

80

V.T. 209



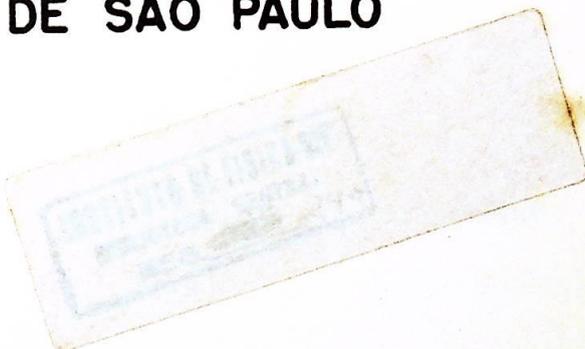
**TRATAMENTO PERTURBATIVO
DE ESTADOS DE SAÍDA EM REAÇÕES DIRETAS**

por

Célia Maria Sasdelli Silva Urbano

**INSTITUTO DE FÍSICA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

mestrado, 1973



Capa: "Estado de Saída Isolado III"
ou
"Fragmentação de um título"



Para Marcelo

*e Patricia, que nasceu durante
a realização deste trabalho*

Para Glaucia Kamimura

Quero agradecer às seguintes pessoas e entidades:

A.F.R. de Toledo Piza, pela sugestão do trabalho e paciente orientação durante a realização do mesmo, além da leitura crítica do manuscrito.

O. Dietzsch, Glaucia e Arlindo Kamimura pelo incentivo; Orlando G. Urbano pela compreensão.

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo apoio financeiro fornecido.

Setor de Matemática Aplicada da USP, pela cooperação durante a realização dos cálculos.

T. Borello Lewin e Hideaki Miyaki pelas boas discussões.

M. Claudia S. Domingues pelo incentivo e auxílio na confecção dos gráficos.

M. Aparecida Braga, pelo rápido e eficiente trabalho de datilografia.

A. Endo e Aloisio Eras pelos desenhos, em particular a este último pela ajuda na elaboração das capas.

Helio A. Paes pelos bons serviços no fornecimento de cópias.

Bruno Manzon pela impressão rápida e correta.

A todos, que de uma forma ou de outra, se preocuparam com o pouco que realizei.

Agradeço de maneira especial a meus pais, responsáveis primeiros pelo que sou.

R E S U M O

Um método perturbativo permite a obtenção, em 1.^a ordem, dos efeitos da fragmentação, nos estados residuais, de estados instáveis produzidos em reações nucleares. Tais estados não são instáveis quanto à emissão de partículas, mas decaem através de acoplamentos internos do núcleo residual. Como exemplo, é tratado em detalhe o estado de partícula independente, produzido em reações de "stripping".

C O N T E Ú D O

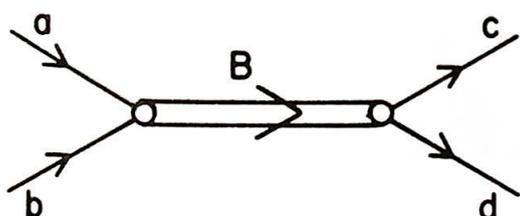
I	-	INTRODUÇÃO.....	1
	I.1	- As equações acopladas e a amplitude de transição.....	3
	I.2	- Estados de Saída.....	9
	I.3	- Fenomenologia.....	12
II	-	FRAGMENTAÇÃO DE ESTADOS DE SAÍDA - TRATAMEN- TO PERTURBATIVO.....	16
	II.1	- O método - Aproximação adiabática e efei <u>u</u> tos não adiabáticos.....	16
	II.2	- Estado de partícula independente como es <u>u</u> tado de saída.....	22
III	-	RESULTADOS.....	29
IV	-	CONCLUSÕES.....	43
		APÊNDICE - Um teste para os cálculos.....	45
		REFERÊNCIAS	49

I - INTRODUÇÃO

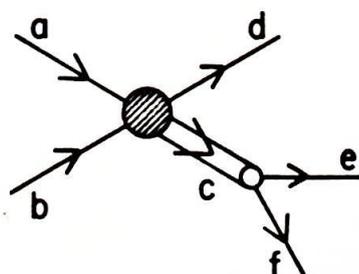
A análise do comportamento de sistemas de muitas partículas que participam de uma reação evoluiu bastante com a investigação de estruturas observadas, quer nas curvas de excitação, quer no espectro dos produtos da reação⁽¹⁾.

Em reações nucleares, tais estruturas podem estar ligadas à formação de estados ressonantes, ou à produção de estados "instáveis" no núcleo residual, se observadas em curvas de excitação ou em espectros, respectivamente^(2,3).

Esses processos podem ser ilustrados simbolicamente como nas figuras a) e b):



(a)-FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIA

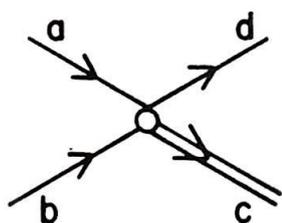


(b)-PRODUÇÃO DE "RESSONÂNCIA" E SEU SUBSEQUENTE DECAIMENTO SEQUENCIAL

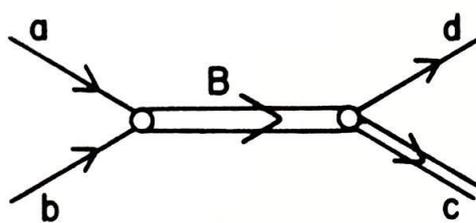
Neste trabalho é desenvolvido um tratamento para processos que podem ser descritos como sendo do tipo b), mas nos quais o produto "instável" c (fig. b) é um sistema ligado que, no entanto, decai após sua produção, através de aco

plamentos internos.

Um exemplo é a produção de um estado de partícula independente (que desempenha o papel do estado \underline{c}) numa reação direta de "stripping". Esse exemplo é tratado em detalhe neste trabalho. A produção "direta" do estado \underline{c} , como na figura (c), não é necessária, no entanto, para a aplicabilidade do tratamento aqui desenvolvido. Ele pode ser facilmente adaptado para situações mais complexas, como por exemplo a produção de \underline{c} através do decaimento de uma ressonância do sistema projétil-alvo (fig. d).



(c)



(d)

No que segue, um estado com as propriedades do estado \underline{c} acima será chamado "estado de saída" (ver secção I.2).

O objetivo da parte restante deste capítulo é introduzir estados de saída na amplitude de transição para uma reação nuclear genérica envolvendo canais de dois corpos. Isso é feito, inicialmente, dentro do formalismo de operadores de projeção de Feshbach⁽⁴⁾ (secções I.1 e I.2). As expressões formais assim obtidas são, a seguir, interpretadas fenomenologicamente, dentro do contexto de aproximações calculáveis (secção I.3). O resultado dessa redução é um sistema de equa

$$(I.2) \quad |\phi\rangle = P |\phi\rangle + Q |\phi\rangle$$

onde

-P é o operador que projeta $|\phi\rangle$ num subespaço que contém N canais abertos (os quais são tomados como aqueles relevantes ao problema que se quer analisar).

-Q é o operador de projeção complementar e ortogonal a P, que seleciona a parte do espaço de Hilbert resultante da exclusão dos N canais abertos considerados (observe-se que Q pode conter outros canais abertos).

A manipulação de (I.1) e (I.2) leva à equação:

$$(I.3) \quad (E - H) |\psi\rangle = 0$$

onde

$$-|\psi\rangle = P|\phi\rangle$$

$$-H \equiv H_{PP} = H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP} \text{ é uma Hamil}$$

toniana efetiva, que descreve o comportamento do sistema no subespaço P, mas contém a influência do subespaço complementar Q, através de seu segundo termo.

A escolha de N projetores P_i , mutuamente ortogonais, que projetam nos N canais abertos que definem o subespaço P, permite escrever:

$$(I.4) \quad P = \sum_{i=1}^N P_i \text{ e}$$

$$(I.5) \quad |\psi\rangle = \sum_{i=1}^N |\psi_i\rangle, \text{ com } |\psi_i\rangle = P_i |\psi\rangle$$

A substituição de (I.5) em (I.3) conduz às equações acopladas de Schrödinger:

$$(I.6) \quad \sum_i (E\delta_{ji} - H_{ji}) |\psi_i^{(0)}\rangle = 0$$

onde

$$H_{ji} = P_j H P_i$$

Para a descrição de problemas de espalhamento é conveniente tomar soluções $|\psi_i^{(0)}\rangle$ que satisfazem condições de contorno de onda plana incidente no canal (0) e ondas esféricas emergentes em todos os canais (inclusive (0)).

No espaço de configurações, os projetores P_i podem ser escritos sob a forma (6):

$$(I.7) \quad P_i = \int |\vec{r}_i; i\rangle d\vec{r}_i \langle \vec{r}_i; i|$$

sendo \vec{r}_i a coordenada relativa dos C.M. dos fragmentos no canal (i), enquanto o símbolo (i) corresponde aos estados internos dos fragmentos no mesmo canal.

Nessas condições, a equação (I.6) passa a ser escrita:

$$(I.8) \quad \sum_i \int d\vec{r}_i (E\delta_{ji} - H_{ji}(\vec{r}_j, \vec{r}_i)) \psi_i^{(0)}(\vec{r}_i) = 0$$

onde

$$H_{ji}(\vec{r}_j, \vec{r}_i) = \langle \vec{r}_j; j | H | \vec{r}_i; i \rangle$$

e

$$\psi_i^{(0)}(\vec{r}_i) = \langle \vec{r}_i; i | \psi^{(0)} \rangle$$

Esta é uma equação geral, exata, que descreve reações com muitos canais abertos no espaço de configurações. Ela contém todas as informações sobre a dinâmica do sistema nuclear considerado que são relevantes para a observação da reação. Em particular, H_{ij} contém efeitos de acoplamento entre canais, efeitos de troca (identidade entre as partículas) e processos de núcleo composto através da dependência de H_{ij} dos graus de liberdade do subespaço Q .

Partindo-se das equações (I.6), pode-se obter a amplitude de transição do canal de entrada para um de saída qualquer.

Para isso, é conveniente escrever $P = p_0 + p$, onde $p = \sum_{i \neq 0} P_i$, o que permite obter explicitamente as projeções do vetor de estado $|\psi^{(0)}\rangle$ em todos os canais.

As equações acopladas ficam:

$$(I.9) \quad (E - H_0) |\psi_0^{(0)}\rangle = \sum_{i \neq 0} H_{0i} |\psi_i^{(0)}\rangle$$

$$(I.10) \quad \sum_{i \neq 0} (E \delta_{ji} - H_{ji}) |\psi_i^{(0)}\rangle = H_{j0} |\psi_0^{(0)}\rangle$$

É possível obter uma solução formal desse sistema de equações, a partir da eliminação de $|\psi_0^{(0)}\rangle$ da primeira, que fornece todas as componentes do vetor de estado $|\psi^{(0)}\rangle$, em termos da solução no canal elástico $|\phi_0\rangle$, obtida na ausência de acoplamento entre este e os demais canais.

$$(I.11) \quad |\psi_0^{(0)}\rangle = |\phi_0\rangle + G_0 \sum_{ij} H_{0i} G_{ij} H_{j0} |\phi_0\rangle$$

$$(I.12) \quad |\psi_i^{(0)}\rangle = \sum_j G_{ij} H_{j0} |\phi_0\rangle$$

onde

$|\phi_0\rangle$ é solução da equação homogênea

$$(E - H_0) |\phi_0\rangle = 0$$

$-G_0$ e G_{ij} são operadores de Green (independentes do tempo) que satisfazem

$$(E - H_0)G_0 = G_0(E - H_0) = 1$$

$$\sum_i (E\delta_{ji} - H_{ji}) G_{ij} = \delta_{jj},$$

além das condições de contorno apropriadas.

$-H_{ji} = H_{ji} + H_{j0}G_0H_{0i}$ é outra Hamiltoniana efetiva, que engloba os acoplamentos entre canais, diretamente (dentro do subespaço p) e "via" canal elástico (subespaço p_0). Deve-se lembrar ainda que cada H pode ser quebrado em duas partes, a segunda delas contendo os efeitos do subespaço Q (eq. I.3).

O conjunto de soluções (I.11) e (I.12) pode também ser obtido iterativamente a partir das equações integrais:

$$(I.13) \quad |\psi_0^{(0)}\rangle = |\phi_0\rangle + G_0 \sum_{ij} H_{0i} G_{ij} H_{j0} |\psi_0^{(0)}\rangle \quad e$$

$$(I.14) \quad |\psi_i^{(0)}\rangle = \sum_j G_{ij} H_{j0} |\phi_0\rangle + \sum_{j'} G_{ij'} H_{j'0} G_0 \sum_j H_{0j} |\psi_j^{(0)}\rangle$$

sendo

$$\sum_j (E\delta_{ij} - H_{ij}) G_{jj'} = \delta_{ij},$$

donde se conclui também que

$$(I.15) \quad G_{ij} = G_{ij} + \sum_{i',j'} G_{ii'} H_{i'o} G_o H_{oj'} G_{j'j} + \dots$$

contêm o acoplamento entre canais em todas as ordens.

A amplitude de transição do canal de entrada (o) para um canal qualquer (k) no subespaço p pode ser obtida diretamente de (I.10), que pode ser escrita:

$$(I.16) \quad |\psi_i^{(o)}\rangle = \sum_j G_{ij} H_{jo} |\psi_o^{(o)}\rangle$$

Obtêm-se:

$$(I.17) \quad T_{o \rightarrow k} = \sum_{i \neq 0} \langle \chi_i^{(k)-} | H_{io} | \psi_o^{(o)+} \rangle$$

onde os sinais + (-) indicam a convenção usual de ondas emergentes (imergentes) e onde $|\chi_i^{(k)-}\rangle$ é solução das equações (I.10) na ausência do acoplamento H_{io}

$$(I.18) \quad \sum_{i \neq 0} (E\delta_{ji} - H_{ji}) |\chi_i^{(k)-}\rangle = 0, \quad j \neq 0$$

contendo onda incidente no canal de saída (k) e ondas imergentes em todos os canais (inclusive (k) e exclusive (o)).

A expressão exata para a amplitude de transição em termos da solução desacoplada no canal elástico é conseguida

pela substituição de (I.11) em (I.17):

$$(I.19) \quad T_{o \rightarrow k} = \sum_i \langle \chi_i^{(k)-} | H_{io} | \phi_o^+ \rangle + \\ + \sum_i \langle \chi_i^{(k)-} | H_{io} G_o \sum_{jj'} H_{oj} G_{jj'} H_{j'o} | \phi_o^+ \rangle$$

O 1º termo descreve a transição realizada em uma etapa, enquanto o 2º contém as ordens superiores, "via" canais abertos intermediários.

Em ambos os termos, também, o vetor de estado correspondente ao canal de saída, $|\chi_i^{(k)-}\rangle$, contém implicitamente o acoplamento entre canais, através de H_{ji} , em (I.18). Substituição de (I.15) em (I.19) fornece a expansão perturbativa de Born para sistemas complexos.

I.2 - Estados de Saída

Muitos resultados experimentais de reações nucleares, que exibem estruturas no espectro dos estados residuais, permitem a introdução de um mecanismo simples e bem definido para o acoplamento entre o canal de entrada e os de saída. Tal mecanismo baseia-se em duas hipóteses:

III) O acoplamento entre o canal de entrada e um canal de saída (j) se processa apenas ou predominantemente através de componentes (I'), cujas amplitudes se distribuem nos estados residuais.

Formalmente, isso pode ser descrito por uma redivisão do projetor p em projetores ortogonais:

$$(I.20) \quad p = P_I + P_K \equiv \sum_{i \neq 0} P_i$$

onde

$-P_I = \sum_{I'} P_{I'}$, projeta nos estados especiais (I') que se supõe sejam produzidos nas reações;

$-P_K = \sum_{K'} P_{K'}$, projeta nos outros graus de liberdade do sistema, sendo $P_{I'} P_{K'} = 0$, $P_{K'} P_{K''} = \delta_{K'K''}$, $P_{I'} P_{I''} = \delta_{I'I''}$

Pode-se escrever:

$$H_{0j} = P_0 H P_j = P_0 H p P_j,$$

$$\text{pois } p P_j = P_j$$

A hipótese dinâmica descrita acima significa considerar $H_{0I} \neq 0$ e $H_{0K} = 0$, ou seja,

$$(I.21) \quad H_{0j} \approx \sum_{I'} H_{0I'} A_{I',j}, \text{ onde } A_{I',j} = P_{I'} P_j \text{ contém as } \underline{\text{am}}$$

plitudes de distribuição das componentes (I') nos estados (j).

H2) As distribuições das amplitudes de (I') nos estados residuais são essencialmente localizadas num intervalo

estreito de energia, com relação ao espaçamento entre os (I'). Isso é suposto como consequência do acoplamento fraco desses estados aos graus de liberdade restantes do sistema, acoplamento esse que não foi excluído por (I.21).

A suposição da existência de estados localizados relevantes que se acoplam ao canal de entrada, praticamente esgotando o acoplamento deste aos outros graus de liberdade do sistema composto, foi utilizada por Feshbach, Kerman e Lemmer⁽²⁾ para explicar a estrutura intermediária na secção de choque em reações nucleares, sendo conhecida como "hipótese de estados de entrada".

De modo análogo, os estados especiais introduzidos acima serão chamados "estados de saída". Eles diferem basicamente dos "estados de entrada" por serem definidos no nível do núcleo residual e não no nível do sistema composto. Um exemplo que pode ser descrito nesses termos são as reações de "stripping", em que os (I') são associados a estados de partícula independente que podem ser populados pela reação. A distribuição das amplitudes dos (I') nos (j) é descrita pela distribuição dos fatores espectroscópicos^(7,8).

A hipótese de estados de saída (I.21) pode ser introduzida na expressão (I.17) da amplitude de transição, dando:

$$(I.22) \quad T_{o \rightarrow k} = \sum_i \langle \chi_i^{(k)-} | A_{iI} H_{Io} | \psi_o^{(o)+} \rangle, \quad A_{iI} = P_i P_I$$

ou

$$(I.23) \quad T_{o \rightarrow k} = \langle \chi_I^{(k)-} | H_{Io} | \psi_o^{(o)+} \rangle$$

onde $|x_I^{(k)-}$ é a projeção do vetor de estado que descreve o comportamento do sistema residual no novo subespaço constituído pelos estados (I').

$$|x_I^{(k)-} \rangle = P_I |x^{(k)-} \rangle = \sum_i A_{Ii} P_i |x^{(k)-} \rangle$$

A expressão (I.23) mostra claramente a amplitude de probabilidade de transição do canal de entrada (o) para um de saída (k) "via" estados de saída I', pois

$$H_{oI} \equiv P_o H P_I = \sum_{I'} P_o H P_{I'}$$

Para a descrição de problemas de espalhamento, o conhecimento de (I.23) é suficiente, pois as secções de choque são essencialmente proporcionais ao seu quadrado.

Uma possível atitude, então, a partir daquela equação formal, é obter sua versão calculável, passível de ser comparada a resultados experimentais. É o que será feito na próxima secção.

I.3 - Fenomenologia

Esta secção descreve um esquema calculável baseado no formalismo anterior, seguindo a atitude habitual de interpretação fenomenológica de ingredientes formais⁽⁹⁾.

Nestas condições, as equações (I.6) podem ser identificadas com as equações acopladas do modelo óptico para

muitos canais ⁽¹⁰⁾, o que significa considerar a aproximação:

$$(I.24) \quad H_{ij} = (T_i + H_i^{int}) \delta_{ij} + V_{ij}^{OPT}$$

onde T_i é o operador energia cinética correspondente ao movimento relativo dos 2 fragmentos no canal (i) H_i^{int} é a soma das Hamiltonianas intrínsecas no mesmo canal e V_{ij}^{OPT} o potencial óptico usual, cujos elementos de matriz V_{ij}^{OPT} são calculados entre estados intrínsecos do sistema.

É tratado, também, um estado de saída (I) isolado. Isso é razoável, desde que sua fragmentação ocorra num intervalo de energia pequeno comparado ao espaçamento entre os vários (I') produzidos na reação (ver secção anterior).

A amplitude de transição do canal de entrada para um canal de saída, "via" estado (I) isolado, pode ser escrita:

$$(I.25) \quad T_{O \rightarrow k} = \sum_i \langle i | I \rangle \langle \chi_i^{(k)-} | H_{I0} | \psi_0^{(0)+} \rangle$$

$$= \langle \chi_I^{(k)-} | H_{I0} | \psi_0^{(0)+} \rangle$$

Para estados residuais não degenerados, $|\chi_I^{(k)-}\rangle$ pode ser considerado (a menos das condições de contorno) o vetor de espalhamento numa representação {I}, definida através da mudança de base:

$$(I.26) \quad |i\rangle = |I\rangle \langle I|i\rangle + \sum_K |K\rangle \langle K|i\rangle$$

onde os estados $|K\rangle$ são construídos de modo que

$$\langle I|K\rangle = \delta_{IK} \quad , \quad \langle K|K'\rangle = \delta_{KK'}$$

Nessa nova base, que contém explicitamente o estado (I), o conjunto $\{|K\rangle\}$ representa os outros graus de liberdade do sistema aos quais (I) se acopla, além do canal de entrada.

As amplitudes de transição (I.25) podem ser obtidas, por sua vez, através da transformação unitária $\langle K|k\rangle$:

$$(I.27) \quad T_{O \rightarrow k} = \sum_K \langle k|K\rangle T_{O \rightarrow K} \quad , \quad \text{onde}$$

$$(I.28) \quad T_{O \rightarrow K} = \langle \chi_I^{(K)-} | H_{I0} | \psi_O^{(0)+} \rangle \quad \text{é a amplitude de tran}$$

sição na representação $\{I\}$.

Esta expressão indica que é necessária uma redefinição das condições de contorno, agora nos estados $\{|K\rangle\}$ da nova representação. Obviamente, as novas condições de contorno não serão as usuais (ondas emergentes ou imergentes), uma vez que os estados $\{|K\rangle\}$ são misturas de estados residuais não degenerados.

O vetor de estado $|\chi_I^{(K)-}\rangle$, em (I.25), obedece à equação (I.18), também transformada para a nova representação:

$$(I.29) \quad \sum_{J'} (E_{JJ'} - H_{JJ'}) |\chi_{J'}^{(K)-}\rangle = 0$$

$$\text{sendo agora } \hat{H} = T + V^{\text{OPT}}$$

$$\hat{E} = E - H^{\text{int}}$$

A observação importante a ser feita, a partir dessa equação, é que a energia deixa de ser diagonal, na representação $\{I\}$. Isso é consequência imediata do fato de os estados da nova representação não serem estados residuais do sistema, mas combinações lineares dos mesmos.

$$(I.30) \quad E_{JJ'} = \sum_{ij} \langle J|i \rangle E_i \delta_{ij} \langle j|J' \rangle$$

Observe-se que o operador responsável pelo acoplamento em, (I.30), é H^{int} .

A equação (I.29) contém, então, termos de alcance infinito, que são os elementos não diagonais da matriz $E_{JJ'}$. Esses termos determinam acoplamentos assintóticos entre os estados (J) , ou seja, os objetos descritos por esses estados não deixam de interagir, quando suficientemente separados.

$$E_{JJ'} \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} 0$$

Isso era de se esperar, pois, conforme já foi afirmado anteriormente, os novos estados são uma mistura de estados residuais (i) , não degenerados.

No próximo capítulo, é desenvolvido um tratamento perturbativo dos acoplamentos assintóticos E_{IJ} , que permite a resolução das equações (I.29) através de métodos de cálculo conhecidos.

II - FRAGMENTAÇÃO DE ESTADOS DE SAÍDA TRATAMENTO PERTURBATIVO

Neste capítulo, é apresentado um método aproximado de resolução das equações (I.29), que se baseia num tratamento perturbativo dos termos não diagonais E_{JJ} da energia (esses termos são os responsáveis pelo acoplamento assintótico entre canais, mencionado no final do cap. I).

O método, que será desenvolvido na secção (II.1), foi utilizado por A.K.Kerman e A.F.R. de Toledo Piza para analisar efeitos dos termos de acoplamento de Coriolis na amplitude de espalhamento de nucleons por núcleos deformados (5). A secção (II.1) segue de perto essa referência, adaptando convenientemente as interpretações ao problema da fragmentação de um estado de saída isolado. Também, a hipótese de um estado de saída isolado pode ser facilmente generalizada para o caso de mais de um estado de saída.

As reações de "stripping" são discutidas, em particular (secção II.2), como ilustração do mecanismo de produção de um estado de saída isolado, bem como do tratamento perturbativo do acoplamento assintótico do estado de saída aos outros graus de liberdade do sistema.

II.1 - O método - Aproximação adiabática e efeitos não adiabáticos

Para descrever aproximadamente os efeitos, numa rea

ção, de um estado de saída isolado, parte-se de (I.29), que pode ser escrita:

$$(II.1) \quad \sum_J (E_{IJ} - H_{IJ}) |\chi_J^{(K)-} \rangle = 0$$

onde

-I é o estado de saída

$-\hat{E} = E - \hat{H}^{int}$ é o operador energia, que acopla diferentes estados, na representação $\{I\}$.

$-H = T + V^{OPT}$

$-|\chi_J^{(K)-} \rangle$ são as funções de espalhamento no canal J, correspondentes a onda incidente no canal K. As condições de contorno satisfeitas por essas funções contêm efeitos do acoplamento assintótico devido aos termos não diagonais de E_{IJ} e serão deduzidas mais adiante.

Para uma análise dos efeitos do acoplamento assintótico, é conveniente separar a parte não diagonal do elemento E_{IJ} , em (II.1):

$$(II.2) \quad E_{IJ} = \bar{E} \delta_{IJ} + e_{IJ}$$

onde \bar{E} é definida convenientemente, por exemplo, como:

$$\bar{E} = E - \langle I | H^{int} | I \rangle$$

Com a introdução de (II.2), a equação (II.1) fica:

$$(II.3) \quad \sum_J (\bar{E}\delta_{IJ} + \lambda e_{IJ} - H_{IJ}) | \chi_J^{(K)-(\lambda)} \rangle = 0$$

onde λ é um parâmetro formal de expansão, que se faz igual a 1 no final dos cálculos.

Um teorema de Poincaré⁽¹¹⁾, aplicado a (II.3), permite escrever

$$(II.4) \quad | \chi_I^{(K)-(\lambda)} \rangle = | \chi_I^{(K)-(0)} \rangle + \lambda \left. \frac{d}{d\lambda} | \chi_I^{(K)-(\lambda)} \rangle \right|_{\lambda=0} + \dots$$

Se $\lambda = 0$, em (II.3), as representações $\{i\}$ e $\{I\}$ tornam-se equivalentes, pois, na ausência do acoplamento assintótico, os estados I e J obviamente coincidem com estados residuais do sistema. Essa aproximação pode ser vista como um limite adiabático para o mecanismo introduzido, isto é, a vida média do estado de saída é longa comparada ao tempo característico da reação.

Então, se $\lambda \neq 0$, pode-se analisar as correções não adiabáticas, que descrevem a fragmentação do estado I nos estados residuais, devido ao acoplamento e_{IJ} .

A partir de (II.3), deduz-se imediatamente as equações satisfeitas pelos dois primeiros termos de (II.4):

$$(II.5) \quad \sum_J (\bar{E}\delta_{IJ} - H_{IJ}) | \chi_J^{(K)-(0)} \rangle = 0$$

$$(II.6) \quad \sum_J (\bar{E}\delta_{IJ} - H_{IJ}) \left. \frac{d}{d\lambda} | \chi_J^{(K)-(\lambda)} \rangle \right|_{\lambda=0} = \sum_J e_{IJ} | \chi_J^{(K)-(0)} \rangle$$

Na 1a. expressão, $|\chi_J^{(K)-}(0)\rangle$ é o vetor correspondente a uma função de espalhamento e satisfaz à condição de contorno assintótica familiar de onda plana incidente no canal (K) e ondas imergentes nos canais (J).

A expressão (II.6), por outro lado, fornece equações acopladas não homogêneas para as correções, em 1a. ordem, às soluções adiabáticas, sendo que os termos não homogêneos são proporcionais às mesmas soluções adiabáticas.

As derivadas das amplitudes de ordem $n > 1$, satisfazem também equações inhomogêneas, cujos termos não homogêneos são proporcionais às derivadas de ordem $(n-1)$. Desta forma, uma vez encontradas as soluções adiabáticas, cada termo da expansão (II.4) pode ser obtido a partir do anterior.

As condições de contorno satisfeitas pelas derivadas das amplitudes, entretanto, não são triviais, devido ao alcance infinito de e_{IJ} . Mas podem ser obtidas a partir das condições de contorno usuais, na representação {i} (eq.I.18), pois $|\chi_i^{(k)-}(\lambda)\rangle$ depende assintoticamente de λ apenas através de $E_i = \bar{E} + \lambda e_i$. Desse modo,

$$(II.7) \quad \left. \frac{d}{d\lambda} |\chi_i^{(k)-}(\lambda)\rangle \right|_{\lambda=0} \xrightarrow{V_{ij} \rightarrow 0} e_i \frac{d}{d\bar{E}} |\chi_i^{(k)-}(0)\rangle$$

Essa expressão pode ser facilmente transformada para a representação {I}, resultando:

$$(II.8) \quad \left. \frac{d}{d\lambda} |\chi_I^{(K)-}(\lambda)\rangle \right|_{\lambda=0} \xrightarrow{V_{IJ} \rightarrow 0} \sum_J e_{IJ} \frac{d}{d\bar{E}} |\chi_J^{(K)-}(0)\rangle$$

ou seja, a condição de contorno para a derivada da amplitude (termo de 1a. ordem em II.4) pode ser obtida a partir da forma assintótica da solução adiabática. Essa última relação mostra ainda como o acoplamento de (I) aos outros graus de liberdade do sistema, através de e_{IJ} , vai se refletir no comportamento assintótico da correção à amplitude adiabática.

As condições de contorno satisfeitas pelos demais termos da expansão (II.4) podem ser obtidas do mesmo modo, derivando sucessivamente (II.7) com relação a λ , e tomando os resultados em $\lambda=0$.

Em (II.2), se $e_{IJ} \ll \bar{E}$, ou seja, para uma energia do estado de saída grande comparada ao acoplamento assintótico, é suficiente incluir a correção de 1a. ordem na expressão (II.4) para o vetor de espalhamento $|\chi_I^{(K)-}(\lambda)\rangle$. Uma estimativa da região (no espaço de configurações) na qual a expansão (II.4) converge pode ser obtida a partir da forma explícita da condição de contorno (II.8), que fornece:

$$\frac{k_{IK}^2}{2\bar{k}^2} \bar{k}r < 1$$

Para $\bar{E} = 12$ MeV e $e_{IK} = 10\% \bar{E}$, obtém-se $r < 30F$.

Logo, em cálculos de amplitudes de transição, que envolvem distâncias da ordem de $10F$, em núcleos médios, é razoável considerar a expansão (II.4) até 1a. ordem.

Nessa aproximação, a amplitude de transição do canal de entrada para um canal de saída qualquer (I.25) pode ser escrita:

$$(II.9) \quad T_{o \rightarrow i} = \sum_K \langle i | K \rangle \left(\langle \chi_I^{(K)-} (o) | H_{I0} | \psi_o^{(o)+} \rangle + \right. \\ \left. + \frac{d}{d\lambda} \langle \chi_I^{(K)-} (o) | H_{I0} | \psi_o^{(o)+} \rangle \right)$$

Essa expressão da amplitude de transição contém a hipótese do estado de saída e descreve sua fragmentação em 1ª. ordem (2º termo). Entretanto, a função de onda no canal de entrada $|\psi_o^{(o)+}\rangle$, ainda é a solução formal, exata (I.11), das equações (I.9) e (I.10).

Uma simplificação bastante grande pode ser introduzida em (II.9) através da aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA) que é usualmente empregada na análise de um grande número de reações⁽¹²⁾.

Essa aproximação transforma (II.9) numa soma de dois termos:

$$(II.10) \quad T_{o \rightarrow i} = \langle i | I \rangle \langle \chi_I^{(I)-} (o) | H_{I0} | \phi_o \rangle + \\ + \sum_K \langle i | K \rangle \frac{d}{d\lambda} \langle \chi_I^{(K)-} (o) | H_{I0} | \phi_o \rangle$$

onde $|\phi_o\rangle$ é a solução do espalhamento elástico devido apenas à Hamiltoniana óptica H_o , ou $(E - H_o) |\phi_o\rangle = 0$. As amplitudes de espalhamento, na representação $\{I\}$, satisfazem agora às equações desacopladas:

$$(II.11) \quad (\bar{E} - H_I) |\chi_I^{(I)-} (o)\rangle = 0, \text{ com } |\chi_I^{(K)-} (o)\rangle = |\chi_I^{(I)-} (o)\rangle \delta_{IK}$$

$$(II.12) \quad (\bar{E} - H_I) \left. \frac{d}{d\lambda} |\chi_I^{(K)-} (\lambda)\rangle \right|_{\lambda=0} = e_{IK} |\chi_K^{(K)-} (o)\rangle, \quad I \neq K$$

onde

$$\frac{d}{d\lambda} |\chi_I^{(K)-}(\lambda)\rangle \Big|_{\lambda=0} \xrightarrow{V_I \rightarrow 0} e_{IK} \frac{d}{dE} |\chi_K^{(K)-}(0)\rangle$$

Observe-se que o 1º termo de (II.10), que corresponde a $\lambda=0$ no método de tratamento perturbativo do acoplamento assintótico, tem a forma do resultado usual nos cálculos de reações de "stripping" com DWBA (12,13,14). Nesses cálculos, (I) é um estado de partícula independente; $|\phi_0\rangle$ e $|\chi_I^{(I)}\rangle$ são as ondas distorcidas usuais.

Nesse caso, o 2º termo de (II.10) pode ser visto como uma correção ao resultado obtido através da DWBA simples, correção essa que leva em conta efeitos da fragmentação do estado de partícula independente em 1ª ordem no parâmetro λ .

Na próxima seção, esses resultados são aplicados a uma reação de "stripping". São calculados o 1º termo de (II.10), proveniente da DWBA usual, bem como a correção de 1ª ordem em λ .

II.2 - Estado de partícula independente como estado de saída

As reações de "stripping" constituem um bom exemplo para o formalismo descrito no capítulo I, uma vez que aliam preferencialmente componentes de partícula independente nos estados residuais. A fragmentação de estados de P.I. pode ser verificada através da observação da distribui

ção dos fatores espectroscópicos medidos, que ocorre num intervalo de alguns MeV (7,8).

Nessas condições, estados de partícula independente desempenham o papel de estados de saída.

A partir do intervalo Γ^\dagger no qual se distribuem os fatores espectroscópicos, pode-se estimar a vida média de um estado de partícula independente. Para $\Gamma^\dagger = 2$ MeV (típico) resulta $\tau \approx 3 \times 10^{-22}$ seg, ou seja, da ordem do tempo característico da reação.

Isso significa que a influência dos graus de liberdade restantes do sistema, no estado de partícula independente, deve ser levada em conta. Entretanto, essa influência não deve ser tão grande quanto no caso de $\tau \ll 10^{-22}$ seg., nem tão pequena como para $\tau \gg 10^{-22}$ seg., quando o estado de P.I. pode ser considerado um estado residual do sistema.

Por outro lado, se o acoplamento do estado de P.I. aos outros graus de liberdade do sistema (acoplamento assintótico) for pequeno ($e_{IJ} \ll \bar{E}$, eq. II.2) pode-se empregar o método perturbativo de cálculo descrito na secção II.1. Para uma "largura" de 2 MeV, um espaçamento médio de .3 MeV (correspondente a ~ 5 estados residuais), pode-se estimar o acoplamento médio $e_{IJ} = \sqrt{\frac{\Gamma^\dagger D}{2\pi}} \approx 1$ MeV, que é pequeno comparado a energias de reação da ordem de dezenas de MeV.

A utilização de poucos graus de liberdade que se acoplam ao estado de P.I. é justificada: 1) para baixas energias de excitação, em que a densidade de níveis é baixa e 2) para acoplamento suficientemente pequeno, uma vez que só

os estados mais próximos sentem esse acoplamento .

Dentro desse esquema, pode-se calcular a amplitude de transição (II.10) do canal de entrada para um de saída qualquer, numa reação direta:

$$(II.10) \quad T_{oi} = \langle i | I \rangle \langle \chi_I^{(I)-} | V_{IO} | \phi_o \rangle + \\ + \sum_K \langle i | K \rangle \frac{d}{d\lambda} \langle \chi_I^{(K)-} | V_{IO} | \phi_o \rangle$$

A amplitude usualmente calculada através da DWBA, em reações de stripping, coincide com o 1º termo da expressão acima, conforme mencionado anteriormente. Nesse termo (13,14):1) O quadrado da amplitude de distribuição $\langle i | I \rangle$ é o fator espectroscópico do nível considerado, que é obtido usualmente a partir da razão entre a secção de choque experimental e seu limite de partícula independente calculado através da DWBA; 2) Na avaliação do elemento de matriz $\langle \chi_I^{(I)-} | V_{IO} | \phi_o \rangle$, a parte radial do estado (I) (fator de forma) é calculada como autofunção de um poço de potencial finito, usualmente da forma de Woods-Saxon. Uma receita de cálculo ajusta a profundidade desse poço de modo que a energia de separação do nível observado seja igual à energia de ligação do estado de P.I. descrito pelo modelo de camadas.

Esse procedimento calcula, então, para cada nível observado, o limite de P.I. da amplitude de transição. Isso significa que os efeitos da fragmentação do estado de P.I. são simulados através de uma dependência, com a energia,

do elemento de matriz $\langle \chi_I^{(I)} | V_{I0} | \phi_0 \rangle$.

Em relação a essa análise usual das reações de "stripping", a expressão (II.10) introduz as seguintes modificações:

1) A energia do estado de P.I. é definida convenientemente (por exemplo, como a energia do centroide). Os efeitos da fragmentação desse estado podem ser calculados, então (2º termo de II.10) através de uma parametrização dos a coplamentos assintóticos e_{IJ} bem como do nº de estados considerados.

Deve-se observar que os elementos $\frac{d}{d\lambda} \langle \chi_I^{(K)} | V_{I0} | \phi_0 \rangle$, nessa expressão, são dependentes da energia, através das condições de contorno indicadas pelo índice superior (K) (ver eq. II.12), ao passo que o elemento de matriz do 1º termo é constante.

2) As amplitudes de distribuição $\langle I | i \rangle$ dão uma medida da dissolução do estado (I) nos estados residuais. Mas não se pode mais comparar seus quadrados aos fatores espectroscópicos usuais, uma vez que o quadrado de (II.10) contém termos de interferência entre o 1º e 2º termos.

Entretanto, é válida, como para os fatores espectroscópicos, a regra de soma $\sum_i |\langle i | I \rangle|^2 = 1$, derivada simplesmente da normalização do estado de partícula independente (porém agora os $|\langle i | I \rangle|^2$ não são simplesmente proporcionais às secções de choque medidas).

Para uso no exemplo em questão, as amplitudes de distribuição $\langle I | i \rangle$ e $\langle K | i \rangle$ (eq. II.10) podem ser obtidas a

partir da eq. de auto-vetores da Hamiltoniana intrínseca de (I.24) e da mudança de base (I.26) (15).

Obtêm-se:

$$(II.13) \quad \langle I|i\rangle = \left[1 + \sum_K \frac{|H_{IK}^{int}|^2}{(E_i - e_K)^2} \right]^{-1/2}$$

$$(II.14) \quad \langle K|i\rangle = \frac{H_{IK}^{int}}{E_i - e_K} \langle I|i\rangle$$

e a equação de dispersão

$$(II.15) \quad E_i - \bar{e} = \sum_K \frac{|H_{IK}^{int}|^2}{E_i - e_K}$$

sendo os E_i , auto valores de H_i^{int} , medidos a partir da definição do zero de energia intrínseca, ou seja,

$$H^{int} |o\rangle = o|o\rangle$$

Os estados (K) são escolhidos como auto estados da Hamiltoniana intrínseca projetada ou

$$(e_K - H_{KK}^{int}) |K\rangle = o$$

enquanto a energia \bar{e} é tomada convenientemente como a energia do estado de saída (I):

$$(II.16) \quad \bar{e} = \langle I|H^{int}|I\rangle$$

Então, e_K e \bar{e} seriam as energias dos estados residuais se não houvesse a fragmentação do estado (I), produzida pelo acoplamento $\langle I | H^{int} | K \rangle$.

Essa afirmativa pode também ser verificada através da eq. (II.15), que pode ser resolvida graficamente para fornecer os E_i e indica que, para acoplamentos $\langle I | H^{int} | K \rangle$ tendendo a zero, as energias dos estados residuais se aproximam, uma a uma, das energias dos estados K e I (15).

Escreve-se

$$(II.17) \quad \eta - \bar{e} = \sum_K \frac{|\langle I | H^{int} | K \rangle|^2}{\eta - e_K}$$

e os pontos de intersecção da reta com as assíntotas fornecem os E_i

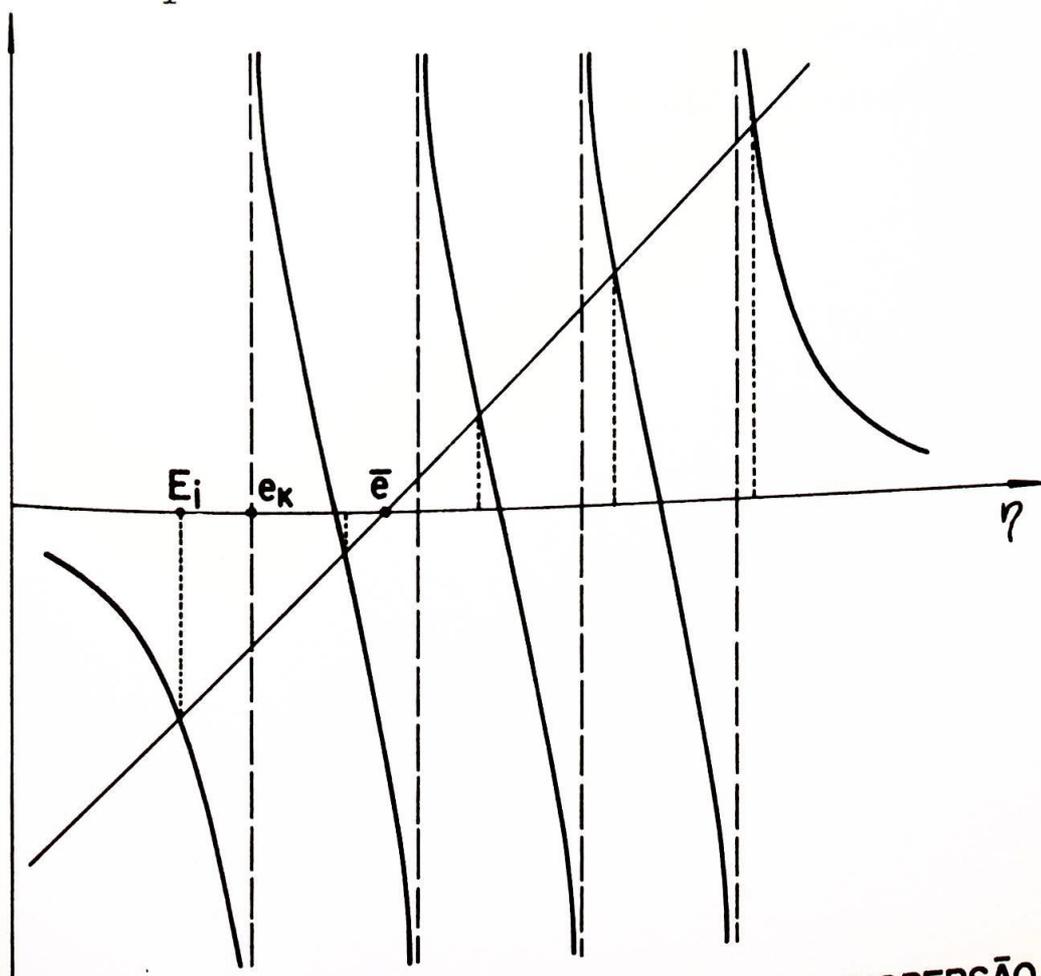


FIG.1 - RESOLUÇÃO GRÁFICA DA EQUAÇÃO DE DISPERSÃO

Observe-se, na figura, a localização das energias $\bar{\epsilon}$ e ϵ_K .

A expressão (II.13) mostra explicitamente como a distribuição do estado (I) nos estados residuais depende do acoplamento de (I) aos outros graus de liberdade do sistema, bem como da proximidade destes aos estados residuais considerados. Essa expressão indica que a dissolução do estado (I) será tanto maior quanto maiores forem o acoplamento e a proximidade referidos.

O cálculo numérico de (II.10), numa reação de "stripping" (d,p) será descrito no próximo capítulo, onde também são apresentados os resultados num caso típico.

Para uma aplicação numérica imediata, serão mantidas as aproximações que compõem a DWBA, como uso de potenciais ópticos (I.24). As amplitudes de transição parciais são calculadas com aproximação de alcance nulo⁽¹³⁾.

III - R E S U L T A D O S

Neste capítulo é obtida a estimativa da ordem de grandeza das correções às amplitudes de transição adiabáticas (II.10), no caso da reação $\text{Sn}^{112}(\text{d},\text{p})\text{Sn}^{113}$.

O procedimento usado para a obtenção dessas correções é o seguinte:

I) Integração numérica das equações (II.11) e (II.12)

O 2º termo de (II.10) mostra que a equação (II.12) deve ser integrada tantas vezes quantos forem os estados K considerados. A parte não homogênea dessa equação exige, ao mesmo tempo, a integração da equação homogênea um igual número de vezes, a energias correspondentes aos vários estados K. Cada solução de (II.12) fornece uma correção à amplitude adiabática correspondente à condição de contorno definida num estado K diferente:

$$(III.1) \quad \left. \frac{d}{d\lambda} \chi_I^{(K)}(r, \lambda) \right|_{\lambda=0} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{k_{IK}^2}{2\bar{k}} \frac{d}{d\bar{k}} \chi_K^{(K)}(r, 0),$$

$$\bar{k}^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} \bar{E} \quad k_{IK}^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} e_{IK}$$

1a) O termo $\frac{d}{d\bar{k}} \chi_K^{(K)}(r, 0)$, necessário à condição de contorno, é obtido derivando numericamente, com relação a \bar{k} , ca

da solução $x_K^{(K)}$ da eq. homogênea.

Isso é feito a uma distância radial fixa, a qual por motivos que serão discutidos no próximo sub-ítem, é considerada o ponto de junção r_0 das soluções assintóticas ψ_A (conhecidas) com as soluções ψ_N obtidas por integração numérica de (II.12) a partir da origem (centro espalhador).

Ib) De posse das soluções numéricas ψ_N de (II.12), até o ponto de junção, são somados a elas múltiplos da solução a diabática, de modo que as soluções satisfaçam às condições de contorno desejadas (III.1). Os fatores multiplicativos da solução adiabática são obtidos no ponto de junção r_0 , a través de:

$$(III.2) \quad \beta = \frac{\psi_A(r_0) - \psi_N(r_0)}{\psi_0(r_0)}$$

onde

$$\psi_A(r_0) = \frac{k_{IK}^2}{2\bar{k}} \frac{d}{d\bar{k}} x_K^{(K)}(r_0, 0)$$

$$\psi_N(r_0) = \left(\frac{d}{d\lambda} x_I^{(K)}(r_0, 0) \right) \text{ numérica}$$

$$\psi_0(r_0) = x_I^{(I)}(r_0, 0)$$

Os resultados numéricos dos cálculos (Ia) e (Ib) foram obtidos a partir de modificações introduzidas no pro

grama TABU, escrito por A.F.R. de Toledo Piza para o cálculo de larguras de ressonâncias isobáricas análogas. As modificações foram testadas, e a descrição do teste está no Apêndice deste trabalho.

II) Obtenção das amplitudes de transição e respectivas correções

IIa) As integrais radiais parciais de (II.10), de acordo com a DWBA usual e considerando alcance nulo da interação^(14,15) são obtidas por integração numérica do produto de três funções radiais (deuteron, proton e neutron ligado). As funções de espalhamento do proton são obtidas da maneira descrita no Ítem I e a do deuteron, por integração numérica de $(E-H_0)|\phi_0\rangle = 0$.

O fator de forma, que descreve a parte radial do estado de P.I., que se supõe seja ocupado preferencialmente pelo neutron transferido (\equiv estado de saída) é calculado como auto-estado de um poço do tipo Woods-Saxon com interação spin-órbita, correspondente ao momento angular transferido ℓ ($j = \ell \pm \frac{1}{2}$). A profundidade desse poço é ajustada de maneira a reproduzir uma energia de ligação igual à energia do centroide, definida como sendo:

$$\bar{c} = \langle I | H^{int} | I \rangle$$

IIb) As relações (II.13) e (II.14) fornecem as distribui

ções de amplitudes $\langle I|i\rangle$ e $\langle K|i\rangle$, sendo que as energias dos estados residuais são obtidas através da resolução gráfica da equação de dispersão (II.15), conforme descrito no final do capítulo anterior.

São dados a seguir os parâmetros utilizados na resolução numérica dos itens I e II, para a análise da reação $\text{Sn}^{112}(\text{d},\text{p}) \text{Sn}^{113}$.

1) O neutron foi suposto capturado numa órbita $D_{3/2}$ que se fragmenta em 5 estados residuais (ver fig. 2) e os cálculos foram feitos para as seguintes ondas parciais:

proton (L_b, J_b)	neutron (l, j)	deuteron (L_a, J_a)
2, 3/2	2, 3/2	0, 0
1, 1/2	2, 3/2	1, 1
1, 3/2		
3, 5/2		
0, 1/2	2, 3/2	2, 2
2, 3/2		
2, 5/2		
4, 7/2		

Tabela I - Ondas parciais para as quais foram realizados cálculos.

Nessa tabela, o spin do deuteron é considerado nulo, pois a) não será considerada a interação spin-órbita no potencial óptico do deuteron (o que não afeta muito os resul

tados). Isso implica numa degenerescência em J_a para as diversas ondas parciais; b) como o objetivo dos cálculos é a obtenção da razão entre a correção e a amplitude de transição adiabática parcial, todos os coeficientes que contêm a coplamentos de momentos angulares se cancelam.

2) Nos canais de proton e deuteron foram utilizados os potenciais ópticos médios de Perey. Os parâmetros correspondentes, bem como os do poço de potencial associado ao estado ligado do neutron e todos os parâmetros referentes ao estado $D_{3/2}$ (inclusive a fig. 2) encontram-se no trabalho de T. Borello Lewin⁽⁸⁾. A alusão a essa referência será omitida daqui para a frente.

3) A energia do estado de partícula independente, \bar{e} , foi considerada como a energia do centro de gravidade da distribuição dos fatores espectroscópicos correspondentes a esse estado: $\bar{e} = 0.690$ MeV (obtida experimentalmente, ver fig. 2).

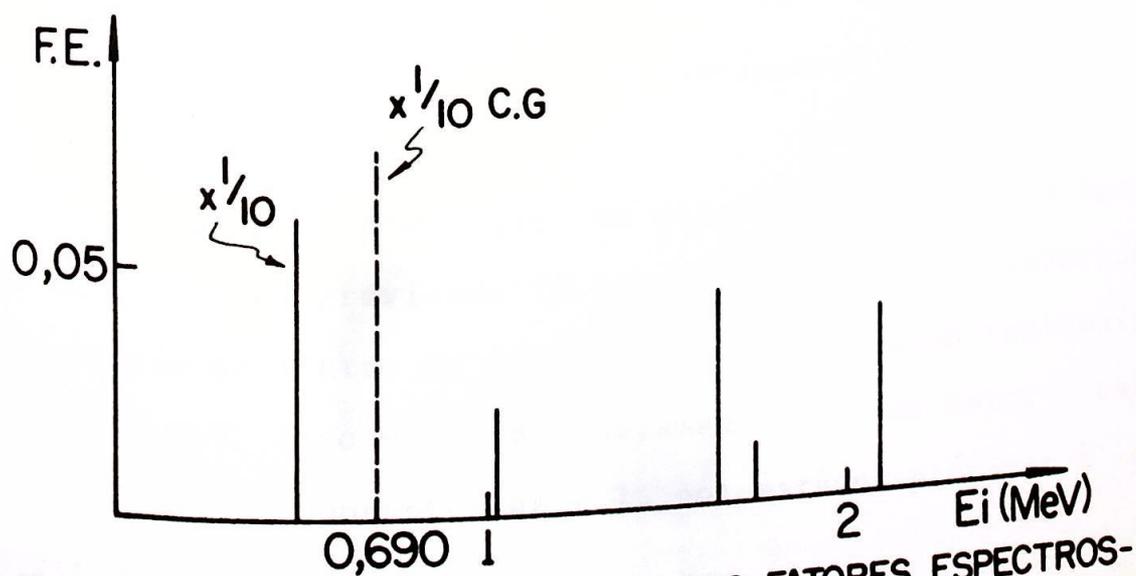


FIG. 2 - DISTRIBUIÇÃO EM ENERGIA DOS FATORES ESPECTROSCÓPICOS EXPERIMENTAIS DO ESTADO $D_{3/2}$

4) No cálculo da derivada $\frac{d}{d\bar{k}} \chi_K^{(K)}(r,0)$, o passo em energia foi ajustado de modo a minimizar as flutuações do parâmetro β (III.2), o que implicou em flutuações menores ainda nas amplitudes de transição. O valor usado foi 0.07 MeV, correspondente ao ponto de junção 13.60F, o qual é a proximadamente o dobro do raio do Estanho.

5) Com o fim de descrever, em média, a fragmentação do estado de saída, os estados K foram supostos igualmente espaçados, o que corresponde a aproximar por uma Lorentziana o envelope do estado fragmentado, no espectro (15,7).

O acoplamento k_{IK}^2 , constante, bem como o espaçamento entre os estados K foram ajustados de modo que os estados residuais se distribuíssem num intervalo de aproximadamente 1.6 MeV (ver fig. 2).

Resultaram como melhores valores, 0.5 MeV para o espaçamento entre os estados K e 1/35 MeV para o acoplamento e_{IK} .

A figura 3 mostra a distribuição das amplitudes $\langle I|i \rangle$ que resultou utilizando os parâmetros descritos acima.

Deve-se observar que, no estado $D_{3/2}$ (fig.2), a energia do centro de gravidade ($0.690 \text{ MeV} = \bar{e}$) está deslocada com relação ao centro da distribuição dos estados residuais, que é 1.3 MeV. Isso decorre, obviamente, de uma maior concentração das componentes de P.I. nos estados próximos à energia do centroide.

Os cálculos reproduzem esse fato, pois, como já foi

discutido, o acoplamento $\langle I | H^{int} | K \rangle$ atinge principalmente os estados mais próximos de (I), os quais contribuem para uma amplitude $\langle I | i \rangle$ maior nos estados residuais correspondentes (ver eq. II.35 e fig. 3).

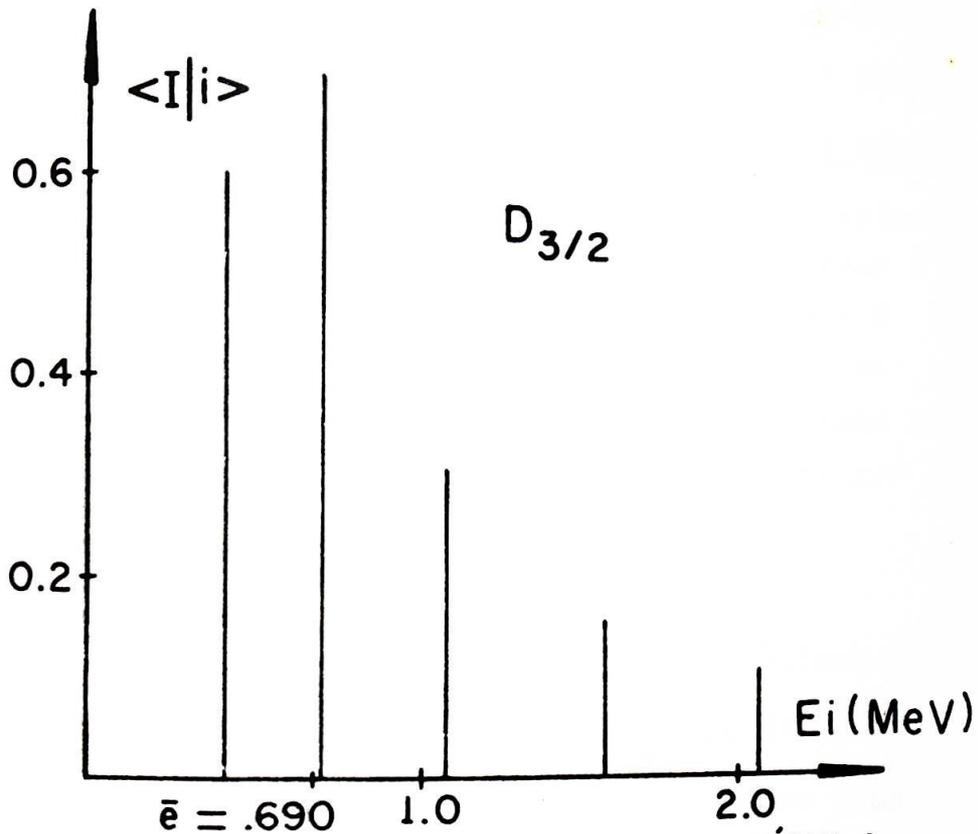


Fig.3 - COMPONENTES DE PARTÍCULA INDEPENDENTE NOS ESTADOS RESIDUAIS.

Foram calculadas ainda todas as amplitudes de distribuição $\langle K | i \rangle$ (necessárias para a estimativa da correção à amplitude de transição), da maneira descrita no capítulo II (eq. II.14). Convém observar que nesses cálculos os elementos de matriz H_{IK}^{int} foram considerados constantes, o que determinou as relações de fase das amplitudes resultantes desses acoplamentos. A tabela II mostra essas amplitudes, juntamente com $\langle I | i \rangle$:

(MeV) e_K \ (MeV) E_i	0.4355	0.7146	1.0987	1.5747	2.0665
0.55	-0.77561	0.62509	0.08344	0.02369	0.01079
$\bar{e} =$ 0.690	0.60677	0.70288	0.31280	0.16586	0.11183
1.05	-0.14454	-0.30678	0.93946	0.04627	0.01610
1.55	-0.07969	-0.12317	-0.10147	0.98345	0.03170
2.05	-0.05501	-0.07705	-0.04814	-0.05108	0.99303

Tabela II - Distribuição das amplitudes dos estados K e I nos estados residuais. A 1a. coluna à esquerda indica as energias dos estados K enquanto na 1a. linha estão especificadas as energias dos estados residuais. Na 3a. linha estão as amplitudes $\langle I|i \rangle$, bem como a energia do estado de saída.

Observe-se que os elementos são próximos de 1 na diagonal e decrescem, em valor absoluto, em direção aos extremos, o que está de acordo com o que se espera numa situação de acoplamento fraco. Se, em particular, este for nulo, os elementos diagonais serão 1 e os demais zero, indicando que os estados K e I coincidem com estados residuais.

Também, pode-se verificar na tabela II, a validade de $\sum_i |\langle K|i \rangle|^2 = \sum_i |\langle I|i \rangle|^2 = 1$, que decorre da normalização dos estados K e I.

Os dados da tabela II, juntamente com os resultados dos cálculos (IIa), que forneceram os elementos de matriz da eq. (II.10) (integrais radiais) na representação $\{I\}$, possibilitaram a obtenção imediata das amplitudes de transição adiabáticas do canal de entrada para cada canal de saída

considerado, bem como as respectivas correções.

Esses cálculos finais foram feitos para as ondas parciais indicadas na tabela I.

Nas figuras 4 a 8 estão representados os gráficos polares das integrais radiais T_{oi}^A (adiabáticas) e $(\Delta T)_{oi}$ (correções), para as várias ondas parciais, cada gráfico correspondendo a uma energia residual.

A observação desses gráficos mostra as seguintes regularidades:

a) Em módulo, as correções são, em média, aproximadamente 10% de T_{oi}^A . Vetorialmente, entretanto, essas correções provocam uma mudança de T_{oi}^A em módulo e em fase. A soma desses 2 vetores fornece a amplitude de transição resultante, que contém os efeitos da fragmentação do estado de saída em 1ª. ordem e cujo módulo ao quadrado é proporcional à secção de choque parcial.

Por outro lado, os erros inerentes à DWBA, no cálculo do elemento de matriz $\langle \chi_I^I | V_{IO} | \phi_0 \rangle$ e que são estimados em 20% encobrem a correção calculada de 10%. Pode-se concluir, então, que os resultados da DWBA usual não são apreciavelmente modificados com a introdução dessas correções.

b) Há uma diminuição de T_{oi}^A , com o aumento do momento angular orbital do deuteron. Isso era de se esperar, uma vez que o aumento do parâmetro de impacto (argumento clássico) diminui a probabilidade de reação. Para $\ell_D = 2$, as amplitudes adiabáticas são pequenas e as correções desprezíveis. Isso mostra que o momento angular limita também as

correções $(\Delta T)_{oi}$.

c) Para cada onda parcial, T_{oi} mostra um comportamento com a energia, semelhante ao das amplitudes $\langle I|i \rangle$ (fig. 3). Isso é razoável, pois o elemento de matriz $\langle \chi_I^{(I)} | V_{I_0} | \phi_0 \rangle$, constante, é modulado por aquela distribuição.

As correções, entretanto, não seguem o mesmo esquema, pois cada uma resulta da superposição de produtos dos elementos de matriz $\frac{d}{d\lambda} \langle \chi_I^{(K)} | V_{I_0} | \phi_0 \rangle$ (que variam lentamente com a energia) pelas amplitudes $\langle K|i \rangle$. Dessa forma, há uma variação grande da fase, mas não dos módulos de $(\Delta T)_{oi}$ para cada onda parcial.

d) A energia de excitação de 0.7146 MeV, que corresponde aos valores máximos de T_{oi}^A , todas as correções observadas estão praticamente em fase com as amplitudes adiabáticas correspondentes, contribuindo para um aumento dos respectivos módulos.

A energia de excitação mais alta (2.0665 MeV) as correções contribuem apenas para uma mudança de fase de T_{oi}^A , exceto para a onda parcial $p = (3,5/2)$, $d = (1,1)$.

Esses resultados estão de acordo com o mecanismo de acoplamento utilizado, para o qual os efeitos da fragmentação do estado de saída (I) são menores para os estados residuais mais distantes e maiores para os mais próximos de (I).

e) A onda parcial $p = (3,5/2)$, $d = (1,1)$, entretanto, faz exceção ao comportamento geral das amplitudes de transição descrito até aqui, pois em todas as energias as correções estão praticamente em fase com as amplitudes adia-

báticas. Contribuem para um aumento sistemático do módulo de T_{oi}^A , exceto para a 1a. energia, na qual há uma diminuição do módulo. Também, $|T_{oi}^A|$ é maior para essa onda parcial do que para as outras duas correspondentes a $\ell_D = 1$ (ou seja, $p = (1, 1/2)$ e $p = (1, 3/2)$).

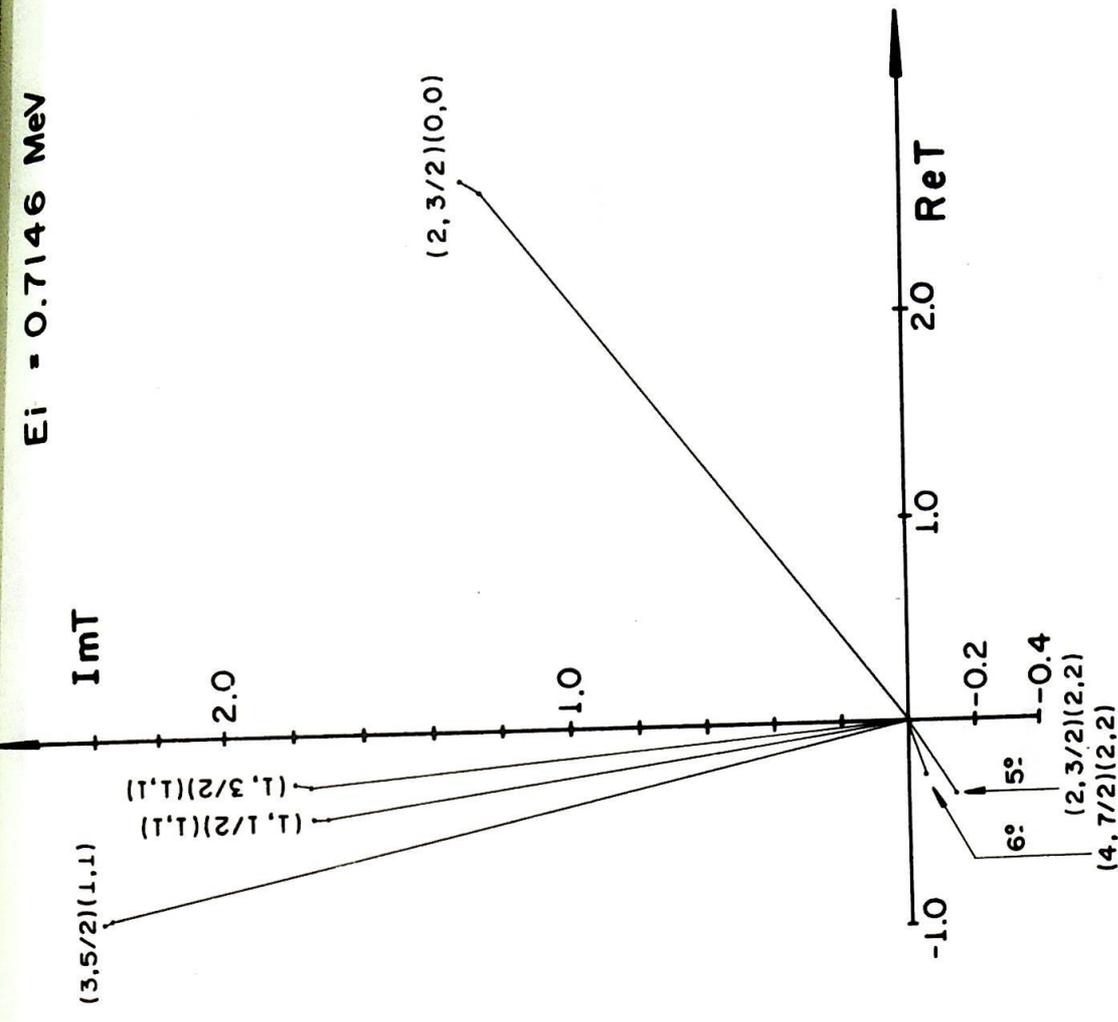


FIG. 5

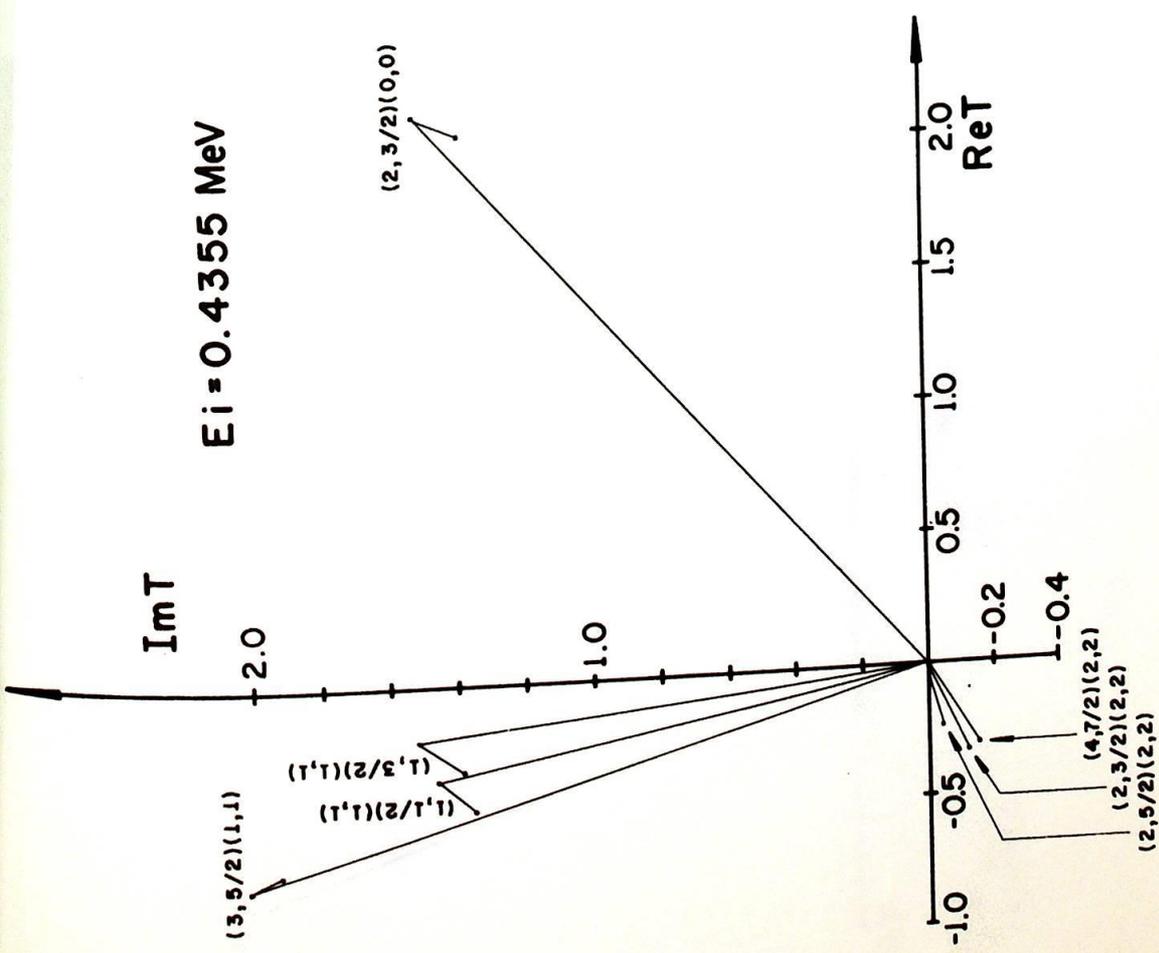


FIG. 4

AMPLITUDES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICAS E RESPECTIVAS CORREÇÕES PARA VÁRIAS ONDAS PARCIAIS, CORRESPONDENTES ÀS ENERGIAS DE EXCITAÇÃO DE 0.4355 MeV E 0.7146 MeV. CONVENÇÃO PARA AS ONDAS PARCIAIS: $(L_p, J_p) (L_d, J_d)$

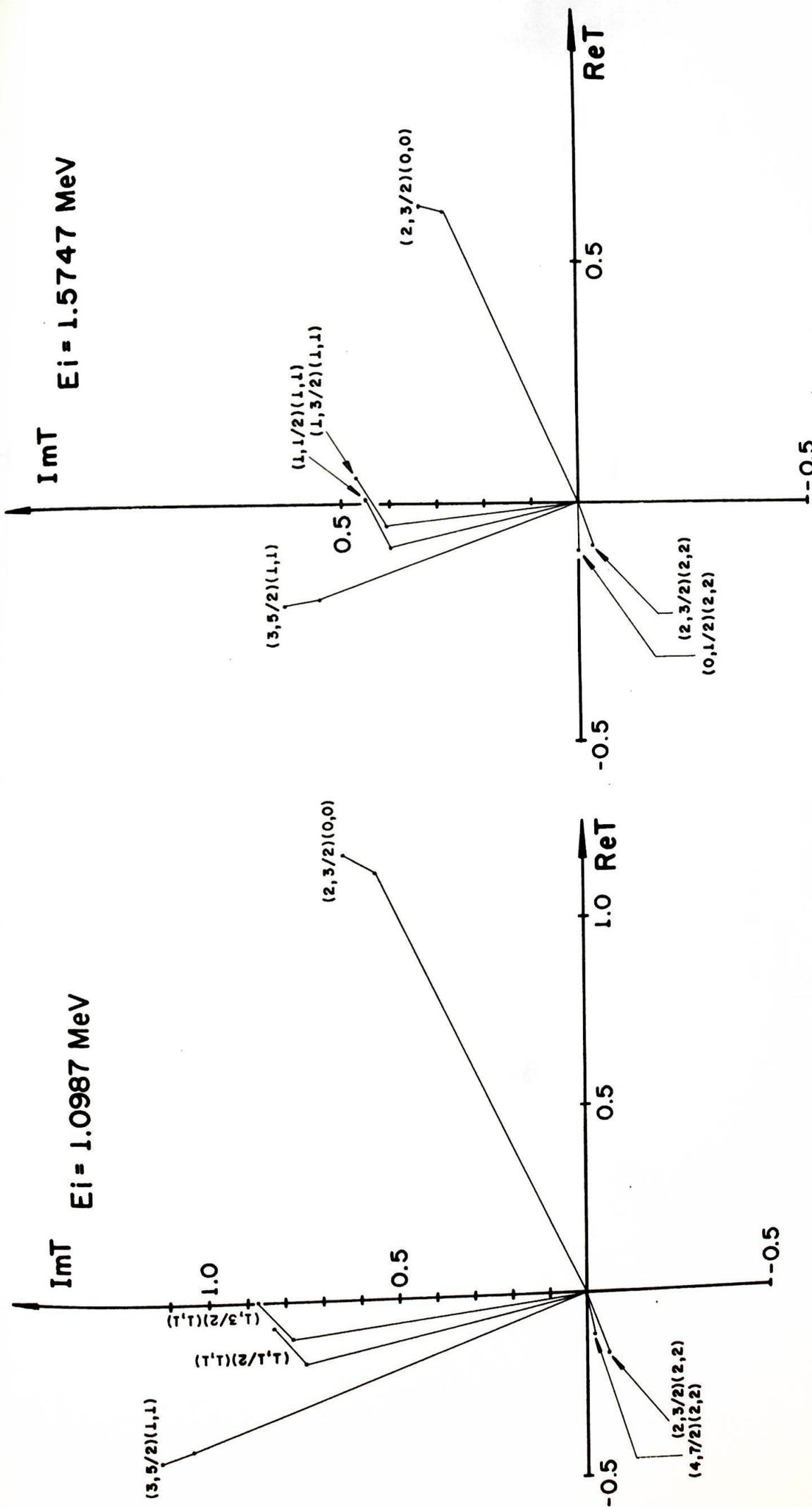


FIG. 6

FIG. 7

AMPLITUDES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICAS E RESPECTIVAS CORREÇÕES PARA VÁRIAS ONDAS PARCIAIS, CORRESPONDENTES ÀS ENERGIAS DE EXCITAÇÃO DE 1.0987 MeV E 1.5747 MeV.

ImT
 $E_i = 2.0665 \text{ MeV}$

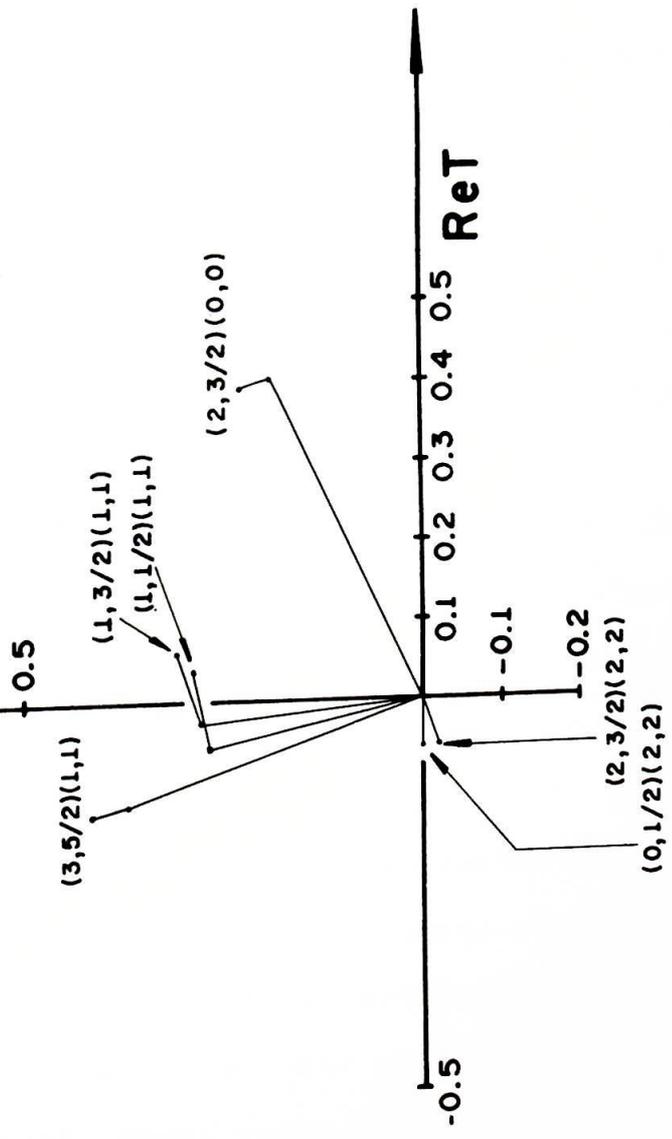


FIG. 8

AMPLITUDES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICAS E RESPECTIVAS CORREÇÕES PARA VÁRIAS ONDAS PARCIAIS, CORRESPONDENTES À ENERGIA DE EXCITAÇÃO DE 2.0665 MeV.

IV - CONCLUSÕES

Muitas estruturas observadas nos espectros, em reações nucleares, podem ser atribuídas à fragmentação de "Estados de Saída", que são produzidos nas reações. Supõe-se que esses estados, simples, são alimentados preferencialmente pelas reações e decaem nos estados residuais, complexos, através de acoplamentos residuais. A descrição detalhada da fragmentação dos estados de saída exige, portanto, o conhecimento desses acoplamentos, o que significa resolver o problema de muitos nucleons. Assim, embora o mecanismo de produção de estados de saída seja formalmente bem definido, a sua reinterpretação num nível fenomenológico é essencial para a formulação de um esquema calculável.

Desse modo, são analisadas neste trabalho as reações diretas, nas quais um número discreto de canais abertos é relevante. Esses canais são descritos através de potenciais ópticos empíricos e as amplitudes de transição são calculadas através da DWBA usual.

É desenvolvido um tratamento perturbativo para os acoplamentos residuais mencionados, os quais são parametrizados, com o objetivo de se obter uma estimativa das correções para as amplitudes de transição (ver eq. II.10) no caso de reações de "stripping". Dessa forma, são obtidos os efeitos da fragmentação de estados de partícula independente, nessas reações.

Os resultados dos cálculos indicam correções pequenas (-10%) às amplitudes de transição calculadas para a reação $\text{Sn}^{112}(d,p)\text{Sn}^{113}$ através da DWBA, as quais envolvem erros estimados tipicamente em ~20%.

Convém observar que as correções calculadas devem ser maiores para estados mais fracamente ligados, pois o fator de forma, nesse caso, é mais sensível a pequenas variações da energia de ligação.

Outras possíveis aplicações para as técnicas desenvolvidas neste trabalho são:

1) Estudo da fragmentação de estados coletivos excitados preferencialmente através de reações.

Exemplo: Estados vibracionais produzidos no espalhamento inelástico de núcleons por núcleos esféricos.

A aplicação do procedimento desenvolvido no cap. II envolve, nesse caso, a resolução das equações acopladas (II.5) e (II.6).

2) Tratamento de estados de saída alimentados pelo decaimento de um estado ressonante do sistema composto.

Exemplo: Espalhamento inelástico de prótons por núcleos deformados, via ressonância do sistema próton-alvo. Nesse caso, estados coletivos fragmentados do núcleo residual, desempenham o papel de estados de saída.

A P Ê N D I C E - Um teste para os cálculos

O teste empregado para verificar os cálculos numéricos descritos no ítem I do capítulo III é apresentado aqui.

Consistiu na obtenção de uma solução radial aproximada da equação de Schrödinger para o espalhamento (de uma partícula por um potencial central), através do tratamento perturbativo da energia.

A equação resolvida foi:

$$A1) \quad (\bar{k}^2 + \lambda \Delta k^2 + \frac{d^2}{dr^2} - V) \chi(r, \lambda) = 0, \quad \Delta k^2 \ll \bar{k}^2$$

do tipo de (II.3).

Essa é uma equação homogênea comum ($\lambda=1$), sem acoplamento assintótico e pode ser resolvida exatamente com métodos familiares. O truque é que, para a obtenção de $\chi(r, \lambda)$ através do tratamento perturbativo do termo de alcance infinito, Δk^2 , deve-se realizar os mesmos cálculos descritos no capítulo III, para a resolução de (II.3).

A solução aproximada de A1, $\chi^A(r)$, pode, então, ser obtida em termos da solução correspondente à energia $\bar{k}(\lambda=0)$ através de uma expansão do tipo II.4 para a função de onda:

$$A2) \quad \chi^A(r, \lambda) = \chi_0(r, 0) + \frac{d}{d\lambda} \chi(r, \lambda) \Big|_{\lambda=0}$$

onde os dois termos à direita da expressão acima satisfazem:

$$A3) \quad (\bar{k}^2 + \frac{d^2}{dr^2} - V) \chi_0(r, 0) = 0$$

$$A4) \quad (\bar{k}^2 + \frac{d^2}{dr^2} - V) \frac{d}{d\lambda} \chi(r, \lambda) \Big|_{\lambda=0} = - \Delta k^2 \chi_0(r, 0)$$

com

$$\frac{d}{d\lambda} \chi(r, \lambda) \Big|_{\lambda=0} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{\Delta k^2}{2\bar{k}} \frac{d}{d\bar{k}} \chi_0(r, 0)$$

Todos os cálculos são os mesmos, a menos da troca $k_{IK}^2 \longrightarrow \Delta k^2$ e da efetuação do cálculo uma única vez.

Tendo sido obtida $\chi^A(r)$, foi calculada a solução exata de A1, $\chi^E(r)$. A seguir, foram comparadas as diferenças

A5) $(\chi^A(r) - \chi_0(r))$ e $(\chi^E(r) - \chi_0(r))$ para valores de r entre 0 e 15.40F.

A energia \bar{E} foi considerada 12MeV (arbitrariamente).

O termo perturbativo, ΔE , foi ajustado de modo que $\frac{d}{d\lambda} \chi(r, \lambda) \Big|_{\lambda=0}$ resultasse pequena, mas observável, dentro dos erros inerentes aos cálculos computacionais e que são da ordem de 10^{-5} . Foi usado $\Delta E = 0.1$ MeV.

O ponto de junção escolhido foi 10.80 F, pois a variação da função de onda $\frac{d}{d\lambda} \chi(r, \lambda)$ com r é suave nessa região. Dessa forma, são minimizados os erros no cálculo da derivada da função de onda com relação à energia. O passo em energia para o cálculo da derivada foi 0.08, que é uma ordem de grandeza menor que o intervalo ΔE entre as soluções χ_0 e $\chi^{A(E)}$.

A diferença entre a solução exata e a aproximada é da ordem de 2% a partir de $r \sim 8.80F$, exceto em torno dos pontos em que as duas diferenças (A5) trocam de sinal. Nesse caso a diferença sobe para ~10%; deve-se levar em conta, entratanto, que cálculos de diferenças envolvendo números pequenos são bem menos precisos (ver tabela III).

R	RE(WAVEF.(R))	IM(WAVEF.(R))	R	RE(WAVEF.(R))	IM(WAVEF.(R))
0.60	0.1798E-03	0.0141E-04	0.20	0.7111E-05	0.3578E-05
1.20	0.1143E-02	0.5045E-03	0.40	0.4220E-03	0.2548E-03
1.80	0.2539E-02	0.1616E-02	1.40	0.1615E-02	0.8484E-03
2.40	0.3009E-02	0.1391E-02	2.40	0.2672E-02	0.1611E-02
3.00	0.1556E-02	0.1391E-02	2.60	0.2747E-02	0.1756E-02
3.60	0.1198E-02	0.2938E-04	3.20	0.744E-03	0.9176E-03
4.20	0.3288E-02	0.1340E-02	3.80	0.274E-02	0.5197E-03
4.80	0.3109E-02	0.1777E-02	4.40	0.3514E-02	0.1604E-02
5.40	0.7737E-03	0.1777E-02	5.00	0.2514E-02	0.1601E-02
6.00	0.2353E-02	0.2746E-03	5.60	0.2537E-03	0.5899E-03
6.60	0.5110E-02	0.1073E-02	6.20	0.3347E-02	0.6453E-03
7.20	0.7709E-02	0.7004E-02	6.80	0.5852E-02	0.1091E-02
7.80	0.7768E-02	0.7365E-03	7.40	0.7413E-02	0.3264E-03
8.40	0.7119E-02	0.2805E-02	8.00	0.7720E-02	0.1380E-02
9.00	0.4845E-02	0.5070E-02	8.60	0.6550E-02	0.3556E-02
9.60	0.8261E-03	0.7185E-02	9.20	0.372E-02	0.587E-02
10.20	0.4895E-02	0.8841E-02	9.80	0.975E-03	0.7803E-02
10.80	0.1203E-01	0.9745E-02	10.40	0.7138E-02	0.9239E-02
11.40	0.1999E-01	0.9654E-02	11.00	0.1403E-01	0.9835E-02
12.00	0.2791E-01	0.8413E-02	11.60	0.2269E-01	0.9572E-02
12.60	0.3471E-01	0.605E-02	12.20	0.3036E-01	0.7735E-02
13.20	0.3922E-01	0.605E-02	12.80	0.3653E-01	0.4963E-02
13.80	0.4034E-01	0.2576E-02	13.40	0.400E-01	0.1255E-02
14.40	0.3727E-01	0.1553E-02	14.00	0.3981E-01	0.3007E-02
15.00	0.2966E-01	0.9914E-02	14.60	0.3524E-01	0.7312E-02
			15.20	0.2613E-01	0.1107E-01

R	RE(WAVEF.(R))	IM(WAVEF.(R))	R	RE(WAVEF.(R))	IM(WAVEF.(R))
0.0	0.0	0.0	0.40	0.5552E-04	0.2620E-04
0.60	0.1798E-03	0.8520E-04	1.00	0.7275E-03	0.3491E-03
1.20	0.1143E-02	0.5536E-03	1.50	0.2099E-02	0.1045E-02
1.80	0.2536E-02	0.1237E-02	2.00	0.3037E-02	0.1628E-02
2.40	0.3002E-02	0.1678E-02	2.80	0.2243E-02	0.1455E-02
3.00	0.1543E-02	0.1190E-02	3.40	0.2587E-03	0.4032E-03
3.60	0.1211E-02	0.5658E-04	4.00	0.2801E-02	0.9283E-03
4.20	0.3292E-02	0.1268E-02	4.60	0.3446E-02	0.1621E-02
4.80	0.3095E-02	0.1637E-02	5.20	0.1689E-02	0.1214E-02
5.40	0.7408E-03	0.8738E-03	5.80	0.1355E-02	0.6045E-04
6.00	0.2401E-02	0.3360E-03	6.40	0.4324E-02	0.9155E-03
6.60	0.5163E-02	0.1039E-02	7.00	0.6533E-02	0.8694E-03
7.20	0.7044E-02	0.5786E-03	7.60	0.7665E-02	0.3523E-03
7.80	0.7755E-02	0.956E-03	8.20	0.7448E-02	0.2345E-02
8.40	0.7035E-02	0.3097E-02	8.80	0.5659E-02	0.4644E-02
9.00	0.4684E-02	0.5413E-02	9.40	0.2148E-02	0.6878E-02
9.60	0.5850E-03	0.7551E-02	10.00	0.3103E-02	0.8721E-02
10.20	0.5209E-02	0.9196E-02	10.60	0.9868E-02	0.9871E-02
10.80	0.1238E-01	0.105E-01	11.20	0.1765E-02	0.1006E-01
11.40	0.2034E-01	0.9876E-02	11.80	0.2565E-01	0.9106E-02
12.00	0.2820E-01	0.8518E-02	12.40	0.3284E-01	0.5945E-02
12.60	0.3485E-01	0.5969E-02	13.00	0.385E-01	0.3683E-02
13.20	0.3915E-01	0.2394E-02	13.60	0.4016E-01	0.3976E-03
13.80	0.4000E-01	0.1866E-02	14.20	0.3825E-01	0.4849E-02
14.40	0.3663E-01	0.6319E-02	14.80	0.3185E-01	0.9101E-02
15.00	0.2872E-01	0.1037E-01	15.40	0.2106E-01	0.1253E-01

Tabela III - Diferenças calculadas correspondentes a função de onda exata ($x^E(r) - x_0(r)$) e aproximada ($x^A(r) - x_0(r)$), respectivamente (ver eq. A5).

R E F R Ê N C I A S

1. Conference on Correlations of Particles emitted in nuclear reactions, Rev. Mod. Phys. 37, nº 3 (1965)
2. H. Feshbach, A.K.Kerman, and R.H.Lemmer, Ann.Phys. 41 (1967)230
3. A.F.R. de Toledo Piza, em IV Simpósio Brasileiro de Física Teórica (Rio de Janeiro, Janeiro, 1972) Fascículo 9, pag. 39
4. H. Feshbach, Ann. Phys. 19 (1962)287
5. A.K.Kerman and A.F.R. de Toledo Piza, Ann.Phys.66(1971) 351
6. A.K.Kerman, in Lectures in Theoretical Physics (Colorado U.P. 1966) vol. VIII - C
7. A. Bohr, B.R.Mottelson, "Nuclear Structure" vol.I(W.A. Benjamin, INC, New York, 1969)211, 227, 302, 420
8. T. Borello Lewin, Tese de Doutorado, Instituto de Física da USP (1971)
9. N. Auerbach, J. Hüfner, A.K. Kerman and C.M.Shakin, Rev. Mod. Phys. 44 nº 1 (1972)48
10. A.F.R. de Toledo Piza, Nucl.Phys. A184 (1972)303
11. P. Roman, "Advanced Quantum Theory" (Addison-Wesley Publishing Company, INC. - Reading, Massachussetts, 1965) pag. 351
12. N. Austern, "Direct Nuclear Reaction Theories" (Inter science Monographs and texts in Physics and Astronomy, edited by R.E. Marshak, 1970, vol. XXV) Cap. 5

13. G.R.Satchler, Nucl.Phys. 55 (1964)1
14. W.E.Frahn, IAEA, Trieste, Lectures 1969
15. A.F.R. de Toledo Piza, em II Simpósio Brasileiro de Física Teórica (Rio de Janeiro, Janeiro, 1969) Fascículo III, pag. 1
A.F.R. de Toledo Piza, Tese de livre docência, Instituto de Física da U.S.P., 1969

