Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Perturbando Sistemas Não-Lineares, Uma Abordagem ao Controle de Caos

Tese apresentada ao
Instituto de Física da
Universidade de São Paulo
para a obtenção do título
de Doutor em Ciências

Banca Examinadora

Prof. Dr. Iberê Luiz Caldas (IF-USP)

Prof. Dr. José C. Sartorelli (IF-USP)

Prof. Dr. Ricardo Viana (IF-UFPR)

Prof. Dr. Clodoaldo F. Ragazzo (IME-USP)
Prof. Dr. Marcus A. M. Aguiar (IF-UNICAMP)

Murilo da Silva Baptista

Dezembro de 1996

Agradecimentos

Aos meus pais...

Ao meu orientador...

Ao Dr. Wanderley Pires de Sá, que me acompanhou desde o início da minha carreira acadêmica (desde a época dos PC-XT) me ensinando, aconselhando e resolvendo os "pipinos" e "bugs" computacionais.

Ao Prof. Dr. José Carlos Sartorelli pelo grande auxílio prestado e sugestões referentes ao trabalho do circuito de Matsumoto. Agradeço a importante convivência com os pesquisadores do Grupo de Fenômenos Não-Lineares, Dr. Wilk, Reinaldo, Gustavo, Tufaile com os quais tive importante discussões acadêmicas durante todo o meu trabalho. Em especial o auxílio, também computacional, prestado pelo Dr. Wilk.

Ao Prof. Dr. Aluisio Neves Fagundes, por montar o sistema de aquisição de dados usado no trabalho referente ao circuito de Matsumoto e por sua sempre prestativa disponibilidade para me ajudar a resolver os problemas encontrados.

A ajuda sempre disponível e decisiva, prestada pelo Ablício nos problemas enfrentados com o circuito eletrônico de Matsumoto e o auxílio no manuseio dos aparatos experimentais usados.

À Prof. Dra. Mutsuko Y. Kucinski pelas importantes discussões referentes ao trabalho do mapa Logístico perturbado.

As sempre prestativas Eleonora Lo Duca, Sylvia R. F. da Silva e Maria M. Vara (Lia).

A todos os meus amigos, colegas e professores do Laboratório de Física de Plasma, cuja convivência fez o trabalho desta tese mais agradável.

Ao coordenador do Laboratório de Física de Plasma da USP, Dr. Ivan C. Nascimento.

À Elisângela Manffra pela leitura da tese e importantes sugestoẽs.

À FAPESP e ao CNPq pelo auxílio financeiro.

Conteúdo

Resumo

Inicialmente, consideramos o mapa Logístico com os vários fenômenos nele presentes, para depois, ao perturbarmos esse mapa, adicionando periodicamente um termo de amplitude constante, identificarmos os novos fenômenos e as alterações que a introdução da perturbação faz aparecer.

Apresentamos o circuito eletrônico de Matsumoto e, em seguida, o consideramos em um regime caótico perturbado por uma tensão elétrica senoidal externa. A introdução desta perturbação faz o circuito permanecer caótico, tornar-se periódico ou quasi-periódico no toro de duas frequências.

Aplicamos diversos métodos de controle de caos a três sistemas (mapa Logístico, mapa de Hénon e circuito de Matsumoto). Para a estabilização de uma órbita periódica, consideramos os métodos de Ott-Grebogi-Yorke (OGY), de Romeiras, de Pyragas, de Sinha, de Singer e de Hübbler. Para o direcionamento da trajetória para um ponto de equilíbrio, usamos o método de Sinha. Para a transferência da trajetória para um dos atratores coexistentes no sistema de Matsumoto, usamos o método de Jackson-Hübbler (OPCL).

Usando um conjunto de pertubações constantes em um parâmetro previamente escolhido, mostramos como é possível dirigir rapidamente uma trajetória, de qualquer um dos três sistemas considerados nesta tese, para um determinado alvo. Além disso, é mostrado como esse método pode ser aplicado experimentalmente.

Abstract

Initially, we consider the Logístic map with its many non-linear phenomena. Then, we use this knowledge to discern new phenomena that shall appear when the map is perturbed, that is the Logístic map perturbed by a periodic and constant term.

The Matsumoto's circuit is presented and, after we set this circuit to behave chaotically, we perturb it with a sinoidal wave, characterized by its frequency and amplitude. This perturbation is responsible for the appearence of a quasi-periodic and periodic oscillations, or the maintenance of chaos.

We presented and applied many methods for controlling chaotic oscillations in three systems (the Logístic and Hénon maps, and the Matsumoto's circuit), showing many ways for stabilizing a periodic orbit, using the methods of Ott-Grebogi-York (OGY), Romeiras, Singer, Sinhas and Hübbler. For targeting the trajectory to a equilibrium point, the Sinha's method was used. To transfer the system trajectory from one to another of the coexisting attractors presented in the Matsumoto's circuit, we use the Jackson-Hübbler (OPCL) method.

Using a set of constant perturbations, in a previously chosen parameter, we showed how we can rapidly direct a trajectory of any of the considered three systems to a aimed target. Besides, it is shown how this method can be experimentally applied.

Capítulo 1

Introdução

A ciência caminha de maneira a fazer o ser humano compreender cada vez mais a natureza, tornando-o capaz de prever fenômenos que ocorrerão em um futuro próximo, ou resgatar eventos ocorridos no passado através de dados colhidos no presente. Entretanto, surge a questão do uso do conhecimento das leis naturais na previsão de fenômenos que ocorrerão e no resgate de eventos passados. Além disso, como é possível para o homem perturbar o meio ambiente de maneira que a sua reação seja conveniente para a sua necessidade? Para sistemas naturais que podem ser tratados através da teoria do caos, parece-nos que estas questões podem ser respondidas. Assim, a previsão de eventos futuros é possível; entretanto, essa previsão não pode ser *ad infinitum*, mas só pode se estender para um futuro não muito distante, daí a denominação acadêmica de caos determinístico. Eventos ocorridos no passado são certamente melhor determinados quanto maior for o número de medidas no presente. A maneira como perturbar sistemas caóticos para obter resultados convenientes e previsíveis é atualmente tópico de pesquisa e é tratada nesta tese.

Sistemas caóticos apresentam sensibilidade às condições iniciais. Isso significa que, dados dois sistemas caóticos idênticos, colocados a oscilar com condições iniciais quase idênticas, com o passar do tempo a diferença entre as variáveis dos dois sistemas aumentará exponencialmente. Isso acarreta a perda de previsão sobre a evolução de um sistema caótico, mesmo para sistemas que têm a sua dinâmica modelada por um sistema de equações, pois um pequeno erro de truncamento numérico cresce exponencialmente, limitando a previsão. Neste contexto, o passado não muito longuínquo pode ser melhor determinado quanto maior for o número de medidas efetuadas no presente.

Outra característica de comportamento caótico é a sua aperiodicidade, ou seja, o movimento não se repetirá. Essa característica pode ser identificada num espectro de potência que apresenta um intervalo largo de infinitas frequências. Embora o sistema seja aperiódico, há medidas invariantes no tempo como é o exemplo de um atrator (Apêndice B) obtido pela evolução das variáveis do sistema.

Mostramos, nesta tese, que podemos usar a sensibilidade às condições iniciais de um sistema caótico para controlá-lo e, assim, torná-lo previsível.

Assim, perturbamos três sistemas: o mapa Logístico [1], uma equação de diferenças finitas, que modela um crescimento populacional, o mapa de Hénon [2], criado para descrever as propriedades topológicas do espaço determinado pelas variáveis de um sistema caótico, e o circuito eletrônico de Matsumoto [3], cuja dinâmica pode ser bem modelada por um sistema de equações diferenciais.

Em seguida, analisamos como a característica da dependência nas condições inicias faz tal perturbação alterar o valor das variáveis de tais sistemas, tornando-os caóticos, periódicos ou quasi-periódicos.

A perturbação é introduzida em um parâmetro de controle do sistema, alterando o seu valor original, ou então acrescentando-se um termo externo aos sistemas considerados. Em todos os capítulos a perturbação analisada pode provocar alterações drásticas na dinâmica desses sistemas. Nesses casos, é realizado um estudo detalhado do efeito da perturbação.

No capítulo 2, introduzimos o mapa Logístico, que apresenta muitas características comums a outros sistemas caóticos, como o aparecimento do caos pela variação de um parâmetro de controle b, neste caso a rota de Feigenbaum via duplicação de período, a auto-similaridade dessa e as leis de escala dessa rota [1]. Abordamos as crises [4] (transições abruptas no comportamento caótico) e o aparecimento de comportamento periódico (através de uma ligeira alteração no parâmetro) para um valor do parâmetro para o qual o sistema é caótico.

Também analisamos a estabilidade do sistema, enfocando quando este perde a estabilidade e, para caracterizar o comportamento gerado pela perda de estabilidade, usamos o valor do coeficiente de Lyapunov [5], [6]. A apresentação de comportamento intermitente (variações entre fases regulares e estouros caóticos) também será analisada [7].

Consideramos esse capítulo importante, não só porque apresentamos o mapa Logístico, bastante conhecido na literatura, mas por podermos usar esse mapa para descrever características de sistemas não-lineares, que vão aparecer nos outros dois sistemas que iremos perturbar.

No capítulo 3, perturbamos o mapa Logístico adicionando periodicamente um novo termo constante q [8], [9], [10].

A introdução desse termo ao mapa Logístico pode ser interpretada como a introdução ou a eliminação periódica de um número constante de indivíduos da população cuja evolução é modelada por este mapa. Neste novo mapa, além dos comportamentos presentes no mapa não perturbado, são criados mais de um atrator para um mesmo valor do parâmetro de controle. Devido ao aparecimento de mais de um atrator, uma nova crise é identificada, denominada de crise de transferência, causada pela transferência da órbita de um atrator para o outro.

Ao introduzirmos a perturbação no mapa Logístico (oscilando caoticamente ou periodicamente), este pode passar a apresentar movimento periódico. E quando isso acontece, o período dessa órbita periódica é multiplo do período da perturbação. A trasformação de um comportamento periódico (antes da introdução do termo perturbativo) em um comportamento caótico também foi verificada.

Determinamos os valores do parâmetro de controle b e da amplitude da perturbação q para os quais obtemos regimes caóticos, periódico ou nenhum movimento oscilatório (quando a órbita diverge para infinito). Apresentamos diagramas nos espaços de parâmetros, nesse caso b e q, onde são marcados pontos, com diferentes cores, associados aos valores dos parâmetros correspondentes aos tipos de movimento.

No capítulo 4, fazemos um estudo detalhado das estruturas nesse espaço dos parâmetros [10]. Além de apresentar as regiões com movimento não oscilatório, caótico ou periódico, indicamos também os períodos encontrados. Os diagramas, que consideram somente os parâmetros que determinam um regime periódico, são denominados de diagramas isoperiódicos e apresentam uma estrutura universal para sistemas de codimensão dois (quando pode-se alterar dois parâmetros). Nesses diagramas isoperiódicos veremos estruturas que se assemelham no formato a camarões, que aparecem alinhados.

Analisamos a estabilidade para um caso particular do mapa Logístico perturbado, quando o período da perturbação é dois e o período da órbita periódica obtida também é dois. Para estes parâmetros, que determinam o aparecimento de uma órbita periódica de período dois, encontramos uma estrutura no diagrama no espaço de parâmetros que pode ser obtida analiticamente. A coexistência de atratores também pode ser investigada a partir do estudo da estabilidade das órbitas periódicas.

No capítulo 5, apresentamos o circuito de Matsumoto [3] que é o circuito eletrônico mais simples de se construir, entre os que apresentam comportamento caótico. Ele é composto por apenas dois capacitores, um indutor e dois resistores, sendo um dos resistores não linear. A curva característica desse resistor não linear é composta por três segmentos de retas, o que faz com que a análise analítica desse circuito possa ser realizada mais facilmente.

Apresentamos, além dos resultados analíticos, resultados experimentais e simulados. Justamente o fato deste circuito poder ser analisado de várias maneiras faz com que ele seja considerado um sistema conveniente para o estudo e a análise dos fenômenos presentes em sistemas não-lineares. Neste trabalho, essa análise é importante para entender o comportamento global deste circuito. Assim, variamos experimentalmente uma das resistências lineares.

Mostramos também algumas características desse circuito, presentes também em muitos outros sistemas dinâmicos, como a crise caos-caos [11] e a coexistência de atratores (nesse caso pelo menos cinco atratores coexistem).

O aparecimento do atrator caótico denominado de Double Scroll [12] é detalhadamente mostrada, inclusive por ser um dos candidatos a uma prova rigorosa de que este circuito é de fato caótico.

Por fim, mostramos, através de simulações numéricas, como esse circuito se comporta quando variamos tanto uma de suas resistências como um dos seus capacitores. Aproveitamos a simplicidade das equações deste circuito para apresentar uma análise topológica do espaço das variáveis desse sistema, muito importante para se compreender o significado do caos.

No capítulo 6, voltamos a considerar perturbações periódicas. Neste capítulo determinamos a reação do circuito de Matsumoto, oscilando em regime caótico, quando perturbado por uma onda senoidal [13], [14].

Experimentalmente, analisamos como esse circuito se comporta quando o valor da frequência e da amplitude da perturbação variam [15], [16] e [17] [13]. Incentivados pelos resultados experimentais, analisamos, através de simulações numéricas [14], o comportamento desse circuito perturbado.

Não só o comportamento caótico do circuito é eliminado, via sincronização da frequência da perturbação e da frequência característica do circuito, mas também uma enorme gama de outros comportamentos surge. Como exemplo, citamos a manutenção de órbitas periódicas, mesmo para variações amplas da perturbação, e o aparecimento de movimento quasi-periódico, no toro de duas frequências (toro T^2).

Analisamos o aparecimento do caos neste sistema através da quebra do toro T^2, que pode ser suave ou abrupta. Vemos que, na quebra abrupta, o caos aparece conjuntamente com o aparecimento de uma órbita homoclínica, que passa a apresentar um comportamento intermitente denominado de intermitência do tipo II [18].

Fazemos uma análise através dos diagramas no espaço de parâmetros de como esse sistema se comporta para valores diferentes da frequência e da amplitude da perturbação, identificando os movimentos caótico, quasi-periódico ou periódico. Para as regiões periódicas nos diagramas no espaço de parâmetros, identificamos a existência das línguas de Arnold [17].

No capítulo 7, aplicamos alguns métodos de controle de caos [19] aos três sistemas considerados nesta tese: o mapa Logístico, o mapa de Hénon e o circuito de Matsumoto.

Mostramos, também, que alguns dos métodos propostos para estabilizar um comportamento caótico podem ter resultados que são dependentes da condição inicial. Nesses casos, em algumas situações, é possível evitar este problema e obter resultados previsíveis que não dependem da condição inicial.

Ainda no capítulo 7, localizamos, no âmbito do assunto de controle de caos, os resultados obtidos através das perturbações introduzidas no mapa Logístico (capítulos 3 e 4) e no circuito de Matsumoto (capítulo 6), enfocando a estabilização do comportamento caótico.

Quando são necessários ajustes nos parâmetros, para que a estabilização do comportamento caótico seja alcançada, mostramos, através de diagramas no espaço de parâmetros, a forma como essa escolha pode ser feita. Devemos enfatizar que todos os diagramas no espaço de parâmetros mostrados neste capítulo são inéditos e a maneira como eles foram obtidos também o é.

Por fim, mostramos que sistemas caóticos, por terem extrema sensibilidade às condições inicias, são extremamente sensíveis a perturbações. Explorando este fato, podemos obter comportamentos variados de um sistema mesmo para perturbações ínfimas.

Para o controle de sistemas caóticos, muitas vezes é necessário que se espere a trajetória do sistema considerado atingir as vizinhanças da órbita que se deseja controlar. Esses intervalos de tempo podem ser grandes para algumas situações. Por isso desenvolvemos um método [20] de direcionamento rápido de trajetórias, que é apresentado no capítulo 8. Nesse capítulo mostramos como o direcionamento de trajetórias pode ser decisivo para viabilizar uma alteração rápida no comportamento de um sistema.

Para o direcionamento, a perturbação sobre o parâmetro de controle escolhido assume valores pré-fixados. Essa perturbação é de pequena intensidade, para não modificar a dinâmica do sistema considerado, ou de intensidade alta, caso desejemos alterar essa dinâmica. A originalidade do método é mostrar que a trajetória de um sistema caótico pode ser dirigida, se o parâmetro de controle puder assumir mais de um valor constante.

Usando o mapa Logístico, apresentamos o método de direcionamento e mostramos que ele é robusto na presença de ruído.

Usando o mapa de Hénon, apresentamos dois exemplos de como criar uma órbita periódica instável, usando-se o método de direcionamento apresentado. Em seguida, essa órbita periódica instável é estabilizada através do método OGY [21], apresentado no capítulo 7.

Nós usamos o sistema de Matsumoto para demonstrar o uso do método de direcionamento proposto para sistemas com mais de uma dimensão (esse procedimento não possível para os métodos usuais de direcionamento [22], [23], [24]). Neste caso, ao aplicarmos esse método, usamos apenas as séries temporais calculadas, com um procedimento que poderia ser aplicado a séries temporais experimentais.

Em suma, fizemos um resumo sequencial sobre o conteúdo desta tese. No entanto a sua leitura não necessariamente deve seguir uma sequência do capítulo 2 até o capítulo 8. Basicamente, a tese está dividida em quatro partes. Os capítulos 2, 3 e 4 compõem a primeira parte, os capítulos 5 e 6 compõem a segunda parte, o capítulo 7 compõe a terceira parte e, por último, o capítulo 8 compõe a quarta parte. Cada uma dessas quatro partes pode ser lida sem que seja necessário a leitura das outras.