

INSTITUTO DE FÍSICA

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Francisco Antonio B. Pereira
Hideli M. Siqueira
Contribuiu

SBI-FUSP



305M810T0879

Otávio
Nadine disbonz Gonçalves
Inda Did. G. M. S. 201

DECAIMENTO BETA DO Nb⁹²

Otaviano A. M. Helene
Tese de Doutorado
submetida ao Institu
to de Física da USP



1982

SÃO PAULO

RESUMO

Neste trabalho são apresentados resultados experimentais referentes ao decaimento beta do Nb^{92} , obtidos a partir de medidas da atividade gama residual que segue a reação $\text{Nb}^{93}(\gamma, n)$. A alimentação do nível a 2067 keV do Zr^{92} foi determinada com boa precisão. A não observação de transições gama que envolvem os níveis 0^+ e 4^+ do Zr^{92} permitiram, a partir de uma análise estatística rigorosa, determinar-se limites superiores para a alimentação desses níveis. Os resultados experimentais obtidos, bem como diversos outros disponíveis na bibliografia especializada, foram analisadas a luz do modelo de camadas, explorando-se especialmente a contribuição do orbital de nêutrons $g_{7/2}$ nos primeiros níveis excitados do Zr^{92} . Os cálculos foram feitos usando-se valores publicados para os elementos de matriz da interação residual próton-próton e supondo-se uma interação delta superficial para a interação nêutron-nêutron.

ABSTRACT

We have investigated the beta decay of Nb^{92} measuring the residual gamma activities associated with the $\text{Nb}^{93}(\gamma, n)$ reaction. The beta branch to the 2067 keV Zr^{92} level has been determined. Unobserved gamma-rays, with a rigorous statistical analysis, allow the determination of upper limits to beta transitions to the 0^+ and 4^+ levels of Zr^{92} . We have compared ours and other published results with the predictions of shell model, exploring the $g_{7/2}$ neutron orbit contribution to the levels of Zr^{92} . The shell model calculations have been made using published values for the proton-proton matrix elements. The neutron-neutron matrix elements have been determined assuming a surface delta interaction.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| PREFÁCIO | 1 |
| I - INTRODUÇÃO | 4 |
| II - MEDIDAS REALIZADAS | 8 |
| A) - Produção das Amostras | 8 |
| B) - Sistema de Detecção | 11 |
| C) - Aquisição de Dados e Calibrações | 20 |
| D) - Resultados Obtidos | 27 |
| D1) - A linha de 1132 keV | 27 |
| D2) - Outras transições gama | 32 |
| III - ANÁLISE DOS RESULTADOS | 37 |
| A) - A Linha de 1132 keV..... | 37 |
| A1) - Identificação da transição | 37 |
| A2) - Intensidade da transição | 41 |
| B) - Limite Superior para a Existência de Picos | 46 |
| B1) - Descrição estatística | 47 |
| B2) - Limite Superior para a transição | 52 |
| C) - Limite para as Linhas Não Observadas | 56 |
| D) - Conclusão | 58 |
| IV - ESTRUTURA NUCLEAR NA REGIÃO $A \approx 92$ | 60 |
| A) - O "caroço" Sr^{88} | 60 |
| A1) Prótons | 60 |
| A2) Nêutrons | 65 |
| B) - O Zr^{90} | 66 |
| C) - O Nb^{93} | 71 |
| D) - O Zr^{92} | 72 |
| E) - Discussão | 81 |
| V - DECAIMENTO DO Nb^{92m} | 86 |
| A) - Probabilidade de Transição | 86 |

| | |
|--|-----|
| B) - Sistemática de log ft | 89 |
| B1) - Transições permitidas | 89 |
| B2) - Transições proibidas | 91 |
| C) - O Decaimento do Nb ^{92m} | 91 |
| D) - Discussão | 97 |
| VI - CONCLUSÃO | 101 |
| REFERÊNCIAS | 109 |

PREFÁCIO

O desenvolvimento de um trabalho de pesquisa em física experimental depende não apenas da existência de uma infra-estrutura material, na forma de equipamentos, oficinas etc, mas principalmente da existência de um grupo de pessoas atuantes e que mantenha entre si um esquema de colaboração eficiente, discussões e trocas de idéias.

Este último fator, que podemos chamar de infra-estrutura humana, não apenas facilita e favorece os trabalhos desenvolvidos como ampliam suas consequências. E estas consequências são, em última instância, as justificativas do trabalho, uma vez que são elas que refletem o quanto este foi útil para as finalidades propostas.

Assim a inexistência de uma infra-estrutura humana ou a debilidade desta, implica não apenas em dificuldades durante o desenvolvimento de um trabalho mas, principalmente, na atenuação de suas consequências.

Com essas considerações, esperamos que este trabalho justifique pelo menos uma parte dos esforços colocados pelos colegas do Laboratório do Acelerador Linear para criar condições que tornem possível o desenvolvimento de pesquisas em física nuclear. Esses esforços individuais, frequentemente com sacrifícios pessoais muito grandes, têm sido no sentido de manter uma infra-estrutura humana, tentando compensar a inexistência ou a debilidade de uma política científica diretiva. Esperamos também que quaisquer reflexos positivos que possam advir

deste trabalho revertam mais em benefício desses colegas, para com os quais estamos em dívida, do que em benefício do autor.

A sugestão inicial e a orientação deste trabalho é do Prof. Iuda David Goldman vel Lejbman, que o acompanhou em suas diversas fases, e para o qual o autor manifesta o seu agradecimento.

Uma colaboração estreita com o colega Vito R. Vannin, especialmente no que diz respeito a análise de dados experimentais, foi essencial durante todo o decorrer do trabalho.

Agradecemos também ao Prof. F. Krmpotić por sua boa vontade em diversas discussões havidas, por sua leitura crítica de parte importante da tese e por sugestões extremamente úteis no desenvolvimento do trabalho.

O bom funcionamento do acelerador linear durante todas as medidas feitas deve-se ao trabalho acumulado durante anos pelos colegas Yamato Miyao e Jiro Takahashi, aos quais manifestamos aqui nosso agradecimento. Não podemos nos esquecer também do trabalho da equipe do companheiro Juarez R. Arruda, Antonio F. dos Reis, Francisco Tadeu Degasperi, Hamilton K. Okura e José Ribamar Eleutério, responsável pela operação e manutenção do acelerador.

Os esforços dos colegas Max Cohenca e Philippe Gouffon, que colocaram em funcionamento e aprimoraram constantemente o eficiente sistema de aquisição de dados, também foram muito importantes no desenvolvimento desta tese.

A sala de medidas do Laboratório do Acelerador Li-

near esteve, durante a maior parte do desenvolvimento deste trabalho, sob a responsabilidade do colega Paulo Pascholati, a quem não podemos deixar de agradecer. Da mesma forma agradecemos ao companheiro Alfredo Bonini e a sua equipe, Gentil Stabellini, Carlos H. Quinareli e Manuel A. de Nascimento, responsáveis pela oficina eletrônica.

Agradecemos também a Iracema F. de Souza, que datilografou o trabalho e a Vera M. V. Prado e Maria de Lourdes Conceição, responsáveis pela secretaria do Acelerador Linear.

I - INTRODUÇÃO

A identificação de transições beta e gama, bem como a determinação de suas características, permite-nos obter informações sobre a estrutura dos estados nucleares envolvidos. As características dessas transições são suas velocidades (ou meias vidas) e, no caso de transições gama, suas energias e as intensidades das multipolaridades envolvidas. No caso de transições beta suas velocidades podem fornecer informações adicionais que permitem determinar-se valores limites para a variação dos momentos angulares dos estados nucleares envolvidos e indicações sobre mudanças ou não das paridades destes.

As informações sobre a estrutura dos estados envolvidos referem-se a momento angular, momentos multipolares, paridade, entre outras. Além destas, pode-se obter informações dependentes do modelo usado na descrição dos núclídeos como, por exemplo, momentos de inércia, configurações de partícula única etc.

Como foi evidenciado por de-Shalit, informações sobre transições eletromagnéticas são por si só bastante ricas e críticas para testes de modelos. Estas informações, complementadas com outros resultados experimentais, permitem refinar modelos e compreender melhor a estrutura nuclear.

Neste trabalho apresentamos resultados referentes a transições gama entre níveis do Zr^{92} , observadas em associação do decaimento por captura eletrônica do Nb^{92m*} . Estes resultados, bem como diversos outros disponíveis na bibliografia especializada, são analisadas a luz do modelo de camadas. Esses outros resul

*O nível 2^+ do Nb^{92} , de meia vida 10,15d, será frequentemente identificado por Nb^{92m} no decorrer deste trabalho.

tados referem-se a várias informações relativas a transições beta e gama associadas ao decaimento do Nb^{92m} , a resultados de reações com troca de partículas, medidas de momentos multipolares e meias vidas de níveis nucleares e reações de espalhamento inelástico de partículas, envolvendo não apenas o Zr^{92} e o Nb^{92m} mas também outros nuclídeos na região. Dessa forma tenta-se obter informações referentes a estrutura dos nuclídeos envolvidos, confrontando-se os valores previstos com as observações.

O experimento realizado consiste na medida da atividade gama residual associado a formação do Nb^{92m} na reação $Nb^{93}(\gamma, n)$. O esquema de decaimento do Nb^{92m} foi estabelecido há muito tempo (BU62), com o uso de detetores de NaI, observando-se a alimentação de dois níveis 2^+ do Zr^{92} . Embora medidas posteriores tenham melhorado quantitativamente a determinação das energias dos níveis do Zr^{92} (veja, por ex., TA70), nenhuma nova informação qualitativa relacionada ao decaimento do Nb^{92m} foi obtida desde 1962. Em particular interessamo-nos em determinar a alimentação dos níveis a 935 keV (0^+), 1497 keV (4^+) e 2067 keV (2^+ ou 3^+) do Zr^{92} . Em relação a este último nível, a disponibilidade energética para a captura de elétrons é muito pequena, $Q = 77$ keV (LU80), sem considerar as energias de ligação dos elétrons, que diminuem ainda mais este valor. Os outros dois níveis, 0^+ e 4^+ , podem ser alimentados apenas por uma transição proibida de segunda ordem. Assim, em todas os três casos, as medidas a serem feitas deveriam ser muito cuidadosas.

Neste trabalho determinamos pela primeira vez a alimentação do nível a 2067 keV do Zr^{92} , a partir do decaimento beta do Nb^{92m} . Determinamos também os limites superiores pa

ra a alimentação dos níveis 0^+ e 4^+ , não observados. Esses resultados permitiram-nos fazer inferências quanto as funções de onda dos níveis envolvidos.

No capítulo II deste trabalho apresentamos o procedimento experimental adotado, chamando a atenção para as dificuldades que encontramos na determinação de transições extremamente fracas. Neste mesmo capítulo apresentamos os resultados obtidos.

No capítulo III fazemos uma análise cuidadosa dos dados e dos resultados. Fazemos também uma análise quanto a definição de limites superiores de fenômenos não observados, na presença de um "fundo" (ruído). Essa análise está fundamentada em hipóteses que pretendemos deixar transparentes, especialmente por seu choque com outros procedimentos no tratamento do mesmo problema (por ex. D077).

A análise dos resultados a luz do modelo de camadas é feita no capítulo IV, onde discutimos a estrutura de núcleos na região $A \approx 92$ e, em especial, do Zr^{92} e do Nb^{92} . Na análise feita levamos em consideração uma interação efetiva entre nucleons, como tem sido feito por diversos autores (por ex., veja a revisão de I. Talmi, ref. TA62). Além disso, com o objetivo de expandir o espaço de nêutrons considerado sem estender demais os cálculos, supusemos uma interação delta superficial nos moldes propostos por Green et al (GR65), o que pode dar resultados significativos (KR82). Ainda nesse capítulo confrontamos as propriedades energéticas e eletromagnéticas dos níveis do Zr^{92} , previstas pela análise feita, com as observações experimentais.

A confrontação entre resultados experimentais referentes ao decaimento beta do Nb^{92m} e a estrutura prevista para

os núclídeos envolvidos, é feita no capítulo V. Neste caso supusemos permitidas as transições beta observadas, o que está de acordo com os valores de $\log ft$ e com transições do tipo Gamow-Teller (GA36). As transições não observadas devem ser proibidas de segunda ordem. Os resultados experimentais estão de acordo com as previsões feitas supondo-se as descrições apresentadas no capítulo IV.

Discussões finais, conclusões e algumas informações experimentais adicionais e de ordem sistemática, não discutidas nos capítulos anteriores, aparecem no capítulo VI.

II - MEDIDAS REALIZADAS

Neste capítulo descrevemos medidas de transições gama do Zr^{92} que seguem o decaimento beta do isômero 2^+ do Nb^{92} . Estamos particularmente interessados na alimentação do nível 2067keV do Zr^{92} , a qual ocorre com intensidade extremamente baixa em relação a outras transições concorrentes. Discutiremos também limites superiores para outras transições gama e beta não observadas. A análise dos dados obtidos é feita no capítulo seguinte. Discussões sobre a estrutura nuclear dos núclídeos envolvidos, conseguidos a partir dos resultados experimentais, são feitas em capítulos posteriores.

A) Produção das Amostras

O Nb^{92} metaestável foi obtido a partir da reação $Nb^{93}(\gamma, n)$, cujo limiar da reação é 8,8 MeV (Ma 65). O feixe de gamas foi obtido a partir do feixe de elétrons do Acelerador Linear do Departamento de Física Experimental do IFUSP por produção de bremsstrahlung em lâminas de tântalo.

As amostras irradiadas eram de nióbio metálico, cujo único isótopo estável é o de $A = 93$, de espessura da ordem de $1g/cm^2$. As áreas das amostras irradiadas eram de aproximadamente $1cm^2$, bem maior portanto do que a área do feixe de elétrons (cujo diâmetro é tipicamente 0,3 a 0,5cm (JI 75)) e da ordem de grandeza do feixe de gamas de bremsstrahlung.

Foram feitas três irradiações com energias de referência do feixe de elétrons 14,0, 15,0 e 16,5 MeV. O feixe de elétrons usado foi o feixe direto, sem a análise magnética. Nesta situação a corrente média do feixe é da ordem de 10mA no pi

co, com resolução de $\sim 6\%$ (JI 75). Além dessa dispersão na energia do feixe, pode ter havido flutuações desta durante a irradiação não perceptíveis ao operador. Como consequência dessa variação de energia, houve a formação do Nb^{91} por reação $\text{Nb}^{93}(\gamma, 2n)$ em todas as irradiações, apesar do limiar dessa reação ser 15,7 MeV (MA65), acima portanto das energias de referência em duas das irradiações feitas.

As durações das irradiações estiveram entre 6,5h e 8,0h.

Podemos avaliar, com os dados acima, a ordem de grandeza da atividade das amostras de Nb^{92} produzidas. Essa atividade pode ser colocada na forma

$$A_t = \lambda N_0 \cong \lambda \left(\frac{\sigma N}{A} \right) (I.T).f. \quad (1)$$

Nesta equação λ é a constante de decaimento do nuclídeo que apresenta a atividade A_t e N_0 é a quantidade destes no final da irradiação. σ é a secção de choque média para a reação e N o número de nucleons na região de área A atingida pelo feixe. O termo

$$\frac{\sigma N}{A} \quad (2)$$

é então a probabilidade que um gama incidente provoque a reação. I é a corrente do feixe (em eletrons por segundo) e T o tempo total da irradiação. A constante f é a probabilidade que um elétron produza um gama na região de energia da ressonância.

O fator f pode ser avaliado a partir da secção de

choque para a formação de bremsstrahlung. Para alvos finos o espectro de bremsstrahlung é dado por (JA67)

$$\chi(E_\gamma, E_0) \approx \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^2}{ch} \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{c}{v} \right) \ln \left(\frac{E_0^2}{E m_0 c^2} \right), \quad (3)$$

onde Z é o número atômico do elemento de que é feito o irradiador, E_0 a energia do feixe, E_γ a energia do gama e m_0 a massa de repouso do elétron. A expressão corresponde ao sistema de unidade Gaussiano. Para $E_0 \approx E_\gamma = 16$ MeV e considerando um irradiador de tântalo, temos

$$\chi \approx 6.10^{-23} \text{ cm}^2. \quad (4)$$

Considerando-se um irradiador de 1g/cm^2 , que é a ordem de grandeza da espessura dos irradiadores usados, e uma área típica de 1cm^2 , tanto para o feixe como para a amostra, temos

$$f \approx \frac{\chi \cdot N}{A} \approx 0,2 \quad (5)$$

A corrente de pico do feixe direto é $\approx 10\text{mA}$. No entanto a corrente média é tipicamente $2\mu\text{A}$. Usando esses dados, o resultado da eq.5 e $\sigma \approx 0,1\text{b}$ (IA74), bem como os dados referentes a irradiação, temos para a atividade da amostra irradiada o valor

$$A_t \approx 1 \text{ m ci}, \quad (6)$$

correspondente apenas a atividade do $\text{Nb}^{92\text{m}}$. Outras atividades

são desprezíveis em comparação a desse isômero.

O valor da eq.6 pode estar superestimado por diversos fatores: a espessura finita do irradiador; espalhamento dos gamas em torno da direção inicial; variação da posição do feixe de elétrons durante a irradiação e a secção de choque menor do que 0,1b para a recepção considerada, para gamas de energias menores do que E_0 . A combinação desses fatores pode dar origem a uma atividade uma ordem de grandeza menor do que a avaliação da eq.6. O valor da equação 6 é apenas uma avaliação aproximada da ordem de grandeza da atividade da amostra.

B) Sistema de detecção

As medidas de transições gama residuais foram feitas usando-se detetores de Ge(Li). As medidas que seguiram a primeira e a segunda irradiação foram feitas com um detetor Ge(Li) Ortec de volume 27cm^3 , com resolução nominal de 2,3 keV e eficiência, também nominal, em relação a um detetor de NaI 3"x3", medida com fonte a 25cm do detetor, de 3,8%. Ambos os valores para a energia de 1,33 MeV. Nas medidas feitas após a terceira irradiação usou-se um detetor de Ge(Li) Ortec de volume 53cm^3 , resolução e eficiência nominais de 1,95 keV e 10% respectivamente. Esses dados referem-se a informações do fabricante nos catálogos dos equipamentos.

Os valores nominais das características dos detetores referem-se a condições ótimas de amplificação dos sinais. Isso não ocorreu nas medidas feitas uma vez que trabalhamos com taxas de contagem excessivamente altas, obrigando-nos assim a usarmos constantes de tempo dos amplificadores menores do que os recomendáveis.

Nas duas primeiras irradiações usou-se um amplifica

dor Ortec modelo 450. A primeira contagem foi feita com uma constante de tempo de amplificação de $2\mu\text{s}$ e as seguintes com constante de tempo de $0,5\mu\text{s}$. Nas contagens que seguiram a terceira irradiação usou-se um amplificador Ortec modelo 572 com circuito de rejeição de empilhamento.

O empilhamento de pulsos em um amplificador provoca um "fundo" adicional. Numa situação em que o espectro de gamas é dominado por uma única linha, como é o caso nas experiências realizadas, ou por linhas de energias próximas, esse "fundo" adicional ocorre em energias maiores que as energias dos gamas envolvidos. A figura 1 mostra ilustra esse efeito. Um primeiro pulso A é amplificado. Algum tempo depois um segundo sinal é também amplificado, dando origem ao pulso B. O sinal que sai do amplificador é a linha cheia, correspondendo a soma dos dois sinais individuais. O ADC, na situação ilustrada na fig.1, não percebe os dois sinais A e B individualmente, mas o pulso C, registrando portanto uma contagem em um

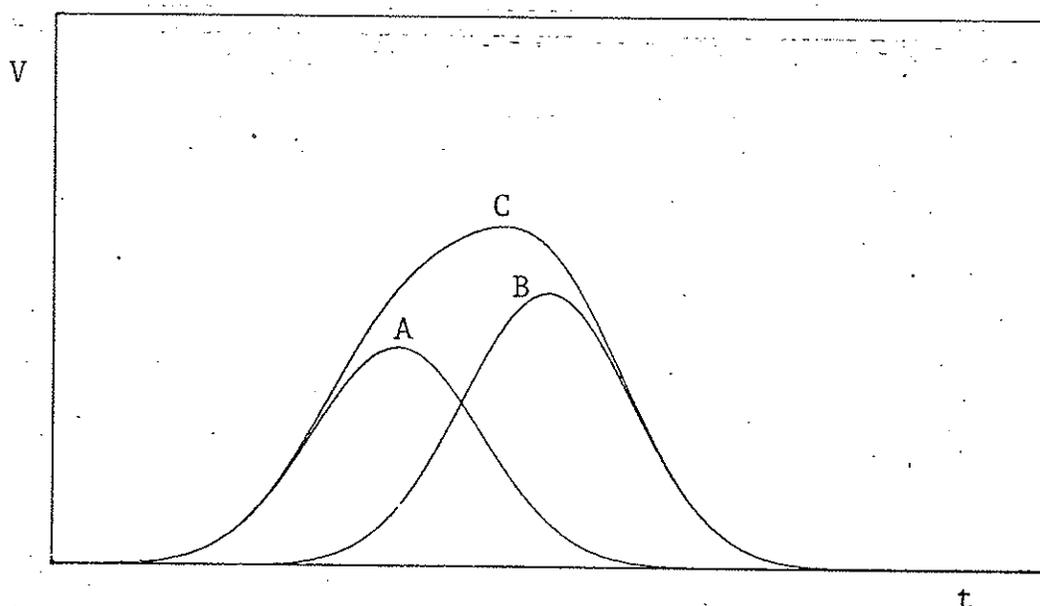


FIGURA 1 - Dois pulsos próximos entre si, A e B, quando amplificados, dão origem a um pulso C interpretado como um só pulso pelo ADC.

canal correspondente a altura deste último pulso. Neste caso o empilhamento simulará um "fundo" numa região a direita dos picos correspondentes aos pulsos empilhados.

Na figura 2 é ilustrada uma outra situação em que há empilhamento mas que o ADC registra o primeiro pulso, interpretando-o como tendo altura um pouco maior do que efetivamente tem, devido a superposição parcial do segundo pulso. Neste caso o ADC registra a presença do primeiro pulso uma vez que há, antes da chegada do segundo pulso, uma queda de tensão no sinal. Nesta situação é registrada uma contagem correspondente a uma energia ligeiramente maior do que seria se não houvesse um segundo pulso. A consequência é um alargamento, para a direita, do pico correspondente ao primeiro pulso.

A figura 3 ilustra uma situação em que o empilhamento não dá diferenças sensíveis dentro da precisão do sistema de detecção.

Podemos avaliar a probabilidade de empilhamento de pulsos do tipo mostrado na figura 1, situação que dará origem a um "fundo" artificial. Essa situação ocorre se dois pulsos atingem o amplificador durante um intervalo de tempo

$$\Delta t \lesssim \tau \quad (7)$$

onde τ é a constante de tempo do amplificador.

Considerando-se que um primeiro pulso ocorre em um dado instante, então o número médio de pulsos que existirão num intervalo τ posterior ao primeiro pulso é

$$a = A \cdot \tau, \quad (8)$$

onde A é a taxa de contagens. A probabilidade que nesse intervalo ocorra uma quantidade n de pulsos é dada por uma distri-

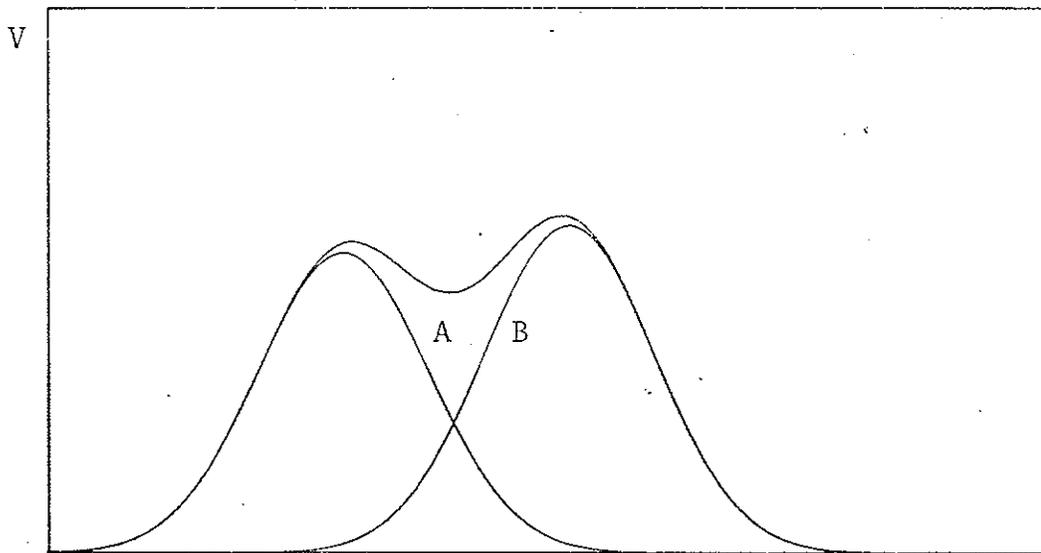


FIGURA 2 - Na situação ilustrada nesta figura o ADC registrará o primeiro pulso interpretando-o como tendo uma altura ligeiramente maior do que efetivamente tem.

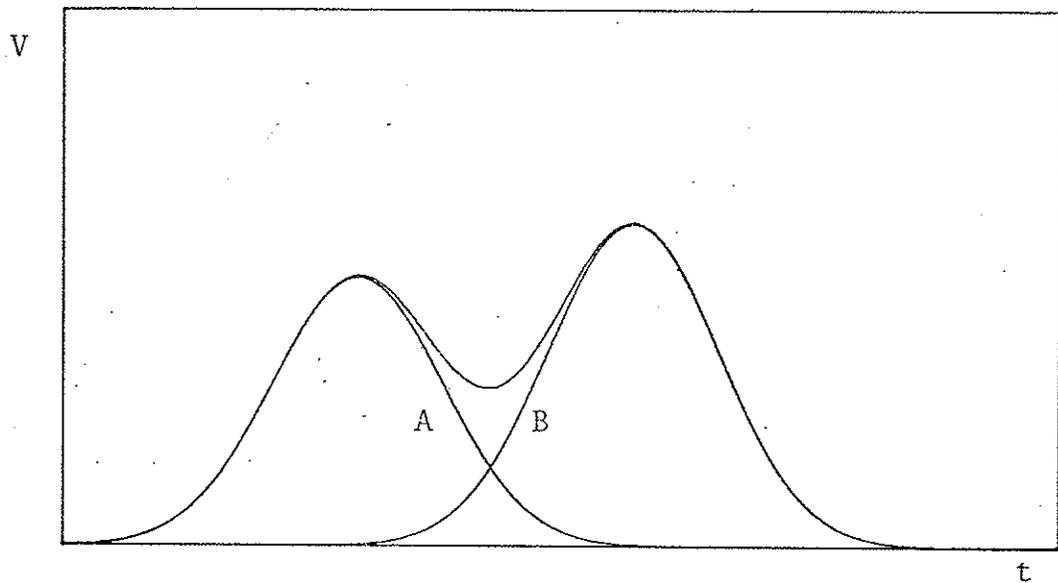


FIGURA 3 - Se a separação entre os pulsos consecutivos é suficientemente grande, o aumento da altura do primeiro pulso, por causa do segundo, é desprezível.

buição de Poisson com média a . Haverá empilhamento se $n \geq 1$. A probabilidade que isso ocorra é

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} p_a(n) = 1 - p_a(0) \\ = 1 - e^{-a} \approx a, \quad (9)$$

onde a aproximação é válida se $a \ll 1$.

Em uma situação em que $A = 1000\text{cps}$, e $\tau = 2\mu\text{s}$, teríamos um empilhamento do tipo ilustrado na figura 1 a cada meio segundo. Uma redução da constante de tempo para $0,5\mu\text{s}$ reduziria de um fator 4 a taxa de empilhamentos. Em uma situação mais drástica, $A = 10000$, teríamos por volta de um empilhamento a cada 50 contagens com $\tau = 2\mu\text{s}$.

A diminuição da constante de tempo do amplificador diminui a probabilidade de empilhamento mas provoca uma deterioração da resolução do sistema. Um teste feito com uma amostra de Co^{60} apresentou uma variação de 2,9 para 4,1 keV na resolução do pico de 1173 keV quando se passou de 2,0 para $0,5\mu\text{s}$ a constante de tempo do amplificador. Nesta mesma situação a taxa de contagem média no intervalo do espectro corresponde as energias de 1357 keV e 1460 keV reduziu-se a pouco mais do que a metade. Esses valores são mostrados na tabela 1. Assim o fundo sob um pico nessa região reduziu-se de um fator da ordem de

$$\frac{\sigma_1 T_1}{\sigma_2 T_2} \approx 1,25, \quad (10)$$

onde σ é a resolução do sistema e T a taxa de contagem na região. Os valores usados no cálculo foram aqueles apresentados

na tabela 1, correspondentes a faixa de energia 1357-1460 keV e a resolução do pico de 1173 keV. Usando-se os valores médios das resoluções e das taxas de contagens apresentados na tabela 1, a mesma relação daria o valor 1,22.

Assim vemos que uma diminuição da constante de tempo piora a resolução do sistema, de um lado, enquanto, de outro lado, diminui a taxa de empilhamentos. O efeito global é a diminuição do total de contagens sob um pico. Como será discutido posteriormente, o limite de detecção é proporcional a flutuação estatística do fundo sob o pico, ou seja, a raiz quadrada do próprio fundo sob o pico. Portanto uma diminuição na constante de tempo causa uma melhora no limiar de detecção na região do espectro onde o fundo é devido principalmente a empilhamento de pulsos.

| E _γ (keV) | σ(keV) | | Fundo | | | |
|----------------------|--------|-----|---------------|------|---------------|------|
| | 2,0 | 0,5 | 2,0 | 0,5 | 2,0 | 0,5 |
| | 2,0 | 0,5 | 1357 <E< 1460 | | 1950 <E< 2052 | |
| 1173 | 2,9 | 4,1 | 4771 | 2698 | 1850 | 1134 |
| 1332 | 3,1 | 4,3 | | | | |

TABELA 1 - Variação da resolução e do fundo com variação da constante de tempo de amplificação de 2,0μs para 0,5μs

Este efeito de empilhamento justifica a diminuição da constante de tempo para 0,5μs nas contagens que seguiram as duas primeiras irradiações, pois estávamos investigando a presença de uma linha, de 1132 keV, numa região onde o fundo

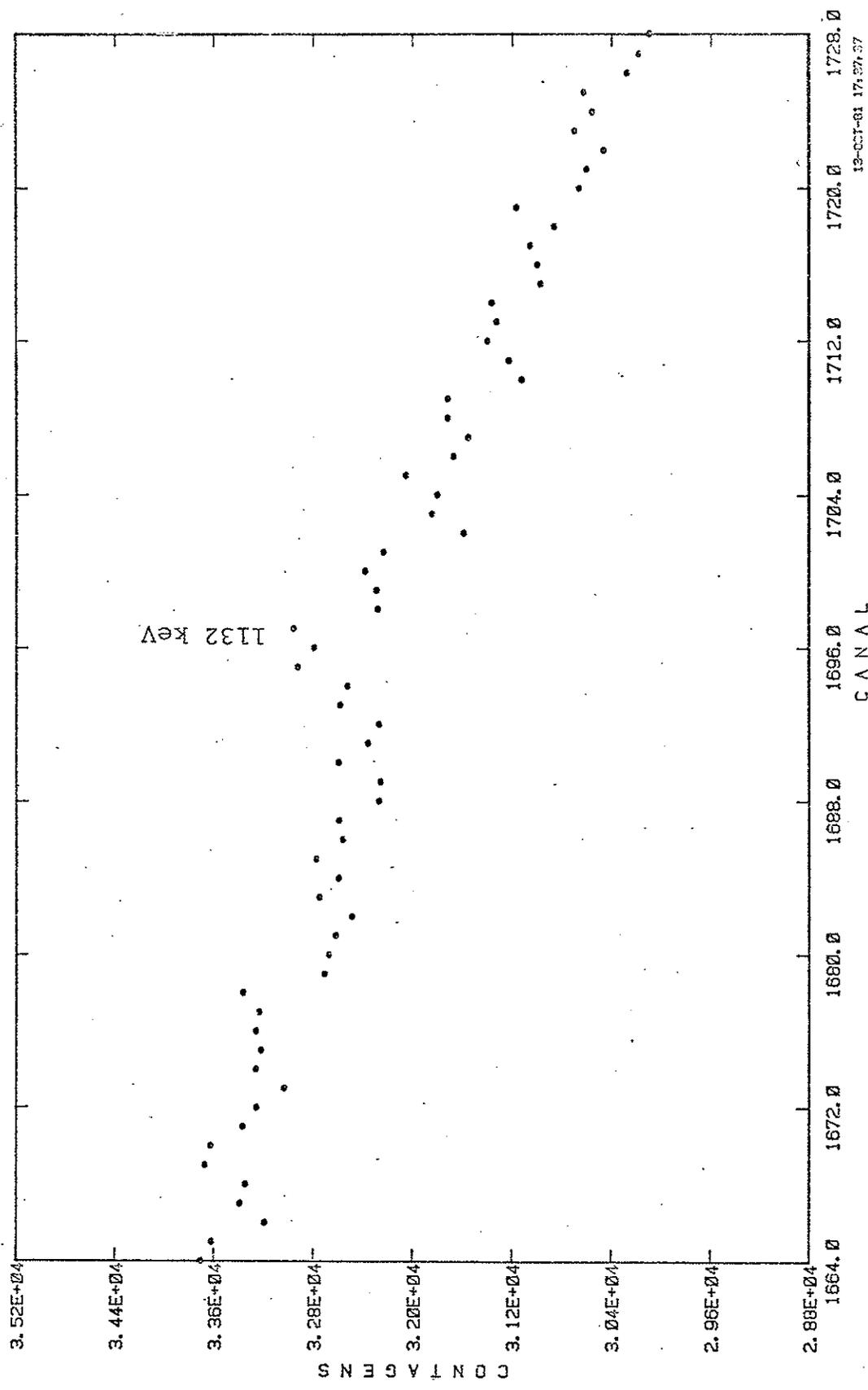


FIGURA 4 - Espectro de gamas na região de 1132 keV, obtido com o detector de 27cm³ e com constante de tempo $\tau=2\mu s$.

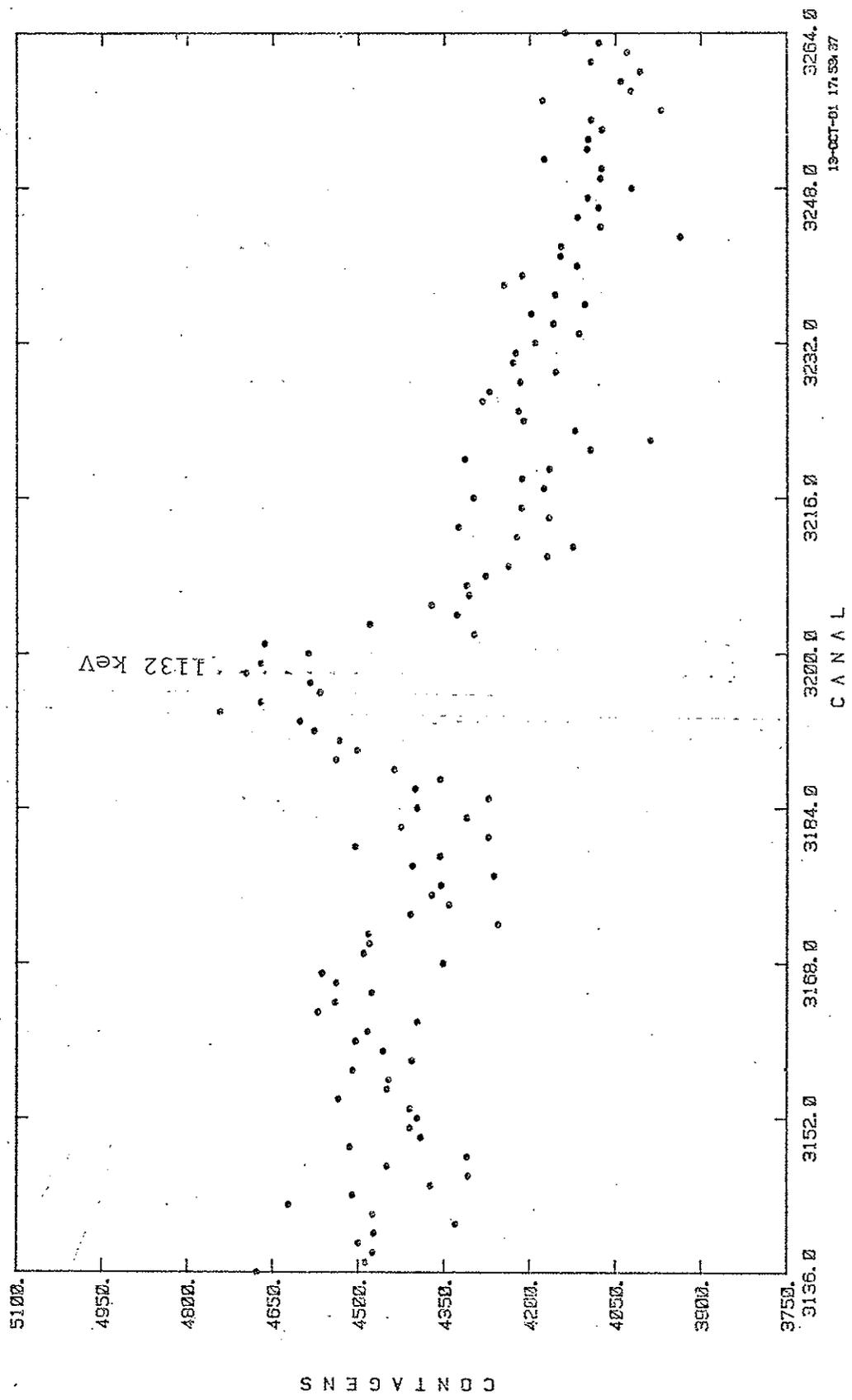


FIGURA 5 - Mesma região do espectro da figura 4, mas com $\tau = 0,5\mu s$

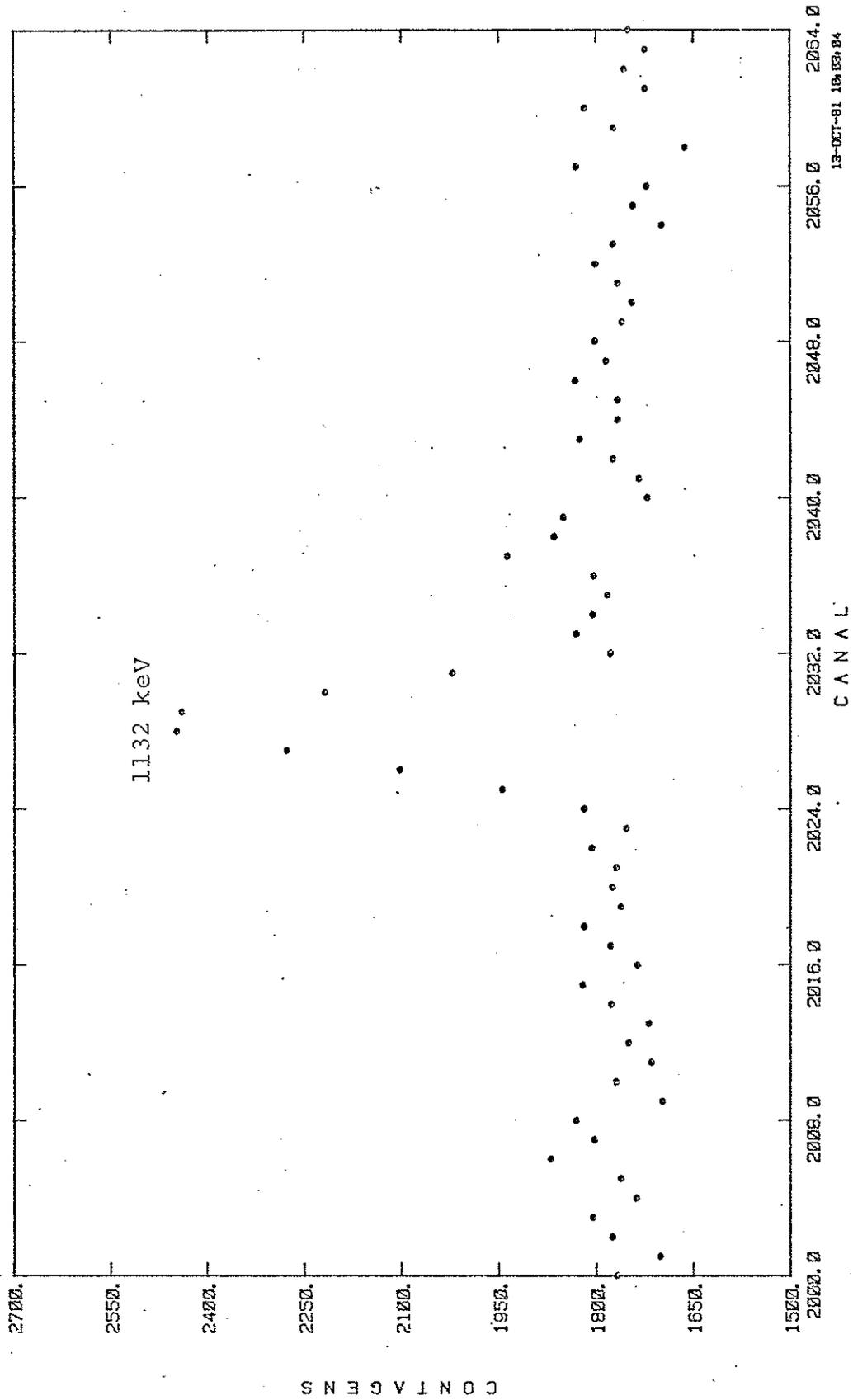


FIGURA 6 - Mesma região apresentada nas figuras 4 e 5, mas obtido com o detector de 53cm³ e com rejeição de empilhamento

era predominante devido a empilhamento de pulsos. As figuras 4 e 5 ilustram os resultados obtidos com a diminuição da constante de tempo. Na figura 4 a constante de tempo era de $2,0\mu\text{s}$; o pico correspondente a transição de 1132 keV aparece muito fracamente na região próxima ao canal 1696. Na figura 5 a mesma região é mostrada, mas aqui com $\tau = 0,5\mu\text{s}$, mostrando claramente uma muito melhor definição do pico.

Nas medidas feitas após a terceira irradiação usou-se um amplificador com circuito de aviso de empilhamento. O sinal de aviso de empilhamento foi usado em anti-coincidência com o sinal do pulso no ADC, inibindo assim contagens devidas a empilhamento. A figura 6 mostra um espectro, na região do pico de 1132 keV , nesta situação. Neste caso, por não haver deterioração da resolução pelo uso de constante de tempo muito pequena e nem fundo devido a empilhamento, o pico aparece de forma bem mais nítida.

As figuras 7 e 8 mostram dois espectros de medidas feitas após a terceira irradiação, ambas com constante de tempo $1,0\mu\text{s}$ e com rejeição de empilhamento.

C) Aquisição de dados e calibrações

A atividade gama residual das amostras foi seguida por 21, 28 e 95 dias nas três irradiações feitas. A duração de cada contagem esteve entre 6,5 e 8,0 horas de tempo vivo. Os espectros foram obtidos em um multicanal Northern e posteriormente transferidas para fitas magnéticas usando-se programas para manipulação de dados implantados no computador PDP11 do Laboratório do Acelerador Linear (G080). Os dados assim obtidos foram analisados por programas de análise implantados no mesmo

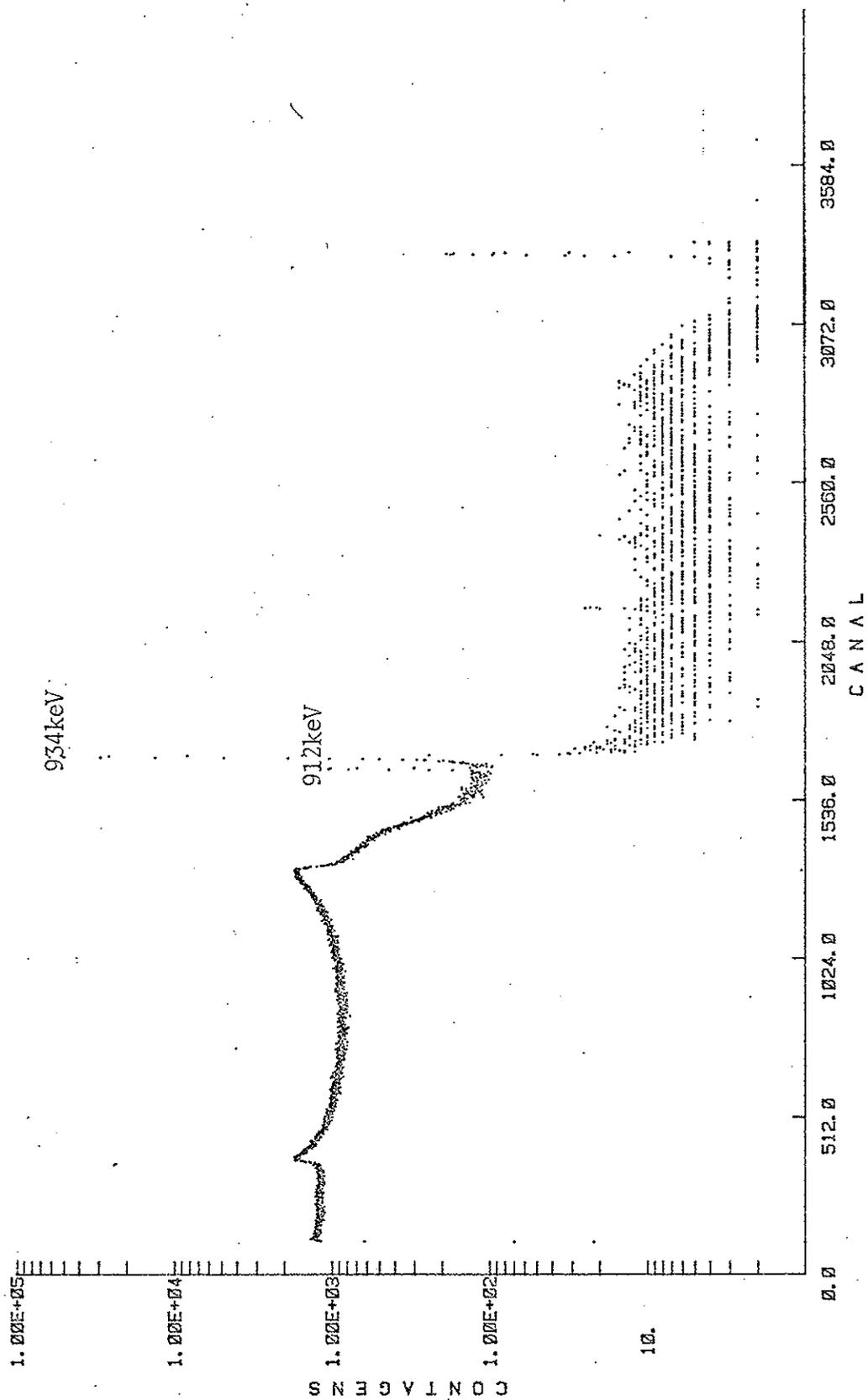


FIGURA 7 - Espectro da atividade residual da amostra obtido em uma contagem de 5,1 minutos
(Veja identificação dos picos também na Fig.8).

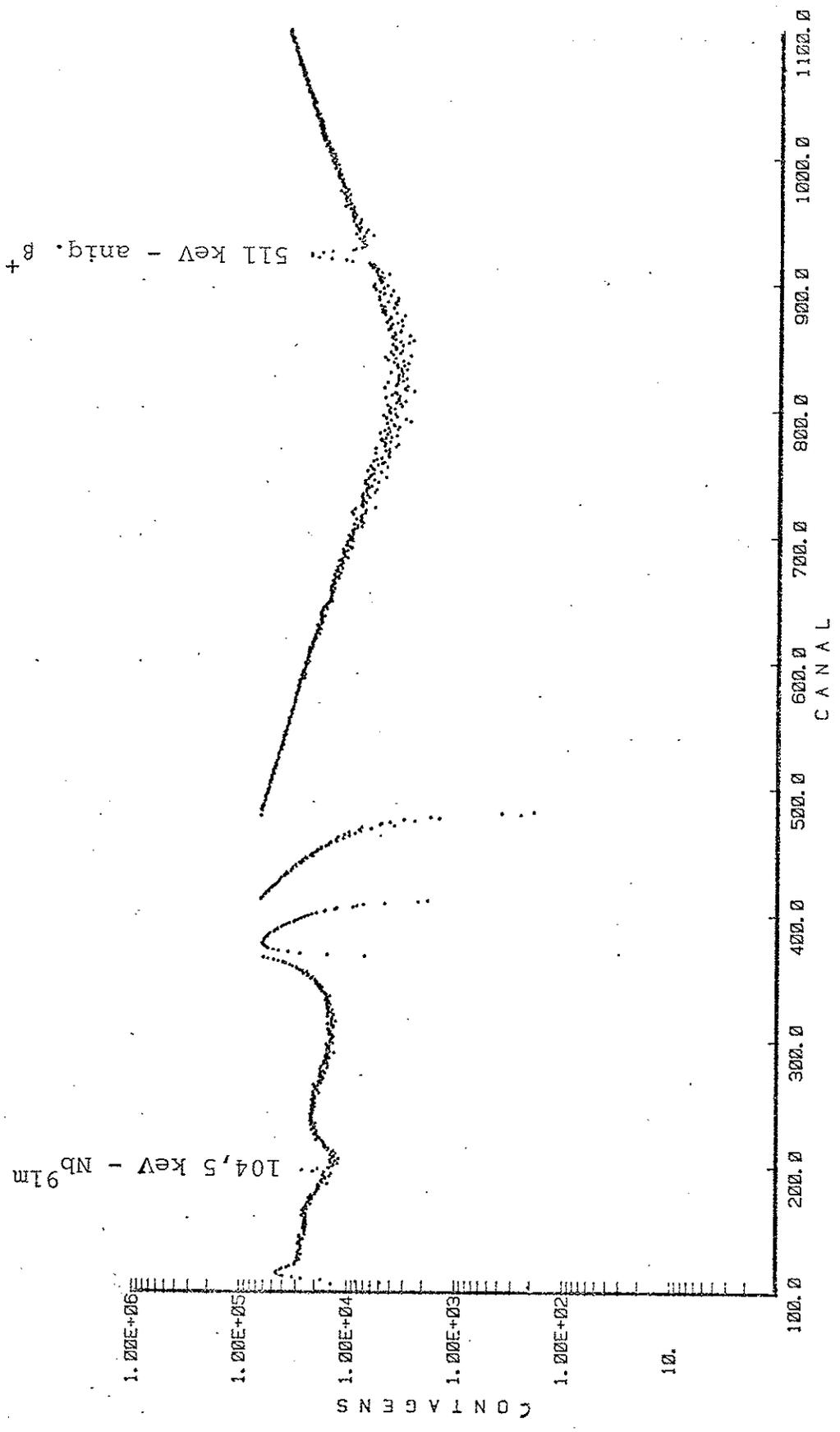


FIGURA 8

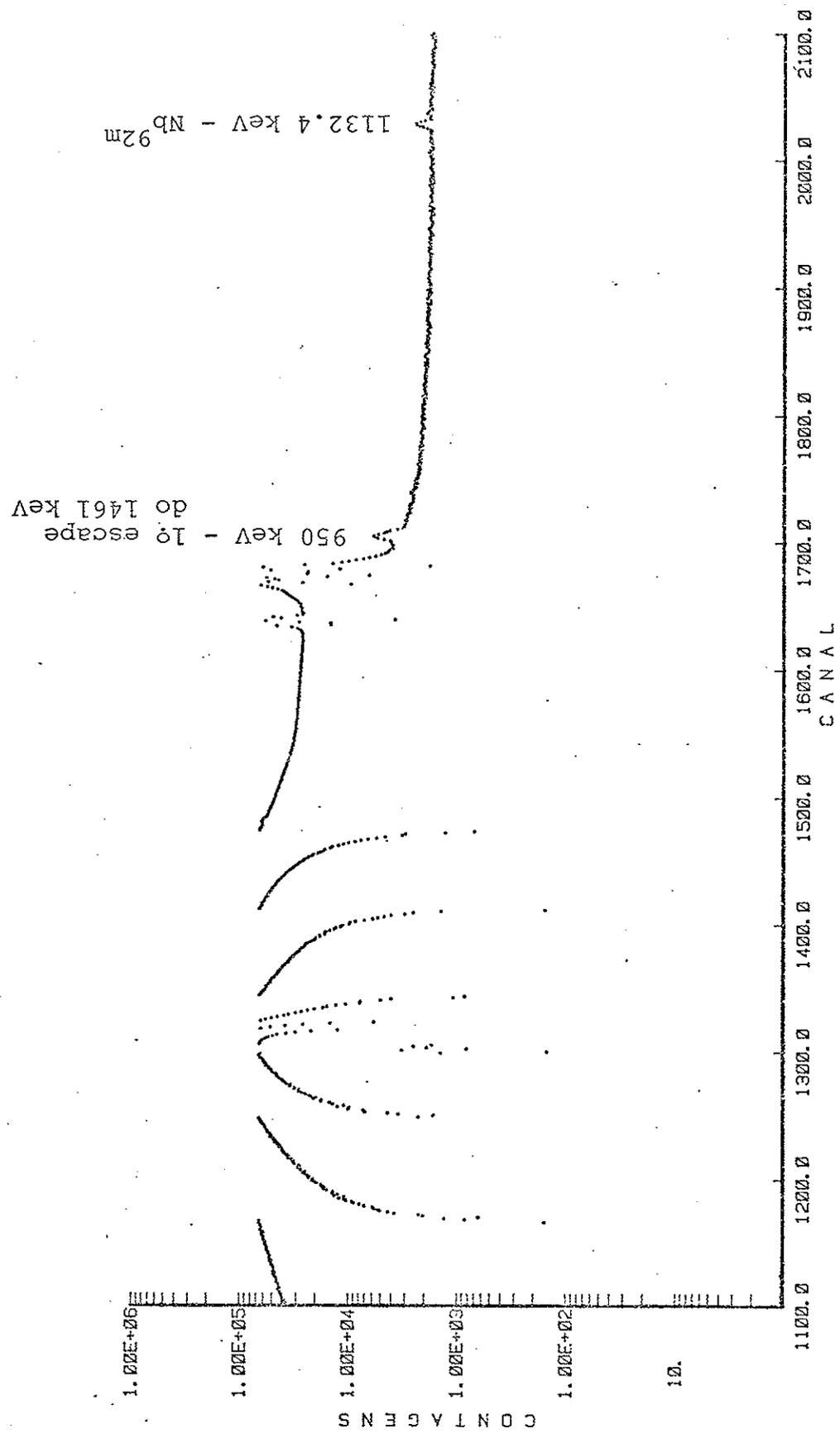


FIGURA 8

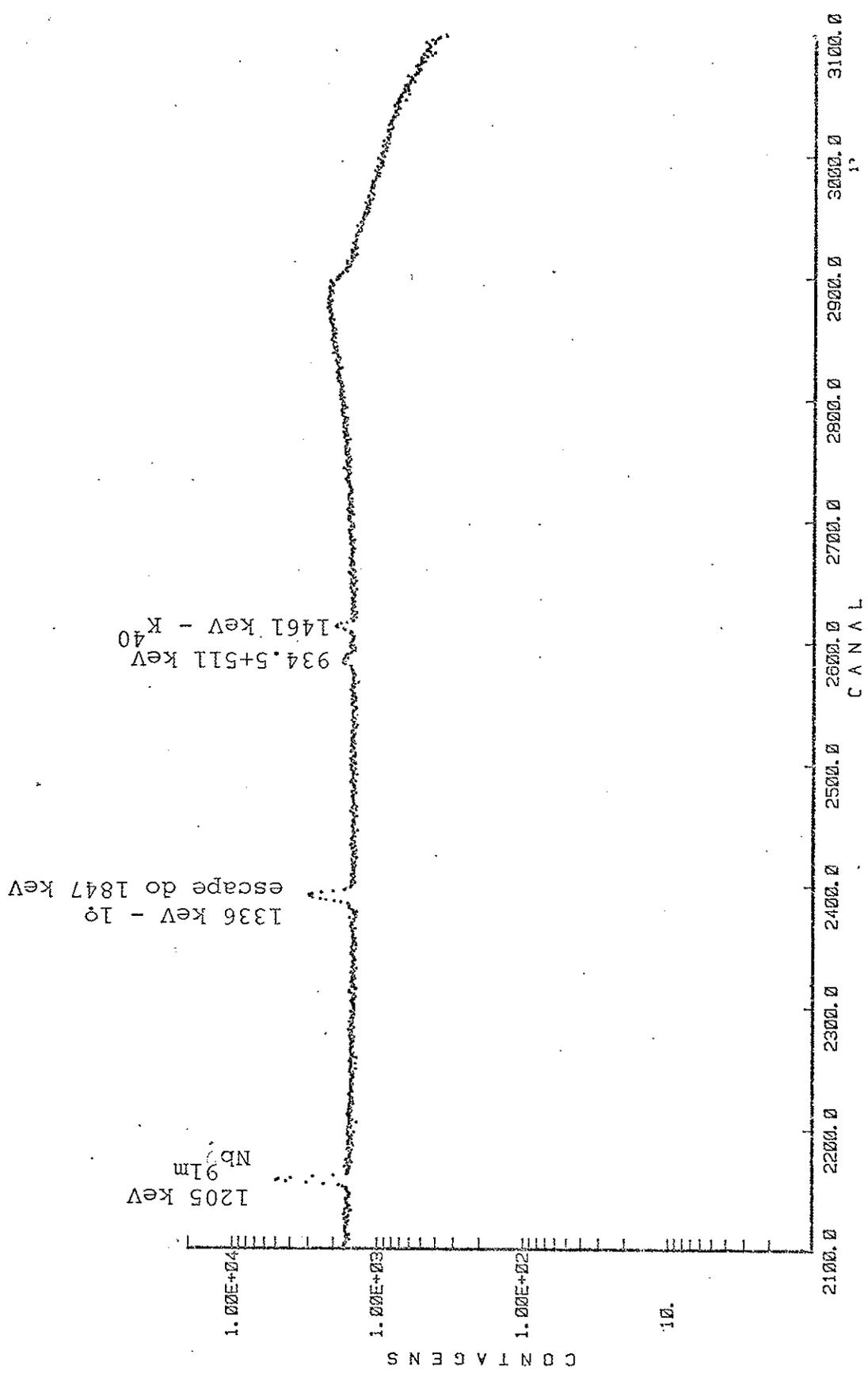


FIGURA 8

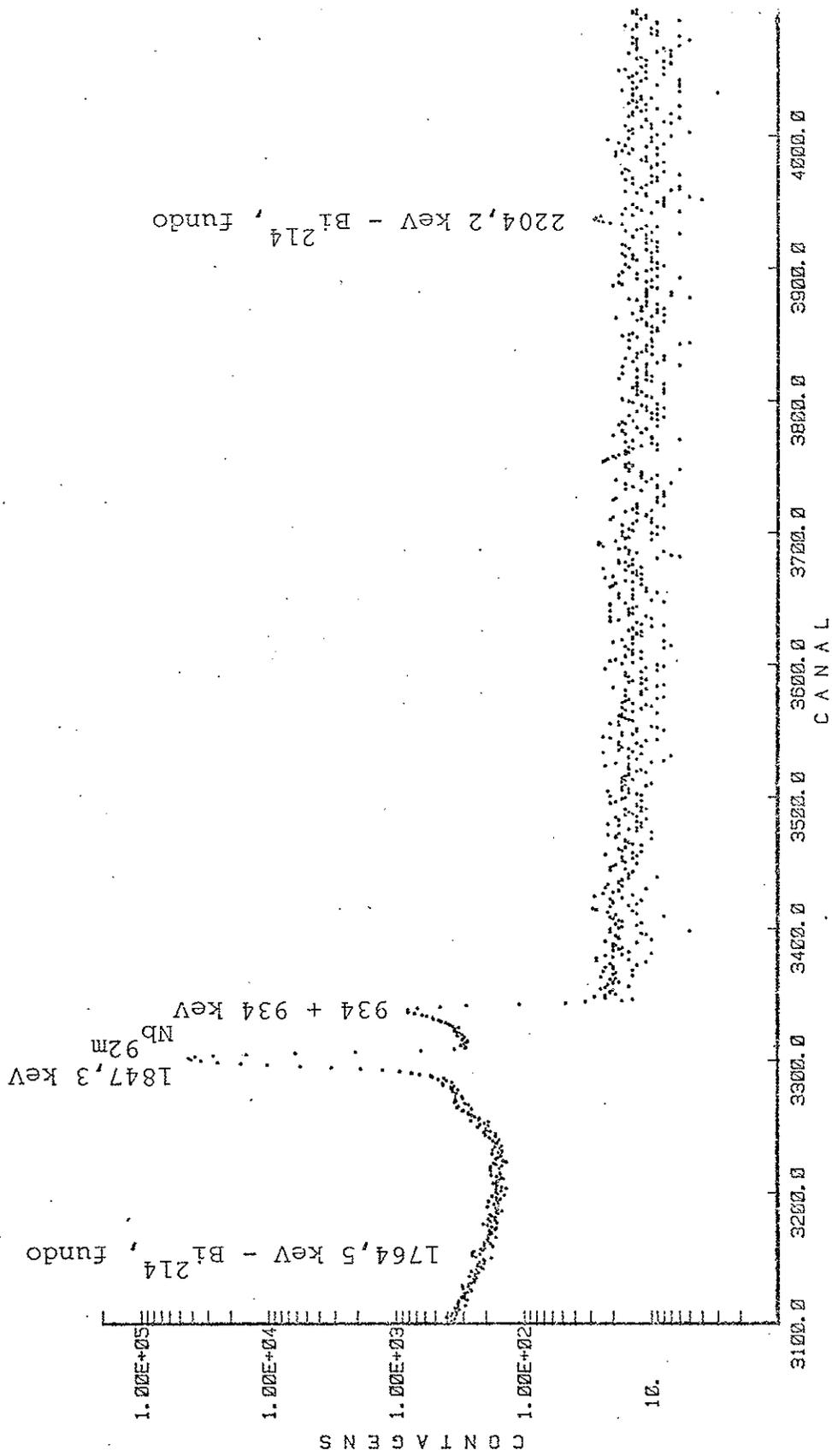


FIGURA 8 - Espectro da atividade residual da amostra irradiada obtido em uma contagem de 1230 minutos

computador (VA80).

As calibrações de energia do sistema de detecção foram feitas com fontes de Co^{60} e com as transições de 912,934 e 1847 keV associadas à atividade da própria amostra. As energias nominais das transições usadas nas calibrações são de LE78 e LU80. Como as contagens eram longas, podendo haver variações sistemáticas do ganho do sistema durante a medida, fez-se em nove contagens uma calibração antes e uma depois da medida. Apenas estas foram usadas para se determinar o valor da energia da transição presumivelmente de 1132 keV.

As calibrações de eficiência foram feitas com uma fonte de Eu^{154} , usando-se valores das intensidades das linhas da bibliografia (LE 78). A função ajustada para a relação entre a eficiência e a energia é (KA67)

$$\ln \epsilon = A + B \ln E + C (\ln E)^2 \quad (11)$$

Os resultados obtidos para as eficiências relativas de várias energias aparece na tabela 2.

| | detetor 27cc | detetor 53cc |
|----------------------------------|-----------------|-----------------|
| $\epsilon_{912}/\epsilon_{1132}$ | $1,28 \pm 0,01$ | $1,21 \pm 0,01$ |
| $\epsilon_{934}/\epsilon_{1132}$ | $1,24 \pm 0,01$ | $1,19 \pm 0,01$ |
| $\epsilon_{934}/\epsilon_{351}$ | _____ | $0,42 \pm 0,01$ |
| $\epsilon_{934}/\epsilon_{464}$ | _____ | $0,54 \pm 0,01$ |
| $\epsilon_{934}/\epsilon_{562}$ | _____ | $0,64 \pm 0,01$ |
| $\epsilon_{934}/\epsilon_{449}$ | _____ | $0,52 \pm 0,01$ |

TABELA 2 - Eficiência relativa dos detetores para várias energias

Os erros apresentados na tabela 2 são os erros estatísticos. No entanto as medidas estão sujeitas também a erros sistemáticos, devidos a diferença de geometria da fonte de calibração e das amostras medidas e a não reprodução da posição em relação ao detetor das amostras medidas. Este segundo efeito foi, nas medidas feitas, certamente dominante. Avaliando a diferença das eficiências relativas com a posição esses erros sistemáticos são da ordem de 1%.

D) Resultados obtidos

A figura 9 mostra o esquema de níveis do Zr^{92} até a energia de 2067 keV (LU80). Vemos, por essa figura, que a alimentação do nível 2067 keV do Zr^{92} pode ser identificado medindo-se a transição gama de 1132 keV, que é a dominante (99%) a partir daquele nível, sendo o limite superior para uma transição de 2067 keV da ordem de 0,6% (TA70) da linha de 1132 keV.

Na primeira parte desta secção apresentamos os resultados obtidos associados a transição de 1132 keV. Na segunda parte apresentamos os resultados associados a não identificação de outras transições gamas internas do Zr^{92} , que aparecem pontilhadas na figura 9; os limites superiores para essas transições serão determinadas no capítulo seguinte a partir dos resultados aqui apresentados.

D1) A linha de 1132 keV

A identificação do pico aproximadamente de 1132keV, observado nos espectros da atividade residual das amostras, com a transição entre os níveis 2067 keV e 935 keV do Zr^{92} , depen-

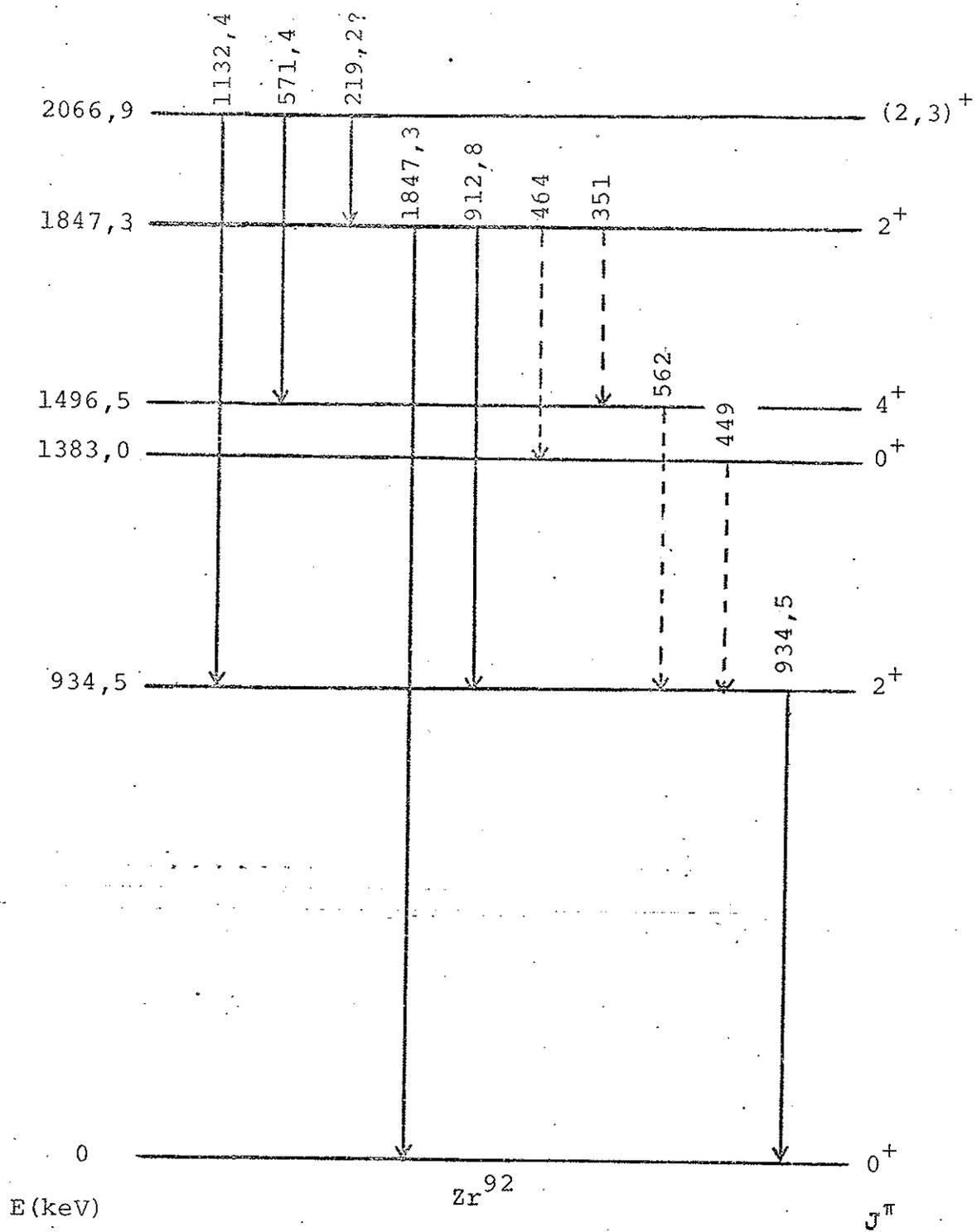


FIGURA 9 - Esquema de decaimento dos primeiros níveis do Zr^{92} .

de da medida precisa de sua energia e meia vida.

A meia vida associada ao pico de 1132 keV foi determinada acompanhando-se o seu decaimento ao longo do tempo, bem como comparando-se esse decaimento com o decaimento de outras transições de meia vida conhecida. Essas outras transições são as de 912 e 934 keV, associadas ao decaimento do $\text{Nb}^{92\text{m}}$, de meia vida 10,15 d, e de 1205 keV associada ao decaimento do $\text{Nb}^{91\text{m}}$, de meia vida 65 d. As medidas por comparação foram feitas quando a posição da amostra em relação ao detetor não foi mantida inalterada durante as contagens feitas.

Os dados obtidos aparecem na tabela 3. Discussão sobre a consistência interna desses dados, bem como estarem eles em acordo com o valor 10,15d, a meia vida do $\text{Nb}^{92\text{m}}$, são feitas no capítulo seguinte.

A determinação da energia da linha observada foi feita a partir de calibrações do sistema detetor conforme explicado anteriormente. A tabela 4 mostra os resultados obtidos que correspondem a oito contagens para os quais se dispunha de uma calibração anterior e uma posterior a medida.

| $T_{1/2}$ (d) | σ (d) | $T_{1/2}$ (d) | σ (d) |
|-------------------|--------------|-------------------|--------------|
| 13,3 [†] | 1,0 | 9,9 ⁺ | 1,1 |
| 19 [†] | 6 | 11,5 [⊕] | 0,9 |
| 14,1 [†] | 1,7 | 9,7 [⊕] | 1,0 |
| 10,2 ⁺ | 0,6 | 10,7 ⁻ | 1,0 |

TABELA 3 - Meia vida e desvio padrão da linha de 1132keV.[†]comparação com 1205keV; ⁺comparação com taxa do 912keV; [⊕]comparação com taxa do 934keV; ⁻variação absoluta da atividade com o tempo.

A meia vida e a energia assim determinadas eliminam a possibilidade da linha de 1132 keV ser originária da atividade de contaminantes. A tabela 5 mostra nuclídeos que apresentam linhas de \sim 1132 keV e meia vida da ordem de grandeza de 10 dias (B074). Os resultados apresentados nas tabelas 3 e 4 eliminam a possibilidade da presença de qualquer desses contaminantes. Além disso a tabela 5 mostra outras linhas associadas a cada um das contaminantes, nenhuma delas observada nas medidas feitas.

| E | σ | E | σ |
|---------|----------|---------|----------|
| 1132,2 | 1,0 | 1132,3 | 1,5 |
| 1132,6 | 0,7 | 1131,92 | 0,21 |
| 1132,1 | 1,6 | 1132,23 | 0,30 |
| 1132,5 | 1,6 | 1133,6 | 0,9 |
| 1132,42 | 0,33 | | |

TABELA 4 - Energias e desvios padrão (keV) para a linha de 1132 keV

A soma acidental de retroespalhamento de gamas de 934,5 keV com gamas da mesma energia daria um pico com energia total de

$$E_{\gamma} + \frac{2E_{\gamma} m_0 c^2}{4xE + 2m_0 c^2} = 1135,1 \text{ keV} \quad (12)$$

onde $E_{\gamma} = 934,5 \text{ keV}$ e m_0 é a massa de repouso do elétron. A possibilidade do pico em 1132 keV ter sido confundido com essa soma está eliminada, pois (a) o retroespalhamento não pode ter

| Nuclídeo | $T_{1/2}$ (d) | E(keV) | outras transições associadas ao mesmo nuclídeo | |
|-------------------|---------------|--------|--|---|
| | | | E(keV) | razão da intensidade relativa a linha ~ 1132 keV |
| Cd ¹¹⁵ | 4,5 | 1132,5 | 1290,5 | 11 |
| | | | 933,6 | 25 |
| Eu ¹⁴⁶ | 4,6 | 1132,2 | 1058,4 | 62 |
| | | | 1297,1 | 55 |
| | | | 747,2 | 1100 |
| Lu ¹⁷⁰ | 2,0 | 1132,9 | 1133,6 | 15 |
| | | | 1138,7 | 52 |
| Ir ¹⁹⁰ | 11,8 | 1133,8 | 518,6 | 80 |
| | | | 708,6 | 5 |
| | | | 1200,2 | 1 |
| | | | 1324,3 | 1 |
| | | | 1036,1 | 5,6 |

TABELA 5 - Contaminantes possíveis com $E_{\gamma} \sim 1132$ keV e $T_{1/2} \approx 10$ dias.

a forma de um fotopico, (b) a energia determinada experimentalmente é diferente do valor acima e (c) a probabilidade de tal soma é muito pequena, não podendo ser responsabilizado por um pico com a intensidade medida.

A intensidade da linha de 1132 keV foi determinada comparando as taxas obtidas para sua atividade com as taxas das transições de 912 e 934 keV. As taxas dessas transições eram medidas antes e/ou depois de cada contagem feita. A tabela 6 mostra a relação entre as intensidades de gama das linhas de 1132 keV e 912 e 934 keV, nas várias medidas feitas. Os dados da tabela 6 não levam em consideração a eficiência do detetor nem auto absorção na amostra.

| $\frac{I_{1132}}{I_{912}} (10^{-3})$ | σ | $\frac{I_{1132}}{I_{934}} (10^{-5})$ | σ |
|--------------------------------------|----------|--------------------------------------|----------|
| 3,8 | (1,0) | 7,2 | (1,7) |
| 3,90 | (0,54) | 6,5 | (0,9) |
| 3,23 | (0,35) | 4,7 | (0,7) |
| 3,9 | (0,7) | 5,9 | (1,0) |
| 2,48 | (0,44) | 3,79 | (0,68) |
| 2,13 | (,053) | 3,1 | (0,8) |
| 3,04 | (0,40) | 4,70 | (,054) |
| 3,22 | (,034) | 4,97 | (0,45) |
| 2,97 | (0,61) | 4,5 | (0,9) |
| 3,49 | (0,23) | 5,48 | (,032) |
| 3,39 | (0,21) | 5,32 | (0,34) |

TABELA 6 - Intensidade de gamas da linha de 1132 keV em relação as linhas de 912 e 934 keV

D2) Outras transições gama

A transição dominante associada ao decaimento do nível 2067 keV do Zr^{92} é a de energia 1132 keV, conforme discutido anteriormente (cf. fig.9).

O decaimento do nível 1847 keV do Zr^{92} dá-se por transições para o estado fundamental ($E_{\gamma} = 1847$ keV) e para o primeiro nível 2^{+} , a 934 keV ($E_{\gamma} = 912$ keV). Transições gama para os níveis 4^{+} , a 1496 keV ($E_{\gamma} = 351$ keV) e 0^{+} , a 1383 keV ($E_{\gamma} = 464$ keV) não foram observadas (BU62, TA70).

A única transição gama possível para o decaimento do nível de 1496 keV, com momento angular menor ou igual a 2,

é a de 562 keV, para o nível 2^+ a 935 keV. A determinação de limite superior para essa transição, bem como o conhecimento da intensidade de alimentação do nível 1847 keV e a intensidade das transições gama de 351 keV e 571 keV, permite-nos determinar o limite superior para a alimentação, por decaimento beta do Nb^{92m} , do nível 1496 keV do Zr^{92} . A figura 10 ilustra essas considerações. A intensidade da alimentação do nível 1496 keV, por decaimento beta do Nb^{92m} , é dado por

$$I_{\beta 1496} = I_{\gamma 562} = I_{\gamma 351} - I_{\gamma 571} \quad (13)$$

A transição gama de 449 keV, entre os níveis 1383 keV e 935 keV do Zr^{92} , permite-nos determinar a intensidade da alimentação por decaimento beta do nível 1383 keV, se conhecemos a intensidade da transição gama de 464 keV (entre os ní-

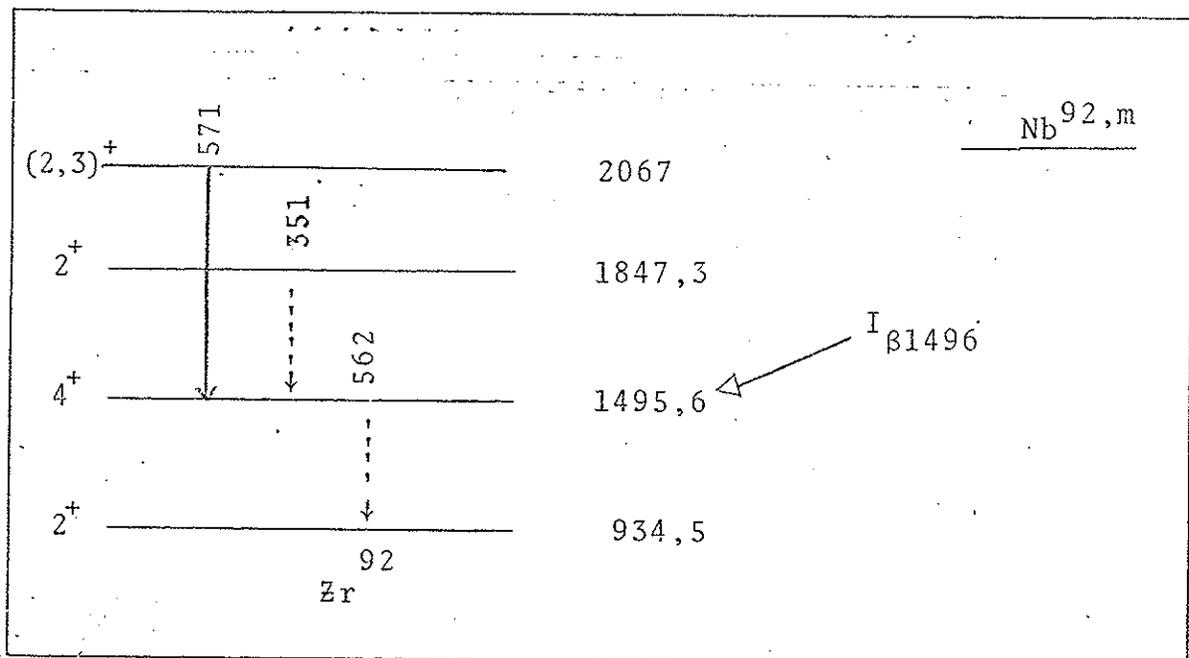


FIGURA 10

veis 1847 keV e 1383 keV). A equação que relaciona tais intensidades é (cf. fig.11).

$$I_{\beta 1383} = I_{\gamma 449} - I_{\gamma 464}, \quad (14)$$

onde estamos desprezando a alimentação do nível 1383keV por uma transição de 684keV partindo do nível 2067keV.

Assim, devemos pesquisar a existência das linhas associadas ao decaimento do Nb^{92m} . A determinação das intensidades dessas linhas ou seus limites superiores permitirão a determinação da intensidade, ou dos limites superiores para estas, das alimentações dos níveis 1383 keV e 1496 keV do Zr^{92} .

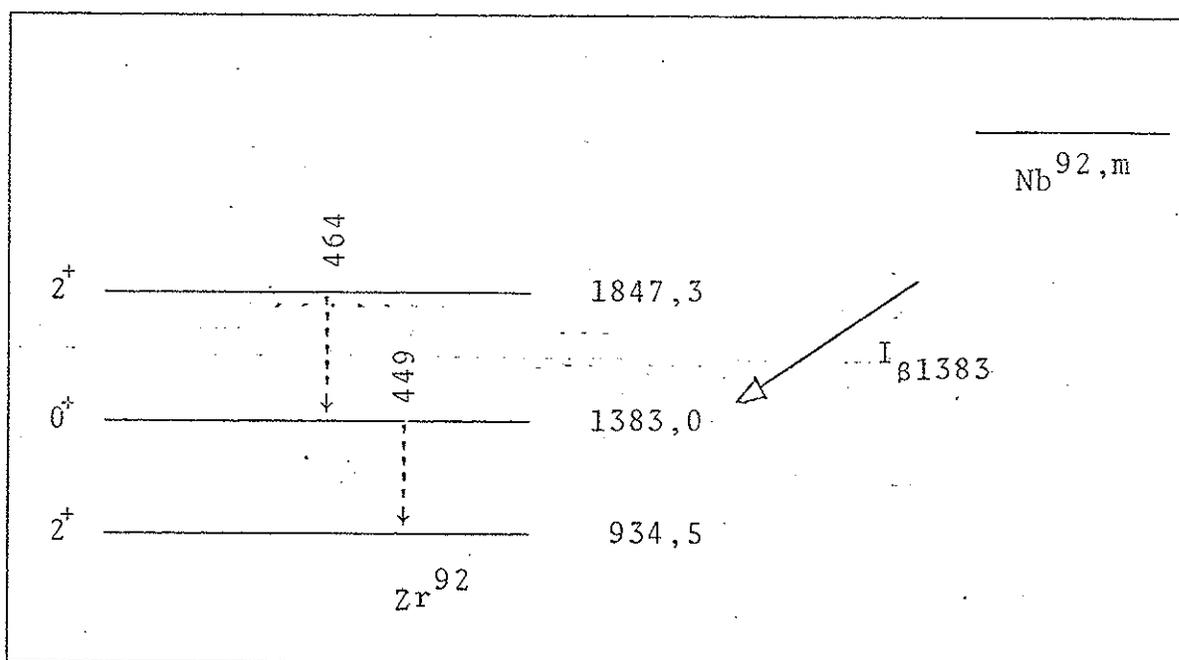


FIGURA 11

Em nenhuma das medidas feitas observou-se qualquer uma das quatro linhas citadas anteriormente. Esse resultado não pode no entanto nos levar a conclusão da não existência de tais linhas. Podemos, isso sim, determinar limites superiores para a existência dessas linhas.

A tabela 7 mostra os resultados obtidos em três medidas feitas. Os valores indicados nessa tabela correspondem ao total de contagens na região. Na coluna "pico" mostramos o total de contagens em uma quantidade de canais do espectro, em torno da região do pico procurado, equivalente a 8 eV. Na coluna "fundo" mostramos o total de contagens em uma quantidade de canais equivalente a 4 eV a cada lado do pico. Mostramos também na tabela 7 o valor total de contagens associado a transição de 934 keV em cada uma das medidas feitas.

| E _γ | Contagem (10 ³) | | | | | |
|----------------|-----------------------------|--------|----------------------|--------|----------------------|--------|
| | pico | fundo | pico | fundo | pico | fundo |
| 351 | 2724,9 | 2723,3 | 3002,3 | 2996,1 | 2197,5 | 2197,9 |
| 464 | 2550,8 | 2546,8 | 2805,3 | 2804,0 | 2112,8 | 2111,0 |
| 449 | 2550,5 | 2546,8 | 2804,3 | 2808,4 | 2112,6 | 2111,8 |
| 562 | 2722,5 | 2723,1 | 2993,1 | 2991,1 | 2193,9 | 2194,5 |
| 934 | 5,31 10 ⁴ | | 5,59 10 ⁴ | | 1,36 10 ⁴ | |

TABELA 7 - Contagem nas regiões dos picos e em canais vizinhos em três medidas feitas

Na tabela 8 mostramos as somas, sobre as três medidas, das contagens. Esses resultados, com vista a determinação dos limites superiores das transições envolvidas, serão analisadas no capítulo seguinte.

| E_{γ} | pico | fundo |
|--------------|--------------------|--------|
| 351 | 7924,7 | 7917,3 |
| 464 | 7468,9 | 7461,9 |
| 449 | 7467,4 | 7467,1 |
| 562 | 7909,6 | 7908,7 |
| 934 | $12,26 \cdot 10^4$ | |

TABELA 8 - Soma sobre as 3 medidas dos valores das contagens da tabela 7 (em milhares de contagens)

III - ANÁLISE DOS RESULTADOS

No capítulo anterior descrevemos a experiência realizada e apresentamos os resultados obtidos referentes as linhas de 1132 keV, 464 keV, 351 keV, 562 keV e 449 keV. Neste capítulo apresentaremos as bases para a identificação da linha de 1132 keV com a transição 2067 \rightarrow 934 keV. Determinaremos também limites superiores para as outras linhas bem como para a alimentação beta dos níveis 1383 keV e 1496 keV do Zr⁹².

A) A linha de 1132 keV

A1) Identificação da transição

Os resultados referentes a meia vida da linha de 1132 keV, apresentados na tabela 3 do capítulo anterior, são reproduzidos na tabela 1. O valor médio dos dados apresentados na tabela 1 e o respectivo desvio padrão é

$$(10,94 \pm 0,35) \text{ d} \quad (1)$$

Na tabela 1 é apresentado também o valor de $t(\text{HE81})$

$$t = \left| \frac{T_{1/2} - T_0}{\sigma} \right|, \quad (2)$$

onde T_0 é o valor verdadeiro da meia vida, para o qual usamos o valor de 10,15d. A coluna $P_N(t)$ mostra a faixa de probabilidade de t , mostrando concordância de todos os dados com o valor 10,15d. Devemos notar aqui que o valor 10,15d é um resultado experimental, estando portanto associado a um determinado

| $T_{1/2}$ | σ | N | t | $P_N(t) (\%)$ | R_m^2 | σ' | $R_m'^2$ |
|-----------|----------|---|-----|---------------|---------|-----------|----------|
| 13,3 | 1,0 | 2 | 3,2 | 10 | 5,6 | 1,3 | 3,5 |
| 19 | 6 | 3 | 1,5 | 20 | 1,8 | 7 | 1,4 |
| 14,1 | 1,7 | 1 | 2,3 | 30 | 3,5 | 3,1 | 1,1 |
| 10,2 | 0,6 | 1 | 0,1 | >90 | 1,5 | 1,1 | 0,4 |
| 9,9 | 1,1 | 4 | 0,2 | 85 | 0,9 | 1,3 | 0,6 |
| 11,5 | 0,9 | 1 | 1,5 | 40 | 0,4 | 1,7 | 0,1 |
| 9,7 | 1,0 | 4 | 0,5 | 60 | 1,5 | 1,1 | 1,1 |
| 10,7 | 1,0 | 1 | 0,6 | 70 | 0,1 | 1,8 | 0,0 |

TABELA 1 - Dados experimentais relativos a meia vida da linha 1132 keV, em dias. As colunas 1 e 2 são reproduzidas da tabela 3 do capítulo anterior. N é o número de graus de liberdade do ajuste feito para determinar a respectiva meia vida. t e $P_N(t)$ são os valores t de Student e a probabilidade correspondente. $R_{\text{média}}^2$ é o resíduo quadrático em relação a média. σ' é o desvio padrão, considerando-se a correção devida ao número limitado de graus de liberdade e $R_{\text{média}}'^2$ o resíduo considerando-se σ' como o desvio padrão.

desvio padrão. A consideração desse desvio padrão, bem como do desvio padrão da nossa medida, levaria $P_N(t)$ a faixas de probabilidade maiores do que os valores apresentados na tabela 1.

A sexta coluna da tabela 1 mostra o resíduo quadrático

$$R_m^2 = \frac{(T_{1/2} - \bar{T}_{1/2})^2}{\sigma^2} \quad (3)$$

A soma

$$S^2 = \sum R_m^2, \quad (4)$$

sobre todos os dados, tem a mesma função densidade de probabilidade de chi-quadrado (HE81) e serve como um teste de consistência interna dos dados (BI32, PU66). Com os dados da tabela 1 temos

$$S^2 = 15,3 \quad (5)$$

Neste caso, como há 7 graus de liberdade associados a S^2 , este valor está na faixa de 3%. Este valor está numa faixa de probabilidade razoável, não deixando margens para suspeitas quanto a média dos dados ou cada um deles individualmente.

Devemos considerar no entanto que cada um dos 8 dados da tabela 1 foram determinados com uma quantidade limitada de dados; a consequência disso é que o desvio padrão de cada meia vida tem uma tendência para estar subestimada (HE81). Considerando essa tendência de subestimação e usando as correções adequadas (HE81) teríamos os valores da coluna σ' como valores não tendenciosos, em média, para os desvios padrão. Neste caso a média e o desvio padrão dos dados é

$$T_{1/2} = (10,87 \pm 0,53)d. \quad (6)$$

Considerando a correção no desvio padrão, temos

$$S^2 = 8,1, \quad (7)$$

que corresponde a soma dos R_m^2 da tabela 1. A probabilidade associada a esse valor de S^2 , com 7 graus de liberdade, é 30%.

A conclusão a que podemos chegar é que tanto o valor apresentado na equação 1 como o valor da equação 6 são compatíveis com a meia vida de 10,15d do Nb^{92m} . No entanto a correção devido a quantidade limitada de graus de liberdade levou o valor de S^2 de uma faixa de probabilidade de 3,0% para 30%, ilustrando a necessidade de tal correção, embora o primeiro valor não indique inconsistência dos dados. Portanto o valor da equação 6 é mais indicado para representar a meia vida da linha de 1132 keV e o respectivo desvio padrão.

A tabela 4 do capítulo anterior apresenta os dados experimentais relativos a energia da transição observada. O valor médio e respectivo desvio padrão são dados por

$$E = (1132,17 \pm 0,14) \text{ keV}. \quad (8)$$

Neste caso o desvio padrão de cada dado tem uma contribuição de vida a incerteza no canal central do pico observado e a incerteza da calibração feita, em partes concorrentes. A consequência disso é que o número de graus de liberdade associado a cada dado não é pequeno, como ocorria com as determinações da meia vida. Neste caso não deve ser necessário uma correção nos desvios padrão. Isso é confirmado por teste de consistência in

terna, onde

$$S^2 = 5,0, \quad (9)$$

correspondendo a uma faixa de probabilidade de chi-quadrado da ordem de 75%. Finalmente o valor da equação 8 está em acordo com os valores 1132,4 keV (LE78) ou 1132,26(LU80) da bibliografia.

Essa análise permite-nos identificar a linha de 1132 keV com a transição 2067 keV \rightarrow 934 keV do Zr^{92} e, portanto, com a alimentação beta do nível 2067 keV.

A2) Intensidade da transição

A tabela 6 do capítulo anterior apresenta a intensidade da transição de 1132 keV em relação as intensidades das transições de 912 e 934 keV. Esses dados são reproduzidos na tabela 2. Os valores médios das intensidades relativas, com os respectivos desvios padrão, obtidos com comparações com as linhas de 912 keV e 934 keV respectivamente, são

$$\bar{I}_{r912} = (3,27 \pm 0,11)10^{-3} \quad (a) \quad (10)$$

$$\bar{I}_{r934} = (5,08 \pm 0,17)10^{-5} \quad (b)$$

Neste caso os desvios padrão dos dados são devidos aos desvios padrão nos integrais dos picos, sendo o ajuste feito por muito mais canais do que o número de parâmetros ajustados. Como consequência disso esperamos que não seja necessário a correção devida a uma quantidade finita de graus de liberdade.

| $I_{r912} (10^{-3})\sigma$ | | R^2 | $I_{r934} (10^{-5})\sigma$ | | R^2 |
|----------------------------|------|-------|----------------------------|------|-------|
| 3,8 | 1,0 | 0,3 | 7,3 | 1,7 | 1,7 |
| 3,90 | 0,54 | 1,4 | 6,5 | 0,9 | 2,5 |
| 3,23 | 0,35 | 0,0 | 4,7 | 0,7 | 0,3 |
| 3,9 | 0,7 | 0,8 | 5,9 | 1,0 | 0,7 |
| 2,48 | 0,44 | 3,2 | 3,79 | 0,68 | 3,6 |
| 2,13 | 0,53 | 4,6 | 3,1 | 0,8 | 6,1 |
| 3,04 | 0,40 | 0,3 | 4,70 | 0,54 | 0,5 |
| 3,22 | 0,34 | 0,0 | 4,97 | 0,45 | 0,1 |
| 2,97 | 0,61 | 0,2 | 4,5 | 0,9 | 0,4 |
| 3,49 | 0,23 | 0,9 | 5,48 | 0,32 | 1,6 |
| 3,39 | 0,21 | 0,3 | 5,32 | 0,34 | 0,5 |

TABELA 2 - Intensidade de gamas de 1132 keV em relação gamas de 912 e 934 keV. As colunas 1,2,4 e 5 são reproduzidas da tabela 6 do capítulo anterior. As colunas R^2 são os resíduos quadráticos em relação a média.

que no caso seria desprezível. Isso é reforçado pelo teste de consistência interna, onde obtemos

$$S_{912}^2 = 12,0 \quad (a)$$

$$S_{934}^2 = 18,0. \quad (b)$$

(11)

Estes valores correspondem as faixas de probabilidade de chi-quadrado de aproximadamente 25% e 5% respectivamente, dentro

portanto do esperado. Isso nos leva a concluir que os resultados da equação 10 devem ser corretas.

Os resultados da equação 10 correspondem a intensidade de gamas no detetor. Para obtermos a probabilidade de transição devemos fazer correções devido a absorção de gamas na amostra e a conversão interna.

Correções devidas a absorção de gamas na amostra são muito pequenas. A absorção de gamas de ≈ 1000 keV em amostras de 1g/cm^2 de nióbio, é da ordem de 3%; no entanto a diferença entre absorção de gamas de 1132 keV e de gamas de 912 ou 934 keV é da ordem de 0,3%, dez vezes menor portanto que o desvio padrão das intensidades relativas de gama (cf. eq. 10). Assim, considerarmos uma espessura efetiva de $0,5\text{g/cm}^2$, sem correções mais detalhadas, dará um erro sistemático certamente uma ou mais ordens de grandeza menor que o desvio padrão. Os coeficientes de absorção usadas aparecem na tabela 3.

Em relação a conversão interna, as correções também são pequenas. A linha de 934,5 keV é E2; a transição de 912,8 keV é quase exclusivamente M1, sendo a contribuição E2 compatível com zero (C078). A transição 1132 keV é uma mistura entre E2 e M1. A tabela 3 mostra a relação entre eletrons de conversão e gamas, bem como as intensidades das transições de 912 e 934 keV.

A relação entre a intensidade da transição e a intensidade de gamas no detetor é dado por

$$I_{t1132} = I_{t912} \cdot \frac{(1+\alpha_{1132})}{(1+\alpha_{912})} e^{(\mu_{1132}-\mu_{912})x} I_{r912}$$

(12)

| E_{γ} | E2 | M1 | $\mu \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \right)$ | $I_t (\%)$ |
|--------------|---------------------|---------------------|---|-----------------|
| 912 | - - - - | $8,9 \cdot 10^{-4}$ | 0,061 | $1,76 \pm 0,09$ |
| 934 | $9,2 \cdot 10^{-4}$ | - - - - | 0,060 | $99,1 \pm 0,14$ |
| 1132 | $5,4 \cdot 10^{-4}$ | $5,9 \cdot 10^{-4}$ | 0,055 | - - - - - |

TABELA 3 - Coeficiente de conversão interna (R078), coeficiente de absorção (DA55) e intensidade das transições (LU80) das linhas de 912,934 e 1132 keV.

onde α é o coeficiente de conversão interna, μ o coeficiente de absorção e X a meia espessura da amostra ($0,5 \text{ g/cm}^2$). I_{r912} é o valor da equação 10. É válida uma equação equivalente para a comparação entre as linhas de 1132 keV e 934 keV.

Usando os valores da equação 10, a equação 12 e os valores numéricos da tabela 3, obtemos os valores indicados na tabela 4. Os valores na tabela 4 são em porcentagens do decaimento do Nb^{92m} , supondo M1 e E2 a transição de 1132 keV. A média foi calculada ponderando-se com o inverso do quadrado do desvio padrão, como é usual. O desvio padrão da média é a propagação dos desvios padrão dos valores individuais. Os desvios padrão dos resultados individuais correspondem a propagação dos desvios padrão apresentados na equação 10 e os desvios padrão associados a intensidade da transição apresentadas na tabela 3.

Dois comentários devem ser feitos quanto ao resultado apresentado na tabela 4. Primeiramente, os nossos resultados experimentais dão, para a intensidade da transição de 1132 keV, os mesmos valores, independentemente de sua multipo-

| | Comparação com | | |
|----|-------------------|-------------------|--------------------|
| | 912 (10^{-3}) | 934 (10^{-3}) | média(10^{-3}) |
| M1 | 5,74 ± 0,36 | 5,01 ± 0,17 | 5,14 ± 0,15 |
| E2 | 5,74 ± 0,36 | 5,01 ± 0,17 | 5,14 ± 0,15 |

TABELA 4 - Intensidade, em porcentagem do decaimento do Nb^{92m} , da transição 1132 keV, supondo-a M1 e E2 e comparando-a com as linhas de 912 e 934.

laridade. Isso é esperado uma vez que os coeficientes de conversão interna são muito pequenos e a diferença destes para transições M1 e E2 é também pequena.

Um segundo ponto que devemos comentar refere-se a diferença entre os resultados obtidos por comparação com as linhas de 912 e 934 keV. Podemos testar a consistência dos valores (5,74 ± 0,36) e (5,01 ± 0,17) usando o teste de chi-quadrado. Neste caso a soma dos resíduos quadrados em relação a média é

$$S^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_1^2} = 3,4. \quad (13)$$

A faixa de probabilidade associada a tal resíduo é $\sim 6,5\%$. Este valor não indica inconsistência dos dois dados individuais, não tendo portanto o que duvidar quanto a esses dados ou a seus desvios padrão.

Com esses comentários devemos usar o valor

$$I_t = (5,14 \pm 0,15) 10^{-3}\% \quad (14)$$

para a intensidade da transição de 1132 keV. Esta transição corresponde a 98,6% do decaimento do nível 2067 keV do Zr^{92} (LU80). Portanto a intensidade de alimentação beta daquele nível do Zr^{92} é

$$I_{\beta} = (5,21 \pm 0,15)10^{-3}\% \quad (15)$$

B) Limite Superior para a Existência de Picos

Frequentemente realizamos experiências para determinar a atividade de uma amostra radiativa ou a intensidade de uma transição sem conseguirmos diferenciar estas de um fundo. Nesta situação não podemos dizer que a amostra não é radiativa ou que a transição não existe; em uma medida durante tempo mais longo ou em uma condição de fundo mais favorável, a atividade ou a transição não observadas poderiam se manifestar.

Assim a não observação de transições (ou da atividade de amostras) na presença de um fundo radiativo nos permite apenas determinar um valor superior para suas intensidades, com determinado nível de significância.

Esta questão tem sido discutida por alguns autores (D077, HE72, HN76, AL63, CU68) com uma abordagem diferente da que usaremos. Esses autores discutem duas possibilidades mutuamente exclusivas: a transição existe e a transição não existe. Neste tipo de abordagem é sugerido que se o total de contagens na região onde devemos esperar a transição exceder determinado valor, dependente do fundo e do nível de significância, então devemos decidir que a transição existe. Se o total de contagens não exceder tal valor, devemos decidir que a transição não existe (D077).

Esta abordagem é válida no caso de decisão sobre um evento discreto "0" ou "V", como por exemplo a medida de um sinal na presença de um ruído de fundo (HE60). Neste caso "0" e "V" são os verdadeiros valores do sinal sendo que o ruído de fundo provocaria flutuações estatísticas nos valores lidos. No entanto no caso de medidas de transições esta abordagem não pode ser aplicada, uma vez que a intensidade de uma transição não é um evento discreto, mas sim, contínuo, podendo variar no intervalo $(0, \infty)$. Não há portanto sentido em dizer "a transição existe" ou "a transição não existe".

Discutiremos aqui este problema e na secção seguinte aplicaremos os resultados dos nossos dados.

Na discussão que segue suporemos uma medida que consiste na determinação da contribuição da transição mais o fundo, que chamaremos de C , que é o número total de contagens na região correspondente a transição. Inicialmente vamos supor conhecido o valor verdadeiro do fundo na região, que denotaremos por B_0 , e posteriormente discutiremos o caso em que B_0 não é conhecido. Devemos observar que conhecermos B_0 não significa que conheçamos a contribuição do fundo na medida, pois este se manifesta na forma de uma distribuição. O valor verdadeiro da contribuição da transição chamaremos de a .

B1) Descrição Estatística

Se os valores verdadeiros do fundo e da contribuição da amostra em uma região são B_0 e a respectivamente, então a probabilidade de obtermos C contagens em uma medida, nessa região é

$$P(a, B_0; C) = \frac{e^{-(a+B_0)} (a+B_0)^C}{C!}, \quad (16)$$

que é a distribuição de Poisson com média $a+B_0$. A equação 16 dá a probabilidade de cada valor C , conhecidos os valores B_0 e a . No entanto o objetivo é obtermos uma estimativa para a , conhecidos B_0 e C .

Na equação 16 a e B_0 são parâmetros e C uma variável discreta. Um procedimento usual é interpretar-se o lado direito da equação 16 como a função densidade de probabilidade de a depois da medida,

$$g(a) \sim \frac{e^{-(a+B_0)} (a+B_0)^C}{C!}, \quad (17)$$

onde nesta equação B_0 e C são parâmetros e a interpretado como uma variável contínua. Neste caso a não pode ser a intensidade da linha, pois esta não é uma variável estatística. A interpretação Bayesiana é que $g(a)$ descreve a distribuição do grau de confiança nos possíveis valores de a (EA77). Esse procedimento que permite escrever-se a equação 17 a partir da equação 16 tem sido adotado há longo tempo (RA47, NI66).

O sinal de proporcionalidade na equação 17 reflete apenas o fato de que $g(a)$ não está normalizado.

A equação 17 pode também ser obtida a partir da equação 16 usando-se o teorema de Bayes (EA77).

$$g(a) = \frac{P(C/a) \cdot f(a)}{\int P(C/a) f(a) da} \quad (18)$$

Nesta equação $P(C/a)$ é a probabilidade que obtenhamos C contagens quando o valor verdadeiro da contribuição da transição é conhecido e igual a a ; neste caso $P(C/a)$ é o lado direito da equação 16, onde B_0 é um parâmetro. $f(a)$ é a função

densidade de probabilidade de a (ou do grau de confiança nos possíveis valores de a) antes de realizada a medida. O denominador do lado direito da equação 18 é uma constante que depende de C e de $f(a)$. A equação 18 reduz-se a equação 17 se $f(a)$ é uma constante. Isso mostra que no uso da equação 17 está implícita a hipótese de um total desconhecimento de a antes da medida, ou seja, $f(a) = \text{constante}$; após a medida o conhecimento de a passa a ser descrito por $g(a)$.

Para determinarmos o fator de normalização da equação 17 vamos reescrever aquela equação na forma

$$g(a) \sim 2 \frac{e^{-2(a+B_0)/2} \left(2 \frac{(a+B_0)}{2}\right)^C}{2\Gamma\left(\frac{2(C+1)}{2}\right)} \quad (19)$$

Podemos identificar o termo entre parenteses desta última equação como a função densidade de probabilidade de χ^2 cuja variável é $2(a+B_0)$ e o número de graus de liberdade é $2(C+1)$ e escrever

$$g(a) = 2\eta F_{2(C+1)}(2(a+B_0)) \quad (20)$$

O fator de normalização é determinado fazendo-se

$$2\eta \int_0^{\infty} F(2(a+B_0)) d(2a) = 1, \quad (21)$$

onde a integral é feita sobre valores positivos de a . Dessa última equação obtemos

$$\eta = Q(2B_0 \mid 2(C+1)), \quad (22)$$

onde $Q(2B_0/2C(+1))$ é a função cumulativa de χ^2 com $2(C+1)$ graus de liberdade. Dessa forma temos a equação

$$g(a) = 2 \frac{F_{2(C+1)}(2(a+B_0))}{Q(2B_0/2(C+1))} \quad (23)$$

para a função densidade de probabilidade de a depois da medida.

Usando a aproximação gaussiana para a função densidade de probabilidade de chi-quadrado (HE81) podemos provar que a equação 23 tende a forma

$$g(a) = \frac{e^{-(a-\bar{a})^2/2C}}{\sqrt{2\pi C}} \quad (24)$$

quando $C \gg 1$ e onde $\bar{a} = C - B_0$. Quando $C \gg B_0$, ou seja, o pico correspondente à transição está bem definido, \bar{a} é a estimativa usual do melhor valor para a contribuição da transição e o desvio padrão associado a essa estimativa é

$$\sigma = \sqrt{C}, \quad (25)$$

como pode ser visto na equação 24. É importante observar-se que até aqui estamos supondo o fundo conhecido sem erro.

Quando o fundo é conhecido com um certo desvio padrão, as equações 23 e 24 não são válidas. Neste caso temos no lugar da equação 17 a expressão

$$dg(a) \sim \frac{e^{-(a+B)} (a+B)^C}{C!} f(B) dB. \quad (26)$$

Nesta equação $f(B)$ é a função densidade de probabilidade de B .

Frequentemente esta função densidade de probabilidade é gaussiana,

$$f(B) = \frac{e^{-(B-B_0)^2/2\sigma_B^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma_B} \quad (27)$$

onde σ_B é o desvio padrão associado ao conhecimento do fundo e B_0 o valor médio determinado. Substituindo a equação 27 em 26 e integrando, temos

$$g(a) \sim \int \frac{e^{-(a+B)} (a+B)^C e^{-(B-B_0)^2/2\sigma_B^2}}{C! \sqrt{2\pi} \sigma_B} dB \quad (28)$$

Esta integral pode ser feita aproximadamente expandindo-se o logaritmo do integrando,

$$\ln I \approx -(a+B) + C \ln(a+B) - \frac{(B-B_0)^2}{2\sigma_B^2} + \text{ot.} \quad (29)$$

em torno dos pontos $B = B_0$ e $\bar{a} = C - B_0$ até segunda ordem. ot. referem-se a outros termos, independentes de a e B . Procedendo-se a expansão da equação 29 podemos efetuar a integral da equação 28 obtendo

$$g(a) \approx \frac{e^{-(a-\bar{a})^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma} \quad (30)$$

onde

$$\sigma^2 = C + \sigma_B^2 \quad (31)$$

A equação 30 justifica a adoção de $\bar{a} = C - B_0$ como a melhor estimativa para a contribuição da amostra e de σ , da equação 31, como o desvio padrão associado a \bar{a} . Essa adoção é usualmente feita por espectroscopistas.

A aproximação da equação 30 é válida desde que σ_a^3 e σ_B^3 sejam pequenas em relação a C^2 .

Finalmente, devemos levar em consideração que só valores positivos de a tem significado físico. Se $\bar{a} = C - B_0 \gg 1$, não precisamos nos preocupar com essa limitação. Quando isso não ocorre devemos reescrever a equação 30 na forma

$$g(a) \approx \frac{e^{-(a - \bar{a})^2 / 2\sigma^2}}{I(-\bar{a}, \sigma) \sqrt{2\pi\sigma^2}}, \quad (32)$$

onde

$$I(Z, \sigma) = \int_{z/\sigma}^{\infty} \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dx \quad (33)$$

B2) Limite superior para a transição

Conhecendo a função densidade de probabilidade de a depois da medida, equações 23 e 24 (quando o fundo é conhecido sem erro) ou 30 e 32 (quando há um desvio padrão associado ao fundo), podemos determinar o limite superior para uma transição, com determinado nível de significância.

Se $g(a)$ é a função densidade de probabilidade associada ao conhecimento de uma determinada grandeza, então a probabilidade de que a seja maior ou igual a determinado valor A é

$$\alpha = \int_A^{\infty} g(a) da. \quad (34)$$

Em outras palavras, podemos afirmar que $a \leq A$ com nível de significância $1-\alpha$.

As figuras 1 e 2 mostram relações entre A e B_0 para alguns valores de C e para níveis de significância 90% ($\alpha = 0,10$) e 95% ($\alpha = 0,05$). Essas figuras foram feitas usando-se $g(a)$ da equação 23. Por exemplo, se em uma medida onde $B_0 = 9,5$ obtemos $C = 10$ contagens, podemos então dizer que $A = 6,8$ com nível de significância de 90%; ou seja, a contribuição da transição é menor ou igual a 6.8.

É interessante observarmos que quaisquer que sejam os valores de B_0 e C é impossível afirmarmos que a contribuição da transição é nula, ou seja, que não existe a transição. A não existência da transição corresponde a $A = 0$ o que só é possível se $\alpha = 1$ (cf. eq.34), ou seja, nível de significância nulo.

No caso em que o desvio padrão do fundo não é nulo devemos usar as equações 30 ou 32 para $g(a)$ na equação 34. A equação 32 abrange a equação 30 uma vez que se $\bar{a} = C - B_0 \gg \sigma$ então o fator de renormalização da equação 32, ou seja, $I(-\bar{a}, \sigma)$, é praticamente 1.

Substituindo a equação 32 na equação 34 obtemos

$$\alpha = \frac{1}{I(-\bar{a}, \sigma)} \int_A^{\infty} \frac{e^{-(a-\bar{a})^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma} da \quad (35)$$

que pode ser escrita na forma

$$\alpha = \frac{I((A-\bar{a}), \sigma)}{I(-\bar{a}, \sigma)} \quad (36)$$

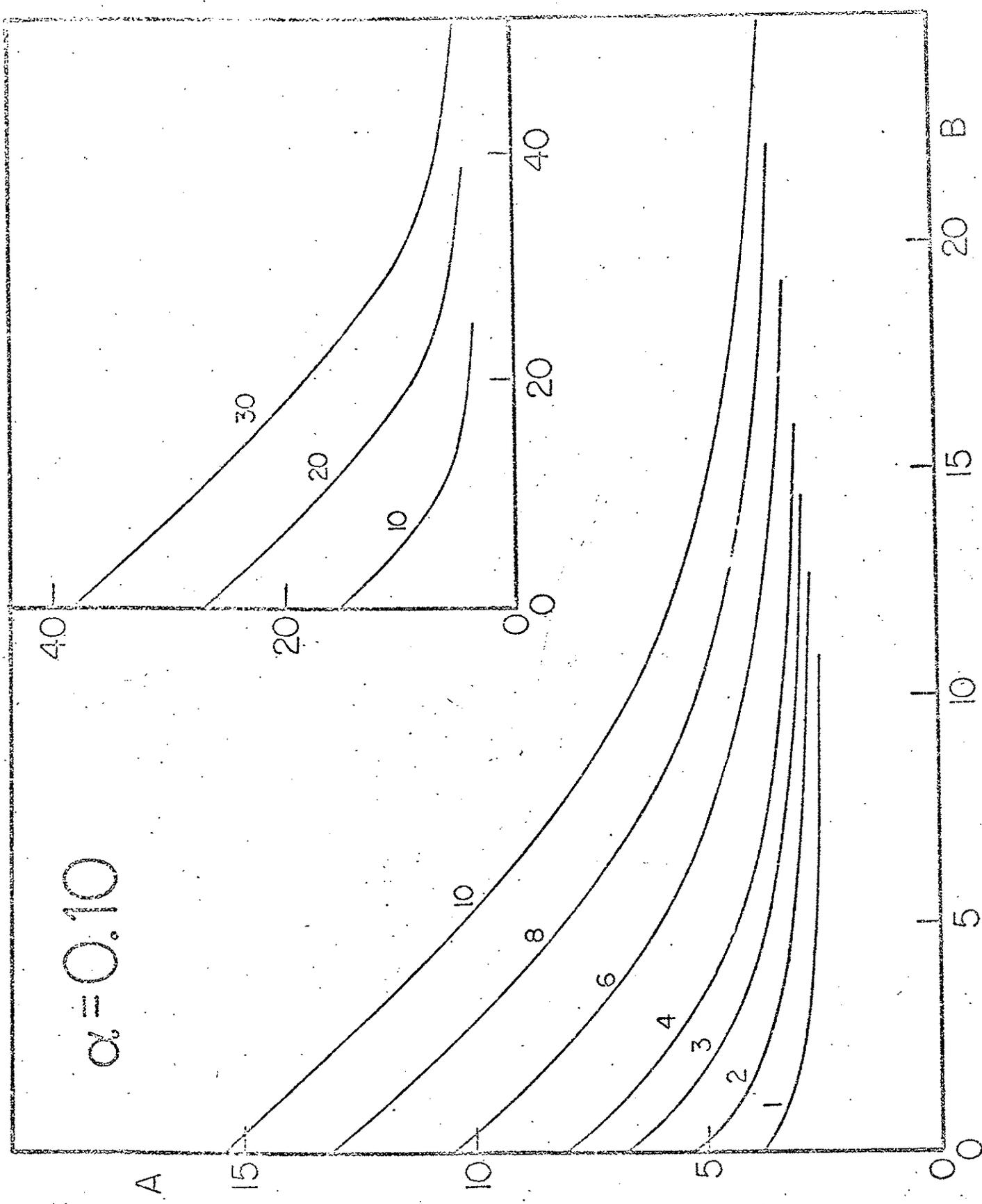


Figura 1 - Valores de A, em função de B, para alguns valores do total de contagens, C, para nível de significância de 90%

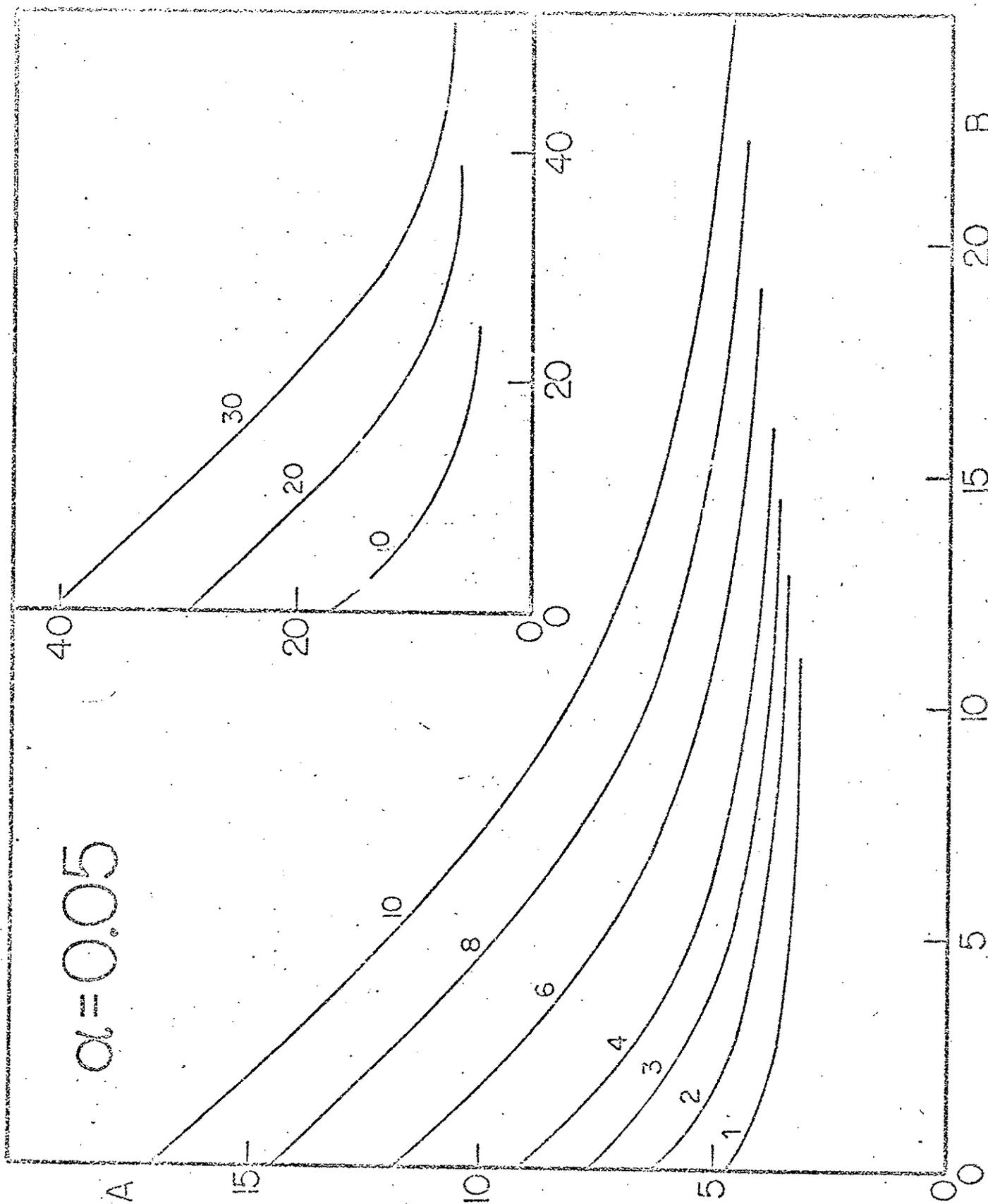


Figura 2 - O mesmo que a figura 1, para nível de significância de 95%.

Como anteriormente $A = 0$, que corresponde a uma contribuição nula da transição, só é possível com $\alpha = 1$, ou seja, índice de significância nulo.

C) Limites para as linhas não observadas

Usando a equação 36, com σ definido na equação 31 e $\bar{a} = C - B_0$, podemos determinar os limites superiores para as intensidades das transições de 352, 464, 561 e 449 keV, não observadas nas medidas feitas.

A tabela 5 apresenta nas duas primeiras colunas os mesmos dados da tabela 8 do capítulo anterior. A terceira coluna apresenta \bar{a} e a quarta coluna σ , sendo que σ_B foi assumido como $\sqrt{B_0}$. A quinta coluna apresenta o limite superior para a contribuição da transição com nível de significância de 95%, determinado a partir da equação 36. Assim, por exemplo, podemos dizer que a área correspondente ao pico de 352 keV é menor que 14000 contagens, com nível de significância de 95%.

Os valores apresentados na tabela 5 correspondem a medidas nas quais a área do pico de 934 keV foi de $12,26 \cdot 10^7$ contagens. Usando-se os valores das eficiências relativas entre transições apresentadas na tabela 2 do capítulo anterior, a intensidade de gamas de 934 keV em relação ao decaimento do Nb^{92m} , considerando-se a absorção na amostra (DA55) e correções por causa da conversão de elétrons (R078), supondo E2 todas as transições, podemos determinar os limites superiores para a intensidade das transições e para as intensidades de gama. A tabela 6 apresenta os dados necessários e os resultados obtidos, sendo os limites indicados correspondentes a um nível de significância de 95%.

| Contagens (10^3) | | | | | |
|----------------------|--------|----------------|---------------------|----------|------------------|
| | C | B ₀ | $\bar{a} = C - B_0$ | σ | A _{95%} |
| 352 | 7924,7 | 7917,3 | 7,4 | 4,0 | 14 |
| 464 | 7468,9 | 7461,9 | 7,0 | 3,9 | 13 |
| 561 | 7909,6 | 7908,7 | 0,9 | 4,0 | 8,5 |
| 449 | 7467,4 | 7467,1 | 0,3 | 3,9 | 7,8 |

TABELA 5 - Determinação dos limites superiores para a contribuição das transições de 352, 454, 561 e 449 keV

| E _γ (keV) | A(10^3) (limite superior) | $\frac{\epsilon_{934}}{\epsilon_{\gamma}}$ | α^1 (10^{-3}) | $\mu(\frac{\text{cm}^2}{\text{g}})$ | limite superior (10^{-5}) | |
|----------------------|----------------------------------|--|-----------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|----------------|
| | | | | | I _γ | I _t |
| 352 | 14 | 0,42 | 12 | 0,11 | 4,8 | 4,9 |
| 464 | 13 | 0,54 | 5,4 | 0,09 | 6,1 | 6,1 |
| 561 | 8,5 | 0,64 | 3,1 | 0,08 | 4,5 | 4,5 |
| 449 | 7,8 | 0,52 | 5,4 | 0,09 | 3,3 | 3,3 |

1 - Ref. R078

2 - Ref. DA55

TABELA 6 - Limites superiores para as intensidades de gama e para as intensidades das transições, para as linhas de 352, 464, 561 e 449 keV

Conhecendo-se os limites superiores para as transições gama podemos determinar os limites superiores para as transições beta associadas, conforme discutido na secção D-2

do capítulo anterior.

D) Conclusão

No capítulo anterior apresentamos os resultados experimentais relativos ao decaimento do $\text{Nb}^{92\text{m}}$. Neste capítulo analisamos esses resultados com o objetivo de determinarmos as intensidades, ou os limites superiores destas, das transições medidas. A figura 3 resume esses resultados. As intensidades são dadas entre parênteses, em porcentagem relativa ao decaimento do $\text{Nb}^{92\text{m}}$. Os valores de $\log ft$ foram determinados usando-se tabelas das referências G071 e LE78.

Esses resultados serão analisados em capítulos posteriores, com a finalidade de obter-se informações sobre a estrutura nuclear dos núclídeos envolvidos.

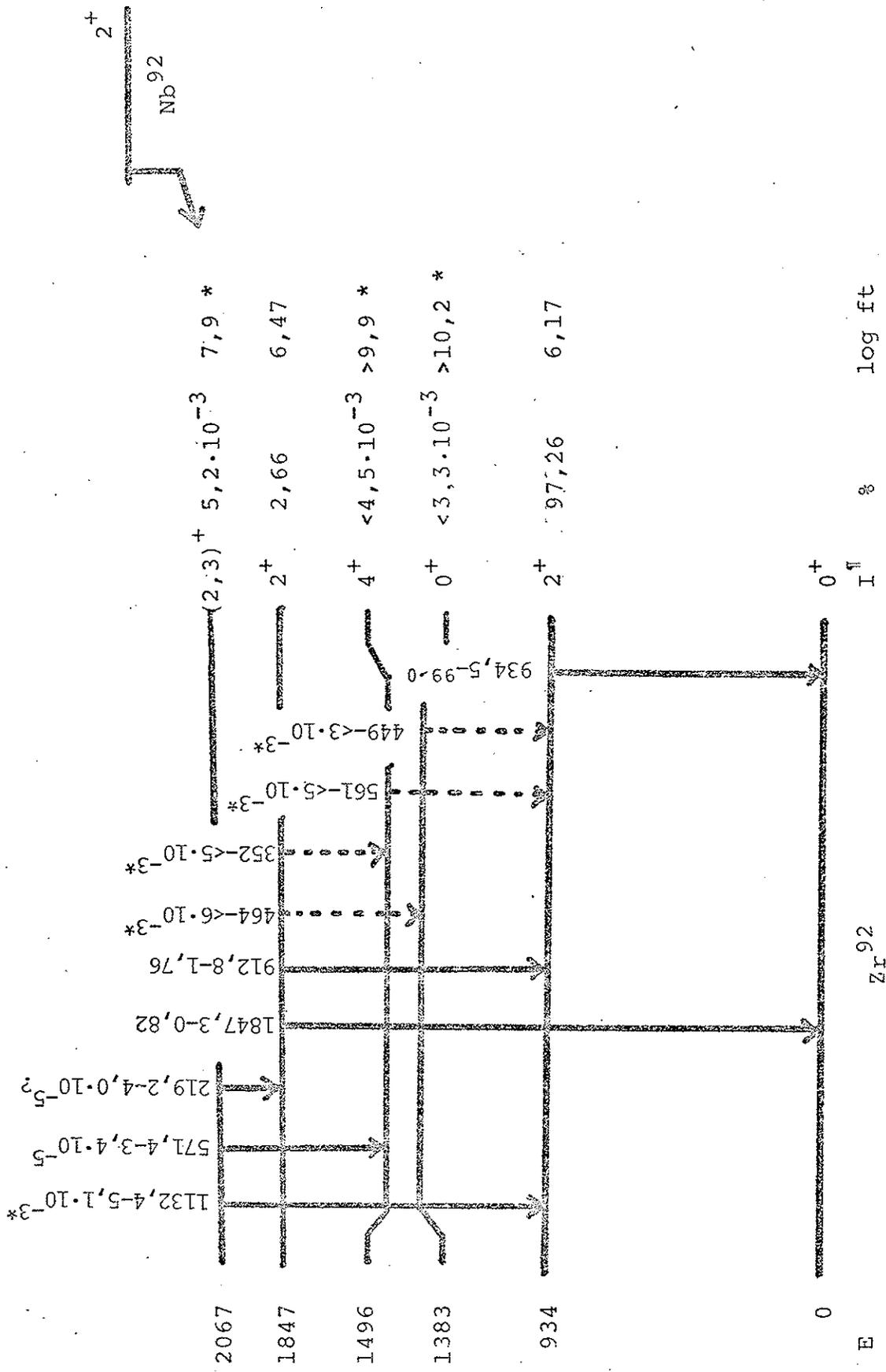


Figura 3 - Decaimento beta do Nb^{92m} . Os dados marcados com* referem-se a resultados obtidos neste trabalho. Todas as intensidades são em porcentagem do decaimento do Nb^{92m} .

IV - ESTRUTURA NUCLEAR NA REGIÃO A \approx 90

A estrutura nuclear na região A \approx 90 tem sido estudada com base no modelo de camadas, supondo-se o ${}_{38}\text{Sr}^{88}$ como um caroço inerte ao qual são adicionadas prótons e nêutrons. Neste capítulo discutiremos o limite, ou a abrangência, da hipótese de fechamento das camadas em Z = 38 e N = 50, bem como a estrutura de alguns nuclídeos na região, em particular do Nb^{92} e do Zr^{92} .

A) O "caroço" Sr^{88}

A hipótese de que o Sr^{88} , cujo primeiro nível excitado, 2^+ , tem energia de 1,84 MeV, pode ser considerado como um caroço inerte, tem sido admitida em muitos estudos de estrutura nuclear na região (GL75, AU65, VE66). Nesta secção discutiremos essa hipótese a partir da análise de diversos resultados experimentais.

A1) Prótons

A figura 1 mostra os orbitais de partícula única na região A \approx 90, que tomaremos por base nas discussões que seguem. A sequência correta dos orbitais bem como o espaçamento energético entre eles será discutida no decorrer do capítulo. A hipótese do fechamento das camadas em Z = 38 e N = 50 correspondem portanto a ocupação total dos níveis de prótons até $2p_{3/2}$, inclusive, e de neutrons até $1g_{9/2}$, no estado fundamental do Sr^{88} .

Com base no esquema da figura 1 o estado fundamen-

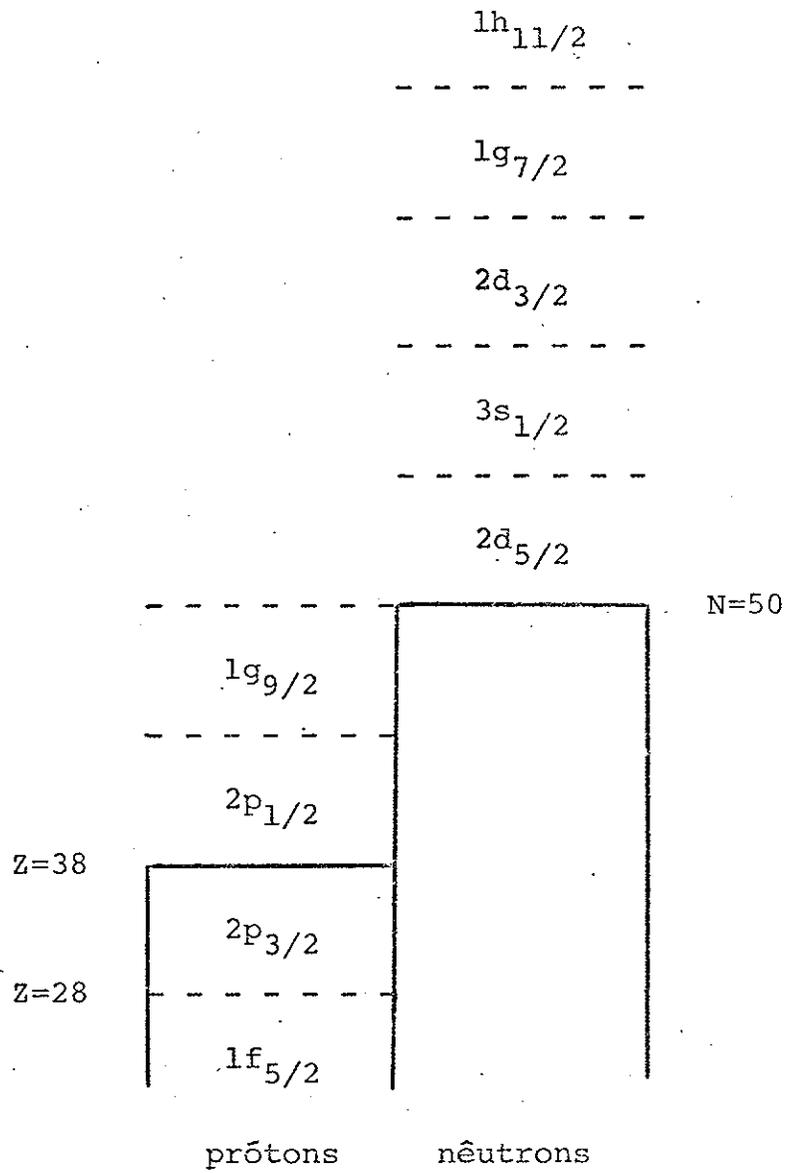


Figura 1 - Níveis de partícula única na região $A \approx 90$.

tal do Y^{89} , $1/2^-$, deve ser interpretado como o acoplamento de um próton em $p_{1/2}^*$ ao caroço Sr^{88} . O primeiro nível excitado do Y^{89} , $9/2^+$, corresponde a promoção do próton em $p_{1/2}$ para $g_{9/2}$. A meia vida desse primeiro nível excitado, 16,1s (YU67) está em acordo com o valor 4,3s (MO65) supondo-se uma transição M4 de partícula única. Este resultado indica que as configurações propostas estão em acordo com as observações experimentais. Devemos notar que a diferença, por um fator aproximadamente quatro entre o valor experimental e a estimativa para uma transição de próton única é, neste caso, pouco significativa. Isto pode-se dever, entre outras causas, ao fato de que a estimativa depende do valor médio de r^{2L-2} , onde L é o momento angular do fóton, e portanto quando L é grande uma pequena incerteza na avaliação do raio provoca uma grande incerteza na avaliação da probabilidade de transição.

O nível seguinte do Y^{89} , $3/2^-$, aparece com energia de excitação de 1,51 MeV e apresenta meia vida de 0,019(8) ps (K075) para decaimento gama para o estado fundamental. Este valor é aproximadamente três vezes superior ao valor previsto para uma transição M1 que é 0,0069ps (MO65). Esta diferença por um fator três pode ser, neste caso, significativa pois no caso de uma transição M1 não há dependência com o raio dos orbitais envolvidos, como poderia ocorrer anteriormente. Neste caso podemos dizer que há incompatibilidade entre o valor estimado e o experimental, indicando portanto uma configuração do nível $3/2^-$ mais complexa do que a simples promoção de um

* Como não há ambigüidade na identificação dos orbitais apenas por seus valores de momentos angulares, l e j , omitiremos o número quântico radial.

próton em $p_{3/2}$ no estado fundamental do Y^{89} para o orbital $p_{1/2}$.

O nível seguinte do Y^{89} , $5/2^-$ a 1,74 MeV, apresenta uma probabilidade reduzida de transição, $B(E2)$, aproximadamente 1,7 vezes maior do que o previsto para uma transição de partícula única (FI74). Embora esta diferença possa também ser atribuída a uma avaliação incorreta do raio, uma vez que a dependência da probabilidade de transição do tipo elétrica com o raio é r^{2L} , ela é assumida como indicando uma complexidade maior do nível $5/2^-$ do que a promoção de um próton em $f_{5/2}$ para $p_{1/2}$ (FI74)..

Estes resultados referentes ao Y^{89} parecem indicar que as configurações dos níveis excitados são mais complexas do que a que seria esperada se as camadas fossem completamente fechadas em $Z = 38$ e $N = 50$. Outros dados experimentais vêm reforçar tal indicação.

Resultados de experimentos que envolvem reações de troca de partícula também mostram as limitações da hipótese de fechamento da camada de prótons em $Z = 38$. Se o estado fundamental do Sr^{88} corresponde a uma ocupação total das orbitais $f_{5/2}$ e $p_{3/2}$, a reação $Sr^{88} (He^3, d)$ não poderia alimentar, por processos diretos, os níveis $3/2^-$ e $5/2^-$ do Y^{89} . Assim a secção de choque para tais processos são medidas de quanto as orbitais $p_{3/2}$ e $f_{5/2}$ estão desocupadas no estado fundamental do Sr^{88} . De forma análoga as secções de choque para a alimentação direta dos níveis $1/2^-$ (fundamental) e $9/2^+$ do Y^{89} , na mesma reação, são medidas de quanto as orbitais $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ estão desocupadas no estado fundamental do Sr^{88} .

Podemos representar a função de onda do estado fundamental do Sr^{88} na forma

$$|Sr^{88}\rangle \sim a(\text{caroço}) + b(p_{3/2})^{-2} + c(f_{5/2})^{-2} \quad (1)$$

Nesta forma (caroço) representa a contribuição de prótons preenchendo completamente os orbitais $f_{5/2}$ e $p_{3/2}$ no Sr^{88} ; $(p_{3/2})^{-2}$ corresponde a contribuição de dois buracos de prótons em $p_{3/2}$; $(f_{5/2})^{-2}$ representa a contribuição de dois buracos em $f_{5/2}$. Esquemáticamente a equação 1 pode ser representada na forma

$$|Sr^{88}\rangle = a \begin{array}{l} 9/2 \\ p_{1/2} \\ p_{3/2} \\ f_{5/2} \end{array} \begin{array}{c} \text{oo} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} + b \begin{array}{l} 9/2 \\ p_{1/2} \\ p_{3/2} \\ f_{5/2} \end{array} \begin{array}{c} \text{oo} \\ \text{oo} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} + c \begin{array}{l} 9/2 \\ p_{1/2} \\ p_{3/2} \\ f_{5/2} \end{array} \begin{array}{c} \text{oo} \\ \text{oo} \\ \text{oo} \\ \text{---} \end{array} \quad (1)$$

Dessa forma estamos supondo a contribuição de outras configurações, além do simples fechamento da camada em $Z = 38$, na formação do Sr^{88} . A secção de choque para a formação dos estados $1/2^-$ e $9/2^+$ do Y^{89} na reação $Sr^{88}(\text{He}^3, d)$ dependem portanto de a^2 . As secções de choque dos níveis $3/2^-$ e $5/2^-$, supondo-as formadas predominantemente pela promoção de um próton em $p_{1/2}$ no estado fundamental do Y^{89} para os orbitais $p_{3/2}$ e $f_{5/2}$ respectivamente, dependem de b^2 e c^2 . Pode-se relacionar os fatores espectroscópicos para essas reações com a , b e c da

expressão 1, na forma (Y061).

$$\begin{aligned}
 a^2 &= \begin{cases} S_{1/2^-} \\ S_{9/2^+} \end{cases} \\
 b^2 &= 2 S_{3/2^-} \\
 c^2 &= 3 S_{5/2^-}
 \end{aligned} \tag{2}$$

onde S_j são os fatores espectroscópicos para a formação do nível de momento angular j do Y^{89} . Usando-se resultados de Picard et al (PI69), obtemos $a^2 = 0,64$, $b^2 = 0,16$ e $c^2 = 0,20$. A mesma reação estudada posteriormente por outros autores (HA72, V071) apresenta fatores espectroscópicos compatíveis com os valores acima para a^2, b^2 e c^2 . Harrison et al (HA72), comparando resultados dessa reação com a reação $Sr^{88}(d, He^3)$, também sensível a função de onda do estado fundamental do Sr^{88} , propõe os valores $a^2 = 0,7$, $b^2 = 0,2$ e $c^2 = 0,1$, também compatíveis com os anteriores. Resultados da reação $Sr^{88}(d, n)Y^{89}$ (H076) apresentam valores para a^2, b^2 e c^2 de 0,5, 0,2 e 0,3 respectivamente.

Estes resultados, complementados pelas meias vidas observadas para os níveis do Y^{89} , indicam os limites da hipótese do fechamento da camada de prótons em $Z = 38$, mostrando a participação significativa dos orbitais abaixo de $p_{1/2}$ na formação dos primeiros níveis excitados de nuclídeos na região.

A2) Nêutrons

O fechamento da camada de nêutrons em $N = 50$ é mais efetivo do que o fechamento da camada de prótons em $Z=38$,

como se esperava dentro das idéias correntes em estrutura nuclear.

A reação $\text{Sr}^{88}(\text{d},\text{p})\text{Sr}^{89}$ apresenta resultados compatíveis com uma ocupação completa dos orbitais de nêutrons abaixo de $d_{5/2}$ e uma completa desocupação dos orbitais $d_{5/2}, s_{1/2}, d_{3/2}$ e $g_{7/2}$ no estado fundamental do Sr^{88} (CO68).

A reação $\text{Sr}^{88}(\text{d},\text{t})\text{Sr}^{87}$ também apresenta resultados compatíveis com um fechamento quase total da camada de neutrons (BE70). A alimentação do nível $5/2^+$ do Sr^{87} apresenta, nesta reação, um fator espectroscópico menor que 0,1, indicando uma contribuição da configuração $(d_{5/2})^2$ no estado fundamental do Sr^{88} menor do que 3%.

A reação $\text{Zr}^{91}(\text{d},\text{p})$ confirma os resultados acima, apresentando resultados em acordo com a hipótese da ocupação total dos orbitais de nêutrons abaixo de $d_{5/2}$ (IP75). As centróides das energias das orbitais $d_{5/2}, s_{1/2}, d_{3/2}, g_{7/2}$ e $h_{11/2}$ revelados nessa experiência estão de acordo com os valores de energias de partícula única que aparecem na tabela 1.

Um estudo posterior da mesma reação $\text{Zr}^{91}(\text{d},\text{p})$ (B079) apresenta resultados equivalentes aos anteriores, tanto quanto aos fatores espectroscópicos como quanto as centróides das orbitais.

B) O Zr^{90}

O Zr^{90} pode ser descrito como sendo formado pelo acoplamento de dois prótons ao Sr^{88} . Na discussão que faremos aqui suporemos o Sr^{88} como um caroço inerte, o que é usualmente feito (BA59, TA60, CO64, AU65, VE66, GL74, CH74, GL75). Em seguida discutiremos os efeitos devidos as limitações desta hipótese.

| | Prótons | Nêutrons |
|-------------|---------|----------|
| $3p_{1/2}$ | 0 | — |
| $1g_{9/2}$ | 0,91 | — |
| $1d_{5/2}$ | — | 0 |
| $3s_{1/2}$ | — | 1,1 |
| $2d_{3/2}$ | — | 2,0 |
| $1g_{7/2}$ | — | 2,3 |
| $1h_{11/2}$ | — | 3,5 |

TABELA 1 - Energias de partícula única (MeV) de orbitais de prótons e de nêutrons obtidas a partir da diferença energética entre os níveis $1/2^-$ e $9/2^+$ do Y^{89} (LE78) e pela reação $Zr^{91}(d,p)$ (IP75). As energias das orbitais de nêutrons e prótons são em relação aos orbitais $d_{5/2}$ e $p_{1/2}$ respectivamente, tomadas como tendo energia nula.

Os orbitais acessíveis aos prótons adicionados ao caroço Sr^{88} são $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$. A diferença energética entre esses orbitais será assumida como sendo a energia de excitação do nível $9/2^+$ do Y^{89} (veja tabela 1).

As configurações envolvidas na composição dos primeiros níveis do Zr^{90} são

$$(p_{1/2})^2$$

$$(g_{9/2})^2$$

$$(p_{1/2} g_{9/2})$$

Nas discussões que seguem estaremos interessados a penas nos estados de paridade par e, portanto, formados apenas pelas duas primeiras configurações apresentadas acima.

Os níveis 0^+ do Zr^{90} são formados pela mistura das configurações $(p_{1/2})^2$ e $(g_{9/2})^2$. Os níveis 2^+ , 4^+ , 6^+ e 8^+ são formados apenas pela configuração $(g_{9/2})^2$.

As funções de onda dos níveis 0^+ são obtidas a par tir da diagonalização da matriz

$$\begin{bmatrix} 2(E_g - E_p) + V(g_{9/2}^2; 0) & V \\ V & V(p_{1/2}^2; 0) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde E_g e E_p são as energias de partícula única correspondentes aos orbitais $g_{9/2}$ e $p_{1/2}$. $V(g_{9/2}^2; 0)$ e $V(p_{1/2}^2; 0)$ são os elementos de matriz para as interações residuais

$$\langle g_{9/2}^2; 0 | V_{res} | g_{9/2}^2; 0 \rangle \quad (5)$$

$$\langle p_{1/2}^2; 0 | V_{res} | p_{1/2}^2; 0 \rangle$$

respectivamente. O termo fora da diagonal corresponde a interação das duas configurações

$$V = \langle p_{1/2}^2, 0 | V_{res} | g_{9/2}^2, 0 \rangle. \quad (6)$$

Os níveis 2^+ , 4^+ , 6^+ e 8^+ têm energias dadas por

$$E_J = 2E_g + V(g_{9/2}^2; J), \quad (7)$$

sendo que $V(g_{9/2}^2; J)$ corresponde a uma expressão análoga a primeira das expressões 5.

A tabela 2 apresenta os valores dos elementos de matriz necessárias para a determinação das funções de onda e

$$V(g_{9/2}^2; 0) - V(p_{1/2}^2; 0) = -1,227^a$$

$$V(g_{9/2}^2; 2) - V(p_{1/2}^2; 0) = -0,042^b$$

$$V(g_{9/2}^2; 4) - V(p_{1/2}^2; 0) = 0,738^b$$

$$V(g_{9/2}^2; 6) - V(p_{1/2}^2; 0) = 1,044^b$$

$$V(g_{9/2}^2; 8) - V(p_{1/2}^2; 0) = 1,231^b$$

$$\langle p_{1/2}; 0 | V | g_{9/2}^2; 0 \rangle = 0,867^a$$

a) Média de GL74, VE66, AU65

b) Média de GL74, AU65

TABELA 2 - Valores dos elementos de matriz da interação residual entre p̄tons nas orbitais $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ (em MeV).

das energias dos níveis do Zr^{90} correspondentes a configurações de dois p̄tons. Os valores da tabela 2 correspondem a valores ajustados para simular níveis energéticos e propriedades eletromagnéticas de vários nuclídeos na região, sem qualquer hipótese quanto a forma explícita da interação residual ou das partes radiais das funções de onda dos estados de partícula única (TA60).

A figura 2 mostra os níveis de paridade par do

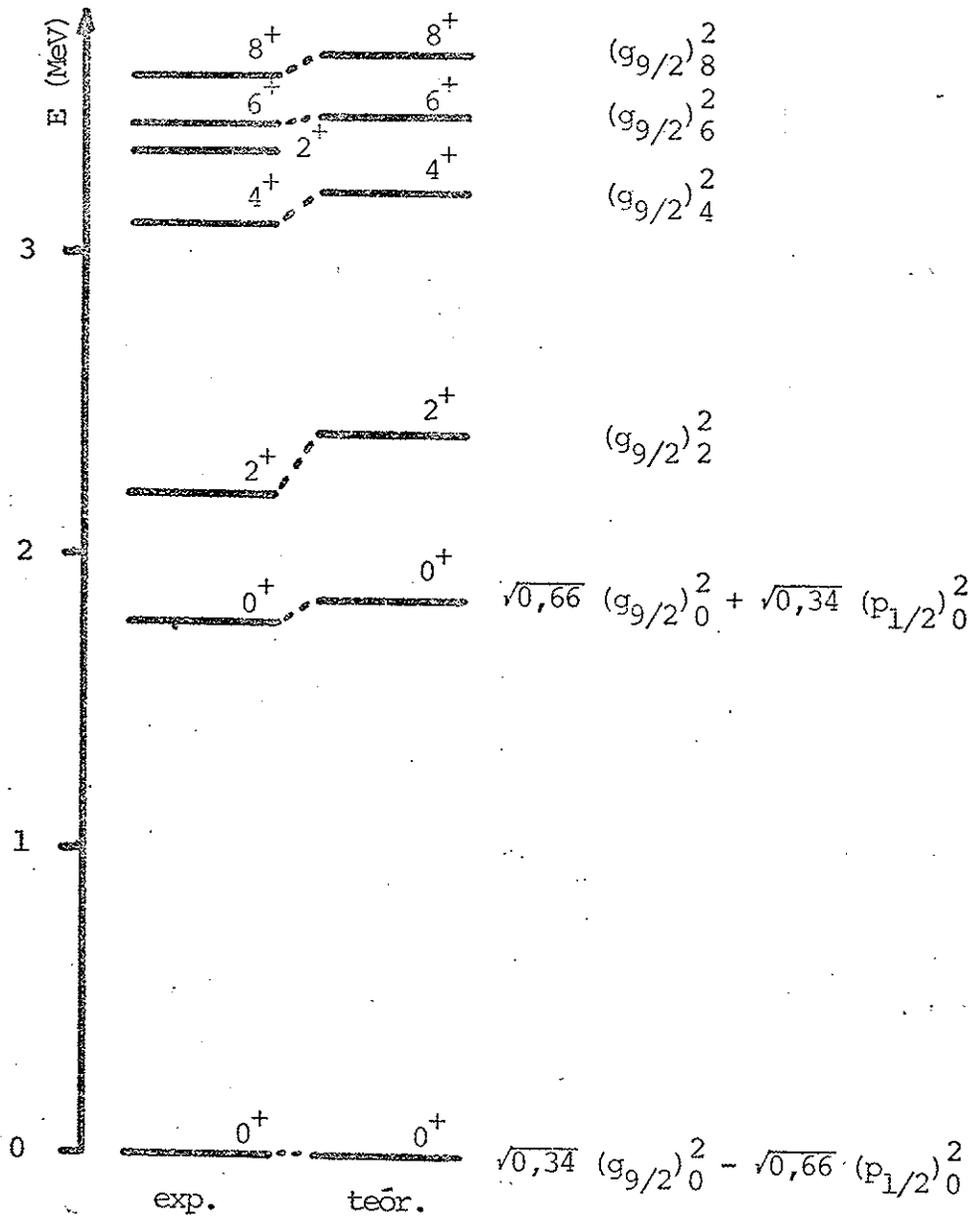


Figura 2.- A esquerda aparecem os primeiros níveis do Zr^{90} observados experimentalmente. A direita os níveis previstos conforme descrito no texto, e as respectivas funções de onda.

Zr^{90} determinados a partir das eqs. 4 e 7 e usando-se os valores das tabelas 1 e 2, bem como os valores observados das energias desses níveis. Esta figura mostra um bom acordo entre os valores previstos e os observados. No entanto não é, e nem poderia ser, previsto um nível 2^+ observado a 3,31 MeV (LE78), uma vez que o espaço truncado e a hipótese de um caroço inerte correspondente ao Sr^{88} só preve a existência de um nível 2^+ . Além disso a meia vida do primeiro nível 2^+ do Zr^{90} , quando calculada usando-se o espaço truncado, $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$, é aproximadamente três vezes maior do que o valor observado (GL74).

A presença de um nível 2^+ a 3,31 MeV, não previsto considerando-se os orbitais $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$, e a incompatibilidade entre as meias vidas experimental e calculada do primeiro nível 2^+ ilustram as limitações das hipóteses feitas e, principalmente, da hipótese de fechamento da camada de prótons em $Z = 38$.

C) O Nb⁹³

O Nb^{92} apresenta seis níveis de paridade par e com momentos angulares 2,3,4,5,6 e 7, numa faixa de energia de aproximadamente 500 keV. Esses níveis podem ser interpretados como o sextupletto formado pelo acoplamento de um nêutron em $d_{5/2}$ com três prótons em $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ acoplados para momento angular $9/2$.

Supondo o Sr^{88} como um caroço inerte, os prótons acoplados para momento angular $9/2$ apresentariam mistura das configurações

$$\begin{aligned} & (p_{1/2})^2 (g_{9/2}) \\ & (g_{9/2})^3. \end{aligned} \tag{8}$$

No caso de três prótons em $g_{9/2}$ o acoplamento com senioridade 1 é dominante, com uma contribuição desprezível do acoplamento com senioridade 3 (CO64).

Assim o sextupletodo Nb^{92} deve apresentar predominantemente a função de onda

$$|Sr^{88}\rangle_x \left[a (p_{1/2})^2_{g_{9/2}} d_{5/2}; J \right. \\ \left. + b (g_{9/2})^3_{g_{9/2}} d_{5/2}; J \right] \quad (9)$$

onde $|Sr^{88}\rangle$ corresponde ao "caroço" Sr^{88} e $(g_{9/2})^3$ ao acoplamento com senioridade 1. Não estão indicados explicitamente os orbitais de prótons e nêutrons uma vez que não há dualidade na identificação destes. Supondo a mistura das configurações de prótons no Nb^{92} como sendo a mesma do estado fundamental do Nb^{91} , temos $a = \sqrt{0,71}$ e $b = \sqrt{0,29}$ (AU65).

D) O Zr^{92}

A descrição dos primeiros níveis excitados do Zr^{90} como sendo formados pelo acoplamento de dois prótons ao Sr^{88} é satisfatória. No entanto a descrição do Zr^{92} como o acoplamento de dois prótons e dois nêutrons ao Sr^{88} , considerando-se apenas os orbitais $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ para prótons e $d_{5/2}$ para nêutrons não é bastante boa (TA62). A extensão do espaço acessível aos nucleons, com a inclusão do orbital $s_{1/2}$ para nêutrons (GL75) ainda não permite uma descrição satisfatória dos primeiros níveis do Zr^{92} . O próprio decaimento beta do Nb^{92m} para o Zr^{92} não poderia ocorrer por uma transição permitida, como é observada, considerando-se apenas esse espaço li

mitado. Nesta secção discutiremos a estrutura desses primeiros níveis do Zr^{92} , primeiro considerando-se as configurações dominantes e em seguida outros orbitais de nêutrons além das orbitais $d_{5/2}$ e $s_{1/2}$.

O primeiro nível 2^+ do Zr^{92} deve ser predominantemente formado pela configuração de nêutron $(d_{5/2})_2^2$, estando os prótons acoplados para momento angular nulo (TA62). A meia vida desse nível, 5,0ps (LE78) está de acordo com uma transição



cuja meia vida, supondo transição de partícula única (MO65, SH63) é da ordem de 5,5ps.

O nível excitado 0^+ deve corresponder a mistura das configurações de prótons $(p_{1/2})^2$ e $(g_{9/2})^2$, como ocorre no Zr^{90} . As energias de excitação dos níveis 0^+ no Zr^{90} e no Zr^{92} são respectivamente 1,76 e 1,38 MeV. A diferença entre ambas pode ser atribuída a interação dos prótons com quantidades diferentes de nêutrons.

O nível 4^+ , a 1,50 MeV, também tem sido admitido como sendo formado predominantemente pela configuração de nêutrons $(d_{5/2})^2$ (TA62).

O Zr^{92} apresenta um nível 2^+ em 1,85 MeV. Este nível não deve apresentar uma contribuição dominante da configuração de prótons $(g_{9/2})^2$ pois se fosse este o caso, não haveria uma transição gama para o primeiro nível 2^+ , pelo menos na intensidade observada. Esse nível deve apresentar a configuração dominante $(d_{5/2} s_{1/2})$, de nêutrons.

O nível em 2067 keV do Zr^{92} também não deve ser predominantemente formado por uma configuração de prótons, pois também apresenta uma transição gama para o primeiro nível 2^+ .

Quanto ao momento angular desse nível há ambiguidade na interpretação dos resultados experimentais, podendo ser 2 ou 3 (TA70). No entanto ele é formado na reação $Zr^{91}(d,p)$ sendo a distribuição dos prótons compatível com $\ell = 0$ (B079, IP75), podendo corresponder a captura de um nêutron em $s_{1/2}$. Se o estado fundamental do Zr^{91} , $5/2^+$, apresentar o nêutron ímpar em $d_{5/2}$, então a configuração dominante do nível 2067 keV deve ser $(d_{5/2} s_{1/2})$. Como esta configuração é dominante no nível 1847 keV, com momento angular e paridade 2^+ , se ela for dominante no nível 2067 keV deve corresponder a momento angular e paridade 3^+ .

Uma descrição para esses primeiros níveis excitados do Zr^{92} , incluindo-se outros orbitais de nêutrons além de $d_{5/2}$ e $s_{1/2}$, pode ser obtida supondo-se uma interação delta superficial (KR82). Nesta descrição os parâmetros envolvidos são as energias de partícula única e a intensidade da interação. Os elementos de matriz de uma interação delta superficial são dados por (AR65, PL65)

$$\begin{aligned}
 V &= \langle j_a j_b J | V_{res} | j_c j_d J \rangle = \\
 &= -\frac{1}{2} G h_J(j_a j_b) h_J(j_c j_d) \times \\
 &\quad \left[1 + (-)^{\ell_c + \ell_d + J} \right] / \sqrt{(1 + \delta_{ab})(1 + \delta_{cd})}
 \end{aligned} \tag{10}$$

onde

$$\begin{aligned}
 h_J(j_a j_b) &= \sqrt{2j_b + 1} (j_b J - 1/2 \ 0 | j_a - 1/2) \\
 \delta_{ab} &= 1 \text{ se } j_a = j_b \\
 \delta_{ab} &= 0 \text{ se } j_a \neq j_b.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Nestas equações j_a , j_b , j_c e j_d são os momentos angulares totais dos nucleons e l_a , l_b , l_c e l_d os momentos angulares orbitais.

A fig.3 mostra os níveis de dois nêutrons e as correspondentes configurações, até a energia de 3 MeV, considerando-se uma interação delta superficial. Os valores das energias de partícula única usados são aqueles da tab.1. O valor da intensidade da interação, G , foi ajustado minimizando-se as diferenças entre as energias previstas e as observadas, considerando-se os níveis 935, 1497, 1847 e 2067keV como níveis de dois nêutrons e supondo-se o momento angular $J=2$ para este último. O valor ajustado para a intensidade da interação foi $G = 0,22\text{MeV}$.

A fig.4 mostra os mesmos níveis de dois nêutrons, neste caso supondo-se o valor $J=3$ para o momento angular do estado a 2067 keV. O valor de G ajustado neste caso foi $0,27\text{ MeV}$.

Em ambos os casos, figs. 3 e 4, não aparece o nível excitado 0^+ , formado pela configuração de dois prótons, como discutido anteriormente.

Na fig.3 dois níveis, 3^+ e 4^+ , até o terceiro nível 2^+ , não encontram contrapartida no esquema de níveis observado experimentalmente no Zr^{92} . Outro ponto em que os níveis previstos estão em desacordo com as observações refere-se ao decaimento do terceiro nível 2^+ , experimentalmente em $2,067\text{ MeV}$ e previsto a $2,87\text{ MeV}$. Considerando-se o esquema da fig.3 esse nível deveria apresentar aproximadamente 15% do seu decaimento para o nível fundamental (M055), enquanto o limite superior para a existência de tal transição é de aproximadamente 0,6% (TA70).

Supondo ser 3^+ o nível a 2067 keV, os níveis de dois nêutrons previstos são aqueles da fig.4. Neste caso não

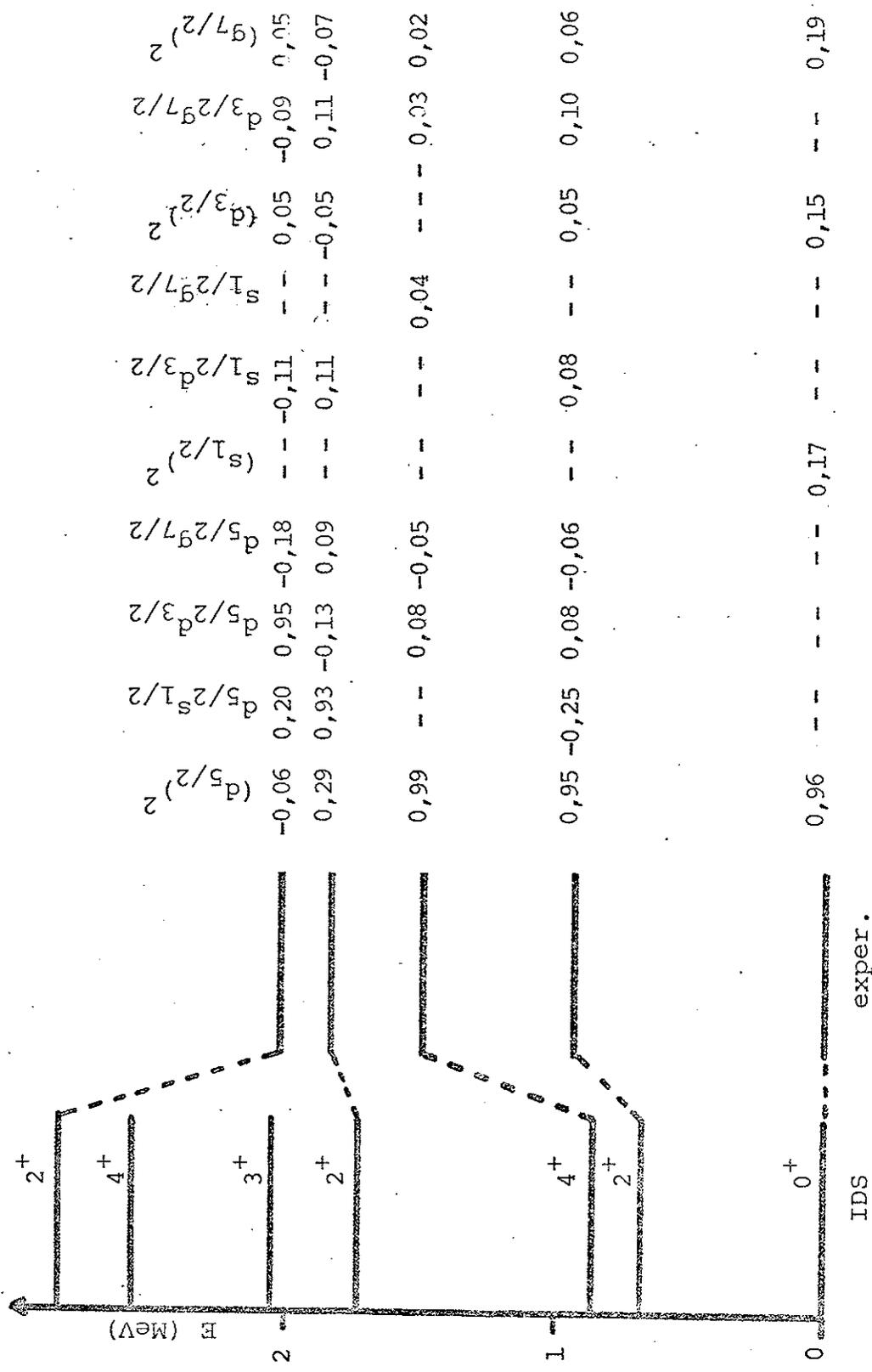


Figura 3 - A esquerda aparece os níveis do Zr⁹², correspondentes a configuração de dois nêutrons prevista, supondo uma interação delta superficial e o valor 2⁺ para o momento angular e paridade do nível a 2067 keV. A direita os níveis experimentais. Os números correspondem a amplitude das configurações indicadas acima, em cada um dos níveis.

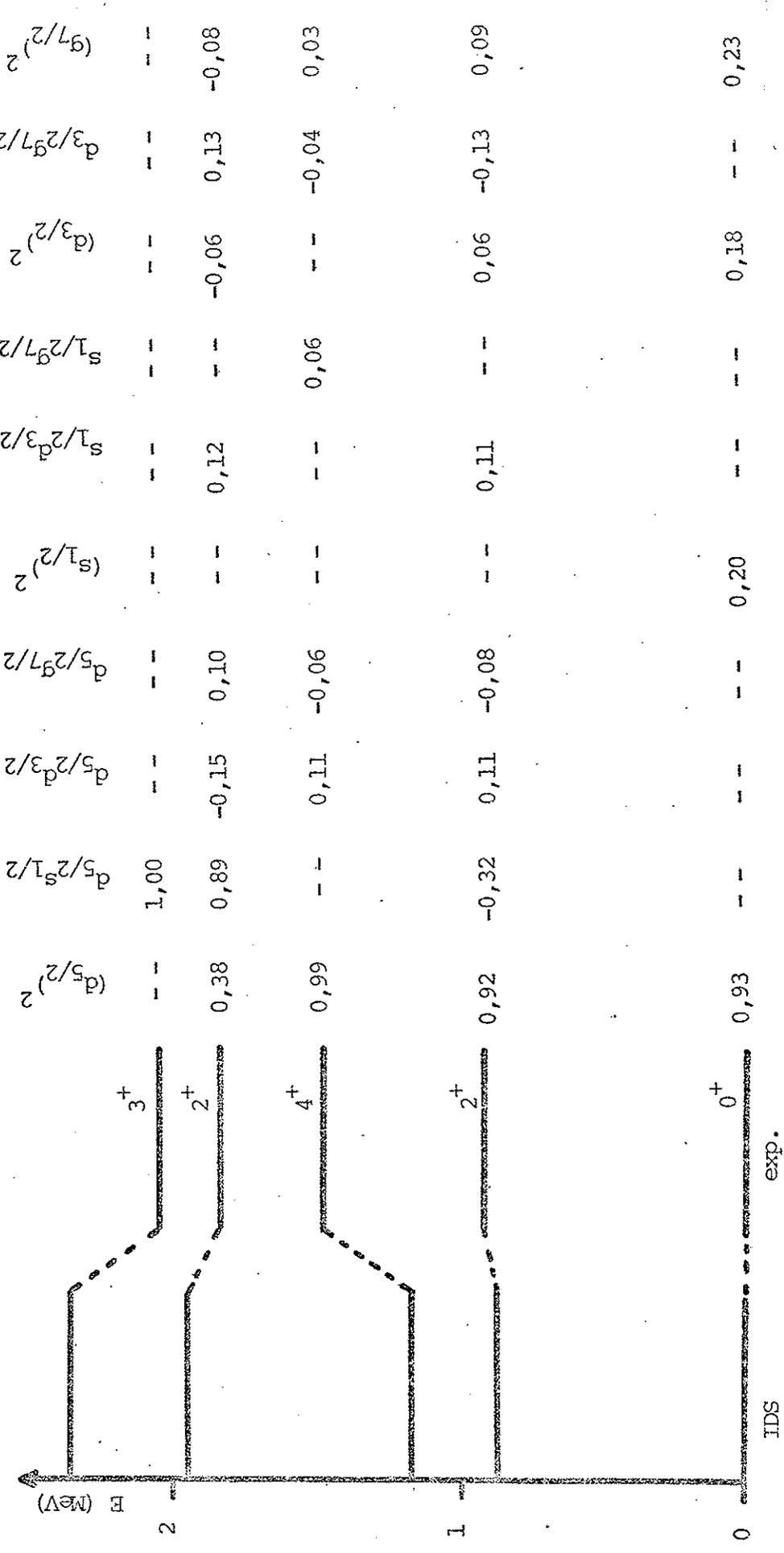


Figura 4 - Níveis do Zr⁹² previstos supondo-se uma interação delta de superfície (IDS), considerando-se o valor 3⁺ para o momento angular e paridade do nível a 2067 keV. A direita aparecem os níveis observados experimentalmente. Os números a frente de cada nível correspondem a amplitude das configurações indicadas acima.

são previstos níveis não observados até o nível 3^+ . O decaimento do próprio nível 3^+ está de acordo com o observado, não havendo transição para o estado fundamental com intensidade mensurável uma vez que esta, sendo predominantemente $M3$, competiria com outras bem mais favorecidas para estados excitados. Estas outras transições seriam para os níveis 934 keV(2^+), 1497 keV(4^+) e 1847 keV(2^+) (as energias são as experimentais). Para os níveis 2^+ essas transições seriam, predominantemente, $M1$, ocorrendo entre as configurações $(d_{5/2} s_{1/2})$ presentes nos níveis envolvidas. Para o nível 4^+ a transição seria $E2$, entre a configuração pura do nível a 2067 keV, $d_{5/2} s_{1/2}$; e as configurações $(d_{5/2})^2$ e $(d_{5/2} d_{3/2})$ do nível 4^+ . A fig.5 apresenta os valores relativos das intensidades dessas transições supondo-as de partícula única (M055).

O nível 2^+ a 1847 keV é previsto, supondo-se a interação delta superficial e supondo-se 3^+ o nível a 2067 keV, fig. 4, com energia de excitação de 1974 keV. Neste caso este nível pode decair para o estado fundamental e para o nível 4^+ por transições $E2$. Para o primeiro nível 2^+ a transição deve ser, em sua maior parte, $M1$. A fig. 5 apresenta os valores relativos dessas transições supondo-se os valores de transições de partícula única. No entanto deve haver correções significativas sobre esses valores, especialmente para a transição $M1$.

A transição $M1$ a partir do nível 2^+ a 1847 keV para o nível 2^+ a 934 keV ocorre principalmente entre a configuração dominante em cada um dos níveis e uma das configurações $(d_{5/2})^2$ e $(d_{5/2} s_{1/2})$, sendo portanto possível uma interferência destrutiva entre os vários termos do elemento de matriz envolvido. A probabilidade de transição $M1$ entre esses níveis é proporcional a

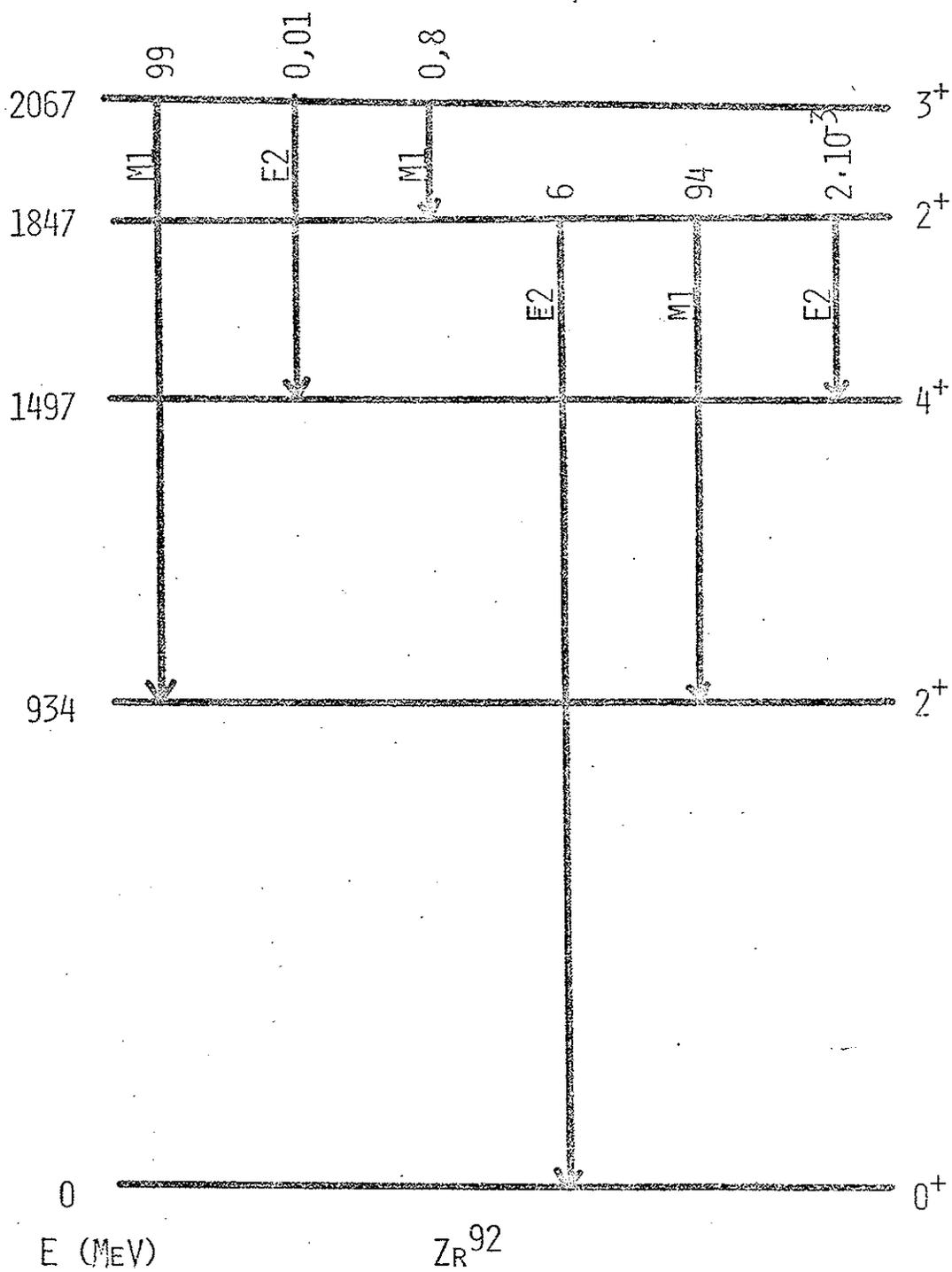


Figura 5 - Comparação entre as intensidades das transições gama associadas ao decaimento dos níveis 1847 keV e 2067 keV do Zr^{92} , considerando-se as configurações de dois nêutrons apresentadas na figura 4.

$$T = \left| \langle 0,38 (d_{5/2})_2^2 + 0,89 (d_{5/2} s_{1/2})_2 \parallel \vec{s} \parallel \right. \\ \left. 0,92 (d_{5/2})_2^2 - 0,32 (d_{5/2} s_{1/2})_2 \rangle \right|^2 \quad (11)$$

Desenvolvendo-se o elemento de matriz e quadrando-o, temos

$$T = 0,14 \left| \langle (d_{5/2})_2^2 \parallel \vec{s} \parallel (d_{5/2})_2^2 \rangle \right|^2 \\ + 0,08 \left| \langle (d_{5/2} s_{1/2})_2 \parallel \vec{s} \parallel (d_{5/2} s_{1/2})_2 \rangle \right|^2 \\ - 0,21 \langle (d_{5/2})_2^2 \parallel \vec{s} \parallel (d_{5/2})_2^2 \rangle \cdot \\ \cdot \langle (d_{5/2} s_{1/2})_2 \parallel \vec{s} \parallel (d_{5/2} s_{1/2})_2 \rangle. \quad (12)$$

Assim fica transparente a possibilidade de uma interferência destrutiva, dependendo do sinal dos elementos reduzidos de matriz. Desenvolvendo-se cada um das elementos, usando-se os coeficientes de Racah, obtemos (SH63)

$$\langle (d_{5/2})_2^2 \parallel \vec{s} \parallel (d_{5/2})_2^2 \rangle = 0,90 \langle \vec{s} \rangle \\ \langle (d_{5/2} s_{1/2})_2 \parallel \vec{s} \parallel (d_{5/2} s_{1/2})_2 \rangle = 0,31 \langle \vec{s} \rangle \quad (13)$$

onde

$$\langle \vec{s} \rangle = \langle 1/2 \parallel \vec{s} \parallel 1/2 \rangle \quad (14)$$

Portanto temos

$$T = (0,11 + 0,008 - 0,06) | < \quad > |^2$$

$$\tilde{=} 0,06 | < \quad > |^2 \quad (15)$$

onde cada termo dentro do parênteses corresponde a cada um dos termos da eq.12, na mesma ordem. Assim vemos que a influência do termo cruzado é no sentido de reduzir significativamente a probabilidade de transição. Comparando o valor da eq.15 com os valores da eq.13, temos uma avaliação do desfavorecimento da transição em relação a uma transição em que não haveria mistura de configurações. A ordem desse desfavorecimento estaria entre 1/5 e 1/15 de uma transição em que apenas uma das duas configurações estivesse presente. Este efeito pode portanto alterar a proporção 6:94 entre as duas transições concorrentes para um valor mais compatível com o valor experimental, da ordem de 1:2 (veja fig.3 do capítulo III).

E) Discussão

Podemos portanto concluir que as propriedades eletromagnéticas dos primeiros níveis do Zr^{92} , bem como o espaçamento energético entre eles, são bastante bem reproduzidos se usamos uma interação delta superficial para determinar as configurações de nêutrons. A hipótese 3^+ para o momento angular e paridade do nível a 2067 keV do Zr^{92} permite uma descrição dessas propriedades em melhor acordo com as observações, do que a hipótese 2^+ , como pode ser visto confrontando-se as figs.3 e 4.

Os primeiros níveis excitados do Zr^{92} , com exceção do nível 0^+ a 1383 keV, devem apresentar as configurações de

nêutrons indicados na fig.4, estando os prótons acoplados a momento angular nulo. Assumindo a mesma mistura de configurações do estado fundamental do Zr^{90} os prótons apresentariam a mistura

$$\sqrt{0,34} (g_{9/2})_0^2 - \sqrt{0,66} (p_{1/2})_0^2 \quad (16)$$

O nível excitado 0^+ do Zr^{92} deve apresentar a mesma configuração de prótons do nível 0^+ excitado do Zr^{90} ,

$$\sqrt{0,66} (g_{9/2})_0^2 + \sqrt{0,34} (p_{1/2})_0^2 \quad (17)$$

com os nêutrons apresentando a mesma configuração do nível energético mais baixo da fig.4

O fator giromagnético do primeiro nível excitado 2^+ do Zr^{92} é conhecido experimentalmente, sendo $g = -0,03(5)$ (HA80). Pela descrição apresentada na fig.4 o momento magnético desse nível é devido, principalmente, a configuração de nêutrons $(d_{5/2})^2$. Se esta fosse a única configuração deste nível, o fator giromagnético seria $-0,77$. No entanto a mistura de outras configurações podem dar contribuições positivas para o fator giromagnético. Em particular o elemento não diagonal

$$\langle d_{5/2} d_{5/2} | \mu | d_{5/2} d_{3/2} \rangle \quad (18)$$

corresponde a correção mais significativa para o momento giromagnético, uma vez que é o único a envolver a configuração dominante $(d_{5/2})^2$ e ser, portanto, linear na amplitude da mistura; outros termos são quadráticos na amplitude das misturas e dão, portanto, contribuições desprezíveis para o momento giromagnético.

tico. Considerando-se a mistura de configurações apresentada na fig.4, temos

$$g = \frac{1}{4} \left[0,92^2 \langle (d_{5/2})^2 | g_s s | (d_{5/2})^2 \rangle + 2 \cdot 0,92 \cdot 0,11 \cdot \langle (d_{5/2})^2 | g_s s | (d_{5/2} d_{3/2}) \rangle + \left(\begin{array}{l} \text{termos quadráticos nas} \\ \text{amplitudes das impurezas} \end{array} \right) \right] \quad (19)$$

Desprezando os termos que não envolvem a configuração dominante, o valor obtido por esta última equação é $g = 0,50$. Este valor é mais próximo do valor experimental, mas ainda incompatível com este. No entanto uma mistura da configuração $(d_{5/2} d_{3/2})$ da ordem de 20% poderia compatibilizar o valor calculado com o experimental. Tal mistura seria possível se a energia do orbital $d_{3/2}$, assumida como sendo 2,0 MeV na determinação dos níveis da fig.4, fosse significativamente menor.

Finalmente, podemos determinar a meia vida do nível 2^+ a 934 keV, que decai por uma transição E2 para o nível fundamental. A transição dominante, supondo as configurações da fig.4, é

$$(d_{5/2})_2^2 \rightarrow (d_{5/2})_0^2$$

A principal correção a essa transição dominante é

$$(d_{5/2} s_{1/2})_2 \rightarrow (d_{5/2})_0^2$$

uma vez que envolve a impureza que contribue com maior amplitude para o nível 2^+ e a configuração dominante do nível 0^+ .

Transições que envolvem impurezas do nível fundamental ocorrem também a partir de impurezas do nível 2^+ sendo, portanto, desprezíveis. Assim a meia vida do nível 2^+ deve ser descrita essencialmente a partir das transições citadas acima.

A probabilidade de transição $\lambda = \ln 2/T_{1/2}$, onde $T_{1/2}$ é a meia vida do nível 2^+ , é dada por (SH63)

$$\lambda = \frac{8\pi}{\hbar} \frac{L+1}{L[(2L+1)!!]^2} k^{2L+1} B(L), \quad (20)$$

onde $L = 2$ para a transição E2, $k = \omega/c$ e $B(L)$ dado por

$$B(L) = B(E2) = \frac{1}{5} \left| (f || r^2 Y_2 || i) \right|^2. \quad (21)$$

Considerando a energia de 934 keV, a equação 20 fica

$$\lambda = 9,0 \cdot 10^8 B(E2) s^{-1}, \quad (22)$$

sendo $B(E2)$ dado em $\text{fm}^4 \cdot e^2$, onde e é a carga efetiva dos neutrons.

Considerando-se as transições citadas acima, $B(E2)$ é dada por

$$B(E2) = \frac{e^2}{5} \left| 0,86 \left((d_{5/2})^2; 0 || r^2 Y^2 || (d_{5/2})^2; 2 \right) - 0,30 \left((d_{5/2})^2; 0 || r^2 Y^2 || d_{5/2} s_{1/2}; 2 \right) \right|^2. \quad (23)$$

onde usamos as amplitudes indicadas na fig.4. Desenvolvendo-se o quadrado e guardando-se apenas os dois termos dominantes, temos

$$\begin{aligned}
B(E2) &= e^2 0,15 | \langle (d_{5/2})^2; 0 || r^2 Y_2 || (d_{5/2})^2; 2 \rangle |^2 \\
&- e^2 0,10 | \langle (d_{5/2})^2; 0 || r^2 Y_2 || (d_{5/2})^2; 2 \rangle \times \\
&\langle (d_{5/2})^2; 0 || r^2 Y_2 || d_{5/2} s_{1/2}; 2 \rangle |^2
\end{aligned}
\tag{24}$$

Desenvolvendo-se cada um dos elementos reduzidas de matriz usando-se coeficientes de Racah (SH63), obtemos

$$B(E2) = 0,071 \langle r^2 \rangle^2 e^2, \tag{25}$$

onde $\langle r^2 \rangle$ é o valor médio quadrático do raio, para o qual usaremos o valor (MO55)

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{L+3} a^2 \approx 24 \text{ fm}^2 \tag{26}$$

Substituindo (26) em (25) e esta em (22), podemos determinar a meia vida do nível 2^+ em função de e^2 , obtendo

$$T_{1/2} = \frac{18,6}{e^2} \text{ ps} \tag{27}$$

Comparando este resultado com o valor experimental, 5,0ps (LE78), obtemos o valor $e = 1,9$ para a carga efetiva de neutrons. Este valor é compatível com valores determinados por Gloeckner (GL75) para nuclídeos na região.

V - DECAIMENTO DO Nb^{92m}

Neste capítulo discutiremos o decaimento do Nb^{92m}. A partir dos resultados experimentais estimaremos a contribuição de configurações de nêutrons, que envolvem o orbital g_{7/2} nos níveis do Zr⁹² alimentados no decaimento. Essas contribuições serão confrontadas com as discussões apresentadas no capítulo anterior referentes a estrutura dos nuclídeos envolvidos.

A) Probabilidade de Transição

A probabilidade de transição por captura eletrônica, como o decaimento beta em geral, é usualmente escrita isolando-se a dependência do espaço de fase e das funções de onda dos léptons, da dependência do elemento de matriz do operador da interação responsável pela transição (G071, ST69, R055, B060). Neste caso as meias vidas não são usadas diretamente para a comparação entre transições, mas sim o produto destas, t , por um termo que contém as informações sobre a energia disponível para a reação e sobre as funções de onda dos léptons, f . O produto ft é então dependente apenas dos elementos de matriz responsáveis pela transição.

A probabilidade de transição, $\lambda = \ln 2/t$, é escrita na forma

$$\lambda \sim g^2 |M|^2 f, \quad (1)$$

onde $|M|^2$ é o quadrado do elemento de matriz do operador da interação responsável pela transição, calculado entre os esta

dos inicial e final do sistema, e g a constante de intensidade da interação.

As transições beta são usualmente classificadas de acordo com suas "proibicidades" (HO55,BO60). A proibicidade de uma transição está relacionada a forma explícita da interação e esta, por sua vez, relacionada a variação do momento angular e da paridade do nucleon envolvido.

Quando a variação do momento angular do nucleon envolvido é $\Delta j = 0$ ou $\Delta j = 1$, sem mudança de paridade, a transição é dita permitida. Neste caso as interações são descritas pelos operadores 1 (FE33), e a transição chamada do tipo Fermi, ou σ (GA36), e a transição chamada do tipo Gamow-Teller. Os operadores 1 e σ são respectivamente a unidade e o operador do spin. A interação do tipo Fermi contribui para uma transição apenas se um próton (nêutron) em uma órbita caracterizada pelos números quânticos n , ℓ e j seja transformado em um nêutron (próton) na mesma órbita. Neste caso o elemento de matriz $\langle 1 \rangle = 1$. A interação de Gamow-Teller contribui para uma transição apenas se o nucleon envolvido apresente os mesmos números quânticos n e ℓ antes e depois da transformação, com $\Delta j = |j_i - j_f| \leq 1$, onde j_i e j_f representam os momentos angulares totais antes e depois do processo. Nos outros casos $\langle \sigma \rangle = 0$.

Quando a transição ocorre sem que as condições acima sejam obedecidas, a transição é dita proibida. Neste caso a transição pode ocorrer por causa de termos do operador da interação proporcionais a v/c , onde v é a velocidade dos nucleons. Esses termos da interação são normalmente desprezíveis quando a transição é permitida (RO55). Operadores proporcionais a v/c surgem quando se considera a forma relativisti

camente invariante da interação (K055) e apresentam elementos de matriz não nulos que correspondem a variação do momento angular total do nucleon envolvido de outros valores além de $\Delta j = 0$ e $\Delta j = 1$.

Em transições permitidas é considerado apenas o primeiro termo da expansão das funções de onda dos léptons, usualmente assumidas como ondas planas (R055).

Termos de ordem mais alta na expansão são da ordem de $(R/\lambda)^n$, onde R é o raio nuclear, λ é, aqui, o comprimento de onda do lepton e $n = 1, 2, \dots$. Estes termos de ordem mais altas, quando combinados com os operadores responsáveis pela transição, também podem dar origem a transições proibidas (K055, R055).

Para transições beta em que a energia disponível é da ordem de MeV, o termo R/λ é da ordem de 1/10. Para nucleons, o termo v/c também é da mesma ordem de grandeza. Assim transições proibidas ocorrem com velocidades tipicamente 100 vezes menores do que transições permitidas. Transições proibidas que envolvem termos de ordens mais altas na expansão das funções de onda dos léptons são ainda mais lentas.

No caso de transições permitidas a eq.1 toma a forma (G071)

$$ft = \frac{2\pi^3 \ln 2}{g^2 |(1-x)\langle 1 \rangle^2 + x \langle \sigma \rangle^2|} \quad (2)$$

onde x é a intensidade da contribuição de uma transição do tipo Gamow-Teller e 1-x a intensidade de uma transição do tipo Fermi. O fator f é dado, no caso de captura de elétrons, por (G071).

$$f = \frac{\pi}{2} \left[q_K^2 g_K^2 B_K + q_{L1} g_{L1} B_{L1} + \right. \\ \left. + q_{L2} f_{L2} B_{L2} + \sum_i q_i^2 g_i^2 + \sum_j q_j^2 f_j^2 \right], \quad (3)$$

onde g e f são os componentes radiais das funções de onda dos elétrons na superfície nuclear, q representa as energias dos neutrinos emitidos e B fatores de correção nas funções de onda dos elétrons (G071). Os sub-índices K , $L1$ e $L2$ identificam elétrons das camadas correspondentes e i e j das camadas M_1 , $N_1 \dots$ e M_2 , $N_2 \dots$, respectivamente.

Os valores de g e x são obtidos experimentalmente, a partir de medida da meia vida do nêutron e de transições puras de Fermi e Gamow-Teller. Os resultados que usaremos são $x = 0,58$ e $2 \ln 2 / g^2 (1-x) = 6140$ (ST69). A expressão 2 pode ser escrita na forma (com t em segundos)

$$ft = \frac{6140}{\langle 1 \rangle^2 + 1,4 \langle \sigma \rangle^2} \quad (4)$$

B) Sistemática de log ft

As meias vidas comparativas, ft , variam de algumas ordens de grandeza para proibidades diferentes. Por causa disso é usual tomar-se o valor de $\log ft$ na classificação ou na determinação dessas proibidades.

B1) Transições permitidas

Os menores valores de $\log ft$ correspondem aos maiores valores do denominador da eq.4. Esta situação ocorre no

caso de núcleos espelhos, para os quais $\langle l \rangle^2 = 1$ e $\langle \sigma \rangle^2$ é diferente de zero. Supondo uma transição de partícula única podemos determinar $\langle \sigma \rangle^2$ para transições em que conheçamos as funções de onda inicial e final do nucleon envolvido. A tabela 1 apresenta valores de $\langle \sigma \rangle^2$ para transições $j_i = \ell \pm 1/2 \rightarrow j_f = \ell \pm 1/2$, onde j_i e j_f são os momentos angulares inicial e final do nucleon envolvido.

| $j_f \backslash j_i$ | $\ell + 1/2$ | $\ell - 1/2$ |
|----------------------|---------------------|-----------------------|
| $\ell + 1/2$ | $(j_f + 1)/j_f$ | $4(\ell+1)/(2\ell+1)$ |
| $\ell - 1/2$ | $4\ell/(2\ell + 1)$ | $j_f/(j_f + 1)$ |

TABELA 1 - Valores de $\langle \sigma \rangle^2$ para transições de partícula única

Usando os valores numéricos da eq.4, os valores da tabela 1 e tomando $\langle l \rangle^2 = 1$, podemos determinar os menores valores de $\log ft$. A tabela 2 apresenta esses valores para transições nas quais $n_i = n_f$, $\ell_i = \ell_f$ e $j_i = j_f$. Estas transições são ditas superpermitidas.

Quando não há uma superposição completa das funções de onda do nucleon envolvido antes e depois da transição, esta é desfavorecida. Neste caso os valores de $\log ft$ são maiores do que os apresentados na tabela 2, não tendo limites superiores, como mostram classificações sistemáticas de valores experimentais (RA73).

| $s_{1/2}$ | $p_{1/2}$ | $p_{3/2}$ | $d_{3/2}$ | $d_{5/2}$ |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 3,1 | 3,6 | 3,3 | 3,5 | 3,3 |

TABELA 2 - Valores de log ft para transições super permitidas.

B2) Transições proibidas

Transições em que há mudança de paridade do núcleo envolvido, com os léptons sendo responsáveis pela transferência de uma unidade de momento angular, são ditas proibidas de primeira ordem (K055). Tais transições apresentam valores de log ft sempre superiores a 5,1 (RA73), não havendo limites superiores para esses valores.

Transições proibidas de segunda ordem estão associadas a transferência de duas unidades de momento angular orbital pelos leptons. Neste caso não há mudança de paridade do núcleo envolvido (M055). Os valores de log ft são sistematicamente superiores a 11,0 (RA73), não havendo limite superior.

Transições com proibicidades mais elevadas apresentam valores de log ft ainda maiores, aumentando de aproximadamente duas unidades para cada aumento de uma ordem na proibicidade.

C) O decaimento do Nb^{92m}

A figura 3 do capítulo III mostra os resultados experimentais do decaimento do Nb^{92m} para o Zr⁹². Todas as transições ocorrem sem mudança de paridade entre os estados ini-

cial e final, devendo portanto corresponder a transições permitidas ou proibidas de segunda ordem (não consideraremos proibidades superiores).

As meias vidas parciais para a alimentação dos níveis a 935 keV, 1847 keV e 2067 keV correspondem a valores de $\log ft$ de 6,2, 6,5 e 7,9 respectivamente, conforme apresentado no capítulo III. De acordo com as discussões da secção anterior esses valores de $\log ft$ indicam serem as transições permitidas. As alimentações dos níveis 0^+ a 1383 keV a 4^+ a 1497 keV, não observadas experimentalmente, devem corresponder a valores de $\log ft$ superiores a 10,2 a 9,9 respectivamente.

A única possibilidade de ocorrer transições permitidas entre o Nb^{92m} e o Zr^{92} , considerando-se o modelo de camadas e o espaço de prótons e nêutrons discutido no capítulo anterior, é se o orbital de nêutrons $g_{7/2}$ for levado em conta. A transição ocorreria entre um próton em $g_{9/2}$ no Nb^{92m} e um nêutron em $g_{7/2}$ no Zr^{92} . Neste caso o elemento de matriz corresponde a uma transição do tipo Fermi, $\langle 1 \rangle^2$, é nulo sendo a transição do tipo Gamow-Teller pura.

Em todas as transições permitidas observados os elementos de matriz serão proporcionais a

$$|\langle g_{7/2} | \sigma | g_{9/2} \rangle|^2. \quad (5)$$

A função de onda do Nb^{92m} , como discutido no capítulo anterior, é

$$\alpha P \left[(p_{1/2})^2 g_{9/2} \right] \times N \left[d_{5/2} \right] + \beta P \left[(g_{9/2})^3 g_{9/2} \right] \times N \left[d_{5/2} \right], \quad (6)$$

onde P e N identificam prótons e nêutrons respectivamente. Essa função de onda apresentará elemento de matriz $\langle \sigma \rangle$ não nulo quando o estado final apresentar pelo menos uma das configurações

$$P \left[(p_{1/2})_0^2 \right] \times N \left[g_{7/2} d_{5/2} \right]_J \quad (7)$$

e

$$P \left[(g_{9/2})_0^2 \right] \times N \left[g_{7/2} d_{5/2} \right]_J \quad (8)$$

O elemento de matriz relevante é então

$$\begin{aligned} & \langle a P \left[(p_{1/2})_0^2 \right] \times N \left[g_{7/2} d_{5/2} \right] + \\ & b P \left[(g_{9/2})_0^2 \right] \times N \left[g_{7/2} d_{5/2} \right] | \sigma | \\ & \alpha P \left[(p_{1/2})_0^2 g_{9/2} \right] \times N \left[d_{5/2} \right] + \\ & \beta P \left[(g_{9/2})_{9/2}^3 \right] \times N \left[d_{5/2} \right] \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

que vamos calcular em seguida.

Usando a relação (SH63)

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle^2 &= \left| \langle f | \sigma | i \rangle \right|^2 = \\ &= \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i, M_f, K} (-)^K \langle \sigma_K \rangle \langle \sigma_{-K} \rangle \end{aligned} \quad (10)$$

onde

$$\begin{aligned} \sigma_{\pm K} &= \sigma_x \pm i \sigma_y \\ \sigma_0 &= \sigma_z \end{aligned} \quad (11)$$

$$\langle \sigma_K \rangle = \langle J_f \ M_f \ | \sigma_K | J_i \ M_i \rangle \quad (12)$$

sendo σ_x, σ_y e σ_z as componentes cartesianas do operador de spins.

No desenvolvimento da equação 9 devemos considerar o coeficiente de paternidade fracionária (SH63)

$$\left[(g_{9/2})_0^2 g_{9/2}^{J=9/2} \right] (g_{9/2})^3_{J=9/2} = \frac{-2}{\sqrt{15}} \quad (13)$$

correspondendo a contribuição de dois prótons acoplados para momento angular nulo no termo $(g_{9/2})^3_{9/2}$. Fazendo isso podemos reescrever a equação 12 na forma

$$\langle \sigma_K \rangle = (a\alpha - \frac{2}{\sqrt{15}} b\beta) \cdot \langle g_{7/2} \ d_{5/2}^{J_f M_f} | \sigma_K | g_{9/2} \ d_{5/2}^{J_i M_i} \rangle \quad (14)$$

Os operadores σ_K definidas na equação 11 são componentes de um tensor irredutível de ordem 1. Neste caso podemos aplicar o teorema de Wigner-Eckart e reescrevemos 14 na forma

$$\langle \sigma_K \rangle = (a\alpha - \frac{2}{\sqrt{15}} b\beta) (-)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & 1 & 2 \\ -M_f & K & M_i \end{pmatrix} \cdot (7/2 \ 5/2 \ J_f || \sigma || 9/2 \ 5/2 \ J_i = 2) \quad (15)$$

Usando coeficientes de Racah podemos escrever este último elemento reduzido de matriz na forma (SH63)

$$\begin{aligned}
& (7/2 \ 5/2 \ J_f || \sigma || 9/2 \ 5/2 \ J_i = 2) = \\
& = - \sqrt{5(2J_f + 1)} \begin{Bmatrix} 7/2 & 9/2 & 1 \\ 2 & J_f & 5/2 \end{Bmatrix} (7/2 || \sigma || 9/2).
\end{aligned} \tag{16}$$

Neste último elemento reduzido de matriz está omitido o momento angular orbital. Explicitando-o, temos

$$\begin{aligned}
(7/2 \ || \sigma || \ 9/2) &= (4 \ 1/2 \ 7/2 \ || \sigma || \ 4 \ 1/2 \ 9/2) \\
&= - \sqrt{80} \begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 9/2 & 7/2 & 4 \end{Bmatrix} (1/2 \ || \sigma || \ 1/2).
\end{aligned} \tag{17}$$

Substituindo 17 em 16 e 16 em 15 e explicitando o valor de $(1/2 \ || \sigma || \ 1/2)$, temos

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_K \rangle &= (a\alpha - \frac{2}{\sqrt{15}} b\beta) (-)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & 1 & 2 \\ -M_f & K & M_i \end{pmatrix} \\
&\cdot \sqrt{2400 (2J_f + 1)} \cdot \begin{Bmatrix} 7/2 & 9/2 & 1 \\ 2 & J_f & 5/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 9/2 & 7/2 & 4 \end{Bmatrix}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Finalmente podemos usar a equação 10, com $\langle \sigma_K \rangle$ explicitado nesta última equação. Assim temos

$$\begin{aligned}
\langle \sigma \rangle^2 &= \frac{1}{5} \sum_{M_i, M_f, K} (-)^K \cdot 2400 (2J_f + 1) \times \\
&\begin{pmatrix} J_f & 1 & 2 \\ -M_f & K & M_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_f & 1 & 2 \\ -M_f & -K & M_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 7/2 & 9/2 & 1 \\ 2 & J_f & 5/2 \end{Bmatrix}^2 \\
&\begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 9/2 & 7/2 & 4 \end{Bmatrix}^2 \cdot (a\alpha - \frac{2}{\sqrt{15}} b\beta)^2.
\end{aligned} \tag{19}$$

Como os coeficientes de Wigner são nulos a menos que a soma das projeções dos momentos angulares seja nula, os termos que contribuem para a soma da equação 19 devem ter $K = 0$ e $M_f = M_i$. Assim temos

$$\sum_M \begin{pmatrix} J_f & 1 & 2 \\ -M & 0 & M \end{pmatrix}^2 = \frac{1}{3}, \quad (20)$$

tanto para $J_f = 2$ como para $J_f = 3$, que serão os casos de interesse. A equação 19 fica então

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle^2 &= 160 \begin{bmatrix} 7/2 & 9/2 & 1 \\ 2 & J_f & 5/2 \end{bmatrix}^2 \cdot \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 9/2 & 7/2 & 4 \end{bmatrix}^2 \\ &\cdot (2J_f + 1) \left(a\alpha - \frac{2}{\sqrt{15}} b\beta \right)^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Substituindo valores tabelados para os símbolos 6-j (AP68) para $J_f = 2$ e $J_f = 3$, temos

$$\langle \sigma \rangle^2 = \begin{cases} 0,137 A^2 & \text{para } J_f = 2 \\ 0,011 A^2 & \text{para } J_f = 3, \end{cases} \quad (22)$$

onde

$$A^2 = \left(a\alpha - \frac{2}{\sqrt{15}} b\beta \right)^2. \quad (23)$$

A expressão 22 pode ser usada agora na equação 4, lembrando que $\langle 1 \rangle^2 = 0$ nas transições discutidas. Fazendo isso obtemos

$$\log ft = \begin{cases} 4,51 - \log A^2 & \text{para } J_f = 2 \\ 5,60 - \log A^2 & \text{para } J_f = 3 \end{cases} \quad (24)$$

As equações 24 relacionam as estruturas dos estados envolvidos, cujas informações estão embutidas em A^2 , com os valores de $\log ft$. Assim a comparação entre os resultados experimentais e a estrutura dos níveis do Zr^{92} , previstas supondo uma interação delta superficial, pode ser feita ou substituindo-se os valores de $\log ft$ apresentadas no capítulo III na equação 24 e determinando-se A^2 , ou substituímos os valores de a , α , b e β do capítulo IV e determinarmos os valores previstos de $\log ft$.

D) Discussão

Antes de procedermos as comparações permitidas pelas equações 24, devemos observar que os valores absolutos de a e α , que correspondem as amplitudes das configurações dominantes dos estados envolvidos, são maiores do que os valores absolutos de b e β , correspondentes as impurezas dos estados. Assim A^2 é dominado pelo valor de $(a\alpha)^2$, sendo o segundo termo uma correção a este. Outra observação que devemos fazer é que $A^2 \approx (a\alpha)^2$ depende diretamente da contribuição de configurações que envolvem o orbital de nêutrons $g_{7/2}$ nos níveis do Zr^{92} .

Usando os valores de $\log ft$ do capítulo III podemos determinar, com as equações 24, valores de A^2 para cada uma das transições observadas. A tabela 3 apresenta esses valores, sendo que para o nível a 2067 keV A^2 foi determinado supondo-se as hipóteses 2 e 3 para o momento angular.

Inicialmente devemos notar que a contribuição do orbital de nêutrons $g_{7/2}$ é, qualquer que seja a hipótese quanto ao momento angular do nível a 2067 keV, maior nos níveis

de menor energia de excitação do que nas de maior energia. Este efeito é o inverso do que esperar-se-ia considerando-se que o orbital $g_{7/2}$ apresenta energia de partícula única maior do que todos os outros orbitais envolvidos, conforme discutido no capítulo IV. Portanto sua contribuição deveria ser mais intensa nos níveis de maior energia. Esta observação limita a confiança que devemos depositar nos valores da Tabela 3, que passam a ter significado apenas quanto a suas ordens de grandeza.

| Nível | 2^+ | 3^+ |
|-------|---------------------|-------|
| 935 | 0,022 | — |
| 1847 | 0,011 | — |
| 2067 | $4,5 \cdot 10^{-4}$ | 0,006 |

TABELA 3 - Valores de A^2 (veja equação 24) determinadas a partir dos valores de $\log ft$ da figura 3 do capítulo III. Para o nível a 2067 keV foram consideradas as possibilidades $J = 2$ e $J = 3$.

Supondo o valor 2 para o momento angular do nível a 2067 keV, deveríamos esperar um valor de A^2 comparável aos valores obtidos para os outros níveis. No entanto isso não acontece, sendo o valor de A^2 duas ordens de grandeza menor para o nível 2067 keV do que para os outros níveis.

O valor de A^2 para o nível a 2067 keV, supondo o valor 3 para seu momento angular, está em melhor acordo com

os valores para os níveis a 935 e 1847 keV, como mostra a tabela 3. No entanto supondo-se uma interação delta superficial a configuração de nêutrons do nível a 2067 keV seria puramente $(d_{5/2} s_{1/2})$, como mostra a figura 4 do capítulo anterior, não havendo mistura de outras configurações que envolvam o orbital $g_{7/2}$, uma vez que tal interação apresenta elementos de matriz nulas quando $\ell_1 + \ell_2 + J$ é ímpar (AR65), onde ℓ_1 e ℓ_2 são os momentos angulares orbitais dos nucleons envolvidos. Mas a interação delta superficial não deve reproduzir toda a interação residual. Isso pode ser visto em ajustes de elementos de matriz de interação residual na região $A \sim 90$. Por exemplo, o elemento diagonal $(s_{1/2} d_{5/2} | V_{res} | s_{1/2} d_{5/2})$ é da ordem de cinco vezes menor quando o momento angular do acoplamento é 3 do que quando é 2 (GL75), quando esperar-se-ia, supondo-se uma interação delta superficial, que tal elemento fosse nulo quando o momento angular do acoplamento é ímpar.

Finalmente, podemos confrontar os valores da tabela 3 para os níveis 935 keV e 1847 keV com os valores previstos pelas funções de onda apresentadas nas figuras 3 e 4 e nas discussões do capítulo anterior. A tabela 4 mostra valores de $(\alpha\alpha)^2$ para os níveis envolvidos. Conforme discussão anterior, $A^2 \sim (\alpha\alpha)^2$ e portanto os valores da tabela 4 devem ser comparados com os da tabela 3. De fato a diferença entre eles é menor do que uma ordem de grandeza, indicando assim um acordo entre as configurações previstas a partir das discussões do capítulo anterior e os valores de log ft determinadas experimentalmente.

| | 2^+ | 3^+ |
|------|----------|----------|
| 1847 | $0,07^2$ | $0,06^2$ |
| 935 | $0,06^2$ | $0,04^2$ |

TABELA 4 - Valores de $(a\alpha)^2$ para os níveis 1847 e 935 keV do Zr^{92} , considerando-se as hipóteses 2 e 3 para o momento angular do nível a 2067 keV.

VI - CONCLUSÃO

Os resultados das medidas apresentadas neste trabalho, referentes ao decaimento por captura eletrônica do Nb^{92m} , foram confrontados com previsões teóricas obtidas a partir da descrição, pelo modelo de camadas, dos núclídeos envolvidos.

O decaimento extremamente fraco para o nível a 2067 keV do Zr^{92} foi determinado com boa precisão, a partir de medidas da transição gama de 1132 keV entre o nível alimentado e o nível 2^+ a 935 keV. A não observação de diversas transições gama entre níveis do Zr^{92} permitiu, com uma análise estatística rigorosa, a determinação de limites superiores para a alimentação dos níveis 0^+ e 4^+ deste núclídeo.

O decaimento do Nb^{92m} para os níveis a 935 keV, 1847 keV e 2067 keV ocorre por transições permitidas, como revelado pelos valores de $\log ft$ obtidos. Considerando-se o modelo de camadas e os níveis de partícula única, como discutido no capítulo IV, tais transições devem ocorrer pela transformação de um próton em $g_{9/2}$ no Nb^{92m} em um nêutron em $g_{7/2}$ no Zr^{92} . Esta observação implica na inclusão do orbital $g_{7/2}$ na discussão da estrutura dos núclídeos envolvidos. Assim supusemos os orbitais de nêutrons $d_{5/2}$, $s_{1/2}$, $d_{3/2}$ e $g_{7/2}$ e de prótons $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ na descrição, pelo modelo de camadas, dos núclídeos envolvidos.

Como tem sido assumido por diversos autores (TA60, AU65, VE66, GL74, IP74, IP74, GL75), consideramos o Sr^{88} como formando um caroço inerte. No entanto, devemos assinalar que, conforme discutido no capítulo IV, esta hipótese é fraca quando trata-se do fechamento da "camada" de prótons em $Z = 38$; os

orbitais abaixo de $p_{1/2}$ contribuem de forma significativa mesmo nos primeiros níveis dos núclídeos na região.

Os primeiros níveis do Zr^{90} foram descritos como sendo formadas pelo acoplamento de dois prótons, nos orbitais $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ ao Sr^{88} . Para os elementos de matriz da interação residual tomamos valores publicados (AU65, VE66, GL74) obtidas a partir de estudos de núclídeos na região $A \approx 90$.

O Zr^{92} foi descrito acoplando-se dois nêutrons ao estado fundamental do Zr^{90} . Para a determinação das configurações envolvidas na formação dos primeiros níveis deste núclídeo, supusemos uma interação delta superficial (KR82) entre os nêutrons. Os níveis energéticos do Zr^{92} e as suas propriedades eletromagnéticas (multipolaridade das transições eletromagnéticas e razão entre elas e meia vida e fator giromagnético do primeiro nível 2^+) foram razoavelmente bem reproduzidas quando consideramos o nível a 2067 keV como tendo momento angular e paridade 3^+ . A hipótese 2^+ também foi considerada, apresentando entretanto propriedades muito diferentes das experimentalmente observadas.

O Nb^{92m} foi descrito acoplando-se três prótons e um nêutron ao Sr^{88} . Consideramos aqui apenas o orbital $d_{5/2}$ para nêutrons e supusemos a mesma mistura das configurações de prótons encontrada no estado fundamental do Nb^{91} (AU65). Os valores de $\log ft$ previstos, supondo-se esta descrição para o Nb^{92m} e a estrutura do Zr^{92} prevista conforme discussão acima, estão de acordo com os valores experimentais.

Os limites inferiores dos valores de $\log ft$ para a alimentação dos níveis 0^+ e 4^+ do Zr^{92} também estão de acordo com as funções de onda previstas para os núclídeos em questão. A configuração de nêutrons dominante nos níveis 0^+ e 4^+

é $(d_{5/2})^2$. A configuração dominante no Nb^{92m} envolve um próton em $g_{9/2}$. Assim as transições em discussão são proibidas de segunda ordem, estando de acordo com os limites experimentais para os valores de $\log ft$ mostrados na figura 3 do capítulo III.

Devemos fazer aqui algumas discussões adicionais sobre o nível a 2067 keV do Zr^{92} . Cálculos feitos com o modelo de camadas, nos quais são considerados os orbitais de nêutrons $d_{5/2}$ e $s_{1/2}$ e de prótons $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ (GL75), preveem um nível 2^+ a aproximadamente 2,1 MeV. No entanto esse nível previsto deveria apresentar uma transição E2 intensa para o estado fundamental (GL75), o que não ocorre com o nível observado a 2067 keV. Além disso esse nível previsto deveria ser formado na reação $\text{Zr}^{90}(t,p)$ com intensidade equivalente a formação do primeiro nível 2^+ do Zr^{92} , o que também não ocorre (FL74). Por outro lado não é observado um nível 2^+ com as características do nível previsto. Estas são indicações fortes de que o truncamento dos espaços de prótons e nêutrons não permite bons resultados na descrição do Zr^{92} e/ou a hipótese $J = 2$ para o nível a 2067 keV não é correta.

Ipson et al (IP74) fizeram cálculos com o modelo de camadas expandindo o espaço de nêutrons de forma a englobar os orbitais $d_{5/2}$, $s_{1/2}$, $d_{3/2}$, $g_{7/2}$ e $h_{11/2}$. O espaço de prótons considerado por esses autores envolve os orbitais $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ sendo os orbitais $d_{5/2}$, $s_{1/2}$, $d_{3/2}$, $g_{7/2}$ e $h_{11/2}$ levados em consideração na renormalização da interação próton-nêutron, usando-se a interação de Sussex. Com esse procedimento esses autores conseguiram um bom acordo entre os níveis previstos e observados quer quanto suas energias como quanto aos fatores espectroscópicos na reação $\text{Zr}^{91}(d,p)$. O nível a 2067 keV teria uma forte contribuição da configuração de nêutrons ($d_{5/2}$

$s_{1/2}$) com momento angular $J = 2$. No entanto ainda aqui o decaimento gama do nível interpretado como correspondente ao observado a 2067 keV não está de acordo com as observações: o nível previsto decai para o nível fundamental do Zr^{92} por uma transição E2.

É interessante observarmos a evolução da atribuição do momento angular do nível a 2067 keV do Zr^{92} a partir de resultados experimentais. Em 1962 Bunker et al (BU62), medindo transições gama que seguem ao decaimento do Y^{92} com detectores de NaI, interpretou o pico soma 1132 keV + 935 keV como sendo a transição entre o nível a 2067 keV e o estado fundamental do Zr^{92} . Comparando a intensidade desse pico soma, interpretado como uma transição gama, com a intensidade da transição 2067 keV + 935 keV, esses autores atribuíram ao nível a 2067 keV o valor $J = 2$. Posteriormente Talbert et al (TA70), usando detectores de Ge(Li), não identificaram a transição de 2067 keV, atribuindo a sua intensidade um limite superior de 10^{-4} da intensidade da transição de 935 keV associada ao decaimento do Y^{92} . Com esse resultado esses autores atribuíram $J > 2$ para o momento angular do nível em questão.

Outros experimentos poderiam ajudar na determinação do momento angular do nível a 2067 keV do Zr^{92} . No entanto Dickens et al (DI68), estudando o espalhamento inelástico de prótons no Zr^{92} , obtiveram uma distribuição angular das partículas emergentes, correspondentes a formação do nível a 2067 keV, incompatível com $J = 2$. Flynn et al (FL70), estudando a reação $Zr^{92}(t, t')$, preferiram não atribuir qualquer valor para o momento angular do nível em questão.

Flynn et al (FL74) e posteriormente Ipson et al (IP75) apresentaram resultados e análises da reação $Zr^{90}(t, p)$.

Nos dois trabalhos os autores admitem o valor 2^+ para o momento angular do nível a 2067 do Zr^{92} e usaram uma descrição desse nuclídeo, de acordo com essa consideração, na interpretação dos resultados, não observando desacordo entre os dados obtidos e a descrição do nuclídeo.

Em 1978 Glasgow et al (GL78) publicaram resultados relativos a distribuição angular de gamas na reação $Zr^{92}(n,n'\gamma)$. Esses resultados estão de acordo tanto com a hipótese $J = 2$ para o momento angular do nível em discussão, caso em que a transição de 1132 keV deveria ser 85% E2 e 15% M1, como com a hipótese $J = 3$, caso em que essa mesma transição deveria ser quase exclusivamente M1. Estes resultados embora não esclareçam a ambiguidade existente, adiconam informações que podem ajudar na resolução do problema.

O decaimento β^- do Y^{92} para o nível a 2067 keV do Zr^{92} , com $\log ft = 8,8$ (LU80) não oferece novas informações que possam ajudar na definição do momento angular deste nível. Este decaimento corresponde a uma transição proibida de primeira ordem e deve ocorrer com a transformação de um nêutron em $s_{1/2}$ no Y^{92} em um próton em $p_{1/2}$ no Zr^{92} . O valor de $\log ft$ observado indica possivelmente que as configurações de nêutrons $(s_{1/2})^2 d_{5/2}$ e de prótons $(p_{1/2})^2$ ocorrem com intensidade significativa no Y^{92} e no nível 2067 keV do Zr^{92} .

Esses resultados experimentais referentes ao nível em questão não impedem a permanência da ambiguidade na definição do seu momento angular. A descrição tentativa do Zr^{92} , apresentada no capítulo IV e cujas consequências no decaimento beta do Nb^{92m} foram discutidas no capítulo V, foi baseada na hipótese de que $J = 3$ para o nível em questão. No entanto devemos mencionar que se de um lado esta hipótese está em a-

cordo com a não existência de uma transição entre o nível a 2067 keV e o estado fundamental do Zr^{92} , ela apresenta problemas quanto a reação $Zr^{91}(d,p)$. Nesta reação o nível a 1847 keV do Zr^{92} é formado, pelo menos predominantemente, com $l_n = 2$ (IP75, B079); pela nossa descrição deveríamos ter $l_n = 0$ e apenas secundariamente $l_n = 2$. O fato da secção de choque para esse nível a 1847 keV ser menor do que a secção de choque para os níveis a 935 keV, 1497 keV e 2067 keV nessa mesma reação (IP75, B079), pode ser interpretado como tendo, o nível a 1847 keV, uma contribuição significativa da configuração de prótons $(g_{9/2})_2^2$, com os nêutrons acoplados para momento angular nulo.

Podemos ainda analisar semelhanças e diferenças entre os primeiros níveis do Zr^{92} (veja figura 1). Uma primeira tentativa seria fazer uma correspondência entre os níveis excitados de ambos os nuclídeos. Tal correspondência parece válida para os primeiros cinco níveis de cada um dos nuclídeos, mostrados na figura 1, não apenas quanto a seus esquemas de níveis como quanto as secções de choque nas reações $Zr^{90}(t,p)$ e $Zr^{92}(t,p)$ (FL74). No entanto essa correspondência não é verificada para o nível a 2067 keV do Zr^{92} e o terceiro nível 2^+ do Zr^{94} . Embora ambos os níveis apresentem um decaimento dominante para o primeiro nível 2^+ , o nível a 2067 keV do Zr^{92} é formado na reação $Zr^{90}(t,p)$ com aproximadamente a metade da intensidade com que é formado o primeiro nível 2^+ (FL74, IP75), enquanto o terceiro nível 2^+ do Zr^{94} não é formado na reação $Zr^{92}(t,p)$ (FL74). Essa observação mostra que ambos os níveis não devem apresentar configurações equivalentes e portanto não precisam ter mesmos momentos angulares.

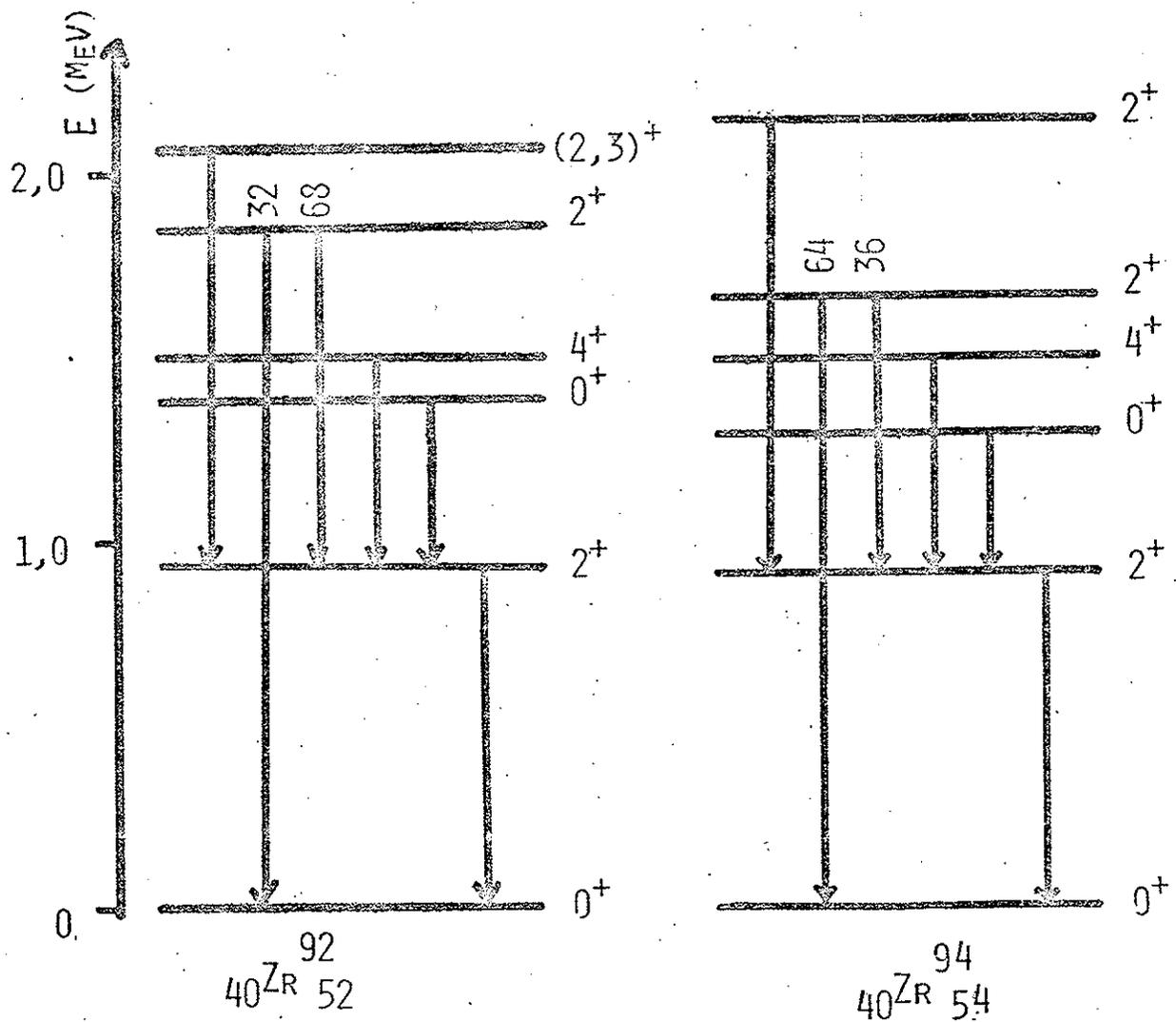


Figura 1 - Primeiros níveis excitados do Zr^{92} e Zr^{94} com paridade par. Transições gama de intensidade relativa menor que 1% não foram desenhadas.

Devemos notar finalmente que efeitos coletivos, sugeridos como podendo vir a explicar algumas propriedades de núclídeos na região (TA65), tem um efeito secundário na descrição dos níveis do Zr^{92} . Análises de resultados experimentais da reação $Zr^{92}(\alpha, \alpha')$ (BI66, BI69) mostram que de fato efeitos de partícula única são mais importantes na descrição daqueles níveis.

Vemos assim que mais e melhores informações experimentais, quer quanto ao Zr^{92} como quanto a outros núclídeos na região, poderão ajudar a esclarecer alguns pontos em aberto sobre a estrutura nuclear na região. A consideração do espaço de nêutrons $d_{5/2}$, $s_{1/2}$, $d_{3/2}$ e $g_{7/2}$ foi-nos útil na descrição dos núclídeos estudados. Acreditamos que a expansão do espaço de prótons além das orbitais $p_{1/2}$ e $g_{9/2}$ também venha a ser útil, especialmente se considerarmos os orbitais $2p_{3/2}$ e $1f_{5/2}$, que parecem desempenhar um papel importante nos primeiros níveis excitados dos núclídeos com $Z > 38$.

REFERÊNCIAS

- AL63 - B.Altshuler e B.Posternack - Health Phys. 9 293(1963).
- AP68 - H.Appel - "Numerical Data and Functions Relationship in Science and Technology" Vol.3 - Spring-Verlag (1968).
- AR65 - R.Arview e S.A.Moszkowski - Phys.Rev. 145 830(1966).
- AU65 - N.Auerbach e I.Talmi - Nucl.Phys. 64 458(1965).
- BA59 - B.F.Bayman, A.S.Reiner e R.K.Sheline - Phys.Rev. 115 1627(1959).
- BE70 - R.W.Bercaw e R.E.Warner - Phys.Rev. C2 297(1970).
- BI32 - R.T.Birge - Phys.Rev. 40 207(1932).
- BI66 - C.R. Bingham, M.L. Halbert e R.H. Bassel - Phys. Rev. 148 1174(1966)
- BI69 - C.R. Bingham, M.L. Halbert e A.R. Quinton - Phys. Rev. 180 1197(1969)
- BO60 - R.Bouchez e P.Depommies - Repts Progr.in Phys. 23 395(1960).
- BO74 - W.W.Bowman e K.W.Mac Murdo - Atomic and Nucl.Data Tables 13-2,3 92(1974).
- BO79 - T.Borello-Lewin, H.M.A.Castro, L.B.Horodynski-Matsushigue e O.Dietzsch - Phys.Rev. C20 2101(1979).
- BU62 - M.E.Bunker, B.J.Dropesky, J.P.Knight e J.W.Starner - Phys.Rev. 127 844(1962).
- CA67 - M.F. McCann, G.M.Lewis e K.M.Smith - Nucl.Phys. A98 577(1967).

- CH74 - R.P.Chestnut, F.E.Cecil e R.L.McGroth - Phys.Rev.
C10 2434(1974).
- C064 - S.Cohen, R.D.Lawson, M.H.Macfarlane e M.Soga - Phys.
Lett 10-5 1956(1964).
- C068 - E.R.Cosman, H.A.Enge e A.Sperduto - Phys.Rev. 165
1175(1968).
- C078 - W.E.Collins, A.H.Welch, J.M. Hamilton, A.V.Ramayya e
N.C.Singhal - Z.Phys. A285 31(1978).
- CU68 - L.A.Curie - Anal.Chem. 40-3 286(1968).
- DA55 - C.M.Davisson em "Beta - and Gamma-Ray Spectroscopy" -
editado por K.Siegbahn - Interscience - Publ.Inc.and
North Holland.Publ.Co. - (1955).
- DI68 - J.K.Dickens, E.Eichler e G.R.Satchler - Phys.Rev.
168 1355(1968).
- D077 - J.J.Donn.e R.L.Walke-Health.Phys. 32 1(1977).
- EA77 - W.T.Eadie, D.Drijard, F.E.James, M.Roos e B.Sadoulet-
"Statistical Methods in Experimental Physics" - North
Holland Publ. CO.(1977).
- FE33 - E.Fermi - La Ricerca Scientifica 2 12(1933).
- FI74 - S.P.Fivozinsky, S.Penner, J.W.Lightbody e D.Blum -
Phys.Rev. C9 1533(1974).
- FL70 - E.R.Flynn, D.D.Armstrong e J.G.Beery - Phys.Rev. C1
703(1970).
- FL74 - E.R.Flynn, J.G.Beery e A.G.Blair - Nucl.Phys. A218
285(1974).
- GA36 - G.Gamow e E.Teller - Phys.Rev.49 895(1936).
- GL74 - D.H.Gloeckner e F.D.Serduke - Nucl.Phys.A220
477(1974).

- GL75 - D.H.Gloeckner - Nucl.Phys. A253 301(1975).
- GL78 - G.P.Glasgow, F.D.McDaniel, J.L.Weil, J.D.Brandemburger e M.T.McEllistren - Phys.Rev. C18 2520(1978).
- G071 - N.B.Gove e M.J.Martin - Nucl.Data Tables 10 205(1971).
- G080 - P.Gouffon - Programas para manipulação e análise de dados implantado no computador PDP11/45 do Laboratório do Acelerador Linear do IFUSP.
- GR65 - J.M.Green e S.A.Moszkowski - Phys.Rev. 139 B790(1965).
- GU75 - D.P.Guenther, A.Smith e J.Whalen - Phys.Rev. C12 1997(1975).
- HA72 - J.F.Harrison e J.C.Hubert - Nucl.Phys. A185 385(1972).
- HA80 - M.Hass, C.Broude, Y.Niv e A.Zemel - Phys.Rev. C22 1065(1980).
- HE60 - C.W.Helstron - "Statistical Theory of Signal Detection" - Pergamon Press (1960).
- HE72 - J.H.Head - Nucl.Instr.and Meth. 98 419(1972).
- HE81 - O.Helene e V.R.Vanin - "Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental" - Ed.Edgard Blücher-(1981).
- HN76 - V.Hnatowicz - Nucl.Instr.and Meth. 133 137(1976).
- H076 - J.L.Horton e C.E. Hollandsworth - Phys.Rev. C13 2212(1976).
- IA74 - Handbook on Nuclear Activities Cross-section - Theoretical Reports Series 156 - IAEA - Vienna(1974).
- IP75 - S.S.Ipson, K.C.Mc Jean, W.Booth e J.G.B.Haigh - Nucl. Phys. A253 189(1975).
- IA67 - J.D.Jackson - "Classical Electrodynamics" - John Wiley and Sons Inc. - (1967).

- KA67 - W.R.Kane e M.A.Mariscotti - Nucl.Instr. and Meth. 56
189(1967).
- KO55 - E.Konopinsky em "Beta - and Gamma-Ray Spectroscopy"-
editado por K.Siegbahn - Interscience Publ. Inc. and
North Holland Publ. Co (1955).
- KO75 - D.C.Kocker - Nucl.Data Sheets 16 445(1975).
- KR82 - F. Krmpotić - comunicação pessoal - 1982.
- LE78 - C.M.Lederer e V.S.Shyrluy - "Table of Isotopes" - 7a.
ed. - John Wiley and Sons Inc.(1978).
- LU80 - P.Luksch - Nucl.Data Sheets - 30 573(1980).
- MA65 - J.H.E. Mattauch, J.Thiele e A.H.Wapstra - Nucl.Phys.
67 1(1965).
- MO55 - S.A.Moszkowski em "Beta - and Gamma-Ray Spectroscopy"
editado por K.Siegbahn - Interscience Publ.Inc. e
North-Holland Publ. Co (1955).
- MO65 - S.A.Moszkowski em "Alfa-Beta - and Gamma-Ray
Spectroscopy" - editado por K.Siegbahn - North-
Holland Publ. Co (1965).
- NI66 - W.L.Nicholson - Nucleonics 24-8 118(1966).
- PI69 - J.Picard e G.Bassoni - Nucl.Phys.A131 636(1969).
- PL66 - A.Plastino, R.Arrieu e S.A.Moszkowski - Phys.Rev.145
837(1966).
- PU66 - E.M.Pugh e G.H.Winslow - "The Analysis of Physical
Measurements" - Addison-Wesley (1966).
- RA47 - L.J.Rainwater e C.S.Wu - Nuconics 1-2 60(1947).
- RA73 - S.Raman e N.B.Gove - Phys.Rev. C7 1995(1973).

- RO55 - M.E.Rose em "Beta - and Gamma-Ray Spectroscopy". Editado por K.Siegbahn - Interscience Publ.Inc.e North-Holland Publ.Co (1955).
- RO78 - F.Rosel, H.M.Fries, K.Alder e H.C.Pauli - Atomic Data and Nucl.Data Tables 21-2 92(1978).
- SH63 - A de -Shalit e I.Talmi - "Nuclear Shell Theory" - Academic Press - (1963)
- ST69 - C.Strachen - "The Theory of beta - decay" - Pergamon Press (1969).
- TA60 - I.Talmi e I. Unna - Nucl.Phys. 19 225 (1960).
- TA62 - I.Talmi - Phys.Rev. 126 2116(1962).
- TA62B - I.Talmi - Rev.Mod.Phys.34 704(1962).
- TA65 - T. Tamura - Rev. Mod. Phys. 37 679(1965)
- TA70 - W.L.Talbert, F.K.Wohn, H.H.Hsue e S.T.Hsue - Nucl. Phys. A146 149(1970).
- TA75 - J.Takahashi - Dissertação de Mestrado - Instituto de Física da USP - (1975).
- VA80 - V.R.Vanin - Programas para análise de espectros implantados no PDP11/45 do Laboratório do Acelerador Linear do IFUSP.
- VE66 - J.Vernier - Nucl.Phys.75 17(1960).
- VO71 - G.Vourpoulos, R.Shoup e R.A.Brown - Nucl.Phys. A147 581(1971).
- YO61 - S.Yoshida - Phys.Rev. 123 2122(1961).
- YU67 - H.P.Yule - Nucl. Phys. A94 442(1967).