G.Leander , Nucl. Phys. A273(1976)286
- 21) S.Sen , J. Phys. G1 Vol.1 n.3(1975)
- 22) S.E.Larson, et al , Nucl. Phys. A261(1976)77
- 23) A.Faessler , Rep. Prog. Phys. 45(1982)653
- 24) D.Benson Jr. , et al |, Phys. Rev. C14,2025(1976)
- 25) S.G.Malmskog e V.Berg , Nucl. Phys. A153(1970)316
- 26) J.Meyer-Ter-Vehn , Nucl. Phys. A249(1975)111
- 27) G.Rakavy , Nucl. Phys. 4(1957)289
- 28) D.R.Bès , Nucl. Phys. 10(1959)373
- 29) L.S.Kisslinger e R.R.Sorensen Reviews of Modern
Physics,35,no4(1963)853
- 30) R.F.Casten, et al Phys. Rev. 187,no 4(1969)