ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ALEX DE PRETTO MANSANO

# ANÁLISE DE FALHAS POR FADIGA DE ENGRENAGENS DE TURBINA EÓLICA OCASIONADAS POR VIBRAÇÕES TORCIONAIS

São Paulo 2022

## ANÁLISE DE FALHAS POR FADIGA DE ENGRENAGENS DE TURBINA EÓLICA OCASIONADAS POR VIBRAÇÕES TORCIONAIS

VERSÃO CORRIGIDA

Dissertação de mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

> São Paulo 2022

# ANÁLISE DE FALHAS POR FADIGA DE ENGRENAGENS DE TURBINA EÓLICA OCASIONADAS POR VIBRAÇÕES TORCIONAIS

VERSÃO CORRIGIDA

Dissertação de mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Engenharia Mecânica

Orientador: Demetrio Cornilios Zachariadis

São Paulo 2022

Este exemplar foi revisado e corrigio	lo em relação à versão original, sob om a anuência de seu orientador
São Paulo, de	de
Assinatura do autor:	
Assinatura do orientador:	

Catalogação-na-publicação

Mansano, Alex De Pretto Análise de falhas por fadiga de engrenagens de turbina eólica ocasionadas por vibrações torcionais / A. D. P. Mansano -- versão corr. -- São Paulo, 2022. 153 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica. 1.Metodologia 2.Engrenagens 3.Turbina Eólica 4.Fadiga 5.Falhas I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

### FOLHA DE AVALIAÇÃO

MANSANO, A.D.P.; **Análise de falhas por fadiga de engrenagens de turbina eólica ocasionadas por vibrações torcionais**, Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo/SP, 2022.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr.	 
Instituição:	 _
Julgamento:	 
Prof. Dr.	 
Instituição:	 _
Julgamento:	 _
Prof. Dr.	 _
Instituição:	 _
Julgamento:	 

### DEDICATÓRIA

A Deus, meus pais, meu orientador e a todos que puderam contribuir para o desenvolvimento desse trabalho.

### AGRADECIMENTOS

À Deus, principalmente, por me permitir cursar o programa de pósgraduação da Escola Politécnica da USP com muita humildade e dedicação.

Ao professor Demetrio Cornilios Zachariadis pela oportunidade de se oferecer para orientar a minha dissertação de mestrado, principalmente pela confiança, conhecimento e respeito, fazendo-me esforçar ao máximo e alcançar os meus objetivos.

Aos professores das disciplinas que cursei que me ofereceram a didática necessária para auxiliar no meu projeto de mestrado.

Aos meus pais e familiares pelo apoio que me deram ao longo do período e nos momentos exaustos e quando tudo parecia perdido. **EPÍGRAFE** 

"Não possuir algumas das coisas que desejamos é parte indispensável da felicidade."

Bertrand Russell

"Embora ninguém possa voltar atrás e fazer um novo começo, qualquer um pode começar agora para ter um novo fim."

Chico Xavier

"Teoria sem a prática vira 'verbalismo', assim como prática sem teoria vira 'ativismo'. No entanto, quando se une ambos tem-se a práxis, a ação criadora e modificadora da realidade."

Paulo Freire

"Ensinar não é apenas transferir conhecimento, mas também criar possibilidades para a sua própria produção ou construção."

Paulo Freire

#### RESUMO

MANSANO, A.D.P.; **Análise de falhas por fadiga de engrenagens de turbina eólica ocasionadas por vibrações torcionais**, Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo/SP, 2022.

O uso de turbinas eólicas tem aumentado por conta do desenvolvimento sustentável. São sistemas mecânicos sujeitos a várias falhas por conta da aerodinâmica, sistemas elétricos etc., no entanto, há pouca contribuição científica na análise da transmissão, responsável por 60% das falhas e 25% do tempo de inatividade da turbina, bem como determinar as tensões de fadiga das engrenagens por causa das vibrações através de uma metodologia que possa vincular ambos os conceitos. Por isso, o objetivo dessa dissertação é obter as tensões de fadiga das engrenagens através dessa metodologia de forma simples, eficiente e prática. Inicialmente, foram criados quatro modelos baseados nas turbinas NREL 750 kW e 5 MW, considerando as rigidezes das malhas engrenadas e dos eixos. Todos os modelos foram simulados analiticamente e em ambiente Simulink/Simscape para gerar as curvas de receptância e obter os deslocamentos angulares sob ação de uma malha de controle feedback. Em seguida, obtiveram-se as forças normais para determinar as tensões de fadiga de flexão e de contato das engrenagens para, por fim, obter as vidas úteis à fadiga. Os resultados demonstraram que a engrenagem solar tem mais chances de falhar por fadiga de flexão, por ser a com o menor número de dentes da transmissão acoplada a três engrenagens planetárias e submetida a baixas rotações; por outro lado, o pinhão da alta rotação é o mais vulnerável à fadiga de contato por estar submetido a altas rotações. Conclui-se que a metodologia foi bem-sucedida ao demonstrar o impacto das rigidezes e dos eixos, detalhar o estudo da análise de fadiga através do estado triplo de tensões e coeficientes de carga e geometria e à variação das vidas úteis em função dos modelos, o qual elaborou um diagrama de falhas das engrenagens em função da linha de potência da transmissão.

Palavras-chave: Metodologia. Engrenagens. Turbina eólica. Vibrações. Fadiga

### ABSTRACT

MANSANO, A.D.P.; Fatigue failure analysis of the wind turbine gearbox caused by torsional vibrations, Thesis (Master) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo/SP, 2022.

The use of wind turbines has increased because of sustainable development. They are mechanical systems subject to various failures due to aerodynamics, electrical systems, etc., however, there is few scientific contribution in the transmission analysis, responsible for 60% of failures and 25% of downtime of the turbine, as well as determining the gear fatigue stresses due to vibrations through a methodology which can link both concepts. Therefore, the objective of this dissertation is to obtain the gear fatigue stresses of through this methodology by simple, efficient and practical way. Initially, four models based on NREL 750 kW and 5 MW turbines were created, considering the gears mesh stiffness and shaft stiffness. All models were simulated analytically and in Simulink/Simscape environment to create receptance curves and obtain the angular displacements under the action of a feedback control. Then, the normal forces were obtained to determine the gear bending and contact fatigue stresses to, finally, obtain the fatigue service lives. The results showed the sun gear has more chance to suffer bending fatigue failures because it has the smallest number of teeth in the transmission coupled to three planetary gears and subjected to low speeds. On the other hand, the high-speed pinion is the most vulnerable to contact fatigue failures because it is subjected to high speeds. It concludes the methodology was successful in demonstrating the shaft and mesh stiffness impact, detailing the study of fatigue analysis through the triple stress state and load and geometry coefficients, showing the variation of service lives in function of the models, and elaborating a gear failure diagram in a function of the transmission power line.

Keywords: Methodology. Gears. Wind turbine. Vibrations. Fatigue

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aumento do potencial eólico global ao longo dos anos	.17
Figura 2 – Potencial eólico instalado por país no ano de 2021	.18
Figura 3 – Porcentagem do tempo total de inatividade dos componentes da	
turbina eólica.	.19
Figura 4 – Representação do par engrenado pinhão-coroa e seus parâmetros	
cinemáticos	.22
Figura 5 – Configuração gráfica do triângulo de velocidades e do CIR para a	
engrenagem planetária aplicada em turbinas eólicas	.24
Figura 6 - Configuração das velocidades do braço e da engrenagem planetária	à
(esquerda) e as resultantes das velocidades das engrenagens solar e anular	
(direita).	.25
Figura 7 – Representação da linha de contato entre duas rodas de atrito	.26
Figura 8 – Posição dos diâmetros que compõem o perfil de dente	.27
Figura 9 – Detalhes da linha de ação (vermelho) em função do ângulo de	
pressão	.28
Figura 10 – Variação da tensão superficial ao longo da linha de ação	.28
Figura 11 - Representação da rigidez do engrenamento das engrenagens	.29
Figura 12 – Orientação dos movimentos de rolagem e de deslizamento na	
superfície dos dentes	.30
Figura 13 – Diagrama de velocidades no contato C entre dentes das	
engrenagens em relação à engrenagem motora	.31
Figura 14 – Representação do amortecimento da malha engrenada e sua física	a
detalhada entre os dentes das engrenagens	.33
Figura 15 – Representação do erro de transmissão estático e sua representaçã	ăО
física detalhada entre os dentes das engrenagens	.34
Figura 16 – Representação detalhada (em vermelho) dos contatos solar-	
planetária (a) e anular-planetária (b) em função do recobrimento para cada par	
engrenado.	.36
Figura 17 – Representação do modelo dinâmico para o SEP considerando os	_
deslocamentos axiais pelos eixos x e y.	.37
Figura 18 – Representação das rigidezes dos rolamentos na engrenagem de u	m
	.39
Figura 19 – Detalhe das linhas de propagação para início da trinca do dente da	1
engrenagem.	.40
Figura 20 – Espectrograma de tensoes de quatro pertis de dente.	.41
Figura 21 – Exemplificação do perfil de dente modelado como uma viga	40
	.42
Figura 22 – Variação da tensões de fiexão dos dentes durante o engrenamento	)
pelo metodo linear.	.43
rigura 23 – Representação das curvas de tensão de cisainamento subsuperio	ais
Figure 24 Mana de vulnerabilidade des elementes de transmissõe de turbine	.40
NPEL 750 MM	16
Figure 25 - Mana de vulnerabilidade dos elementos da transmissão da turbina	.40
NREL 5 MW	16
	.40

Figura 26 – Efeito do desgaste abrasivo na superficie dos dentes das
engrenagens48
Figura 27 – Comparação das superfícies afetadas pelo <i>pitting</i> inicial (esquerda) e
<i>pitting</i> progressivo (direita)49
Figura 28 – Comparação das superfícies afetadas pelo micro(esquerda) e
macro-pitting (direita)50
Figura 29 – Danos causados por <i>scuffing</i> na superfície do dente50
Figura 30 – Trajetória da fratura na região da raiz do dente51
Figura 31 – Diagrama de falhas das engrenagens da turbina eólica para
superfícies não-endurecidas (A) e endurecidas (B)52
Figura 32 – Representação detalhada do modelo NREL 750 kW54
Figura 33 – Representação da caixa de engrenagens do modelo NREL 5 MW55
Figura 34 – Representação detalhada da caixa de engrenagens do modelo NREL
750 kW, cujos nomes dos elementos, simbologia e numeração estão na tabela
abaixo56
Figura 35 – Representação detalhada da caixa de engrenagens do modelo NREL
5 MW, cujos nomes dos elementos, simbologia e numeração estão na tabela
abaixo57
Figura 36 – Representação do fluxo de energia (amarelo) do modelo NREL 750
kW58
Figura 37 – Representação do fluxo de energia (preto) do modelo NREL 5 MW.58
Figura 38 – Exibição dos 6 graus de liberdade da engrenagem helicoidal59
Figura 39 – Vistas frontal (embaixo) e topo (em cima) do modelo detalhado do par
pinhão-coroa63
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP63 Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP63 Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP
<ul> <li>Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP.</li> <li>63</li> <li>Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens.</li> <li>65</li> <li>Figura 42 – Topologia do modelo 1 detalhando os graus de liberdade em cores.</li> <li>66</li> <li>Figura 43 - Topologia do modelo 2 detalhando os graus de liberdade em cores. 67</li> <li>Figura 44 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores. 69</li> <li>Figura 45 - Topologia do modelo 5 MW detalhando os graus de liberdade em cores. 70</li> <li>Figura 46 – Representação do controle da transmissão NREL 750 kW.</li> <li>73</li> <li>Figura 47 – Representação da tensão normal decomposta nos três eixos.</li> <li>77</li> <li>Figura 48 – Representação da tensões axiais e cisalhamento na superfície dente.</li> <li>80</li> <li>Figura 49 – Representação em escala logarítimica da curva □-N.</li> <li>81</li> <li>Figura 50</li> </ul>
<ul> <li>Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP</li></ul>
<ul> <li>Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP</li></ul>
<ul> <li>Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP.</li> <li>63</li> <li>Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens.</li> <li>65</li> <li>Figura 42 – Topologia do modelo 1 detalhando os graus de liberdade em cores.</li> <li>66</li> <li>Figura 43 - Topologia do modelo 2 detalhando os graus de liberdade em cores.</li> <li>67</li> <li>Figura 44 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores.</li> <li>69</li> <li>Figura 45 - Topologia do modelo 5 MW detalhando os graus de liberdade em cores.</li> <li>70</li> <li>Figura 46 – Representação do controle da transmissão NREL 750 kW.</li> <li>73</li> <li>Figura 47 – Representação da tensão normal decomposta nos três eixos.</li> <li>77</li> <li>Figura 48 – Representação da tensões axiais e cisalhamento na superfície dente.</li> <li>80</li> <li>Figura 49 – Representação em escala logarítimica da curva □-N.</li> <li>81</li> <li>Figura 50 – Representação esquemática das engrenagens em CAD e em</li> <li>Simulink/Simscape.</li> <li>84</li> <li>Figura 51 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com um sistema de</li> <li>representação</li> </ul>
<ul> <li>Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP</li></ul>
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP.       63         Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens.       65         Figura 42 – Topologia do modelo 1 detalhando os graus de liberdade em cores.       66         Figura 43 - Topologia do modelo 2 detalhando os graus de liberdade em cores.       67         Figura 44 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores.       69         Figura 45 - Topologia do modelo 5 MW detalhando os graus de liberdade em cores.       70         Figura 46 – Representação do controle da transmissão NREL 750 kW.       73         Figura 47 – Representação da tensão normal decomposta nos três eixos.       77         Figura 48 – Representação em escala logarítimica da curva □-N.       80         Figura 50 – Representação esquemática das engrenagens em CAD e em       84         Figura 51 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com um sistema de representação.       85         Figura 52 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com três sistemas de representação.       86
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP.       63         Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens.       65         Figura 42 – Topologia do modelo 1 detalhando os graus de liberdade em cores.       66         Figura 43 - Topologia do modelo 2 detalhando os graus de liberdade em cores.       67         Figura 43 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores.       67         Figura 44 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores.       70         Figura 45 - Topologia do modelo 5 MW detalhando os graus de liberdade em cores.       70         Figura 46 – Representação do controle da transmissão NREL 750 kW.       73         Figura 47 – Representação da tensões axiais e cisalhamento na superfície dente.       80         Figura 49 – Representação em escala logarítimica da curva □-N.       81         Figura 50 – Representação em escala logarítimica da curva □-N.       81         Figura 51 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com um sistema de representação.       85         Figura 52 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com três sistemas de representação.       86         Figura 53 – Modelo 1 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape       87
Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP.       63         Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens.       65         Figura 42 – Topologia do modelo 1 detalhando os graus de liberdade em cores.       66         Figura 43 - Topologia do modelo 2 detalhando os graus de liberdade em cores. 67       67         Figura 43 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores. 69       69         Figura 45 - Topologia do modelo 5 MW detalhando os graus de liberdade em cores.       70         Figura 46 – Representação do controle da transmissão NREL 750 kW.       73         Figura 47 – Representação da tensão normal decomposta nos três eixos.       77         Figura 48 – Representação da tensões axiais e cisalhamento na superfície dente.       80         Figura 50 – Representação em escala logarítimica da curva □-N.       81         Figura 51 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com um sistema de representação.       85         Figura 52 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com três sistemas de representação.       86         Figura 53 – Modelo 1 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.       87         Figura 54 – Modelo 2 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.       87
<ul> <li>Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP.</li> <li>Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens.</li> <li>65</li> <li>Figura 42 – Topologia do modelo 1 detalhando os graus de liberdade em cores.</li> <li>66</li> <li>Figura 43 - Topologia do modelo 2 detalhando os graus de liberdade em cores. 67</li> <li>Figura 44 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores. 69</li> <li>Figura 45 - Topologia do modelo 5 MW detalhando os graus de liberdade em cores.</li> <li>70</li> <li>Figura 46 – Representação do controle da transmissão NREL 750 kW.</li> <li>73</li> <li>Figura 47 – Representação da tensão normal decomposta nos três eixos.</li> <li>77</li> <li>Figura 48 – Representação da tensões axiais e cisalhamento na superfície dente.</li> <li>80</li> <li>Figura 50 – Representação em escala logarítimica da curva □-N.</li> <li>81</li> <li>Figura 51 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com um sistema de representação.</li> <li>85</li> <li>Figura 52 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com três sistemas de representação.</li> <li>86</li> <li>Figura 53 – Modelo 1 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.</li> <li>87</li> <li>Figura 54 – Modelo 2 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.</li> </ul>

Figura 56 – Modelo 5 MW e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape. Figura 57 – Diagrama do fator geométrico de Lewis para fadiga de flexão em função dos parâmetros geométricos.....100 Figura 58 – Configuração do modelo para análise dinâmica com o gerador de velocidade angular ideal (azul) e o leitor de movimento rotativo (amarelo). .....105 Figura 59 – Configuração do modelo para análise modal com o gerador de torque (azul), o leitor de movimento rotativo (amarelo) e os sinais de perturbação (vermelho) e de medição (roxo).....106 Figura 60 – Configuração do modelo 1 para controle com os leitores representados......107 Figura 61 – Configuração do modelo 2 para controle com os leitores representados......107 Figura 62 – Configuração do modelo 3 para controle com os leitores representados......108 Figura 63 – Configuração do modelo 5 MW para controle com os leitores representados......108 Figura 64 – Comparação das FRFs e dos harmônicos dos modelos NREL 750 kW......111 Figura 65 – Comparação das FRFs e dos harmônicos do modelo NREL 5 MW. Figura 66 – Gráfico das velocidades angulares do gerador em função do tempo sem controle......115 Figura 68 – Gráfico das velocidades angulares em função do tempo do gerador com controle, mostrando com detalhes a estabilidade na velocidade requerida da Figura 69 – Gráfico da vida útil à fadiga de flexão da engrenagens da NREL 750 kW......124 Figura 70 – Gráfico da vida útil à fadiga de contato da engrenagens da NREL 750 kW......125 Figura 71 – Gráfico da vida útil à fadiga de flexão da engrenagens da NREL 5 Figura 72 – Diagrama de falhas das engrenagens com: 1) Quebra do dente, 2) Macro-Pitting, 3) Scuffing, 4) Desgaste (Wear), 5) Micro-pitting da NREL 750 kW. Figura 75 – Representação do macro-pitting na coroa da baixa rotação......132 Figura 76 – Diagrama de falhas das engrenagens com: 1) Quebra do dente, 2) Macro-Pitting, 3) Scuffing, 4) Desgaste (Wear), 5) Micro-pitting da NREL 5 MW. Figura 77 – Quebra do dente no pinhão da baixa rotação......133

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Limites dos parâmetros dos tipos de transmissões, com os elementos
usados em turbinas eólicas destacados em vermelho21
Tabela 2 – Parâmetros técnicos do modelos NREL 750 kW e 5 MW55
Tabela 3 – Valores dos coeficientes do PID do segundo método de Ziegler-
Nichols
Tabela 4 – Parâmetros geométricos das engrenagens das transmissões NREL
750 kW e 5 MW
Tabela 5 – Valores das inércias polares dos elementos rotativos da NREL 750
kW
Tabela 6 – Valores das inércias polares dos elementos rotativos da NREL 5 MW
Tabela 7 – Valores das rigidezes dos eixos e contra-torques do gerador dos
modeles de NPEI
Tobolo 9 Valorea módica das rigidazos o das amortasimentas das molhas
Tabela o – valores medios das rigidezes e dos amonecimentos das mainas
engrenadas
Tabela 9 – Valores das orientações das tensões de cada engrenagem do modelo
NREL 750 kW
l abela 10 – Valores das orientações das tensões de cada engrenagem do
modelo NREL 5 MW94
Tabela 11 – Propriedades dos materiais das engrenagens da NREL 750 kW e 5
MW96
Tabela 12 – Determinação do coeficiente de velocidade em função de $v_T$ e da
precisão da manufatura97
Tabela 13 – Valores do fator de carga para cada condição97
Tabela 14 – Valores do coeficiente de montagem para cada condição99
Tabela 15 – Fator de tamanho em função do módulo normal
Tabela 16 – Valores do fator de confiabilidade para cada condição100
Tabela 17 – Valores do fator de dureza para cada intervalo
Tabela 18 – Valores do coeficiente de distribuição em função da largura da face
do dente
Tabela 19 – Valores do fator de temperatura aplicado em materiais metálicos, 102
Tabela 20 – Valores dos coeficientes de elasticidade para $\Box = 0.3$ 102
Tabela 21 – Valores dos coeficientes de carga e geometria de cada engrenagem
Tabola 22 Fraguâncias naturais dos guatro modelos comparados com outros
trabella 22 – Trequencias flaturais dos quatro modelos comparados com outros
Tabala 24 Tapañas aguivalantes de flevão e de contete nels exitério de Ven
Tabela 24 – Tensões equivalentes de flexão e de contato pelo criterio de Von
Mises da NREL 750 kw
Tabela 25 – Tensoes equivalentes de flexao e de contato pelo criterio de Von
Mises da NREL 5 MW
Tabela 26 – Valores das rotações teóricas e a quantidade de engrenagens
periféricas acopladas para cada engrenagem da turbina eólica123
Tabela 27 – Valores das vidas úteis das engrenagens da NREL 750 kW 124
Tabela 28 – Valores das vidas úteis das engrenagens da NREL 5 MW127

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 PANORAMA DO SETOR EÓLICO MUNDIAL	17
1.2 OBJETIVO	20
2 REVISÃO DA LITERATURA	21
2.1 Transmissão de potência mecânica	21
2.2 Cinemática e dinâmica das engrenagens	22
2.2.1 Engrenagens cilíndricas	22
2.2.2 Sistema de engrenagens planetárias	23
2.3 MECÂNICA DO CONTATO DAS ENGRENAGENS	26
2.3.1 Conceito geral	26
2.3.2 Rigidez da malha engrenada	27
2.3.3 Influência do atrito, da rolagem e do deslizamento	29
2.4.4 Amortecimento da malha engrenada	33
2.3.5 Erro de transmissão estático	34
2.3.6 Mecânica do contato para o SEP	35
2.4 VIBRAÇÕES DAS ENGRENAGENS	38
2.5 ANÁLISE DE FADIGA	39
2.5.1 Fadiga de flexão (bending fatigue)	40
2.5.1.1 Geometria do dente	41
2.5.1.2 Posição do carregamento	42
2.5.2 Fadiga de contato (contact fatigue)	44
2.6 ESTUDO DE FALHAS DAS ENGRENAGENS	47
2.6.1 Desgaste (Wear)	47
2.6.2 Pitting	48
2.6.3 Scuffing	50
2.6.4 Quebra dos dentes (tooth breakage)	51
3 MODELAGEM DA TRANSMISSÃO DA TURBINA EÓLICA	54
3.1 MODELO DAS ENGRENAGENS	59
3.1.1 Modelo da rigidez e do amortecimento da malha engrenada	61
3.1.2 Modelo de rigidez dos eixos	62
3.1.3 Modelagem completa dos pares engrenados	62
3.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DA TRANSMISSÃO	64

3.2.1 Modelo 1	65
3.2.2 Modelo 2	67
3.2.3 Modelo 3	68
3.2.4 Modelo 4 (5 MW)	70
3.3 MODELO DE CONTROLE DA TRANSMISSÃO	73
3.4 MODELO DE FADIGA DAS ENGRENAGENS	74
3.4.1 Fadiga de flexão	75
3.4.2 Fadiga de contato	78
3.4.3 Estimativa da vida à fadiga	80
3.5 MODELAGEM NO MATLAB	82
4 SIMULAÇÃO DA TRANSMISSÃO	
4.1 VALORES DE ENTRADA	
4.1.1 Parâmetros das engrenagens	
4.1.2 Seleção de materiais para as engrenagens	
4.1.3 Coeficientes de carga e de geometria	
4.1.3.1 Coeficiente de velocidade (K <sub>V</sub> )	
4.1.3.2 Coeficiente de carga (Ko)	97
4.1.3.3 Coeficiente de montagem (K <sub>M</sub> )	
4.1.3.4 Fator de tamanho (Ks) e fator geométrico de Lewis (YG)	
4.1.3.5 Fator de confiabilidade (Y <sub>c</sub> )	100
4.1.3.6 Fator de dureza (Zw)	101
4.1.3.7 Coeficiente de segurança (CS)	101
4.1.3.8 Coeficientes de distribuição (K $_H$ ) e de hélice (K $_\beta$ )	101
4.1.3.9 Outros fatores	102
4.1.4 Parâmetros da curva σ-N	103
4.2 SIMULAÇÃO EM MATLAB	
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	109
5.1 ANÁLISE MODAL DA TRANSMISSÃO	109
5.1.1 Comparação das frequências naturais	109
5.1.2 Estudo das curvas de FRF dos modelos	111
5.2 DINÂMICA DO GERADOR	114
5.2.1 Efeito das rigidezes das malhas e dos eixos	
5.2.2 Estabilidade da rotação do gerador	115
5.3 FADIGA DAS ENGRENAGENS	

5.3.1 Análise das tensões de flexão e de contato	118
5.3.2 Estimativa da vida útil das engrenagens	123
5.3.3 Falhas predominantes nas engrenagens	129
6 CONCLUSÕES	134
6.1 TRABALHOS FUTUROS	135
7 REFERÊNCIAS	136
8 APÊNDICE	145

### 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 PANORAMA DO SETOR EÓLICO MUNDIAL

Visando o desenvolvimento sustentável, a demanda por energias alternativas aos combustíveis fósseis tem aumentado significativamente em decorrência dos impactos negativos que causam na natureza e, principalmente, da crise do petróleo na década de 1970. Uma das alternativas é a energia eólica porque, além de ser renovável, é limpa, causando o mínimo de impacto na natureza, e muito segura por operar em zonas desertas onde a presença de humanos e animais praticamente não existe, principalmente a partir dos anos 1990, quando a demanda por energia eólica aumentou em decorrência do acidente de Chernobyl em 1986. Segundo o Conselho Global de Energia Eólica (*Global Wind Energy Council – GWEC*), o potencial eólico instalado mundialmente foi de 837 GW até dezembro de 2021 (figura 1).





Ao analisar potencial eólico instalado de 2021 que cada país conseguiu gerar no total (figura 2), percebe-se que o Brasil está entre os oito primeiros colocados, demonstrando que, embora esteja passando por uma crise econômica, o país continua possuindo grande potencial de investimento no setor eólico.

Fonte: GWEC, 2021, modificado.



Figura 2 – Potencial eólico instalado por país no ano de 2021.

Fonte: GWEC, 2021, modificado.

A energia dos ventos é obtida a partir da captação do rotor, passando pela transmissão (*drivetrain*), visando reduzir torque e aumentar a rotação, para chegar ao gerador e converter energia mecânica em elétrica. Turbinas eólicas trabalham com dois tipos de transmissões: transmissão direta (*direct drive*) ou caixa de engrenagens (*gearbox*). A transmissão direta consiste em um acoplamento direto do rotor com o gerador por meio de um estator, visando ajudar na relação de velocidades. Embora a eficiência seja alta, na prática não é recomendável para turbinas acima de 3 MW de potência nominal, ou em múltiplas turbinas em parques eólicos, já que o estator, além de grande e pesado, é mais caro, com custo individual de cerca de 10 vezes uma caixa de engrenagens, além da configuração não ser tão simples por envolver sistemas elétricos (HENRIKSEN, JENSEN, 2011).

A outra transmissão, mais comum e utilizada na maior parte das turbinas eólicas, é a caixa de engrenagens, composta por engrenagens, mancais de rolamento, óleo lubrificante e carcaça (*housing*). Embora a caixa de engrenagens seja a mais utilizada por ter custo baixo e fácil manutenção, é a responsável por 60% das falhas que ocorre nas turbinas eólicas, sendo que 67% ocorrem nos mancais e 30% nos dentes das engrenagens. O motivo para os mancais serem

os mais afetados deve-se à variação de carregamento em razão das vibrações, ocasionando fadiga, desalinhamento e problemas térmicos por causa da lubrificação pobre (NIVEHD-ASSOCIATE, 2014). Tudo isso impede que a turbina eólica atinja sua vida útil projetada de 20 anos, alcançando em média de 8 a 10 anos (OYAGUE, 2009) e em casos mais severos, 5 a 7 anos (NIVEHD-ASSOCIATE, 2014), dependendo da potência nominal e da configuração mecânica da turbina eólica, cujos custos de manutenção e substituição, juntamente com os custos causados por perdas de produção, devido àquelas que não funcionam, constituem grande parte das despesas de operação dos parques eólicos. Isso resulta em maior tempo de inatividade e manutenção em relação aos outros componentes da turbina eólica (figura 3).





Carregamentos cíclicos aceleram a ocorrência de severas falhas por fadiga de flexão e fadiga de contato, comprometendo a funcionalidade das engrenagens. Algumas dessas falhas são quebra dos dentes, *pitting* e *scuffing*, as mais comuns em engrenagens. Em resumo, qualquer tentativa para melhorar a durabilidade e aumentar a vida útil das engrenagens e dos mancais requer melhor entendimento do comportamento do sistema sob condições dinâmicas (DING, 2007).

Fonte: SHENG, 2012, modificado.

### 1.2 OBJETIVO

O objetivo dessa dissertação é obter as tensões de fadiga das engrenagens e analisar as suas falhas utilizando-se de uma metodologia simples, eficiente e prática que permite vincular as forças atuantes com os deslocamentos angulares ocasionados por vibrações torcionais.

Objetivos parciais:

 Estudar e aplicar as técnicas de modelagem para a análise de vibrações torcionais de sistemas engrenados;

 Selecionar caixas de engrenagens para aplicação das técnicas de modelagem em função disponibilidade de informações e de resultados já publicados que permitam aferir a validade dos resultados parciais obtidos;

 Desenvolver modelos das caixas de multiplicação selecionadas com grau crescente de detalhamento de modo a possibilitar a identificação das variáveis mais importantes na modelagem desses equipamentos para fins de análise de vida em fadiga;

 Análise e interpretação dos resultados das simulações e identificação de padrões que sejam úteis para o projeto e análise dos equipamentos.

### 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 TRANSMISSÃO DE POTÊNCIA MECÂNICA

A transmissão de potência mecânica consiste em transferir energia do motor para o gerador através do movimento rotativo com o auxílio de unidades de tração mecânica sendo que, na maior parte das vezes, utilizam-se engrenagens e outras vezes, correntes e correias (JELASKA, 2012). A transmissão mecânica é útil pelas seguintes razões:

- Oferecer diferentes relações de transmissão.
- Operar com torques e rotações que atendem aos requisitos do sistema.
- Custo e manutenção baixos.
- Quando não for possível um acoplamento direto do motor ao gerador.

O projeto da transmissão mecânica leva em conta vários parâmetros como: eficiência, peso, relações de transmissão, tamanho e custos de aquisição e de operação. Devem ser levados em conta também os limites, i.e., valores máximos desses parâmetros que cada transmissão pode oferecer ao sistema (tabela 1). Vale ressaltar que engrenagens planetárias podem ser tanto cilíndricas (mais utilizado) quanto cônicas (diferencial automotivo).

Tipo de Transmissão	Relação de Transmissão	Eficiência	Potência (MW)	Velocidade Angular (rad/s)	Velocidade Tangencial (m/s)	Relação Massa/Potência (kg/kW)
Engrenagens Cilíndricas	45	0,99	35	1700	40	0,2 a 10
Engrenagens Planetárias	1000	0,996	65	2500	200	0,4 a 1,8
Engrenagens Cônicas	8	0,98	4	850	130	0,6 a 2,5
Engrenagens Hipoides	50	0,9	1	350	50	0,7 a 3
Correias V	15	0,94	4	150	40	1 a 5
Engrenagens Sem-Fim	100	0,98	1,5	850	70	0,2 a 4,5
Rodas de Atrito	8	0,98	0,25	170	50	8 a 30
Correntes	15	0,99	5	500	40	6 a 10

Tabela 1 – Limites dos parâmetros dos tipos de transmissões, com os elementos usados em turbinas eólicas destacados em vermelho.

Fonte: JELASKA, 2012, modificado.

No caso da turbina eólica, a transmissão mecânica que acopla o rotor com as pás (motor) até o gerador elétrico é a caixa de engrenagens, que deve estar integrada à estrutura da nacele de forma a evitar excesso de tensões e deflexões, que causam desalinhamento dos dentes. Errichello (1994) descreve, no manual de requisitos para transmissão de turbina eólica, que o espaço dela na nacele é geralmente limitado e perigoso, sendo importante considerar a acessibilidade e a manutenibilidade dos elementos, bem como a necessidade de transdutores para controle de temperatura, vibração, pressão e fluxo do óleo lubrificante.

### 2.2 CINEMÁTICA E DINÂMICA DAS ENGRENAGENS

#### 2.2.1 Engrenagens cilíndricas

Transmissões por engrenagens são sistemas multicorpos ou mecanismos, i.e., conjuntos de subsistemas chamados corpos, componentes ou subestruturas, cujo movimento é forçado devido a diferentes tipos de juntas e a cinemática e a dinâmica atuam em conjunto (SHABANA, 2013). Na maioria das vezes, para facilitar a análise cinemática e dinâmica, as engrenagens são simplificadas por rodas de atrito, pelo método de parâmetros concentrados (lumped-parameters) e submetidas somente a carregamentos torcionais (NORTON, 2010). Um par engrenado consiste em uma engrenagem menor chamada pinhão e uma engrenagem maior chamada coroa (figura 4). Cada engrenagem possui a velocidade angular ( $\omega$ ), raio médio (R) e a velocidade relativa tangencial ( $\Delta v$ ) no contato entre ambas.

Figura 4 – Representação do par engrenado pinhão-coroa e seus parâmetros cinemáticos.



Fonte: NORTON, 2010, modificado.

A mobilidade do par engrenado nessas condições sempre foi de um grau de liberdade devido à função das juntas rotativas e à ausência de movimento relativo no contato cilíndrico entre eles. Para definir a quantidade de graus de liberdade (do inglês, *degrees of freedom – DOF*) do par pinhão-coroa, utiliza-se o critério de Kutzbach-Gruebler para mecanismos 2D (equação 1).

$$\mathbf{DOF} = \mathbf{3N} - \mathbf{2n}_1 - \mathbf{n}_2 \tag{1}$$

onde N é o número de corpos móveis, n<sub>1</sub> e n<sub>2</sub> são o número de juntas que possuem, respectivamente, um e dois graus de liberdade. No caso do par pinhão-coroa, há dois corpos móveis (N = 2), cada uma fixada à uma junta de revolução (n<sub>1</sub> = 2); segundo Norton (2010), o contato cilíndrico equivale a uma junta de dois graus de liberdade, pois impede a excentricidade das rodas de atrito (n<sub>2</sub> = 1). Resolvendo a equação 1, resulta em DOF = 1. Assume-se que a diferença de velocidade tangencial ( $\Delta v = 0$ ) na linha de contato entre as engrenagens é nula (equação 2).

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{pinhão}} + \mathbf{v}_{\text{coroa}} = \mathbf{R}_{\text{pinhão}} \boldsymbol{\omega}_{\text{pinhão}} + \mathbf{R}_{\text{coroa}} \boldsymbol{\omega}_{\text{coroa}} = \mathbf{0}$$
(2)

$$\frac{\mathbf{R}_{\text{coroa}}}{\mathbf{R}_{\text{pinhão}}} = -\frac{\omega_{\text{pinhão}}}{\omega_{\text{coroa}}}$$
(3)

A equação 3 é um vínculo holônomo e representa a lei fundamental do engrenamento que, se obedecida, garante que as relações entre velocidade angular e torque permaneçam constantes durante o funcionamento.

#### 2.2.2 Sistema de engrenagens planetárias

O Sistema de Engrenagens Planetárias (SEP), também conhecido por sistema epicicloidal, é um mecanismo de alta complexidade cinemática e dinâmica e de difícil visualização. Possui diversas vantagens: são compactos, leves, possibilitam inúmeras relações de transmissão, apresentam alta densidade de potência e de engrenamento permanente e a topologia e estrutura simétrica do sistema permite a minimização dos esforços nos mancais de rolamentos e o alinhamento dos eixos (NORTON, 2010). O SEP é composto por

quatro elementos fundamentais: engrenagem solar, engrenagem anular, engrenagens planetárias e o braço acoplado às planetárias. Sua cinemática é baseada no triângulo de velocidades, cujo Centro Instantâneo de Rotação (CIR) das engrenagens planetárias varia de acordo com a configuração do sistema, por meio da linha isocinética formada pelos vetores de velocidade do conjunto (figura 5).

Figura 5 – Configuração gráfica do triângulo de velocidades e do CIR para a engrenagem planetária aplicada em turbinas eólicas.



Fonte: VULLO, 2020, modificado.

Aplicando o critério de Kutzbach-Gruebler para determinar a mobilidade, têm-se três corpos móveis (N = 3), três juntas de revolução (n<sub>1</sub> = 3) e a engrenagem planetária faz dois contatos cilíndricos (n<sub>2</sub> = 2). Resolvendo a equação 1, resulta em DOF = 1. Samanuhut e Dogan (2008) determinaram as velocidades angulares das engrenagens solar e anular em função do braço e da engrenagem planetária. Essas equações são obtidas a partir da configuração das velocidades na engrenagem planetária mais detalhada (figura 6).



Figura 6 – Configuração das velocidades do braço e da engrenagem planetária (esquerda) e as resultantes das velocidades das engrenagens solar e anular (direita).

Fonte: autor.

A velocidade tangencial relativa ao braço da engrenagem planetária ( $v_P$ ) é a mesma; a velocidade do braço pode ser expressa de três maneiras: pode ser absoluta ( $v_B$ ), no centro geométrico da planetária, ou relativa à engrenagem anular ( $v_{B/A}$ ) ou à solar ( $v_{B/S}$ ). As velocidades das engrenagens solar ( $v_S$ ) e anular ( $v_A$ ) estão expressas como resultantes. Assim como ocorre no par pinhão-coroa, a diferença de velocidade nos extremos também vai ser nula. A partir daí, obtémse as equações vinculares (equações 4 e 5).

$$v_{B/S} - v_{P} - v_{S} = 0$$

$$R_{S}\omega_{B} - R_{P}\omega_{P} - R_{S}\omega_{S} = 0$$

$$\omega_{S} = \omega_{B} - \frac{R_{P}}{R_{S}}\omega_{P}$$
(4)

$$v_{B/A} + v_P - v_A = 0$$
$$R_A \omega_B + R_P \omega_P - R_A \omega_A = 0$$

$$\omega_{\rm A} = \omega_{\rm B} + \frac{\mathbf{R}_{\rm P}}{\mathbf{R}_{\rm A}} \omega_{\rm P} \tag{5}$$

onde  $\omega_B$ ,  $\omega_P$ ,  $\omega_A$ , e  $\omega_S$  são as velocidades angulares do braço, das engrenagens planetárias relativas ao braço, engrenagem solar e anular, respectivamente.

### 2.3 MECÂNICA DO CONTATO DAS ENGRENAGENS

#### 2.3.1 Conceito geral

Admitindo as engrenagens como rodas de atrito, então é correto afirmar que existe uma linha de contato constante entre elas. Segundo a teoria de Hertz, quando há dois cilindros rígidos de superfícies lisas em contato, resulta em uma linha cuja tensão aplicada seria infinitamente grande devido à mínima área de contato entre os corpos. Todavia, na prática, as áreas de contato dos corpos sofrem deformação elástica, implicando que a tensão de contato é limitada (SLOGEN, 2013).

Jelaska (2012) e Slogen (2013) utilizaram a teoria de Hertz para determinar a tensão máxima aplicada no contato entre as rodas de atrito (figura 7). Essa tensão é aplicada na área de dimensões  $2b_{H} \times w$  e definida pela equação 6.

Figura 7 – Representação da linha de contato entre duas rodas de atrito.



Fonte: JELASKA, 2012, modificado.

$$\sigma_{\rm H} = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2}\right)} \cdot \frac{F}{w \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}}$$
(6)

onde vi, Ei e Ri são, respectivamente, coeficiente de Poisson, módulo de elasticidade axial e raio da roda i, F é a força normal e w é a largura do contato.

### 2.3.2 Rigidez da malha engrenada

O elemento de engrenagem é a roda de atrito com o perfil de dente. Esse perfil de dente é baseado em quatro diâmetros básicos: diâmetro interno (também conhecido por diâmetro raiz), diâmetro de base, diâmetro médio (também conhecido por diâmetro primitivo, do inglês *pitch diameter*) e diâmetro externo (figura 8).

Figura 8 – Posição dos diâmetros que compõem o perfil de dente.



Fonte: SLOGEN, 2013, modificado.

A existência do arredondamento entre os diâmetros interno e base é justamente para evitar cantos vivos e, consequentemente, a concentração de tensões durante o engrenamento que, por sua vez, é representado por uma linha de ação entre as engrenagens devido ao ângulo de pressão  $\alpha$  (figura 9). Essa linha de ação interliga os dois diâmetros de base das engrenagens. De acordo com esse conceito, a linha do contato, para acompanhar a linha de ação, vai se deslocar em torno da superfície do dente.



Figura 9 – Detalhes da linha de ação (vermelho) em função do ângulo de pressão.



De um modo mais técnico, vai haver variação de tensão superficial no contato entre dentes durante o engrenamento (figura 10).





Fonte: LI, 2018.

Com base na figura anterior, fica explícito que existe movimento relativo que faz a linha de contato se mover ao longo do perfil de dente visando respeitar a linha de ação. Além disso, o erro de transmissão, definido pela diferença de deslocamento angular ideal e real em movimento rotativo causada pela deformação elástica dos dentes, principalmente por esforços de flexão e pela folga existente, contribui para a dinâmica entre dentes das engrenagens. Tudo isso leva ao fenômeno da rigidez da malha engrenada (GIRSANG *et al.*, 2014). A rigidez da malha envolve os raios de base das engrenagens.



Figura 11 – Representação da rigidez do engrenamento das engrenagens.

Fonte: GIRSANG et al., 2014, modificado.

Vale destacar que há uma diferença entre rigidez da malha e rigidez de engrenamento. A rigidez de engrenamento (k<sub>engto</sub>) representa a rigidez dos dentes das engrenagens uma vez em contato entre si por adesão; sua unidade é N/m e seu valor é determinado experimentalmente. A rigidez da malha (k<sub>malha</sub>) é o valor da rigidez com as engrenagens em movimento, considerando os efeitos de contato, cisalhamento superficial e flexibilidade dos dentes; sua unidade é Nm.

Por causa da rigidez da malha engrenada, o par engrenado vai atuar como um sistema massa-mola de dois graus de liberdade, sujeito a vibrações torcionais que interferem no movimento rotativo do sistema, porque a velocidade angular, enquanto era um valor médio no sistema de rodas de atrito, vai oscilar ao longo do tempo (em alguns casos, na forma de senoide) e não necessariamente vai respeitar a lei do engrenamento (GIRSANG *et al.*, 2014; HAN *et al.*, 2017).

#### 2.3.3 Influência do atrito, da rolagem e do deslizamento

Segundo a tribologia, física e mecânica, o atrito é um termo usado para descrever a resistência ao movimento relativo entre dois corpos em contato (BLAU, 2013). A quantificação do atrito envolve desde grandezas adimensionais (coeficientes de atrito estático e atrito dinâmico) até grandezas conhecidas na engenharia (força de atrito, torque de atrito, energia de atrito).

No caso de engrenagens, o atrito ocorre na superfície lubrificada entre os dentes que estão sujeitos aos movimentos combinados de rolagem (*rolling*) e deslizamento (*sliding*) e seu entendimento é essencial para compreender seu impacto nas (1) origens de falhas por *scuffing* devido ao excesso de calor gerado e falhas por fadiga de contato associadas ao *pitting*, (2) perdas de energia no contato entre dentes e (3) vibrações nas direções de deslizamento e efeitos do amortecimento ao longo da linha de ação (KAHRAMAN, LI, 2013). A figura 12 demonstra as orientações vetoriais de rolagem e de deslizamento na superfície dos dentes.



Figura 12 – Orientação dos movimentos de rolagem e de deslizamento na superfície dos dentes.

Fonte: ERRICHELLO, 2013, p. 1521, modificado.

Com base na figura 12, a rolagem da engrenagem motora começa no raio de base do dente e termina em sua ponta, enquanto na engrenagem movida começa na ponta do dente e termina próximo à base. Os sentidos do deslizamento da engrenagem motora sempre ocorrem se afastando do raio médio, enquanto na engrenagem movida elas ocorrem se aproximando.

Para obter as velocidades de rolagem e deslizamento, aplica-se cálculo vetorial em um ponto de contato C (figura 13). Têm-se as velocidades normais ( $v_{Ni}$ ), tangenciais ( $v_{Ti}$ ) e de rolagem ( $v_{Ri}$ ) e ângulo de pressão local ( $\alpha_i$ ) das engrenagens motora (M, 1) e movida (m, 2).

Figura 13 – Diagrama de velocidades no contato C entre dentes das engrenagens em relação à engrenagem motora.



Fonte: ERRICHELLO, 2013, p. 1521; VULLO, V1, 2020, modificado.

Explicando a figura 13: a reta *r* representa a tangência relativa à rolagem e a reta *n* representa, simultaneamente, a reta normal à superfície e a linha de ação; ambas *r* e *n* são perpendiculares entre si. Em ordem de satisfazer a lei do engrenamento e a malha de contato, as velocidades normais devem ser iguais  $(V_{N1} = V_{N2} = V_N)$ , caso contrário, ambos os dentes não estariam mais em contato, mas sim separados (VULLO, V1, 2020). Para obter as velocidades de rolagem, faz-se uma decomposição vetorial da velocidade tangencial em relação ao ângulo de pressão local. Enquanto a velocidade tangencial (equação 7) movimenta as engrenagens pelo raio médio, a velocidade de rolagem (equação 8) movimenta as engrenagens relativamente às suas superfícies.

$$\mathbf{v}_{T1} = \boldsymbol{\omega}_{1} \cdot \mathbf{R}_{m1}$$

$$\mathbf{v}_{T2} = \boldsymbol{\omega}_{2} \cdot \mathbf{R}_{m2}$$

$$\sin \boldsymbol{\alpha}_{i} = \frac{\mathbf{v}_{Ri}}{\mathbf{v}_{Ti}} \rightarrow \mathbf{v}_{Ri} = \mathbf{v}_{Ti} \cdot \sin \boldsymbol{\alpha}_{i}$$

$$\mathbf{v}_{R1} = \boldsymbol{\omega}_{1} \cdot \mathbf{R}_{m1} \cdot \sin \boldsymbol{\alpha}_{M}$$
(8)

 $v_{R2} = \omega_2 \cdot R_{m2} \cdot \sin \alpha_m$ 

onde  $v_T$ ,  $v_R$ ,  $\omega$  R e  $\alpha$  são, respectivamente, velocidades tangenciais e de rolagem, velocidade angular raio médio e ângulo de pressão local da engrenagem motora (1) e movida (2).

Se a diferença das velocidades de rolagem for diferente de zero, então haverá deslizamento entre os dentes das engrenagens (equações 9 e 10). Com isso, o atrito sempre vai se manifestar no deslizamento devido ao movimento relativo à rolagem na superfície dos dentes.

$$\mathbf{v}_{\mathrm{D1}} = \Delta \mathbf{v}_{\mathrm{R}} = \mathbf{v}_{\mathrm{R1}} - \mathbf{v}_{\mathrm{R2}} \tag{9}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{D2}} = -\mathbf{v}_{\mathrm{D1}} \tag{10}$$

Falhas superficiais (*pitting*, por exemplo) vão gerar trincas que podem começar na superfície ou subsuperfície do dente e sempre vão se propagar no sentido contrário aos movimentos de deslizamento. Isso fica nítido na figura anterior, pois as trincas têm propagação convergente ao raio médio da engrenagem motora e propagação divergente na engrenagem movida (BLAU, 2013).

Outra característica a se considerar é a relação rolagem-deslizamento (*Sliding-Rolling Ratio – SRR*), definida pela equação 11. Essa relação determina, proporcionalmente, o valor da velocidade de deslizamento em relação à velocidade de rolagem da engrenagem motora e sua orientação. Por exemplo, se houver um valor de SRR = -0,35, significa que a velocidade de deslizamento será 35% do valor da velocidade de rolagem e estará em sentido contrário. Esse exemplo demonstrado é conhecido por *deslizamento negativo*.

$$SRR = \frac{\mathbf{v}_{R1} - \mathbf{v}_{R2}}{\mathbf{v}_{R1} + \mathbf{v}_{R2}}$$
(11)

Teorias estimam que o deslizamento negativo permite ao óleo lubrificante entrar nas trincas superficiais e acelerar o processo de crescimento de fratura (ERRICHELLO, 2013, p.1522).

#### 2.4.4 Amortecimento da malha engrenada

Na mecânica, o amortecimento ocorre quando dois corpos elásticos se impactam ou atritam entre si e parte da energia de deformação é liberada em forma de calor devido às dissipações viscosas (ALI *et al.*, 2014).

No caso de engrenagens, o amortecimento da malha engrenada é representado por um elemento de amortecimento viscoso e faz associação em paralelo com a rigidez da malha engrenada detalhado na figura 14. Observa-se nessa figura que, na região entre dentes, as velocidades tangenciais v<sub>1</sub> e v<sub>2</sub> seguem o movimento de rolagem, porém as forças superficiais seguem com sentidos diferentes devido ao movimento relativo e, também, por causa da lei da ação-reação.

Da mesma forma que ocorre com a rigidez, o amortecimento entre dentes das engrenagens também é dividido em amortecimento de engrenamento e amortecimento da malha engrenada.

Figura 14 – Representação do amortecimento da malha engrenada e sua física detalhada entre os dentes das engrenagens.



Fonte: KAHRAMAN, LI, 2011, modificado.

Segundo Zhao e Ji (2016), o amortecimento da malha tem sido desprezado em muitos trabalhos existentes no estudo de engrenagens de turbina eólica, porém ele representa grande importância na dinâmica das engrenagens, principalmente por atuar como elemento de dissipação de energia para reduzir qualquer chance de instabilidade da transmissão. Kahraman e Li (2011) reforçam que não existe uma formulação oficial genérica que estime o valor do amortecimento da malha engrenada, já que ela depende das condições de operação (velocidade e torque), condições da superfície e parâmetros do lubrificante.

### 2.3.5 Erro de transmissão estático

Já descrito anteriormente, o erro de transmissão em engrenagens referese à variação da posição de saída definida pela diferença de deslocamento angular ideal e real em movimento rotativo (figura 15).

Figura 15 – Representação do erro de transmissão estático e sua representação física detalhada entre os dentes das engrenagens.



Fonte: JIAO, 2013, modificado.

Entre as causas mais comuns estão a deformação elástica dos dentes e problemas de manufatura das engrenagens. Durante o engrenamento, a troca de dentes de engrenagens ocorre ciclicamente, o que faz a rigidez da malha engrenada variar ao longo do tempo (JIAO, 2013).

A formulação do erro de transmissão é complexa e autores como Mohammed *et al.* (2014) destacam que é variável ao longo do tempo e espaço. No entanto, se forem aplicadas velocidades tangenciais constantes no raio médio e considerar a deformação dos dentes apenas no início do engrenamento, então o sistema converge para um modelo linear e conservativo e o erro de transmissão se torna estático, dependendo somente dos deslocamentos angulares (equação 12).

$$\mathbf{e} = \mathbf{R}_{b1} \left( \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} \boldsymbol{\theta}_2 - \boldsymbol{\theta}_1 \right)$$
(12)

onde  $R_{b1}$  é o raio de base da engrenagem motora e Z e  $\theta$  são, respectivamente, número de dentes e deslocamento angular das engrenagens motora (1) e movida (2).

Jiao (2013) afirma que o erro de transmissão estático sempre resulta em valor negativo, porque representa o atraso da engrenagem movida em relação à engrenagem motora. Além disso, é responsável pela flexibilidade dos dentes e promover geração de ruídos durante o engrenamento.

### 2.3.6 Mecânica do contato para o SEP

O SEP possui engrenagens planetárias igualmente espaçadas e submetidas a deslocamentos rotacionais e translacionais, sendo que cada uma faz dois pontos de contato: uma com a engrenagem solar e outra com a anular. O contato solar-planetária é característico com um único ponto de contato entre dentes e a área superficial de contato é pequena, diferente do contato anular-planetária, cujo recobrimento interno permite mais pontos de contato e maior área superficial, possibilitando maior distribuição das tensões de contato (XUE *et al.*, 2016). Isso fica detalhado na figura 16. Por esse motivo, a engrenagem anular é a que menos sofre falhas durante a transmissão do sistema.
Figura 16 – Representação detalhada (em vermelho) dos contatos solar-planetária (a) e anularplanetária (b) em função do recobrimento para cada par engrenado.



Fonte: XUE et al., 2016.

Devido a essa diferença de recobrimento, cada ponto de contato vai ter suas próprias rigidezes e amortecimentos das malhas engrenadas.

ASKI *et al.* (2014) foram mais além e modelaram, também, os deslocamentos axiais nos eixos x e y das engrenagens e do braço causados pelo efeito dos mancais no interior das planetárias, dos mancais que suspendem o braço e o eixo da engrenagem solar e da carcaça que sustenta a engrenagem anular. Isso resulta em um total de 18 graus de liberdade (figura 18). Esses deslocamentos estão representados por molas axiais lineares.



Figura 17 – Representação do modelo dinâmico para o SEP considerando os deslocamentos axiais pelos eixos x e y.

Fonte: ASKI et al., 2014, modificado.

Por isso, além da dinâmica torcional, o SEP vai ter dinâmica axial planar, cujas fases influenciam muito na obtenção das equações de movimento, pois geram forças pelos eixos x e y. Esse tipo de modelagem é útil quando se trata de modificação do perfil de dente para reduzir problemas relacionados a vibrações, as quais produzem carregamentos dinâmicos, diminuem a vida útil estrutural e geram ruídos.

HUANG *et al.* (2013) e ASKI *et al.* (2014) afirmam que a inclusão de elementos de contato e/ou de mancais fazem o SEP ser um sistema não-linear.

# 2.4 VIBRAÇÕES DAS ENGRENAGENS

Vibrações de sistemas engrenados são muito importantes, especialmente pelo fato de as engrenagens estarem sujeitas a alta potência e altas rotações, uma vez em operação, ocorrendo possibilidade de o sistema operar dentro das ressonâncias. Vibrações torcionais ocorrem devido à inércia das engrenagens, carregamentos cíclicos e rigidez da malha engrenada; tudo isso acarreta muitos problemas. Em muitos casos, é necessário garantir que as frequências de operação não coincidam com as frequências de ressonância (TIWARI, 2018). Vibrações torcionais são perigosas e difíceis de detectar e sua amplitude de oscilação pode aumentar significativamente se a frequência do sistema chegar perto da frequência de excitação (KORI, LODWAL, 2016).

De acordo com Sheng (2012), da National Renewable Energy Laboratory (NREL), as vibrações torcionais são ocasionadas devido ao projeto da transmissão, por causa da rigidez e do amortecimento da malha engrenada, além de serem rotativos, e às condições climáticas em que a turbina está instalada, por exemplo, variação da velocidade e direção do vento, turbulência, entre outros. Essas vibrações são inevitáveis de acontecer, porém é possível mitigar a ocorrência e sua intensidade através de controles e operar fora das condições de ressonância. A ferramenta mais adequada para determinar as condições de operação da turbina eólica é através da curva de resposta de frequência (*Frequency Response Function – FRF*). Essa curva representa as frequências naturais do sistema em função da frequência de operação.

A rigidez da malha impacta significativamente na determinação das frequências de ressonância da caixa de engrenagens. Em muitas vezes, aumentar o valor da rigidez da malha pode resultar em uma faixa de frequência mais ampla e maiores valores das frequências naturais do sistema, porém não tem impacto nas frequências naturais mais baixas da transmissão. Já o amortecimento da malha engrenada impacta na amplitude de excitação (AL-HAMADANI, LI, 2017).

Zhao e Ji (2016) analisaram as vibrações torcionais da turbina eólica da NREL e, baseados nos resultados, concluíram que a rigidez da malha engrenada tem mais impacto do que o erro de transmissão estático, explicando o motivo da fadiga de contato, ocorrer ao longo da linha de ação em baixas rotações.

A inclusão dos mancais de rolamentos dos eixos permite que as engrenagens do sistema sofram não só vibrações torcionais, mas também vibrações axiais ao longo do plano xy, permitindo a excentricidade das engrenagens. A quantidade de graus de liberdade aumenta, tornando o modelo do sistema mais complexo e flexível. Haverá excitações torcionais e axiais devido à inclusão das rigidezes axiais dos mancais, representadas por molas axiais (figura 18), e será necessária a análise de falhas também dos mancais de rolamentos (CALDERON, NATARAJAN, 2015).

Figura 18 – Representação das rigidezes dos rolamentos na engrenagem de um eixo.



Fonte: OYAGUE, 2008.

# 2.5 ANÁLISE DE FADIGA

A partir do momento que as engrenagens de turbina eólica vibram, aumentam as chances de as mesmas falharem por fadiga. Dois modos predominantes de dano por fadiga são característicos: fadiga de flexão do dente e fadiga de contato (DONG, 2012).

#### 2.5.1 Fadiga de flexão (bending fatigue)

Ocorre por tensões cíclicas de flexão que excedem o limite de resistência à fadiga perto do diâmetro raiz do dente. A fratura se inicia na superfície e se estende por uma linha de propagação na direção normal ao início da fratura (ERRICHELLO, 2013, p.1467). Liang *et al.* (2017) determinaram, através de elementos finitos, que a propagação da fratura para a quebra do dente depende da intensidade do carregamento, frequência de operação e o fator geométrico do dente. Essas propagações foram exemplificadas por meio de linhas e, quanto maior o número, mais perto estará do diâmetro de base e, consequentemente, mais chances tem do dente se romper por flexão (Figura 19).

Figura 19 – Detalhe das linhas de propagação para início da trinca do dente da engrenagem.



Fonte: LIANG et al., 2017, modificado.

Há dois fatores críticos na flexão do dente: (1) geometria do dente e (2) posição do carregamento.

#### 2.5.1.1 Geometria do dente

O perfil de dente pode variar para as engrenagens, dependendo da aplicação, e a concentração de tensões ocorre em duas regiões: no ponto de contato e nos flancos da raiz do dente (VULLO, V2, 2020). A figura 20 mostra o espectrograma das tensões internas para cada tipo de perfil de dente. Houve aplicação do mesmo carregamento na região quase na ponta para os quatro dentes pois, desse jeito, assegura maior intensidade das tensões internas durante a flexão, além de ser mais justo comparar igualmente os quatro perfis.

Figura 20 – Espectrograma de tensões de quatro perfis de dente.

Pela figura anterior, as tensões internas ficaram mais distribuídas em superfícies de contato e flancos mais arredondados. Isso significa que, para garantir maior vida útil à fadiga de flexão, uma boa estratégia é arredondar as superfícies para evitar cantos-vivos.

Fonte: VULLO, V2, 2020.

# 2.5.1.2 Posição do carregamento

De acordo com os padrões da Associação Americana dos Fabricantes de Engrenagens (*American Gears Manufacturers Association – AGMA*), um método simplificado para calcular as tensões de flexão das engrenagens é assumir que os dentes se comportam como vigas engastadas; desse jeito, assume-se que a seção transversal do perfil é constante ao longo do dente e a tensão máxima pode ser calculada aplicando a força na ponta do dente (OYAGUE, 2009). A figura 21 exemplifica o perfil de dente flexionado como uma viga engastada de seção transversal h com força F aplicada na ponta.



Figura 21 - Exemplificação do perfil de dente modelado como uma viga engastada.

Fonte: OYAGUE, 2009, modificado.

No entanto, essa simplificação é arriscada e não-recomendável, pelo fato de não considerar a variação de seção transversal do dente e não deixa claro o método utilizado para determinar as variações das tensões de flexão e tensões subsuperficiais durante o engrenamento, ainda mais acoplada com um dente de outra engrenagem. De acordo com a figura 22, no início do engrenamento (A), ocorre o contato das engrenagens motora e movida e inicia-se uma força de contato nessa região; então, a tensão de flexão pela força aplicada na engrenagem motora é mínima por estar perto da raiz, enquanto na engrenagem movida a tensão de flexão é máxima por estar na ponta do dente. Conforme avança o engrenamento (B), a tensão de flexão na motora aumenta e a tensão na movida diminui. No fim do engrenamento (C), tem-se uma situação inversa: a engrenagem motora está com a máxima tensão de flexão e a engrenagem movida está com a tensão mínima. Para efeitos visuais, o autor optou pelo método linear para representar a variação das tensões internas de flexão.

Figura 22 – Variação das tensões de flexão dos dentes durante o engrenamento pelo método linear.



Fonte: OYAGUE, 2009, modificado.

Portanto, um método de simplificação utilizado no estado-da-arte é determinar tensões médias e idênticas em ambas as engrenagens na posição B.

#### 2.5.2 Fadiga de contato (*contact fatigue*)

Também conhecida por fadiga de superfície (*surface fatigue*) e fadiga hertziana (*hertzian fatigue*), é causada por tensões cíclicas de contato que causam trincas superficiais ou subsuperficiais e remoção de fragmentos de material da superfície do dente (ERRICHELLO, 2013, p.1523). Slogen (2013) afirma que a geometria de contato e o movimento das engrenagens criam uma tensão de cisalhamento superficial alternada que, por sua vez, produz deformações elásticas e plásticas cíclicas. Essas deformações são ocasionadas pela tensão de contato hertziana.

Do ponto de vista microestrutural, dependendo da composição do material e das orientações dos grãos, as concentrações de tensão interna são formadas e lideram a formação de trincas. Assim, em adição às pequenas áreas de contato, as tensões de cisalhamento ocorrem perto da superfície do dente.

Durante a rolagem pura, a tensão máxima de cisalhamento ocorre de 0,18 a 0,3 mm abaixo da superfície e de 0,4 mm à frente da linha de contato. A trinca se inicia no ponto de máxima tensão e se propaga paralelamente à superfície do dente; a continuidade da rolagem pode resultar das trincas emergirem à superfície, resultando na remoção de material. Esse fenômeno é conhecido por Fadiga de Contato por Rolagem (*Rolling Contact Fatigue – RCF*). As curvas de tensão de cisalhamento subsuperficial da rolagem e do deslizamento estão expressas na figura 23.

As orientações de deslizamento e rolagem impactam na formação de trincas; em geral. Deslizamentos negativos (velocidades de rolagem e deslizamento em sentidos contrários) possuem maiores tensões de cisalhamento perto da superfície do dente, aumentando as chances de a engrenagem falhar por fadiga de contato (FERNANDES, McDULING, 1997).

Figura 23 – Representação das curvas de tensão de cisalhamento subsuperficiais do dente da engrenagem em contato.



Fonte: FERNANDES, McDULING, 1997, modificado.

Um método prático para determinar se a transmissão por engrenagens vai falhar por fadiga se dá com a curva  $\sigma$ -N. Dong (2014) desenvolveu essa curva com o auxílio da equação de dano acumulativo de Palmgren-Miner. Uma vez adquirido esse dano, foi possível determinar o número de ciclos que as engrenagens vão suportar, porém teve que utilizar o critério de Soderberg para corrigir a tensão aplicada na superfície do dente. Ele chegou à conclusão de que o dano acumulado faz a transmissão de engrenagens da turbina eólica ter vida útil de 8-10 anos.

Nejad (2014) utilizou os conceitos de Dong (2014) para determinar não só o dano acumulado e a curva σ-N, mas também calculou a probabilidade de falha para cada engrenagem e, também, para os rolamentos da turbina eólica NREL 750kW e elaborou um mapa de vulnerabilidade (figura 24). Posteriormente, Nejad *et al.* (2016) fizeram os mesmos procedimentos de cálculo à fadiga e mapa de vulnerabilidade aplicada à turbina NREL 5 MW (figura 25).





Fonte: NEJAD, 2014; SHENG, 2012, modificado.





Fonte: NEJAD et al., 2016, modificado.

Ambos resultados demonstraram que os elementos submetidos a altas rotações, ou mais próximas ao gerador (pinhão, coroa e os mancais dos eixos), têm mais chances para falhar por fadiga, enquanto elementos do engrenamento planetário (exceto os mancais das planetárias) são os últimos a falhar. A turbina NREL 5 MW apresentou um resultado diferente: os dois SEPs praticamente demonstraram ter resistência à fadiga e com poucas chances de falha, exceto à primeira engrenagem solar e os mancais do segundo braço; e os mancais de rolamentos dos eixos vinculados ao par pinhão-coroa são os mais vulneráveis, comprovando a importância de se considerar os mancais na modelagem da transmissão da turbina eólica.

# 2.6 ESTUDO DE FALHAS DAS ENGRENAGENS

Uma vez submetida à fadiga, à sobrecarga e ao atrito, as engrenagens ficam submetidas a falhas. O modo mais comum de uma engrenagem falhar é por fadiga de contato, resultando em *pitting* e *scuffing*, desgaste normal e deformação plástica superficial; o outro modo seria a fadiga de flexão, resultando na quebra dos dentes das engrenagens (BECKHAM, 2019).

Errichello e Muller (2002) explicam que, em muitos casos, peças defeituosas e dados de inspeção não fornecem informações suficientes para determinar a causa da falha. Quando isso acontece, os cálculos de projeto de engrenagens e os testes de laboratório geralmente são necessários para desenvolver e confirmar uma hipótese para a causa provável.

O desenho do perfil do dente possui influência na análise de esforços e de tensões. Portanto, diferentes modos de falha podem ocorrer na superfície do dente da engrenagem; muitas vezes, podem ocorrer falhas combinadas, que pode dificultar a identificação da falha que causou o dano (SLOGEN, 2013).

#### 2.6.1 Desgaste (*Wear*)

Consiste na perda ou no deslocamento de material na superfície do dente da engrenagem. As causas mais comuns incluem o contato direto metal-metal devido à baixa lubrificação, presença de partículas duras e desgaste químico pela composição do óleo e seus aditivos. Beckham (2019) explica que o desgaste abrasivo (figura 26) ocorre quando partículas duras são pressionadas pelos movimentos de rolagem e deslizamento nas superfícies dos dentes durante o engrenamento; essas partículas podem ser partículas contaminantes, fundidas ou mesmo sendo debris.



Figura 26 – Efeito do desgaste abrasivo na superfície dos dentes das engrenagens.

Fonte: ERRICHELLO, MULLER, 2002

# 2.6.2 Pitting

É a falha mais comum de ocorrer nos dentes das engrenagens devido a tensões superficiais e subsuperficiais cíclicas, excedendo os limites de resistência à fadiga de contato, resultando na superfície caracterizada por "crateras" (*pits*). O *pitting* ocorre sob efeito do deslizamento negativo durante o engrenamento.

O *pitting* é dividido em dois tempos: inicial e progressivo. O *pitting* inicial ocorre em áreas locais de alta tensão por força de superfícies irregulares no dente da engrenagem; são crateras pequenas (menos de 1 mm de diâmetro) que podem se desenvolver em um relativo e curto período de tempo. Já o *pitting* progressivo ocorre abaixo da região do raio médio do dente e aumenta progressivamente, tanto em tamanho quanto em quantidade de crateras. (BECKHAM, 2019).

Jelaska (2012) reforça que, dependendo das condições materiais e dinâmicas da transmissão, o *pitting* inicial pode se manifestar nas primeiras horas de operação, criando as crateras com tamanho de 0,2 a 1 mm de diâmetro que cobrem cerca de 20% da superfície e não se dispersam, enquanto o *pitting* progressivo pode surgir no período de 0,1 a 10 milhões de ciclos e inicia a destruição do dente da engrenagem. A comparação de ambas as superfícies afetadas está representada pela figura 24.

Figura 27 – Comparação das superfícies afetadas pelo *pitting* inicial (esquerda) e *pitting* progressivo (direita).



Fonte: BECKHAM, 2019.

O pitting é dividido em dois tipos: micro- e macro-pitting. O micro-pitting se refere a pequenas lascas de 10-20 µm de diâmetro e ocorre sob rolagem e deslizamento combinados; isso altera a superfície do dente gerando concentração de tensões em uma área pequena, afetando a precisão das engrenagens durante o engrenamento. É mais comum acontecer em superfícies de alta dureza e em transmissões de turbina eólica. Esse fenômeno é mais difícil de detectar, pois ele pode surgir tanto na superfície quanto na subsuperfície do dente (JELASKA, 2012). Se a trinca ocorreu na região subsuperfícial e não houver métodos para mitigá-la, o micro-pitting pode piorar sob efeito do *pitting* progressivo, aumentando o tamanho das crateras para mais de 1 mm e até mesmo removendo grandes pedaços de material; esse fenômeno é conhecido por macro-pitting (ERRICHELLO, MULLER, 2002). A comparação de ambas as superfícies afetadas está representada pela figura 28. O macro-pitting é também conhecido por *spalling*.

Figura 28 – Comparação das superfícies afetadas pelo micro-(esquerda) e macro-pitting (direita).



Fonte: JELASKA, 2012.

# 2.6.3 Scuffing

Descreve a falha de desgaste adesivo severo em superfícies de dente submetidas a carregamentos em condições de altas rotações e/ou altas temperaturas, causando a quebra do filme lubrificante e resultando em "arranhões" e fissuras na direção do deslizamento, cuja origem vem de um *pitting* inicial ocorrido na superfície do dente. Embora a temperatura de contato seja o principal fator, é importante conhecer as propriedades do óleo lubrificante e seus aditivos e como eles podem impactar na lubrificação (ERRICHELLO, 2013, 1469). As superfícies têm uma textura áspera ou fosca que, sob ampliação, parecem rasgadas e deformadas plasticamente (Figura 29).



Figura 29 - Danos causados por scuffing na superfície do dente

Fonte: ERRICHELLO, 2013, p. 1469.

#### 2.6.4 Quebra dos dentes (tooth breakage)

Ocorre em função da variação de tensões causada pelo momento de flexão de uma força normal atuando na superfície do dente durante o contato. Depois disso, o dente fica não-carregado durante uma revolução até ele se encontrar com outro dente; no caso do SEP, os dentes das engrenagens vão depender do arranjo das engrenagens planetárias e de seu espaçamento. Devido às vibrações torcionais, o dente é submetido a tensões normais cíclicas pulsantes, isto é, que variam de zero a um valor máximo determinado (JELASKA, 2012). Em geral, a quebra do dente ocorre no final da vida útil da engrenagem, tanto que se exige um alto coeficiente de segurança.

A região mais comum de surgir uma trinca fica perto da raiz do dente, onde as concentrações de tensão e sensibilidade à flexão são maiores e, a partir daí, gera uma fratura que se propaga, deixando uma superfície convexa no dente quebrado e uma superfície côncava no corpo da engrenagem (Figura 30).



Figura 30 – Trajetória da fratura na região da raiz do dente.

Fonte: BOIADJIEV et al., 2015.

Jelaska (2012) e Nejad (2014) elaboraram um diagrama de falhas que relaciona as principais falhas descritas anteriormente aplicadas essencialmente para engrenagens de turbina eólica em função do carregamento aplicado, da velocidade média tangencial no raio médio do dente e da superfície endurecida do material (figura 31).



Figura 31 – Diagrama de falhas das engrenagens da turbina eólica para superfícies nãoendurecidas (A) e endurecidas (B).

<u>Falhas:</u> Quebra do dente (1), *macro-pitting* (2), *scuffing* (3), desgaste (4), *micro-pitting* (5). Fonte: JELASKA, 2012; NEJAD, 2014, modificado.

Ambos Jelaska e Nejad não especificaram o tipo de carregamento nem a escala numérica aplicada na engrenagem, então o autor dessa dissertação supôs que seria torque e que a escala seria a mesma em ambos os diagramas. Para engrenagens de turbina eólica, a velocidade média tangencial deve estar entre 1 a 20 m/s. Ambos os autores também reforçaram que a quebra dos dentes é causada pela fadiga de flexão, enquanto *pitting, scuffing* e desgaste, são causados pela fadiga de contato. De acordo com Jelaska (2012), as porcentagens de falhas em engrenagens são: 50% de quebra dos dentes, 30% de *pitting* e 20% de desgaste e *scuffing*.

Explicando como funcionam os diagramas: a área cinzenta significa "área sem danos". No entanto, isso não significa que a engrenagem não vai falhar, apenas vai ter o mínimo de falhas ou vai falhar com vida infinita, o qual não acontece com as engrenagens de turbina eólica. Dependendo da velocidade tangencial e do torque, as coordenadas vão ficar acima das linhas e, uma vez que isso acontece, a engrenagem vai sofrer aquela falha relacionada. Se as coordenadas ficarem acima de duas linhas, então vai falhar aquela mais próxima da linha. Por exemplo, se uma coordenada ficar acima das linhas 1, 2 e 5 do diagrama A, a engrenagem vai sofrer primeiramente falhas por "quebra do dente" ou a probabilidade será maior para essa falha, mas ainda continuará vulnerável a falhar por *micro-* e *macro-pitting*.

Outra característica dos diagramas é que engrenagens com superfícies endurecidas são mais resistentes e as falhas acontecem em altos carregamentos em comparação com engrenagens não-endurecidas. Além de terem maior área sem danos, a ordem das curvas de falhas também altera: enquanto para superfícies não-endurecidas as engrenagens tendem a falhar primeiro por *macro-pitting*, engrenagens endurecidas tendem a falhar primeiramente pela quebra do dente. Errichello (1994), Jelaska (2012), Ukonsaari *et al.* (2016), Vullo (V2, 2020) recomendam engrenagens endurecidas por suportarem maiores carregamentos e garantir maior vida útil da transmissão da turbina eólica.

# 3 MODELAGEM DA TRANSMISSÃO DA TURBINA EÓLICA

Dois modelos de transmissão de turbina eólica foram considerados para essa dissertação: um é o *Gearbox Reliability Collaborative* (GRC) de 750 kW desenvolvido pela NREL<sup>1</sup> (McNIFF, 2007), mais conhecido e estudado, representado pela figura 32, e o modelo de 5 MW, também da NREL, representado pela figura 33, cujos parâmetros técnicos de ambos estão apresentados na tabela 2.

O modelo de 5 MW segue a estrutura básica da transmissão de 750 kW: possui rotor, eixo principal, caixa de engrenagens, freio mecânico e gerador. A diferença está na configuração da caixa e da robustez dos componentes. No modelo de 5 MW, a caixa de engrenagens é composta por dois SEPs e um par pinhão-coroa, além de todas as engrenagens serem proporcionalmente maiores em relação ao modelo de 750 kW; o sistema de controle é mais aprimorado; os rolamentos são maiores e mais robustos e utilizam-se outros tipos, entre outros.

Figura 32 – Representação detalhada do modelo NREL 750 kW.

Fonte: SHENG, 2012, modificado.



Figura 33 – Representação da caixa de engrenagens do modelo NREL 5 MW.

Fonte: NEJAD, 2016.

Tabela 2 – Parâmetros técnicos dos modelos NREL 750 kW e 5 MW.

	750 kW	5 MW
Configuração	3 pás 3 pás	
Potência Nominal	750 kW	5 MW
Controle	Velocidade variável, pitch coletivo	
Transmissão	3  estágios, Ig = 81,5	3 estágios, Ig = 97,1
Diâmetro do Rotor e Cubo	24,1 m; 0,6 m	126 m; 4 m
Altura do Cubo	55 m	90 m
Rotação média do rotor	22-30 RPM	7-15 RPM

Fonte: GIRSANG et al., 2014; NEJAD et al., 2016; RINKER, DYKES, 2018, modificado.

Onde Ig é a relação de transmissão global.

O estudo desses modelos possui diversas interpretações. Autores como Sheng (2012) e Jin (2016) analisaram somente a caixa de engrenagens, enquanto outros como Mandic *et al.* (2012), Girsang *et al.* (2014), Al-Hamadani e Long (2017) incluíram também o rotor e o gerador; de acordo com esses últimos citados, a transmissão da turbina eólica é considerado um sistema de multicorpos, logo implica que o rotor e o gerador influenciam na cinemática e na dinâmica do sistema, não podendo ser analisados à parte. A caixa de engrenagens do modelo de 750 kW consiste em um SEP, com a engrenagem anular fixa à carcaça, cujo fluxo de velocidade entra pelo braço e sai pela engrenagem solar, e dois pares pinhão-coroa: um de baixa rotação e um de alta rotação (figura 34). A engrenagem solar e as coroas estão fixas nos eixos por duas chavetas simétricas e travadas por flanges, enquanto as engrenagens planetárias e os pinhões empregam união por interferência.

Para o modelo de 5 MW, consiste em dois SEPs, com ambas as engrenagens anulares fixas à carcaça e o fluxo de velocidade entra pelo braço e sai pela engrenagem solar, e um par pinhão-coroa, ambos acoplados por chavetas (figura 35).

Figura 34 – Representação detalhada da caixa de engrenagens do modelo NREL 750 kW, cujos nomes dos elementos, simbologia e numeração estão na tabela abaixo.



n°	Símbolo	Elemento	
1	er	Eixo do rotor	
2	В	Braço	
3	Р	Engrenagens planetárias	
4	Α	Engrenagem anular	
5	S	Engrenagem solar	
6	eb	Eixo da baixa rotação	
7	CB	Coroa da baixa rotação	
8	PB	Pinhão da baixa rotação	
9	ei	Eixo intermediário	
10	CA	Coroa da alta rotação	
11	PA	Pinhão da alta rotação	
12	ea	Eixo da alta rotação	

Fonte: SHENG, 2012, modificado (nota-se aparente desalinhamento entre os eixos da engrenagem solar e da coroa da baixa rotação).

Figura 35 – Representação detalhada da caixa de engrenagens do modelo NREL 5 MW, cujos nomes dos elementos, simbologia e numeração estão na tabela abaixo.



n	Simbolo	Elemento
1	er	Eixo do rotor
2	B1	Braço 1
3	P1	Engrenagens planetárias 1
4	A1	Engrenagem anular 1
5	S1	Engrenagem solar 1
6	e1	Eixo intermediário 1
7	B2	Braço 2
8	P2	Engrenagens planetárias 2
9	A2	Engrenagem anular 2
10	S2	Engrenagem solar 2
11	e2	Eixo intermediário 2
12	CO	Coroa
13	PI	Pinhão
14	eg	Eixo do gerador

Fonte: NEJAD, 2016, modificado.

O fluxo de potência se inicia com o rotor acionado pelo vento e passa pelo eixo principal rotacionando o braço; passa através do SEP e flui pelas engrenagens planetárias até a engrenagem solar; em seguida, o fluxo de potência passa pelo par pinhão-coroa da baixa rotação, atravessa o par pinhãocoroa da alta rotação até, enfim, chegar ao gerador (figura 36).



Figura 36 - Representação do fluxo de potência (amarelo) do modelo NREL 750 kW.

Fonte: SHENG, 2012, modificado.

Para o modelo de 5 MW, o fluxo de potência se inicia com o rotor acionado pelo vento e passa pelo eixo principal rotacionando o braço 1; passa através do SEP nº 1 e flui pelas engrenagens planetárias 1 até a engrenagem solar 1; passa pelo eixo intermediário e repete-se o caminho no SEP nº 2; em seguida, o fluxo de energia passa pelo par pinhão-coroa para, enfim, chegar ao gerador (figura 37).



Figura 37 - Representação do fluxo de potência (preto) do modelo NREL 5 MW.

Fonte: NEJAD, 2016, modificado.

#### 3.1 MODELO DAS ENGRENAGENS

A transmissão da turbina eólica é um mecanismo 3D e cada engrenagem possui, teoricamente, 6 graus de liberdade (figura 38), que é o modelo flexível para sistemas multicorpos. Entretanto, segundo Al-Hamadani e Hong (2017), só seria útil aplicar esse modelo caso se considerasse a *bed plate* e a carcaça que sustenta toda a transmissão, caso contrário, não compensa porque, embora essa modelagem resulte no aumento da precisão da simulação, não causa impacto significativo nos resultados (diferença de menos de 5% em relação ao modelo não-flexível).

Figura 38 – Exibição dos 6 graus de liberdade da engrenagem helicoidal.



Fonte: SLOGEN, 2013, modificado.

Partindo da figura 38, a redução dos graus de liberdade foi determinada de acordo com as seguintes restrições cinemáticas:

- As condições de fixação das engrenagens nos eixos, descritas anteriormente, eliminam os deslocamentos axiais (z = 0).
- Todas as engrenagens são conectadas entre si para minimizar o erro de transmissão, além dos eixos não serem longos o bastante para sofrerem vibrações angulares nos eixos ortogonais ao eixo de rotação; tudo isso torna irrelevante o efeito giroscópio da engrenagem (θ<sub>x</sub> = θ<sub>y</sub> = 0).

• Além da hipótese anterior, os mancais de rolamentos suportariam todos os esforços translacionais do plano xy, restringindo os deslocamentos laterais das engrenagens. De fato, Mohammed *et al.* (2015) determinaram que a excentricidade (deslocamento do centro de massa no plano xy) de cada engrenagem é da ordem de  $10^{-5}$  m; por outro lado, Kori e Lodwal (2016) afirmam que as vibrações torcionais são mais perigosas e mais difíceis de detectar, além de ocorrerem mais frequentemente que as vibrações translacionais (x = y = 0).

Portanto, aplicando todas as restrições cinemáticas, cada engrenagem fica submetida a um único grau de liberdade: o deslocamento angular polar do elemento ( $\theta_z$ ).

Esta dissertação analisou o SEP baseado em dois modelos: o primeiro do artigo de Samanuhut e Logan (2008), em que simplificaram todas as engrenagens planetárias, agindo como se fosse uma só multiplicada por *n* vezes (*n* é número de engrenagens planetárias); o segundo modelo é do Shi *et al.* (2013), os quais analisaram as engrenagens planetárias separadamente, ou seja, com mais coordenadas generalizadas, embora os resultados tenham comprovado que o efeito inercial independe dessa configuração e que todas as planetárias tiveram o mesmo comportamento espaçados entre si em 120°.

O rotor com as pás, embora seja considerado um rotor engastado, uma vez submetido aos 6 graus de liberdade, na prática somente o deslocamento angular polar é significativo ( $\theta_z$ ); o motivo seria que a inércia do rotor é proporcionalmente grande (da ordem de  $10^6$  kg.m<sup>2</sup>) submetido a baixas rotações (22-30 RPM para 750 kW e 7-15 RPM para 5 MW) evitando o rotor sofrer *spin* e *whril*, além do eixo não ser comprido o bastante para o efeito giroscópio ter algum impacto significativo (AL-HAMADANI, LONG, 2017).

Embora sejam altamente importantes e de grande impacto, os mancais de rolamentos e a força gravitacional foram desprezados nessa dissertação visando reduzir a complexidade da modelagem e seus efeitos que causariam na transmissão da turbina eólica.

#### 3.1.1 Modelo da rigidez e do amortecimento da malha engrenada

Utilizando a referência do modelo linear de Girsang *et al.* (2014) Al-Hamadani e Long (2011), a rigidez da malha engrenada é definida pela equação 13, referenciado pela engrenagem motora.

$$\mathbf{k}_{\text{malha}} = \mathbf{k}_{\text{engto}} \left( \mathbf{R}_{b1} \cos \beta \right)^2 \cdot \cos \alpha$$
(13)

onde R<sub>b1</sub> é o raio base da engrenagem motora,  $\alpha \in \beta$  são, respectivamente, os ângulos de pressão e de hélice e k<sub>engto</sub> é a rigidez de engrenamento. No caso da transmissão NREL 750 kW, a obtenção dos valores de k<sub>engto</sub> do SEP aparecem nos trabalhos de Sheng (2012) e Mandic *et al.* (2012) e Girsang *et al.* (2014). Para os pares pinhão-coroa, os valores foram obtidos do trabalho de Al-Hamadani e Long (2017). Para o modelo de 5 MW, as rigidezes das malhas foram obtidas nos trabalhos de Nejad *et al.* (2016).

O coeficiente de amortecimento do engrenamento e da malha engrenada foram baseados nos trabalhos de Zhao *et al.* (2016), Ali *et al.* (2014) e Mohammed *et al.* (2015), todos definidos pela equação 14.

$$c_{engto} = 2\zeta \sqrt{k_{engto}} \frac{J_1 J_2}{J_1 R_{m2}^2 + J_2 R_{m1}^2}$$

$$c_{malha} = c_{engto} \left( R_{b1} \cos \beta \right)^2 . \cos \alpha$$
(14)

onde J<sub>i</sub> e R<sub>mi</sub> são, respectivamente, o momento de inércia e raio médio das engrenagens 1 e 2 e  $\zeta$  é o fator de amortecimento. De acordo com esses trabalhos anteriormente descritos [Zhao, Ali e Mohammed], o  $\zeta$  é um valor obtido experimentalmente e varia de 0,03 a 0,17 para engrenagens cilíndricas sob quaisquer condições normais de operação.

Um detalhe importante: o estado-da-arte afirma que tanto a rigidez quanto o amortecimento da malha engrenada variam em função do tempo e do espaço; porém, nessa dissertação, foram modelados de forma linear para reduzir a complexidade de análise da transmissão.

#### 3.1.2 Modelo de rigidez dos eixos

Transmissões com engrenagens são consideradas sistemas de rotores, mas somente submetidas a carregamentos torcionais sem considerar efeitos de forças axiais geradas pelas engrenagens ou da carcaça (*housing*) do sistema. Tiwari (2018) afirma que os eixos são rígidos, logo os momentos polares de inércia são desprezíveis e, portanto, a rigidez dos eixos não influencia na dinâmica da transmissão. Entretanto, Oyague (2008) deduziu, a partir dos conhecimentos de resistência dos materiais, que a rigidez dos eixos depende da geometria e das propriedades do material do eixo (equação 15).

$$\mathbf{k}_{eixo} = \frac{\mathbf{J}_{eixo} \cdot \mathbf{G}_{eixo}}{\mathbf{L}_{eixo}}$$
(15)

onde J é o momento polar de inércia, G é o módulo de elasticidade transversal e L é o comprimento. Teoricamente, o diâmetro da engrenagem é muito maior que a do eixo, logo a seção do eixo sob a engrenagem é considerada infinitamente rígida. Consequentemente, o comprimento do eixo usado para calcular a rigidez do eixo é a distância interna entre as engrenagens. Além disso, a seção transversal do eixo permanece plana e perpendicular ao seu comprimento, o material é homogêneo, isotrópico e obedece à lei de Hooke (OYAGUE, 2008). Porém, no caso de engrenagens terem diâmetros muito pequenos, quase do mesmo tamanho do diâmetro dos eixos, haverá influência também da inércia dos eixos nessas engrenagens.

# 3.1.3 Modelagem completa dos pares engrenados

Os modelos detalhados do par pinhão-coroa e do SEP utilizados para a transmissão da turbina eólica NREL 750 kW e 5 MW estão representados pelas figuras 39 e 40, respectivamente.



Figura 39 – Vistas frontal (embaixo) e topo (em cima) do modelo detalhado do par pinhão-coroa.

Fonte: KAHRAMAN, LI, 2013, modificado.

Figura 40 – Vista frontal do modelo detalhado do SEP.



Fonte: HUANG et al., 2013, modificado.

Onde K<sub>i</sub>, C<sub>i</sub> e e<sub>i</sub> são, respectivamente, rigidez do engrenamento, amortecimento do engrenamento e erro de transmissão estático dos pares planetária-solar (PS) e planetária-anular (PA);  $\theta_i$  é o deslocamento angular do braço (B), engrenagem planetária (P), engrenagem solar (S) e anular (A). O deslocamento das planetárias é relativo ao seu eixo de rotação.

Para o par pinhão-coroa, a coroa é a engrenagem motora e o pinhão, engrenagem movida. Os ângulos de pressão e hélice não foram incluídos no desenho do SEP para evitar "poluição" de excesso de variáveis.

# 3.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DA TRANSMISSÃO

Inspirado no artigo de Marques (2016), foi utilizada formulação da mecânica de Lagrange para gerar as equações de movimento na forma vetorial e a inclusão da dissipação de energia (equação 16).

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right\} + \left\{ \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right\} - \left\{ \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{q}} \right\} = \left\{ \overline{\mathbf{F}} \right\}$$
(16)

onde L é a função lagrangeana, D é a função dissipativa,  $\{\overline{F}\}$  é o vetor de forças generalizadas, **q** são as coordenadas generalizadas e **q** são as velocidades generalizadas.

Há vários modelos existentes para a transmissão NREL 750 kW, porém, como o foco desse trabalho é estudar fadiga das engrenagens, quatro tipos de modelo foram considerados:

- Modelo 1: todas as engrenagens possuem rigidez e amortecimento das malhas, as rigidezes dos eixos foram desprezadas e as engrenagens planetárias foram simplificadas como uma só.
- Modelo 2: utiliza os mesmos conceitos do modelo 1, porém leva em consideração as rigidezes dos eixos.
- Modelo 3: utiliza os conceitos do modelo 2, com a diferença de que as engrenagens planetárias são analisadas separadamente.
- Modelo 4 (5 MW): utiliza todos os conceitos definidos no modelo 3 de 750 kW, desta vez aplicados na turbina de 5 MW.

Para os quatro modelos, foi levado em consideração o contra-torque do gerador, durante a conversão de energia mecânica em elétrica. Resolvendo pela mecânica de Lagrange, as equações de movimento dos três modelos estão representadas na forma matricial (equação 17).

# $[\mathbf{M}]\{\dot{\mathbf{q}}\}+[\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{q}}\}+[\mathbf{K}]\{\mathbf{q}\}=\{\overline{\mathbf{F}}\}$ (17)

As energias cinética, potencial e dissipativa dos modelos estão descritas nos itens seguintes e suas equações de movimento estão detalhadas no apêndice A.

# 3.2.1 Modelo 1

O modelo aqui proposto foi baseado no trabalho de Marques (2016), o qual possui 5 graus de liberdade: deslocamentos angulares do eixo do rotor ( $\theta_{er}$ ), das engrenagens planetárias ( $\theta_P$ ), do eixo da baixa rotação ( $\theta_{eb}$ ), do eixo intermediário ( $\theta_{ei}$ ) e do eixo da alta rotação ( $\theta_{ea}$ ), representados pelo vetor de coordenadas generalizadas {q} = { $\theta_{er} \quad \theta_P \quad \theta_{eb} \quad \theta_{ei} \quad \theta_{ea}$ }<sup>T</sup>.

Enquanto a figura 41 representa a transmissão detalhando os dentes das engrenagens, a figura 42 representa em cores os graus de liberdade. Como já descrito anteriormente, a rigidez do engrenamento é representada por uma mola torcional linear.

Figura 41 – Modelo geométrico da transmissão NREL 750 kW com os dentes das engrenagens.





Figura 42 – Topologia do modelo 1 detalhando os graus de liberdade em cores.

Fonte: AL-HAMADANI, LONG, 2017, modificado.

O k<sub>g</sub> representa o contra-torque do gerador, modelado como uma mola mecânica torcional, cuja parte do torque vindo do pinhão da alta rotação é absorvido devido à conversão de energia mecânica em elétrica. Tal rigidez surge em função da variação de velocidade permitida em uma turbina planejada para ter velocidade fixa. Os efeitos desta rigidez são proeminentes na resposta transitória do gerador (por exemplo, durante a partida (*start-up*) ou eventos de falha de rede (*grid faults events*)). Este valor de rigidez pode ser obtido através de experimentos (GIRSANG *et al.*, 2014).

A energia cinética (equação 18) unificou algumas inércias polares, enquanto a energia potencial (equação 19) e a energia dissipativa (equação 20) consideraram os quatro contatos existentes da transmissão e a resistência elétrica do gerador.

$$2\mathbf{E}_{\mathrm{K}} = (\mathbf{J}_{\mathrm{r}} + \mathbf{J}_{\mathrm{B}})\dot{\theta}_{\mathrm{er}}^{2} + n(\mathbf{J}_{\mathrm{P}}\dot{\theta}_{\mathrm{P}}^{2} + m_{\mathrm{P}}\mathbf{R}_{\mathrm{B}}^{2}\dot{\theta}_{\mathrm{er}}^{2}) + (\mathbf{J}_{\mathrm{S}} + \mathbf{J}_{\mathrm{CB}})\dot{\theta}_{\mathrm{eb}}^{2} + (\mathbf{J}_{\mathrm{PB}} + \mathbf{J}_{\mathrm{CA}})\dot{\theta}_{\mathrm{ei}}^{2} + (\mathbf{J}_{\mathrm{CA}} + \mathbf{J}_{\mathrm{g}})\dot{\theta}_{\mathrm{ea}}^{2}$$
(18)

$$2E_{p} = k_{PS} \cdot n \left( R_{B} \theta_{er} + R_{P} \theta_{P} - R_{S} \theta_{eb} \right)^{2} + k_{PA} \cdot n \left( R_{B} \theta_{er} - R_{P} \theta_{P} \right)^{2} + k_{C1} \left( R_{CB} \theta_{eb} - R_{PB} \theta_{ei} \right)^{2} + k_{C2} \left( R_{CA} \theta_{ei} - R_{PA} \theta_{ea} \right)^{2} + k_{g} \theta_{ea}^{2}$$
(19)

$$2\mathbf{D} = \mathbf{c}_{PS} \cdot \mathbf{n} \left( \mathbf{R}_{B} \dot{\theta}_{er} + \mathbf{R}_{P} \dot{\theta}_{P} - \mathbf{R}_{S} \dot{\theta}_{eb} \right)^{2}$$
  
+  $\mathbf{c}_{PA} \cdot \mathbf{n} \left( \mathbf{R}_{B} \dot{\theta}_{er} - \mathbf{R}_{P} \dot{\theta}_{P} \right)^{2}$   
+  $\mathbf{c}_{C1} \left( \mathbf{R}_{CB} \dot{\theta}_{eb} - \mathbf{R}_{PB} \dot{\theta}_{ei} \right)^{2} + \mathbf{c}_{C2} \left( \mathbf{R}_{CA} \dot{\theta}_{ei} - \mathbf{R}_{PA} \dot{\theta}_{ea} \right)^{2}$  (20)

#### 3.2.2 Modelo 2

Esse é o modelo 1 com a rigidez dos eixos (figura 43). O sistema tem 8 graus de liberdade, cujas coordenadas generalizadas são: {q} =  $\{\theta_r \ \theta_B \ \theta_P \ \theta_{CB} \ \theta_{PB} \ \theta_{CA} \ \theta_{PA} \ \theta_g\}^T$ . Consequentemente, com mais graus de liberdade, a dinâmica da transmissão fica mais complexa matematicamente, entretanto fica mais precisa.





Fonte: AL-HAMADANI, LONG, 2017, modificado

Foi utilizado o mesmo vínculo para a engrenagem solar pelo mesmo motivo que ocorreu no modelo 1. As energias cinética, potencial e dissipativa estão representadas nas equações 21 a 23.

$$2\mathbf{E}_{\mathrm{K}} = \mathbf{J}_{\mathrm{r}}\dot{\theta}_{\mathrm{r}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{B}}\dot{\theta}_{\mathrm{B}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{S}}\dot{\theta}_{\mathrm{S}}^{2} + \mathbf{n}\left[\mathbf{J}_{\mathrm{P}}\left(\dot{\theta}_{\mathrm{P}} + \dot{\theta}_{\mathrm{B}}\right)^{2} + \mathbf{m}_{\mathrm{P}}\cdot\mathbf{R}_{\mathrm{B}}^{2}\cdot\dot{\theta}_{\mathrm{B}}^{2}\right] + \mathbf{J}_{\mathrm{CB}}\dot{\theta}_{\mathrm{CB}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{PB}}\dot{\theta}_{\mathrm{PB}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{CA}}\dot{\theta}_{\mathrm{CA}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{PA}}\dot{\theta}_{\mathrm{PA}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{g}}\dot{\theta}_{\mathrm{g}}^{2}$$
(21)

$$2E_{P} = k_{er} (\theta_{r} - \theta_{B})^{2} + k_{PS} \cdot n [R_{S} \theta_{B} + R_{P} (\theta_{P} + \theta_{B}) - R_{S} \theta_{S}]^{2}$$

$$+ k_{PA} \cdot n [R_{A} \theta_{B} - R_{P} (\theta_{P} + \theta_{B})]^{2} + k_{eb} (\theta_{S} - \theta_{CB})^{2}$$

$$+ k_{C1} (R_{CB} \theta_{CB} - R_{PB} \theta_{PB})^{2} + k_{ei} (\theta_{PB} - \theta_{CA})^{2}$$

$$+ k_{C2} (R_{CA} \theta_{CA} - R_{PA} \theta_{PA})^{2} + k_{ea} (\theta_{PA} - \theta_{g})^{2} + k_{g} \cdot \theta_{g}^{2}$$
(22)

$$2\mathbf{D} = \mathbf{c}_{PS} \cdot \mathbf{n} \left[ \mathbf{R}_{S} \dot{\theta}_{B} - \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P} + \dot{\theta}_{B} \right) - \mathbf{R}_{S} \dot{\theta}_{S} \right]^{2}$$
  
+  $\mathbf{c}_{PA} \cdot \mathbf{n} \left[ \mathbf{R}_{A} \dot{\theta}_{B} - \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2}$   
+  $\mathbf{c}_{C1} \left( \mathbf{R}_{CB} \dot{\theta}_{CB} - \mathbf{R}_{PB} \dot{\theta}_{PB} \right)^{2} + \mathbf{c}_{C2} \left( \mathbf{R}_{CA} \dot{\theta}_{CA} - \mathbf{R}_{PA} \dot{\theta}_{PA} \right)^{2}$  (23)

Um detalhe importante para se observar é que na equação da energia dissipativa não há amortecimento nos eixos, bem como não há amortecimento elétrico do gerador. Como consequência, não haverá equações vinculares que representem a força dissipativa atuante no eixo, levando em conta as velocidades das engrenagens acopladas no mesmo eixo, embora isso não influencie na dinâmica, pois as matrizes de massa e de rigidez compensam isso.

#### 3.2.3 Modelo 3

Considerado o modelo mais completo da transmissão NREL 750 kW nessa dissertação, considera todos os elementos de rigidez e amortecimento das engrenagens e dos eixos, com o acréscimo do conceito de Shi *et al.* (2013), afirmando que as engrenagens planetárias têm as coordenadas individuais para cada uma (figura 44). a caixa de engrenagens possui 11 graus de liberdade no total: {q} = { $\theta_r \quad \theta_B \quad \theta_{P1} \quad \theta_{P2} \quad \theta_{P3} \quad \theta_S \quad \theta_{CB} \quad \theta_{PB} \quad \theta_{CA} \quad \theta_{PA} \quad \theta_g$ }<sup>T</sup>. Todas a engrenagens planetárias do ponto de vista material e geométrico.



Figura 44 - Topologia do modelo 3 detalhando os graus de liberdade em cores.

Fonte: AL-HAMADANI, LONG, 2017, modificado.

Neste modelo foi considerado o deslocamento absoluto das engrenagens planetárias, ou seja, em relação ao eixo de rotação do SEP, estimando, também, o deslocamento do braço:  $\theta_{Pabs} = \theta_P + \theta_B$ . Ambas coordenadas representam os movimentos relativo ( $\theta_P$ ) e arrasto ( $\theta_B$ ) das engrenagens planetárias. As energias cinética, potencial e dissipativa estão representadas nas equações 24 a 26.

$$2\mathbf{E}_{\mathrm{K}} = \mathbf{J}_{\mathrm{r}}\dot{\theta}_{\mathrm{r}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{B}}\dot{\theta}_{\mathrm{B}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{S}}\dot{\theta}_{\mathrm{S}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{P}}\left(\dot{\theta}_{\mathrm{P1}} + \dot{\theta}_{\mathrm{B}}\right)^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{P}}\left(\dot{\theta}_{\mathrm{P2}} + \dot{\theta}_{\mathrm{B}}\right)^{2}$$
$$+ \mathbf{J}_{\mathrm{P}}\left(\dot{\theta}_{\mathrm{P3}} + \dot{\theta}_{\mathrm{B}}\right)^{2} + 3\mathbf{m}_{\mathrm{P}}\cdot\mathbf{R}_{\mathrm{B}}^{2}\cdot\dot{\theta}_{\mathrm{B}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{CB}}\dot{\theta}_{\mathrm{CB}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{PB}}\dot{\theta}_{\mathrm{PB}}^{2}$$
$$+ \mathbf{J}_{\mathrm{CA}}\dot{\theta}_{\mathrm{CA}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{PA}}\dot{\theta}_{\mathrm{PA}}^{2} + \mathbf{J}_{\mathrm{g}}\dot{\theta}_{\mathrm{g}}^{2}$$
(24)

$$2\mathbf{D} = \mathbf{c}_{PS} \left[ \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P1} + \dot{\theta}_{B} \right) - \mathbf{R}_{S} \dot{\theta}_{S} \right]^{2} + \mathbf{c}_{PS} \left[ \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P2} + \dot{\theta}_{B} \right) - \mathbf{R}_{S} \dot{\theta}_{S} \right]^{2} + \mathbf{c}_{PS} \left[ \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P1} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + \mathbf{c}_{PA} \left[ \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P1} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + \mathbf{c}_{PA} \left[ \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P2} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + \mathbf{c}_{PA} \left[ \mathbf{R}_{P} \left( \dot{\theta}_{P3} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + \mathbf{c}_{C1} \left( \mathbf{R}_{CB} \dot{\theta}_{CB} - \mathbf{R}_{PB} \dot{\theta}_{PB} \right)^{2} + \mathbf{c}_{C2} \left( \mathbf{R}_{CA} \dot{\theta}_{CA} - \mathbf{R}_{PA} \dot{\theta}_{PA} \right)^{2}$$

$$(25)$$

$$2E_{P} = k_{er} \left(\theta_{r} - \theta_{B}\right)^{2} + k_{PS} \left[R_{S}\theta_{B} + R_{P} \left(\theta_{P1} + \theta_{B}\right) - R_{S}\theta_{S}\right]^{2}$$

$$+k_{PS} \left[R_{S}\theta_{B} + R_{P} \left(\theta_{P2} + \theta_{B}\right) - R_{S}\theta_{S}\right]^{2}$$

$$+k_{PS} \left[R_{S}\theta_{B} + R_{P} \left(\theta_{P3} + \theta_{B}\right) - R_{S}\theta_{S}\right]^{2}$$

$$+k_{PA} \left[R_{A}\theta_{B} - R_{P} \left(\theta_{P1} + \theta_{B}\right)\right]^{2}$$

$$+k_{PA} \left[R_{A}\theta_{B} - R_{P} \left(\theta_{P2} + \theta_{B}\right)\right]^{2} + k_{eb} \left(\theta_{S} - \theta_{CB}\right)^{2}$$

$$+k_{C1} \left(R_{CB}\theta_{CB} - R_{PB}\theta_{PB}\right)^{2} + k_{ei} \left(\theta_{PB} - \theta_{CA}\right)^{2}$$

$$+k_{C2} \left(R_{CA}\theta_{CA} - R_{PA}\theta_{PA}\right)^{2} + k_{ea} \left(\theta_{PA} - \theta_{B}\right)^{2} + k_{g} \cdot \theta_{g}^{2}$$

$$(26)$$

#### 3.2.4 Modelo 4 (5 MW)

O modelo 3 aplicado ao modelo de 5 MW. Com dois SEPs e um par pinhão-coroa, o sistema possui 14 graus de liberdade no total: {q} = { $\theta_r \quad \theta_{B1} \quad \theta_{P11} \quad \theta_{P21} \quad \theta_{P31} \quad \theta_{S1} \quad \theta_{B2} \quad \theta_{P12} \quad \theta_{P22} \quad \theta_{P32} \quad \theta_{S2} \quad \theta_{CO} \quad \theta_{PI} \quad \theta_{g}$ }<sup>T</sup>. Todas a engrenagens planetárias foram numeradas em  $\theta_{ij}$ , onde 'i' é o número da planetária e 'j' é o conjunto a que pertence.



Figura 45 - Topologia do modelo 5 MW detalhando os graus de liberdade em cores.

Fonte: NEJAD et al., 2016, modificado.

As energias cinética, potencial e dissipativa estão representadas nas equações 27 a 29.

$$2E_{K} = J_{r}\dot{\theta}_{r}^{2} + (J_{B1} + 3m_{P1}R_{B1}^{2})\dot{\theta}_{B1}^{2} + J_{S1}\dot{\theta}_{S1}^{2} + J_{P1}(\dot{\theta}_{P11} + \dot{\theta}_{B})^{2} + J_{P1}(\dot{\theta}_{P21} + \dot{\theta}_{B})^{2} + J_{P1}(\dot{\theta}_{P31} + \dot{\theta}_{B})^{2} + J_{B2}\dot{\theta}_{B2}^{2} + (J_{S2} + 3m_{P2}R_{B2}^{2})\dot{\theta}_{S2}^{2} + J_{P2}(\dot{\theta}_{P12} + \dot{\theta}_{B})^{2} + J_{P2}(\dot{\theta}_{P22} + \dot{\theta}_{B})^{2} + J_{P2}(\dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B})^{2} + J_{C0}\dot{\theta}_{C0}^{2} + J_{P1}\dot{\theta}_{P1}^{2} + J_{g}\dot{\theta}_{g}^{2} 2E_{P} = k_{er}(\theta_{r} - \theta_{B})^{2} + k_{P31}[R_{S1}\theta_{B1} + R_{P1}(\theta_{P11} + \theta_{B}) - R_{S1}\theta_{S1}]^{2} + k_{PS1}[R_{S1}\theta_{B1} + R_{P1}(\theta_{P21} + \theta_{B}) - R_{S1}\theta_{S1}]^{2} + k_{PS1}[R_{S1}\theta_{B1} - R_{P1}(\theta_{P11} + \theta_{B})]^{2} + k_{PA1}[R_{A1}\theta_{B1} - R_{P1}(\theta_{P21} + \theta_{B})]^{2} + k_{PS2}[R_{S2}\theta_{B2} + R_{P2}(\theta_{P12} + \theta_{B}) - R_{S2}\theta_{S2}]^{2} + k_{PS2}[R_{S2}\theta_{B2} + R_{P2}(\theta_{P12} + \theta_{B}) - R_{S2}\theta_{S2}]^{2} + k_{PS2}[R_{S2}\theta_{B2} + R_{P2}(\theta_{P12} + \theta_{B}) - R_{S2}\theta_{S2}]^{2} + k_{PA2}[R_{A2}\theta_{B2} - R_{P2}(\theta_{P12} + \theta_{B})]^{2} + k_{PA2}[R_{A2}\theta_{B2} - R_{P2}(\theta_{P22} + \theta_{B})]^{2} + k_{PA2}[R_{A2}\theta_{B2} - R_{P2}(\theta_{P12} + \theta_{B})]^{2} + k_{e3}(\theta_{F1} - \theta_{C})^{2} + k_{PC}(R_{C0}\theta_{C0} - R_{P1}\theta_{P1})^{2} + k_{eg}(\theta_{P1} - \theta_{g})^{2} + k_{g}.\theta_{g}^{2}$$
(28)

$$2D = c_{PS1} \left[ R_{P1} \left( \dot{\theta}_{P11} + \dot{\theta}_{B} \right) - R_{S1} \dot{\theta}_{S1} \right]^{2} + c_{PS1} \left[ R_{P1} \left( \dot{\theta}_{P21} + \dot{\theta}_{B} \right) - R_{S1} \dot{\theta}_{S1} \right]^{2} + c_{PA1} \left[ R_{P1} \left( \dot{\theta}_{P21} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA1} \left[ R_{P1} \left( \dot{\theta}_{P21} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA1} \left[ R_{P1} \left( \dot{\theta}_{P31} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA1} \left[ R_{P1} \left( \dot{\theta}_{P31} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P12} + \dot{\theta}_{B} \right) - R_{S2} \dot{\theta}_{S2} \right]^{2} + c_{PS2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) - R_{S2} \dot{\theta}_{S2} \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P12} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P12} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P12} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P12} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P12} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P22} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{B} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{P} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{P} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{P} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{P} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}_{P} \right) \right]^{2} + c_{PA2} \left[ R_{P2} \left( \dot{\theta}_{P32} + \dot{\theta}$$
Apesar do método de Lagrange ser usado para obter as equações de movimento, ele não é tão versátil para obter as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema. Por esse motivo, foi encontrado um método simples e rápido para obter essas matrizes utilizando a matriz Hessiana.

A matriz Hessiana (equação 30) é uma matriz quadrada simétrica que relaciona uma função  $F = f(x_1, x_2, ..., x_n)$  por meio de derivadas parciais de segunda ordem de função. Essa matriz tem sido usada para determinar pontos críticos do sistema.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}_n \partial \mathbf{x}_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}_1 \partial \mathbf{x}_n} & \cdots & \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}_n^2} \end{bmatrix}_n$$
(30)

Aí está a novidade: se um sistema mecânico tiver um comportamento puramente linear, então pode-se utilizar a matriz Hessiana para determinar as matrizes de massa, amortecimento e rigidez (equações 31-33).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{1}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{n} \partial \dot{\mathbf{q}}_{1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{1} \partial \dot{\mathbf{q}}_{n}} & \cdots & \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{n}^{2}} \end{bmatrix}$$
(31)  
$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} \mathbf{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{1}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2} \mathbf{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{n} \partial \dot{\mathbf{q}}_{1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^{2} \mathbf{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{1} \partial \dot{\mathbf{q}}_{n}} & \cdots & \frac{\partial^{2} \mathbf{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_{n}^{2}} \end{bmatrix}$$
(32)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \mathbf{q}_{1}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \mathbf{q}_{n} \partial \mathbf{q}_{1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \mathbf{q}_{1} \partial \mathbf{q}_{n}} & \cdots & \frac{\partial^{2} \mathbf{L}}{\partial \mathbf{q}_{n}^{2}} \end{bmatrix}$$
(33)

# 3.3 MODELO DE CONTROLE DA TRANSMISSÃO

Pelo fato da turbina eólica trabalhar com variações acentuadas de rotação e de torque, é necessário aplicar um controle de torque ativo no sistema para minimizar as vibrações torcionais e, consequentemente, reduzir as tensões mecânicas aplicadas nas engrenagens, além de garantir que o gerador opere nas condições dinâmicas adequadas (MANDIC *et al.*, 2012), sendo 1200-1800 RPM para o 750 kW e 680-1300 RPM para o 5 MW. O modelo do controle é um sistema *feedback* composto por um controlador PID (equação 34), planta da transmissão e sistema de regulagem de torque externo do rotor (Figura 43).





PID(s) = K 
$$\left(1 + \frac{1}{T_{I}.s} + T_{D}.s\right) = K_{P} + \frac{K_{I}}{s} + K_{D}.s$$
 (34)

Onde K<sub>P</sub>, T<sub>I</sub>, K<sub>I</sub> T<sub>D</sub> e K<sub>D</sub> são os coeficientes de proporção, tempo e coeficiente de integração, tempo e coeficiente de derivação, respectivamente. Os valores de K<sub>P</sub>, T<sub>I</sub> e T<sub>D</sub> são obtidos pelo segundo método de Ziegler-Nichols (Tabela 3).

Tabela 3 – Valores dos coeficientes do PID do segundo método de Ziegler-Nichols.

Controle Kp		Tı	TD	
PID	0,6.Kcr	0,5.Pcr	0,125.Pcr	

Fonte: OGATA, 2011, modificado.

O período crítico ( $P_{CR}$ ) é obtido através do tempo da primeira onda de oscilação do gerador sem controle, enquanto o coeficiente crítico ( $K_{CR}$ ) é obtido experimentalmente de tal forma que o sistema permaneça, no mínimo, parcialmente estável. Muitas vezes, o  $K_{CR}$  é obtido através da tentativa-e-erro.

O torque no rotor é considerado um distúrbio externo ativo por perturbar a rotação (variável de controle) e garantir que a transmissão entre em funcionamento, tanto que não é possível aplicar uma malha aberta no controle do sistema; por esses motivos, a regulagem do torque é feita por um *feedback* interno para permitir maior estabilidade, assegurar que o gerador opere em determinadas condições e ajustar os esforços que atuam nos dentes das engrenagens.

# 3.4 MODELO DE FADIGA DAS ENGRENAGENS

O primeiro passo para analisar a fadiga das engrenagens é determinar as tensões atuantes na superfície dos dentes. Inicialmente, determinam-se as forças normais de cada par engrenado motora (1)-movida (2), (equação 35). De acordo com os trabalhos de Al-Hamadani e Long (2017), Wang e Li (2017), se o sistema mecânico sujeita a vibrações possui um comportamento linear, então a força normal é determinada pela lei de Hooke (válida tanto para força elástica quanto para a força viscosa), utilizando os raios médios das engrenagens ( $R_m$ ), deslocamentos e velocidades angulares ( $\theta e \dot{\theta}$ ), o erro de transmissão estático (e) e a sua variação no tempo ( $\dot{e}$ ), além da rigidez e amortecimento do engrenamento (kengto e Cengto).

$$\mathbf{F}_{\mathrm{N}} = \mathbf{k}_{\mathrm{engto}} \left( \mathbf{R}_{\mathrm{m1}} \boldsymbol{\theta}_{1} - \mathbf{R}_{\mathrm{m2}} \boldsymbol{\theta}_{2} - \mathbf{e} \right) + \mathbf{c}_{\mathrm{engto}} \left( \mathbf{R}_{\mathrm{m1}} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1} - \mathbf{R}_{\mathrm{m2}} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{2} - \dot{\mathbf{e}} \right)$$
(35)

Devido às vibrações torcionais induzidas por força das variações periódicas da rigidez dos dentes, momentos de inércia das engrenagens e condições de operação, as forças normais acabam tendo um acréscimo de carga dinâmica que depende principalmente de características geométricas e do material aplicado para cada elemento engrenado (JELASKA, 2012).

#### 3.4.1 Fadiga de flexão

A tensão de flexão aplicada na superfície do dente é definida por padrões industriais (ANSI/AGMA 2101-D04-2004) expressa pela equação 36.

$$\sigma_{\rm F} = F_{\rm N} \cdot K_{\rm V} K_{\rm O} K_{\rm M} K_{\rm S} K_{\rm H} K_{\beta} \frac{\cos\beta}{m_{\rm N} \cdot w_{\rm F} \cdot Y_{\rm GF}}$$
(36)

O módulo normal (m<sub>N</sub>), largura da face do dente (w<sub>F</sub>) e o fator geométrico de Lewis para fadiga de flexão (Y<sub>G</sub>) não precisam de decomposição trigonométrica. Também estão presentes os coeficientes de velocidade (K<sub>V</sub>), carga (K<sub>O</sub>), montagem (K<sub>M</sub>), tamanho (K<sub>S</sub>), distribuição (K<sub>H</sub>), hélice (K<sub>β</sub>)

Como a tensão de fadiga é cíclica de comportamento ondulatória, então é preciso corrigi-la para uma tensão média equivalente (equação 37). Baseado no artigo de Dong X. (2014), o critério de Goodman é o mais adequado, porque permite aproximar a tensão média como uma tensão constante aplicada estaticamente.

$$\sigma_{\rm F}^{\rm eq} = \frac{\sigma_{\rm F} \cdot \sigma_{\rm Fa}}{\overline{\sigma}_{\rm F} - \sigma_{\rm Fm}} \tag{37}$$

$$\overline{\sigma}_{\rm F} = \frac{\sigma_{\rm F\_LIM}}{cs_{\rm F}} \cdot \frac{{\bf Y}_{\rm N}}{{\bf Y}_{\rm T} \cdot {\bf Y}_{\rm C}}$$
(38)

Onde  $\sigma_{Fm}$ ,  $\sigma_{Fa}$  são, respectivamente, tensão média e amplitude de tensão de flexão. A tensão admissível de flexão ( $\overline{\sigma}_F$ ) é definida pela equação 38, considerando a tensão limite ( $\sigma_{F\_LIM}$ ), coeficiente de segurança ( $cs_F$ ), fatores de vida à flexão ( $Y_N$ ), temperatura ( $Y_T$ ) e confiabilidade ( $Y_C$ ). De acordo com Errichello (2014), a tensão limite será o valor quando o número de ciclos atingir 10<sup>7</sup> na curva  $\sigma$ -N, no entanto, esse valor pode ser maior em engrenagens de sistemas mais potentes como no caso da turbina de 5 MW, com tensões limites atingindo ciclos de 10<sup>8</sup> a 10<sup>10</sup>. Vale lembrar que  $\sigma_F^{eq} \leq \overline{\sigma}_F$  para não reduzir demasiadamente a vida útil à fadiga.

Como a tensão é aplicada espacialmente na superfície do dente (figura 47), então há um estado triplo de tensões atuando tanto na superfície quanto na subsuperfície. De acordo com Vullo (V2, 2020), durante a flexão do dente, existe tensão causada pelo momento fletor, tensão de compressão ( $\sigma$ Y) e tensão cisalhante em função da força radial. Com a influência do ângulo de hélice, a tensão do momento fletor se decompõe no plano xz ( $\sigma$ x e  $\sigma$ z) e a tensão cisalhante nos planos xy ( $\tau$ xy) e yz ( $\tau$ yz). Os valores das tensões determinada por Vullo (V2, 2020), estão expressas na equação 39 e o tensor de Cauchy na equação 40. Em seguida, aplica-se o critério de von Mises para determinar a tensão média equivalente (equação 41).



Figura 47 – Representação da tensão normal decomposta nos três eixos.

Fonte: JELASKA, 2012, modificado.

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases} = \sigma_{F}^{eq} \begin{cases} \pm \cos \alpha . \cos \beta \\ \pm \sin \alpha \\ \pm \cos \alpha . \sin \beta \\ \pm 1,5 \sin \alpha . \sin \beta \\ 0 \\ \pm 1,5 \sin \alpha . \cos \beta \end{cases}$$
(39)

$$\begin{bmatrix} \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{X} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{Y} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{Z} \end{bmatrix} = \sigma_{F}^{eq} \begin{bmatrix} \pm \cos \alpha . \cos \beta & \pm 1,5 \sin \alpha . \sin \beta & 0 \\ \pm 1,5 \sin \alpha . \sin \beta & \pm \sin \alpha & \pm 1,5 \sin \alpha . \cos \beta \\ 0 & \pm 1,5 \sin \alpha . \cos \beta & \pm \cos \alpha . \sin \beta \end{bmatrix}$$
 (40)  
$$\sigma_{F}^{VM} = \sqrt{\frac{\left(\sigma_{X} - \sigma_{Y}\right)^{2} + \left(\sigma_{Y} - \sigma_{Z}\right)^{2} + \left(\sigma_{Z} - \sigma_{X}\right)^{2} + 6\left(\tau_{xy}^{2} + \tau_{xz}^{2} + \tau_{yz}^{2}\right)}{2}}$$
(41)

O sinal  $\pm$  depende da referência do ângulo de hélice e da configuração de acoplamento das engrenagens.

#### 3.4.2 Fadiga de contato

Definido em Johnson (1989) e utilizado na tese do Slogen (2013), a tensão de contato é definida pela Teoria de Hertz (equação 42) devido ao deslocamento da linha de contato na superfície do dente.

$$\sigma_{\rm H} = Z_{\rm E} \sqrt{\frac{F_{\rm N} \cdot K_{\rm V} K_{\rm O} K_{\rm M} K_{\rm S} K_{\rm H} K_{\beta}}{Y_{\rm GH} \cdot w_{\rm F} \cdot R_{\rm EQ}}}$$

$$Z_{\rm E} = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right)}}$$
(42)

$$\mathbf{R}_{\mathrm{EQ}} = \frac{\mathbf{R}_{\mathrm{m1}} \cdot \mathbf{R}_{\mathrm{m2}}}{\mathbf{R}_{\mathrm{m1}} + \mathbf{R}_{\mathrm{m2}}} \tag{44}$$

Onde Z<sub>E</sub> (equação 43) é definido como coeficiente de elasticidade, Y<sub>GH</sub> é o fator geométrico de Lewis para fadiga de contato, w<sub>F</sub> é a largura da face em contato e R<sub>EQ</sub> (equação 44) é o raio equivalente.

Como o material das engrenagens é o mesmo, então o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade axial são os mesmos para ambas. Deve-se utilizar os raios médios das engrenagens, porque assegura que as mesmas obtenham propriedades de tensão idênticas de dois cilindros em contato. O critério de Goodman e sua tensão admissível estão definidos nas equações 45 e 46.

$$\sigma_{\rm H}^{\rm eq} = \frac{\overline{\sigma}_{\rm H} \cdot \sigma_{\rm Ha}}{\overline{\sigma}_{\rm H} - \sigma_{\rm Hm}} \tag{45}$$

$$\overline{\sigma}_{\rm H} = \frac{\sigma_{\rm H\_LIM}}{cs_{\rm H}} \cdot \frac{Z_{\rm N} \cdot Z_{\rm W}}{Y_{\rm T} \cdot Y_{\rm C}}$$
(46)

Onde  $\sigma_{Hm}$ ,  $\sigma_{Ha}$  são, respectivamente, tensão média e amplitude de tensão de contato. Na fadiga de contato, existe o fator de vida ao contato (Z<sub>N</sub>) e o fator de dureza (Z<sub>W</sub>).

O estado triplo de tensões também vai aparecer na fadiga de contato para obtenção das tensões superficiais (tensões axiais) e tensões subsuperficiais (tensões cisalhantes). Segundo Vullo (V2, 2020), é necessário determinar a largura hertziana b<sub>H</sub> da região onde ocorrem as tensões do estado triplo (equação 47).

$$\mathbf{b}_{\mathrm{H}} = \frac{2}{\mathbf{Z}_{\mathrm{E}}} \sqrt{\frac{\mathbf{F}_{\mathrm{N}} \cdot \mathbf{R}_{\mathrm{EQ}}}{\mathbf{w}_{\mathrm{F}} \cdot \pi}}$$
(47)

Uma vez determinada a largura, obtém-se as tensões do estado triplo (equação 48) e o tensor de Cauchy (equação 49).

$$\begin{cases} \sigma_{X} \\ \sigma_{Y} \\ \sigma_{Z} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases} = \begin{cases} 2\nu \frac{\sigma_{H}^{eq}}{b_{H}} \left[ \left( b_{H}^{2} + z_{B}^{2} \right)^{1/2} - z_{B} \right] \\ \frac{\sigma_{H}^{eq}}{b_{H}} \left[ \frac{\left( b_{H}^{2} + 2z_{B}^{2} \right)}{\left( b_{H}^{2} + z_{B}^{2} \right)^{1/2}} - 2z_{B} \right] \\ \frac{\sigma_{H}^{eq} \cdot b_{H}}{\left( b_{H}^{2} + z_{B}^{2} \right)^{1/2}} \\ \frac{\sigma_{H}^{eq} \cdot b_{H}}{\left( b_{H}^{2} + z_{B}^{2} \right)^{1/2}} \\ 0.5 \left| \left( \sigma_{X} - \sigma_{Y} \right) \right| \\ 0.5 \left| \left( \sigma_{Z} - \sigma_{X} \right) \right| \\ 0.5 \left| \left( \sigma_{Y} - \sigma_{Z} \right) \right| \end{cases}$$
(48)

$$\left[ \sigma \right] = \begin{bmatrix} 2\nu \frac{\sigma_{\rm H}^{\rm eq}}{b_{\rm H}} \left[ \left( b_{\rm H}^2 + z_{\rm B}^2 \right)^{1/2} - z_{\rm B} \right] & 0.5 \left| \left( \sigma_{\rm X} - \sigma_{\rm Y} \right) \right| & 0.5 \left| \left( \sigma_{\rm Z} - \sigma_{\rm X} \right) \right| \\ 0.5 \left| \left( \sigma_{\rm X} - \sigma_{\rm Y} \right) \right| & \frac{\sigma_{\rm H}^{\rm eq}}{b_{\rm H}} \left[ \frac{\left( b_{\rm H}^2 + 2z_{\rm B}^2 \right)}{\left( b_{\rm H}^2 + z_{\rm B}^2 \right)^{1/2}} - 2z_{\rm B} \right] & 0.5 \left| \left( \sigma_{\rm Y} - \sigma_{\rm Z} \right) \right| \\ 0.5 \left| \left( \sigma_{\rm Z} - \sigma_{\rm X} \right) \right| & 0.5 \left| \left( \sigma_{\rm Y} - \sigma_{\rm Z} \right) \right| & \frac{\sigma_{\rm H}^{\rm eq} b_{\rm H}}{\left( b_{\rm H}^2 + z_{\rm B}^2 \right)^{1/2}} \right] \end{bmatrix}$$
(49)

A variável  $z_B$  representa a profundidade perpendicular à superfície onde fica localizada as tensões subsuperficiais. Fernandes, McDulling (1997) e Vullo (V2, 2020) definem o  $z_B$  igual a 0,786.b<sub>H</sub>, porque afirmam que é nessa região onde ocorrem as tensões máximas de cisalhamento subsuperficial.

Depois, utiliza-se o critério de von Mises para obter a tensão equivalente, já definido antes. A figura 45 demonstra o estado triplo de tensão e o cisalhamento subsuperficial no dente.

Figura 48 – Representação das tensões axiais e de cisalhamento na superfície dente.



Fonte: VULLO, V2, 2020, modificado.

# 3.4.3 Estimativa da vida à fadiga

Segundo o estado-da-arte, a escolha mais utilizada para determinar a vida em fadiga das engrenagens é através da curva de Wohler  $\sigma$ -N (Figura 49) cuja equação é 50.

Figura 49 – Representação em escala logarítimica da curva  $\sigma$ -N.



Fonte: Jorgensen et al. (2014), modificado.

$$\sigma = \sigma_0 \left( \mathbf{N} \right)^{-1/m} \to \mathbf{N} = \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{-m}$$
(50)

De acordo com Jorgensen *et al.* (2014), o expoente de Basquin (m) e a tensão máxima para 1 ciclo ( $\sigma_0$ ) são definidos pelo material e pelas condições de operação das engrenagens. Uma vez que a curva  $\sigma$ -N é obtida e a tensão equivalente pelo critério de von Mises é aplicada, logo determina-se a quantidade de ciclos do elemento mecânico. Inspirado nos trabalhos de Rey (2007), Jelaska (2012) e Dong, X. (2014), a vida útil à fadiga aplicada em engrenagens de turbinas eólicas pode ser expressa em quantidade de anos (equação 51).

$$\mathbf{N}_{\text{anos}} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{n}_{\text{RPM}} \cdot \mathbf{Q}_{\text{G}}} \cdot \left(\frac{1}{60.24.365}\right)$$
(51)

Onde nRPM é a rotação média teórica aplicada na engrenagem e Q<sub>G</sub> é a quantidade de engrenagens periféricas acopladas a ela.

#### 3.5 MODELAGEM NO MATLAB

A primeira abordagem dos modelos obtidos da transmissão ocorreu com o auxílio do Matlab<sub>©</sub>. Todas as equações matriciais foram montadas na linha de comando do programa e, com isso, obtiveram-se as matrizes de massa, amortecimento e rigidez pelo método Hessiano (equação 52) e todas as frequências naturais e modos de vibrar através da função do autovalor do Matlab<sub>©</sub> (equação 53).

$$[M] = hessian(L, \dot{q})$$
  

$$[C] = hessian(D, \dot{q})$$
  

$$[K] = -hessian(L, q)$$
  

$$[X, \omega^{2}] = eig(K, M)$$
(53)

A matriz X (autovetor) é fundamental para ortogonalizar os modelos, porque permite o desacoplamento do sistema e aproxima quais devem ser os valores de massa, amortecimento e rigidez da transmissão para atuar naquele modo de vibrar, denominados massa, amortecimento e rigidez modais, conhecidos por M<sub>m</sub>, C<sub>m</sub> e K<sub>m</sub> (HE, FU, 2001). Essas matrizes são ortogonais e estão expressas na equação 54.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \end{bmatrix}$$
(54)

Essas matrizes são importantes para elaborar o gráfico da função resposta de frequência (FRF) de cada modo de vibrar da transmissão, sendo que a mais utilizada é a receptância (equação 55).

$$\mathbf{H}_{jk}(\omega) = \frac{1}{\left(\mathbf{K}_{mj} - \omega_{k}^{2}\mathbf{M}_{mj}\right) + \left(\mathbf{C}_{mj}\omega_{k}\right)\mathbf{i}}$$
(55)

O índice 'j' é o modo de vibrar e 'k' é um ponto relacionado ao vetor  $\omega$ . A magnitude total é a somatória de todos os H<sub>j</sub>'s. Foi criado um vetor  $\omega$  para cada modelo, sendo que o maior valor desse vetor foi adotado como o máximo da FRF mais 10<sup>3</sup>. Alguns autores padronizam a magnitude para o ganho (G=H\*K), outros convertem a magnitude para decibéis (equação 56). Lembrando que, se for converter em decibéis, a magnitude precisa estar em valor absoluto, pois a curva FRF gera valores negativos.

$$\mathbf{H}_{(dB)} = 10.\log_{10}\left(\left|\mathbf{H}_{(m/N)}\right|\right)$$
(56)

FRF em decibéis justifica para identificar a intensidade de ruído para uma dada frequência de operação, principalmente quando o sistema está na ressonância, gerando ruídos altos.

O Matlab<sub>©</sub> possui um método de resolver equações de movimento pelo comando *solver* que, junto com as condições de contorno, é muito útil para resolver sistemas de equações diferenciais. Todavia, Girsang *et al.* (2014) e Al-Hamadani e Long (2017) afirmam que, infelizmente, o *solver* do Matlab<sub>©</sub> não é um comando poderoso e adequado para resolver equações de movimento com mais de 3 graus de liberdade, porque, além de ser demorado para resolver o sistema, não garante precisão dos resultados por não levar em conta fatores como eficiência das engrenagens e facilidade para atribuir valores de entrada, como rotação e torque do rotor.

Então, a solução foi modelar as transmissões NREL 750 kW e 5 MW no Simulink, mais especificamente no ambiente Simscape, que trabalha com elementos físicos de mecânica, eletricidade, termodinâmica etc. Por isso, foi feita uma conversão do modelo físico das engrenagens para o ambiente Simscape (figura 50).



Figura 50 – Representação esquemática das engrenagens em CAD e em Simulink/Simscape.

Fonte: AL-HAMADANI, LONG, 2017, modificado.

Cada engrenagem está representada por um elemento de inércia rotacional e a rigidez de malha por uma mola torcional; o mesmo se aplica para o amortecimento da malha como um amortecimento viscoso torcional, embora não esteja expressa na figura anterior. Para o engrenamento pinhão-coroa, utiliza-se o bloco de caixa de transmissão simples, enquanto o planetário foi dividido em dois acoplamentos: o sistema sol-planeta e o sistema anel-planeta, todos com o braço como elemento de entrada.

As relações de transmissão são as relações dos raios médios das engrenagens: no bloco da transmissão simples a relação é  $R_F/R_B$ , onde  $R_F$  é o raio da engrenagem que está na frente (*forward – F*) e  $R_B$ , a engrenagem que está depois, ou seja, atrás (*backward – B*). Para o bloco anel-planeta, a relação é  $R_A/R_P$  e para o bloco sol-planeta,  $R_P/R_S$ .

As montagens dos SEP dos modelos 1 e 2 (planetárias unidas) e dos modelos 3 e 5 MW (planetárias separadas) foram feitas distintamente. Para os modelos 1 e 2, utiliza-se apenas um sistema de representação (figura 51),

enquanto para os modelos 3 e 5 MW (figura 52), utiliza-se três sistemas de representação. A inércia do braço fica acoplada às planetárias; o mesmo é adotado para a engrenagem solar. A engrenagem anular (*ring*) fica anexada a um referencial rotativo fixo, já que, nos modelos originais da NREL, ela fica travada à nacele da turbina.

Figura 51 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com um sistema de representação.





Figura 52 – Modelagem em Simulink/Simscape para o SEP com três sistemas de representação.

O rotor e o gerador foram modelados também como elementos de inércia e a rigidez dos eixos como molas torcionais, inclusive o contra-torque do gerador. A transmissão da turbina eólica foi elaborada no Simscape quatro vezes, um para cada modelo (figuras 53-56).



Figura 53 – Modelo 1 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.

Fonte: autor.

Figura 54 – Modelo 2 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.





Figura 55 – Modelo 3 e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.



Figura 56 – Modelo 5 MW e sua caixa de engrenagens detalhado no Simscape.

# 4 SIMULAÇÃO DA TRANSMISSÃO

# 4.1 VALORES DE ENTRADA

## 4.1.1 Parâmetros das engrenagens

Inicialmente, foram atribuídos os valores relacionados à geometria das engrenagens obtidos por Oyague (2011), Sheng (2012) e Nejad *et al.* (2016) e disponíveis na tabela 4. Esses parâmetros são: número de dentes (Z), diâmetro de base (d<sub>B</sub>), módulo normal (m<sub>N</sub>), diâmetro médio (d<sub>M</sub>), ângulos de pressão ( $\alpha$ ) e hélice ( $\beta$ ), largura da face do dente (w<sub>F</sub>) e relação de transmissão (i<sub>T</sub>).

NREL 750 kW								
Engrenagem	Ζ	db (mm)	mn (mm)	<b>d</b> м ( <b>mm</b> )	α (°)	β (°)	WF (MM)	іт
Anular	99	1047		998,54		7,5L	225	
Planetária	39	372	10	393,37		7,5L	225	5,71
Solar	21	186		211,81		7,5R	225	
Coroa da Baixa Rotação	82	678	8 25	697,21		14R	170	3 57
Pinhão da Baixa Rotação	23	174	0,23	195,56	20	14L	186	5,57
Coroa da Alta Rotação	88	440	5	453,47		14L	110	Δ
Pinhão da Alta Rotação	22	100	5	113,37		14R	120	т
				Relação d	e Tran	81,54		
			NREL	5 MW				
Engrenagem	Ζ	db (mm)	mn (mm)	<b>d</b> м ( <b>mm</b> )	α (°)	β (°)	WF (MM)	іт
Anular 1	53	2146,5		2385		0	491	
Planetária 1	17	688,5	45	765		0	491	4
Solar 1	19	769,5		855		0	491	
Anular 2	90	1701		1890	20	0	550	
Planetária 2	36	680,4	21	756	20	0	550	6,07
Solar 2	18	340,2		378		0	550	
Coroa	95	1233,648	14	1370,72		10L	360	1
Pinhão	24	311,661	14	346,29		10R	360	4
Relação de Transmissão Global 97,								97,12

Tabela 4 – Parâmetros geométricos das engrenagens das transmissões NREL 750 kW e 5 MW.

Fonte: SHENG, 2012, NEJAD, 2016, modificado.

A maioria das engrenagens são helicoidais para garantir maior estabilidade dinâmica, grande absorção de esforços axiais, tanto que os ângulos de hélice estão orientados para esquerda (*left* – L) ou direita (*right* – R). Essas orientações são importantes para definir os sinais das tensões de flexão aplicadas na superfície do dente.

Mandic *et al.* (2012) e Al-Hamadani e Long (2017) utilizaram o modelo CAD da NREL 750 kW e, utilizando-se o *software* ADAMS (*Automated Dynamic Analysis of Mechanical Systems*), obtiveram os valores das inércias polares (J) dos elementos mecânicos da transmissão (tabela 5); Nejad *et al.* (2016) obteve os valores para o modelo de 5 MW (tabela 6). O rotor é o elemento que possui maior inércia devido ao seu peso e capacidade de obter velocidade dos ventos para ativar a transmissão e gerar energia elétrica. Já os pinhões possuem inércias quase desprezíveis, porque eles são manufaturados no próprio eixo; isso melhora a eficiência do engrenamento.

Elemento Mecânico	Simbologia	J (kg.m2)
Rotor	Jr	998138
Braço	Jb	65,2
Engrenagem Planetária	Jp	3,2
Engrenagem Solar	Js	1,02
Coroa da Baixa Rotação	Jcb	31,72
Pinhão da Baixa Rotação	Jpb	0,4
Coroa da Alta Rotação	Jca	3,42
Pinhão da Alta Rotação	Jpa	0,08
Gerador	Jg	24

Tabela 5 – Valores das inércias polares dos elementos rotativos da NREL 750 kW.

Fonte: MANDIC et al., 2012, modificado.

Elemento Mecânico	Simbologia	J (kg.m2)
Rotor	Jr	2,67E+06
Braço 1	Jb1	4180
Engrenagem Planetária 1	Jp1	168
Engrenagem Solar 1	Js1	244
Braço 2	Jb2	820
Engrenagem Planetária 2	Jp2	143
Engrenagem Solar 2	Js2	9,5
Coroa	Jco	475
Pinhão	Jpi	3,8
Gerador	Jg	535

Tabela 6 – Valores das inércias polares dos elementos rotativos da NREL 5 MW.

Fonte: NEJAD et al., 2016, modificado.

Os trabalhos de Mandic *et al.* (2012), Girsang *et al.* (2014) e Nejad *et al.* (2016) calcularam os valores de rigidez dos eixos baseados na equação deduzida anteriormente (k = J.G/L), bem como a estimativa do contra-torque elétrico do gerador (tabela 7). Os valores do contra-torque obtidos são para condições de máxima rotação do gerador.

NREL 750 kW						
Eixo	Simbologia	k (N.m/rad)				
Eixo do Rotor	ker	3,69E+07				
Eixo da Baixa Rotação	keb	2,45E+07				
Eixo Intermediário	kei	2,70E+08				
Eixo da Alta Rotação	kea	2,08E+06				
Contra-torque elétrico do Gerador	kg	2,41E+04				
NREL 5 M	W					
Eixo	Simbologia	k (N.m/rad)				
Eixo do Rotor	ker	8,67E+08				
Eixo Intermediário 1	ke1	1,60E+08				
Eixo Intermediário 2	ke2	3,42E+08				
Eixo do Gerador	keg	1,85E+09				

Tabela 7 - Valores das rigidezes dos eixos e contra-torques do gerador dos modelos da NREL.

Fonte: MANDIC et al., 2012, GIRSANG et al., 2014, NEJAD et al., 2016, modificado.

Os valores das rigidezes das malhas engrenadas foram obtidos experimentalmente e são demonstrados nos trabalhos de Sheng (2012), Mandic *et al.* (2012), Girsang *et al.* (2014), Al-Hamadani e Long (2017) e Nejad *et al.* (2016).

Para determinar os amortecimentos das malhas, foi adotado que todas as engrenagens possuem fator de amortecimento máximo ( $\zeta = 0,17$ ) visando assegurar maior dissipação de energia e, consequentemente, maior estabilidade da caixa de engrenagens, embora Rinker e Dykes (2018) tenham assumido que  $\zeta$  seja 5% do coeficiente de amortecimento crítico ( $\zeta = 0,05$ ). Os valores das rigidezes e dos amortecimentos das malhas estão expressos na tabela 8. Como definido na revisão da literatura, a rigidez e o amortecimento são vistos da engrenagem motora, i.e., das engrenagens planetárias e das coroas.

		NREL 750 kW		
Engrenamento	Simbologia	kmalha (N.m/rad)	Simbologia	cmalha (N.m.s/rad)
Anel-Planeta	kpa	1,22E+10	сра	9,07E+01
Sol-Planeta	kps	1,45E+10	cps	8,64E+04
Pinhão-Coroa da	lra1	1 62E+00	221	$1.16E \pm 0.4$
Baixa Rotação	KC I	1,63E+09	cc1	1,10E+04
Pinhão-Coroa da	12	5 70E+09	22	4.975+02
Alta Rotação	KC2	5,70E+08	CC2	4,87E+03
		NREL 5 MW		
Engrenamento	Simbologia	kmalha (N.m/rad)	Simbologia	cmalha (N.m.s/rad)
Anel-Planeta 1	kpa1	1,40E+09	cpa1	3,16E+05
Sol-Planeta 1	kps1	1,40E+09	cps1	4,09E+05
Anel-Planeta 2	kpa2	4,60E+08	cpa2	1,06E+05
Sol-Planeta 2	kps2	4,60E+08	cps2	2,16E+05
Pinhão-Coroa	kpc	1,90E+08	срс	4,97E+04

Tabela 8 – Valores médios das rigidezes e dos amortecimentos das malhas engrenadas.

Fonte: AL-HAMADANI, LONG, 2017, NEJAD et al., 2016, modificado.

Para a fadiga de flexão, foram determinadas as orientações das tensões do estado triplo necessárias para decompor as tensões  $\sigma x$ ,  $\sigma y$ ,  $\sigma z \tau xy$ ,  $\tau xz e \tau yz$  (tabela 9 e 10).

\	σx	σγ	σz	τχγ	τxz	τyz
Planetária-Anular	1	1	1	-1	0	-1
Planetária-Solar	1	1	1	1	0	1
Eng. Solar	-1	-1	-1	1	0	-1
Coroa da	1	1	1	1	0	1
Baixa Rotação	1	-1	1	-1	0	1
Pinhão da	1	1	1	1	0	1
Baixa Rotação	-1	1	-1	1	0	-1
Coroa da	1	1	1	1	0	1
Alta Rotação	-1	-1	-1	-1	0	-1
Pinhão da	1	1	1	1	0	1
Alta Rotação		1	1		U	

Tabela 9 – Valores das orientações das tensões de cada engrenagem do modelo NREL 750 kW.

Fonte: autor

Tabela 10 – Valores das orientações das tensões de cada engrenagem do modelo NREL 5 MW.

NREL 5 MW								
$\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $								
Planetária-Anular 1	1	1	1	-1	0	-1		
Planetária-Solar 1	1	1	1	1	0	1		
Eng. Solar 1	-1	-1	-1	1	0	-1		
Planetária-Anular 2	1	1	1	-1	0	-1		
Planetária-Solar 2	1	1	1	1	0	1		
Eng. Solar 2	-1	-1	-1	1	0	-1		
Coroa	1	-1	1	-1	0	1		
Pinhão	-1	1	-1	1	0	-1		

Fonte: autor

# 4.1.2 Seleção de materiais para as engrenagens

De acordo com Errichello (1994), a escolha dos materiais para as engrenagens deve respeitar os seguintes pré-requisitos:

- As tensões de flexão devem ficar entre 345 e 483 MPa.
- As tensões de contato devem ficar entre 1034 e 2068 MPa.
- A dureza do material deve ficar entre 275 e 420 HB, sendo que o ideal é 320.

A respeito da escolha da dureza, Errichello (1994) propõe que todas as engrenagens devem ser fabricadas com ligas de aço e o processo de cementação deve ser controlado para obter uma microestrutura com resistência e tenacidade à fratura que atendam a esses requisitos.

Os materiais selecionados foram obtidos a partir das folhas de desenho das engrenagens da NREL 750 kW, cuja fonte está disponível no site <<u>https://data.nrel.gov/submissions/45</u>>. Abaixo estão os materiais aplicáveis às engrenagens da NREL 750 kW.

Engrenagem planetária, solar e pinhões: SAE E9310, E9310H, 4320, 4320H, 4820, 4820H, 18CrNiMo7.

Coroas: SAE E9310, E9310H, 4820, 4820H, 18CrNiMo7.

Os materiais escolhidos para as engrenagens dessa dissertação foram o 4320H para as engrenagens planetárias e solar e 4820H para os pares pinhãocoroa, cujas propriedades mecânicas estão na tabela 11. O 4320H permite maior desempenho na resistência ao torque, enquanto o 4820H reforça a durabilidade da superfície submetidas a altas rotações. Os valores das propriedades mecânicas dos materiais foram obtidos do site <<u>www.matweb.com</u>> e de Martienssen e Warlimont (2018).

Para o modelo de 5 MW, o material escolhido foi o DIN 16MnCr5 por ter boa usinabilidade e forjabilidade para processos de cementação, garantindo que se obtenha a dureza desejada e a superfície endurecida para resistir às altas tensões de fadiga.

Para obter os valores da tensão limite para fadiga de flexão e contato, Jelaska (2012) define conforme a ISO6336, Método B, uma equação empírica em função da dureza do material e das constantes A e B (equação 57). A e B são definidos como valores em função do material; nesse caso tanto o 4320H quanto o 4820H são definidos como ligas metálicas forjadas e endurecidas. As propriedades estão na tabela 11.

 $\sigma_{F_{LIM}} = A_{F} \cdot (HB) + B_{F}$  $\sigma_{H_{LIM}} = A_{H} \cdot (HB) + B_{H}$ (57)

Material	4320H	<b>4820H</b>	16MnCr5			
HB	302	370	255			
σEsc (MPa)	740	600				
σ <sub>Max</sub> (MPa)	1050	1100				
Af	0,425					
BF		187				
Ан		1,313	3			
Вн	371					
$\sigma_{F_LIM}$ (MPa)	315,35	344,25	295,38			
$\sigma_{H_LIM}(MPa)$	767,53	856,81	707,82			

Tabela 11 – Propriedades dos materiais das engrenagens da NREL 750 kW e 5 MW.

Fonte: <u>www.matweb.com</u>, Jelaska, 2012, modificado.

No entanto, vale ressaltar que essa análise empírica, potencialmente conservadora, foi utilizada apenas para fins exploratórios e para o desenvolvimento da metodologia dessa dissertação, já que o autor não conseguiu obter curvas experimentais de relação 'dureza-tensão limite', com alta precisão de coleta, dos materiais escolhidos no estado-da-arte. Análise de fadiga envolvendo dureza do material pode ser complicado, pois a curva de sensibilidade é muito alta por causa das oscilações e a dureza pode variar em função das condições de operação e do sistema a que ele está sendo aplicado. (JELASKA, 2012; VULLO, V2, 2020).

#### 4.1.3 Coeficientes de carga e de geometria

Os coeficientes de carga e geometria foram obtidos através de gráficos e tabelas disponíveis nos livros didáticos de Norton (2011), Jelaska (2012) e Juvinall e Marshek (2017).

#### 4.1.3.1 Coeficiente de velocidade (Kv)

O coeficiente de velocidade depende da velocidade tangencial média no raio médio da engrenagem (equação 58) e da precisão de manufatura das engrenagens (tabela 12). Essa precisão, segundo Juvinall e Marshek (2017), leva em consideração erros de transmissão, rigidez de malha engrenada e inércia da engrenagem.

$$\mathbf{v}_{\mathrm{T}} = 2\pi \frac{\mathbf{n}_{\mathrm{RPM}}}{60} \,\mathbf{R}_{\mathrm{m}} \tag{58}$$

Onde n<sub>RPM</sub> e R<sub>m</sub> são, respectivamente, rotação média e raio médio da engrenagem.

Tabela 12 – Determinação do coeficiente de velocidade em função de  $v_T$  e da precisão da manufatura.

TT ( ( )	<u>C:</u> Boa precisão,	<u>B:</u> Alta precisão,	<u>A:</u> Altíssima precisão,
VT ( <b>m</b> /S)	VT (m/s) superfície retificada superfície r		superfície retificada
Kv	$50 + \sqrt{196,85.v_{T}}$	$78 + \sqrt{196,85.v_{T}}$	$78 + \sqrt{196, 85.v_{T}}$
	50	78	<b>∀</b> 78

Fonte: JUVINALL, MARSHEK, 2017, modificado.

O 196,85 é o conversor de v⊤ para ft/min, já que não existe na tabela original, pois os autores padronizaram para o sistema britânico. Segundo Sheng (2012) e Oyague (2009), engrenagens de turbina eólica são fabricadas com alta precisão; portanto, para todas as engrenagens da NREL 750 kW e 5 MW, o valor de K<sub>V</sub> corresponde à equação B da tabela 12.

4.1.3.2 Coeficiente de carga (Ko)

O coeficiente de carga (*overload*) correlaciona o impacto da potência em relação ao elemento rotativo; em outros termos, determina o impacto (choque) do torque na dinâmica da engrenagem (tabela 13).

Ко	Elemento Rotativo					
Fonte de	Uniformo	Chaqua Madarada	Choque Pesado			
Potência	UIIIIIII					
Uniforme	1	1,25	1,75			
Choque Leve	1,25	1,5	2			
Choque Médio	1,5	1,75	2,25			

Tabela 13 – Valores do fator de carga para cada condição.

Fonte: JUVINALL, MARSHEK, 2017, modificado

Tanto o torque quanto a velocidade angular do rotor são fontes de potência uniforme adotados para essa dissertação. Quanto às condições de carregamento vai depender do modelo.

Para o modelo de 750 kW, as engrenagens planetárias e solar possuem choque moderado por terem velocidades angulares menores, embora os torques sejam maiores nessas engrenagens; o motivo seria que o SEP foi planejado para amortecer a maior parte do torque e aumentar a rotação do sistema. O par pinhão-coroa da baixa rotação possui choque moderado e o par pinhão-coroa da alta rotação, choque pesado. Para o modelo de 5 MW, o primeiro SEP possui choque moderado, enquanto o segundo SEP possui choque uniforme, já que boa parte do torque já foi reduzido; para o par pinhão-coroa, valor entre o choque moderado e pesado.

### 4.1.3.3 Coeficiente de montagem (K<sub>M</sub>)

Determina-se o coeficiente de montagem (*mounting*) em função da largura da face do dente e da montagem do sistema (tabela 14). Em seguida, faz-se uma interpolação, se necessário, para obter os valores de cada engrenagem em função da largura da face do dente (difere-se da largura da face em contato).

Para o modelo de 750 kW, o SEP foi modelado para ter boa precisão e boa montagem entre os elementos mecânicos; por isso, enquadra-se na primeira linha. As coroas são montadas com pouca precisão, mas em contato total na largura, logo segunda linha. Por fim, os pinhões ficam automaticamente na última linha pelo fato de suas larguras de face serem maiores em relação às coroas, logo o contato é parcial.

Para o modelo de 5 MW, os dois SEPs são montagens precisas (primeira linha), enquanto o par pinhão-coroa é uma montagem pouco precisa em contato total das larguras (segunda linha).

Км	wf (mm)				
Características do Suporte	até 50	150	250	500+	
Montagens precisas, mancais,	1.0	1 4	15	1.0	
deflexão mínima, engrenagens precisas	1,5	1,4	1,3	1,8	
Montagens menos rígidas,					
engrenagens pouco precisas,	1,6	1,7	1,8	2,2	
contato total da largura da face					
Montagens imprecisas,	2.2				
contato parcial da largura da face			۷,۷		

Tabela 14 – Valores do coeficiente de montagem para cada condição.

Fonte: JUVINALL, MARSHEK, 2017, modificado.

4.1.3.4 Fator de tamanho (Ks) e fator geométrico de Lewis (YG)

O fator de tamanho (*size*), também conhecido por fator de forma, vai depender proporcionalmente do volume e dimensão das engrenagens, já que, quanto maior a dimensão das engrenagens, maior a probabilidade de as engrenagens falharem. Por causa disso, seu valor é determinado em função do módulo normal do par engrenado (tabela 15).

Tabela 15 – Fator de tamanho em função do módulo normal.

mn (mm)	Ks
até 5	1
6	1,05
8	1,15
12	1,25
20+	1,40

Fonte: NORTON, 2011, modificado.

O fator geométrico de Lewis possui dois valores: um aplicado para fadiga de flexão (Y<sub>GF</sub>) que depende do número de dentes e do ângulo de hélice (figura 57), e o outro aplicado para fadiga de contato (Y<sub>GH</sub>) que depende dos ângulos de pressão ( $\alpha$ ) e hélice ( $\beta$ ), relação de transmissão (i<sub>T</sub>) do par engrenado e o tipo de engrenamento definido pela equação 59 (NORTON, 2011).

No caso das engrenagens planetárias, foi considerado a relação de transmissão somente com a engrenagem solar (engrenamento externo).

Figura 57 – Diagrama do fator geométrico de Lewis para fadiga de flexão em função dos parâmetros geométricos.



Fonte: JELASKA, 2012, modificado.

$$Y_{GH}^{\text{externo}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tan \alpha}{\sin \beta} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{\sin \beta}{\tan \alpha} \right)^{-1} \left( \frac{\mathbf{i}_{\mathrm{T}}}{\mathbf{i}_{\mathrm{T}} + 1} \right)$$

$$Y_{GH}^{\text{interno}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tan \alpha}{\sin \beta} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{\sin \beta}{\tan \alpha} \right)^{-1} \left( \frac{\mathbf{i}_{\mathrm{T}}}{\mathbf{i}_{\mathrm{T}} - 1} \right)$$
(59)

4.1.3.5 Fator de confiabilidade (Y<sub>C</sub>)

Segundo a ISO 6336, descrito em Sheng (2012) e Ukonsaari *et al.* (2016), a vida útil das engrenagens tem expectativa de 20 anos com uma confiabilidade de 99%, cujo valor corresponde a 0,814, de acordo com a tabela 16.

Tabela 16 – Valores do fator de confiabilidade para cada condição.

Confiabilidade (%)	50	50 90		99,9	99,99	99,999
Yc	1	0,897	0,814	0,753	0,702	0,659

Fonte: JUVINALL, MARSHEK, 2017, modificado.

#### 4.1.3.6 Fator de dureza (Zw)

Aplicado somente para a fadiga de contato, o seu valor vai depender do tipo do material das engrenagens e do tratamento térmico superficial dos mesmos, obtendo um valor de dureza para cada um. Sendo assim, o valor do fator de dureza depende da dureza Brinell (tabela 17).

Tabela 17 – Valores do fator de dureza para cada intervalo.

Dureza Brinell	$\text{HB} \le 130$	130 < HB < 470	$HB \ge 470$
Zw	1	$1,2 - \frac{\text{HB} - 130}{1700}$	1,2

Fonte: JUVINALL, MARSHEK, 2017, modificado

## 4.1.3.7 Coeficiente de segurança (CS)

Segundo Ukonsaari *et al.* (2016), os padrões da IEC recomendam, para engrenagens de turbina eólica, fator de segurança de 1,53 para fadiga de flexão  $(cs_F)$  e 1,25 para fadiga de contato  $(cs_H)$ .

# 4.1.3.8 Coeficientes de distribuição (K<sub>H</sub>) e de hélice (K<sub> $\beta$ </sub>)

O coeficiente de distribuição é importante para corrigir a força aplicada na região do raio médio do dente, enquanto o coeficiente de hélice determina a influência do ângulo durante o carregamento. De acordo com Jelaska (2012) e Norton (2011), enquanto o coeficiente de distribuição depende da largura da face do dente (tabela 18), o coeficiente de hélice depende do ângulo de hélice presente na equação 60.

Tabela 18 – Valores do coeficiente de distribuição em função da largura da face do dente.

WF (MM)	Кн
até 50	1,6
150	1,7
250	1,8
500+	2

Fonte: NORTON, 2011, modificado.

$$\mathbf{K}_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{\cos\beta}}$$

## 4.1.3.9 Outros fatores

Os fatores de vida para fadiga de flexão (Y<sub>N</sub>) e de contato (Z<sub>N</sub>) foram adotados valores iguais a 1, pois são valores obtidos experimentalmente. Segundo Errichello (2013, p. 1524) e Juvinall e Marshek (2017), o fator de temperatura (Y<sub>T</sub>) depende da temperatura de trabalho a que o material está submetido (tabela 19). No caso das engrenagens de turbina eólica, foi atribuído Y<sub>T</sub> = 1.

Tabela 19 – Valores do fator de temperatura aplicado em materiais metálicos.

Temperatura (°C)	$T \le 450$	$450 \le T \le 550$
Yт	1	1-0,0058 (T-450)

Fonte: JUVINALL, MARSHEK, 2017, modificado

O coeficiente de elasticidade ( $Z_E$ ) determina a relação de contato entre os dentes das engrenagens em função do material que os compõem, cuja fórmula já foi definida anteriormente. Diferente dos coeficientes e fatores anteriores, este último é dimensional e sua unidade é  $\sqrt{MPa}$ . A fórmula consiste dos módulos de elasticidade e dos coeficientes de Poisson e isso foi padronizado em uma tabela em função dos materiais do par engrenado (tabela 20).

ZE (√MI Engrenagem	Pa) Motora	Material da Engrenagem Movida							
Material	E (GPa)	Aço (todos)	Ferro Fundido	Alumínio	Bronze / Latão				
Aço (todos)	200	191	174	162	158				
Ferro Fundido	150	174	163	154	149				
Alumínio	120	162	154	145	141				
Bronze / Latão	110	158	149	141	137				

Tabela 20 – Valores dos coeficientes de elasticidade para v = 0,3.

Fonte: JELASKA, 2012, JUVINALL, MARSHEK, 2017, modificado

(60)

Todos os valores dos coeficientes e fatores das engrenagens foram calculados e estão representados na tabela 21.

				NREL 750 kW							NREL 5 MW			
1	-	ISTENASS F.F.	IN Plane	taria m Solar m Solar proa da P	baixa Re baixa da	bacao Baixa R Baixa R	ote	aciao a Rotacio a Rotacio Rotacio Ritto Rotacio Ritto Rotacio Ritto Rotacio Ritto Rotacio Ritto Rotacio Ritto Rotacio Ritto Ri	a Potaci	an Plane	tarial m Solar m Solar	An Plans	staria 2 an Solar	2
Ygf	0,51	0,45	0,58	0,46	0,58	0,46		0,30	0,35	0,42	0,30	0,48	0,37	
Үсн	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08		0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,08	
Kv	1,18	1,21	1,37	1,38	1,57	1,57		1,23	1,26	1,38	1,42	1,80	1,80	
Ко	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50		1,25	1,25	1,00	1,00	1,50	1,50	
Км	1,50	1,49	1,72	2,20	1,66	2,20		1,95	1,95	2,00	2,00	1,89	1,89	
Ks	1,20	1,20	1,15	1,15	1,00	1,00		1,40	1,40	1,40	1,40	1,18	1,18	
Кн	1,80	1,79	1,70	1,74	1,66	1,67		1,25	1,25	1,25	1,25	1,19	1,19	
Κβ	1,00	1,00	1,02	1,02	1,02	1,02		1,00	1,00	1,00	1,00	1,02	1,02	
Yт	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	
Yc	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81		0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	
Yn	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	
Zn	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	
CSF	1,53	1,53	1,53	1,53	1,53	1,53		1,53	1,53	1,53	1,53	1,53	1,53	
СЅн	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25		1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	
Zw	1,10	1,10	1,10	1,10	1,07	1,07		1,13	1,13	1,13	1,13	1,13	1,13	
Ze(√MPa)	191	191	191	191	191	191		191	191	191	191	191	191	

Tabela 21 – Valores dos coeficientes de carga e geometria de cada engrenagem.

Fonte: autor

## 4.1.4 Parâmetros da curva σ-N

Os parâmetros  $\sigma_0$  e m, já descrito anteriormente, são determinados em função do material das engrenagens. Jelaska (2012) explica que, para aços cementados com superfície endurecida (onde se encaixam 4320H, 4820H e 16MnCr5), os valores do expoente *m* são 5,8 para fadiga de flexão e 13,2 para fadiga de contato. Já o  $\sigma_0$  possui diversas interpretações: Dong, X *et al.* (2014) afirmam que seu valor é igual à tensão de resistência máxima do material ( $\sigma_f$ ), porém Jorgensen *et al.* (2014) explicam que esse valor deve ser de 10-15 vezes a tensão máxima do material, pois garantem uma segurança devido à alta resistência e fragilidade desses aços com superfície endurecida.

## 4.2 SIMULAÇÃO EM MATLAB

Foi feita a linha de comando inicialmente para fazer a análise modal (frequências naturais, modos de vibrar e FRF) para os três modelos. A linha de comando permite vincular os modelos elaborados no Simulink/Simscape, pois estes últimos são os modelos mais completos para obter os deslocamentos angulares. Foram feitas duas análises: análise dinâmica e análise modal.

Para a análise dinâmica foram simulados os deslocamentos angulares e as velocidades angulares. Todos os três modelos foram submetidos a uma velocidade angular do rotor, na qual é determinada pela equação 61.

$$\omega_{\rm rotor} = \frac{\lambda . v_{\rm W}}{R_{\rm rotor}}$$
(61)

Onde  $\lambda$  é a relação de velocidades ótimas (*optimal speed ratio*), vw é a velocidade do vento e R<sub>rotor</sub> é o raio do rotor. Segundo Rinker e Dykes (2018), para a turbina NREL 750 kW, R<sub>rotor</sub> = 25 m, a velocidade do vento é, na média, de vw = 10 m/s (vento do estado da Califórnia, EUA, sede da NREL) e o valor para o  $\lambda$  = 7,5; esses valores foram escolhidos para a velocidade angular do rotor ter um valor médio de 3,14 rad/s (30 RPM). Embora Girsang *et al.* (2014) tenha estimado valor médio da rotação para 22 RPM, esse valor é considerado baixo em função dos requisitos de projeto permitirem que a turbina trabalhe com rotações de 22-30 RPM. Para o modelo de 5 MW, foi escolhido a rotação do rotor de 12 RPM (1,25 rad/s).

Esses valores de velocidade angular foram atribuídos aos modelos Simscape pelo gerador ideal de velocidade angular e, para determinar se o gerador elétrico está nas condições ideias de operação, foi implementado um leitor de movimento rotativo para ler os sinais da velocidade angular e para deslocamento angular (figura 58). Diferente do Simulink tradicional, o Simscape precisa de um *solver*, representado pelo f(x) = 0, para simular sistemas mecânicos que, para a turbina da NREL, foi configurada com o padrão já embutida no programa (condições iniciais iguais a zero). Figura 58 – Configuração do modelo para análise dinâmica com o gerador de velocidade angular ideal (azul) e o leitor de movimento rotativo (amarelo).



Fonte: autor.

Em ambos os blocos há dois canais: o canal R e o canal C. O canal R é o sinal que representa o movimento rotativo do sistema, enquanto o canal C é a referência relativa. O canal R tem o valor de R = S – C, onde S é o sinal de entrada da velocidade angular. Para o leitor de movimento rotativo, a analogia funciona da mesma forma: os valores da velocidade angular (canal W) e do deslocamento angular (canal A) são determinados pela expressão {W, A} = R – C. para os dois blocos, o canal C é zero, pois foi assumido que a turbina eólica está partindo do repouso. Esse leitor de saída é fundamental para verificar se o gerador elétrico está nas condições ideias de operação.

Para a análise modal, foram simuladas as FRFs e a análise do torque aplicado ao gerador. Todos os modelos foram submetidos a um torque constante de 200.000 Nm aplicado no rotor.

Esse valor de torque foi atribuído aos modelos Simscape pelo gerador ideal de torque. Para construir as FRFs e comparar com as curvas obtidas pelo método analítico, atribui-se os sinais da função de transferência da receptância que são o torque (perturbação) e o deslocamento angular (medição) que são, respectivamente, os sinais de entrada e saída (figura 59).



Figura 59 – Configuração do modelo para análise modal com o gerador de torque (azul), o leitor de movimento rotativo (amarelo) e os sinais de perturbação (vermelho) e de medição (roxo).

Fonte: autor.

Uma vez que já foram declarados os sinais de perturbação e medição e o sistema no Simulink/Simscape, o Matlab possui um programa de linearização que permite obter as equações de espaço-de-estado, as frequências naturais, as magnitudes por Bode e Nyquist, ambos em decibéis, e a variação de fase de cada elemento de inércia.

Em relação aos parâmetros do controle, para o modelo de 750 kW, o valor dos coeficientes críticos foram 1,33 para o modelo e 1,5 para os modelos 2 e 3; esses valores asseguram menor tempo de estabilidade da referência e, ao mesmo tempo, impede que a transmissão sofra instabilidade. A respeito da referência, o gerador deve operar no máximo a 1800 RPM; porém, as simulações não consideraram o desvio padrão dos valores numéricos da transmissão, além de não ser adequado permitir o gerador trabalhar no seu limite. Inclusive, a recomendação é 5% acima do valor mínimo e 5% abaixo do valor máximo. Portanto, a referência da velocidade angular do gerador seria de 1700 RPM.

Já para o modelo de 5 MW, a rotação de referência é 1100 RPM, embora o limite máximo seja de 1200 RPM. Apesar disso, houve uma alteração no PID: foi adicionado um saturador depois da função de transferência para ajudar a estabilizar em 1100 RPM, já que não havia um valor de coeficiente crítico que permitia alcançar o valor sem o gráfico aumentar exponencialmente. Embora a planta da transmissão seja representada por uma função de transferência, na prática foi colocado o modelo inteiro dentro do seu subsistema. O motivo seria para que os leitores de movimento rotativo possam capturar os sinais de deslocamento angular das engrenagens, necessárias para se obter as forças tangenciais. As figuras 60-63 representam as localizações dos leitores para obter os deslocamentos angulares para cada modelo.



Figura 60 – Configuração do modelo 1 para controle com os leitores representados.

Fonte: autor.

Figura 61 – Configuração do modelo 2 para controle com os leitores representados.




Figura 62 – Configuração do modelo 3 para controle com os leitores representados.

Fonte: autor.

Figura 63 – Configuração do modelo 5 MW para controle com os leitores representados.



# **5 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

## 5.1 ANÁLISE MODAL DA TRANSMISSÃO

## 5.1.1 Comparação das frequências naturais

Inicialmente, foram determinadas as frequências naturais dos modelos pelo critério do autovalor e foram comparadas com outros três trabalhos que também utilizaram a mesma turbina eólica: Mandic *et al.* (2012), Girsang *et al.* (2014) e AI-Hamadani e Dong (2017), todos descritos na tabela 22. Vale ressaltar que esses três trabalhos modelaram a turbina NREL 750 kW considerando somente as rigidezes dos eixos e desprezando as rigidezes de contato.

Cada um dos trabalhos simulou de um jeito diferente: embora os três tenham simulado pelo *Fatigue Aerodynamics Simulation Techniques* (FAST), Girsang *et al* (2014) utilizaram um sistema de realimentação eletromagnética no gerador para controle de torque; isso garantiu que as frequências fossem pequenas. Mandic *et al.* (2012) e Al-Hamadani e Dong (2017) projetaram o sistema elétrico do gerador e as características do rotor como ângulo de *pitch*, velocidade do vento variável, eficiência energética, tudo isso embutido no próprio FAST (*Fatigue and Aerodynamics System Analysis*), fazendo com que as frequências ficassem quase iguais.

[rad/s]	ω1	ω2	ω3	ω4	ω5
Mandic (2012)	5,19	38,28	291,80	371,30	1974,00
Girsang (2014)	2,44	154,00	307,00	353,00	748,00
Al-Hamadani (2017)	5,89	37,56	312,00	402,00	1974,00
Modelo 1 (analítico)	4,98	276,95	2505,4	3787,2	16789
Modelo 1 (Simscape)	11,72	395	8662	12900	55400
Modelo 2 (analítico)	3,82	46,11	817,39	2017,8	3056,4
Modelo 2 (Simscape)	5,35	34,72	1836	2396	7057
Modelo 3 (analítico)	3,82	46,11	817,39	2017,8	3056,4
Modelo 3 (Simscape)	5,35	34,72	1836	2396	7057
Modelo 5 MW (analítico)	12	35	381	583	620
Modelo 5 MW (Simscape)	14,25	35,75	413,1	564,1	980,5

Tabela 22 – Frequências naturais dos quatro modelos comparados com outros trabalhos.

Fonte: autor, Mandic et al. (2012), Girsang et al. (2014), Al-Hamadani e Long (2017).

Considerando as análises dos trabalhos anteriores, as frequências dos modelos dessa dissertação foram limitadas até o quinto valor, embora algumas análises tenham obtido mais de uma, pois a quantidade de frequências naturais é proporcional aos graus de liberdade do sistema. No entanto, o modelo 3 do Simscape resultou em menos frequências naturais (8), comparados com o analítico (11). Além disso, os valores das frequências dos três modelos da NREL 750 kW desta dissertação pelo método analítico foram menores em relação ao simulado pelo Simscape, exceto o  $\omega_2$ . O motivo mais provável seria que, enquanto o método analítico somente obteve as frequências pelo critério do autovalor a partir das matrizes de massa e rigidez, o Simscape considerou alguns fatores como, por exemplo, amortecimento interno dos "modelos prontos" das engrenagens e dos eixos, além do sistema de linearização do Simulink possuir algoritmos mais sofisticados para análise modal.

Embora somente as três primeiras frequências sejam relevantes, pois estão relacionadas às frequências de operação da transmissão, é importante levar em consideração todas as frequências naturais quando analisar o sistema como um todo. Em relação aos valores, com a exceção dos modelos 1 e do Grisang, percebe-se que a primeira frequência variou de 3,8 a 5,4 rad/s, enquanto a segunda frequência variou de 34 a 47 rad/s. Isso acontece porque a rigidez do eixo do rotor tem maior impacto em baixas frequências.

O modelo 2, tanto analítico quanto o Simscape, obteve os mesmos valores de frequências em comparação ao modelo 3 analogamente. Isso demonstra que não faz diferença considerar as engrenagens planetárias separadamente ou como se todas fossem uma só.

Por se tratar de um modelo diferente, não foi possível comprar a transmissão NREL 5 MW com os outros modelos. Mesmo assim, foi o que obteve valores mais próximos ao comparar os métodos analítico e simulado. Também foi nesse modelo de 5 MW que apresentou a menor quantidade de frequências pela simulação do Simscape. Além das frequências naturais, é importante considerar os modos de vibrar do sistema. Estes determinam o comportamento torcional que cada engrenagem vai estar submetida durante a excitação da ressonância e os valores máximos de tensões e deformações das engrenagens.

#### 5.1.2 Estudo das curvas de FRF dos modelos

A próxima análise foi comparar as FRFs da NREL 750 kW, tanto pelo método analítico quanto pelo método de linearização do Simscape, nas quais foram plotados em um gráfico *semilog* no eixo x. As seis curvas estão representadas pelo modelo 1 de vermelho, modelo 2 de verde, modelo 3 de azul, método analítico de linha contínua e método simulado de linha tracejada e os harmônicos de máxima operação (6, 13, 46 e 178 rad/s) em linhas verticais pretas (figura 64). Infelizmente, nenhum dos trabalhos de Mandic, Girsang ou Al-Hamadani construiu essa curva, não possibilitando comparar com os resultados dessa dissertação.

Os harmônicos são importantes para determinar a frequência que cada engrenagem está submetida a uma faixa de operação e verificar se elas não coincidem com as ressonâncias do sistema. No caso da NREL 750 kW, foram adotados valores teóricos médios na máxima operação do gerador e são: 6 rad/s (engrenagens planetárias), 13 rad/s (engrenagem solar e coroa da baixa rotação), 46 rad/s (pinhão da baixa rotação e coroa da alta rotação) e 178 rad/s (pinhão da alta rotação e gerador). Nenhum deles coincidiu com as frequências naturais da transmissão.



Figura 64 – Comparação das FRFs e dos harmônicos dos modelos NREL 750 kW.

111

Os três modelos pelo método analítico apresentaram antirressonâncias entre os picos de ressonância, mesmo considerando a matriz de amortecimento para melhorar a precisão das curvas. Porém, mesmo com poucos graus de liberdade, o modelo 1 apresentou alguns picos coincidentes com o modelo 2.

Os três modelos não apresentaram antirressonâncias pelo método do Simscape. Segundo Sheng (2012), isso só acontece perto da última frequência, porque esta possui um valor tão alto que o amortecimento da transmissão do Simscape acaba sendo desprezado.

Por causa da diferença que o processo de linearização do Matlab faz em relação ao método analítico (autovalor), os valores das duas primeiras frequências naturais do modelo em Simscape, em relação aos valores analíticos, ficaram 57,5% e 30% maiores para o modelo 1. Para os modelos 2 e 3, a primeira frequência ficou 30% maior e 32,8% menor, respectivamente.

Também ficou nítido as curvas do modelo 3 coincidirem com as curvas do modelo 2, demonstrando mais uma vez que não faz diferença modelar as engrenagens planetárias com coordenadas independentes ou serem simplificadas como uma só.

As curvas FRF do modelo 5 MW e seus harmônicos também foram plotados em um gráfico *semilog*, mostrado na figura 65.

Os harmônicos também foram escolhidos em função da máxima rotação do gerador da turbina eólica: 4 rad/s (engrenagens planetárias 1), 5 rad/s (engrenagem solar 1), 12 rad/s (engrenagens planetárias 2), 29 rad/s (engrenagem solar 2 e coroa) e 115 rad/s (pinhão e gerador). Assim como na NREL 750 kW, nenhum harmônio da NREL 5 MW coincidiu com as frequências naturais da transmissão.



Figura 65 – Comparação das FRFs e dos harmônicos do modelo NREL 5 MW.

Fonte: autor.

Primeiramente, seria um erro comparar diretamente as FRFs dos modelos 750 kW com o de 5 MW, já que ambos possuem configurações mecânicas distintas, mesmo ambas utilizando sistemas de engrenagens.

Assim como ocorreu nos três modelos de 750 kW, neste a curva analítica também apresentou antirressonância entre picos. Porém, no modelo simulado, não houve nenhuma antirressonância. Graficamente, as ressonâncias de ambos os métodos desse último também foram as mais próximas uma da outra.

De um modo geral, todas as FRFs analíticas dos quatro modelos seguem a regra da teoria da análise modal e os sinais de magnitude para essa condição não ultrapassaram os 0 dB. Isso acontece porque os modelos foram construídos com amortecimento, necessário para diminuir o nível de ruído do sistema, o que não acontece com as FRFs do Simscape, em que o nível de ruído diminui bastante com o aumento da frequência.

A característica mais importante para extrair dessas curvas é que, independentemente do modelo e do método, nenhum deles afeta os limites de operação da turbina eólica e os harmônicos de cada transmissão também não coincidem com as frequências de ressonância. De acordo com Rinker e Dykes (2018), a rotação do gerador varia entre 1200-1700 RPM (125,6- 178 rad/s) para o 750 kW, e 640-1300 RPM (67-143 rad/s) para o 5 MW, com desvio padrão de 1%. Portanto, não haverá risco de a turbina eólica falhar por ressonância.

## 5.2 DINÂMICA DO GERADOR

#### 5.2.1 Efeito das rigidezes das malhas e dos eixos

Antes de analisar a fadiga das engrenagens, é preciso verificar se o gerador está operando nas condições ideais das transmissões NREL 750 kW e 5 MW. Primeiramente, foi verificado o efeito que as rigidezes, tanto das malhas engrenadas quanto dos eixos, influenciam na dinâmica da transmissão. Para demonstrar, foi escolhida a turbina NREL 750 kW modelada de três modos:

- Modelo torcional puro, ou seja, sem rigidezes, somente as inercias das engrenagens.
- 2) Modelo somente com as rigidezes das malhas.
- 3) Modelo somente com as rigidezes dos eixos.

O contra-torque do gerador foi considerado em todos os modelos por não ser um elemento de rigidez, embora tenha sido modelado como uma mola torcional. A figura 66 detalha as curvas da velocidade angulare do gerador para o torcional puro (vermelho) e sob efeito das rigidezes das malhas e dos eixos (azuis).



Figura 66 – Gráfico da velocidade angular do gerador da NREL 750 kW sob efeito das rigidezes.

Como esperado, a velocidade angular do gerador para o modelo torcional puro permaneceu constante ao longo do tempo. Ao considerar as rigidezes das malhas, percebe-se que uma curva senoidal, cujo valor médio da velocidade é o mesmo do torcional puro e uma amplitude de oscilação que, no início, tem valor da metade do valor médio e levemente diminui ao longo do tempo, tendendo a estabilizar no valor médio.

Já considerando as rigidezes dos eixos, o valor médio foi cinco vezes abaixo do valor desejado e curva senoidal possui comportamento periódico constante, cujo valor da amplitude é metade do valor médio. Isso significa que as rigidezes dos eixos absorvem mais a energia rotacional do sistema e garantem comportamento ondulatório constante.

#### 5.2.2 Estabilidade da rotação do gerador

Por esse motivo, foi simulada a velocidade angular do gerador para os quatro modelos (vermelho para o 1, verde para o 2 e azul para o 3, 750 kW em cima, 5 MW embaixo), considerando velocidade angular de entrada de 3,14 rad/s (figura 67).







<sup>115</sup> 

Tanto a rigidez quanto o amortecimento absorvem boa parte da energia rotativa, diminuindo o valor médio, porém permite grande amplitude de oscilação; a velocidade angular Inicial do modelo 1 foi de  $\omega_0 = 370$  rad/s e oscila em torno do valor médio de  $\omega = 178 \pm 170$  rad/s e quase não estabiliza nos 10 segundos simulados. Essa variação brusca compromete os componentes mecânicos e os força a falhar logo nos primeiros ciclos de vida. Já os modelos 2 e 3 da NREL 750 kW, que demonstraram mesmo comportamento, possuem velocidade angular de  $\omega = 34 \pm 34$  rad/s. Isso quer dizer que as rigidezes dos eixos influenciam na dinâmica, permitindo variação zero da amplitude de oscilação. Porém, isso não é suficiente, já que, pelas condições iniciais simuladas e pelo fato de os eixos não terem amortecimento nos modelos, a média ficou abaixo da velocidade requisitada e com amplitude de 50% do valor médio, sendo que o ideal é de, no máximo, 5% (RINKER, DYKES, 2018).

Apesar disso, é notável que as senoides respeitam os conceitos básicos de vibrações mecânicas: um sistema forçado por velocidade constante nunca vai ter seu valor de velocidade média em zero para movimentos rotativos (HE, FU, 2001). O modelo 1 apresentou uma estabilidade levemente amortecida, necessitando-se de um controle devido aos seus altos valores da velocidade angular, enquanto os modelos 2 e 3 apresentaram oscilação constante. Isso se deve ao fato de que as rigidezes dos eixos interferirem na dinâmica do gerador. Mandic *et al.* (2012) confirmou que a rigidez do eixo do rotor é o que mais impacta na dinâmica da transmissão da turbina; significa que qualquer alteração no eixo do rotor pode alterar a velocidade angular em 80%.

Em relação ao comportamento das senoides, o modelo 1 foi o que apresentou maior variação da amplitude e maior frequência em comparação com os demais. De acordo com Marques (2016), tanto a rigidez quanto o amortecimento de contato permitem maior diferença de fase entre as engrenagens, i.e., menor mobilidade e maior amplitude devido à transmissibilidade, enquanto a rigidez do eixo garante maior absorção do movimento rotativo. Da mesma forma que ocorreu no modelo de 750 kW, o modelo de 5 MW também apresentou velocidade angular de  $\omega = 0.75 \pm 0.75$  rad/s com o sinal trocado, já que a configuração da NREL 5 MW faz com que o gerador rotacione no sentido contrário ao rotor; além disso, a velocidade do gerador foi bem menor em relação ao 750 kW por causa configuração e das relações de transmissão.

A presença do controle ficou imprescindível para esses sistemas pelo gerador não estar nas condições ideais de operação. O modelo do controle PID foi o mesmo para os quatro modelos e o resultado está presente na figura 67. Vale ressaltar que, visando operar com máxima potência sem trabalhar no limite a velocidade angular escolhida foi de 178 rad/s (1700 RPM).



Figura 68 – Gráfico das velocidades angulares do gerador com controle.

Fonte: autor

O primeiro gráfico mostra as velocidades angulares controladas e estabilizadas. Para detalhar a estabilidade das curvas, a escala no eixo y foi reduzida no segundo gráfico justamente para não criar ilusão de que o gerador estabiliza em zero. Isso conclui que o modelo 1 estabilizou após 0,1s, o modelo 2 em 1,6 s e o modelo 3, um pouco mais de 1,2 s.

Os modelos apresentaram estabilidades na velocidade desejada, porém, devido ao sistema de realimentação de torque ativo, fez com que as três tivessem inicialmente altos picos de velocidade. Esses picos foram causados por causa da perturbação, pois os três modelos da NREL 750 kW são alimentadas por um torque constante para manter a transmissão em funcionamento.

As possíveis explicações para os altos picos iniciais seriam porque o modelo do controle é muito simples para tal sistema, já que os sistemas elétricos não foram levados em consideração.

Mais uma vez, as rigidezes dos eixos influenciam na dinâmica: nos modelos 2 e 3, elas diminuíram o pico de oscilação inicial, porém, por absorver parte da energia rotacional, demorou mais para o sistema estabilizar. Correções foram feitas para melhorar a estabilidade aumentado o valor do coeficiente crítico para mais de 1,5, mas a curva apresentou instabilidade muito rápido, mesmo sendo controlado e com amortecimentos de contato para dissipar o excesso de energia. Mas a meta de estabilizar a velocidade foi bem-sucedida.

Graças ao saturador, o modelo 5 MW estabilizou em -115,2 rad/s (-1100 RPM), pois o gerador rotaciona em sentido contrário ao rotor.

Até o momento: a turbina eólica opera fora das ressonâncias e o gerador pôde operar na velocidade desejada. Por fim, já pode-se determinar a fadiga das engrenagens.

## 5.3 FADIGA DAS ENGRENAGENS

#### 5.3.1 Análise das tensões de flexão e de contato

Com a transmissão controlada, foi o momento de se determinar os deslocamentos das engrenagens para obter as forças de engrenamento para, consequentemente, chegar às tensões de flexão e de contato para cada engrenagem.

Houve dificuldade para decidir o método mais adequado para estudar as tensões da engrenagem planetária: todas as engrenagens possuem um ponto de contato, porém as engrenagens planetárias possuem dois pontos de contato distintos: um contato interno com a engrenagem anular e um contato externo com a engrenagem solar, significando que haverá quatro tensões: duas para cada ponto de contato, mas a engrenagem planetária é uma só. Por questões tribológicas, foi escolhido separar os contatos, porque cada um vai ter não só valores diferentes, mas também comportamentos diferentes devido às condições de engrenamento.

Tecnicamente, tanto a engrenagem solar quanto a engrenagem anular possuem pontos de contato proporcional à quantidade de planetárias acopladas, entretanto as três engrenagens planetárias são idênticas, do ponto de vista de distribuição homogênea do material e de geometria. Como a engrenagem solar faz três pontos de contato idênticos, então os três foram simplificados como um só e depois multiplicado/dividido por três no cálculo da vida à fadiga.

Lembrando: o fluxo de potência representa o percurso cinemático que a potência está sendo transmitida do rotor para o gerador por força das engrenagens da transmissão.

A tabela 23 representa as tensões equivalentes pelo critério de von Mises das engrenagens dos três modelos da NREL 750 kW.

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
[MPa]	σf_vm	ση_νΜ	σF_VM	ση_νΜ	σf_vm	σh_vm
Planetária-Anular	288,37	1077,4	241,9	1072,7	288,56	1086,7
Planetária-Solar	465,58	1286	479,76	1141,9	477,5	1261,3
Eng. Solar	465,58	1113,1	479,76	2409	477,5	1124,1
Coroa da Baixa Rotação	434,61	2440,2	431,16	2528	426,3	2063,6
Pinhão da Baixa Rotação	434,61	2602,8	431,16	2507,5	426,3	2190
Coroa da Alta Rotação	363,87	2558,2	380,91	2678	403,09	2764,4
Pinhão da Alta Rotação	363,87	2678,7	380,91	2763,4	403,09	2901

Tabela 23 – Tensões equivalentes de flexão (F) e de contato (H) pelo critério de von Mises (VM) da NREL 750 kW.

De um modo geral:

- As tensões de contato tiveram valores maiores em relação às tensões de flexão para os três modelos e isso se justifica por vários motivos: influência do atrito durante a rolagem (BLAU, 2013; SHENG, 2012), do deslizamento negativo (ERRICHELLO, 2013, p. 1521) e do erro de transmissão estático no início do engrenamento (JIAO, 2013). Porém, o principal motivo seria que, na fadiga de contato, existe a combinação das tensões superficiais com as subsuperficiais, estas responsáveis pela formação de trincas internas (VULLO, V2, 2020).
- 2) As tensões de flexão tiveram valores maiores nas engrenagens planetária e solar em relação às engrenagens pinhão e coroa. Segundo Norton (2010), o motivo seria que o SEP é um mecanismo compacto que foi projetado justamente para reduzir boa parte do torque e fornecer alta rotação para os pares pinhão-coroa, principalmente no par da alta rotação, onde as tensões de flexão ficaram abaixo de 405 MPa.
- 3) Conforme o fluxo de potência avança em cada parte da transmissão, as tensões de flexão diminuem e as tensões de contato aumentam. A explicação seria através da equação P = T. ω. No caso ideal, a potência é constante ao longo do engrenamento; se o torque diminui, por consequência a velocidade angular tem que aumentar. No entanto, as tensões de contato só aumentam em valor relativo do ponto de vista crítico que ela representa em relação às tensões de flexão. Se fosse considerar as tensões de contato em valor absoluto, elas tenderiam a diminuir por causa de engrenagens submetidas a torques muito baixos com rotações muito altas.
- 4) Com a exceção da planetária-anular, as tensões de flexão foram iguais para cada par engrenado para todos os modelos, mesmo com os coeficientes de carga e geometria sendo diferentes.
- 5) O modelo 3 demonstrou ser o mais adequado para a transmissão pelo fato de ter a modelagem mais completa dentre os três; tanto que as tensões ficaram diferentes em relação ao modelo 2, mostrando que as engrenagens planetárias como coordenadas independentes fazem a diferença em uma análise de fadiga.

De fato, as engrenagens planetárias são geometricamente maiores em relação à engrenagem solar, porém o comportamento dela em cada contato foi diferente: devido à estática da engrenagem anular, o movimento relativo do contato planetária-anular prevalece somente do deslocamento da engrenagem planetária, obtendo tensões de menores de 300 MPa, e as tensões de contato foram menores de 1100 MPa. Entretanto, no contato planetária-solar, as tensões de flexão foram na média de 470 MPa e as tensões de contato ficaram entre 1100 e 1200 MPa; a razão para isso é o triângulo de velocidades: com a engrenagem anular estática, o CIR acaba sendo no contato planetária-anular e, quando chega no contato planetária-solar, a velocidade tangencial se torna a maior nessa configuração, consequentemente, as forças normais são maiores.

Analisando o engrenamento pinhão-coroa da baixa rotação, em relação ao SEP, as tensões de flexão reduziram e as tensões de contato aumentaram, porém, 600 MPa para o modelo 1, e 100 MPa para os modelos 2 e 3, acima do intervalo desejado. Essa pequena diferença pode ter acontecido durante o desenvolvimento da modelagem do contato entre dentes. A queda do aumento de tensão se deve ao fato das rigidezes dos eixos resistirem boa parte dos torques. Consequentemente isso reduz a vida útil à fadiga.

O engrenamento pinhão-coroa da alta rotação apresentou resultados chamativos para os três modelos: as tensões de flexão ficaram abaixo de 405 MPa e as tensões de contato ficaram com mais de 2500 MPa, muito acima do intervalo desejado (1024 a 2048 MPa), segundo Errichello (1994). Embora respeite a equação da potência, valores altos de tensão de contato comprometem a integridade das engrenagens. Isso significa que vão falhar rapidamente por falhas relacionadas à fadiga de contato com baixa vida útil.

As tensões de flexão e contato equivalentes do modelo de 5 MW estão na tabela 25.

\	5 MW		
[MPa]	σF_VM	σh_vm	
Planetária-Anular 1	138	1155,4	
Eng. Planetária 1	138	1885	
Eng. Solar 1	138	1885	
Planetária-Anular 2	60,4	1181,3	
Eng. Planetária 2	60,4	1398,3	
Eng. Solar 2	60,4	1398,3	
Coroa	302,05	2761	
Pinhão	302,05	2761	

Tabela 24 – Tensões equivalentes de flexão (F) e de contato (H) pelo critério de von Mises (VM) da NREL 5 MW.

#### Fonte: autor.

Como esperado, as tensões de flexão foram menores em relação às tensões de contato, porém bem abaixo comparado com o modelo de 750 kW. Isso acontece porque o modelo de 5 MW exige rotações menores, além do fato das engrenagens serem maiores e mais resistentes.

De acordo com a equação da potência, o modelo de 5 MW apresenta uma característica: tanto as tensões de flexão quanto as de contato diminuem e depois aumentam, resultando em um comportamento em U.O motivo seria que o primeiro SEP reduz boa parte do torque e das tensões, deixando o segundo SEP com menores valores; quando chega ao par pinhão-coroa, as tensões aumentam por causa do par ser um engrenamento paralelo.

O autor optou por não comparar os valores de tensão dos quatro modelos aos limites determinados por Errichello (1994) por três motivos:

- 1) O intervalo de tensões é de uma publicação antiga.
- Não especifica os valores de tensão de engrenagens de turbinas eólicas em função da potência nominal, ou seja, não faz diferença se a turbina é de 750 kW, 2 MW ou 5 MW.
- 3) Não especifica a influência da configuração de engrenamentos planetários e paralelos, sendo que já foi comprovado que tanto os valores de tensão quanto a configuração do sistema são diferentes. Por isso, seria ideal futuramente obter intervalos de tensão para engrenagens em função da potência nominal e da configuração mecânica da turbina eólica.

## 5.3.2 Estimativa da vida útil das engrenagens

Assim como aconteceu na determinação das tensões limites de fadiga ( $\sigma_{\text{LIM}}$ ), a obtenção dos valores de 'm' e ' $\sigma_0$ ' também tiveram que recorrer a hipóteses simplificadoras, aumentando o conservadorismo da análise, já que, também, não foi possível obter valores experimentais na literatura. Os valores dos expoentes de Basquim foram de 5,8, para fadiga de flexão e 13,2, para fadiga de contato, já as tensões de resistência à fadiga para 1 ciclo foi escolhido o critério de Jorgensen *et al.* (2014), i.e., 15 vezes (fadiga de flexão) e 10 vezes (fadiga de contato) a tensão de resistência máxima do material.

Com isso, determina-se a vidas úteis à fadiga das engrenagens. Para finalizar, têm-se os valores de rotação média teórica e a quantidade de engrenagens periféricas que cada engrenagem acopla (tabela 25) para converter a vida à fadiga de ciclos para anos.

NREL 750 kW			NREL 5 MW			
\	nrpm	QG	\	nrpm	QG	
Planetária-Anular	0	1	Planetária-Anular 1	0	1	
Planetária-Solar	48	1	Eng. planetária 1	40	1	
Eng. Solar	119	1 (modelos 1 e 2) 3 (modelo 3)	Eng. Solar 1	48	3	
Coroa da Baixa Rotação	119	1	Planetária-Anular 2	0	1	
Pinhão da Baixa Rotação	425	1	Eng. planetária 2	114	1	
Coroa da Alta Rotação	425	1	Eng. Solar 2	275	3	
Pinhão da Alta Rotação	1700	1	Coroa	275	1	
			Pinhão	1100	1	

Tabela 25 – Valores das rotações teóricas (n<sub>RPM</sub>) e a quantidade de engrenagens periféricas acopladas (Q<sub>G</sub>) para cada engrenagem da turbina eólica.

Com as tensões de von Mises, os valores de 'm' e  $\sigma_0$  determinados, obteve-se as vidas úteis das engrenagens, em ciclos, para depois convertê-las em anos (tabela 26). Esses valores foram plotados em histogramas (figuras 69 e 70), sem os valores da planetária-anular.

\	Fadiga de flexão			Fadiga de contato		
[anos]	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Planetária-Anular	2,39E+12	6,61E+12	2,38E+12	4,59E+08	4,88E+08	4,76E+08
Planetária-Solar	16,70	14,35	14,70	27,51	28,19	27,72
Eng. Solar	13,84	12,95	5,41	18,32	16,59	7,53
Coroa da	19 75	18 50	17.66	17 20	16.09	15 84
Baixa Rotação	17,75	10,50	17,00	17,20	10,07	15,04
Pinhão da	10.95	9 18	9.53	7.90	8 13	8 27
Baixa Rotação	10,75	9,10	,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	7,90	0,15	0,27
Coroa da	22.06	20.00	18.24	12 70	12/11	12.04
Alta Rotação	22,90	20,00	10,34	12,79	12,41	12,04
Pinhão da	8 /0	7 08	7 58	6.45	6.00	5.07
Alta Rotação	0,49	7,98	7,38	0,43	0,09	5,97

Tabela 26 - Valores das vidas úteis das engrenagens da NREL 750 kW.

Fonte: autor.



Figura 69 – Gráfico da vida útil à fadiga de flexão das engrenagens da NREL 750 kW.



Figura 70 – Gráfico da vida útil à fadiga de contato das engrenagens da NREL 750 kW.

Fonte: autor.

No primeiro momento, percebe-se que a vida à fadiga de flexão aumenta e a vida à fadiga de contato diminui ao longo do fluxo de potência, obtendo quedas de vida nos pinhões.

A engrenagem solar apresentou resultados interessantes: para os dois primeiros modelos, as vidas à fadiga ficaram acima de 10 anos, porém, para o modelo 3, as vidas ficaram entre 5-7 anos. Isso faz sentido, pois, nos dois primeiros modelos, as engrenagens planetárias foram simplificadas como uma só, logo as vidas aumentam por haver um ponto de contato, diferente do modelo 3, que foram separadas, resultando em três pontos de contato. Pode-se concluir que simplificar as engrenagens planetárias pode ser útil em uma análise dinâmica, porém não é realista em uma análise de fadiga.

No estudo da fadiga de flexão, a engrenagem solar tem a menor vida útil do sistema, o que já era esperado, porque é a engrenagem com a menor quantidade de dentes acoplado a três engrenagens planetárias submetida a baixas rotações, logo o torque aplicado será o maior. As coroas tiveram as maiores vidas uteis. O interessante nesse estudo é que, quanto mais detalhado o modelo, menor foi a vida útil, com a exceção da engrenagem solar. O motivo seria que as rigidezes dos eixos reduzem os esforços, logo reduzem a potência que chega ao gerador, então os pares pinhão-coroa precisam aumentar os esforços para compensar essa energia reduzida pelos eixos.

No estudo da fadiga de contato, a engrenagem planetária, em contato com a solar, obteve vidas úteis acima de 25 anos para os três modelos. Quando chega na engrenagem solar, a vida cai pelo menos 15 anos; isso se deve ao mesmo fato que ocorre na fadiga de flexão, já que a solar tem mais engrenagens acopladas, logo a chance de falhar triplica. Já o pinhão da alta rotação obteve a menor vida útil do sistema, falhando na média de 6 anos e o motivo seria a alta tensão equivalente submetida. Felizmente, a vida só não foi menor, pois a coroa tem maior diâmetro e menor rotação em relação ao pinhão. Rey (2007) e Errichello (1994) explicam que tensões de contato muito acima do limite comprometem excessivamente a engrenagem e permitem que ela falhe antes do previsto.

A engrenagem planetária, em contato com a anular, apresentou vidas à fadiga bem altas (ordem de 10<sup>8</sup> a 10<sup>12</sup>) para todos os modelos; a explicação seria que, pelo fato da engrenagem anular estar fixa à carcaça e o engrenamento interno permitir maior distribuição de tensão, todos os esforços são minimizados e acabam sendo compensados no contato com a engrenagem solar. Isso significa que, se for considerar a vida das engrenagens planetárias somente pelo contato com a engrenagem anular, elas terão vida "infinita", afinal, do ponto de vista dinâmico, não existe sistema mecânico atual que foi feito para durar 1000 anos. Por isso que, engrenagens com dois pontos de contato distintos devem ser levados em conta.

Em todos os casos, com a exceção da engrenagem solar do modelo 3 e do pinhão da alta rotação, todas a as engrenagens tiveram vidas úteis de pelo menos 8 anos. Nejad *et al* (2014) afirmam que as condições de monitoramento e a manutenção preventiva da turbina eólica devem ocorrer a cada 6 meses, durante o dia inteiro e uma inspeção detalhada e reposição de peças a cada 6 anos.

A característica mais importante desse estudo é que, independentemente do modelo e do tipo de fadiga e de acordo com os métodos de modelagem, critérios adotados e elementos não considerados para essa dissertação como velocidade variável dos ventos e o sistema elétrico, que permite aprimorar o controle de rotação, a transmissão da turbina eólica NREL 750 kW terá vida útil de, no máximo, 7 anos. Isso conclui a afirmação definida nos trabalhos de Sheng (2012), M. Ragheb e A. Ragheb (2010) e Nejad *et al.* (2014): embora a vida útil da caixa de engrenagens da turbina eólica teoricamente tenha uma vida projetada para 20 anos, os problemas relacionados à fadiga reduzem esse valor em 50%, ou seja, a vida útil da caixa será, no máximo, de 10 anos, sem considerar outros problemas como contaminação do óleo lubrificante, balanço da torre, tempestade de furação (quando é o caso), gerador, sistemas elétricos, entre outros.

A seguir estão as vidas úteis (tabela 27) e o histograma (figura 71) da turbina NREL 5 MW.

1	5 MW		
[anos]	Flexão	Contato	
Planetária-Anular 1	7,12E+13	1,11E+17	
Eng. Planetária 1	15,79	18,45	
Eng. Solar 1	9,65	14,24	
Planetária-Anular 2	2,57E+17	2,48E+18	
Eng. Planetária 2	28,74	29,42	
Eng. Solar 2	26,62	20,38	
Coroa	19,76	15,43	
Pinhão	14,33	8,60	

Tabela 27 – Valores das vidas úteis das engrenagens da NREL 5 MW.



Figura 71 – Gráfico da vida útil à fadiga de flexão das engrenagens da NREL 5 MW.

Fonte: autor.

Da mesma forma que ocorreu na transmissão de 750 kW, as vidas à fadiga de flexão e de contato da engrenagem planetária, em contato com a anular, resultaram em vidas excessivamente longas. A vida útil começou baixa e foi aumentando para depois cair novamente, processo inverso ao "U" das tensões. Todas as vidas das engrenagens do modelo 5 MW foram proporcionalmente maiores em relação ao de 750 kW. Isso acontece devido ao sistema ser mais resistente e operar com menores rotações.

Outro detalhe é que as três primeiras engrenagens apresentaram vidas de flexão maiores em relação ao contato, mas em seguida isso se inverte, comprovando a física da lei da potência. A engrenagem solar 1 e o pinhão são os mais vulneráveis do sistema pelo fato de a engrenagem solar aguentar mais torque e o pinhão estar submetido à maior rotação do sistema, tanto que a vida média da turbina atinge 9 anos; isso corresponde ao mapa de vulnerabilidade criado por Nejad *et al.* (2016).

As engrenagens planetárias 2 e solar 2 apresentaram as maiores vidas, já que obtiveram as menores tensões do sistema, vindo a falhar somente acima dos 20 anos. Infelizmente, a engrenagem anular não pôde ser estudada, porque, por estar fixa à carcaça, os deslocamentos angulares sempre são nulos nas condições impostas nesta dissertação e nenhum trabalho que utilizou essa transmissão disponibilizou o valor da inércia polar ou sequer trabalhou com ela. Por esse motivo, foi excluída. Isso não significa que ela não possa falhar por fadiga.

## 5.3.3 Falhas predominantes nas engrenagens

As falhas que ocorrem em engrenagens já foram descritas na revisão da literatura; desta vez, serão mostradas detalhadamente as falhas que ocorrem nas engrenagens da transmissão NREL 750 kW com base nos trabalhos de Sheng (2012), Oyague (2009) e McNIFF (2007). As falhas mais comuns são:

- Engrenagens anular e planetária sob contato anular: micro-pitting e quebra dos dentes.
- Engrenagens solar e planetária sob contato solar: micro-pitting, macro-pitting e quebra dos dentes.
- Pinhão-Coroa da baixa rotação: macro-pitting e scuffing.
- Pinhão-Coroa da alta rotação: scuffing.

Adicionalmente, a linha de potência da transmissão foi feita em um gráfico de falhas para materiais com superfície endurecida (figura 72), retirada de Jelaska (2012). Essa linha de potência está representada por uma linha vermelha e as regiões coloridas representam as falhas mais comuns de cada engrenagem.

Figura 72 – Diagrama de falhas das engrenagens com: 1) Quebra do dente, 2) Macro-Pitting, 3) Scuffing, 4) Desgaste (Wear), 5) Micro-pitting da NREL 750 kW.



Fonte: JELASKA, 2012, modificado.

Esse diagrama é interessante, pois ele mapeia, de um jeito simples, a região de falhas onde as engrenagens estão submetidas ao longo da linha de potência, possibilitando nortear, aprimorar e ajudar protocolos de inspeção, manutenção preventiva e *fitness for service*.

Isso não significa que não ocorram outras falhas além dessas, lembrando que estão sendo analisadas somente falhas ocasionadas por fadiga, além disso, as "falhas mais comuns" indicam as falhas que têm mais probabilidade de acontecer ou podem acontecer primeiro.

A curva de potência representa o seu comportamento dentro da transmissão NREL 750 kW: inicialmente aumenta o torque com baixas velocidades, em seguida que passa pelo SEP, aumenta a velocidade de reduz o torque; passa pelo primeiro par pinhão-coroa (diminui o torque e aumenta a velocidade) e finalmente passa pelo segundo par pinhão-coroa, tendo torque e velocidade necessários para ativar o gerador.

Sheng (2014) fez exames de metalografia de engrenagens que falharam por fadiga na transmissão da NREL 750 kW e alguns dos resultados foram: o pinhão da alta rotação sofreu *scuffing* (figura 73), a engrenagem solar sofreu *fretting*, um caso particular de *micro-pitting* (figura 74) e a coroa da baixa rotação sofreu *macro-pitting* (figura 75). Segundo Sheng, as engrenagens tiveram vidas úteis de 7-8 anos.

Figura 73 – Representação do scuffing no pinhão da alta rotação.



Fonte: SHENG, 2014.

Figura 74 – Representação do *fretting* na engrenagem solar.



Fonte: SHENG, 2014.

Figura 75 – Representação do *macro-pitting* na coroa da baixa rotação.



Fonte: SHENG, 2014.

Todos os procedimentos anteriores também foram aplicados à transmissão NREL 5 MW. As falhas mais comuns são:

- Engrenagens anular e planetárias sob contato anular: micro-pitting e quebra dos dentes.
- Engrenagem solar 1 e planetária 1 sob contato solar: micro-pitting e quebra dos dentes.
- Engrenagens solar 2 e planetária 2 sob contato solar: micro-pitting e quebra dos dentes.
- <u>Pinhão-Coroa:</u> macro-pitting e scuffing.

A linha de fluxo de potência também foi feita em um gráfico de falhas para materiais com superfície endurecida (figura 76), retirada de Jelaska (2012).

Entretanto, vale reforçar que ambos os diagramas de falhas das caixas de engrenagens da NREL 750 kW e 5 MW podem não necessariamente coincidir com a prática, pois a dissertação fez uma análise de fadiga somente, sem considerar outros fatores que também interferem nas falhas das engrenagens como condições climáticas, influência dos mancais, dos sistemas elétricos e até mesmo do óleo lubrificante. Um exemplo disso foi o pinhão da baixa rotação que sofreu quebra do dente não por fadiga, mas sim pela presença de inclusão nãometálica, ocasionando dano acumulado na raiz do dente e, consequentemente, gerando desgaste e fratura da mesma (figura 77).

Figura 76 – Diagrama de falhas das engrenagens com: 1) Quebra do dente, 2) Macro-Pitting, 3) Scuffing, 4) Desgaste (Wear), 5) Micro-pitting da NREL 5 MW.



Fonte: JELASKA, 2012, modificado.

Figura 77 – Quebra do dente no pinhão da baixa rotação.

Fonte: SHENG, 2014.

## 6 CONCLUSÕES

Embora todas as partes da turbina eólica sejam importantes para serem estudadas, tem havido pouca ênfase no estudo da transmissão, sendo que este trabalho comprovou que esta última é responsável por 60% das falhas e por 25% do tempo total de inatividade da turbina.

Essa dissertação conseguiu aprimorar o estudo da caixa de engrenagens da turbina eólica com base em dois modelos da NREL utilizando cinco conceitos da engenharia mecânica: energias renováveis, vibrações mecânicas, elementos de máquinas, mecânica dos sólidos e fadiga dos materiais. Embora a literatura tenha utilizado esses conceitos, também, nenhum apresentou de forma simples e concreta uma metodologia que pudesse vincular os cinco de uma vez.

Os estudos foram bem-sucedidos em vários aspectos:

- Demonstrou-se o impacto das rigidezes das malhas engrenadas e dos eixos modelados de várias formas no estudo de vibrações da turbina eólica. Isso permitiu visualizar o comportamento da velocidade angular do gerador e possibilitou a aplicação de um controle.
- 2) A utilização o Simscape também foi fundamental para diversificar a análise de vibrações ao permitir uma modelagem mais precisa da transmissão da turbina eólica, além de facilitar a obtenção das frequências naturais, das curvas FRF e dos deslocamentos angulares das engrenagens para calcular as forças normais e determinar as tensões de fadiga.
- 3) Detalhou-se o estudo da análise de fadiga das engrenagens envolvendo tanto o estado triplo de tensões quanto os coeficientes de carga e geometria, que são fundamentais para as análises; praticamente não se encontra essas informações na literatura.
- 4) Obtiveram-se as vidas úteis à fadiga e verificou-se a variação das mesmas em função de cada modelo, principalmente no modelo de NREL 750 kW, em que se notou a queda da vida útil da engrenagem solar por causa da diferença ao simplificar as engrenagens planetárias.
- 5) Elaborou-se um diagrama simples e prático de falhas comuns das engrenagens das turbinas eólicas NREL 750 kW e 5 MW, em função da linha de potência.

## 6.1 TRABALHOS FUTUROS

Pretende-se modelar, em CAD, as engrenagens da NREL 750 kW e 5 MW a fim de obter os valores de tensão superficial e tensão equivalente para comparar com os valores obtidos na simulação numérica, bem como para o aprimoramento das rigidezes das malhas e do sistema de controle. Paralelamente, seria interessante modelar de forma realista a variação das tensões de flexão de contato na superfície do dente durante o engrenamento.

Planeja-se modelar as engrenagens planetárias de modo mais realista, considerando tanto a sua dinâmica quanto a sua integridade estrutural e assim, analisar os pontos distintos de engrenamento, o dano à fadiga etc.

Outra linha de pesquisa seria desenvolver um perfil de dente que pudesse amenizar tanto as tensões de flexão quanto as tensões de contato, bem como alterar a forma de contato entre engrenagens de modo que permita aumentar a eficiência do engrenamento.

Apesar de não terem sido incluídos neste trabalho, os mancais são importantes por serem mais vulneráveis à fadiga em relação às engrenagens. Por isso, estudar alternativas aos mancais de rolamentos como mancais magnéticos e/ou mancais de deslizamento (*journal bearing*s), por exemplo, seria fundamental, pois permitem aumentar a vida útil do equipamento.

Visando o desenvolvimento sustentável, seria apropriado estudar uma alternativa tecnológica que possa melhorar a eficiência das turbinas eólicas como o CVT, utilizado em veículos. Isso reduz a quantidade de engrenagens e permite adaptar-se a velocidades variáveis, além de ser mais flexível ao controle e propiciar maior versatilidade.

# 7 REFERÊNCIAS

- [1] AL-HAMADANI, H.; LONG, H.; Effects of Model Complexity on Torsional Dynamic Responses of NREL 750 kW Wind Turbine Drivetrain, Power Engineering, The International Conference on Power Transmissions, p. 205-212, Out. 2016, Reino Unido. Disponível em: http://www.routledge.com/9781315386812. Acesso em 22/05/2018.
- [2] AL-HAMADANI, H.; LONG, H.; System Dynamic Modelling of Three Different Wind Turbine Gearbox Designs under Transient Loading Conditions, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, v. 18, p. 1659-1668, 2017, Reino Unido. Disponível em: <u>https://doi.org/10.1007/s12541-017-0194-1</u>. Acesso em 22/05/2018.
- [3] ANCONA, D., McVEIGH, J.; Wind turbine: materials and manufacturing fact sheet; Princeton Energy Resources International – LLC, EUA, Ago. 2001. Disponível em: <u>http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.464.5842&rep=re p1&type=pdf</u>. Acesso em 04/08/2018.
- [4] ASKI, F.S. *et al.*; Vibration Behavior Optimization of Planetary Gear Sets, Propulsion and Power Research, Irã, v. 3, p.196-206, Dez. 2014. Disponível em: <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212540X14000704</u>. Acesso em: 22/02/2020.
- [5] BECKHAM, M.; Gear failure Analysis, TLT Webinars, Abr. 2019. Disponível em: <u>http://digitaleditions.walsworthprintgroup.com/publication/?i=573792&article\_id=3330372&view=articleBrowser&ver=html5#{%22issue\_id%22:573792, %22view%22:%22articleBrowser%22,%22article\_id%22:%223330372%22}</u>. Acesso em 14/03/2019.
- [6] BOIADJIEV, I. et al; Tooth Flank Fracture: Basic Principles and Calculation Model for a Sub-Surface-Initiated fatigue Failure Mode of Case-Hardened Gears; Gear Technology, EUA, Ago. 2015. Disponível em <u>https://www.geartechnology.com/articles/0815/Tooth\_Flank\_Fracture\_-</u> <u>Basic\_Principles\_and\_Calculation\_Model\_for\_a\_Sub-Surface-</u> <u>Initiated\_Fatigue\_Failure\_Mode\_of\_Case-Hardened\_Gears/</u>.Acesso em 25/07/2019.

- [7] BLAU, P.J.; Friction (Concepts). In: WANG, Q.J.; CHUNG, Y.W.; Encyclopedia of Tribology, EUA, Springer, 2013, p. 1284-1285.
- [8] CALDERON, J.G.; NATARAJAN, A.; Assessment of Wind Turbine Drivetrain Fatigue Loads under Torsional Excitation, Engineering Structures, Dinamarca, v. 103, p. 189-202, Ago. 2015. Disponível em: <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029615005714</u>. Acesso em 20/02/2020.
- [9] DONG, X. et al.; Prediction of The Fatigue Life for Large Wind Turbine Gearbox; Applied mechanics and materials, China, v. 472, p. 539-543, Ago. 2014. Disponível em: <u>https://www.scientific.net/AMM.472.539</u>. Acesso em 04/04/2018.
- [10] DONG, W. et al.; Time domain-based gear contact fatigue analysis of a wind turbine drivetrain under dynamic conditions, International Journal of Fatigue, Noruega, v. 48, p. 133-146, Nov. 2012. Disponível em: <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142112312002964</u>. Acesso em: 23/03/2018.
- [11]ERRICHELLO, R.; Application Requirements for Wind Turbine Gearboxes; NREL, EUA, p. 1-162, Set. 1994. Disponível em: <u>https://www.nrel.gov/docs/legosti/old/7076.pdf</u>. Acesso em 04/08/2018.
- [12] ERRICHELLO, R.; MULLER, J.; How to Analyze Gear Failures, Journal of Failure analysis and Prevention, [EUA], Mar. 1994. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/225602159 How to analyze gea</u> <u>r failures</u>. Acesso em 22/05/2019.
- [13] ERRICHELLO, R.; Gear Bending Fatigue Failure and Bending Life Analysis. In: WANG, Q.J.; CHUNG, Y.W.; **Encyclopedia of Tribology**, EUA, Springer, 2013, p. 1467-1468.

[14] ERRICHELLO, R.; Gear Surface Fatigue Failure and Surface Life Analysis. In: WANG, Q.J.; CHUNG, Y.W.; Encyclopedia of Tribology, EUA, Springer, 2013, p. 1523-1525.

[15] ERRICHELLO, R.; Gear Sliding. In: WANG, Q.J.; CHUNG, Y.W.; Encyclopedia of Tribology, EUA, Springer, 2013, p. 1520-1523.

[16] FERNANDES, P.J.L; McDULING, C.; Surface Contact Fatigue Failures in Gears, Engineering Failure Analysis, EUA, v. 4, p. 99-107, Jun. 1997. Disponível em <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S135063079700006X</u>. Acesso em 19/11/2019.

[17]GIRSANG, I.P. et al.; Gearbox and Drivetrain Models to Study Dynamic Effects of Modern Wind Turbines; NREL, EUA, p. 1-11, Out. 2014. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/266392784\_Gearbox\_and\_Drivetr</u> <u>ain\_Models\_to\_Study\_of\_Dynamic\_Effects\_of\_Modern\_Wind\_Turbines</u>. Acesso em 04/08/2018.

- [18]GWEC; **Global Wind Report 2021**, Dez. 2021. Disponível em <u>https://gwec.net/global-wind-report-2021/</u>. Acesso em 04/12/2021.
- [19] HAN, Q. *et al.*; Dynamics and Vibration Analyses of Gearbox in Wind Turbine, China, Springer, 2017.

[20]HE, J.; FU, Z.; **Modal Analysis**, Reino Unido, Butterworth Heinemann (BH), 2001.

[21]HENRIKSEN, M., JENSEN, B.B.; Induction Generators for Direct-Drive Wind Turbines; IEEE, Dinamarca, p. 1-6, 2011. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/261194163\_Induction\_generators</u> <u>for\_direct-drive\_wind\_turbines</u>. Acesso em 04/05/2022. [22] HELSEN, J. et al.; Multibody Modelling of Varying Complexity for Modal Behavior Analysis of Wind Turbine Gearboxes, Renewable Energy, Bélgica, v. 36, p. 3098-3113, Abr. 2011. Disponível em: <u>http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/s0960148111001376</u>. Acesso em: 23/03/2018.

[23]HUANG, Q. et al.; Nonlinear Dynamic Analysis and Optimization of Closed-Form Planetary Gear System, School of Mechanical Engineering, Shandong, China, Maio 2013. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/258390010\_Nonlinear\_Dynamic\_Analysis\_and\_Optimization\_of\_Closed-Form\_Planetary\_Gear\_System</u>. Acesso em: 02/09/2019.

[24] JELASKA, D.; Gears and Gear Drives, Reino Unido Wiley, 2012.

[25] JIAO, Y.; Analysis of Gear Static Transmission and Mesh Stiffness, Applied Mechanics and Materials, Suíça, v. 365, p. 327-330, Ago. 2013. Disponível em: <u>https://www.scientific.net/AMM.365-366.327</u>. Acesso em: 05/03/2019.

[26] JIN, X. et al; Multibody Modeling of Varying Complexity for Dynamic Analysis of Large-scale Wind Turbines, Renewable Energy, China, v. 90, p. 336-351, Nov. 2015. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/290480522\_Multibody\_modeling\_of\_varying\_complexity\_for\_dynamic\_analysis\_of\_large-scale\_wind\_turbines.</u> Acesso em: 20/05/2017.

[27] JORGENSEN, M.F., PEDERSEN, N.L., SORENSEN, J. N.; Gear fatigue damage for a 500 kW wind turbine exposed to increasing turbulence using a flexible multibody model, Modeling, Identification and Control, Technical University of Denmark – DTU, Dinamarca, v. 35(2), p. 109-125, 2014. Disponível em: <u>http://orbit.dtu.dk/en/publications/gear-fatiguedamage-for-a-500-kw-wind-turbine-exposed-to-increasing-turbulence-usinga-flexible-multibody-model(7c0339a8-dbc3-422b-babf-3e3dabebaec3).html. Acesso em: 20/10/2018.</u> [28] JUVINALL, R.C; MARSHEK, K.M; Fundamentals of Machine Component Design, 6a ed., EUA, Wiley, 2017.

[29]KAHRAMAN, A.; LI, S.; Friction in Gears. In: WANG, Q.J.; CHUNG, Y.W.; Encyclopedia of Tribology, EUA, Springer, 2013, p. 1315-1322.

[30]KAHRAMAN, A.; DING, H.; Wear in Gears. In: WANG, Q.J.; CHUNG, Y.W.; Encyclopedia of Tribology, EUA, Springer, 2013, pp. 3993-4001.

[31]KORI, H.; LODWAL, A.; Modelling and Analysis of Torsional Vibration Characteristics of Mechanical Gearbox using FEA, IJSRD - International Journal for Scientific Research & Development, India, v. 4, p. 119-121, Abr. 2016. Disponível em: <u>http://ijsrd.com/Article.php?manuscript=IJSRDV4I40162</u>. Acesso em 20/02/2020.

[32]LI, H.; Gearbox of Wind Turbine. In: HU, W.; Advanced Wind Turbine Technology, China, Springer, 2018.

[33] MANDIC, G. et al; Active Torque Control for Gearbox Load Reduction in a Variable-Speed Wind Turbine, IEEE, Portugal, v. 48, p. 2424-2432, Nov. 2012. Disponível em: <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X16000876</u>. Acesso em: 20/05/2018.

[34]MARQUES, P.M.T.; MARTINS, R.C.; SEABRA, J.H.O; Load Distribution in Spur Gears including the Effects of Friction. In: FLORES, P.; VIADERO, F.; New Trends in Mechanism and Machine Science: From Fundamentals to Applications, Mechanisms and Machine Science 24, Springer, 2014, p. 789-797.

[35] MARTIENSSEN, W.; WARLIMONT, H.; **Springer's Handbook of Materials Data**, 2a ed., EUA, Springer, 2018. [36]McNIFF, B.; **Improving Wind Turbine Gearbox Reliability**, NREL, EUA, Maio 2007. Disponível em: <u>http://www.mapcruzin.com/wind-power-</u> <u>publications/research-development/41548.pdf</u>. Acesso em 22/03/2018.

[37] MOHAMMED, O. D.; RANTATALO, M.; AIDANPAA, J.; Dynamic Modeling of a One-stage Spur Gear System and Vibration-based Tooth Crack Detection Analysis, Mechanical Systems and Signal Processing, Suécia, v. 54, p. 293-305, Mar. 2015. Disponível em: <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327014003434</u>. Acesso em: 20/05/2018.

[38]NEJAD, A.R. et al.; Fatigue Reliability-based Inspection and Maintenance Planning of Gearbox Components in Wind Turbine Drivetrains; Energy Procedia, Noruega, v. 53, p. 248-257, Abr. 2014. Disponível em: <u>http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610214011114</u>. Acesso em 03/06/2018.

[39]NEJAD, A.R. et al.; Development of a 5 MW reference gearbox for offshore wind turbines, Wind Energy, Wiley Online Library, v. 19, p. 1089-1106, Noruega, 2016. Disponível em: <u>https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/we.1884</u>. Acesso em 07/11/2021.

[40]NIVEHD-ASSOCIATE, Major Failures in the Wind Turbine Components and The Importance of Periodic Inspections, Wind Services, Índia, 2014. Disponível em: <u>http://www.dewi.de/dewi\_res/fileadmin/pdf/papers/WindInsider\_November\_2014.pdf</u>. Acesso em 20/03/2018.

- [41]NORTON, R.L.; **Machine Design:** An Integrated Approach, 4a ed., EUA, Pearson, 2011.
- [42]NORTON, R.L.; Kinematics and Dynamics of Machinery, EUA, McGraw-Hill, 2010.

[43]OUYAGUE, F.; Gearbox Reliability Collaborative (GRC) – Description and Loading, NREL, Houston, EUA, p. 1-28, Nov. 2011. Disponível em: <u>https://www.nrel.gov/docs/fy12osti/47773.pdf</u>. Acesso em 15/09/2019.

[44]OUYAGUE, F.; Gearbox Modeling and Load Simulation of a Baseline 750-kW Wind Turbine Using State-of-the-Art Simulation Codes, NREL, Houston, EUA, p. 1-94, Fev. 2009. Disponível em: <u>https://www.nrel.gov/docs/fy09osti/41160.pdf</u>. Acesso em 15/08/2018.

[45]OUYAGUE, F.; Progressive Dynamical Drive Train Modeling as Part of NREL Gearbox Reliability Collaborative, NREL, Houston, EUA, p. 1-16, Jul. 2008. Disponível em: <u>https://www.nrel.gov/docs/fy08osti/43473.pdf</u>. Acesso em 15/08/2018.

[46] RAGHEB, A.; RAGHEB, M.; Wind Turbine Gearbox Technologies, 1st International Nuclear and Renewable Energy Conference (INREC10), Illinois, EUA, p. 1-8, Mar. 2010. Disponível em: <u>http://www.ragheb.co/Wind%20Power%20Gearbox%20Technologies.pdf</u>. Acesso em 15/02/2018.

[47] REY, G.G.; Estimating Gear Fatigue Life, Gear Solutions, EUA, Out. 2007. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/292760908\_Estimating\_gear\_fatigue\_life</u>. Acesso em 10/04/2020.

[48] RINKER, J.; DYKES, K.; WindPACT Reference Wind Turbines, NREL, EUA, Abr. 2018. Disponível em: <u>https://www.nrel.gov/docs/fy18osti/67667.pdf</u>. Acesso em 15/11/2018.

[49] SAMANUHUT, P.; DOGAN, A.; Dynamics Equations of Planetary Gear Sets for Shift Quality by Lagrange Method, ASME Dynamic Systems and Control Conference, EUA, Out. 2008. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/267491002\_Dynamics\_Equations</u> <u>of Planetary Gear\_Sets for Shift Quality by Lagrange\_Method</u>. Acesso em 22/04/2018. [50] SHENG, S.; Wind Turbine Gearbox Condition monitoring Round Robin Study: Vibration Analysis, NREL, EUA, Jul. 2012. Disponível em: <u>http://www.nrel.gov/docs/fy12osti/54530.pdf</u>. Acesso em 22/02/2018.

[51]SHENG, S., Gearbox Typical Failure Modes, Detection and Mitigation Methods, 15-16 de Jan. 2014, AWEA Operations & Maintenance and Safety Seminar, NREL, EUA. Disponível em: <u>https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc869375/m1/1</u>. Acesso em 03/03/2018.

[52] SHI, W. et al.; Dynamic Modeling and Analysis of a Wind Turbine Drivetrain using the Torsional Dynamic Model, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, v. 14, No. 1, p. 153-159, Jan. 2016. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/257787213\_Dynamic\_Modeling\_a</u> <u>nd\_Analysis\_of\_a\_Wind\_Turbine\_Drivetrain\_Using\_the\_Torsional\_Dynami</u> c\_Model. Acesso em 06/11/2019.

[53] SLOGEN, M.; Contact Mechanics in Gears, 2013, 95 p., Dissertação (Mestrado), Chalmers University of Technology, Suécia. Disponível em: <u>http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/182027/182027.pdf</u>. Acesso em 22/02/2018.

[54] UKONSAARI, J. et al.; Wind Turbine Gearboxes: Maintenance Effect on Present and Future Gearboxes for Wind Turbines, Energiforsk, Suécia, p. 1-50, Mai. 2016. Disponível em: <u>https://energiforskmedia.blob.core.windows.net/media/21270/wind-turbinegearboxes-energiforskrapport-2016-279.pdf</u>. Acesso em 20/08/2018.

[55] VULLO, V.; Gears 1: Geometric and Kinematics Design, v. 1, Itália, Springer, 2020.

[56] VULLO, V.; Gears 2: Analysis of Load Carrying Capacity and Strength Design, v. 2, Itália, Springer, 2020.
[57] WANG, J.; LI, Z.M.Q.; A study on the influence of web thicknesses on static transmission errors of spur gear drives. In: QIN, D.; SHAO, Y.; Power Transmissions, China, CRC Press, 2017, p. 443-446.

[58]XU, L. et al.; Dynamics Analysis of Planetary Gear Train with Two Degrees of Freedom; 2nd International Conference on MMECEB, p. 1-6, China, 2015. Disponível em: <u>https://www.researchgate.net/publication/301641951\_Dynamics\_Analysis\_o</u> <u>f\_planetary\_Gear\_Train\_with\_Two\_Degrees\_of\_Freedom</u>. Acesso em 22/02/2020.

[59] XUE, S. et al.; The Spur Planetary Gear Torsional Stiffness and its Crack Sensitivity under Quasi-Static Conditions; Engineering Failure Analysis, Austrália, v. 63, p. 106-120, Fev. 2016. Disponível em: <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1350630716300449</u>. Acesso em 22/02/2020.

[60]ZHAO, M.; JI, J.; Dynamic Analysis of Wind Turbine Gearbox Components, Energies, School of Electrical, Mechanical and Mechatronic Systems, University of Technology of Sydney, Austrália, Jan. 2016. Disponível em: https://www.rosparchasto.pot/publication/205082278, Dynamic, Applysis, of

## 8 APÊNDICE

A) EQUAÇÕES MATRICIAIS DA TURBINA EÓLICA NREL 750 kW

A1) Modelo 1 – DOF = 5 e q = 5

$$\{q\} = \{\theta_{er} \quad \theta_{P} \quad \theta_{eb} \quad \theta_{ei} \quad \theta_{ea}\}^{T}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} J_{r} + J_{B} + n.m_{P}R_{B}^{2} & & & \\ & & J_{P} \\ & & J_{S} + J_{CB} \\ & & & J_{PB} + J_{CA} \\ & & & J_{PA} + J_{g} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{1} & c_{12} & -c_{13} & & \\ c_{21} & c_{2} & -c_{23} & & \\ -c_{31} & -c_{32} & c_{3} & -c_{34} \\ & & -c_{43} & c_{4} & -c_{45} \\ & & & -c_{54} & c_{5} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{1} & k_{12} & -k_{13} & & \\ k_{21} & k_{2} & -k_{23} & & \\ -k_{31} & -k_{32} & k_{3} & -k_{34} \\ & & & -k_{43} & k_{4} & -k_{45} \\ & & & & -k_{54} & k_{5} \end{bmatrix}$$

$$\{\overline{F}\} = \{T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -T / I_{G}\}^{T}$$

Onde:

$$c_{1} = R_{B}^{2} \cdot (c_{PS} + c_{PA})$$

$$c_{2} = n (c_{PS} + c_{PA})$$

$$c_{3} = R_{S}^{2} \cdot c_{PS} + R_{CB}^{2} c_{C1}$$

$$c_{4} = R_{PB}^{2} \cdot c_{C1} + R_{CA}^{2} \cdot c_{C2}$$

$$c_{5} = R_{PA}^{2} \cdot c_{C2}$$

$$c_{12} = c_{21} = n \cdot R_{P} \cdot R_{B} (c_{PS} - c_{PA})$$

$$c_{13} = c_{31} = R_{B} \cdot R_{S} \cdot c_{PS}$$

$$c_{23} = c_{32} = R_{P} \cdot R_{S} \cdot c_{PS} + R_{CB} \cdot R_{PB} \cdot c_{C1}$$

$$c_{34} = c_{43} = R_{CB} \cdot R_{PB} \cdot c_{C1} + R_{CA} \cdot R_{PA} \cdot c_{C2}$$

$$c_{45} = c_{54} = R_{CA} \cdot R_{PA} \cdot c_{C2}$$

$$\begin{aligned} k_{1} &= c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{P}.R_{B}^{2}.(k_{PS} + k_{PA}) \\ k_{2} &= n.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{P}.R_{P}^{2}.(k_{PS} + k_{PA}) \\ k_{3} &= c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{P}.R_{S}^{2}.k_{PS} + R_{CB}^{2}.c^{2} \beta_{1}.k_{C1} \\ k_{4} &= R_{PB}^{2}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{1}.k_{C1} + R_{CA}^{2}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{2}.k_{C2} \\ k_{5} &= R_{PA}^{2}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{2}.k_{C2} + k_{g} \\ k_{12} &= k_{21} = n.R_{P}.R_{B}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{P}.(k_{PS} - k_{PA}) \\ k_{13} &= k_{31} = R_{B}.R_{S}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{P}.k_{PS} \\ k_{23} &= k_{32} = R_{P}.R_{S}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{P}.k_{PS} + R_{CB}.R_{PB}.c^{2} \beta_{1}.k_{C1} \\ k_{34} &= k_{43} = R_{CB}.R_{PB}.c^{2} \beta_{1}.k_{C1} + R_{CA}.R_{PA}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{2}.k_{C2} \\ k_{45} &= k_{54} = R_{CA}.R_{PA}.c^{2} \alpha. c^{2} \beta_{2}.k_{C2} \end{aligned}$$

$$\{q\} = \{\theta_r \ \theta_B \ \theta_P \ \theta_S \ \theta_{CB} \ \theta_{PB} \ \theta_{CA} \ \theta_{PA} \ \theta_S \}^T$$

$$[M] = \begin{bmatrix} J_r & & & & & & \\ & & J_P & & & & \\ & & & J_{CB} & & & \\ & & & & J_{CA} & & \\ & & & & & J_{PA} & \\ & & & & & J_{R} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_2 \ c_{23} \ -c_{24} & & & & \\ c_{32} \ c_{3} \ -c_{34} & & & \\ -c_{42} \ -c_{43} \ c_{4} & & \\ & & & & & c_{5} \ -c_{56} & & \\ & & & & & c_{77} \ -c_{78} & \\ & & & & & c_{87} \ c_{8} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} k_1 \ -k_{12} & & & & \\ -k_{21} \ k_2 \ k_{23} \ -k_{24} & & \\ -k_{42} \ -k_{43} \ k_4 \ -k_{45} & & \\ & & & & -k_{56} \ k_6 \ -k_{67} & & \\ & & & & -k_{76} \ k_7 \ -k_{78} & & \\ & & & & -k_{76} \ k_7 \ -k_{78} & & \\ & & & & & -k_{78} \ k_8 \ -k_{89} & & \\ & & & & & -k_{98} \ k_9 \ -k_{98} \ k_{9} \end{bmatrix}$$

$$c_{2} = R_{B}^{2} \cdot (c_{PS} + c_{PA})$$

$$c_{3} = n \cdot R_{P}^{2} \cdot (c_{PS} + c_{PA})$$

$$c_{4} = \cdot R_{S}^{2} \cdot c_{PS}$$

$$c_{5} = R_{CB}^{2} \cdot c_{C1}$$

$$c_{6} = R_{PB}^{2} \cdot c_{C1}$$

$$c_{7} = R_{CA}^{2} \cdot c_{C2}$$

$$c_{8} = R_{PA}^{2} \cdot c_{C2}$$

$$c_{23} = c_{32} = n \cdot R_{P} \cdot R_{B} \cdot (c_{PS} - c_{PA})$$

$$c_{24} = c_{42} = R_{S} \cdot R_{B} \cdot c_{PS}$$

$$c_{34} = c_{43} = n \cdot R_{P} \cdot R_{S} \cdot c_{PS}$$

$$c_{56} = c_{65} = R_{CB} \cdot R_{PB} \cdot c_{C1}$$

$$c_{78} = c_{87} = R_{CA} \cdot R_{PA} \cdot c_{C2}$$

$$k_{1} = k_{er}$$

$$k_{2} = k_{er} + R_{B}^{2} \cdot (k_{PS} + k_{PA})$$

$$k_{3} = n.R_{P}^{2} \cdot (k_{PS} + k_{PA})$$

$$k_{4} = R_{S}^{2} \cdot k_{PS}$$

$$k_{5} = R_{CB}^{2} \cdot k_{C1} + k_{eb}$$

$$k_{6} = R_{PB}^{2} \cdot k_{C1} + k_{ei}$$

$$k_{7} = R_{CA}^{2} \cdot k_{C2} + k_{ei}$$

$$k_{8} = R_{PA}^{2} \cdot k_{C2} + k_{ea}$$

$$k_{9} = k_{ea} + k_{g}$$

$$k_{12} = k_{21} = k_{er}$$

$$k_{23} = k_{32} = n.R_{P} \cdot R_{B} \cdot (k_{PS} - k_{PA})$$

$$k_{24} = k_{42} = R_{S} \cdot R_{B} \cdot k_{PS}$$

$$k_{45} = k_{54} = k_{eb}$$

$$k_{56} = k_{65} = R_{CB} \cdot R_{PB} \cdot k_{C1}$$

$$k_{67} = k_{76} = k_{ei}$$

$$k_{78} = k_{87} = R_{CA} \cdot R_{PA} \cdot k_{C2}$$

$$k_{89} = k_{98} = k_{ea}$$

## A3) Modelo 3 – DOF = 11 e q = 11

$$\left\{ \mathbf{q} \right\} = \left\{ 0, \quad 0_{B} \quad 0_{P} \quad 0_{P} \quad 0_{S} \quad 0_{CB} \quad 0_{PB} \quad 0_{CA} \quad 0_{PA} \quad 0_{g} \right\}^{\mathsf{T}}$$

$$\left[ \mathbf{M} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{r} & & & & & & & & & & & \\ & \mathbf{J}_{P} & \mathbf{J}_{P} & & & \mathbf{J}_{P} & & & & & & \\ & \mathbf{J}_{P} & \mathbf{J}_{P} & & & \mathbf{J}_{P} & & & & & \\ & & & & & & & & & & \mathbf{J}_{PB} & & \\ & & & & & & & & & & & & \mathbf{J}_{PA} & \\ & & & & & & & & & & & & \mathbf{J}_{PA} & \\ & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ \end{array} \right]^{\mathsf{T}}$$

Onde:

$$c_{2} = k_{er} + R_{B}^{2} \cdot (c_{PS} + c_{PA})$$

$$c_{3} = c_{4} = c_{5} = R_{P}^{2} \cdot (c_{PS} + c_{PA})$$

$$c_{6} = R_{S}^{2} \cdot c_{PS}$$

$$c_{7} = R_{CB}^{2} \cdot c_{C1}$$

$$c_{8} = R_{PB}^{2} \cdot c_{C2}$$

$$c_{10} = R_{PA}^{2} \cdot c_{C2}$$

$$c_{23} = c_{32} = c_{24} = c_{42} = c_{25} = c_{52} = R_{P} \cdot R_{B} \cdot (c_{PS} - c_{PA})$$

$$c_{26} = c_{62} = R_{S} \cdot R_{B} \cdot c_{PS}$$

$$c_{36} = c_{63} = c_{46} = c_{64} = c_{56} = R_{P} \cdot R_{S} \cdot c_{PS}$$

$$c_{78} = c_{87} = R_{CB} \cdot R_{PB} \cdot c_{C1}$$

$$c_{9.10} = c_{10.9} = R_{CA} \cdot R_{PA} \cdot c_{C2}$$

$$\begin{split} k_{1} &= k_{er} \\ k_{2} &= k_{er} + R_{B}^{2} \cdot \left(k_{PS} + k_{PA}\right) \\ k_{3} &= k_{4} = k_{5} = R_{P}^{2} \cdot \left(k_{PS} + k_{PA}\right) \\ k_{6} &= R_{S}^{2} \cdot k_{PS} \\ k_{7} &= R_{CB}^{2} \cdot k_{C1} + k_{eb} \\ k_{8} &= R_{PB}^{2} \cdot k_{C1} + k_{ei} \\ k_{9} &= R_{CA}^{2} \cdot k_{C2} + k_{ei} \\ k_{10} &= R_{PA}^{2} \cdot k_{C2} + k_{ea} \\ k_{11} &= k_{ea} + k_{g} \\ k_{12} &= k_{21} = k_{er} \\ k_{23} &= k_{32} = k_{24} = k_{42} = k_{25} = k_{52} = R_{P} \cdot R_{B} \cdot \left(k_{PS} - k_{PA}\right) \\ k_{26} &= k_{62} = R_{S} \cdot R_{B} \cdot k_{PS} \\ k_{36} &= k_{63} = k_{46} = k_{64} = k_{56} = k_{65} = R_{P} \cdot R_{S} \cdot k_{PS} \\ k_{67} &= k_{76} = k_{eb} \\ k_{78} &= k_{87} = R_{CB} \cdot R_{PB} \cdot k_{C1} \\ k_{89} &= k_{98} = k_{ei} \\ k_{9,10} &= k_{10.9} = R_{CA} \cdot R_{PA} \cdot k_{C2} \\ k_{10.11} &= k_{11.10} = k_{ea} \end{split}$$

## A4) Modelo 5 MW – DOF = 14 e q = 14

$$\{Q\} = \{Q, 0_{01}, 0_{P11}, 0_{P21}, 0_{P1}, 0_{P1}, 0_{P21}, 0_{P22}, 0_{P22}, 0_{P2}, 0_{P2}, 0_{P2}, 0_{P3}, 0_{P3}\}^{T}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} I_{r} & I_{p1} & I_{p2} & I$$

Onde:

$$c_{2} = R_{B1}^{2} \cdot (c_{PS1} + c_{PA1})$$

$$c_{3} = c_{4} = c_{5} = R_{P1}^{2} \cdot (c_{PS1} + c_{PA1})$$

$$c_{6} = R_{S1}^{2} \cdot c_{PS1}$$

$$c_{7} = R_{B2}^{2} \cdot (c_{PS2} + c_{PA2})$$

$$c_{8} = c_{9} = c_{10} = R_{P2}^{2} \cdot (c_{PS2} + c_{PA2})$$

$$c_{11} = R_{S2}^{2} \cdot c_{PS2}$$

$$c_{12} = R_{C0}^{2} \cdot c_{PC}$$

$$c_{13} = R_{P1}^{2} \cdot c_{PC}$$

$$c_{23} = c_{22} = c_{24} = c_{42} = c_{25} = c_{52} = R_{P1} \cdot R_{B1} (c_{PS1} - c_{PA1})$$

$$c_{26} = c_{62} = R_{S1} \cdot R_{B1} \cdot c_{PS1}$$

$$c_{78} = c_{87} = c_{79} = c_{97} = c_{7.10} = c_{10.7} = R_{P2} \cdot R_{B2} \cdot (c_{PS2} - c_{PA2})$$

$$c_{7.11} = c_{11.7} = R_{S2} \cdot R_{B2} \cdot c_{PS2}$$

$$c_{8.11} = c_{11.8} = c_{9.11} = c_{11.9} = c_{10.11} = c_{11.10} = R_{P2} \cdot R_{S2} \cdot c_{PS2}$$

$$\begin{aligned} k_{1} &= k_{er} \\ k_{2} &= k_{er} + R_{B1}^{2} \cdot (k_{PS1} + k_{PA1}) \\ k_{3} &= k_{4} = k_{5} = R_{P1}^{2} \cdot (k_{PS1} + k_{PA1}) \\ k_{6} &= R_{S1}^{2} \cdot k_{PS1} + k_{e1} \\ k_{7} &= R_{B2}^{2} \cdot (k_{PS2} + k_{PA2}) + k_{e1} \\ k_{8} &= k_{9} = k_{10} = R_{P2}^{2} \cdot (k_{PS2} + k_{PA2}) \\ k_{11} &= R_{S2}^{2} \cdot k_{PS2} + k_{e2} \\ k_{12} &= R_{C0}^{2} \cdot k_{PC} + k_{e2} \\ k_{13} &= R_{P1}^{2} \cdot k_{PC} + k_{eg} \\ k_{14} &= k_{eg} + k_{g} \\ k_{12} &= k_{21} = k_{er} \\ k_{23} &= k_{32} = k_{24} = k_{42} = k_{25} = k_{52} = R_{P} \cdot R_{B} \cdot (k_{PS1} - k_{PA1}) \\ k_{26} &= k_{62} = R_{S1} \cdot R_{B1} \cdot k_{PS1} \\ k_{36} &= k_{63} = k_{46} = k_{64} = k_{56} = k_{65} = R_{P} \cdot R_{S} \cdot k_{PS1} \\ k_{78} &= k_{87} = k_{79} = k_{97} = k_{7.10} = k_{10.7} = R_{P} \cdot R_{B} \cdot (k_{PS2} - k_{PA2}) \\ k_{7.11} &= k_{11.7} = R_{S1} \cdot R_{B1} \cdot k_{PS1} \\ k_{8.11} &= k_{11.8} = k_{0.11} = k_{11.9} = k_{10.11} = k_{11.10} = R_{P} \cdot R_{S} \cdot k_{PS2} \\ k_{1.213} &= k_{13.12} = R_{CO} \cdot R_{P1} \cdot k_{PC} + k_{eg} \\ k_{12.13} &= k_{13.12} = R_{CO} \cdot R_{P1} \cdot k_{PC} + k_{eg} \\ k_{13.14} &= k_{14.13} = k_{eg} \end{aligned}$$