

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FISICA



ESTUDO DO SISTEMA $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$

RUBENS LICHTENTHÄLER FILHO



Dissertação apresentada ao
Instituto de Física da Uni-
versidade de São Paulo pa-
ra obtenção do Título de
"Mestre em Ciências"

Orientador:

Profa. ALINKA LÉPINE

Mário S. Hussein
Rubens L. Lichtenthaler
Alinka Lépine



SÃO PAULO

1981

À Marcinha e ao Daniel.

AGRADECIMENTOS

À Professora Alinka Lépine pela orientação em todas as fases do trabalho.

Ao Professor Mahir S. Hussein pelas valiosas sugestões apresentadas durante a fase teórica do trabalho.

Ao Professor Wolfgang Mittig e ao pessoal do grupo, Antonio Carlos C. Villari, Claudete V. Acquadro, Victor Rotberg, Violeta G. Porto, Yaeko Kono, pela ajuda nos períodos de máquina.

Ao pessoal do SEMA pela assistência.

Ao pessoal da Eletrônica.

Ao pessoal da Secção de Desenhos.

À Tamico pela datilografia.

A todos que direta ou indiretamente participaram deste trabalho.

Este trabalho foi realizado com o apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e do Conselho Nacional de Pesquisas em sua primeira fase.

RESUMO

Foram feitas medidas da distribuição angular do espalhamento elástico $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ e da reação de transferência $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{\text{gs}}$ e 1º estado excitado a uma energia de 40 MeV no sistema de laboratório e em uma faixa angular $20^\circ < \theta_{\text{CM}} < 70^\circ$.

O espalhamento elástico foi analisado pelo modelo óptico e formalismo fechado de W.E. Frahn. A reação de transferência foi analisada por cálculos de DWBA sem recuo e com alcance zero e pelo formalismo fechado para reações de transferência.

Foi feito um cálculo do efeito do canal de transferência de uma partícula alfa no espalhamento elástico através da reação $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{\text{gs}}$ utilizando-se o formalismo de W. E. Frahn e M.S. Hussein. O resultado deste cálculo demonstra que o acoplamento entre o canal de transferência e o canal elástico pode ser o responsável pelas oscilações na distribuição angular elástica experimental.

ABSTRACT

Angular distributions of the elastic scattering $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{24}\text{Mg}$ and of the $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{\text{gs}}$ and 1st excited state transfer reactions, have been measured at 40 MeV incident energy in the $20^\circ \leq \theta_{\text{CM}} < 70^\circ$ angular region.

The elastic scattering was analysed by optical model and closed formalism calculations (Fr-a-76).

The transfer reaction was calculated by zero range, non-recoil DWBA theory (using DWUCK) and also by the analytical formulae of closed formalism for transfer reactions.

The influence of the α -transfer channel in the elastic scattering was calculated explicitly using the theory developed by W.E. Frahn and M.S. Hussein. This calculation shows that the coupling between the α -transfer and elastic channel can account for the intermediate and backward angle oscillations observed in the elastic scattering angular distributions.

Í N D I C E

CAPÍTULO I	-	INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II	-	TEORIA BÁSICA DE REAÇÕES NUCLEARES	3
	II-a)	Modelo óptico e o espalhamento elástico	3
	II-b)	Solução da equação de Schrödinger	8
	II-c)	A interação coulombiana	12
	II-d)	O cálculo de canais acoplados	14
	II-e)	Aproximação de Born de ondas distorcidas ...	18
CAPÍTULO III	-	TEORIA DE REAÇÕES ENTRE ÍONS PESADOS	21
	III-a)	Espalhamento clássico entre íons pesados ...	21
	III-b)	Formalismo fechado de W.E. Frahn	25
	III-b.1)	O espalhamento elástico	27
	III-b.2)	Formalismo de W.E. Frahn para reações de transferência	33
	III-b.3)	Efeito da reação de transferência no canal elástico	39
CAPÍTULO IV	-	PARTE EXPERIMENTAL	50
	IV-a)	Fonte de íons	52
	IV-b)	Acelerador	54
	IV-c)	Câmara de espalhamento	54
	IV-d)	Sistema de detecção - Telescópios	57
	IV-e)	Eletrônica e sistema de aquisição de dados	58
	IV-f)	Preparação dos Alvos	61
	IV-g)	Reações de fusão	62
	IV-h)	Resultados	67
	IV-h.1)	Análise dos espectros	68

CAPÍTULO V	-	ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS	79
V-a)		Espalhamento elástico	79
V-b)		A transferência	87
V-c)		Espalhamento elástico e transferência	93
CAPÍTULO VI	-	CONCLUSÕES	96

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Estudos do espalhamento elástico entre núcleos de massa intermediária ($12 \leq A \leq 40$) demonstram a existência de estruturas oscilatórias na distribuição angular. Particularmente foram observadas oscilações na secção de choque diferencial para ângulos intermediária e traseiros em sistemas como $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$, $^{28}\text{Si} + ^{16}\text{O}$, $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C}$, $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$ e outros. Estas estruturas aparecem em energias perto e acima da barreira coulombiana em sistemas com massas e cargas tais que podem ser considerados como agregados de partículas alfa.

Devido a forte população de reações de transferência de partícula alfa e ao caráter oscilatório das distribuições angulares destas reações surge a idéia de se incluir explicitamente o efeito destes canais no espalhamento elástico.

Neste sentido foram feitas medidas da distribuição angular do espalhamento elástico $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ e da reação de transferência de uma partícula alfa $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{\text{gs}}$ numa energia incidente de 40 MeV.

As medidas foram feitas utilizando-se um sistema de telescópio ΔE -E que consiste de um detetor proporcional (ΔE) e um detetor de barreira de superfície (E). Obtivemos distribuições angulares em uma faixa de $20^\circ \leq \theta_{\text{CM}} < 70^\circ$.

O efeito da reação de transferência citada no espalhamento elástico foi calculado considerando-se um processo

de ida e volta de partícula alfa.

O cálculo do acoplamento entre o canal elástico e de transferência foi feito seguindo-se o formalismo de W.E. Frahn e M.S. Hussein desenvolvido para este fim.

A análise da reação de transferência e espalhamento elástico foi feita pelo formalismo fechado de W.E. Frahn, cálculos de DWBA e modelo óptico.

CAPÍTULO II

TEÓRIA BÁSICA DE REAÇÕES NUCLEARES

II-a) Modelo óptico e o espalhamento elástico

O espalhamento elástico é sem dúvida o processo mais simples que pode ocorrer na colisão entre dois núcleos. A identidade dos núcleos alvo e projétil é mantida antes e depois da colisão bem como a energia cinética total e não há transferência de momento angular.

Para maior simplicidade vamos considerar a colisão entre um nêutron e um núcleo pesado. O espalhamento elástico corresponde a probabilidade de que o nêutron passe através do núcleo alvo sem perder energia mudando apenas a direção do seu movimento.

A solução exata de um problema deste tipo deveria ser feita considerando-se a interação entre o nêutron e cada núcleon do núcleo alvo. Estas interações devem ser levadas em conta no operador hamiltoniano da equação de Schrödinger que resulta em um problema de grande complexidade (Ho 71).

A hipótese do modelo óptico é que a interação entre o nêutron e o núcleo alvo é feita através de um potencial médio resultante das interações individuais nêutron-núcleon. Desta forma vamos considerar que durante a colisão o nêutron mantém seu movimento de partícula independente estando sujeito apenas à ação deste potencial médio.

Devido ao curto alcance das forças nucleares e ao grande número de núcleons no alvo, podemos considerar este potencial médio $V_N(r)$ constante para raios menores que o raio nuclear (R_N). Para raios maiores que R_N o potencial deve cair rapidamente a zero.

Além do espalhamento elástico, devemos ainda considerar outros processos que possam ocorrer durante a colisão como por exemplo espalhamento inelástico ou reações de transferência. Se não nos preocuparmos com as particularidades destes

processos, podemos tomá-los juntos em uma única categoria responsável pela absorção de nêutrons do canal elástico.

O problema da colisão entre nêutron e um núcleo pesado fica então reduzido a duas situações distintas:

a) o nêutron é espalhado elasticamente; b) o nêutron é absorvido. Deste ponto de vista, pode-se considerar o espalhamento elástico de um nêutron por um núcleo pesado como análogo a passagem de um raio de luz por um meio óptico onde pode ocorrer absorção e refração. Neste caso devemos ter um índice de refração complexo, cuja parte imaginária simula a absorção. Seguindo a analogia, no caso de uma reação nuclear, devemos adotar uma forma complexa para o potencial de interação. A este potencial dá-se o nome de potencial óptico cuja forma geral é dada por:

$$V_N(r) = V_0(r) + iW_0(r)$$

onde V_0 é a parte real responsável pelo espalhamento e W_0 é a parte imaginária responsável pela absorção de nêutrons. É fácil ver o efeito da parte imaginária do potencial.

Substituindo-se $V_N(r)$ na eq. de Schrödinger temos:

$$[\nabla^2 + k^2] \Psi = \frac{2\mu}{\hbar^2} [V_0(r) + iW_0(r)] \Psi$$

onde $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$ é a energia no sistema de centro de massa.

O vetor densidade de probabilidade de corrente é

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2i\mu} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*)$$

$$\text{div } \vec{j} = \frac{\hbar}{2im} \nabla \cdot (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) = \frac{2}{\hbar} \Psi^* \Psi W_0(r)$$

temos
$$\text{div } \vec{j} = \frac{2}{\hbar} \Psi^* \Psi W_0(r)$$

Do lado esquerdo da equação temos o divergente de uma corrente que é positivo ou negativo se W_0 é positivo ou negativo. Portanto há a criação ou absorção de partículas conforme W_0 é positivo ou negativo.

A forma mais utilizada para o potencial óptico é a de Wood-Saxon (W054).

$$V_N(r) = V_0 f(r) + i W_0 f(r)$$

onde

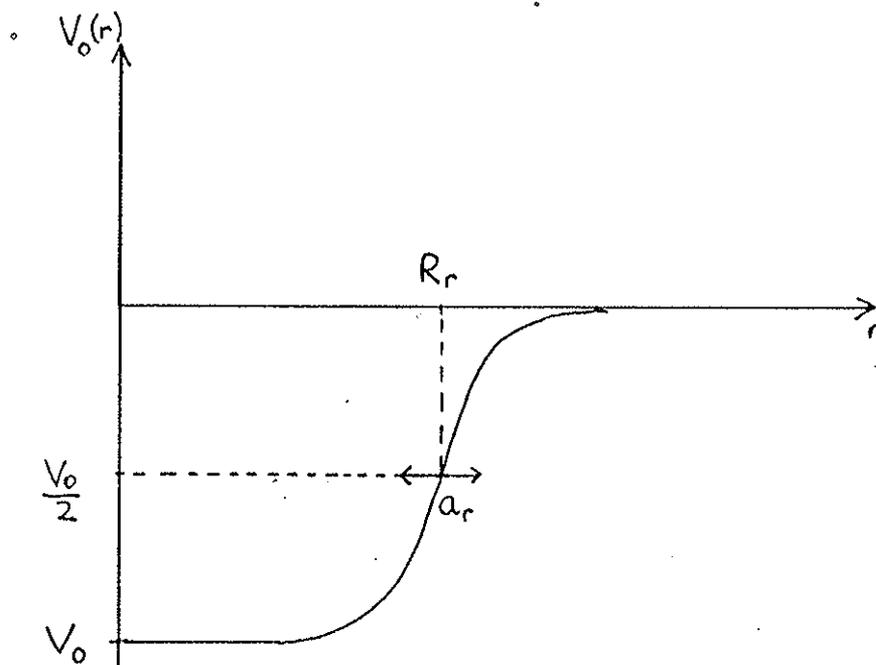
$$f(r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r - R_{r,i}}{a_{r,i}}\right)}$$

V_0 e W_0 são as profundidades das partes real e imaginária.

$R_{r,i}$ os raios das partes real e imaginária.

$$R_{r,i} = r_{r,i} A_2^{1/3}$$

A_2 o número de massa do alvo e $a_{r,i}$ as difusividades. Este potencial tem a forma mostrada na figura



Quando se trata do espalhamento entre partículas carregadas de-
ve-se incluir um termo devido ao potencial coulombiano.

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2}\right) & r < R_c \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & r > R_c \end{cases}$$

onde Z_1 e Z_2 são os números atômicos do projétil e alvo;

e $R_c = r_{OC} A_2^{1/3}$ é o raio do potencial coulombiano;

e o potencial total fica:

$$V_T(r) = V_N(r) + V_C(r)$$

A equação de Schrödinger é resolvida numericamente e a partir de condições assintóticas para as funções de onda obtém-se a amplitude de espalhamento $f(\theta)$. A secção de choque diferencial é dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

O processo de obtenção da amplitude de espalhamento está descrito na secção b.

Os parâmetros do potencial óptico são determinados a partir de um ajuste entre a secção de choque calculada e a experimental.

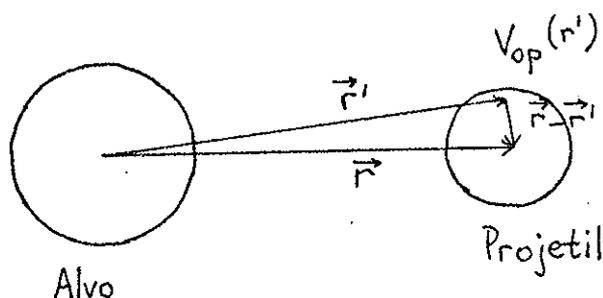
Potencial óptico entre íons pesados

O espalhamento elástico entre núcleos pesados difere do caso considerado do espalhamento entre nêutron e núcleo na medida em que o potencial médio agora é o resultado das interações entre cada núcleon de projétil e o núcleo alvo. Este potencial é chamado potencial convoluido e pode ser escrito

como:

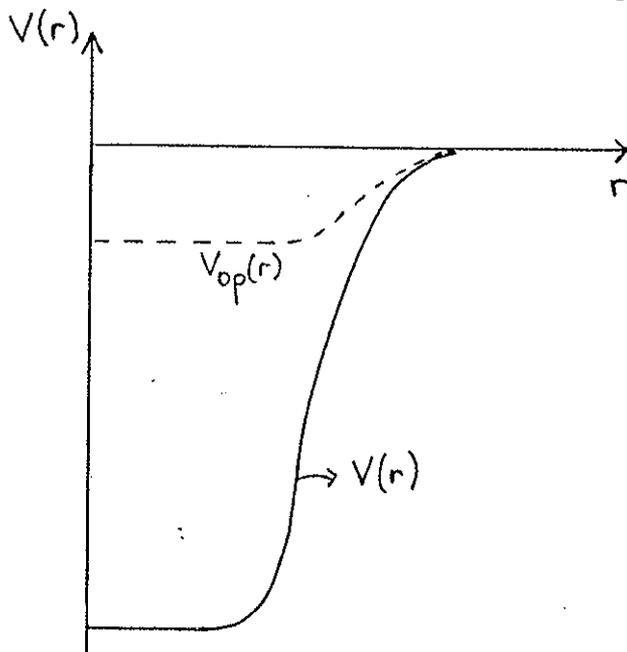
$$V(r) = \int V_{op}(r') \rho_p(|\vec{r} - \vec{r}'|) dr'$$

onde r é a distância entre os centros de massa dos núcleos em colisão; ρ_p é a densidade de núcleons do projétil e $V_{op}(r')$ é o potencial óptico que representa a interação núcleon-alvo. Esquemáticamente esta situação pode ser representada como na figura abaixo:



Um cálculo deste tipo equivale a se levar em conta o tamanho finito do projétil e é uma maneira simples de se obter um potencial óptico para o caso de núcleos pesados.

A partir deste cálculo (Ch74) obtém-se normalmente potencial cuja profundidade é maior do que a do potencial $V_{op}(r)$ como mostrado qualitativamente na figura abaixo.



O que se verifica (Sa74, G1 75) para o caso da colisão entre íons pesados é que o espalhamento elástico é determinado apenas pela forma do potencial na região de superfície, isto é, em $r \approx R$ onde $R \approx r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$. Isto significa que o processo elástico é pouco sensível ao interior dos núcleos de forma que grandes variações na profundidade da parte real do potencial óptico resultam em pequenas variações na secção de choque elástica desde que a forma do potencial perto do raio de interação R seja mantida. Isto implica em ambigüidades nos parâmetros que determinam o potencial óptico, isto é, diferentes parâmetros dão a mesma secção de choque para o espalhamento elástico. A solução para estas ambigüidades não pode, obviamente, ser encontrada a partir da análise do espalhamento elástico a uma só energia incidente. Ela deve ser buscada a partir da análise de outros processos como o espalhamento inelástico e reações de transferência no mesmo sistema projétil-alvo. Processos deste tipo apresentam sensibilidade a regiões diferentes do potencial nuclear (MO-76) de modo que permitem uma melhor definição do potencial. Também devem ser analisados espalhamentos a várias energias obtendo-se potenciais que descrevem o espalhamento entre um dado sistema em uma larga faixa de energias incidentes. Concluimos, portanto, que torna-se extremamente difícil se obter informações da região do interior dos núcleos a partir de um potencial óptico que reproduz os dados do espalhamento elástico. Desta forma, vamos atribuir um caráter fenomenológico ao modelo óptico. Também no caso do espalhamento entre íons pesados vamos determinar os parâmetros do potencial óptico de forma que seja reproduzida a secção de choque experimental.

II-b) Solução da equação de Schrödinger

Pretendemos aqui apresentar a solução da equação de Schrödinger independente do tempo para o caso do espalhamento entre 2 núcleos sem spin. Não nos prenderemos às caracterís

ticas da interação entre os 2 núcleos supondo apenas que esta se dá através de um potencial central de curto alcance. Suporemos também que não há interação coulombiana.

A equação de Schrödinger é dada por:

$$\nabla^2 \Psi + [k^2 - U(r)] \Psi = 0 \quad (1-b)$$

onde $k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}$ e $V(r) \cdot \frac{2\mu}{\hbar^2} = U(r)$, onde $V(r)$ é o potencial de interação e E é a energia incidente.

Tomando-se a direção do feixe incidente igual a direção do eixo-z temos que a solução mais geral da eq. (1-b) é dada por:

$$\Psi = \sum_{\ell} A_{\ell} u_{\ell}(r) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (2-b)$$

onde $u_{\ell}(r)$ é a solução da equação radial.

$$\frac{d^2 u_{\ell}(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du_{\ell}}{dr} + \left[k^2 - U(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] u_{\ell}(r) = 0 \quad (3-b)$$

A função de onda ψ deve satisfazer a condição assintótica

$$\Psi \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (4-b)$$

onde o primeiro termo é onda plana incidente e o segundo termo uma onda esférica espalhada e $f(\theta)$ é a amplitude de espalhamento. Podemos escrever:

$$e^{ikz} = \sum_{\ell} i^{\ell} (2\ell+1) j_{\ell}(kr) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (5-b)$$

onde $j_\ell(kr)$ são as funções de Bessel solução da equação radial.

$$\frac{d^2 j_\ell}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dj_\ell}{dr} + \left[k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] j_\ell = 0 \quad (6-b)$$

Uma vez que o potencial $U(r)$ cai rapidamente a zero com r , podemos afirmar que $u_\ell(kr)$ e $j_\ell(kr)$ devem diferir apenas por uma fase na região assintótica:

$$\begin{aligned} j_\ell(kr) &\rightarrow \frac{1}{kr} \operatorname{sen} \left(kr - \frac{\ell\pi}{2} \right) \\ u_\ell(kr) &\rightarrow \frac{1}{kr} \operatorname{sen} \left(kr - \frac{\ell\pi}{2} + \delta_\ell \right) \end{aligned} \quad (7-b)$$

A diferença de fase é devida a presença do potencial $U(r)$. A substituição das eqs. (7-b) em (5-b) e em (3-b) e a utilização da eq. (4-b) nos permite determinar os coeficientes A_ℓ .

$$A_\ell = i^\ell (2\ell+1) e^{i\delta_\ell}$$

a amplitude de espalhamento pode ser identificada por:

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_\ell (2\ell+1) (e^{2i\delta_\ell} - 1) P_\ell(\cos\theta) \quad (8-b)$$

e a seção de choque de espalhamento elástico é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_\ell (2\ell+1) (e^{2i\delta_\ell} - 1) P_\ell(\cos\theta) \right|^2 \quad (9-b)$$

podemos escrever:

$$\frac{1}{kr} \operatorname{sen} \left(kr - \frac{\ell\pi}{2} + \delta_\ell \right) = \left(e^{i(kr - \frac{\ell\pi}{2})} e^{i\delta_\ell} - e^{-i(kr - \frac{\ell\pi}{2}) - i\delta_\ell} \right) \frac{1}{kr}$$

e a função de onda assintótica fica:

$$\Psi \Rightarrow \frac{-1}{kr} \sum_l i^{l+1} (2l+1) \left[e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} e^{2i\delta_l} - e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})} \right] P_l(\cos \theta) \quad (10-b)$$

onde o termo $e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})}$ é a função de onda assintótica incidente e $e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})}$ é a função de onda assintótica espalhada.

Analisando-se o termo $|e^{2i\delta_l}|$ vemos que quando ele vale

1 a amplitude da onda espalhada é igual a amplitude da onda incidente o que significa que não há absorção ou criação de partículas. Se $|e^{2i\delta_l}| < 1$ temos uma situação em que há absorção de partículas e neste caso a fase δ_l deve ser complexa. É interessante notar que a defasagem da função de onda espalhada está diretamente ligada ao potencial espalhador. Para um potencial real temos uma defasagem real e $|e^{2i\delta_l}| = 1$. Para que $|e^{2i\delta_l}| < 1$ devemos ter um potencial complexo cuja parte imaginária provoca o aparecimento da fase complexa. Neste caso devemos ter $\text{Im } \delta_l > 0$. Iremos chamar daqui por diante, o termo $e^{2i\delta_l}$ de matriz-S de espalhamento elástico $e^{2i\delta_l} = S_l$. Na verdade esta é a parte diagonal da matriz-S, que descreve apenas o espalhamento elástico.

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_l (2l+1) (S_l - 1) P_l(\cos \theta) \quad (11-b)$$

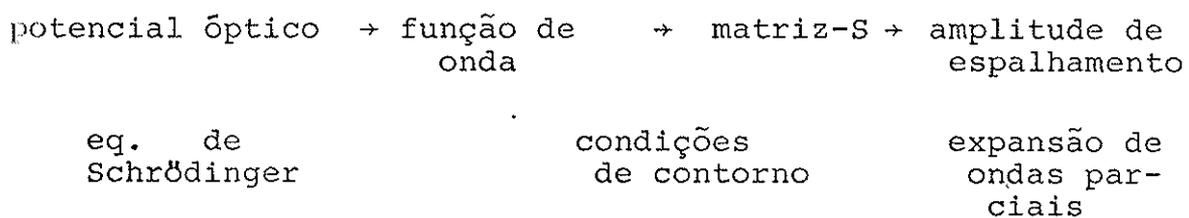
$$\text{ou } f(\theta) = \frac{+i}{k} \sum_l (l + \frac{1}{2}) (1 - S_l) P_l(\cos \theta)$$

que é chamado expansão em ondas parciais da amplitude de espalhamento.

A matriz-S contém toda informação a respeito do processo de espalhamento.

A interpretação do problema do espalhamento entre núcleos sob o ponto de vista da matriz-S oferece a alternativa de não se resolver a equação de Schrödinger. Pode-se através

de uma parametrização da matriz-S em termos de funções simples do momento angular e energia obter diretamente as amplitudes de espalhamento. Por outro lado, os elementos da matriz-S podem ser determinados, como veremos, com base em condições de contorno apropriadas para a função de onda obtida da equação de Schrödinger. A determinação da amplitude do espalhamento elástico pelo modelo óptico é feita então na forma esquemática:



II-c) A interação coulombiana

A solução da equação de Schrödinger obtida na secção anterior é válida para situação onde o potencial de interação $V(r)$ é de curto alcance. Quando estamos na presença de uma interação coulombiana esta dedução precisa ser modificada. A função de onda assintótica será dada por:

$$\Psi_{r \rightarrow \infty} \longrightarrow \Psi_i + f(\theta) \Psi_e \quad (1-c)$$

onde Ψ_i não é mais uma onda plana mas uma função de onda distorcida pelo potencial coulombiano.

$$\begin{aligned} \Psi_i &= \left[1 - \frac{\eta^2}{ik(r-z)} \right] \exp \left[ikz + i\eta \log_e k(r-z) \right] \\ \Psi_e &= \frac{1}{r} \exp \left[ikr - i\eta \log_e 2kr \right] \end{aligned} \quad (2-c)$$

onde η é o parâmetro de Sommerfeld $\eta = \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar k}$

$$e \quad \Psi = \sum_l B_l u_l(kr) P_l(\cos \theta) \quad (3-c)$$

onde $u_\ell(kr)$ é a solução da equação radial.

$$\frac{d^2 u_\ell}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du_\ell}{dr} + \left[k^2 - U(r) - U_c(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] u_\ell = 0 \quad (4-c)$$

e $U_c(r) = \frac{2\mu V_e}{\hbar^2} \frac{1}{r}$ é o potencial coulombiano.

Na região assintótica a solução desta equação é dada por:

$$u_\ell(kr) \rightarrow \frac{1}{kr} \sin \left(kr - \eta \ln 2kr - \frac{2\pi}{2} + \sigma_\ell + \delta_\ell \right) \quad (5-c)$$

onde δ_ℓ é a mudança de fase devida ao potencial nuclear e σ_ℓ é a mudança de fase devido ao potencial coulombiano.

Assim podemos obter a amplitude de espalhamento total.

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_\ell (2\ell+1) \left(e^{2i(\delta_\ell + \sigma_\ell)} - 1 \right) P_\ell(\cos \theta) \quad (6-c)$$

Para o espalhamento puramente coulombiano temos $\delta_\ell = 0$ e pode-se mostrar que:

$$f(\theta) = \frac{-\eta}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp i \left[\eta \ln \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + 2\sigma_0 \right] = f_{\text{coul}}(\theta) \quad (7-c)$$

Temos portanto:

$$f(\theta) = f_{\text{coul}}(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_\ell (2\ell+1) e^{2i\sigma_\ell} \left(e^{2i\delta_\ell} - 1 \right) P_\ell(\cos \theta) \quad (8-c)$$

Os elementos da matriz-S nuclear $e^{2i\delta_\ell}$ podem ser determinados a partir do conhecimento das funções de onda em uma região onde o potencial nuclear deixa de existir.

$$u_\ell(kr) = I_\ell + S_\ell E_\ell$$

onde I_ℓ e E_ℓ são as funções de onda radiais incidentes e espalhada dadas por :

$$I_e = F_e + i G_e \quad E_e = F_e - i G_e$$

Os elementos da matriz-S podem ser determinados impondo-se a condição de continuidade da derivada logarítmica em $r=R_m$.

$$\frac{u_e(r)}{u_e'(r)} \Big|_{r=R_m} = \frac{I_e + S_e E_e}{I_e' + S_e E_e'} \Big|_{r=R_m} \quad (9-c)$$

onde R_m é a distância a partir da qual o potencial nuclear pode ser considerado nulo.

Este procedimento é utilizado para o cálculo da seção de choque do espalhamento elástico pelo modelo óptico. A equação de Schrödinger é integrada numericamente até R_m de onde se obtêm as funções de onda.

Os elementos de matriz-S são determinados através das condições de continuidade em $r=R_m$.

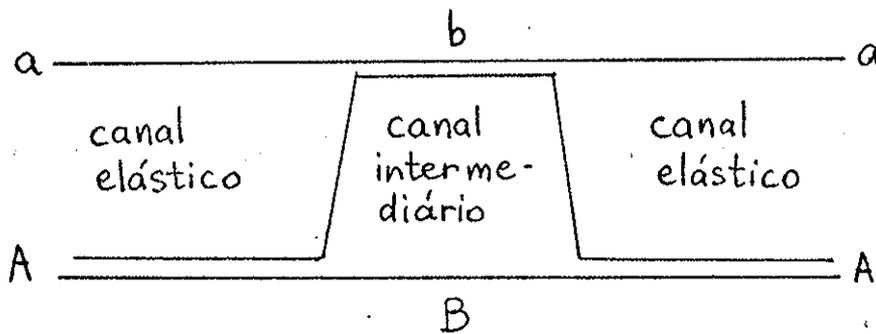
II-d) O cálculo de canais acoplados

No estudo do espalhamento elástico entre 2 núcleos do ponto de vista do modelo óptico consideramos duas situações possíveis. A primeira corresponde a passagem do projétil pelo núcleo-alvo sem perda de energia ou de momento angular (espalhamento elástico) e a segunda possibilidade é a absorção do projétil pelo núcleo-alvo. Neste ponto deixamos de nos preocupar com as características microscópicas dos processos de absorção e determinamos um potencial complexo cuja parte imaginária é a responsável pela retirada de partículas do fluxo incidente. O próximo passo será dado no sentido de um melhor entendimento das interações que provocam a retirada de fluxo do canal elástico. De maneira mais geral, o projétil quando penetra no interior do núcleo-alvo pode ser absorvido formando um estado intermediário que em seguida decai pela emissão de partículas ou fótons.

Em particular o próprio projétil pode ser reemitido com uma energia menor (espalhamento inelástico) ou igual a energia incidente (espalhamento elástico). Podemos imaginar uma infinidade de processos de absorção com a formação de um estado intermediário e subsequente reemissão de partículas. No entanto, vamos nos

preocupar com aqueles que resultam em uma reemissão no canal incidente (espalhamento elástico).

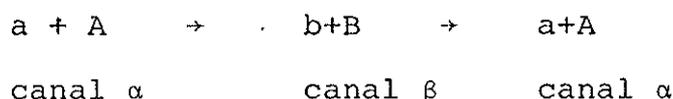
Uma situação deste tipo pode ser imaginada a partir do esquema abaixo. Supomos uma reação entre o projétil a e o núcleo-alvo A.



Em uma situação destas, a amplitude de espalhamento elástico total pode ser entendida como o resultante da interferência de duas amplitudes. Uma que corresponde ao processo direto (sem formação de estado intermediário) e outra que resulta da transiçãõ através do canal intermediário. Evidentemente se esta tran siçãõ for fraca, o efeito da interferência será desprezível. Todavia existem dados experimentais indicando o favorecimento de particulares canais intermediários como por exemplo o espalha-mento inelástico entre núcleos de natureza coletiva. Do ponto de vista de reações diretas pode-se tratar exatamente um proces so deste tipo através do cálculo de canais acoplados.

• A equação de canais acoplados

Vamos imaginar a colisão entre 2 núcleos a e A da seguinte forma:



e a equação de Schrödinger:

$$H\Psi = E\Psi \quad (1-d)$$

onde Ψ é a função de onda total do processo. Esta função de

onda é escrita como sendo a superposição das funções de onda nos canais α e β .

$$\Psi = \Psi_\alpha + \Psi_\beta$$

$$\text{ou } \Psi = \frac{\chi_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha} |\varphi_\alpha \varphi_A\rangle + \frac{\chi_\beta(r_\beta)}{r_\beta} |\varphi_\beta \varphi_B\rangle \quad (2-d)$$

onde $\varphi_\alpha, \varphi_A, \varphi_\beta, \varphi_B$ são os auto-estados das hamiltonianas intrínsecas.

A hamiltoniana por sua vez é escrita:

$$H = h_a + h_A + T_\alpha + \sum_{ij} V_{ij} \quad i, j \in a, A \quad (3-d)$$

$$H = h_b + h_B + T_\beta + \sum_{kl} V_{kl} \quad k, l \in b, B \quad (4-d)$$

$$\begin{aligned} \text{temos } h_a |\varphi_a\rangle &= \varepsilon_a |\varphi_a\rangle & h_b |\varphi_b\rangle &= \varepsilon_b |\varphi_b\rangle \\ h_A |\varphi_A\rangle &= \varepsilon_A |\varphi_A\rangle & h_B |\varphi_B\rangle &= \varepsilon_B |\varphi_B\rangle \end{aligned} \quad (5-d)$$

as formas (3-d) e (4-d) são denominadas forma "prior" e "post" respectivamente.

O termo $\sum V_{ij}$ representa a interação entre cada núcleon do núcleo \underline{a} e cada núcleon do núcleo A.

Neste momento, supomos que a interação $\sum V_{ij}$ deve reproduzir os dados do espalhamento elástico $a+A$ e deve portanto ser equivalente ao potencial óptico que descreve este espalhamento.

Temos então:

$$\sum V_{ij} \frac{\chi_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha} = U_\alpha \frac{\chi_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha} \quad (6-d)$$

$$\sum V_{kl} \frac{\chi_\beta(r_\beta)}{r_\beta} = U_\beta \frac{\chi_\beta(r_\beta)}{r_\beta}$$

Na medida em que o potencial óptico é obtido de maneira fenomenológica temos aqui uma aproximação também fenomenológica.

A hamiltoniana pôde então ser escrita:

$$H = h_a + h_A + T_\alpha + U_\alpha + [\sum V_{ij} - U_\alpha] \quad (7-d)$$

$$H = h_b + h_B + T_\beta + U_\beta + [\sum V_{kl} - U_\beta]$$

Substituindo-se (2-d) e (7-d) em (1-d) e tomando-se o produto escalar com $\langle \varphi_a \varphi_A |$ obtemos o sistema de equações acopladas (Lo 76).

$$\begin{aligned} [T_\alpha + U_\alpha - \varepsilon_\alpha] \frac{\chi_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha} = & \langle \varphi_A \varphi_a | \sum_{ij} V_{ij} - U_\beta | \varphi_B \varphi_b \rangle \frac{\chi_\beta(r_\beta)}{r_\beta} + \\ & + \langle \varphi_a \varphi_A | \varphi_b \varphi_B \rangle [T_\beta + U_\beta - \varepsilon_\beta] \frac{\chi_\beta(r_\beta)}{r_\beta} \quad (8-d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [T_\beta + U_\beta - \varepsilon_\beta] \frac{\chi_\beta(r_\beta)}{r_\beta} = & \langle \varphi_B \varphi_b | \sum_{kl} V_{kl} - U_\alpha | \varphi_a \varphi_A \rangle \frac{\chi_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha} + \\ & + \langle \varphi_B \varphi_b | \varphi_a \varphi_A \rangle [T_\alpha + U_\alpha - \varepsilon_\alpha] \frac{\chi_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha} \end{aligned}$$

onde $\varepsilon_\alpha = E - \varepsilon_a - \varepsilon_A$ e $\varepsilon_\beta = E - \varepsilon_b - \varepsilon_B$

O primeiro termo do lado direito dessas equações contém a interação residual $\sum V_{ij} - U_\beta$ responsável pela transição do canal α para β . O segundo termo resulta da não ortogonalidade dos estados intrínsecos. Para a solução destas equações supõe-se conhecidos U_α e U_β e a interação residual e determina-se as funções de onda iterativamente. O nº de equações acopladas é igual ao nº de estados introduzidos na função de onda o que torna a solução destas equações extremamente dispendiosas para o acoplamento de muitos canais. Resta então o problema da escolha dos canais que influenciam de maneira mais importante o espalhamento elástico.

Se a interação residual é fraca, as equações (8-d) se desacoplam e obtemos 2 equações. Uma que descreve o espalhamento elástico

no canal α e outra que descreve a transição $\alpha \rightarrow \beta$ e que consiste na aproximação de Born de ondas distorcidas.

II-e) Aproximação de Born de ondas distorcidas

A aproximação de Born de ondas distorcidas se baseia na idéia de que a interação U_α entre os núcleos no canal incidente é a principal responsável pela determinação de função de onda. A interação que provoca a transição $\alpha \rightarrow \beta$ pode então ser tratada como uma perturbação e desta forma obtemos para a amplitude de transição (Au 63) :

$$T_{\alpha\beta} = \iint d\vec{r}_\alpha d\vec{r}_\beta \chi_\beta^{-*}(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) \langle \Psi_b \Psi_B | \sum_{kl} V_{kl} - U_\alpha | \Psi_a \Psi_A \rangle \chi_\alpha^+(\vec{k}_\alpha, \vec{r}_\alpha) \quad (1-e)$$

onde agora, χ_β^{-*} é a solução regular temporalmente invertida da eq.:

$$\left[-\nabla^2 + U_\beta - k^2 \right] \frac{\chi_\beta}{r_\beta} = 0$$

Esta equação é obtida das equações acopladas considerando-se a interação residual nula em primeira aproximação.

Os elementos de matriz $\langle \Psi_b \Psi_B | \sum_{kl} V_{kl} - U_\alpha | \Psi_a \Psi_A \rangle$ são chamados elementos de matriz de transição e são determinados a partir da descrição que se faz do particular processo de transição.

- A determinação da amplitude $T_{\alpha\beta}$ envolve uma integração hexadimensional sobre os vetores \vec{r}_α e \vec{r}_β . Esta dificuldade pode ser removida supondo-se que a partícula emergente no canal β foi emitida no mesmo ponto onde a partícula incidente no canal α foi absorvida, isto é, $\vec{r}_\alpha = \vec{r}_\beta = \vec{r}$

Este procedimento consiste na aproximação de alcance zero e reduz a integração hexadimensional em uma tridimensional.

$$T_{\alpha\beta} = \int d\vec{r} \chi_\beta^{-*}(k_\beta, r) \langle \phi_\beta | V | \phi_\alpha \rangle \chi_\alpha^+(k_\alpha, r) \quad (2-e)$$

onde por simplicidade fizemos $\langle \Psi_b \Psi_B | \sum_{kl} V_{kl} - U_\alpha | \Psi_a \Psi_A \rangle = \langle \phi_\beta | V | \phi_\alpha \rangle$ (3-e)

A aproximação de alcance zero influe mais na magnitude da seção de choque uma vez que o comportamento angular é determinado principalmente pelas ondas distorcidas

Um ponto importante a ser notado é que esta aproximação é exata para o caso do espalhamento inelástico onde $\vec{r}_\alpha = \vec{r}_\beta$.

Expandindo-se a interação $V(r, \xi)$ em multipolos do vetor \vec{r} e aplicando-se o teorema de Wigner-Eckart obtemos para os elementos de matriz de transição.

$$\langle \phi_\beta | V | \phi_\alpha \rangle = \sum_{LM} \langle J_\beta M_\beta | J_\alpha L; M_\alpha M \rangle \langle J_\beta || V_L || J_\alpha \rangle [i^L Y_L^M(\hat{r})]^* \quad (4-e)$$

onde J é o spin nuclear, M a sua projeção no eixo-z e L o momento angular transferido na transição $\alpha \rightarrow \beta$

Podemos escrever:

$$\langle J_\beta || V_L || J_\alpha \rangle = A_L F_L(r) \quad (5-e)$$

onde A_L está ligado aos fatores espectroscópicos e $F_L(r)$ é chamado fator de forma da transição.

O fator de forma contém as informações a respeito da dinâmica do processo de transição. No caso de uma reação de "stripping", por exemplo, ele é interpretado como sendo a função de onda da partícula capturada no núcleo-alvo. Em reações onde há absorção forte, o "overlap" entre as funções de onda distorcidas e o fator de forma ocorre apenas na região de superfície do núcleo. Nesta região $F_L(r)$ tem a forma de uma exponencial decrescente determinada pela energia de ligação da função de onda do estado ligado.

Pela substituição de (5e) e (3e) em 2 obtemos:

$$T_{\alpha\beta} = \sum_{LM} A_L \langle J_\beta M_\beta | J_\alpha L; M_\alpha M \rangle \beta_{LM} \quad (6-e)$$

onde

$$\beta_{LM} = \int d^3r \chi_\beta^{-*}(k_\beta, r) [i^{-L} Y_L^M(\hat{r}) F_L(r)] \chi_\alpha^+(k_\alpha, r) \quad (7-e)$$

• a secção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (\alpha \rightarrow \beta) = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_\beta}{k_\alpha} \frac{2J_\beta + 1}{2J_\alpha + 1} \sum_L |A_L|^2 \frac{1}{2L+1} \sum_{M=-L}^{+L} |\beta_{LM}|^2$$

(8-e)

CAPÍTULO III

TEORIA DE REAÇÕES ENTRE ÍONS PESADOS

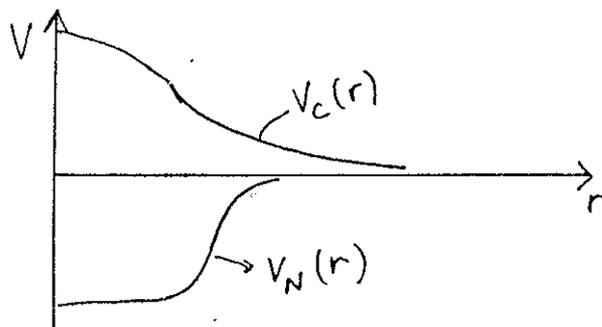
III-a) Espalhamento clássico entre íons pesados

O espalhamento entre íons pesados apresenta em certas situações características semi-clássicas. Quando podemos considerar o comprimento de onda de de-Broglie pequenos em comparação com a distância de menor aproximação entre os núcleos, significa que o núcleo projétil fica bem localizado no espaço de configurações e associamos uma trajetória clássica ao movimento do projétil. Desta forma podemos descrever o problema do espalhamento entre íons pesados até certo ponto a partir das equações clássicas de movimento. (BW 72)

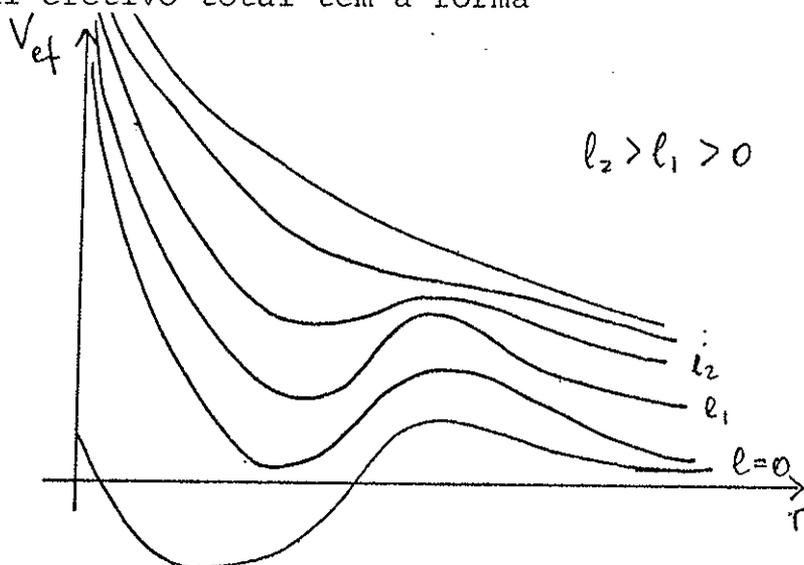
O potencial de interação total efetivo é dado por um termo coulombiano, um termo nuclear e um termo centrífugo.

$$V_{\text{ef}}(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{\hbar^2}{2mr^2}$$

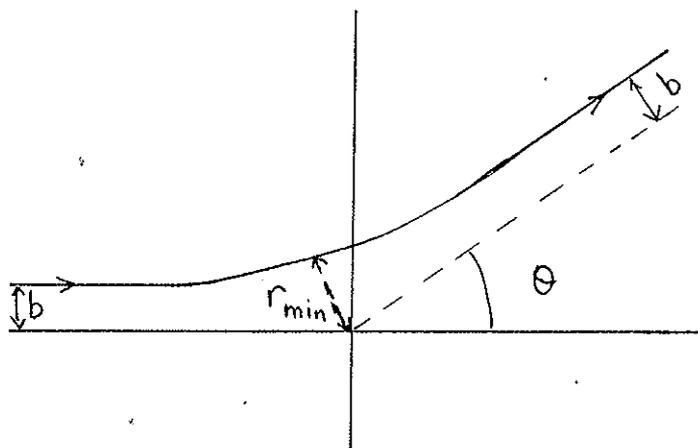
O termo nuclear é atrativo e vamos escrevê-lo na forma de um potencial de Wood-Saxon. O termo coulombiano é repulsivo e tem a forma mostrada na figura



O potencial efetivo total tem a forma



Para a situação mostrada na figura abaixo



podemos escrever a partir das equações de movimento clássicas

$$\theta(E, l) = \pi - 2 \int_{r=r_{\text{min}}}^{\infty} \frac{l \, dr}{m r^2 \sqrt{\frac{2}{m} (E - V_N(r) - V_C(r) - \frac{l^2}{2m r^2})}}$$

onde r_{min} é a distância de menor aproximação entre os núcleos. Se consideramos apenas a interação coulombiana esta expressão se reduz a função de deflexão de Rutherford.

$$\theta_R(E, l) = 2 \arctg \frac{\eta}{l} \quad \text{onde} \quad \eta = \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar k}$$

A dedução da expressão da secção de choque clássica pode ser feita facilmente. Classicamente a secção de choque é dada pelo elemento de área em uma pequena faixa db do parâmetro de impacto em relação ao ângulo sólido $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$

$$d\sigma_{cl} = b db d\varphi$$

$$\frac{d\sigma_{cl}}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \frac{db}{d\theta}$$

mas $\frac{db}{d\theta} = \frac{dl}{p d\theta}$
onde p é o momento linear incidente e temos:

onde p é o momento linear incidente e temos:

$$\frac{d\sigma_{cl}}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \frac{dl}{p d\theta} \quad \text{ou} \quad \frac{d\sigma_{cl}}{d\Omega} = \frac{l}{p^2 \sin\theta \left| \frac{d\theta(l)}{dl} \right|}$$

A função de deflexão $\theta(l)$ coulombiana, é monotonicamente decrescente e não apresenta máximos ou mínimos de forma que $\frac{d\theta}{dl}$ seja nulo. Todavia para potenciais nucleares suficientemente fortes podemos ter máximos e mínimos em $\theta(l)$ de forma que a sua derivada se anule para algum ângulo θ_a . Neste caso a secção de choque diverge. Temos (Fra 76)

$$\theta(l_a) = \theta_a \quad \text{e} \quad \frac{d\theta}{dl}(l_a) = 0 \quad \frac{d\sigma_{cl}}{d\Omega}(\theta_a) = \infty$$

Nesta situação temos o espalhamento de arco-íris. A divergência na seção de choque ocorre porque na região próxima de l_a que corresponde ao parâmetro de impacto b_a , a densidade de órbitas que emergem em um mesmo ângulo θ_a fica infinitamente grande.

Uma outra singularidade ocorre para $\theta = 0$ ou $\pm\pi$

Nesta situação $\sin\theta = 0$ e temos o espalhamento de glória.

Temos:

$$\theta(l_g) = \theta_g \quad \text{e} \quad \frac{d\sigma_{cl}}{d\Omega}(\theta_g) = \infty$$

O espalhamento de glória ocorre se a partícula emerge diretamente na direção frontal ($\theta = 0$) ou se o potencial curva sua trajetória de forma que ela saia em $\theta = 0$ depois de uma ou mais voltas completas em torno do núcleo-alvo.

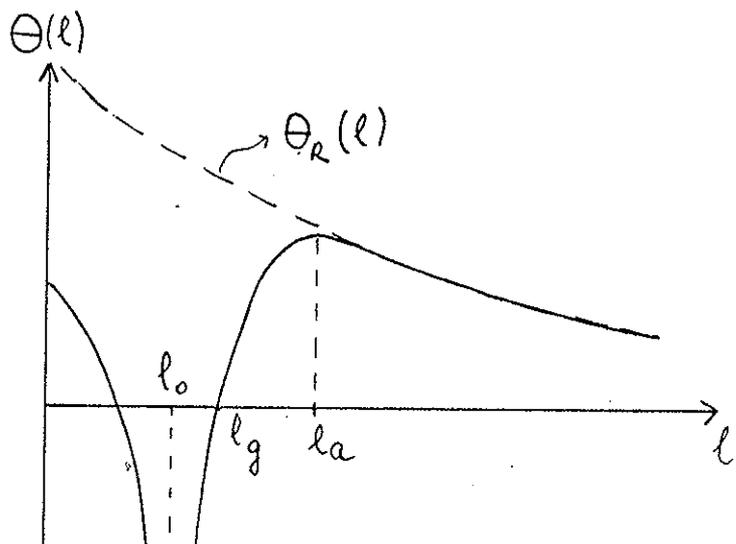
Uma terceira singularidade na secção de choque ocorre se para um

determinado momento angular ou parâmetro impacto, o potencial efetivo tem o mesmo valor da energia incidente de forma que

$$\Theta(l_0) = -\infty; \text{ para } l = l_0 \quad V_{\text{ef}} = E \quad \text{e} \quad \Theta(l_0) = -\infty \quad \frac{d\sigma_{\text{el}}(l_0)}{d\Omega} = 0$$

Esta situação corresponde ao projétil descrever infinitos espirais em torno do núcleo-alvo e chama-se "orbiting".

Na figura abaixo estão mostrados as três situações descritas



A introdução de um termo imaginário no potencial nuclear provoca uma atenuação na secção de choque. Se a absorção é forte trajetória com um parâmetro de impacto menor do que b_{orbiting} serão totalmente absorvidos e trajetórias com valores do parâmetro de impacto entre b_{orbiting} e $b_{\text{arco-íris}}$ serão fortemente atenuados. Portanto o espalhamento de glória para ângulos traseiros não irá ocorrer e para ângulos dianteiros serão atenuados.

Uma interpretação puramente clássica do espalhamento entre íons pesados não dá conta dos resultados experimentais. O limite de validade da mecânica clássica fica restrito a energias abaixo da barreira coulombiana e situações onde o parâmetro de Sommerfeld é grande. Em outras situações os aspectos quânticos começam a se tornar importantes. Na medida em que a interação nuclear começa a se tornar mais forte abrem-se outros canais de reação não elásticos e a absorção torna-se maior. Devido ao aumento da absorção surgem efeitos de difração quântica e a parte real do potencial é responsável por efeitos quânticos análogos ao espalhamento de glória e de arco-íris. (Fr-b-76)

A função de deflexão quântica apresenta características totalmente diversas da obtida classicamente. A singularidade devida ao fenômeno de orbiting é eliminada devido a reflexão não-clássica das ondas incidentes no potencial ótico.

III-b) Formalismo fechado de W.E. Frahn

Em descrições puramente quânticas a amplitude de espalhamento é calculada por métodos numéricos o que dificulta interpretações físicas. Todavia devido a características particulares do espalhamento entre íons pesados é possível se obter fórmulas analíticas para a amplitude de espalhamento. Este desenvolvimento foi feito de uma maneira sistemática por W.E. Frahn, para o espalhamento elástico e estendido para outras reações em seguida.

Devido a interação coulombiana forte temos um grande número de ondas parciais que participam do espalhamento. Além disso o espalhamento entre íons pesados apresenta características de absorção forte o que permite que a matriz-S de espalhamento seja escrita em termos de funções simples do momento angular.

Podemos escrever a matriz-S do espalhamento elástico em termos da variável contínua $\lambda = l + \frac{1}{2}$ (Fr-b-76)

$$S(\lambda) = \eta(\lambda) e^{2i(\delta(\lambda) + \sigma(\lambda))}$$

onde $\delta(\lambda)$ é a defasagem nuclear real e $\sigma(\lambda)$ a defasagem de Rutherford. O termo $\eta(\lambda)$ é chamado função de reflexão e está associado à existência de absorção. A energias abaixo da barreira coulombiana a defasagem nuclear tende a zero e a função de reflexão é igual a 1. Temos portanto apenas espalhamento de Rutherford.

$$S(\lambda) = e^{2i\sigma(\lambda)}$$

Para o caso de íons pesados podemos utilizar a expressão assintótica da defasagem de Rutherford válida para valores altos do

parâmetro de Sommerfeld e valores grandes de λ .

$$2\sigma(\lambda) = 2\sigma(\frac{1}{2}) - 2\eta \ln(\sin \frac{\Psi}{2}) + \eta \Psi \cotg \frac{\Psi}{2} - \frac{\pi}{2} + O[\eta^2 + \lambda^2]^{-\frac{1}{2}}$$

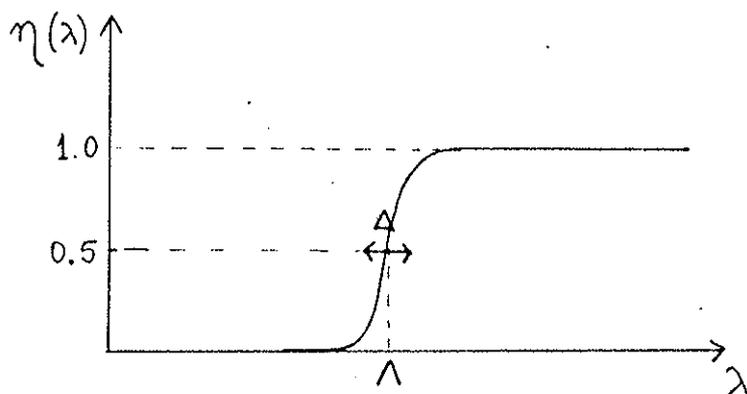
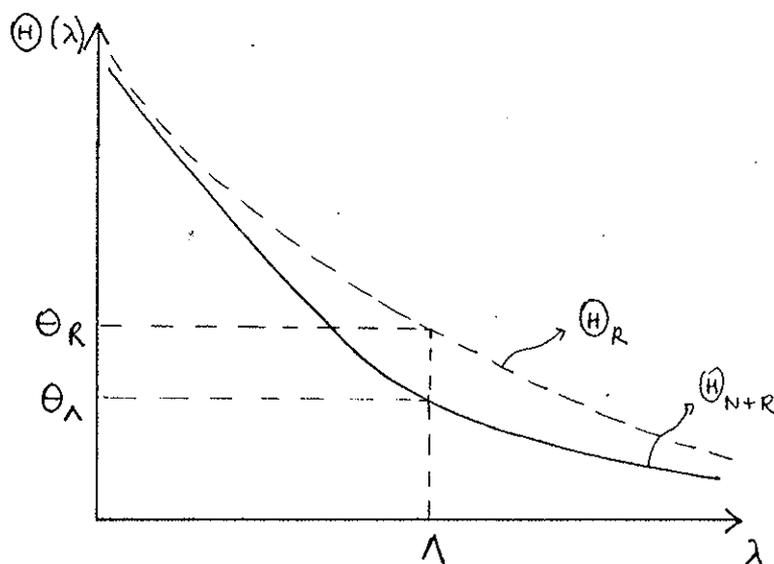
onde $\Psi = 2 \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\lambda}$

Neste caso a função de deflexão $\Theta(\lambda)$ é puramente de Rutherford

$$\Theta(\lambda) \sim \Theta_R(\lambda) = \frac{d2\sigma(\lambda)}{d\lambda} = \pi - 2 \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\lambda}$$

A energias acima da barreira coulombiana os efeitos do potencial nuclear começam a se tornar importantes. A parte real é responsável por desvios na função de deflexão de Rutherford e a parte imaginária faz com que a função de reflexão caia para valores menores do que a unidade.

Abaixo estão representadas a função de deflexão e a função de reflexão para casos de absorção forte (Fr-b-76)



absorção forte $\frac{\Delta}{\Lambda} \ll 1$

absorção fraca $\frac{\Delta}{\Lambda} \gg 1$

onde Λ é o momento angular crítico definido por: $\eta(\Lambda) = \frac{1}{2}$
e Δ é a janela em torno de Λ na qual $\eta(\lambda)$ varia rapidamente.

III.b.1) - O espalhamento elástico

Partindo-se da expansão em ondas parciais para partículas sem spin

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (\ell + \frac{1}{2}) (1 - S_{\ell}) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (1)$$

onde $S_{\ell} = \eta_{\ell} e^{2i\delta_{\ell}}$ é a matriz -S diagonal na representação de momento angular; η_{ℓ} é a função de reflexão e δ_{ℓ} é a defasagem nuclear real. Por simplicidade de cálculo não introduziremos o termo devido ao potencial coulombiano na expressão da matriz-S. Podemos reescrever a expansão (1) como (Fr-a-76).

$$f(\theta) = \frac{-i}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (\ell + \frac{1}{2}) S_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) \quad (2)$$

pois o termo $\sum_{\ell} (\ell + \frac{1}{2}) P_{\ell}(\cos \theta)$ dá uma função delta em $\theta=0^{\circ}$. Devido ao grande número de ondas parciais que participam do espalhamento elástico entre íons pesados, podemos transformar a soma em ℓ em uma integral na variável contínua $\lambda = \ell + \frac{1}{2}$

Esta transformação é feita exatamente através da fórmula de Poisson

$$f(\theta) = \frac{-i}{k} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i\pi m} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} d\lambda \lambda S(\lambda) e^{2\pi i m \lambda} P_{\lambda - \frac{1}{2}}(\cos \theta) \quad (3)$$

$$\text{onde } S(\lambda) = \eta(\lambda) e^{2i\delta(\lambda)}$$

A soma na variável m pode ser interpretada classicamente como as contribuições devido a órbitas que descrevem m voltas em torno do núcleo-alvo e emergem em um ângulo θ . Sabe-se no entanto que

em situações onde há forte absorção a contribuição de $m \neq 0$ pode ser desprezada. Portanto reescrevemos

$$f(\theta) = \frac{-i}{k} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} d\lambda \lambda S(\lambda) P_{\lambda - \frac{1}{2}}(\cos \theta) \quad (4)$$

Substituindo-se os polinômios de Legendre pela sua forma assintótica

$$P_{\lambda - \frac{1}{2}}(\cos \theta) \approx \frac{1}{(2\pi \lambda \sin \theta)^{\frac{1}{2}}} \left[e^{i(\lambda\theta - \frac{\pi}{4})} + e^{-i(\lambda\theta - \frac{\pi}{4})} \right]$$

$$\text{onde } \frac{1}{\lambda} \leq \theta \leq \pi - \frac{1}{\lambda}$$

temos $f(\theta) = f^+(\theta) + f^-(\theta)$ onde

$$f^{\pm}(\theta) = \frac{-i}{k} \frac{1}{(2\pi \sin \theta)^{\frac{1}{2}}} \int d\lambda \lambda^{\frac{1}{2}} \eta(\lambda) e^{i\phi_{\pm}(\lambda, \theta)} \quad (5)$$

$$\text{e } \phi_{\pm}(\lambda, \theta) = 2\sigma(\lambda) \pm (\lambda\theta - \frac{\pi}{4})$$

A principal contribuição para a integral (5) vem de possíveis pontos de fase estacionária ou de regiões onde a função $\eta(\lambda)$ varia muito.

A condição de fase estacionária implica em:

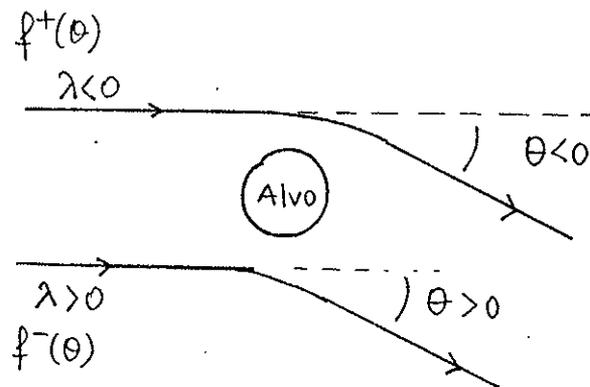
$$\frac{d\phi^{\pm}(\lambda, \theta)}{d\lambda} = 0$$

isto é:
$$\frac{d 2\sigma(\lambda)}{d\lambda} \pm \theta = 0$$

portanto:

$$\frac{d 2\sigma(\lambda)}{d\lambda} = \mp \theta \quad \text{onde} \quad \frac{d 2\sigma(\lambda_s)}{d\lambda} = \Theta(\lambda_s)$$

é a função de deflexão, e λ_s é o ponto de fase estacionária. Os ramos $f^+(\theta)$ e $f^-(\theta)$ podem ser interpretados classicamente como contribuições para a amplitude de espalhamento devido a trajetórias para $\lambda < 0$ e $\lambda > 0$ respectivamente como mostrado abaixo:



Nos casos de absorção fraca a função de deflexão é positiva e monotonicamente decrescente de forma que o ramo $f^+(\theta)$ não tem ponto de fase estacionária.

A função de reflexão varia lentamente com λ ($\frac{\Delta}{\lambda} \gg 1$) o que faz com que o ramo $f^+(\theta)$ não contribua para a amplitude de espalhamento.

Neste caso temos apenas contribuições do ramo $f^-(\theta)$ onde temos apenas um ponto de fase estacionária dado por $\Theta(\lambda_s) = \theta$.

Portanto:

$$f(\theta) = f^-(\theta) = f_0(\theta) \eta(\lambda_s)$$

onde:
$$f_0(\theta) = \frac{-i}{k} \frac{1}{(2\pi \sin \theta)^{1/2}} \int_{\lambda_s}^{\infty} d\lambda \lambda^{1/2} e^{i\phi_-(\lambda, \theta)}$$

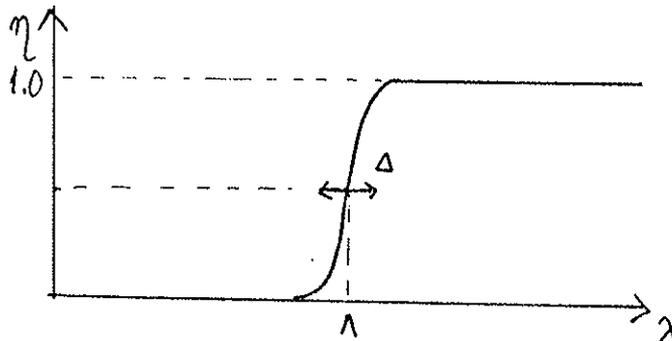
$$f_0(\theta) = \frac{-i \lambda_s^{1/2}}{k (-\Theta(\lambda_s) \sin \theta)^{1/2}} e^{i[2\sigma(\lambda_s) - \lambda_s \theta]} \quad (6)$$

A amplitude $f_0(\theta)$ corresponde ao espalhamento sem absorção. O efeito da absorção é o de multiplicar $f_0(\theta)$ por um fator de atenuação

nuação $\eta(\lambda_s)$ que é uma função do ângulo de espalhamento devido a relação $\Theta(\lambda_s) = \theta$.

Nos casos de absorção forte temos uma contribuição adicional devido ao ponto $\lambda \sim \Lambda$ onde $\eta(\lambda)$ varia rapidamente.

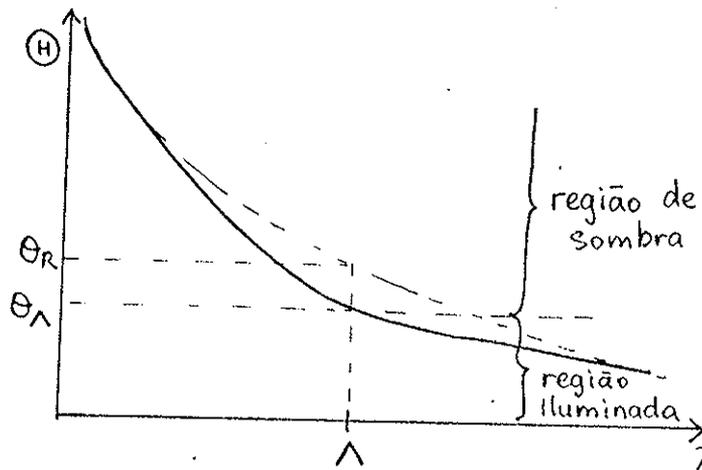
Temos:



$$\frac{\Delta}{\Lambda} \ll 1$$

Portanto no ramo $f^-(\theta)$ teremos contribuições devido a $\lambda = \lambda_s$ e $\lambda = \Lambda$ que coincide em $\theta = \theta_\Lambda$ e no ramo $f^+(\theta)$ teremos contribuição devido apenas a $\lambda = \Lambda$.

Para a análise do ramo $f^-(\theta)$ vamos separar o espalhamento em duas regiões: $\theta < \theta_\Lambda$ (região iluminada) e $\theta > \theta_\Lambda$ (região de sombra). Abaixo está mostrada uma função de deflexão típica em casos de absorção forte (Fr-b-76)



Na região $\theta > \theta_\Lambda$ o ponto de fase estacionária cai no domínio $\lambda < \Lambda$ onde $\eta(\lambda)$ é muito pequena. Portanto $f^-(\theta)$ receberá contribuições apenas de $\lambda = \Lambda$. Na região $\theta < \theta_\Lambda$ podemos separar $f^-(\theta)$ em duas partes:

$$f^-(\theta) = f_0(\theta) + f_{<}^-(\theta)$$

onde $f_0(\theta)$ é dado pela fórmula (6) e

$$f_{<}^-(\theta) = \frac{-i}{k} \frac{1}{(2\pi \operatorname{sen} \theta)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \lambda^{1/2} [\eta(\lambda) - 1] e^{i[\delta(\lambda) - (\lambda\theta + \frac{\pi}{4})]} \quad (7)$$

onde o limite inferior de integração pode ser estendido $-\infty$ pois $\eta(\lambda) \approx 0$ para $\lambda \leq 0$

Podemos reescrever:

$$\begin{aligned} f(\theta) &= f_0(\theta) + f_{<}^-(\theta) + f^+(\theta) & \theta \leq \theta_\lambda \\ f(\theta) &= f_{>}^-(\theta) + f^+(\theta) & \theta \geq \theta_\lambda \end{aligned} \quad (8)$$

onde $f_{>}^-(\theta)$ se refere a amplitude para $\theta \geq \theta_\lambda$

Vamos tratar em primeiro lugar o ramo $f^+(\theta)$.

Expandindo-se a fase linearmente em torno de $\lambda = \lambda$ temos:

$$2\delta(\lambda) \approx 2\delta(\lambda) + (\lambda - \lambda) \theta_\lambda$$

$$f^+(\theta) = \frac{-i}{k} \left(\frac{\lambda}{2\pi \operatorname{sen} \theta} \right)^{1/2} e^{i[2\delta(\lambda)]} e^{i(\lambda\theta - \frac{\pi}{4})} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda \eta(\lambda) e^{i(\lambda - \lambda)(\theta + \theta_\lambda)} \quad (9)$$

por uma integração por partes temos:

$$f^+(\theta) = \frac{1}{k} \left(\frac{\Lambda}{2\pi \operatorname{sen} \theta} \right)^{1/2} e^{i 2\delta(\Lambda)} e^{i(\Lambda\theta - \frac{\pi}{4})} \frac{F[\Delta(\theta + \theta_\Lambda)]}{\theta + \theta_\Lambda} \quad (10)$$

onde:
$$F[\Delta x] = \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda D(\lambda) e^{i(\lambda - \Lambda)x} \quad (11)$$

com:

$$D(\lambda) = \frac{d\eta(\lambda)}{d\lambda} \quad (12)$$

Para o caso do ramo $f^+(\theta)$ e $f^-(\theta)$ iremos apresentar apenas os resultados.

Maiores detalhes podem ser encontrados em (Fr76 a) ou (Fr73).

$$f^+(\theta) = -\frac{1}{k} \left(\frac{\Lambda}{2\pi \operatorname{sen} \theta} \right)^{1/2} e^{2i\delta(\Lambda)} e^{-i(\Lambda\theta - \frac{\pi}{4})} F[\Delta(\theta - \theta_\Lambda)] \times \\ \times \left[a_0 + \gamma(\theta - \theta_\Lambda) [1 - (\theta - \theta_\Lambda)a_1] \right] \quad (13)$$

$$f^-(\theta) = \frac{1}{k} \left(\frac{\Lambda}{2\pi \operatorname{sen} \theta} \right)^{1/2} e^{2i\delta(\Lambda)} \left\{ e^{-i(\Lambda\theta - \frac{\pi}{4})} F[\Delta(\theta - \theta_\Lambda)] [\gamma(\theta - \theta_\Lambda) \times \right. \\ \left. \times [1 - (\theta - \theta_\Lambda)a_1] - a_0 \right] + e^{i(\Lambda\theta - \frac{\pi}{4})} \frac{F[\Delta(\theta + \theta_\Lambda)]}{\theta + \theta_\Lambda} \left. \right\} \quad (14)$$

onde
$$a_0 = \frac{1}{2\Lambda [-\Theta'(\Lambda)]} + \frac{1}{3} \left[1 + \frac{i}{2} \frac{(\theta - \theta_\Lambda)^2}{[-\Theta'(\Lambda)]} \right] \frac{\Theta''(\Lambda)}{[\Theta'(\Lambda)]^2}$$

$$a_1 = \frac{1}{2\Lambda [-\Theta'(\Lambda)]} + \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{3} \frac{(\theta - \theta_\Lambda)^2}{[-\Theta'(\Lambda)]} \right] \frac{\Theta''(\Lambda)}{[\Theta'(\Lambda)]^2}$$

e
$$\gamma(x) = \left[\frac{\pi}{-2\Theta'(\Lambda)} \right] e^{i \left[\frac{\pi}{4} - \frac{x^2}{2\Theta'(\Lambda)} \right]} \operatorname{erfc} \left(e^{i\pi/4} \frac{x}{[-2\Theta'(\Lambda)]^{1/2}} \right)$$

III-b.2) Formalismo de W.E. Frahn para reações de transferência

Como já vimos, a expressão de DWBA para a amplitude de espalhamento deve ser calculada por métodos numéricos. W.E. Frahn consegue partindo desta expressão obter fórmulas analíticas que equivalem até certo ponto aos cálculos de DWBA. A seguir está mostrado o desenvolvimento feito para a obtenção destas fórmulas (Fr 80).

Supondo-se a reação



de transferência de um "cluster" x que é descrita por cálculos de DWBA. A expressão para a secção de choque de DWBA com "zero range" é dada por:

$$\sigma_L(\theta) = A \frac{\mu_i \mu_f}{(2\pi \hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{M=-L}^{+L} |\beta_{LM}(\theta)|^2$$

onde:

$$\beta_{LM}(\theta) = \sum_{l_i l_f} i^{l_i - l_f - L} \langle l_f L; 00 | l_i 0 \rangle \langle l_f L; -M | l_i 0 \rangle (2l_f + 1)^{\frac{1}{2}} \times R_{l_f l_i}^L(k_f, k_i) \exp \{ i [\sigma_{l_f}(k_f) + \sigma_{l_i}(k_i)] \} Y_{l_f, -M}(\theta, 0) \quad (1-b)$$

onde l_i e l_f são os momentos angulares inicial e final

$R_{l_f l_i}$ são as integrais radiais e $\sigma_l(k)$ é a fase de Rutherford.

As somas em l_i e l_f devem ser calculadas em uma forma analítica e para isso são levadas em conta características das interações entre íons pesados quais sejam: grande momento angular grazing, forte interação Coulombiana (altos valores do parâmetro Sommerfeld (η)) e forte absorção de ondas parciais baixas. Nestas condições podemos substituir os harmônicos esféricos em (1-b) pela sua forma assintótica

$$Y_{l_f, -M}(\theta, 0) = \left(\frac{\lambda_f}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right)^{\frac{1}{2}} J_M(\lambda_f 0) \quad (2-b)$$

onde $\lambda_f = l_f + \frac{1}{2}$

para $L \ll l_i, l_f$ temos: $\langle l_f L; -MM | l_i 0 \rangle \approx d_{MK}^L \left(\frac{1}{2}\pi\right)$ (3-b)

com as definições $K = l_i - l_f$

$$R_{l_f, l_f+K}^L = R_{LK}(\lambda_f)$$

$$\sigma_{l_f, i}(\lambda_{f,i}) = \sigma^{f,i}(\lambda_{f,i})$$

obtemos:

$$\beta_{LM}(\theta) = \frac{i^{-L}}{\pi^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_K b_{KM}^L \sum_{M=-\infty}^{+\infty} e^{im\pi} \int_0^{\infty} d\lambda_f \lambda_f R_{LK}(\lambda_f) \exp\{i[\sigma^f(\lambda_f) + \sigma^i(\lambda_i)]\} \times e^{2im\pi\lambda_f} J_M(\lambda_f, 0) \quad (4-b)$$

onde

$$b_{KM}^L = i^K d_{0K}^L \left(\frac{1}{2}\pi\right) d_{MK}^L \left(\frac{1}{2}\pi\right) \quad (5-b)$$

As integrais radiais são dadas por:

$$R_{l_i l_f}^L(k_i k_f) = \frac{4\pi}{3 k_f k_i} \int_0^{\infty} dr f_{\lambda_f}(k_f, \xi r) F_L^{(k)}(r) f_{\lambda_i}(k_i, r) \quad (6-b)$$

onde $\xi = \frac{a}{b}$

$f_i(k, r)$ são as funções de onda distorcidas e $F_L(r)$ é o fator de forma da transferência.

Em seguida é feita uma aproximação para estas integrais. É suposto que a parte nuclear da interação no canal inicial e no final está contida apenas na fase nuclear complexa.

Esta é a chamada aproximação de Sopkovitch válida para íons pesados (Sk 62).

Podemos escrever então

$$R_{LK}(\lambda_f) \approx [S_{\ell_f}^N(k_f)]^{\frac{1}{2}} R_{\ell_f \ell_i}^L(k_f, k_i) [S_{\ell_i}^N(k_i)]^{\frac{1}{2}} \quad (7-b)$$

onde S_e^N é a parte nuclear da matriz-S total, e

$$R_{\ell_f \ell_i}^L = \frac{4\pi}{k_i k_f} \int_0^\infty dr F_{\ell_f}(k_f, r) F_L(r) F_{\ell_i}(k_i, r) \quad (8-b)$$

onde F_e são as funções de onda Coulombianas.

Desta forma obtemos uma expressão onde estão separadas as contribuições nucleares e Coulombianas. A parte nuclear está contida em $S_e^N(k)$ onde $S_e^N(k) = \eta_e(k) e^{2i\delta_e(k)}$ e $\delta_e(k)$ é fase nuclear real.

Em seguida as integrais radiais Coulombianas são expressas em termos de funções hipergeométricas (Tr 70).

$$R_{\ell_f \ell_i}^L = \frac{2\pi}{k_i k_f k} I_{L-k}(\alpha, \xi) \quad (9-b)$$

onde $\xi = \eta_f - \eta_i$, $\alpha = 2 \arctg \frac{\eta_f}{\lambda}$ e k é o nº de onda do cluster transferido.

As funções I_{L-k} são calculadas em (Fr76)

As matrizes $S_{\ell_f}^N$ e $S_{\ell_i}^N$ são substituídas por uma matriz-S média

$$S_N^K(\bar{\lambda}) \quad \text{com} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda_i + \lambda_f}{2}$$

e assim obtemos

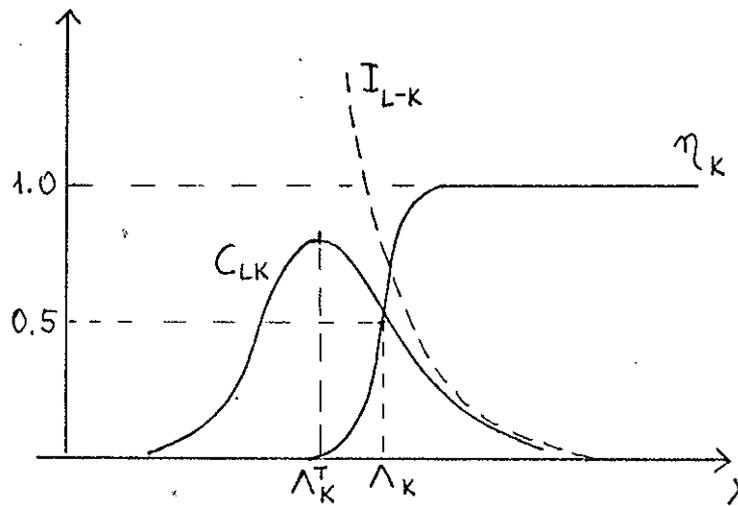
$$\beta_{LM}(\theta) = \frac{i^{-L} 2\pi^{\frac{1}{2}}}{k_i k_f k} \left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_K b_{KM}^L \sum_{M=-\infty}^{+\infty} e^{im\pi} \int_0^\infty d\lambda_f \lambda_f I_{L-k} \eta_K(\lambda_f + \frac{1}{2}k) \times \quad (10-b)$$

$$\times \exp\{i[2\delta_K + 2m\pi\lambda_f]\} J_M(\lambda_f, 0)$$

onde $2 \delta_K(\bar{\lambda}) = \delta_N^i(\lambda_i) + \sigma^i(\lambda_i) + \delta_N^f(\lambda_f) + \sigma^f(\lambda_f) = 2 \delta_N^K(\lambda_f + \frac{1}{2}K) + 2 \sigma^K(\lambda_f + \frac{1}{2}K)$ (11-b)

Para calcular a integral em (10-b) primeiramente notamos que a parte não oscilatória do integrando é localizada no espaço de momento angular. Isto porque a função de reflexão tem uma forma de absorção forte enquanto que as funções I_{LK} caem exponencialmente conforme mostrado na figura.

$$C_{LK}(\bar{\lambda}) = I_{L-K}(\alpha \bar{\lambda}) \eta_K(\bar{\lambda})$$



onde $\Lambda_K = \bar{\Lambda} + \Delta_K$ com $\bar{\Lambda} = \frac{\Lambda_i + \Lambda_f}{2}$

e $\Delta_K = \Delta \ln \frac{1}{2} \left[\exp\left(\frac{K-K_0}{2\Delta_f}\right) + \exp\left(\frac{K-K_0}{2\Delta_i}\right) \right]$ (12-b)

e $\Delta = \frac{2\Delta_i \Delta_f}{\Delta_i + \Delta_f}$

A função C_{LK} apresenta um máximo em Λ_K^T .

É feita então uma expansão das fases $\delta_K(\lambda_f + \frac{1}{2}K)$ em torno de $\lambda_f = \Lambda_K^T$.

$$2 \delta_K(\lambda_f + \frac{1}{2}K) \approx 2 \delta_K(\Lambda_K^T + \frac{1}{2}K) + (\lambda_f - \Lambda_K^T) \theta_K^T = 2 \delta_K(\bar{\Lambda}_K^T) - (\lambda_f - \Lambda_K^T) \theta_K^T$$

onde $\theta_K^T = \left. \frac{d 2 \delta_K(\bar{\lambda})}{d \bar{\lambda}} \right|_{\bar{\Lambda}_K^T}$ são os ângulos críticos associados a $\bar{\Lambda}_K^T$ (13-b)

Depois de colocar as funções que variam lentamente com λ (C_{LK}) fora da integral obtemos:

$$\beta_{LM}(\theta) = \frac{i^{-L} 2\pi^{1/2}}{k_i k_f k} \left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right)^{1/2} \sum_K b_{KM}^L C_{LK}(\bar{\Lambda}_K^T) e^{2i\delta_K(\bar{\Lambda}_K^T)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp[i2\pi m(\Lambda_K^T - \frac{1}{2})] \times T_{KM}^T(\theta_K^T - 2\pi m) \quad (14-b)$$

onde $T_{KM}(x) = \int_0^{\infty} d\lambda \lambda \mathcal{T}_K(\lambda) \exp[i(\lambda - \Lambda_K^T)x] J_M(\lambda\theta)$ (15-b)

com

$$\mathcal{T}_K(\lambda) = \eta_K(\lambda_f + \frac{1}{2}k) e^{-\delta\lambda_f} \quad (16-b)$$

Estas integrais resultam (Fr c 80)

$$T_{KM}(x) = \frac{1}{2} \Lambda_K^T \left\{ H_K^T(x-\theta) [J_M(\Lambda_K^T\theta) - iJ_{M+1}(\Lambda_K^T\theta)] + H_K^T(x+\theta) [J_M(\Lambda_K^T\theta) + iJ_{M+1}(\Lambda_K^T\theta)] \right\} \quad (17-b)$$

onde :

$$H_K^T(z) = i e^{\frac{\delta k}{2}} e^{-\delta\Lambda_K} e^{-i\delta_T z} \frac{\int_0^{\infty} d\lambda \frac{d\eta_K(\lambda)}{d\lambda} e^{i(\lambda - \Lambda_K)(z+i\delta)}}{z+i\delta} \quad (18-b)$$

obtemos finalmente:

$$\beta_{LM}(\theta) = i \frac{i^{-L} \pi^{1/2}}{k_i k_f k} \left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right)^{1/2} \sum_K b_{KM}^L \Lambda_K^T \mathcal{I}_{L-K}(\theta_R^T, \delta) e^{\delta\delta_T} e^{2i\delta_K \Lambda_K} \left\{ H_K(\theta) [J_M - iJ_{M+1}] + H_K(-\theta) [J_M + iJ_{M+1}] \right\} \quad (19-b)$$

Os fatores $H_K(\theta)$ dependem da particular parametrizaçãoescolhida para a matriz-S.

A expressão das amplitudes $\beta_{LM}(\theta)$ fica simplificada para a região de ângulos intermediários onde podemos usar a expressão assintótica das funções de Bessel.

$$\left(J_M(x) \pm iJ_{M+1}(x) \right) \approx \left(\frac{2}{\pi x} \right)^{1/2} \exp \left[\pm i \left(x - \frac{\pi}{4} - \frac{M\pi}{2} \right) \right] \quad (20-b)$$

temos (Fr 80)

$$\beta_{LM}(\theta) = \frac{1}{(\sin\theta)^{1/2}} \sum_K B_{KM}^L \left[H_K(\theta) e^{-i[\Lambda^T\theta - \frac{\pi}{4}]} + (-1)^M H_K(-\theta) e^{i[\Lambda^T\theta - \frac{\pi}{4}]} \right] \quad (21-b)$$

onde $B_{KM}^L = \frac{i^{M-L+1}}{k_i k_f' K} b_{KM}^L (2\Lambda^T)^{\frac{1}{2}} I_{L-K}(\theta, \xi) e^{\delta\delta_T} e^{i\delta_K(\Lambda_K)}$ (22-b)

Tomando-se um sistema de coordenadas onde o eixo-z tem a direção do vetor $\vec{k}_i \times \vec{k}_f$ e o eixo-x a direção de \vec{k}_i podemos usar as relações:

$$\sum_{M'} d_{M'M}^L(\frac{\pi}{2}) d_{M'K}^L(\frac{\pi}{2}) = \delta_{MK} \quad (23-b)$$

$$= \sum_{M'} (-1)^{M'} d_{M'M}^L(\frac{\pi}{2}) d_{M'K}^L(\frac{\pi}{2}) = (-1)^L \delta_{M-K} \quad (24-b)$$

onde a rotação é feita por:

$$\hat{\beta}_{LM}(\theta) = (-1)^M \sum_{M'} i^{M'} d_{M'M}^L(\frac{\pi}{2}) \beta_{LM'}(\theta) \quad (25-b)$$

e a amplitude resultante fica:

$$\hat{\beta}_{LM}(\theta) = \beta_{LM}^+(\theta) + (-1)^M \beta_{LM}^-(\theta) \quad \text{para } L+M \text{ par} \quad (26-b)$$

onde

$$\beta_{LM}^{\pm}(\theta) = Y_L^M(\theta) B_{LM}^{\pm} H_M^{\pm}(\theta) e^{\mp i[\Lambda_{\mp M}\theta - \frac{\pi}{4}]} \quad (27-b)$$

com $Y_L^M(\theta) = \frac{d_{0M}^L(\frac{\pi}{2}) e^{i\frac{1}{2}M(\pi-\theta)}}{(4\pi \sin\theta)^{\frac{1}{2}}}$ (28-b)

e $B_{LM}^{\pm} = \frac{i^{1-L}(8\pi)^{\frac{1}{2}}}{k_i k_f' K} (\Lambda_{\pm M}^T)^{\frac{1}{2}} I_{L\pm M}(\theta, \xi) e^{\delta\delta_T} e^{i2\delta_{\mp M}(\Lambda_{\mp M})}$ (29-b)

A secção de choque final é dada por:

$$\sigma_{LM}^T(\theta) = \frac{A\mu_i\mu_f}{2K^2 h^4 \xi^2 k_i k_f' K^2} [d_{0M}^L(\frac{\pi}{2})]^2 \Lambda_{-M}^T [I_{LM}(\theta, \xi)]^2 e^{2\delta\delta_T} \frac{|H_M^+(\theta)|^2}{\sin\theta} \times \left\{ 1 + |t_{LM}(\theta)|^2 + (-1)^M 2 \operatorname{Im}(t_{LM}(\theta) e^{2i\bar{\Lambda}\theta}) \right\} \quad (30-b)$$

onde

$$H_M^{\pm}(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^{m(M+1)} e^{i2m\pi\Lambda_{\mp M}} \frac{F(\Delta(\theta_M^T + 2m\pi + i\delta_{\mp M}\theta))}{\theta_M^T + 2m\pi + i\delta_{\mp M}\theta} \quad (31-b)$$

$$t_{LM}(\theta) = \left(\frac{\Lambda_M^T}{\Lambda_{\pm M}} \right)^{1/2} \frac{I_{L-M}(\theta_R^T \xi)}{I_{LM}(\theta_R^T \xi)} e^{i(\Delta_M - \Delta_{-M})\theta} \frac{H_M^-(\theta)}{H_M^+(\theta)} \quad (32-b)$$

$$\bar{\Lambda}_M = \bar{\Lambda} + \frac{i}{2} (\Delta_M + \Delta_{-M}) \quad \text{com} \quad \bar{\Lambda} = \frac{\bar{\Lambda}_i + \bar{\Lambda}_f}{2} \quad (33-b)$$

$$\frac{1}{2} (\Delta_M + \Delta_{-M}) = \frac{1}{2} \Delta \ln \left(\frac{1}{4} \left[\exp\left(\frac{K_0}{\Delta_i}\right) + \exp\left(\frac{-K_0}{\Delta_f}\right) + 2 \exp\left(\frac{\Delta_f - \Delta_i}{2 \Delta_i \Delta_f} K_0\right) \cosh \frac{M}{\Delta} \right] \right)$$

A secção de choque de transferência é composta de uma parte não oscilatória em forma de seno e que apresenta um máximo em θ_M^T e uma parte oscilatória dada por $t_{LM}(\theta) e^{2i\bar{\Lambda}_M \theta}$.

A parte não oscilatória é dada por

$$\frac{1}{\sin \theta} \left(|H_M^+(\theta)|^2 + |H_M^-(\theta)|^2 \right)$$

e a forma das funções $H_M^\pm(\theta)$ depende da particular parametrização usada na matriz-S.

III-b-3) Efeito da reação de transferência no canal elástico

Como já foi visto a partir da estrutura simples da matriz-S, foi possível obter fórmulas fechadas para as amplitudes de espalhamento elástico, e de reações de transferência nas quais temos especial interesse.

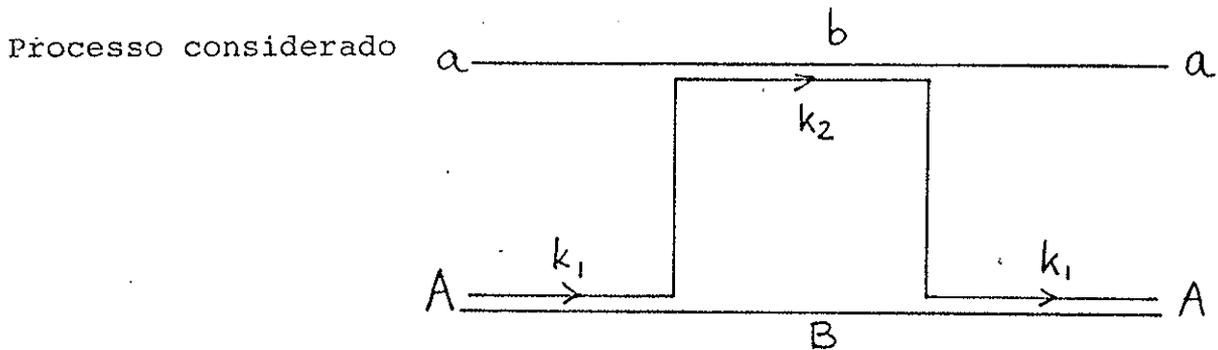
O formalismo fechado permite também generalizações para incluir efeitos de canais acoplados. Neste caso é usada a equação radial de Gell-Mann-Goldberger da qual se obtêm correções perturbativas nas amplitudes normais.

Podem ser então levados em conta efeitos de interferência de outros canais no espalhamento elástico tais como a reação de transferência.

No nosso caso é particularmente interessante o

estudo do acoplamento de amplitudes de espalhamento para reações de transferência com as amplitudes do espalhamento elástico.

Chamando de A o núcleo-alvo e de a o projétil, vamos levar em conta juntamente com o canal elástico $A+a \rightarrow A+a$ o canal passando pela transferência $A+a \rightarrow B+b \rightarrow A+a$



Temos da eq. de canais acoplados:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k_n^2 - \frac{l_n(l_n+1)}{r^2} - \frac{2\mu_n}{\hbar^2} V_0(r) \right] \tilde{f}_{l_n I_n}^{(k_n r)} e^{i\sigma_{l_n}} = \sum_{l_m I_m} \frac{2\mu_m}{\hbar^2} V_{l_n I_n, l_m I_m}^{(T)} \hat{f}_{l_m I_m}^{(k_m r)} e^{i\sigma_{l_m}} \quad (34-b)$$

onde: $\tilde{f}_{l_n I_n}^{(k_n r)}$ é a função de onda radial total no canal elástico (n)

$f_{l_n I_n}^{(k_n r)}$ é a função de onda radial não modificada que é solução da eq. de Schrödinger homogênea

I_n é o spin do alvo acoplado com o momento angular no canal elástico l_n dando um spin total J

$\sigma_{l_n}, \sigma_{l_m}$ são as fases de Rutherford

$\hat{f}_{l_m I_m}^{(k_m r)}$ é a função de onda radial no canal de transferência e $r^* = \frac{a}{b} r$

Assumindo o momento angular transferido $L=0$, $I_n = I_m = 0$ e $l_n = l_m$ temos para os elementos de matriz de acoplamento

$$V_{l_n I_n, l_m I_m}^{J(T)}(r) = a_{l_n l_m} F_L^T(r) = a_T(k_1, k_2) F_0^{k_2}(r) \quad (35-b)$$

$$\text{com } a_T(k_1, k_2) = N_1 N_2 (-1)^{l_1} \frac{\hbar^2}{2m_t} k_1^{-(l_1+1)} k_2^{l_1-1} \quad (36-b)$$

onde m_t massa reduzida da partícula ou cluster transferido

l_1 momento angular orbital da partícula transferida em a e b.

$$K = \frac{(2m_t E_B)^{1/2}}{\hbar} \text{ e } E_B \text{ é a energia de ligação de partícula transferida}$$

Como no canal de transferência temos somente ondas emergentes, os $\hat{f}_{l_m}(k_m, r^*)$ satisfazem a eq. integral:

$$\hat{f}_{l_m}(k_m, r^*) e^{i\sigma_{l_m}} = \frac{2\mu_m}{\hbar^2} \int_0^\infty dr' \hat{G}_{l_m}^+(r^*, r') \sum_{l_s} V_{l_m l_s}(r') \hat{f}_{l_s}(k_s, r') e^{i\sigma_{l_s}} \quad (37-B)$$

onde $\hat{G}_{l_m}^+$ é a função de Green da onda emergente no canal de transferência.

Considerando-se o acoplamento devido apenas ao canal elástico temos:

$$V_{l_m l_s}^T(r') = V_{l_m l_n}^T(r') = a_T(k_2, k_1) F_0^{(k_1)}(r') \quad (38-b)$$

$$\tilde{f}_{l_m}(k_m, r) e^{i\sigma_{l_m}} = \frac{2\mu_m}{\hbar^2} \int_0^\infty dr' \hat{G}_{l_m}^+(r^*, r') V_{l_m l_n}^T \tilde{f}_{l_n}(k_n, r') e^{i\sigma_{l_n}} \quad (39-b)$$

desaparecendo a soma em l_s .

Substituindo-se (38-b) e (39-b) em (34-b) temos a eq. de Schrödinger para $\tilde{f}_{l_n}(k_n r)$ com um potencial efetivo $\tilde{V}_T(r) = V_0(r) + V_{l_n}^T(r)$

$$V_{l_n}^T(r) \tilde{f}_{l_n}(k_n r) = \frac{2\mu_m}{\hbar^2} a_T(k_2 k_1) a_T(k_1 k_2) F_0^{k_2}(r) \int_0^\infty dr' \hat{G}_{l_n}^{\circ}(r^* r') F_0^{k_1}(r') \tilde{f}_{l_n}(k_n r')$$

$l_m = l_n$ elimina a soma sobre l_m

(40-b)

aproximando-se \tilde{f}_{l_n} pela função radial não modificada f_{l_n} temos:

$$V_{l_n}^T(r) \tilde{f}_{l_n}(k_n r) = \frac{2\mu_m}{\hbar^2} a_T(k_2 k_1) a_T(k_1 k_2) F_0^{k_2}(r) \int_0^\infty dr' \hat{G}_{l_n}^{\circ}(r^* r') F_0^{k_1}(r') f_{l_n}(k_n r')$$

(41-b)

A função de Green aproximada é: $\hat{G}_{l_n}^{\circ+}(r^* r') = \frac{-i}{k_m^*} f_{l_n}(k_m^* r_<) f_{l_n}(k_m^* r_>) \left[\hat{S}_{l_n}^{\circ N}(k_m) \right]^{-1}$

(42-b)

onde: $k_m^* = \frac{a}{b} k_m$

tomando-se apenas os termos f_{l_n} temos:

$$\hat{G}_{l_n}^{\circ+}(r^* r') = \frac{-i}{k_m^*} f_{l_n}(k_m^* r_<) f_{l_n}(k_m^* r_>) \left[\hat{S}_{l_n}^{\circ N}(k_m) \right]^{-1}$$

(43-b)

E a eq. (40-b) fica:

$$V_{l_n}^T(r) \tilde{f}_{l_n}(k_n r) \approx \frac{-i}{k_m^*} \frac{2\mu_m}{\hbar^2} a_T(k_1 k_2) a_T(k_2 k_1) F_0^{k_2}(r) \left[\hat{S}_{l_n}^{\circ N}(k_m) \right]^{-1} \int_0^\infty dr' f_{l_n} F_0^{k_1}(r') \tilde{f}_{l_n}(r')$$

(44-b)

A relação de Gell-Mann-Goldberger para a matriz-S total da parte nuclear é (Fr-H 80)

$$S_{l_n}^{(N)} = \hat{S}_{l_n}^{\circ(N)} - \frac{i 4\mu_n}{k_n} \int_0^\infty dr f_{l_n}(k_n r) V_{l_n}^T(r) \tilde{f}_{l_n}(k_n r)$$

(45-b)

com a aproximação de 1ª. ordem $\tilde{f}_{l_n} \rightarrow f_{l_n}$ temos:

$$S_{l_n}^{(N)} = \hat{S}_{l_n}^{\circ N} - \frac{8\mu_n \mu_m}{\hbar^4 k_n k_m^*} a_T(k_1 k_2) a_T(k_2 k_1) \left[\hat{S}_{l_n}^{\circ N} \right]^{-1} \int_0^\infty f_{l_n}(k_m^* r) F_0^{k_2}(r) f_{l_n}(k_n r) dr \times \int_0^\infty dr f_{l_n}(k_m^* r) F_0^{k_1}(r) f_{l_n}(k_n r)$$

(46-b)

estas integrais são proporcionais as integrais radiais $R_{l_n l_m}^{(k)}(k_m k_n)$

$$R_{l_n l_m}^{(k)}(k_m k_n) = \frac{4\pi}{k_n k_m^*} \int_0^\infty dr f_{l_n}(k_m^* r) F_0^{(k)}(r) f_{l_n}(k_n r) \quad (47-b)$$

Para prosseguir utilizaremos agora a aproximação de Sopkovich (So 62) para as integrais radiais:

$$R_{l_n l_m}^L(k_m k_n) \simeq \left[\hat{S}_{l_m}^N(k_m) \right]^{1/2} R_{l_m l_n}^{(k)}(k_m k_n) \left[\hat{S}_{l_n}^N(k_n) \right]^{1/2} \quad (48-b)$$

onde $R_{l_n l_n}(k_m k_f)$ são as integrais radiais

$$R_{l_n l_n}(k_m k_f) = \frac{4\pi}{k_n k_m^*} \int_0^\infty dr f_{l_n}(k_m^* r) F_0^{(k)}(r) f_{l_n}(k_n r) \quad (49-b)$$

com funções Coulombianas $f_l(kr)$ e $\hat{S}_l^N(k)$ é a parte nuclear da matriz-S elástica.

Substituindo-se (48-b) e (49-b) em (46-b) temos:

$$S_{l_n}^N = \hat{S}_{l_n}^N(k_n) \left[1 - \frac{1}{2\pi^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{\mu_m k_m^*}{\hbar^2} a_T(k_2 k_2) a_T(k_2 k_1) R_{l_m l_n}^{(k_2)}(k_m k_n) R_{l_m l_n}^{(k_1)}(k_m k_n) \right] \quad (50-b)$$

O próximo passo consiste em usar a aproximação WKB para as integrais radiais Coulombianas.

$$R_{l_m l_n}^{(k)}(k_m k_n) = \frac{\tilde{\Pi}}{k_n k_m^* k} I_{00}^{(k)}(\nu, \xi) \quad (51-b)$$

onde $I_{00}^{(k)}(\nu, \xi) = \int_0^\infty dr f_{l_n}^{WKB}(k_m^* r) F_0^{(k)}(r) f_{l_n}^{WKB}(k_n r) \quad (52-b)$

e $\nu = 2 \arctg \frac{\eta}{\lambda}$ com $\eta = \frac{1}{2}(\eta_n + \eta_m)$ e $\lambda = l + \frac{1}{2}$; $l = \frac{1}{2}(l_n + l_m) = l_n$

$\xi = \eta_m - \eta_n$; $\eta_i = \frac{\mu_i z_a z_A e^2}{\hbar^2 k_i}$ e $I_{00}(\nu, \xi) = I_{00}(\nu, -\xi)$

portanto (50-b) fica com $l = l_n$

$$S_l^N = \hat{S}_l^N \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\mu_n \mu_m}{\hbar^4 k_n k_m^*} \frac{a_T(k_2 k_2)}{k_2} \frac{a_T(k_2 k_1)}{k_1} I_{00}^{k_2} I_{00}^{k_1} \right] \quad \text{é a matriz S total} \quad (53-b)$$

(54-b)

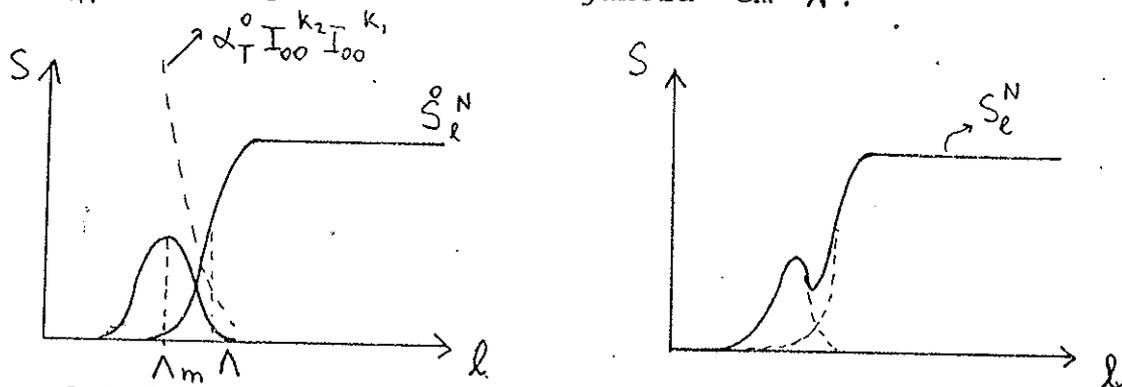
usando (36-b) temos: $\frac{1}{2} \frac{\mu_n \mu_m}{k^4 k_n k_m^*} \frac{\alpha_T(k_1, k_2)}{k_2} \frac{\alpha_T(k_2, k_1)}{k_1} = \frac{1}{8} \frac{\mu_n \mu_m (N_1 N_2)^2}{(m_t)^2 k_n k_m^* (k_1, k_2)^3} \equiv \alpha_T^0$

e portanto:
$$S_\ell^N = \overset{\circ}{S}_\ell^N [1 - \alpha_T^0 I_{00}^{k_2} I_{00}^{k_1}] \quad (55-b)$$

podemos escrever (55-b) na forma:
$$S_\ell^N = \overset{\circ}{S}_\ell^N(k_n) - \alpha_T^0 I_{00}^{k_2} I_{00}^{k_1} \overset{\circ}{S}_\ell^N(k_n)$$

onde:
$$\overset{\circ}{S}_\ell^N = \overset{\circ}{\eta}^N(\ell) e^{2i\delta_0(\ell)} \quad (56-b)$$

O termo $\alpha_T^0 I_{00}^{k_1} I_{00}^{k_2} \overset{\circ}{S}_\ell^N(k_n)$ é a parte da matriz-S total que corresponde ao processo de transferência. O termo $\overset{\circ}{\eta}^N(\ell)$ varia rapidamente em uma região em torno do momento angular "grazing" ao passo que o termo $\alpha_T^0 I_{00}^{k_2} I_{00}^{k_1}$ varia lentamente, tendo uma forma exponencial decrescente. O produto apresenta em máximo em $\lambda = \lambda_m$, correspondendo a uma "janela" em λ .



A amplitude de espalhamento total pode ser escrita em termos da matriz-S total como a soma de um termo normal ($f(\theta)$) e de um termo perturbado:

$$f_{total}(\theta) = f^0(\theta) + \tilde{f}(\theta)$$

O termo perturbado pode ser escrito como

$$\tilde{f}(\theta) = -\frac{i}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (\ell + \frac{1}{2}) Z(\lambda) e^{2i\delta_0(\lambda)} P_\ell(\cos \theta) \quad (57-b)$$

onde $Z(\lambda) e^{2i\delta_0(\lambda)} = \alpha_T^0 I_{00}^{k_2} I_{00}^{k_1} \overset{\circ}{S}_{\ell_n}^N(k_n)$ (58-b)

Como temos um grande nº de ondas parciais, podemos transformar a somatória em uma integral em λ onde $\lambda = \ell + \frac{1}{2}$

$$\text{logo } \tilde{f}(\theta) = \frac{-i}{k} \left(\frac{\theta}{\text{sen}\theta} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} d\lambda \lambda Z(\lambda) e^{2i\delta_0(\lambda)} J_0(\lambda\theta) \quad (59-b)$$

$$\text{com } P_e(\cos\theta) = \left(\frac{\theta}{\text{sen}\theta} \right)^{1/2} J_0(\lambda\theta) \quad (60-b)$$

A função $Z(\lambda)$ apresenta um máximo em $\lambda = \Lambda_m$ em torno do qual vamos expandir $\delta_0(\lambda)$ e tomar até termos lineares

$$2\delta_0(\lambda) = 2\delta_0(\Lambda_m) + (\lambda - \Lambda_m)\theta_m \quad (61-b)$$

$$\text{onde } \theta_m = \Theta(\Lambda_m) = \Theta_R(\Lambda_m) + \Theta_N(\Lambda_m) = 2 \arctg \frac{\eta_-}{\Lambda_m} - 2\delta_0 e^{\frac{\Delta p - \Delta m}{\Delta p}} \frac{1}{\Delta p (1 + e^{\frac{\Delta p - \Lambda_m}{\Delta p}})}$$

$$\text{com } 2\delta_0(\Lambda_m) = 2\sigma(\Lambda_m) + 2\delta_0^N \frac{1}{1 + e^{-\frac{(\Delta p - \Lambda_m)}{\Delta p}}}$$

$$\text{termos que: } \tilde{f}(\theta) = \frac{-i}{k} \left(\frac{\theta}{\text{sen}\theta} \right)^{1/2} e^{2i\delta_0(\Lambda_m)} \int_0^{\infty} d\lambda \lambda Z(\lambda) e^{i(\lambda - \Lambda_m)\theta_m} J_0(\lambda\theta) \quad (62-b)$$

Usando a representação integral da função de Bessel vem:

$$J_0(\lambda\theta) = \frac{1}{2\pi i} \int_c dt (t^2 - 1)^{-1/2} e^{i\lambda\theta t} \quad (63-b)$$

$$\text{e } \tilde{f}(\theta) = \frac{-i}{k} \left(\frac{\theta}{\text{sen}\theta} \right)^{1/2} e^{2i\delta_0(\Lambda_m)} \frac{1}{2\pi i} \int_c dt (t^2 - 1)^{-1/2} e^{i\Lambda_m\theta t} \int_0^{\infty} d\lambda \lambda Z e^{i(\lambda - \Lambda_m)(\theta_m + \theta t)} \quad (64-b)$$

como vimos, $Z(\lambda)$ pode ser separado em um termo que varia rapidamente e um que varia lentamente

$$Z(\lambda) = Z_r(\lambda) Z_s(\lambda)$$

O termo que varia lentamente pode ser posto fora da integral

$$\tilde{f}(\theta) = \frac{-i}{k} \left(\frac{\theta}{\text{sen}\theta} \right)^{1/2} e^{2i\delta_0(\Lambda_m)} \Lambda_m Z_s(\Lambda_m) \frac{1}{2\pi i} \int_c dt (t^2 - 1)^{-1/2} e^{i\Lambda_m\theta t} \int_0^{\infty} d\lambda Z_r(\lambda) e^{i(\lambda - \Lambda_m)(\theta_m + \theta t)} \quad (65-b)$$

Se chamamos $\int_0^{\infty} d\lambda Z_r(\lambda) e^{i(\lambda - \Lambda_m)(\theta_m + \theta t)} = G(\theta_m + \theta t)$ transformada de Fourier de $Z_r(\lambda)$

$$\text{vem: } \tilde{f}(\theta) = \frac{-i}{k} \left(\frac{\theta}{\text{sen } \theta} \right)^{1/2} e^{z i \delta'_0(\Lambda_m)} \underbrace{\Lambda_m z_s(\Lambda_m) \frac{1}{2\pi i} \int dt (t^2-1)^{-1/2} e^{i\Lambda_m \theta t} G(\theta_m + \theta t)}_{I(\theta)} \quad (66-b)$$

Definindo-se $G(\theta_m + \theta t) = \hat{G}(t)$

$$\hat{G}_1(t) = \frac{1}{2} [\hat{G}(t) + \hat{G}(-t)] \quad \hat{G}_2(t) = \frac{1}{2\Delta_m \theta t} [\hat{G}(t) - \hat{G}(-t)]$$

$$\hat{G}(t) = \hat{G}_1(t) + \Delta_m \theta t \hat{G}_2(t)$$

As funções pares de t podem ser expandidas em série de Taylor em torno de $t^2=1$

$$\hat{G}_{12}(t) = \sum_{q=0}^{\infty} \frac{(t^2-1)^q}{q!} \left[\frac{\delta \hat{G}_{12}(t)}{\delta (\Delta_m \theta t)^{2q}} \right]_{t^2=1} (\Delta_m \theta)^{2q} \quad (67-b)$$

$$\text{Então: } I(\theta) = \sum_q \frac{1}{q!} \left[\frac{d^q \hat{G}_{12}(t)}{dt^{2q}} \right]_{t^2=1} \frac{1}{2\pi i} \int_c dt (t^2-1)^{(q-1/2)} e^{i\Lambda_m \theta t} - \quad (68-b)$$

$$- i \Delta_m \theta \frac{d^q \hat{G}_2(t)}{dt^{2q}} \Big|_{t^2=1} \frac{1}{2\pi i} \int_c dt (t^2-1)^{(q-1/2)} i t e^{i\Lambda_m \theta t}$$

com

$$\frac{1}{2\pi i} \int_c dt (t^2-1)^{q-1/2} e^{i\Lambda_m \theta t} = \frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(1/2-q)} \frac{2^q J_q(z)}{z^q} \quad \text{com } z = \Lambda_m \theta$$

$$e \frac{1}{2\pi i} \int_c dt (t^2-1)^{q-1/2} i t e^{i\Lambda_m \theta t} = \frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(1/2-q)} \frac{2^q J_{q+1}(z)}{z^q}$$

$$\text{temos: } I(\theta) = \sum_q \left(\frac{\Delta_m}{\Lambda_m} \right)^q \left(\frac{2\Delta_m \theta}{q!} \right)^q \frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(1/2-q)} \left[\hat{G}_1^q J_q(\Lambda_m \theta) + i \Delta_m \theta \hat{G}_2^q J_{q+1}(\Lambda_m \theta) \right] \quad (69-b)$$

com as condições: $\frac{\Delta_m}{\Lambda_m} \ll 1$; $\frac{2\Delta_m^2 \theta}{\Lambda_m} \ll 1$ tomamos apenas os termos com $q=0$

$$\text{e obtemos: } I(\theta) = \frac{1}{2} \left\{ G(\theta_m - \theta) \left[J_0(\Lambda_m \theta) - i J_1(\Lambda_m \theta) \right] + G(\theta_m + \theta) \left[J_0 + i J_1 \right] \right\} \quad (70-b)$$

onde: J_0 e J_1 são funções de Bessel.

(71-b)

$$\text{portanto: } \tilde{f}(\theta) = \frac{-i}{2k} \left(\frac{\theta}{\text{sen}\theta}\right)^{\frac{1}{2}} e^{2id_0(\Lambda_m)} \Lambda_m z_s(m) \left[G(\theta_m - \theta)(J_0 - iJ_1) + G(\theta_m + \theta)(J_0 + iJ_1) \right]$$

Calculando-se as integrais de Fourier $G(\theta_m \pm \theta)$ e identifican-
do-se $z_s(\lambda)$ com $\alpha_T^0 I_{00}^{k_1}(\theta_R^T) I_{00}^{k_2}(\theta_R^T)$, que é a parte que varia
lentamente da matriz-S, temos para a amplitude de transferência:

$$\tilde{f}(\theta) = \frac{\pi}{2k} \Delta \Lambda_T [z_s(\Lambda_T)] \left(\frac{\theta}{\text{sen}\theta}\right)^{\frac{1}{2}} e^{i[2d_0(\Lambda_T) - d_0\theta_T]} e^{\delta_T \gamma} \quad (72-b)$$

$$\times \left[\frac{e^{id_T\theta} (J_0(\Lambda_T\theta) - iJ_1(\Lambda_T\theta))}{\text{senh}[\pi\Delta(\theta - \theta_T - i\delta)]} - \frac{e^{-id_T\theta} (J_0(\Lambda_T\theta) + iJ_1(\Lambda_T\theta))}{\text{senh}[\pi\Delta(\theta + \theta_T + i\delta)]} \right]$$

onde $\Lambda_T = \Lambda + \delta_T$ $\delta_T = \Delta \ln \left(\frac{1}{\gamma\Delta} - 1\right)$

$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ $\gamma_{12} = \frac{1}{\eta} (\rho_{12}^2 + \xi_{12}^{*2})^{\frac{1}{2}}$ $\eta = \frac{1}{2}(\eta_i + \eta_t)$

$\rho_{12} = \frac{k_{12}\eta}{k}$ $k_{12} = \left(\frac{2\mu_T^{12} E_B^{12}}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}$ $k = \frac{1}{2}(k_i + k_f^*)$ $k_f^* = \frac{a}{b} k_f$

$\xi^* = \frac{k_i - k_f^*}{k_i} \eta$ $\theta_R^T = 2 \text{arctg} \left(\frac{\eta}{\Lambda_T}\right)$

e $I_{00}^k(\theta_R^T, \xi) = \left(\frac{\pi}{8\rho\xi_T}\right)^{\frac{1}{2}} \exp[-\rho(\xi_T + 1)]$ onde $\xi_T = \left[1 + \left(\frac{\Lambda_T}{\eta}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

ainda $2d_0(\Lambda_T) = 2\sigma_0(\Lambda_T) + 2d_0^N \frac{\varepsilon_T}{1 + \varepsilon_T}$ com $\varepsilon_T = \exp\left(\frac{\Lambda_P - \Lambda_T}{\Delta\rho}\right)$

e $\theta_T = 2 \text{arctg} \frac{\eta}{\Lambda_T} - \frac{2d_0^N}{\Delta\rho} \frac{\varepsilon_T}{(1 + \varepsilon_T)^2}$

E a amplitude de espalhamento total será:

$$f_{\text{total}}(\theta) = f^0(\theta) + \tilde{f}(\theta)$$

onde $f^0(\theta)$ é a amplitude de espalhamento elástico.

Como vimos o efeito do acoplamento entre os canais elástico e transferência pode ser levado em conta na amplitude de espalhamento elástico através da soma de uma amplitude perturbada $\tilde{f}(\theta)$

$$f_{\text{TOTAL}}(\theta) = f^{\circ}(\theta) + \tilde{f}(\theta)$$

A matriz-S nuclear é dada como a soma dos termos normal e perturbado.

$$S_{\ell}^N(k_n) = S_{\ell}^{\circ N}(k_n) + \tilde{S}_{\ell}^N(k_n)$$

onde o termo perturbado é dado por:

$$\tilde{S}_{\ell}^N(k_n) = \frac{-i 8 \mu_n^2}{\hbar^4 k_n} \sum_{\ell_m} \int_0^{\infty} dr \chi_{\ell_n}^{\circ}(k_n r) V_{\ell_n \ell_m}^L(r) \int dr' G_{\ell_n}^{\circ+}(rr') V_{\ell_m \ell_n}^L(r') \chi_{\ell_n}^{\circ}(k_n r')$$

(73-b)

Se considerarmos o acoplamento devido a apenas um canal m, temos:

$$\tilde{S}_{\ell}^N(k_n) = \frac{-i 8 \mu_n^2}{\hbar^4 k_n} \int_0^{\infty} dr \chi_{\ell_n}^{\circ}(k_n r) V_{\ell_n \ell_m}^L(r) \int_0^{\infty} dr' G_{\ell_n}^{\circ+}(rr') V_{\ell_m \ell_n}^L(r') \chi_{\ell_n}^{\circ}(k_n r')$$

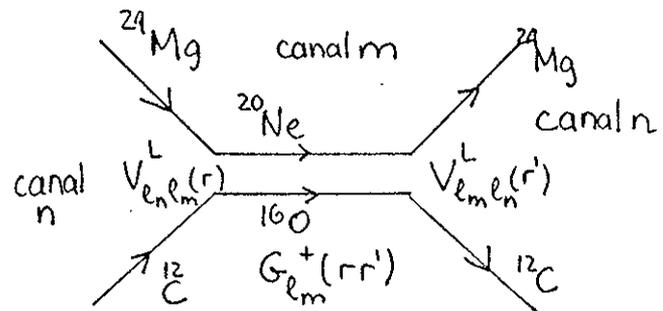
A integral na variável \vec{r} do lado direito da expressão acima está ligada a transição do canal n para o canal m através do termo $V_{\ell_n \ell_m}^L$. A integral em \vec{r}' contém a função de Green no canal m e um termo ligado ao espalhamento do canal m para o canal n $V_{\ell_m \ell_n}^L$. A função de Green $G_{\ell_m}^{\circ+}(rr')$ é o

propagador que leva a função de onda de espalhamento no ponto r' ao espalhamento no ponto r .

Esquemáticamente podemos representar esta situação como abaixo:

Canal $n \rightarrow {}^{12}\text{C} + {}^{24}\text{Mg}$

Canal $m \rightarrow {}^{16}\text{O} + {}^{20}\text{Ne}$



Se utilizarmos a aproximação de camada de energia para a função de Green

$$G_{lm}^0(r, r') \sim \frac{-i}{k_m} \chi_{lm}^0(k_m r) \chi_{lm}^0(k_m r') \frac{1}{S_{lm}^N(k_m)} \quad (74-b)$$

temos:

$$\tilde{S}_{ln}^N(k_n) = \text{const} \times \frac{1}{S_{lm}^N(k_m)} \int_0^\infty dr \chi_{ln}^0(r) V_{lnl_m}^L \chi_{lm}^0(r) \int_0^\infty dr' \chi_{lm}^0(r') V_{lml_n}^L \chi_{ln}^0(r') \quad (75-b)$$

Agora a matriz-S perturbada fica escrita como o produto de 3 termos: A integral em r está ligada à amplitude de transição $n \rightarrow m$, a integral em r' está ligada à amplitude de transição $m \rightarrow n$ e o 3º termo está ligado ao propagador no canal m .

A amplitude perturbada pode então ser escrita como:

$$\tilde{f}(\theta) \rightarrow f_T^{n \rightarrow m}(\theta) \frac{1}{P} f_T^{m \rightarrow n}(\theta) \quad (76-b)$$

onde $f_T^{n \rightarrow m}(\theta)$ é a amplitude de transferência do canal n para o canal m e $\frac{1}{P}$ é o termo ligado ao propagador.

Este fato será utilizado posteriormente no cálculo da amplitude perturbada.

CAPÍTULO IV

PARTE EXPERIMENTAL

Introdução

As reações de transferência entre íons pesados ocorrem em regiões da superfície do potencial nuclear envolvendo em geral poucas ondas parciais em torno do momento angular orbital rasante definido semiclassicamente por:

$$l_{g_{i,e}} = k_{ie} R_{ie} \left[1 - \frac{2\eta_{ie}}{k_{ie} R_{ie}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

onde η_{ie} é o parâmetro de Sommerfeld e R_{ie} são as distâncias de mínima aproximação entre os núcleos nos canais incidente e emergente.

Em uma interpretação semiclássica o máximo da secção de choque ocorre quando há um bom recobrimento entre as órbitas incidente e emergente.

Para a reação: $a + A \rightarrow b + B$ temos:

$$R_i = \frac{Z_a Z_A e^2}{2 E_{cm}} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta_i}{2}} \right)$$

$$R_e = \frac{Z_b Z_B e^2}{2(E_{cm} + Q)} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta_e}{2}} \right)$$

Com $R_i = R_e$ e $\theta_i = \theta_e$ temos:

$$Q_{opt} = \left(\frac{Z_b Z_B}{Z_a Z_A} - 1 \right) E_{cm} \quad \text{onde} \quad \frac{A}{a+A} E_{LAB} = E_{cm}$$

Para a reação $^{24}\text{Mg} (^{12}\text{C}, ^{16}\text{O}) ^{20}\text{Ne}$ temos $Q_{opt} = 2.96$ MeV com

$E_{LAB} = 40$ MeV e $Q_{opt} = 1.7$ MeV com

$E_{LAB} = 23$ MeV.



Para esta reação o valor de Q é -2.153 MeV para o estado fundamental e -3.783 para o 1º estado excitado.

Foram ainda calculados valores de Q e Q_{opt} para outras reações de transferência do tipo $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C},b)\text{B}$ com transferência de 1, 2 e 3 nucleons e verificou-se que os valores de Q são muito negativos (entre -10 e -20 MeV) enquanto que os valores de Q_{opt} estão em torno de 3 MeV concluindo-se portanto que estas reações terão secção de choque muito pequena.

A condição de recobrimento das órbitas corresponde no espaço de momento angular a uma região onde temos bom recobrimento do momento angular rasante incidente e emergente, isto é:

$$l_{gi} = l_{ge}$$

As reações de transferência ocorrem em uma "janela" de momento angular Δl em torno de l_g . Foram feitos cálculos do momento angular rasante nos canais incidente e emergente para a reação estudada em energias a partir de 23 MeV no sistema de laboratório. Verificou-se que a condição $l_{gi} = l_{ge}$ não é satisfeita para energias baixas (~ 23 MeV) melhorando sensivelmente para energias mais altas. Estas conclusões foram tiradas a partir de análise da matriz-S obtida por uma análise de modelo ótico dos canais incidente e emergente utilizando-se o potencial E18. (C_rV76)

A partir desta análise preliminar foi escolhida uma energia incidente de 40 MeV no sistema de laboratório.

IV-a) Fonte de íons

Para a obtenção de feixe de ^{12}C foi utilizada uma fonte de íons tipo duoplasmatron com troca de carga em vapor de potássio. A produção do feixe de ^{12}C negativo é feita basicamente em duas etapas. A primeira consiste em se extrair do duoplasmatron um feixe de ^{12}C positivo.

Para isto é injetado no duoplasmatron uma mistura de gás de hidrogênio e CO_2 a uma porcentagem de 5% de CO_2 . Esta mistura é então bombardeada por elétrons emitidos do filamento (0) de forma que o gás fica ionizado formando o plasma. É aplicada então uma tensão negativa (10kV) no eletrodo extractor (2) o que faz com que sejam acelerados os íons positivos. Estes íons então focalizados por meio de uma série de lentes eletrostáticas em direção ao forno de potássio (7). Ver fig. 1.

A segunda etapa se dá pela passagem do feixe positivo pela câmara para troca de carga. Na colisão entre os íons positivos do feixe e os átomos de potássio há a captura de elétrons por parte dos íons do feixe. Na saída do forno temos agora um feixe negativo que é refocalizado em direção ao ímã analisador.

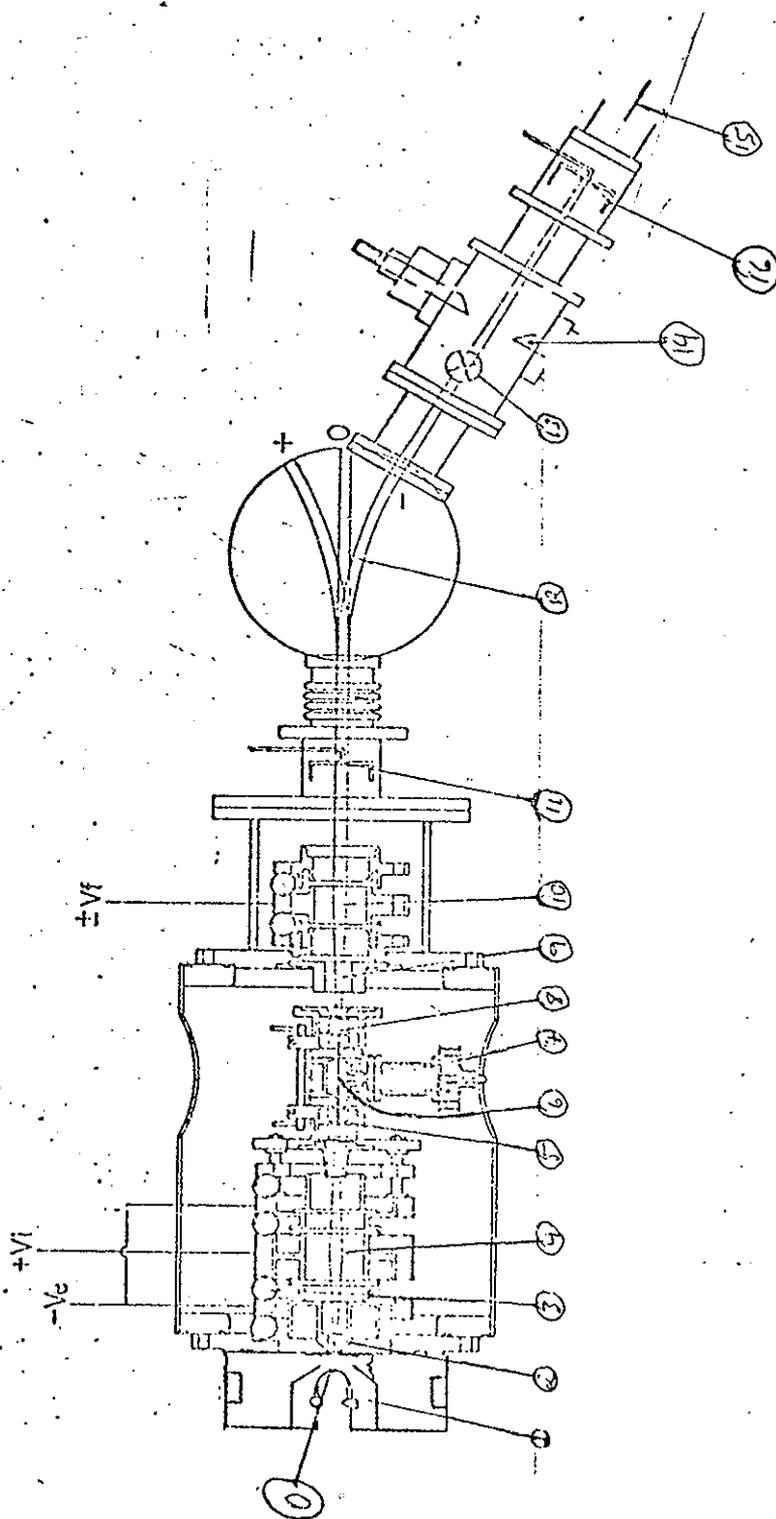
A função do ímã é separar o feixe negativo do feixe positivo e de selecionar o feixe com íons de massa de interesse.

A focalização do feixe é feita por uma série de lentes eletrostáticas (4); (9); (10). Os elementos (11) e (16) são copos de Faraday utilizados para medidas do feixe direto e analisado respectivamente.

Para se injetar o feixe no tubo acelerador é necessário um aumento de sua energia pois a focalização provocada pelo ganho de energia nos primeiros eletrodos do tubo acelerador provocaria uma dispersão de quase todo o feixe. Por isso o sistema da fonte de íons é colocado em um potencial negativo da ordem de 50kV (V_{bias}).

FIG. I

ESQUEMA GERAL DA FONTE DE ÍONS COM TROCA DE CARGA



IV-b) Acelerador

Na saída da fonte de íons o feixe é defletido de 90° por um ímã de focalização (ME20) e injetado verticalmente no tubo acelerador do Acelerador Pelletron (SS74). No terminal do acelerador é aplicada um potencial positivo de até 8MV. Quando atravessa o terminal, o feixe é interceptado por uma falha de carbono de $\sim 10 \text{ mg/cm}^2$ onde há a perda de elétrons. Na saída do terminal o feixe passa por um ímã defletor (ME200) de dupla focalização onde é novamente defletido de 90° . Este ímã permite medir e controlar a energia do feixe. O valor do campo magnético do ME 200, necessário para defletir o feixe é obtido pela medida da frequência de ressonância magnética nucleon (NMR) induzida numa amostra de prótons ($0,5 \text{ cm}^3$ de água) colocada no entreferro do ímã. Em seguida é desviado por um ímã defletor (switching magnet) para a canalização em que se encontra a câmara de espalhamento.

Para uma boa transmissão do feixe pelo tubo acelerador são necessários elementos focalizados como os quadrupolos magnéticos e os desviadores (figura 2).

IV-c) Câmara de espalhamento

A câmara de espalhamento tem uma forma cilíndrica com 1 m de diâmetro e aproximadamente 30 m de altura. Na figura 3 está mostrado um corte longitudinal da câmara de espalhamento. No centro da câmara está o porta alvos com capacidade para 4 alvos. Há a possibilidade de se trocar de alvo durante a experiência bem como de se mudar a posição dos alvos através do sistema (9). Os detetores são colocados em um prato giratório (7). Este prato pode ser girado através de um mecanismo exterior à câmara de espalhamento. O prato é graduado de forma que pode-se medir o ângulo entre os detetores e a linha do feixe. Na parte posterior da câmara existe um copo de Faraday que coleta a carga de feixe de forma que pode-se obter a sua intensidade.

FIG. 2

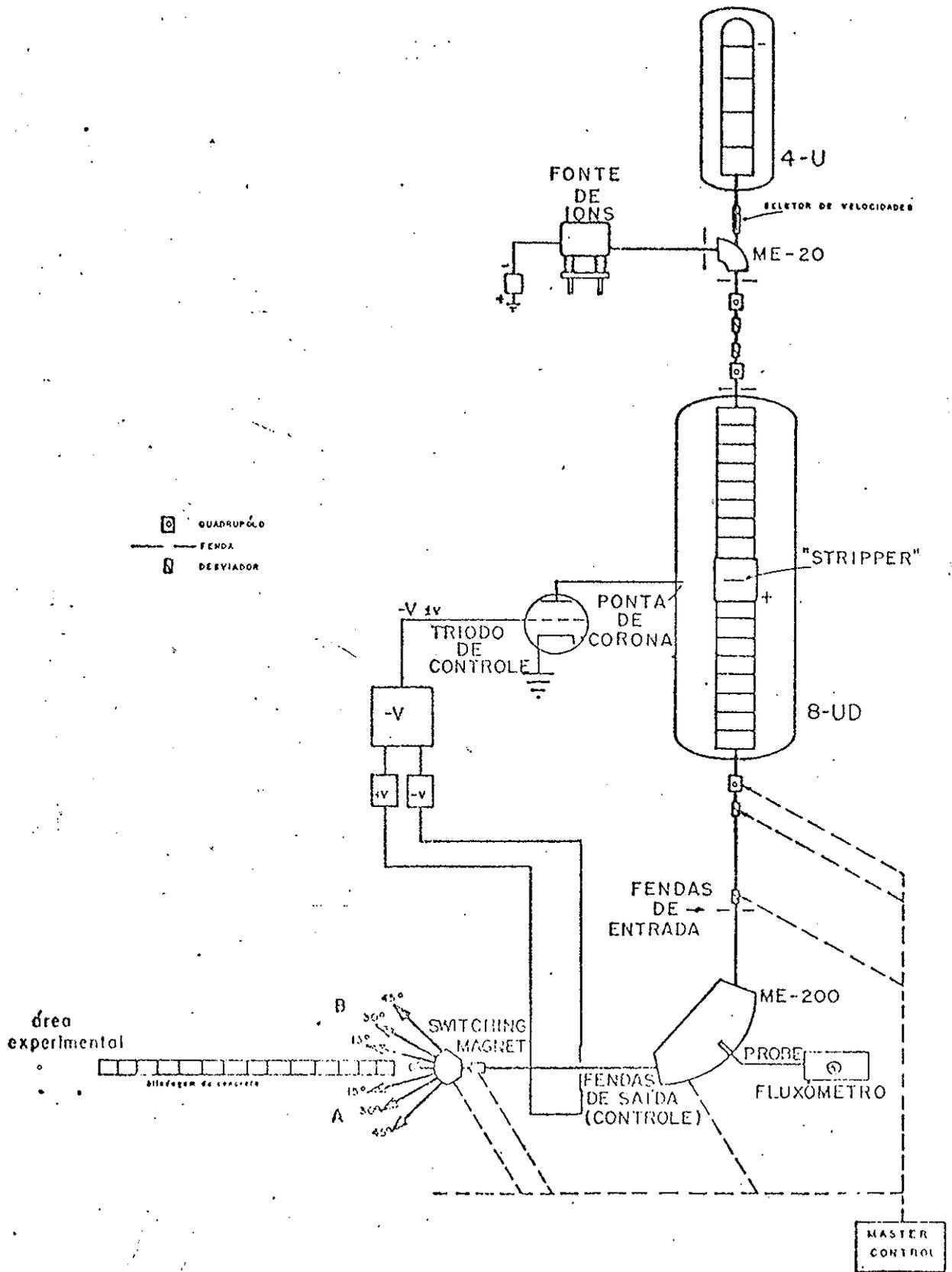
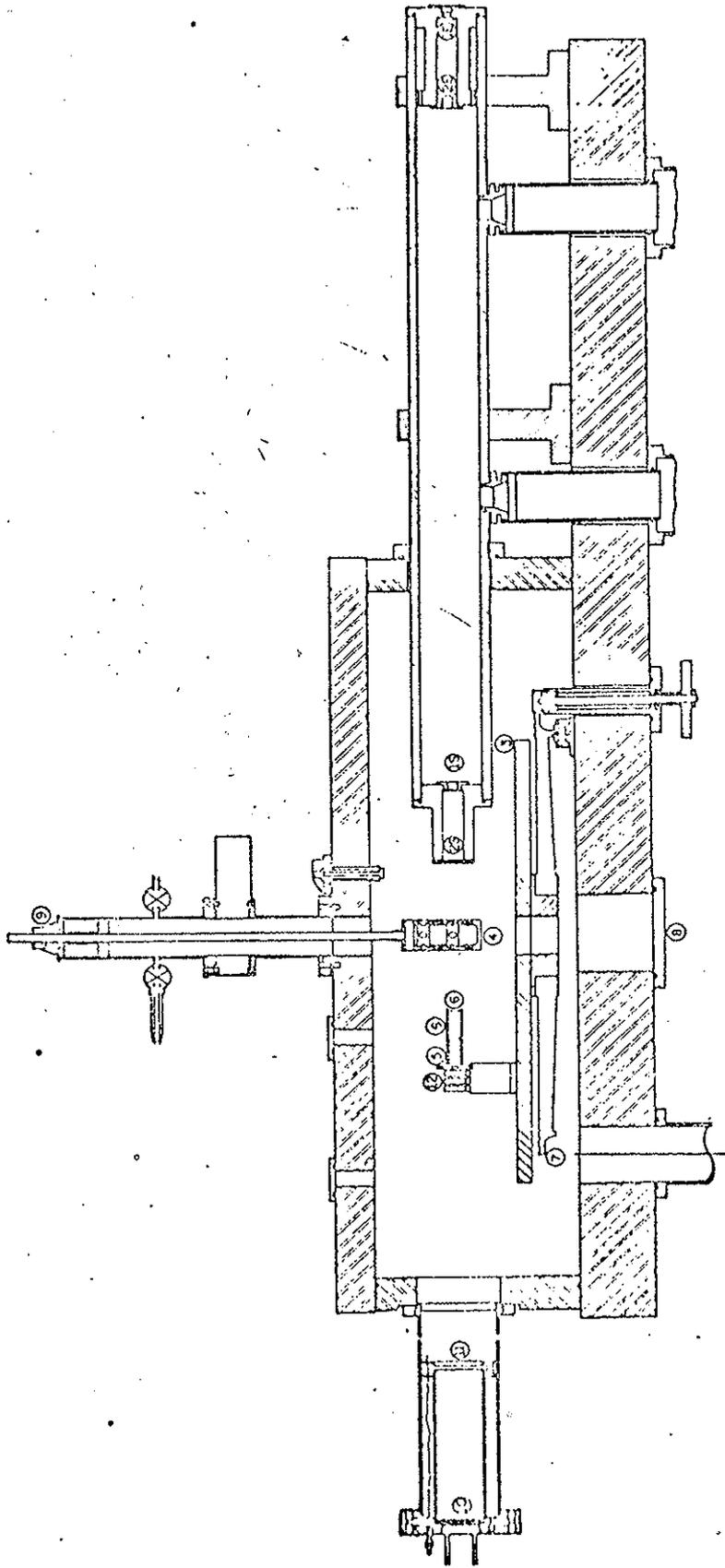


DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA TRAJETÓRIA DO FEIXE



(2E) e (2S) fendas de "anti-scattering" do colimador de entrada do feixe. (1S) e (1E) fendas de definição de entrada do feixe. (3) suporte dos detectores. (4) porta alvos de 4 posições. (5) fendas de definição do colimador do detector (6) fenda de "anti-scattering" do colimador do detector. (7) prato graduado. (8) saída dos cabos coaxiais provenientes dos detectores. (9) sistema de posicionamento do alvo. (10) coletor do feixe. (11) supressor elétrico do copo de Faraday. (12) detectores.

FIG. 3 - CORTE LONGITUDINAL DA CÂMARA DE ESPALHAMENTO

IV-d) Sistema de detecção - Telescópios

As reações que pretendemos estudar tem como partícula emergente o ^{12}C espalhado elasticamente e ^{16}O e ^{20}Ne como produtos das reações de transferência. Precisamos utilizar um sistema de detecção que nos permita identificar as partículas detetadas. Por isso foi usado o sistema de telescópios.

Um telescópio consiste basicamente de 2 detetores colocados em linha. O primeiro é um detetor fino onde a partícula perde parte de sua energia. O segundo é um detetor onde a partícula é totalmente parada depositando o restante de sua energia $E - \Delta E$. A identificação é feita através do sinal do primeiro detetor. A altura deste sinal é proporcional a energia ΔE e esta por sua vez é característica (depende do nº atômico e da massa) da partícula de forma que podemos identificá-la.

No nosso caso usamos o sistema de 3 telescópios montado na câmara 30 B (Pet9)

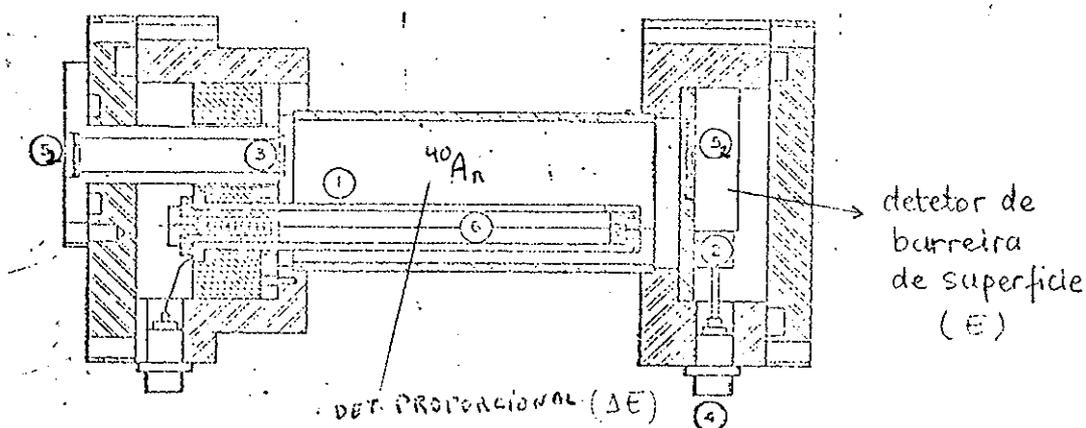


FIG. 4 - Vista em corte vertical do telescópio E-ΔE

- 1) anel de guarda
- 2) detetor de estado sólido (E)
- 3) janela de entrada
- 4) conetores "Microdot" para o fio, calha e detetor de estado sólido
- 5) colimadores
- 6) fio do tungstênio com cobertura de ouro.

e que consiste de 3 detetores proporcionais (como detetor ΔE) e de 3 detetores de Si de barreira de superfície (como detetor E) com separação de 10° entre os telescópios (figura 4).

A partícula entra pelo colimador (5) e passa através da janela de entrada. Esta janela tem a função de isolar o gás de Argônio do interior do detetor do vácuo no exterior do telescópio. As janelas foram fabricadas por nós no Laboratório Pelletron. Elas devem ser finas de forma que não absorvam muita energia da partícula e ao mesmo tempo devem suportar a pressão do gás. Em seguida a partícula penetra no detetor proporcional. O detetor proporcional consiste basicamente de uma região onde existe gás de Ar a uma determinada pressão. Nesta região temos um fio onde é aplicada uma tensão positiva. A passagem da partícula pelo gás provoca a ionização do mesmo e o aparecimento de cargas negativas. Estas cargas são então coletadas pelo fio. Em seguida a partícula penetra no segundo detetor. Este é um detetor de barreira de superfície de espessura suficiente para que a partícula seja totalmente parada perdendo o restante de sua energia $E-\Delta E$.

IV-e) Eletrônica utilizada

Como vimos, temos 2 pulsos a serem analisados, ΔE e $E-\Delta E$ que provem de um dos 3 telescópios. Estes pulsos são analisados na eletrônica mostrada na figura 5. A eletrônica consiste de 4 partes: A 1a. nos fornece o pulso analógico ΔE . A 2a. nos fornece o pulso analógico $E-\Delta E$. A 3a. parte é uma eletrônica rápida que nos fornece um pulso lógico que indica de qual telescópio provém os pulsos E e $E-\Delta E$ (sinal de routing). A 4a. parte também rápida consiste de um circuito de coincidência que garante que os sinais E e $E-\Delta E$ correspondem a um mesmo evento.

Vamos descrever a análise do pulso $E-\Delta E$. Este pulso vem de um dos 3 detetores de barreira de superfície e passa inicialmente por um pre-amplificador (ver figura 5). Os índices 1, 2 e 3 se referem aos telescópios. Depois passa por um amplificador de onde temos 2 saídas, uma rápida e uma lenta. A saída rápida (3a. parte) vai para um timing single channel analyzer (TSCA) onde

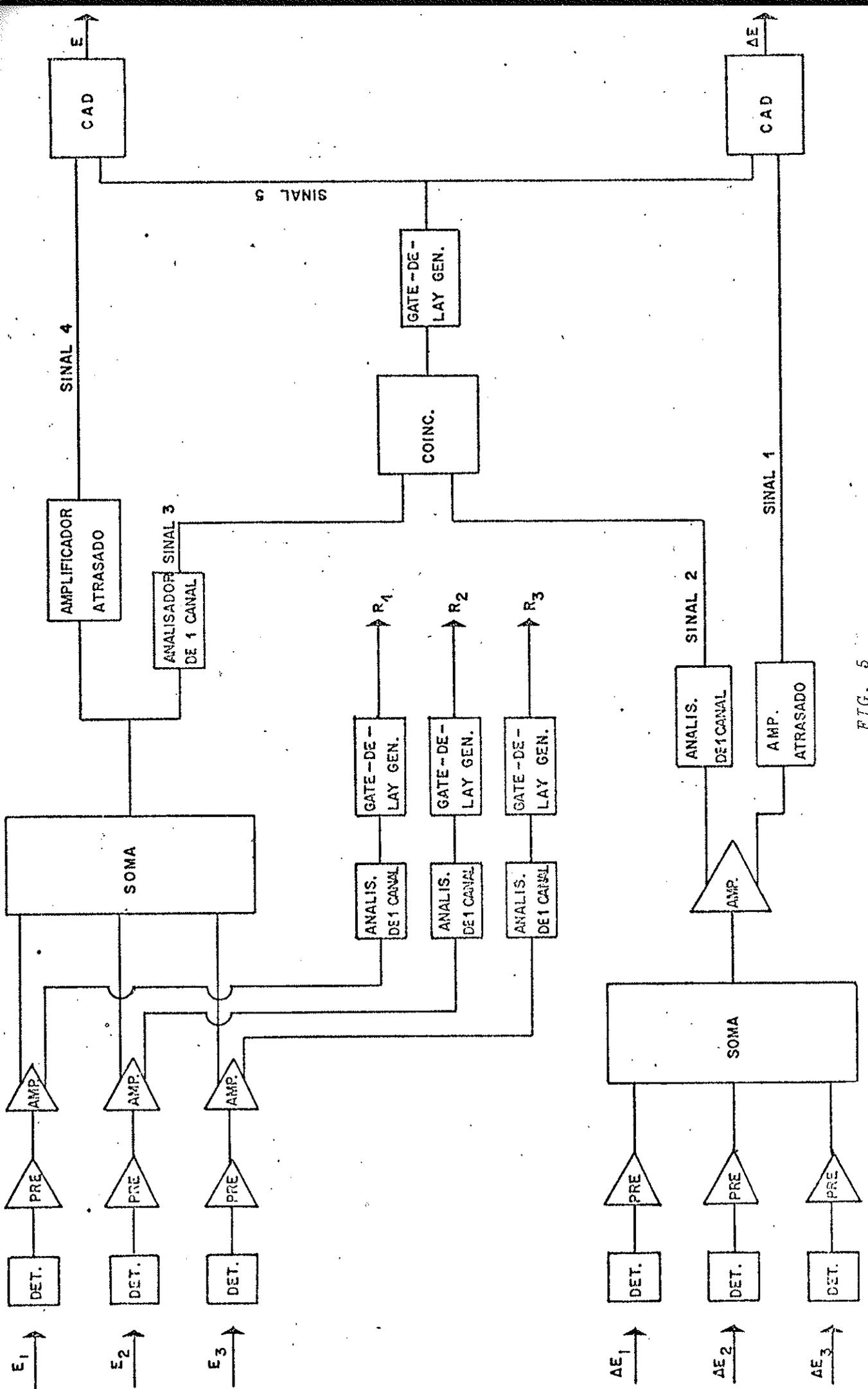


FIG. 5

podemos selecionar a altura dos pulsos que passam. Na saída do TSCA temos um pulso lógico que agora passa por um atraso (Gate delay and generator) que nos fornecerá o sinal R1, R2 ou R3 que dirá de qual telescópio veio o pulso (sinal de routing). A saída atrasada (2a. parte) passa por um circuito de soma. Este circuito soma os sinais de entrada tendo apenas um sinal de saída. Como temos uma baixa taxa de contagens comparando com o tempo de resolução da eletrônica (10^{-6} seg) é muito pouco provável que sejam somados 2 pulsos. A saída do circuito soma é dividida em 2 partes. Uma das partes passa novamente por um atraso (delayed amplifier) e vai para um conversor analógico digital (ADC) que converte o pulso analógico em um endereço na memória do computador.

A outra parte passa novamente por um TSCA e vai para o circuito de coincidência (4a. parte). Neste circuito é garantida a coincidência entre os sinais E e E- Δ E. A saída deste circuito passa novamente por um atraso que fornece um sinal (sinal 5) que abre a porta dos ADCs para os pulsos E e E- Δ E o que significa que estes pulsos são convertidos apenas na presença do sinal 5 (sinal de coincidência). Os tempos são ajustados com um pulsador de forma que estejam em coincidência os sinais 2 e 3 e os sinais 1, 5, 4 e Ri (routing). Os sinais saem dos ADCs e vão para o computador. O sinal de routing indica ao computador a localização na memória referente aos telescópios 1, 2 ou 3.

Sistema de aquisição de dados (modo fila)

Após a passagem pela eletrônica os pulsos E- Δ E e Δ E são armazenados evento por evento (modo fila) em um pequeno computador (Honeywell DDP-516). Este armazenamento é feito de uma maneira coerente, isto é, a cada evento E- Δ E corresponde um evento Δ E. Além disso temos os sinais lógicos que fazem a distinção entre os 3 telescópios.

Estes sinais servem como índice para os pares Δ E e E- Δ E. Uma vez armazenados, os pares são transferidos para o IBM-360 onde são gravados em uma fita magnética. Através de um programa de computador estes dados são transferidos para um disco onde são montados os espectros biparamétricos. Estes são espectros de

256 x 256 canais que tem no eixo-X os sinais $E-\Delta E$ e no eixo Y os sinais ΔE correspondentes. Para cada telescópio temos um espectro de forma que ao final de cada run tínhamos 3 espectros biparamétricos. Através de um segundo programa de computador estes espectros são graficados em uma matriz de 1024 x 1024 canais. Na figura abaixo é mostrado o esquema da matriz após 3 runs (fig.6).

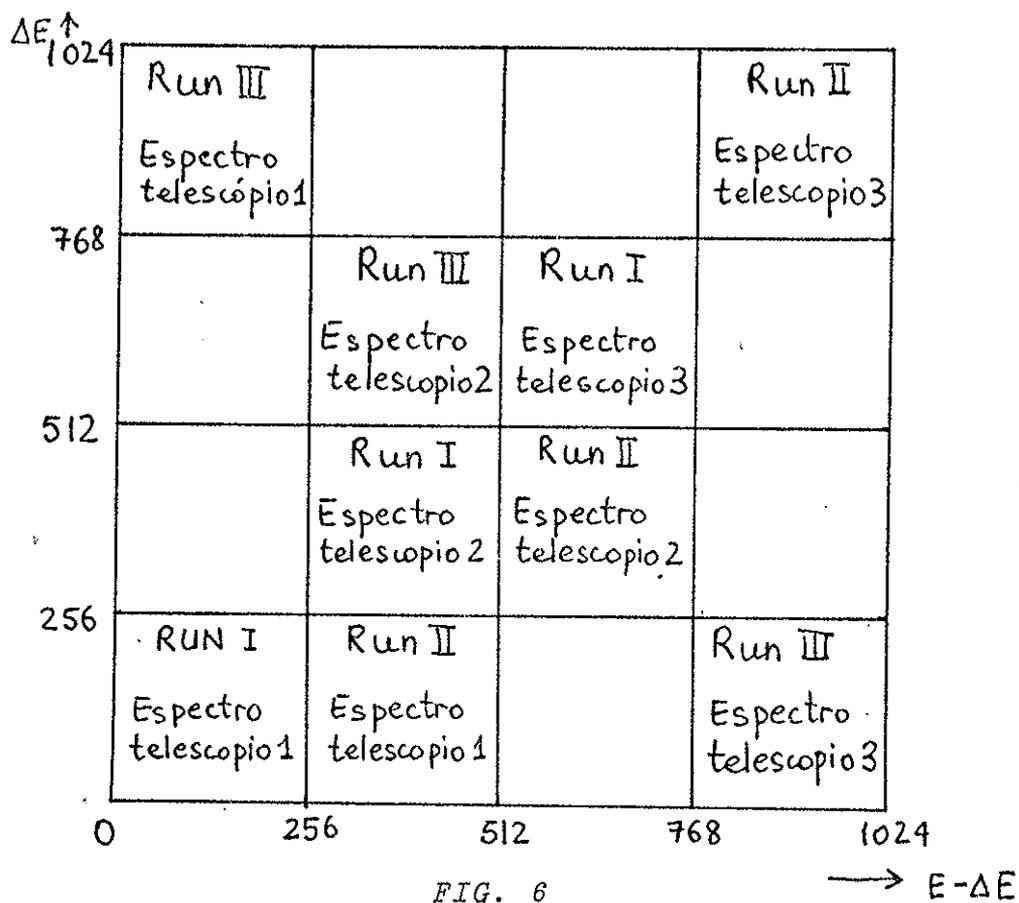


FIG. 6

Durante a experiência tínhamos ainda a possibilidade de obter listagens (presade) de espectros projeção (nº de contagens X canal) para ΔE e $E-\Delta E$. Estas listagens são obtidas através de um comando dado ao IBM-360.

IV-f) Preparação dos alvos

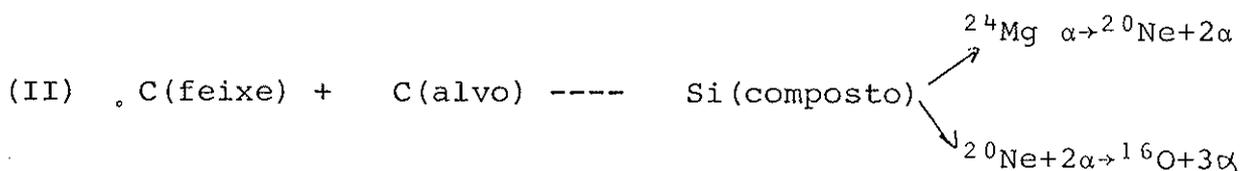
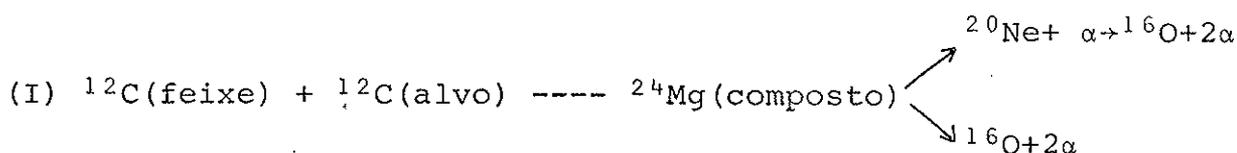
Foram feitos alvos de ^{24}Mg de aproximadamente $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ com suporte de carbono de $20 \mu\text{g}/\text{cm}^2$. Para a confecção dos alvos, inicialmente evaporamos carbono em lâminas de vidro. O carbono serve de suporte para o ^{24}Mg . Uma vez que temos as

lâminas com carbono evaporamos $\sim 2 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ de ^{197}Au que servirá para a calibração do espectro uma vez que o espalhamento $^{12}\text{C} + ^{197}\text{Au}$ é puramente Coulombiano. Após as evaporações, mergulhamos as lâminas de vidro na água e com isto a película de carbono se desloca e flutua. Em seguida pescamos esta película em suportes apropriados e que serão utilizados na experiência. Feito isto, evapora-se o isótopo de ^{24}Mg sobre o carbono (^{24}MgO , Oak Ridge, abundância isotópica $> 99\%$)

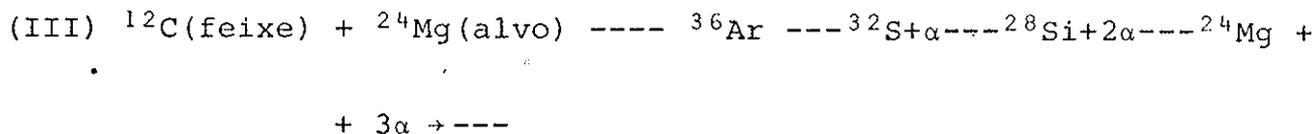
IV-g) Reações de Fusão

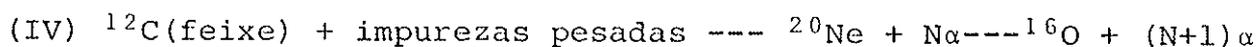
Como já vimos, temos nos alvos carbono, que serve como suporte para o alvo de magnésio e oxigênio, devido a oxidação natural do magnésio quando em contato com o ar. Portanto no estudo da reação $^{24}\text{Mg} (^{12}\text{C}, ^{16}\text{O}) ^{20}\text{Ne}$ da qual iremos detetar o ^{16}O e ^{20}Ne , devemos levar em conta o fato de que ocorrem reações de fusão e subsequentes decaimento do núcleo composto que podem dar origem a ^{16}O e ^{20}Ne .

Por ex.:



Da mesma forma podemos ter:





Todavia as reações III e IV envolvem vários decaimentos por emissão de partículas alfa e são portanto muito improváveis.

Devemos portanto poder distinguir o ^{16}O e ^{20}Ne provenientes destas reações I e II, dos provenientes da reação de transferência estudada. Esta distinção pode em princípio ser feita de 3 maneiras:

1) As reações de fusão ocorrem principalmente para ângulos dianteiros e sua secção de choque cai rapidamente para ângulos mais traseiros o que significa que a partir de um determinado ângulo não há mais produtos de fusão.

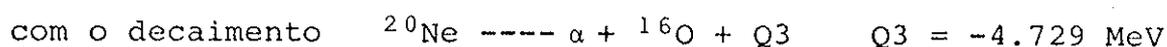
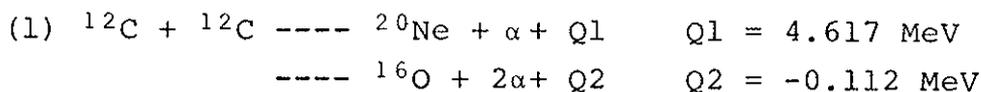
2) A distinção pode ser feita pela energia emergente dos produtos de fusão o que significa que se o ^{16}O proveniente do decaimento do ^{24}Mg por exemplo tiver energia bem menor do que o ^{16}O da reação de transferência podemos distingui-los pela posição no espectro de energia.

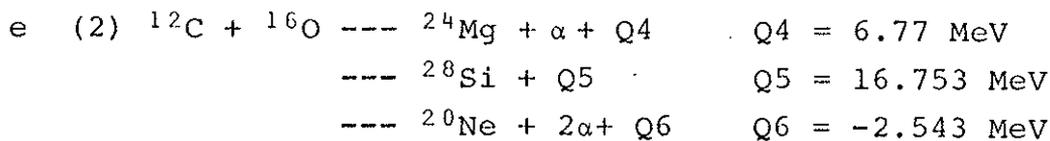
3) O espectro de energia apresentado pelos produtos de fusão e decaimento é contínuo enquanto que o espectro de reações de transferência direta é discreto.

A 3a. maneira no nosso caso não funciona pois o nº de contagens devido a fusão e decaimentos é muito maior do que o nº de contagens da reação de transferência sendo portanto mascarados os picos do espectro discreto.

O que fizemos foram cálculos da cinemática das reações de fusão e dos decaimentos e comparamos com a cinemática da reação de transferência a fim de verificar a partir de que ângulos poderíamos fazer a distinção baseados em 1 e 2.

Estudamos as reações:





com os decaimentos : $C \rightarrow E + F + Q$ onde C é o núcleo composto e E e F são os produtos do decaimento.

temos ainda: $E_{\text{cin}}(C) = \frac{|\vec{p}_C|^2}{2M_C}$ e da mesma forma para E e F .

usando as eq. de conservação de energia e momento linear,

$$\text{assim obtemos: } E(F) - \frac{2\sqrt{E(F)}\sqrt{M(C)M(F)E(C)}\cos\theta}{M(E)+M(F)} -$$

$$- \frac{(M(E)-M(C))}{M(E)+M(F)} E(C) = 0$$

$$\text{e finalmente temos: } E(F) - 2\sqrt{E(F)}\sqrt{\frac{M(F)}{M(C)}E(C)}\cos\theta + \frac{M(F)}{M(C)}E(C) = 0$$

$$\text{pois } M(E) + M(F) = M(C)$$

$$\text{logo } \sqrt{E(F)} = \sqrt{\frac{M(F)}{M(C)}}\sqrt{E(C)}\left[\cos\theta \pm \sqrt{-\sin^2\theta}\right]$$

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

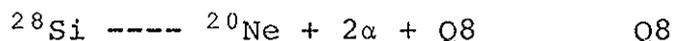
e vemos que só há solução real para $\theta = 0$.

Isto acontece porque estamos no limiar do decaimento e corresponderia a uma situação física em que o núcleo C se parte em E e F de forma que os dois saem a zero graus e o núcleo F com energia $\frac{M(F)}{M(C)}E(C)$ de forma que o centro de massa do sistema continue com a mesma velocidade.

Portanto para que tenhamos uma distribuição angular dos produtos do decaimento é necessário que a energia de excitação de C exceda o módulo do Q do decaimento e o excedente é fornecido sob a forma de energia cinética para os produtos do decaimento.

Temos então: $(E_{exc} - Q) + E_{cin}(C) = E_{cin}(E) + E_{cin}(F)$

mais equações de conservação de momento.



No cálculo da cinemática das reações 1 e 2 foi utilizado o programa Hewee que calcula cinemáticas de reações do tipo $A+B \text{ ---- } C+D$. Estes cálculos foram feitos ignorando-se a passagem pelo núcleo composto ${}^{24}\text{Mg}$ no caso de 1 e ${}^{28}\text{Si}$ no caso de 2.

Decaimentos secundários

De (1) vemos que podemos ter ${}^{16}\text{O}$ através da reação ${}^{12}\text{C}+{}^{12}\text{C} \text{ ---- } {}^{16}\text{O}+2\alpha$ ou através do decaimento do ${}^{20}\text{Ne}$ emergente da reação ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C} \text{ ---- } {}^{20}\text{Ne}+\alpha$

Portanto devemos também calcular a cinemática do decaimento.

Para que ocorra um decaimento de um núcleo estável do tipo $C \text{ ---- } E+F + Q$ é necessário que o núcleo C esteja em um estado excitado pelo menos igual ao módulo do valor do Q do decaimento. O Q do decaimento é dado pela diferença de massa entre o canal de entrada e o canal de saída: $Q = M(C) - M(E) - M(F)$. Como o valor de Q para estes decaimentos é negativo, esta energia deve ser fornecida pela desexcitação do núcleo C.

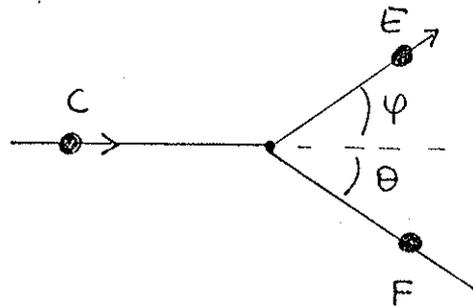
Para o caso limite em que $E_{exc} = |Q|$ a equação de conservação de energia fica:

$$E_{cin}(C_{excitado}) = E_{cin}(E) + E_{cin}(F)$$

Neste caso limite a energia de excitação é suficiente apenas para provocar a quebra de C em E+F. A equação de conservação de

momento linear é:

$$\vec{p}_c = \vec{p}_e + \vec{p}_f$$



ou $|\vec{p}_c| = |\vec{p}_e| \cos(\varphi) + |\vec{p}_f| \cos(\theta)$

e $|\vec{p}_e| \sin(\varphi) = |\vec{p}_f| \sin(\theta)$

e obtemos

$$\left[|\vec{p}_c| - |\vec{p}_f| \cos\theta \right]^2 + |\vec{p}_f|^2 \sin^2\theta = |\vec{p}_e|^2$$

Isto provoca uma distribuição angular com $0 \leq \theta \leq \theta_{lim}$ onde θ_{lim} é o ângulo máximo a que saem os produtos do decaimento.

Foi feito um programa de computador que resolve estas equações e lista $E_{cin}(E) \times \theta$ até θ_{lim} .

Feito isto recalculamos as cinemáticas para as reações



são que agora para o ^{20}Ne saindo excitado. As energias de excitação do ^{20}Ne foram escolhidas de modo que fossem superiores ao limiar do decaimento $^{20}\text{Ne} \rightarrow ^{16}\text{O} + \alpha$

O ^{16}O proveniente deste decaimento emergirá em um ângulo de laboratório $\theta = \theta_{Ne} + \theta_0$ onde θ_{Ne} é o ângulo de emergência do ^{20}Ne excitado e θ_0 é o ângulo de emergência do ^{16}O do decaimento.

Observa-se que a partir de $\theta \approx 18^\circ$ podemos fazer a distinção para o ^{16}O e a partir de $\approx 14^\circ$ podemos fazer a distinção para o ^{20}Ne .

IV-h) Resultados

Foram obtidos espectros biparamétricos a 40 MeV de energia incidente em uma faixa angular de 16° a 46° no sistema de laboratório. Um espectro típico é mostrado abaixo (fig 7.)

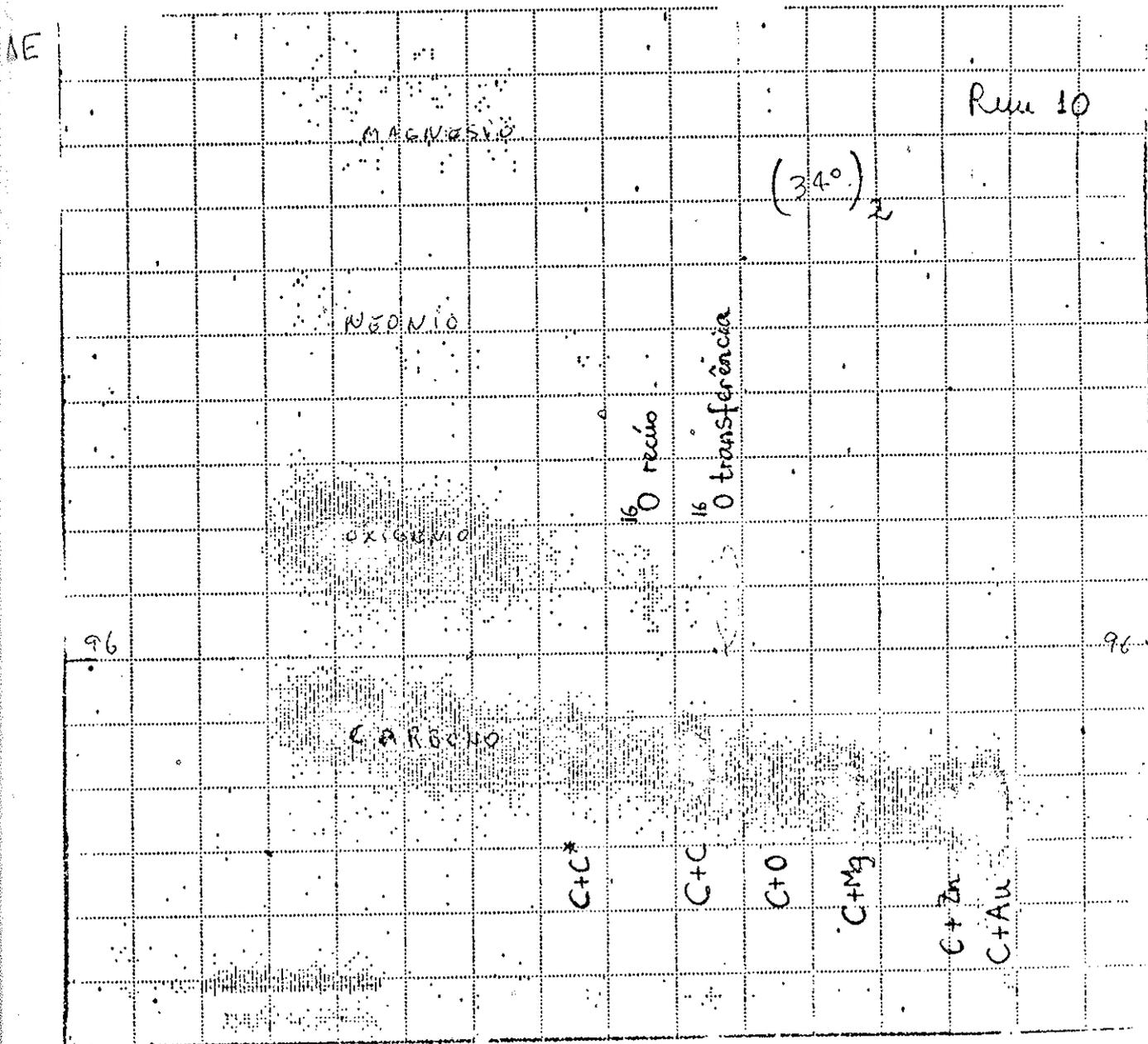


FIG. 7

E - ΔE

Este é um espectro do telescópio II a um ângulo de 34° . O espectro tem 256×256 canais e cada divisão corresponde a 16 canais. Podemos observar a linha do carbono, oxigênio, neônio e magnésio. As contagens do neônio e magnésio são baixas neste ângulo. Os picos correspondentes aos espalhamentos elásticos de ^{12}C em ouro, zinco, magnésio, oxigênio e carbono estão indicados. Está indicado também o pico do espalhamento inelástico $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ (1º estado excitado). Na linha do oxigênio podemos observar o pico do O de recuo e o pico da reação de transferência. As contagens de baixa energia são os produtos de fusão e decaimentos já bem separados do ^{16}O de recuo neste ângulo.

Para análise dos dados utilizou-se o programa Poligono. Com este programa é possível se traçar figuras de contorno em regiões escolhidas dos espectros biparamétricos. O programa faz as projeções (n° de contagens $X\Delta E$) e (n° de contagens $X(E-\Delta E)$) no interior destes contornos e nos fornece o n° total de contagens nos picos. Estas figuras de contorno são normalmente quadriláteros e são construídas a partir das coordenadas X e Y (dadas em canais) dos vértices do quadrilátero. Espectros típicos de ^{12}C e ^{16}O estão apresentados nas figs 9 e 10.

IV-h-1) Análise dos espectros

Nas figs. 8 e 9 estão mostrados espectros do ^{12}C espalhado sobre o alvo nos ângulos de 24° e 36° no sistema de laboratório. Considerou-se a existência de um fundo constante que foi determinado de cada espectro na região de baixas energias. Para a identificação dos picos foram construídas retas de calibração energia X canal para cada telescópio. A energia efetivamente depositada no detetor de barreira de superfície é determinada da seguinte forma: determina-se das curvas de cinemática a energia do ^{12}C (E) espalhado elasticamente no ^{197}Au ; ^{24}Mg ; ^{16}O e ^{12}C . Em seguida estima-se a perda de energia (ΔE) na folha (colimador de entrada) e no gás do detetor proporcional através de tabelas de perda de energia (Northchiff-Schilling) ($N_0 70$). Faz-se então a subtração $E-\Delta E$.

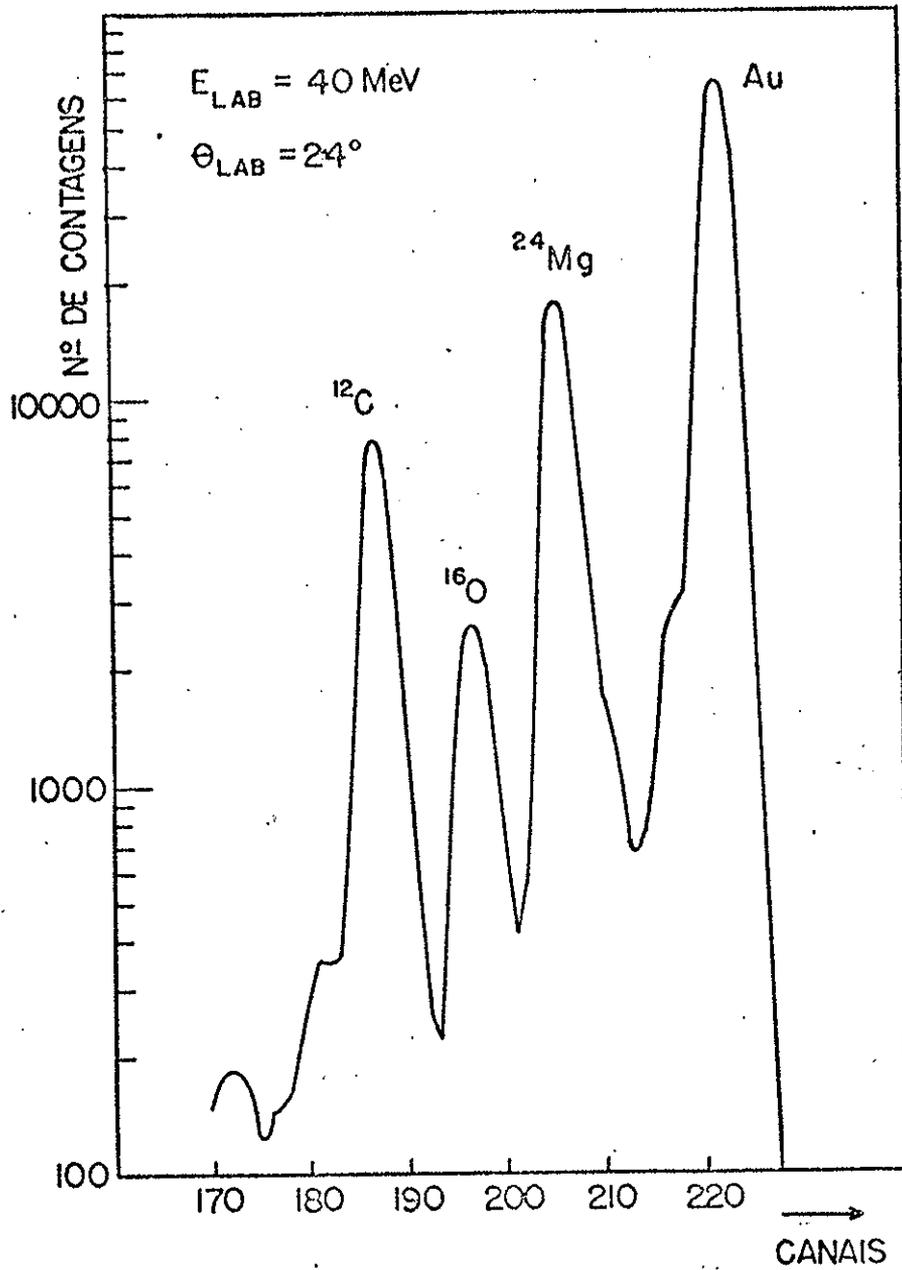


FIG. 8 - Espectro do ^{12}C espalhado elasticamente sobre o
 ^{12}C ; ^{16}O ; ^{24}Mg e ^{197}Au em um ângulo $\theta_{LAB} = 24^\circ$

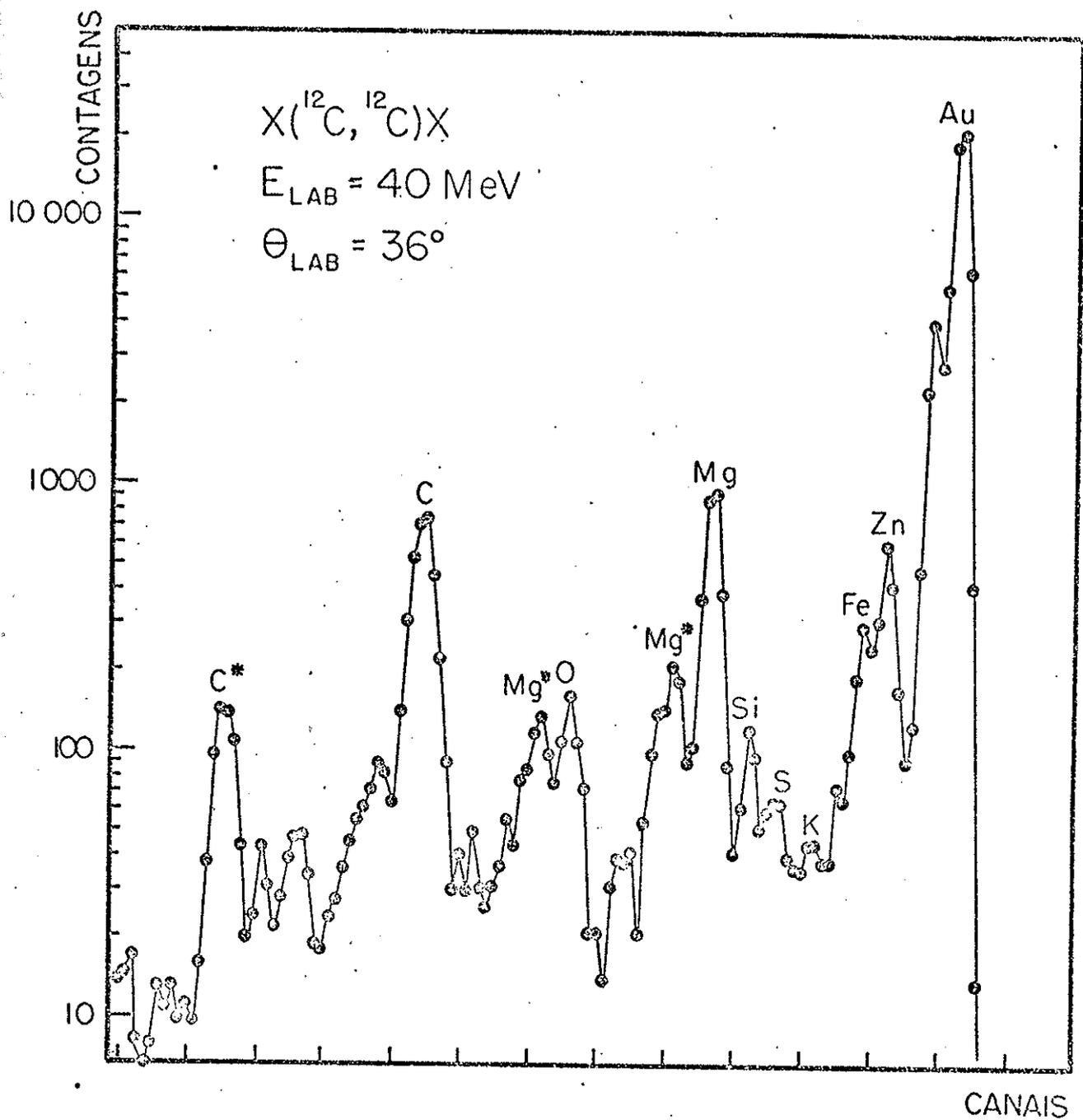


FIG. 9 - ESPECTRO DO ^{12}C ESPALHADO ELASTICAMENTE SOBRE O ALVO EM UM ÂNGULO $\theta_{\text{LAB}} = 36^\circ$.

Construídas as retas de calibração foi possível a identificação dos picos do espalhamento elástico de ^{12}C no ^{197}Au ; ^{24}Mg ; ^{16}O e ^{12}C .

Observa-se no espectro a 36° o aparecimento de picos devido a existência de impurezas como o ^{28}Si e ^{32}S no alvo. Estas impurezas foram identificadas a partir de curvas (energia do ^{12}C espalhado \times massa do núcleo espalhador) construídas para vários ângulos de espalhamento.

Em ângulos dianteiros é impossível a separação visual entre os picos devido a impurezas e o pico do espalhamento elástico do ^{12}C sobre ^{24}Mg . Desta forma é necessária uma estimativa do número de contagens devido a estas impurezas para ângulos dianteiros. Esta estimativa foi feita da seguinte forma:

O nº de contagens total do ^{12}C espalhado sobre $^{28}\text{Si} + ^{32}\text{S} + ^{24}\text{Mg}$ é dado por:

$$N_{\text{Mg+Si+S}}^{\text{cont}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mg}}^{\text{CM}} \frac{N_{\text{Mg}}^{\text{alvo}} N_{\text{feixe}} \Delta\omega}{J_{\text{ac}} \text{Mg}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Si}}^{\text{CM}} \frac{N_{\text{Si}}^{\text{alvo}} N_{\text{feixe}} \Delta\omega}{J_{\text{ac}} \text{Si}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{S}}^{\text{CM}} \frac{N_{\text{S}}^{\text{alvo}} N_{\text{feixe}} \Delta\omega}{J_{\text{ac}} \text{S}} \quad (1)$$

onde $N_{\text{A}}^{\text{alvo}}$ é o nº de átomos por unidade de área do elemento A

N_{feixe} é o nº total de partículas do feixe incidentes no alvo

$\Delta\omega$ é o ângulo sólido do detetor

J_{ac}^{A} é o fator de transformação do sistema Lab para o sistema de CM.

temos também que :
$$N_{\text{Au}}^{\text{cont}} = \frac{N_{\text{Au}}^{\text{alvo}} N_{\text{feixe}} \Delta\omega}{J_{\text{ac}} \text{Au}} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Au}}^{\text{CM}} \quad (2)$$

A razão (1)/(2) é dada por:

$$\frac{N_{\text{Mg+Si+S}}^{\text{cont}}}{N_{\text{Au}}^{\text{cont}}} = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mg}}^{\text{CM}} N_{\text{Mg}}^{\text{alvo}} / N_{\text{Au}}^{\text{alvo}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Au}}^{\text{CM}} J_{\text{ac}}^{\text{Mg}} / J_{\text{ac}}^{\text{Au}}} + \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Si}}^{\text{CM}} N_{\text{Si}}^{\text{alvo}} / N_{\text{Au}}^{\text{alvo}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Au}}^{\text{CM}} J_{\text{ac}}^{\text{Si}} / J_{\text{ac}}^{\text{Au}}} + \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{S}}^{\text{CM}} N_{\text{S}}^{\text{alvo}} / N_{\text{Au}}^{\text{alvo}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Au}}^{\text{CM}} J_{\text{ac}}^{\text{S}} / J_{\text{ac}}^{\text{Au}}} \quad (3)$$

Assim temos:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mg}^{CM} = \left[\frac{N_{Mg+Si+S}^{cont}}{N_{Au}^{cont}} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Au}^{CM} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Si}^{CM} \frac{J_{ac}^{Au}}{J_{ac}^{Si}} \frac{N_{Si}^{alvo}}{N_{Au}^{alvo}} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{S}^{CM} \frac{J_{ac}^{Au}}{J_{ac}^S} \frac{N_S^{alvo}}{N_{Au}^{alvo}} \right] \times \frac{N_{Au}^{alvo}}{N_{Mg}^{alvo}} \frac{J_{ac}^{Mg}}{J_{ac}^{Au}} \quad (4)$$

A razão entre espessuras $\frac{N_{Si}^{alvo}}{N_{Au}^{alvo}}$ e $\frac{N_S^{alvo}}{N_{Au}^{alvo}}$ foi determinada a partir dos espectros a ângulos traseiros onde podíamos separar bem os picos.

$$\frac{N_{Si}^{alvo}}{N_{Au}^{alvo}} = \frac{N_{Si}^{cont}}{N_{Au}^{cont}} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Au}^{CM}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Si}^{CM}} \frac{J_{ac}^{Si}}{J_{ac}^{Au}} \quad (5)$$

onde as seções de choque do espalhamento de ^{12}C sobre ^{28}Si e ^{32}S a 40 MeV foram determinadas da literatura e $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Au}^{CM}$ é a secção de choque de Rutherford.

A razão entre espessuras do alvo do ^{24}Mg sobre o alvo de

^{197}Au $\left(\frac{N_{Mg}^{alvo}}{N_{Au}^{alvo}}\right)$ foi determinada de uma distribuição angular feita a 24 MeV para ângulos dianteiros onde a secção de choque de espalhamento de ^{12}C sobre ^{24}Mg é puramente de Rutherford.

A determinação das áreas dos picos $N_{Mg,Au}^{cont}$ foi feita somando-se o número de contagens para cada canal e atribuindo-se um erro igual a média do nº de contagens nos canais extremos do pico quando este erro era superior ao erro estatístico. Isto foi feito devido a superposição entre os picos de ^{16}O ; ^{24}Mg e ^{197}Au em ângulos dianteiros, todavia os erros considerados desta maneira não chegam a 1%.

A principal fonte de erros é a determinação da razão $\left(\frac{N_{Au}^{alvo}}{N_{Mg}^{alvo}} \right)$ feita a 24 MeV. Devido ao pequeno nº de pontos na distribuição angular a 24 MeV e a grande dispersão destes pontos, temos um erro de 9% na razão entre as espessuras de Au e Mg.

Na figura 10 estão mostrados espectros de energia do ^{16}O nos ângulos $\theta_{Lab} = 30^\circ, 32^\circ, 34^\circ$ e 35° .

Observa-se o pico do ^{16}O de recuo vindo do espalhamento elástico $^{12}C + ^{16}O$ e os picos da reação de transferência $^{24}Mg(^{12}C, ^{16}O)^{20}Ne$ estado fundamental e primeiro estado excitado.

O problema central da análise destes espectros foi o fato da cinemática do oxigênio de recuo estar muito próxima da reação de transferência em ângulos de 20° a 25° o que implica que há uma superposição dos picos. Este problema foi contornado fazendo-se a subtração do nº de contagens devido ao ^{16}O de recuo do nº total de contagens do pico nestes ângulos. O nº de contagens devido ao ^{16}O de recuo é dado por:

$$N_{Orecuo}^{cont} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_O^{CM} \frac{N_o^{alvo} N_{feixe} \Delta W}{J_{ac}^{Orecuo}}$$

ou

$$\frac{N_{Orecuo}^{cont}}{N_{Au}^{cont}} = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_O^{CM}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Au}^{CM}} \frac{J_{ac}^{Au}}{J_{ac}^{Orecuo}} \cdot \frac{N_o^{alvo}}{N_{Au}^{alvo}}$$

onde

$$N_{Au}^{cont} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Au}^{CM} \frac{N_{Au}^{alvo} N_{feixe} \Delta W}{J_{ac}^{Au}}$$

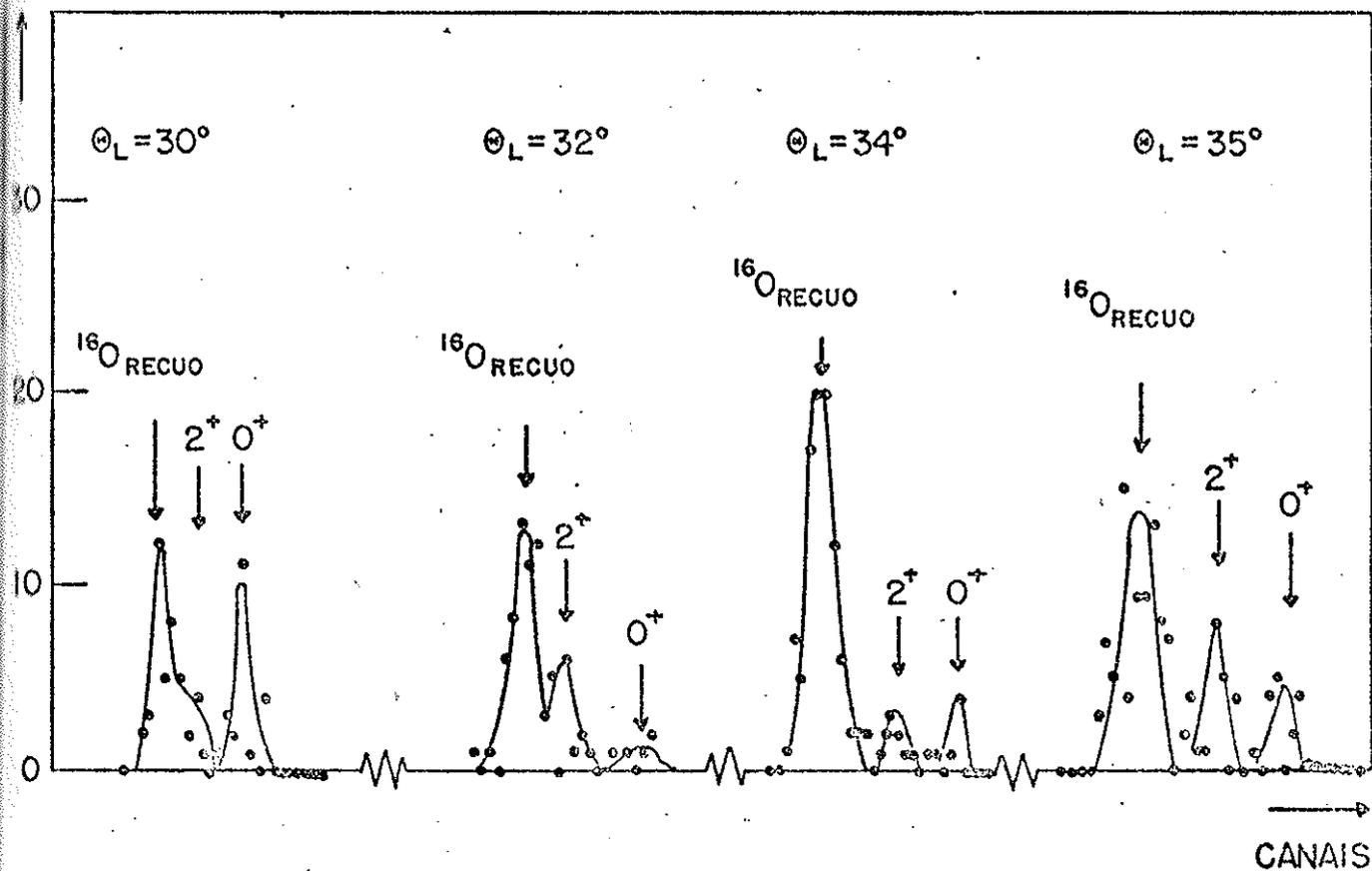


FIG. 10 - ESPECTRO DO ^{16}O EMERGENTE DAS REAÇÕES $^{24}\text{Mg} (^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{gs}$ E 1º ESTADO EXCITADO JUNTAMENTE COM O ^{16}O DE RECUO DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$.

Precisamos conhecer

$$\frac{N_0^{\text{alvo}}}{N_{\text{Au}}^{\text{alvo}}}$$

Este valor foi determinado da seguinte forma:

Obtivemos a partir dos nossos espectros uma distribuição angular do espalhamento $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ considerando $N_0^{\text{alvo}} / N_{\text{Au}}^{\text{alvo}} = 1$

Em seguida comparamos a nossa distribuição angular com a obtida por P. Charles em um trabalho recente onde é medido este espalhamento a 40 MeV. Determinamos em seguida o fator constante pelo qual deveriam ser multiplicados os nossos dados para que coincidissem com os de P. Charles. Este fator nos dá o valor de

$$N_0^{\text{alvo}} / N_{\text{Au}}^{\text{alvo}}$$

Uma vez obtido este valor determinamos $N_{\text{reúio}}^{\text{cont}}(\theta)$ e fizemos a diferença $N_{\text{total}}^{\text{cont}} - N_{\text{reúio}}^{\text{cont}}$ nos ângulos onde houve superposição de picos.

Na figura 11 está mostrado um trecho da distribuição angular obtida por Charles e de nossos dados (Ch 76).

Na figura 12 está mostrada a distribuição angular elástica da reação $^{24}\text{Mg} (^{12}\text{C}, ^{12}\text{C}) ^{24}\text{Mg}$.

Na figura 13 estão mostradas distribuições angulares obtidas das reações $^{24}\text{Mg} (^{16}\text{C}, ^{16}\text{O}) ^{20}\text{Ne}_{\text{gs}}$ e 1º estado excitado. Os erros são devidos a baixa taxa de contagens e aos erros devido a subtração do nº de contagens do ^{16}O de recuo.

FIG. 11

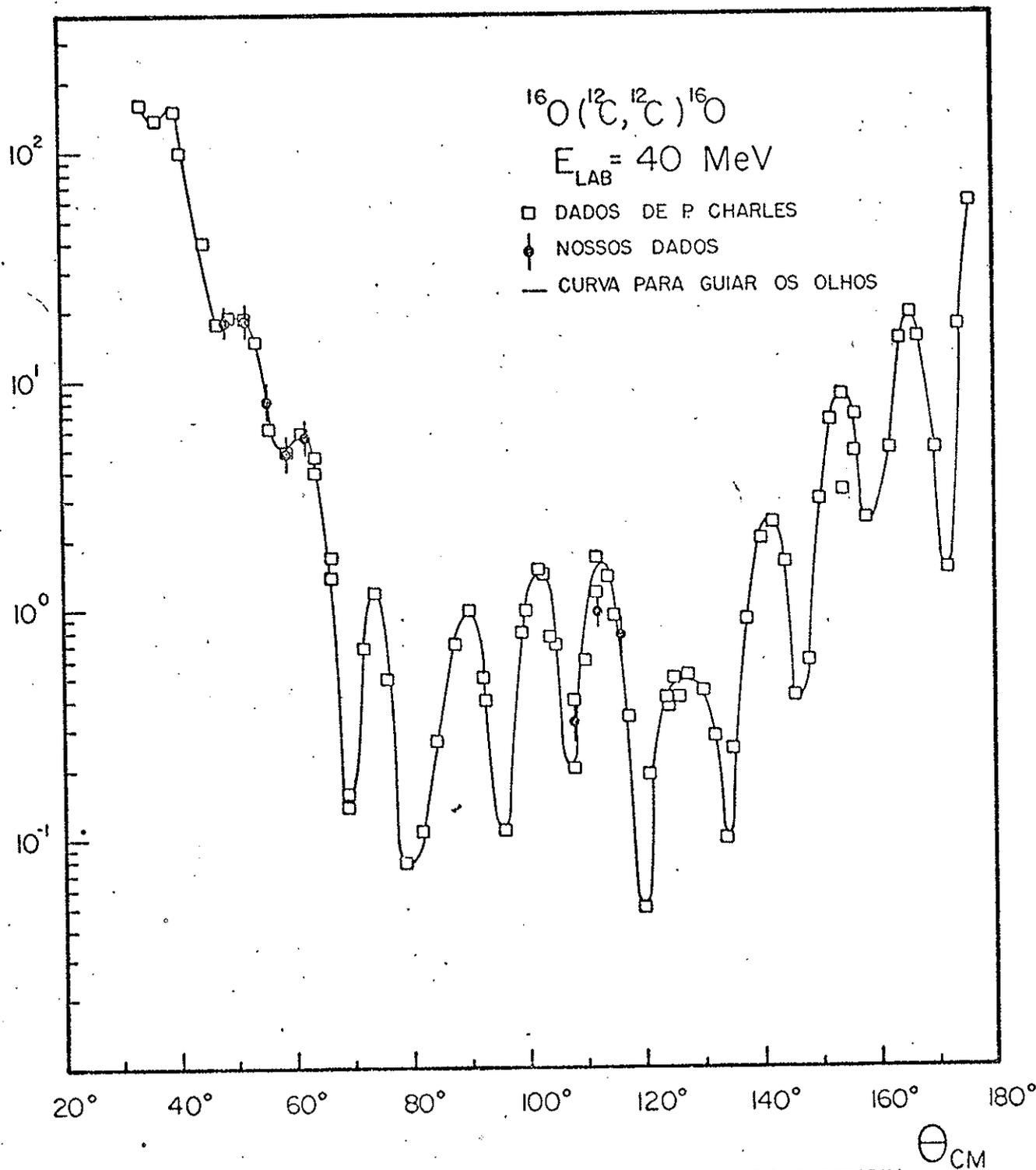


FIG. 11- DISTRIBUIÇÃO ANGULAR OBTIDA POR P. CHARLES PARA O ESPALHAMENTO ELÁSTICO $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ A $E_{\text{LAB}} = 40 \text{ MeV}$. OS PONTOS ESCUROS SÃO OS NOSSOS DADOS JÁ NORMALIZADOS.

FIG. 12

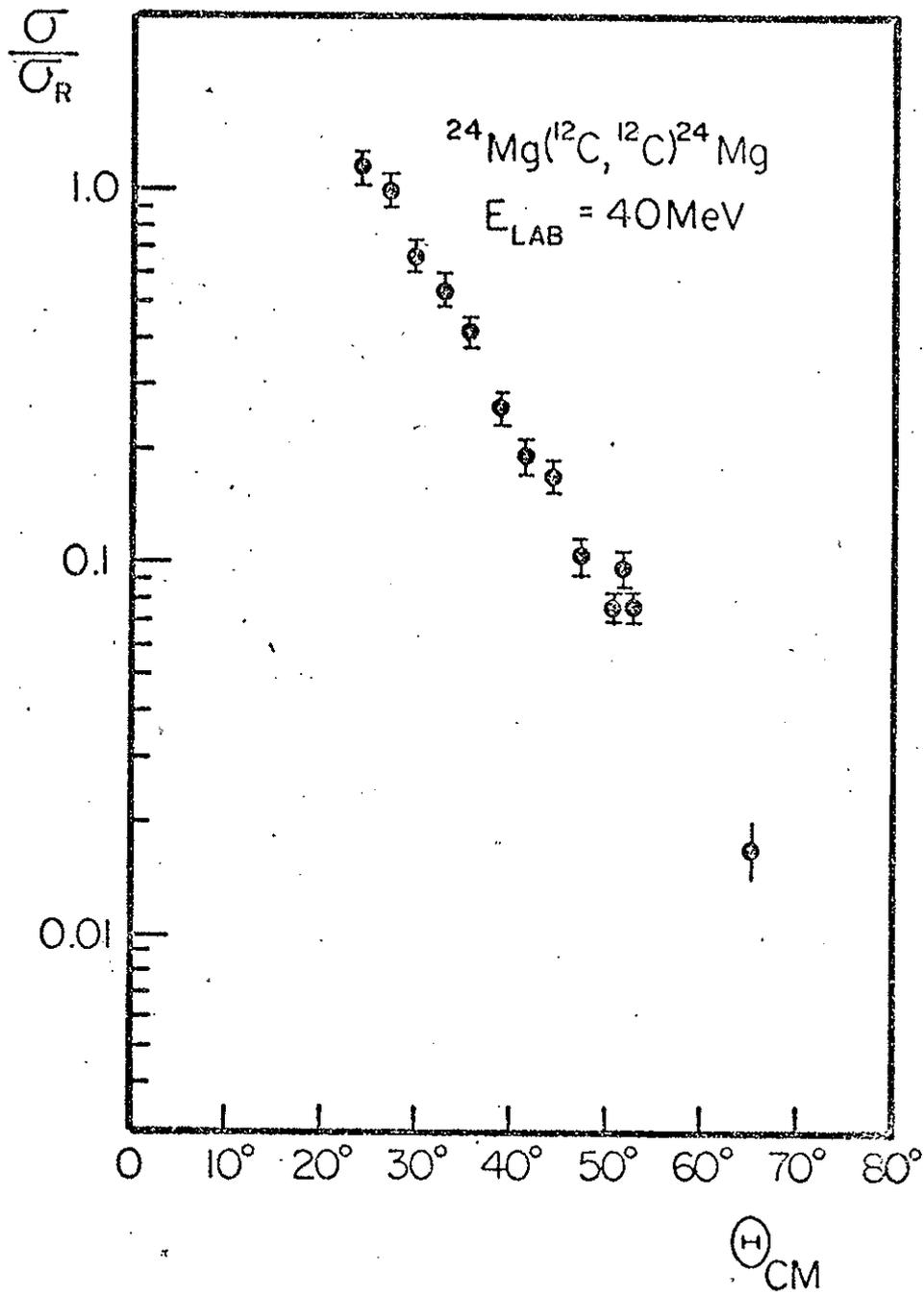


FIG. 12 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO
 $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ A $E_{\text{LAB}} = 40\text{ MeV}$

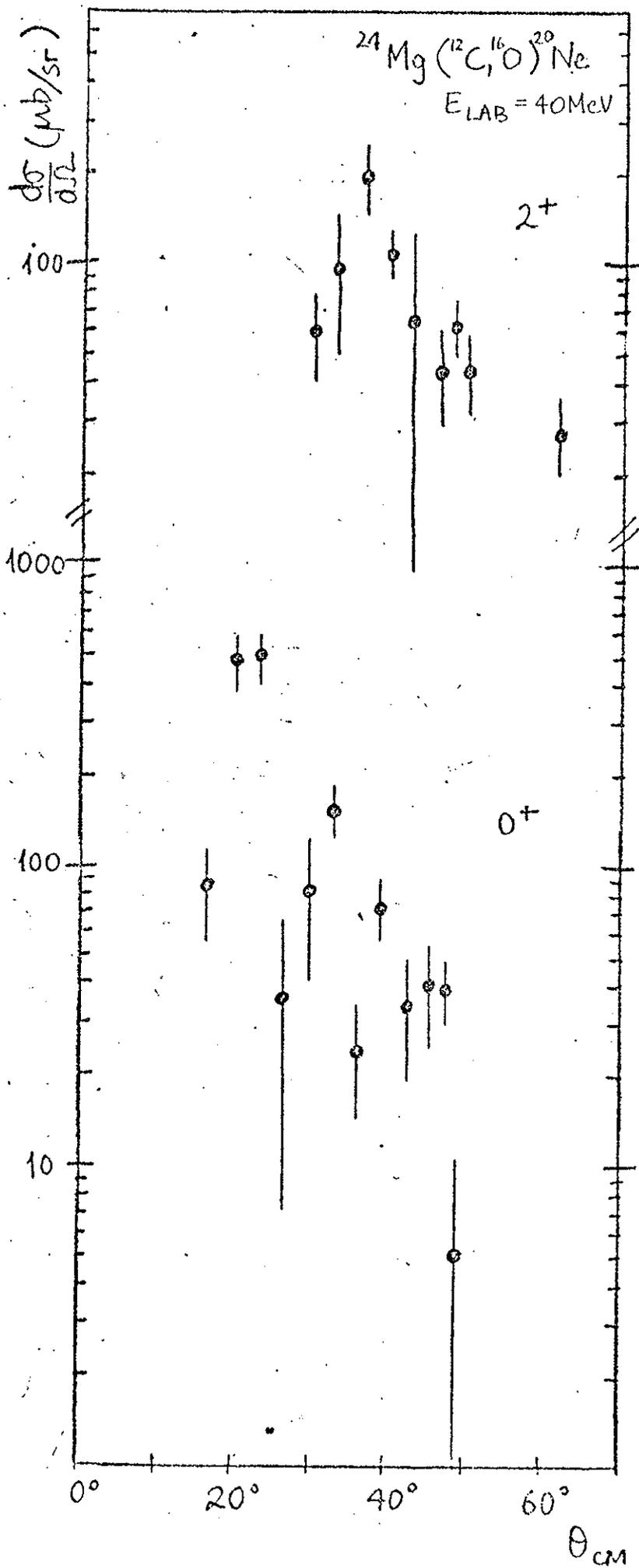


FIG. 13 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR DAS REAÇÕES $^{24}\text{Mg} (^{12}\text{C}, ^{16}\text{O}) ^{20}\text{Ne}$ $E_{\text{LAB}} = 40 \text{ MeV}$
 1º ESTADO EXCITADO A $E_{\text{LAB}} = 40 \text{ MeV}$

CAPÍTULO V

ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Introdução

A análise dos dados consistiu basicamente de 3 partes. A primeira foi a análise do espalhamento elástico pelo modelo óptico e formalismo fechado. Esta visa em primeiro lugar a determinação de um potencial óptico que descreve a interação entre o ^{12}C e ^{24}Mg . A partir deste potencial óptico são gerados os elementos da matriz-S elástica.

As funções de reflexão $\eta(\lambda)$ e de deflexão $\left(\frac{d^2\delta(\lambda)}{d\lambda}\right)$ obtidas da matriz-S elástica na representação de momento angular nos fornecem elementos para a determinação dos parâmetros da matriz-S elástica que será utilizada no cálculo do espalhamento elástico pelo formalismo fechado.

A segunda parte consiste na análise da reação de transferência. Nesta parte foram feitos cálculos utilizando-se o formalismo fechado para reações de transferência e aproximação de Born de ondas distorcidas (DWBA).

Na terceira parte foram feitas os cálculos do acoplamento entre o canal elástico $^{12}\text{C}+^{24}\text{Mg}$ e o canal de transferência $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{gs}$ pelo formalismo fechado.

A descrição da amplitude do espalhamento elástico não perturbado foi feita a partir dos parâmetros da matriz-S obtidos na primeira etapa. A amplitude de espalhamento perturbada devido ao acoplamento entre os canais foi calculada com base nos parâmetros obtidos na análise da reação de transferência pelo formalismo fechado.

V-a) Espalhamento elástico

Modelo óptico

A análise da distribuição angular elástica pelo modelo óptico foi feita utilizando-se o programa de OPTMOD (PL78).

Este programa fornece também os elementos da matriz-S elástica obtida a partir do potencial óptico.

Para se evitar ambigüidade na determinação do potencial óptico que descreve a interação $^{12}\text{C}+^{24}\text{Mg}$ a 40 MeV procurou-se um potencial que reproduzisse o espalhamento elástico do sistema estudado a várias energias. Foram utilizados dados de Yaeko Kono (Ko-78) a energias de 19, 21 e 23 MeV e de M. Mermaz (Me81) a energias de 24.8, 31.2 e 34.8 MeV no sistema de laboratório. Obtivemos 2 potenciais que reproduzem os dados do espalhamento elástico $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ nestas energias

	$V_0(\text{MeV})$	$W_0(\text{MeV})$	$r_r(\text{fm})$	$r_i(\text{fm})$	$a_r(\text{fm})$	$a_i(\text{fm})$
PotI	10.16	4.21	1.46	1.53	.47	.20
Potx3	10.0	23.4	1.35	1.277	.618	.435

Os resultados dos cálculos com estes potenciais estão mostrados nas figuras 15 e 14.

O potencial I foi obtido por Yaeko Kono (Ko 78)

O potencial x3 foi obtido a partir do potencial El8 variando a difusividade e o raio imaginários (CrV 76).

Com os potenciais I e x3 obtemos fits da distribuição angular elástica $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ em ângulos dianteiros e em várias energias.

Eles não reproduzem o comportamento dos dados experimentais em ângulos intermediários e traseiros, sejam as oscilações da distribuição angular ou o valor absoluto da secção de choque. No entanto este comportamento é considerado como tendo outras origens, como será visto adiante.

Na figura 16 estão graficadas as funções de reflexão $\eta(\lambda)$ obtidas a partir dos potenciais I e x3.

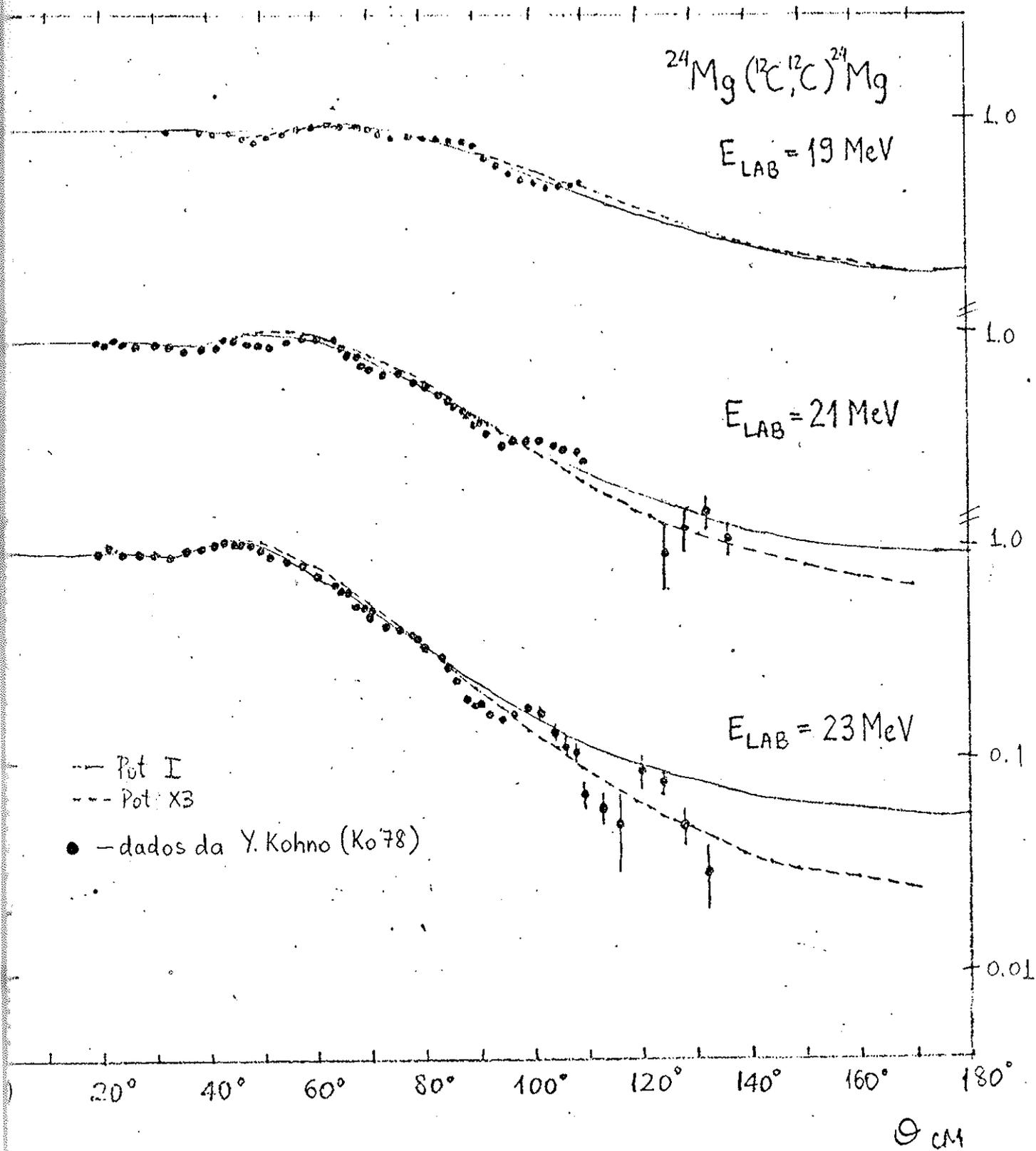


FIG. 14 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR OBTIDA POR YAEKO KONO DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO
 $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ NAS ENERGIAS $E_{\text{LAB}} = 19; 21$ e 23 MeV .

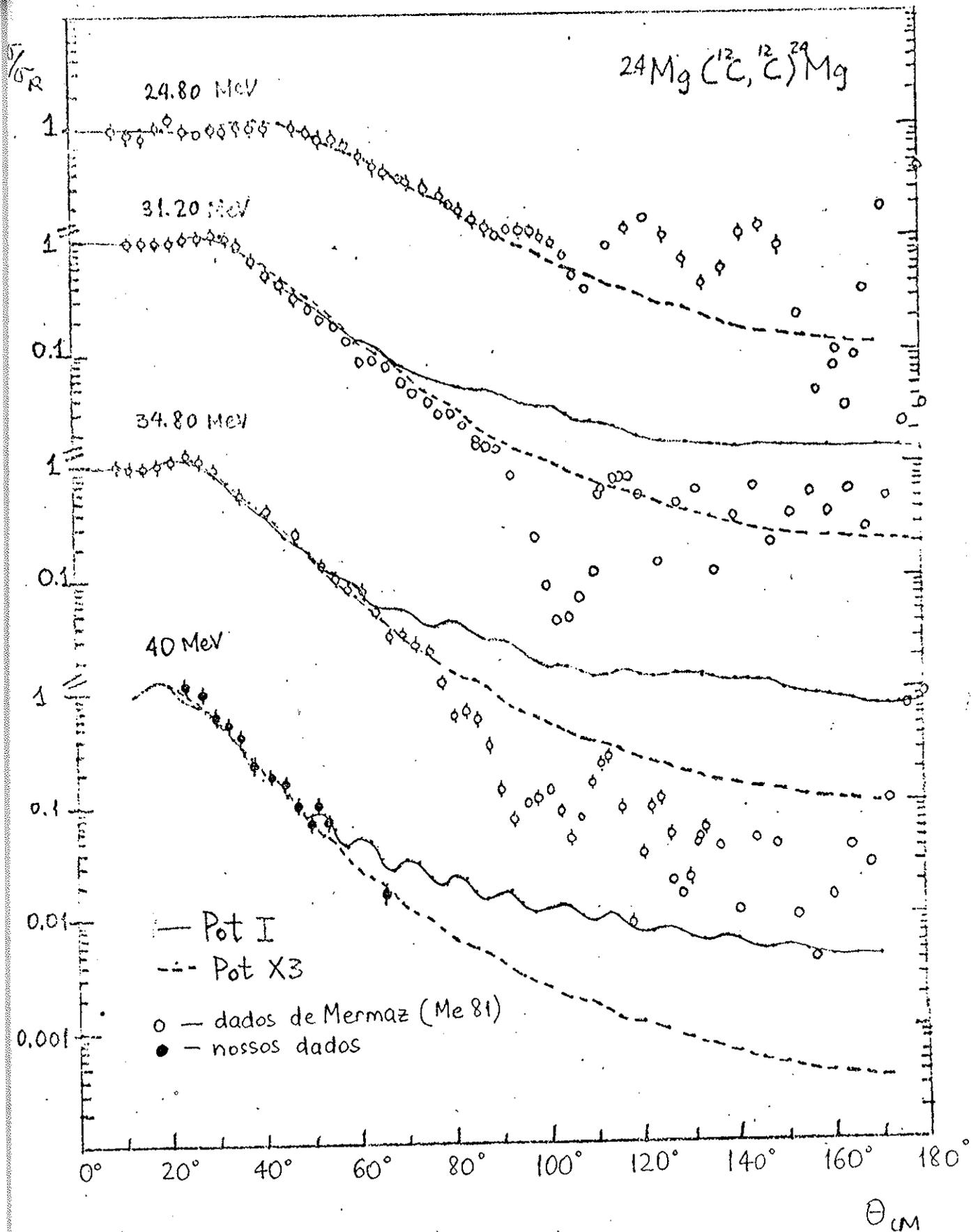


FIG. 15 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ OBTIDOS POR M. MERMAZ NAS ENERGIAS $E_{LAB} = 24.8; 31.2; 34.8$ MeV e JUNTAMENTE COM OS NOSSOS DADOS A 40 MeV.

O potencial x3 tem uma função de reflexão $\eta(\lambda)$ lisa, apresentando um momento angular crítico $\Lambda = 18.5$.

O potencial I tem uma função de reflexão com momento angular crítico $\Lambda = 19.5$ mas neste caso a função de reflexão apresenta um comportamento oscilatório em λ baixos, superposto ao comportamento normal de absorção forte. Este comportamento foi interpretado como sendo o responsável pelas oscilações na distribuição angular a 40 MeV.

Formalismo fechado

A análise do espalhamento elástico pelo formalismo fechado foi feita a partir da análise preliminar pelo modelo óptico. A determinação dos potenciais ópticos que reproduzem os dados em várias energias nos fornece um critério para a escolha dos parâmetros da matriz-S elástica a 40 MeV.

Nos cálculos de espalhamento elástico pelo formalismo fechado utilizamos o programa desenvolvido por K. Rehm. Neste programa é utilizada a parametrização de Mc Intyre para a matriz-S elástica (Fr-R 78)

$$S(\lambda) = \eta(\lambda) e^{2i\delta(\lambda)}$$

$$\text{com } \eta(\lambda) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\Lambda - \lambda}{\Delta}\right)} \quad \text{e} \quad 2\delta(\lambda) = 2\delta_0 \left[1 - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\Lambda_p - \lambda}{\Delta_p}\right)} \right]$$

Os parâmetros Λ , Δ , foram escolhidos de forma a se obter uma função de reflexão $\eta(\lambda) = |S(\lambda)|$ intermediária entre as obtidas com os potenciais I e x3 (figura 16).

Temos: $\Lambda = 19.0$ $\Delta = 1.155$

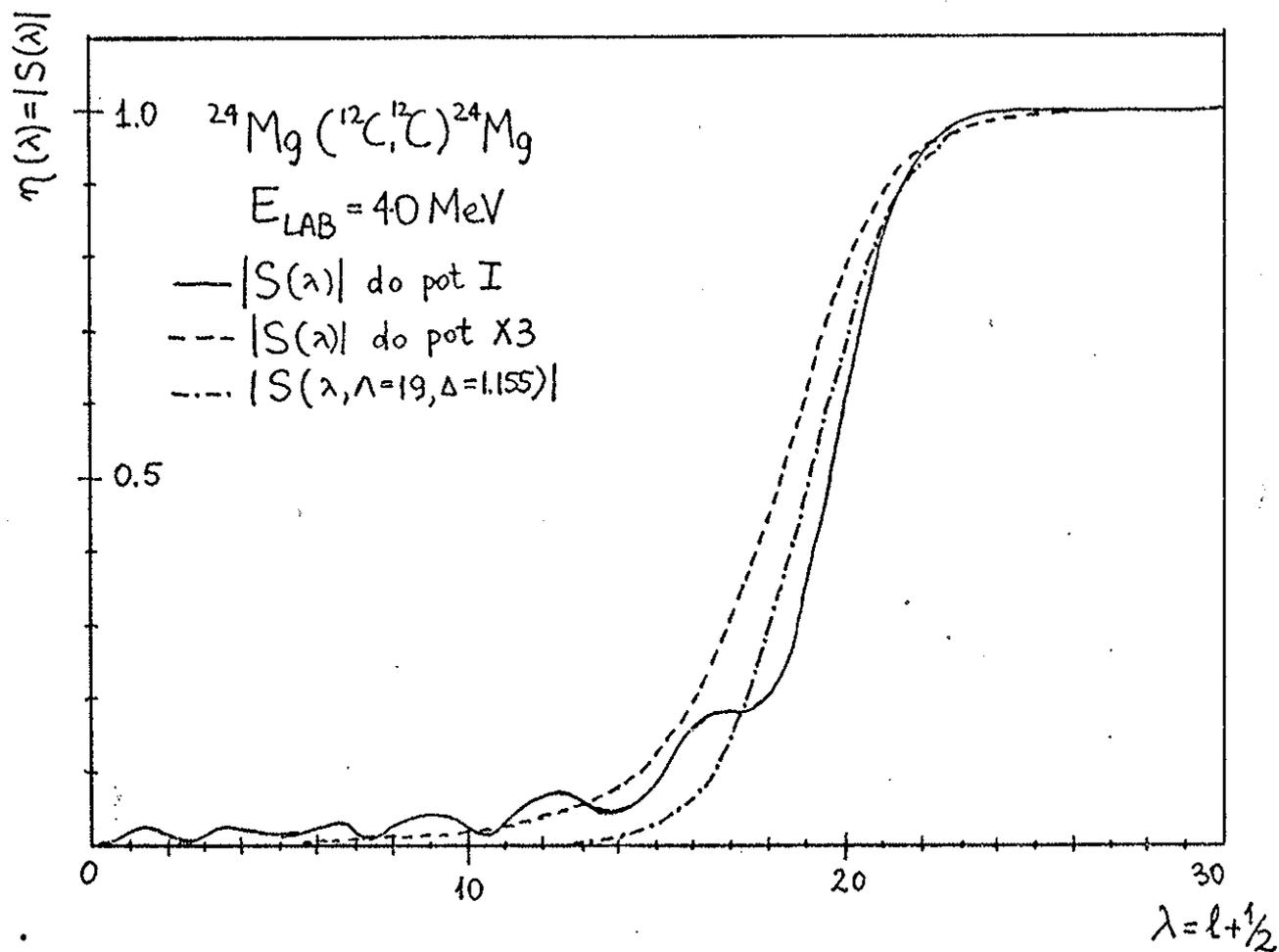


FIG. 16 - FUNÇÕES DE REFLEXÃO COM OS POTENCIAIS I E X3 JUNTAMENTE COM A OBTIDA PELA PARAMETRIZAÇÃO DE Mc INTYRE UTILIZANDO-SE OS PARÂMETROS $\Lambda = 19.0$ e $\Delta = 1.155$.

Na escolha destes parâmetros estávamos preocupados em determinar uma função de reflexão $\eta(\lambda)$ comparável com as obtidas pelos potenciais I e X3. Lembramos que estes potenciais reproduzem bem os dados do espalhamento elástico em ângulos dianteiros ($\frac{\sigma}{\sigma_R} \gg 0.1$) em energias entre 19 e 40 MeV e portanto podem ser considerados como potenciais de interação média para o sistema $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$. Eles não reproduzem as oscilações dos dados experimentais em ângulos intermediários e traseiros mas no nosso entender estas oscilações podem ser atribuídas a outros fenômenos particularmente ao efeito de canais de transferência no canal elástico. Estes potenciais são apropriados portanto para determinar a parte normal da matriz-S, chamada nas equações de S_0 . Na figura 16 está graficada a função de reflexão obtida com a parametrização de Mc Intire juntamente com as obtidas a partir dos potenciais I e X3.

Na figura 17 está mostrado o cálculo da seção de choque elástico pelo formalismo fechado com os parâmetros $\Lambda=19.0$ $\Delta=1.155$ $\Lambda\rho=8.4$ $\Delta\rho=8.0$ $\sigma_0=30^\circ$.

Os parâmetros da fase nuclear $\Lambda\rho$, $\Delta\rho$ e σ_0 foram escolhidos de forma a se obter um bom acordo com os dados experimentais. Foram feitos também cálculos de $\frac{\sigma}{\sigma_R}$ pelo formalismo fechado utilizando parâmetros da fase nuclear comparáveis com os obtidos do potencial X3 mas o acordo com os dados experimentais foi menos bom.

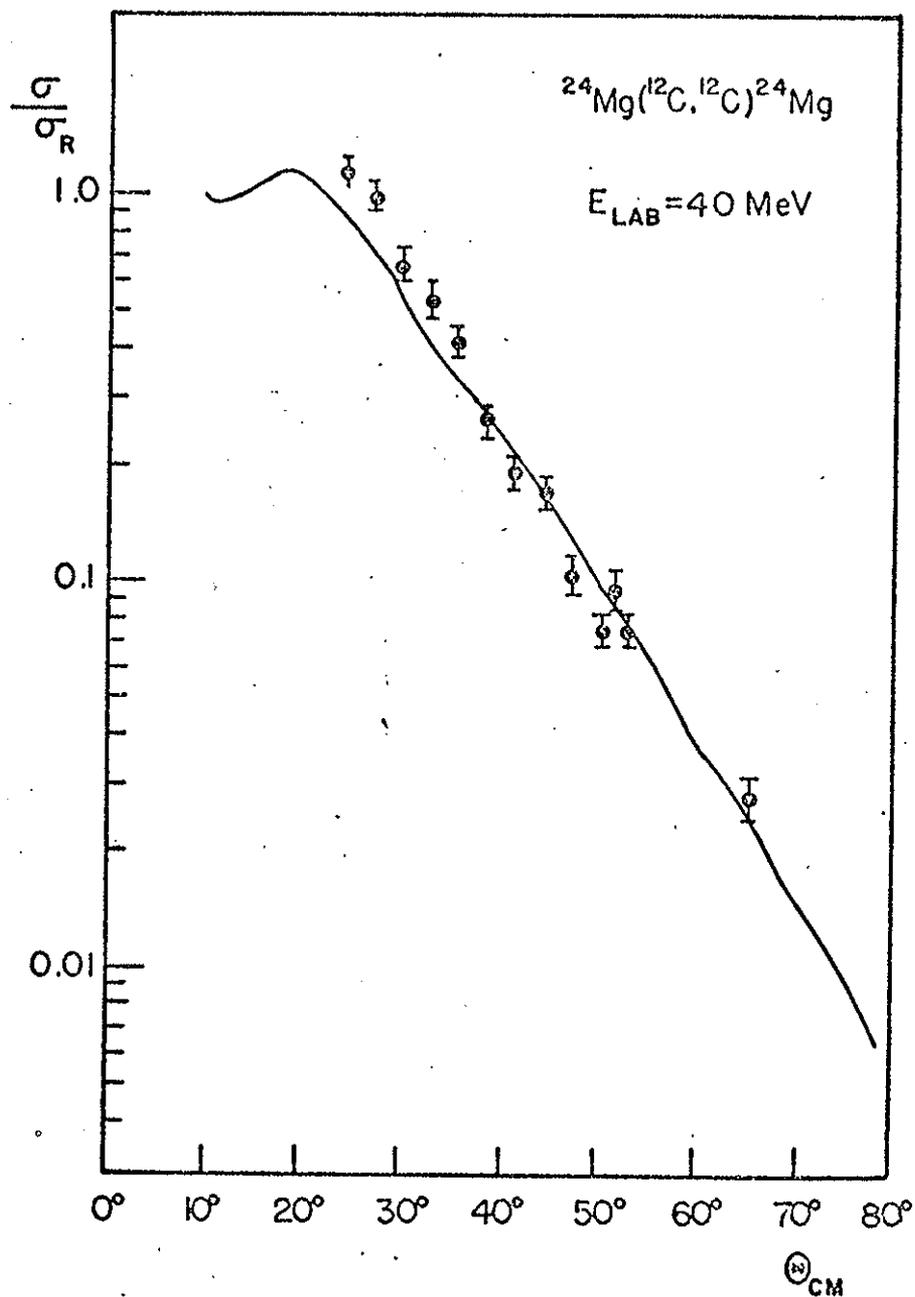


FIG. 17 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$
A 40 MeV JUNTAMENTE COM O CÁLCULO PELO FORMALISMO FECHADO
UTILIZANDO-SE OS PARÂMETROS: $\Lambda = 19.0$ $\Delta = 1.155$
 $\Lambda\rho = 8.4$ $\Delta\rho = 8.0$ $\delta_0 = 30^{\circ}$

V-b) A transferência

DWBA (sem recuo e com alcance zero)

Foram feitos cálculos de DWBA para a reação $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{\text{gs}}$ utilizando o programa DWUCK. Nestes cálculos descrevemos o canal incidente $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ pelo potencial $I_e X^3$. No canal emergente $^{16}\text{O} + ^{20}\text{Ne}$ utilizamos o potencial obtido por R. Stock (So-76) e que reproduz bem os dados do espalhamento elástico $^{16}\text{O} + ^{20}\text{Ne}$ em uma energia de 22,2 MeV no sistema de centro de massa.

No nosso caso temos $E_{\text{CM}} = 24,5$ MeV canal emergente. O resultado deste cálculo está mostrado na figura 18 usando um fator de normalização entre dados e cálculos, pois a secção de choque calculada é muito menor do que o resultado experimental. Este desacordo é devido à não consideração do recuo e do tamanho finito do projétil e já foi muitas vezes observado em reações de transferência entre íons pesados. O fator de normalização é $N = 800$

Potencial obtido por R. Stock para o espalhamento elástico $^{16}\text{O} + ^{20}\text{Ne}$ a $E_{\text{CM}} = 22.2$ MeV

V (MeV)	W (MeV)	r_r (fm)	r_i (fm)	a_r (fm)	a_i (fm)
100.0	35.0	1.2	1.2	.49	.32

Foram feitos em Saclay cálculos preliminares da reação de transferência com recuo e alcance finito utilizando-se o programa Ptolemy. Estes cálculos foram feitos com outro potencial óptico no canal incidente e indicam que o fator espectroscópico é da ordem de 1.

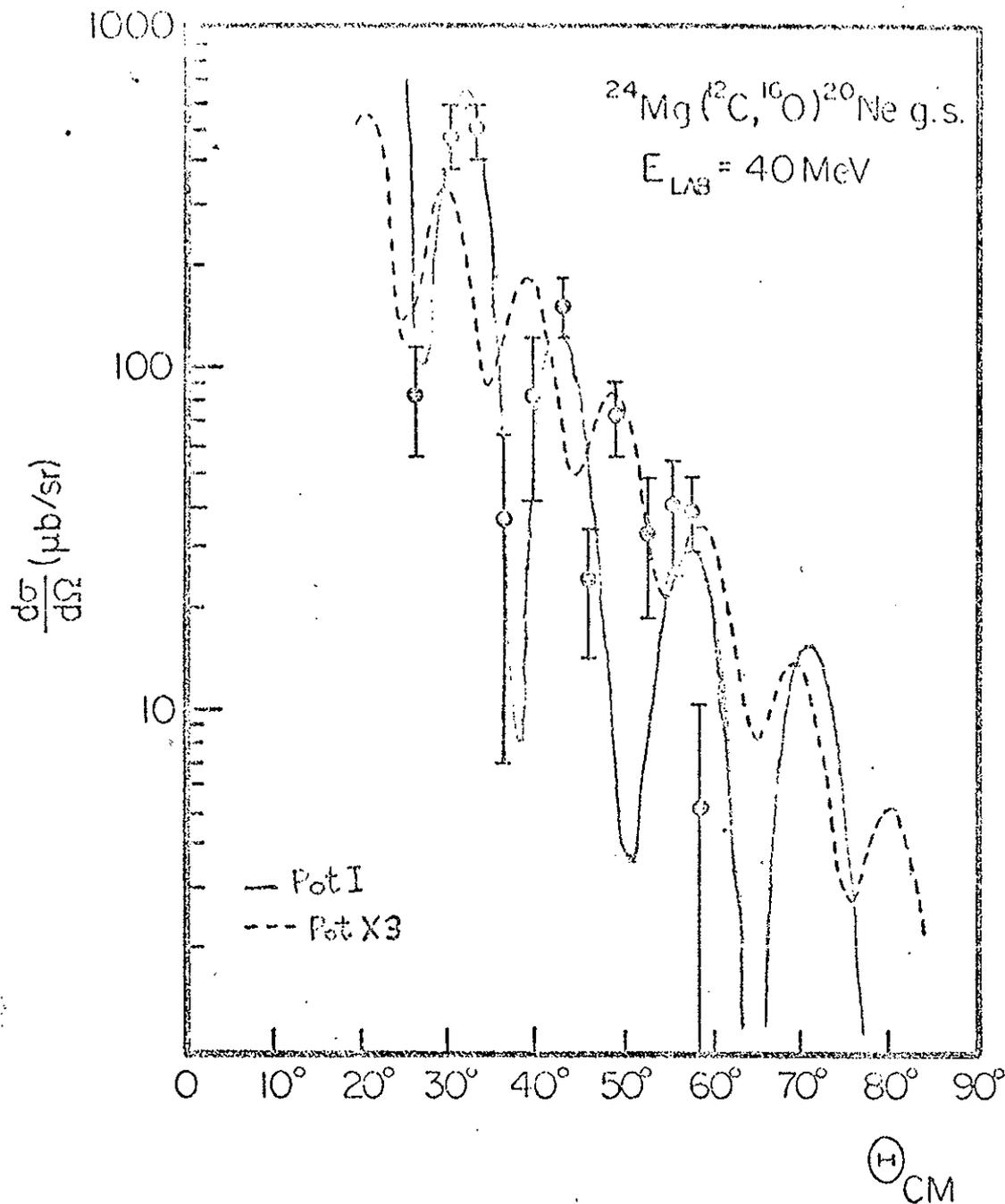


FIG. 18 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR DA REAÇÃO $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{\text{g.s.}}$ JUNTAMENTE COM CÁLCULOS DE DWBA SEM RECUEO E COM ALCANCE ZERO COM OS POTENCIAIS I (LINHA CHEIA) E X3 (LINHA TRACEJADA) NO CANAL INCIDENTE E O POTENCIAL DE R. STOCK NO CANAL EMERGENTE.

Formalismo fechado

Para o cálculo da secção de choque de transferência pelo formalismo fechado utilizamos a fórmula desenvolvida para ângulos intermediários. Na reação $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}$ o momento angular transferido é igual a zero ($L=0$) e consideramos apenas o termo $m=0$ na soma de Poisson.

A matriz-S de espalhamento elástico no canal inicial e final foi parametrizada na forma de Ericson (Er-65)

$$S(\lambda) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\Lambda - \lambda}{\Delta} - i\alpha\right)} \quad \text{com} \quad 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

com esta parametrização temos: $H_0^\pm(\theta) = \frac{\pi \Delta e^{\alpha \Delta z_\mp}}{\sinh \pi \Delta z_\mp}$ (Fr H 80)

$$z_\mp = \theta_R + i\gamma_\mp \theta \quad \text{e} \quad \theta_R = 2 \arctg \frac{\eta}{\Lambda_T}$$

com $\eta = \frac{\eta_i + \eta_f}{2}$ onde $\eta_i = 6.21$ são os parâmetros de Sommerfeld no canal inicial ($^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$) e no final ($^{16}\text{O} + ^{20}\text{Ne}$).

A secção de choque fica:

$$\frac{d\sigma^T}{d\Omega}(\theta) = \frac{A \mu_i \mu_f}{2\pi^2 k^4 \xi^2 k_i^3 k_f k^2} \left[d_{00}\left(\frac{\pi}{2}\right) \right]^2 \Lambda^T \left[T_{00}(\theta, \xi) \right]^2 e^{2\delta\delta_T} \times \frac{(H_0^+(\theta))^2}{\sin \theta} \times$$

$$\times \left[1 + |t_{00}(\theta)|^2 + 2 \text{Im}(t_{00} e^{2i\Lambda_0}) \right]$$

Esta expressão pode ser separada em uma parte angular e uma parte que determina a magnitude da secção de choque. A parte angular é dada por:

$$\frac{H_0^+(\theta)}{\sin \theta} \left[1 + |t_{00}(\theta)|^2 + 2 \operatorname{Im}(t_{00} e^{2i\Lambda_0}) \right]$$

onde $t_{00}(\theta) = \frac{H_0^-(\theta)}{H_0^+(\theta)}$

e a parte que determina a magnitude é dada por

$$\frac{A \mu_i \mu_f}{2 \pi^2 \hbar^4 k_i^3 k_f K^2} \left[d_{00}\left(\frac{\pi}{2}\right) \right]^2 \Lambda^T \left[I_{00}(\theta_R \xi) \right]^2 e^{2\gamma \delta_T}$$

com $\delta_T = \Delta \ln \frac{2[1-\gamma\Delta]}{\cos \alpha (2\gamma\Delta - 1) + \sqrt{\omega^2 \alpha + 4\gamma\Delta \sin \alpha} (1-\gamma\Delta)}$ com $\gamma\Delta < 1$

e $I_{00}(\theta_R \xi) = \left(\frac{\pi}{8\eta \gamma \mathcal{E}_T} \right)^{1/2} \exp \left[- \left(e_i + \xi \operatorname{arctg} \frac{\xi^*}{e} + \eta \gamma \mathcal{E}_T \right) \right]$ [Fra76]

com $\mathcal{E}_T = \left[1 + \left(\frac{\Lambda_T}{\eta} \right)^2 \right]^{1/2}$ $\xi = \eta_t - \eta_i$ $\xi^* = \frac{k_i - k_f'}{k_i} \eta$

Na parte angular da secção de choque de transferência temos o parâmetro Λ_0 dado por:

$$\Lambda_0 = \frac{\Lambda_i + \Lambda_f}{2} + \Delta_0 \quad \text{para } m=0$$

onde Λ_i e Λ_f são os momentos angulares críticos no canal inicial ($^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$) e final ($^{20}\text{Ne} + ^{16}\text{O}$) respectivamente.

$$\Delta_0 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1}{4} \left\{ \exp \frac{K_0}{\Delta_i} + \exp \frac{-K_0}{\Delta_f} + 2 \exp \frac{\Delta_f - \Delta_i}{2\Delta_i \Delta_f} K_0 \right\} \right)$$

com $K_0 = \Lambda_i - \Lambda_f$ e $\Delta = \frac{2 \Delta_i \Delta_f}{\Delta_i + \Delta_f}$

Durante os cálculos Λ_0 foi tratado como parâmetro livre e escolhido de forma a reproduzir o comportamento angular dos dados experimentais.

O momento angular crítico de transferência é dado por:

$$\Lambda_T = \Lambda_0 + \delta_T$$

onde δ_T é determinado pelos parâmetros α, Δ e γ com

$$\gamma = \gamma_i = \left(\frac{K_i}{k} + \frac{k_i - k_f}{k} \right)^{1/2} \quad \text{onde } k = \frac{k_i + k_f}{2}$$

O parâmetro γ é determinado a partir das características da reação estudada tais como energia incidente $Q_{\text{reação}}$ e energia de ligação da partícula transferida. Os parâmetros Δ e α são tratadas como parâmetros livres e ajustados de forma a reproduzir o comportamento angular dos dados experimentais.

Nos cálculos foi utilizado o programa SIG desenvolvido por nós que calcula a parte angular da secção de choque de transferência. Considerando o termo $m=0$ na soma de Poisson obtivemos o seguinte conjunto de parâmetros:

$$\Lambda_0 = 18.6 \quad \Lambda_T = 18.8 \quad \Delta = 0.75 \quad \alpha = 1.5$$

Com estes parâmetros o valor de $I_{00}(\theta_R) = 2.4 \times 10^{-7}$

Determinados os parâmetros que reproduzem a parte angular da secção de choque experimental, partimos para o cálculo da magnitude da secção de choque absoluta. Neste cálculo consideramos inicialmente o termo dependente do fator espectroscópico $A = 1$. Desta forma obtivemos uma distribuição angular que reproduz bem o comportamento angular dos dados experimentais mas cuja magnitude é várias ordens de grandeza inferior aos dados. Foi escolhida então uma constante de normalização pela qual deve ser multiplicada a secção de choque calculada de modo a reproduzir a magnitude dos dados experimentais.

Esta constante foi englobada no termo A de forma que temos:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp.} = A \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{calc}$$

Na figura 19, está mostrado o cálculo da secção de choque de transferência com os parâmetros $\Lambda_0=18,6$ $\Delta = .75$ $\alpha = 1,5$ e $\Lambda_T = 18.8$ $A = 3,1 \times 10^{13}$.

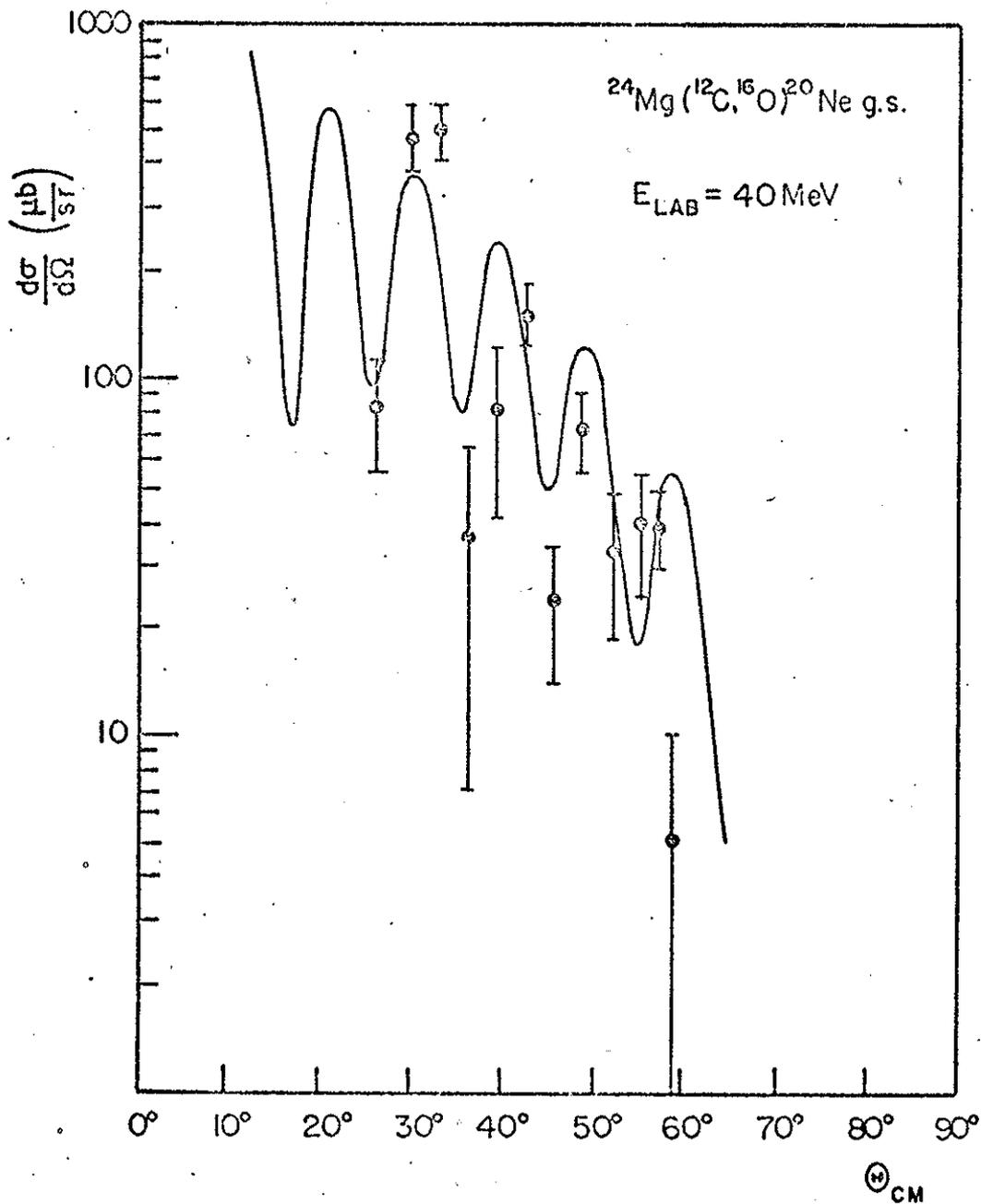
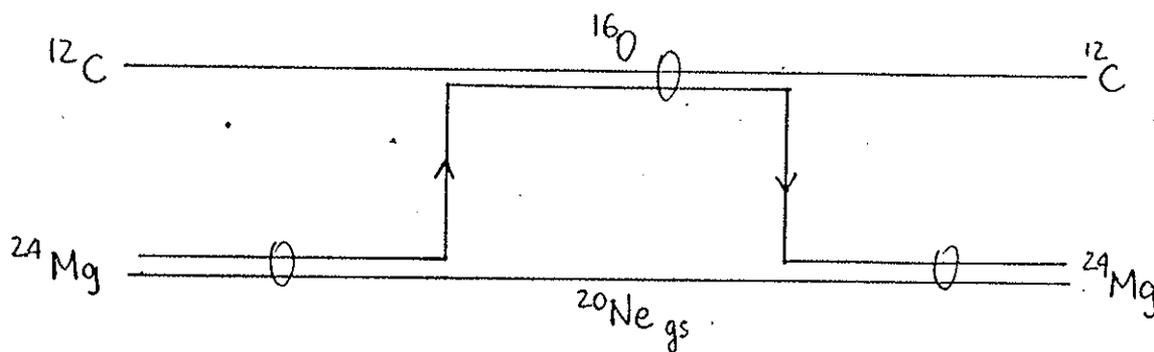


FIG. 19 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR DA REAÇÃO $^{24}\text{Mg} (^{12}\text{C}, ^{16}\text{O}) ^{20}\text{Ne g.s.}$ JUNTAMENTE COM O CÁLCULO DO FORMALISMO FECHADO COM OS PARÂMETROS $\Lambda_T = 18.8$ $\Delta = .75$ $\alpha = 1.5$

V-c) Espalhamento elástico e transferência

Processo considerado:



A amplitude perturbada $\tilde{f}(\theta)$ foi calculada utilizando-se a parametrização de Ericson para a matriz-S. Com esta parametrização temos:

$$\tilde{f}(\theta) = \frac{\pi}{2k} \Delta \Lambda_T \alpha_T^0 I_{00}^{k_1}(\theta_R \xi) I_{00}^{k_2}(\theta_R \xi) \left(\frac{\theta}{\sin \theta}\right)^{k_2} e^{-i\delta_T \theta_R} e^{i\delta_T \theta} \times$$

$$\left[\frac{e^{i\delta_T \theta} e^{\alpha \Delta z}}{\sinh \pi \Delta z} \left[J_0(\Lambda_T \theta) - iJ_1(\Lambda_T \theta) \right] - \frac{e^{-i\delta_T \theta} e^{-\alpha \Delta z}}{\sinh \pi \Delta z} \left[J_0(\Lambda_T \theta) + iJ_1(\Lambda_T \theta) \right] \right]$$

$$\text{com } z_{\mp} = \theta_R + i\gamma_{\mp} \theta \quad \text{e } \theta_R = 2 \arctg \frac{\eta}{\Lambda_T} \quad \Lambda_T = \Lambda_{\alpha} + \delta_T$$

$$\alpha_T^0 = \frac{1}{8} \frac{\mu_i \mu_f (N_i N_f)^2}{(\mu_t)^2 k_i k_f^* (k_1 k_2)^3} \quad K_{1,2} = \frac{(2\mu_t^{1/2} |E_B|^{1/2})^{1/2}}{\hbar}$$

$E_B^{1,2}$ são as energias do estado ligado da partícula alfa no ^{24}Mg e ^{16}O respectivamente. Temos: $E_B^1 = -9.316 \text{ MeV}$ e $E_B^2 = -7.16 \text{ MeV}$.

Na parametrização de Ericson temos:

$$\delta_T = \Delta \ln \frac{2(1 - \gamma \Delta)}{\omega \alpha (2\delta \Delta - 1) + \sqrt{\omega^2 \alpha + 4\delta \Delta \sin \alpha (1 - \delta \Delta)}} \quad \text{onde } \delta = \delta_1 + \delta_2$$

O cálculo da amplitude perturbada $\tilde{f}(\theta)$ foi feito pelo programa F-TRANSF por nós desenvolvido. Este programa está acoplado ao programa de K. Rehm de tal forma que é feita diretamente a soma das amplitudes de espalhamento perturbado e não perturbado obtendo-se a amplitude de espalhamento total

$$f_{\text{total}}(\theta) = f_0(\theta) + \tilde{f}(\theta)$$

A secção de choque total é dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_{total}(\theta)|^2$$

O cálculo da amplitude não perturbada foi feito utilizando-se os parâmetros obtidos da análise do espalhamento elástico

$$\Lambda = 19.0 \quad \Delta = 1.155 \quad \Lambda\rho = 8.4 \quad \Delta\rho = 8.0 \quad \delta_0 = 30^\circ$$

Para a amplitude perturbada utilizamos os parâmetros obtidos da análise da reação de transferência.

$$\Lambda_T = 18.8 \quad \Delta = .75 \quad \alpha = 1.5$$

Lembrando que a amplitude perturbada pode ser escrita como:

$$\tilde{f}(\theta) = f_T^{(1)}(\theta) - \frac{1}{p} f_T^{(2)}(\theta)$$

e que a amplitude de transferência $f_T^{(1)}(\theta)$ deve ser normalizada por um fator \sqrt{A} obtido da análise dos dados da transferência, a amplitude perturbada foi também normalizada pelo fator A de forma que temos:

$$f_{total}(\theta) = f_0(\theta) + A \tilde{f}(\theta) \quad \text{com } A = 3.1 \times 10^{13}$$

O resultado para a secção de choque total do espalhamento elástico e transferência está mostrado na fig. 20 juntamente com a secção de choque do espalhamento elástico não perturbado.

Observa-se o aparecimento de oscilações na distribuição angular elástico devido ao acoplamento com o canal de transferência. As oscilações surgem em ângulos intermediários se acentuando para ângulos traseiros onde a amplitude perturbada $\tilde{f}(\theta)$ predomina sobre a não perturbada.

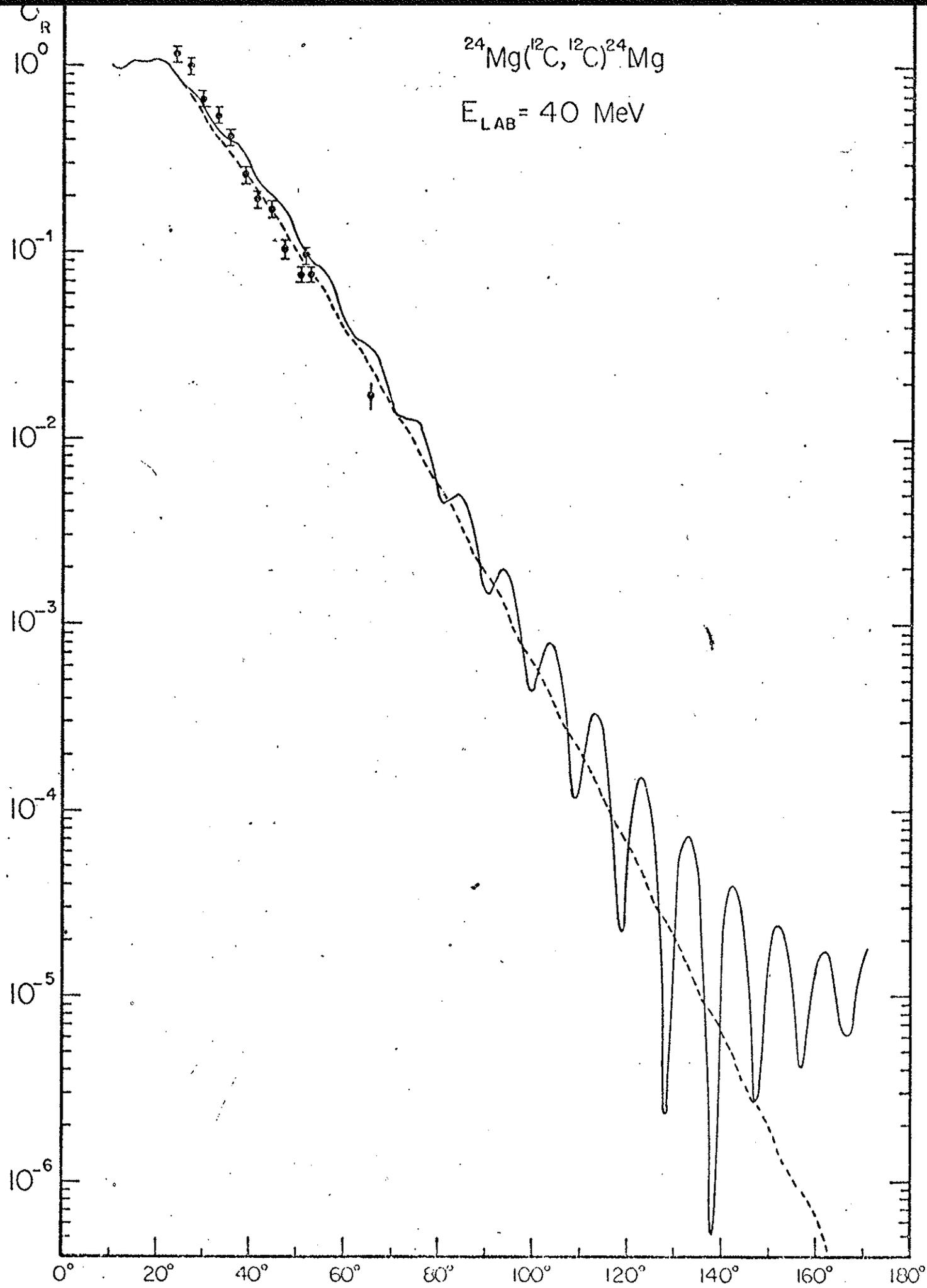


FIG. 20 - DISTRIBUIÇÃO ANGULAR ELÁSTICA $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$.

----- CÁLCULO COM FORMALISMO FECHADO SEM ACOPLAMENTO

———— CÁLCULO COM O FORMALISMO FECHADO ELÁSTICO + TRANSPARÊNCIA

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

Devido a existência de dados da reação de transferência $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^{20}\text{Ne}_{\text{gs}}$ a 40 MeV pudemos obter o fator de normalização absoluto da amplitude perturbada independentemente de fatores espectroscópicos e cálculos dinâmicos exatos da seção de choque de transferência.

O acoplamento entre canal elástico e de transferência de uma partícula alfa através da reação citada dá origem a oscilações na seção de choque em ângulos intermediários podendo ser responsável pelas oscilações observadas nos dados experimentais. Os cálculos preveem também oscilações em ângulos traseiros onde a amplitude perturbada predomina sobre a não perturbada. Estas oscilações foram observadas experimentalmente no sistema $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ nas energias de 24,8, 31,2 e 34,8 no sistema de laboratório (Me80). Todavia, como não há dados de reações de transferência nestas energias não pudemos fazer um cálculo quantitativo do efeito de acoplamento uma vez que a normalização absoluta da amplitude perturbada é obtida a partir dos dados de transferência. Observamos dos dados experimentais da reação $^{24}\text{Mg}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{24}\text{Mg}$ de Mermaz que na região angular entre $120^\circ < \theta_{\text{CM}} < 160^\circ$ temos $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{R}}} \approx 10^{-2}$ para $E_{\text{LAB}} = 24.8$ MeV; $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{R}}} \approx 10^{-3}$ para $E_{\text{LAB}} = 31.2$ MeV e $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{R}}} \approx 10^{-4}$ para $E_{\text{LAB}} = 34.8$ MeV enquanto que o nosso cálculo preve $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{R}}} \approx 10^{-5}$ para $E_{\text{LAB}} = 40$ MeV. Esta diminuição com energia é devido à redução da

amplitude normal f_0 com o aumento de energia.

Podemos concluir que o acoplamento entre o canal elástico e a transferência de uma partícula alfa pode ser o responsável pelas oscilações observadas em ângulos traseiros.

Para a confirmação desta idéia serão necessárias medidas da distribuição angular elástica $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ a 40 MeV em ângulos traseiros ou medidas da reação de transferência de partícula alfa em energias onde há medidas da distribuição angular completa. Nosso plano futuro prevê estas medidas.

Medidas de distribuição angular do espalhamento elástico de sistemas como $^{28}\text{Si} + ^{16}\text{O}$ (Br77) e $^{24}\text{Mg} + ^{16}\text{O}$ (Nu81) demonstram também o aparecimento de oscilações. Nestes sistemas há também medidas das reações de transferência de partícula alfa $^{28}\text{Si}(^{16}\text{O}, ^{12}\text{C})^{32}\text{S}$ e $^{24}\text{Mg}(^{16}\text{O}, ^{12}\text{C})^{28}\text{Si}$ nas energias em que foi medido o espalhamento elástico. Para uma confirmação das conclusões tiradas neste trabalho vamos aplicar o formalismo também para estes casos.

R E F E R Ê N C I A S

- Au73 - Selected Topics in Nuclear Theory - IAEA (1963) pg. 29.
- Bw72 - R.A. Broglia and A. Winther - Physics Letters; Vol. 4C; nº 4 (1972) 157.
- Ch74 - P. Charles, M. Dost; R. Fernandez e J. Gastebois - Projectil Size effect in Heavy-ion Elastic Scattering (1974) Preprint.
- Ch76 - P. Charles e al. - Relatório anual de Saclay (1976) 27.
- CrV76 - J.G. Cramer; R.M. De Vries; D.A. Goldberg; M.S. Zisman Phys. Rev. C14 (1976) pg. 2158
- ER65 - T.E.O. Ericson in Preludes in Theoretical Physics.
- Fr-a-76 - W.E. Frahn - Heavy Ion High-Spin States and Nuclear Structure - Vol. I - IAEA (1975).
- Fr-b-76 - W.E. Frahn and D.H.E. Gross - Explicit evaluation of the Amplitude for Elastic Heavy-Ion Scattering - Annals of Physics - Vol. 101; nº 2 (1976) 520.
- Fr-c-80 - W.E. Frahn - Nucl. Phys. A337 (1980) pg. 324.
- Fr80 - W.E. Frahn - Closed form description of heavy-ion transfer reactions based on distorted-waves theory - Phys. Rev. C; Vol. 21; nº 5 (1980) pg. 1870.
- FrH80 - W.E. Frahn e M.S. Hussein - Coupled channels extension of the closed formalism for Heavy ion collisions - Nucl. Phys. - A364 (1980) 237.
- FrR78 - W.E. Frahn e K. Rehm - Elastic and inelastic heavy ion Scattering - Phys. Reports Vol. 37C; nº 1 (1978)
- Gl75 - N.K. Glendenning; Rev. Mod. Phys. 47 (1975) 659.
- Ho71 - P.E. Hodgson - Nuclear Reactions and Nuclear Structure Clarendon Press-Oxford (1971)
- Ko78 - Yaeko Kono - Comportamento oscilatório das distribuições angulares no espalhamento elástico e inelástico perto da barreira coulombiana no sistema $^{12}\text{C}+^{24}\text{Mg}$ Tese de Mestrado (1978).

- Lo76 - K.S. Low - Direct Reaction Mechanisms: one step and multi-step process - Journal de Physique - C-5 (1976) pg. C5-15.
- ME81 - M.C. Mermaz et al. - Phase shift analysis of the backward rise of the elastic scattering angular distributions - XIX International Winter meeting on Nuclear Physics - Bormio - Italy (1981).
- Mo76 - P.J. Moffa; C.B. Dover and J.P. Vary - Phys. Rev. C13 (1976) 147.
- No70 - L.C. Northcliff e R.F. Schilling - Nucl. Data Tables A7 (1970)
- Pe79 - Dirceu Pereira - Tese de Doutorado (1979) pg 13
- PL78 - E. Plagnol - Comunicação particular
- Sa74 - G.R. Satchler in Proceeding of the International Conference on Reactions between complex Nuclei; Vol. 2; (1974) pg 171.
- Ss74 - O. Sala e O. Spalek - Nucl. Inst. e Meth - 122; 213 (1974).
- Sk62 - M.J. Sopkovich - Nuovo Cimento 26 (1962) pg 186
- So76 - R. Stock et al. - Contribution of alpha cluster exchange to elastic and inelastic $^{16}\text{O}+^{20}\text{Ne}$ scattering - Phys. Rev. C; Vol. 14, nº 5 (1976) 1824.
- Tr70 - D. Trautmann and K. Alder; - Helv. Phys. acta 43 (1970) 363.
- Wo54 - R.D. Woods; D.S. Saxon - Phys. Rev. 95 (1954) 577.