

Wanderley Pires de Sá

MEDIDA DE TURBULÊNCIA NA
PERIFERIA DO TBR-1

SBI-IFUSP



305M810T1013

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Instituto de Física da Universidade de
São Paulo.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Magnus Osório Galvão

SÃO PAULO

1987



530.44

S111m

M

e.2

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Sá, Wanderley Pires de

Medida de turbulência na periferia do TBR-1. São
Paulo, 1987.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física. Departamento de Física Experimen-
tal.

Área de Concentração: Física Nuclear

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Magnus Osório Galvão

Unitermos: 1.Turbulência; 2.Análise espectral; 3.
Tokamaks.

USP/IF/SBI - 30/87

“Lá longe no céu, havia
um ninho
E minha alma voou para lá
de lá olhou para fora,
E viu o trabalho dos sóis.
E viu que uma folha de grama
não é menos importante que o
trabalho viajor das estrelas,
E a formiga é igualmente
perfeita, assim como um grão
de areia e o ovo da corruíra,
E o sapo é uma obra-prima
das maiores
E as amoras silvestres
podem adornar os salões
do paraíso”

Aos meus pais
porque estou aqui.

AGRADECIMENTOS

Quando realizamos algum trabalho, há a participação de várias pessoas em diferentes graus de contribuição, sendo todas de grande importância, principalmente em uma "tese". Acredito que cada uma destas pessoas conhece a sua parte na realização deste trabalho. Por isso não citarei nomes, mas gostaria de agradecer em especial ao Galvão e ao Rui pela orientação.

AGRADECIMENTOS

Quando realizamos algum trabalho, há a participação de várias pessoas em diferentes graus de contribuição, sendo todas de grande importância, principalmente em uma "tese". Acredito que cada uma destas pessoas conhece a sua parte na realização deste trabalho. Por isso não citarei nomes, mas gostaria de agradecer em especial ao Galvão e ao Rui pela orientação.

RESUMO

Neste trabalho é medido o espectro de flutuações na periferia do plasma do tokamak TBR-1 da USP. O espectro é medido utilizando-se sondas eletrostáticas (sondas de Langmuir) polarizadas na região de saturação de íons. A análise dos sinais é feita utilizando-se uma técnica de estimativa do número de onda e frequência baseada em transformadas rápidas de Fourier - ANÁLISE ESPECTRAL, a qual está sendo com este trabalho implementada em nosso laboratório. No trabalho é descrito a construção das sondas eletrostáticas, seus suportes e o sistema de aquisição de dados via computador.

O método computacional desenvolvido para aplicar a técnica de análise espectral é descrita em detalhe.

Os resultados obtidos são comparados com os de outras máquinas e relacionados com as teorias existentes. Mostra-se que o espectro obtido no TBR-1 é similar aos espectros obtidos em outras máquinas ao levarmos em conta a magnitude do nível de flutuação e o índice de decaimento espectral. Entretanto, no TBR-1 o perfil radial do nível de flutuação decai monotonicamente em direção a borda do plasma enquanto em outras máquinas o nível de flutuação aumenta em direção a borda do plasma.

ABSTRACT

In this work the fluctuation spectrum at the plasma edge in the USP tokamak TBR-1 is measured. The spectrum is obtained using electrical probes (Langmuir's probes) polarized at the ion saturation region. The signals analysis is made using a technique of estimation of the wave number and the frequency, based on Fast Fourier Transform - SPECTRUM ANALYSIS, which with this work is being implemented in our laboratory. In this dissertation the construction of the electrical probes, their holders, and the data acquisition system using a micro-computer are described.

The computational method developed to apply the spectrum analysis technique is described in details.

The results are compared with the ones obtained in other machines and related to the known theories. It is found that the spectrum obtained in TBR-1 is similar to the spectra obtained in other devices as far as the magnitude of the fluctuation level and the spectral decay index are concerned. However, in TBR-1 the radial profile of the fluctuation level decays monotonically towards the plasma edge whereas in other devices the fluctuation level increases towards the plasma edge.

CAPÍTULO 4 - Resultados Experimentais.....	4.1
4.1 - Introdução.....	4.1
4.2 - Resultados dos Perfis de Flutuação da densidade.....	4.1
4.2.1 - Dependência Radial.....	4.3
4.2.2 - Dependência com a Pressão de Preenchimento.....	4.13
4.2.3 - Dependência com a Corrente de Plasma.....	4.17
4.2.4 - Dependência com o Campo Toroidal.....	4.17
4.3 - Resultados dos Perfis de Temperatura e Densidade.....	4.17
4.3.1 - Perfil Radial de T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$	4.25
4.3.2 - Perfil de $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$	4.27
 CAPÍTULO 5 - Discussão e Conclusão.....	 5.1
5.1 - Introdução.....	5.1
5.2 - Espectros.....	5.1
5.2.1 - Validade dos Espectros.....	5.1
5.2.2 - Características dos Espectros no TBR-1.....	5.3
5.2.3 - Comparação com Outros Tokamaks.....	5.4
5.2.4 - Espectros de Fase $\theta_{12}(f_k)$ e Espectro de Coerência $\gamma_{12}(f_k)$	5.6
5.3 - Perfil Radial de T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$	5.7
5.4 - Perfil de $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$	5.9
5.4.1 - Perfil no TBR-1.....	5.9
5.4.2 - Comparação com Outras Máquinas.....	5.11
5.5 - Relação com os Modelos Teóricos.....	5.12
5.6 - Conclusões.....	5.13

APÊNDICE - Listagem do programa ESPECTRO.....A.1

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....R.1

INTRODUÇÃO

Em máquinas do tipo TOKAMAK, não somente os parâmetros da região central do plasma, que tem sido exaustivamente estudados, mas também aqueles na periferia do plasma, determinam o confinamento de partículas e energia. A coluna de plasma é usualmente limitada por limitadores que determinam a forma e as condições de contorno da periferia do mesmo.

Recentemente aumentou bastante o interesse no estudo de fenômenos de turbulência na borda do plasma, pois acredita-se ser essa a causa da condução anormalmente alta de calor em vários experimentos (ZWE-79, ZWE-81, ZWE-83, ZWE-85). Este fluxo de calor determina a interação entre o plasma e a parede do tokamak ou entre o plasma e o limitador, sendo importante o entendimento deste fenômeno para o confinamento e controle das impurezas no plasma. Uma vez compreendida a natureza do fluxo de partículas e energia no contorno do plasma, será possível dimensionar eficientemente limitadores nos futuros reatores de fusão nuclear.

Devido à importância destes fenômenos de turbulência, ou mais especificamente microturbulência, vários trabalhos teóricos têm sido realizados no estudo de microinstabilidades de baixa frequência em tokamaks (TAN-78, HOR-84). Vários trabalhos teóricos com modelos não lineares, simulando a auto interação entre as muitas ondas envolvidas nestas flutuações e comparadas aos resultados experimentais dos espectros, foram desenvolvidos

por Hasegawa e Wakatani (HAS-83, WAK-84). Terry e Diamond (TER-85) calcularam o espectro de turbulência de ondas de deriva no contorno do plasma em tokamaks. Algumas instabilidades devido a gradientes de temperatura foram investigadas por Callen, Carreras et. al (CAL-83, CAR-82).

Trabalhos experimentais estão sendo realizados em diversas máquinas usando os mais diferentes diagnósticos. Entretanto, os dados experimentais ainda são insuficientes e não totalmente completos para serem comparados às complexas teorias em desenvolvimento.

Recentemente foi feito um balanço entre os resultados experimentais na várias máquinas e as várias teorias envolvidas, em um artigo realizado por Liewer (LIE-85) mostrando tanto a falta de dados existentes, quanto a complexidade das teorias em desenvolvimento, para explicar estes resultados.

Uma das fases importantes no estudo de flutuações está no processamento dos dados obtidos. O presente trabalho está interessado basicamente no estudo e implementação desta fase em nosso laboratório.

O processamento dos dados é feito utilizando-se um método chamado ANÁLISE ESPECTRAL que se baseia na correlação dos sinais a serem analisados e o uso da TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER. Este método nos permite identificar cada onda presente no fenômeno de flutuação analisado, através da frequência ω e do vetor de onda \vec{k} para cada onda presente no plasma. É possível medir ainda a relação de dispersão estatística $\vec{k} = \vec{k}(\omega)$ do sistema e a coerência de cada onda.

A análise espectral teve um avanço considerável com o surgimento da TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (TRF), um poderoso algoritmo computacional que reduz enormemente o tempo de computação da transformada de Fourier.

O processamento dos dados envolve também a digitalização dos sinais, ou seja, os sinais a serem analisados são amostrados e truncados.

Este trabalho, como já mencionamos, descreve todo o processo de implementação da análise espectral e a sua utilização na medida de flutuações no tokamak TBR-1. O trabalho está dividido em duas partes: (1) implementação da análise espectral e (2) aplicação ao estudo de fenômenos de turbulência na periferia do plasma do TBR-1. Essencialmente temos:

Capítulo 2: Descrevemos brevemente a transformada de Fourier contínua e mostramos em detalhe a relação entre esta e a transformada discreta de Fourier. Assim, descrevemos o algoritmo da transformada rápida de Fourier, a análise espectral e os programas computacionais envolvidos neste método.

Capítulo 3: Descrevemos o aparato experimental utilizado nas medidas de flutuações de densidade, onde foram usadas sondas eletrostáticas. Descrevemos também o sistema de aquisição de dados, que digitaliza e transfere os sinais obtidos para a memória de um microcomputador.

Capítulo 4: Apresentamos os resultados experimentais.

Capítulo 5: Discutimos os resultados experimentais comparando com os de outras máquinas e com as teorias existentes e apresentamos conclusões e sugestões para posteriores estudos na área de turbulência experimental.

2.1 - INTRODUÇÃO

A ANÁLISE ESPECTRAL é uma das principais ferramentas de trabalho na análise de resultados em física de plasma, que junto com as vantagens do uso da TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT-Fast Fourier Transform) tornou-se um método computacional eficiente nestas análises.

O problema básico no estudo de flutuações em ondas, instabilidades e turbulência em plasma está na identificação de ondas relacionadas com estes fenômenos e na interação entre as várias ondas envolvidas. Como estes fenômenos de flutuação ocorrem no espaço e no tempo, a identificação de cada onda deve ser feita através de sua amplitude, frequência (ω) e vetor de onda (\vec{k}).

Uma complicação adicional surge em que ω e \vec{k} não são independentes, mas relacionados através de uma relação de dispersão $\vec{k} = \vec{k}(\omega)$ além do fato de que os fenômenos físicos de interesse apresentam mais do que duas ondas diferentes, ou seja, possuem frequências e vetores de ondas diferentes. Assim conhecendo-se $\vec{k} = \vec{k}(\omega)$ podemos determinar a velocidade de fase, $\omega/|\vec{k}|$ de cada onda, parâmetro característico de fenômenos ondulatórios expresso por uma relação de dispersão.

A determinação de ω e $\vec{k}(\omega)$ para várias ondas de diferentes frequências pode ser feito através de técnicas de

correlação no espaço e no tempo.

Um avanço considerável no uso deste instrumento de trabalho se deu com o surgimento da transformada rápida de Fourier (TRF) que é, simplesmente, um algoritmo eficiente para o cálculo da transformada de Fourier discreta (TFD), reduzindo substancialmente o tempo de computação desta.

A ANÁLISE ESPECTRAL é representada por uma função densidade espectral de potência que a menos de uma constante é igual à transformada de Fourier da função de correlação dos sinais envolvidos na análise. A vantagem de se trabalhar com a função densidade espectral de potência em vez da transformada de Fourier, apesar da informação em ambos os casos serem as mesmas, reside no fato que quando temos duas observações em pontos diferentes, apenas uma observação é suficiente para obtermos as informações sobre ω e \vec{k} , além de podermos medir o grau de coerência associado a cada onda (BER-69).

Neste capítulo estaremos interessados em mostrar uma rápida revisão da transformada de Fourier contínua (TFC) e de suas propriedades e, a partir desta, mostrar a TFD, suas propriedades, limitações e relação com a TFC. Feito isto introduziremos o algoritmo TRF e a análise espectral com suas expressões e programas computacionais.

2.2 - TRANSFORMADA DE FOURIER

2.2.1 - TRANSFORMADA DE FOURIER CONTÍNUA (TFC)

A transformada de Fourier contínua $H(f)$ para sinais $h(t)$ pode ser escrita na forma

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (2.1)$$

juntamente com sua transformada inversa

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) e^{+i2\pi ft} df \quad (2.2)$$

As funções acima estão definidas para $-\infty < f < +\infty$, $-\infty < t < +\infty$ e $i = (-1)^{-1/2}$, onde $H(f)$ é uma função no domínio de frequência e $h(t)$ uma função no domínio temporal. As equações (2.1) e (2.2) são denominadas par de transformada de Fourier.

Em geral $H(f)$ é complexa, ou seja, podemos escrever:

$$H(f) = R(f) + iI(f) = |H(f)| e^{i\theta(f)} \quad (2.3)$$

onde $R(f)$ é a parte real da transformada de Fourier,
 $I(f)$ é a parte imaginária da transformada de Fourier,
 $|H(f)|$ é a amplitude ou espectro de Fourier de $h(t)$,
 e $\theta(f)$ é a fase da transformada de Fourier, sendo dada por

$$\theta(f) = \tan^{-1} \left[\frac{I(f)}{R(f)} \right]$$

As integrais que aparecem nas equações (2.1) e (2.2) são chamadas integrais de Fourier. Uma análise detalhada da existência das integrais de Fourier pode ser vista em (PAP-62) e algumas particularidades estão apresentadas em (BRI-74).

A transformada de Fourier possui uma série de propriedades. A referência (BRI-74) apresenta algumas destas propriedades, mostrando exemplos analiticamente e graficamente. Nosso interesse está em enunciar estas propriedades. Para isso vamos considerar duas funções $h(t)$ e $g(t)$ no domínio de t , que podem ser representadas por suas partes reais e imaginárias como:

$$h(t) = \operatorname{Re} [h(t)] + \operatorname{Im} [h(t)]$$

$$g(t) = \operatorname{Re} [g(t)] + \operatorname{Im} [g(t)]$$

suas transformadas de Fourier $H(f)$ e $G(f)$ no domínio de f em função de suas partes reais e imaginárias são

$$H(f) = \operatorname{Re} [H(f)] + \operatorname{Im} [H(f)]$$

$$G(f) = \operatorname{Re} [G(f)] + \operatorname{Im} [G(f)]$$

Sendo assim temos:

1 - Linearidade $\langle \Rightarrow \rangle$ Linearidade

$$h(t) + g(t) \quad \langle - \rangle \quad H(f) + G(f)$$

2 - Simetria $\langle - \rangle$ Simetria

$$H(f) \quad \langle = \rangle \quad h(t)$$

3 - Escala de t (kt) $\langle = \rangle$ Inversão na escala de f (f/k)

$$h(kt) \quad \langle = \rangle \quad \frac{1}{|k|} H\left(\frac{f}{k}\right)$$

4 - Inversão na escala de t $\langle - \rangle$ Escala de f

$$\frac{1}{|k|} h(t) \quad \langle = \rangle \quad H(kf)$$

5 - Defasagem em t ($t-t_0$)

$$h(t - t_0) \quad \langle = \rangle \quad H(f) e^{-i2\pi f t_0}$$

6 - Defasagem em f ($f - f_0$)

$$h(t)e^{i2\pi f t_0} \quad (\Leftrightarrow) \quad H(f - f_0)$$

7 - Fórmula alternativa de Inversão

$$h(t) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} H^*(f) e^{-i2\pi f t} df \right]^*$$

8 - Função par: $h(t) = h(-t) \quad (\Leftrightarrow) \quad H(f)$ é real

$$h(t) \quad (\Leftrightarrow) \quad H(f) = \text{Re} \left[H(f) \right]$$

9 - Função ímpar: $h(t) = -h(-t) \quad (\Leftrightarrow) \quad H(f)$ é imaginário

$$h(t) \quad (\Leftrightarrow) \quad H(f) = \text{Im} \left[H(f) \right]$$

10 - Função real: $h(t) = \text{Re} \left[h(t) \right] \quad (\Leftrightarrow)$

$H(f)$ possui parte real par e parte imaginária ímpar

$$h(t) \quad (\Leftrightarrow) \quad H(f) = \text{Re} \left[H(f) \right] + i \text{Im} \left[H(f) \right]$$

$$\text{Re} \left[H(f) \right] = \text{Re} \left[H(-f) \right]$$

$$\text{Im} \left[H(f) \right] = -\text{Im} \left[H(-f) \right]$$

11 - Função imaginária: $h(t) = i \text{Im} \left[h(t) \right] \quad (\Leftrightarrow)$

$H(f)$ possui parte real ímpar e parte imaginária par

$$h(t) \quad (\Leftrightarrow) \quad H(f) = \text{Re} \left[H(f) \right] + i \text{Im} \left[H(f) \right]$$

$$\operatorname{Re} \left[H(f) \right] = -\operatorname{Re} \left[H(-f) \right]$$

$$\operatorname{Im} \left[H(f) \right] = \operatorname{Im} \left[H(-f) \right]$$

O sinal $\langle \Rightarrow \rangle$ representa o par transformada de Fourier.

Existem duas propriedades de grande interesse tanto do ponto de vista físico quanto matemático: teorema da convolução e teorema da correlação. Matematicamente nos será útil na relação entre a transformada de Fourier discreta e a contínua. Do ponto de vista físico veremos na análise espectral. A referência citada possui uma interpretação gráfica do que vem a ser convolução e correlação.

12 - Convolução

A integral de convolução de duas funções $h(t)$ e $g(t)$ é dado por:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)g(t-\tau)d\tau \equiv h(t)*g(t) \quad (2.4)$$

onde $y(t)$ é comumente chamado de convolução das funções $h(t)$ e $g(t)$. Tal expressão é equivalente a escrevermos:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

A relação de grande interesse em análise científica é o TEOREMA DA CONVOLUÇÃO, que é a relação entre a equação (2.4) e a sua transformada de Fourier. Esta relação mostra que, quando temos a convolução de duas funções $h(t)$ e $g(t)$ no domínio de t , no domínio de f teremos uma simples multiplicação das suas respectivas

transformadas de Fourier $H(f)$ e $G(f)$. O contrário também é verdadeiro, ou seja, uma convolução de $H(f)$ e $G(f)$ corresponde a uma multiplicação de $h(t)$ e $g(t)$. Colocando estas expressões em forma de um par transformada de Fourier temos

$$y(t) = h(t)*g(t) \quad \Leftrightarrow \quad H(f)G(f) = Y(f) \quad (2.5)$$

$$h(t)*g(t) \quad \Leftrightarrow \quad H(f)G(f) \quad (2.6)$$

A demonstração é feita aplicando a transformada de Fourier a ambos os lados da equação (2.4). Uma visualização gráfica de vários exemplos é dada na referência citada.

13 - Correlação

A integral de correlação de duas funções $h(t)$ e $g(t)$ é dada pela função $z(t)$

$$z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)g(t+\tau)d\tau \quad (2.7)$$

onde $z(t)$ é comumente chamada de correlação das funções $h(t)$ e $g(t)$.

Aqui também o que interessa é o TEOREMA DA CORRELAÇÃO, que possui um resultado semelhante ao teorema da convolução. Sendo $H(f)$ a transformada de Fourier de $h(t)$ e $G(f)$ a transformada de Fourier de $g(t)$ então

$$z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)g(t+\tau)d\tau \quad \Leftrightarrow \quad H(f)G^*(f) = Z(f) \quad (2.8)$$

$$h(t)g^*(t) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} H(f)G(f+F)dF \quad (2.9)$$

Quando $h(t) = g(t)$, $z(t)$ é chamado de auto correlação e quando $h(t)$ é diferente de $g(t)$, $z(t)$ é chamado correlação cruzada.

2.2.2 - TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

O par transformada de Fourier discreta (TFD), análogo às equações (2.1) e (2.2) para funções finitas e amostradas podem ser escritos na forma:

$$H(n) = \sum_{k=1}^{N-1} h(k)e^{-i2\pi nk/N} \quad (2.10)$$

$$h(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-1} H(n)e^{+i2\pi nk/N} \quad (2.11)$$

para $n = 0, 1, \dots, N-1$ e $k = 0, 1, \dots, N-1$.

Para analisar os limites de validade das equações acima vamos, a partir das equações da TFC, fazer modificações que possam incluir o caso discreto como um caso particular da TFC. Vamos considerar uma função qualquer $h(t)$ e sua transformada de Fourier como ilustrado na figura 2.1a. Escolhemos $h(t)$ de forma que $H(f) \rightarrow 0$ quando $f \gg 1$.

A discretização de $h(t)$ pode ser feita multiplicando-a por uma função amostragem $\Delta_0(t)$ dada por:

$$\Delta_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT) \quad (2.11)$$

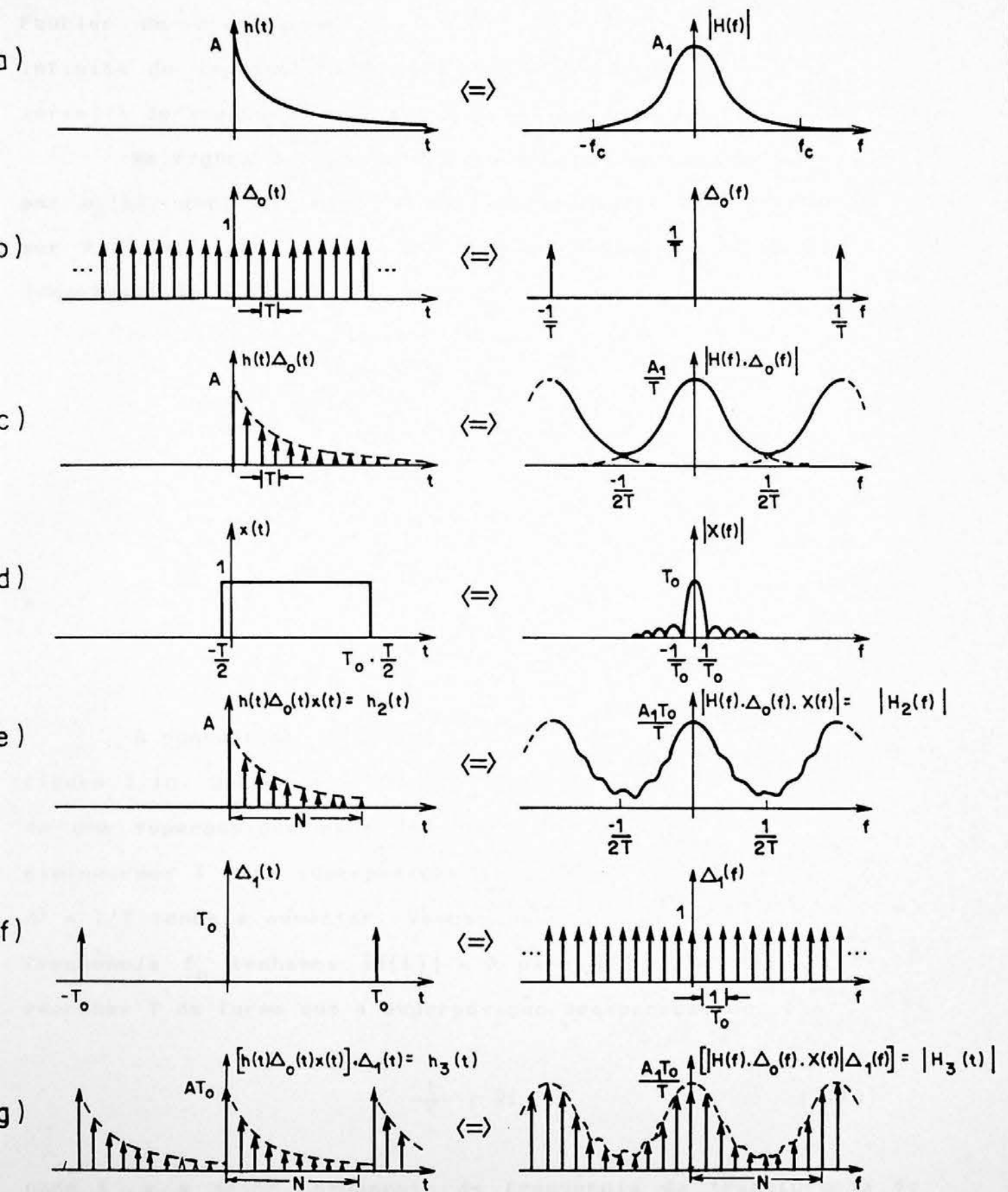


Figura 2.1 - Visualização gráfica da evolução da TFC até a TFD.

onde $\delta(t-kT)$ é a função impulso (BRI-74). O par transformada de Fourier de $\Delta_0(t)$ mostrado na figura 2.1b é uma sequência infinita de impulsos separados por T no tempo e uma sequência infinita de impulsos separados por $1/T$ no espaço de frequência.

Na figura 2.1c temos o resultado da multiplicação de $h(t)$ por $\Delta_0(t)$, que, no tempo, é uma sequência de impulsos separados por T e amplitude igual a $h(kT)$ e no espaço de frequência uma convolução de $H(f)$ e $\Delta_0(f)$ ou seja:

$$\begin{aligned} h_1(t) &= h(t) \cdot \Delta_0(t) = h(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(kT) \delta(t-kT) \end{aligned}$$

e

(2.12)

$$H_1(f) = H(f) * \Delta_0(f)$$

A convolução $|H(f) * \Delta_0(f)|$ é melhor explicada observando a figura 2.1c. Sobre cada impulso $\Delta_0(kf)$ temos um $|H(f)|$, a menos de uma superposição para $|f|$ muito grande. Fica claro que se diminuirmos T esta superposição tenderá a diminuir, uma vez que $\Delta f = 1/T$ tende a aumentar. Vamos supor que para uma determinada frequência f_c tenhamos $|H(f)| = 0$ para $|f| > f_c$. Podemos assim escolher T de forma que a superposição desapareça, ou seja:

$$\frac{1}{T} \geq 2f_c \quad (2.13)$$

onde f_c é a maior componente de frequência da transformada de Fourier da função $h(t)$. Este fato observado é muito importante ao analisarmos um fenômeno físico experimentalmente. Ao medirmos uma forma de onda discretizada ela deve conter as características da

forma de onda contínua que representa o fenômeno físico. Para reconstruirmos a função contínua é necessário que, a priori, tenhamos que a condição (2.13) seja respeitada. Esta condição é chamada TEOREMA DE AMOSTRAGEM. Podemos melhor elucidar tal teorema dizendo que, se "a transformada de Fourier da função $h(t)$ é zero para todas as frequências maiores que uma certa frequência f_c , então a função contínua $h(t)$ pode ser determinada a partir do conhecimento de seus valores discretizados." A frequência $1/T = 2f_c$ é conhecida como razão de amostragem de Nyquist.

Computacionalmente, as funções devem ter um domínio finito. Para isso vamos truncar o resultado $h(t) \cdot \Delta_0(t)$ de tal maneira que tenhamos um número finito N de pontos. Isto pode ser feito multiplicando $h(t) \cdot \Delta_0(t)$ por uma função retangular $x(t)$ como ilustrado na figura 2.1d e dado por:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{T}{2} < t < T_0 - \frac{T}{2} \\ 0 & t < -\frac{T}{2} \text{ e } t > T_0 - \frac{T}{2} \end{cases} \quad (2.14)$$

onde T_0 é o tempo de duração da função de truncamento, que corresponde a N pontos. A transformada de Fourier de $x(t)$ também é dado na figura 2.1d. O resultado no domínio do tempo será

$$h_2(t) = h(t) \Delta_0(t) x(t) = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(kt) \delta(t-kT) \right] x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kt) \delta(t-kT) \quad (2.15)$$

e

$$|H_2(f)| = |H(f) * \Delta_0(f) * X(f)|$$

sendo que $N = T_0/T$. Notamos que, truncando a função no domínio do

tempo resulta em uma ondulação no domínio da frequência, pois como mencionado anteriormente, uma multiplicação em um domínio resulta em uma convolução em outro domínio (figura 2.1e). Este efeito pode ser minimizado aumentando o valor de T_0 , ou seja, o comprimento da função de truncamento, uma vez que a transformada de Fourier de $x(t)$ é proporcional a $\sin(\omega T_0 f)/f$. Graficamente vemos que a medida que aumentamos T_0 , $X(f)$ tende a uma função impulso, resultando na situação discutida anteriormente. Posteriormente descreveremos em detalhe o problema do truncamento e algumas soluções práticas, isto porque experimentalmente e computacionalmente temos uma limitação na quantidade de resultados obtidos e a serem analisados.

Vamos agora discretizar o resultado no domínio da frequência, multiplicando este por uma série infinita de funções impulsos dada por (figura 2.1f):

$$\Delta_1(f) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \ell \frac{1}{T_0}\right) \quad (2.16)$$

o que no domínio do tempo representa uma convolução com uma série infinita de impulsos separados por T_0 :

$$\Delta_1(t) = T_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0) \quad (2.17)$$

ficando claro que o motivo da escolha de $\Delta f = 1/T_0$, se deve ao fato de não perdermos as características da função resultante no tempo por uma superposição, como a que resultou anteriormente no caso da frequência e mostrado na figura 2.1b. Matematicamente, o resultado será:

$$\begin{aligned}
 h_3(t) &= \left[h(t)\Delta_0(t)x(t) \right] * \Delta_1(t) = \\
 &= \left[\sum_{k=0}^{N-1} h(kt)\delta(t-kT) \right] * \left[T_0 \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \delta(t-\ell T_0) \right] = \\
 &= \dots + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kt)\delta(t+T_0-kT) + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kt)\delta(t-kT) + \\
 &+ T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kt)\delta(t-T_0-kT) + \dots \Rightarrow \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

$$h_3(t) = T_0 \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} h(kt)\delta(t-kT-\ell T_0) \quad (2.19)$$

Com a discretização de $h(t)$ e $H(f)$ resultarão funções periódicas no tempo e na frequência, ambas com N pontos e período T_0 no domínio do tempo. O motivo da escolha da função de truncamento deslocada de $T/2$ se justifica agora, pois se algum valor da função discretizada coincidisse com o final da função retangular teríamos mais uma sobreposição resultante da convolução de $h(t)\Delta_0(t)x(t)$ com $\Delta_1(t)$.

Como a função $h_3(t)$ é periódica, podemos agora expressá-la como uma série de Fourier

$$h_3(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left[2\pi n \frac{1}{T_0} t\right] + b_n \sin\left[2\pi n \frac{1}{T_0} t\right] \right] \quad (2.20)$$

onde $1/T_0$ é a frequência fundamental ($1/T_0 = f_0$) e os coeficientes a_n e b_n dados pelas integrais

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T/2}^{T_0 - T/2} h_3(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.21)$$

e

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{T/2}^{T_0 - T/2} h_3(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.22)$$

Usando as identidades trigonométricas

$$\cos(2\pi n f_0 t) = \frac{1}{2} \left[e^{i2\pi n f_0 t} + e^{-i2\pi n f_0 t} \right] \quad (2.23)$$

e

$$\sin(2\pi n f_0 t) = \frac{1}{2} \left[e^{i2\pi n f_0 t} - e^{-i2\pi n f_0 t} \right] \quad (2.24)$$

resulta para a equação (2.20)

$$h_3(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (a_n - i b_n) e^{i2\pi n f_0 t} + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (a_n + i b_n) e^{-i2\pi n f_0 t} \quad (2.25)$$

Como $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ e $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ resulta das equações (2.21) e (2.22) que

$$a_{-n} = a_n \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.26)$$

$$b_{-n} = b_n \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.27)$$

então

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-i2\pi n f_0 t} = \sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{i2\pi n f_0 t} \quad (2.28)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-i2\pi n f_0 t} = - \sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{i2\pi n f_0 t} \quad (2.29)$$

o que resulta para a equação (2.25)

$$\begin{aligned} h_3(t) &= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n - i b_n) e^{i2\pi n f_0 t} = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{i2\pi n f_0 t} \end{aligned} \quad (2.30)$$

e

$$\alpha_n = \frac{1}{2} (a_n - i b_n) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.31)$$

das equações (2.21), (2.22), (2.26), (2.27) e (2.31)

resulta

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} h_3(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.32)$$

Resumindo podemos escrever a série de Fourier de uma função $h(t)$ periódica de período T_0 como

$$h_3(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{i2\pi n f_0 t}$$

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} h_3(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.33)$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0}$$

Substituindo a equação (2.19) na expressão de α_n resulta

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} T_0 \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} h(kt) \delta(t-kT-\ell T_0) e^{-i2\pi n f_0 t} dt \quad (2.34)$$

como a integração é feita sobre um período T_0 e $f_0 = 1/T_0$ então para $\ell = 0$ temos que

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t-kT) e^{-i2\pi n t/T_0} dt = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \int_{-T_0/2}^{T_0/2} e^{-i2\pi n t/T_0} \delta(t-kT) dt = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi n k T/T_0} \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde usamos a propriedade de função impulso (BRI-74)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0) \phi(t) dt = \phi(t_0)$$

Como $N = T_0/T$, então

$$\alpha_n = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi n k/N} \quad (2.36)$$

Vimos que $h_3(t)$ no domínio do tempo é dado por

$$h_3(t) = h_2(t) * \Delta_1(t) \quad (2.37)$$

e no domínio da frequência, resulta

$$H_3(f) = H_2(f) \Delta_1(f) \quad (2.38)$$

onde substituindo a equação (2.16), resulta em

$$H_3(f) = H_2(f) \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \delta(f - \ell/T_0) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} H_2(\ell/T_0) \quad (2.39)$$

Como para $-T/2 < t < T_0 - T/2$ podemos fazer

$$h_3(t) = h_2(t) \quad -T/2 < t < T_0 - T/2 \quad (2.40)$$

então α_n (equação (2.33)) pode ser escrito também como

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T/2}^{T_0 - T/2} h_2(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.41)$$

Do conceito de transformada de Fourier expresso pela equação (2.1), resulta

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} H_2(n f_0) \quad (2.42)$$

como $f_0 = 1/T_0$, então

$$T_0 \alpha_n = H_2(n/T_0) \quad (2.43)$$

f pode ser escrito como $f = \ell f_0 = \ell/T_0$, sendo $T_0 = NT$ então $f = \ell/NT$. Portanto resulta para a equação (2.39)

$$H_3\left[\frac{\ell}{NT}\right] = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} H_2\left[\frac{\ell}{T_0}\right] \quad (2.44)$$

Usando o resultado (2.43)

$$H_3\left[\frac{\ell}{NT}\right] = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} T_0 \alpha_{\ell} \quad (2.45)$$

Substituindo o valor de α_n obtido na equação (2.36)

$$\begin{aligned} H_3\left[\frac{\ell}{NT}\right] &= \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi\ell k/N} = \\ &= T_0 \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi k \ell/N} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Como estamos tratando com funções periódicas podemos fixar ℓ em um valor arbitrário qualquer "r" inteiro onde temos que ℓ qualquer pode ser escrito como $\ell = r + N$, assim $e^{-i2\pi k(r+N)/N} = e^{-i2\pi kr/N} e^{-i2\pi n f_0 t} = e^{-i2\pi kr/N}$ pois $e^{-i2\pi k} = \cos(2\pi k) - i\sin(2\pi k) = 1$ para k inteiro, portanto a equação (2.46) pode ser escrita como

$$H_3\left[\frac{r}{NT}\right] = T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi kr/N}$$

$$H_3\left[\frac{r+N}{NT}\right] = T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi k(r+N)/N} =$$

$$= T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi kr/N} = H_3\left[\frac{r}{NT}\right]$$

Estamos interessados em apenas N valores de um dos períodos do resultado no domínio da frequência, período este que

corresponde à função original, assim

$$H_3\left[\frac{n}{NT}\right] = T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi kn/N} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.47)$$

que representa a transformada discreta de Fourier de uma função $h(kT)$ discretizada a menos de constantes. Na figura 2.1 vemos como a amplitude das funções foram alteradas ao longo de todo o processo. Portanto temos de modificar a equação (2.74) multiplicando o resultado por T/T_0 resultando

$$\tilde{H}_3\left[\frac{n}{NT}\right] = T \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi kn/N} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.48)$$

onde o til (\sim) em \tilde{H}_3 representa uma aproximação de $H(f)$. A função discreta $h(kT)$ também é uma aproximação de $h(t)$. Fazendo $h(kT) = \tilde{h}(kT)$ podemos obter a transformada inversa de \tilde{H} dado por

$$\tilde{h}(kT) = \frac{1}{NT} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{H}\left[\frac{n}{NT}\right] e^{-i2\pi kn/N} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.49)$$

que é demonstrado por uma simples substituição em (2.48).

Resumindo, o par transformada discreta de Fourier é dado por

$$\tilde{H}_3\left[\frac{n}{NT}\right] = T \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) e^{-i2\pi kn/N} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$\tilde{h}(kT) = \frac{1}{NT} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{H}\left[\frac{n}{NT}\right] e^{-i2\pi kn/N} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

2.2.2.1 - EFEITOS DEVIDO AO TRUNCAMENTO

Como mencionamos antes, a escolha da função retangular, para truncar a função no domínio do tempo, gera uma ondulação na função resultante no domínio da frequência, como podemos ver na figura 2.1e. Basicamente, a função de truncamento tem por objetivo escolher uma porção T_0 do sinal e desprezar tudo o que ocorre fora deste intervalo de tempo. Este tipo de função em geral é chamado de janela.

Vamos descrever em detalhe o que ocorre. Para isso escolhemos como função $f(t)$ uma cossenoide pura, como mostra a figura 2.2a, onde sua transformada de Fourier $F(f)$ é representada por um impulso na frequência f_1 . A janela utilizada, é dada por uma função retangular

$$j(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & \text{qualquer outro lugar} \end{cases} \quad (2.50)$$

cuja transformada de Fourier (BRI-74)

$$J(f) = 2T_0 \frac{\sin(2\pi f T_0)}{2\pi f T_0} e^{-i2\pi f T_0} \quad (2.51)$$

estão mostradas na figura 2.2b.

O resultado do truncamento de $f(t)$ é a multiplicação $f(t)j(t)$ no domínio do tempo, e como já visto, corresponde a uma convolução $F(f)*J(f)$ no domínio da frequência, resultando em uma função com uma amplitude de $J(f)$ e centrada em f_1 (figura 2.2c).

O resultado mostrado na figura 2.2c possui uma frequência não bem localizada em torno de f_1 , e sim um pico nesta frequência e uma série de picos secundários com amplitudes muito pequenas.

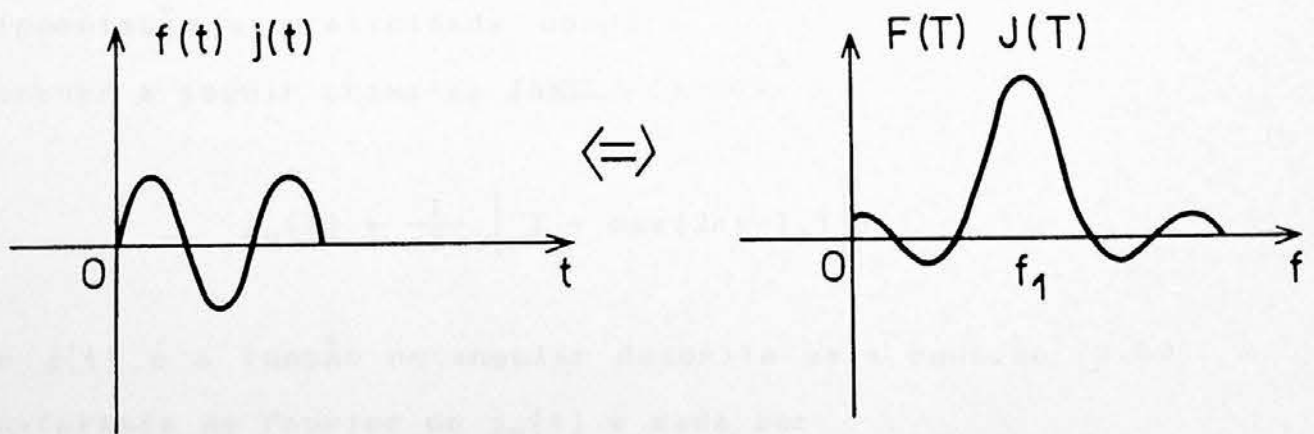
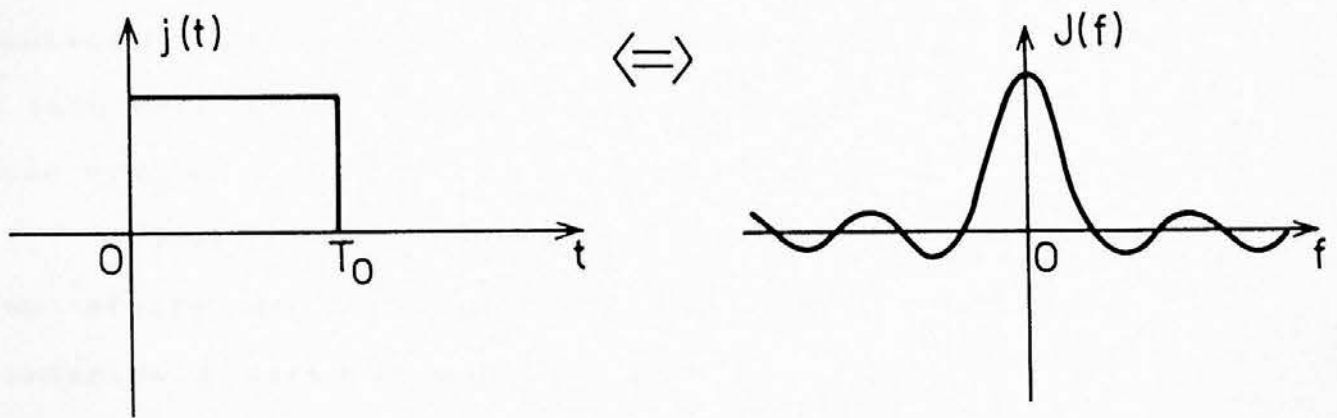
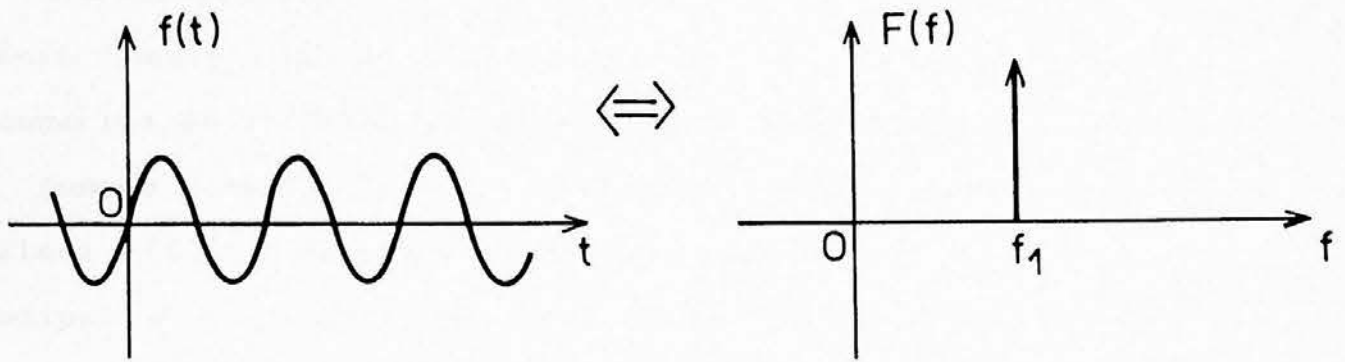


Figura 2.2 - Visualização gráfica dos efeitos devido ao truncamento de funções no domínio do tempo.

Então, o resultado do truncamento de uma forma de onda discretizada, como visto na seção anterior, no domínio do tempo, tem como consequência componentes adicionais de frequências no domínio desta devido principalmente a formação dos picos secundários em $J(f)$. Se pudéssemos fazer com que $J(f)$ se tornasse uma função impulso, nosso resultado reproduziria a função original $F(f)$. O objetivo reduz-se a diminuir a largura do pico principal e a contribuição dos picos secundários, tentando-se assim minimizar o efeito devido ao truncamento. Isto pode ser feito aumentando o valor de T_0 , o que é visto claramente na equação (2.51). Por outro lado é impossível, experimentalmente e computacionalmente, termos valores muito grande para T_0 , uma vez que isto corresponde a uma grande quantidade de pontos em nossa função discretizada.

O ideal seria procurarmos outros tipos de janelas com o mesmo efeito de truncamento e que possuisse picos menores secundários e largura menor no pico principal. A literatura a respeito descreve uma série de janelas (BLA-59), suas vantagens e desvantagens. Em nosso trabalho procuramos escolher uma de fácil implementação e praticidade computacional. A janela que vamos descrever a seguir chama-se JANELA DE HANNING e é dada por

$$j_H(t) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos(2\pi t/T_0) \right] j(t) \quad (2.55)$$

onde $j(t)$ é a função retangular descrita pela equação (2.50). A transformada de Fourier de $j_H(t)$ é dada por

$$J_H(f) = \left[\frac{1}{2} \delta(f) - \frac{1}{4} \delta\left(f - \frac{1}{T_0}\right) - \frac{1}{4} \delta\left(f + \frac{1}{T_0}\right) \right] * J(f) \quad (2.56)$$

Esta função, como observada na literatura e descrita

através de simulações e exemplos em (BRI-74), possui picos secundários muito menores que $J(f)$.

Reescrevendo a equação (2.56) temos

$$J_H(f) = \nabla_H(f) * J_H(f) \quad (2.57)$$

onde

$$\nabla_H = \frac{1}{2} \delta(f) - \frac{1}{4} \delta\left(f - \frac{1}{T_0}\right) - \frac{1}{4} \delta\left(f + \frac{1}{T_0}\right) \quad (2.58)$$

A escolha da janela de Hanning se justifica observando as equações (2.57) e (2.58). No desenvolvimento realizado na obtenção de $\tilde{H}(n/NT)$ da seção anterior, a correção utilizando-se a janela de Hanning pode ser simplesmente feita convolucionando este resultado com $\nabla_H(f)$, ou seja,

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{\text{corrigido}}\left[\frac{1}{NT}\right] &= \tilde{H}\left[\frac{1}{NT}\right] * \nabla_H(f) = \\ &= \tilde{H}\left[\frac{n}{NT}\right] * \left[\frac{1}{2} \delta(f) - \frac{1}{4} \delta\left(f - \frac{1}{T_0}\right) - \frac{1}{4} \delta\left(f + \frac{1}{T_0}\right) \right]; \quad f = \frac{n}{NT} \end{aligned}$$

Das propriedades de convolução com funções impulsos resulta

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{\text{corrigido}}\left[\frac{n}{NT}\right] &= \frac{1}{2} \tilde{H}\left[\frac{n}{NT}\right] - \\ &- \frac{1}{4} \tilde{H}\left[\frac{n}{NT} - \frac{1}{T_0}\right] - \frac{1}{4} \tilde{H}\left[\frac{n}{NT} + \frac{1}{T_0}\right] \quad (2.59) \end{aligned}$$

Olhando a figura 2.1f, temos que $1/T_0$ é o espaçamento entre os impulsos da série infinita de $\Delta_1(f)$, então podemos fazer

$$f_n \pm \frac{1}{T_0} = \frac{n}{NT} \pm \frac{1}{T_0} = \frac{n \pm 1}{NT} = f_{n \pm 1} \quad (2.60)$$

resultando para a equação (2.59)

$$\tilde{H}_{\text{corrigido}}[f_n] = \frac{1}{2} \tilde{H}[f_n] - \frac{1}{4} \tilde{H}[f_{n+1}] - \frac{1}{4} \tilde{H}[f_{n-1}] \quad (2.61)$$

$$f_n = \frac{n}{NT}$$

Computacionalmente, a transformada de Fourier em f_n é calculada utilizando-se os valores ponderados em f_n e suas frequências adjacentes f_{n-1} e f_{n+1} , segundo a equação (2.61). Experimentalmente, não necessitamos de utilização de algum filtro eletrônico, que faça o papel da equação (2.55) - janela de Hanning - o que em geral é necessário para outros tipos de janela.

2.2.3 - TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (TRF)

A transformada rápida de Fourier (TRF) é simplesmente um algoritmo muito poderoso para a realização computacional da transformada discreta de Fourier (TDF) dada pela equação (2.49). A TRF reduz sensivelmente o tempo de computação da TDF, sem alterar as características desta.

O algoritmo que descreveremos a seguir é originalmente o algoritmo Cooley-Tukey (COO-65). Existem outros algoritmos baseados na mesma estrutura que será descrita, porém preferimos adotar esta por simples comodidade.

A transformada discreta de Fourier descrita pela equação (2.49), pode ser escrita como

$$H(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) e^{-i2\pi nk/N} ; n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.62)$$

onde substituímos n/NT por n e kT por k por simplicidade de notação.

Fazendo

$$W = e^{-j2\pi n/N} \quad (2.63)$$

resulta para $H(n)$

$$H(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) W^{nk} ; n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.64)$$

Uma observação desta equação nos revela que temos N^2 multiplicações complexas e $N(N-1)$ somas complexas, ou seja, um total de $N^2 + N(N-1) = 2N^2 - N$ operações complexas.

Um dos truques básicos no algoritmo está em escolher o número de pontos de nossa função como $N = 2^\gamma$ para valores inteiros de γ . Inicialmente, vamos fixar um valor para N e γ , e a seguir descrever o método para γ qualquer inteiro. Vamos supor $N = 8$, então $\gamma = 3$, portanto n e k assumirão os valores $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ e 7 . Representando estes números como binários de 3 bits temos

n, k	$n(n_2 n_1 n_0), k(k_2 k_1 k_0)$
0	→ 000
1	→ 001
2	→ 010
3	→ 011
4	→ 100
5	→ 101
6	→ 110
7	→ 111

(2.65)

ou seja, podemos escrever n e k na base 2, através dos algarismos n_2, n_1, n_0 e k_2, k_1, k_0 , respectivamente. Assim, n e k na base decimal pode ser expresso em função de seus valores na base binária como

$$k = 4k_2 + 2k_1 + k_0 \quad ; \quad k_2, k_1, k_0 = 0 \text{ ou } 1 \quad (2.66)$$

$$n = 4n_2 + 2n_1 + n_0 \quad ; \quad n_2, n_1, n_0 = 0 \text{ ou } 1$$

Reescrevendo $H(n)$ dado pela equação (2.64) em função das equações (2.66), temos

$$\begin{aligned} H(n_2, n_1, n_0) &= \sum_{k_0=0}^1 \sum_{k_1=0}^1 \sum_{k_2=0}^1 h(k_2, k_1, k_0) W^{(4n_2+2n_1+n_0)(4k_2+2k_1+k_0)} \\ &= \sum_{k_0=0}^1 \sum_{k_1=0}^1 \sum_{k_2=0}^1 h(k_2, k_1, k_0) W^p \end{aligned} \quad (2.67)$$

onde $p = (4n_2+2n_1+n_0)(4k_2+2k_1+k_0)$.

O termo W^p pode ser fatorado como

$$\begin{aligned} W^p &= W^{(4n_2+2n_1+n_0)(4k_2+2k_1+k_0)} = \\ &= W^{(4n_2+2n_1+n_0)4k_2 + (4n_2+2n_1+n_0)2k_1 + (4n_2+2n_1+n_0)k_0} \end{aligned}$$

usando o fato que $W^{1+m} = W^1 W^m$

$$W^p = W^{(4n_2+2n_1+n_0)4k_2} W^{(4n_2+2n_1+n_0)2k_1} W^{(4n_2+2n_1+n_0)k_0} \quad (2.68)$$

entretanto, para $N = 8$, temos que

$$W^8 = \left[e^{-i2\pi/8} \right]^8 = e^{-i2\pi} = \cos(2\pi) - i\sin(2\pi) = 1 \quad (2.69)$$

Assim

$$\begin{aligned} W^P &= \left[W^8 \right]^{2n_2 k_2} \left[W^8 \right]^{n_1 k_2} W^{4n_0 k_2} \left[W^8 \right]^{n_2 k_1} W^{(2n_1 + n_0) 2k_1} W^{(4n_2 + 2n_1 + n_0) k_0} = \\ &= W^{4n_0 k_2} W^{(2n_1 + n_0) 2k_1} W^{(4n_2 + 2n_1 + n_0) k_0} \end{aligned} \quad (2.70)$$

portanto, resulta para a equação (2.67)

$$\begin{aligned} H(n_2, n_1, n_0) &= \\ &= \sum_{k_0=0}^1 \sum_{k_1=0}^1 \sum_{k_2=0}^1 h(k_2, k_1, k_0) W^{4n_0 k_2} W^{(2n_1 + n_0) 2k_1} W^{(4n_2 + 2n_1 + n_0) k_0} = \\ &= \sum_{k_0=0}^1 \left[\sum_{k_1=0}^1 \left[\sum_{k_2=0}^1 h(k_2, k_1, k_0) W^{4n_0 k_2} \right] W^{(2n_1 + n_0) 2k_1} \right] W^{(4n_2 + 2n_1 + n_0) k_0} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{h_1(n_0, k_1, k_0)} \hspace{10em} (2.71) \\ &\quad \underbrace{\hspace{15em}}_{h_2(n_0, n_1, k_0)} \\ &\quad \underbrace{\hspace{20em}}_{h_3(n_0, n_1, n_2)} \end{aligned}$$

onde fizemos

$$h_1(n_0, k_1, k_0) = \sum_{k_2=0}^1 h(k_2, k_1, k_0) W^{4n_0 k_2} \quad (2.72)$$

$$h_2(n_0, n_1, k_0) = \sum_{k_1=0}^1 h_1(n_0, k_1, k_0) W^{(2n_1 + n_0) 2k_1} \quad (2.73)$$

$$h_3(n_0, n_1, n_2) = \sum_{k_0=0}^1 h_2(n_0, n_1, k_0) W^{(4n_1+2n_1+n_0)k_0} \quad (2.74)$$

$$H(n_2, n_1, n_0) = h_3(n_0, n_1, n_2) \quad (2.75)$$

A fatoração realizada em W^P é outro ponto fundamental para a eficiência do algoritmo da TRF. Isto faz $W^N = 1$ em algumas multiplicações complexas e o primeiro termo das somatórias das equações (2.72), (2.73) e (2.74) possui o termo $W^0 = 1$.

A forma como escrevemos a equação (2.71) nos permite desenvolver cada somatória separadamente, através das equações (2.72), (2.73) e (2.74). Notamos na equação (2.75) que os argumentos de $H(n_2, n_1, n_0)$ e $h_3(n_0, n_1, n_2)$ possuem uma inversão nos bits n_2, n_1 e n_0 . Posteriormente, veremos que este fato traz consequência importantes na formulação do algoritmo em desenvolvimento.

Para estudar melhor formas computacionais do algoritmo vamos fazer um "diagrama de fluxo" envolvendo as equações de h_1 , h_2 , h_3 e h . Este diagrama está ilustrado na figura 2.3. Nas colunas estão apresentados os valores de h , h_1 , h_2 e h_3 , para cada coluna da esquerda para a direita, sendo que cada ponto neste diagrama representa um destes valores.

Neste diagrama a coluna $l = 0$ corresponde à entrada de dados, isto é, nesta coluna estão os valores da função a ser aplicada à transformada de Fourier ($h(k); k=0,1,2,\dots,N-1$). As colunas $l = 1, 2$ e 3 são chamadas colunas computacionais, pois elas representam os resultados expressos pelas equações (2.72), (2.73) e (2.74). As linhas que unem dois a dois os pontos do diagrama, possuem valores que são dados por W^p , sendo que, quando não temos nenhuma inscrição é suposto o valor um (1). Estas linhas possuem direção dada pelo sentido da flecha, sendo que

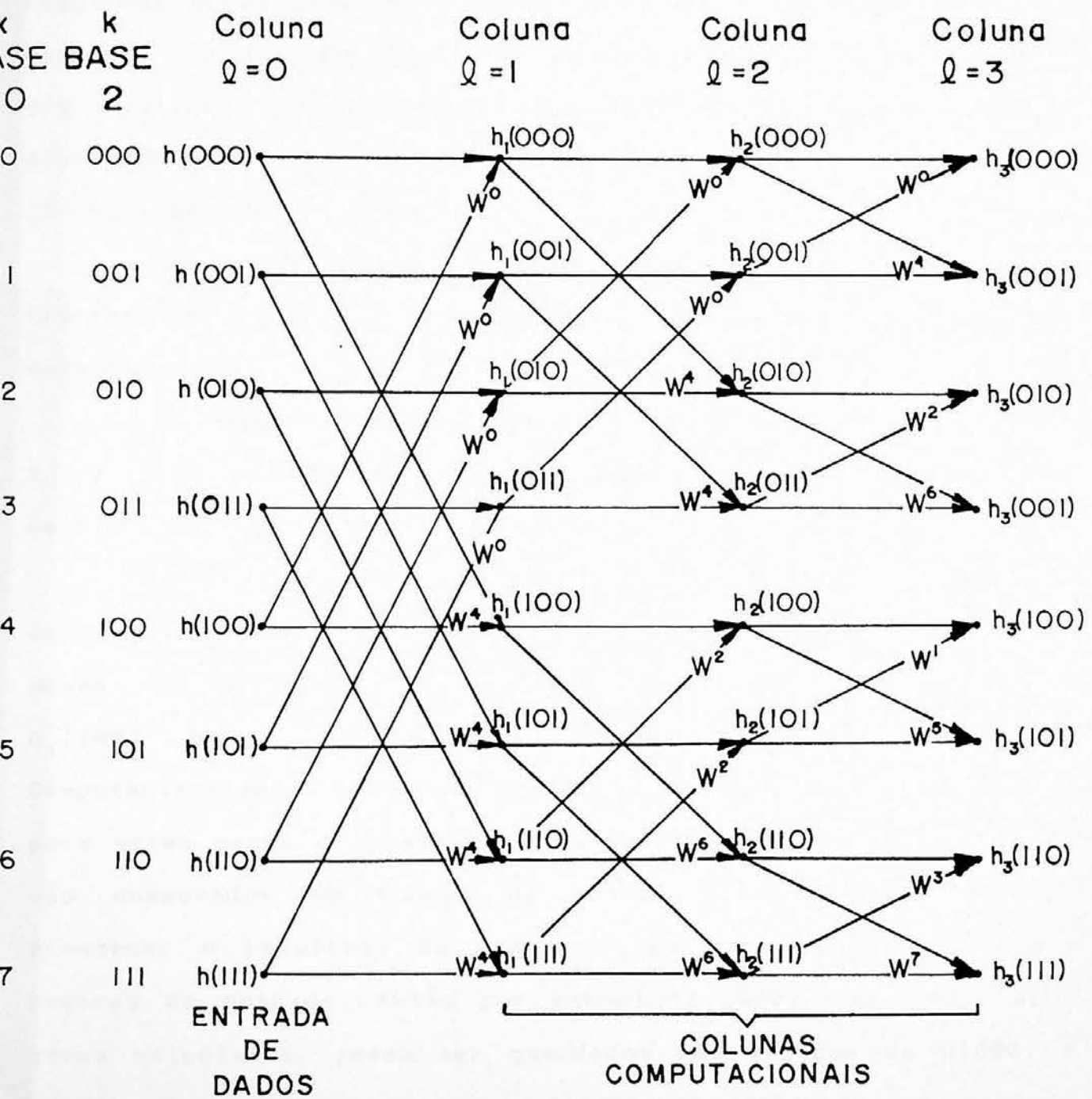


Figura 2.3 - Diagrama de fluxo que ilustra o algoritmo da TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER.

temos uma entrada, no extremo oposto ao do sentido da flecha, e uma saída no outro extremo. Em cada ponto das colunas computacionais chegam duas linhas, que transmitem a este o resultado da multiplicação do valor da linha pelo valor de sua entrada. O resultado de cada um destes pontos de saída é a soma dos resultados que duas linhas transmitem a eles. Este esquema é, simplesmente, uma forma gráfica de escrever as equações (2.72), (2.73) e (2.74).

Com esta forma gráfica podemos obter determinadas propriedades, que nos auxiliarão a desenvolver um algoritmo computacional.

Em nosso exemplo escolhemos o caso $N = 8 = 2^3$, onde $\gamma = 3$. Fica claro que o diagrama possui γ colunas computacionais de N pontos cada.

Observando as colunas $l = 1, 2$ e 3 notamos que em cada coluna sempre existem dois pontos em que chegam duas linhas com o mesmo par de entradas. Como exemplo podemos citar $h_1(000)$ e $h_1(100)$ ou $h_2(100)$ e $h_2(110)$ ou $h_3(010)$ e $h_3(011)$. Computacionalmente temos uma economia de espaço de armazenamento, pois estes pares de pontos que chamaremos de pontos duais, não são computados em função de outros pontos. Assim podemos armazenar o resultado da operação dos dois pontos duais nos lugares de entrada. Então por exemplo $h_1(000)$ e $h_1(100)$, após serem calculados, podem ser guardados nos lugares de $h(000)$ e $h(100)$. Portanto, necessitamos efetivamente de apenas um vetor de armazenamento, já que, uma vez realizados os cálculos aos pares podemos guardá-los nos lugares de origem das entradas.

Necessitamos, então, saber o espaçamento entre estes pares. Na coluna $l = 1$, estes pares estão separados por uma distância $\Delta k = 4 = 8/2^1$, na coluna $l = 2$ temos $\Delta k = 2 = 8/2^2$ e na coluna $l = 3$ temos $\Delta k = 1 = 8/2^3$. Genericamente, temos que a

separação Δk entre pontos duais em função de N e l é dado por

$$\Delta k = N/2^l \quad (2.76)$$

Assim, considerando o ponto $h_l(k)$ o seu ponto que forma o par de pontos duais será o ponto $h_l(k+N/2^l)$. Genericamente, temos para um par de pontos duais

$$h_l(k) = h_{l-1}(k) + W^m h_{l-1}(k+\Delta k) \quad (2.77)$$

$$h_l(k+\Delta k) = h_{l-1}(k) + W^n h_{l-1}(k+\Delta k)$$

onde m é o expoente de W para a linha k e n é o expoente de W para a linha $k + \Delta k$. Notamos que em todos os pares de pontos duais temos

$$W^n = W^{m+4} \quad (2.78)$$

ou seja

$$W^n = W^{m+N/2}$$

como $W = e^{-i2\pi/N}$, temos que

$$\begin{aligned} W^n = W^{n+N/2} &= \left[e^{-i2\pi/N} \right]^{m+N/2} = \left[e^{-i2\pi/N} \right]^m \left[e^{-i2\pi/N} \right]^{N/2} = \\ &= W^m \left[e^{-i\pi} \right] = W^m (\cos \pi - i \sin \pi) = -W^m \end{aligned} \quad (2.79)$$

portanto, resulta para as equações (2.77)

$$h_l(k) = h_{l-1}(k) + W^m h_{l-1}(k+\Delta k) \quad (2.80)$$

$$h_l(k+\Delta k) = h_{l-1}(k) - W^m h_{l-1}(k+\Delta k) \quad (2.81)$$

onde $\Delta k = N/2^l$.

Assim, no cálculo dos pares de pontos duais necessitamos de apenas uma multiplicação complexa.

Como vimos acima, a separação entre pares de pontos duais é $\Delta k = N/2^l$. Computacionalmente, necessitamos variar k de uma quantidade Δk , ou seja, k assumirá os valores k até $k + (N/2^l - 1)$, sendo que a quantidade Δk posterior não será necessária no cálculo computacional. Isto pode ser visto claramente nas equações (2.80) e (2.81) e na figura 2.3. Para $l = 1$, k assumirá os valores $k = 0, 1, 2$ e 3 , sendo que $k = 4, 5, 6$ e 7 deverão ser pulados. Para $l = 2$, temos dois conjuntos a serem calculados; primeiro k assume os valores $k = 0$ e 1 , pulamos $k = 2$ e 3 , calculamos novamente para $k = 4$ e 5 e pulamos $k = 6$ e 7 . Finalmente, para $l = 3$ temos quatro conjuntos a serem calculados, ou seja, calculamos para $k = 1$, pulamos $k = 2$, calculamos $k = 3$, pulamos $k = 4$ e assim até pularmos $k = 7$. Portanto, para uma linha genérica l devemos efetuar os cálculos para $k = 0, 1, \dots, (N/2^l - 1)$, pular $k = N/2^l, N/2^l + 1, \dots, N/2^l + (N/2^l - 1)$, novamente calcular para os próximos Δk , realizando este processo até encontrar $k > N-1$.

Resta-nos agora determinar W^m nas equações (2.80) e (2.81). Porém antes vamos derivar nossa equação para $N = 2^\gamma$, onde γ é inteiro.

Vamos então representar n e k em binários de γ bits, ou seja

$$n_B = n_{\gamma-1} n_{\gamma-2} \dots n_0 \quad (2.82)$$

$$k_B = k_{\gamma-1} k_{\gamma-2} \dots k_0 \quad (2.83)$$

Na base decimal n e k pode ser expresso em função dos valores na base binária como

$$n = 2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \quad (2.84)$$

$$k = 2^{\gamma-1}k_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}k_{\gamma-2} + \dots + k_0 \quad (2.85)$$

A equação (2.67) será

$$H(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) = \sum_{k_0=0}^1 \sum_{k_1=0}^1 \dots \sum_{k_{\gamma-1}=0}^1 h(k_{\gamma-1}, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) W^p \quad (2.86)$$

onde p é igual a

$$p = \left[2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \right] \left[2^{\gamma-1}k_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}k_{\gamma-2} + \dots + k_0 \right] \quad (2.87)$$

Fatorando W^p

$$\begin{aligned} W^p &= W \left[2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \right] 2^{\gamma-1}k_{\gamma-1} \\ &\quad \xleftarrow{\quad T_1 \quad} \\ &= W \left[2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \right] 2^{\gamma-2}k_{\gamma-2} \dots \\ &\quad \xleftarrow{\quad T_2 \quad} \\ &\quad \dots W \left[2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \right] k_0 \\ &\quad \xleftarrow{\quad T_n \quad} \end{aligned} \quad (2.88)$$

Cada termo do lado direito pode ser escrito como

$$\begin{aligned} (T_1) &= W \left[2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \right] 2^{\gamma-1}k_{\gamma-1} = \\ &= W^{2^\gamma} \left[2^{\gamma-2}n_{\gamma-1}k_{\gamma-1} \right] W^{2^\gamma} \left[2^{\gamma-3}n_{\gamma-2}k_{\gamma-1} \right] \dots W^{2^{\gamma-1}} n_0 k_{\gamma-1} \end{aligned}$$

$$(T_2) = W \left[2^{y-1} n_{y-1} + 2^{y-2} n_{y-2} + \dots + n_0 \right] 2^{y-2} k_{y-2} =$$

$$= W^{2^y} \left[2^{y-3} n_{y-1} k_{y-2} \right] W^{2^y} \left[2^{y-4} n_{y-2} k_{y-2} \right] \dots W^{2^{y-1}} n_1 k_{y-2} W^{2^{y-2}} n_0 k_{y-2}$$

$$(T_3) = W \left[2^{y-2} n_{y-1} + 2^{y-2} n_{y-2} + \dots + n_0 \right] 2^{y-3} k_{y-3} =$$

$$= W^{2^y} \left[2^{y-4} n_{y-1} k_{y-3} \right] W^{2^y} \left[2^{y-5} n_{y-2} k_{y-3} \right] \dots$$

$$\dots W^{2^{y-1}} n_2 k_{y-3} W^{2^{y-2}} n_1 k_{y-3} W^{2^{y-3}} n_0 k_{y-3}$$

$$\vdots$$

$$(T_n) = W \left[2^{y-1} n_{y-1} + 2^{y-2} n_{y-2} + \dots + n_0 \right] k_0$$

Já vimos antes que $W^{2^y} = W^N = 1$, então resulta para os termos acima

$$(T_1) = W^{2^{y-1}} n_0 k_{y-1}$$

$$(T_2) = W^{(2n_1 + n_0)} 2^{y-2} k_{y-2}$$

(2.89)

$$(T_3) = W^{(4n_2 + 2n_1 + n_0)} 2^{y-3} k_{y-3}$$

$$\vdots$$

$$(T_n) = W \left[2^{y-1} n_{y-1} + 2^{y-2} n_{y-2} + \dots + n_0 \right] k_0$$

Portanto a equação (2.86) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 H(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) &= \sum_{k_0=0}^1 \left[\sum_{k_1=0}^1 \left[\sum_{k_2=0}^1 \dots \right. \right. \\
 &\left. \sum_{k_{\gamma-1}=0}^1 h(k_{\gamma-1}, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) W^{2^{\gamma-1} n_0 k_{\gamma-1}} \right] W^{(2n_1 + n_0) 2^{\gamma-2} k_{\gamma-2}} \\
 &\left. W^{(4n_2 + 2n_1 + n_0) 2^{\gamma-3} k_{\gamma-3}} \dots \right] W^{(2^{\gamma-1} n_{\gamma-1} + \dots + n_0) k_0} \quad (2.90)
 \end{aligned}$$

Escrevendo cada somatória separadamente como foi realizado para a equação (2.71) obtemos

$$\begin{aligned}
 h_1(n_0, k_{\gamma-2}, k_{\gamma-3}, \dots, k_0) &= \\
 &= \sum_{k_{\gamma-1}=0}^1 h(k_{\gamma-1}, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) W^{2^{\gamma-1} n_0 k_{\gamma-1}} \\
 h_2(n_0, n_1, k_{\gamma-3}, \dots, k_0) &= \\
 &= \sum_{k_{\gamma-2}=0}^1 h(n_0, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) W^{(2n_1 + n_0) 2^{\gamma-2} k_{\gamma-2}} \\
 h_\gamma(n_0, n_1, n_2, \dots, n_{\gamma-1}) &= \\
 &= \sum_{k_{\gamma-1}=0}^1 h(k_{\gamma-1}, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) W^{(2^{\gamma-1} k_{\gamma-1} + \dots + n_0) k_0} \\
 H(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) &= h_\gamma(n_0, n_1, n_2, \dots, n_{\gamma-1}) \quad (2.91)
 \end{aligned}$$

sendo que este conjunto de equações (2.91) é a generalização das

equações (2.72), (2.73), (2.74) e (2.75) para o caso $N = 2^3$. Neste caso vamos ter γ colunas computacionais no diagrama da TRF com N pontos cada, sendo válidas as equações (2.80) e (2.81) para os pares de pontos duais, bem como toda a discussão a respeito destes.

Vamos, para o caso genérico $N = 2^l$, determinar os valores de W^m das equações (2.80) e (2.81). Relembrando estas equações

$$h_l(k) = h_{l-1}(k) + W^m h_{l-1}(k+\Delta k) \quad (2.92)$$

$$h_l(k+\Delta k) = h_{l-1}(k) - W^m h_{l-1}(k+\Delta k) \quad (2.93)$$

$$\Delta k = N/2^l \quad (2.94)$$

Das equações (2.91) temos para uma linha k qualquer

$$\begin{aligned} h_l(n_0, n_1, n_2, \dots, n_{l-1}, \dots, n_{\gamma-1}) &= \\ &= \sum_{k_{\gamma-1}=0}^1 h_{l-1}(n_0, n_1, \dots, n_{l-2}, \dots, k_0) \\ & W^{(2^{l-1}k_{l-1} + 2^{l-2}n_{l-2} + \dots + n_0)2^{\gamma-1}k_{\gamma-1}} \end{aligned} \quad (2.95)$$

Escrevendo k em binário de γ bits temos

$$\begin{aligned} k_b &= (n_0, n_1, \dots, n_{l-1}, k_{\gamma-(l-1)}, k_{\gamma-(l-1)-1}, \dots, k_1, k_0) = \\ &= (n_0, n_1, \dots, n_{l-1}, k_{\gamma-1+1}, k_{\gamma-1}, k_{\gamma-1-1}, \dots, k_1, k_0) \end{aligned} \quad (2.96)$$

Da equação (2.95), resulta que m , sendo a potência de W ,

será igual

$$m = \left[2^{l-1}n_{l-1} + 2^{l-2}n_{l-2} + \dots + 2^1n_1 + n_0 \right] 2^{y-1}n_{y-1}$$

Como estamos só interessados em W^m para $k_{y-1} = 1$ então

$$m = \left[2^{l-1}n_{l-1} + 2^{l-2}n_{l-2} + \dots + 2^1n_1 + n_0 \right] 2^{y-1}n_{y-1} =$$

$$m = 2^{y-1}n_{l-1} + 2^{y-2}n_{l-2} + \dots + 2^{y-l+1}n_1 + 2^{y-1}n_0 \quad (2.97)$$

Deslocando de $(y-1)$ bits para a direita, o número k_B e completando com $(y-1)$ zeros a esquerda temos

$$k_B = (\emptyset, \dots, \emptyset, n_0, n_1, \dots, n_{l-1}) \quad (2.98)$$

fazendo uma inversão binária

$$k_b = (n_{l-1}, \dots, n_1, n_0, \emptyset, \dots, \emptyset) \quad (2.99)$$

que na forma decimal será

$$\begin{aligned} k &= 2^{y-1}n_{l-1} + \dots + 2^{y-l+1}n_1 + 2^{y-1}n_0 + 2^{y-1-1}\emptyset + \dots + \emptyset = \\ &= 2^{y-1}n_{l-1} + \dots + 2^{y-l+1}n_1 + 2^{y-1}n_0 \end{aligned} \quad (2.100)$$

Este resultado (2.100) é idêntico ao valor de m expresso em (2.97).

Resumindo, o valor de m é calculado escrevendo o k correspondente em binário, deslocando este de $(y-1)$ bits para a direita e completando com $(y-1)$ zeros à esquerda. Faz-se uma

inversão binária. Este resultado na base decimal é o valor de m .

Resta nos agora calcular o resultado final, que envolve uma inversão binária como visto nas equações (2.75) e (2.91). Vamos fazer um diagrama representando o que ocorre no caso da equação (2.75). A figura 2.4 representa este esquema.

Devemos lembrar que temos apenas um vetor de trabalho. Portanto observando a figura 2.4 fica claro que para $k = 0, 1, 2$ e 3 não existe problema, uma vez que cada um dos valores $h_3(k = 0, 1, 2 \text{ e } 3)$ é colocado em $h_3(k = 0, 4, 2 \text{ e } 6)$. Quando chegamos em $k = 4$, ou seja, $h_3(100)$, este lugar já foi ocupado anteriormente.

Resumindo a figura 2.4 de modo que tenhamos na mesma linha k e seu j correspondente, temos o resultado da figura 2.5.

Uma análise da figura 2.5 nos mostra que quando temos $k = j$ em uma mesma linha, temos que k binário é igual a j binário, assim, esta posição não precisa ser intercambiada. Se para cada posição $k > j$ guardarmos $h_3(j)$ em uma variável auxiliar AUX, colocarmos $h_3(j)$ em $h_3(k)$ e posteriormente fizermos $h_3(j) = \text{AUX}$, as posições k e $k = j$ de $h_3(k)$ estarão com seus valores agora intercambiados. Portanto, basta verificarmos: se $k \leq j$, então não realizamos operação alguma, caso contrário trocamos os valores entre $h_3(k)$ e $h_3(j)$. Desta forma terminamos o algoritmo da TRF.

Podemos agora comparar a redução de operações da TDF e a TRF. Para a TDF já vimos que

- 1 - N^2 multiplicações complexas
- 2 - $N(N-1)$ somas de termos complexos

No caso da TRF, o problema computacional se reduz basicamente às equações (2.92) e (2.93). Temos em cada uma das v linhas N equações, ou seja, Nv equações com uma multiplicação complexa a cada duas equações e uma soma ou subtração a cada

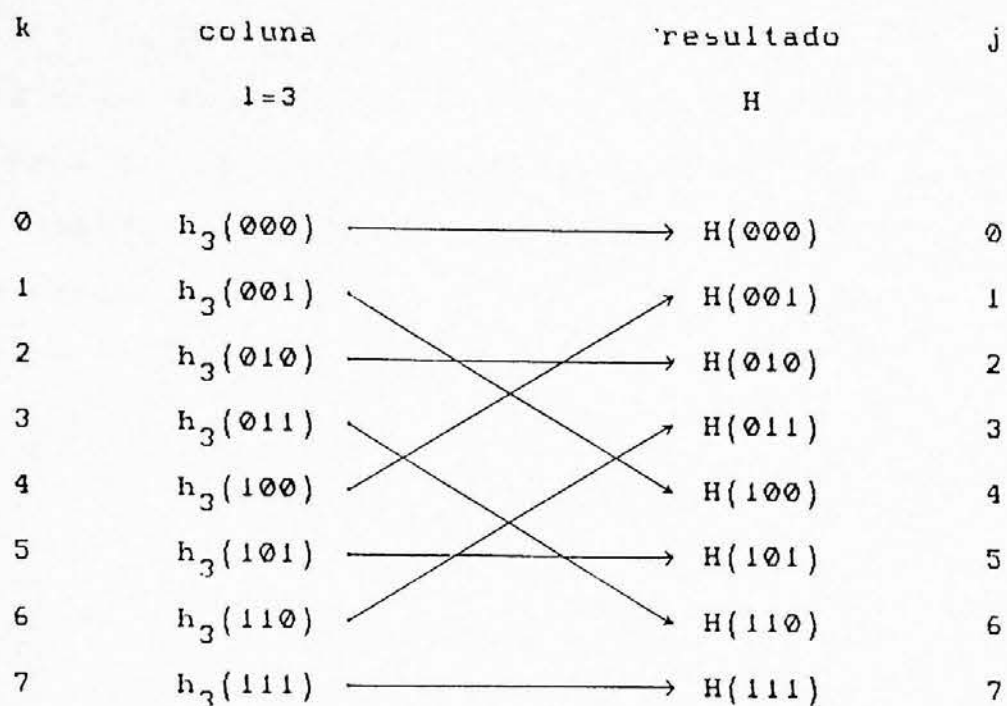


Figura 2.4 - Inversão binária para cálculo do resultado final.

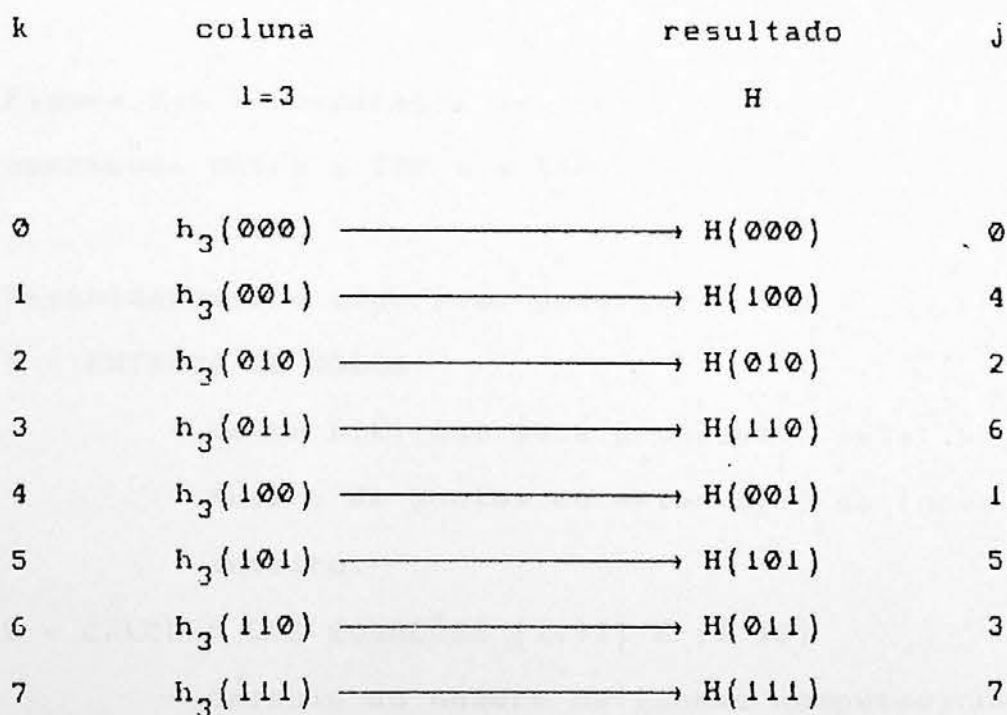


Figura 2.5 - Diagrama com o resultado final onde para cada k temos o seu correspondente j.

equação. Como $N = 2^y$ então $y = \log_2 N$ e, portanto, temos

- 1 - $(N/2)\log_2 N$ multiplicações complexas
- 2 - $N\log_2 N$ somas ou diferenças

Para $N = 1024$ temos uma redução de mais que 200 para 1 no tempo de computação. Graficamente, a diferença discutida pode ser vista na figura 2.6.

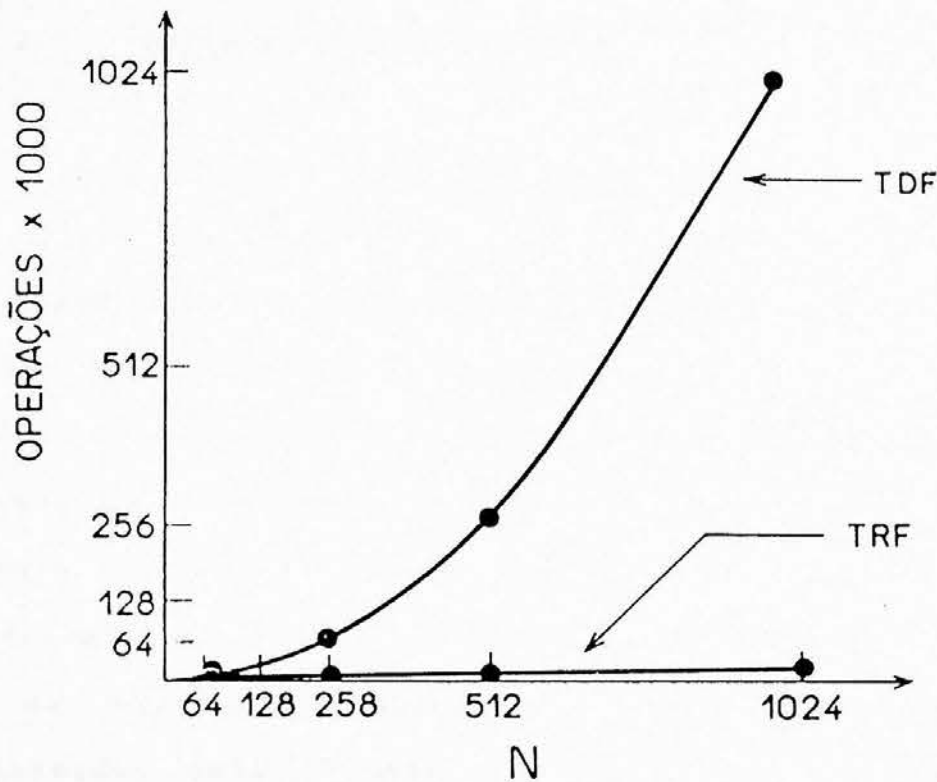


Figura 2.6 - Comparação gráfica entre o número de operações entre a TDF e a TRF.

Resumidamente o algoritmo pode ser exemplificado como

1 - ENTRADA DE DADOS

- Vetor $h(k)$ que será processado pela TRF
- Número de pontos do vetor $h(k)$ da forma $N = 2^y$; inteiro.

2 - CÁLCULO DAS EQUAÇÕES (2.92) E (2.93)

- Cálculo do número de linhas computacionais:
#1 = y
- Cálculo de m

- Cálculo de W^m
- Computação das equações (2.92) e (2.93)

3 - CÁLCULO DE $H(K)$

- Inversão binária do resultado obtido acima
- Aplicar a janela de Hanning

2.3 - ANÁLISE DE ESPECTROS

2.3.1 - DESCRIÇÃO DO MÉTODO

A ANÁLISE ESPECTRAL, como poderosa ferramenta de trabalho dos físicos experimentais, sofreu um avanço considerável com o surgimento da TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (TRF). Isto porque antes usava-se o método clássico de Blackman-Tukey (BLA-59), onde dois sinais são correlacionados no tempo e ao resultado aplica-se a transformada de Fourier. Usando-se TRF podemos nos valer do teorema da correlação (equação (2.9)), ou seja, os sinais são antes passados pela transformada de Fourier e estando-se no domínio de frequência, o resultado final é uma simples multiplicação de um sinal pelo complexo conjugado do outro. Com isso temos uma economia computacional considerável, dada a eficiência da TRF.

Vamos considerar dois sinais no tempo $g_1(t_n)$ e $g_2(t_n)$, que de alguma maneira já estão discretizados. Aplicando-se a TRF a estes sinais obtemos as respectivas transformadas de Fourier $G_1(f_k)$ e $G_2(f_k)$. Como discutido na seção anterior, devemos usar a janela de Hanning com o objetivo de evitar os efeitos devido ao fato de nossos sinais serem finitos. Portanto, usando a equação (2.61), resulta

$$H G_1(f_k) = \frac{1}{2} G_1(f_k) - \frac{1}{4} G_1(f_{k+1}) - \frac{1}{4} G_1(f_{k-1}) \quad (2.101)$$

e

$$H^G_2(f_k) = \frac{1}{2}G_2(f_k) - \frac{1}{4}G_2(f_{k+1}) - \frac{1}{4}G_2(f_{k-1}) \quad (2.102)$$

onde $H^G_1(f_k)$ e $H^G_2(f_k)$ são as transformadas de Fourier de $g_1(t_n)$ e $g_2(t_n)$ com a correção da janela de Hanning.

A correlação dos sinais $g_1(t_n)$ e $g_2(t_n)$ representa no domínio da frequência o ESPECTRO CRUZADO DE POTÊNCIA (Cross-Power Spectrum) $P_{12}(f_k)$ dado por

$$P_{12}(f_k) = H^{G_1*}(f_k) H^G_2(f_k) \quad (2.103)$$

onde o asterisco (*) denota complexo conjugado. Em geral, as grandezas $H^{G_1}(f_k)$, $H^G_1(f_k)$, $H^G_2(f_k)$ e $P_{12}(f_k)$ são complexas, portanto, podemos expressá-las em termos de uma parte real e uma parte imaginária ou como função de seu módulo e fase da seguinte maneira

$$H^{G_1}(f_k) = R_{G_1}(f_k) + iI_{G_1}(f_k) = \quad (2.104)$$

$$= |H^{G_1}(f_k)| e^{-i\theta_1(f_k)} \quad (2.105)$$

$$H^G_2(f_k) = R_{G_2}(f_k) + iI_{G_2}(f_k) = \quad (2.106)$$

$$= |H^G_2(f_k)| e^{-i\theta_2(f_k)} \quad (2.107)$$

$$P_{12}(f_k) = C_{12}(f_k) + iQ_{12}(f_k) = \quad (2.108)$$

$$= |P_{12}(f_k)| e^{-i\theta_{12}(f_k)} \quad (2.109)$$

Usando as equações (2.104), (2.106) e (2.103) obtemos para

$$P_{12}(f_k)$$

$$\begin{aligned}
 P_{12}(f_k) &= \left[RG_1(f_k) - iIG_1(f_k) \right] \left[RG_2(f_k) + iIG_2(f_k) \right] = \\
 &= RG_1(f_k)RG_2(f_k) + IG_1(f_k)IG_2(f_k) + \\
 &+ i \left[RG_1(f_k)IG_2(f_k) - IG_1(f_k)R_2(f_k) \right] \quad (2.110)
 \end{aligned}$$

ou usando as equações (2.105), (2.107) e (2.103)

$$\begin{aligned}
 P_{12}(f_k) &= |H_{G_1}(f_k)| e^{-i\theta_1(f_k)} |H_{G_2}(f_k)| e^{i\theta_2(f_k)} = \\
 &= |H_{G_1}(f_k)| |H_{G_2}(f_k)| e^{i[\theta_2(f_k) - \theta_1(f_k)]} \quad (2.111)
 \end{aligned}$$

Portanto, das equações (2.108), (2.109), (2.110) e (2.111) temos

$$C_{12}(f_k) = RG_1(f_k)RG_2(f_k) + IG_1(f_k)IG_2(f_k) \quad (2.112)$$

$$Q_{12}(f_k) = RG_1(f_k)IG_2(f_k) - IG_1(f_k)R_2(f_k) \quad (2.113)$$

$$|P_{12}(f_k)| = |H_{G_1}(f_k)| |H_{G_2}(f_k)| \quad (2.114)$$

$$\theta_{12}(f_k) = \tan^{-1} \left[\frac{Q_{12}(f_k)}{C_{12}(f_k)} \right] \quad (2.115)$$

$$\theta_{12}(f_k) = \theta_2(f_k) - \theta_1(f_k) \quad (2.116)$$

onde $C_{12}(f_k)$ é chamado de ESPECTRO CO (co-spectrum), $Q_{12}(f_k)$ de ESPECTRO QUAD (quad-spectrum), $|P_{12}(f_k)|$ é a AMPLITUDE DO ESPECTRO CRUZADO DE POTÊNCIA e $\theta_{12}(f_k)$ é o ESPECTRO DE FASE. Notamos que o espectro de fase é a diferença de fase de $H_{G_2}(f_k)$ e $H_{G_1}(f_k)$; ou seja, a informação da fase dos sinais é mantida.

Pósteriormente, veremos que esta propriedade nos será útil na medida do número de onda de cada um dos vários modos ou ondas presentes no plasma.

A auto correlação de um sinal no domínio do tempo corresponde a um ESPECTRO DE POTÊNCIA (Auto-Power Spectrum) no domínio da frequência, assim o espectro de potência de $g_1(t_n)$ e $g_2(t_n)$ será

$$\begin{aligned} P_{11}(f_k) &= H_{G_1}^*(f_k) H_{G_1}(f_k) = |H_{G_1}(f_k)|^2 = \\ &= \left[RG_1^2(f_k) + IG_1^2(f_k) \right]^2 \end{aligned} \quad (2.117)$$

$$\begin{aligned} P_{22}(f_k) &= H_{G_2}^*(f_k) H_{G_2}(f_k) = |H_{G_2}(f_k)|^2 = \\ &= \left[RG_2^2(f_k) + IG_2^2(f_k) \right]^2 \end{aligned} \quad (2.118)$$

onde foram usadas as equações (2.104), (2.105), (2.106) e (2.107)

Podemos definir no domínio da frequência uma nova função de grande interesse no estudo de flutuações em plasma, é o ESPECTRO DE COERENCIA $\gamma_{12}(f)$ (coherence spectrum), definindo como

$$\gamma_{12}(f_k) = \frac{|P_{12}(f_k)|}{\left[P_{11}(f_k) P_{22}(f_k) \right]^{1/2}} \quad (2.119)$$

onde $|P_{12}(f_k)|$, $P_{11}(f_k)$, $P_{22}(f_k)$ são as grandezas definidas anteriormente e dadas pelas equações (2.114), (2.117) e (2.118) respectivamente.

O espectro de coerência está limitado no intervalo $0 \leq \gamma_{12} \leq 1$. $\gamma_{12}(f_k)$ é a medida da correlação cruzada entre $g_1(t_n)$ e $g_2(t_n)$ em cada frequência f_k . Se estes sinais são

coerentes, o espectro de coerência será dado por $\gamma_{12}(f_k) = 1$, sendo que se eles forem estatisticamente independentes (incoerentes), $\gamma_{12}(f_k)$ será igual a zero. Para valores intermediários, $0 < \gamma_{12} < 1$, dizemos que os sinais são parcialmente coerentes.

No cálculo das expressões da análise espectral (equações (2.114), (2.115), (2.117) e (2.118)), o erro estatístico é mais ou menos grande. Isto é observado graficamente quando plotamos estas expressões e temos uma flutuação razoavelmente grande comparada a uma curva média passando por estes pontos. Este erro estatístico, manifestado através de uma flutuação em torno de uma média, diminui a medida que realizamos uma média sobre faixas adjacentes de período T_0 , onde T_0 é o comprimento de análise das funções $g_1(t_n)$ e $g_2(t_n)$. Ou seja, tendo M conjuntos adjacentes de N pontos (duração T_0) cada, calculamos P_{11} , P_{22} e P_{12} para cada conjunto j , onde $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Vamos chamar P_{11} de $P_{11}^{(j)}$, P_{22} de $P_{22}^{(j)}$ e P_{12} de $P_{12}^{(j)}$. Portanto, nossas expressões da análise espectral reduzem-se a

$$\hat{P}_{11}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M P_{11}^{(j)}(f_k) \quad (2.120)$$

$$\hat{P}_{22}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M P_{22}^{(j)}(f_k) \quad (2.121)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{12}(f_k) &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M P_{12}^{(j)}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left[C_{12}^{(j)}(f_k) + iQ_{12}^{(j)}(f_k) \right] = \\ &= \hat{C}_{12}(f_k) + i\hat{Q}_{12}(f_k) \end{aligned} \quad (2.122)$$

$$\hat{C}_{12}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{\tilde{M}} C_{12}^{(j)}(f_k) \quad (2.123)$$

$$\hat{Q}_{12}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M Q_{12}^{(j)}(f_k) \quad (2.124)$$

$$|\hat{P}_{12}(f_k)| = \left[\hat{C}_{12}(f_k) + \hat{Q}_{12}(f_k) \right]^{1/2} \quad (2.125)$$

$$\hat{\theta}_{12}(f_k) = \tan^{-1} \left[\frac{\hat{Q}_{12}(f_k)}{\hat{C}_{12}(f_k)} \right] \quad (2.126)$$

$$\hat{\gamma}_{12}(f_k) = \frac{|\hat{P}_{12}(f_k)|}{\left[\hat{P}_{11}(f_k) \hat{P}_{22}(f_k) \right]^{1/2}} \quad (2.127)$$

Uma análise detalhada dos efeitos de uma média sobre os parâmetros da análise espectral podem ser encontradas nas referências (KIM-77) e (JEN-68).

A importância em calcularmos o espectro de fase $\theta_{12}(f)$ de modos propagando-se entre diferentes localizações do plasma é que este contém informações a respeito da medida de $\vec{k} = \vec{k}(\omega)$, onde \vec{k} é o número de onda e ω é a frequência de propagação de um determinado modo. A partir desta informação a velocidade de fase de ondas coerentes existentes no plasma podem ser calculadas (BER-69)

Entre dois pontos distintos, o atraso de fase é dado por

$$\theta_{12}(f) = \Delta t \omega \quad ; \quad \omega = 2\pi f \quad (2.128)$$

onde Δt é o tempo em que a onda percorre estes dois pontos. Este

tempo Δt está relacionado com a velocidade de fase \vec{v}_f da onda por

$$\Delta t = \frac{\vec{\Delta r}}{\vec{v}_f} \quad (2.129)$$

onde $\vec{\Delta r}$ é a separação entre os dois pontos. Supondo que o número de onda \vec{k} é proporcional à frequência ω da onda através da relação

$$\vec{v}_f = \frac{\omega}{\vec{k}} \quad (2.130)$$

que é a definição de velocidade de fase, então combinando esta equação com as equações (2.128) e (2.129), resulta

$$\theta_{12}(f) = \frac{\vec{\Delta r}}{\vec{v}_f} \omega = \frac{\Delta r}{\frac{\omega}{\vec{k}}} \omega \Rightarrow$$

$$\theta_{12}(f) = \vec{\Delta r} \cdot \vec{k}(f) \quad (2.131)$$

generalizando para o caso discreto

$$\hat{\theta}_{12}(f_k) = \vec{\Delta r} \cdot \vec{k}(f_k) \quad (2.132)$$

Portanto, o espectro de fase é o gráfico de $\vec{k} = \vec{k}(f)$ a menos de uma constante.

Como estamos monitorando a flutuação em dois pontos separados pela distância $\vec{\Delta r}$, nós só podemos determinar $\vec{k}(f)$ paralelo a $\vec{\Delta r}$. Para determinarmos as outras componentes, basta medir a flutuação nas outras direções.

2.3.2 - PROGRAMA ESPECTRO

O programa ESPECTRO foi originalmente escrito em FORTRAN IV e implementado no computador PDP 11/45 que serve ao LABORATÓRIO DO ACELERADOR LINEAR. Inicialmente utilizou-se este computador devido às facilidades de possuir um terminal de vídeo em nosso laboratório conectado a este e porque estava em desenvolvimento uma interface de comunicação de dados, que possibilitaria transferência de sinais ao computador e análise destes sinais. Posteriormente, surgiu a possibilidade de aquisição de dados em nosso laboratório via microcomputador, como será descrito futuramente; então optou-se por implantar o programa ESPECTRO em um computador VAX 780, muito mais rápido, em FORTRAN 77, sendo que foram necessárias pequenas mudanças no programa original. O computador VAX 780 está instalado no LABORATÓRIO PELLETRON.

O programa tem três blocos principais de cálculo que fazem basicamente o seguinte

- 1 - Cálculo da TRF de um vetor
- 2 - Cálculo de \hat{P}_{11} , \hat{P}_{22} , \hat{P}_{12} , $\hat{\theta}_{12}$, $\hat{\gamma}_{12}$
- 3 - Rotina gráfica

Globalmente, foi estruturado de uma forma a apresentar uma dinâmica de uso. O ESPECTRO é um programa interativo que funciona na base de comandos dados pelo usuário no terminal. Para calcular alguns dos parâmetros da análise espectral, é necessário inicialmente, ler dados, determinar uma região de análise com M janelas de N pontos cada. Feito isto, pode-se obter qualquer um dos resultados da análise espectral, visualizá-los graficamente, direcionar estes resultados para uma impressora, ou arquivar em disco para futura análise.

Todos os comandos são formados de duas letras. Uma vez

dado o comando, este pede os parâmetros necessários. Por exemplo, o comando TP, que representa o tipo de análise, deve ser dado da seguinte forma: espera-se Espectro responder com seu "prompt"

ESP>

digita-se o comando e envie ao computador

ESP>TP

obtem-se como resposta

AUTO POWER SPECTRUM(AP)/CROSS POWER SPECTRUM(CP) :

então, responde-se a pergunta.

Daremos a seguir uma visão de cada comando. Temos um total de oito comandos, sendo que, se digitarmos algum comando não existente, o programa responde com uma lista dos comandos existentes.

-COMANDO TP: TIPO DE ESPECTRO - Este comando deve necessariamente ser o primeiro ao iniciar a análise do sinal ou sinais. Ele responde inicialmente com a seguinte pergunta

AUTOPOWER SPECTRUM (AP)/CROSSPOWER SPECTRUM (CP) :

Optando -se por AP obtemos a seguinte resposta

ESPECTRO :

Este caso serve quando fazemos a análise de apenas um sinal, ou seja, obtermos apenas P_{11} .

Optando-se por CP obtemos a seguinte resposta

ESPECTRO 1 :

dá-se o nome do espectro e, então, aparece

ESPECTRO 2 :

dá-se o nome do segundo espectro e aparece

ÂNGULO ENTRE SINAL 1 E 2 :

onde respondemos o ângulo em graus entre o sinal 1 e 2.

-COMANDO RP: REGIÃO PARCIAL - Este é o segundo comando que necessariamente deve ser dado. Obtemos como resposta

KMIN, KMAX (2I10) :

Respondemos o valor mínimo e o valor máximo de análise. A próxima pergunta é

RAZÃO DE AMOSTRAGEM :

que é o tempo entre dois pontos consecutivos do nosso arquivo de análise.

-COMANDO ES: ESTATÍSTICA DE DADOS - Este comando responde com a seguinte pergunta

NÚMERO DE SAMPLES EM CADA RECORD (N) :

onde devemos dar o número de pontos em cada janela das M existentes. Como já definimos a região de análise, M será dado automaticamente por NT/N , onde NT é o número total de pontos.

COMANDO LG e LN - É usado para colocar a ordenada dos gráficos

em escala logarítmica ou linear respectivamente, sendo que o padrão é LN.

-COMANDO FI É usado para sair do programa.

-COMANDO VI: VIDEO DOS ARQUIVOS - Responde com a seguinte pergunta

ARQ/APS/PHS(CPS)/COS(CPS)/PMN(CPS) :

onde devemos responder com as duas primeiras letras de cada comando. Cada situação representa

ARQ: (AR) vídeo dos arquivos (ou arquivo) que contenham os dados a serem analisados. Tem a seguinte pergunta

REGIÃO PARCIAL (RP)/REGIÃO TOTAL (RT) :

que define se queremos ver a região total do arquivo ou somente a região de análise

-APS: (AP) - Vídeo dos espectros de potência $P_{11}(f_k)$ e $P_{22}(f_k)$ ou $P_{11}(f_k)$ se TP = AP

-PHS(CPS): (PH) - Vídeo do espectro de fase e do espectro cruzado de potência.

-COS(CPS): (CO) - Vídeo do espectro de coerência e do espectro cruzado de potência

-PMN(CPS): (PM) - Vídeo do número poloidal e do espectro cruzado de potência.

-COMANDO RE: RESULTADOS - Este comando permite direcionar os resultados da análise espectral ou para uma impressora ou para arquivos em disco. Neste caso, temos uma série de perguntas auto explicativas.

A dinâmica do programa está no fato de podermos em qualquer instante mudar a estatística de dados e gerar os resultados ou definir uma nova região parcial de análise e analisar assim os novos resultados.

Os cálculos dos parâmetros da análise espectral são realizados quando chamamos os comandos VI ou RE.

2.3.3 - ROTINAS DO PROGRAMA ESPECTRO

Daremos nesta seção uma idéia básica de como são efetuados os cálculos e quais expressões são utilizadas, com base no estudo desenvolvido sobre TRF e sobre a ANÁLISE ESPECTRAL. Não faremos uma descrição detalhada do programa ou subrotinas que este possui; pois incluímos uma cópia deste no APÊNDICE 1, sendo que este possui uma documentação própria.

Na figura 2.7 temos um diagrama de blocos que exemplifica as grandes partes do programa.

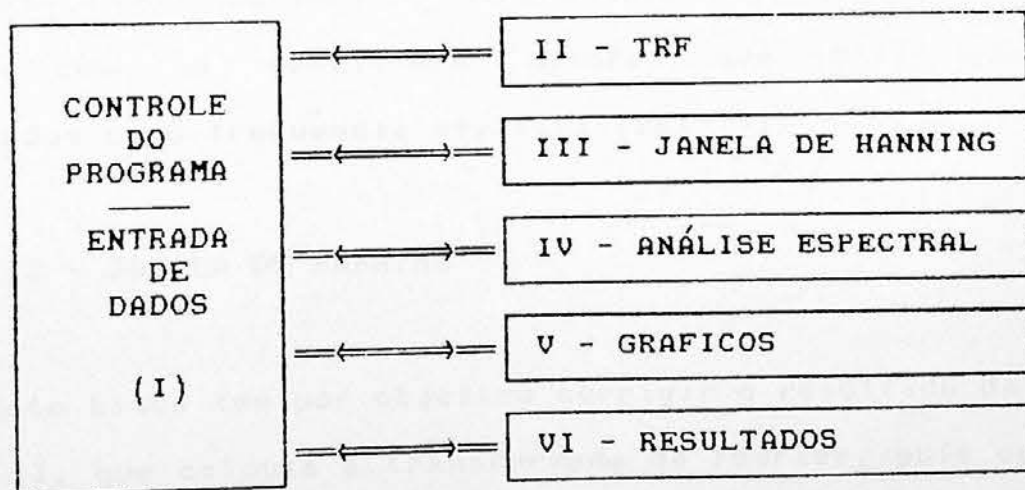


Figura 2.7 - Diagrama de blocos exemplificado do programa ESPECTRO.

(I) - CONTROLE DO PROGRAMA - ENTRADA DE DADOS

A dinâmica do programa reside em um controle de fluxo que permite, uma vez efetuada a entrada de dados e definidos alguns parâmetros iniciais, como tipo de espectro, tamanho da região de análise, janela de análise (N pontos), escolher o que se pretende realizar.

II - TRF

O cálculo da TRF é realizado computacionalmente através das equações desenvolvidas na seção 2.2.3, seguindo o esquema exemplificado no final desta seção.

O bloco TRF calcula a transformada de Fourier para um sinal de entrada real com N pontos. Como, para funções reais, temos que a parte real da transformada de Fourier é par e a parte imaginária é ímpar com relação a $N/2$, então não é necessário uma saída completa com N pontos deste bloco (ver propriedades da transformada de Fourier). Entretanto, não precisamos nos preocupar com os resultados maiores que $N/2$, que são interpretados como frequência negativa (BRI-74).

III - JANELA DE HANNING

Este bloco tem por objetivo corrigir o resultado da saída do bloco II, que calcula a transformada de Fourier, pois como já vimos, introduzimos erros devido ao truncamento de uma função infinita no tempo. A janela de Hanning é simplesmente a computação da equação (2.61).

IV - ANÁLISE ESPECTRAL

A análise espectral é a computação das equações (2.120) a (2.127).

V - GRÁFICOS

As rotinas gráficas permitem visualizar os resultados da análise espectral aos pares, como já vimos na descrição do comando VI da seção anterior. Isto foi planejado com o objetivo de comparação de resultados.

VI - RESULTADOS

Este bloco tem por finalidade direcionar os resultados para arquivos em disco ou para a impressora.

SUPORTE E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo vamos descrever o aparato experimental utilizado para o estudo de flutuações na borda do plasma do TBR-1. Os parâmetros obtidos foram perfis de temperatura, densidade e flutuações de densidade usando sondas de eletrostáticas (sondas de Langmuir).

Este diagnóstico é largamente utilizado em nosso laboratório. Devido à facilidade de construção, apesar de possuir uma teoria altamente complicada na presença de um campo magnético, simplicidade de análise dos resultados e também por propiciar medidas locais dos parâmetros do plasma, torna-se um instrumento muito poderoso.

Para o presente trabalho foram projetados e construídos dois suportes para estas sondas, bem como a construção destas.

Será também descrito o sistema de aquisição de dados, que envolve a transferência dos sinais experimentais e seu armazenamento em microcomputadores.

3.2 - SONDAS ELETROSTÁTICAS

Basicamente uma sonda eletrostática é um eletrodo metálico, usualmente tungstênio, inserido no plasma. A sonda está acoplada a uma fonte de potência capaz de variar a tensão aplicada desde valores negativos até valores positivos

relativamente ao plasma. A corrente coletada pela sonda nos dá informações sobre os parâmetros do plasma, como temperatura, densidade, potencial de plasma e potencial flutuante (DAL-82). Isto é feito através da análise da curva característica que é simplesmente a corrente coletada pela sonda (I_s) versus a tensão aplicada a esta (V_s) relativamente ao plasma.

A sonda utilizada é do tipo cilíndrica (CHE-75). As dimensões do eletrodo metálico, que em nosso caso é tungstênio, que fica em contato com o plasma, devem ser projetadas segundo as características de cada plasma. Um estudo já realizado em nossa máquina (DAL-82) sugere uma ponta de tungstênio com comprimento de 5mm e diâmetro de 0.2mm para que a condição de sonda cilíndrica seja amplamente satisfeita.

Na figura 3.1 temos um desenho esquemático da construção de uma sonda eletrostática. A ponta de tungstênio fica em uma extremidade de um tubo capilar de cerâmica com aproximadamente 10cm de comprimento. O uso de um tubo capilar se justifica, pois corpos estranhos dentro do plasma são altamente perturbativos e quanto menor as dimensões destes menor será o efeito sobre o plasma. A outra extremidade do tubo capilar está fixada em um tubo pirex de diâmetro 6mm, através de uma cola de auto vácuo chamada Torr Seal, que serve como fixação e isolamento da parte interna do vaso com a parte externa. Dentro deste tubo pirex temos o fio de tungstênio ligado a outro fio que conduz o sinal para fora da sonda. Como vemos na figura, temos todo um aparato para a blindagem sobre qualquer efeito externo (DAL-82).

Para que estas sondas sejam movimentadas radialmente dentro do plasma do TBR-1, foram construídos suportes a base de "bellows" flexíveis. O projeto deste suporte encontra-se esquematizado nas figuras 3.2 a 3.9. Na figura 3.10 temos fotografias dos detalhes do suporte desmontado e, na figura

3.11 o suporte aparece montado. Uma comparação entre o suporte desmontado e montado aparece nas fotografias da figura 3.12.

A movimentação da sonda é feita movendo-se o tubo 1 (figura 3.2) relativamente ao tubo 2 através de um motor com sistemas de engrenagens, uma vez que a sonda fica fixa através das flanges 4,5 e 6, e o tubo 1 desliza sobre a flange 3.

O uso de sondas eletrostáticas no estudo de turbulência na borda do plasma possui algumas vantagens e algumas desvantagens com relação as técnicas de espalhamento normalmente utilizadas. As sondas dão uma medida local devido a boa resolução espacial (ZWE-83), que somente é limitada pelo tamanho da sonda e como vimos estas dimensões são tipicamente da ordem de milímetros. Por outro lado, como é um diagnóstico que entra em contato com o plasma, as sondas podem ser destruídas nas regiões mais quentes, limitando-se ao estudo da borda do plasma. Assim elas não podem ser usadas para estudo de turbulência e transporte na região central de tokamaks que determina o confinamento global de energia (LIE-85).

Outra vantagem da sonda com relação a espalhamento é a sensibilidade a varios comprimentos de ondas simultaneamente, particularmente para grandes comprimentos de onda $k_{\perp} \rho_s \leq 0.3$, onde $\rho_s = \left[T_e / m_i \right]^{1/2} / \omega_{ci}$, ω_{ci} = frequência ciclotrônica dos íons, o que é difícil de se medir com espalhamento.

Uma curva característica típica de sondas eletrostáticas é mostrada na figura 3.13 (DAL-82). A determinação da temperatura é obtida da região A da curva e a densidade através da corrente de saturação de íons I_{sat}^+ . Portanto I_{sat}^+ pode ser obtido polarizando a sonda com uma tensão suficientemente negativa e a temperatura fazendo uma varredura de tensão nos limites da região A.

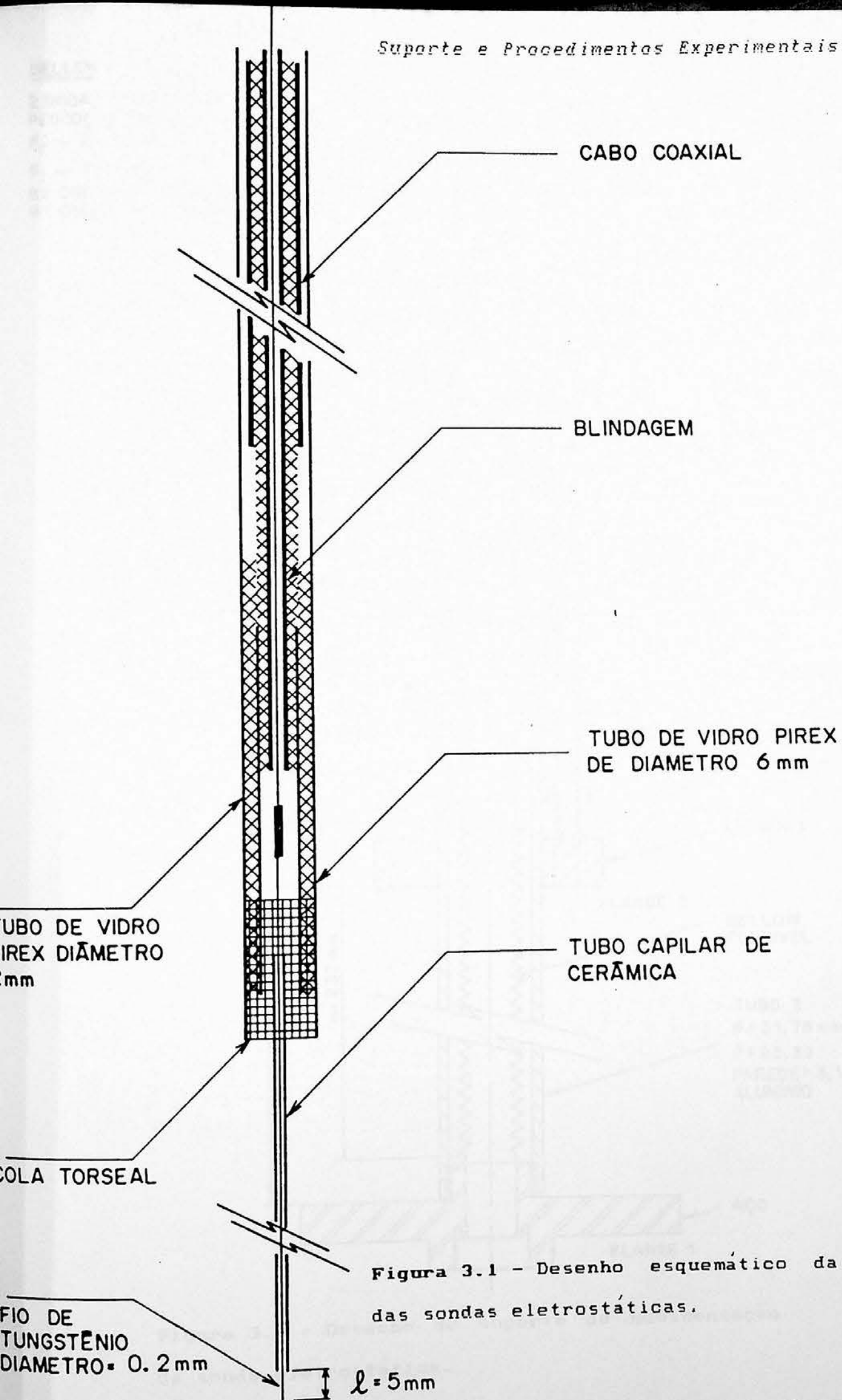


Figura 3.1 - Desenho esquemático da construção das sondas eletrostáticas.

BELLOW

2 ONDAS SOLDA = 7mm CADA

PESCOÇO = 32 mm

$\phi_E \sim 21,6$ mm

$\phi_I \sim 14,7$ mm

82 ONDAS — ~ 233 mm

81 ONDAS — ~ 230 mm

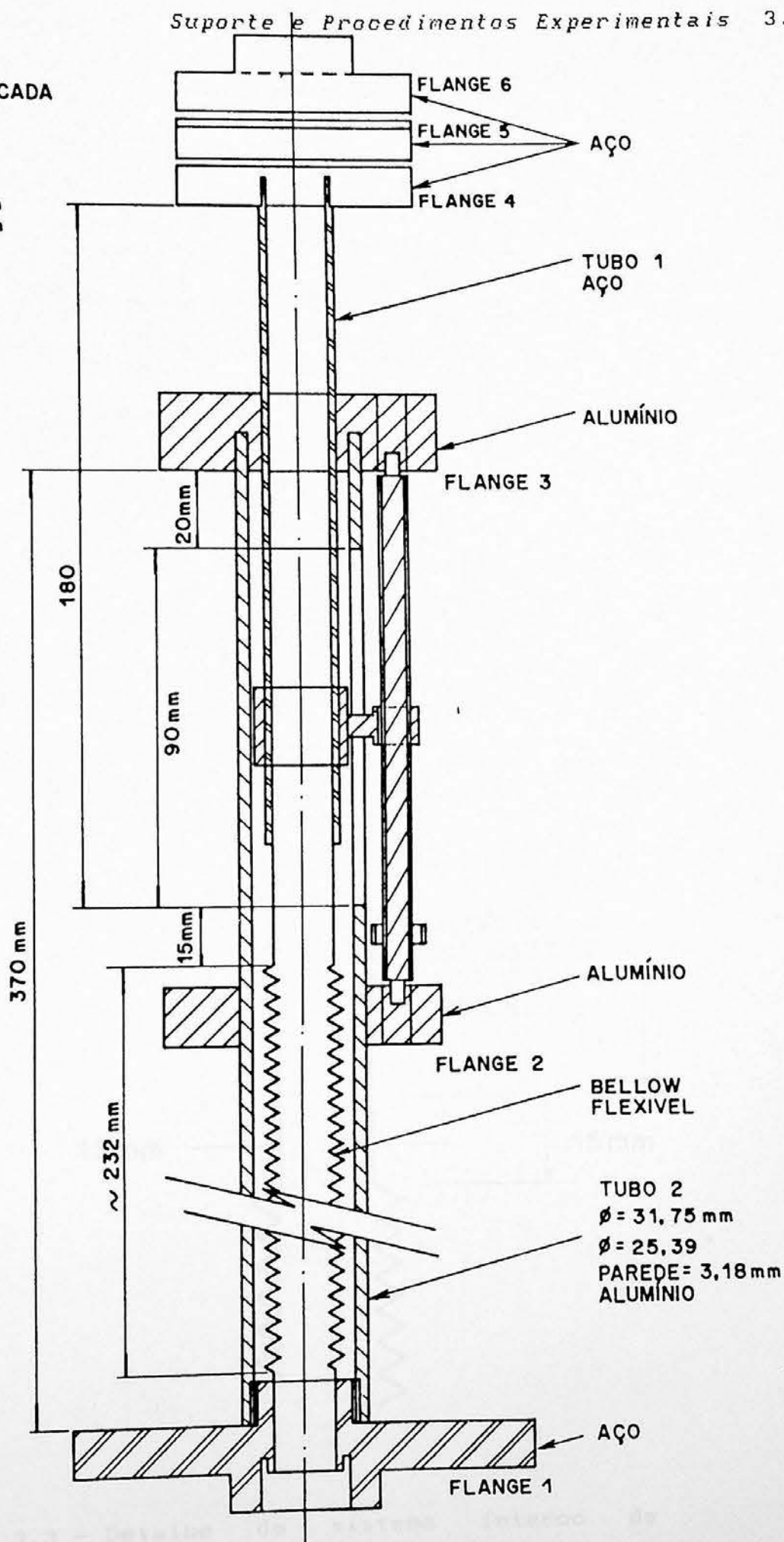


Figura 3.2 - Desenho do suporte de movimentação da sonda eletrostática.

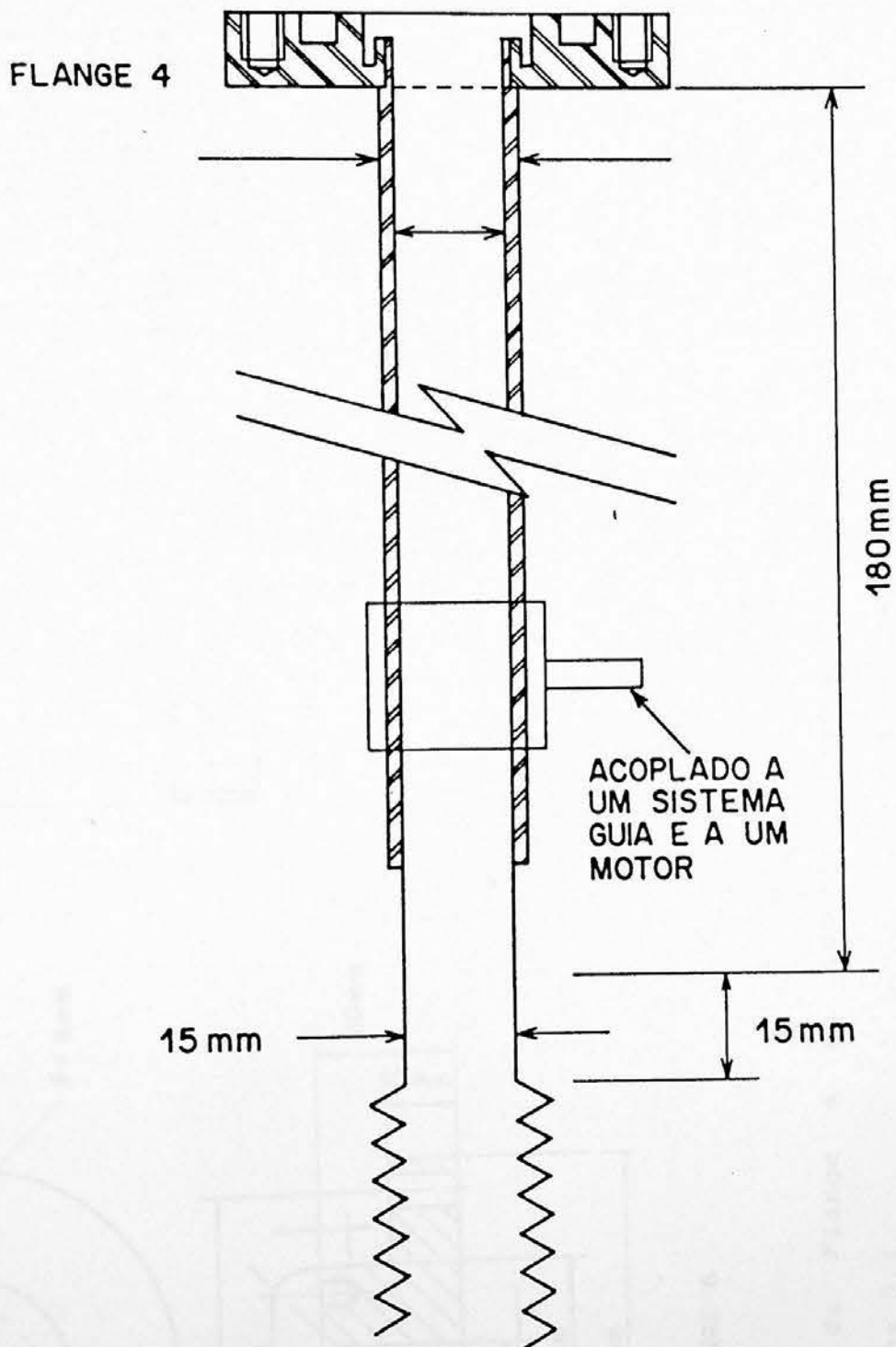


Figura 3.3 - Detalhe do sistema interno do suporte de movimentação da sonda eletrostática.

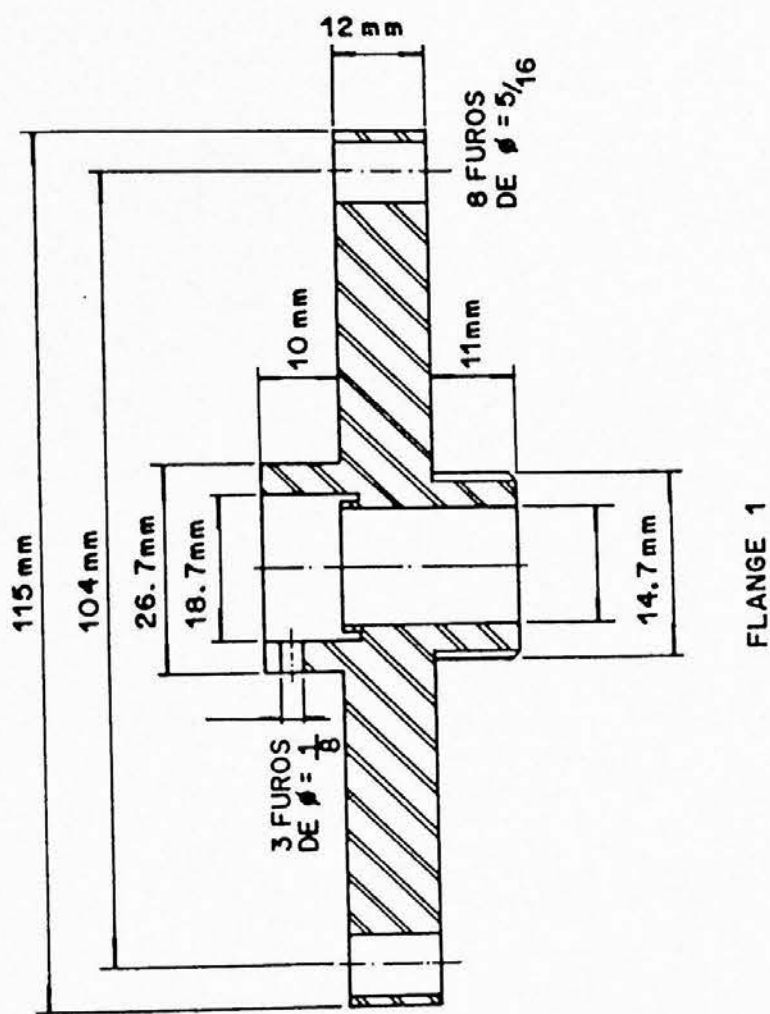


Figura 3.4 - Detalhe da Flange 1 do suporte esquematizado na figura 3.1.

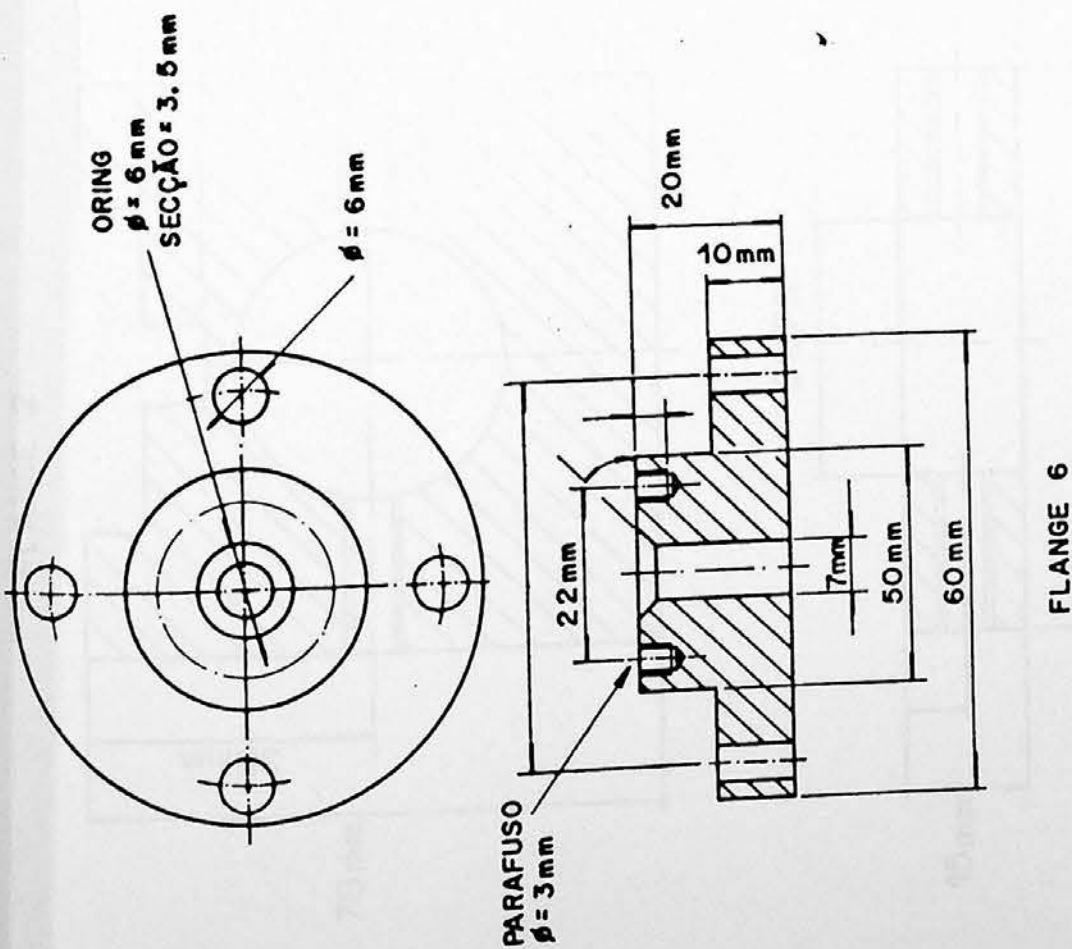
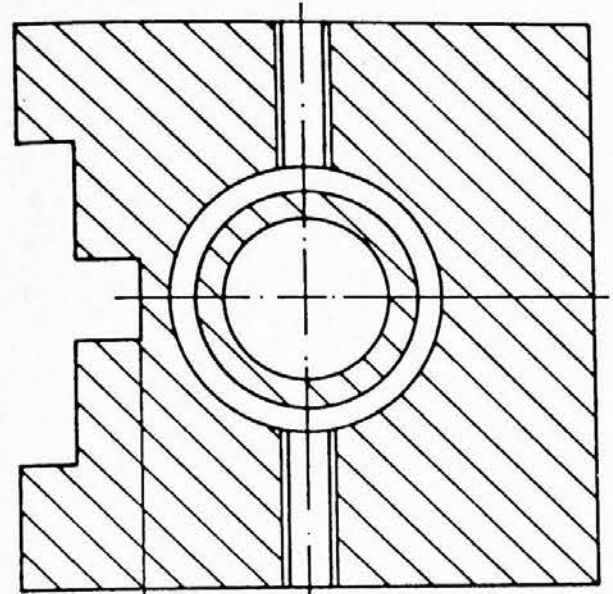
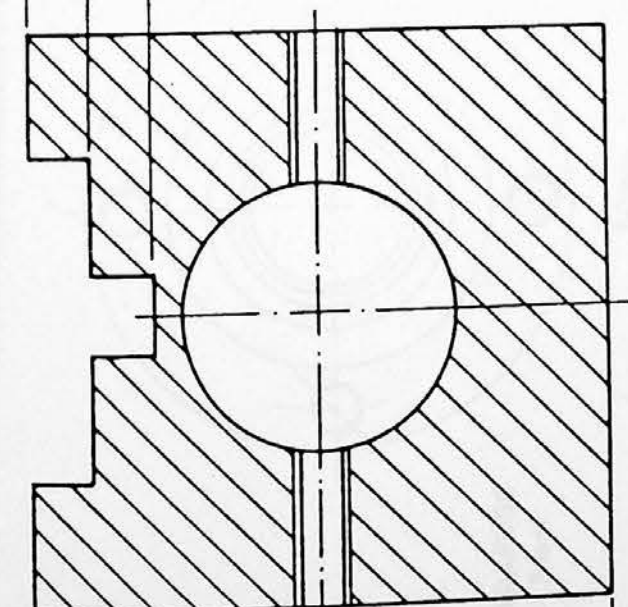


Figura 3.5 - Detalhe da Flange 6 do suporte esquematizado na figura 3.1.

FLANGE 3



PARAFUSOS DE
5mm ALEN
SEM CABEÇA



35 mm

70 mm

FLANGE 2

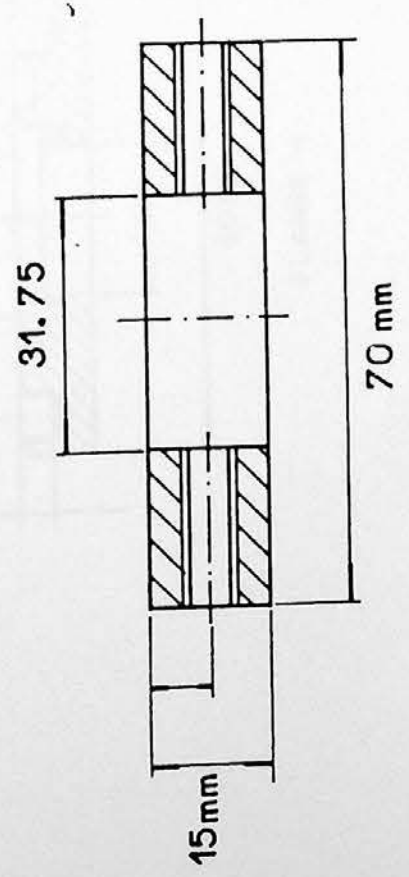
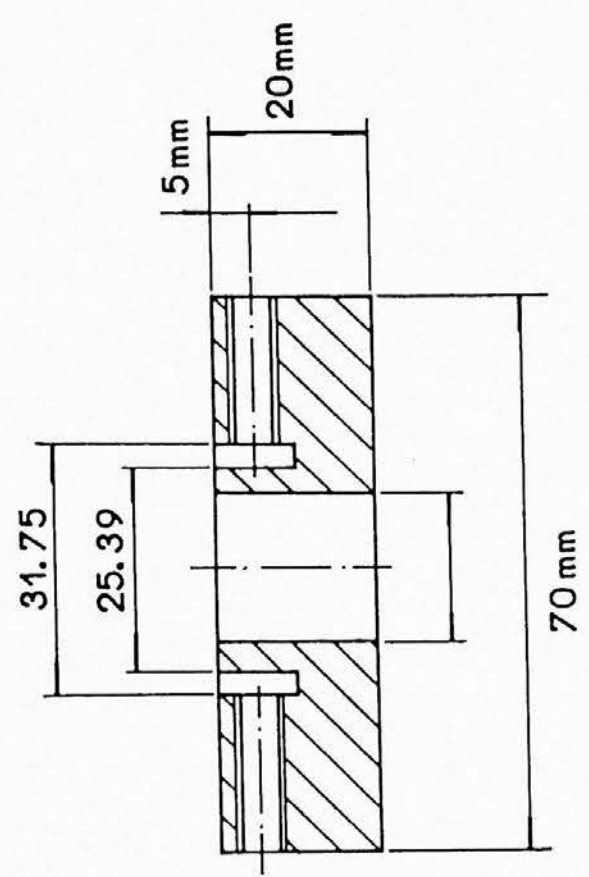


Figura 3.7 - Detalhe da Flange 3 do suporte esquematizado na figura 3.1.

Figura 3.6 - Detalhe da Flange 2 do suporte esquematizado na figura 3.1.

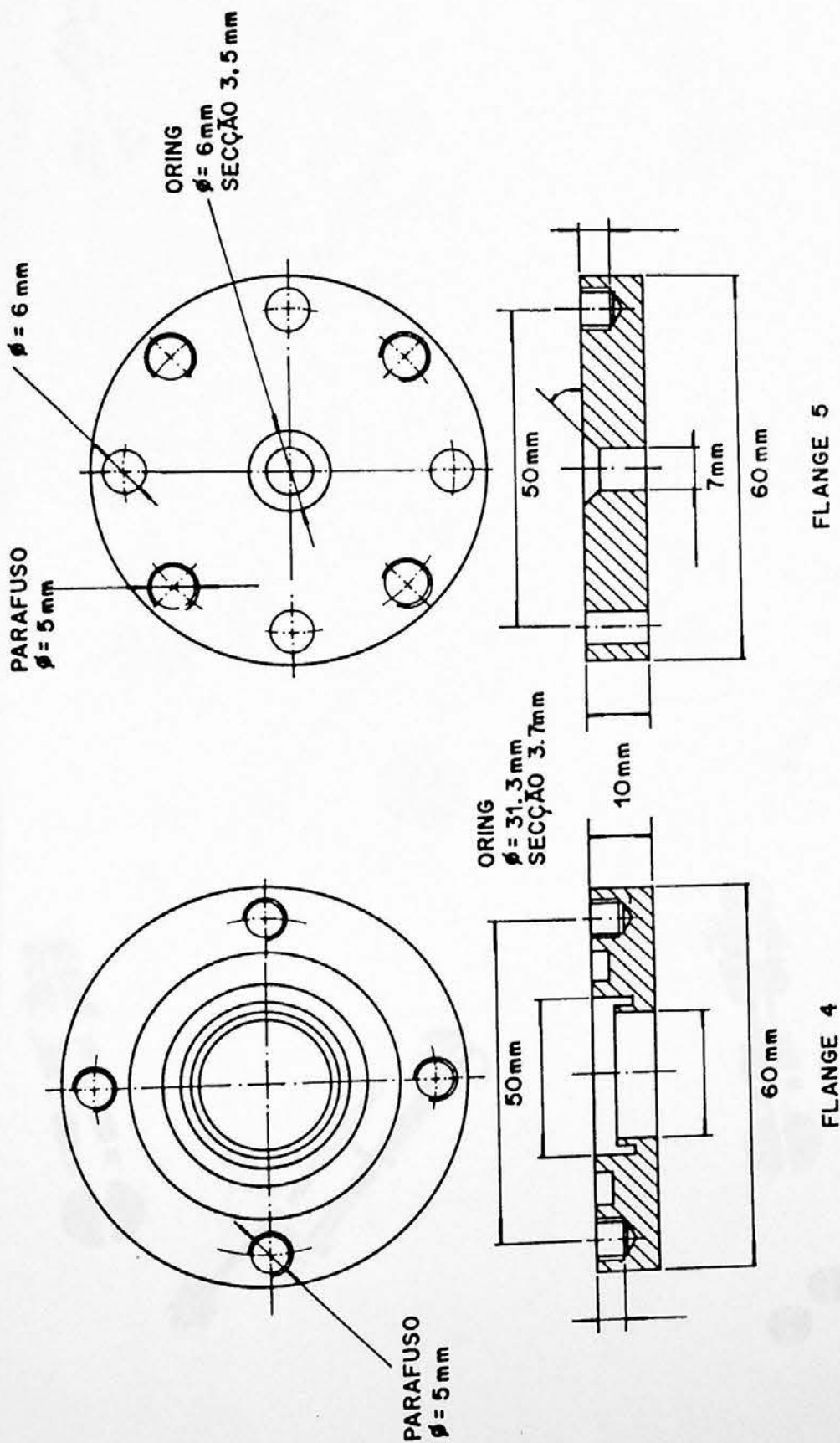


Figura 3.8 - Detalhe da Flange 4 do suporte esquematizado na figura 3.1.

Figura 3.9 - Detalhe da Flange 5 do suporte esquematizado na figura 3.1.

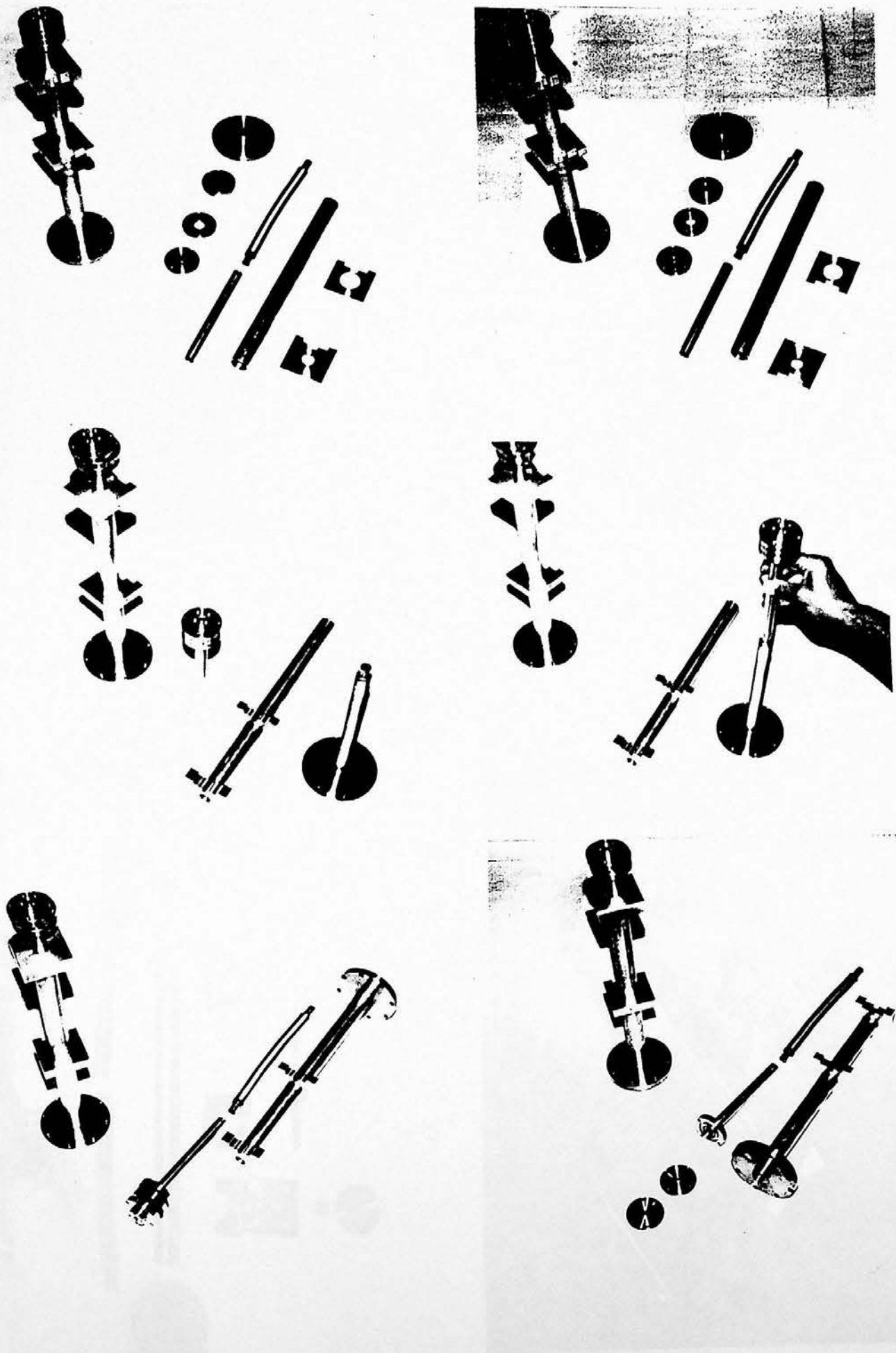


Figura 3.10 - Fotografias dos detalhes do suporte semontado.

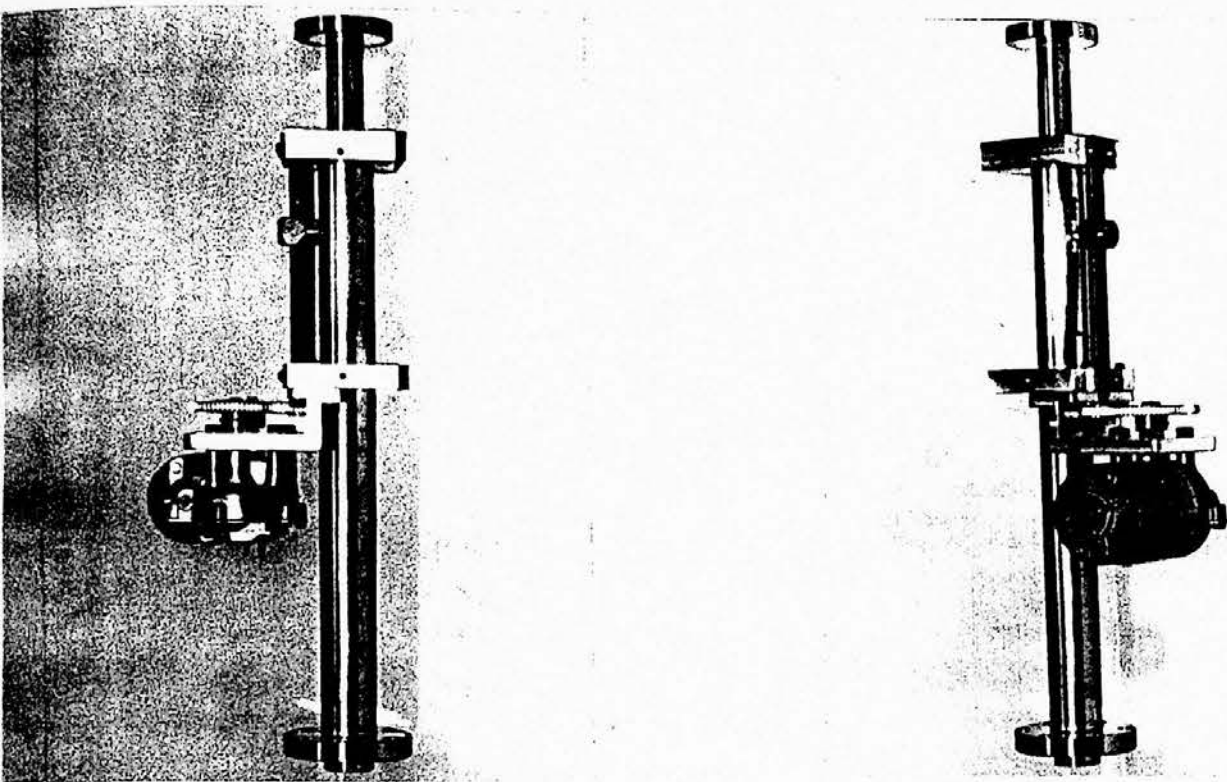


Figura 3.11 - Fotografias do suporte montado.

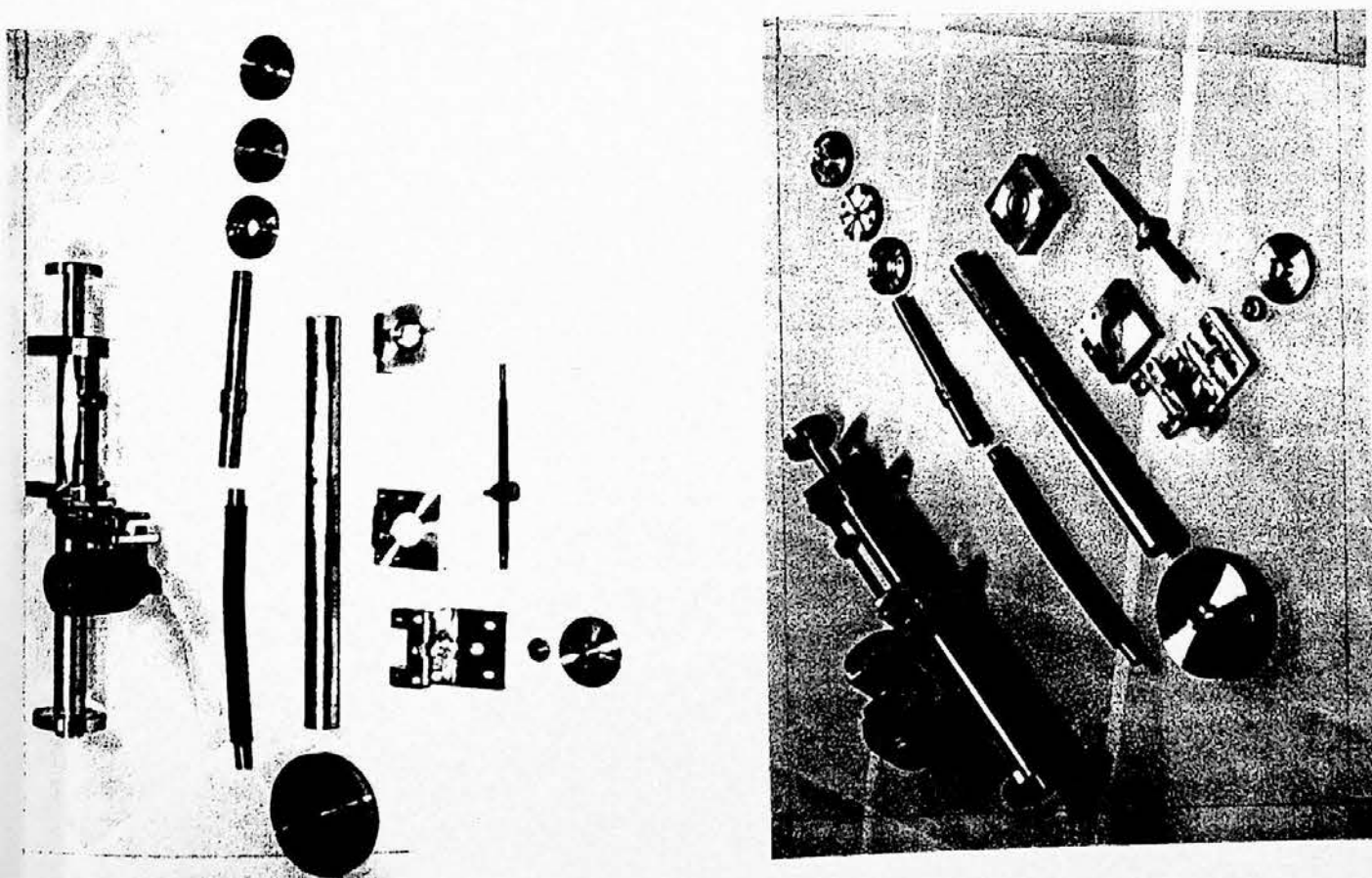


Figura 3.12 - Fotografias onde são comparados os suportes montado e desmontado.

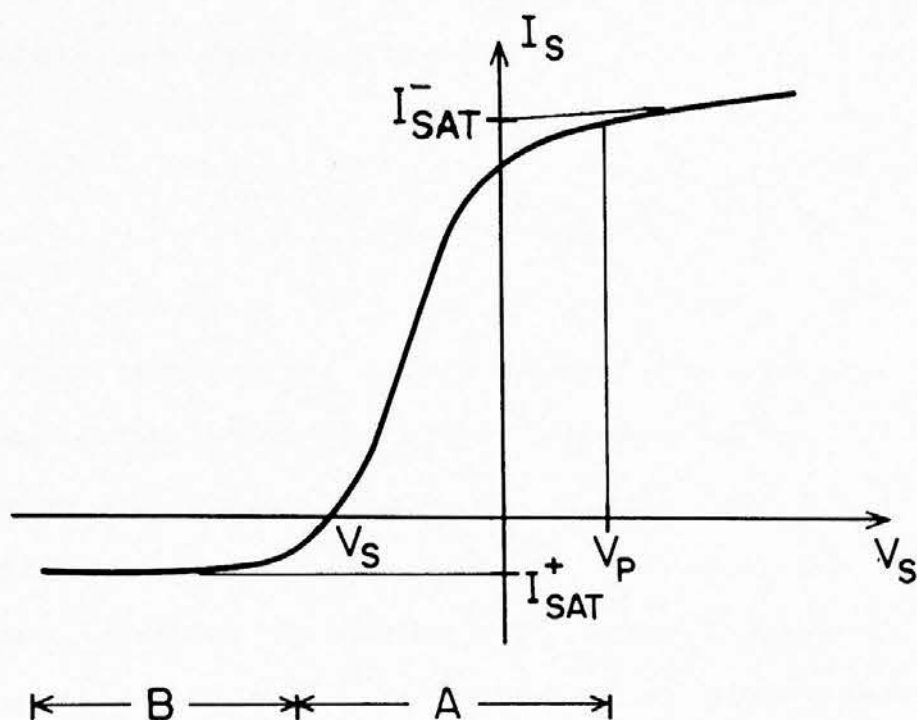


Figura 3.13 - Curva característica de uma sonda eletrostática onde temos:

- I_{sat}^- - corrente de saturação de elétrons
- I_{sat}^+ - corrente de saturação de íons
- V_p - Potencial do plasma
- V_f - Potencial flutuante

As teorias e os métodos de análise da curva característica encontram-se detalhados nas referências citadas. Vamos apenas analisar a relação entre a flutuação na densidade e na corrente de saturação dos íons. Em geral I_{sat}^+ em uma sonda pode se escrita como:

$$I_{sat}^+ = \frac{n_i q_i \bar{v}_i A_s}{2} \quad (3.1)$$

onde n_i é a densidade de íons, q_i é a carga dos íons, \bar{v}_i é a velocidade média dos íons que atingem a sonda e A_s é a área efetiva da sonda. Supõe-se que os íons são capturados pela sonda com a energia dos elétrons, ou seja

$$\bar{v}_i = \left[\frac{2kT_e}{m_i} \right]^{1/2} \quad (3.2)$$

onde T_e é a temperatura dos elétrons que pode ser determinada através da curva característica, m_i é a massa dos íons e k a constante de Boltzman.

Flutuações em I_{sat}^+ podem ser causadas por n_i , \bar{v}_i ou A_s . Como a área efetiva da sonda está relacionada com a bainha de blindagem eletrostática que se forma em torno dela (sheath) e aquela é de dimensões desprezíveis com relação ao tamanho da sonda (ZWE-83), podemos desprezar possíveis contribuições de A_s na flutuação de I_{sat}^+ .

Da equação (3.1) segue, portanto, que a flutuação na corrente de saturação é dada por

$$\tilde{I}_{sat}^+ = \frac{n_i q_i A_s \bar{v}_i}{2} \left[\frac{\tilde{n}_i}{n_i} + \frac{\tilde{T}_e}{T_e} \right] \quad (3.3)$$

Resultados Experimentais obtidos em outras máquinas de porte similar ao TBR-1 (ZWE-83), indicam que $0 < \tilde{T}_e/T_e < 0.15$ enquanto que $|\tilde{n}_i/n_i| \approx e\phi/kT_e \approx 0.3$ a 0.5 . Portanto, numa primeira aproximação podemos considerar simplesmente $\tilde{I}_{sat}^+ \propto \tilde{n}_i$.

3.3 - SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS - CAMAC

Para a aquisição de dados e conversão analógica digital

dos sinais, utilizou-se um sistema CAMAC. Este é um sistema de equipamentos modulares interconectados entre si, com processadores digitais, computadores e linhas de transmissão de dados (Dataway). As especificações CAMAC definem de uma maneira padrão com um conjunto de módulos, através de um controlador, se comunica com outros conjuntos de módulos, pertencentes a outros controladores, ou com um computador (CAM-72).

O sistema existente no laboratório consiste de digitalizadores LeCroy modelo 2264, que simplesmente é um conversor analógico digital de oito bits, que pode processar até oito diferentes sinais. A máxima razão de amostragem por canal é 4MHz quando temos o módulo selecionado para trabalhar com um único canal; 2MHz no modo dois canais; 1MHz no modo quatro canais e 0.5MHz no oito canais (LeC-80). Este módulo digitalizador permite entrada de sinais com amplitude de no máximo 0.5 Volts pico a pico. Cada módulo digitalizador está acoplado a um módulo de memória LeCroy modelo 8800/8 com 32K posições de 8 bits.

O controlador do conjunto de modulos digitalizadores e memórias é o modelo C111 da C.A.E.M. (CAE-86), que faz a interface com um microcomputador MICROTEC XT 2002 (compatível IBM PCXT).

O aquisição de dados é feita basicamente entrando com os sinais analógicos nos digitalizadores. Estes sinais desta maneira são discretizados segundo razões de amostragens que podem ser controladas externamente pelo operador. Os sinais passam à memória acoplada a cada digitalizador e ficam armazenados até que, computacionalmente, enviamos informações CAMAC ao controlador que transfere os dados para a memória principal do computador. Assim estes dados podem ser vistos no monitor de vídeo, ou guardados em forma de disketes para posterior análise. Na figura 3.14 temos um esquema em blocos do processo de

aquisição elucidado. Na figura vemos também a possibilidade de visualizar os sinais em osciloscópio através de uma saída existente nos digitalizadores.

Os programas com especificações CAMAC que controlam a transferência de dados dos módulos para o computador bem como controle destes foram inicialmente desenvolvidos em linguagem BASIC e posteriormente em linguagem C, devido à versatilidade e rapidez de aquisição (FAG-87). O uso destas duas linguagem é devido basicamente ao fato que as subrotinas que acompanham o controlador C.A.E.N. com normas CAMAC estão em BASIC e C. A linguagem C é muito mais poderosa tornando a aquisição muito mais rápida.

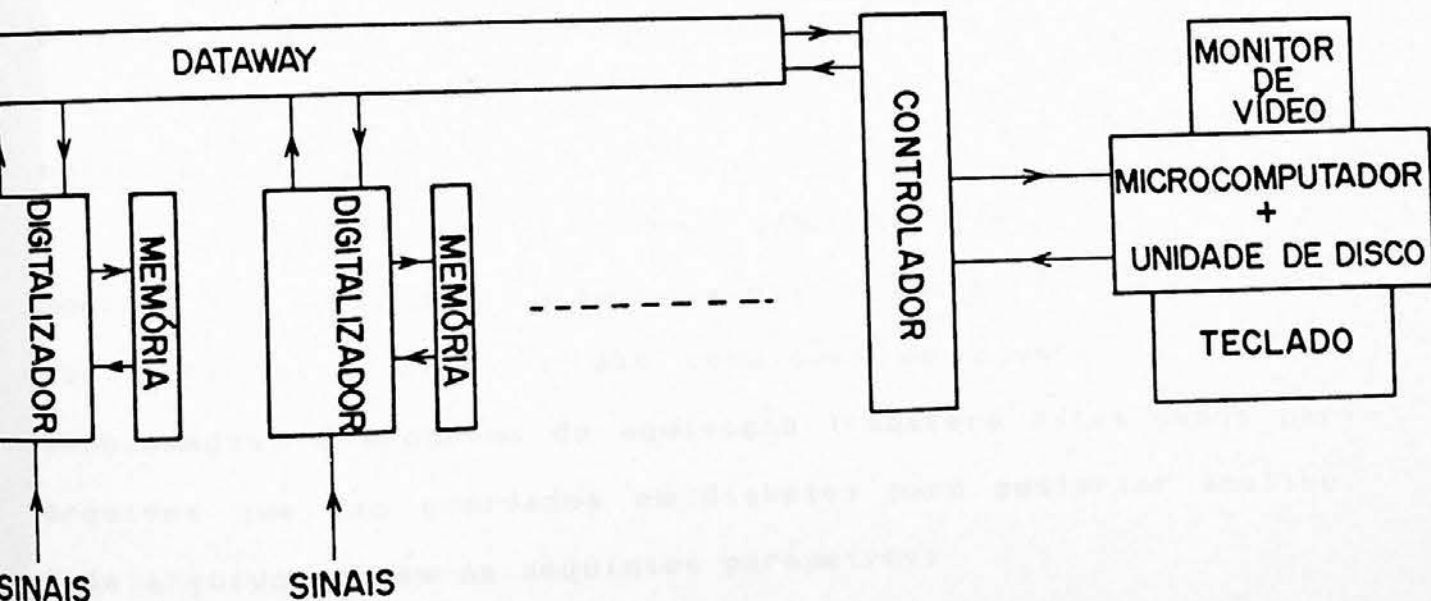


Figura 3.14 - Diagrama de blocos exemplificando a aquisição de dados usando o sistema CAMAC. Neste sistema podemos ter até sete conjuntos ligados a um microcomputador

Anteriormente à aquisição do controlador C.A.E.N. pretendia-se conectar o sistema de aquisição de dados com o computador PDP 11/45 existente no Laboratório do Acelerador Linear distante cerca de 100 metros do nosso laboratório.

Para isso foi iniciado a construção de interfaces apropriadas para acoplar os dois sistemas, uma vez que os laboratórios são separados por uma distância razoavelmente grande. Uma das principais finalidades das interfaces seria desacoplar os sinais transmitidos e recebidos por ambos os sistemas. Mas devido à grande diferença entre os sistemas de aterramento dos dois laboratórios, parte dos circuitos integrados ligados às linhas de transmissão (receptores e transmissores) queimavam frequentemente. O problema seria resolvido com a utilização de acopladores ópticos que permitem desniveis de terra de mais de 1KVolts, mas que deveriam ser importados.

Como neste período recebemos o controlador C.A.E.N., optamos, por convêniencia, usá-lo.

As subrotinas com normas CAMAC permitem um controle dos módulos digitalizadores e memória via software, bem como leitura dos dados armazenados e das condições de ajuste dos módulos mencionados. O programa de aquisição transfere estes dados para arquivos que são guardados em disketes para posterior análise. Cada arquivo contém os seguintes parâmetros:

- 1 - Data de aquisição
- 2 - Frequência de amostragem do sinal
- 3 - Número de canais ativos no módulo digitalizador
- 4 - Post-trigger-samples
- 5 - Número do disparo

6 - Número do módulo

7 - Sinal propriamente dito

O sinal gravado proveniente dos digitalizadores têm 256 níveis uma vez que estes digitalizadores são de 8 bits ($2^8 = 256$). A diferença de tensão entre dois níveis consecutivos corresponde a 2mV uma vez que a tensão de entrada nos digitalizadores esta limitada em 0.5Volts.

3.4 - ARRANJO EXPERIMENTAL

3.4.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Inicialmente instalamos apenas uma sonda eletrostática no tokamak TBR-1, com o objetivo de uma análise preliminar do sinal coletado por esta na região de saturação dos íons I_{sat}^+ . O aparato experimental utilizado esta mostrado na figura 3.15.

A sonda foi colocada na borda do plasma. O resultado obtido esta ilustrado na figura 3.16. Como vemos este sinal foi analisado via osciloscópio, uma vez que para digitaliza-lo é necessário se ter uma idéia previa de seu comportamento, como amplitude, já que os módulos digitalizadores permitem uma entrada de sinal com amplitude máxima pico a pico de 0.5Volts, ou ainda sobre a forma do sinal.

O sinal obtido nos mostra uma flutuação sobreposta a uma curva média. Esta curva média é a corrente de saturação média ao longo da descarga do plasma, ou seja, a densidade média do plasma durante o pulso a menos de constantes.

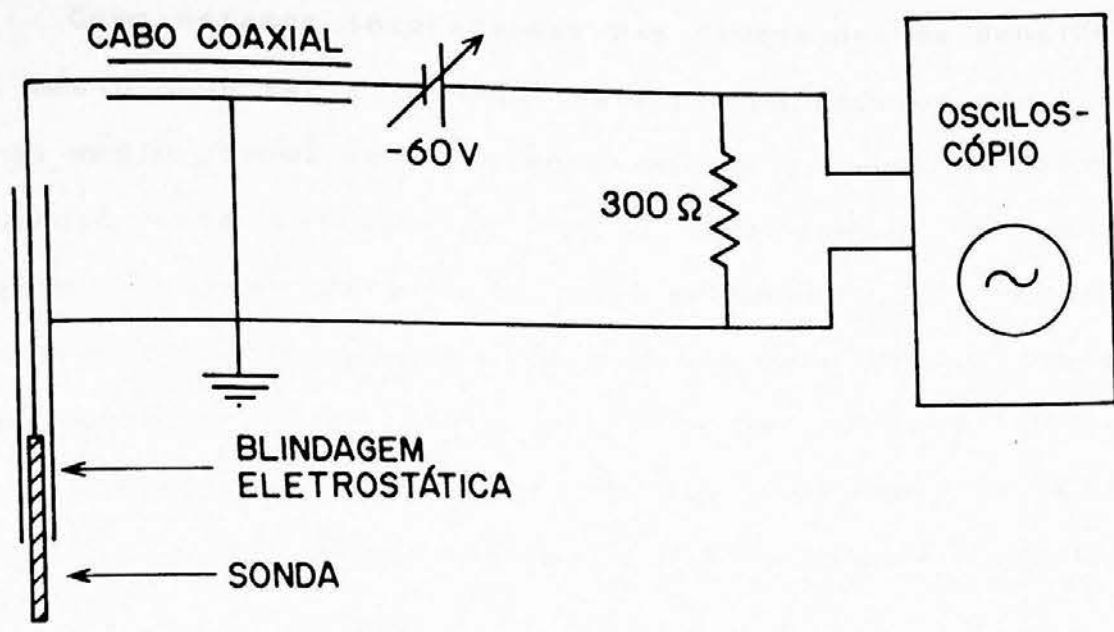


Figura 3.15 - Aparato experimental utilizado para a obtenção da resposta da sonda.

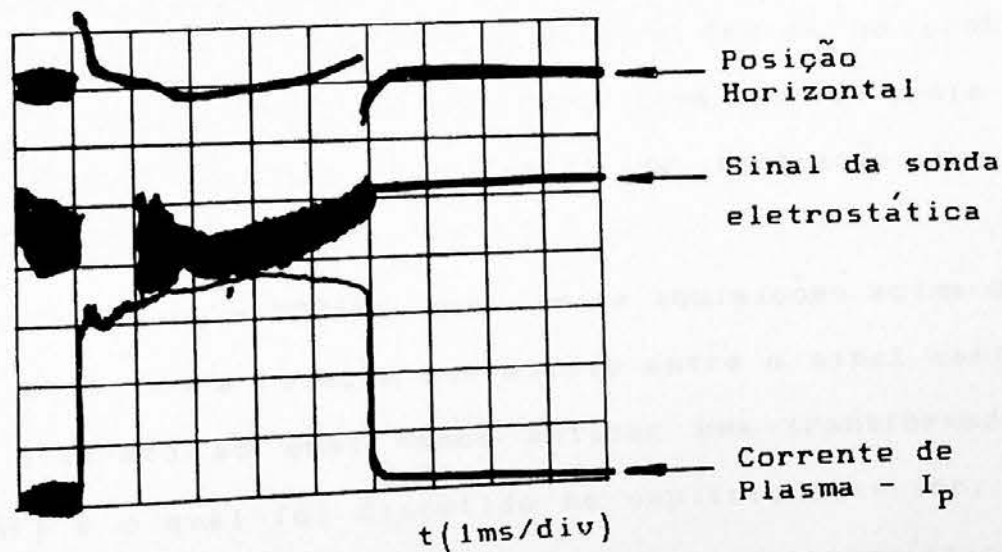


Figura 3.16 - Resultado obtido com o experimento da figura 3.15

Como estamos interessados nas flutuações da densidade, o sinal médio deve ser eliminado. Pela figura podemos concluir que o sinal médio possui uma frequência máxima em torno de 3KHz. Esta frequência está relacionada com o tempo médio de subida da corrente de plasma que está em torno de $300\mu s$.

Concluimos portanto que o sinal deve ter um corte para frequências abaixo de 3KHz. Isto pode ser feito através de um filtro eletrônico passa-altas, filtro este que deixa passar frequências acima de uma frequência f_c (frequência de corte).

3.4.2 - FILTRO PASSA-BANDA

Foram projetados e construídos filtros passa-banda com frequência de corte inferior $f_1 = 3KHz$ e frequência de corte superior $f_2 = 500KHz$, para os sinais da corrente de saturação dos íons I_{sat}^+ .

A frequência de corte $f_1 = 3KHz$ é devida ao problema relatado na seção anterior onde temos uma curva média com frequência máxima de 3KHz e o sinal de flutuação que nos interessa sobreposta a esta.

O corte em $f_2 = 500KHz$, que limita aquisições acima desta frequência, é devido a relação que existe entre o sinal contínuo e o sinal discreto ao qual vamos aplicar uma transformada de Fourier (TRF) e o qual foi discutido no capítulo anterior. Para que o sinal discretizado mantenha as características e propriedades do sinal contínuo, este não pode ter componentes de frequência acima da frequência de Nyquist f_n , que é igual a metade da taxa de conversão ($f_n = f_c/2$), como visto no teorema de amostragem discutido no capítulo anterior. Melhor explicando, a frequência de amostragem do sinal (f_c) deve ser maior que o dobro

da frequência máxima existente no sinal (f_n). No nosso caso vamos limitar a frequência do sinal em 500kHz baseando-se que 90% da potência está abaixo de 100kHz e que no intervalo 10-100kHz a potência decai exponencialmente (ZWE-83). Portanto em nosso caso a frequência de amostragem do sinal deve ser superior a 1MHz o que pode ser facilmente comportado pelos digitalizadores utilizados.

O filtro projetado tem duas partes distintas: o filtro passa-baixas com corte em 500kHz acoplado com um atenuador, onde pode-se escolher atenuação de 2.5, 10, 20, 50 e 100 vezes para o sinal de saída do filtro e um filtro passa-altas com corte em 3KHz. Na figura 3.17 vemos o esquema deste filtro. O filtro passa-baixa e o atenuador estão esquematizado na figura 3.17a onde a atenuação é necessária devido ao fato que a entrada dos digitalizadores permitem sinais de até 0.5Volts pico a pico. O filtro passa-altas esquematizado na figura 3.17b utiliza a capacitância dos cabos coaxiais, uma vez que a distância entre a fonte do sinal e o sistema de aquisição leva a uma necessidade de aproximadamente 10 metros de cabos coaxiais. Os resistores que compõe este filtro RC passa-altas encontra-se perto das sondas, onde estão as saídas BNC que são conectados os cabos coaxiais (figura 3.18). Na figura 3.19 encontramos uma fotografia da caixa onde está montado o filtro passa-baixas e o atenuador.

A curva de resposta do filtro para verificar a banda passante, feita usando um gerador de sinais nas entradas E_1 e E_2 da figura 3.17b está mostrado na figura 3.20. Foram feitos também testes para verificar o nível de ruído captado pelo circuito. Para isto disparou-se os bancos de capacitores do TBR-1 sem que houvesse a formação de plasma. O resultado está mostrado na figura 3.21. Podemos dizer que o nível de ruído mostrado é basicamente devido ao banco de capacitores do aquecimento ôhmico

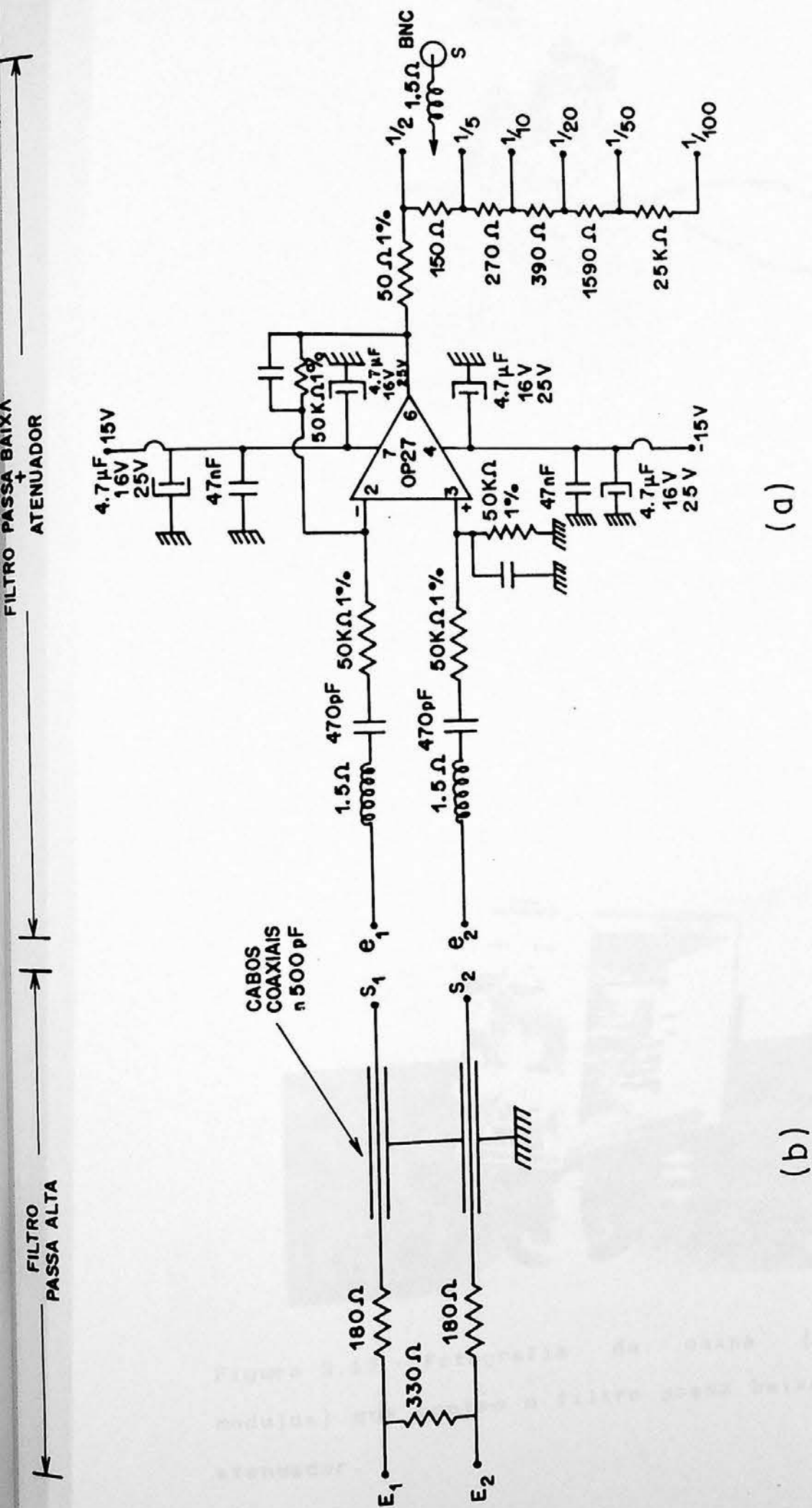


Figura 3.17 - Circuito do filtro passa banda passante. Existem basicamente duas partes: (a) o filtro passa baixa mais o atenuador e (b) o filtro passa alta, onde temos os cabos coaxiais do sistema fazendo parte de seu circuito.

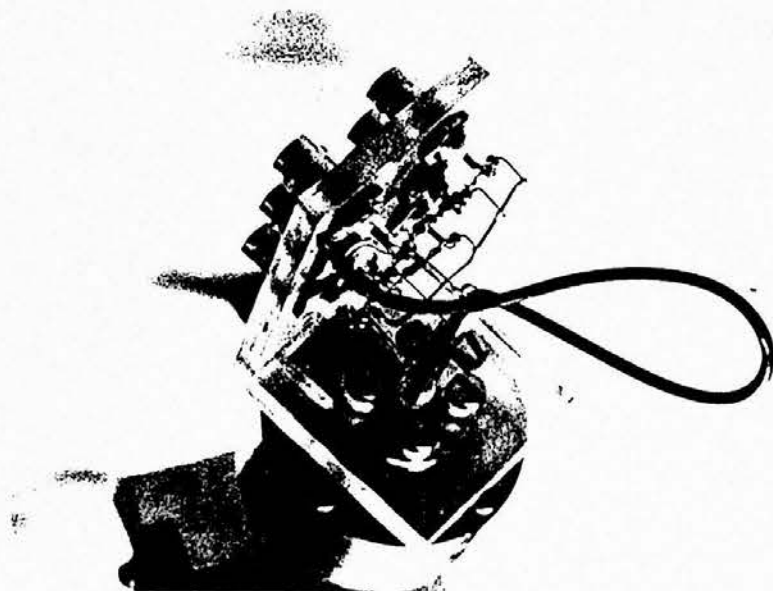


Figura 3.18 - Fotografia onde vemos a colocação dos resistores que compõe o filtro RC passa alta, a qual estão posicionados em cima do suporte da sonda eletrostática.

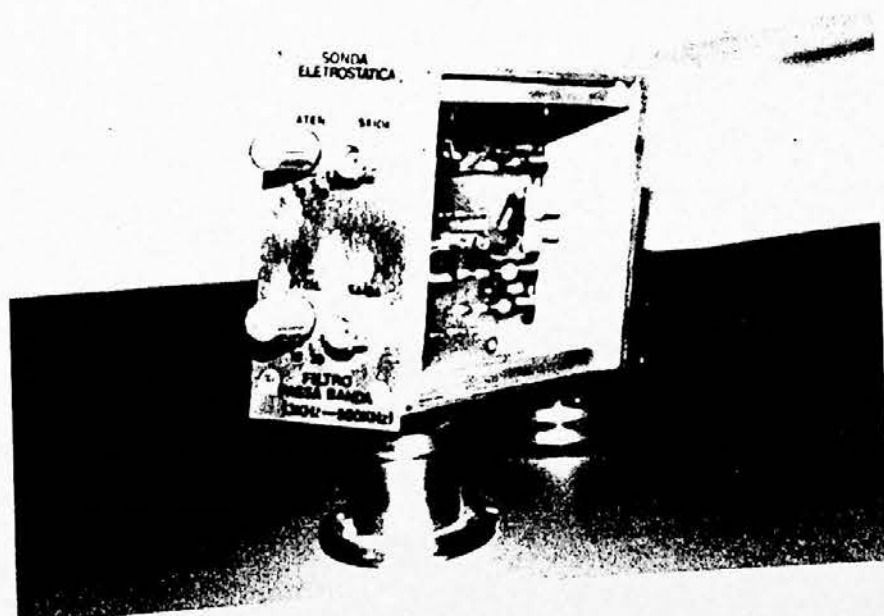


Figura 3.19 - Fotografia da caixa (um dos módulos) que contém o filtro passa baixa mais o atenuador.

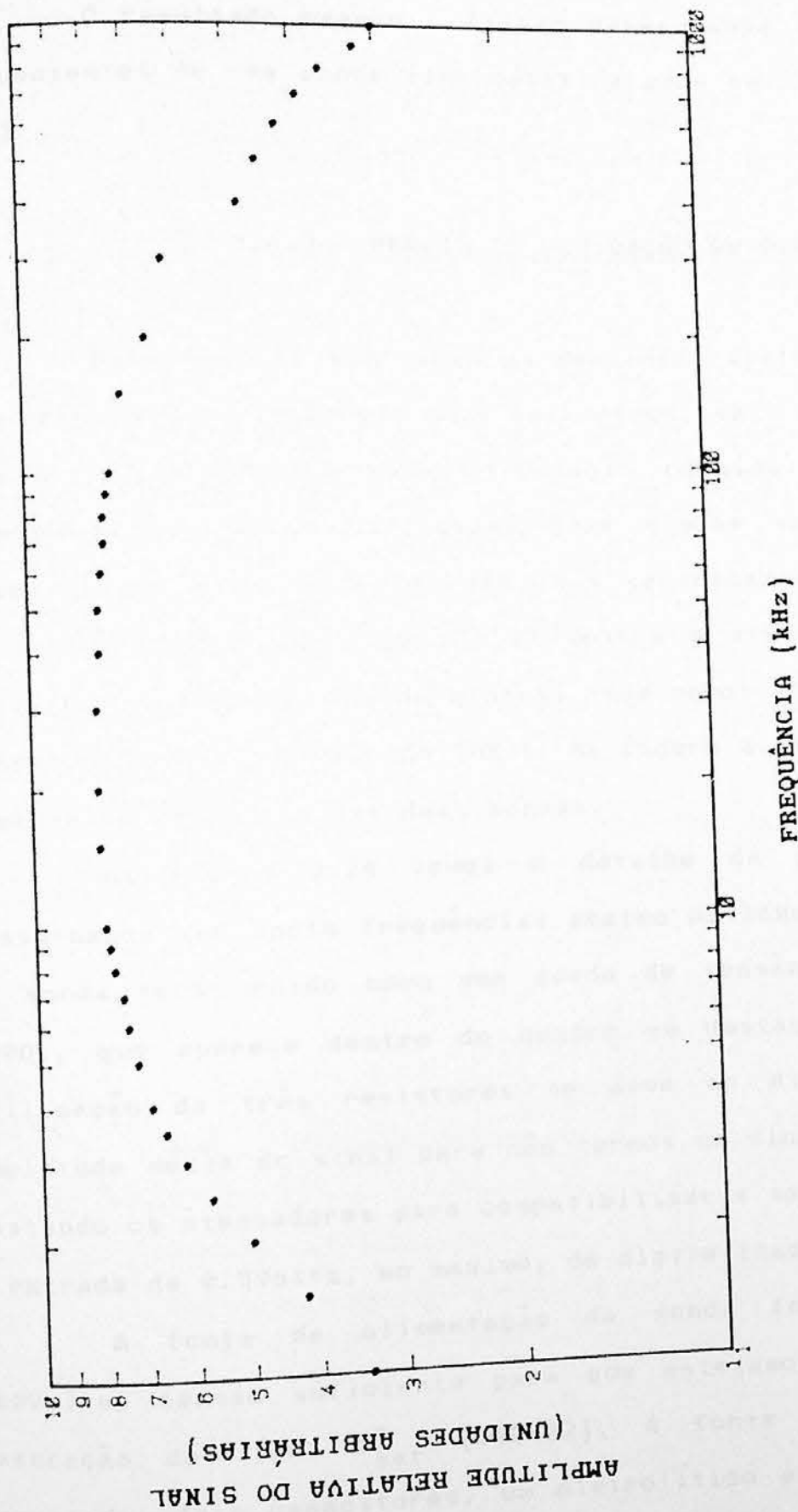


Figura 3.20 - Curva de resposta do filtro passa banda passante, onde foi utilizado um gerador de sinais.

e a amplitude deste ruído é muito baixa com relação ao sinal de análise.

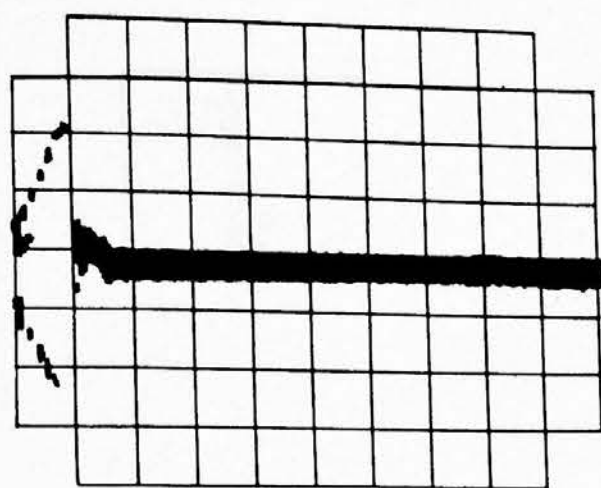
O resultado usando o filtro passa-banda sobre os sinais provenientes de uma sonda eletrostática pode ser visto na figura 3.22.

3.4.3 - PERFIS DE FLUTUAÇÃO DA DENSIDADE

Para medir a flutuação da densidade eletrônica do plasma com relação à variação dos seus parâmetros, tais como dependência com o tempo, posição radial, posição poloidal ou pressão de preenchimento, foram utilizadas duas sondas eletrostáticas na mesma seção transversal do vaso mas separadas poloidalmente de um ângulo de 90° . A figura 3.23 mostra o arranjo experimental utilizado em um diagrama de blocos, onde vemos a posição das duas sondas colocadas no vaso do TBR-1. Na figura 3.24 temos o esquema eletrônico detalhado das duas sondas.

Na figura 3.24 vemos o detalhe da parte do filtro passa-banda que corta frequências abaixo de 3KHz. O sinal obtido na sonda será medido como uma queda de tensão no resistor de 330Ω , que aparece dentro do quadro em destaque na figura. A utilização de três resistores se deve ao dimensionamento da amplitude média do sinal para não termos um sinal muito elevado, bastando os atenuadores para compatibilizar a saída do filtro com a entrada de 0.5V , no máximo, do digitalizador.

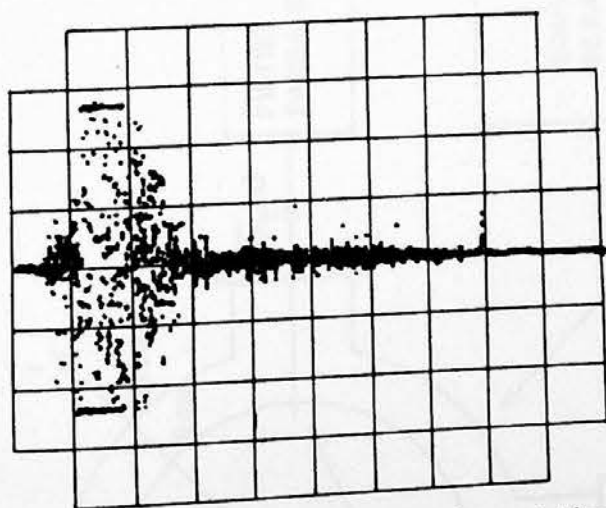
A fonte de alimentação da sonda foi polarizada em -60Volts , tensão suficiente para que estejamos na corrente de saturação dos íons I_{sat}^+ (DAL-82). À fonte de tensão foram conectados dois capacitores, um eletrolítico e outro de placas, com o objetivo de desacoplar esta, evitando-se assim qualquer sinal proveniente da fonte.



Sinal da sonda
eletrostática

t(1ms/div)

Figura 3.21 - Fotografia do sinal captado pela sonda eletrostática, sem o uso do filtro passa banda e sem formação de plasma, onde foi utilizado um osciloscópio.



Sinal da sonda
eletrostática

t(2ms/div)

Figura 3.22 - Fotografia do sinal captado pela sonda eletrostática com o uso do filtro passa banda e sem a formação de plasma, onde foi utilizado um osciloscópio.

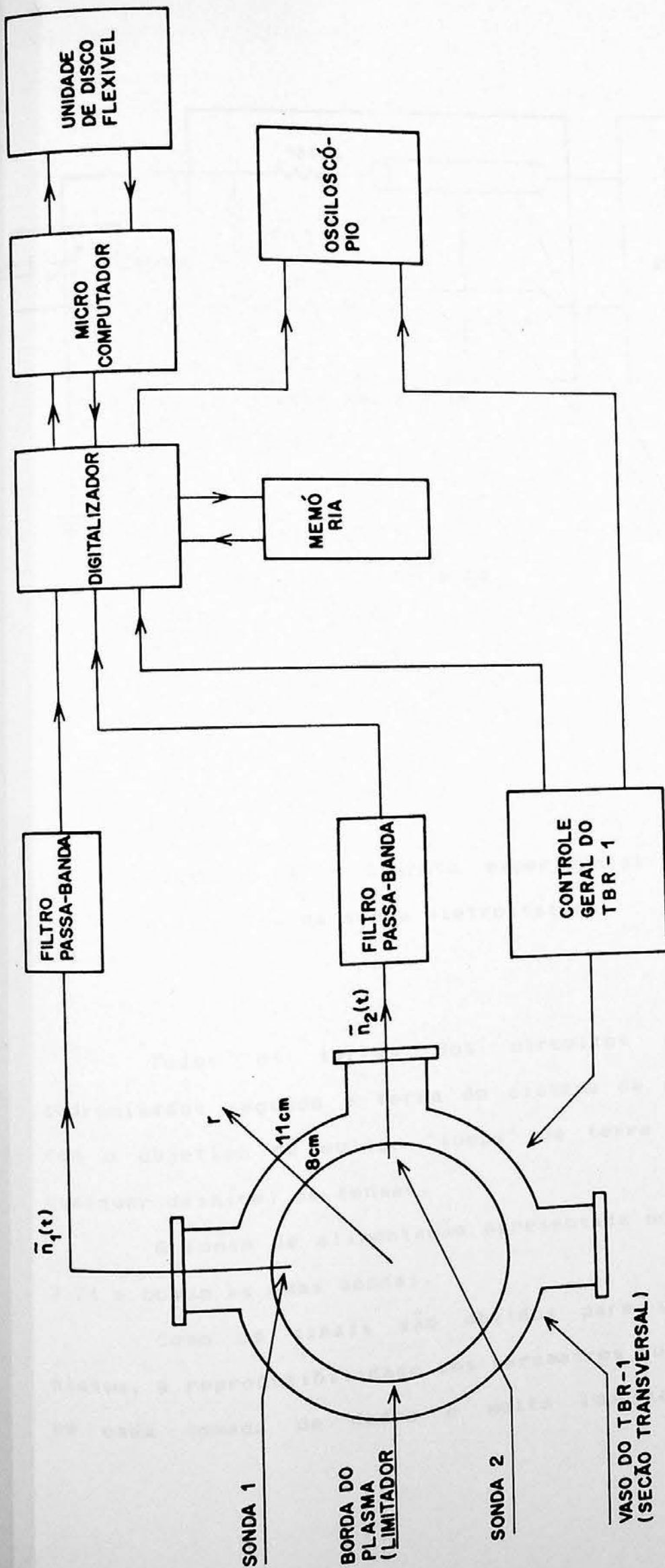


Figura 3.23 - Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para medir os perfis de flutuação da densidade.

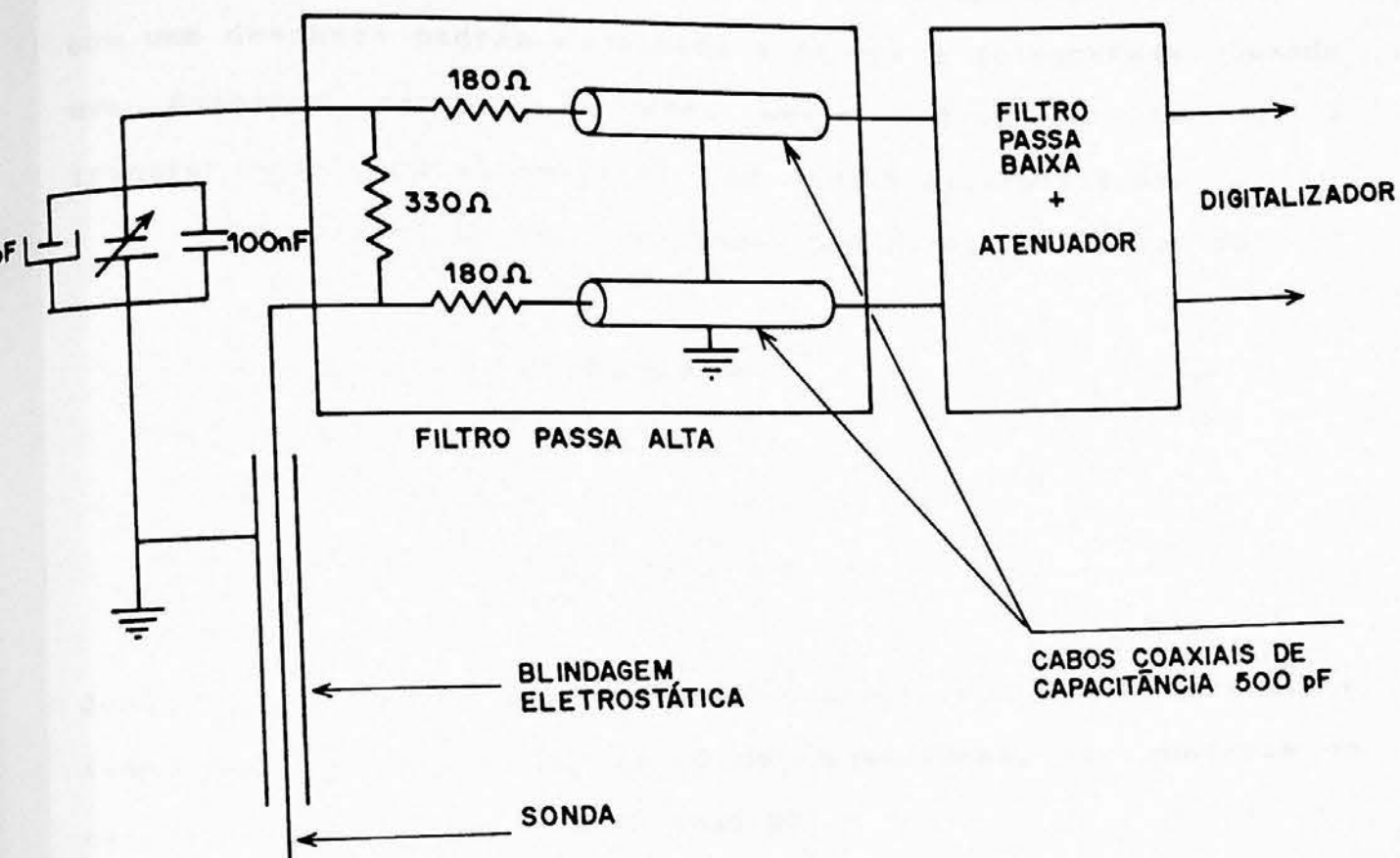


Figura 3.24 - Aparato experimental do sistema eletrônico da sonda eletrostática.

Todos os terras dos circuitos apresentados foram padronizados segundo o terra do sistema de aquisição de dados, com o objetivo de evitar "loops" de terra pela ocorrência de qualquer desnível de tensão.

A fonte de alimentação apresentada no circuito da figura 3.24 é comum às duas sondas.

Como os sinais são obtidos para várias condições do plasma, a reprodutibilidade dos parâmetros que são mantidos fixos em cada tomada de dados é muito importante. Para isso as

condições da descarga são monitoradas por osciloscópios. Assim a cada descarga estes parâmetros fixos são comparados visualmente com uma descarga padrão escolhida a priori e fotografada. Quando uma descarga não se enquadra neste padrão não fazemos a transferência para o computador dos sinais digitalizados.

Os parâmetros que são observados no osciloscópio são:

- 1 - Corrente de plasma
- 2 - Tensão de enlace
- 3 - Posição horizontal
- 4 - Emissão de raios X duro

Junto com estes parâmetros temos o controle de tensão, corrente e tempo de disparo de cada banco de capacitores, que controla os campos magnéticos do tokamak (MAQ-87).

Os sinais digitalizados são:

- 1 - Corrente de plasma
- 2 - Sinal da sonda 1
- 3 - Sinal da sonda 2

A corrente de plasma foi também digitalizada com o objetivo de termos um parâmetro da descarga, quando da escolha das regiões parciais para a análise dos sinais das sondas. Os outros parâmetros podem ser vistos na fotografia padrão.

Para esta experiência foram utilizados três módulos digitalizadores (suas respectivas memórias), cada um funcionando com um canal a uma taxa de amostragem de 4MHz. Ou seja, cada digitalizador foi utilizado para um sinal. O teorema de amostragem está satisfeito uma vez que $4\text{MHz} > 2 \times 500\text{KHz}$.

Fizemos também experiências com razão de amostragem de

2MHz, mas os sinais mostraram-se na maior parte dos disparos com uma defasagem, como mostra a figura 3.25. Isto provavelmente deve-se a um problema nos digitalizadores para esta frequência de amostragem.

3.4.4 - PERFIS DE TEMPERATURA E DENSIDADE

Para obtermos a temperatura e a densidade devemos ter conhecimento da curva característica da sonda eletrostática. Para variar a tensão aplicada na sonda foi usado um gerador de varredura desenvolvido no laboratório (DAL-83), que permite variações de tensão em períodos de tempo controlados pelo operador e escolha da resistência de carga da sonda com o objetivo de medir a corrente coletada por esta. Podemos ainda com este gerador fixar uma tensão e medir a resposta da corrente coletada pela sonda.

O esquema utilizado é mostrado na figura 3.26. As medidas dos perfis foram realizadas em duas posições diferentes do tokamak TBR-1, como mostra a figura, na mesma seção transversal mas poloidalmente separadas de 90° , posições estas utilizadas também nas medidas dos perfis de flutuação da densidade.

Para a medida dos perfis de temperatura, o gerador de varredura foi colocado nas seguintes condições:

varredura de tensão: -60V a $+60\text{V}$

período de varredura: $300\mu\text{s}$

Para a medida dos perfis de densidade o gerador de varredura foi polarizado em -60V .

Aqui também é necessário um controle de reprodutibilidade do sinal. O esquema utilizado é o mesmo da seção anterior.

Ti = .5 , Tf = 8.5 , nv2009a0, nv2009b0, nv2009c0

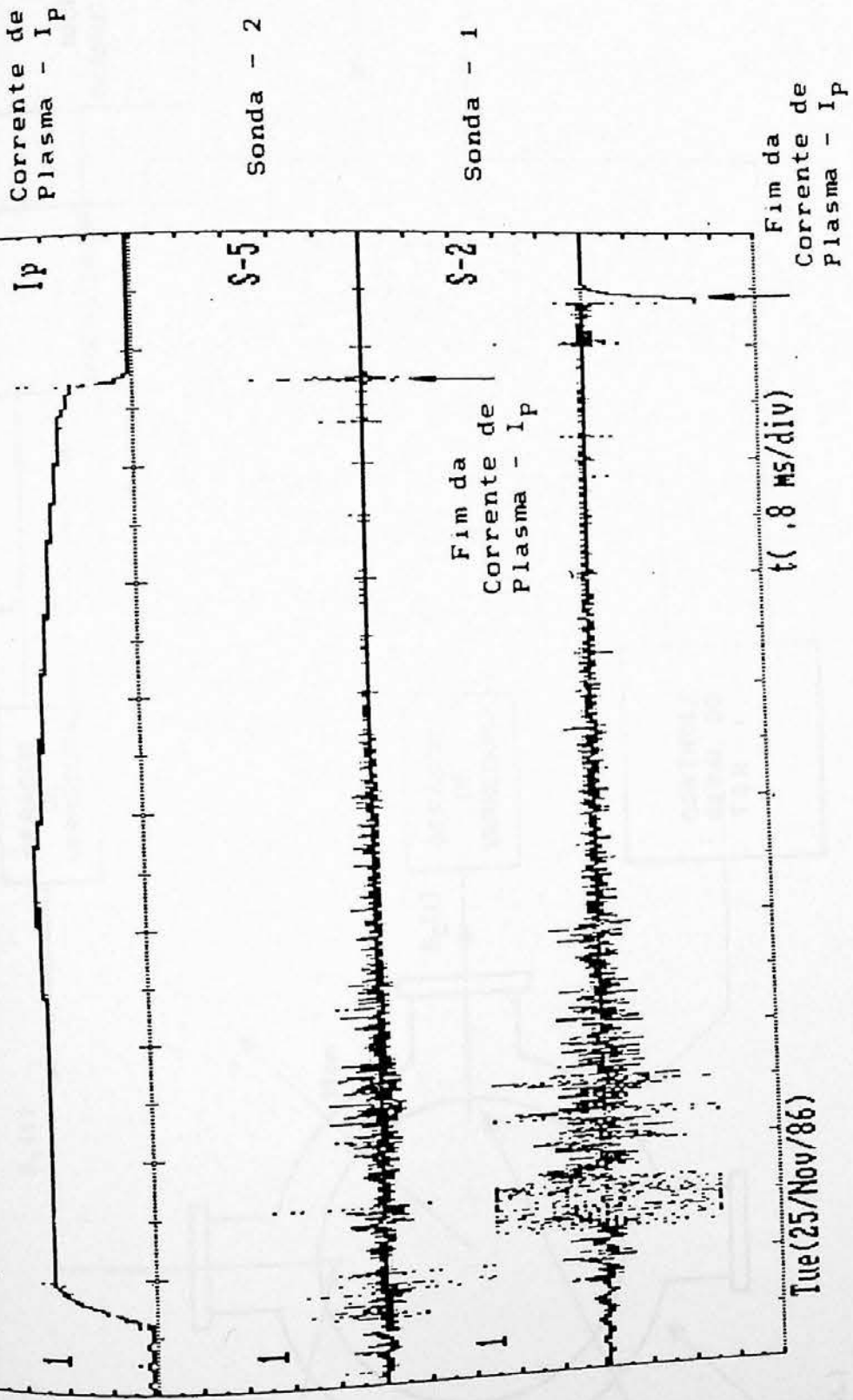


Figura 3.25 - Disparo onde temos a corrente de plasma I_p , sinal da sonda 1 e sinal da sonda 2, para razão de amostragem de 2MHz. O sinal da sonda 1 apresenta se defasado com relação ao sinal da sonda 2.

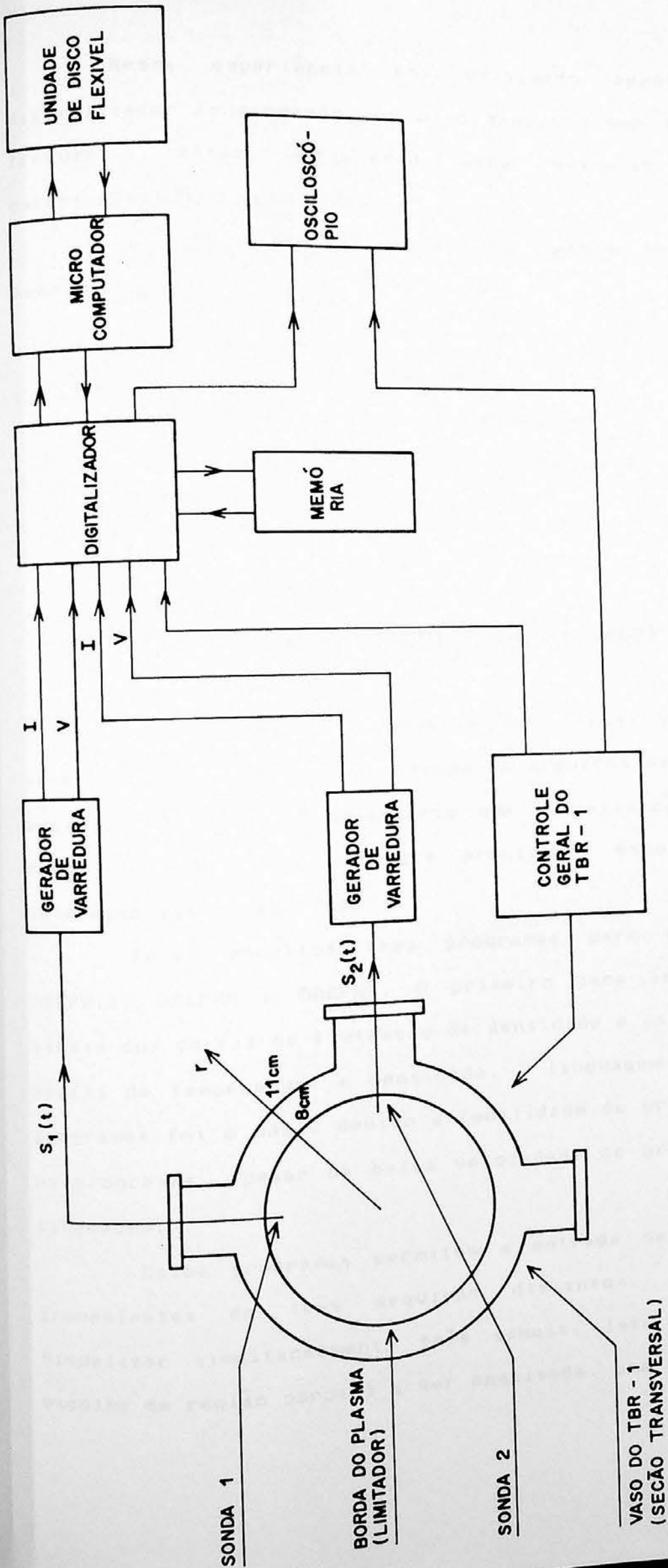


Figura 3.26 - Diagrama de blocos do arranjo experimental utilizado para medir os perfis de temperatura e densidade.

Nesta experiência foi utilizado apenas um módulo digitalizador funcionando com oito canais a uma taxa de 400KHz, frequência esta, suficiente para visualizar uma curva característica a cada 300 μ s.

Os sinais digitalizados para perfil de temperatura e densidade foram:

- 1 - Corrente de plasma
- 2 - Corrente coletada pela sonda
- 3 - Tensão de varredura (-60V para perfil de densidade)

3.5 - TRATAMENTO COMPUTACIONAL DOS DADOS

Para processar a análise dos sinais provenientes das sondas eletrostáticas e guardados em arquivos pelos programas de aquisição de dados é necessário uma visualização gráfica. Isto deve ser feito uma vez que precisamos escolher regiões de interesse para a análise.

Foram escritos tres programas para esta finalidade: GREPH12, GREPHM e GREPHS. O primeiro para ser utilizado nos sinais dos perfis de flutuação de densidade e os dois ultimos nos perfis de temperatura e densidade. A linguagem utilizada nestes programas foi o BASIC devido a facilidade de programar e alterar os programas, apesar da baixa velocidade de processamento desta linguagem.

Estes programas permitem a entrada de até três sinais provenientes de três arquivos distintos. Portanto podemos visualizar simultaneamente três sinais. Isto é conveniente na escolha da região parcial a ser analisada, uma vez que o sinal de

interesse, no caso de flutuação da corrente de saturação dos íons ou a curva característica podem ser colocados junto a outros parâmetros do plasma, tais como corrente de plasma, tensão de enlace.

Como os arquivos contêm informações a respeito das condições em que estão dimensionado os módulos de aquisição, estes programas podem plotar os sinais em função do tempo, bastando para isso calcular o quanto vale no tempo a distância entre pontos e em que instante de tempo começa o ponto inicial (Lec-80). Quanto à amplitude do sinal temos que prover os programas de informações adicionais provenientes do dimensionamento da experiência. Para flutuações da corrente de saturação dos íons I_{sat}^+ não nos preocuparemos com a amplitude do sinal, pois só nos interessa seus valores relativos. No caso da curva característica temos que fornecer a resistência em que foi efetuada a queda de tensão da sonda eletrostática para compatibilizar o nível do sinal em 0.5Volts no máximo da entrada dos digitalizadores e para que possamos calcular a corrente coletada pela sonda.

Uma vez realizados os cálculos e visualizados os sinais, podemos escolher regiões parciais, visualizar graficamente estas regiões parciais e gravar em arquivos estes resultados.

Os resultados parciais da flutuação de I_{sat}^+ são analisados pelo programa ESPECTRO, descrito no capítulo anterior. Os resultados parciais da curva característica serão analisados pelo programa Lotus 123 (LOT-86). Os resultados da corrente de saturação de íons obtido com o gerador de varredura são analisados com o programa ANISAT, descrito a seguir.

ANISAT é um programa escrito em FORTRAN 77 e instalado no computador VAX 780 do Laboratório do Pelletron. Tem por objetivo calcular o perfil temporal da amplitude relativa das flutuações

da corrente de saturação dos íons $\left[\tilde{I}_{\text{sat}}^+ / \langle I_{\text{sat}}^+ \rangle \right]$, e o perfil temporal da corrente de saturação média ($\langle I_{\text{sat}}^+ \rangle$), onde \tilde{I}_{sat}^+ é a amplitude média das flutuações em um dado intervalo de tempo e $\langle I_{\text{sat}}^+ \rangle$ é a corrente de saturação média neste intervalo de tempo.

Uma vez introduzido o arquivo de I_{sat}^+ no programa, este subdivide o sinal em intervalos de $100\mu\text{s}$, onde estamos supondo que neste intervalo todos I_{sat}^+ flutuam em torno de um mesmo valor médio $\langle I_{\text{sat}}^+ \rangle$. Se tivermos N intervalos de $100\mu\text{s}$ com p pontos cada em nossa amostra de análise, podemos escrever que

$$\langle I_{\text{sat}}^+ \rangle = \frac{\sum_{k=1}^p k I_{\text{sat},i}^+}{p} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.4)$$

onde $k I_{\text{sat},i}^+$ é o ponto de número k do intervalo i .

A amplitude média das flutuações de I_{sat}^+ em cada intervalo i será:

$$\tilde{I}_{\text{sat},i}^+ = \left[\frac{\sum_{k=1}^p \left[k I_{\text{sat},i}^+ - \langle I_{\text{sat},i}^+ \rangle \right]^2}{p} \right]^{1/2} \quad (3.5)$$

Uma vez computados os valores das equações (3.4) e (3.5) podemos direcionar os resultados para arquivos, que podem ser visualizados graficamente no programa ANISATGRAF, escrito em FORTRAN 77 para o mesmo computador. Este programa além de permitir saídas gráficas temporais, tem uma opção que permite a entrada simultânea de vários arquivos gerados por ANISAT, onde podemos desta maneira construir vários perfis com os parâmetros do plasma.

Foram necessários também ajustes de retas e exponenciais em algumas situações que aparecem quando da análise dos resultados, como veremos no capítulo seguinte. Nestes ajustes foram utilizados o programa Lotus 123 (LOT-86) para IBM-PC ou compatíveis que permite a construção de fórmulas ao manipular os dados. Assim foi utilizado o método dos mínimos quadrados nestes ajustes (BEV-69).

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 - INTRODUÇÃO

Medidas do espectro turbulento na borda do plasma do TBR-1 para vários parâmetros da descarga em tokamaks são descritos neste capítulo. Para isto, são feitas medidas dos perfis de flutuação na corrente de saturação \tilde{I}_{sat}^+ de sondas eletrostáticas na região $0.9 \leq r/a_e \leq 1.1$, onde a_e é o raio do limitador e r a posição radial. Nesta região foram feitas, também, medidas dos perfis de temperatura e densidade eletrônica.

Este capítulo, basicamente, tem por objetivo a apresentação dos resultados; a análise dos dados será apresentada posteriormente no capítulo 5.

4.2 - RESULTADOS DOS PERFIS DE FLUTUAÇÃO DA DENSIDADE

Para obter os resultados dos perfis de flutuação da densidade foi utilizado o arranjo experimental descrito na seção 3.4.3 do capítulo anterior. São medidos \tilde{I}_{sat}^+ de duas sondas eletrostáticas separadas de 90° no mesmo plano poloidal (figura 3.24).

A descarga padrão utilizada está mostrada na figura 4.1. Nesta figura, vemos monitorada a corrente de plasma, I_p , a tensão de enlace, V_L , Raio X duro, R_{XD} , e a posição horizontal da coluna de plasma P_H . Vemos assinalado, também, as posições temporais,

onde foram realizadas as análises espectrais. Estas posições são:

$t_{AI} \cong 0.5\text{ms}$ após a subida da corrente de plasma

$t_{AF} \cong 3.0 \text{ a } 4.0\text{ms}$ após a subida da corrente de plasma

com exceção do perfil temporal, onde são feitas análises em várias posições temporais. Em todos os casos a região de análise tem duração de $\approx 0.5\text{ms}$, que contém em média 2000 pontos. Para valores da corrente de plasma I_p , o perfil temporal mantém a mesma forma mostrada na figura 4.1.

As regiões parciais são analisadas com o programa ESPECTRO. Para isso são utilizadas 7 janelas ($M = 7$) de 256 pontos cada ($N = 256$), em um total de 1792 pontos analisados.

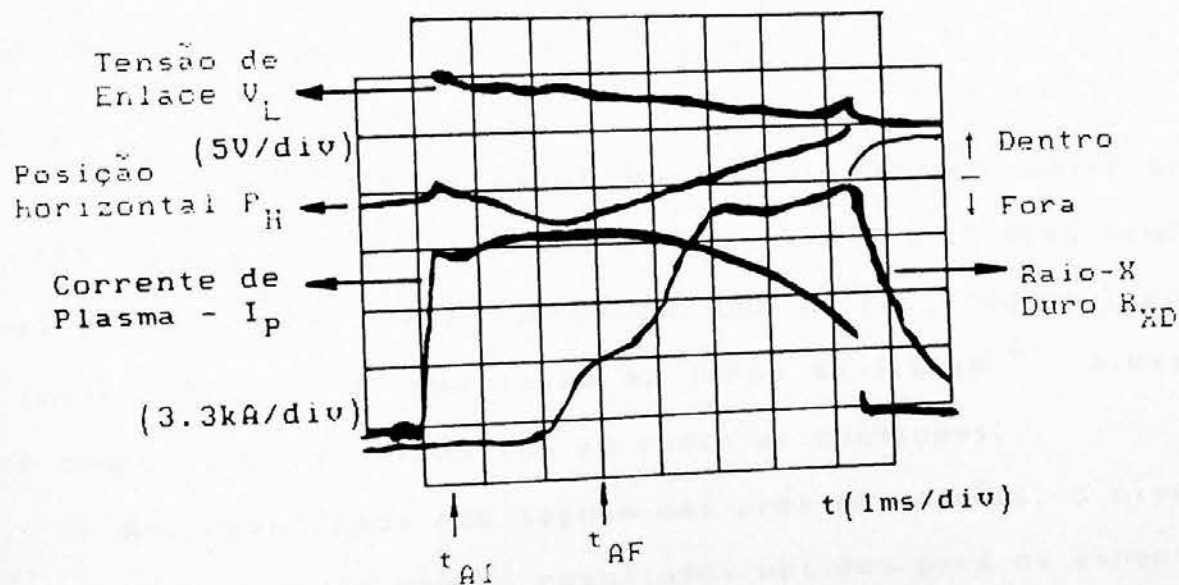


Figura 4.1 - Descarga padrão utilizada nos resultados dos perfis de flutuação de densidade, densidade e temperatura eletrônica. As regiões de análise nas medidas de flutuação foram feitas em t_{AI} e t_{AF} .

Para analisar as possíveis interferências do sistema eletro-eletrônico do tokamak, ou seja, o nível de ruído do sistema, foram realizadas descargas sem a formação de plasma (desligando o filamento de pré-ionização (MAQ-87)). Estas descargas foram realizadas para vários parâmetros dos campos magnéticos e posições das sondas eletrostáticas.

Um resultado gráfico, obtido com o programa GREPH12, aparece na figura 4.2. Nesta figura, temos a medida de I_p (corrente de plasma), \tilde{I}_{sat}^+ (corrente de saturação de íons da sonda 1) e \tilde{I}_{sat}^+ (corrente de saturação de íons da sonda 2). Em todas as situações analisadas, temos o mesmo tipo de resultados.

A análise espectral destes sinais \tilde{I}_{sat}^+ e \tilde{I}_{sat}^+ realizada com o programa ESPECTRO aparece na figura 4.3. Temos os resultados gráficos de $P_{11}(f_k)$, $P_{22}(f_k)$, $|P_{12}(f_k)|$, $\theta_{12}(f_k)$ e $\nu_{12}(f_k)$.

Para analisar o nível de ruído, devemos observar os valores de P_{11} , P_{22} e $|P_{12}|$. Vemos que para $f \approx 15.6\text{kHz}$ temos um nível de sinal muito alto comparado com outras frequências, que se mostram dentro de uma faixa em torno de $1.0 \times 10^{-6} - 2.0 \times 10^{-4}$. Este comportamento é idêntico em todas as condições.

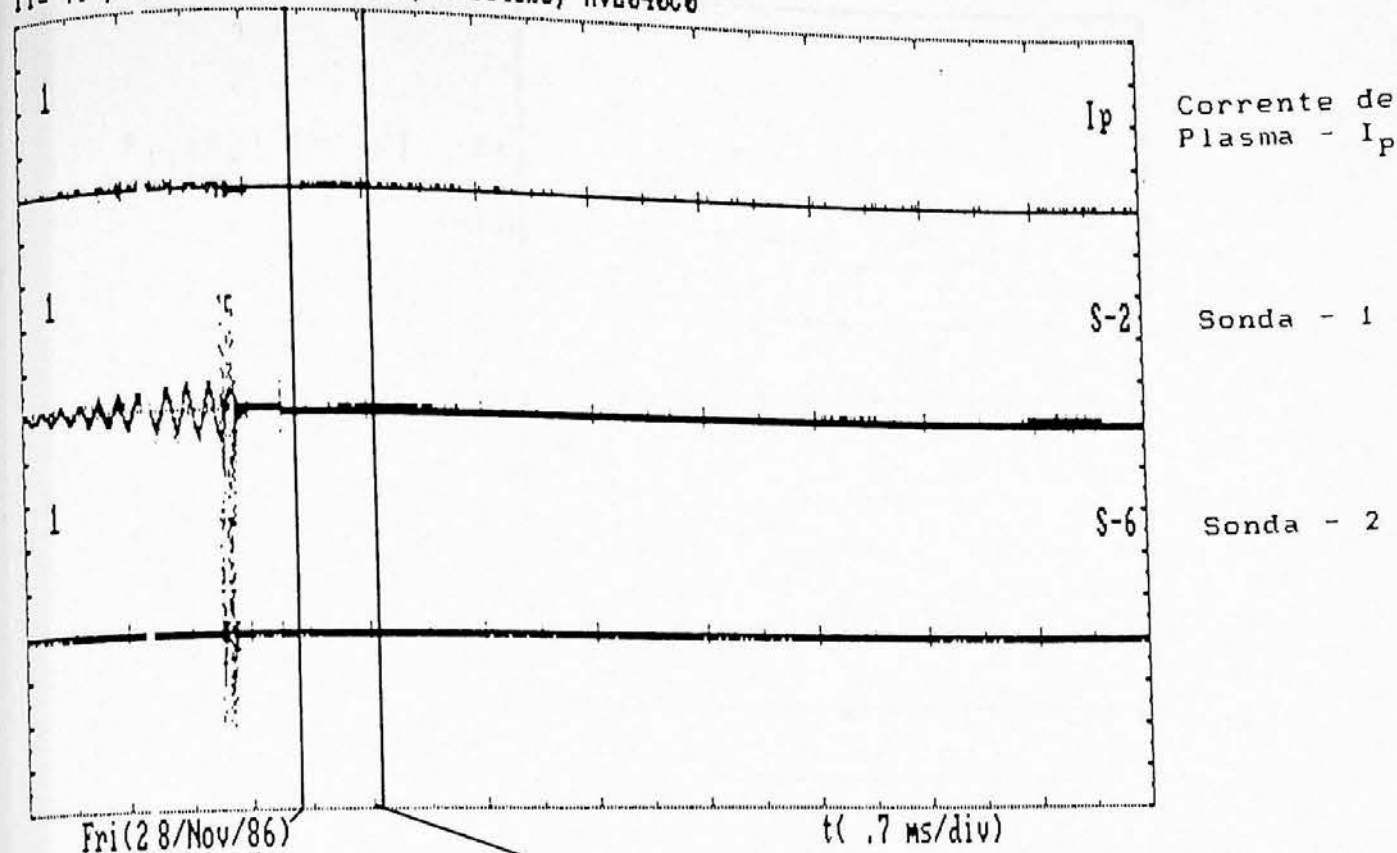
Nos resultados que seguem nas próximas seções, o nível de ruído será comparado com os resultados obtidos para os espectros.

4.2.1 - DEPENDÊNCIA RADIAL

A dependência radial da flutuação de I_{sat}^+ é obtida variando a posição da sonda e mantendo todos os outros parâmetros da descarga fixos. Foram feitas medidas em três posições radiais "r" diferentes; $r = 9.0, 8.0$ e 7.0 cm, onde 8.0 cm corresponde à borda do plasma (raio do limitador - figura 3.23), para correntes

(a)

$I_i = .5$, $I_f = 7.5$, nv2040a0, nv2040b0, nv2040c0



(b)

$I_i = 2.2$, $I_f = 2.7$, nv2040a0, nv2040b0, nv2040c0

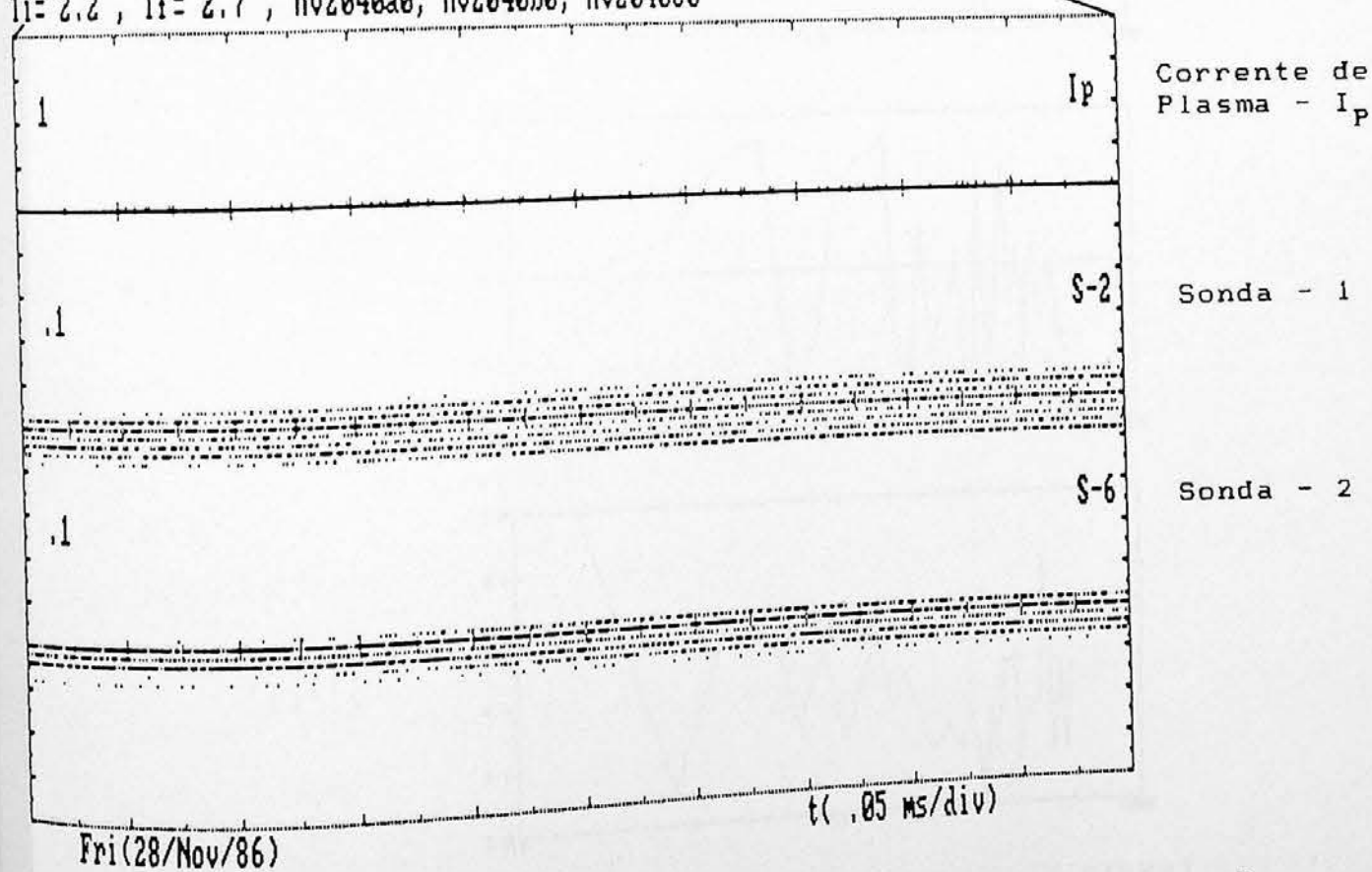


Figura 4.2 - Sinais provenientes das sondas 1 (\tilde{I}_{sat}^+) e 2 (\tilde{I}_{sat}^+) para uma descarga sem formação de plasma(a). Em (b) temos uma ampliação da região de análise em $t_{AI} = 0.5ms$ após a subida da corrente de plasma.

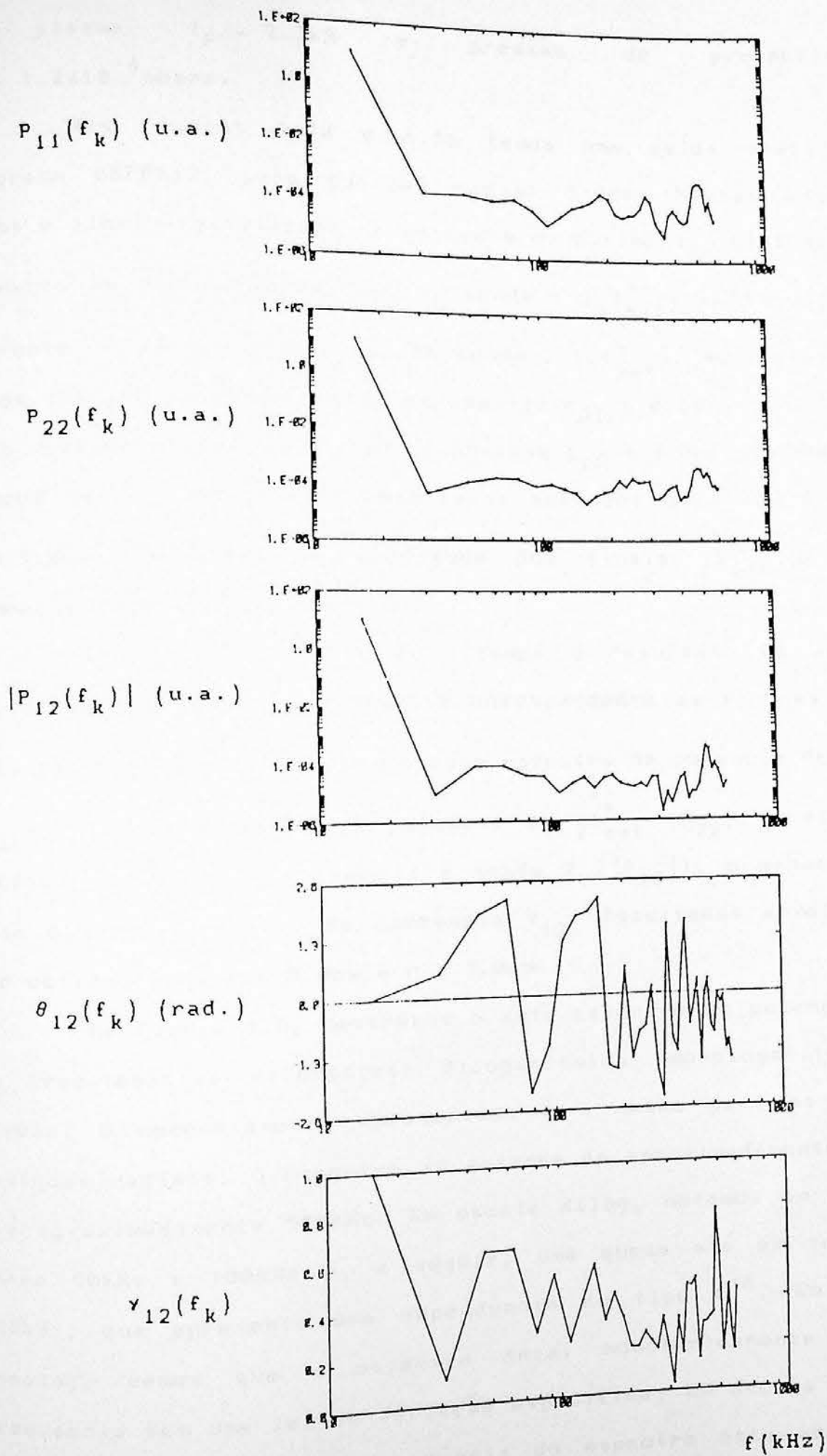


Figura 4.3 - Análise espectral do ruído sem plasma, na região mostrada em detalhe na figura 4.2.

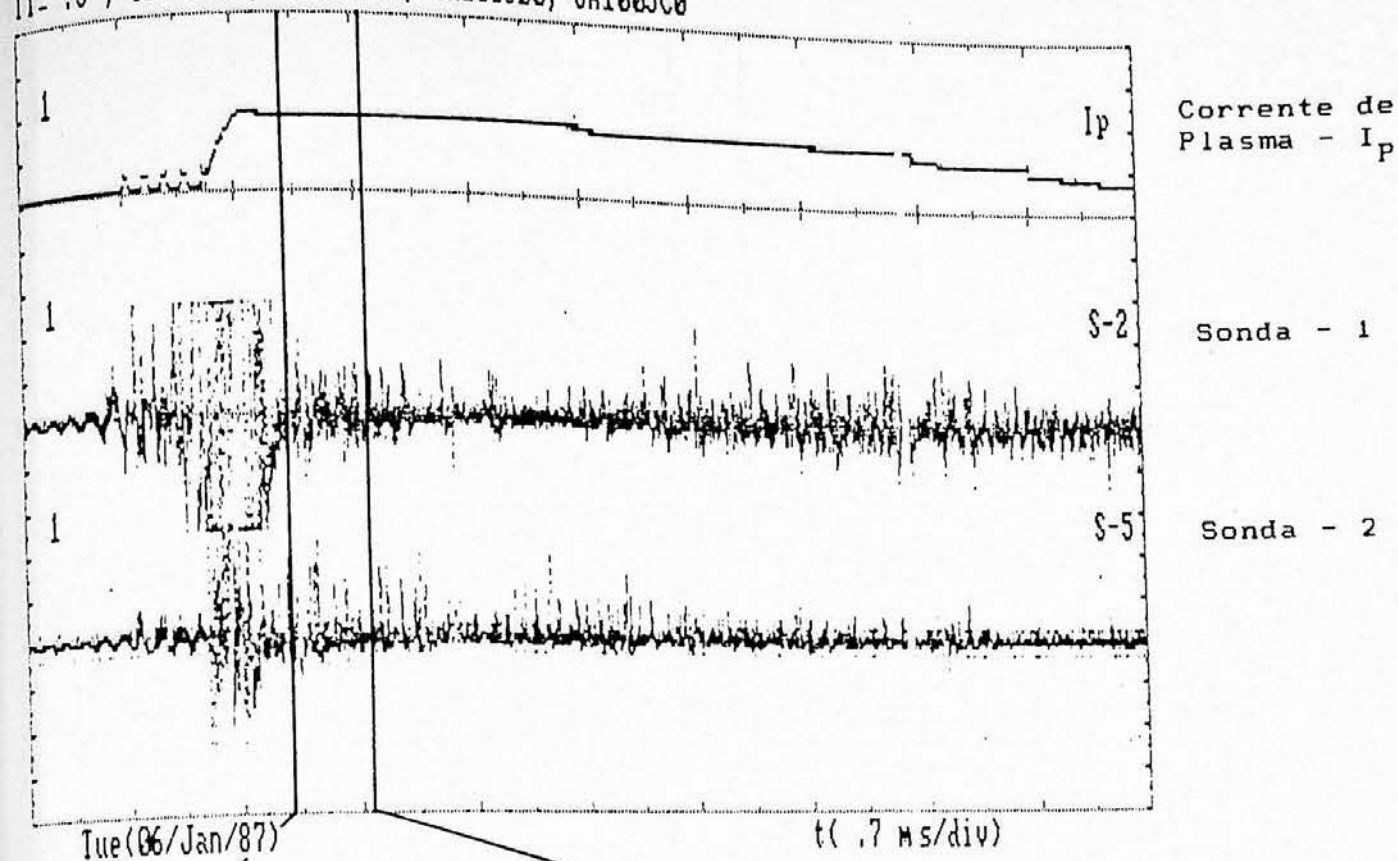
de plasma $I_p = 7.5\text{kA}$ e pressão de preenchimento $P_p = 1.2 \times 10^{-4}$ mbarr.

Nas figuras 4.4a e 4.5a temos uma saída gráfica do programa GREPH12, para posição radial 9.0cm. Nestas figuras, vemos o sinal digitalizado da corrente de plasma I_p , flutuação da corrente de saturação de íons da sonda 1 (\tilde{I}_{sat}^+) e flutuação da corrente de saturação de íons da sonda 2 (\tilde{I}_{sat}^+). Na figura 4.4b temos uma ampliação da região de análise $t_{\text{AI}} = 0.5\text{ms}$ e, na figura 4.5b, uma ampliação da região de análise $t_{\text{AF}} = 3.0\text{ms}$. Em ambos os tempos de análise, temos resultados análogos para $r = 8.0\text{cm}$ e $r = 7.0\text{cm}$. Sendo que a amplitude dos sinais \tilde{I}_{sat}^+ e \tilde{I}_{sat}^+ aumentam à medida que r diminui.

Nas figuras 4.6 e 4.7, temos o resultado da análise espectral das regiões de análise correspondente às figuras 4.4 e 4.5. Nestas figuras aparecem o auto espectro de potência de \tilde{I}_{sat}^+ (P_{11}), o auto espectro de potência de \tilde{I}_{sat}^+ (P_{22}), o espectro cruzado dos sinais da sonda 1 e sonda 2 ($|P_{12}|$), o espectro de fase θ_{12} e o espectro de coerência γ_{12} . Resultados semelhantes são obtidos para $r = 8.0\text{cm}$ e $r = 7.0\text{cm}$.

Na figura 4.8, mostramos o auto espectro de potência P_{11} em três escalas diferentes: dilogarítmica, monologarítmica e linear. O comportamento apresentado é o mesmo para as outras posições radiais. O espectro se estende de aproximadamente 30kHz até aproximadamente 500kHz. Em escala dilog, notamos um patamar entre 30kHz e 100kHz e, a seguir, uma queda até em torno de 500kHz, que apresenta uma dependência do tipo $f^{-\alpha}$. Em escala monolog, vemos que o espectro decai monotonicamente com a frequência sem uma lei de variação específica. Em escala linear, notamos que quase 90% da potência do espectro está abaixo de 100kHz.

(a) $I_i = .5$, $I_f = 7.5$, JA1005A0, JA1005B0, JA1005C0



(b) $I_j = 2.2$, $I_f = 2.7$, JA1005A0, JA1005B0, JA1005C0

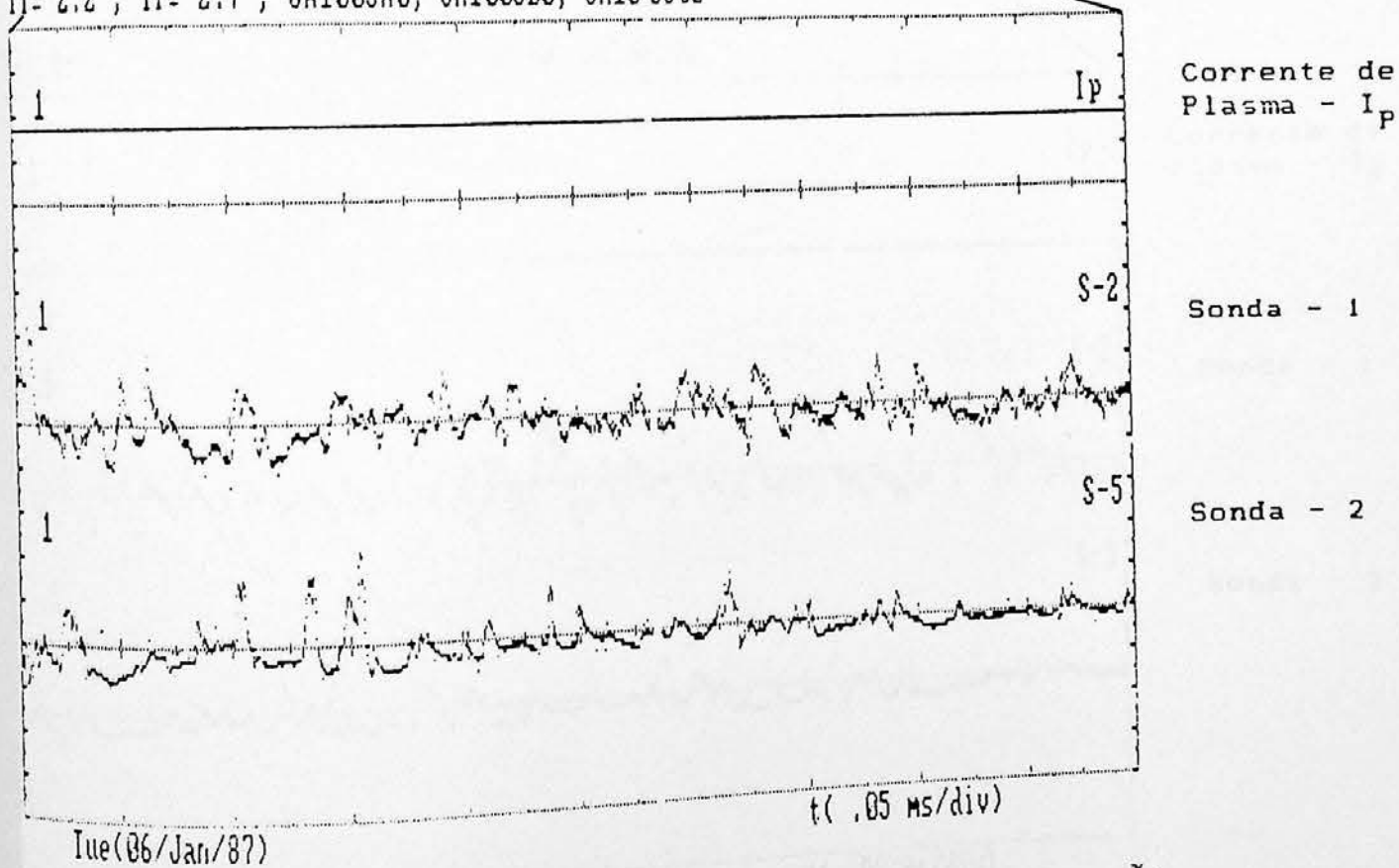
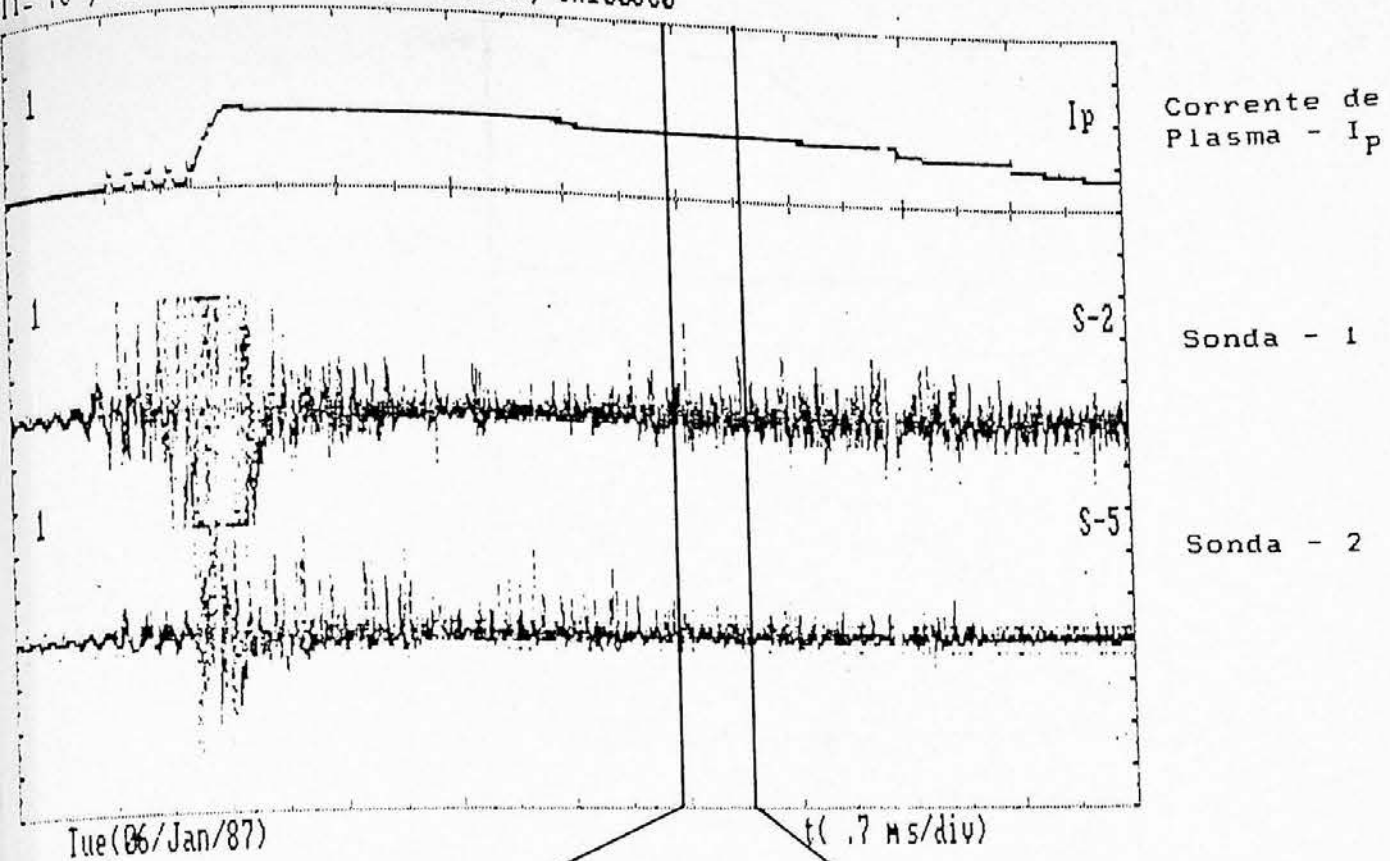


Figura 4.4 - Sinais provenientes das sondas 1 ($\tilde{I}_{1\text{sat}}^+$) e 2 ($\tilde{I}_{2\text{sat}}^+$), ambas na posição radial $r = 9.0\text{cm}$. As condições da descarga são: $I_p \approx 7.5\text{kA}$ e $P_p \approx 1.2 \times 10^{-4}\text{mbarr}$. Em (b) temos um detalhe da região de análise em $t_{AI} = 0.5\text{ms}$ após a subida da corrente de plasma.

(a) $I_i = .5$, $I_f = 7.5$, JA1005A0, JA1005B0, JA1005C0



(b) $I_i = 4.7$, $I_f = 5.2$, JA1005A0, JA1005B0, JA1005C0

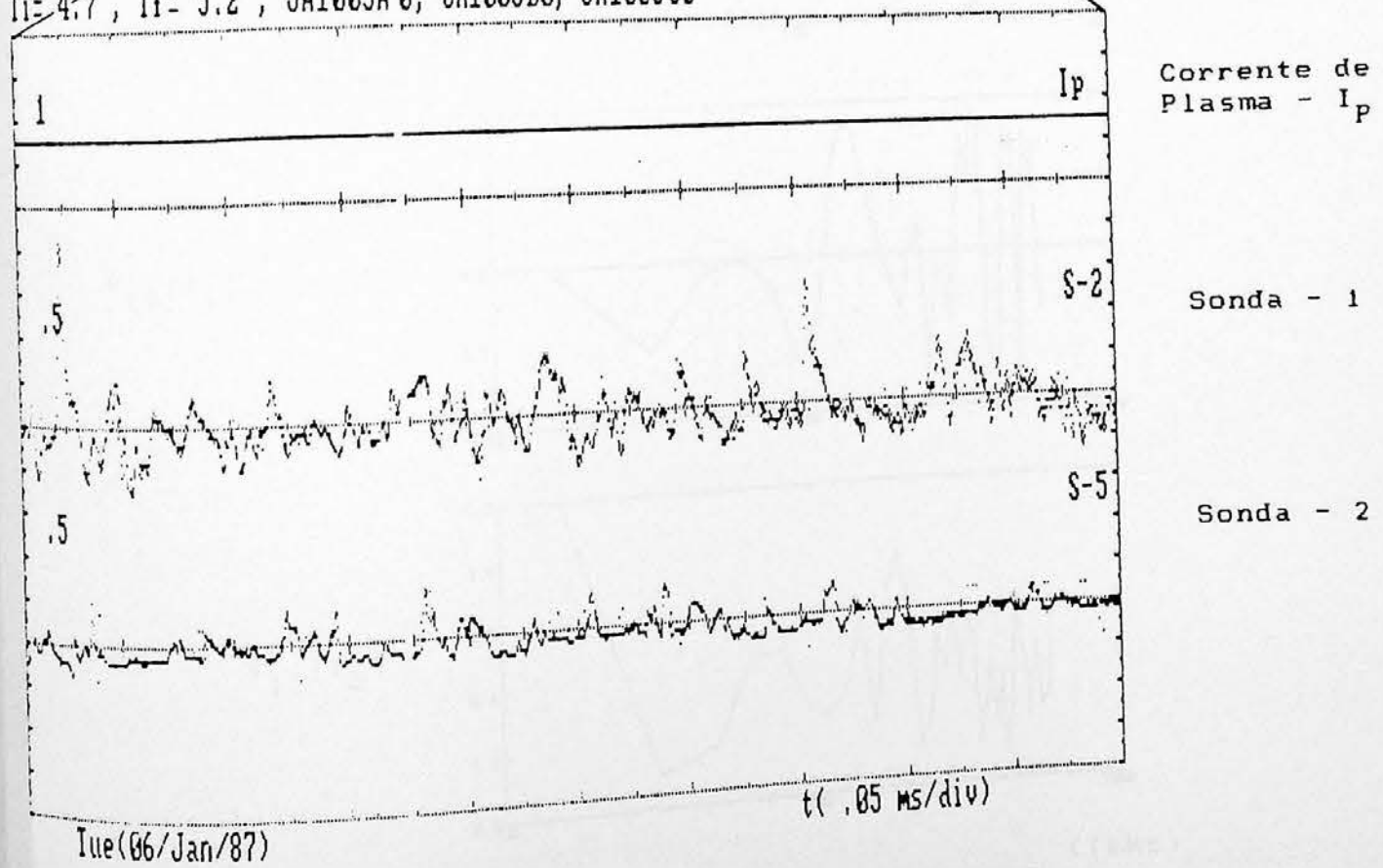


Figura 4.5 - Condições idênticas às da figura 4.4, com detalhe para a região de análise (b) em $t_{AF} = 3.0 \text{ ms}$ após a subida da corrente de plasma.

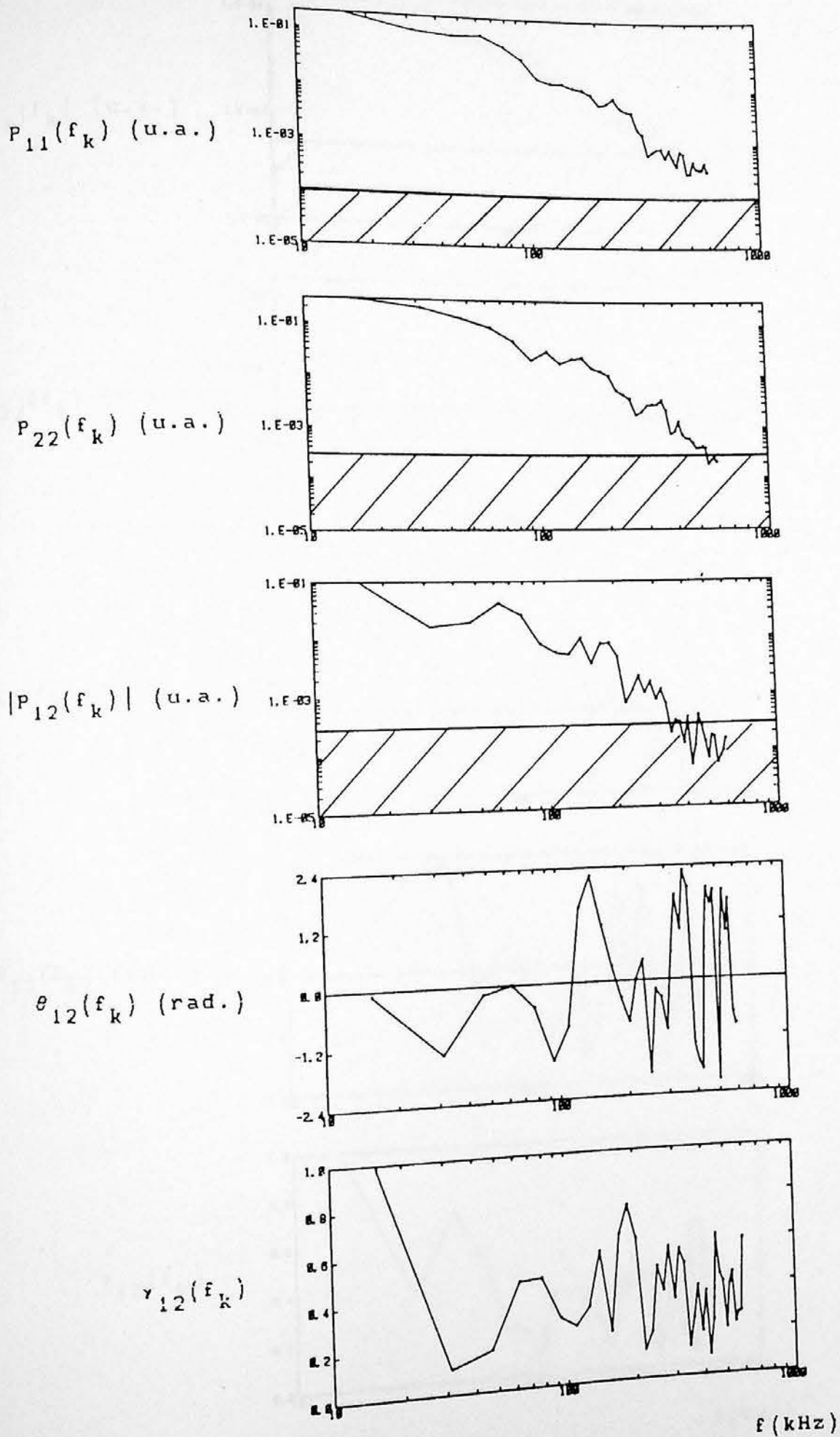


Figura 4.6 - Análise espectral da região em detalhe mostrada na figura 4.4.

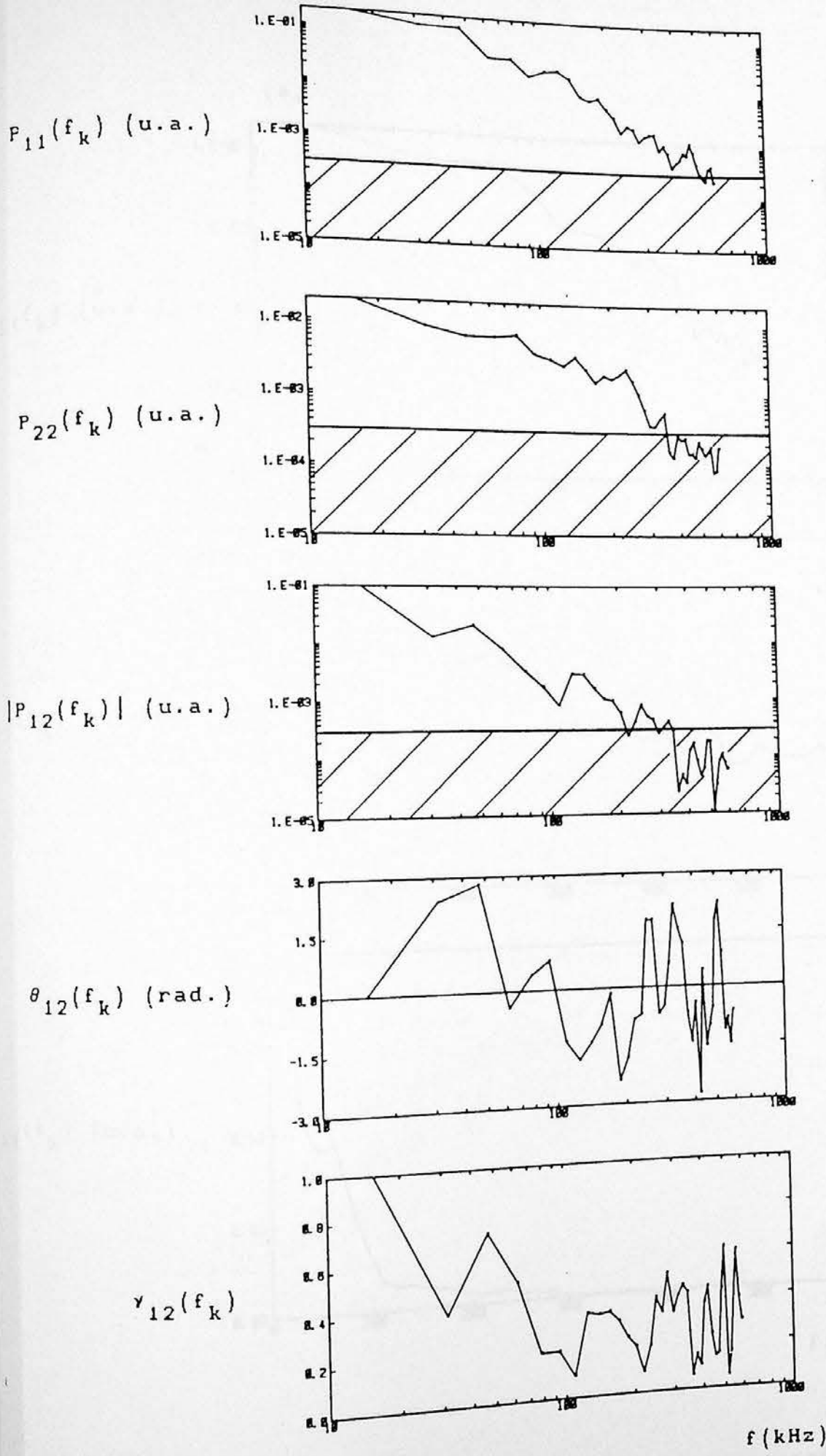


Figura 4.7 - Análise espectral da região em detalhe mostrada na figura 4.5.

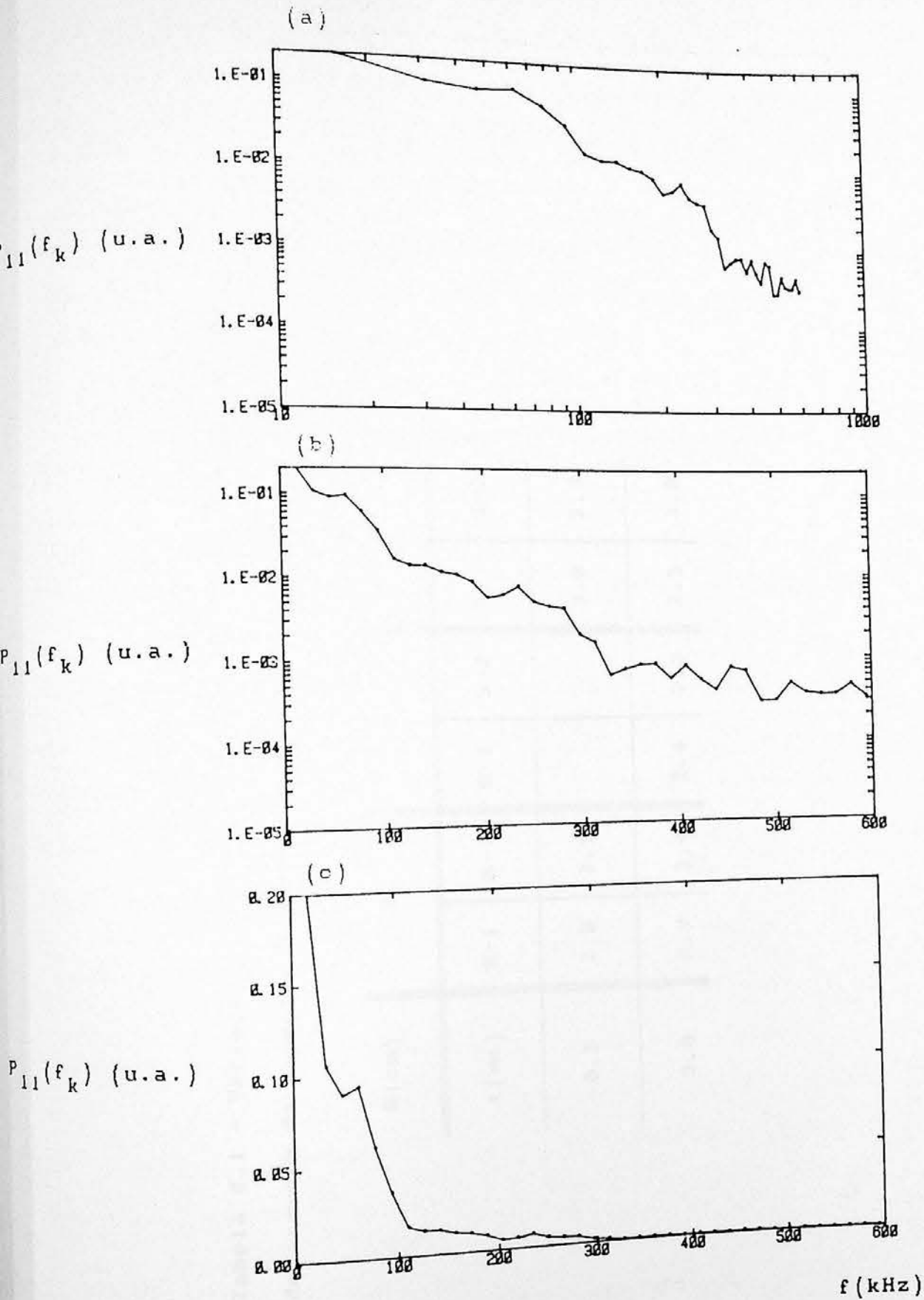


Figura 4.8 - Auto espectro de potência \hat{P}_{11} correspondente ao da figura 4.6, mostrado em três escalas gráficas diferentes: (a) dilogarítmica; (b) monologarítmica e (c) linear.

Tabela 4.1 - Variação radial dos valores dos índice α de decaimento de espectro medido com as sondas 1 (S-1) e 2 (S-2).

R (cm)	9		8		7	
t (ms)	S-1	S-2	S-1	S-2	S-1	S-2
0.5	2.8	2.9			3.0	2.5
3.0	2.7	2.4	2.4	2.3	2.5	3.0

A área hachureada, que aparece em P_{11} , P_{22} e P_{12} , é o nível de ruído, já discutido anteriormente. Como vemos, este nível está abaixo do espectro obtido. Quanto ao primeiro ponto, este será discutido no próximo capítulo.

Para analisar os α dos sinais \tilde{I}_{sat}^+ e \tilde{I}_{sat}^+ nos auto espectros de potência P_{11} e P_{22} , foi utilizado o programa Lotus 123, como descrito no capítulo anterior (seção 3.5). Os resultados estão mostrados na tabela 4.1

4.2.2 - DEPENDÊNCIA COM A PRESSÃO DE PREENCHIMENTO

A variação da pressão de preenchimento P_p do vaso do TBR-1 é feita variando-se a quantidade de gás injetada na máquina, em nosso caso, hidrogênio. O controle da pressão é realizado em um medidor de auto vácuo. As pressões P_p utilizadas foram aproximadamente 1.2×10^{-4} mbarr, 8.0×10^{-5} mbarr e 5.5×10^{-5} mbarr. Esta experiência foi feita com as sondas 1 e 2 posicionadas na borda do plasma ($r = 8.0$ cm), onde escolhemos $I_p = 10.0$ kA.

Na figura 4.9 temos os resultados I_p , \tilde{I}_{sat}^+ e \tilde{I}_{sat}^+ para pressão $P_p = 1.2 \times 10^{-4}$ mbarr. A figura 4.9b mostra, em detalhe, a região de análise $t_{AI} = 0.5$ ms. Os resultados da análise espectral estão na figura 4.10. O aspecto das figuras 4.9 e 4.10 são semelhantes para outros tempos de análise e para as outras pressões de preenchimento.

Os valores obtidos para o índice de decaimento α do espectro turbulento para diferentes pressões e correntes de plasma são mostrados na tabela 4.2.

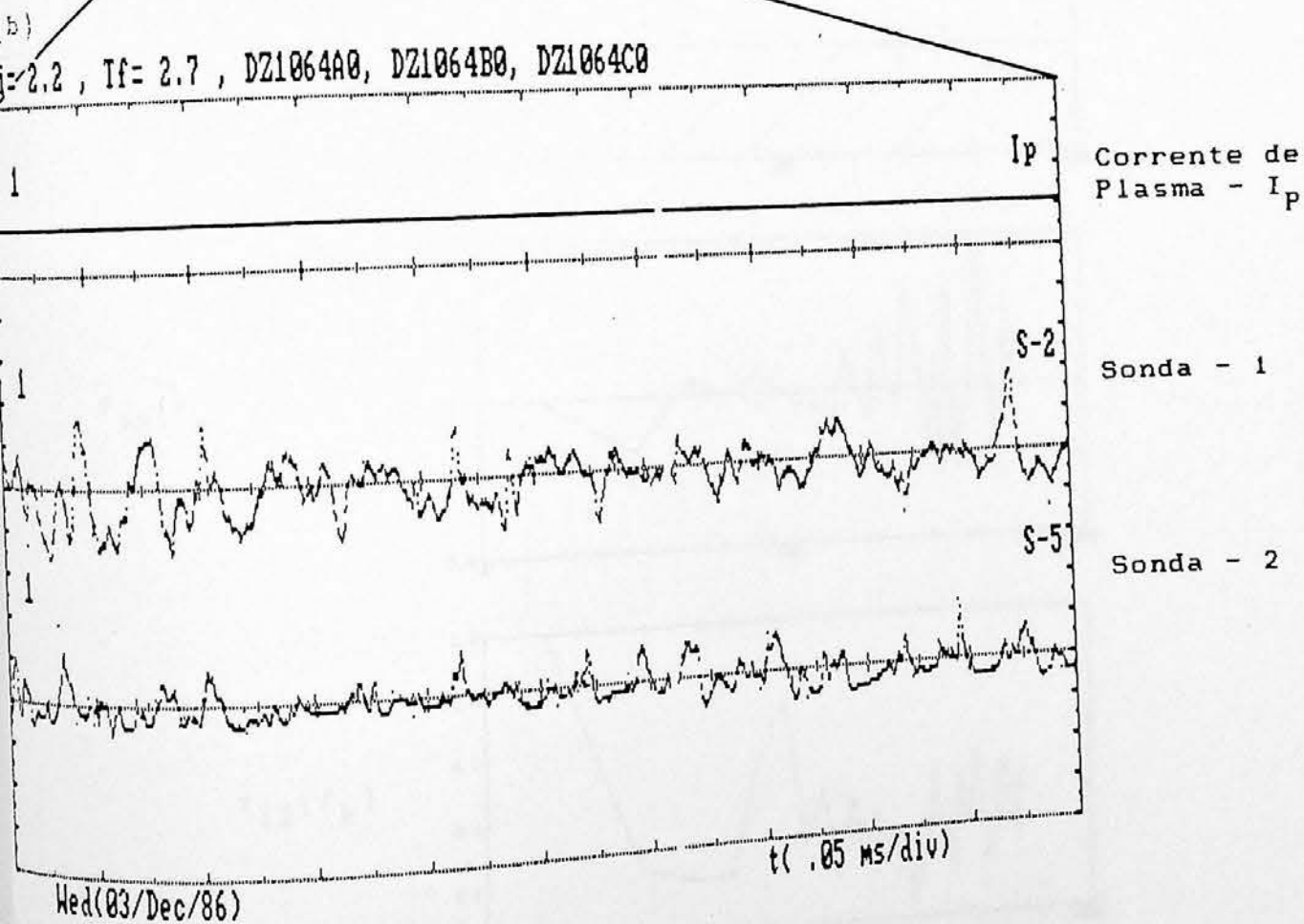
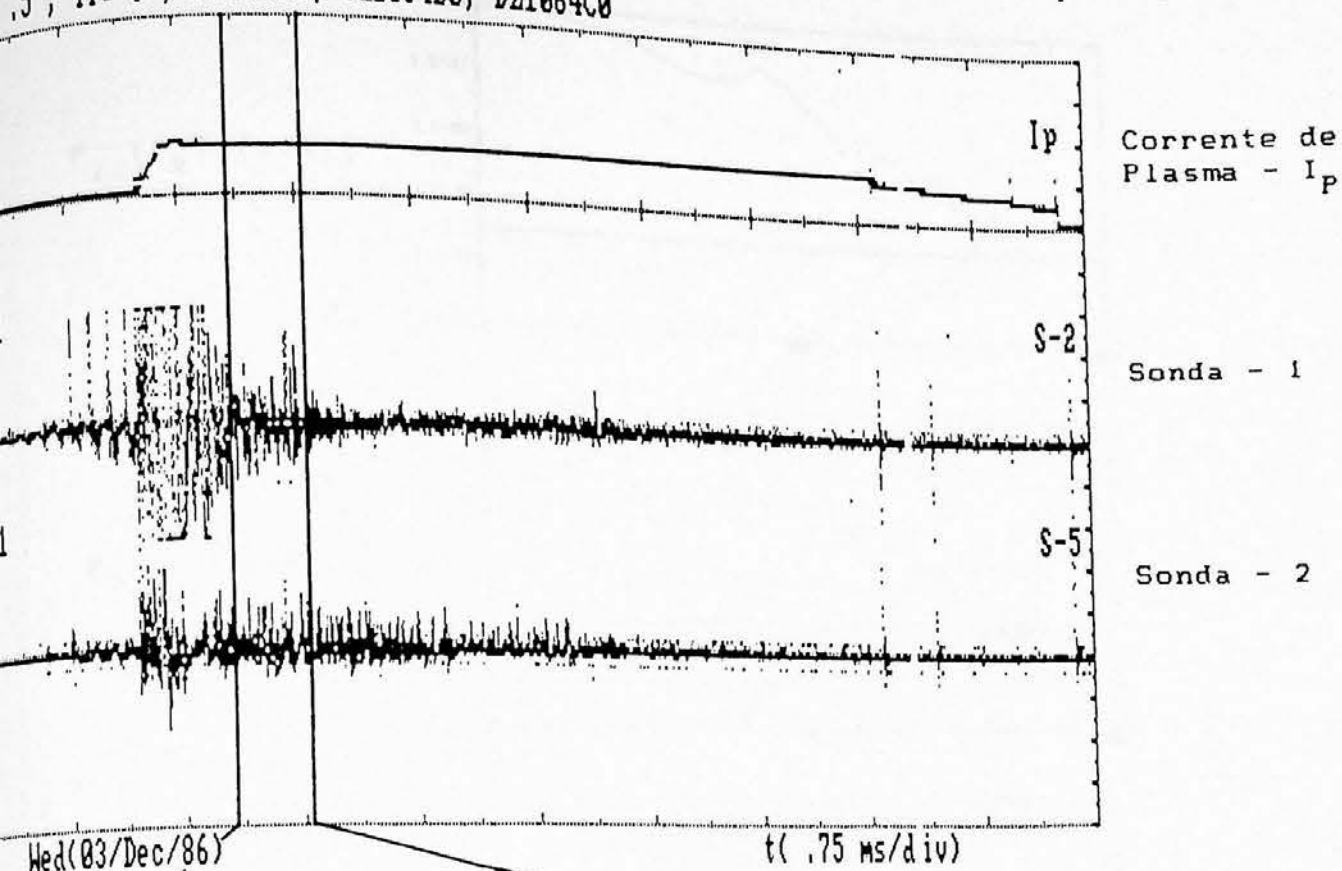
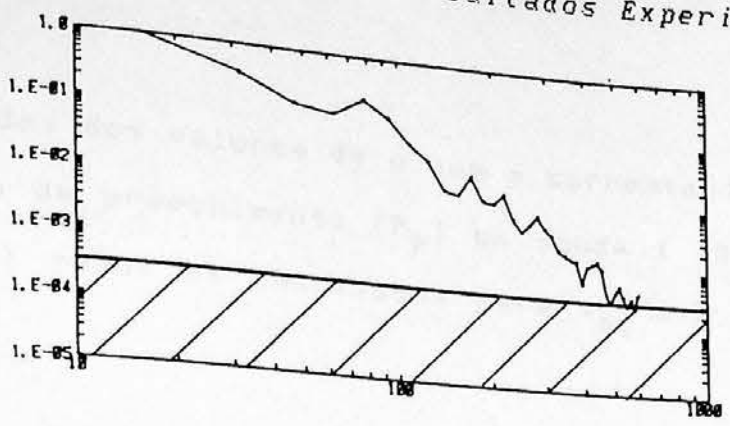
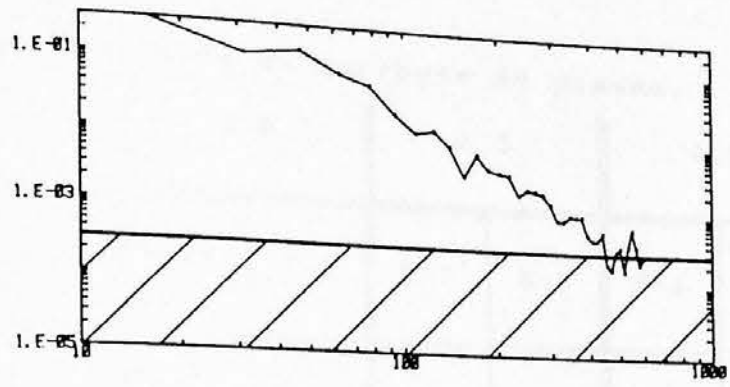


Figura 4.9 - Sinais provenientes das sondas 1 (I_{sat}^+) e 2 (I_{sat}^+), ambas na posição radial $r = 8.0 \text{ cm}$. As condições da descarga são: $I_p \approx 10.0 \text{ kA}$ e $P_p \approx 1.2 \times 10^{-4} \text{ mbarr}$. Em (b) temos um detalhe da região de análise em $t_{AI} = 0.5 \text{ ms}$ após a subida da corrente de plasma.

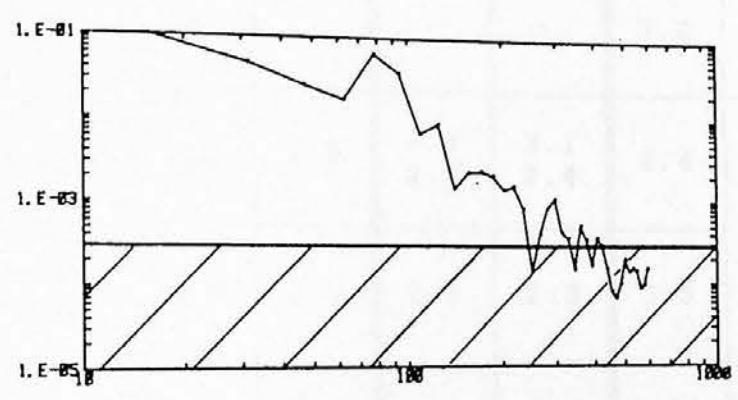
$P_{11}(f_k)$ (u.a.)



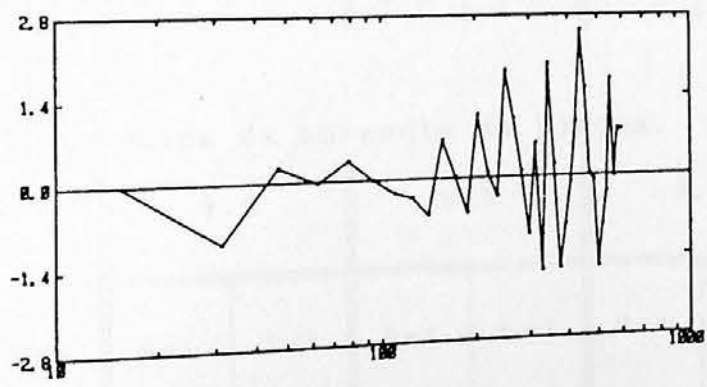
$P_{22}(f_k)$ (u.a.)



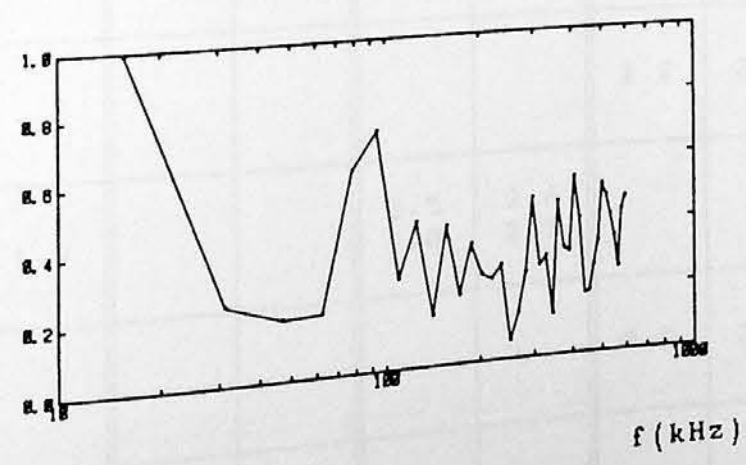
$|P_{12}(f_k)|$ (u.a.)



$\theta_{12}(f_k)$ (rad.)



$\gamma_{12}(f_k)$



f (kHz)

Figura 4.10 - Análise espectral da região em detalhe mostrada na figura 4.9.

Tabela 4.2 - Resultados dos valores de α com a corrente de plasma (I_p) e com a pressão de preenchimento (P_p) na sonda 1 (S-1) e na sonda 2 (S-2). Em (a) temos os resultados para $t_{AI} = 0.5ms$ e em (b) para $t_{AF} = 3.0ms$.

(a) - $t_{AI} = 0.5ms$ após a subida da corrente de plasma.

I_p (kA)	10.0		9.0		6.5		4.5	
	S-1	S-2	S-1	S-2	S-1	S-2	S-1	S-2
1.8×10^{-4}							3.0	3.0
1.2×10^{-4}	3.0 3.3	2.6 2.9	2.2	2.7	2.4 2.2	3.1 2.4	2.4	2.1
8.0×10^{-5}	3.1 3.2	3.0 2.7	2.0	2.2	2.8	2.3	3.3	3.5
5.0×10^{-5}	3.4 3.2	3.1 3.4			3.0	3.2	2.6	1.9

(b) - $t_{AF} = 3.0ms$ após a subida da corrente de plasma.

I_p (kA)	10.0		9.0		6.5		4.5	
	S-1	S-2	S-1	S-2	S-1	S-2	S-1	S-2
1.8×10^{-4}							2.2	2.6
1.2×10^{-4}	1.6	1.7			2.5 2.0	2.6 2.5		
8.0×10^{-5}							0.5	2.4
5.0×10^{-5}	0.6	1.0			2.3	3.0		

4.2.3 - DEPENDÊNCIA COM A CORRENTE DE PLASMA

Variando-se as tensões nos bancos de aquecimento ôhmico, podemos obter diferentes correntes máximas de plasma I_p (MAQ-87). Foram utilizadas $I_p \approx 10.0, 6.5$ e 4.5 kA. As sondas foram posicionadas na borda do plasma ($r = 8.0$ cm). Foram utilizadas várias pressões de preenchimento, onde escolhemos $P_p \approx 1.2 \times 10^{-4}$ mbarr.

O exemplo citado na seção anterior poder ser também considerado aqui. O aspecto destes resultados são semelhantes para as outras correntes de plasma.

4.2.4 - DEPENDÊNCIA COM O CAMPO TOROIDAL

A variação do campo toroidal B_T é feita variando-se a corrente nos bancos toroidais (I_T). Foram utilizadas as seguintes correntes I_T : 4.6 kA, 4.3 kA, 3.9 kA e 3.7 kA, que correspondem, respectivamente, a $B_T = 2.4$ kG, 2.3 kG, 2.1 kG e 2.0 kG (MAQ-87). Os parâmetros mantidos fixos foram: $I_p \approx 10.0$ kA; $P_p \approx 1.2 \times 10^{-4}$ mbarr e posição radial das sondas 1 e 2 $r = 8.0$ cm.

Na figura 4.11, temos os resultados de I_p , $I_{1\text{sat}}^+$ e $I_{2\text{sat}}^+$ para $B_T = 2.4$ kG, sendo que a região de análise é mostrada em detalhe na figura 4.11b ($t_{AI} = 0.5$ ms). Este exemplo é para $I_T = 4.6$ kA. O resultado da análise espectral para este exemplo está na figura 4.12. O aspecto destes resultados é semelhante para os outros valores do campo toroidal. Na tabela 4.3 temos os resultados de α em função do campo toroidal.

4.3 - RESULTADOS DOS PERFIS DE TEMPERATURA E DENSIDADE

Os perfis de temperatura (t_e) e densidade (n_e) foram

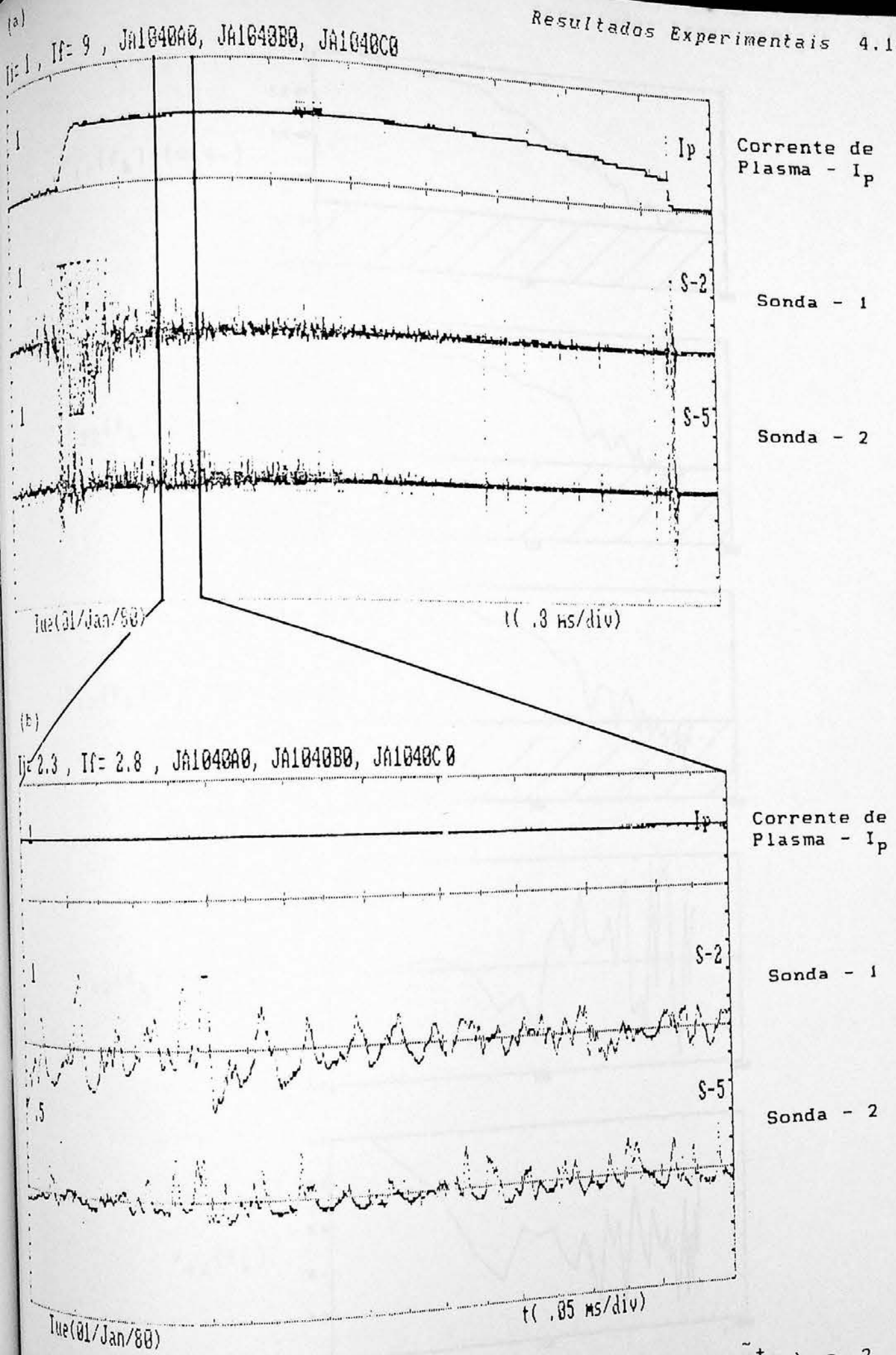
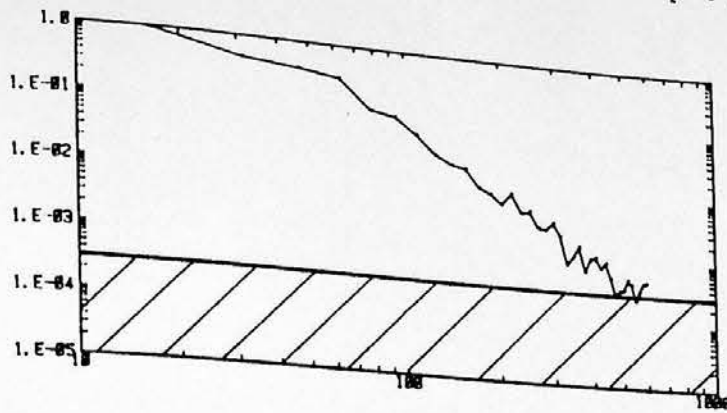
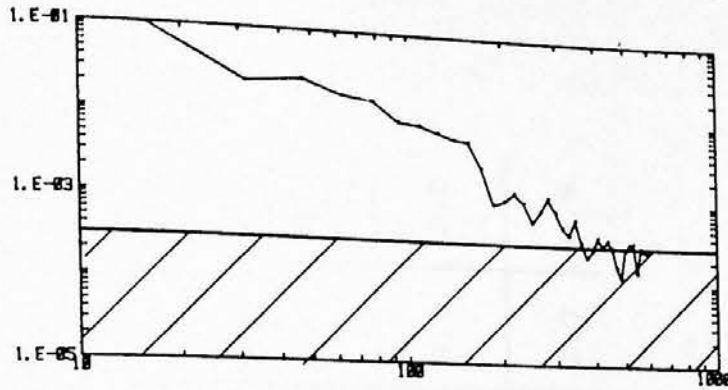


Figura 4.11 - Sinais provenientes das sondas 1 (\tilde{I}_{sat}^+) e 2 (\tilde{I}_{sat}^+), ambas na posição radial $r = 9.0 \text{ cm}$. As condições da descarga são: $I_p \approx 10.0 \text{ kA}$, $P_p \approx 1.2 \times 10^{-4} \text{ mbarr}$ e $B_T \approx 2.4 \text{ kG}$. Em (b) temos um detalhe da região de análise em $t_{AI} = 0.5 \text{ ms}$ após a subida da corrente de plasma.

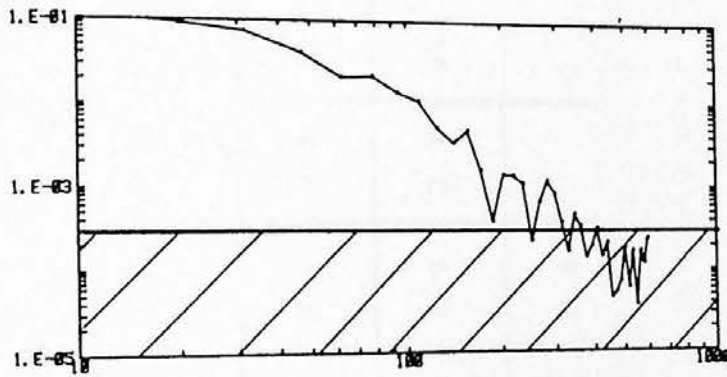
$P_{11}(f_k)$ (u.a.)



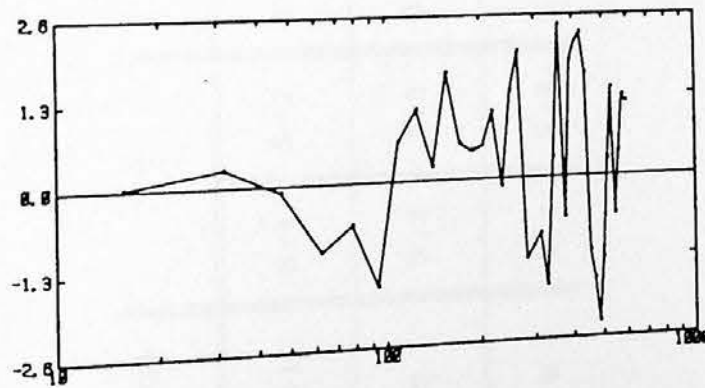
$P_{22}(f_k)$ (u.a.)



$|P_{12}(f_k)|$ (u.a.)



$\theta_{12}(f_k)$ (rad.)



$\gamma_{12}(f_k)$

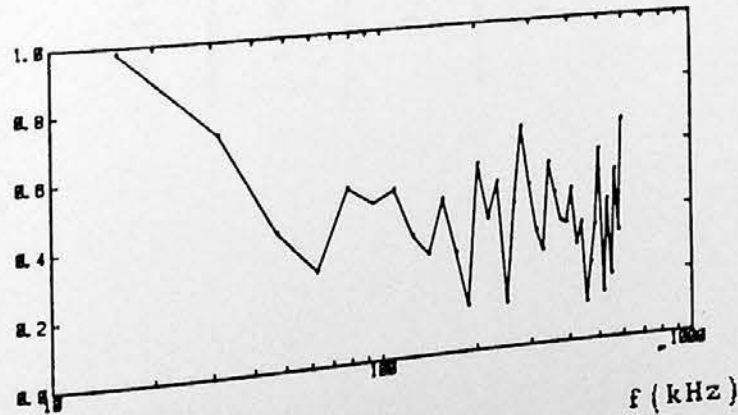


Figura 4.12 - Análise espectral da região em detalhe mostrada na figura 4.11.

Tabela 4.3 - Resultados de α para a variação do campo toroidal B_T nas sondas 1 (S-1) e 2 (S-2), para $I_p \approx 10.0kA$ e $P_p \approx 1.2 \times 10^{-4}$ mbarr.

B_T (KG)	2.4		2.3		2.1		2.0	
t (ms)	S-1	S-2	S-1	S-2	S-1	S-2	S-1	S-2
0.5	3.2	2.5	3.1	1.7	3.3	2.1	3.3	2.2
3.0	2.3	2.2	1.1	0.8			1.7	0.8

obtidos com o arranjo experimental descrito na seção 3.4.4 do capítulo anterior. São medidas as curvas características e a corrente de saturação dos íons I_{sat}^+ de duas sondas eletrostáticas no mesmo plano poloidal e separadas de 90° (figura 3.25).

A descarga padrão utilizada está mostrada na figura 4.1. No caso da corrente de plasma temos uma variação na amplitude para valores diferentes de I_p , mas mantendo a forma apresentada na figura.

Foram feitas medidas para quatro correntes de plasma diferentes, com valores aproximadamente em torno de $I_p = 10.0kA$, $9.0kA$, $6.5kA$ e $4.5kA$. Em cada corrente de plasma a posição radial das sondas foi $r = 8.5cm$, $8.0cm$, $7.5cm$ e $7.0cm$. Para cada posição radial, a pressão de preenchimento do vaso foi aproximadamente $P_p = 1.8 \times 10^{-4}$ mbarr, 1.2×10^{-4} mbarr, 8.0×10^{-5} mbarr e 5.0×10^{-5} mbarr. Todos os outros parâmetros de controle da descarga do tokamak foram mantidos constantes.

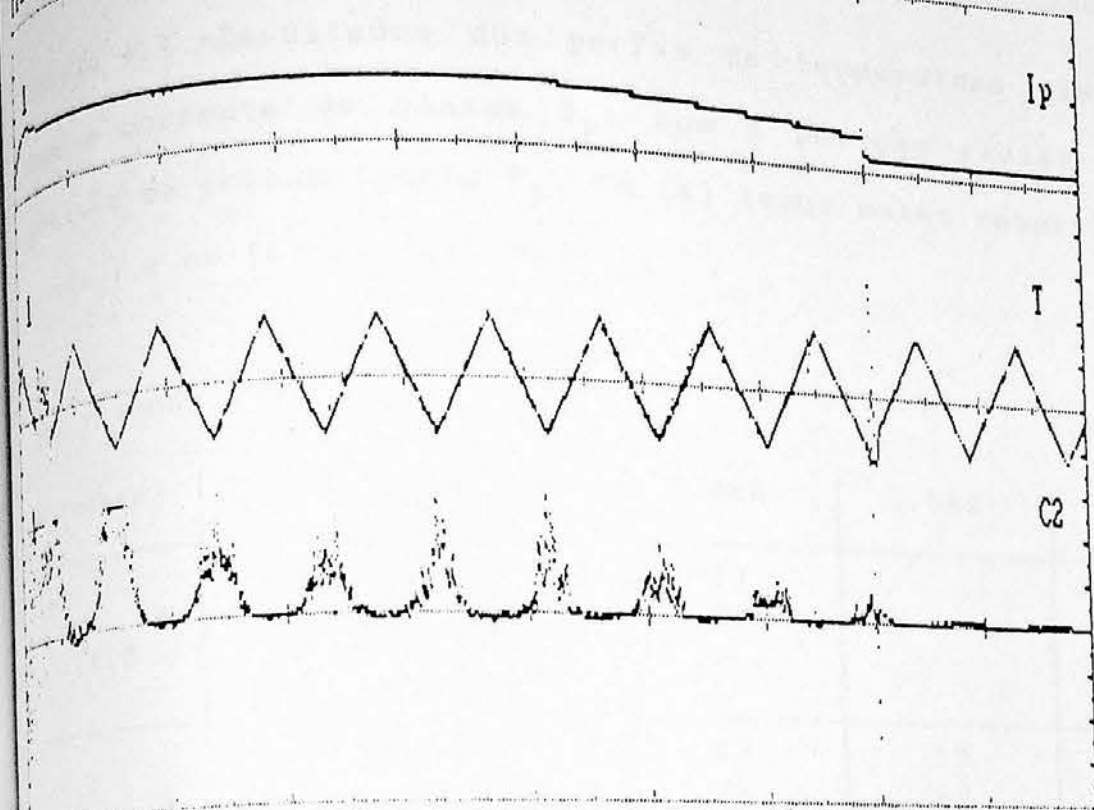
Tendo o perfil temporal da corrente de saturação dos íons I_{sat}^+ , podemos determinar o nível relativo de flutuação $I_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ com o programa ANISATGRAF e, assim, calcular os perfis segundo outros parâmetros do plasma, como discutido no capítulo anterior (seção 3.5).

Na figura 4.13, temos um exemplo de curvas características obtidas ao longo do tempo. Nesta figura temos I_p , tensão de varredura aplicada à sonda, com período de $300\mu s$ e corrente coletada pela sonda. Usando o programa Lotus 123 podemos calcular, para cada curva, a temperatura eletrônica (DAL-82).

Na figura 4.14, temos um exemplo do perfil temporal ao longo da corrente de plasma, da corrente de saturação de íons I_{sat}^+ . A figura mostra I_p , tensão aplicada à sonda e corrente I_{sat}^+ coletada pela sonda.

Os perfis de T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$ foram feitos em $1.0ms$ após a

$\eta = 1$, $T_f = 9$, fv1071b0, fv1071b1, fv1071b2

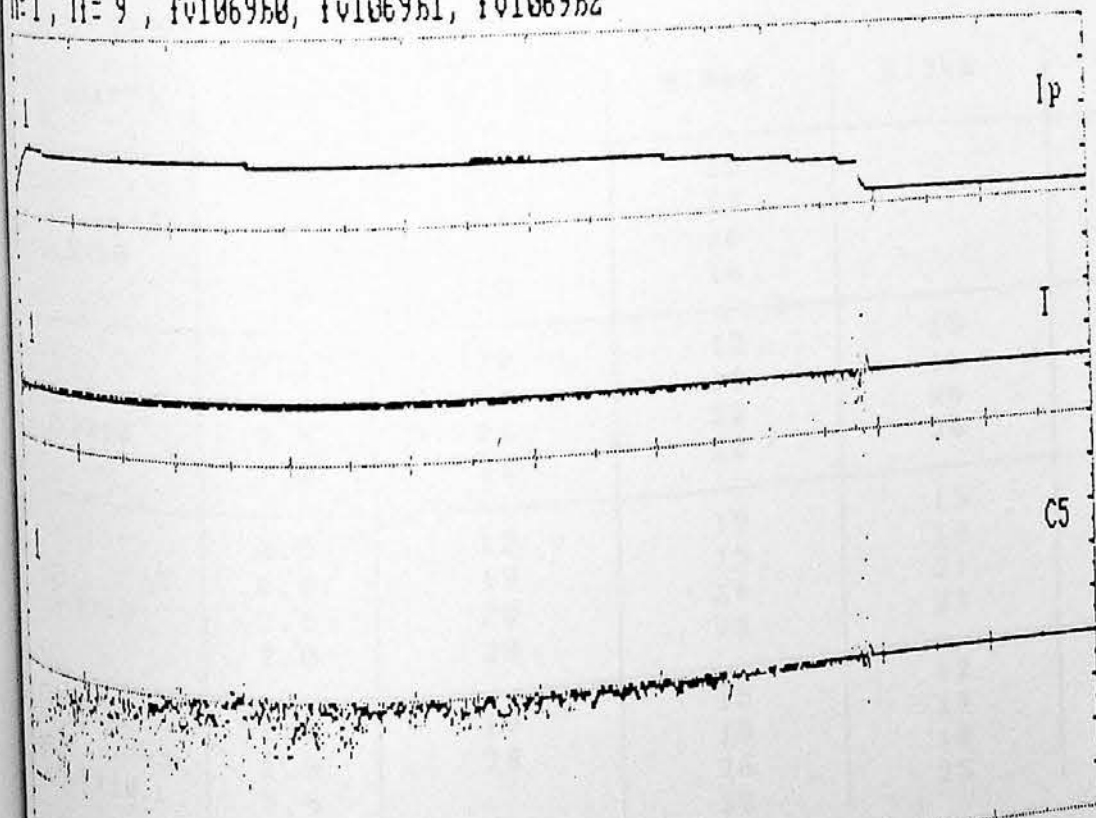


Med(04/Feb/87)

t(.8 ms/div)

Figura 4.13 - Exemplo de curvas características de sondas eletrostáticas obtidas com gerador de varredura. O sinal T é a tensão de varredura aplicada na sonda, com período de $300\mu s$ e C2 é a corrente coletada pela sonda.

$\eta = 1$, $T_f = 9$, fv1069b0, fv1069b1, fv1069b2



Med(04/Feb/87)

t(.8 ms/div)

Figura 4.14 - Exemplo do perfil temporal, ao longo da corrente de plasma (I_p), da corrente de saturação de íons I_{sat}^+ (C5). O sinal T é a tensão aplicada na sonda.

Tabela 4.4 - Resultados dos perfis de temperatura eletrônica T_e com a corrente de plasma I_p , com a posição radial r e com a pressão de preenchimento P_p . Em (a) temos estes resultados para a sonda 1 e em (b) para a sonda 2.

(a) - sonda 1

P_p (mbarr)	r (cm)	10.0kA	9.0kA	6.5kA	4.6kA
1.8x10 ⁻⁴	8.5	16	13		
	8.0	20	11		
	7.5	25			
	7.0				
1.2x10 ⁻⁴	8.5	17	13	15	22
	8.0	26	24	16	26
	7.5	25	15	21	40
	7.0			25	
8.0x10 ⁻⁵	8.5	15	16	22	18
	8.0	24	28	18	16
	7.5	30	18	18	22
	7.0		28	36	26
5.5x10 ⁻⁵	8.5	9	21	14	19
	8.0	13	14		28
	7.5	21	16	16	30
	7.0	30		34	28

(b) - sonda 2

P_p (mbarr)	r (cm)	10.0kA	9.0kA	6.5kA	4.6kA
1.8x10 ⁻⁴	8.5	26	15		
	8.0	14	13		
	7.5	17	15		
	7.0	20	16		
1.2x10 ⁻⁴	8.5	20	12	18	20
	8.0	23	19	13	14
	7.5	21	22	26	17
	7.0	31	20	30	
8.0x10 ⁻⁵	8.5	12	19	15	13
	8.0	19	15	18	18
	7.5	20	16	21	11
	7.0	30	26	23	20
5.5x10 ⁻⁵	8.5	18	15	12	22
	8.0	24	18	19	24
	7.5		26	10	20
	7.0		30	25	34

Tabela 4.5 - Resultados dos perfis de $\langle I_{sat}^+ \rangle$ (proporcional a n) com a corrente de plasma I_p , com a posição radial r e com a pressão de preenchimento P_p . Em (a) temos estes resultados para a sonda 1 e em (b) para a sonda 2.

(a) - sonda 1

P_p (mbarr)	r (cm)	10.0kA	9.0kA	6.5kA	4.6kA
1.8x10 ⁻⁴	8.5	5.5	4.6		
	8.0	6.8	5.1		
	7.5	9.9	18.2		
	7.0	20.0			
1.2x10 ⁻⁴	8.5	3.2	3.0	1.3	1.1
	8.0	6.3	4.7	2.7	3.7
	7.5	9.9	6.4	4.5	5.0
	7.0	20.1	8.4	2.4	6.6
8.0x10 ⁻⁵	8.5	4.1	1.9	0.7	1.3
	8.0	6.0	2.7	0.5	2.0
	7.5	7.1	2.8	0.98	3.6
	7.0	9.4	16.4	7.1	5.7
5.5x10 ⁻⁵	8.5	3.4	1.5	0.44	0.72
	8.0	2.3	4.4	0.54	0.98
	7.5	8.9	3.6	1.1	1.5
	7.0	3.3	11.7	1.6	2.0

(b) - sonda 2

P_p (mbarr)	r (cm)	10.0kA	9.0kA	6.5kA	4.6kA
1.8x10 ⁻⁴	8.5	10.5	5.5		
	8.0	15.9	4.2		
	7.5	13.0	12.7		
	7.0	9.7			
1.2x10 ⁻⁴	8.5	11.5	4.0	4.9	4.0
	8.0	12.0	4.3	3.2	5.3
	7.5	13.7	6.0	5.6	6.1
	7.0	10.3	12.9	5.8	7.7
8.0x10 ⁻⁵	8.5	9.9	2.2	3.6	2.5
	8.0	13.2	2.3	3.0	3.7
	7.5	10.3	6.5	6.3	5.2
	7.0	11.4	10.8	8.8	3.7
5.5x10 ⁻⁵	8.5	19.0	2.4	3.6	2.5
	8.0	13.9	5.2	5.3	3.3
	7.5	13.8	6.5	3.9	4.3
	7.0	3.3	6.1	6.3	4.6

subida da corrente de plasma. Nas tabelas 4.4 e 4.5, temos os valores de T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$, respectivamente. Nestas tabelas temos os perfis destes valores com I_p , r e P_p .

4.3.1 - PERFIL RADIAL DE T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$

O perfil radial de T_e e I_{sat}^+ que nos interessa para o cálculo dos gradientes de temperatura e densidade na região da borda do plasma, ou seja, o cálculo de dn/dr e dT_e/dr .

Aos pontos experimentais do perfil radial de T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$ foi ajustada uma função exponencial do tipo

$$f_e(r) = ce^{-ar} \quad (4.1)$$

Assim obtemos dois coeficientes "a": um para T_e dado por a_{Te} e um para $\langle I_{sat}^+ \rangle$ dado por a_n . Estes coeficientes são na realidade iguais a

$$a_n = \frac{1}{\langle I_{sat}^+ \rangle} \frac{d\langle I_{sat}^+ \rangle}{dr} \quad (4.2)$$

para a corrente de saturação (que é proporcional à densidade) e

$$a_{Te} = \frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dr} \quad (4.3)$$

para a temperatura eletrônica.

Nas tabelas 4.6 a 4.9, temos os valores de a_n e a_{Te} para as correntes de plasma, pressões de preenchimento e sondas 1 e 2 utilizadas.

Tabela 4.6 - Variação dos coeficientes a_{Te} e a_n para $I_p = 10.0kA$.

P_p (mbarr)	Sonda - 1		sonda - 2	
	a_{Te}	a_n	a_{Te}	a_n
1.8×10^{-4}	0.45	0.85	0.35	0.21
1.2×10^{-4}	0.54	1.19	0.22	0.18
8.0×10^{-5}	0.81	0.53	0.56	0.04
5.5×10^{-5}	0.82	0.25	0.58	0.43

Tabela 4.7 - Variação dos coeficientes a_{Te} e a_n para $I_p = 9.0kA$.

P_p (mbarr)	Sonda - 1		sonda - 2	
	a_{Te}	a_n	a_{Te}	a_n
1.8×10^{-4}		1.38	0.05	0.84
1.2×10^{-4}	0.05	0.68	0.55	0.77
8.0×10^{-5}	0.34	1.30	0.10	1.16
5.5×10^{-5}	-0.23	1.19	0.52	0.60

Tabela 4.8 - Variação dos coeficientes a_{Te} e a_n para $I_p = 6.5kA$.

P_p (mbarr)	Sonda - 1		sonda - 2	
	a_{Te}	a_n	a_{Te}	a_n
1.8×10^{-4}				0.21
1.2×10^{-4}	0.43	0.47	0.40	0.68
8.0×10^{-5}		1.52	0.31	0.45
5.5×10^{-5}	0.46	0.92	0.38	

Tabela 4.9 - Variação dos coeficientes a_{Te} e a_n para $I_p = 4.5kA$.

P_p (mbarr)	Sonda - 1		sonda - 2	
	a_{Te}	a_n	a_{Te}	a_n
1.8×10^{-4}				0.42
1.2×10^{-4}	0.39	1.14	0.18	0.30
8.0×10^{-5}	0.26	1.00	0.12	0.27
5.5×10^{-5}	0.31	0.72	0.06	

4.3.2 - PERFIL DE $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$

Como já mencionamos, o perfil do nível relativo da flutuação da corrente de saturação de íons (ou densidade) com os vários parâmetros da descarga foi obtido com o programa ANISATGRAF em 1.0ms após a subida da corrente de plasma.

Foram feitos perfis com a corrente de plasma, com a pressão de preenchimento, com a variação radial das sondas 1 e 2 e temporalmente.

Nos perfis de $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ com a corrente de plasma I_p e com a pressão de preenchimento P_p , não houve um comportamento sistemático, apesar de $\langle I_{sat}^+ \rangle$ diminuir tanto com I_p quanto com P_p .

Já nos perfis com a variação da posição radial r das sondas 1 e 2, $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ diminui na maioria dos casos, à medida que r aumenta, ou seja, em direção à periferia do plasma, ocorrendo o mesmo para $\langle I_{sat}^+ \rangle$. Este comportamento foi verificado para cada sonda, cada I_p e cada P_p . Um exemplo desta variação se encontra na figura 4.15.

Na tabela 4.10 temos os valores de $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ com os parâmetros I_p , r e P_p para as sondas 1 e 2.

No caso do perfil temporal, devemos ter em mente que existem vários fatores que estão sendo alterados ao longo do tempo e sobre os quais não temos controle. A temperatura é um destes parâmetros, portanto fica difícil fazer uma análise detalhada do que está acontecendo. O que pretendemos é uma análise global do fenômeno, ou seja, não levar em consideração a variação destes parâmetros.

Olhando a figura 4.1 (descarga padrão), notamos que a posição horizontal do plasma tem um deslocamento para

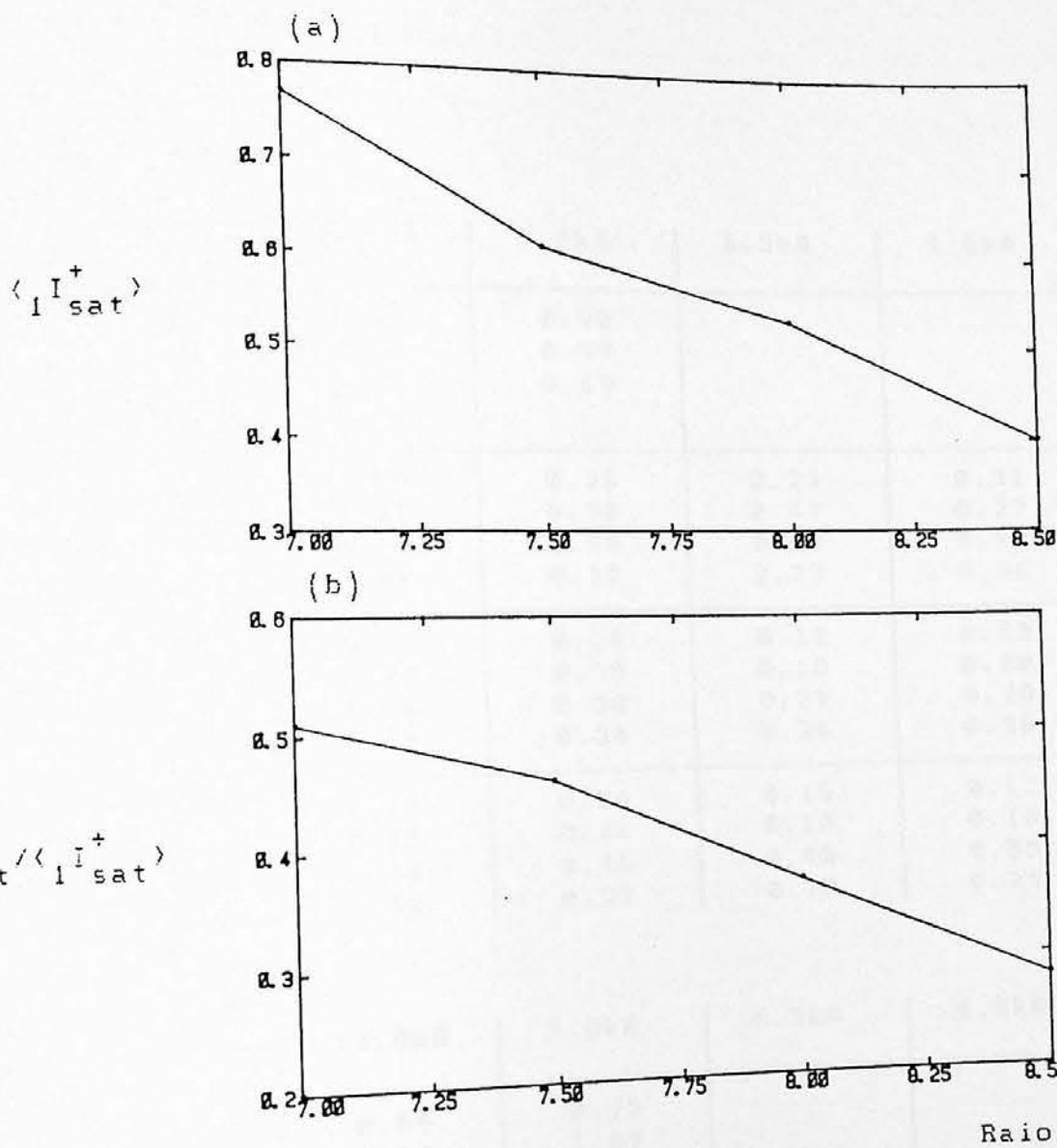


Figura 4.15 - Perfil radial, para a sonda 1, da (a) corrente de saturação de íons $\langle I_{sat}^+ \rangle$ e do (b) nível relativo de flutuação

$$\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle.$$

Tabela 4.10 - Resultados dos perfis de $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ com a corrente de plasma I_p , com a posição radial r e com a pressão de preenchimento P_p . Resultados obtidos em 1.0ms após a subida da corrente de plasma. Em (a) temos estes resultados para a sonda 1 e em (b) para a sonda 2.

(a) - sonda 1

P_p (mbarr)	r (cm)	10.0kA	9.0kA	6.5kA	4.6kA
1.8x10 ⁻⁴	8.5	0.27	0.90		
	8.0	0.22	0.99		
	7.5	0.33	0.69		
	7.0	0.63			
1.2x10 ⁻⁴	8.5	0.30	0.28	0.23	0.31
	8.0	0.37	0.38	0.67	0.27
	7.5	0.34	0.29	0.68	0.28
	7.0	0.49	0.32	2.23	0.36
8.0x10 ⁻⁵	8.5	0.42	0.24	0.12	0.33
	8.0	0.20	0.30	0.18	0.30
	7.5	0.34	0.50	0.29	0.28
	7.0	0.49	0.34	0.26	0.56
5.5x10 ⁻⁵	8.5	0.19	0.24	0.16	0.12
	8.0	0.15	0.21	0.10	0.18
	7.5	0.34	0.46	0.40	0.55
	7.0	1.54	0.32	0.20	0.75

(b) - sonda 2

P_p (mbarr)	r (cm)	10.0kA	9.0kA	6.5kA	4.6kA
1.8x10 ⁻⁴	8.5	0.54	0.75		
	8.0	0.61	1.09		
	7.5	0.45	1.15		
	7.0	0.74			
1.2x10 ⁻⁴	8.5	0.61	0.56	0.34	0.28
	8.0	0.53	0.47	0.23	0.37
	7.5	0.69	0.64	0.38	0.46
	7.0	0.76	0.52	0.59	0.51
8.0x10 ⁻⁵	8.5	0.58	0.67	0.33	0.60
	8.0	0.44	0.46	0.43	0.45
	7.5	0.74	0.57	0.42	0.45
	7.0	0.55	0.62	0.42	0.53
5.5x10 ⁻⁵	8.5	0.60	0.57	0.42	0.42
	8.0	0.35	0.40	0.32	0.28
	7.5	0.80	0.38	0.36	0.45
	7.0	1.54	0.27	0.31	0.51

fora (MAQ-87) entre 2.0ms e 3.0ms. Observando os resultados dos perfis de $\tilde{I}_{\text{sat}}^+ / \langle I_{\text{sat}}^+ \rangle$ com o tempo, para a sonda 2, mostrados na figura 4.16, vemos que neste intervalo de tempo o nível relativo de flutuação aumenta. Temos na figura 4.17 estes resultados para a sonda 1: não observamos nada significativo. As condições da descarga para estes exemplos são: $I_p \approx 10.0\text{kA}$, $P_p \approx 1.2 \times 10^{-4}\text{mbarr}$ e posição radial das sondas $r = 7.5\text{cm}$. Este comportamento se repete para as outras correntes de plasma, para as outras pressões de preenchimento e para as posições radiais $r = 7.5\text{cm}$ e 7.0cm . Não observamos nada significativo para as posições radiais $r = 8.0\text{cm}$ e 8.5cm .



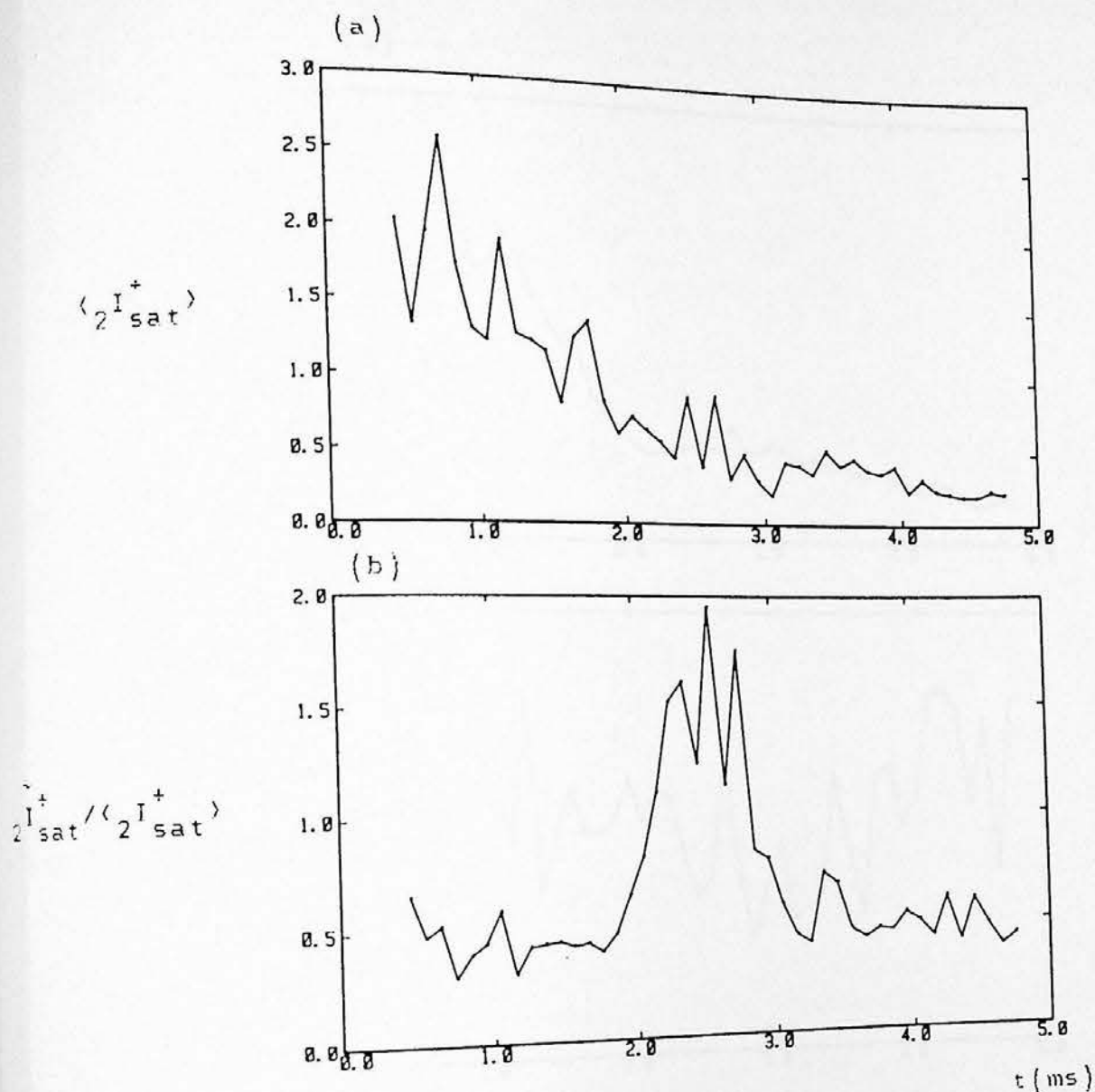


Figura 4.16 - Perfil temporal, para a sonda 2, da (a) corrente de saturação de íons $\langle 2I_{sat}^+ \rangle$ e do (b) nível relativo de flutuação

$\tilde{2}I_{sat}^+ / \langle 2I_{sat}^+ \rangle$. A sonda está na posição radial $r = 7.5\text{cm}$.

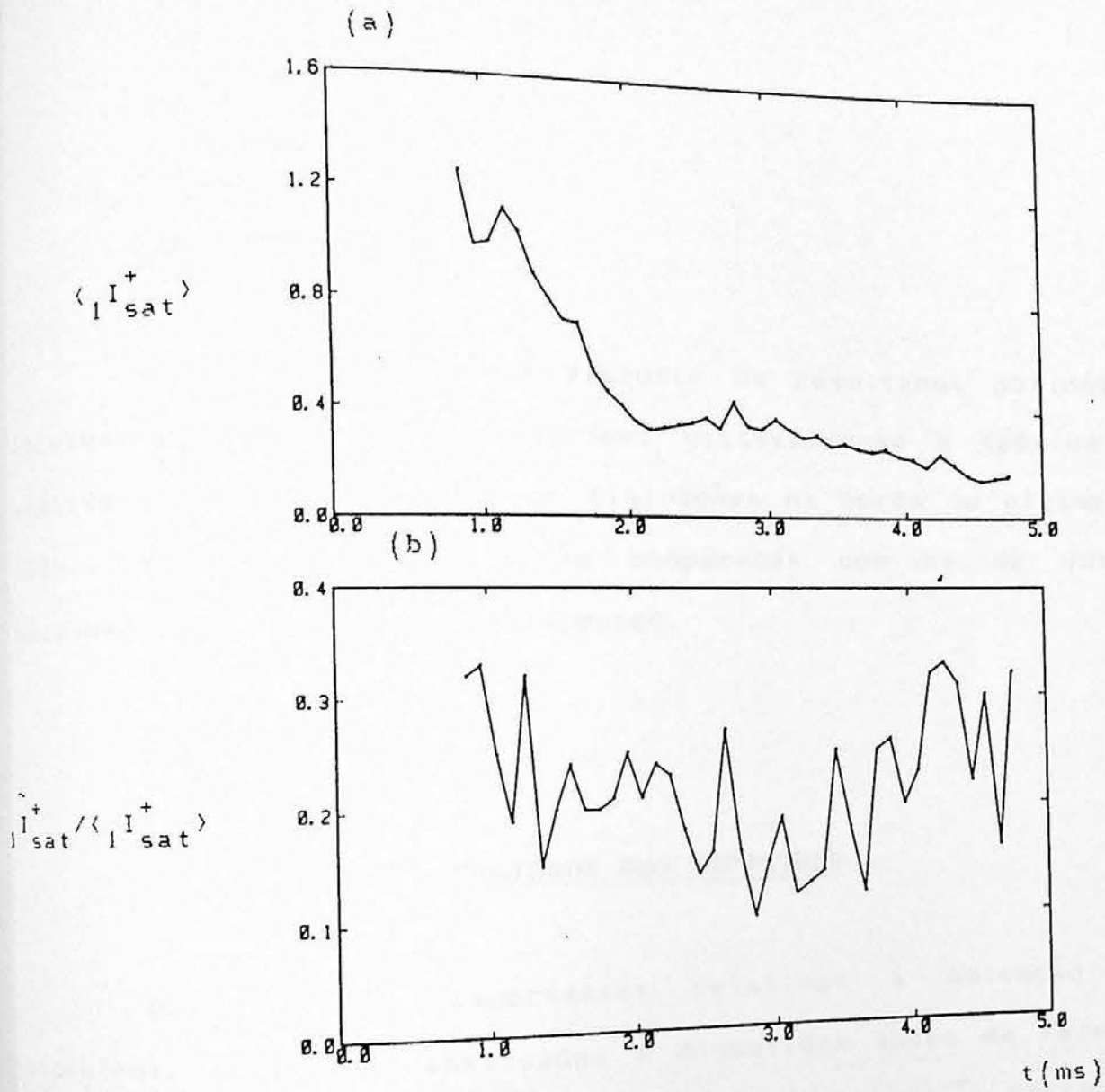


Figura - 4.17 - Perfil temporal, para a sonda 1, da (a) corrente de saturação de íons $\langle I_{sat}^+ \rangle$ e do (b) nível relativo de flutuação $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$. A sonda está na posição radial $r = 7.5\text{cm}$.

5.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo vamos discutir os resultados obtidos e apresentados no capítulo anterior, utilizando-se a técnica de análise espectral no estudo de flutuações na borda do plasma do TBR-1. Estes resultados serão comparados com os de outras máquinas e com as teorias existentes.

5.2 - ESPECTROS

5.2.1 - VALIDADE DOS ESPECTROS

Dois fatores importantes relativos à obtenção dos espectros, devem ser analisados e discutidos antes de fazermos uma discussão dos resultados, relativa a interpretação destes com a teoria e com os obtidos em outras máquinas. Estes fatores são (1) o nível de ruído existente nos espectros e (2) a resolução na frequência.

(1) - Nível de ruído

Os espectros de potência $P_{11}(f_k)$, $P_{22}(f_k)$ e $|P_{12}(f_k)|$ apresentados no capítulo anterior possuem uma região hachurada, que mostra o nível de ruído com relação aos sinais obtidos.

Notamos claramente que, na faixa de frequência entre ≈ 31.2 kHz e ≈ 500 kHz, este nível se apresenta abaixo do sinal analisado. Quanto ao primeiro ponto em nossos espectros, que corresponde à frequência de ≈ 15.6 kHz (figura 4.3), o nível do ruído é da ordem do sinal analisado. Isto nos obriga desprezar este ponto em nossas apresentações dos espectros.

A causa deste pico em ≈ 15.6 kHz e o ruído existente nas outras frequências, se deve a todo sistema eletro-eletrônico existente no tokamak TBR-1, pois este nível de ruído foi verificado sem a formação de plasma. Sendo assim não foi possível eliminar dos sinais analisados, o ruído existente no sistema.

(2) - Resolução em frequência

Nossos espectros possuem uma resolução entre pontos, de aproximadamente 15.6 kHz. Esta resolução está associada à escolha da frequência de amostragem em nossos experimentos (LeC-80).

Os digitalizadores utilizados no TBR-1 permitem escolhas melhores de frequência de amostragem, diminuindo assim a resolução entre pontos. Entretanto, em algumas frequências de amostragem, estes digitalizadores se mostraram com problemas: os sinais não foram reproduzidos corretamente. Assim a melhor possibilidade de uso deste equipamento, foi com a resolução de 15.6 kHz.

Nossos espectros, portanto, devem ser analisados na faixa de frequência entre ≈ 31.2 kHz e ≈ 500 kHz, perdendo prováveis fenômenos que possam ocorrer abaixo de 31.2 kHz. Globalmente, a resolução é suficiente para analisarmos as características dos espectros.

5.2.2 CARACTERÍSTICAS DOS ESPECTROS NO TBR-1

Os espectros de potência $P_{11}(f_k)$, $P_{22}(f_k)$ e $|P_{12}(f_k)|$ apresentados nas figuras 4.6, 4.7, 4.8 e 4.10 mostram-se com as características comuns a todas as condições e parâmetros de plasma para os quais foram obtidos: (a) o espectro é largo estendendo-se de aproximadamente de 31.2kHz até aproximadamente 500kHz; (b) graficado em escala monolog vemos que pode ser descrito como aproximadamente exponencial nesta faixa de frequência (figura 4.8); (c) em escala dílog (figura 4.8) notamos a existência de um patamar até em torno de 100kHz e uma queda a partir desta frequência, até aproximadamente 500kHz, com uma dependência do tipo $f^{-\alpha}$; (d) e quase 90% da potência espectral está abaixo de 100kHz (figura 4.8).

(1) Índice espectral α

A variação básica que existe entre os vários espectros são os valores de α apresentados nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. Devido à baixa estatística de dados apresentados, não conseguimos determinar a dependência funcional de α com os parâmetros globais da descarga.

Como vimos nos capítulos 3 e 4, os valores de α foram obtidos na faixa de frequência 100kHz - 500kHz, onde o espectro possui uma dependência do tipo $f^{-\alpha}$. Entretanto nesta mesma faixa de frequência, o filtro utilizado não tem mais resposta plana (figura 3.20).

Para avaliar o quanto o decaimento do filtro está afetando o valor medido de α , vamos supor que nesta faixa de frequência o filtro possua uma dependência, também, do tipo $f^{-\alpha_F}$, o que é uma boa aproximação segundo a figura 3.20. Obtemos como

resultado para α_F o valor $\alpha_F = 0.34$.

O sinal real analisado é dado por

$$S_R(f) = S_M(f)G_F^{-1}$$

onde $S_M(f)$ é o sinal medido ($S_m = f^{-\alpha}$) e G_F é o ganho do filtro dado por $G_F = f^{-\alpha_F}$. Supondo que o sinal real continue com uma dependência do tipo f^{α_R} , temos que

$$f^{-\alpha_R} = f^{-\alpha + \alpha_F}$$

ou seja, $\alpha_R = \alpha - \alpha_F = \alpha - 0.34$.

Os valores de α estão, em sua maioria, na faixa de 2.0 a 3.5. Usando a correção acima concluímos que α varia de aproximadamente 1.6 a 3.1, ou seja, o espectro corresponde a um espectro de Kolmogorov na faixa inercial (LES-73).

5.2.3 - COMPARAÇÃO COM OUTROS TOKAMAKS

Os resultados apresentados em outros tokamaks, mesmo os de porte diferente do TBR-1, usando sondas eletrostáticas, possuem basicamente as mesmas características que as dos nossos espectros.

Entretanto, entre os vários tokamaks, existe uma variação na largura destes espectros. No tokamak do CALTECH (ZWE-83), no MACROTOR (ZWE-81) e no PRETEXT (LEV-84), esta largura se estende de aproximadamente 10kHz até em torno de 1000kHz. Porém a forma dos espectros bem como a dependência do tipo $f^{-\alpha}$ após 100kHz observada no TBR-1, são idênticos em todas estas máquinas. Recentes resultados do TCA (SIL-87), mostraram espectros com

características semelhantes aos nossos, inclusive na largura ($\approx 10\text{kHz}$ até $\approx 500\text{kHz}$).

(1) Comparação com outros diagnósticos

Resultados obtidos com outros tipos de diagnósticos em outras máquinas, como espalhamento por laser, apresentam espectros com características semelhantes. No tokamak TEXT (GEN-84) as flutuações são determinadas por espalhamento FIR e por sondas na borda do plasma. A amplitude do espectro obtido aumenta com o vetor de onda \vec{k} e o espectro é largo em frequências para \vec{k} fixo.

No tokamak MACROTOR (ZWE-81, ZWE-79) foi feita uma comparação entre flutuações provenientes de sondas magnéticas e eletrostáticas, onde se mostra uma similaridade no espectro na faixa de frequências $20\text{kHz} \leq f \leq 125\text{kHz}$.

(2) Índice espectral α

Os valores de α obtidos no nosso caso (≈ 2.0 a ≈ 3.5) estão na mesma faixa do tokamak do CALTECH (ZWE-83). Entretanto, neste tokamak, são apresentadas as várias dependências funcionais de α com os parâmetros da descarga, sendo que a variação de α está dentro da faixa citada para o TBR-1. Preferimos não discutir tais dependências, uma vez que o trabalho apresentado em (ZWE-83) é realizado com descargas mantidas com injeção de gás (gas puffing), o que não ocorre em nosso caso. No entanto, globalmente, os resultados são semelhantes.

Já no tokamak MACROTOR (ZWE-81, ZWE-79) os valores de α estão em torno de $\alpha = 4$, o que difere tanto do nosso tokamak quanto do tokamak do CALTECH. A razão para esta diferença ainda

não foi entendida (ZWE-83).

No tokamak PRETEXT (LEV-84) foi obtido α em torno de 2, portanto resultados diferentes dos obtidos acima.

(3) Resultados globais

As similaridades na forma dos resultados de flutuações em diferentes tokamaks e usando diferentes diagnósticos, nos leva a concluir que deve existir uma causa comum para flutuações na borda da coluna de plasma em tokamaks.

5.2.4 - ESPECTRO DE FASE $\theta_{12}(f_k)$ e ESPECTRO DE COERÊNCIA $\gamma_{12}(f_k)$

Na análise espectral dos resultados obtidos e mostrados no capítulo anterior, temos ainda os parâmetros $\theta_{12}(f_k)$ (espectro de fase) e $\gamma_{12}(f_k)$ (espectro de coerência).

O espectro de coerência $\gamma_{12}(f_k)$, em nosso caso, mede o grau de correlação cruzada, ou coerência, entre os sinais da sonda 1 e da sonda 2. Em todos os perfis analisados, γ_{12} se encontra abaixo de $\gamma_{12} \approx 0.6$. Este resultado indica que os sinais entre as sondas 1 e 2 são apenas parcialmente coerentes, como discutido no capítulo 2.

Devido a este resultado em γ_{12} , o espectro de fase $\theta_{12}(f_k)$ medido não é significativo para análise. Isto porque θ_{12} nos fornece a relação de dispersão estatística ($\vec{k} = \vec{k}(\omega)$; equação (2.132)) das ondas envolvidas nos fenômenos de turbulência entre as sondas 1 e 2. Ou seja, para que nossos gráficos de $\theta_{12} = \theta_{12}(f_k)$ sejam significativos na determinação desta relação de dispersão, é necessário que os sinais analisados nas posições 1 e 2 sejam coerentes. Só assim podemos afirmar que um fenômeno

ocorrendo em uma posição do plasma será o mesmo medido em outra posição.

Como nosso objetivo, neste trabalho, foi a introdução da ferramenta de trabalho ANÁLISE ESPECTRAL, simplesmente nos preocupamos em obter os sinais de duas sondas colocadas no TBR-1 e separadas de 90° , como discutido no capítulo 3. Aplicar esta ferramenta no estudo de flutuações em plasma usando sondas eletrostáticas, comparando estes resultados com os de outras máquinas e teorias existentes.

Um trabalho mais detalhado sobre os valores de ν_{12} , no sentido de obter resultados significativos para θ_{12} , vem sendo desenvolvido no TBR-1, no estudo de partículas aprisionadas (CRU-87). Este trabalho usa o método de análise espectral aqui desenvolvido.

5.3 - PERFIL RADIAL DE T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$

Os perfis de T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$ foram ajustados, como descrito na seção 4.3.1 do capítulo anterior, às funções exponenciais (equação (4.1)), onde obtemos os coeficientes a_{Te} (equação (4.2)) e a_n (equação (4.3)), respectivamente.

Necessariamente, não precisaríamos ajustar tais funções exponenciais. Isto porque nossos perfis experimentais possuem, em média, quatro pontos aos quais poderíamos ajustar vários tipos de curvas. No entanto, estamos interessados nos gradientes de temperatura e densidade, que correspondem exatamente aos coeficientes a_{Te} e a_n do ajuste exponencial. Como é suficiente obtermos um valor médio para tais coeficientes, escolhemos este ajuste para o qual estas grandezas são constantes. Estes coeficientes serão importantes na análise dos resultados dos perfis do nível de flutuação relativa $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$.

Tais coeficientes nos dão também uma idéia de como se comportam os perfis de T_e e $\langle I_{sat}^+ \rangle$ com a posição radial das sondas, como veremos a seguir.

(1) Perfil radial de T_e

Nossos perfis de T_e mostram que a temperatura eletrônica diminui em direção à borda do plasma. Este comportamento foi verificado para todas as pressões de preenchimento e correntes de plasma analisados, como podemos ver na tabela 4.4. Outra confirmação deste fato está nos valores positivos de a_{Te} apresentados nas tabelas 4.6 a 4.9. Ou seja, como a_{Te} é o argumento da exponencial ajustada ($f_e(r) = ce^{-ar}$; equação (4.1)), à medida que r aumenta $f_e(r)$ diminui.

(2) Perfil radial de $\langle I_{sat}^+ \rangle$

O perfil radial de $\langle I_{sat}^+ \rangle$, ou seja, da densidade eletrônica apresentada na tabela 4.5, mostra que esta diminui à medida que caminhamos em direção à periferia do plasma. Este comportamento também foi verificado para todos os parâmetros analisados. Aqui também temos que os valores de a_n (argumento da exponencial ajustada aos dados experimentais) são positivos em sua maioria (tabelas 4.6 a 4.9) confirmando tais resultados.

(3) Comparação com outras máquinas

O comportamento mostrado acima, da variação radial de T_e e n , se mostram idênticos (diminui em direção a periferia do plasma) a máquinas do tipo do tokamak do CALTECH (ZWE-83), dos tokamaks da UCLA (MACROTOR e MICROTOR - (TAY-83)), PRETEXT

(LEV-84) ou do JFT-2 (UEH-79), apesar destas máquinas diferirem, quanto aos parâmetros físicos (tamanho, campos magnéticos), tanto entre si como com o TBR-1.

5.4 - PERFIL DE $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$

5.4.1 - PERFIL NO TBR-1

(1) Variação com I_p e P_p

Como já mostramos no capítulo 4, seção 4.3.2, não houve variação sistemática de $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ com a corrente de plasma I_p e com a pressão de preenchimento P_p , apesar de $\langle I_{sat}^+ \rangle$ diminuir tanto com I_p quanto com P_p . Estas observações são válidas para as duas posições poloidais das sondas eletrostáticas (tabela 4.10).

(2) Variação radial

Já com relação à variação radial, houve uma variação sensível. A figura 4.15 (capítulo 4) mostra um exemplo típico do que ocorre na maioria dos casos analisados para o perfil de $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$: o nível relativo de flutuação em I_{sat}^+ diminui em direção à periferia do plasma nas duas posições poloidais medidas (analogamente para $\langle I_{sat}^+ \rangle$).

(3) Variação temporal

Os perfis temporais para as posições $r = 8.0\text{cm}$ e 8.5cm , para I_p e P_p usados em nosso experimento e em ambas as posições poloidais medidas, não mostraram variações significativas.

Entretanto para as posições $r = 7.0\text{cm}$ e 7.5cm , independentes dos parâmetros variados, $\tilde{I}_{\text{sat}}^+ / \langle I_{\text{sat}}^+ \rangle$ se apresenta com uma diferença entre as medidas obtidas com a sonda 1 e com a sonda 2. O nível relativo de flutuação aumenta na sonda 2 (figura 4.16), no intervalo de tempo no qual o deslocamento horizontal da coluna de plasma máximo (figura 4.1) e para fora. Já na sonda 1 (figura 4.17) não notamos nada significativo.

Esta diferença entre as mediadas na parte superior do TBR-1 e na parte lateral, pode ser explicada qualitativamente pelo fato de que são os modos de deriva que mais contribuem para as flutuações em plasma (TER-85, CAL-83, CAR-82), como descrevem algumas teorias de turbulência. Ou seja, os gradientes de temperatura e densidade são a causa da principal fonte de energia livre que causam as instabilidades de deriva. Como estes gradientes são menores no centro do plasma do que na periferia, esta energia livre é maior na periferia do plasma. Entretanto, a ondulação do campo magnético é maior na periferia do plasma do que no centro do mesmo, e portanto a perda de partículas por difusão é maior na periferia. Isto, provavelmente, faz com que as partículas nesta região levem consigo uma grande parte da energia livre disponível dos gradientes para fora do plasma. Desta forma a energia livre disponível para as instabilidades diminui e faz com que o nível de flutuação na borda do plasma seja inferior ao nível de flutuação nas suas regiões mais internas. Como o plasma em nosso experimento está deslocado para fora, a sonda lateral, aparentemente, está mais interna ao plasma que a sonda superior, medindo assim um nível relativo de flutuação em uma região mais interna que a sonda superior.

Isto, em parte, também justifica o perfil radial de $\tilde{I}_{\text{sat}}^+ / \langle I_{\text{sat}}^+ \rangle$ diminuir em direção à periferia da coluna de plasma.

5.4.2 - COMPARAÇÃO COM OUTROS TOKAMAKS

(1) Variação com I_p e P_p

O nível relativo de flutuação apresentado no tokamak do CALTECH diminui tanto com o aumento de I_p quanto com o e P_p (ZWE-83, ZWE-85). Entretanto, em nossa máquina nada se verificou, provavelmente devido à baixa estatística de dados obtidos, uma vez que estas variações no CALTECH são muito fracas.

(2) Variação radial

Em geral, outros tokamaks apresentam uma dependência radial oposta aos nossos resultados, ou seja, $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ aumenta em direção a borda do plasma (CALTECH - (ZWE-83, ZWE-84); TEXT (RIT-84); MACROTOR (ZWE-79); PRETEXT (LEV-84)). No entanto, estas máquinas possuem uma ondulação do campo magnético toroidal muito menor (da ordem de um fator 10) do que a observada no TBR-1. Portanto, nossos resultados dão uma indicação de que estas ondulações podem ser extremamente importantes na determinação do nível de flutuações eletrostáticas.

Resultados no ALCATOR A (SLU-78, SUR-80), mostram um pico no nível relativo de flutuação antes da borda do plasma. O experimento foi realizado usando espalhamento de laser de CO_2 . Apesar dos parâmetros físicos do ALCATOR A ($a = 10\text{cm}$, $R = 54\text{cm}$) serem parecidos com os do TBR-1 ($a = 11\text{cm}$, $R = 30\text{cm}$), as condições que caracterizam o regime de operação neste experimento são muito diferentes. Portanto, a comparação só pode ser feita qualitativamente

(3) Variação temporal

Outras máquinas em geral possuem controle da posição horizontal da coluna de plasma. Assim, o efeito que mencionamos na seção anterior não é passível de comparação com outras máquinas.

(4) Lei de escala

Nos trabalhos citados, durante este, $\tilde{I}_{sat}^+ / \langle I_{sat}^+ \rangle$ segue uma lei de escala obtida experimentalmente dada por

$$\frac{\tilde{I}_{sat}^+}{\langle I_{sat}^+ \rangle} = \frac{\tilde{n}}{n} \approx (3-10) \frac{\rho_s}{L_n} \quad (5.1)$$

onde ρ_s é o raio de Larmor dos íons e $L_n = a_n^{-1}$; a_n , obtido como mencionado na seção anterior. Um estudo comparativo entre os resultados obtidos no TBR-1 e em outros tokamaks estão na referência (CRU-87). Os dados obtidos no TBR-1 estão em concordância com a lei de escala descrita pela equação (5.1), para todos os parâmetros do plasma variados, com exceção da corrente de plasma $I_p = 10.0 \text{ kA}$.

5.5 - RELAÇÃO COM OS MODELOS TEÓRICOS

O comportamento das flutuações na periferia do plasma (flutuações de densidade, potencial de plasma, campo elétrico) ainda não é bem entendido. Existem modelos que tentam explicar os espectros obtidos experimentalmente usando as instabilidades de deriva devido a gradientes de temperatura e densidade, uma vez que as fontes de energia e partículas presentes nesta região causam fortes gradientes. Nesta região, temos também interação

partícula-parede do vaso do tokamak ou limitador, com baixas temperaturas e baixas velocidades.

Hasegawa e Wakatani (HAS-83, WAR-84) desenvolveram um modelo de equações acopladas para instabilidades resistivas de ondas de deriva para estudar as propriedades de turbulência na borda do plasma. O modelo foi comparado com os resultados do tokamak do CALTECH (WAR-84) mostrando grandes semelhanças entre teoria e resultados experimentais, principalmente no que se refere ao índice de decaimento $\alpha \approx 3$ e ao espectro largo apresentado.

Um trabalho recente desenvolvido no TBR-1 (CRU-87), que estuda os modos de partículas aprisionadas, desenvolveu a teoria mencionada utilizando os parâmetros do nosso tokamak. Os resultados são muito satisfatórios.

5.6 - CONCLUSÕES

As medidas de flutuações na borda do plasma do TBR-1, mostraram-se em geral muito semelhantes aos resultados obtidos em outras máquinas e em concordância com as teorias existentes para explicar estes fenômenos de turbulência. No entanto, a variação radial do nível de flutuação é oposta da observada em outras máquinas. Este é um resultado que tem que ser melhor estudado experimentalmente e teoricamente.

Com a ANÁLISE ESPECTRAL desenvolvida pretende-se analisar efetivamente os fenômenos de turbulência na periferia do plasma. Para isso, pretende-se futuramente montar matrizes de sondas eletrostáticas, com distância entre sondas suficiente para que os sinais analisados sejam coerentes (γ_{12} muito próximo de 1) e os fenômenos possam ser interpretados fisicamente.

Uma continuação natural do trabalho seria a obtenção dos coeficientes anômalos de transporte na periferia do plasma. Para isso é necessária medidas da flutuação no potencial flutuante do plasma ϕ usando sondas eletrostáticas dupla e a correlação da flutuação na densidade \tilde{n} com ϕ ($\langle \tilde{n}\phi \rangle$).

Atualmente, como mencionado, a análise espectral já esta sendo usada para caracterizar fenômenos de partículas aprisionadas em poços magnéticos no TBR-1 (CRU-87).

Pretende-se também começar a usar este método em outros sistemas de diagnósticos em desenvolvimento no laboratório do TBR-1.

APÊNDICE

LISTAGEM DO PROGRAMA ESPECTRO

PROGRAMA ESPECTRO.FDR

LINGUAGEM FORTRAN 77 - VAX

PERMITE A MANIPULACAO DE ESPECTROS COM O OBJETIVO DO CALCULO DO AUTO POWER SPECTRUM, CROSS POWER SPECTRUM, PHASE SPECTRUM, COHERENCY SPECTRUM E POLYDICAL MODE SPECTRUM.

FUNCIONA COM ESTRUTURA DE OVERLAYS
A ADAPTACAO PARA O VAX NAO PRECISA DE ESTRUTURA DE OVERLAY

QUANDO ACIONADO O PROGRAMA RESPONDE COM O SEGUINTE "PROMPT":

ESP>
O QUAL ESPERA UM COMANDO

ENTRADA DOS SINAIS:

A ENTRADA DE SINAIS NO PROGRAMA E FEITO ATRAVES DO COMANDO TP.
OS SINAIS DEVEM SER GRAVADOS EM ARQUIVOS NAO FORMATADOS ONDE O PRIMEIRO DADO DO ARQUIVO DEVE SER O NUMERO DE PONTOS QUE CONTEM O ARQUIVO DE SINAL.

COMANDO USC

TP TIPO DE ESPECTRO - AUTO POWER SPECTRUM OU CROSS POWER SPECTRUM

RP REGIAO PARCIAL - REGIAO DE ANALISE DO ESPECTRO

VI VIDEO DOS ESPECTROS E RESULTADOS

TIPOS DE VIDEO

- ARC - VIDEO DOS ARQUIVOS PARA ANALISE
- APS - VIDEO DO AUTOPOWER SPECTRUM
- PHS - VIDEO DO PHASE SPECTRUM E CROSSPOWER SPECTRUM
- CCS - VIDEO DO COHERENCE SPECTRUM E CROSSPOWER SPECTRUM
- PVN - VIDEO DO POLYDICAL MODE NUMBER E CROSSPOWER SPECTRUM

ES ESTATISTICA DOS DADOS

LG MUDA A ESCALA Y PARA LOG NOS GRAFICOS DOS AUTOPOWER

LN SPECTRUM E CROSSPOWER SPECTRUM

RE RETORNA A ESCALA Y AO MODO LINEAR

TIPOS DE RESULTADOS

- ARC - ARQUIVO DAS REGIOES PARCIAIS
- APS - ARQUIVO DOS AUTOPOWER SPECTRUM
- CPS - ARQUIVO DO CROSSPOWER SPECTRUM
- PHS - ARQUIVO DO PHASE SPECTRUM
- CCS - ARQUIVO DO COHERENCE SPECTRUM
- PVN - ARQUIVO DO POLYDICAL MODE NUMBER
- LF - RESULTADOS NA IMPRESSORA

FE SAIDA DO PROGRAMA

ROTINAS UTILIZADAS NO CALCULO DA TRANSFORMADA DE FOURIER

- FFTRC CALCULO DA TRANSFORMADA DE FOURIER DE UM VETOR REAL
- FOURT THE COOLEY-TUKEY FAST FOURIER TRANSFORM

EXEMPLO:

- VAMOS FAZER UM EXEMPLO ONDE QUEREMOS VISUALIZAR GRAFICAMENTE, COM A ESCALA Y LOGARITMADA, O ESPECTRO CRUZADO DE POTENCIA E O ESPECTRO DE FASE DE DOIS SINAIS 1 E 2 GRAVADOS NOS ARQUIVOS ARQ1.DAT E ARQ2.DAT RESPECTIVAMENTE. GRAVAR ESTES RESULTADOS EM ARQUIVOS FORMATADOS ONDE A PRIMEIRA COLUNA TEMOS VALORES DE 0 ATE N E NA SEGUNDA COLUNA TEMOS O RESULTADO A SER GRAVADO EM NCSO EXEMPLO ESTES ARQUIVOS SERAO: CPS.DAT PARA O ESPECTRO CRUZADO DE POTENCIA E PHS.DAT PARA O ESPECTRO DE FASE.
- VAMOS SUPOR QUE OS SINAIS 1 E 2 ESTAO SEPARADOS POLICAMENTE DE 90 GRAUS E FORAM DIGITALIZADOS COM UMA RAZAO DE AMOSTRAGEM DE 0.25E-03MS.
- QUEREMOS CALCULAR OS RESULTADOS DA ANALISE ESPECTRAL NA REGIAO PARCIAL ENTRE O PRIMEIRO PONTO (KMIN=0) E O PONTO 1024 (KMAX=1023) EM JANELAS DE 256 PONTOS.

OBS: A RESPOSTA DE CADA PERGUNDA GERADA PELO COMANDO ESTAO APOS O SINAL DOIS PONTOS (:)

ACIONA-SE O PROGRAMA E ENTAO TEMOS:

```
ESP>TP<ENTER>
AUTO POWER SPECTRUM(AP)/CROSS POWER SPECTRUM(CP):CP<ENTER>
ARQUIVO 1 : ARQ1.DAT
ARQUIVO 2 : ARQ2.DAT
ANGULO ENTRE SINAL 1 E SINAL 2 : 90
ESP>RP<ENTER>
KMIN,KMAX(2110) : 0,1023<ENTER>
RAZAO DE AMOSTRAGEM : 0.25E-03
ESP>ES<ENTER>
NUMERO DE SAMPLES EM CADA RECORD (N) : 256<ENTER>
ESP>LG<ENTER>
ESP>VI<ENTER>
ARQ/APC/PHS(CPS)/COS(CPS)/PMN(CPS): PH<ENTER>
MOSTRA NA TELA O ESPECTRO CRUZADO DE POTENCIA
E O ESPECTRO DE FASE DOS SINAIS 1 E 2.
ESP>RE<ENTER>
ARQUIVOS FORMAT 2G14.6(GR)/ARQUIVOS SEM FORMAT(GN) : GR<ENTER>
ARQ/APC/CPS/PHS/CCS/PMN/LF : CP<ENTER>
ARQUIVO - CPS : CPS.DAT<ENTER>
ESP>RE<ENTER>
ARQUIVOS FORMAT 2G14.6(GR)/ARQUIVOS SEM FORMAT(GN) : GR<ENTER>
ARQ/APC/CPS/PHS/CCS/PMN/LF : PH<ENTER>
ARQUIVO - PHS : PHS.DAT<ENTER>
ESP>FI<ENTER>
```

FEITO POR:

WANDERLEY PIRES DE SA
LABORATORIO DE FISICA DE PLASMA DO IFLSP
ABRIL DE 1986
VERSAO VAX MARCO/ABRIL DE 1987

REFERENCIAS:


```
1003 WRITE(6,1003)(COM(J),J=1,NCOM(1))
      FORMAT(' NOME DE COMANDO NAO EXISTENTE.',
1      ' COMANDOS PERMITIDOS SAO: ',/,10(1X,A2,', '))
      GO TO 1
      !NAO ACHO COMANDO
```

```
C 2 ICOM = I
      GO TO (2001,2002,2003,2004,2005,2006,2007,2007),ICOM
```

```
C ** COMANDO TP - TIPO DE ESPECTRO *****
```

```
C 2001 CPS = .TRUE.
      LOG = .FALSE.
      WRITE(6,1004)
      FORMAT('$ AUTO POWER SPECTRUM(AP)/CROSS POWER SPECTRUM(CP) : ')
1004 READ(5,1005)NC,TIPO
      FORMAT(Q,A2)
1005 IF(NC.LE.0.OR.TIPO.NE.'AP')TIPO = 'CP'
      IF(TIPO.EQ.'CP') GO TO 3
      CALL GETLIN(5,ARQ1,NC0,' ESPECTRO : ')
      IF(NC0.LE.0) GO TO 5001 !ERRO-TENTE DE NOVO
      OPEN(UNIT=1,NAME=ARQ1,TYPE='OLD',READONLY,FORM='UNFORMATTED',
1      SHARED,ERR=5002)
      CALL IAMIMA(1,ARMIN1,ARMAX1)
      CLOSE(UNIT=1)
      GO TO 1
```

```
C 3 CALL GETLIN(5,ARQ1,NC1,' ARQUIVO 1 : ')
      IF(NC1.LE.0) GO TO 5001 !ERRO
      OPEN(UNIT=1,NAME=ARQ1,TYPE='OLD',READONLY,FORM='UNFORMATTED',
1      SHARED,ERR=5002)
      CALL IAMIMA(1,ARMIN1,ARMAX1)
      CALL GETLIN(5,ARQ2,NC2,' ARQUIVO 2 : ')
      IF(NC2.LE.0) GO TO 5001 !ERRO
      OPEN(UNIT=2,NAME=ARQ2,TYPE='OLD',READONLY,FORM='UNFORMATTED',
1      SHARED,ERR=5003)
      CALL IAMIMA(2,ARMIN2,ARMAX2)
```

```
C 4 WRITE(6,1006)
1006 FORMAT('$ ANGULO ENTRE SINAL1 E SINAL2 : ')
1007 READ(5,1007)NC,TETA
      FORMAT(Q,F5.2)
      IF(NC.LE.0) GO TO 4
      CLOSE(UNIT=1)
      CLOSE(UNIT=2)
      GO TO 1
```

```
C ** COMANDO RP - REGIAO PARCIAL *****
```

```
C 2002 CPS = .TRUE.
      LOG = .FALSE.
      REGIAC = 'RP'
      WRITE(6,1008)
1008 FORMAT('$ KMIN, KMAX (2I10) : ')
1009 READ(5,1009)NC, KMIN, KMAX
      FORMAT(Q,2I10) !ERPO
      IF(NC.LE.0) GO TO 2002
      NPCN = KMAX - KMIN + 1
      NT = NPCN/2 + 1
      LWRK = 4*NPCN
      M = 1
      WRITE(6,10061)
```

```
10061 FORMAT(' $ RAZAO DE AMOSTRAGEM : ' )
10071 READ(5,10071)NC,SR
FORMAT(Q,G14.0)
IF(NC.LE.0) GO TO 2002
IF(TIPO.EQ.'CP') GO TO 5
```

```
C
OPEN(UNIT=1,NAME=ARQ1,TYPE='OLD',REACONLY,FORM='UNFORMATTED',
1 SHARED,ERR=5002)
READ(1)NPTS
IF(KMIN.EQ.0)GO TO 6
DO 102 J=1,KMIN
READ(1)X
CONTINUE
102 DO 103 J=1,NPON
6 READ(1)VECT1(J)
CONTINUE
103 CALL VMIMAC(VECT1,VECT1,NPCN,VMIN1,VMAX1,'IN')
CLOSE(UNIT=1)
GO TO 1
```

```
C
5 OPEN(UNIT=1,NAME=ARQ1,TYPE='OLD',REACONLY,FORM='UNFORMATTED',
1 SHARED,ERR=5002)
READ(1)NPTS1
IF(KMIN.EQ.0)GO TO 7
DO 104 J=1,KMIN
READ(1)X
CONTINUE
104 DO 105 J=1,NPON
7 READ(1)VECT1(J)
CONTINUE
105 CALL VMIMAC(VECT1,VECT1,NPCN,VMIN1,VMAX1,'IN')
```

```
OPEN(UNIT=2,NAME=ARQ2,TYPE='OLD',REACONLY,FORM='UNFORMATTED',
1 SHARED,ERR=5003)
READ(2)NPTS2
IF(KMIN.EQ.0)GO TO 8
DO 106 J=1,KMIN
READ(2)X
CONTINUE
106 DO 107 J=1,NPON
3 READ(2)VECT2(J)
CONTINUE
107 CALL VMIMAC(VECT2,VECT2,NPCN,VMIN2,VMAX2,'IN')
CLOSE(UNIT=1)
CLOSE(UNIT=2)
GO TO 1
```

```
C
C ** COMANDO ES - ESTATISTICA DOS DADOS *****
```

```
2003 CPS = .TRUE.
LOG = .FALSE.
WRITE(6,1010)
1010 FORMAT(' $ NUMERO DE SAMPLES EM CADA RECORD(N) : ' )
1011 READ(5,1011)NC,N
FORMAT(Q,I4)
IF(NC.LE.0)N = NPON
M = NPON/N
NT = N/2+1
LWRK = 4*N
GO TO 1
```

```

C ** COMANDO LG - MUDA ESCALA Y PARA LOG *****
C ** COMANDO LN - RETORNA A ESCAL Y AC MODO LINEAR *****
C
C LOG = .TRUE.
2007 IF(ICCM.EQ.8)LOG = .FALSE.
      GO TO 1

```

```

C
C ** COMANDO VI - VIDEO DOS ARQUIVOS E/OU RESULTADOS *****
C

```

```

2004 WRITE(6,1012)
1012 FORMAT('$ ARG/APS/PHS(CPS)/COS(CPS)/PMN(CPS) : ')
      READ(5,1013)NC,VID
1013 FORMAT(Q,10A1)
      IF(NC.LE.0) GO TO 2004          !ERRC

```

```

C
      DO 108 I=1,NVICOM(1)
108  IF(IVID(1).EQ.VICOM(I)) GO TO 9
      CONTINUE
1014 WRITE(6,1014)
      FORMAT(' NOME DE COMANDO DE VIDEO NAO EXISTENTE ')
      GO TO 2004

```

```

C
      IVICOM = I
      GO TO (3001,3002,3003,3004,3005),IVICOM

```

```

C
C----->VIDEO DOS ARQUIVOS<-----

```

```

3001 WRITE(6,1015)
1015 FORMAT('$ REGIAD PARCIAL(RP)/REGIAD TCTAL(RT) : ')
      READ(5,1016)NC,REGIAC          !DEFAULT: REGIAC='RP'
1016 FORMAT(Q,A2)
      IF(NC.LE.0.OR.REGIAC.NE.'RT')REGIAC = 'RP'
      IF(TIPO.EQ.'CP')GO TO 10
      IF(REGIAC.EQ.'RP')GO TO 11

```

```

C
      CALL INITT(4,IER)
      IF(IER.NE.0)GO TO 2004
      OPEN(UNIT=1,NAME=ARG1,TYPE='OLD',READONLY,FORM='UNFORMATTED',
1        SHARED,ERR=5002)
      READ(1)NPTS1
      CALL EIXCS(0.,FLOCAT(NPTS1-1),ARMIN1,ARMAX1,1,7,'ARQUIVO',2,'I+',
1          14,'SATURACAO-IDNS',EX1,EY1)
      CALL LABLV(625,165,NCC,ARG1)
      DO 109 J=1,NPTS1
109  READ(1)IY1
      CALL VIDEO(EX1,EY1,0.,ARMIN1,FLOCAT(J-1),FLOCAT(IY1),1)
      CONTINUE
      CALL FINITT(0,790)
      READ(5,500)
500  FORMAT()
      CLOSE(UNIT=1)
      GO TO 1

```

```

C
11  CALL INITT(4,IER)
      IF(IER.NE.0)GO TO 2004
      CALL EIXCS(0.,FLOCAT(NPON-1),VMIN1,VMAX1,1,7,'ARQUIVO',5,'I+:RP',
1          14,'SATURACAO-IDNS',EX1,EY1)
      CALL LABLV(625,165,NCC,ARG1)
      CALL PLOTVT(EX1,EY1,VMIN1,VECT1,VECT1,NPCN,1,1,..FALSE.,'IN')
      CALL FINITT(0,780)
      READ(5,500) ! 500          FORMAT()

```

GO TO 1

```
C 10 IF(REGIAD.EQ.'RP')GO TO 12
CALL INITT(4,IER)
IF(IER.NE.0)GO TO 2004
OPEN(UNIT=1,NAME=ARG1,TYPE='OLD',REACONLY,FORM='UNFORMATTED',
1 SHARED,ERR=5002)
OPEN(UNIT=2,NAME=ARG2,TYPE='OLD',REACONLY,FORM='UNFORMATTED',
1 SHARED,ERR=5003)
READ(1)NPTS1
READ(2)NPTS2
NPTS=MAX0(NPTS1,NPTS2)
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NPTS-1),ARMIN1,ARMAX1,1,5,'ARQUIVO 1',2,'I+',
1 9,'POSICAO 1',EX1,EY1)
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NPTS-1),ARMIN2,ARMAX2,2,9,'ARQUIVO 2',2,'I+',
1 9,'POSICAO 2',EX1,EY2)
CALL LABLV(525,515,NC2,ARG2)
CALL LABLV(525,165,NC1,ARG1)
DO 111 J=1,NPTS
READ(1)IY1
READ(2)IY2
CALL VIDEQ(EX1,EY1,0.,ARMIN1,FLCAT(J-1),FLCAT(IY1),1)
CALL VIDEQ(EX1,EY2,0.,ARMIN2,FLCAT(J-1),FLCAT(IY2),2)
CONTINUE
111 CALL FINITT(0,780)
READ(5,500) ! 500 FORMAT()
CLOSE(UNIT=1)
CLOSE(UNIT=2)
GO TO 1
```

```
C 12 CALL INITT(4,IER)
IF(IER.NE.0)GO TO 2004
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NPON-1),VMIN1,VMAX1,1,9,'ARQUIVO 1',5,'I+:RP',
1 9,'POSICAO 1',EX1,EY1)
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NPON-1),VMIN2,VMAX2,2,9,'ARQUIVO 2',5,'I+:RP',
1 9,'POSICAO 2',EX1,EY2)
CALL LABLV(525,515,NC2,ARG2)
CALL LABLV(525,165,NC1,ARG1)
CALL PLOTVT(EX1,EY1,VMIN1,VECT1,VECT1,NPCN,1,1,..FALSE.,'IN')
CALL PLOTVT(EX1,EY2,VMIN2,VECT2,VECT2,NPCN,2,1,..FALSE.,'IN')
CALL FINITT(0,780)
READ(5,500) ! 500 FORMAT()
GO TO 1
```

C----->VIDEQ DOS AUTOPWER SPECTRUMS<-----

```
2002 IF(TIPO.EQ.'CP')GO TO 13
DO 112 I=1,NT
AP1(I) = 0.
112 CONTINUE
DO 113 J=1,M
IPDS = (J-1)*N+1
CALL FFTRC(VECT1(IPDS),N,1.,VECTC1,NT,WORK,LWRK,IERR)
IF(IERR.GT.100)GO TO 1 ! ERRO NA FFT
CALL FG(VECTC1,NT)
DO 114 I =1,NT
AP1(I) = AP1(I) + (1./(M*N*N))*(CABS(VECTC1(I)))**2 ! AUTOPWER
114 CONTINUE
113 CONTINUE
CALL VMIMA(AP1,AP1,NT,ATMIN1,ATMAX1,'RE')
```

```

IF(.NOT.LOG)GO TO 14
ATMIN1 = ALOG10(ATMIN1)
ATMAX1 = ALOG10(ATMAX1)
CALL INITT(4,IEP)
14 IF(IEP.NE.0)GO TO 2004
CALL EIXCS(O.,FLCAT(NT-1),ATMIN1,ATMAX1,1,9,'AUTOPOWER',8,
1 'SPECTRUM',7,'SINAL 1',EX,EY)
CALL PLOTVT(EX,EY,ATMIN1,AP1,AP1,NT,1,1.,LOG,'RE')
IF(LCG)CALL LABLV(525,165,15,'ESCALA Y EM LOG')
CALL FINITT(O,780)
READ(5,500) ! 500 FORMAT()
GO TO 1

```

```

C
13 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL PLOTAP
GO TO 1

```

```

C
C----->VIDEO DO CROSSPOWER E PHASE SPECTRUM<-----
3003 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL PLOTCP(2)
CALL PLOTPH(1)
GO TO 1

```

```

C
C----->VIDEO DO CROSSPOWER E COHERENCE SPECTRUM<-----
3004 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL PLOTCP(2)
CALL PLOTCC(1)
GO TO 1

```

```

C
C----->VIDEO DO CROSSPOWER E POLIDICAL MODE NUMBER<-----
3005 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL PLOTCP(2)
CALL PLOTPM(1,TETA)
GO TO 1

```

```

C
C ** COMANDO RE - RESULTADOS *****
C
2005 WRITE(6,1017)
1017 FORMAT('E ARQUIVOS FORMAT 2914.6(GR)/ARQUIVOS SEM FORMAT(GN) : ')
1018 READ(5,1018)NC,FCR
1018 FORMAT(Q,A2)
IF(NC.LE.0.GR.FOR.NE.'GN')FCR = 'GR'
1019 WRITE(6,1019)
1019 FORMAT('E ARQ/APS/CPS/PHS/COS/PMN/LP : ')
1020 READ(5,1020)NC,RES
1020 FORMAT(Q,10A1)
IF(NC.LE.0)GO TO 2005 !ERRE
C
DO 116 I=1,NRECOM(1)
IF(IRES(1).EQ.RECOM(I)) GO TO 15
116 CONTINUE
1021 WRITE(6,1021)
1021 FORMAT(' NOME DE COMANDO DOS RESULTADOS NAO EXISTENTES ')
C
GO TO 2005

```

15 IRECCM = I
GO TO (4001,4002,4003,4004,4005,4006,4007),IRECCM

C----->ARCLIVCS<-----
C
4001 CALL RECPAP(VECT1,VECT1,' ARQUIVO - SINAI1 : ',1.,FOR,NPON,'IN')
CALL RECPAP(VECT2,VECT2,' ARQUIVO - SINAI2 : ',1.,FOR,NPON,'IN')
GO TO 1

C----->AUTOPWER SPECTRUM<-----
C
4002 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL RECPAP(AP1,AP1,' ARQUIVO - AP1 : ',1.,FOR,NT,'RE')
CALL RECPAP(AP2,AP2,' ARQUIVO - AP2 : ',1.,FOR,NT,'RE')
GO TO 1

C----->CROSSPOWER SPECTRUM<-----
C
4003 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL RECPAP(CP12,CP12,' ARQUIVO - CPS : ',1.,FOR,NT,'RE')
GO TO 1

C----->PHASE SPECTRUM<-----
C
4004 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL RECPAP(PH12,PH12,' ARQUIVO - PHS : ',1.,FOR,NT,'RE')
GO TO 1

C----->COHERENCE SPECTRUM<-----
C
4005 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL GETLNCE,ARQR1,NC,' ARQUIVO - CCS : ')
IF(NC.LE.0)GO TO 5001
IF(FOR.EQ.'GR')GO TO 16
OPEN(UNIT=1,NAME=ARQR1,TYPE='NEW',FORM='UNFORMATTED',ERR=5004)
DO 117 J=1,NT-16,16
DO 118 I=1,16
L=I+J-1
CANAL(I)=CP12(L)/((AP1(L)*AP2(L))*0.5)
118 CONTINUE
WRITE(1)CANAL
117 CONTINUE
GO TO 17
16 OPEN(UNIT=1,NAME=ARQR1,TYPE='NEW',ERR=5004)
DO 119 J=1,NT
COHERS=CP12(J)/((AP1(J)*AP2(J))*0.5)
WRITE(1,1022)(J-1),COHERS
1022 FORMAT(I4,' ',G14.6)
119 CONTINUE
17 CLOSE(UNIT=1)
GO TO 1

C----->POLICIDAL MODE NUMBER<-----
C
4006 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.
CALL RECPAP(PH12,PH12,' ARQUIVO - PMN : ',TETA,FOR,NT,'RE')
GO TO 1

C----->RESULTADOS NA IMPRESSORA<-----
C
4007 IF(CPS)CALL CROSSP(N,M)
CPS = .FALSE.

```
CALL RELP(ARG1,ARQ2,VCATE,NPTS1,NPTS2,NPCN,N,M,KMIN,KMAX,TETA)
GO TO 1
```

```
C
C ** ERROS *****
```

```
C
5001 WRITE(6,5101)
5101 FORMAT(' ERRO DE LEITURA NO NOME DO ARQUIVO ')
GO TO 1
```

```
C
5002 WRITE(6,5102)
5102 FORMAT(' ERRO AO LER ARQUIVO DENTRO DO OPEN ')
CLOSE(UNIT=1)
GO TO 1
```

```
C
5003 WRITE(6,5103)
5103 FORMAT(' ERRO AO LER ARQUIVO DENTRO DO OPEN ')
CLOSE(UNIT=2)
GO TO 1
```

```
C
5004 WRITE(6,5104)
5104 FORMAT(' ERRO AO ABRIR ARQUIVO DENTRO DO OPEN ')
GO TO 1
```

```
C
2006 CALL EXIT
END
```

```
C
C SUBROUTINE GETLIN(LUN,LINHA,NCHR,TEXTC)
```

```
C
C INCLUDE 'EPIRES.WPS_LBGETLIN.SUB'
```

```
C
C BYTE LINHA(80), TEXTC(1), NUL
```

```
C
2 I=1
IF(TEXTC(I).EQ."0")GO TO 1
I=I+1
GO TO 2
1 NTXT=I-1
LUN1=LUN
IF(LUN.EQ.5)LUN1=LUN+1
WRITE(LUN1,1001)NUL,(TEXTC(J),J=1,NTXT)
1001 FORMAT(20A1,*)
1002 READ(LUN,1002)NCHAR,LINHA
FORMAT(Q,80A1)
LINHA(NCHAR+1)="0"
```

```
C
C NCHR=NCHAR
RETURN
END
```

```
C
C SUBROUTINE VMIMA(IVETOR,VETOR,NP,VMIN,VMAX,IR)
```

```
C
C PRECURA O MENOR(VMIN) E O MAIOR(VMAX) ELEMENTO DE VETOR
C DE NP PONTOS
```

```
C
C DIMENSION VETOR(1), IVETOR(1)
```



```

CALL EIXCS(0.,FLCAT(NT-1),ATMIN2,ATMAX2,1,9,'AUTOPOWER',8,
1 'SPECTRUM',7,'SINAL 2',EX2,EY2)
CALL FLOTVT(EX1,EY1,ATMIN1,AP1,AP1,NT,2,1.,LCG,'RE')
CALL FLOTVT(EX2,EY2,ATMIN2,AP2,AP2,NT,1,1.,LCG,'RE')
IF(.NOT.LOG)GO TO 3
CALL LABLV(625,515,15,'ESCALA Y EM LCG')
CALL LABLV(625,165,15,'ESCALA Y EM LCG')
CALL FINITT(0,780)
READ(5,1001)
FORMAT(

```

```

RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PLOTCP(J12)

```

```

GRAFICA NO VIDEO C CROSSPOWER SPECTRUM

```

```

REAL CP12(130)
LOGICAL LOG
COMMON /LG/ LOG
COMMON /CP/ CP12
COMMON NT

```

```

CALL VMIMA(CP12,CP12,NT,CMIN,CMAX,'RE')
IF(.NOT.LOG)GO TO 1
CMIN = ALOG10(CMIN)
CMAX = ALOG10(CMAX)
CALL INITT(4,IER)
IF(IER.NE.0)RETURN
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NT-1),CMIN,CMAX,J12,10,'CROSSPOWER',8,
1 'SPECTRUM',20,'UNIDADES ARBITRARIAS',EX,EY)
CALL FLOTVT(EX,EY,CMIN,CP12,CP12,NT,J12,1.,LCG,'RE')
IF(LCG)CALL LABLV(625,515,15,'ESCALA Y EM LOG')
CALL FINITT(0,780)

```

```

RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PLOTPH(J12)

```

```

CALCULA E GRAFICA NO VIDEO D PHASE SPECTRUM

```

```

REAL PH12(130)
COMMON /PH/ PH12
COMMON NT

```

```

CALL VMIMA(PH12,PH12,NT,FMIN,FMAX,'RE')

```

```

CALL INITT(-4,IER)
IF(IER.NE.0)RETURN
IF(PMAX-FMIN.LE.1.E-05)PMAX=PMAX+.1
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NT-1),PMIN,PMAX,J12,5,'PHASE',8,'SPECTRUM',
1 20,'UNIDADES ARBITRARIAS',EX,EY)

```

```
CALL PLOTVTCEX,EY,PH12,PH12,NT,J12,1,...FALSE.,'RE')
```

```
C  
CALL FINITT(0,780)  
1000 READ(5,1000)  
FORMAT()  
RETURN  
END
```

```
C  
C  
SUBROUTINE PLOTCC(J12)
```

```
C  
C  
C  
C  
C  
C  
CALCULA E GRAFICA NO VIDEO O COHERENCY SPECTRUM
```

```
REAL AP1(130), AP2(130), CP12(130)  
COMMON /AP/ AP1, AP2  
COMMON /CP/ CP12  
COMMON NT
```

```
C  
COMIN = CP12(1)/((AP1(1)*AP2(1))**.5)  
COMAX = COMIN  
DO 101 J=1,NT  
CCHERS = CP12(J)/((AP1(J)*AP2(J))**.5)  
COMIN = AMIN1(COMIN,CCHERS)  
COMAX = AMAX1(COMAX,CCHERS)  
101 CONTINUE
```

```
C  
CALL INITT(-4,IER)  
C  
C  
C  
IF(CIER.NE.0)RETURN  
IF(COMAX-COMIN.LE.1.E-05)COMAX=COMAX+.1  
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NT-1),COMIN,COMAX,J12,9,'COHERENCE',8,  
1 'SPECTRUM',20,'UNIDADES ARBITRARIAS',EX,EY)  
CALL PLOTVCEX,EY,COMIN,CP12,AP1,AP2,NT,J12
```

```
C  
CALL FINITT(0,780)  
1000 READ(5,1000)  
FORMAT()  
RETURN  
END
```

```
C  
C  
SUBROUTINE PLOTPM(J12,TETA)
```

```
C  
C  
C  
C  
C  
C  
CALCULA E GRAFICA NO VIDEO O POLOIDAL MODE NUMBER
```

```
REAL PH12(130)  
COMMON /PH/ PH12  
COMMON NT
```

```
C  
CALL VMIMA(PH12,PH12,NT,PMIN,PMAX,'RE')  
PMMIN = PMIN/TETA  
PMMAX = PMAX/TETA
```

```
C  
C  
CALL INITT(-4,IER)  
IF(CIER.NE.0)RETURN  
IF(PMMAX-PMMIN.LE.1.E-05)PMMAX=PMMAX+.1  
CALL EIXCS(0.,FLCAT(NT-1),PMMIN,PMMAX,J12,8,'POLOIDAL',11,
```

```

1      'MODE NUMBER',20,'UNIDADES ARBITRARIAS',EX,EY)
CALL PLOTVT(EX,EY,PMIN,PH12,PH12,NT,J12,TETA,.FALSE.,'RE')
C
CALL FINITT(0,780)
READ(5,1000)
FORMAT()
RETURN
END

```

```

C
C
SUBROUTINE EIXOS(XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,J12,N1,IT1,N2,IT2,N3,IT3,
1      ESCX,ESCY)

```

```

C
C*****      RETINA EIXOS      *****

```

```

C
C      FUNCAO : GRAFICA NO VIDEO (TEKTRONIX) OS EIXOS E AS ESCALAS
C

```

```

C
C      BYTE IT1(1),IT2(1),IT3(1)
C

```

```

C
C      TRACA O EIXO X
C

```

```

C
C      CALL EIXCV(XMIN,XMAX,1,'N',-1,' ',-1,' ',1,J12,ESCX)
C

```

```

C
C      TRACA EIXO Y
C

```

```

C
C      CALL EIXCV(YMIN,YMAX,N1,IT1,N2,IT2,N3,IT3,2,J12,ESCY)
C

```

```

C
C      RETURN
C
C      END

```

```

C
C
SUBROUTINE PLOTVT(ESCX,ESCY,YMIN,IVECT,VECT,NP,J12,TETA,LOG,IR)

```

```

C
C      PLOTA OS PONTOS DO VETOR VECT DE NP PONTOS UNINDO-OS
C      SENDO QUE SEU VALOR MINIMO E DADO POR YMIN.
C      TEMOS DOIS TIPOS DE ESCALA Y DEPENDENDO DO VALOR DA
C      VARIAVEL LOGICA LOG: SE .TRUE. TEMOS UMA ESCALA LOG
C      SE .FALSE. A ESCALA E LINEAR.
C

```

```

C
C      DIMENSION VECT(1), IVECT(1)
C      LOGICAL LOG

```

```

C
C      IYINF = 65 + 350*(J12 - 1)
C      IYSUP = 415 + 350*(J12 - 1)

```

```

C
C      X = 0.
C      IF(IR.NE.'IN')GO TO 1
C      VT = FLOAT(IVECT(1))
C      GO TO 2
C      VT = VECT(1)
C      IF(LOG)VT = ALOG10(VT)
C      Y = VT/TETA
C      IX = IESCV(X,0.,ESCX)
C      IY = IESCV(Y,YMIN,ESCY,J12)
C      IF(IX.LT.130)IX=130
C      IF(IX.GT.575)IX=575

```



```

X = FLOAT(J-1)
Y = VT1(J)/((VT2(J)*VT3(J))**.5)
IX = IESCXV(X,0.,ESCX)
IY = IESCYV(Y,YMIN,ESCY,J12)
IF(IX.LT.130)IX=130
IF(IX.GT.575)IX=575
IF(IY.LT.IYINF)IY=IYINF
IF(IY.GT.IYSLP)IY=IYSLP
CALL ERWABS(IX,IY)
CONTINUE

```

101

C

```

RETURN
END

```

C

C

```

SUBROUTINE VIDEO(ESCX,ESCY,XMIN,YMIN,XI,YI,J12)

```

C

C*****

```

    ROTINA VIDEO          *****

```

C

```

    FUNCAC : GRAFICA OS FONTE

```

C

C

C

C

```

    PLOTA OS PONTOS .

```

C

```

    X=XI
    Y=YI

```

C

```

    IX=IESCXV(X,XMIN,ESCX)
    IY=IESCYV(Y,YMIN,ESCY,J12)

```

C

```

IF (IX.LT.130) IX=130
IF (IX.GT.575) IX=575
IF(J12.EQ.2)GO TO 1
IF (IY.LT.65) IY=65
IF(IY.GT.415)IY=415
GO TO 2

```

1

```

IF(IY.LT.415)IY=415

```

2

```

IF (IY.GT.765) IY=765
CALL PNTABS(IX,IY)

```

```

RETURN
END

```

```

FUNCTION IESCXV(X,XMIN,ESCX)

```

C

C*****

```

    A J U S T E          -          ROTINA IESCXV          *****

```

C

C

```

    FUNCAC : CALCULA COORDENADAS DE GRAFICO

```

```

IESCXV=(X-XMIN)*ESCX+130.
IF(IESCXV.GT.1020)IESCXV=1020
RETURN
END

```

```

FUNCTION IESCYV(Y,YMIN,ESCY,J12)

```

C

C*****

```

    A J U S T E          -          ROTINA IESCYV          *****

```

C

C

```

    FUNCAC : CALCULA COORDENADAS DE GRAFICO

```

```

IESCYV=(Y-YMIN)*ESCY+65.+350.*(J12-1)
RETURN

```

```
END
SUBROUTINE EIXCV (VMIN,VMAX,N1,IT1,N2,IT2,N3,IT3,JXY,J12,ESC)
```

```
C ***** ROUTINE EIXCV *****
```

```
C PURPOSE
C SCALE AND DISPLAY AXIS
```

```
C USAGE
C CALL EIXCV (VMIN,VMAX,N1,N2,N3,IT1,IT2,IT3,JXY,J12)
```

DESCRIPTION OF PARAMETERS

```
C VMIN - LOWEST VALUE OF THE DATA POINTS
C VMAX - HIGHEST VALUE OF THE DATA POINTS
C IT1,IT2,IT3 - HOLLERITH STRING OR ARRAY CONTAINING TEXT
C N1,N2,N3 - NUMBER OF TEXT CHARACTERS DIVIDED BY 3
C ESC - ESCALA DE X OU Y
C JXY = 1 LINEAR PLOT OF X-AXIS
C = 2 LINEAR PLOT OF Y-AXIS
C J12 = 1 GRAFICO INFERIOR
C = 2 GRAFICO SUPERIOR
```

```
C BYTE IPT(10),IT1(1),IT2(1),IT3(1)
C DIMENSION IB(5),Z(10),IX(5),IY(5),IZZ(50),
C 1 IAUX(2),IYA(4),IXA(4),JX(5),JY(5),JYA(4),IB2(5),IVID(5)
C COMMON /FQ/IVID,SR,N
C EQUIVALENCE (IPT,IB)
C DATA Z/10.,12.,15.,20.,25.,30.,40.,50.,60.,80./
C DATA IX/130,575,575,130,130/,IY/65,65,415,415,65/
C DATA JX/130,575,575,130,130/,JY/415,415,765,765,415/
C DATA IXA/130,135,575,570/,IYA/65,70,415,410/
C DATA JYA/415,420,765,760/
```

```
C ZMIN=VMIN
C ZMAX=VMAX
```

```
C IF (J12.EQ.2) CALL TSV(5,JX,JY)
C CALL TSV(5,IX,IY)
C DELTA=(ZMAX-ZMIN)/4.
C IF (DELTA.LE.0.) RETURN
C FAK=1.
10 IF (DELTA*FAK.GE.10..AND.DELTA*FAK.LT.100.) GOTO 15
C IF (DELTA*FAK.LT.10.) FAK=FAK*10.
C IF (DELTA*FAK.GE.100.) FAK=FAK/10.
C GOTO 10
15 DO 20 I=1,9
C IF (DELTA*FAK.GE.Z(I).AND.DELTA*FAK.LT.Z(I+1)) GOTO 30
20 CONTINUE
30 DELTA=Z(I)/FAK
C IMIN=ZMIN/DELTA
C IF (ZMIN.LT.0.) IMIN=ZMIN/DELTA-.999
C IMAX=ZMAX/DELTA+.999
C IF (ZMAX.LT.0.) IMAX=ZMAX/DELTA
C ZMIN=IMIN*DELTA
C ZMAX=IMAX*DELTA
C
C VMIN=ZMIN
C VMAX=ZMAX
```

```
IF(JXY.EQ.1)ESC=447./(ZMAX-ZMIN)
IF(JXY.EQ.2)ESC=350./(ZMAX-ZMIN)
```

```
C
K=(ZMAX-ZMIN)/DELTA + 1
IF(ZMIN+(K-1)*DELTA.GT.ZMAX)K=K-1
DO 80 I=1,K
Z1=ZMIN + (I-1)*DELTA
Z2=Z1/(N*SR)
IZZ(I)=(Z1-ZMIN)/(ZMAX-ZMIN)*(350.-(JXY-2)*95.) + 130./JXY
1 + 350*(J12-1)*(JXY-1)
IF(JXY.EQ.1)GO TO 1000
IF(ABS(Z1).GE.100..OR.ABS(Z1).LE.1.E-4)ENCODE(9,1001,IB)Z1
IF(ABS(Z1).LT.100..AND.ABS(Z1).GT.1.E-4.CR.Z1.EQ.0.)
1 ENCODE(9,1002,IB)Z1
1002 FORMAT(F9.5)
1001 FORMAT(1PG9.2)
GO TO 1004
1000 ENCODE(6,1003,IB)Z1
IF(IVID(1).NE.'AR')ENCODE(6,1003,IB)Z2
1003 FORMAT(F6.1)
1004 IAUX(1)=IZZ(I)
IAUX(2)=IZZ(I)
GOTO (60,70),JXY
NBRA=C
60 DO 61 I=1,9
61 IF(IET(IBR).EQ.' ')NBRA=NBRA+1
LX=IZZ(I)-7*(NBRA+4)
IF(J12.EQ.1)CALL TSV(2,IALX,IYA)
IF(J12.EQ.2)CALL TSV(2,IAUX,JYA)
IF(J12.EQ.2)GO TO 80
IF(LX.GT.575)LX=575
CALL LAELV(LX,35,4,IB)
IF(IVID(1).NE.'AR')CALL LABLV(LX,5,4,IB)
GOTO 80
70 LY=IZZ(I)-12
CALL TSV(2,IXA,IAUX)
IF(I.EQ.K)GO TO 80
CALL LABLV(2,LY,9,IB)
80 CONTINUE
DO 32 I=1,K
IAUX(1)=IZZ(I)
IAUX(2)=IZZ(I)
IF(JXY.EQ.1.AND.J12.EQ.1)CALL TSV(2,IAUX,IYA(3))
IF(JXY.EQ.1.AND.J12.EQ.2)CALL TSV(2,IAUX,JYA(3))
82 IF(JXY.EQ.2)CALL TSV(2,IXA(3),IAUX)
91 GOTO (91,92),JXY
91 CALL LABLV(625,35,N1,IT1)
IF(IVID(1).NE.'AR')CALL LABLV(625,5,6,'F(KHZ)')
GOTO 100
92 IF(N1.GT.0)CALL LABLV(625,315+350*(J12-1),N1,IT1)
IF(N2.GT.0)CALL LABLV(625,265+350*(J12-1),N2,IT2)
IF(N3.GT.0)CALL LABLV(625,215+350*(J12-1),N3,IT3)
100 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE TSV(N,IX,IY)
```

ROTINA TSV

AJUSTE

C *****
C
C INTERLIGA OS PONTOS (IX(I),IY(I))

```

C DIMENSION IX(1),IY(1)
C CALL MOVABS(IX(1),IY(1))
C DO 100 I=1,N
C CALL CRWABS(IX(I),IY(I))
100 RETURN
C END
C SUBROUTINE LABLV(IX,IY,N,IT)

```

```

C ***** A J U S T E

```

```

- ROTINA LABLV

```

```

*****

```

```

C ESCREVE O TEXTO IT DE N CARACTERES A PARTIR DA POSICAO IX,IY

```

```

C BYTE IT(1),NUL
C NUL="C
C CALL MOVABS(IX,IY)
C CALL ANMCDE
1000 WRITE(4,1000)NUL,(IT(I),I=1,N)
C FORMAT(101A1)
C RETURN
C END

```

```

C FROM ULIB

```

```

03/12/81

```

```

C FFT SUBROUTINE FFTRC (RLDAT,NRLPTS,SIGNEX,HCTR,NHCPTS,WORK,LWRK,IERR)

```

```

C PACKAGE FFT

```

```

C PURPOSE

```

```

FAST FOURIER TRANSFORMS FOR DATA OF ARBITRARY
LENGTH. THE FILE FFT CONTAINS THREE ROUTINES
TO HANDLE VARIOUS FORMS OF INPUT DATA AS
TABULATED BELOW:

```

ROUTINE NAME	INPUT FORM	OUTPUT FORM
FFTFC	REAL	HALF COMPLEX
FFTFR	HALF COMPLEX	REAL
FFTCC	COMPLEX	COMPLEX

```

HALF COMPLEX REFERS HERE TO THE FIRST N/2+1
COMPLEX VALUES OF A CONJUGATE SYMMETRIC ARRAY
OF LENGTH N.

```

```

C ACCESS CARDS

```

```

*FORTRAN,S=ULIB,N=FFT

```

```

C SPECIAL CONDITIONS

```

```

THE EFFICIENCY OF THESE ROUTINES IS GREATLY
AFFECTED BY THE NUMBER OF POINTS TO BE
TRANSFORMED. IF N IS THE LENGTH OF THE
TRANSFORM (NRLPTS IN FFTFC OR FFTFR; NHCPTS IN
FFTCC) THE EXECUTION TIME IS ROUGHLY
PROPORTIONAL TO N*SUMP WHERE SUMP IS THE SUM
OF THE PRIME FACTORS OF N. CLEARLY, NUMBERS
WITH LARGE PRIME FACTORS SHOULD BE AVOIDED. IF
N IS A POWER OF TWO, THE PACKAGE FFTPOW2
PROVIDES EVEN GREATER EFFICIENCY.

```

```

SUBROUTINE FFTRC(RLDAT,NRLPTS,SIGNEX,HCTR,NHCPTS,WORK,LWRK,IERR)

```

```

REAL RLDAT (NRLPTS)
COMPLEX HCTR (NHCPTS)
WHERE NHCPTS = NRLPTS/2+1

```

```

C DIMENSION OF
C ARGUMENTS

```

REAL WORK (LWRK)

JANUARY 1978

LATEST REVISION

PURPOSE

FOURIER TRANSFORM (REAL TO HALF COMPLEX). (IN CASE SIGNEX = +1., THE COMPUTATION PERFORMED BY THIS ROUTINE IS SOMETIMES CALLED A FORWARD TRANSFORM OR FOURIER ANALYSIS.) THE DISCRETE FOURIER TRANSFORM OF AN ARRAY RLDAT, CONTAINING NRLPTS REAL VALUES, IS A SET CF OF NRLPTS COMPLEX VALUES SATISFYING THE CONJUGATE SYMMETRY RELATION $CF(NRLPTS+2-K) = CONJG(CF(K))$ ($K = 2, NRLPTS$). DUE TO THIS SYMMETRY RELATION, IT IS ONLY NECESSARY TO COMPUTE THE FIRST NHCPTS = NRLPTS/2+1 COMPLEX VALUES, AND THESE ARE RETURNED IN THE COMPLEX ARRAY HCTRN.

USAGE

CALL FFTRC (RLDAT, NRLPTS, SIGNEX, HCTRN, NHCPTS, WORK, LWRK, IERR)

THE ORIGINAL VALUES OF RLDAT MAY BE REGENERATED FROM HCTRN BY FIRST DIVIDING ALL VALUES OF HCTRN BY NRLPTS AND THEN CALLING FFTCP (HCTRN, NHCPTS, -SIGNEX, RLDAT, NRLPTS, WORK, LWRK, IERR).

NOTE

FOR THESE COMMENTS WE ASSUME SIGNEX = +1. OR -1. AND DEFINE CEX(X) (FOR ALL REAL X) TO BE THE COMPLEX EXPONENTIAL OF $SIGNEX * 2 * PI * I * X / NRLPTS$ WHERE $PI = 3.14...$ AND $I = \sqrt{-1.}$.

ARGUMENTS

ON INPUT

RLDAT

A REAL ARRAY CONTAINING THE NRLPTS DATA VALUES TO BE TRANSFORMED. IT MAY BE EQUIVALENCED TO HCTRN OR WORK IF DESIRED. THE DIMENSION IS ASSUMED TO BE RLDAT(NRLPTS).

NRLPTS

THE NUMBER OF REAL DATA VALUES TO BE TRANSFORMED. FOR THE GREATEST EFFICIENCY, IT SHOULD BE A PRODUCT OF SMALL PRIMES.

SIGNEX

A VARIABLE WHOSE SIGN DETERMINES THE SIGN OF THE ARGUMENT OF THE COMPLEX EXPONENTIAL USED IN THE TRANSFORM COMPUTATIONS. FOR CONVENIENCE, WE ASSUME IN THESE COMMENTS THAT SIGNEX IS +1. OR -1., BUT THE ROUTINE IN FACT ONLY USES THE SIGN OF ITS VALUE.

NHCPTS

THE NUMBER OF COMPLEX VALUES TO BE RETURNED AS THE HALF COMPLEX TRANSFORM RESULT IN ARRAY HCTRN. IT MUST BE = NRLPTS/2+1 OR A FATAL ERROR IS FLAGGED.

NOTE:

NHCPTS IS NOT AN OUTPUT PARAMETER. IT MUST BE SET TO NRLPTS/2+1 BY THE USER, AND NHCPTS COMPLEX LOCATIONS MUST BE

PROVIDED FOR THE OUTPUT ARRAY HCTRN.

WORK

A WORKSPACE OF LENGTH LWRK (.GE. 4*NRLPTS) FOR USE BY THE ROUTINE. EITHER OR BOTH OF THE ARRAYS RLDAT AND HCTRN MAY BE EQUIVALENCED TO WORK TO REDUCE STORAGE. IF RLDAT IS SO EQUIVALENCED, IT WILL BE DESTROYED.

LWRK

THE LENGTH OF ARRAY WORK. IT MUST BE .GE. 4*NRLPTS OR A FATAL ERROR IS FLAGGED.

HCTRN

THE COMPLEX ARRAY CONTAINING ESSENTIALLY THE FIRST HALF OF THE CONJUGATE SYMMETRIC TRANSFORM RESULT. HCTRN(K) (FOR K = 1,NHCPTS) IS THE COMPLEX VALUE DEFINED BY

$$HCTRN(K) = \sum_{J=1}^{NRLPTS} RLDAT(J) * CEX((J-1)*(K-1))$$

THESE VALUES ARE ALSO REFERRED TO AS THE FOURIER COEFFICIENTS.

THE DIMENSION IS ASSUMED TO BE COMPLEX HCTRN (NHCPTS) WHICH REQUIRES 2*NHCPTS CORE LOCATIONS.

NOTE: HCTRN MAY BE EQUIVALENCED TO RLDAT IF DESIRED, BUT THEY ARE NOT IDENTICAL IN SIZE. THE NUMBER OF CORE LOCATIONS REQUIRED FOR HCTRN IS NRLPTS+1 FOR ODD NRLPTS AND NRLPTS+2 FOR EVEN NRLPTS.

WORK

THE WORKSPACE CONTAINING INTERMEDIATE RESULTS.

IERR

AN ERROR FLAG WITH THE FOLLOWING MEANINGS:

- = 0 NO ERROR.
- = 101 NRLPTS IS LESS THAN 1.
- = 102 NHCPTS IS NOT NRLPTS/2+1.
- = 103 INSUFFICIENT WORKSPACE HAS BEEN PROVIDED; LWRK IS LESS THAN 4*NRLPTS.

NONE

NONE

SINGLE

NONE

DAVE FULKER, NCAR, BOULDER, COLORADO 80303

WANDERLEY PIRES DE SA
LABORATORIO DE FISICA DE PLASMA DO IFUSP
AGOSTO DE 1985

COMMON BLOCKS

I/O

PRECISION

REQUIRED ULIB
ROUTINES

SPECIALIST

MODIFICADO POR

ON OUTPUT

C LANGUAGE
C HISTORY
C

FORTRAN

STANDARDIZED MARCH 1974 BY CAVE FULKER AT NCAR.

```
INTEGER      RL DAT(NRLPTS)
REAL         WORK(LWRK)
COMPLEX      HCTRN(NHCPTS)
DIMENSION   NSCRT(1)
IERR = 0
IF (NRLPTS .LT. 2) GO TO 103
IF (NHCPTS .NE. NRLPTS/2+1) GO TO 105
IF (LWRK .LT. 4*NRLPTS) GO TO 106
DO 101 J=1,NRLPTS
  WORK(2*J-1) = FLOAT(RL DAT(J))
  WORK(2*J) = 0.
101 CONTINUE
ISIGN = SIGNEX
NSCRT(1) = NRLPTS
CALL FCLRT (WORK,NSCRT,1,ISIGN,0,WORK(2*NRLPTS+1))
DO 102 K=1,NHCPTS
  HCTRN(K) = CMPLX(WORK(2*K-1),WORK(2*K))
102 CONTINUE
RETURN
103 IF (NRLPTS .LT. 1) GO TO 104
IF (NHCPTS .NE. 1) GO TO 105
HCTRN(1) = CMPLX(FLOAT(RL DAT(1)),0.)
RETURN
104 IERR = 101
  WRITE(5,1001)
1001  FORMAT(' NRLPTS NA FFT E MENOR DO QUE 1 ')
RETURN
105 IERR = 102
  WRITE(5,1002)
1002  FORMAT(' NT NA FFT E DIFERENTE DE NRLPTS/2+1 ')
RETURN
106 IERR = 103
  WRITE(5,1003)
1003  FORMAT(' LWRK NA FFT E MENOR DO QUE 4*NRLPTS ')
RETURN
END
SUBROUTINE FOURT (DATA,NN,NDIM,ISIGN,IFORM,WORK)
```

C
C THE COCLEY-TUKEY FAST FOURIER TRANSFORM IN USASI BASIC FORTRAN
C
C TRANSFORM(J1,J2,,,,) = SUM(DATA(I1,I2,,,,)*W1**((I2-1)*(J2-1))
C *W2**((I2-1)*(J2-1))*,,,),
C WHERE I1 AND J1 RUN FROM 1 TO NN(1) AND W1=EXP(ISIGN*2*PI=
C SQRT(-1)/NN(1)), ETC. THERE IS NO LIMIT ON THE DIMENSIONALITY
C (NUMBER OF SUBSCRIPTS) OF THE DATA ARRAY. IF AN INVERSE
C TRANSFORM (ISIGN=+1) IS PERFORMED UPON AN ARRAY OF TRANSFORMED
C (ISIGN=-1) DATA, THE ORIGINAL DATA WILL REAPPEAR.
C MULTIPLIED BY NN(1)*NN(2)*,,. THE ARRAY OF INPUT DATA MUST BE
C IN COMPLEX FORMAT. HOWEVER, IF ALL IMAGINARY PARTS ARE ZERO (I.E.
C THE DATA ARE DISGUISED REAL) RUNNING TIME IS CUT UP TO FORTY PER-
C CENT. (FOR FASTEST TRANSFORM OF REAL DATA, NN(1) SHOULD BE EVEN.)
C THE TRANSFORM VALUES ARE ALWAYS COMPLEX AND ARE RETURNED IN THE
C ORIGINAL ARRAY OF DATA, REPLACING THE INPUT DATA. THE LENGTH
C OF EACH DIMENSION OF THE DATA ARRAY MAY BE ANY INTEGER. THE
C PROGRAM RUNS FASTER ON COMPOSITE INTEGERS THAN ON PRIMES, AND IS

PARTICULARLY FAST ON NUMBERS RICH IN FACTORS OF TWO.

TIMING IS IN FACT GIVEN BY THE FOLLOWING FORMULA. LET NTOT BE THE TOTAL NUMBER OF POINTS (REAL OR COMPLEX) IN THE DATA ARRAY, THAT IS, $NTOT = NN(1) * NN(2) * \dots$. DECOMPOSE NTOT INTO ITS PRIME FACTORS, SUCH AS $2^{*K2} * 3^{*K3} * 5^{*K5} * \dots$. LET SLM2 BE THE SUM OF ALL THE FACTORS OF TWO IN NTOT, THAT IS, $SUM2 = 2^{*K2}$. LET SUMF BE THE SUM OF ALL OTHER FACTORS OF NTOT, THAT IS, $SUMF = 3^{*K3} * 5^{*K5} * \dots$. LET T = $T_0 + NTOT * (T_1 + T_2 * SUM2 + T_3 * SUMF)$. ON THE CDC 3300 (FLOATING POINT ADD TIME = SIX MICROSECONDS), $T = 3000 + NTOT * (600 + 40 * SUM2 + 175 * SUMF)$ MICROSECONDS ON COMPLEX DATA.

IMPLEMENTATION OF THE DEFINITION BY SUMMATION WILL RUN IN A TIME PROPORTIONAL TO $NTOT * (NN(1) + NN(2) + \dots)$. FOR HIGHLY COMPOSITE NTOT THE SAVINGS OFFERED BY THIS PROGRAM CAN BE DRAMATIC. A ONE-DIMENSIONAL ARRAY 4000 IN LENGTH WILL BE TRANSFORMED IN $4000 * (600 + 40 * (2+2+2+2) + 175 * (5+5+5)) = 14.5$ SECONDS VERSUS ABOUT $4000 * 175 = 2800$ SECONDS FOR THE STRAIGHTFORWARD TECHNIQUE.

THE FAST FOURIER TRANSFORM PLACES THREE RESTRICTIONS UPON THE DATA.

1. THE NUMBER OF INPUT DATA AND THE NUMBER OF TRANSFORM VALUES MUST BE THE SAME.
2. BOTH THE INPUT DATA AND THE TRANSFORM VALUES MUST REPRESENT EQUISPACED POINTS IN THEIR RESPECTIVE DOMAINS OF TIME AND FREQUENCY. CALLING THESE SPACINGS DELTAT AND DELTAF, IT MUST BE TRUE THAT $DELTA F = 2 * \text{PI} / (NN(I) * DELTA T)$. OF COURSE, DELTAT NEED NOT BE THE SAME FOR EVERY DIMENSION.
3. CONCEPTUALLY AT LEAST, THE INPUT DATA AND THE TRANSFORM OUTPUT REPRESENT SINGLE CYCLES OF PERIODIC FUNCTIONS.

THE CALLING SEQUENCE IS--

CALL FCLRT(DATA, NN, NDIY, ISIGN, IFORM, WORK)

DATA IS THE ARRAY USED TO HOLD THE REAL AND IMAGINARY PARTS OF THE DATA ON INPUT AND THE TRANSFORM VALUES ON OUTPUT. IT IS A MULTIDIMENSIONAL FLOATING POINT ARRAY, WITH THE REAL AND IMAGINARY PARTS OF A DATUM STORED IMMEDIATELY ADJACENT IN STORAGE (SUCH AS FORTRAN IV PLACES THEM). NORMAL FORTRAN ORDERING IS EXPECTED, THE FIRST SUBSCRIPT CHANGING FASTEST. THE DIMENSIONS ARE GIVEN IN THE INTEGER ARRAY NN, OF LENGTH NDIM. ISIGN IS -1 TO INDICATE A FORWARD TRANSFORM (EXPONENTIAL SIGN IS -) AND +1 FOR AN INVERSE TRANSFORM (SIGN IS +). IFORM IS +1 IF THE DATA ARE COMPLEX, 0 IF THE DATA ARE REAL. IF IT IS 0, THE IMAGINARY PARTS OF THE DATA MUST BE SET TO ZERO. AS EXPLAINED ABOVE, THE TRANSFORM VALUES ARE ALWAYS COMPLEX AND ARE STORED IN ARRAY DATA. WORK IS AN ARRAY USED FOR WORKING STORAGE. IT IS FLOATING POINT REAL, ONE DIMENSIONAL OF LENGTH EQUAL TO TWICE THE LARGEST ARRAY DIMENSION NN(I) THAT IS NOT A POWER OF TWO. IF ALL NN(I) ARE POWERS OF TWO, IT IS NOT NEEDED AND MAY BE REPLACED BY ZERO IN THE CALLING SEQUENCE. THUS, FOR A ONE-DIMENSIONAL ARRAY, NN(1) ODD, WORK OCCUPIES AS MANY STORAGE LOCATIONS AS DATA. IF SUPPLIED, WORK MUST NOT BE THE SAME ARRAY AS DATA. ALL SUBSCRIPTS OF ALL ARRAYS BEGIN AT ONE.

EXAMPLE 1. THREE-DIMENSIONAL FORWARD FOURIER TRANSFORM OF A COMPLEX ARRAY DIMENSIONED 32 BY 25 BY 13 IN FORTRAN IV.
DIMENSION DATA(32,25,13), WORK(50), NN(3)
COMPLEX DATA

```

DATA NN/32,25,13/
DO 1 I=1,32
DO 1 J=1,25
DO 1 K=1,13
DATA(I,J,K)=COMPLEX VALLE
CALL FCLRT(DATA,NN,3,-1,1,WORK)

```

```

EXAMPLE 2. ONE-DIMENSIONAL FORWARD TRANSFORM OF A REAL ARRAY OF
LENGTH 64 IN FORTRAN II,
DIMENSION DATA(2,64)
DO 2 I=1,64
DATA(1,I)=REAL PART
DATA(2,I)=0.
CALL FCLRT(DATA,64,1,-1,0,0)

```

THERE ARE NO ERROR MESSAGES OR ERPCP HALTS IN THIS PROGRAM. THE PROGRAM RETURNS IMMEDIATELY IF NDIM OR ANY NN(I) IS LESS THAN ONE.

PROGRAM BY NORMAN BRENNER FROM THE BASIC PROGRAM BY CHARLES RADER, JUNE 1967. THE IDEA FOR THE DIGIT REVERSAL WAS SUGGESTED BY RALPH ALTER.

THIS IS THE FASTEST AND MOST VERSATILE VERSION OF THE FFT KNOWN TO THE AUTHOR. A PROGRAM CALLED FCUR2 IS AVAILABLE THAT ALSO PERFORMS THE FAST FOURIER TRANSFORM AND IS WRITTEN IN USASI BASIC FORTRAN. IT IS ABOUT ONE THIRD AS LONG AND RESTRICTS THE DIMENSIONS OF THE INPUT ARRAY (WHICH MUST BE COMPLEX) TO BE POWERS OF TWO. ANOTHER PROGRAM, CALLED FCUR1, IS ONE TENTH AS LONG AND RUNS TWO THIRDS AS FAST ON A ONE-DIMENSIONAL COMPLEX ARRAY WHOSE LENGTH IS A POWER OF TWO.

REFERENCE--

IEEE AUDIO TRANSACTIONS (JUNE 1967), SPECIAL ISSUE ON THE FFT.

```

DIMENSION DATA(1) ,NN(1) ,IFACT(32) ,WORK(1)
DATA NFO/0/,NPREV/0/
DATA TWCPI/6.2831853071796/,RTHLF/0.70710678118655/
IF (NDIM-1) 232,101,101

```

```

101 NTOT = 2
DO 103 IDIM=1,NDIM
IF (NN(IDIM)) 232,232,102
102 NTOT = NTOT*NN(IDIM)
103 CONTINUE

```

MAIN LOOP FOR EACH DIMENSION

```

NP1 = 2
DO 231 IDIM=1,NDIM
N = NN(IDIM)
NP2 = NP1*N
IF (N-1) 232,230,104

```

IS N A POWER OF TWO AND IF NOT, WHAT ARE ITS FACTORS

```

104 M = N
NTWC = NP1
IF = 1
IDIV = 2
105 IQUCT = M/IDIV
IREM = M-IDIV*IQUCT

```

```

106 IF (IQUOT-IDIV) 113,106,106
107 IF (IREM) 108,107,108
    NTWC = NTWC+NTWC
    IFACT(IF) = IDIV
    IF = IF+1
    M = IQUOT
    GO TO 105
108 IDIV = 2
    INDM2 = IF
    IQUOT = M/IDIV
109 IREM = M-IDIV*IQUOT
    IF (IQUOT-IDIV) 115,110,110
    IF (IREM) 112,111,112
110 IFACT(IF) = IDIV
111 IF = IF+1
    M = IQUOT
    GO TO 109
112 IDIV = IDIV+2
    GO TO 109
113 INDM2 = IF
    IF (IREM) 115,114,115
114 NTWC = NTWC+NTWC
    GO TO 116
115 IFACT(IF) = M

```

SEPARATE FOUR CASES--

1. COMPLEX TRANSFORM OR REAL TRANSFORM FOR THE 4TH, 9TH, ETC. DIMENSIONS.
2. REAL TRANSFORM FOR THE 2ND OR 3RD DIMENSION. METHOD-- TRANSFORM HALF THE DATA, SUPPLYING THE OTHER HALF BY CONJUGATE SYMMETRY.
3. REAL TRANSFORM FOR THE 1ST DIMENSION, N ODD. METHOD-- SET THE IMAGINARY PARTS TO ZERO.
4. REAL TRANSFORM FOR THE 1ST DIMENSION, N EVEN. METHOD-- TRANSFORM A COMPLEX ARRAY OF LENGTH N/2 WHOSE REAL PARTS ARE THE EVEN NUMBERED REAL VALUES AND WHOSE IMAGINARY PARTS ARE THE ODD NUMBERED REAL VALUES. SEPARATE AND SUPPLY THE SECOND HALF BY CONJUGATE SYMMETRY.

```

116 ICASE = 1
    IFMIN = 1
    IIRNG = NP1
    IF (IDIM-4) 117,122,122
117 IF (IFORM) 118,118,122
118 ICASE = 2
    IIRNG = NP0*(1+NPREV/2)
    IF (IDIM-1) 119,119,122
119 ICASE = 3
    IIRNG = NP1
    IF (NTWC-NP1) 122,122,120
120 ICASE = 4
    IFMIN = 2
    NTWC = NTWC/2
    N = N/2
    NP2 = NP2/2
    NTOT = NTOT/2
    I = 1
    DO 121 J=1,NTOT
        DATA(J) = DATA(I)
        I = I+2

```

CONTINUE

SHUFFLE DATA BY BIT REVERSAL, SINCE $N=2**K$. AS THE SHUFFLING
CAN BE DONE BY SIMPLE INTERCHANGE, NO WORKING ARRAY IS NEEDED

IF (NTWC-NP2) 132,123,123

NP2HF = NP2/2

J = 1

DO 131 I2=1, NP2, NP1

IF (J-I2) 124,127,127

I1MAX = I2+NP1-2

DO 126 I1=I2, I1MAX, 2

DO 125 I3=I1, NTOT, NP2

J3 = J+I3-I2

TEMPR = DATA(I3)

TEMPI = DATA(I3+1)

DATA(I3) = DATA(J3)

DATA(I3+1) = DATA(J3+1)

DATA(J3) = TEMPR

DATA(J3+1) = TEMPI

CONTINUE

CONTINUE

M = NP2HF

IF (J-M) 130,130,129

J = J-M

M = M/2

IF (M-NP1) 130,128,128

J = J+M

CONTINUE

GO TO 142

SHUFFLE DATA BY DIGIT REVERSAL FOR GENERAL N

NWORK = 2*N

DO 141 I1=1, NP1, 2

DO 140 I3=I1, NTOT, NP2

J = I3

DO 138 I=1, NWORK, 2

IF (ICASE-3) 133,134,133

WORK(I) = DATA(J)

WORK(I+1) = DATA(J+1)

GO TO 135

WORK(I) = DATA(J)

WORK(I+1) = 0.

IFP2 = NP2

IF = IFMIN

IFP1 = IFP2/IFACT(IF)

J = J+IFP1

IF (J-I3-IFP2) 138,137,137

J = J-IFP2

IFP2 = IFP1

IF = IF+1

IF (IFP2-NP1) 138,138,136

CONTINUE

I2MAX = I3+NP2-NP1

I = 1

DO 139 I2=I3, I2MAX, NP1

DATA(I2) = WORK(I)

DATA(I2+1) = WORK(I+1)

I = I+2

139 CONTINUE
140 CONTINUE
141 CONTINUE

MAIN LOOP FOR FACTORS OF TWO. PERFORM FOURIER TRANSFORMS OF
LENGTH FOUR, WITH ONE OF LENGTH TWO IF NEEDED. THE TWIDDLE FACTOR
 $W = \exp(i \text{SIGN} * 2 * \pi * \text{SQRT}(-1) * M / (4 * \text{MMAX}))$. CHECK FOR $W = i \text{SIGN} * \text{SQRT}(-1)$
AND REPEAT FOR $W = W * (1 + i \text{SIGN} * \text{SQRT}(-1)) / \text{SQRT}(2)$.

142 IF (NTWO-NP1) 174,174,143
NP1TW = NP1+NP1
143 IPAR = NTWO/NP1
IF (IPAR-2) 149,146,145
144 IPAR = IPAR/4
145 GO TO 144
DO 148 I1=1,I1RNG,2
146 CC 147 K1=I1,NTOT,NP1TW
K2 = K1+NP1
TEMPR = DATA(K2)
TEMPI = DATA(K2+1)
DATA(K2) = DATA(K1)-TEMPR
DATA(K2+1) = DATA(K1+1)-TEMPI
DATA(K1) = DATA(K1)+TEMPR
DATA(K1+1) = DATA(K1+1)+TEMPI

CONTINUE

147 CONTINUE

148 MMAX = NP1

149 IF (MMAX-NTWO/2) 151,174,174

150 LMAX = MAX0(NP1TW,MMAX/2)

151 DO 173 L=NP1,LMAX,NP1TW

M = L

152 IF (MMAX-NP1) 156,156,152

THETA = -TWOPI*FLCAT(L)/FLCAT(4*MMAX)

153 IF (ISIGN) 154,153,153

THETA = -THETA

154 WR = COS(THETA)

WI = SIN(THETA)

155 W2R = WR*WR-WI*WI

W2I = 2.*WR*WI

W3R = W2R*WR-W2I*WI

W3I = W2R*WI+W2I*WR

156 DO 159 I1=1,I1RNG,2

KMIN = I1+IPAR*M

157 IF (MMAX-NP1) 157,157,158

KMIN = I1

158 KDIF = IPAR*MMAX

159 KSTEP = 4*KDIF

IF (KSTEP-NTWO) 160,160,169

160 DO 168 K1=KMIN,NTOT,KSTEP

K2 = K1+KDIF

K3 = K2+KDIF

K4 = K3+KDIF

161 IF (MMAX-NP1) 161,161,164

U1R = DATA(K1)+DATA(K2)

U1I = DATA(K1+1)+DATA(K2+1)

U2R = DATA(K3)+DATA(K4)

U2I = DATA(K3+1)+DATA(K4+1)

U3R = DATA(K1)-DATA(K2)

U3I = DATA(K1+1)-DATA(K2+1)

IF (ISIGN) 162,163,163


```

IF = INCN2
NP1HF = NP1/2
IFP2 = IFACT(IF)*IFP1
176 J1MIN = NP1+1
IF (J1MIN-IFP1) 177,177,184
DC 183 J1=J1MIN,IFP1,NP1
177 THETA = -TWOPI*FLCAT(J1-1)/FLOAT(IFP2)
IF (ISIGN) 179,178,178
THETA = -THETA
178 WSTPR = COS(THETA)
179 WSTPI = SIN(THETA)
WR = WSTPR
WI = WSTPI
J2MIN = J1+IFP1
J2MAX = J1+IFP2-IFP1
DC 182 J2=J2MIN,J2MAX,IFP1
I1MAX = J2+I1RNG-2
DC 181 I1=J2,I1MAX,2
DC 180 J3=I1,NTCT,IFP2
TEMPR = DATA(J3)
DATA(J3) = DATA(J3)*WR-DATA(J3+1)*WI
DATA(J3+1) = TEMPR*WI+DATA(J3+1)*WR
CONTINUE
180 CONTINUE
181 TEMPR = WR
WR = WR*WSTPR-WI*WSTPI
WI = TEMPR*WSTPI+WI*WSTPR
CONTINUE
182 CONTINUE
183 THETA = -TWOPI/FLOAT(IFACT(IF))
184 IF (ISIGN) 186,185,185
THETA = -THETA
185 WSTPR = COS(THETA)
186 WSTPI = SIN(THETA)
J2RNG = IFP1*(1+IFACT(IF)/2)
DC 200 I1=1,I1RNG,2
DC 199 I3=I1,NTOT,NP2
J2MAX = I3+J2RNG-IFP1
DC 197 J2=I3,J2MAX,IFP1
J1MAX = J2+IFP1-NP1
DC 193 J1=J2,J1MAX,NP1
J3MAX = J1+NP2-IFP2
DC 192 J3=J1,J3MAX,IFP2
JMIN = J3-J2+I3
JMAX = JMIN+IFP2-IFP1
I = 1+(J3-I3)/NP1HF
IF (J2-I3) 187,187,189
187 SUMR = 0.
SUMI = 0.
DC 188 J=JMIN,JMAX,IFP1
SUMR = SUMR+DATA(J)
SUMI = SUMI+DATA(J+1)
CONTINUE
188 WORK(I) = SUMR
WORK(I+1) = SUMI
GO TO 192
189 ICONJ = 1+(IFP2-2*J2+I3+J3)/NP1HF
J = JMAX
SUMR = DATA(J)
SUMI = DATA(J+1)

```

```

190      CLDSR = 0.
        CLDSI = 0.
        J = J-IFP1
        TEMPR = SUMR
        TEMPI = SUMI
        SUMR = TWCWR*SUMR-CLDSR+DATA(J)
        SUMI = TWCWR*SUMI-CLDSI+DATA(J+1)
        CLDSR = TEMPR
        CLDSI = TEMPI
        J = J-IFP1
        IF (J-JMIN) 191,191,190
        TEMPR = WR*SUMR-CLDSR+DATA(J)
        TEMPI = WI*SUMI
        WORK(I) = TEMPR-TEMPI
        WORK(ICONJ) = TEMPR+TEMPI
        TEMPR = WR*SUMI-CLDSI+DATA(J+1)
        TEMPI = WI*SUMR
        WORK(I+1) = TEMPR+TEMPI
        WORK(ICONJ+1) = TEMPR-TEMPI

```

```

        CONTINUE

```

```

192      CONTINUE
193      IF (J2-I3) 194,194,195
        WR = WSTPR
194      WI = WSTPI
        GO TO 196
        TEMPR = WR
195      WR = WR*WSTPR-WI*WSTPI
        WI = TEMPR*WSTPI+WI*WSTPR
        TWCWR = WR+WR

```

```

        CONTINUE

```

```

196      I = 1
197      I2MAX = I3+NP2-NP1
        DO 198 I2=I3,I2MAX,NP1
          DATA(I2) = WORK(I)
          DATA(I2+1) = WORK(I+1)
          I = I+2

```

```

        CONTINUE

```

```

198      CONTINUE
199      CONTINUE
200      CONTINUE

```

```

        IF = IF+1
        IFP1 = IFP2
        IF (IFP1-NP2) 176,201,201

```

COMPLETE A REAL TRANSFORM IN THE 1ST DIMENSION, N EVEN, BY CON-
JUGATE SYMMETRIES.

```

201      GO TO (230,220,230,202),ICASE
202      NHALF = N
        N = N+N
        THETA = -TWOPI/FLDAT(N)
        IF (ISIGN) 204,203,203
203      THETA = -THETA
204      WSTPR = COS(THETA)
        WSTPI = SIN(THETA)
        WR = WSTPR
        WI = WSTPI
        IMIN = 3
        JMIN = 2*NHALF-1
        GO TO 207
205      J = JMIN

```



```

DO 206 I=IMIN,NTOT,NP2
  SUMR = (DATA(I)+DATA(J))/2.
  SLMI = (DATA(I+1)+DATA(J+1))/2.
  DIFR = (DATA(I)-DATA(J))/2.
  DIFI = (DATA(I+1)-DATA(J+1))/2.
  TEMPR = WR*SLMI+WI*DIFR
  TEMPI = WI*SLMI-WR*DIFR
  DATA(I) = SUMR+TEMPR
  DATA(I+1) = DIFI+TEMPI
  DATA(J) = SUMR-TEMPR
  DATA(J+1) = -DIFI+TEMPI
  J = J+NP2

```

```
CONTINUE
```

```
IMIN = IMIN+2
```

```
JMIN = JMIN-2
```

```
TEMPR = WR
```

```
WR = WR*WSTPR-WI*WSTPI
```

```
WI = TEMPR*WSTPI+WI*WSTPR
```

```
IF (IMIN-JMIN) 205,208,211
```

```
IF (ISIGN) 209,211,211
```

```
DO 210 I=IMIN,NTOT,NP2
```

```
  DATA(I+1) = -DATA(I+1)
```

```
CONTINUE
```

```
NP2 = NP2+NP2
```

```
NTOT = NTOT+NTOT
```

```
J = NTOT+1
```

```
IMAX = NTOT/2+1
```

```
IMIN = IMAX-2*NFALF
```

```
I = IMIN
```

```
GO TO 214
```

```
DATA(J) = DATA(I)
```

```
DATA(J+1) = -DATA(I+1)
```

```
I = I+2
```

```
J = J-2
```

```
IF (I-IMAX) 213,215,215
```

```
DATA(J) = DATA(IMIN)-DATA(IMIN+1)
```

```
DATA(J+1) = 0.
```

```
IF (I-J) 217,219,219
```

```
DATA(J) = DATA(I)
```

```
DATA(J+1) = DATA(I+1)
```

```
I = I-2
```

```
J = J-2
```

```
IF (I-IMIN) 218,219,216
```

```
DATA(J) = DATA(IMIN)+DATA(IMIN+1)
```

```
DATA(J+1) = 0.
```

```
IMAX = IMIN
```

```
GO TO 212
```

```
DATA(1) = DATA(1)+DATA(2)
```

```
DATA(2) = 0.
```

```
GO TO 230
```

```

C
C
C
C
COMPLETE A REAL TRANSFORM FOR THE 2ND OR 3RD DIMENSION BY
CONJUGATE SYMMETRIES.

```

```
IF (I1RNG-NP1) 221,230,230
```

```
DO 229 I3=1,NTOT,NP2
```

```
  I2MAX = I3+NP2-NP1
```

```
  DO 228 I2=I3,I2MAX,NP1
```

```
    IMIN = I2+I1RNG
```

```
    IMAX = I2+NP1-2
```


REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

B

- (BER-69) - M. Bernard, G. Briffod, R. Frank, M. Gregoire and J. Weisse, "Proceedings of the Third International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Novosibirsk, (International Atomic Energy Agency, Viena, 1969) 1 (1969) 715.
- (BEV-69) - P.R. Bevington, "Data Reduction and Analysis for the Physical Sciences", McGraw-Hill (1969).
- (BLA-59) - R.B. Blackman and J.W. Tukey, "The Measurement of Power Spectra", Dover, New York (1959).
- (BRI-74) - E.O. Brigham, "The Fast Fourier Transform", Prentice Hall Inc, Engewood Cliffs, New Jersey (1974).

C

- (CAE-86) - C.A.E.N., Technical Information Manual for Board IBM (1986).
- (CAL-83) - J.D. Callen, B.A. Carreras, P.H. Diamond, M.E. Benchikh-Lehocine, L. Garcia and H.R. Hicks, "Proceedings of the Ninth International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research ", (international Atomic Energy Agency, Viena, 1983) 1 (1983) 297.
- (CAM-72) - CAMAC, "Organization of Multi-Crate System ", United States Atomic Energy Commission (1972).
- (CAR-82) - B.A. Carreras et.al., Physics of Fluids 25 (1982) 1231.

(CHE-75) - F.F. Chen em "Plasma Diagnostic Techniques", H. Huddelstone and S.L. Leonard, Academic Press, New York (1975) 113.

(CRU-87) - D.F. da Cruz Jr., Tese de Mestrado, IFUSP, São Paulo (1987).

(COO-65) - J.W. Cooley and J.W. Tukey, Math. Comput. 19 (1965) 297.

D

(DAL-82) - R.S. Dallagua, Tese de Mestrado, IFUSP, São Paulo (1982).

F

(FAG-87) - A.N. Fagundes, A ser publicado.

G

(GEN-84) - K.W. Gentle, R.D. Bengston, Bravenec et.al., Plasma Physics and Controlled Fusion 26 (1984) 1407.

H

(HAS-83) - A. Hasegawa and M. Wakatani, Physical Review Letters 50 (1983) 682.

(HOR-84) - W. Horton em "Basic Plasma Physics II", North-Holland Physics Publishing (1984) 383.

J

(JEN-75) - G.M. Jenkins and L. Shaw, "Signal Processing", MacGraw-Hill, New York (1975).

R

(KIM-77) - Y.C. Kim and E.J. Powers, IEEE Transactions on Plasma Science, PS-5 (1977) 31.

L

(LeC-80) - LeCroy, Technical Information Manual (1980).

(LES-73) - D.C. Leslie, "Developments in the Theory of Turbulence", Claredon Press, Oxford (1973).

- (LEV-84) - S.J. Levinson, J.M. Beall, E.J. Powers, R.D. Bengston, Nuclear Fusion 24 (1984) 527.
- (LIE-85) - P.C. Liewer, Nuclear Fusion 25 (1985) 543.
- (LOT-86) - LOTUS 123, Manual de Referência do Programa 123, Versão 2 (1986).

M

- (MAQ-87) - Caderno de Operação do TBR-1 (1987).

P

- (PAP-62) - A. Papoulis, "The Fourier Integral and Its Applications", McGraw Hill, New York (1962).

R

- (RIT-84) - Ch.P. Ritz, R.D. Bengston, S.J. Levinson and E.J. Power, Physics of Fluids 27 (1984) 2956.

S

- (SIL-87) - R.P. da Silva, Comunicação Pessoal (1987).
- (SLU-78) - R.E. Slusher and C.M. Surko, Physics Review Letters 40 (1978) 400.
- (SUR-80) - C.M. Surko and R.E. Slusher, Physics of Fluids 23 (1980) 2425.

T

- (TAY-83) - S.J. Zweibem and R.J. Taylor, Nuclear Fusion 23 (1983) 513.
- (TAN-78) - W.M. Tan, Nuclear Fusion 18 (1978) 1089.
- (TER-85) - P.W. Terry and P.H. Diamond, Physics of Fluids 28 (1985) 1419.

U

- (UEH-79) - K. Uehara et.al., Plasma Physics 21 (1979) 89.

W

- (WAK-84) - M. Wakatani and A. Hasegawa, Physics of Fluids 27 (1984) 611.

Z

(ZWE-79) - S.J. Zwebem, C.R. Menyuk, R.J. Taylor, Physical Review Letters 42 (1979) 1270.

(ZWE-81) - S.J. Zwebem, R.J. Taylor, Nuclear Fusion 21 (1981) 193.

(ZWE-83) - S.J. Zwebem, R.W. Gould, Nuclear Fusion 23 (1983) 1625.

(ZWE-85) - S.J. Zwebem, R.W. Gould, Nuclear Fusion 25 (1985) 171.