



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E
AUTOMAÇÃO MECÂNICA

Adriano Bruno dos Santos Frutuoso

**DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA DE
ALINHAMENTO E CALIBRAÇÃO SENSORIAL DE
SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO PARA VEÍCULOS
AUTÔNOMOS SUBMARINOS**

São Paulo

2023

Adriano Bruno dos Santos Frutuoso

**DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA DE
ALINHAMENTO E CALIBRAÇÃO SENSORIAL DE
SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO PARA VEÍCULOS
AUTÔNOMOS SUBMARINOS**

Versão Corrigida

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração em Engenharia
de Controle e Automação Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ettore Apolônio de Bar-
ros

Coorientador: Prof. Dr. Felipe Oliveira e Silva

São Paulo

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Frutuoso, Adriano Bruno dos Santos
Desenvolvimento de uma Metodologia de Alinhamento e Calibração Sensorial de Sistemas de Navegação para Veículos Autônomos Submarinos / A. B. S. Frutuoso -- versão corr. -- São Paulo, 2023.
185 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Veículos Autônomos Submarinos 2.Alinhamento e Calibração Sensorial
3.Metodologia I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço ao nosso Senhor, Deus dos Exércitos, minha fortaleza e fonte de toda inspiração e sabedoria.

Em seguida, a meu pai, Sr. Epitácio Frutuoso de Jesus, a minha companheira Chrystine Araujo, ao meu orientador Prof. Ettore de Barros, ao meu coorientador Prof. Felipe Oliveira e Silva, e a todos meus colegas do LVNT e do IFAM.

Meus sinceros agradecimentos a todos.

"Assim diz o Senhor, o teu Redentor, o Santo de Israel: Eu sou o Senhor teu Deus, que te ensina o que é útil, e te guia pelo caminho em que deves andar".

Isaías 48:17

Resumo

FRUTUOSO, Adriano Bruno dos Santos. **Desenvolvimento de uma Metodologia de Alinhamento e Calibração Sensorial de Sistemas de Navegação para Veículos Autônomos Submarinos**. 2023. 185 f. Tese (Doutorado em Ciências), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

A determinação da localização de veículos autônomos submarinos em condição submersa é uma tarefa desafiadora, especialmente devido à impossibilidade de utilização de sistemas de localização por satélites. Fatores como o alinhamento inicial, que determina a orientação do veículo, e os erros dos sensores de navegação degradam significativamente o desempenho da navegação em condição submersa, demandando um estudo adequado para a compreensão da influência destes fatores no resultado da navegação. Neste sentido, este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma metodologia de alinhamento e calibração sensorial para sistemas de navegação de veículos autônomos submarinos, que integra diferentes situações que precedem a execução da navegação do veículo em condição submersa. A metodologia é embasada na normalização da matriz de covariância dos erros dos estados, de modo a avaliar a influência de movimentos efetuados pelo veículo, bem como de diferentes tipos de integração sensorial com filtro de Kalman, no processo de estimação das variáveis de navegação. Resultados de simulações e de testes experimentais realizados em campo são apresentados. Estes mostram um comparativo de desempenho, em termos de tempo de convergência e exatidão de estimação, considerando diferentes métodos de alinhamento grosseiro, os quais fornecem uma estimativa preliminar da orientação do veículo, aplicados a condições estacionárias e não estacionárias. Também é apresentado neste trabalho um comparativo de desempenho da estimação das variáveis de navegação e de calibração dos sensores, considerando diferentes condições de movimento (manobras). Para o caso do alinhamento grosseiro, os resultados mostram que os métodos baseados na decomposição da matriz de rotação foram os mais adequados para a condição não estacionária. Já para o alinhamento fino e calibração sensorial, os resultados mostram que a manobra de corte de relva foi a mais adequada para esta finalidade.

Palavras-chave: Veículos Autônomos Submarinos, Alinhamento e Calibração Sensorial, Metodologia

Abstract

FRUTUOSO, Adriano Bruno dos Santos. **Development of a Methodology of Alignment and Sensory Calibration of Navigation Systems for Autonomous Underwater Vehicles**. 2023. 185 f. Thesis (Doctorate in Science), Polytechnic School, University of São Paulo, São Paulo, 2023.

The location estimative of autonomous underwater vehicles in a submerged condition is a challenging task, due to the impossibility of using satellite positioning systems. The initial alignment, which determines the vehicle's orientation, and the errors of the navigation sensors are key factors that significantly degrade the navigation performance in submerged conditions, demanding an adequate study to understand the influence of these factors on the navigation result. In this sense, this work presents the development of alignment and sensory calibration methodology for underwater autonomous vehicle navigation systems, which integrates different situations that precede the execution of the vehicle's navigation in submerged condition. The proposed methodology is based on the normalization of the covariance matrix of the errors of the states, in order to evaluate the influences of the vehicle motions and the different types of sensory integration with Kalman filter in the estimation process of the navigation variables. Simulations and experimental tests results are presented. These show a performance comparison, in terms of convergence time and estimation accuracy, considering different coarse alignment methods, which provide a preliminary estimate of the vehicle's orientation, applied to stationary and non-stationary conditions. Also, a performance comparison of the estimation of the navigation variables carried out by the fine alignment and sensory calibration process is presented, considering different conditions of motion (maneuvers). Considering the coarse alignment process, the results show that the methods based on the decomposition of the rotation matrix were the most adequate for the non-stationary condition. Regarding the fine alignment and sensory calibration, the results show that the lawn mower was the most suitable maneuver for this purpose.

Keywords: Autonomous Underwater Vehicles, Alignment e Sensory Calibration, Methodology

Lista de ilustrações

Figura 1 – AUV Pirajuba	28
Figura 2 – (a) Trajetória resultante do alinhamento inicial com bússola e inclinômetro, e sem a estimação dos vieses dos sensores inerciais. (b) Trajetória desejada.	30
Figura 3 – Representação do sistema de coordenadas ECI.	39
Figura 4 – Representação dos sistemas de coordenadas ECEF e NED.	40
Figura 5 – Representação do sistema de coordenadas do corpo ilustrada para o AUV Pirajuba.	41
Figura 6 – Estrutura ilustrativa da navegação inercial auxiliada.	48
Figura 7 – Estruturas ilustrativas dos blocos de sensores auxiliares (à esquerda) e do INS (à direita) da navegação inercial auxiliada por GPS, DVL e Profundímetro.	49
Figura 8 – Curva de Allan	55
Figura 9 – Autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.	78
Figura 10 – Autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.	79
Figura 11 – Autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integração INS/DVL. AUV estacionário.	79
Figura 12 – Autovetores associados aos autovalores λ_1 (à esquerda) e λ_2 (à direita). Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.	80
Figura 13 – Autovetores associados aos autovalores λ_3 (à esquerda) e λ_4 (à direita). Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.	80
Figura 14 – Autovetores associados aos autovalores λ_5 (à esquerda) e λ_6 (à direita). Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.	80
Figura 15 – Autovetor associado ao autovalor λ_7 . Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.	81
Figura 16 – Autovetores associados aos autovalores λ_1 (à esquerda) e λ_2 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.	81
Figura 17 – Autovetores associados aos autovalores λ_3 (à esquerda) e λ_4 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.	81
Figura 18 – Autovetores associados aos autovalores λ_5 (à esquerda) e λ_6 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.	82
Figura 19 – Autovetores associados aos autovalores λ_7 (à esquerda) e λ_8 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.	82
Figura 20 – Autovetor associado ao autovalor λ_9 . Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.	82
Figura 21 – Autovetores associados aos autovalores λ_1 (à esquerda) e λ_2 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.	83

Figura 22 – Autovetores associados aos autovalores λ_3 (à esquerda) e λ_4 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.	83
Figura 23 – Autovetores associados aos autovalores λ_5 (à esquerda) e λ_6 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.	84
Figura 24 – Autovetores associados aos autovalores λ_7 (à esquerda) e λ_8 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.	84
Figura 25 – Autovetores associados aos autovalores λ_9 (à esquerda) e λ_{10} (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.	84
Figura 26 – Comparação entre os erros de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para o AUV estacionário. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.	86
Figura 27 – Comparação entre os erros de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para o AUV estacionário, considerando acelerômetros de 1000 μg de viés. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.	87
Figura 28 – Comparação entre os erros de rumo para o AUV estacionário. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.	87
Figura 29 – Comparação entre os erros de rumo para o AUV estacionário, conside- rando girômetros de 1,0 $^\circ/h$ de viés. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.	88
Figura 30 – Comparação entre os erros de <i>roll</i> obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA (à esquerda), I-DVA e A-OBA (à direita) para o AUV em condição de <i>mooring</i> . Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.	89
Figura 31 – Comparação entre os erros de <i>pitch</i> obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA (à esquerda), I-DVA e A-OBA (à direita) para o AUV em condição de <i>mooring</i> . Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.	89
Figura 32 – Comparação entre os erros de rumo obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA (à esquerda), I-DVA e A-OBA (à direita) para o AUV em condição de <i>mooring</i> . Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.	90
Figura 33 – Trajetórias realizadas para o AUV em linha reta com velocidade cons- tante (à esquerda) e em linha reta com aceleração (à direita). Distâncias percorridas de 3600 metros (linha reta com velocidade constante) e de 5400 metros (linha reta com aceleração).	91
Figura 34 – Trajetória realizada para o AUV em corte de relva com velocidade constante. Distância percorrida de 3600 metros.	91

Figura 35 – Incertezas dos erros de latitude (δL) (à esquerda) e de longitude ($\delta \lambda$) (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL/PS. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	106
Figura 36 – Incertezas dos erros de latitude (δL) (à esquerda) e de longitude ($\delta \lambda$) para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	106
Figura 37 – Incertezas dos erros de altitude (δh) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	107
Figura 38 – Erros de posição nas direções Norte (à esquerda) e Leste (à direita) para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	107
Figura 39 – Erros de posição nas direções Norte (à esquerda) e Leste (à direita) para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	107
Figura 40 – Erros de <i>roll</i> (em módulo, à esquerda) e incertezas dos erros de <i>roll</i> (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	109
Figura 41 – Erros de <i>pitch</i> (em módulo, à esquerda) e incertezas dos erros de <i>pitch</i> (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	109
Figura 42 – Erros de rumo (em módulo, à esquerda) e incertezas dos erros de rumo (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).	110
Figura 43 – Vieses do girômetro do eixo x (b_{gx} , à esquerda) e incertezas de b_{gx} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{gx} = 0,1^\circ/h$	111

Figura 44 – Vieses do girômetro do eixo y (b_{gy} , à esquerda) e incertezas de b_{gy} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{gy} = 0,1^\circ/h$	111
Figura 45 – Vieses do girômetro do eixo z (b_{gz} , à esquerda) e incertezas de b_{gz} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{gz} = 0,1^\circ/h$	112
Figura 46 – Vieses do acelerômetro do eixo x (b_{ax} , à esquerda) e incertezas de b_{ax} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{ax} = 100 \mu g$	112
Figura 47 – Vieses do acelerômetro do eixo y (b_{ay} , à esquerda) e incertezas de b_{ay} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{ay} = 100 \mu g$	113
Figura 48 – Vieses do acelerômetro do eixo z (b_{az} , à esquerda) e incertezas de b_{az} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{az} = 100 \mu g$	113
Figura 49 – Desalinhamentos IMU/DVL em x (e_x , à esquerda) e incertezas de e_x (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $e_x = 0,0$ grau.	114
Figura 50 – Desalinhamentos IMU/DVL em y (e_y , à esquerda) e incertezas de e_y (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $e_y = 0,0$ grau.	114

Figura 51 – Desalinhamentos IMU/DVL em z (e_z , à esquerda) e incertezas de e_z (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $e_z = 0,0$ grau.	115
Figura 52 – Erros de fator de escala do DVL (s_f , à esquerda) e incertezas de s_f (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $s_f = 0,0\%$	115
Figura 53 – Poli-Marú III. ASV do tipo trimaran desenvolvido no LVNT da USP. Fonte: (SOUZA <i>et al.</i> , 2022).	116
Figura 54 – Raia Olímpica da USP medindo, aproximadamente, 2100 metros x 100 metros. Fonte: Google Earth.	117
Figura 55 – ASV montado na parte cimentada do píer para o teste de condição estacionária.	117
Figura 56 – ASV atracado no píer para o teste de condição de <i>mooring</i>	118
Figura 57 – Comparação entre os ângulos de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para a condição estacionária do dia 30/08/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	119
Figura 58 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição estacionária do dia 30/08/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	119
Figura 59 – Comparação entre os ângulos de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para a condição de <i>mooring</i> do dia 25/10/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	121
Figura 60 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição de <i>mooring</i> do dia 25/10/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	121
Figura 61 – Comparação entre os ângulos de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para a condição estacionária do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	122
Figura 62 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição estacionária do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	122
Figura 63 – Comparação entre os ângulos de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para a condição estacionária do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	123

Figura 64 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição estacionária do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	123
Figura 65 – Comparação entre os ângulos de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para a condição de <i>mooring</i> do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	124
Figura 66 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição de <i>mooring</i> do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	125
Figura 67 – Comparação entre os ângulos de <i>roll</i> (à esquerda) e de <i>pitch</i> (à direita) para a condição de <i>mooring</i> do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	125
Figura 68 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição de <i>mooring</i> do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.	126
Figura 69 – Trajetória resultante para o ASV em linha reta com velocidade constante. Teste experimental do dia 01/12/2022. Distância percorrida de 1072 metros.	126
Figura 70 – Trajetória resultante para o ASV em linha reta com aceleração. Teste experimental do dia 01/12/2022. Distância percorrida de 1220 metros.	127
Figura 71 – Trajetória resultante para o ASV em corte de relva. Teste experimental do dia 01/12/2022. Distância percorrida de 1458 metros.	127
Figura 72 – Erros de rumo (em módulo, à esquerda) e incertezas de estimação dos erros de rumo (à direita) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	129
Figura 73 – Vieses do girômetro do eixo x (b_{gx} , à esquerda) e incertezas de b_{gx} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	130

Figura 74 – Vieses do girômetro do eixo y (b_{gy} , à esquerda) e incertezas de b_{gy} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	130
Figura 75 – Vieses do girômetro do eixo z (b_{gz} , à esquerda) e incertezas de b_{gz} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	131
Figura 76 – Vieses do acelerômetro do eixo x (b_{ax} , à esquerda) e incertezas de b_{ax} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	132
Figura 77 – Vieses do acelerômetro do eixo y (b_{ay} , à esquerda) e incertezas de b_{ay} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	133
Figura 78 – Vieses do acelerômetro do eixo z (b_{az} , à esquerda) e incertezas de b_{az} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	133
Figura 79 – Desalinhamentos IMU/DVL em x (e_x , à esquerda) e incertezas de e_x (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	135

Figura 80 – Desalinhamentos IMU/DVL em y (e_y , à esquerda) e incertezas de e_y (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	136
Figura 81 – Desalinhamentos IMU/DVL em z (e_z , à esquerda) e incertezas de e_z (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	136
Figura 82 – Erros de fator de escala do DVL (s_f , à esquerda) e incertezas de s_f (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).	137
Figura 83 – Diagrama ilustrativo das situações envolvidas para o AUV amarrado ao convés da embarcação de apoio ou fora da embarcação de apoio. . .	139
Figura 84 – Trajetórias de alinhamento e calibração do DVL do cenário 4.	144
Figura 85 – Vieses dos girômetros estimados durante a trajetória de alinhamento fino (gráfico em azul da Figura 84). Integração INS/GPS/PS.	145
Figura 86 – Vieses dos acelerômetros estimados durante a trajetória de alinhamento fino (gráfico em azul da Figura 84). Integração INS/GPS/PS.	145
Figura 87 – Desalinhamento IMU/DVL estimado durante a trajetória de calibração do DVL (gráfico em vermelho tracejado da Figura 84). Integração INS/GPS/DVL/PS.	146
Figura 88 – Erro de fator de escala do DVL estimado durante a trajetória de calibração do DVL (gráfico em vermelho tracejado da Figura 84). Integração INS/GPS/DVL/PS.	146
Figura 89 – Estimação do desalinhamento IMU/DVL para erros de atitude de 0,1 graus (<i>roll</i> e <i>pitch</i>) e de 0,5 graus (rumo). Valores nominais: $e_x = e_y = 2,0$ graus; $e_z = 5,0$ graus.	147
Figura 90 – Estimação do erro de fator de escala do DVL para erros de atitude de 0,1 graus (<i>roll</i> e <i>pitch</i>) e de 0,5 graus (rumo). Valor nominal: $s_f = 5,0$ %.	147
Figura 91 – Estimação do desalinhamento IMU/DVL para erros de atitude de 0,1 graus (<i>roll</i> e <i>pitch</i>) e de 1,0 grau (rumo). Valores nominais: $e_x = e_y = 2,0$ graus; $e_z = 5,0$ graus.	148

Figura 92 – Estimação do erro de fator de escala do DVL para erros de atitude de 0,1 graus (<i>roll</i> e <i>pitch</i>) e de 1,0 grau (rumo). Valor nominal: $s_f = 5,0 \%$.	149
Figura 93 – Cortes de relva 1 (à esquerda) e 2 (à direita). Mesma distância percorrida.	149
Figura 94 – Estimação de b_{ax} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{ax} = 1000 \mu g$.	150
Figura 95 – Estimação de b_{ay} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{ay} = 1000 \mu g$.	150
Figura 96 – Estimação de b_{az} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{az} = 1000 \mu g$.	150
Figura 97 – Estimação de b_{gx} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{gx} = 5,0 \text{ }^\circ/h$.	151
Figura 98 – Estimação de b_{gy} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{gy} = 5,0 \text{ }^\circ/h$.	151
Figura 99 – Estimação de b_{gz} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{gz} = 5,0 \text{ }^\circ/h$.	151
Figura 100 – Corte de relva (velocidade constante) com zigue-zague.	152
Figura 101 – Velocidade em <i>sway</i> .	152
Figura 102 – Estimação de e_x para a manobra de corte de relva (velocidade constante) com zigue-zague.	153
Figura 103 – Ângulos de rumo fornecidos pelo receptor GNSS para o ASV em condição de deriva (à esquerda) e em linha reta com velocidade constante (à direita). Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 500 segundos.	173
Figura 104 – Erros de rumo para o ASV em condição de deriva (à esquerda) e em linha reta com velocidade constante (à direita). Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 500 segundos. Resultados de processamento em tempo real (Φ dado pela Eq. (B.1)).	174
Figura 105 – Erros de rumo para o ASV em condição de deriva (à esquerda) e em linha reta com velocidade constante (à direita). Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 500 segundos. Resultados de pós-processamento (Φ dado pela Eq. (B.2)).	174
Figura 106 – Erros de rumo (em módulo, à esquerda) e incertezas de estimação dos erros de rumo (à direita) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	176

Figura 107–Vieses do girômetro do eixo x (b_{gx} , à esquerda) e incertezas de b_{gx} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	177
Figura 108–Vieses do girômetro do eixo y (b_{gy} , à esquerda) e incertezas de b_{gy} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	177
Figura 109–Vieses do girômetro do eixo z (b_{gz} , à esquerda) e incertezas de b_{gz} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	178
Figura 110–Vieses do acelerômetro do eixo x (b_{ax} , à esquerda) e incertezas de b_{ax} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	178
Figura 111–Vieses do acelerômetro do eixo y (b_{ay} , à esquerda) e incertezas de b_{ay} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	179
Figura 112–Vieses do acelerômetro do eixo z (b_{az} , à esquerda) e incertezas de b_{az} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	179

Figura 113–Desalinhamentos IMU/DVL em x (e_x , à esquerda) e incertezas de e_x (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	180
Figura 114–Desalinhamentos IMU/DVL em y (e_y , à esquerda) e incertezas de e_y (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	180
Figura 115–Desalinhamentos IMU/DVL em z (e_z , à esquerda) e incertezas de e_z (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	181
Figura 116–Erros de fator de escala do DVL (s_f , à esquerda) e incertezas de s_f (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).	181

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros de Allan e modelos.	55
Tabela 2 – Sintonia do filtro de Kalman.	92
Tabela 3 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV estacionário. . .	94
Tabela 4 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV estacionário. Integração INS/GPS/DVL/PS.	95
Tabela 5 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV estacionário. Integração INS/DVL/PS. . . .	96
Tabela 6 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV estacionário. Integração INS/DVL.	97
Tabela 7 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em condição de <i>mooring</i>	98
Tabela 8 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em condição de <i>mooring</i> . Integração INS/GPS/DVL/PS.	98
Tabela 9 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em condição de <i>mooring</i> . Integração INS/DVL/PS.	99
Tabela 10 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em condição de <i>mooring</i> . Integração INS/DVL.	99
Tabela 11 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em linha reta com velocidade constante.	100
Tabela 12 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com velocidade constante. Integração INS/GPS/DVL/PS.	100
Tabela 13 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com velocidade constante. Integração INS/DVL/PS.	101
Tabela 14 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com velocidade constante. Integração INS/DVL.	101
Tabela 15 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em linha reta com aceleração.	102

Tabela 16 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com aceleração. Integração INS/GPS/DVL/PS.	102
Tabela 17 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com aceleração. Integração INS/DVL/PS.	103
Tabela 18 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com aceleração. Integração INS/DVL.	103
Tabela 19 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em corte de relva com velocidade constante.	104
Tabela 20 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em corte de relva com velocidade constante. Integração INS/GPS/DVL/PS.	104
Tabela 21 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em corte de relva com velocidade constante. Integração INS/DVL/PS.	105
Tabela 22 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em corte de relva com velocidade constante. Integração INS/DVL.	105
Tabela 23 – Especificações dos sensores do ASV.	117
Tabela 24 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD e A-DVA para a condição estacionária do dia 30/08/2022.	119
Tabela 25 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD e A-DVA para a condição de <i>mooring</i> do dia 25/10/2022.	120
Tabela 26 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição estacionária do dia 01/12/2022.	122
Tabela 27 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição estacionária do dia 08/12/2022.	123
Tabela 28 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição de <i>mooring</i> do dia 01/12/2022.	124
Tabela 29 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição de <i>mooring</i> do dia 08/12/2022.	124
Tabela 30 – Sintonia do filtro de Kalman do alinhamento fino utilizado nos testes experimentais.	128

Tabela 31 – Erros de rumo finais (em módulo) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.	128
Tabela 32 – Valores finais de estimação dos vieses dos girômetros (b_{gx} , b_{gy} , b_{gz}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.	129
Tabela 33 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{gx} , b_{gy} , b_{gz} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.	130
Tabela 34 – Valores finais de estimação dos vieses dos acelerômetros (b_{ax} , b_{ay} , b_{az}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.	132
Tabela 35 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{ax} , b_{ay} , b_{az} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.	132
Tabela 36 – Valores finais de estimação dos desalinhamentos IMU/DVL (e_x , e_y , e_z) e dos erros de fator de escala do DVL (s_f) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.	134
Tabela 37 – Valores finais de incertezas (1σ) de e_x , e_y , e_z e s_f para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.	134
Tabela 38 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em condição de deriva no dia 08/12/2022. Resultados de processamento em tempo real (Φ dado pela Eq. (B.1)).	173

Tabela 39 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em linha reta com velocidade constante no dia 08/12/2022. Resultados de processamento em tempo real (Φ dado pela Eq. (B.1)).	174
Tabela 40 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em condição de deriva no dia 08/12/2022. Resultados de pós-processamento (Φ dado pela Eq. (B.2)).	175
Tabela 41 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em linha reta com velocidade constante no dia 08/12/2022. Resultados de pós-processamento (Φ dado pela Eq. (B.2)).	175
Tabela 42 – Erros de rumo finais (em módulo) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.	177
Tabela 43 – Valores finais de estimação dos vieses dos girômetros (b_{gx} , b_{gy} , b_{gz}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.	178
Tabela 44 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{gx} , b_{gy} , b_{gz} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.	179
Tabela 45 – Valores finais de estimação dos vieses dos acelerômetros (b_{ax} , b_{ay} , b_{az}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.	180
Tabela 46 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{ax} , b_{ay} , b_{az} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de <i>mooring</i> , em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.	181

Tabela 47 – Valores finais de estimação dos desalinhamentos IMU/DVL (e_x, e_y, e_z) e dos erros de fator de escala do DVL (s_f) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022. 182

Tabela 48 – Valores finais de incertezas (1σ) de e_x, e_y, e_z e s_f para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022. 182

Lista de abreviaturas e siglas

ADIA	<i>Attitude Decomposition-Based Initial Alignment</i>
AHRS	<i>Attitude and Heading Reference System</i>
ARW	<i>Angle Random Walk</i>
ASV	<i>Autonomous Surface Vehicle</i>
AUV	<i>Autonomous Underwater Vehicle</i>
A-DVA	<i>Acceleration-Based Dual-Vector Attitude Decomposition-Based Initial Alignment</i>
A-OBA	<i>Acceleration-Based Optimization-Based Attitude Decomposition-Based Initial Alignment</i>
CBE-TRIAD	<i>Coarse Bias Estimation Three-Axis Attitude Determination-Based</i>
DVA	<i>Dual-Vector Attitude Decomposition-Based Initial Alignment</i>
DVL	<i>Doppler Velocity Log</i>
ECEF	<i>Earth-Centered Earth-Fixed</i>
ECI	<i>Earth-Centered Inertial</i>
GLONASS	<i>Global Orbiting Navigation Satellite System</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IFA	<i>In-Flight Alignment</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
I-DVA	<i>Acceleration Integral-Based Dual-Vector Attitude Decomposition-Based Initial Alignment</i>
I-OBA	<i>Acceleration Integral-Based Optimization-Based Attitude Decomposition-Based Initial Alignment</i>
LIT	Linear e Invariante no Tempo

LVT	Linear e Variante no Tempo
LVNT	Laboratório de Veículos Não Tripulados
NED	<i>North-East-Down</i>
OBA	<i>Optimization-Based Attitude Decomposition-Based Initial Alignment</i>
O-TRIAD	<i>Orthogonal Three-Axis Attitude Determination-Based</i>
ON-TRIAD	<i>Orthogonal-Normal Three-Axis Attitude Determination-Based</i>
PS	<i>Pressure Sensor</i>
PWCS	<i>Piece-Wise Constant Systems</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
ROV	<i>Remotely Operated Underwater Vehicle</i>
RTK	<i>Real-Time Kinematic</i>
SAS	<i>Synthetic Aperture Sonar</i>
SSAC	<i>Stationary Self-Alignment and Calibration</i>
TRIAD	<i>Three-Axis Attitude Determination-Based</i>
USP	Universidade de São Paulo
VMS	<i>Velocity-Measuring System</i>
VRW	<i>Velocity Random Walk</i>
WGS-84	<i>World Geodetic System</i>

Sumário

1	Introdução	27
1.1	Considerações Iniciais	27
1.2	Motivação	29
1.3	Contribuições	31
1.4	Objetivos	32
1.5	Estrutura do Texto	32
2	Revisão do Estado da Arte	33
2.1	Alinhamento Grosseiro no Mar	35
2.2	Alinhamento Fino no Mar	36
3	Fundamentos de Navegação Inercial Auxiliada Aplicada a AUVs	39
3.1	Sistemas de Coordenadas	39
3.2	Equações de Navegação	40
3.3	Sensores de Navegação	45
3.3.1	IMU	45
3.3.2	DVL	47
3.3.3	Profundímetro	47
3.4	Estrutura Básica da Navegação Inercial Auxiliada	48
3.5	Modelo de Propagação de Erros	49
3.6	Filtro de Kalman	53
3.7	Variância de Allan	54
4	Alinhamento do Sistema de Navegação de AUVs	56
4.1	Alinhamento Grosseiro com Método TRIAD	57
4.2	Alinhamento Grosseiro com Método ADIA	59
4.3	Alinhamento Fino com o Auxílio de GPS, DVL e Profundímetro	63
4.3.1	Modelo dinâmico expandido	63
4.3.2	Vetores e modelos de observação	65
4.3.3	Modelo completo em espaço de estados	69
5	Análises de Observabilidade e de Estimabilidade	71
5.1	Análise de observabilidade: decomposição de observabilidade	72
5.2	Análise de Estimabilidade: normalização de $\mathbf{P}_{k/k}^x$	77
6	Simulações e Testes Experimentais	85
6.1	Simulações de Alinhamento Grosseiro	85
6.2	Simulações para a Análise de Estimabilidade	90

6.2.1	AUV estacionário	93
6.2.2	AUV em condição de <i>mooring</i>	95
6.2.3	AUV em linha reta com velocidade constante	96
6.2.4	AUV em linha reta com aceleração	99
6.2.5	AUV em corte de relva com velocidade constante	102
6.3	Simulações de Alinhamento Fino	105
6.4	Testes Experimentais	116
6.4.1	Alinhamento grosseiro	116
6.4.2	Alinhamento fino	125
7	Metodologia Proposta de Alinhamento e Calibração Sensorial do Sistema de Navegação de AUVs	138
7.1	Procedimento de Alinhamento e Calibração Sensorial	138
7.1.1	Cenário 1: AUV no píer (parte seca) seguido de AUV em movimento na água (superfície)	140
7.1.2	Cenário 2: AUV atracado ao píer seguido de AUV em movimento na água (superfície)	141
7.1.3	Cenário 3: Embarcação atracada ao píer (ou ancorada) seguido de AUV em movimento na água (superfície)	142
7.1.4	Cenário 4: Embarcação atracada ao píer (ou ancorada) seguido de embarcação se deslocando até o local de missão (embarcação em movimento) seguido de AUV em movimento na água (superfície)	142
7.2	Discussões	146
8	Considerações Finais	154
8.1	Conclusões	154
8.2	Sugestões de Trabalhos Futuros	158
8.3	Publicações	159
	Referências	160
	APÊNDICE A Dedução das Equações (3.27) e (3.33)	167
A.1	Equação (3.27)	167
A.2	Equação (3.33)	169
	APÊNDICE B Resultados Preliminares: Alinhamento Grosseiro em Condições de Deriva e de Movimento	172
	APÊNDICE C Resultados Experimentais de Alinhamento Fino e Calibração Sensorial: Ensaios do Dia 08/12/2022	176
	APÊNDICE D Integrações INS/GPS e INS/GPS/PS	183

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Em veículos autônomos, o conhecimento da localização e orientação em relação a uma referência é necessário para definir o rumo e a trajetória que os veículos executarão. O conceito de navegação diz respeito à determinação da posição e da velocidade do objeto ou veículo em relação a uma referência (BRITTING, 1971).

A navegação pode ser realizada a partir de uma direção conhecida e seguindo determinadas instruções; através de um mapa, contendo marcações como estradas, montanhas, corpos celestes; ou através de radio navegação como o GPS (do inglês, *Global Positioning System*), GLONASS (do inglês, *Global Orbiting Navigation Satellite System*) e Galileo entre outras (GREWAL; WEILL; ANDREWS, 2007), (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; WASLE, 2008), (GROVES, 2013).

Outra forma de navegação é baseada em sensores inerciais como girômetros e acelerômetros. Este tipo de navegação, conhecida como navegação inercial, é utilizada por exemplo em mísseis de cruzeiro, veículos espaciais, foguetes lançadores e submarinos (BRITTING, 1971), (TITTERTON; WESTON, 2004), (SILVA, 2016). Uma característica da navegação inercial é que a mesma independe de auxílio externo como de visualização de marcações no terreno ou do sinal de GPS, sendo adequada, por exemplo, em submarinos autônomos.

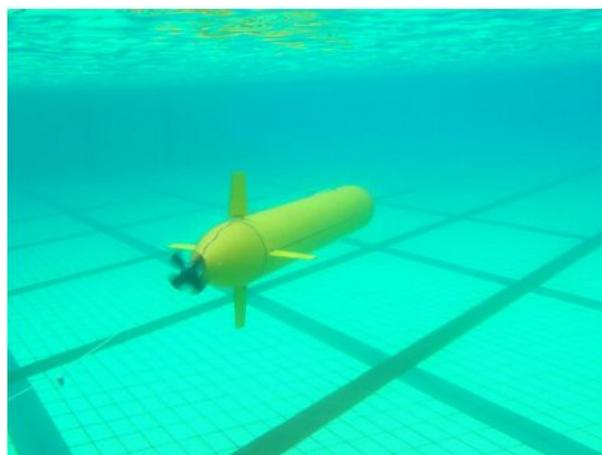
O Pirajuba, ilustrado na Figura 1, é um veículo autônomo submarino (AUV, do inglês *Autonomous Underwater Vehicle*) do tipo torpedo desenvolvido no Laboratório de Veículos Não Tripulados (LVNT) da Universidade de São Paulo (USP) (LUQUE; DONHA, 2011), (ZANONI, 2012), (VIVANCO, 2014), (DIANA, 2018). Diferente dos ROVs (do inglês, *Remotely Operated Underwater Vehicle*), que são outra classe de veículos submarinos não tripulados, os AUVs não necessitam de cabos de alimentação e controle, sendo utilizados em aplicações como inspeção de cabos e dutos de óleo, pesquisa do ambiente marinho, e

aplicações militares.

Frequentemente, a inspeção subaquática de cabos e dutos envolve o uso de uma embarcação de apoio na superfície e um ROV (PETILLOT; REED; BELL, 2002). O cabo umbilical, necessário para conectar o ROV e a embarcação de apoio, limita o raio de ação e a profundidade operacional (BAGNITSKY *et al.*, 2011). Um AUV pode ser utilizado para substituir o ROV, realizando o monitoramento e a inspeção dos cabos e dutos de óleo usando câmeras monoculares, sonares de varredura lateral e batímetros *multi-beam* (PETILLOT; REED; BELL, 2002), (BAGNITSKY *et al.*, 2011), (ALLIBERT *et al.*, 2019).

Em pesquisas do ambiente marinho, AUVs podem ser utilizados em missões de monitoramento de populações marinhas, como de ostras selvagens (RASMUSSEN *et al.*, 2017), e em pesquisas geológicas, uma vez que o AUV pode manter uma trajetória linear e altitude constante do leito marinho, possibilitando o emprego de cargas úteis como câmeras, *laser scanners*, gravímetros, magnetômetros, entre outros (WYNN *et al.*, 2014), (JONES *et al.*, 2019). Já em aplicações militares, AUVs podem ser empregados como plataforma complementar ao uso de sonobóias na guerra antissubmarino (HAMILTON; KEMNA; HUGHES, 2010), e em missões de contramedidas de minagem (EVANS *et al.*, 2007).

Figura 1 – AUV Pirajuba.



Fonte: (VIVANCO, 2014).

A estimativa da localização de um AUV em condição submersa é afetada pelos erros dos girômetros e dos acelerômetros da IMU (do inglês, *Inertial Measurement Unit*). Esta, que de modo simplificado é constituída de três girômetros e acelerômetros ortogonais, é um dos dispositivos empregados no INS (do inglês, *Inertial Navigation System*). Este último, provê as estimativas de posição, de velocidade, e de orientação (também conhecida como atitude) do AUV em relação a um sistema de coordenadas de referência, de modo que, a precisão e a exatidão destas estimativas são significativamente degradadas pelos erros dos sensores inerciais (BRITTING, 1971), (TITTERTON; WESTON, 2004), (GREWAL;

WEILL; ANDREWS, 2007), (GROVES, 2013).

O INS pode ser utilizado em conjunto com outros dispositivos (INS auxiliado) como o GPS, DVL (do inglês, *Doppler Velocity Log*), SAS (do inglês, *Synthetic Aperture Sonar*), bússola digital, posicionadores acústicos e sensores de pressão (profundímetros), de modo que, as informações combinadas de tais sensores com a solução de navegação fornecida pelo INS são utilizadas para melhorar o desempenho da navegação inercial (GRENON *et al.*, 2001), (TITTERTON; WESTON, 2004), (GREWAL; WEILL; ANDREWS, 2007), (MORGADO; OLIVEIRA; SILVESTRE, 2010), (XU; SUN; LI, 2012), (GROVES, 2013), (PAULL *et al.*, 2014), (LIU *et al.*, 2018). Para esta finalidade, métodos de fusão sensorial (que combinam informações sensoriais de diferentes fontes) baseados em filtros de Kalman são um dos mais empregados (SHAO *et al.*, 2016), (DUAN *et al.*, 2017).

A inicialização da navegação é uma etapa preliminar importante da navegação inercial, em que são fornecidas as estimativas preliminares de posição, velocidade e atitude do veículo. A posição e a velocidade iniciais do AUV são relativamente simples de serem obtidas, podendo ser fornecidas, com elevada precisão e de forma direta, por dispositivos auxiliares (como o GPS para a posição e o DVL para a velocidade). Já a atitude inicial do veículo, obtida a partir de métodos de alinhamento inicial, é uma tarefa não trivial, principalmente se for considerada a estimativa preliminar da atitude sem auxílio de sensores externos e com movimentação do veículo (SILVA, 2016). Neste sentido, o alinhamento inicial é um fator chave para o desempenho satisfatório da navegação do AUV.

Em particular, o erro de alinhamento inicial, bem como, os vieses dos sensores inerciais, o desalinhamento entre a IMU e o DVL, e o erro de fator de escala do DVL são os principais fatores que degradam o desempenho da navegação de AUVs (JALVING *et al.*, 2004), (KINSEY; WHITCOMB, 2007), (ZHAOPENG; KANGHUA; MEIPING, 2011), (PAN; WU, 2016). Neste sentido, a estimação destas variáveis durante a etapa de inicialização da navegação se torna necessária.

1.2 Motivação

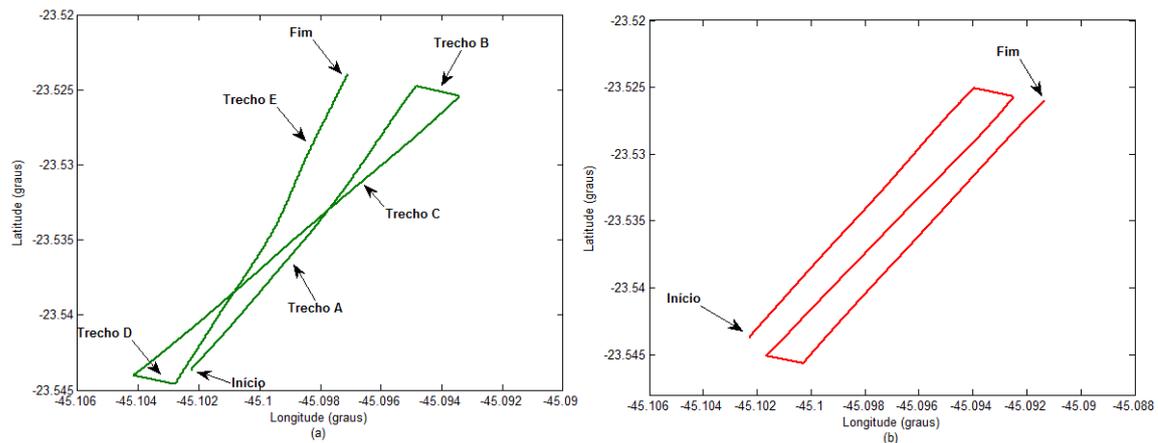
O alinhamento é um processo importante da inicialização da navegação, e que impacta, de forma significativa, as estimativas de posição, de velocidade e de atitude fornecidas pelo sistema de navegação no decorrer da missão.

O ambiente marinho, em particular, impõe desafios adicionais no procedimento de alinhamento inicial, uma vez que o movimento do veículo em decorrência das ondas e da perturbação do vento interferem, de forma significativa, no resultado do alinhamento (GU *et al.*, 2008), (GAO *et al.*, 2011), (KANG; YE; SONG, 2014). Além disso, os erros dos sensores inerciais (em particular o viés) também interferem no resultado do procedimento de alinhamento (BRITTING, 1971), (TITTERTON; WESTON, 2004), (SILVA, 2016).

Neste sentido, no decorrer dos últimos 20 anos, vários trabalhos foram publicados visando à melhoria da qualidade do procedimento de alinhamento no mar (HIDE; MOORE; SMITH, 2003), (GU *et al.*, 2008), (SILSON, 2011), (GAO *et al.*, 2011), (LI *et al.*, 2013), (KANG; YE; SONG, 2014), (YAO *et al.*, 2020), (RAHIMI; NIKKHAH, 2021), o que demonstra a relevância deste tema na área veículos autônomos aquáticos (inclusive, é um tema relevante para veículos autônomos terrestres e aéreos).

Para exemplificação da importância do alinhamento no resultado da navegação, a Figura 2 (a) mostra a trajetória de uma manobra de 1 hora e 40 minutos realizada no mar, resultante do alinhamento inicial com bússola magnética e inclinômetro, e sem a estimação dos vieses dos sensores inerciais. Os trechos A, B, C, D e E foram executados em trajetória retilínea. Entretanto, a localização do AUV, fornecida pelo algoritmo de navegação do veículo, resultou no cruzamento entre trechos (A com C, C com E) e na distorção do trecho E.

Figura 2 – (a) Trajetória resultante do alinhamento inicial com bússola e inclinômetro, e sem a estimação dos vieses dos sensores inerciais. (b) Trajetória desejada.



Fonte: Autor.

Um dos principais fatores que contribuiu para a distorção da trajetória, ilustrada na Figura 2 (a), foi a inicialização do rumo (que corresponde à orientação do veículo com relação a uma direção de referência, que, neste caso, é o Norte geográfico) com a bússola magnética (outro fator foi a não compensação dos vieses dos sensores inerciais). Esta mede o rumo baseado na medição do campo magnético terrestre, sendo, particularmente, sensível à presença de materiais ferromagnéticos como aço e ferro, e a campos magnéticos externos, como imãs e motores elétricos (GROVES, 2013), (GADE, 2016).

Além disso, a imprecisão do valor da declinação magnética, que é a diferença de ângulo entre o rumo magnético e o rumo geográfico e que pode variar conforme a localização do veículo, foi outra fonte de erro em potencial para a obtenção do rumo inicial com a bússola magnética (GADE, 2016).

Neste sentido, a utilização de métodos de alinhamento alternativos à bússola magnética, e adequados para o ambiente marinho (onde o veículo está sujeito à movimentação), tem sido extensivamente explorada no problema de alinhamento no mar.

1.3 Contribuições

O alinhamento inicial e a compensação dos erros dos sensores (entendida como calibração sensorial) do sistema de navegação influencia, de forma significativa, o desempenho da navegação do AUV. Neste sentido, considerando a relevância do tema pesquisado na área de navegação de veículos autônomos aquáticos (submarinos ou de superfície), as duas principais contribuições deste trabalho são:

- uma metodologia de alinhamento fino e de calibração sensorial para veículos autônomos submarinos (que pode ser estendida para os veículos de superfície), na qual se consideram situações que precedem a execução da missão do AUV em campo, bem como, a influência do movimento do veículo na estimação das variáveis de navegação (posição, velocidade e atitude) e de calibração dos sensores de navegação;
- a extensão da análise de estimabilidade (que de forma simplificada, é um método numérico que permite identificar as variáveis mais/menos estimáveis de um modelo matemático) para o problema integrado de alinhamento (fino) e calibração sensorial, considerando diferentes condições de movimento (também referenciadas como manobras no decorrer deste trabalho) e diferentes esquemas de fusão sensorial (definidas no decorrer deste trabalho como integrações) com filtro de Kalman. Até o presente momento, tal abordagem é inédita para o alinhamento e a calibração do sistema de navegação de um AUV.

Contribuições adicionais às duas elencadas acima são:

- a modelagem matemática do problema integrado de alinhamento fino e de calibração sensorial do AUV, considerando diferentes tipos de integração. Tal abordagem encontra-se pouco explorada na literatura;
- a obtenção analítica das variáveis observáveis (entendidas como aquelas que podem ser reconstruídas a partir de um modelo matemático e de um conjunto de medições) e não observáveis de um sistema integrado de alinhamento fino e de calibração sensorial para o AUV em condição estacionária;
- ensaios comparativos experimentais que mostram a influência do movimento do AUV no processo de alinhamento e calibração sensorial. Tais resultados são provenientes de algoritmos de alinhamento grosseiro e fino implementados, em tempo real, em

um sistema embarcado dedicado. Para o primeiro, são implementados dois diferentes métodos (um, mais adequado para condição estacionária, e outro adequado para condição não estacionária). Já para o segundo, considera-se um filtro de Kalman de 19 estados (9 estados associados à navegação, 6 estados associados à calibração dos sensores inerciais e 4 estados associados à calibração do DVL);

1.4 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral contribuir para o aperfeiçoamento de métodos de estimativa inicial da orientação de um AUV e a compensação dos erros dos sensores de navegação (em particular dos erros dos sensores inerciais e do DVL), considerando o fato dos erros dos sensores e do erro de alinhamento inicial impactarem, de modo significativo, a degradação do desempenho da navegação do AUV.

A partir dos resultados obtidos com a aplicação de métodos de alinhamento investigados, outro objetivo é a proposta de uma metodologia para o procedimento de alinhamento e calibração sensorial do sistema de navegação inercial de um AUV que contemple os cenários comumente encontrados em suas missões.

Como objetivos específicos, podem ser incluídos: a) o desenvolvimento em tempo real de algoritmos de alinhamento e calibração no sistema embarcado do AUV Pirajuba, o que representa uma outra contribuição original para o desenvolvimento dessa classe de veículos não tripulados no país; b) a análise comparativa de métodos de alinhamento grosseiro aplicados à condição de atracação do AUV; c) a análise da influência das condições de movimento do veículo no desempenho do procedimento de alinhamento fino.

1.5 Estrutura do Texto

Este trabalho está estruturado em oito Capítulos: no Capítulo 2, é apresentada uma revisão do estado da arte de alinhamento no mar, em que são discutidas as limitações dos trabalhos apresentados; no Capítulo 3, são descritos os fundamentos básicos da navegação inercial auxiliada aplicada à AUVs, bem como, é apresentada a modelagem da propagação dos erros em um sistema de navegação inercial; o alinhamento do sistema de navegação e análises de observabilidade e de estimabilidade são mostrados nos Capítulos 4 e 5; o Capítulo 6 é dedicado às simulações e testes experimentais, enquanto que, o Capítulo 7 é dedicado à metodologia de alinhamento e calibração sensorial; considerações finais do trabalho, que incluem as conclusões desta pesquisa, sugestões de trabalhos futuros e publicações são apresentadas no Capítulo 8.

Revisão do Estado da Arte

O alinhamento é um processo que consiste na determinação da orientação (atitude) inicial do veículo em relação a um sistema de coordenadas de referência (BRITTING, 1971). O resultado do alinhamento pode ser dado por uma tríade de ângulos de Euler (*roll* ou rolamento, *pitch* ou arfagem, *yaw/heading* ou guinada/rumo ou azimute), por uma matriz de cosseno diretores (matriz de rotação ou de atitude), pelo *quaternion* de rotação, ou por um vetor de rotação (SILVA, 2016).

O alinhamento é uma etapa importante da inicialização da navegação, podendo ser realizado com o veículo estacionário (parado ou quase-estacionário, admitindo vibrações decorrentes do vento) ou em condição não estacionária (isto é, com movimentos de rotação e/ou translação).

Em particular, para o ângulo de rumo, o mesmo pode ser obtido, dentre outras formas (vide (GADE, 2016)), a partir do campo magnético da Terra, das medições da rotação da Terra e da gravidade local, do azimute astronômico, e do azimute geodésico com base em medições de posicionamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*) (CHANG; TSAI, 2006), (GADE, 2016).

Exatidão da ordem de segundos de arco (ou milésimos de grau) pode ser obtida para o azimute astronômico e o azimute geodésico. Outra forma de se obter o ângulo de rumo com elevada exatidão é através de giroteodolitos, que são equipamentos que medem o ângulo de rumo a partir da direção do norte verdadeiro. A desvantagem da utilização do azimute astronômico, geodésico ou do uso de giroteodolitos é o elevado tempo gasto no processo de determinação do ângulo de rumo, além da necessidade de que o veículo esteja estacionário.

Já a utilização do campo magnético da Terra para a obtenção do ângulo de rumo não requer que o veículo esteja parado. No entanto, os sensores (magnetômetros) necessários para este tipo de medição apresentam elevada sensibilidade a fontes emissoras de campo magnético, como motores elétricos e ímãs, ou a materiais que possam distorcer as linhas

de campo magnético da Terra, como aço e ferro.

No caso do alinhamento utilizando a rotação da Terra e a gravidade local, a exatidão do rumo (não somente este, mas da atitude) depende de fatores determinísticos como o erro de fator de escala dos sensores inerciais, o erro de montagem da IMU na plataforma solidária ao corpo do veículo (para sistemas de navegação do tipo *strapdown*), e o desalinhamento entre os eixos dos sensores inerciais, bem como, de fatores estocásticos como o vieses dos girômetros e acelerômetros, o ruído dos sensores inerciais e o movimento efetuado pelo veículo (BRITTING, 1971), (HUA, 2000), (TITTERTON; WESTON, 2004), (ROCHA, 2006), (KANG; YE; SONG, 2014), (SILVA, 2016).

Os métodos de alinhamento estacionário produzem boa exatidão para a estimação da atitude do veículo. Entretanto, são pouco adequados para AUVs, uma vez que o veículo, ao flutuar inicialmente na superfície, não permanece em condição estacionária em função de movimentos de oscilação e de translação induzidos por ondas e correnteza marítima.

Considerando o ambiente marinho, o alinhamento pode ser realizado com o veículo atracado ao píer (que na literatura é denominado pelo termo em inglês *mooring*, e é caracterizado pela situação em que o veículo está amarrado, com translação limitada, e sujeito a movimentos de oscilação e de balanço decorrentes de marolas) ou em movimento. Para ambos os casos, o alinhamento é realizado em condição não estacionária, podendo ser utilizados métodos analíticos ou numéricos (baseados em otimização) para a estimativa preliminar (grosseira) da atitude do AUV, a qual denomina-se de alinhamento grosseiro.

Métodos de alinhamento grosseiro são tipicamente empregados para o veículo em condição atracada (nesta, inclusive, sem auxílio de sensores externos, sendo, por conseguinte, denominados de métodos de autoalinhamento grosseiro) (GU *et al.*, 2008), (GAO *et al.*, 2011), (SUN *et al.*, 2013), (JAMEIAN; SAFARINEJADIAN; SHASADEGHI, 2019), (RAHIMI; NIKKHAH, 2021), mas também, podem ser empregados para o AUV em movimento (em geral, com a utilização de algum sensor auxiliar como GPS ou DVL) (SILSON, 2011), (KANG; YE; SONG, 2014), (CHANG; LI; XUE, 2017), (YAO *et al.*, 2020).

A estimativa grosseira da atitude pode ser refinada em uma etapa denominada de alinhamento fino, onde pode ser empregada a modelagem da propagação dos erros do INS, bem como a modelagem dos erros dos sensores envolvidos (IMU e auxiliares, se houver), no intuito de se refinar a estimativa da atitude e de compensar os erros dos sensores de navegação (denominada de calibração sensorial). O alinhamento fino pode ser realizado com ou sem o emprego de sensores auxiliares (denominado de autoalinhamento fino) (SILVA, 2016), e com o veículo em condição atracada ou em movimento (GAO *et al.*, 2010), (BEN *et al.*, 2011), (LI *et al.*, 2013), (PAN; WU, 2016), (LIU *et al.*, 2021).

2.1 Alinhamento Grosseiro no Mar

Nos últimos anos, foram publicados diversos trabalhos que propuseram métodos de alinhamento grosseiro adequados para condição de mar (a qual, naturalmente, é não estacionária), em particular, para condição de veículo atracado (*mooring*) (GU *et al.*, 2008), (GAO *et al.*, 2011), (SUN *et al.*, 2013), (JAMEIAN; SAFARINEJADIAN; SHASADEGHI, 2019), (RAHIMI; NIKKHAH, 2021).

Em todos os trabalhos supracitados, a base do processo de alinhamento grosseiro é a decomposição da matriz de atitude (ou de rotação), tipicamente, do sistema de coordenadas (referencial) do veículo (corpo) para o referencial de navegação (neste, em geral, são mecanizadas as equações de navegação do veículo). Tais métodos, baseados na decomposição da matriz de atitude, são chamados de ADIA (do inglês, *Attitude Decomposition-Based Initial Alignment*) (FRUTUOSO; SILVA; de BARROS, 2023).

Para tanto, os métodos ADIA recorrem a duas abordagens para a solução da determinação da atitude inicial do AUV: a) não ótima, baseada na observação de pares de vetores (no caso a gravidade local no referencial inercial) em dois diferentes instantes de tempo, conhecida como DV-ADIA (do inglês, *Dual-Vector ADIA*) ou, simplesmente, DVA (GU *et al.*, 2008), (GAO *et al.*, 2011), (SUN *et al.*, 2013), (SILVA, 2016), (FRUTUOSO; SILVA; de BARROS, 2023); b) por otimização numérica, baseada na solução do problema de Wahba (WAHBA, 1966), também conhecida como OB-ADIA (do inglês, *Optimization-Based ADIA*) ou, simplesmente, OBA (WU *et al.*, 2011), (WU; PAN, 2013), (KANG; YE; SONG, 2014), (SILVA, 2016), (YAO *et al.*, 2020), (RAHIMI; NIKKHAH, 2021), (FRUTUOSO; SILVA; de BARROS, 2023).

Independente da abordagem (por otimização ou não), as especificações dos vieses dos sensores inerciais são da ordem de $100 \mu g$ para acelerômetros e $0,01^\circ/h$ para girômetros (GU *et al.*, 2008), (GAO *et al.*, 2011), (SUN *et al.*, 2013), (KANG; YE; SONG, 2014), (JAMEIAN; SAFARINEJADIAN; SHASADEGHI, 2019), (YAO *et al.*, 2020) (RAHIMI; NIKKHAH, 2021), compatíveis com IMUs de padrão de aviação (GROVES, 2013). Portanto, os métodos de alinhamento grosseiro propostos na literatura são dependentes das especificações de viés dos sensores inerciais, visto que, estes últimos degradam o desempenho do alinhamento grosseiro, independente da condição de movimento do veículo (estacionária ou não estacionária) e da abordagem adotada.

Neste sentido, a etapa de alinhamento grosseiro da metodologia de alinhamento e calibração sensorial proposta neste trabalho utiliza métodos ADIA (adequados para condição não estacionária) para a realização do alinhamento grosseiro. Ademais, a IMU utilizada na metodologia possui sensores inerciais de especificações de viés de $1000 \mu g$ (acelerômetros) e $0,02^\circ/h$ (girômetros), estes compatíveis com sensores inerciais de IMUs de padrão intermediário (GROVES, 2013).

2.2 Alinhamento Fino no Mar

O alinhamento fino no mar é o enfoque principal da metodologia de alinhamento e calibração sensorial apresentada neste trabalho. Esta considera o alinhamento fino e a compensação dos erros dos sensores inerciais (no caso os vieses), bem como, a compensação do erro de fator de escala do DVL e do erro de montagem entre a plataforma da IMU e o DVL (denominado de desalinhamento IMU/DVL) em uma abordagem integrada (isto é, o alinhamento e a calibração sendo realizados simultaneamente).

Além disso, na metodologia apresentada, é utilizado o filtro de Kalman (não adaptativo) para estimação das variáveis associadas ao alinhamento e à calibração dos sensores (dezenove variáveis no total, sendo nove associadas à navegação, seis associadas aos vieses dos sensores inerciais, três associadas ao desalinhamento IMU/DVL e uma associada ao erro de fator de escala do DVL).

Ademais, a influência do movimento do veículo na estimação das variáveis é considerada na metodologia apresentada (através de análises de observabilidade e de estimabilidade do modelo adotado no procedimento de alinhamento fino), bem como, situações que precedem a execução da navegação em condição submersa.

Semelhantemente ao proposto neste trabalho, podem ser elencados alguns trabalhos que realizaram o alinhamento fino (com auxílio do DVL) e fusão sensorial com filtro de Kalman (não adaptativo) (GAO *et al.*, 2010), (BEN *et al.*, 2011), (ZHANG, 2013), (LI *et al.*, 2013), (KLEIN; DIAMANT, 2015), (PAN; WU, 2016), (CHANG; LI; XUE, 2017), (XU *et al.*, 2020), (FU *et al.*, 2020), (LIU *et al.*, 2021), (LUO *et al.*, 2021), e/ou analisaram a influência do movimento no processo de alinhamento fino e calibração sensorial (DVL e sensores inerciais) (ZHANG, 2013), (KLEIN; DIAMANT, 2015), (PAN; WU, 2016), (LIU *et al.*, 2019), (LIU; WANG; DENG, 2019), (FU *et al.*, 2020), (LIU *et al.*, 2021).

Destes, destacam-se os trabalhos de (PAN; WU, 2016) e (LIU *et al.*, 2021), os quais avaliaram a influência de movimentos no processo de alinhamento fino e calibração sensorial (através de análises de observabilidade dos modelos), bem como, mostraram resultados de estimação dos vieses dos sensores inerciais, do desalinhamento IMU/DVL e do erro de fator de escala do DVL, considerando modelos de propagação de erros do INS integrado à calibração do DVL. No entanto, em (PAN; WU, 2016), tais resultados foram obtidos em ambiente de simulação. Já em (LIU *et al.*, 2021), foram obtidos resultados para simulação e para dados experimentais pós-processados.

Ademais, a metodologia apresentada neste trabalho se diferencia de (PAN; WU, 2016) e (LIU *et al.*, 2021) nos seguintes aspectos:

- o desalinhamento IMU/DVL é incluído no modelo de propagação de erros expandido, o que não acontece no modelo de propagação de erros apresentado em (LIU *et al.*,

2021);

- em particular, a análise de estimabilidade aqui proposta é realizada para diferentes integrações e diferentes condições de movimento (manobras), inclusive, para manobras com oscilação e aceleração (ambos os trabalhos supracitados restringiram suas análises para uma única integração e não consideraram manobras com oscilação ou aceleração);
- a etapa de alinhamento grosseiro não se limita à condição estacionária (como ocorreu em (PAN; WU, 2016));
- a análise de observabilidade realizada por Pan e Wu (2016) não mostra acoplamentos existentes entre as variáveis estimadas pelo filtro, e tampouco, a influência do movimento executado pelo veículo e do tipo de integração no desacoplamento entre estas variáveis. Não são mostrados, por exemplo, que para o veículo em condição estacionária e em linha reta com velocidade constante, os erros de alinhamento nas direções Norte e Leste estão acoplados com os vieses dos acelerômetros dos eixos x e y da IMU. Além disso, não é mostrado que o viés do girômetro do eixo z é observável mesmo em condição estacionária;
- a metodologia elaborada não se limita a condições de movimento que possam ser analisadas com o auxílio do método PWCS (do inglês, *Piece-Wise Constant Systems*) como ocorre em (LIU *et al.*, 2021);
- neste trabalho, são apresentados resultados experimentais do alinhamento grosseiro e fino em tempo real, para diferentes condições de movimento.

Outros trabalhos apresentam limitações no próprio modelo de propagação de erros do INS, a exemplo da exclusão de algumas variáveis (GAO *et al.*, 2010), (BEN *et al.*, 2011), (LI *et al.*, 2013), (ZHANG, 2013) e/ou exclusão do desalinhamento IMU/DVL e do erro de fator de escala do DVL na modelagem (GAO *et al.*, 2010), (BEN *et al.*, 2011), (LI *et al.*, 2013), (ZHANG, 2013), (KLEIN; DIAMANT, 2015), (CHANG; LI; XUE, 2017), (XU *et al.*, 2020), (FU *et al.*, 2020), (LUO *et al.*, 2021).

No caso de (ZHANG, 2013), foi empregado um modelo expandido (de ordem 16, mas que exclui o erro de velocidade na vertical e o erro de altitude) de propagação dos erros do INS que inclui a dinâmica de propagação dos erros de velocidade do DVL. No entanto, o desalinhamento IMU/DVL e o erro de fator de escala do DVL não podem ser diretamente estimados.

Em relação a (KLEIN; DIAMANT, 2015), empregou-se um modelo simplificado de propagação de erros do INS (ordem 15), e que não inclui o desalinhamento IMU/DVL e o erro de fator de escala do DVL. Em (FU *et al.*, 2020), utilizou-se um modelo expandido de

propagação de erros no processo de alinhamento fino, em que o erro de fator de escala do VMS (do inglês, *Velocity-Measuring System*, podendo ser o DVL para AUVs) é incluído. No entanto, os erros de montagem do VMS (e, por conseguinte, o desalinhamento IMU/DVL para o caso do VMS corresponder ao DVL) não são incluídos no modelo expandido.

Já em (LUO *et al.*, 2021), foi utilizado um modelo de propagação de erros expandido que inclui o desalinhamento IMU/DVL, mas que desconsidera o erro de fator de escala do DVL. Ademais, em conjunto com o filtro de Kalman, é necessário processar o método de Davenport (do inglês, *q-method*) para o cômputo da matriz de rotação do referencial do corpo para o referencial de navegação, o que incrementa o custo computacional do método proposto em tempo real.

Os demais trabalhos partem do pressuposto que a orientação do veículo em relação ao referencial de navegação é conhecida, excluindo, por conseguinte, as variáveis associadas aos erros de atitude, de velocidade e de posição e aos vieses dos sensores inerciais (LIU; WANG; DENG, 2019), (LIU *et al.*, 2019). Neste sentido, tais trabalhos necessitam da realização do procedimento de alinhamento em separado da estimação do erro de fator de escala do DVL e do desalinhamento IMU/DVL.

Fundamentos de Navegação Inercial Auxiliada Aplicada a AUVs

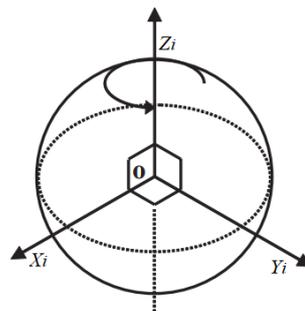
3.1 Sistemas de Coordenadas

A representação da posição e da velocidade do veículo é realizada em sistemas de coordenadas apropriados. Estes, em geral, correspondem a três eixos não coplanares mutuamente perpendiculares, com o ponto de intersecção entre os três eixos representando a origem deste sistema.

As Figuras 3 a 5 mostram os sistemas de coordenadas tipicamente utilizados na navegação de AUVs (GROVES, 2013), (TITTERTON; WESTON, 2004): o ECI (do inglês, *Earth-Centered Inertial*), o ECEF (do inglês, *Earth-Centered Earth-Fixed*), o NED (do inglês, *North-East-Down*), e o do corpo.

O ECI, ilustrado na Figura 3, tem sua origem no centro de massa da Terra. Seus eixos estão orientados para o eixo de rotação da Terra (Z_i) e para um conjunto de estrelas fixas do Universo (X_i e Y_i). Em geral, o ECI é representado pelo símbolo i e não acompanha a rotação da Terra (porquanto, dito inercial neste sentido).

Figura 3 – Representação do sistema de coordenadas ECI.

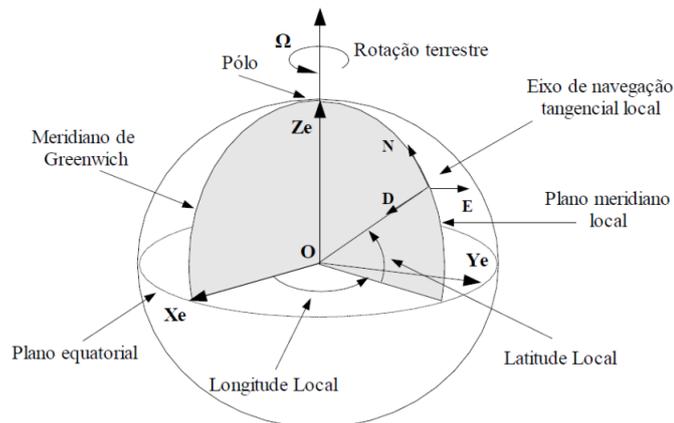


Fonte: Adaptado de (GROVES, 2013).

O ECEF, ilustrado na Figura 4 em conjunto com o NED, é um sistema de coordenadas com a origem no centro de massa da Terra, e, em geral, é representado pela letra e . Seus eixos Z_e e X_e estão orientados, respectivamente, para o eixo de rotação da Terra e para a intersecção do plano equatorial com o meridiano de *Greenwich*. Já a orientação de Y_e segue a regra da mão direita. Diferentemente do ECI, o ECEF acompanha a rotação da Terra (porquanto, é um sistema de coordenadas não inercial).

Já o NED, representado pela letra n , é um sistema de coordenadas de navegação localmente nivelado, com a origem em qualquer ponto da Terra (embora este seja geralmente definido no centro de massa do veículo). Os eixos de orientação apontam nas direções do Norte geográfico (eixo x do NED, representado pela letra N), do Leste geográfico (eixo y do NED, representado pela letra E) e do centro da Terra (eixo z do NED, para baixo, representado pela letra D). As coordenadas locais (latitude e longitude) fornecem a localização do veículo no globo terrestre (TITTERTON; WESTON, 2004).

Figura 4 – Representação dos sistemas de coordenadas ECEF e NED.

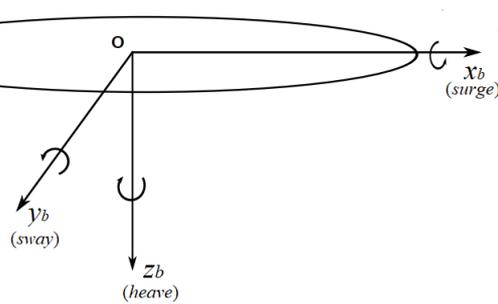


Fonte: (ZANONI, 2012).

O sistema de coordenadas do corpo (símbolo b) ou do veículo, ilustrado na Figura 5 para o AUV Pirajuba, tem origem no centro de massa do veículo (GROVES, 2013). Os eixos x_b , y_b e z_b são orientados ao longo dos eixos longitudinal ou de direção do veículo (eixo x_b), transversal (eixo y_b) e vertical (eixo z_b) do veículo.

3.2 Equações de Navegação

As descrições matemáticas dos comportamentos dinâmicos da posição, da velocidade e da atitude do veículo (entendidas como equações de navegação) são realizadas em um determinado sistema de coordenadas de referência (ou referencial). As equações de navegação do AUV são tipicamente representadas em um sistema localmente nivelado (por

Figura 5 – Representação do sistema de coordenadas do corpo ilustrada para o AUV Pirajuba.

Fonte: Adaptado de (LUQUE; DONHA; BARROS, 2009).

exemplo, o NED) (ZHANG, 2013), (LI *et al.*, 2015), (KLEIN; DIAMANT, 2015), (PAN; WU, 2016), (LIU *et al.*, 2021).

Os movimentos angulares e translacionais do veículo são mensurados por sensores inerciais e auxiliares (DVL, odômetro, profundímetro, receptores GNSS, entre outros). Em particular, a IMU e o DVL (sensores tipicamente empregados no sistema de navegação de AUVs) tem seus eixos de sensibilidade relativos a seus próprios sistemas de coordenadas (referencial do sensor ou do instrumento).

Para o caso da IMU, no entanto, considera-se que os eixos de sensibilidade do instrumento estão alinhados com o referencial do corpo (inclusive com origens coincidentes) para efeito de simplificação dos cálculos de navegação (GROVES, 2013). Por conseguinte, neste trabalho adota-se que os referenciais do corpo e da IMU são os mesmos.

Para o caso particular do DVL, este não necessariamente é montado na mesma base da IMU, como ocorre no AUV Pirajuba. Por conseguinte, a diferença de orientação entre os eixos de sensibilidade do DVL e da IMU (denominada de desalinhamento IMU/DVL) é estimada *in-situ* (no local de missão, abordagem tipicamente utilizada no processo de estimação do desalinhamento IMU/DVL) ou durante a montagem dos sensores no corpo do veículo (KINSEY; WHITCOMB, 2007).

Neste sentido, dados dois vetores coluna \mathbf{v}^a e \mathbf{v}^b representados, respectivamente, nos sistemas de coordenadas a e b . Estes podem ser relacionados através da seguinte expressão (SILVA, 2016):

$$\begin{cases} \mathbf{v}^a = \mathbf{C}_b^a \mathbf{v}^b \\ \mathbf{v}^b = \mathbf{C}_a^b \mathbf{v}^a \\ \mathbf{C}_a^b = (\mathbf{C}_b^a)^{-1} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde \mathbf{C}_b^a é uma matriz de cossenos diretores que relaciona os vetores \mathbf{v}^a e \mathbf{v}^b . Esta matriz, também conhecida como matriz de rotação ou de atitude, descreve as componentes do vetor \mathbf{v}^b (descrito no referencial b) no sistema de coordenadas de referência a .

Ademais, a matriz \mathbf{C}_b^a é ortogonal (isto é, a inversa desta matriz coincide com sua correspondente matriz transposta, indicada pelo sobrescrito T). Por conseguinte, $\mathbf{C}_a^b = (\mathbf{C}_b^a)^T$. Logo, as descrições vetoriais entre os sistemas de coordenadas seguem o padrão apresentado na Eq. (3.1) no decorrer deste trabalho.

A atitude do veículo pode ser representada em termos dos ângulos de Euler, da matriz de rotação, do *quaternion* de atitude e do vetor de rotação (SILVA, 2016). Dentre estas, as três primeiras são frequentemente utilizadas para o cômputo da atitude.

A representação em ângulos de Euler, descrita pela tríade de ângulos ϕ ou *roll*, θ ou *pitch*, ψ ou *yaw/heading/azimuth* (também conhecidos pelos termos rumo, guinada ou azimute) corresponde à orientação do veículo resultante de três rotações sucessivas em torno dos eixos coordenados em uma determinada ordem (GROVES, 2013).

As expressões de atualização dos ângulos de Euler são dadas por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\begin{cases} \dot{\phi} = (\omega_{ny} \sin \phi + \omega_{nz} \cos \phi) \tan \theta + \omega_{nx} \\ \dot{\theta} = \omega_{ny} \cos \phi - \omega_{nz} \sin \phi \\ \dot{\psi} = (\omega_{ny} \sin \phi + \omega_{nz} \cos \phi) \sec \theta \end{cases} \quad (3.2)$$

onde ω_{nx} , ω_{ny} , ω_{nz} são as componentes do vetor $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = [\omega_{nx} \ \omega_{ny} \ \omega_{nz}]^T$, que representa as velocidades angulares do corpo em relação ao referencial de navegação. Os termos sin, cos, tan e sec representam, respectivamente, seno, cosseno, tangente e secante.

O vetor $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b$ é computado a partir de:

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{C}_n^b \boldsymbol{\omega}_{in}^n \quad (3.3)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ representa o vetor de velocidade angular do corpo mensurada pelos girômetros dos eixos x , y , z da IMU, considerando que a mesma está solidária ao corpo do veículo (montagem *strapdown*), e \mathbf{C}_n^b representa a matriz de rotação do referencial de navegação (n) para o referencial do corpo (b).

Já $\boldsymbol{\omega}_{in}^n$ corresponde ao vetor de velocidade angular do referencial de navegação em relação ao inercial, descrito no referencial de navegação. Este é computado usando a expressão:

$$\boldsymbol{\omega}_{in}^n = \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n \quad (3.4)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ e $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$, correspondem, respectivamente, ao vetor de velocidade angular da Terra, descrito no referencial de navegação, e de velocidade angular do referencial de navegação em relação ao Terrestre, descrito no referencial de navegação (também conhecido como taxa de transporte ou do termo em inglês *transport rate*).

Os vetores $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ e $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ são dados por:

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^n = \begin{bmatrix} \Omega \cos(L) & 0 & -\Omega \sin(L) \end{bmatrix}^T \quad (3.5)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{en}^n = \begin{bmatrix} \frac{v_E}{R_E + h} & -\frac{v_N}{R_N + h} & -\frac{v_E \tan(L)}{R_E + h} \end{bmatrix}^T \quad (3.6)$$

onde Ω é a magnitude da velocidade angular da Terra, v_N e v_E são, respectivamente, as componentes de velocidade do corpo nas direções Norte e Leste, e L e h correspondem, respectivamente, à latitude e à altitude mensurada a partir da superfície da Terra. A superfície da Terra é tipicamente representada por um modelo matemático apropriado, geralmente um modelo elipsoidal, conhecido como *datum* geodésico, sendo o WGS-84 frequentemente utilizado para esta finalidade (GROVES, 2013).

Já os termos R_E e R_N são, respectivamente, o raio de curvatura transverso e o raio de curvatura meridiano, sendo calculados considerando uma representação matemática elipsoidal da superfície da Terra (TITTERTON; WESTON, 2004), (GROVES, 2013).

A matriz de rotação relaciona dois vetores descritos em diferentes referenciais, conforme mostra a Eq. (3.1). Considerando a matriz de rotação que relaciona os referenciais do corpo (b) e de navegação (n), esta pode ser computada através da seguinte expressão (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - s(\psi)c(\phi) & s(\psi)s(\phi) + s(\theta)c(\psi)c(\phi) \\ s(\psi)c(\theta) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\psi)c(\phi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

onde ϕ , θ e ψ são os ângulos de Euler, e $c(\cdot)$ e $s(\cdot)$ representam, respectivamente, as funções cosseno e seno. Já a relação entre os coeficientes de \mathbf{C}_b^n e os ângulos de Euler é dada por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\phi = \text{atan} \left(\frac{C_{32}}{C_{33}} \right) \quad (3.8)$$

$$\theta = -\text{asin} (C_{31}) \quad (3.9)$$

$$\psi = \text{atan} \left(\frac{C_{21}}{C_{11}} \right) \quad (3.10)$$

onde C_{ij} representa o ij elemento de \mathbf{C}_b^n . Os termos atan e asin representam, respectivamente, arco tangente e arco seno.

A matriz de rotação pode ser atualizada, sem recorrer à atualização dos ângulos de Euler, através da seguinte expressão (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n [\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times] \quad (3.11)$$

onde $[\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times]$ corresponde à matriz antissimétrica associada ao vetor $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b$.

O *quaternion* de atitude $\mathbf{q} = [a \ b \ c \ d]^T$ é frequentemente utilizado para o cálculo da atualização da atitude do veículo. Este tem a vantagem de evitar singularidades para ângulos de *pitch* de 90 graus, presente na representação por ângulos de Euler (TITTERTON; WESTON, 2004), (GROVES, 2013).

A atualização do *quaternion* \mathbf{q} é dada por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{\mathbf{q}} = 0,5\mathbf{q} \circ \mathbf{p}_{nb}^b \quad (3.12)$$

$$\mathbf{p}_{nb}^b = [0 \ \omega_{nx} \ \omega_{ny} \ \omega_{nz}]^T \quad (3.13)$$

onde o símbolo \circ representa o operador de multiplicação de *quaternion*. Já a relação entre os coeficientes da matriz de rotação e os parâmetros do *quaternion* \mathbf{q} é dada por:

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} (a^2 + b^2 - c^2 - d^2) & 2(bc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(bc + ad) & (a^2 - b^2 + c^2 - d^2) & 2(cd - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(cd + ab) & (a^2 - b^2 - c^2 + d^2) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

A expressão da atualização da velocidade, descrita no referencial localmente nivelado NED, é dada por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \quad (3.15)$$

onde $\mathbf{v}^n = [v_N \ v_E \ v_D]^T$ é o vetor de velocidade do corpo descrito no referencial de navegação, constituído pelas componentes de velocidade nas direções Norte, Leste e Vertical (para baixo), enquanto que $\mathbf{f}^b = [f_x \ f_y \ f_z]^T$ representa o vetor de forças específicas atuantes no corpo, mensuradas pelos acelerômetros da IMU. O símbolo \times representa o operador de produto vetorial.

Já o termo $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ g]^T$ representa o vetor de gravidade local, cuja a magnitude, g , pode ser calculada usando a Eq. (3.16). O termo $R_0 = \sqrt{R_N R_E}$ é calculado em função dos raios de curvatura meridiano (R_N) e transversal (R_E), ao passo que g_0 é obtido a partir da aceleração da gravidade no nível médio do mar (TITTERTON; WESTON, 2004), (GROVES, 2013).

$$g = \frac{g_0}{(1 + h/R_0)^2} \quad (3.16)$$

Por fim, as expressões de atualização da latitude, da longitude e da altitude são dadas por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{L} = \frac{v_N}{R_N + h} \quad (3.17)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v_E \sec(L)}{R_E + h} \quad (3.18)$$

$$\dot{h} = -v_D \quad (3.19)$$

Neste sentido, as equações de navegação, descritas no referencial NED, são dadas por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = 0,5\mathbf{q} \circ \mathbf{p}_{nb}^b \\ \dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \\ \dot{L} = \frac{v_N}{R_N + h} \\ \dot{\lambda} = \frac{v_E \sec(L)}{R_E + h} \\ \dot{h} = -v_D \end{cases} \quad (3.20)$$

3.3 Sensores de Navegação

Nesta Seção, são descritos os principais sensores utilizados na navegação de AUVs. Além disso, são apresentados os modelos de medição (IMU, DVL e profundímetro) associados a cada sensor, destacando-se as suas principais fontes de erro. Tais modelos são utilizados na modelagem da propagação dos erros do INS, apresentada na Seção 3.5, bem como, nos modelos de observação dos erros de medição, apresentados na Seção 4.3.2.

3.3.1 IMU

A IMU é um sensor constituído de girômetros e acelerômetros ortogonais, normalmente três de cada tipo, cada um associado a um determinado eixo de sensibilidade. Os girômetros e acelerômetros da IMU medem, respectivamente, a velocidade angular ($\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$) e as forças específicas (\mathbf{f}^b) do corpo em relação ao referencial inercial (GROVES, 2013). Em geral, a orientação da IMU coincide com a orientação do corpo do veículo.

As medições efetuadas pela IMU estão sujeitas a erros de natureza determinística, como o acoplamento cruzado e o erro de fator de escala, e estocástica, dentre os quais podem ser citados o ruído de passeio aleatório (*random walk*), instabilidade de viés (*bias instability*) e o viés repetibilidade (*bias repeatability*).

Neste sentido, as medições efetuadas pelos girômetros, exemplificadas para o eixo x , são dadas por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\tilde{\omega}_x = \omega_x + \delta\omega_x \quad (3.21)$$

onde ω_x representa a velocidade angular aplicada ao eixo de sensibilidade (neste caso, o eixo x) e $\delta\omega_x$ corresponde ao erro de medição. Este último pode ser modelado como:

$$\delta\omega_x = s_{gx}\omega_x + m_{gy}\omega_y + m_{gz}\omega_z + b_{gx} + n_{gx} \quad (3.22)$$

onde (TITTERTON; WESTON, 2004), (NOVATEL, 2014), (SANTOS, 2016):

- s_{gx} corresponde ao erro de fator de escala (ou de sensibilidade), que representa o desvio da saída medida em relação ao valor esperado;
- m_{gy} e m_{gz} correspondem aos coeficientes de acoplamento cruzado (ou de não ortogonalidade) entre os eixos dos girômetros;
- b_{gx} é o viés (*bias*), sendo este a principal fonte de erro no processo de autoalinhamento grosseiro (em que somente as medições dos sensores inerciais são utilizadas para a obtenção da orientação inicial do veículo (SILVA, 2016));
- n_{gx} é uma componente aleatória correspondente ao ruído, este geralmente modelado em termos de parâmetros obtidos a partir de métodos de caracterização de ruído. A variância de Allan é um dos métodos tipicamente empregados para a caracterização do ruído dos girômetros e acelerômetros (IEEE, 1997), (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008), (FARRELL *et al.*, 2022).

Já as medições efetuadas pelos acelerômetros, exemplificadas para o eixo x , são dadas por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\tilde{f}_x = f_x + \delta f_x \quad (3.23)$$

onde f_x é a força específica aplicada ao eixo de sensibilidade (eixo x) e δf_x representa o erro de medição, este último frequentemente modelado como:

$$\delta f_x = s_{ax}f_x + m_{ay}f_y + m_{az}f_z + b_{ax} + n_{ax} \quad (3.24)$$

onde,

- s_{ax} é o erro de fator de escala;
- m_{ay} e m_{az} são os coeficientes de acoplamento cruzado;

- b_{ax} é o viés;
- n_{ax} corresponde ao ruído do acelerômetro.

3.3.2 DVL

O DVL é um sensor acústico de velocidade cujo princípio de funcionamento é baseado no efeito Doppler (JALVING *et al.*, 2004), (RUDOLPH; WILSON, 2012), (GROVES, 2013). A principal fonte de erro do DVL está relacionada ao erro de fator de escala (JALVING *et al.*, 2004), (KINSEY; WHITCOMB, 2007), (PAN; WU, 2016).

O erro de fator de escala do DVL degrada a exatidão da velocidade medida, sendo influenciado pela frequência do DVL (JALVING *et al.*, 2004). Em geral, quanto maior a frequência, menor o erro de fator de escala. Em compensação, o aumento da frequência reduz o alcance. Outros fatores que influenciam na medição de velocidade, e, portanto, no erro de fator de escala do DVL, são a temperatura, a pressão e a salinidade (GRENON *et al.*, 2001), (JALVING *et al.*, 2004).

O modelo de medição para o DVL é representado pela Eq. (3.25), onde s_f corresponde ao erro de fator de escala do DVL, \mathbf{v}^d é a velocidade real, medida no referencial do DVL, e \mathbf{w}^d corresponde ao ruído (RAMESH *et al.*, 2016), (LIU; WANG; DENG, 2019).

$$\tilde{\mathbf{v}}^d = (1 + s_f)\mathbf{v}^d + \mathbf{w}^d \quad (3.25)$$

3.3.3 Profundímetro

O princípio de funcionamento de um profundímetro é normalmente baseado na pressão hidrostática, que é dependente da aceleração da gravidade, da profundidade e da densidade da água (ZANONI, 2012). As fontes de erro de um profundímetro estão relacionadas com a medição da aceleração da gravidade e da densidade do líquido, que combinadas compõem o erro de fator de escala do profundímetro.

Deste modo, o modelo de medição para o profundímetro é semelhante ao modelo adotado para o DVL, isto é:

$$\tilde{p}_D = (1 + s_{ps})p_D + \omega_{ps} \quad (3.26)$$

onde p_D é a profundidade real, s_{ps} é o erro de fator de escala do profundímetro e ω_{ps} corresponde ao ruído do sensor.

3.4 Estrutura Básica da Navegação Inercial Auxiliada

A estrutura típica da navegação inercial auxiliada, exemplificada para um INS auxiliado por DVL, GPS e profundímetro, é ilustrada na Figura 6. Nesta estrutura, é empregado um mecanismo de fusão sensorial, tipicamente um filtro de Kalman, que combina as informações de posição, de velocidade e de atitude fornecidas pelo INS, ilustrado na Figura 7 (a), com as correspondentes informações dadas pelo bloco de sensores auxiliares (GPS, DVL, profundímetro), ilustrado na Figura 7 (b).

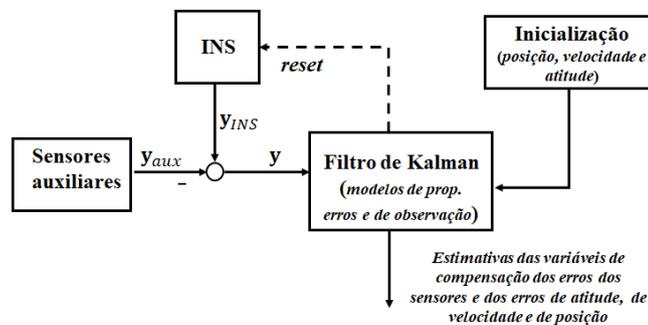
Neste processo de fusão sensorial por filtro de Kalman, o modelo de propagação de erros descreve o comportamento dinâmico dos erros das variáveis de navegação do INS, e adicionalmente, descreve o comportamento dinâmico das variáveis associadas à compensação dos erros dos sensores, como os vieses dos sensores inerciais, o erro de fator de escala do DVL, o desalinhamento IMU/DVL, entre outros.

Já o modelo de observação descreve o comportamento dos erros de medição entre o INS e os sensores auxiliares. Em geral, os modelos de propagação de erros e de observação são descritos em um referencial de navegação localmente nivelado (ZHANG, 2013), (LI *et al.*, 2015), (KLEIN; DIAMANT, 2015), (PAN; WU, 2016), (LIU *et al.*, 2021).

O resultado do processo de fusão sensorial realizado pelo filtro de Kalman são as estimativas dos erros de atitude, de velocidade e de posição, bem como, as estimativas das variáveis associadas a compensação dos erros dos sensores. Os erros de atitude, de velocidade e de posição são, então, utilizados para a compensação das derivas das variáveis de navegação fornecidas pelo INS (processo denominado de *reset*).

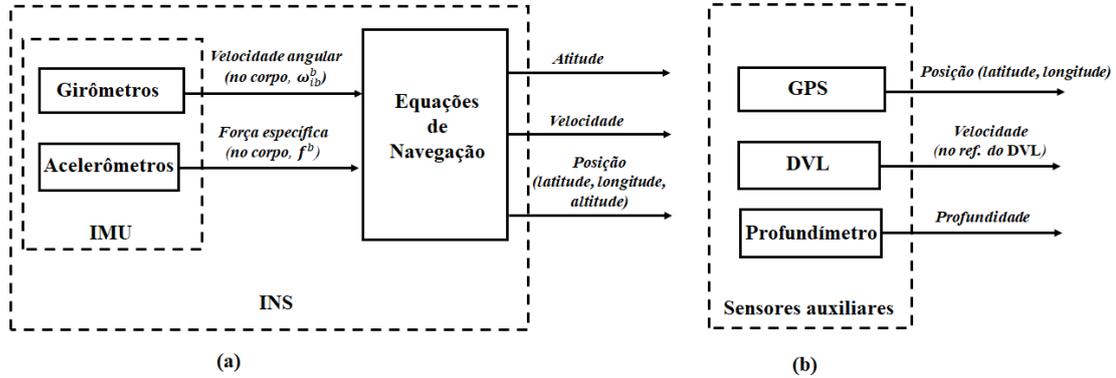
A inicialização do sistema de navegação determina a posição, a velocidade e a atitude iniciais. Para os dois primeiros, o GPS (para a posição) e o DVL (para a velocidade) são tipicamente utilizados. Já a atitude inicial é fornecida por métodos de alinhamento (este, inclusive, é o escopo deste trabalho).

Figura 6 – Estrutura ilustrativa da navegação inercial auxiliada.



Adaptado de: (SILVA *et al.*, 2022).

Figura 7 – Estruturas ilustrativas dos blocos de sensores auxiliares (à esquerda) e do INS (à direita) da navegação inercial auxiliada por GPS, DVL e Profundímetro.



Adaptado de: (SILVA *et al.*, 2022).

3.5 Modelo de Propagação de Erros

O modelo de propagação de erros do INS, em conjunto com os modelos de observação, é o cerne da fusão sensorial entre o INS e os sensores auxiliares, descrevendo o comportamento dinâmico dos erros das variáveis de navegação do INS.

A equação de propagação de erros de atitude, cuja dedução completa é ilustrada na Seção A.1, é dada pela Eq. (3.27), onde (TITTERTON; WESTON, 2004), (ROGERS, 2003): ψ representa o vetor de erro de atitude; $\delta\omega_{in}^n$ corresponde ao vetor de erro da velocidade angular do referencial de navegação em relação ao inercial, descrito no referencial de navegação; e $\delta\omega_{ib}^b$ representa o vetor de erros de medição dos giroímetros no referencial do corpo.

$$\dot{\psi} = -\omega_{in}^n \times \psi + \delta\omega_{in}^n - C_b^n \delta\omega_{ib}^b \quad (3.27)$$

O vetor ω_{in}^n é computado através da Eq. (3.4). Por conseguinte, $\delta\omega_{in}^n$ é obtido de:

$$\delta\omega_{in}^n = \delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n \quad (3.28)$$

onde $\delta\omega_{ie}^n$ e $\delta\omega_{en}^n$ podem ser calculados usando o método da perturbação linear:

$$\delta\omega_{ie}^n = \mathbf{J}_{\omega_{ie}^n}(L, \lambda, h) \delta\mathbf{r}^n = \begin{bmatrix} -\Omega \sin(L) & 0 & -\Omega \cos(L) \end{bmatrix}^T \delta L \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
 \delta\boldsymbol{\omega}_{en}^n = \mathbf{J}_{\omega_{en}^n}(v_N, v_E, v_D)\delta\mathbf{v}^n + \mathbf{J}_{\omega_{en}^n}(L, \lambda, h)\delta\mathbf{r}^n = & \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_E + h} & 0 \\ -\frac{1}{R_N + h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan(L)}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix} \delta\mathbf{v}^n \\
 + & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{v_E \sec^2(L)}{R_E + h} \end{bmatrix} \delta L + \begin{bmatrix} -\frac{v_E}{(R_E + h)^2} \\ \frac{v_N}{(R_N + h)^2} \\ \frac{v_E \tan(L)}{(R_E + h)^2} \end{bmatrix} \delta h
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

sendo $\delta\mathbf{r}^n = [\delta L \ \delta\lambda \ \delta h]^T$ o vetor de erros de posição, $\delta\mathbf{v}^n$ o vetor de erros de velocidade e $\mathbf{J}(\cdot)$ a matriz Jacobiana.

Logo,

$$\begin{aligned}
 \delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n = & \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_E + h} & 0 \\ -\frac{1}{R_N + h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan(L)}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix} \delta\mathbf{v}^n \\
 + & \begin{bmatrix} -\Omega \sin(L) \\ 0 \\ -\Omega \cos(L) - \frac{v_E \sec^2(L)}{R_E + h} \end{bmatrix} \delta L \\
 + & \begin{bmatrix} \frac{v_E}{(R_E + h)^2} \\ \frac{v_N}{(R_N + h)^2} \\ \frac{v_E \tan(L)}{(R_E + h)^2} \end{bmatrix} \delta h
 \end{aligned}$$

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n = \mathbf{A}_1 \delta\mathbf{v}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h \tag{3.31}$$

Aplicando a propriedade do produto vetorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a} \times] \mathbf{b}$, onde $[\times]$ representa matriz antissimétrica, a expressão de $\dot{\boldsymbol{\psi}}$ pode ser reescrita como:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \boldsymbol{\psi} - \mathbf{C}_b^n \delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \mathbf{A}_1 \delta\mathbf{v}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h \tag{3.32}$$

A equação de propagação do erro de velocidade, cuja dedução é ilustrada na Seção A.2, é dada pela Eq. (3.33), sendo $\mathbf{f}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b$ as forças específicas descritas no referencial

de navegação, $\delta \mathbf{f}^b$ os erros de medição dos acelerômetros no referencial do corpo, e $\delta \mathbf{g}^n$ o vetor de erros da gravidade local (\mathbf{g}^n).

$$\delta \dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{f}^n \times \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{v}^n - (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (3.33)$$

A Eq. (3.33) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{v}}^n &= \mathbf{f}^n \times \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{v}^n - (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \delta \mathbf{g}^n \\ &= [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - (2[\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times] + [\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times]) \delta \mathbf{v}^n - (\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \delta \mathbf{g}^n \\ &= [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - \mathbf{A}_4 \delta \mathbf{v}^n - (\mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{A}_3 \delta h + \mathbf{A}_5 \delta L) \times \mathbf{v}^n + \delta \mathbf{g}^n \end{aligned}$$

onde \mathbf{A}_4 e \mathbf{A}_5 são dados pelas Eqs. (3.34) e (3.35).

$$\mathbf{A}_4 = 2[\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times] + [\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega \sin(L) + \frac{v_E \tan(L)}{R_E + h} & -\frac{v_N}{R_N + h} \\ -2\Omega \sin(L) - \frac{v_E \tan(L)}{R_E + h} & 0 & -2\Omega \cos(L) - \frac{v_E}{R_E + h} \\ \frac{v_N}{R_N + h} & 2\Omega \cos(L) + \frac{v_E}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} -\Omega \sin(L) \\ 0 \\ -\Omega \cos(L) \end{bmatrix} + \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -2\Omega \sin(L) \\ 0 \\ -2\Omega \cos(L) - \frac{v_E \sec^2(L)}{R_E + h} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Aplicando as propriedades do produto vetorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a} \times] \mathbf{b}$ e $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$, resulta em:

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{v}}^n &= [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - \mathbf{A}_4 \delta \mathbf{v}^n - (\mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{A}_3 \delta h + \mathbf{A}_5 \delta L) \times \mathbf{v}^n + \delta \mathbf{g}^n \\ &= [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - \mathbf{A}_4 \delta \mathbf{v}^n + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L + \delta \mathbf{g}^n \\ &= [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L + \delta \mathbf{g}^n \end{aligned}$$

$$\delta \dot{\mathbf{v}}^n = [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L + \delta \mathbf{g}^n \quad (3.36)$$

Considerando que $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ g]^T$, onde g é computada em função da altitude, conforme mostrado pela Eq. (3.16), obtém-se:

$$\delta \mathbf{g}^n = \mathbf{J}_{\mathbf{g}^n}(L, \lambda, h) \delta \mathbf{r}^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-2g}{R_0 + h} \end{bmatrix}^T \delta h$$

$$\delta \mathbf{g}^n = \mathbf{C}_5 \delta h \quad (3.37)$$

Substituindo a Eq. (3.37) na Eq. (3.36), obtém-se:

$$\delta \dot{\mathbf{v}}^n = [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L \quad (3.38)$$

As Eqs. (3.17) a (3.19) fornecem a atualização da latitude, da longitude e da altitude. Por conseguinte,

$$\begin{aligned} \delta \dot{L} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{L}}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial v_D} \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{L}}{\partial L} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial h} \end{bmatrix} \delta \mathbf{r}^n \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ R_N + h & & \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n + \left(-\frac{v_N}{(R_N + h)^2} \right) \delta h \\ \delta \dot{L} &= \mathbf{B}_1 \delta \mathbf{v}^n + b_2 \delta h \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{\lambda} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial v_D} \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial L} & \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial h} \end{bmatrix} \delta \mathbf{r}^n \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sec(L)}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n + \left(\frac{\sec(L) \tan(L) v_E}{R_E + h} \right) \delta L + \left(-\frac{v_E \sec(L)}{(R_E + h)^2} \right) \delta h \\ \delta \dot{\lambda} &= \mathbf{C}_1 \delta \mathbf{v}^n + c_2 \delta L + c_3 \delta h \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{h} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{h}}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{h}}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{h}}{\partial v_D} \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n \\ \delta \dot{h} &= \mathbf{C}_4 \delta \mathbf{v}^n \end{aligned} \quad (3.41)$$

Portanto, o modelo resultante da propagação de erros é dado por:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\psi}} = -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \\ \delta \dot{\mathbf{v}}^n = [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b \\ \delta \dot{L} = \mathbf{B}_1 \delta \mathbf{v}^n + b_2 \delta h \\ \delta \dot{\lambda} = \mathbf{C}_1 \delta \mathbf{v}^n + c_2 \delta L + c_3 \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{C}_4 \delta \mathbf{v}^n \end{cases} \quad (3.42)$$

3.6 Filtro de Kalman

Na estrutura ilustrada na Figura 6, o filtro de Kalman fornece as estimativas dos erros dos sensores, bem como, as estimativas dos erros das variáveis de navegação.

Neste sentido, considere o modelo linear discreto dado pela Eq. (3.43) (TEIXEIRA, 2008), (GREWAL; ANDREWS, 2015), onde \mathbf{x}_k e \mathbf{y}_k representam, respectivamente, os vetores de estados e de medições no instante k . Já \mathbf{w}_k e $\boldsymbol{\nu}_k$ correspondem aos vetores dos ruídos de processo (ou da planta) e de medição, respectivamente.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k &= \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1}\mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\nu}_k\end{aligned}\quad (3.43)$$

As equações de predição e de atualização do filtro de Kalman discreto são dadas por (TEIXEIRA, 2008), (GREWAL; ANDREWS, 2015):

- Predição

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} &= \mathbf{F}_{k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1} \\ \mathbf{P}_{k/k-1}^x &= \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1/k-1}^x\mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{G}_{k-1}^T \\ \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1} &= \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \\ \mathbf{P}_{k/k-1}^y &= \mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k/k-1}^x\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k\end{aligned}\quad (3.44)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ e $\hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}$ representam as estimativas *a priori* dos estados e das medições, respectivamente; $\mathbf{P}_{k/k-1}^x$ e $\mathbf{P}_{k/k-1}^y$ são, respectivamente, as estimativas *a priori* das covariâncias dos erros dos estados e dos erros das medições; $\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}$ e $\mathbf{P}_{k-1/k-1}^x$ correspondem aos valores prévios das estimativas *a posteriori* dos estados e da covariância dos erros dos estados, respectivamente; \mathbf{Q}_{k-1} é o valor prévio da matriz de covariância do ruído de processo; e \mathbf{R}_k é o valor atual da matriz de covariância do ruído de medição.

- Atualização

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x\mathbf{H}_k^T(\mathbf{P}_{k/k-1}^y)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k/k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}) \\ \mathbf{P}_{k/k}^x &= \mathbf{P}_{k/k-1}^x - \mathbf{K}_k\mathbf{P}_{k/k-1}^y\mathbf{K}_k^T\end{aligned}\quad (3.45)$$

sendo \mathbf{K}_k o ganho atual do filtro, $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$ e $\mathbf{P}_{k/k}^x$ os valores *a posteriori* das estimativas dos estados e da covariância dos erros dos estados, respectivamente.

O filtro de Kalman é um estimador linear, ótimo, não enviesado e de mínima variância, desde que obedecidas as premissas para otimalidade, que são (TEIXEIRA, 2008):

1) linearidade do sistema; 2) \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k não correlacionados, brancos, gaussianos, de média zero.

Em termos práticos, o desempenho do filtro de Kalman é dependente da escolha apropriada das matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} . A sintonia incorreta dessas matrizes pode resultar em redução da precisão, ou no pior caso, divergência na estimativa das variáveis de interesse.

Em particular para a navegação inercial auxiliada, a matriz \mathbf{R} pode ser escolhida a partir das variâncias dos ruídos dos sensores auxiliares (DVL, GPS, profundímetro, entre outros) (GROVES, 2013). Já a matriz \mathbf{Q} pode ser escolhida a partir dos parâmetros de Allan dos ruídos dos sensores inerciais (WOODMAN, 2007), (SILVA, 2016), (FARRELL *et al.*, 2022).

As expressões (3.46) e (3.47) mostram as relações entre os parâmetros de passeio aleatório dos girômetros (denotado por ARW ou do inglês, *Angle Random Walk*) e dos acelerômetros (denotado por VRW, do inglês *Velocity Random Walk*), onde σ_g e σ_a representam, respectivamente, os desvios-padrões dos girômetros e dos acelerômetros, e dt corresponde ao período de amostragem da IMU.

$$\sigma_g = \frac{ARW}{\sqrt{dt}} \quad (3.46)$$

$$\sigma_a = \frac{VRW}{\sqrt{dt}} \quad (3.47)$$

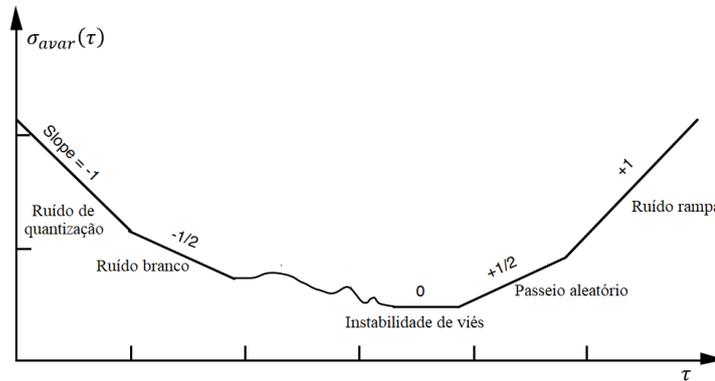
Em situações práticas, no entanto, ajustes empíricos nos valores de \mathbf{R} e \mathbf{Q} podem ser realizados em campo, para aprimoramento do desempenho do filtro de Kalman.

3.7 Variância de Allan

A parcela estocástica dos sensores inerciais pode ser modelada em termos de parâmetros obtidos a partir de métodos de caracterização de ruído, tais como a variância de Allan (IEEE, 1997), (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008). No método de variância de Allan, os dados coletados são ordenados em *clusters* e o erro médio quadrático de cada *cluster* é calculado (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

O resultado é um gráfico, denominado de curva de Allan, como mostrado na Figura 8. Os tipos de ruído são observados de acordo com as inclinações (*slopes*) da curva, e os seus respectivos parâmetros podem ser abstraídos diretamente dela (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

Se as fontes de ruído são independentes, a variância de Allan total, $\sigma_{avar}^2(\tau)$, pode ser obtida a partir da soma das variâncias de cada tipo de ruído, como mostrado na Eq. (3.48) (PUPO, 2016), onde σ_{quant}^2 , σ_{wn}^2 , σ_{bi}^2 , σ_{rw}^2 , σ_{rn}^2 , correspondem, respectivamente, às

Figura 8 – Curva de Allan.


Fonte: Adaptado de (IEEE, 1997).

variâncias dos ruídos de quantização (*quantization noise*), ruído branco (*white noise*), instabilidade de viés (*bias instability*), passeio aleatório (*random walk*) e ruído rampa (*ramp noise*).

$$\sigma_{avar}^2(\tau) = \sigma_{quant}^2 + \sigma_{wn}^2 + \sigma_{bi}^2 + \sigma_{rw}^2 + \sigma_{rn}^2 + \dots \quad (3.48)$$

Os parâmetros de Allan e os modelos para cada tipo de ruído são mostrados na Tabela 1, sendo que (IEEE, 1997), (HAN; WANG; KNIGHT, 2009): Q_z , N , B , K e R são os parâmetros de Allan; β é a frequência de correlação (Hz); ω_0 é a frequência natural não amortecida (rad/s); T_s corresponde ao período de amostragem; e $u(t)$ representa um sinal pseudo-aleatório de distribuição normal.

Tabela 1 – Parâmetros de Allan e modelos.

Tipos de ruído	Parâm. Allan	Modelos
Quantização	Q_z	$u_{quant}(t) = Q_z \sqrt{T_s} \dot{u}(t)$
Ruído branco	N	$u_{wn}(t) = Nu(t)$
Instabilidade de viés	B	$\dot{u}_{bi}(t) + \beta u_{bi}(t) = \beta Bu(t)$
Passeio aleatório	K	$\dot{u}_{rw}(t) = Ku(t)$
Ruído rampa	R	$\ddot{u}_{rn}(t) + \sqrt{2}\omega_0 \dot{u}_{rn}(t) + \omega_0^2 u_{rn}(t) = Ru(t)$

Em particular para os ruídos de instabilidade de viés e de rampa, os modelos são obtidos a partir de aproximações de Gauss-Markov de primeira e de segunda ordens, respectivamente (HAN; WANG; KNIGHT, 2009).

Alinhamento do Sistema de Navegação de AUVs

A determinação da orientação inicial do veículo em relação a um sistema de coordenadas de referência, denominada de alinhamento (BRITTING, 1971), é uma etapa importante da inicialização de um sistema de navegação inercial, visto que, os erros de orientação propagados no tempo degradam, de forma significativa, a estimação das variáveis associadas à navegação do veículo.

A orientação do veículo em um dado referencial, também conhecida como atitude, pode ser representada por uma tríade de ângulos de Euler (*roll* ou rolamento, *pitch* ou arfagem, *yaw/heading* ou guinada/rumo), por uma matriz de cosseno diretores (matriz de rotação ou de atitude), pelo *quaternion* de rotação, ou por um vetor de rotação (SILVA, 2016). Em geral, o processo de alinhamento é realizado em dois estágios, denominados de alinhamento grosseiro e alinhamento fino (ROCHA, 2006), (KANG; YE; SONG, 2014), (SILVA, 2016).

No processo de alinhamento grosseiro (aqui restrito àqueles baseados, apenas, nas medições dos sensores inerciais), são utilizados métodos analíticos ou numéricos (via otimização) para a estimativa preliminar (grosseira) da atitude do veículo. A estimativa preliminar da atitude, então, é aprimorada (refinada) em uma etapa denominada de alinhamento fino, que pode ser realizada tanto sem o uso de sensores auxiliares (autoalinhamento fino) (BAR-ITZHACK; BERMAN, 1988), (SILVA, 2016), (SILVA; HEMERLY; LEITE FILHO, 2017b), quanto com a utilização de sensores auxiliares (alinhamento fino auxiliado) (HUA, 2000), (SALYCHEVA; CANNON, 2004), (ROCHA, 2006), (PAN; WU, 2016), (LIU *et al.*, 2021).

Neste Capítulo, são apresentados dois métodos tipicamente empregados no alinhamento grosseiro de um INS do tipo *strapdown*, sendo estes os métodos *Three-Axis Attitude Determination-Based* (TRIAD) e *Attitude Decomposition-Based Initial Alignment* (ADIA). O primeiro, é largamente empregado no autoalinhamento grosseiro em condição estacioná-

ria (SSAC, do inglês *Self-Alignment and Calibration*) (BRITTING, 1971), (SHUSTER; OH, 1981), (ROCHA, 2006), (SILVA, 2016). Já o segundo, é empregado em condições estacionária e não estacionária, sendo esta última tipicamente encontrada em ambiente marinho (GU *et al.*, 2008), (WU *et al.*, 2011), (GAO *et al.*, 2011) (SUN *et al.*, 2013).

Com relação ao alinhamento fino, é apresentada a descrição matemática do processo de fusão sensorial entre os sensores inerciais e auxiliares tipicamente empregados na navegação de AUVs (no caso, o GPS, o DVL e o profundímetro), o qual promoverá tanto o refinamento da estimativa da atitude do veículo quanto à estimação dos erros dos sensores envolvidos.

4.1 Alinhamento Grosseiro com Método TRIAD

O TRIAD consiste na utilização de três vetores linearmente independentes para a obtenção da matriz de atitude, formados a partir de um par de vetores não colineares (não paralelos) e descritos em dois referenciais de interesse (BLACK, 1964). Britting (1971), por conseguinte, propôs um método de autoalinhamento grosseiro com a utilização da velocidade angular da Terra e da gravidade local como o par de vetores não colineares do TRIAD, para gerar a estimativa inicial da matriz \mathbf{C}_b^n .

Para tanto, considere os vetores gravidade local e velocidade angular da Terra representados no referencial do corpo:

$$\begin{cases} \mathbf{g}^b = \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n \\ \boldsymbol{\omega}_{ie}^b = \mathbf{C}_n^b \boldsymbol{\omega}_{ie}^n \\ \boldsymbol{\nu}^b = \mathbf{C}_n^b \boldsymbol{\nu}^n \end{cases} \quad (4.1)$$

onde $\boldsymbol{\nu}^n = \mathbf{g}^n \times \boldsymbol{\omega}_{ie}^n$.

Da Eq. (4.1), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}^b & \boldsymbol{\omega}_{ie}^b & \boldsymbol{\nu}^b \end{bmatrix} = \mathbf{C}_n^b \begin{bmatrix} \mathbf{g}^n & \boldsymbol{\omega}_{ie}^n & \boldsymbol{\nu}^n \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \mathbf{g}^b & \boldsymbol{\omega}_{ie}^b & \boldsymbol{\nu}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{g}^n & \boldsymbol{\omega}_{ie}^n & \boldsymbol{\nu}^n \end{bmatrix}^{-1}$$

Como $\mathbf{C}_b^n = (\mathbf{C}_n^b)^T$:

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} (\mathbf{g}^n)^T \\ (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n)^T \\ (\boldsymbol{\nu}^n)^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (\mathbf{g}^b)^T \\ (\boldsymbol{\omega}_{ie}^b)^T \\ (\boldsymbol{\nu}^b)^T \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Conforme Britting (1971), a matriz inversa da Eq. (4.3) existe se nenhuma de suas linhas forem combinações lineares das outras linhas remanescentes. A condição é satisfeita se os vetores \mathbf{g}^n e $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ não forem colineares, o que ocorre fora dos polos da Terra.

Considerando a condição estacionária e sensores inerciais não enviesados (SILVA, 2016):

$$\mathbf{g}^b \approx -\mathbf{f}^b = \begin{bmatrix} -f_x \\ -f_y \\ -f_z \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^b \approx \boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\boldsymbol{\nu}^b \approx -\mathbf{f}^b \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \begin{bmatrix} f_z\omega_y - f_y\omega_z \\ f_x\omega_z - f_z\omega_x \\ f_y\omega_x - f_x\omega_y \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Os vetores \mathbf{g}^n e $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ são, em geral, conhecidos. Para o referencial NED:

$$\mathbf{g}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^n = \begin{bmatrix} \Omega \cos(L) \\ 0 \\ -\Omega \sin(L) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\boldsymbol{\nu}^n = \mathbf{g}^n \times \boldsymbol{\omega}_{ie}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ g\Omega \cos(L) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Logo,

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} \frac{g\omega_x - \Omega \sin(L)f_x}{g\Omega \cos(L)} & \frac{g\omega_y - \Omega \sin(L)f_y}{g\Omega \cos(L)} & \frac{g\omega_z - \Omega \sin(L)f_z}{g\Omega \cos(L)} \\ \frac{f_z\omega_y - f_y\omega_z}{g\Omega \cos(L)} & \frac{f_x\omega_z - f_z\omega_x}{g\Omega \cos(L)} & \frac{f_y\omega_x - f_x\omega_y}{g\Omega \cos(L)} \\ \frac{-f_x}{g} & \frac{-f_y}{g} & \frac{-f_z}{g} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Variações do TRIAD como método de autoalinhamento grosseiro são encontradas na literatura, a exemplo dos métodos *orthogonal* TRIAD (O-TRIAD), *orthogonal-normal* TRIAD (ON-TRIAD) e o *coarse bias estimation* TRIAD (CBE-TRIAD) (SILVA, 2016), (SILVA *et al.*, 2018).

4.2 Alinhamento Grosseiro com Método ADIA

O método ADIA consiste na decomposição de \mathbf{C}_b^n em três matrizes: (a) uma, a qual é função da velocidade angular do veículo; (b) outra, em função da taxa de transporte e da velocidade angular da Terra; (c) e uma terceira matriz que relaciona os referenciais do corpo e de navegação, no instante inicial do processo de alinhamento grosseiro.

Neste sentido, considere as equações de atualização da matriz de atitude e da velocidade no referencial NED (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n \left[\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \right] \quad (4.11)$$

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \quad (4.12)$$

onde,

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{C}_n^b (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \quad (4.13)$$

A expressão da velocidade no referencial do corpo, \mathbf{v}^b , pode ser obtida de:

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \frac{d(\mathbf{C}_b^n \mathbf{v}^b)}{dt} = \dot{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{v}^b + \mathbf{C}_b^n \dot{\mathbf{v}}^b \quad (4.14)$$

Substituindo a Eq. (4.14) na Eq. (4.12), obtém-se:

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{v}^b + \mathbf{C}_b^n \dot{\mathbf{v}}^b = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \quad (4.15)$$

Substituindo a Eq. (4.11) na Eq. (4.15), e multiplicando ambos os lados da equação resultante por \mathbf{C}_n^b , resulta em:

$$\dot{\mathbf{v}}^b = \mathbf{f}^b - \mathbf{C}_n^b (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times (\mathbf{C}_b^n \mathbf{v}^b) - \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{v}^b + \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n \quad (4.16)$$

Considerando que as magnitudes de $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ e $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ são significativamente menores que de $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b$, a Eq. (4.16) pode ser aproximada para:

$$\dot{\mathbf{v}}^b \approx \mathbf{f}^b - \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{v}^b + \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n \quad (4.17)$$

Com base na regra da cadeia, as matrizes \mathbf{C}_b^n e \mathbf{C}_n^b podem ser decompostas no produto de (WU; PAN, 2013):

$$\mathbf{C}_b^n(t) = \mathbf{C}_{b(t)}^{n(t)} = \mathbf{C}_{n(0)}^{n(t)} \mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)} \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{C}_n^b(t) = [\mathbf{C}_b^n(t)]^T = \mathbf{C}_{b(0)}^{b(t)} \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \quad (4.19)$$

onde $n(0)$ e $b(0)$ são os referenciais de navegação e do corpo fixos no referencial inercial, no instante inicial do processo de alinhamento grosseiro, e (WU *et al.*, 2011), (WU; PAN, 2013):

$$\dot{\mathbf{C}}_{n(t)}^{n(0)} = \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} [\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \quad (4.20)$$

$$\dot{\mathbf{C}}_{b(t)}^{b(0)} = \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} [\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times] \quad (4.21)$$

representam as equações de atualização das matrizes $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}$ e $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$. Em termos práticos, a atualização de $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}$ e $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$ pode ser obtida de (TITTERTON; WESTON, 2004), (FRUTUOSO; SILVA; de BARROS, 2023):

$$\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} = \mathbf{I} + \frac{\sin \|\boldsymbol{\Phi}\|}{\|\boldsymbol{\Phi}\|} [\boldsymbol{\Phi} \times] + \frac{1 - \cos \|\boldsymbol{\Phi}\|}{\|\boldsymbol{\Phi}\|^2} [\boldsymbol{\Phi} \times]^2 \quad (4.22)$$

$$\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} = \mathbf{I} + \frac{\sin \|\boldsymbol{\Theta}\|}{\|\boldsymbol{\Theta}\|} [\boldsymbol{\Theta} \times] + \frac{1 - \cos \|\boldsymbol{\Theta}\|}{\|\boldsymbol{\Theta}\|^2} [\boldsymbol{\Theta} \times]^2 \quad (4.23)$$

onde \mathbf{I} e $\|\cdot\|$ representam, respectivamente, matriz identidade e norma do vetor. Já $\boldsymbol{\Phi}$ e $\boldsymbol{\Theta}$ correspondem, respectivamente, ao vetor de rotação do corpo, que pode ser obtido pela soma dos incrementos das medições de velocidade angular realizadas pelos girômetros desde o início do processo de alinhamento grosseiro até o instante de tempo t (isto é, $\dot{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$), e ao vetor de rotação do referencial NED em relação ao ECI (neste caso, $\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \boldsymbol{\omega}_{in}^n$).

Nota-se que na Eq. (4.18), $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$ e $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} = (\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)})^T$ podem ser calculadas usando as Eqs. (4.22) e (4.23). O objetivo, portanto, consiste em determinar $\mathbf{C}_{b(0)}^{b(0)}$. Substituindo a Eq. (4.19) na Eq. (4.17) e multiplicando ambos os lados da equação resultante por $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$, resulta em:

$$\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \dot{\mathbf{v}}^b - \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b + \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{v}^b = \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n \quad (4.24)$$

Em condição estacionária, \mathbf{v}^b é nulo. Logo:

$$\underbrace{-\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b}_{\mathbf{g}^{b(0)}} = \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \underbrace{\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n}_{\mathbf{g}^{n(0)}} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{g}^{b(0)} = \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \mathbf{g}^{n(0)} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{g}^{n(0)} = \mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)} \mathbf{g}^{b(0)} \quad (4.27)$$

Tomando os vetores $\mathbf{g}^{b(0)}$ e $\mathbf{g}^{n(0)}$ em diferentes instantes de tempo de observação, isto é, entre t_j e t_k , com $0 < t_j < t_k$, a matriz $\mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)}$ pode ser determinada usando a seguinte expressão (BLACK, 1964), (SILVA, 2016):

$$\mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{n(0)T} \\ \mathbf{v}^{n(0)T} \\ (\mathbf{u}^{n(0)} \times \mathbf{v}^{n(0)})^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{b(0)T} \\ \mathbf{v}^{b(0)T} \\ (\mathbf{u}^{b(0)} \times \mathbf{v}^{b(0)})^T \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

onde $\mathbf{u}^{n(0)} = \mathbf{g}^{n(0)}(t_j)$, $\mathbf{v}^{n(0)} = \mathbf{g}^{n(0)}(t_k)$, $\mathbf{u}^{b(0)} = \mathbf{g}^{b(0)}(t_j)$, e $\mathbf{v}^{b(0)} = \mathbf{g}^{b(0)}(t_k)$. A determinação de $\mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)}$ usando os vetores $\mathbf{g}^{b(0)}$ e $\mathbf{g}^{n(0)}$ em diferentes instantes de tempo de observação representa o método *dual-vector* ADIA baseado na aceleração (A-DVA) (SILVA, 2016), (FRUTUOSO; SILVA; de BARROS, 2023).

Em condição não estacionária, \mathbf{v}^b é não nulo. Neste caso, integrando ambos os lados da Eq. (4.24), obtém-se:

$$\underbrace{\int_0^t (\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \dot{\mathbf{v}}^b - \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b + \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{v}^b) dt}_{\boldsymbol{\alpha}(t)} = \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \underbrace{\int_0^t \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n dt}_{\boldsymbol{\beta}(t)} \quad (4.29)$$

Ou seja,

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \boldsymbol{\beta}(t) \quad (4.30)$$

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)} \boldsymbol{\alpha}(t) \quad (4.31)$$

sendo,

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = \int_0^t (\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \dot{\mathbf{v}}^b - \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b + \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{v}^b) dt \quad (4.32)$$

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \int_0^t \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n dt \quad (4.33)$$

Logo, $\mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)}$ pode ser obtida usando a Eq. (4.28), tomando-se os vetores $\boldsymbol{\alpha}(t)$ e $\boldsymbol{\beta}(t)$ entre os instantes de tempo $0 < t_j < t_k$.

Para o caso particular em que a magnitude de \mathbf{v}^b não é significativa, situação tipicamente encontrada em condição de alinhamento grosseiro com o veículo atracado, pode-se adotar:

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = - \int_0^t \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b dt \quad (4.34)$$

e

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \int_0^t \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n dt \quad (4.35)$$

que correspondem, respectivamente, aos vetores de observação e de referência do método DVA baseado na integral da aceleração (I-DVA).

Alternativamente, a matriz $\mathbf{C}_{b(0)}^{b(0)}$ pode ser determinada usando a abordagem por otimização (denominada como *optimization-based* ADIA ou OBA), cujo objetivo é solucionar o seguinte problema de otimização (Problema de Wahba (1966)) (SHUSTER; OH, 1981), (KANG; YE; SONG, 2014):

$$\begin{cases} \min L(\mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)}) \\ L(\mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)}) = \sum_{i=1}^k \|\boldsymbol{\alpha}(t_i) - \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \boldsymbol{\beta}(t_i)\|^2 \end{cases} \quad (4.36)$$

onde $L(\cdot)$ representa a função custo.

A expressão (4.36) pode ser apropriadamente solucionada utilizando *quaternions*. Para tanto, considere $\mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)}$ em função dos parâmetros do *quaternion* unitário de rotação (WU; PAN, 2013):

$$\mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} = (s^2 - \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta}) \mathbf{I} + 2\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}^T - 2s [\boldsymbol{\eta} \times] \quad (4.37)$$

onde s e $\boldsymbol{\eta}$ representam, respectivamente, a parte escalar e a parte vetorial do *quaternion* unitário $\mathbf{q} = [s \ \boldsymbol{\eta}^T]^T$.

Pode-se reescrever a expressão do problema de otimização em (4.36), a partir da modificação da Eq. (4.31) proposta por Wu *et al.* (2011):

$$([\boldsymbol{\beta}(t)]^+ - [\boldsymbol{\alpha}(t)]^-) \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (4.38)$$

onde,

$$[\boldsymbol{\beta}(t)]^+ = \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\beta}^T(t) \\ \boldsymbol{\beta}(t) & [\boldsymbol{\beta}(t) \times] \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$[\boldsymbol{\alpha}(t)]^- = \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\alpha}^T(t) \\ \boldsymbol{\alpha}(t) & -[\boldsymbol{\alpha}(t) \times] \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Com tais variáveis, o problema de otimização pode ser expresso por (WU; PAN, 2013):

$$\begin{cases} \min \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} \\ \mathbf{q}^T \mathbf{q} = 1 \end{cases} \quad (4.41)$$

onde o *quaternion* ótimo corresponde ao autovetor associado ao menor autovalor de \mathbf{K} (WU *et al.*, 2011). Uma vez obtido o *quaternion* ótimo, pode-se determinar $\mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)}$ usando a Eq. (4.37), e $\mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)}$ utilizando a relação $\mathbf{C}_{b(0)}^{n(0)} = \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)T}$.

Para o caso dos vetores $\boldsymbol{\alpha}(t)$ e $\boldsymbol{\beta}(t)$ corresponderem, respectivamente, aos vetores $\mathbf{g}^{b(0)}$ e $\mathbf{g}^{n(0)}$, tal abordagem representa o método OBA baseado na aceleração (A-OBA) (FRUTUOSO; SILVA; de BARROS, 2023). A variante do OBA com a utilização das integrais de $\mathbf{g}^{b(0)}$ e $\mathbf{g}^{n(0)}$, de acordo com as Eqs. (4.34) e (4.35), representa o método OBA baseado na integral da aceleração (I-OBA).

4.3 Alinhamento Fino com o Auxílio de GPS, DVL e Profundímetro

A estimativa inicial da atitude, obtida do processo de alinhamento grosseiro, pode ser melhorada em uma etapa *a posteriori*, conhecida como alinhamento fino. Em geral, são empregados modelos matemáticos mecanizados em um referencial apropriado no processo de alinhamento fino, que descrevem a variação da atitude do INS (ou do erro de atitude), bem como, de outras variáveis de interesse.

O processo de alinhamento fino pode envolver, também, a compensação dos erros de medição dos sensores inerciais e auxiliares (referida como calibração sensorial), de modo que, as variáveis associadas à calibração dos sensores são incluídas nos modelos matemáticos de estimação usados no alinhamento fino.

Portanto, nesta Seção são mostrados os modelos dinâmicos e de observação, mecanizados no referencial de navegação NED, os quais são utilizados no processo de alinhamento fino e calibração sensorial do sistema de navegação do AUV, considerando, para esta finalidade, a utilização do modelo de propagação de erros de um INS do tipo *strapdown* e o auxílio de sensores externos, em específico, o DVL, o GPS e o profundímetro.

4.3.1 Modelo dinâmico expandido

Considere o modelo de propagação de erros do INS obtido na Seção 3.5:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\psi}} = -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \\ \delta \dot{\mathbf{v}}^n = [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b \\ \delta \dot{L} = \mathbf{B}_1 \delta \mathbf{v}^n + b_2 \delta h \\ \delta \dot{\lambda} = \mathbf{C}_1 \delta \mathbf{v}^n + c_2 \delta L + c_3 \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{C}_4 \delta \mathbf{v}^n \end{cases}$$

Neste modelo, as derivas dos erros de atitude, de velocidade e de posição são influenciadas pelas condições iniciais de ψ (isto é, o erro de alinhamento inicial), de $\delta \mathbf{v}^n$ (no caso, o erro da velocidade inicial do veículo) e de δL , $\delta \lambda$ e δh (no caso, os erros iniciais de posição no plano horizontal e vertical). Ademais, os erros de medição dos girômetros e dos acelerômetros, representados por $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ e $\delta \mathbf{f}^b$, contribuem, de forma significativa, para as derivas dos erros de atitude e de velocidade.

A posição inicial e a velocidade inicial do AUV podem ser fornecidas diretamente por receptores GPS ou GNSS (no caso, tanto a posição quanto a velocidade) e pelo DVL (no caso, a velocidade). Já a atitude inicial do veículo pode ser obtida por métodos de autoalinhamento grosseiro (como o TRIAD e o ADIA), bem como, por sensores auxiliares (como bússolas e receptores GPS de dupla antena).

Os métodos de autoalinhamento grosseiro tem como principal vantagem a dispensa do uso de sensores externos, podendo ser aplicados tanto na superfície quanto em ambiente subaquático. No entanto, o desempenho destes métodos é mais suscetível aos erros dos sensores inerciais (BRITTING, 1971), (TITTERTON; WESTON, 2004), (SILVA, 2016).

Neste sentido, a compensação dos erros dos sensores inerciais no processo de alinhamento fino se torna necessária, de modo a reduzir o efeito dos erros de medição dos girômetros e dos acelerômetros na deriva dos erros de atitude.

Considerando o processo de alinhamento fino, $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ e $\delta \mathbf{f}^b$ são tipicamente representados por uma parcela determinística (entretanto não conhecida, que necessita ser estimada) correspondente aos vieses dos girômetros e dos acelerômetros, mais uma parcela estocástica correspondente ao ruído (SILVA, 2016). Por conseguinte:

$$\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \mathbf{b}_g + \mathbf{w}_g \quad (4.42)$$

$$\delta \mathbf{f}^b = \mathbf{b}_a + \mathbf{w}_a \quad (4.43)$$

onde \mathbf{b}_g e \mathbf{w}_g são, respectivamente, os vetores de viés e de ruído dos girômetros, enquanto que, \mathbf{b}_a e \mathbf{w}_a são, respectivamente, os vetores de viés e de ruído dos acelerômetros. Considerando que \mathbf{b}_g e \mathbf{b}_a sejam constantes, e desprezando o efeito de instabilidade de viés (o que pode ser adotado no processo de alinhamento fino, já que a duração é curta, da ordem de minutos) (GOSHEN-MESKIN; BAR-ITZHACK, 1992b), (PAN; WU, 2016), (SILVA; HEMERLY; LEITE FILHO, 2017a):

$$\dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (4.44)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (4.45)$$

Portanto, o modelo dinâmico expandido da propagação de erros do INS, que inclui a deriva dos vieses dos sensores inerciais, é dado por:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\psi}} = -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \mathbf{b}_g - \mathbf{C}_b^n \mathbf{w}_g \\ \delta \dot{\mathbf{v}}^n = [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L \\ \quad + \mathbf{C}_b^n \mathbf{b}_a + \mathbf{C}_b^n \mathbf{w}_a \\ \delta \dot{L} = \mathbf{B}_1 \delta \mathbf{v}^n + b_2 \delta h \\ \delta \dot{\lambda} = \mathbf{C}_1 \delta \mathbf{v}^n + c_2 \delta L + c_3 \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{C}_4 \delta \mathbf{v}^n \\ \dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{cases} \quad (4.46)$$

4.3.2 Vetores e modelos de observação

No processo de alinhamento fino e calibração sensorial, as informações dos sensores auxiliares (como posição e velocidade) podem ser combinadas com as estimativas das variáveis de navegação fornecidas pelo INS, através de métodos de fusão sensorial (tipicamente baseados em filtros de Kalman, onde são necessários um modelo dinâmico e de observação na representação de espaço de estados para a estimação das variáveis de interesse). A denominação de INS auxiliado, por conseguinte, advém do uso do INS em combinação com sensores auxiliares, como GPS, DVL, profundímetro, bússola, entre outros.

Considerando a integração INS/GPS/DVL/PS, ou seja, um INS auxiliado por GPS, DVL e profundímetro (tipicamente um sensor de pressão, do inglês *pressure sensor*, PS), o vetor de observação para integração fracamente acoplada é dado por:

$$\mathbf{y}_{ins/gps/dvl/ps} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}^n - \tilde{\mathbf{v}}_d^n \\ \tilde{L} - \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}_{gps} \\ \tilde{h} - \tilde{h}_{ps} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

onde $\tilde{\mathbf{v}}_d^n$ representa o vetor de velocidade medido pelo DVL expresso no referencial de navegação; \tilde{L}_{gps} e $\tilde{\lambda}_{gps}$ são, respectivamente, a latitude e a longitude fornecidas pelo GPS; \tilde{h}_{ps} é a altitude obtida com o auxílio do profundímetro. Já as variáveis $\tilde{\mathbf{v}}^n$, \tilde{L} , $\tilde{\lambda}$ e \tilde{h} correspondem, respectivamente, ao vetor de velocidade, a latitude, a longitude e a altitude estimadas pelo INS.

O vetor $\tilde{\mathbf{v}}_d^n$ pode ser obtido de:

$$\tilde{\mathbf{v}}_d^n = \tilde{\mathbf{C}}_b^n \tilde{\mathbf{v}}_d^b \quad (4.48)$$

sendo $\tilde{\mathbf{v}}_d^b$ a velocidade medida pelo DVL no referencial do corpo.

O vetor $\tilde{\mathbf{v}}_d^b$ pode ser modelado de modo a incluir o desalinhamento IMU/DVL e o erro de fator de escala do DVL. Deste modo, para pequenos desalinhamentos entre a IMU e o DVL, e considerando que o referencial da IMU coincide com o do corpo, $\tilde{\mathbf{v}}_d^b$ é dado por (LI *et al.*, 2015), (RAMESH *et al.*, 2016), (LIU; WANG; DENG, 2019):

$$\tilde{\mathbf{v}}_d^b = (\mathbf{I} - [\mathbf{e}\times]) \mathbf{C}_d^b \tilde{\mathbf{v}}^d \quad (4.49)$$

onde o vetor $\tilde{\mathbf{v}}^d$, dado pela Eq. (3.25), representa a velocidade medida pelo DVL; $\mathbf{e} = [e_x \ e_y \ e_z]^T$ representa o vetor de desalinhamento IMU/DVL nos eixos x (e_x), y (e_y) e z (e_z); e \mathbf{C}_d^b corresponde à matriz de rotação do referencial do DVL para o referencial do corpo. Se os referenciais do DVL e do corpo são coincidentes, $\mathbf{C}_d^b = \mathbf{I}$.

A expressão de $\tilde{\mathbf{v}}_d^b$ pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}}_d^b &= (\mathbf{I} - [\mathbf{e}\times]) \mathbf{C}_d^b \tilde{\mathbf{v}}^d \\ &= (\mathbf{I} - [\mathbf{e}\times]) \mathbf{C}_d^b [(1 + s_f) \mathbf{v}^d + \mathbf{w}^d] \\ &= \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}^d + s_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}^d + (\mathbf{I} - [\mathbf{e}\times]) \mathbf{C}_d^b \mathbf{w}^d - (1 + s_f) [\mathbf{e}\times] \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}^d \\ &= \mathbf{v}_d^b + s_f \mathbf{v}_d^b + (\mathbf{I} - [\mathbf{e}\times]) \mathbf{w}_d^b - (1 + s_f) [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b \\ &= (1 + s_f) \mathbf{v}_d^b + \tilde{\mathbf{w}}_d^b - (1 + s_f) [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b \end{aligned} \quad (4.50)$$

A Eq. (4.50) mostra que o desalinhamento IMU/DVL produz uma componente de velocidade no referencial do corpo ponderada pelo erro de fator de escala do DVL, conforme ilustrado pelo termo $(1 + s_f) [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b$ da Eq. (4.50).

Substituindo a Eq. (4.50) na Eq. (4.48), obtém-se:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}}_d^n &= \tilde{\mathbf{C}}_b^n \tilde{\mathbf{v}}_d^b \\ &= \tilde{\mathbf{C}}_b^n [(1 + s_f) \mathbf{v}_d^b - (1 + s_f) [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b + \tilde{\mathbf{w}}_d^b] \\ &= (1 + s_f) \tilde{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{v}_d^b - (1 + s_f) \tilde{\mathbf{C}}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b + \tilde{\mathbf{C}}_b^n \tilde{\mathbf{w}}_d^b \end{aligned} \quad (4.51)$$

onde $\tilde{\mathbf{C}}_b^n = (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi}\times]) \mathbf{C}_b^n$.

Logo,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}}_d^n &= (1 + s_f) (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi}\times]) \mathbf{C}_b^n \mathbf{v}_d^b - (1 + s_f) (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi}\times]) \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b \\ &\quad + (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi}\times]) \mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{w}}_d^b \\ &= (1 + s_f) (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi}\times]) \mathbf{v}_d^n - (1 + s_f) (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi}\times]) \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b + (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi}\times]) \tilde{\mathbf{w}}_d^n \\ &= \mathbf{v}_d^n - [\boldsymbol{\psi}\times] \mathbf{v}_d^n + s_f \mathbf{v}_d^n - \underbrace{s_f [\boldsymbol{\psi}\times] \mathbf{v}_d^n}_{\approx 0} - \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b + \underbrace{[\boldsymbol{\psi}\times] \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b}_{\approx 0} \\ &\quad - \underbrace{s_f \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b}_{\approx 0} + \underbrace{s_f [\boldsymbol{\psi}\times] \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b}_{\approx 0} + \tilde{\mathbf{w}}_d^n - \underbrace{[\boldsymbol{\psi}\times] \tilde{\mathbf{w}}_d^n}_{\approx 0} \\ &\approx \mathbf{v}_d^n - [\boldsymbol{\psi}\times] \mathbf{v}_d^n + s_f \mathbf{v}_d^n - \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e}\times] \mathbf{v}_d^b + \tilde{\mathbf{w}}_d^n \end{aligned} \quad (4.52)$$

Como $\mathbf{v}_d^n = \mathbf{v}^n$ e $\mathbf{v}_d^b = \mathbf{v}^b$:

$$\tilde{\mathbf{v}}_d^n = \mathbf{v}^n - [\boldsymbol{\psi}^n \times] \mathbf{v}^n + s_f \mathbf{v}^n - \mathbf{C}_b^n [\mathbf{e} \times] \mathbf{v}^b + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^n \quad (4.53)$$

Aplicando as propriedades do produto vetorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$ e $[\mathbf{a} \times] \mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ na Eq. (4.53), obtém-se:

$$\tilde{\mathbf{v}}_d^n = \mathbf{v}^n + [\mathbf{v}^n \times] \boldsymbol{\psi} + s_f \mathbf{v}^n + \mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] \mathbf{e} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^n \quad (4.54)$$

Considerando que o vetor $\tilde{\mathbf{v}}^n$ pode ser representado por (ROGERS, 2003):

$$\tilde{\mathbf{v}}^n = \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\delta} \mathbf{v}^n \quad (4.55)$$

Por conseguinte,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}}^n - \tilde{\mathbf{v}}_d^n &= \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\delta} \mathbf{v}^n - \tilde{\mathbf{v}}_d^n \\ &= -[\mathbf{v}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{\delta} \mathbf{v}^n - s_f \mathbf{v}^n - \mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] \mathbf{e} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^n \end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{v}}^n - \tilde{\mathbf{v}}_d^n = -[\mathbf{v}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{\delta} \mathbf{v}^n - s_f \mathbf{v}^n - \mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] \mathbf{e} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^n \quad (4.56)$$

Logo a expressão (4.56) representa o modelo de observação do erro de velocidade.

Considerando as medições do GPS, estas podem ser representadas por:

$$\begin{bmatrix} \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda}_{gps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ \lambda \end{bmatrix} + \boldsymbol{\nu}_{gps} \quad (4.57)$$

onde $\boldsymbol{\nu}_{gps}$ corresponde ao vetor de ruído do GPS. O modelo da expressão (4.57) é valido para a integração fracamente acoplada (GROVES, 2013).

Aplicando a representação para $\tilde{\mathbf{v}}^n$, dada na Eq. (4.55), resulta em:

$$\begin{aligned} \tilde{L} &= L + \delta L \\ \tilde{\lambda} &= \lambda + \delta \lambda \end{aligned} \quad (4.58)$$

Por conseguinte,

$$\begin{bmatrix} \tilde{L} \\ \tilde{\lambda} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda}_{gps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta \lambda \end{bmatrix} - \boldsymbol{\nu}_{gps} \quad (4.59)$$

representa o modelo de observação dos erros de latitude e de longitude.

Com relação ao profundímetro, o modelo de medição é dado pela Eq. (3.26). Considerando que a profundidade é mensurada em relação ao nível do corpo d'água (mar

ou rio), enquanto que a altitude é mensurada em relação ao nível médio do mar, uma relação entre a altitude e a profundidade que pode ser utilizada é dada por:

$$p_D = h - h_0 \quad (4.60)$$

onde h_0 representa a altitude do nível do corpo d'água, geralmente conhecida, e $p_D \leq 0$. Definindo o termo $\tilde{h}_{ps} = h_0 + \tilde{p}_D$, a altitude medida com o auxílio do profundímetro, obtém-se:

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{ps} &= h_0 + (1 + s_{ps})p_D + w_{ps} \\ &= h_0 + (1 + s_{ps})(h - h_0) + w_{ps} \\ &= h + s_{ps}h - s_{ps}h_0 + w_{ps} \\ &= h + s_{ps}(h - h_0) + w_{ps} \\ &= h + s_{ps}p_D + w_{ps} \end{aligned} \quad (4.61)$$

que representa o modelo de medição da altitude com o auxílio do profundímetro. Desconsiderando o erro de fator de escala do profundímetro, uma vez que este termo é normalmente desprezível, resulta em (KLEIN; DIAMANT, 2015):

$$\tilde{h}_{ps} = h + w_{ps} \quad (4.62)$$

Aplicando a representação de $\tilde{\mathbf{v}}^n$ (Eq. (4.55)) para \tilde{h} , resulta em:

$$\tilde{h} = h + \delta h \quad (4.63)$$

Por conseguinte,

$$\tilde{h} - \tilde{h}_{ps} = \delta h - w_{ps} \quad (4.64)$$

representa o modelo de observação para o erro de altitude.

Neste sentido, para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, seus respectivos vetores de observação são dados, respectivamente, pelas expressões (4.65) e (4.66):

$$\mathbf{y}_{ins/dvl/ps} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^n - \tilde{\mathbf{v}}_d^n \\ h - \tilde{h}_{ps} \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$\mathbf{y}_{ins/dvl} = \mathbf{v}^n - \tilde{\mathbf{v}}_d^n \quad (4.66)$$

com modelos de observação dos erros de velocidade e de altitude dados, respectivamente, pelas expressões (4.56) e (4.64).

4.3.3 Modelo completo em espaço de estados

O modelo dinâmico da Eq. (4.46) pode ser expandido para incluir o desalinhamento IMU/DVL (\mathbf{e}) e o erro de fator de escala do DVL (s_f). Em geral, estas variáveis são modeladas como constantes no tempo, isto é:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{s}_f = 0 \end{cases} \quad (4.67)$$

Por conseguinte,

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\psi}} = -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \mathbf{b}_g - \mathbf{C}_b^n \mathbf{w}_g \\ \delta \dot{\mathbf{v}}^n = [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L \\ + \mathbf{C}_b^n \mathbf{b}_a + \mathbf{C}_b^n \mathbf{w}_a \\ \delta \dot{L} = \mathbf{B}_1 \delta \mathbf{v}^n + b_2 \delta h \\ \delta \dot{\lambda} = \mathbf{C}_1 \delta \mathbf{v}^n + c_2 \delta L + c_3 \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{C}_4 \delta \mathbf{v}^n \\ \dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{s}_f = 0 \end{cases} \quad (4.68)$$

representa o modelo dinâmico completo, que inclui a propagação dos erros de atitude, de velocidade e de posição, bem como, a deriva dos vieses dos sensores inerciais e as derivas do erro de fator de escala do DVL e do desalinhamento IMU/DVL.

Os modelos dinâmico e de observação podem ser reescritos na representação de espaço de estados (que é utilizada no filtro de Kalman):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \boldsymbol{\nu} \end{cases} \quad (4.69)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{A}_3 & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ [\mathbf{f}^n \times] & ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) & [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{B}_1 & 0 & 0 & b_2 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{C}_1 & c_2 & 0 & c_3 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{C}_4 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 1} & \mathbf{0}_{4 \times 1} & \mathbf{0}_{4 \times 1} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

onde $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\psi}^T \ \delta \mathbf{v}^{nT} \ \delta L \ \delta \lambda \ \delta h \ \mathbf{b}_g^T \ \mathbf{b}_a^T \ e^T \ s_f]^T$ representa o vetor de estados; $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_g^T \ \mathbf{w}_a^T]^T$ é o vetor de ruídos de processo; e $\boldsymbol{\nu}$ corresponde ao vetor de ruídos de medição.

Considerando a integração INS/GPS/DVL/PS, o vetor de observação é dado pela Eq. (4.47). Deste modo, o modelo de observação, em espaço de estados, é dado por:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{v}^n \times] & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] & -\mathbf{v}^n \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \boldsymbol{\nu} \quad (4.72)$$

Considerando a integração INS/DVL/PS fracamente acoplada, o vetor de observação é dado pela Eq. (4.65), o que resulta em:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{v}^n \times] & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] & -\mathbf{v}^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & [0 \ 0 \ 1] & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \boldsymbol{\nu} \quad (4.73)$$

Já para a integração INS/DVL fracamente acoplada, o vetor de observação é dado pela Eq. (4.66), resultando em:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{v}^n \times] & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] & -\mathbf{v}^n \end{bmatrix} \mathbf{x} + \boldsymbol{\nu} \quad (4.74)$$

Análises de Observabilidade e de Estimabilidade

Os modelos dinâmicos e de observação empregados no processo de alinhamento fino e calibração sensorial, bem como, os movimentos executados pelo AUV afetam o desempenho da estimação das variáveis de estado. Conforme (KLEIN; DIAMANT, 2015), a análise de observabilidade é importante para a compreensão das limitações dos modelos dinâmico e de observação usados pelo estimador, bem como, juntamente com a análise de estimabilidade, se constitui em uma ferramenta útil no planejamento de missão do AUV.

Um sistema é dito observável se os estados iniciais, no tempo t_0 , podem ser determinados no tempo t_1 , a partir de observações das entradas e saídas do sistema no intervalo $[t_0, t_1]$ (CHEN, 1999). Neste sentido, a análise de observabilidade pode ser definida em qualitativa e quantitativa (FRIEDMAN, 2020). A primeira, originalmente proposta por (KALMAN, 1960), é um critério binário, isto é, define apenas se o sistema, ou os seus estados e combinações de estados, são observáveis ou não observáveis. Já a segunda, está atrelada ao conceito de grau de observabilidade. Este último, pode ser entendido como um parâmetro quantitativo que indica o quão observável é o sistema, ou os estados e combinações de estados associados a esse sistema (HAM; BROWN, 1983).

Segundo Friedman (2020), o posto da matriz, as colunas linearmente independentes, os autovalores, os valores singulares e o determinante são algumas das formas de se analisar a observabilidade de um sistema. Em particular, o posto da matriz é extensivamente empregado na análise de observabilidade qualitativa. Já o grau de observabilidade pode ser calculado através do grau de independência das colunas ou dos valores singulares da matriz ou do gramiano de observabilidade (HAM, 1980), (FRIEDMAN, 2020).

Além disso, os autovalores da matriz de covariância dos erros dos estados *a posteriori*, $\mathbf{P}_{k/k}^x$, quando normalizada, pode ser utilizada para a determinação do grau de observabilidade no sentido estocástico (isto é, as incertezas das medições e do sistema, tais como, os ruídos de medição, de processo, e dos estados iniciais são levados em consideração),

uma vez que, os seus autovetores associados aos maiores autovalores apontam na direção dos estados e combinações de estados mais fracamente observáveis. Tal abordagem, segundo Friedman (2020), também é conhecida como análise de estimabilidade, e foi explorada por Ham e Brown (1983), Silva, Hemerly e Leite Filho (2017b) no modelo de propagação de erros de um sistema de navegação inercial.

Neste sentido, um sistema é dito ser estimável se, no processo de estimação dos estados, a matriz $\mathbf{P}_{k/k}^x$, for estritamente menor que a matriz de covariância dos erros dos estados a priori ($\mathbf{P}_{k/k-1}^x$) (BARAM; KAILATH, 1988). A análise de estimabilidade, por conseguinte, consiste em estabelecer um critério quantitativo para a estimação dos estados, e representa uma ferramenta numérica útil para a compreensão da influência do movimento do veículo no processo de estimação das variáveis associadas ao alinhamento e à calibração sensorial.

Neste Capítulo, são apresentados dois métodos de análise de observabilidade e de estimabilidade, aplicados ao modelo de propagação de erros expandido utilizado no processo de alinhamento fino e calibração sensorial. Para tanto, na Seção 5.1, é apresentada a decomposição de observabilidade, cuja finalidade é a obtenção dos estados ou combinações de estados observáveis e não observáveis de um sistema linear e invariante no tempo (LIT). Já na Seção 5.2, é apresentada a normalização da matriz $\mathbf{P}_{k/k}^x$, cuja finalidade é a determinação dos estados menos estimáveis do sistema, através da análise dos autovetores associados aos maiores autovalores de $\mathbf{P}_{k/k}^x$ normalizada.

5.1 Análise de observabilidade: decomposição de observabilidade

Considere o modelo linear e invariante no tempo:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{cases} \quad (5.1)$$

Se o sistema é não observável, existe uma transformação de similaridade, mostrada na Eq. (5.2), que resulta na forma decomposta da Eq. (5.3) (CHEN, 1999):

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{T}\mathbf{x} \\ \bar{\mathbf{F}} = \mathbf{T}\mathbf{F}\mathbf{T}^{-1} \\ \bar{\mathbf{B}} = \mathbf{T}\mathbf{B} \\ \bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{T}^{-1} \\ \bar{\mathbf{D}} = \mathbf{D} \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_{11} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{F}}_{21} & \bar{\mathbf{F}}_{22} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{B}}_1 \\ \bar{\mathbf{B}}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{H}}_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{cases} \quad (5.3)$$

onde o subsistema $(\bar{\mathbf{F}}_{11}, \bar{\mathbf{B}}_1, \bar{\mathbf{H}}_1, \mathbf{D})$ é observável. O bloco $\bar{\mathbf{F}}_{11}$ é uma matriz quadrada $r \times r$, sendo r a dimensão do subespaço observável.

O sistema apresentado na Eq. (5.3) está na forma decomposta de observabilidade, de modo que, o sistema é particionado nos subespaços observáveis e não observáveis. O novo vetor de estados, $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{\mathbf{x}}_o \ \bar{\mathbf{x}}_{no}]^T$, é composto dos estados ou combinações de estados observáveis ($\bar{\mathbf{x}}_o$) e não observáveis ($\bar{\mathbf{x}}_{no}$) do sistema original. A transformação de similaridade não altera a observabilidade do sistema original (CHEN, 1999).

Neste sentido, a matriz de transformação de similaridade é dada por:

$$\mathbf{T} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_r \ \mathbf{v}_{r+1} \ \dots \ \mathbf{v}_n]^{-1} \quad (5.4)$$

onde $\langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r \rangle$ é um conjunto de vetores do \mathbb{R}^n linearmente independentes. Já $\langle \mathbf{v}_{r+1}, \mathbf{v}_{r+2}, \dots, \mathbf{v}_n \rangle$ é uma base do núcleo (*kernel*) da matriz de observabilidade, \mathbf{Q}_o , isto é:

$$\mathbf{Q}_o \mathbf{v}_i = \mathbf{0}, i = r + 1, \dots, n \quad (5.5)$$

onde,

$$\mathbf{Q}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{HF} \\ \mathbf{HF}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{HF}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Em particular, a análise do posto de \mathbf{Q}_o é suficiente para determinação da observabilidade do sistema, isto é, se este é observável (\mathbf{Q}_o tem posto completo de colunas) ou não observável (CHEN, 1999). A dimensão do subespaço não observável, por conseguinte, é computado a partir da diferença entre a ordem do sistema e o posto de \mathbf{Q}_o .

Para efeito de ilustração da aplicação da decomposição de observabilidade para o problema de alinhamento fino e calibração sensorial, considere o modelo em espaço de estados dado pela Eq. (4.69). Este modelo é linear e variante no tempo (LVT), visto que, para o AUV em movimento a posição, a velocidade e a atitude do veículo variam no tempo. No entanto, para o AUV em condição estacionária, onde a posição, a velocidade e a atitude são constantes no tempo, o modelo da Eq. (4.69) se torna LIT. Por conseguinte,

a decomposição de observabilidade pode ser aplicada para a determinação dos estados ou combinações de estados observáveis e não observáveis.

Para tanto, considere o AUV em condição estacionária e alinhado com o referencial NED. Em Frutuoso, Silva e Barros (2022), é mostrado que o sistema dado pela Eq. (4.69) com integração INS/GPS/DVL/PS é não observável (o posto de \mathbf{Q}_o é igual a 12), e a dimensão do subespaço não observável é igual a 7. Neste sentido, os estados ou combinações de estados observáveis e não observáveis, para o AUV em condição estacionária com integração INS/GPS/DVL/PS, são dados por:

$$\bar{\mathbf{x}}_o = \begin{bmatrix} \psi_N - \frac{b_{ay}}{g} \\ \psi_E + \frac{b_{ax}}{g} \\ \psi_D - \frac{b_{gy}}{\Omega \cos(L)} + \frac{\tan(L)b_{ay}}{g} \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \delta v_D \\ \delta L \\ \delta \lambda \\ \delta h \\ b_{gx} - \frac{\Omega \sin(L)b_{ax}}{g} \\ b_{gz} - \frac{\Omega \cos(L)b_{ax}}{g} \\ b_{az} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{no} = \begin{bmatrix} b_{gy} \\ b_{ax} \\ b_{ay} \\ e_x \\ e_y \\ e_z \\ s_f \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Para este caso, todos os estados são individualmente não observáveis para a condição estacionária, exceto os erros de velocidade (δv_N , δv_E , δv_D), os erros de latitude (δL), de longitude ($\delta \lambda$) e de altitude (δh), e o viés do acelerômetro do eixo z (b_{az}).

Ademais, para o AUV em condição estacionária com integração INS/DVL/PS, o posto de \mathbf{Q}_o é igual a 10 (logo o sistema é não observável), o que resulta na dimensão do subespaço não observável igual a 9. Portanto, os estados ou combinações de estados observáveis e não observáveis são dados por:

$$\bar{\mathbf{x}}_o = \begin{bmatrix} \psi_N - \frac{b_{ay}}{g} \\ \psi_E + \frac{b_{ax}}{g} \\ \psi_D - \frac{b_{gy}}{\Omega \cos(L)} + \frac{\tan(L)b_{ay}}{g} \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \delta v_D \\ \delta h \\ b_{gx} + \Omega \sin(L)\delta L - \frac{\Omega \sin(L)b_{ax}}{g} \\ b_{gz} + \Omega \cos(L)\delta L - \frac{\Omega \cos(L)b_{ax}}{g} \\ b_{az} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{no} = \begin{bmatrix} \delta \lambda \\ b_{gy} \\ \frac{\Omega \cos(L)b_{ax}}{g} - \Omega \cos(L)\delta L \\ b_{ax} \\ b_{ay} \\ e_x \\ e_y \\ e_z \\ s_f \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Para o caso do AUV estacionário com integração INS/DVL/PS, todos os estados são individualmente não observáveis, exceto os erros de velocidade, o erro de altitude (δh) e o viés do acelerômetro do eixo z . Além disso, os vieses dos girômetros dos eixos x (b_{gx}) e z (b_{gz}) estão acoplados com o erro de latitude (δL), diferentemente para o caso da integração INS/GPS/DVL/PS, mostrado na Eq. (5.7), cujos os vieses b_{gx} e b_{gz} estão acoplados somente com o viés do acelerômetro do eixo x (b_{ax}).

Já para o AUV em condição estacionária com integração INS/DVL, o posto de \mathbf{Q}_o é 9. Por conseguinte, a dimensão do subespaço não observável é igual a 10, o que resulta nos seguintes estados ou combinações de estados observáveis e não observáveis:

$$\bar{\mathbf{x}}_o = \begin{bmatrix} \psi_N - \frac{b_{ay}}{g} \\ \psi_E + \frac{b_{ax}}{g} \\ \psi_D - \frac{b_{gy}}{\Omega \cos(L)} + \frac{\tan(L)b_{ay}}{g} \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \delta v_D \\ b_{gx} + \Omega \sin(L)\delta L - \frac{\Omega \sin(L)b_{ax}}{g} \\ b_{gz} + \Omega \cos(L)\delta L - \frac{\Omega \cos(L)b_{ax}}{g} \\ b_{az} - \frac{2g\delta h}{R_0 + h} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{no} = \begin{bmatrix} \delta \lambda \\ b_{gy} \\ \frac{\Omega \cos(L)b_{ax}}{g} - \Omega \cos(L)\delta L \\ b_{ax} \\ \frac{b_{ay}}{2g\delta h} \\ R_0 + h \\ e_x \\ e_y \\ e_z \\ s_f \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Para o caso do AUV estacionário com integração INS/DVL, todos os estados são individualmente não observáveis, exceto os erros de velocidade. Além disso, b_{gx} e b_{gz} estão acoplados com o erro de latitude, que é não observável, resultado semelhante para a integração INS/DVL/PS. Já b_{az} está acoplado com o erro de altitude, δh , o que não ocorreu para as demais integrações.

A decomposição de observabilidade realizada para o caso do AUV estacionário evidencia a existência dos acoplamentos entre os erros de alinhamento nas direções Norte (ψ_N) e Leste (ψ_E) com, respectivamente, os vieses dos acelerômetros dos eixos y (b_{ay}) e x (b_{ax}), bem como, os acoplamentos entre o erro de rumo (ψ_D) e os vieses do girômetro do eixo y (b_{gy}) e do acelerômetro do eixo y (b_{ay}). Estes resultados já são bem conhecidos na literatura, como mostram os trabalhos de (BAR-ITZHACK; BERMAN, 1988), (GOSHENMESKIN; BAR-ITZHACK, 1992b), (SILVA, 2016), (SILVA; HEMERLY; LEITE FILHO, 2017a). Além disso, os desalinhamentos IMU/DVL nos eixos x (e_x), y (e_y) e z (e_z), bem

como, o erro de fator de escala do DVL (s_f) são individualmente não observáveis para o caso estacionário, independentemente das três integrações.

Para os casos LVT, os quais, evidentemente, envolvem o AUV em movimento, a aplicação direta da decomposição de observabilidade não é possível de ser realizada. Entretanto, Goshen-Meskin e Bar-Itzhack (1992a) mostraram que um sistema LVT pode ser particionado em vários sistemas LIT, em uma abordagem denominada de *Piece-Wise Constant Systems* (PWCS). Tal abordagem foi explorada pelos autores para o problema de alinhamento em voo (IFA, do inglês *In-Flight Alignment*) (GOSHEN-MESKIN; BAR-ITZHACK, 1992b).

No entanto, o número de modelos LIT para representar, adequadamente, a dinâmica de movimento do AUV (principalmente de rotação em conjunto com translação, situação não explorada em Goshen-Meskin e Bar-Itzhack (1992b)) se constitui em um desafio para a aplicação da decomposição de observabilidade a partir do uso do método PWCS.

5.2 Análise de Estimabilidade: normalização de $\mathbf{P}_{k/k}^x$

Conforme visto na Seção 5.1, a decomposição de observabilidade permitiu a obtenção, de forma analítica, dos estados e combinações de estados observáveis e não observáveis para o AUV em condição estacionária. No entanto, para condições não estacionárias, que envolvam movimentos de translação e rotação, a aplicação da decomposição de observabilidade se torna um desafio.

Além disso, a decomposição de observabilidade informa, apenas, se o estado ou a combinação de estados é ou não observável. Conforme Baram e Kailath (1988), a condição de não observabilidade do sistema não implica que o mesmo seja não estimável. Neste sentido, expandindo tal observação para estados ou combinações de estados, a não observabilidade destes não implica que os mesmos não sejam estimáveis, conforme mostrado em Silva, Hemerly e Leite Filho (2017b) para o problema de autoalinhamento e calibração em condição estacionária.

A análise de estimabilidade é um método numérico quantitativo que permite estabelecer os estados mais (ou menos) estimáveis do sistema. No decorrer do Capítulo 6, a análise de estimabilidade é empregada no processo de alinhamento fino e calibração sensorial do AUV, sujeito a diferentes condições de movimento.

Para tanto, na análise de estimabilidade, os maiores autovalores de $\mathbf{P}_{k/k}^x$, quando normalizada, determinam os autovetores correspondentes que apontam na direção dos estados e combinações de estados menos estimáveis (HAM; BROWN, 1983), (SILVA; HEMERLY; LEITE FILHO, 2017b).

Neste sentido, a normalização de $\mathbf{P}_{k/k}^x$ é realizada utilizando a seguinte transforma-

ção (HAM; BROWN, 1983):

$$\mathbf{P}_k^{N+} = \frac{n}{tr(\mathbf{P}'_k)} \mathbf{P}'_k \quad (5.13)$$

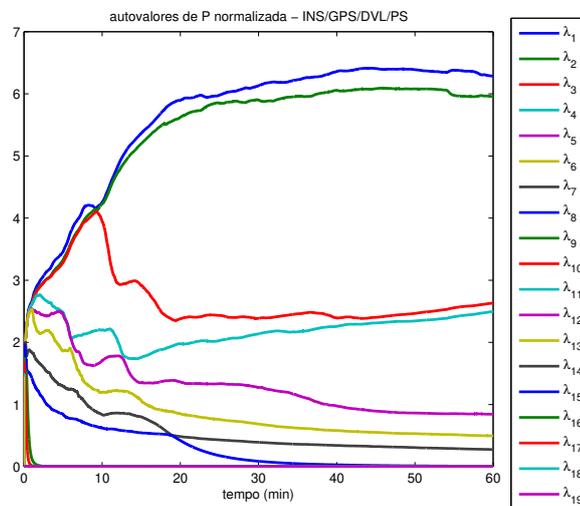
$$\mathbf{P}'_k = (\sqrt{\mathbf{P}_0})^{-1} \mathbf{P}_{k/k}^x (\sqrt{\mathbf{P}_0})^{-1} \quad (5.14)$$

onde \mathbf{P}_k^{N+} é a matriz $\mathbf{P}_{k/k}^x$ normalizada, n corresponde à ordem do sistema, \mathbf{P}_0 representa a estimativa inicial da matriz de covariância dos erros dos estados, e tr é o traço da matriz.

Essa transformação preserva o sinal, a simetria e o posto de $\mathbf{P}_{k/k}^x$. Além disso, o procedimento de normalização impõe um limite para os autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} , limitando-os entre zero e a ordem do sistema.

Para efeito de ilustração da normalização de $\mathbf{P}_{k/k}^x$ e sua aplicabilidade na análise de estimabilidade, considere o modelo da Eq. (4.69) aplicado para o AUV em condição estacionária e alinhado com o referencial NED. As Figuras 9 a 11 mostram os gráficos dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} , considerando as integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL:

Figura 9 – Autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.

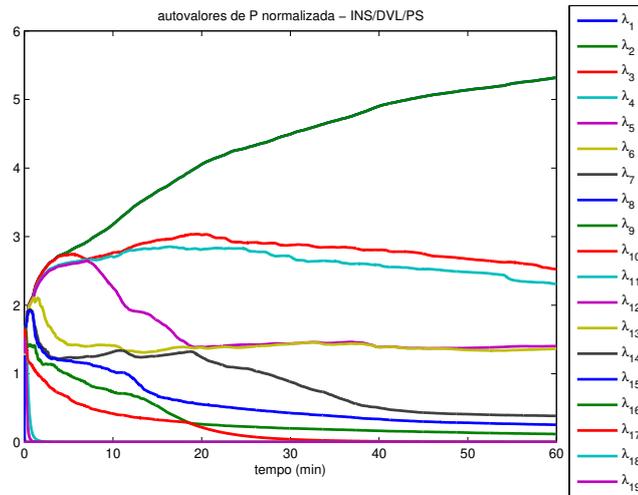


Fonte: Autor.

Conforme mostrado na Figura 9, os maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} para a integração INS/GPS/DVL/PS foram λ_1 a λ_7 . Já para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, as Figuras 10 e 11 mostram que os maiores autovalores foram, respectivamente, λ_1 a λ_9 , e λ_1 a λ_{10} .

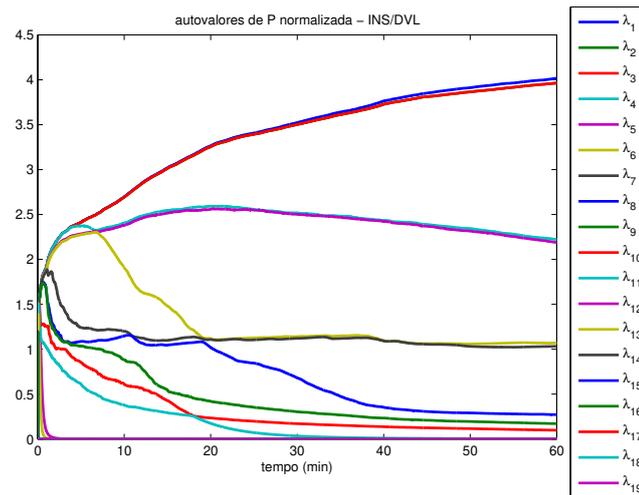
As Figuras 12 a 15 ilustram os gráficos dos autovetores associados a λ_1 a λ_7 , para a integração INS/GPS/DVL/PS. Para esta integração, os autovetores associados a λ_1 a λ_7 apontaram, majoritariamente, nas direções de ψ_N , ψ_E , ψ_D , b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x , e_y , e_z e

Figura 10 – Autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.



Fonte: Autor.

Figura 11 – Autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integração INS/DVL. AUV estacionário.



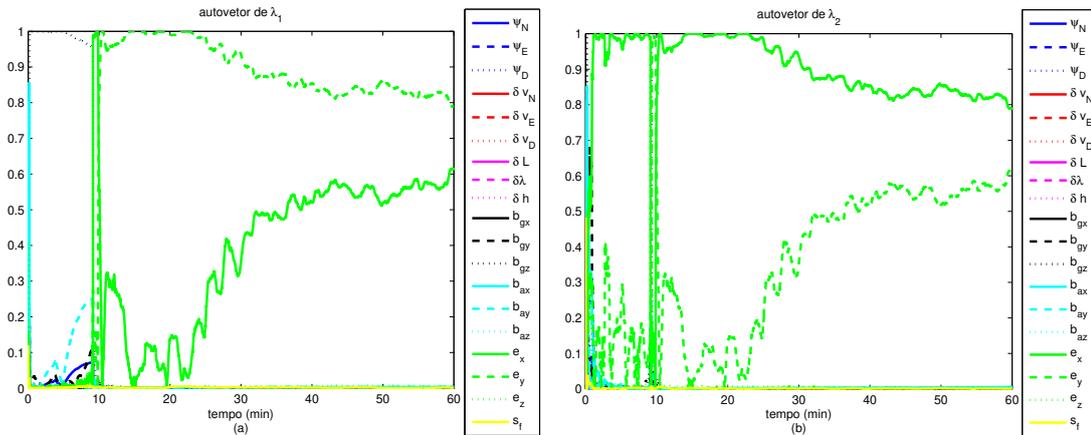
Fonte: Autor.

s_f . Por conseguinte, estes estados foram os menos estimáveis para o AUV em condição estacionária com integração INS/GPS/DVL/PS.

Para a integração INS/DVL/PS, as Figuras 16 a 20 ilustram os gráficos dos autovetores associados a λ_1 a λ_9 . Estes autovetores apontaram nas direções de ψ_N , ψ_E , ψ_D , δL , $\delta \lambda$, b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x , e_y , e_z e s_f . Estas variáveis foram as menos estimáveis para o AUV em condição estacionária com integração INS/DVL/PS.

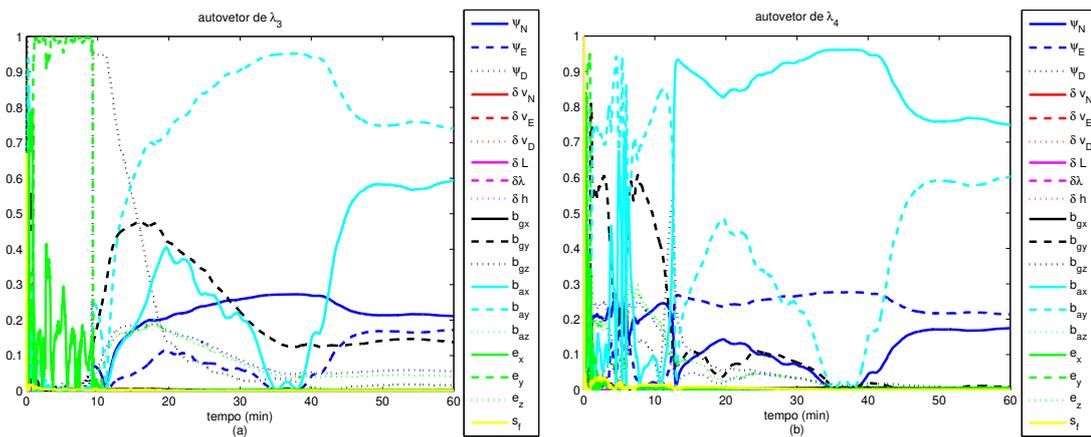
Já para a integração INS/DVL, as Figuras 21 a 25 ilustram os gráficos dos autovetores associados a λ_1 a λ_{10} . Estes autovetores apontaram nas direções de ψ_N , ψ_E , ψ_D , δL , $\delta \lambda$, δh , b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x , e_y , e_z e s_f . Estas variáveis, por conseguinte, foram as menos estimáveis para o AUV condição estacionária com integração INS/DVL.

Figura 12 – Autovetores associados aos autovalores λ_1 (à esquerda) e λ_2 (à direita). Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.



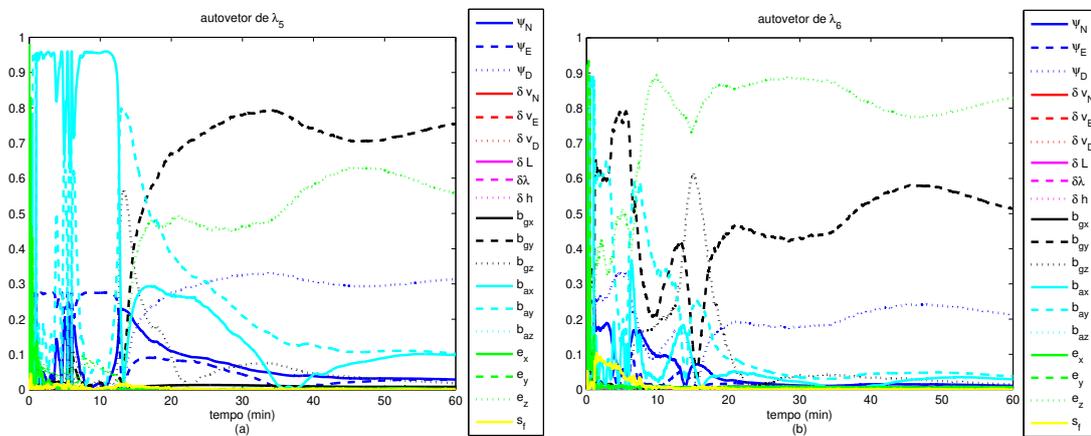
Fonte: Autor.

Figura 13 – Autovetores associados aos autovalores λ_3 (à esquerda) e λ_4 (à direita). Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.



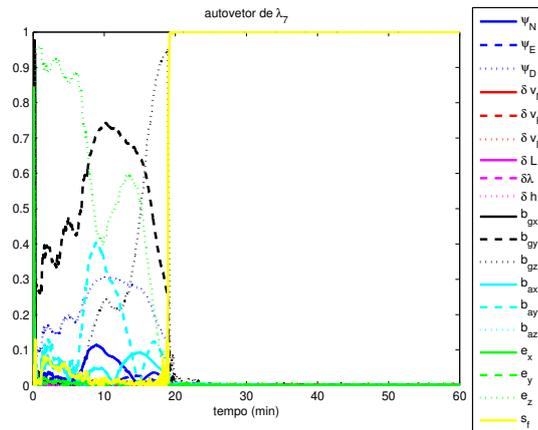
Fonte: Autor.

Figura 14 – Autovetores associados aos autovalores λ_5 (à esquerda) e λ_6 (à direita). Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.



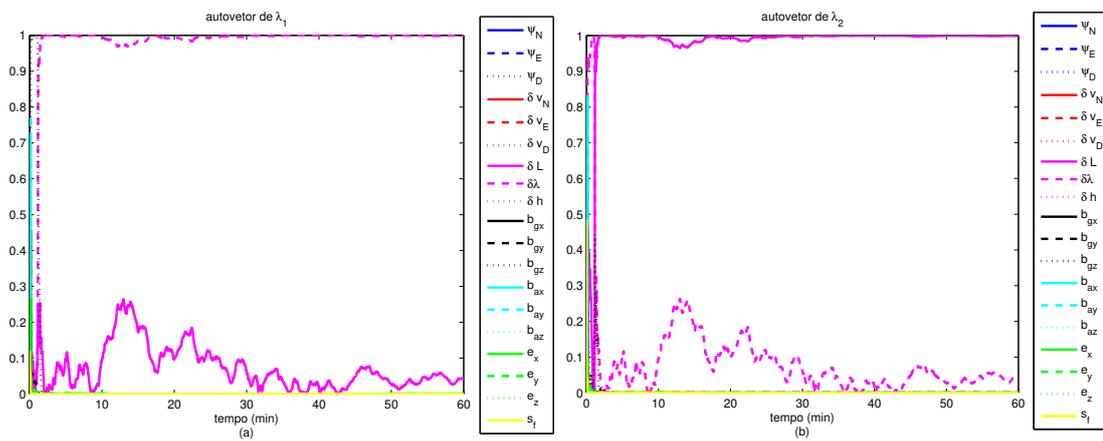
Fonte: Autor.

Figura 15 – Autovetor associado ao autovalor λ_7 . Integração INS/GPS/DVL/PS. AUV estacionário.



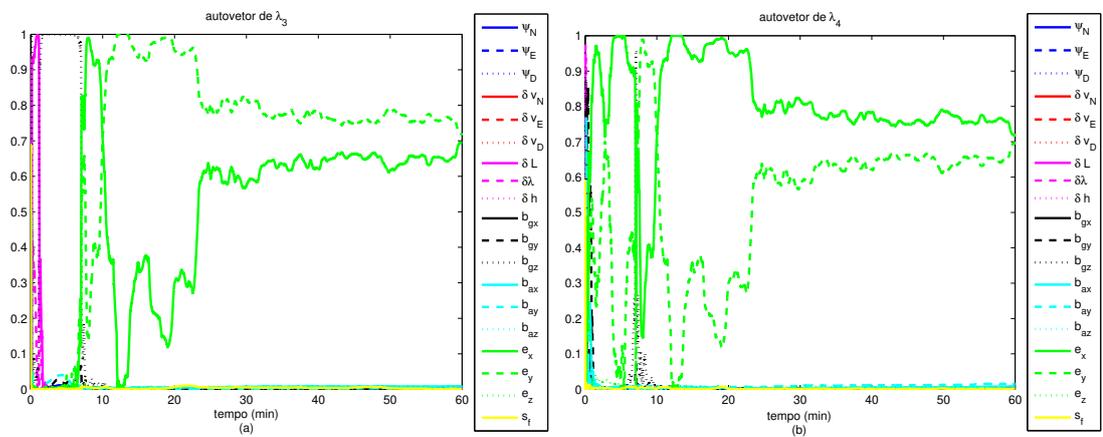
Fonte: Autor.

Figura 16 – Autovetores associados aos autovalores λ_1 (à esquerda) e λ_2 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.



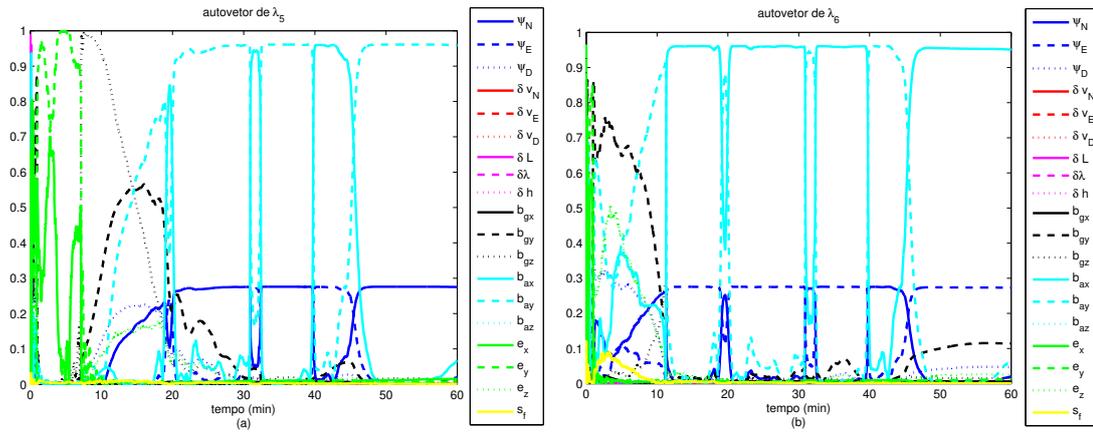
Fonte: Autor.

Figura 17 – Autovetores associados aos autovalores λ_3 (à esquerda) e λ_4 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.



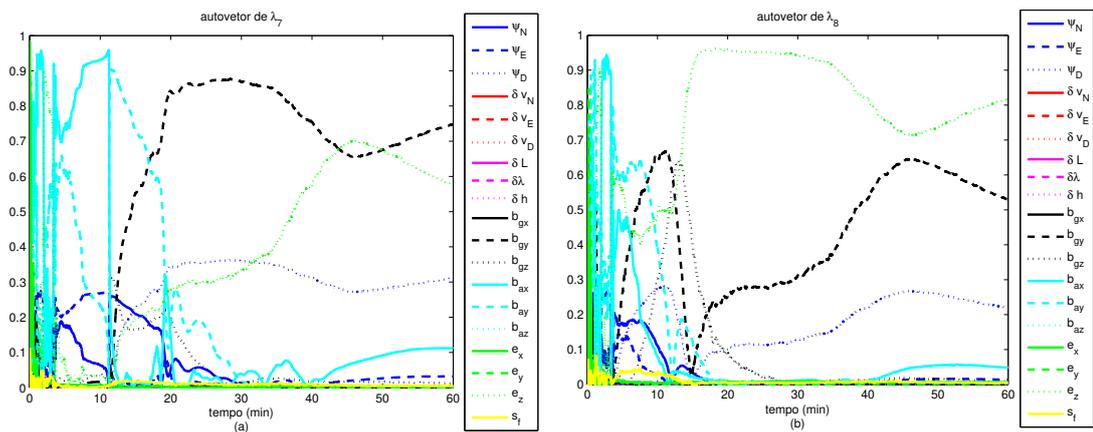
Fonte: Autor.

Figura 18 – Autovetores associados aos autovalores λ_5 (à esquerda) e λ_6 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.



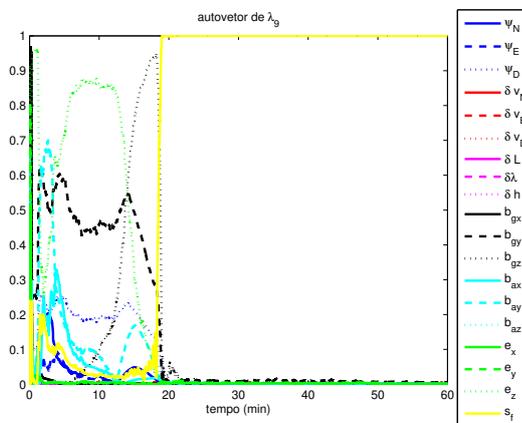
Fonte: Autor.

Figura 19 – Autovetores associados aos autovalores λ_7 (à esquerda) e λ_8 (à direita). Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.



Fonte: Autor.

Figura 20 – Autovetor associado ao autovalor λ_9 . Integração INS/DVL/PS. AUV estacionário.

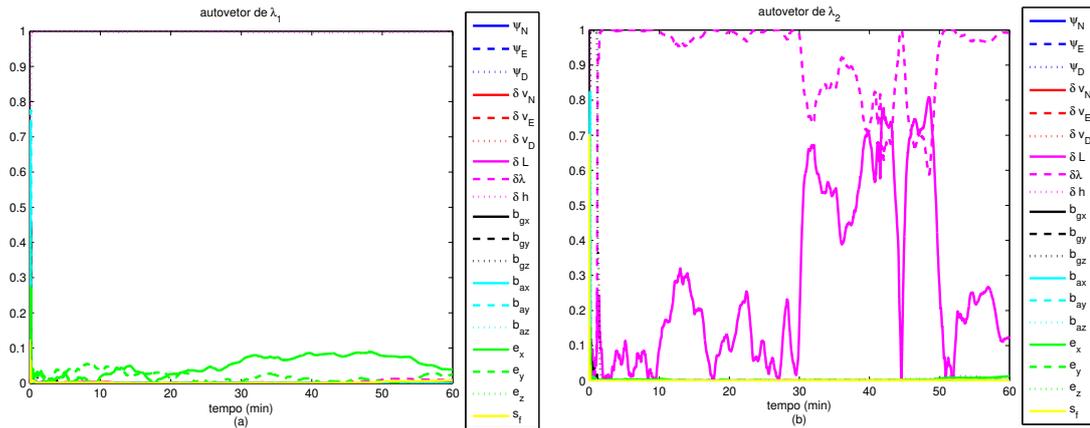


Fonte: Autor.

Destaca-se que os estados menos estimáveis para a condição estacionária fo-

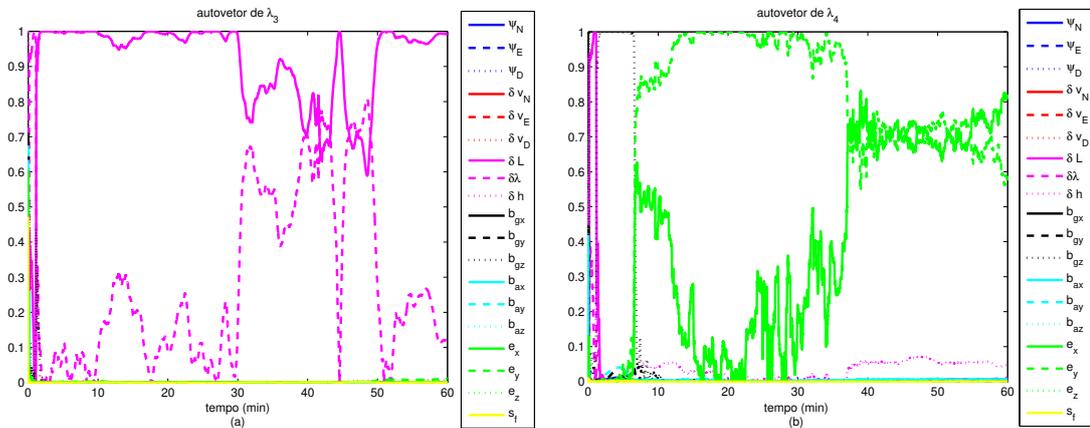
ram, também, não observáveis (no caso $b_{ax}, b_{ay}, b_{gy}, e_x, e_y, e_z, s_f$ para a integração INS/GPS/DVL/PS; $b_{ax}, b_{ay}, b_{gy}, \delta L, \delta \lambda, e_x, e_y, e_z$ e s_f para a integração INS/DVL/PS; e $b_{ax}, b_{ay}, b_{gy}, \delta L, \delta \lambda, \delta h, e_x, e_y, e_z$ e s_f para a integração INS/DVL), ou fortemente acoplados com estados não observáveis (isto é, com combinações lineares que não podem ser desprezadas) como ψ_N, ψ_E e ψ_D .

Figura 21 – Autovetores associados aos autovalores λ_1 (à esquerda) e λ_2 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.



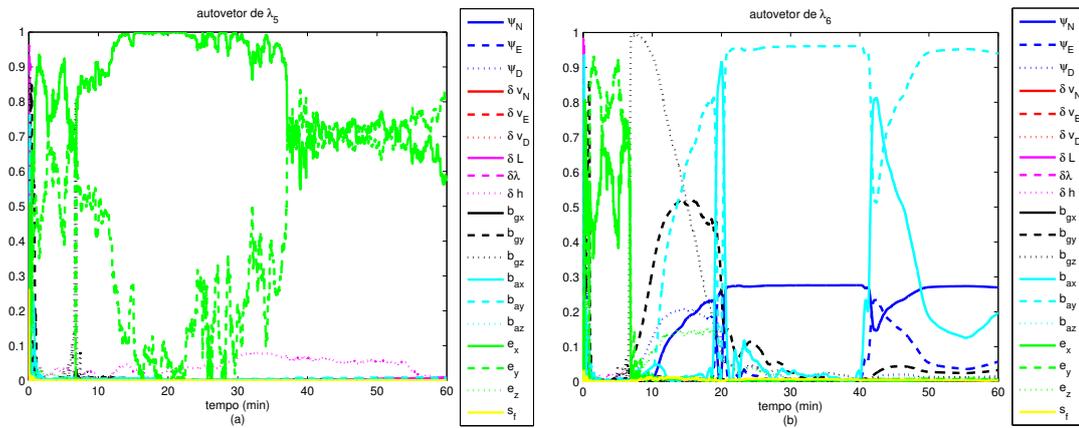
Fonte: Autor.

Figura 22 – Autovetores associados aos autovalores λ_3 (à esquerda) e λ_4 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.



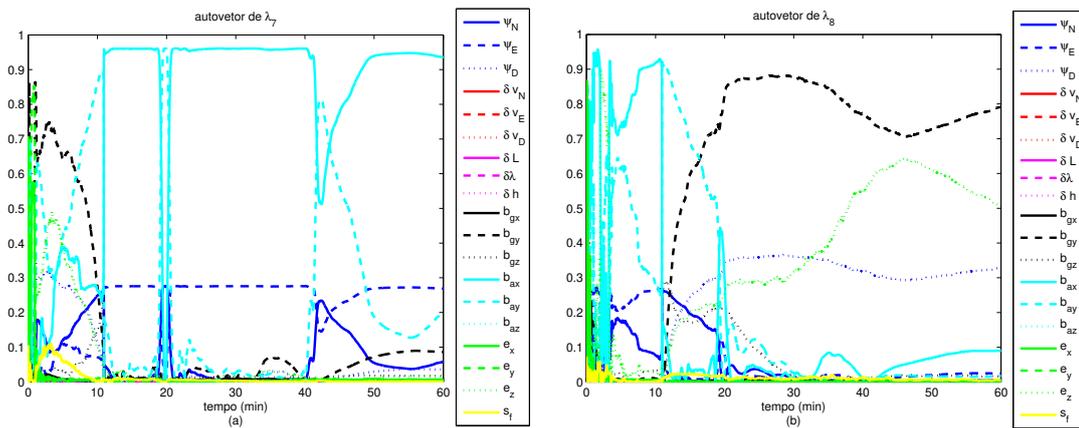
Fonte: Autor.

Figura 23 – Autovetores associados aos autovalores λ_5 (à esquerda) e λ_6 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.



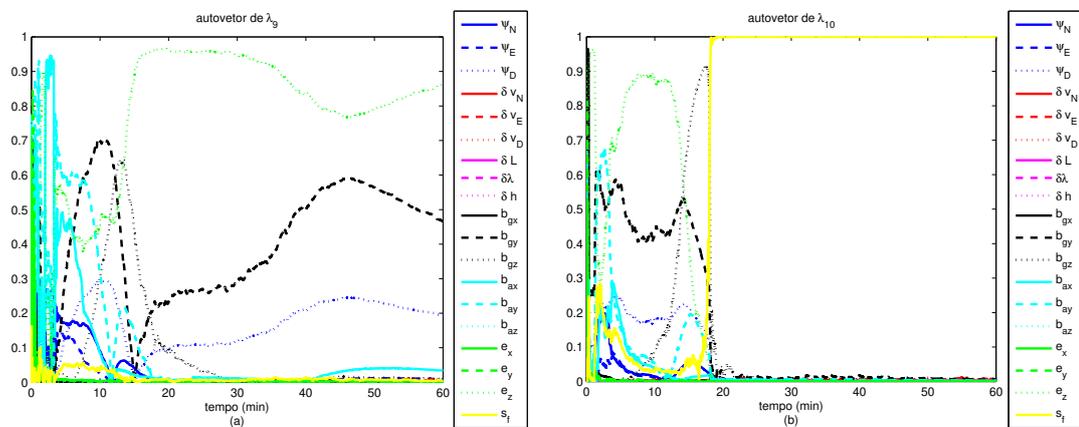
Fonte: Autor.

Figura 24 – Autovetores associados aos autovalores λ_7 (à esquerda) e λ_8 (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.



Fonte: Autor.

Figura 25 – Autovetores associados aos autovalores λ_9 (à esquerda) e λ_{10} (à direita). Integração INS/DVL. AUV estacionário.



Fonte: Autor.

Simulações e Testes Experimentais

Neste Capítulo, são mostrados resultados de simulação e testes experimentais (em tempo real), para o processo de alinhamento (grosseiro e fino) do sistema de navegação de um AUV, divididos em cinco Seções: 1) simulações de alinhamento grosseiro; 2) simulações para análise de estimabilidade; 3) simulações de alinhamento fino; 4) testes experimentais.

Nas Seções relativas aos resultados de simulação, são mostrados resultados para diferentes condições de movimento aplicáveis a AUVs, bem como, suas influências na determinação da atitude preliminar (resultante do processo de alinhamento grosseiro), na estimação das variáveis de navegação e das variáveis associadas à calibração sensorial. Em seguida, na Seção de testes experimentais, são mostrados resultados de ensaios em campo efetuados para comprovação dos resultados obtidos nas simulações.

6.1 Simulações de Alinhamento Grosseiro

Nesta Seção, são apresentados resultados comparativos de simulação para o AUV estacionário e atracado sujeito a oscilação e balanço (*mooring*), considerando dois métodos tipicamente empregados no processo de autoalinhamento grosseiro: 1) TRIAD; 2) ADIA, dos quais foram avaliados os métodos A-DVA e I-DVA (não ótimos baseados, respectivamente, na aceleração e na integral da aceleração) e A-OBA (método por otimização, baseado na aceleração). Os três métodos ADIA avaliados em simulação, bem como o TRIAD, foram, também, implementados em tempo real (o I-OBA não foi implementado em tempo real, portanto, foi excluído da comparação).

Para ilustração da condição de *mooring*, o movimento de balanço foi modelado com oscilações em *roll* (ϕ), *pitch* (θ) e no rumo (ψ), de mesma amplitude e período, e com movimento oscilatório de translação em *surge* (x), *sway* (y) e *heave* (z), também com mesma amplitude e período. Para os ângulos de atitude, o modelo é dado pela Eq. (6.1), enquanto que, para x , y e z , o modelo é dado pela Eq. (6.2).

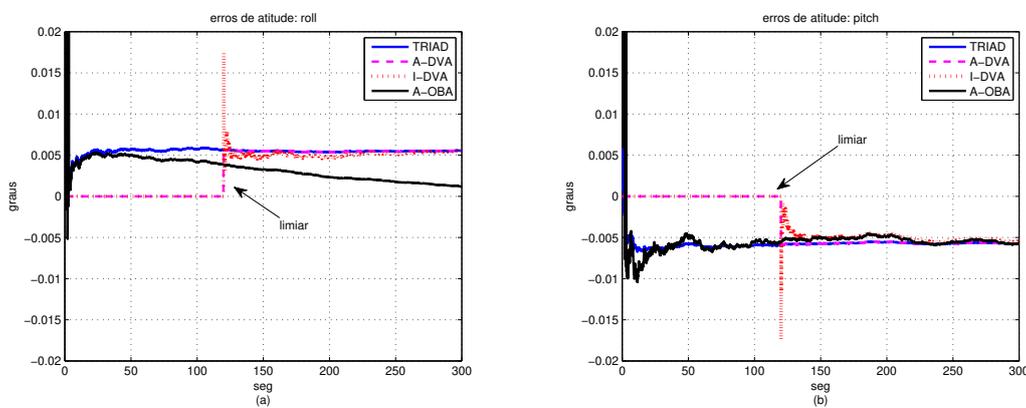
Ademais, foram adotadas as seguintes considerações: 1) AUV alinhado com o referencial de navegação (NED); 2) coordenadas iniciais de -23 graus (latitude) e -45 graus (longitude); 3) altitude inicial nula; 4) girômetros de $0,1 \text{ }^\circ/h$ (viés) e $0,0002 \text{ }^\circ/\sqrt{h}$ (*angle random walk*); 5) acelerômetros de $100 \mu g$ (viés) e $0,012 (m/s)/\sqrt{h}$ (*velocity random walk*).

$$\phi = \theta = \psi = 0^\circ + 5,0^\circ \sin\left(\frac{2\pi t}{10}\right) \quad (6.1)$$

$$v_x = v_y = v_z = 0,1 \sin\left(\frac{2\pi t}{10}\right), \text{ em } m/s \quad (6.2)$$

Os resultados de simulação para o AUV estacionário são mostrados nas Figuras 26 e 28. Já para o AUV em condição de *mooring*, os resultados são mostrados nas Figuras 30 a 32. Conforme mostra a Figura 26, os erros de *roll* e de *pitch* foram próximos para a condição estacionária, com valores convergindo, após 300 segundos de simulação, para em torno de 0,005 graus (*roll*) e -0,005 graus (*pitch*). Estes valores foram em decorrência, principalmente, dos vieses dos acelerômetros dos eixos x e y (BRITTING, 1971), (TITTERTON; WESTON, 2004), (SILVA, 2016).

Figura 26 – Comparação entre os erros de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para o AUV estacionário. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.

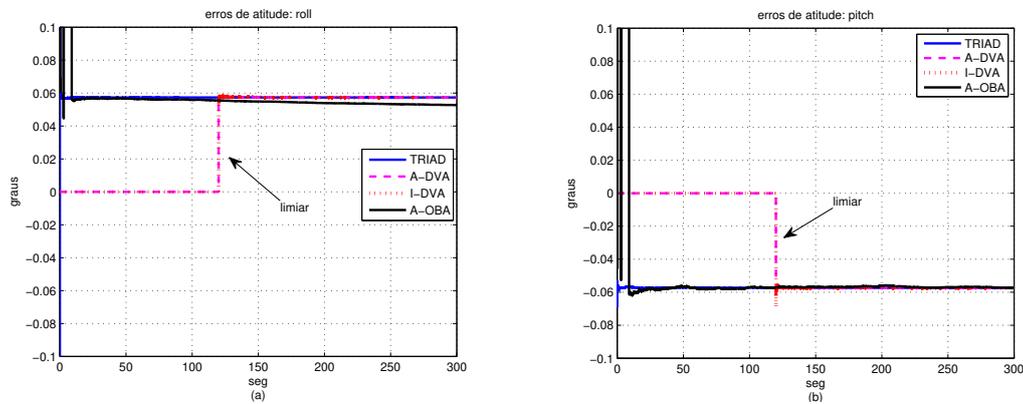


Fonte: Autor.

Para ilustração do efeito do vieses dos acelerômetros nos erros de *roll* e *pitch*, a Figura 27 mostra os resultados para $1000 \mu g$ de viés (mantendo o mesmo valor de *velocity random walk* e as mesmas especificações dos girômetros). Os erros de *roll* e de *pitch* convergiram para em torno de 0,06 graus (*roll*) e -0,06 graus (*pitch*), que foram significativamente maiores em comparação com o caso ilustrado na Figura 26 (neste, os vieses dos acelerômetros foram de $100 \mu g$).

Ademais, as Figuras 26 e 27 mostram que o método TRIAD apresentou menor tempo para convergência dos erros de *roll* e de *pitch*, em comparação com os métodos A-OBA, I-DVA e A-DVA. Para o método A-OBA, a convergência foi influenciada pelo cômputo do *quaternion* ótimo, que envolveu a determinação do autovetor associado ao

Figura 27 – Comparação entre os erros de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para o AUV estacionário, considerando acelerômetros de $1000 \mu g$ de viés. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.



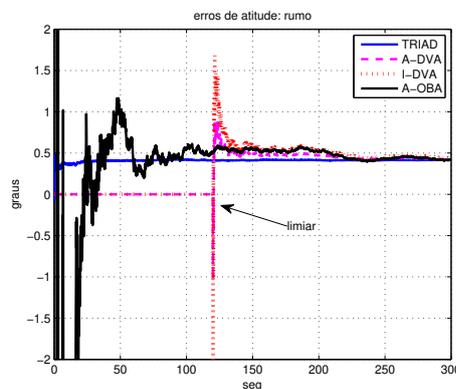
Fonte: Autor.

menor autovalor da matriz \mathbf{K} (WU; PAN, 2013). Já para os métodos I-DVA e A-DVA, a convergência foi mais lenta em virtude do limiar de tempo.

O limiar de tempo, presente nos métodos ADIA não ótimos (neste caso, o A-DVA e o I-DVA), é a diferença de tempo necessária para que os vetores de observação sejam suficientemente não colineares (SILVA, 2016). Neste sentido, as estimativas dos ângulos de atitude fornecidas pelos métodos A-DVA e I-DVA não foram válidas para tempos de duração inferiores ao limiar.

Com relação ao erro de rumo, a Figura 28 mostra que o mesmo foi em torno de 0,5 graus para os quatro métodos avaliados. Este valor de erro foi em decorrência do viés do girômetro do eixo y , da latitude do local, e, em menor medida, do viés do acelerômetro do eixo y (BRITTING, 1971), (TITTERTON; WESTON, 2004), (SILVA, 2016). Além disso, a convergência do TRIAD foi a mais rápida, enquanto que, para os métodos I-DVA e A-DVA, a convergência foi mais lenta em virtude do limiar de tempo.

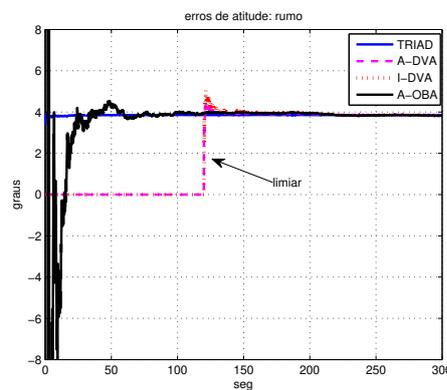
Figura 28 – Comparação entre os erros de rumo para o AUV estacionário. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.



Fonte: Autor.

A Figura 29 ilustra o efeito do viés no erro de rumo, considerando girômetros de $1,0 \text{ }^\circ/h$ de viés (mantendo o mesmo valor de *angle random walk*) e acelerômetros de $100 \text{ } \mu g$ de viés (mantendo o mesmo valor de *velocity random walk*). O erro de rumo foi próximo de 4,0 graus para os quatro métodos avaliados, o que evidencia que os vieses dos girômetros (neste caso particular, do girômetro do eixo y para o AUV alinhado com referencial NED) degradam, de forma significativa, o desempenho dos métodos de autoalinhamento grosseiro para a estimação do rumo.

Figura 29 – Comparação entre os erros de rumo para o AUV estacionário, considerando girômetros de $1,0 \text{ }^\circ/h$ de viés. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.



Fonte: Autor.

Considerando o AUV em condição de *mooring*, as Figuras 30 a 32 mostram que o desempenho dos métodos TRIAD e A-DVA foram degradados, de forma significativa, pelos movimentos de oscilação e de balanço presentes na condição de *mooring*. Já os métodos I-DVA e A-OBA obtiveram melhor desempenho para esta condição.

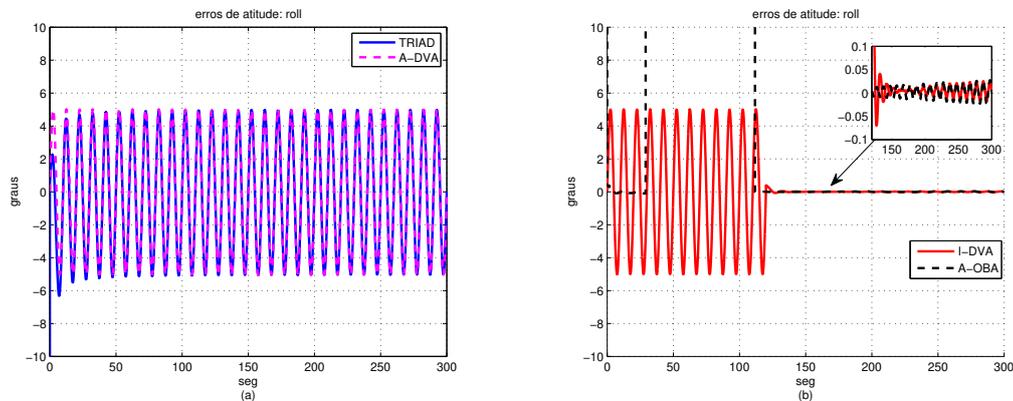
Além disso, os erros de *roll* e de *pitch* apresentaram comportamento oscilante para os métodos TRIAD e A-DVA, visto que, nestes dois métodos, foi empregado a média contínua nas medições dos sensores inerciais para a atenuação dos ruídos de medição (equivalente a um filtro passa-baixa).

A média contínua, no entanto, também filtrou a oscilação natural presente na condição de *mooring* (as estimativas de *roll* e de *pitch* foram constantes para o TRIAD e A-DVA), o que resultou no comportamento oscilante presente nos erros de *roll* e de *pitch* ilustrados nas Figuras 30 (a) e 31 (a).

Ademais, as Figuras 30 (b) e 31 (b) mostram que os erros de *roll* e de *pitch* para os métodos I-DVA e A-OBA convergiram para valores menores que 0,05 graus. Destaca-se, também, que o comportamento dos erros de *roll* e de *pitch* para os métodos I-DVA e A-OBA foram semelhantes, após o limiar de tempo presente no I-DVA.

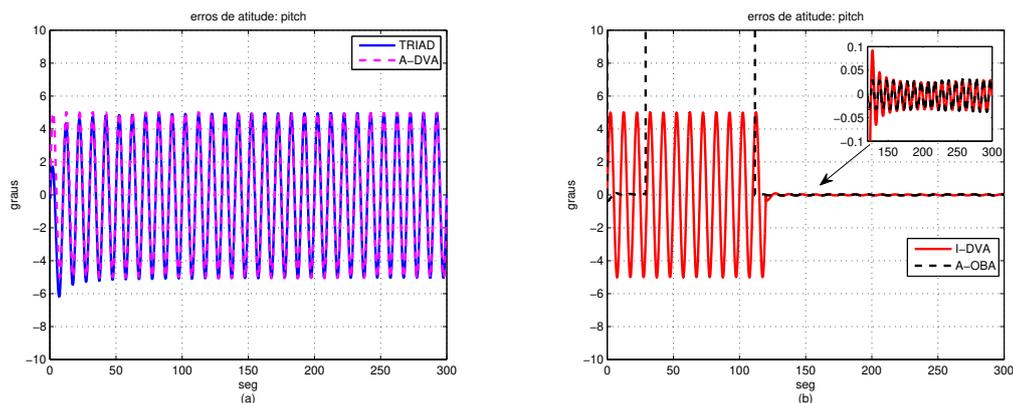
Com relação ao erro de rumo, a Figura 32 (b) mostra que o mesmo convergiu

Figura 30 – Comparação entre os erros de *roll* obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA (à esquerda), I-DVA e A-OBA (à direita) para o AUV em condição de *mooring*. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.



Fonte: Autor.

Figura 31 – Comparação entre os erros de *pitch* obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA (à esquerda), I-DVA e A-OBA (à direita) para o AUV em condição de *mooring*. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.



Fonte: Autor.

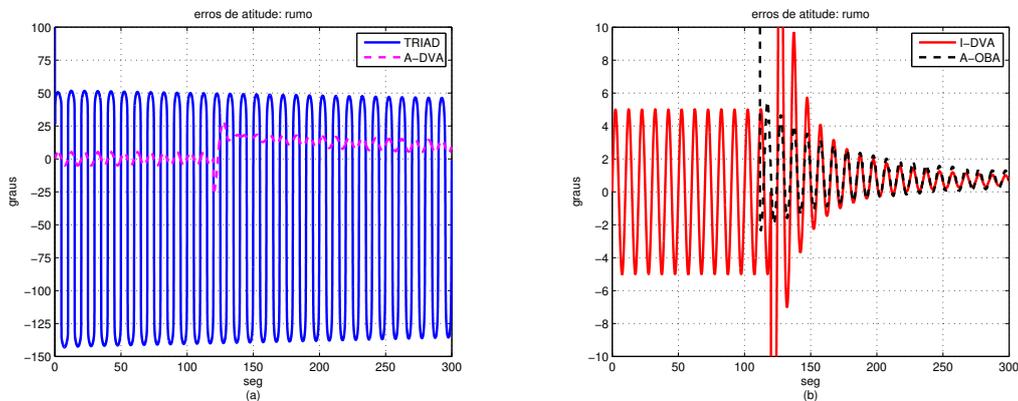
para valores inferiores a 2,0 graus para os métodos I-DVA e A-OBA. Além disso, os comportamentos dinâmicos dos erros de rumo foram semelhantes após 200 segundos de tempo de alinhamento grosseiro.

No geral, os resultados comparativos de simulação mostraram que os vieses dos sensores inerciais e o movimento da base, presente na condição de *mooring*, foram os principais fatores que influenciaram no desempenho dos quatro métodos de autoalinhamento grosseiro avaliados.

Em particular, os melhores resultados para o AUV em condição de *mooring* foram obtidos para os métodos I-DVA e A-OBA, com erros de rumo inferiores a 2,0 graus para 300 segundos de tempo de alinhamento grosseiro.

Neste sentido, os resultados de simulação para o AUV em condições estacionária e de *mooring* sugerem que os métodos I-DVA e A-OBA foram os mais adequados para as

Figura 32 – Comparação entre os erros de rumo obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA (à esquerda), I-DVA e A-OBA (à direita) para o AUV em condição de *mooring*. Tempo total de simulação de 300 segundos (5 minutos) de alinhamento grosseiro.



Fonte: Autor.

duas condições avaliadas. Testes experimentais, por conseguinte, foram realizados com a finalidade de comprovação dos resultados obtidos nas simulações.

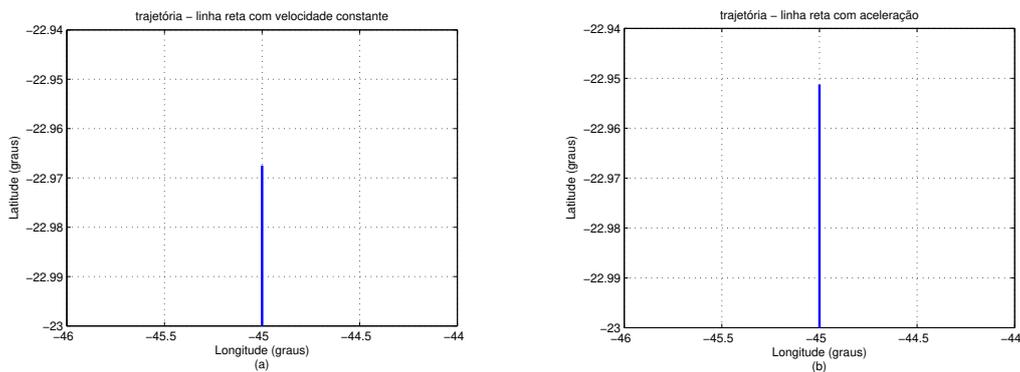
6.2 Simulações para a Análise de Estimabilidade

Nesta Seção, é apresentada a análise de estimabilidade baseada nos resultados obtidos com a simulação do comportamento dos sensores para diferentes cenários de navegação. Tais resultados foram obtidos durante o processo de alinhamento e calibração sensorial do AUV (isto é, estimação dos vieses dos sensores inerciais, e estimação do desalinhamento IMU/DVL e do erro de fator de escala do DVL), considerando as seguintes condições de movimento (manobras):

1. **AUV estacionário;**
2. **AUV em condição de *mooring*.** Para esta condição de movimento, o balanço foi modelado conforme ilustrado na Seção 6.1;
3. **AUV em linha reta com velocidade constante.** Para o AUV em linha reta com velocidade constante, cuja trajetória resultante é ilustrada na Figura 33 (a), a velocidade foi de $1,0 \text{ m/s}$ em x , e nula em y e z . As oscilações em *roll*, *pitch* e no rumo também foram nulas;
4. **AUV em linha reta com aceleração.** Nesta manobra, cuja trajetória é ilustrada na Figura 33 (b), foram nulas as velocidades em y e z , bem como, as oscilações em *roll*, em *pitch* e no rumo. O modelo de velocidade adotado em *surge* foi de: $v_x = 1,5 + 0,75 \sin(\frac{2\pi t}{10})$ em m/s . Por conseguinte, a aceleração resultante foi de: $a_x = \frac{1,5\pi}{10} \cos(\frac{2\pi t}{10})$ (m/s^2);

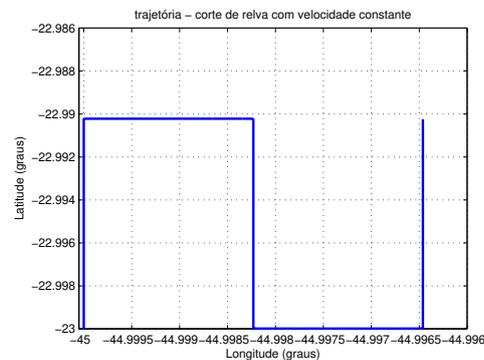
5. **AUV em corte de relva com velocidade constante.** Para esta manobra, cuja trajetória é ilustrada na Figura 34, a velocidade foi de $1,0 \text{ m/s}$ em x , e nula em y e z . Os rumos foram: 0° (primeiro trecho longo), 90° (primeiro trecho curto), 180° (segundo trecho longo), 90° (segundo trecho curto), e 0° (terceiro trecho longo). A variação angular foi de 90 graus em 5 segundos, na fase de mudança de direção. O movimento de balanço foi desconsiderado.

Figura 33 – Trajetórias realizadas para o AUV em linha reta com velocidade constante (à esquerda) e em linha reta com aceleração (à direita). Distâncias percorridas de 3600 metros (linha reta com velocidade constante) e de 5400 metros (linha reta com aceleração).



Fonte: Autor.

Figura 34 – Trajetória realizada para o AUV em corte de relva com velocidade constante. Distância percorrida de 3600 metros.



Fonte: Autor.

Além disso, a análise de estimabilidade foi realizada para três tipos de integração, no caso, a INS/GPS/DVL/PS, a INS/DVL/PS e a INS/DVL fracamente acopladas, seguindo as considerações:

1. AUV alinhado com o referencial de navegação (NED);
2. Coordenadas iniciais de -23 graus (latitude) e -45 graus (longitude);
3. Altitude e profundidade iniciais nulas;

4. Desalinhamento IMU/DVL e erro de fator de escala do DVL nulos;
5. Girômetros de $0,1^\circ/h$ (viés) e $0,0002^\circ/\sqrt{h}$ (*angle random walk*);
6. Acelerômetros de $100 \mu g$ (viés) e $0,012 (m/s)/\sqrt{h}$ (*velocity random walk*);
7. Parâmetros de sintonia do filtro de Kalman, baseada nas condições 4 a 6, são apresentadas na Tabela 2, onde *diag* e σ representam, respectivamente, matriz diagonal e desvio-padrão.

Tabela 2 – Sintonia do filtro de Kalman.

Matriz \mathbf{Q}
$\mathbf{Q} = \text{diag} [\sigma_{gx}^2 \quad \sigma_{gy}^2 \quad \sigma_{gz}^2 \quad \sigma_{ax}^2 \quad \sigma_{ay}^2 \quad \sigma_{az}^2 \quad \mathbf{0}_{1 \times 13}]_{19 \times 19}$
$\sigma_{gx} = \sigma_{gy} = \sigma_{gz} = 1,8404 \times 10^{-7} \text{ rad/s}; \sigma_{ax} = \sigma_{ay} = \sigma_{az} = 6,3246 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$
Matriz \mathbf{R}
$\mathbf{R} = \text{diag} [\sigma_{vx}^2 \quad \sigma_{vy}^2 \quad \sigma_{vz}^2 \quad \sigma_L^2 \quad \sigma_\lambda^2 \quad \sigma_{pD}^2]_{6 \times 6} \text{ (INS/GPS/DVL/PS)}$
$\mathbf{R} = \text{diag} [\sigma_{vx}^2 \quad \sigma_{vy}^2 \quad \sigma_{vz}^2 \quad \sigma_{pD}^2]_{4 \times 4} \text{ (INS/DVL/PS)}$
$\mathbf{R} = \text{diag} [\sigma_{vx}^2 \quad \sigma_{vy}^2 \quad \sigma_{vz}^2]_{3 \times 3} \text{ (INS/DVL)}$
$\sigma_{vx} = \sigma_{vy} = \sigma_{vz} = 0,005 \text{ m/s}; \sigma_L = \sigma_\lambda = 10^{-7} \text{ rad}; \sigma_{pD} = 0,1 \text{ m}$
\mathbf{P}_0 e \mathbf{x}_0
$\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}_{19 \times 1}$
$\mathbf{P}_0 = \text{diag} \left[\begin{array}{cccccc} \sigma_{\psi_N}^2 & \sigma_{\psi_E}^2 & \sigma_{\psi_D}^2 & \sigma_{\delta v_N}^2 & \sigma_{\delta v_E}^2 & \sigma_{\delta v_D}^2 \dots \\ \sigma_{\delta L}^2 & \sigma_{\delta \lambda}^2 & \sigma_{\delta h}^2 & \sigma_{b_{gx}}^2 & \sigma_{b_{gy}}^2 & \sigma_{b_{gz}}^2 \dots \\ \sigma_{b_{ax}}^2 & \sigma_{b_{ay}}^2 & \sigma_{b_{az}}^2 & \sigma_{e_x}^2 & \sigma_{e_y}^2 & \sigma_{e_z}^2 \sigma_{s_f}^2 \end{array} \right]_{19 \times 19}$
$\sigma_{\psi_N} = \sigma_{\psi_E} = 0,1^\circ, \sigma_{\psi_D} = 5,0^\circ; \sigma_{\delta v_N} = \sigma_{\delta v_E} = \sigma_{\delta v_D} = 0,1 \text{ m/s};$
$\sigma_{\delta L} = \sigma_{\delta \lambda} = 10^{-6} \text{ rad}; \sigma_{\delta h} = 1,0 \text{ m}; \sigma_{b_{gx}} = \sigma_{b_{gy}} = \sigma_{b_{gz}} = 0,5^\circ/h;$
$\sigma_{b_{ax}} = \sigma_{b_{ay}} = \sigma_{b_{az}} = 500 \mu g; \sigma_{e_x} = \sigma_{e_y} = 1,0^\circ, \sigma_{e_z} = 5,0^\circ; \sigma_{s_f} = 10\%$

Já o modelo em espaço de estados utilizado no filtro é dado pela Eq. (6.3), onde: $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\psi}^T \quad \boldsymbol{\delta v}^{nT} \quad \delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \quad \mathbf{b}_g^T \quad \mathbf{b}_a^T \quad \mathbf{e}^T \quad s_f]^T$ representa o vetor de estados; \mathbf{w} é o vetor de ruídos de processo; $\boldsymbol{\psi} = [\psi_N \quad \psi_E \quad \psi_D]^T$ é o vetor de erro de atitude expresso no referencial de navegação, constituído pelos erros de alinhamento nas direções Norte (ψ_N), Leste (ψ_E) e Vertical (ψ_D); $\boldsymbol{\delta v}^n = [\delta v_N \quad \delta v_E \quad \delta v_D]^T$ é o vetor de erros de velocidade expresso no referencial de navegação; $\delta L, \delta \lambda, \delta h$ correspondem aos erros de latitude, de longitude e de altitude, respectivamente; $\mathbf{b}_g = [b_{gx} \quad b_{gy} \quad b_{gz}]^T$ é o vetor de viés dos girômetros; $\mathbf{b}_a = [b_{ax} \quad b_{ay} \quad b_{az}]^T$ é o vetor de viés dos acelerômetros; $\mathbf{e} = [e_x \quad e_y \quad e_z]^T$ e s_f correspondem, respectivamente, ao vetor de desalinhamento IMU/DVL nos eixos x (e_x), y (e_y) e z (e_z), e ao erro de fator de escala do DVL; e $\boldsymbol{\nu}$ corresponde ao vetor de ruídos de medição.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \boldsymbol{\nu} \end{cases} \quad (6.3)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{A}_3 & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ [\mathbf{f}^n \times] & ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) & [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{B}_1 & 0 & 0 & b_2 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{C}_1 & c_2 & 0 & c_3 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{C}_4 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 1} & \mathbf{0}_{4 \times 1} & \mathbf{0}_{4 \times 1} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{v}^n \times] & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] & -\mathbf{v}^n \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \text{ (INS/GPS/DVL/PS)} \quad (6.6)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{v}^n \times] & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] & -\mathbf{v}^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & [0 \ 0 \ 1] & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix} \text{ (INS/DVL/PS)} \quad (6.7)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{v}^n \times] & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_b^n [\mathbf{v}^b \times] & -\mathbf{v}^n \end{bmatrix} \text{ (INS/DVL)} \quad (6.8)$$

6.2.1 AUV estacionário

A Tabela 3 mostra os valores finais dos autovalores da matriz de covariância *a posteriori* dos erros dos estados normalizada (\mathbf{P}_k^{N+}) obtidos para as integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL.

Tabela 3 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV estacionário.

Autovalor	INS/GPS/DVL/PS	INS/DVL/PS	INS/DVL
λ_1	6,2839	5,3173	4,0172
λ_2	5,9550	5,3171	3,9634
λ_3	2,6336	2,5243	3,9632
λ_4	2,4978	2,3101	2,2215
λ_5	0,8458	1,4025	2,1877
λ_6	0,4968	1,3630	1,0692
λ_7	0,2750	0,3850	1,0325
λ_8	0,0077	0,2559	0,2719
λ_9	0,0013	0,1196	0,1715
λ_{10}	0,0012	0,0033	0,0983
λ_{11}	0,0012	0,0006	0,0025
λ_{12}	0,0005	0,0005	0,0004
λ_{13}	0,0001	0,0005	0,0004
λ_{14}	0,0001	0,0002	0,0004
λ_{15}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{16}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{17}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{18}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{19}	0,0000	0,0000	0,0000

Para a integração INS/GPS/DVL/PS, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_7 . Já para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_9 e λ_1 a λ_{10} , respectivamente.

Com relação aos autovetores de \mathbf{P}_k^{N+} , as Tabelas 4 a 6 mostram os valores finais dos autovetores associados aos maiores autovalores da Tabela 3. Considerando a integração INS/GPS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$ apontaram nas seguintes direções: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de e_y e e_x ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de e_x e e_y ; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, nas direções de b_{ay} , b_{ax} , ψ_N , ψ_E , b_{gy} , ψ_D e e_z ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de b_{ax} , b_{ay} , ψ_E , ψ_N ; 5) $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$, nas direções de b_{gy} , e_z , ψ_D , b_{ay} , b_{ax} ; 6) $\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$, nas direções de e_z , b_{gy} , ψ_D ; 7) $\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$, na direção de s_f .

Para a integração INS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_9)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de $\delta\lambda$ e δL ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de δL e $\delta\lambda$; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, nas direções de e_y e e_x ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de e_x e e_y ; 5) $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$, nas direções de b_{ay} , ψ_N e b_{ax} ; 6) $\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$, nas direções de b_{ax} , ψ_E , b_{gy} , b_{ay} e ψ_D ; 7) $\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$, nas direções de b_{gy} , e_z , ψ_D e b_{ax} ; 8) $\mathbf{v}^{(\lambda_8)}$, nas direções de e_z , b_{gy} , ψ_D e b_{ax} ; 9) $\mathbf{v}^{(\lambda_9)}$, na direção de s_f .

Já para a integração INS/DVL, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_{10})}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de δh e e_x ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de $\delta\lambda$ e δL ; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, nas direções de δL e $\delta\lambda$; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de e_x , e_y e δh ; 5) $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$, nas direções de e_y e e_x ; 6) $\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$, nas direções de b_{ay} , ψ_N , b_{ax} e ψ_E ; 7) $\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$, nas direções de b_{ax} , ψ_E , b_{ay} , b_{gy} e ψ_N ; 8) $\mathbf{v}^{(\lambda_8)}$, nas direções de b_{gy} , e_z , ψ_D e b_{ax} ; 9) $\mathbf{v}^{(\lambda_9)}$, nas direções de e_z , b_{gy} , ψ_D ; 10) $\mathbf{v}^{(\lambda_{10})}$, na direção de s_f ;

Neste sentido, os estados menos estimáveis para o AUV estacionário foram: 1) ψ_N , ψ_E , ψ_D , b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x , e_y , e_z e s_f , para a integração INS/GPS/DVL/PS; 2) ψ_N , ψ_E , ψ_D ,

Tabela 4 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV estacionário. Integração INS/GPS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$
ψ_N	0,0012	0,0012	0,2114	0,1746	0,0287	0,0104	0,0005
ψ_E	0,0009	0,0017	0,1724	0,2134	0,0278	0,0079	0,0002
ψ_D	0,0004	0,0004	0,0555	0,0052	0,3134	0,2136	0,0000
δv_N	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0007	0,0007
δv_E	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0007	0,0003	0,0006
δv_D	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
δL	0,0002	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002
$\delta \lambda$	0,0002	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001
δh	0,0001	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0023
b_{gx}	0,0000	0,0000	0,0025	0,0046	0,0079	0,0051	0,0000
b_{gy}	0,0009	0,0010	0,1379	0,0090	0,7542	0,5142	0,0000
b_{gz}	0,0000	0,0001	0,0160	0,0073	0,0182	0,0135	0,0003
b_{ax}	0,0032	0,0058	0,5942	0,7484	0,0984	0,0291	0,0008
b_{ay}	0,0044	0,0040	0,7406	0,6030	0,1020	0,0374	0,0017
b_{az}	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
e_x	0,6146	0,7888	0,0031	0,0059	0,0023	0,0066	0,0011
e_y	0,7888	0,6146	0,0047	0,0043	0,0001	0,0017	0,0002
e_z	0,0055	0,0043	0,0416	0,0081	0,5575	0,8290	0,0005
s_f	0,0008	0,0007	0,0018	0,0005	0,0006	0,0003	1,0000

δL , $\delta \lambda$, b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x , e_y , e_z e s_f , para a integração INS/DVL/PS; 3) ψ_N , ψ_E , ψ_D , δL , $\delta \lambda$, δh , b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x , e_y , e_z e s_f , para a integração INS/DVL;

6.2.2 AUV em condição de *mooring*

A Tabela 7 mostra os valores finais dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} obtidos para o AUV em condição de *mooring*. Para a integração INS/GPS/DVL/PS, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_2 . Já para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_4 e λ_1 a λ_5 , respectivamente.

Com relação aos autovetores de \mathbf{P}_k^{N+} , os valores finais dos autovetores associados aos maiores autovalores da Tabela 7 são mostrados nas Tabelas 8 a 10. Considerando a integração INS/GPS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$ apontaram nas seguintes direções: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de e_x , e_y e e_z ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de b_{gy} e ψ_D .

Para a integração INS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de $\delta \lambda$ e δL ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de δL e $\delta \lambda$; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, nas direções de e_x , e_y e e_z ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de b_{gy} e ψ_D .

Já para a integração INS/DVL, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, na direção de δh ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de $\delta \lambda$ e δL ; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, nas direções de δL e $\delta \lambda$; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de e_x , e_y e e_z ; 5) $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$, nas direções de b_{gy} e ψ_D .

Em suma, os estados menos estimáveis para o AUV em condição de *mooring* foram: 1) ψ_D , b_{gy} , e_x , e_y e e_z , para a integração INS/GPS/DVL/PS; 2) ψ_D , δL , $\delta \lambda$, b_{gy} , e_x , e_y e e_z , para a integração INS/DVL/PS; 3) ψ_D , δL , $\delta \lambda$, δh , b_{gy} , e_x , e_y e e_z , para a integração

Tabela 5 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV estacionário. Integração INS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$
ψ_N	0,0000	0,0000	0,0016	0,0044	0,2751	0,0201	0,0018
ψ_E	0,0000	0,0000	0,0025	0,0026	0,0192	0,2730	0,0319
ψ_D	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0049	0,0473	0,3101
δv_N	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001	0,0001
δv_E	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007
δv_D	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
δL	0,0433	0,9991	0,0011	0,0011	0,0000	0,0001	0,0002
$\delta \lambda$	0,9991	0,0433	0,0013	0,0011	0,0000	0,0000	0,0001
δh	0,0000	0,0000	0,0003	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
b_{gx}	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0064	0,0002
b_{gy}	0,0001	0,0002	0,0004	0,0011	0,0070	0,1144	0,7478
b_{gz}	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0121	0,0161	0,0117
b_{ax}	0,0000	0,0001	0,0088	0,0089	0,0658	0,9509	0,1123
b_{ay}	0,0000	0,0000	0,0055	0,0152	0,9587	0,0661	0,0024
b_{az}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000
e_x	0,0017	0,0001	0,6955	0,7183	0,0153	0,0008	0,0030
e_y	0,0001	0,0016	0,7184	0,6955	0,0078	0,0125	0,0002
e_z	0,0003	0,0006	0,0063	0,0034	0,0074	0,0259	0,5752
s_f	0,0003	0,0001	0,0001	0,0017	0,0008	0,0011	0,0050
Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_8)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_9)}$					
ψ_N	0,0006	0,0002					
ψ_E	0,0136	0,0005					
ψ_D	0,2197	0,0025					
δv_N	0,0008	0,0006					
δv_E	0,0001	0,0008					
δv_D	0,0000	0,0001					
δL	0,0006	0,0001					
$\delta \lambda$	0,0002	0,0003					
δh	0,0000	0,0030					
b_{gx}	0,0004	0,0000					
b_{gy}	0,5298	0,0060					
b_{gz}	0,0087	0,0000					
b_{ax}	0,0482	0,0019					
b_{ay}	0,0048	0,0007					
b_{az}	0,0000	0,0000					
e_x	0,0063	0,0012					
e_y	0,0020	0,0012					
e_z	0,8175	0,0008					
s_f	0,0045	1,0000					

INS/DVL.

6.2.3 AUV em linha reta com velocidade constante

A Tabela 11 mostra os valores finais dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} para o AUV em linha reta com velocidade constante. Para a integração INS/GPS/DVL/PS, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_4 . Já para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_6 e λ_1 a λ_7 , respectivamente.

As Tabelas 12 a 14 mostram os valores finais dos autovetores associados aos maiores autovalores da Tabela 11. Considerando a integração INS/GPS/DVL/PS, os autovetores

Tabela 6 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV estacionário. Integração INS/DVL.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$
ψ_N	0,0002	0,0000	0,0000	0,0004	0,0022	0,2697	0,0579
ψ_E	0,0001	0,0000	0,0000	0,0021	0,0002	0,0567	0,2687
ψ_D	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0156	0,0352
δv_N	0,0000	0,0000	0,0000	0,0010	0,0014	0,0002	0,0001
δv_E	0,0000	0,0000	0,0000	0,0014	0,0010	0,0000	0,0001
δv_D	0,0001	0,0000	0,0000	0,0008	0,0001	0,0000	0,0000
δL	0,0059	0,1244	0,9921	0,0071	0,0098	0,0000	0,0001
$\delta \lambda$	0,0107	0,9921	0,1243	0,0111	0,0074	0,0001	0,0002
δh	0,9988	0,0103	0,0075	0,0471	0,0024	0,0006	0,0002
b_{gx}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0013	0,0061
b_{gy}	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0006	0,0329	0,0859
b_{gz}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0082	0,0173
b_{ax}	0,0002	0,0001	0,0001	0,0071	0,0008	0,1971	0,9357
b_{ay}	0,0006	0,0000	0,0000	0,0013	0,0076	0,9400	0,1994
b_{az}	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001
e_x	0,0400	0,0128	0,0015	0,8165	0,5757	0,0043	0,0067
e_y	0,0252	0,0015	0,0118	0,5752	0,8175	0,0066	0,0037
e_z	0,0001	0,0010	0,0011	0,0028	0,0002	0,0123	0,0146
s_f	0,0089	0,0008	0,0006	0,0007	0,0001	0,0029	0,0010
Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_8)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_9)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_{10})}$				
ψ_N	0,0059	0,0006	0,0007				
ψ_E	0,0252	0,0093	0,0006				
ψ_D	0,3280	0,1941	0,0026				
δv_N	0,0003	0,0034	0,0031				
δv_E	0,0002	0,0033	0,0035				
δv_D	0,0001	0,0000	0,0098				
δL	0,0003	0,0012	0,0005				
$\delta \lambda$	0,0002	0,0008	0,0008				
δh	0,0001	0,0001	0,0089				
b_{gx}	0,0009	0,0004	0,0000				
b_{gy}	0,7908	0,4679	0,0064				
b_{gz}	0,0161	0,0103	0,0003				
b_{ax}	0,0901	0,0344	0,0021				
b_{ay}	0,0175	0,0003	0,0026				
b_{az}	0,0000	0,0000	0,0002				
e_x	0,0014	0,0016	0,0003				
e_y	0,0002	0,0018	0,0002				
e_z	0,5076	0,8614	0,0013				
s_f	0,0055	0,0047	0,9999				

$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$ apontaram nas seguintes direções: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de b_{gy} , b_{ay} , b_{ax} , e_z , ψ_D , ψ_N e ψ_E ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de b_{ax} , b_{ay} , ψ_E e ψ_N ; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, nas direções de b_{ay} , b_{gy} , b_{ax} , e_z , ψ_D , ψ_N e ψ_E ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, na direção de e_x .

Para a integração INS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, na direção de $\delta \lambda$; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, na direção de δL ; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, nas direções de b_{ay} , b_{ax} , ψ_N , b_{gy} , ψ_E , ψ_D e e_z ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de b_{ax} , b_{ay} , ψ_E e ψ_N ; 5) $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$, nas direções de b_{gy} , e_z , ψ_D , b_{ax} , b_{ay} , ψ_E e ψ_N ; 6) $\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$, na direção de e_x .

Já para a integração INS/DVL, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de $\delta \lambda$ e δh ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de δh e $\delta \lambda$; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, na direção

Tabela 7 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em condição de *mooring*.

Autovalor	INS/GPS/DVL/PS	INS/DVL/PS	INS/DVL
λ_1	17,2920	7,4130	5,3142
λ_2	1,5859	7,4130	5,3048
λ_3	0,0683	3,7119	5,3047
λ_4	0,0230	0,4361	2,7253
λ_5	0,0219	0,0145	0,3324
λ_6	0,0031	0,0049	0,0104
λ_7	0,0016	0,0047	0,0035
λ_8	0,0016	0,0007	0,0033
λ_9	0,0016	0,0003	0,0005
λ_{10}	0,0003	0,0003	0,0002
λ_{11}	0,0002	0,0003	0,0002
λ_{12}	0,0002	0,0001	0,0002
λ_{13}	0,0002	0,0000	0,0000
λ_{14}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{15}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{16}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{17}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{18}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{19}	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 8 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em condição de *mooring*. Integração INS/GPS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$
ψ_N	0,0002	0,0052
ψ_E	0,0004	0,0013
ψ_D	0,0141	0,3809
δv_N	0,0001	0,0002
δv_E	0,0000	0,0004
δv_D	0,0000	0,0000
δL	0,0000	0,0007
$\delta \lambda$	0,0000	0,0009
δh	0,0001	0,0000
b_{gx}	0,0008	0,0226
b_{gy}	0,0341	0,9234
b_{gz}	0,0002	0,0060
b_{ax}	0,0016	0,0112
b_{ay}	0,0007	0,0141
b_{az}	0,0000	0,0000
e_x	0,7186	0,0270
e_y	0,6802	0,0246
e_z	0,1398	0,0052
s_f	0,0000	0,0000

de δL ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de e_x , b_{ay} e ψ_N ; 5) $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$, nas direções de b_{ay} , b_{ax} , ψ_E , ψ_N , b_{gy} , e_x , ψ_D e e_z ; 6) $\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$, nas direções de b_{ax} , b_{ay} , ψ_E , ψ_N e e_x ; 7) $\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$, nas direções de b_{gy} , e_z , ψ_D , b_{ax} , b_{ay} e ψ_E .

Em resumo, os estados menos estimáveis para o AUV em linha reta com velocidade constante foram: 1) ψ_N , ψ_E , ψ_D , b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x e e_z , para a integração INS/GPS/DVL/PS; 2) ψ_N , ψ_E , ψ_D , δL , $\delta \lambda$, b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x e e_z , para a integração INS/DVL/PS; 3) ψ_N , ψ_E , ψ_D , δL , $\delta \lambda$, δh , b_{gy} , b_{ax} , b_{ay} , e_x e e_z , para a integração INS/DVL.

Tabela 9 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em condição de *mooring*. Integração INS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$
ψ_N	0,0000	0,0000	0,0001	0,0043
ψ_E	0,0000	0,0000	0,0004	0,0017
ψ_D	0,0001	0,0001	0,0181	0,3808
δv_N	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003
δv_E	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006
δv_D	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
δL	0,1474	0,9891	0,0002	0,0002
$\delta \lambda$	0,9891	0,1474	0,0003	0,0001
δh	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
b_{gx}	0,0000	0,0000	0,0025	0,0524
b_{gy}	0,0002	0,0002	0,0438	0,9217
b_{gz}	0,0000	0,0000	0,0003	0,0072
b_{ax}	0,0000	0,0000	0,0016	0,0134
b_{ay}	0,0000	0,0000	0,0003	0,0149
b_{az}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
e_x	0,0003	0,0001	0,7185	0,0341
e_y	0,0002	0,0001	0,6797	0,0323
e_z	0,0000	0,0000	0,1398	0,0068
s_f	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 10 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em condição de *mooring*. Integração INS/DVL.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$
ψ_N	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001	0,0042
ψ_E	0,0002	0,0000	0,0000	0,0002	0,0017
ψ_D	0,0001	0,0001	0,0001	0,0189	0,3808
δv_N	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003
δv_E	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005
δv_D	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
δL	0,0015	0,1478	0,9890	0,0001	0,0002
$\delta \lambda$	0,0023	0,9890	0,1478	0,0002	0,0001
δh	1,0000	0,0020	0,0018	0,0013	0,0001
b_{gx}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0027	0,0543
b_{gy}	0,0001	0,0002	0,0002	0,0458	0,9215
b_{gz}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0071
b_{ax}	0,0006	0,0000	0,0000	0,0010	0,0133
b_{ay}	0,0006	0,0000	0,0000	0,0002	0,0140
b_{az}	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
e_x	0,0009	0,0002	0,0000	0,7187	0,0359
e_y	0,0009	0,0001	0,0000	0,6794	0,0335
e_z	0,0002	0,0000	0,0000	0,1398	0,0071
s_f	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

6.2.4 AUV em linha reta com aceleração

A Tabela 15 mostra os valores finais dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} para o AUV em linha reta com aceleração. Para a integração INS/GPS/DVL/PS, os maiores autovalores foram λ_1 e λ_2 . Já para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_4 e λ_1 a λ_5 , respectivamente.

Nas Tabelas 16 a 18, são mostrados os valores finais dos autovetores associados

Tabela 11 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em linha reta com velocidade constante.

Autovalor	INS/GPS/DVL/PS	INS/DVL/PS	INS/DVL
λ_1	7,5640	11,1873	7,5791
λ_2	5,7852	7,7589	6,9521
λ_3	5,1647	0,0231	4,4081
λ_4	0,4775	0,0213	0,0186
λ_5	0,0020	0,0085	0,0183
λ_6	0,0020	0,0007	0,0171
λ_7	0,0020	0,0001	0,0065
λ_8	0,0013	0,0001	0,0000
λ_9	0,0004	0,0001	0,0000
λ_{10}	0,0002	0,0000	0,0000
λ_{11}	0,0002	0,0000	0,0000
λ_{12}	0,0002	0,0000	0,0000
λ_{13}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{14}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{15}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{16}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{17}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{18}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{19}	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 12 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com velocidade constante. Integração INS/GPS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$
ψ_N	0,1286	0,1576	0,1864	0,0020
ψ_E	0,0933	0,2264	0,1269	0,0001
ψ_D	0,2909	0,0008	0,2073	0,0014
δv_N	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
δv_E	0,0003	0,0000	0,0002	0,0000
δv_D	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004
δL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$\delta \lambda$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
δh	0,0000	0,0000	0,0000	0,0008
b_{gx}	0,0013	0,0051	0,0052	0,0000
b_{gy}	0,7057	0,0054	0,4968	0,0034
b_{gz}	0,0046	0,0111	0,0058	0,0003
b_{ax}	0,3168	0,7917	0,4424	0,0003
b_{ay}	0,4550	0,5444	0,6484	0,0071
b_{az}	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000
e_x	0,0069	0,0040	0,0028	1,0000
e_y	0,0093	0,0227	0,0126	0,0028
e_z	0,2909	0,0008	0,2073	0,0015
s_f	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

aos maiores autovalores da Tabela 15. Considerando a integração INS/GPS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ e $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$ apontaram nas seguintes direções: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de b_{ay} e ψ_N ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, na direção de e_x .

Para a integração INS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, na direção de $\delta \lambda$; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, na direção de δL ; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, na direção de e_x ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, nas direções de b_{ay} e ψ_N .

Tabela 13 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com velocidade constante. Integração INS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$
ψ_N	0,0002	0,0000	0,1971	0,1888	0,0402	0,0046
ψ_E	0,0002	0,0000	0,1843	0,2012	0,0403	0,0003
ψ_D	0,0012	0,0001	0,0787	0,0012	0,3480	0,0011
δv_N	0,0002	0,0219	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007
δv_E	0,0204	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0004
δv_D	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0010
δL	0,0032	0,9997	0,0000	0,0000	0,0003	0,0002
$\delta \lambda$	0,9997	0,0032	0,0006	0,0001	0,0017	0,0001
δh	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0017
b_{gx}	0,0001	0,0000	0,0028	0,0045	0,0075	0,0000
b_{gy}	0,0028	0,0003	0,1857	0,0075	0,8428	0,0028
b_{gz}	0,0000	0,0003	0,0078	0,0123	0,0051	0,0000
b_{ax}	0,0006	0,0000	0,6482	0,6931	0,1497	0,0001
b_{ay}	0,0007	0,0000	0,6779	0,6654	0,1460	0,0159
b_{az}	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
e_x	0,0001	0,0002	0,0122	0,0116	0,0006	0,9998
e_y	0,0000	0,0000	0,0186	0,0199	0,0041	0,0064
e_z	0,0123	0,0000	0,0787	0,0013	0,3485	0,0009
s_f	0,0001	0,0126	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004

Tabela 14 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com velocidade constante. Integração INS/DVL.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_6)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_7)}$
ψ_N	0,0002	0,0001	0,0001	0,0483	0,1889	0,1925	0,0325
ψ_E	0,0002	0,0002	0,0001	0,0027	0,1914	0,1940	0,0420
ψ_D	0,0012	0,0007	0,0001	0,0055	0,0695	0,0026	0,3501
δv_N	0,0000	0,0002	0,0219	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
δv_E	0,0176	0,0104	0,0001	0,0002	0,0004	0,0001	0,0003
δv_D	0,0018	0,0030	0,0000	0,0027	0,0004	0,0004	0,0000
δL	0,0015	0,0094	0,9996	0,0007	0,0002	0,0006	0,0004
$\delta \lambda$	0,8606	0,5087	0,0035	0,0006	0,0011	0,0002	0,0010
δh	0,5088	0,8608	0,0088	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
b_{gx}	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0057	0,0046	0,0058
b_{gy}	0,0028	0,0017	0,0005	0,0121	0,1632	0,0109	0,8474
b_{gz}	0,0000	0,0000	0,0003	0,0005	0,0115	0,0068	0,0035
b_{ax}	0,0008	0,0006	0,0004	0,0112	0,6606	0,6843	0,1351
b_{ay}	0,0006	0,0003	0,0002	0,1681	0,6639	0,6628	0,1244
b_{az}	0,0001	0,0003	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000
e_x	0,0005	0,0005	0,0008	0,9843	0,1172	0,1310	0,0069
e_y	0,0056	0,0094	0,0002	0,0113	0,0205	0,0180	0,0042
e_z	0,0099	0,0058	0,0001	0,0053	0,0694	0,0027	0,3503
s_f	0,0001	0,0001	0,0121	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Já para a integração INS/DVL, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, na direção de $\delta \lambda$; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de δh , b_{ax} e ψ_E ; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, na direção de δL ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, na direção de e_x ; 5) $\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$, nas direções de b_{ay} e ψ_N .

Por conseguinte, os estados menos estimáveis para o AUV em linha reta com aceleração foram: 1) ψ_N , b_{ay} e e_x , para a integração INS/GPS/DVL/PS; 2) ψ_N , δL , $\delta \lambda$, b_{ay} e e_x , para a integração INS/DVL/PS; 3) ψ_N , ψ_E , δL , $\delta \lambda$, δh , b_{ax} , b_{ay} e e_x , para a integração INS/DVL.

Tabela 15 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em linha reta com aceleração.

Autovalor	INS/GPS/DVL/PS	INS/DVL/PS	INS/DVL
λ_1	12,4142	17,9467	16,2854
λ_2	6,4879	0,6064	1,7055
λ_3	0,0953	0,2651	0,5502
λ_4	0,0006	0,1766	0,2447
λ_5	0,0006	0,0040	0,1619
λ_6	0,0006	0,0008	0,0512
λ_7	0,0002	0,0004	0,0007
λ_8	0,0001	0,0000	0,0003
λ_9	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{10}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{11}	0,0001	0,0000	0,0000
λ_{12}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{13}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{14}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{15}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{16}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{17}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{18}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{19}	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 16 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com aceleração. Integração INS/GPS/DVL/PS.

Direção	$v^{(\lambda_1)}$	$v^{(\lambda_2)}$
ψ_N	0,2759	0,0040
ψ_E	0,0001	0,0005
ψ_D	0,0000	0,0000
δv_N	0,0000	0,0000
δv_E	0,0000	0,0000
δv_D	0,0000	0,0001
δL	0,0000	0,0000
$\delta \lambda$	0,0000	0,0000
δh	0,0000	0,0001
b_{gx}	0,0000	0,0000
b_{gy}	0,0057	0,0001
b_{gz}	0,0000	0,0000
b_{ax}	0,0001	0,0017
b_{ay}	0,9611	0,0140
b_{az}	0,0001	0,0000
e_x	0,0146	0,9999
e_y	0,0000	0,0001
e_z	0,0000	0,0000
s_f	0,0000	0,0000

6.2.5 AUV em corte de relva com velocidade constante

A Tabela 19 mostra os valores finais dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} para o AUV em corte de relva com velocidade constante. Para a integração INS/GPS/DVL/PS, o maior autovalor foi λ_1 . Já para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, os maiores autovalores foram λ_1 a λ_3 e λ_1 a λ_4 , respectivamente.

Nas Tabelas 20 a 22, são mostrados os valores finais dos autovetores associados

Tabela 17 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com aceleração. Integração INS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$
ψ_N	0,0015	0,0001	0,0024	0,2759
ψ_E	0,0000	0,0000	0,0001	0,0021
ψ_D	0,0120	0,0000	0,0000	0,0008
δv_N	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
δv_E	0,0158	0,0000	0,0000	0,0010
δv_D	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
δL	0,0128	0,9999	0,0000	0,0004
$\delta \lambda$	0,9993	0,0128	0,0024	0,0059
δh	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
b_{gx}	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000
b_{gy}	0,0291	0,0000	0,0001	0,0041
b_{gz}	0,0001	0,0000	0,0000	0,0116
b_{ax}	0,0003	0,0000	0,0002	0,0001
b_{ay}	0,0058	0,0004	0,0084	0,9611
b_{az}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
e_x	0,0023	0,0000	1,0000	0,0088
e_y	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
e_z	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
s_f	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 18 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em linha reta com aceleração. Integração INS/DVL.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_5)}$
ψ_N	0,0026	0,0007	0,0001	0,0037	0,2758
ψ_E	0,0024	0,0681	0,0000	0,0008	0,0029
ψ_D	0,0120	0,0002	0,0000	0,0000	0,0008
δv_N	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
δv_E	0,0158	0,0003	0,0000	0,0000	0,0011
δv_D	0,0001	0,0018	0,0000	0,0001	0,0000
δL	0,0162	0,0003	0,9999	0,0000	0,0003
$\delta \lambda$	0,9989	0,0252	0,0162	0,0006	0,0095
δh	0,0238	0,9687	0,0002	0,0053	0,0001
b_{gx}	0,0005	0,0011	0,0000	0,0000	0,0000
b_{gy}	0,0290	0,0005	0,0000	0,0001	0,0038
b_{gz}	0,0003	0,0032	0,0000	0,0002	0,0105
b_{ax}	0,0084	0,2372	0,0000	0,0025	0,0002
b_{ay}	0,0092	0,0003	0,0004	0,0128	0,9610
b_{az}	0,0001	0,0004	0,0000	0,0000	0,0001
e_x	0,0006	0,0045	0,0000	0,9999	0,0133
e_y	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000
e_z	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
s_f	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

aos maiores autovalores da Tabela 19. Considerando a integração INS/GPS/DVL/PS, o autovetor $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ apontou na direção de e_x . Para a integração INS/DVL/PS, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, nas direções de $\delta \lambda$ e δL ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, nas direções de δL e $\delta \lambda$; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, na direção de e_x .

Já para a integração INS/DVL, os autovetores $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ a $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$ apontaram nas direções de: 1) $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$, na direção de δh ; 2) $\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$, na direção de $\delta \lambda$; 3) $\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$, na direção de δL ; 4) $\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$, na direção de e_x .

Tabela 19 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . Integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL. AUV em corte de relva com velocidade constante.

Autovalor	INS/GPS/DVL/PS	INS/DVL/PS	INS/DVL
λ_1	18,6447	9,4706	18,4829
λ_2	0,0707	9,4520	0,2303
λ_3	0,0704	0,0669	0,2298
λ_4	0,0701	0,0077	0,0567
λ_5	0,0472	0,0008	0,0002
λ_6	0,0215	0,0008	0,0001
λ_7	0,0213	0,0004	0,0000
λ_8	0,0148	0,0002	0,0000
λ_9	0,0086	0,0001	0,0000
λ_{10}	0,0084	0,0001	0,0000
λ_{11}	0,0073	0,0001	0,0000
λ_{12}	0,0044	0,0001	0,0000
λ_{13}	0,0036	0,0001	0,0000
λ_{14}	0,0028	0,0000	0,0000
λ_{15}	0,0026	0,0000	0,0000
λ_{16}	0,0009	0,0000	0,0000
λ_{17}	0,0007	0,0000	0,0000
λ_{18}	0,0000	0,0000	0,0000
λ_{19}	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 20 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em corte de relva com velocidade constante. Integração INS/GPS/DVL/PS.

Direção	$v^{(\lambda_1)}$
ψ_N	0,0000
ψ_E	0,0001
ψ_D	0,0000
δv_N	0,0000
δv_E	0,0000
δv_D	0,0001
δL	0,0000
$\delta \lambda$	0,0000
δh	0,0002
b_{gx}	0,0000
b_{gy}	0,0001
b_{gz}	0,0000
b_{ax}	0,0002
b_{ay}	0,0000
b_{az}	0,0000
e_x	1,0000
e_y	0,0007
e_z	0,0000
s_f	0,0000

Desta forma, os estados menos estimáveis para o AUV em corte de relva com velocidade constante foram: 1) e_x , para a integração INS/GPS/DVL/PS; 2) δL , $\delta \lambda$ e e_x , para a integração INS/DVL/PS; 3) δL , $\delta \lambda$, δh e e_x , para a integração INS/DVL.

Tabela 21 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em corte de relva com velocidade constante. Integração INS/DVL/PS.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$
ψ_N	0,0000	0,0000	0,0001
ψ_E	0,0000	0,0000	0,0002
ψ_D	0,0000	0,0000	0,0002
δv_N	0,0001	0,0005	0,0001
δv_E	0,0006	0,0001	0,0003
δv_D	0,0000	0,0000	0,0003
δL	0,0501	0,9987	0,0000
$\delta \lambda$	0,9987	0,0501	0,0000
δh	0,0000	0,0000	0,0006
b_{gx}	0,0000	0,0000	0,0000
b_{gy}	0,0000	0,0000	0,0001
b_{gz}	0,0000	0,0000	0,0033
b_{ax}	0,0000	0,0000	0,0003
b_{ay}	0,0000	0,0000	0,0002
b_{az}	0,0000	0,0000	0,0000
e_x	0,0000	0,0000	1,0000
e_y	0,0000	0,0000	0,0019
e_z	0,0006	0,0001	0,0001
s_f	0,0001	0,0005	0,0001

Tabela 22 – Valores finais ($t = 60$ min) dos autovetores associados aos maiores autovalores de \mathbf{P}_k^{N+} . AUV em corte de relva com velocidade constante. Integração INS/DVL.

Direção	$\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_2)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_3)}$	$\mathbf{v}^{(\lambda_4)}$
ψ_N	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ψ_E	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ψ_D	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
δv_N	0,0000	0,0001	0,0005	0,0002
δv_E	0,0000	0,0006	0,0001	0,0000
δv_D	0,0026	0,0000	0,0000	0,0004
δL	0,0004	0,0266	0,9996	0,0014
$\delta \lambda$	0,0002	0,9996	0,0266	0,0088
δh	0,9999	0,0003	0,0004	0,0062
b_{gx}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
b_{gy}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
b_{gz}	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000
b_{ax}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
b_{ay}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
b_{az}	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
e_x	0,0062	0,0088	0,0016	0,9999
e_y	0,0150	0,0000	0,0000	0,0028
e_z	0,0000	0,0006	0,0002	0,0003
s_f	0,0000	0,0001	0,0005	0,0002

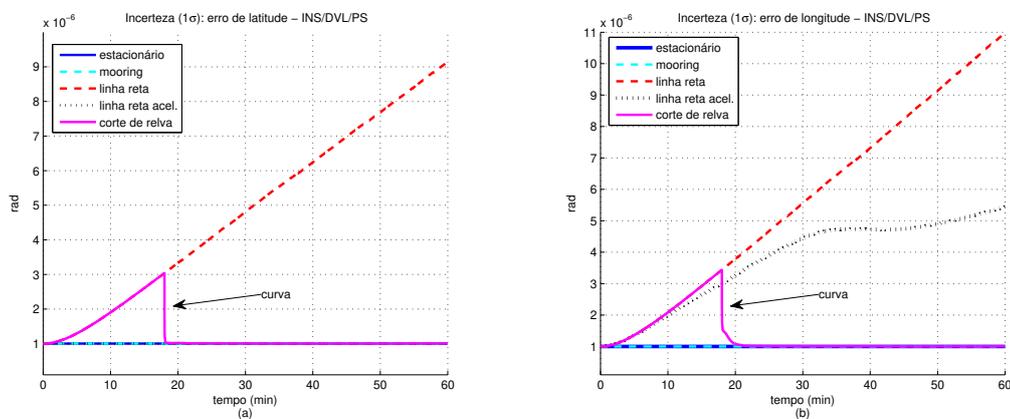
6.3 Simulações de Alinhamento Fino

Os resultados da análise de estimabilidade da Seção 6.2 mostraram que a estimabilidade das variáveis de estado associadas ao alinhamento, e também, à calibração do DVL e dos sensores inerciais, são influenciadas pelas condições de movimento ou manobras executadas pelo AUV. Além disso, a análise de estimabilidade mostrou que os erros de posição, isto é, os erros de latitude (δL), de longitude ($\delta \lambda$) e de altitude (δh) foram os

estados menos estimáveis para as integrações sem o auxílio do GPS e do profundímetro (INS/DVL/PS e INS/DVL).

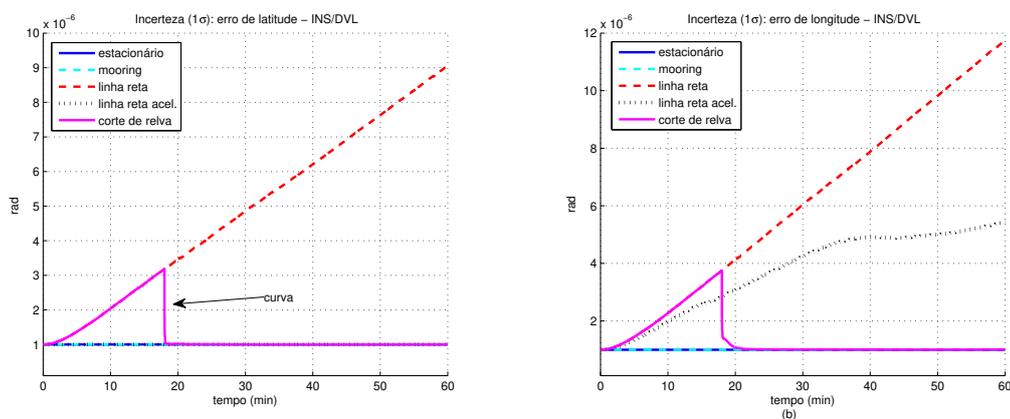
De fato, as incertezas de δL , $\delta \lambda$ e δh evidenciaram que estes estados foram não estimáveis para as integrações INS/DVL/PS (δL e $\delta \lambda$) e INS/DVL (δL , $\delta \lambda$ e δh), visto que, as incertezas destas variáveis foram iguais ou superiores aos seus respectivos valores iniciais (de 10^{-6} rad para δL e $\delta \lambda$, e de 1,0 m para δh) durante o tempo de simulação, como pode ser visto nas Figuras 35 a 37.

Figura 35 – Incertezas dos erros de latitude (δL) (à esquerda) e de longitude ($\delta \lambda$) (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL/PS. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



Fonte: Autor.

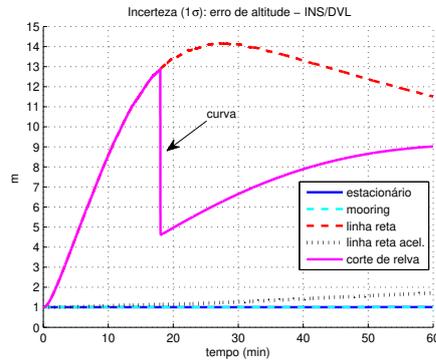
Figura 36 – Incertezas dos erros de latitude (δL) (à esquerda) e de longitude ($\delta \lambda$) para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



Fonte: Autor.

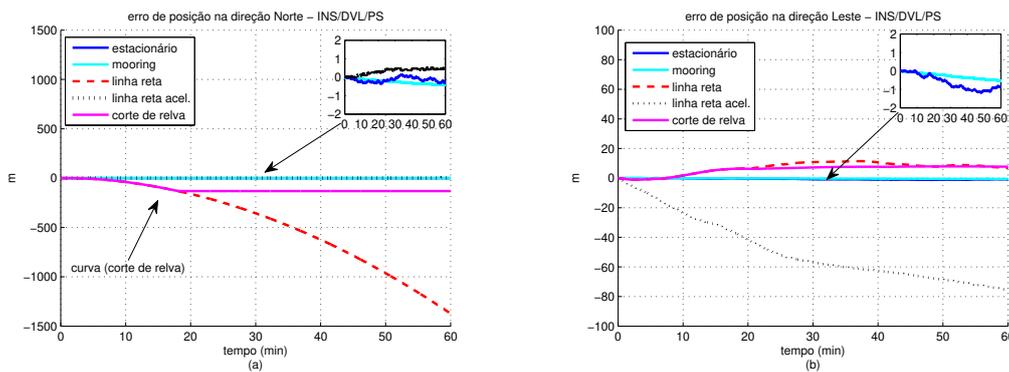
Destaca-se, no entanto, que a deriva da posição com o tempo é, também, influenciada pelas condições de movimento, com menores erros de posição horizontal para o AUV estacionário e em condição de *mooring*, conforme ilustram as Figuras 38 e 39 para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL.

Figura 37 – Incertezas dos erros de altitude (δh) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



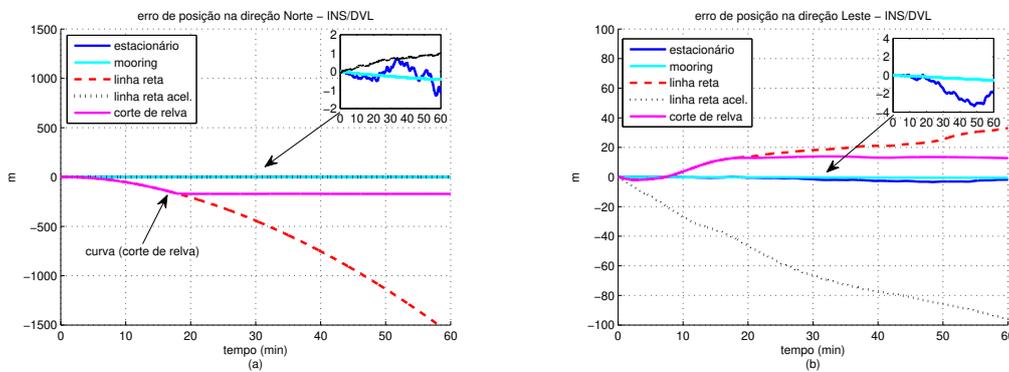
Fonte: Autor.

Figura 38 – Erros de posição nas direções Norte (à esquerda) e Leste (à direita) para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



Fonte: Autor.

Figura 39 – Erros de posição nas direções Norte (à esquerda) e Leste (à direita) para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Integração INS/DVL. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



Fonte: Autor.

Neste sentido, considerando os resultados da análise de estimabilidade, bem como, as derivas da posição evidenciadas para as integrações INS/DVL/PS e INS/DVL, a

integração INS/GPS/DVL/PS foi a mais adequada para a realização do processo de alinhamento fino e calibração sensorial, visto que, a quantidade de estados não estimáveis foi menor (independente das condições de movimento), enquanto que os erros de posição foram significativamente menores em comparação com as demais integrações (lembrando que os erros de latitude, de longitude, e de altitude compõem o vetor de observação para a integração INS/GPS/DVL/PS).

Portanto, para efeito de ilustração da influência das condições de movimento ou manobras no processo de alinhamento fino e calibração sensorial do AUV com integração INS/GPS/DVL/PS, nesta Seção, são mostrados os resultados de simulação para o AUV sujeito às mesmas condições de movimento da Seção 6.2. Para tanto, o modelo de estimação utilizado no filtro de Kalman é dado pela Eq. (6.3), onde as matrizes \mathbf{F} , \mathbf{G} , e \mathbf{H} são dadas pela Eqs. (6.4) a (6.6). Já a sintonia do filtro é mostrada na Tabela 2.

Os gráficos dos erros e das incertezas dos erros de atitude são mostrados nas Figuras 40 a 42. Já os gráficos de estimação dos vieses dos sensores inerciais, do desalinhamento IMU/DVL, e do erro de fator de escala do DVL, bem como, seus respectivos gráficos de incerteza, são mostrados nas Figuras 43 a 52.

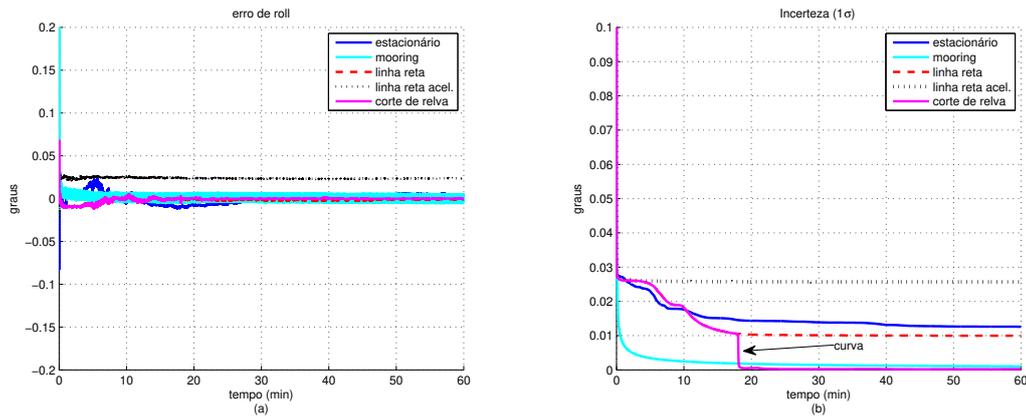
Os erros de *roll* e de *pitch* foram menores para o AUV em corte de relva, como pode ser visualizado nas Figuras 40 e 41. Inclusive, as incertezas de *roll* e de *pitch* para o AUV em corte de relva apresentou um decréscimo repentino durante a primeira curva, o que resultou no incremento da precisão da estimação e na redução dos erros de *roll* e de *pitch*. Além disso, o erro de *roll* foi maior para o AUV em linha reta com aceleração, resultado que está em concordância com a análise de estimabilidade.

A Tabela 16 mostra que o autovetor $\mathbf{v}^{(\lambda_1)}$ apontou nas direções de ψ_N e de b_{ay} para o AUV em linha reta com aceleração, sugerindo um possível acoplamento entre estas duas variáveis. Ademais, o erro de estimação de b_{ay} para o AUV em linha reta com aceleração foi o maior para as cinco condições de movimento avaliadas (o segundo maior foi para o AUV estacionário), como pode ser visto na Figura 47. Considerando, também, que a incerteza de b_{ay} foi significativamente maior para o AUV em linha reta com aceleração, estes resultados indicam que o erro de *roll* para o AUV em linha reta com aceleração foi influenciado pelo resultado da estimação de b_{ay} .

Destaca-se, que os resultados da análise de estimabilidade para o AUV em condição estacionária e em linha reta com velocidade constante, mostrados nas Tabelas 4 e 12, também indicaram um possível acoplamento entre ψ_N e b_{ay} . De fato, para a condição estacionária, diversos trabalhos evidenciaram a existência do acoplamento entre ψ_N e b_{ay} (ou entre o viés do acelerômetro na direção Leste), bem como, entre ψ_E e b_{ax} (ou entre o viés do acelerômetro na direção Norte) (BAR-ITZHACK; BERMAN, 1988), (GOSHEN-MESKIN; BAR-ITZHACK, 1992b), (TITTERTON; WESTON, 2004), (KLEIN; DIAMANT, 2015), (SILVA; HEMERLY; LEITE FILHO, 2017b), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022).

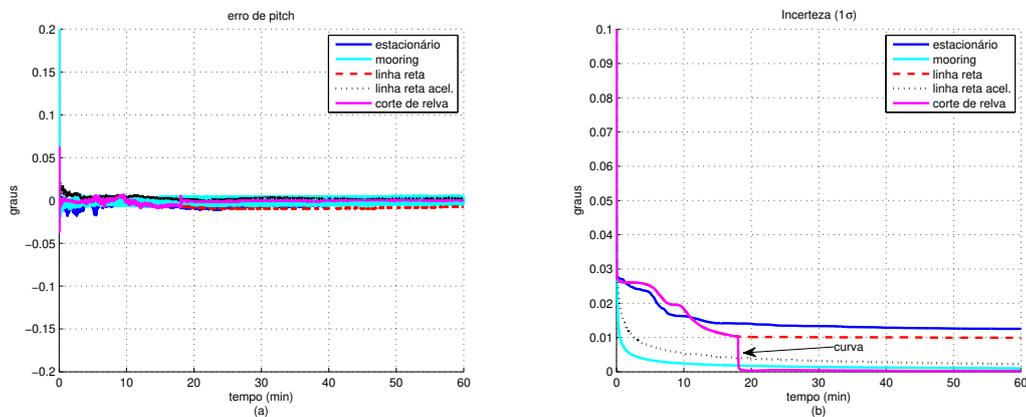
Para a condição de linha reta com velocidade constante, Goshen-Meskin e Bar-Itzhack (1992b) demonstraram a existência do acoplamento entre ψ_E e ψ_N e os vieses dos acelerômetros nas direções Norte e Leste para o problema IFA.

Figura 40 – Erros de *roll* (em módulo, à esquerda) e incertezas dos erros de *roll* (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



Fonte: Autor.

Figura 41 – Erros de *pitch* (em módulo, à esquerda) e incertezas dos erros de *pitch* (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



Fonte: Autor.

Com relação ao erro de rumo, a Figura 42 mostra que o mesmo foi menor para o AUV em linha reta com aceleração e em corte de relva, o que evidenciou que, a mudança de direção (de 90 graus, típica de curva) e a aceleração em *surge* influenciaram na melhoria da estimação do erro de rumo. Em particular para o AUV em corte de relva, a Figura 42 (b) mostra que a mudança de direção resultou em decréscimo repentino na incerteza do erro de rumo.

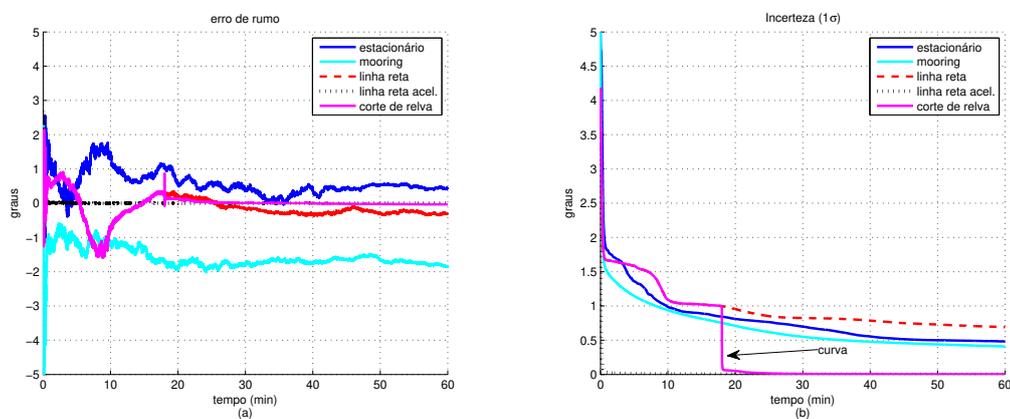
O aprimoramento da estimação do erro de rumo com a mudança de direção e a aceleração em *surge* está em concordância com a análise de estimabilidade, que mostrou

que o erro de rumo, representado por ψ_D , foi menos estimável para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, e em linha reta com velocidade constante. A melhoria da estimação de ψ_D com a aceleração também foi reportada em alguns trabalhos na literatura (GOSHEN-MESKIN; BAR-ITZHACK, 1992b), (SALYCHEVA; CANNON, 2004), (WU *et al.*, 2013), (CHEN *et al.*, 2022), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022).

Além disso, a análise de estimabilidade realizada para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, e em linha reta com velocidade constante sugere a existência de acoplamentos entre ψ_D e outras variáveis de estados (por exemplo com b_{gy} , conforme ilustram as direções apontadas pelos autovetores das Tabelas 4, 8 e 12).

De fato, a existência do acoplamento entre ψ_D e b_{gy} (ou entre o viés do girômetro na direção Leste) para a condição estacionária, por exemplo, é conhecida na literatura (BAR-ITZHACK; BERMAN, 1988), (GOSHEN-MESKIN; BAR-ITZHACK, 1992b), (TIT-TERTON; WESTON, 2004), (SILVA; HEMERLY; LEITE FILHO, 2017b), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022). Ademais, para linha reta com velocidade constante, Goshen-Meskin e Bar-Itzhack (1992b) demonstraram, para o IFA, a existência do acoplamento entre ψ_D e os vieses dos girômetros nas direções Norte e Leste.

Figura 42 – Erros de rumo (em módulo, à esquerda) e incertezas dos erros de rumo (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora).



Fonte: Autor.

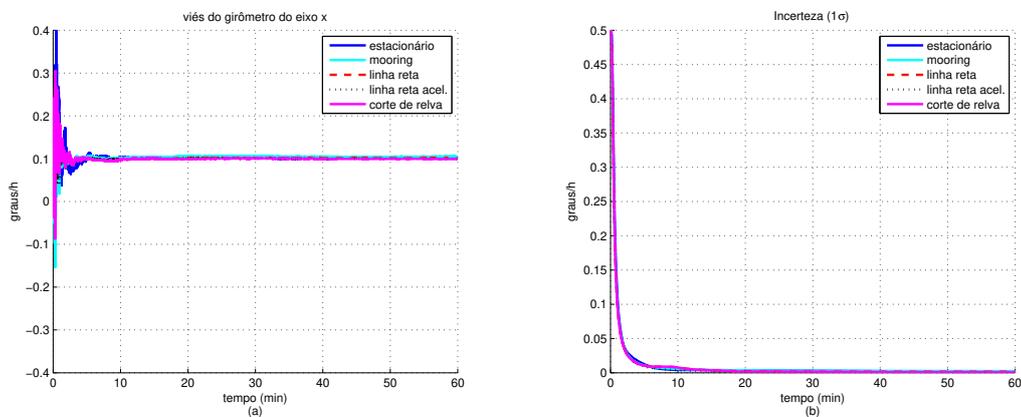
Os resultados de estimação dos vieses dos girômetros, ilustrados nas Figuras 43 a 45, mostram que o tempo de estimação de b_{gx} foi significativamente menor em comparação com b_{gy} e b_{gz} , para todas as condições de movimento. Além disso, os resultados de estimação de b_{gx} , ilustrados na Figura 43, foram próximos de seu valor nominal ($0,1 \text{ } ^\circ/h$)

Com relação a b_{gy} , a aceleração em *surge* e a mudança de direção reduziram o tempo e melhoraram a exatidão da estimação, resultados que estão em concordância com a análise de estimabilidade, visto que, b_{gy} foi menos estimável para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, e em linha reta com velocidade constante. Em particular para o

AUV em corte de relva, a mudança de direção, típica de curva, desacoplou b_{gy} de ψ_D , o que resultou no decaimento súbito da incerteza de b_{gy} , conforme ilustrado na Figura 44 (b).

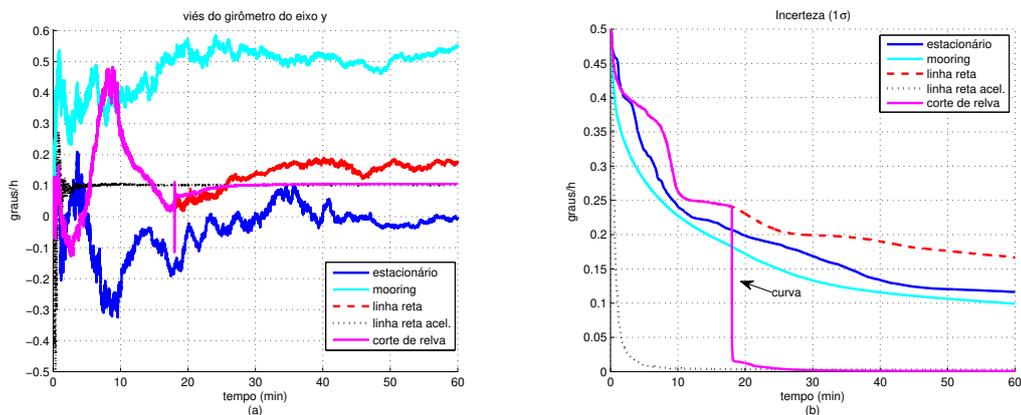
Já para b_{gz} , a taxa de decaimento da incerteza foi menor para o AUV estacionário e em condição de *mooring*, o que resultou em maior tempo para estimação de b_{gz} , como pode ser visto na Figura 45. Este resultado sugere que a estimação desta variável é influenciada pela magnitude da velocidade de translação em *surge*.

Figura 43 – Vieses do girômetro do eixo x (b_{gx} , à esquerda) e incertezas de b_{gx} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{gx} = 0,1^\circ/h$.



Fonte: Autor.

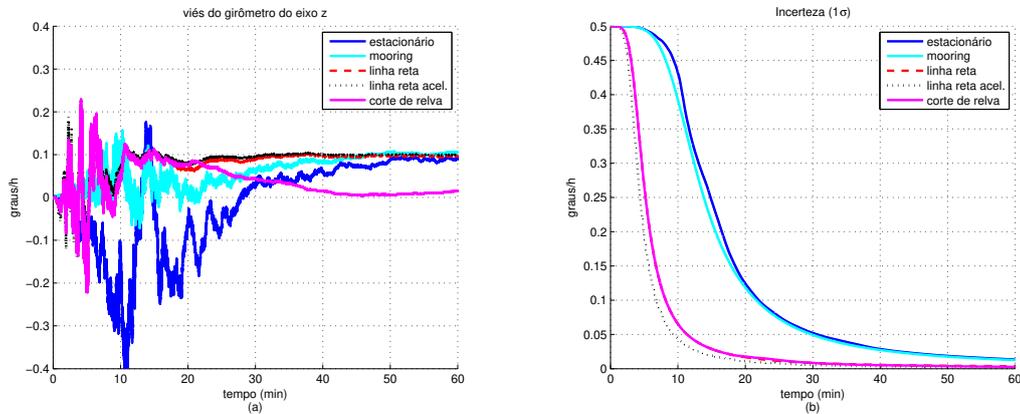
Figura 44 – Vieses do girômetro do eixo y (b_{gy} , à esquerda) e incertezas de b_{gy} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{gy} = 0,1^\circ/h$.



Fonte: Autor.

Com relação à estimação dos vieses dos acelerômetros, as Figuras 46 e 47 mostram que as estimações de b_{ax} e de b_{ay} foram significativamente melhoradas com a mudança de direção (curvas), conforme pode ser observado nas Figuras 46 (b) e 47 (b) pela súbita redução das incertezas de b_{ax} e de b_{ay} .

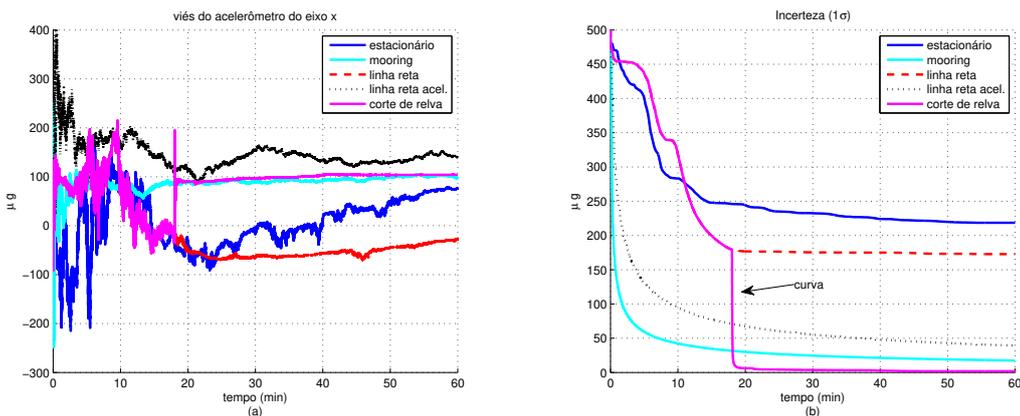
Figura 45 – Vieses do girômetro do eixo z (b_{gz} , à esquerda) e incertezas de b_{gz} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{gz} = 0,1^\circ/h$.



Fonte: Autor.

Além disso, as mudanças de direção desacoplaram b_{ax} e b_{ay} de ψ_E e ψ_N , respectivamente, o que resultou na redução dos erros de *roll* e de *pitch* para o AUV em corte de relva. Já para b_{az} , a Figura 48 mostra que os resultados de estimação, bem como, o tempo de convergência, foram próximos para todas as condições de movimento avaliadas. Estes resultados estão em consonância com a análise de estimabilidade, uma vez que, b_{az} não esteve entre os estados menos estimáveis.

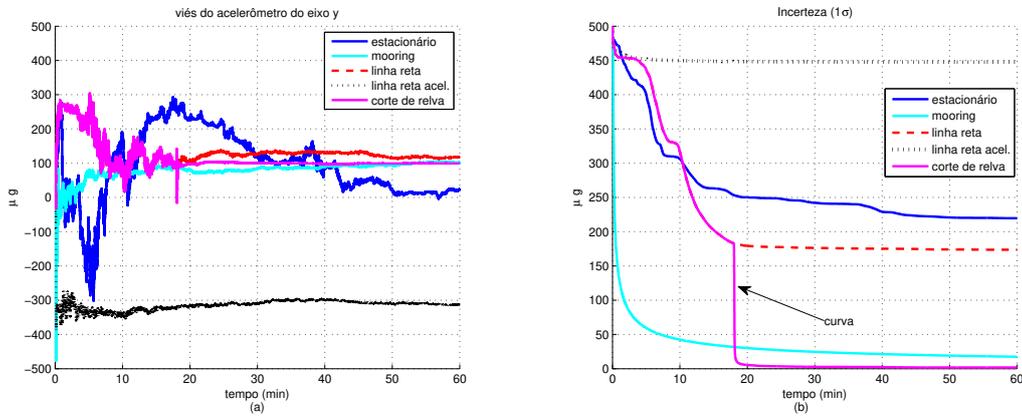
Figura 46 – Vieses do acelerômetro do eixo x (b_{ax} , à esquerda) e incertezas de b_{ax} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{ax} = 100 \mu g$.



Fonte: Autor.

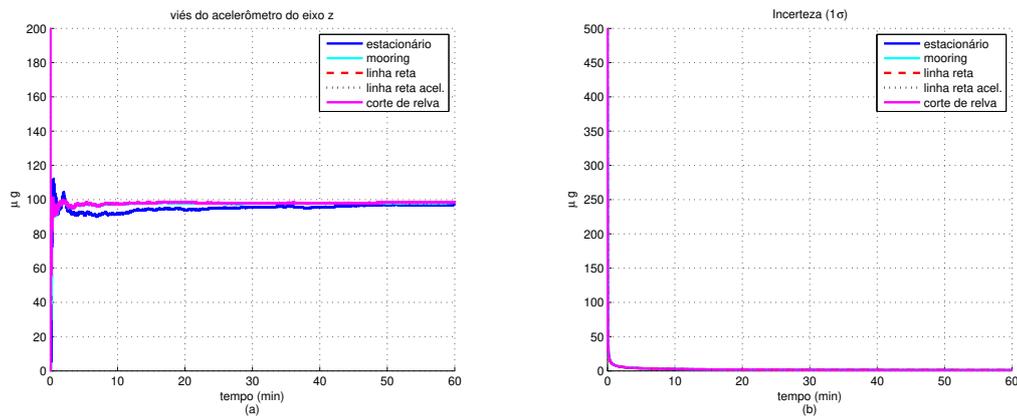
Com relação aos resultados de estimação do desalinhamento IMU/DVL, a Figura 50 mostra que a estimação de e_y foi aprimorada com o movimento de translação em *surge*, conforme evidenciado pelas reduções significativas das incertezas de e_y obtidas para o AUV em linha reta, em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Este resultado está em concordância com a análise de estimabilidade, que mostrou que e_y foi menos estimável

Figura 47 – Vieses do acelerômetro do eixo y (b_{ay} , à esquerda) e incertezas de b_{ay} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{ay} = 100 \mu g$.



Fonte: Autor.

Figura 48 – Vieses do acelerômetro do eixo z (b_{az} , à esquerda) e incertezas de b_{az} (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $b_{az} = 100 \mu g$.



Fonte: Autor.

para o AUV estacionário e em condição de *mooring*.

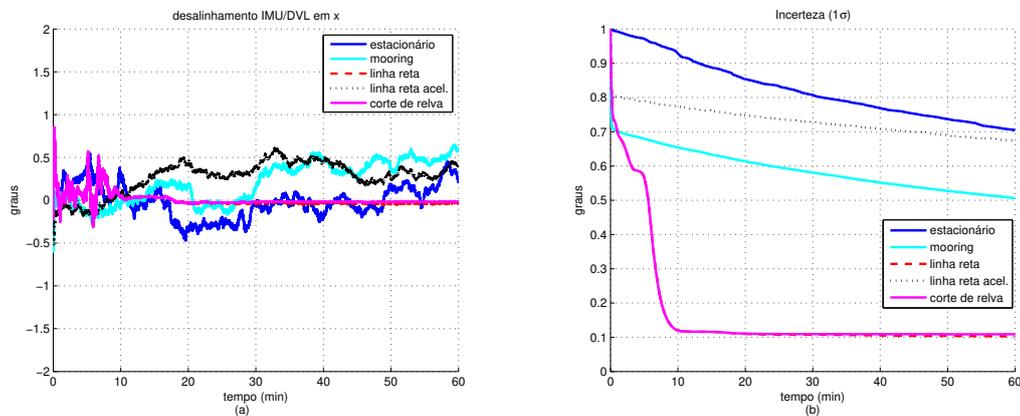
Ademais, a estimação de e_z também foi melhorada com movimento de translação em *surge*, conforme visualizado na Figura 51. No entanto, as maiores reduções da incerteza de e_z foram obtidas para o AUV em linha reta com aceleração e em corte de relva, o que evidenciou que a mudança de direção e a aceleração em *surge* melhoraram, de forma significativa, a estimação de e_z . O incremento da estimabilidade de e_z com a mudança de direção e com a aceleração é respaldado pela análise de estimabilidade, que mostrou que e_z foi menos estimável para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, e em linha reta com velocidade constante.

Com relação a e_x , a Figura 49 mostra que os melhores resultados foram obtidos para o AUV em linha reta e em corte de relva, visto que, para estas duas condições de

movimento, e_x ficou próximo do valor nominal (e_x nominal é nulo). No entanto, como mostram os resultados de análise de estimabilidade, e_x foi menos estimável para todas as condições de movimento avaliadas (e independente do tipo de integração).

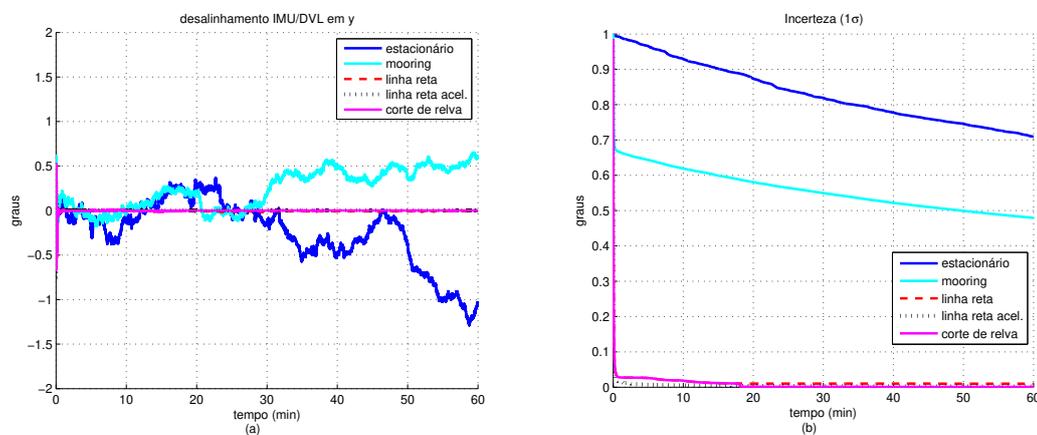
Como ilustrado na Figura 49 (b), as menores incertezas para e_x foram obtidas para o AUV em linha reta e em corte de relva (com valores próximos a 0,1 graus). Entretanto, em especial para o AUV em corte de relva, a incerteza de e_x foi significativamente maior em comparação com as incertezas de e_y e de e_z . Desta forma, o resultado obtido para a estimação de e_x está em concordância com a análise de estimabilidade, visto que, esta variável foi menos estimável em comparação com e_y e e_z .

Figura 49 – Desalinhamentos IMU/DVL em x (e_x , à esquerda) e incertezas de e_x (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $e_x = 0,0$ grau.



Fonte: Autor.

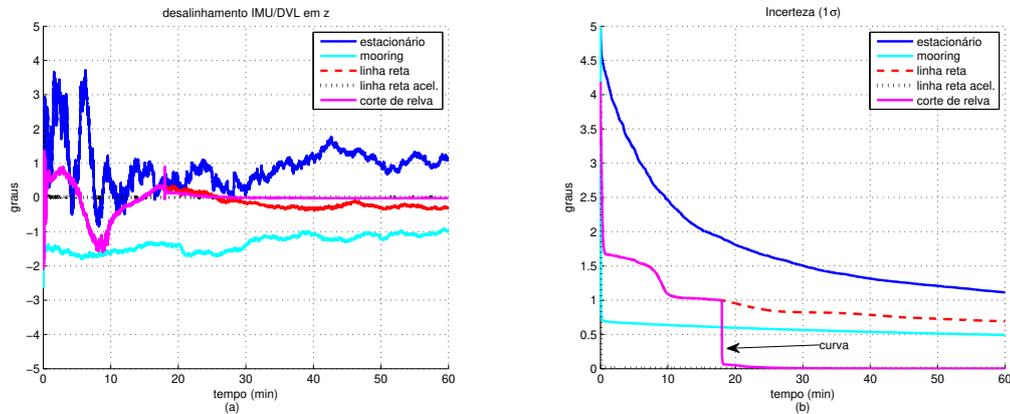
Figura 50 – Desalinhamentos IMU/DVL em y (e_y , à esquerda) e incertezas de e_y (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $e_y = 0,0$ grau.



Fonte: Autor.

Já em relação ao erro de fator de escala do DVL, a Figura 52 mostra que a estimação de s_f foi significativamente aprimorada com o movimento de translação em *surge*, presente

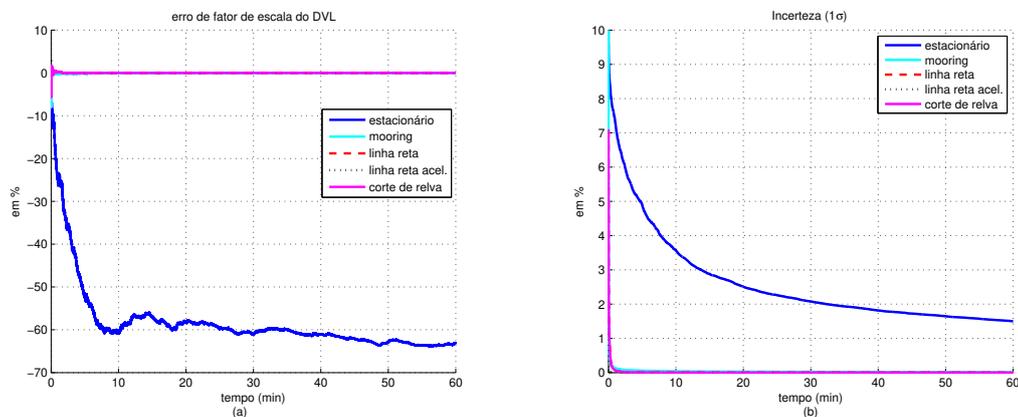
Figura 51 – Desalinhamentos IMU/DVL em z (e_z , à esquerda) e incertezas de e_z (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $e_z = 0,0$ grau.



Fonte: Autor.

nas condições de *mooring*, de linha reta, de linha reta com aceleração e de corte de relva. Este resultado está em conformidade com a análise de estimabilidade, que mostrou que s_f foi menos estimável para o AUV estacionário.

Figura 52 – Erros de fator de escala do DVL (s_f , à esquerda) e incertezas de s_f (à direita) estimados para o AUV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração, e em corte de relva. Tempo total de simulação de 3600 segundos (1 hora). Valor nominal: $s_f = 0,0\%$.



Fonte: Autor.

Os resultados de simulação obtidos para a integração INS/GPS/DVL/PS mostraram que o AUV em corte de relva foi a condição de movimento mais adequada para o alinhamento fino e calibração sensorial. Esta conclusão também é respaldada pela análise de estimabilidade, que evidenciou um menor número de estados pouco estimáveis (no caso apenas e_x) para o AUV em corte de relva.

6.4 Testes Experimentais

Nesta Seção, são apresentados resultados experimentais de alinhamento grosseiro e fino sujeitos a diferentes condições de movimento. Para tanto, os procedimentos experimentais foram realizados com o uso de um veículo autônomo de superfície (ASV, do inglês *autonomous surface vehicle*), ilustrado na Figura 53, que foi concebido como plataforma de testes para o desenvolvimento de algoritmos de navegação voltados para AUVs (SILVA *et al.*, 2018), (SOUZA *et al.*, 2022).

O ASV é equipado com uma IMU, um DVL para fornecimento de velocidades translacionais do ASV, um receptor GNSS de dupla antena com modo de posicionamento relativo cinemático (RTK, do inglês *real time kinematic*) habilitado, que provê dados de posicionamento e rumo do veículo, e um AHRS (do inglês, *Attitude and Heading Reference System*) para fornecimento de dados de deslocamento angular em *surge* e *sway*.

As especificações dos sensores do ASV são mostrados na Tabela 23. Já os testes experimentais foram realizados na Raia Olímpica da USP, ilustrada na Figura 54, em diferentes dias.

Figura 53 – Poli-Maru III. ASV do tipo trimaran desenvolvido no LVNT da USP. Fonte: (SOUZA *et al.*, 2022).

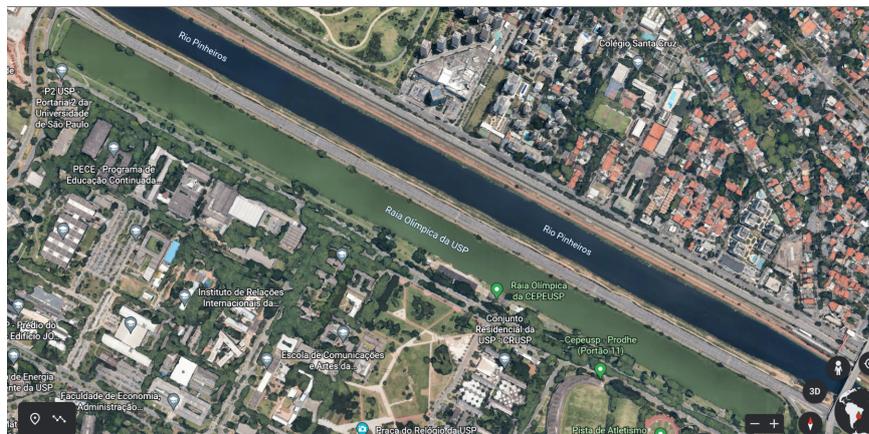


Fonte: Autor.

6.4.1 Alinhamento grosseiro

Nesta Subseção, são apresentados resultados experimentais de avaliação de dois tipos de métodos de autoalinhamento grosseiro para condições estacionária (ASV parado no píer) e de *mooring* (ASV atracado no píer, sujeito a movimento oscilatório e balanço em decorrência de marola): 1) TRIAD; 2) ADIA, dos quais foram implementados em tempo real os métodos A-DVA, I-DVA e A-OBA. Para tanto, os ensaios experimentais de

Figura 54 – Raia Olímpica da USP medindo, aproximadamente, 2100 metros x 100 metros. Fonte: Google Earth.



Fonte: Google Earth.

Tabela 23 – Especificações dos sensores do ASV.

Especificação	Valor
Girômetros	
Viés	0,02 °/h (RMS)
<i>Angle Random Walk</i>	0,032 °/√h
Acelerômetros	
Viés	< 1000 μg (RMS)
<i>Velocity Random Walk</i>	0,012 (m/s)/√h
DVL	
Exatidão	0.1%
GNSS	
Exatidão de posição (com RTK habilitado)	0,8 cm
Exatidão de velocidade	0,7 cm/s
Exatidão de rumo	0,09° (2,0 m de linha de base)

avaliação foram realizados com a utilização do ASV no píer da Raia Olímpica da USP, conforme ilustrado nas Figuras 55 e 56.

Figura 55 – ASV montado na parte cimentada do píer para o teste de condição estacionária.



Fonte: Autor.

Figura 56 – ASV atracado no píer para o teste de condição de *mooring*.

Fonte: Autor.

Os valores finais dos erros de rumo obtidos para os métodos avaliados são mostrados nas Tabelas 24 a 29. Já nas Figuras 57 a 68, são mostrados os gráficos de estimação dos ângulos de atitude.

Conforme mostrado na Tabela 24, os erros de rumo obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA foram próximos para a condição estacionária realizada no dia 30/08/2022. Inclusive, o erro de rumo para ambos os métodos foi inferior a 2,5 graus para 120 segundos de tempo de duração. Ademais, o erro de rumo para o método TRIAD variou de 1,12 graus a 1,77 graus no intervalo de tempo superior a 120 segundos de duração, enquanto que, o erro de rumo variou de 1,54 graus a 2,33 graus para o método A-DVA no mesmo intervalo de tempo.

Com relação à estimação dos ângulos de atitude, a Figura 57 mostra que os ângulos de *roll* e de *pitch* estimados para os métodos TRIAD e A-DVA foram em torno de 0,7 graus (para *roll*) e -0,2 graus (para *pitch*), com pequena variação de amplitude em comparação com os ângulos de *roll* e de *pitch* fornecidos pelo AHRS. Além disso, os ângulos de *roll* e de *pitch* estimados pelo método A-DVA convergiram para os seus respectivos valores em estado estacionário após o limiar de tempo.

Já na Figura 58, são mostrados os gráficos de estimação dos ângulos de rumo e do erro de rumo para os métodos TRIAD e A-DVA. Os gráficos de estimação do rumo, ilustrados na Figura 58 (a), apresentaram um comportamento dinâmico próximo para ambos os métodos avaliados (com menor variação de amplitude para o método A-DVA) após o limiar de tempo, enquanto que, o erro de rumo (Figura 58 (b)) convergiu para um valor abaixo de 2,0 graus para ambos os métodos, no intervalo de 300 segundos de tempo de duração.

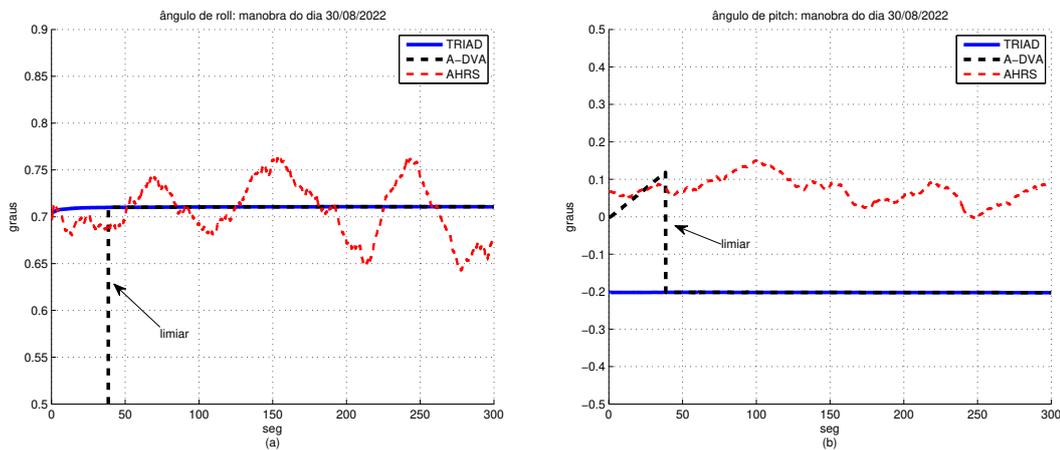
Além disso, a amplitude do erro de rumo no método TRIAD foi significativamente maior nos primeiros 60 segundos, sendo gradativamente reduzida com o aumento do tempo. Este resultado foi devido, em parte, ao passeio aleatório dos girômetros, cuja influência no

erro de rumo é significativa nos instantes de tempo iniciais (TITTERTON; WESTON, 2004) (em contraste com a instabilidade de viés, cuja influência no erro de rumo é maior para tempos mais longos). Outro fator de influência na amplitude do erro de rumo foi a vibração por efeito do vento, uma vez que, os experimentos foram realizados em ambiente aberto.

Tabela 24 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD e A-DVA para a condição estacionária do dia 30/08/2022.

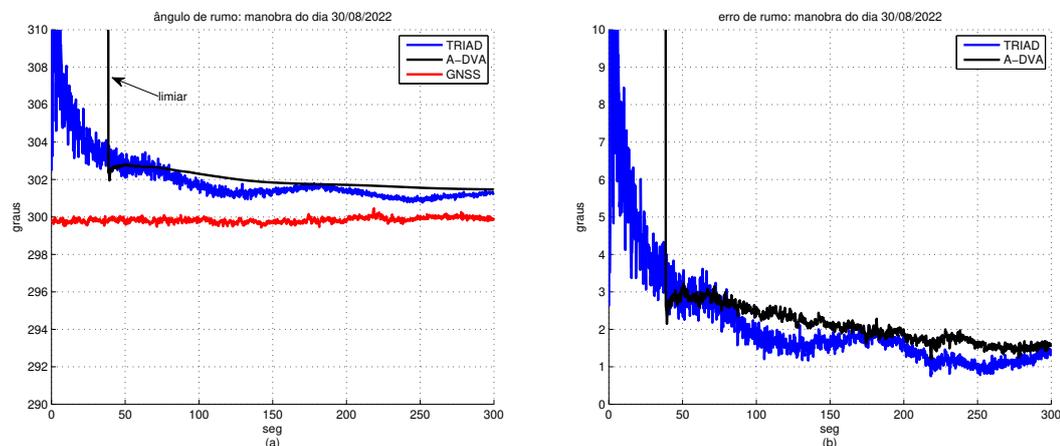
Método	Tempo				
	60 seg	120 seg	180 seg	240 seg	300 seg
TRIAD	2,94°	1,75°	1,77°	1,12°	1,35°
A-DVA	2,91°	2,33°	2,01°	1,73°	1,54°

Figura 57 – Comparação entre os ângulos de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para a condição estacionária do dia 30/08/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

Figura 58 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição estacionária do dia 30/08/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

Com relação aos resultados de ensaio experimental do veículo em condição de *mooring* realizada no dia 25/10/2022, a Tabela 25 mostra que os desempenhos dos métodos TRIAD e A-DVA foram significativamente degradados em comparação com o ensaio estacionário realizado no dia 30/08/2022. Estes resultados mostram que os movimentos oscilatórios decorrentes da condição de *mooring* degradaram os resultados de estimação do ângulo de rumo, ilustrado na Figura 60, o que resultou em maiores valores de erro para ambos os métodos.

Além disso, os gráficos de estimação de *roll* e *pitch*, ilustrados na Figura 59, mostram que os tempos de convergência para a estimação foram menores para o método TRIAD, o que era esperado, uma vez que os ângulos de atitude estimados pelo método I-DVA foram inválidos para tempos de duração inferior ao limiar de tempo.

Ademais, os gráficos de *roll* e *pitch* estimados para ambos os métodos convergiram para um valor médio em torno de $-0,25$ graus para *roll* e de $-0,8$ graus para *pitch*. Estes resultados foram esperados, uma vez que, nos métodos TRIAD e A-DVA implementados em tempo real é utilizada a média contínua na filtragem dos ruídos dos sensores inerciais. A filtragem dos ruídos dos sensores inerciais com a utilização da média contínua, no entanto, resultou na atenuação dos movimentos oscilatórios naturais em *roll* e *pitch* que ocorrem em condição de *mooring*, conforme visualizados nos gráficos de *roll* e *pitch* fornecidos pelo AHRS.

Por conseguinte, os resultados experimentais obtidos para os métodos TRIAD e A-DVA para a condição de *mooring* mostraram que ambos os métodos não foram adequados para a realização do procedimento de alinhamento grosseiro com o veículo nesta condição, o que motivou a investigação de métodos de alinhamento grosseiro mais adequados para esta finalidade.

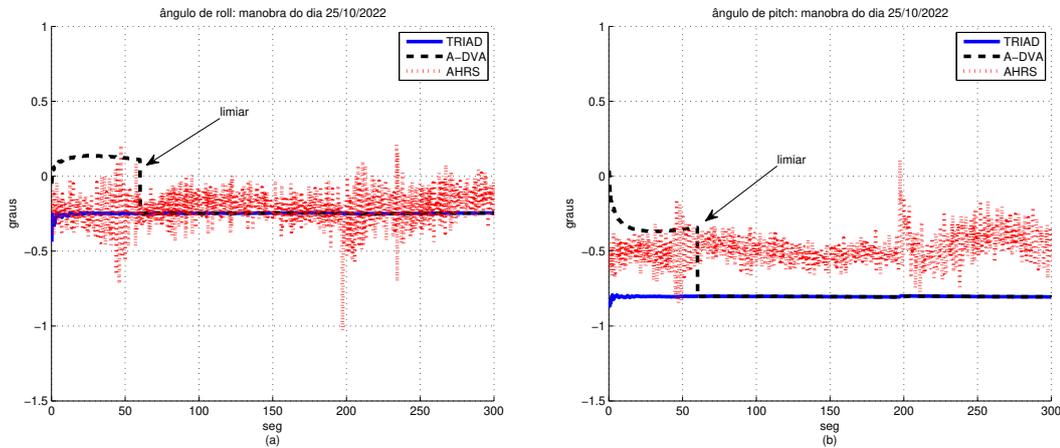
Tabela 25 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD e A-DVA para a condição de *mooring* do dia 25/10/2022.

Método	Tempo				
	60 seg	120 seg	180 seg	240 seg	300 seg
TRIAD	38,01°	30,88°	17,13°	25,38°	9,86°
A-DVA	296,41°	22,35°	17,71°	14,63°	13,42°

Neste sentido, as Tabelas 26 e 27 mostram os resultados comparativos de erro de rumo obtidos para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para dois ensaios de condição estacionária realizados, respectivamente, nos dias 01/12/2022 e 08/12/2022. Já as Tabelas 28 e 29 mostram os resultados comparativos de erro de rumo obtidos para dois ensaios de condição de *mooring* realizados, respectivamente, nos dias 01/12/2022 e 08/12/2022.

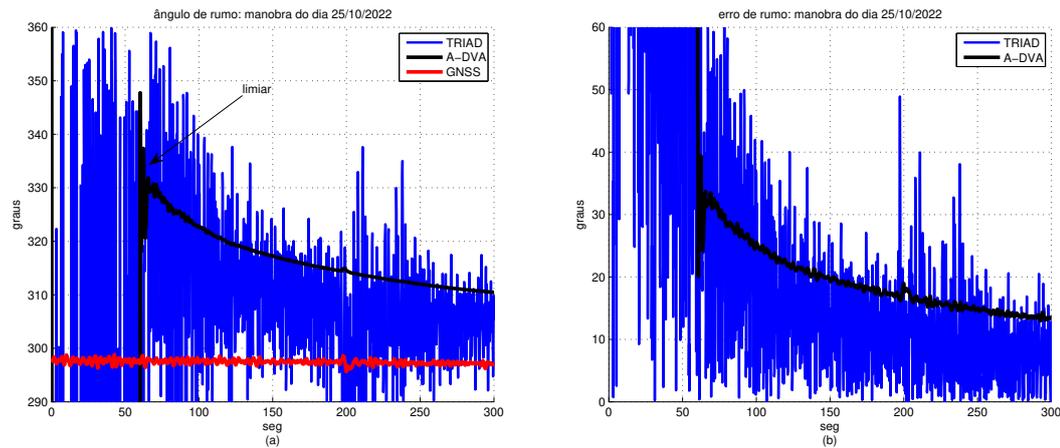
Conforme mostram as Tabelas 26 e 27, os erros de rumo obtidos para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA foram próximos para os dois ensaios de condição estacionária realizados, sendo inferiores a 1,0 grau para tempo de duração de 300 segundos. Já a Figura

Figura 59 – Comparação entre os ângulos de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para a condição de *mooring* do dia 25/10/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

Figura 60 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição de *mooring* do dia 25/10/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

62 mostra que o tempo de convergência do rumo estimado pelo método A-OBA foi menor em comparação com os demais métodos, resultado também evidenciado para o ensaio realizado no dia 08/12/2022, conforme ilustrado na Figura 64.

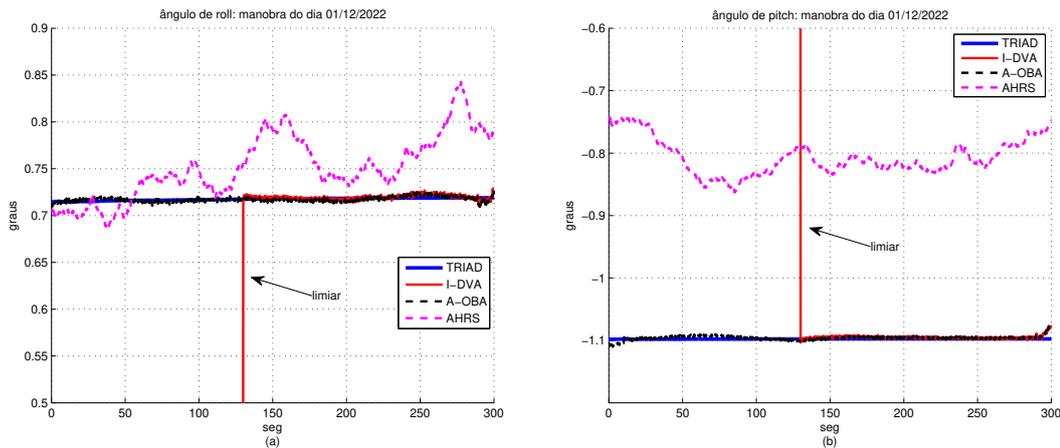
Com relação aos ângulos de *roll* e *pitch*, as Figuras 61 e 63 mostram que os ângulos de *roll* e *pitch* estimados para os três métodos foram próximos, e apresentaram menores variações de amplitude em comparação com o AHRS. Ademais, o tempo de convergência para a estimação dos ângulos de *roll* e *pitch* foram menores para os métodos TRIAD e A-OBA, uma vez que, estes dois métodos não necessitam do limiar de tempo para validação da estimação dos ângulos de atitude.

Considerando os resultados experimentais obtidos para a condição de *mooring*, as

Tabela 26 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição estacionária do dia 01/12/2022.

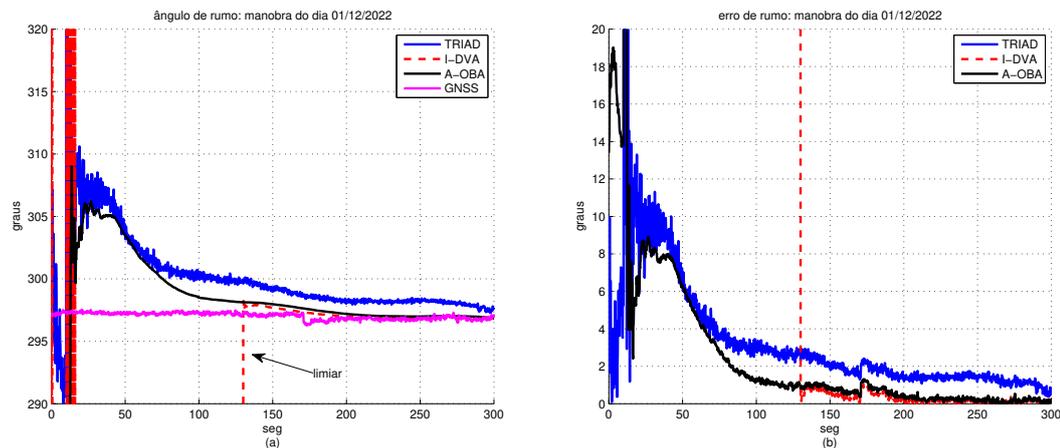
Método	Tempo				
	60 seg	120 seg	180 seg	240 seg	300 seg
TRIAD	3,98°	2,30°	1,61°	1,24°	0,55°
I-DVA	297,42°	0,46°	0,44°	0,01°	0,26°
A-OBA	3,42°	0,81°	0,68°	0,08°	0,27°

Figura 61 – Comparação entre os ângulos de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para a condição estacionária do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

Figura 62 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição estacionária do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



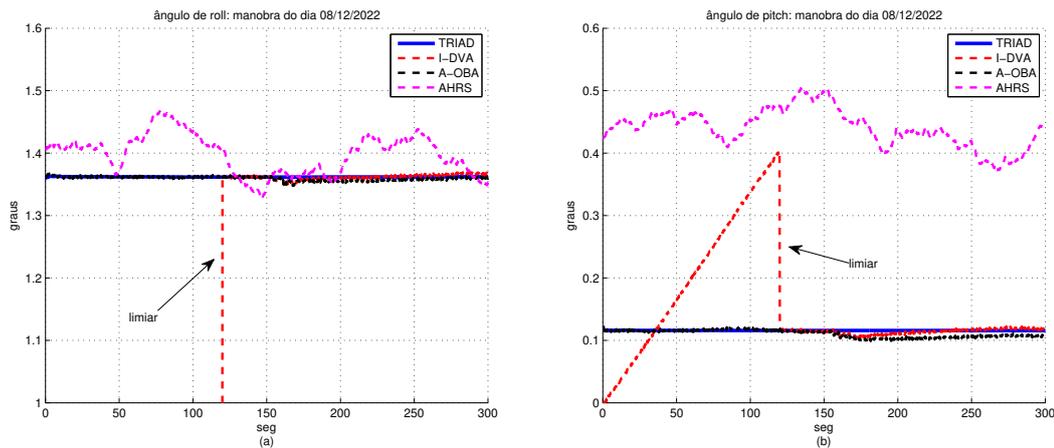
Fonte: Autor.

Tabelas 28 e 29 mostram que os erros de rumo para os métodos I-DVA e A-OBA foram significativamente menores em comparação com o método TRIAD, sendo inferiores a 1,5 graus para 300 segundos de tempo de duração (para o TRIAD o erro de rumo foi superior 9,5 graus para o mesmo tempo de duração). Já as Figuras 66 e 68 mostram que o tempo de convergência do rumo estimado pelo método A-OBA foi menor em comparação com os

Tabela 27 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição estacionária do dia 08/12/2022.

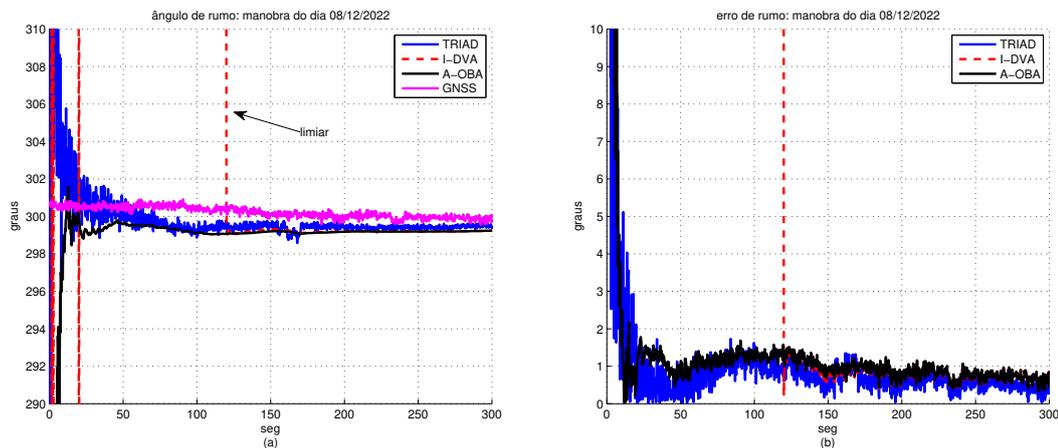
Método	Tempo				
	60 seg	120 seg	180 seg	240 seg	300 seg
TRIAD	0,97°	0,71°	0,75°	0,56°	0,39°
I-DVA	59,20°	0,20°	1,00°	0,78°	0,53°
A-OBA	1,25°	1,30°	1,03°	0,80°	0,52°

Figura 63 – Comparação entre os ângulos de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para a condição estacionária do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

Figura 64 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição estacionária do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

demais métodos. Além disso, o comportamento dinâmico do rumo para os métodos I-DVA e A-OBA, após o limiar de tempo, foram similares.

Com relação à estimação dos ângulos de *roll* e *pitch*, as Figuras 65 e 67 mostram que o movimento oscilatório do veículo foi conservado para os métodos I-DVA e A-OBA, devido a não utilização da média contínua para a filtragem do ruído dos sensores inerciais

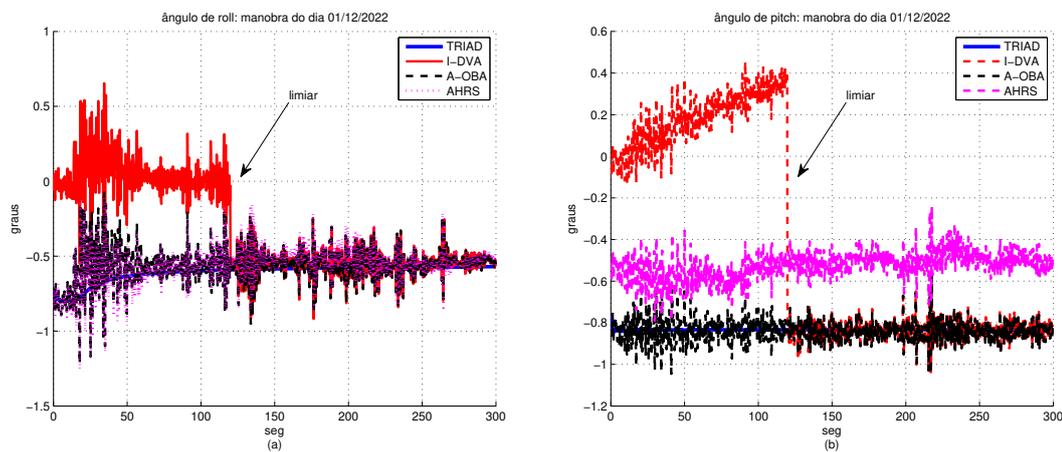
(em contraste com os métodos A-DVA e TRIAD). No caso do método I-DVA, o cálculo da integral da aceleração teve efeito de atenuação do ruído, servindo, por conseguinte, como processo de pré-filtragem. Já no A-OBA, que é um método ótimo de alinhamento grosseiro que minimiza o erro quadrático entre os vetores de observação e de referência (ambos utilizam a aceleração), o processo de otimização resultou na atenuação do ruído. Ademais, os tempos de convergência para estimação dos ângulos de *roll* e *pitch* também foram menores para o método A-OBA, em comparação com o método I-DVA.

Os resultados experimentais obtidos para a condição de *mooring* evidenciaram que os desempenhos dos métodos I-DVA e A-OBA na estimação dos ângulos de atitude foram superiores em comparação com os métodos TRIAD e A-DVA, sendo os dois primeiros, portanto, os métodos de alinhamento grosseiro mais adequados para a condição de *mooring*, dentre os quatro métodos que foram testados em tempo real para esta finalidade.

Tabela 28 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição de *mooring* do dia 01/12/2022.

Método	Tempo				
	60 seg	120 seg	180 seg	240 seg	300 seg
TRIAD	34,48°	21,91°	15,07°	11,11°	9,64°
I-DVA	61,36°	13,46°	0,44°	1,40°	1,38°
A-OBA	0,15°	1,68°	0,22°	1,34°	1,38°

Figura 65 – Comparação entre os ângulos de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para a condição de *mooring* do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.

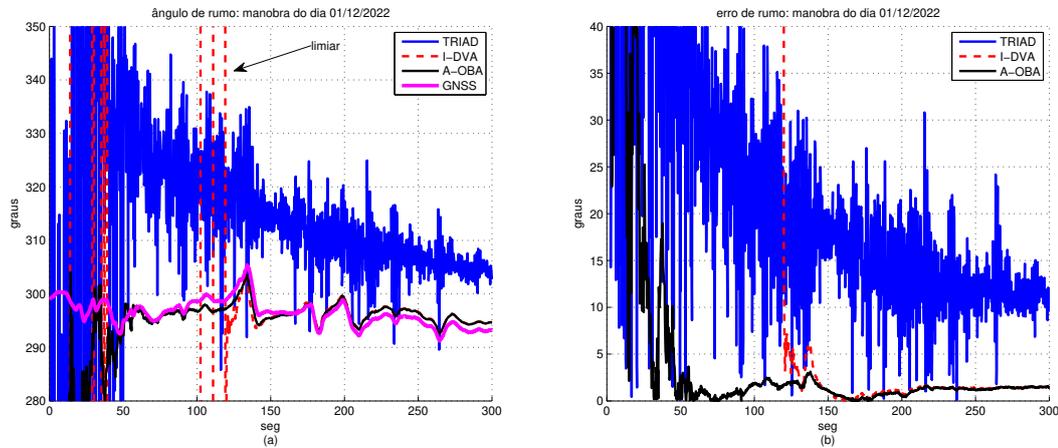


Fonte: Autor.

Tabela 29 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para a condição de *mooring* do dia 08/12/2022.

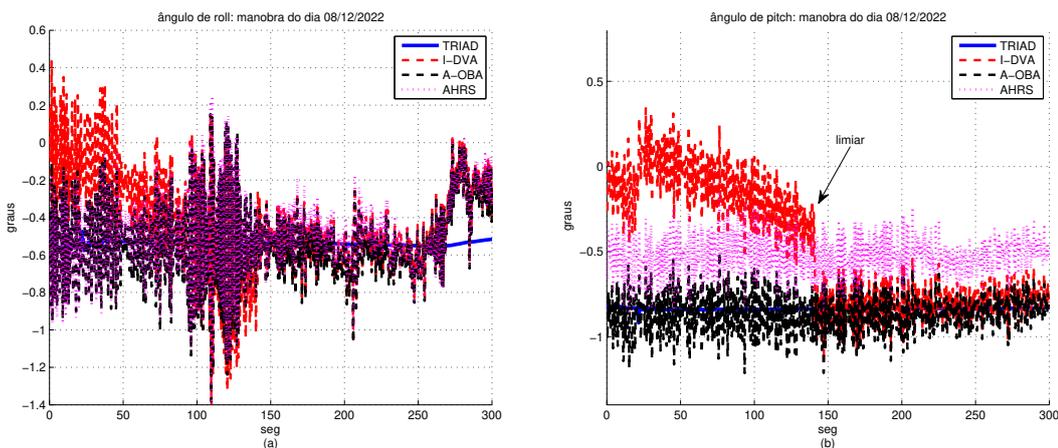
Método	Tempo				
	60 seg	120 seg	180 seg	240 seg	300 seg
TRIAD	52,65°	78,51°	1,87°	10,65°	9,38°
I-DVA	117,84°	118,07°	2,28°	2,05°	1,42°
A-OBA	3,87°	0,25°	2,06°	1,85°	1,15°

Figura 66 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição de *mooring* do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

Figura 67 – Comparação entre os ângulos de *roll* (à esquerda) e de *pitch* (à direita) para a condição de *mooring* do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



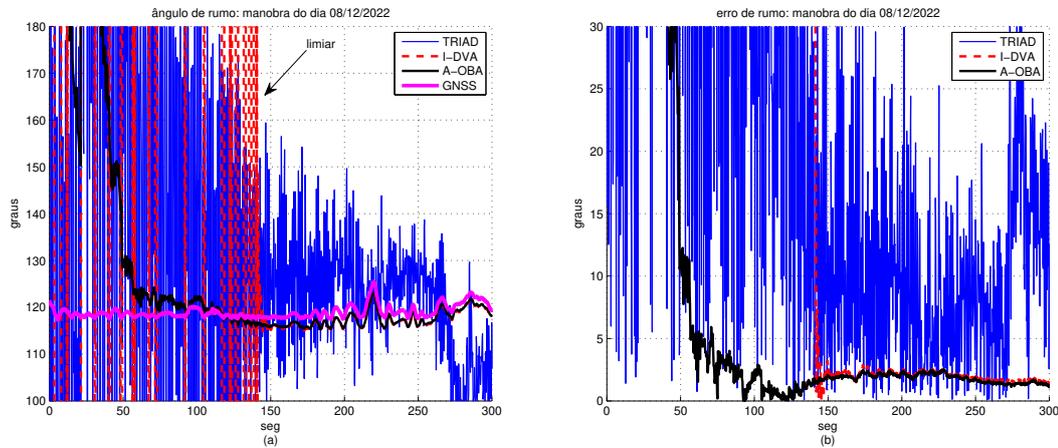
Fonte: Autor.

6.4.2 Alinhamento fino

Os resultados de análise de estimabilidade e de simulação do alinhamento fino mostraram que as estimativas da atitude, dos vieses dos sensores inerciais, do desalinhamento IMU/DVL e do erro de fator de escala do DVL são influenciadas pelas condições de movimento ou manobras executadas pelo veículo. Por conseguinte, foram realizados testes experimentais em campo para efeito de comprovação dos resultados obtidos em simulação.

Nesta Subseção, são apresentados resultados experimentais de avaliação da influência de cinco manobras no processo de alinhamento fino e calibração sensorial: 1) ASV estacionário; 2) ASV em condição de *mooring*; 3) ASV em linha reta com velocidade constante; 4) ASV em linha reta com aceleração; 5) ASV em corte de relva com velocidade

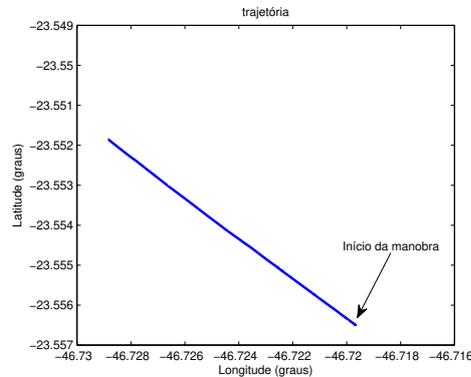
Figura 68 – Comparação entre os ângulos de rumo (à esquerda) e de erro de rumo (à direita) para a condição de *mooring* do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 300 segundos (5 minutos) de duração.



Fonte: Autor.

constante. Para tanto, as trajetórias realizadas para o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva são mostradas nas Figuras 69 a 71.

Figura 69 – Trajetória resultante para o ASV em linha reta com velocidade constante. Teste experimental do dia 01/12/2022. Distância percorrida de 1072 metros.

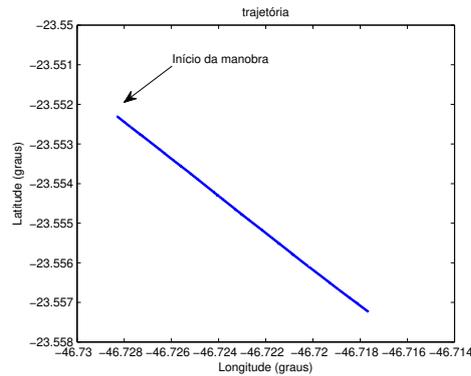


Fonte: Autor.

O algoritmo de fusão sensorial, desenvolvido em um sistema embarcado com microcontrolador da série STM32H7 para a realização do processo de alinhamento fino em tempo real, corresponde a um filtro de Kalman de ordem 19 com integração INS/GPS/DVL/PS. Os valores de sintonia de \mathbf{Q} , \mathbf{R} , \mathbf{P}_0 e \mathbf{x}_0 do filtro são mostrados na Tabela 30, nos quais \mathbf{P}_0 , \mathbf{x}_0 e \mathbf{R} foram escolhidos de forma empírica, e \mathbf{Q} foi computada a partir dos parâmetros de passeio aleatório dos sensores inerciais, usando a conversão de *angle random walk* e de *velocity random walk* em desvio-padrão (WOODMAN, 2007), (FARRELL *et al.*, 2022). Já o modelo em espaço de estados utilizado no filtro é dado pela Eq. (6.3), com matriz de observação \mathbf{H} dada pela Eq. (6.6).

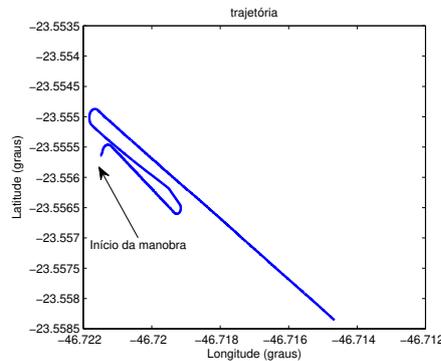
As Tabelas 31 a 37 mostram os resultados comparativos que ilustram os efeitos

Figura 70 – Trajetória resultante para o ASV em linha reta com aceleração. Teste experimental do dia 01/12/2022. Distância percorrida de 1220 metros.



Fonte: Autor.

Figura 71 – Trajetória resultante para o ASV em corte de relva. Teste experimental do dia 01/12/2022. Distância percorrida de 1458 metros.



Fonte: Autor.

das condições de movimento avaliadas nos valores finais do erro de rumo e de estimação dos vieses dos sensores inerciais, do erro de fator de escala do DVL e do desalinhamento IMU/DVL. Já os gráficos do comportamento dinâmico são mostrados na Figura 72, para o erro de rumo, e nas Figuras 32 a 82 para as demais variáveis de estado.

Conforme mostra a Tabela 31, os maiores valores de erro de rumo foram obtidos para o ASV estacionário e em condição de *mooring*, e menores para o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva, para o qual se obteve o menor valor de erro de rumo, e por conseguinte, o melhor resultado.

A Figura 72 também mostra que o tipo de movimento executado pelo veículo, em específico o movimento de translação, também influencia no tempo de convergência do erro de rumo. Nota-se, por exemplo, que a variação de velocidade em *surge* para o ASV em manobra de linha reta com aceleração reduziu o tempo de convergência do erro de rumo, em comparação com a manobra de linha reta com velocidade constante. Tal resultado está em consonância com as simulações realizadas para a análise de estimabilidade (vide Subseção 6.2) e com trabalhos previamente publicados, que mostram que a estimação do erro de

Tabela 30 – Sintonia do filtro de Kalman do alinhamento fino utilizado nos testes experimentais.

Matriz \mathbf{Q}
$\mathbf{Q} = \text{diag} \left[\sigma_{gx}^2 \quad \sigma_{gy}^2 \quad \sigma_{gz}^2 \quad \sigma_{ax}^2 \quad \sigma_{ay}^2 \quad \sigma_{az}^2 \quad \mathbf{0}_{1 \times 13} \right]_{19 \times 19}$
$\sigma_{gx} = \sigma_{gy} = \sigma_{gz} = 9,3084 \times 10^{-5} \text{ rad/s}; \sigma_{ax} = \sigma_{ay} = \sigma_{az} = 0,002 \text{ m/s}^2$
Matriz \mathbf{R}
$\mathbf{R} = \text{diag} \left[\sigma_{v_x}^2 \quad \sigma_{v_y}^2 \quad \sigma_{v_z}^2 \quad \sigma_L^2 \quad \sigma_\lambda^2 \quad \sigma_{p_D}^2 \right]_{6 \times 6}$
$\sigma_{v_x} = \sigma_{v_y} = \sigma_{v_z} = 0,1 \text{ m/s}; \sigma_L = \sigma_\lambda = 10^{-7} \text{ rad}; \sigma_{p_D} = 0,001 \text{ m}$
\mathbf{P}_0 e \mathbf{x}_0
$\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}_{19 \times 1}$
$\mathbf{P}_0 = \text{diag} \left[\begin{array}{cccccc} \sigma_{\psi_N}^2 & \sigma_{\psi_E}^2 & \sigma_{\psi_D}^2 & \sigma_{\delta v_N}^2 & \sigma_{\delta v_E}^2 & \sigma_{\delta v_D}^2 \dots \\ \sigma_{\delta L}^2 & \sigma_{\delta \lambda}^2 & \sigma_{\delta h}^2 & \sigma_{b_{gx}}^2 & \sigma_{b_{gy}}^2 & \sigma_{b_{gz}}^2 \dots \\ \sigma_{b_{ax}}^2 & \sigma_{b_{ay}}^2 & \sigma_{b_{az}}^2 & \sigma_{e_x}^2 & \sigma_{e_y}^2 & \sigma_{e_z}^2 \quad \sigma_{s_f}^2 \end{array} \right]_{19 \times 19}$
$\sigma_{\psi_N} = \sigma_{\psi_E} = \sigma_{\psi_D} = 1,0^\circ; \sigma_{\delta v_N} = \sigma_{\delta v_E} = \sigma_{\delta v_D} = 0,1 \text{ m/s};$ $\sigma_{\delta L} = \sigma_{\delta \lambda} = 10^{-6} \text{ rad}; \sigma_{\delta h} = 1,0 \text{ m}; \sigma_{b_{gx}} = \sigma_{b_{gy}} = \sigma_{b_{gz}} = 0,05^\circ/h;$ $\sigma_{b_{ax}} = \sigma_{b_{ay}} = \sigma_{b_{az}} = 1000 \mu\text{g}; \sigma_{e_x} = \sigma_{e_y} = \sigma_{e_z} = 1,0^\circ; \sigma_{s_f} = 10\%$

Tabela 31 – Erros de rumo finais (em módulo) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.

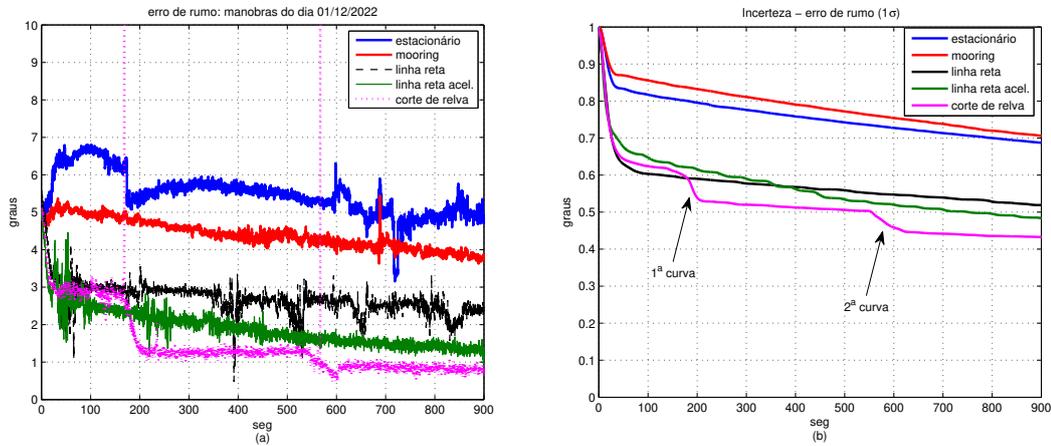
Manobras	Erro de rumo
ASV estacionário	4,70° ± 0,69° (1σ)
ASV em condição de <i>mooring</i>	3,83° ± 0,71° (1σ)
ASV em linha reta	2,39° ± 0,52° (1σ)
ASV em linha reta c/ aceleração	1,21° ± 0,48° (1σ)
ASV em corte de relva	0,80° ± 0,43° (1σ)

rumo é incrementada com movimento de aceleração (SALYCHEVA; CANNON, 2004), (WU *et al.*, 2013), (WANG; YANG; WANG, 2020), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022), (CHEN *et al.*, 2022).

Além disso, para o ASV em corte de relva, as mudanças de direção (curvas) aceleraram a convergência do erro de rumo, conforme ilustram as súbitas reduções presentes nos gráficos de erro de rumo e de incerteza do erro de rumo, resultado que está em conformidade com trabalhos na literatura que mostram que a mudança de direção incrementa a estimação do erro de rumo (PAN; WU, 2016), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022). Inclusive, o erro de rumo foi reduzido para valores menores que 2,0 graus para um tempo de alinhamento fino inferior a 300 segundos, o que, em comparação com as demais manobras, só foi obtido para o ASV em linha reta com aceleração para um tempo de alinhamento fino superior a 400 segundos.

Em relação aos vieses dos girômetros, a Tabela 32 mostra que os valores finais de estimação de b_{gx} , b_{gy} e b_{gz} variaram no intervalo de $\pm 0,03^\circ/h$, sendo, por conseguinte,

Figura 72 – Erros de rumo (em módulo, à esquerda) e incertezas de estimação dos erros de rumo (à direita) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



Fonte: Autor.

coerentes com a especificação de vieses dos girômetros apresentados na Tabela 23. Já a Tabela 33 mostra que os valores finais de incerteza foram, respectivamente, da ordem de $0,049^\circ/h$ para b_{gx} e b_{gy} , e de $0,05^\circ/h$ para b_{gz} . Tais valores, por conseguinte, foram próximos dos valores iniciais de incerteza do vieses dos girômetros (de $0,05^\circ/h$ para os três vieses) adotados para o filtro de Kalman, sugerindo que os tempos de convergência dos vieses dos girômetros são significativamente maiores que os tempos de duração do alinhamento fino adotados nos ensaios.

Tabela 32 – Valores finais de estimação dos vieses dos girômetros (b_{gx} , b_{gy} , b_{gz}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.

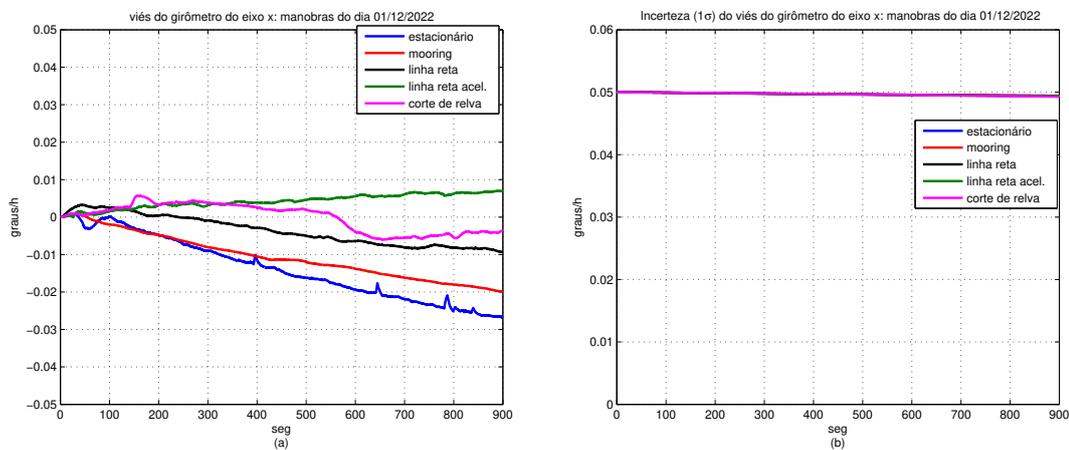
Manobras	Eixo x (b_{gx})	Eixo y (b_{gy})	Eixo z (b_{gz})
ASV estacionário	$-0,027^\circ/h$	$0,019^\circ/h$	$0,001^\circ/h$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$-0,020^\circ/h$	$0,011^\circ/h$	$0,001^\circ/h$
ASV em linha reta	$-0,009^\circ/h$	$0,011^\circ/h$	$0,001^\circ/h$
ASV em linha reta c/ aceleração	$0,007^\circ/h$	$-0,005^\circ/h$	$0,002^\circ/h$
ASV em corte de relva	$-0,004^\circ/h$	$0,002^\circ/h$	$-0,001^\circ/h$

Considerando os resultados de estimação dos vieses dos acelerômetros, a Tabela 34 mostra que os valores finais de b_{az} variaram no intervalo de $\pm 200 \mu g$ para todas as condições de movimento avaliadas, estando, portanto, em concordância com a especificação de vieses dos acelerômetros ($< 1000 \mu g$ RMS). Nota-se, também, que o tempo de convergência de b_{az} foi significativamente menor em comparação com os tempos de b_{ax} e de b_{ay} , conforme ilustrado na Figura 78 (b) pelo rápido decréscimo da incerteza de b_{az} (no intervalo de tempo de 0 a 100 segundos). Já os valores finais de estimação de b_{ax} e b_{ay} variaram no intervalo de $\pm 1000 \mu g$ para o ASV estacionário e em corte de relva, estando, por

Tabela 33 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{gx} , b_{gy} , b_{gz} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.

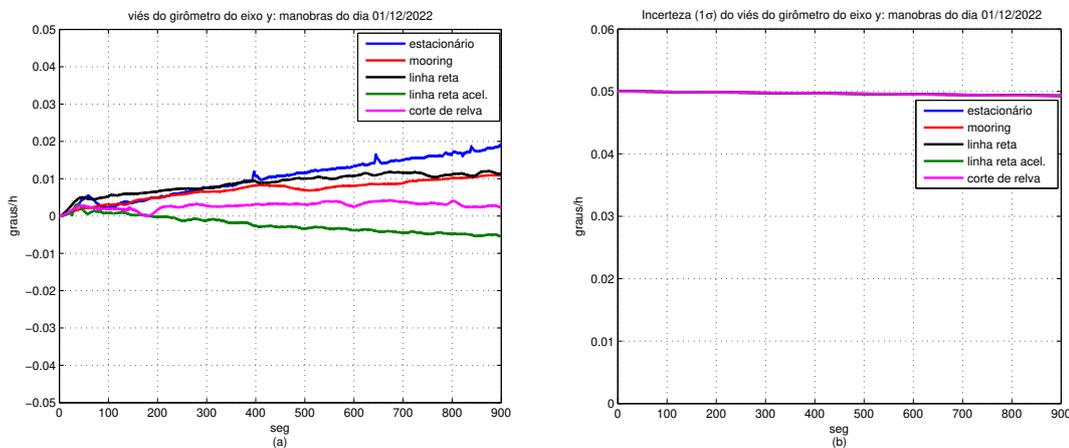
Manobras	b_{gx}	b_{gy}	b_{gz}
ASV estacionário	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em linha reta	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em linha reta c/ aceleração	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em corte de relva	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$

Figura 73 – Vieses do girômetro do eixo x (b_{gx} , à esquerda) e incertezas de b_{gx} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



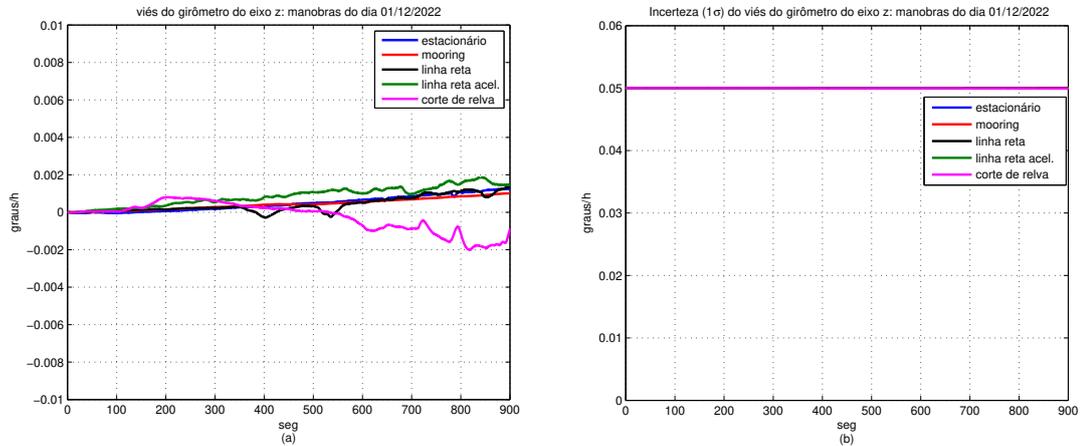
Fonte: Autor.

Figura 74 – Vieses do girômetro do eixo y (b_{gy} , à esquerda) e incertezas de b_{gy} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 75 – Vieses do girômetro do eixo z (b_{gz} , à esquerda) e incertezas de b_{gz} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



Fonte: Autor.

consequente, em consonância com a especificação de viés dos acelerômetros. Para o ASV em condição de *mooring*, em linha reta e em linha reta com aceleração, b_{ax} variou em torno de $-1200 \mu g$ a $4600 \mu g$, enquanto que b_{ay} variou de $-160 \mu g$ a $1100 \mu g$.

As incertezas de b_{ax} e de b_{ay} para o ASV estacionário, mostradas na Tabela 35, bem como, para o ASV em condição de *mooring*, em linha reta e em linha reta com aceleração foram significativamente maiores em comparação com o ASV em corte de relva, sugerindo que a precisão da estimação de b_{ax} e b_{ay} é melhorada com o uso da manobra de corte de relva no processo de alinhamento fino. Além disso, as Figuras 76 (b) e 77 (b) mostram que as mudanças de direção (curvas) aceleraram o tempo de convergência de estimação de b_{ax} e de b_{ay} , conforme indicam as súbitas reduções presentes nos gráficos de incerteza de b_{ax} e de b_{ay} para o ASV em corte de relva.

Neste sentido, as mudanças de direção, não somente, reduziram o tempo de convergência para a estimação de b_{ax} e b_{ay} , bem como, desacoplaram estas variáveis dos erros de alinhamento nas direções Norte (ψ_N) e Leste (ψ_E), o que resultou na melhoria da precisão da estimação. Estas observações estão em concordância com a análise de estimabilidade e com estudos publicados na literatura (KLEIN; DIAMANT, 2015), (PAN; WU, 2016), (LIU *et al.*, 2021), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022).

Com relação aos resultados de estimação do desalinhamento IMU/DVL, a Tabela 36 mostra que os valores finais de estimação de e_x foram menores que 0,5 graus para todas as condições de movimento avaliadas. Para e_y , os valores finais variaram entre 1,3 graus e 1,8 graus para o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva, enquanto que foram da ordem de 0,2 graus para o ASV estacionário e em condição de *mooring*. Já para e_z , os valores finais foram menores que 1,0 grau para as condições

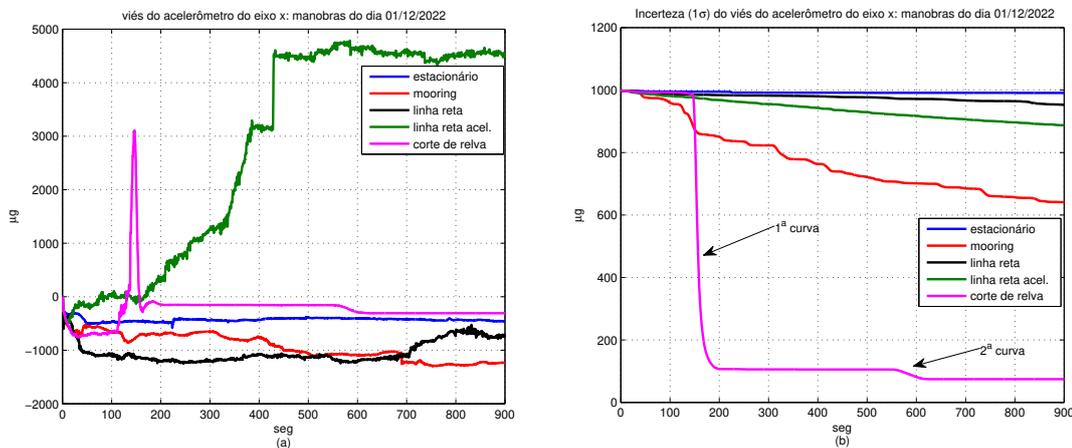
Tabela 34 – Valores finais de estimação dos vieses dos acelerômetros (b_{ax} , b_{ay} , b_{az}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.

Manobras	Eixo x (b_{ax})	Eixo y (b_{ay})	Eixo z (b_{az})
ASV estacionário	-458,51 μg	180,32 μg	-52,69 μg
ASV em condição de <i>mooring</i>	-1.236,70 μg	-163,40 μg	-123,39 μg
ASV em linha reta	-739,61 μg	1.105,00 μg	-19,36 μg
ASV em linha reta c/ aceleração	4.546,10 μg	-147,91 μg	-60,19 μg
ASV em corte de relva	-308,08 μg	243,38 μg	33,87 μg

Tabela 35 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{ax} , b_{ay} , b_{az} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.

Manobras	b_{ax}	b_{ay}	b_{az}
ASV estacionário	$\pm 991,26 \mu g$	$\pm 988,52 \mu g$	$\pm 22,68 \mu g$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$\pm 640,90 \mu g$	$\pm 630,08 \mu g$	$\pm 11,71 \mu g$
ASV em linha reta	$\pm 953,04 \mu g$	$\pm 928,36 \mu g$	$\pm 15,77 \mu g$
ASV em linha reta c/ aceleração	$\pm 887,41 \mu g$	$\pm 911,30 \mu g$	$\pm 14,11 \mu g$
ASV em corte de relva	$\pm 74,29 \mu g$	$\pm 74,26 \mu g$	$\pm 3,29 \mu g$

Figura 76 – Vieses do acelerômetro do eixo x (b_{ax} , à esquerda) e incertezas de b_{ax} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).

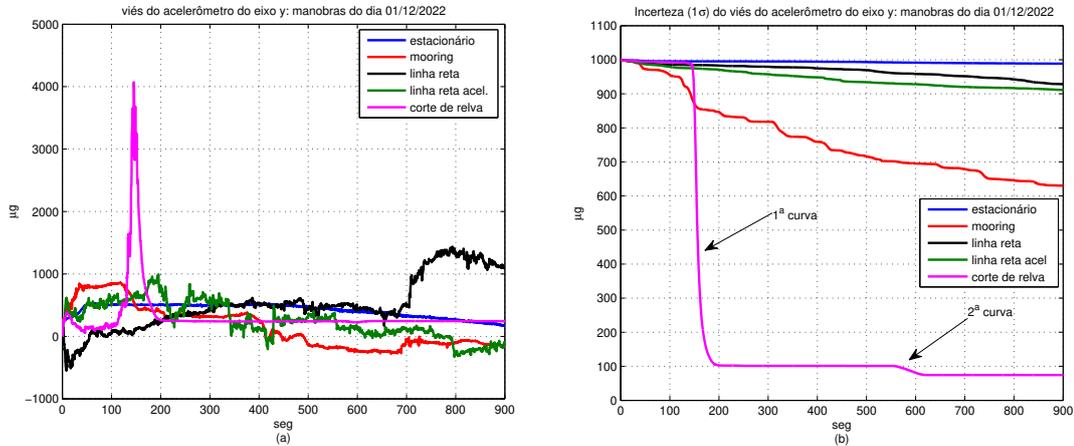


Fonte: Autor.

estacionária e de *mooring*. Para o veículo em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva, e_z foi da ordem de -3,4 graus, de -2,3 graus e de -1,9 graus, respectivamente.

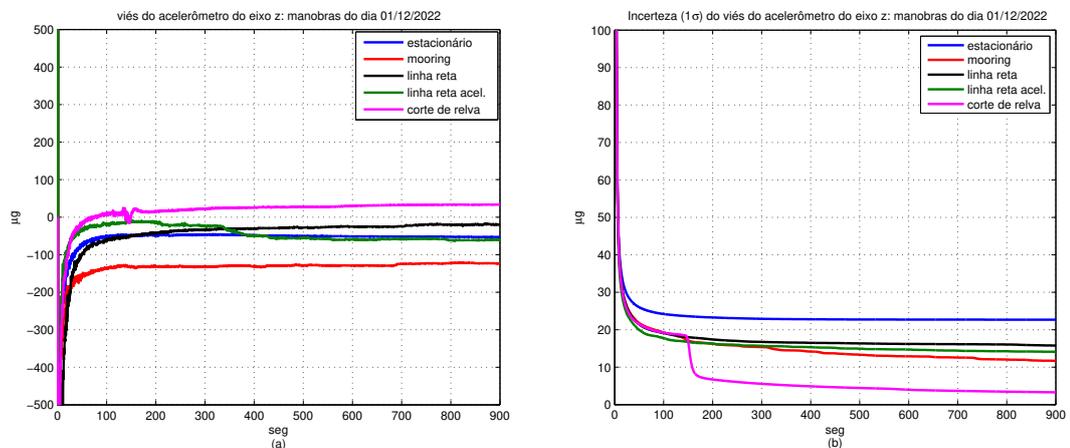
Considerando as incertezas de estimação do desalinhamento IMU/DVL, a Tabela 37 mostra que os valores finais de incertezas de e_y foram menores para o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva, indicando que, a precisão da estimação de e_y foi aprimorada com movimento de translação em *surge*.

Figura 77 – Vieses do acelerômetro do eixo y (b_{ay} , à esquerda) e incertezas de b_{ay} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 78 – Vieses do acelerômetro do eixo z (b_{az} , à esquerda) e incertezas de b_{az} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



Fonte: Autor.

Ademais, os gráficos de incertezas de e_y , ilustrados na Figura 80 (b), mostram que os movimentos de translação em *surge* das manobras com o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração, e em corte de relva aceleraram o decréscimo da incerteza de e_y , sugerindo que o tempo de convergência de e_y é reduzido com o movimento de translação em *surge*. Estes resultados evidenciados nos testes experimentais para e_y estão em concordância com trabalhos publicados na literatura e com as simulações realizadas para a análise de estimabilidade, que mostram que a estimação de e_y é aprimorada com velocidade de translação no eixo longitudinal do veículo (PAN; WU, 2016), (LIU; WANG;

Tabela 36 – Valores finais de estimação dos desalinhamentos IMU/DVL (e_x , e_y , e_z) e dos erros de fator de escala do DVL (s_f) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.

Manobras	Eixo x (e_x)	Eixo y (e_y)	Eixo z (e_z)	s_f
ASV estacionário	0,09°	0,19°	0,81°	23,34%
ASV em condição de <i>mooring</i>	0,05°	0,17°	0,26°	-8,62%
ASV em linha reta	0,47°	1,39°	-3,42°	-0,38%
ASV em linha reta c/ aceleração	0,23°	1,72°	-2,26°	0,18%
ASV em corte de relva	0,11°	1,42°	-1,90°	-0,12%

Tabela 37 – Valores finais de incertezas (1σ) de e_x , e_y , e_z e s_f para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos). Testes experimentais do dia 01/12/2022.

Manobras	e_x	e_y	e_z	s_f
ASV estacionário	$\pm 0,97^\circ$	$\pm 0,98^\circ$	$\pm 0,97^\circ$	$\pm 5,43\%$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$\pm 0,98^\circ$	$\pm 0,98^\circ$	$\pm 0,98^\circ$	$\pm 5,76\%$
ASV em linha reta	$\pm 0,90^\circ$	$\pm 0,13^\circ$	$\pm 0,52^\circ$	$\pm 0,18\%$
ASV em linha reta c/ aceleração	$\pm 0,96^\circ$	$\pm 0,09^\circ$	$\pm 0,48^\circ$	$\pm 0,12\%$
ASV em corte de relva	$\pm 0,91^\circ$	$\pm 0,09^\circ$	$\pm 0,43^\circ$	$\pm 0,16\%$

DENG, 2019), (LIU *et al.*, 2019), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022).

Com relação a e_z , a Tabela 37 mostra que os valores finais de incerteza foram maiores para o ASV estacionário e em condição de *mooring*, e menores para o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva, indicando que a precisão da estimação do desalinhamento IMU/DVL em z também é aprimorada com movimento de translação em *surge*. Além disso, o gráfico de incerteza de e_z para o veículo em corte de relva evidenciou que o movimento de translação em combinação com a mudança de direção resultou em maior redução da incerteza de estimação de e_z , conforme ilustrado na Figura 81 (b).

Deste modo, os resultados experimentais de estimação de e_z estão em conformidade com a análise de estimabilidade, que indicou que o movimento de translação em *surge* melhorou a estimabilidade de e_z . Além disso, a aceleração e as mudanças de direção presentes, respectivamente, nas manobras com o ASV em linha reta com aceleração e em corte de relva incrementaram a estimabilidade de e_z , em comparação com o ASV em linha reta com velocidade constante. O aprimoramento da estimação do desalinhamento IMU/DVL em z com o movimento de translação em *surge*, com a aceleração e com a mudança de direção também foram evidenciados em alguns trabalhos publicados na literatura (PAN; WU, 2016), (LIU; WANG; DENG, 2019), (LIU *et al.*, 2019), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022).

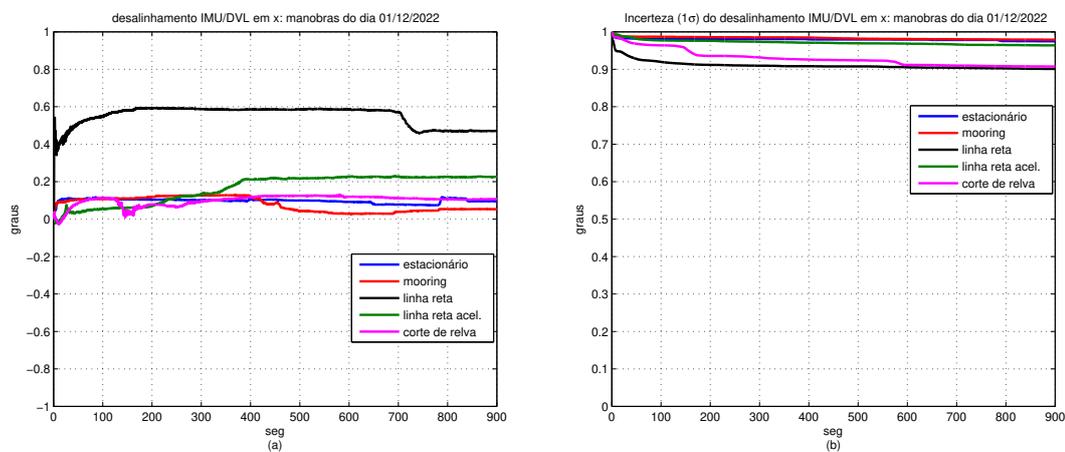
Já para e_x , a Tabela 37 mostra que os valores finais de incerteza foram próximos

(em torno de 0,9 graus) do valor inicial de incerteza adotado para o filtro de Kalman (de 1,0 grau, conforme a Tabela 30). Ademais, os comportamentos dinâmicos da incerteza de e_x foram aproximadamente similares para todas as condições de movimento avaliadas, como pode ser visto na Figura 79 (b).

Estes resultados sugerem que a precisão da estimação de e_x foi pouco afetada com o movimento de translação em *surge* ou com a mudança de direção. Como mostram algumas referências presentes na literatura, a estimabilidade de e_x é aprimorada com movimento de translação nos eixos de *sway* ou de *heave* (PAN; WU, 2016), (LIU; WANG; DENG, 2019), (LIU *et al.*, 2019), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022).

Neste sentido, os valores finais de incerteza de e_x obtidos nos ensaios experimentais foram coerentes com a análise de estimabilidade, uma vez que, a excitação de velocidade nos eixos de *sway* e de *heave* do ASV foram significativamente menores que em comparação com a excitação de velocidade em *surge*.

Figura 79 – Desalinhamentos IMU/DVL em x (e_x , à esquerda) e incertezas de e_x (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).

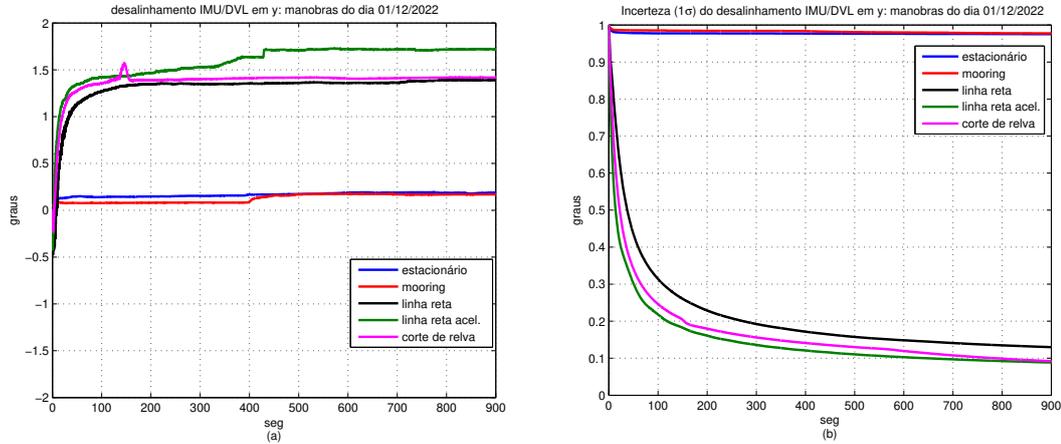


Fonte: Autor.

Considerando os resultados de estimação do erro de fator de escala do DVL, mostrados na Tabela 36, os valores finais de s_f foram em torno de 23,0% e -8,6% para o ASV estacionário e em condição de *mooring*, respectivamente. Para o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva, os valores finais de s_f foram menores que 0,5% (em módulo). Já os valores finais de incerteza da estimação de s_f , mostrados na Tabela 37, foram superiores a 5% para o veículo estacionário e em condição de *mooring*, e menores que 0,2% para as demais condições de movimento, sugerindo que a precisão da estimação de s_f é significativamente aprimorada para o veículo em manobras com movimento de translação.

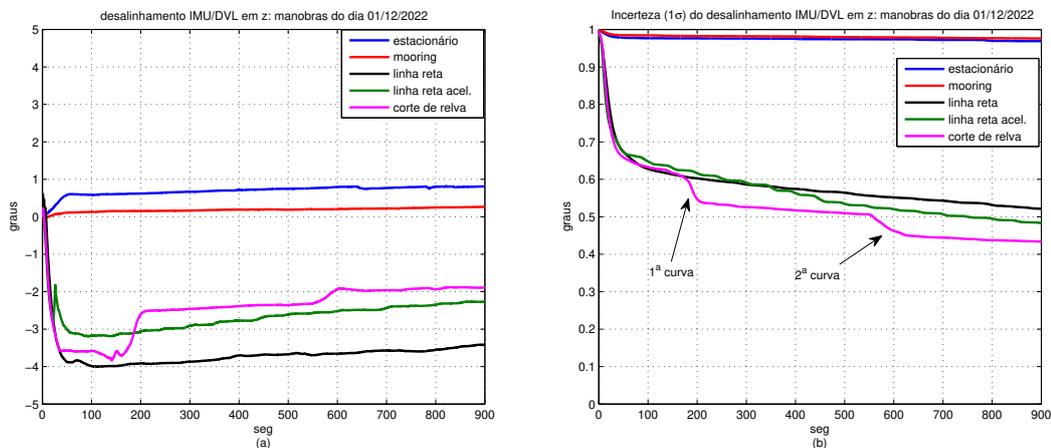
Além disso, os gráficos de incertezas de s_f , ilustrados na Figura 82 (b), mostram

Figura 80 – Desalinhamentos IMU/DVL em y (e_y , à esquerda) e incertezas de e_y (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 81 – Desalinhamentos IMU/DVL em z (e_z , à esquerda) e incertezas de e_z (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).

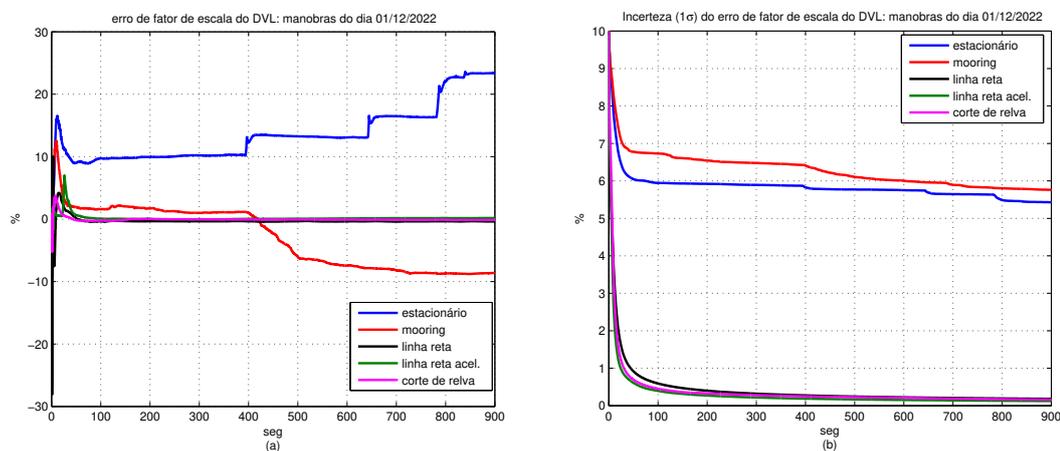


Fonte: Autor.

que o tempo de convergência para a estimação de s_f foi significativamente reduzido para o ASV em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva. Conforme mostram os resultados da análise de estimabilidade, bem como, trabalhos previamente publicados na literatura, a estimação de s_f é aprimorada com movimentos de translação (PAN; WU, 2016), (LIU; WANG; DENG, 2019), (LIU *et al.*, 2019), (LIU *et al.*, 2021), (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022). Neste sentido, o aprimoramento da estimação de s_f com o movimento de translação do veículo foi evidenciado nos resultados experimentais, através do súbito decréscimo presente nos gráficos de incertezas de s_f para as manobras com o

veículo em linha reta, em linha reta com aceleração e em corte de relva.

Figura 82 – Erros de fator de escala do DVL (s_f , à esquerda) e incertezas de s_f (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 01/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 900 segundos (15 minutos).



Fonte: Autor.

Uma segunda seção de avaliação experimental foi realizada (no dia 08/12/2022), a fim de comprovação dos efeitos das condições de movimento no processo de alinhamento fino e calibração sensorial evidenciados na seção experimental anterior (do dia 01/12/2022). Os resultados de estimação das variáveis de estados e seus gráficos de comportamento dinâmico são mostrados nas Tabelas 42 a 48 e nas Figuras 106 a 116, disponíveis no Apêndice C.

Como evidenciado na seção de testes do dia 01/12/2022, os melhores resultados foram obtidos para o ASV em corte de relva. Neste sentido, os resultados dos ensaios experimentais evidenciaram que a manobra com o ASV em corte de relva foi a condição de movimento mais adequada para o processo de alinhamento fino (obtendo os menores erros de rumo) e de calibração do DVL e dos sensores inerciais (obtendo os menores valores de incerteza de estimação).

Metodologia Proposta de Alinhamento e Calibração Sensorial do Sistema de Navegação de AUVs

A execução da missão de um AUV em campo é precedida por fases preparatórias, que envolvem desde a montagem do AUV até o transporte do veículo ao local de missão. Por conseguinte, o processo de alinhamento e calibração dos sensores de navegação do AUV representa uma fase preparatória de execução da missão, particularmente atrelada à inicialização da navegação do AUV em condição submersa.

O Capítulo 6 mostrou, através de simulações e experimentos em campo, a influência de movimentos efetuados pelo veículo na estimação das variáveis associadas ao alinhamento e à calibração da IMU e do DVL.

Neste sentido, a finalidade deste Capítulo é a proposição de uma metodologia de alinhamento e calibração sensorial do AUV, considerando a influência das condições de movimento (manobras) no processo de alinhamento e calibração da IMU e do DVL, mostrada no decorrer do Capítulo 6, e situações típicas que precedem a execução de missões do AUV em condição submersa.

7.1 Procedimento de Alinhamento e Calibração Sensorial

A execução da missão do AUV em condição submersa é precedida por situações em campo que envolvem o AUV e a embarcação de apoio (se houver), esta última responsável pelo transporte do AUV até o local de missão. Estas situações podem ser exemplificadas para:

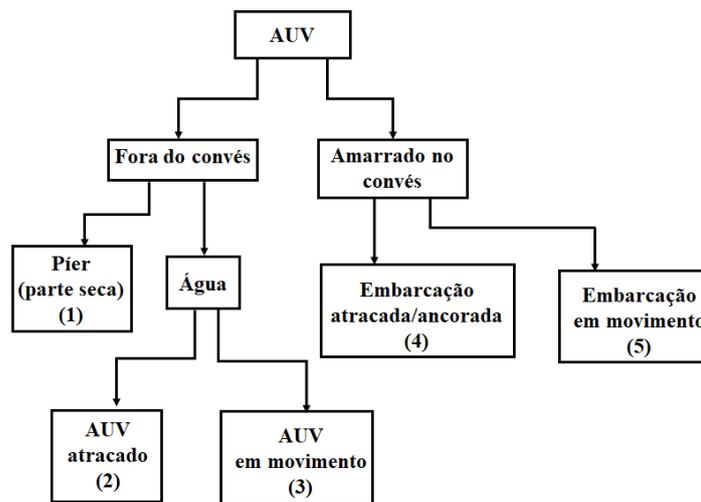
- AUV amarrado no convés da embarcação de apoio. Nesta situação, a embarcação pode estar atracada ao píer ou ancorada em algum ponto do local de missão, ou em

movimento;

- AUV fora da embarcação de apoio. Nesta situação, o AUV pode estar na parte seca do píer ou na água (atracado ao píer ou em movimento).

As situações descritas para o AUV amarrado ou fora da embarcação de apoio são ilustradas pelo diagrama da Figura 83:

Figura 83 – Diagrama ilustrativo das situações envolvidas para o AUV amarrado ao convés da embarcação de apoio ou fora da embarcação de apoio.



Fonte: Autor.

As situações 1, 2 e 4 da Figura 83 são menos favoráveis ao processo de alinhamento fino, visto que, para estas situações, o número de variáveis pouco estimáveis é maior, em comparação com as situações que envolvem o AUV ou a embarcação de apoio em movimento (3 e 5). Por conseguinte, as situações 1, 2 e 4 são mais adequadas para o processo de alinhamento grosseiro (em específico, do autoalinhamento grosseiro), enquanto que, 3 e 5 são mais adequadas para o alinhamento fino e a calibração sensorial.

Além disso, as situações 2 e 4 podem ser tratadas, no processo de alinhamento grosseiro, como equivalentes, uma vez que, para estas duas situações, o AUV está sujeito ao movimento de oscilação e balanço (próprio ou da embarcação).

Um caso particular é a situação 5, onde não é possível a realização da calibração do DVL (nesta situação, o AUV não está em contato com a água). Por conseguinte, a calibração do DVL em conjunto com o alinhamento fino (representada pelo modelo da Eq. (6.3)) é impossibilitada na situação 5.

Neste sentido, o alinhamento fino é realizado em separado da calibração do DVL, com as integrações INS/GPS ou INS/GPS/PS (ambas sem o auxílio do DVL, vide Apêndice D) surgindo como alternativas naturais para a realização do processo de alinhamento fino,

bem como, de calibração dos sensores inerciais. Logo, a calibração do DVL se restringe à situação 4, que envolve o AUV em movimento na água.

Com base nas situações ilustradas na Figura 83 e na influência dos movimentos executados pelo AUV no processo de alinhamento e calibração sensorial, foram elaborados procedimentos de alinhamento e calibração sensorial considerando os seguintes cenários: 1) AUV no píer (parte seca) seguido de AUV em movimento na água (superfície); 2) AUV atracado ao píer seguido de AUV em movimento na água (superfície); 3) embarcação atracada ao píer (ou ancorada) seguido de AUV em movimento na água (superfície); 4) embarcação atracada ao píer (ou ancorada) seguido de embarcação se deslocando até o local de missão (embarcação em movimento) seguido de AUV em movimento na água (superfície).

7.1.1 Cenário 1: AUV no píer (parte seca) seguido de AUV em movimento na água (superfície)

Este cenário é o menos usual em missões em campo. Em geral, o AUV é previamente amarrado no convés de um barco ou navio de suporte, responsável por transportar o AUV até o local de missão.

Para este cenário, no entanto, podem ser vislumbradas missões em campo (efetuadas por AUVs de pequeno porte) próximas do píer de atracação, de modo que, a utilização de embarcações de suporte para o transporte do AUV até o local de missão não seja necessária, bem como, o transporte do AUV da parte seca do píer até a água não represente um fator limitante.

Neste sentido, a sequência de etapas propostas para a realização do procedimento de alinhamento e calibração sensorial para este cenário é ilustrada a seguir:

1. **Inicialização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude e velocidade iniciais nulas; posição inicial: latitude, longitude e altitude fornecidas pelo receptor GNSS; vieses dos girômetros e dos acelerômetros nulos; erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL nulos;
2. **Alinhamento grosseiro no píer (parte seca, AUV parado):** A-OBA (≥ 1 minuto) ou I-DVA (≥ 3 minutos);
3. **Atualização da atitude:** ângulos de *roll*, de *pitch* e de rumo fornecidos pela rotina de alinhamento grosseiro;
4. **Transporte para a água;**
5. **Alinhamento fino e calibração da IMU e do DVL com o AUV em movimento na água (superfície):** ordem do filtro: 19; tipo de integração: INS/GPS/DVL/PS;

tipo de manobra: corte de relva com velocidade constante; tempo de duração: 15 minutos a $1,0\text{ m/s}$;

6. **Atualização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude, velocidade, posição, vieses dos girômetros e dos acelerômetros, erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL dados pelo filtro de Kalman.

7.1.2 Cenário 2: AUV atracado ao píer seguido de AUV em movimento na água (superfície)

Neste cenário, o intervalo de tempo entre os processos de alinhamento grosseiro e fino é menor em comparação com o primeiro cenário, visto que, o tempo demandado para o transporte do AUV da parte seca do píer para água (etapa 4 do primeiro cenário) não é necessário. Por conseguinte, este cenário é mais adequado para missões em campo que o primeiro cenário.

A sequência de etapas propostas para a realização do procedimento de alinhamento e calibração sensorial para este cenário é ilustrada a seguir:

1. **Inicialização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude e velocidade iniciais nulas; posição inicial: latitude, longitude e altitude fornecidas pelo receptor GNSS; vieses dos girômetros e dos acelerômetros nulos; erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL nulos;
2. **Alinhamento grosseiro no píer (AUV atracado):** A-OBA (≥ 2 minutos) ou I-DVA (≥ 3 minutos);
3. **Atualização da atitude:** ângulos de *roll*, de *pitch* e de rumo fornecidos pela rotina de alinhamento grosseiro;
4. **Alinhamento fino e calibração da IMU e do DVL com o AUV em movimento na água (superfície):** ordem do filtro: 19; tipo de integração: INS/GPS/DVL/PS; tipo de manobra: corte de relva com velocidade constante; tempo de duração: 15 minutos a $1,0\text{ m/s}$;
5. **Atualização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude, velocidade, posição, vieses dos girômetros e dos acelerômetros, erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL dados pelo filtro de Kalman.

7.1.3 Cenário 3: Embarcação atracada ao píer (ou ancorada) seguido de AUV em movimento na água (superfície)

Este cenário é equivalente ao segundo cenário, exceto pela etapa de transporte do AUV do convés da embarcação de apoio para a água. Além disso, este cenário pode representar a condição em que a embarcação está ancorada no local de execução da missão (equivalente à embarcação atracada) para a execução do alinhamento grosseiro, e, em seguida, o AUV é posto na água para execução do alinhamento fino e da calibração sensorial.

Neste sentido, a sequência de etapas propostas para este cenário é ilustrada a seguir:

1. **Inicialização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude e velocidade iniciais nulas; posição inicial: latitude, longitude e altitude fornecidas pelo receptor GNSS; vieses dos girômetros e dos acelerômetros nulos; erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL nulos;
2. **Alinhamento grosseiro com embarcação atracada ou ancorada (AUV no convés):** A-OBA (≥ 2 minutos) ou I-DVA (≥ 3 minutos);
3. **Atualização da atitude:** ângulos de *roll*, de *pitch* e de rumo fornecidos pela rotina de alinhamento grosseiro;
4. **Transporte para a água;**
5. **Alinhamento fino e calibração da IMU e do DVL com o AUV em movimento na água (superfície):** ordem do filtro: 19; tipo de integração: INS/GPS/DVL/PS; tipo de manobra: corte de relva com velocidade constante; tempo de duração: 15 minutos a $1,0\text{ m/s}$;
6. **Atualização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude, velocidade, posição, vieses dos girômetros e dos acelerômetros, erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL dados pelo filtro de Kalman.

7.1.4 Cenário 4: Embarcação atracada ao píer (ou ancorada) seguido de embarcação se deslocando até o local de missão (embarcação em movimento) seguido de AUV em movimento na água (superfície)

Considerando missões em campo executadas no mar, este cenário é mais realístico com relação aos demais. Em geral, antes da realização da missão em campo, o AUV é amarrado ao convés da embarcação de apoio, que, então, realiza o transporte do AUV até o local de execução da missão. Em seguida, o AUV é posto na água.

Por conseguinte, o processo de alinhamento grosseiro pode ser realizado com a embarcação de apoio atracada (semelhante ao cenário 3). A etapa de deslocamento do píer até o local de missão pode ser aproveitada para a realização do alinhamento fino (neste caso, sem o auxílio do DVL), e, em seguida, a calibração do DVL é executada no local de missão.

Logo, o intervalo de tempo entre a etapa de alinhamento grosseiro e a execução da missão em campo pode ser reduzido, através do aproveitamento da etapa de transporte até o local de missão para a realização do processo de alinhamento fino (ao invés de realizar todo o processo de alinhamento e calibração no local de missão).

Neste sentido, a sequência de etapas para este cenário é ilustrada a seguir:

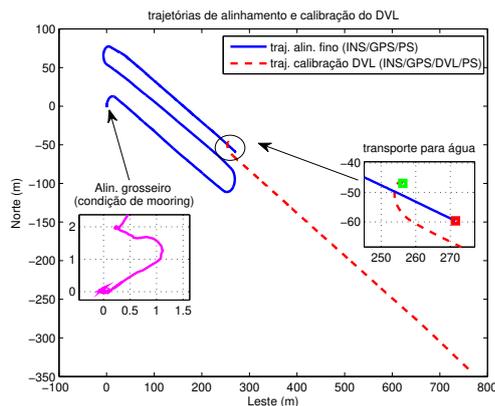
1. **Inicialização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude e velocidade iniciais nulas; posição inicial: latitude, longitude e altitude fornecidas pelo receptor GNSS; vieses dos girômetros e dos acelerômetros nulos; erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL nulos;
2. **Alinhamento grosseiro com embarcação atracada ou ancorada (AUV no convés):** A-OBA (≥ 2 minutos) ou I-DVA (≥ 3 minutos);
3. **Atualização da atitude:** ângulos de *roll*, de *pitch* e de rumo fornecidos pela rotina de alinhamento grosseiro;
4. **Alinhamento fino e calibração da IMU com embarcação em movimento na água:** ordem do filtro: 15; tipo de integração: INS/GPS/PS ou INS/GPS; tipo de manobra: corte de relva com velocidade constante; tempo de duração: a depender do local de missão e da velocidade da embarcação;
5. **Atualização das variáveis de navegação e de calibração da IMU:** atitude, velocidade, posição, vieses dos girômetros e dos acelerômetros dados pelo filtro de Kalman (de ordem 15);
6. **Transporte para a água;**
7. **Calibração do DVL com o AUV em movimento na água (superfície):** ordem do filtro: 19; tipo de integração: INS/GPS/DVL/PS; tipo de manobra: linha reta com velocidade constante; tempo de duração: 10 minutos a 1,0 *m/s*;
8. **Atualização das variáveis de navegação e de calibração da IMU e do DVL:** atitude, velocidade, posição, vieses dos girômetros e dos acelerômetros, erro de fator de escala do DVL e desalinhamento IMU/DVL dados pelo filtro de Kalman (de ordem 19).

Uma vez que o cenário 4 é o mais realístico em termos de missões em campo executadas no mar, um ensaio experimental foi realizado na Raia Olímpica da USP com a finalidade de reprodução das etapas descritas neste cenário.

Para tanto, a Figura 84 ilustra as etapas de alinhamento grosseiro, fino, e calibração do DVL do cenário 4, na qual a etapa de alinhamento grosseiro (em lilás) foi realizada com o veículo (no caso, o ASV) atracado ao píer, conforme ilustrado na Figura 56. Em seguida, uma manobra com o ASV em corte de relva (em azul) foi utilizada para a realização do alinhamento fino. Por fim, uma manobra com o ASV em linha reta com velocidade constante (em vermelho) foi realizada com a finalidade de calibração do DVL.

Ademais, a Figura 84 mostra que o ponto de partida da manobra de calibração do DVL (quadrado verde) não coincidiu com o ponto final da manobra de alinhamento fino (quadrado vermelho), de modo a simular a etapa de transporte do AUV do convés da embarcação para a água.

Figura 84 – Trajetórias de alinhamento e calibração do DVL do cenário 4.

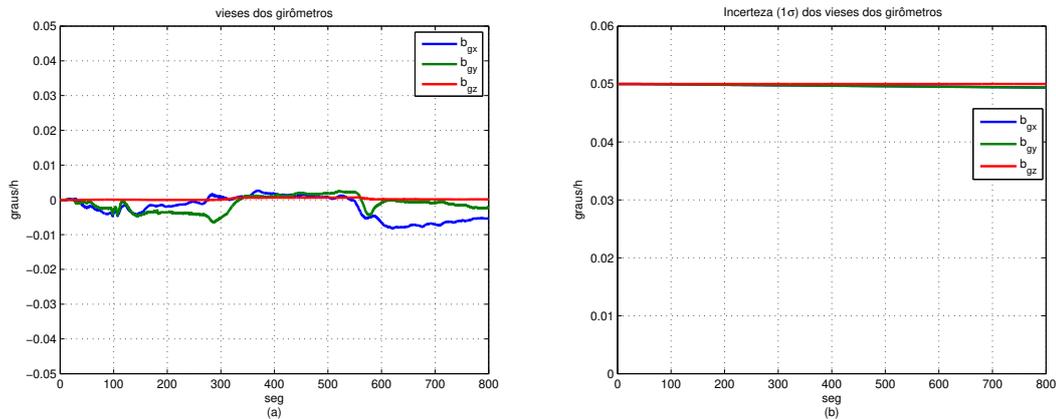


Fonte: Autor.

As Figuras 85 a 88 mostram os resultados de estimação dos vieses dos sensores inerciais, do desalinhamento IMU/DVL e do erro de fator de escala do DVL. Com relação aos vieses dos girômetros, a Figura 85 mostra que as estimativas de viés dos girômetros foram menores que $0,01^\circ/h$, sendo, por conseguinte, coerentes com a especificação de viés dos girômetros apresentados na Tabela 23. Já as incertezas foram próximas dos valores iniciais (de $0,05^\circ/h$). Este resultado, inclusive, foi coerente com os resultados obtidos nos ensaios experimentais realizados para a integração INS/GPS/DVL/PS.

Com relação aos resultados de estimação dos vieses dos acelerômetros, a Figura 86 mostra que as estimativas estiveram situadas entre $\pm 500\mu g$, estando, portanto, em conformidade com a especificação de viés da Tabela 23. Com relação às incertezas, o tempo de decaimento da incerteza de b_{az} foi significativamente menor, evidenciando que o tempo de convergência para a estimação de b_{az} é menor em comparação com os tempos de b_{ax}

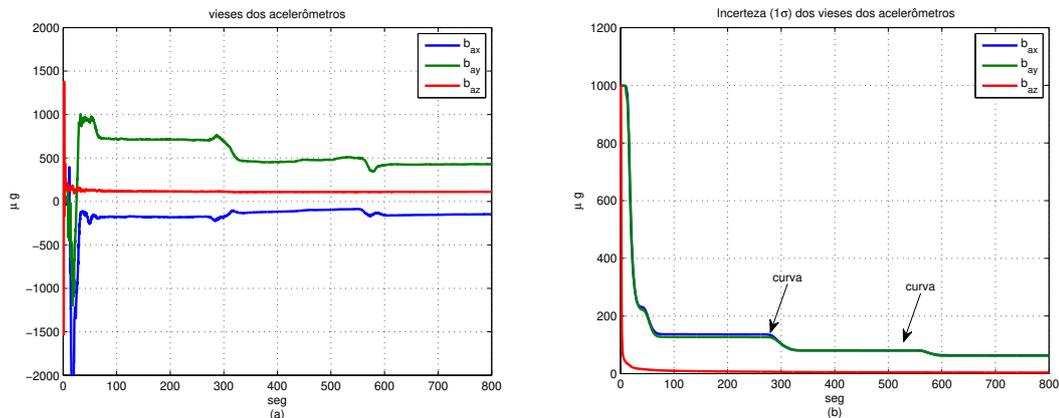
Figura 85 – Vieses dos girômetros estimados durante a trajetória de alinhamento fino (gráfico em azul da Figura 84). Integração INS/GPS/PS.



Fonte: Autor.

e de b_{ay} . Ademais, a redução das incertezas de b_{ax} e de b_{ay} com as curvas também foi evidenciada para o ASV em corte de relva com integração INS/GPS/DVL/PS.

Figura 86 – Vieses dos acelerômetros estimados durante a trajetória de alinhamento fino (gráfico em azul da Figura 84). Integração INS/GPS/PS.

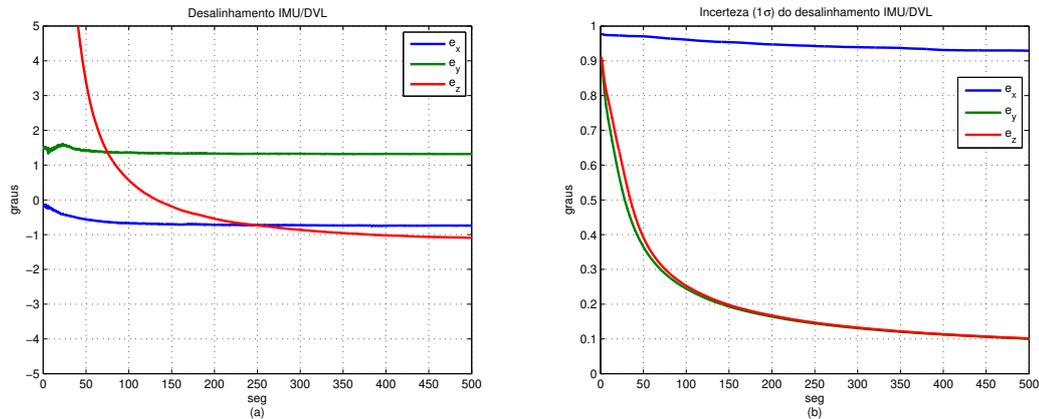


Fonte: Autor.

Considerando os resultados de estimação do desalinhamento IMU/DVL, a Figura 87 (b) mostra que a incerteza de e_x foi significativamente maior em comparação com as incertezas de e_y e de e_z . Este resultado mostra que e_x foi pouco estimável para o ASV em linha reta com velocidade constante, tendo sido, inclusive, evidenciado para a mesma condição de movimento com integração INS/GPS/DVL/PS.

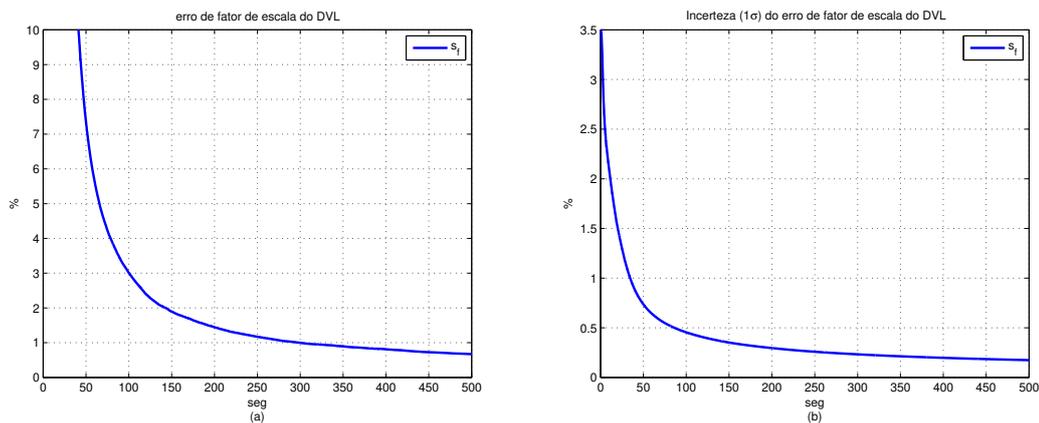
Com relação ao erro de fator de escala do DVL, a Figura 88 mostra que a estimativa de s_f foi menor que 1,0%, com incerteza inferior a 0,25%. Este resultado é coerente com os ensaios experimentais realizados para a integração INS/GPS/DVL/PS que mostraram que a estimativa de s_f é aprimorada com movimentos de translação.

Figura 87 – Desalinhamento IMU/DVL estimado durante a trajetória de calibração do DVL (gráfico em vermelho tracejado da Figura 84). Integração INS/GPS/DVL/PS.



Fonte: Autor.

Figura 88 – Erro de fator de escala do DVL estimado durante a trajetória de calibração do DVL (gráfico em vermelho tracejado da Figura 84). Integração INS/GPS/DVL/PS.



Fonte: Autor.

7.2 Discussões

As etapas propostas para cada cenário utilizaram, em sua maioria, a manobra de corte de relva para a realização do procedimento de alinhamento fino e calibração sensorial, visto que, a estimabilidade da quase totalidade dos estados foi aprimorada com a utilização deste tipo de manobra.

No entanto, outras manobras podem ser empregadas na etapa de alinhamento fino e calibração sensorial, a depender dos erros de atitude obtidos na etapa de alinhamento grosseiro, e da melhoria dos resultados de estimação de uma ou mais variáveis de interesse.

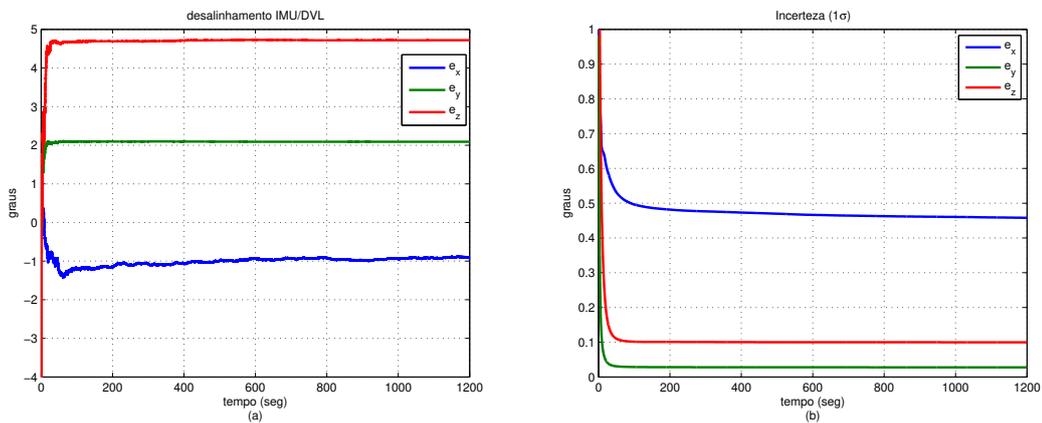
Para tanto considere o primeiro cenário, com o AUV estacionário na parte seca do píer. A vantagem do primeiro cenário em relação aos demais é o menor erro de rumo obtido na etapa de alinhamento grosseiro, em comparação com os demais cenários (que envolve o alinhamento grosseiro com o AUV atracado ou a embarcação de apoio atracada/ancorada,

no caso dos cenários 3 e 4), conforme mostrado pelos resultados de simulação e de testes experimentais.

Conforme demonstrado em (LIU; WANG; DENG, 2019), uma manobra com o AUV em linha reta com velocidade constante é suficiente para a estimação do desalinhamento IMU/DVL (exceto do eixo longitudinal do veículo) e do erro de fator de escala do DVL, desde que os erros de atitude sejam nulos (uma condição pouco provável de ser atendida em condições reais).

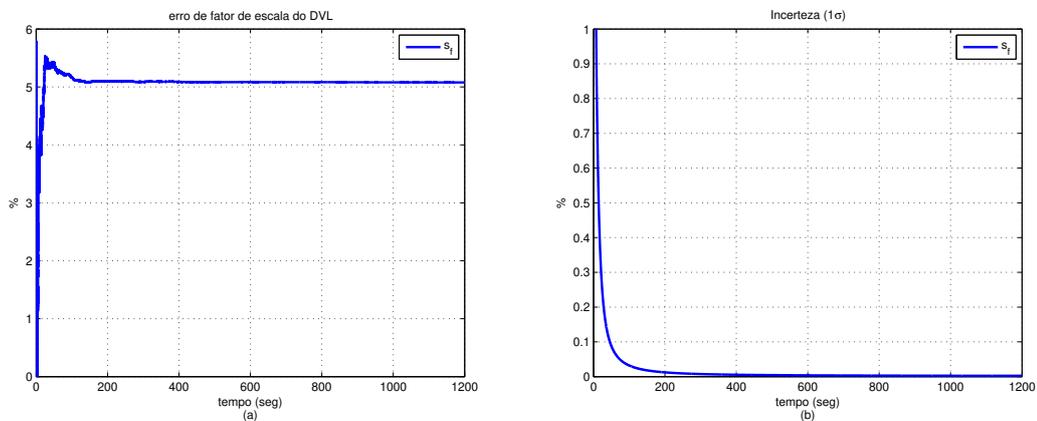
Neste sentido, considere que o procedimento de alinhamento grosseiro resulte em erros de atitude de 0,1 graus (*roll* e *pitch*) e de 0,5 graus (rumo). As Figuras 89 e 90 ilustram o resultado da calibração do DVL para o AUV em linha reta com velocidade constante (1 m/s).

Figura 89 – Estimação do desalinhamento IMU/DVL para erros de atitude de 0,1 graus (*roll* e *pitch*) e de 0,5 graus (rumo). Valores nominais: $e_x = e_y = 2,0$ graus; $e_z = 5,0$ graus.



Fonte: Autor.

Figura 90 – Estimação do erro de fator de escala do DVL para erros de atitude de 0,1 graus (*roll* e *pitch*) e de 0,5 graus (rumo). Valor nominal: $s_f = 5,0$ %.



Fonte: Autor.

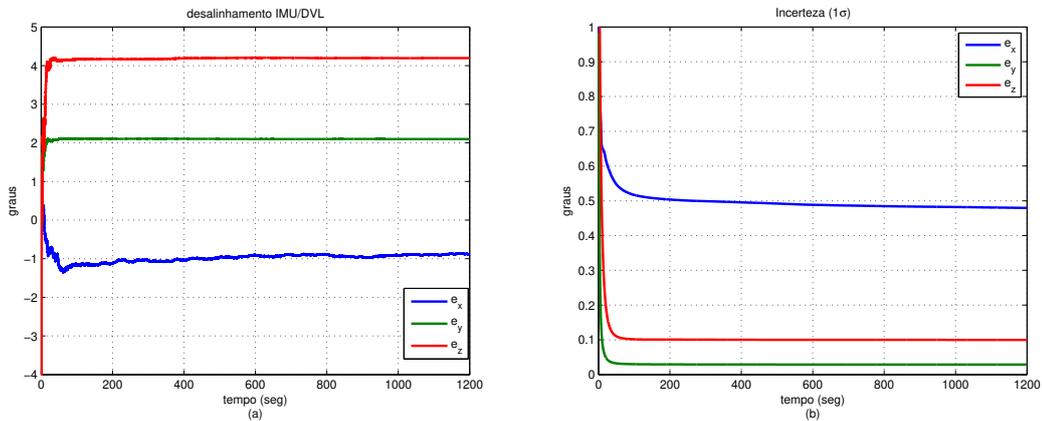
Conforme mostrado nas Figuras 89 e 90, e_y , e_z e s_f se aproximaram dos seus respectivos valores nominais, com erros de estimação em torno de 0,1 graus (e_y), 0,28

graus (e_z) e 0,08% (s_f). Além disso, a incerteza de e_x foi significativamente maior em comparação com as incertezas de e_y e de e_z , evidenciando que e_x foi o estado menos estimável para o AUV em linha reta com velocidade constante (o que foi um resultado esperado, conforme mostrado na análise de estimabilidade para a manobra linha reta com velocidade constante).

Considere, agora, que o erro de rumo resultante do processo de alinhamento grosseiro seja de 1,0 grau. As Figuras 91 e 92 ilustram os resultados de estimação do desalinhamento IMU/DVL e do erro de fator de escala do DVL para o AUV em linha reta com velocidade constante (1 m/s). Para este caso, o erro de estimação de e_z foi incrementado para 0,8 graus, evidenciando a influência da magnitude do erro de rumo resultante do processo de alinhamento grosseiro na degradação da estimação de e_z .

Neste sentido, a calibração do DVL com o uso de uma manobra de linha reta com velocidade constante no cenário 4 foi justificada pela utilização da manobra de corte de relva na etapa de alinhamento fino e calibração da IMU (lembrando que a sua finalidade principal é a redução dos erros de atitude resultante da etapa de alinhamento grosseiro), ressaltando que, para o cenário 4, poderia ser utilizado o corte de relva na etapa de calibração do DVL (sem ganhos significativos, no entanto, na melhoria da estimação das variáveis de calibração do DVL).

Figura 91 – Estimação do desalinhamento IMU/DVL para erros de atitude de 0,1 graus (*roll* e *pitch*) e de 1,0 grau (rumo). Valores nominais: $e_x = e_y = 2,0$ graus; $e_z = 5,0$ graus.

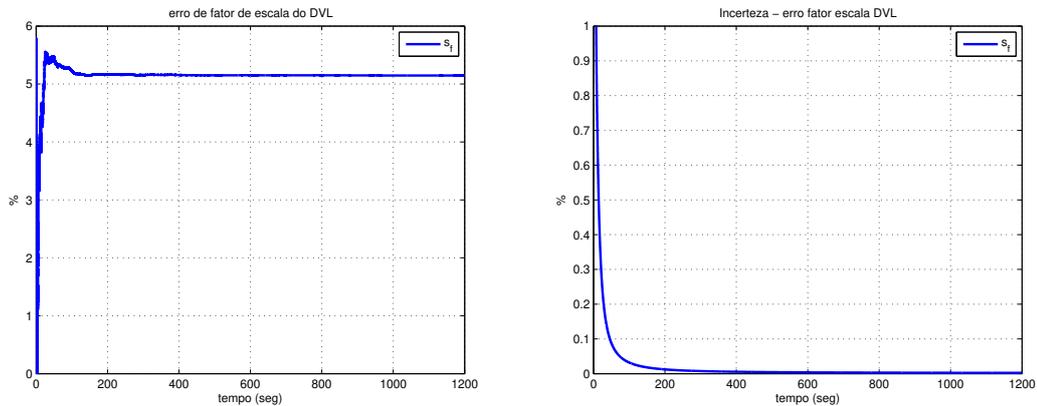


Fonte: Autor.

Considerando, no entanto, que os quatro cenários utilizaram a manobra de corte de relva na etapa de alinhamento fino, um fator a ser investigado é o dimensionamento do comprimento das pernas (isto é, os trechos em linha reta). Portanto, a Figura 93 ilustra duas manobras de corte de relva com velocidade constante (1,0 m/s) com diferentes comprimentos de perna.

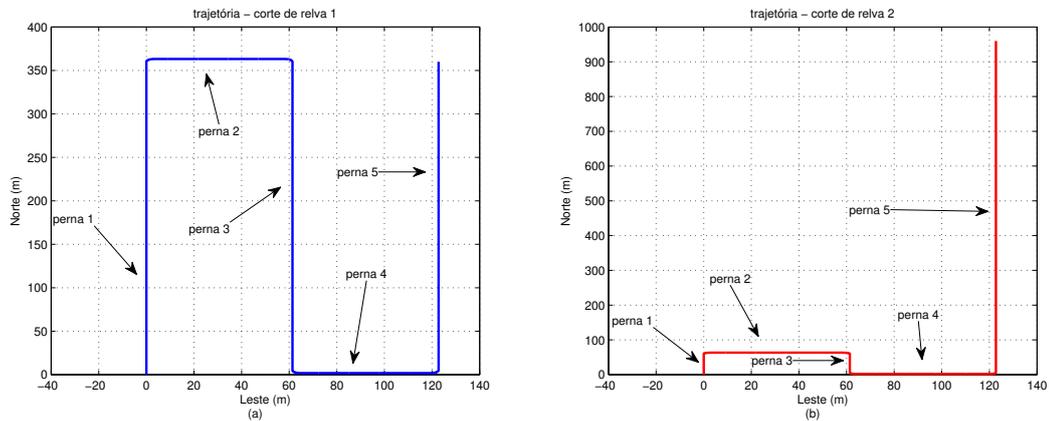
As Figuras 94 a 99 ilustram a estimação dos vieses dos sensores inerciais para as duas manobras de corte de relva ilustradas na Figura 93. Resultados de simulação

Figura 92 – Estimação do erro de fator de escala do DVL para erros de atitude de 0,1 graus (*roll* e *pitch*) e de 1,0 grau (rumo). Valor nominal: $s_f = 5,0 \%$.



Fonte: Autor.

Figura 93 – Cortes de relva 1 (à esquerda) e 2 (à direita). Mesma distância percorrida.



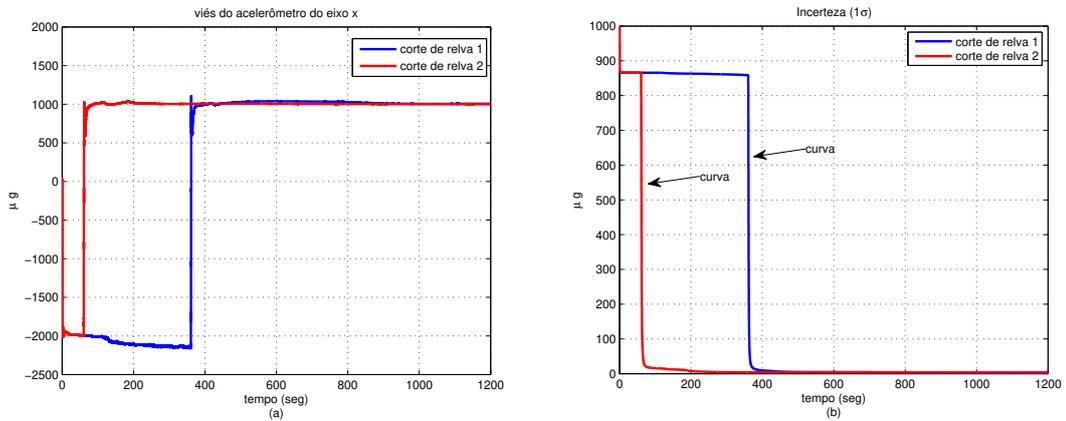
Fonte: Autor.

mostraram que a dinâmica de estimação de b_{gz} tem influência significativa no tempo de duração do processo de alinhamento fino, visto que, o tempo para estimação desta variável foi maior em comparação com as demais variáveis. Além disso, a dinâmica de estimação de b_{gz} é influenciada pelas mudanças de direção presentes no corte de relva.

Os tempos de convergência de b_{ax} e b_{ay} foram significativamente reduzidos com a mudança de direção (representada pela curva), de modo que, os comprimentos das pernas 1 e 3 podem ser reduzidos (bem como, os comprimentos das pernas 2 e 4). Além disso, a estimação de b_{gz} foi a mais lenta entre os vieses dos sensores inerciais e, para o caso do corte de relva 1, o seu respectivo erro de estimação foi maior.

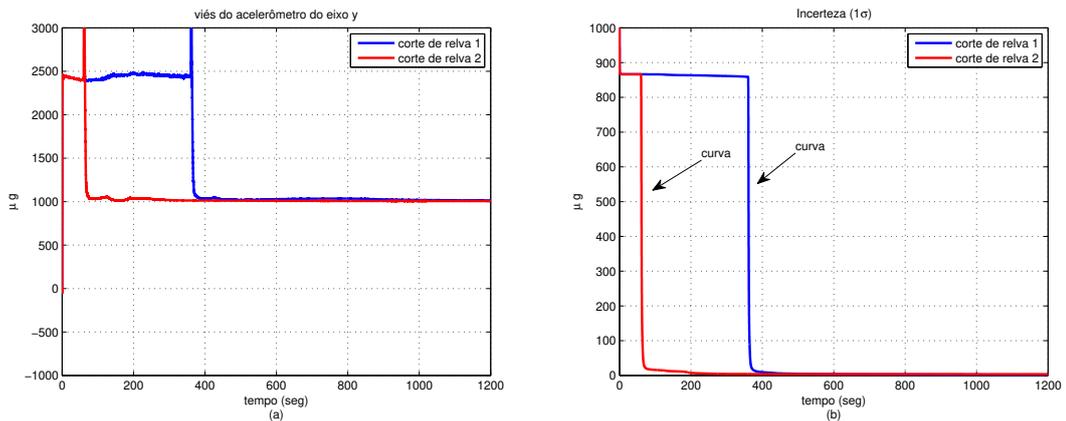
Desta forma, a redução do comprimento das pernas iniciais e o alongamento da última perna (perna 5) podem ser utilizados na melhoria da estimação de b_{gz} (com incremento da exatidão e redução do tempo de convergência), mantendo o mesmo tipo de manobra e velocidade.

Figura 94 – Estimação de b_{ax} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{ax} = 1000 \mu g$.



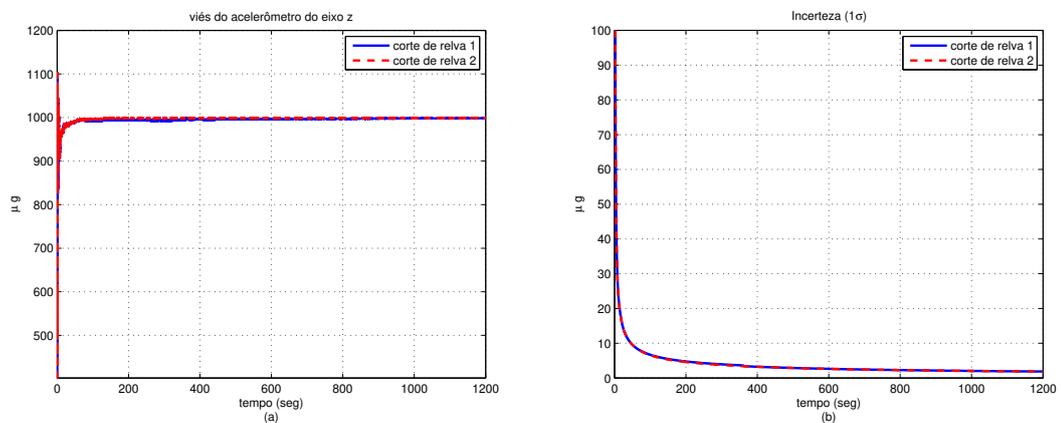
Fonte: Autor.

Figura 95 – Estimação de b_{ay} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{ay} = 1000 \mu g$.



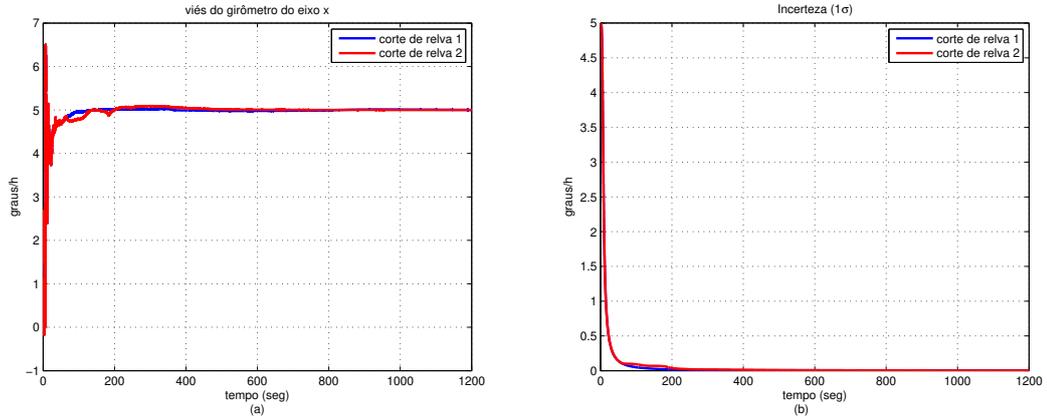
Fonte: Autor.

Figura 96 – Estimação de b_{az} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{az} = 1000 \mu g$. A dinâmica de estimação de b_{az} foi pouco influenciada pela alteração do comprimento de perna.



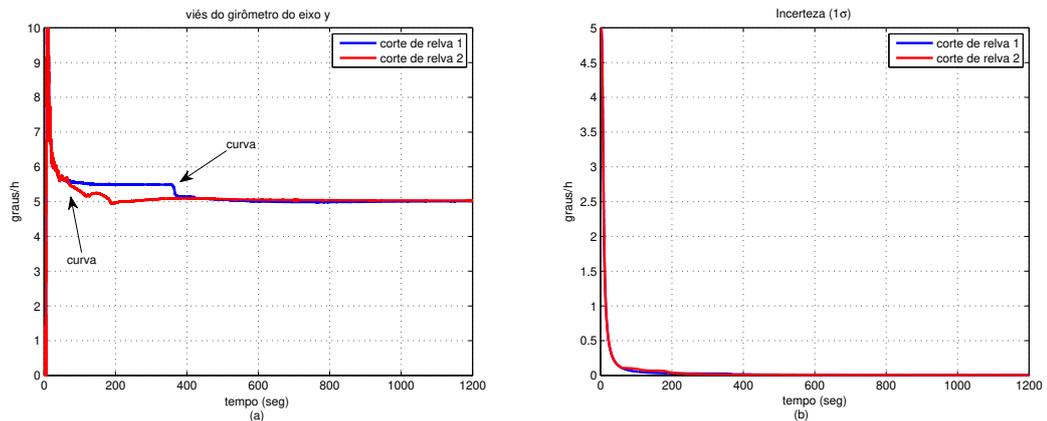
Fonte: Autor.

Figura 97 – Estimação de b_{gx} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{gx} = 5,0 \text{ }^\circ/h$.



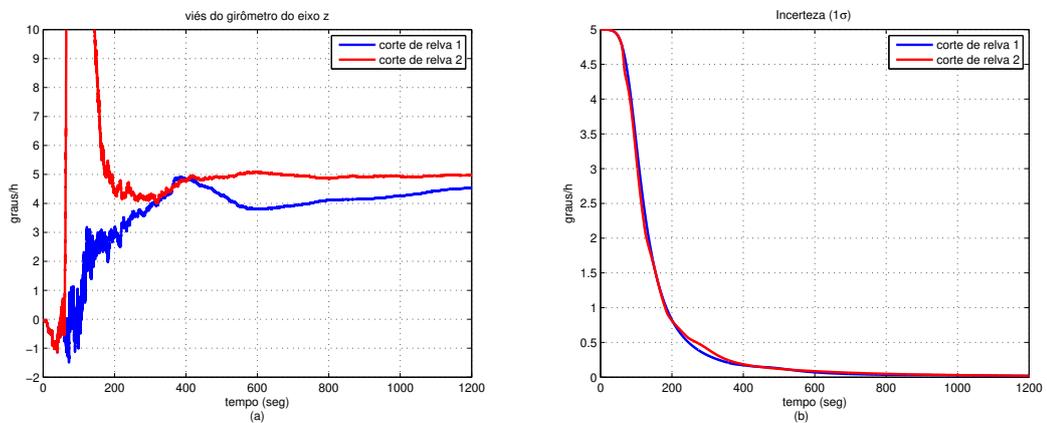
Fonte: Autor.

Figura 98 – Estimação de b_{gy} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{gy} = 5,0 \text{ }^\circ/h$.



Fonte: Autor.

Figura 99 – Estimação de b_{gz} para cortes de relva (velocidade constante) com diferentes comprimentos de perna. Valor nominal: $b_{gz} = 5,0 \text{ }^\circ/h$.



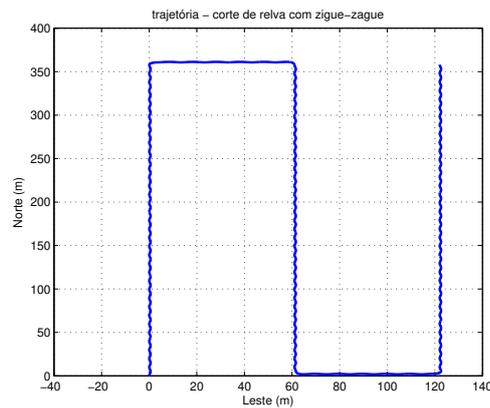
Fonte: Autor.

Com relação a e_x (única variável que foi pouco estimável para todas as condições de movimento avaliadas no Capítulo 6), o grau de observabilidade de e_x é incrementado com excitação de velocidade nos eixos transversal (*sway*) ou vertical (*heave*) do AUV (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022). Esta informação pode ser aproveitada na melhoria da estimabilidade de e_x .

Para tanto, um movimento que poderia ser adicionado na manobra de corte de relva para esta finalidade é o zigue-zague. Conforme mostrado em (CARDENAS; BARROS, 2020), o movimento de zigue-zague no plano horizontal induz componentes de velocidade nos eixos transversal do veículo, decorrentes da própria hidrodinâmica do AUV.

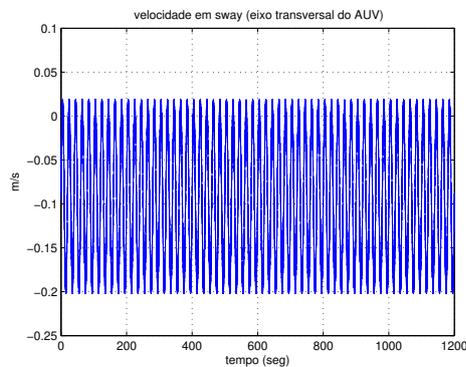
Neste sentido, a Figura 100 ilustra uma manobra de corte de relva com zigue-zague (1,0 m/s de velocidade de cruzeiro). Já na Figura 101, é ilustrada a componente de velocidade em *sway*, decorrente do movimento de zigue-zague.

Figura 100 – Corte de relva (velocidade constante) com zigue-zague.



Fonte: Autor.

Figura 101 – Velocidade em *sway*.

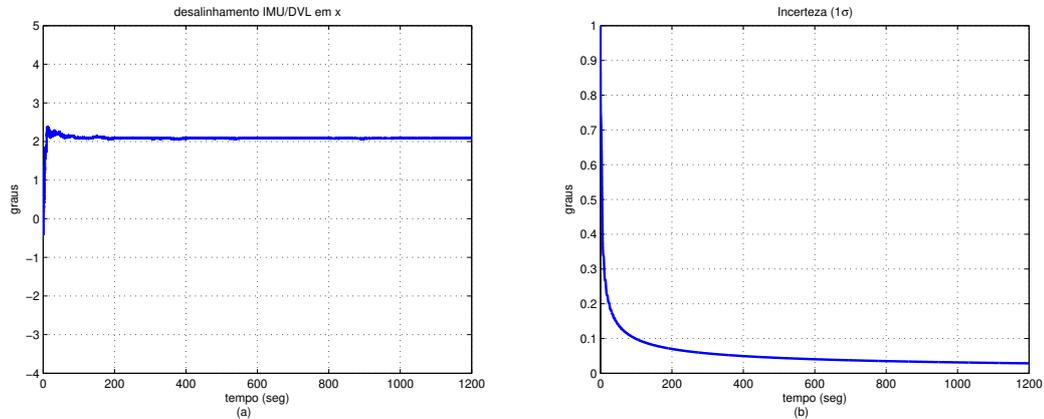


Fonte: Autor.

Para a manobra de corte de relva com zigue-zague, o resultado da estimação de e_x , ilustrado na Figura 102, convergiu para o valor nominal, evidenciando a relação entre

as componentes de velocidade do corpo (em particular, no eixo de *sway*) e a melhoria da estimabilidade de e_x .

Figura 102 – Estimação de e_x para a manobra de corte de relva (velocidade constante) com zigue-zague.



Fonte: Autor.

Inclusive, a manobra de corte de relva com zigue-zague tornou o modelo da Eq. (6.3) completamente observável para a integração INS/GPS/DVL/PS (FRUTUOSO; SILVA; BARROS, 2022). Neste sentido, todos os estados do modelo de alinhamento fino e calibração sensorial do AUV podem ser reconstruídos a partir das observações dos erros de velocidade e de posição (latitude, longitude e altitude), através de movimentos de translação nos eixos longitudinal e transversal, e de movimento de rotação com mudança de direção, todos no plano horizontal.

Considerações Finais

8.1 Conclusões

Neste trabalho, foi apresentado o desenvolvimento de uma metodologia de alinhamento e calibração sensorial para veículos autônomos submarinos. O desenvolvimento da metodologia foi embasado em análises de observabilidade e de estimabilidade que avaliaram a influência de movimentos executados pelo veículo no processo de alinhamento grosseiro e fino, bem como nas estimações dos vieses dos sensores inerciais, do desalinhamento IMU/DVL e do erro de fator de escala do DVL. Simulações e testes experimentais na Raia Olímpica da USP foram realizados, para avaliação e validação da metodologia elaborada.

Em particular para o veículo em condição estacionária, representada por um modelo linear e invariante no tempo (os demais casos são representados por modelos lineares e variantes no tempo), foram realizadas análises de observabilidade e de estimabilidade. Para a primeira, foi utilizado o método da decomposição de observabilidade para a obtenção dos estados observáveis e não observáveis do sistema. A análise empreendida para esta condição (considerando o veículo alinhado com o referencial NED) mostrou que os erros de alinhamento nas direções Norte (ψ_N) e Leste (ψ_E) estão acoplados, respectivamente, com os vieses dos acelerômetros dos eixos y (b_{ay}) e x (b_{ax}).

Já o erro de rumo está acoplado com o viés do girômetro do eixo y (b_{gy}) e com b_{ay} . Inclusive, b_{ax} , b_{ay} , e b_{gy} foram estados não observáveis para a condição estacionária, independentemente das integrações avaliadas (no caso, a INS/GPS/DVL/PS, a INS/DVL/PS, e a INS/DVL).

A decomposição de observabilidade também mostrou que as variáveis associadas ao desalinhamento IMU/DVL (e_x , e_y e e_z) e ao erro de fator de escala do DVL (s_f) foram não observáveis independentemente do tipo de integração.

Já a análise de estimabilidade, baseada na normalização da matriz de covariância dos erros dos estados *a posteriori* para a obtenção dos estados menos estimáveis, mostrou

que ψ_N , ψ_E , ψ_D , b_{ax} , b_{ay} , b_{gy} , e_x , e_y , e_z e s_f foram os estados menos estimáveis para a condição estacionária, independentemente do tipo de integração. No caso particular dos erros de alinhamento, a condição de estimabilidade destes estados foi afetada pelos acoplamentos existentes com b_{ay} (no caso, ψ_N), com b_{ax} (no caso, ψ_E) e com b_{gy} (no caso, ψ_D) que não podem ser desprezados (b_{ax} , b_{ay} e b_{gy} foram não observáveis, conforme mostrado pela análise de observabilidade).

Considerando o processo de alinhamento grosseiro em condição quase-estacionária (veículo parado, no entanto, sujeito à vibração provocada pelo vento), realizado na parte seca do píer da Raia Olímpica, os resultados experimentais mostraram que os métodos TRIAD e A-DVA (ADIA não ótimo baseado na aceleração), I-DVA (ADIA não ótimo baseado na integral da aceleração) e A-OBA (ADIA ótimo baseado na aceleração) obtiveram resultados próximos para tempos de alinhamento grosseiro entre 180 e 300 segundos de duração, com erros de rumo (este mais crítico em termos de estimação) inferiores a 2,5 graus (portanto, adequados para utilização no processo de alinhamento fino).

Para tempos de alinhamento grosseiro inferiores a 180 segundos, o desempenho dos métodos ADIA não ótimos (A-DVA e I-DVA) foram influenciados pelo limiar de tempo, necessário para que os pares de vetores de observação sejam suficientemente não colineares. A utilização do limiar de tempo, no entanto, não foi necessária no método A-OBA (que é baseado em otimização numérica).

Considerando o processo de alinhamento grosseiro em condição não estacionária, avaliado para o veículo atracado ao píer da Raia Olímpica, estando sujeito à oscilação e balanço (*mooring*), os métodos I-DVA e A-OBA obtiveram erros de rumo significativamente menores em comparação com os métodos TRIAD e A-DVA. Estes últimos, inclusive, não obtiveram resultados abaixo de 5,0 graus de erro de rumo (limite para utilização na etapa de alinhamento fino) para tempos de duração de até 300 segundos (como ocorreu com os métodos I-DVA e A-OBA).

Ademais, para os ângulos de *roll* e *pitch*, as oscilações naturais presentes na condição atracada foram atenuadas nos métodos TRIAD e A-DVA, em decorrência do cômputo da média contínua para a filtragem do ruído dos sensores inerciais. Estas oscilações, no entanto, foram preservadas nos métodos I-DVA e A-OBA (estes não utilizam a média contínua).

Simulações de alinhamento grosseiro, considerando um modelo oscilatório em *roll*, *pitch* e *yaw*, mostraram que os erros de *roll* e de *pitch* foram menores para os métodos I-DVA e A-OBA, estando, por conseguinte, em conformidade com a preservação da oscilação naturalmente presente na condição de veículo atracado evidenciada nos testes experimentais.

Com relação aos resultados de simulação e experimentais obtidos para o alinhamento

fino e calibração dos sensores, foi avaliada a influência do movimento do veículo em condição estacionária, em condição de *mooring*, em linha reta com velocidade constante, em linha reta com aceleração e em corte de relva com velocidade constante. Simulações para a análise de estimabilidade também foram realizadas para estas condições de movimento (manobras).

Em particular, as simulações para a análise de estimabilidade (realizadas para o veículo alinhado com referencial NED) mostraram que os erros de posição foram os estados não estimáveis para as integrações sem auxílio de GPS (neste caso, a INS/DVL/PS e a INS/DVL), independentemente das condições de movimento avaliadas.

Para o veículo em linha reta com velocidade constante, a análise de estimabilidade mostrou que ψ_N , ψ_E , ψ_D , b_{ax} , b_{ay} , b_{gy} , e_x e e_z foram os estados menos estimáveis, com maior incerteza de estimação conforme mostrado pelas simulações de alinhamento fino para a integração INS/GPS/DVL/PS. No entanto, diferentemente para a condição estacionária, as estimativas de e_y e s_f foram significativamente aprimoradas, evidenciando a influência do movimento de translação no eixo longitudinal do veículo na melhoria dos resultados de estimação destes estados.

Já para o veículo em linha reta com aceleração, a análise de estimabilidade mostrou que ψ_N , b_{ay} e e_x foram os estados menos estimáveis para as integrações INS/GPS/DVL/PS e INS/DVL/PS, com a inclusão de ψ_E e b_{ax} para a integração INS/DVL. Estes estados também foram pouco estimáveis para o veículo em linha reta com velocidade constante, evidenciando que o movimento de translação do veículo no eixo longitudinal combinado com a trajetória de linha reta, não é suficiente para a estimação destas variáveis.

No entanto, a manobra de linha reta com aceleração melhorou as estimativas de ψ_D e de b_{gy} , bem como, de e_z , conforme mostrado pelas simulações de alinhamento fino. Para ψ_D e b_{gy} , a aceleração no eixo longitudinal resultou no desacoplamento de ψ_D e b_{gy} , o que melhorou o resultado de estimação destas variáveis para o veículo em linha reta com aceleração. Já para e_z , que possivelmente está acoplado com ψ_D (mas ainda não comprovado de forma analítica), a aceleração também resultou no possível desacoplamento entre estas variáveis, o que contribuiu para a melhoria da estimação de e_z .

Com relação à condição de *mooring* (representada nas simulações por modelos oscilatórios em *roll*, *pitch* e *yaw*, e nos eixos de translação do veículo), os estados menos estimáveis foram ψ_D , b_{gy} , e_x , e_y e e_z . Por conseguinte, esta condição de movimento não foi adequada para as estimações do erro de rumo e do desalinhamento IMU/DVL.

Já para o veículo em corte de relva com velocidade constante, a análise de estimabilidade mostrou que e_x foi o estado menos estimável para a integração INS/GPS/DVL/PS. Com relação aos acoplamentos existentes entre os erros de alinhamento (ψ_N , ψ_E , ψ_D) e os vieses dos sensores inerciais (no caso, b_{ax} , b_{ay} e b_{gy}), as simulações de alinhamento fino,

bem como, os testes experimentais, mostraram que as mudanças de direção resultantes das curvas desacoplaram os erros de alinhamento dos vieses dos sensores inerciais, o que resultou em melhoria significativa na estimação destas variáveis para o veículo em corte de relva. As mudanças de direção também aprimoraram a estimação de e_z , com o possível desacoplamento de e_z de ψ_D .

Além disso, os resultados experimentais realizados em campo (estes obtidos considerando erros de atitude iniciais de 5,0 graus) comprovaram que o veículo em corte de relva foi a condição de movimento que resultou em menor erro de rumo, bem como, em menores incertezas de estimação para b_{ax} , b_{ay} , b_{gy} e e_z .

Neste sentido, os resultados de análise de estimabilidade, respaldados por simulações e testes experimentais realizados em campo, mostraram que o corte de relva com velocidade constante, em conjunto com a integração INS/GPS/DVL/PS, foi a manobra mais adequada para o alinhamento fino e a calibração dos sensores dentre as condições de movimento avaliadas, com o menor número de variáveis pouco estimáveis (neste caso, apenas (e_x)).

Ademais, e_x foi o único estado pouco estimável para todas as condições de movimento avaliadas. No entanto, a inclusão do movimento de zigue-zague para o AUV em corte de relva simulado, resultou em melhoria significativa na estimação de e_x , uma vez que, conforme mostrado em (CARDENAS; BARROS, 2020), o movimento de zigue-zague produz componentes de velocidade no eixo transversal do veículo, decorrentes da própria hidrodinâmica do AUV. Por conseguinte, um aprimoramento do corte de relva utilizado nos ensaios experimentais seria a incorporação do movimento de zigue-zague.

Portanto, com base nos resultados obtidos em simulação, e respaldados por testes experimentais realizados em campo, as principais contribuições originais deste trabalho foram:

- a proposição de uma metodologia de alinhamento fino e calibração sensorial para veículos autônomos submarinos, em que foram consideradas situações que precedem a execução da missão do AUV em campo, bem como, a influência do movimento do veículo na estimação dos estados. Tal metodologia, no entanto, pode ser estendida para veículos autônomos de superfície, bem como, para outras classes de veículos que utilizem o auxílio de GPS e de sensor de velocidade (como os veículos terrestres), com eventuais adaptações inerentes a cada classe de veículo;
- a extensão da análise de estimabilidade para o problema integrado de alinhamento fino e calibração sensorial, cujo modelo dinâmico expandido foi de ordem 19, considerando três integrações fracamente acopladas aplicadas à fusão sensorial com filtro de Kalman (INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL).

Além disso, contribuições marginais deste trabalho foram:

- a obtenção dos subespaços observáveis e não observáveis para o AUV em condição estacionária, onde se mostrou que as variáveis de calibração do DVL (no caso, o desalinhamento IMU/DVL e o erro de fator de escala do DVL) são não observáveis;
- uma análise comparativa, através de resultados experimentais em condições estacionária e de *mooring*, para dois tipos de métodos de autoalinhamento grosseiro (o TRIAD e o ADIA), em que se mostrou que os métodos I-DVA (método não ótimo) e A-OBA (método ótimo) apresentaram desempenhos próximos em condição de *mooring*;
- a proposição da adição de movimentos de zigue-zague para o AUV em corte de relva, com o intuito de melhoria da estimação do desalinhamento IMU/DVL no eixo x .

8.2 Sugestões de Trabalhos Futuros

Como sugestões de trabalhos futuros podem ser elencadas:

- a investigação da influência da condição de deriva e do movimento efetuado pelo veículo no processo de alinhamento grosseiro. No âmbito desta investigação, alguns resultados preliminares de alinhamento grosseiro para o ASV em condição de deriva e de movimento foram obtidos, estando disponíveis no Apêndice B;
- a avaliação experimental do alinhamento fino e calibração sensorial para o veículo em corte de relva com zigue-zague;
- a avaliação experimental do alinhamento fino e calibração sensorial para as integrações sem auxílio de GPS (no caso, a INS/DVL/PS e a INS/DVL);
- a extensão do alinhamento fino e calibração sensorial considerando integrações fortemente acopladas (*tightly coupled*);
- a extensão da análise de estimabilidade para o problema integrado de alinhamento fino e calibração sensorial considerando filtros de Kalman adaptativos, bem como, a implementação em tempo real e a avaliação do desempenho destes filtros considerando as mesmas condições de movimento avaliadas neste trabalho;
- a adaptação da metodologia apresentada para a utilização de sensores inerciais de padrão comercial, cujos vieses são significativamente maiores que os vieses dos sensores inerciais da IMU utilizada neste trabalho;
- a extensão da decomposição de observabilidade para casos não estacionários.

8.3 Publicações

Publicações diretamente relacionadas ao tema deste trabalho foram:

1. FRUTUOSO, A.; SILVA, F. O.; BARROS, E. A. de. Influence of integration schemes and maneuvers on the initial alignment and calibration of AUVs: Observability and degree of observability analyses. *Sensors*, v. 22, n. 9, 2022. ISSN 1424-8220;
2. FRUTUOSO, A.; SILVA, F. O.; de BARROS, E. A. Performance evaluation of coarse alignment methods for autonomous underwater vehicles in mooring conditions. *Ocean Engineering*, v. 282, p. 114991, 2023. ISSN 0029-8018.

Publicações indiretamente relacionadas ao tema deste trabalho, no entanto, relativas ao tema de navegação de AUVs foram:

1. SOUZA, L. F. *et al.* Development of an ASV trimaran for testing and implementation of AUV navigation algorithms. *IFAC-PapersOnLine*, v. 55, n. 31, p. 184–189, 2022. ISSN 2405-8963. 14th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, Robotics, and Vehicles CAMS 2022;
2. SOUZA, L. F. *et al.* Real-time INS/DVL/PS fusion applied to the navigation of autonomous underwater vehicles. In: 2022 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2022 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2022 Workshop on Robotics in Education (WRE). [S.l.: s.n.], 2022. p. 1–6;
3. SILVA, D. C. *et al.* Comparative analysis of innovation-based adaptive Kalman filters applied to AUVs navigation. In: 2022 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2022 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2022 Workshop on Robotics in Education (WRE). [S.l.: s.n.], 2022. p. 31–36.
4. SILVA, D. C. L. da *et al.* Simulador de sistemas de navegação para veículos autônomos submarinos. In: XI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2022). [S.l.:s.n.], 2022. p. 1–10.

Referências

- ALLIBERT, G. *et al.* Pipeline following by visual servoing for autonomous underwater vehicles. *Control Engineering Practice*, v. 82, p. 151–160, 2019. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066118306312>>.
- BAGNITSKY, A. *et al.* Side scan sonar using for underwater cables pipelines tracking by means of AUV. In: *2011 IEEE Symposium on Underwater Technology and Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–10.
- BAR-ITZHACK, I. Y.; BERMAN, N. Control theoretic approach to inertial navigation systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 11, n. 3, p. 237–245, 1988. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/3.20299>>.
- BARAM, Y.; KAILATH, T. Estimability and regulability of linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 33, n. 12, p. 1116–1121, 1988.
- BEN, Y. *et al.* DVL aided fine alignment for marine SINS. In: *2011 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1630–1635.
- BLACK, H. D. A passive system for determining the attitude of a satellite. *AIAA Journal*, v. 2, n. 7, p. 1350–1351, 1964. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/3.2555>>.
- BRITTING, K. R. *Inertial Navigation Systems Analysis*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1971.
- CARDENAS, P.; BARROS, E. A. de. Estimation of AUV hydrodynamic coefficients using analytical and system identification approaches. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 45, n. 4, p. 1157–1176, 2020.
- CHANG, C. C.; TSAI, W. Y. Evaluation of a GPS-based approach for rapid and precise determination of geodetic/astronomical azimuth. *Journal of Surveying Engineering*, v. 132, n. 4, p. 149–154, 2006.
- CHANG, L.; LI, Y.; XUE, B. Initial alignment for a doppler velocity log-aided strap-down inertial navigation system with limited information. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 22, n. 1, p. 329–338, 2017.
- CHEN, C.-T. *Linear System Theory and Design*. 3. ed. [S.l.]: Oxford University Press, 1999.

- CHEN, W. *et al.* Adaptive transfer alignment method based on the observability analysis for airborne pod strapdown inertial navigation system. *Scientific Reports*, v. 12, n. 1, 2022.
- DIANA, R. E. Y. *Análise de um Sistema de Navegação para Veículo Submarino Autônomo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2018.
- DUAN, H. *et al.* The application of AUV navigation based on cubature Kalman filter. In: *2017 IEEE Underwater Technology (UT)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–4.
- EL-SHEIMY, N.; HOU, H.; NIU, X. Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 57, n. 1, p. 140–149, 2008.
- EVANS, B. *et al.* AUV technology for shallow water MCM reconnaissance. *NURC*, p. 1–12, 2007. Disponível em: <<https://www.cmre.nato.int/research/publications/latest-publications-list/46-auvtechnology-for-shallow-water-mcm-reconnaissance>>.
- FARRELL, J. A. *et al.* Inertial measurement unit error modeling tutorial: Inertial navigation system state estimation with real-time sensor calibration. *IEEE Control Systems Magazine*, v. 42, n. 6, p. 40–66, 2022.
- FRIEDMAN, A. M. *Observability Analysis for Space Situational Awareness*. Tese (Doutorado) — Purdue University, Maio 2020.
- FRUTUOSO, A.; SILVA, F. O.; BARROS, E. A. de. Influence of integration schemes and maneuvers on the initial alignment and calibration of AUVs: Observability and degree of observability analyses. *Sensors*, v. 22, n. 9, 2022. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/22/9/3287>>.
- FRUTUOSO, A.; SILVA, F. O.; de BARROS, E. A. Performance evaluation of coarse alignment methods for autonomous underwater vehicles in mooring conditions. *Ocean Engineering*, v. 282, p. 114991, 2023. ISSN 0029-8018. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801823013756>>.
- FU, Q. *et al.* In-motion alignment for a velocity-aided SINS with latitude uncertainty. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 25, n. 6, p. 2893–2903, 2020.
- GADE, K. The seven ways to find heading. *The Journal of Navigation*, v. 69, p. 955–970, 2016.
- GAO, W. *et al.* Rapid fine strapdown INS alignment method under marine mooring condition. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 47, n. 4, p. 2887–2896, 2011.
- GAO, W. *et al.* A fine alignment method about doppler-assisted SINS. In: *The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 2333–2337.
- GOSHEN-MESKIN, D.; BAR-ITZHACK, I. Observability analysis of piece-wise constant systems. I. theory. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 28, n. 4, p. 1056–1067, 1992.
- GOSHEN-MESKIN, D.; BAR-ITZHACK, I. Observability analysis of piece-wise constant systems. II. application to inertial navigation in-flight alignment (military applications). *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 28, n. 4, p. 1068–1075, 1992.

- GRENON, G. *et al.* Enhancement of the inertial navigation system for the morpheus autonomous underwater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 26, n. 4, p. 548–560, 2001.
- GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab*. 4. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. ISBN 978-1-118-85121-0.
- GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. 2. ed. [S.l.]: WILEY-INTERSCIENCE, 2007.
- GROVES, P. D. *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. 2. ed. [S.l.]: Artech House, 2013.
- GU, D. *et al.* Coarse alignment for marine SINS using gravity in the inertial frame as a reference. In: *2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 961–965.
- HAM, F. M. *Determination of the degree of observability in linear control systems*. Dissertação (Mestrado) — Iowa State University, 1980.
- HAM, F. M.; BROWN, R. G. Observability, eigenvalues, and Kalman filtering. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-19, n. 2, p. 269–273, 1983.
- HAMILTON, M. J.; KEMNA, S.; HUGHES, D. Antisubmarine warfare applications for autonomous underwater vehicles: The GLINT09 sea trial results. *Journal of Field Robotics*, v. 27, n. 6, p. 890–902, 2010. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/rob.20362>>.
- HAN, S.; WANG, J.; KNIGHT, N. Using Allan variance to determine the calibration model of inertial sensors for GPS/INS integration. In: *6th International Symposium on Mobile Mapping Technology*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–8.
- HIDE, C.; MOORE, T.; SMITH, M. Adaptive Kalman filtering for low-cost INS/GPS. *Journal of Navigation*, Cambridge University Press, v. 56, n. 1, p. 143–152, 2003.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; WASLE, E. *GNSS – Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo and more*. [S.l.]: SpringerWienNewYork, 2008.
- HUA, C. Gyrocompass alignment with base motions: Results for a 1 nmi/h INS/GPS system. *Navigation*, v. 47, n. 2, p. 65–74, 2000.
- IEEE. *IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic*. [S.l.], 1997.
- JALVING, B. *et al.* DVL velocity in the HUGIN 1000 integrated inertial navigation system. *Modeling, Identification and Control*, v. 25, n. 4, p. 223–235, 2004.
- JAMEIAN, H.; SAFARINEJADIAN, B.; SHASADEGHI, M. A robust and fast self-alignment method for strapdown inertial navigation system in rough sea conditions. *Ocean Engineering*, v. 187, p. 106196, 2019. ISSN 0029-8018. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801819303816>>.

- JONES, D. O. *et al.* Autonomous marine environmental monitoring: Application in decommissioned oil fields. *Science of The Total Environment*, v. 668, p. 835–853, 2019. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0048969719308137>>.
- KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, v. 82, n. 1, p. 35–45, 03 1960. ISSN 0021-9223. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3662552>>.
- KANG, L.; YE, L.; SONG, K. A fast in-motion alignment algorithm for DVL aided SINS. *Mathematical Problems in Engineering*, p. 1–12, 2014.
- KINSEY, J. C.; WHITCOMB, L. L. In situ alignment calibration of attitude and doppler sensors for precision underwater vehicle navigation: Theory and experiment. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 32, n. 2, p. 286–299, 2007.
- KLEIN, I.; DIAMANT, R. Observability analysis of DVL/PS aided INS for a maneuvering AUV. *Sensors*, v. 15, n. 10, p. 26818–26837, 2015. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/15/10/26818>>.
- LI, W. *et al.* A fast SINS initial alignment scheme for underwater vehicle applications. *Journal of Navigation*, Cambridge University Press, v. 66, n. 2, p. 181–198, 2013.
- LI, W. *et al.* Alignment calibration of IMU and doppler sensors for precision INS/DVL integrated navigation. *Optik*, v. 126, p. 3872–3876, 2015.
- LIU, J.; WANG, B.; DENG, Z. An online calibration method of INS and doppler sensors. In: *Proceedings of 2019 16th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 824–829.
- LIU, P. *et al.* INS/DVL/PS tightly coupled underwater navigation method with limited DVL measurements. *IEEE Sensors Journal*, v. 18, n. 7, p. 2994–3002, 2018.
- LIU, P. *et al.* An approach for DVL-aided SINS in-motion alignment based on observability analysis. *IEEE Sensors Journal*, v. 21, n. 15, p. 17131–17143, 2021.
- LIU, P. *et al.* A calibration method for DVL measurement errors based on observability analysis. In: *2019 Chinese Control Conference (CCC)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 3851–3856.
- LUO, L. *et al.* A new Kalman filter-based in-motion initial alignment method for DVL-aided low-cost SINS. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 70, n. 1, p. 331–343, 2021.
- LUQUE, J. C. C.; DONHA, D. C. AUV Identification and Robust Control. In: *Preprints of the 18th IFAC World Congress*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 14735–14741.
- LUQUE, J. C. C.; DONHA, D. C.; BARROS, E. A. AUV parameter identification. In: *Proceedings of the 8th IFAC International Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 72–77.
- MORGADO, M.; OLIVEIRA, P.; SILVESTRE, C. Design and experimental evaluation of an integrated USBL/INS system for AUVs. In: *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 4264–4269.
- NOVATEL. *IMU Errors and Their Effects*. [S.l.], 2014.

- PAN, X.; WU, Y. Underwater doppler navigation with self-calibration. *The Journal of Navigation*, v. 69, p. 295–312, 2016.
- PAULL, L. *et al.* AUV navigation and localization: A review. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 39, n. 1, p. 131–149, 2014.
- PETILLOT, Y.; REED, S.; BELL, J. Real time AUV pipeline detection and tracking using side scan sonar and multi-beam echo-sounder. In: *OCEANS '02 MTS/IEEE*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 1, p. 217–222 vol.1.
- PUPO, L. B. *Characterization of Errors and Noises in MEMS Inertial Sensors Using Allan Variance Method*. Dissertação (Mestrado) — Polytechnic University of Catalonia, 2016.
- RAHIMI, H.; NIKKHAH, A. A. Coarse alignment of marine strapdown inertial navigation system using the location of fitted parametric circle of gravity movement. *Journal of Navigation*, Cambridge University Press, v. 74, n. 3, p. 574–593, 2021.
- RAMESH, R. *et al.* Development and performance validation of a navigation system for an underwater vehicle. *The Journal of Navigation*, v. 69, p. 1097–1113, 2016.
- RASMUSSEN, C. *et al.* Deep census: AUV-based scallop population monitoring. In: *2017 IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCVW)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 2865–2873.
- ROCHA, L. V. *Algoritmo de Nivelamento e Alinhamento de um Sistema de Navegação Inercial do tipo solidário ("strapdown")*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2006.
- ROGERS, R. M. *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*. 2. ed. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- RUDOLPH, D.; WILSON, T. A. Doppler velocity log theory and preliminary considerations for design and construction. In: *2012 Proceedings of IEEE Southeastcon*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–7.
- RYU, J. H.; GANKHUYAG, G.; CHONG, K. T. Navigation system heading and position accuracy improvement through GPS and INS data fusion. *Journal of Sensors*, p. 1–7, 2016.
- SALYCHEVA, A. O.; CANNON, M. Kinematic azimuth alignment of INS using GPS velocity information. In: *Proceedings of NTM 2004 Conference*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 1103 – 1113.
- SANTOS, P. P. G. d. O. *Modelagem e Determinação de Parâmetros de Sensores Inerciais MEMS*. Dissertação (Mestrado) — INPE, 2016.
- SHAO, X. *et al.* The application of AUV navigation based on adaptive extended Kalman filter. In: *OCEANS 2016 - Shanghai*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–4.
- SHUSTER, M. D.; OH, S. D. Three-axis attitude determination from vector observations. *Journal of Guidance and Control*, v. 4, n. 1, p. 70–77, 1981. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/3.19717>>.

- SILSON, P. M. G. Coarse alignment of a ship's strapdown inertial attitude reference system using velocity loci. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 60, n. 6, p. 1930–1941, 2011.
- SILVA, D. C. L. da *et al.* Simulador de sistemas de navegação para veículos autônomos submarinos. In: *XI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2022)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 1–10.
- SILVA, F. O. *et al.* A fast in-field coarse alignment and bias estimation method for stationary intermediate-grade IMUs. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 67, n. 4, p. 831–838, 2018.
- SILVA, F. O.; HEMERLY, E. M.; LEITE FILHO, W. C. On the error state selection for stationary SINS alignment and calibration Kalman filters – part I: Estimation algorithms. *Aerospace Science and Technology*, v. 61, p. 45–56, 2017. ISSN 1270-9638. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963816311397>>.
- SILVA, F. O.; HEMERLY, E. M.; LEITE FILHO, W. C. On the error state selection for stationary SINS alignment and calibration Kalman filters—part II: Observability/estimability analysis. *Sensors*, v. 17, n. 3, 2017. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/17/3/439>>.
- SILVA, F. O. e. *Stationary Self-Alignment and Calibration Techniques for Strapdown Inertial Navigation Systems*. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2016.
- SILVA, I. S. *et al.* Development of a trimaran ASV. *IFAC-PapersOnLine*, v. 51, n. 29, p. 8–13, 2018. ISSN 2405-8963. 11th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, Robotics, and Vehicles CAMS 2018. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318321505>>.
- SOUZA, L. F. *et al.* Development of an ASV trimaran for testing and implementation of AUV navigation algorithms. *IFAC-PapersOnLine*, v. 55, n. 31, p. 184–189, 2022. ISSN 2405-8963. 14th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, Robotics, and Vehicles CAMS 2022. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896322024752>>.
- SUN, F. *et al.* A robust self-alignment method for ship's strapdown INS under mooring conditions. *Sensors*, MDPI AG, v. 13, n. 7, p. 8103–8139, Jun 2013. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/s130708103>>.
- TEIXEIRA, B. O. S. *Constrained State Estimation for Linear and Nonlinear Dynamic Systems*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Fevereiro 2008.
- TITTERTON, D. H.; WESTON, J. L. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. 2. ed. [S.l.]: The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- VIVANCO, P. J. C. *Desenvolvimento do sistema de navegação de um AUV baseado em Filtro de Kalman Estendido*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2014.
- WAHBA, G. A least squares estimate of satellite attitude. *SIAM review*, SIAM, v. 8, n. 3, p. 384–386, 1966.

- WANG, Q.; YANG, C.-s.; WANG, Y.-x. Study on the observability degree of integrated inertial navigation system of autonomous underwater vehicle. *International Journal of Embedded Systems*, v. 12, n. 3, p. 359–370, 2020. Disponível em: <<https://www.inderscienceonline.com/doi/abs/10.1504/IJES.2020.107038>>.
- WOODMAN, O. J. *An introduction to inertial navigation*. [S.l.], 2007.
- WU, M. *et al.* Optimization-based alignment for inertial navigation systems: Theory and algorithm. *Aerospace Science and Technology*, v. 15, n. 1, p. 1–17, 2011. ISSN 1270-9638. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963810000660>>.
- WU, Y.; PAN, X. Velocity/position integration formula part I: Application to in-flight coarse alignment. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 49, n. 2, p. 1006–1023, 2013.
- WU, Z. *et al.* Improving accuracy of the vehicle attitude estimation for low-cost INS/GPS integration aided by the GPS-measured course angle. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, v. 14, n. 2, p. 553–564, 2013.
- WYNN, R. B. *et al.* Autonomous underwater vehicles (AUVs): Their past, present and future contributions to the advancement of marine geoscience. *Marine Geology*, v. 352, p. 451–468, 2014. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0025322714000747>>.
- XU, W.; SUN, F.; LI, J. Integrated navigation for an autonomous underwater vehicle carrying synthetic aperture sonar. *IET Radar, Sonar Navigation*, v. 6, n. 9, p. 905–912, 2012.
- XU, X. *et al.* A fast robust in-motion alignment method for SINS with DVL aided. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 69, n. 4, p. 3816–3827, 2020.
- YAO, Y. *et al.* In-motion coarse alignment method for SINS/DVL with the attitude dynamics. *ISA Transactions*, v. 105, p. 377–386, 2020. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057820302214>>.
- ZANONI, F. D. *Modelagem e Implementação do Sistema de Navegação para um AUV*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2012.
- ZHANG, Y. An approach of DVL-aided SDINS alignment for in-motion vessel. *Optik*, v. 124, n. 23, p. 6270–6275, 2013. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030402613006244>>.
- ZHAOPENG, L.; KANGHUA, T.; MEIPING, W. Online estimation of DVL misalignment angle in SINS/DVL integrated navigation system. In: *IEEE 2011 10th International Conference on Electronic Measurement Instruments*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 2, p. 336–339.

Dedução das Equações (3.27) e (3.33)

A.1 Equação (3.27)

Considere a matriz \mathbf{C}_b^n estimada pelo sistema de navegação:

$$\tilde{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{B}\mathbf{C}_b^n \quad (\text{A.1})$$

Para pequenos erros de atitude (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \quad (\text{A.2})$$

onde \mathbf{I} corresponde à matriz identidade (3×3), e $\boldsymbol{\psi}$ representa o vetor de erros de atitude. Para o referencial de navegação NED, $\boldsymbol{\psi} = [\psi_N \ \psi_E \ \psi_D]^T$, onde ψ_N , ψ_E e ψ_D representam, respectivamente, os erros de alinhamento nas direções Norte, Leste e na Vertical (erro de rumo).

Deste modo,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_b^n &= (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n \\ &= \mathbf{C}_b^n - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n \\ [\boldsymbol{\psi} \times] &= \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{C}_b^{nT} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

lembrando que $\mathbf{C}_b^{nT} = (\mathbf{C}_b^n)^{-1}$.

Derivando a Eq. (A.3), resulta em:

$$\begin{aligned} [\dot{\boldsymbol{\psi}} \times] &= -(\dot{\tilde{\mathbf{C}}}_b^n \mathbf{C}_b^{nT} + \tilde{\mathbf{C}}_b^n \dot{\mathbf{C}}_b^{nT}) \\ [\dot{\boldsymbol{\psi}} \times] &= -\dot{\tilde{\mathbf{C}}}_b^n \mathbf{C}_b^{nT} - \tilde{\mathbf{C}}_b^n \dot{\mathbf{C}}_b^{nT} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Uma vez que $\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times]$, $\mathbf{C}_n^b = \mathbf{C}_b^{nT}$, e decompondo $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b$ (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_{nb}^b &= \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \underbrace{\mathbf{C}_n^b \boldsymbol{\omega}_{in}^n}_{\boldsymbol{\omega}_{in}^b} \\ \boldsymbol{\omega}_{nb}^b &= \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\omega}_{in}^b\end{aligned}\tag{A.5}$$

Obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{C}}_b^n &= \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times] \\ &= \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times] - \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{in}^b \times] \\ \dot{\mathbf{C}}_b^n &= \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times] - [\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \mathbf{C}_b^n\end{aligned}\tag{A.6}$$

sendo $[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] = \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{in}^b \times] \mathbf{C}_n^b$.

Desta forma:

$$\dot{\tilde{\mathbf{C}}}_b^n = \tilde{\mathbf{C}}_b^n[\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times] - [\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{in}^n \times] \tilde{\mathbf{C}}_b^n\tag{A.7}$$

Substituindo as Eqs. (A.6) e (A.7) na Eq. (A.4), resulta em:

$$\begin{aligned}[\dot{\boldsymbol{\psi}} \times] &= -\dot{\tilde{\mathbf{C}}}_b^n \mathbf{C}_b^{nT} - \tilde{\mathbf{C}}_b^n \dot{\mathbf{C}}_b^{nT} \\ \dot{\tilde{\mathbf{C}}}_b^n \mathbf{C}_b^{nT} &= \left(\tilde{\mathbf{C}}_b^n[\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times] - [\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{in}^n \times] \tilde{\mathbf{C}}_b^n \right) \mathbf{C}_b^{nT} \\ &= (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n[\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} - [\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{in}^n \times] (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \underbrace{\mathbf{C}_b^n \mathbf{C}_b^{nT}}_{\mathbf{I}} \\ &= (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n[\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} - [\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{in}^n \times] (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \\ \tilde{\mathbf{C}}_b^n \dot{\mathbf{C}}_b^{nT} &= (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n \left(\mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times] - [\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \mathbf{C}_b^n \right)^T \\ &= (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n \left(\underbrace{[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times]^T}_{-[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times]} \mathbf{C}_b^{nT} - \mathbf{C}_b^{nT} \underbrace{[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times]^T}_{-[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times]} \right) \\ &= -(\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} + (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) [\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \\ [\dot{\boldsymbol{\psi}} \times] &= -(\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n[\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} + [\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{in}^n \times] (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \\ &\quad + (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} - (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) [\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times]\end{aligned}\tag{A.8}$$

Introduzindo os termos $[\delta\omega_{ib}^b \times] = [\tilde{\omega}_{ib}^b \times] - [\omega_{ib}^b \times]$ e $[\delta\omega_{in}^n \times] = [\tilde{\omega}_{in}^n \times] - [\omega_{in}^n \times]$, substituindo-os na Eq. (A.8), e desprezando as parcelas contendo produtos entre erros, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 [\dot{\psi} \times] &= -(\mathbf{I} - [\psi \times]) \mathbf{C}_b^n \underbrace{\left([\tilde{\omega}_{ib}^b \times] - [\omega_{ib}^b \times]\right)}_{[\delta\omega_{ib}^b \times]} \mathbf{C}_b^{nT} + \underbrace{\left([\tilde{\omega}_{in}^n \times] - [\omega_{in}^n \times]\right)}_{[\delta\omega_{in}^n \times]} \\
 &\quad - [\tilde{\omega}_{in}^n \times][\psi \times] + [\psi \times][\omega_{in}^n \times] \\
 &= -\mathbf{C}_b^n [\delta\omega_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} + [\psi \times] \mathbf{C}_b^n [\delta\omega_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} + [\delta\omega_{in}^n \times] - [\omega_{in}^n \times][\psi \times] \\
 &\quad - [\delta\omega_{in}^n \times][\psi \times] + [\psi \times][\omega_{in}^n \times] \\
 [\dot{\psi} \times] &\approx -\mathbf{C}_b^n [\delta\omega_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} + [\delta\omega_{in}^n \times] - [\omega_{in}^n \times][\psi \times] + [\psi \times][\omega_{in}^n \times] \quad (\text{A.9})
 \end{aligned}$$

Lembrando que $\mathbf{C}_b^n [\delta\omega_{ib}^b \times] \mathbf{C}_b^{nT} = [\delta\omega_{ib}^n \times]$. Aplicando a propriedade do produto vetorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a} \times][\mathbf{b} \times] - [\mathbf{b} \times][\mathbf{a} \times]$ na Eq. (A.9), a expressão resultante, na forma vetorial, equivale à (ROGERS, 2003):

$$\dot{\psi} \approx -\omega_{in}^n \times \psi + \delta\omega_{in}^n - \mathbf{C}_b^n \delta\omega_{ib}^b \quad (\text{A.10})$$

A.2 Equação (3.33)

A equação de atualização da velocidade é dada por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \quad (\text{A.11})$$

onde $\mathbf{v}^n = [v_N \ v_E \ v_D]^T$ e \mathbf{g}^n , correspondem, respectivamente, à velocidade no referencial de navegação e à gravidade local.

Definindo-se $\tilde{\mathbf{v}}^n$ como a velocidade no referencial NED estimada pelo sistema de navegação:

$$\dot{\tilde{\mathbf{v}}}^n = \tilde{\mathbf{C}}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b - (2\tilde{\omega}_{ie}^n + \tilde{\omega}_{en}^n) \times \tilde{\mathbf{v}}^n + \tilde{\mathbf{g}}^n \quad (\text{A.12})$$

O erro de velocidade pode ser obtido de:

$$\begin{aligned}
 \delta\dot{\mathbf{v}}^n &= \dot{\tilde{\mathbf{v}}}^n - \dot{\mathbf{v}}^n \\
 &= \underbrace{\left(\tilde{\mathbf{C}}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b\right)}_{\delta x_1} - \left[\underbrace{\left(2\tilde{\omega}_{ie}^n + \tilde{\omega}_{en}^n\right) \times \tilde{\mathbf{v}}^n - \left(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n\right) \times \mathbf{v}^n}_{\delta x_2} \right] + \underbrace{\tilde{\mathbf{g}}^n - \mathbf{g}^n}_{\delta \mathbf{g}^n}
 \end{aligned}$$

$$\delta \dot{\mathbf{x}}^n = \delta \mathbf{x}_1 - \delta \mathbf{x}_2 + \delta \mathbf{g}^n \quad (\text{A.13})$$

Expandindo $\delta \mathbf{x}_1$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}_1 &= \tilde{\mathbf{C}}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b \\ &= (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\psi} \times]) \mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b \\ &= \mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b \\ &= \mathbf{C}_b^n \underbrace{(\tilde{\mathbf{f}}^b - \mathbf{f}^b)}_{\delta \mathbf{f}^b} - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n \tilde{\mathbf{f}}^b \\ &= \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n (\mathbf{f}^b + \delta \mathbf{f}^b) \\ &= \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b \end{aligned}$$

Desprezando o termo $[\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b$, resulta em:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}_1 &\approx -[\boldsymbol{\psi} \times] \underbrace{\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b}_{\mathbf{f}^n} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b \\ &\approx -[\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{f}^n + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Aplicando as propriedades do produto vetorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a} \times] \mathbf{b}$ e $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$, obtém-se:

$$\delta \mathbf{x}_1 \approx \mathbf{f}^n \times \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b \quad (\text{A.15})$$

O termo $\delta \mathbf{x}_2$ pode ser obtido usando o método da perturbação linear (BRITTING, 1971):

$$\delta \mathbf{x}_2 = \mathbf{K}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{K}_2 \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \mathbf{K}_3 \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n \quad (\text{A.16})$$

onde,

$$\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n - \boldsymbol{\omega}_{ie}^n \quad (\text{A.17})$$

$$\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n - \boldsymbol{\omega}_{en}^n \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{x}_2 = (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{K}_1 = \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \mathbf{v}} = 2[\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times] + [\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times] \quad (\text{A.20})$$

$$\mathbf{K}_2 = \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n} = -2[\mathbf{v}^n \times] \quad (\text{A.21})$$

$$\mathbf{K}_3 = \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n} = -[\mathbf{v}^n \times] \quad (\text{A.22})$$

Substituindo as Eqs. (A.20), (A.21) e (A.22) na Eq. (A.16), obtém-se:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}_2 &= \mathbf{K}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{K}_2 \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \mathbf{K}_3 \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n \\ &= (2[\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times] + [\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times]) \delta \mathbf{v}^n - 2[\mathbf{v}^n \times] \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n - [\mathbf{v}^n \times] \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n \\ &= (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{v}^n - [\mathbf{v}^n \times] (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \\ &= (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{v}^n + (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n \\ \delta \mathbf{x}_2 &= (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{v}^n + (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Por fim, substituindo as Eqs. (A.15) e (A.23) na Eq. (A.13), obtém-se a expressão do erro de velocidade (ROGERS, 2003):

$$\delta \dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{f}^n \times \boldsymbol{\psi} + \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{v}^n - (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (\text{A.24})$$

Resultados Preliminares: Alinhamento Grosseiro em Condições de Deriva e de Movimento

Neste Apêndice, são apresentados resultados preliminares de avaliação dos métodos de alinhamento grosseiro TRIAD, I-DVA e A-OBA, considerando o ASV em condição de deriva (isto é, ASV não atracado ao píer da Raia Olímpica, sujeito a movimentos de translação e de oscilação livres decorrentes das marolas presentes no local de ensaio) e de movimento (no caso, ASV em linha reta com velocidade constante).

A Figura 103 ilustra o comportamento do rumo fornecido pelo receptor GNSS para o ASV em condição de deriva e em linha reta com velocidade constante. Por conseguinte, o comportamento dinâmico dos erros de rumo obtidos para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA implementados no sistema embarcado do ASV (tempo real) é mostrado na Figura 104. Já a Figura 105 mostra o comportamento dinâmico dos erros de rumo para os mesmos métodos de alinhamento grosseiro, considerando, no entanto, dados de pós-processamento (*off-line*).

Os resultados dos métodos I-DVA e A-OBA para dados de pós-processamento foram superiores (com redução significativa do erro de rumo) aos resultados de processamento em tempo real. Conforme mostram as Tabelas 38 e 39, o erro de rumo dos métodos I-DVA e A-OBA para tempos de duração acima de 100 segundos foi superior, respectivamente, a 15,0 e 4,0 graus para o ASV em condição de deriva e em linha reta com velocidade constante. Já para dados de pós-processamento, o erro de rumo dos métodos I-DVA e A-OBA foi inferior a 1,0 grau para um tempo de duração acima de 100 segundos, conforme mostram as Tabelas 40 e 41.

Neste sentido, a melhoria de desempenho apresentada pelos métodos I-DVA e A-OBA com dados de pós-processamento foi em decorrência de modificações no cômputo

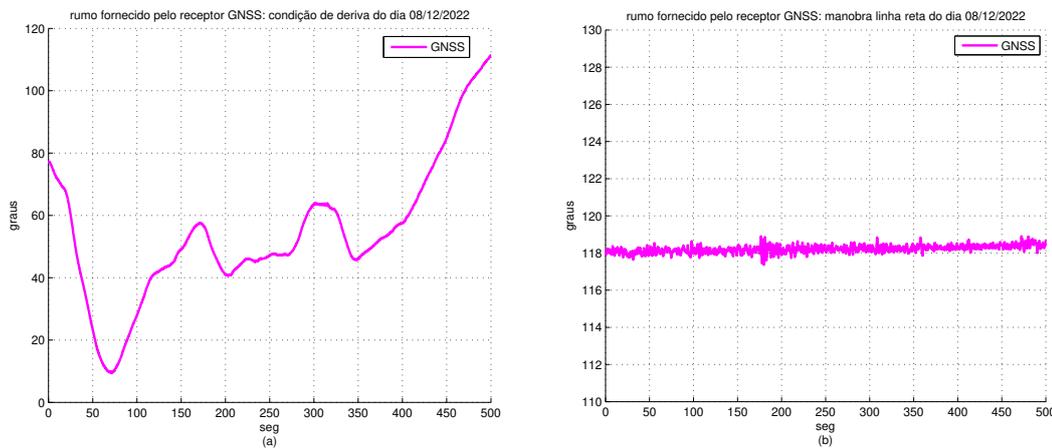
do vetor de rotação Φ . As versões dos métodos I-DVA e A-OBA implementados em tempo real executam o cômputo de Φ conforme a expressão (B.1). Esta expressão, no entanto, é uma simplificação da expressão completa de Φ , dada pela Eq. (B.2) (TITTERTON; WESTON, 2004), mais adequada para situações de alinhamento grosseiro com o veículo em condições estacionária ou de *mooring*.

A implementação da Eq. (B.2) em tempo real, no entanto, deverá ser realizada no sistema embarcado do ASV, a fim de comprovação dos resultados preliminares obtidos para dados de pós-processamento.

$$\dot{\Phi} \approx \omega_{ib}^b \tag{B.1}$$

$$\dot{\Phi} = \omega_{ib}^b + \frac{1}{2}\Phi \times \omega_{ib}^b + \frac{1}{12}\Phi \times \Phi \times \omega_{ib}^b \tag{B.2}$$

Figura 103 – Ângulos de rumo fornecidos pelo receptor GNSS para o ASV em condição de deriva (à esquerda) e em linha reta com velocidade constante (à direita). Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 500 segundos.

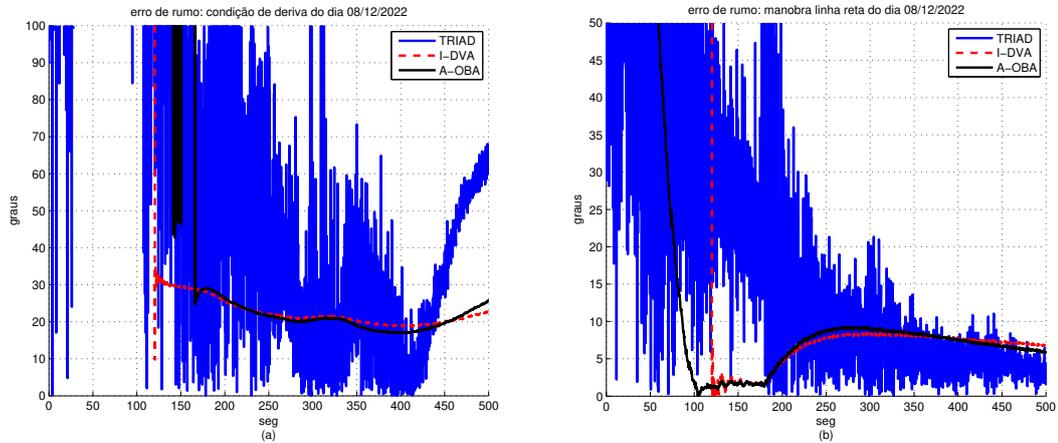


Fonte: Autor.

Tabela 38 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em condição de deriva no dia 08/12/2022. Resultados de processamento em tempo real (Φ dado pela Eq. (B.1)).

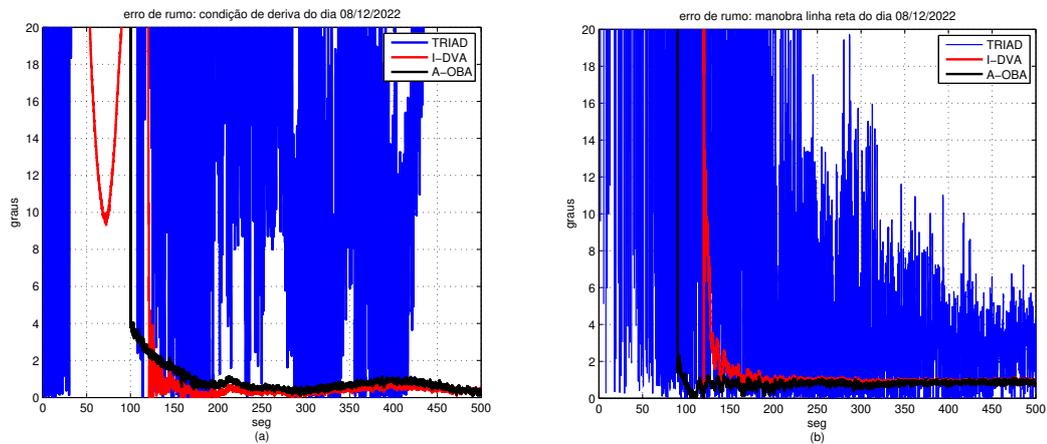
Método	Tempo				
	100 seg	200 seg	300 seg	400 seg	500 seg
TRIAD	141,00°	87,29°	23,09°	1,57°	67,22°
I-DVA	282,80°	25,38°	21,31°	18,90°	22,80°
A-OBA	257,90°	26,19°	20,73°	17,01°	25,61°

Figura 104 – Erros de rumo para o ASV em condição de deriva (à esquerda) e em linha reta com velocidade constante (à direita). Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 500 segundos. Resultados de processamento em tempo real (Φ dado pela Eq. (B.1)).



Fonte: Autor.

Figura 105 – Erros de rumo para o ASV em condição de deriva (à esquerda) e em linha reta com velocidade constante (à direita). Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento grosseiro de 500 segundos. Resultados de pós-processamento (Φ dado pela Eq. (B.2)).



Fonte: Autor.

Tabela 39 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em linha reta com velocidade constante no dia 08/12/2022. Resultados de processamento em tempo real (Φ dado pela Eq. (B.1)).

Método	Tempo				
	100 seg	200 seg	300 seg	400 seg	500 seg
TRIAD	40,11°	5,04°	1,61°	4,44°	3,18°
I-DVA	242,00°	4,73°	8,28°	7,72°	6,87°
A-OBA	1,95°	4,94°	9,02°	7,57°	5,99°

Tabela 40 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em condição de deriva no dia 08/12/2022. Resultados de pós-processamento (Φ dado pela Eq. (B.2)).

Método	Tempo				
	100 seg	200 seg	300 seg	400 seg	500 seg
TRIAD	110,60°	57,54°	2,95°	4,92°	66,32°
I-DVA	27,25°	0,26°	0,27°	0,71°	0,48°
A-OBA	4,12°	0,73°	0,39°	0,97°	0,42°

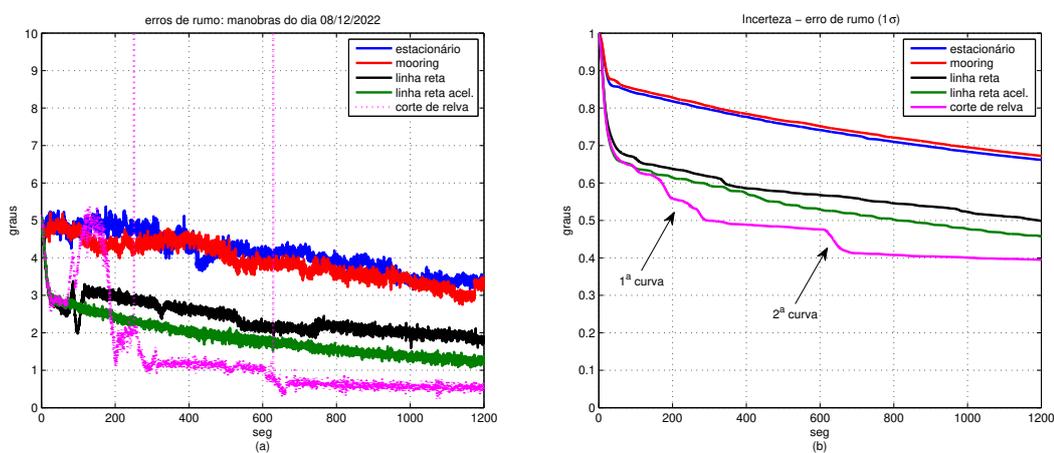
Tabela 41 – Erros de rumo (em módulo) para os métodos TRIAD, I-DVA e A-OBA para o ASV em linha reta com velocidade constante no dia 08/12/2022. Resultados de pós-processamento (Φ dado pela Eq. (B.2)).

Método	Tempo				
	100 seg	200 seg	300 seg	400 seg	500 seg
TRIAD	38,45°	11,29°	1,72°	2,48°	0,70°
I-DVA	117,90°	0,62°	0,78°	0,82°	0,82°
A-OBA	0,72°	0,33°	0,61°	0,77°	0,77°

Resultados Experimentais de Alinhamento Fino e Calibração Sensorial: Ensaios do Dia 08/12/2022

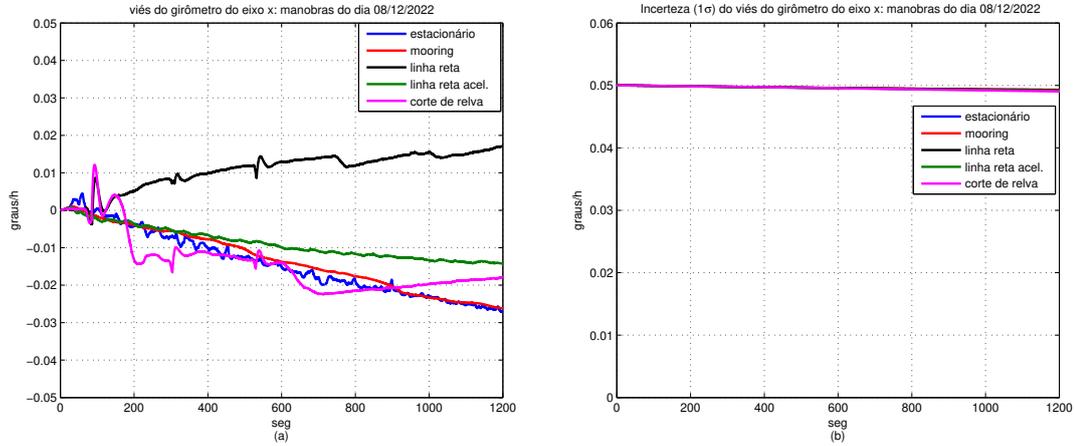
Os resultados dos ensaios comparativos de alinhamento fino e calibração sensorial realizados no dia 08/12/2022 são apresentados nas Figuras 106 a 116. Já as Tabelas 42 a 48 mostram os resultados finais dos erros de rumo e de estimação das demais variáveis de estado (vieses dos sensores inerciais, desalinhamento IMU/DVL e erro de fator de escala do DVL).

Figura 106 – Erros de rumo (em módulo, à esquerda) e incertezas de estimação dos erros de rumo (à direita) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).



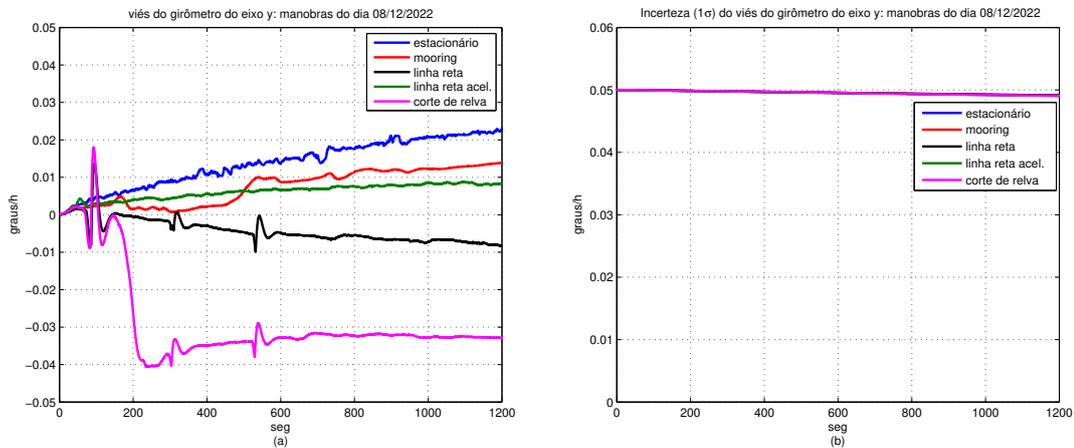
Fonte: Autor.

Figura 107 – Vieses do girômetro do eixo x (b_{gx} , à esquerda) e incertezas de b_{gx} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 108 – Vieses do girômetro do eixo y (b_{gy} , à esquerda) e incertezas de b_{gy} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).

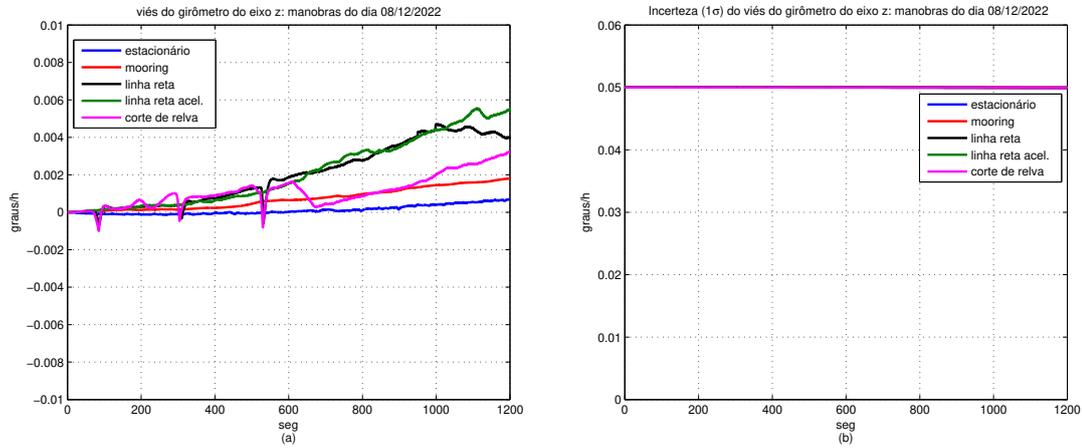


Fonte: Autor.

Tabela 42 – Erros de rumo finais (em módulo) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.

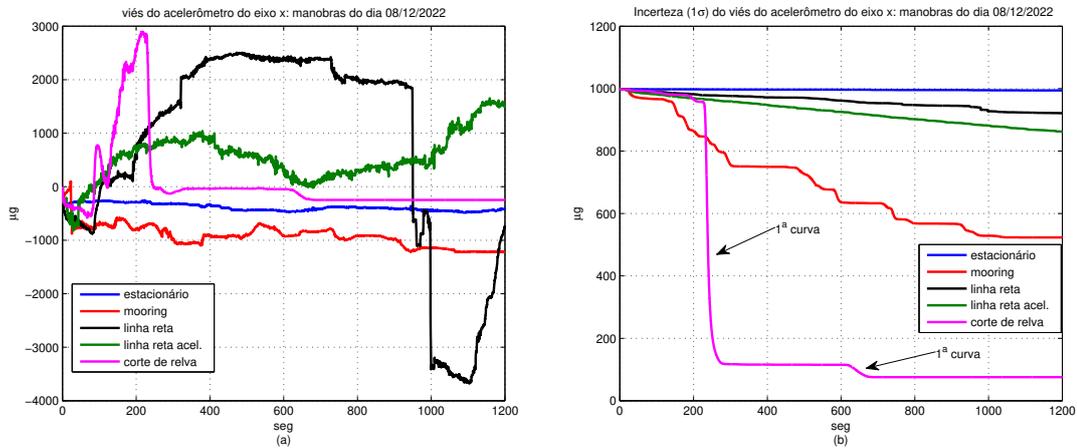
Manobras	Erro de rumo
ASV estacionário	$3,27^\circ \pm 0,66^\circ (1\sigma)$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$3,46^\circ \pm 0,67^\circ (1\sigma)$
ASV em linha reta	$1,89^\circ \pm 0,50^\circ (1\sigma)$
ASV em linha reta c/ aceleração	$1,16^\circ \pm 0,46^\circ (1\sigma)$
ASV em corte de relva	$0,44^\circ \pm 0,39^\circ (1\sigma)$

Figura 109 – Vieses do girômetro do eixo z (b_{gz} , à esquerda) e incertezas de b_{gz} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 110 – Vieses do acelerômetro do eixo x (b_{ax} , à esquerda) e incertezas de b_{ax} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).

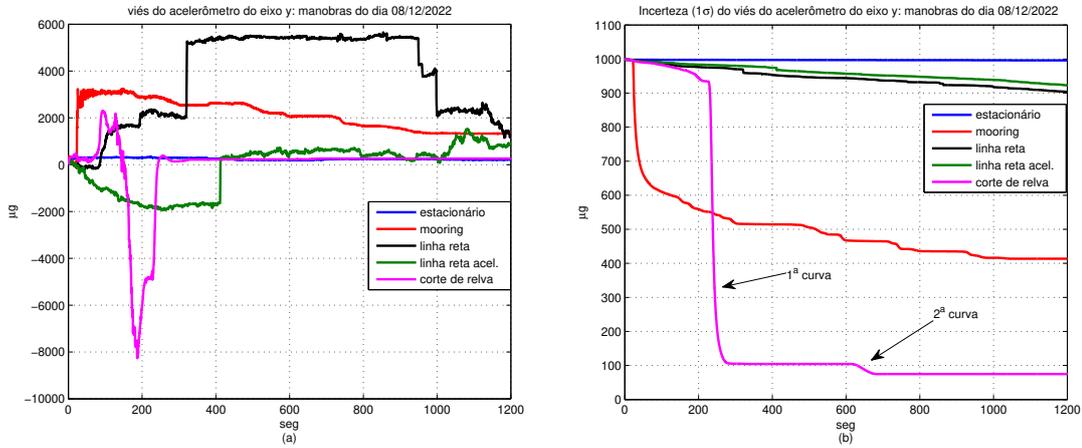


Fonte: Autor.

Tabela 43 – Valores finais de estimação dos vieses dos girômetros (b_{gx} , b_{gy} , b_{gz}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.

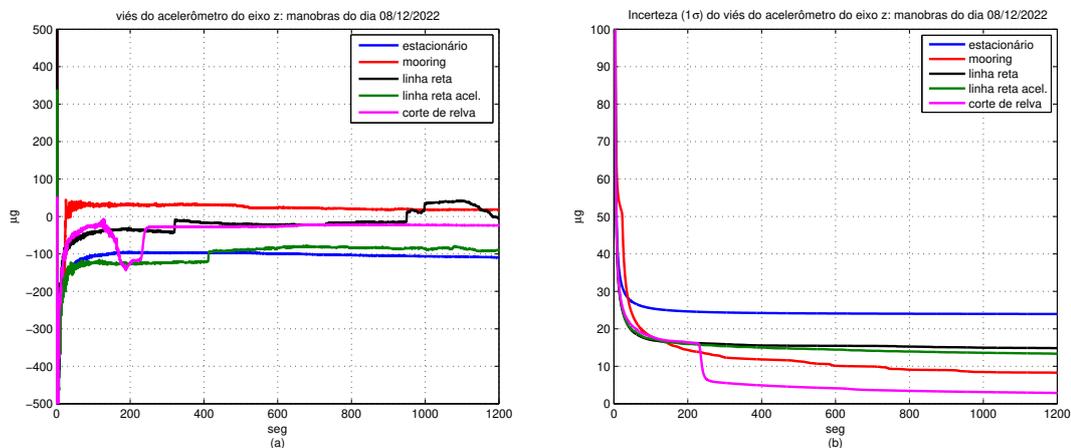
Manobras	Eixo x (b_{gx})	Eixo y (b_{gy})	Eixo z (b_{gz})
ASV estacionário	-0,027°/h	0,023°/h	0,001°/h
ASV em condição de <i>mooring</i>	-0,026°/h	0,014°/h	0,002°/h
ASV em linha reta	0,017°/h	-0,008°/h	0,004°/h
ASV em linha reta c/ aceleração	-0,014°/h	0,009°/h	0,006°/h
ASV em corte de relva	-0,018°/h	-0,033°/h	0,003°/h

Figura 111 – Vieses do acelerômetro do eixo y (b_{ay} , à esquerda) e incertezas de b_{ay} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 112 – Vieses do acelerômetro do eixo z (b_{az} , à esquerda) e incertezas de b_{az} (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).

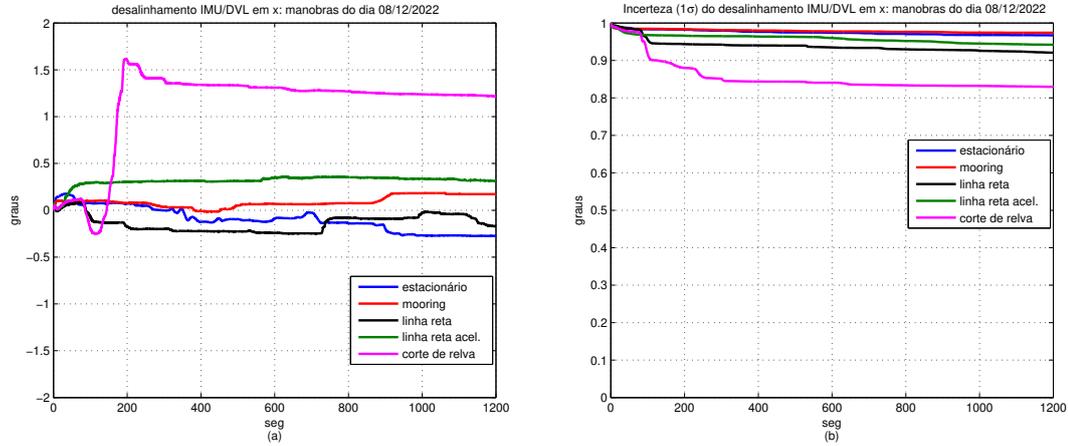


Fonte: Autor.

Tabela 44 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{gx} , b_{gy} , b_{gz} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.

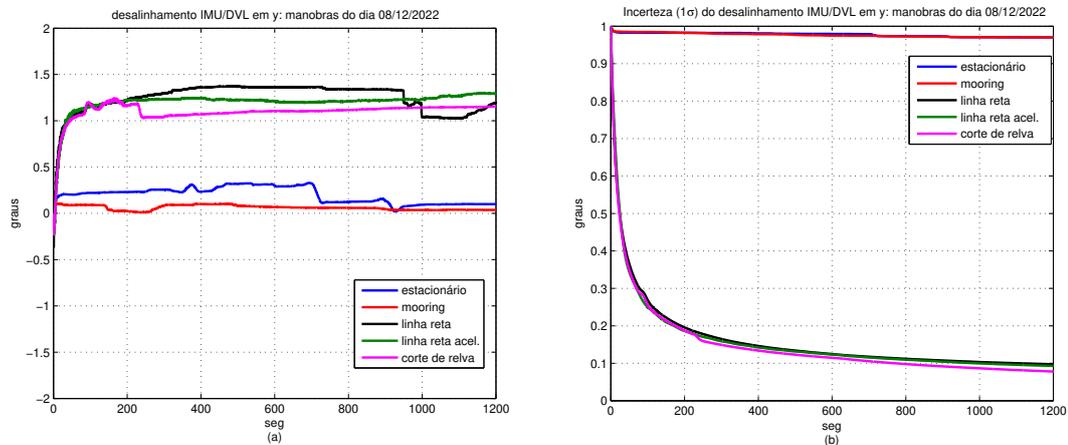
Manobras	b_{gx}	b_{gy}	b_{gz}
ASV estacionário	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em linha reta	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em linha reta c/ aceleração	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$
ASV em corte de relva	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,049^\circ/h$	$\pm 0,050^\circ/h$

Figura 113 – Desalinhamentos IMU/DVL em x (e_x , à esquerda) e incertezas de e_x (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 114 – Desalinhamentos IMU/DVL em y (e_y , à esquerda) e incertezas de e_y (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).

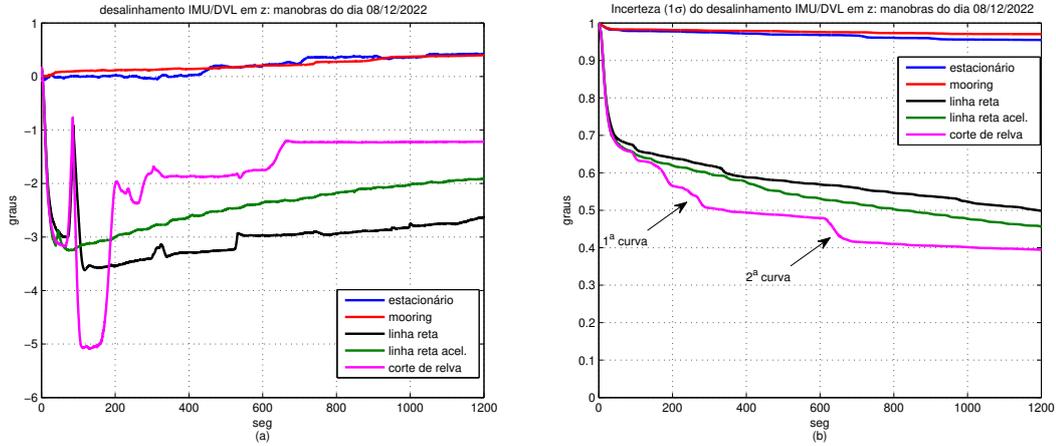


Fonte: Autor.

Tabela 45 – Valores finais de estimação dos vieses dos acelerômetros (b_{ax} , b_{ay} , b_{az}) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.

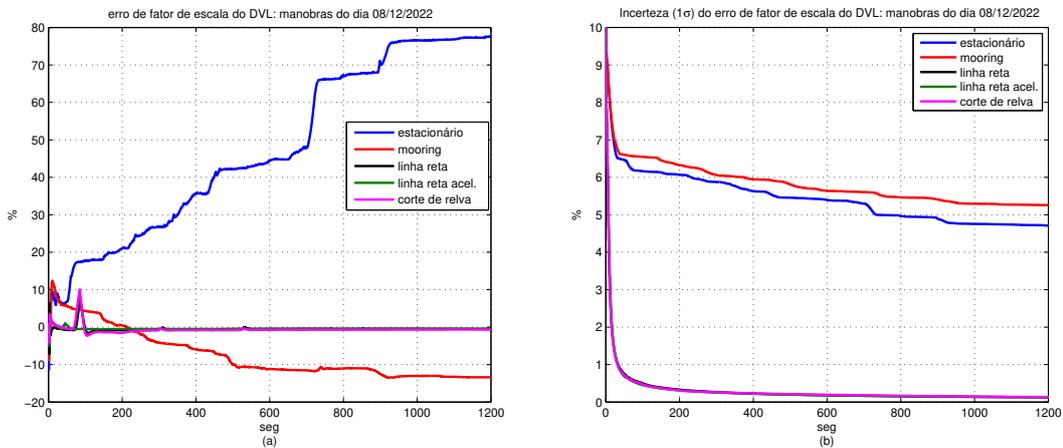
Manobras	Eixo x (b_{ax})	Eixo y (b_{ay})	Eixo z (b_{az})
ASV estacionário	-423,16 μg	216,35 μg	-109,55 μg
ASV em condição de <i>mooring</i>	-1.218,60 μg	1.328,30 μg	18,54 μg
ASV em linha reta	-736,11 μg	1.279,70 μg	-5,38 μg
ASV em linha reta c/ aceleração	1.524,50 μg	873,41 μg	-90,06 μg
ASV em corte de relva	-247,96 μg	262,72 μg	-23,93 μg

Figura 115 – Desalinhamentos IMU/DVL em z (e_z , à esquerda) e incertezas de e_z (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).



Fonte: Autor.

Figura 116 – Erros de fator de escala do DVL (s_f , à esquerda) e incertezas de s_f (à direita) estimados para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Testes experimentais do dia 08/12/2022. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos).



Fonte: Autor.

Tabela 46 – Valores finais de incertezas (1σ) de b_{ax} , b_{ay} , b_{az} para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.

Manobras	b_{ax}	b_{ay}	b_{az}
ASV estacionário	$\pm 994,28 \mu g$	$\pm 996,14 \mu g$	$\pm 23,96 \mu g$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$\pm 523,17 \mu g$	$\pm 413,47 \mu g$	$\pm 8,30 \mu g$
ASV em linha reta	$\pm 921,47 \mu g$	$\pm 903,82 \mu g$	$\pm 14,86 \mu g$
ASV em linha reta c/ aceleração	$\pm 862,27 \mu g$	$\pm 922,91 \mu g$	$\pm 13,37 \mu g$
ASV em corte de relva	$\pm 75,49 \mu g$	$\pm 74,72 \mu g$	$\pm 2,89 \mu g$

Tabela 47 – Valores finais de estimação dos desalinhamentos IMU/DVL (e_x , e_y , e_z) e dos erros de fator de escala do DVL (s_f) para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.

Manobras	Eixo x (e_x)	Eixo y (e_y)	Eixo z (e_z)	s_f
ASV estacionário	-0,27°	0,10°	0,42°	77,60%
ASV em condição de <i>mooring</i>	0,17°	0,04°	0,40°	-13,37%
ASV em linha reta	-0,17°	1,20°	-2,63°	-0,48%
ASV em linha reta c/ aceleração	0,31°	1,29°	-1,91°	-0,45%
ASV em corte de relva	1,22°	1,15°	-1,22°	-0,63%

Tabela 48 – Valores finais de incertezas (1σ) de e_x , e_y , e_z e s_f para as seguintes condições de movimento (manobras): ASV estacionário, em condição de *mooring*, em linha reta (velocidade constante), em linha reta com aceleração e em corte de relva. Tempo de alinhamento fino de 1200 segundos (20 minutos). Testes experimentais do dia 08/12/2022.

Manobras	e_x	e_y	e_z	s_f
ASV estacionário	$\pm 0,97^\circ$	$\pm 0,97^\circ$	$\pm 0,95^\circ$	$\pm 4,71\%$
ASV em condição de <i>mooring</i>	$\pm 0,97^\circ$	$\pm 0,97^\circ$	$\pm 0,97^\circ$	$\pm 5,26\%$
ASV em linha reta	$\pm 0,92^\circ$	$\pm 0,10^\circ$	$\pm 0,50^\circ$	$\pm 0,13\%$
ASV em linha reta c/ aceleração	$\pm 0,94^\circ$	$\pm 0,09^\circ$	$\pm 0,46^\circ$	$\pm 0,13\%$
ASV em corte de relva	$\pm 0,83^\circ$	$\pm 0,08^\circ$	$\pm 0,39^\circ$	$\pm 0,13\%$

Integrações INS/GPS e INS/GPS/PS

O modelo dinâmico dado pela Eq. (4.68), que inclui o erro de fator de escala do DVL e o desalinhamento IMU/DVL, é válido para as integrações que utilizam o DVL (ou seja, as integrações INS/GPS/DVL/PS, INS/DVL/PS e INS/DVL). Em particular para as integrações INS/GPS e INS/GPS/PS, que não utilizam dados de velocidade mensuradas pelo DVL no processo de fusão sensorial (para estas integrações, as medições de velocidade são fornecidas pelo receptor GPS ou GNSS), o modelo dinâmico de propagação de erros é dado pela Eq. (4.46), aqui repetido por conveniência:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\psi}} = -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] \boldsymbol{\psi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \mathbf{b}_g - \mathbf{C}_b^n \mathbf{w}_g \\ \delta \dot{\mathbf{v}}^n = [\mathbf{f}^n \times] \boldsymbol{\psi} + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) \delta \mathbf{v}^n + ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) \delta h + [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 \delta L \\ \quad + \mathbf{C}_b^n \mathbf{b}_a + \mathbf{C}_b^n \mathbf{w}_a \\ \delta \dot{L} = \mathbf{B}_1 \delta \mathbf{v}^n + b_2 \delta h \\ \delta \dot{\lambda} = \mathbf{C}_1 \delta \mathbf{v}^n + c_2 \delta L + c_3 \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{C}_4 \delta \mathbf{v}^n \\ \dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{array} \right.$$

O vetor de observação, para a integração INS/GPS fracamente acoplada, é dado por:

$$\mathbf{y}_{ins/gps} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}^n - \tilde{\mathbf{v}}_{gps}^n \\ \tilde{L} - \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}_{gps} \\ \tilde{h} - \tilde{h}_{gps} \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

onde $\tilde{\mathbf{v}}_{gps}^n$ corresponde ao vetor de velocidade medido pelo GPS expresso no referencial de navegação e \tilde{h}_{gps} corresponde à altitude fornecida pelo GPS. Logo, na Eq. (D.1), admite-se que o GPS fornece as componentes de velocidade e de posição nas direções Norte, Leste e

na Vertical (no caso para baixo, considerando o referencial de navegação NED). Variações em relação às componentes do vetor de observação da Eq. (D.1), no entanto, podem ser encontradas na literatura (SALYCHEVA; CANNON, 2004), (GROVES, 2013), (WU *et al.*, 2013), (RYU; GANKHUYAG; CHONG, 2016), (CHEN *et al.*, 2022).

Já para a integração INS/GPS/PS fracamente acoplada, o vetor de observação é dado por:

$$\mathbf{y}_{ins/gps/ps} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}^n - \tilde{\mathbf{v}}_{gps}^n \\ \tilde{L} - \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}_{gps} \\ \tilde{h} - \tilde{h}_{ps} \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

onde \tilde{h}_{ps} é a altitude obtida com o auxílio do profundímetro. Por conseguinte, a diferença básica entre as integrações INS/GPS/PS e INS/GPS é a informação auxiliar de altitude.

Considerando as medições de posição (latitude, longitude e altitude) e de velocidade efetuadas pelo GPS, estas podem ser representadas por (GROVES, 2013):

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_{gps}^n \\ \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda}_{gps} \\ \tilde{h}_{gps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^n \\ L \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta}_{gps} \quad (\text{D.3})$$

onde $\boldsymbol{\eta}_{gps}$ corresponde ao vetor de ruído das medições de posição e de velocidade efetuadas pelo GPS. Uma vez que, os modelos para $\tilde{\mathbf{v}}^n$, \tilde{L} , $\tilde{\lambda}$, \tilde{h}_{ps} e \tilde{h} são dados, respectivamente, pelas Eqs. (4.55), (4.58), (4.62), (4.63), obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}^n - \tilde{\mathbf{v}}_{gps}^n \\ \tilde{L} - \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}_{gps} \\ \tilde{h} - \tilde{h}_{gps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n \\ \delta L \\ \delta \lambda \\ \delta h \end{bmatrix} - \boldsymbol{\eta}_{gps} \quad (\text{D.4})$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}^n - \tilde{\mathbf{v}}_{gps}^n \\ \tilde{L} - \tilde{L}_{gps} \\ \tilde{\lambda} - \tilde{\lambda}_{gps} \\ \tilde{h} - \tilde{h}_{ps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{v}^n \\ \delta L \\ \delta \lambda \\ \delta h \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_{gps}(1:3) \\ \boldsymbol{\eta}_{gps}(4) \\ \boldsymbol{\eta}_{gps}(5) \\ \omega_{ps} \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

que representam, respectivamente, os modelos de observação para os erros de velocidade e de posição para as integrações INS/GPS e INS/GPS/PS. Por conseguinte, os modelos de observação das integrações INS/GPS e INS/GPS/PS são iguais, excluindo as parcelas dos ruídos de medição.

Neste sentido, o vetor e as matrizes \mathbf{F} , \mathbf{G} e \mathbf{H} do modelo em espaço de estados para as integrações INS/GPS e INS/GPS/PS são dadas por:

$$\mathbf{x} = \left[\psi^T \quad \delta \mathbf{v}^{nT} \quad \delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \quad \mathbf{b}_g^T \quad \mathbf{b}_a^T \right]^T \quad (\text{D.6})$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{A}_3 & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ [\mathbf{f}^n \times] & ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4) & [\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_5 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & ([\mathbf{v}^n \times] \mathbf{A}_3 + \mathbf{C}_5) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{B}_1 & 0 & 0 & b_2 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{C}_1 & c_2 & 0 & c_3 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{C}_4 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (\text{D.8})$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (\text{D.9})$$