SBI-IFUSP
305M810T1473

INSTITUTO DE FÍSICA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
1473
ex. 1
INSTITUTO DE FÍSICA

DUPLO DECAIMENTO GAMA NO ^{90}Zr

Eduardo Rezende Mucciolo

Dissertação de mestrado submetida ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo sob a orientação do prof. Dr. Otaviano A. M. Helene.

Defesa em 16/12/88

São Paulo
-1988-

M
e 1

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Mucciolo, Eduardo Rezende
Duplo decaimento gama no ^{90}Zr. São Paulo, 1988.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Departamento de Física Experimental.
Área de Concentração: Física Nuclear.
Orientador: Prof. Dr. Otaviano Augusto Marcondes Helene

Unitermos: 1.Duplo gama; 2.Espectroscopia gama; 3.^{90}Zr.

USP/IF/SBI - 45/88

AGRADECIMENTOS

Muitas pessoas colaboraram para que fosse possível a realização deste trabalho. Gostaria de agradecer o apoio que recebi de todos os docentes, estudantes e funcionários do Laboratório do Acelerador Liner. Em particular, gostaria de citar os nomes dos professores Iuda Goldman, Manoel Tiago da Cruz, Paulo Pascholati, Michael Steinmayer, dos estudantes Garabed Kenchian, Maria Célia Isaac, Caio Henrique Lewenkopf, Maurício Moralles, Ana Maria Scardino, Johnny Ferraz Dias e das secretárias Lourdes e Olga.

A assistência dos técnicos da oficina eletrônica, principalmente do Odair, foi essencial para que se conseguisse um bom funcionamento do equipamento eletrônico e do sistema de aquisição de dados.

Ao professor Max Cohenca gostaria de fazer um agradecimento especial, não só pela ajuda com os programas de manipulação de dados, mas também pela disposição em esclarecer as minhas inúmeras dúvidas sobre computação.

A compreensão dos aspectos teóricos relativos às transições por dois fótons teria sido muito mais difícil sem as conversas com os professores Emerson Passos e Manoel Robilotta e a leitura dos textos indicados pelo professor Francisco Krmpotic.

Sem o auxílio do professor Saxena não teria sido possível conseguir a fonte de ^{90}Sr.

Por último, gostaria de agradecer ao meu orientador, o professor Otaviano Helene, pelo interesse que dedicou a este trabalho e à minha formação. Nesses quatro anos de convivência aprendi muito com as suas idéias e a clareza do seu pensamento.

A dedicação em tempo integral necessária para a execução deste trabalho foi facilitada pela bolsa de mestrado concedida pela FAPESP.

ABSTRACT

The double gamma decay in the 0_{2}^{+} to 0_{1}^{+} transition in ^{90}Zr has been observed. The 0_{2}^{+} level was populated by the decay of a ^{90}Sr source. The experimental apparatus consisted of two semiconductors detectors and a double coincidence electronics. An external lead shield has been used to attenuate the natural background. After four different measurements a branching ratio of $W_{\gamma\gamma}/W_{tot}=(4.20+-0.71)\times10^{-4}$ was obtained. The observed energy distribution is in agreement with E1E1 or M1M1 hypothesis. A review of the literature and a brief discussion of the fundamental aspects of the two photon transitions are given.

RESUMO

Foi observado o duplo decaimento gama entre os níveis 0_{II}^{+}-0_{I}^{+} do ^{90}Zr. O nível 0_{II}^{+} foi alimentado através do decaimento de uma fonte de ^{90}Sr. O arranjo experimental era formado por um sistema de coincidência dupla entre dois detectores semicondutores. Uma blindagem externa de chumbo foi utilizada para diminuir o fundo radiativo natural. Quatro medidas diferentes foram realizadas e o resultado obtido para a razão de ramificação foi $W_{2\gamma}/W_{tot}=(4,20\pm0,71)\times10^{-4}$. A distribuição de energia observada mostrou-se compatível com as hipóteses E1E1 ou M1M1. São apresentadas uma revisão dos trabalhos existentes na literatura e uma breve discussão sobre os aspectos teóricos fundamentais envolvidos numa transição por dois fótons.

ÍNDICE

pág.

1 - INTRODUÇÃO 1

2 - REVISÃO 3

3 - DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL E DAS TÉCNICAS UTILIZADAS

3.1 - Fonte de ^{90}Sr 6

3.2 - Medida Preliminar 6

3.3 - Segunda Medida 9

3.4 - Medidas Biparamétricas 11

A Primeira medida biparamétrica 12

B Segunda medida biparamétrica 13

3.5 - Medidas da Atividade da Fonte de ^{90}Sr 16

4 - ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS OBTIDOS

4.1 - Análise das Medidas Uniparamétricas 18

A Medida preliminar 18

B Segunda medida uniparamétrica 22

4.2 - Medidas Biparamétricas 23

A Primeira medida biparamétrica 25

B Segunda medida biparamétrica 26

5 - TEORIA 30

6 - DISCUSSÃO SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS E CONCLUSÃO 36

7 - REFERÊNCIAS 38

APÊNDICES

A - Correção de Eficiência Devido à Correlação Angular

B - Probabilidade de transição

C - Quantização do Campo Eletromagnético

1 - INTRODUÇÃO.

O ^{90}Zr tem spin nulo nos estados fundamental (0_1^+) e primeiro excitado (0_{II}^+) (ref. 1), o que proíbe completamente transições por um único fóton entre esses estados. O decaimento do nível 0_{II}^+ pode ocorrer através de três processos diferentes: criação de par elétron-pósitron, conversão de elétron ou emissão múltipla de fótons. Tanto a criação de par quanto a conversão de elétron são processos de primeira ordem em Mecânica Quântica, como as emissões de um único fóton. A emissão múltipla de fótons é de ordem superior e, conseqüentemente, de menor intensidade quando comparado com os outros dois processos concorrentes. A emissão múltipla permitida de ordem mais baixa é a dupla: nela a energia de cada fóton se distribui continuamente, mas a soma das energias tem um valor constante e igual à energia disponível na transição.

Apesar da forte concorrência dos outros processos de decaimento, é nessa situação onde não há a emissão de fóton simples que a dupla emissão de fótons pode ser observada com maior clareza. Além do ^{90}Zr, o ^{16}O e o ^{40}Ca têm estados fundamental e primeiro excitado 0^+ e também são usualmente escolhidos para o estudo do duplo gama. No capítulo 2 há uma descrição dos trabalhos teóricos e experimentais existentes na literatura.

Neste trabalho foram realizadas quatro medidas da dupla emissão gama no ^{90}Zr. Em todas elas se utilizou uma fonte de ^{90}Sr para alimentar o primeiro estado excitado de 1761 keV do ^{90}Zr. A fonte foi colocada entre dois detectores semicondutores dispostos a 180° e envoltos por uma blindagem de chumbo. Nas duas primeiras medidas os sinais lineares coincidentes em tempo provenientes dos detectores foram somados e o resultado analisado num único conversor analógico-digital. Nas outras duas medidas os sinais foram

analisados separadamente em dois conversores distintos e o resultado foi armazenado num histograma bidimensional. A análise dos dados obtidos nesse segundo tipo de medida forneceu uma confirmação da distribuição de energia esperada para o duplo gama. O resultado final obtido para a razão de ramificação entre a transição por duplo gama no ^{90}Zr e as transições por criação de par e conversão de elétron é

$$\frac{W_{\gamma\gamma}}{W_{\pi}+W_{e}} = (4,20\pm0,71)\times10^{-4}.$$

No capítulo 3 é descrito o arranjo experimental e as técnicas utilizadas nas medidas do duplo gama. A análise dos dados é feita no capítulo 4 e uma breve discussão sobre a teoria das emissões por dois fótons está no capítulo 5. Por último, no capítulo 6 é feita a conclusão do trabalho. No apêndice A é descrita a correção na eficiência dos detectores devido à correlação angular do duplo gama. Os apêndices B e C servem como um espécie de resumo do tratamento mais elementar de tópicos necessários à compreensão do fenômeno da interação da radiação com a matéria.

2 - REVISÃO.

Os primeiros estudos teóricos da transição por dois fótons em sistemas atômicos foram realizados por Göppert-Mayer (refs. 2 e 3) em torno de 1930. Em seu trabalho, utilizando a então recém-desenvolvida Mecânica Quântica, a autora não só mostra a forte relação existente entre as transições por dois fótons e o efeito Raman como também estabelece um primeiro tratamento formal para o fenômeno. A primeira aplicação da hipótese da dupla emissão de fótons foi no estudo do decaimento dos estados meta-estáveis 2s em íons hidrogenóides (refs. 4, 5 e 6). Breit e Teller (ref. 4) mostraram que o principal modo de decaimento desses estados no hidrogênio e no hélio interestelar é através da dupla emissão de fótons (E1E1), o que explica o espectro contínuo observado na radiação proveniente das nebulosas planetárias (ref. 5).

As primeiras evidências experimentais da absorção de dois fótons numa única transição atômica são da década de 50 (refs. 7, 8, 9 e 10). Em 1950 Hughes e Grabner (ref. 7) observaram a absorção de metade da energia de uma transição, antes considerada proibida, no espectro quadrupolar do ^{85}RbF. Subseqüentemente, várias outras experiências foram realizadas confirmando a ocorrência de absorções múltiplas de fótons em transições atômicas (refs. 8, 9, 10 e 11). Hoje em dia, com o atual desenvolvimento dos lasers, esse processo se tornou relativamente comum.

A dupla emissão de fótons no átomo só foi observada pela primeira vez no final da década 60 (ref. 12) por Elton e colaboradores: eles identificaram a radiação contínua proveniente de um plasma neon-deutério como sendo devida à dupla emissão de fótons no decaimento do estado 2^1S no neon IX. Posteriormente, foram determinadas as taxas de transição

para o decaimento do estado 2^1S no He (ref. 13) e nos íons Li II (ref. 14) e Ar XVIII (ref. 15).

A dupla emissão de fótons no decaimento de estados 2s em íons hidrogenóides foi observada em várias medidas realizadas no início da década de 70. As taxas de transição foram determinadas para os elementos He (refs. 16 e 17), F, O (ref. 18), S e Ar (ref. 15). Todos os valores obtidos experimentalmente estão em acordo com as previsões teóricas existentes na literatura, da mais antiga (ref. 6) às mais recentes (refs. 19, 20 e 21).

O primeiro trabalho que descreve a possibilidade de ocorrer dupla emissão de fótons no núcleo atômico se deve a Oppenheimer e Schwinger (ref. 22) em 1939. Esses autores, estudando a emissão de pares numa experiência de espalhamento de prótons no flúor, consideraram a possibilidade de que os estados fundamental e primeiro excitado (com 6,05 MeV) do ^{16}O fossem do tipo 0^+, além da criação de par (predominante), foi sugerida a dupla emissão gama como forma alternativa de decaimento. Na mesma época, Sachs (ref. 23) propôs que o isomerismo nuclear se devesse ao fato dos dois estados de mais baixa energia terem momento angular zero e paridade oposta. Nesse caso, quando a energia disponível fosse menor que 1022 keV, a forma predominante de decaimento poderia ser a dupla emissão gama.

A maior parte dos trabalhos teóricos mais completos sobre a dupla emissão de fótons no núcleo surgiu no final da década de 50 e início de 60. Grechukhin é o autor de uma série deles (refs. 24, 25, 26 e 27). No seu último trabalho sobre o assunto, esse autor fez estimativas das razões de ramificação entre transições por dois e um fóton a partir de modelos nucleares e hipóteses semi-empíricas. Deve-se ainda citar vários outros trabalhos (refs. 28 a 35) onde são feitas estimativas para a intensidade da dupla emissão de fótons. Um trabalho particularmente interessante é o de Sutter (ref. 34), pois além do estudo experimental bastante completo, há também um desenvolvimento teórico e uma breve

revisão da literatura existente. As predições teóricas da época apresentavam um problema menor, mas não sem importância: havia uma discrepância por fatores de dois ou quatro entre elas.

O primeiro trabalho que tratou do cálculo da intensidade da dupla emissão de fótons com um formalismo invariante por transformações de Gauge se deve a Eichler (ref. 36). Os autores dos estudos mais recentes (refs. 37 e 38) usam esse tipo de formalismo. Friar (ref. 37) obteve a intensidade da dupla emissão gama em transições 0^+-0^+ através do cálculo da amplitude de espalhamento Raman nuclear. Além disso, ele conseguiu identificar as causas das discrepâncias que ocorriam nos cálculos anteriores.

A primeira vez que se observou uma dupla emissão de fótons no núcleo atômico foi em 1960 no trabalho de Alväger e Ryde (ref. 39) sobre o decaimento do ^{131m}Xe. Nesse estado isomérico o decaimento por duplo gama compete com uma transição M4.

A forma mais comum de se observar a dupla emissão de fótons no núcleo é em transições entre estados 0^+. No trabalho de Beardsworth e colaboradores (ref. 40) há uma revisão completa de todos os resultados experimentais obtidos em estudos dessas transições nos isótopos ^{16}O, ^{40}Ca e ^{90}Zr. Para atualizar essa lista faltaria apenas citar, além do resultado deste trabalho, os valores obtidos por Asano e Wu no ^{90}Zr (ref. 41), Schirmer e colaboradores no ^{40}Ca e ^{90}Zr (ref. 42) e Kramp e colaboradores no ^{16}O (ref. 38). Os dois últimos trabalhos citados formam o estudo mais completo feito sobre a dupla emissão de fótons entre níveis nucleares 0^+.

3 - DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL E DAS TÉCNICAS UTILIZADAS.

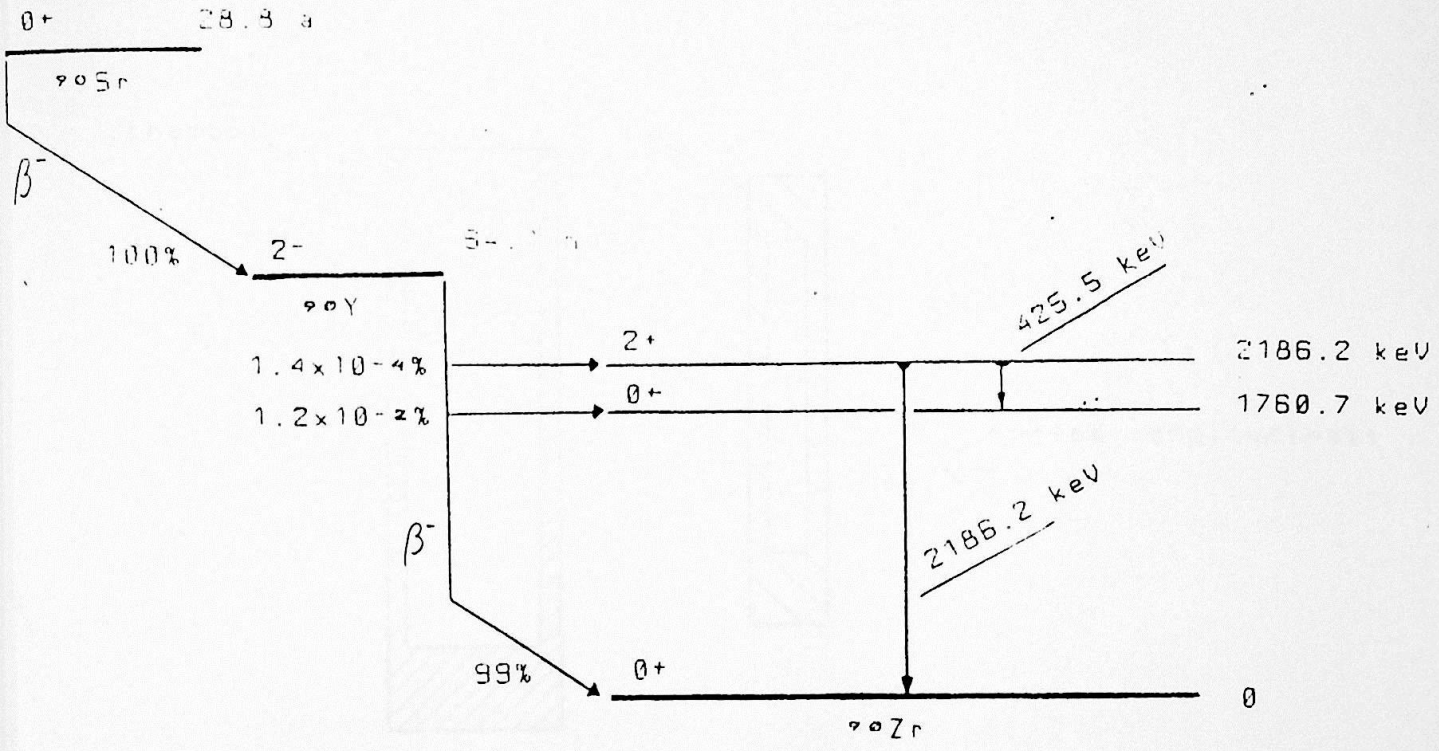
3.1 - Fonte de ^{90}Sr

Para alimentar o nível 0_{III}^{+} do ^{90}Zr foi utilizada uma fonte de ^{90}Sr com aproximadamente 1 mCi de atividade. O ^{90}Sr (29 anos de meia-vida) decai por emissão de β^- para o estado fundamental do ^{90}Y. O ^{90}Y (64 horas de meia-vida) também decai por β^-, alimentando fortemente o estado fundamental e fracamente os dois primeiros estados excitados do ^{90}Zr (fig. 1). Há duas vantagens em se usar o ^{90}Sr numa medida estática do duplo decaimento gama no ^{90}Zr: a sua meia-vida bastante longa e a inexistência de emissão gama durante o seu decaimento. Além disso, o ^{90}Sr pode ser obtido com relativa facilidade a partir dos produtos de fissão de um reator nuclear.

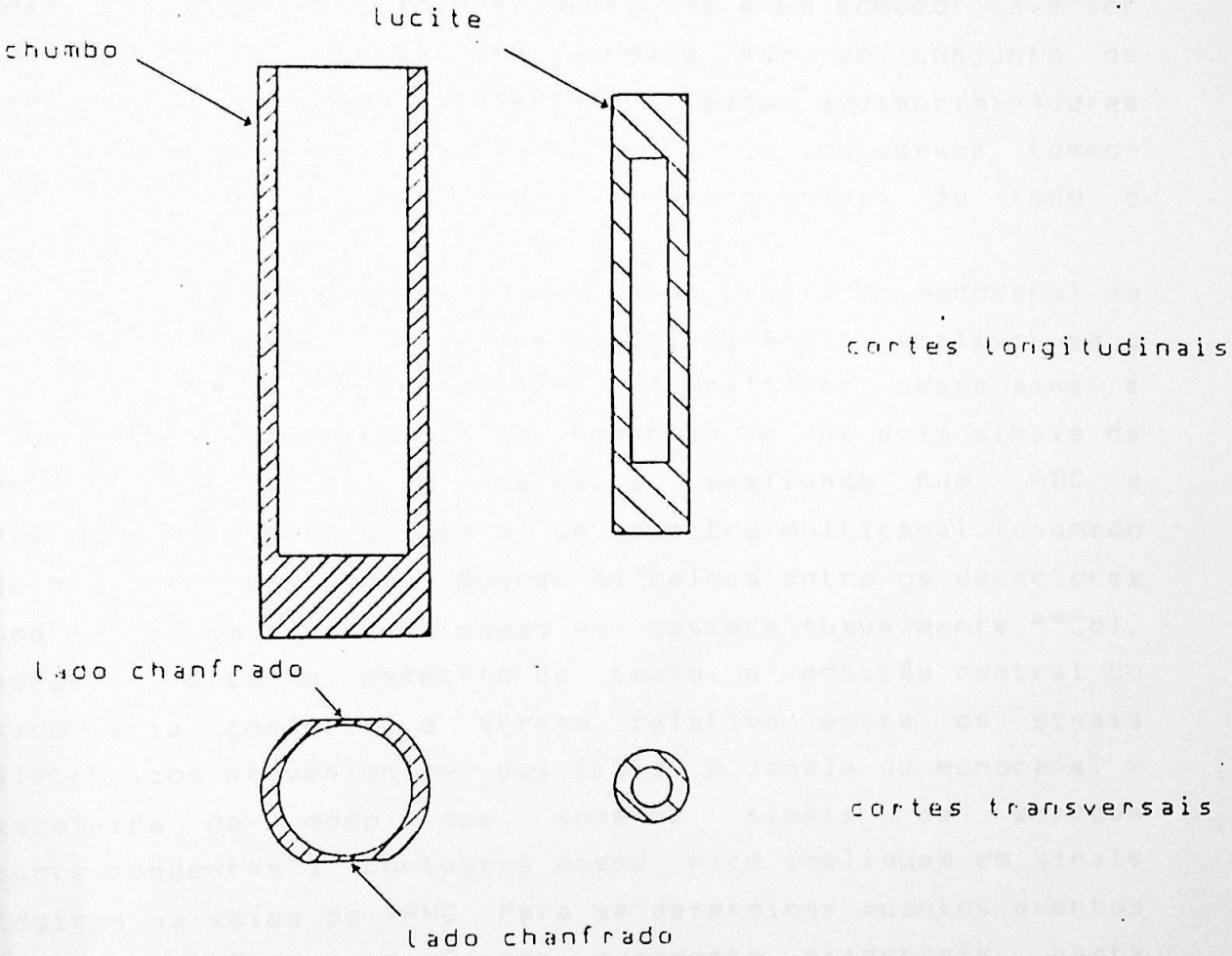
A solução contendo o ^{90}Sr foi colocada num cilindro de lucite de 10 mm de diâmetro por 59 mm de comprimento para minimizar o surgimento de bremsstrahlung dos β^- emitidos pela fonte. O cilindro de lucite foi colocado dentro de um cilindro de chumbo de 22 mm de diâmetro por 75 mm de comprimento. A função desse segundo cilindro era diminuir externamente a intensidade do bremsstrahlung de baixa energia sem afetar demais a distribuição contínua dos gamas correspondentes ao duplo decaimento gama. Ambos os cilindros são mostrados na fig. 2. Somente um contaminante foi encontrado na solução de ^{90}Sr: o ^{60}Co. A atividade desse isótopo foi estimada em (0,16+-0,01) nCi.

3.2 - Medida Preliminar

O primeiro arranjo experimental utilizado para se observar o duplo decaimento gama no ^{90}Zr foi baseado no trabalho de Asano e Wu (ref. 41) e consistia de dois



Esquema de decaimento ^{90}Sr - ^{90}Y - ^{90}Zr.
(Lederer e Shirley, "Table of Isotopes", 7ª. ed., John Wiley & Sons)



Cilindros utilizados como
involucro da fonte de ^{90}Sr.

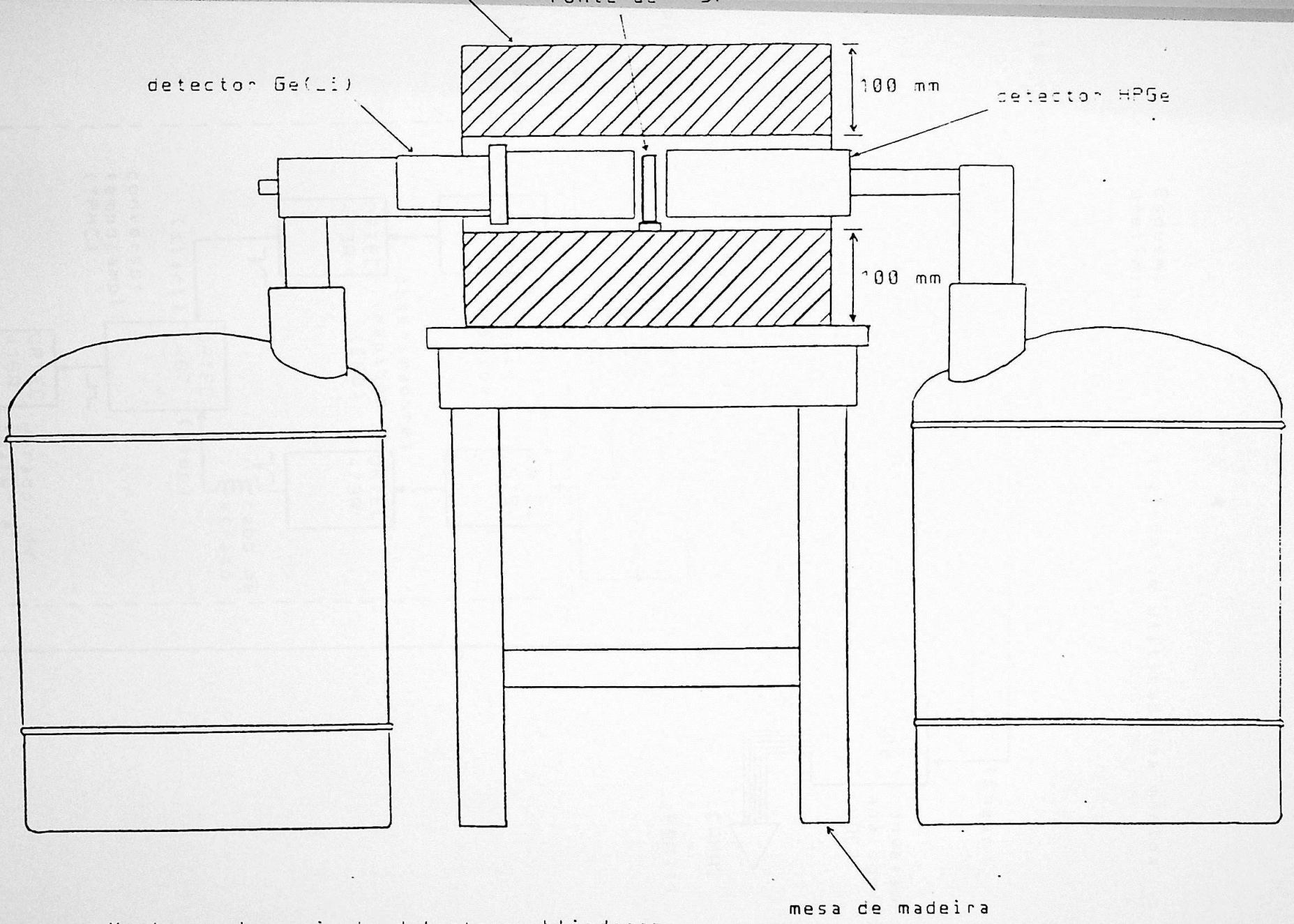
escala 1:1

Fig. 2

detectores semicondutores, um Ge(Li) de 53 cm^3 e um HPGe de 104 cm^3, dispostos a 180° com a fonte colocada entre eles. Cercando a região central em torno dos detectores havia uma blindagem de chumbo com cerca de 100 mm de espessura (fig. 3).

Os sinais pré-amplificados provenientes dos detectores eram analisados em dois conjuntos distintos de módulos eletrônicos: um para a parte lenta (linear) e outro para a rápida (coincidência). A parte lenta era formada por dois amplificadores lineares ORTEC 572 e um somador inversor duplo. A parte rápida era formada por um conjunto de amplificadores rápidos ORTEC 579 ligados a discriminadores do tipo fração constante (CFD) e um conversor tempo-amplitude (TPHC). Na figura 4 há um esquema de todo o arranjo eletrônico.

Para estabelecer a largura da janela do monocanal do TPHC que seleciona os eventos de coincidência, analisou-se o sinal da saída linear do TPHC. A amplitude desse sinal é proporcional à diferença de tempo entre os dois sinais de entrada. O sinal de saída é analisado num ADC e posteriormente dá origem a um espectro multicanal (chamado de espectro de tempo). Quando se coloca entre os detectores uma fonte emissora de gamas em cascata (usualmente ^{60}Co), surge um pico no espectro de tempo; a posição central do pico varia conforme o atraso relativo entre os sinais eletrônicos provenientes dos CFD's. A janela do monocanal é escolhida de modo que somente sinais de entrada correspondentes a contagens desse pico impliquem em sinais lógicos na saída do TPHC. Para se determinar quantos eventos do pico são coincidências puramente acidentais, basta deslocar a janela para que sejam considerados somente sinais correpondentes a contagens fora do pico (já que, em primeira ordem, o fundo contínuo acidental é uniforme em todo o espectro). As contagens de coincidência verdadeira correspondem à subtração entre as contagens do pico (totais)

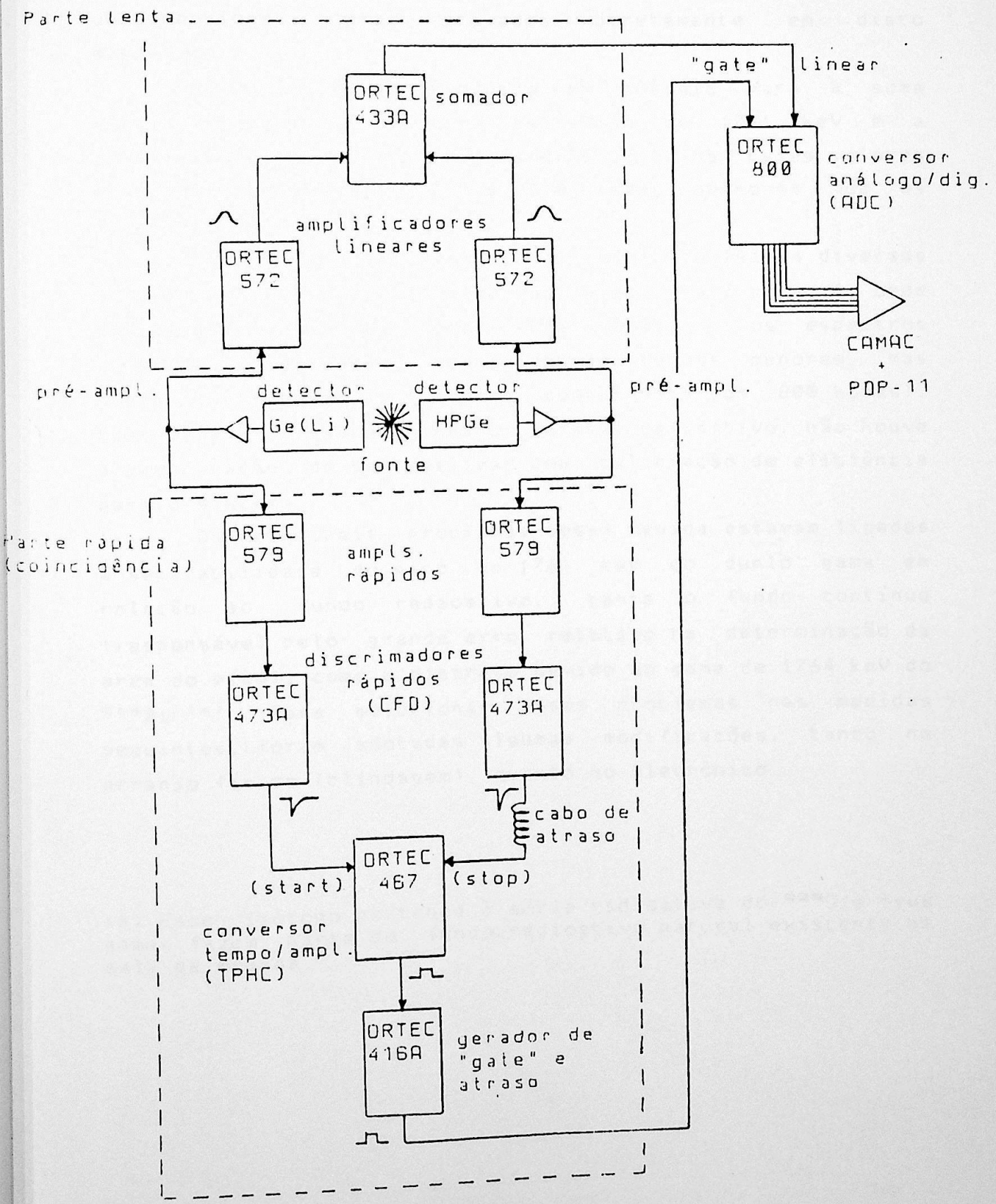


Montagem do conjunto detectores-blindagem
da medida preliminar.

Fig. 3

Fig. 4

Esquema do arranjo eletrônico utilizado na medida preliminar.



e as acidentais. Na figura 5 é mostrado um típico espectro de tempo para uma fonte de ^{60}Co.

Um gerador de atraso foi usado para que o sinal lógico proveniente do TPHC (com 5 μs de largura) chegasse ao conversor analógico-digital (ADC) simultaneamente ao sinal linear do somador. O ADC estava ligado a um sistema CAMAC de aquisição de dados que, por sua vez, estava conectado a um PDP 11/84. Os eventos, na forma de um histograma unidimensional, eram gravados diretamente em disco magnético.

Nessa medida a resolução em energia para a soma estava em torno de 3,5 keV na região de 1761 keV e a resolução em tempo era tipicamente de 10 ns. Esses valores eram, respectivamente, 2,5 e 2,0 vezes melhores que os apresentados na ref. 41.

Para o arranjo descrito acima foram feitas diversas aquisições. O resultado pode ser visto na figura 6, onde aparecem o espectro total (200 horas) e os espectros acidental e de fundo (adquiridos em tempos menores, mas normalizados para se tornarem compatíveis com 200 horas). Como essa medida não tinha um caráter definitivo, não houve a preocupação de se realizar uma calibração de eficiência para o sistema.

Os principais problemas dessa medida estavam ligados à separabilidade do pico de 1761 keV do duplo gama em relação ao fundo radioativo, tanto o fundo contínuo (responsável pelo grande erro relativo na determinação da área do pico), como o discreto devido ao gama de 1764 keV do ^{214}Bi (*). Para solucionar esses problemas nas medidas seguintes, foram adotadas algumas modificações, tanto no arranjo físico (blindagem), quanto no eletrônico.

(*) Esse isótopo pertence à série radioativa do ^{238}U e seus gamas fazem parte do fundo radioativo natural existente na sala de medida.

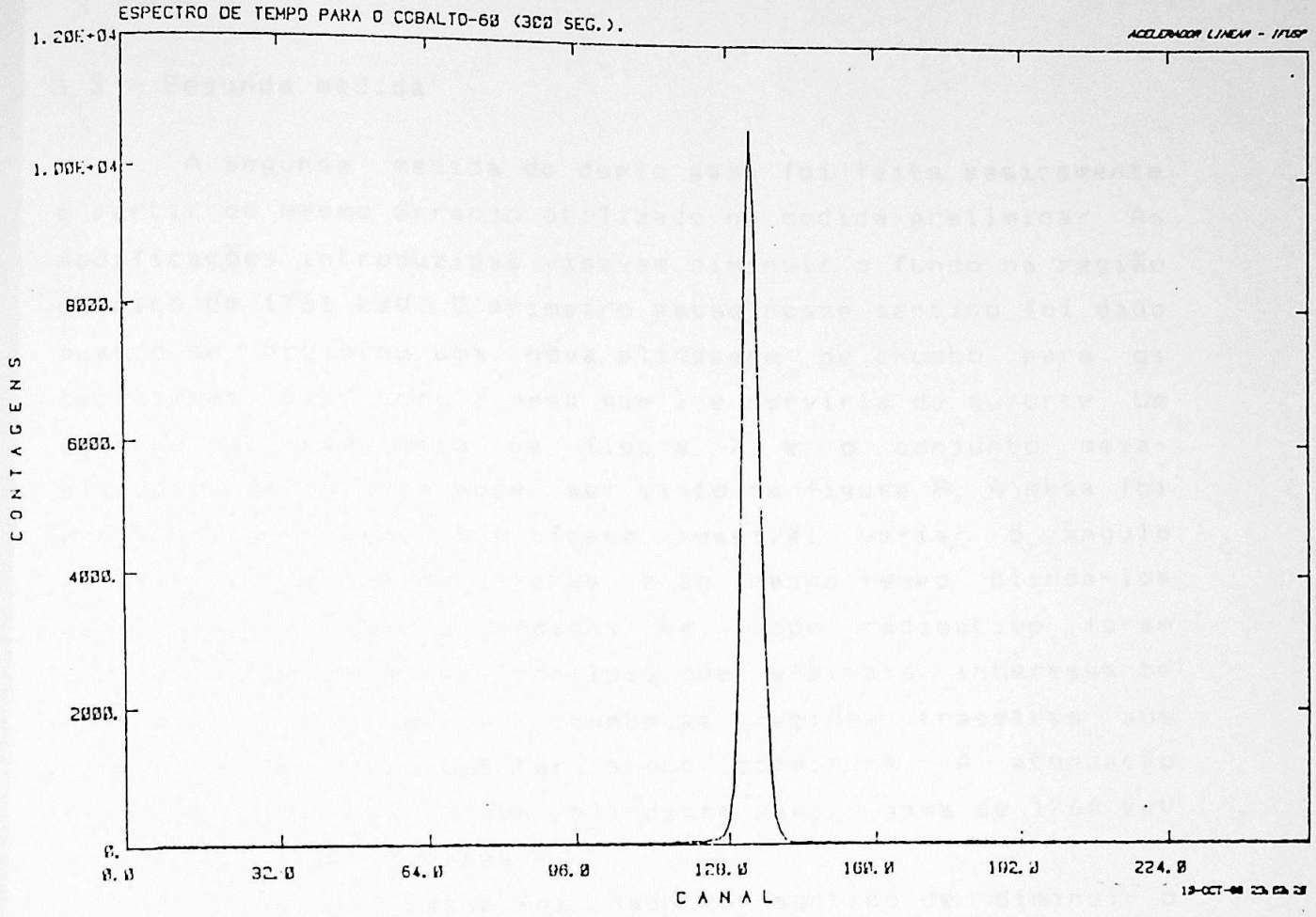


Fig. 5 Espectro de tempo para o ^{60}Co (300 s).

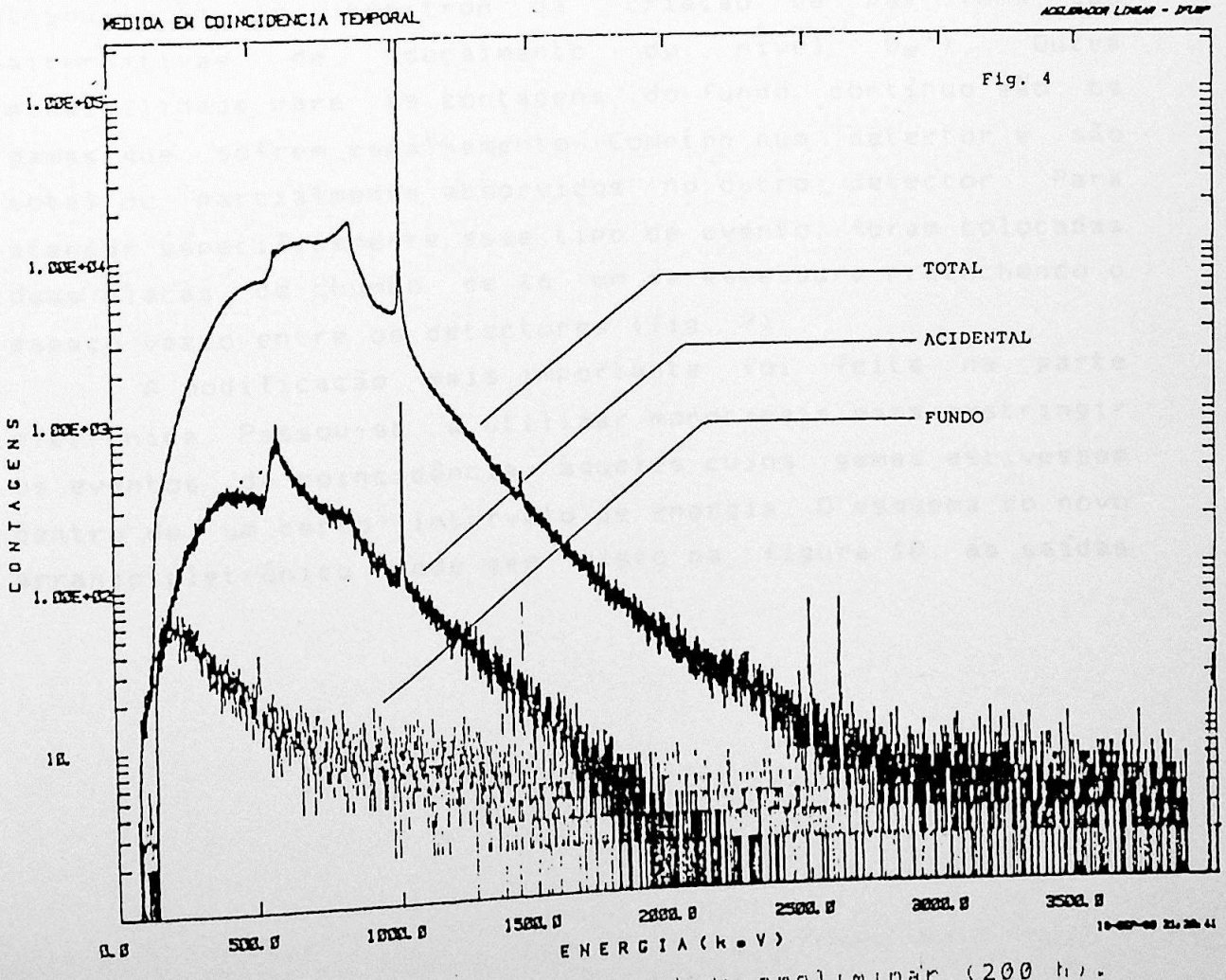


Fig. 6 Espectros soma para a medida preliminar (200 h).

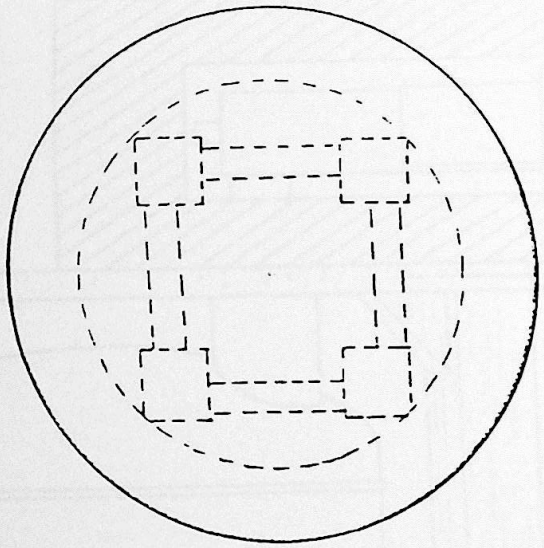
3.3 - Segunda medida

A segunda medida do duplo gama foi feita basicamente a partir do mesmo arranjo utilizado na medida preliminar. As modificações introduzidas visavam diminuir o fundo na região do pico de 1761 keV. O primeiro passo nesse sentido foi dado quando se projetou uma nova blindagem de chumbo para os detectores, bem como a mesa que lhe serviria de suporte. Um desenho da mesa está na figura 7 e o conjunto mesa-blindagem-detectores pode ser visto na figura 8. A mesa foi projetada de forma que fosse possível variar o ângulo relativo entre os detectores e ao mesmo tempo blindá-los completamente. Várias medidas de fundo radioativo foram realizadas e delas se concluiu que era mais interessante extender a blindagem de chumbo às regiões traseiras aos detectores do que aumentar a sua espessura. A atenuação conseguida por essa nova blindagem para o gama de 1764 keV do ^{214}Bi foi de 65 vezes.

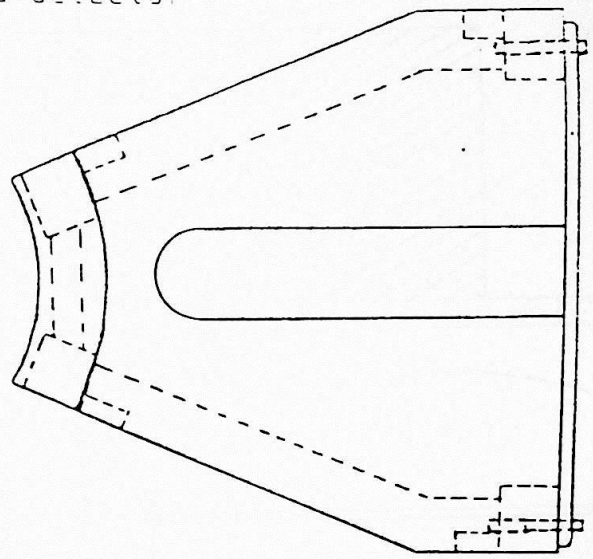
O segundo passo foi dado no sentido de diminuir o fundo contínuo na região de 1761 keV. A origem dessas contagens de fundo são coincidências reais entre gamas de baixa energia, abundantes devido ao bremsstrahlung existente em torno da fonte, e os gamas de 511 keV provenientes da aniquilação do pósitron da criação de par (uma das alternativas de decaimento do nível 0_2^+). Outra possibilidade para as contagens do fundo contínuo são os gamas que sofrem espalhamento Compton num detector e são total ou parcialmente absorvidos no outro detector. Para atenuar especificamente esse tipo de evento, foram colocadas duas placas de chumbo de 16 mm de espessura preenchendo o espaço vazio entre os detectores (fig. 9).

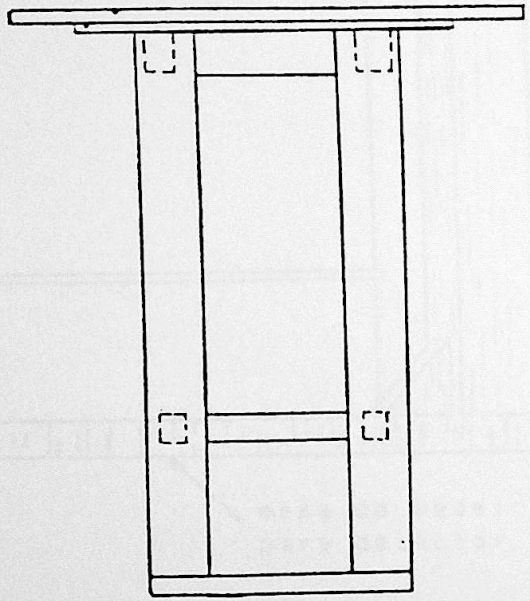
A modificação mais importante foi feita na parte eletrônica. Passou-se a utilizar monocanais para restringir os eventos de coincidência àqueles cujos gamas estivessem dentro de um certo intervalo de energia. O esquema do novo arranjo eletrônico pode ser visto na figura 10: as saídas

mesa de madeira central



mesa de madeira
para detector





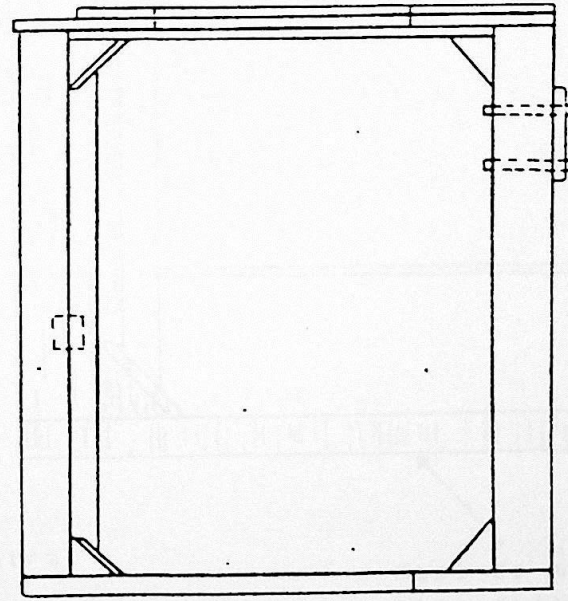


Fig. 7 Mesas de madeira utilizadas na montagem do conjunto detectores-blindagem.

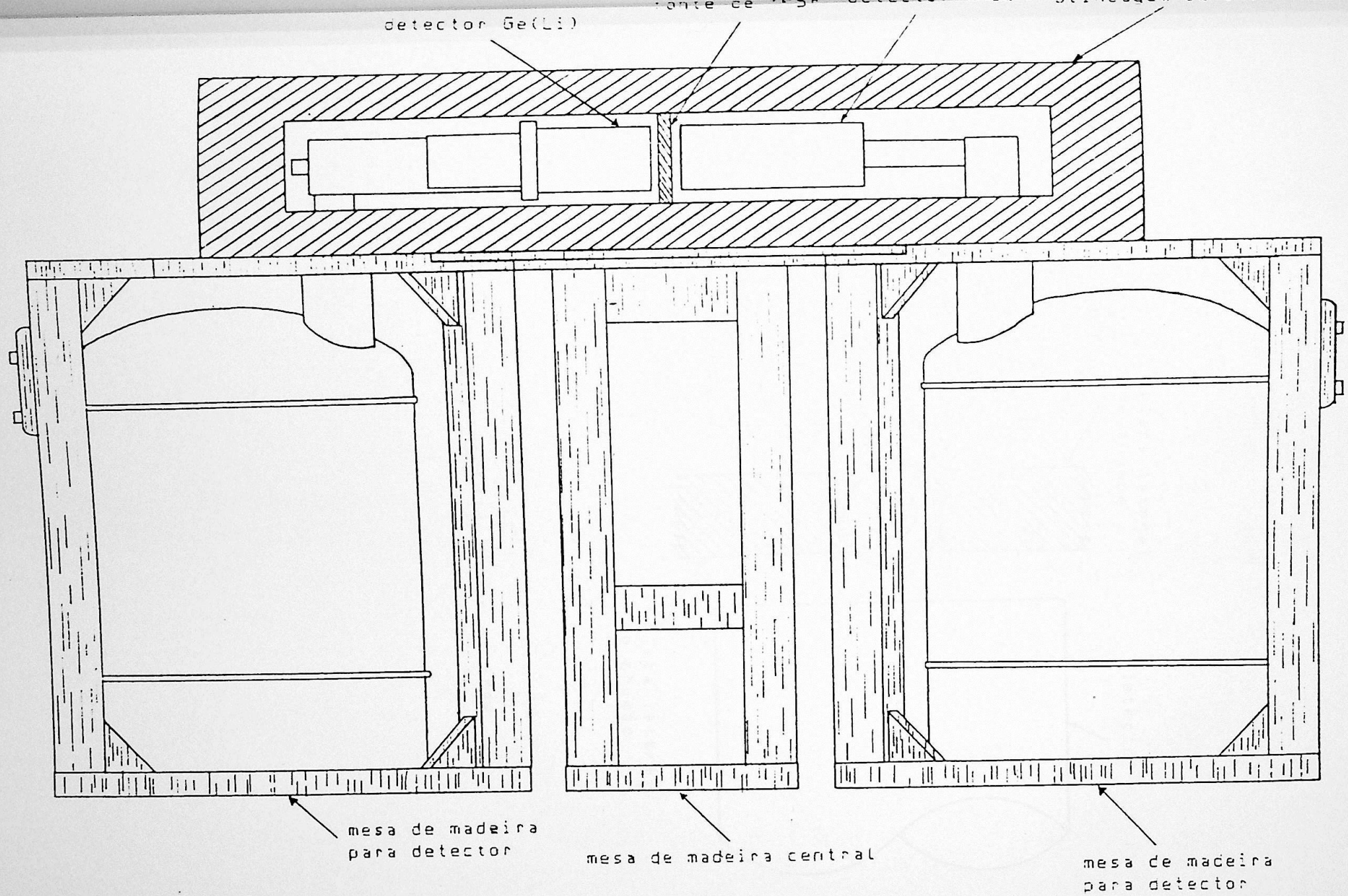


Fig. 8 Montagem do conjunto detectores-blindagem.

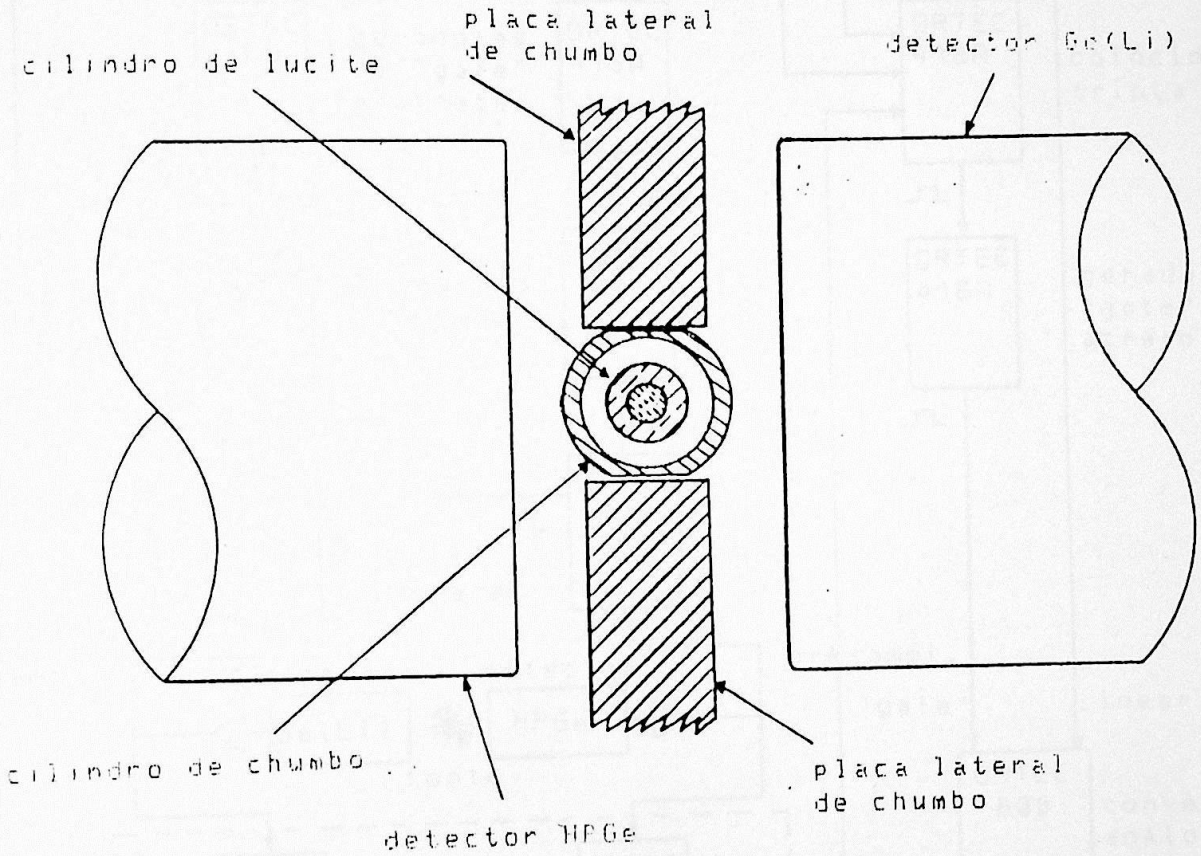
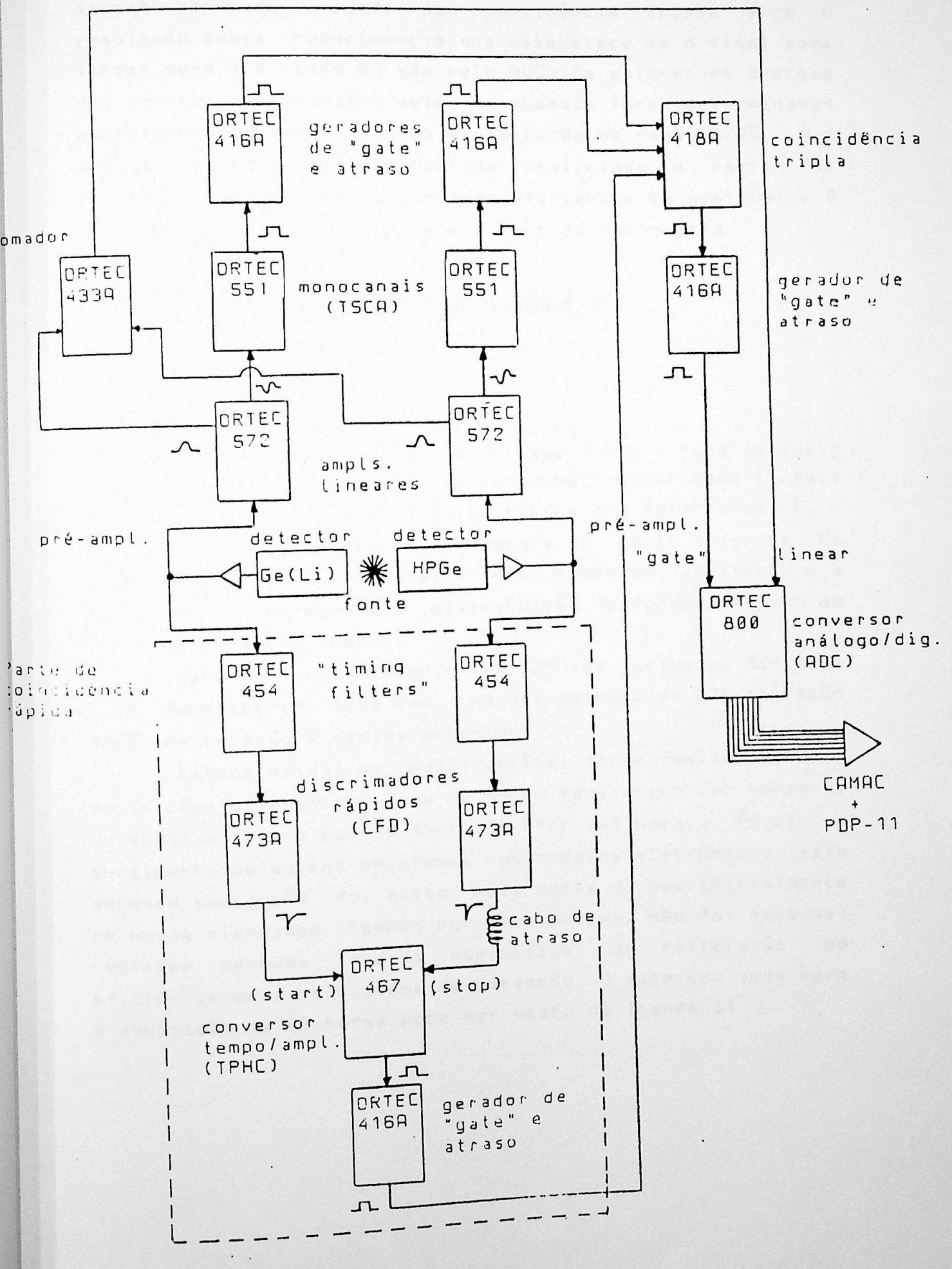


Fig. 9 Posicionamento da fonte de ^{90}Sr.

Fig. 10

Esquema do arranjo eletrônico uniparamétrico com cortes em energia.



bipolares dos amplificadores lineares foram usadas como sinais de entrada nos monocanais. Os sinais de saída dos monocanais, juntamente com o sinal lógico de saída do TPHC, passam por uma unidade de coincidência tripla e é o resultado dessa coincidência que estabelece se o sinal soma linear será analisado ou não pelo ADC. Os valores em energia dos cortes introduzidos pelos monocanais foram determinados experimentalmente através da maximização da razão $A/\sqrt{B}$. A é a taxa de duplo gama detectado (calculada a partir do resultado anterior e da curva de eficiência do sistema) e B é a taxa de fundo contínuo sob o pico do duplo gama,

$$A = R \int_{E_c}^{E_t - E_c} dE\ f(E) f(E_t - E) \epsilon(E) \epsilon(E_t - E) \tag{3-1}$$

$$B = \frac{1}{T} \int_{E_c}^{E_t - E_c} dE\ N(E). \tag{3-2}$$

Na expressão de A, a variável R é a taxa de duplo gama da fonte, $f(E) = E^{\pi}$ (adotando multipolaridade E1 para os gamas), $\epsilon(E)$ é a eficiência típica dos detectores, E_t = 1761 keV e E_c representa a energia do corte inferior. Na expressão de B, a variável T é o tempo de aquisição e a função N(E) representa a distribuição do fundo contínuo ao longo do espectro soma.

Para um corte inferior em 525 keV (acima de 511 keV) e um superior em 1250 keV, há uma melhora de 37% na razão $A/\sqrt{B}$ em relação à medida anterior.

Estabelecidas as modificações, foram realizadas duas aquisições diferentes: uma de fundo radioativo (65 horas de duração) e outra com a fonte de ^{90}Sr (42 horas). Devido ao surgimento de muitos problemas nos módulos eletrônicos, essa segunda aquisição foi muito mais curta do que inicialmente se havia planejado. Também por esse motivo, não foi possível realizar nenhuma medida específica de calibração de eficiência para o sistema de detecção. O espectro soma para a aquisição de 42 horas pode ser visto na figura 11.

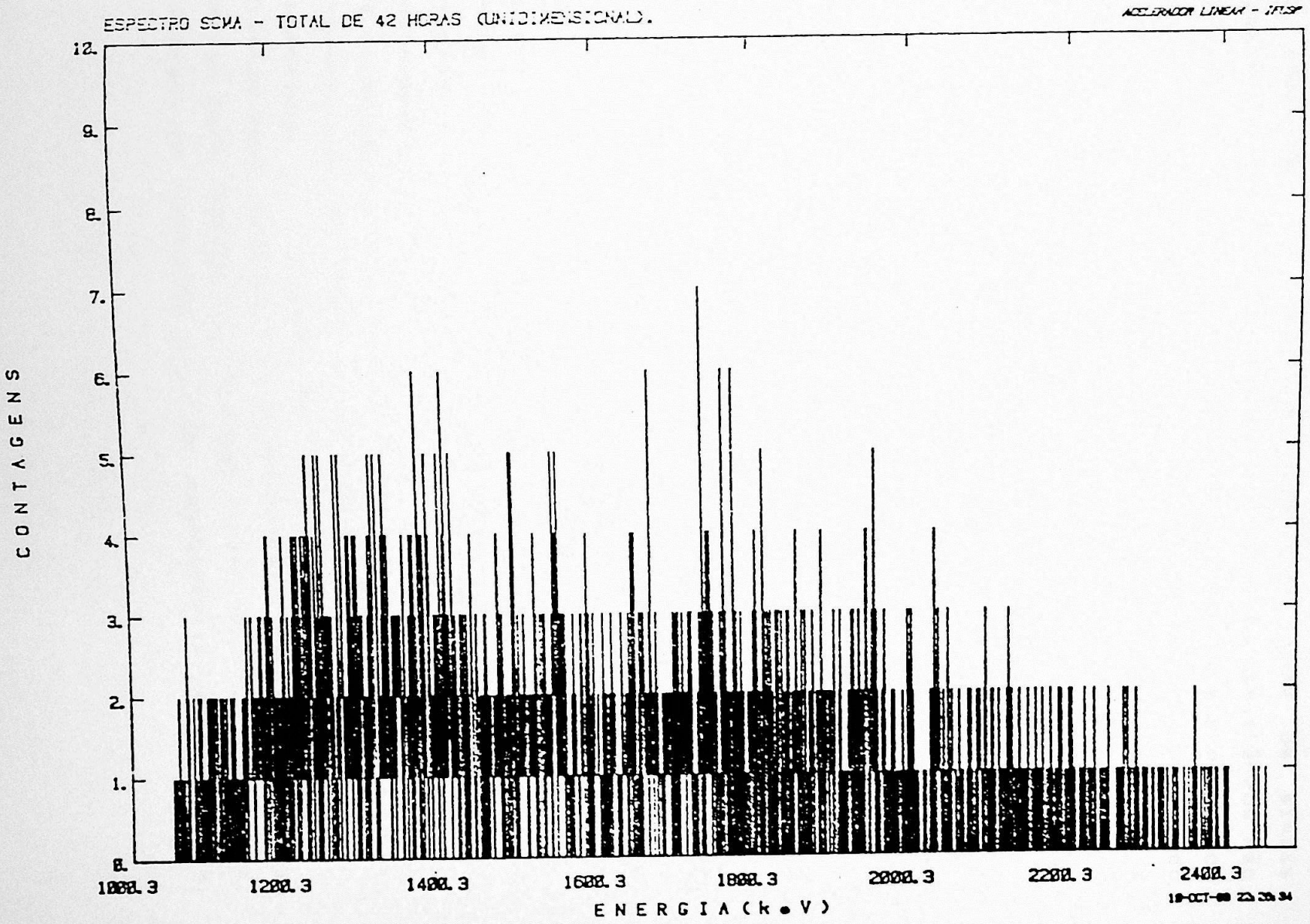


Fig. 11 Espectro soma total (42 h).

3.4 - Medidas biparamétricas

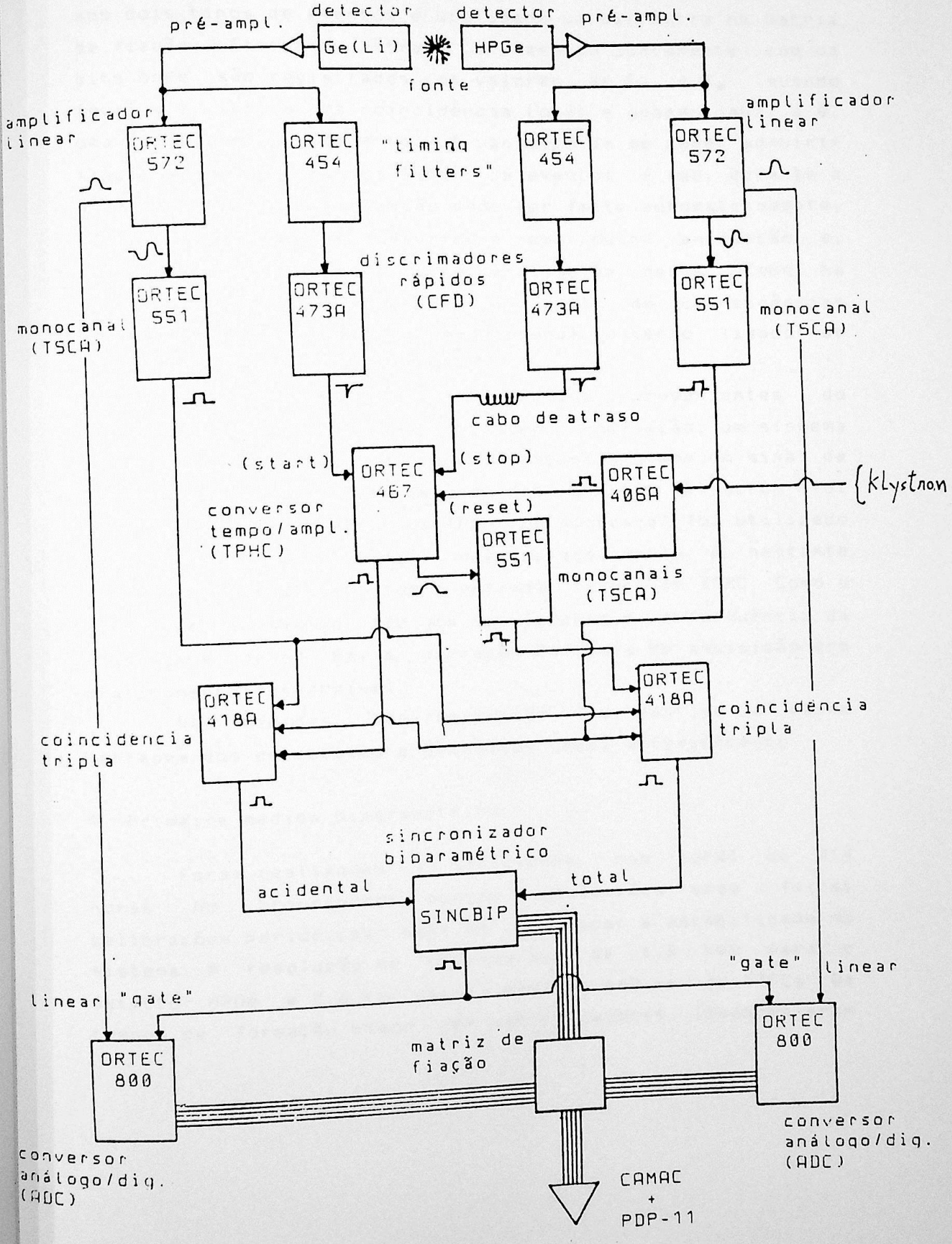
Para determinar a distribuição de energia existente no duplo decaimento gama é necessário preservar a informação sobre a energia de cada um dos gamas quando um evento de coincidência é registrado. Isso pode ser feito atráves de uma aquisição de dados biparamétrica, onde os sinais lineares provenientes de eventos de detecção simultâneos não são somados, mas sim convertidos separadamente e armazenados como pares ordenados (E_x, E_y). O arranjo eletrônico utilizado nesse tipo de aquisição pode ser visto na figura 12. Ele é bastante comum em medidas de correlação angular e de coincidência gama-gama (refs. 43, 44, 45 e 46).

Geralmente em medidas biparamétricas os dados são gravados temporariamente em arquivos no disco magnético: conforme vai ficando reduzido o espaço disponível, esses arquivos são transferidos para fita magnética. No caso das medidas do duplo gama, a taxa de eventos era muito baixa e foi possível armazenar séries inteiras no disco magnético sem ocupar muito espaço útil. Essa situação atípica tornou muito mais rápida a manipulação e a análise dos dados, mas para isso foi preciso criar um novo conjunto de programas no PDP 11/84.

A eletrônica de coincidência (fig. 12) pode ser separada quanto à velocidade de processamento dos sinais e quanto ao tipo de evento analisado. A parte de processamento rápido é formada pelos amplificadores rápidos ("timing filter" ORTEC 454) e os CFD's ORTEC 473A; ela é usada para disparar o TPHC, exatamente como era feito nas aquisições uniparamétricas. A parte lenta é formada pelos dois módulos de coincidência universal ORTEC 418A, onde os sinais lógicos provenientes do TPHC e dos monocanais de energia são submetidos à condição de coincidência final (tripla). Existem dois módulos de coincidência tripla porque são feitas duas janelas para o sinal linear do TPHC: a primeira, colocada em torno do pico de coincidência, e a segunda,

Fig. 12

Esquema do arranjo eletrônico básico para medidas biparamétricas.



colocada fora da região do pico de coincidência. Ambos os módulos de coincidência disparam o sincronizador biparamétrico. Para diferenciar os pares (E_x,E_y) relativos aos dois tipos de eventos é utilizado um bit extra na matriz de fiação. Esse bit extra é armazenado juntamente com os bits onde são registrados os valores de E_x e E_y: quando igual a 1, indica uma coincidência total e quando igual a 0, uma coincidência acidental. A vantagem de se poder adquirir simultaneamente os dois tipos de eventos é que, durante a análise de dados a subtração pode ser feita automaticamente, sem a necessidade de recorrer a uma outra aquisição e, conseqüentemente, a uma outra análise de dados. Como há somente um monocanal no TPHC, a janela de coincidências acidentais foi feita por um monocanal externo ligado ao sinal da saída linear do TPHC.

Para garantir que os ruídos provenientes do acelerador linear não prejudicassem a aquisição, um sistema de anti-coincidência foi montado. Nesse sistema um sinal de sincronismo proveniente de uma das válvulas klystron foi ligado à entrada "reset" do TPHC. Um monocanal foi utilizado para tornar esse sinal, que originalmente é bastante irregular, compatível com a entrada "reset" do TPHC. Como o sinal tem no máximo 100 μs de largura e a freqüência da klystron é de 60 Hz, a correção do tempo de aquisição era praticamente desprezível.

Nas medidas biparamétricas foi mantida a mesma montagem dos detectores e blindagem usada anteriormente.

A. Primeira medida biparamétrica

Foram realizadas 13 aquisições, num total de 314 horas. No transcorrer dessas aquisições eram feitas calibrações periódicas para se verificar a estabilidade do sistema. A resolução de energia era de 1,8 keV para o detector HPGe e 2,6 keV para o gama de 662 keV do ^{137}Cs. Os tempos de formação usado nos amplificadores lineares eram

iguais a 2 μs. A resolução em tempo era tipicamente de 8 ns para o ^{60}Co, um valor muito bom em se tratando de detectores semicondutores de grande volume. Essa resolução em tempo foi conseguida devido ao uso do modo S.R.T. (rejeição de tempos longos de subida) nos CFD's. Esse modo de operação diminui a eficiência de detecção porque reduz o volume efetivo dos detectores (são os gamas detectados nas regiões periféricas dos cristais que estão associados a sinais com tempos de subida longos).

Os espectros de soma (*) das energias dos gamas de coincidências reais e acidentais dessa primeira medida podem ser vistos, respectivamente, nas figuras 13 e 14. A taxa de contagens de duplo gama observada nessa medida foi muito baixa, $2,9\times10^{-5}$ s^{-1}, e não permitiu que se obtivesse dados relativos à distribuição de energia. Havia duas razões para que fosse observada uma pequena taxa de contagens: baixa eficiência e instabilidade na eletrônica de coincidência (difícel de ser percebida).

Durante a aquisição de dados do duplo gama foi realizada uma medida para verificar o funcionamento do sistema de aquisição. Utilizou-se duas fontes: uma de ^{60}Co com 5,2 μCi de atividade e uma de ^{22}Na com 2,0 μCi. A geometria não foi exatamente igual à da medida do duplo gama, pois as fontes foram colocadas fora da região entre os detectores. Também não foi utilizado nenhum material absorvedor. Os cortes inferiores em energia foram baixados para permitir a análise do fotopico correspondente aos gamas de 511 keV. Essa medida indicou uma eficiência igual a $5,6\times10^{-5}$ para o par de gamas 1173 e 1333 keV (^{60}Co) e $6,7\times10^{-5}$ para o par 511 e 1275 keV (^{22}Na).

B. Segunda medida biparamétrica

Para realizar uma segunda medida com uma taxa maior de contagens do duplo gama foram introduzidas algumas

(*) A montagem desses espectros é descrita no capítulo 4.

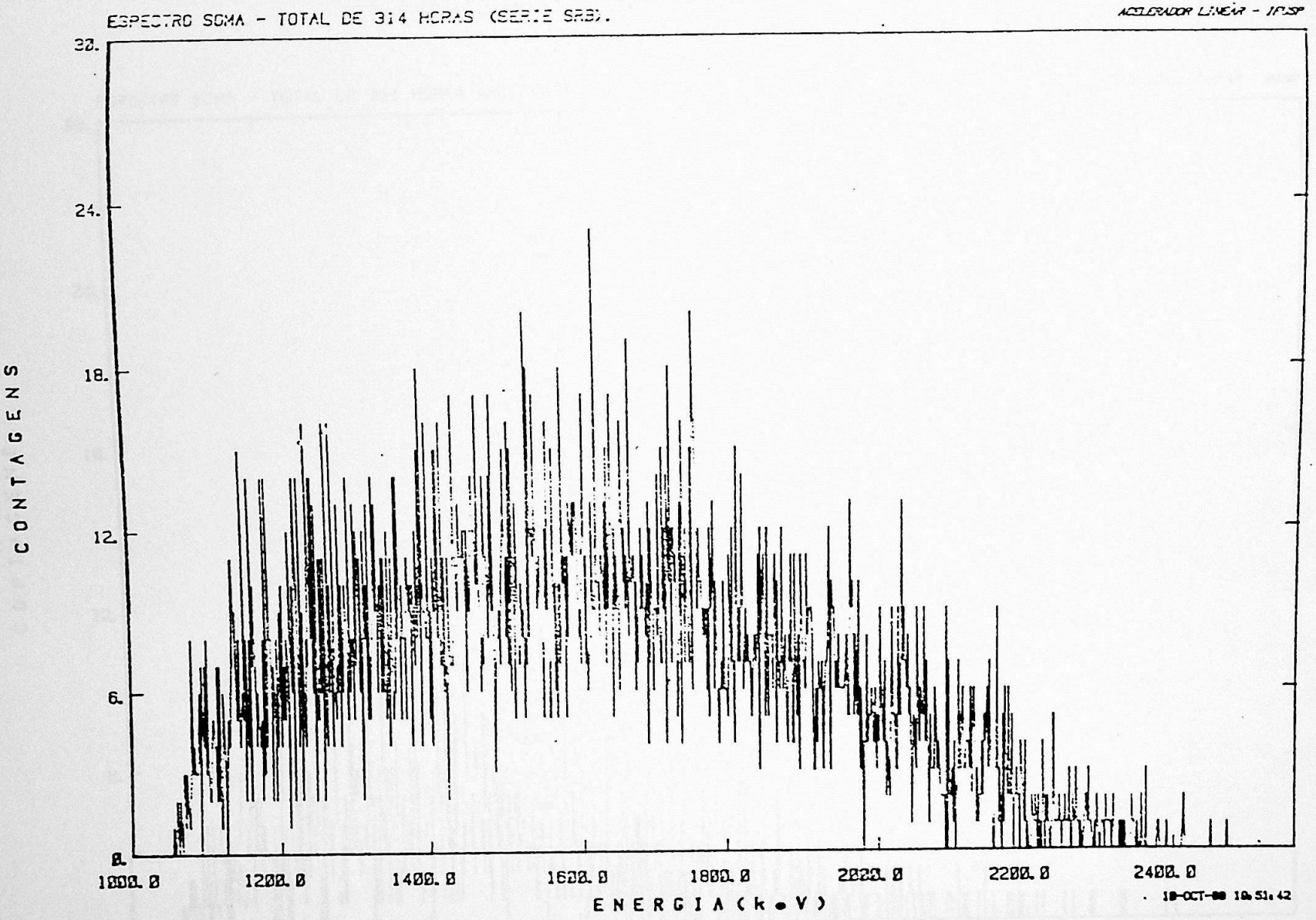


Fig. 13 Espectro soma total (314 h).

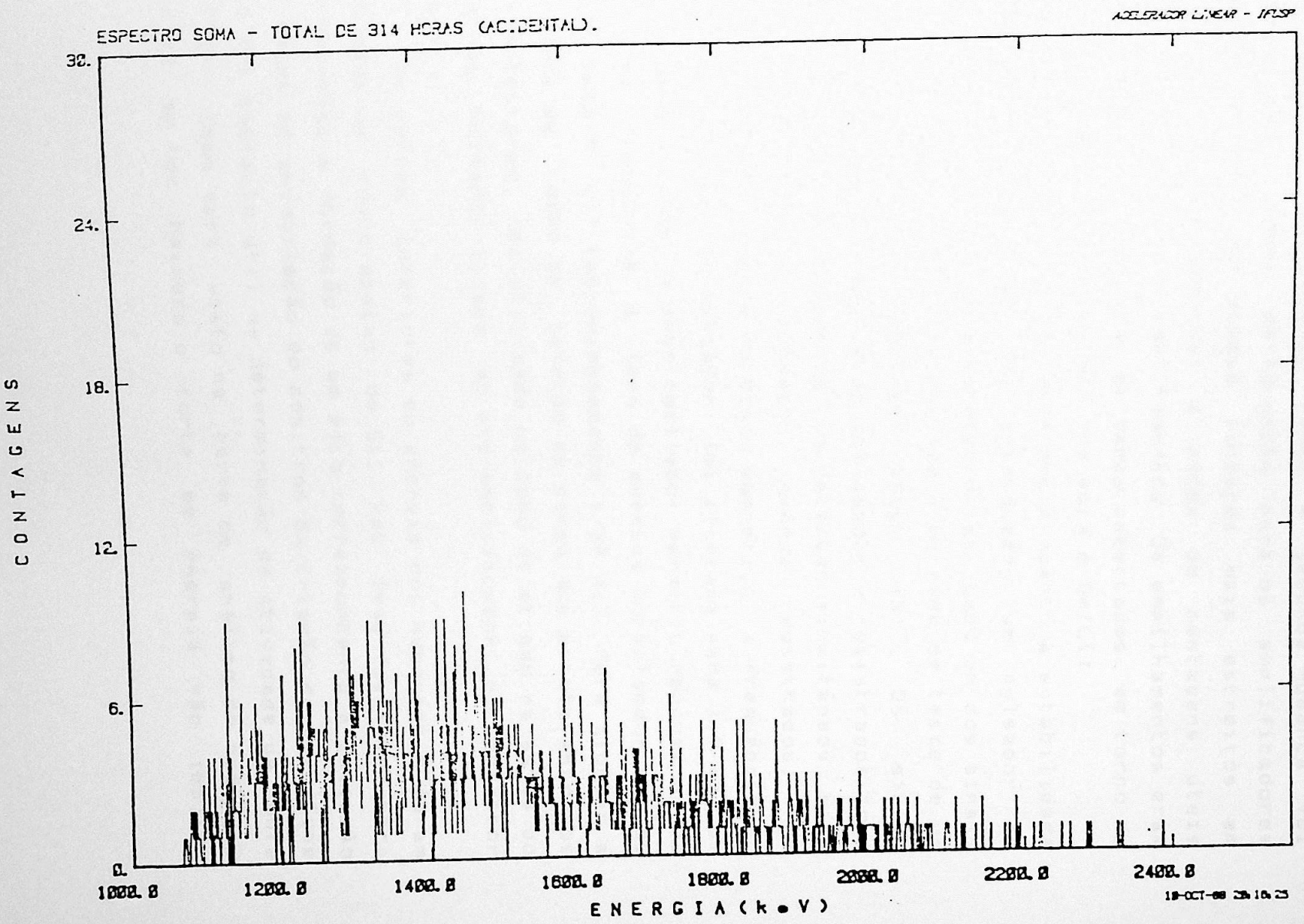


Fig. 14 Espectro soma acidental (314 h).

modificações na eletrônica. Essas modificações visavam aumentar a eficiência do sistema e também assegurar a estabilidade de funcionamento dos vários módulos eletrônicos utilizados. A primeira mudança foi tirar os CFD's do modo S.R.T. e passá-los para o modo normal de operação, sacrificando a resolução em tempo. A segunda mudança foi adotar 1 μs de tempo de formação para os amplificadores lineares. Optando por sinais lineares mais estreitos em tempo foi possível diminuir a perda de contagens úteis devido a ocorrência de empilhamentos. Os empilhamentos eram causados pelas altas taxas de gamas detectados: em torno de 8 kHz para o detector HPGe e 5 kHz para o Ge(Li).

Para estabelecer uma referência quanto à estabilidade do sistema de aquisição foi introduzido um pulsador de precisão ORTEC 419 no arranjo eletrônico. Cada um dos sinais de saída desse pulsador era enviado à entrada de teste de um dos dois pré-amplificadores (fig. 15). Os sinais provenientes do pulsador eram analisados e registrados como se correspondessem a eventos de detecção simultâneos. Para que esses eventos do pulsador, quando registrados, não ocupassem espaço demais no disco magnético, a freqüência do oscilador interno do pulsador foi alterada para 1,9 Hz. Um temporizador ligado a esse oscilador permitiu reduzir ainda mais essa freqüência: a taxa de eventos do pulsador passou para $1{,}8\times10^{-2}$ s^{-1} (aproximadamente 1/60 Hz). Para simular a diferença de tempo de coleção de carga que existe entre os dois detectores, foi utilizado um cabo de atraso na saída do sinal do pulsador ligada ao pré-amplificador do detector Ge(Li).

Os cortes inferiores em energia dos monocanais foram colocados um pouco abaixo de 511 keV. Isso foi feito para que houvesse a formação de um pico correspondente a detecção dos gamas de aniquilação do pósitron da criação de par. Esse pico foi bastante útil na determinação da atividade da fonte de ^{90}Sr. Como será visto na parte de análise de dados, o fato de se ter baixado o corte em energia não implica

Fig. 15

Esquema do arranjo eletrônico do pulsador.

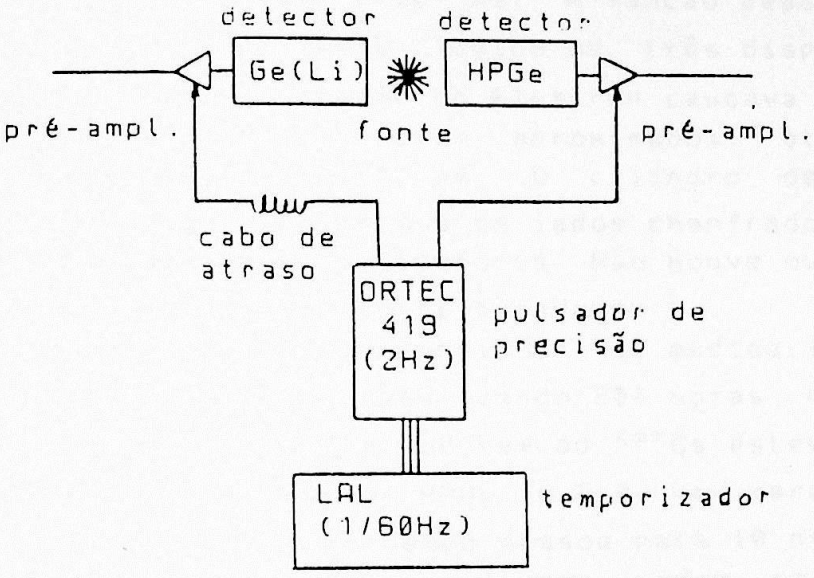
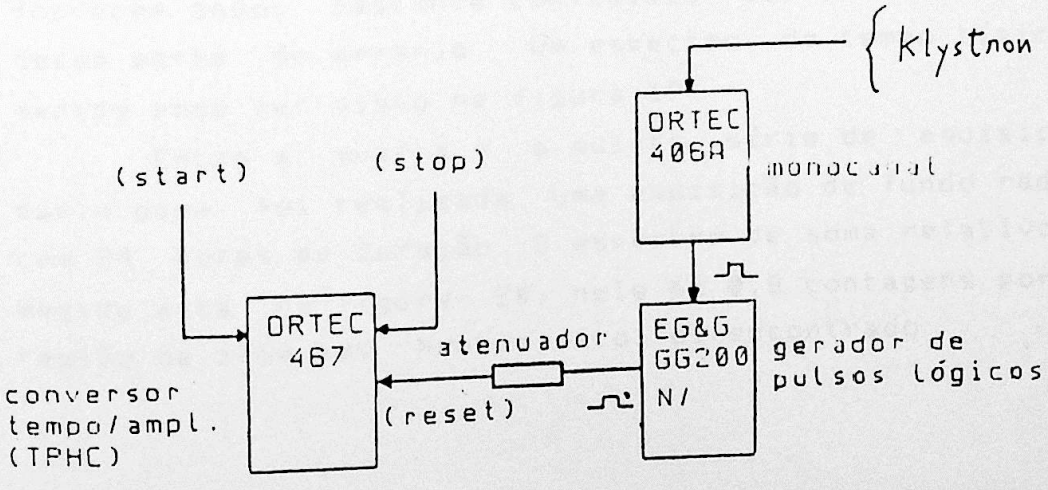


Fig. 16

Esquema do arranjo eletrônico de anti-coincidência com o sinal do acelerador linear.



diretamente num aumento do fundo contínuo na região onde devem ser encontrados os eventos do duplo gama. O corte superior em energia deixou de ser utilizado.

Para melhorar a anti-coincidência do sistema de aquisição com o acelerador linear, foi introduzido um gerador de pulsos lógicos de largura variável, EG&G GG200/N, na saída do monocanal (fig. 16). A função desse gerador era englobar num único sinal lógico os três disparos que um único sinal de sincronismo da klystron causava no monocanal.

Os detectores foram aproximados até que suas superfícies distassem 20 mm. O cilindro de chumbo foi reposicionado de maneira que os lados chanfrados passassem a ser voltados para os detectores. Não houve outra alteração no conjunto detectores-fonte-blindagem.

Dentro das novas condições de medida foram feitas 6 séries de aquisições, totalizando 204 horas. A resolução em energia para o gama de 662 keV do ^{137}Cs esteve em torno de 2,0 keV para o detector HPGe e 2,8 keV para o detector Ge(Li). A resolução em tempo passou para 10 ns, usando como referência o ^{60}Co. Os resultados podem ser vistos nas figuras 17 e 18, onde são mostrados os espectros soma $E_\alpha+E_\beta$ para as contagens reais e acidentais, respectivamente. A taxa para o duplo gama nessa medida subiu para $1,1\times10^{-4}$ s^{-1}.

Durante o transcorrer dessa aquisição um terceiro ADC foi utilizado para o registro simultâneo do espectro de tempo. Como os espectros de tempo são particularmente sensíveis à existência de ruídos na eletrônica rápida, eles fornecem dados bastante confiáveis sobre o funcionamento dessa parte do arranjo. Um espectro de tempo típico dessa medida pode ser visto na figura 19.

Entre a quarta e a quinta série de aquisições do duplo gama foi realizada uma aquisição de fundo radioativo com 24 horas de duração. O espectro de soma relativo a essa medida está na figura 20; nele há 0,8 contagens por keV na região de 1760 keV. Nenhum pico foi encontrado.

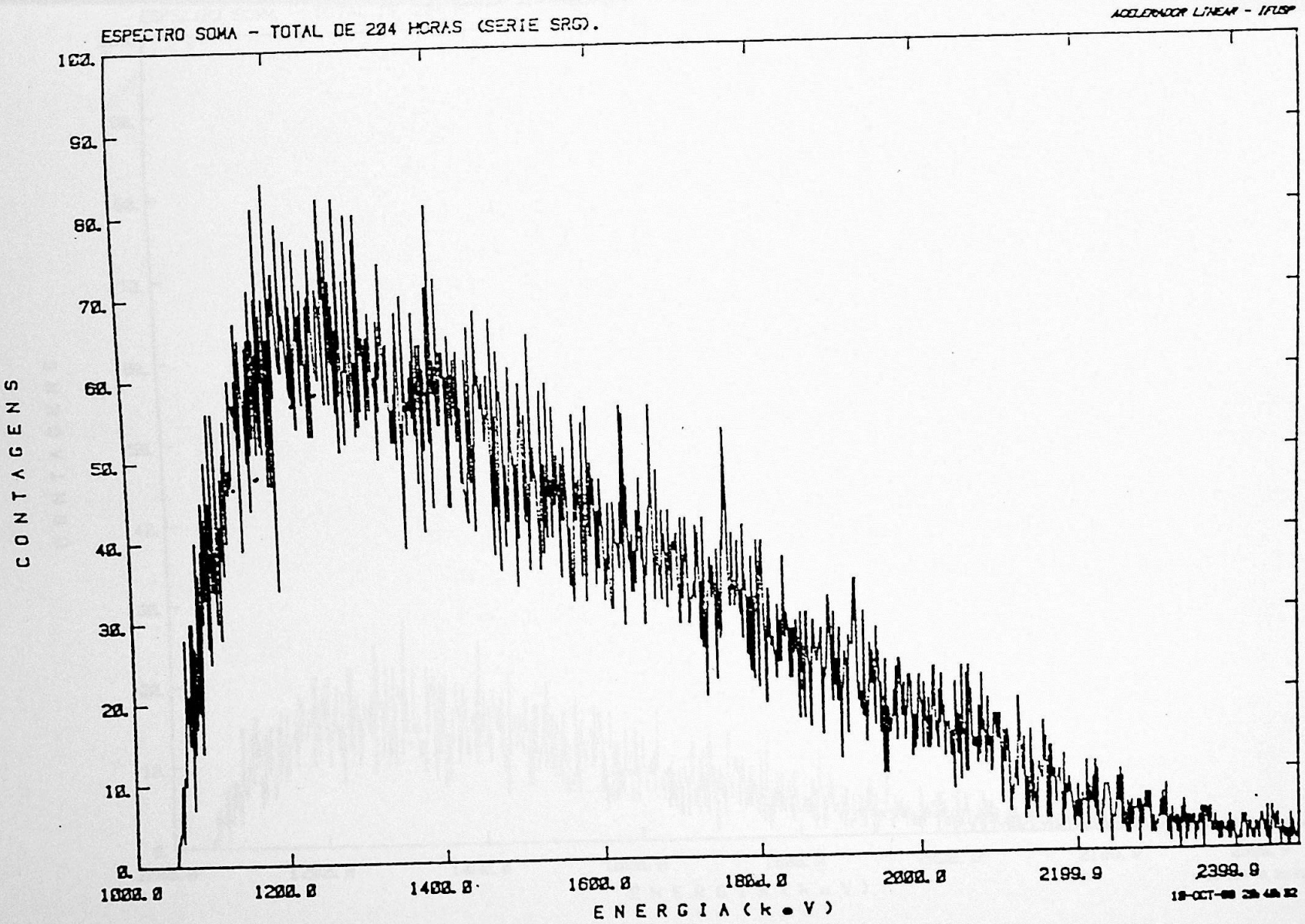


Fig. 17 Espectro soma total (204 h).

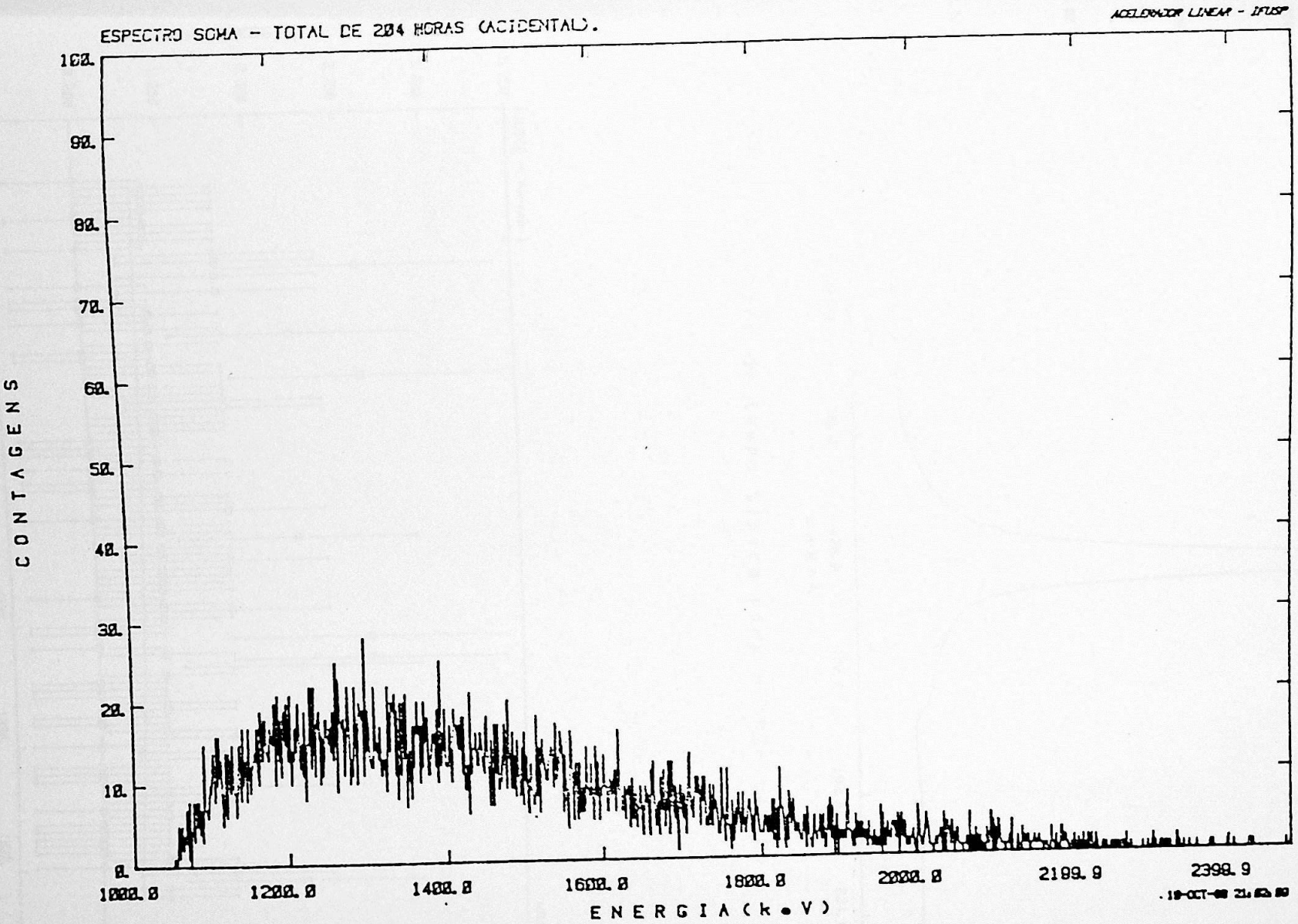


Fig. 18 Espectro soma acidental (204 h).

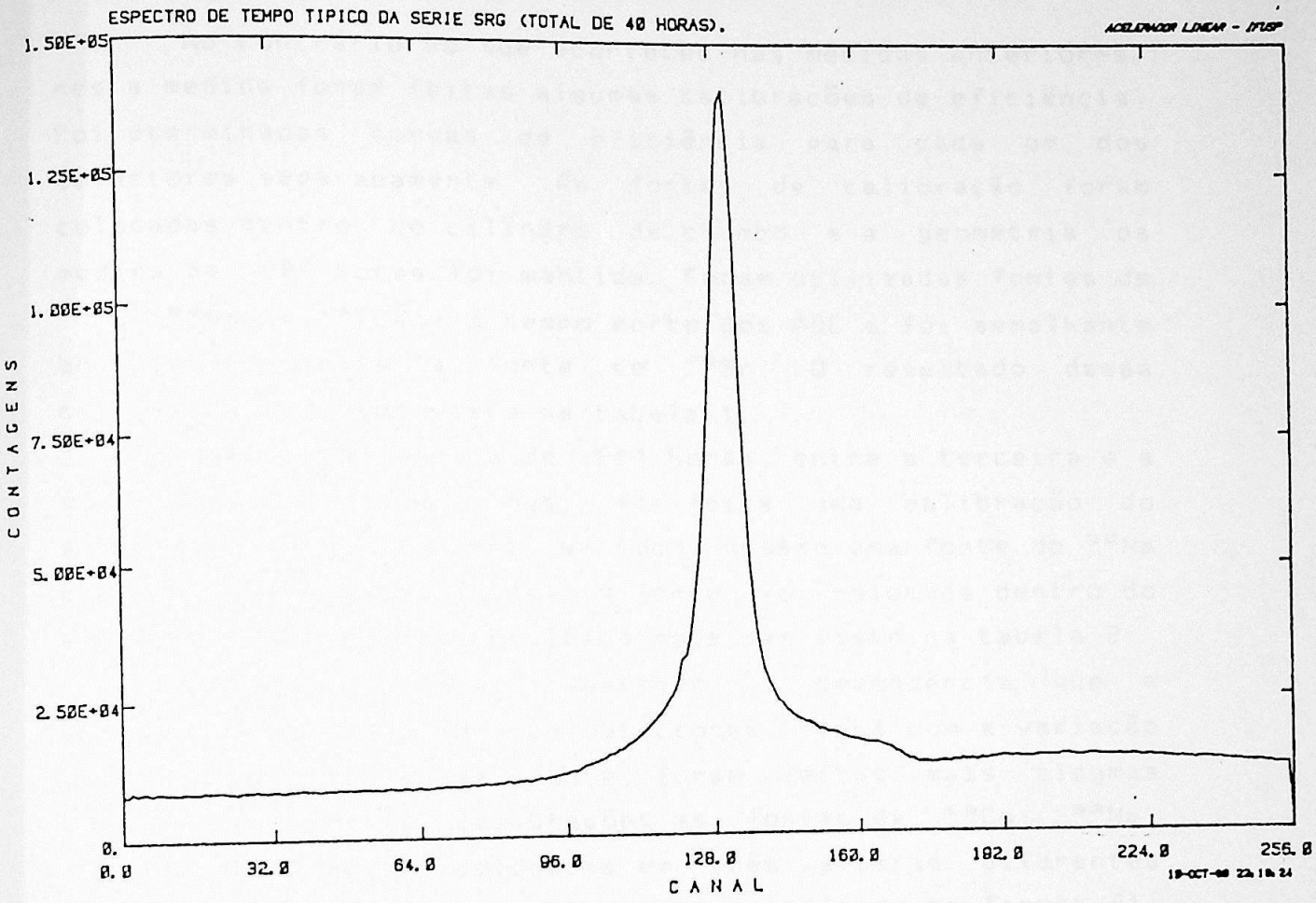


Fig. 19 Espectro de tempo típico para o ^{90}Sr (40 h).

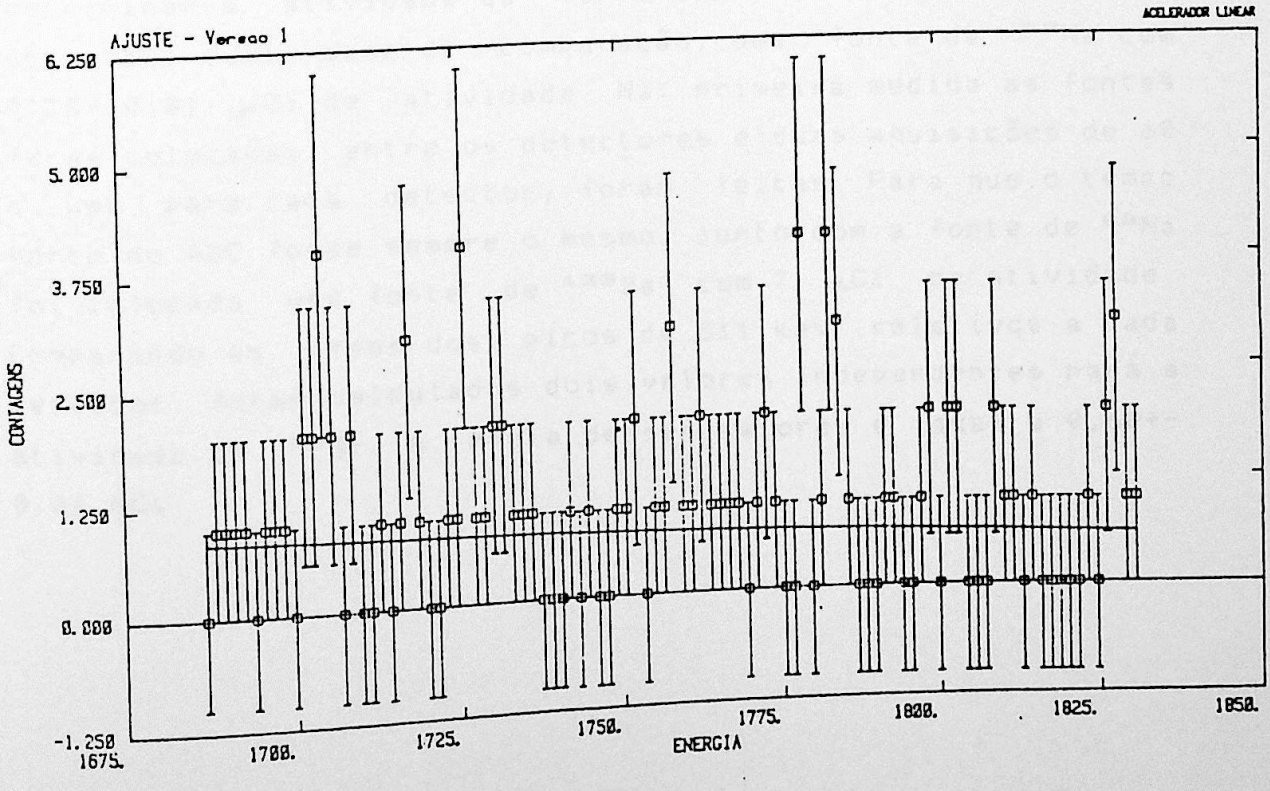


Fig. 20 Espectro soma de fundo (24 h).

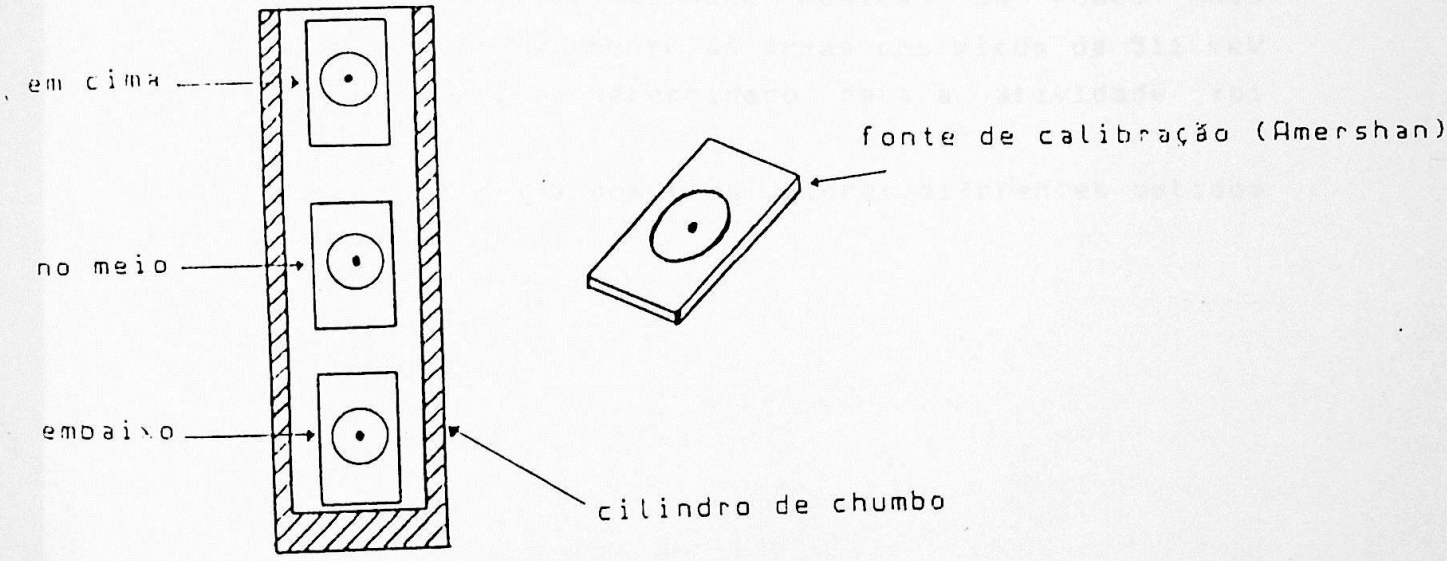
Ao contrário do que aconteceu nas medidas anteriores, nesta medida foram feitas algumas calibrações de eficiência. Foi dterminadas curvas de eficiência para cada um dos detectores separadamente. As fontes de calibração foram colocadas dentro do cilíndro de chumbo e a geometria da medida de 204 horas foi mantida. Foram utilizadas fontes de ^{60}Co, ^{22}Na e ^{137}Cs e o tempo morto dos ADC's foi semelhante ao observado para a fonte de ^{90}Sr. O resultado dessa calibração pode ser visto na tabela 1.

Durante a medida de 204 horas, entre a terceira e a quarta série de aquisições, foi feita uma calibração do sistema de detecção como um todo usando uma fonte de ^{22}Na com 1.8 μCi de atividade. A fonte foi colocada dentro do cilíndro de chumbo. O resultado pode ser visto na tabela 2.

Por fim, para investigar a dependência que a eficiência de cada um dos detectores tinha com a variação vertical da posição da fonte, foram feitas mais algumas calibrações. Nessas calibrações as fontes de ^{60}Co, ^{22}Na, ^{137}Cs e ^{54}Mn foram colocadas em três alturas diferentes dentro do cilindro de chumbo, como é indicado na figura 21. O resultado pode ser visto nas tabelas 3a, 3b e 3c.

3.5 - Medidas da atividade da fonte de ^{90}Sr

Três medidas foram realizadas especificamente para se determinar a atividade da fonte de ^{90}Sr. Em todas elas se utilizou, como base de comparação, uma fonte de ^{22}Na com 0,18+-0,01 μCi de atividade. Na primeira medida as fontes foram colocadas entre os detectores e duas aquisições de 60 s, uma para cada detector, foram feitas. Para que o tempo morto no ADC fosse sempre o mesmo, junto com a fonte de ^{22}Na foi colocada uma fonte de ^{133}Ba com 7 μCi de atividade. Comparando as áreas dos picos de 511 keV relativos a cada detector, foram calculados dois valores independentes para a atividade do ^{90}Sr. A média desses valores é igual a 0,60+-0,06 mCi.



Colocação das fontes de calibração dentro do cilindro de chumbo.

Fig. 21

A segunda medida foi realizada nas mesmas condições da primeira. Desta vez os sinais lineares provenientes de cada detector foram somados. Não se impôs nenhuma condição de coincidência temporal. A áreas dos picos de 1022 keV correspondentes a cada fonte foram comparadas e o resultado obtido para a atividade do ^{90}Sr foi 0,50+-0,06 mCi.

Para descontar eventuais diferenças de tempo morto que podem ter escapado ao controle nas duas medidas anteriores, na terceira medida foi utilizado um contador de tempo vivo acoplado ao ADC. O arranjo foi modificado: passou-se a analisar somente o sinal de um detector, o HPGe, e as fontes foram colocadas numa posição um pouco mais afastada. Comparando novamente as áreas dos picos de 511 keV de cada fonte, o valor determinado para a atividade foi 0,55+-0,06 mCi.

A média ponderada dos três valores diferentes obtidos é igual 0,55+-0,03 mCi.

4 - ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS OBTIDOS.

4.1 - Análise das Medidas Uniparamétricas

As medidas uniparamétricas são as mais comuns em espectroscopia gama. Por esse motivo, já havia uma série completa de programas de análise de dados uniparamétricos (espectros multicanais) instalada no computador PDP 11/84 do laboratório. Os programas de análise de espectros multicanais podem ser divididos em dois grupos. O primeiro grupo contém os programas de manipulação, com os quais é possível somar, subtrair, multiplicar por uma constante e relocar as contagens dos espectros. O segundo grupo é formado pelos programas de análise propriamente dita: com eles é possível não só verificar a distribuição das contagens sobre os canais como também realizar ajustes de funções.

A. Medida preliminar

Como foi descrito no capítulo anterior, na medida preliminar do duplo gama foram obtidos três espectros para a soma das energias dos gamas coincidentes: total, acidental e de fundo radioativo. Os dois últimos foram normalizados para se tornarem compatíveis com o tempo de aquisição do primeiro, 200 horas. Eles podem ser vistos na figura 6. O aspecto exponencial da distribuição das contagens no espectro total é devido ao bremsstrahlung dos β^- emitidos no decaimento do ^{90}Sr. O pico intenso de 1022 keV corresponde à detecção dos gamas de aniquilação do pósitron da criação de par. O número de contagens para baixa energia decresce rapidamente não só devido à menor eficiência dos detectores, como também devido aos cortes inferiores utilizados nos discriminadores rápidos (CFD).

Para se obter as contagens de coincidências verdadeiras relativas somente ao ^{90}Sr, é necessário subtrair

os espectros acidental e de fundo do espectro total. Na figura 22 é mostrada a região do espectro total correspondente a 1761 keV de energia. O pico muito largo que se observa nessa figura é um dubleto formado pelo fotopico de 1764 keV do ^{214}Bi e o pico de 1761 keV proveniente da soma da energia dos dois gamas do duplo gama. Na figura 23 o fotopico de 1764 keV é mostrado sozinho no espectro de fundo. Esse fotopico aparece num espectro soma com condição de coincidência porque o gama de 1764 keV pode sofrer espalhamento Compton num detector e ser completamente absorvido no outro detector.

Para separar o pico de 1761 keV é possível ajustar um dubleto (fig. 24) ou então subtrair do espectro total os espectros de fundo e acidental. Na subtração (fig. 25) aparece de forma clara o pico de 1761 keV do duplo gama, o que até então não havia sido conseguido em nenhuma outra medida estática, mesmo com tempos maiores de aquisição (refs. 41 e 47). A área do pico de 1761 keV do duplo gama foi determinada como 95+-22. A precisão desse resultado, 23%, é melhor que a obtida por Nakayama (ref. 47) e da mesma ordem que a obtida po Asano e Wu (ref. 41). Os outros três picos vizinhos ao pico do duplo gama na figura 25 não foram identificados, mas supõe-se que correspondam a cascatas gama de isótopos das séries radioativas do ^{238}U e do ^{232}Th.

Como se tratava de uma medida preliminar, não houve preocupação em se realizar nenhuma calibração cuidadosa de eficiência. Há duas possibilidades para se determinar a intensidade do duplo gama utilizando os resultados da medida preliminar. Em primeiro lugar, um cálculo bastante aproximado pode ser feito a partir de uma única medida de calibração registrada: usando uma fonte de ^{22}Na determinou-se que a eficiência para a soma dos sinais lineares era $1,4 \times 10^{-2}$ para o gama de 511 keV e $0,75 \times 10^{-2}$ para o gama de 1275 keV,

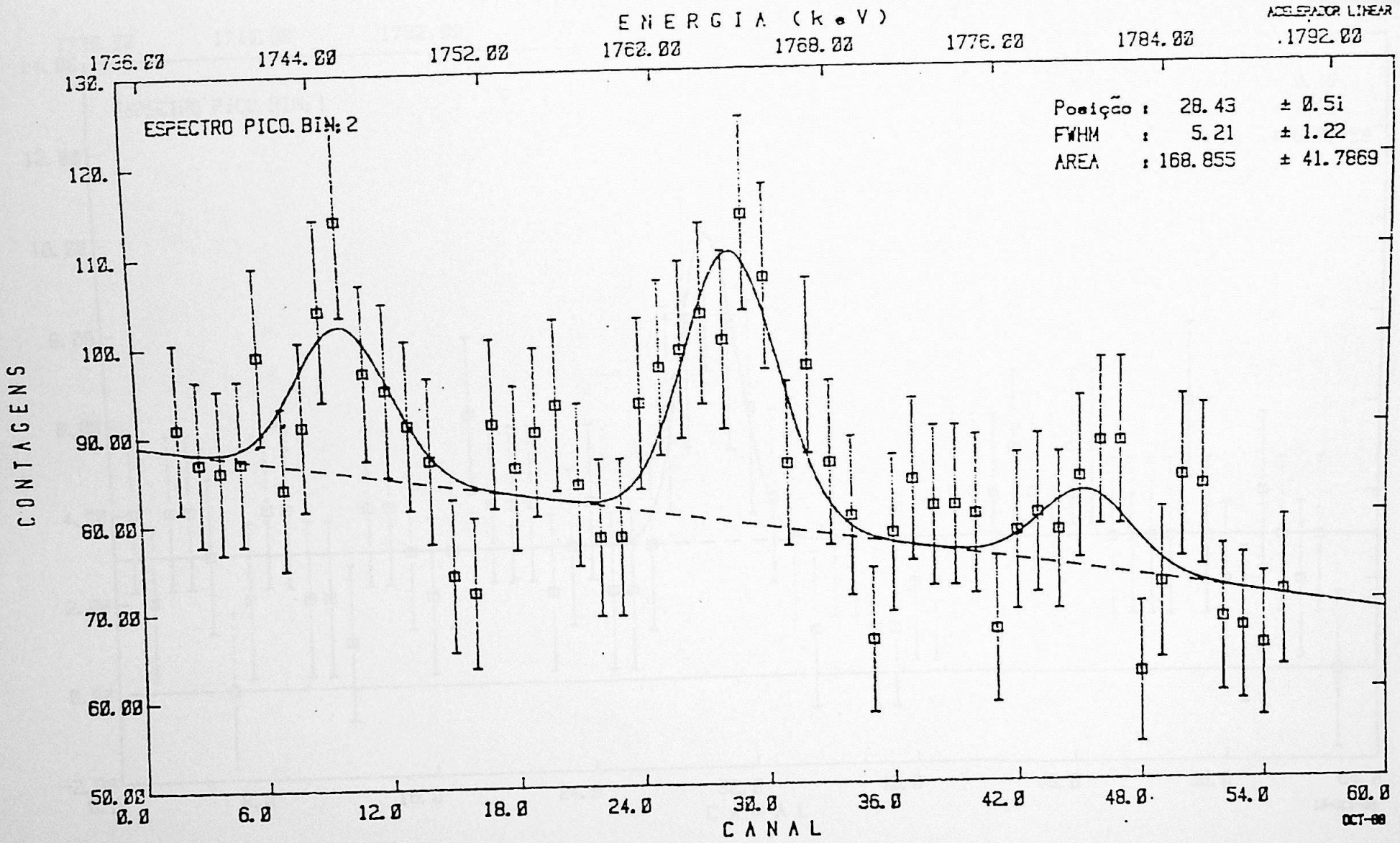


Fig. **22** Espectro soma total (200 h) na região de 1701 keV. Pico ajustado como singleto.

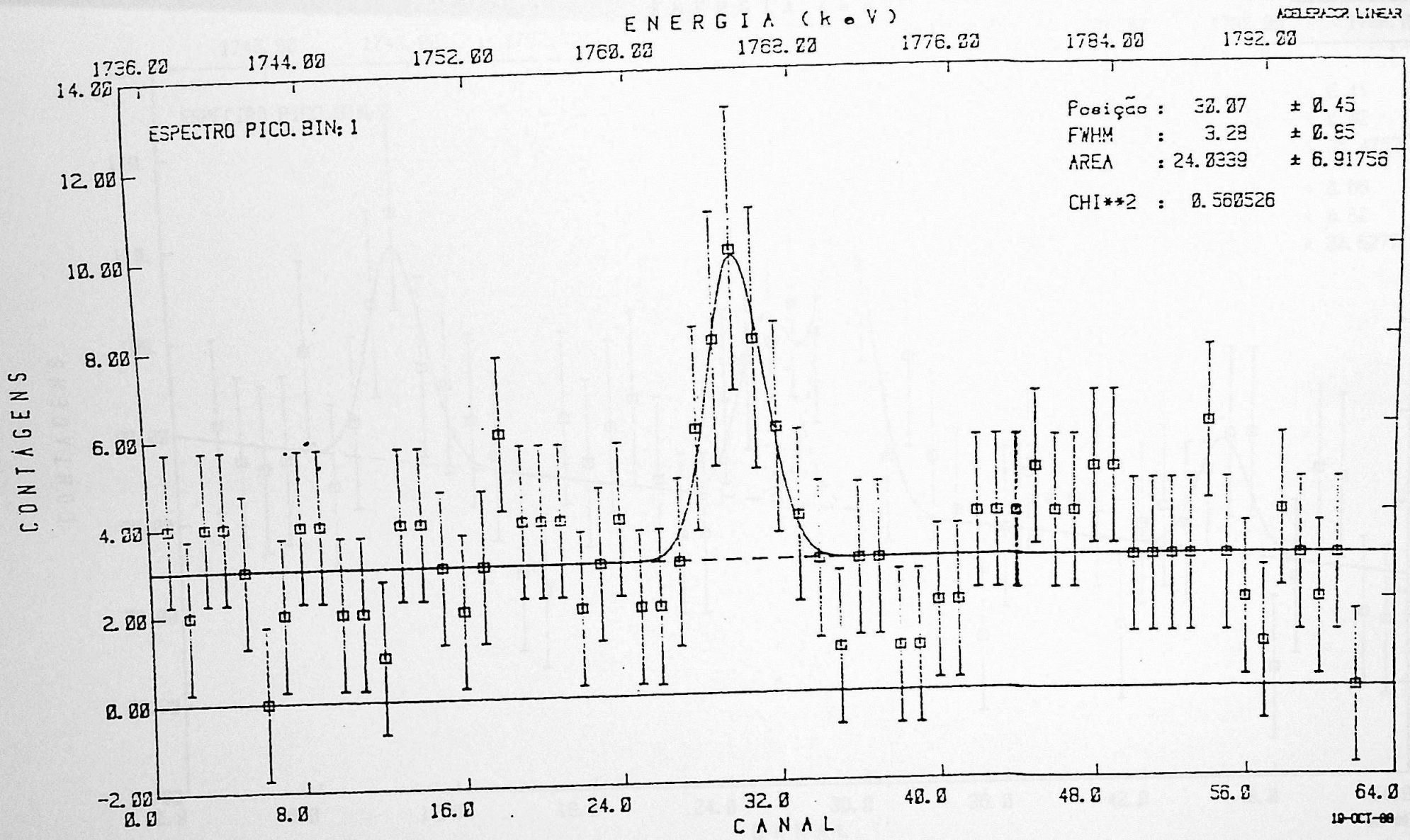


Fig. 23 Espectro soma de fundo (70 h) na região de 1761 keV. O pico mostrado corresponde ao gama de 1764 keV do ^{214}Bi.

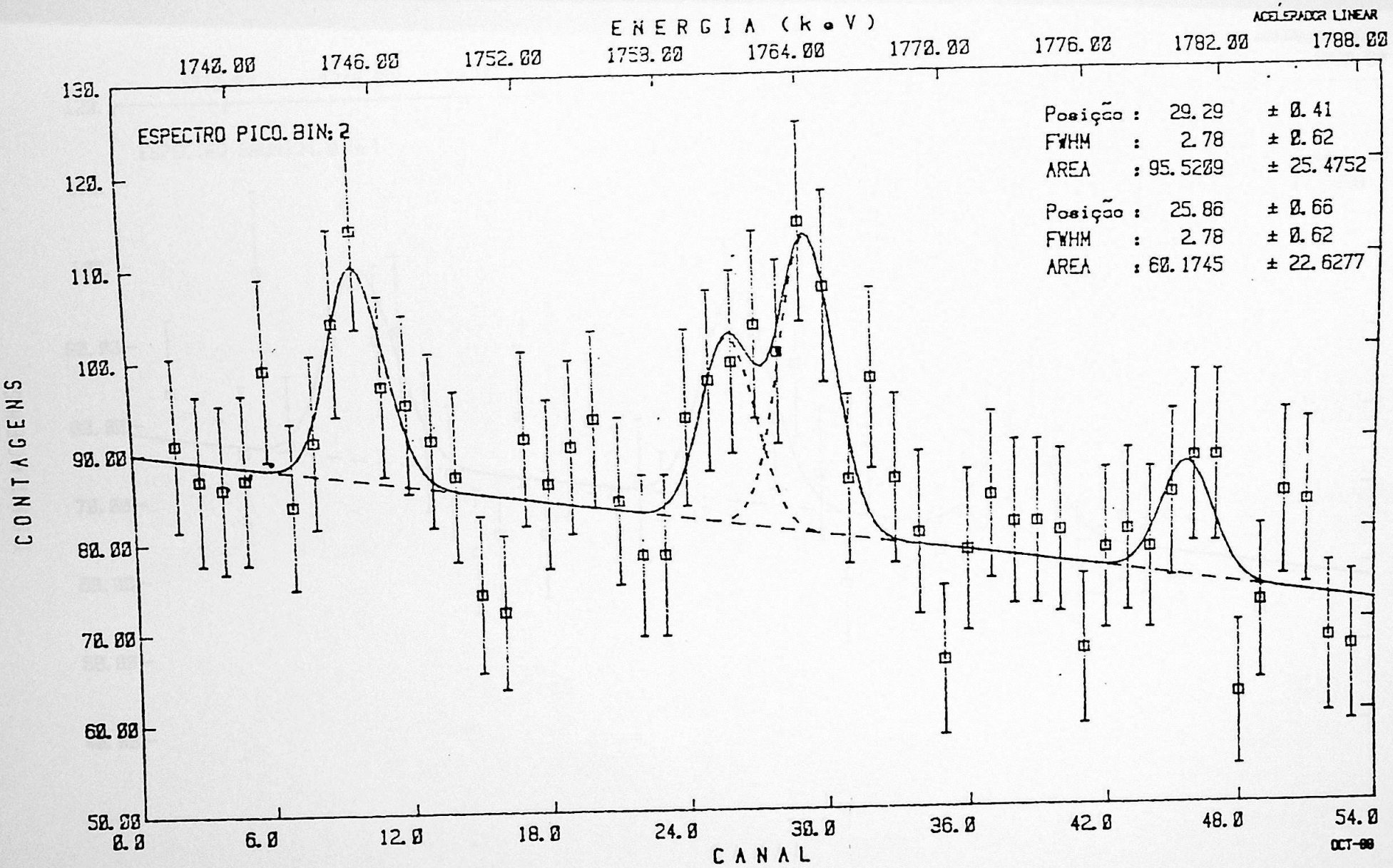


Fig. 24 Espectro soma total (200 h) na região de 1761 keV. Pico ajustado como dubleto.

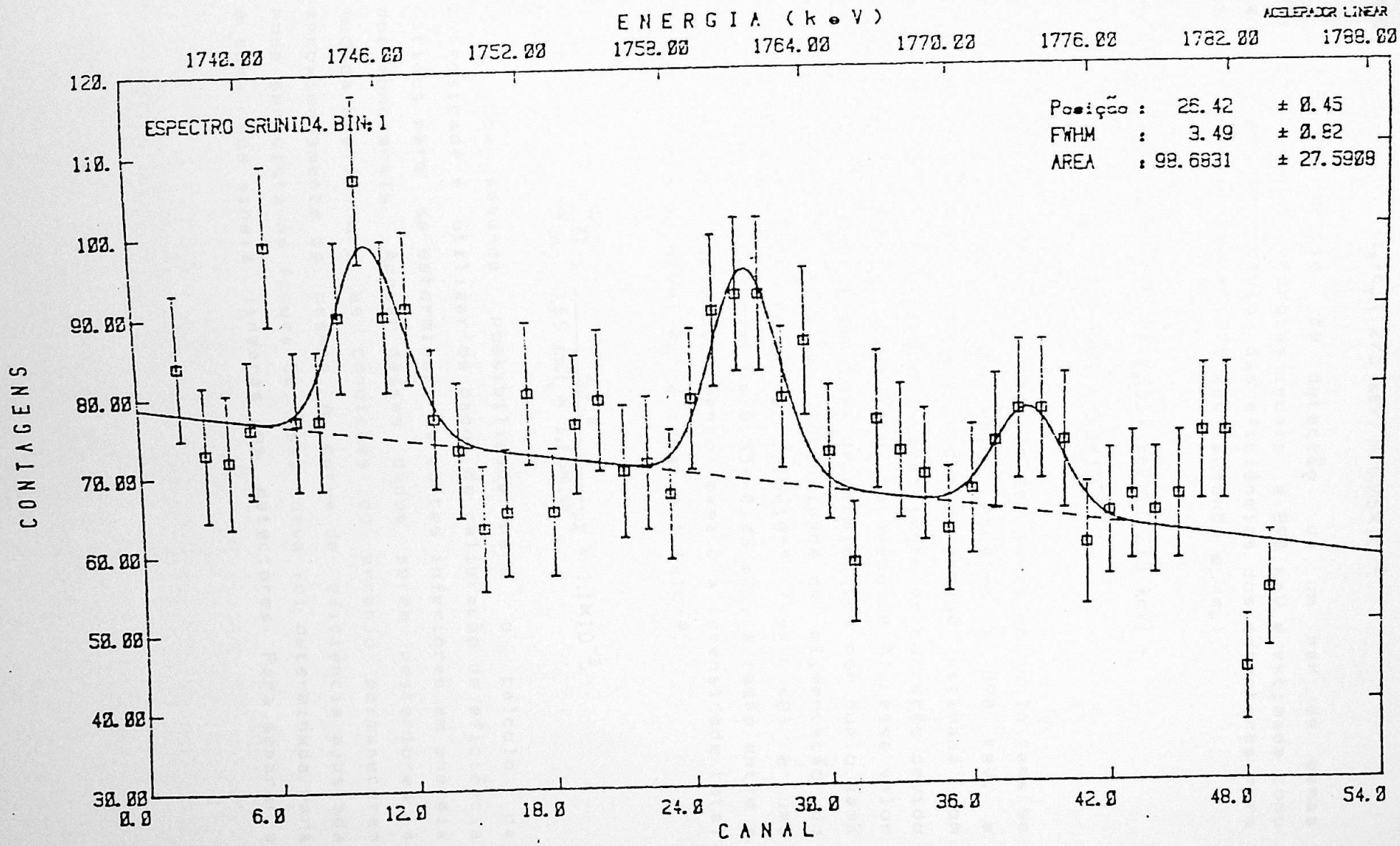


Fig. 25 Espectro soma descontado o fundo e o acidental (200 h) na região de 1761 keV.

(4-1) $[\epsilon_x+\epsilon_y](511\ keV) = 1,4\times10^{-2}$

(4-2) $[\epsilon_x+\epsilon_y](1275\ keV) = 0,75\times10^{-2}$.

A eficiência de detecção de um par de gamas coincidentes com energias iguais a 890 keV é estimada como sendo igual ao produto das eficiências dos detectores para os gamas de 511 keV e 1275 keV (supondo $\epsilon_x=\epsilon_y$),

(4-3) $\epsilon_t(E_x=E_y=890\ keV) = \epsilon_x(511\ keV)\epsilon_y(1275\ keV) +$

$+ \epsilon_x(1275\ keV)\epsilon_y(511\ keV) = 5,3\times10^{-5}$.

Como a energia de cada um dos gamas do duplo gama se distribui em torno de uma valor próximo a 890 keV, a eficiência de detecção para o duplo gama é estimada com sendo $5,3\times10^{-5}$. Utilizando o coeficiente de correção devido à correlação angular (calculado no apêndice A), esse valor de eficiência indica uma taxa de decaimentos por duplo gama igual a $2,6\ s^{-1}$. Para uma intensidade de alimentação do nível 0_2^+ do ^{96}Zr igual a $1,15\times10^{-4}$ (ref. 48) e uma atividade da fonte igual a $0,55+-0,03$ mCi, a razão entre a intensidade do duplo decaimento gama e a intensidade total de decaimento do nível 0_2^+ é igual a $1,1\times10^{-3}$,

(4-4) $$\frac{W_{\gamma\gamma}}{W_{tot}} = \frac{2,6\ s^{-1}}{0,55\ mCi \times 1,15\times10^{-4}} = 1,1\times10^{-3}.$$

Uma segunda possibilidade para o cálculo da intensidade é utilizar os dados da calibração de eficiência obtidos para se determinar os cortes inferiores em energia dos monocanais. Apesar desses dados serem posteriores à medida preliminar, as condições do arranjo permaneceram aproximadamente as mesmas. A curva de eficiência ajustada pode ser vista na figura 26; essa curva foi determinada para a soma dos sinais lineares dos detectores. Para separar a

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
1473
INSTITUTO DE FÍSICA

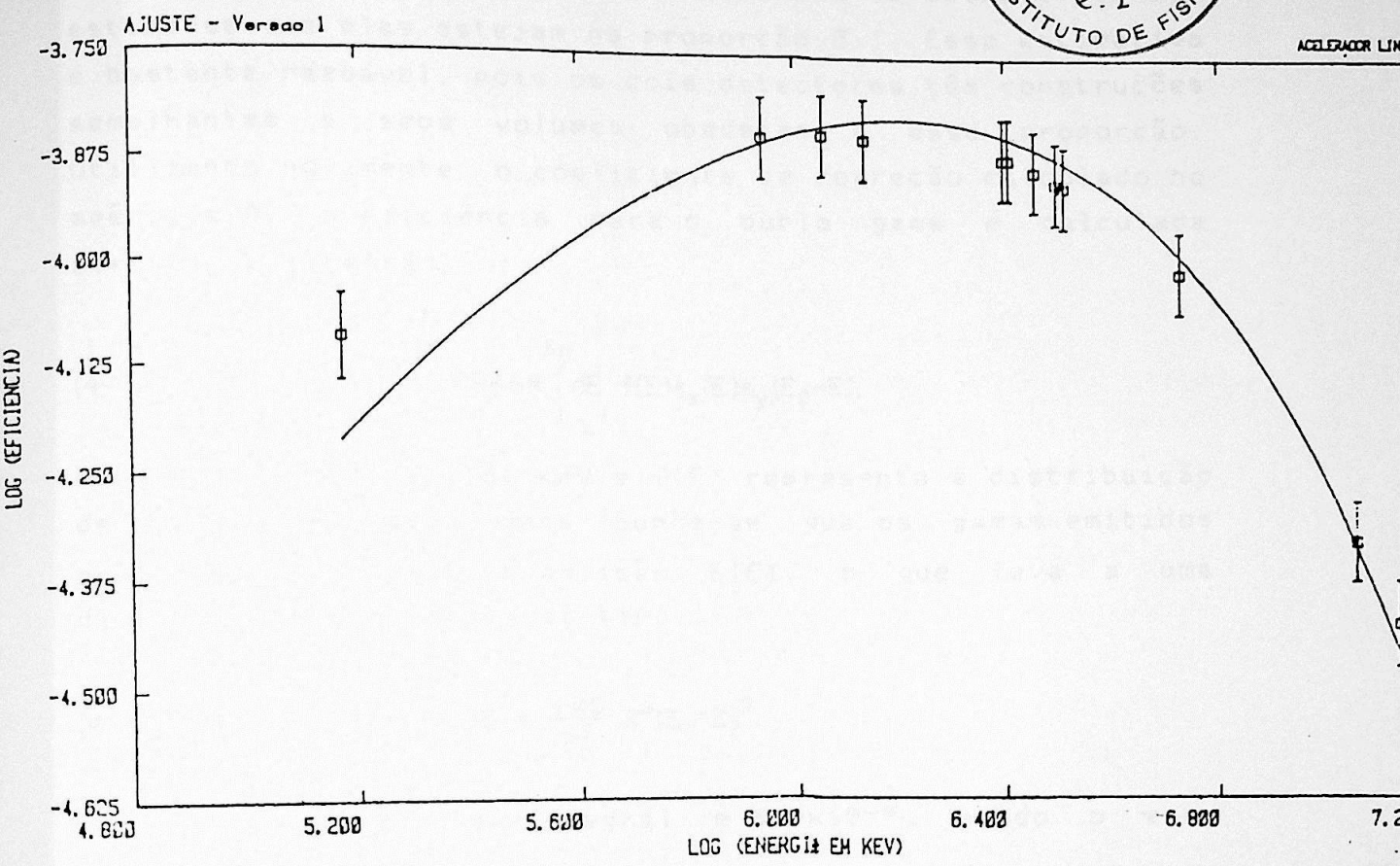


Fig. 26 Curva de eficiência para os dois detectores somados.

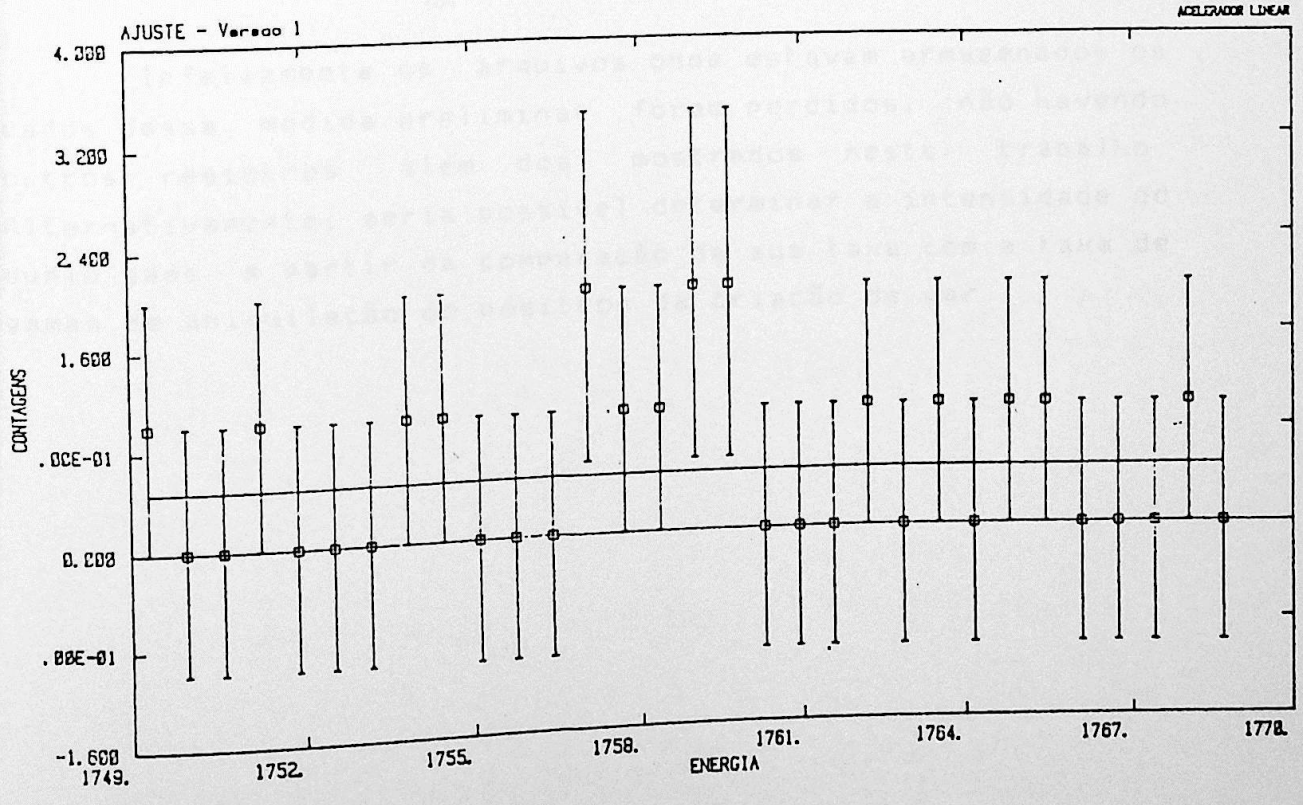


Fig. 27 Espectro soma do fundo radioativo (65 h) na região de 1761 keV.

eficiência do detector HPGe da eficiência do detector Ge(Li) estima-se que elas estejam na proporção 2:1. Essa estimativa é bastante razoável, pois os dois detectores têm construções semelhantes e seus volumes obedecem a essa proporção. Utilizando novamente o coeficiente de correção calculado no apêndice A, a eficiência para o duplo gama é calculada através da integral

$$\varepsilon_{yy} = 0{,}966 \times \int_0^{E_0} dE\ f(E)\varepsilon_x(E)\varepsilon_y(E_0-E), \tag{4-5}$$

onde E_0 é igual a 1761 keV e f(E) representa a distribuição de energia no duplo gama. Supõe-se que os gamas emitidos correspondam a uma transição E1E1, o que leva a uma distribuição de energia do tipo

$$f(E) = \frac{140}{E_0^7} E^3(E_0-E)^3. \tag{4-6}$$

O resultado da integral é $6{,}0\times10^{-5}$, sendo o erro estimado como 10%.

Usando os mesmos valores de atividade e intensidade da alimentação do nível 0_{2^+} indicados no cálculo anterior, chega-se ao resultado

$$\frac{W_{yy}}{W_{tot}} = (9{,}4\pm2{,}4)\times10^{-4}. \tag{4-7}$$

Infelizmente os arquivos onde estavam armazenados os dados dessa medida preliminar foram perdidos, não havendo outros registros além dos mostrados neste trabalho. Alternativamente, seria possível determinar a intensidade do duplo gama a partir da comparação da sua taxa com a taxa de gamas de aniquilação do pósitron da criação de par.

B. Segunda medida uniparamétrica

Para se observar o resultado das modificações adotadas no arranjo experimental posteriormente à medida preliminar, foi realizada uma aquisição do fundo radioativo com 65 horas de duração. Uma parte do espectro obtido nessa aquisição pode ser visto na figura 27: não há sinal do fotopico de 1764 keV do ^{214}Bi.

A melhora nas condições de observação do pico do duplo gama ficou evidente a seguir, na aquisição de 42 horas com a fonte de ^{90}Sr. O pico de 1761 keV do duplo gama é mostrado na figura 28. Apesar da área ajustada de 13+-5 contagens indicar uma queda na eficiência, houve uma sensível diminuição do fundo contínuo sob o pico em relação à medida preliminar: 0,043 contagens por keV por hora contra 0,40. A queda na eficiência para o duplo gama pode ser explicada pelo uso dos cortes inferiores em energia, pois somente uma parte dos gamas (75,3% do total) tinha chance de ser detectada

Como também para essa medida não há dados relativos à eficiência, novamente a intensidade do duplo gama só pode ser calculada de maneira aproximada. A única curva de eficiência disponível em que as condições experimentais eram próximas às da medida é a utilizada na determinação dos cortes inferiores em energia (fig. 26). Repetindo o cálculo da expressão 4-5, mas tomando o cuidado de modificar os extremos de integração,

$$(4\text{-}8) \qquad \varepsilon_{yy} = 0{,}966 \times \int_{E_c}^{E_0-E_c} dE\ f(E)\varepsilon_x(E)\varepsilon_y(E_0-E) = (4{,}8 \pm 0{,}5)\times 0^{-5},$$

onde E_c = 525 keV representa o corte inferior em energia.

Para esse valor de eficiência a intensidade relativa do duplo gama é

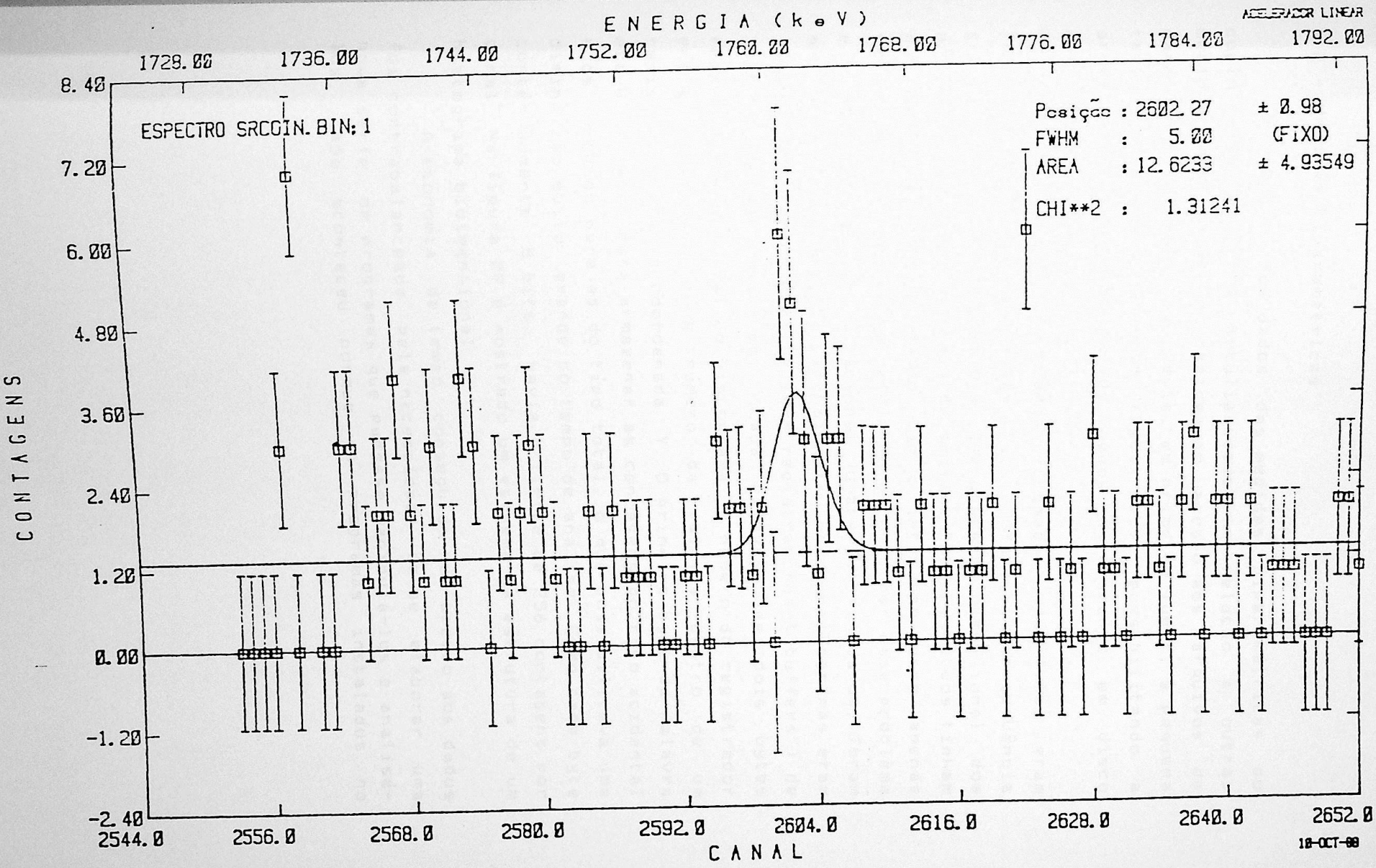


Fig. 28 Espectro soma total (42 h) com o pico de 1761 keV.

(4-9) $$\frac{W_{\gamma\gamma}}{W_{tot}} = (7,7\pm3,1)\times10^{-4}.$$

4.2 - Medidas biparamétricas

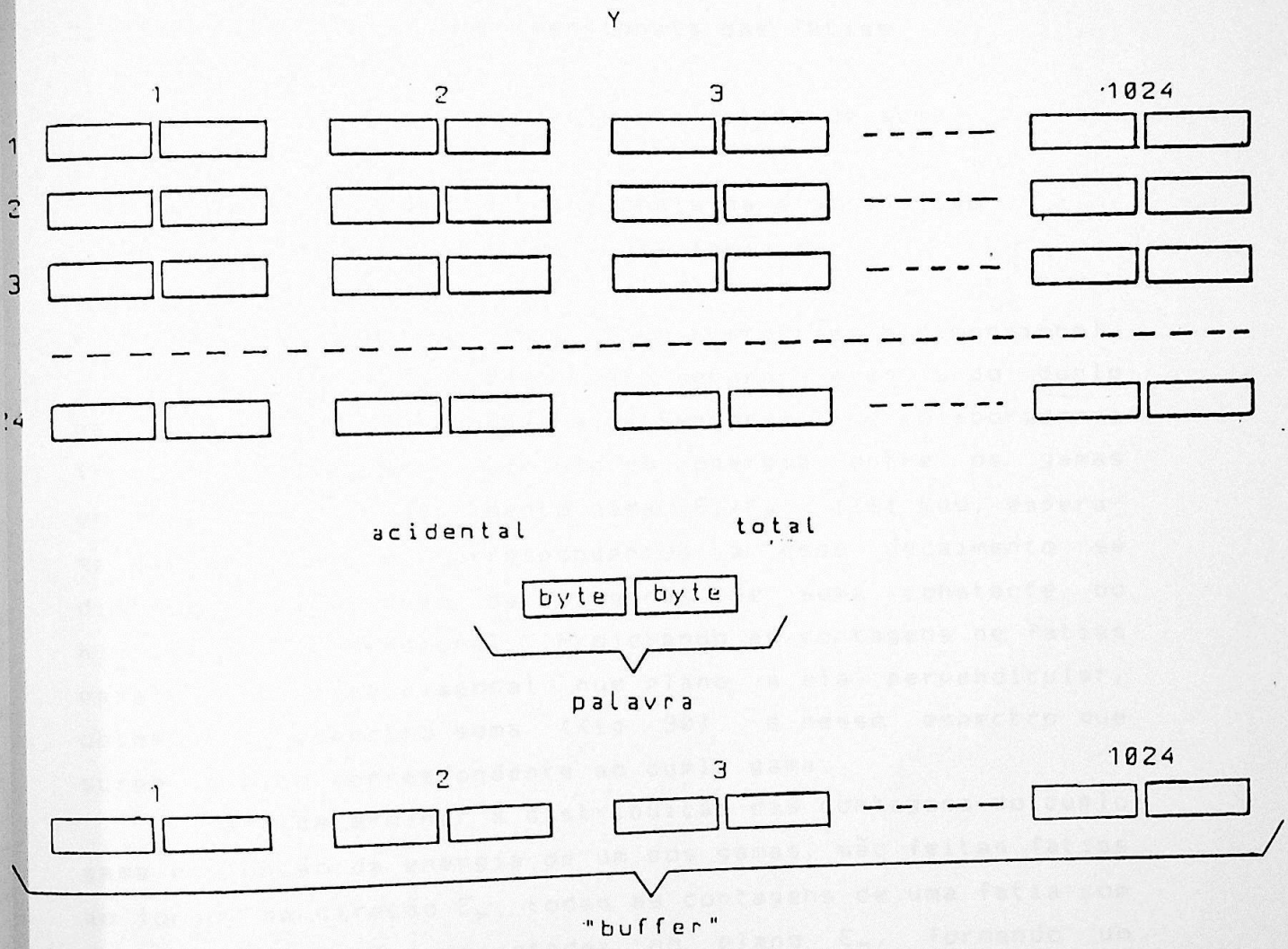
A análise dos dados das medidas biparamétricas do duplo gama tinha uma peculiaridade em relação a outras medidas desse tipo: a rapidez no acesso aos arquivos de dados. Essa rapidez se devia, em primeiro lugar, à pequena taxa de eventos que eram registrados, possibilitando a armazenagem dos arquivos de dados diretamente em disco magnético.

Os arquivos de dados (chamados modo-fila) eram formados por pares ordenados ($E_{\nearrow}$,$E_{\searrow}$) dispostos em seqüência cronológica. Assim, devido à estrutura unidimensional dos arquivos, a cada nova etapa da análise todos os dados tinham que ser reexaminados, mesmo que o interesse fosse apenas sobre uma pequena parte deles. Para contornar esse problema e tornar mais veloz e racional o acesso aos dados, foram montados histogramas bidimensionais. Esses histogramas eram formados por seqüências de 1024 registradores ("buffers") de 1024 palavras cada um. Cada palavra de dois bytes representava um canal do histograma: o número do registrador era a coordenada X e número da palavra dentro de um registrador era a coordenada Y. O primeiro byte da palavra era utilizado para armazenar as contagens do tipo acidental e os segundo para as do tipo total, o que possibilitava uma diminuição muito grande no tempo de análise. Como cada byte contém somente 8 bits, havia o limite de 256 contagens por canal. Na figura 29 é mostrado um esquema da estrutura de um histograma bidimensional

A economia de tempo conseguida no acesso aos dados foi contrabalanceada pela necessidade de se elaborar uma nova série de programas que pudesse manipulá-los e analisá-los. Isso aconteceu porque os programas instalados no

Fig. 29

Esquema da montagem de um histograma bidimensional na memória do PDP-11/84.



computador PDP 11/84 destinados a análise de dados biparamétricos trabalhavam com arquivos do tipo seqüencial (modo-fila) gravados diretamente em fita magnética. Assim, além do programa para montar histogramas a partir dos arquivos de dados em modo-fila, foram criados programas para realizar as seguintes tarefas:

- compactar histogramas de 1024x1024 canais para 256x256 ou para 64x128 canais;
- destacar partes de um histograma e imprimí-las;
- montar histogramas unidimensionais das fatias paralelas aos eixos X e Y;
- montar o espectro da projeção das fatias de soma constante, $E_x+E_y = E_\Phi$;
- montar histogramas unidimensionais da distribuição das contagens pertencentes a uma fatia de soma constante;
- apagar contagens de partes de um histograma bidimensional.

O método utilizado para separar eventos do duplo gama foi baseado no trabalho de Beardsworth e colaboradores (ref 40). Devido ao vínculo em energia entre os gamas emitidos no duplo decaimento gama, $E_1+E_2 = 1761$ keV, espera-se que os eventos correspondentes a esse decaimento se distribuam ao longo da diagonal de soma constante do histograma bidimensional. Projetando as contagens de fatias paralelas a essa diagonal num plano a ela perpendicular, obtem-se o espectro soma (fig. 30). é nesse espectro que surge um pico correspondente ao duplo gama.

Para determinar a distribuição das contagens do duplo gama em função da energia de um dos gamas, são feitas fatias ao longo da direção E_y; todas as contagens de uma fatia com $E_x+E_y = E_\Phi$ são projetadas no plano E_x, formando um histograma unidimensional. A distribuição das contagens desse histograma, a menos das contagens do fundo, deve obedecer à função

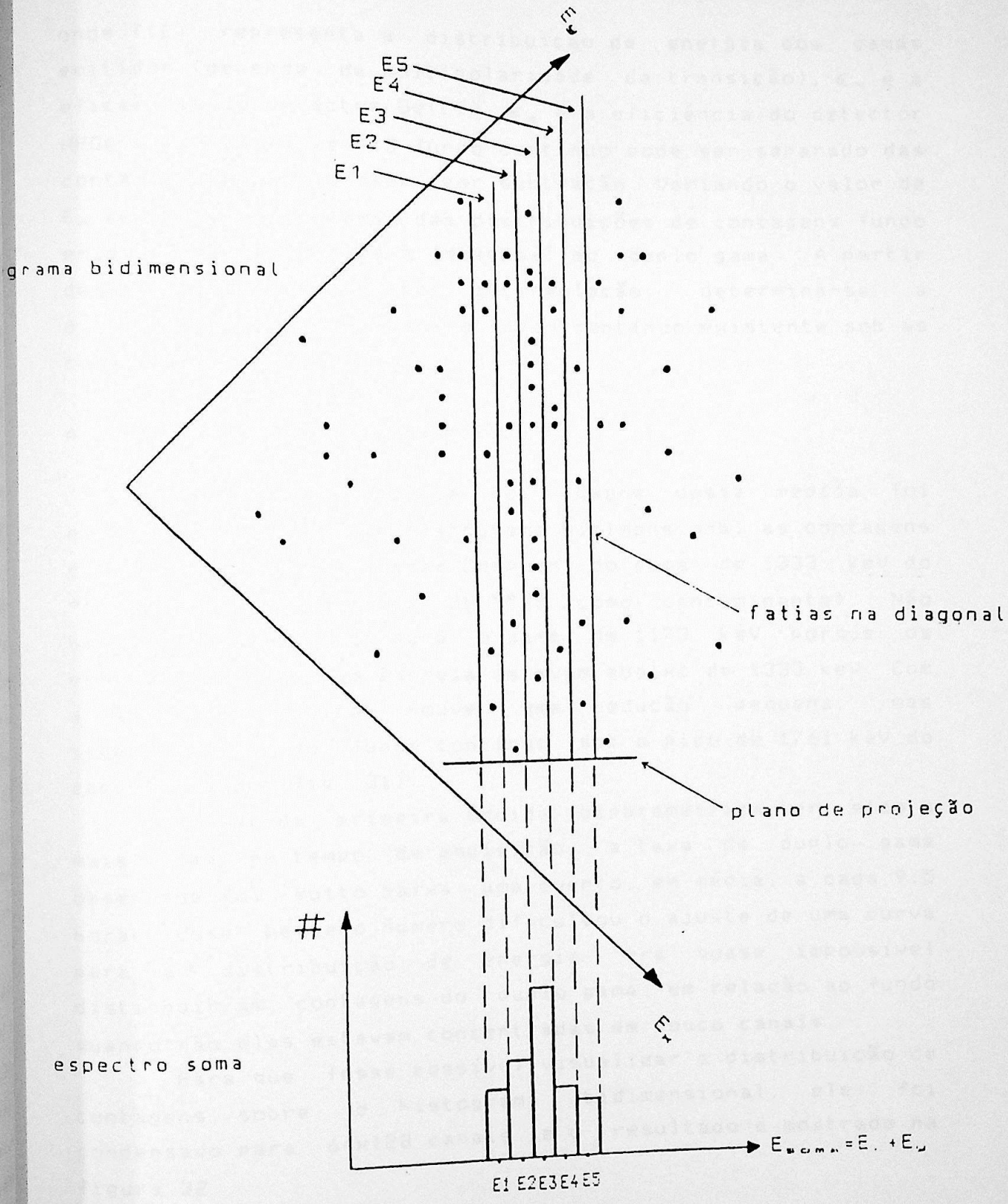


Fig. 30 Esquema de como se obtem um espectro soma a partir do histograma bidimensional.

(4-10) $$N(E) = f(E)\epsilon_x(E)\epsilon_y(E_0-E)$$

onde f(E) representa a distribuição de energia dos gamas emitidos (depende da multipolaridade da transição), ϵ_x é a eficiência do detector Ge(Li), ϵ_y é a eficiência do detector HPGe e E_0 = 1761 keV. O fundo contínuo pode ser separado das contagens do duplo gama por subtração. Variando o valor de E_0 se obtem histogramas das distribuições de contagens fundo em direções paralelas à diagonal do duplo gama. A partir desses histogramas, por interpolação, determina-se a distribuição esperada para o fundo contínuo existente sob as contagens do duplo gama.

A Primeira medida biparamétrica

Durante a análise dos dados dessa medida foi necessário subtrair do histograma bidimensional as contagens correspondentes às bordas Compton do gama de 1333 keV do ^{60}Co (presente na fonte de ^{90}Sr como contaminante). Não havia bordas Compton para o gama de 1173 keV porque os cortes superiores em energia estavam abaixo de 1333 keV. Com a subtração feita, houve uma redução pequena, mas significativa, do fundo contínuo sob o pico de 1761 keV do espectro soma (fig. 31).

Apesar da primeira medida biparamétrica ter sido a mais longa em tempo de aquisição, a taxa de duplo gama observada foi muito baixa: uma evento, em média, a cada 9,5 horas. Esse pequeno número dificultou o ajuste de uma curva para a distribuição de energia: era quase impossível distinguir as contagens do duplo gama em relação ao fundo quando não elas estavam concentradas em pouco canais.

Para que fosse possível visualizar a distribuição de contagens sobre o histograma bidimensional, ele foi condensado para 64x128 canais e o resultado é mostrado na figura 32.

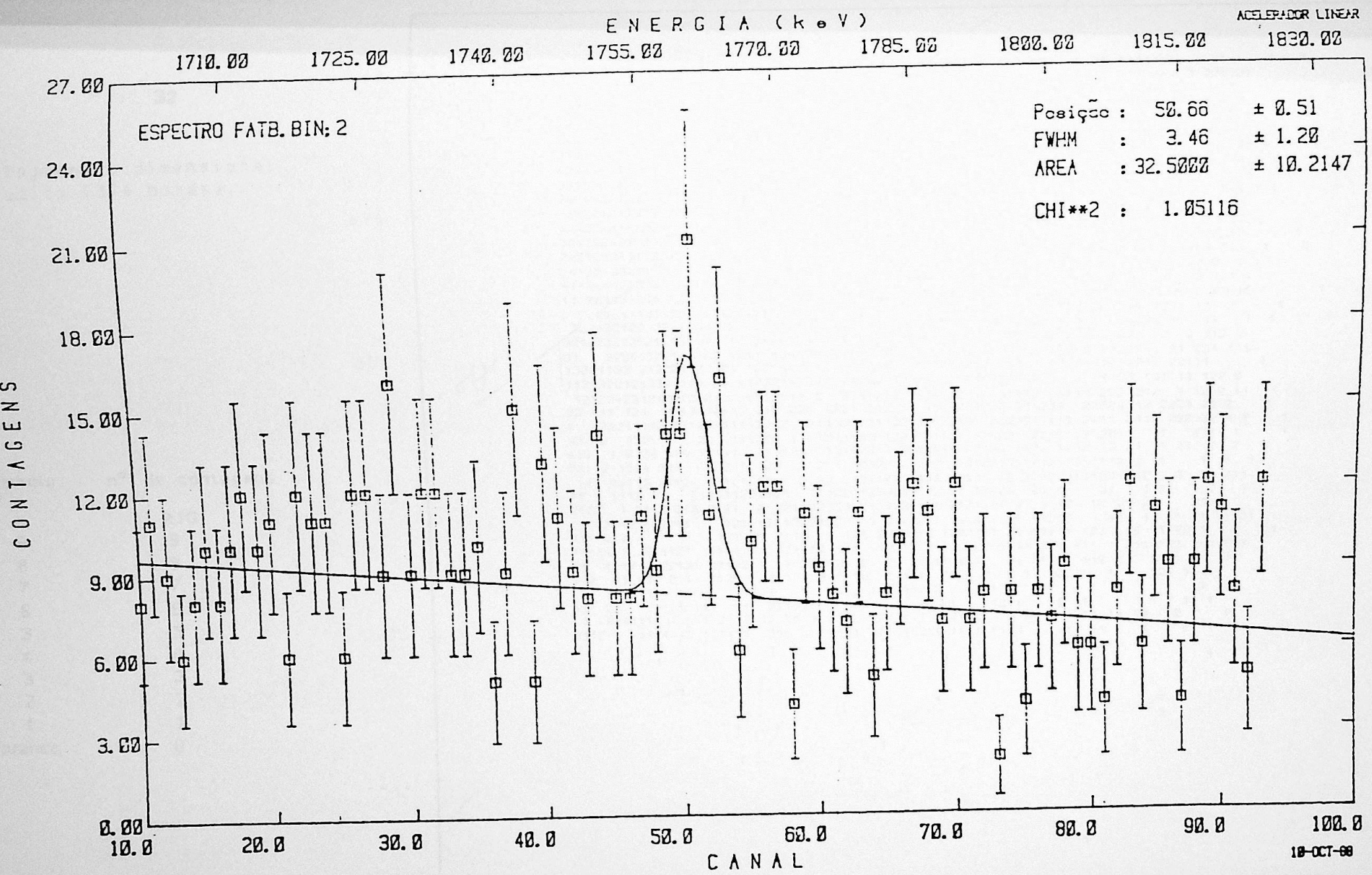
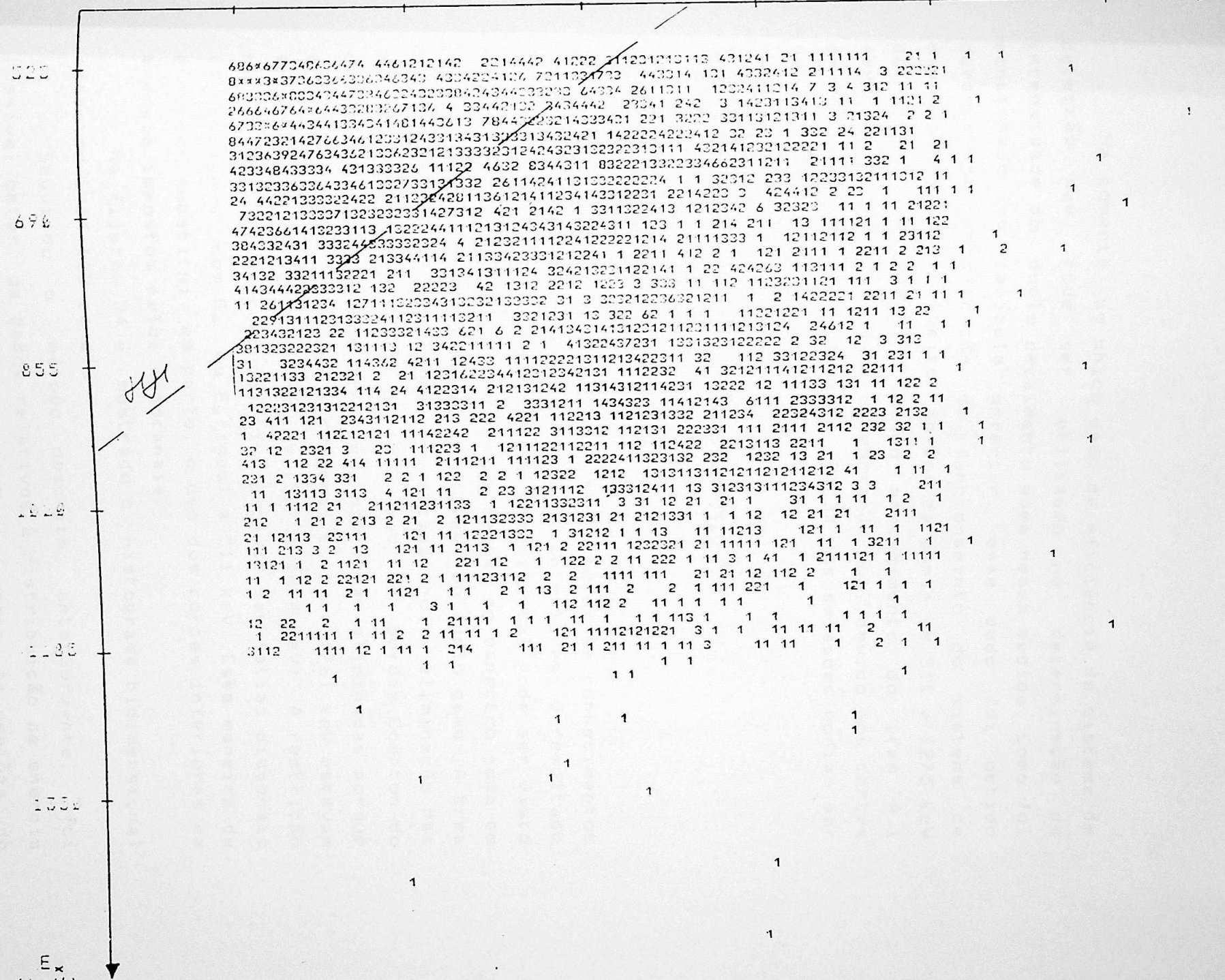


Fig. 31 Espectro soma total (314 h) com o pico de 1761 keV.

Fig. **32**

Histograma bidimensional reduzido (314 horas).

símbolo	nº. de contagens
*	≥10
9	9
8	8
7	7
6	6
5	5
4	4
3	3
2	2
1	1
branco	0



Há somente um único dado de eficiência do sistema de detecção que pode ser utilizado na determinação da intensidade do duplo decaimento gama nessa medida. Como foi mencionado no capítulo anterior, esse dado foi obtido durante uma verificação do funcionamento do sistema de aquisição e diz respeito ao par de gamas de 511 e 1275 keV do ^{22}Na. Utilizando o mesmo procedimento do item 4.1 (expressões 4-1 a 4-4), e lembrando que, devido aos cortes em energia adotados, somente 75,3% das emissões podiam ser detectadas, obtem-se

$$\frac{W_{\gamma\gamma}}{W_{tot}} = (2,60\pm0,85)\times10^{-4}. \qquad (4\text{-}11)$$

B. Segunda medida biparamétrica

Nesta medida foram utilizados todos os conhecimentos adquiridos ao longo das três medidas anteriores. O resultado positivo das mudanças no arranjo experimental pode ser visto na figura 33, onde é mostrada a região do espectro soma em que se localiza o pico de 1761 keV do duplo gama. A área ajustada, 84+-20 contagens, foi obtida após a eliminação das bordas Compton do gama de 1333 keV. As bordas Compton do outro gama do ^{60}Co, de 1173 keV, não foram eliminadas porque as suas intersecções com a diagonal E_x+E_y = 1761 keV estavam fora do intervalo de análise (527 a 1234 keV). A restrição na energia tinha como objetivo excluir das fatias diagonais as contagens com E_x ou E_y igual a 511 keV. Essa maneira de proceder substitui, em parte, o uso dos cortes inferiores em energia impostos pelos monocanais.

Na figura 34 é mostrado o histograma bidimensional reduzido a 64x128 canais.

Seguindo o método descrito anteriormente, foi possível obter os dados relativos à distribuição de energia no duplo gama. Na figura 35 são indicadas as regiões do histograma bidimensional em que foram feitas as fatias paralelas à diagonal de soma constante. Nas figuras 36a a

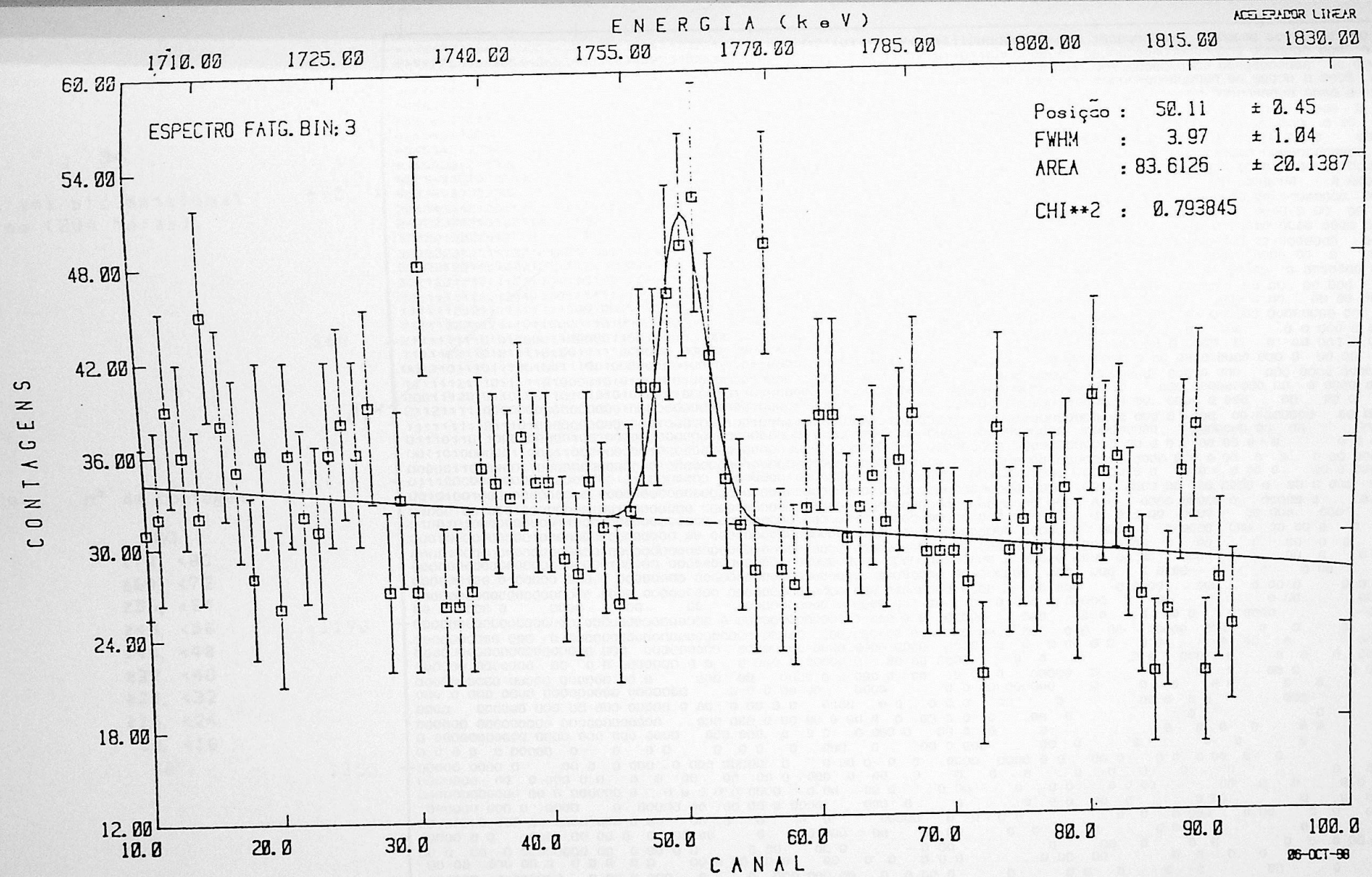


Fig. 33 Espectro soma total (204 h) com o pico de 1761 keV.

Fig. **34**

Histograma bidimensional reduzido (204 horas).

símbolo	nº. de contagens
*	≥80
9	≥72, <80
8	≥64, <72
7	≥56, <64
6	≥48, <56
5	≥40, <48
4	≥32, <40
3	≥24, <32
2	≥16, <24
1	≥8, <16
	≤8

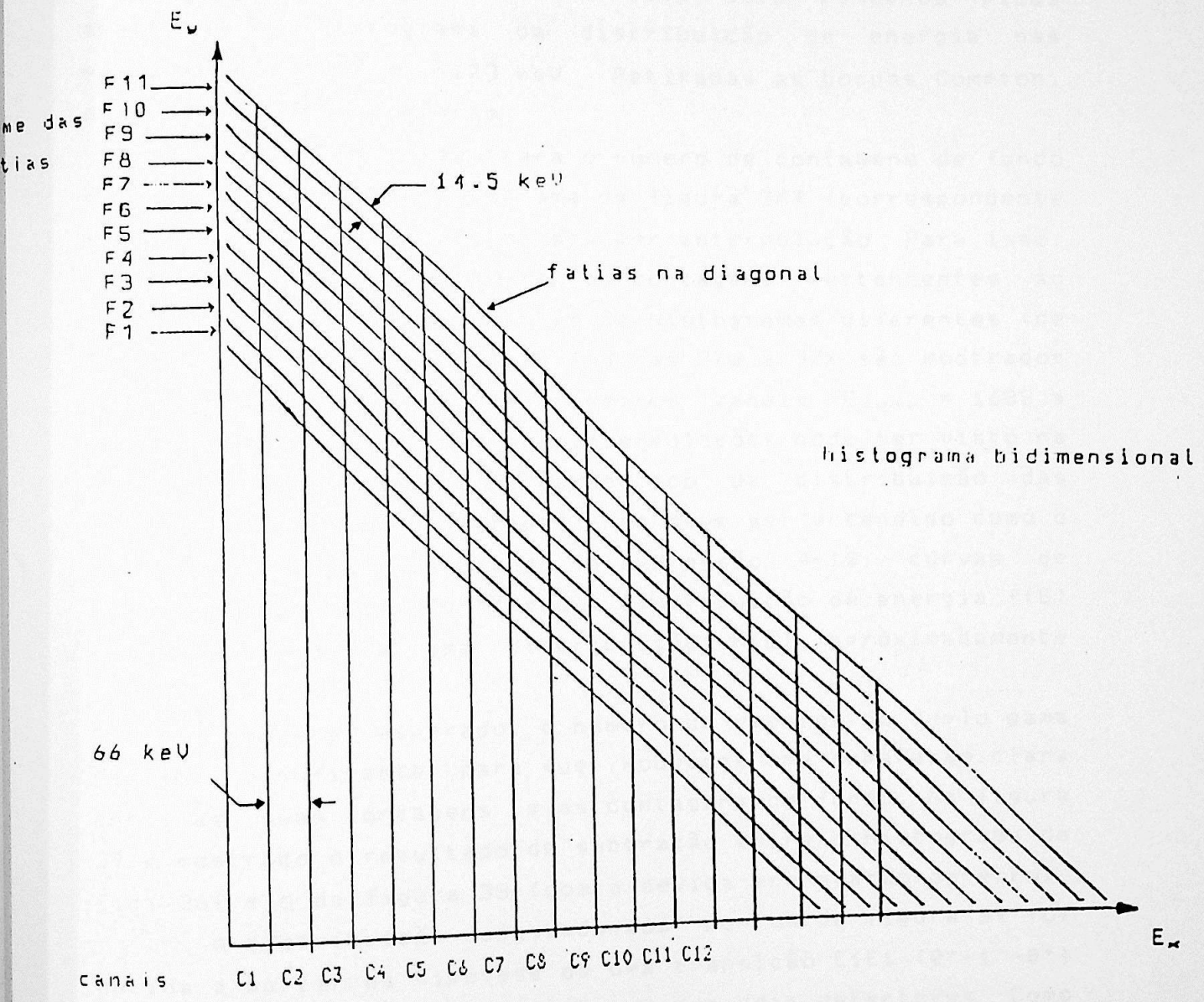


Fig. 35 Esboço das fatias na diagonal utilizadas para a determinação da distribuição de energia.

36k são mostradas os histogramas das fatias de 1 a 11. Como as contagens se apresentavam muito dispersas em 1024 canais, os histogramas foram condensados para 16 canais. A largura das fatias (14.5 keV) está relacionada com a largura da base do pico do duplo gama (fig. 33). Uma vez que a diagonal $E_\gamma+E_\gamma$ = 1761 keV intercepta tanto a borda Compton de E_γ = 1173 keV como a de E_γ = 1173 keV, dois pequenos picos apareciam no histograma da distribuição de energia nas posições E_γ= 587 e 1173 keV. Retiradas as bordas Compton, esses picos desapareceram.

O valor esperado para o número de contagens de fundo num certo canal do histograma da figura 36f (correspondente ao duplo gama) foi determinado por interpolação. Para isso, foram ajustadas retas sobre as contagens pertencentes ao mesmo canal, mas provenientes de histogramas diferentes (de 1 a 11, excetuando o 6). Nas figuras 37a a 37k são mostrados esses ajustes para os 11 primeiros canais ($E_{\gamma\gamma}$ = 1688 a 1833 keV). O resultado das interpolações pode ser visto na figura 38. O aspecto parabólico da distribuição das contagens de fundo ajustadas não deve ser entendido como o seu aspecto real. Lembrando a expressão 4-10, curvas de eficiência do tipo $Ee^{-\mu E}$ e uma distribuição de energia f(E) uniforme levam a uma distribuição N(E) aproximadamente parabólica.

Como era esperado, o número de eventos do duplo gama não foi o suficente para que houvesse uma separação clara entre as suas contagens e as contagens de fundo. Na figura 39 é mostrado o resultado da subtração entre o histograma de fig. 36f e o da figura 38 (com a devida propagação de erro).

A distribuição ajustada aos pontos da figura 39 foi obtida a partir da hipótese de uma transição E1E1 ($0^+-1^--0^+$) utilizando as curvas de eficiência dos dois detectores. Como foi descrito no capítulo anterior, essas curvas foram determinadas numa medida em que também se verificou a dependência da eficiência com a variação da posição da fonte. Os dados finais (médios) podem ser vistos na tabela

5 As curvas de eficiência ajustadas têm o seguinte aspecto funcional

(4-12) $$\varepsilon(E) = a\,E^{-b}.$$

Nas figuras 40a e 40b são mostradas os pontos experimentais e as curvas ajustadas. Apesar da expressão 4-12 não ser igual às expressões utilizadas anteriormente, para a região de energia entre 500 e 1500 keV ela é perfeitamente aceitável.

A distribuição teórica (normalizada) de energia para o duplo gama em função da energia de um dos gamas é

(4-13) $$f(E) = \frac{140}{E_0^7}\,E^3(E_0-E)^3$$

onde E_∞ = 1761 keV. Ela pode ser vista na figura 41a. A curva $\epsilon_x(E)\epsilon_y(E_\infty-E)$, resultante do produto das eficiências dos detectores, é mostrado na figura 41b. O produto das curvas das figuras 41a e 41b, mostrado na figura 41c, foi normalizado para o número de eventos do duplo gama e ajustado aos pontos da distribuição de energia experimental.

O cálculo da intensidade do duplo gama a partir dos dados desta medida pode ser feito usando-se a curva da figura 41c. A eficiência total para o duplo gama é

(4-14) $$\varepsilon_{\gamma\gamma} = 0{,}960\times\int_{E_c}^{E_0-E_c} dE\; f(E)\varepsilon_x(E)\varepsilon_y(E_0-E) = (6{,}7\pm0{,}4)\times10^{-5}.$$

O fator numérico na frente da integral é a correção devido à correlação angular do duplo gama (apêndice A).

Utilizando o resultado da expressão 4-14 para a eficiência, obtem-se o seguinte valor para a intensidade relativa do duplo gama:

(4-15) $$\frac{W_{\gamma\gamma}}{W_{tot}} = (7{,}3\pm1{,}8)\times10^{-4}.$$

A média dos últimos quatro valores obtidos para a intensidade do duplo gama é determinada a partir do ajuste de uma constante pelo método dos mínimos quadrados. O resultado é

(4-16) $$\frac{W_{\gamma\gamma}}{W_{tot}} = (4,20 \pm 0,71) \times 10^{-4}.$$

O χ^2 reduzido do ajuste foi 4.16 com uma probabilidade de 0.59%

Figuras 36a a 36k

Distribuição de energia para as fatias na diagonal de soma constante ($E_x + E_y = E_{soma}$). O eixo das abcissas representa a energia E_x.

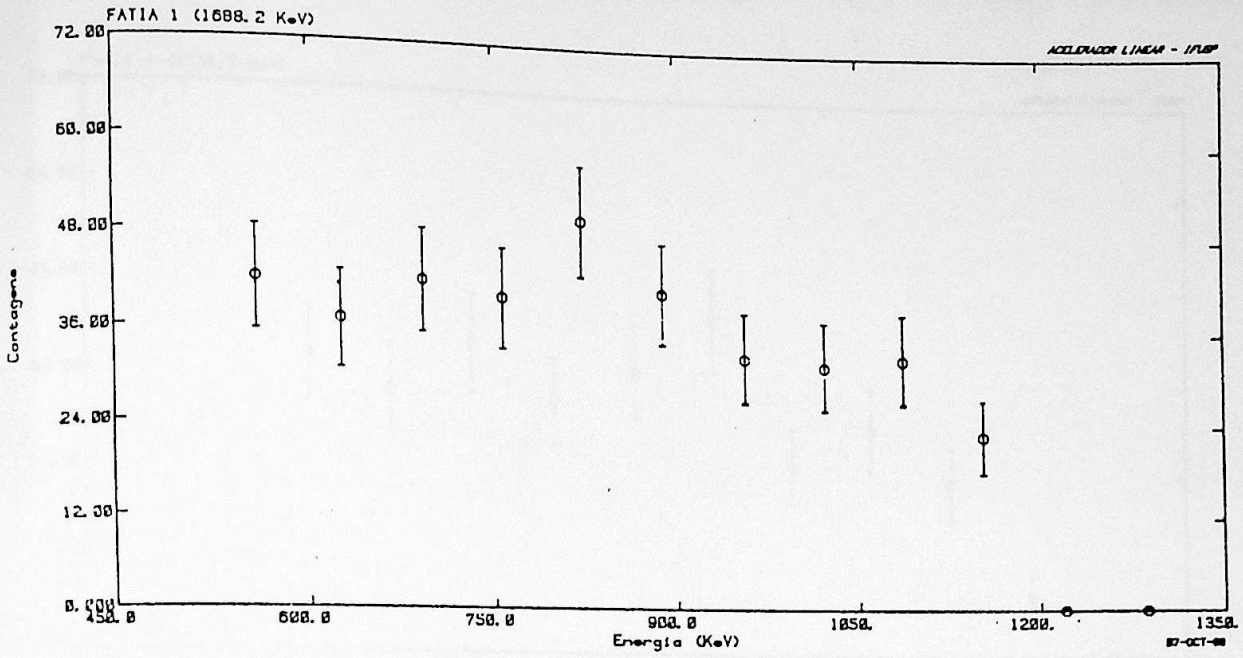


Fig. 36a

F1: E_{comm}=1688.2 keV

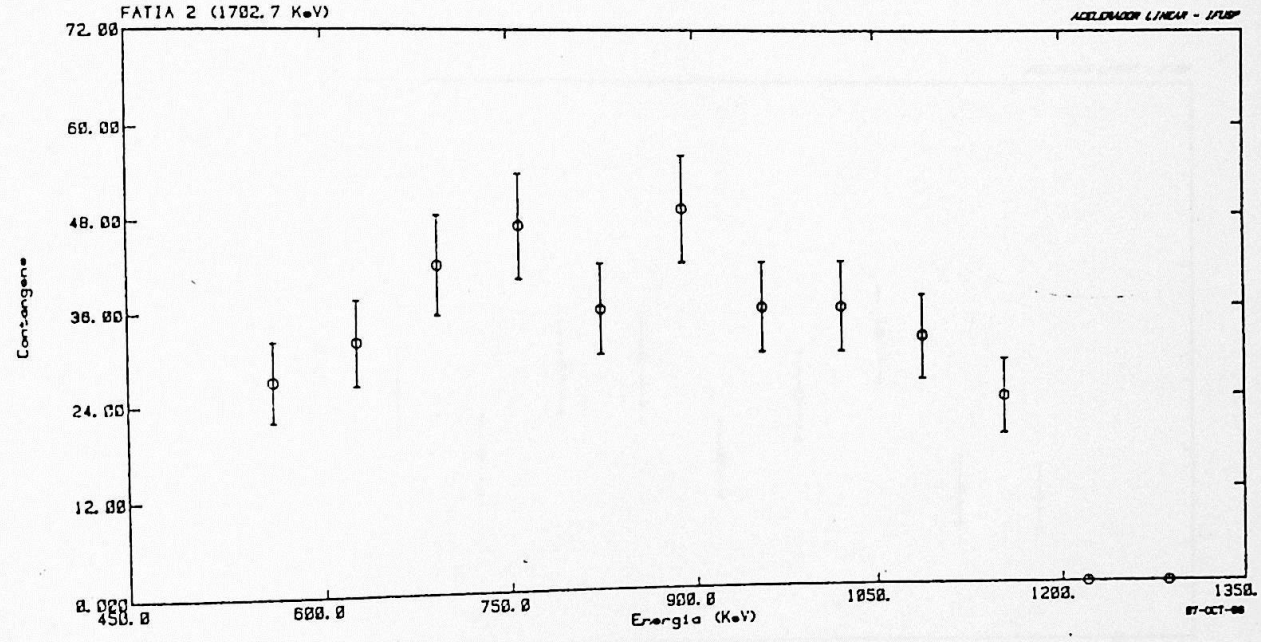
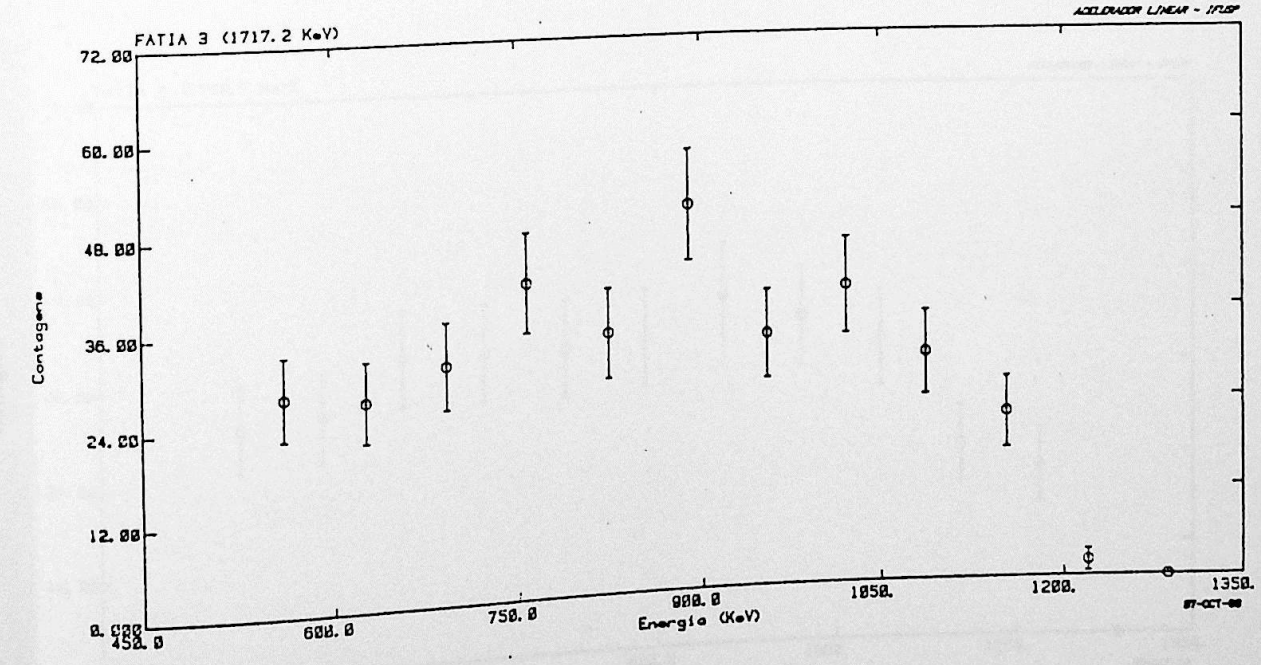


Fig. 36b

F2: E_{comm}=1702.7 keV



F3: E_{comm}=1717.2 keV

Fig. 36c

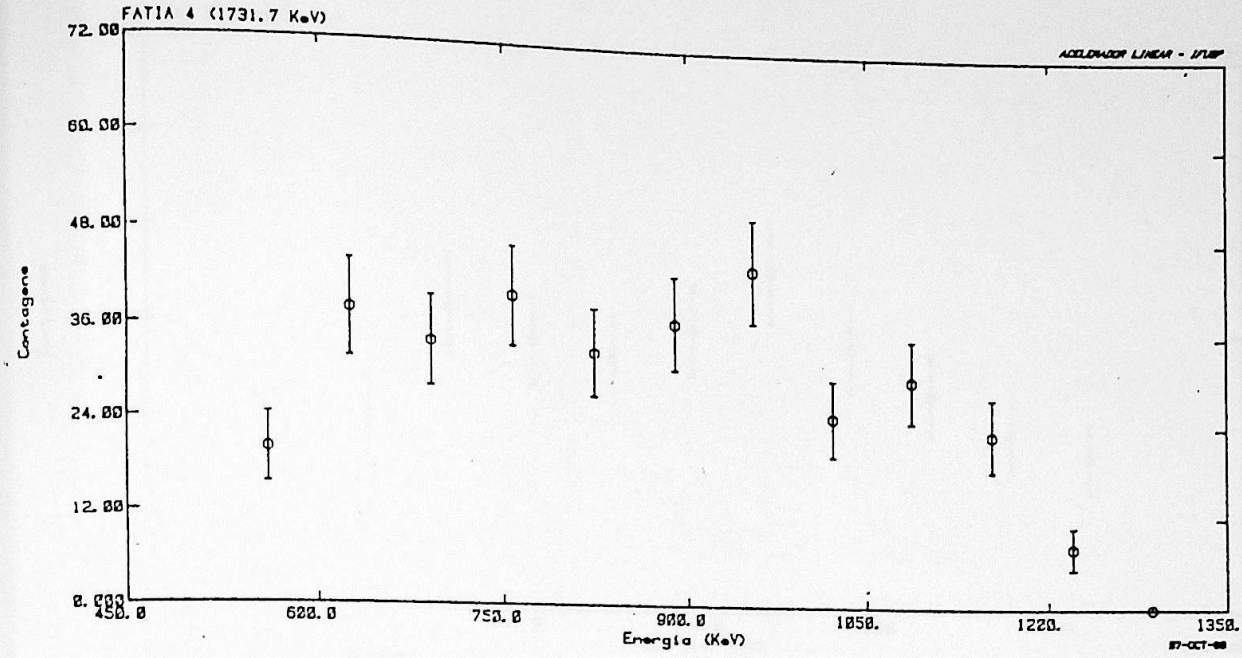


Fig. 36d F4: E_{comm}=1731.7 keV

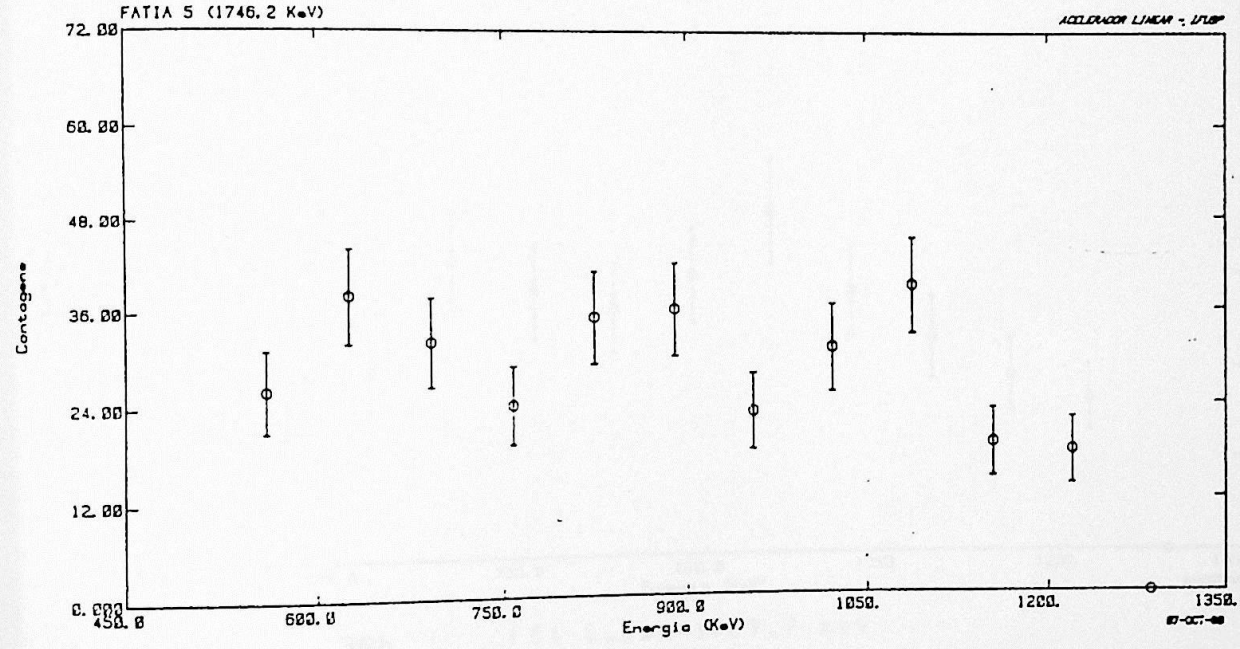


Fig. 36e F5: E_{comm}=1746.2 keV

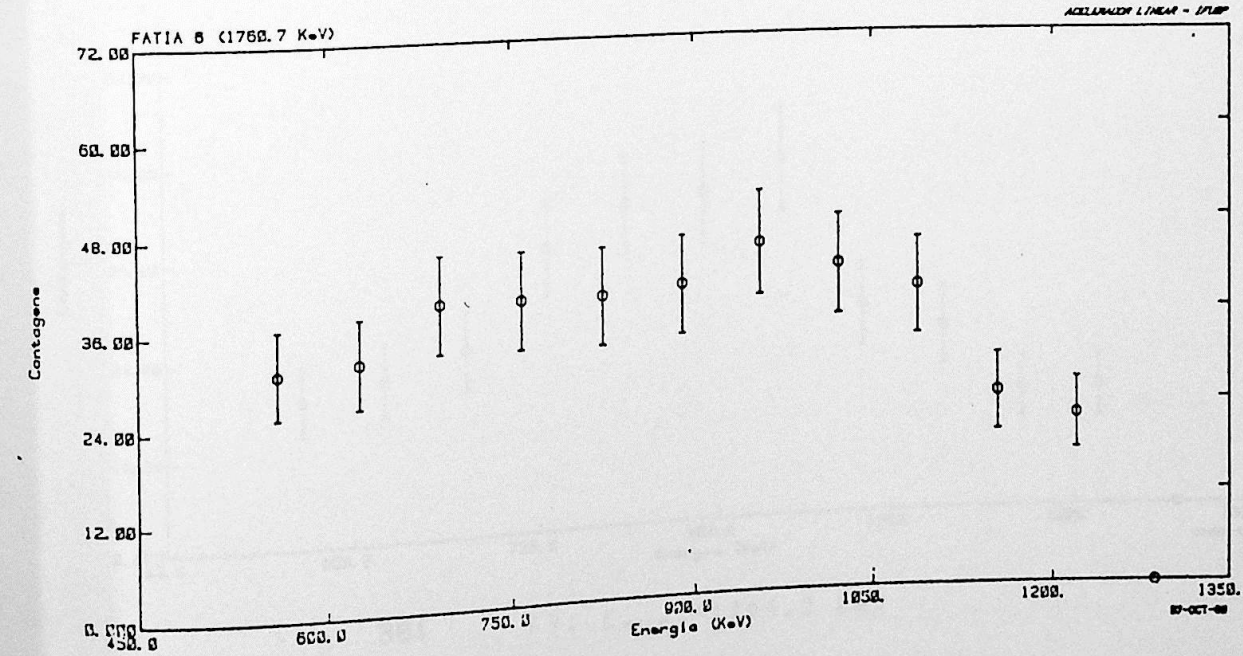


Fig. 36f F6: E_{comm}=1760.7 keV (duplo gama)

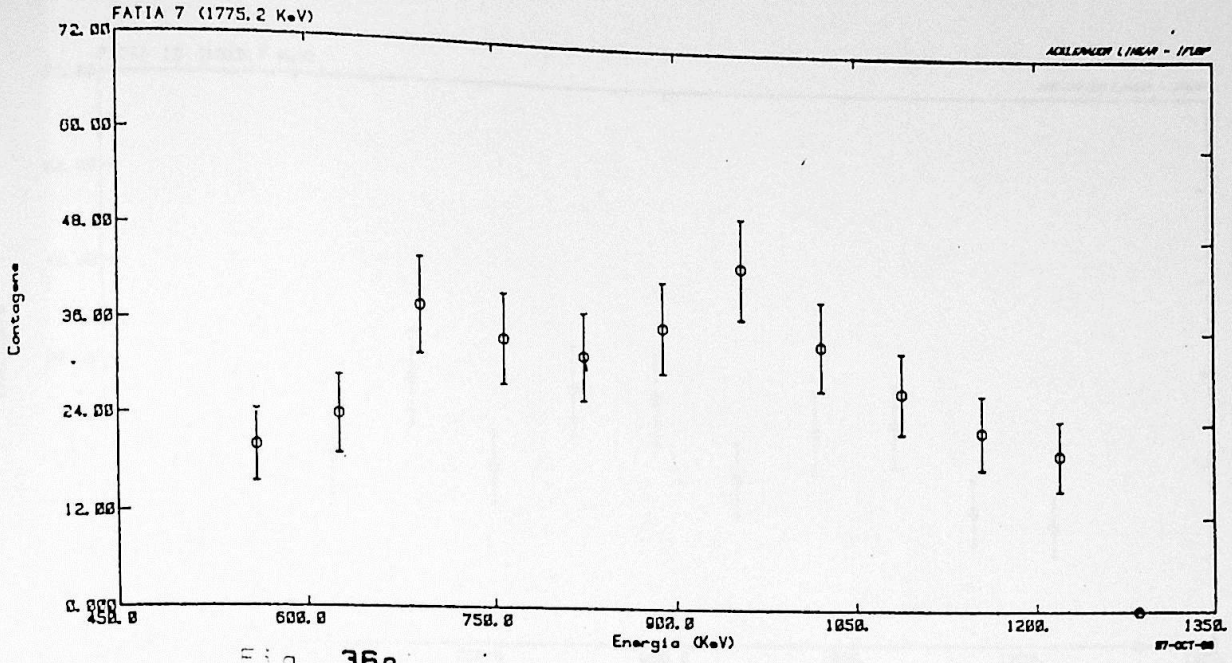


Fig. 36g F7: $E_{centroide}$ = 1775.2 keV

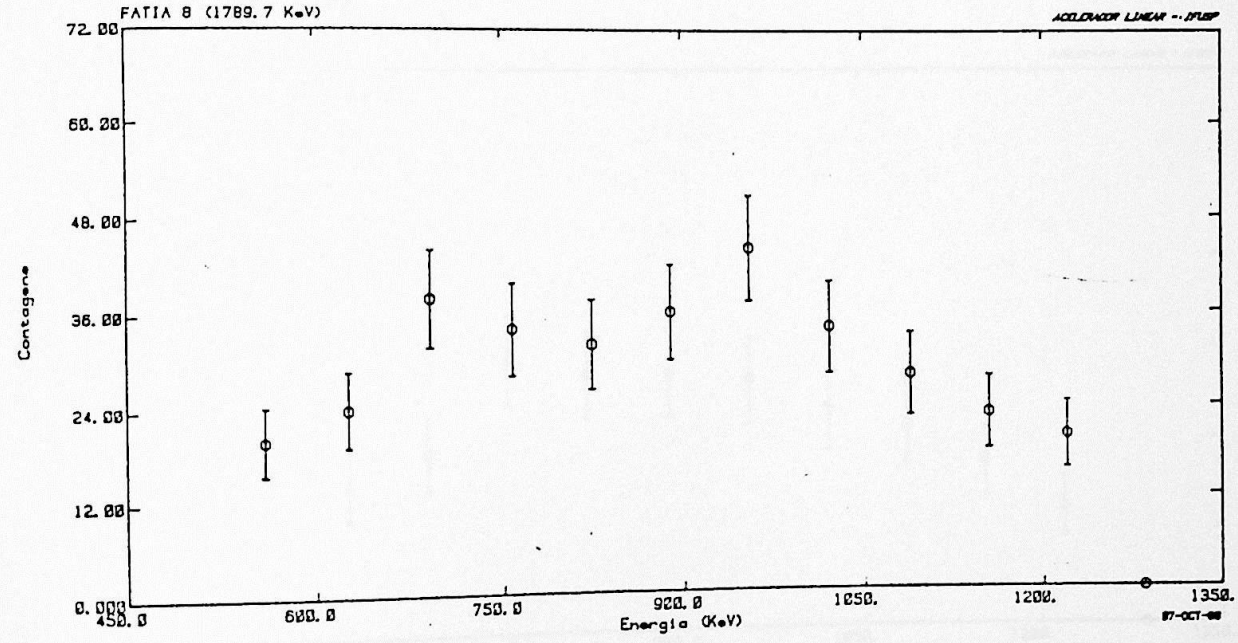


Fig. 36h F8: $E_{centroide}$ = 1789.7 keV

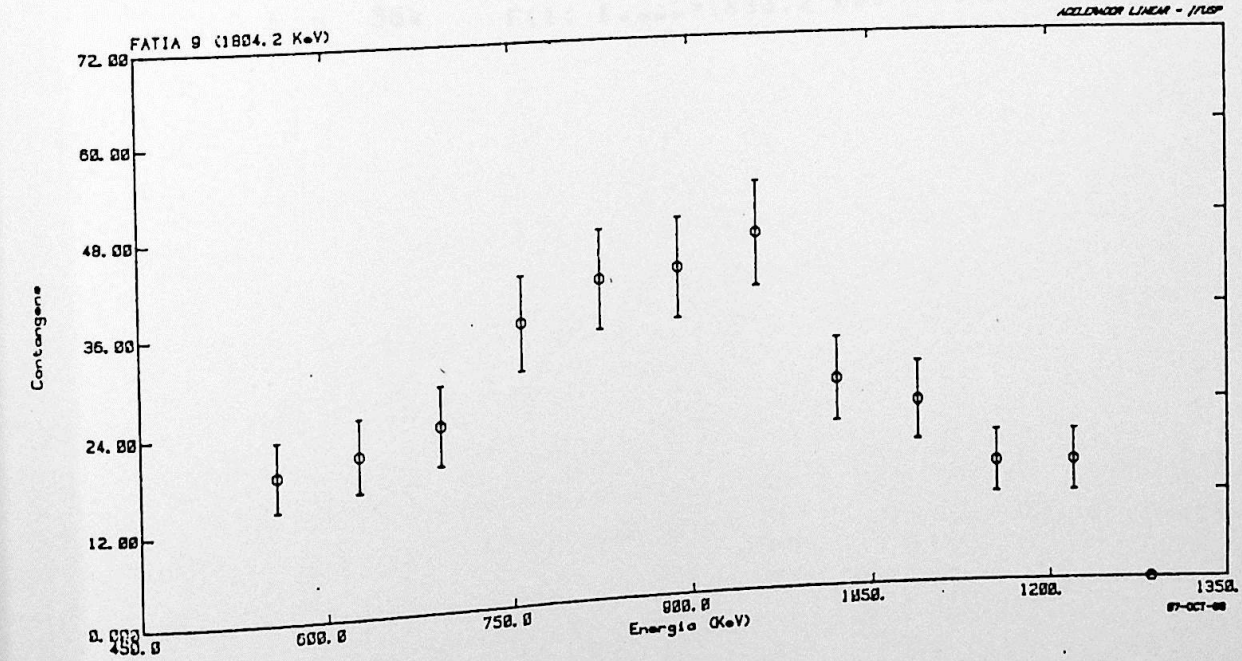


Fig. 36i F9: $E_{centroide}$ = 1804.2 keV

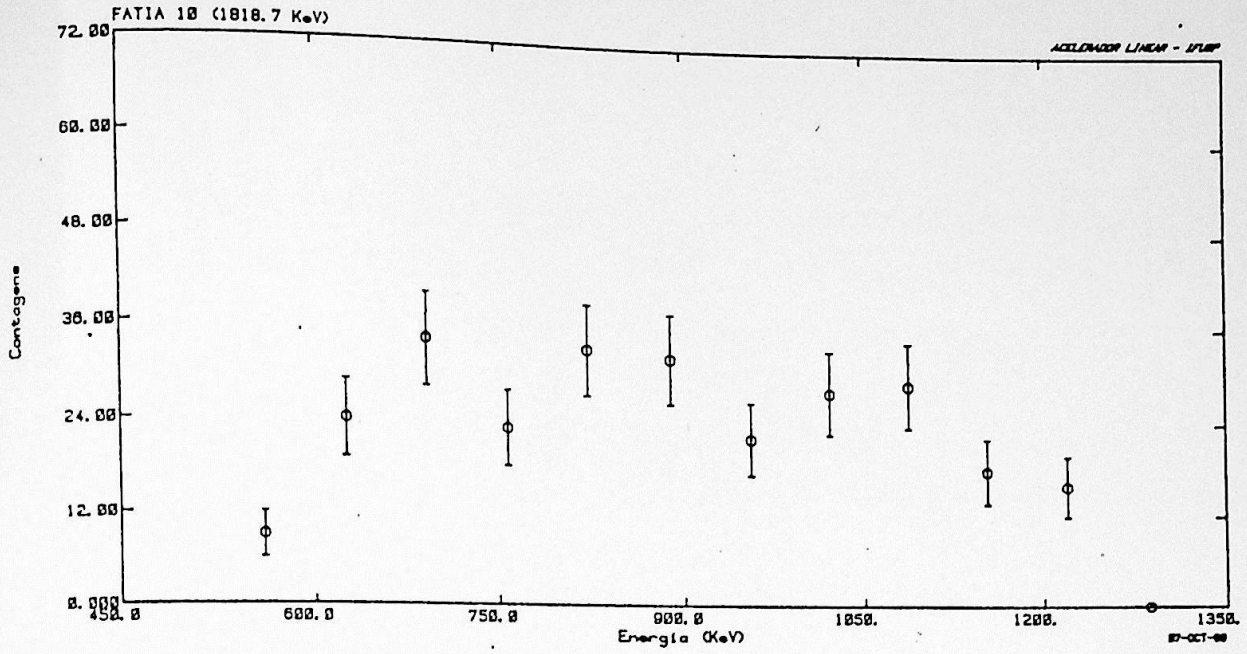


Fig. 36j F10: E_{momm}=1818.7 keV

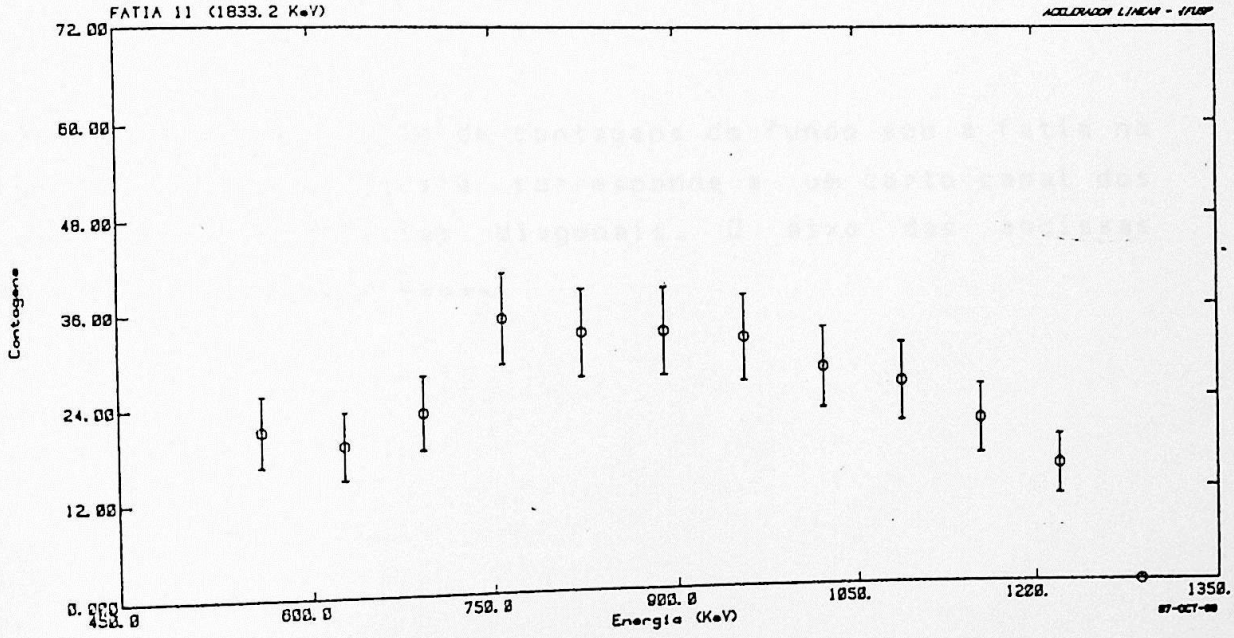


Fig. 36k F11: E_{momm}=1833.2 keV

Figuras 37a a 37k

Ajustes da distribuição de contagens de fundo sob a fatia na diagonal F6. Cada ajuste corresponde a um certo canal dos histogramas das fatias diagonais. O eixo das abcissas representa a energia E_{soma}.

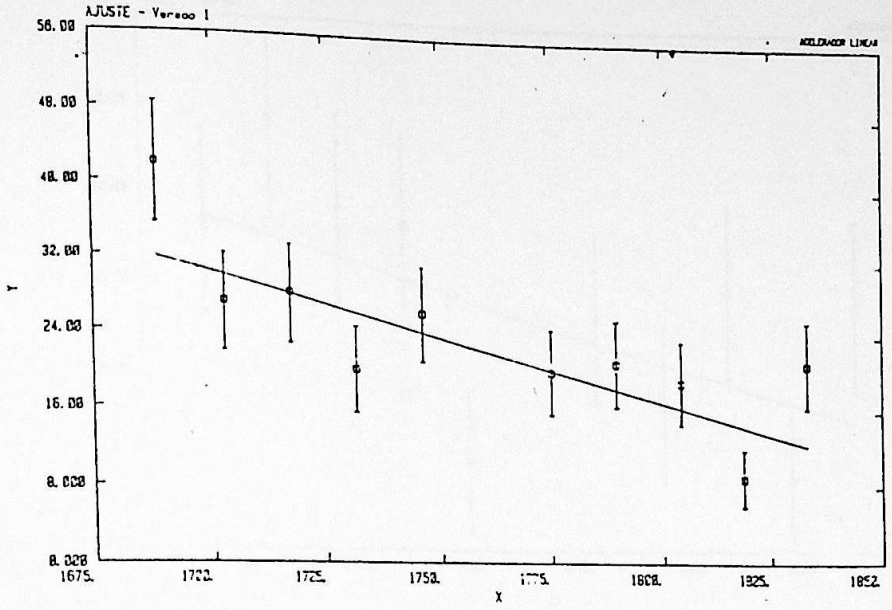


Fig. 37a C1: E_x=560 keV

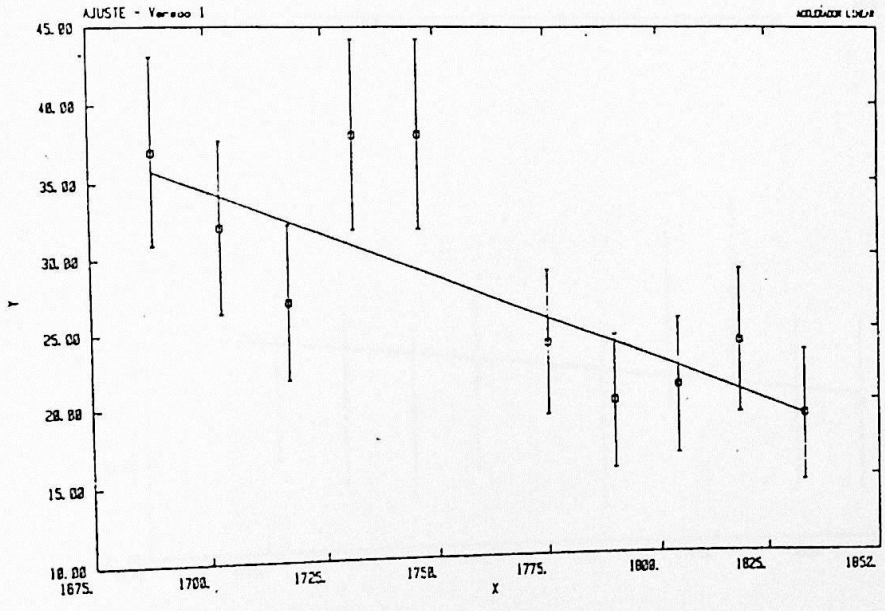


Fig. 37b C2: E_x=626 kev

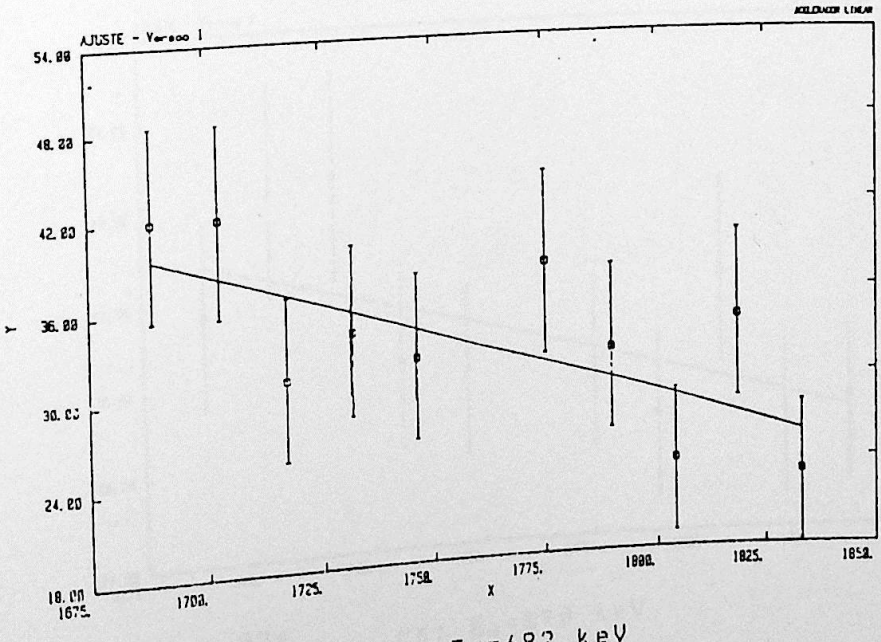


Fig. 37c C3: E_x=692 keV

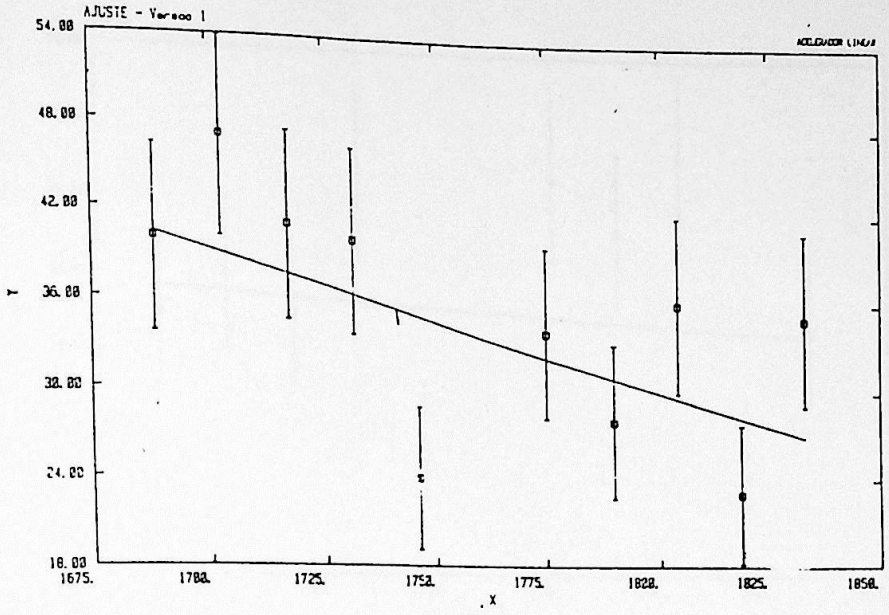


Fig. 37d C4: E_x=758 keV

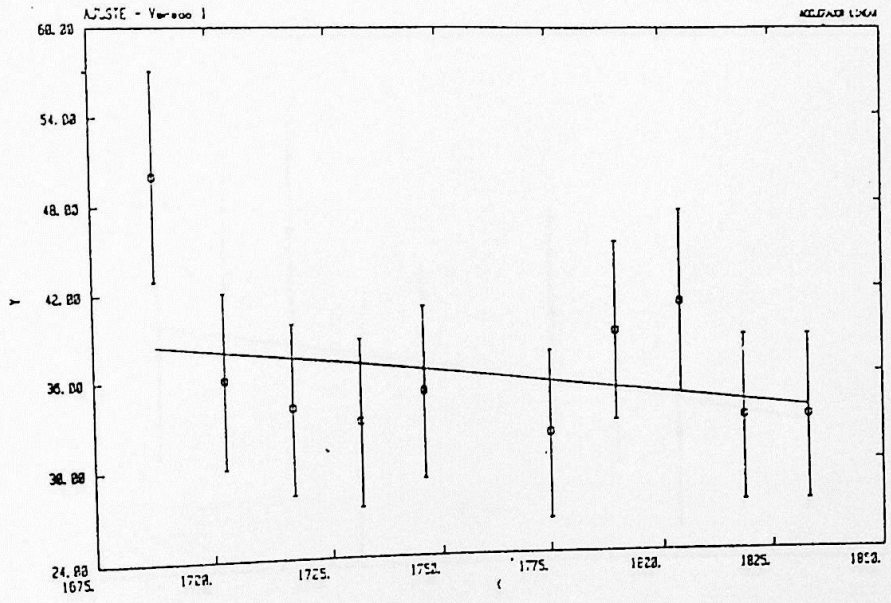


Fig. 37e C5: E_x=824 keV

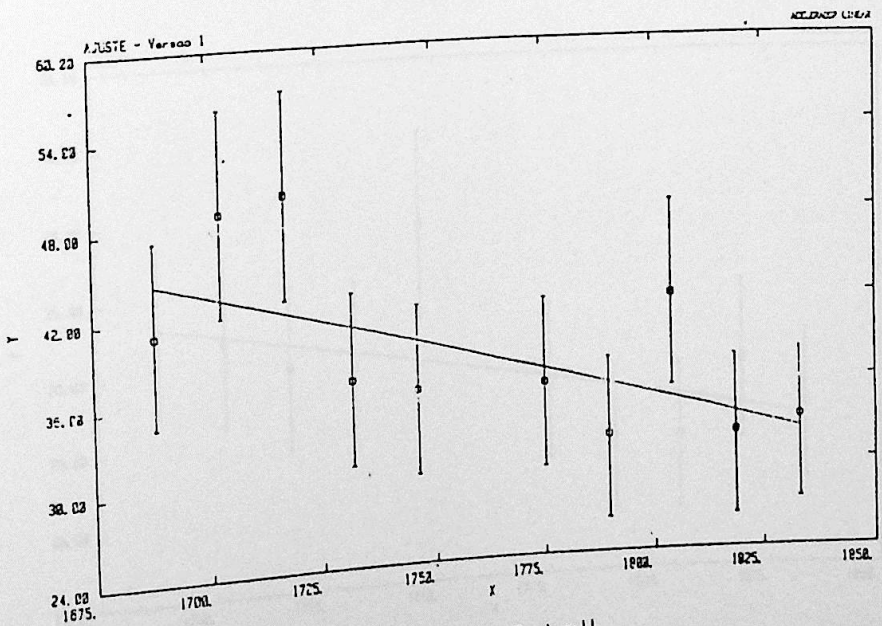


Fig. 37f C6: E_x=890 keV

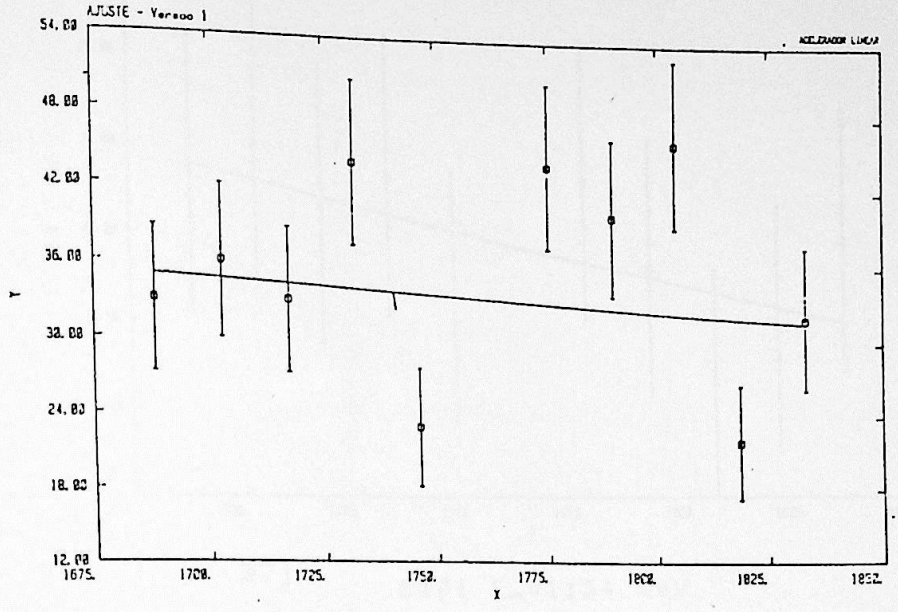


Fig. 37g C7: E_x=956 keV

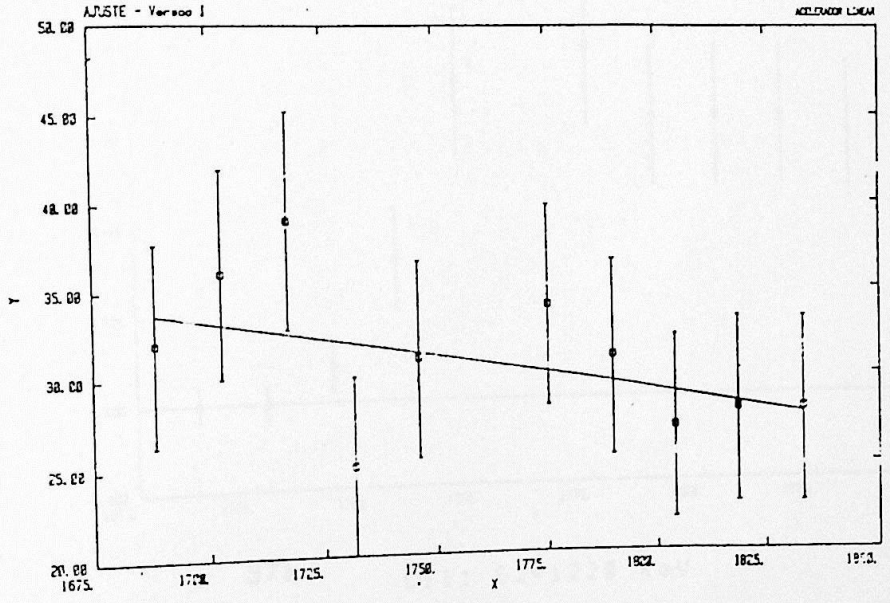


Fig. 37h C8: E_x=1022 keV

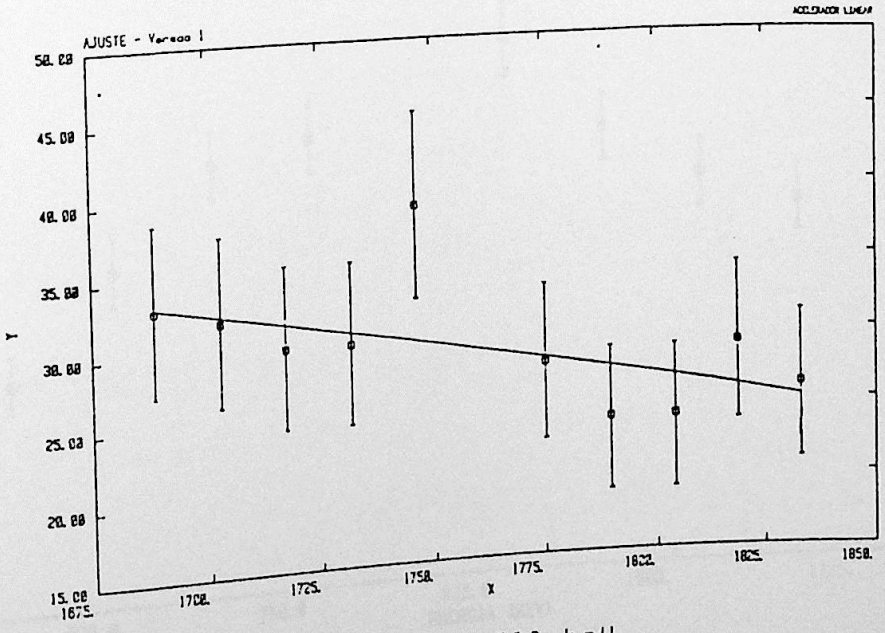


Fig. 37i C9: E_x=1088 keV

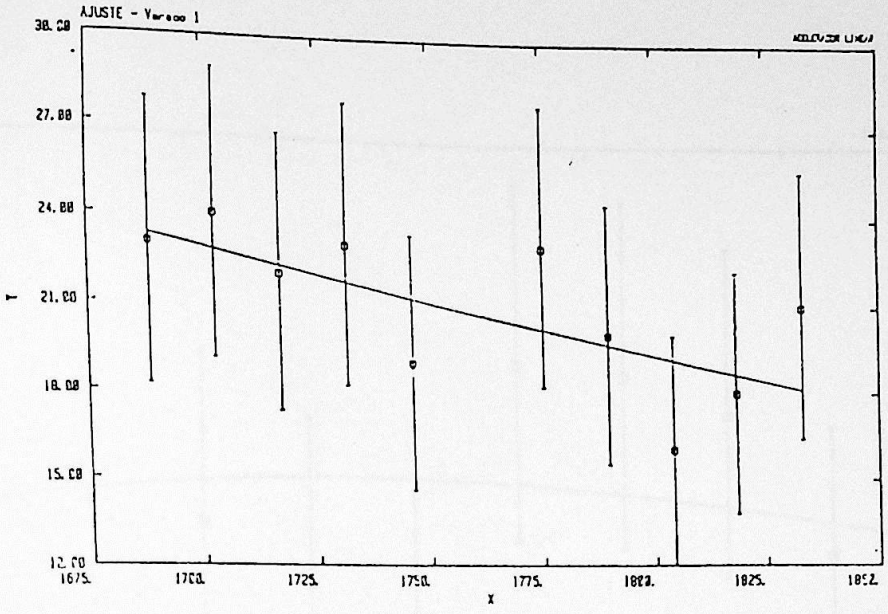


Fig. 37j C10: E_{γ}=1154 keV

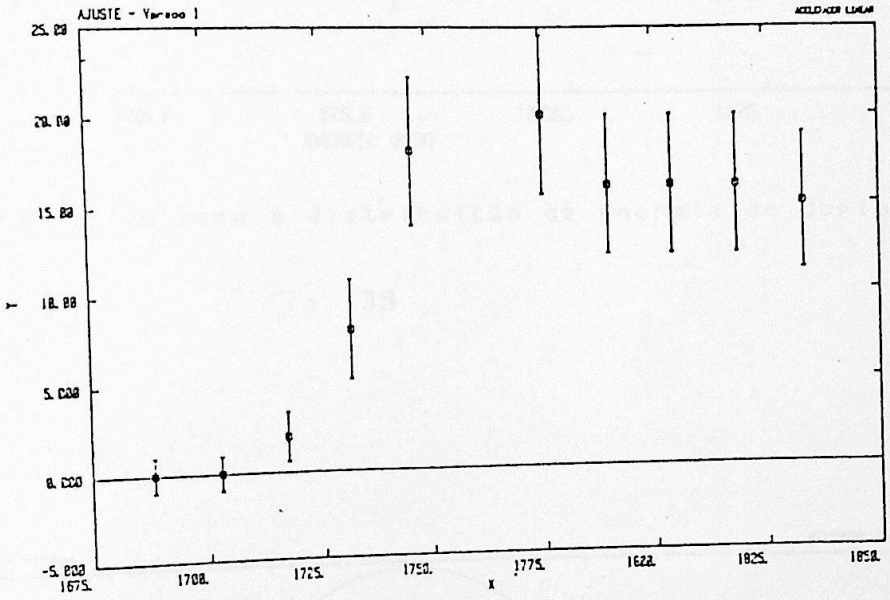


Fig. 37k C11: E_{γ}=1220 keV

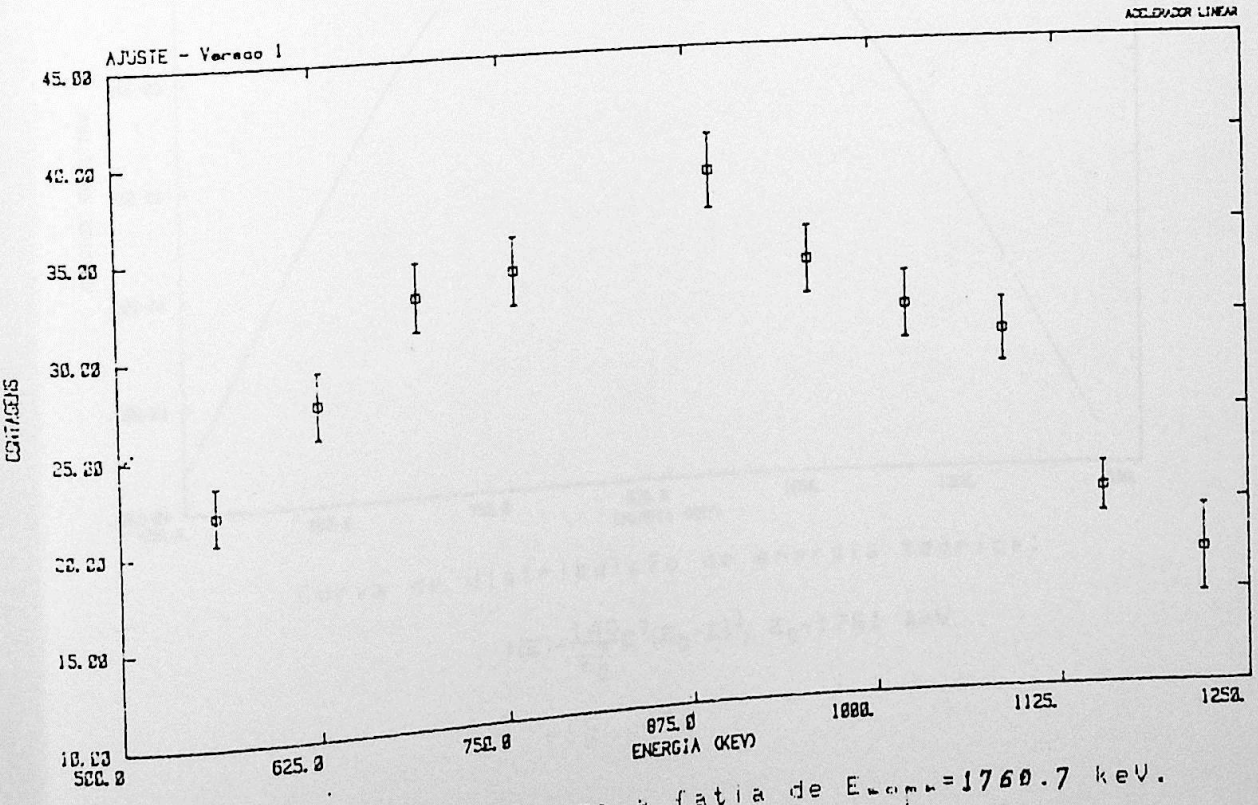
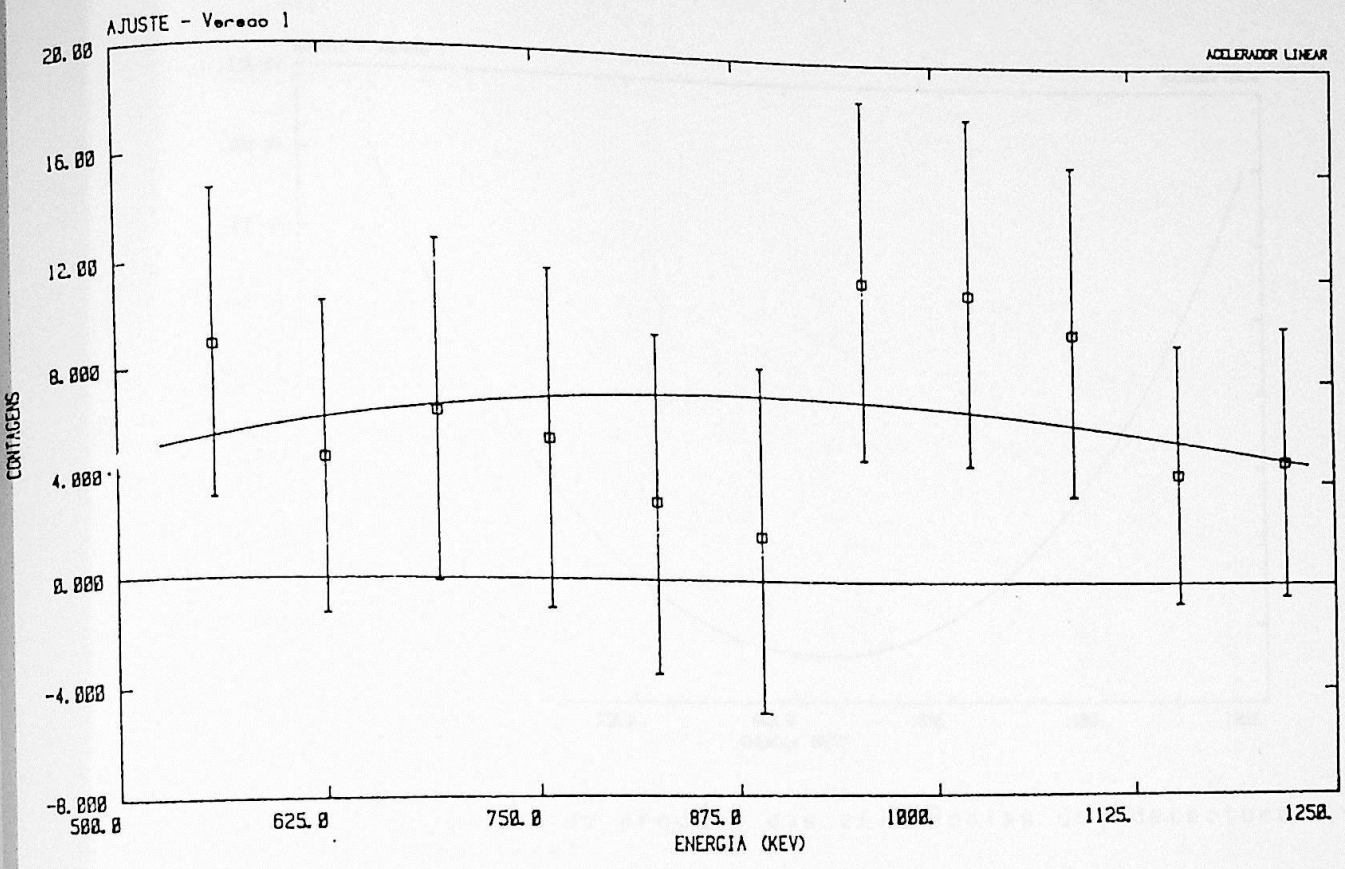
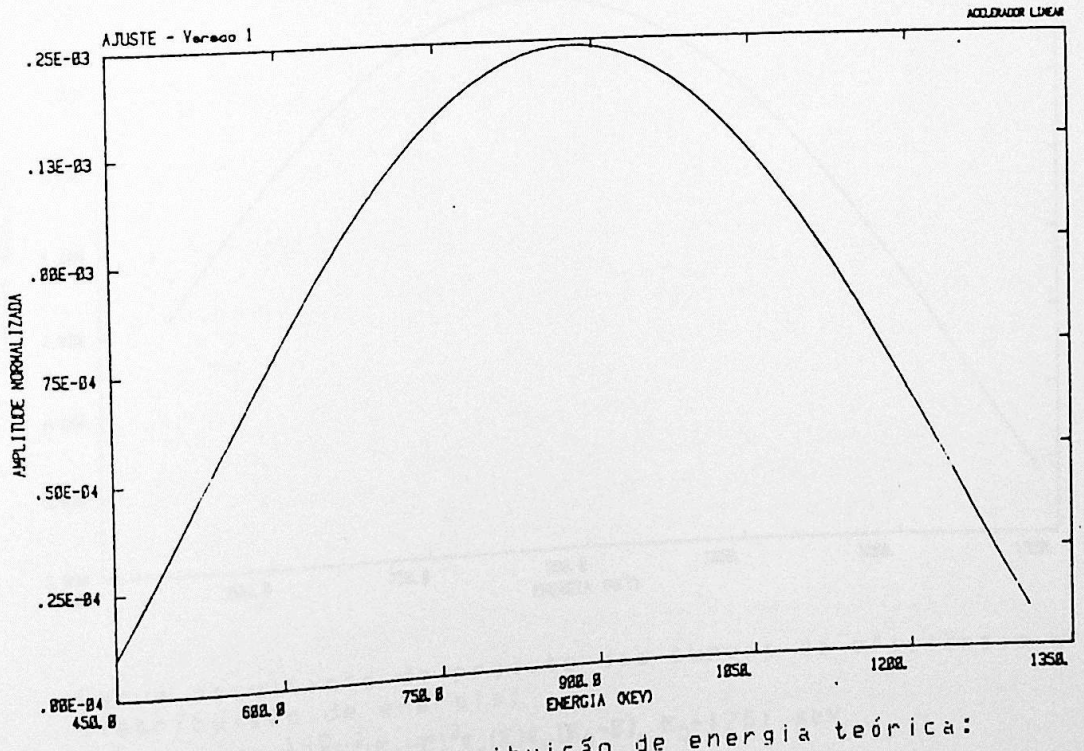


Fig. 38 Fundo ajustado para a fatia de E_{comp}=1760.7 keV.



Resultado obtido para a distribuição de energia do duplo gama.

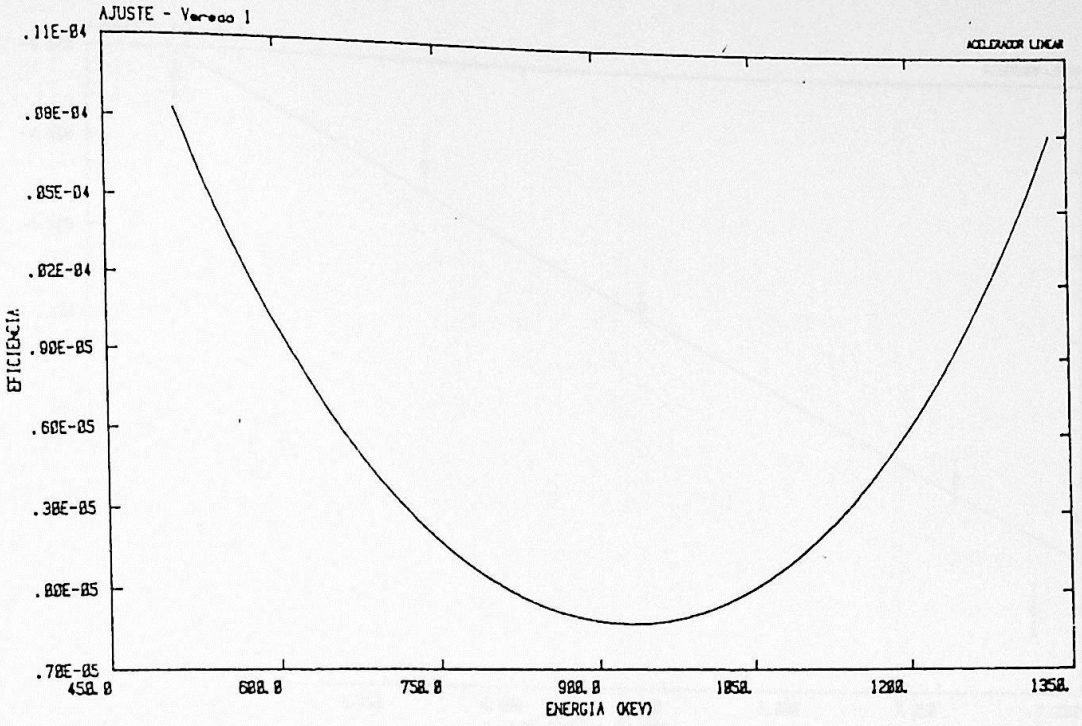
Fig. 39



Curva de distribuição de energia teórica:

$$f(E)=\frac{140}{E_0^7}E^3(E_0-E)^3,\ E_0=1761\ keV.$$

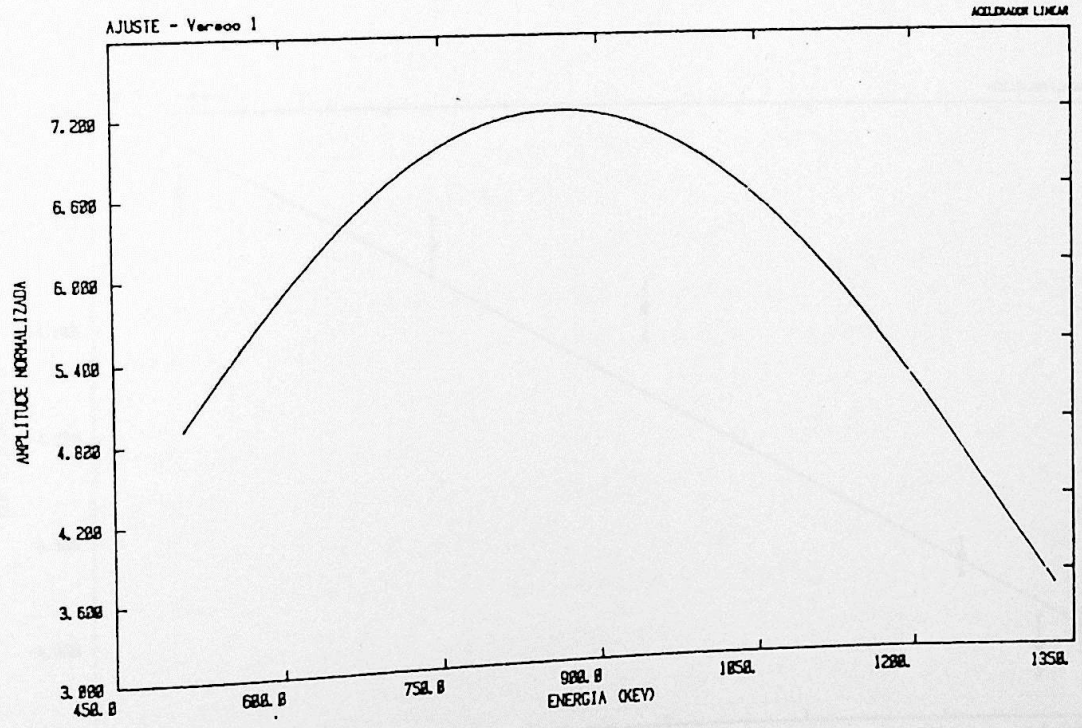
Fig. 41



Curva resultante do produto das eficiências dos detectores para o duplo gama:

$$f(E)=\varepsilon_x(E)\varepsilon_y(E_0-E),\ E_0=1761\ \text{keV}.$$

Fig. **41b**

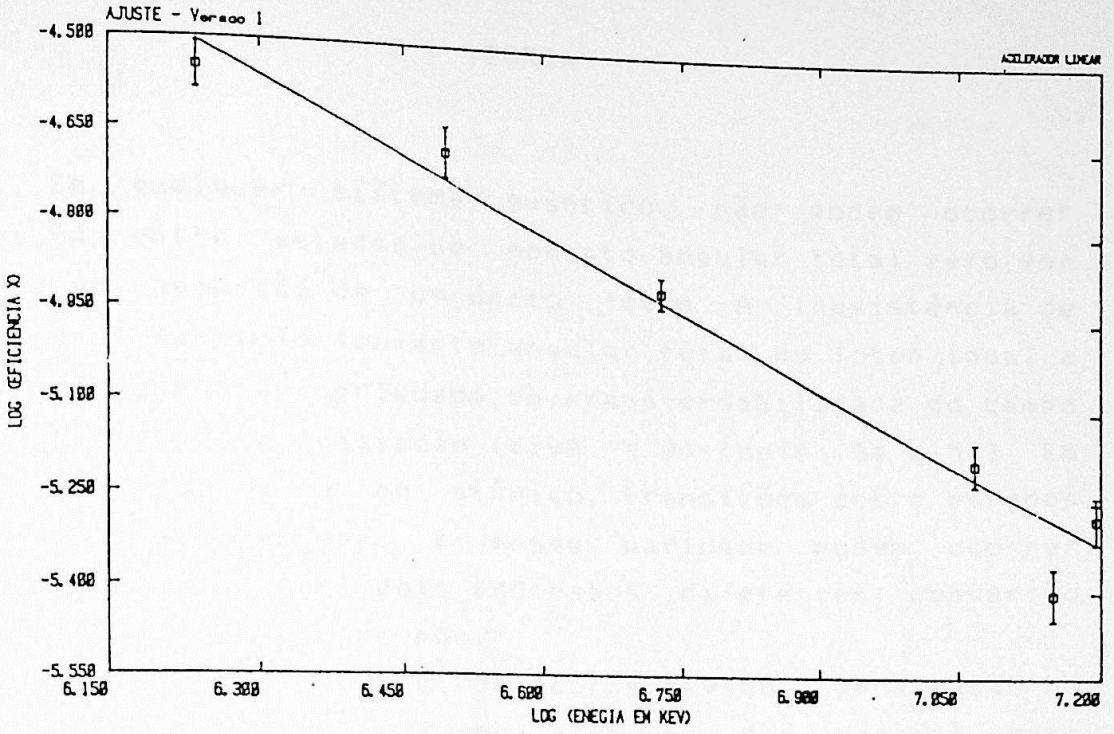


Curva resultante do produto das curvas de eficiência e de distribuição de energia:

$$f(E)=\frac{140}{E_0^7}E^3(E_0-E)^2\varepsilon_x(E)\varepsilon_y(E_0-E),\ E_0=1761\ \text{keV}.$$

(normalizada para 80 contagens)

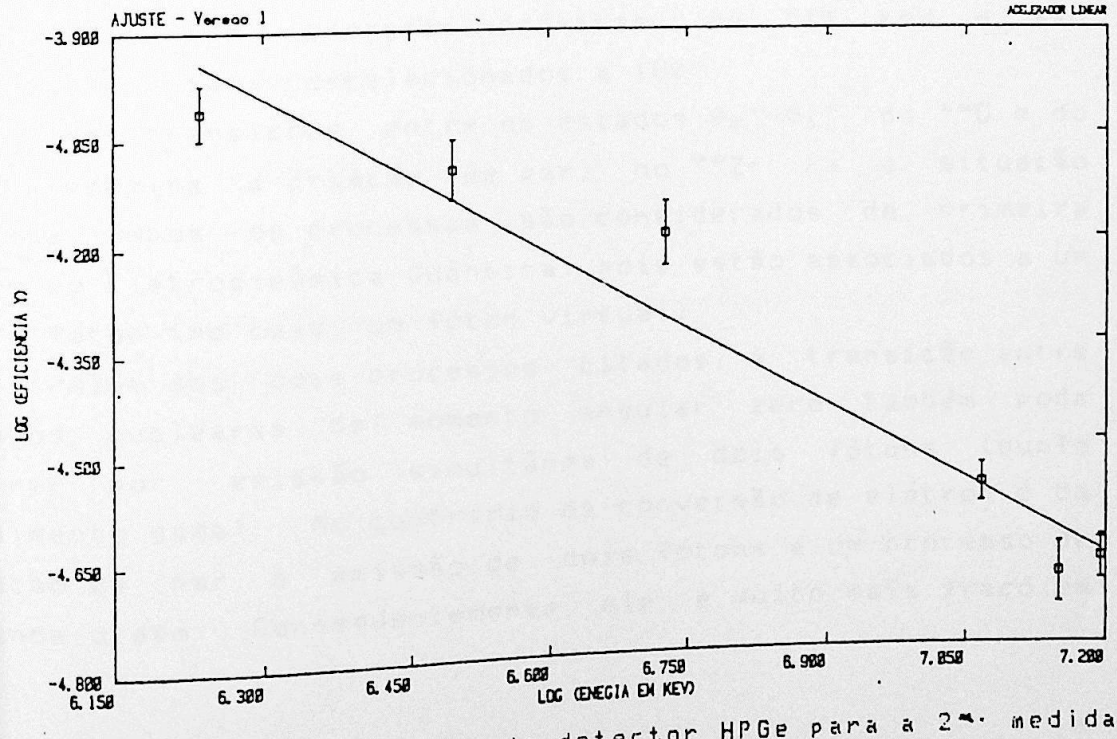
Fig. **41c**



Curva de eficiência do detector Ge(Li) para a 2ª. medida biparamétrica.

$$\varepsilon_x(E) = a_x E^{-b_x}$$

Fig. 4Da



Curva de eficiência do detector HPGe para a 2ª. medida biparamétrica.

$$\varepsilon_y(E) = a_y E^{-b_y}$$

Fig. 4Db

5 - TEORIA

Em qualquer sistema quântico, não podem ocorrer transições entre estados de momento angular total zero por emissão ou absorção de um único fóton. A inexistência de radiação de monopolo (momento angular total do fóton igual a zero) se deve à propriedade de transversabilidade do campo eletromagnético de radiação (divA = 0) (refs. 50 e 51). Em particular para o núcleo atômico, transições entre estados de momento angular zero e mesma paridade podem ocorrer preferencialmente por dois processos diferentes: conversão de elétron ou criação de par.

A conversão de elétron ocorre devido à penetração no núcleo da função de onda dos elétrons das camadas mais internas do átomo (principalmente K e L). Esse processo geralmente não depende da estrutura nuclear e é freqüente em decaimentos eletromagnéticos no núcleo.

A criação de par elétron-pósitron só pode ocorrer quando a energia disponível na transição é maior do que 1022 keV. A aniquilação do pósitron emitido é mais provável quando ele já está próximo do repouso (energia da ordem de alguns eV). Como conseqüência desse fato, os gamas de aniquilação têm energias próximas de 511 keV e são praticamente 100% correlacionados a 180°.

Nas transições entre os estados $0_2^+ - 0_1^+$ do ^{16}O e do ^{40}Ca predomina a criação de par; no ^{90}Zr há a situação inversa. Ambos os processos são considerados de primeira ordem em Eletrodinâmica Quântica, pois estão associados a um único fóton (no caso, um fóton virtual).

Além dos dois processos citados, a transição entre estados nucleares de momento angular zero também pode ocorrer por emissão simultânea de dois fótons (duplo decaimento gama). Ao contrário da conversão de elétron e da criação de par, a emissão de dois fótons é um processo de segunda ordem. Conseqüentemente, ele é muito mais fraco em

intensidade e acaba sendo também de difícil observação. Para entender melhor os mecanismos pelos quais há a emissão de dois fótons numa única transição, é necessário recordar alguns aspectos da teoria de perturbação dependente do tempo em primeira e segunda ordem aplicada à interação entre o campo eletromagnético e a matéria.

Para um sistema de partículas com carga elétrica e spin, a interação com o campo eletromagnético de radiação é usualmente representada pelo seguinte operador

$$(5\text{-}1) \qquad V_{int} = \sum_i \left[-\frac{e_i}{m_i c} A(r_i,t)\cdot p_i - \mu_i \cdot \mathrm{rot} A(r_i,t) + \frac{e_i^2}{2m_i c^2} A^2(r_i,t) \right],$$

onde e_i e m_i são a carga elétrica e a massa da i-ésima partícula, os operadores r_i, p_i e μ_i representam, respectivamente, a posição, o momento linear e o momento magnético da i-ésima partícula; o operador A representa o potencial vetor. A expressão 5-1 é válida dentro de uma aproximação não-relativística e no gauge de Coulomb (divA = 0 e $A_\varphi = 0$, onde A_φ é o potencial escalar). Quando o sistema de partículas é um núcleo atômico, essa aproximação é bastante boa. Os neutrons, apesar de não possuirem carga elétrica, contribuem para a interação através do seu momento magnético.

Para estudar as transições desse sistema de partículas por emissão ou absorção de fótons, devemos recorrer à descrição do campo eletromagnético através da segunda quantização (apêndice C). Nessa descrição, os estados do campo eletromagnético diferem entre si pelo número de fótons encontrados em cada modo $k\lambda$, onde k é um vetor de onda e λ um vetor de polarização. Os operadores que atuam sobre o espaço dos fótons criam ou aniquilam fótons, alterando o estado do campo eletromagnético. Na expressão 5-1 os operadores que devem agir sobre o espaço dos fótons são A(r,t) e $A^2(r,t)$. As expressões desses operadores em termos

dos operadores de aniquilação e criação podem ser vistas no apêndice C.

Em teoria de perturbação de primeira ordem (apêndice B) o operador $A(r,t)$ é responsável por interações em que um único fóton é emitido ou absorvido, enquanto que o operador $A^2(r,t)$ é responsável por interações em que dois fótons são simultaneamente emitidos ou absorvidos. Em geral, quando uma transição pode ocorrer por um único fóton, não se considera, a possibilidade dela também ocorrer por dois fótons. Isso acontece porque o processo de emissão ou absorção de um único fóton, quando permitido, é muito mais provável que o processo envolvendo dois fótons. No trabalho de Grechukhin (ref. 25), é feito um cálculo meticuloso para a razão entre as taxas de transição relativas a cada um dos dois processos e o resultado é da ordem de 10^{-5}.

Entretanto, há situações em que a transição por dois fótons é importante simplesmente porque o elemento de matriz do operador de interação de um único fóton é nulo (como nas transições entre estados nucleares 0^+). Nesse caso, não é só o termo de primeira ordem sobre o operador A^2 que contribui para a amplitude de transição, pois há também o termo de segunda ordem sobre o operador A.

Os primeiros trabalhos teóricos sobre o duplo decaimento gama no núcleo (refs. 22 a 35) somente consideravam no cálculo da amplitude de transição o termo em segunda ordem sobre A. Grechukhin (ref. 25), para justificar a utilização dessa aproximação, cita o trabalho de Eichler e Jacob (ref. 29, apêndice A), onde há uma estimativa da contribuições relativa dos dois termos para a probabilidade de transição. Em espalhamentos não-relativísticos geralmente ocorre o contrário, pois é o termo de primeira ordem sobre A^2 que domina a amplitude de espalhamento (ref. 49).

Mais recentemente, nos trabalhos de Eichler (ref. 36) e Friar (ref. 37), o tratamento adotado para o cálculo da amplitude de transição por duplo gama passou a levar em conta o termo de primeira ordem sobre A^2. Além disso, os

dois autores chamam a atenção para o fato de que o termo do hamiltoniano de interação (expressão 5-1) contendo o operador A^2 é resultado da aproximação não-relativística utilizada. A preservação de ambos os termos no cálculo é necessária para que a amplitude de transição seja invariante por transformações de gauge.

No apêndice B estão calculadas separadamente as amplitudes de transição de segunda ordem em A e de primeira ordem em A^2. Também no apêndice B estão os diagramas de Feynman que representam esses dois processos.

Como se trata de uma situação pouco comum no estudo das transições eletromagnéticas no núcleo, vale a pena discutir com um pouco mais de detalhes o processo de emissão de dois gamas. O termo de primeira ordem sobre o operador A^2 é responsável pela emissão simultânea de dois fótons sem a passagem por um estado nuclear intermediário. A interpretação que se dá para esse tipo de emissão é que ela está relacionada com a excitação de estados subnucleares de alta energia (refs. 37 e 38).

No caso das transições relacionadas com o termo de segunda ordem sobre o operador A, a situação é mais clara. Se o núcleo se encontra inicialmente no estado I, há a emissão de um primeiro fóton com energia $\hbar\omega_1$ e o núcleo passa para um estado intermediário M, a seguir, o núcleo emite um segundo fóton, com energia $\hbar\omega_2$, e passa para o estado final F. O estado intermediário é chamado normalmente de estado virtual, já que não há como determiná-lo diretamente. Esse tipo de emissão é mais interessante quando ocorre em núcleos de estados fundamental e primeiro excitado com spin 0^+: o estado virtual tem energia superior à do estado inicial (o primeiro excitado) e durante a emissão de cada um dos fótons não há conservação da energia (fig. 5-1). O estado virtual para transições por dois fótons entre estados 0^+ deve ter spin 1^- para fótons E1 ou 1^+ para fótons M1. Outras possibilidades para o spin do estado virtual não foram observadas até hoje (ref. 38) e podem ser desprezadas

devido à menor intensidade da emissão de fótons com multipolaridades mais altas.

Uma propriedade importante é que os fótons da dupla emissão têm distribuições contínuas de energia, mas a energia total do par é sempre igual à energia disponível na transição,

(5-2) $$E_I - E_F = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2,$$

A distribuição de energia de cada um dos fótons do duplo gama depende da multipolaridade das transições; para determiná-la é preciso considerar a expressão da taxa de transição por duplo gama por unidade de enegia e ângulo sólido. Seguindo a expressão B21 do apêndice B,

(5-3) $$dT_{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2} = d\Omega_1 d\Omega_2 d(\hbar\omega_1) d(\hbar\omega_2) \frac{(\hbar\omega_1)^2(\hbar\omega_2)^2}{(2\pi c\hbar)^6} L^6 [$$

$$\frac{2\pi}{\hbar} |M_{FI}(k_1\lambda_1 k_2\lambda_2)|^2 \delta(E_I - E_F - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2)],$$

onde os índices 1 e 2 se referem aos dois fótons emitidos e os índices I e F se referem aos estados inicial e final, respectivamente. $M_{FI}(k_1\lambda_1, k_2\lambda_2)$ representa o elemento de matriz do operador responsável pela transição.

O elemento de matriz do duplo gama sempre envolve termos proporcionais ao produto dos potenciais vetores relativos a cada um dos gamas ($A_{k\lambda}$). Na aproximação $kr \gg 1$ (grandes comprimentos de onda), o potencial vetor é proporcional à L-ésima potência da energia da radiação (ref. 25),

(5-4) $$A(L;\omega) \propto \omega^L,$$

onde L representa a multipolaridade da transição, independentemente de ser do tipo elétrico ou magnético. Assim, a partir das expressões 5-3 e 5-4 é possível

determinar a dependência da taxa de transição com as energias $\hbar w_1$ e $\hbar w_2$ para fótons E1 (dipólo elétrico),

$$(5\text{-}5) \qquad dT_{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2} \propto d\Omega_1 d\Omega_2 d(\hbar\omega_1) d(\hbar\omega_2) (\hbar\omega_1)^3 (\hbar\omega_2)^3.$$

A distribuição de energia no duplo gama é obtida extraindo-se da expressão 5-5 os termos relativos às energias dos fótons,

$$(5\text{-}6) \qquad f_{yy}(E_1,E_2) = C \times E_1^3 E_2^3.$$

onde $E_1=\hbar w_1$, $E_2=\hbar w_2$ e C é uma constante de normalização.

Para estabelecer a distribuição de energia de um dos fótons emitidos, é preciso lembrar que a soma das energias E_1 e E_2 é constante e igual à energia disponível na transição (expressão 5-2). A expressão que se obtem, já normalizada, é a seguinte

$$(5\text{-}7) \qquad f_{yy}(E) = \frac{140}{E_0^7} E^3 (E_0 - E)^3,$$

onde E representa a energia de um dos fótons e E_0 a energia disponível na transição.

6 - DISCUSSÃO SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS E CONCLUSÃO.

O duplo decaimento gama no ^{96}Zr foi observado e a sua intensidade em relação aos processos concorrentes foi determinada como sendo $W_{\gamma\gamma}/W_{tot}=(4,20+-0,71)\times10^{-4}$. Esse resultado é compatível com os valores obtidos por Asano e Wu (ref. 41) e Nakayama (ref. 47), mas está um pouco acima do valor obtido por Schirmer e colaboradores (ref. 42). Na tabela 4 são indicados esses valores, além do valor obtido neste trabalho. Os resultados de medidas mais antigas não foram relacionadas porque a maior parte deles é constituída de limites superiores, não havendo uma indicação suficientemente segura da observação do duplo gama. Este é o primeiro trabalho em que um pico correspondente ao duplo decaimento gama foi observado numa medida estática.

Um dos quatro valores utilizados no ajuste final de $W_{\gamma\gamma}/W_{tot}$ é incompatível com os outros três. Essa situação, confirmada pelo elevado χ^2 reduzido do ajuste, indica a provável existência de algum erro sistemático na medida.

Um aspecto crítico das medidas descritas neste trabalho é a falta de dados mais apropriados para a calibração de eficiência do sistema de detecção. Além disso, um outro fato problemático é a hipótese de fonte pontual no cálculo do fator de correção devido à correlação angular (apêndice A). Essa hipótese só é aceitável porque os valores médios de eficiência utilizados foram determinados a partir de dados obtidos para diferentes posicionamentos das fontes de calibração (tabelas 3a, 3b e 3c). Os eventuais erros sistemáticos que podem existir no resultado final devem ser creditados a um desses dois problemas.

Uma maneira de confirmar a observação do duplo gama é determinar a sua distribuição de energia. Neste trabalho a distribuição de energia obtida para o duplo gama não se mostrou incompatível com a hipótese de transições dipólo-dipólo (E1E1 ou M1M1), apesar da pequena estatística. Outro

dado que pode ajudar nessa confirmação é a correlação angular entre os gamas. O maior impecilho na determinação da correlação angular em medidas estáticas do duplo gama é a baixa taxa de eventos. Os dados existentes na literatura se devem a uma experiência realizada num sistema de detectores NaI(Tl) de 4π ("crystal ball") com o estado 0_{II}^{+} do ^{90}Zr sendo alimentado através de uma reação (p,p') (ref. 42).

O principal interesse em se estudar o duplo decaimento gama no ^{90}Zr e nos isótopos ^{16}O e ^{40}Ca é tentar aumentar o conhecimento que se tem sobre a estrutura dos estados nucleares 0^{+} de baixa energia (refs. 35, 41 e 42). Além disso, no trabalho de Kramp e colaboradores (ref. 38), é apontada também a possibilidade de se poder esclarecer alguns aspectos sobre o papel desempenhado pelos graus de liberdade subnucleares.

7 - REFERÊNCIAS.

1) C. M. Lederer e V. S. Shirely, Table of Isotopes (John Wiley & Sons, New York, 1978), 7ª. ed.

2) M. Göppert-Mayer, Naturwiss. 17 (1929) 932.

3) M. Göppert-Mayer, Ann. der Phys. 9 (1931) 273.

4) G. Breit e E. Teller, Astrophys. J. 91 (1940) 215.

5) L. Spitzer e J. L. Greenstein, Astrophys. J. 114 (1951) 407

6) J. Shapiro e G. Breit, Phys. Rev. 113 (1959) 179

7) V. W. Hughes e L. Grabner, Phys. Rev. 79 (1950) 314.

8) E. B. Rawson e R. Beringer, Phys. Rev. 88 (1952) 677.

9) P. Kusch, Phys. Rev. 93 (1954) 1022.

10) R. Braustein e J. W. Trischka 98 (1955) 1092.

11) V. W. Hughes e J. S. Geiger, Phys. Rev. 99 (1955) 1842.

12) R. C. Elton et al., Phys. Rev. Letters. 20 (1968) 783.

13) R. S. Van Dick, Jr. et al., Phys. Rev. Letters 25 (1970) 1403

14) M. H. Prior e H. A. Shugart, Phys. Rev. Letters 27 (1971) 902.

15) R. Marrus e R.W. Schmieder, Phys. Rev. A5 (1972) 1160.

16) M. H. Prior, Phys. Rev. Letters. 29 (1972) 611.

17) C. A. Kocher et al., Phys. Rev. Letters. 29 (1972) 615

18) C. L. Cocke et al., Phys. Rev. A9 (1974) 2242.

19) S. Klarsfeld, Nuovo Cim. Letters 1 (1969) 682.

20) S. Klarsfeld, Phys. Letters 30A (1969) 382.

21) W. R. Johnson, Phys. Rev. Letters 29 (1972), 1123.

22) J. K. Oppenheimer e J. S. Schwinger, Phys. Rev. **56** (1939) 1066.

23) R. G. Sachs, Phys. Rev., **57** (1940) 194.

24) D. P. Grechukhin, Sov. Phys -JETP **5** (1957) 846.

25) D. P. Grechukhin, Nucl. Phys. **35** (1962) 98.

26) D. P. Grechukhin, Nucl. Phys. **47** (1963) 273.

27) D. P. Grechukhin, Nucl. Phys. **62** (1965) 273.

28) R. G. Sachs e N. Austern, Phys. Rev. **81** (1951)705.

29) J. Eichler e G. Jacob, Z. für Phys. **160** (1960) 333.

30) J. Eichler, Z. Phys. **160** (1960) 333.

31) B. Margolis, Nucl. Phys. **28** (1961) 524.

32) J. Yoccoz, J. Phys. Rad. **22** (1961) 685.

33) G. F. Bertsch, Phys. Letters **21** (1966) 70.

34) G. Sutter, Ann. Phys. (Paris) **8** (1963) 323.

35) G. F. Bertsch, Part. Nucl. **4** (1972) 237.

36) J. Eichler, Phys. Rev. **A9** (1974) 1762.

37) J. L. Friar, Ann. of Phys., **95** (1975) 170.

38) J. Kramp et al., Nucl. Phys. **A474** (1987) 412.

39) T. Alväger e H. Ryde, Phys. Rev. Letters **4** (1960) 363.

40) E. Beardsworth et al., Phys. Rev. **C8** (1973) 216.

41) Y. Asano e C. S. Wu, Nucl. Phys. **A215** (1973) 557.

42) J. Schirmer et al., Phys. Rev. Letters **53** (1984) 1897.

43) A. M. S. Scardino, dissertação de mestrado, IFUSP, 1987.

44) A. M. P. Passaro, dissertação de mestrado, IFUSP, 1987.

45) M. T. F. da Cruz, tese de doutorado, IFUSP, 1987.

46) A. Passaro, dissertação de mestrado, IFUSP, 1988.

47) Y. Nakayama, Phys. Rev. **C7** (1973) 322.

48) Nuclear Data Sheets, 16(1) (1975) 83.

49) G. Bayn, Lectures on Quantum Mechanics (Benjamin Cummings, Reading, Massachusetts), 1ª. ed., cap. 13.

50) G. Bayn,Lectures on Quantum Mechanics (Benjamin Cummings, Reading, Massachusetts), 1ª. ed., cap. 17, pág. 378.

51) J. D. Jackson, Classical Electrodynamics (Wiley Eastern, New Delhi), 2ª. ed., sec. 9.2.

TABELA 1

Resultados de uma medida de eficiência para os detectores Ge(Li) e HPGe nas mesmas condições de geometria utilizadas na segunda medida biparamétrica.

		eficiência (%)	
isótopo	energia (keV)	detector Ge(Li)	detector HPGe
Na^{22}	511,0	0,89(5)	1,58(9)
Cs^{137}	661,7	0,89(5)	1,23(7)
Co^{60}	1173,2	0,52(2)	0,75(3)
Co^{60}	1332,5	0,44(2)	0,62(2)

TABELA 2

Resultados de uma medida biparamétrica de eficiência do sistema de detecção para uma fonte de Na^{22} com 1,8 μCi de atividade. As condições são as mesmas da segunda medida biparamétrica do duplo gama.

energia (keV)		
detector Ge(Li)	detector HPGe	eficiência
1274,5	511,0	$9,1(6)\times10^{-5}$
511,0	1274,5	$11,4(7)\times10^{-4}$
511,0	511,0	$2,0(8)\times10^{-3}$

TABELA 3a

Resultados para uma medida de eficiência dos detectores Ge(Li) e HPGe com as fontes colocadas dentro do cilindro de chumbo e na posição 1 (embaixo, fig. 21).

		eficiência (%)	
isótopo	energia (keV)	detector Ge(Li)	detector HPGe
Mn^{54}	834,8	0,75(3)	1,38(11)
Na^{22}	511,0	2,12(12)	3,26(18)
Na^{22}	1274,5	0,46(3)	0,85(5)
Cs^{137}	661,7	0,92(5)	1,46(9)
Co^{60}	1173,2	0,54(3)	0,99(4)
Co^{60}	1332,5	0,48(1)	0,87(4)

TABELA 3b

Resultados para uma medida de eficiência dos detectores Ge(Li) e HPGe com as fontes colocadas dentro do cilindro de chumbo e na posição 2 (no meio, fig. 21).

		eficiência (%)	
isótopo	energia (keV)	detector Ge(Li)	detector HPGe
Mn^{54}	834,8	0,73(3)	1,63(7)
Na^{22}	511,0	2,10(11)	3,97(21)
Na^{22}	1274,5	0,44(3)	0,96(6)
Cs^{137}	661,7	0,94(6)	1,86(11)
Co^{60}	1173,2	0,58(3)	1,08(4)
Co^{60}	1332,5	0,53(3)	0,99(4)

TABELA 3c

Resultados para uma medida de eficiência dos detectores Ge(Li) e HPGe com as fontes colocadas dentro do cilindro de chumbo e na posição 2 (em cima, fig. 21).

		eficiência (%)	
isótopo	energia (keV)	detector Ge(Li)	detector HPGe
Mn^{54}	834,8	0,58(3)	1,25(5)
Na^{22}	511,0	1,64(9)	2,99(16)
Na^{22}	1274,5	0,37(2)	0,81(5)
Cs^{137}	661,7	0,72(4)	1,34(8)
Co^{60}	1173,2	0,43(1)	0,80(4)
Co^{60}	1332,5	0,38(2)	0,71(3)

TABELA 4

Resulatados mais recentes para a razão de ramificação do duplo gama entre os estado $0_2^+-0_1^+$ do ^{90}Zr, $W_{\gamma\gamma}/W_{tot}$.

referência	autores	$W_{\gamma\gamma}/W_{tot}$
47	Nakayama (1972)	$5,1(2,5)\times10^{-4}$
41	Asano e Wu (1973)	$3,17(77)\times10^{-4}$
42	Schirmer *et al.* (1984)	$1,8(2)\times10^{-4}$
	este trabalho	$4,20(71)\times10^{-4}$

Apêndice A - Correção de eficiência devido à correlação angular.

Para levar em conta a correlação angular no cálculo da intensidade do duplo gama é necessário determinar um fator de correção. Esse fator depende não só do aspecto funcional da correlação angular, mas também da geometria utilizada na medida.

Na expressão abaixo é mostrada a maneira exata de se calcular a eficiência de detecção numa medida de coincidência genérica.

$$\epsilon(E_1,E_2) = \frac{\int\int d\Omega_1 d\Omega_2 \varepsilon_1(E_1,\theta_1)\varepsilon_1(E_2,\theta_2)F(\theta)}{16\pi^2} \qquad (A1)$$

As funções ϵ_1 e ϵ_2 representam as eficiências intrínsecas dos detectores. E_1 e E_2 são as energias dos gamas coincidentes em tempo e θ_1 e θ_2 são os ângulos polares (fig. A1). $F(\Theta)$ é a função de correlação angular e Θ é o ângulo relativo entre os gamas. As integrais são calculadas sobre o volume dos detectores.

Na expressão A1 está implícita a hipótese de simetria cilíndrica e de fonte pontual.

Como é extremamente difícil determinar as eficiências intrínsecas dos detectores, é necessário recorrer a aproximações. A ordem das aproximações varia de acordo com a necessidade: dados muito precisos requerem correções mais precisas e, conseqüentemente, aproximações de várias ordens.

No caso do duplo decaimento gama, a incerteza nas taxas de eventos nunca foi menor do que 20%. Esse valor é alto o suficiente para que seja possível utilizar uma aproximação bastante simples sem prejuízo da exatidão do resultado final.

Em primeiro lugar, supõe-se que as curvas de eficiência intrínsecas possam ser substituídas por valores

médios que não dependam dos ângulos polares Θ_1 e Θ_2. Esses valores médios são determinados atráves de medidas de calibração de eficiência feitas independentemente para cada detector, mas nas mesmas condições de geometria que a medida de coincidência. Os valores de eficiência medidos devem ser divididos pelo ângulo sólido do detector correspondente para se tornarem valores específicos.

Como conseqüência dessa aproximação, é necessário estabelecer os limites do ângulo sólido dos detectores visto pela fonte. Os limites são determinados a partir da secções transversais dos detectores a meia profundidade (fig. A2).

Para efeitos de detecção, o duplo gama é equivalente a uma cascata gama E1E1. A função de correlação angular para esse tipo de emissão é igual a

(A2) $$F(\theta) = A(1+\cos^2\theta).$$

O ângulo Θ pode ser escrito em função dos ângulos polares Θ_1 e Θ_2 e dos ângulos azimutais ϕ_1 e ϕ_2,

(A3) $$\cos\theta = \mathrm{sen}\theta_1\mathrm{sen}\theta_2\cos(\Phi_1-\Phi_2) + \cos\theta_1\cos\theta_2.$$

A constante A da função de correlação pode ser determinada a partir da seguinte condição de normalização

(A4) $$\int\int d\Omega_1 d\Omega_2 F(\theta) = 16\pi^2,$$

onde as integrais são calculadas sobre todo o espaço. Para $F(\theta)$ igual ao da expressão A2, o valor de A é 1/2.

A expressão para a eficiência de detecção do duplo gama é, então

(A5) $$\varepsilon(E_1,E_2) = \frac{\overline{\varepsilon_1(E_1)}\,\overline{\varepsilon_2(E_2)}}{\int\int d\Omega_1 d\Omega_2}\int\int d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{(1+\cos^2\theta)}{2}$$

com as integrais sendo calculadas sobre o volume dos detectores.

Toda a informação sobre a correlação angular está na integral da função $F(\Theta)$. Assim, podemos retirar da expressão A5 um fator que determine a correção na eficiência medida devido à correlação angular do duplo gama,

(A5) $$f_{correl.} = \int\int d\Omega_1 d\Omega_2 F(\theta)$$

A partir da figura A2 podemos calcular $f_{correl.}$ para as geometrias utilizadas nas medidas do duplo gama. As medidas uniparamétricas e a primeira medida biparamétrica tinham em comum um valor de d aproximadamente igual a 35 mm; na segunda medida biparamétrica os detectores foram aproximados até que d fosse igual a 20 mm. Na tabela abaixo são mostrados os resultados dos cálculos dos coeficientes de coreeção para os dois valores de d.

d (mm)	α	β	γ	$f_{correl.}$
35	$5,5^\circ$	$28,0^\circ$	$28,0^\circ$	0,966
20	$5,5^\circ$	$32,5^\circ$	$28,5^\circ$	0,960

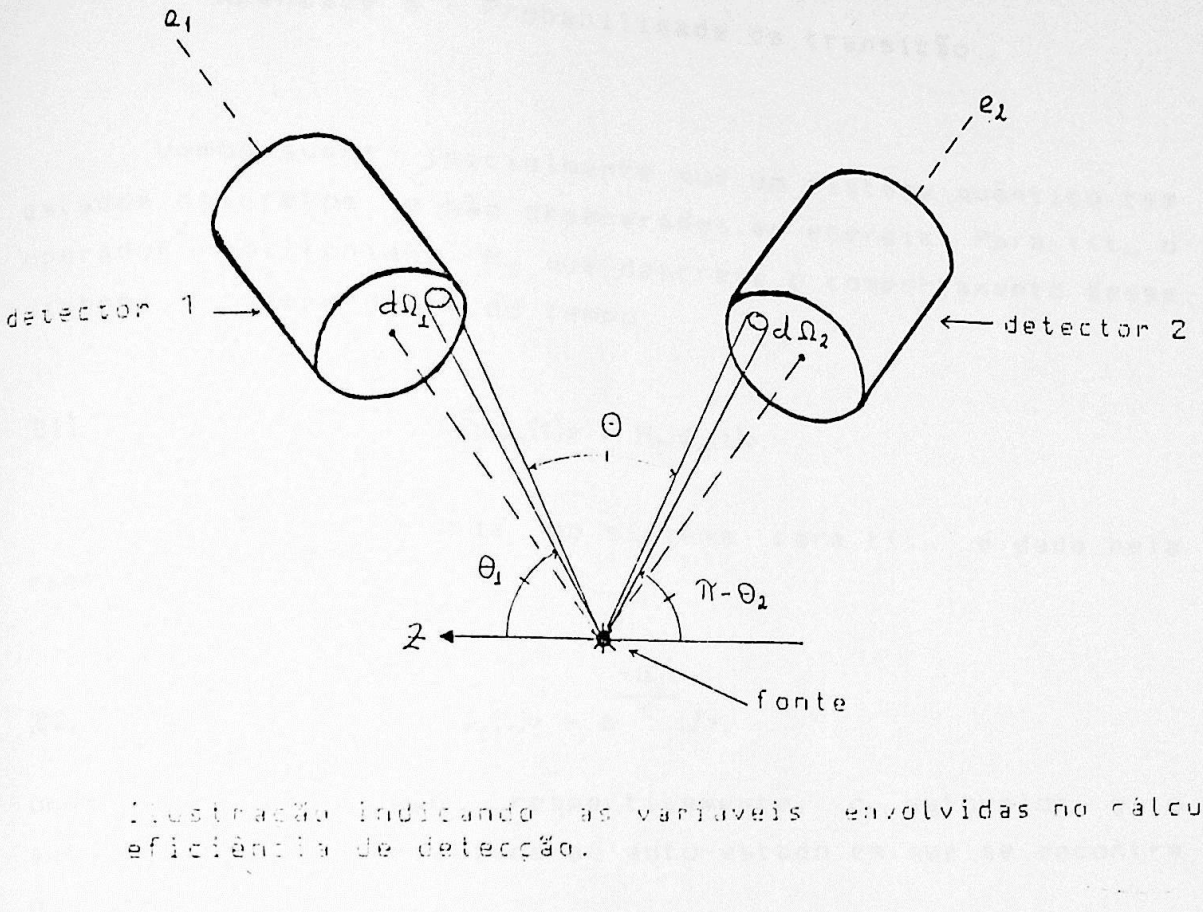
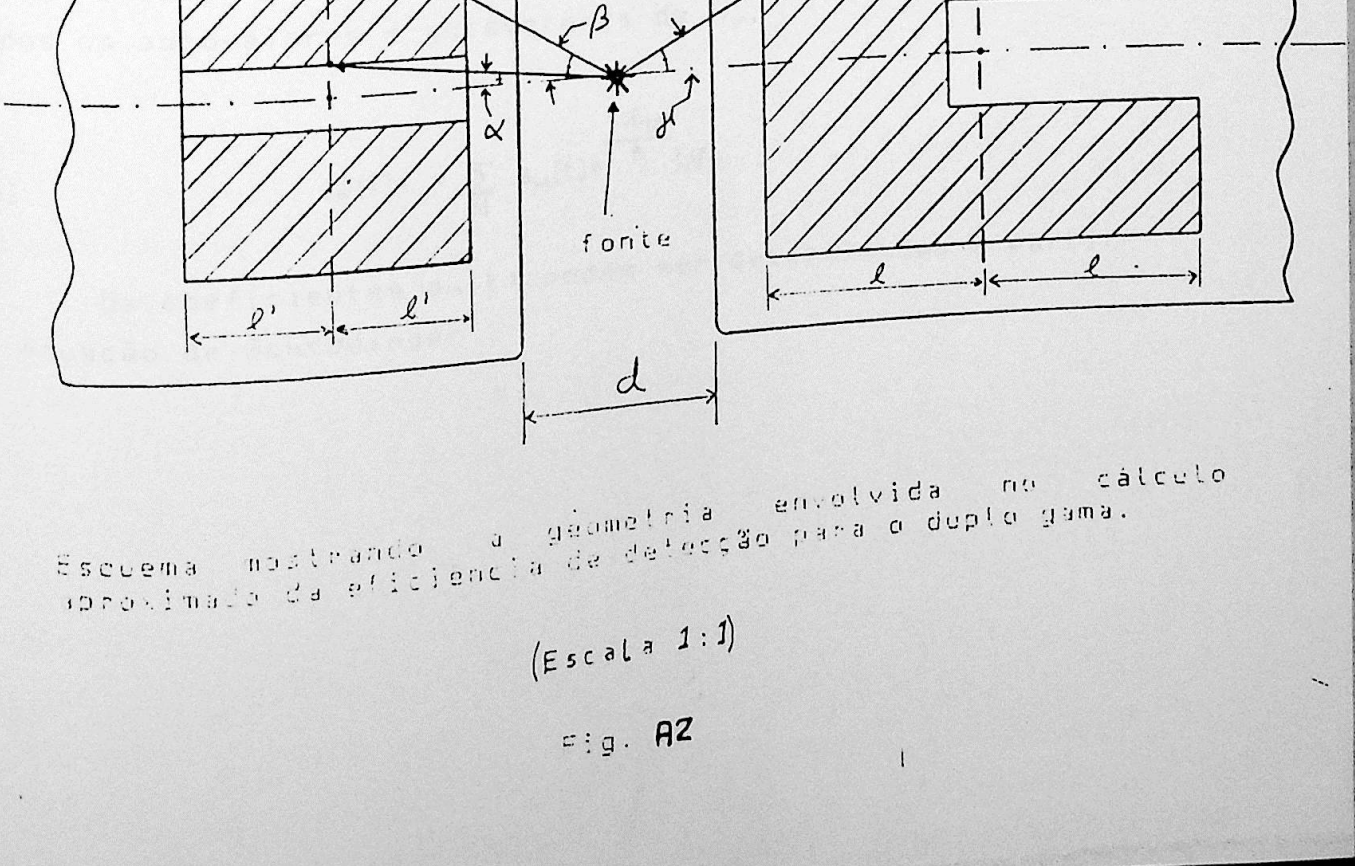


Ilustração indicando as variáveis envolvidas no cálculo da eficiência de detecção.

Fig. A1



Esquema mostrando a geometria envolvida no cálculo aproximado da eficiencia de detecção para o duplo gama.

(Escala 1:1)

Fig. A2

Apêndice B - Probabilidade de transição.

Vamos supor inicialmente que um sistema quântico tem estados discretos e não degenerados em energia. Para $t<t_0$ o sistema é independente do tempo,

(B1) $$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi_0(t)\rangle = H_0|\psi_0(t)\rangle.$$

A função de onda do sistema para $t<t_0$ é dada pela expressão

(B2) $$|\psi_0(t)\rangle = e^{\frac{-iE_I t}{\hbar}}|I\rangle,$$

onde E_I e $|I\rangle$ são, respectivamente, o autovalor e o autovetor de H_0 relativos ao auto-estado em que se encontra o sistema,

(B3) $$H_0|I\rangle = E_I|I\rangle.$$

Por hipótese, a partir de $t=t_0$ passa a atuar sobre o sistema uma perturbação dependente do tempo representada pelo operador $V(t)$. O operador hamiltoniano do sistema passa a ser $H(t) = H_0 + V(t)$ e a função de onda do sistema também se modifica. Como, em geral, H_0 e $V(t)$ não comutam, a nova função de onda não pode ser representada por um só autovetor de H_0 e deve ser expandida na base completa formada por todos os autovalores e autovetores de H_0,

(B4) $$|\psi(t)\rangle = \sum_M a_M(t)e^{\frac{-iE_M t}{\hbar}}|M\rangle.$$

Os coeficientes $a_M(t)$ podem ser determinados a partir da equação de Schrödinger

(B5) $$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = [H_0 + V(t)]|\psi(t)\rangle.$$

De fato, utilizando (B4) em (B5), chega-se a um sistema de equações acopladas,

(B6) $$a_F(t) = a_F(t_0) + \frac{1}{i\hbar}\sum_M \int_{t_0}^{t} dt' a_M(t') e^{\frac{-i(E_F - E_M)t'}{\hbar}} \langle F|V(t')|M\rangle.$$

Para continuar o cálculo dos coeficientes de expansão é preciso explicitar a dependência temporal de V(t) Especificamente no caso de V(t) representar a interação entre um sistema de partículas carregadas e o campo eletromagnético através da criação ou aniquilação de um único fóton, vale a expressão

(B7) $$V(t) = \sum_{k\lambda} \{ V_{k\lambda} e^{-ikct} + V^{+}_{k\lambda} e^{ikct} \},$$

onde $V_{k\lambda}$ e o seu adjunto representam a parte não temporal da interação. k é um vetor de onda, |k|=k, e λ é um vetor de polarização

Utilizando a expressão de V(t) na equação B6, temos

(B8) $$a_F(t) = a_F(t_0) + \frac{1}{i\hbar}\sum_M \sum_{k\lambda} \{ \langle F|V_{k\lambda}|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' a_M(t') e^{i(\omega_{FM} - \omega_k)t'} +$$

$$+ \langle F|V^{+}_{k\lambda}|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' a_M(t') e^{i(\omega_{FM} + \omega_k)t'} \},$$

onde $\omega_{FM} = (E_F - E_M)/\hbar$ e $\omega_k = k/c$.

O sistema de equações acopladas da expressão anterior é muito difícil de ser resolvido exatamente. O procedimento usual é calcular o coeficiente $a_F(t)$ em diversas ordens sobre a perturbação V(t). Em ordem zero não há perturbação e o sistema permanece no auto-estado I,

(B9) $$a_F^{(0)}(t) = \delta_{FI}.$$

Em primeira ordem e em ordens superiores substitui-se os coeficientes $a_M(t')$ do lado direito da expressão B8 pelo resultado obtido no cálculo da aproximação de ordem imediatamente anterior,

(B10) $$a_F^{(i)}(t) = a_F^{(i)}(t_0) + \frac{1}{i\hbar}\sum_M\sum_{k\lambda}\Big(\langle F|V_{k\lambda}|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' a_M^{(i-1)}(t') e^{i(\omega_{FM}-\omega_k)t'} +$$

$$+ \langle F|V^+_{k\lambda}|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' a_M^{(i-1)}(t') e^{i(\omega_{FM}+\omega_k)t'} \Big),$$

com $i=1,2,\ldots$ Como $a_F(t_0) = \delta_{FI}$, então $a^{(1)}{}_F(t_0) = 0$.

Inicialmente vamos proceder ao cálculo de $a^{(1)}{}_F(t)$. Para não carregar muito a notação, vamos nos restringir a somente um termo da soma sobre $k\lambda$. Assim,

(B11) $$a^{(1)}{}_F(t) = \frac{1}{i\hbar}\Big(\langle F|V|I\rangle \int_{t_0}^{t} dt' e^{i(\omega_{FI}-\omega)t'} + \langle F|V^+|I\rangle \int_{t_0}^{t} dt' e^{i(\omega_{FI}+\omega)t'} \Big).$$

Desenvolvendo um pouco a expressão B11,

(B12) $$a_F^{(1)}(t) = \langle F|V|I\rangle e^{i(\omega_{FI}-\omega)t_0}\frac{[e^{i(\omega_{FI}-\omega)(t-t_0)}-1]}{(E_I-E_F+\hbar\omega)} +$$

$$+ \langle F|V^+|I\rangle e^{i(\omega_{FI}+\omega)t_0}\frac{[e^{i(\omega_{FI}+\omega)(t-t_0)}-1]}{(E_I+E_F-\hbar\omega)}$$

Como $a_F(t) = \langle F|\psi(t)\rangle$, para determinar a probabilidade de se encontrar o sistema no auto-estado F num

instante $t > t_\omega$ basta calcular $|a_F(t)|^2$. Assim, em primeira ordem,

$$(B13)\quad P_F^{(1)}(t) = |a_F^{(1)}(t)|^2 = \{ |\langle F|V|I\rangle|^2 \frac{4\,\mathrm{sen}^2[\frac{(\omega_{FI}-\omega)(t-t_0)}{2}]}{(E_I-E_F+\hbar\omega)^2} +$$

$$+ |\langle F|V^+|I\rangle|^2 \frac{4\,\mathrm{sen}^2[\frac{(\omega_{FI}+\omega)(t-t_0)}{2}]}{(E_I-E_F-\hbar\omega)^2} \} +$$

$$+ \frac{2}{[(E_I-E_F)^2-(\hbar\omega)^2]} \mathrm{Re}\{ \langle F|V|I\rangle\langle F|V^+|I\rangle^* e^{-2i\omega t_0} [\, e^{-2i\omega(t-t_0)} -$$

$$- e^{-i(\omega-\omega_{FI})(t-t_0)} - e^{-i(\omega+\omega_{FI})(t-t_0)} + 1 \,] \}.$$

Para $(t-t_\omega)$ tendendo ao infinito ($\omega(t-t_\omega) \gg 1$), na média sobre vários períodos de oscilação, a probabilidade de transição passa a ser

$$(B14)\quad P_F^{(1)}(t) = \frac{2\pi t}{\hbar} [\, |\langle F|V|I\rangle|^2 \delta(E_I-E_F+\hbar\omega) +$$

$$+ |\langle F|V^+|I\rangle|^2 \delta(E_I-E_F-\hbar\omega) \,] + 2\mathrm{Re}\{ \langle F|V|I\rangle\langle F|V^+|I\rangle^* e^{-2i\omega t_0} [$$

$$\frac{\zeta(E_F-E_I-\hbar\omega)}{(E_F-E_I+\hbar\omega)} + \frac{\zeta(E_I-E_F-\hbar\omega)}{(E_I-E_F+\hbar\omega)} - \frac{1}{(E_I-E_F)^2-(\hbar\omega)^2} \,] \},$$

onde as funções generalizadas $\delta(x)$ e $\zeta(x)$ são definidas pelas expressões (ref. B1)

$$(B15)\quad \delta(x) = \lim_{t\to\infty} \frac{\mathrm{sen}^2(xt)}{x^2 t}$$

$$(B16)\quad \zeta(x) = \lim_{t\to\infty} \frac{1-e^{ixt}}{x}.$$

O termo de interferência (terceiro termo da equação B14), ao contrário dos outros dois termos, é independente do tempo. Portanto, a taxa de transição por unidade de tempo do estado I para o estado F é

(B17) $$T_{IF}^{(1)} = \frac{dP_{IF}^{(1)}}{dt}(t) = \frac{2\pi}{\hbar}\{ |\langle F|V|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F+\hbar\omega) + |\langle F|V^+|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F-\hbar\omega) \}.$$

A expressão B17 indica claramente que a transição só pode ocorrer por dois modos mutuamente exclusivos: para $E_I<E_F$ há a absorção de um único fóton e para $E_I>E_F$ há a emissão. A diferença de energia entre os dois estados do sistema corresponde ao fóton absorvido ou emitido. Uma maneira mais sintética de escrever a expressão B17, conhecida como regra de ouro de Fermi, é a seguinte,

(B18) $$T_{IF}^{(1)} = \frac{2\pi}{\hbar}|\langle F|V^{\pm}|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F\pm\hbar\omega).$$

Os diagramas de Feynman para esses dois processos são mostrados na figura B1.

Quando a interação ocorre por criação ou aniquilação de dois fótons simultaneamente, o operador V(t) é o produto de dois operadores de um unico fóton atuando no mesmo instante t,

(B19) $$V(t) = V_1(t)V_2(t) = \sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1}\sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\{ V_{\mathbf{k}_1\lambda_1}V_{\mathbf{k}_2\lambda_2}e^{-i(\omega_1+\omega_2)t} + V_{\mathbf{k}_1\lambda_1}V^{\dagger}_{\mathbf{k}_2\lambda_2}e^{-i(\omega_1-\omega_2)t} + V^{\dagger}_{\mathbf{k}_1\lambda_1}V_{\mathbf{k}_2\lambda_2}e^{i(\omega_1-\omega_2)t} + V^{\dagger}_{\mathbf{k}_1\lambda_1}V^{\dagger}_{\mathbf{k}_2\lambda_2}e^{i(\omega_1+\omega_2)t} \},$$

onde os índices 1 e 2 se referem aos dois fótons. Aplicando o cálculo de primeira ordem para a taxa de transição e utilizando a expressão acima de V(t), chega-se a um resultado semelhante ao da expressão B17

(B20) $$T_{FI}^{(1)}(t) = \frac{2\pi}{\hbar}\{ |\langle F|V_1V_2|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F+\hbar\omega_1+\hbar\omega_2) +$$

$$+ |\langle F|V_1V_2^+|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F+\hbar\omega_1-\hbar\omega_2) + |\langle F|V_1^+V_2|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F-\hbar\omega_1+\hbar\omega_2) +$$

$$+ |\langle F|V_1^+V_2^+|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F-\hbar\omega_1-\hbar\omega_2) \Big),$$

onde novamente, por simplificação, foram deixadas de lado as somas sobre $k_1\lambda_1$ e $k_2\lambda_2$. O primeiro e o quarto termo indicam, respectivamente, a dupla absorção e a dupla emissão de fótons; o segundo e o terceiro termo repersentam o espalhamento de um fóton. Os diagramas de Feynman para esses processos envolvendo dois fótons estão na figura B2.

Tanto na expressão B17 como na expresão B20 não se levou em conta o fato de que os fótons de energia fixa $\hbar w$ têm um contínuo de estados possíveis devido à liberdade na orientação da direção do momento linear $\hbar k$. Assim, é necessário somar a taxa de transição sobre todos os possíveis estados finais dos fótons. No caso da emissão de um fóton (eq B17),

$$(B21) \qquad dT^{(1)}_{k\lambda} = d\Omega \int d(\hbar k)\rho(\hbar\omega)\Big[\frac{2\pi}{\hbar}|\langle F|V^+_{k\lambda}|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F-\hbar\omega) \Big],$$

onde $dT^{(1)}_{k\lambda}$ é a taxa de emissão de um fóton com momento linear $\hbar k$ e polarização λ num ângulo sólido $d\Omega$. $\rho(\hbar k) = (\hbar w)^2(L/2\pi c\hbar)^3$ é a densidade de estados do fóton com momento $\hbar k$ por unidade de energia e de ângulo sólido dentro de um cubo de volume L^3. A dependência de $dT^{(1)}_{k\lambda}$ com o volume desaparece com a condição de normalização da função de onda do fóton dentro da cubo. Analogamente para a emissão de dois fótons (expressão B20),

$$(B22) \qquad dT^{(2)}_{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2} = d\Omega_1 d\Omega_2 \int\int d(\hbar\omega_1)d(\hbar\omega_2)\rho(\hbar k_1)\rho(\hbar k_2)\Big[$$

$$\frac{2\pi}{\hbar}|\langle F|V^+_{k_1\lambda_1}V^+_{k_2\lambda_2}|I\rangle|^2\delta(E_I-E_F-\hbar\omega_1-\hbar\omega_2) \Big].$$

Quando não há transição de primeira ordem, $\langle F|V(t)|I\rangle=0$, é preciso investigar a possibilidade de ocorrer transições em ordens superiores. A primeira coisa a ser feita é determinar a probabilidade de transição em segunda ordem. O cálculo do coeficiente de segunda ordem $a^{(2)}_F(t)$ é semelhante ao de primeira ordem,

$$(B23)\qquad a_F^{(2)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\sum_M\sum_{k\lambda}\Big(\langle F|V_{k\lambda}|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' a_M^{(1)}(t') e^{i(\omega_{FM}-\omega)t'} + \langle F|V_{k\lambda}^{\dagger}|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' a_M^{(1)}(t') e^{i(\omega_{FM}+\omega)t'} \Big).$$

Deixando novamente de lado a soma sobre $k\lambda$ e utilizando a expressão B12,

$$(B24)\qquad a_F^{(2)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\sum_M\Big(\langle F|V_2|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' e^{i(\omega_{FM}-\omega_2)t'} \Big[\frac{\langle M|V_1|I\rangle}{(E_I-E_M+\hbar\omega_1)}\Big(e^{i(\omega_{MI}-\omega_1)t'} - e^{i(\omega_{MI}-\omega_1)t_0}\Big) + \frac{\langle M|V_1^{\dagger}|I\rangle}{(E_I-E_M-\hbar\omega_1)}\Big(e^{i(\omega_{MI}+\omega_1)t'} - e^{i(\omega_{MI}+\omega_1)t_0}\Big) \Big] +$$

$$+ \langle F|V_2^{\dagger}|M\rangle \int_{t_0}^{t} dt' e^{i(\omega_{FM}+\omega_2)t'} \Big[\frac{\langle M|V_1|I\rangle}{(E_I-E_M+\hbar\omega_1)}\Big(e^{i(\omega_{MI}-\omega_1)t'} - e^{i(\omega_{MI}-\omega_1)t_0}\Big) +$$

$$+ \frac{\langle M|V_1^{\dagger}|I\rangle}{(E_I-E_M-\hbar\omega_1)}\Big(e^{i(\omega_{MI}+\omega_1)t'} - e^{i(\omega_{MI}+\omega_1)t_0}\Big) \Big] \Big).$$

Por uma questão de simplificação das expressões que virão a seguir, supõe-se que $t_0=0$. Apesar dessa escolha parecer arbitrária, ela leva aos mesmos resultados que qualquer outro procedimento mais rigoroso (ref. B1).

$$(B25)\qquad a_F^{(2)}(t) = \sum_M\Big(\langle F|V_2|M\rangle\langle M|V_1|I\rangle \Big[\frac{e^{i(\omega_{FM}-\omega_1-\omega_2)t}-1}{(E_I-E_F+\hbar\omega_1+\hbar\omega_2)} -$$

$$- \frac{e^{i(\omega_{FM}-\omega_2)t}-1}{(E_M-E_F+\hbar\omega_2)}] + \langle F|V_2|M\rangle\langle M|V_1^+|I\rangle[\frac{e^{i(\omega_{FI}+\omega_1-\omega_2)t}-1}{(E_I-E_F-\hbar\omega_1+\hbar\omega_2)} -$$

$$- \frac{e^{i(\omega_{FM}-\omega_2)t}-1}{(E_M-E_F+\hbar\omega_2)}] + \langle F|V_2^+|M\rangle\langle M|V_1|I\rangle[\frac{e^{i(\omega_{FI}-\omega_1+\omega_2)t}-1}{(E_I-E_F+\hbar\omega_1-\hbar\omega_2)} -$$

$$- \frac{e^{i(\omega_{FM}+\omega_2)t}-1}{(E_M-E_F-\hbar\omega_2)}] + \langle F|V_2^+|M\rangle\langle M|V_1^+|I\rangle[\frac{e^{i(\omega_{FI}+\omega_1+\omega_2)t}-1}{(E_I-E_F-\hbar\omega_1-\hbar\omega_2)} -$$

$$- \frac{e^{i(\omega_{FM}+\omega_2)t}-1}{(E_M-E_F-\hbar\omega_2)}] \}.$$

Os termos não ressonantes (onde há um denominador contendo $\omega_{FM}-+\omega_2$) não serão desprezados como usualmente é feito na literatura (refs. B2, B3 e B4), mas sim levados em conta (ref. B1). Assim, a expressão para o coeficiente em segunda ordem passa a ser, no limite $t \to \infty$

(B26)
$$a_F^{(2)}(t) = \frac{1}{\hbar^2} \{ \zeta(\omega_{FI}-\omega_1-\omega_2)[\sum_M \langle F|V_2|M\rangle\langle M|V_1|I\rangle\zeta(\omega_{FM}-\omega_2) +$$

$$+ \zeta(\omega_{FI}+\omega_1-\omega_2)[\sum_M \langle F|V_2|M\rangle\langle M|V_1^+|I\rangle\zeta(\omega_{FM}-\omega_2)] +$$

$$+ \zeta(\omega_{FI}-\omega_1+\omega_2)[\sum_M \langle F|V_2^+|M\rangle\langle M|V_1|I\rangle\zeta(\omega_{FM}+\omega_2)] +$$

$$+ \zeta(\omega_{FI}+\omega_1+\omega_2)[\sum_M \langle F|V_2^+|M\rangle\langle M|V_1^+|I\rangle\zeta(\omega_{FM}+\omega_2)] \}.$$

A probabilidade de transição por unidade de tempo ou taxa de transição é

(B27)
$$T_F^{(2)} = \frac{d|a^{(2)}_F(t)|^2}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar^3} \{$$

$$|\sum_M \langle F|V_2|M\rangle\langle M|V_1|I\rangle\zeta(\omega_{FM}-\omega_2)|^2\delta(E_I-E_F+\hbar\omega_1+\hbar\omega_2) +$$

$$+ \left|\sum_M \langle F|V_2|M\rangle\langle M|V_1^+|I\rangle\right|^2 \delta(E_I - E_F - \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2) +$$

$$+ \left|\sum_M \langle F|V_2^+|M\rangle\langle M|V_1|I\rangle\right|^2 \delta(E_I - E_F + \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) +$$

$$+ \left|\sum_M \langle F|V_2^+|M\rangle\langle M|V_1^+|I\rangle\right|^2 \delta(E_I - E_F - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) \Big\}.$$

Para o caso de $E_I > E_F$, a transição pode ocorrer por três processos diferentes

1º) emissão de um fóton com energia $\hbar\omega_1$ e absorção de um fóton com energia $\hbar\omega_2$, $E_I - E_F = \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2$;

2º) absorção de um fóton com energia $\hbar\omega_1$ e emissão de um fóton com energia $\hbar\omega_2$, $E_I - E_F = \hbar\omega_2 - \hbar\omega_1$;

3º) emissão de dois fótons com energias $\hbar\omega_1$ e $\hbar\omega_2$, $E_I - E_F = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$

No caso de $E_F > E_I$, podem ocorrer os dois primeiros processos citados e mais a absorção de dois fótons de energias $\hbar\omega_1$ e $\hbar\omega_2$

Os índices 1 e 2 foram utilizados para estabelecer uma ordem cronológica entre os dois fótons que aparecem numa interação de segunda ordem (ao contrário do que ocorre em primeira ordem com uma perturbação como a da eq B19) A existência dessa ordem cronológica pode ser verificada pela estrutura da expressão B23 Na figura B3 foram colocados os diagramas de Feynman para a interação entre um sistema de partículas e o campo eletromagnético descrita pela equação B12.

Referências

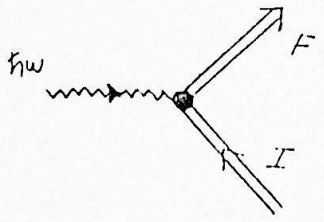
B1) P Moretti, Am J Phys 56(2) (1988) 172.

B2) E. Merzbacher, Quantum Mechanics (John Wiley & Sons, New York), 2ª ed , cap 18.

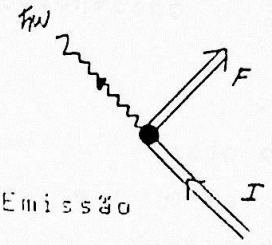
B3) W. Heitler, The Quantum Theory of Radiation (Clarendon Press, Oxford), 3ª ed., cap. III, sec. 14.

B4) L. I. Schiff, Quantum Mechanics (MacGraw-Hill, 1949), 1ª ed., cap. VIII, sec. 29.

Fig. B1 Diagramas de Feynman para transições por um fóton.

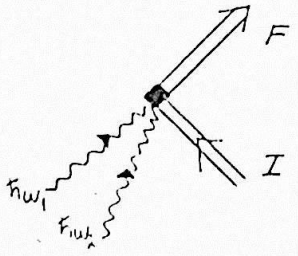


Absorção

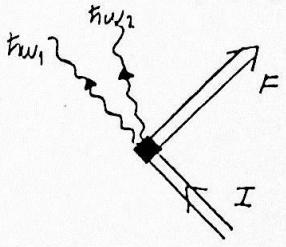


Emissão

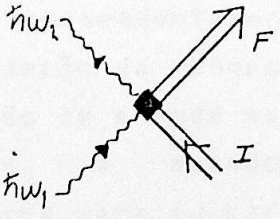
Fig. B2 Diagramas de Feynman para transições por dois fótons (operador A²).



Dupla Absorção

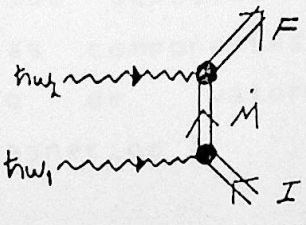


Dupla Emissão

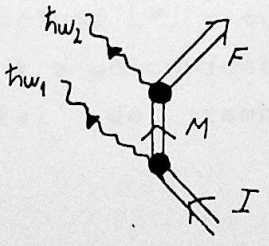


Espalhamento

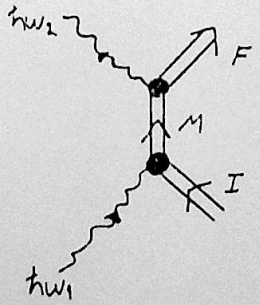
Fig. B3 Diagramas de Feynman para transições por dois fótons (operador A.p).



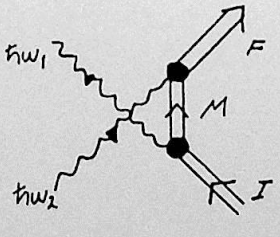
Dupla Absorção



Dupla Emissão



Espalhamento



Apêndice C - Quantização do campo eletromagnético.

No tratamento teórico de problemas de interação da radiação com a matéria é extremamente útil descrever o campo eletromagnético como um sistema de N partículas idênticas, os fótons, que preservam o seu comportamento individual como se não houvesse interação entre si (refs. C1 e C2). Os fótons são encontrados nos seus auto-estados individuais $|k_i\rangle$, o estado do campo eletromagnético é determinado pelo conjunto desses auto-estados e pelo seus números de ocupação Se Nk_i é o número de fótons no auto-estado $|k_i\rangle$, o vetor de estado do campo é

(C1) $$|N_{k_1}, N_{k_2}, \ldots, N_{k_i}, \ldots\rangle,$$

lembrando que deve ocorrer $N = \Sigma_i Nk_i$.

Resultados experimentais indicam que os fótons são partículas de massa nula e spin unitário (bósons), portanto, não há restrições sobre os números Nk_i. O momento linear do fóton é escrito como $\hbar k$ e conseqüentemente a sua energia é $\hbar w$, com $w = |k|/c$. A projeção da componente do momento angular do fóton na direção de k pode assumir dois valores diferentes correspondentes a estados distintos de polarização: circular direita para $\langle J.k\rangle/|k| = \hbar$ e circular esquerda para $\langle J.k\rangle/|k| = -\hbar$.

Os auto-estados $|k_i\rangle$ são especificados pelo momento linear do fóton $\hbar k$ e pelo seu vetor de polarização λ. Seguindo um procedimento usual em Mecânica Quântica, os fótons são supostos dentro de um cubo de volume L^3, o que limita as componentes retangulares do vetor k a um conjunto discreto de valores. A energia total do campo eletromagnético é

(C2) $$H = \sum_{k\lambda} \hbar\omega N_{k\lambda} .$$

Transições entre estados do campo eletromagnético ocorrem quando há mudanças nos números de ocupação $N_{k\lambda}$: fótons são criados ou aniquilados. Para se estudar essas transições é bastante útil definir operadores que, agindo sobre o vetor de estado do campo, realizem tais mudanças. Os operadores de criação e aniquilação de um fóton no auto-estado $|k\lambda\rangle$ podem ser definidos através dos seus elementos de matriz (ref C1),

(C3) $$\langle ..., N_{k\lambda}, ... |a_{k\lambda}| ..., N'_{k\lambda}, ... \rangle = \sqrt{N_{k\lambda}}\ \delta(N_{k\lambda}, N'_{k\lambda}+1),$$

(C4) $$\langle ..., N_{k\lambda}, ... |a^{+}_{k\lambda}| ..., N'_{k\lambda}, ... \rangle = \sqrt{N_{k\lambda}+1}\ \delta(N_{k\lambda}, N'_{k\lambda}-1).$$

Utilizando esses operadores, o operador hamiltoniano do campo eletromagnético pode ser escrito como

(C5) $$H = \sum_{k\lambda} \hbar\omega a^{+}_{k\lambda} a_{k\lambda} .$$

A partir da expressão C5 é possível determinar a dependência temporal dos operadores de criação e aniquilação dentro da representação de Heisenberg,

(C6) $$a_{k\lambda}(t) = a_{k\lambda} e^{-i\omega t},$$

(C7) $$a^{+}_{k\lambda}(t) = a^{+}_{k\lambda} e^{i\omega t},$$

desde que $a_{k\lambda}$ e $a^{+}_{k\lambda}$ satisfaçam as relações de comutação

(C8) $$[a_{k\lambda}, a^{+}_{k'\lambda'}] = \delta_{kk'\lambda\lambda'}$$

(C9) $$[a_{k\lambda},a_{k'\lambda'}] = [a^{+}_{k\lambda},a^{+}_{k'\lambda'}] = 0.$$

Na descrição que escolhemos para o campo eletromagnético é possível expressar o potencial vetor A como um operador que age sobre os números de ocupação através dos operadores $a_{k\lambda}$ e $a^{+}_{k\lambda}$ (refs. C1 e C2),

(C10) $$A(r,t) = \frac{2\pi\hbar c^2}{L^3} \sum_{k\lambda} \frac{1}{\sqrt{\omega}} \{ a_{k\lambda} e^{i(k\cdot r-\omega t)} \vec{\lambda} + a^{+}_{k\lambda} e^{-i(k\cdot r-\omega t)} \vec{\lambda}^{*} \},$$

onde r é um vetor de coordenadas espaciais. Os vetores unitários $\vec{\lambda}$ e $\vec{\lambda}^{*}$ estão ligados às duas diferentes polarizações que cada fóton de momento $\hbar k$ pode ter. A partir da equação C10 é interessante expressar o operador A^2 em função dos operadores de criação e aniquilação de um fóton,

(C11) $$A^2(r,t) = \frac{2\pi\hbar c^2}{L^3} \sum_{k_1\lambda_1} \sum_{k_2\lambda_2} \frac{1}{\sqrt{\omega_1\omega_2}} \{ a_{k_1\lambda_1} a_{k_2\lambda_2} e^{i[(k_1+k_2)\cdot r-(\omega_1+\omega_2)t]} \vec{\lambda}_1\cdot\vec{\lambda}_2 +$$

$$+ a_{k_1\lambda_1} a^{+}_{k_2\lambda_2} e^{i[(k_1-k_2)\cdot r-(\omega_1-\omega_2)t]} \vec{\lambda}_1\cdot\vec{\lambda}_2^{*} + a^{+}_{k_1\lambda_1} a_{k_2\lambda_2} e^{-i[(k_1-k_2)\cdot r+(\omega_1-\omega_2)t]} \vec{\lambda}_1^{*}\cdot\vec{\lambda}_2 +$$

$$+ a^{+}_{k_1\lambda_1} a^{+}_{k_2\lambda_2} e^{-i[(k_1+k_2)\cdot r+(\omega_1+\omega_2)t]} \vec{\lambda}_1^{*}\cdot\vec{\lambda}_2^{*} \}.$$

Quando interagem entre si, o campo eletromagnético e a matéria formam um sistema que pode ser descrito por um único vetor de estado, produto direto entre os vetores de estado do sistema de partículas materiais e o vetor de estado do campo eletromagnético,

(C12) $$|n;\ N_{k_1\lambda_1},\ N_{k_2\lambda_2},\ \ldots,\ N_{k\lambda},\ \ldots\rangle = |n\rangle \times |N_{k_1\lambda_1},\ N_{k_2\lambda_2},\ \ldots,\ N_{k\lambda},\ \ldots\rangle,$$

onde $|n\rangle$ representa o vetor de estado das partículas materiais. Dessa maneira, qualquer operador relativo à interação entre partículas e campos pode ser separado em partes que atuam exclusivamente sobre cada um dos dois subespaços do sistema o das partículas materiais e o dos fótons. Tomando como exemplo uma componente k do operador $A(r,t)$,

(C13) $$A_{k\lambda}(r,t)|n;\ \ldots,\ N_{k\lambda},\ \ldots\rangle = \frac{2\pi\hbar c^2}{L^3\sqrt{\omega}}\ \{\ e^{i(k\cdot r-\omega t)}|n\rangle a_{k\lambda}|\ldots,\ N_{k\lambda},\ \ldots\rangle +$$

$$+\ e^{-i(k\cdot r-\omega t)}|n\rangle a^{\dagger}_{k\lambda}|\ldots,\ N_{k\lambda},\ \ldots\rangle\ \} = \frac{2\pi\hbar c^2}{L^3\sqrt{\omega}}\ [\sqrt{N_{k\lambda}}e^{-i\omega t}[e^{ik\cdot r}|n\rangle\times$$

$$\times|\ldots\ ,\ N_{k\lambda}-1,\ \ldots\rangle]\ -\ \sqrt{N_{k\lambda}+1}e^{i\omega t}[e^{-ik\cdot r}|n\rangle\times|\ldots\ ,\ N_{k\lambda}+1,\ \ldots\rangle]\ \}.$$

As partes espaciais do operador $A_{k\lambda}$, $\exp(+-ik.r)$, atuam somente sobre o vetor de estado do sistema de partículas. No primeiro termo da expressão C13 houve a aniquilação de um fóton com momento $\hbar k$ e polarização λ, enquanto que no segundo termo houve a criação de um fóton com as mesmas características.

Referências

C1) E. Merzbacher, Quantum Mechanics (John Wiley & Sons, New York), 2ª ed., caps. 20 e 22.

C2) G. Bayn, Lectures on Quantum Mechanics (Benjamin/Cummings, Reading, Massachusetts), 1ª ed., cap. 13.