

INSTITUTO DE FISICA
UNIVERSIDADE DE SAO PAULO



O BREMSSTRAHLUNG INTERNO DO ⁵⁵FE

Maria Celia Perillo Isaac

Dissertação de Mestrado submetida ao
Instituto de Física da Universidade
de São Paulo sob a orientação
do Prof. Dr. Vito Roberto Vanin.

SBI-IFUSP



305M810T1536

Defesa 2/06/89

São Paulo

- 1989 -

537.5352
I 73b
M
e-2



FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Isaac, Maria Célia Perillo

O bremsstrahlung interno no $^{55}_{26}\text{Fe}$. São Paulo, 1989

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física. Departamento de Física Experimental.

Área de Concentração: Física Nuclear.

Orientador: Prof. Dr. Vito Roberto Vanin

Unitermos: 1. Captura eletrônica; $^{55}_{26}\text{Fe}$; Bremsstrahlung interno; Detector de germânio.

R E S U M O

Mediu-se o espectro de Bremsstrahlung Interno do ^{55}Fe em utilizando-se detetores semicondutores em medidas de espectroscopia simples e em coincidência com o raio X K emitido na Captura Eletrônica. O desdobramento do espectro considerou todos os efeitos secundários de detecção.

Não encontramos nenhuma discrepância entre a teoria e a teoria de Glauber e Martin e o espectro medido. O valor obtido para a energia disponível para a captura eletrônica é 230,7 (19) KeV.

A B S T R A C T

We have measured the Inner Bremsstrahlung spectra from ^{55}Fe , both in singles and in coincidence with the K X-ray following the Electron Capture. The spectra were infolded taking into account all the secondary detection effects.

No disagreement between Glauber & Martin theory and experiment was detected.

The Q value for the electron capture deduced from our experiment is 230.7 (19) KeV.

"E não buscando na ciência mais
do que pudesse encontrar em mim
mesmo....."

Renné Descates

AGRADECIMENTOS

Esta página acho que é uma das mais difíceis de escrever.

Não gostaria de começá-la com "Agradeço a...." . Seria simples demais. Além do mais, a gente sempre vai esquecer de alguém.

Durante este tempo passado aqui no Instituto e no LAL, aprendi muita coisa, tanto no campo profissional como no plano pessoal. A gente cresce.

Fiz, então, uma opção de agradecer a todo mundo que fez parte da minha vida neste período de aperfeiçoamento geral. 'OBRIGADO A TODO MUNDO'

P.S.

Ao Vito e Otaviano: Um obrigado especial.

INDICE

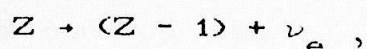
Capitulo I - Introdução	1
Capítulo II - Sobre a Teoria	4
A - Revisão	4
B - Bremsstrahlung Interno na Captura Eletrônica	5
C - Os Cálculos de Glauber & Martin	9
1 Cálculos Não Relativísticos	9
2 Cálculos Relativísticos	14
3 Correções de Blindagem	15
4 Os Espectros Calculados	16
Capítulo III - Método Experimental	19
A - A Montagem das Experiências	19
1 Descrição da Fonte	19
2 Experimento de Espectroscopia Simples	20
3 Experimento de Espectroscopia em Coincidência	23
B - A Análise dos Efeitos Secundários de Detecção	26
1 Efeitos Secundários - Espectroscopia Simples	28
1 1 Empilhamento	28

1 2	Soma	32
1 3	Degrau	34
1 4	Espalhamento	36
1 5	Efeito Compton	39
1 6	Picos de Absorção Total de Energia	44
1 7	Eficiência	46
1 8	Resposta Obtida	48
2	Efeitos Secundários - Espectroscopia em	
	Coincidência	50
2 1	Atenuação	50
2 2	Efeito Compton	52
2 3	Espalhamento	53
2 4	Degrau	53
2 5	Eficiência	53
2 6	Resposta Obtida	54
Capítulo IV - A Análise Estatística		56
A - A Montagem da Resposta		56
B - Tratamento Estatístico		57
C - A Análise		60

Capítulo V - Discussão e Resultados	61
Capítulo VI - Conclusões	63
Referências	67

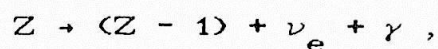
CAPITULO I - INTRODUÇÃO

A captura eletrônica é uma das formas mais comuns de decaimento nuclear. Consiste na absorção de um elétron orbital pelo núcleo, onde o elétron se combina com um próton dando origem a um nêutron e um neutrino.



onde Z denota o átomo pai e (Z - 1) o átomo filho.

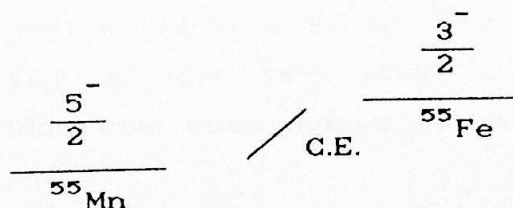
A captura eletrônica radiativa apresenta a emissão de um espectro eletromagnético durante esses decaimentos,



sendo a probabilidade de emissão de um fóton da ordem de 10^{-4} por evento de captura.

O espectro de energia dessa radiação é contínuo, uma vez que a energia disponível é dividida estatisticamente entre as partículas residuais, o fóton e o neutrino, de modo que o espaço de fase de três corpos determina em grande parte a forma do espectro.

Esse fenômeno é chamado Bremsstrahlung Interno, BI por simplicidade, e sua medida é o objetivo deste trabalho. Aqui nos restringiremos ao BI observado no ^{55}Fe , cujo único modo de decaimento é a captura eletrônica, sendo este um decaimento permitido.



O BI já foi muito estudado, e as bases do seu desenvolvimento teórico foram estabelecidas por Glauber e Martin [Gla56, Mar58].

Os experimentos efetuados com diversos núclídeos foram

compilados por Bambynek e colaboradores [Bam77]. Estes não são conclusivos a respeito da descrição adequada do BI, uma vez que até então os experimentos existentes utilizaram detectores de iodeto de sódio dopado com tálio, NaI(Tl), que não apresentam a mesma qualidade de espectros que os detectores de cristal de germânio. Este fator dificulta, no caso de espectros contínuos, a análise ou desdobramento.

Recentemente, o BI foi alvo de muitos estudos em virtude de sua natureza. Segundo De Rújula [Rúj81], o BI, sendo um decaimento fraco como o decaimento β , envolvendo o espaço de fase de três corpos, poderia fornecer, na forma do espectro, limites da massa do neutrino emitido no processo. Haveria possibilidade de medir a massa desse neutrino observando o limite de energia máxima dos fótons emitidos. Para tal, seria necessária boa estatística nessa porção do espectro. De Rújula propôs o estudo de dois nuclídeos para esse fim, ^{193}Pt e ^{163}Ho , cujo espectro estudado seria proveniente de captura de elétrons P, e estendeu os cálculos de Glauber & Martin para baixas energias dos fótons, já que o limiar desses decaimentos é bastante baixo.

Esses nuclídeos foram estudados por Riisager e colaboradores [Rii85], num experimento onde o BI da platina foi estudado com detalhe. O experimento não foi conclusivo na verificação da massa do neutrino, mas os resultados apontaram uma diferença entre as intensidades calculada e medida do espectro de um fator 1,5 a 2.

Outros trabalhos sobre BI, visando o estudo indireto de neutrinos, foram desenvolvidos por Borge e colaboradores [Bor86] onde o BI do ^{125}I foi estudado para observação de limites de mistura de neutrinos, sem resultado positivo, sendo que também estes autores observaram um desacordo com relação à intensidade.

Žliment [Žli88] estudou o BI do ^{55}Fe em busca de neutrinos com massa entre 17,4 e 16,4 keV, onde o limite para a fração de neutrinos emitidos com essa massa em seu experimento é inferior a 0,0074.

Uma das motivações para este trabalho foi a discordância entre teoria e experiência, no que se refere à intensidade, observada por Riisager [Rii85] e Borge [Bor86] e em grande parte das demais medidas [Bam77].

Aqui foi medido o BI total do ^{55}Fe , através de um experimento de espectroscopia simples, e o espectro correspondente a elétrons

S capturados, obtido de uma medida do BI em coincidência com os raios X K, que seguem o decaimento.

A natureza contínua e a baixa intensidade do espectro dificultam sua análise. Para a obtenção do espectro limpo, livre dos efeitos secundários de detecção, é necessário o conhecimento da resposta do sistema de detecção e um desdobramento do espectro (unfolding), a fim de que sua intensidade e forma possam ser corrigidos.

No capítulo II descrevemos as bases teóricas utilizadas no estudo do espectro de BI. As medidas e a metodologia de análise são comentadas nos capítulos III e IV. Os resultados obtidos se encontram no capítulo V e o VI resume as conclusões.

CAPITULO II - SOBRE A TEORIA

O objetivo deste trabalho é observar os processos envolvidos no fenômeno conhecido como Bremsstrahlung Interno (BI) e compreender sua descrição em termos da Eletrodinâmica Quântica.

O BI consiste de um espectro de radiação eletromagnética que acompanha os decaimentos β em geral. Ele é descrito na Eletrodinâmica como uma correção radiativa a esses processos : captura eletrônica, decaimentos β^- e β^+ . Aqui será feita uma revisão dos trabalhos dedicados à interpretação teórica do BI e um resumo dos métodos utilizados para a obtenção do espectro teórico, a ser comparado com aquele obtido experimentalmente.

Neste capítulo nos restringiremos ao BI que acompanha a captura eletrônica mas o tratamento geral pode ser estendido ao estudo dos demais processos que envolvem este fenômeno.

É possível, em termos de eletrodinâmica clássica, avaliar as conseqüências que o surgimento, ou desaparecimento repentino de uma carga em movimento no potencial coulombiano do núcleo acarretam em termos de emissão de radiação. No caso da captura eletrônica, um modelo simples seria de um elétron em órbita circular ao redor de um núcleo puntiforme, onde o BI apresenta duas contribuições, devidas ao desaparecimento de carga e de momento magnético orbital [Jac83].

A - REVISÃO DOS TRABALHOS DEDICADOS AO BREMSSTRAHLUNG INTERNO

Curiosamente, correções radiativas ao processo de captura eletrônica foram concebidas antes mesmo das bases da teoria da desintegração β de Fermi serem totalmente estabelecidas. Stueckelberg em 1936 [Stu36] sugeria que um espectro eletromagnético contínuo deveria acompanhar os decaimentos por emissão de partículas β^+ .

Os primeiros cálculos que visavam a obtenção desse espectro foram realizados independentemente por Møller [Mø137] e Morrison e Schiff [Mor40], cujos resultados se restringiam ao espectro

correspondente a elétrons livres capturados. A forma essencial do espectro obtido pelos autores acima, dependente do espaço de fase, é prevista pela eletrodinâmica clássica.

Glauber & Martin foram os responsáveis pela introdução dos cálculos utilizando um tratamento relativístico em dois trabalhos que ainda hoje são a base da teoria do processo. No primeiro artigo [Gla56], utilizando um tratamento não totalmente relativístico (válido para elementos relativamente leves), foram obtidos os espectros correspondentes a elétrons S e elétrons P capturados. Mais tarde esses autores estenderam os cálculos para elementos pesados utilizando cálculos com funções de onda relativísticas e as correções de blindagem da carga nuclear devido à presença dos demais elétrons atômicos [Mar58]. Todos esses cálculos se referiam a transições β permitidas.

O espectro originário de transições β proibidas foi estudado por Zon & Rapoport [Zon68, Zon71], para qualquer grau de proibitividade.

B - SOBRE O BREMSSTRAHLUNG INTERNO NA CAPTURA ELETRONICA

Sendo o BI um fenômeno eletromagnético que acompanha uma interação fraca, do ponto de vista da teoria de perturbação ele é um processo de segunda ordem que envolve dois tipos de interação: interação β e eletromagnética. Os estados inicial e final são conectados por um conjunto de estados intermediários virtuais. Há duas possibilidades para esses estados: estados nucleares, onde a radiação emitida é de origem nuclear, e estados eletrônicos, onde a radiação origina-se de uma transição de elétron para um estado virtual. O processo que envolve estados eletrônicos é chamado Bremsstrahlung Interno, enquanto que aquele que envolve estados nucleares é conhecido como transição de desvio. As transições de desvio têm uma intensidade 10^6 vezes menor que o BI no caso de transições β permitidas, como é o caso aqui estudado [Bam77].

Uma representação diagramática de BI pode ser visto na figura II.1.

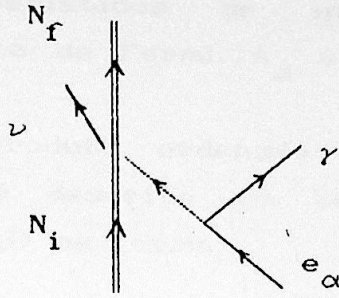


FIGURA II.1 DIAGRAMA DE FEYNMAN DO BREMSSTRAHLUNG INTERNO

Considerando a expansão de Dyson da matriz de espalhamento S:

$$S = \sum \frac{(-i)^n}{n!} \int \int dx_1^4 \dots dx_n^4 T \left\{ \mathcal{H}_I(x_1) \dots \mathcal{H}_I(x_n) \right\} \quad (\text{II.1}),$$

onde $T ()$ denota produto ordenado no tempo, o termo responsável pelo BI é um termo de segunda ordem, onde há a presença das densidades de hamiltonianos de interação β e de interação eletromagnética, a saber:

$$S^{(2)} = - \frac{1}{2} \int dx_1^4 dx_2^4 T \left\{ \mathcal{H}_{el}(x_1) \cdot \mathcal{H}_\beta(x_2) \right\} \quad (\text{II.2}),$$

onde :

$$\mathcal{H}_{el}(x_2) = -e \Psi_e(x_2) \gamma_\alpha \Psi_e(x_2) A_\alpha(x_2) \quad (\text{II.3})$$

$$\mathcal{H}_\beta(x_1) = G_F \left\{ (\bar{\Psi}_p(x_1) \frac{\gamma_\rho}{2} (c_v - c_A) \Psi_n(x_1)) (\bar{\Psi}_e(x_1) \gamma_\rho (1 - \gamma_5) \Psi_{\nu_e}(x_1)) \right. \\ \left. + \text{complexo conjugado} \right\} \quad (\text{II.4}),$$

sendo que Ψ_e , Ψ_p , Ψ_n e Ψ_{ν_e} são os operadores de campo de elétron,

próton, nêutron e neutrino do elétron respectivamente. Os γ 's são as matrizes gama de Dirac e c_V e c_A as constantes da interação V-A (vetorial-axial), característicos de interação β , e G_F é a constante de acoplamento de Fermi. A_α é o quadrivetor potencial do campo eletromagnético.

Uma vez que o produto ordenado no tempo, T, de quaisquer operadores A, B, C, ... etc é descrito em termos de produtos normais (teorema de Wick, [Man84]) na forma:

$$T(A, B, C, \dots) = N(A, B, C, \dots) + \underbrace{N(A, B, C, \dots)}_{\text{contraction}} + \underbrace{N(A, B, C, \dots)}_{\text{contraction}} + \dots \quad (\text{II.5})$$

onde $\underbrace{A B}$ representa a contração dos operadores A e B, temos que, no caso de $T(\mathcal{H}_{el}(x_1), \mathcal{H}_\beta(x_2))$, o primeiro termo não nulo dessa expansão na integral de S entre dois estados inicial e final distintos apresenta necessariamente uma contração de operadores, no caso de dois operadores de campo de elétrons. Dessa forma o termo de S responsável pelo BI será:

$$S_{BI}^{(2)} = \frac{e G_F}{4} \int dx_1^4 dx_2^4 N \left[\underbrace{(\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha A_\alpha \bar{\Psi}_e)_{x_1}}_{\text{contraction}} [(\bar{\Psi}_\nu (1-\gamma_5) \gamma_\rho \Psi_e) (\bar{\Psi}_n (c_V - c_A) \gamma_\rho \Psi_p)_{x_2}] \right]$$

A notação $\underbrace{\bar{\Psi}(x_1) \Psi(x_2)}_e$ representa o propagador do elétron, ou seja indica de um modo simples um elétron que vai do ponto x_1 ao ponto x_2 , sendo esta uma separação tipo espaço, com velocidade maior que a da luz. O propagador de Feynman é obtido do valor esperado no vácuo do produto ordenado no tempo de dois operadores, no caso os operadores de campo do elétron [Man84]

No caso de elétrons livres, a obtenção do propagador é simples, envolvendo a solução da equação de Dirac com uma fonte de

campo de elétron do tipo delta. Assim:

$$\langle 0 | T[\Psi(x), \bar{\Psi}(x')] | 0 \rangle = iS_F(x) = \left[i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m \right] \Delta(x)$$

ou seja, o propagador é uma função de Green que satisfaz a equação para o campo considerado.

Neste caso a forma integral de $S_F(x)$ é simples de ser obtida:

$$S_F(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dp^4 e^{-ipx} \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2} \quad (\text{II.6}) \quad [\text{Man84}]$$

Em se tratando do BI, a dificuldade dos cálculos se encontra na obtenção desta função de Green, tal que esta satisfaça as condições reais nas quais se encontra o elétron inicial.

O elemento de matriz da transição, \mathcal{M} , é obtido do valor de $S_{BI}^{(2)}$, calculado entre os estados inicial e final do sistema (núcleo e elétron iniciais e núcleo, fóton e neutrino finais).

$$\mathcal{M} = \langle i | S_{BI}^{(2)} | f \rangle \quad (\text{II.7})$$

As taxas de transição são obtidas da teoria de perturbação dependente do tempo, dada por:

$$d\omega = (2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2 \delta^4(E_\nu + k - q) dP_\nu dk \quad (\text{II.8})$$

onde q representa a energia total disponível, ou seja Q (definido como a diferença entre as massas do átomo pai e do átomo filho) menos B , a energia de ligação do elétron capturado.

C - OS CALCULOS DE GLAUBER & MARTIN

Para a maioria dos elementos é necessário incluir os efeitos do campo coulombiano ao qual o elétron a ser capturado está sujeito, de outra forma os resultados de Morrison & Schiff, onde o elétron inicial é tomado livre, bastariam.

1 - OS CALCULOS NAO RELATIVISTICOS

Os resultados de Glauber & Martin, em seu primeiro trabalho, incluem o formalismo geral para a obtenção do elemento de matriz da transição, descrito no item anterior, no caso de transições β permitidas. Eles obtiveram o elemento de matriz, \mathcal{M} , para capturas S e P, num trabalho onde foi dada ênfase às aproximações possíveis no caso de elementos relativamente leves. Essas aproximações se referiam à função de Green utilizada na expansão da matriz S.

Essa função de Green deve satisfazer a equação diferencial:

$$G_E(\vec{x}_2, \vec{x}_1) \gamma_4 [\mathcal{H}_{CD}(\vec{x}_1) - E] = -\delta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \quad (\text{II.9})$$

onde \mathcal{H}_{CD} é a hamiltoniana de Dirac-Coulomb, e $E = E_\alpha - \hbar$, sendo E_α a energia relativística do elétron orbital e \hbar a energia do fóton. Todas as energias definidas neste capítulo se encontram em unidades da massa do elétron ($E = E' / m_0 c^2$).

Glauber e Martin mostraram que o cálculo de \mathcal{M} é facilitado com a introdução de uma função de Green de segunda ordem, definida por

$$G_E(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) = g(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \left[\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_4 \left(E + \frac{Z\alpha}{x_1} \right) + 1 \right] \quad (\text{II.10})$$

que satisfaça a seguinte equação:

$$g(\vec{x}_2, \vec{x}_1) \left[\nabla^2 + \left(E + \frac{Z\alpha}{x_1} \right)^2 - 1 - i Z\alpha \frac{\vec{\alpha} \cdot (\nabla \frac{1}{x_1})}{x_1} \right] = - \delta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \quad (\text{II.11})$$

No caso dos núcleos moderadamente leves, há a possibilidade de descrever o elétron inicial por funções de onda não-relativísticas, empregando o potencial coulombiano. Resultados obtidos assim devem apresentar uma precisão da ordem de $Z\alpha$, que no caso do ferro é 19%. A utilização dessas aproximações requer, para que esse grau de precisão seja mantido, a utilização de funções de onda que corrijam alguns efeitos relativísticos importantes na porção a baixa energia do espectro [Gla56]. A função de Green de segunda ordem permite uma aproximação no caso não-relativístico, que consiste em desprezar os termos em α^2 na equação (II.11), sendo possível obter uma forma integral para g na origem. Assim uma aproximação de g, g' , em $x_2 = 0$ é:

$$g'_{E(0, x_1)} = \frac{\mu}{2\pi} e^{-\mu x_1} \int ds s^{-\eta} (1-s)^{\eta} e^{-2\mu x_1 s} \quad (\text{II.12})$$

$$\text{onde: } \mu = \sqrt{1 - E^2}$$

$$\eta = \frac{Z\alpha E}{\mu}$$

Desse modo, Glauber e Martin chegaram à conclusão que o espectro S assim calculado é basicamente o espectro obtido por Morrison e Shiff, mostrando que a teoria que considera o elétron livre chega aos resultados correspondentes a elétron S capturado, alterando-se apenas na porção de baixa energia do espectro.

O espectro obtido para captura S , normalizado com relação ao número de capturas K, ω_K , é:

$$\frac{d\omega_{ns}}{\omega_K} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{|\Phi_{ns}(0)|^2}{|\Phi_{1s}(0)|^2} \frac{k(q_{ns} - k)^2}{q_{1s}} \mathcal{R}_{ns} dk$$

(II.13)

onde n representa a camada eletrônica e s o orbital, coerente com a notação espectroscópica. O fator de correção $\mathcal{R}_{ns}(k)$ que inclui os fatores relativísticos mais importantes é definido por:

$$\mathcal{R}_{ns}(k) = \frac{(1 + \mathcal{B}_{ns}^2)}{2}$$

sendo que \mathcal{B}_{ns} é dada pela integral:

$$\mathcal{B}_{ns}(k) = 1 + \frac{2}{3 |\Phi_{ns}(0)|} \int dx_1 g^1(0, x_1) x_1 \frac{d}{dx_1} \Phi_{ns}(x_1)$$

A função g^1 é o segundo termo na expansão em ondas parciais da função de Green aproximada, g' , sendo que :

$$g'(\vec{x}_2, \vec{x}_1) = g'(0, x_1) + g^1(0, x_1) \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 + \dots$$

A obtenção de \mathcal{B} é feita em detalhe por Glauber e Martin, e seu resultado final é:

$$\mathcal{B}_{1s}(\lambda) = 1 - \frac{4\eta_1}{3(1+\eta_1)} \left\{ 1 + \frac{\eta_1}{(1+\eta_1)} [2\mathcal{X}(\lambda_1) - 1] \right\} \quad (\text{II.14})$$

com
$$\lambda_1 = \frac{(1 - \eta_1)}{(1 + \eta_1)}$$

$$\mathcal{X}(\lambda) = \lambda \int dr \frac{r^{-\eta}}{(1+\lambda r)}$$

A integral de \mathcal{X} pode ser obtida da expansão em série:

$$\mathcal{X}(\lambda) = \ln(1+\lambda) - \eta \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-\lambda)^j}{j(j-\eta)}$$

Do mesmo modo, obtém-se \mathcal{B}_{2s} .

$$\mathcal{B}_{2s}(\lambda) = 1 - \frac{\eta_2}{(1 - \eta_2^2/4)} \left[\frac{4}{3} + \frac{5\eta_2}{6} \right] + \frac{\eta_2^2}{(1 - \eta_2^2/4)^2} \left[\eta_2 + 3 - \frac{5\eta_2^2}{4} - \frac{8(1+\eta_2^2)\mathcal{X}(\lambda_2)}{3} \right] \quad (\text{II.15})$$

com
$$\lambda_2 = \frac{(2 - \eta_2)}{(2 + \eta_2)}$$

Segundo as aproximações dos autores acima, os parâmetros Z e λ , dos quais as funções \mathcal{B} dependem, se apresentam na forma funcional do η , tal que

$$\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{B_{1s}}}} \quad \text{e} \quad \eta_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\lambda^2}{B_{1s}}}}$$

sendo que B_{1s} é a energia de ligação dos elétrons S, dada por :

$$B_{1s} = \frac{Z^2 \alpha^2}{2}$$

Esses resultados foram obtidos com a utilização de correções que consideram a interação do momento magnético do elétron com o campo coulombiano do núcleo. Neste contexto, a radiação emitida em transições S permitidas tem uma contribuição devida à reorientação do spin do elétron.

No caso de elétrons P capturados, a contribuição radiativa ao espectro é muito pequena para alta energia dos fótons ($k \gg Z\alpha$), mas se k é da ordem de $Z\alpha$, sua intensidade se torna apreciável. Observando apenas, para efeito do cálculo do espectro P, a porção onde k é menor ou da ordem de $Z\alpha$, o espectro obtido por Glauber e Martin será dado por:

$$\frac{d\omega_{np}}{\omega_k} = \frac{4}{\pi Z^2 \alpha} \left[Q_{np}(k) \right]^2 \frac{k(k-q)^2}{q_{1s}^2} dk \quad (II.16)$$

As funções Q são obtidas da mesma forma que as B , através da integração das funções de Green de segunda ordem utilizadas. Neste caso, uma vez que as funções de onda correspondentes a elétrons P que se transformam como vetores sob rotação, há a contribuição de um operador vetorial nas integrais Q_{np} , que são obtidas de:

$$Q_{np} = \left(\frac{2\pi}{Z\alpha} \right)^{1/2} \int dx_1 \, g'(0, x_1) \vec{\varepsilon}^* \cdot \vec{\nabla} \Phi_{np}(x_1)$$

onde $\vec{\varepsilon}^*$ indica a polarização do fóton emitido. Essas funções

também foram calculadas segundo uma série em η .

$$Q_{zP}(k) = \frac{\eta_2^2}{4(1-\eta_2^2/4)^2} \left[1 + \frac{2\eta_2}{3} - \frac{17\eta_2^2}{21} + \frac{4\eta_2^2}{3} \mathcal{K}(\lambda_2) \right] \quad (\text{II.17})$$

e,

$$Q_{3P}(k) = \frac{4\eta_3^2}{27(1-\eta_3^2/9)^3} \left\{ \left(1 - \frac{\eta_3}{3} \right) \left[1 + \eta_3 - 2 \left(\frac{\eta_3}{3} \right)^2 - 8 \left(\frac{\eta_3}{3} \right)^3 \right] + \frac{4\eta_3^2 (1-\eta_3^2/3)}{3} \mathcal{K}(\lambda_3) \right\} \quad (\text{II.18})$$

onde

$$\eta_3 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{k}{B_{1s}}}} \quad \text{e} \quad \lambda_3 = \frac{3 - \eta_3}{3 + \eta_3}$$

Esses decaimentos (permitidos, com captura de elétron P) envolvem a transição virtual do elétron do estado P para um estado S de onde ele pode ser capturado.

2 - OS CALCULOS RELATIVISTICOS

Em se tratando de captura S especialmente, correções relativísticas são importantes. Neste caso há três tipos de efeitos relativísticos importantes. O primeiro, relacionado com a reorientação do spin do elétron para a emissão do fóton, já foi

considerado no item anterior. Outras correções devem considerar a possibilidade de emissão de um fóton quando um pósitron que deixa o núcleo se aniquila com um elétron orbital, ou uma transição de elétrons S para estados $P_{1/2}$, já que funções de onda $P_{1/2}$ relativísticas permitem captura direta.

Os cálculos relativísticos de Glauber e Martin incluem no elemento de matriz funções de onda de elétron que satisfazem a equação de Dirac na presença de um campo coulombiano de carga Ze. A função de Green de segunda ordem (equação II.11) foi resolvida exatamente. Esses cálculos levaram à obtenção de um espectro de energia idêntico ao da equação (II.13), sendo que a diferença reside na função \mathcal{R}_{ns} , bastante complexa neste caso.

A função \mathcal{R}_{1s} nestas condições foi tabulada por Bambynek e colaboradores [Bam77].

3 - AS CORRECOES DE BLINDAGEM

As correções ao espectro de BI devidas aos demais elétrons atômicos se concentram basicamente no efeito de blindagem da carga nuclear por esses. Esse tipo de correção afeta a função de onda inicial do elétron e sua probabilidade de alcançar o núcleo após a emissão do fóton.

A alteração da função de onda do elétron inicial é crucial uma vez que ela influi diretamente no alcance da função de Green a ser utilizada no elemento de matriz. Esse alcance reflete a "região" de onde o elétron pode ser capturado.

Glauber e Martin obtiveram as correções desse efeito através da multiplicação da amplitude de probabilidade do resultado obtido sem o efeito de blindagem, por um fator descrito pela razão entre duas funções de onda: a função de onda inicial considerando esse efeito e a função de onda simples, calculadas próximas da origem. O argumento para esse procedimento é que, na porção do espectro mais significativa (acima da energia de ligação do elétron inicial e abaixo do limiar de produção de pósitrons), o alcance da função de Green é da ordem do comprimento de onda Compton do elétron, muito maior que o raio nuclear, mas muito pequeno comparado com as

dimensões atômicas.

Na figura II.2 reproduzimos os fatores de blindagem obtidos por Glauber e Martin [Mar58]

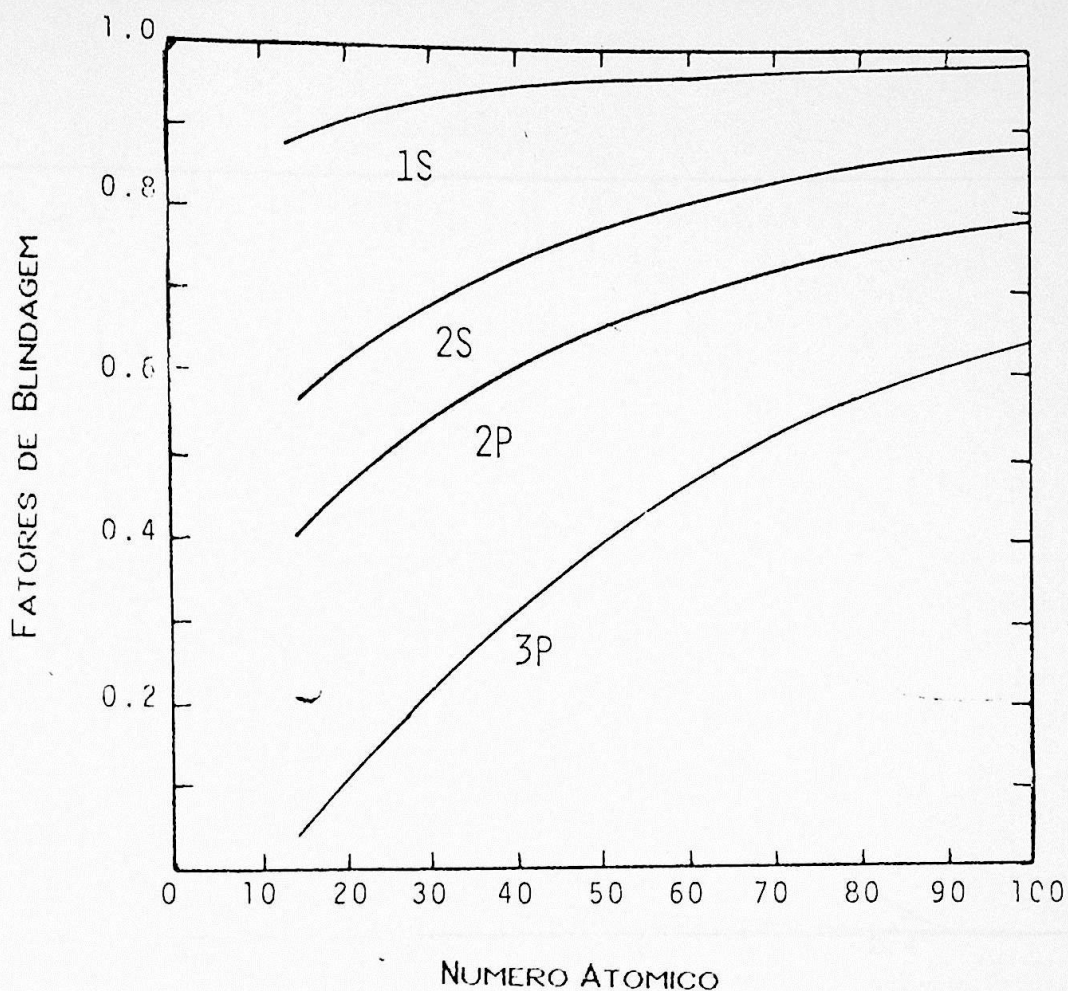


FIGURA II.2 FATORES DE BLINDAGEM DA CARGA NUCLEAR PELOS DEMAIS ELETRONS [MAR58].

4 - OS ESPECTROS OBTIDOS ATRAVES DOS CALCULOS

Nesta secção apresentamos os espectros obtidos com base nos cálculos de Glauber e Martin [Gla56, Mar58]. Esses espectros serão comparados com aqueles obtidos experimentalmente, como é descrito

nos capítulos III e IV.

Na figura II.3 encontram-se os espectros de BI para o ^{55}Fe , obtidos das equações (II.13) e (II.16) com o auxílio das equações (II.14), (II.15), (II.17) e (II.18).

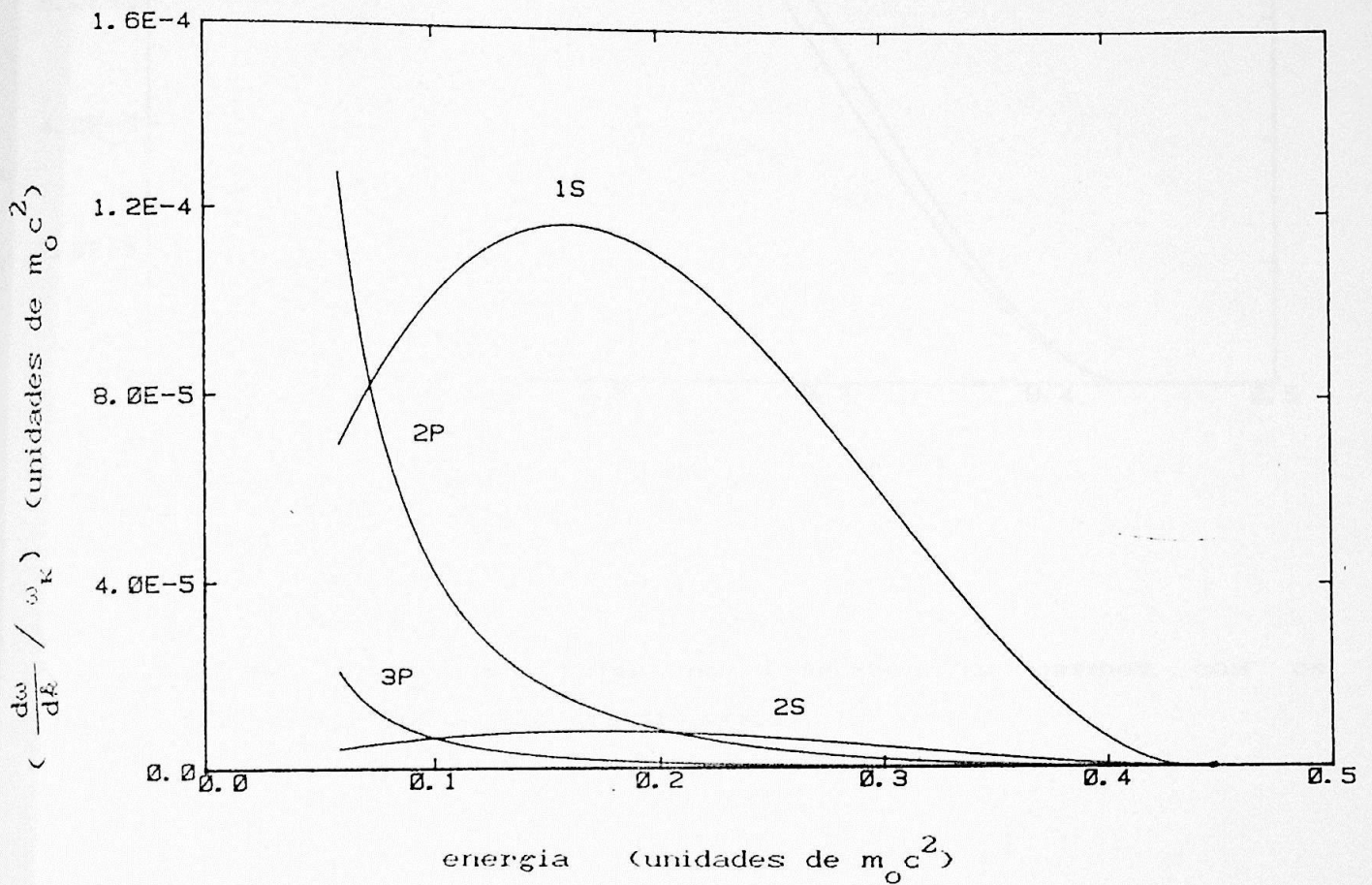


FIGURA II.3 ESPECTOS DE BI PARA O ^{55}Fe OBTIDOS TEORICAMENTE COM A INCLUSÃO DE EFEITOS DE BLINDAGEM DA CARGA NUCLEAR.

O espectro 1S relativístico é visto na figura II.4, comparado com o 1S não relativístico.

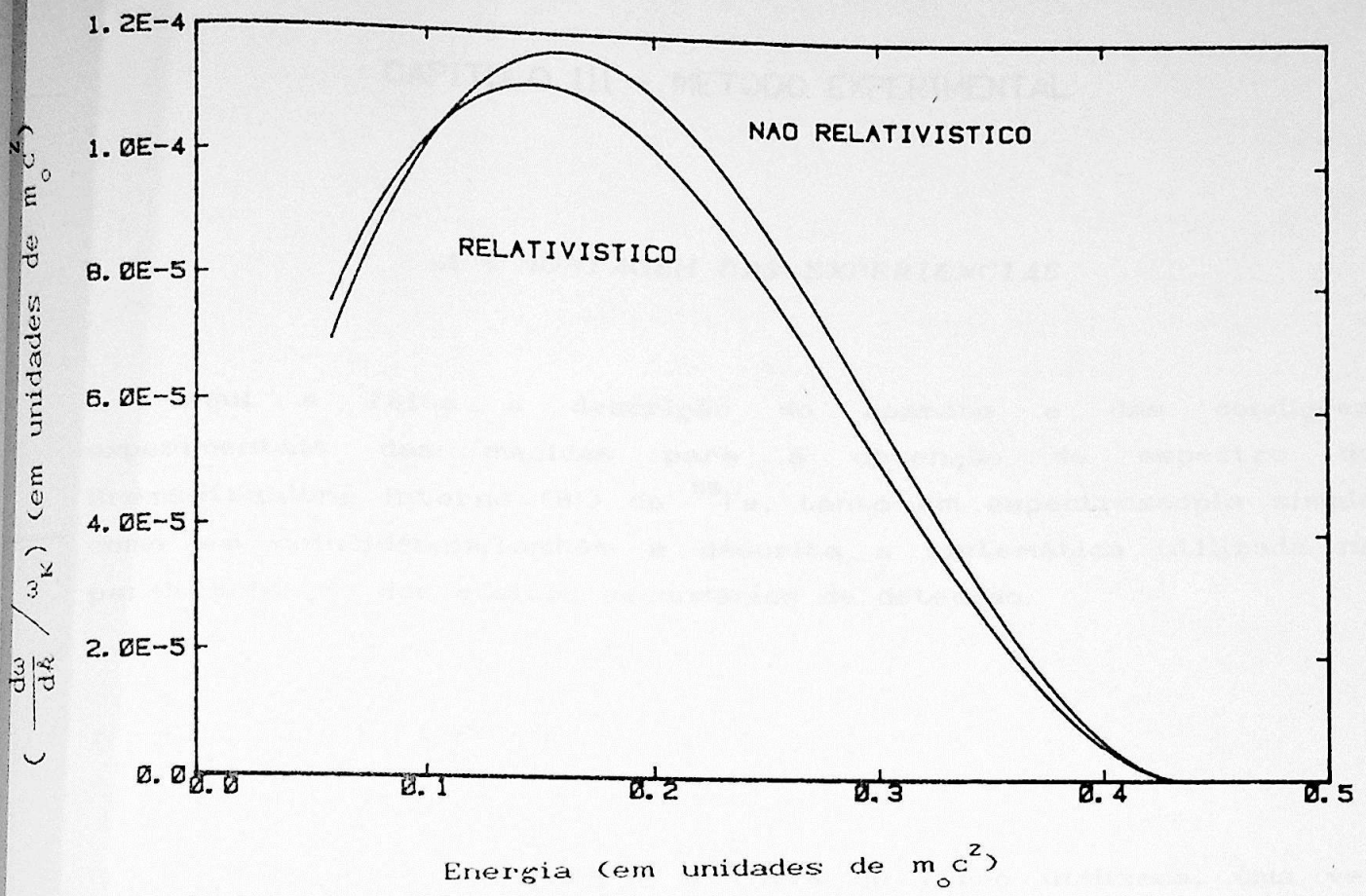


FIGURA II.3 COMPARACAO ENTRE OS ESPECTROS 1S OBTIDOS COM OS CALCULOS RELATIVISTICO E NAO RELATIVISTICO.

CAPITULO III - METODO EXPERIMENTAL

A - MONTAGEM DAS EXPERIENCIAS

Aqui é feita a descrição do aparato e das condições experimentais das medidas para a obtenção do espectro de Bremsstrahlung Interno (BI) do ^{55}Fe , tanto em espectroscopia simples como em coincidência. Também é descrita a sistemática utilizada na parametrização dos efeitos secundários de detecção.

I - DESCRICAO DA FONTE

É importante apresentar a fonte de ferro utilizada, uma vez que alguns fatores relevantes para a análise do experimento dependem de seu formato e do tipo de encapsulamento.

A fonte foi produzida por "Isotope Products Laboratories", por eletrodeposição de ferro metálico sobre um suporte de 0.254 mm de espessura de níquel e coberta por 0.254 mm de berílio. Sua atividade é da ordem de 0.1 mCi. O diâmetro ativo é de 4 mm e seu encapsulamento é feito num suporte de material não especificado pelo fabricante, envolto em metal, como se vê na figura III.1.

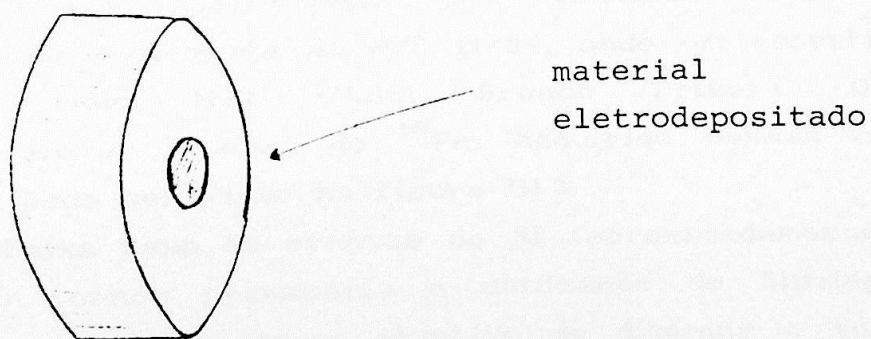
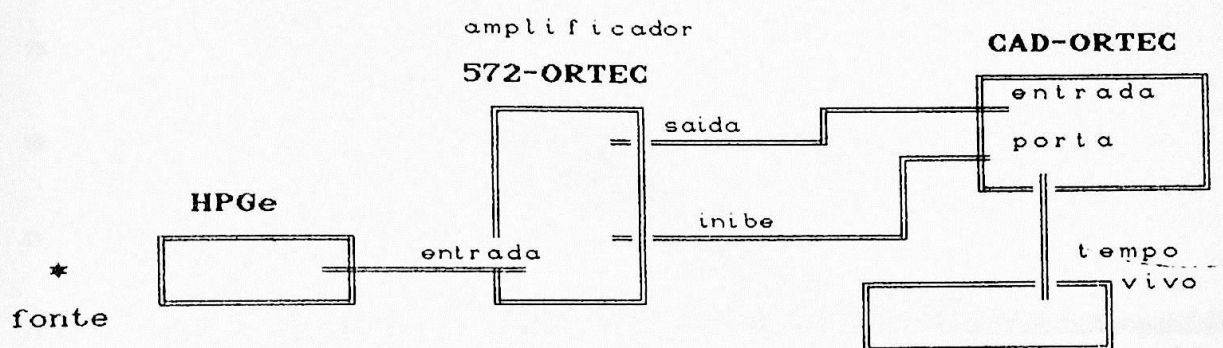


FIGURA III.1 - DESENHO DA FONTE DE ^{55}Fe UTILIZADA NA AQUISICAO DOS ESPECTROS DE BI.

2 - EXPERIMENTO DE ESPECTROSCOPIA SIMPLES

Para o experimento de espectroscopia simples, utilizou-se um detetor HPGe plano de 25mm de diâmetro e 10mm de espessura, com janela de berílio e cuja resolução era da ordem de 600 eV a 122 keV e 400 eV a 14 keV. A eletrônica utilizada foi a usual em física nuclear, acrescida de um circuito de rejeição de empilhamento, possível pela presença de um amplificador 572-ORTEC. O esquema eletrônico se encontra na figura III.2.



FIGURTA III.2 ESQUEMA DA MONTAGEM ELETRONICA UTILIZADA NO EXPERIMENTO DE ESPECTROSCOPIA SIMPLES.

Os dados digitalizados pelo conversor foram adquiridos via CAMAC para a memória do PDP 11/84, onde um espectro multicanal foi montado pelo MBD (Multi Branch Driver). O espectro de Bremsstrahlung Interno do ^{55}Fe , adquirido nessas condições durante 14400 s, pode ser visto na figura III.3.

A baixa taxa de eventos de BI (aproximadamente 7 eventos por segundo) tornou necessária a utilização de blindagem no sistema (detetor e fonte), com o objetivo de diminuir o fundo contínuo do espectro. A blindagem consistiu de tijolos de chumbo envolvendo o arranjo com 10 cm de espessura. O fundo, com utilização de blindagem, apresentava 0,7 eventos por segundo entre 30 e 300 keV.

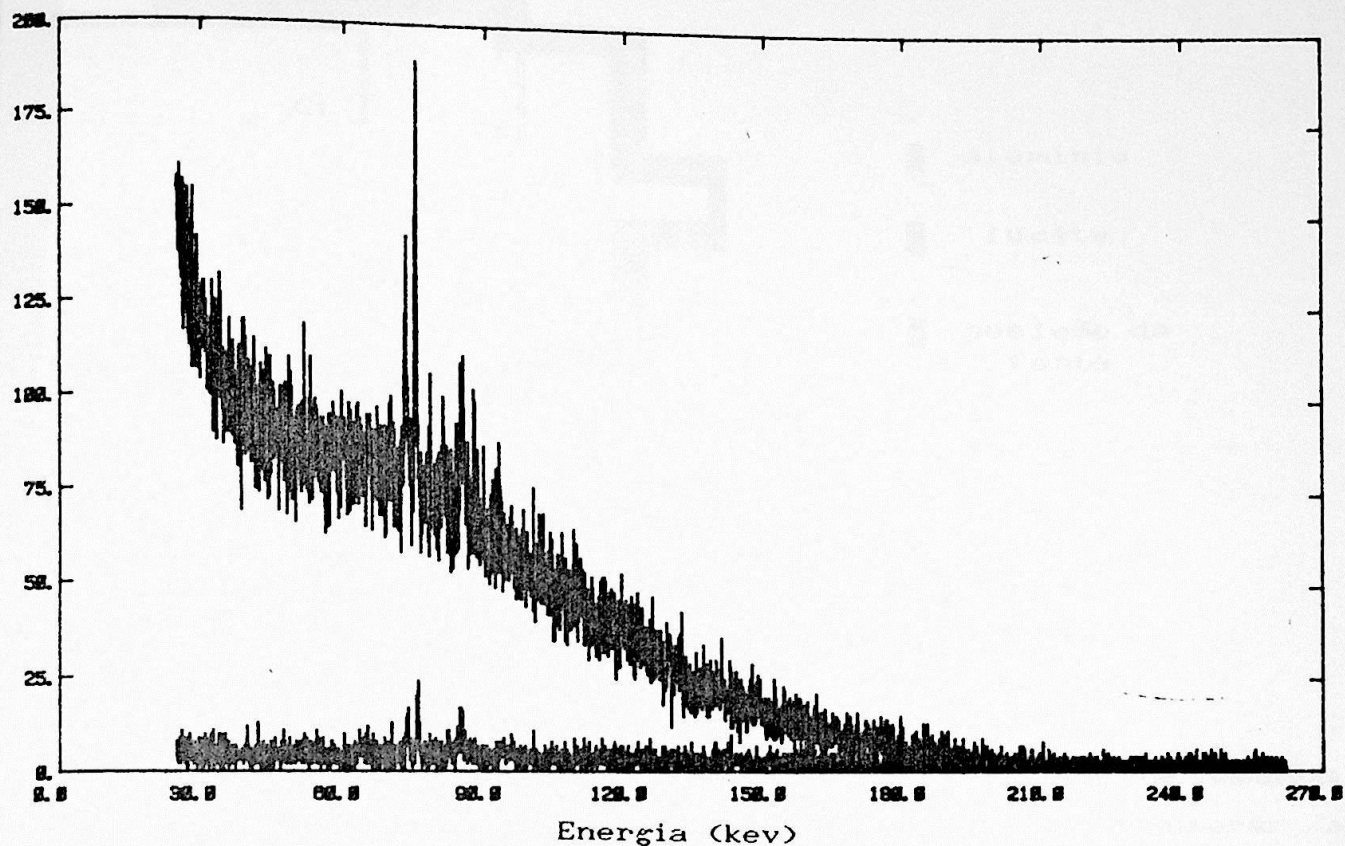


FIGURA III.3 ESPECTRO DE BI, BRUTO, COM 14400 S DE AQUISICAO E O FUNDO CORRESPONDENTE.

A necessidade de parametrizar os efeitos secundários de detecção impõe a reprodutibilidade da geometria de detecção, no caso de aquisição de espectros para calibração e do próprio espectro de BI. Foi idealizado um suporte de fontes para este fim que fixava a geometria tanto para as fontes de calibração como para a fonte de ^{55}Fe . Foram usados anéis de chumbo como colimadores. O desenho do suporte pode ser visto na figura III.4.

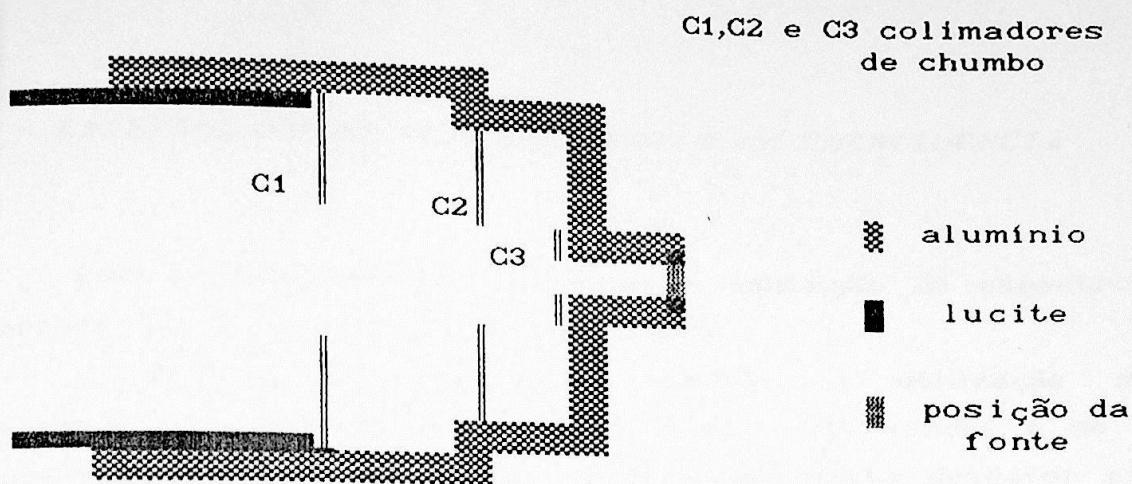


FIGURA III.4 DESENHO SUPORTE DE FONTE UTILIZADO NAS MEDIDAS.

A aquisição dos espectros era sempre intercalada de medidas para calibração de eficiência e energia a fim de monitorar a estabilidade do sistema.

Devido ao fato de haver poucas fontes de calibração adequadas à observação dos efeitos secundários de detecção isoladamente (importantes em uma medida de baixa intensidade de um espectro contínuo), foram produzidos os isótopos ^{51}Cr e ^{141}Ce no feixe de neutrons do reator nuclear do IPEN (Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares).

O material irradiado no caso do ^{51}Cr foi o óxido de cromo (Cr_2O_3) em pó, e no caso do ^{141}Ce , o $(\text{NH}_4)_2\text{Ce}(\text{NO}_3)_6$, também em pó. Os demais radionuclídeos formados apresentam meias vidas inferiores às dos isótopos já mencionados, sendo que alguns dias após a irradiação as amostras apresentavam atividade considerável apenas para os isótopos desejados.

O material irradiado foi acondicionado em um suporte de fibra de vidro retangular de formato semelhante ao das fontes de calibração Amersham e recoberto de parafilme. Essas fontes da Amersham são acondicionadas em um suporte plástico retangular,

semelhante a uma plaqueta, onde o material radiativo se encontra no centro, definindo uma emissora de radiação quase pontual.

3 - EXPERIMENTO DE ESPECTROSCOPIA EM COINCIDENCIA

Essa medida tem por objetivo a aquisição do espectro de BICE correspondente a eletrons K capturados.

A medida em coincidência requer a utilização de outro detector, no caso um detetor de Si(Li) cujo volume é de 4.10^{-4} cm^3 , também com janela de berílio. A resolução deste detector era de 195 eV a 5,9 keV, e sua tarefa era detectar o raio-X K subsequente à captura (evento coincidente com o BI). Há a necessidade de coincidência temporal, o que requer uma parte rápida na eletrônica utilizada. Na figura III.5 o esquema eletrônico utilizado pode ser visto com detalhe.

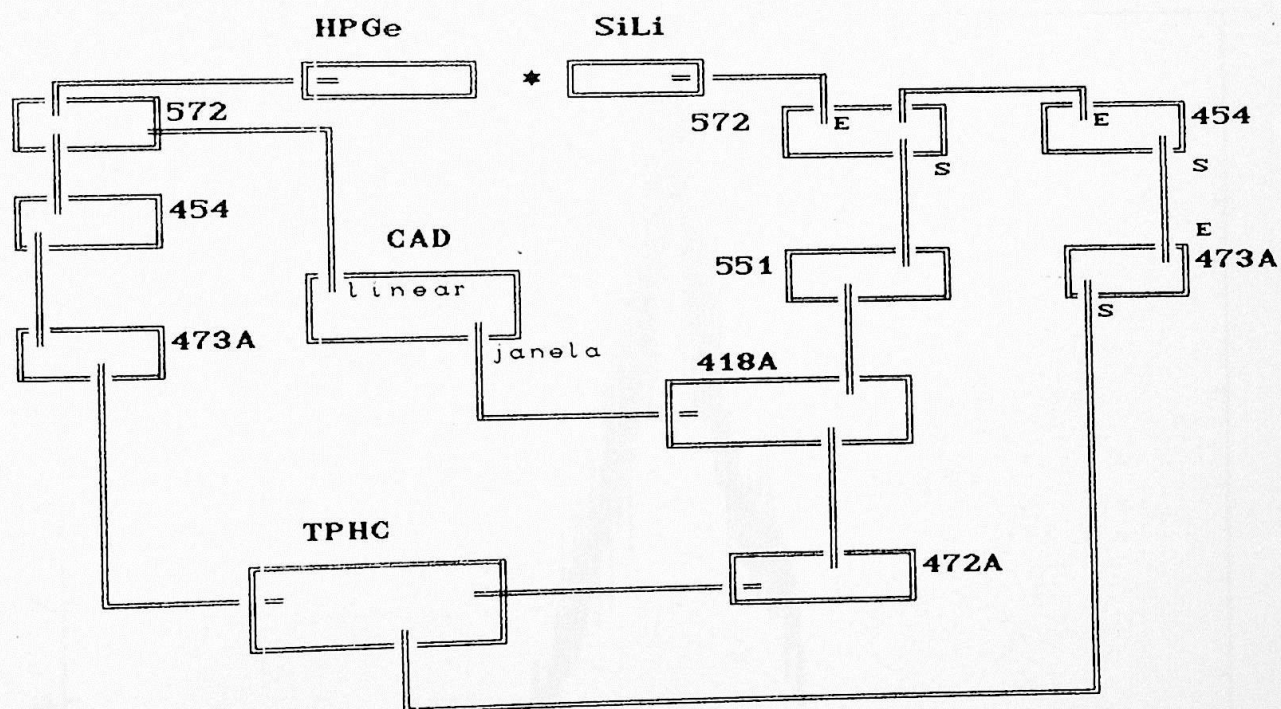


FIGURA III. 5 ESQUEMA DA ELETRONICA UTILIZADA NA MEDIDA DE ESPECTROSCOPIA EM COINCIDENCIA.

Os módulos acima relacionados são os seguintes:

- 572 - Amplificador Linear ORTEC
- 473A - Discriminador de Fração constante - ORTEC
- 454 - Amplificador Rápido - ORTEC
- 551 - Monocanal Rápido - ORTEC
- 472A - Atrasador - ORTEC
- 418 - Coincidência Universal - ORTEC

O detector Si(Li) foi disposto a 180° em relação ao detector HPGe. A fonte de ^{55}Fe estava com sua janela de berílio voltada para o Si(Li), uma vez que este detector seria responsável pela detecção do raio-X K (5,9 keV, energia correspondente ao raio X K_α). O espectro de BICE é observado no HPGe com atenuação em sua intensidade devido à espessura da fonte de ferro utilizada.

A fim de indicar a resolução temporal desta medida apresentamos o espectro de tempo (figura III.6) que foi obtido usando ^{133}Ba . O pico de coincidência temporal corresponde à detecção do raio-X K (30 keV) e ao gama de 81 keV (que segue o decaimento para o estado fundamental com meia vida de 6 n s).

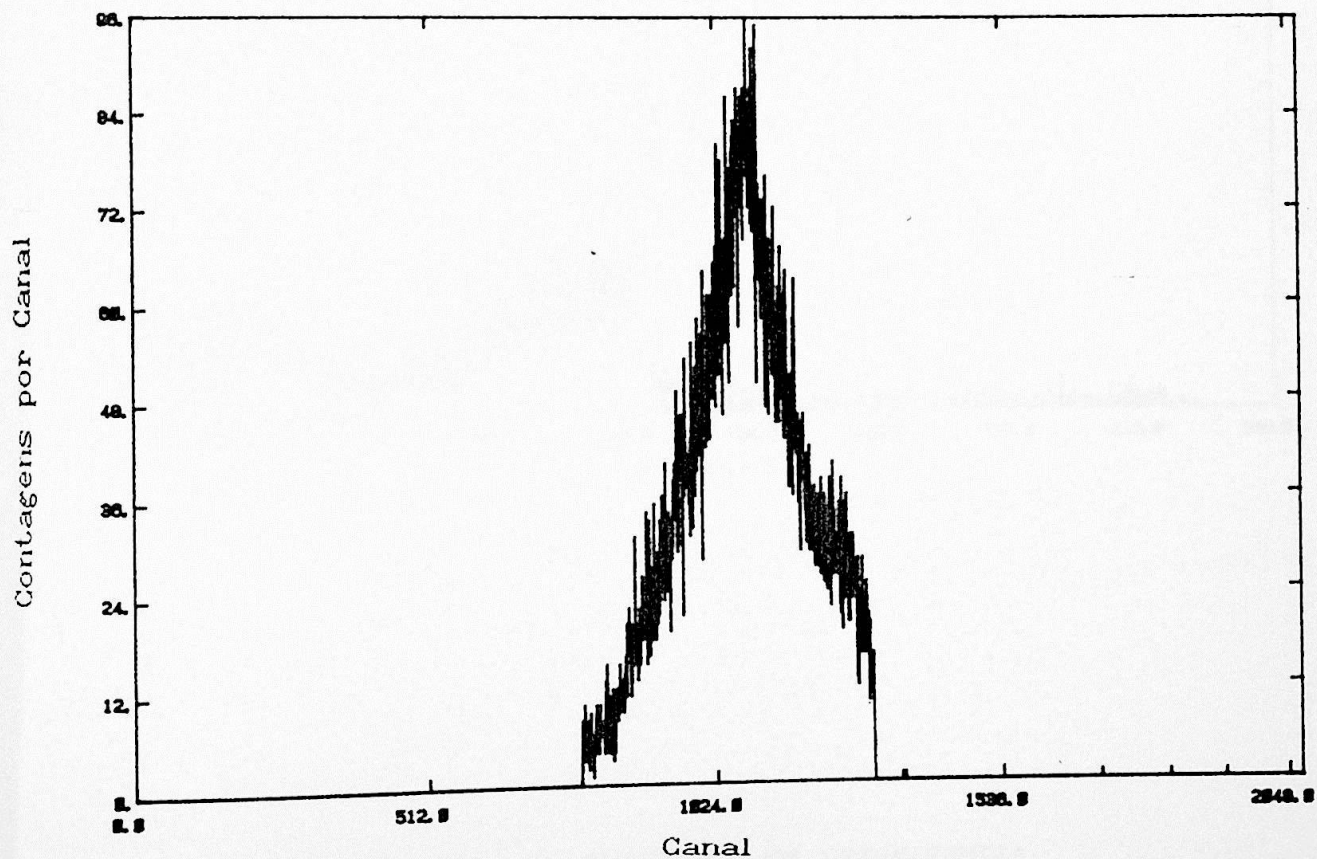


FIGURA III. 6 ESPECTRO DE TEMPO UTILIZADO - MEDIDA DE COINCIDENCIA.

Para efeito de observação e teste das condições desta medida efetuou-se a aquisição em coincidência de um espectro de ^{57}Co , onde o raio-X de 6.4 keV foi utilizado como janela de "energia" (medido no detector SiLi) e o espectro total foi adquirido no HPGe. Esse espectro se presta também para a visualização de efeitos secundários de detecção no caso da experiência em coincidência. O espectro do ^{57}Co se encontra na figura III.7. Esse espectro se presta também para a calibração de eficiência nas condições acima descritas.

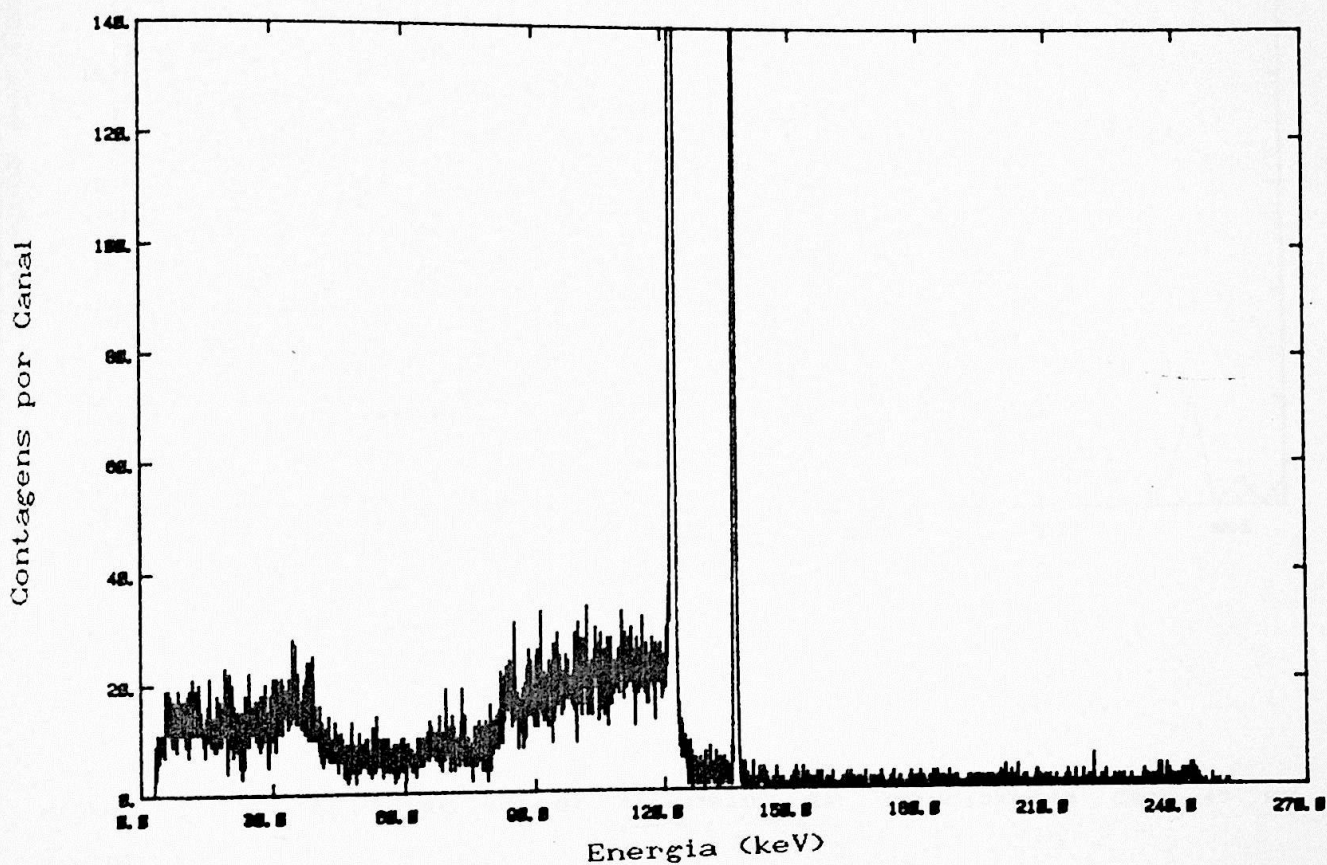


FIGURA III. 7 ESPECTRO DE ^{57}Co ADQUIRIDO EM COINCIDENCIA.

O espectro de BICE, bruto, obtido nas condições de espectroscopia em coincidência pode ser visto na figura III.8.

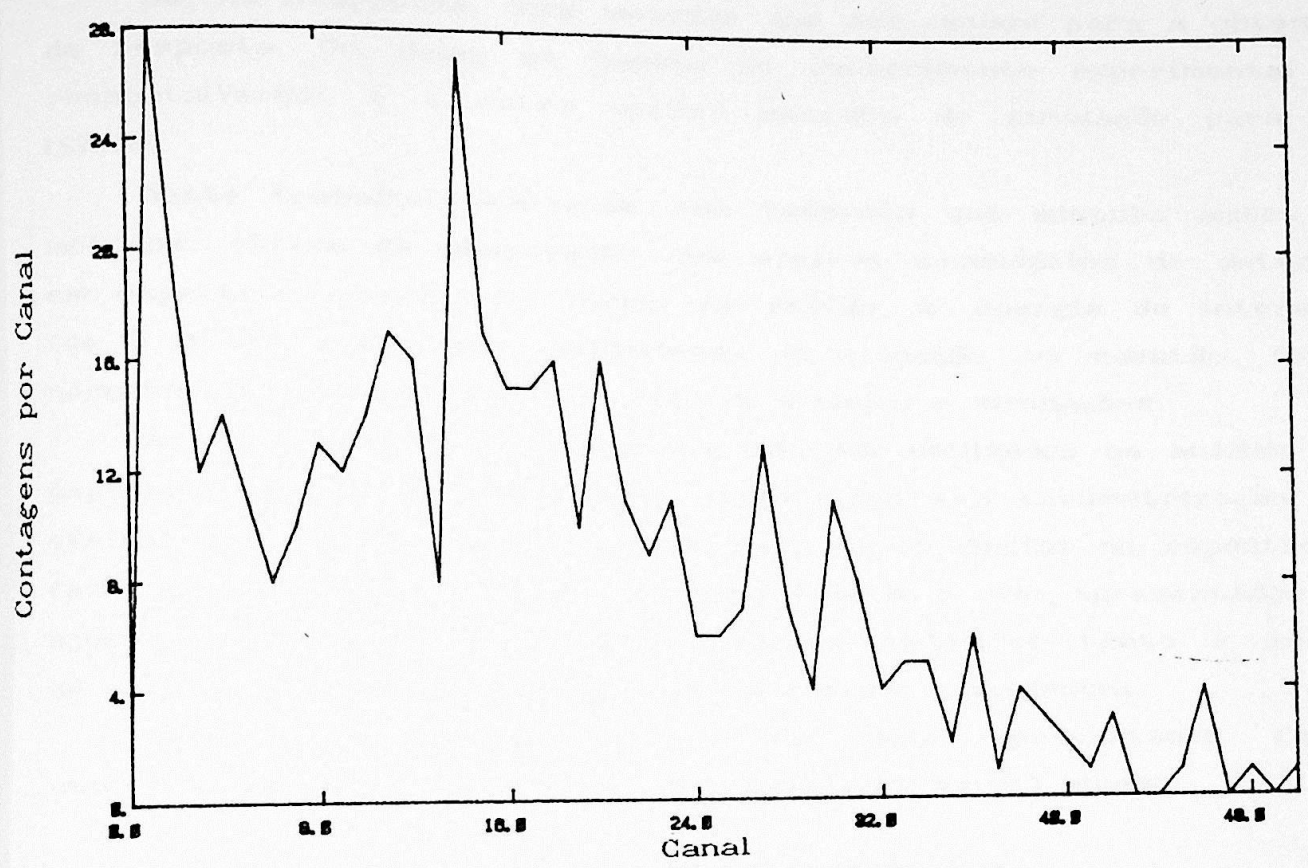


FIGURA III. 8 ESPECTRO DE BI ADQUIRIDO EM COINCIDENCIA COM 45 HS DE AQUISICAO.

B - ANALISE DOS EFEITOS SECUNDARIOS

A baixa intensidade do Bremsstrahlung Interno requer uma análise dos efeitos secundários de detecção que possam vir a alterar o espectro obtido experimentalmente, tanto na forma quanto

na intensidade. Por efeito secundário se entende qualquer efeito que produza, a partir de um fóton incidente no detetor, eventos fora do pico de absorção total de energia. O conjunto de todos os efeitos significativos que ocorrem no espectro caracteriza a resposta do sistema de detecção.

Há, na literatura, dois métodos que são usuais para a obtenção da resposta. Um deles se baseia no conhecimento experimental da resposta [Ver86], e o outro utiliza métodos de simulação para tal [Sie78].

Neste trabalho, utiliza-se uma resposta que mistura ambos os métodos, obtida da observação dos efeitos secundários de detecção em espectros com poucas linhas na região de energia de interesse (de 0 a 300 keV), onde, dependendo da situação em questão, foram necessárias extrapolações por meio de modelos e simulações.

A seguir são apresentados os métodos utilizados na análise dos espectros. Este item compreende a descrição e a parametrização dos efeitos secundários de detecção e suas consequências no espectro. É feita uma descrição sumária de cada efeito e são apresentados os ajustes resultantes das parametrizações, relativos tanto à medida de espectroscopia simples quanto à medida em coincidência.

Para a calibração dos efeitos aqui apresentados foram utilizadas as fontes radiativas relacionadas na tabela abaixo:

fonte	E_{γ}
^{57}Co	14,122,136 keV
^{109}Cd	88 keV
^{241}Am	59 keV
^{51}Cr	320 keV
^{141}Ce	145 keV

Havia à disposição dois tipos de fontes de ^{241}Am e ^{57}Co , que diferiam pela forma de encapsulamento: ^{57}Co em plástico (fonte de calibração Amersham) e em um suporte idêntico ao da fonte de ^{55}Fe , com janela de berílio; o ^{241}Am também (como fonte Amersham) em

plástico e uma fonte eletrodepositada, sem revestimento algum, normalmente utilizada para calibração alfa. A fonte de ^{109}Cd disponível era de produção Amersham e as demais, ^{51}Cr e ^{141}Ce , foram produzidas no feixe de neutrons do Reator do IPEN, cujo encapsulamento já foi descrito no item A.

Seguem as descrições e tratamentos dados aos efeitos presentes na medida de espectroscopia simples.

I-DESCRICAÇÃO DOS EFEITOS SECUNDÁRIOS - ESPECTROSCOPIA SIMPLES

1.1 - EMPILHAMENTO

O empilhamento é um efeito resultante do processo de amplificação dos sinais eletrônicos. É caracterizado pela superposição entre os pulsos formados no detector e se deve ao fato desses pulsos serem distribuídos aleatoriamente no tempo. O empilhamento é um efeito comum quando há altas taxas de detecção envolvidas.

Há dois tipos de empilhamento que apresentam consequências diferentes no espectro; eles são chamados empilhamento de cauda e empilhamento de pico. Knoll [Kno79] apresenta uma descrição detalhada das causas e consequências desses dois tipos de empilhamento, bem como métodos adequados para sua redução.

Especificamente na aquisição do BICE do ^{55}Fe , a utilização de um circuito de rejeição de empilhamento, de restaurador de linha de base e de cancelador de polo e zero diminui as consequências da alta taxa de detecção, restando, como efeito de empilhamento, apenas a superposição acidental de pulsos dentro da resolução temporal da eletrônica.

Considerando a alta taxa de detecção dos raios-X que acompanham a captura eletrônica e a baixa proporção de BICE por decaimento, tomou-se como efeito de empilhamento apenas a superposição de pulsos referentes aos raios-X com pulsos devidos à detecção de fótons de BICE.

O número de eventos de empilhamento entre dois pulsos provenientes da detecção de dois gamas denominados 1 e 2 é dada

pela expressão:

$$P_{emp}^{(1,2)} = \rho_1 \rho_2 \Delta T \tau \quad (III.1)$$

onde ρ_1 e ρ_2 são as taxas de detecção dos gamas 1 e 2, ΔT é o intervalo de tempo da aquisição e τ é a resolução temporal do circuito de rejeição de empilhamento

As taxas de detecção, ρ , são obtidas de:

$$\rho = I \epsilon / \Delta T \quad (III.2)$$

onde I e ϵ representam a taxa de emissão e a eficiência de detecção para os gamas, respectivamente.

Desse modo obtém-se a quantidade de eventos de empilhamento desejada, no caso de fótons de BICE e de raios-X K do ^{55}Mn :

$$P_{emp}^{(X, BI)} = \frac{I_{BI} \epsilon_{BI} I_X \epsilon_X \Delta T \tau}{(\Delta T)^2} \quad (III.3)$$

O número de eventos de empilhamento relativo ao número de eventos de BI incidente (área) é dada pela razão $P_{emp}^{(X, BI)} / \epsilon_{BI} I_{BI}$. Assim, a relação empilhamento para BI não depende da eficiência nem da intensidade do Bremsstrahlung Interno, que são funções da energia.

O valor de τ é obtido experimentalmente, extraído do empilhamento de pulsos referentes aos raios-X. Este empilhamento é bastante intenso, como é possível ver pela figura III.9..

Assim τ é obtido de:

$$\frac{P_{emp}(X,X)}{AX} = \frac{AX \tau}{\Delta T} \quad (III.4)$$

onde $P_{emp}(X,X)$ é a área correspondente ao empilhamento e AX a área correspondente a todos os eventos detectados de raios X.

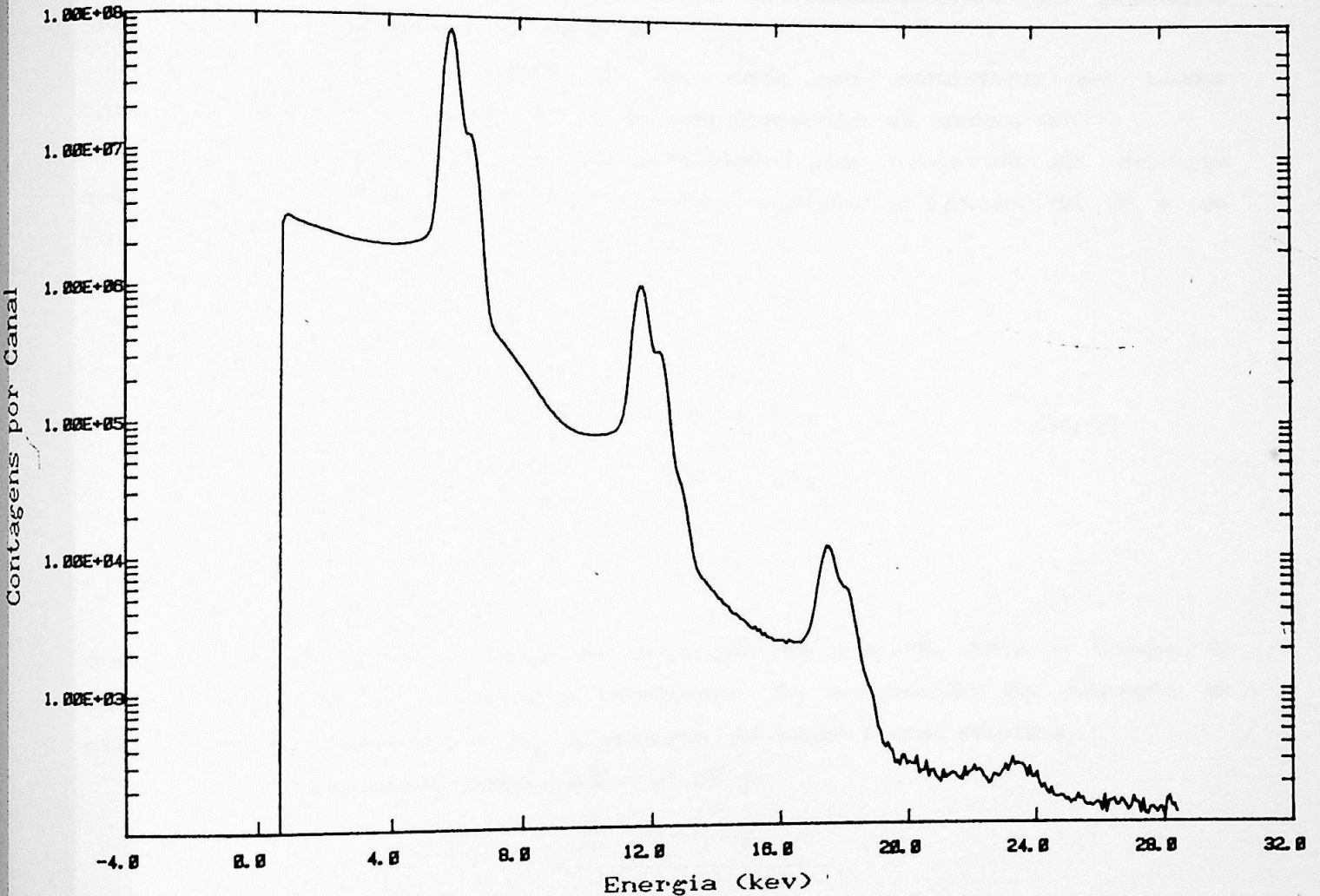


FIGURA III. 9 ESPECTRO DE BI DO ⁵⁵Fe EVIDENCIANDO OS PICOS DE EMPILHAMENTO DOS RAIOS X EMITIDOS APOS A CAPTURA.

Vê-se abaixo os valores das áreas dos picos de empilhamento e de absorção total de energia.

Áreas de absorção total: $XK_{\alpha} = 483959700$ (30027), $XK_{\beta} = 74337040$ (12463) resultando numa área total de X de 558296740 (32511). As áreas de empilhamento de 1ª ordem são: $XK_{\alpha} + XK_{\alpha} = 6624588$ (4501), $XK_{\beta} + XK_{\beta} = 2016764$ (2322), $XK_{\alpha} + XK_{\beta} = 159371$ (972), com uma área total de empilhamento igual a 8800723 (5157) As áreas de empilhamento de 2ª ordem obtidas no espectro são: $XK_{\alpha} + XK_{\alpha} + XK_{\alpha} = 73414$ (576), $XK_{\alpha} + XK_{\beta} + XK_{\beta} = 27785$ (360) com área total de empilhamento igual a 101199 (679).

Os valores entre parênteses indicam os erros nas áreas dos picos.

Assim, levando em conta apenas o empilhamento de primeira ordem, o valor experimental de τ é:

$\tau = 3.781 \cdot 10^{-7}$ (0.002 $\cdot 10^{-7}$)s, onde se considera as taxas totais de eventos verdadeiros e de empilhamento de ordem um.

A função densidade de probabilidade por intervalo de energia que descreve o empilhamento de pulsos devidos a fótons de BI e de raios-X será:

$$\text{Emp}(E_i, E_j) = \begin{cases} 0 & \text{se } E_j \neq E_i + E_X \\ \frac{AX \tau}{\Delta T} & \text{se } E_j = E_i + E_X \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

onde são conhecidos a taxa de detecção de raio-X, AX, e o tempo de aquisição ΔT . E_i é a energia incidente, E_j a posição em energia do efeito de empilhamento e E_X a energia do raio-X que empilha.

O valor calculado para $AX \tau / \Delta T$ é:

$$\frac{\tau AX}{\Delta T} = 0,015273 \quad (9)$$

1.2 - SOMA

A alta eficiência utilizada é responsável pelo surgimento de um efeito apreciável de soma. A soma não deve ser confundida com o empilhamento; ela ocorre quando da detecção de dois fótons emitidos em cascata (simultaneamente, portanto) por um mesmo núcleo, enquanto que o empilhamento é a detecção simultânea de dois fótons quaisquer, emitidos por núcleos diferentes, dentro da resolução temporal. Ambos dependem da distância da fonte ao detector, mas de modo diferente. A soma depende da eficiência total e o empilhamento da taxa de detecção.

O cálculo da soma é feito em detalhe por Knoll [Kn79]. Aqui também foi considerada a ocorrência de soma de fótons de BI com fótons de raios-X, uma vez que somente esses eventos são provenientes de um decaimento em cascata.

A expressão que fornece a intensidade da soma de dois gamas em cascata, 1 seguido de 2 é:

$$N_{1,2} = \mathcal{J} \epsilon_1 p_1 \epsilon_2 p_2 \quad (\text{III.6})$$

onde \mathcal{J} é o número de decaimentos durante a aquisição, $\epsilon_{1,2}$ são as eficiências correspondentes, p_1 é a probabilidade de emissão de gama 1, p_2 é a probabilidade de emissão de gama 2 dado que gama 1 foi emitido. A probabilidade p_2 contém o fator de correlação angular.

A expressão que fornece a área de soma de fótons de BI com fótons de raios-X será:

$$P_{\text{som}}(\text{X+BI}) = P_{\text{BI}} \epsilon_{\text{BI}} P_{\text{X}} \epsilon_{\text{X}} \mathcal{J} \quad (\text{III.7})$$

O valor da probabilidade de emissão de raios-X foi obtido considerando-se apenas o raios-X K calculado das intensidades tabeladas por Enchen [Enc85]: $P_K = 0,283$ (2).

A intensidade (área) de soma BI + XK, normalizada para a intensidade de BICE (área), será

$$\frac{P_{\text{som}}(\text{BI}+\text{X})}{\text{Int. BI}} = \frac{P_{\text{BI/X}}(E_i) \varepsilon_{\text{BI}}(E_i) P_{\text{X}} \varepsilon_{\text{X}}}{\varepsilon_{\text{BI}}(E_i) P_{\text{BI}}(E_i)} \quad (\text{III.8})$$

onde ε representa eficiência e P as probabilidades de emissão.

Aqui há um detalhe importante: no numerador dessa expressão, $P_{\text{BI/X}}$ é a probabilidade de emissão de um fóton de BI dado que houve captura K e um raio-X K foi emitido, ou seja, $P_{\text{BI/X}}$ em função da energia fornece o espectro de BICE devido a elétrons S capturados. No denominador P_{BI} é a probabilidade de emissão de um fóton de BI qualquer, ou seja o espectro total de BICE, devido a elétrons capturados de qualquer orbital. Isso pode acarretar uma distorção na forma do espectro deconvolucionado em sua extremidade a baixa energia quando a parcela predominante do espectro total é devida à captura P.

No caso do ^{55}Fe de nossa experiência, essa diferença é pouco significativa, uma vez que há predominância da captura K, e o espectro de BICE total medido e analisado por nós tem sua porção à baixa energia cortada devido a espalhamentos múltiplos. Assim, para efeitos práticos, é possível considerar essas probabilidades como iguais e cancelá-las na expressão (III.8). Além disso manter esses fatores implica em uma correção de segunda ordem.

A função que fornece a densidade de probabilidade da soma por unidade de energia será:

$$S(E_j, E_i) = \begin{cases} 0 & \text{se } E_j \neq E_i + E_K \\ \varepsilon_K P_K & \text{se } E_j = E_i + E_K \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

onde E_K é a energia do raio-X K somado, e P_K sua probabilidade de

emissão. E_i e E_j seguem a notação de energia incidente e localização em energia do efeito.

O valor do produto $\epsilon_K^P K'$, calculado de acordo com a eficiência e probabilidade para o raio-X K_α , é:

$$\epsilon_K^P K' = 5,41 (27) 10^{-3}$$

onde ϵ_K foi obtido do valor da eficiência para o 6.4 keV do ^{57}Co (probabilidade de emissão de [Bur86]), e considerada a diferença de absorção nas janelas de berílio para a energia do raio X do ^{55}Mn (resultado do decaimento), de 5,9 keV.

1.3 - DEGRAU

A observações dos espectros utilizados para as calibrações dos efeitos secundários de detecção revelou a existência de um patamar significativo à esquerda do pico de absorção total de energia (baixa energia). Não foi possível a identificação precisa da causa física desse efeito, mas Lee e colaboradores [Lee 87] sugerem que esse degrau se deve à má coleção contínua de carga no detector.

Sem dúvida há, no degrau, a contribuição de espalhamento em baixo ângulo (em se tratando de detetores com janelas espessas ou de fontes encapsuladas ou densas), de modo que, para a calibração desse efeito, utilizou-se as fontes com janela de berílio e as fontes produzidas no IPEN.

A parametrização do degrau seguiu o seguinte procedimento: em primeiro lugar ajustou-se o valor das amplitudes dos degraus, subtraindo o fundo contínuo à direita do fundo contínuo à esquerda, para cada valor de energia incidente. A seguir, tomou-se a razão desse valor em relação às áreas dos picos de absorção total de energia. Obteve-se, então, uma grandeza de dimensão amplitude de degrau/keV/área incidente (chamado Deg). Uma grandeza que mostra melhor a importância desse efeito é a fração de eventos tipo pé em relação a eventos do pico de absorção total de energia. Na tabela III.1 são vistos os dados experimentais obtidos, onde se ajustou essa porcentagem em função da energia incidente.



Tabela III.1

E_γ (keV)	Y = degrau/pico
14.40	0.581 (25)
59.537	0.437 (10)
122.061	0.351 (09)
145.447	0.355 (15)
320.084	0.768 (24)

No ponto correspondente a 145 keV foi tomado o cuidado de descontar a parcela do degrau proveniente do Bremsstrahlung do decaimento β^- da fonte (^{141}Ce).

O ajuste desses dados forneceu uma parábola, que pode ser vista na figura III.10, com os seguintes parâmetros:

$$Y = a + bx + cx^2$$

$$a = 0.621 (19)$$

$$b = -0.385 (27) 10^{-2}$$

$$c = 0.1347 (79) 10^{-4}$$

$$\chi^2_{\text{red}} = 0.34 (71.2\%)$$

Com essa função ajustada, obtém-se a distribuição de eventos tipo degrau no espectro.

$$\text{Deg}(E_i, E_j) = \begin{cases} 0, & \text{se } E_j > E_i \\ \text{função ajustada} / E_i, & \text{se } E_j < E_i \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

E_i e E_j mantêm o significado de energia incidente e posição em energia do efeito.

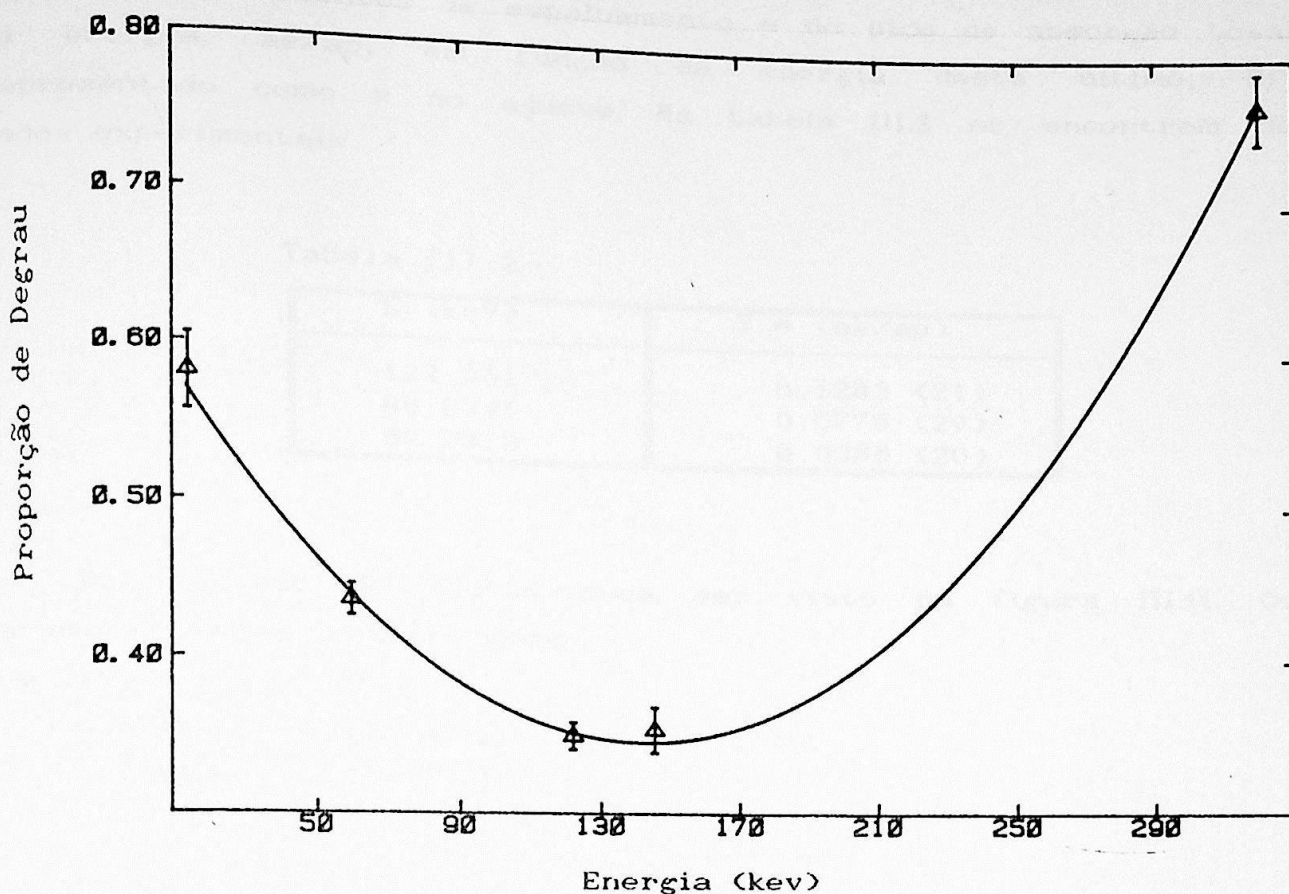


FIGURA III.10 AJUSTE DA RAZAO EVENTOS DE DEGRAU/EVENTOS DE ABSORCAO TOTAL EM FUNCAO DA ENERGIA INCIDENTE.

1.4 - ESPALHAMENTO

Devido à blindagem utilizada nas medidas de espectroscopia simples, há o surgimento de uma formação de aparência triangular no espectro. Essa formação se deve a fótons que foram absorvidos pelo cristal do detector após haverem sofrido espalhamento Compton nas redondezas do cristal, ou seja, na blindagem ao redor do detector, no suporte da fonte, no envólucro do detector, etc. Essa formação pode ser observada na figura III.16.

A grandeza utilizada para a parametrização do espalhamento foi a razão entre eventos de espalhamento e do pico de absorção total de energia, ae/ap , em função da energia deste último, E_γ , representado como x no ajuste. Na tabela III.2 se encontram os dados experimentais.

Tabela III.2

E_γ (keV)	$Y = (ae/ap)$
122.061	0.1283 (21)
88.0341	0.0775 (29)
59.5370	0.0386 (20)

O resultado do ajuste pode ser visto na figura III.11. Os parâmetros se encontram abaixo.

$$Y = a + bx$$

$$a = -0.47 \quad (4) \quad 10^{-1}$$

$$b = 0.144 \quad (5) \quad 10^{-2}$$

$$\chi^2_{\text{red}} = 0.338 \quad (56.11\%)$$

Esse ajuste corrige a intensidade de espalhamento. A forma triangular que ela adquire na resposta é dada delimitando-se essa área pelas coordenadas x_1 , x_2 e x_3 .

Os limites da região de espalhamento estão vinculados, as coordenadas dependem umas das outras; x_1 e x_3 são determinados diretamente do espectro, extrapolando a posição em energia e vinculando este valor à energia do fóton espalhado a 90° e a 180° . O ponto x_2 não está localizado na mediana do segmento (x_1, x_3) mas um pouco deslocado. A estimativa desse deslocamento foi feita a partir dos dados experimentais. Sua posição corresponde a fótons espalhados a 180° aproximadamente, sendo fixado empiricamente estimado dessa forma para as demais energias. A figura III.12 ilustra o posicionamento dessas coordenadas.

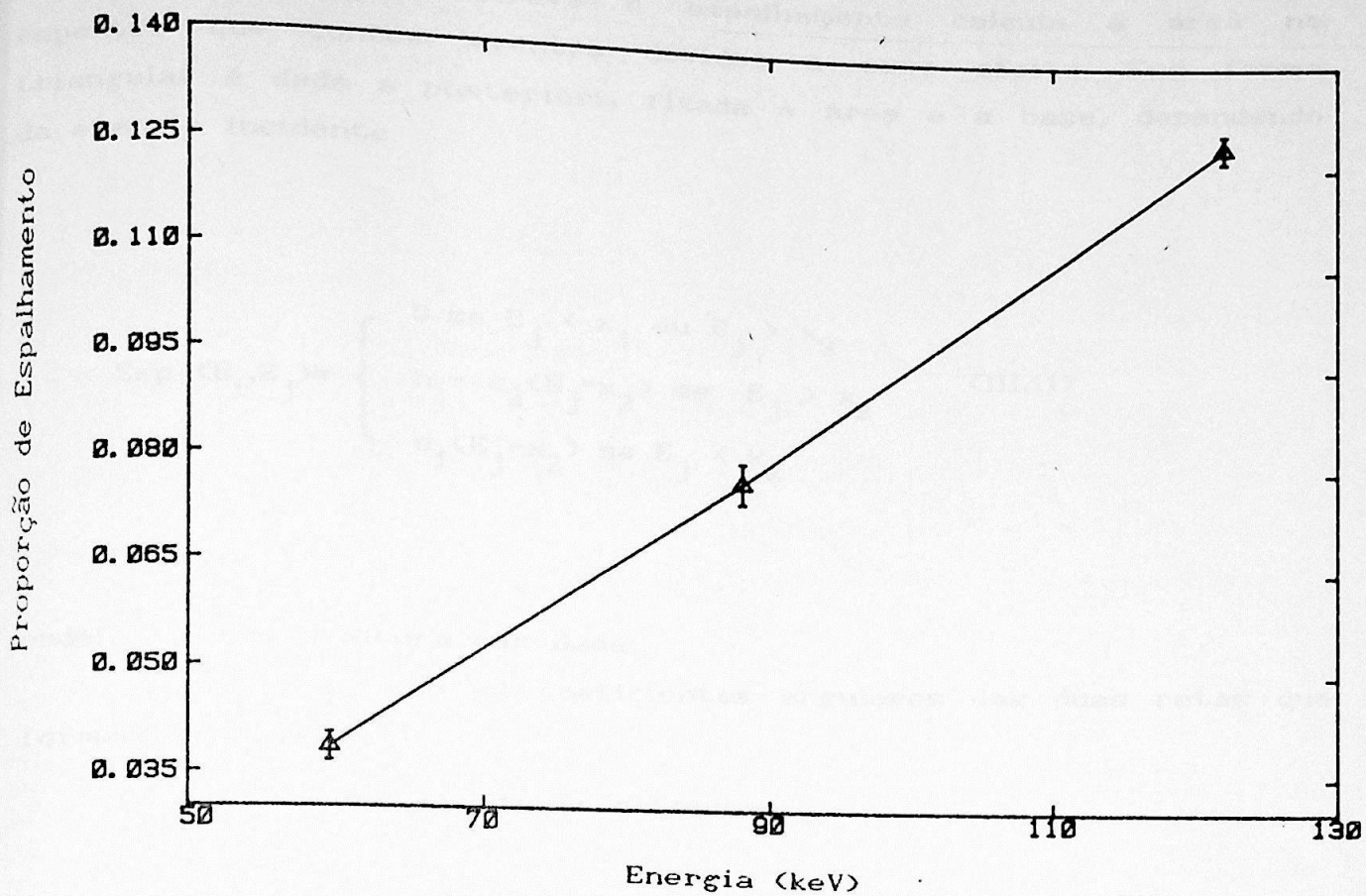


FIGURA III.11 AJUSTE DA PORCENTAGEM DE ESPALHAMENTO EM RELACAO A EVENTOS DE ABSORCAO TOTAL EM FUNCAO DA ENERGIA INCIDENTE.

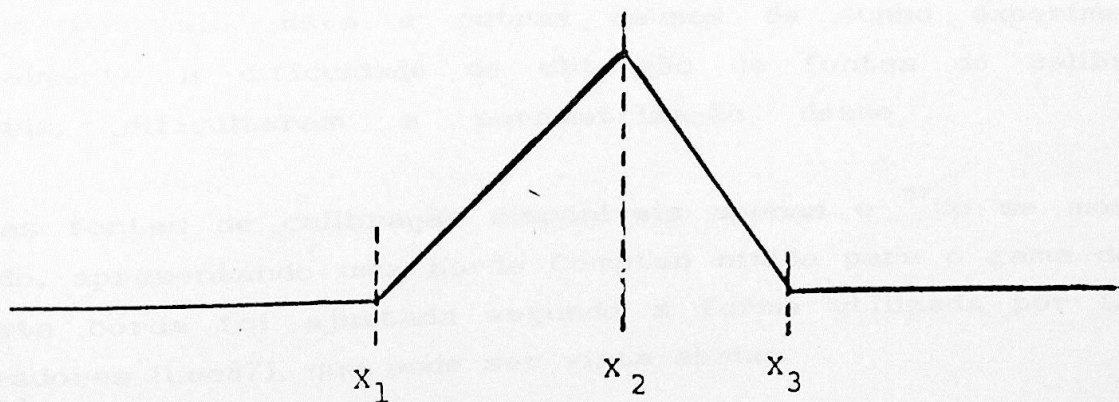


FIGURA II.12 ESQUEMA DO POSICIONAMENTO DOS EVENTOS DE ESPALHAMENTO NO ESPECTRO.

A função que descreve o espalhamento calcula a área no espectro que contém eventos devidos a esse efeito. Sua forma triangular é dada a posteriori, fixada a área e a base, dependendo da energia incidente.

$$\text{Esp}(E_i, E_j) = \begin{cases} 0 & \text{se } E_j < x_1 \text{ ou } E_j > x_3 \\ h - c_2(E_j - x_2) & \text{se } E_j > x_2 \\ c_1(E_j - x_2) & \text{se } E_j < x_2 \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

onde: h é a altura calculada,

c_1 e c_2 são os coeficientes angulares das duas retas que formam o triângulo.

E_i e E_j seguem a notação anterior.

1.5 - EFEITO COMPTON

No processo de detecção, a causa do surgimento da borda Compton é bem conhecida (veja por exemplo [Kno79]).

Na faixa de energia relacionada ao BI do ^{55}Fe , a secção de choque de Compton é inferior àquela para o efeito fotoelétrico, no caso do germânio. Esta e outras causas de cunho experimental, principalmente a dificuldade de obtenção de fontes de calibração adequadas, dificultaram a parametrização desse efeito.

Das fontes de calibração disponíveis apenas o ^{57}Co se mostrou adequado, apresentando uma borda Compton nítida para o gama de 122 keV. Esta borda foi ajustada segundo a forma utilizada por Lee e colaboradores [Lee87], que pode ser vista abaixo.

$$\text{Comp}(E_i, E_j) = A \left[\frac{E_i}{E_i - E_j} + \frac{E_i - E_j}{E_i} - 1 + \cos^2 \theta \right] R, \text{ onde}$$

$$R = \text{erfc} \left[\frac{E_j - B}{C} \right] \quad (\text{III.12})$$

$$\cos \theta = 1 + \frac{m_0 c^2}{E_i} - \frac{m_0 c^2}{E_i - E_j}$$

- e,
- E_i : a energia incidente
 - θ : o ângulo de espalhamento do fóton
 - $E_i - E_j$: a energia do fóton espalhado.

A função erro utilizada nos cálculos computacionais foi a aproximação dada por Abramowitz [Abr72].

Os parâmetros da função erro complementar, erfc, dão conta de efeitos de resolução do detector, suavizando (parâmetro C) e reposicionando (parâmetro B) a borda Compton.

Essa função apresenta A, B e C como parâmetros ajustáveis em função da energia incidente. O ajuste dessa função para o 122 keV pode ser visto na figura III.13, resultando nos seguintes valores para os parâmetros A, B e C.

$$A = 72.3 \text{ (2.7)}$$

$$B = 39.69 \text{ (0.09) (keV)}$$

$$C = 4.05 \text{ (.17) (keV)}$$

$$\chi^2_{\text{red}} = 1.06 \text{ (30.6\%)}$$

O valor calculado para a energia cinética do elétron quando o fóton é espalhado a 180° é 39.46 keV, sendo possível concluir que o parâmetro B pode ser estimado com excelente precisão como essa energia cinética.

Como a faixa de energia considerada é estreita, podemos assumir que os parâmetros B e C se mantêm constantes na extensão do espectro, sendo que B representa a energia calculada da borda para uma dada energia E_i , e C se mantém constante para qualquer energia incidente.

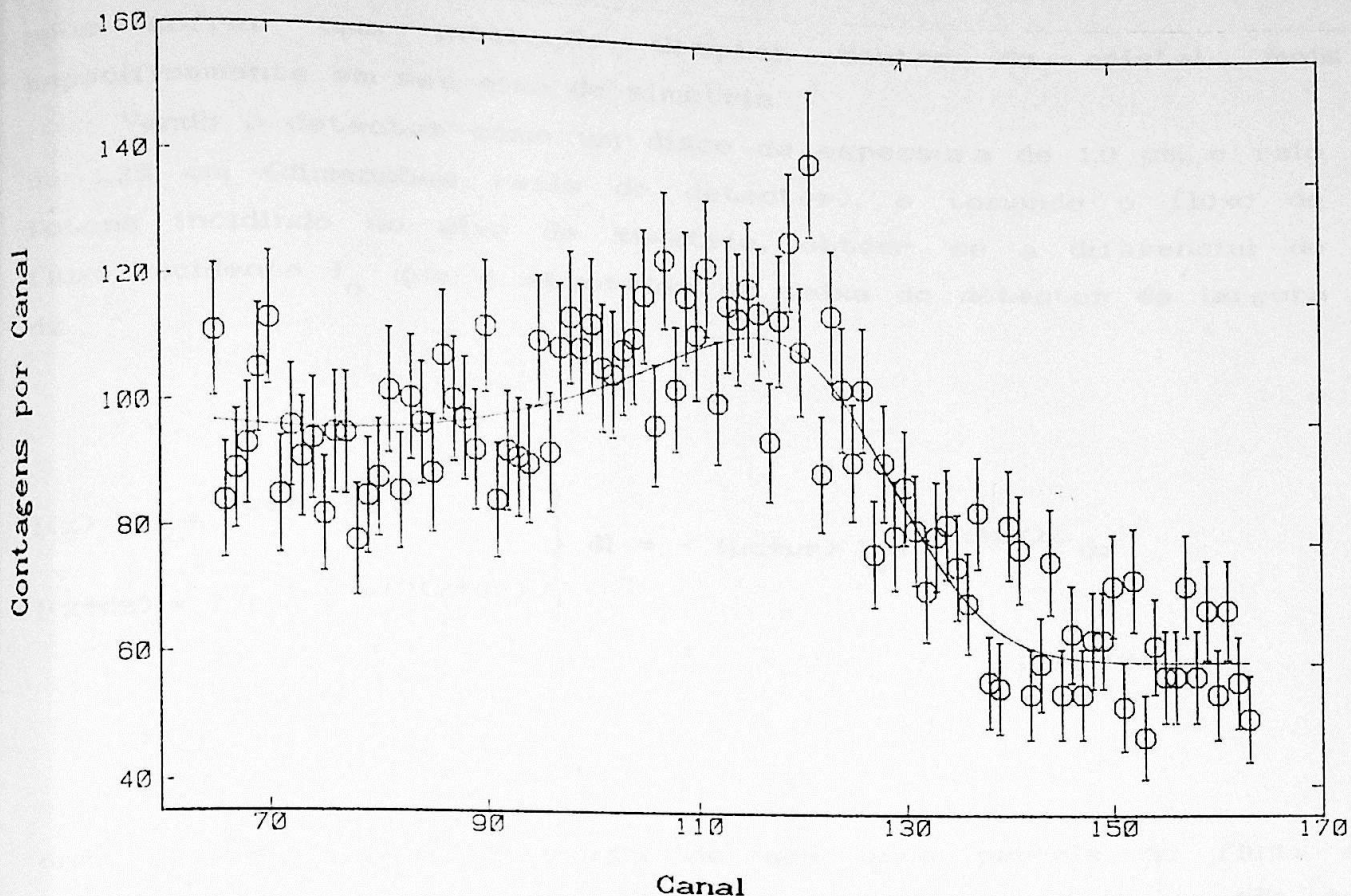


FIGURA II. 13 AJUSTE DA BORDA COMPTON PARA ^{57}Co .

Já o parâmetro de amplitude deve sofrer uma normalização para ser utilizado na resposta. O valor da amplitude normalizado para a área do pico de absorção total de energia por intervalo de energia, em keV (razão entre a amplitude da função que descreve a distribuição de eventos do tipo Compton para eventos do tipo pico) obtido desse espectro é: $2.33 (9) 10^{-3}$.

A dificuldade é obter uma parametrização dessa amplitude em função da energia incidente, uma vez que há só um ponto experimental disponível. Para estimar a dependência da intensidade do Compton em função da energia incidente, foi proposto um modelo simplificado que considera o escape do fóton espalhado após sofrer uma interação Compton. Com esse modelo é possível obter uma expressão integral exata do fluxo de fótons que escapa do detetor

após sofrer uma interação Compton dentro do cristal, mais especificamente em seu eixo de simetria.

Vendo o detector como um disco de espessura de 1,0 cm e raio de 1,25 cm (dimensões reais do detector), e tomando o fluxo de fótons incidindo no eixo de simetria, obtém-se a diferencial do fluxo incidente I_0 que é absorvida na faixa do detector de largura dz .

$$\left. \begin{aligned} I(z) &= I_0 e^{-(\mu_C + \mu_F)z} \\ I(z+dz) &= I_0 e^{-(\mu_C + \mu_F)(z+dz)} \end{aligned} \right\} dI = -(\mu_C + \mu_F) I_0 e^{-(\mu_C + \mu_F)z} dz$$

(III.13)

onde o sinal fica por conta de que essa parcela do fluxo é absorvida por interação fotoelétrica ou Compton. μ_F e μ_C são os coeficientes de absorção linear para esses efeitos respectivamente.

Da diferencial em (III.13) a parcela que sofre interação Compton $\mu_C I_0 e^{-(\mu_C + \mu_F)z} dz$. Essa porção tem sua distribuição regida pelo ângulo θ entre o fóton incidente e o espalhado, de modo que o total do fluxo que escapa após sofrer efeito Compton ao longo do eixo do detector é obtido da integral I_C ,

$$I_C = I_0 \mu_C(E_i) \int e^{-(\mu_F(E_i) + \mu_C(E_i))z} dz \int P(\theta) e^{-(\mu_C(E(\theta)) + \mu_F(E(\theta)))r} d\theta,$$

(III.14)

onde os valores de μ_C e μ_F em função da energia foram obtidos por interpolação da tabela de Storm e Israel [Sto70], e $P(\theta)$ é a secção de choque para efeito Compton [Man84].

$$P(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{2m^2} \left[\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \text{sen}^2\theta \right] \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2$$

Na expressão acima, ω é a energia do fóton incidente e ω' a energia do fóton espalhado (também função de θ).

Os limites de integração são definidos pelas fronteiras do detector, simbolizadas aqui pela variável r , que depende tanto das dimensões do cristal quanto do ângulo de espalhamento θ .

A proporção desses efeitos, resultantes do modelo, em relação a eventos de absorção total de energia será:

$$\frac{C}{P} = \frac{1}{1 - e^{-(\mu_C(E_i) + \mu_F(E_i))z} - I_C} \quad \text{(III.15)} \quad , \text{ ou seja:}$$

onde considerou-se que todos os eventos que não são Compton e atravessaram o detector sem sofrer interação são considerados eventos de absorção total de energia.

A fim de comparar o resultado da integração acima com o ajuste experimental utilizado, é necessária a integração da função ajustada, que fornece a distribuição desse tipo de evento no espectro. O valor da amplitude A na expressão (III.12) é obtido da razão entre C/P e o valor numérico da integral I_L , onde I_L é

$$I_L = \int \left[\frac{E_i}{E_i - E_j} + \frac{E_i - E_j}{E_i} + 1 - \cos^2\theta \right] R dE \quad \text{(III.16)}$$

integrado em todas as energias menores que a energia incidente E_i .

A variação da amplitude da borda Compton em função da energia incidente E_i pode ser vista na figura III.14

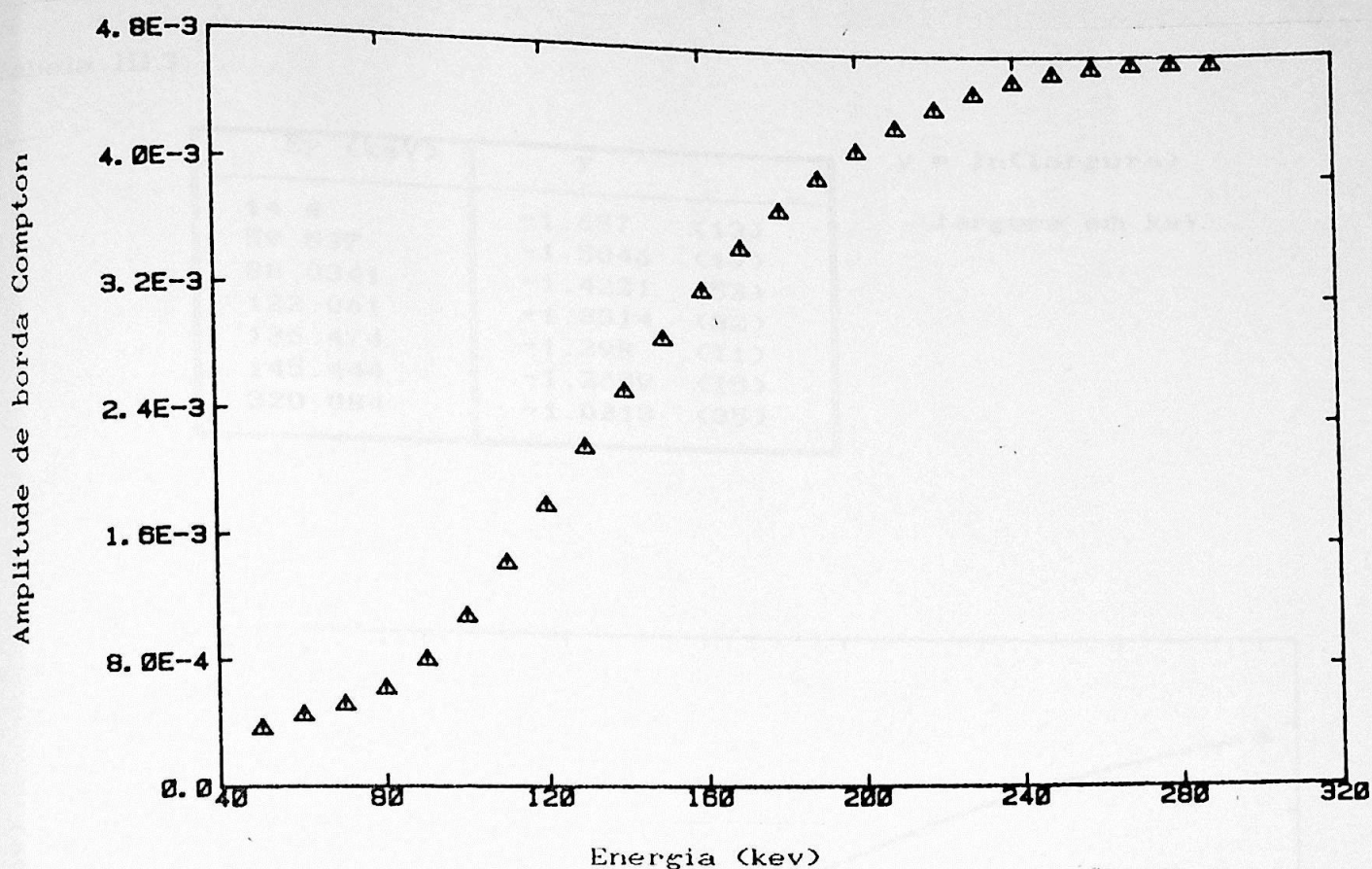


FIGURA III.14 AMPLITUDE DE COMPTON, NORMALIZADA PARA A INTENSIDADE DO PICO DE ABSORCAO TOTAL DE ENERGIA EM FUNCAO DA ENERGIA INCIDENTE.

1.6 - PICOS DE ABSORCAO TOTAL

Os picos de absorção total de energia são aproximadamente gaussianos, não tendo havido necessidade de adicionar à sua forma uma cauda exponencial.

Foi feito um ajuste da largura da gaussiana em função da energia incidente (segundo uma parábola), onde a variável independente é a energia do pico, e a variável dependente é o logaritmo natural da largura, cujos dados encontram-se listados na

tabela abaixo:

Tabela III.3

E_{γ} (keV)	y
14.4	-1.657 (13)
59.537	-1.5046 (19)
88.0341	-1.4221 (53)
122.061	-1.3314 (32)
136.474	-1.298 (11)
145.444	-1.2659 (15)
320.084	-1.0213 (35)

$$y = \ln(\text{largura})$$

largura em keV.

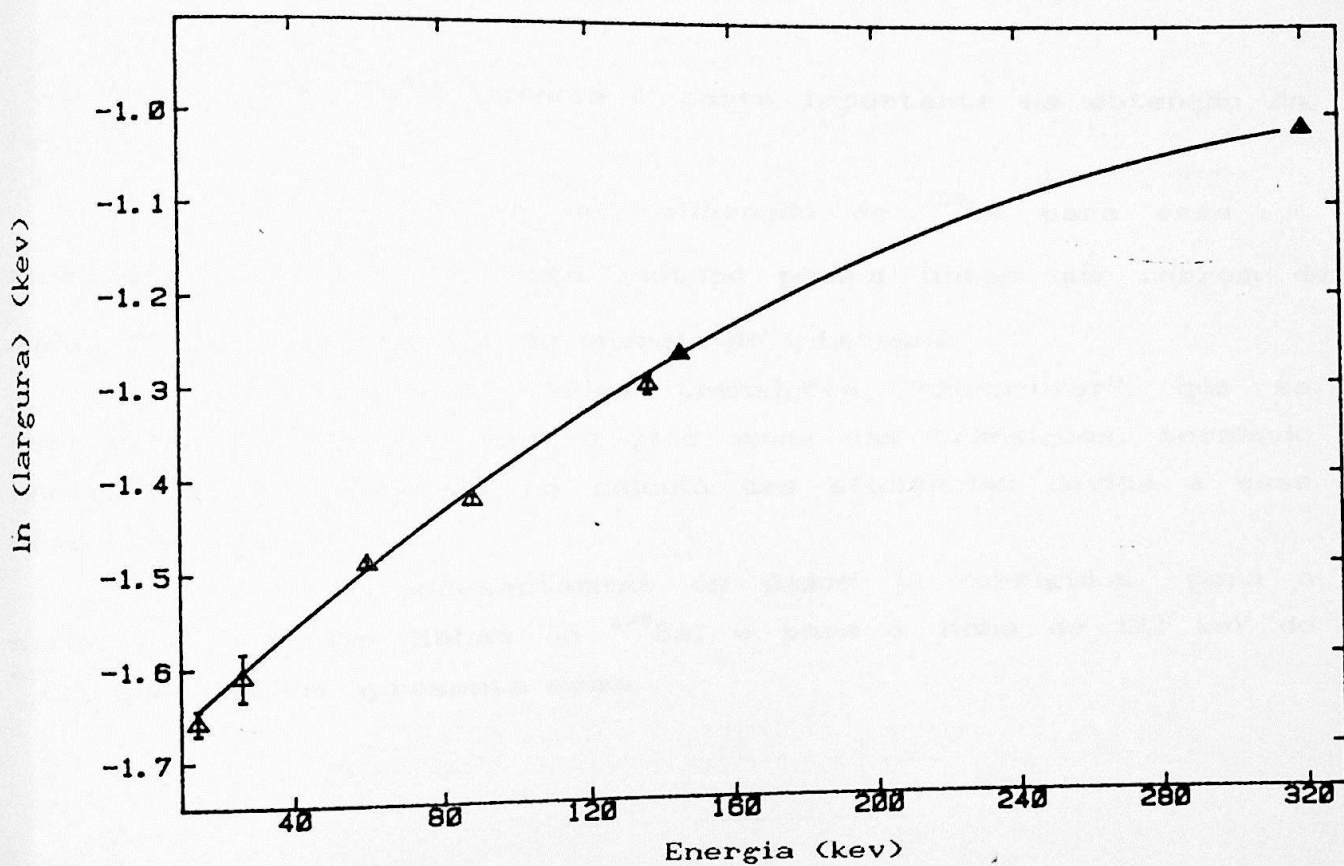


FIGURA III. 15 AJUSTE DE LARGURA DOS PICOS, EM KEV, EM FUNCAO DA ENERGIA.

Os parâmetros obtidos do ajuste da parábola são dados abaixo e a curva pode ser vista na figura (III.15).

$$Y = a + bx + cx^2$$

$$a = -1.715 \quad (0.42 \cdot 10^{-2})$$

$$b = 0.384 \cdot 10^{-2} \quad (0.54 \cdot 10^{-4})$$

$$c = -0.52 \cdot 10^{-5} \quad (0.14 \cdot 10^{-6}), \text{ sendo}$$

$$\chi_{\text{red}}^2 = 1.79 \quad (12.71 \%).$$

1.7 - CALIBRACAO DE EFICIENCIA

A calibração de eficiência é parte importante na obtenção da resposta.

Utilizamos uma fonte de calibração de ^{133}Ba para essa finalidade, uma vez que este isótopo possui linhas que cobrem de maneira adequada a região de energia de interesse.

O ^{133}Ba apresenta várias transições "cross-over", que se superpõem no espectro com o pico soma das transições, tornando necessária uma correção no cálculo das eficiências devida à esse efeito de soma.

Na tabela IV apresentam-se os dados já corrigidos para a soma, no caso das linhas do ^{133}Ba , e para a linha de 122 keV do ^{57}Co , que também apresenta soma.

Tabela IV

E_γ (keV)	ϵ (corrigida)
53.161	0.02456 (136)
79.263	0.02231 (149)
80.997	0.02289 (118)
88.034 [†]	0.02649 (213)
122.061 [‡]	0.01837 (081)
160.613	0.01174 (135)
223.234	0.00568 (062)
276.398	0.00342 (017)
302.853	0.00285 (014)

† ^{109}Cd ‡ ^{57}Co

O ajuste correspondente se encontra na figura III.16., e resultou em uma parábola onde foram tomados os valores dos logaritmos naturais de ambas as variáveis.

$$Y = a + bx + cx^2$$

$$a = -20.4 (1.7)$$

$$b = 7.97 (0.70)$$

$$c = -0.9511 (0.71 \cdot 10^{-2})$$

$$\chi_{\text{red}}^2 = 0.98 (42.6\%)$$

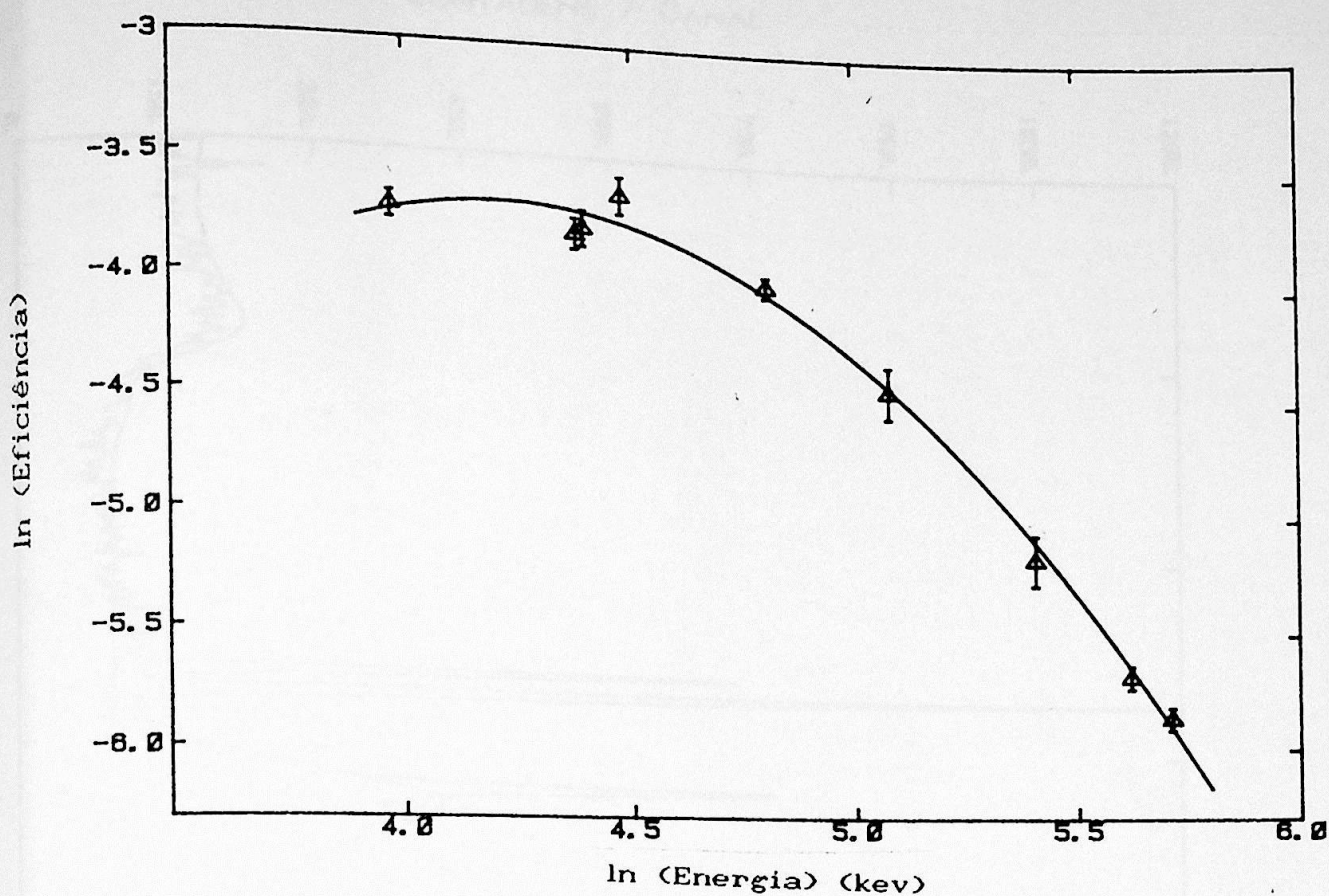


FIGURA III.16 AJUSTE DE EFICIENCIA LN(ϵ) EM FUNCAO DE LN(E).

1.8 - RESPOSTA OBTIDA

De posse das funções que descrevem a distribuição de eventos no espectro, dada uma energia e uma intensidade incidentes, podemos simulá-lo. O resultado dessa simulação pode ser visto na figura (III.17.), onde o espectro medido de ^{57}Co é comparado com sua simulação.

CONTAGENS / CANAL

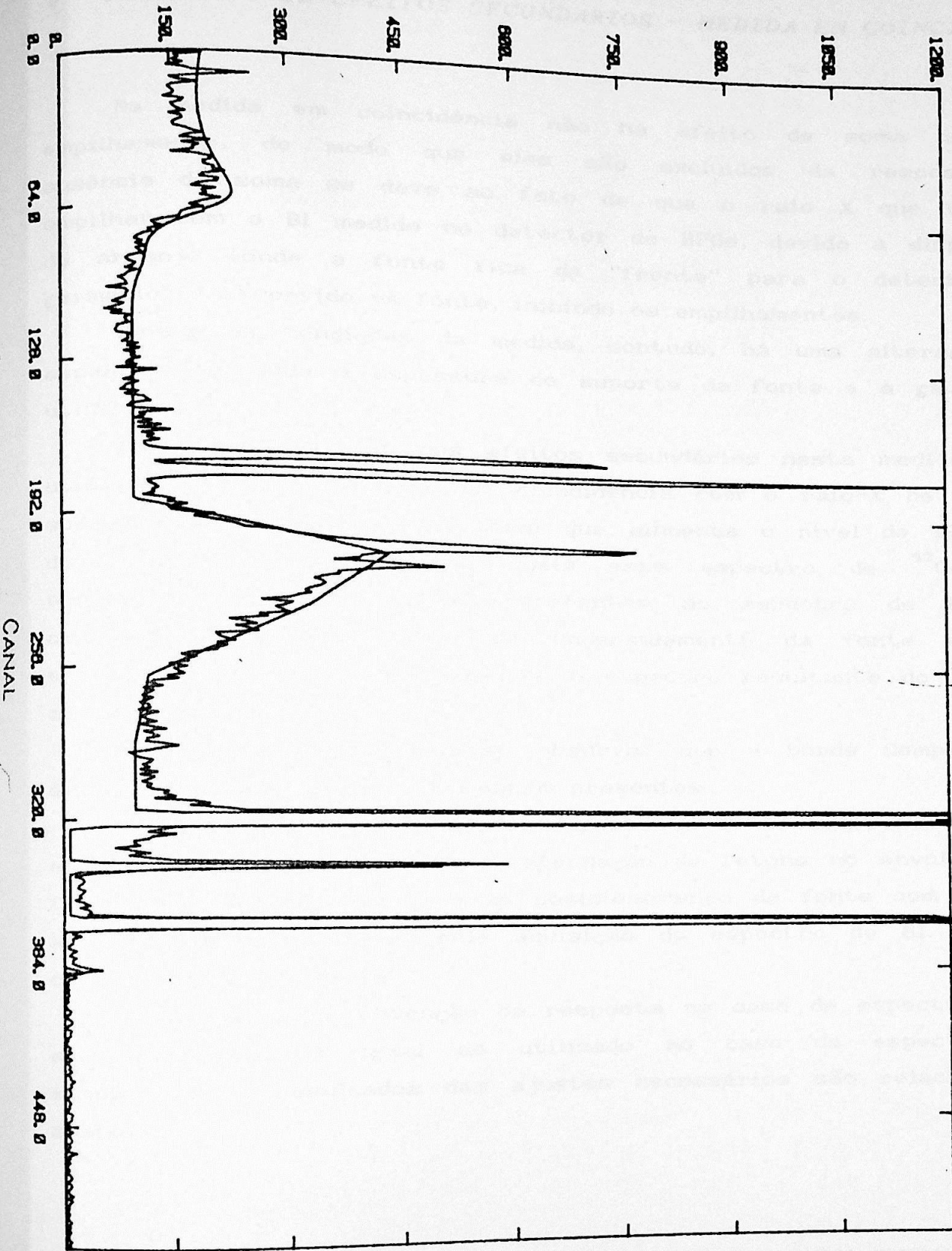


FIGURA III. 17 RESPOSTA OBTIDA PARA O ^{57}Co NO CASO DE ESPECTROSCOPIA SIMPLES

2 - DESCRICAO DE EFEITOS SECUNDARIOS - MEDIDA EM COINCIDENCIA

Na medida em coincidência não há efeito de soma nem de empilhamento, de modo que eles são excluídos da resposta. A ausência de soma se deve ao fato de que o raio X que deveria empilhar com o BI medido no detector de HPGe, devido à disposição do arranjo (onde a fonte fica de "frente" para o detector de germânio) é absorvido na fonte, inibindo os empilhamentos.

Devido às condições da medida, contudo, há uma alteração no espalhamento, dada a espessura do suporte da fonte e a geometria utilizada.

Para a observação dos efeitos secundários nesta medida, foi utilizado o ^{57}Co , adquirido em coincidência com o raio-X de 6.4keV subsequente à captura eletrônica que alimenta o nível de 136 keV do ^{57}Fe . As condições nas quais esse espectro de ^{57}Co foi observado seguem aquelas referentes ao espectro de BI em coincidência, desde o tipo de encapsulamento da fonte até a energia do raio-X em coincidência. O espectro resultante do ^{57}Co é apresentado na figura III.7..

Pela figura III.7., pode-se observar que a borda Compton, o degrau e o espalhamento se mantêm presentes.

É claro que a espessura do suporte da fonte acarreta mais um efeito secundário na medida: a atenuação de fótons no envólucro da fonte de ^{55}Fe . Isto se deve ao posicionamento da fonte com relação ao detector responsável pela aquisição do espectro de BI. Este é colocado atrás da fonte.

O método para obtenção da resposta no caso de espectroscopia em coincidência é igual ao utilizado no caso de espectroscopia simples, e os resultados dos ajustes necessários são relacionados abaixo.

2.1 - ATENUACAO

Efetuuou-se o ajuste da intensidade de absorção de gamas na

fonte de ferro com as fontes de calibração já mencionadas, através de espectros adquiridos com e sem a presença da amostra de ^{55}Fe entre as fontes de calibração e o detector. Na tabela V estão os dados utilizados no ajuste.

Tabela V

E_γ (keV)	y
26.345	-3.346 (274)
30.973	-2.606 (25)
35.0	-2.022 (8)
35.8	-1.983 (32)
36.4	-1.901 (13)
37.3	-1.640 (32)
53.161	-0.852 (14)
59.537	-0.745 (5)
79.623	-0.578 (12)
80.997	-0.524 (3)
122.061	-0.390 (10)
136.474	-0.443 (52)
160.613	-0.492 (3)

A variável independente é a energia do gama incidente, enquanto que a variável dependente utilizada é o logaritmo natural da intensidade absorvida na fonte de ^{55}Fe .

O ajuste resultou numa reta mais uma exponencial (figura III.18.), $Y = a + bx + c e^{(dx)}$, com os seguintes parâmetros:

$$a = -0.428 (12)$$

$$b = -0.371 \cdot 10^{-3} (82)$$

$$c = -18.02 (66)$$

$$d = -0.0694 (12)$$

$$\chi_{\text{red}}^2 = 15.2 (0\%)$$

Embora o valor de χ^2 não corresponda a um "bom ajuste", esta função corrige de forma adequada a absorção, como pode ser visto na figura III.18..

ln (Proporção de Atenuação)

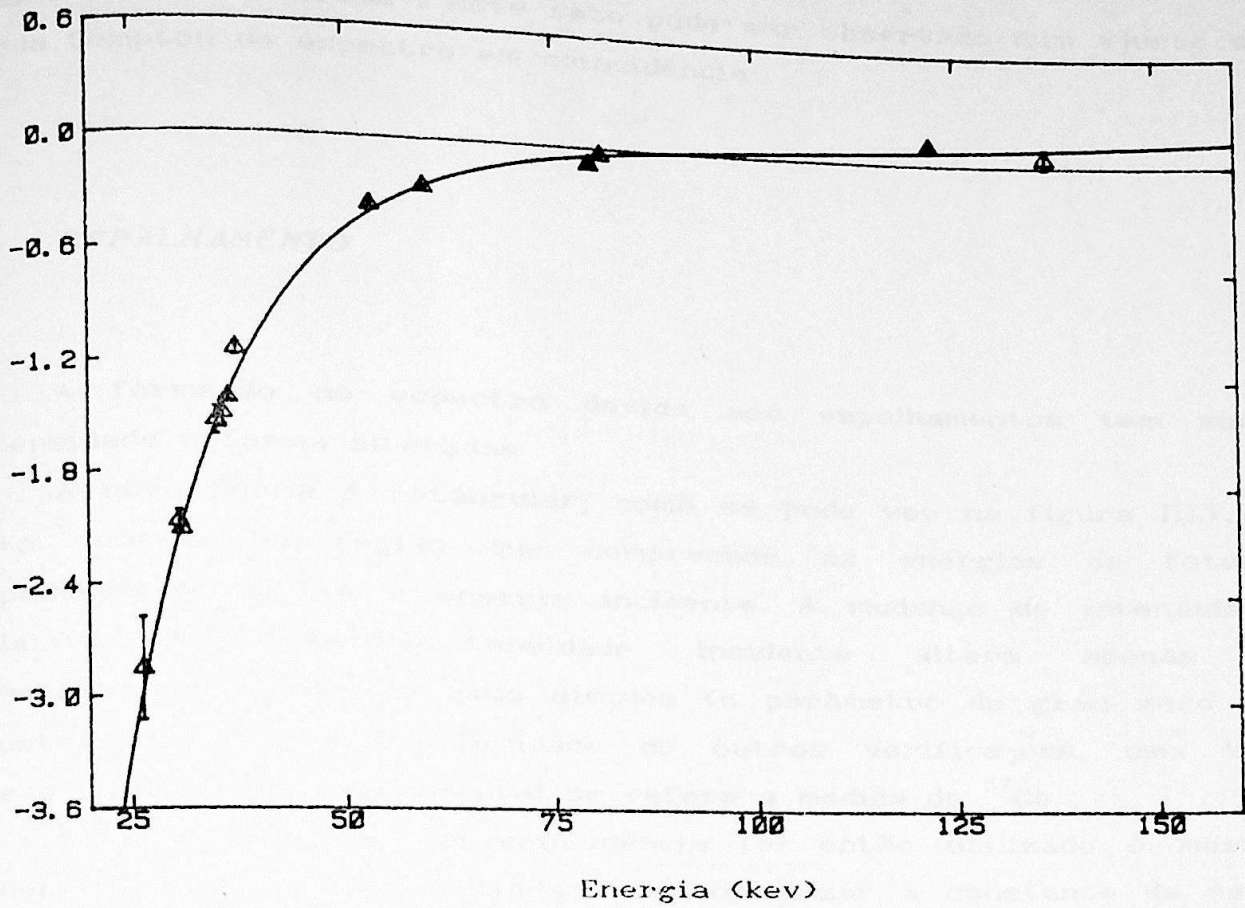


FIGURA III.18 AJUSTE DA ATENUACAO DE INTENSIDADE DE FOTON NA FONTE DE ⁵⁵FE.

Foi necessária uma renormalização deste ajuste uma vez que os dados foram adquiridos sem contagem de tempo vivo, e a fonte de ⁵⁵Fe (colocada com a janela voltada para o detector desta vez), com os raios X muito intensos, fazia com que o CAD acusasse 40 % aproximadamente de tempo morto.

2.2 - EFEITO COMPTON

Uma vez que a borda Compton que surge no espectro é uma função das características do detector, a distribuição no espectro dos eventos devidos a este efeito é, no experimento em coincidência, a

mesma da medida direta . Este fato pôde ser observado num ajuste de borda Compton do espectro em coincidência.

2.3 - ESPALHAMENTO

A formação no espectro devida aos espalhamentos tem suas intensidade e forma alteradas.

A nova forma é retangular, como se pode ver na figura III.7. e está contida na região que compreende as energias de fótons espalhados a 180° e a energia incidente. A mudança de intensidade relativa espalhamento/intensidade incidente altera apenas a constante do ajuste no caso simples (o parâmetro de grau zero no ajuste). Não houve possibilidade de outras verificações, uma vez que o único ponto experimental se refere à medida do ^{57}Co .

Para o espectro em coincidência foi então utilizado o mesmo ajuste do simples, com o cuidado de normalizar a constante da reta utilizada.

2.4 - DEGRAU

Da mesma forma que o efeito Compton, o degrau também se mostrou resultado das características do detector, não se alterando no experimento em coincidência, fato também verificado.

2.5 - CALIBRACAO DE EFICIENCIA

A obtenção da curva de eficiência nesta medida apresenta dificuldades adicionais, tais como a absorção na fonte e efeitos de correlação angular.

Para a obtenção de uma curva de eficiência desta medida,

optamos por utilizar a curva obtida da calibração simples, normalizando-a para a eficiência de detecção de coincidência K_{α} com o gama de 136 keV do ^{57}Co .

2.6 - RESPOSTA OBTIDA

Na figura III.19 encontra-se o resultado da resposta superposta ao espectro medido em coincidência.

CONTAGENS / CANAL

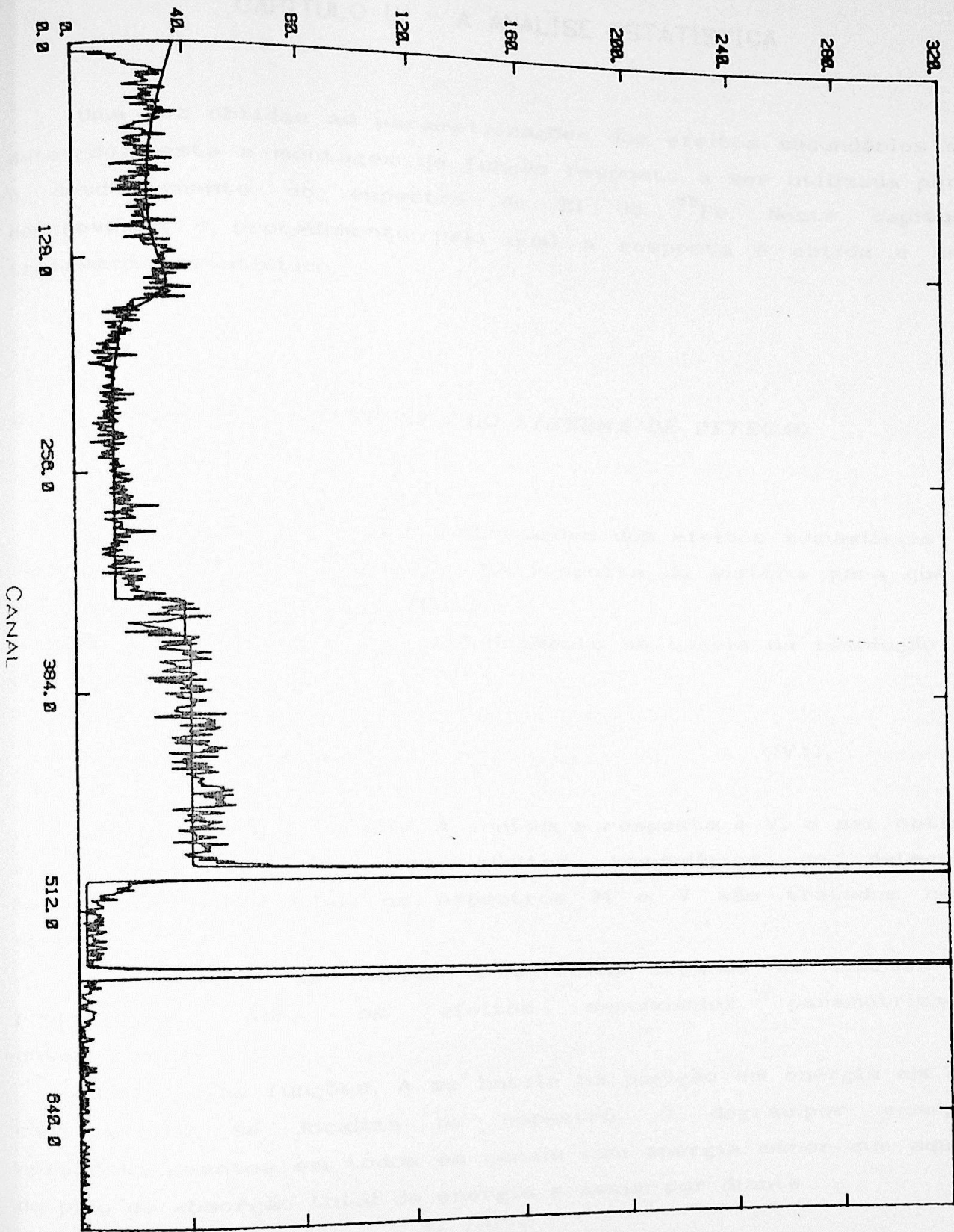


FIGURA III. 10 RESPOSTA DO SISTEMA DE DETECCAO SUPREPOSTA AO ESPECTRO OBTIDO EXPERIMENTALMENTE NO CASO DE ESPECTROSCOPIA EM

CAPITULO IV - A ANALISE ESTATISTICA

Uma vez obtidas as parametrizações dos efeitos secundários de detecção, resta a montagem da função resposta a ser utilizada para o desdobramento do espectro de BI do ^{55}Fe . Neste capítulo descrevemos o procedimento pelo qual a resposta é obtida e seu tratamento estatístico.

A - A MONTAGEM DA RESPOSTA DO SISTEMA DE DETECAO

Uma vez obtidas as parametrizações dos efeitos secundários de detecção, resta a estruturação da resposta do sistema para que o desdobramento possa ser efetuado.

O método utilizado no desdobramento se baseia na resolução da equação matricial:

$$M = A V \quad (\text{IV.1}),$$

onde M é o espectro medido, A contém a resposta e V , a ser obtido, é o espectro livre dos efeitos secundários de detecção. No tratamento matricial, os espectros M e V são tratados como vetores.

A montagem da matriz A é feita segundo as funções de probabilidade para os efeitos secundários parametrizadas anteriormente.

Como essas funções, A se baseia na posição em energia em que cada efeito se localiza no espectro. O degrau, por exemplo, apresenta eventos em todos os canais com energia menor que aquela do pico de absorção total de energia e assim por diante.

Esquemmatizando a equação (IV.1):

$$\begin{bmatrix} \text{M} \\ \text{E} \\ \text{D} \\ \text{I} \\ \text{D} \\ \text{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & \text{efeitos com} \\ e-P & \text{eventos} \\ \text{fei-} P & \text{em} \\ \text{tos com} P & \text{ener-} \\ \text{eventos} P & \text{gia} \\ \text{em ener-} P & \text{mai-} \\ \text{gia menor} P & \text{or} \\ & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{L} \\ \text{I} \\ \text{M} \\ \text{P} \\ \text{O} \end{bmatrix}$$

Desse modo, A apresenta em seu triangulo superior todos os efeitos que contribuem com eventos de energia superior à do pico de absorção total de energia (como a soma e o empilhamento) e no triangulo inferior, aqueles que contribuem com eventos em canais de energia menor que aquela do pico. Cada elemento A_{ij} de A contém informação do efeito causado no canal j pela energia incidente no canal i. A diagonal, denotada por P, considera os eventos que correspondem à absorção total de energia, inclusive os eventos que ocorrem na soma e no empilhamento, que são "roubados" do pico.

Na verdade, o espectro medido, utilizado nos cálculos do desdobramento do BI em espectroscopia simples, é o espectro medido de onde foi subtraído o fundo correspondente, e os eventos causados pelos picos de raio-X de chumbo, causados pela utilização de blindagem. Levamos em conta também os efeitos secundários causados por esses picos, utilizando a parametrização da resposta para tal.

Uma vez montada a matriz A, o espectro líquido é obtido invertendo-se a equação (IV.1):

$$V = A^{-1} M \tag{IV.2}$$

A curva de eficiência, já calibrada, é multiplicada diretamente pelo espectro V obtido.

B - TRATAMENTO ESTATISTICO :ERROS E COVARIANCIAS.

O tratamento estatístico para a obtenção dos erros do vetor V da equação (IV.1), levou em conta os erros do vetor M , resultado de subtração de espectros medidos onde as contagens são eventos independentes, e os erros provenientes das parametrizações da matriz A . Fica, então, claro que todos os elementos do vetor V são covariantes.

A obtenção da matriz de covariância de V é apresentada abaixo.

Por simplicidade, omitiremos a notação de matriz inversa, de modo que A^{-1} passa a ser chamada de A simplesmente. Assim reescrevendo a equação (IV.2): $V = A M$

A matriz de covariância de V é obtida de :

$$\text{Cov}(V) = \langle (V - V_0)(V - V_0)^t \rangle \quad (\text{IV.3}),$$

onde $\langle \rangle$ denota valor médio calculado pela função densidade de probabilidade de V e V_0 representa o espectro verdadeiro:

O valor verdadeiro, V_0 , é desconhecido, mas pode ser escrito em termos da diferença δ entre os valores calculados e verdadeiros, tanto da matriz A como do vetor M .

$$V_0 = A_0 M_0 = (A + \delta A)(M + \delta M) \quad (\text{IV.4})$$

A matriz de covariância de V é obtida de:

$$\text{Cov}(V) = \langle [V - (A + \delta A)(M + \delta M)][V - (A + \delta A)(M + \delta M)]^t \rangle \quad (\text{IV.5}),$$

sendo $V = A M$, então,

$$\text{Cov}(V) = \langle (A \delta M + \delta A M + \delta A \delta M)(A \delta M + \delta A M + \delta A \delta M)^t \rangle$$

Os termos de segunda ordem em δ são desprezados, como usualmente é feito em propagação de erros. Então:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(V) &= \langle (A \delta M + \delta A M)(M^t \delta A^t + \delta M^t A^t) \rangle \\ &= \langle A \delta M M^t \delta A^t + A \delta M \delta M^t A^t + \delta A M M^t \delta A^t + \delta A M \delta M^t A^t \rangle \quad (\text{IV.6}) \end{aligned}$$

O primeiro e o último termo desta expressão são nulos, uma vez que o valor médio das diferenças, $\langle \delta A \rangle$ e $\langle \delta M \rangle$, são nulos. Restam então dois termos para o cálculo da matriz de covariância.

$$\text{Cov}(V) = \langle A \delta M \delta M^t A^t + \delta A M M^t \delta A^t \rangle \quad (\text{IV.7})$$

O primeiro termo da equação (IV.7) é a parcela da matriz de covariância onde entra a variância dos dados. $\delta M \delta M^t$ é uma matriz diagonal onde cada elemento é a variância do número de contagens daquele canal.

Já o segundo termo, não tão simples de ser calculado, é obtido por uma simulação de Monte Carlo.

Como não há meio de, com os dados que possuímos, obter a forma explícita de $\delta A M M^t \delta A^t$, a simulação gera vetores $V^s = A^s M$, onde A^s é uma matriz obtida de A , considerando que cada elemento A_{ij}^s apresenta um erro experimental, que surge das parametrizações. De uma forma mais clara, $A_{ij}^s = A_{ij} \pm \sigma(A_{ij})$. Cada elemento da matriz A^s é sorteado de uma gaussiana de média $A_{i,j}$ e desvio padrão $\sigma(A_{i,j})$.

Assim, se V^s é o resultado desta simulação, o segundo termo da matriz de covariância é obtido da média entre o valor calculado, V , e o valor sorteado, V^s . Foram realizados 50 sorteios, ou seja V^s foi calculado 50 vezes com diferentes matrizes A^s .

$$\begin{aligned} \text{Cov}_s(V) &= \langle (V^s - V)(V^s - V)^t \rangle \\ &= \langle (A^s M - A M)(A^s M - A M)^t \rangle = \langle [(A^s - A) M] [(A^s - A) M]^t \rangle \\ &= \delta A M M^t \delta A. \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Desta forma, obtém-se o espectro desdobrado e sua matriz de covariância completa.

CAPÍTULO V - DISCUSSÃO E RESULTADOS

C - A ANALISE DE DADOS.

Uma vez que a metodologia de desdobramento do espectro se encontra estabelecida, o tratamento dos dados adquiridos na forma de espectro são descritos nesta seção.

Os espectros, adquiridos em 4096 canais, foram compactados e se tornaram espectros de 50 canais, como meio de otimizar o cálculo computacional, já que todos os resultados foram obtidos através de códigos de computador. Essa compactação não altera a informação de intensidade do espectro, diminuindo apenas a resolução em energia deste.

Para a obtenção do valor de Q do processo, utilizou-se um ajuste do plot de Kurie. Neste ajuste foi considerada a covariância existente entre as intensidades obtidas em cada canal. O ajuste utilizado permite a obtenção precisa de Q , apesar da resolução de 5.8 keV por canal, pois nele é possível resolver frações de canal.

CAPITULO V - DISCUSSAO E RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos e discutimos os resultados do trabalho e discorremos sobre alguns temas que foram relevantes em sua realização.

RESULTADOS

O espectro proveniente de espectroscopia simples, resultante do desdobramento, é visto na figura (V.1). Ele é comparado com a soma dos espectros referentes às capturas 1S, 2S, 2P e 3P calculados teoricamente, como é descrito no capítulo II.

É possível ver na figura a importância de considerar o efeito de blindagem da carga nuclear pelos demais elétrons nos cálculos, principalmente no que se refere à captura P.

Fica claro que a teoria de Glauber e Martin é adequada para a descrição do BI na faixa de energia em questão.

Na figura (V.2) mostramos o mesmo espectro experimental comparado agora com os espectros 1S (o espectro 1S é a parcela principal do espectro), calculado seguindo a prescrição totalmente relativística (equação II.18) e o espectro 1S obtido da equação II.13. Os cálculos relativísticos não são indicados no caso do BI do ^{55}Fe , uma vez que a energia mais alta de fótons envolvida é da ordem de 230 keV, e esses cálculos supõem que as energias de fóton são maiores ou da ordem da massa de repouso do elétron.

A discordância entre as intensidades teórica e experimental encontrada por Riisager e colaboradores [Rii85] não foi detectada neste trabalho, sendo que a faixa de energia de trabalho daqueles autores se restringe à porção de baixas energias do espectro, dominado pela captura P, uma vez que a captura de elétrons S, no caso, é proibida energeticamente. No caso da ^{193}Pt a energia disponível para a captura P é da ordem de 10 keV, implicando numa análise delicada, e além disso, a predominância de captura P introduz dificuldades nos cálculos teóricos

Num dos trabalhos mais recentes de medida de BI, onde Borge e

colaboradores [Bor86] observaram o BI do ^{125}I para o estudo de mistura de neutrinos, também foi observado um desacordo entre teoria e experiência com relação à intensidade estimado em 30%. O limiar do BI do ^{125}I é da ordem de 150 keV. Os autores acima não incluíram efeitos de empilhamento na resposta o que pode ser uma das causas da diferença observada.

Neste trabalho obtivemos o valor do extremo do espectro (endpoint) de Bremsstrahlung Interno, L, através de um experimento de espectroscopia, sendo

$$L = 223.6 (19) \text{ keV}$$

O valor anterior para esse limiar é 218 (3) keV [Led]. Do valor do limiar de BI total é possível a obtenção do valor da energia disponível para o decaimento, Q. Neste caso, onde a captura S predomina na porção final do espectro (região de ajuste do gráfico de Kurie), Q é dado pela soma do valor do limiar do BI, L, com a energia de ligação dos elétrons S. Q obtido dessa forma é de 230.7 (19) keV, enquanto que o valor para comparação é de [Enc85].

É conveniente ressaltar a importância da análise da resposta e sua interferência na obtenção do espectro desdobrado. O espectro total de BI, na faixa de energia em questão, antes do desdobramento apresentava cerca de 98970 eventos, valor este que após a análise caiu para 62000 eventos, mostrando a necessidade de levar a termo todas as consequências da detecção no caso de medidas de baixa intensidade. A discordância entre teoria e experiência observada no BI do ^{55}Fe neste trabalho se encontra no limite dos cálculos teóricos utilizados, 20% neste caso.

O nosso resultado da medida em coincidência peca por apresentar baixa estatística, acarretando dificuldades na análise. O resultado dessa medida é comparado com os espectros relativos à captura S na figura (V.3).

CAPITULO VI - CONCLUSOES

Deste trabalho, conclui-se que a teoria de Glauber e Martin é adequada para descrever o BI do ^{55}Fe , sendo a forma não-relativística a que melhor se presta para esse espectro em particular.

Além disso pudemos chegar a um valor mais preciso para o limiar desse BI e por decorrência a um melhor valor para a energia disponível para o decaimento, Q .

A discordância entre teoria e experiência na intensidade do BI, uma das motivações para este trabalho, não foi detectada aqui.

Como o fenómeno do BI se reveste de características diferentes em função da energia disponível para a captura, tal conclusão não pode ser generalizada, em particular no espectro de captura-P.

A deconvolução efetuada considerou todas as consequências possíveis da detecção de fótons e se mostra adequada, na faixa de energia de trabalho, para obtenção do espectro livre dos efeitos secundários, mostrando a importância destes no caso de medidas de baixa intensidade.

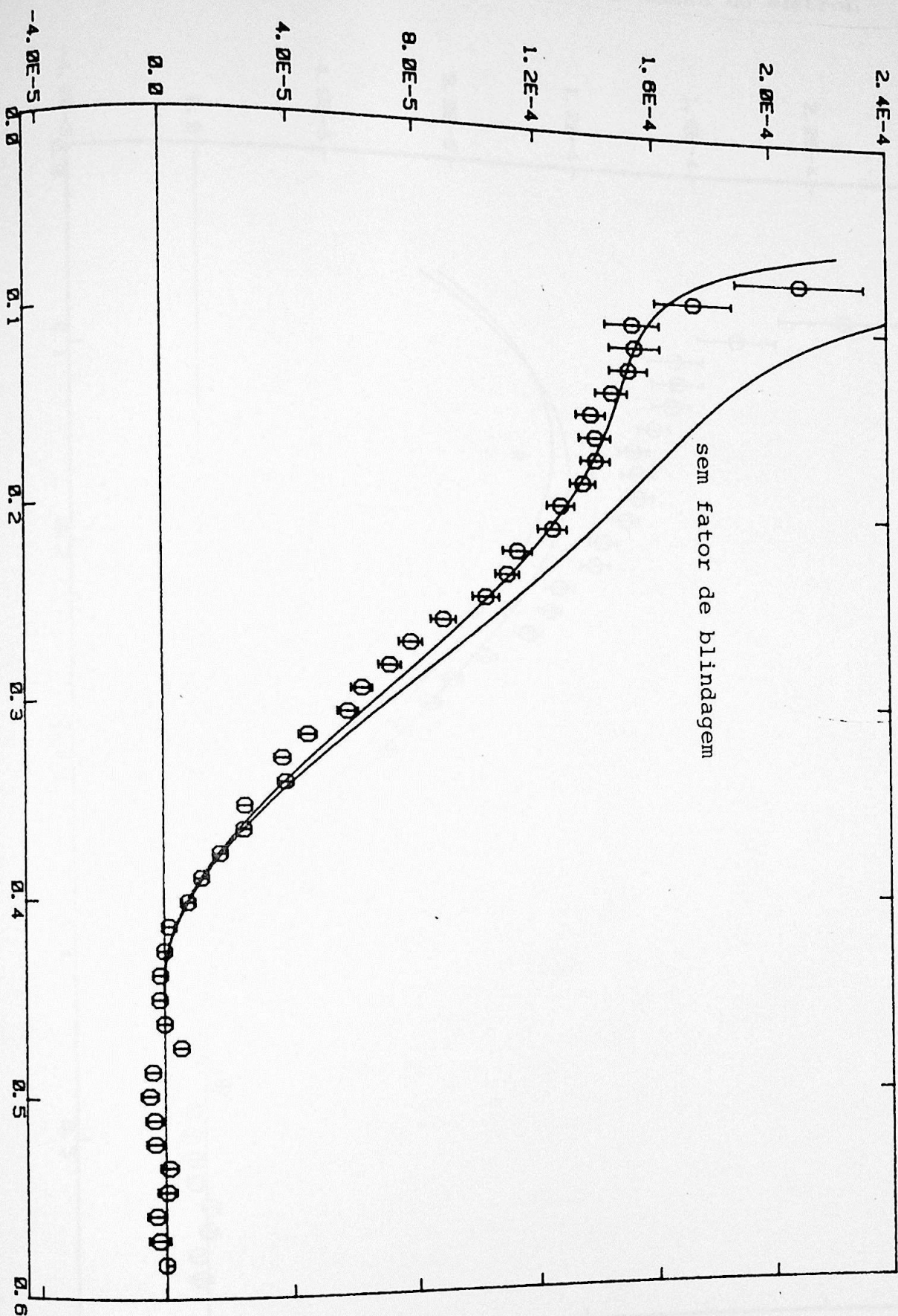


FIGURA V.1 Espectro de BI: comparação entre teoria e experiência

Intensidade $\left(\frac{d\omega}{dk} \right) / \omega_K$ em unidades da massa do elétron

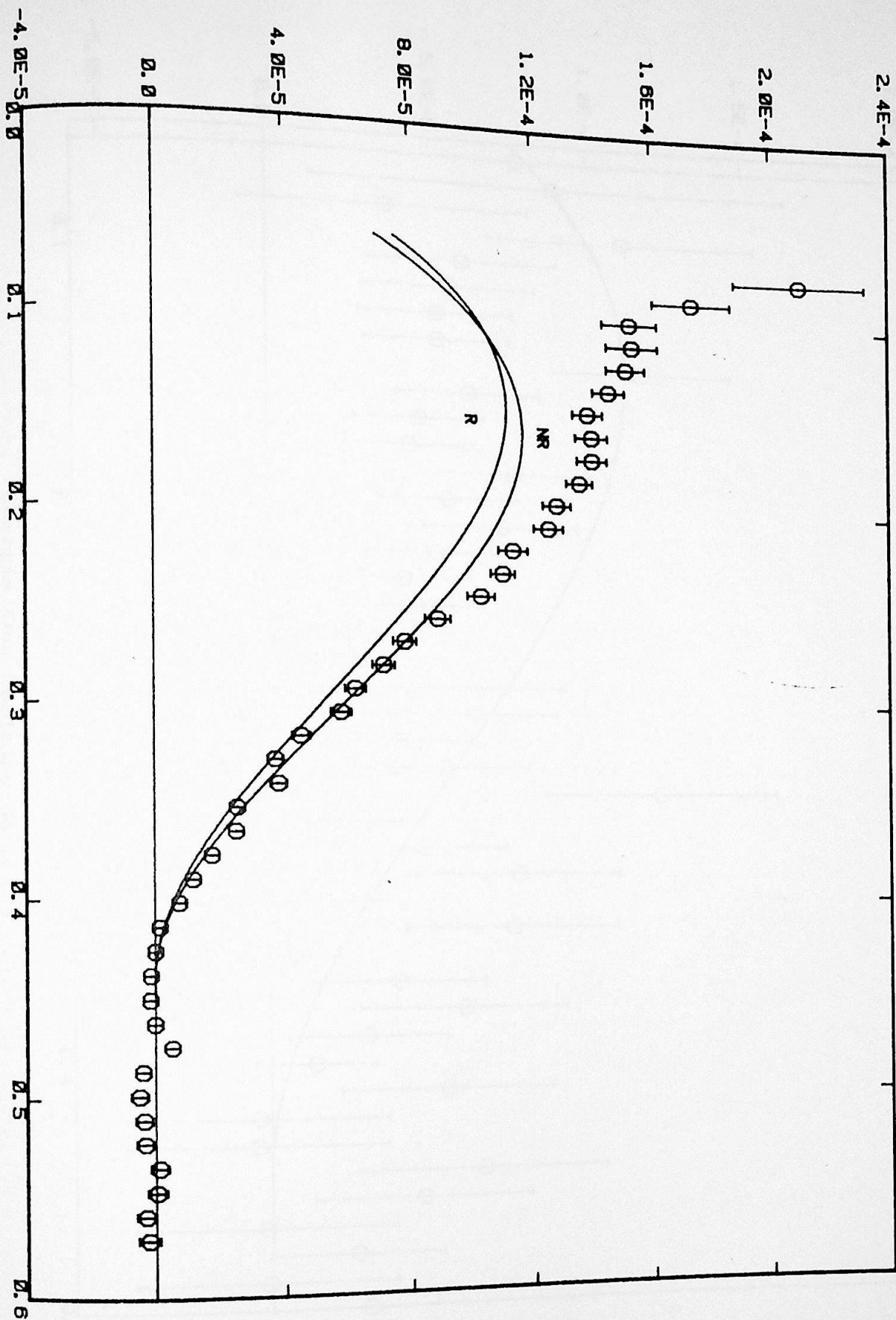


Figura V.2 Espectro experimental confrontado com os espectros referentes a captura S . Cálculos relativístico e não relativístico.

$\left(\frac{d\omega}{d\lambda} \right) / \frac{3}{k}$ em unidades da massa do elétron)

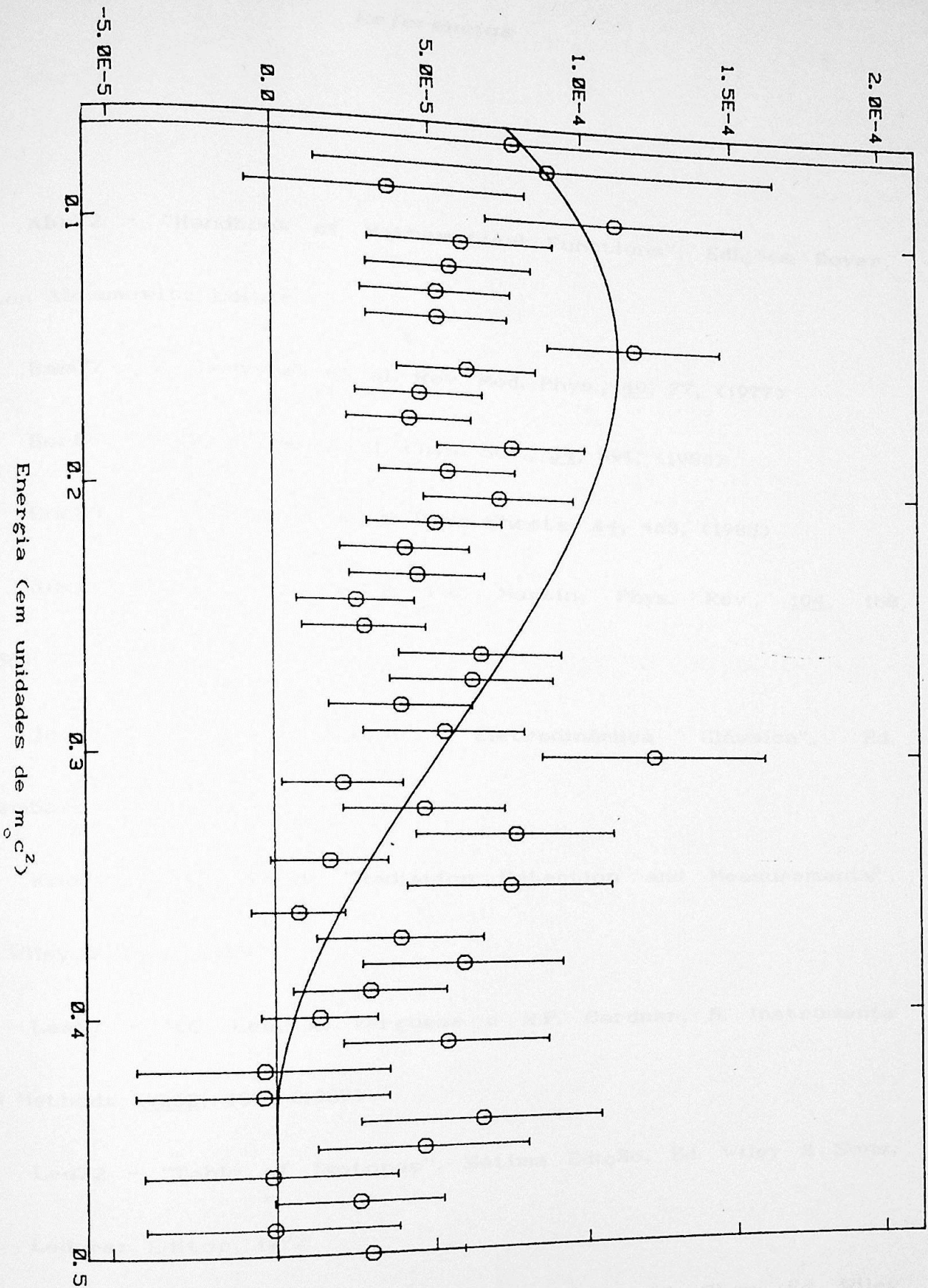


Figura V.3 Espectro de BI obtido do experimento em coincidência comparado com o espectro LS teórico.

Referencias

- Abr72** - "Handbook of Mathematical Functions", Edições Dover,
Milton Abramowitz Editor
- Bam77** - W. Bambynek et al, Rev. Mod. Phys., 49, 77, (1977)
- Bor86** - M.J.G. Borge et al, Phys. Scr., 34, 591, (1986)
- Enc85** - Z. Enchen et al, N. Data Sheets, 44, 463, (1985)
- Gla56** - R.J. Glauber & P.C. Martin, Phys. Rev., 104, 158,
(1956)
- Jac83** - J.D. Jackson, "Eletrodinâmica Clássica", Ed.
Guanabara Dois, 1983
- Kno79** - G.F. Knoll, "Radiation Detection and Measurements",
Ed. Wiley & Sons, 1979
- Lee87** - M.C. Lee, K. Verguese e R.P. Gardner, N. Instruments
and Methods, A262, 430, (1987)
- Led72** - "Table of Isotopes", Sétima Edição, Ed. Wiley & Sons,
M.C. Lederer Editor, 1972
- Man84** - "Quantun Field Theory", F.Mandl & G. Shaw, Ed. Wiley

Mar58 - P.C. Martin & R.J. Glauber, Phys. Rev., 109, 1307,

(1958)

Mor40 - P. Morrison & L.I. Schiff, Phys. Rev. 58, 24, (1940)

Mol37 - C. Møller, Phys. Rev. 51, 85, (1937)

Rii85 - K. Riisager et al, Phys. Scr. 31, 321, (1985)

Ruj81 - A. De Rújula, Nucl. Phys., B188, 414, (1981)

Sie78 - S.H. Sie, N. Instruments and Methods, 158, 475,

(1978)

Sto70 - Storm & Israel, N. Data Tables, A7, 506, (1970)

Stu36 - E.C.G. Stueckelberg, Nature 137, 1070 (1936); Helv.

Phys. Acta, 9, 533, (1936)

Ver86 - Y. Jin, R.P. Gardner e K. Verguese, N. Instruments

and Methods, A242, 416, (1986)

Zli88 - I. Žliment et al, Phys. Scr., 38, 539, (1988)

Zon68 - B.A. Zon & L.P. Rapoport, Sov. J. N. Phys., 7, 330,

(1968)

Zon71 - B.A. Zon, Sov. J. N. Phys., 13, 554, (1971)

ERRATA

capa:

abstract:

agradecimentos:

pag. 24:

pag. 33

pag. 37:

pag. 40:

Adendos:

referências: Bur86

T.W. Burrows & M.R. Bhat, Nucl. D.
Sheets, 47, 1, 1986.

onde se lê

submetita

infolded

de alguém

obrigado

espectro de
tempo

espalhamentos
múltiplos

a 180°

$$\cos \theta = \dots$$

leia-se

submetida

unfolded

alguém

obrigada

espectro mos-
trando a janela
de tempo

empilhamentos
múltiplos

dentro de um cone de
aproximadamente 10°
com eixo de revolução
em 180°

$$\cos \theta = 1 + \frac{m c^2}{E_i} - \frac{m c^2}{E_i - E_j}$$

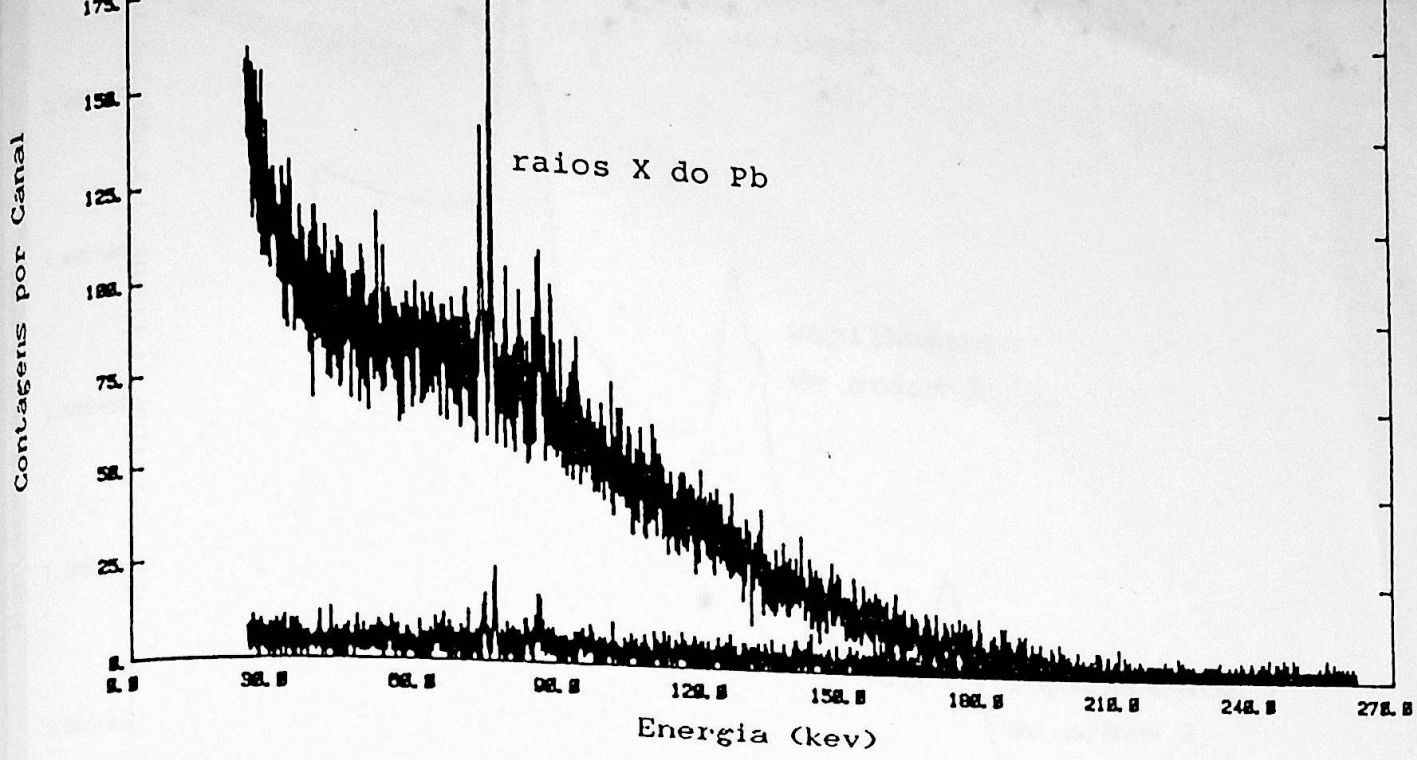


Figura da página 21

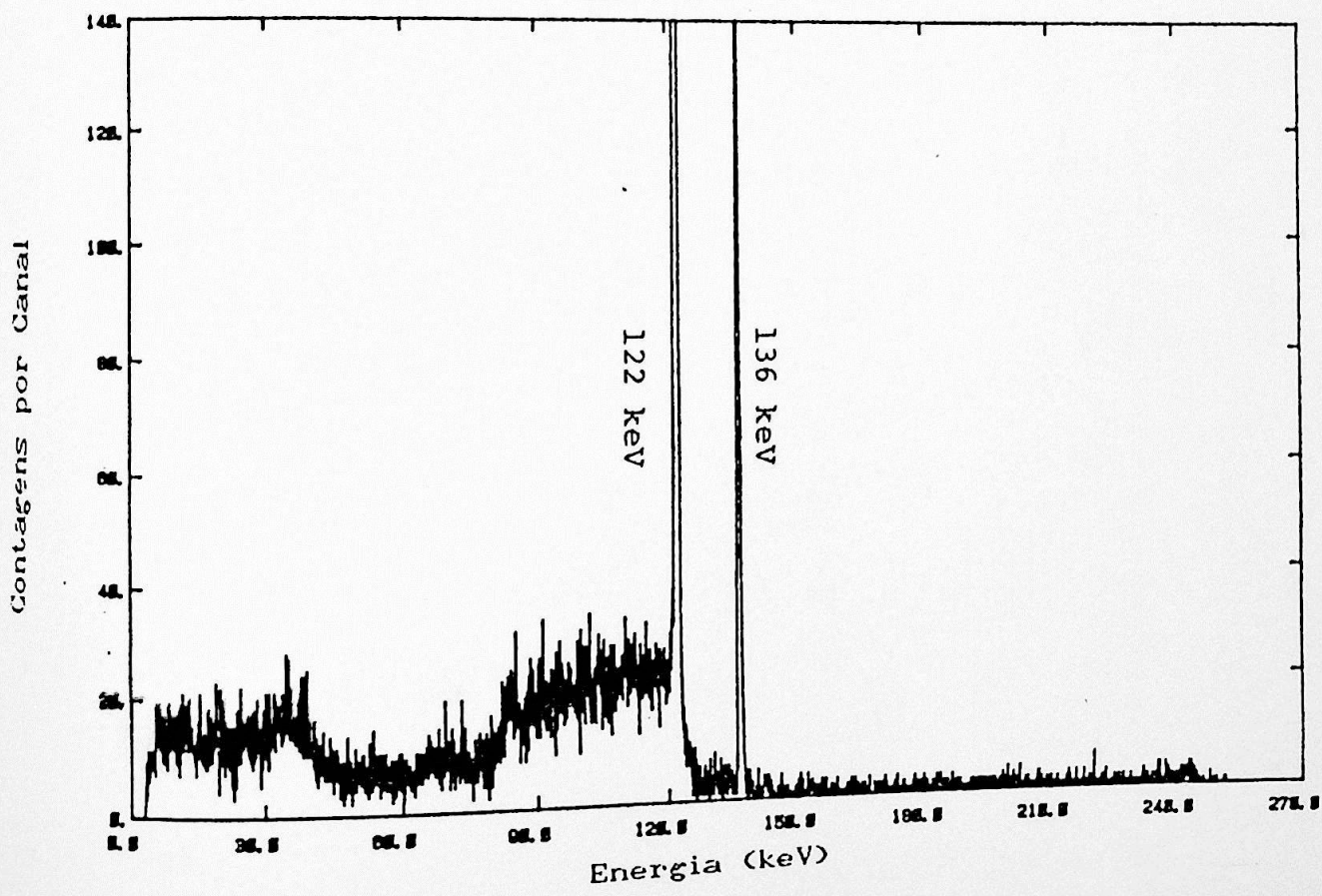


Figura da página 25

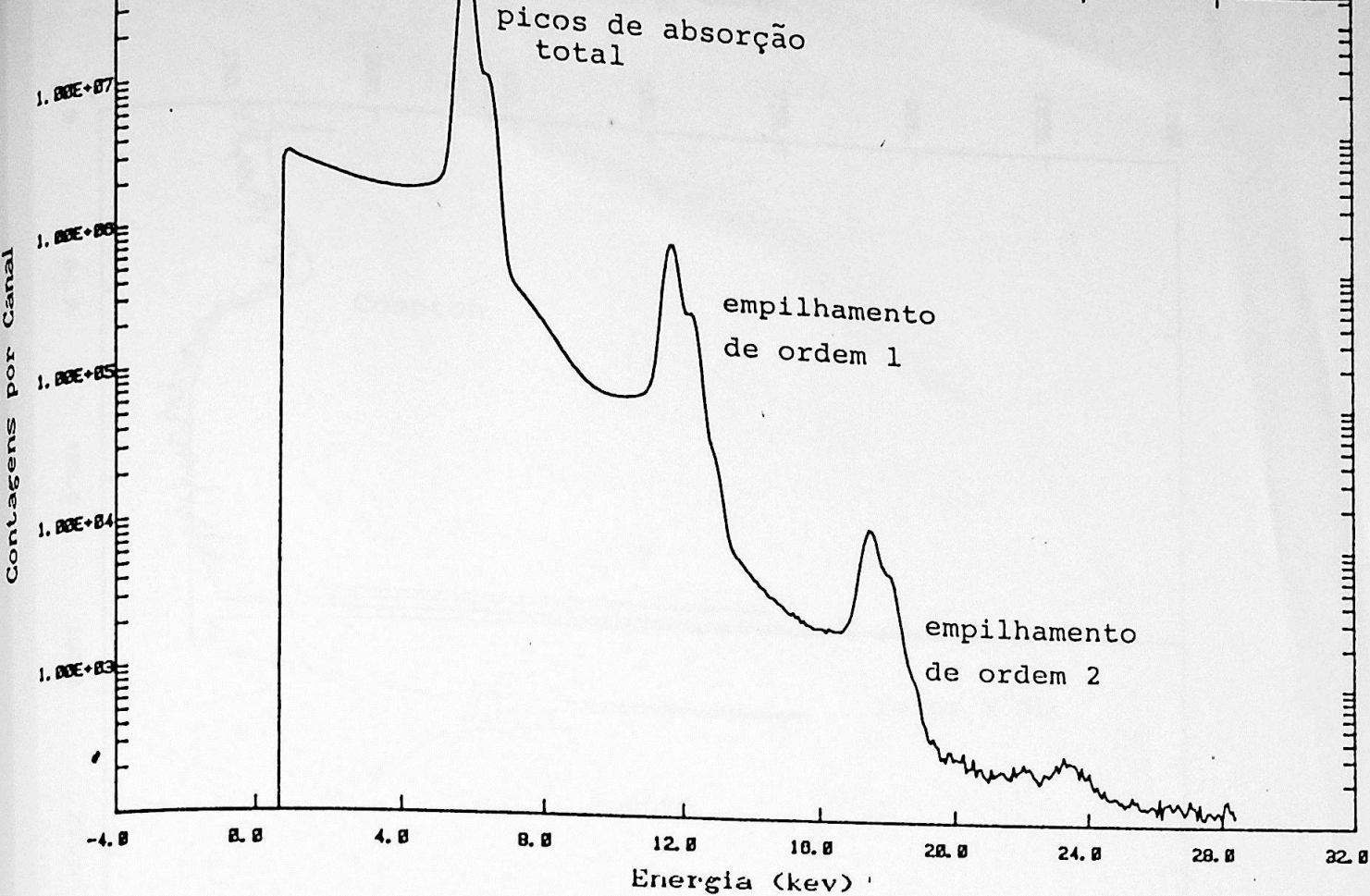


Figura da página 30

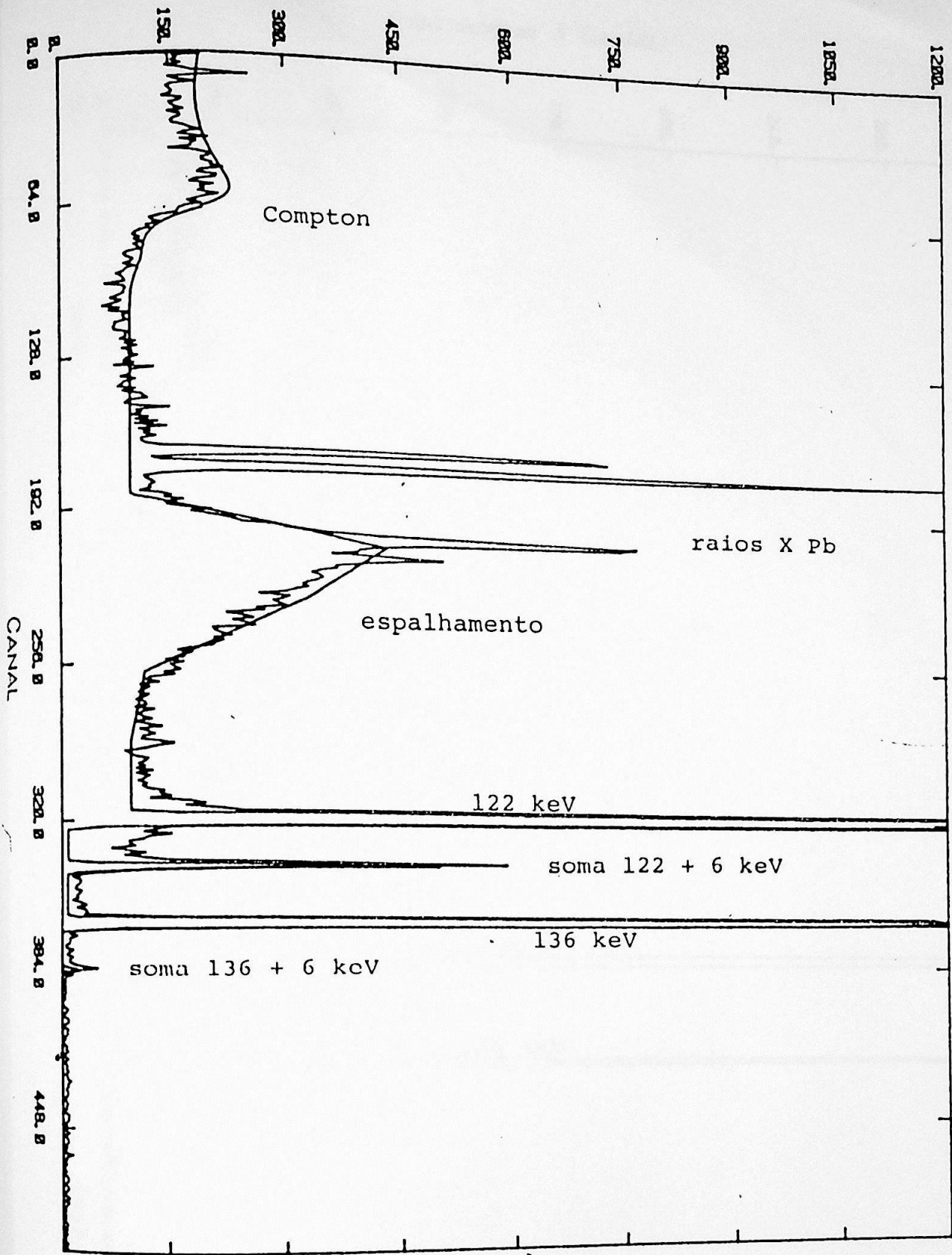


Figura da página 49

CONTAGENS / CANAL

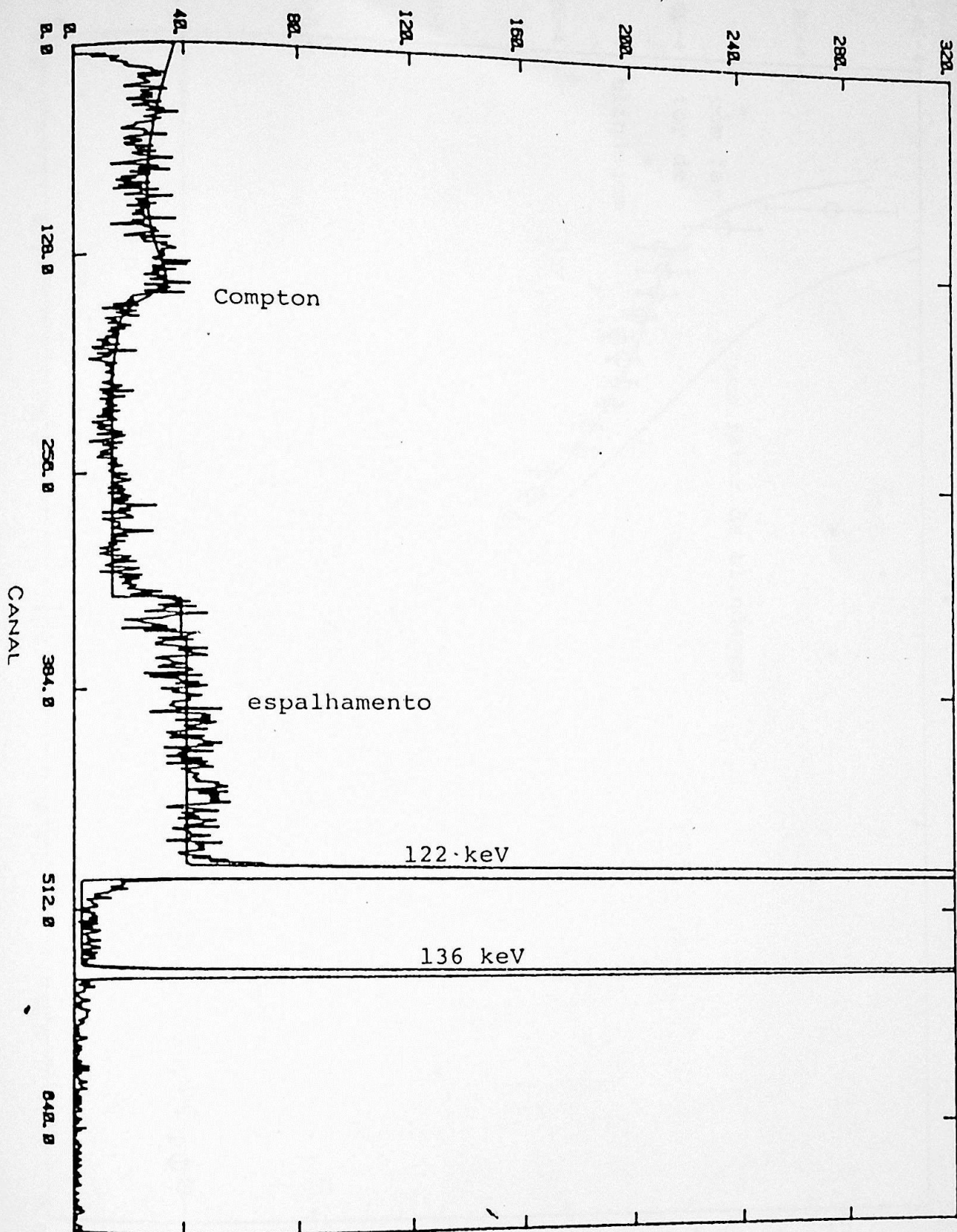


Figura da página 55 - Espectroscopia em coincidência

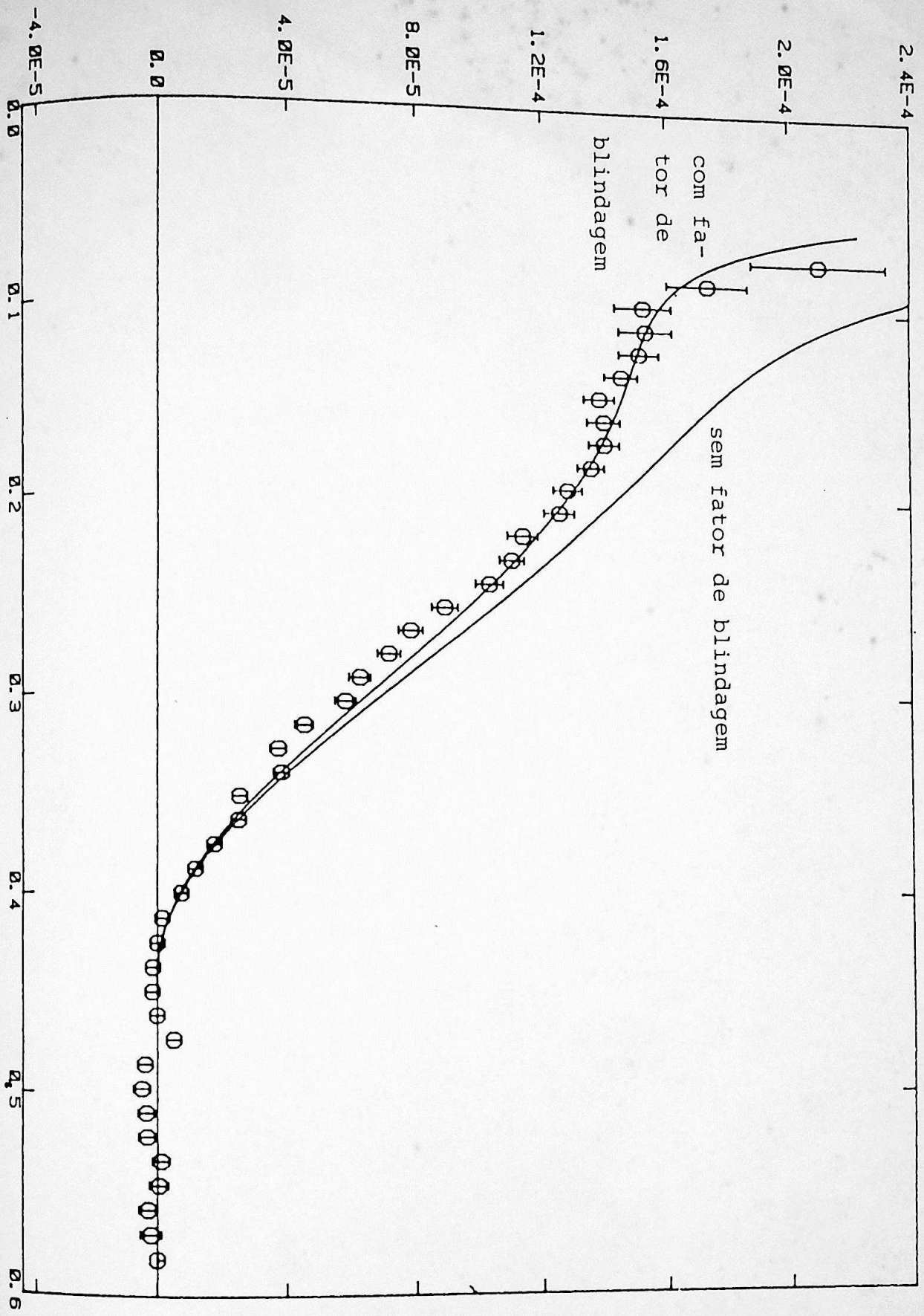


Figura da página 64