

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP



305M810T1318

"O ESTUDO DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO E DA SEÇÃO DE CHOQUE DE
REAÇÃO DO SISTEMA $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ "



José Martins de Oliveira Júnior

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientadora: *Profª Drª Alinka Lépine-Szily*

Defesa em: 27/05/88

SÃO PAULO

1988

539.758

O 48 e

M

e 2

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Oliveira Jr., José Martins de

O estudo do espalhamento elástico e da seção de
choque de reação do sistema $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$. São Paulo,
1988.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Pau
lo. Instituto de Física. Departamento de Física Nu-
clear.

Área de Concentração: Física Nuclear.

Orientador: Profa. Dra. Alinka Lépine-Szily

Unitermos: 1.Espalhamento elástico; 2.Teorema
óptico; 3.Seção de choque de reação; 4.Modelo óptico;
5.Análise por defasagens.

USP/IF/SBI - 18/88

à meus pais,

José Martins e Zenáide

AGRADECIMENTOS:

Meus sinceros agradecimentos:

- à Prof^ª **Alinka Lépine Szily**, pela orientação amiga e segura, bem como pelas discussões imprescindíveis para a realização deste trabalho;
- ao Prof. **Oscar Sala**, pela oportunidade de trabalhar no Laboratório Pelletron, sem o qual este trabalho não teria sido realizado;
- ao professor e amigo **Carlos Roberto Appoloni**, pela orientação científica durante a graduação, sem a qual dificilmente teria me tornado um pesquisador;
- ao grande amigo "**Careca**", pelas discussões constantes e colaboração em todas as fases deste trabalho;
- ao colegas de grupo: **Marcia, Rubens, "Careca", Otávio e Wagner**, que me ajudaram na coleta de dados;
- aos grandes amigos "**Quaiada**" e **Nemitala**, pelo incentivo e, à minha amiga **Marcia**, pela ajuda na confecção dos originais deste trabalho;
- ao corpo técnico do laboratório, sob a coordenação do Eng^º **Udo Schnitter**;
- ao pessoal do setor de computação: **Adilson, Fábio, Paulão**, pela paciência em resolver os problemas por mim encontrados;
- ao pessoal técnico das oficinas mecânico, eletrônica e Van der Graaff, pela colaboração;
- ao grande amigo **Messias**, pela vontade em resolver os problemas técnicos que surgiram durante a execução desta pesquisa;
- aos companheiros de sala: **Fulvio e Luiz Guilherme**, pela amizade;
- à **Gina**, por ter datilografado os originais deste trabalho com imensa dedicação;
- ao **João Carlos**, por ter feito os gráficos com muito capricho;
- aos meus amigos **Jarbas, Chico, Cesar, Otavio e "Quaiada"**, pela companhia na hora da "cervejinha";
- ao pessoal de Neves: **Doacir, Chico, Fredo, Lucia, Vanda, Ana Helena, Teteco, Cortez, Pinotti, Tavinho, Ronaldo** e a todos os outros amigos, que mesmo distantes, sempre me incentivaram muito;
- aos meus avós: **Luiza, Amabile, Alfredo e Antonio**, pelo carinho;
- aos meus "manos": **Cesar e Josiane**, por acreditarem em mim;
- à uma pessoa que marcou a fase final deste trabalho, pela atenção e carinho: **Heloisa**;
- finalmente, ao **CNPq**, pelo suporte financeiro deste projeto e a todas as pessoas, que mesmo indiretamente contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

R E S U M O

Foram medidas distribuições angulares para o espalhamento elástico do sistema $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$ nas energias $E_{\text{CM}}=14.70; 16.08; 18.90; 20.97; 21.87$ MeV, na faixa angular $15^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 170^\circ$ com intervalos angulares de 1° .

Nas análises foram também utilizadas outras 7 distribuições angulares medidas por Villari¹⁾, Ost²⁾, Cheng³⁾, nas energias $E_{\text{CM}} = 17.50; 19.60; 20.30; 22.40; 23.80; 24.50; 25.20$ MeV.

As distribuições angulares experimentais foram ajustadas por cálculos de modelo óptico, onde encontramos novos potenciais ópticos para o sistema em estudo. Também calculamos a seção de choque de reação a partir do espalhamento elástico, utilizando um método independente de modelo⁴⁾. Os resultados obtidos foram comparados com dados de seção de choque de fusão e com a seção de choque de reação obtida via modelo óptico. Finalmente, analisamos nossas distribuições angulares experimentais pelo método de análise de defasagens e o problema de unicidade e ambigüidades da matriz de espalhamento $S(\ell)$ é discutida.

A B S T R A C T

Angular distributions of the elastic scattering of the system $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$ were measured at the energies $E_{\text{CM}} = 14.70; 16.08; 18.90; 20.97; 21.87$ MeV, in the angular range $15^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 170^\circ$, with angular steps of 1° .

Other seven angular distributions measured by Villari¹⁾, Ost²⁾ and Cheng³⁾ at energies $E_{\text{CM}} = 17.50; 19.60; 20.30; 22.40; 23.80; 24.50$ and 25.20 MeV, have also been used in our analysis.

The angular distributions have been reproduced by optical model calculations and we have obtained new optical potentials for the system $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$. We have also made calculations of the total reaction cross section from the elastic scattering data using a model independent method⁴⁾. Our results were compared with fusion cross section data and with total reaction cross sections obtained via optical model calculations. Finally we analysed our experimental angular distributions by phase shift analysis and the problem of unicity and ambiguities of the scattering matrix $S(\ell)$ was discussed.

ÍNDICE

I.	INTRODUÇÃO	1
II.	APARATO EXPERIMENTAL	4
	II.a. Fonte de Íons	4
	II.b. O Acelerador Pelletron	6
	II.c. Alvos	8
	II.d. Câmara de Espalhamento	8
	II.e. Descrição da Montagem Experimental	12
	II.f. Eletrônica utilizada na Aquisição de Dados .	13
	II.g. Aquisição de Dados	13
	II.h. Redução de Dados	15
	II.i. Análise dos Espectros	20
	II.j. Cálculo da Seção de Choque Experimental	23
III.	DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	28
	III.a. O Teorema Óptico	28
	III.b. A Seção de Choque de Reação σ_R	35
	III.c. O Modelo Óptico	42
	III.d. Análise por Defasagens	48
IV.	ANÁLISE E RESULTADOS	51
	IV.a. Distribuições Angulares Elástica	51
	IV.b. Determinação de σ_R via Método Independente de Modelo	58
	IV.c. Análise por Modelo Óptico	68
	IV.d. Análise por Defasagens	82
V.	CONCLUSÃO	96
	REFERÊNCIAS	100

I. INTRODUÇÃO

A importância do estudo do espalhamento elástico reside no fato de que por ser o processo mais simples o entendimento de qualquer outra reação necessita da compreensão do elástico. O espalhamento elástico entre núcleos leves-pesados (camada s.d) com estrutura α , em energias incidentes acima da barreira coulombiana apresenta fortes oscilações em ângulos intermediários e, havendo inclusive uma subida da seção de choque σ/σ_R para $\theta_{CM} = 180^{\circ 5,6}$.

Potenciais ópticos convencionais (fortemente absorventes ou com transparência na superfície) parecem não conseguir reproduzir as oscilações encontradas nas distribuições angulares elásticas. O uso de potenciais ópticos dependentes da energia, com um termo dependente da paridade e muito transparentes tanto na superfície como no interior, permitiu reproduzir estas oscilações no espalhamento elástico do sistema $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$ ⁷⁾, no entanto, estas oscilações podem também ser causadas por outros efeitos como acoplamento com reações de transferência- α ou ressonâncias, e neste caso não é desejável incluir sua descrição no potencial óptico. Desse ponto de vista o potencial óptico convencional (fortemente absorvente ou com transparência na superfície) se limitaria a reproduzir o comportamento médio das distribuições angulares em ângulos dianteiros e intermediários.

Dentro deste contexto foi feito um extensivo estudo de potenciais ópticos que melhor reproduzissem o comportamento médio dos dados experimentais de espalhamento elástico.

Uma outra quantidade importante no estudo de sistemas de íons leves-pesados é a seção de choque de reação. Esta quantidade nos fornece uma medida da geometria dinâmica⁸⁾ do sistema, além de servir como teste de qualquer teoria no campo da Física Nuclear. A seção de choque de reação σ_R , pode ser obtida para sistemas de íons pesados através de dados de espalhamento elástico, utilizando um método derivado do teorema óptico generalizado.

O teorema óptico traduz o conceito da conservação

de fluxo na teoria das colisões. Assim toda informação sobre a fração espalhada e, conseqüentemente, subtraída do feixe incidente, está contida na parte imaginária da amplitude de espalhamento a zero grau.

No caso do espalhamento de partículas carregadas, vários problemas são encontrados na dedução do teorema óptico generalizado, pois a amplitude total de espalhamento $f(\theta)$ diverge a zero grau, devido ao fato da interação coulombiana ter alcance infinito. Neste caso, é necessário uma descrição detalhada da interação, considerando um potencial coulombiano blindado. Holdman e Thaler⁹⁾ haviam deduzido o teorema óptico generalizado para o caso de partículas carregadas, porém, recentemente, várias versões alternativas deste mesmo teorema apareceram na literatura^{10,11,12)}.

O método utilizado neste trabalho para obtenção da seção de choque de reação σ_R a partir do teorema óptico generalizado, foi proposto por Villari e colaboradores⁴⁾.

A seção de choque de reação é comparada com dados de seção de choque de fusão obtidas por diferentes métodos experimentais além de fazermos também uma comparação com a seção de choque de reação obtida via modelo óptico.

Finalmente, fazemos uma análise de defasagens das distribuições angulares experimentais, determinando a matriz de espalhamento $S(\lambda)$ diretamente do espalhamento elástico com o intuito de obter informações adicionais do sistema em estudo.

Medimos 5 distribuições angulares elásticas completas ($15^\circ \lesssim \theta_{CM} \lesssim 170^\circ$) para o sistema $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C}$ nas energias $E_{CM} = 14.70, 16.08, 18.90, 20.97, 21.87$ MeV e utilizamos em nossas análises mais 7 distribuições angulares elásticas medidas por:

- Villari¹⁾ ($20^\circ \leq \theta_{CM} \leq 170^\circ$) na energia $E_{CM} = 17.50$ MeV
- Ost²⁾ ($15^\circ \leq \theta_{CM} \leq 175^\circ$) na energia $E_{CM} = 20.30$ MeV
- Cheng³⁾ ($15^\circ \leq \theta_{CM} \leq 110^\circ$) nas energias $E_{CM} = 19,60, 22.40, 23.80, 24.50, 25.20$ MeV.

Os dados referentes a este trabalho foram obtidos no laboratório Pelletron. Utilizamos feixe de ^{28}Si e alvos

de ^{12}C . A detecção das partículas espalhadas foi feita utilizando-se uma câmara de ionização sensível à posição¹³⁾.

Este trabalho foi subdividido em 5 capítulos, onde procuramos abordar os diferentes tratamentos que podem ser feitos no estudo do espalhamento elástico.

No capítulo II, fazemos uma descrição de todo o aparato experimental utilizado neste experimento, incluindo também a descrição do tratamento de dados utilizados.

No capítulo III, procuramos fornecer o suporte teórico deste trabalho. Uma atenção especial é dada à dedução do teorema óptico generalizado e à obtenção de σ_R a partir da seção de choque diferencial elástica.

No capítulo IV, apresentamos os resultados experimentais bem como as análises feitas por modelo óptico, método de defasagens e o cálculo de σ_R utilizando o método proposto no capítulo III.

No capítulo V, apresentamos as principais conclusões obtidas, respondendo à várias perguntas sobre o estudo do espalhamento elástico do sistema $^{28}\text{Si}+^{12}\text{C}$.

II. APARATO EXPERIMENTAL

II.a. Fonte de Íons

Foi utilizada uma fonte de íons do tipo SNICS¹⁴⁾, localizada no 8º andar do Edifício Pelletron.

Esta fonte de íons se presta para a obtenção de vários tipos de feixe, tais como: Si, C, B, Cu, F etc., onde o elemento químico do qual se deseja produzir o feixe se encontra usualmente na forma sólida.

O princípio básico de funcionamento desta fonte de extração de íons será descrito para a obtenção do feixe de silício, tendo em vista que o feixe utilizado neste experimento foi o de ²⁸Si.

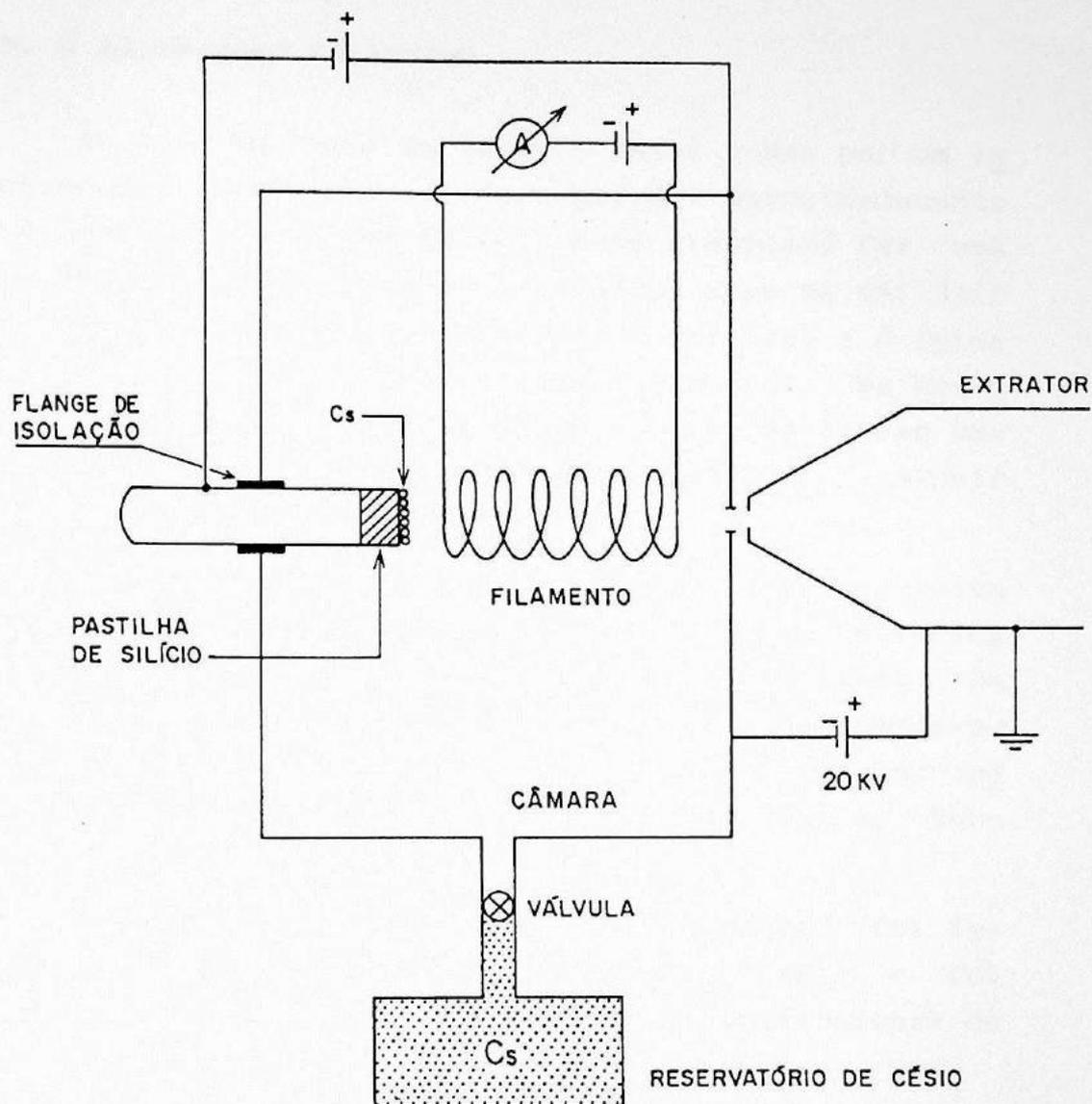
Uma pastilha de Si é colocada num potencial de -3 kV dentro de uma câmara em vácuo. Além da pastilha existe, na câmara, um filamento em formato espiral que é aquecido ao ser percorrido por uma corrente de aproximadamente 11 A.

Uma válvula na câmara permite introduzir vapor de césio aquecido, o qual, ao tocar o filamento, perde elétrons, tornando-se um íon positivo, que é agora atraído em direção a pastilha de Si.

Parte do vapor de césio é depositada na pastilha de Si, formando uma fina película, ao mesmo tempo que alguns íons de césio penetram na pastilha arrancando átomos de Si ("sputtering"). Os átomos de Si arrancados, ao passarem pela película de césio que se depositou na sua superfície, ganham elétrons tornando-se negativos sendo, por sua vez, acelerados para fora da câmara devido à diferença de potencial existente.

Os íons de Si negativos são finalmente extraídos por um potencial positivo aplicado no extrator, colocado na saída da fonte. O feixe passa então por um sistema de focalização e é injetado no acelerador.

Um desenho esquemático da fonte SNICS é mostrado na figura II.a.1.



Desenho esquemático da Fonte de Íons Sncs.

Fig. II.a.1.

II.b. O Acelerador Pelletron

Ao sair da fonte de íons, o feixe passa por um tubo pré-acelerador, onde ganha energia de aproximadamente 80 keV e é introduzido no ímã ME-20. Este eletroímã faz uma seleção na massa e carga do feixe produzido, além de defletir o feixe de 90° , uma vez que o acelerador é vertical e o feixe foi produzido, inicialmente, na direção horizontal. Na entrada e saída do ímã ME-20 existe ainda um sistema de fendas variáveis, que colimam o feixe, permitindo aumentar ou diminuir a intensidade do mesmo.

Antes de entrar no tubo acelerador o feixe passa por um sistema de focalização, que consiste de dois "steering magnet" e um tripleto de quadrupolo eletrostático. Os "steering magnet" servem para corrigir o feixe deslocando-o, se necessário for, nos planos x-y. Já o tripleto de quadrupolo tem a finalidade de focalizar o feixe na entrada do tubo acelerador.

O acelerador Pelletron, é do tipo Tandem, foi fabricado pela National Electrostatic Corporation (NEC) e foi instalado no Laboratório de Física Nuclear da Universidade de São Paulo (USP) em 1972¹⁵).

Este tipo de acelerador é muito usado, pois elimina o problema de se manter a fonte de íons na tensão do terminal, como nos velhos Van de Graaff.

O feixe negativo injetado no Pelletron é acelerado em direção do terminal. No interior do terminal existem folhas de carbono de aproximadamente $15 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ de espessura, que se incumbem de arrancar elétrons dos íons do feixe. Assim, o feixe que foi inicialmente extraído da fonte de íons com carga negativa, ao entrar no tubo acelerador "enxerga" uma tensão positiva e sofre uma primeira aceleração. Ao passar pela folha de carbono, troca de carga tornando-se agora um íon positivo e é reacelerado na direção da saída do Pelletron.

A energia de um íon com estado de carga Z na saída do acelerador é dada por:

$$E = e V_{inj} + (Z + 1)e V_{term} \quad (\text{II.b.1})$$

onde: V_{inj} - é a soma do potencial de extração do feixe no interior da fonte de íons com a tensão aplicada no tubo pré-acelerador;
 e - é a carga eletrônica;
 V_{term} - é a tensão no terminal.

No processo de aceleração o feixe novamente se alarga; por isso, ao deixar o acelerador, este passará novamente por um sistema de focalização que consiste de um dupleto de quadrupolos magnéticos e dois "steering magnet" e é novamente defletido de 90° , desta vez pelo ímã ME-200.

O objetivo deste ímã é o de selecionar o feixe com um determinado estado de carga Z e, conseqüentemente, com uma dada energia.

O campo magnético, apropriado para defletir o feixe com o estado de carga e energia desejada, é medido no interior da câmara do ME-200, por uma sonda de ressonância magnética nuclear (NMR). A relação entre a energia do feixe e a frequência da ressonância de NMR é dada por¹⁶⁾:

$$E = Mc^2 [(1+2Z^2 f^2 c^2 k / (Mc^2)^2)^{1/2} - 1] \text{MeV} \quad (\text{II.b.2})$$

onde: M - é a massa de repouso do íon analisado;
 c - é a velocidade da luz;
 Z - é o estado de carga do íon;
 f - é a frequência de ressonância de NMR;
 k - é a constante de calibração do ímã.

Ao medir a energia do feixe, o ímã defletor ME-200 exerce um controle fino na tensão do terminal e em todos os parâmetros de focalização do feixe no acelerador. Para isto existe um sistema de fendas colocado na saída do ME-200 e uma agulha de corona, localizada na altura do terminal que, por sua vez, estão acoplados a um triodo.

Qualquer desvio do feixe com relação às fendas de controle alterará a tensão na grade do triodo, diminuindo ou aumentando a corrente na agulha de corona e provocando uma variação na tensão do terminal que corrigirá a energia do feixe.

Após o ME-200, o feixe passará por um ímã seletor ("switching magnet") que desvia o feixe para uma das seis canalizações onde será realizada a experiência.

Todo o percurso do feixe desde a fonte de íons até a sala de experiência pode ser monitorado, utilizando-se medidores de corrente que interceptam a passagem do feixe (c_opos de Faraday).

Um esquema do sistema de montagem do acelerador Pelletron pode ser visto na figura II.b.1.

II.c. Alvos

Utilizamos alvos de ^{12}C , os quais foram confeccionados no laboratório de alvos localizado no edifício Pelletron. Alvos de carbono podem ser obtidos evaporando-se carbono grafite sobre uma placa de vidro. Esta placa deve ser inicialmente coberta por uma fina camada de RBS. Terminada a evaporação, a placa de vidro é inserida numa vasilha com água destilada, a qual dissolve o RBS soltando assim a película de carbono da placa de vidro. Finalmente a película de carbono é "pescada" num suporte.

Além do elemento de interesse foi evaporado também um elemento pesado (ouro). O ouro evaporado sobre os alvos serve para a normalização da carga incidente, uma vez que nas energias de trabalho o espalhamento do feixe sobre o ouro é puramente Rutherford.

Os alvos confeccionados têm aproximadamente de 15 a $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, sendo que em alguns foi evaporado aproximadamente $1 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ de Au.

II.d. Câmara de Espalhamento

O arranjo experimental foi montado no interior da câmara 30°B localizada na sala de experiências do edifício Pelletron.

A câmara 30°B tem as seguintes dimensões:

raio = 1 m

altura = 30 cm.

O porta-alvos está localizado na entrada da câmara de espalhamento e permite a montagem de cinco alvos.

O feixe de ^{28}Si , antes de entrar na câmara de espalhamento, passa por um sistema de colimação, que serve para assegurar a direção correta do feixe incidente.

Dois detetores fixos estão montados a 18° em relação à direção do feixe incidente, para monitorar a experiência. O feixe é finalmente coletado por um copo de Faraday depois de atravessar a câmara de espalhamento. Este copo está diretamente ligado a um integrador de carga que fornece a carga total incidente no alvo.

A detecção de partículas emergentes do alvo foi feita por uma câmara de ionização sensível à posição¹³). No interior da câmara é colocado gás P10 (90% argônio e 10% de metano) numa pressão adequada, de maneira que as partículas incidentes na câmara ao passarem pelo gás ionizam-no, perdendo parte de sua energia ΔE . A pressão utilizada na tomada de dados deste trabalho foi de ~ 20 torr.

Os elétrons provenientes das ionizações são coletados por duas placas, confeccionadas de maneira a identificarem a trajetória do íon na câmara. Na entrada da câmara existe um colimador formado por várias fendas retangulares, igualmente espaçadas. Com este sistema de colimação e, tendo-se a informação da carga coletada nas placas é possível fazer a identificação da trajetória e, conseqüentemente, a medida do ângulo de detecção. Também é possível fazer medidas simultâneas em vários ângulos. No fim da câmara existe um detetor de barreira de superfície de Si de aproximadamente 300μ , onde as partículas que atravessavam o gás perdem o restante de sua energia E . Este último detetor também pode ser substituído por um detetor de barreira de superfície que seja sensível à posição.

Uma fotografia da câmara de ionização sensível à posição é mostrada na figura II.d.1.

A leitura do ângulo central de posicionamento do

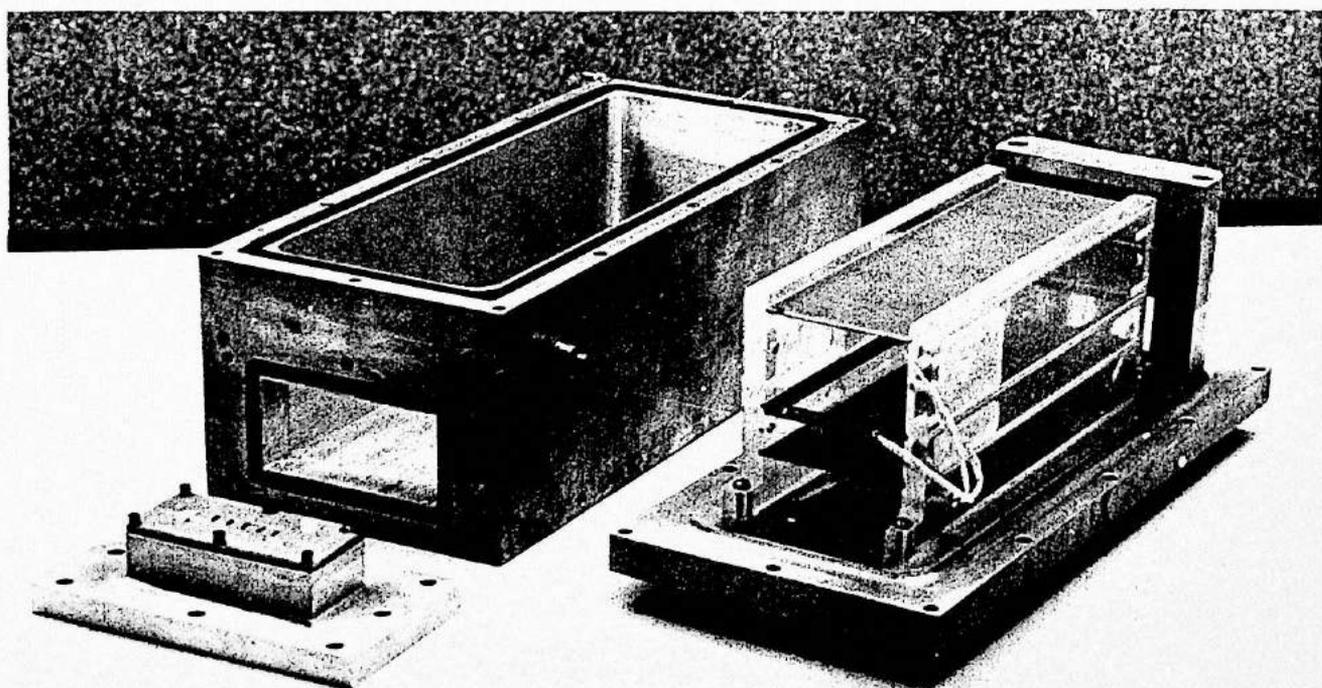
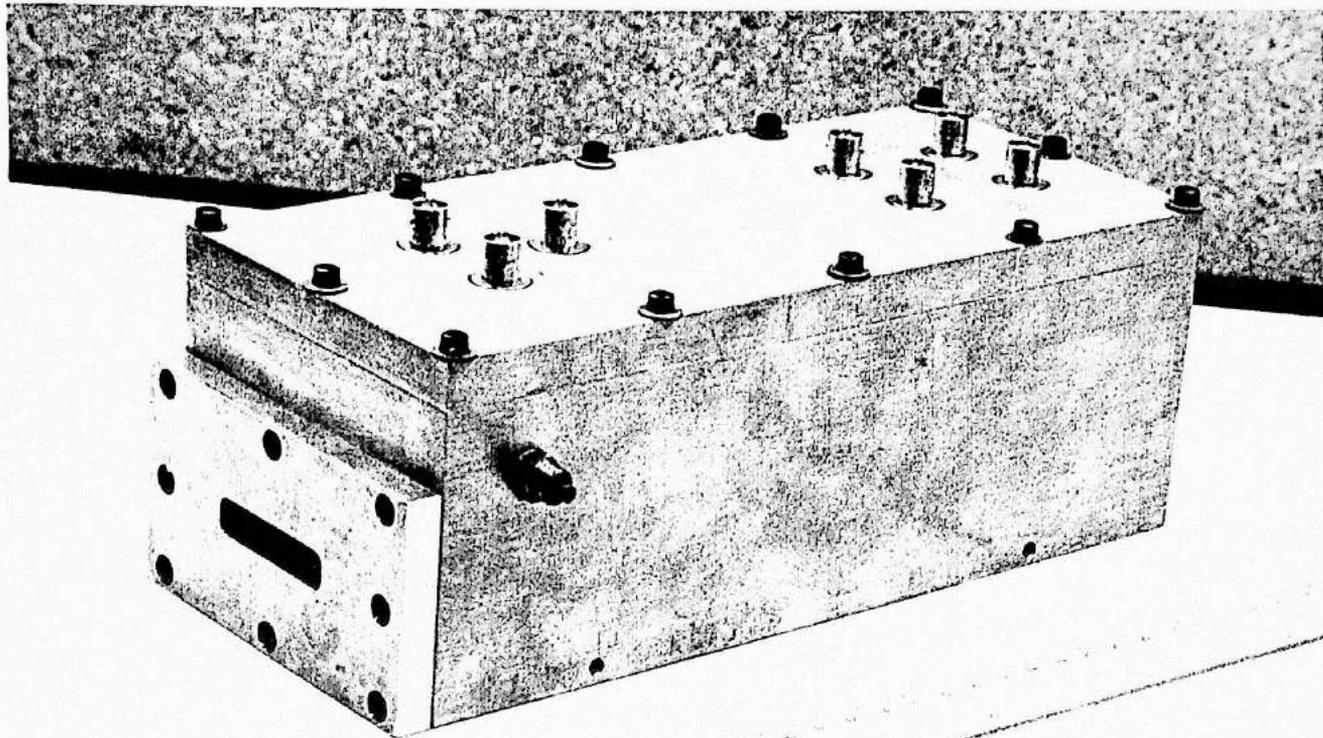


Fig. II.d.1. Câmara de Ionização

detetor na câmara de espalhamento é efetuada através de lunetas instaladas na tampa desta.

Finalmente, ressaltamos que todo o sistema envolvendo colimadores de entrada, alvos e câmara de ionização é alinhado opticamente, utilizando-se um nível montado a zero grau atrás da câmara de espalhamento.

II.e. Descrição da Montagem Experimental

Utilizando alvos de ^{12}C e feixe incidente de ^{28}Si , acelerado pelo acelerador Pelletron, foi medido o espalhamento elástico do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, usando o detetor de ionização, descrito no item anterior. Mediram-se 5 distribuições angulares completas ($15 \leq \theta_{\text{CM}} \leq 170^\circ$) de espalhamento elástico do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ nas energias $E_{\text{CM}} = 14.70; 16.08; 18.90; 20.97; 21.87$ MeV.

Numa primeira tomada de dados utilizamos um colimador com 5 fendas eqüidistantes na entrada da câmara de ionização. Foi obtida parte da distribuição angular elástica ($22^\circ < \theta_{\text{CM}} < 90^\circ$) medindo-se o silício espalhado no carbono e completou-se a região de ângulos traseiros ($90^\circ < \theta_{\text{CM}} < 165^\circ$) medindo-se o carbono de recuo, em intervalos de aproximadamente 1° no centro de massa; na energia $E_{\text{LAB}} = 63.0$ MeV que corresponde à $E_{\text{CM}} = 18.90$ MeV.

Na segunda tomada de dados utilizamos um colimador com 6 fendas na entrada da câmara de ionização.

Medimos distribuições angulares elásticas para o sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ nas energias de bombardeio $E_{\text{LAB}} = 49.0; 53.60; 69.90$ e 72.90 MeV que correspondem a $E_{\text{CM}} = 14.70; 16.08; 20.97$ e 21.87 MeV, respectivamente.

As medidas foram efetuadas entre $15^\circ < \theta_{\text{CM}} < 170^\circ$ com $\Delta\theta_{\text{CM}} \sim 1^\circ$, sendo que novamente as medidas de ângulos traseiros ($\theta_{\text{CM}} > 90^\circ$) são feitas detetando o ^{12}C de recuo.

II.f. Eletrônica utilizada na Aquisição de Dados

O detetor utilizado gera três pulsos, dois deles Q_1 e Q_2 são proporcionais às cargas coletadas nas placas 1 e 2, e o terceiro é proporcional à energia (E) que o íon deposita no detetor de barreira de superfície.

A eletrônica para o monitor é bastante simples. O sinal gerado pelo detetor de barreira de superfície de Si (monitor) foi amplificado por um pré-amplificador e por um amplificador e injetado no conversor analógico-digital (CAD) 4.

O restante da eletrônica foi montado para enviar aos CAD's 1, 2 e 3 os pulsos Q_1 e Q_2 , gerados pelas placas 1 e 2 e o sinal E, garantindo que haja coincidência em tempo entre estes pulsos, isto é os 3 pulsos correspondem ao mesmo evento físico.

Assim, os sinais de Q_1 e Q_2 e E após a amplificação serviram de entrada para três "timing-single-channel-analyser" que, por sua vez, foram acoplados a três "gate and delay generator" que geraram três pulsos lógicos (respectivamente com Q_1 , Q_2 e E) de aproximadamente 3 V de altura e 5 μ s de duração para servir de entrada no circuito de coincidência.

A matriz é um dispositivo que aciona os CAD's 1, 2 e 3 para armazenar os sinais correspondentes a Q_1 , Q_2 e E, respectivamente, toda vez que um pulso de coincidência chegasse até ela.

Um esquema da eletrônica pode ser visto na figura II.f.1.

II.g. Aquisição de Dados

A aquisição dos dados experimentais pode ser dividida em 2 períodos, um usando o sistema SADE¹⁷⁾ acoplado ao computador IBM/360 e outro posterior usando o sistema SPM¹⁸⁾, com o computador VAX 11/780. Na primeira tomada de dados foi utilizado o sistema de aquisição de dados SADE III; já na segunda tomada de dados utilizamos o novo sistema de aquisição

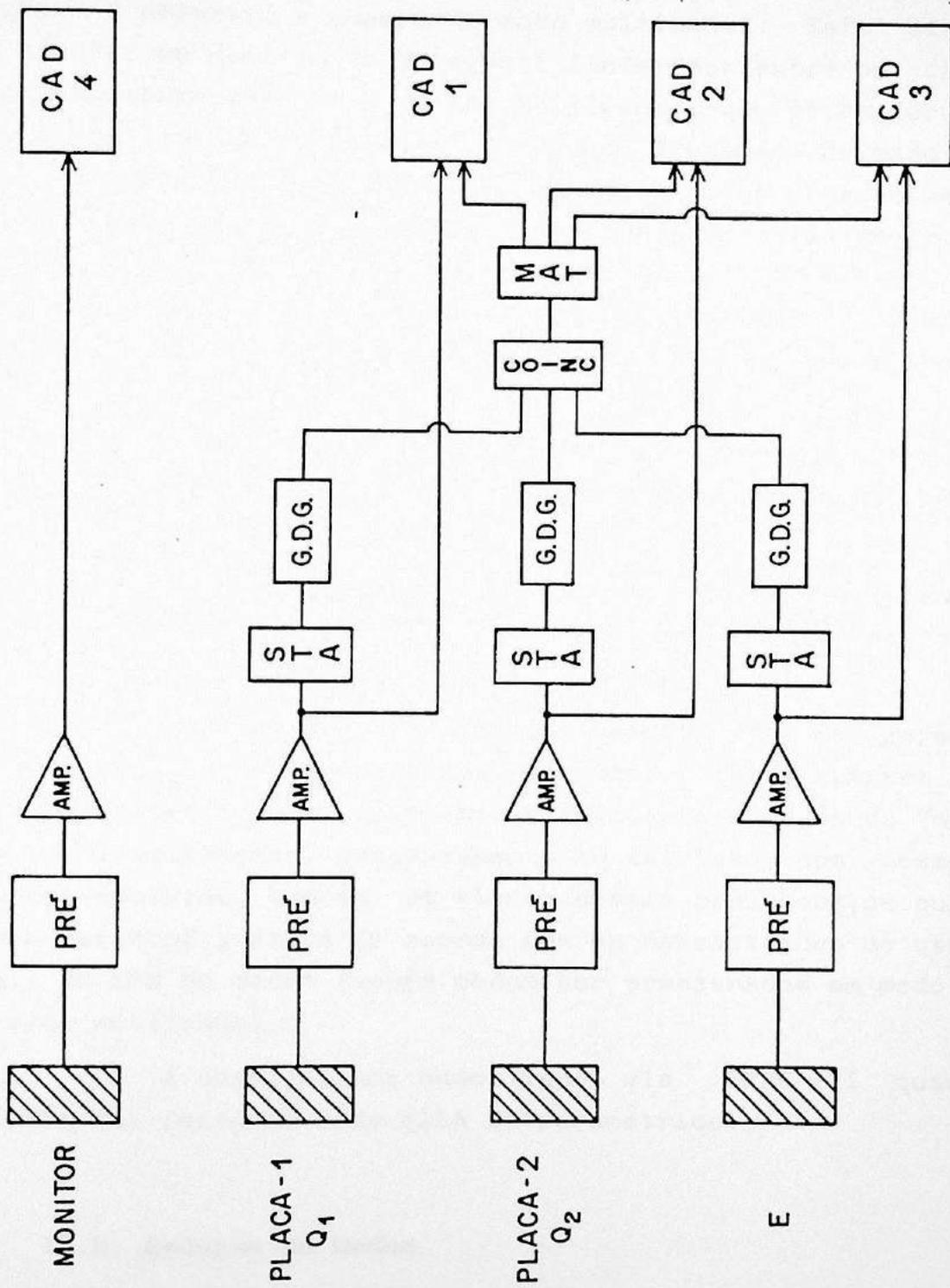


Fig. II.f.1. Desenho esquemático da Eletrônica utilizada na aquisição dos dados Experimentais.

de dados experimentais denominado SPM.

Faremos a seguir uma breve discussão dos dois sis temas.

O SADE III oferece alguns modos possíveis de aqui sição. O primeiro é chamado de modo multicanal. Este sistema simula, na memória do Honeywell (interface entre os CAD's e o computador IBM/360), vários multicanais que devem ocupar uma memória de até 4 Kbytes. O segundo é chamado de modo FI LA. Este sistema armazena todas as informações geradas pelos detetores em grupos de 2 (biparamétricos), 3 (triparamétricos) ou 4 (tetraparamétricos) até o preenchimento da memória do Honeywell, quando as informações são transferidas ao IBM/360 e, posteriormente, ao computador VAX 11/780 para serem analisadas.

O sistema SPM substituiu o sistema SADE III de aquisição de dados na sua íntegra, tornando desnecessários os equipamentos Honeywell e IBM/360.

A nível de hardware o novo sistema usa a "memória SPM", um FIFO (First In-First Out) de 128 K-words acoplado ao VAX 11/780, via interface DR 11 W.

A nível de software foi desenvolvido um gerente de uso geral que sincroniza sub-processos. Estes cumprem fun ções bem determinadas, tais como a leitura dos dados da "memó ria SPM", salvamento, processamento ou exibição dos mesmos. Foi desenvolvido, também, um elenco desses processos, os quais podem ser configurados de acordo com as necessidades do usuá rio. No SPM os dados também podem ser armazenados em modo FI LA e/ou multicanal.

A obtenção dos dados tanto via SADE III quanto via SPM foi feita em modo FILA triparamétrico.

II.h. Redução de Dados

A sistemática de análise de dados multiparamétricos (dados brutos) é padronizada e consiste basicamente dos seguintes passos:

- os dados brutos multiparamétricos são compactados, ou seja, armazenados de maneira a ocuparem o menor espaço físico em uma fila magnética a fim de facilitar o tratamento subsequente dos mesmos. Esta compactação é feita através do programa COMPAC¹⁹);
- concluída esta etapa é possível obter os espectros biparamétricos de qualquer par de parâmetros ou função deles, previamente escolhidos. A visualização destes espectros biparamétricos é feita utilizando-se um terminal gráfico (TEKTRONIX-4014).

Alguns espectros típicos biparamétricos serão mostrados a seguir.

Na figura II.h.1. vemos um espectro típico de $Q_1 \times Q_2$, da primeira experiência, onde usamos um colimador de 5 fendas. Na figura II.h.2 vemos um outro espectro de $Q_1 \times Q_2$ obtido na 2ª experiência, onde utilizamos um colimador de 6 fendas.

Notamos, em ambos os espectros de $Q_1 \times Q_2$, que as fendas são claramente resolvidas, não deixando nenhuma ambigüidade na determinação dos diferentes ângulos de detecção onde houve aquisição simultânea de dados.

Um espectro biparamétrico típico de $\Delta E \times E$ (onde: $\Delta E = Q_1 + Q_2$) pode ser visto na figura II.h.3. Neste espectro conseguimos identificar as faixas respectivas ao número atômico Z de cada elemento que atravessou o detetor. Isto é possível porque a energia perdida no gás (ΔE) é proporcional à MZ^2 e, portanto, conseguimos separar em faixas diferentes os elementos com Z diferente. A faixa mais intensa é do silício espalhado nos vários elementos do alvo, (o alvo além de carbono e ouro contém outras impurezas, tais como, ^{28}Si , ^{16}O , $^{64,66}\text{Zn}$ (e que nos fornece os ângulos dianteiros da distribuição angular elástica) a outra linha mais abaixo é a do carbono de recuo (que nos fornece os ângulos traseiros).

Sobre cada um destes espectros biparamétricos são traçados polígonos nas regiões de interesse. Assim, no espectro de $Q_1 \times Q_2$ são traçados tantos polígonos quanto for o número de ângulos medidos simultaneamente. No espectro $\Delta E \times E$

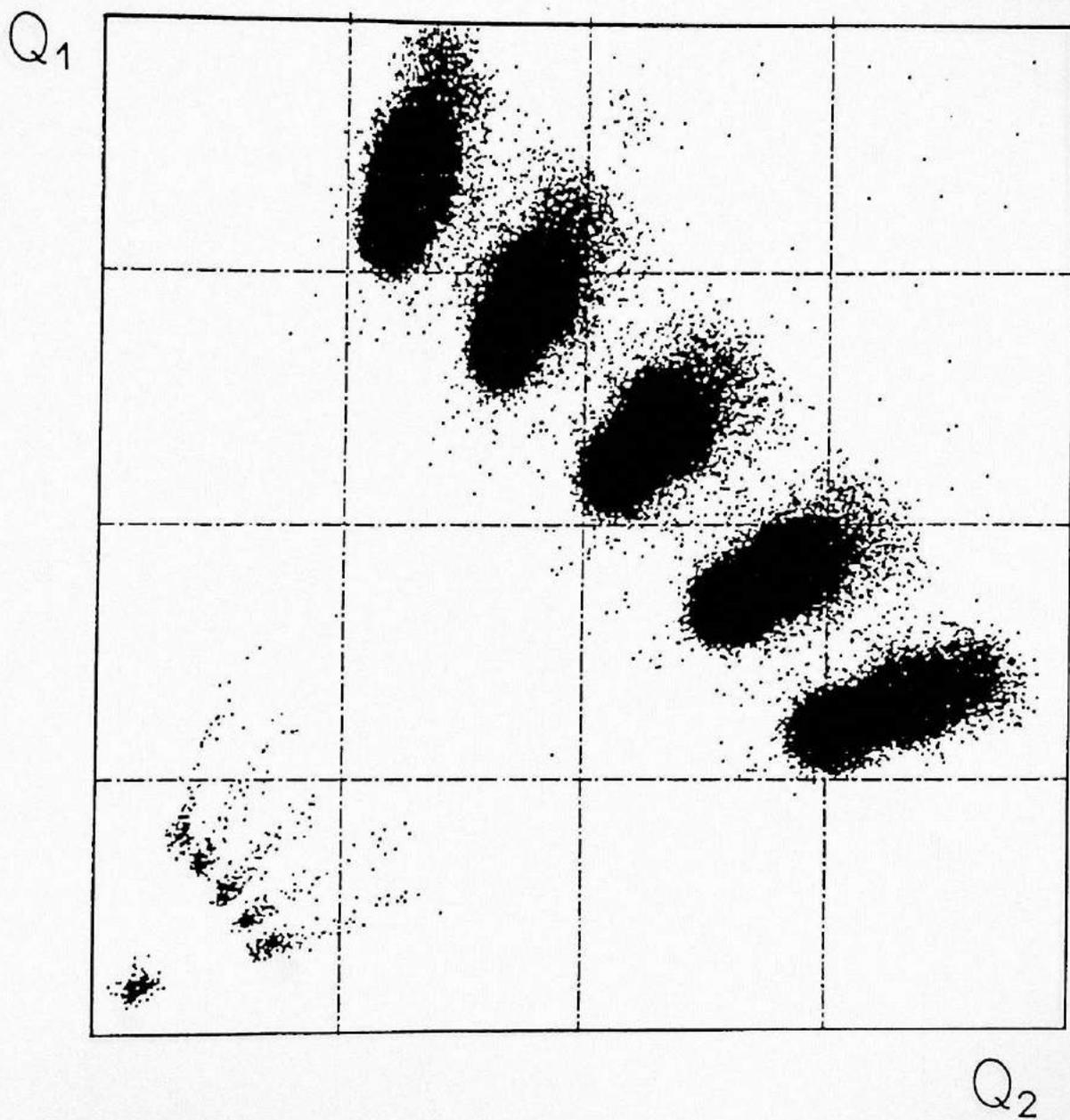


Fig. II.h.1. Espectro biparamétrico $Q_1 \times Q_2$, usando colimador de cindo fendas.

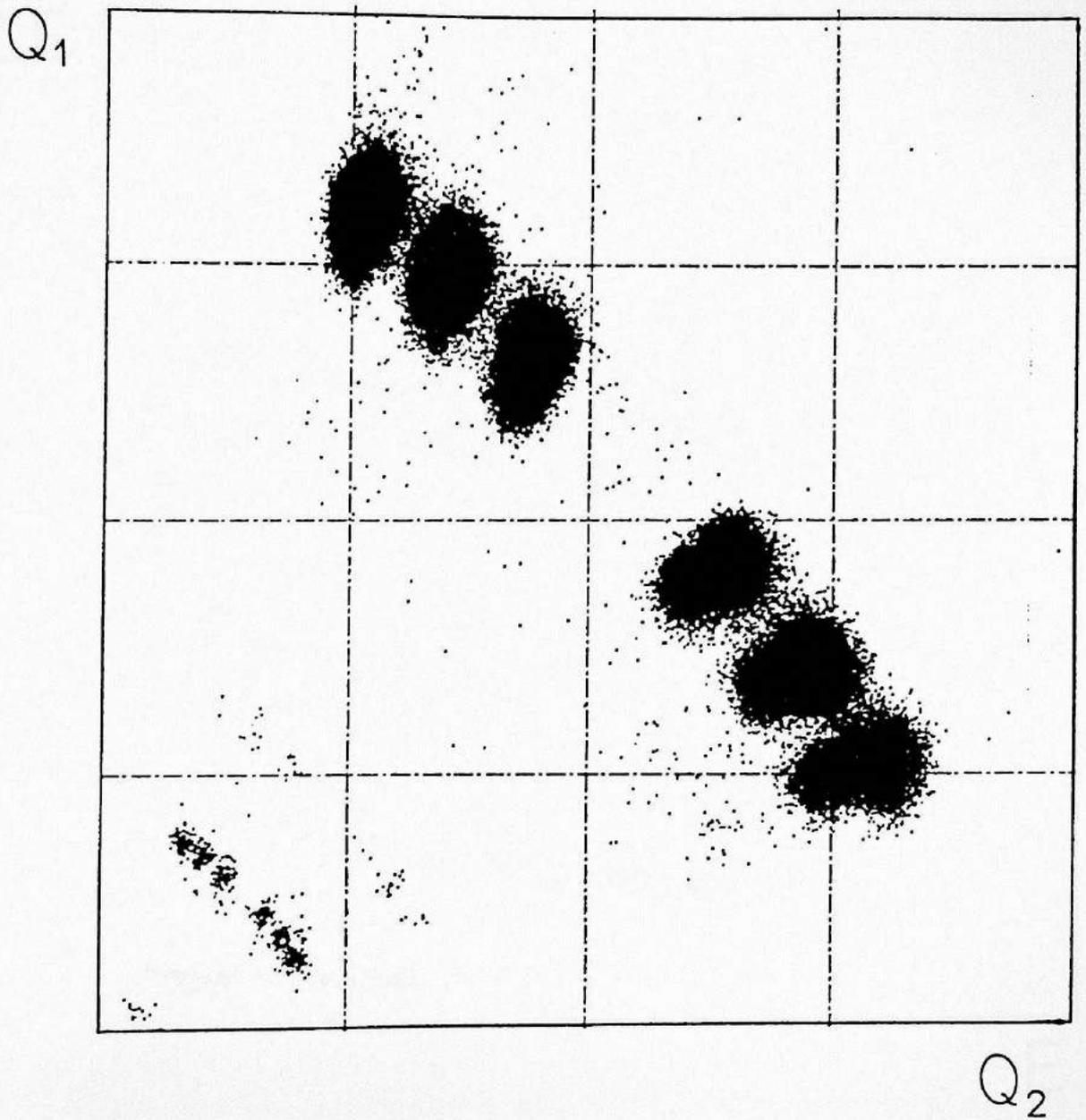


Fig. II.h.2. Espectro Biparamétrico $Q_1 \times Q_2$, usando colimador de seis fendas

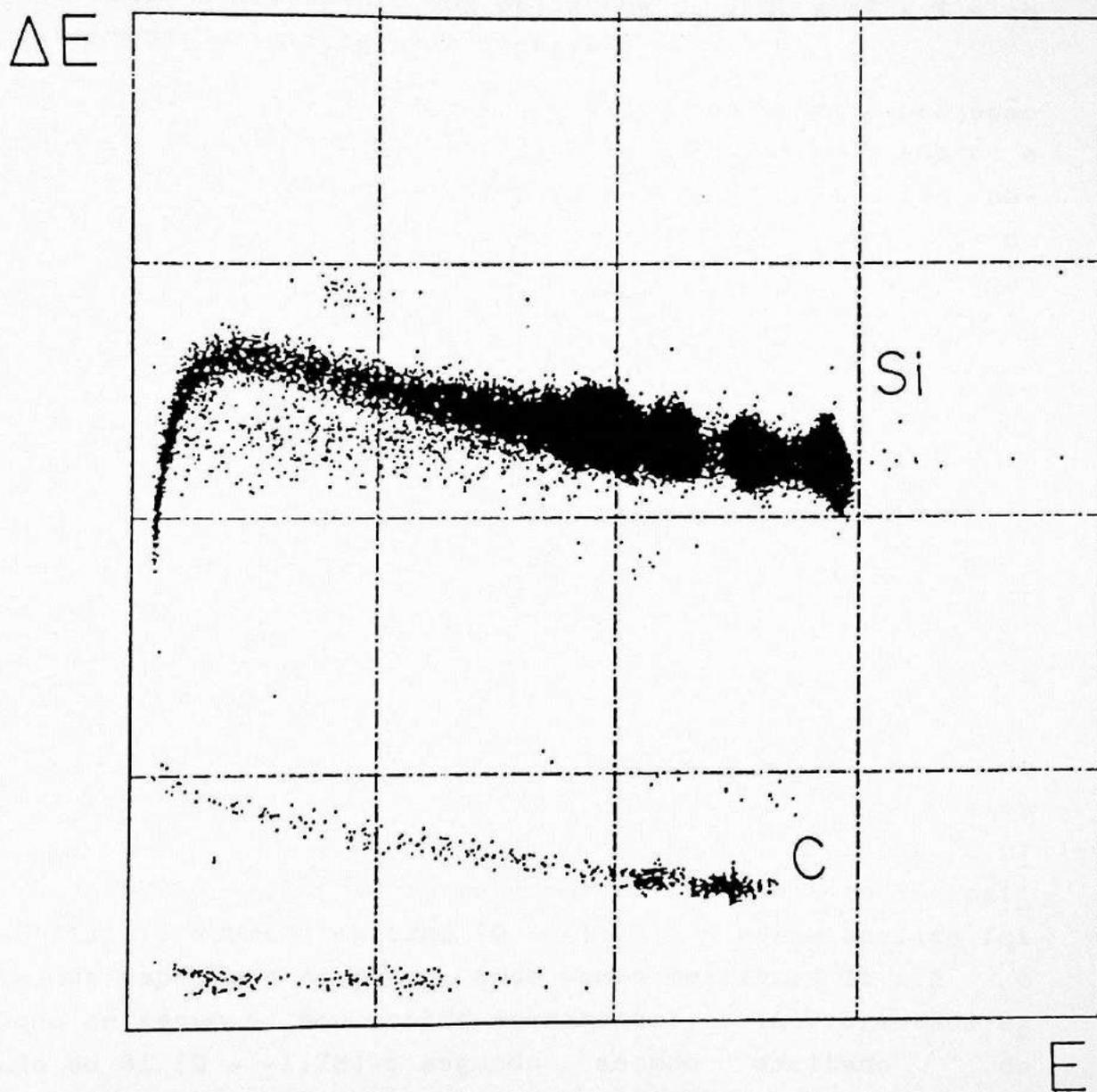


Fig. II.h.3. Espectro Biparamétrico $\Delta E \times E$

são traçados 2 polígonos, um na faixa correspondente ao ^{28}Si espalhado e outro na faixa do carbono de recuo.

Usando agora o programa POLÍGONO¹⁹⁾ ou HISTMULT²⁰⁾ podemos fazer o cruzamento dos polígonos $Q_1 \times Q_2$ e $\Delta E \times E$ e obter finalmente os histogramas lineares.

Estes histogramas lineares correspondem à projeção do conteúdo da intersecção dos dois polígonos citados sobre o eixo da energia. Cada histograma linear, onde o eixo das abscissas é a energia E e o eixo das ordenadas é do número de eventos detetados, corresponde a um certo ângulo de detecção (dado por Q_1 e Q_2) e um certo número atômico Z da partícula detetada (dado por ΔE).

II.i. Análise dos Espectros

De posse dos histogramas lineares, tem início a parte mais trabalhosa da análise experimental. Após uma calibração em energia temos condição de identificar cada um dos picos existentes nos espectros.

Na figura II.i.1 mostramos um espectro típico do silício, onde identificamos os picos do silício espalhado elasticamente no ouro, silício, oxigênio e carbono. O último pico desta seqüência corresponde ao espalhamento inelástico do silício sobre o carbono ($Q = -1.78$). A mesma análise foi feita nos espectros do recuo, onde vemos na figura II.i.2 o carbono de recuo no seu estado fundamental, primeiro estado excitado do Si ($Q = -1.78$) e segundo estado excitado do Si ($Q = -4.62$) somado com o 1º estado excitado de ^{12}C ($Q = -4.43$ MeV).

Uma vez identificados os picos, isolamos os que nos interessam e calculamos suas áreas. Na obtenção das áreas utilizamos alguns programas desenvolvidos no laboratório Pelletron, tais como: PLEX²¹⁾ e PIAP²¹⁾. Foram usados também na obtenção das áreas os programas SPASM²²⁾ e PLOX²²⁾.

Os programas SPASM e PIAP empregam o método de minimização do χ^2 por linearização da função. As funções usadas para ajustes dos picos são gaussianas ou gaussianas com cauda exponencial. Vários picos podem ser ajustados simultaneamente

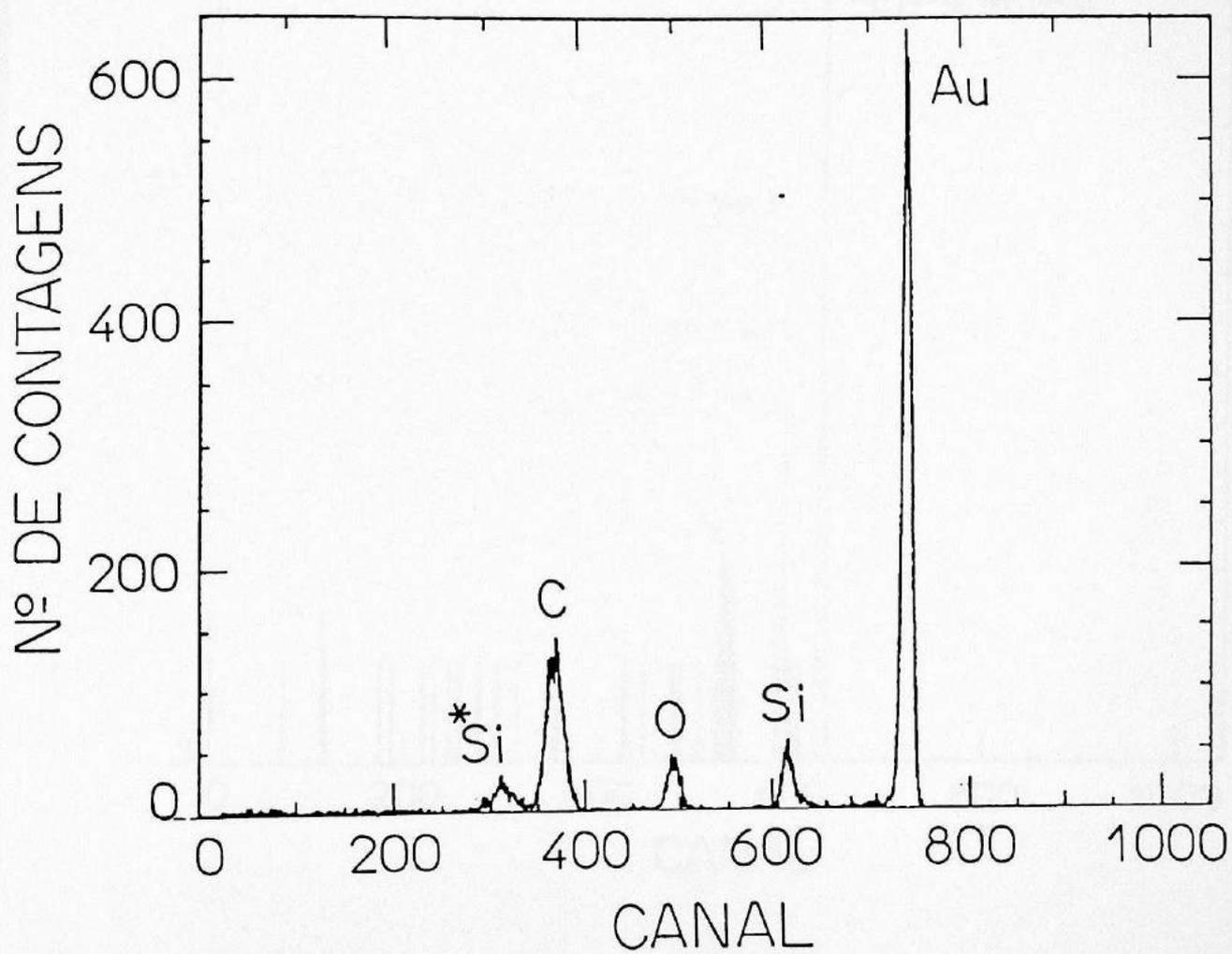


Fig. II.1.1. Espectro de Energia de ^{28}Si espalhado pelo alvo

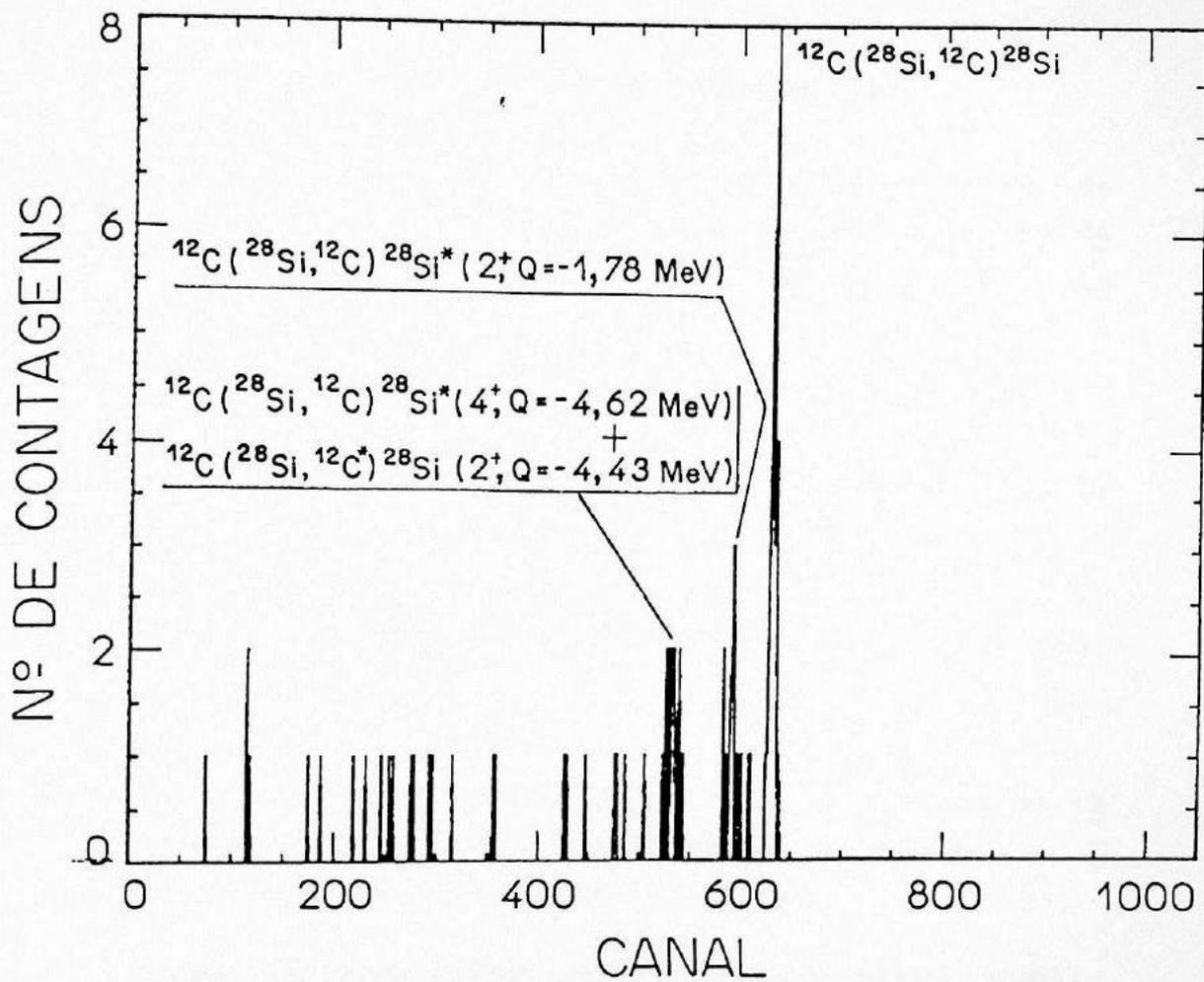


Fig. II.i.2. Espectro de energia para a linha de carbono.

com a escolha do fundo apropriado (linear ou parabólico).

Os programas PLEX e PLOX não fazem ajuste de funções, simplesmente nos fornecem a área total sob o pico.

De posse dessas áreas estamos prontos para calcular a seção de choque diferencial.

II.j. Cálculo da Seção de Choque Experimental

A informação obtida na análise de um espectro de energia nos fornece o número de vezes que foi detectada uma determinada partícula com uma certa energia, em um ângulo de laboratório fixo (número de contagens).

Este número de contagens pode ser escrito como:

$$N = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \xi \cdot \Delta\omega \cdot \frac{1}{J} \cdot N_i \quad (\text{II.j.i})$$

onde: N - é o número de contagens;

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ - é a seção de choque no sistema de centro de massa;

ξ - é a espessura do alvo (em unidade de partículas/cm²);

$\Delta\omega$ - é o ângulo sólido do detetor (em sr);

J - é o fator de conversão geométrico do sistema de laboratório para o sistema de centro de massa;

N_i - é o número de partículas incidentes.

Como foi dito anteriormente, nossos alvos continham uma certa quantidade de ¹⁹⁷Au, com a finalidade de normalizar os resultados obtidos. A palavra normalizar significa tornar nossa seção de choque independente do número de partículas incidentes e do ângulo sólido do detetor.

Agora, utilizando a expressão (II.j.1) podemos escrever o número de contagens esperadas para os picos correspondentes ao espalhamento elástico de ²⁸Si + ¹²C e ²⁸Si + ¹⁹⁷Au.

$$N_C = \frac{d\sigma_C}{d\Omega} \cdot \xi_C \cdot \Delta\omega \cdot \frac{1}{J_C} \cdot N_i \quad (\text{II.j.2})$$

$$N_{Au} = \frac{d\sigma_{Au}}{d\Omega} \cdot \xi_{Au} \cdot \Delta\omega \cdot \frac{1}{J_{Au}} \cdot N_i \quad (\text{II.j.3})$$

Dividindo (II.j.2) por (II.j.3), obtemos:

$$\frac{N_C}{N_{Au}} = \frac{\frac{d\sigma_C}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{Au}}{d\Omega}} \cdot \frac{\xi_C}{\xi_{Au}} \cdot \frac{J_{Au}}{J_C} \quad (\text{II.j.4})$$

onde já cancelamos os termos N_i e $\Delta\omega$ que são os mesmos nas duas relações.

A seção de choque para a reação $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C}$ pode ser agora extraída de (II.j.4).

$$\frac{d\sigma_C}{d\Omega} = \frac{N_C}{N_{Au}} \frac{d\sigma_{Au}}{d\Omega} \frac{\xi_{Au}}{\xi_C} \frac{J_C}{J_{Au}} \quad (\text{II.j.5})$$

A razão pela qual utilizamos um elemento pesado como ^{197}Au reside no fato de a seção de choque para o espalhamento elástico $^{28}\text{Si} + ^{197}\text{Au}$ ser puramente Rutherford nas energias de trabalho. Isto quer dizer que $d\sigma_{Au}/d\Omega$ é conhecido.

A cada tomada de dados experimentais a razão ξ_{Au}/ξ_C é medida tendo por base o monitor colocado num ângulo fixo. Isto é necessário uma vez que esta razão não permanece constante, devido ao fenômeno de crescimento de carbono no alvo.

A razão ξ_{Au}/ξ_C foi obtida utilizando-se a expressão:

$$\frac{\xi_{Au}}{\xi_C} = \frac{N_{\text{mon}}^{\text{Au+Si}}}{N_{\text{mon}}^{\text{C+Si}}} \cdot \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{C+Si}}_{\theta_{\text{mon}}}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{Ruth}}_{\theta_{\text{mon}}}} \cdot \frac{J_{\text{Au+Si}}}{J_{\text{C+Si}}} \quad (\text{II.j.6})$$

onde: $N_{\text{mon}}^{\text{Au+Si}}$ - número de contagens de silício espalhado no ouro, no monitor;
 $N_{\text{mon}}^{\text{C+Si}}$ - número de contagens de silício espalhado no carbono, no monitor;
 $\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{C+Si}}_{\theta_{\text{mon}}}$ - seção de choque elástica da reação $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, no ângulo θ_{mon} ;

- $\frac{d\sigma}{d\Omega} \text{ Ruth}_{\theta_{\text{mon}}}^{\text{Au+Si}}$ - seção de choque de Rutherford da reação $^{197}\text{Au} + ^{28}\text{Si}$, no ângulo θ_{mon} ;
- J - são os jacobianos da transformação do sistema de laboratório para o sistema de centro de massa.

Todas as grandezas da expressão (II.j.6) são conhecidos exceto $(d\sigma/d\Omega)_{\theta_{\text{mon}}}^{\text{Si+C}}$ que foi obtida da literatura nas energias em que havia medidas ou normalizando-se as seções de choque elásticas em ângulos dianteiros pela seção de choque de Rutherford.

O procedimento descrito anteriormente permitiu-nos obter a seção de choque elástica nos ângulos intermediários e traseiros, uma vez que estes foram os ângulos medidos com alvo contendo impureza de ouro.

As medidas em ângulos dianteiros foram feitas com alvo de carbono sem contaminante pesado. Nesta região angular os picos dos contaminantes se superpõem ao pico de interesse, correspondente ao espalhamento elástico ^{28}Si em ^{12}C .

A estimativa da quantidade dos principais contaminantes (^{16}O , ^{28}Si , $^{64,66}\text{Zn}$) nos alvos usados em ângulos dianteiros constou de uma rigorosa análise dos espectros do monitor, onde os picos correspondentes a estas impurezas estavam separados do pico de interesse. Nesta análise calculamos a quantidade de cada contaminante presente no alvo e estimamos a sua contribuição nos espectros em ângulos dianteiros, através de dados encontrados na literatura^{3,23}, sobre espalhamento elástico de $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$, $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ e $^{28}\text{Si} + ^{64,66}\text{Zn}$.

As espessuras médias dos elementos presentes no alvo podem ser vistas na tabela II.j.1.

A partir destas espessuras calculou-se o número de contagens que cada contaminante contribuía nos espectros não resolvidos. Esta contribuição era subtraída, permitindo saber o número de contagens devido ao espalhamento elástico de $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$.

De posse das áreas dos picos de interesse, a seção de choque diferencial elástica de $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ nos ângulos dian-

teiros foi obtida normalizando-se os dados pelo número de contagens obtido no monitor.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{C+Si} = \frac{N_{det}^{C+Si}}{N_{mon}^{C+Si}} \frac{d\sigma}{d\Omega}_{C+Si}^{(\theta_{mon})} \frac{J_{C+Si}(\theta)}{J_{C+Si}(\theta_{mon})} \frac{\Delta\Omega_{mon}}{\Delta\Omega_{det}} \quad (II.j.7)$$

onde: N_{det}^{C+Si} , N_{mon}^{C+Si} - são os números de contagens medidas no detetor e no monitor, respectivamente;

$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{C+Si}^{(\theta_{mon})}$ - é a seção de choque diferencial elástica na posição do monitor;

J - jacobiano da transformação do sistema de laboratório pra o sistema de centro de massa;

$\frac{\Delta\Omega_{mon}}{\Delta\Omega_{det}}$ - é a razão entre o ângulo sólido do monitor e detetor.

Na expressão (II.j.7), a princípio, existe ainda duas grandezas desconhecidas que são $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{C+Si}^{(\theta_{mon})}$ e $(\Delta\Omega_{mon}/\Delta\Omega_{det})$.

A seção de choque diferencial elástica no ângulo do monitor foi obtida utilizando-se os dados de Cheng³⁾ encontrados na literatura, nas energias em que havia medidas de Cheng. Para estimarmos a razão entre os ângulos sólidos, usamos medidas obtidas com o alvo que continha ouro e comparamos os números de contagens do detetor e do monitor.

$$\frac{\Delta\Omega_{mon}}{\Delta\Omega_{det}} = \frac{N_{Si+Au}^{det}(\theta)}{N_{Si+Au}^{mon}(\theta_{mon})} \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}_{Ruth\ Si+Au}^{(\theta_{mon})}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}_{Ruth\ Si+Au}} \frac{J_{det}^{Si+Au}(\theta)}{J_{mon}^{Si+Au}(\theta_{mon})} \quad (II.j.8)$$

onde: $N_{Si+Au}^{det}(\theta)$ - número de contagens de silício espalhado elasticamente no Au num certo ângulo do

detetor;

$N_{Si+Au}^{mon}(\theta_{mon})$ - número de contagens de silício espalhado elasticamente no ouro no ângulo onde se se encontrava o monitor;

$\frac{d\sigma}{d\Omega}^{Ruth}_{Si+Au}(\theta_{mon})$ - seção de choque de Rutherford calculada no ângulo do monitor;

$\frac{d\sigma}{d\Omega}^{Ruth}_{Si+Au}(\theta)$ - seção de choque de Rutherford calculada num ângulo θ do detetor;

J - jacobiano da transformação do sistema de laboratório para o centro de massa.

Finalmente, de posse de todas as expressões obtivemos a seção de choque diferencial elástica de $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C}$ utilizando o programa CHOMOD²⁴) desenvolvido pelo grupo.

A normalização absoluta dos dados foi feita levando em consideração que a seção de choque diferencial deve oscilar ao redor do valor da seção de choque de Rutherford, nos ângulos dianteiros.

Tabela II.j.1. Principais elementos presentes no alvo.

Elementos	%
^{12}C	95%
^{16}O	2%
^{28}Si	2%
$^{64}, ^{66}\text{Zn}$	1%

III. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

III.a. O Teorema Óptico

Um dos objetivos deste trabalho é obter a seção de choque total de reação para o sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, via método independente de modelo.

O método a ser empregado é conhecido como método da soma das diferenças e será exposto em pormenores a seguir. Este método se originou do teorema óptico generalizado. O teorema óptico nos traz uma importante relação entre a seção de choque total e a amplitude de espalhamento a zero grau, isto é:

$$\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f(0) \quad (\text{III.a.1})$$

onde $f(0)$ corresponde à amplitude total de espalhamento a zero grau e σ_T é a seção de choque total.

A relação (III.a.1), apesar de sua forma simples, requer uma análise um pouco mais cuidadosa quando temos que usá-la para sistema de partículas carregadas, que é o nosso caso.

A princípio, a amplitude total de espalhamento $f(\theta)$ diverge a zero grau devido ao alcance infinito da interação coulombiana, o que significaria que o teorema óptico não poderia ser usado para sistemas de partículas carregadas. Esta divergência, no entanto, é superada ao fazermos uma descrição mais detalhada da interação núcleo-núcleo. O alcance do potencial coulombiano não deve ser considerado infinito uma vez que a nuvem eletrônica que rodeia o núcleo-alvo age de maneira a blindar a ação deste potencial reduzindo seu alcance e evitando a divergência da amplitude de espalhamento frontal.

A seção de choque total σ_T é a mais inclusiva de todas as seções de choque, contendo a mínima informação explícita sobre o sistema em colisão. Reescrevendo-a como uma soma de duas seções de choque, a seção de choque total de reação mais a seção de choque total elástica, temos:

$$\sigma_T = \sigma_R + \sigma_{el} \quad (\text{III.a.2})$$

Mesmo escrevendo σ_T desta forma, vemos que ele leva basicamente só a informação relativa à interação coulombiana deixando a interação nuclear "mascarada", isto porque nas energias de trabalho $\sigma_{el} \gg \sigma_R$ e σ_{el} é totalmente dominado pela interação coulombiana em $E_{CM} < 10 \text{ MeV/A}$. Assim, o que nós procuramos é uma forma mais adequada de escrever o teorema óptico, onde a informação referente à interação nuclear não fique totalmente encoberta.

O teorema óptico generalizado foi deduzido⁹⁾ escrevendo a amplitude de espalhamento total $f(\theta)$ em termos de uma expansão em ondas parciais e, sob a ação de um potencial total descrito como a soma de um termo nuclear $V_N(r)$ e um termo coulombiano blindado $V_{CB}(r)$. O potencial coulombiano blindado pode ser escrito como:

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad \text{para } r < R$$

$$V(r) = 0 \quad \text{para } r > R$$

(III.a.3)

onde R é o raio de blindagem, da ordem do raio atômico.

A amplitude total de espalhamento associada ao potencial descrito anteriormente é dada pela relação familiar⁹⁾.

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^L (2\ell+1) (S_{CB}(\ell) S_N(\ell) - 1) P_\ell(\cos\theta) \quad \text{(III.a.4)}$$

onde: $S_{CB}(\ell)$ - matriz de espalhamento coulombiano blindado;
 $S_N(\ell)$ - matriz de espalhamento nuclear.

Podemos notar que o raio de blindagem aparece implicitamente em L e em $S_{CB}(\ell)$, em outras palavras, o efeito da blindagem do potencial coulombiano está contido na limitação superior da somatória da relação (III.a.4) e em $S_{CB}(\ell)$. Formalmente, a onda parcial máxima L é escrita como:

$$L = [bkR] \quad \text{(III.a.5)}$$

onde b é uma constante da ordem da unidade e os colchetes "[]" significam o "maior inteiro".

Explicitando, agora, a forma da matriz de espalha

mento coulombiano blindado, temos:

$$S_{CB}(\ell) = e^{2i(\sigma_\ell - \Lambda)} \quad (\text{III.a.6})$$

onde σ_ℓ são as fases coulombianas e Λ é uma constante independente de ℓ , dada por:

$$\Lambda = n \ln(2kR) \quad (\text{III.a.7})$$

onde n é o parâmetro de Sommerfeld.

Conhecendo-se a amplitude de espalhamento $f(\theta)$ a seção de choque diferencial elástica é obtida por:

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 \quad (\text{III.a.8})$$

Utilizando a relação (III.a.4), $\sigma(\theta)$ pode ser escrita em termos de ondas parciais assumindo a forma:

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) = f(\theta)f(\theta)^* = & \frac{1}{(2k)^2} \sum_{\ell, \ell'=0}^L (2\ell+1)(2\ell'+1)(1-S_{CB}(\ell)S_N(\ell)) \times \\ & \times (1-S_{CB}^*(\ell')S_N^*(\ell')) P_\ell(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) \end{aligned} \quad (\text{III.a.9})$$

onde: "*" indica o conjugado complexo de um número ou função.

O termo $(1-S_{CB}(\ell)S_N(\ell))(1-S_{CB}^*(\ell')S_N^*(\ell'))$ pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} (1-S_{CB}(\ell)S_N(\ell))(1-S_{CB}^*(\ell')S_N^*(\ell')) = \\ = -[1-S_N(\ell)S_N^*(\ell')] S_{CB}^*(\ell') S_{CB}(\ell) - [(S(\ell)-S_{CB}(\ell)) + \\ + (S^*(\ell')-S_{CB}^*(\ell'))] + (1-S_{CB}(\ell))(1-S_{CB}^*(\ell')) \end{aligned} \quad (\text{III.a.10})$$

onde utilizamos a notação $S(\ell) = S_N(\ell)S_{CB}(\ell)$.

Observando ainda que para $\ell \leq L$ nós temos:

$$S_{CB}(\ell) = e^{2i(\sigma_\ell - \Lambda)}$$

$$S_C(\ell) = e^{2i\sigma_\ell} \quad (\text{III.a.11})$$

onde: $S_{CB}(\ell)$ e $S_C(\ell)$ são as matrizes de espalhamento coulombiana no blindado e coulombiano sem blindagem, respectivamente.

Assim, como todas as somatórias vão até $\ell \leq L$, o produto $S_{CB}^*(\ell')S_{CB}(\ell)$ é igual a $S_C^*(\ell')S_C(\ell)$, uma vez que Λ é independente de ℓ e desaparece quando o produto $S_{CB}^*(\ell')S_{CB}(\ell)$ é calculado.

Utilizando a identidade:

$$\sum_{\ell, \ell'} [(S(\ell) - S_{CB}(\ell)) + (S^*(\ell') - S_{CB}^*(\ell'))] =$$

$$= \sum_{\ell} 2\text{Re}(S(\ell) - S_{CB}(\ell)) \quad (\text{III.a.12})$$

e subtraindo de (III.a.9) a seção de choque coulombiana blindada dada por:

$$\sigma_{CB}(\theta) = \frac{1}{(2k)^2} \sum_{\ell, \ell'=0}^L (2\ell+1)(2\ell'+1)(1 - S_{CB}^*(\ell')) \times$$

$$\times (1 - S_{CB}(\ell)) P_{\ell}(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) \quad (\text{III.a.13})$$

obtemos:

$$\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta) = - \frac{1}{(2k)^2} \sum_{\ell, \ell'=0}^L (2\ell+1)(2\ell'+1)(1 - S_N(\ell)S_N^*(\ell')) \times$$

$$\times S_C^*(\ell')S_C(\ell) P_{\ell}(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) -$$

$$- \frac{1}{(2k)^2} \sum_{\ell, \ell'=0}^L (2\ell+1)(2\ell'+1) 2\text{Re}(S(\ell) - S_{CB}(\ell)) P_{\ell}(\cos\theta) \times$$

$$\times P_{\ell'}(\cos\theta) \quad (\text{III.a.14})$$

Uma análise da equação (III.a.14) foi feita por Hussein e colaboradores²⁵⁾, onde se tenta extrair o conteúdo físico de cada um dos termos desta equação.

A análise consiste basicamente em subdividir o primeiro termo à direita da equação (III.a.14) em 2 termos, um coerente ($\ell \neq \ell'$) e outro incoerente ($\ell = \ell'$). Assim podemos reescrever (III.a.14) como:

$$\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta) = -\sigma_{inc}(\theta) + \sigma_{coer}(\theta) - \sigma_{fg\ell}(\theta) \quad (III.a.15)$$

onde:

$$\sigma_{inc}(\theta) = \frac{1}{(2k)^2} \sum_{\ell=0}^L (2\ell+1)^2 (1 - |S_N(\ell)|^2) P_{\ell}^2(\cos\theta) \quad (III.a.16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{coer}(\theta) = & -\frac{1}{(2k)^2} \sum_{\ell \neq \ell'=0}^L (2\ell+1)(2\ell'+1) S_C^*(\ell') S_C(\ell) \times \\ & \times (1 - S_N(\ell) S_N(\ell')) P_{\ell}(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) \end{aligned} \quad (III.a.17)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{fg\ell}(\theta) = & -\frac{1}{(2k)^2} \sum_{\ell, \ell'=0}^L (2\ell+1)(2\ell'+1) 2\text{Re}(S(\ell) - S_{CB}(\ell)) \times \\ & \times P_{\ell}(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) \end{aligned} \quad (III.a.18)$$

Podemos mencionar ainda que $\sigma_{fg\ell}$ se refere à seção de choque de espalhamento nuclear em direção frontal, também chamada glória frontal.

Finalmente, para obtermos o teorema óptico vamos integrar em ângulo sólido a equação (III.a.15). Assim temos:

$$\begin{aligned} \int_0^{4\pi} [\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta)] d\Omega = & \int_0^{4\pi} -\sigma_{inc}(\theta) d\Omega + \int_0^{4\pi} \sigma_{coer}(\theta) d\Omega - \\ & + \int_0^{4\pi} \sigma_{fg\ell}(\theta) d\Omega \end{aligned} \quad (III.a.19)$$

A integral $\int \sigma_{inc}(\theta) d\Omega$ é precisamente a seção de choque total de reação σ_R , e o termo $\int_0^{4\pi} \sigma_{coer}(\theta) d\Omega$ é identicamente nulo, pois $\sum_{\ell \neq \ell'} \int P_\ell(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) d\Omega = 0$.

Considerando a identidade:

$$-\frac{1}{2k} \sum_{\ell} (2\ell+1) \text{Re}(S(\ell) - S_{CB}(\ell)) P_\ell(\cos\theta) = \text{Im}(f(\theta) - f_{CB}(\theta)) \quad (\text{III.a.20})$$

Obtemos:

$$\int_0^{4\pi} [\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta)] d\Omega = -\sigma_R + \frac{1}{k} \int_0^{4\pi} \text{Im}[f(\theta) - f_{CB}(\theta)] \times \sum_{\ell=0}^L (2\ell+1) P_\ell(\cos\theta) d\Omega \quad (\text{III.a.21})$$

Chamaremos o último termo à direita da relação (III.a.21) de $\Delta\sigma_T$. Desta forma o teorema óptico pode ser escrito como:

$$\Delta\sigma_T = \sigma_R + \int_0^{4\pi} [\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta)] d\Omega \quad (\text{III.a.22})$$

A quantidade $\Delta\sigma_T$ é às vezes chamada de "seção de choque total nuclear"²⁶⁾, e se relaciona com a parte imaginária da amplitude de espalhamento da seguinte forma:

$$\Delta\sigma_T = \frac{1}{k} \int_0^{4\pi} \text{Im}[f(\theta) - f_{CB}(\theta)] \sum_{\ell=0}^L (2\ell+1) P_\ell(\cos\theta) d\Omega \quad (\text{III.a.23})$$

Considerando o raio de blindagem tendendo ao infinito, $R \rightarrow \infty$, temos $L \rightarrow \infty$, e neste caso a somatória em (III.a.23), fica⁹⁾:

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{\ell=0}^L (2\ell+1) P_{\ell}(\cos\theta) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} 2\delta(1-\epsilon-\cos\theta) \quad (\text{III.a.24})$$

Substituindo esta relação na equação (III.a.23) e fazendo a integração em ângulo $\Delta\sigma_T$ pode ser escrito como:

$$\Delta\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im}[f(0) - f_{CB}(0)] \quad (\text{III.a.25})$$

Para chegarmos à forma mais conhecida do teorema óptico é interessante definirmos uma amplitude residual nuclear $f'_N(\theta)$, como:

$$f'_N(\theta) = f(\theta) - f_{CB}(\theta) \quad (\text{III.a.26})$$

Assim, obtemos finalmente:

$$\Delta\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f'_N(0) \quad (\text{III.a.27})$$

O teorema óptico generalizado, aplicado à partículas carregadas, foi deduzido inicialmente por Holdeman e Thaler⁹⁾, sendo que a dedução mostrada aqui se baseia num trabalho de Villari²⁶⁾. Pelo fato de termos utilizado em nossas deduções um potencial coulombiano blindado, as integrais podem sempre começar de zero grau, sem problemas de divergência.

Existem outras deduções do teorema óptico para partículas carregadas com potencial coulombiano sem blindagem, devendo, neste caso, evitar a região próxima a zero grau. Estes aspectos foram abordados por Cooper e Johnson²⁷⁾ e mais recentemente por Marty²⁸⁾.

III.b. A Seção de Choque de Reação

A determinação precisa da seção de choque de reação σ_R é de suma importância pois ela contém informação sobre todos os canais possíveis do sistema em colisão, como espalhamento inelástico, fusão e transferência excluindo apenas o canal elástico.

Existem vários métodos para a obtenção de σ_R . O método direto consiste em medir todos os canais, integrar em ângulo e somar: é um método que demora demais! Dentre os métodos indiretos de determinação de σ_R através da análise de distribuições angulares elástica podemos citar: o método semi-clássico de $\theta_{1/4}$ ou de "quarter-point" é largamente usado por ser um método simples e rápido de se obter o valor de σ_R . Outro método para obtenção de σ_R usa cálculos de modelo óptico. Este método, no entanto, nos fornece valores de σ_R , que são fortemente dependentes do tipo de potencial usado no cálculo de modelo óptico. Enfim, a maioria destes métodos são fortemente dependentes de modelo, deixando muito a desejar quanto a confiabilidade das grandezas físicas por eles fornecidas.

Um método independente de modelo para a obtenção de σ_R foi proposto em 1976 por Wojciechowski e colaboradores²⁹⁾. O método utiliza dados de espalhamento elástico para a determinação de σ_R e foi utilizado com êxito para sistemas pesados tipo $^{16}\text{O} + ^{63}\text{Cu}$; $^{40}\text{Ar} + ^{84}\text{Kr}$ e outros²⁹⁾. Este método ficou conhecido como método da soma das diferenças (SOD).

No método SOD a seção de choque de reação se escreve como:

$$\sigma_R = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} [\sigma_{\text{Ruth}}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta \quad (\text{III.b.1})$$

onde $\sigma_{\text{Ruth}}(\theta)$ e $\sigma(\theta)$ são respectivamente as seções de choque de Rutherford e diferencial elástica e θ_0 é um ângulo pequeno para o qual a contribuição $2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} [\sigma_{\text{Ruth}}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta$ é desprezível. Em 1982 Hussein e colaboradores²⁵⁾ demonstraram que a utilização do método SOD como foi proposto originalmente não é válida para sistemas leves-pesados, pois a contribuição da amplitude de glória frontal pode ser considerável neste caso,

e, conseqüentemente deve ser incluída no cálculo.

Esta afirmação pode ser verificada ao analisarmos as equações (III.a.22) e (III.a.27) as quais estão escritas abaixo.

$$\Delta\sigma_T = \sigma_R + \int_0^{4\pi} [\sigma(\theta) - \sigma_{CB}(\theta)] d\Omega \quad (\text{III.b.2})$$

onde $\sigma(\theta)$ é a seção de choque diferencial elástica e $\sigma_{CB}(\theta)$ é a seção de choque diferencial coulombiana blindada, respectivamente.

$$\Delta\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f'_N(0) \quad (\text{III.b.3})$$

Juntando (III.b.2) e (III.b.3) podemos escrever uma única expressão como:

$$\sigma_R = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f'_N(0) + 2\pi \int_0^{\theta_0} [\sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta \quad (\text{III.b.4})$$

Comparando (III.b.4) com (III.b.1) verificamos que o método SOD só é válido no caso em que o primeiro termo à direita de (III.b.4) é nulo e $\sigma(\theta) = \sigma_{Ruth}(\theta)$ para $\theta < \theta_0$.

Para sistemas pesados como os estudados por Wojciechowski²⁹⁾ ($^{16}\text{O} + ^{63}\text{Cu}$ nas $E_{CM} = 40$ a 46 MeV) o fenômeno de glória frontal nuclear é desprezível, conseqüentemente, a contribuição do termo $\frac{4\pi}{k} \text{Im}f'_N(0)$ não é relevante pela mesma razão, não havendo contribuição nuclear para a seção de choque elástica a contribuição da integral de 0 a θ_0 é pequena ($\sigma(\theta) \sim \sigma_{Ruth}(\theta)$ para $\theta < \theta_0$).

Isto nos faz entender porque o método SOD traz bons resultados no estudo da seção de choque de reação para sistemas pesados, apesar das aproximações que foram feitas.

Porém para o caso de sistemas mais leves, do tipo $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, mesmo em energias próximas à barreira coulombiana, todas as suposições citadas podem ser falsas. Isto se deve ao fato, que para sistemas mais leves, o fenômeno de glória frontal nuclear pode ser importante não podendo des

prezar o termo $\frac{4\pi}{k} \text{Im}f'(0)$ e supor $\sigma(\theta) = \sigma_{\text{Ruth}}(\theta)$ para $\theta < \theta_0$.

Hussein²⁵⁾ realizou um estudo extensivo sobre o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ com a finalidade de avaliar a quantidade $\frac{4\pi}{k} \text{Im}f'_N(0)$.

Os cálculos foram realizados utilizando-se o modelo óptico e algumas das conclusões obtidas deste estudo é que a quantidade $\Delta\sigma_T$ pode assumir valores muito grandes (maiores que 100 fm^2) e ainda que $\Delta\sigma_T$ possui um comportamento oscilatório com E_{CM} . Ora, isto nos leva a crer que o método SOD só pode ser aplicado para sistemas pesados.

Villari⁴⁾, num estudo extensivo com cálculos de modelo óptico desenvolveu uma variante do método SOD, utilizando o teorema óptico generalizado que permite obter σ_R tanto para sistemas pesados, leve-pesados bem como para sistemas leves.

Vamos iniciar nossa discussão reescrevendo o teorema óptico generalizado para partículas carregadas, expressão (III.a.27).

$$\Delta\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f'_N(0) \quad (\text{III.b.4})$$

onde:

$$f'_N(0) = f(0) - f_{\text{CB}}(0) \quad (\text{III.b.5})$$

e

$$\Delta\sigma_T = \sigma_R + 2\pi \int_0^\pi [\sigma(\theta) - \sigma_{\text{CB}}(\theta)] \text{sen}\theta d\theta \quad (\text{III.b.6})$$

A integral da equação (III.b.6) pode ser reescrita, dividindo o intervalo de integração em duas partes:

$$\Delta\sigma_T = \sigma_R + 2\pi \int_0^{\theta_1} [\sigma(\theta) - \sigma_{\text{CB}}(\theta)] \text{sen}\theta d\theta + 2\pi \int_{\theta_1}^\pi [\sigma(\theta) - \sigma_{\text{CB}}(\theta)] \text{sen}\theta d\theta \quad (\text{III.b.7})$$

A primeira integral do lado direito chamaremos de $-I(\theta_i)$, assim podemos escrever III.b.7 como:

$$I(\theta_i) = \sigma_R^{-\Delta\sigma_T} - 2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta \quad (\text{III.b.8})$$

Para íons pesados, onde os conceitos semiclássicos tem significado, o raio de blindagem R pode ser associado a um ângulo de blindagem θ_{CB} através da relação $2\cotg \frac{\theta_{CB}}{2} = \frac{kR}{\eta}$. Assim, por exemplo, para um sistema leve como $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ em $E_{CM} = 18 \text{ MeV}$, temos $\theta_{CB} \sim 0.13^\circ$. Se tomarmos $\theta_i > \theta_{CB}$ certamente poderemos substituir $\sigma_{CB}(\theta)$ por $\sigma_{Ruth}(\theta)$ na integral da relação (III.b.8), reescrevendo-a como:

$$I(\theta_i) = \sigma_R^{-\Delta\sigma_T} - 2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta \quad (\text{III.b.9})$$

Os efeitos de blindagem na integral $I(\theta_i)$ estão contidos somente em $\Delta\sigma_T$.

De acordo com Holdeman e Thaler⁹⁾ podemos relacionar a amplitude residual de espalhamento $f'_N(\theta)$ com a amplitude de espalhamento nuclear usual $f_N(\theta)$, através da relação:

$$f(\theta) - f_{CB}(\theta) = f'_N(\theta) = \frac{1}{2ik} e^{-2i\Lambda} \sum_{\ell} (2\ell+1) e^{2i\sigma_{\ell}} [e^{2i\hat{\delta}_{\ell}} - 1] P_{\ell}(\cos\theta) = e^{-2i\Lambda} f_N(\theta) \quad (\text{III.b.10})$$

onde: Λ é o deslocamento de fase devido a blindagem dado por $\Lambda = \eta \ln 2kR$

$\hat{\delta}_{\ell}$ é definido como sendo o deslocamento de fase devido ao potencial nuclear na ausência de blindagem

σ_{ℓ} é o deslocamento de fase devido ao potencial coulombiano.

A fase Λ é muito grande para um raio R da ordem do raio atômico ($\Lambda = 61$ para $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ a $E_{CM} = 18 \text{ MeV}$) e não é relevante em nossa análise. Sendo assim podemos tomar um valor qualquer para Λ e por conveniência tomaremos $\Lambda = 0$, como propuseram Holdeman e Thaler⁹⁾.

Assim a equação (III.b.9) pode ser escrita como:

$$I(\theta_i) = \sigma_R - \frac{4\pi}{k} \text{Im} f_N(0) - 2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{\text{Ruth}}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta \quad (\text{III.b.11})$$

A equação (III.b.11) foi usada⁴⁾ para se fazer um estudo da função $I(\theta_i)$. Ambos, σ_R e $f_N(\theta)$ foram calculados por um código de modelo óptico³⁰⁾. A amplitude nuclear $f_N(0)$ foi obtida extrapolando-se o cálculo de $f_N(\theta)$ até zero grau, pois a amplitude $f_N(\theta)$ varia lentamente com o ângulo. O último termo da equação (III.b.11) também foi calculado usando seção de choque de modelo óptico para $\sigma(\theta)$.

Na figura III.b.1 apresentamos $I(\theta)$ calculado por Villari e colaboradores⁴⁾ para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ na $E_{\text{CM}} = 18.0$ MeV, usando um potencial óptico da referência (31).

Podemos observar na figura III.b.1 que para ângulos pequenos $I(\theta_i)$ oscila em torno de $-\Delta\sigma_T$, devido à contribuição da amplitude de glória frontal e efeitos de blindagem. Outro ponto importante é que a integral $I(\pi)$ não é igual a σ_R , como foi proposto pelo método SOD, mas que:

$$\sigma_R = I(\pi) + \Delta\sigma_T \quad (\text{III.b.12})$$

onde $I(\pi)$ é definido como:

$$I(\pi) = 2\pi \int_0^{\pi} [\sigma_{\text{CB}}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta = \sigma_{\text{SOD}} \quad (\text{III.b.13})$$

A equação (III.b.12) exprime o teorema óptico generalizado e a figura (III.b.1) é a sua representação gráfica.

Novamente voltamos a reforçar, agora com novos argumentos que o método SOD para se obter σ_R é falho, em se tratando do estudo de sistemas leves e leves-pesados. Reescrevendo a equação (III.b.11) temos:

$$2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{\text{Ruth}}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta = \sigma_R - I(\theta_i) - \frac{4\pi}{k} \text{Im} f_N(0) \quad (\text{III.b.14})$$

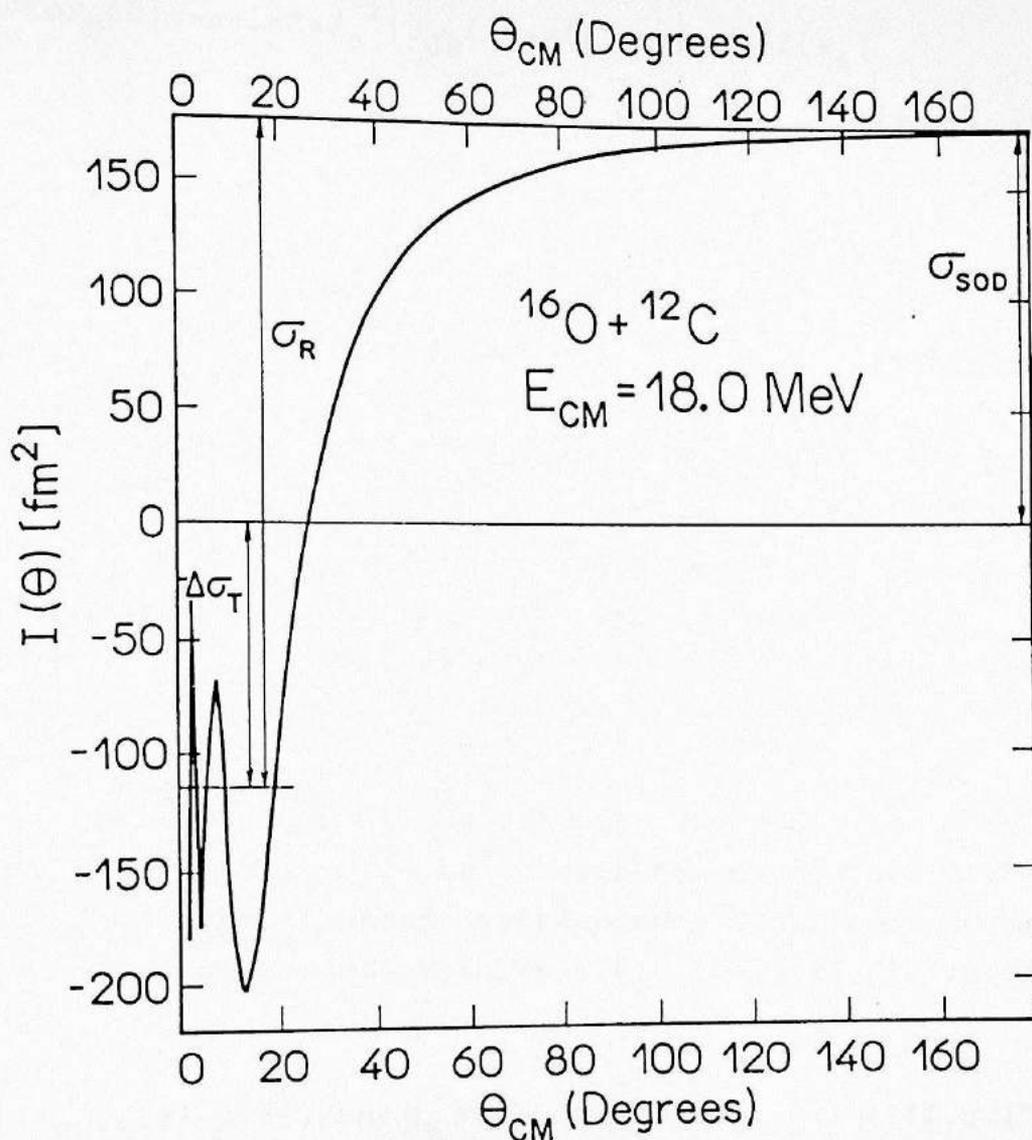


Fig. III.b.1. Cálculo de modelo óptico da função

$I(\theta) = \sigma_R - \Delta\sigma_T - 2\pi \int_0^\pi [\sigma_{Ruth}(\theta') - \sigma(\theta')] \text{sen}\theta' d\theta'$ para o sistema $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ à energia $E_{CM} = 18.0$ MeV, usando o potencial óptico da referência (31). σ_{SOD} indicado na figura, é definido como: $\sigma_{SOD} = 2\pi \int_0^\pi [\sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta)] \text{sen}\theta d\theta = I(\pi)$.

se o ângulo θ_i satisfaz a condição:

$$-\frac{4\pi}{k} \text{Im} f_N(C) = -\Delta\sigma_T = 2\pi \int_0^{\theta_i} [\sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta)] \text{sen}\theta d\theta = I(\theta_i) \quad (\text{III.b.15})$$

então:

$$\sigma_R = 2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)] \text{sen}\theta d\theta \quad (\text{III.b.16})$$

Esta é, portanto, a condição a ser satisfeita para que o método do SOD seja válido.

Está claro que esta condição não é exatamente determinada uma vez que seria necessária uma medida de $I(\theta_i)$ ou de $f_N(C)$ o que é impossível do ponto de vista experimental, por envolver medidas da seção de choque diferencial elástica a zero grau.

Analisando a figura III.b.1, vemos que a condição $I(\theta_i) = -\Delta\sigma_T$ é aproximadamente satisfeita nos pontos de inflexão da função $I(\theta_i)$. Estes pontos correspondem a extremos do argumento da integral na definição de $I(\theta_i)$ (relação (III.b.11)).

$$\frac{d}{d\theta} [(\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)) \text{sen}\theta] \Big|_{\theta_i} = 0 \quad (\text{III.b.17})$$

A determinação de σ_R se dá através da relação:

$$\sigma_R = \sigma_{R_i} = 2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)] \text{sen}\theta d\theta \quad (\text{III.b.18})$$

Assim podemos dizer que nosso objetivo foi alcançado ao encontrarmos uma variante do método SOD que sirva para calcular σ_R para sistemas leves, leves-pesados e pesados.

No capítulo IV, faremos a aplicação deste método utilizando distribuições angulares elásticas experimentais obtidas para o sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$.

III.c. O Modelo Óptico

Neste capítulo iremos fazer uma breve discussão sobre o problema do espalhamento elástico de um projétil incidente sobre um alvo.

O espalhamento elástico é o processo mais simples e mais provável que pode ocorrer na colisão entre dois núcleos: eles mantêm sua identidade antes e depois da colisão, conservando energia cinética e momento angular.

Potenciais de modelo óptico são largamente utilizados na análise de espalhamento elástico entre íons pesados. O espalhamento elástico é descrito por um potencial médio que contém uma parte real e uma parte imaginária. A parte imaginária provoca uma absorção do fluxo incidente no canal de entrada. Esta perda de fluxo do canal elástico simula absorção em outros canais de reação tal como fusão, transferência, espalhamento inelástico etc..

A forma proposta para o potencial óptico por Woods e Saxon³²⁾ tem se mostrado eficaz na explicação dos fenômenos encontrados no espalhamento elástico.

O potencial total de interação entre a partícula incidente e a partícula alvo é escrito como:

$$U(r) = V_C(r) + V_N(r) \quad (\text{III.c.1})$$

onde:

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_C} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2} \right) \quad r \leq R_C \quad (\text{III.c.2})$$

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad r > R_C$$

é a parte coulombiana em que $R_C = r_{0C} A_2^{1/3}$ e onde o potencial nu

clear se escreve como:

$$V_N(r) = V(r) + iW(r) \quad (\text{III.c.3})$$

sendo: Z_1 e Z_2 - nº atômico das partículas incidentes e alvo
 e - carga elementar
 R_C - raio do potencial coulombiano
 A_2 - massa atômica da partícula alvo
 $V(r)$ - parte real do potencial nuclear
 $W(r)$ - parte imaginária do potencial nuclear

Analiticamente o potencial nuclear de Woods e Saxon³²⁾ é descrita como:

$$V_N(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_r}{a_r}\right)} - i \frac{W_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_i}{a_i}\right)} \quad (\text{III.c.4})$$

onde os raios são definidos como

$$R_r = r_r (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \text{ e } R_i = r_i (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}),$$

no caso de sistema de íons pesados.

O restante dos termos da equação (III.c.4) são:

V_0 e W_0 - profundidades do potencial real e imaginário, respectivamente;
 R_r e R_i - raios dos potenciais real e imaginário, respectivamente;
 a_r e a_i - difusividades do potencial real e imaginário, respectivamente;
 A_1 e A_2 - massa atômicas das partículas incidente e alvo, respectivamente.

De posse do potencial, temos que resolver a equação de Schrödinger independente do tempo não relativística, que é dada por:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r) \right] \psi(r) = E \psi(r) \quad (\text{III.c.5})$$

onde E é a energia total da partícula.

A solução da equação de Schrödinger pode ser dividida em duas etapas, que consistem basicamente em se resolver a parte nuclear e coulombiana separadamente.

Na solução da parte nuclear assumimos que o potencial $V_N(r)$ tende a zero mais rapidamente que $1/r$ para $r \rightarrow \infty$. Com isto podemos escrever uma solução assintótica para a equação (III.c.5) como:

$$\psi(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} A[\exp(ik \cdot r) + f(\theta, \phi) \frac{\exp(ikr)}{r}] \quad (\text{III.c.6})$$

Podemos interpretar $\psi(r)$ como sendo a superposição de uma onda plana de número de onda k , com uma onda emergente esférica com amplitude dada por $f(\theta, \phi)$.

Fazendo uma expansão de $\psi(r)$ em ondas parciais, obtemos:

$$\psi(r) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} C_{\ell m}(k) R_{\ell}(k, r) Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (\text{III.c.7})$$

Reescrevemos a equação de Schrödinger radial:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] R_{\ell}(k, r) + V_N(r) R_{\ell}(k, r) = E R_{\ell}(k, r) \quad (\text{III.c.8})$$

Efetuada a mudança de variável e introduzindo um potencial reduzido $V(r)$, tal como:

$$U_{\ell}(k, r) = r R_{\ell}(k, r) \quad (\text{III.c.9})$$

$$V(r) = \frac{2m}{\hbar^2} U(r)$$

A equação radial se torna:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - V(r) \right] U_{\ell}(k, r) = 0 \quad (\text{III.c.10})$$

Para o caso em que $V(r)=0$, a equação se transforma em uma equação diferencial de Bessel esférica, cujas soluções são as funções esféricas de Bessel $j_\ell(kr)$.

$$U_\ell^o(k,r) = a_\ell(k) j_\ell(kr) \quad (\text{III.c.11})$$

A solução assintótica ($r \rightarrow \infty$) é dada por:

$$U_\ell^o(k,r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{a_\ell(k)}{kr} \text{sen}(kr - \frac{1}{2} \ell \pi) \quad (\text{III.c.12})$$

Para o caso em que $V(r) \neq 0$, resolvemos a equação apenas para a região onde o potencial pode ser desprezado, obtendo com isto uma solução igual a anterior, apenas diferenciada por uma fase $\delta_\ell(k)$, que aparece devido à existência de um potencial na região próxima à origem do sistema de coordenadas.

A solução da equação é dada por:

$$U_\ell(k,r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} a_\ell(k) \text{sen}[kr - \frac{1}{2} \ell \pi + \delta_\ell(k)] \quad (\text{III.c.13})$$

A quantidade $\delta_\ell(k)$ é denominada defasagem nuclear.

É usual definir uma outra quantidade denominada matriz de espalhamento $S_N(\ell)$ como:

$$S_N(\ell) = \exp(2i\delta_\ell) \quad (\text{III.c.14})$$

Como veremos, a matriz de espalhamento é útil no cálculo da amplitude de espalhamento $f(\theta, \phi)$.

A segunda etapa na resolução da equação de Schrödinger seria encontrar a solução da parte coulombiana.

Neste caso a solução da equação assume a forma assintótica:

$$\psi(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \psi_i(r) + f_c(\theta) \psi_e(r) \quad (\text{III.c.15})$$

onde:

$$\psi_i(r) = \left(1 - \frac{\eta^2}{ik(r-z)}\right) \exp[ikz + i\eta \ln k(r-z)] \hat{r} \quad (\text{III.c.16})$$

e

$$\psi_e(r) = \frac{1}{r} \exp[ikr - i\eta \ln 2kr] \hat{r} \quad (\text{III.c.17})$$

onde $\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar k}$ é o parâmetro de Sommerfeld.

A amplitude de espalhamento coulombiano $f_c(\theta)$ é escrita como:

$$f_c(\theta) = \frac{-\eta}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp[i\eta \ln(\sin^2 \frac{\theta}{2}) + 2\sigma_\ell] \quad (\text{III.c.18})$$

onde σ_ℓ são as fases coulombianas.

Com isto é possível escrevermos a amplitude total de espalhamento elástico.

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell + 1) (S_N(\ell) - 1) e^{2i\sigma_\ell} P_\ell(\cos\theta) \quad (\text{III.c.19})$$

onde devemos ressaltar que na expressão (III.c.19) já consideramos o fato de a amplitude de espalhamento não depender da coordenada ϕ .

Maiores detalhes a respeito da dedução apresentada, veja Joachain³³⁾.

De posse da amplitude de espalhamento a seção de choque de espalhamento elástico é escrita como:

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 \quad (\text{III.c.20})$$

Um outro resultado que pode ser obtido é a seção de choque de reação σ_R , quando se conhece a matriz $S_N(\ell)$ de espalhamento, pela relação:

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=C}^{\infty} (2\ell+1) (1 - |S_N(\ell)|^2) \quad (\text{III.c.21})$$

A maneira usual de se encontrar os parâmetros do potencial (III.c.4) é utilizar um programa de modelo óptico que faz uma busca automática destes 6 parâmetros de forma a se obter o melhor ajuste da seção de choque experimental de espalhamento elástico. O método usado pela maioria dos programas que fazem cálculos de modelo óptico é o de minimização de χ^2 , onde:

$$\chi^2 = \sum_i \left[\frac{\sigma_{\text{exp}}(\theta_i) - \sigma_{\text{teórico}}(\theta_i)}{\Delta\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)} \right]^2 \quad (\text{III.c.22})$$

e $\Delta\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ é o erro experimental da seção de choque diferencial elástica $\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$.

Um dos problemas deste modelo são as ambigüidades encontradas em seus potenciais como por exemplo: a ambigüidade de IGC³⁴⁾, que aparece quando temos valores de profundidades V_0 e raios R_r com

$$V_0 \exp\left(\frac{R_r}{a_r}\right) = c \frac{te}{a_r} \quad \text{e} \quad W_0 \exp\left(\frac{R_i}{a_i}\right) = c \frac{te}{a_i} \quad (\text{III.c.23})$$

se as difusividades a_r e a_i são mantidas fixas.

A ambigüidade de IGO se deve ao fato de termos famílias de potenciais óptico com superfícies idênticas e profundidades diferentes que ajustam igualmente bem os dados experimentais de espalhamento elástico, devido ao fato de que o espalhamento elástico de íons pesados ser sensível apenas à superfície do potencial e não ao seu interior. Mesmo assim, estes potenciais são largamente usados por serem um ponto de partida simples na análise dos dados, para se reproduzir satisfatoriamente o espalhamento elástico.

No próximo capítulo faremos uma análise do espalhamento elástico do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ em diferentes energias utilizando-se potenciais ópticos. Mostraremos, também, os valores da seção de choque de reação σ_R fornecidos pelo modelo óptico

tico para uma posterior comparação com σ_R obtidos pelo método descrito na seção III.b.

III.d. Análise por Defasagens

Tem se encontrado dificuldades em reproduzir as anomalias das distribuições angulares elástica em ângulos intermediários e traseiros de sistemas de íons pesados-leves ($12 \leq A \leq 40$) usando cálculos de modelo óptico.

O método de defasagens consiste em calcular o espalhamento elástico diretamente a partir da matriz $S_N(\ell)$ de espalhamento, ajustando os elementos desta matriz, acrescentando uma componente variável à cada elemento da matriz $S_N(\ell)$ usual, para se obter o melhor ajuste da distribuição angular elástica.

Descreveremos, a seguir, o método utilizado, quanto à maneira de se parametrizar a matriz $S_N(\ell)$ e sua componente flutuante.

A amplitude de espalhamento elástico é escrita na forma usual (III.c.19):

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) (S_N(\ell) - 1) \exp[2i\sigma_{\ell}] P_{\ell}(\cos\theta) \quad (\text{III.d.1})$$

O método consiste em se adotar a matriz $S_N(\ell)$ de espalhamento como contendo um termo não perturbado $S_N^0(\ell)$ que seria obtido a partir do modelo óptico e outro termo $\delta S_N(\ell)$, que seria a parte variável da matriz. O termo $\delta S_N(\ell)$ deve ser capaz de reproduzir as oscilações encontradas na distribuição angular.

Com isto, a matriz $S_N(\ell)$ pode ser escrita como:

$$S_N(\ell) = S_N^0(\ell) + \delta S_N(\ell) \quad (\text{III.d.2})$$

A maneira usual de se obter os termos $\delta S_N(\ell)$ é atra

vés de um método de ajuste que procura o mínimo do χ^2 escrito em termos das seções de choque de espalhamento elástico experimental e teórica.

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sigma_{\text{exp}}(\theta_i) - \sigma_{\text{teór}}(\theta_i)}{\Delta\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)} \right]^2 \quad (\text{III.d.3})$$

onde: N - nº de graus de liberdade
n - nº de pontos experimentais
 $\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ - seção de choque diferencial experimental
 $\sigma_{\text{teór}}(\theta_i)$ - seção de choque diferencial teórica
 $\Delta\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ - erro da seção de choque experimental

Os ajustes obtidos utilizando este método são considerados excelentes. Todas as estruturas que aparecem nas distribuições angulares são facilmente reproduzidas.

Por outro lado, não é difícil demonstrar que se tivermos uma distribuição angular experimental completa com $4\ell_{\text{máx}}+3$ pontos experimentais, onde $\ell_{\text{máx}}$ é a máxima onda parcial que se utiliza no cálculo da seção de choque teórica ($\ell_{\text{máx}}$ é determinado semiclassicamente), a matriz $S_N(\ell)$ é determinada de maneira única³⁵). Este teorema só é válido quando temos dados experimentais exatos, o que do ponto de vista experimental é impossível. No entanto, se as distribuições angulares têm número de pontos experimentais próximos de $4\ell_{\text{máx}}+3$ e erros pequenos, tem-se uma "certa" confiança na matriz $S_N(\ell)$ obtida.

Pode-se estimar o erro atribuído a cada elemento da matriz $S_N(\ell)$ variando a seção de choque dentro da barra de erro experimental e variando a $S_N(\ell)$ de partida. Com isto obtemos uma matriz $S_N(\ell)$ teórica com uma certa barra de erro.

Este método também nos permite obter a seção de choque de reação σ_R .

A seção de choque de reação σ_R é obtida da matriz de espalhamento $S_N(\ell)$ por:

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) (1 - |S_N(\ell)|^2) \quad (\text{III.d.4})$$

Resultados obtidos por este método de análise serão mostrados no próximo capítulo.

IV. ANÁLISE E RESULTADOS

IV.a. Distribuições Angulares Elásticas

Medimos 5 distribuições angulares elásticas completas do sistema $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$ na faixa angular de $15^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 170^\circ$ nas energias $E_{\text{CM}} = 14.70; 16.08; 18.90; 20.97; 21.87$ MeV utilizando do feixe de ^{28}Si e alvo de ^{12}C .

Também utilizaremos em nossas análises outras 7 distribuições angulares elásticas medidas por Villari¹⁾, Ost²⁾ e Cheng³⁾, respectivamente, utilizando feixe de ^{12}C e alvo de ^{28}Si . Seus resultados são indicados abaixo:

- Villari $20^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 170^\circ$ em $E_{\text{CM}} = 17.50$ MeV
- Ost $15^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 175^\circ$ em $E_{\text{CM}} = 20.30$ MeV
- Cheng $20^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 100^\circ$ em $E_{\text{CM}} = 19.60; 22.40; 23.80; 24.50; 25.20$ MeV

Estas distribuições angulares estão mostradas nas figuras IV.a.1 a IV.a.12.

Nas distribuições angulares medidas por nós, observamos que os erros na seção de choque diferencial elástica em ângulos traseiros são maiores. A principal fonte de erro nestes ângulos foi a baixa estatística na tomada dos dados experimentais. Isto se deveu ao fato de termos optado por um arranjo experimental que permitia a medida simultânea do ^{28}Si espalhado elasticamente no ^{12}C (o que nos fornecia os ângulos dianteiros e intermediários) e do ^{12}C de recuo (que nos dava os ângulos traseiros das distribuições angulares elástica).

Com este arranjo não podíamos aumentar demasiadamente a intensidade do feixe incidente a fim de melhorar a estatística dos eventos em ângulos traseiros e conseqüentemente diminuir o tempo de medida, porque o detetor não suportaria a alta taxa de contagens do ^{28}Si espalhado em ângulos dianteiros. Por outro lado, ao diminuirmos a intensidade do feixe, nossa estatística para o espalhamento em ângulos traseiros era ruim, o que tinha que ser compensado com um maior tempo de medida. Fizemos o possível para conciliar estes dois fatores na tomada dos dados experimentais.

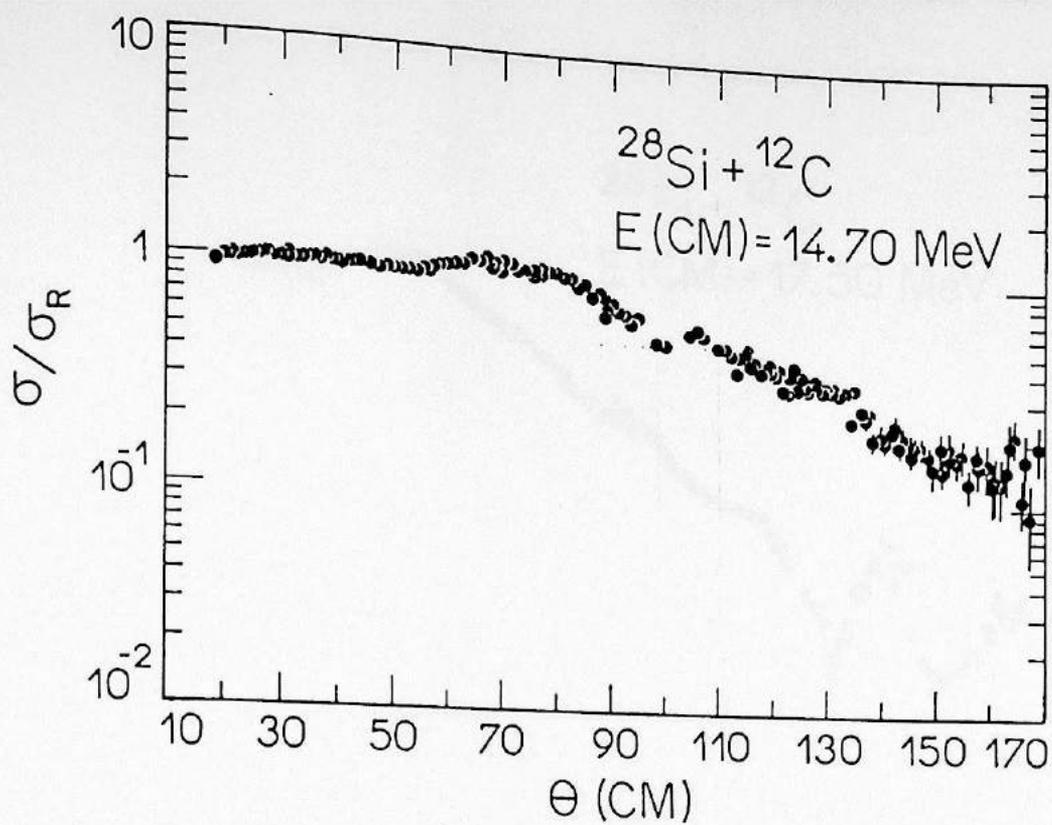


Fig. IV.a.1. Distribuição angular elástica obtida neste trabalho

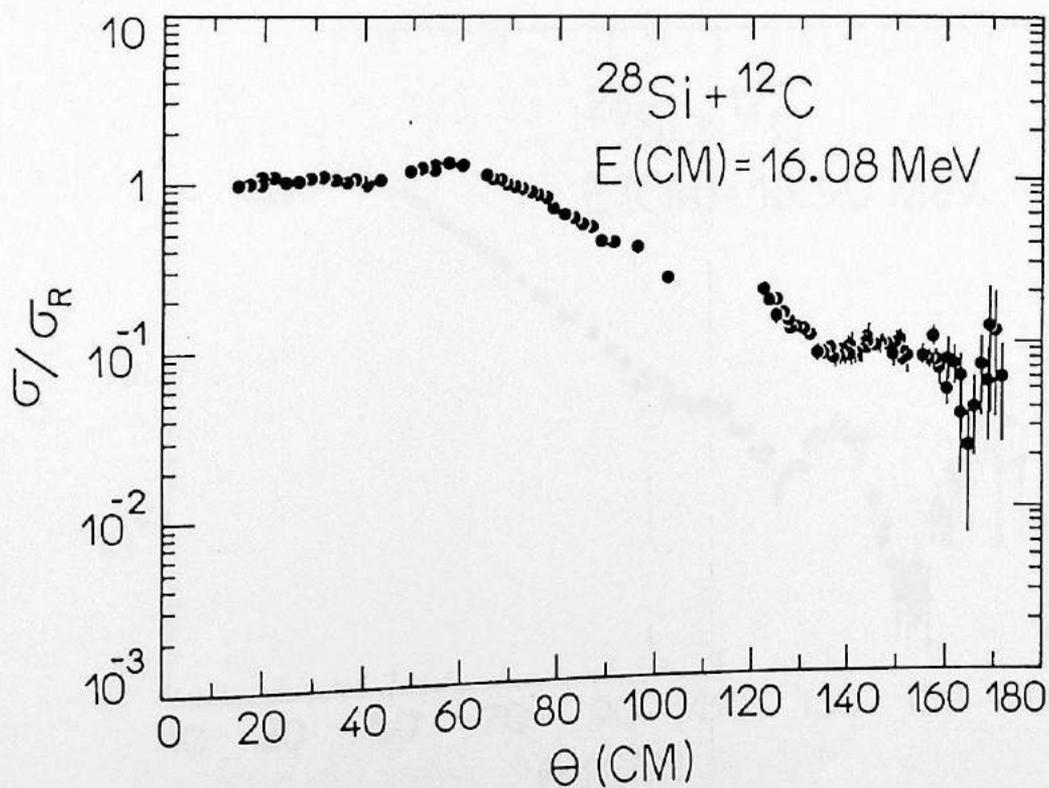


Fig. IV.a.2. Distribuição angular elástica obtida neste trabalho

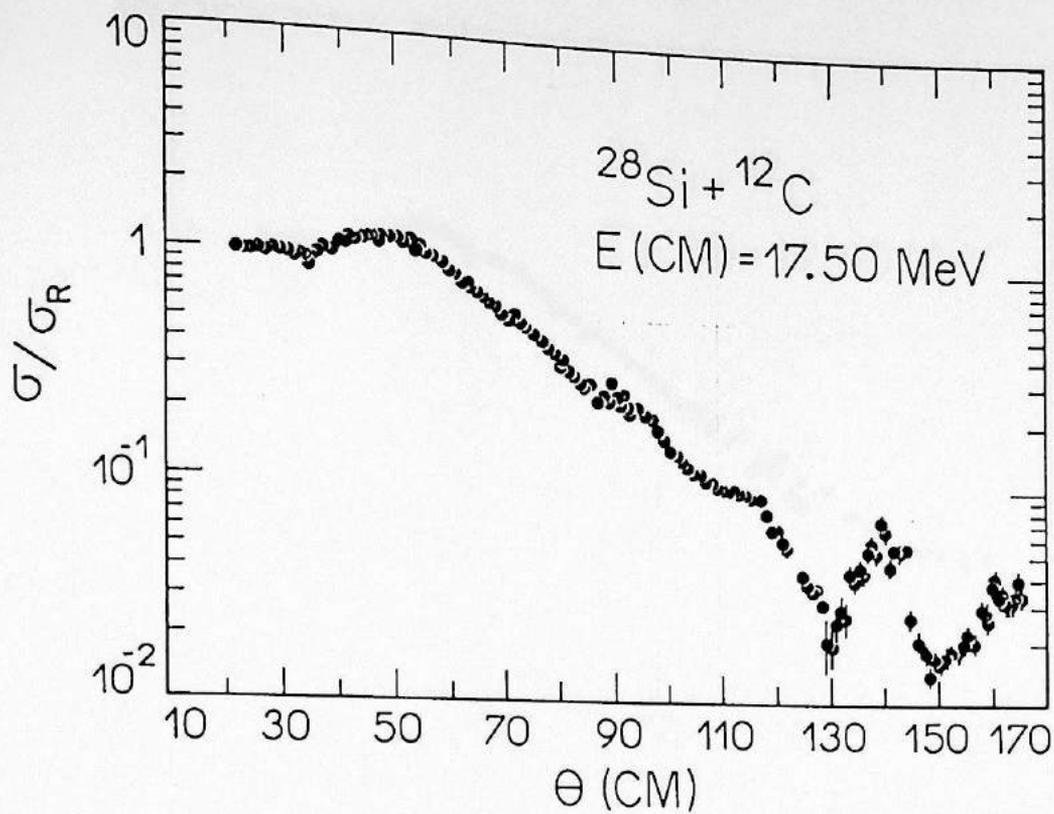


Fig. IV.a.3. Distribuição angular elástica obtida por Villari

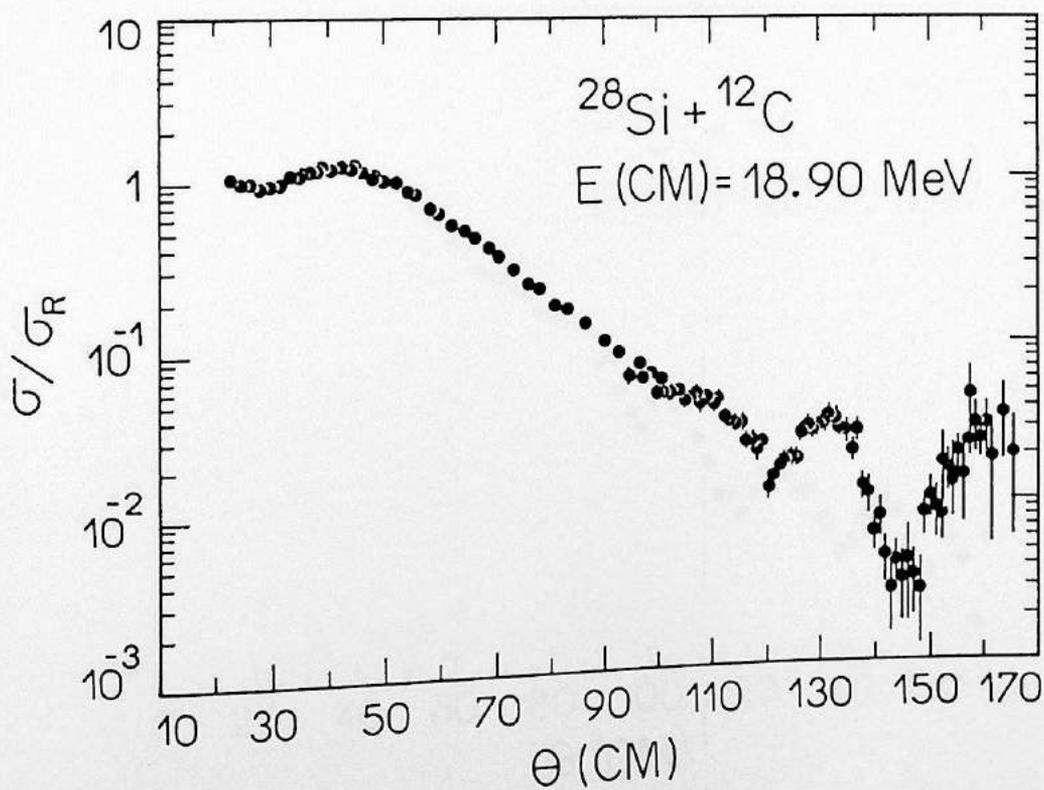


Fig. IV.a.4. Distribuição angular elástica obtida neste trabalho

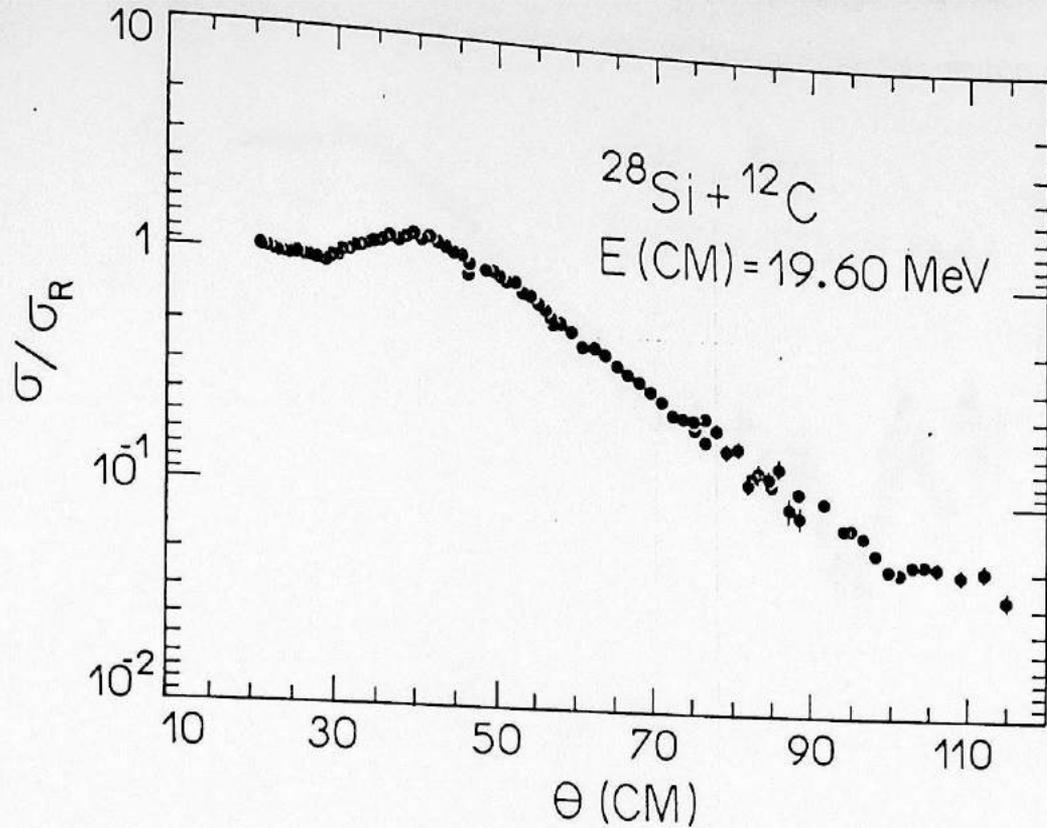


Fig. IV.a.5. Distribuição angular elástica obtida por Cheng

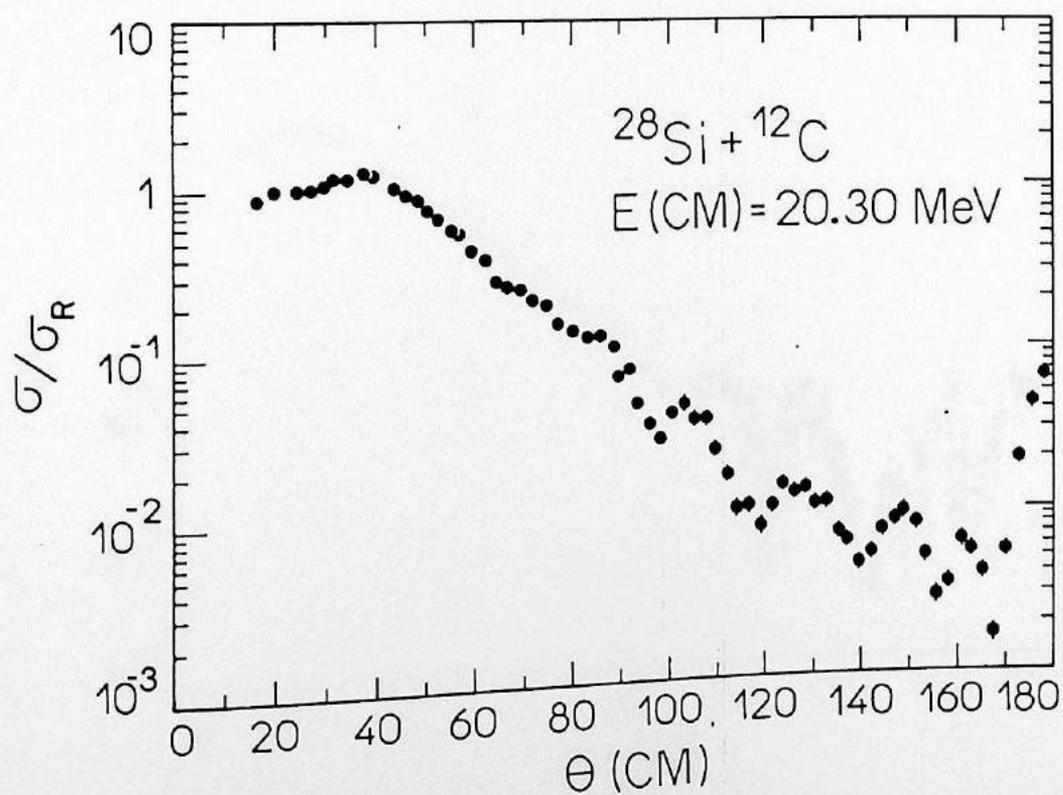


Fig. IV.a.6. Distribuição angular elástica obtida por Ost

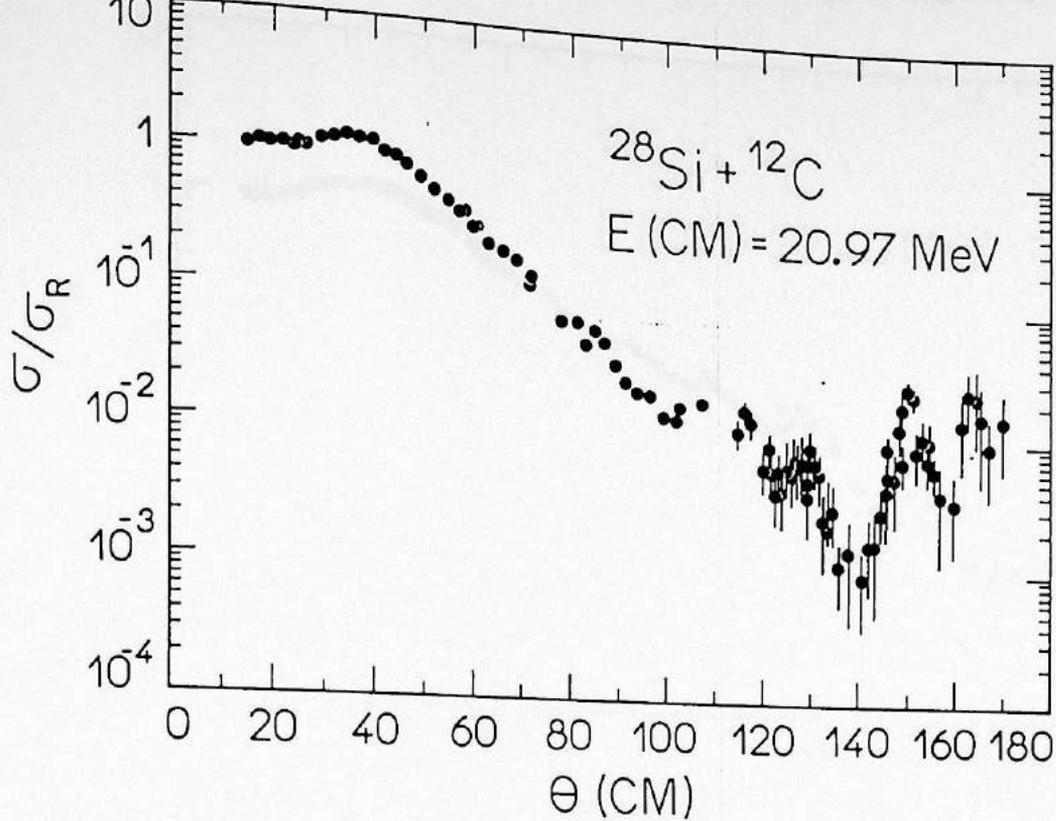


Fig. IV.a.7. Distribuição angular elástica obtida neste trabalho

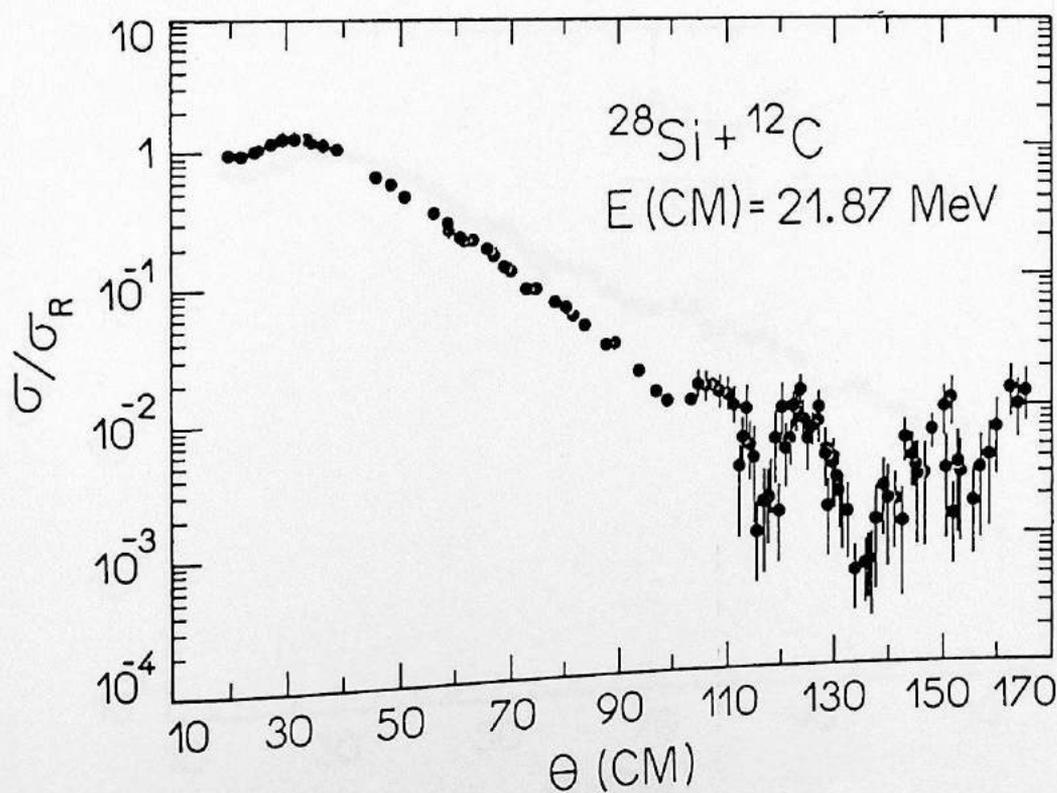


Fig. IV.a.8. Distribuição angular elástica obtida neste trabalho

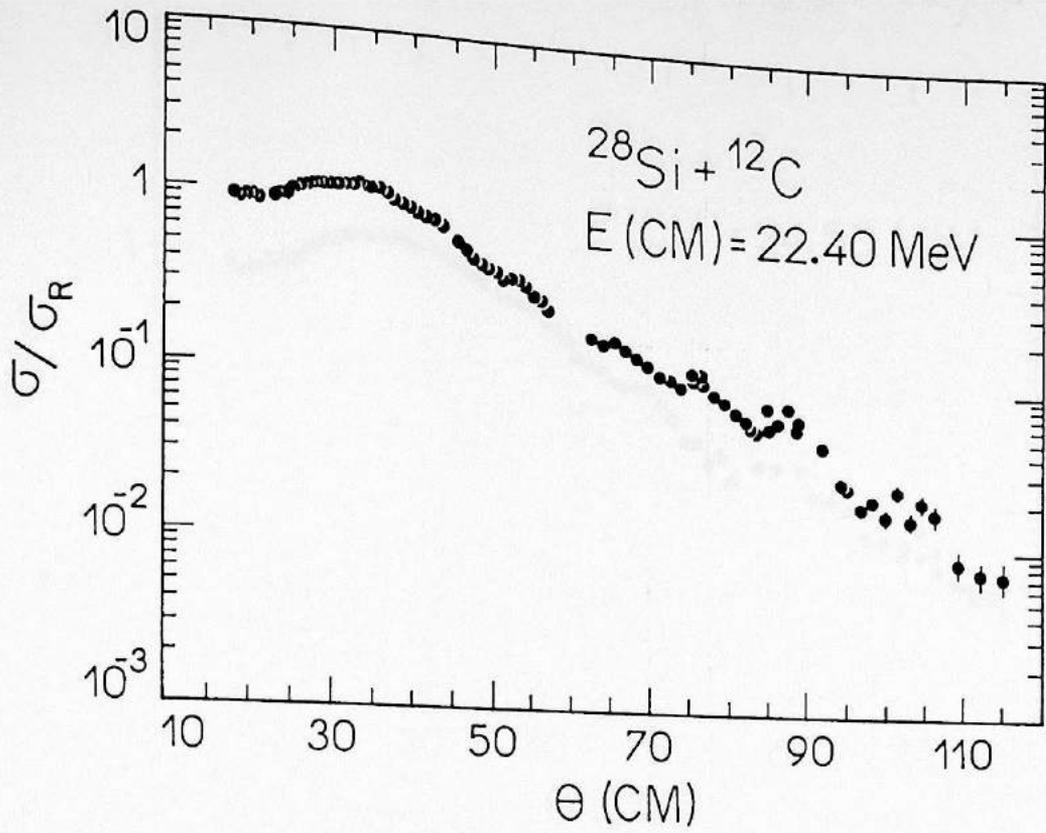


Fig. IV.a.9. Distribuição angular elástica obtida por Cheng

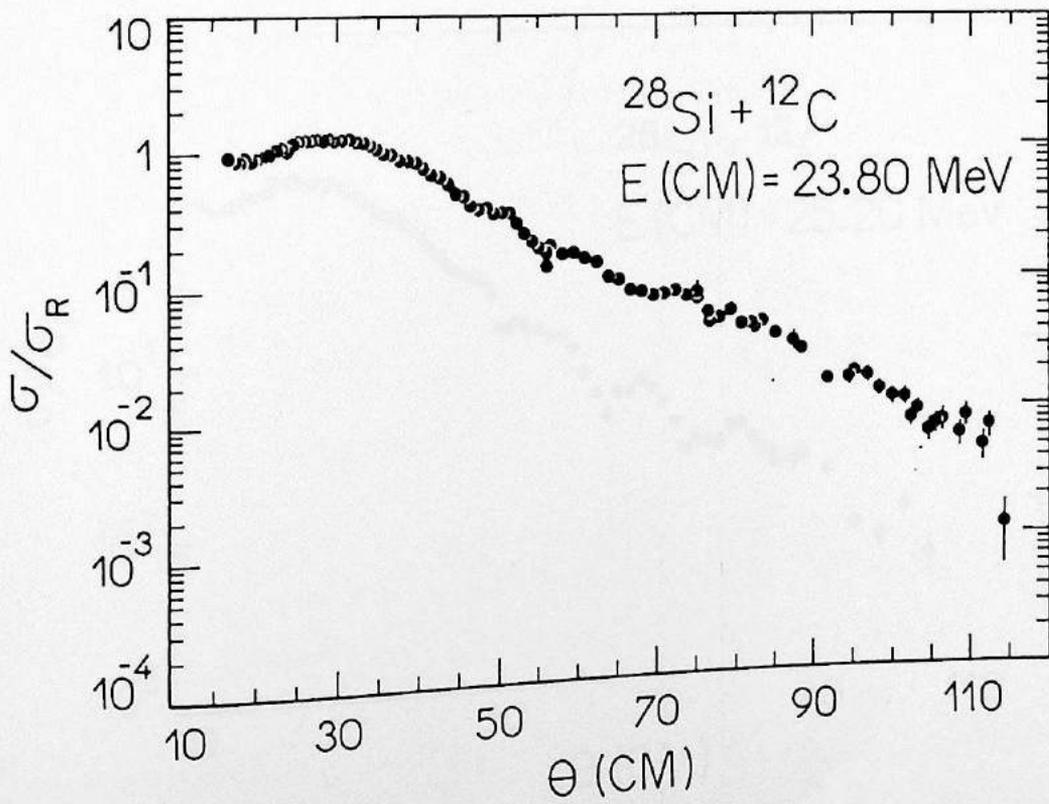


Fig. IV.a.10. Distribuição angular elástica obtida por Cheng

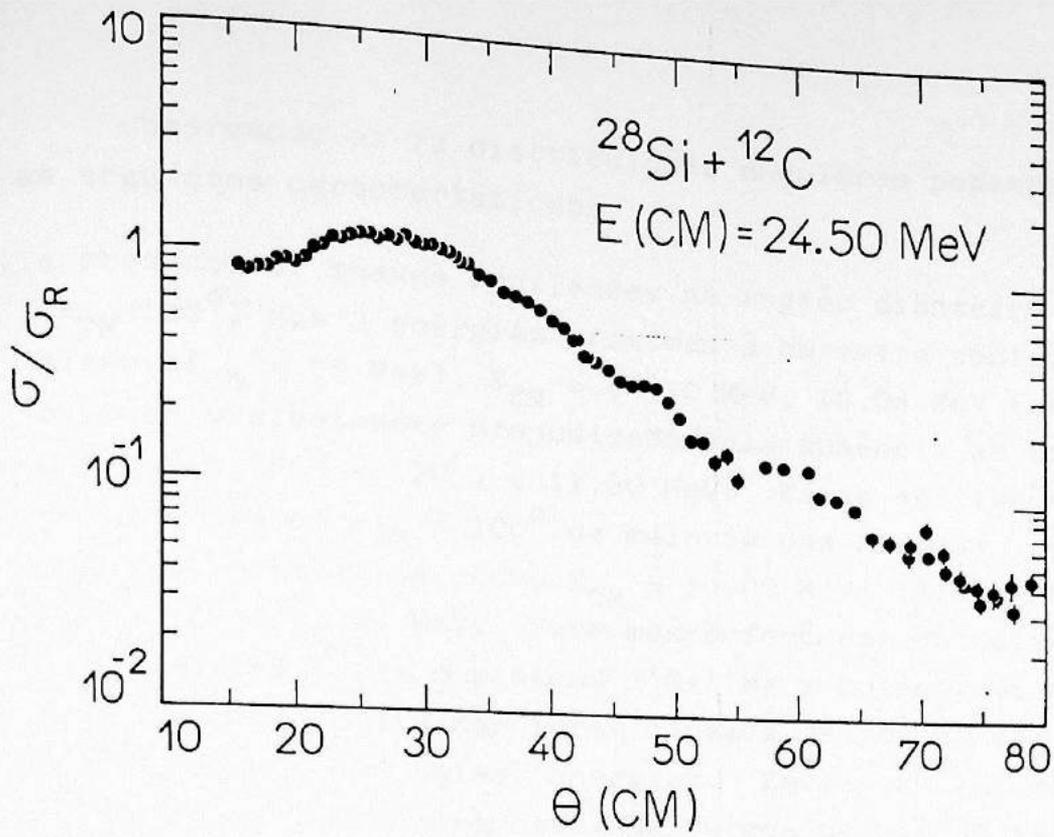


Fig. IV.a.11. Distribuição angular elástica obtida por Cheng

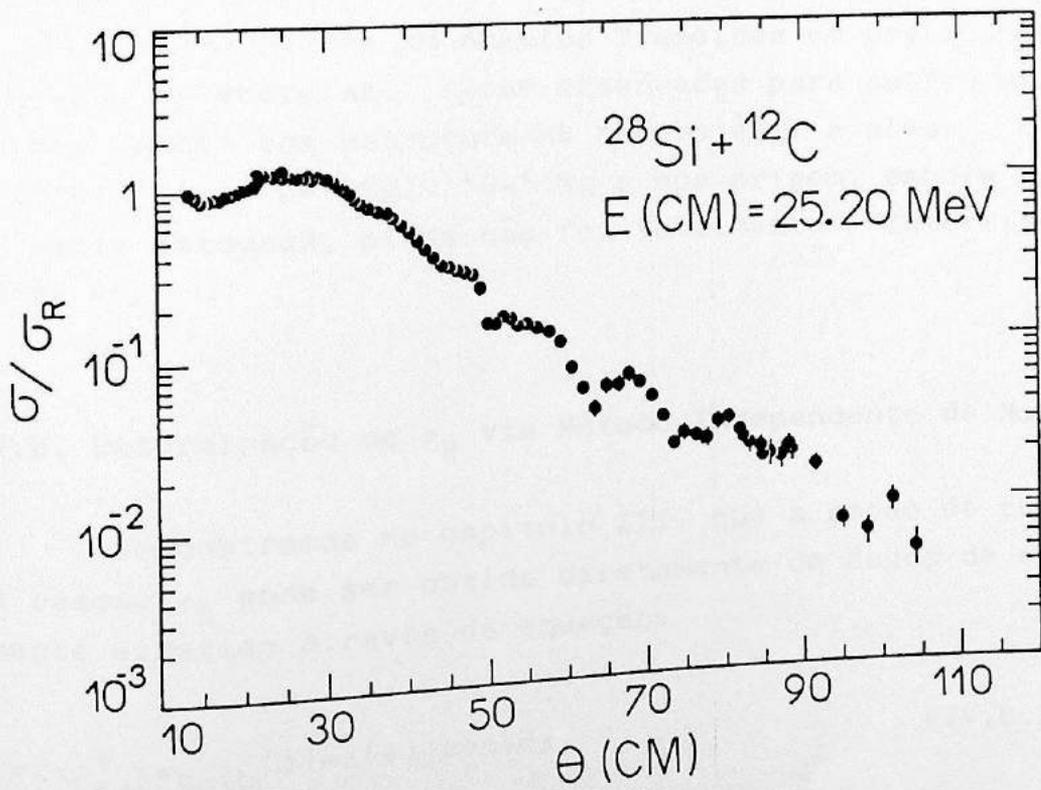


Fig. IV.a.12. Distribuição angular elástica obtida por Cheng

Observando as 12 distribuições angulares podemos notar as seguintes características:

1. a presença de suaves oscilações na região dianteira ($\theta_{CM} < 120^\circ$) nas 3 energias próximas à barreira coulombiana ($E_{CB} \approx 15$ MeV), $E_{CM} = 14.70$ MeV, 16.08 MeV (oscilação visivelmente prejudicada pela ausência de dados entre 100° e 120°) e 17.50 MeV. Estas oscilações desaparecem em $\theta_{CM} < 100^\circ$ da maioria das medidas em energias mais altas, como $E_{CM} = 18.90$ MeV, 19.60 MeV, 20.97 MeV e 21.87 MeV. Este mesmo fenômeno já havíamos observado para o sistema $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ e potenciais ópticos convencionais não foram capazes de reproduzir estas oscilações em baixas energias. Estas oscilações constituem um fenômeno novo que merece um estudo mais detalhado;
2. a presença de oscilações na região dianteira ($\theta_{CM} < 100^\circ$) em energias bem acima da barreira, como $E_{CM} = 22.40$, 23.80, 24.50 e 25.20 MeV. O aparecimento destas oscilações é esperado e são vistas em muitos outros sistemas também e não constituem novidade;
3. oscilações fortes em ângulos traseiros em praticamente todas as energias. Foram observadas para outros sistemas também com estrutura na no projétil e alvo, como $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$, $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$, $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$ e sua origem, embora bastante estudada, ainda não foi totalmente determinada ⁵⁾.

IV.b. Determinação de σ_R via Método Independente de Modelo

Demonstramos no capítulo III, que a seção de choque de reação σ_R pode ser obtida diretamente de dados de espalhamento elástico através da equação:

$$\sigma_R = 2\pi \int_{\theta_i}^{\pi} [\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin \theta d\theta \quad (\text{IV.b.1})$$

onde σ_{Ruth} e $\sigma(\theta)$ são respectivamente as seções de choque de i

ferenciais do espalhamento Rutherford e de espalhamento elástico e θ_i é um ângulo que satisfaz a condição.

$$\Delta\sigma_T = -2\pi \int_{\theta_1}^{\theta_i} [\sigma_{CB}(\theta) - \sigma(\theta)] \sin\theta d\theta \quad (IV.b.2)$$

Mostramos que a condição (IV.b.2) é satisfeita no ângulo θ_i definido por:

$$\frac{d}{d\theta} [(\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)) \sin\theta]_{\theta_i} = 0 \quad (IV.b.3)$$

Com isto θ_i pode ser determinado como pontos de máximo ou mínimo da função $F(\theta) = (\sigma_{Ruth}(\theta) - \sigma(\theta)) \sin\theta$.

Neste trabalho usamos uma condição equivalente a (IV.b.3) que é mais facilmente verificada experimentalmente e cuja validade foi também confirmada por cálculos de modelo óptico. Passaremos a explicar, em seguida, o uso desta condição. Usando dados experimentais de espalhamento elástico nós podemos construir a função $\sigma_R(\theta)$ como:

$$\sigma_R(\theta) = 2\pi \int_{\theta_1}^{\theta} [\sigma_{Ruth}(\theta') - \sigma_{exp}(\theta')] \sin\theta' d\theta' \quad (IV.b.4)$$

onde θ_1 é o primeiro ângulo medido da distribuição angular elástica. A figura IV.b.1 mostra a função $\sigma_R(\theta)$ para a $E_{CM} = 18.90$ MeV. Uma forte oscilação com amplitude A está presente em $\sigma_R(\theta)$ entre 25° e 50° . Escolhemos o ângulo θ_i onde o valor de $\sigma_R(\theta_i)$ decresce de $A/3$, tomando como referência o máximo desta primeira oscilação. Esta condição é melhor que a condição (IV.b.3), desde que ela dependa menos da precisão dos dados experimentais em ângulos muito dianteiros. O valor de σ_R é obtido pela equação (IV.b.1) como:

$$\sigma_R = \sigma_R(\pi) - \sigma_R(\theta_i) \quad (IV.b.5)$$

É importante realçar que o primeiro ângulo medido θ_1 deve ser menor que θ_i e suficientemente pequeno para permitir a observação de oscilações em $\sigma_R(\theta)$.

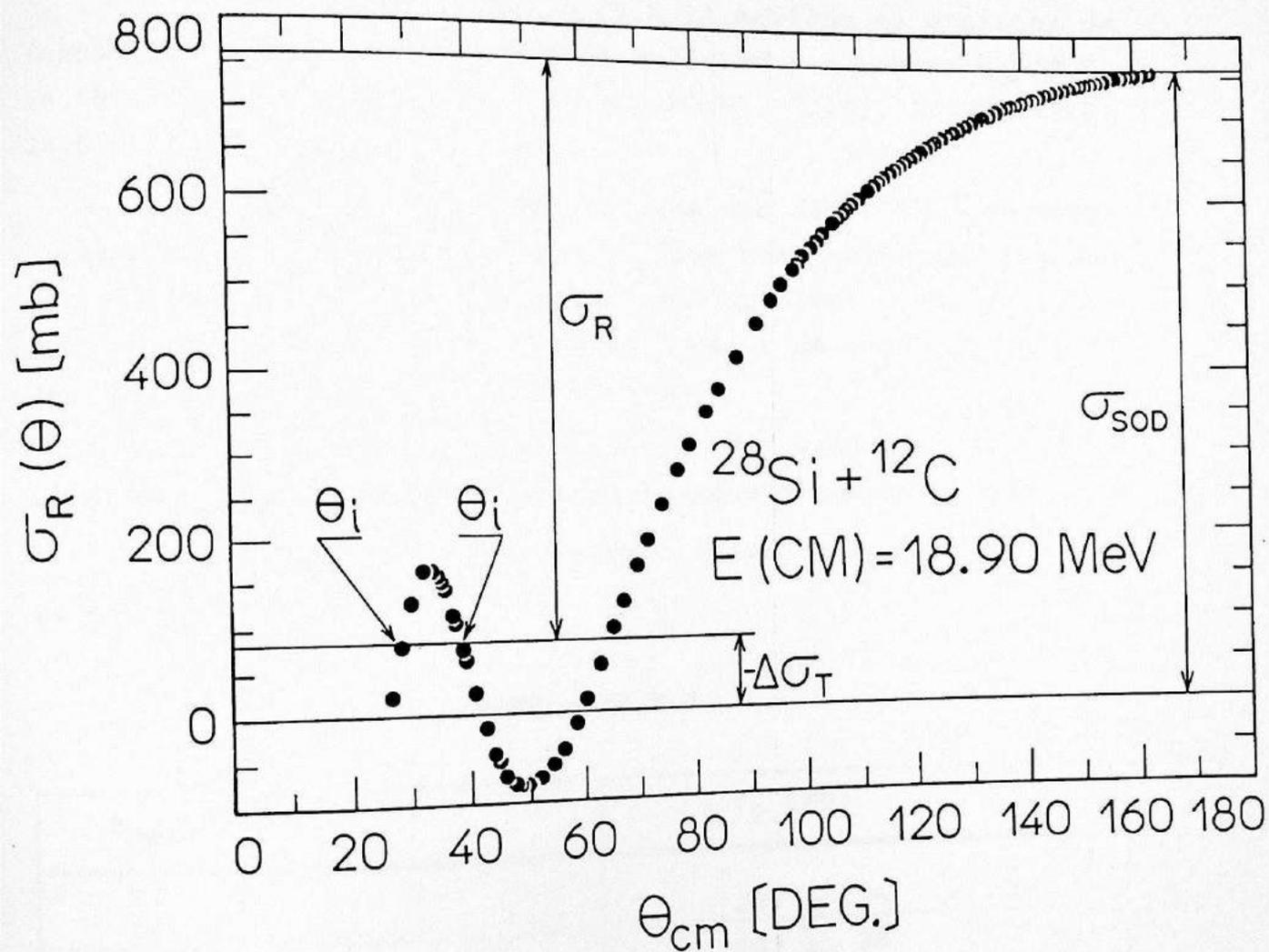


Fig. IV.b.1. Cálculo de σ_R para a energia $E_{cm} = 18.90 \text{ MeV}$

O erro em $\sigma_R(\theta)$ é calculado levando-se em conta os erros envolvidos em cada seção de choque diferencial $\sigma(\theta)$, ou seja, a integral (IV.b.4) é feita também com os valores $[\sigma(\theta)+\Delta\sigma(\theta)]$ e $[\sigma(\theta)-\Delta\sigma(\theta)]$, onde $\Delta\sigma(\theta)$ é o erro experimental em $\sigma(\theta)$. Com isto o valor de $\sigma_R(\theta)$ é obtido com uma certa incerteza que está em torno de 10% neste trabalho.

As figuras IV.b.2 a IV.b.13 mostram os gráficos da função $\sigma_R(\theta)$ para as 12 energias analisadas a saber: $E_{CM}=14.70, 16.08, 17.50, 18.90, 19.60, 20.30, 20.97, 21.87, 22.40, 23.80, 24.50, 25.20$ MeV.

Nas energias onde os dados das distribuições angulares elásticas não chegam até ângulos bem traseiros, fizemos uma extrapolação da função $\sigma_R(\theta)$ para obtermos o valor de $\sigma_R(\pi)$ e com isto pudemos calcular o valor da seção de choque de reação para estas energias também.

O critério de extrapolação foi visual e os erros envolvidos na extrapolação foram levados em consideração.

A tabela IV.b.1 mostra o valor de σ_R calculado para cada energia.

TABELA IV.b.1.

E_{CM} (MeV)	σ_R (mb)
14.70	287 ± 25
16.08	383 ± 38
17.50	584 ± 30
18.90	671 ± 67
19.60	743 ± 74
20.30	710 ± 70
20.97	893 ± 71
22.40	834 ± 80
21.87	910 ± 100
22.40	984 ± 108
23.80	1026 ± 112
24.50	984 ± 108
25.20	

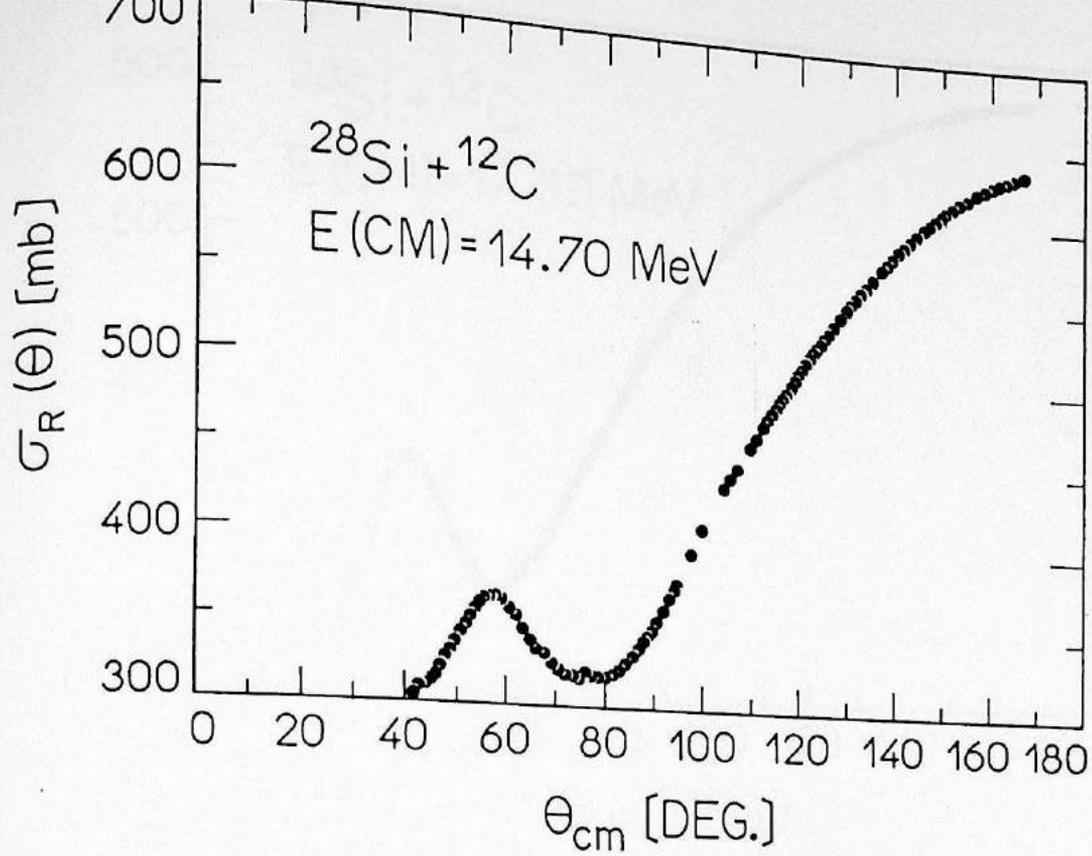


Fig. IV.b.2. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

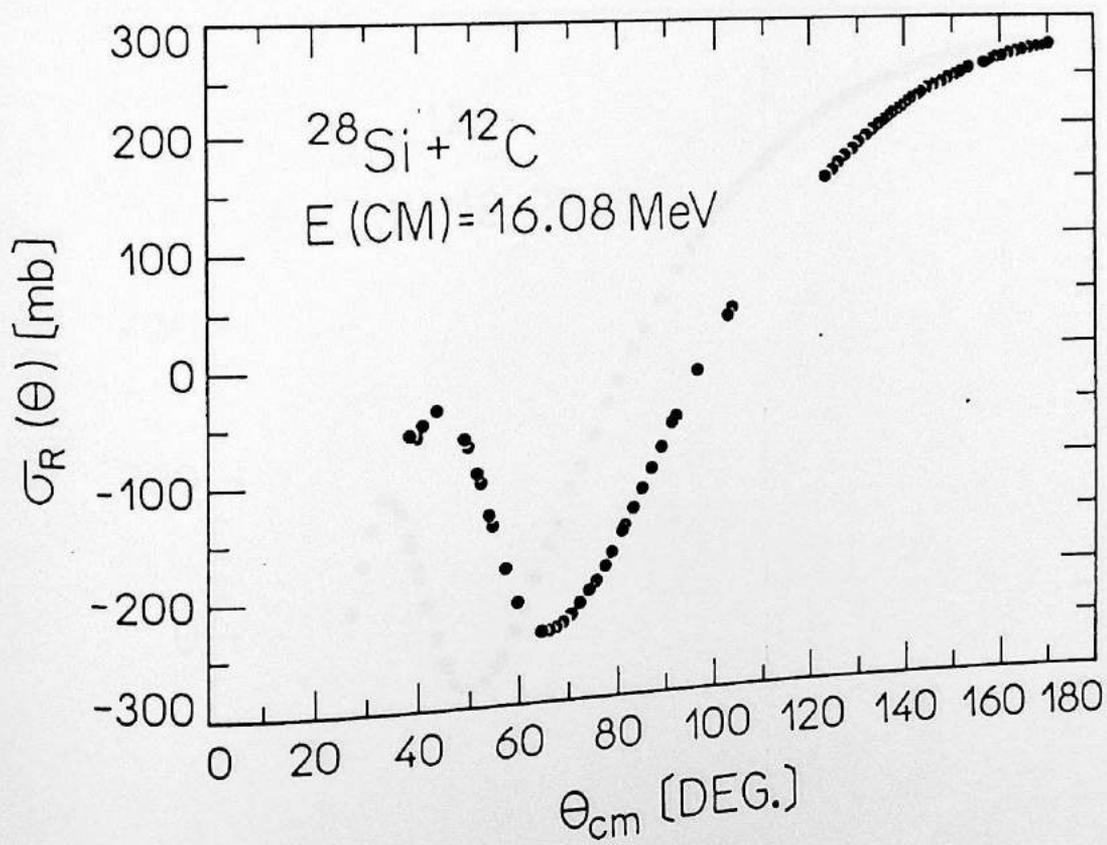


Fig. IV.b.3. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

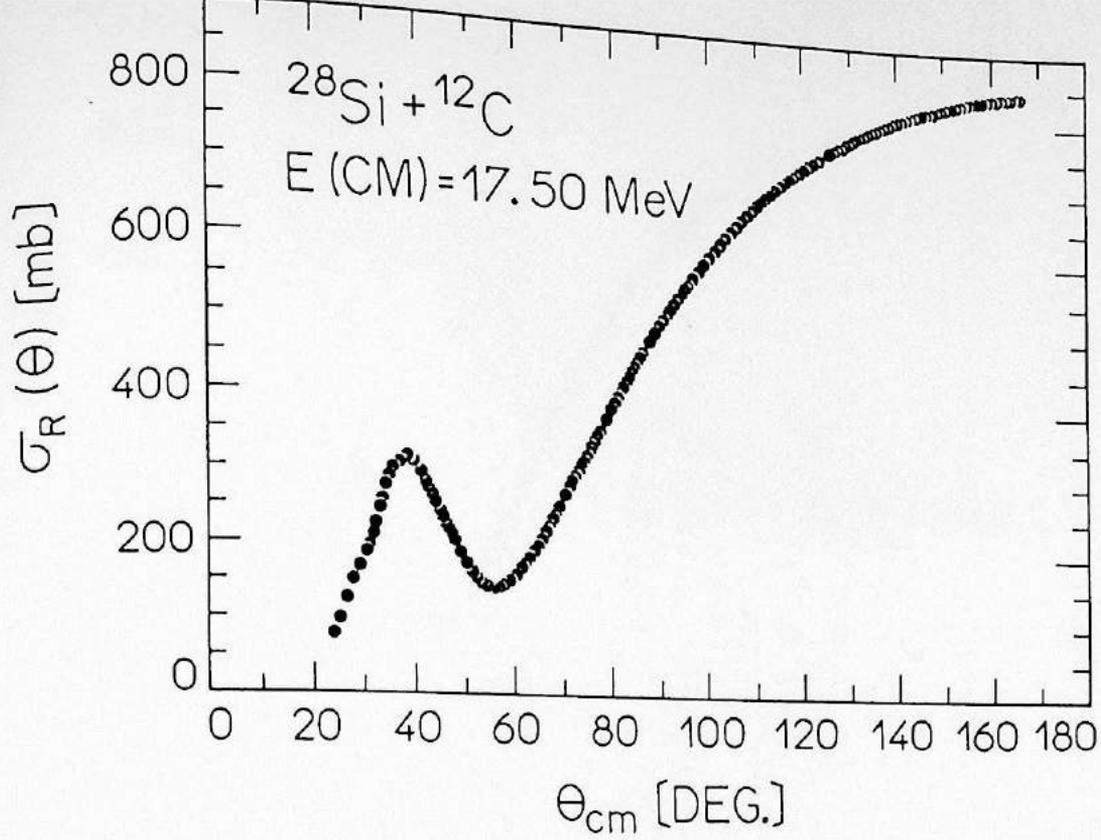


Fig. IV.b.4. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

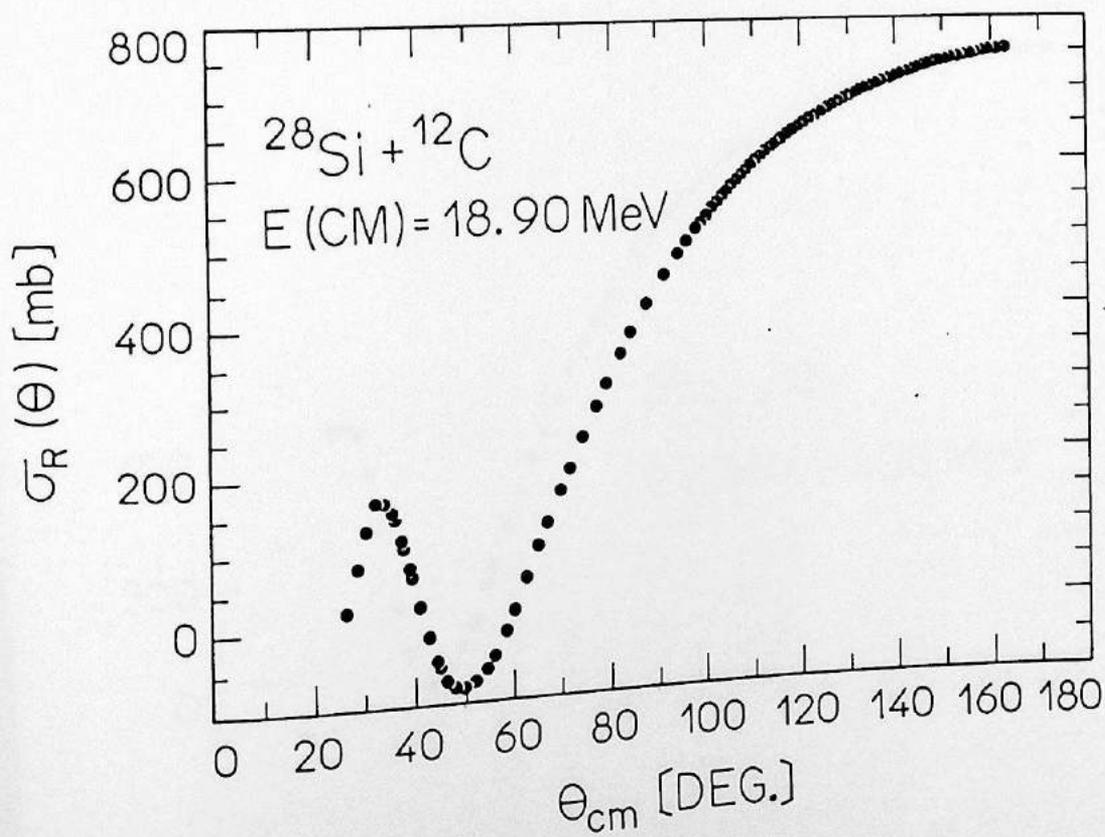


Fig. IV.b.5. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

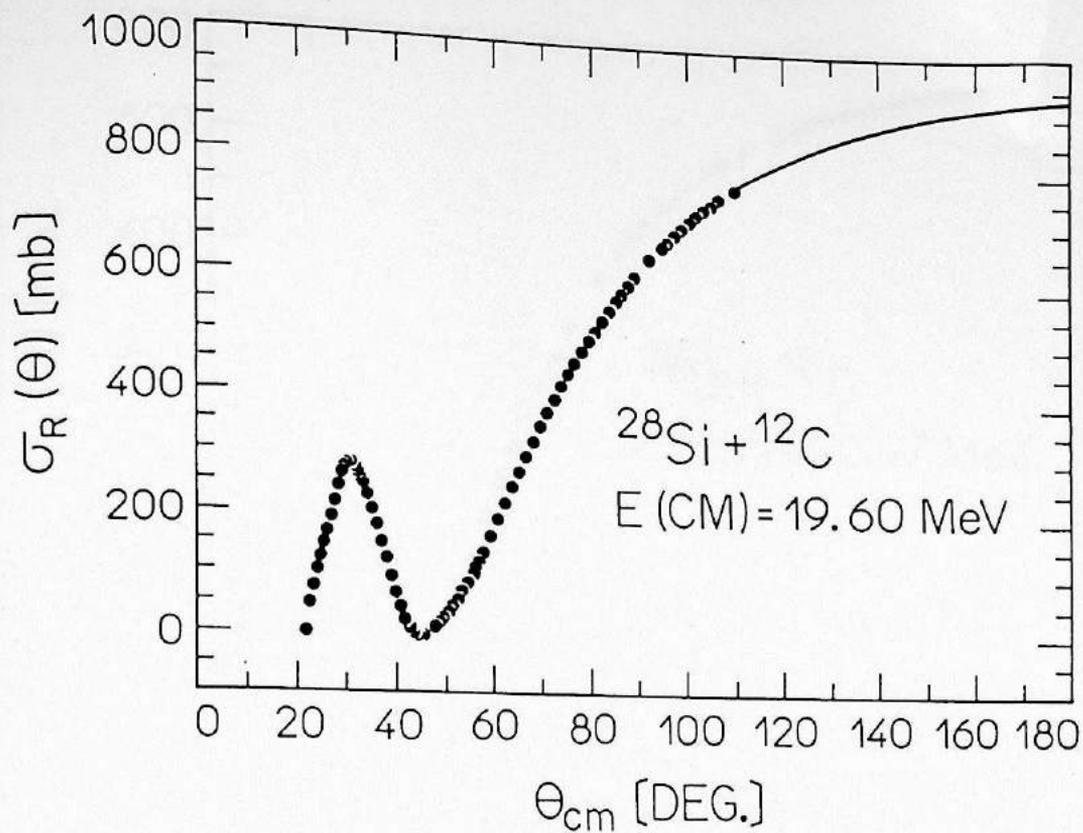


Fig. IV.b.6. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

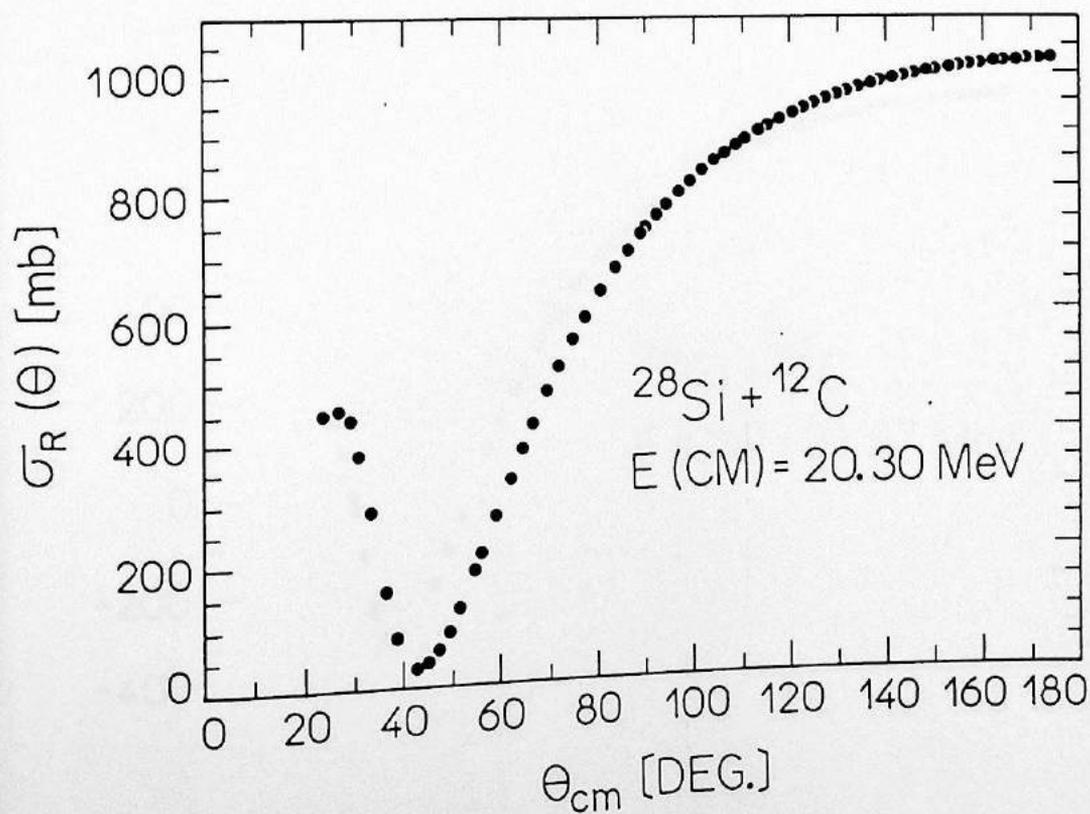


Fig. IV.b.7. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

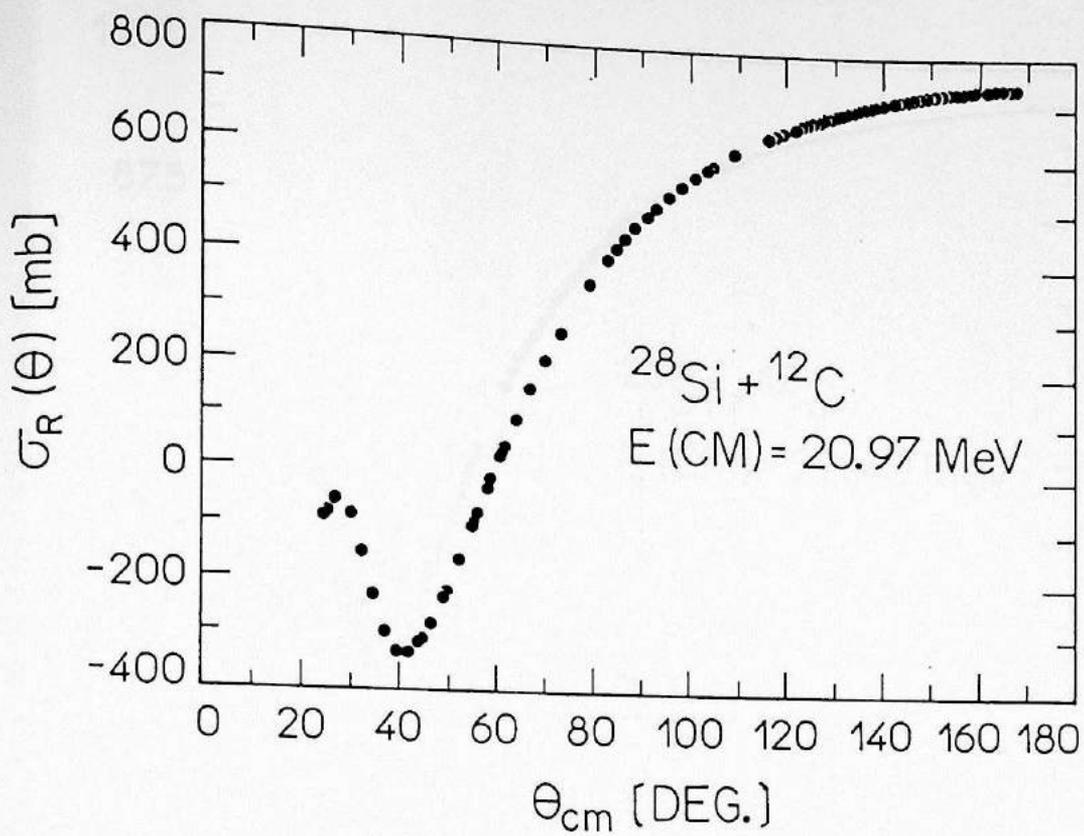


Fig. IV.b.8. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

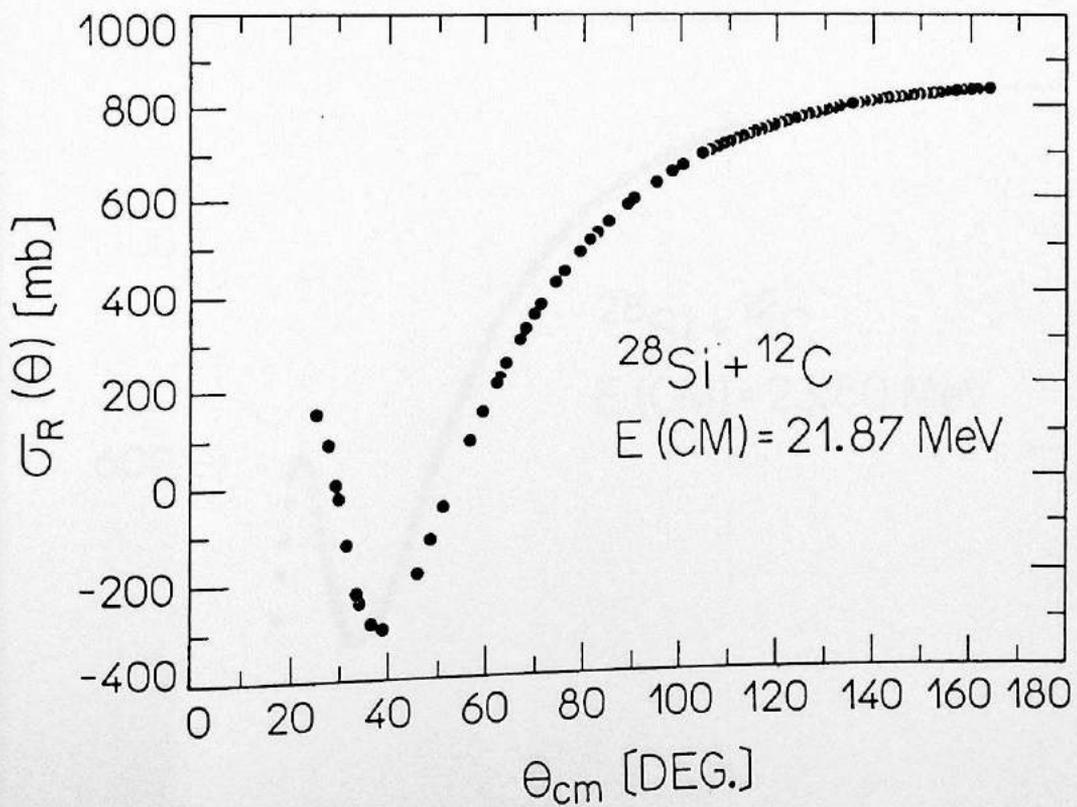


Fig. IV.b.9. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

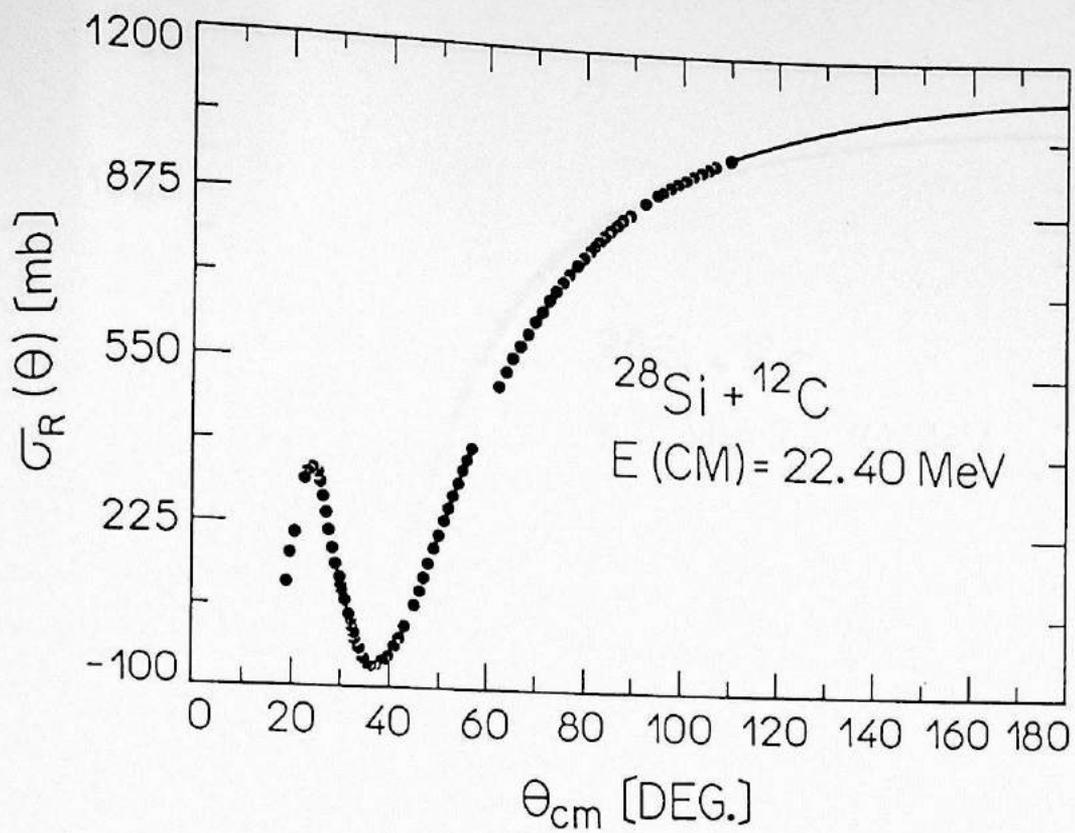


Fig. IV.b.10. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

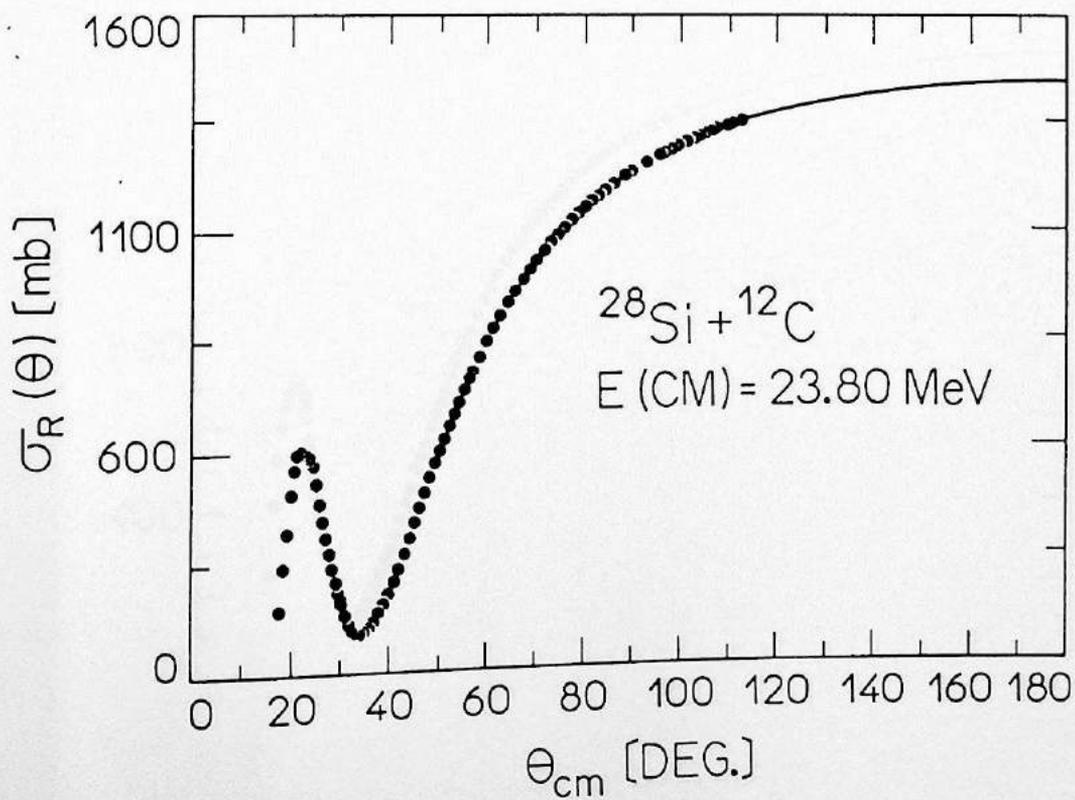


Fig. IV.b.11. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

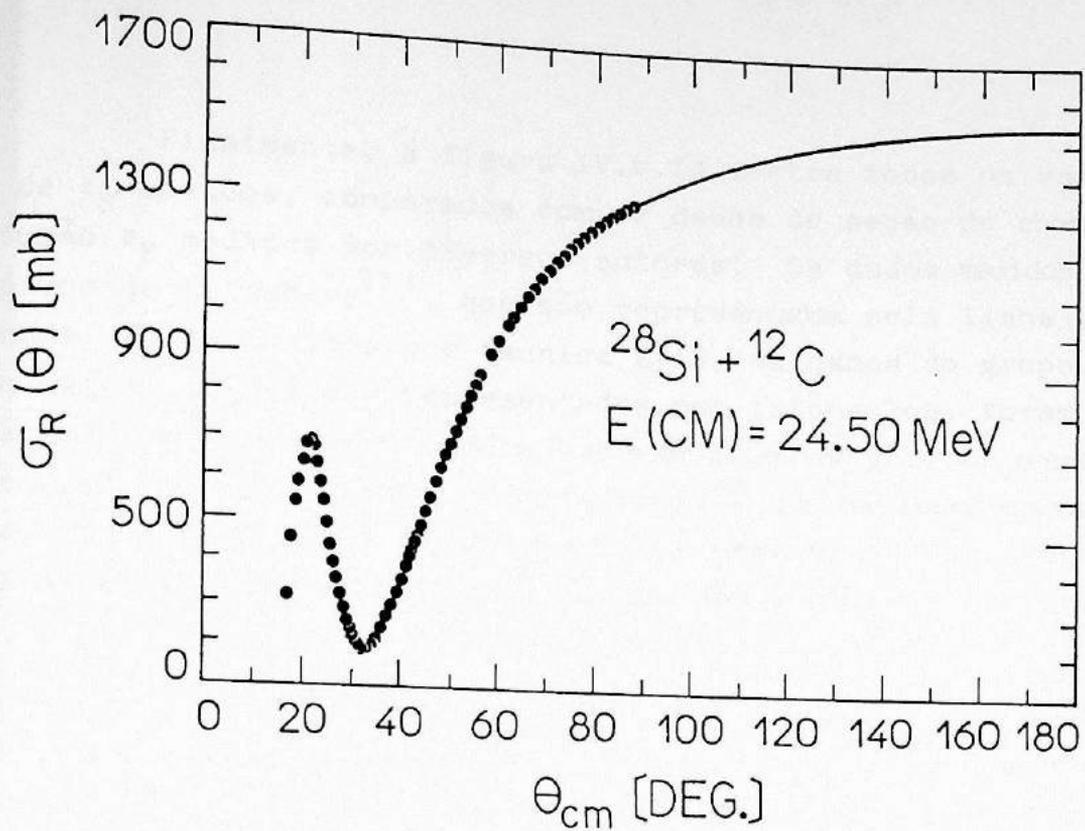


Fig. IV.b.12. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

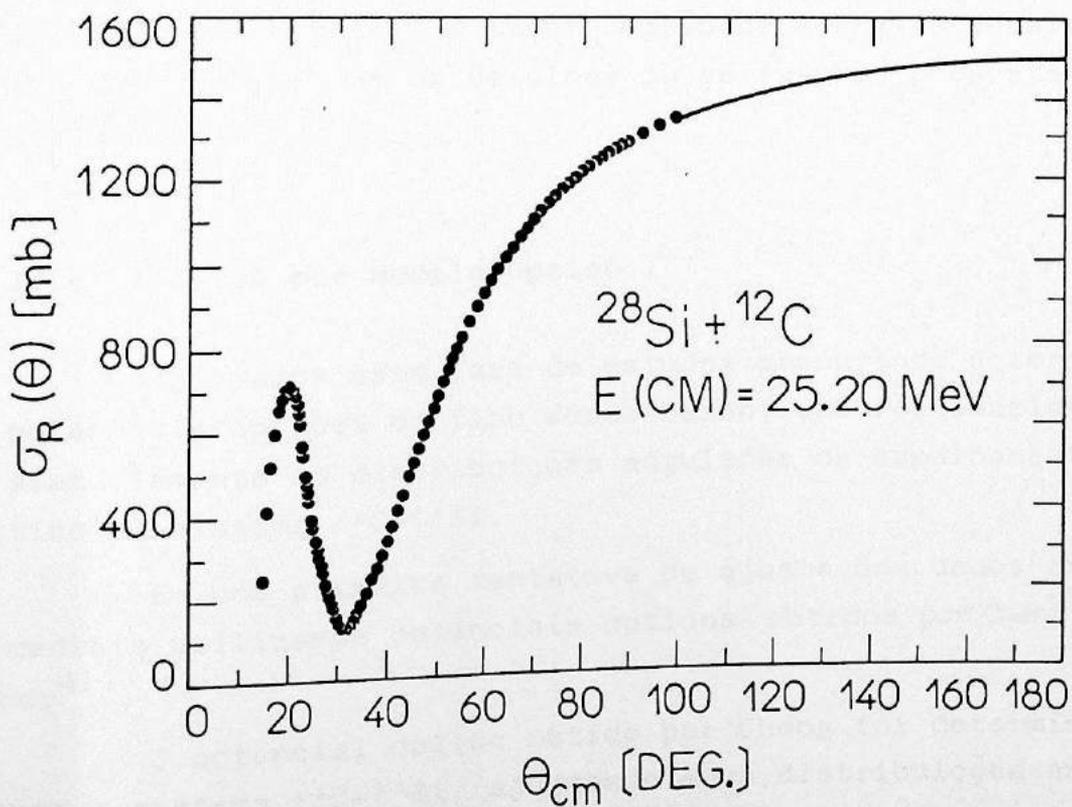


Fig. IV.b.13. Gráfico da função $\sigma_R(\theta) \times \theta$

Finalmente, a figura IV.b.14 mostra todos os valores de σ_R obtidos, comparados com os dados de seção de choque de fusão σ_F medidos por diversos autores. Os dados medidos pelo grupo de Pittsburgh³⁷⁾, que são representados pela linha pontilhada, foram obtidos por técnica E- Δ E, os dados do grupo de Washington³⁸⁾, que são representados por triângulos, foram obtidos em baixas energias por técnica E- Δ E e em altas energias por técnicas de detecção de raios γ , os dados do grupo Saclay³⁹⁾, que são representados por quadrados, foram obtidos por técnica E- Δ E e tempo de voo e os dados de R.A. Racca e colaboradores⁴⁰⁾, que são indicados por cruzeiros, foram obtidos por técnica de detecção de raios γ .

Comparando os resultados obtidos com os dados de fusão, notamos que σ_R e σ_F têm o mesmo valor para energias abaixo da barreira coulombiana ($E_B(\text{CM}) \approx 15 \text{ MeV}$) e para energias mais altas σ_R é sempre maior que σ_F e também apresenta oscilações com a energia.

Para um estudo mais detalhado das estruturas apresentadas por σ_R e sua correlação com as medidas de fusão ou outros canais, seriam necessárias medidas de σ_R em intervalos de energia menores, como também nos dados de fusão. Como nosso objetivo era obter σ_R na maior região de energias possível, não nos preocupamos com os detalhes ou estruturas presentes em σ_R .

IV.c. Análise por Modelo Óptico

Iniciamos esta fase de estudos procurando determinar potenciais ópticos do tipo Woods-Saxon, que reproduzissem satisfatoriamente as distribuições angulares de espalhamento elástico do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$.

Em uma primeira tentativa de ajuste dos dados experimentais utilizamos potenciais ópticos obtidos por Cheng³⁾ e Tabor⁴¹⁾.

O potencial óptico obtido por Cheng foi determinado para o sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, ajustando suas distribuições angulares medidas na região angular $20^\circ \lesssim \theta_{\text{CM}} \lesssim 100^\circ$ para ener

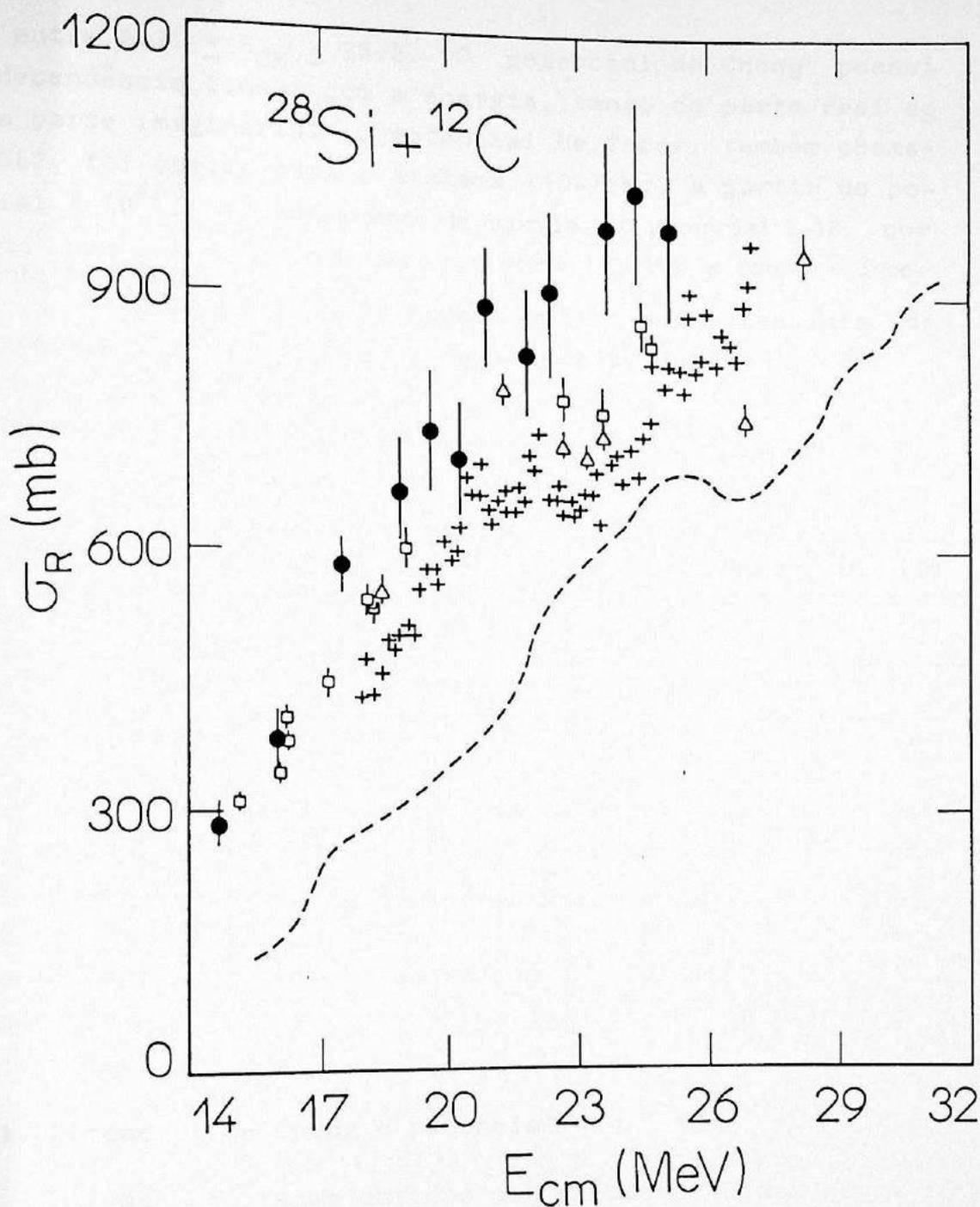


Fig. IV.b.14. Comparação de σ_R obtida via método independente de modelo, com seção de choque de fusão medidos por diversos grupos. O grupo de Saclay são indicados por quadrados. A seção de choque obtida pelo grupo de Washington são indicados por triângulos. A linha pontilhada representa o fit dos dados de fusão obtidos pelo grupo de Pittsburg. As cruzes são os dados obtidos por R.A. Racca e colaboradores, e os círculos cheios são os dados obtidos neste trabalho.

gias entre $9.31 \leq E_{CM} \leq 25.2$. O potencial de Cheng possui uma dependência linear com a energia, tanto da parte real como da parte imaginária. O potencial de Tabor, também chamado ANL2, foi obtido para o sistema $^{16}\text{O}+^{28}\text{Mg}$, a partir do potencial E-18⁴²⁾ e é independente de energia. O potencial E-18, por sua vez tinha sido determinado para o sistema $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$ e também é independente de energia.

Os parâmetros de modelo óptico dos potenciais de Cheng e Tabor estão indicados na tabela IV.c.1.

Tabela IV.c.1. Parâmetros dos potenciais ópticos de Cheng e Tabor

Potencial	V (MeV)	W (MeV)	r_r (fm)	r_i (fm)	a_r (fm)	a_i (fm)
Cheng	$16.26 + 0.406 E_{CM}$	$29.91 - 0.817 E_{CM}$	1.318	1.211	0.457	0.19
Tabor	10.0	23.0	1.452	1.272	0.345	0.376

Estes potenciais ópticos foram utilizados para calcular as seções de choque diferenciais elásticas do sistema $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$ nas energias $E_{CM} = 14.70, 16.08, 17.50, 18.90, 19.60, 20.30, 20.97, 22.40, 23.80, 24.50, 25.20$ MeV. Os cálculos de modelo óptico foram efetuados com o programa PTOLEMY⁴³⁾, que permite uma procura automática dos parâmetros do potencial óptico.

1. Potencial de Cheng e potencial J1

Os resultados obtidos com o potencial de Cheng³⁾ não foram satisfatórios, pois não só não reproduziam as oscilações que as distribuições angulares apresentavam em ângulos traseiros, mas também não reproduziam a inclinação média das distribuições angulares na região de ângulos dianteiros e intermediários nas energias mais baixas.

As oscilações em ângulos traseiros são reproduzidas só por potenciais imaginários transparentes (na superfície e no interior), com dependência com a paridade e, em geral, estes potenciais dão valores muito pequenos para a seção de choque de reação σ_R . Por isto decidimos não ajustar a região de ângulos traseiros mas somente a região de ângu-

los dianteiros e intermediários, onde outros efeitos como transferência elástica e acoplamento com canais de transferência- α etc. são pouco importantes e o comportamento é essencialmente óptico.

Resolvemos, então, manter fixa a geometria (r_r , r_i , a_r , a_i) e variar as profundidades real V e imaginária W do potencial óptico de Cheng até obtermos o melhor ajuste dos dados experimentais na região de ângulos dianteiros e intermediários. Começamos a busca desta nova família de potenciais, mantendo a profundidade real do potencial de Cheng e variamos somente a profundidade imaginária W . Neste ponto encontramos um resultado interessante, os W obtidos não seguem mais uma variação linear decrescente com a energia, como proposto por Cheng e sim, uma nova dependência linear crescente com a energia, dada por $W = -7.171 + 0.643 E_{CM}$. Continuando o ajuste, utilizamos, agora, os W fornecidos por esta nova equação e variamos a parte real do potencial de Cheng. Encontramos que V tem uma dependência linear fracamente decrescente com a energia dado por $V = 33.728 - 0.295 E_{CM}$. Com isto obtivemos uma nova família de potenciais ópticos, transparentes na superfície (os quais designaremos a partir de agora de potencial $J1$), que obedecem uma relação linear com a energia (V decrescente e W crescente). O potencial $J1$ fornece distribuições angulares que reproduzem a inclinação média dos dados na região de ângulos dianteiros e intermediários para todas as energias; não reproduz as oscilações experimentais em ângulos dianteiros para baixas energias ($E_{CM} \leq 18.90$ MeV), passando no meio das oscilações; não reproduz as oscilações experimentais em ângulos traseiros, também passando no meio das oscilações. Pode-se dizer que o potencial $J1$, quando muito, reproduz o comportamento óptico médio, observado nos ângulos dianteiros e intermediário, não sendo capaz de descrever estruturas mais complexas, que seriam oscilações em ângulos dianteiros observados, em energias próximas à barreira coulombiana, já observados em outro sistema como $^{12}C + ^{24}Mg$ também, e oscilações em ângulos traseiros. O potencial óptico $J1$ prevê corretamente as oscilações em ângulos dianteiros, observadas em energias mais altas, $E_{CM} \geq 22.40$ MeV.

A dependência do potencial óptico com a energia local e o potencial local equivalente pode mudar com a energia. A dependência linearmente crescente de W com a energia, que nós obtivemos para o potencial J_1 foi observada para outros sistemas também. Encontramos uma fraca dependência de W crescente com a energia par V , o que é um resultado surpreendente, visto que para a maioria dos sistemas tem sido observada uma variação crescente com a energia para V .

Uma observação que poderia ser feita é que o potencial J_1 foi obtido, utilizando-se distribuições angulares elásticas completas na maioria das energias, o que permite uma melhor determinação da inclinação média das distribuições angulares.

Na tabela IV.c.2, mostramos os parâmetros de modelo óptico do potencial J_1 para todas as energias, juntamente com o χ^2 obtido na comparação com os dados experimentais.

Os ajustes obtidos com o potencial óptico J_1 , são mostrados nas figuras IV.c.1 a IV.c.12 e são indicados pela linha contínua.

Tabela IV.c.2.. Parâmetros de modelo óptico do potencial J_1

E_{CM} (MeV)	V (MeV)	W (MeV)	χ^2
14.70	29.39	2.28	10.7
16.08	28.98	3.17	14.2
17.50	28.56	4.09	27.3
18.90	28.15	4.98	5.4
19.60	27.95	5.44	12.6
20.30	27.74	5.89	10.8
20.97	27.54	6.32	33.2
21.87	27.27	6.89	9.6
22.40	27.12	7.24	11.6
23.80	26.71	8.14	5.1
24.50	26.50	8.59	6.7
25.20	26.29	9.04	6.4

geometria: $r_r = 1.318$ $a_r = 0.457$

$r_i = 1.211$ $a_i = 0.190$

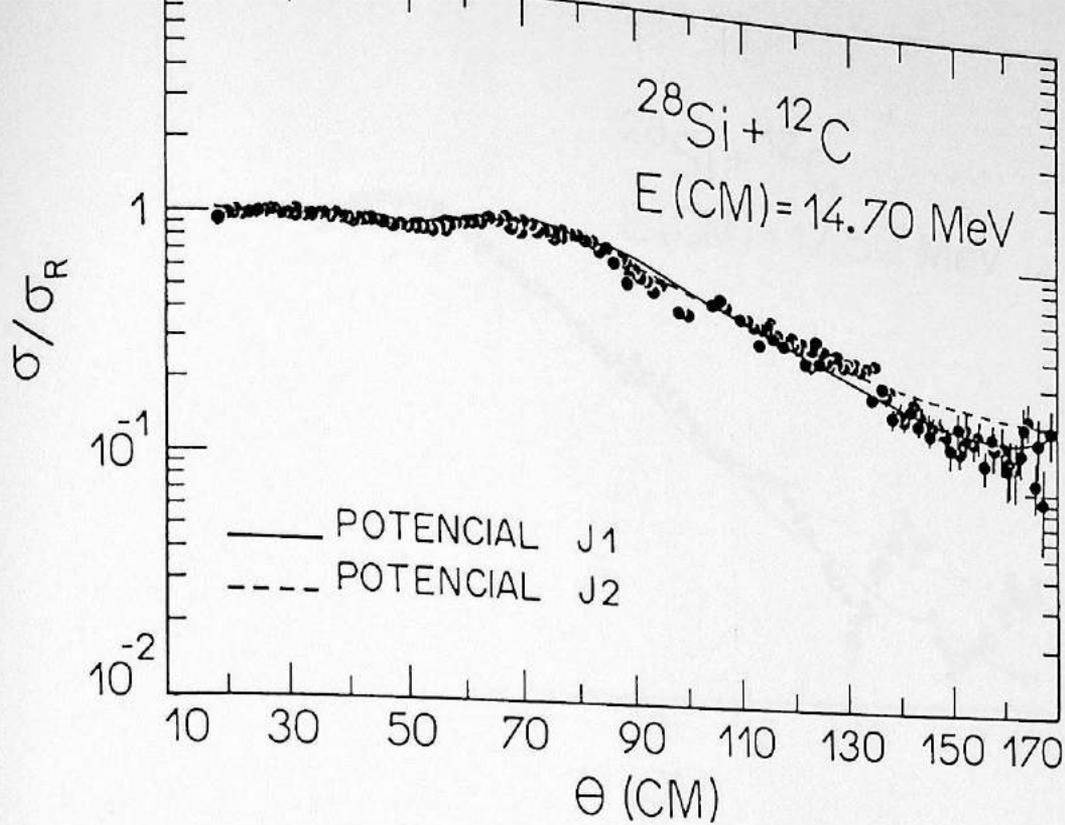


Fig. IV.c.1. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

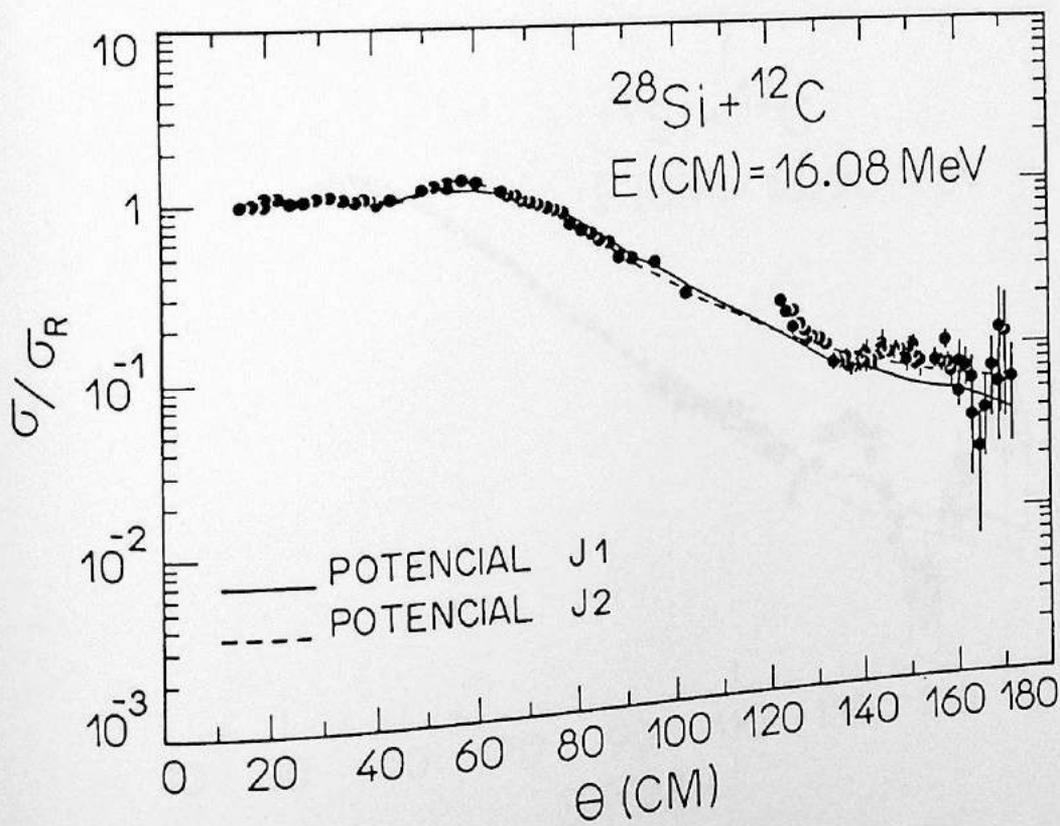


Fig. IV.c.2 Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

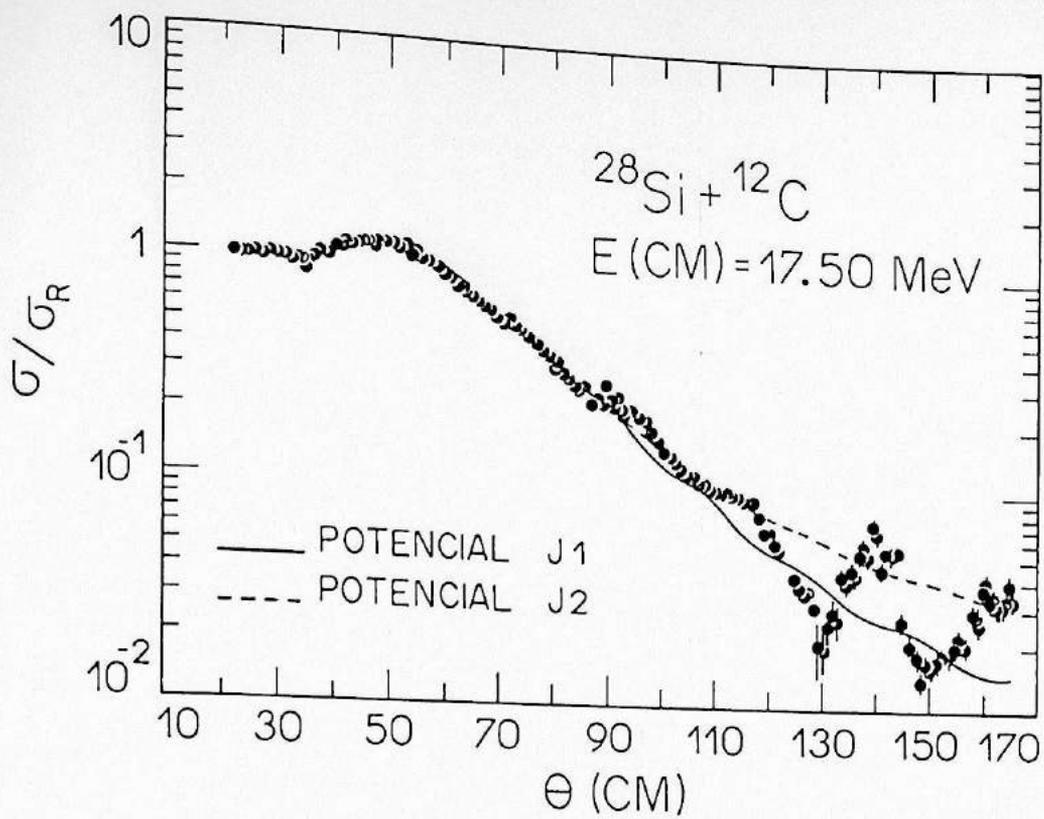


Fig. IV.c.3. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

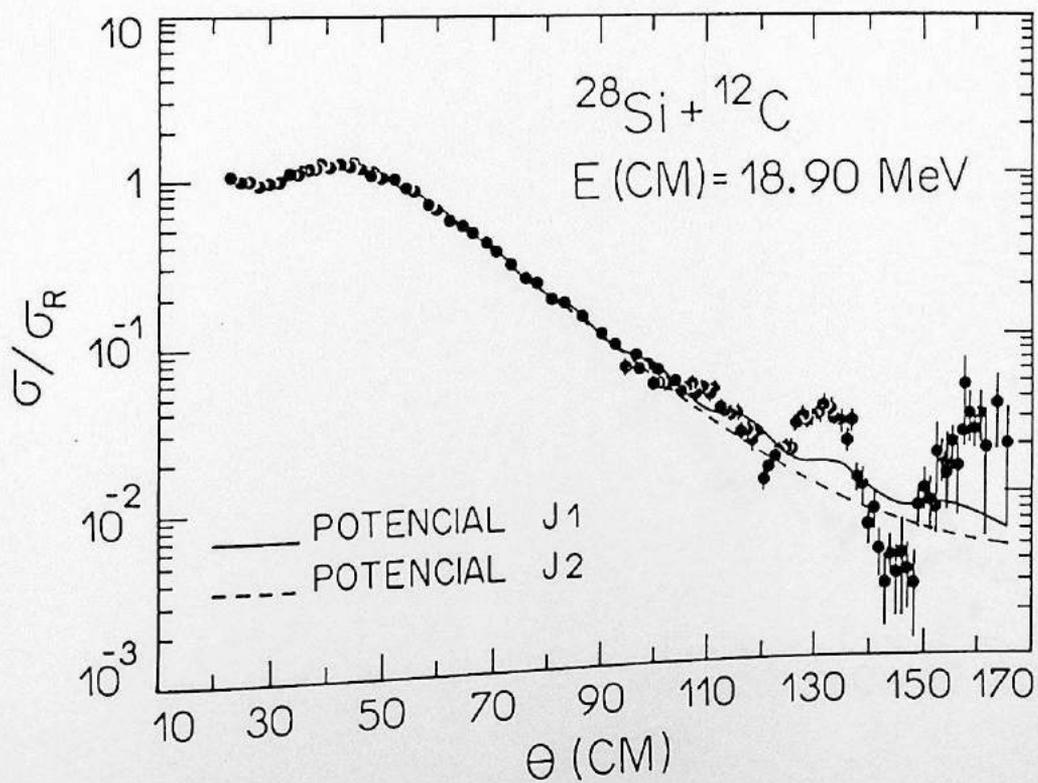


Fig. IV.c.4. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

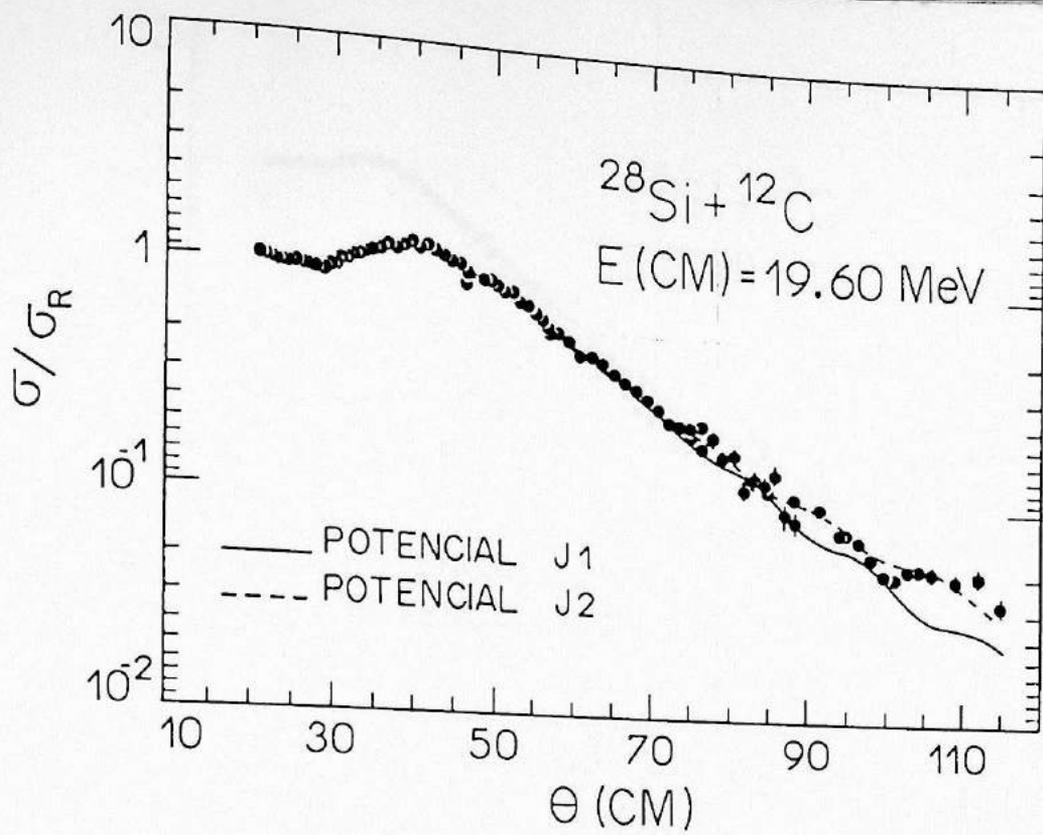


Fig. IV.c.5. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

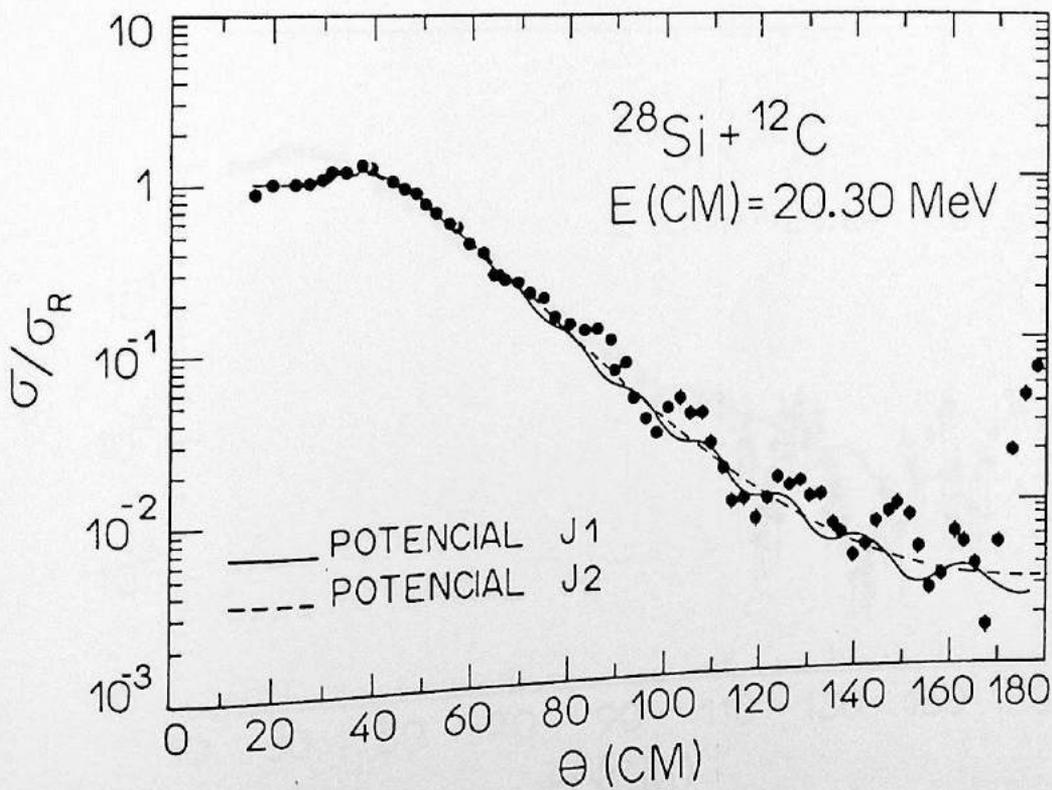


Fig. IV.c.6. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

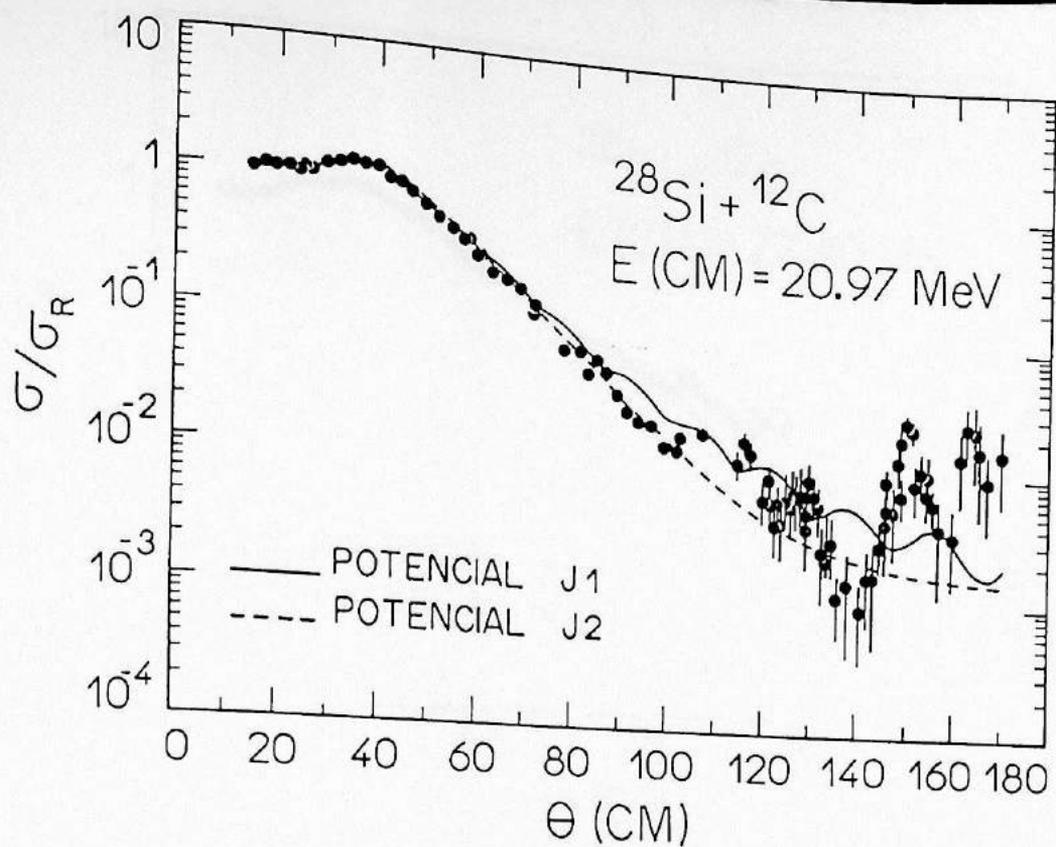


Fig. IV.c.7. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

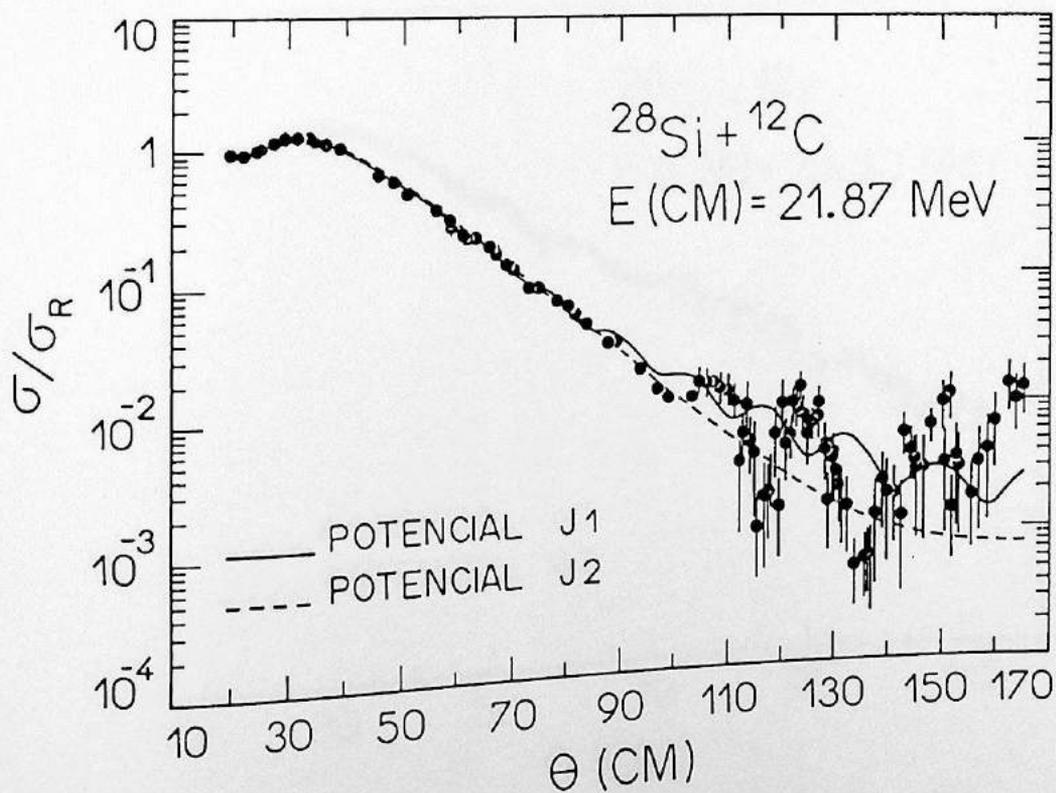


Fig. IV.c.8. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

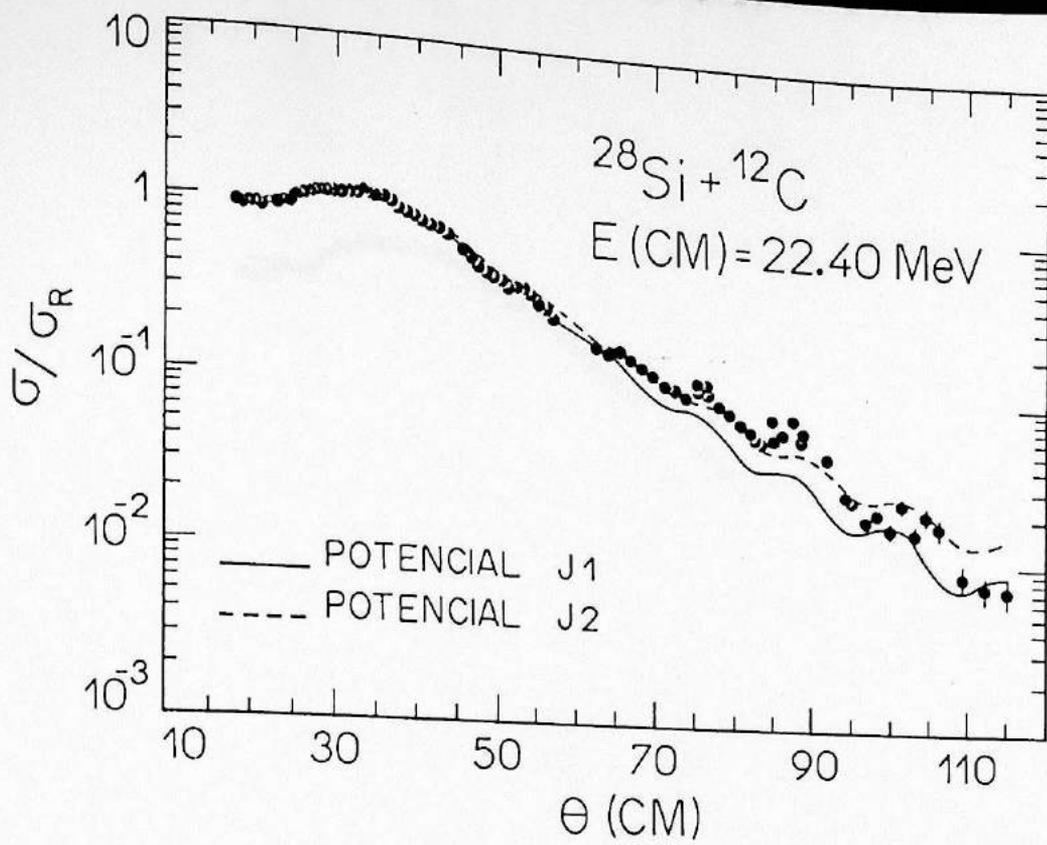


Fig. IV.c.9. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

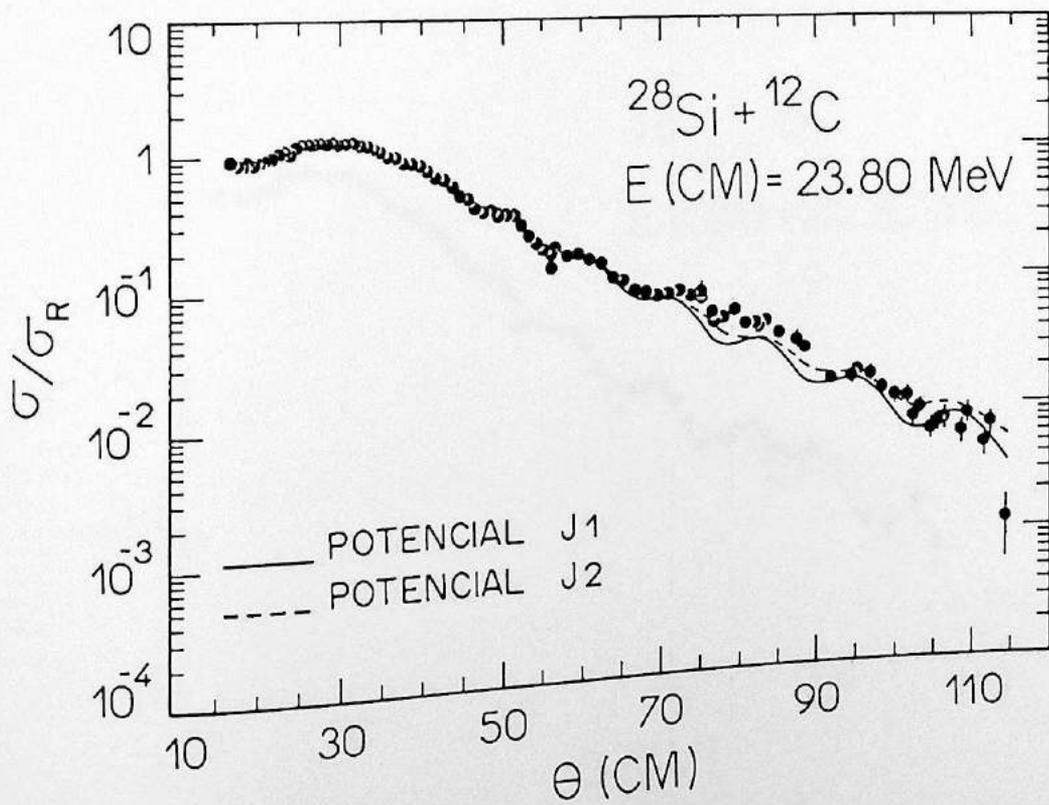


Fig. IV.c.10. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

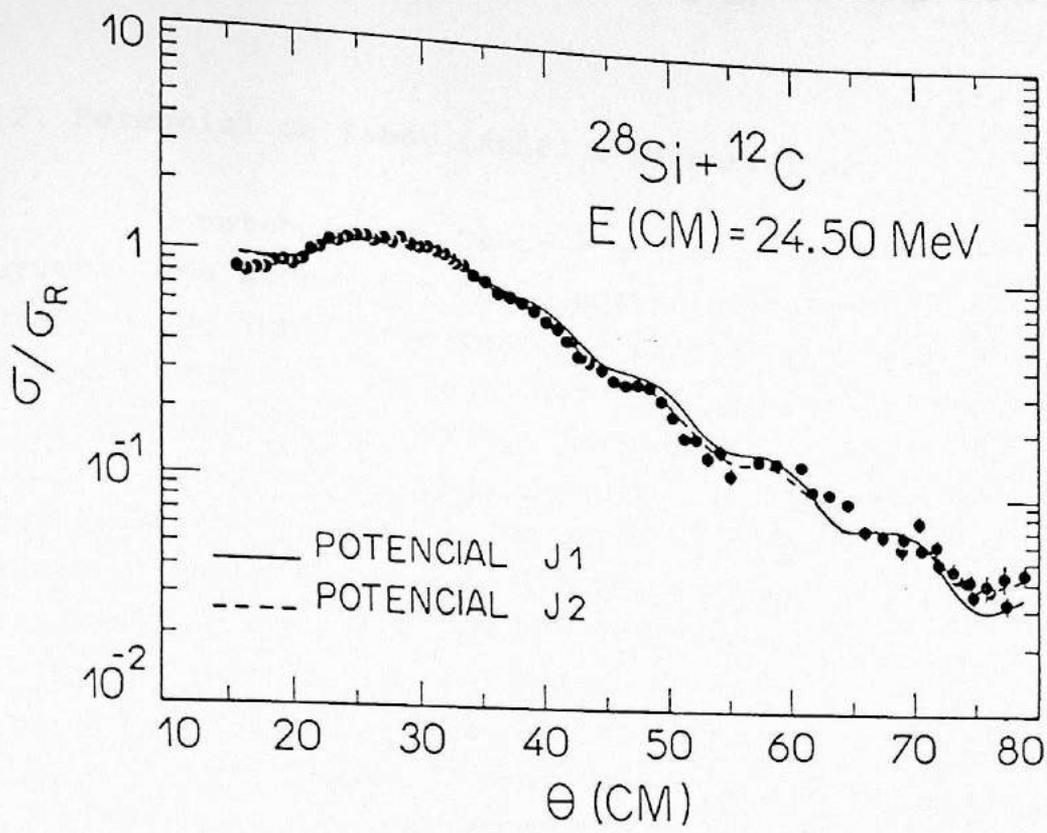


Fig. IV.c.11. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

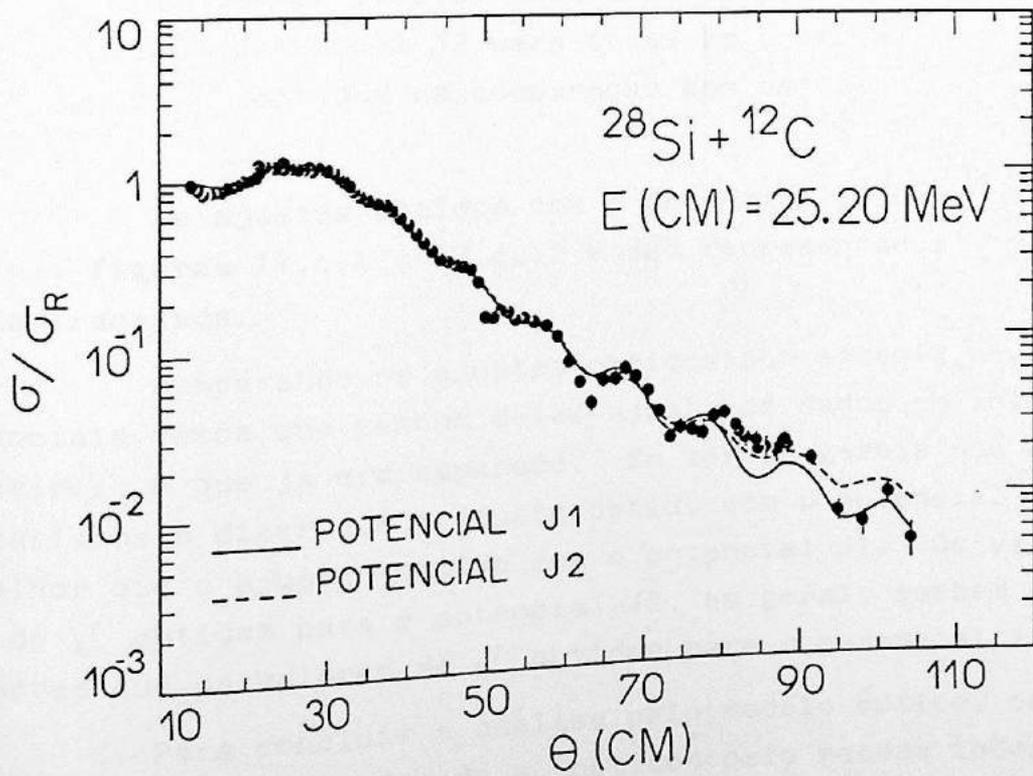


Fig. IV.c.12. Ajuste da distribuição angular utilizando os potenciais J1 e J2

2. Potencial de Tabor (ANL2) e potencial J2

O potencial de Tabor é um potencial óptico mais absorvente na superfície que o potencial de Cheng. Usando o potencial de Tabor como ponto de partida obtivemos o melhor ajuste mantendo fixas as difusividades real e imaginária e fazendo busca automática dos parâmetros V , W , r_r e r_i com o programa PTOLEMY, para cada distribuição angular. Com isto, conseguimos obter 12 conjuntos de potenciais ópticos mais absorventes na superfície que o potencial J1, os quais designaremos a partir de agora como potenciais J2, que ajustam razoavelmente bem a inclinação média nos ângulos dianteiros e intermediários das distribuições angulares experimentais. O cálculo com J2 reproduz as oscilações em ângulos dianteiros observados para energias mais altas $E_{CM} \geq 22.40$ MeV, não reproduzindo as oscilações em ângulos dianteiros em energias próximas à barreira coulombiana ($E_{CM} = 14.70$; 16.08 e 17.50 MeV).

Os ajustes também não reproduzem as oscilações observadas em ângulos traseiros em toda região de energia.

Na tabela IV.c.3, mostramos os parâmetros de modelo óptico do potencial J2 para todas as energias, juntamente com os χ^2 obtidos na comparação com os dados experimentais.

Os ajustes obtidos com o potencial J2 são mostrados nas figuras IV.c.1 a IV.c.12 e são representados pela linha tracejada.

Comparando os ajustes obtidos por estes 2 novos potenciais vemos que nenhum deles ajusta os dados em ângulos traseiros, o que já era esperado. Em termos gerais nos arriscaríamos a dizer que o ajuste obtido com o potencial J2 é melhor que o ajuste obtido com o potencial J1. Os valores de χ^2 obtidos para o potencial J2, em geral, também são melhores que os valores de χ^2 obtidos para o potencial J1.

Para concluir a análise pelo modelo óptico, comparamos nossos resultados de σ_R obtidos pelo método independente de modelo, com a seção de choque total de reação σ_R calculado via modelo óptico utilizando os potenciais J1 e J2.

Tabela IV.c.3. Parâmetros de modelo óptico do potencial J2

E_{CM} (MeV)	V (MeV)	W (MeV)	r_r (fm)	r_i (fm)	χ^2
14.70	11.27	11.77	1.445	1.236	6.5
16.08	7.50	4.29	1.458	1.291	5.8
17.50	9.08	5.12	1.452	1.300	45.1
18.90	6.99	7.70	1.482	1.360	4.9
19.60	9.27	5.18	1.449	1.314	2.6
20.30	8.89	13.90	1.474	1.345	20.5
20.97	6.28	7.79	1.507	1.384	6.6
21.87	7.15	11.97	1.495	1.373	3.2
22.40	10.61	6.10	1.434	1.323	4.7
23.80	9.08	7.42	1.459	1.347	5.4
24.50	10.96	14.40	1.450	1.266	4.1
25.20	10.14	12.51	1.449	1.288	8.3

$$a_r = 0.345 \text{ fm}$$

$$a_i = 0.376 \text{ fm}$$

A maneira de se obter σ_R a partir do modelo óptico foi mostrada no capítulo III e é dada por:

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell+1)(1-|S_N(\ell)|^2) \quad (\text{IV.c.1})$$

onde a matriz $S_N(\ell)$ é calculada pelo modelo óptico.

Na figura IV.c.13, mostramos os resultados deste cálculo. A curva contínua une os pontos obtidos com o potencial J2 e a curva tracejada une os pontos obtidos com o potencial J1.

Podemos dizer que estes 2 potenciais apesar de terem características diferentes, ou seja, o potencial J1 é transparente na superfície e o potencial J2 é de absorção mais forte, dão valores de seção de choque de reação iguais, para as energias menores que $E_{CM} = 20 \text{ MeV}$ ($E_{BC}(CM) = 15.0 \text{ MeV}$) e para energias maiores dão valores bem próximos, estando em quase todas as energias ambos dentro da barra de erro de σ_R experimental, obtido via método independente de

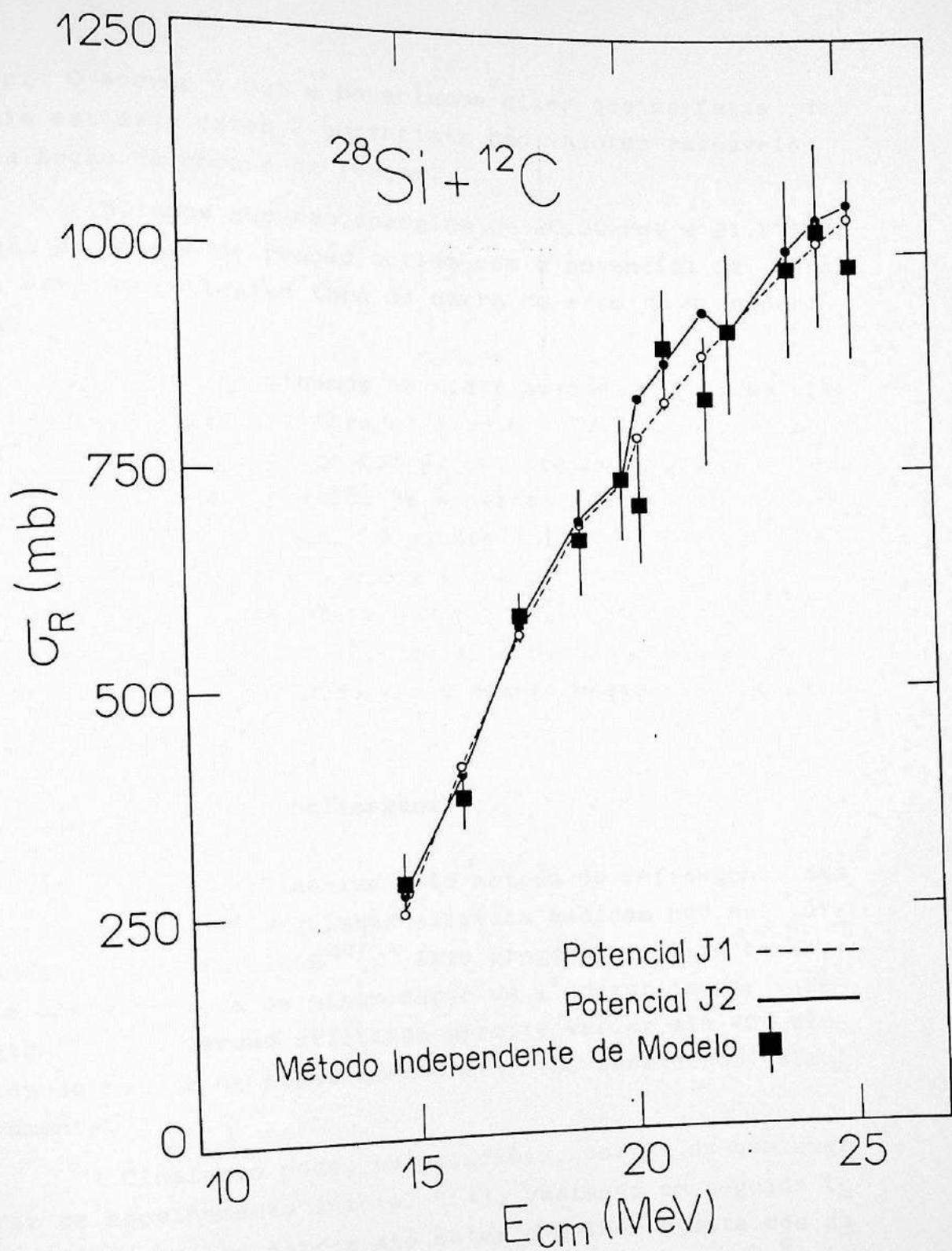


Fig. IV.c.13. Comparação de σ_R obtido via método independente de modelo, para o sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, com σ_R obtido via modelo ótico, utilizando os potenciais J1 e J2

modelo. O acordo é bom e poderíamos dizer que na faixa de energia estudada estes 2 potenciais dão valores razoáveis para a seção de choque de reação.

Notamos que nas energias de 20.30 MeV e 21.87 MeV, a seção de choque de reação obtida com o potencial J2 está alta, estando inclusive fora da barra de erro de σ_R experimental.

Quando examinamos as distribuições angulares elástica nestas 2 energias (figuras IV.c.6 e IV.c.8) vemos que o cálculo de modelo óptico com J2 não prevê oscilações em ângulos dianteiros e o valor de W nestas 2 energias é maior que nas energias vizinhas. O ajuste saiu pior nestas energias provavelmente devido à qualidade pior de dados (densidade de pontos experimentais menor). A seção de choque de reação σ_R , calculada com J2, deu alta demais devido ao potencial imaginário ser absorvente demais nestas energias.

IV.d. Análise por Defasagens

Fizemos a análise pelo método de defasagens das cinco distribuições angulares elástica medidas por nós, utilizando o programa DEFAS⁴⁴⁾. Este programa utiliza basicamente uma subrotina de minimização de χ^2 descrita por Bevington⁴⁵⁾. A versão utilizada permite variar até 40 elementos da matriz de espalhamento $S(\ell)$ (80 parâmetros) simultaneamente.

O cálculo pode, em princípio, partir de qualquer matriz de espalhamento inicial $\overset{\circ}{S}(\ell)$, variando em seguida todos os elementos da matriz até obter o melhor ajuste dos dados. Utilizamos nos cálculos dois conjuntos iniciais $\overset{\circ}{S}(\ell)$, gerados pelos potenciais de modelo óptico descritos no item IV.c (potenciais J1 e J2).

O ajuste das distribuições angulares elástica é igualmente bom com ambos os potenciais ópticos usados como ponto de partida para $\overset{\circ}{S}(\ell)$. As matrizes de espalhamento finais $S(\ell)$ nas 5 energias estudadas, apresentaram as mesmas características, ou seja, estruturas localizadas em ℓ baixos e em ℓ próximo do valor de ℓ rasante (veja por exemplo

$$E_{CM} = 18.90 \text{ MeV}).$$

Nas figuras IV.d.1 a IV.d.5, mostramos os ajustes das distribuições angulares obtidas por este método. Podemos considerá-los excelentes, pois todas as estruturas que aparecem nas distribuições angulares são fielmente reproduzidas.

Nas figuras IV.d.6 a IV.d.10, mostramos $|S(\ell)|$, os módulos das matrizes de espalhamento finais obtidos pelo método de defasagem, comparados com nosso ponto de partida, que são os $|\overset{\circ}{S}(\ell)|$ provenientes dos cálculos de modelo óptico.

Podemos fazer uma primeira análise das matrizes de espalhamento reescrevendo a expressão (III.d.2)

$$S(\ell) = \overset{\circ}{S}(\ell) + \delta S(\ell) \quad (\text{IV.d.1})$$

Em todas as energias estudadas temos vários termos $\delta S(\ell)$ com valores diferentes de zero. Isto significa que para o sistema $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C}$, as oscilações nas distribuições angulares não são provocadas por uma "ressonância" isolada num valor de ℓ bem definido, mas sim por desvios $\delta S(\ell)$ existentes em várias componentes da expansão em ondas parciais.

A fim de entendermos estas anomalias ou estruturas que aparecem nas matrizes de espalhamento, resolvemos fazer um estudo mais detalhado da matriz $S(\ell)$ para a energia de $E_{CM} = 18.90 \text{ MeV}$.

Queríamos responder a perguntas do tipo:

- Será que todas estas estruturas em $S(\ell)$ são realmente necessárias para se reproduzir as fortes oscilações encontradas nos dados experimentais, ou são peculiaridades provenientes do método numérico empregado?
- Existe alguma correlação entre as estruturas encontradas, isto é, umas podem compensar outras?
- É necessário variar a matriz de espalhamento inicial $\overset{\circ}{S}(\ell)$ em todos os valores de ℓ possíveis para se obter um bom ajuste dos dados experimentais ou será que

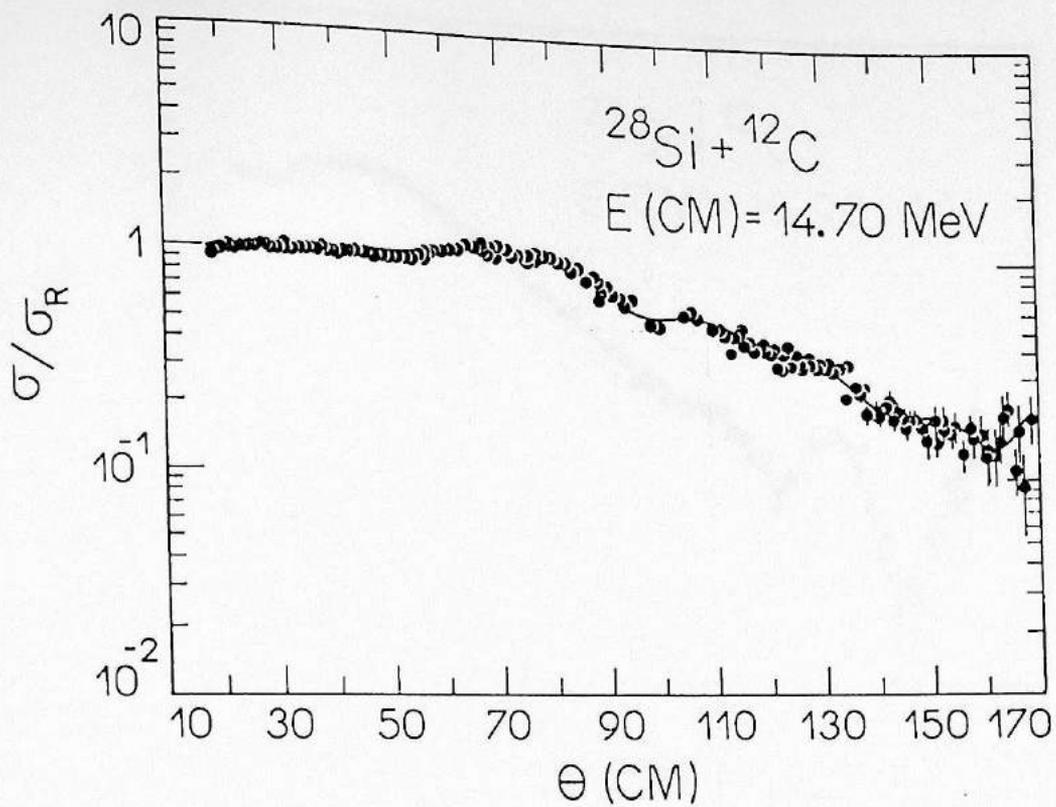


Fig. IV.d.1. Distribuição angular elástica ajustada com análise de defasagens permitindo variação livre de parâmetros entre $0 \leq l \leq 10$ e $l_{\text{máx}} = 15$.

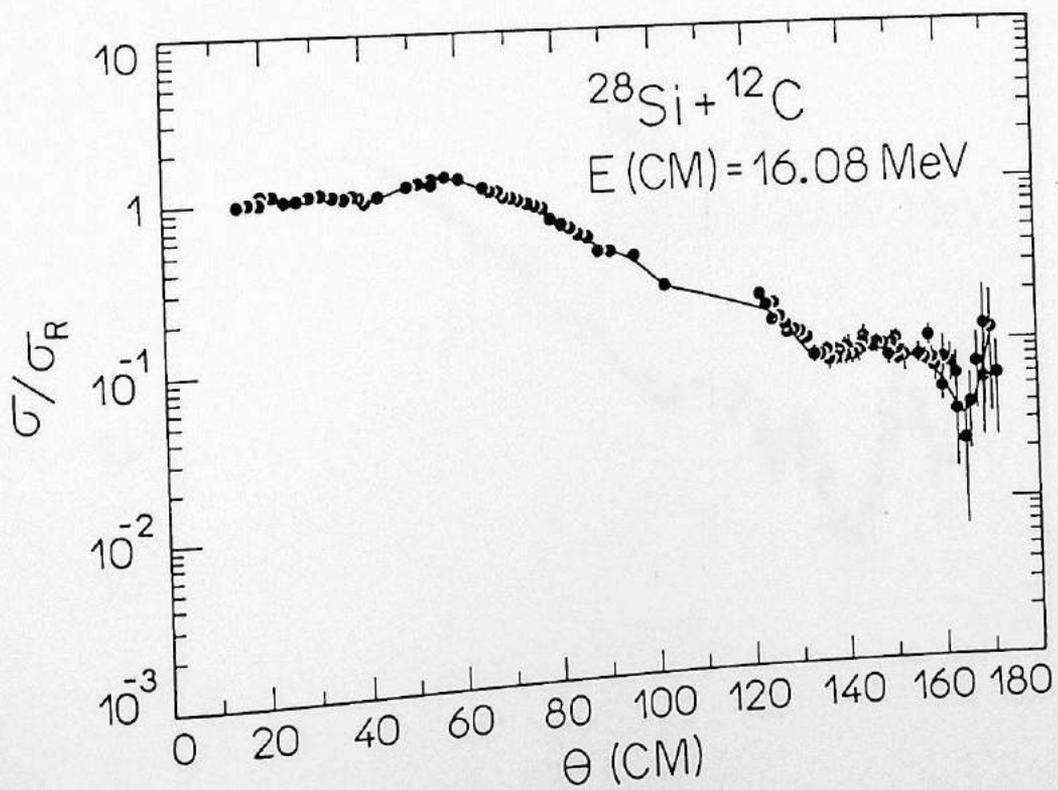


Fig. IV.d.2. Distribuição angular elástica ajustada com análise de defasagens permitindo variação livre de parâmetros entre $0 \leq l \leq 16$.

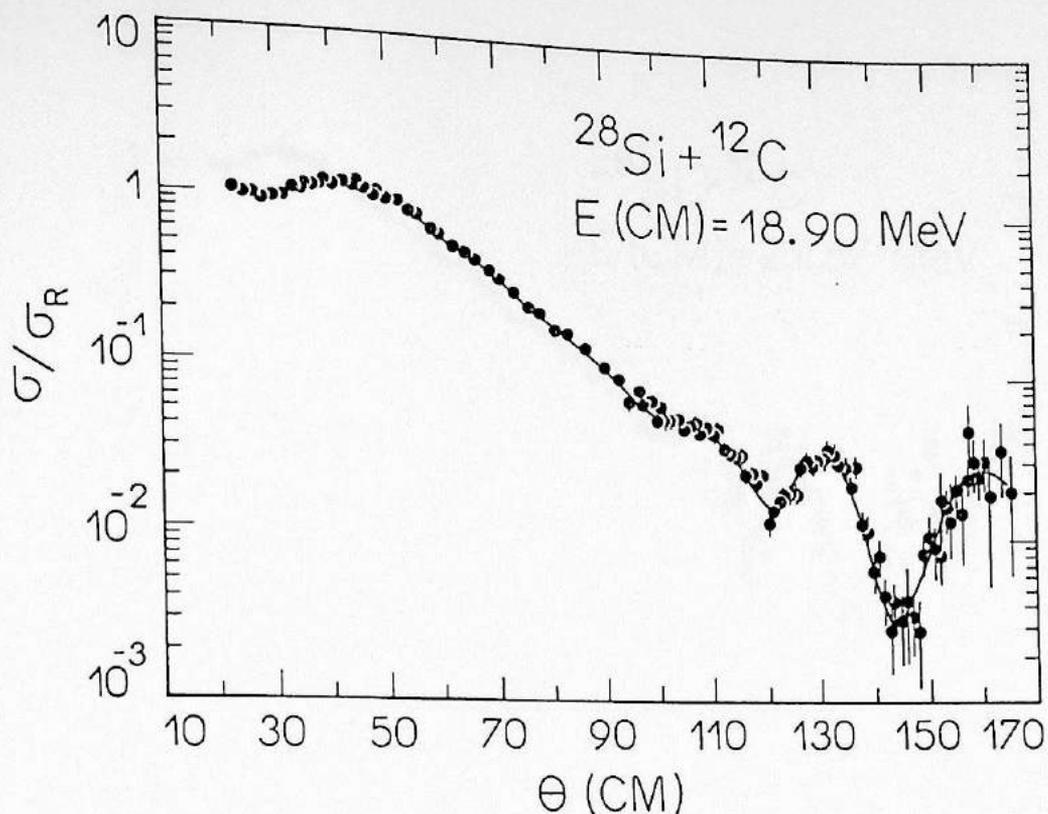


Fig. IV.d.3. Distribuição angular elástica ajustada com análise de defasagens permitindo variação livre de parâmetros entre $0 \leq l \leq 19$.

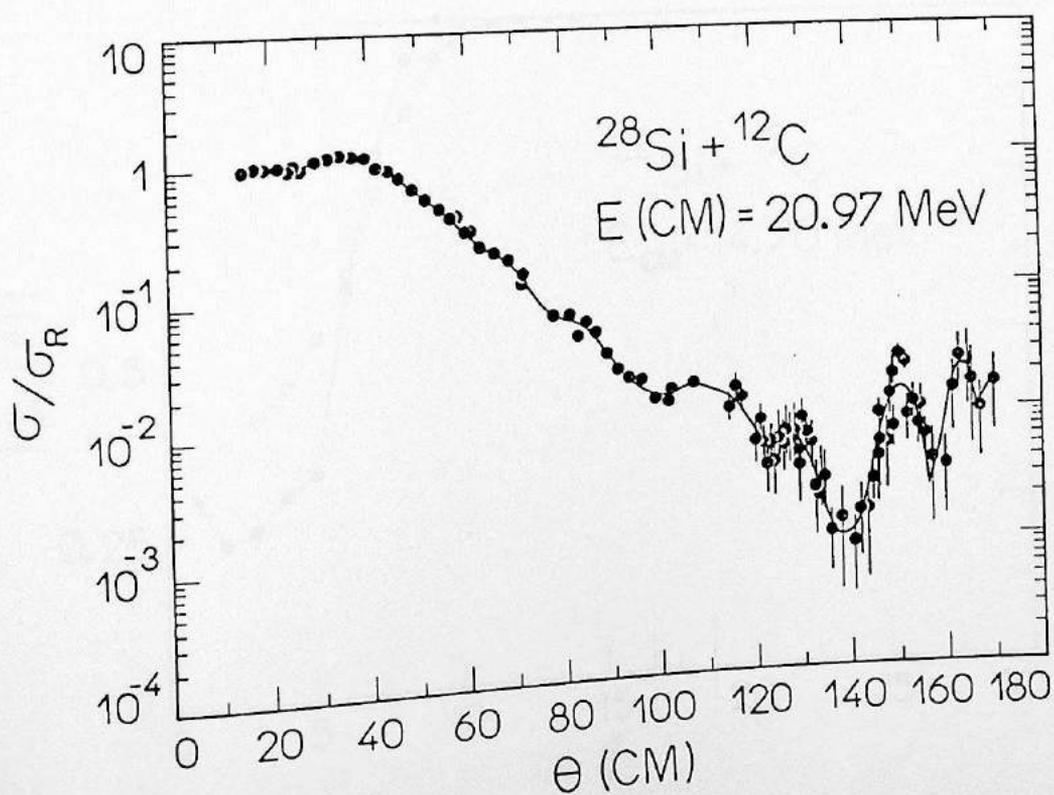


Fig. IV.d.4. Distribuição angular elástica ajustada com análise de defasagens permitindo variação livre de parâmetros entre $0 \leq l \leq 20$.

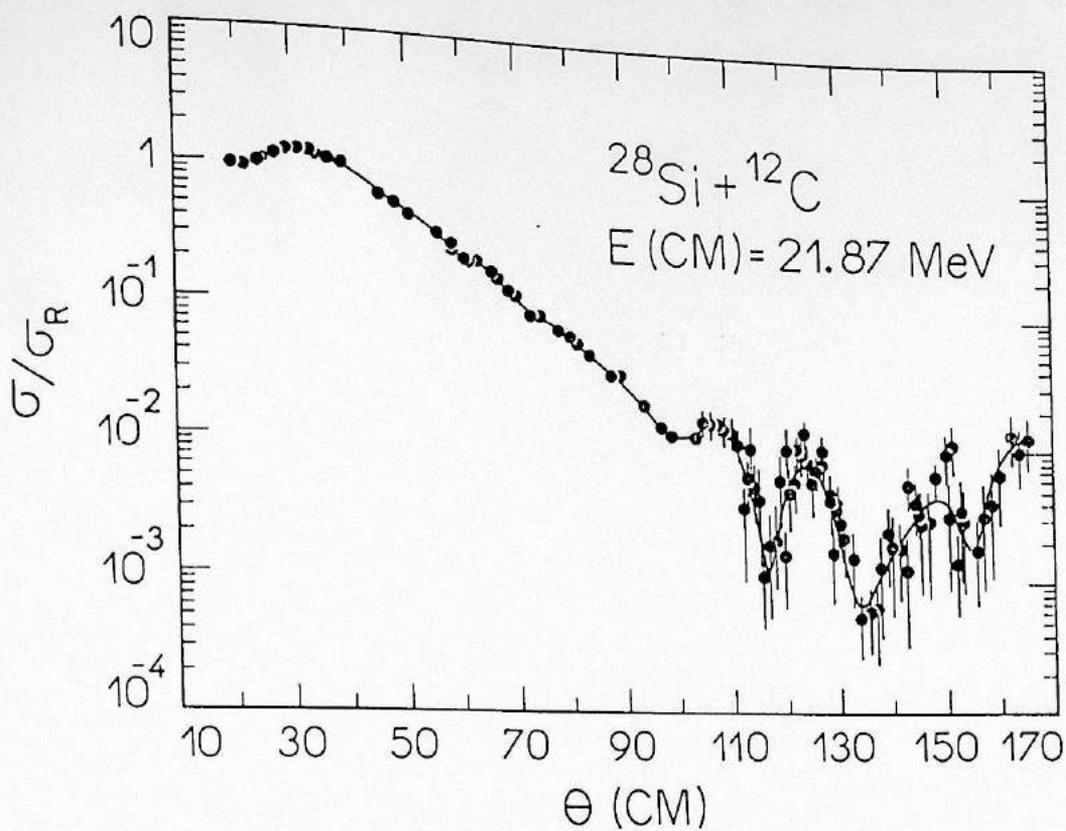


Fig. IV.d.5. Distribuição angular elástica ajustada com análise de defasagens permitindo variação livre de parâmetros entre $0 \leq l \leq 21$.

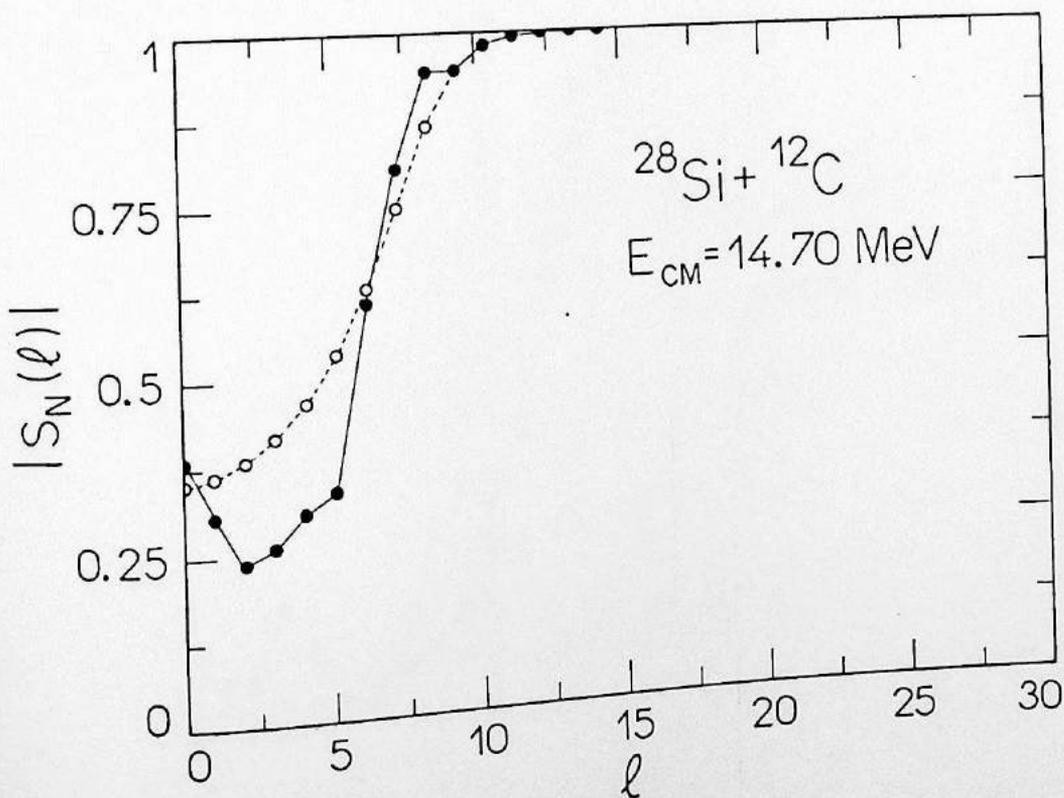


Fig. IV.d.6. Resultado da análise por defasagens (linha com tínua) comparado com $|S_N(l)|$ obtido por modelo óptico (linha tracejada).

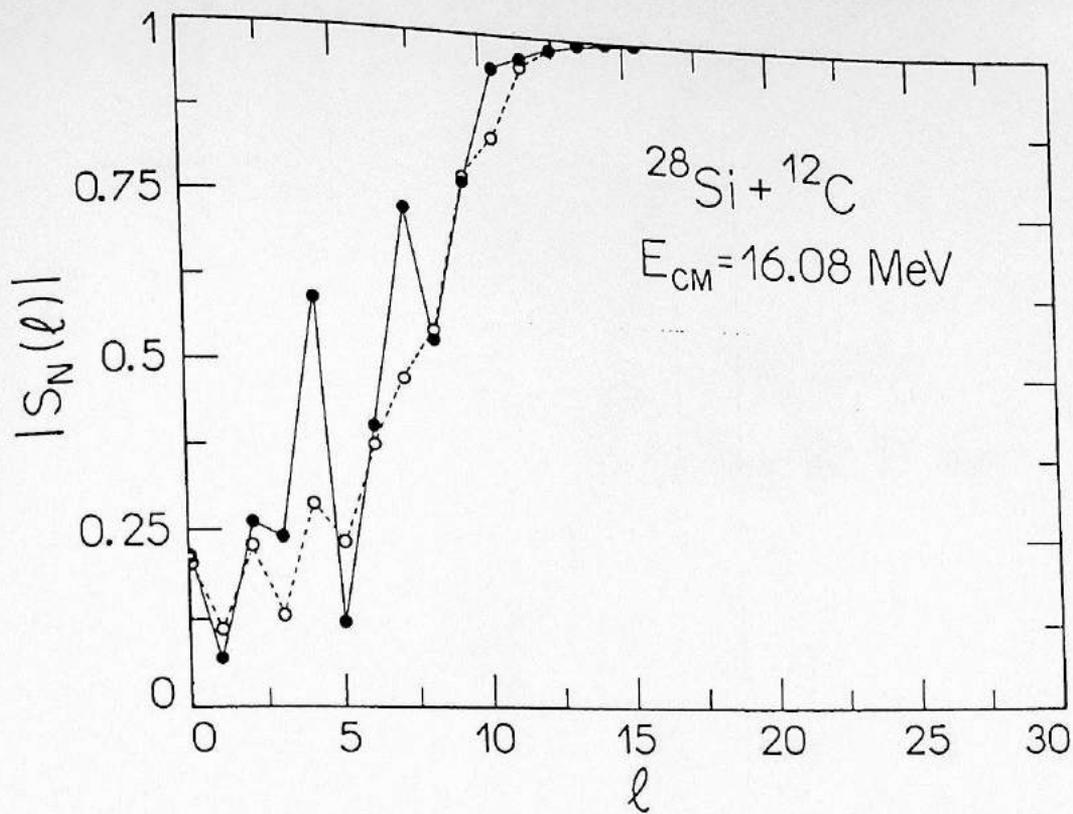


Fig. IV.d.7. Resultado da análise por defasagens (linha contínua) comparado com $|S_N(l)|$ obtido por modelo óptico (linha tracejada).

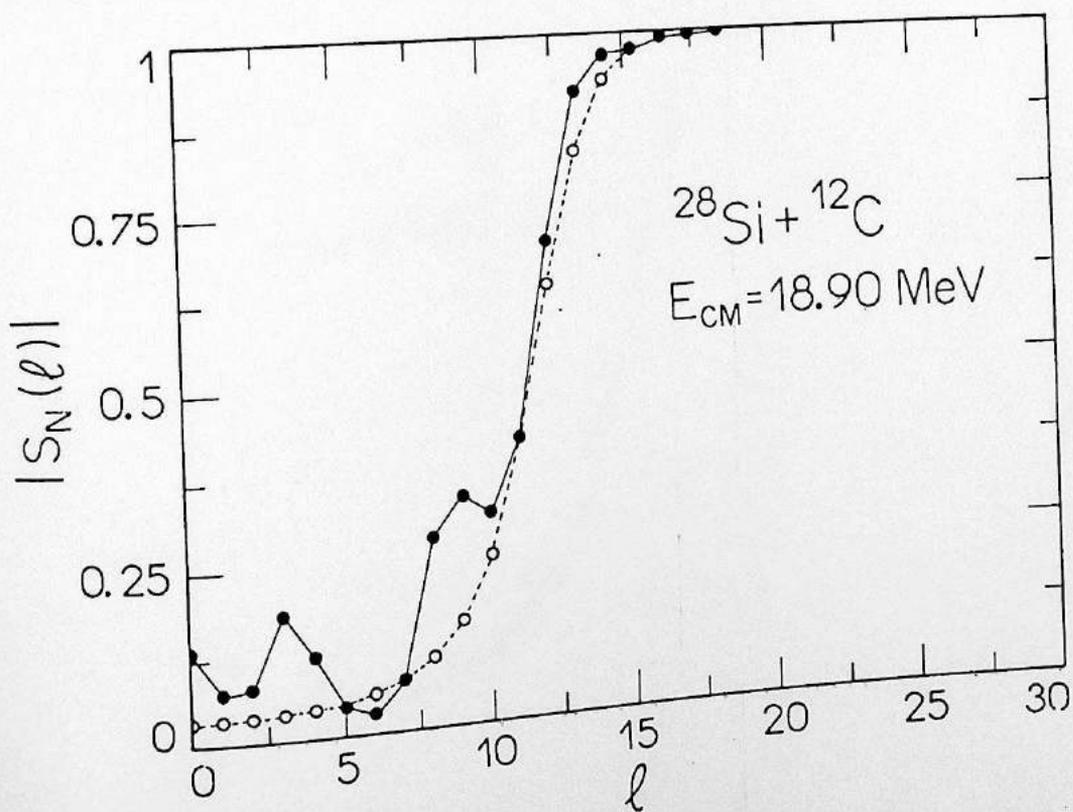


Fig. IV.d.8. Resultado da análise por defasagens (linha contínua) comparado com $|S_N(l)|$ obtido por modelo óptico (linha tracejada).

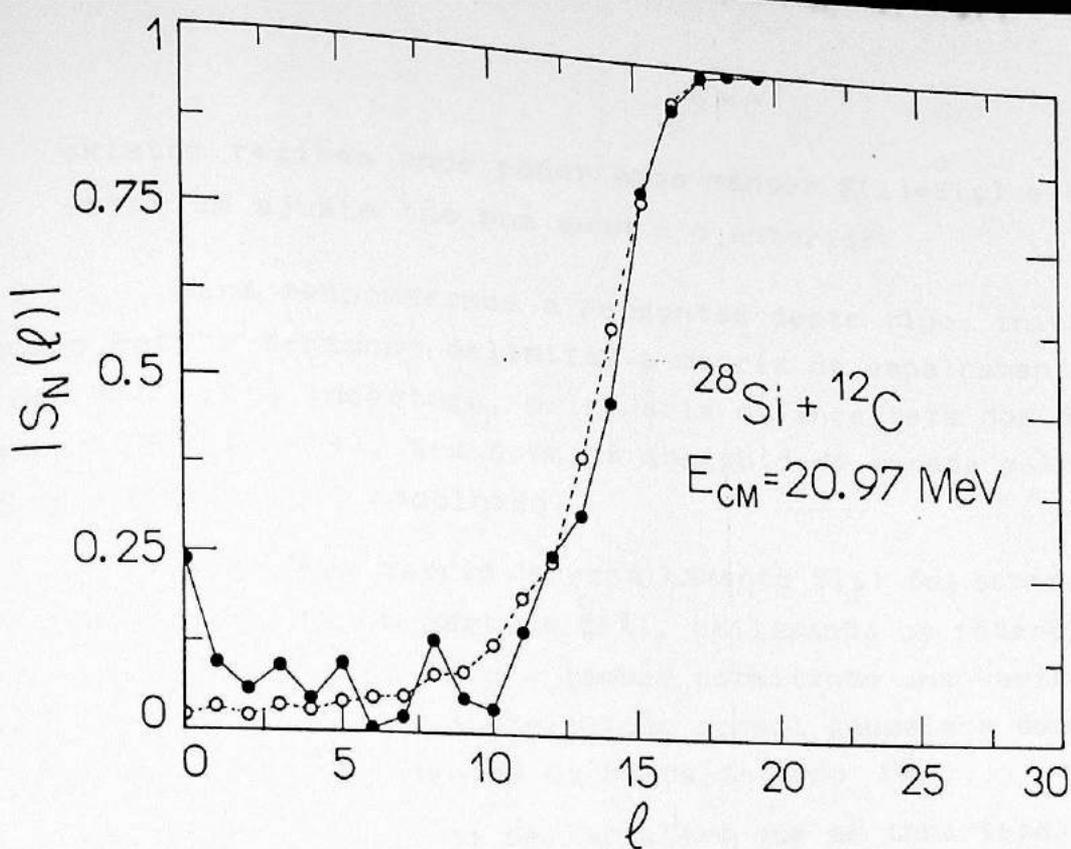


Fig. IV.d.9. Resultado da análise por defasagens (linha con-
tínua) comparado com $|S_N(l)|$ obtido por modelo
óptico (linha tracejada).

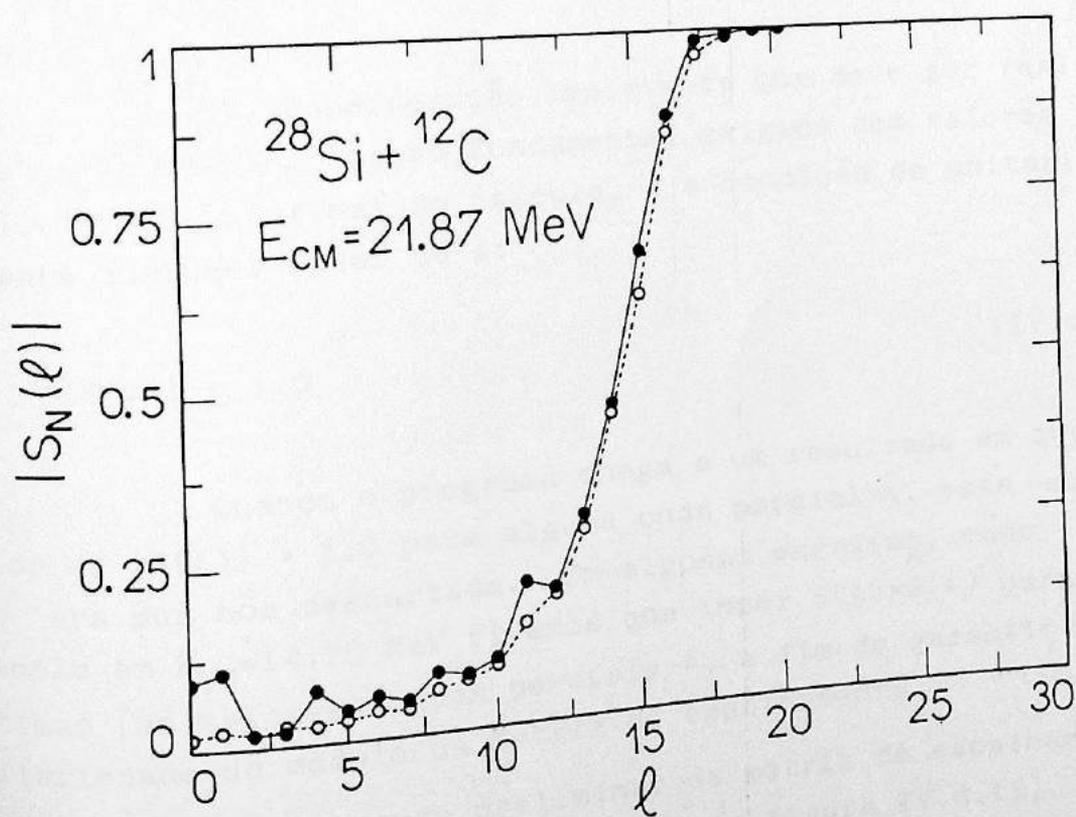


Fig. IV.d.10. Resultado da análise por defasagens (linha con-
tínua) comparado com $|S_N(l)|$ obtido por mode-
lo óptico (linha tracejada).

existem regiões onde poderíamos manter $S(\ell) = \overset{\circ}{S}(\ell)$ e se obter um ajuste tão bom quanto o anterior?

Para respondermos a perguntas deste tipo, iniciamos nosso estudo tentando delimitar a matriz de espalhamento $S(\ell)$ com uma certa incerteza, originária da incerteza dos dados experimentais $\sigma(\theta)$, bem como da ambigüidade gerada pelo ponto de partida $\overset{\circ}{S}(\ell)$ escolhido.

Esta nova matriz de espalhamento $S(\ell)$ foi obtida ao variarmos o ponto de partida $\overset{\circ}{S}(\ell)$, utilizando os potenciais J_1 e J_2 obtidos no ítem IV.c e também permitindo uma variação aleatória, dentro de uma distribuição normal gaussiana dos dados experimentais $\sigma(\theta)$ dentro da barra de erro $\Delta\sigma(\theta)$.

Gostaríamos de deixar claro que as incertezas obtidas para a matriz $S(\ell)$ poderiam ser maiores, pois não esgotamos todas as possibilidades de se obter bons ajustes dos dados experimentais com esta matriz. Por exemplo, as possibilidades de se escolher $\overset{\circ}{S}(\ell)$ diferentes como ponto de partida para o cálculo de $S(\ell)$ são infinitas. Mostramos na figura IV.d.11 o valor de $|S(\ell)|$ calculado, com suas respectivas incertezas.

Uma consideração importante que deve ser realçada é que a única condição fundamental exigida dos valores de $S(\ell)$, obtidos no final do cálculo, é a condição de unitariedade para qualquer valor de ℓ :

(IV.d.2)

$$|S(\ell)| \leq 1.0$$

Quando o programa chega a um resultado em que o valor de $|S(\ell)| > 1.0$ para alguma onda parcial ℓ , esta solução era por nós descartada. Em algumas energias, como por exemplo em $E_{CM} = 14.70$ MeV tivemos que impor $S(\ell) = \overset{\circ}{S}(\ell)$ para as últimas (as maiores) ondas parciais ℓ , a fim de garantir a unitariedade do módulo da matriz de espalhamento.

Este estudo preliminar da matriz de espalhamento $S(\ell)$ na energia $E_{CM} = 18.90$ MeV visto na figura IV.d.11, nos mostra que apesar das barras de erro encobrirem as estruturas mais finas de $S(\ell)$, o comportamento médio e algumas estru-

ras em valor de l baixo, ainda continuam presentes na matriz de espalhamento.

Neste ponto, já poderíamos tentar responder a primeira pergunta formulada, ou seja, as estruturas como as localizadas em l baixos e em $l \sim 9$ parecem ser importantes para se obter um bom ajuste das distribuições angulares elásticas.

A fim de tornar este resultado mais convincente, mostramos nas figuras IV.d.12 e IV.d.13, o resultado de uma análise onde eliminamos completamente as estruturas em l baixos, fazendo primeiramente $S(l) = \overset{\circ}{S}(l)$ para $l \leq 14$ e depois $S(l) = \overset{\circ}{S}(l)$ para $l \leq 10$, respectivamente. (Obs.: $\overset{\circ}{S}(l)$ é o valor dado pelo cálculo de modelo óptico usando o potencial óptico J2).

Os resultados deste ajuste são matrizes de espalhamento $S(l)$ que não respeitam a condição de unitariedade, com $|S(l)| > 1$. É óbvio que estas soluções não são fisicamente aceitáveis e devem ser descartadas. Isto nos leva novamente a reforçar o argumento de que as estruturas em l baixos são necessárias e não são peculiaridades do cálculo numérico.

Analisando a figura IV.d.8, também obtida em $E_{CM} = 18.90$ MeV, com a variação livre de todos os $S(l)$ vemos que além das estruturas em l baixos a matriz $S(l)$ apresenta também 2 anomalias: uma estrutura em $l \sim 9$, um pouco abaixo do valor de l rasante ($l \sim 11$) e uma outra estrutura (ombro) acima de $l \sim 13-14$.

Queríamos saber se tem alguma correlação entre a estrutura (ombro) acima do valor de l rasante ($l \sim 13$) com as estruturas encontradas em valores de l abaixo de $l \sim 9$. Mostramos, na figura IV.d.14, o resultado de uma análise de $S(l)$ onde impusemos $S(l) = \overset{\circ}{S}(l)$ para $l \geq 14$ e as outras ondas parciais variam livremente, com isto estávamos eliminando da matriz de espalhamento a estrutura (ombro) acima de l rasante. O resultado é o desaparecimento da estrutura localizada em $l = 8-9$ ou o seu deslocamento para valores de l mais baixos e o aparecimento de novas estruturas em l baixos. Um outro cálculo é mostrado na figura IV.d.15, onde a matriz $S(l)$ só podia variar no intervalo $6 \leq l \leq 15$, com $S(l) = \overset{\circ}{S}(l)$ para $l \leq 6$. A idéia aqui era eliminar flutuações em l baixos e verificar novamen

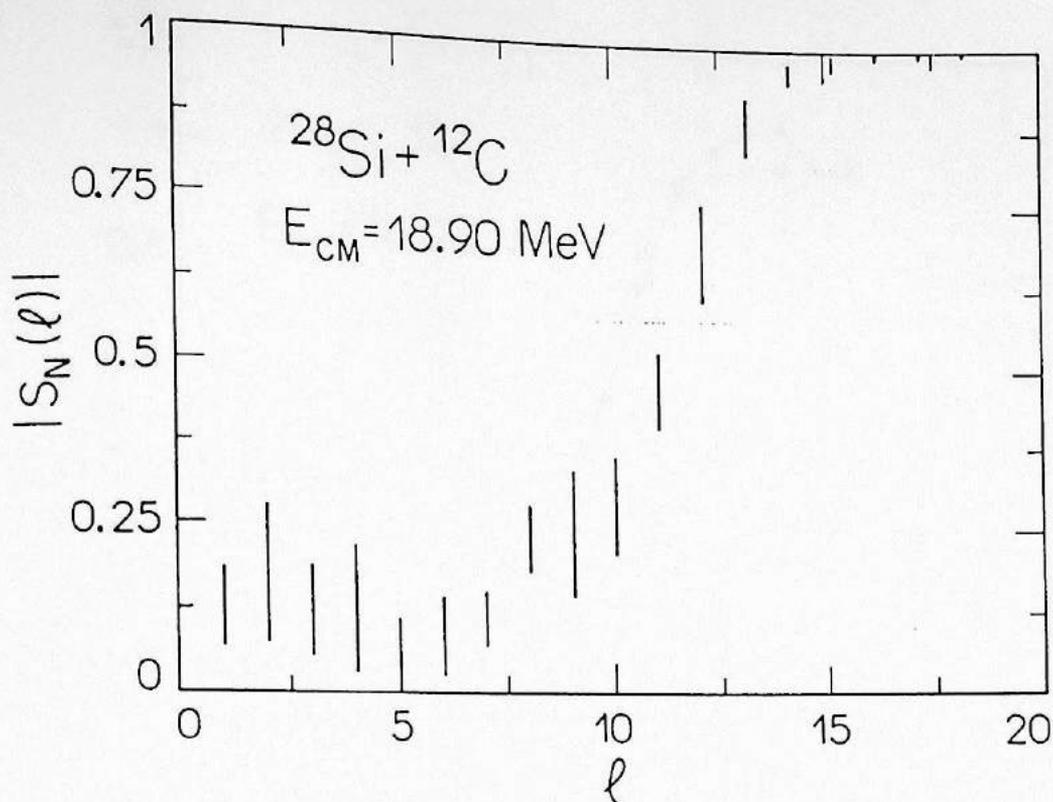


Fig. IV.d.11. Resultado de cálculos de análise por defasagens onde os dados experimentais $\sigma(\theta)$ foram variados dentro de suas incertezas, e utilizaram-se várias matrizes de espalhamento iniciais $S_N^0(l)$ na procura automática.

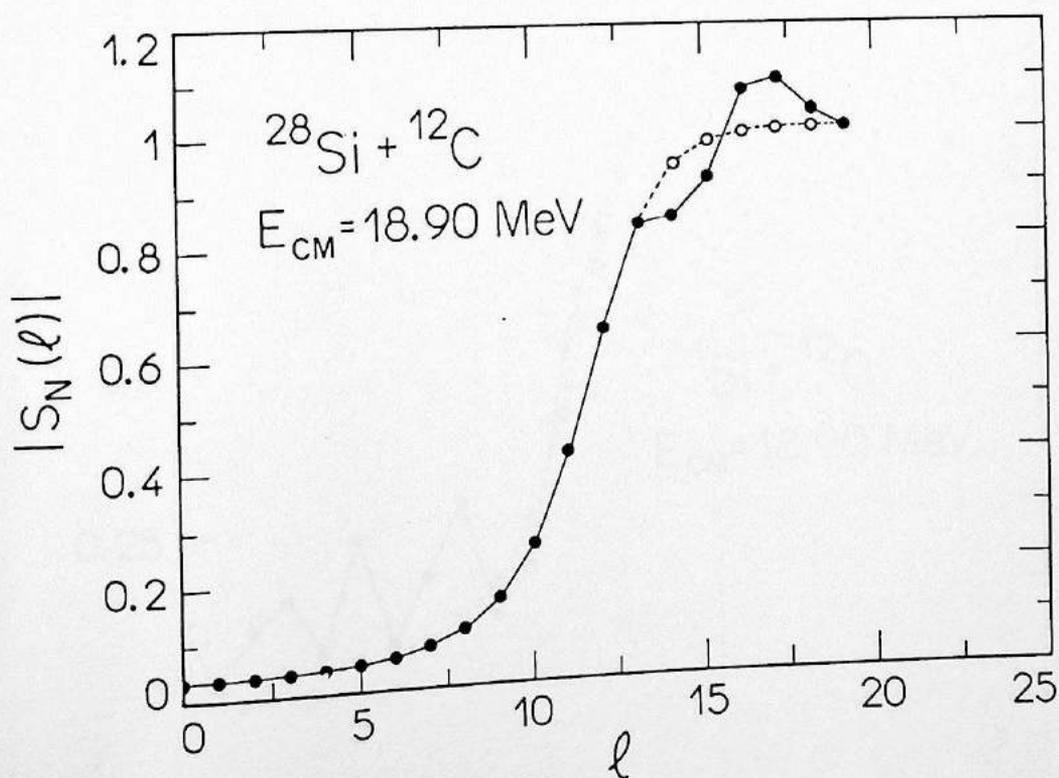


Fig. IV.d.12. A linha contínua é a matriz de espalhamento obtida pelo método de defasagens permitindo a variação de elementos com $l \geq 15$. A linha tracejada é $S_N^0(l)$ obtida com potencial óptico.

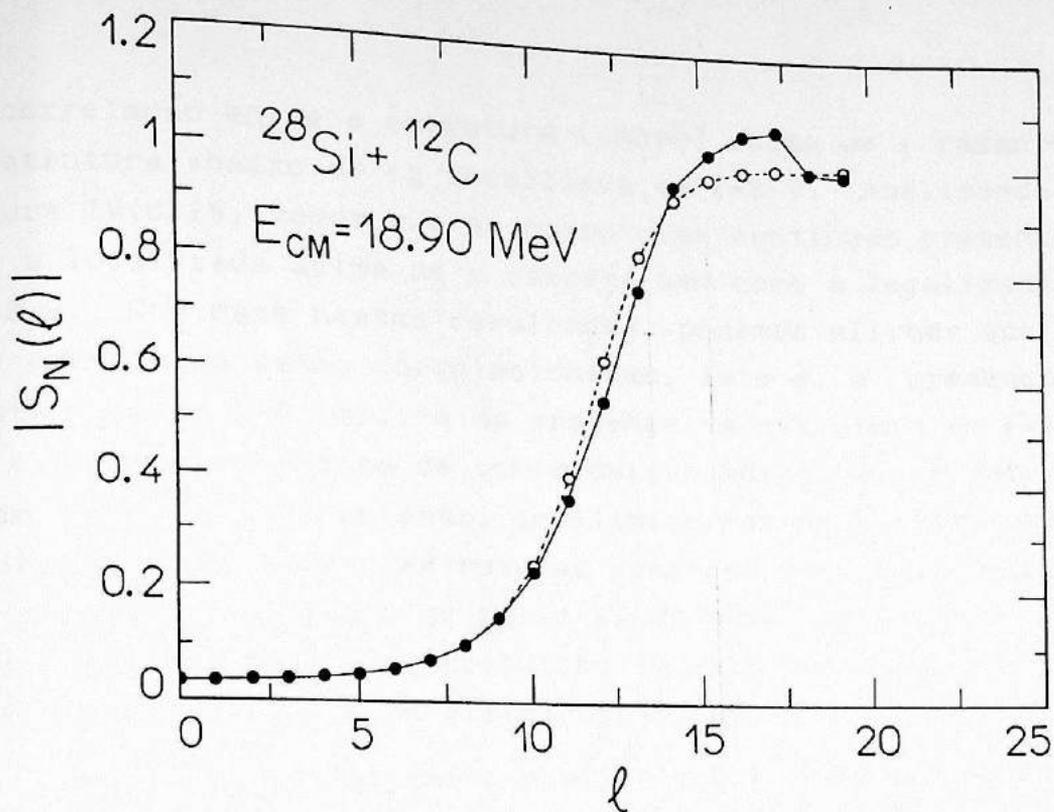


Fig. IV.d.13. A linha contínua é a matriz de espalhamento obtida pelo método de defasagens permitindo a variação de elementos com $l \geq 11$. A linha traçada é $\hat{S}_N(l)$ obtida com potencial óptico.

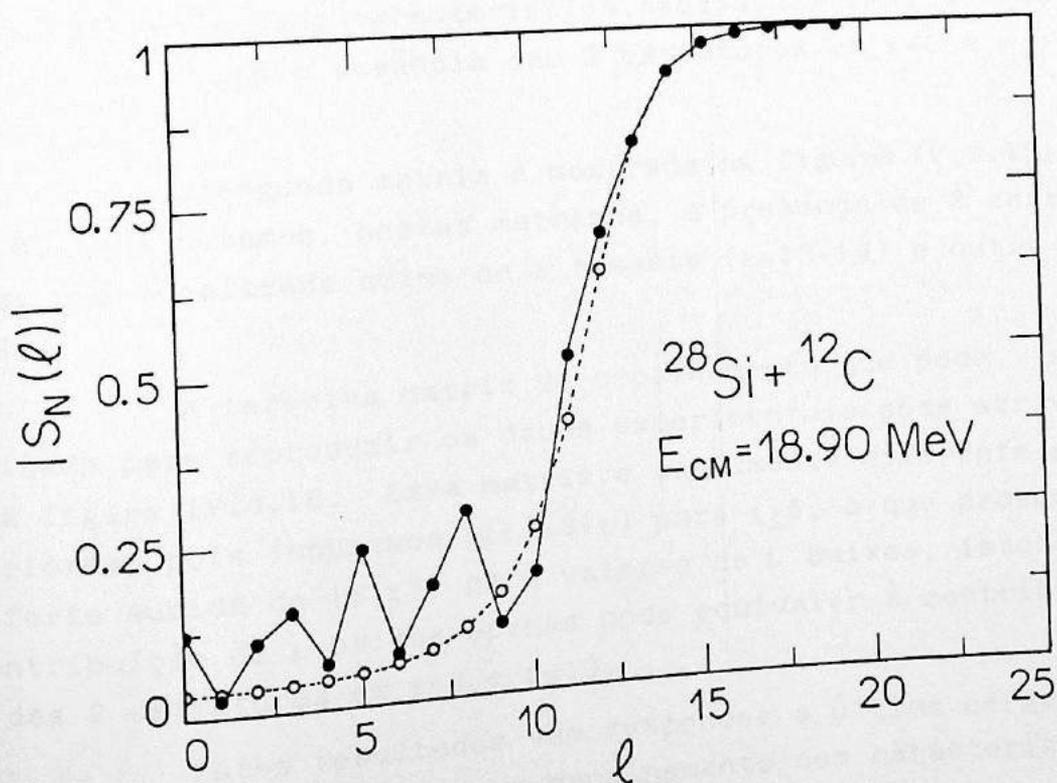


Fig. IV.d.14. A linha contínua é a matriz de espalhamento obtida pelo método de defasagens permitindo a variação de elementos com $l \leq 13$. A linha traçada é $\hat{S}_N(l)$ obtida com potencial óptico.

te a correlação entre a estrutura (ombro) acima de λ rasante e a estrutura abaixo de λ localizada em $\lambda=8-9$. Analisando a figura IV.d.15, vemos que as estruturas continuam presentes tanto a localizada acima de λ rasante bem como a localizada em $\lambda=8-9$. Com base nestes resultados, podemos afirmar que estas 2 estruturas estão correlacionadas, isto é, a presença da estrutura em $\lambda=9$ implica na presença da estrutura em $\lambda=13-14$ e elas não necessitam da contribuição adicional de estruturas em λ baixos. No entanto, se eliminarmos as 2 estruturas (figura IV.d.14), fortes estruturas aparecem em λ baixos ($\lambda \leq 8$). Isto pode ser verificado de forma ainda mais convincente na figura IV.d.16, onde a contribuição de estruturas só entre $\lambda=0-6$ permite o ajuste da distribuição angular.

Para finalizar a análise sobre a matriz de espalhamento, escolhemos 3 matrizes de espalhamento com características totalmente diferentes, que fornecem bons ajustes dos dados experimentais. A única condição imposta a estas 3 matrizes, continua sendo a de que $|S(\lambda)| \leq 1$ para qualquer valor de λ .

A primeira matriz pode ser vista na figura IV.d.14, a qual apresenta como característica, oscilações em λ baixos no intervalo $0 \leq \lambda \leq 8$ e ausência das 2 estruturas em $\lambda=8-9$ e $\lambda=13-14$.

A segunda matriz é mostrada na figuras IV.d.15 e IV.d.8, onde notamos, nestas matrizes, a presença de 2 estruturas, uma localizada acima de λ rasante ($\lambda=13-14$) e outra em $\lambda=8-9$.

A terceira matriz de espalhamento que pode ser utilizada para reproduzir os dados experimentais pode ser vista na figura IV.d.16. Esta matriz é totalmente diferente das anteriores, pois impusemos $S(\lambda) = \hat{S}(\lambda)$ para $\lambda \geq 6$, o que provocou uma forte subida do $|S(\lambda)|$ para valores de λ baixos, isto é, a contribuição de λ baixos apenas pode equivaler à contribuição das 2 estruturas em $\lambda=9$ e $\lambda=13$.

Estes resultados vêm responder a última pergunta formulada, isto é, matrizes de espalhamento com características bastante diferentes conseguem gerar bons ajustes aos dados experimentais.

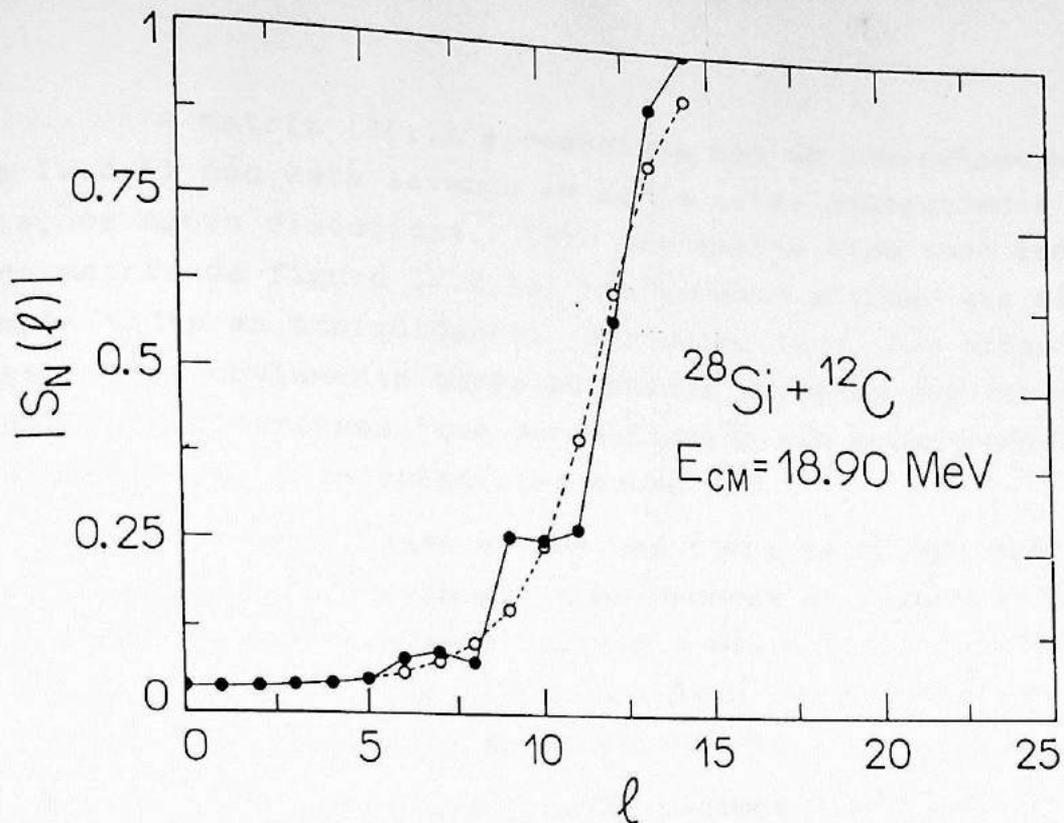


Fig. IV.d.15. A linha contínua é a matriz de espalhamento obtida pelo método de defasagens permitindo a variação de elementos com $l \geq 7$ e $l_{\text{máx}} = 15$. A linha tracejada é $\hat{S}_N(l)$ obtida com potencial óptico.

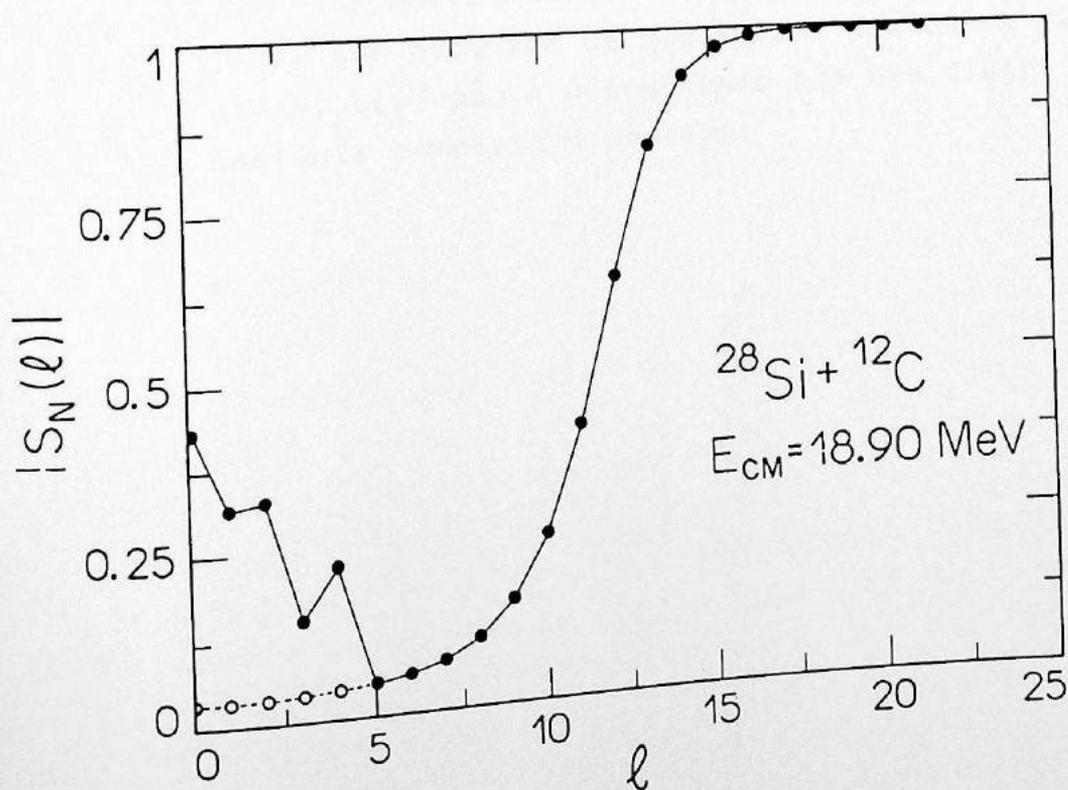


Fig. IV.d.16. A linha contínua é a matriz de espalhamento obtida pelo método de defasagens permitindo a variação de elementos com $l \leq 5$. A linha tracejada é $\hat{S}_N(l)$ obtida com potencial óptico.

A matriz $|S(\varrho)|$ apresentada com as incertezas na figura IV.d.11 não está levando em conta estas ambigüidades e correlações agora discutidas. Isto obviamente tira todo crédito da matriz da figura IV.d.11, não podendo afirmar que ela contempla todas as ambigüidades. Por outro lado, não achamos que estruturas obviamente correlacionadas deveriam ser representadas como incertezas (que por definição são subentendidas como estatísticas e independentes entre si).

Portanto, para se ter uma idéia da ambigüidade total na matriz $S(\varrho)$, devem ser consideradas as figuras IV.d.11 onde estão as incertezas estatísticas e não correlacionadas e as figuras IV.d.8, IV.d.14, IV.d.15 e IV.d.16, que mostram as correlações e equivalências entre estruturas.

Como conclusões finais, podemos dizer que:

- a matriz de espalhamento para reproduzir as fortes oscilações encontradas nos dados experimentais de espalhamento elástico do $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C}$ deve apresentar estruturas, e ainda mais, estas estruturas parecem estar correlacionadas.

Finalmente mostramos que existem várias matrizes de espalhamento $S(\varrho)$ que produzem um bom ajuste dos dados experimentais, ou seja, $S(\varrho)$ não é única mesmo com uma distribuição angular bastante completa e precisa.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho fizemos um estudo do espalhamento elástico do sistema $^{28}\text{Si}+^{12}\text{C}$, num intervalo de energia $E_{\text{CM}} = 14.70$ a 25.20 MeV, visando estudar fenômenos ligados ao espalhamento elástico entre íons pesados-leves. Medimos 5 distribuições angulares elásticas completas e utilizamos em nossas análises outros 7 distribuições angulares medidas por Villari ¹⁾, Ost ²⁾ e Cheng ³⁾.

No estudo do espalhamento elástico é importante utilizarmos distribuições angulares detalhadas e completas, só assim poderemos obter resultados relevantes.

A partir de distribuições angulares completas pode-se extrair a seção de choque de reação σ_R via método independente de modelo, baseado unicamente no teorema óptico. Este método pode ser empregado para qualquer sistema de íons pesados-leves (para energias $E \leq 5$ MeV/A) apresentando resultados com precisão da ordem de 10%.

Os dados de seção de choque de reação σ_R quando comparados com os dados de seção de choque de fusão σ_F , apresentam o mesmo valor para energias próximas à barreira coulombiana ($E_{\text{BC}}(\text{CM}) = 15.0$ MeV para $^{28}\text{Si}+^{12}\text{C}$) e σ_R está sistematicamente acima de σ_F para energias maiores. Este comportamento é de se esperar pois para energias abaixo da barreira as reações diretas devem contribuir pouco, porém esta contribuição vai aumentando à medida que a energia cresce e, por isso, $\sigma_R > \sigma_F$ para energias mais altas.

Os dados de σ_R bem como de σ_F mostram que existem estruturas, porém um estudo dessas estruturas e suas possíveis correlações necessitariam de medidas complementares em passos de energia menor tanto em σ_R com em σ_F . Uma outra dificuldade encontrada ao compararmos nossos dados de seção de choque de reação com os dados de seção de choque de fusão, é que os dados de σ_F que encontramos na literatura para o sistema $^{28}\text{Si}+^{12}\text{C}$ já são bastante discrepantes entre si, veja figura IV.b.14. Temos quase certeza, por exemplo, que os dados de fusão obtidos pelo grupo de Pittsburg, que são representados pela linha pontilhada na figura IV.b.14, estão no mínimo errados por um fator de normalização.

Continuando o estudo do espalhamento elástico, encontramos 2 famílias de potenciais ópticos (J1 e J2) do tipo Woods-Saxon que, em linhas gerais, reproduzem o comportamento médio dos dados experimentais. O potencial J1 apresenta uma dependência com a energia tanto da parte real bem como da parte imaginária. Este potencial é derivado de um potencial obtido por Cheng para o sistema $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$, que também era dependente de energia. Um resultado interessante que tiramos desta análise é que as profundidades imaginárias W do potencial J1 não seguem mais uma variação linear decrescente com a energia, como proposto por Cheng ($W=29.91-0.817 E_{\text{CM}}$), e sim uma nova dependência linear crescente com a energia, dada por $W=-7.171+0.643 E_{\text{CM}}$. Encontramos, também, que a profundidade real do potencial V tem uma dependência linear fracamente decrescente com a energia dada por $V=33.729-0.295 E_{\text{CM}}$, contrária à proposta por Cheng também ($V=16.26+0.406 E_{\text{CM}}$).

Uma observação que pode ser feita é que a dependência de V e W com a energia proposta por Cheng, fornece inclinação errada para as distribuições angulares experimentais na maioria das energias. Todas as distribuições angulares utilizadas por Cheng iam, no máximo, até aproximadamente $\theta_{\text{CM}}=100^\circ$, o que pode explicar em parte esta discrepância. No entanto, realçamos o quão é importante se ter dados experimentais completos, a fim de se obter resultados confiáveis.

O potencial J2 é derivado de um potencial proposto por Tabor, também chamado de ANL2 e que foi obtido para o sistema $^{16}\text{O}+^{24}\text{Mg}$ a partir do potencial E-18 e é independente da energia.

Enquanto o potencial J1 é transparente na superfície, o potencial J2 apresenta características de absorção forte. O ajuste conseguido com esta família de potenciais J2, diríamos que é um pouco melhor do que aquela conseguida com a família de potenciais J1.

O potencial J1 fornece distribuições angulares que reproduzem a inclinação média dos dados na região de ângulos dianteiros e intermediários para todas as energias; não reproduz as oscilações experimentais em ângulos dianteiros para baixas energias ($E_{\text{CM}} \leq 18.90 \text{ MeV}$), passando no meio das os

cilações. O potencial óptico J1 prevê corretamente as oscilações em ângulos dianteiros, observadas em energias mais altas ($E_{CM} \geq 22.40$ MeV).

O potencial J2 também ajusta razoavelmente bem a inclinação média nos ângulos dianteiros e intermediários das distribuições angulares experimentais. O cálculo com J2 reproduz as oscilações em ângulos dianteiros observadas para energias mais altas ($E_{CM} \geq 22.40$ MeV), não reproduzindo as oscilações em ângulos dianteiros em energias próximas à barreira coulombiana ($E_{CM} = 14.70; 16.08$ e 17.50). Os ajustes com este potencial também não reproduzem as oscilações observadas em ângulos traseiros em toda região de energia.

Um ponto forte que deve ser destacado a respeito destes 2 potenciais é que eles prevêem o valor correto da seção de choque de reação σ_R na faixa de energia abordada neste trabalho, para o sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$.

Como comentários finais, apresentamos agora as principais conclusões tiradas do estudo da matriz de espalhamento $S(\ell)$, obtida pelo método de defasagens. Os ajustes fornecidos por este método são excelentes, todas as estruturas encontradas nas distribuições angulares experimentais são fielmente reproduzidas. As matrizes de espalhamento $S(\ell)$ geradas por este método apresentam características interessantes, como:

- uma transparência localizada na região de momentos angulares baixos e 2 estruturas: uma na região de $\ell \sim 8-9$, um pouco abaixo do valor de ℓ rasante ($\ell_g \sim 11$) e outra estrutura (ombro) acima de ℓ_g ($\ell \sim 13-14$).

No estudo da matriz de espalhamento tiramos várias conclusões novas que, até então, tinham sido vagamente discutidas. As principais conclusões desta análise destacamos abaixo.

1. Nem todas as estruturas encontradas em $S(\ell)$ são realmente necessárias para se reproduzir as fortes oscilações encontradas nos dados experimentais, veja, por exemplo, a figura IV.d.14, onde eliminamos as 2 estruturas em $\ell = 8-9$ e $\ell = 13-14$ e conseguimos um bom ajuste dos dados experimentais. Porém, nesta mesma figura pode ser observado que algumas estruturas, como as localizadas em $\ell < 8$ são necessárias para se obter

este bom ajuste dos dados experimentais.

2. Algumas estruturas presentes em $S(\ell)$ estão correlacionadas.
3. Matrizes de espalhamento com características diferentes conseguem gerar bons ajustes dos dados experimentais, isto quer dizer que $S(\ell)$ não é única mesmo utilizando distribuições angulares bastante completas e precisas.

Finalizando, temos a certeza de termos atingido nossos objetivos iniciais que era trazer o máximo de informações possíveis a respeito do estudo do espalhamento elástico para sistemas de íons leves-pesados.

REFERÊNCIAS:

1. A.C.C. Villari, Tese de Mestrado (IFUSP, 1982).
2. R. Ost et al., Preprint (1976).
3. C.M. Cheng, J.V. Maher, W. Oelert e F.D. Snyder, Phys.Lett. B17 (1977) 304.
4. A.C.C. Villari, F.I.A. Almeida e A. Lépine-Szily, Phys.Lett. B165 (1985) 247.
5. P. Brawn-Munzinger e J. Barrette, Phys.Rep. 87 (1982) 209.
6. J. Barrette e S. Kahama, Comment Nucl.Part.Phys. 9 (1980) 67.
7. D. Dehnhard, V. Shkolnik e M.A. Franey, Phys.Rev.Lett. 40 (1978) 1549.
8. R.M. de Vries e J.C. Peng, Phys.Rev. C22 (1980) 1055.
9. J.T. Holdeman e R.M. Thaler, Phys.Rev. B139 (1965) 1186.
10. R.C. Fuller, Phys.Rev. C16 (1977) 1865.
11. H. Oeschler, H.L. Harney, D.L. Hillis e K.S. Sim, Nucl.Phys. A325 (1979) 463.
12. C. Marty, Z. Phys. A309 (1983) 261.
13. N. Added, Tese de Mestrado (IFUSP, 1987).
14. R. Middleton, Nucl.Instr. and Meth. 144 (1977) 373.
15. O. Sala e G. Spalek, Nucl.Instr. and Meth. 122 (1974) 213.
16. V. Rotberg, Tese de Doutorado (IFUSP, 1978).
17. M.D. Ferraretto, A.P. Teles, Relatório Anual do DFN (1977) 68.
18. W.T. Milner, Laboratório nacional de Oak Ridge (1986).
19. F.L. Freire Junior, Tese (PUC, 1985).
20. A.P. Teles, Códigos COMPAC, SIMVS e HISTMULT, não publicado (1980).
21. R.V. Ribas, Códigos PIAP e PLESP, não publicado (1985).
22. W.T. Milner, HHIRF Computer Handbook, comunicação particular (1986).
23. A.M. Kobos, G.R. Satchler, Nucl.Phys. A427 (1984) 589.
24. J.M. Oliveira Junior, Código CHOMOD, não publicado (1987).
25. M.s. Hussein, H.M. Hussenzveig, A.C.C. Villari, Phys.Lett. B114 (1982) 1.
26. A.C.C. Villari, Tese de Doutorado (IFUSP, 1987).



27. M.D. Cooper e M.B. Johnson, Nucl.Phys. A260 (1976) 352.
28. C. Marty, Z.Phys. A309 (1983) 261.
29. H. Wojciechowski, D.E. Gustafson, L.R. Medsker e R.H. Davis
Phys.Lett. B63 (1976) 413.
30. J.M. Cohenca, Computer Program for Optical Model Analysis of
Nuclear Scattering (19868), não publicado.
31. U.C. Voos, W. von Oertzen e R. Bock, Nucl.Phys. A135 (1969) 207.
32. R.D. Woods e D.S. Saxon, Phys.Rev. 95 (1954) 577.
33. C.J. Joachain, "Quantum Collision Theory", North-Holland Publishing
Company (1975).
34. G. Igo, Phys.Rev.Lett. 1 (1958) 72.
35. P. Charles, Tese Orsay nº 2378 (1981).

37. W.J. Jordan, J.V. Maher e J.C. Peng, Phys.Lett. B87 (1979) 38.
38. K.T. Lesko et al., Phys.Rev. C25 (1982) 872.
39. S. Gary e C. Volant, Phys.Lett. 40 (1978) 445.
40. R.A. Racca et al., Phys.Lett. B129 (1983) 294.
41. S.L. Tabor, Y. Eisen, D.G. Kovar e Z. Vager, Phys.Rev. C16 (1977)
673.
42. J.G. Cramer et al., Phys.Rev. C14 (1976) 2158.
43. H.H. MacFareane e S.C. Pieper, ANL-76-11 Rev. 1 (1978).
44. A.C. Villari, Código DEFAS, não publicado (1987).
45. P. Benvigton, "Data Reduction and Error Analysis for the Physical
Sciences", McGraw-Hill Book Company (1969).