

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

LUIZ FELIPE MARINHO DE SOUZA

**Análise da sintonia e implementação do filtro de Kalman aplicado à navegação  
de um AUV**

São Paulo

2023

LUIZ FELIPE MARINHO DE SOUZA

**Análise da sintonia e implementação do filtro de Kalman aplicado à navegação  
de um AUV**

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Controle e Automação Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Ettore de Apolônio Barros

São Paulo

2023



Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Assinatura do autor: \_\_\_\_\_

Assinatura do orientador: \_\_\_\_\_

#### Catálogo-na-publicação

Souza, Luiz Felipe Marinho de  
Análise da sintonia e implementação do filtro de Kalman aplicado à navegação de um AUV / L. F. M. Souza -- versão corr. -- São Paulo, 2023.  
178 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Submersíveis não tripulados 2.Fusão sensorial 3.Sistemas de navegação  
4.Variância de Allan I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.  
Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

*Dedico esta dissertação aos meus pais, com todo amor e gratidão...*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pelo Seu cuidado constante, sabedoria, perseverança e paciência concedidas a mim ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sua presença e orientação foram fundamentais para superar os desafios e encontrar clareza em minhas ideias. Sou grato por Sua bênção e proteção durante esta jornada acadêmica.

Meus sinceros agradecimentos ao meu orientador, Prof. Dr. Ettore Apolônio de Barros, pela oportunidade de trabalhar sob sua orientação. Sou grato por sua orientação acadêmica e pelo apoio constante que você me ofereceu.

Agradeço à Daniele Caroline Silva, você tem sido minha maior fonte de apoio, cuidado e incentivo. Agradeço por compartilhar comigo essa caminhada e por contribuir de forma significativa para o sucesso deste projeto. Sua presença e apoio foram inestimáveis, e sou imensamente grato por tê-la ao meu lado.

Minha profunda gratidão aos meus pais pelo apoio incondicional e incentivo constante. Agradeço de todo coração por acreditarem em mim e por serem os pilares que sustentaram meus sonhos e aspirações. Sou verdadeiramente abençoado por tê-los como meus pais.

Agradeço aos meus companheiros de laboratório pelo suporte e paciência durante os testes experimentais. Em especial, ao Adriano Frutuoso, cujas discussões e apoio foram fundamentais para o progresso deste trabalho. Agradeço pela parceria e pelo trabalho em equipe, que enriqueceram minha experiência de pesquisa.

Agradeço aos meus amigos e irmãos em Cristo da IBRRP, com especial reconhecimento a Amadeu Ramoz, Dorivaldo Soares, Filipe Soares, Oziel Seles e Rafael Feldmann. Suas conversas edificantes, incentivos constantes e orações foram um suporte fundamental ao longo desta jornada. Sou profundamente grato por ter compartilhado com vocês esse caminho. Que nossa amizade e irmandade em Cristo perdurem e se fortaleçam ao longo dos anos.

## RESUMO

SOUZA, Luiz Felipe Marinho. **Análise da sintonia e implementação do filtro de Kalman aplicado à Navegação de um AUV**. 2023. 178 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

Os sistemas de navegação para AUVs (*Autonomous Underwater Vehicles*) são comumente constituídos pela combinação de dados de múltiplos sensores. A fusão sensorial otimiza as estimativas de trajetória durante uma manobra através do uso das medições dos sensores embarcados no veículo, de modo a garantir a precisão, desempenho e estabilidade do sistema. Dentre as técnicas utilizadas para a combinação de dados, o filtro de Kalman destaca-se na navegação de AUVs apesar da complexidade em estabelecer uma sintonia adequada de alguns de seus parâmetros, como as matrizes de covariância de ruídos de processo e de medição. Neste trabalho, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre as técnicas de navegação para AUVs, bem como a proposta de um sistema de navegação composto pela fusão sensorial entre os dados dos sensores inerciais, sensor de velocidade por efeito *Doppler* e um sensor de profundidade através da abordagem indireta do filtro de Kalman, conhecida como *Error-State Kalman Filter*. A implementação do filtro é realizada considerando a eletrônica embarcada em um AUV desenvolvido pelo LVNT da USP, portanto teve que considerar as limitações de *hardware*, como processamento e memória, seguindo uma abordagem conhecida como *Sequential Measurement Update*. Além disso, são apresentadas duas abordagens para a sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  do filtro de Kalman, realizando as análises e validações combinando diferentes cenários. Dentre as abordagens tratadas, considera-se ainda os aspectos estatísticos dos sensores como critérios para sintonia com a caracterização de ruídos pela técnica de Variância de Allan. Por fim, os testes são realizados com dados obtidos em campo através de uma plataforma de testes para a investigação de AUVs.

Palavras-chaves: AUV, Sistemas de Navegação, Fusão Sensorial, Variância de Allan.

## ABSTRACT

SOUZA, Luiz Felipe Marinho. **Kalman Filter tuning analysis and implementation applied to AUV Navigation**. 2023. 178 p. Dissertation (Master of Science) Polytechnic School, University of São Paulo, São Paulo, 2023.

Navigation systems for Autonomous Underwater Vehicles (AUVs) commonly rely on the combination of data from multiple sensors. Sensor fusion optimizes trajectory estimates during a maneuver by using the measurements of the vehicle's on-board sensors, ensuring the accuracy, performance, and stability of the system. The Kalman filter technique is a commonly used technique for combining data in AUV navigation, a difficulty of this method is the correct tuning of some of its parameters, such as the covariance matrices of process and measurement noises. This work presents a comprehensive review of navigation techniques for AUVs, along with a proposal of a navigation system composed by fusing the data from inertial sensors, Doppler velocity Log sensor and a depthmeter sensor by indirect implementation of Kalman filter, namely Error-State Kalman Filter, is performed. The filter is implemented considering the embedded electronics in an AUV developed by the LVNT at USP, therefore the hardware limitations, such as processing and memory, were considered, using the approach known as Sequential Measurement Update. Two approaches for tuning the  $\mathbf{Q}$  and  $\mathbf{R}$  matrices of the Kalman filter are also presented, performing analysis and validation in different scenarios. The approaches treated consider the statistical aspects of the sensors as criteria for tuning with noise characterization by Allan's Variance technique. Finally, tests are performed with data obtained in experimental tests through a test platform for the investigation of AUVs.

Keywords: AUV, Navigation Systems, Sensor Fusion, Allan Variance.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – AUV Pirajuba . . . . .	24
Figura 1.2 – Manobra com sistema de navegação inercial . . . . .	25
Figura 1.3 – Navegação integrada com sintonia incorreta das matrizes Q e R . . . . .	26
Figura 2.1 – Exemplo da montagem dos acelerômetros e girômetros em uma UMI. . . . .	31
Figura 2.2 – Diagrama de funcionamento de um AHRs. . . . .	32
Figura 2.3 – Configuração do arranjo dos feixes do DVL – “+” e “x”. . . . .	33
Figura 2.4 – Configuração da orientação do DVL no AUV Pirajuba. . . . .	34
Figura 2.5 – Determinação da posição a partir das pseudodistâncias. . . . .	36
Figura 2.6 – Trajetória Corte de Relva. . . . .	37
Figura 2.7 – Trajetória Zig-Zag (Iô-Iô). . . . .	38
Figura 2.8 – Referenciais de Navegação. . . . .	40
Figura 2.9 – Desvio padrão do erro de quantização. . . . .	56
Figura 2.10–Desvio padrão do erro de <i>angle/velocity random walk</i> . . . . .	57
Figura 2.11–Desvio padrão do erro de <i>Bias Instability</i> . . . . .	58
Figura 2.12–Desvio padrão do erro de <i>Rate/Acceleration Random Walk</i> . . . . .	59
Figura 2.13–Curva de um instrumento com erro de fator de escala. . . . .	60
Figura 2.14–Erro de desalinhamento UMI/DVL. . . . .	61
Figura 2.15–Diferença entre o <i>heading</i> e o COG. . . . .	62
Figura 3.1 – Comportamento do Filtro de Kalman em função dos cenários de sintonia da covariância de ruído de medição. . . . .	69
Figura 3.2 – Análise das curvas para sintonia do filtro de Kalman. . . . .	76
Figura 3.3 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro $\omega_x$ . . . . .	77
Figura 3.4 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro $\omega_y$ . . . . .	78
Figura 3.5 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro $\omega_z$ . . . . .	78
Figura 3.6 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro $f_x$ . . . . .	79
Figura 3.7 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro $f_y$ . . . . .	79
Figura 3.8 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro $f_z$ . . . . .	80
Figura 4.1 – Algoritmo do sistema de navegação implementado. . . . .	91
Figura 5.1 – Poli-Marú II. . . . .	94

Figura 5.2 – Teste dos métodos de alinhamento TRIAD e OB-ADIA com o veículo atracado no píer. . . . .	97
Figura 5.3 – Início da missão com alinhamento pelos sensores auxiliares. . . . .	97
Figura 5.4 – Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de rumo: TRIAD, OB-ADIA, GPS. . . . .	99
Figura 5.5 – Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de rumo: TRIAD, OB-ADIA, GPS. . . . .	99
Figura 5.6 – Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de rumo: TRIAD, OB-ADIA, GPS. . . . .	100
Figura 5.7 – Manobra M1 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário A: trajetória estimada X trajetória real (GPS). . . . .	102
Figura 5.8 – Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário A. . . . .	103
Figura 5.9 – Manobra M1 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário B: trajetória estimada X trajetória real (GPS). . . . .	103
Figura 5.10–Manobra M1 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário E: trajetória estimada X trajetória real (GPS). . . . .	104
Figura 5.11–Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário D. . . . .	105
Figura 5.12–Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário E. . . . .	105
Figura 5.13–Manobra M2 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário E: trajetória estimada X trajetória real (GPS). . . . .	107
Figura 5.14–Manobra M2 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário E. . . . .	107
Figura 5.15–Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário H. . . . .	108
Figura 5.16–Manobra M2 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário H. . . . .	108
Figura 5.17–Manobra M3 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário A: trajetória estimada X trajetória real (GPS). . . . .	110
Figura 5.18–Manobra Me - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário E: trajetória estimada X trajetória real (GPS). . . . .	110

Figura 5.19–Gráficos das estimativas dos erros de posição nos cenários G e H. . . . .	113
Figura A.1– <i>Setup</i> para o teste de levantamento da curva de Allan. . . . .	125
Figura B.1–Dados da UMI - Girômetros eixo x. . . . .	127
Figura B.2–Dados da UMI - Girômetros eixo y. . . . .	127
Figura B.3–Dados da UMI - Girômetros eixo z. . . . .	128
Figura B.4–Dados da UMI - Acelerômetros eixo x. . . . .	128
Figura B.5–Dados da UMI - Acelerômetros eixo y. . . . .	129
Figura B.6–Dados da UMI - Acelerômetros eixo z. . . . .	129
Figura B.7–Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro $\omega_x$ . . . . .	130
Figura B.8–Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro $\omega_y$ . . . . .	130
Figura B.9–Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro $\omega_z$ . . . . .	131
Figura B.10–Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro $f_x$ . . . . .	131
Figura B.11–Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro $f_y$ . . . . .	132
Figura B.12–Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro $f_z$ . . . . .	132
Figura D.1–Manobra M1 do tipo Corte de Relva e Alinhamento Atracado no Píer. . . . .	137
Figura D.2–Manobra M2 do tipo Linha Reta e Alinhamento Atracado no Píer. . . . .	138
Figura D.3–Manobra M3 do tipo Corte de Relva e Alinhamento Atracado no Píer. . . . .	138
Figura D.4–Manobra M4 do tipo Corte de Relva e Alinhamento pelos Sensores Auxiliares. . . . .	139
Figura F.1–Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> : TRIAD, OB- ADIA, AHRS. . . . .	142
Figura F.2–Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de <i>pitch</i> : TRIAD, OB-ADIA, AHRS. . . . .	143
Figura F.3–Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de <i>heading</i> : TRIAD, OB-ADIA, GPS. . . . .	143
Figura F.4–Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> : TRIAD, OB- ADIA, AHRS. . . . .	144
Figura F.5–Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de <i>pitch</i> : TRIAD, OB-ADIA, AHRS. . . . .	144
Figura F.6–Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de <i>heading</i> : TRIAD, OB-ADIA, GPS. . . . .	145
Figura F.7–Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> : TRIAD, OB- ADIA, AHRS. . . . .	145



Figura F.8–Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de <i>pitch</i> : TRIAD, OB-ADIA, AHRS. . . . .	146
Figura F.9–Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de <i>heading</i> : TRIAD, OB-ADIA, GPS. . . . .	146
Figura G.1–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A. . . . .	147
Figura G.2–Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e ace- lerômetros no Cenário A. . . . .	147
Figura G.3–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A. . . . .	148
Figura G.4–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B. . . . .	148
Figura G.5–Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e ace- lerômetros no Cenário B. . . . .	148
Figura G.6–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B. . . . .	149
Figura G.7–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C. . . . .	149
Figura G.8–Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e ace- lerômetros no Cenário C. . . . .	149
Figura G.9–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C. . . . .	150
Figura G.10–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D. . . . .	150
Figura G.11–Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e ace- lerômetros no Cenário D. . . . .	150
Figura G.12–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D. . . . .	151
Figura G.13–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E. . . . .	151
Figura G.14–Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e ace- lerômetros no Cenário E. . . . .	151

Figura G.15–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E. . . . .	152
Figura G.16–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F. . . . .	152
Figura G.17–Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário F. . . . .	152
Figura G.18–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F. . . . .	153
Figura G.19–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G. . . . .	153
Figura G.20–Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário G. . . . .	153
Figura G.21–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G. . . . .	154
Figura G.22–Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H. . . . .	154
Figura G.23–Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H. . . . .	154
Figura H.1–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A. . . . .	155
Figura H.2–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário A. . . . .	155
Figura H.3–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A. . . . .	156
Figura H.4–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B. . . . .	156
Figura H.5–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário B. . . . .	156
Figura H.6–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B. . . . .	157
Figura H.7–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C. . . . .	157
Figura H.8–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário C. . . . .	157
Figura H.9–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C. . . . .	158

Figura H.10–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D. . . . .	158
Figura H.11–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário D. . . . .	158
Figura H.12–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D.	159
Figura H.13–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E. . . . .	159
Figura H.14–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário E. . . . .	159
Figura H.15–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E.	160
Figura H.16–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F. . . . .	160
Figura H.17–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário F. . . . .	160
Figura H.18–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F.	161
Figura H.19–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G. . . . .	161
Figura H.20–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário G. . . . .	161
Figura H.21–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G.	162
Figura H.22–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H. . . . .	162
Figura H.23–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H.	162
Figura I.1 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A. . . . .	163
Figura I.2 – Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário A. . . . .	163
Figura I.3 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A.	164
Figura I.4 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B. . . . .	164
Figura I.5 – Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário B. . . . .	164
Figura I.6 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B.	165

Figura I.7 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C. . . . .	165
Figura I.8 – Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário C. . . . .	165
Figura I.9 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C.	166
Figura I.10–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D. . . . .	166
Figura I.11–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário D. . . . .	166
Figura I.12–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D.	167
Figura I.13–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E. . . . .	167
Figura I.14–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário E. . . . .	167
Figura I.15–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E.	168
Figura I.16–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F. . . . .	168
Figura I.17–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário F. . . . .	168
Figura I.18–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F.	169
Figura I.19–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G. . . . .	169
Figura I.20–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário G. . . . .	169
Figura I.21–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G.	170
Figura I.22–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H. . . . .	170
Figura I.23–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H.	170
Figura J.1 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A. . . . .	171
Figura J.2 – Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário A. . . . .	171
Figura J.3 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A.	172

Figura J.4 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B. . . . .	172
Figura J.5 – Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário B. . . . .	172
Figura J.6 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B.	173
Figura J.7 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C. . . . .	173
Figura J.8 – Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário C. . . . .	173
Figura J.9 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C.	174
Figura J.10–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D. . . . .	174
Figura J.11–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário D. . . . .	174
Figura J.12–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D.	175
Figura J.13–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E. . . . .	175
Figura J.14–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário E. . . . .	175
Figura J.15–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E.	176
Figura J.16–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F. . . . .	176
Figura J.17–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário F. . . . .	176
Figura J.18–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F.	177
Figura J.19–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G. . . . .	177
Figura J.20–Gráfico da estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros no Cenário G. . . . .	177
Figura J.21–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G.	178
Figura J.22–Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H. . . . .	178
Figura J.23–Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H.	178

## LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Curva de desvio-padrão de Allan . . . . .	133
Algoritmo 2 – Análise da curva de Allan . . . . .	134

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Características da UMI fornecida pelo fabricante . . . . .	75
Tabela 3.2 – Parâmetros de Allan obtidos para os girômetros . . . . .	78
Tabela 3.3 – Parâmetros de Allan obtidos para os acelerômetros . . . . .	79
Tabela 5.1 – Especificações da UMI . . . . .	94
Tabela 5.2 – Especificações do sistema GNSS . . . . .	95
Tabela 5.3 – Especificações do AHRS . . . . .	95
Tabela 5.4 – Especificações do DVL . . . . .	95
Tabela 5.5 – Especificações do Profundímetro . . . . .	95
Tabela 5.6 – Características da manobras executadas nos testes em campo - Fase 1 = Etapa de alinhamento grosseiro, Fase 2 = Etapa de estimativa do desalinhamento UMI/DVL, Fase 3 = Estimativa da trajetória. . . . .	96
Tabela 5.7 – Erro das estimativas de alinhamento para as manobras M1 e M3. . . . .	100
Tabela 5.8 – Erro das estimativas de alinhamento para as manobras M2. . . . .	100
Tabela 5.9 – Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da Distância Percorrida para a manobra M1. . . . .	102
Tabela 5.10–Estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M1. . . . .	104
Tabela 5.11–Manobra M1 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL. . . . .	106
Tabela 5.12–Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da distância percorrida para a manobra M2. . . . .	106
Tabela 5.13–Manobra M2 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL. . . . .	107
Tabela 5.14–Estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M2. . . . .	109
Tabela 5.15–Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da Distância Percorrida para a manobra M3. . . . .	109
Tabela 5.16–Manobra M3 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL. . . . .	110
Tabela 5.17–Estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M3. . . . .	111
Tabela 5.18–Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da distância percorrida para a manobra M4. . . . .	111

Tabela 5.19–Manobra M4 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL. . . . .	111
Tabela 5.20–Estimativa dos <i>bias</i> dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M4. . . . .	112



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UMI	Unidade de Medição Inercial
DVL	<i>Doppler Velocity Log</i>
AUV	<i>Autonomous Underwater Vehicle</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satelites System</i>
LBL	<i>Long Baseline</i>
USBL	<i>Ultra-Short Baseline</i>
LVNT	Laboratório de Veículos Não Tripulados
AHRS	<i>Attitude and Heading Reference System</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
NED	<i>North, East, Down</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
ECI	<i>Earth-Centered Inertial</i>
ECEF	<i>Earth-Centered Earth-Fixed</i>
GPS	<i>Global Positioning Systems</i>
PSD	<i>Power Spectral Desity</i>
AVAR	<i>Allan Variance</i>
COG	<i>Course Over Ground</i>
DKF	<i>Discrete Kalman Filter</i>
TRIAD	<i>Three-axis Attitude Determination</i>
OB-ADIA	<i>Optimization-Based Attitude Matrix Desomposition-Based Alignment Method</i>
SMU	<i>Sequential Measurement Update</i>

ASV *Autonomous Surface Vehicles*

EMDP *Erro Médio em função da Distância Percorrida*

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>23</b>
1.1	Estado da Arte das Técnicas de Navegação de AUVs . . . . .	26
1.2	Objetivos . . . . .	28
1.3	Estrutura da Dissertação . . . . .	29
<b>2</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO DA NAVEGAÇÃO DE UM AUV . . . . .</b>	<b>30</b>
2.1	Sensores . . . . .	30
2.1.1	Sensores Inerciais . . . . .	30
2.1.2	Profundímetro . . . . .	32
2.1.3	<i>Doppler Velocity Log</i> - DVL . . . . .	33
2.1.4	<i>Global Positioning System</i> – GPS . . . . .	34
2.2	Manobras Executadas pelo AUV . . . . .	36
2.3	Equações de Navegação . . . . .	38
2.3.1	Referenciais de Navegação . . . . .	39
2.3.2	Equação de velocidade . . . . .	40
2.3.3	Representação da Atitude . . . . .	44
2.4	Caracterização dos Erros do Sistema de Navegação . . . . .	46
2.4.1	Modelagem da Propagação de Erros nas Estimativas da Navegação . . . . .	47
2.4.1.1	Equações de erro de atitude . . . . .	47
2.4.1.2	Equações de erro de velocidade . . . . .	50
2.4.1.3	Equações de erro de posição . . . . .	52
2.4.2	Modelagem dos Erros dos Sensores . . . . .	53
2.4.2.1	Modelagem dos Erros dos Sensores Inerciais . . . . .	54
2.4.2.2	Modelagem dos Erros dos Sensores Auxiliares . . . . .	60
2.4.2.3	Erros de montagem - Desalinhamento UMI/DVL . . . . .	61
2.5	Papel da Fusão Sensorial . . . . .	63
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DE CRITÉRIOS PARA A SINTONIA DO FILTRO DE KALMAN . . . . .</b>	<b>64</b>
3.1	Formulação do Algoritmo . . . . .	64
3.2	Projeto do Filtro de Kalman . . . . .	66

3.2.1	Significado das matrizes $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ e suas influências no desempenho do Filtro . . . . .	67
3.2.2	Análise dos critérios para a construção e sintonia das Matrizes $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$	69
3.3	Sintonia das Matrizes $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ Baseada na Abordagem de Saha, Goswami e Ghosh . . . . .	71
3.4	Sintonia da matriz $\mathbf{Q}$ baseada no modelo de erros dos sensores . . . .	76
<b>4</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DOS ALGORITMOS DO SISTEMA DE NAVEGAÇÃO . . . . .</b>	<b>82</b>
4.1	Inicialização das Estimativas: Algoritmos de Alinhamento . . . . .	82
4.1.1	TRIAD . . . . .	83
4.1.2	OB-ADIA . . . . .	85
4.2	Estimativa da Trajetória . . . . .	86
4.3	Implementação em tempo-real . . . . .	89
<b>5</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>93</b>
5.1	Plataforma de Testes . . . . .	93
5.2	Testes Experimentais . . . . .	95
5.3	Resultados para o Alinhamento . . . . .	98
5.4	Resultados da Estimativa da Trajetória . . . . .	101
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>114</b>
6.1	Trabalhos Futuros . . . . .	116
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>118</b>
	<b>Apêndice A – Descrição do Experimento de Caracterização de Ruídos da UMI . . . . .</b>	<b>125</b>
	<b>Apêndice B – Caracterização de ruídos da UMI . . . . .</b>	<b>127</b>
	<b>Apêndice C – Algoritmo para caracterização de ruídos a partir da Curva de Allan . . . . .</b>	<b>133</b>
	<b>Apêndice D – Manobras Realizadas nos Testes Experimentais</b>	<b>137</b>

Apêndice E – Sintonias das Matrizes Q e R . . . . .	140
Apêndice F – Gráficos dos Resultados do Alinhamento Grosseiro	142
Apêndice G – Gráficos dos Resultados para a Manobra M1 .	147
Apêndice H – Gráficos dos Resultados para a Manobra M2 .	155
Apêndice I – Gráficos dos Resultados para a Manobra M3 .	163
Apêndice J – Gráficos dos Resultados para a Manobra M4 .	171

## 1 INTRODUÇÃO

Um veículo subaquático autônomo (AUV – *Autonomous Underwater Vehicle*) é um robô móvel não tripulado, utilizado em diversas aplicações oceânicas e águas internas (SAHU; SUBUDHI, 2014). Cerca de dois terços da superfície terrestre é coberta por mares, evidenciando um campo vasto para pesquisa e exploração em que os AUVs podem ser aplicados (OLIVEIRA, 2018). Nos últimos anos, há um notório crescimento em projetos e desenvolvimentos relacionados a essa classe de veículos, com aplicações em áreas militares, científicas e comerciais, como inspeção de infraestruturas submersas de gás e petróleo, recuperação de caixas pretas de aviões, segurança portuária, e exploração e monitoramento de leitos de rios e oceanos (ZANONI, 2012), (OLIVEIRA, 2018), (JALAL; NASIR, 2021).

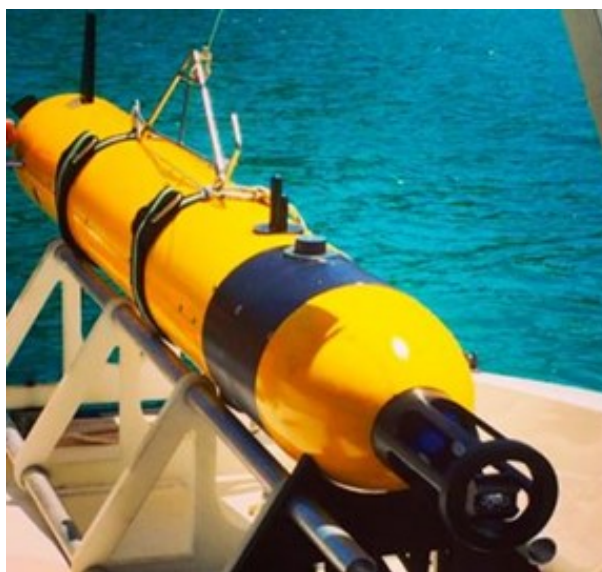
Independentemente da aplicação, o conhecimento da posição e atitude do AUV em relação a uma referência, configura uma etapa crítica por condicionar a definição do rumo e trajetória que serão executados (BRITTING, 1971). Os Sistemas de Navegação são responsáveis por fornecer as estimativas de velocidade, posição e atitude do veículo com precisão e confiabilidade. Tais estimativas afetam diretamente o desempenho de uma missão ou manobra (TITTERTON; WESTON, 2004), (GROVES, 2013), (WANG *et al.*, 2020).

A localização precisa do AUV pode ser obtida a partir de uma rede de transmissores com posições conhecidas, como o GNSS (*Global Navigation Satellites System*) e marcadores acústicos LBL (*Long Baseline*) e/ou USBL (*Ultra-Short Baseline*) (GROVES, 2013), (MONACO; BRENNAN; HACKER, 2018). No entanto, devido ao decaimento da intensidade das ondas eletromagnéticas na água, o uso da navegação por sinais de rádio se limita a manobras na superfície. A navegação baseada em sensores inerciais, como acelerômetros e girômetros, é amplamente utilizada, cuja principal característica é a independência de auxílio externo para gerar estimativas de posição e atitude (TITTERTON; WESTON, 2004), (ZHANG; XU, 2015).

O Pirajuba é um AUV do tipo torpedo (Figura 1.1) desenvolvido no Laboratório de Veículos Não Tripulados (LVNT) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (ZANONI, 2012). Para sua navegação, os seguintes sensores estão embarcados: uma Unidade de Medição Inercial (UMI) composto por uma tríade de acelerômetros e girômetros em montagem *Strapdown*; um sensor de pressão hidrostática (profundímetro); um sensor de

velocidade por efeito Doppler (DVL - *Doppler Velocity Log*); um AHRS (*Attitude and Heading Reference System*); um receptor GNSS; e uma bússola eletrônica (VIVANCO, 2014). Atualmente, o veículo pode ser aplicado em missões para coleta de dados oceanográficos e testes, com manobras pré-programadas no plano horizontal (Corte de Relva) e no plano vertical (Zig-Zag) (DIANA, 2018).

Figura 1.1 – AUV Pirajuba

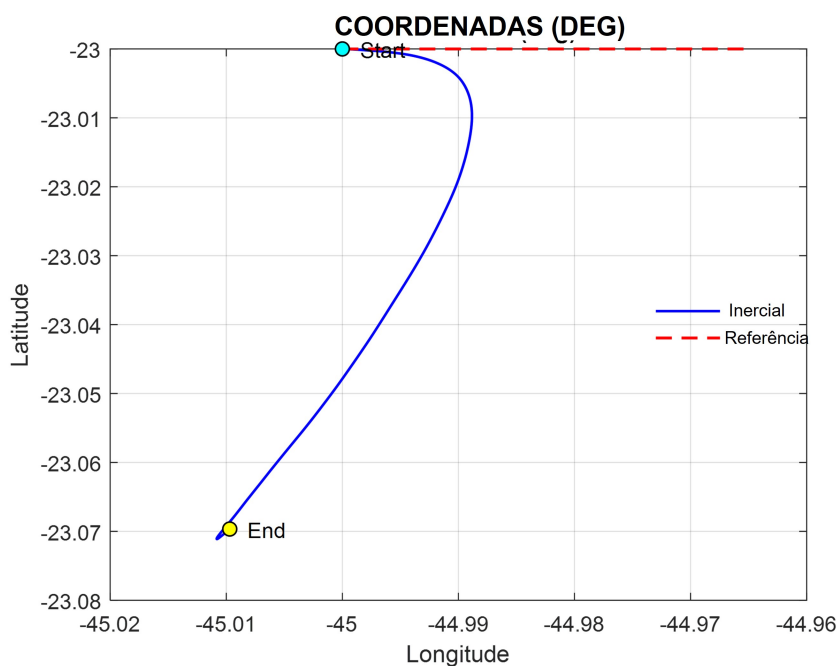


Fonte: USP (2021)

Os Sistemas de Navegação Inerciais (INSS - *Inertial Navigation Systems*), embora comumente adotados em soluções de navegação, tem suas medições corrompidas por diversas fontes de erros, as quais são integradas no tempo à medida em que as estimativas de velocidade, posição e atitude são geradas (GROVES, 2013). Na Figura 1.2 é apresentado um exemplo de manobra utilizando um sistema de navegação puramente inercial, são mostradas duas trajetórias, em vermelho tem-se a referência que indica a trajetória a ser seguida enquanto que a trajetória em azul indica o deslocamento real do veículo usando um sistema puramente inercial. Para atenuar os efeitos dos erros nas estimativas de posição e atitude, a UMI é empregada em conjunto com sensores auxiliares embarcados, a fim de que suas medições e características sejam combinadas para fornecer estimativas com menor incerteza. A integração das informações produzidas por tais sensores é realizada por algoritmos de fusão sensorial. Em particular, a técnica do filtro de Kalman é comumente empregada nesta tarefa (LEE; CHEN; LI, 2011), (DAVARI; AGUIAR; SOUSA, 2018).

A fusão sensorial impõe a necessidade de se lidar com as limitações dos sensores envolvidos. A UMI tem suas medidas corrompidas por erros associados aos sensores

Figura 1.2 – Manobra com sistema de navegação inercial



Fonte: Autor.

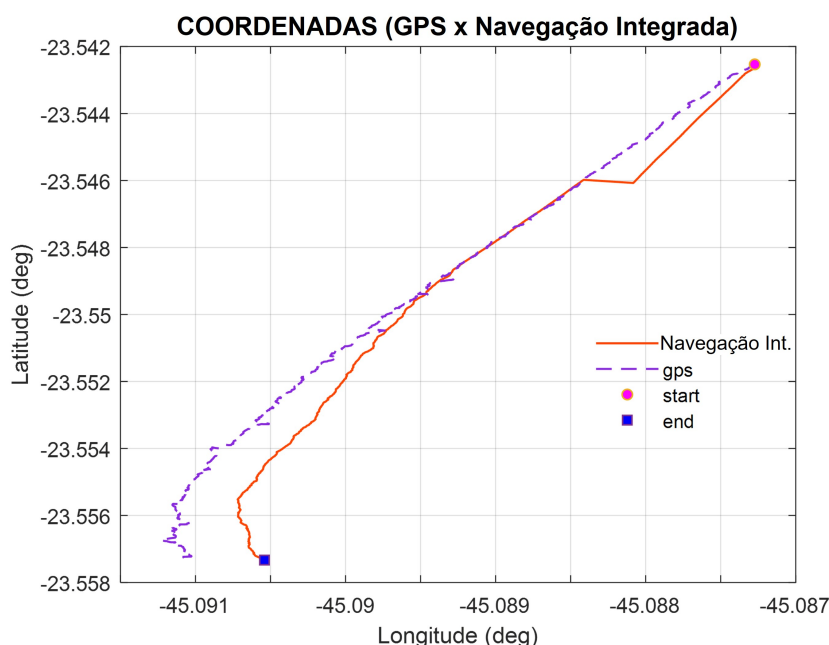
e integração numérica (TITTERTON; WESTON, 2004), o DVL é ruidoso, além de influenciado por condições físico-químicas da água (MONACO; BRENNAN; HACKER, 2018), e o profundímetro tem sua exatidão dada como uma porcentagem da profundidade, desse modo quanto maior a profundidade em que o veículo se encontra em uma manobra, maior a incerteza da posição no canal vertical. O levantamento do modelo de erros destes componentes e a sua utilização durante a navegação do AUV são importantes para a construção de estratégias de fusão sensorial, propiciando uma combinação de informações que reduzem os erros da estimativa de localização do veículo (MU *et al.*, 2021). A estimativa satisfatória de tais erros nem sempre se completa em testes prévios realizados em laboratório, quer pelas limitações de infraestrutura, ou pelas características dos ruídos envolvidos, que são dependentes de condições ambientais e de instalação no AUV.

Uma das dificuldades de se utilizar o filtro de Kalman é a necessidade da sintonia de duas matrizes denominadas Matriz de Covariância do Ruído de Processo ( $\mathbf{Q}$ ) e Matriz de Covariância do Ruído de Medição ( $\mathbf{R}$ ) (GREWAL; ANDREWS, 2001). A sintonia incorreta dessas matrizes pode resultar em redução da precisão, estimativas enviesadas, ou, no pior caso, divergência na estimativa das variáveis de interesse (MAYBECK, 1979), (GROVES, 2013), (SHYAM *et al.*, 2015), (ANANTHASAYANAM, 2018). Conforme exemplificado



na Figura 1.3, a trajetória real do veículo, representada pela linha vermelha, diverge da referência, dada pelo sinal do GPS, ao longo da manobra.

Figura 1.3 – Navegação integrada com sintonia incorreta das matrizes  $Q$  e  $R$



Fonte: Autor.

Uma contribuição importante na sintonia dessas matrizes pode ser oriunda do modelo de erros dos sensores embarcados no AUV. Por outro lado, Bar-Shalom, Li e Kirubakaran (2001) destacam o papel relevante do conhecimento da cinemática implícita às trajetórias previstas para o veículo, de modo a contribuir no ajuste, em particular da matriz  $Q$ .

## 1.1 ESTADO DA ARTE DAS TÉCNICAS DE NAVEGAÇÃO DE AUVS

Diferentes abordagens e técnicas de fusão sensorial têm sido estudadas a fim de se obter estimativas mais confiáveis (GENG; MARTINS; SOUSA, 2010; YUAN *et al.*, 2017; LIU *et al.*, 2018; WANG *et al.*, 2020; MU *et al.*, 2021).

No trabalho de Geng, Martins e Sousa (2010), é realizada uma análise de precisão e desempenho de um sistema de navegação integrando DVL, profundímetro, bússola magnética e UMI. Duas UMIs foram utilizadas: uma de maior precisão, do tipo tático, e outra de baixo custo e precisão comercial do tipo MEMS, com o objetivo de se realizar a análise de desempenho do *bias* dos sensores inerciais e do erro de posição do veículo. A

integração (combinação) dos dados dos sensores foi realizada através do filtro de Kalman Estendido (EKF - *Extended Kalman Filter*) estimando o erro de *bias* dos sensores inerciais e o erro de posição final. Geng, Martins e Sousa (2010) realizaram testes de simulação com manobras de aproximadamente uma hora de duração, resultado em erros de posição de seis metros para o sistema de navegação com a UMI de maior precisão, e erro de oito metros para a UMI do tipo MEMS. Os erros de estimativa da atitude também foram maiores para o segundo caso.

Os sistemas de navegação integrados fazem uso das informações de múltiplos sensores para melhorar a precisão da navegação. Em geral, a fusão sensorial é implementada utilizando uma abordagem centralizada que tem como principal desvantagem a alta carga computacional. Nesse sentido, Yuan *et al.* (2017) propuseram em sua pesquisa um sistema de navegação integrado com UMI, DVL, bússola magnética e um profundímetro, implementando a fusão sensorial pela abordagem descentralizada, diminuindo a carga computacional, obtendo um bom desempenho em tempo real e tolerância a falhas. Devido a dificuldade em se obter a característica real da estatística do ruído dos sensores e do processo, Yuan *et al.* (2017) utilizaram um algoritmo de filtragem adaptativa de Sage-Husa baseado na estimativa máxima *a posteriori*, a fim de estimar a estatística de ruído do sistema *online* e melhorar o desempenho em tempo real da estimativa do filtro. Nos testes de simulação realizados, a abordagem descentralizada com filtragem adaptativa apresentou um melhor desempenho e menor erro de posição em relação a abordagem com filtragem convencional de Kalman.

Em sistemas de navegação integrados em que há o uso do DVL, a abordagem fracamente acoplada é comumente utilizada. Nesta abordagem o DVL transforma as medições de, no mínimo, três de seus feixes para a velocidade tridimensional do AUV. No entanto, em alguns casos há menos de três feixes fornecendo medições e impossibilitando o cálculo da velocidade tridimensional do AUV. O trabalho de Liu *et al.* (2018) explora essa problemática propondo um sistema de navegação integrado fortemente acoplado, de modo que os dados lidos pelos feixes do DVL são incluídos na fusão de dados dos sensores, composto por uma UMI, DVL e um profundímetro. A fusão sensorial foi implementada utilizando o filtro de Kalman pela abordagem de erro dos estados. Os testes foram realizados simulando manobras comumente utilizadas na navegação de AUVs: linha reta, corte de relva e rotação, e os resultados mostraram que a abordagem mantém a precisão e estabilidade das estimativas apesar das medições limitadas dos feixes do DVL.

Wang *et al.* (2020) contribui em sua pesquisa propondo um sistema de navegação fortemente acoplado com a integração da UMI, DVL e profundímetro, e um método de detecção de anomalias nos dados do DVL além de um método de feixe virtual melhorando a tolerância a falhas do sistema INS/DVL em ambientes complexos. Os testes de simulação e experimentais no veículo de testes mostraram que o método proposto superou significativamente o método tradicional fracamente acoplado, fornecendo estimativas com precisão de 32,5% maior que as estimativas da abordagem tradicional.

No trabalho de Mu *et al.* (2021) foi proposto um método robusto e prático para a navegação de um AUV, através da fusão sensorial entre a UMI, DVL, GPS (*Global Positioning System*) e um profundímetro. A integração entre UMI e GPS foi utilizada para manobras realizadas na superfície, empregando um filtro de tolerância a falhas para suavizar a trajetória do GPS. A integração entre UMI, DVL e profundímetro foi utilizada nos casos de manobras debaixo d'água. Os testes de simulação foram realizados a partir do pós-processamento de dados reais obtidos em campo, e os resultados mostraram a eficácia do método em relação a abordagem convencional.

## 1.2 OBJETIVOS

Esta pesquisa tem como objetivo geral investigar os elementos de aperfeiçoamento da navegação de AUVs baseada na fusão sensorial, através do filtro de Kalman, utilizando o estudo da sintonia de suas matrizes de covariância dos ruídos e de suas implementações numéricas. As técnicas estudadas são baseadas na integração dos sensores de movimento tipicamente embarcados no AUV – UMI/DVL/Profundímetro, e que são empregados na condição submersa do veículo.

Para tanto, são definidos como objetivos específicos:

- Estudo dos sensores embarcados no AUV e seus modelos de erros: sensores inerciais, sensor de velocidade por efeito Doppler e profundímetro;
- Investigação de métodos matemáticos e cinemáticos para a sintonia do filtro de Kalman;
- Análise de métodos de implementação dos algoritmos de navegação – equações cinemáticas e fusão sensorial;

- Apresentação de uma plataforma de testes voltada aos estudos de validação dos métodos estudados para a navegação do AUV.

### 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está dividido em seis capítulos, sumariamente descritos a seguir. No Capítulo 2, é realizada a caracterização da navegação de um AUV, levantando as principais características dos sensores embarcados no AUV Pirajuba, a dedução e definição das equações de movimento de um sistema de navegação inercial – velocidade, atitude e posição, e o modelo de propagação de erros para implementação da fusão sensorial. Também são apresentados os principais erros e ruídos presentes nas medições dos sensores inerciais e auxiliares, além do papel da fusão sensorial. O Capítulo 3 se dedica à definição das equações e projeto do filtro de Kalman que será implementado, além de apresentar as abordagens utilizadas neste trabalho para a sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ . No Capítulo 4, é realizada a definição do modelo dinâmico e de observação que serão implementados no filtro de Kalman, os métodos de alinhamento grosseiro e estimativa da trajetória, além de descrever a estrutura do algoritmo desenvolvido para implementação em tempo-real. O Capítulo 5 é dedicado à descrição e análise dos resultados. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais.

## 2 CARACTERIZAÇÃO DA NAVEGAÇÃO DE UM AUV

O sistema de navegação de um AUV baseia-se na fusão de dados de múltiplos sensores com o objetivo de aumentar a exatidão e precisão das estimativas de posição e atitude (*roll* -  $\phi$ , *pitch* -  $\theta$  e *heading* -  $\psi$ ) do veículo. O conhecimento dos equipamentos de navegação e dos sensores embarcados no veículo é importante devido às diferentes características e comportamentos. Além de combinar, simbioticamente, as características dos sensores, o desenvolvimento de um sistema de navegação também envolve entender as equações que descrevem o estado completo do veículo: velocidade, posição e atitude, a fim de se estabelecer um modelo de propagação de erros, o qual irá compor as equações de estado do filtro de Kalman para aplicação da fusão sensorial.

Esta seção apresenta uma visão geral sobre os principais sensores usados na navegação de AUVs, definindo suas características e funcionamento. Na Seção 2.3, são definidas as equações de movimento. Em seguida, é definido o modelo de propagação de erros usado na fusão sensorial. E finalmente, são apresentados os principais erros encontrados nos sensores inerciais e auxiliares, bem como uma explanação sobre o papel da fusão sensorial neste trabalho.

### 2.1 SENSORES

A maioria dos sistemas de navegação modernos processa e filtra os dados de diferentes sensores a fim de se obter uma estimativa coerente e recursiva do posicionamento do AUV (PAULL *et al.*, 2014).

#### 2.1.1 Sensores Inerciais

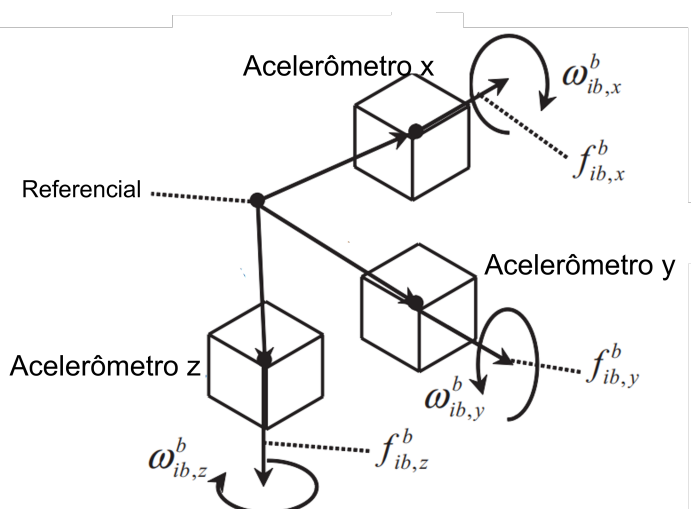
Os sensores inerciais são formados por duas categorias de dispositivos: acelerômetros e girômetros. Os acelerômetros medem a aceleração de força específica, ou seja, quaisquer acelerações causadas por forças não gravitacionais que atuem sobre o corpo, enquanto os girômetros, por sua vez, medem a velocidade angular do corpo, ambos não precisam de referência externa para suas medições (GROVES, 2013).

Independente da tecnologia subjacente, os sensores inerciais são formados por três componentes principais: um mecanismo de transdução de movimento, responsável

por detectar o fenômeno físico sobre o qual o sensor opera e transformá-lo em um sinal quantificável; um mecanismo de condicionamento de sinal, que é o meio pelo qual o sinal detectado é convertido na quantidade mensurável desejada a partir de um sensor inercial; e um componente de leitura do sensor, consistindo na interface pela qual as quantidades medidas são transmitidas ao usuário (EL-SHEIMY; YOUSSEF, 2020).

A combinação entre múltiplos acelerômetros e girômetros constitui uma Unidade de Medição Inercial. Em uma UMI, estes sensores são comumente montados em triedros com os eixos sensíveis ortogonais entre si permitindo a leitura das forças específicas e velocidades angulares no espaço tridimensional, na Figura 2.1 é exemplificada a configuração de uma UMI. Um INS utiliza basicamente a UMI para determinar o estado do veículo: velocidade, posição e atitude, a partir da integração das forças específicas e velocidades angulares medidas. No caso do AUV Pirajuba, os eixos da UMI são solidários aos eixos do veículo, configurando a mecanização do tipo *Strap-Down*.

Figura 2.1 – Exemplo da montagem dos acelerômetros e girômetros em uma UMI.



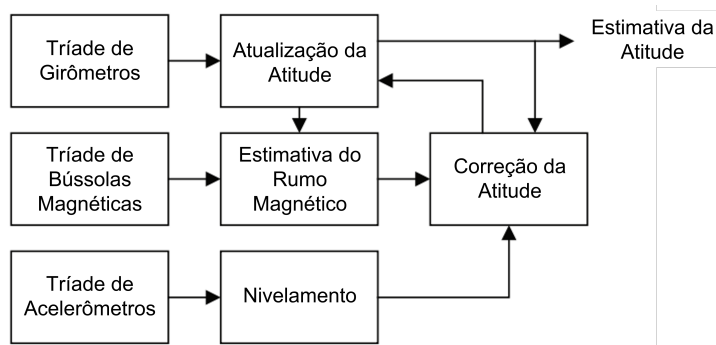
Fonte: Adaptado de (GROVES, 2013).

O AHRS é um dispositivo que fornece estimativas de atitude do veículo, possuindo um conjunto de acelerômetros e girômetros com seus eixos sensíveis ortogonais entre si, além de um conjunto de bússolas magnéticas geralmente triaxiais (GROVES, 2013).

Os girômetros são os principais sensores de um AHRS, as medições são integradas do mesmo modo que um INS e conseqüentemente divergem com o tempo. Os acelerômetros, por sua vez, estimam os ângulos de *roll* e *pitch* através da técnica de nivelamento, um método absoluto sem integração numérica que utiliza apenas as forças específicas (GROVES, 2013). Os ângulos estimados são usados para correção dos ângulos obtidos pela integração

das medições dos girômetros, atenuando o erro de deriva. A bússola magnética é usada para corrigir o ângulo de *heading*,  $\psi$ , estimado pelos girômetros através da integração de suas medidas. A Figura 2.2 apresenta um diagrama com o funcionamento padrão de um AHRS.

Figura 2.2 – Diagrama de funcionamento de um AHRS.



Fonte: Adaptado de (GROVES, 2013).

### 2.1.2 Profundímetro

O sensor de profundidade, ou profundímetro, é um transdutor que converte a variação de pressão em pulsos elétricos, produzindo uma corrente de saída relacionada à variação de profundidade (GROVES, 2013; DIANA, 2018). Há dois tipos de sensores de profundidade, de acordo com sua forma de medição: absoluto e relativo. As equações de medição da profundidade são dadas por:

- Absoluto

$$p_a = p_{atm} + \rho g d, \quad (2.1)$$

- Relativo

$$p_r = \rho g d, \quad (2.2)$$

onde,  $p_{atm}$  é a pressão atmosférica;  $\rho$ ,  $g$  e  $d$  correspondem à pressão da coluna d'água, composta pela densidade do fluido, gravidade local e altura do fluido, respectivamente. Portanto, o sensor absoluto mede a pressão total aplicada no AUV, enquanto o relativo fornece a diferença entre a pressão externa e interna aos vasos de pressão do veículo.

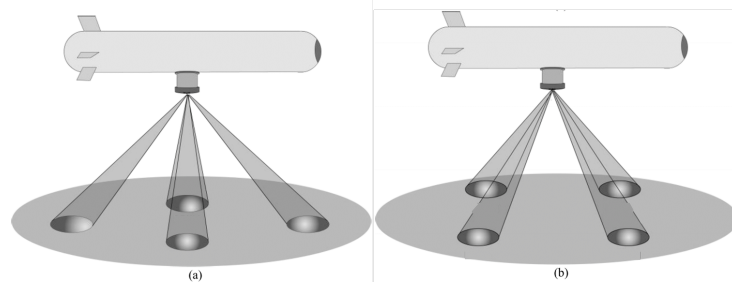
As leituras efetuadas pelo profundímetro podem ser corrompidas por algumas fontes de erros, como aquecimento, problemas de vedação do vaso do AUV etc. Portanto, uma variável aleatória pode ser associada às leituras de modo que a incerteza possa ser prevista

pelo modelo deste sensor. A estimativa de profundidade é dada pelo sensor com precisão determinada pelo fundo de escala e discretização do conversor (DIANA, 2018).

### 2.1.3 Doppler Velocity Log - DVL

O DVL é um sensor que estima a velocidade do veículo por meio efeito Doppler. Seu funcionamento é caracterizado pela análise da diferença de frequência entre as mensagens acústicas emitidas pelos feixes e refletidas pelas partículas em suspensão na água ou pelo leito oceânico (DIANA, 2018; MU *et al.*, 2021). Em geral, o DVL possui quatro feixes, ou raios acústicos, configurados em “x” ou “+”, conforme mostrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Configuração do arranjo dos feixes do DVL – “+” e “x”.



Fonte: Adaptado de (LIU *et al.*, 2018).

Tomando como exemplo o sinal emitido por um feixe, o comprimento de onda do sinal acústico é dado por:

$$\lambda_p = \frac{(C - V_s)}{f_p}, \quad (2.3)$$

onde,  $\lambda_p$  é o período do raio acústico emitido;  $C$  é a velocidade do som na água;  $V_s$  é a velocidade relativa da fonte;  $f_p$  é a frequência da fonte. Considerando o sinal refletido, sua frequência é definida como:

$$f_r = \frac{(C + V_s)}{\lambda_p} = f_p \frac{(C + V_s)}{(C - V_s)}. \quad (2.4)$$

Tomando a diferença entre a frequência do sinal emitido e refletido, é obtida a frequência Doppler:

$$f_D = f_r - f_p = \frac{2f_p V_s}{(C - V_s)}. \quad (2.5)$$

O uso da Eq.(2.5) na fusão sensorial configura uma abordagem fortemente acoplada, onde as frequências dos feixes do DVL são usadas sem convertê-las em velocidade. A vantagem do uso dessa abordagem é a garantia de um sistema robusto independente de falhas nas leituras de um ou mais feixes.



A velocidade relativa de cada transdutor do DVL pode ser assumida como (TAL; KLEIN; KATZ, 2017):

$$V_s = (f_D + b_{FD} + n_{FD}) \frac{C(1 + Sf_c)}{2f_s} 1000, \quad (2.6)$$

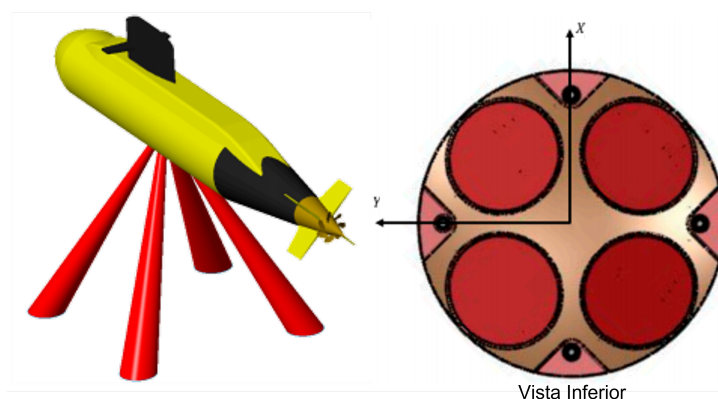
onde,  $f_D$  é a frequência Doppler,  $b_{FD}$  é o *bias* da frequência,  $n_{FD}$  é o ruído branco gaussiano de média zero em  $f_D$ ,  $C$  é a velocidade do som na água,  $f_s$  é a frequência acústica transmitida, e  $Sf_c$  é o erro de fator de escala da velocidade do som na água devido a variação sob diferentes temperaturas e níveis de salinidade da água.

No AUV Pirajuba, o DVL está posicionado em uma configuração "X" em relação à estrutura do veículo, conforme mostrado na Figura 2.4. A direção de cada feixe acústico gerado pelos transdutores é dada por:

$$\eta_p = \begin{bmatrix} \cos \hat{\psi}_p \sin \hat{\theta}_p \\ \sin \hat{\psi}_p \cos \hat{\theta}_p \\ \cos \hat{\theta}_p \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

onde,  $\eta_p$  representa a direção de cada transdutor  $p$ ,  $p = 1, \dots, 4$ , do DVL no referencial do corpo do veículo,  $\hat{\psi}_p$  e  $\hat{\theta}_p$  correspondem aos ângulos de desalinhamento em relação ao referencial solidário ao corpo. O DVL embarcado no Pirajuba atua com frequência máxima de aquisição de 8 Hz e exatidão de  $1\% \pm 0.01$  m/s.

Figura 2.4 – Configuração da orientação do DVL no AUV Pirajuba.



Fonte: Adaptado de (TAL; KLEIN; KATZ, 2017).

#### 2.1.4 Global Positioning System – GPS

O Sistema de Posicionamento Global – GPS, é um sistema de navegação baseado em uma rede global de satélites que transmitem sinais de rádio da órbita terrestre (FAA,

2021), fornecendo dados de posição, na forma de latitude, longitude, altitude e tempo, com grande precisão para um veículo em qualquer lugar na Terra (MU *et al.*, 2021). O sistema GPS é dividido em três segmentos: espacial, controle e usuário.

O segmento espacial é formado por uma rede de no mínimo 24 satélites, distribuídos em seis planos orbitais diferentes. Essa distribuição busca garantir que em qualquer momento e lugar do espaço terrestre, ao menos quatro satélites estejam visíveis acima da linha do Equador para possibilitar a estimativa da posição. O segmento de controle é formado pelos centros de monitoramento distribuídos pela Terra, cuja função é monitorar a órbita e sincronia dos satélites. O segmento de usuário corresponde a antena e receptor que recebe os sinais enviados pelos satélites (TITTERTON; WESTON, 2004).

Uma estimativa de posição pelo GPS é obtida a partir da distância entre a antena do usuário e um conjunto de satélites, sendo necessário conhecer a posição do satélite e o instante em que o sinal parte em direção à Terra. No entanto, os relógios do receptor e do satélite possuem um erro devido a falta de sincronia entre si, portanto, as estimativas geradas são pseudodistâncias, e não distâncias verdadeiras. A pseudodistância entre o satélite e a antena do usuário é dada por (GROVES, 2013):

$$\rho_a^s = r_{as} + (\delta t_c^a - \delta t_c^s) c \quad (2.8)$$

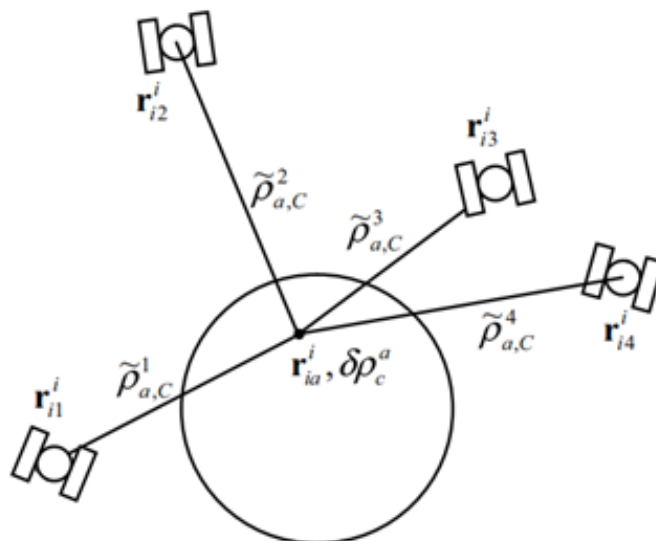
onde:  $r_{as}$  é a distância entre a antena do usuário e o satélite;  $c$  é a velocidade da luz;  $\delta t_c^s$  corresponde ao erro do relógio do satélite medido pelo segmento de controle e transmitido na mensagem de dados de navegação; e  $\delta t_c^a$  corresponde ao erro do relógio do receptor que é desconhecido, no entanto é comum a todas as medições simultâneas de pseudodistâncias feitas pelo receptor sendo determinada como parte da solução de navegação junto com a posição do usuário.

A solução de navegação do GPS requer o uso de ao menos quatro satélites em função das quatro incógnitas necessárias para se estimar a posição: três coordenadas espaciais e o erro de relógio do receptor. Cada pseudodistância, corrigida para o erro do relógio do satélite, pode ser expressa em termos da posição do satélite (GROVES, 2013):

$$\hat{\rho}_{a,C}^s = \sqrt{[r_{is}^i(t_{st,a}^s) - r_{ia}^i(t_{sa,a}^s)]^T [r_{is}^i(t_{st,a}^s) - r_{ia}^i(t_{sa,a}^s)]} + \delta \rho_c^a(t_{sa,a}^s), \quad (2.9)$$

onde  $r_{is}^i(t_{st,a}^s)$  é a posição do satélite no momento de transmissão do sinal,  $r_{ia}^i(t_{sa,a}^s)$  é a posição da antena do usuário no momento de chegada do sinal,  $\delta \rho_c^a(t_{sa,a}^s)$  é o erro do relógio do receptor. A Figura 2.5 ilustra a posição do usuário a partir das pseudodistâncias.

Figura 2.5 – Determinação da posição a partir das pseudodistâncias.



Fonte: Adaptado de (GROVES, 2013).

Algumas fontes de erros podem afetar a solução de navegação pelo GPS (GROVES, 2013): diferenças entre as efemérides verdadeiras e de transmissão, erros de relógio de satélite, atrasos de propagação de sinal através da ionosfera e troposfera, erros de medição do receptor devido a atrasos na resposta à dinâmica, ruído do receptor, interferência de radiofrequência, multicaminho do sinal, recepção fora da linha de visada e bloqueio de sinal.

O uso do GPS na navegação de AUVs se restringe à obtenção de dados para estimativas de posição enquanto o veículo encontra-se na superfície, tendo em vista que a localização é dada recebendo os dados diretamente dos satélites e tais sinais são atenuados debaixo d'água (GROVES, 2013). Atualmente o AUV Pirajuba utiliza um GPS que trabalha com onda portadora L1, cuja antena de captação é marinizada para suportar as pressões de profundidade envolvidas na missão (DIANA, 2018).

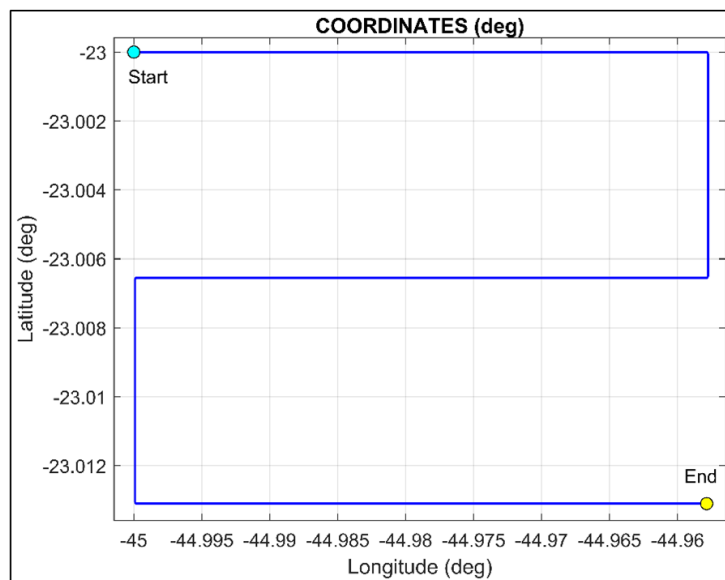
## 2.2 MANOBRAS EXECUTADAS PELO AUV

O planejamento de trajetória para uma manobra constitui uma etapa importante na navegação de um AUV, pois corresponde ao tipo de movimento que será executado pelo veículo durante uma missão. A definição da trajetória permite avaliar o comportamento do veículo e o desempenho do sistema de navegação diante de diferentes cenários, movimentos e instantes de tempo. O AUV Pirajuba dispõe de uma interface com manobras pré-

programadas para suas missões, tanto no plano horizontal quanto no vertical, que são: Corte de Relva, Linha Reta, Zig-Zag e U (DIANA, 2018).

As manobras típicas de um AUV no plano horizontal são em Linha Reta, Giro e "Corte de Relva". A trajetória Corte de Relva, mostrada na Figura 2.6, é usada para varredura de uma área de interesse, e, do ponto de vista da navegação, pode ser usada para avaliar o comportamento do sistema de navegação frente a mudanças bruscas de velocidade. Hu *et al.* (2003) utilizou essa trajetória para validar um filtro de Kalman Adaptativo, contrapondo-o a métodos de filtragem convencional. A manobra no plano vertical Zig-Zag, Figura 2.7, também chamada de Iô-Iô, possibilita avaliar a navegação do veículo enquanto executa o movimento de rotação sobre seu eixo transversal (*pitch*).

Figura 2.6 – Trajetória Corte de Relva.

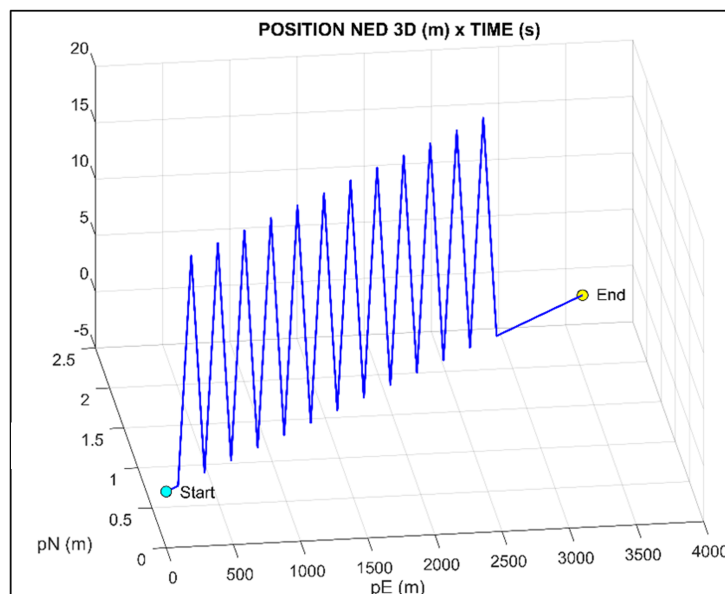


Fonte: Autor.

O AUV Pirajuba segue a seguinte estrutura na execução de uma manobra pré-programada (OLIVEIRA, 2018):

1. Inicia a manobra submergindo até uma pequena profundidade;
2. Em seguida inicia o controle de rumo e profundidade até que se atinjam os valores de referência para a missão;
3. Inicia a manobra com a trajetória escolhida;
4. Ao término da manobra, o veículo começa a emergir fixando os lemes em ângulo de subida até que se atinja a superfície e reduzindo a rotação do propulsor.

Figura 2.7 – Trajetória Zig-Zag (Iô-Iô).



Fonte: Autor.

### 2.3 EQUAÇÕES DE NAVEGAÇÃO

O papel do sistema de navegação é determinar a posição, orientação e movimento do veículo enquanto ele está em deriva ou em manobra, na superfície ou submerso (KLEIN; DIAMANT, 2020). Os principais métodos de navegação incluem o "Dead-Reckoning", baseado nos dados produzidos por sensores inerciais, cujo processo consiste em determinar a localização a partir da integração das velocidades, acelerações e variações angulares do veículo, conhecendo suas condições iniciais: posição e atitude (T.N; NHERAKKOL; NAVELKAR, 2010; GONZALEZ-GARCIA *et al.*, 2020; KLEIN; DIAMANT, 2020).

Apesar de ser possível determinar o estado completo do veículo, a estimativa da posição, apenas com os sensores inerciais, é constantemente degradada, devido à propagação dos erros de tais sensores que são integrados no tempo. Mitigando este problema, a combinação dos sensores inerciais com sensores auxiliares através da fusão sensorial possibilita a melhoria na estimativa do estado do veículo (KLEIN; DIAMANT, 2020).

As leituras dos sensores embarcados são, em geral, facilmente descritas em relação ao referencial solidário do veículo, no entanto esse não é o mesmo referencial em que a posição e a atitude do AUV são representadas. Para o desenvolvimento das equações de navegação deve-se estabelecer os referenciais de navegação que serão adotados (DIANA, 2018).

### 2.3.1 Referenciais de Navegação

Os principais sistemas de coordenadas usados na navegação são: o corpo do veículo, ECI (*Earth-Centered Inertial*), ECEF (*Earth-Centered Earth-Fixed*) e NED (*North, East, Down*) (GROVES, 2013), (TITTERTON; WESTON, 2004).

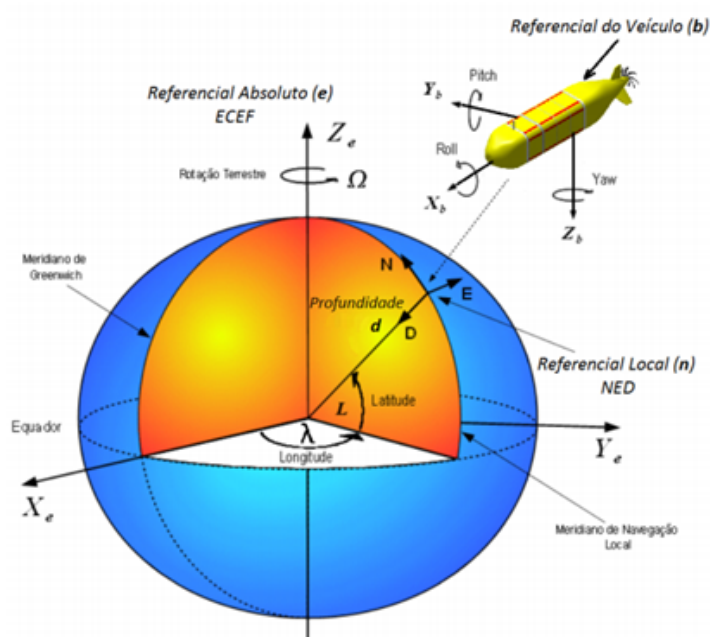
O referencial do corpo do veículo, denotado por  $b$  (*body*), é um sistema de referência móvel cujos eixos são ortogonais e fixos em relação ao corpo (Figura 2.8). Os eixos estão dispostos de modo que  $x_b$  corresponde ao eixo longitudinal,  $y_b$  corresponde ao eixo transversal direito, e  $z_b$  corresponde ao eixo transversal descendente. Os sensores inerciais, profundímetro e DVL medem o movimento da estrutura do veículo possuindo uma orientação fixa em relação à essa estrutura. A origem do sistema de coordenadas é dada no centro de massa do veículo. A distância entre UMI e DVL é, na maioria das vezes, desprezada dada sua pequena dimensão e as pequenas magnitudes das velocidades do veículo.

O sistema de coordenadas ECI é o referencial inercial centrado na Terra e denotado por  $i$  (*Inertial*), a origem é dada no centro de massa da Terra e orientado em relação ao eixo de rotação da Terra e as estrelas. Pela mecânica planetária, sabemos que o eixo de rotação da Terra se move lentamente devido à aceleração experimentada em sua órbita ao redor do Sol, caracterizando um referencial que não é estritamente inercial. No entanto, esse efeito é menor do que os ruídos de medição encontrados nos sensores de navegação (GROVES, 2013), tornando na prática o sistema ECI um referencial inercial. A Figura 2.8 mostra a origem do sistema e a rotação da Terra em relação ao espaço, os eixos  $x_i$  e  $y_i$  ficam no plano equatorial mas não giram com a Terra enquanto o eixo  $z_i$  aponta ao longo do eixo de rotação desde a origem até o polo norte (TITTERTON; WESTON, 2004).

O referencial absoluto ECEF, representado por  $e$  (*Earth*), também é chamado de referencial terrestre, possuindo similaridades com o referencial inercial, exceto pelo fato de que todos os seus eixos permanecem fixos em relação à Terra (GROVES, 2013). A origem se encontra no centro da Terra, seus eixos são mostrados na Figura 2.8 sendo que  $z_e$  estende-se ao longo do eixo polar da Terra, enquanto  $x_e$  se encontra ao longo da intersecção do plano do meridiano de Greenwich com o plano equatorial da Terra (TITTERTON; WESTON, 2004). O referencial ECEF gira em relação ao ECI a uma taxa de  $\Omega$  no eixo  $z_e$ .

O referencial de navegação local, denotado por  $n$  (*Navigation*), tem sua origem no centro de massa do objeto descrito pela solução de navegação, onde  $x_n$  aponta para a direção do norte Geodésico ( $N$ ),  $y_n$  aponta para a direção Leste ( $E$ ) e  $z_n$  para a vertical local ( $D$ ), Figura 2.8. A taxa de rotação medida pelos girômetros em relação ao referencial absoluto, dado por  $\omega_{en}$ , é caracterizado pelo movimento do objeto referenciado no sistema NED em relação à Terra, sendo também conhecida como taxa de transporte (TITTERTON; WESTON, 2004; GROVES, 2013; JWO *et al.*, 2014).

Figura 2.8 – Referenciais de Navegação.



Fonte: Extraído de (DIANA, 2018).

### 2.3.2 Equação de velocidade

As informações de navegação são comumente expressas no referencial de navegação local NED e a posição na Terra em termos de latitude, longitude e altitude (TITTERTON; WESTON, 2004; SANTANA, 2011). O vetor velocidade  $v_{e/b}^n$ , medido no referencial  $b$  em relação ao referencial  $e$  e expresso no referencial de navegação  $n$  é definido como (ROGERS, 2007):

$$\mathbf{v}_{e/b}^n \equiv \mathbf{C}_e^n \dot{\mathbf{r}}_b^e \quad (2.10)$$

Diferenciando a Eq. (2.10) tem-se:

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \mathbf{C}_e^n \ddot{\mathbf{r}}_b^e + \dot{\mathbf{C}}_e^n \dot{\mathbf{r}}_b^e \quad (2.11)$$

O vetor posição  $\mathbf{r}_b^e$  relaciona-se com o referencial inercial  $i$  como:

$$\mathbf{r}_b^e = \mathbf{C}_i^e \mathbf{r}_b^i \quad (2.12)$$

A derivada da Eq. (2.12) no tempo é dada por:

$$\dot{\mathbf{r}}_b^e = \mathbf{C}_i^e \dot{\mathbf{r}}_b^i + \dot{\mathbf{C}}_i^e \mathbf{r}_b^i \quad (2.13)$$

A variação da matriz de transformação  $\mathbf{C}_i^e$  é:

$$\dot{\mathbf{C}}_i^e = -\mathbf{C}_i^e \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \quad (2.14)$$

onde  $\boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i$  é a forma anti-simétrica do vetor rotação da Terra. Substituindo (2.14) em (2.13) tem-se uma nova expressão da variação da posição no tempo.

$$\dot{\mathbf{r}}_b^e = \mathbf{C}_i^e (\dot{\mathbf{r}}_b^i - \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) \quad (2.15)$$

Derivando a Eq. (2.15) resulta em:

$$\ddot{\mathbf{r}}_b^e = \mathbf{C}_i^e (\ddot{\mathbf{r}}_b^i - \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \dot{\mathbf{r}}_b^i - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) + \dot{\mathbf{C}}_i^e (\dot{\mathbf{r}}_b^i - \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) \quad (2.16)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_b^e = \mathbf{C}_i^e (\ddot{\mathbf{r}}_b^i - \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \dot{\mathbf{r}}_b^i) - \mathbf{C}_i^e \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i (\dot{\mathbf{r}}_b^i - \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) \quad (2.17)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_b^e = \mathbf{C}_i^e (\ddot{\mathbf{r}}_b^i - 2\boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \dot{\mathbf{r}}_b^i + \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \boldsymbol{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) \quad (2.18)$$

onde a variação da rotação da Terra é considerada constante:

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{i/e}^i = 0 \quad (2.19)$$

A variação da matriz de transformação  $\mathbf{C}_e^n$  pode ser obtida a partir do seguinte desenvolvimento: seja  $\boldsymbol{\chi}^a$  um vetor arbitrário constante:

$$\boldsymbol{\chi}^a = \mathbf{C}_b^a \boldsymbol{\chi}^b, \quad (2.20)$$

onde,  $\mathbf{C}_b^a$  é uma matriz de transformação genérica do referencial  $b$  para o referencial  $a$ . Diferenciando a Eq.(2.20), tem-se:

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}^a = \mathbf{0} \Rightarrow \dot{\mathbf{C}}_b^a \boldsymbol{\chi}^b + \mathbf{C}_b^a \dot{\boldsymbol{\chi}}^b = 0, \quad (2.21)$$

da cinemática temos que:

$$\frac{d\boldsymbol{\chi}^a}{dt} = \dot{\boldsymbol{\chi}}^b + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\chi}^b \Rightarrow \dot{\boldsymbol{\chi}}^b = -\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\chi}^b \quad (2.22)$$



Aplicando a Eq.(2.22) na Eq.(2.21) tem-se:

$$\dot{C}_b^a \chi^b - C_b^a \Omega \times \chi^b = 0 \Rightarrow \dot{C}_b^a \chi^b = C_b^a \Omega \times \chi^b \quad (2.23)$$

Como  $\chi^b$  é arbitrário, reorganizando a Eq.(2.23) fica:

$$\dot{C}_b^a = C_b^a [\Omega \times], \quad (2.24)$$

sendo  $[\Omega \times]$  a matriz anti-simétrica da variação angular medida entre os referenciais  $a$  e  $b$ .

A Eq.(2.24) relaciona de forma geral a variação de uma matriz de transformação que relaciona dois referenciais ( $\dot{C}_b^a$ ) com o produto entre a própria matriz de transformação ( $C_b^a$ ) e a matriz anti-simétrica do vetor de variação angular entre os dois referenciais (TITTERTON; WESTON, 2004; SILVA, 2016).

Com base na Eq.(2.24), a variação da matriz de transformação  $C_n^e$  é dada por:

$$\dot{C}_n^e = C_n^e \Omega_{e/n}^n \quad (2.25)$$

Tomando a transposta da Eq.(2.25), obtém-se a variação da matriz de transformação  $C_e^n$ :

$$\dot{C}_e^n = -\Omega_{e/n}^n C_e^n \quad (2.26)$$

Substituindo as Eqs. (2.15), (2.18) e (2.26) na Eq. (2.11) tem-se:

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = C_e^n C_i^e (\ddot{\mathbf{r}}_b^i - 2\Omega_{i/e}^i \dot{\mathbf{r}}_b^i + \Omega_{i/e}^i \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) - \Omega_{e/n}^n C_e^n C_i^e (\dot{\mathbf{r}}_b^i - \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) \quad (2.27)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = C_e^n C_i^e (\ddot{\mathbf{r}}_b^i - 2\Omega_{i/e}^i \dot{\mathbf{r}}_b^i + \Omega_{i/e}^i \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) - \Omega_{e/n}^n C_e^n C_n^e \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.28)$$

Usando a relação da Eq.(2.29) na Eq.(2.28) tem-se:

$$\dot{\mathbf{r}}_b^i = \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i + C_n^i \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.29)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = C_i^n (\ddot{\mathbf{r}}_b^i - 2\Omega_{i/e}^i C_n^i \mathbf{v}_{e/b}^n - 2\Omega_{i/e}^i \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i + \Omega_{i/e}^i \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) - \Omega_{e/n}^n \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.30)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = C_i^n (\ddot{\mathbf{r}}_b^i - 2\Omega_{i/e}^i C_n^i \mathbf{v}_{e/b}^n - \Omega_{i/e}^i \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i) - C_i^n \Omega_{e/n}^i C_n^i \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.31)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = C_i^n [\ddot{\mathbf{r}}_b^i - (\Omega_{e/n}^i + 2\Omega_{i/e}^i) C_n^i \mathbf{v}_{e/b}^n - \Omega_{i/e}^i \Omega_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i] \quad (2.32)$$

A força específica obtida pelos acelerômetros no referencial de navegação  $n$  é formado por uma combinação de aceleração inercial e gravitacional (ROGERS, 2007).

$$\mathbf{f}_{i/b}^n = C_i^n \ddot{\mathbf{r}}_b^i - \mathbf{G}^n \quad (2.33)$$

A aceleração gravitacional inclui a gravidade e a aceleração centrípeta induzida pela rotação da Terra (ROGERS, 2007).

$$\mathbf{G}^n = \mathbf{g}^n + \mathbf{\Omega}_{i/e}^n \mathbf{\Omega}_{i/e}^n \mathbf{r}_b^n \quad (2.34)$$

Aplicando a transformação de similaridade:

$$\mathbf{\Omega}_{i/e}^n \mathbf{\Omega}_{i/e}^n = \mathbf{C}_n^i \mathbf{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{C}_n^i \mathbf{C}_n^i \mathbf{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{C}_n^i \quad (2.35)$$

Rearranjando a Eq. (2.33) e aplicando as Eqs.(2.34) e (2.35), tem-se:

$$\ddot{\mathbf{r}}_b^i = \mathbf{C}_n^i (\mathbf{f}_{i/b}^n + \mathbf{G}^n) \quad (2.36)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_b^i = \mathbf{C}_n^i (\mathbf{f}_{i/b}^n + \mathbf{g}^n + \mathbf{C}_n^i \mathbf{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{C}_n^i \mathbf{r}_b^n) \quad (2.37)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_b^i = \mathbf{C}_n^i (\mathbf{f}_{i/b}^n + \mathbf{g}^n) + \mathbf{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{\Omega}_{i/e}^i \mathbf{r}_b^i \quad (2.38)$$

Aplicando a Eq. (2.38) na Eq. (2.32):

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \mathbf{C}_n^i [\mathbf{C}_n^i (\mathbf{f}_{i/b}^n + \mathbf{g}^n) - (\mathbf{\Omega}_{e/n}^i + 2\mathbf{\Omega}_{i/e}^i) \mathbf{C}_n^i \mathbf{v}_{e/b}^n] \quad (2.39)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \mathbf{f}_{i/b}^n + \mathbf{g}^n - \mathbf{C}_n^i (\mathbf{\Omega}_{e/n}^i + 2\mathbf{\Omega}_{i/e}^i) \mathbf{C}_n^i \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.40)$$

Rearranjando os termos, a equação de atualização da velocidade no referencial de navegação é dada por(ROGERS, 2007):

$$\dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \mathbf{f}_{i/b}^n + \mathbf{g}^n - (\mathbf{\Omega}_{e/n}^n + 2\mathbf{\Omega}_{i/e}^n) \times \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.41)$$

Na Eq. (2.41),  $\mathbf{v}_{e/b}^n$  e  $\mathbf{f}_{i/b}^n$  representam a velocidade e vetor de acelerações do veículo expressos no referencial de navegação (NED), com componentes dadas por:

$$\mathbf{v}_{e/b}^n = [v_N \quad v_E \quad v_D]^T \quad \mathbf{f}_{i/b}^n = [f_N \quad f_E \quad f_D]^T \quad (2.42)$$

O termo  $\mathbf{\Omega}_{i/e}^n$  corresponde a matriz anti-simétrica do vetor  $\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n$  que representa a velocidade de rotação da Terra em relação ao referencial inercial expresso no sistema de navegação local.

$$\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n = [\Omega \cos L \quad 0 \quad -\Omega \sin L]^T, \quad (2.43)$$

e  $\mathbf{\Omega}_{e/n}^n$  corresponde a matriz anti-simétrica do vetor  $\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n$  que representa a taxa de transporte do referencial de navegação local em relação ao terrestre.

$$\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n = [\dot{\lambda} \cos L \quad -\dot{L} \quad -\dot{\lambda} \sin L]^T, \quad (2.44)$$

onde  $\dot{\lambda}$  e  $\dot{L}$  correspondem as derivadas da latitude e longitude, dadas por:

$$\dot{L} = \frac{v_N}{(R_N + h)} ; \dot{\lambda} = \frac{v_E}{(R_E + h) \cos L} \quad (2.45)$$

Com a Eq. (2.45) pode-se reescrever a Eq. (2.44).

$$\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n = \left[ \frac{v_E}{(R_E + h)} \quad - \frac{v_N}{(R_N + h)} \quad - \frac{v_E}{(R_N + h)} \tan L \right]^T \quad (2.46)$$

O modelo de gravidade local  $\mathbf{g}^n$ , é dado por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{g}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.7803 \left( \frac{1 + (5.3024e^{-3} \sin^2 L) - (5.9e^{-6} \sin^2(2L))}{1 + \left( \frac{h}{\sqrt{R_E R_N}} \right)^2} \right) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Nas equações acima, tem-se os raios de curvatura da Terra devido ao modelo adotado, onde a Terra possui um ligeiro achatamento nos polos e é modelada como um elipsoide (TITTERTON; WESTON, 2004). O raio de curvatura do meridiano  $R_N$  é igual ao raio do círculo que melhor se ajusta à elipse do meridiano no ponto de interesse, varia com a latitude e é menor no equador.

$$R_N = \frac{R_0 (1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 L)^{3/2}} \quad (2.48)$$

O raio de curvatura transversal  $R_E$  é dado por:

$$R_E = \frac{R_0}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 L}} \quad (2.49)$$

A propagação da altitude no referencial de navegação é dada por:

$$\dot{h} = -v_D \quad (2.50)$$

### 2.3.3 Representação da Atitude

A atitude descreve a orientação do veículo e possibilita a construção da matriz de transformação de coordenadas, esta matriz é usada para a converter um vetor em um determinado sistema de coordenadas para outro referencial conveniente. A mudança do sistema de coordenadas de um conjunto de dados obtidos no referencial do corpo  $b$  para o sistema de coordenadas de navegação local  $n$  é dado pela matriz de transformação  $\mathbf{C}_b^n$ ,

podendo ser obtida a partir dos Ângulos de Euler ou Quatérnions de Orientação (ROGERS, 2007; TITTERTON; WESTON, 2004; SANTANA, 2011; GROVES, 2013). Neste trabalho a matriz de transformação  $\mathbf{C}_b^n$  é obtida a partir dos quatérnions de orientação.

Quatérnions são uma representação de quatro parâmetros de uma matriz de transformação (ROGERS, 2007), cuja ideia consiste em transformar um sistema de coordenadas em outro a partir de uma simples rotação em torno de um vetor definido em relação ao sistema de coordenada de referência. O quatérnion é definido como:

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\delta}{2} \\ \cos \alpha \sin \frac{\delta}{2} \\ \cos \beta \sin \frac{\delta}{2} \\ \cos \gamma \sin \frac{\delta}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

onde os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  correspondem à orientação de um vetor unitário definido em relação aos eixos coordenados, e  $\delta$  corresponde à magnitude desse vetor.

A matriz de transformação  $\mathbf{C}_b^n$  pode ser expressa usando os quatérnions como (ROGERS, 2007; TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{pmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

Onde  $\mathbf{q}_i$  satisfaz a seguinte condição de ortogonalidade:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (2.53)$$

A dinâmica de  $\mathbf{q}_i$  é descrita pela seguinte equação diferencial vetorial:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \frac{1}{2} [(\boldsymbol{\omega}_{n/b}^b \times) \mathbf{q}_i], \quad (2.54)$$

onde  $(\boldsymbol{\omega}_{n/b}^b \times)$  corresponde à matriz anti-simétrica da variação angular medida no referencial do corpo em relação ao referencial de navegação expressa no referencial do corpo, dada pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{\omega}_{n/b}^b = \boldsymbol{\omega}_{i/b}^b - \mathbf{C}_n^b [\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n + \boldsymbol{\omega}_{e/n}^n], \quad (2.55)$$

sendo  $\omega_{i/b}^b$  a variação angular medida pelos girômetros nos eixos solidários do veículo. A Eq.(2.54) pode ser expressa na forma matricial como:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{n/bx}^b & -\omega_{n/by}^b & -\omega_{n/bz}^b \\ \omega_{n/bx}^b & 0 & -\omega_{n/bz}^b & \omega_{n/by}^b \\ \omega_{n/by}^b & \omega_{n/bz}^b & 0 & -\omega_{n/bx}^b \\ \omega_{n/bz}^b & -\omega_{n/by}^b & \omega_{n/bx}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

A solução para a Eq.(2.56) é obtida através do método de *Runge Kutta* de 4<sup>a</sup> Ordem. A matriz de transformação  $\mathbf{C}_b^m$  pode ser utilizada para a determinação dos valores iniciais de cada componente do quatérnion  $\mathbf{q}_i$ , conforme as equações (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$q_0 = \frac{1}{2} (1 + C_{b_{11}}^m + C_{b_{22}}^m + C_{b_{33}}^m)^{1/2} \quad (2.57)$$

$$q_1 = \frac{1}{4q_0} (C_{b_{32}}^m - C_{b_{23}}^m) \quad (2.58)$$

$$q_2 = \frac{1}{4q_0} (C_{b_{13}}^m - C_{b_{31}}^m) \quad (2.59)$$

$$q_3 = \frac{1}{4q_0} (C_{b_{21}}^m - C_{b_{12}}^m) \quad (2.60)$$

O uso de quatérnions, considerando a implementação em tempo real, reduz a carga computacional nas operações em relação ao uso dos ângulos de Euler, uma vez que não há a necessidade de efetuar operações trigonométricas além de eliminar possíveis singularidades (ROGERS, 2007).

## 2.4 CARACTERIZAÇÃO DOS ERROS DO SISTEMA DE NAVEGAÇÃO

Um sistema de navegação inercial integrado combina dados de estados de navegação gerados pelas equações da seção anterior, com dados obtidos pelos sensores auxiliares embarcados no veículo através de um algoritmo de filtro de Kalman. Portanto, conhecer as equações que descrevem os erros do estado do veículo, bem como os erros associados aos sensores auxiliares usados na fusão sensorial, possibilitam a definição de uma estratégia adequada para desenvolvimento e implementação do filtro de Kalman, além de mitigar inconsistências no sistema de navegação.

### 2.4.1 Modelagem da Propagação de Erros nas Estimativas da Navegação

A metodologia escolhida para implementação da fusão sensorial, *Error-State*, requer um modelo de erros linearizado das equações de estado de navegação (ROGERS, 2007). A abordagem de linearização utilizada é a representação de perturbação para erros de posição, velocidade e atitude, a fim de se obter uma equação de erro dinâmica para erros do sistema de navegação (ROGERS, 2007; TITTERTON; WESTON, 2004; SANTANA, 2011).

#### 2.4.1.1 Equações de erro de atitude

A orientação na navegação inercial, cujo sensores possuem seus eixos solidários aos eixos do veículo, pode ser expressa no referencial de navegação local  $n$  por meio da matriz de transformação  $\mathbf{C}_b^n$  (TITTERTON; WESTON, 2004). A atitude estimada,  $\hat{\mathbf{C}}_b^n$ , pode ser escrita em termos da matriz de transformação verdadeira  $\mathbf{C}_b^n$  como:

$$\hat{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{B}\mathbf{C}_b^n, \quad (2.61)$$

onde  $\mathbf{B}$  corresponde a transformação dos eixos de referência considerando erros de desalinhamento. Para pequenos ângulos de desalinhamento a matriz  $\mathbf{B}$  pode ser aproximada por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{B} = [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\psi} \times)] \quad (2.62)$$

Na Eq. (2.61)  $\mathbf{I}$  representa uma matriz identidade e  $(\boldsymbol{\psi} \times)$  a forma antissimétrica do vetor com os erros de atitude  $\boldsymbol{\psi} = [\delta\alpha \quad \delta\beta \quad \delta\gamma]^T$ . Portanto, a Eq. (2.61) pode ser reescrita como:

$$\hat{\mathbf{C}}_b^n = [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\psi} \times)] \mathbf{C}_b^n \quad (2.63)$$

$$(\boldsymbol{\psi} \times) = \mathbf{I} - \hat{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{C}_b^{nT} \quad (2.64)$$

$$(\dot{\boldsymbol{\psi}} \times) = -\dot{\hat{\mathbf{C}}}_b^n \mathbf{C}_b^{nT} - \hat{\mathbf{C}}_b^n \dot{\mathbf{C}}_b^{nT} \quad (2.65)$$

As derivadas de  $\dot{\hat{\mathbf{C}}}_b^n$  e  $\dot{\mathbf{C}}_b^n$  são obtidas a partir do desenvolvimento da Eq. (2.24), onde para  $\dot{\hat{\mathbf{C}}}_b^n$  fica:

$$\dot{\hat{\mathbf{C}}}_b^n = \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{n/b}^b, \quad (2.66)$$

sendo  $\Omega_{n/b}^b$  a matriz anti-simétrica da variação angular medida no referencial do corpo em relação ao referencial de navegação expressa no referencial do corpo, dada pela seguinte equação:

$$\Omega_{n/b}^b = \Omega_{i/b}^b - \Omega_{i/n}^b \quad (2.67)$$

Substituindo a Eq. (2.67) em (2.66) e plicando a transformação de similaridade:

$$\Omega_{i/n}^n = \dot{C}_b^n \Omega_{i/n}^b \dot{C}_n^b, \quad (2.68)$$

tem-se a equação para  $\dot{C}_b^n$  e  $\dot{C}_b^n$  (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{i/b}^b - \Omega_{i/n}^n C_b^n \quad (2.69)$$

$$\dot{C}_b^n = \hat{C}_b^n \hat{\Omega}_{i/b}^b - \hat{\Omega}_{i/n}^n \hat{C}_b^n \quad (2.70)$$

onde  $\Omega_{i/b}^b$  e  $\Omega_{i/n}^n$  correspondem às matrizes antissimétricas da variação angular medida pelos girômetros no referencial do corpo em relação ao inercial expresso no referencial do corpo e a variação angular medida no referencial de navegação em relação ao referencial inercial expresso no referencial de navegação, respectivamente. Substituindo as Eqs. (2.69) e (2.70) na Eq. (2.65) tem-se:

$$\left(\dot{\psi} \times\right) = - \left[ \hat{C}_b^n \hat{\Omega}_{i/b}^b - \hat{\Omega}_{i/n}^n \hat{C}_b^n \right] C_b^{nT} - \hat{C}_b^n \left[ C_b^n \Omega_{i/b}^b - \Omega_{i/n}^n C_b^n \right]^T \quad (2.71)$$

$$\left(\dot{\psi} \times\right) = -\hat{C}_b^n \left[ \hat{\Omega}_{i/b}^b - \Omega_{i/b}^b \right] C_b^{nT} + \hat{\Omega}_{i/n}^n \hat{C}_b^n C_b^{nT} - \hat{C}_b^n C_b^{nT} \Omega_{i/n}^n \quad (2.72)$$

$$\left(\dot{\psi} \times\right) = - \left[ \mathbf{I} - (\psi \times) \right] C_b^n \left[ \hat{\Omega}_{i/b}^b - \Omega_{i/b}^b \right] C_b^{nT} + \hat{\Omega}_{i/n}^n \left[ \mathbf{I} - (\psi \times) \right] - \left[ \mathbf{I} - (\psi \times) \right] \Omega_{i/n}^n \quad (2.73)$$

Rearranjando a equação e ignorando as parcelas com produto entre erros resulta em:

$$\left(\dot{\psi} \times\right) = -C_b^n \delta \Omega_{i/b}^b C_b^{nT} + (\psi \times) \Omega_{i/n}^n - \Omega_{i/n}^n (\psi \times) + \delta \Omega_{i/n}^n \quad (2.74)$$

Com:

$$\delta \Omega_{i/n}^n = \hat{\Omega}_{i/n}^n - \Omega_{i/n}^n \quad (2.75)$$

$$\delta \Omega_{i/b}^b = \hat{\Omega}_{i/b}^b - \Omega_{i/b}^b \quad (2.76)$$

Aplicando a propriedade do produto vetorial  $[a \times b = (a \times) b]$  e  $[a \times b = -b \times a]$ , obtêm-se a equação de propagação de erros de atitude (ROGERS, 2007; TITTERTON; WESTON, 2004).

$$\dot{\psi} = -\omega_{i/n}^n \times \psi + \delta \omega_{i/n}^n - C_b^n \delta \omega_{i/b}^b \quad (2.77)$$

$$(\dot{\boldsymbol{\psi}} \times) = \dot{\boldsymbol{\psi}}; \quad \boldsymbol{\omega}_{i/n}^n = \boldsymbol{\Omega}_{i/n}^n; \quad \delta\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n = \delta\boldsymbol{\Omega}_{i/n}^n; \quad \delta\boldsymbol{\omega}_{i/b}^b = \delta\boldsymbol{\Omega}_{i/b}^b \quad (2.78)$$

onde  $\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n$  e  $\delta\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n$  correspondem à velocidade angular e seu erro no referencial de navegação em relação ao referencial inercial descrito no referencial de navegação; e  $\delta\boldsymbol{\omega}_{i/b}^b$  insere os erros das medições realizadas pelos girômetros no referencial do corpo.

A velocidade angular  $\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n$  pode ser expandida e definida como:

$$\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n = \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n + \boldsymbol{\omega}_{e/n}^n \quad (2.79)$$

A velocidade de rotação da Terra e a taxa de transporte,  $\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n$  e  $\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n$ , foram definidas em (2.43) e (2.46) e podem ser reescritas na forma antissimétrica.

$$(\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n \times) = (\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n \times) \quad (2.80)$$

$$(\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n \times) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \Omega \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_{E+h}} & -\frac{v_E}{R_{N+h}} \\ -\Omega \sin L - \frac{v_E \tan L}{R_{E+h}} & 0 & -\Omega \cos L - \frac{v_E}{R_{E+h}} \\ \frac{v_E}{R_{N+h}} & \Omega \cos L + \frac{v_E}{R_{E+h}} & 0 \end{bmatrix}}_{K_1} \quad (2.81)$$

O erro de velocidade angular  $\delta\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n$  pode ser obtido a partir do método de perturbação linear, dado por:

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n = \delta\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n \quad (2.82)$$

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n = \mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n}(L, \lambda, h) \delta\mathbf{r}_{e/b}^n = [-\Omega \sin L \quad 0 \quad -\Omega \cos L]^T \delta L \quad (2.83)$$

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n = \mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n}(L, \lambda, h) \delta\mathbf{r}_{e/b}^n + \mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n}(v_N, v_E, v_D) \delta\mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.84)$$

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_{E+h}} & 0 \\ -\frac{1}{R_{N+h}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan L}{R_{E+h}} & 0 \end{bmatrix} \delta\mathbf{v}_{e/b}^n + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{v_E \sec^2 L}{R_{E+h}} \end{bmatrix} \delta L + \begin{bmatrix} -\frac{v_E}{(R_{E+h})^2} \\ \frac{v_N}{(R_{N+h})^2} \\ \frac{v_E \tan L}{(R_{E+h})^2} \end{bmatrix} \delta h \quad (2.85)$$

Com base nas Eqs. (2.83) e (2.85) a Eq. (2.82) pode ser calculada como:

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_{E+h}} & 0 \\ -\frac{1}{R_{N+h}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan L}{R_{E+h}} & 0 \end{bmatrix}}_{K_2} \delta\mathbf{v}_{e/b}^n + \underbrace{\begin{bmatrix} -\Omega \sin L \\ 0 \\ -\Omega \cos L - \frac{v_E \sec^2 L}{R_{E+h}} \end{bmatrix}}_{K_3} \delta L + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{v_E}{(R_{E+h})^2} \\ \frac{v_N}{(R_{N+h})^2} \\ \frac{v_E \tan L}{(R_{E+h})^2} \end{bmatrix}}_{K_4} \delta h \quad (2.86)$$

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{i/n}^n = K_2 \delta\mathbf{v}_{e/b}^n + K_3 \delta L + K_4 \delta h \quad (2.87)$$

Reescrevendo a Eq. (2.77) o modelo de erros de atitude adotado para implementação do filtro de Kalman na abordagem *Error-State* é dado por:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = -K_1 \boldsymbol{\psi} + K_2 \delta\mathbf{v}_{e/b}^n + K_3 \delta L + K_4 \delta h - \mathbf{C}_b^n \delta\boldsymbol{\omega}_{i/b}^b \quad (2.88)$$



## 2.4.1.2 Equações de erro de velocidade

A equação de atualização da velocidade Eq. (2.41) pode ser reescrita considerando que a velocidade calculada possui imperfeições devido a erros inerentes aos sensores inerciais, erros na inicialização e outras fontes. Portanto, devido à degradação a velocidade é dada por:

$$\hat{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \hat{\mathbf{C}}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{e/n}^n + 2\hat{\boldsymbol{\omega}}_{i/e}^n) \times \hat{\mathbf{v}}_{e/b}^n + \hat{\mathbf{g}}^n, \quad (2.89)$$

onde a velocidade calculada pode ser representada como o valor verdadeiro mais um erro de velocidade de perturbação linear  $\delta \mathbf{v}_{e/b}^n$ .

$$\hat{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \mathbf{v}_{e/b}^n + \delta \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.90)$$

Podemos reescrever a Eq. (2.89) considerando a perturbação linear, a fim de obter a equação de erro de velocidade. Por conveniência a equação de erro foi dividida em três partes para melhor entendimento do desenvolvimento.

$$\delta \mathbf{v}_{e/b}^n = \underbrace{\hat{\mathbf{C}}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b}_A - \underbrace{[(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{e/n}^n + 2\hat{\boldsymbol{\omega}}_{i/e}^n) \times \hat{\mathbf{v}}_{e/b}^n - (\boldsymbol{\omega}_{e/n}^n + 2\boldsymbol{\omega}_{i/e}^n) \times \mathbf{v}_{e/b}^n]}_B + \underbrace{\hat{\mathbf{g}}^n - \mathbf{g}^n}_C \quad (2.91)$$

Analisando primeiramente a parte  $A$  da Eq. (2.91) que corresponde às componentes de força específica, tem-se:

$$\underbrace{\hat{\mathbf{C}}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b}_A = [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\psi} \times)] \mathbf{C}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b \quad (2.92)$$

$$\underbrace{\hat{\mathbf{C}}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b}_A = \mathbf{C}_b^n (\hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{f}_{i/b}^b) - (\boldsymbol{\psi} \times) \mathbf{C}_b^n (\mathbf{f}_{i/b}^b + \delta \mathbf{f}_{i/b}^b) \quad (2.93)$$

$$\underbrace{\hat{\mathbf{C}}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b}_A = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{i/b}^b - (\boldsymbol{\psi} \times) \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b - (\boldsymbol{\psi} \times) \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{i/b}^b \quad (2.94)$$

Os termos de produto de erro podem ser ignorados obtendo assim a Eq. (2.95):

$$\underbrace{\hat{\mathbf{C}}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b}_A = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{i/b}^b - (\boldsymbol{\psi} \times) \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b \quad (2.95)$$

Aplicando a propriedade do produto vetorial  $[a \times b = (a \times) b]$  e  $[a \times b = -b \times a]$ , e rearranjando a Eq. (2.95) obtém-se:

$$\underbrace{\hat{\mathbf{C}}_b^n \hat{\mathbf{f}}_{i/b}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{i/b}^b}_A = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{i/b}^b + \mathbf{f}_{i/b}^n \times \boldsymbol{\psi} \quad (2.96)$$

Analisando agora a parte  $B$  da Eq. (2.91) correspondendo às componentes de rotação da Terra e taxa de transporte, o termo pode ser expandido usando o método da perturbação linear.

$$\underbrace{[(\hat{\omega}_{e/n}^n + 2\hat{\omega}_{i/e}^n) \times \hat{\mathbf{v}}_{e/b}^n - (\omega_{e/n}^n + 2\omega_{i/e}^n) \times \mathbf{v}_{e/b}^n]}_B = \alpha_1 \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \alpha_2 \delta \omega_{e/n}^n + \alpha_3 \delta \omega_{i/e}^n \quad (2.97)$$

Os coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  são obtidos diferenciando a Eq. (2.98).

$$\alpha = (\omega_{e/n}^n + 2\omega_{i/e}^n) \times \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.98)$$

$$\alpha_1 = \frac{\partial \alpha}{\partial \mathbf{v}_{e/b}^n} = (\omega_{e/n}^n \times) + 2(\omega_{i/e}^n \times) \quad (2.99)$$

$$\alpha_2 = \frac{\partial \alpha}{\partial \omega_{e/n}^n} = -(\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \quad (2.100)$$

$$\alpha_3 = \frac{\partial \alpha}{\partial \omega_{i/e}^n} = -2(\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \quad (2.101)$$

Substituindo os coeficientes calculados na Eq. (2.97) e aplicando a propriedade do produto vetorial, tem-se:

$$\mathbf{B} = (\omega_{e/n}^n + 2\omega_{i/e}^n) \times \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + (\delta \omega_{e/n}^n + 2\delta \omega_{i/e}^n) \times \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.102)$$

A parte  $C$  da Eq. (2.91) corresponde ao erro do modelo da gravidade local, dado por:

$$\underbrace{\hat{\mathbf{g}}^n - \mathbf{g}^n}_C = \delta \mathbf{g}^n \quad (2.103)$$

Substituindo as Eqs. (2.96), (2.102) e (2.103) na Eq. (2.91) tem-se o modelo de propagação de erros de velocidade (ROGERS, 2007).

$$\delta \dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{i/b}^b + \mathbf{f}_{i/b}^n \times \boldsymbol{\psi} - (\omega_{e/n}^n + 2\omega_{i/e}^n) \times \delta \mathbf{v}_{e/b}^n - (\delta \omega_{e/n}^n + 2\delta \omega_{i/e}^n) \times \mathbf{v}_{e/b}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (2.104)$$

Por conveniência pode-se rearranjar a Eq. (2.104) para definir as componentes da equação:

$$\delta \dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \delta \mathbf{f}_{i/b}^n + (\mathbf{f}_{i/b}^n \times) \boldsymbol{\psi} - [(\omega_{e/n}^n \times) + 2(\omega_{i/e}^n \times)] \delta \mathbf{v}_{e/b}^n - [(\delta \omega_{e/n}^n \times) + 2(\delta \omega_{i/e}^n \times)] \mathbf{v}_{e/b}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (2.105)$$

$$\delta \dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \delta \mathbf{f}_{i/b}^n + (\mathbf{f}_{i/b}^n \times) \boldsymbol{\psi} - \underbrace{[(\omega_{e/n}^n \times) + 2(\omega_{i/e}^n \times)]}_{\mathbf{K}_5} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n - \underbrace{[(\delta \omega_{e/n}^n \times) + (\delta \omega_{i/e}^n \times)]}_{\mathbf{K}_6} \mathbf{v}_{e/b}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (2.106)$$

onde  $(\mathbf{f}_{i/b}^n \times)$  corresponde à matriz antissimétrica das forças específicas no referencial de navegação. Os blocos  $\mathbf{K}_5$  e  $\mathbf{K}_6$  foram definidos em (2.43), (2.46), (2.83) e (2.85), e são dados por:

$$\mathbf{K}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_{E+h}} & -\frac{v_E}{R_{N+h}} \\ -2\Omega \sin L - \frac{v_E \tan L}{R_{E+h}} & 0 & -2\Omega \cos L - \frac{v_E}{R_{E+h}} \\ \frac{v_E}{R_{N+h}} & 2\Omega \cos L + \frac{v_E}{R_{E+h}} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

$$\mathbf{K}_6 = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_{E+h}} & 0 \\ -\frac{1}{R_{N+h}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan L}{R_{E+h}} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_2} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \underbrace{\begin{bmatrix} -2\Omega \sin L \\ 0 \\ -2\Omega \cos L - \frac{v_E \sec^2 L}{R_{E+h}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_7} \delta L + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{v_E}{(R_{E+h})^2} \\ \frac{v_N}{(R_{N+h})^2} \\ \frac{v_E \tan L}{(R_{E+h})^2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_4} \delta h \quad (2.108)$$

$$\mathbf{K}_6 = \mathbf{K}_2 \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \mathbf{K}_7 \delta L + \mathbf{K}_4 \delta h \quad (2.109)$$

Substituindo as Eqs. (2.107) e (2.109) e aplicando as propriedades do produto vetorial  $[a \times b = (a \times) b]$  e  $[a \times b = -b \times a]$  o modelo de propagação de erros de velocidade é reescrito como:

$$\delta \dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{i/b}^b + (\mathbf{f}_{i/b}^n \times) \boldsymbol{\psi} - \mathbf{K}_5 \delta \mathbf{v}_{e/b}^n - (\mathbf{K}_2 \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \mathbf{K}_7 \delta L + \mathbf{K}_4 \delta h) \times \mathbf{v}_{e/b}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (2.110)$$

$$\delta \dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \delta \mathbf{f}_{i/b}^n + (\mathbf{f}_{i/b}^n \times) \boldsymbol{\psi} - \mathbf{K}_5 \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + (\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \mathbf{K}_2 \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + (\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \mathbf{K}_7 \delta L + (\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \mathbf{K}_4 \delta h + \delta \mathbf{g}^n \quad (2.111)$$

$$\delta \dot{\mathbf{v}}_{e/b}^n = \delta \mathbf{f}_{i/b}^n + (\mathbf{f}_{i/b}^n \times) \boldsymbol{\psi} + [(\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_5] \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + (\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \mathbf{K}_7 \delta L + (\mathbf{v}_{e/b}^n \times) \mathbf{K}_4 \delta h + \delta \mathbf{g}^n \quad (2.112)$$

onde  $(\mathbf{v}_{e/b}^n \times)$  é a matriz antissimétrica de  $\mathbf{v}_{e/b}^n$ . O erro da gravidade local pode ser expresso em função de  $\delta h$  (GROVES, 2013):

$$\delta \mathbf{g}_l^n = -\frac{2g}{(R_0 + h)} \delta h \quad (2.113)$$

#### 2.4.1.3 Equações de erro de posição

A posição do veículo na Terra é descrita em termos de latitude, longitude e altitude, suas equações de propagação no tempo estão definidas em (2.45) e (2.50).

$$\dot{L} = \frac{v_N}{R_N + h} \quad (2.114)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v_E \sec L}{R_E + h} \quad (2.115)$$

$$\dot{h} = -v_D \quad (2.116)$$

O modelo de erros de posição pode ser calculado como:

$$\delta \dot{L} = \frac{\partial \dot{L}}{\partial \mathbf{v}_{e/b}^n} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \frac{\partial \dot{L}}{\partial \mathbf{r}_{e/b}^n} \delta \mathbf{r}_{e/b}^n \quad (2.117)$$

$$\delta \dot{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_N+h} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_8} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{v_N}{(R_N+h)^2} \end{bmatrix}}_{k_9} \delta h \quad (2.118)$$

$$\delta \dot{\lambda} = \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial \mathbf{v}_{e/b}^n} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial \mathbf{r}_{e/b}^n} \delta \mathbf{r}_{e/b}^n \quad (2.119)$$

$$\delta \dot{\lambda} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{\sec L}{R_E+h} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{10}} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\sec L \tan Lv_E}{R_E+h} \end{bmatrix}}_{k_{11}} \delta L + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{v_E \sec L}{(R_E+h)^2} \end{bmatrix}}_{k_{12}} \delta h \quad (2.120)$$

$$\delta \dot{h} = \frac{\partial \dot{h}}{\partial \mathbf{v}_{e/b}^n} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.121)$$

$$\delta \dot{h} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{13}} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n \quad (2.122)$$

Reordenando os termos o modelo de propagação de erros de posição é definido como:

$$\delta \dot{\mathbf{r}}^n = \begin{cases} \delta \dot{L} = \mathbf{K}_8 \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + k_9 \delta h \\ \delta \dot{\lambda} = \mathbf{K}_{10} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + k_{11} \delta L + k_{12} \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{K}_{13} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n \end{cases} \quad (2.123)$$

#### 2.4.2 Modelagem dos Erros dos Sensores

Em geral, os sensores embarcados no AUV estão sujeitos a dois grandes tipos de erros, sistemáticos e estocásticos. Os erros sistemáticos possuem um caráter determinístico de modo que seu comportamento pode ser previsto e compensado através de procedimentos de calibração. No entanto, os erros estocásticos possuem caráter aleatório e não correlacionado. Apesar de ter um comportamento não-previsível, as suas estatísticas podem ser obtidas a fim de que esses erros possam ser mitigados (TITTERTON; WESTON, 2004; SANTANA, 2011; DIANA, 2018). Algumas técnicas são utilizadas para caracterização e modelagem

desses ruídos, no domínio da frequência geralmente utiliza-se a Densidade Espectral de Potência (PSD - *Power Spectral Density*) a fim de se estimar as funções de transferência. No domínio do tempo há a correlação e as técnicas de variância, dentre elas a que se destaca é a Variância de Allan (AVAR - *Allan Variance*) (HOU, 2004; EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

#### 2.4.2.1 Modelagem dos Erros dos Sensores Inerciais

Os sinais dos sensores inerciais podem ser corrompidos por erros e ruídos de natureza determinística ou estocástica, conforme destacado na subseção anterior. No caso dos ruídos estocásticos, a caracterização foi realizada pela técnica da Variância de Allan. Tanto a técnica de caracterização quanto os ruídos comumente presentes nos sensores inerciais são apresentados a seguir.

- Variância de Allan

A técnica de caracterização de ruídos por Variância de Allan foi proposta inicialmente em 1966 com o objetivo de se estudar a estabilidade de um oscilador (ALLAN, 1966), desde então tem sido amplamente utilizada na análise dos ruídos de diversos sensores (HOU, 2004; WOODMAN, 2007). A ideia consiste em representar o desvio médio quadrático dos erros aleatórios em função do tempo de amostragem, com o objetivo de determinar as características dos processos aleatórios que originam o ruído nos dados (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

A Variância de Allan analisa um agrupamento (*clusters*) de dados, os quais são divididos em comprimentos específicos. Cada *cluster* possui um período  $T = n\tau_0$ , onde  $\tau_0$  é o tempo de duração da amostra. Por exemplo, para uma saída do sensor inercial igual a  $\Omega(t)$ , a média do *cluster* é dada por (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; PUPO, 2016; GUTKOSKI, 2022):

$$\bar{\Omega}_k(T) = \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+T} \Omega(t) dt \quad (2.124)$$

Para sensores inerciais, como a UMI embarcada no AUV Pirajuba, a Eq. (2.124) pode ser definida em termos ângulos ou velocidades angulares, conforme apresentado por (PUPO, 2016):

$$\theta(t) = \int \Omega(t) dt, \quad (2.125)$$

como as medições são feitas em tempos discretos, tem-se que  $t = kt_0, k = 1, 2, 3, \dots, N$ . Adotando  $\theta_k = \theta(kt_0)$ , as médias dos *clusters* podem ser reescritos como:

$$\bar{\Omega}_k(T) = \frac{\theta_{k+n} - \theta_k}{T}, \quad (2.126)$$

e o próximo *cluster* é dado por:

$$\bar{\Omega}_{prox}(T) = \frac{\theta_{k+2n} - \theta_k}{T} \quad (2.127)$$

A Variância de Allan de tamanho  $T$  para dois *clusters* adjacentes é dado por (PUPO, 2016):

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2T^2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} (\theta_{k-2n} - 2\theta_{k+n} + \theta_k)^2 \quad (2.128)$$

A relação equivalente entre a Variância de Allan e a PSD é dada pela expressão (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; GUTKOSKI, 2022):

$$\sigma^2(T) = 4 \int_0^\infty S_\Omega(f) \frac{\sin^4(\pi f T)}{(\pi f T)^2} df, \quad (2.129)$$

com  $S_\Omega(f)$  representando a PSD do processo  $\Omega(T)$  estacionário no tempo.

Há pelo menos cinco tipos de ruídos analisados por este método: ruído de quantização, *random noise*, *random walk*, *bias instability* e *rate ramp* (GUTKOSKI, 2022).

- Ruído de quantização

Os ruídos de quantização, também chamados de erros de discretização, são erros introduzidos em sinais analógicos convertidos para digitais. O erro é causado na discretização do sinal, devido a diferença entre a amplitude dos pontos amostrados e a resolução do conversor analógico/digital (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; GROVES, 2013; PUPO, 2016; GUTKOSKI, 2022).

Para a saída de um girômetro em incrementos de ângulo, a PSD é dada por (PUPO, 2016):

$$S_\theta(f) = \tau_0 Q^2 \left\{ \frac{\sin^2(\pi f \tau_0)}{(\pi f \tau_0)^2} \right\} \approx \tau_0 Q^2, f < \frac{1}{2\tau_0} \quad (2.130)$$

onde:  $Q$  é o coeficiente do ruído de quantização e  $\tau_0$  é o intervalo de amostragem.

Para a saída em variação angular, a PSD é dada por (PUPO, 2016):

$$S_\Omega(2\pi f) = (2\pi f)^2 S_\theta(2\pi f) \quad (2.131)$$

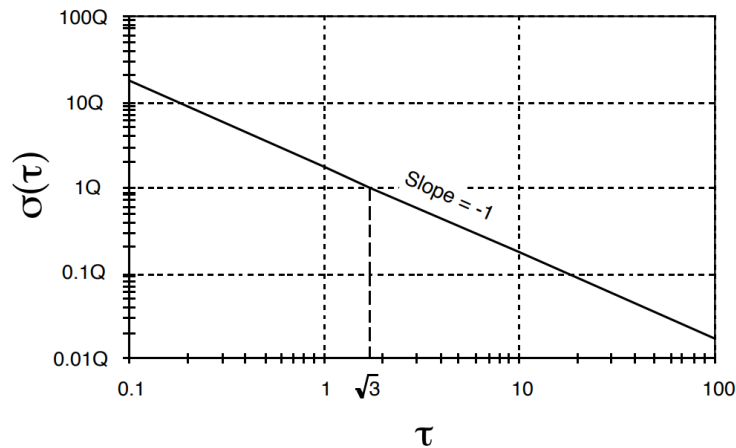
$$S_\Omega(f) = \frac{4Q^2}{\tau_0} \sin^2(\pi f \tau_0) \approx (2\pi f)^2 \tau_0 Q^2, f < \frac{1}{2\tau_0} \quad (2.132)$$

Substituindo Eq. (2.132) em Eq. (2.129) tem-se a variância para o ruído de quantização (GUTKOSKI, 2022):

$$\sigma_Q^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} \quad (2.133)$$

O desvio padrão do ruído de quantização é representado na Figura 2.9, cuja inclinação em um gráfico  $di - \log$  é  $-1$  e sua magnitude é obtida no instante  $\tau = \sqrt{3}$  (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

Figura 2.9 – Desvio padrão do erro de quantização.



Fonte: Extraído de (IEEE, 1998).

- *Random Walk: angle e velocity*

Os sensores inerciais podem sofrer uma perturbação por um tipo de ruído termomecânico flutuando em uma taxa maior que a taxa de amostragem do sensor. Esse tipo de perturbação é um ruído aleatório branco (*random noise*), também chamado de *angle random walk* para o sinal dos girômetros, e *velocity random walk* para os acelerômetros (PUPO, 2016; FARRELL *et al.*, 2022). Portanto, os sinais dos girômetros e acelerômetros são corrompidos por uma sequência de variáveis aleatórias, não correlacionadas e média zero (IEEE, 1998; FARRELL *et al.*, 2022). As unidades do *Random Walk* são  $^\circ/\sqrt{h}$  para os girômetros e  $m/s/\sqrt{h}$  para os acelerômetros.

A PSD associada ao *angle/velocity random walk* é dada por (IEEE, 1998; EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; GUTKOSKI, 2022; FARRELL *et al.*, 2022):

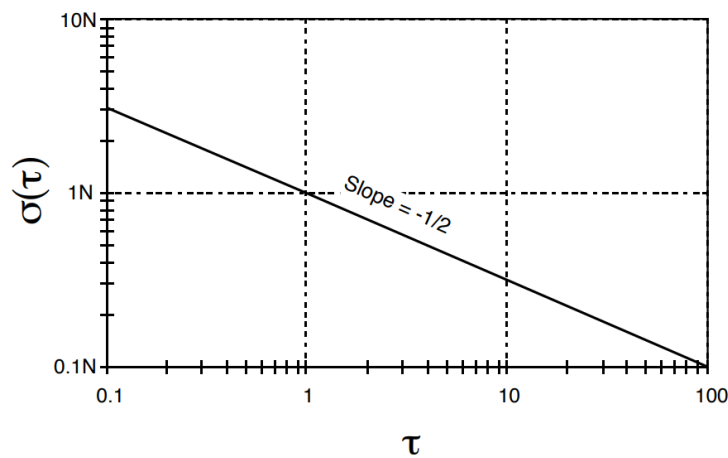
$$S_\Omega(f) = N^2, \quad (2.134)$$

onde  $N^2$  é o coeficiente do *random walk*. Substituindo Eq. (2.134) em Eq. (2.129) tem-se a variância para esse ruído (IEEE, 1998; EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; GUTKOSKI, 2022; FARRELL *et al.*, 2022):

$$\sigma_N^2(\tau) = \frac{N^2}{\tau} \quad (2.135)$$

O desvio padrão do ruído de *angle/velocity random walk* é representado na Figura 2.10, cuja inclinação em um gráfico *di-log* é  $-\frac{1}{2}$  e sua magnitude é obtida no instante  $\tau = 1$  (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

Figura 2.10 – Desvio padrão do erro de *angle/velocity random walk*.



Fonte: Extraído de (IEEE, 1998).

- *Bias Instability*

É um ruído originado pelos componentes eletrônicos, variando ao longo da execução do instrumento em períodos de minutos, dependendo da qualidade do sensor (GROVES, 2013; GUTKOSKI, 2022). Este ruído afeta tanto os dados gerados pelos girômetros quanto acelerômetros, podendo ser modelado dinamicamente como um *Random Walk* ou um processo de Gauss Markov de primeira ordem (EDWAN; KNEDLIK; LOFFELD, 2012; QUINCHIA *et al.*, 2013).

A PSD associada a esse ruído é dada por (IEEE, 1998; PUPO, 2016; GUTKOSKI, 2022; FARRELL *et al.*, 2022):

$$S_{\Omega}(f) = \begin{cases} \left(\frac{B^2}{2\pi}\right)\frac{1}{f}, & f \leq f_0 \\ 0, & f > f_0 \end{cases} \quad (2.136)$$



onde  $B$  é o coeficiente do *Bias Instability* e  $f_0$  é a frequência de corte. Substituindo Eq. (2.136) em Eq. (2.129) tem-se a variância para esse ruído (IEEE, 1998; EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; GUTKOSKI, 2022; FARRELL *et al.*, 2022):

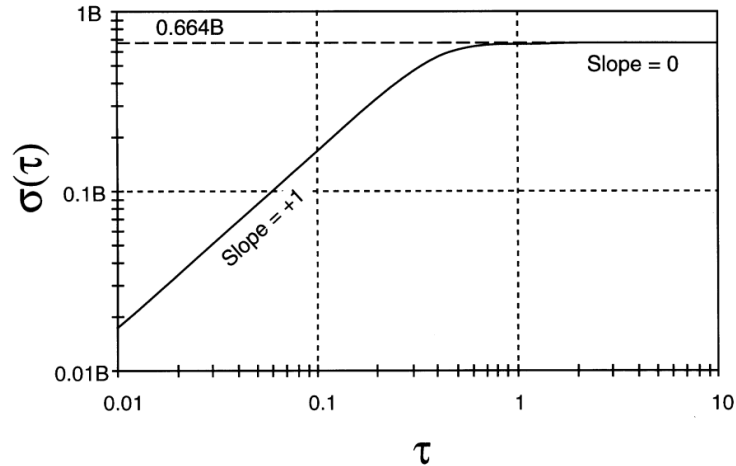
$$\sigma_B^2(\tau) = \frac{2B^2}{\pi} \left[ \ln(2) - \frac{\sin^3(x)}{2x^2} (\sin(x) + 4x \cos(x) + C_i(2x) - C_i(4x)) \right] \quad (2.137)$$

Para a região com inclinação igual a zero a variância é dada por (FARRELL *et al.*, 2022):

$$\sigma_B^2(\tau) \approx \frac{2B^2 \ln(2)}{\pi} \quad (2.138)$$

O desvio padrão de *Bias Instability* é representado na Figura 2.11, onde  $\sigma(\tau)$  cresce com inclinação= 1 e, em  $\tau > \frac{1}{f_0}$  muda a inclinação para zero. Portanto, no instante  $\tau \approx \frac{1}{f_0}$  o *Bias Instability* contribui com valor máximo para o desvio padrão (FARRELL *et al.*, 2022).

Figura 2.11 – Desvio padrão do erro de *Bias Instability*.



Fonte: Extraído de (IEEE, 1998).

- *Random Walk: rate e acceleration*

É um ruído aleatório de origem incerta (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; PUPO, 2016; GUTKOSKI, 2022). É chamado de *Rate Random Walk* para erros nos girômetros e *Acceleration Random Walk* para erros nos acelerômetros (FARRELL *et al.*, 2022). A taxa de PSD associada a esse ruído é dada por (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; FARRELL *et al.*, 2022):

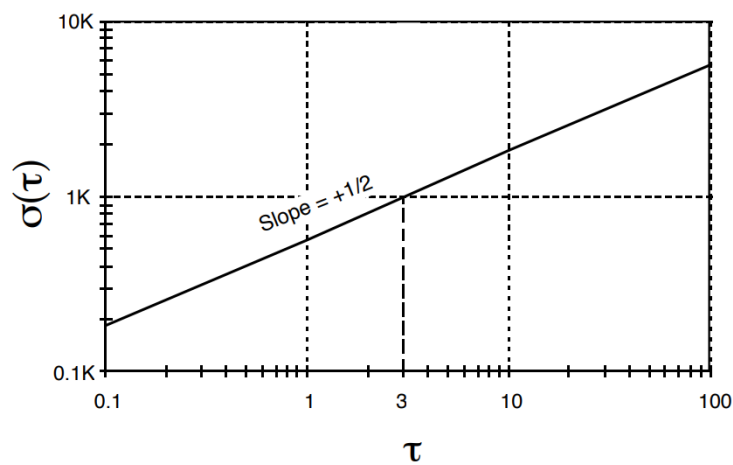
$$S_{\Omega}(f) = \left( \frac{K}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{f^2}, \quad (2.139)$$

onde  $K$  é o coeficiente do *rate/acceleration Random Walk*. Substituindo Eq. (2.139) em Eq. (2.129) tem-se a variância para esse ruído (IEEE, 1998; EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; GUTKOSKI, 2022; FARRELL *et al.*, 2022):

$$\sigma_K^2(\tau) = \frac{K^2\tau}{3} \quad (2.140)$$

O desvio padrão é representado na Figura 2.12, cuja inclinação em um gráfico  $di - \log$  é  $\frac{1}{2}$  e sua magnitude é obtida no instante  $\tau = 3$  (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

Figura 2.12 – Desvio padrão do erro de *Rate/Acceleration Random Walk*.



Fonte: Extraído de (IEEE, 1998).

- *Bias Repeatability*

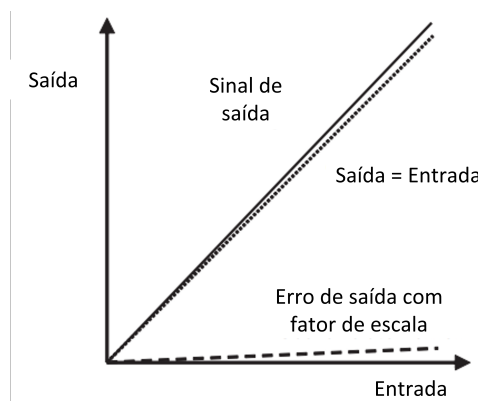
É um erro que possui um valor constante dentro de uma execução no instrumento, no entanto após ser desligado e religado o seu valor é alterado e permanece constante durante a nova execução, esse comportamento pode ser chamado de variação *run-to-run* (GROVES, 2013). O modelo dinâmico para o erro de *Bias Repeatability* é dado pela Eq. (2.141), que é o modelo dinâmico de uma constante aleatória.

$$\dot{\mathbf{b}}_r = \mathbf{0} \quad (2.141)$$

- Fator de escala

O fator de escala é um erro sistemático caracterizando o desvio da relação entrada - saída do instrumento (HOU, 2004), onde seu erro é proporcional à medição, a unidade típica é parte por milhão (*ppm*) ou porcentagem (%). O efeito do erro de fator de escala é ilustrado na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Curva de um instrumento com erro de fator de escala.



Fonte: Adaptado de (GROVES, 2013).

#### 2.4.2.2 Modelagem dos Erros dos Sensores Auxiliares

Assim como os sensores inerciais, os demais sensores embarcados no veículo também estão sujeitos a erros de natureza determinística e estocástica. O sistema de navegação inercial implementado neste trabalho conta com o auxílio das medições do DVL e profundímetro, portanto conhecer as fontes de ruídos que corrompem as medições dos sensores ajuda no projeto e sintonia do filtro.

- DVL

O DVL estima a velocidade do veículo por meio do efeito Doppler, tendo suas medidas combinadas no sistema de navegação utilizando a abordagem fracamente acoplada. Portanto, as estimativas de velocidade nos três eixos são usadas no filtro. O modelo de medida para o DVL é dado por (LIU *et al.*, 2018):

$$\tilde{\mathbf{v}}^d = (1 + sf_v) \mathbf{v}^d + \mathbf{w}^d, \quad (2.142)$$

onde  $\mathbf{v}^d$  é a velocidade verdadeira,  $sf_v$  corresponde ao erro de fator de escala, e  $\mathbf{w}^d$  representa a parcela estocástica associada ao ruído.

- Profundímetro

O profundímetro atua convertendo a variação da pressão em corrente elétrica gerando estimativas de profundidade, no entanto, como descrito na subseção 2.1.2, suas medidas são corrompidas devido ao aquecimento, problemas na vedação do vaso do veículo etc. (GROVES, 2013). O modelo de medidas adotado é dado por:

$$\tilde{p}^d = (1 + sf_p) p^d + w_p^d, \quad (2.143)$$

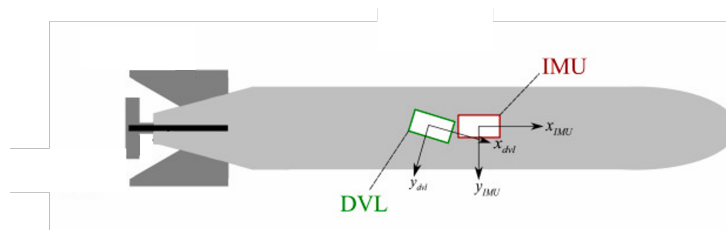
onde  $p^d$  é a profundidade real,  $sf_p$  o fator de escala, e  $w_p^d$  é a parcela estocástica associada aos ruídos.

### 2.4.2.3 Erros de montagem - Desalinhamento UMI/DVL

Os erros de desalinhamento, também chamados de erros de acoplamento cruzados, ocorrem em todas as unidades de medição inercial devido às limitações de fabricação e representam o desalinhamento de montagem dos eixos sensíveis dos sensores inerciais em relação aos eixos ortogonais da estrutura do corpo. Esse desalinhamento faz com que ocorram medições residuais ao longo dos eixos ortogonais aos seus eixos sensíveis, são de caráter determinístico passíveis de correção por procedimento de calibração (GROVES, 2013; DIANA, 2018).

Outro erro de desalinhamento comum em navegação de AUVs é originado na montagem da UMI e do DVL. Tais sensores são embarcados no veículo e o desalinhamento entre seus eixos pode corromper as estimativas das técnicas de fusão sensorial. A Figura 2.14 ilustra esse erro, é constante e pode ser modelado dinamicamente como uma variável aleatória (GHANIPOOR *et al.*, 2020).

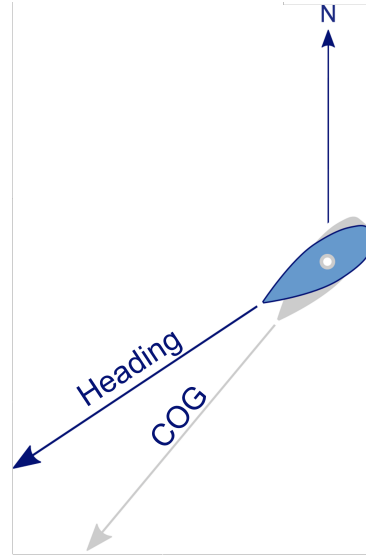
Figura 2.14 – Erro de desalinhamento UMI/DVL.



Fonte: Adaptado de (GHANIPOOR *et al.*, 2020).

Neste trabalho, é estimado o erro de desalinhamento entre UMI e DVL apenas no eixo  $z$ , dado pela diferença entre o COG (*Course Over Ground*) obtido pelo GPS e o *heading* estimado pelo INS auxiliado pelo DVL e profundímetro, conforme ilustrado na Figura 2.15.

O rumo (*heading*) é a direção que o veículo está apontando em um determinado momento, enquanto o COG é a direção real do deslocamento de uma embarcação, entre

Figura 2.15 – Diferença entre o *heading* e o COG.

Fonte: Autor.

dois pontos, em relação à superfície da Terra, dado pela transformação da posição do referencial terrestre  $e$  para o referencial de navegação  $n$ :

$$COG = \arctan \left( \frac{\Delta P_{e/b,E}^n}{\Delta P_{e/b,N}^n} \right), \quad (2.144)$$

onde,  $\Delta P_{e/b,N}^n$  e  $\Delta P_{e/b,E}^n$  correspondem as componentes Norte e Leste da posição do veículo no referencial de navegação, e são obtidas pela equação (GROVES, 2013):

$$\Delta P_{e/b}^n = \mathbf{C}_e^n \Delta P_{e/b}^e, \quad (2.145)$$

sendo  $\mathbf{C}_e^n$  a matriz de transformação do referencial terrestre para o referencial de navegação, dado por (GROVES, 2013):

$$\mathbf{C}_e^n = \begin{bmatrix} -\sin(L_0) \cos(\lambda_0) & -\sin(L_0) \sin(\lambda_0) & \cos(L_0) \\ -\sin(\lambda_0) & \cos(\lambda_0) & 0 \\ -\cos(L_0) \cos(\lambda_0) & -\cos(L_0) \sin(\lambda_0) & -\sin(L_0) \end{bmatrix} \quad (2.146)$$

onde,  $L_0$  e  $\lambda_0$  correspondem à posição inicial do veículo em termos de latitude e longitude, respectivamente. O termo  $\Delta P_{e/b}^e$  da Eq. (2.145) representa a diferença entre a posição inicial e a posição atual do veículo expressa em coordenadas cartesianas (GROVES, 2013):

$$\Delta P_{e/b,X}^e = (R_E + h) \cos(L) \cos(\lambda) \quad (2.147)$$

$$\Delta P_{e/b,Y}^e = (R_E + h) \cos(L) \sin(\lambda) \quad (2.148)$$

$$\Delta P_{e/b,Z}^e = [(1 - e^2)R_E + h] \sin(L) \quad (2.149)$$

Tomando a Eq.(2.144) e aplicando para as estimativas de posição obtidas a partir do GPS, o erro de desalinhamento para o eixo  $z$  pode ser estimado como:

$$\delta\varphi = \psi_{COG} - \psi \quad (2.150)$$

onde  $\psi_{COG}$  é o ângulo obtido pelo COG e  $\psi$  é o rumo dado pelo INS.

## 2.5 PAPEL DA FUSÃO SENSORIAL

Diferentes métodos e algoritmos de integração podem ser usados para aplicação da fusão sensorial como a Lógica *Fuzzy* e as Redes Neurais Artificiais (CAO; HALL, 1998; LEE; CHEN; LI, 2011). No entanto na navegação de AUVs, o filtro de Kalman é comumente usado na integração entre o sistema de navegação inercial e os sensores auxiliares embarcados no veículo (VIVANCO, 2014; ROCHA, 2016; DAVARI; AGUIAR; SOUSA, 2018; MU *et al.*, 2021).

Além da escolha do algoritmo para a fusão sensorial é importante também determinar a abordagem adotada para a implementação. Neste trabalho será utilizada a aplicação indireta do filtro de Kalman através da abordagem *error-state* (mais detalhes na Seção 4.2). Em tal abordagem são utilizadas as equações dinâmicas de erros linearizadas em torno dos valores estimados dos estados (DAVARI; AGUIAR; SOUSA, 2018; LIU *et al.*, 2019). Essas equações foram desenvolvidas na Seção 2.4 e descrevem o erro de atitude, velocidade e posição no tempo. A modelagem de erros dos sensores permite a construção de uma estratégia para a sintonia das matrizes de covariância de ruídos de processo e medição,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  respectivamente, além da correção dos erros oriundos da montagem do veículo.

No próximo capítulo, o filtro de Kalman será explanado com o detalhamento de suas equações, características do filtro e as abordagens para a sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ .

### 3 ANÁLISE DE CRITÉRIOS PARA A SINTONIA DO FILTRO DE KALMAN

Esta seção apresenta uma visão geral sobre a abordagem do filtro de Kalman utilizada neste projeto, tratando dos principais fundamentos, projeto e sintonia do filtro.

Inicialmente, é apresentada a base teórica descrevendo suas equações e etapas. O projeto do filtro é introduzido na seção 3.2 com a análise das matrizes de covariâncias dos ruídos de processo e medição, bem como suas influências, sintonia e métricas para avaliação da sintonia. Finalmente é descrito o processo de modelagem das estatísticas dos sensores para sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ .

#### 3.1 FORMULAÇÃO DO ALGORITMO

O filtro de Kalman é um estimador estocástico recursivo cuja ideia central, de maneira simplificada, consiste na separação do sinal de uma combinação de sinal mais ruído (BROWN; HWANG, 2012). Os estados do sistema e a incerteza das estimativas são dados continuamente, com variância mínima, através de dois conjuntos de equações: as equações de predição, que inserem no filtro as novas informações da dinâmica do sistema, estimando o estado atual e a incerteza dessa estimativa; e as equações de atualização da medição, que atualizam as estimativas usando uma observação do verdadeiro estado do sistema (GELB, 1974; CHUI; CHEN, 2010). O filtro de Kalman Discreto (DKF - *Discrete Kalman Filter*) trata de lidar com o problema central da estimação dos estados em um processo controlado no tempo discreto. O modelo dinâmico em instantes de tempo é dado na Eq. (3.1) (TEIXEIRA *et al.*, 2009).

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1}\mathbf{w}_{k-1}, \quad (3.1)$$

onde,  $\mathbf{x}_{k-1}$  e  $\mathbf{\Phi}_{k-1}$  representam o vetor de estados do sistema - contendo as variáveis de interesse para a fusão sensorial - e a matriz de transição de estados entre os instantes  $k-1$  e  $k$ . Os termos  $\mathbf{w}_{k-1}$  e  $\mathbf{G}_{k-1}$  correspondem aos ruídos do processo (assumidos independentes, brancos e com distribuição normal) e a matriz linear que correlaciona os ruídos aos estados, respectivamente.

O modelo de observação linear do sistema, em pontos discretos no tempo, é dado na Eq. (3.2).

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3.2)$$

onde  $\mathbf{y}_k$  e  $\mathbf{v}_k$  representam respectivamente os vetores de observação e os ruídos nas observações.  $\mathbf{H}_k$  corresponde à matriz de observabilidade. As covariâncias dos ruídos do processo e das medições são dadas por matrizes diagonais conforme as Eqs. (3.3) e (3.4).

$$E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_i^T] = \begin{cases} \mathbf{Q}_k, i = k \\ \mathbf{0}, i \neq k \end{cases} \quad (3.3)$$

$$E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_i^T] = \begin{cases} \mathbf{R}_k, i = k \\ \mathbf{0}, i \neq k \end{cases} \quad (3.4)$$

$$E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_i^T] = \mathbf{0}, \text{ para todo } k \text{ e } i \quad (3.5)$$

O primeiro conjunto de equações do filtro de Kalman, correspondentes à etapa de predição, é dado por (TEIXEIRA *et al.*, 2009):

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T \quad (3.7)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$  é o vetor de estimativas a priori dos  $n$  estados;  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  é uma matriz ( $n \times n$ ), correspondendo as estimativas a priori das covariâncias de erros dos estados;  $\mathbf{G}_{k-1}$  e  $\mathbf{Q}_{k-1}$  são matrizes ( $n \times n$ ) de correlação linear e covariância dos ruídos do processo, respectivamente.

O segundo conjunto de equações corresponde à etapa de atualização do filtro, são dadas por (GREWAL; ANDREWS, 2001; HIDE, 2003; TEIXEIRA *et al.*, 2009):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (3.9)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3.10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (3.11)$$

$$\mathbf{P}_{k/k} = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T \quad (3.12)$$

onde  $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  é o vetor de inovação do sistema e  $\mathbf{S}_k$  a matriz de covariância do vetor de inovação;  $\mathbf{R}_k$  é uma matriz ( $m \times m$ ) de covariância dos ruídos das medições, com o índice  $m$  sendo o número de observações;  $\mathbf{K}_k$  é a matriz de ganho de Kalman com dimensão ( $n \times m$ ). Os termos  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$  e  $\mathbf{P}_{k/k}$  correspondem ao vetor ( $n \times 1$ ) e matriz ( $n \times n$ ) com os valores a *posteriori* das estimativas dos estados e da covariância dos erros dos estados.



Em geral, os sistemas dinâmicos são modelados na representação de tempo contínuo, conforme mostrado na Eq. (3.13). O componente  $\mathbf{F}$  da equação é formado usando a dinâmica do sistema, a matriz de transição de estados  $\Phi_{k-1}$  pode ser obtida a partir de uma aproximação dessa matriz, conforme demonstrado na Eq. (3.14) (HIDE, 2003).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{u} \quad (3.13)$$

$$\Phi_{k-1} \approx e^{\mathbf{F}\Delta t} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^n}{n!} \quad (3.14)$$

$$\Phi_{k-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^n}{n!} = (\mathbf{I} + \mathbf{F}\Delta t + \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^2}{2!} + \dots) \quad (3.15)$$

Uma aproximação também é necessária para a matriz de covariância dos ruídos do processo  $\mathbf{Q}_k$ , dada por (HIDE, 2003):

$$\mathbf{Q}_k \approx \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T \Delta t \quad (3.16)$$

### 3.2 PROJETO DO FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman tratou inicialmente com a estimativa de estado (KALMAN, 1960), no entanto este filtro tornou-se uma técnica bem estabelecida para lidar também em outros cenários como estimativa de parâmetros e fusão de dados (ANANTHASAYANAM, 2018).

Apesar de ser uma ferramenta poderosa e aplicada em diferentes campos, uma grande desvantagem do filtro de Kalman é a necessidade do conhecimento prévio das estatísticas dos ruídos de processo e medição. Segundo Shyam *et al.* (2015), a expectativa que surgiu com a introdução do filtro logo foi atenuada com a falta de abordagens para o ajuste de suas estatísticas uma vez que, até aquele momento estavam em vigor apenas abordagens, aplicações e procedimentos numéricos relacionados ao filtro. Atualmente, em grande parte das implementações práticas, não se tem o conhecimento exato dessas estatísticas, tornado a tarefa de ajuste do filtro um grande desafio, cabendo ao projetista realizar a análise das características dos ruídos para adotar algum procedimento *ad-hoc* para o projeto e ajuste adequado do filtro de Kalman.

O projeto do filtro consiste na seleção e ajuste de valores para três matrizes: matriz de covariância de ruído do sistema,  $\mathbf{Q}$ ; Matriz de covariância de ruídos de medição,  $\mathbf{R}$ ;

e os valores iniciais da matriz de covariância dos erros dos estados,  $\mathbf{P}_0$  (MAYBECK, 1979). A importância do ajuste inicial da matriz de covariância dos erros dos estados é mencionada por Maybeck (1979), Groves (2013), Shyam *et al.* (2015) e Ananthasayanam (2018). Geralmente a matriz  $\mathbf{P}_0$  é configurada de maneira arbitrária para que os elementos da diagonal principal assumam valores grandes enquanto os demais elementos são zeros. No entanto, seus valores devem ser escolhidos com cuidado, pelo fato dessa matriz assumir um papel determinante no desempenho do filtro no transiente inicial (MAYBECK, 1979).

Admitir  $\mathbf{P}_0$  com valores demasiadamente pequenos, implica que as estimativas iniciais são muito confiáveis e, desse modo, o filtro ignora as medidas e não aprende com elas. Por outro lado, assumir valores excessivamente grandes para  $\mathbf{P}_0$  implica que as estimativas iniciais possuem nível baixíssimo de confiabilidade, fazendo com que o filtro dê um peso maior às medições ou ignore completamente os valores do modelo, levando à instabilidade, flutuações nas estimativas e uma grande incerteza final (SHYAM *et al.*, 2015). O ajuste inadequado da matriz inicial de covariância dos erros dos estados pode afetar a covariância final do filtro, tornando-se crítico em alguns problemas de estimativa de estado. Postula-se que há um ajuste adequado para  $\mathbf{P}_0$  que contribui para que o filtro forneça estimativas e incertezas adequadas (ANANTHASAYANAM, 2018).

### 3.2.1 Significado das matrizes $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ e suas influências no desempenho do Filtro

Na implementação convencional do filtro de Kalman o projeto e ajuste das matrizes de covariância  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  configura uma etapa de suma importância, uma vez que os valores sintonizados representarão os ruídos do sistema, servindo como parâmetros para o filtro e serão constantes durante sua execução. Se as estatísticas do processo e o modelo dos ruídos de processo e medição não corresponderem às estatísticas reais, o desempenho do filtro será comprometido, as estimativas degradadas e a implementação inviabilizada (MAYBECK, 1979).

A matriz de covariância  $\mathbf{R}$  corresponde às incertezas dos sensores e instrumentos de medição, influenciando a covariância das inovações e o ganho de Kalman, Eqs. (3.9) e (3.10). A matriz de covariância  $\mathbf{Q}$  carrega as incertezas relacionadas ao processo, configurando também uma confiabilidade do modelo adotado, influenciando a covariância dos erros

dos estados na etapa de predição do filtro, Eq. (3.7) (BROWN; HWANG, 2012), (CHUI; CHEN, 2010).

O ajuste de  $\mathbf{Q}$  não é uma tarefa trivial, e possui grande contribuição para o bom desempenho do filtro, tendo em vista o seu papel em adicionar incertezas nas equações de estado, controlar a resposta do filtro em estado estacionário e lidar com erros não modelados (SHYAM *et al.*, 2015). Admitir  $\mathbf{P}_0 \equiv \mathbf{Q}_k \equiv \mathbf{0}$  caracteriza a ausência de erros de processo e que o modelo adotado para o sistema é ideal, ignorando as observações fazendo com que o filtro não considere as medições. Isso pode ser visto nas equações a seguir, onde o efeito da matriz de covariância é anulado e o filtro aprende apenas com propagação das estimativas:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} &= \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1} \\ \mathbf{P}_{k/k-1} &= \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1}^0 \Phi_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1}^0 \mathbf{G}_{k-1}^T \\ \mathbf{S}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k-1/k-1}^0 \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k/k-1}^0 \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k/k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \varepsilon_k \\ \mathbf{P}_{k/k} &= \mathbf{P}_{k/k-1}^0 - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T\end{aligned}$$

Segundo Ananthasayanam (2018), ainda que um sistema seja modelado sem ruídos de processo e se considere apenas ruídos nas observações, valores diferentes de zero devem ser injetados em  $\mathbf{Q}$  para garantir que o filtro possa considerar as medições. Por outro lado, admitir valores grandes para os elementos de  $\mathbf{Q}$  resultará em estimativas com grande incerteza no estado estacionário. Isso pode ser visto nas equações a seguir, onde a matriz de covariância de ruídos de processo afeta diretamente a covariâncias de erros dos estados *a priori*,  $\mathbf{P}_{k/k-1}$ , e consequentemente a covariância do vetor de inovação,  $\mathbf{S}_k$ .

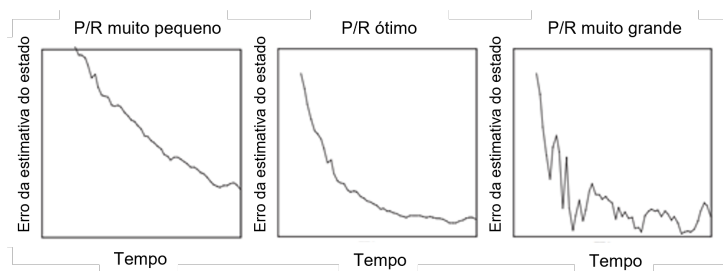
$$\begin{aligned}\boxed{\mathbf{P}_{k/k-1}} &= \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \boxed{\mathbf{Q}_{k-1}} \mathbf{G}_{k-1}^T \\ \mathbf{S}_k &= \mathbf{H}_k \boxed{\mathbf{P}_{k-1/k-1}} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k\end{aligned}$$

A sintonia de  $\mathbf{R}$  possui um grau de dificuldade menor, quando comparada com o ajuste de  $\mathbf{Q}$ , uma vez que as características dos sensores geralmente são conhecidas ou podem ser estudadas, e usadas para o projeto (SAHA; GOSWAMI; GHOSH, 2011). No entanto, Groves (2013) destaca a razão entre  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  e  $\mathbf{R}$ , como parâmetro crítico a ser observado no projeto do filtro, uma vez que compõem o cálculo do ganho de Kalman,  $\mathbf{K}_k$ .

A Figura 3.1 ilustra o comportamento do filtro em função da razão  $\frac{P_{k/k-1}}{R}$  para três cenários:

- Se a razão for muito pequena o ganho de Kalman também assumirá valores pequenos fazendo o filtro ter uma resposta mais lenta do que o necessário às mudanças do sistema, de modo que as estimativas dos estados convirjam para os estados verdadeiros com maior tempo.
- Se o filtro for bem ajustado responderá de maneira ótima convergindo adequadamente para os estados verdadeiros.
- Se a razão for muito grande o ganho de Kalman assumirá valores grandes, enviesando o filtro, favorecendo as observações mais recentes, degradando as estimativas tornando-as instáveis ou enviesadas devido à forte influência do ruído de medição.

Figura 3.1 – Comportamento do Filtro de Kalman em função dos cenários de sintonia da covariância de ruído de medição.



Fonte: Adaptado de (GROVES, 2013).

O filtro de Kalman admite que tanto os ruídos de processo quanto os ruídos de medição são brancos, o que na prática dificilmente é verdade, portanto, a sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  e até mesmo  $\mathbf{P}_0$  possibilitam contornar esse problema com o objetivo de garantir o melhor desempenho e estabilidade do filtro.

### 3.2.2 Análise dos critérios para a construção e sintonia das Matrizes $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$

A sintonia do filtro de Kalman depende de sua aplicação, o qual pode ser implementado usando dados reais ou simulados. Em uma situação ideal, a sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  permite que o filtro produza estimativas com boa convergência, desempenho e estabilidade. No entanto, Groves (2013) destaca que, na prática, pelo fato do modelo construído ser apenas uma aproximação do modelo real, para garantir a estabilidade,

é necessário ajustar tais matrizes de modo que o filtro possua robustez suficiente para superar as limitações do modelo, atenuando perturbações e efeitos do processo, além de *outliers* presentes nas observações. Algumas aproximações realizadas na implementação do filtro podem ser destacadas, tais como: simplificação da variação das propriedades estocásticas com o tempo e aproximação do modelo para atender requisitos de linearidade.

As estatísticas de ruído da matriz  $\mathbf{R}$  podem ser obtidas através dos resíduos de medição, testes e calibração dos sensores (POWELL, 2012; SHYAM *et al.*, 2015; ANANTHASAYANAM, 2018). Desse modo, em geral a covariância de ruído de medição é conhecida, reduzindo o desafio do projeto e ajuste do filtro a uma tarefa de sintonizar a matriz de covariância de ruído de processo (POWELL, 2012). Segundo Groves (2013), as especificações do fabricante ou os parâmetros levantados em laboratório, como a variância de Allan, podem ser usados para determinação dos valores de  $\mathbf{R}$ .

Durante a sintonia das matrizes, separar os efeitos de  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{Q}$  não é uma tarefa trivial. Portanto, uma boa prática consiste em fixar uma das matrizes, a que for mais fácil de definir analiticamente e, em seguida, variar, por experimentação e observação, a matriz de ajuste restante que forneça o melhor desempenho (SAHA; GOSWAMI; GHOSH, 2011; GROVES, 2013).

Considerando um sistema de navegação com integração UMI/DVL/Profundímetro, o vetor de observação é dado pelas medições obtidas pelos sensores de velocidade (DVL) e profundímetro. Portanto, a matriz de covariância de ruídos de medição é composta por uma matriz diagonal cujos elementos são as incertezas dos ruídos associados a esses sensores. Neste trabalho, a sintonia da matriz  $\mathbf{R}_k$  parte dos dados disponibilizados pelos fabricantes dos sensores e é dada por:

$$\mathbf{R}_k = \text{diag}(\sigma_{DVL}^2, \sigma_{DVL}^2, \sigma_{DVL}^2, \sigma_{prof}^2) \quad (3.17)$$

Para o sistema de navegação inercial auxiliado pelos sensores de velocidade e profundidade, a sintonia da matriz  $\mathbf{Q}$  pode ser obtida a partir dos dados de variância de *Angle Random Walk* e *Velocity Random Walk* dos girômetros e acelerômetros, respectivamente (WOODMAN, 2007). Tais parâmetros são obtidos a partir de dados fornecidos pelo fabricante ou a partir de experimentos em laboratório identificando os parâmetros de Allan e convertendo-os para variância (WOODMAN, 2007; EL-SHEIMY; HOU; NIU,

2008; FARRELL *et al.*, 2022). Em geral, utiliza-se o parâmetro de *Random Walk* para obtenção das variâncias.

$$\sigma = \frac{N}{\sqrt{\delta t}}, \quad (3.18)$$

onde  $\sigma$  representa o desvio padrão de  $\mathbf{w}_k$ ,  $N$  e  $\delta t$  consistem no parâmetro de *angle/velocity Random Walk* e o período de amostragem, respectivamente. Considerando a UMI com uma tríade de girômetros e acelerômetros, aplica-se a expressão 3.18 para definir a matriz de covariância dos ruídos do processo:

$$\mathbf{Q}_k = \text{diag}(\sigma_{\text{giros}}^2, \sigma_{\text{giros}}^2, \sigma_{\text{giros}}^2, \sigma_{\text{acel}}^2, \sigma_{\text{acel}}^2, \sigma_{\text{acel}}^2) \quad (3.19)$$

Neste trabalho, são exploradas duas abordagens para a sintonia da matriz  $\mathbf{Q}$ , a primeira é baseada em duas métricas construídas a partir da covariância da inovação, e a segunda é baseada na caracterização dos ruídos da UMI pelo método da variância de Allan. Ambas as abordagens serão tratadas nas próximas seções.

### 3.3 SINTONIA DAS MATRIZES $\mathbf{Q}$ E $\mathbf{R}$ BESEADA NA ABORDAGEM DE SAHA, GOSWAMI E GHOSH

Um método preditivo baseado em métricas é proposto por Saha, Ghosh e Goswami (2014) para um ajuste *offline* adequado dos parâmetros da covariância de ruído de processo pré-sintonizados, a fim de garantir o projeto do filtro de Kalman com desempenho equilibrado em termos de robustez e sensibilidade. O método faz uso da covariância da inovação  $\mathbf{S}_k$  para o desenvolvimento de duas métricas que permitem avaliar o efeito das matrizes  $\mathbf{Q}_k$  e  $\mathbf{R}_k$  no filtro. A covariância da inovação foi definida na Eq. (3.9) e repetida aqui por conveniência.

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

Partindo da covariância da inovação,  $\mathbf{S}_k$ , serão desenvolvidas as equações que irão compor as métricas. Expandindo a Eq. (3.9) e combinando com a Eq. (3.7) tem-se (SAHA; GOSWAMI; GHOSH, 2011):

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k (\mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \mathbf{\Phi}_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (3.20)$$

$$\mathbf{S}_k = \underbrace{\mathbf{H}_k \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \mathbf{\Phi}_{k-1}^T \mathbf{H}_k^T}_{\xi_1} + \underbrace{\mathbf{H}_k \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T \mathbf{H}_k^T}_{\xi_2} + \mathbf{R}_k \quad (3.21)$$

$$\mathbf{S}_k = \boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k \quad (3.22)$$

Em seguida, combinando a Eq. (3.10) que calcula o ganho de Kalman,  $\mathbf{K}_k$ , com a Eq. (3.22), obtém-se:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{H}_k \mathbf{K}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{H}_k \mathbf{K}_k = \mathbf{H}_k (\Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{H}_k \mathbf{K}_k = (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2) (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.26)$$

Analisando, a seguir, a Eq. (3.12), que calcula a matriz de covariância  $\mathbf{P}_{k/k}$ , ao multiplicá-la pela matriz de observação e sua transposta, obtém-se :

$$\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k} \mathbf{H}_k^T = \underbrace{\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T}_{M_1} - \underbrace{\mathbf{H}_k \mathbf{K}_k}_{M_2} \underbrace{\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T}_{M_3} \quad (3.27)$$

Aplicando as expressões (3.22) e (3.26), tem-se:

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}_k (\Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T \quad (3.28)$$

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}_k (\Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T + \boldsymbol{\xi}_2 \quad (3.29)$$

$$\mathbf{M}_2 = (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2) (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{M}_3 = (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2) \quad (3.31)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k} \mathbf{H}_k^T &= \mathbf{H}_k (\Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T + \boldsymbol{\xi}_2 \\ &\quad - (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2) (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Multiplicando ambos os lados por  $(\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1}$  e rearranjando os termos, tem-se:

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \mathbf{H}_k (\mathbf{P}_{k/k} - \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T &= \\ &= (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \boldsymbol{\xi}_2 - (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Ou seja,

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \mathbf{H}_k (\mathbf{P}_{k/k} - \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T &= \\ &= (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \boldsymbol{\xi}_2 - (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} (\mathbf{S}_k - \mathbf{R}_k) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} & (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \mathbf{H}_k (\mathbf{P}_{k/k} - \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T = \\ & = (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \boldsymbol{\xi}_2 + (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} \mathbf{R}_k - \mathbf{I}_m \end{aligned} \quad (3.35)$$

Tomando o traço (soma dos parâmetros da diagonal principal) de ambos os lados da Eq. (3.35) e reorganizando os termos, obtêm-se as duas métricas,  $J_{Qk}$  e  $J_{Rk}$  propostas por Saha, Goswami e Ghosh (2011).

$$J_{Rk} + J_{Qk} = m - \text{traço} \{N_k\} \quad (3.36)$$

$$J_{Rk} = \text{traço} \{(\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} \mathbf{R}_k\} \quad (3.37)$$

$$J_{Qk} = \text{traço} \{(\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \boldsymbol{\xi}_2\} \quad (3.38)$$

$$N_k = (\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} [\mathbf{H}_k (\boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^T - \mathbf{P}_{k/k}) \mathbf{H}_k^T] \quad (3.39)$$

Com base na Eq. (3.36), o valor de  $J_{Rk} + J_{Qk}$  em qualquer instante  $k$  se desvia do número de medidas  $m$  devido à contribuição do termo  $\text{traço} \{N_k\}$ . A avaliação de desempenho geral do filtro é obtida pelos índices de desempenho  $J_1$  e  $J_2$ , e um parâmetro de controle para as métricas dado por  $n_q$ . Ao longo de um horizonte de tempo  $N$ , tem-se:

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N J_{Rk} \\ J_1 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \text{traço} \{(\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)^{-1} \mathbf{R}_k\} \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N J_{Qk} \\ J_2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \text{traço} \{(\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)^{-1} \boldsymbol{\xi}_2\} \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$n_q = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \log \{ \text{traço}(\boldsymbol{\xi}_2) \} \quad (3.42)$$

As parcelas correspondentes a covariância *a priori* da estimativa dos estados,  $\boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^T$ , e a covariância de ruídos de processo,  $\mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T$ , são projetadas a partir da covariância da inovação  $\mathbf{S}_k$  como  $\boldsymbol{\xi}_1$  e  $\boldsymbol{\xi}_2$ , respectivamente (SAHA; GHOSH; GOSWAMI, 2014). Assim, a métrica de desempenho  $J_2$  mensura o efeito da projeção da



covariância de ruído de processo, ou seja,  $\boldsymbol{\xi}_2$ , na soma  $(\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2)$ , enquanto a métrica de desempenho  $J_1$  fornece o efeito da covariância do ruído de medição  $\mathbf{R}_k$  sobre a covariância de inovação  $(\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2 + \mathbf{R}_k)$ . Assim, qualquer mudança em  $J_2$  é impulsionado por  $\boldsymbol{\xi}_2$ , enquanto que qualquer mudança em  $J_1$  pode ser atribuído principalmente a  $\mathbf{R}_k$  (SAHA; GOSWAMI; GHOSH, 2011).

Como  $\mathbf{S}_k$  afeta o valor do ganho de Kalman, conforme Eq. (3.10), e portanto, a correção na estimativa de estado, as métricas  $J_1$  e  $J_2$  possibilitam que o projetista tenha uma visão preditiva da sintonia adequada dos parâmetros de ajuste. O parâmetro de controle  $n_q$  depende de  $\boldsymbol{\xi}_2$ , portanto qualquer alteração nos parâmetros de  $\mathbf{Q}_k$  resulta em uma mudança total de  $n_q$ . As seguintes observações são obtidas com a mudança de  $\mathbf{Q}_k$  e consequentemente um  $n_q$  variável (SAHA; GOSWAMI; GHOSH, 2011):

- i Para valores muito grandes de  $\mathbf{Q}_k$  em termos de traço,  $\boldsymbol{\xi}_2$  será muito maior que  $\mathbf{R}_k$ , então  $J_1 \rightarrow 0$ . Já o índice  $J_2$  tenderá para o número de medidas  $m$  para um  $\boldsymbol{\xi}_1$  convergente e pequeno, portanto  $J_2 \rightarrow m$ .
- ii Para valores pequenos de  $\mathbf{Q}_k$  em termos de traço, então  $\boldsymbol{\xi}_2$  será significativamente menor que  $\mathbf{R}_k$ , portanto  $J_1 \rightarrow m$  e  $J_2 \rightarrow 0$ .

Saha, Ghosh e Goswami (2014) destacam a aplicação das métricas  $J_1$  e  $J_2$  como parâmetros de robustez e sensibilidade, de modo que qualquer incompatibilidade entre a covariância de ruído do processo assumida  $\mathbf{Q}_k$  e a covariância de ruído de processo real é devido a erros de modelagem e/ou ruído não modelados, refletindo em  $J_2$  como métrica de robustez. Qualquer incompatibilidade entre a covariância de ruído de medição  $\mathbf{R}_k$  e a covariância de ruído real de medição reflete no valor de  $J_1$ , atuando como métrica de sensibilidade.

A abordagem de Saha, Ghosh e Goswami (2014) permite avaliar graficamente os efeitos de  $\mathbf{Q}_k$  e  $\mathbf{R}_k$  durante a sintonia do filtro de Kalman, isto é, a medida em que o projetista varia manualmente as matrizes é possível avaliar o desempenho do filtro e correlacionar com o efeito da variação de  $\mathbf{Q}_k$  e  $\mathbf{R}_k$  individualmente, possibilitando analisar a robustez e a sensibilidade do filtro a medida que os valores de  $\mathbf{Q}_k$  e  $\mathbf{R}_k$  são definidos.

O ponto de partida para a aplicação do método de Saha, Ghosh e Goswami (2014) foi a construção das matrizes  $\mathbf{Q}_0$  e  $\mathbf{R}_0$  a partir dos dados dos fabricantes. A Tabela 3.1 apresenta os dados fornecidos para a UMI do tipo intermediário.

Tabela 3.1 – Características da UMI fornecida pelo fabricante

Parâmetros	Girômetros	Acelerômetros
<i>Bias</i>	$\leq 0,02 \text{ }^\circ/h$	$\leq 1 \text{ } mg$
<i>Random Walk</i>	$\leq 0,002 \text{ }^\circ/\sqrt{h}$	

O fabricante não informa o parâmetro de *Random Walk* para os acelerômetros. No entanto, a fim de definir um valor inicial, adotou-se como parâmetro o ruído do sensor que observa o estado em questão (ZANONI, 2012), nesse caso o ruído de medição do sensor de velocidade. A partir dos parâmetros de *Random Walk* foram obtido os valores de  $\sigma$  pela Eq. (3.18) para a construção da matriz  $\mathbf{Q}_0$ , considerando o tempo de amostragem  $\delta t = 0.01 \text{ s}$  tem-se:

$$\sigma_{giro} = \frac{0,002 \text{ }^\circ/\sqrt{h}}{\sqrt{0,01 \text{ s}}} = 5,81776 \times 10^{-6} \text{ rad/s} \quad (3.43)$$

$$\sigma_{acel} = 0,001 \text{ m/s}^2 \quad (3.44)$$

Para os sensores auxiliares foram obtidos os valores de acurácia e precisão, sendo  $\pm 0.1 \text{ cm/s}$  para o DVL e  $\pm 0.05 \%$  do fundo de escala para o profundímetro. Desse modo, os elementos da matriz  $\mathbf{R}_0$  são dados por:

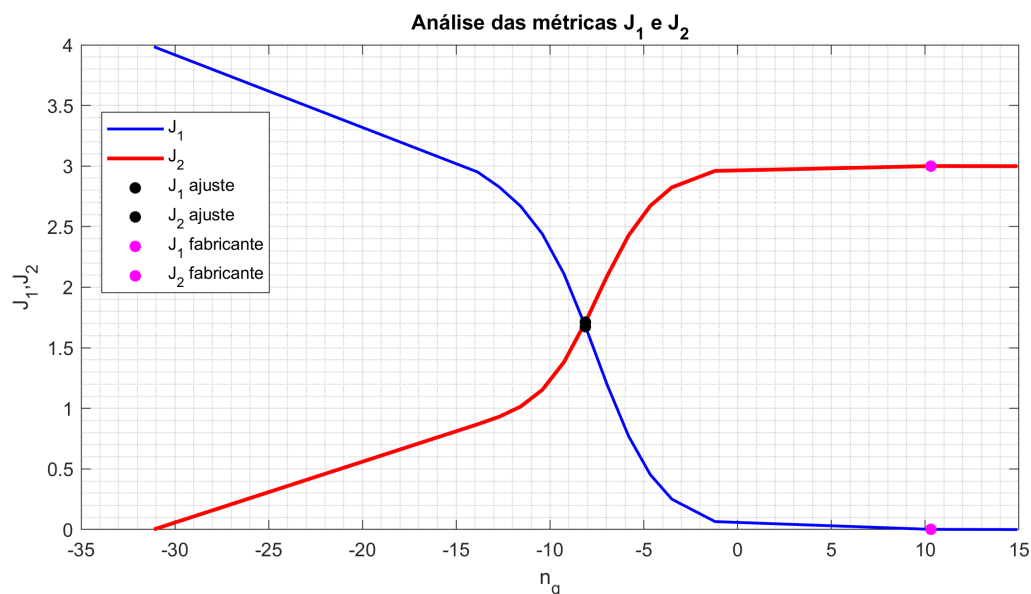
$$\sigma_{DVL} = 0,001 \text{ m/s} \quad (3.45)$$

$$\sigma_{prof} = 0,001 \text{ m} \quad (3.46)$$

Com a definição de  $\mathbf{Q}_0$  e  $\mathbf{R}_0$  iniciou-se o ajuste fino a partir da variação de seus valores e a análise de suas respectivas métricas. Foram utilizados dados de navegação obtidos em testes de campo para aplicação da metodologia e levantamento das curvas geradas por  $J_1$  e  $J_2$ . Na Figura 3.2 é apresentado o processo de sintonia através da análise das curvas, destacando a região em que se encontram as métricas a partir da sintonia de  $\mathbf{Q}_0$  e  $\mathbf{R}_0$ . Na figura também é destacada a região de interseção das curvas, com base nas análises, que corresponde a área de interesse para obtenção dos parâmetros de  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  otimizados.

Para a sintonia partir de  $\mathbf{Q}_0$  e  $\mathbf{R}_0$ ,  $J_1 \rightarrow 0$  e  $J_2 \rightarrow m$ , portanto os valores de  $\mathbf{Q}_0$  são muito grandes em termos de traço e precisam ser ajustados. Para equilibrar a influência de cada matriz no desempenho do filtro, foram atribuídos pesos para  $\mathbf{Q}_0$  e  $\mathbf{R}_0$ , os quais foram variados avaliando a resposta do filtro e suas influências no desempenho de acordo com as métricas  $J_1$  e  $J_2$ . Após a aplicação dos ajustes manuais, através da variação dos

Figura 3.2 – Análise das curvas para sintonia do filtro de Kalman.



Fonte: Autor.

pesos, os valores de  $J_1$  e  $J_2$  ficaram na região de interseção, correspondendo ao equilíbrio da influência de  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  no desempenho do filtro de Kalman, o qual apresentou um bom desempenho com base no uso dos dados obtidos de ensaios em campo e processados *offline*. Os valores de  $\sigma$  para sintonia através da abordagem das métricas de Saha, Goswami e Ghosh (2011) são dados por:

$$\sigma_{giro} = 1,83975e^{-4} \text{ rad/s} \quad (3.47)$$

$$\sigma_{accel} = 0,01 \text{ m/s}^2 \quad (3.48)$$

$$\sigma_{DVL} = 0,05 \text{ m/s} \quad (3.49)$$

$$\sigma_{prof} = 0,001 \text{ m} \quad (3.50)$$

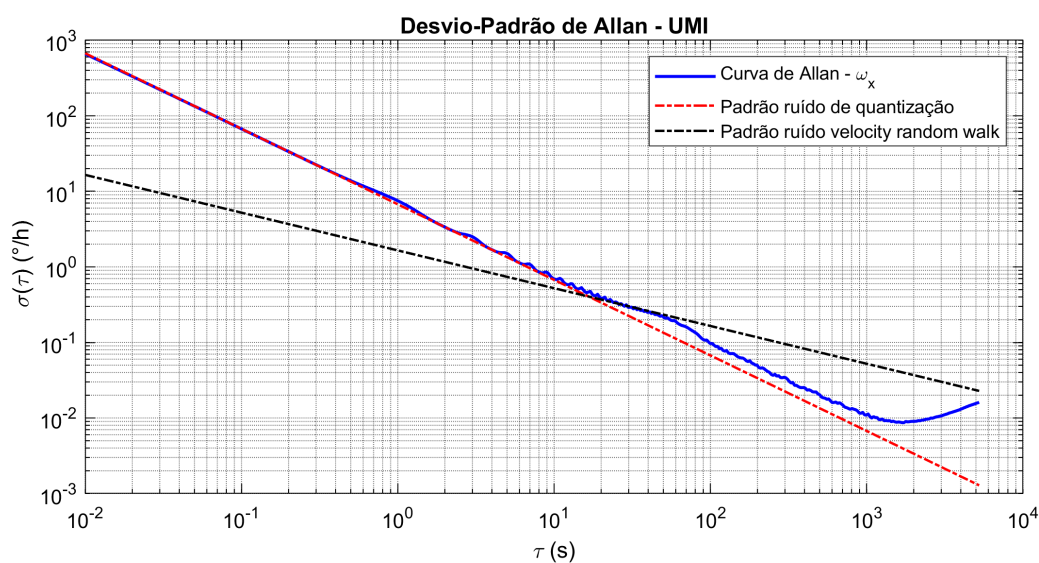
### 3.4 SINTONIA DA MATRIZ $\mathbf{Q}$ BASEADA NO MODELO DE ERROS DOS SENSORES

O conhecimento das estatísticas dos sensores representa uma etapa importante no projeto do filtro de Kalman, tendo em vista que tais estatísticas contribuirão na construção do modelo além da sintonia dos parâmetros do filtro (HOU, 2004). Conforme visto no item 3.2.2, as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  podem ser ajustadas a partir das estatísticas dos sensores, no caso da matriz  $\mathbf{Q}$  especificamente podem ser usadas as parcelas estocásticas de passeio aleatório da UMI (WOODMAN, 2007; ZANONI, 2012; BROWN; HWANG, 2012).

Conforme apresentado na Seção 2.4.2.1, a caracterização dos ruídos presentes nos sinais dos girômetros e acelerômetros é essencial para o levantamento da curva de Allan, e assim a obtenção dos coeficientes dos ruídos (FARRELL *et al.*, 2022). A caracterização foi aplicada em uma UMI do tipo intermediário, com erro de viés de  $0.02^\circ/h$  para os girômetros e  $1mg$  para os acelerômetros (dados fornecidos pelo fabricante). O ensaio foi realizado no laboratório de metrologia da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, com duração aproximada de 5 horas, sendo 1 hora para estabilização da temperatura e 4 horas para aquisição de dados da UMI.

A descrição do ensaio é apresentada no Apêndice A e o resultado do levantamento das curvas é apresentado no Apêndice B. As Figuras 3.3 a 3.8 mostram as curvas de Allan obtidas para a UMI e seus padrões de ruídos, identificados pelas inclinações das retas.

Figura 3.3 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro  $\omega_x$ .

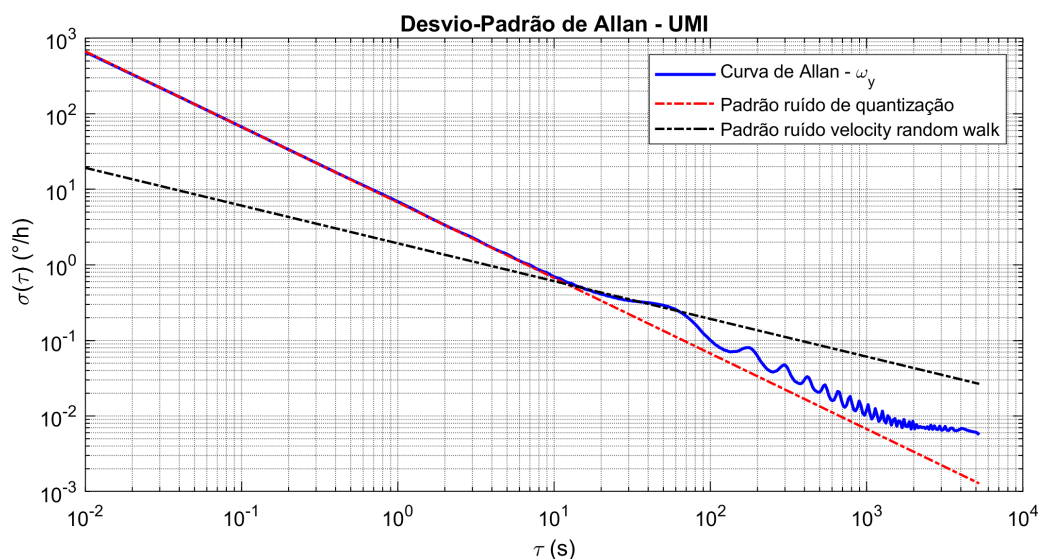


Fonte: Autor.

Os principais ruídos encontrados nos sinais da UMI foram ruídos de quantização e *angle random walk* para os girômetros, e *velocity random walk* e *bias instability* para os acelerômetros. Os coeficientes dos ruídos foram extraídos das retas nos instantes de tempo característicos, conforme destacado na Seção 2.4.2.1:  $\tau = \sqrt{3}$  para o ruído de quantização,  $\tau = 1$  para os ruídos de passeio aleatório e  $\tau \approx \frac{1}{f_0}$  para a instabilidade de viés. Nas Tabelas 3.2 e 3.3 são mostrados os parâmetros de Allan da UMI, obtidos diretamente da curva de Allan padrão (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; FARRELL *et al.*, 2022).

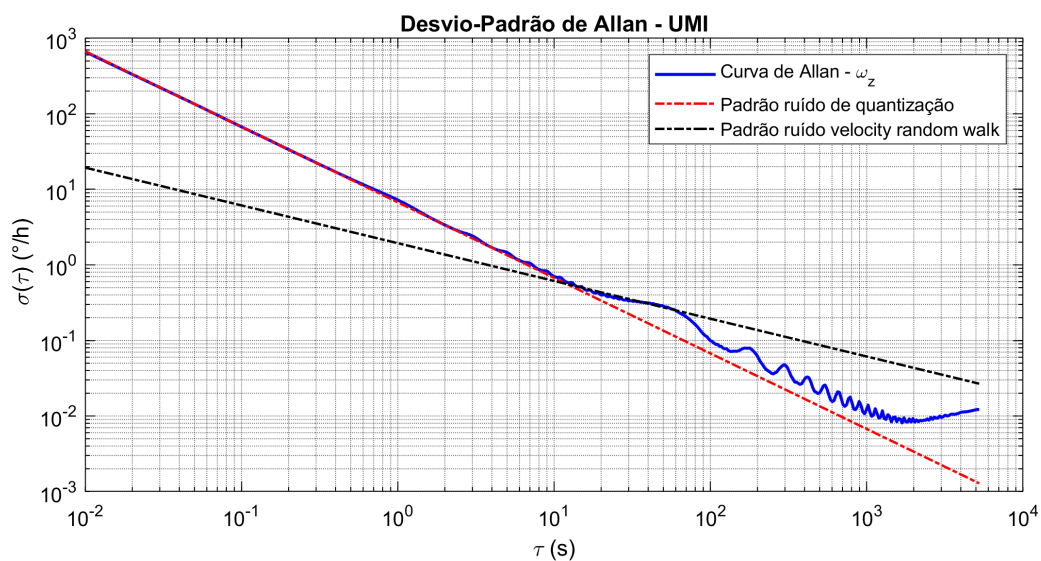
Conforme Silva (2016), os erros de quantização são tratados, em geral, como uma parte do erro de ruído aleatório. Portanto, as componentes referentes aos erros nas medições

Figura 3.4 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro  $\omega_y$ .



Fonte: Autor.

Figura 3.5 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro  $\omega_z$ .



Fonte: Autor.

dos girômetros e acelerômetros,  $\delta\omega_{i/b}^b$  e  $\delta\mathbf{f}_{i/b}$ , podem ser definidas como uma parcela de erro de *bias* e uma parcela de erro de ruído aleatório branco (*random walk*).

$$\delta\omega_{i/b}^b = \delta\omega_{bias}^b + \delta\omega_{rand}^b \tag{3.51}$$

Tabela 3.2 – Parâmetros de Allan obtidos para os girômetros

Parâmetros	Eixo X	Eixo Y	Eixo Z
$Q$ [arcsec]	3,914	3,901	3,915
$N$ [°/√h]	0,0292	0,0318	0,0319

Figura 3.6 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro  $f_x$ .

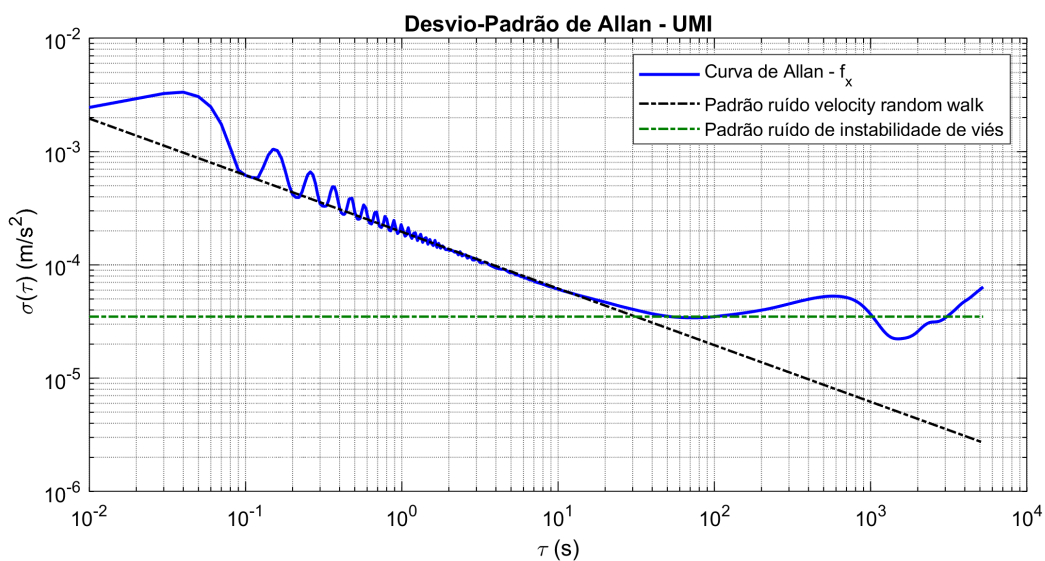
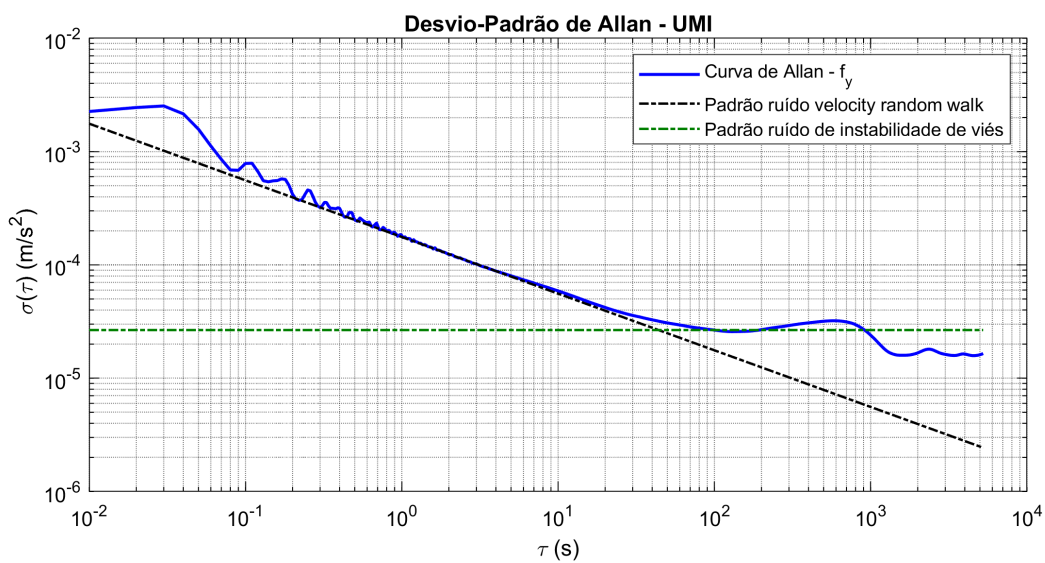


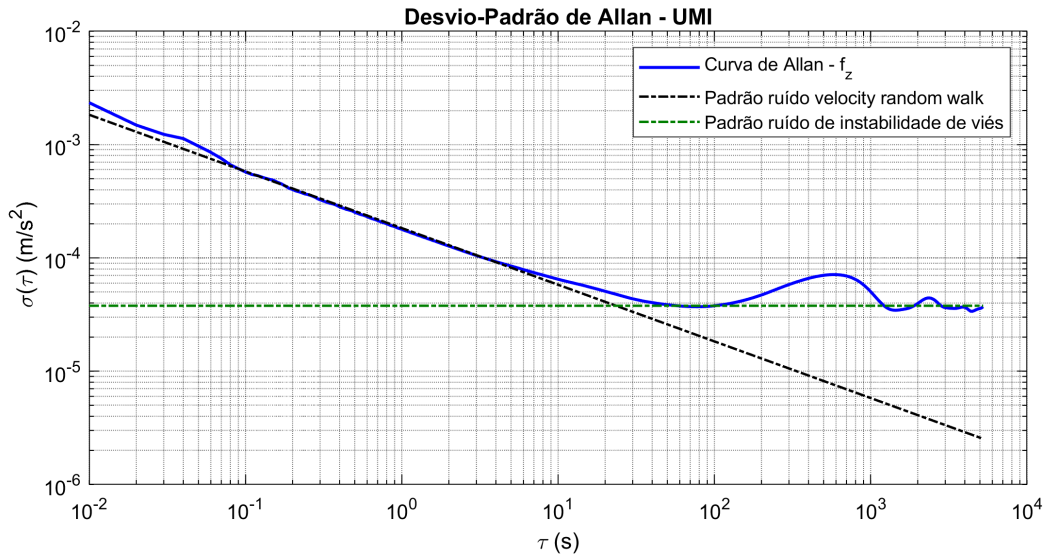
Figura 3.7 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro  $f_y$ .



$$\delta \mathbf{f}_{i/b} = \delta \mathbf{f}_{bias}^b + \delta \mathbf{f}_{rand}^b \tag{3.52}$$

Tabela 3.3 – Parâmetros de Allan obtidos para os acelerômetros

Parâmetros	Eixo X	Eixo Y	Eixo Z
$N \left[ \frac{^\circ}{\sqrt{h}} \right]$	0,0116	0,0106	0,0110
$B \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$3,949 \times 10^{-5}$	$2,659 \times 10^{-5}$	$3,781 \times 10^{-5}$

Figura 3.8 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro  $f_z$ .

Fonte: Autor.

A obtenção de  $\sigma$  a partir dos parâmetros de passeio aleatório foi tratado nas Seções anteriores, sendo calculada pela Eq. (3.18). Portanto os valores de  $\sigma$  para os parâmetros obtidos pela caracterização são dados por:

$$\sigma_{giro} = \frac{0,031 \text{ }^\circ/\sqrt{h}}{\sqrt{0,01 \text{ s}}} = 9,25022 \times 10^{-5} \text{ rad/s} \quad (3.53)$$

$$\sigma_{acel} = \frac{0,011 \text{ m/s}/\sqrt{h}}{\sqrt{0,01 \text{ s}}} = 1,83 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad (3.54)$$

Considerar a sintonia da matriz  $\mathbf{Q}$  apenas com os parâmetros de *random walk*, apesar dos acelerômetros apresentarem erros de *bias instability*, limita a precisão do modelo a manobras de pequena duração, impossibilitando que o algoritmo de fusão sensorial realize a calibração da UMI estimando um viés em tempo real (FARRELL *et al.*, 2022). Portanto, adicionar um modelo para a estimativa do *bias* permite a remoção do seu efeito nas medições dos sensores.

Incluir um modelo significa adicionar estados no filtro de Kalman para estimar o *bias* para cada eixo do sensor. Em geral, pode-se adotar um modelo como o processo de Gauss-Markov de primeira ordem ou um *acceleration random walk* (BEN *et al.*, 2011). No entanto, Farrell *et al.* (2022) destaca os impactos no desempenho das estimativas ao adotar cada um dos modelos: no modelo de *random walk* a variação do estado do *bias* cresce linearmente com o tempo quando não é observável, mas quando o estado passa a ser observável através da informação de medição e movimento do veículo, o crescimento linear faz com que o ganho do estimador seja excessivamente grande. Com o modelo de

Gauss-Markov a variação do estado de *bias* permanece limitada, mesmo quando o estado não é observável.

Neste trabalho, para a estimativa do *bias* dos acelerômetros será adotado o modelo de Gauss-Markov, dado por (BEN *et al.*, 2011; QUINCHIA *et al.*, 2013; FARRELL *et al.*, 2022):

$$\dot{\mathbf{b}}_a(t) = -\beta_B \mathbf{b}_a(t) + \boldsymbol{\omega}_B(t), \quad (3.55)$$

sendo,

$$\beta_B = \frac{1}{T_B}, T_B > 0, \quad (3.56)$$

onde,  $T_B$  representa o tempo de correlação do processo e  $\boldsymbol{\omega}_B(t)$  representa um ruído branco com média nula. A equação correspondente no tempo discreto pode ser escrita como (QUINCHIA *et al.*, 2013):

$$\mathbf{b}_{ak} = (1 - \beta_B \Delta t) \mathbf{b}_{ak-1} + \boldsymbol{\omega}_{Bk}, \quad (3.57)$$

onde  $\Delta t$  é o tempo de amostragem e  $\boldsymbol{\omega}_{Bk}$  é um ruído branco com variância dada por (QUINCHIA *et al.*, 2013):

$$\sigma_{\omega_k}^2 = \sigma_B^2 (1 - e^{-2\Delta t/T_B}), \quad (3.58)$$

sendo  $\sigma_B^2$  dado pela Eq. (2.138). A representação no tempo contínuo é dada por:

$$\sigma_{\omega}^2 = 2\beta_B \sigma_B^2 \quad (3.59)$$

Desse modo, com a adição dos estados para estimativa dos *bias* dos acelerômetros, a matriz  $\mathbf{Q}$  é dada por (QUINCHIA *et al.*, 2013):

$$\mathbf{Q}_k = \text{diag} (\sigma_{giros}^2, \sigma_{giros}^2, \sigma_{giros}^2, \sigma_{acel}^2, \sigma_{acel}^2, \sigma_{acel}^2, \mathbf{0}_{1 \times 6}, \sigma_{\omega}^2, \sigma_{\omega}^2, \sigma_{\omega}^2) \quad (3.60)$$



## 4 DESENVOLVIMENTO DOS ALGORITMOS DO SISTEMA DE NAVEGAÇÃO

O sistema de navegação de um AUV deve ser capaz de fornecer estimativas precisas para a localização, posicionamento, orientação e controle do veículo (DINC; HAJIYEV, 2015). Tais estimativas são obtidas a partir da integração numérica das forças específicas e velocidade angulares a cada instante de amostragem, medidas pelos acelerômetros e girômetros respectivamente. Uma solução obtida a partir de integração numérica precisa de condições iniciais: para a navegação, as estimativas iniciais da posição, velocidade e orientação devem ser fornecidas. Esta etapa é chamada de alinhamento, o qual impacta significativamente a etapa de navegação (SILVA, 2016; SILVA *et al.*, 2018).

Na etapa de navegação, os sensores inerciais são empregados em conjunto com sensores auxiliares, a fim de fornecer estimativas com menor incerteza, combinando seus dados e características através da fusão sensorial (T.N; NHERAKKOL; NAVELKAR, 2010). O filtro de Kalman permite a implementação dessa fusão, desde que um modelo seja construído descrevendo a dinâmica e vetor de observação dos estados do veículo.

Nesta seção, são apresentados os modelos adotados para a implementação de um sistema de navegação inercial com fusão sensorial, combinando os dados do DVL e profundímetro. Inicialmente é apresentada uma discussão sobre o alinhamento e o método utilizado para as estimativas iniciais da posição, velocidade e atitude. Em seguida é apresentada a abordagem para a implementação do filtro de Kalman em tempo-real considerando as limitações de *hardware* do veículo.

### 4.1 INICIALIZAÇÃO DAS ESTIMATIVAS: ALGORITMOS DE ALINHAMENTO

A etapa de alinhamento é executada na superfície com o veículo atracado, portanto, as estimativas iniciais de posição e velocidade podem ser facilmente obtidas com boa precisão pelos sensores auxiliares, como o receptor GPS e o DVL. Desse modo o alinhamento concentra seu objetivo em determinar a orientação inicial do veículo, fornecendo a matriz de transformação entre o referencial de navegação e o referencial do corpo,  $\mathbf{C}_b^n$ , com rapidez, autonomia e precisão (LI *et al.*, 2013; CHANG; LI; CHEN, 2015; SILVA *et al.*, 2018; MINGHANG; WEI, 2019; RAHIMI; NIKKHAH, 2020). Esse processo é executado como inicialização do sistema de navegação, sendo que um mal alinhamento resulta em

estimativas ruins das variáveis de navegação (LI *et al.*, 2013; RAHIMI; NIKKHAH, 2020). Conforme descrito em Farrell (2008), o procedimento de alinhamento é frequentemente realizado em condições estacionárias, e é dividido em duas etapas: alinhamento grosseiro e alinhamento fino (SILVA, 2016). Neste trabalho o foco será direcionado na implementação em tempo-real de uma abordagem de alinhamento grosseiro.

O alinhamento grosseiro estima, de forma aproximada, a orientação do veículo no referencial  $b$  em relação ao referencial de navegação  $n$ . A precisão gerada nessa etapa, dependendo da qualidade do sensor, é de alguns graus para o rumo e décimos de graus para *roll* e *pitch* (LI *et al.*, 2013).

Conforme Silva *et al.* (2018), o alinhamento grosseiro requer a observação de, pelo menos, dois vetores não colineares, cujas componentes devem ser conhecidas tanto nos sistemas de coordenadas do corpo quanto de navegação. Tradicionalmente, os vetores gravidade local e velocidade angular da Terra, medidos por acelerômetros e girômetros, respectivamente, têm sido escolhidos para fins de alinhamento grosseiro em INSS (LI *et al.*, 2013). Dentre as abordagens comumente usadas nesta etapa, Britting (1971) apresenta um método conhecido como TRIAD (*Trhee-axis Attitude Determination*), e Silva (2016) destaca um método que tem sido bastante utilizado nos últimos anos, o OB-ADIA (*Optimization-Based Attitude Matrix Decomposition-Based Alignment Method*), descritos a seguir.

#### 4.1.1 TRIAD

O TRIAD é um método capaz de gerar uma estimativa inicial da matriz de transformação,  $C_b^n$ , relacionando os sistemas de coordenadas nos referenciais do corpo e navegação a partir de três vetores arbitrários não colineares (TAN *et al.*, 2015), os quais são compostos pelos vetores de gravidade e velocidade de rotação da Terra, denotados por  $\omega_{i/e}^n$  e  $g^n$ ; e pelo produto vetorial  $g^n \times \omega_{i/e}^n$ .

Assumindo um sistema perfeitamente estacionário, negligenciando os erros dos sensores e perturbações que o veículo está sujeito, os três vetores não colineares representados no referencial do corpo são dados por (SILVA, 2016):

$$\begin{cases} \mathbf{f}_{i/b}^b = \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n \\ \boldsymbol{\omega}_{i/b}^b = \mathbf{C}_n^b \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n \\ \mathbf{v}_{i/e}^b = \mathbf{C}_n^b \mathbf{v}_{i/e}^n \end{cases} \quad (4.1)$$

onde,  $\mathbf{v}_{i/e}^n$  e  $\mathbf{v}_{i/e}^b$  correspondem ao produto vetorial entre o vetor gravidade e velocidade de rotação da Terra nos referenciais do corpo e navegação respectivamente, e são dados por:

$$\mathbf{v}_{i/e}^n = \mathbf{g}^n \times \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ g_D^n \Omega \cos L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{v}_{i/e}^b = -\mathbf{f}_{i/b}^b \times \boldsymbol{\omega}_{i/b}^b = \begin{bmatrix} f_{i/bz}^b \omega_{i/by}^b - f_{i/by}^b \omega_{i/bz}^b \\ f_{i/bx}^b \omega_{i/bz}^b - f_{i/bz}^b \omega_{i/bx}^b \\ f_{i/by}^b \omega_{i/bx}^b - f_{i/bx}^b \omega_{i/by}^b \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Reordenando a Eq.(4.1), a matriz  $\mathbf{C}_b^n$  é obtida como (SILVA *et al.*, 2018):

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{i/b}^b \\ \boldsymbol{\omega}_{i/b}^b \\ \mathbf{v}_{i/e}^b \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{g}^n \\ \boldsymbol{\omega}_{i/e}^n \\ \mathbf{v}_{i/e}^n \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} \frac{g_D^n \omega_{i/bx}^b - \Omega \sin L f_{i/bx}^b}{g_D^n \Omega \cos L} & \frac{g_D^n \omega_{i/by}^b - \Omega \sin L f_{i/by}^b}{g_D^n \Omega \cos L} & \frac{g_D^n \omega_{i/bz}^b - \Omega \sin L f_{i/bz}^b}{g_D^n \Omega \cos L} \\ \frac{f_{i/bz}^b \omega_{i/by}^b - f_{i/by}^b \omega_{i/bz}^b}{g_D^n \Omega \cos L} & \frac{f_{i/bx}^b \omega_{i/bz}^b - f_{i/bz}^b \omega_{i/bx}^b}{g_D^n \Omega \cos L} & \frac{f_{i/by}^b \omega_{i/bx}^b - f_{i/bx}^b \omega_{i/by}^b}{g_D^n \Omega \cos L} \\ -\frac{f_{i/bx}^b}{g_D^n} & -\frac{f_{i/by}^b}{g_D^n} & -\frac{f_{i/bz}^b}{g_D^n} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

A partir da matriz  $\mathbf{C}_b^n$  na Eq.(4.5) os ângulos de Euler podem ser obtidos pelas equações (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\phi = \arctan_2 \left( \frac{C_{b32}^n}{C_{b33}^n} \right) \quad (4.6)$$

$$\theta = -\arcsin \left( C_{b31}^n \right) \quad (4.7)$$

$$\psi = \arctan_2 \left( \frac{C_{b21}^n}{C_{b11}^n} \right) \quad (4.8)$$

## 4.1.2 OB-ADIA

O OB-ADIA faz parte de um conjunto de métodos de alinhamento grosseiro baseados na decomposição da matriz  $\mathbf{C}_b^n$  e na observação da gravidade local em diferentes instantes de tempo (SILVA, 2016). A decomposição de  $\mathbf{C}_b^n$  em três componentes é dada por (WU *et al.*, 2011; SILVA, 2016):

$$\mathbf{C}_b^n(t) = \mathbf{C}_{n(0)}^{n(t)} \mathbf{C}_b^n(0) \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}, \quad (4.9)$$

onde,  $\mathbf{C}_b^n(0)$  corresponde à matriz  $\mathbf{C}_b^n$  no instante de tempo imediatamente após o início do tempo de alinhamento,  $\mathbf{C}_{n(0)}^{n(t)}$  e  $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$  correspondem às matrizes de rotação do referencial de navegação e do corpo entre os instantes 0 e  $t$  respectivamente, e são dadas por (WU *et al.*, 2011; SILVA, 2016):

$$\mathbf{C}_{n(0)}^{n(t)} = \begin{bmatrix} 1 - 2 \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \sin^2 L & -\sin(\Omega t) \sin L & \frac{\sin(2L)(\cos(\Omega t)-1)}{2} \\ \sin(\Omega t) \sin L & \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) \cos L \\ \frac{\sin(2L)(\cos(\Omega t)-1)}{2} & -\sin(\Omega t) \cos L & 1 - 2 \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \cos^2 L \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} = \mathbf{I} + \frac{\sin\|\boldsymbol{\sigma}_g(t)\|}{\|\boldsymbol{\sigma}_g(t)\|} [\boldsymbol{\sigma}_g(t) \times] + \frac{1 - \cos\|\boldsymbol{\sigma}_g(t)\|}{\|\boldsymbol{\sigma}_g(t)\|^2} [\boldsymbol{\sigma}_g(t) \times]^2 \quad (4.11)$$

onde,  $\boldsymbol{\sigma}_g(t)$  corresponde ao vetor de incremento angular da rotação do corpo entre os instantes 0 e  $t$ . Uma aproximação pode ser usada para o cálculo de  $\boldsymbol{\sigma}_g(t)$  (WU *et al.*, 2011):

$$\boldsymbol{\sigma}_g(t) = \Delta\boldsymbol{\theta}_1 + \Delta\boldsymbol{\theta}_2 + \frac{2}{3}\Delta\boldsymbol{\theta}_1 \times \Delta\boldsymbol{\theta}_2, \quad (4.12)$$

onde,  $\Delta\boldsymbol{\theta}_1$  e  $\Delta\boldsymbol{\theta}_2$  correspondem aos incrementos de ângulo obtidos a partir da integração das medições dos girômetros nos intervalos  $t_{k+1} + (i-1)T_{UMI}$  a  $t_{k+1} + iT_{UMI}$ , para  $i = 1$  e  $i = 2$  e período de amostragem da UMI  $T_{UMI}$ .

Tomando a gravidade local como medida de observação, sua representação nos referenciais fixos de navegação  $n(0)$  e do corpo  $b(0)$  é dada por:

$$\mathbf{g}^{n(0)}(t) = \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n \quad (4.13)$$

$$\mathbf{g}^{b(0)}(t) \approx -\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}_{i/b}^b \quad (4.14)$$

O método OB-ADIA tem como característica obter a solução do alinhamento a partir de um problema de otimização, obtendo uma matriz  $\mathbf{C}_b^n(0)$  ortogonal que seja a solução do Problema de Wahba (SILVA, 2016):

$$L(\mathbf{C}_b^n(0)) = \sum_{i=1}^k \|\mathbf{C}_b^n(0) \mathbf{g}^{b(0)}(t_i) - \mathbf{g}^{n(0)}(t_i)\|^2 \quad (4.15)$$

Seguindo a abordagem apresentada em Silva (2016), parametrizando a Eq.(4.15) em termos de *quaternions*, tem-se:

$$\begin{cases} L(\hat{\mathbf{q}}(0)) = \hat{\mathbf{q}}(0)^T \boldsymbol{\kappa} \hat{\mathbf{q}}(0) \\ \hat{\mathbf{q}}(0)^T \hat{\mathbf{q}}(0) = 1 \end{cases} \quad (4.16)$$

A solução para a Eq.(4.16) é dada pelo autovetor associado ao menor autovalor da matriz  $\boldsymbol{\kappa}$  dada por (WU *et al.*, 2011; SILVA, 2016):

$$\boldsymbol{\kappa} = \sum_{i=1}^k \left( [\mathbf{g}^{n(0)}(t_i)]^+ - [\mathbf{g}^{b(0)}(t_i)]^- \right)^T \left( [\mathbf{g}^{n(0)}(t_i)]^+ - [\mathbf{g}^{b(0)}(t_i)]^- \right), \quad (4.17)$$

onde  $[\mathbf{g}^{n(0)}(t_i)]^+$  e  $[\mathbf{g}^{b(0)}(t_i)]^-$  são dadas pelas equações:

$$[\mathbf{g}^{n(0)}(t)]^+ = \begin{bmatrix} 0 & -(\mathbf{g}^{n(0)}(t))^T \\ \mathbf{g}^{n(0)}(t) & (\mathbf{g}^{n(0)}(t) \times) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$[\mathbf{g}^{b(0)}(t)]^- = \begin{bmatrix} 0 & -(\mathbf{g}^{b(0)}(t))^T \\ \mathbf{g}^{b(0)}(t) & -(\mathbf{g}^{b(0)}(t) \times) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Os termos  $(\mathbf{g}^{n(0)}(t) \times)$  e  $(\mathbf{g}^{b(0)}(t) \times)$  correspondem as matrizes antissimétricas de  $\mathbf{g}^{n(0)}(t)$  e  $\mathbf{g}^{b(0)}(t)$ .

Tomando  $\boldsymbol{\rho}$  formado pelos três primeiros elementos de  $\hat{\mathbf{q}}$  e  $q$  como o quarto elemento de  $\hat{\mathbf{q}}$ , a matriz  $\mathbf{C}_b^n(0)$  pode ser obtida pela seguinte expressão (WU *et al.*, 2011):

$$\mathbf{C}_b^n(0) = (q^2 - \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho}) \mathbf{I} + 2\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho}^T - 2q [\boldsymbol{\rho} \times], \quad (4.20)$$

onde,  $[\boldsymbol{\rho} \times]$  corresponde à matriz antissimétrica de  $\boldsymbol{\rho}$ . A matriz  $\mathbf{C}_b^n(t)$  é obtida aplicando a Eq. (4.20) em (4.9).

## 4.2 ESTIMATIVA DA TRAJETÓRIA

Após a obtenção das estimativas iniciais de posição e velocidade dadas pelos sensores auxiliares, e orientação dadas pelo alinhamento grosseiro, inicia-se a etapa de navegação. Conforme destacado anteriormente, neste trabalho o sistema de navegação inercial é implementado combinando os dados da UMI com os dados de velocidade e profundidade dos sensores auxiliares DVL e profundímetro, respectivamente. As medidas dos sensores são combinadas por fusão sensorial, através da implementação do filtro de Kalman utilizando

a abordagem de erros dos estados (*Error-State Kalman filter*). O vetor de estados do sistema é dado por (SOUZA *et al.*, 2022b; SOUZA *et al.*, 2022a; SILVA *et al.*, 2022):

$$\mathbf{x}(t) = \left[ \boldsymbol{\psi} \quad \delta \mathbf{v}_{e/b}^n \quad \delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \quad \mathbf{b}_g \quad \mathbf{b}_a \right]^T, \quad (4.21)$$

onde,  $\boldsymbol{\psi}$  corresponde aos erros dos ângulos de *roll*, *pitch* e rumo,  $\delta \mathbf{v}_{e/b}^n$  corresponde aos erros de velocidade no referencial de navegação.  $\delta L$ ,  $\delta \lambda$  e  $\delta h$  correspondem aos erros de posição (latitude, longitude e altitude). Os termos  $\mathbf{b}_g$  e  $\mathbf{b}_a$  correspondem as estimativas dos *bias* dos girômetros e acelerômetros, respectivamente.

A dinâmica de erro do sistema pode ser representada da seguinte forma (SOUZA *et al.*, 2022a):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t), \quad (4.22)$$

onde, a matriz  $\mathbf{F}$  é composta pelas equações de propagação de erros de posição, velocidade e orientação, os quais foram desenvolvidos na Seção 2.4.1 e são dados pelas Eqs. (2.123), (2.112) e (2.88), respectivamente. O modelo dinâmico para os *bias* dos girômetros é dado pelo erro de repetibilidade de viés na Eq. (2.141), para os acelerômetros foi adotado o modelo baseado no processo de Gauss-Markov dado em (3.55). Portanto, a matriz  $\mathbf{F}$  é modelada como:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 & \mathbf{K}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{K}_4 & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ [\mathbf{f}_{i/b}^n \times] & \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{J}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{K}_8 & 0 & 0 & k_9 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{K}_{10} & k_{11} & 0 & k_{12} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{K}_{13} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\beta_B \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

onde  $\mathbf{J}_1 = \left[ \left( \mathbf{v}_{e/b}^n \times \right) \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_5 \right]$ ,  $\mathbf{J}_2 = \left( \mathbf{v}_{e/b}^n \times \right) \mathbf{K}_7$  e  $\mathbf{J}_3 = \left( \mathbf{v}_{e/b}^n \times \right) \mathbf{K}_4$ .

A matriz  $\mathbf{G}$  é dada pela equação:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

e  $\mathbf{w}(t)$  corresponde aos ruídos aleatórios associados aos girômetros e acelerômetros.

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_g(t) \\ \mathbf{w}_a(t) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

O vetor de observação  $\mathbf{y}(t)$  é dado pela diferença entre as estimativas de velocidade e profundidade fornecidas pelo DVL/profundímetro e INS.

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{v}_{e/b}^n \\ \delta h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{e/b}^{\tilde{n}} - \tilde{\mathbf{v}}_{e/b_{dvl}}^n \\ h - \tilde{h}_{ps} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

A matriz de observação para as medidas de velocidade é construída a partir das medições do DVL. Tomando como base o modelo apresentado por Li *et al.* (2015), as medições do DVL no referencial de navegação podem ser descritas pela equação:

$$\tilde{\mathbf{v}}_{b/d_{DVL}}^n = \hat{\mathbf{C}}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d + \boldsymbol{\nu}, \quad (4.27)$$

onde  $S_f$  é o erro de fator de escala,  $\mathbf{C}_d^b$  é a matriz de desalinhamento entre a UMI e DVL,  $\mathbf{v}_{DVL}^d$  é o vetor de velocidades medidas no referencial do instrumento ( $d$ ),  $\hat{\mathbf{C}}_b^n$  é a matriz de transformação de coordenadas do referencial do corpo para navegação, e  $\boldsymbol{\nu}$  corresponde ao ruído associado ao sensor. Para pequenos ângulos de desalinhamento, a matriz  $\hat{\mathbf{C}}_b^n$  pode ser substituída e a Eq.(4.27) pode ser reescrita como:

$$\tilde{\mathbf{v}}_{DVL}^n = [\mathbf{I} - \boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d + \boldsymbol{\nu} \quad (4.28)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{DVL}^n = \mathbf{v}_{e/b}^n - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d + \boldsymbol{\nu} \quad (4.29)$$

Considerando modelo de medição para as velocidades dado na Eq.(4.26), tem-se (LI *et al.*, 2015):

$$\mathbf{v}_{e/b}^{\tilde{n}} - \tilde{\mathbf{v}}_{e/b_{dvl}}^n = (\mathbf{v}_{e/b}^n + \delta \mathbf{v}_{e/b}^n) - (\mathbf{v}_{e/b}^n - [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d + \boldsymbol{\nu}) \quad (4.30)$$

$$\mathbf{v}_{e/b}^{\tilde{n}} - \tilde{\mathbf{v}}_{e/b_{dvl}}^n = \delta \mathbf{v}_{e/b}^n + [\boldsymbol{\psi} \times] \mathbf{C}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d + \boldsymbol{\nu} \quad (4.31)$$

$$\mathbf{v}_{e/b}^{\tilde{n}} - \tilde{\mathbf{v}}_{e/b_{dvl}}^n = \delta \mathbf{v}_{e/b}^n - [\mathbf{C}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d \times] \boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{\nu} \quad (4.32)$$

A Eq.(4.32) pode ser representada como (LI *et al.*, 2015):

$$\mathbf{v}_{e/b}^{\tilde{n}} - \tilde{\mathbf{v}}_{e/b_{dvl}}^n = \mathbf{H}_{vel} \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\nu}(t), \quad (4.33)$$

onde,  $\boldsymbol{\nu}(t)$  corresponde aos ruídos associados às medições. O modelo de observação para velocidades é dado por (LI *et al.*, 2015):

$$\mathbf{H}_{vel} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{C}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d \times) & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Para a profundidade, o modelo de observação é dado pela Eq.(4.35):

$$\mathbf{H}_h = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 8} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 6} \end{bmatrix}, \quad (4.35)$$

combinando as Eqs.(4.34) e (4.35) tem-se a matriz de observação do sistema:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{C}_b^n S_f \mathbf{C}_d^b \mathbf{v}_{DVL}^d \times) & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

### 4.3 IMPLEMENTAÇÃO EM TEMPO-REAL

A implementação das equações usuais do filtro de Kalman apresenta um bom desempenho e estabilidade para problemas simples e com poucas variáveis de estados (ZANETTI; D'SOUZA, 2013). No entanto, à medida que o número de estados aumenta, o rendimento computacional e a estabilidade do filtro podem ser comprometidos, afetando as características numéricas por efeitos não lineares levando à divergência e definição não positiva da matriz de covariância (ZANETTI; D'SOUZA, 2013; D'SOUZA; CARPENTER, 2018).

Considerando a implementação do filtro de Kalman apresentado na subseção anterior, tanto o vetor de estados quanto a matriz  $\mathbf{F}$  são de ordem 15, desse modo, a implementação da fusão sensorial implica em um grande volume de alocação de memória dos *hardwares* do veículo, devido as dimensões das matrizes como a matriz de transição de estados, matriz de covariância dos estados etc; bem como em um alto consumo de processamento para a execução das operações matriciais das equações do filtro de Kalman, principalmente na etapa de cálculo do ganho de Kalman, Eq. (3.10), onde é necessário calcular a inversa da matriz de covariância da inovação. Operações de inversão de matrizes demandam um grande volume de operações aritméticas, principalmente operações de multiplicação e divisão, resultando no uso maior de processamento e alocação de memória. Outro desafio para a implementação em tempo-real consiste nas múltiplas tarefas executadas no sistema do veículo, o sistema de um veículo autônomo conta com um grande conjunto de algoritmos executados de forma simultânea a fim de garantir a integridade e funcionamento do veículo durante sua operação. Os algoritmos compõem *tasks* que são responsáveis pela comunicação, controle, navegação e armazenamento de dados do veículo, possuindo um grau de prioridades e são executadas obedecendo esses critérios. Caso uma *task*



de maior prioridade precise ser executada, a *task* de menor prioridade é interrompida para sua execução e então retomada. Considerando estes pontos, fez-se necessário adotar uma abordagem de implementação que garantisse um menor consumo de memória e processamento, nesse sentido Groves (2013) apresenta o *Sequential Measurement Update* (SMU).

O SMU consiste em um método iterativo usando apenas um componente do vetor de observação de cada vez, de modo que a etapa de propagação do filtro, Eqs. (3.6) e (3.7), permanece a mesma da implementação padrão. Para cada componente do vetor de observação, denotada pelo índice  $j$ , o ganho de Kalman  $\mathbf{K}_k$  é calculado, e a estimativa do vetor de estado  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$  e matriz de covariância  $\mathbf{P}_{k/k}$  são atualizados antes de passar para a próxima observação (GROVES, 2013). A notação  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^j$  e  $\mathbf{P}_{k/k}^j$  é usada a fim de representar a atualização do vetor de estados e matriz de covariância dos estados para todos os termos do vetor de observação, considerando o número total de observações  $m$ , tem-se:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^0 \equiv \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^m \equiv \hat{\mathbf{x}}_{k/k} \quad (4.37)$$

$$\mathbf{P}_{k/k}^0 \equiv \mathbf{P}_{k/k-1}, \mathbf{P}_{k/k}^m \equiv \mathbf{P}_{k/k} \quad (4.38)$$

Para a matriz de covariância de ruído de medição  $\mathbf{R}_k$  diagonal, o ganho de Kalman para a  $j$  – ésima medição é:

$$\mathbf{K}_k^j = \frac{\mathbf{P}_{k/k}^{j-1} \mathbf{H}_{k,j}^T}{\mathbf{H}_{k,j} \mathbf{P}_{k/k}^{j-1} \mathbf{H}_{k,j}^T + R_{k,j,j}}, \quad (4.39)$$

onde,  $\mathbf{H}_{k,j}$  é a  $j$  – ésima linha da matriz de observação, e  $\mathbf{H}_{k,j} \mathbf{P}_{k/k}^{j-1} \mathbf{H}_{k,j}^T$  é um escalar. O ganho de Kalman  $\mathbf{K}_k^j$  é um vetor coluna, portanto as equações da etapa de atualização são (GROVES, 2013):

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^j = \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{j-1} + \mathbf{K}_k^j (y_{k,j} - \mathbf{H}_{k,j} \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{j-1}) \quad (4.40)$$

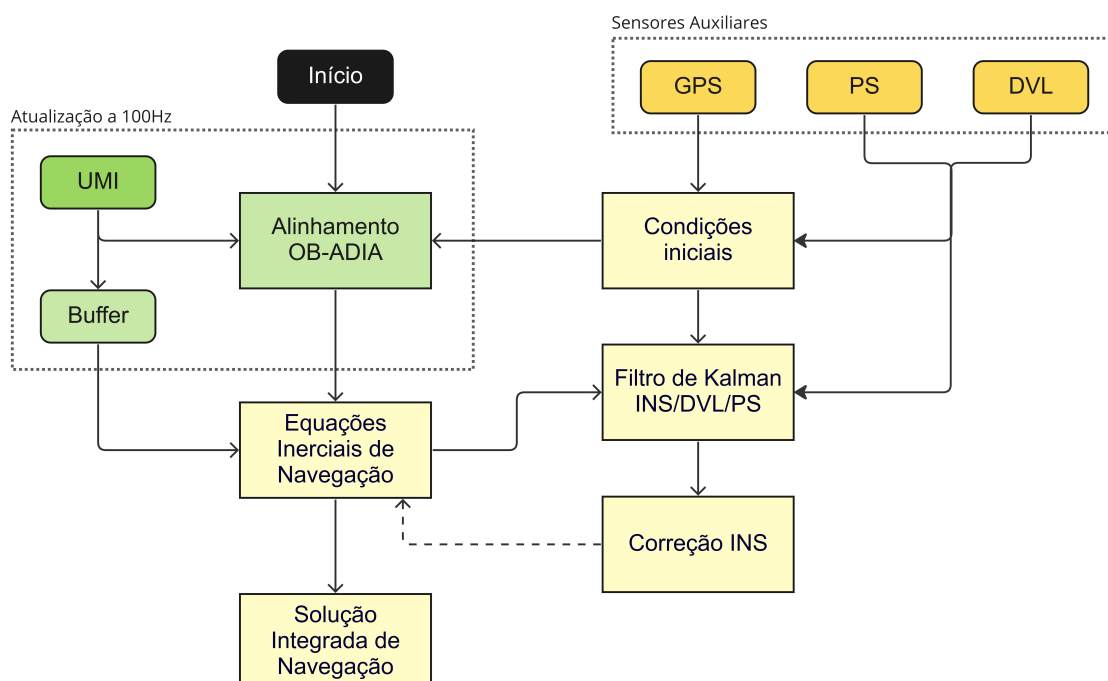
$$\hat{\mathbf{P}}_{k/k}^j = \hat{\mathbf{P}}_{k/k}^{j-1} - \mathbf{K}_k^j (\mathbf{H}_{k,j} \hat{\mathbf{P}}_{k/k}^{j-1}) \quad (4.41)$$

Com base na Eq.(4.39), o problema da inversão da matriz de covariância da inovação é contornado para uma operação de divisão por um escalar (GROVES, 2013). Comparando com a implementação padrão, o SMU é mais eficiente computacionalmente, reduzindo a carga computacional, otimizando o uso de memória e processamento do *hardware*, elementos essenciais na implementação em tempo-real.

Inicialmente, com a implementação integral das equações do filtro de Kalman, isto é, sem o uso de qualquer metodologia de implementação numérica, a *task* responsável pelo

filtro de Kalman era executada em  $54\text{ ms}$ . Desse modo, havia perda de dados e dificuldade em garantir a sincronia entre as *tasks* apesar do uso do *buffer*. Com a implementação do SMU, o tempo de execução da *task* foi reduzida para aproximadamente  $14\text{ ms}$ . A redução do tempo de execução da *task* foi fundamental para garantir o bom funcionamento do sistema de navegação, tendo em vista que o AUV dispõe de múltiplas *tasks* sendo executadas além do número grande de dados trafegados pela rede CAN para garantir a comunicação e o funcionamento do veículo.

Figura 4.1 – Algoritmo do sistema de navegação implementado.



Fonte: Autor.

Os sensores embarcados no veículo operam em diferentes frequências de aquisição. Portanto, a implementação seguiu uma estratégia que garantisse um desempenho ótimo do filtro de Kalman apesar do comportamento assíncrono dos sensores, considerando ainda as limitações de processamento do *hardware* embarcado. A Figura 4.1 apresenta o algoritmo do sistema de navegação implementado. A UMI atualiza seus dados numa frequência de  $100\text{ Hz}$ , portanto, os blocos de aquisição de dados da UMI e alinhamento grosseiro operam na mesma frequência, devido a limitações de *hardware* os demais blocos operam em uma frequência menor ( $5\text{ Hz}$ ). Para corrigir a falta de sincronia, um *buffer* armazena 20 dados da UMI e envia para o bloco responsável pelo cálculo das equações inerciais de navegação a fim de que sejam processadas e garantindo que as equações inerciais de navegação sejam atualizadas em uma frequência de  $100\text{ Hz}$ . Após o processamento de todos os dados

contidos no *buffer*, o filtro de Kalman é habilitado, as variáveis de navegação são corrigidas e enviadas novamente ao bloco das equações inerciais realimentando o sistema. A *task* responsável pelo cálculo das equações inerciais é executada na mesma frequência da UMI, garantindo que as variáveis de navegação são atualizadas à medida que a UMI fornece dados novos.

Os dados dos sensores auxiliares são usados na inicialização do alinhamento grosseiro e do filtro de Kalman. No entanto apenas os dados do DVL e profundímetro são utilizados na fusão sensorial. O bloco da solução integrada de navegação fornece dados de velocidade, posição e atitude a cada 5 *Hz*, correspondendo à frequência de atualização dos dados dos sensores auxiliares e, conseqüentemente, as estimativas de correção da fusão sensorial.

## 5 RESULTADOS

Nesta Seção, são apresentados os resultados do desenvolvimento do sistema de navegação inercial auxiliado pelos sensores de velocidade e profundidade, bem como o resultado das estimativas de atitude e trajetória a partir das sintonias obtidas pelas abordagens discutidas na Seção 3. Inicialmente, é apresentada a plataforma de testes utilizada nos ensaios em campo, em seguida é feita a descrição dos testes experimentais para o alinhamento e a estimativa de trajetória. Por fim, são apresentados os resultados do sistema de navegação para diferentes manobras e uma discussão sobre estes resultados.

### 5.1 PLATAFORMA DE TESTES

No desenvolvimento de um sistema de navegação para AUVs, a avaliação e validação dos algoritmos e abordagens adotadas para a navegação são um grande desafio, considerando que neste processo toda a proposta de desenvolvimento é colocada à prova a fim de se avaliar o desempenho do sistema. A avaliação pode ser realizada através de testes em campo, submetendo o veículo a manobras na superfície, ou ainda com sistemas de aquisição de dados próximos aos usados no veículo (SILVA, 2019).

Os testes na superfície são comumente realizados, pois possibilitam o uso de dados do GPS como *ground truth* frente às estimativas de trajetória geradas pelo sistema de navegação. Em Silva *et al.* (2018) é apresentado o desenvolvimento de um ASV (*Autonomous Surface Vehicles*) para auxiliar em pesquisas relacionadas a AUVs, reduzindo custos de investigação e otimizando os testes de alguns de seus sistemas.

O ASV Poli-Marú II, mostrado na Figura 5.1, foi desenvolvido pelo Laboratório de Veículos Não Tripulados da USP, com o objetivo de contribuir com a investigação da navegação de AUVs. O uso do ASV possibilita o teste de toda a cinemática no plano horizontal, estimando a trajetória do veículo tendo como *ground truth* os dados obtidos pelo sistema GNSS. O seu uso na investigação de AUVs reduz os custos dos ensaios e apresenta significativa facilidade na condução do ensaio, uma vez que os sistemas do veículo podem ser facilmente acessados pelos operadores, sem a necessidade de vedação na parte eletrônica.

Figura 5.1 – Poli-Marú II.



Fonte: Autor.

O veículo é um ASV do tipo Trimarã desenvolvido com as seguintes condições operacionais (SILVA *et al.*, 2018):

- Velocidade máxima de 2  $m/s$ ;
- Sistema com autonomia de 3 horas a uma velocidade de 2  $m/s$  com bateria e painel solar;
- Dimensões e estrutura para facilitar o transporte, lançamento e recuperação na água;
- Capacidade para realizar manobras pré-programadas como controle de rumo, guinada, corte de relva e zig-zag;

O veículo dispõe de placas de controle com microcontroladores de arquitetura ARM Cortex-M4. O sistema GNSS instalado possui duas antenas e banda dupla suportando sinais GPS L1/L2/L5, GLONASS L1/L2/L3 e BeiDou B1/B2, além de fornecer dados adicionais de rumo, *pitch* e velocidade. Os seguintes sensores também foram embarcados no veículo: sensor de velocidade por efeito Doppler, AHRS, profundímetro, UMI do tipo intermediário. As especificações dos sensores são detalhadas nas Tabelas 5.1 a 5.5.

Tabela 5.1 – Especificações da UMI

Parâmetros	
<i>bias</i> dos girômetros	$< 0,02 \text{ }^\circ/h$
<i>Angle Random Walk</i>	$< 0,002 \text{ }^\circ/\sqrt{h}$
<i>Angular Rate</i>	$150 \text{ }^\circ/sec$
<i>bias</i> dos acelerômetros	$< 1 \text{ } mg$

Tabela 5.2 – Especificações do sistema GNSS

Parâmetros	Exatidão
Velocidade horizontal	0,007 $m/s$
Velocidade vertical	0,02 $m/s$
Posição horizontal	0,008 $m + 1 ppm$
Posição vertical	0,015 $m + 1 ppm$
Rumo	$< 0,09^\circ$

Tabela 5.3 – Especificações do AHRS

Parâmetros	Exatidão
<i>Roll</i>	$< 0,1^\circ$
<i>Pitch</i>	$< 0,1^\circ$
Rumo	$0,8^\circ$

Tabela 5.4 – Especificações do DVL

Parâmetros	Exatidão
Velocidade	$\pm 0,1\% / \pm 0,1 cm/s$

Tabela 5.5 – Especificações do Profundímetro

Parâmetros	Exatidão da medida
Fundo de Escala	$\pm 0,05\%$

Em Souza *et al.* (2022b) o Poli-Marú II é apresentado detalhando sua estrutura mecânica, eletrônica e estrutura de controle. Também são mostrados os testes preliminares do veículo com uma versão inicial do sistema de navegação. Em Souza *et al.* (2022a) foram realizados testes preliminares do sistema de navegação desenvolvido neste trabalho, composto por um INS auxiliado pelo DVL e profundímetro, com a sintonia da matriz  $Q$  obtida a partir do método discutido na Seção 3.3.

## 5.2 TESTES EXPERIMENTAIS

Os testes experimentais foram realizados na Raia Olímpica da Universidade de São Paulo usando o ASV Trimarã Poli-Marú II, executando dois tipos de manobras típicas de um AUV no plano horizontal: linha reta e corte de relva. Os resultados discutidos nesse capítulo foram obtidos a partir de quatro manobras cujas características estão detalhadas na Tabela 5.6 e são mostradas no Apêndice D.

Os testes com as manobras M1, M2 e M3 foram realizados iniciando com o veículo atracado no píer, Figura 5.2, para avaliação da etapa de alinhamento com os métodos

Tabela 5.6 – Características da manobras executadas nos testes em campo - Fase 1 = Etapa de alinhamento grosseiro, Fase 2 = Etapa de estimativa do desalinhamento UMI/DVL, Fase 3 = Estimativa da trajetória.

	Tipo	Dist.	Fase 1	Duração Fase 1	Duração Fase 2	Duração Fase 3
M1	Corte de Relva	3728 m	TRIAD / OB-ADIA	285 s	320 s	66 min
M2	Linha Reta	825 m	TRIAD / OB-ADIA	300 s	300 s	28 min
M3	Corte de Relva	1966 m	TRIAD / OB-ADIA	300 s	300 s	39 min
M4	Corte de Relva	2278 m	GPS	—	618 s	44 min

TRIAD e OB-ADIA. Através da interface do ASV foi possível configurar a execução dos testes para essas manobras seguindo as seguintes etapas:

1. Alinhamento com o veículo atracado no píer executando simultaneamente os algoritmos TRIAD e OB-ADIA durante aproximadamente 5 minutos;
2. Inicialização do algoritmo de fusão sensorial imediatamente após o término da etapa de alinhamento, tomando como condições iniciais a posição e velocidade a partir dos sensores auxiliares, e a orientação (*roll*, *pitch* e rumo) a partir das estimativas dadas pelo OB-ADIA;
3. Aguarda 10 segundos para início da manobra, possibilitando aos operadores retirar as cordas do veículo sem afetar as estimativas dadas pelo alinhamento, tendo em vista que neste instante o algoritmo de fusão sensorial já está atuando;
4. Com o veículo em manobra, inicia a etapa de estimativa do desalinhamento UMI/DVL no eixo  $z$  durante o tempo determinado pelo operador, em seguida compensa o desalinhamento e corrige as estimativas de posição a partir do GPS;
5. O veículo segue a missão até o término da manobra;

A manobra M4 foi iniciada com o veículo longe da margem, sujeito a maiores influências do ambiente, Figura 5.3. Para este teste, o alinhamento foi realizado a partir das estimativas dos sensores auxiliares, AHRS para *roll* e *pitch*, e os dados do GPS para o rumo. Ao término da etapa de alinhamento, os testes seguiram com as etapas 3, 4 e 5 descritas anteriormente.

A sintonia do filtro de Kalman utilizada nos ensaios em campo foi obtida a partir da caracterização dos ruídos da UMI pela técnica de Variância de Allan, considerando apenas

Figura 5.2 – Teste dos métodos de alinhamento TRIAD e OB-ADIA com o veículo atracado no píer.



Fonte: Autor.

Figura 5.3 – Início da missão com alinhamento pelos sensores auxiliares.



Fonte: Autor.

os parâmetros de *Angle/Velocity Random Walk*. No entanto, os dados dos ensaios foram pós-processados em um simulador desenvolvido em linguagem C replicando o algoritmo embarcado no veículo, possibilitando a criação de outros cenários de sintonias para avaliação do desempenho do filtro, sendo:

- A. Sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  a partir dos dados disponibilizados pelos fabricantes;



- B. Otimização da sintonia obtida pelos dados dos fabricantes através do método de Saha, Goswami e Ghosh;
- C. Sintonia da matriz  $\mathbf{Q}$  a partir dos parâmetros de *Angle/Velocity Random Walk* obtidos pela Variância de Allan;
- D. Sintonia da matriz  $\mathbf{Q}$  a partir dos parâmetros de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* usando o modelo de Gauss-Markov;

Com exceção da sintonia gerada usando os dados dos fabricantes, também foi avaliado o desempenho do filtro com e sem a estimativa do desalinhamento UMI/DVL para cada uma das sintonias. As matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  geradas para cada cenário são mostradas no Apêndice E.

### 5.3 RESULTADOS PARA O ALINHAMENTO

Os testes realizados para avaliação e validação da etapa de alinhamento foram realizados com o veículo atracado no píer da Raia Olímpica, conforme Figura 5.2. Os resultados foram obtidos pelo sistema de navegação operando *online*, executando simultaneamente duas *tasks* com os métodos TRIAD e OB-ADIA. A UMI forneceu dados amostrados a uma taxa de  $100Hz$ .

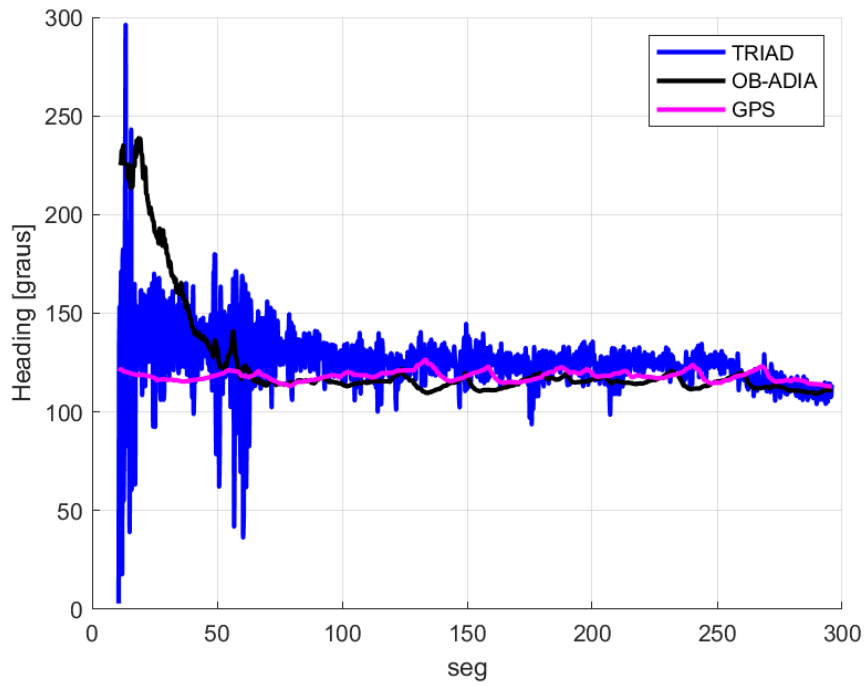
Com base em testes preliminares em bancada, observou-se que o TRIAD é bastante sensível a pequenas vibrações. Portanto, para os testes em campo, foi implementado um filtro da média a fim de que o efeito das oscilações nas medições dos girômetros e acelerômetros fosse suavizado.

Nas manobras M1 e M3 o veículo foi posicionado variando sua direção  $90^\circ$  no sentido anti-horário em relação à Figura 5.2, a duração dos testes foi de 285 e 300 segundos respectivamente. As Figuras 5.4 e 5.5 apresentam os resultados das estimativas para o rumo comparando com as estimativas geradas pelo GPS. As estimativas para *roll* e *pitch* foram comparadas com a AHRS e são mostradas no Apêndice F.

Na Tabela 5.7, são mostrados os erros das estimativas de cada método para os testes com as manobras M1 e M3.

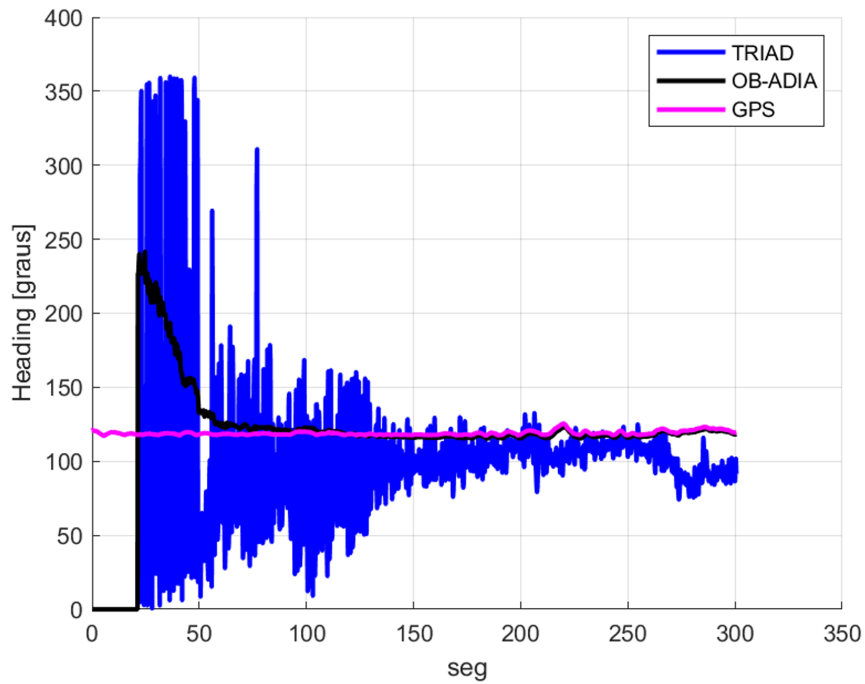
Na manobra M2, a orientação do veículo foi alterada em  $90^\circ$  no sentido anti-horário em relação às manobras anteriores, a fim de avaliar o desempenho dos métodos de alinhamento frente às oscilações e o efeito que elas geram no veículo. Na Figura 5.6 é

Figura 5.4 – Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de rumo: TRIAD, OB-ADIA, GPS.



Fonte: Autor.

Figura 5.5 – Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de rumo: TRIAD, OB-ADIA, GPS.



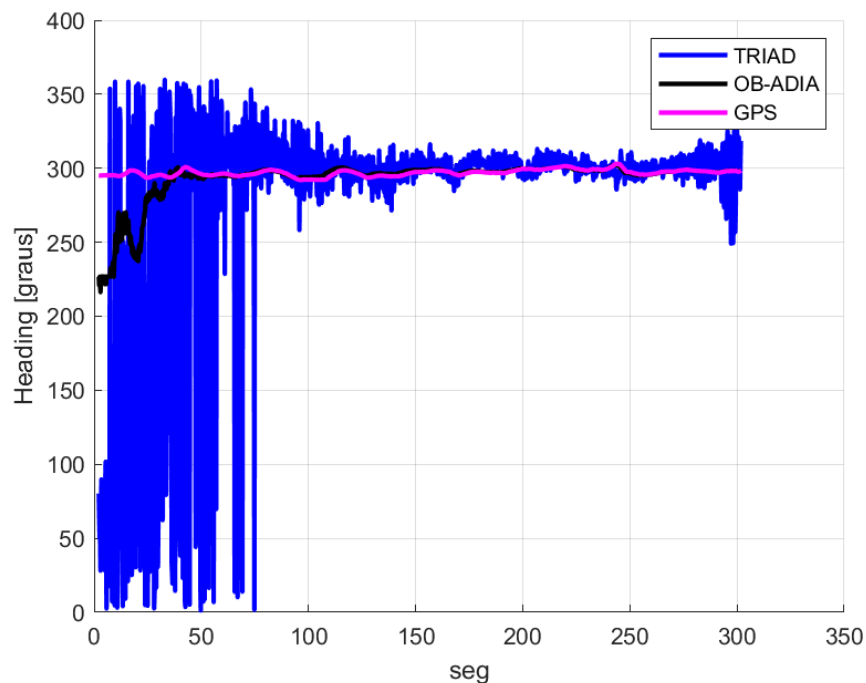
Fonte: Autor.

Tabela 5.7 – Erro das estimativas de alinhamento para as manobras M1 e M3.

	<i>Roll</i> [°]	<i>Pitch</i> [°]	Rumo [°]
M1 - TRIAD	0,20	0,42	7,40
M1 - OB-ADIA	0,14	0,26	2,70
M3 - TRIAD	0,37	0,30	28,06
M3 - OB-ADIA	0,08	0,31	1,30

mostrado o resultado da estimativa do rumo. Os resultados para *roll* e *pitch* são mostradas no Apêndice F.

Figura 5.6 – Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de rumo: TRIAD, OB-ADIA, GPS.



Fonte: Autor.

A Tabela 5.8 mostra os erros das estimativas de cada método para os testes com a manobra M2.

Tabela 5.8 – Erro das estimativas de alinhamento para as manobras M2.

	<i>Roll</i> [°]	<i>Pitch</i> [°]	Rumo [°]
M2 - TRIAD	0,39	0,28	20,2
M2 - OB-ADIA	0,02	0,3	0,2

Com base nos resultados apresentados nas Tabelas 5.7 e 5.8 o método de alinhamento OB-ADIA apresentou um desempenho melhor que o TRIAD. Nas suas estimativas, os erros ficaram abaixo de  $0.15^\circ$ ,  $0.35^\circ$  e  $3^\circ$  para *roll*, *pitch* e rumo respectivamente. O melhor

desempenho do OB-ADIA foi na manobra M2, onde o seu posicionamento possibilitou que o veículo "cortasse" as oscilações atenuando os efeitos no rumo.

Os resultados permitiram definir o método de alinhamento que estima as condições iniciais da orientação do veículo para inicializar o filtro de Kalman.

#### 5.4 RESULTADOS DA ESTIMATIVA DA TRAJETÓRIA

Ao término do alinhamento, conforme etapas listadas na Seção 5.2, o veículo aguarda 10 segundos para que os operadores retirem as cordas liberando o início da manobra. Enquanto o sistema de navegação composto pela fusão UMI/DVL/PS calcula a trajetória, a *task* responsável pelo cálculo da estimativa do desalinhamento UMI/DVL é executada em paralelo. Esse processo também é conhecido como calibração (FARRELL *et al.*, 2022).

A interface do ASV permite ao operador habilitar ou desabilitar a etapa de calibração enquanto o desalinhamento UMI/DVL é estimado, portanto, a fim de avaliar seus efeitos no desempenho do filtro de Kalman frente às diferentes sintonias, foram adicionados mais três cenários considerando a estimativa do desalinhamento UMI/DVL. Também foi adicionado um cenário considerando a integração pura dos sensores auxiliares sem o filtro de Kalman, para avaliar a eficiência do sistema de navegação sem fusão sensorial. Desse modo os cenários adicionados foram:

- E. Cenário B com estimativa do desalinhamento UMI/DVL;
- F. Cenário C com estimativa do desalinhamento UMI/DVL;
- G. Cenário D com estimativa do desalinhamento UMI/DVL;
- H. Estimativa das trajetórias com integração pura dos dados da UMI, DVL e profundímetro;

Assim como na etapa de alinhamento, as estimativas da atitude são comparadas com a AHRS para *roll* e *pitch*, e com o GPS para rumo. Como o sistema GPS do ASV disponibiliza a velocidade do veículo, tais dados foram usados, junto com o DVL, para comparar as estimativas de velocidade do filtro de Kalman. Para as estimativas de posição utilizou-se os dados do GPS e profundímetro para comparação.

Na manobra M1 (Figura D.1), o veículo percorreu 3728 metros em 66 minutos a uma velocidade média de  $0.9m/s$ , sendo a maior distância e duração conforme Tabela

5.6. A estimativa do desalinhamento UMI/DVL teve a duração de 320 segundos para os cenários E, F e G, seguindo com a estimativa de trajetória até o término da manobra.

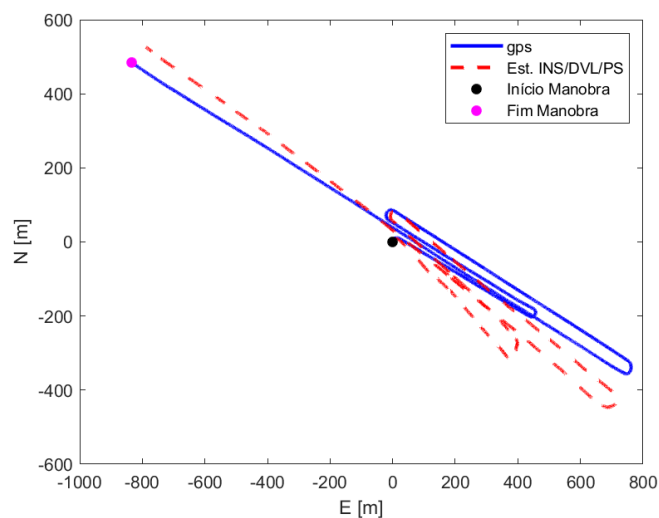
A fim de estabelecer um critério para análise dos diferentes cenários, utilizou-se a estimativa de trajetória do veículo no referencial de navegação, calculando o erro RMS para as posições Norte ( $\delta p_{e/b,N}^n$ ) e Leste ( $\delta p_{e/b,E}^n$ ), além do erro médio em função da distância percorrida (EMDP), os quais são mostrados na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 – Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da Distância Percorrida para a manobra M1.

Cenários	$\delta p_{e/b,N}^n$ RMS	$\delta p_{e/b,E}^n$ RMS	EMDP
Cenário A	49,82 m	28,90 m	1,28%
Cenário B	15,78 m	6,04 m	0,37%
Cenário C	6,03 m	3,25 m	0,15%
Cenário D	4,28 m	2,18 m	0,10%
Cenário E	2,33 m	5,01 m	0,10%
Cenário F	5,93 m	5,85 m	0,16%
Cenário G	4,04 m	3,53 m	0,11%
Cenário H	15,95 m	6,94 m	0,38%

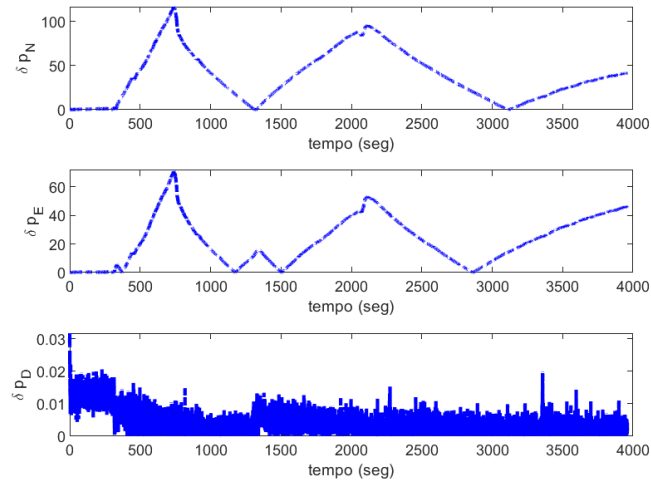
Com base na Tabela 5.9, a sintonia obtida a partir dos dados dos fabricantes (Cenário A) obteve o pior desempenho, com erros de 49,82 metros e 28,9 metros para as posições Norte e Leste respectivamente. Na Figura 5.7 é mostrada a trajetória estimada, e os erros de posição são mostrados na Figura 5.8.

Figura 5.7 – Manobra M1 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário A: trajetória estimada X trajetória real (GPS).



Fonte: Autor.

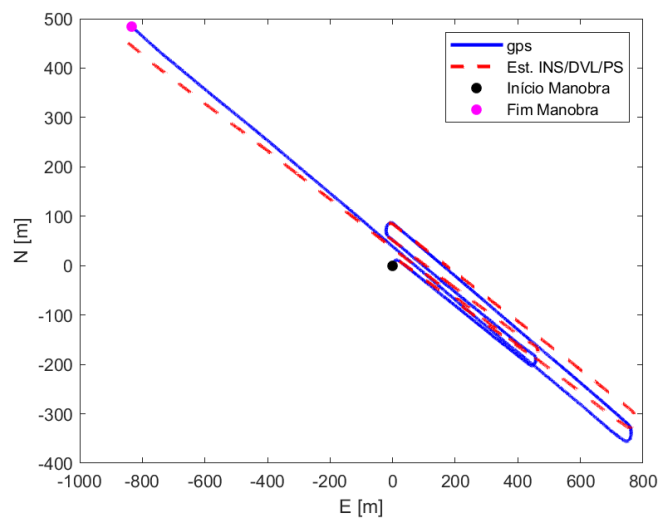
Figura 5.8 – Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário A.



Fonte: Autor.

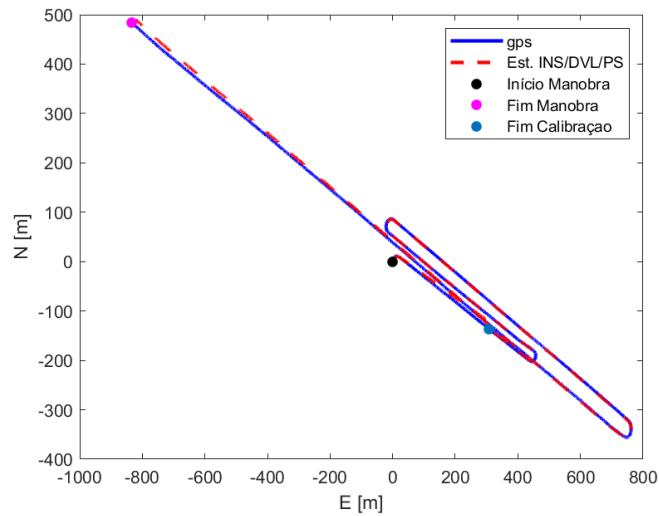
O resultado obtido a partir da sintonia utilizando o método de Saha, Goswami e Gosh (Cenário B) foi praticamente o mesmo do Cenário H, onde é utilizada a integração pura dos sensores de velocidade e profundidade. No entanto, a adição da estimativa do desalinhamento UMI/DVL no Cenário B gerou uma melhora significativa no desempenho do filtro de Kalman, resultando no EMDP de 0, 10%, conforme resultado apresentado no Cenário E. As Figuras 5.9 e 5.10 mostram a diferença na estimativa de trajetória entre o Cenário B e Cenário E.

Figura 5.9 – Manobra M1 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário B: trajetória estimada X trajetória real (GPS).



Fonte: Autor.

Figura 5.10 – Manobra M1 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário E: trajetória estimada X trajetória real (GPS).



Fonte: Autor.

Os cenários em que a sintonia foi obtida a partir dos parâmetros de Allan (Cenários C, D, F e G) também apresentaram bom desempenho com EMDP menor que 0,15%. Apesar dos cenários D e E terem gerado o menor EMDP, as Figuras 5.11 e 5.12 mostram que o filtro com a sintonia considerando os parâmetros de *random walk* e *bias instability* suavizam a derivação do erro de posição da componente Leste na linha reta final. Tal comportamento pode contribuir para um erro de posição final menor, em relação ao Cenário E, para manobras com longos trechos em linha reta, ou com duração superior a 1 hora.

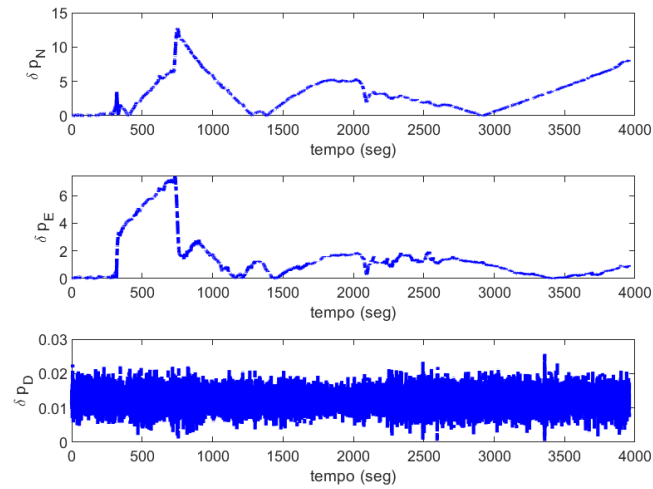
Na Tabela 5.10 são mostradas as estimativas dos *bias* para os girômetros e acelerômetros, cujos gráficos podem ser visualizados nas Figuras G.2, G.5, G.8 e G.11.

Tabela 5.10 – Estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M1.

Cenários	$bg_x [^\circ/h]$	$bg_y [^\circ/h]$	$bg_z [^\circ/h]$	$ba_x [mg]$	$ba_y [mg]$	$ba_z [mg]$
Cenário A	0,74	0,06	3,74	-6,16	0,32	-0,06
Cenário B	0,014	-0,004	$-5 \times 10^{-4}$	-2,02	0,24	-0,082
Cenário C	0,008	-0,007	-0,002	-0,692	0,248	-0,092
Cenário D	-0,007	-0,001	$-5 \times 10^{-4}$	-0,180	-0,495	-1,365

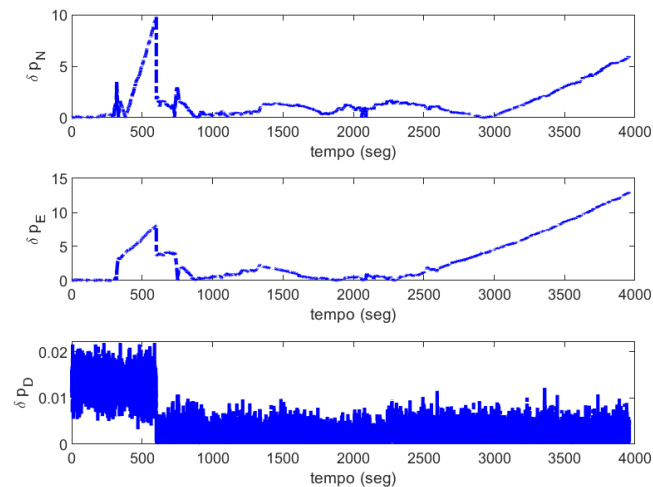
Nos cenários A, B e C, os estados referentes as estimativas dos *bias* foram modelados considerando apenas o *bias* de repetibilidade, cujo valor é constante durante a execução da manobra. Dentre estes, apenas o Cenário C teve todas as suas estimativas dentro do valor especificado pelo fabricante, conforme parâmetros listados na Tabela 5.1. Para o

Figura 5.11 – Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário D.



Fonte: Autor.

Figura 5.12 – Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário E.



Fonte: Autor.

Cenário D, foi considerado o modelo de Gauss-Markov de primeira ordem para a estimativa dos *bias* dos acelerômetros, tendo em vista a presença do ruído de instabilidade de *bias* detectado no ensaio de caracterização de ruídos da UMI. Na Figura G.11 pode-se observar o comportamento da curva da estimativa desses *bias*. Devido ao modelo adotado, é estimada tanto a componente constante do *bias* quanto a parcela estocástica. Com exceção de  $ba_z$ , todos as estimativas ficaram abaixo dos parâmetros fornecidos pelo fabricante.

O desalinhamento UMI/DVL estimado em cada cenário é mostrado na Tabela 5.11, onde é possível observar que a estimativa varia de acordo com a sintonia usada. Isso ocorre



devido ao método de estimativa do desalinhamento considerar a diferença entre o rumo do veículo e o COG, portanto, o desempenho do filtro ao longo do processo de calibração influencia a estimativa do desalinhamento, de modo que o valor de  $\delta\varphi$  inclui, além do desalinhamento UMI/DVL, erros do rumo.

Tabela 5.11 – Manobra M1 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL.

Cenários	$\delta\varphi^\circ$
Cenário E	2,09
Cenário F	1,56
Cenário G	1,20

No Apêndice G são mostrados os gráficos de comparação das estimativas de atitude, velocidade e trajetória, além das estimativas dos *bias* dos acelerômetros e girômetros, e erros de posição no referencial de navegação para todos os cenários da manobra M1.

A manobra M2 (Figura D.2) é do tipo linha reta, partindo do píer após a etapa de alinhamento. Tal manobra permitiu avaliar os efeitos dos cenários no desempenho do filtro de Kalman em uma trajetória em linha reta a uma velocidade média de 0,8 m/s. Conforme a Tabela 5.6, possui distância de 825 metros e duração de 28 minutos. A Tabela 5.12 apresenta uma comparação entre os cenários considerando, assim como na manobra M1, os erros de posição e erro médio em função da distância percorrida.

Tabela 5.12 – Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da distância percorrida para a manobra M2.

Cenários	$\delta p_{e/b,N}^n$ RMS	$\delta p_{e/b,E}^n$ RMS	EMDP
Cenário A	173,30 m	171,24 m	4,68%
Cenário B	8,40 m	5,83 m	0,21%
Cenário C	5,99 m	4,31 m	0,15%
Cenário D	7,16 m	4,30 m	0,17%
Cenário E	0,52 m	0,75 m	0,01%
Cenário F	2,59 m	0,85 m	0,05%
Cenário G	1,36 m	0,71 m	0,03%
Cenário H	8,58 m	5,34 m	0,20%

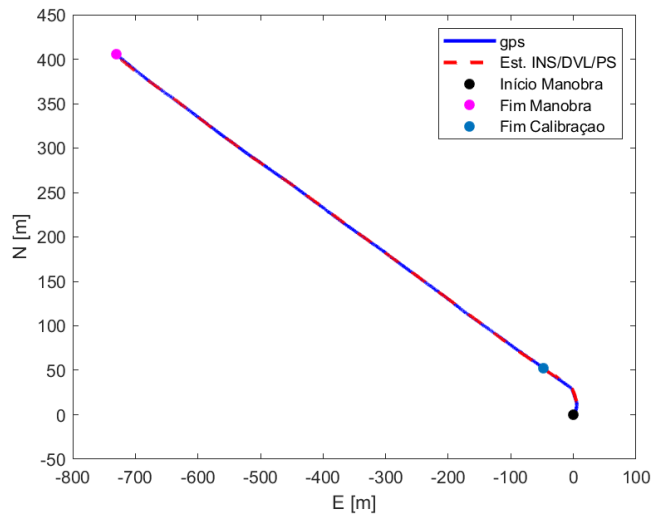
Nota-se que para esta manobra, todos os cenários com compensação do desalinhamento UMI/DVL obtiveram melhor desempenho frente aos cenários em que o desalinhamento não foi considerado. Novamente, a melhora mais significativa foi a do Cenário B, onde inicialmente obteve-se os erros de 8,40 metros e 5,83 metros sem a estimativa do desalinhamento e passaram para 0,52 metros e 0,75 metros no Cenário E. Os gráficos da trajetória e dos erros de posição para o Cenário E são mostrados nas Figuras 5.13 e 5.14.

Os gráficos referentes aos demais cenários são apresentados no Apêndice H. As estimativas do desalinhamento UMI/DVL são mostradas na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Manobra M2 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL.

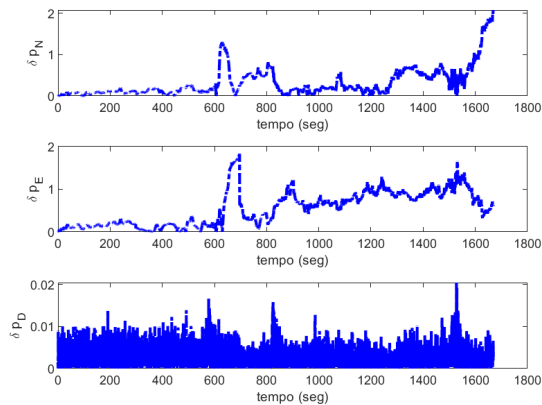
Cenários	$\delta\varphi^\circ$
Cenário E	0,66
Cenário F	0,61
Cenário G	0,61

Figura 5.13 – Manobra M2 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário E: trajetória estimada X trajetória real (GPS).



Fonte: Autor.

Figura 5.14 – Manobra M2 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário E.

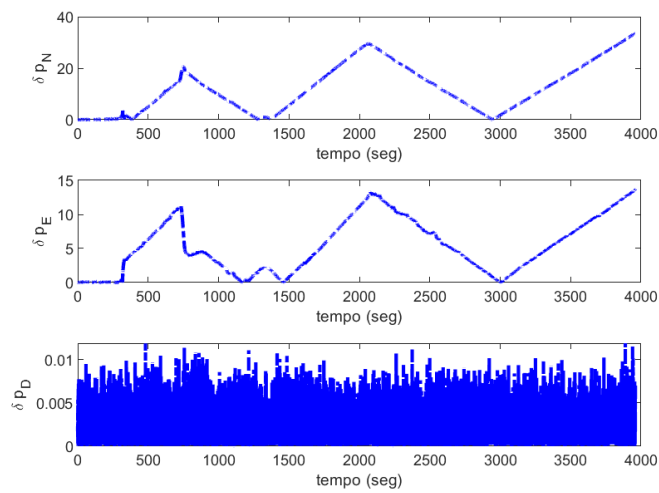


Fonte: Autor.

Embora o erro RMS do Cenário H, apresentado nas Tabelas 5.9 e 5.12, seja próximo dos demais cenários com fusão sensorial, as suas estimativas de trajetória possuem erros

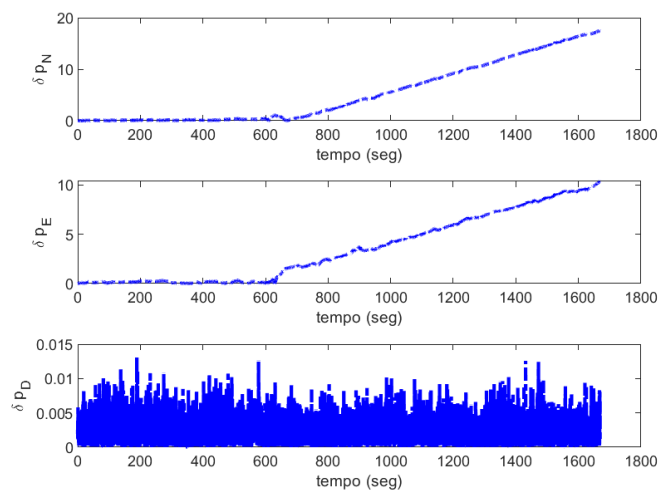
maiores durante os trechos em linha reta, de modo que em manobras do tipo corte de relva este cenário é ajudado pela natureza da manobra. Conforme mostrado na Figuras 5.15, o erro cresce no primeiro trecho em linha reta e vai diminuindo conforme o veículo se move no sentido oposto no trecho seguinte. Na manobra M2, mostrada na Figura 5.16, o Cenário H possui um bom trecho inicial com o erro quase nulo, mas cresce bastante ao longo da missão.

Figura 5.15 – Manobra M1 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário H.



Fonte: Autor.

Figura 5.16 – Manobra M2 - Gráfico dos erros das estimativas da posição para o Cenário H.



Fonte: Autor.

Na Tabela 5.14 são mostradas as estimativas dos *bias* dos acelerômetros e girômetros na manobra M2. Pode-se observar que nesta manobra, apenas o Cenário D manteve suas estimativas dentro dos parâmetros informados pelo fabricante.

Tabela 5.14 – Estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M2.

Cenários	$bg_x [^\circ/h]$	$bg_y [^\circ/h]$	$bg_z [^\circ/h]$	$ba_x [mg]$	$ba_y [mg]$	$ba_z [mg]$
Cenário A	-5,673	5,562	-1,061	-7,287	0,141	-0,036
Cenário B	-0,001	0,001	$1,4 \times 10^{-4}$	-1,577	1,767	-0,760
Cenário C	-0,001	0,001	$1,9 \times 10^{-5}$	-0,516	1,411	-0,930
Cenário D	-0,002	0,001	$2,8 \times 10^{-4}$	-0,043	-0,849	-0,627

Na manobra M3 (Figura D.3) o veículo iniciou com a etapa de alinhamento com duração de 300 segundos. Assim como a manobra M1, é do tipo corte de relva mas com a duração de 39 minutos, a velocidade média do veículo nesta manobra foi de 1 *m/s*. Os erros de posição são mostrados na Tabela 5.15, onde pode-se notar que, com exceção do Cenário A, todos os cenários apresentaram um bom desempenho, com o EMDP menor que 0,10%.

Tabela 5.15 – Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da Distância Percorrida para a manobra M3.

Cenários	$\delta p_{e/b,N}^n$ RMS	$\delta p_{e/b,E}^n$ RMS	EMDP
Cenário A	101,98 <i>m</i>	57,41 <i>m</i>	2,71%
Cenário B	4,01 <i>m</i>	3,70 <i>m</i>	0,12 %
Cenário C	1,80 <i>m</i>	3,40 <i>m</i>	0,08%
Cenário D	2,86 <i>m</i>	2,98 <i>m</i>	0,09%
Cenário E	1,76 <i>m</i>	3,96 <i>m</i>	0,09%
Cenário F	1,83 <i>m</i>	3,73 <i>m</i>	0,08%
Cenário G	2,64 <i>m</i>	3,17 <i>m</i>	0,08%
Cenário H	3,94 <i>m</i>	3,67 <i>m</i>	0,12%

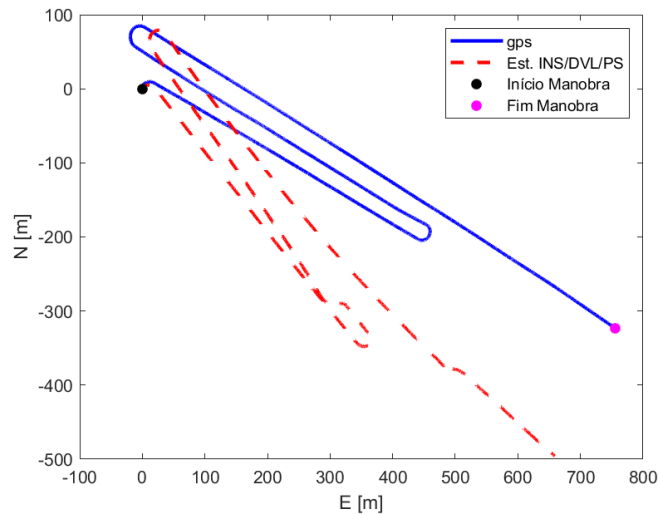
A fim de exemplificar a diferença entre os desempenhos, a Figura 5.17 apresenta a trajetória para o Cenário A e a Figura 5.18 apresenta a trajetória para o Cenário E, cujo erro de posição na componente Norte foi o menor. No Apêndice I são mostradas as comparações da atitude, velocidade e posição para todos os cenários, além da estimativa dos *bias*. As estimativas do desalinhamento UMI/DVL são apresentadas na Tabela 5.16.

As estimativas dos *bias* mostrados na Tabela 5.17 evidenciam que apenas o cenário C manteve todas as suas estimativas dentro das especificações da UMI. Os cenários B e D estimaram *bias* dos acelerômetros acima de 1 *mg*, no entanto, ainda apresentaram um bom desempenho, considerando a Tabela com os erros de posição. A duração da manobra

Tabela 5.16 – Manobra M3 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL.

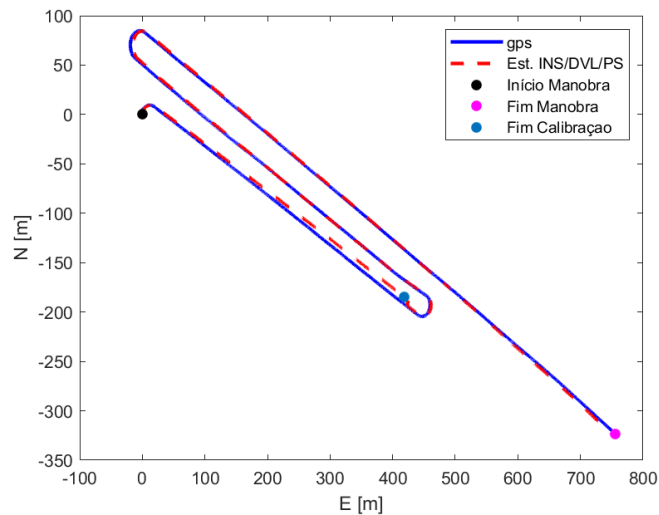
Cenários	$\delta\varphi^\circ$
Cenário E	0,74
Cenário F	0,33
Cenário G	0,53

Figura 5.17 – Manobra M3 - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário A: trajetória estimada X trajetória real (GPS).



Fonte: Autor.

Figura 5.18 – Manobra Me - Gráfico da trajetória do veículo para o Cenário E: trajetória estimada X trajetória real (GPS).



Fonte: Autor.

foi menor que 1 hora, portanto, os efeitos da estimativa dos *bias* causariam maior impacto no erro de trajetória em uma manobra mais longa.

Tabela 5.17 – Estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M3.

Cenários	$bg_x [^\circ/h]$	$bg_y [^\circ/h]$	$bg_z [^\circ/h]$	$ba_x [mg]$	$ba_y [mg]$	$ba_z [mg]$
Cenário A	-1,566	1,379	-0,999	1,077	-0,561	12,182
Cenário B	0,001	0,001	$-1,1 \times 10^{-4}$	-1,49	0,315	-0,111
Cenário C	0,002	0,002	$-3,2 \times 10^{-4}$	-0,584	0,332	-0,121
Cenário D	$7,1 \times 10^{-4}$	0,004	-0,001	-0,182	0,455	-1,89

Na manobra M4, o veículo foi posicionado distante da margem, sob efeito de deriva (conforme Figura 5.3). O alinhamento foi realizado a partir dos dados do GPS para a estimativa do rumo, e AHRS para *roll* e *pitch*. A manobra é do tipo corte de relva, com o veículo percorrendo uma distância de 2278 metros. A Tabelas 5.18 mostra os erros para esta manobra.

Tabela 5.18 – Erro RMS nas posições Norte e Leste e Erro Médio em função da distância percorrida para a manobra M4.

Cenários	$\delta p_{e/b}^n$ RMS	$\delta p_{e/b}^e$ RMS	EMDP
Cenário A	104,36 m	38,01 m	2,63%
Cenário B	3,81 m	3,26 m	0,10%
Cenário C	6,15 m	3,62 m	0,17%
Cenário D	14,36 m	7,52 m	0,38%
Cenário E	3,16 m	3,34 m	0,10%
Cenário F	2,83 m	2,36 m	0,08%
Cenário G	5,67 m	2,55 m	0,11%
Cenário H	7,18 m	3,56 m	0,19%

Com base na Tabela 5.18 os cenários B, E e F apresentaram os melhores resultados. No entanto, ao analisar as Figuras J.6b, J.15b e J.18b, pode-se observar que o Cenário F apresenta a menor amplitude de erro, além de manter os valores em torno de uma média, evitando que o erro cresça nos trechos em linha reta.

Os valores de desalinhamento UMI/DVL e as estimativas dos *bias* são mostradas nas Tabelas 5.19 e 5.20 respectivamente, onde pode-se observar que os cenários C e D mantiveram suas estimativas dentro da especificação do fabricante.

Tabela 5.19 – Manobra M4 - Estimativa do desalinhamento UMI/DVL.

Cenários	$\delta\varphi^\circ$
Cenário E	0,58
Cenário F	0,62
Cenário G	2,06

Tabela 5.20 – Estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros dos cenários A, B, C e D na manobra M4.

Cenários	$bg_x$ [ $^{\circ}/h$ ]	$bg_y$ [ $^{\circ}/h$ ]	$bg_z$ [ $^{\circ}/h$ ]	$ba_x$ [ $mg$ ]	$ba_y$ [ $mg$ ]	$ba_z$ [ $mg$ ]
Cenário A	1,047	-0,333	-4,493	-6,457	-0,63	0,952
Cenário B	0,004	0,001	$-4,1 \times 10^{-4}$	-2,03	0,383	0,658
Cenário C	0,001	0,001	$-5,8 \times 10^{-5}$	-0,582	0,295	0,474
Cenário D	-0,006	0,005	0,001	0,730	-0,580	-0,680

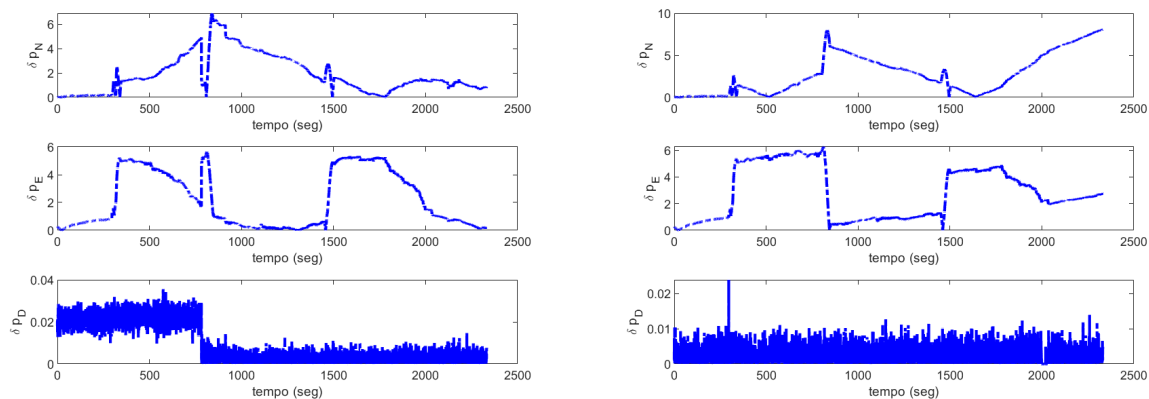
No Apêndice J são apresentados os resultados das estimativas da atitude, velocidade e posição para todos os cenários, além dos gráficos referentes às estimativas dos *bias*.

De modo geral, os cenários com sintonias baseadas nos métodos abordados neste trabalho (B, C e D) geraram um bom desempenho no filtro de Kalman, em termos de estimativa de posição, velocidade e atitude. A adição da estimativa do desalinhamento UMI/DVL otimizou o desempenho desses cenários, conforme as tabelas nos cenários E, F e G. Na Tabela 5.15, o Cenário H, composto pela integração pura, aparenta um desempenho próximo ao dos cenários em que se utiliza a fusão sensorial, no entanto, ao comparar os gráficos dos erros de posição para esse cenário, apresentado na Figura 5.19, com os gráficos dos erros dos demais cenários (Figuras I.9, I.12, I.15, I.18), pode-se observar que o desempenho do sistema com fusão sensorial é significativamente maior. Para exemplificar, a Figura 5.19 mostra os erros de posição para os cenários G e H.

Apesar das análises terem se concentrado nos erros de posição para avaliar o desempenho do filtro, os cenários também apresentaram bom desempenho nas estimativas de atitude e velocidade, as quais estão dispostas nos apêndices referentes a cada manobra.

O Cenário E apresentou o melhor desempenho em todas as manobras, a abordagem utilizada na sintonia não considera as estatísticas dos sensores, baseando-se unicamente nas métricas formadas a partir da covariância da inovação utilizando dados de ensaios de campo. No entanto, através das métricas, a sintonia é capaz de incluir ruídos não modelados pela abordagem baseada na Variância de Allan.

Figura 5.19 – Gráficos das estimativas dos erros de posição nos cenários G e H.



(a) Cenário G

(b) Cenário H



## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho buscou contribuir no desenvolvimento de um sistema de navegação para o AUV Pirajuba desenvolvido pelo Laboratório de Veículos Não Tripulados da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, focando na implementação em tempo real de um algoritmo de fusão sensorial que combina os dados da UMI, DVL e profundímetro a fim de fornecer estimativas com maior precisão, desempenho e estabilidade.

A última implementação realizada no AUV Pirajuba foi o algoritmo de navegação desenvolvido por Diana (2018). Portanto, inicialmente foi realizado o levantamento bibliográfico sobre as abordagens mais recentes utilizadas na navegação de AUVs, permitindo identificar as crescentes aplicações da fusão sensorial através do filtro de Kalman. Com base no levantamento, foi definido o desenvolvimento de um sistema de navegação com fusão sensorial dos dados da UMI, DVL e profundímetro através da aplicação indireta do filtro de Kalman pela abordagem conhecida como *Error-State Kalman Filter*.

Pelo fato da implementação do filtro de Kalman ser baseada nos erros dos estados, foi fundamental conhecer os sensores embarcados no veículo, suas principais características e o modelo de erros para cada um. Também foi realizado o estudo e definição do modelo de propagação de erros nas variáveis de navegação: atitude, velocidade e posição. Através da modelagem de erros dos sensores, pode-se conhecer os principais ruídos que podem corromper suas estimativas, além de erros oriundos de processos de montagem, como o erro de desalinhamento UMI/DVL.

A partir das equações de propagação de erros das variáveis de navegação e dos sensores foi possível montar o modelo que compõe a matriz de transição de estados do filtro de Kalman e a matriz de observação. A implementação do filtro de Kalman utilizando a estratégia de implementação apresentada por Groves (2013), garantiu que o algoritmo fosse executado no *hardware* do veículo apesar das limitações de processamento e memória. A *task* responsável pela execução das equações do filtro de Kalman implementadas sem qualquer recurso numérico precisava inicialmente de 54 *ms* para concluir todos os cálculos, mas com o método *Sequential Measurement Update* o tempo de execução foi de aproximadamente 14 *ms*, garantindo que as estimativas fossem geradas a uma frequência de 5 *Hz*.

As duas abordagens para a sintonia das matrizes **Q** e **R** apresentadas neste trabalho foram testadas considerando oito cenários de testes visando avaliar o efeito da sintonia

a partir dos dados dos fabricantes, a sintonia pelo método de Saha, Goswami e Gosh, e a sintonia baseada na caracterização dos ruídos dos sensores inerciais pelo método de Variância de Allan. Neste último caso foi considerada a sintonia apenas com o parâmetro de *random walk* e outra sintonia considerando a adição de estados para estimação dos *bias* dos acelerômetros modelados como processo de Gauss-Markov. Os cenários também eram compostos pela inclusão da estimativa do desalinhamento UMI/DVL e integração pura. Cada cenário foi aplicado em quatro manobras, onde foi possível observar que os métodos usados para definição das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  geraram uma boa resposta do filtro de Kalman apresentando um EMDP máximo de 0,76%. O desalinhamento UMI/DVL no eixo  $z$  foi estimado em todas as manobras pela diferença entre o rumo do veículo e o COG. A correção do desalinhamento otimizou o desempenho do filtro de Kalman em todos os cenários, diminuindo o erro RMS e EMDP. Devido a abordagem adotada, os erros de atitude também influenciaram as estimativas do desalinhamento UMI/DVL, portanto, a etapa de alinhamento se faz importante para o bom desempenho desse método.

Os *bias* dos girômetros e acelerômetros foram estimados nos cenários com fusão sensorial, onde foi adotado duas modelagens para os *bias* dos acelerômetros, o primeiro considerando apenas o *bias* de repetibilidade, enquanto o segundo considerou também a parcela estocástica do *bias*. Apesar do bom desempenho das sintonias em termos de trajetória, as estimativas dos *bias* dos acelerômetros não convergiram alguns cenários, em particular o *bias* do acelerômetro no eixo  $x$  para o cenário B. Uma investigação se faz necessária, a observabilidade e estimabilidade desses parâmetros, e avaliar o efeito de diferentes sintonias obtidas pelo método de Saha, Ghosh e Goswami (2014) na estimativa dos *bias* dos acelerômetros, considerando ainda a aplicação da sintonia em manobras no plano vertical, abrangendo todas as manobras típicas em missões de AUVs.

A sintonia do filtro de Kalman a partir do método de Saha, Ghosh e Goswami (2014), gerou o melhor desempenho do sistema de navegação em termos de trajetória, evidenciado pelo Cenário E nas tabelas dos erros RMS e EMDP. Suas métricas permitem ao projetista obter uma sintonia equilibrada em termos de robustez e sensibilidade, ainda que de forma manual. Com base nos resultados dos testes, pode-se verificar também que a abordagem de Saha, Ghosh e Goswami (2014) é capaz de estimar outros erros de modelagem que a Variância de Allan não alcança.

Além das trajetórias, as abordagens usadas para a sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , também apresentaram bom desempenho na estimativa das demais variáveis de navegação, os

quais podem ser visualizados nos Apêndices respectivos para cada manobra. As estimativas de velocidade foram comparadas com o DVL e GPS, enquanto a atitude teve como comparação os dados da AHRS e GPS.

Além da implementação do filtro de Kalman, este trabalho também avaliou dois métodos de alinhamento grosseiro, TRIAD e OB-ADIA, cujos resultados mostraram que o TRIAD possui grande sensibilidade a oscilações, portanto pode ser usado na etapa de alinhamento desde que o veículo esteja fora da água, em um local sem grandes oscilações. O método OB-ADIA gerou estimativas com erro de rumo menor que  $3^\circ$ , se mostrando uma boa opção para alinhamento desde que o veículo esteja atracado. Foi possível observar que o desempenho do alinhamento depende da posição em que o veículo é posicionado na água e no modo em que as marolas atingem o veículo.

O sistema de navegação desenvolvido neste trabalho foi validado através da plataforma de testes desenvolvida pelo laboratório. Com o ASV foi possível analisar e validar todas as etapas do algoritmo, permitindo ajustes *in loco* além de facilitar os testes. O algoritmo desenvolvido e validado neste trabalho é composto por uma etapa de alinhamento, seguido por uma etapa de calibração em que o desalinhamento UMI/DVL é estimado e o filtro de Kalman para estimativa da trajetória do veículo, com duas abordagens para sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ .

## 6.1 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, são sugeridos os seguintes pontos:

- Implementação do algoritmo desenvolvido no AUV Pirajuba: os algoritmos foram implementados na plataforma de testes do Laboratório de Veículos Não Tripulados, no entanto, uma vez que o algoritmo foi validado no ASV, faz-se necessária a implementação no AUV Pirajuba a fim de avaliar seu desempenho;
- Testes com manobras no plano vertical para avaliação de desempenho do algoritmo: as avaliações e validações realizadas neste trabalho foram aplicadas em manobras típicas de AUVs no plano horizontal, do tipo corte de relva e linha reta. Os resultados mostraram o bom desempenho do sistema de navegação desenvolvido. No entanto, é necessário realizar as avaliações em manobras no plano vertical, para analisar o

desempenho de veículo, bem como a análise das sintonias das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  e o efeito das estimativas dos *bias*;

- Análise dos cenários apresentados neste trabalho em manobras no plano horizontal: avaliar o comportamento do filtro de Kalman usando as sintonias apresentadas neste trabalho no plano vertical.
- Avaliar a sintonia do Cenário E em manobras no plano vertical: avaliar o efeito da sintonia pelo método de Saha, Ghosh e Goswami (2014) em manobras no plano horizontal, investigando os efeitos de diferentes sintonias obtidas pelas métricas na estimativa dos *bias* e, conseqüentemente, no desempenho do filtro de Kalman.

## REFERÊNCIAS

- ALLAN, D. Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE*, v. 54, n. 2, p. 221–230, 1966. Citado na página 54.
- ANANTHASAYANAM, M. R. Tuning of the kalman filter using constant gains. In: *Introduction and Implementations of the Kalman Filter*. [S.l.]: IntechOpen, 2018. (doi: 10.5772/intechopen.81795). Citado 5 vezes nas páginas 25, 66, 67, 68 e 70.
- BAR-SHALOM, Y.; LI, R. X.; KIRUBAJARAN, T. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*. [S.l.]: John Wiley and Sons, Inc., 2001. Citado na página 26.
- BEN, Y.; ZHU, Z.; LI, Q.; WU, X. Dvl aided fine alignment for marine sins. In: *2011 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1630–1635. Citado 2 vezes nas páginas 80 e 81.
- BRITTING, K. R. *Inertial Navigation Systems Analysis*. [S.l.]: Wiley, 1971. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 83.
- BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with MATLAB Exercises*. [S.l.]: 4 Edition, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 64, 68 e 76.
- CAO, J.; HALL, E. L. Sensor fusion for the navigation of an autonomous guided vehicle using neural networks. In: CASASENT, D. P. (Ed.). *Intelligent Robots and Computer Vision XVII: Algorithms, Techniques, and Active Vision*. SPIE, 1998. v. 3522, p. 286 – 294. Disponível em: <https://doi.org/10.1117/12.325774>. Citado na página 63.
- CHANG, L.; LI, J.; CHEN, S. Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 64, n. 3, p. 784–794, 2015. Citado na página 82.
- CHUI, C. K.; CHEN, G. *Kalman Filtering with Real-Time Applications*. [S.l.]: 4 Edition, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 68.
- DAVARI, N.; AGUIAR, A. P.; SOUSA, J. B. d. An auv navigation system using an adaptive error state kalman filter based on variational bayesian. In: *2018 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicle Workshop (AUV)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 63.
- DIANA, R. E. Y. *Análise de um sistema de navegação para veículo submarino autônomo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2018. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-27082018-151618/publico/RodrigoEijiYamagataDianaCorr18.pdf>. Citado 10 vezes nas páginas 24, 32, 33, 36, 37, 38, 40, 53, 61 e 114.
- DINC, M.; HAJIYEV, C. Integration of navigation systems for autonomous underwater vehicles. *Journal of Marine Engineering & Technology*, Taylor & Francis, v. 14, n. 1, p. 32–43, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/20464177.2015.1022382>. Citado na página 82.
- D'SOUZA, C.; CARPENTER, J. R. Navigation filter best practices. In: . [S.l.: s.n.], 2018. Citado na página 89.

- EDWAN, E.; KNEDLIK, S.; LOFFELD, O. Angular motion estimation using dynamic models in a gyro-free inertial measurement unit. *Sensors*, v. 12, n. 5, p. 5310–5327, 2012. ISSN 1424-8220. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1424-8220/12/5/5310>. Citado na página 57.
- EL-SHEIMY, N.; HOU, H.; NIU, X. Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 57, n. 1, p. 140–149, 2008. Citado 9 vezes nas páginas 54, 55, 56, 57, 58, 59, 70, 71 e 77.
- EL-SHEIMY, N.; YOUSSEF, A. Inertial sensors technologies for navigation applications: state of the art and future trends. *Satellite Navigation*, v. 1, p. 2, 12 2020. Citado na página 31.
- FAA. *Federal Aviation Administration*. 2021. (Acessado em: 02/09/2021). Disponível em: [https://www.faa.gov/about/office\\_org/headquarters\\_offices/ato/service\\_units/techops](https://www.faa.gov/about/office_org/headquarters_offices/ato/service_units/techops). Citado na página 35.
- FARRELL, J. A. *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*. [S.l.]: McGrawHill Companies, 2008. Citado na página 83.
- FARRELL, J. A.; SILVA, F. O.; RAHMAN, F.; WENDEL, J. Inertial measurement unit error modeling tutorial: Inertial navigation system state estimation with real-time sensor calibration. *IEEE Control Systems Magazine*, v. 42, n. 6, p. 40–66, 2022. Citado 10 vezes nas páginas 56, 57, 58, 59, 70, 71, 77, 80, 81 e 101.
- GELB, A. *Applied Optimal Estimation*. [S.l.: s.n.], 1974. Citado na página 64.
- GENG, Y.; MARTINS, R.; SOUSA, J. Accuracy analysis of dvl/imu/magnetometer integrated navigation system using different imus in auv. In: *IEEE ICCA 2010*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 516–521. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- GHANIPOOR, F.; ALASTY, A.; SALARIEH, H.; HASHEMI, M.; SHAHBAZI, M. Model identification of a marine robot in presence of imu-dvl misalignment using tukf. *Ocean Engineering*, v. 206, p. 107344, 2020. ISSN 0029-8018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801820303760>. Citado na página 61.
- GONZALEZ-GARCIA, J.; GOMEZ-ESPINOSA, A.; CUAN-URQUIZO, E.; GARCIA-VALDOVINOS, L. G.; SALGADO-JIMENEZ, T.; CABELLO, J. A. E. Autonomous underwater vehicles: Localization, navigation, and communication for collaborative missions. *Applied Sciences*, v. 10, n. 4, 2020. ISSN 2076-3417. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2076-3417/10/4/1256>. Citado na página 38.
- GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. *Kalman Filtering Theory and Practice Using MATLAB*. [S.l.]: Wiley 4<sup>a</sup> Edition, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 65.
- GROVES, P. D. *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. [S.l.]: Artech House, 2013. Citado 24 vezes nas páginas 23, 24, 25, 30, 31, 32, 35, 36, 39, 40, 45, 52, 55, 57, 59, 60, 61, 62, 67, 68, 69, 70, 90 e 114.
- GUTKOSKI, E. P. *Noise modeling in low-cost MEMs IMU sensors using experimental data*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/236225>. Citado 6 vezes nas páginas 54, 55, 56, 57, 58 e 59.

- HIDE, C. *Integration of GPS and low cost INS measurements*. Tese (PhD Thesis) — University of Nottingham, 2003. Disponível em: <https://eprints.nottingham.ac.uk/id/eprint/12037>. Citado 2 vezes nas páginas 65 e 66.
- HOU, H. *Modeling inertial sensors errors using Allan variance*. Dissertação (Mestrado) — University of Calgary, 2004. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1880/41609>. Citado 3 vezes nas páginas 54, 59 e 76.
- HU, C.; CHEN, W.; CHEN, Y.; LIU, D. Adaptive kalman filtering for vehicle navigation. *Journal of Global Positioning Systems*, v. 2, p. 42–47, 06 2003. Citado na página 37.
- IEEE. Ieee standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros. *IEEE Std 952-1997*, p. 1–84, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 56, 57, 58 e 59.
- JALAL, F.; NASIR, F. Underwater navigation, localization and path planning for autonomous vehicles: A review. In: . [S.l.: s.n.], 2021. p. 817–828. ISBN 9780738105352. Citado na página 23.
- JWO, D.-J.; SHIH, J.-H.; HSU, C.-S.; YU, K.-L. Development of a strapdown inertial navigation system simulation platform. *Journal of Marine Science and Technology*, v. 22, n. 2, 2014. Citado na página 40.
- KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, v. 82, n. 1, p. 35–45, 03 1960. Citado na página 66.
- KLEIN, I.; DIAMANT, R. Dead reckoning for trajectory estimation of underwater drifters under water currents †. *Journal of Marine Science and Engineering*, v. 8, n. 3, 2020. ISSN 2077-1312. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2077-1312/8/3/205>. Citado na página 38.
- LEE, M.-H.; CHEN, Y.-J.; LI, T.-H. S. Sensor fusion design for navigation and control of an autonomous vehicle. In: *2011 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 2209–2214. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 63.
- LI, W.; WU, W.; WANG, J.; LU, L. A fast sins initial alignment scheme for underwater vehicle applications. *Journal of Navigation*, Cambridge University Press, v. 66, n. 2, p. 181–198, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 82 e 83.
- LI, W.; ZHANG, L.; SUN, F.; YANG, L.; CHEN, M.; LI, Y. Alignment calibration of imu and doppler sensors for precision ins/dvl integrated navigation. *Optik*, v. 126, n. 23, p. 3872–3876, 2015. ISSN 0030-4026. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030402615007408>. Citado na página 88.
- LIU, P.; WANG, B.; DENG, Z.; FU, M. Ins/dvl/ps tightly coupled underwater navigation method with limited dvl measurements. *IEEE Sensors Journal*, v. 18, n. 7, p. 2994–3002, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 26, 27, 33 e 60.
- LIU, W.; SONG, D.; WANG, Z.; FRANG, K. Comparative analysis between error-state and full-state error estimation for kf-based imu/gnss integration against imu faults. *Sensors*, p. 4912, 2019. Citado na página 63.
- MAYBECK, P. S. *Stochastic Models, Estimation and Control*. [S.l.]: Academic Press Vol I, 1979. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 67.

- MINGHANG, W.; WEI, L. Gps/sins speed integral matching alignment based on improved adaptive ukf. In: *2019 2nd World Conference on Mechanical Engineering and Intelligent Manufacturing (WCMEIM)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 352–357. Citado na página 82.
- MONACO, C. D.; BRENNAN, S. N.; HACKER, K. A. Doppler velocity log placement effects on autonomous underwater vehicle navigation accuracy. In: *2018 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicle Workshop (AUV)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 25.
- MU, X.; HE, B.; WU, S.; ZHANG, X.; SONG, Y.; YAN, T. A practical ins/gps/dvl/ps integrated navigation algorithm and its application on autonomous underwater vehicle. *Applied Ocean Research*, v. 106, 2021. Citado 6 vezes nas páginas 25, 26, 28, 33, 35 e 63.
- NXP SEMICONDUCTORS. *Allan Variance: Noise Analysis for Gyroscopes*. [S.l.], 2015. Rev. 0. Citado na página 125.
- OLIVEIRA, L. M. de. *Desenvolvimento de Veículos Autônomos Submarinos para Aplicações Oceanográficas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2018. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-05032018-143858/publico/LucasMachadodeOliveiraCorr18.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 37.
- PAULL, L.; SAEEDI, S.; SETO, M.; LI, H. Auv navigation and localization: A review. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 39, n. 1, p. 131–149, 2014. Citado na página 30.
- POWELL, T. D. Automated tuning of an extended kalman filter using the downhill simplex algorithm. *Aerospace Research Central*, 2012. Citado na página 70.
- PUPO, L. B. *Characterization of errors and noises in MEMS inertial sensors using Allan variance method*. Tese (Doutorado) — UPC, Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona, Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/2117/103849>. Citado 5 vezes nas páginas 54, 55, 56, 57 e 58.
- QUINCHIA, A. G.; FALCO, G.; FALLETTI, E.; DOVIS, F.; FERRER, C. A comparison between different error modeling of mems applied to gps/ins integrated systems. *Sensors*, v. 13, n. 8, p. 9549–9588, 2013. ISSN 1424-8220. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1424-8220/13/8/9549>. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 81.
- RAHIMI, H.; NIKKHAH, A. A. Improving the speed of initial alignment for marine strap-down inertial navigation systems using heading control signal feedback in extended kalman filter. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, v. 17, n. 1, p. 1729881419894849, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1729881419894849>. Citado 2 vezes nas páginas 82 e 83.
- ROCHA, L. V. *Algoritmo de Nivelamento e Alinhamento de um Sistema de Navegação Inercial do tipo Solidário ("Strapdown")*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Militar de Engenharia, 2016. Citado na página 63.
- ROGERS, R. M. *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*. 3<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007. ISBN 978-1-56347-927-4. Citado 8 vezes nas páginas 40, 42, 43, 45, 46, 47, 48 e 51.



- SAHA, M.; GHOSH, R.; GOSWAMI, B. Robustness and sensitivity metrics for tuning the extended kalman filter. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 63, n. 4, p. 964–971, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 71, 73, 74, 115 e 117.
- SAHA, M.; GOSWAMI, B.; GHOSH, R. Two novel costs for determining the tuning parameters of the kalman filter. *arXiv: Adaptation and Self-Organizing Systems*, 10 2011. Citado 6 vezes nas páginas 68, 70, 71, 73, 74 e 76.
- SAHU, B.; SUBUDHI, B. The state of art of autonomous underwater vehicles in current and future decades. In: . [S.l.: s.n.], 2014. Citado na página 23.
- SANTANA, D. D. *Navegação terrestre usando unidade de medição inercial de baixo desempenho e fusão sensorial com Filtro de Kalman adaptativo suavizado*. Dissertação (Mestrado) — Univeridade de São Paulo, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 40, 45, 47 e 53.
- SHYAM, M. M.; NAIK, N.; GEMSON, R.; ANANTHASAYANAM, M. Introduction to the kalman filter and tuning its statistics for near optimal estimates and cramer rao bound. In: . [S.l.: s.n.], 2015. Citado 5 vezes nas páginas 25, 66, 67, 68 e 70.
- SILVA, D. C.; FRUTUOSO, A.; SOUZA, L. F.; BARROS, E. A. de. Comparative analysis of innovation-based adaptive kalman filters applied to auvs navigation. In: *2022 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2022 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2022 Workshop on Robotics in Education (WRE)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 31–36. Citado na página 87.
- SILVA, F. O.; HEMERLY, E. M.; FILHO, W. C. L.; KUGA, H. K. A fast in-field coarse alignment and bias estimation method for stationary intermediate-grade imus. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 67, n. 4, p. 831–838, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 82, 83 e 84.
- SILVA, F. O. e. *Stationary Self-Alignment and Calibration Techniques for Strapdown Inertial Systems*. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2016. Citado 7 vezes nas páginas 42, 77, 82, 83, 84, 85 e 86.
- SILVA, I. dos S. *Desenvolvimento de um veículo aquático não tripulado empregado como plataforma de testes de sistemas de navegação*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2019. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-09012020-101514/pt-br.php>. Citado na página 93.
- SILVA, I. S.; CAMPOPIANO, F.; LOPES, G. S.; UENOJO, A. K.; SILVA, H. T.; PELLINI, E. L.; ALVAREZ, A. A.; BARROS, E. A. Development of a trimaran asv. *IFAC-PapersOnLine*, v. 51, n. 29, p. 8–13, 2018. ISSN 2405-8963. 11th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, Robotics, and Vehicles CAMS 2018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318321505>. Citado 2 vezes nas páginas 93 e 94.
- SOUZA, L. F.; FRUTUOSO, A.; SILVA, D. C.; BARROS, E. A. D. Real-time ins/dvl/ps fusion applied to the navigation of autonomous underwater vehicles. In: *2022 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2022 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2022 Workshop on Robotics in Education (WRE)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 87 e 95.

- SOUZA, L. F.; LOPES, G. S.; UENOJO, A. K.; SILVA, H. T.; CAMPOPIANO, F.; de Melo, M. R.; FRUTUOSO, A. B.; SILVA, D. C.; PELLINI, E. L.; BARROS, E. A. Development of an asv trimaran for testing and implementation of auv navigation algorithms. *IFAC-PapersOnLine*, v. 55, n. 31, p. 184–189, 2022. ISSN 2405-8963. 14th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems, Robotics, and Vehicles CAMS 2022. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896322024752>. Citado 2 vezes nas páginas 87 e 95.
- TAL, A.; KLEIN, I.; KATZ, R. Inertial navigation system/doppler velocity log (ins/dvl) fusion with partial dvl measurements. *Sensors*, v. 17, n. 2, 2017. ISSN 1424-8220. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1424-8220/17/2/415>. Citado na página 34.
- TAN, C.; ZHU, X.; SU, Y.; WANG, Y.; WU, Z.; GU, D. A new analytic alignment method for a sins. *Sensors*, v. 15, n. 11, p. 27930–27953, 2015. ISSN 1424-8220. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1424-8220/15/11/27930>. Citado na página 83.
- TEIXEIRA, B. O.; CHANDRASEKAR, J.; TÔRRES, L. A.; AGUIRRE, L. A.; BERNS-TEIN, D. S. State estimation for linear and non-linear equality-constrained systems. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 82, n. 5, p. 918–936, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 65.
- TITTERTON, D.; WESTON, J. L. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. [S.l.]: 2nd Edition, 2004. Citado 13 vezes nas páginas 23, 25, 35, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 47, 48, 53 e 84.
- T.N, R.; NHERAKKOL, A.; NAVELKAR, G. Navigation of autonomous underwater vehicle using extended kalman filter. In: VADAKKEPAT, P.; KIM, J.-H.; JESSE, N.; MAMUN, A. A.; KIONG, T. K.; BALTES, J.; ANDERSON, J.; VERNER, I.; AHLGREN, D. (Ed.). *Trends in Intelligent Robotics*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. p. 1–9. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 82.
- USP. *Ciência e Tecnologia - Instituto Oceanográfico*. <http://www.usp.br/aunantigo/exibir?id=7598ed=1319f=27>, 2021. Citado na página 24.
- VIVANCO, P. J. C. *Desenvolvimento do sistema de navegação de um AUV baseado em filtro estendido de Kalman*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2014. Disponível em: [https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-26082015-153843/publico/Dissertacao\\_Persing.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-26082015-153843/publico/Dissertacao_Persing.pdf). Citado 2 vezes nas páginas 24 e 63.
- WANG, D.; XU, X.; YAO, Y.; ZHANG, T.; ZHU, Y. A novel sins/dvl tightly integrated navigation method for complex environment. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 69, p. 5183–5196, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 23, 26 e 28.
- WOODMAN, O. J. *An introduction to inertial navigation*. [S.l.], 2007. 37 p. Disponível em: <https://www.cl.cam.ac.uk/techreports/UCAM-CL-TR-696.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 54, 70, 71 e 76.
- WU, M.; WU, Y.; HU, X.; HU, D. Optimization-based alignment for inertial navigation systems: Theory and algorithm. *Aerospace Science and Technology*, v. 15, n. 1, p. 1–17, 2011. ISSN 1270-9638. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963810000660>. Citado 2 vezes nas páginas 85 e 86.

YUAN, D.; MA, X.; LIU, Y.; YANG, L.; WU, Y.; ZHANG, X. Research on underwater integrated navigation system based on sins/dvl/magnetometer/depth-sensor. In: *OCEANS 2017 - Aberdeen*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

ZANETTI, R.; D'SOUZA, C. Recursive implementations of the schmidt-kalman 'consider' filter. *The Journal of the Astronautical Sciences*, v. 60, p. 672–685, 12 2013. Citado na página 89.

ZANONI, F. D. *Modelagem e Implementação do Sistema de Navegação para um AUV*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2012. Disponível em: [https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-23032012-114741/publico/Dissertacao\\_Fabio\\_Doro\\_Zanoni.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-23032012-114741/publico/Dissertacao_Fabio_Doro_Zanoni.pdf). Citado 3 vezes nas páginas 23, 75 e 76.

ZHANG, T.; XU, X. Sins/dvl/lbl interactive aiding positioning technology based on auv. In: *2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 745–750. Citado na página 23.

## Apêndice A – DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO DE CARACTERIZAÇÃO DE RUÍDOS DA UMI

A caracterização dos ruídos foi aplicada em uma UMI do tipo intermediário, com erro de *bias* de  $0,02^\circ/h$  para os girômetros e  $1\text{ mg}$  para os acelerômetros (dados fornecidos pelo fabricante). O ensaio foi realizado no laboratório de metrologia da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, com duração aproximada de 5 horas, sendo 1 hora para estabilização da temperatura e 4 horas para aquisição de dados da UMI.

O *setup* utilizado no ensaio é apresentado na Figura (A.1), composto pela UMI, uma fonte de alimentação e um computador. A UMI foi posicionada em uma mesa de granito sísmica, e conectada ao computador para aquisição dos dados a uma taxa de  $100\text{ Hz}$ . A representação gráfica dos dados obtidos para os girômetros e acelerômetros podem ser visualizados no Apêndice B.

Figura A.1 – *Setup* para o teste de levantamento da curva de Allan.



Fonte: Autor.

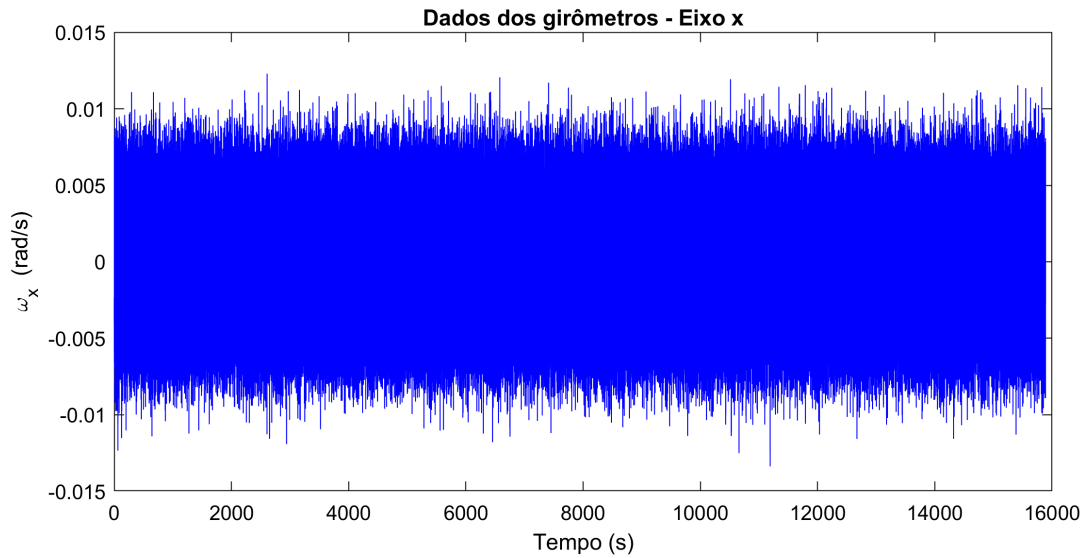
Após a aquisição dos dados da UMI, foram levantadas as curvas de desvio-padrão de Allan, disponíveis no Apêndice B. Para obtenção da curva para cada conjunto de dados, um algoritmo adaptado de NXP Semiconductors (2015) foi implementado e está disponível no Apêndice C.

Após obtenção das curvas de Allan, um algoritmo de caracterização de ruídos (baseado nos padrões apresentados na Seção 2.4.2.1) foi implementado, o qual está disponível no Apêndice C. O objetivo é traçar as retas com as assíntotas (*slopes*) características

de cada ruído, identificando quais possuem maior parcela, e conseqüentemente, maior influência no sinal. Os ruídos caracterizados são mostrados no Apêndice B.

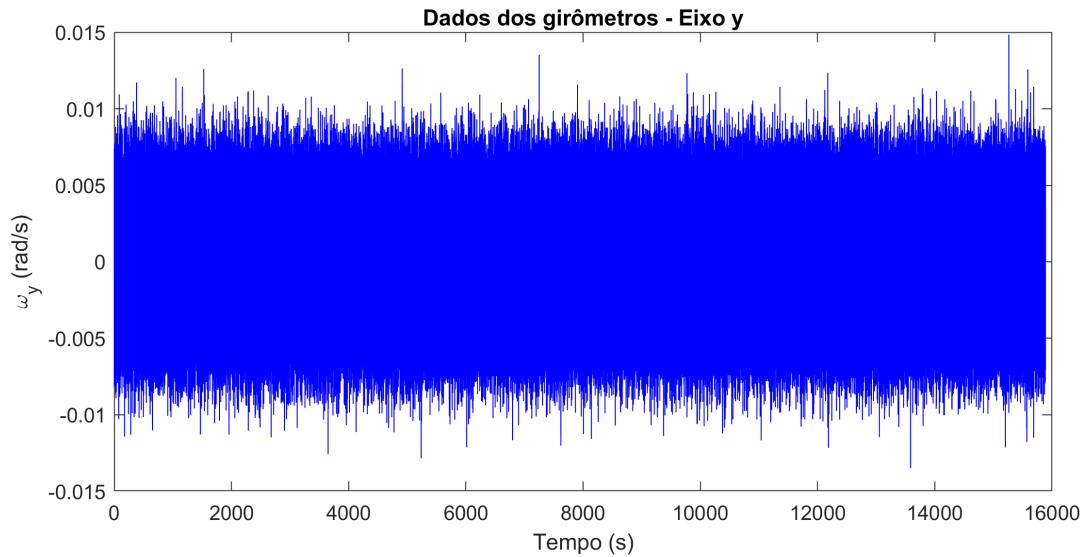
## Apêndice B – CARACTERIZAÇÃO DE RUÍDOS DA UMI

Figura B.1 – Dados da UMI - Girômetros eixo x.



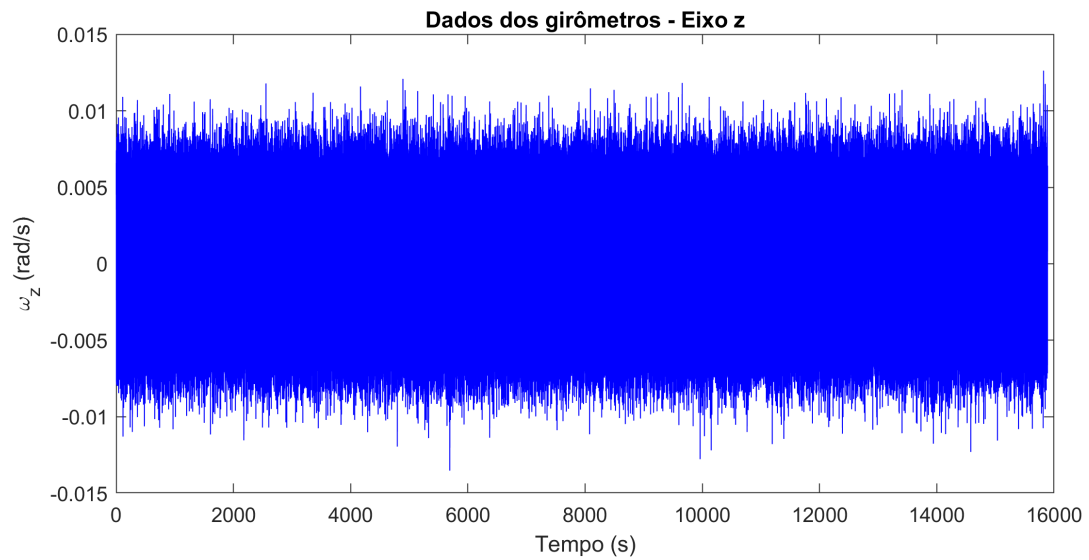
Fonte: Autor.

Figura B.2 – Dados da UMI - Girômetros eixo y.



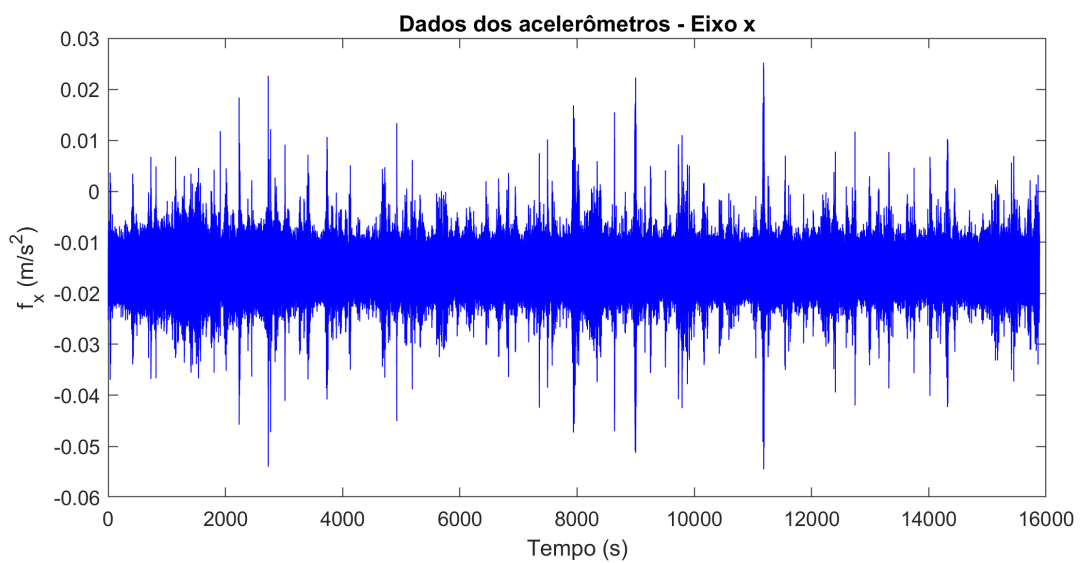
Fonte: Autor.

Figura B.3 – Dados da UMI - Girômetros eixo z.



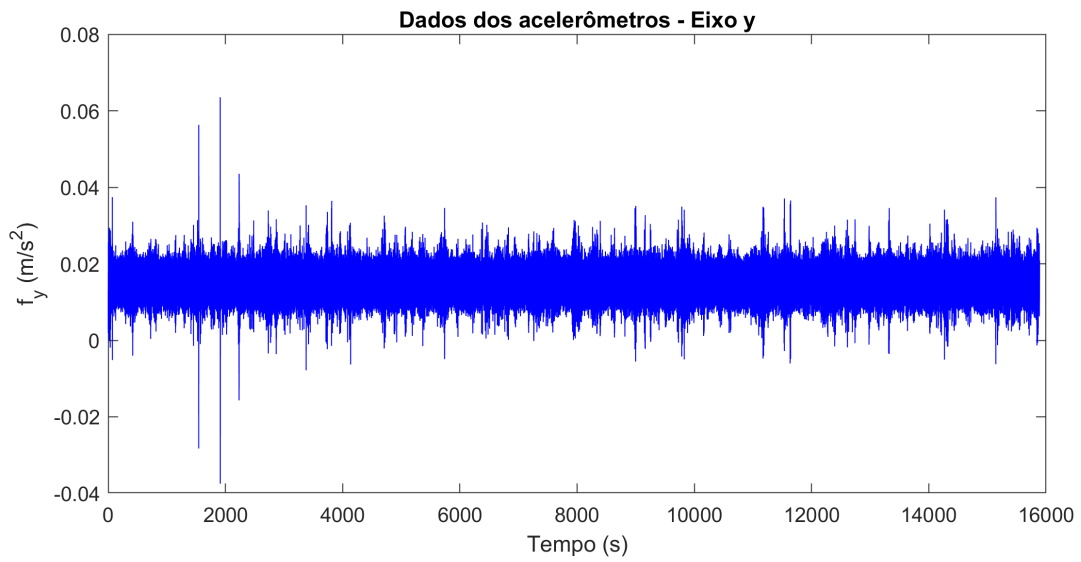
Fonte: Autor.

Figura B.4 – Dados da UMI - Acelerômetros eixo x.



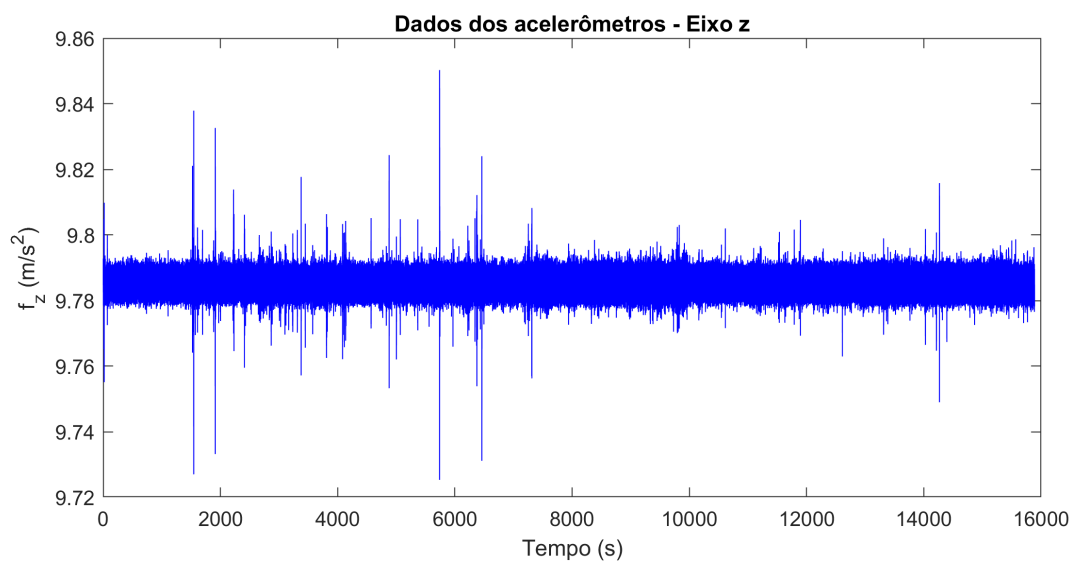
Fonte: Autor.

Figura B.5 – Dados da UMI - Acelerômetros eixo y.



Fonte: Autor.

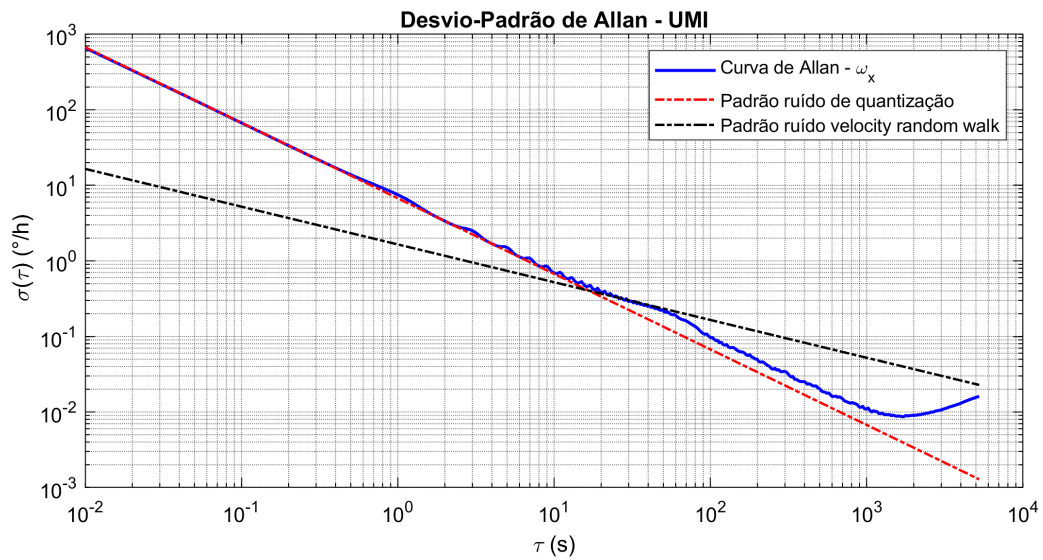
Figura B.6 – Dados da UMI - Acelerômetros eixo z.



Fonte: Autor.

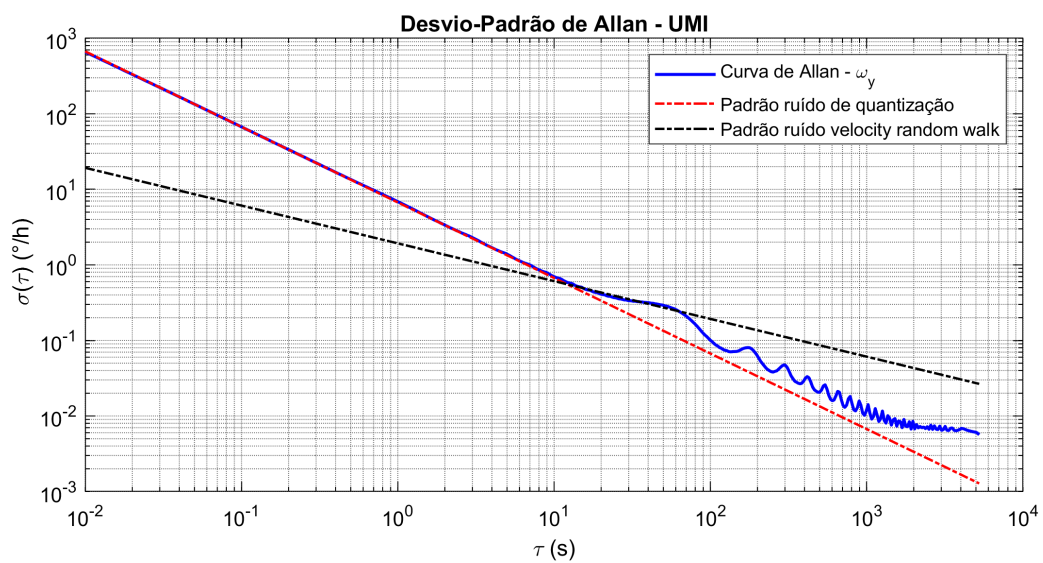


Figura B.7 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro  $\omega_x$ .



Fonte: Autor.

Figura B.8 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro  $\omega_y$ .



Fonte: Autor.

Figura B.9 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do girômetro  $\omega_z$ .

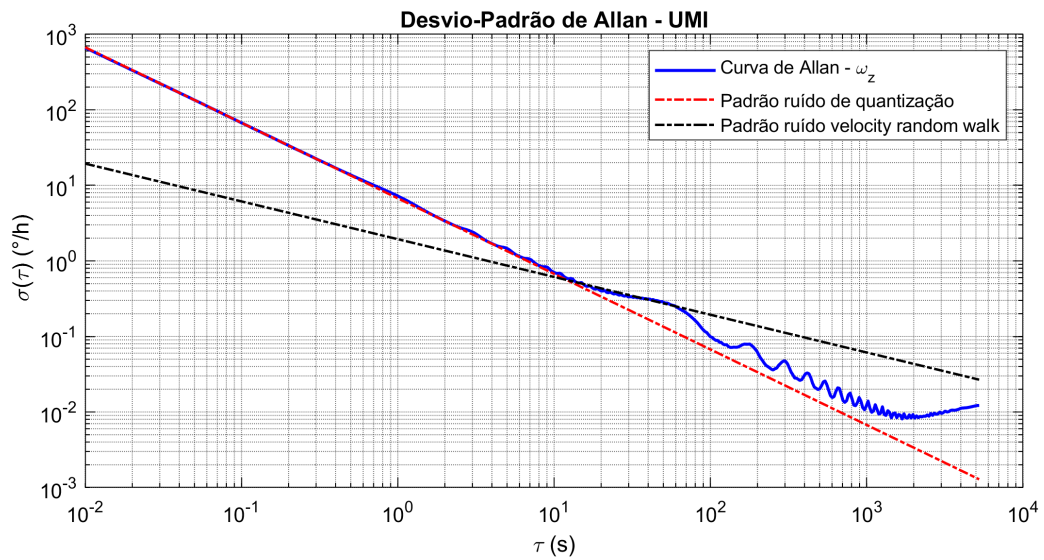


Figura B.10 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro  $f_x$ .

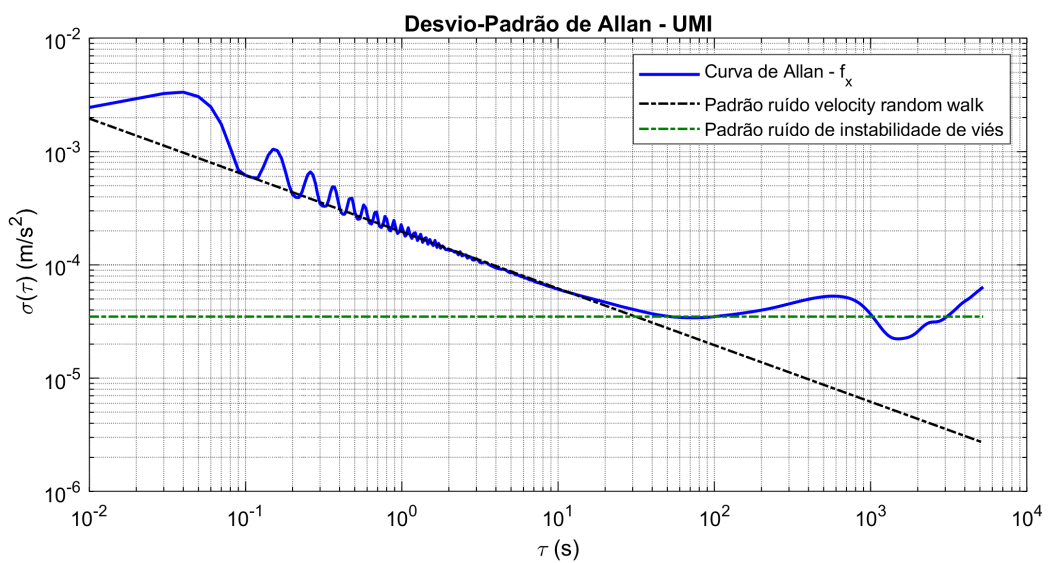


Figura B.11 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro  $f_y$ .

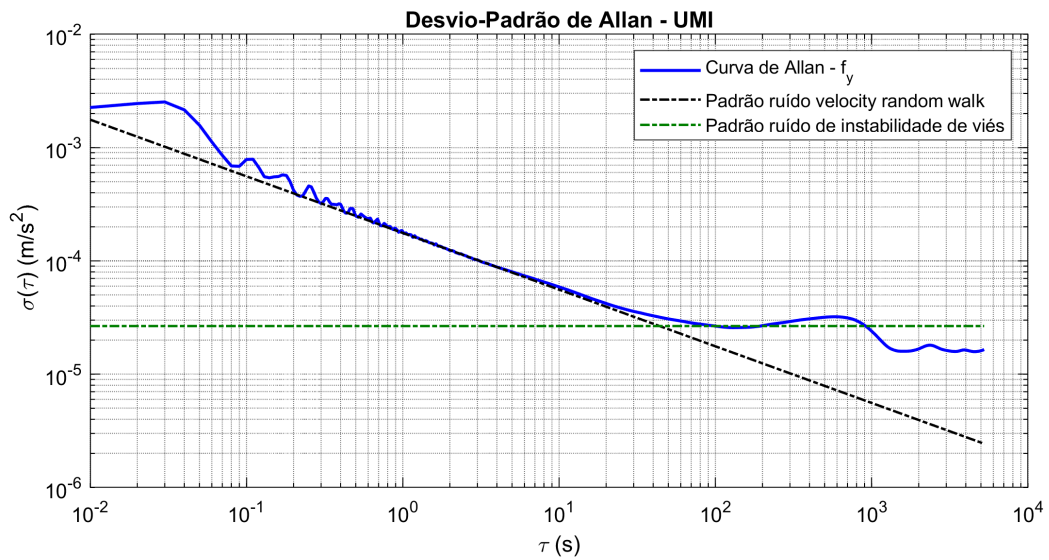
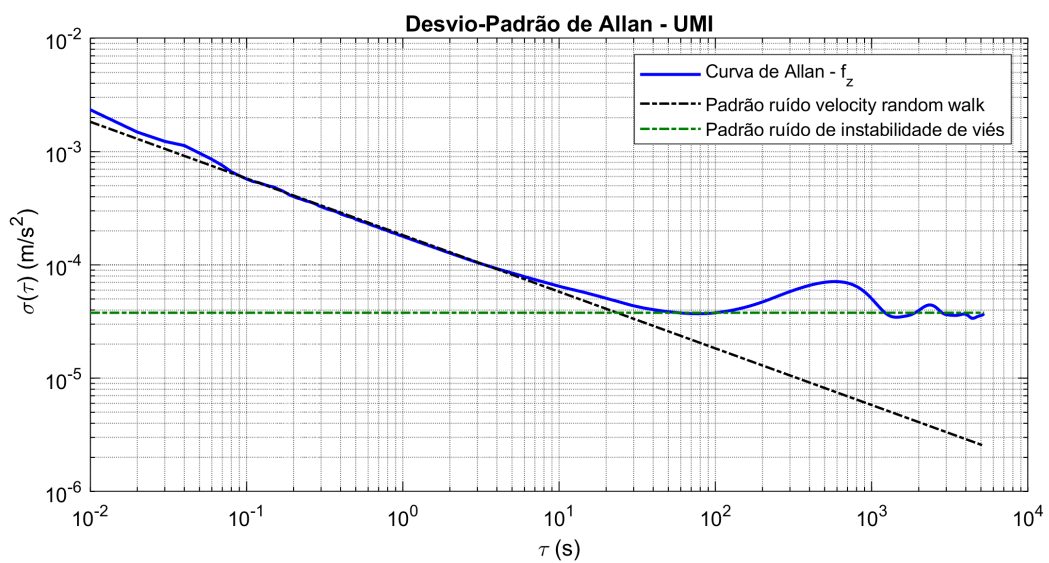


Figura B.12 – Caracterização de ruídos da UMI - dados do acelerômetro  $f_z$ .



## Apêndice C – ALGORITMO PARA CARACTERIZAÇÃO DE RUÍDOS A PARTIR DA CURVA DE ALLAN

---

### Algoritmo 1 Curva de desvio-padrão de Allan

---

```

function [sigma,tau] = ComputeAVAR(data,dt)

pts = 500; % Arbitrary size of log spaced vector
[N,M] = size(data); % figure out how big the output data set
is
n = 2.^(0:floor(log2(N/2)))'; % determine largest bin size
maxN = n(end);
endLogInc = log10(maxN);
% create log spaced vector average factor
m = unique(ceil(logspace(0,endLogInc,pts)))';
tau = m*dt; % T = length of time for each cluster
% integration of samples over time to obtain output angle
theta = cumsum(data)*dt;
% array of dimensions (cluster periods) X (#variables)
AV = zeros(length(tau),M);
for i=1:length(m) % loop over the various cluster sizes
    for k=1:N-2*m(i) % implements the summation in the AV
        equation
            AV(i,:) = AV(i,:) + (theta(k+2*m(i),:) - ...
                2*theta(k+m(i),:) + theta(k,:)).^2;
    end
end
end
AV = AV./repmat((2*tau.^2.*(N-2*m)),1,M); % Allan Variance
sigma = sqrt(AV); % Allan Deviation

```

---

**Algoritmo 2** Análise da curva de Allan

---

```

function [sigmasOut,Tbias,f,h] = AnalyzeAVAR(AD,T,Slopes,Ts,
    plots,method)

% First ensure each Slope has a corresponding Ts
if length(Slopes)~=length(Ts)
    error('Each slope must have a corresponding Ts. Enter NaN
        if no Ts')
end

% Next, compute Log-Log slope of input Allan deviation signal
. Log-Log
slope = logdiff(AD)./logdiff(T);

% Create basic figure shells if plots were requested
if plots
    h = zeros(2,length(Slopes)+1);
    f(1) = figure;
    h(1,1) = loglog(T,AD,'LineWidth',1.5,'Color','b'); hold
        on;
    title('Allan Deviation')
    xlabel('Averaging Time');
    ylabel('Allan Deviation');

    % Color string for marking up each slope of interest in
        figures
    c = {'r';'k';'g';'b';'y'};
else
    h = 0;
    f = 0;
end
indice = 0;
% Create output vector shell
sigmasOut = zeros(length(Slopes),1);
Tbias = [];

for kk=1:length(T)
    if(T(kk) == sqrt(3))
        indice=kk;
    end
end

% Now, step through each slope of interest, find the slope in
    the Allan
% deviation signal, extrapolate to corresponding Ts of
    interest and record
% the coefficient found at that location.
for ii = 1:length(Slopes)
    curr_slope = Slopes(ii);
    curr_t = Ts(ii);

```

---

---

```

% Method 1: Use knowledge of Allan deviation shape,
% starting from
% the left (small T), look for first occurrence of
% desired slope.
% Method 2: Use min distance method to locate point
% with closest
% matching slope to the one desired.
if method==1
    if sign(slope(1)) == -1
        idx = find(slope>curr_slope,1,'first');
    else
        idx = find(slope<curr_slope,1,'first');
    end
elseif method==2
    dist = (slope-curr_slope).^2;
    [~,idx] = min(dist);
%     idx=100;
end
% If the desired slope is found within the signal,
% create anonymous
% function for the line to extrapolate to
% corresponding Ts.

if (ii == 1)
    if ~isempty(idx)
        if isnan(curr_t)
            sigmasOut(ii) = AD(idx);
            Tbias=T(idx);
            linefun = @(t) AD(idx) + 0*t;
        else
            linefun = @(t) 10.^(curr_slope*(log10(t)
                -log10(T(idx)))...
                +log10(AD(idx)));
            sigmasOut(ii) = linefun(curr_t);
        end
    end

    if plots
        figure(f(1)); h(1,ii+1) = plot(T(idx),AD
            (idx)...
            , 's', 'Color',c{ii}, 'MarkerFaceColor'
            ,c{ii});...
        plot(T,linefun(T), '--', 'LineWidth'
            ,1.2, 'Color',c{ii});
    end
    if plots
        figure(f(1)); h(1,ii+1) = plot(T(idx),AD
            (idx));...
        plot(T,linefun(T), '--', 'LineWidth'
            ,1.2, 'Color',c{ii});
    end
end
end

```

---

---

```

elseif (ii == 2)
%       idx=210 para os giros
idx = 130;
if ~isempty(idx)
    if isnan(curr_t)
        sigmasOut(ii) = AD(idx);
        Tbias=T(idx);
        linefun = @(t) AD(idx) + 0*t;
    else
        linefun = @(t) 10.^(curr_slope*(log10(t)-
            log10(T(idx)))...
            +log10(AD(idx)));
        sigmasOut(ii) = linefun(curr_t);
    end

    if plots
        figure(f(1));
        plot(T,linefun(T),'-.','LineWidth'
            ,1.2,'Color',c{ii});
    end
end
elseif (ii == 3)
idx = 250;
if ~isempty(idx)
    if isnan(curr_t)
        sigmasOut(ii) = AD(idx);
        Tbias=T(idx);
        linefun = @(t) AD(idx) + 0*t;
    else
        linefun = @(t) 10.^(curr_slope*(log10(t)-
            log10(T(idx)))...
            +log10(AD(idx)));
        sigmasOut(ii) = linefun(curr_t);
    end

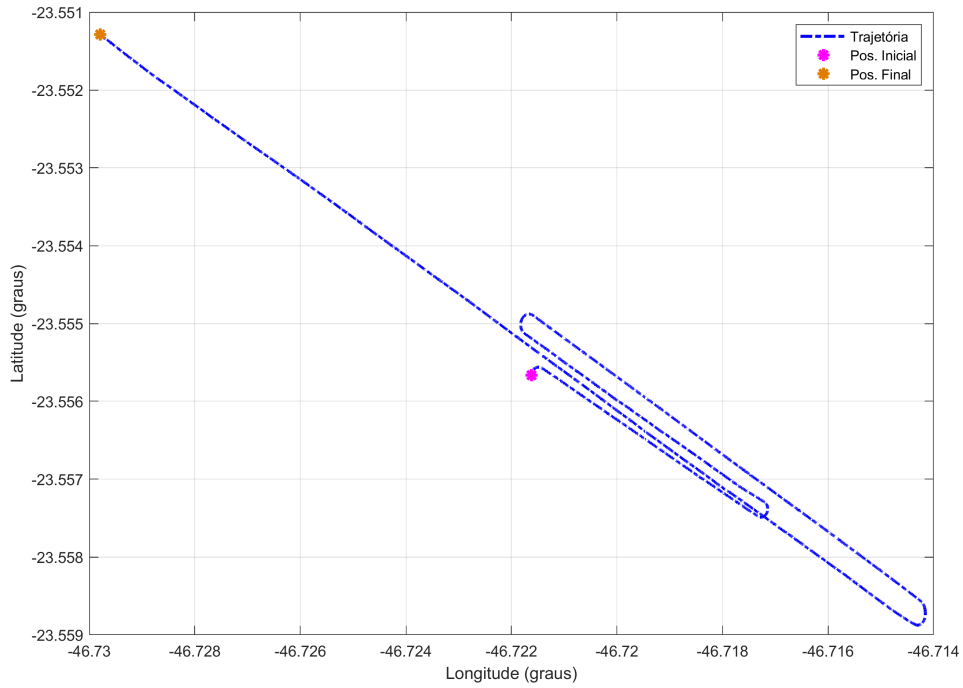
    if plots
        figure(f(1));
        plot(T,linefun(T),'-.','LineWidth'
            ,1.2,'Color',c{ii});
    end
end
end
end
indice=kk-indice;
end
% Compute Log10(X(t+1))-Log10(X(t)) for use in Log-Log slope
function logdiff = logdiff(X)
N = size(X,1);
logdiff = zeros(N-1,1);
for ii = 1:N-1
    logdiff(ii) = log10(X(ii+1))-log10(X(ii));
end
end

```

---

## Apêndice D – MANOBRAS REALIZADAS NOS TESTES EXPERIMENTAIS

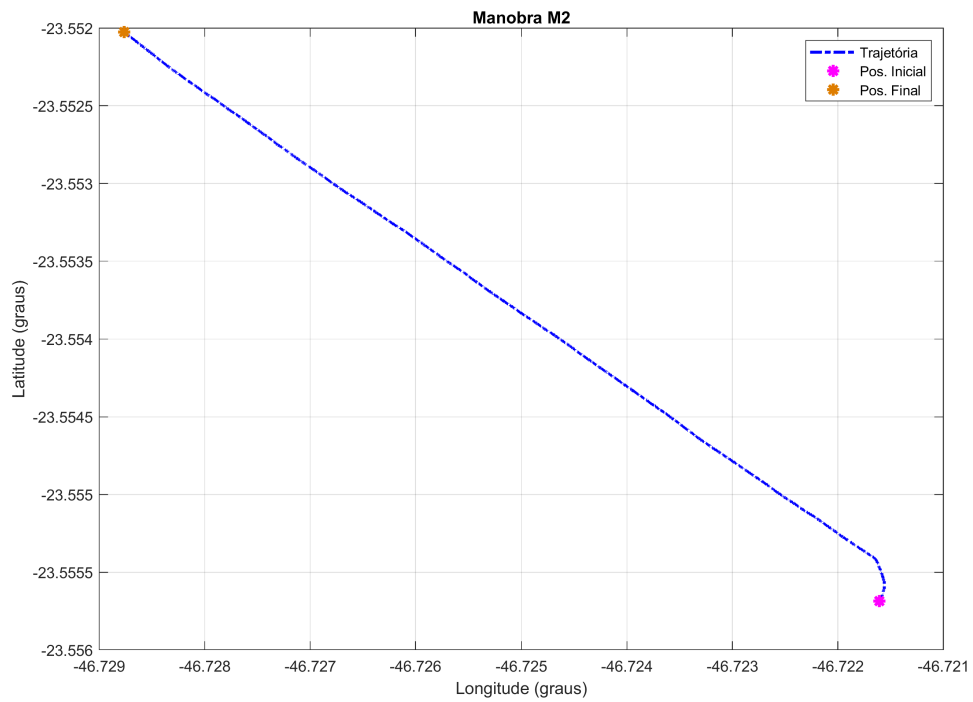
Figura D.1 – Manobra M1 do tipo Corte de Relva e Alinhamento Atracado no Píer.



Fonte: Autor.

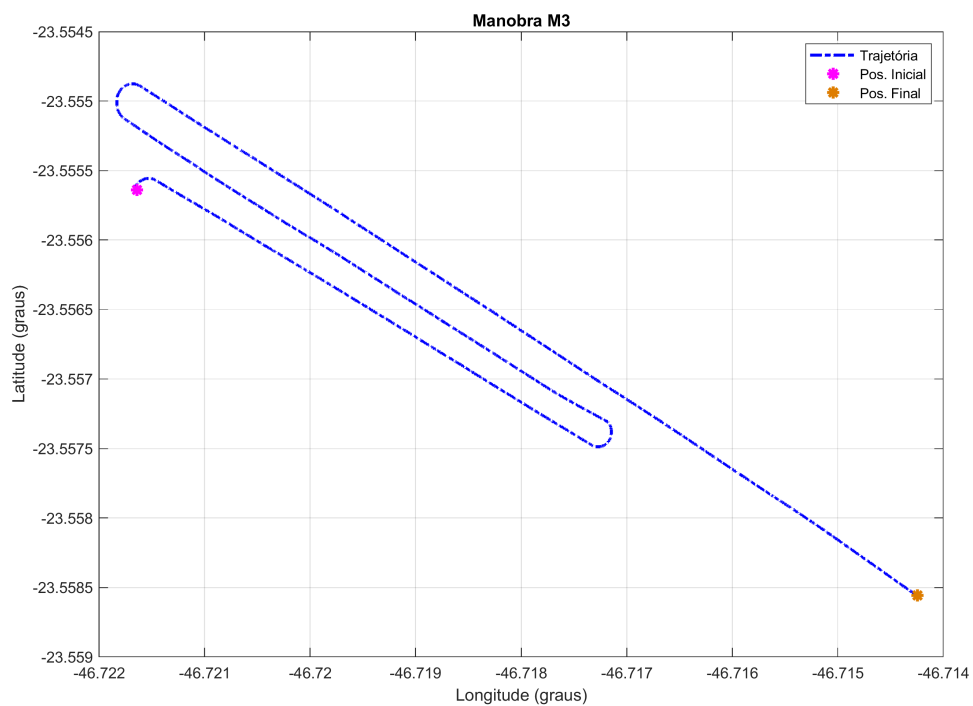


Figura D.2 – Manobra M2 do tipo Linha Reta e Alinhamento Atracado no Píer.



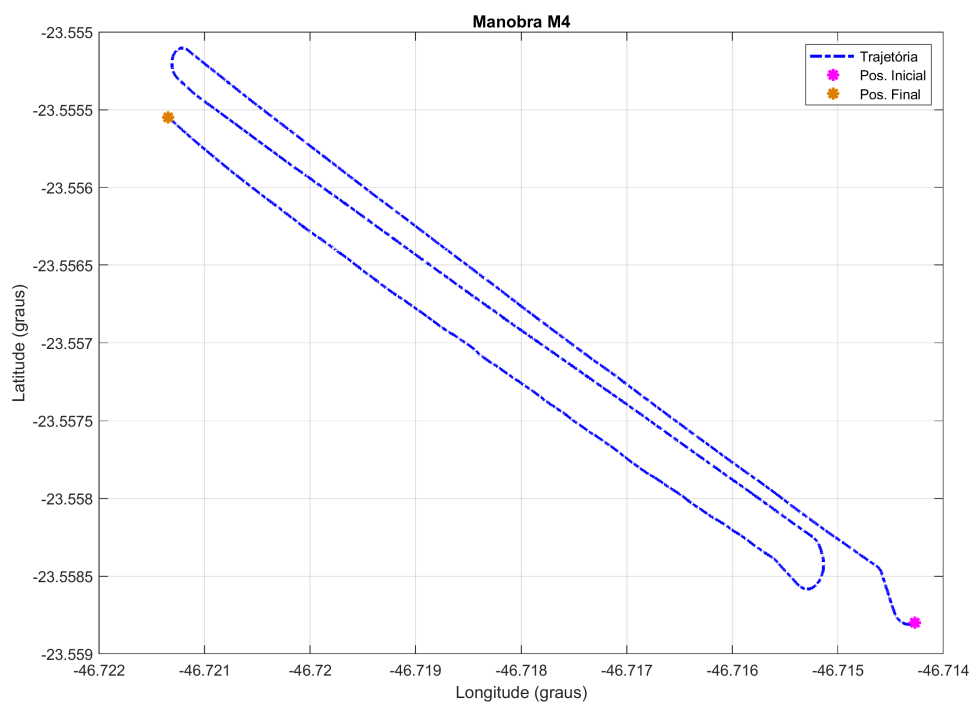
Fonte: Autor.

Figura D.3 – Manobra M3 do tipo Corte de Relva e Alinhamento Atracado no Píer.



Fonte: Autor.

Figura D.4 – Manobra M4 do tipo Corte de Relva e Alinhamento pelos Sensores Auxiliares.



Fonte: Autor.

## Apêndice E – SINTONIAS DAS MATRIZES Q E R

A sintonia das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  obtidas a partir dos dados fornecidos pelo fabricante e usada no Cenário A, é dada por:

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_{giros}^2, \sigma_{giros}^2, \sigma_{giros}^2, \sigma_{acel}^2, \sigma_{acel}^2, \sigma_{acel}^2, \mathbf{0}_{1 \times 9}) \quad (\text{E.1})$$

$$\mathbf{R}_k = \text{diag}(\sigma_{DVL}^2, \sigma_{DVL}^2, \sigma_{DVL}^2, \sigma_{prof}^2) \quad (\text{E.2})$$

onde:

$$\sigma_{giros} = 5,8178 \times 10^{-6} \text{ rad/s} \quad (\text{E.3})$$

$$\sigma_{acel} = 1 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad (\text{E.4})$$

$$\sigma_{DVL} = 1 \times 10^{-3} \text{ m/s} \quad (\text{E.5})$$

$$\sigma_{prof} = 1 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (\text{E.6})$$

Com base no ajuste a partir dos dados do fabricante, foi implementado o método de Saha, Goswami e Gosh, otimizando  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  para a seguinte sintonia que foi utilizada nos cenários B e E:

$$\sigma_{giros} = 1,83975 \times 10^{-4} \text{ rad/s} \quad (\text{E.7})$$

$$\sigma_{acel} = 0,01 \text{ m/s}^2 \quad (\text{E.8})$$

$$\sigma_{DVL} = 0,05 \text{ m/s} \quad (\text{E.9})$$

$$\sigma_{prof} = 1 \times 10^{-3} \quad (\text{E.10})$$

Para a sintonia baseada na caracterização dos ruídos da UMI a partir da Variância de Allan, utilizou-se primeiramente apenas os parâmetros de *random walk*, os quais foram usados nos cenários C e F:

$$\sigma_{giros} = 9,3084 \times 10^{-5} \text{ rad/s}^2 \quad (\text{E.11})$$

$$\sigma_{acel} = 0,002 \text{ m/s}^2 \quad (\text{E.12})$$

$$\sigma_{DVL} = 0,1 \text{ m/s} \quad (\text{E.13})$$

$$\sigma_{prof} = 1 \times 10^{-3} \quad (\text{E.14})$$

Adicionando o modelo de Gauss-Markov para a estimativa do *bias* dos acelerômetros, tem-se a matriz  $\mathbf{Q}$ , usada nos cenários D e G, dada por:

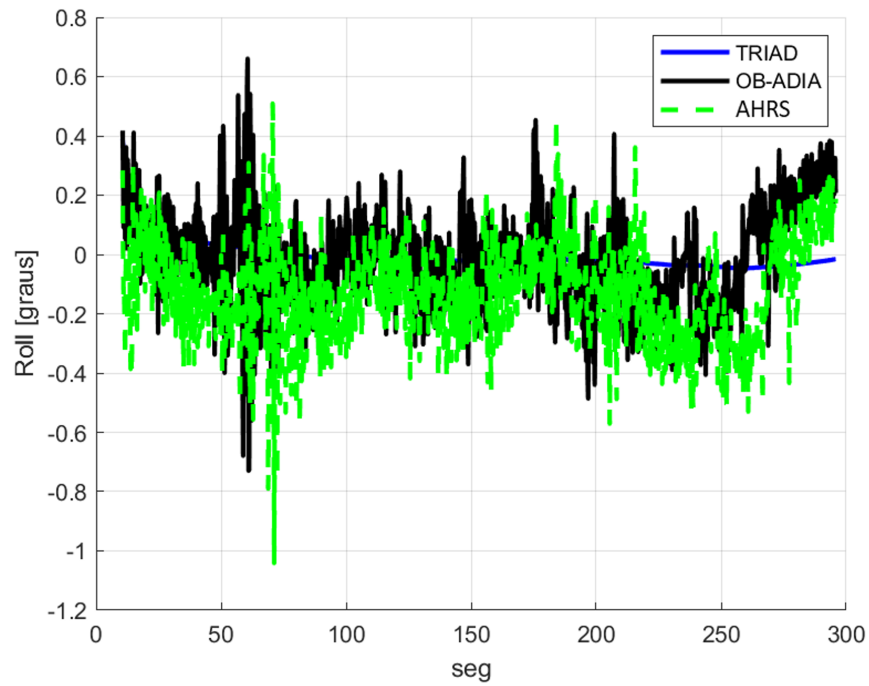
$$\mathbf{Q}_k = \text{diag}(\sigma_{giros}^2, \sigma_{giros}^2, \sigma_{giros}^2, \sigma_{acel}^2, \sigma_{acel}^2, \sigma_{acel}^2, \mathbf{0}_{1 \times 6}, \sigma_{\omega}^2, \sigma_{\omega}^2, \sigma_{\omega}^2) \quad (\text{E.15})$$

onde:

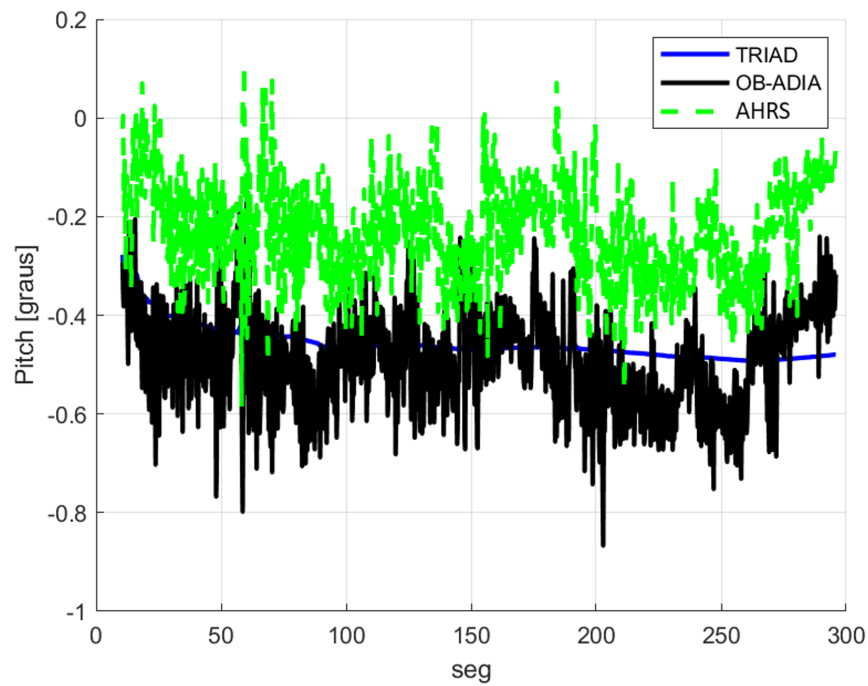
$$\sigma_\omega = 2,3200 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2 \quad (\text{E.16})$$

## Apêndice F – GRÁFICOS DOS RESULTADOS DO ALINHAMENTO GROSSEIRO

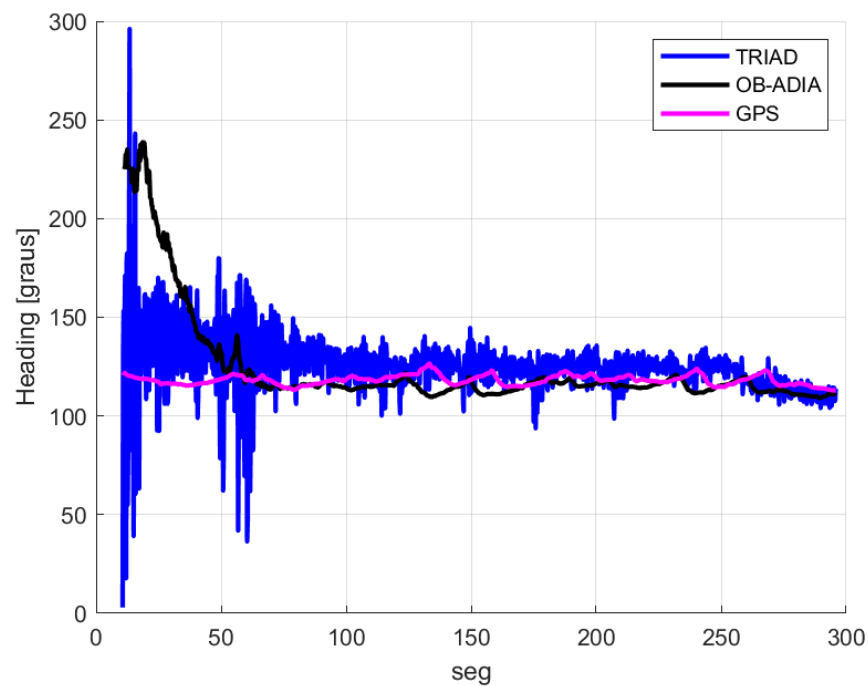
Figura F.1 – Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de *roll*: TRIAD, OB-ADIA, AHRs.



Fonte: Autor.

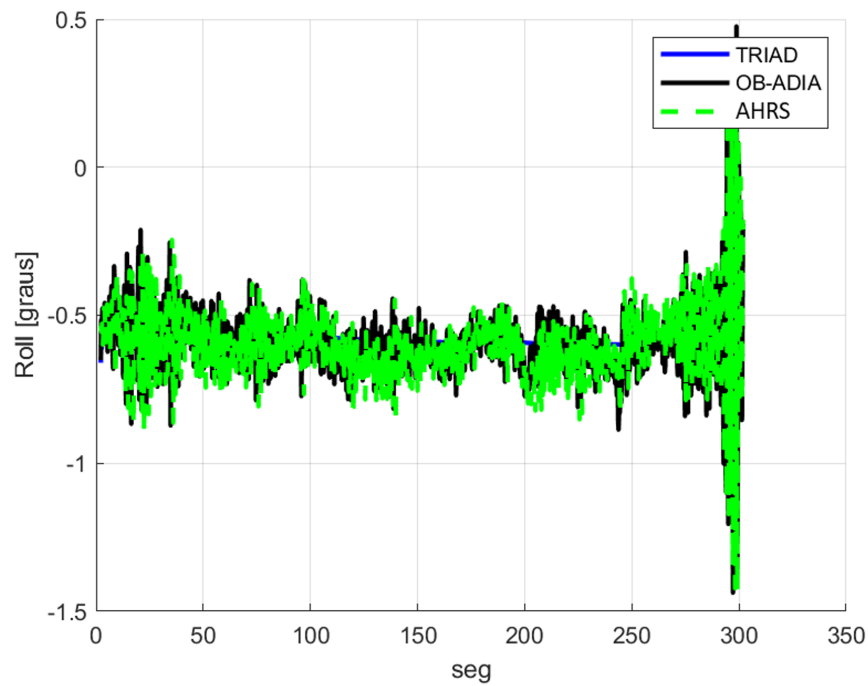
Figura F.2 – Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de *pitch*: TRIAD, OB-ADIA, AHRs.

Fonte: Autor.

Figura F.3 – Manobra M1 - Comparação entre as estimativas de *heading*: TRIAD, OB-ADIA, GPS.

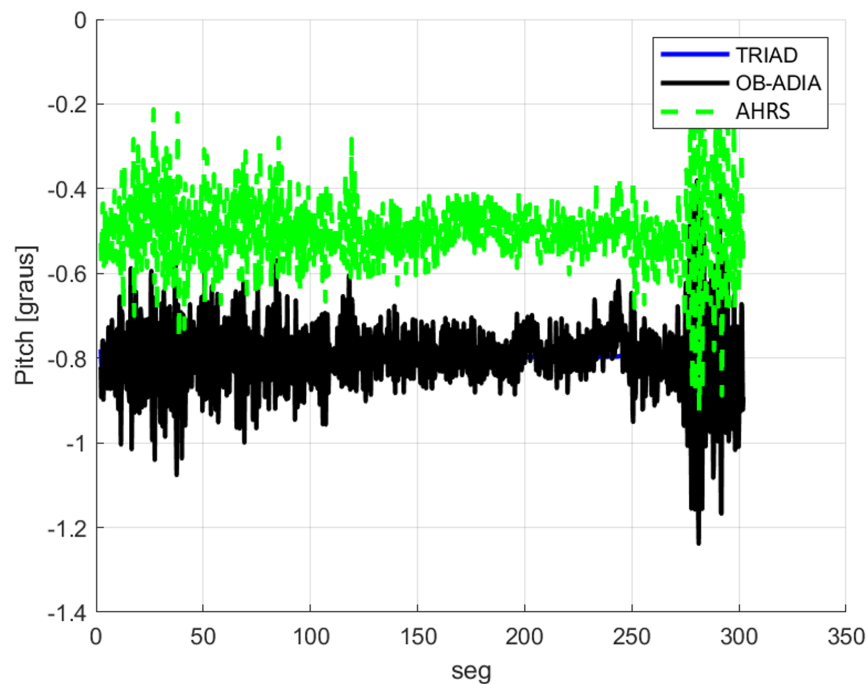
Fonte: Autor.

Figura F.4 – Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de *roll*: TRIAD, OB-ADIA, AHRs.

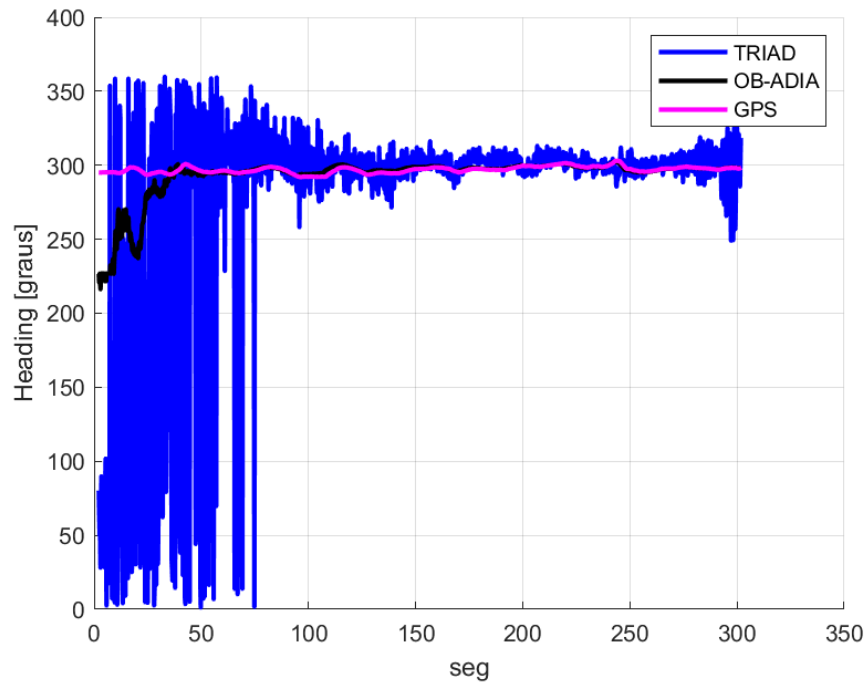


Fonte: Autor.

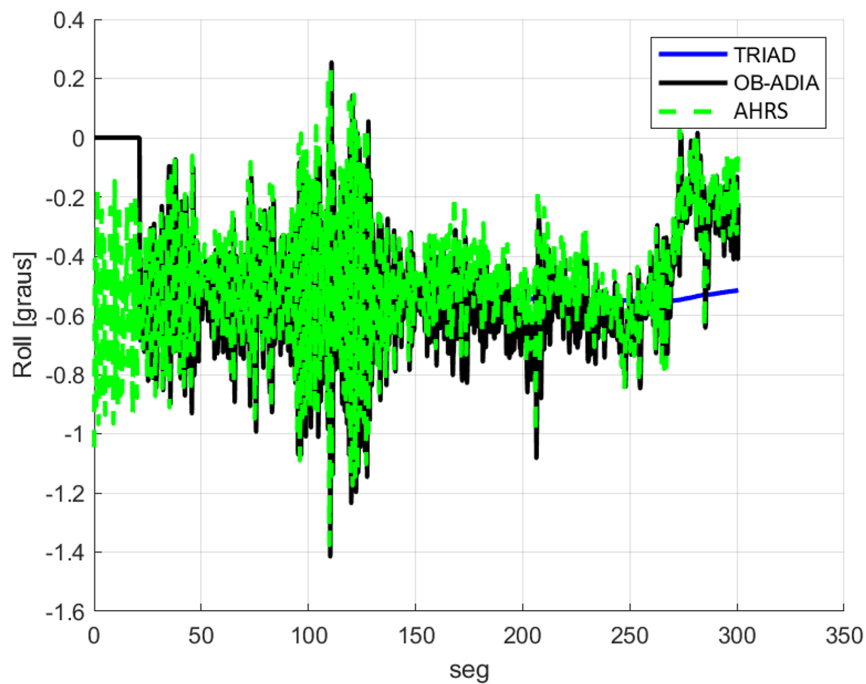
Figura F.5 – Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de *pitch*: TRIAD, OB-ADIA, AHRs.



Fonte: Autor.

Figura F.6 – Manobra M2 - Comparação entre as estimativas de *heading*: TRIAD, OB-ADIA, GPS.

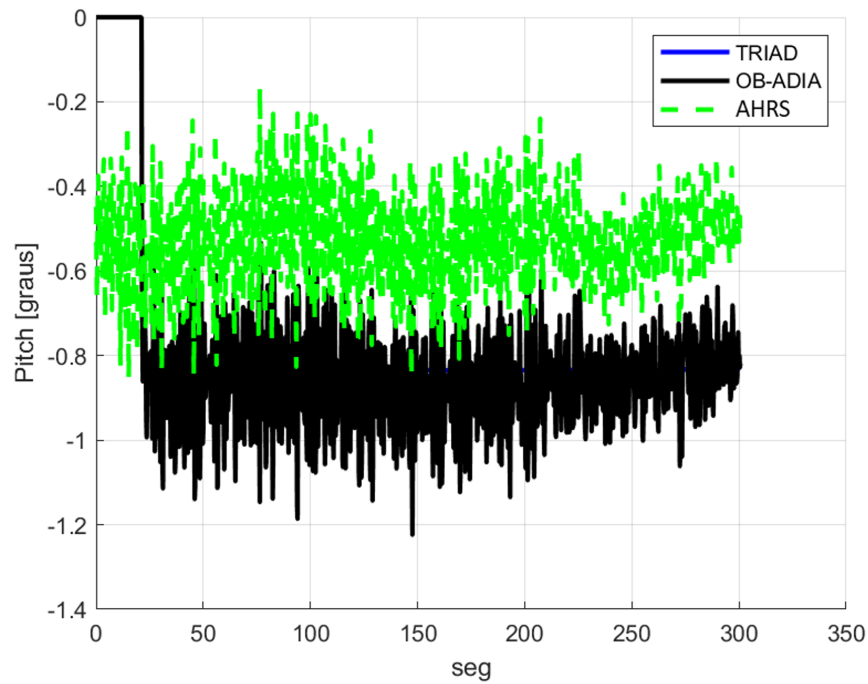
Fonte: Autor.

Figura F.7 – Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de *roll*: TRIAD, OB-ADIA, AHRS.

Fonte: Autor.

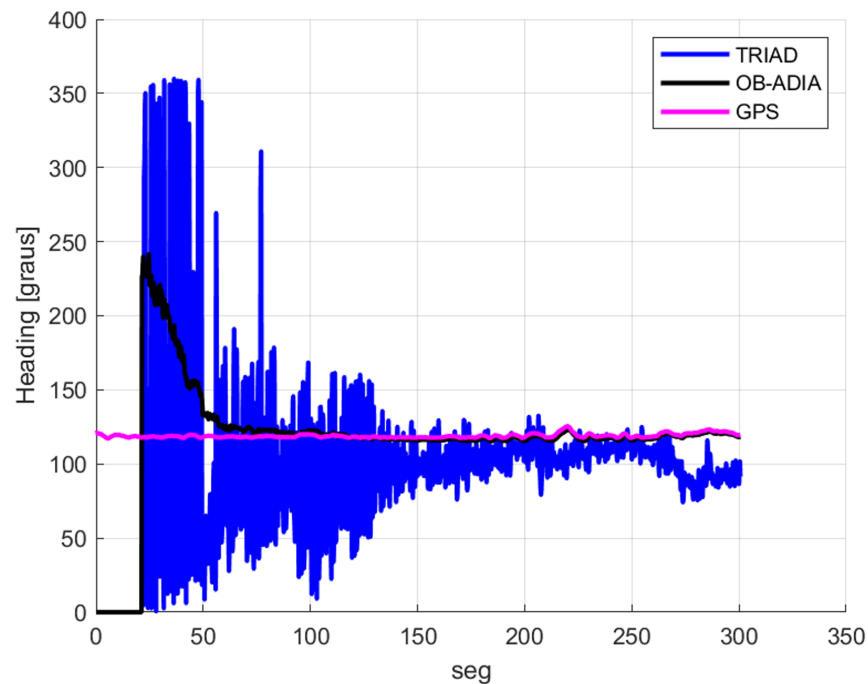


Figura F.8 – Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de *pitch*: TRIAD, OB-ADIA, AHRs.



Fonte: Autor.

Figura F.9 – Manobra M3 - Comparação entre as estimativas de *heading*: TRIAD, OB-ADIA, GPS.



Fonte: Autor.

## Apêndice G – GRÁFICOS DOS RESULTADOS PARA A MANOBRA M1

Figura G.1 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A.

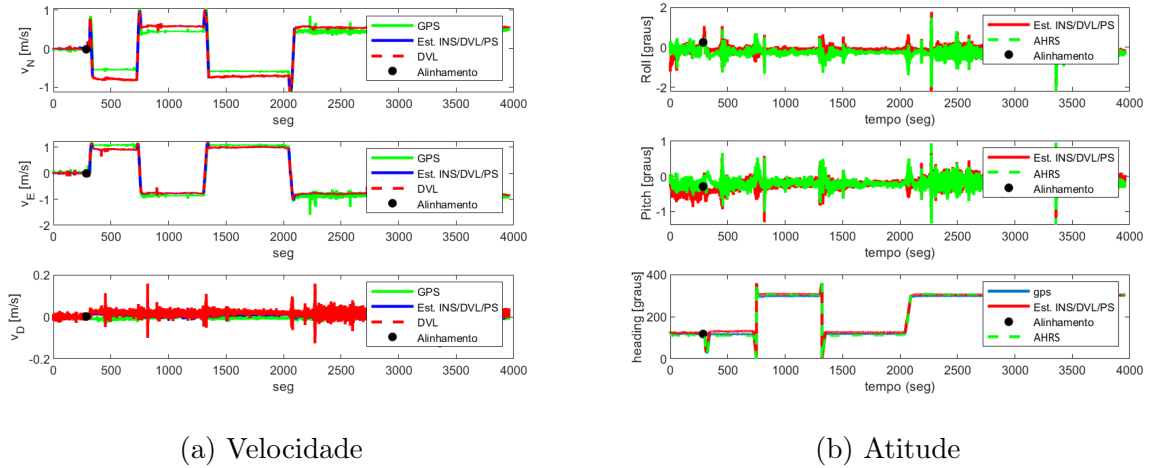


Figura G.2 – Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário A.

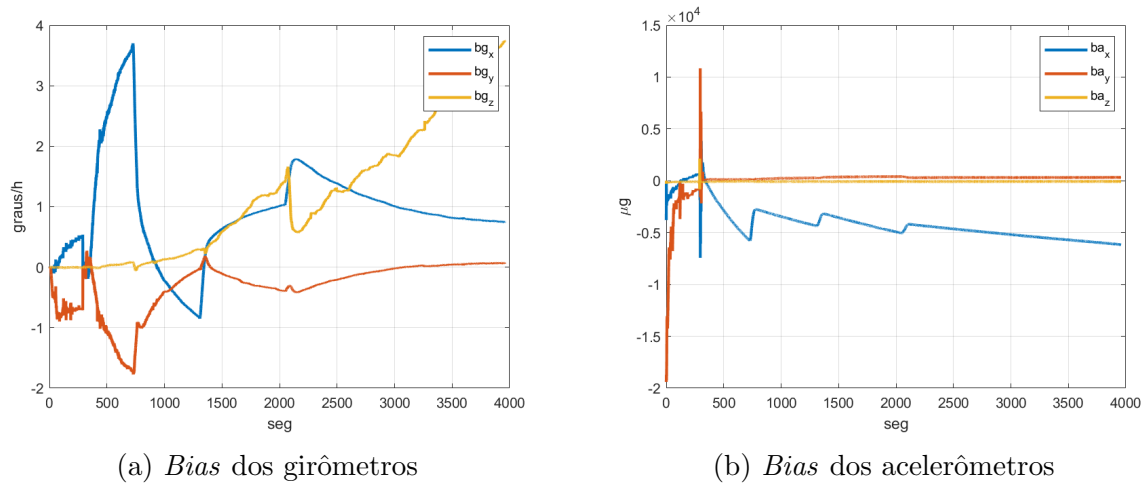


Figura G.3 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A.

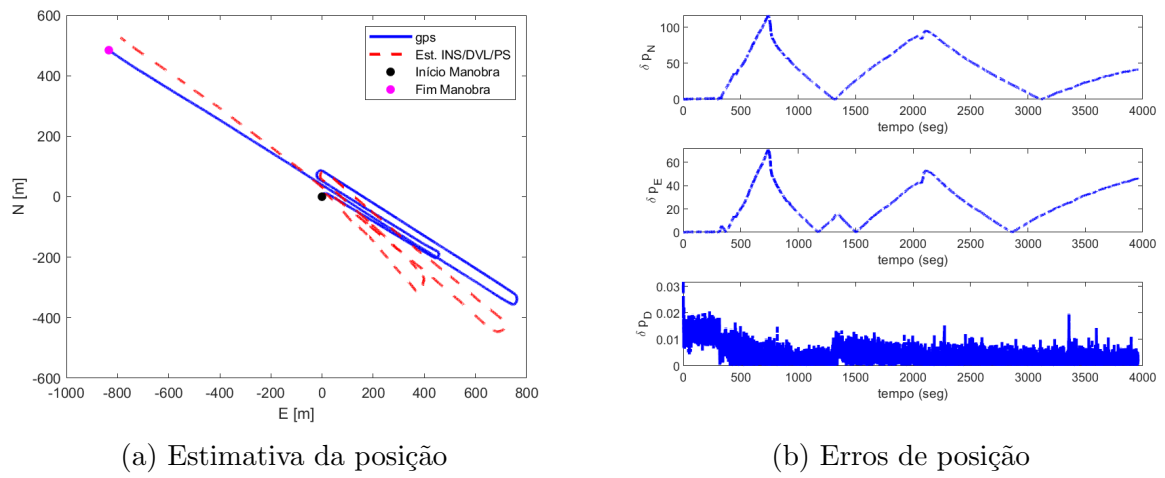


Figura G.4 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B.

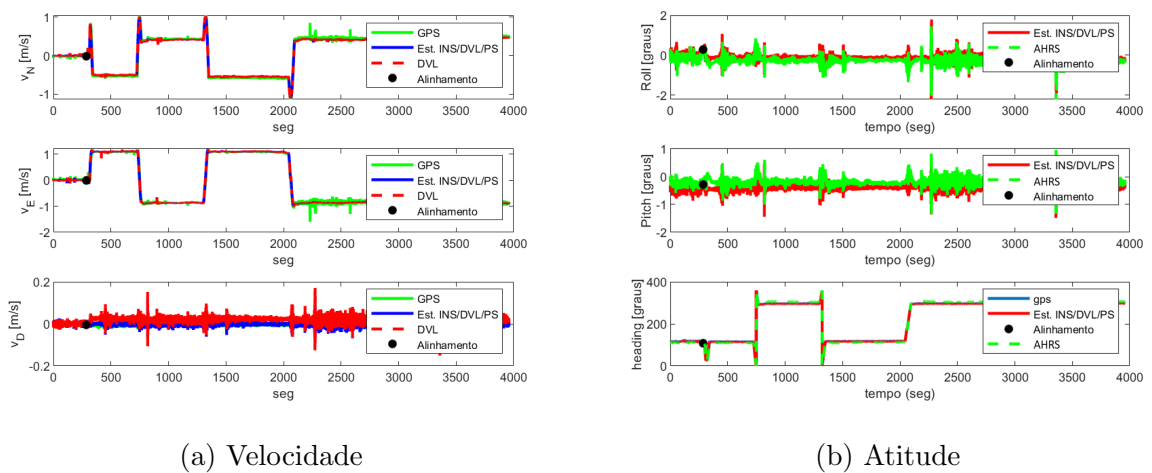


Figura G.5 – Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário B.

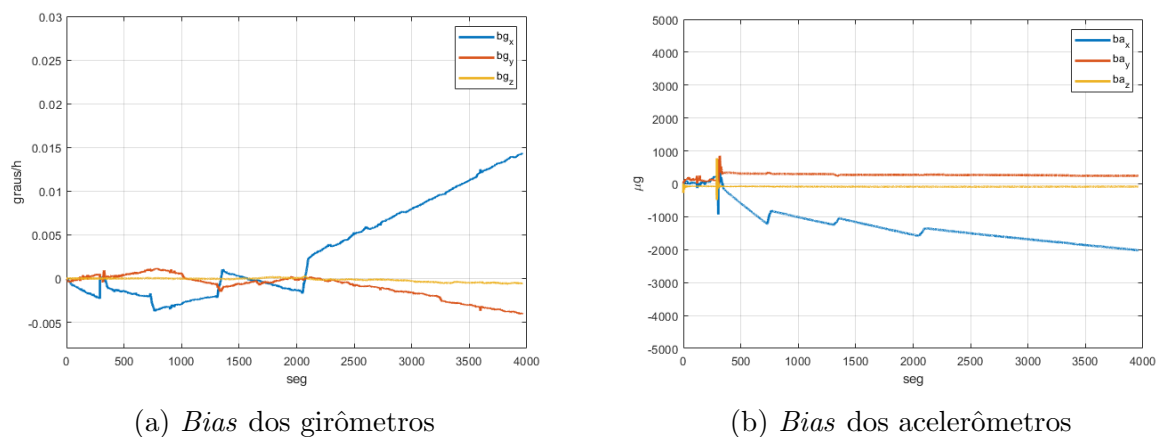


Figura G.6 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B.

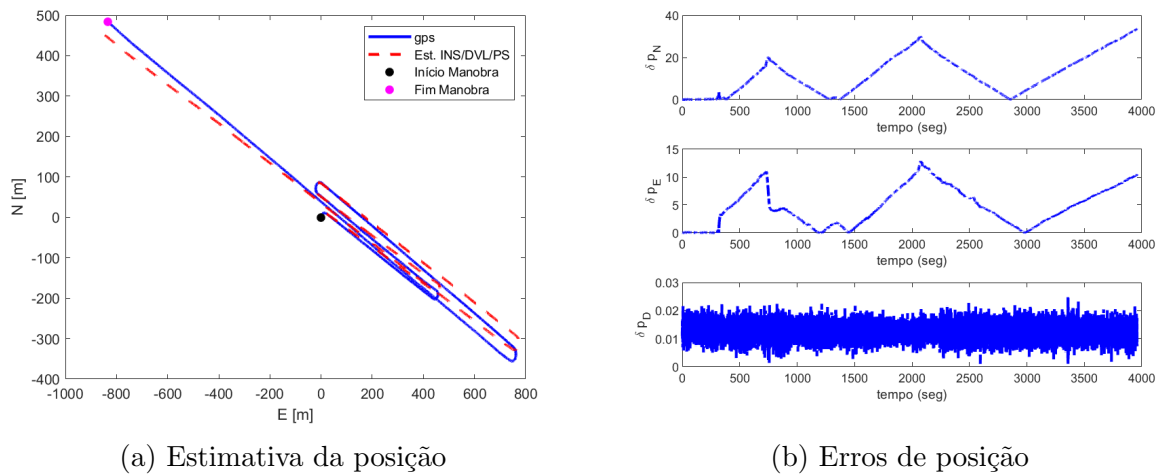


Figura G.7 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C.

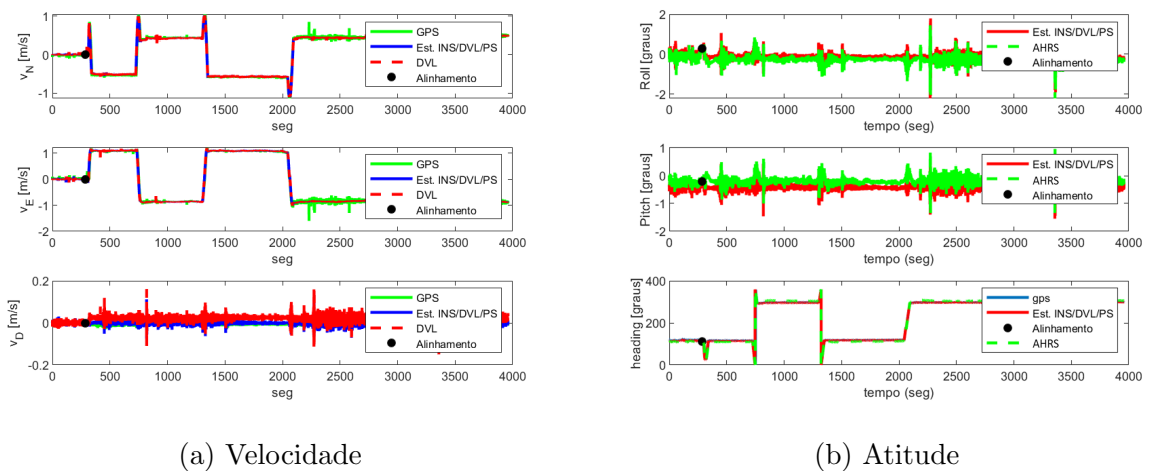


Figura G.8 – Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário C.

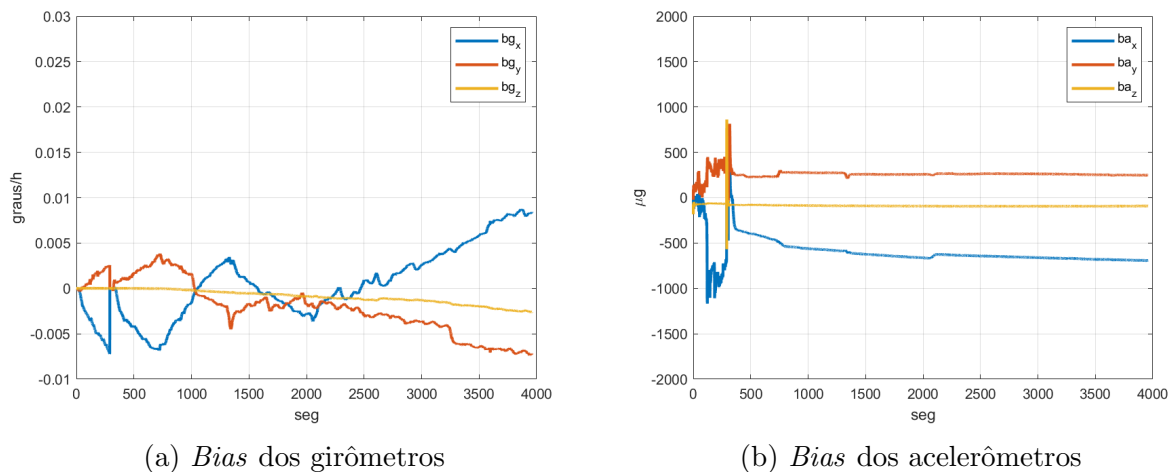


Figura G.9 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C.

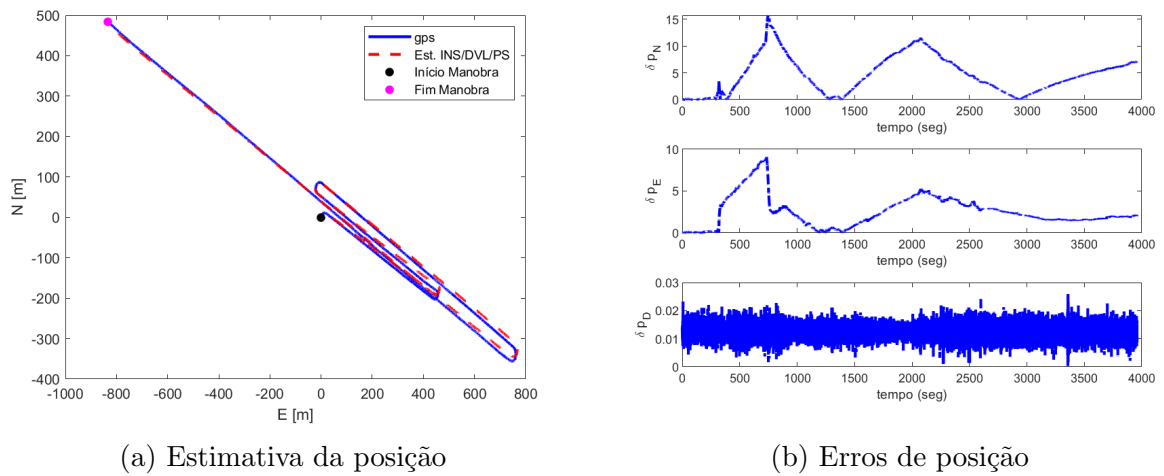


Figura G.10 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D.

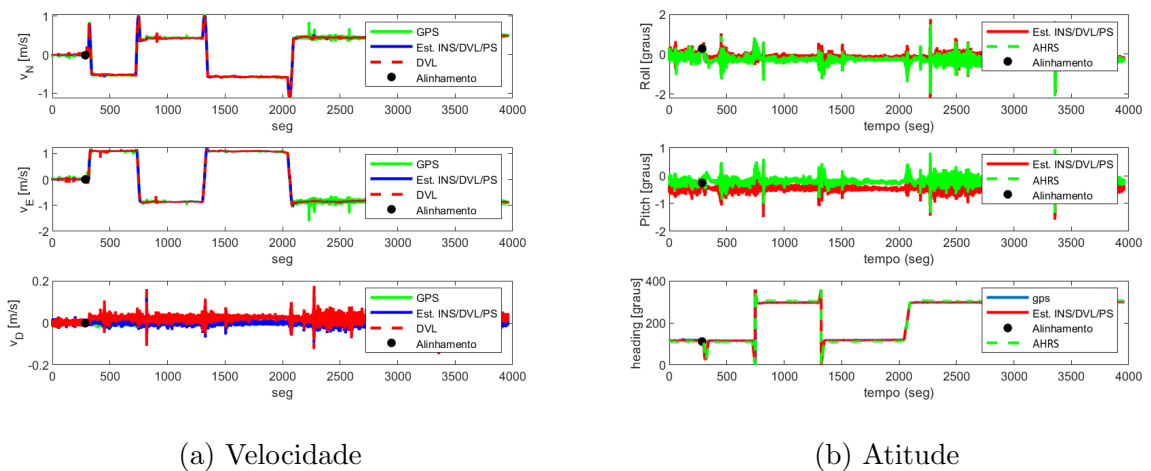


Figura G.11 – Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário D.

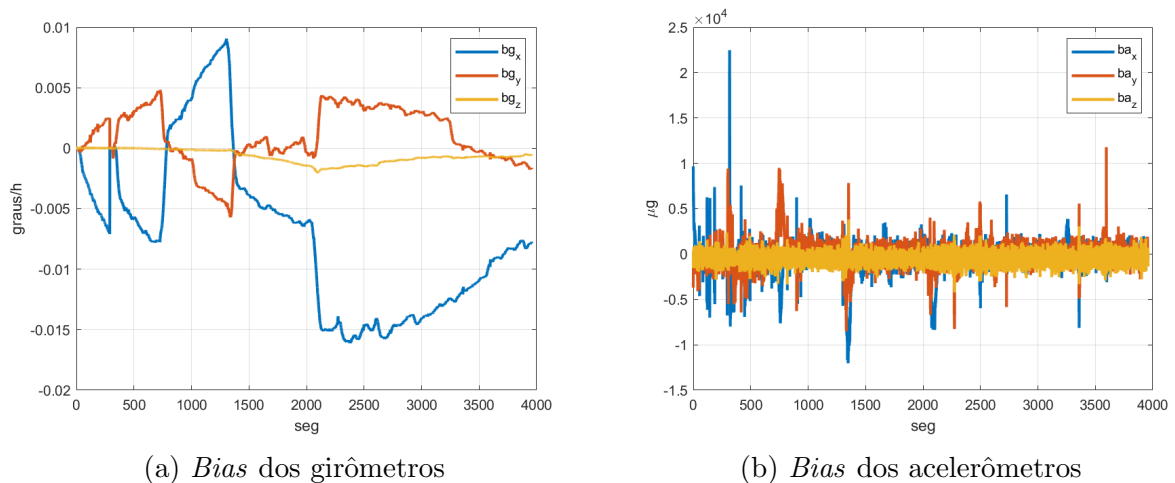


Figura G.12 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D.

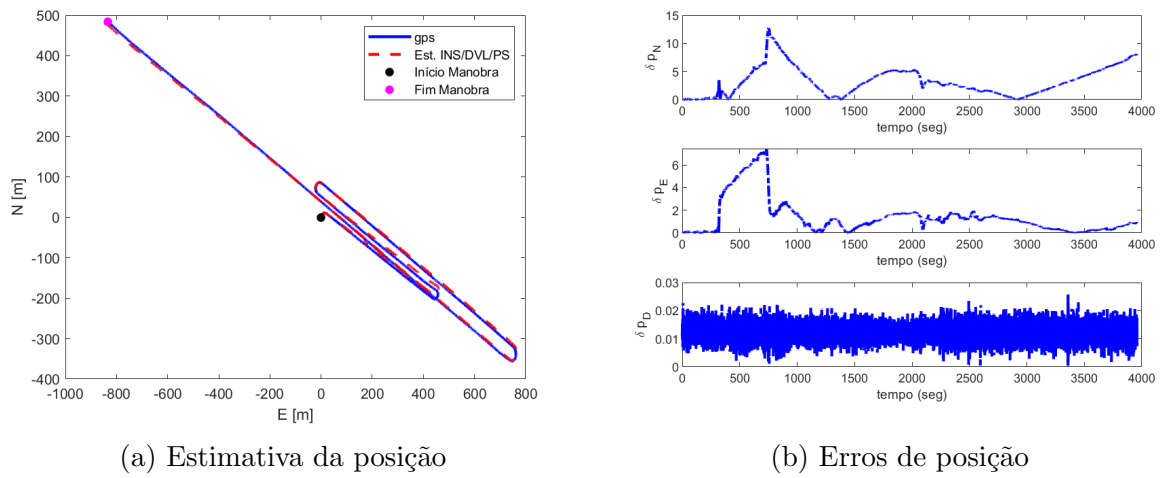


Figura G.13 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E.

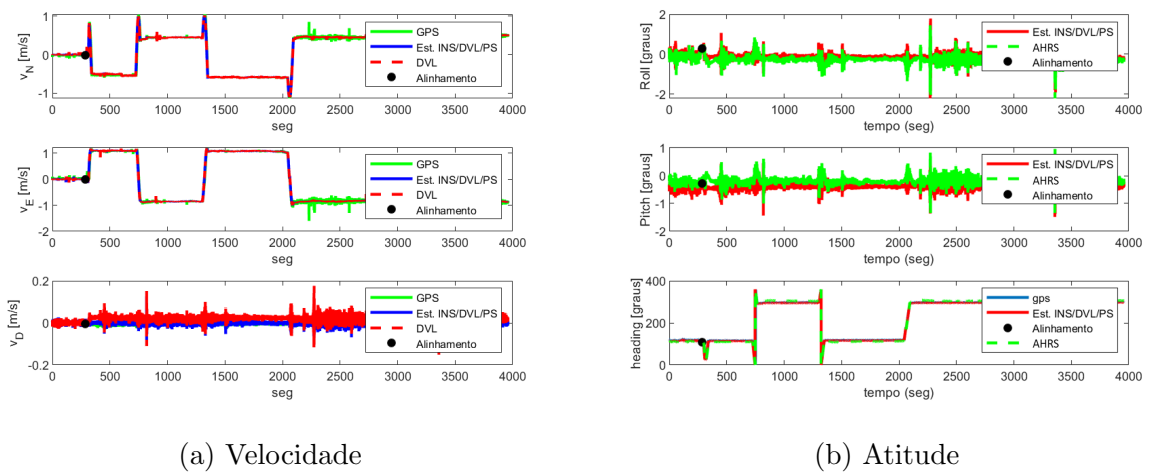


Figura G.14 – Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário E.

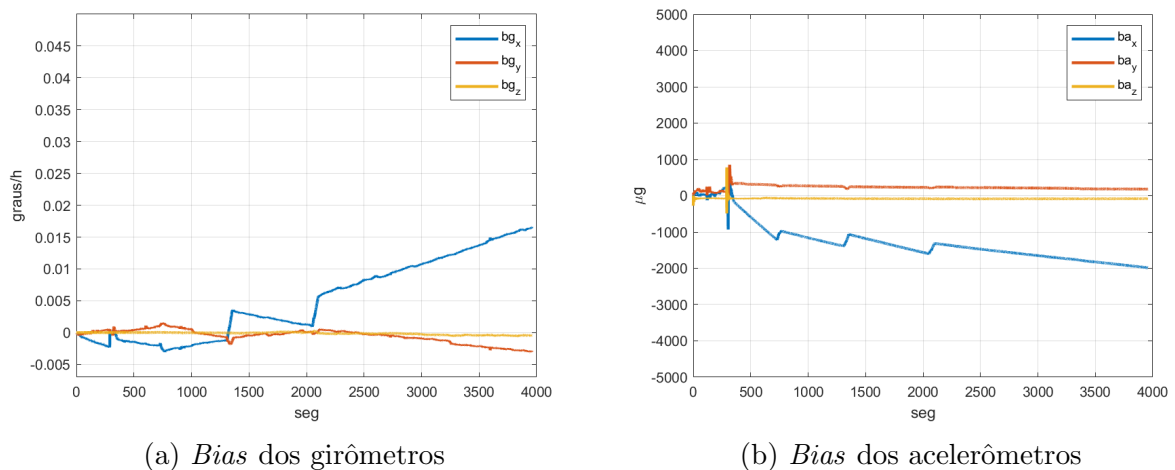


Figura G.15 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E.

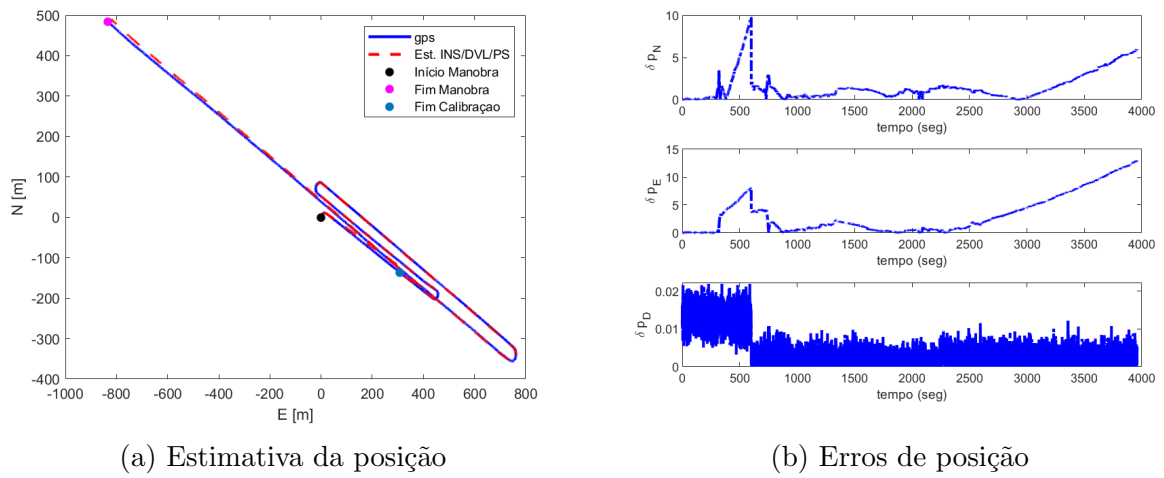


Figura G.16 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F.

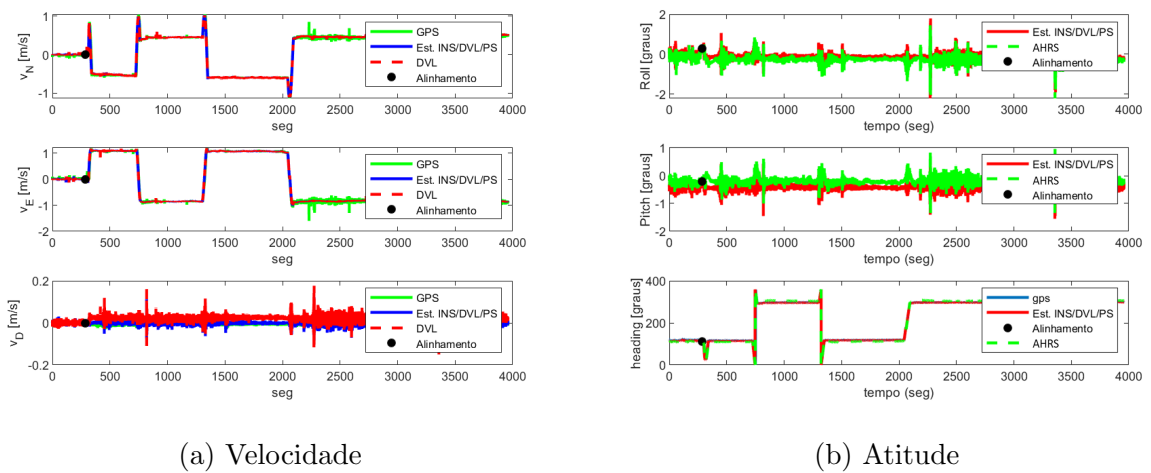


Figura G.17 – Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário F.

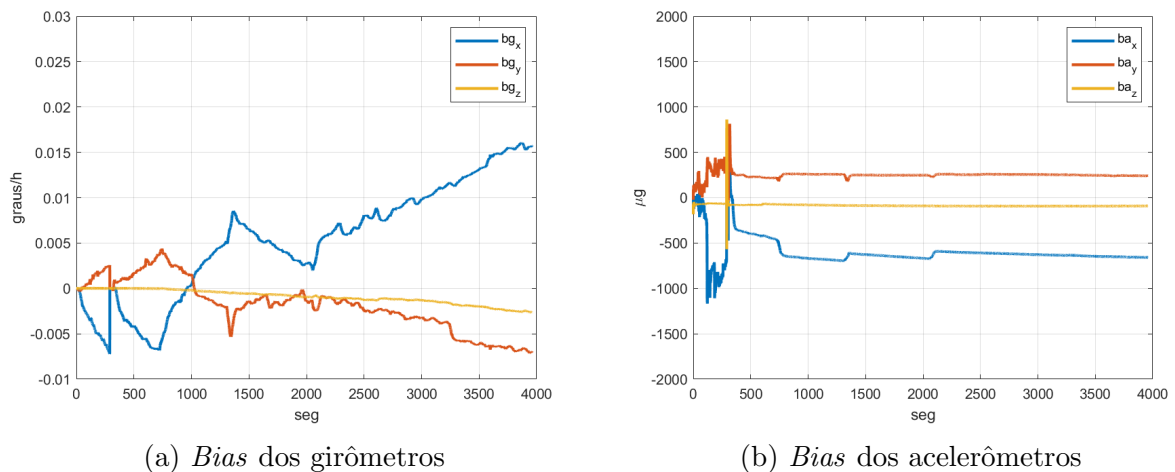


Figura G.18 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F.

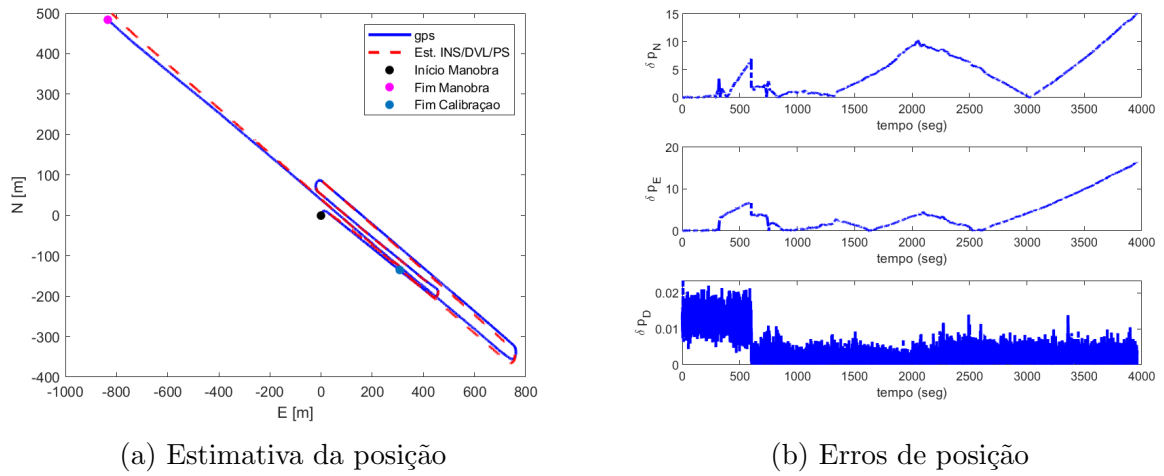


Figura G.19 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G.

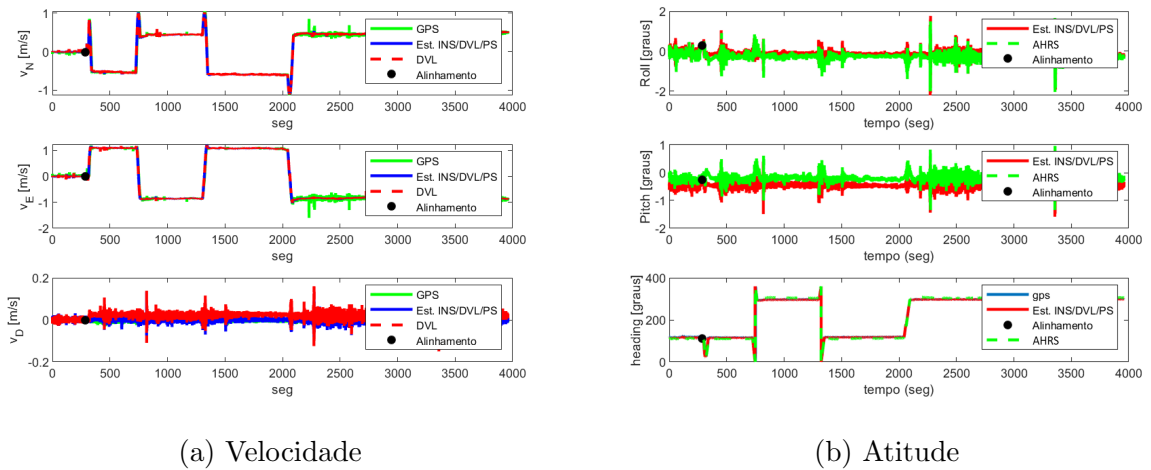


Figura G.20 – Manobra 1 - Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário G.

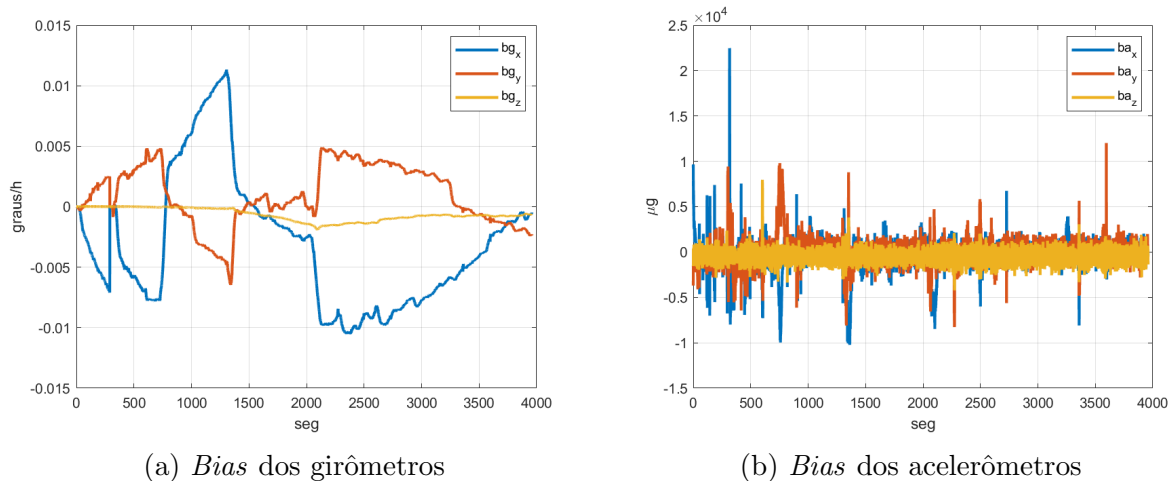




Figura G.21 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G.

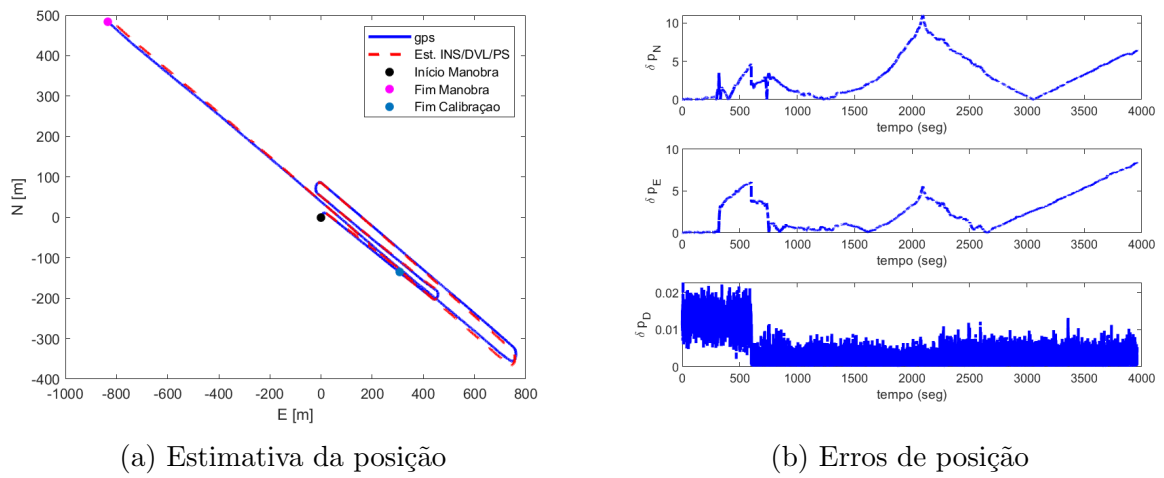


Figura G.22 – Manobra 1 - Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H.

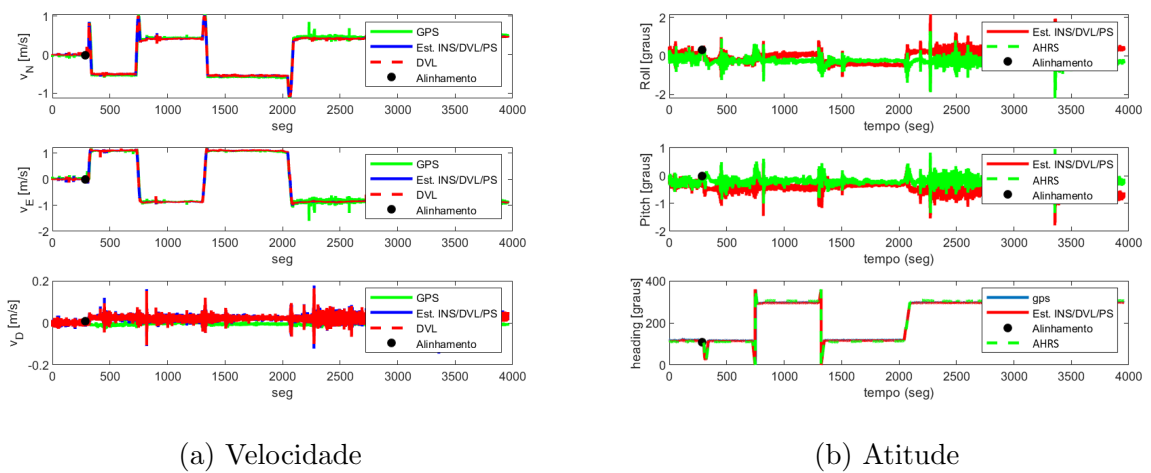
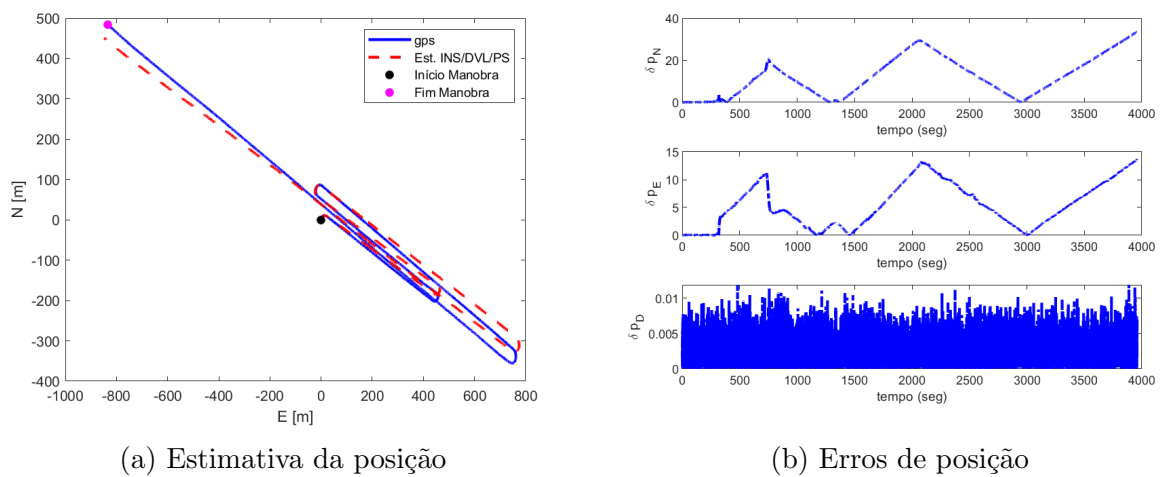


Figura G.23 – Manobra 1 - Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H.



## Apêndice H – GRÁFICOS DOS RESULTADOS PARA A MANOBRA M2

Figura H.1 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A.

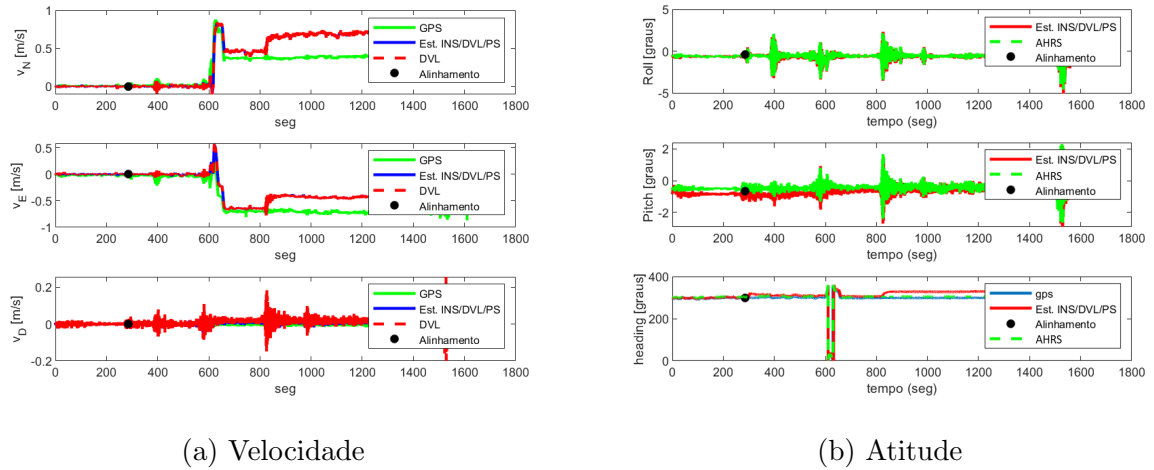


Figura H.2 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário A.

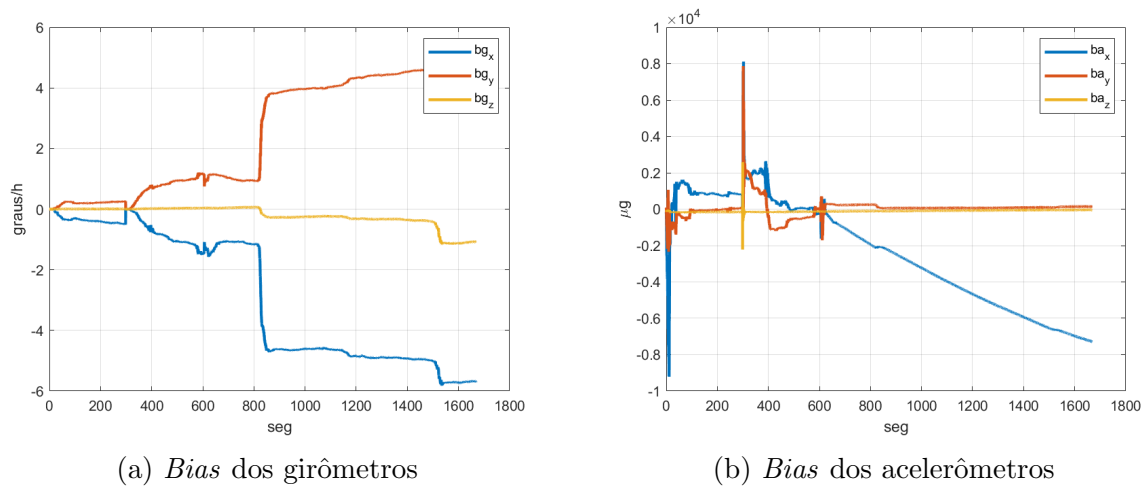
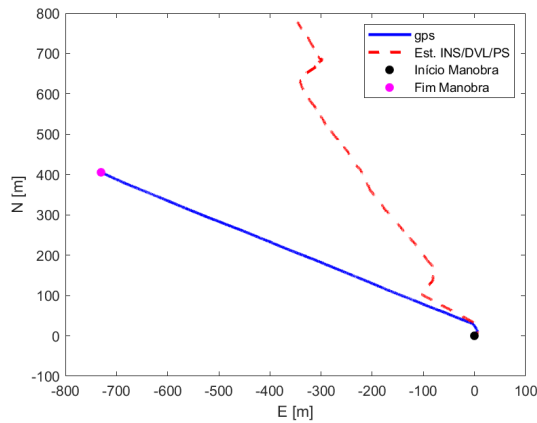
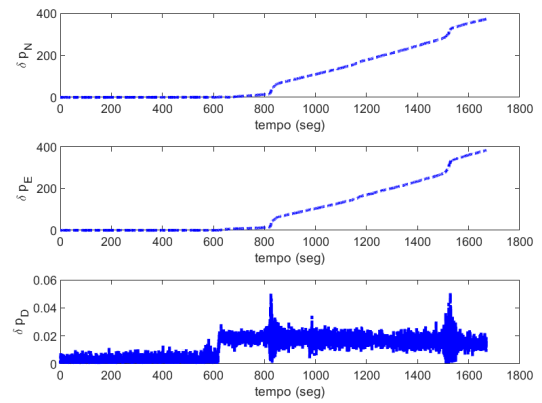


Figura H.3 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A.

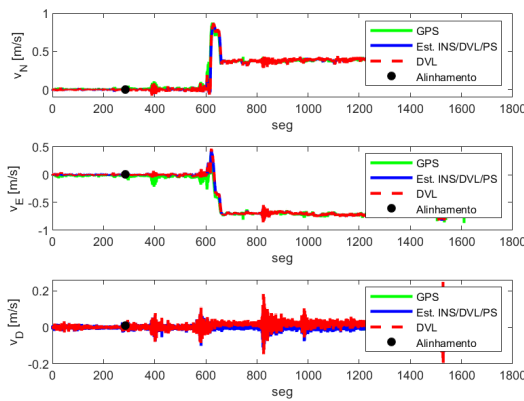


(a) Estimativa da posição

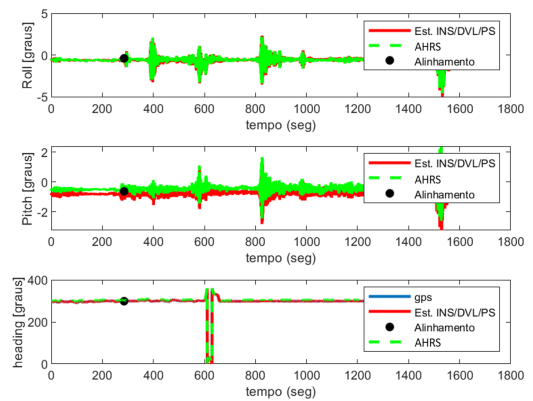


(b) Erros de posição

Figura H.4 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B.

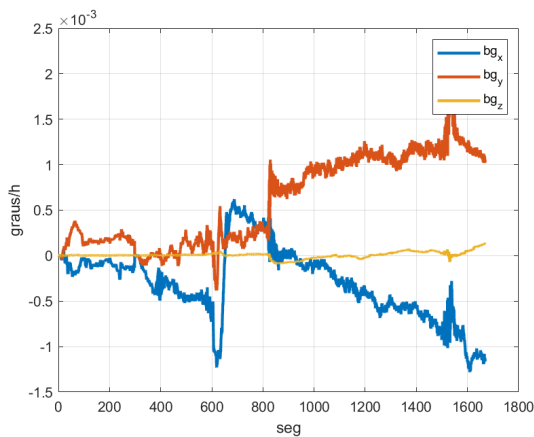


(a) Velocidade

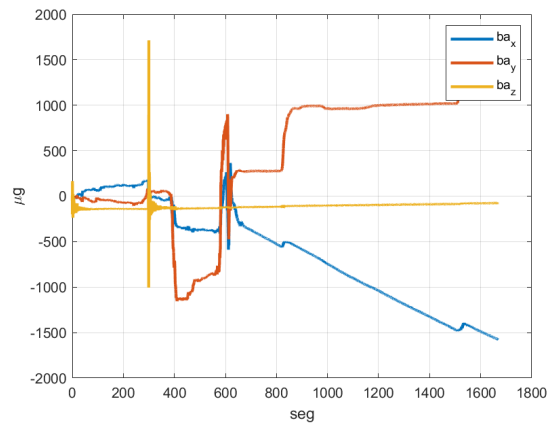


(b) Atitude

Figura H.5 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário B.

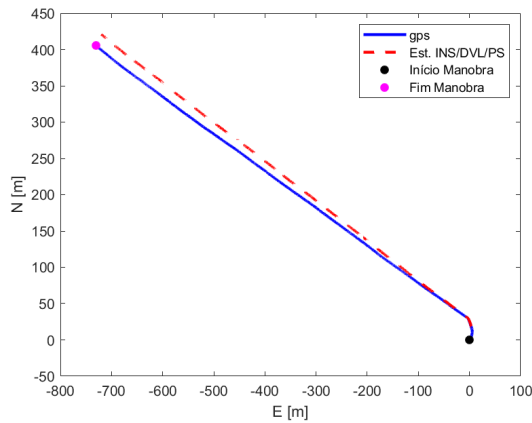


(a) *Bias* dos girômetros

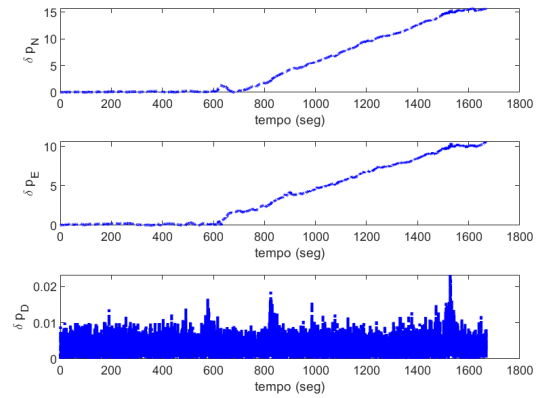


(b) *Bias* dos acelerômetros

Figura H.6 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B.

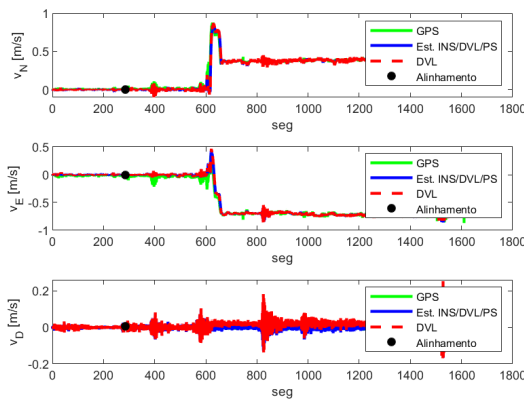


(a) Estimativa da posição

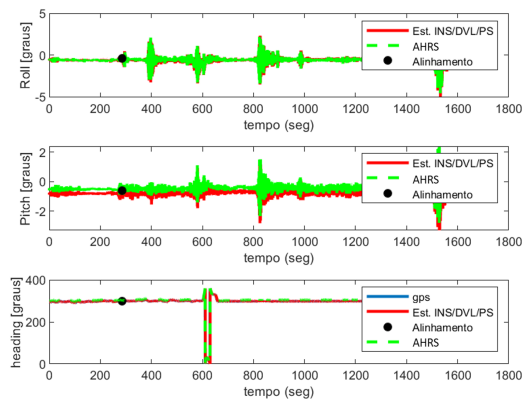


(b) Erros de posição

Figura H.7 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C.

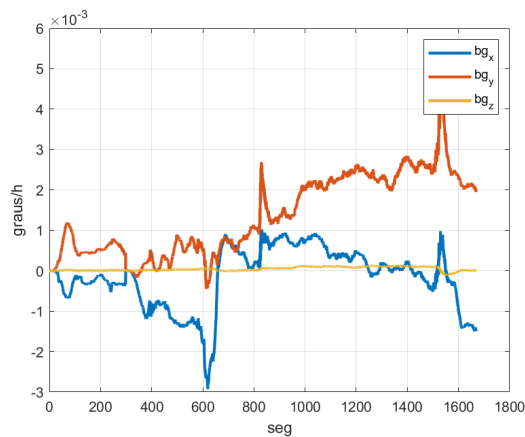


(a) Velocidade

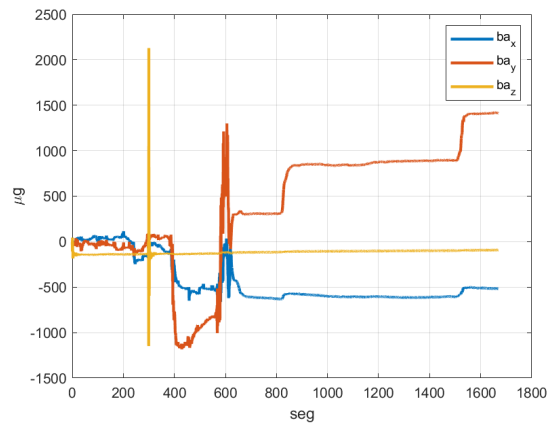


(b) Atitude

Figura H.8 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário C.



(a) *Bias* dos girômetros



(b) *Bias* dos acelerômetros

Figura H.9 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C.

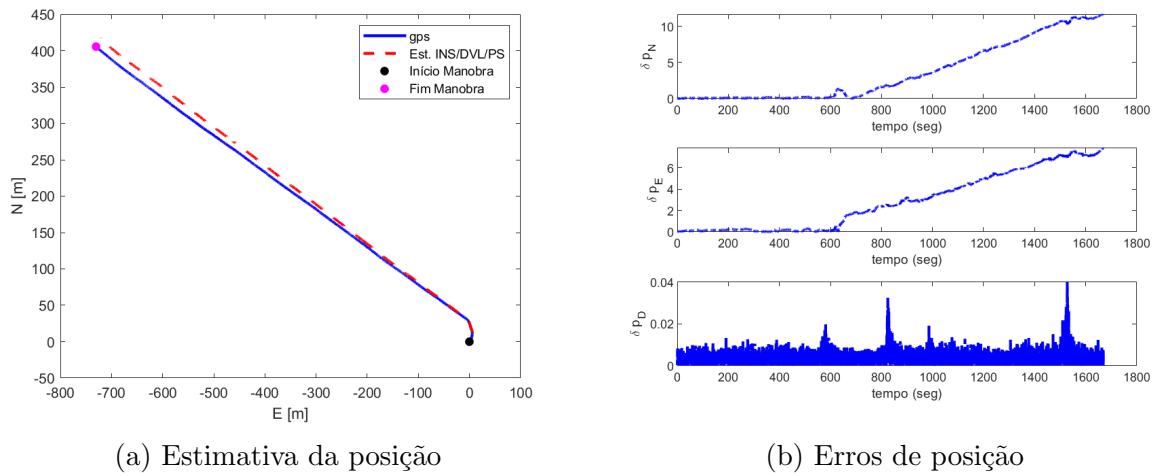


Figura H.10 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D.

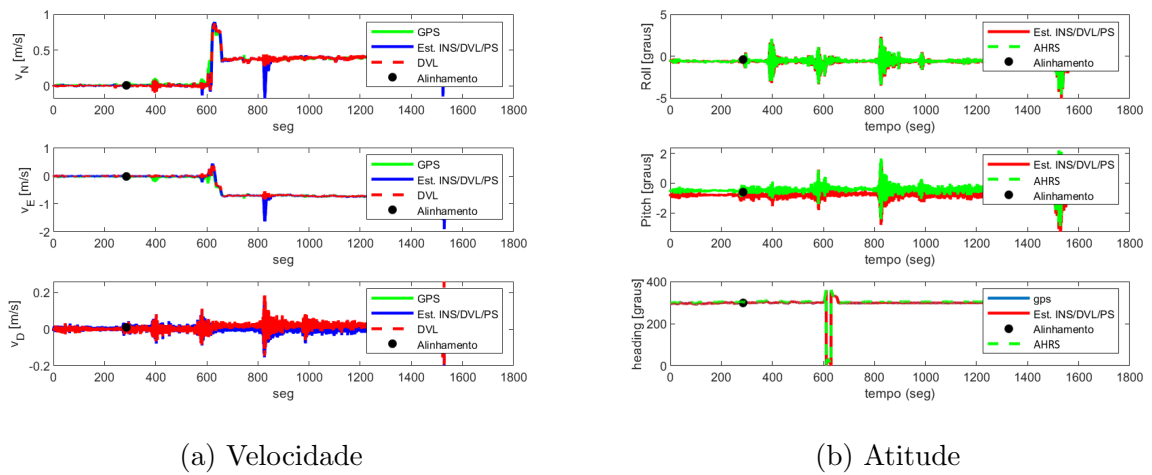


Figura H.11 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário D.

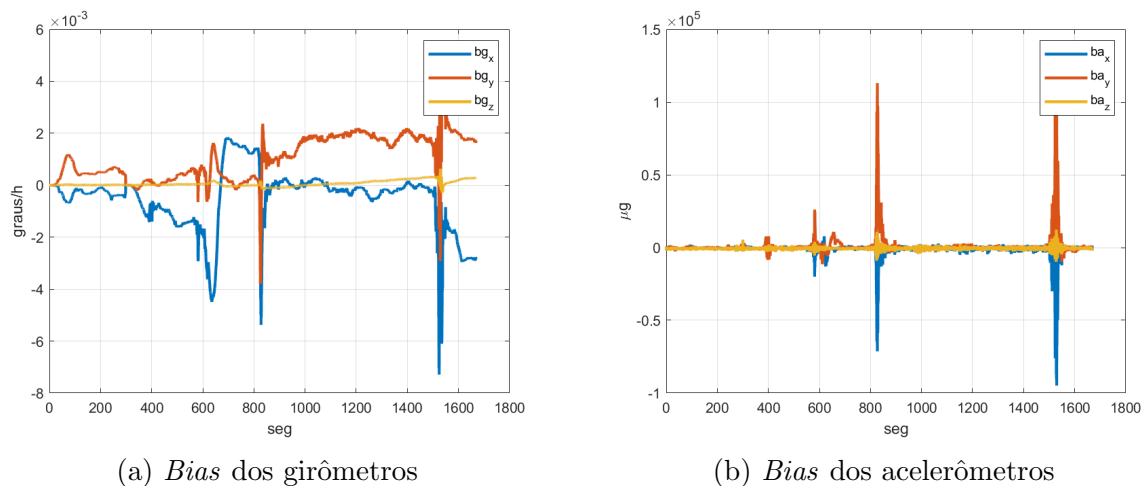
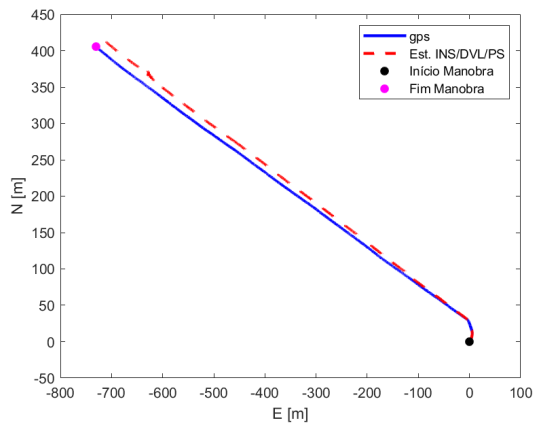
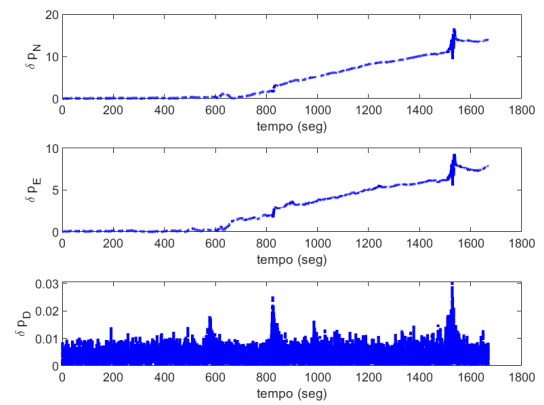


Figura H.12 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D.

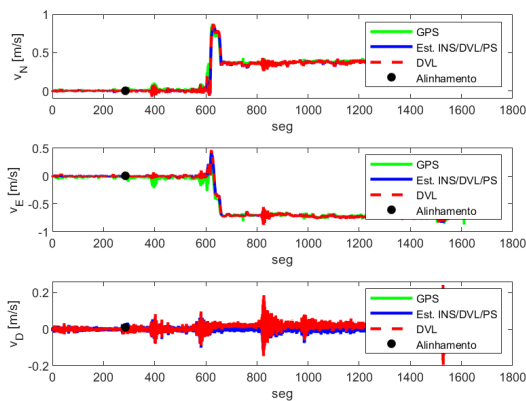


(a) Estimativa da posição

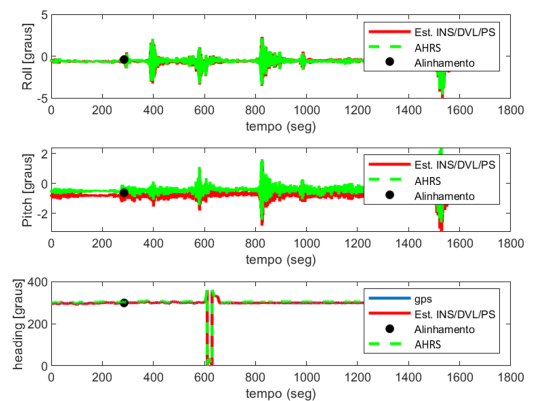


(b) Erros de posição

Figura H.13 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E.

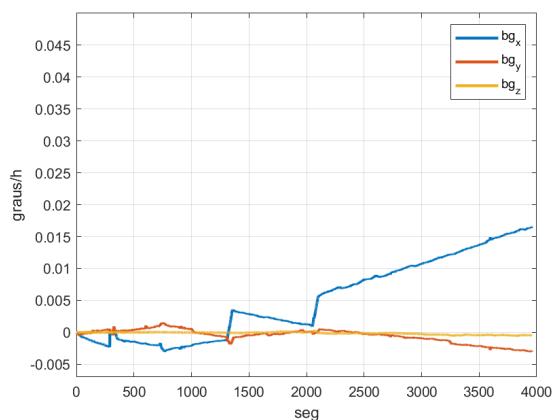


(a) Velocidade

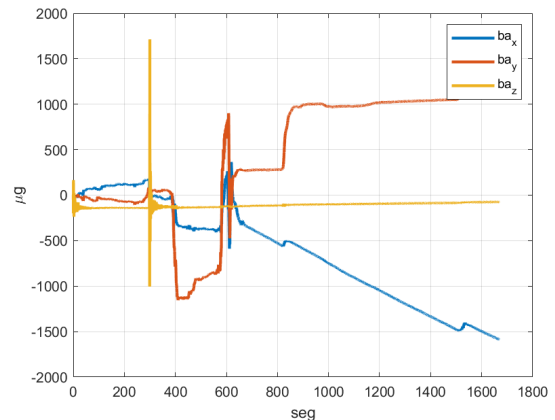


(b) Atitude

Figura H.14 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário E.



(a) Bias dos girômetros



(b) Bias dos acelerômetros

Figura H.15 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E.

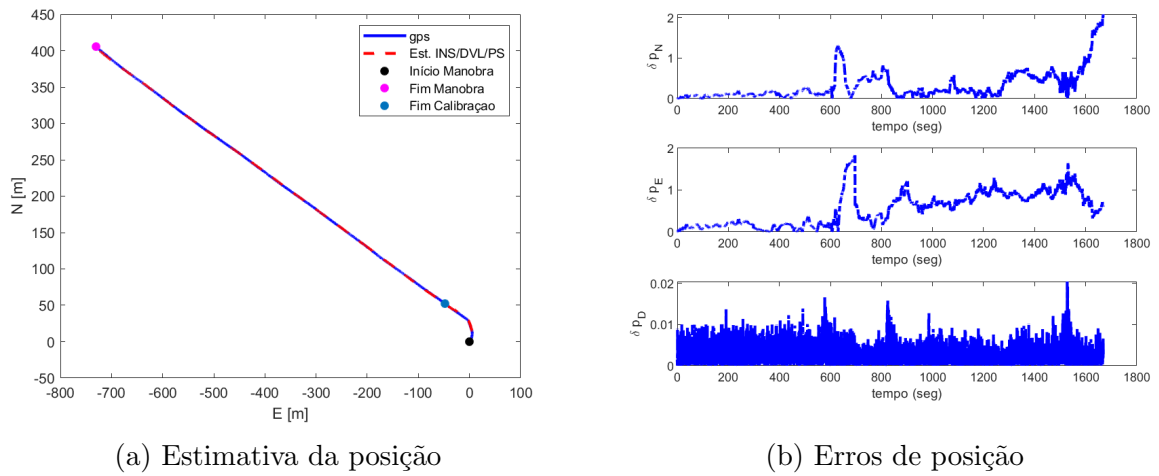


Figura H.16 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F.

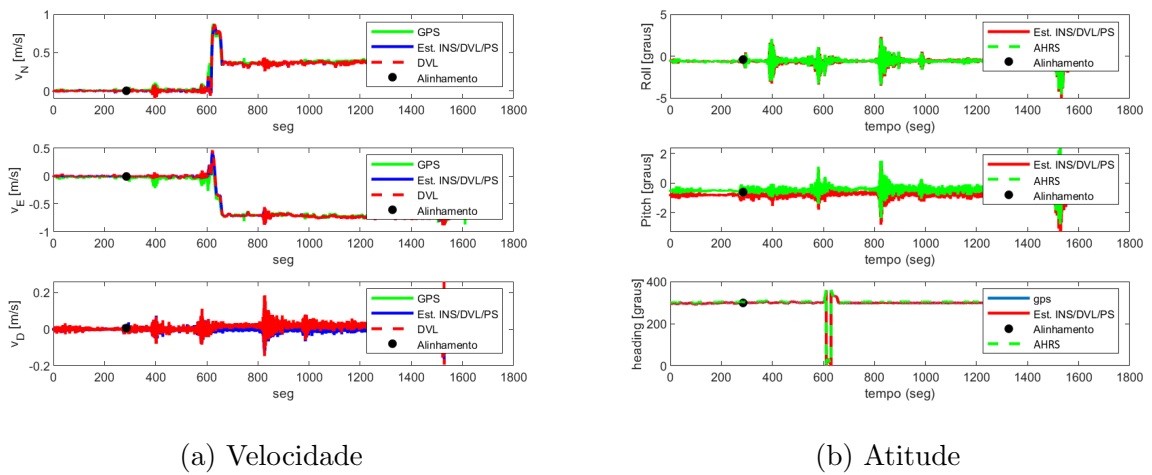


Figura H.17 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário F.

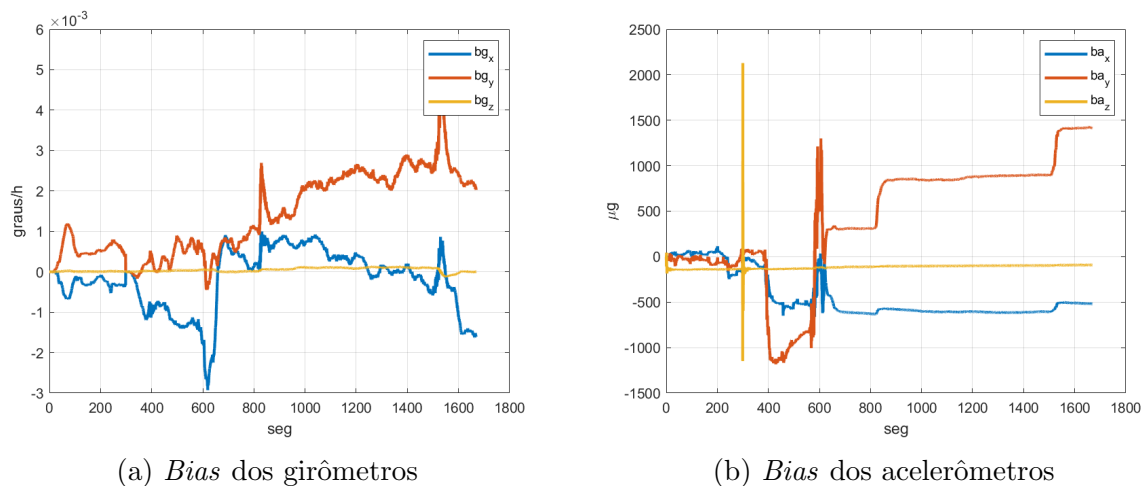


Figura H.18 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F.

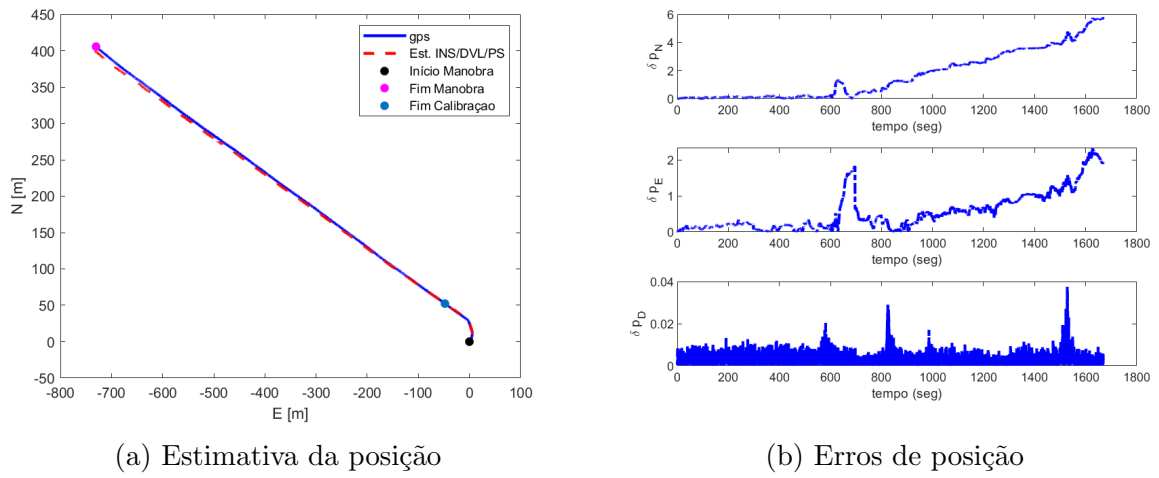


Figura H.19 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G.

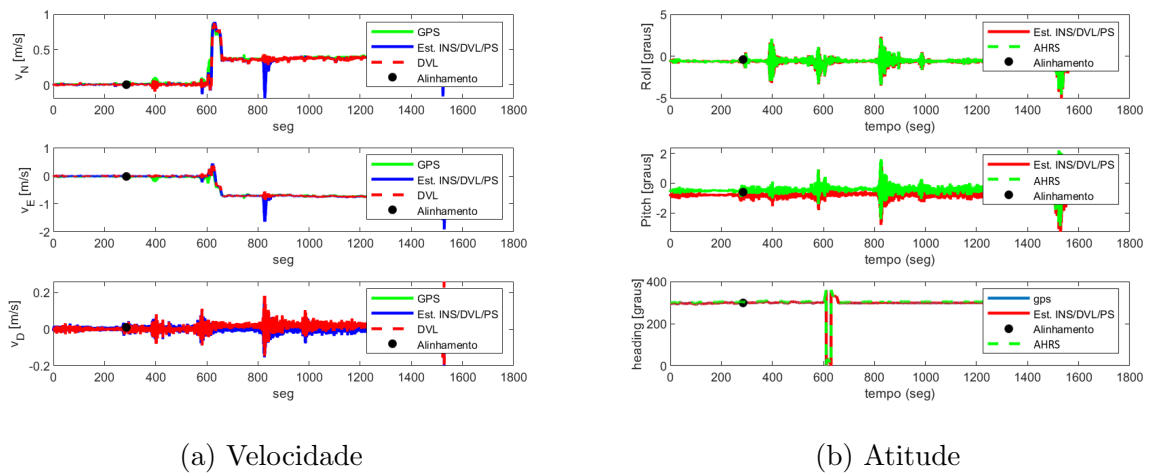


Figura H.20 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário G.

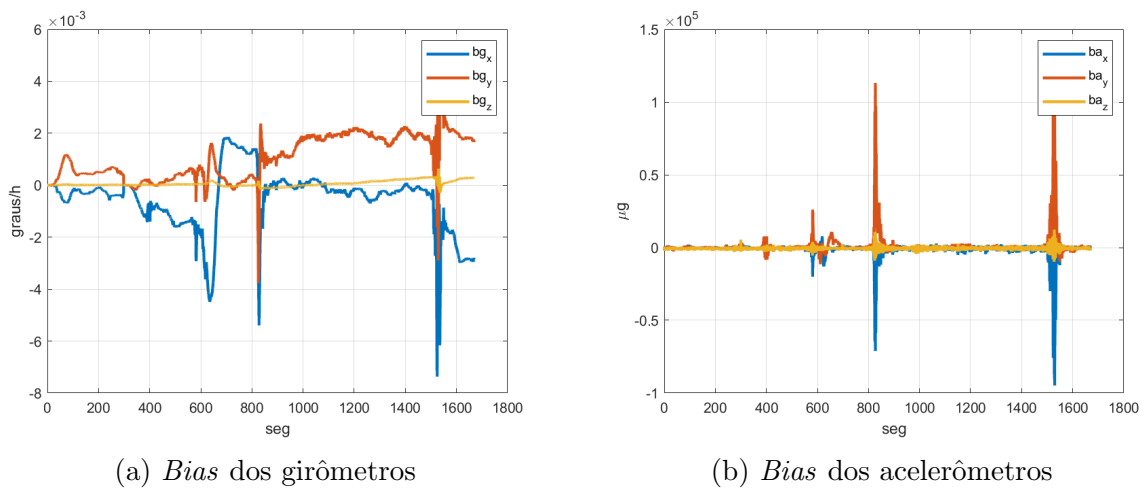




Figura H.21 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G.

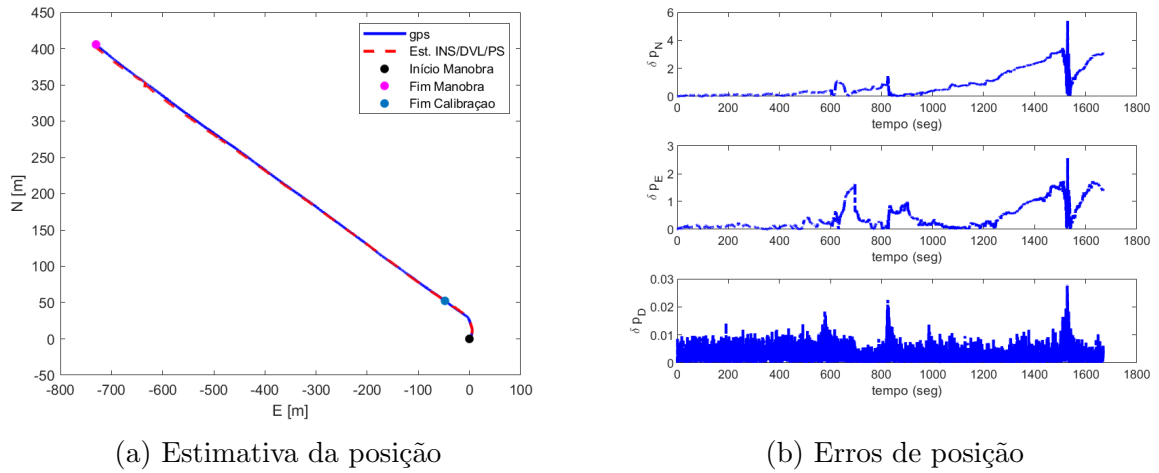


Figura H.22 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H.

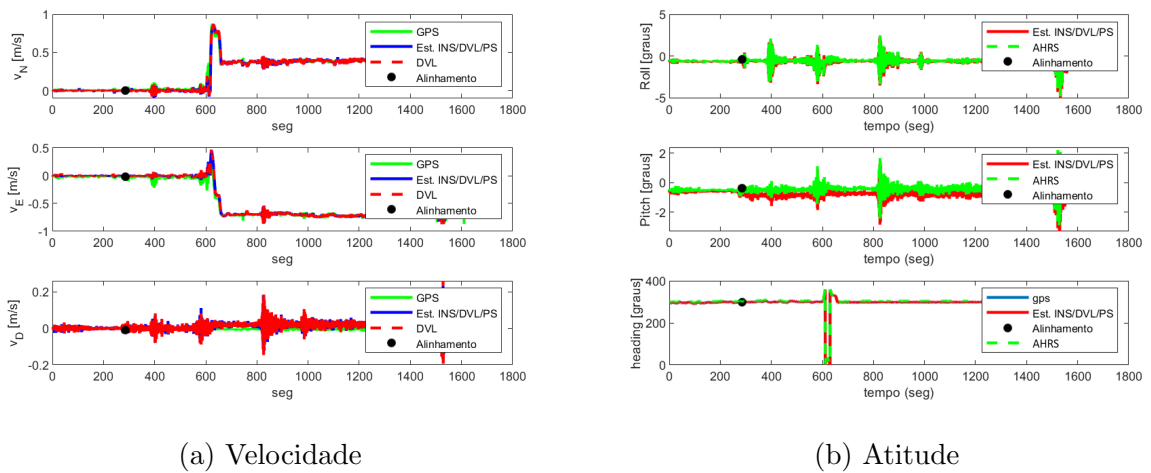
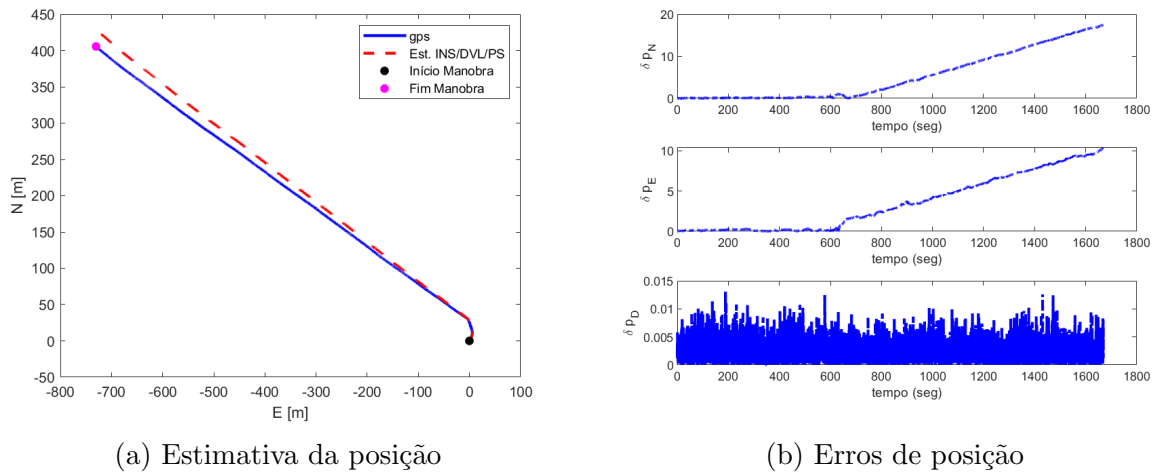


Figura H.23 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H.



## Apêndice I – GRÁFICOS DOS RESULTADOS PARA A MANOBRA M3

Figura I.1 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A.

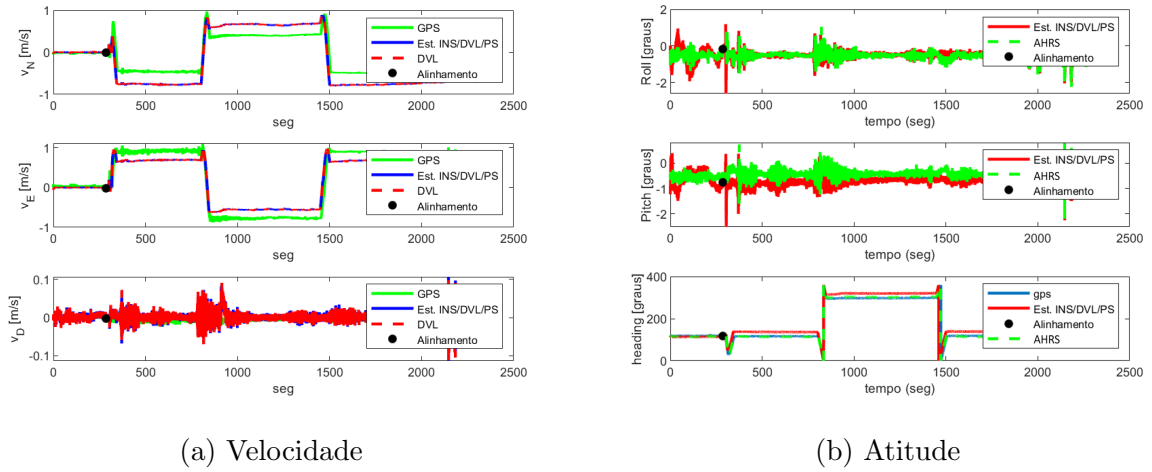


Figura I.2 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário A.

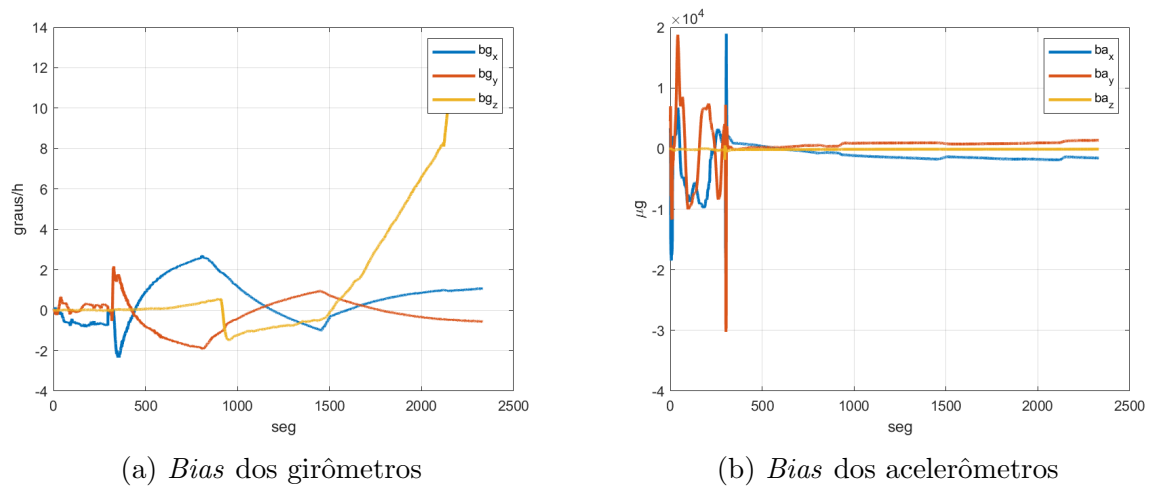


Figura I.3 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A.

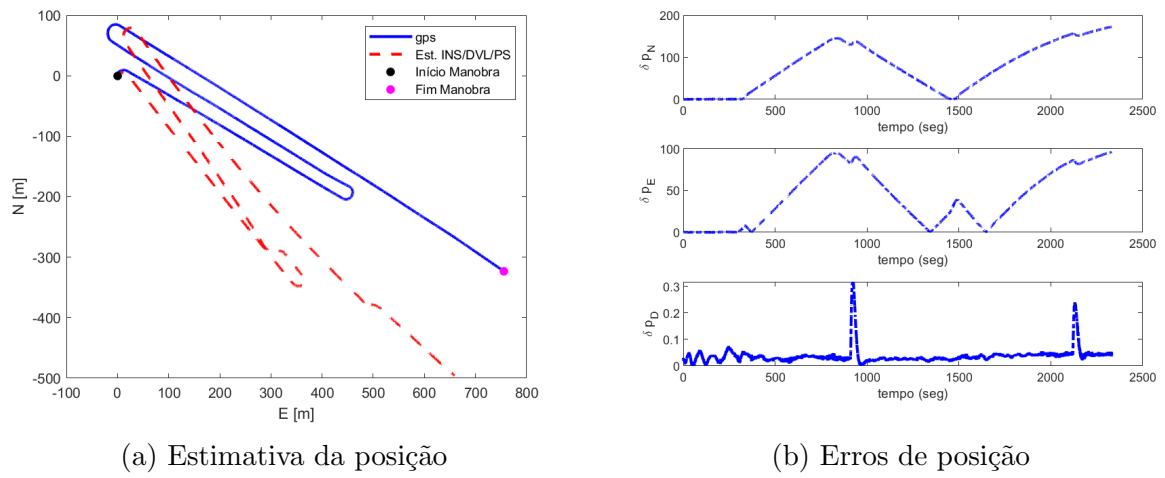


Figura I.4 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B.

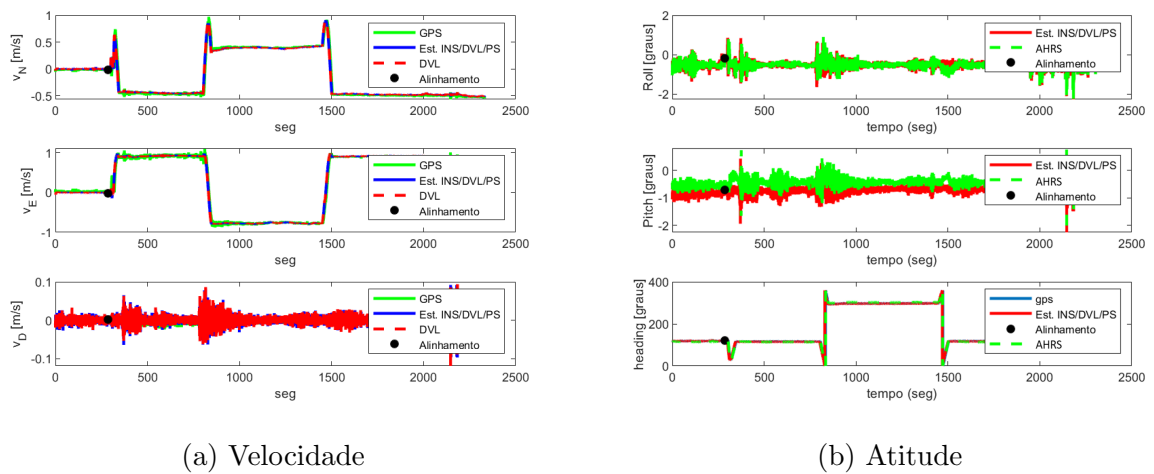


Figura I.5 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário B.

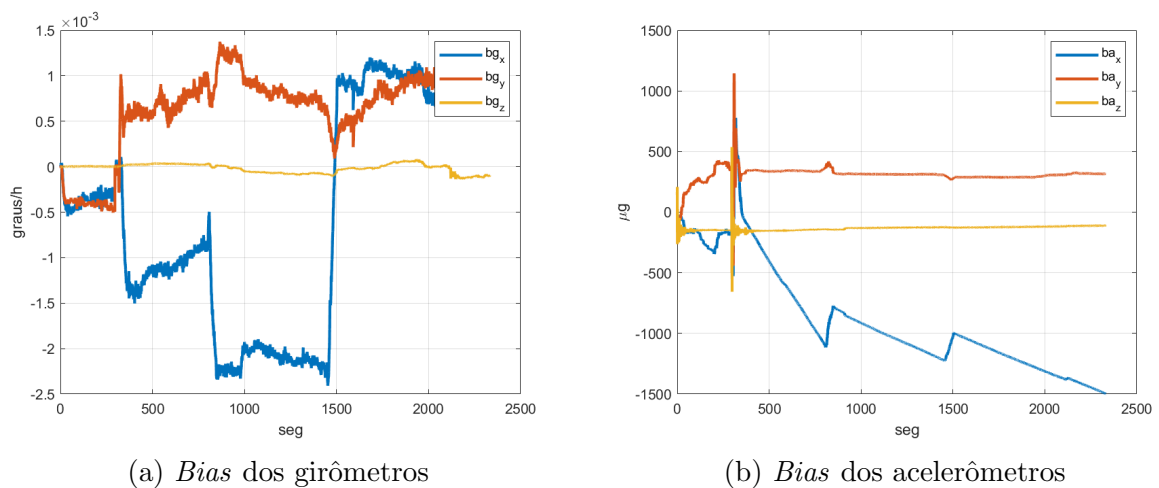


Figura I.6 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B.

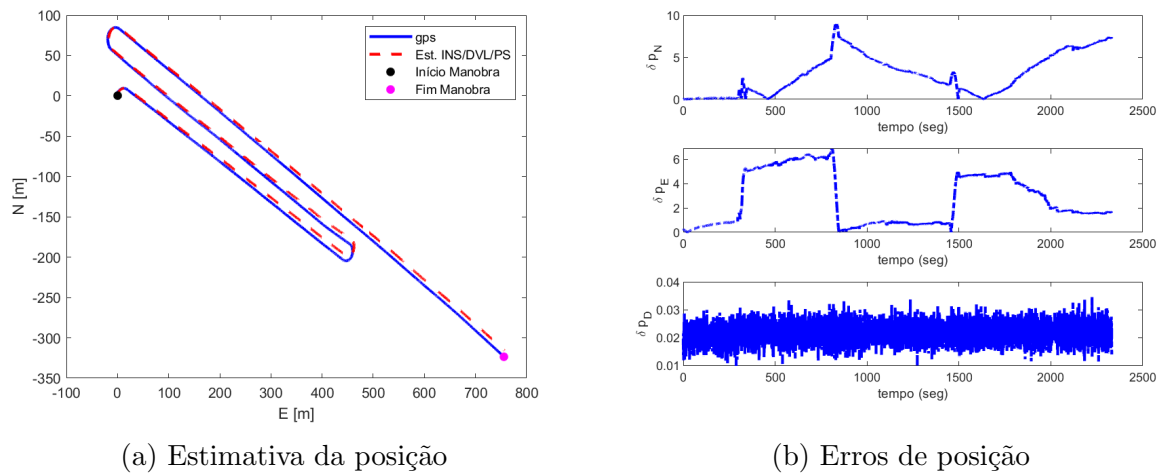


Figura I.7 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C.

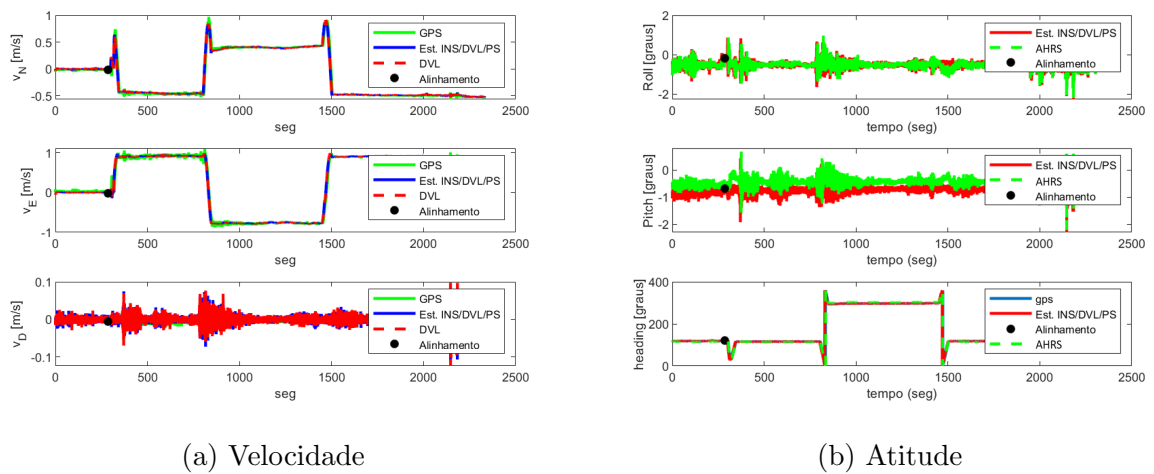


Figura I.8 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário C.

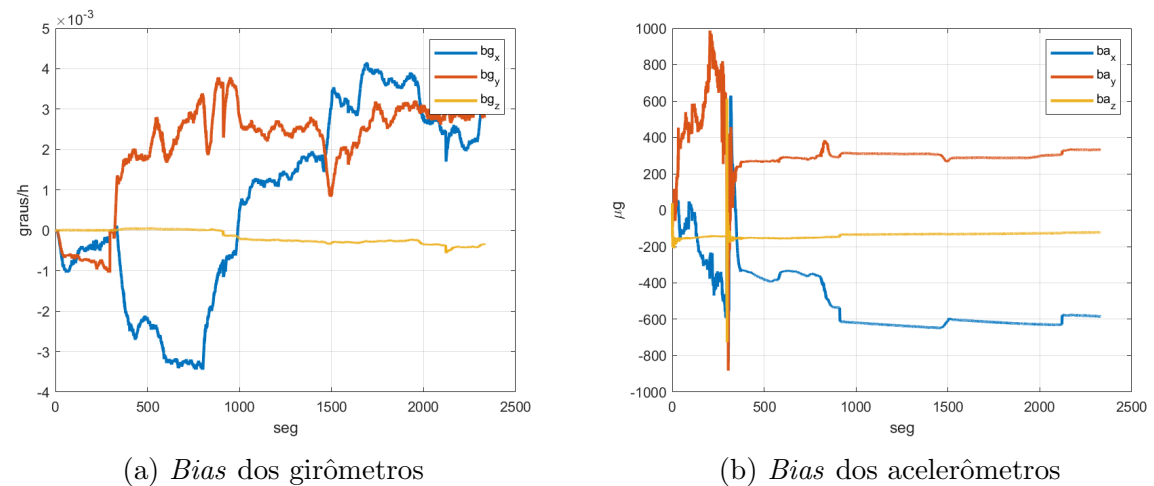


Figura I.9 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C.

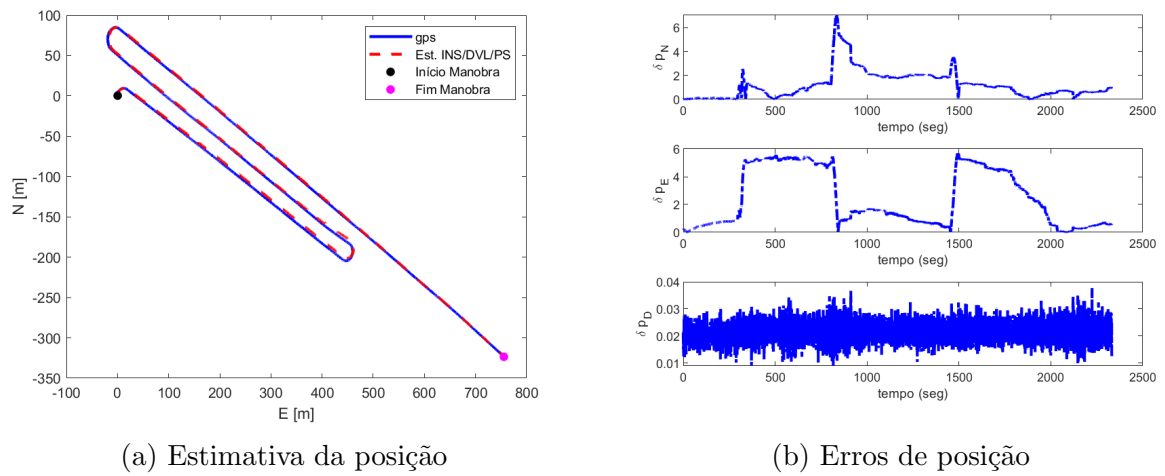


Figura I.10 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D.

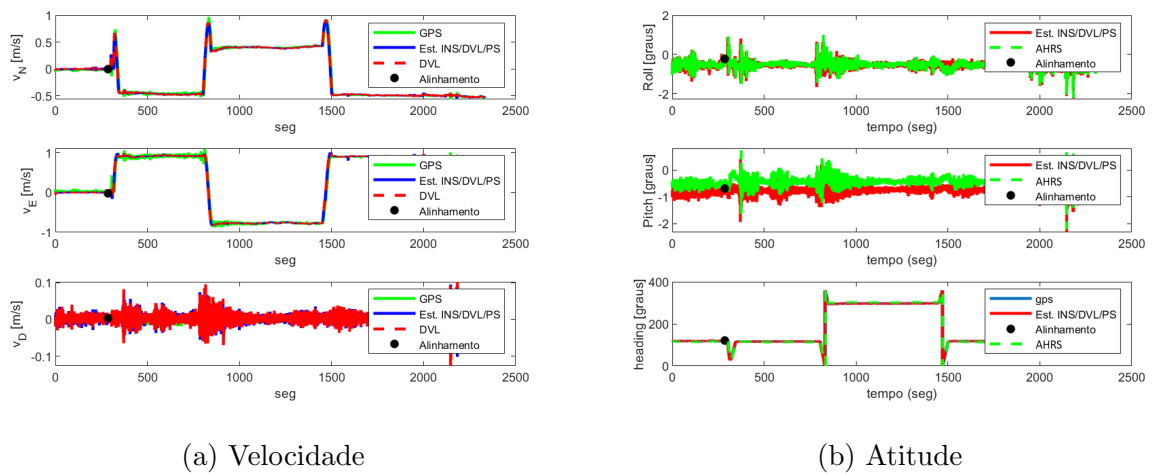


Figura I.11 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário D.

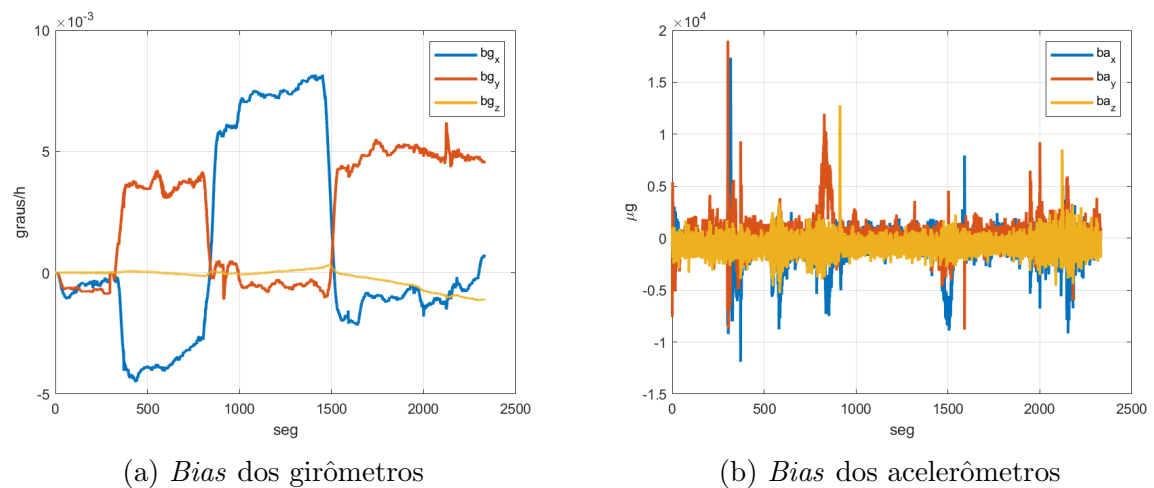


Figura I.12 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D.

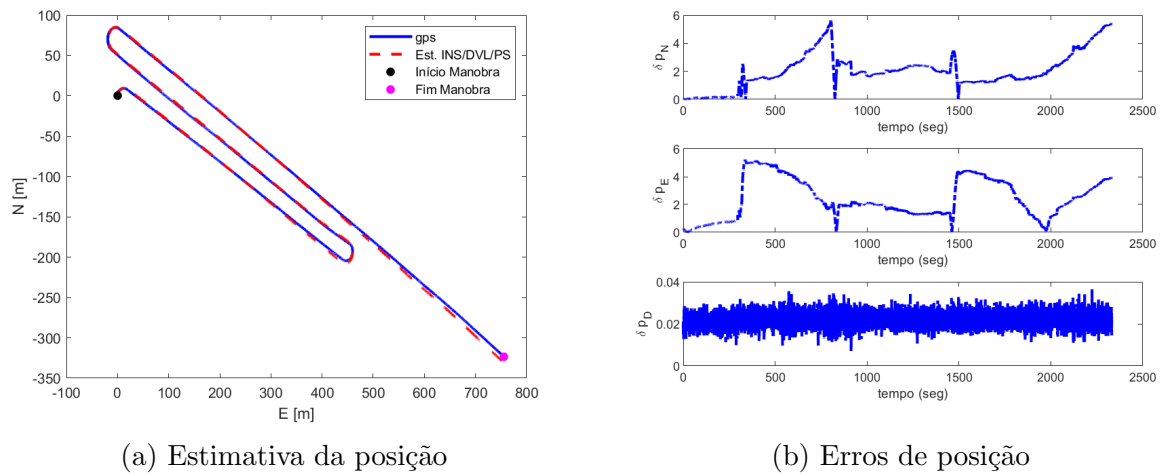


Figura I.13 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E.

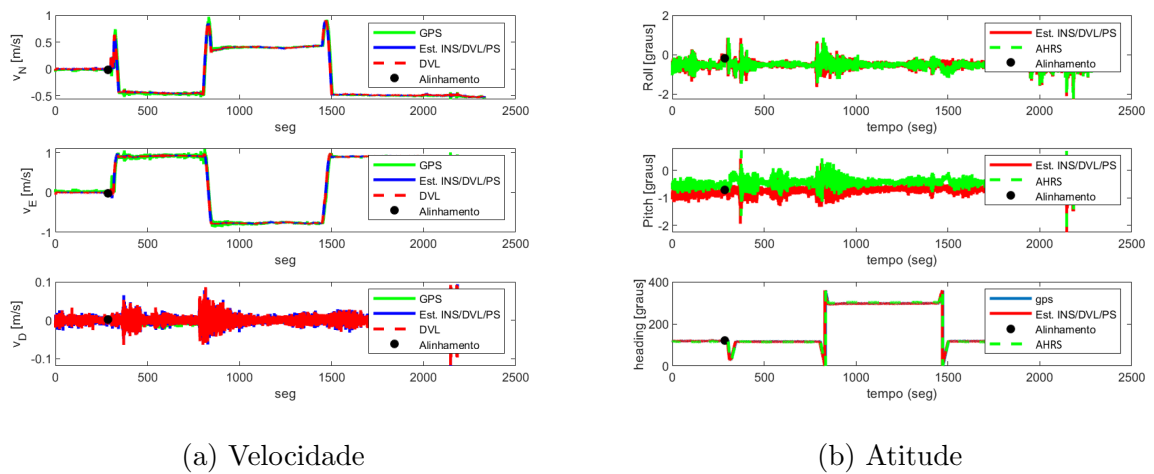


Figura I.14 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário E.

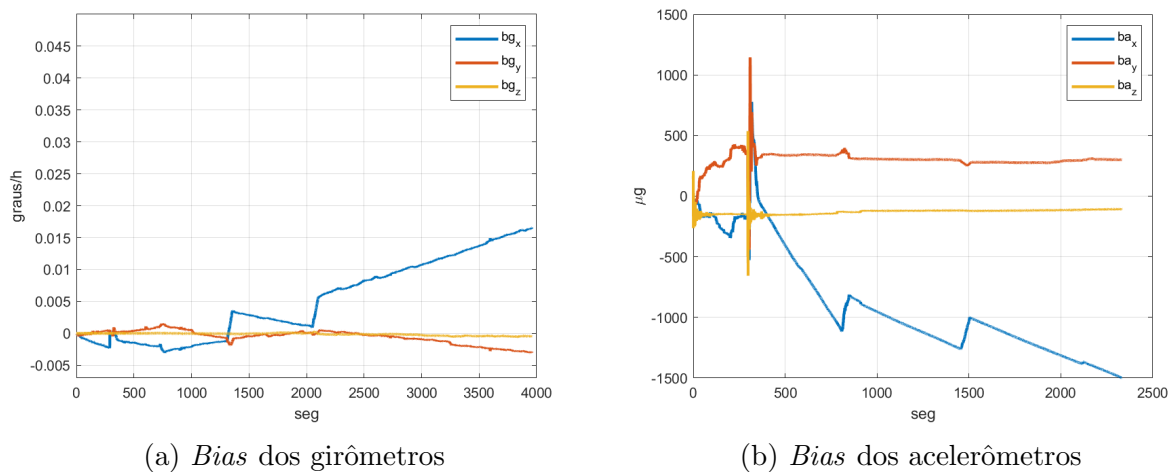


Figura I.15 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E.

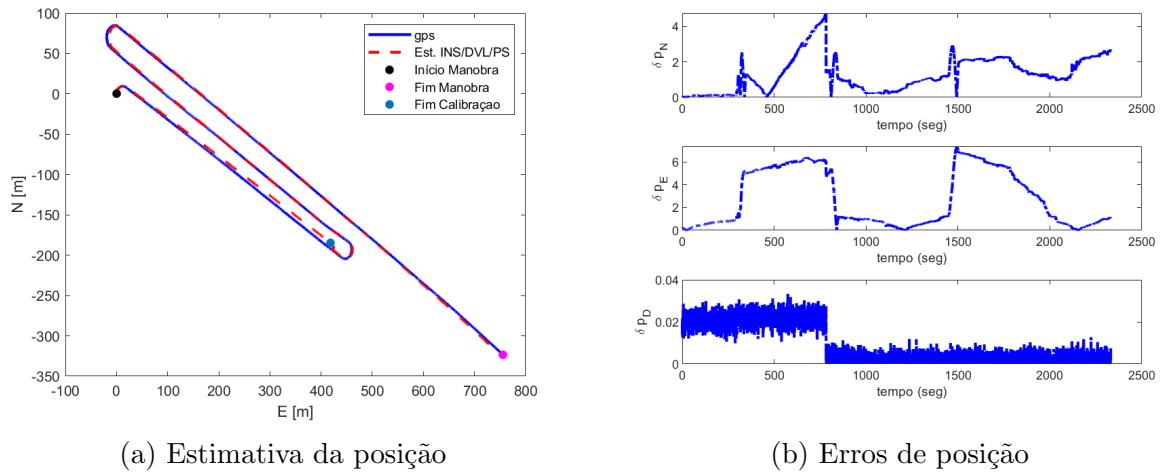


Figura I.16 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F.

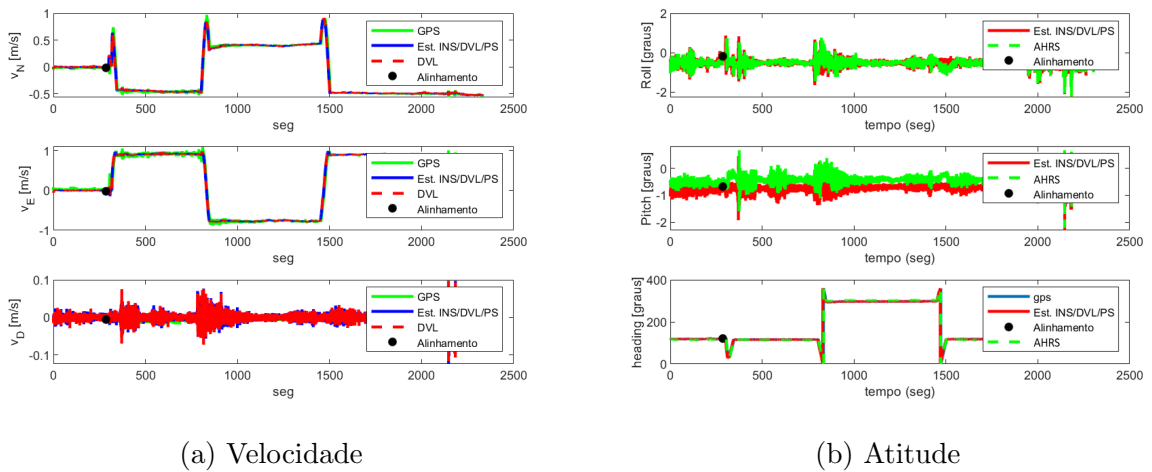


Figura I.17 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário F.

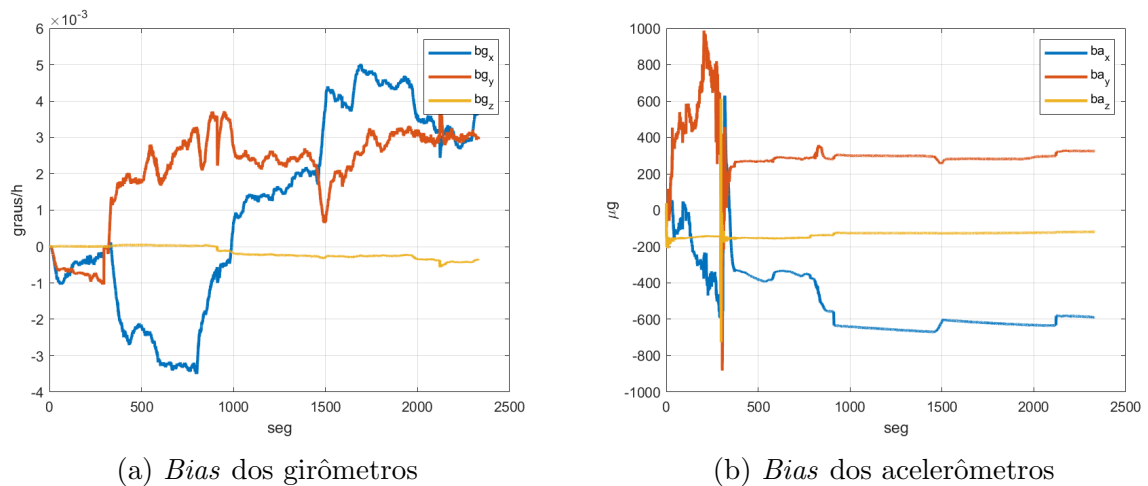


Figura I.18 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F.

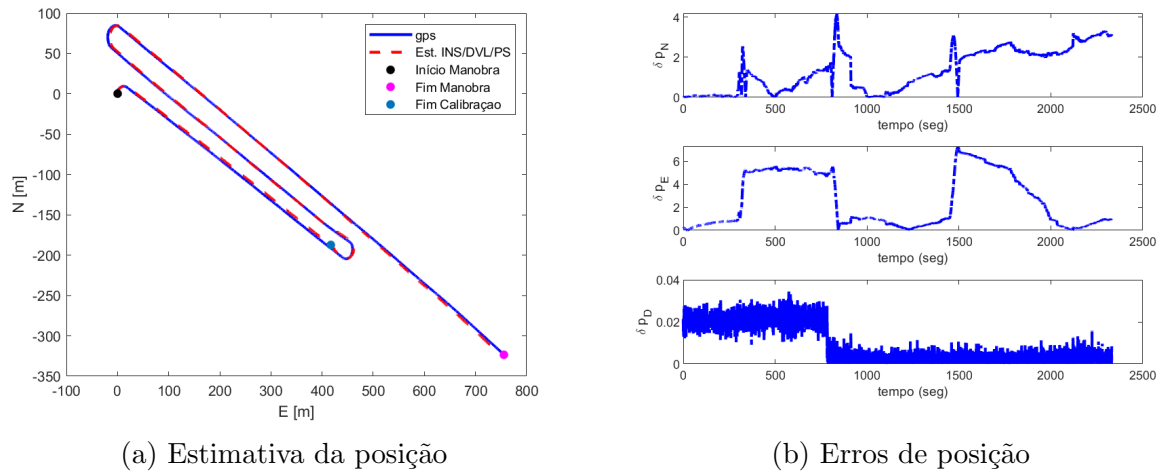


Figura I.19 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G.

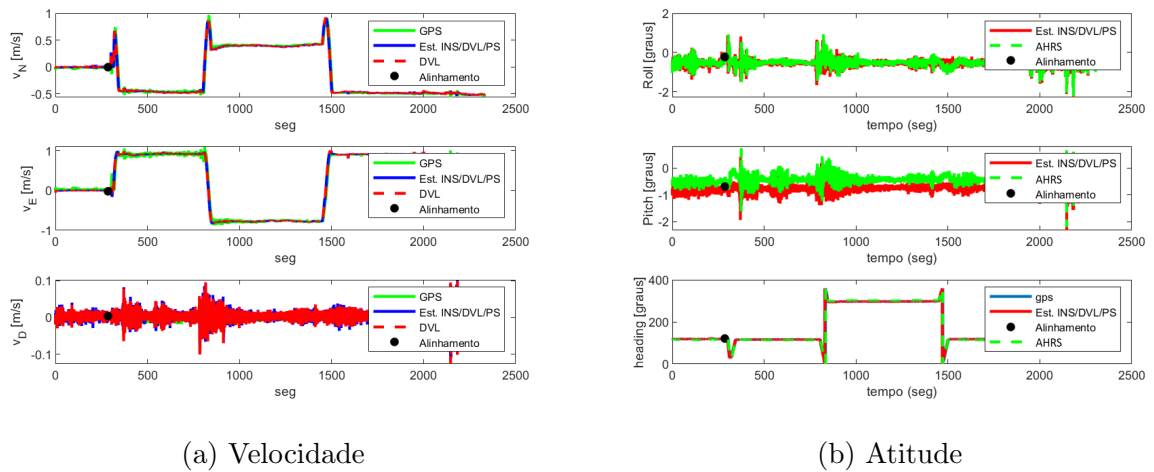


Figura I.20 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário G.

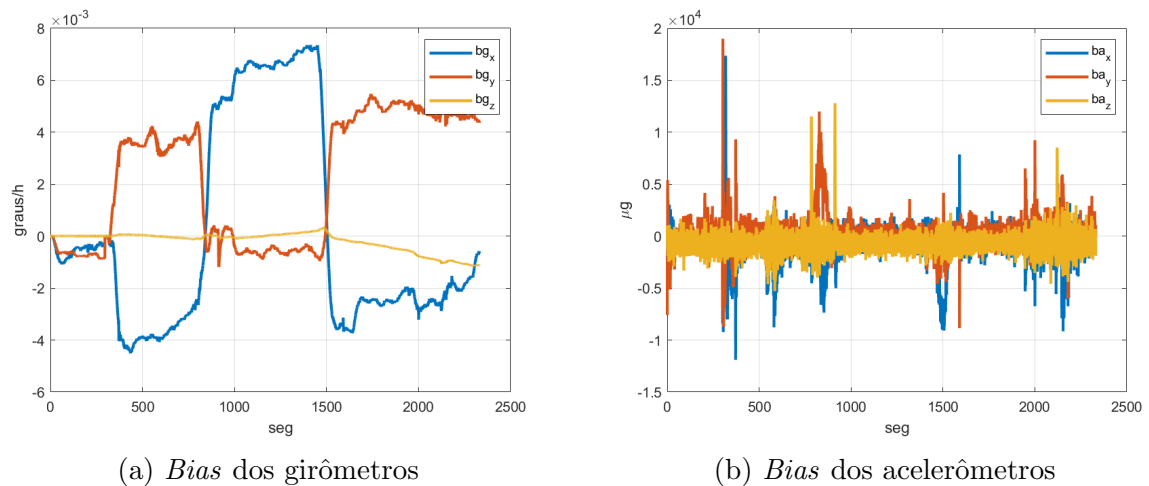




Figura I.21 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G.

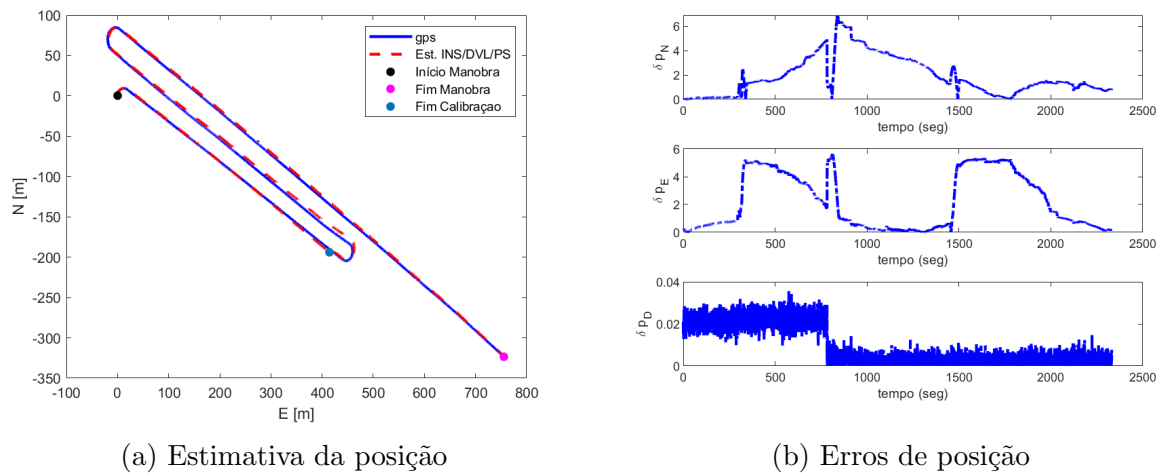


Figura I.22 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H.

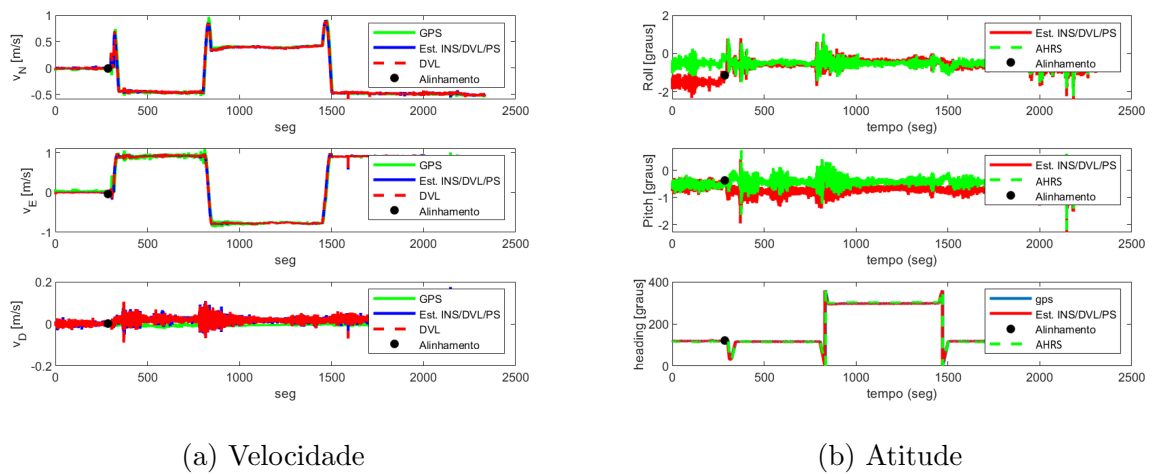
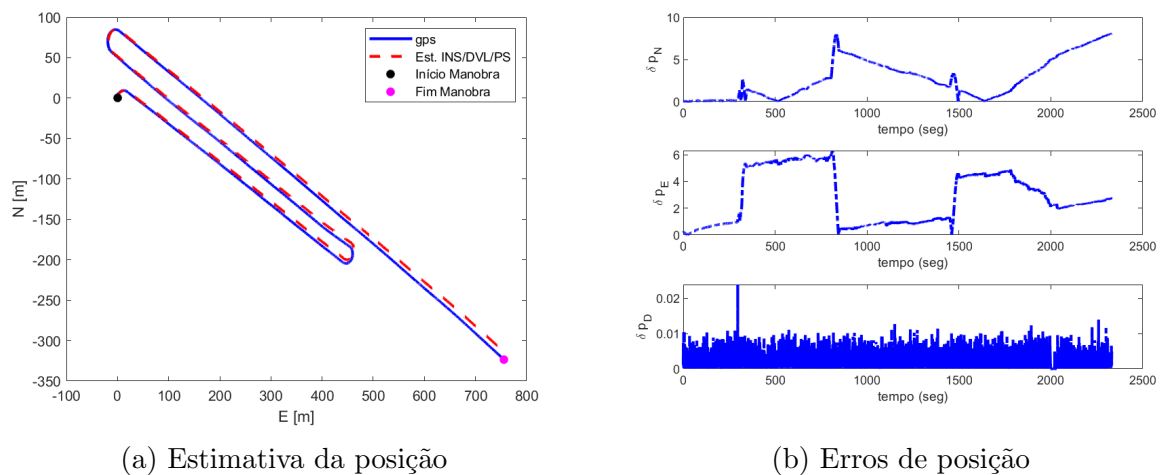


Figura I.23 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H.



## Apêndice J – GRÁFICOS DOS RESULTADOS PARA A MANOBRA M4

Figura J.1 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário A.

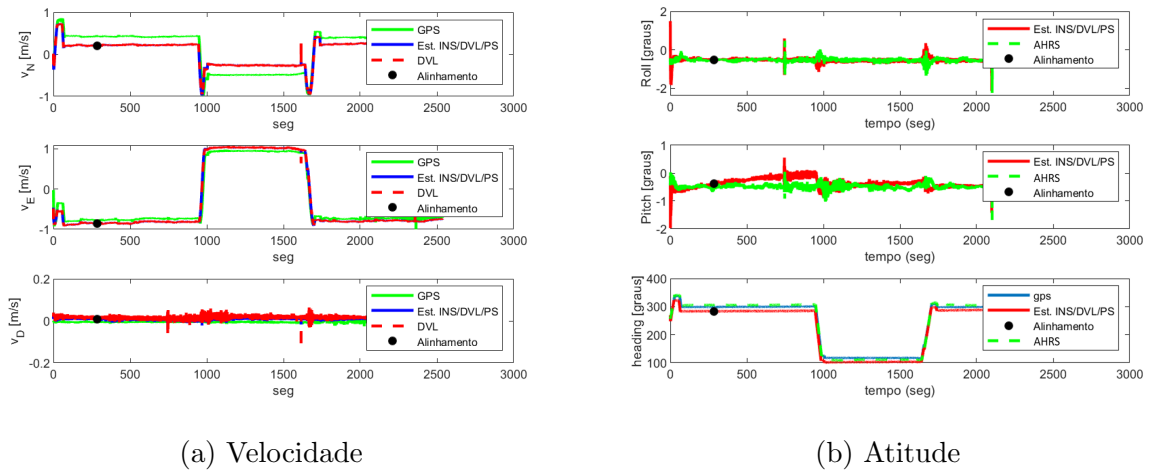


Figura J.2 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário A.

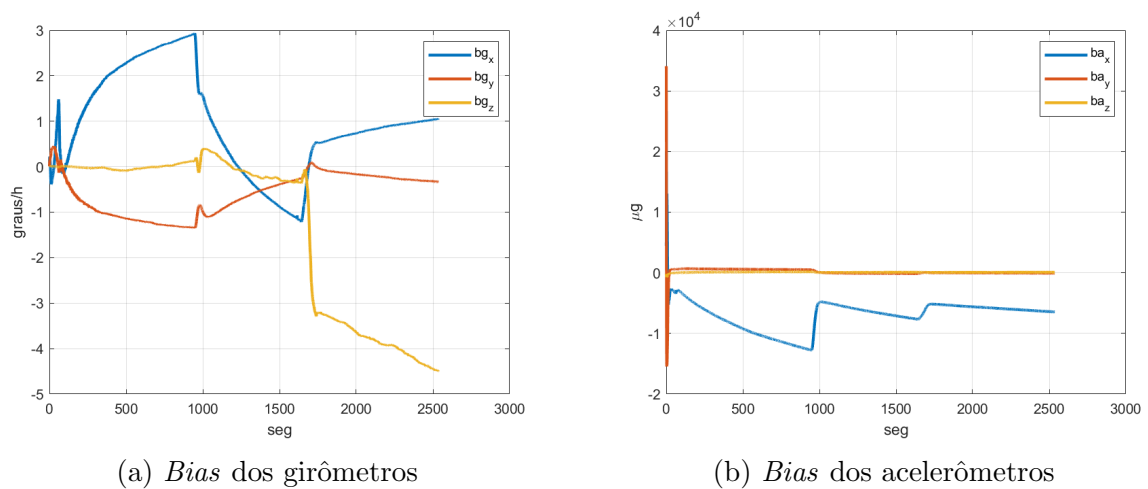


Figura J.3 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário A.

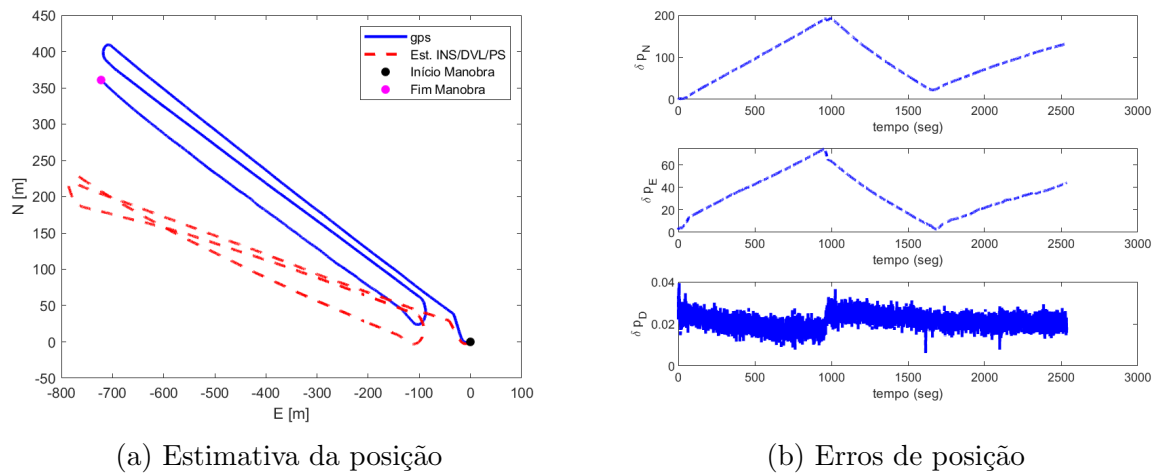


Figura J.4 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário B.

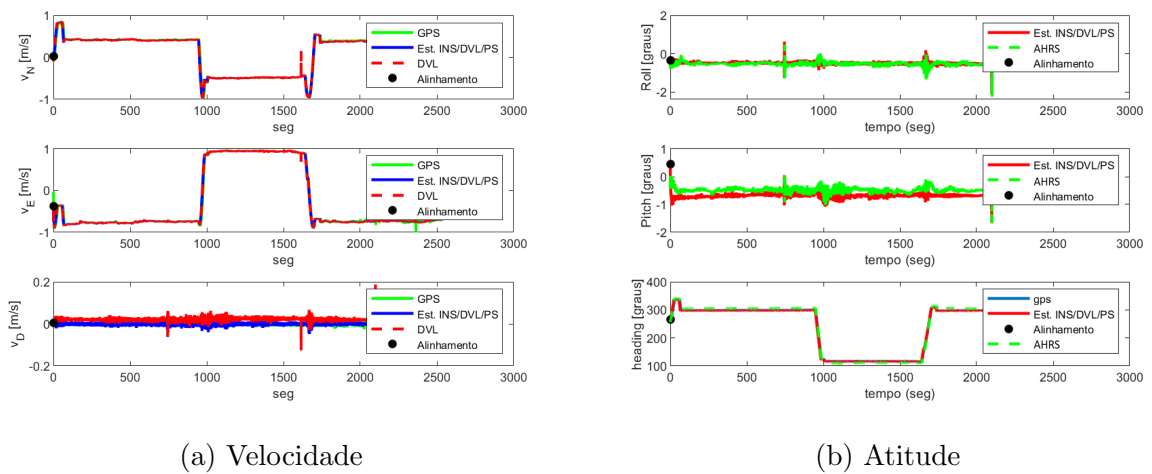


Figura J.5 – Gráfico da estimativa das *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário B.

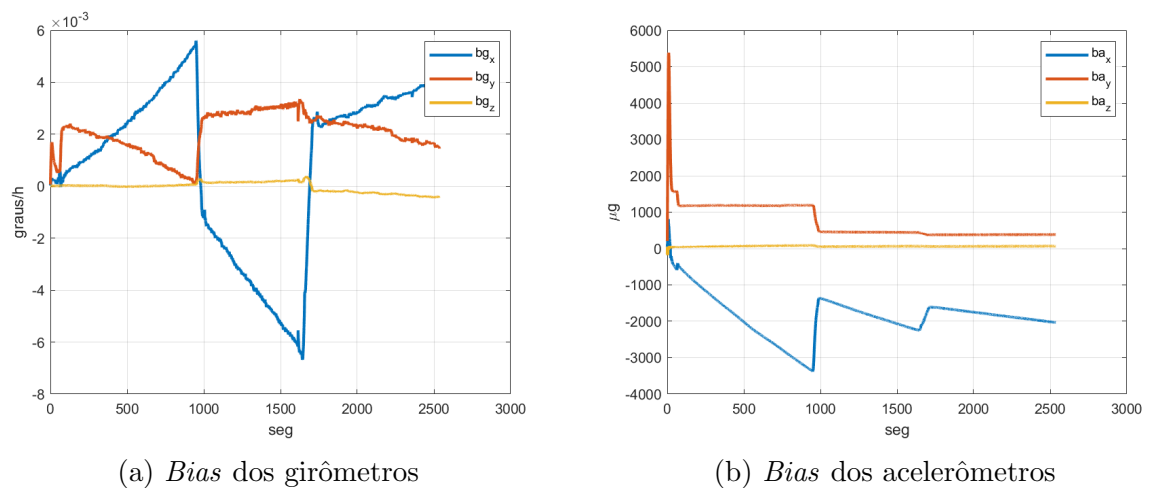


Figura J.6 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário B.

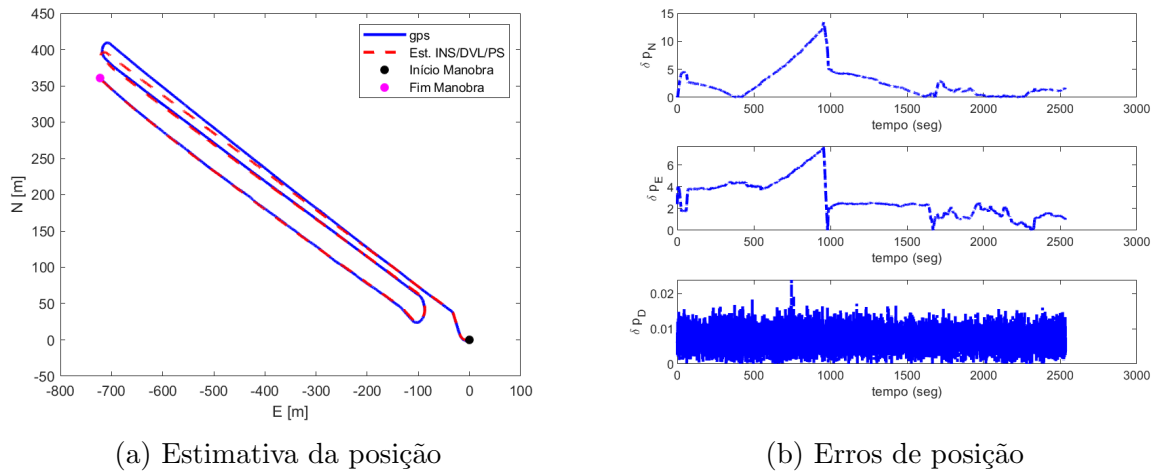


Figura J.7 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário C.

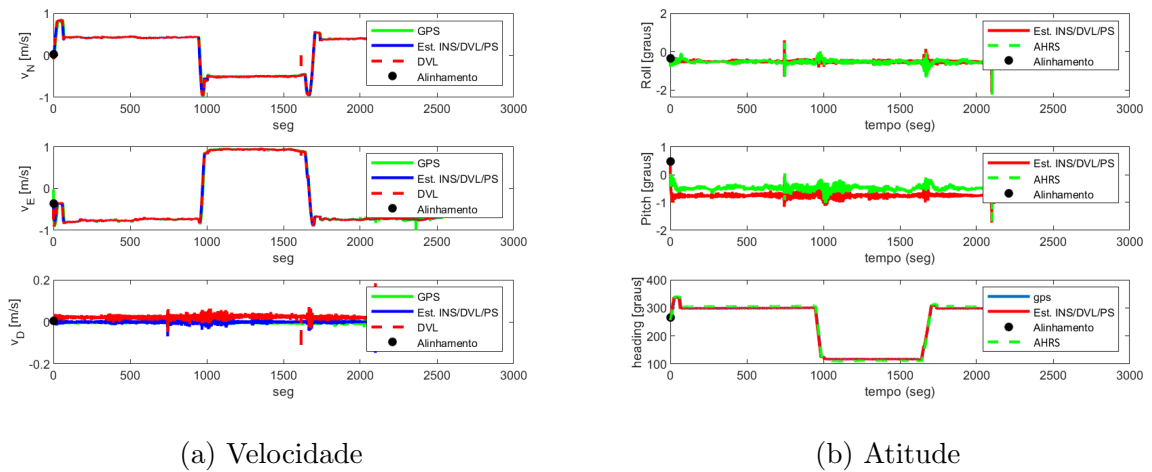


Figura J.8 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário C.

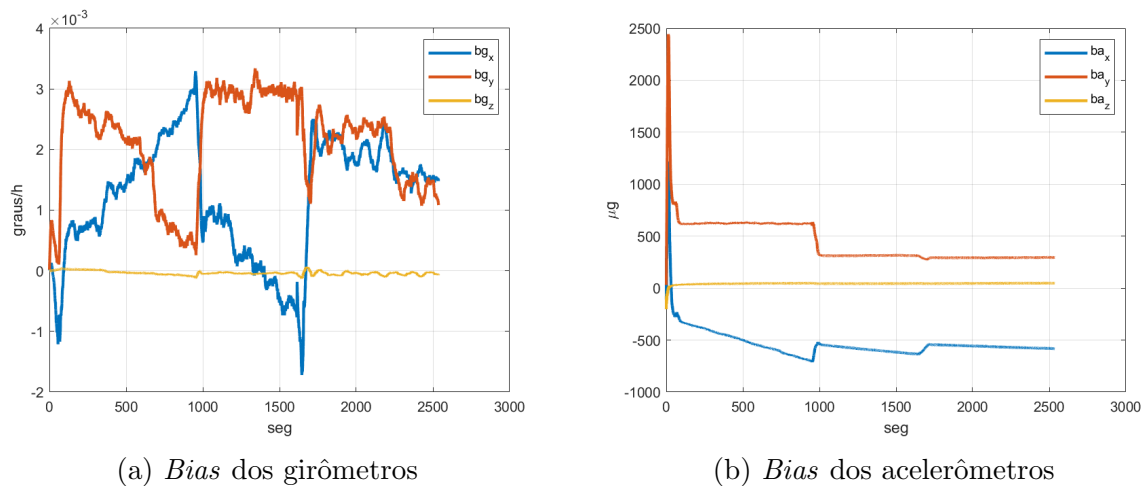


Figura J.9 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário C.

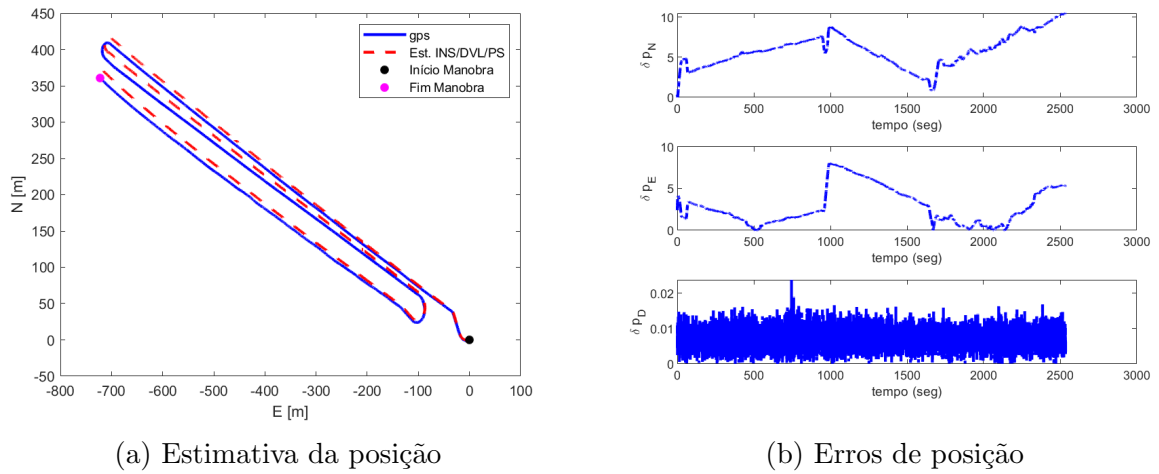


Figura J.10 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário D.

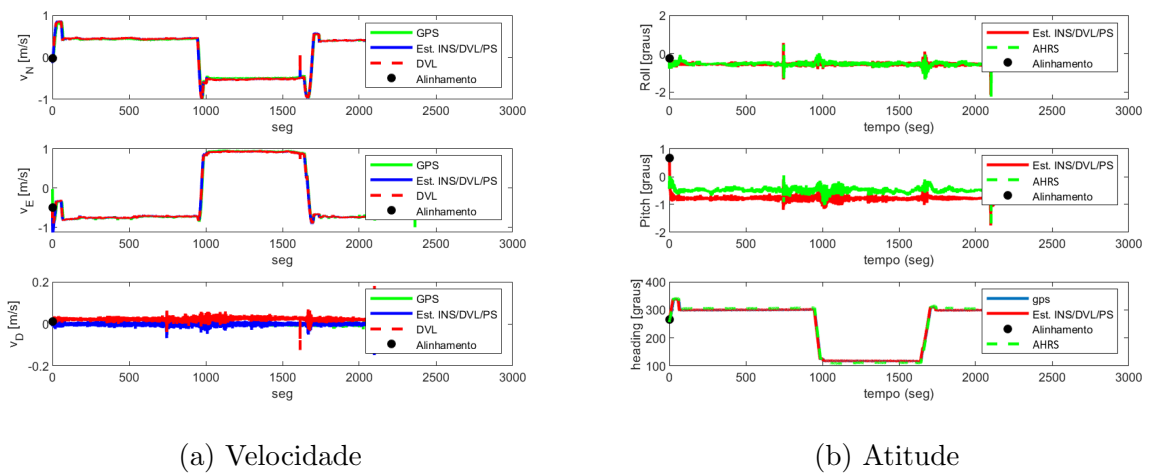


Figura J.11 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário D.

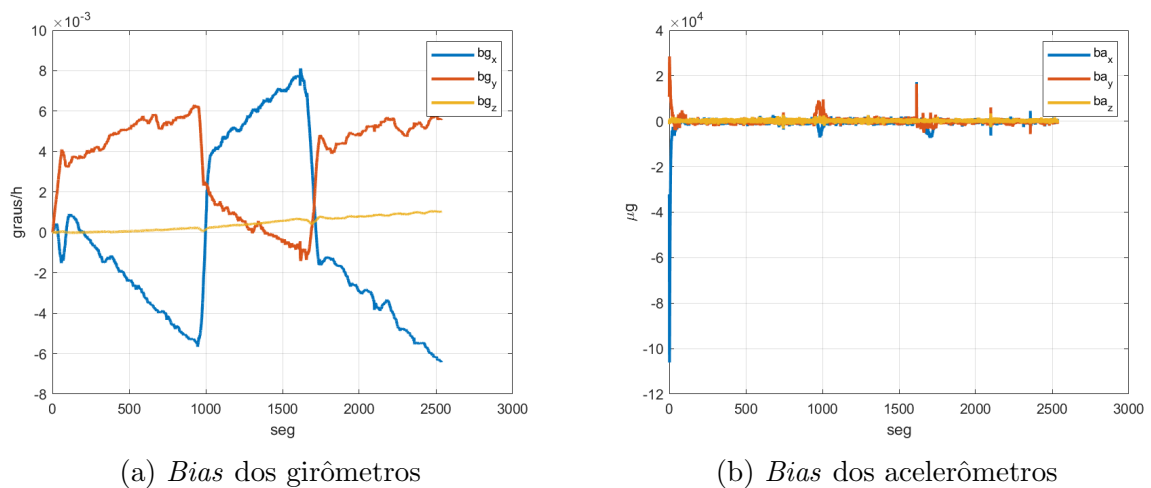


Figura J.12 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário D.

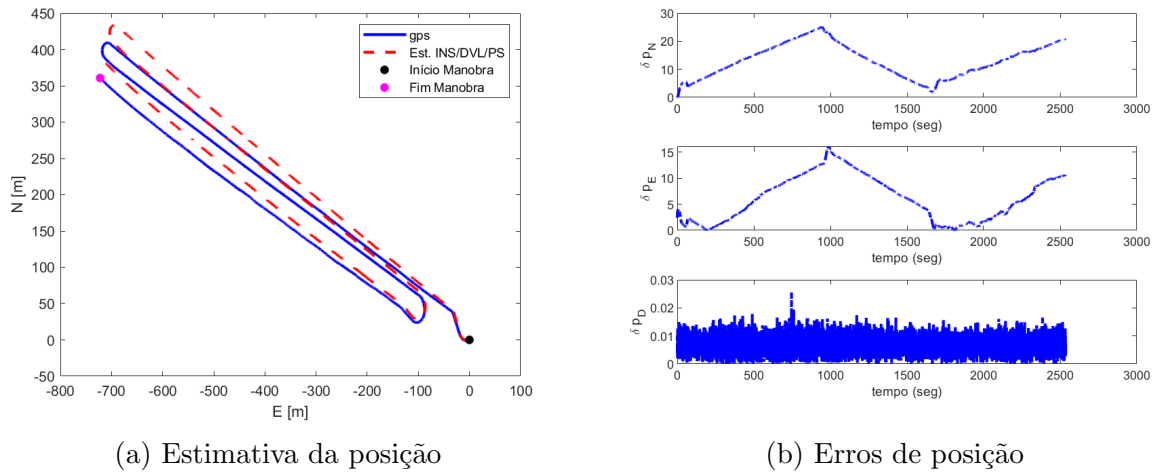


Figura J.13 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário E.

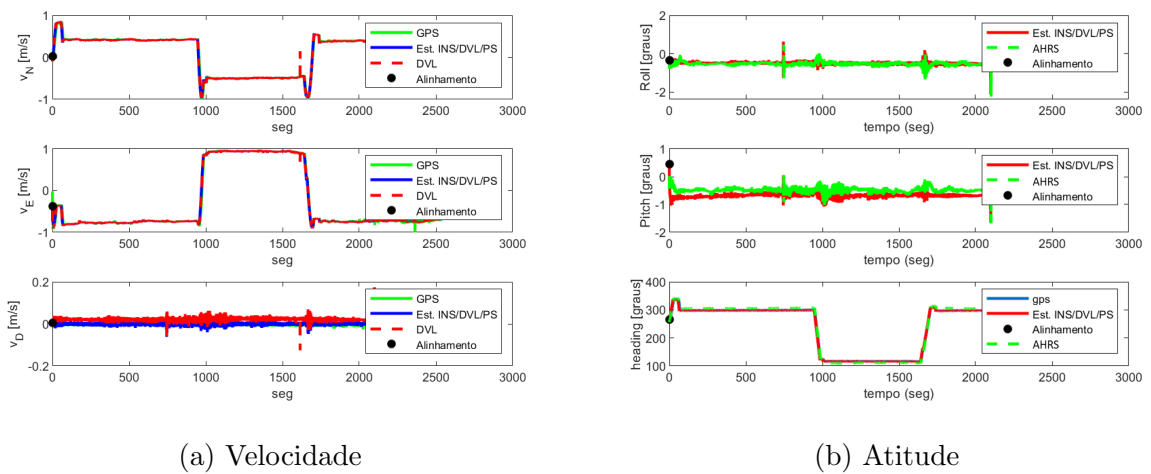


Figura J.14 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário E.

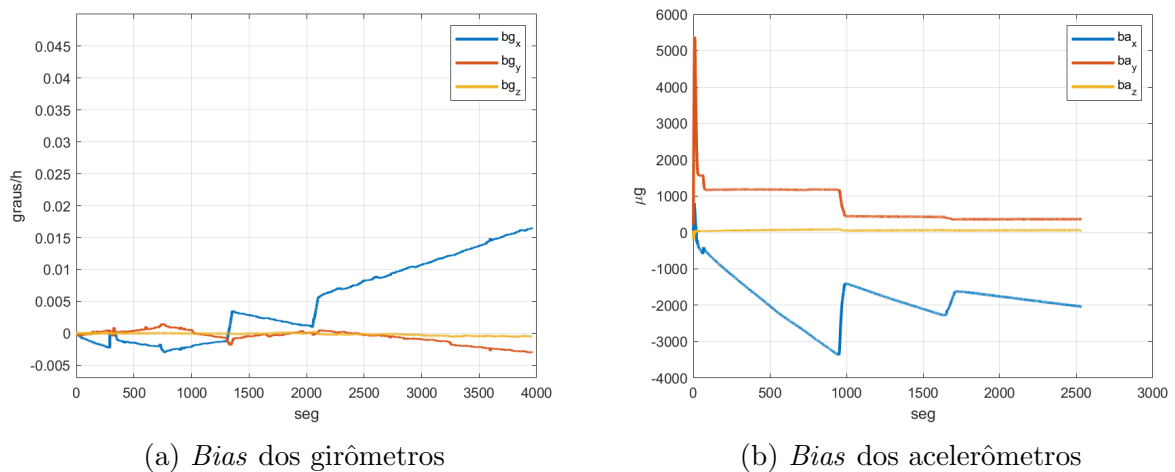


Figura J.15 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário E.

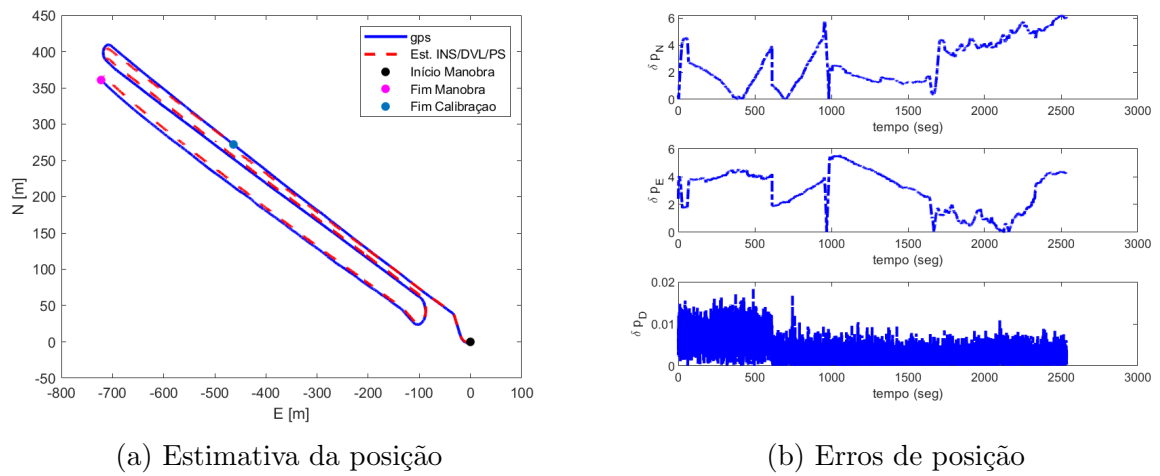


Figura J.16 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário F.

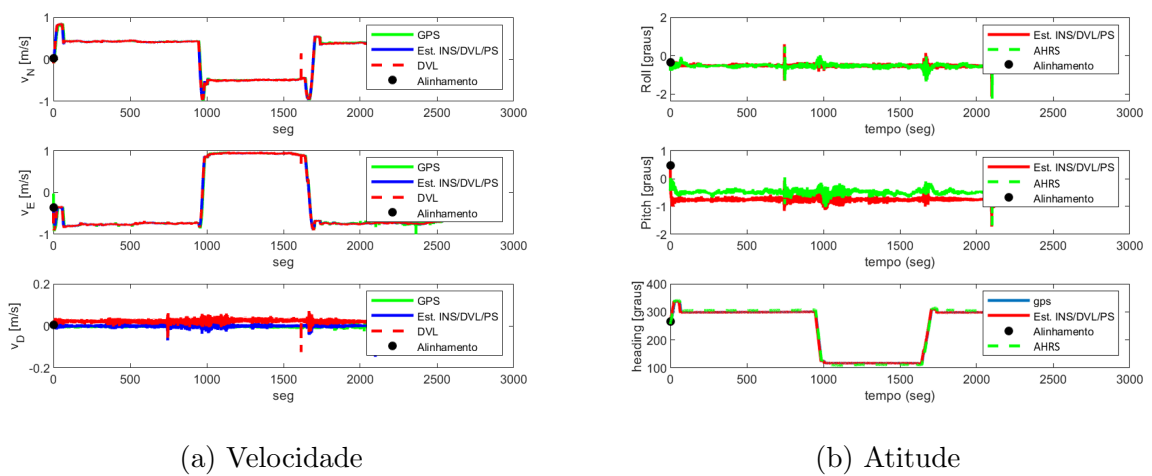


Figura J.17 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário F.

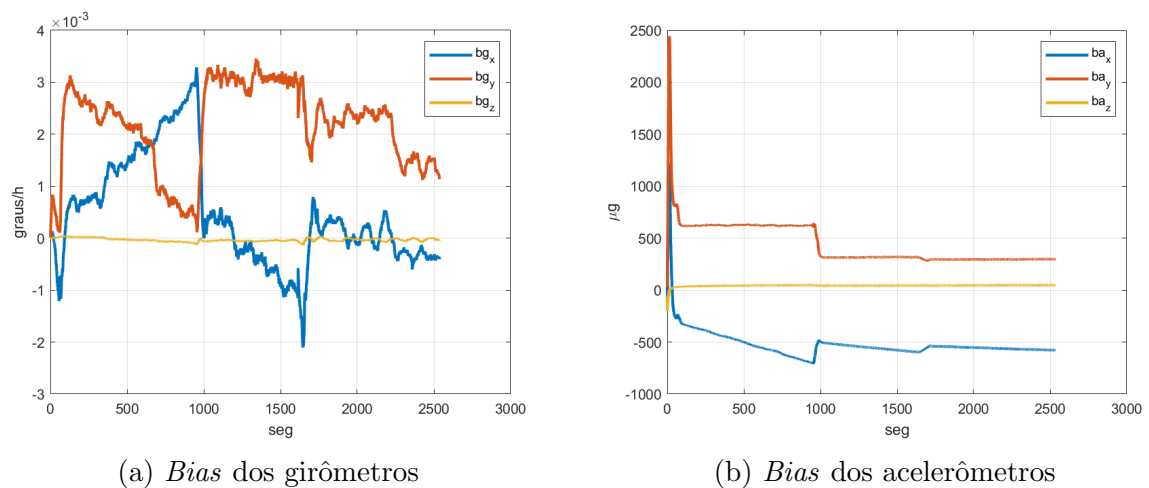


Figura J.18 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário F.

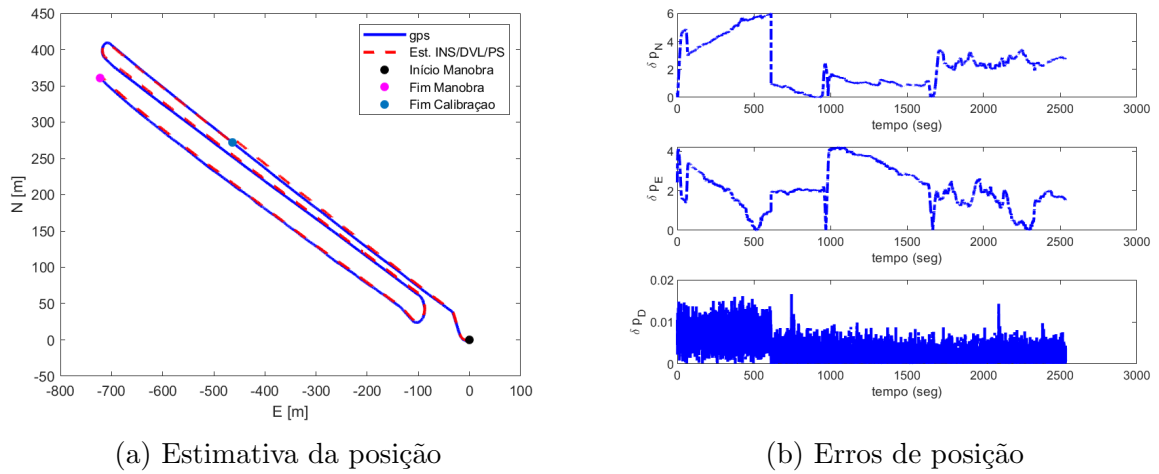


Figura J.19 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário G.

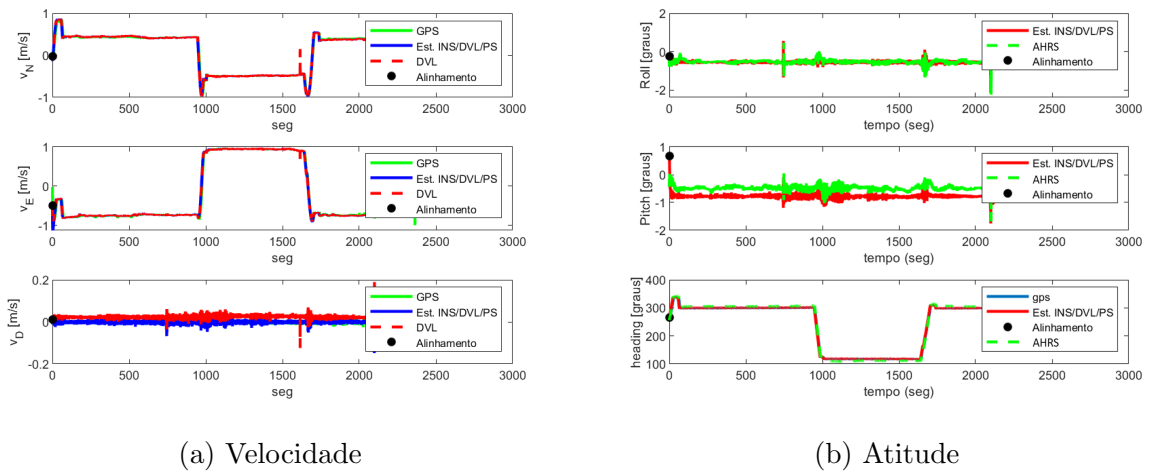


Figura J.20 – Gráfico da estimativa dos *bias* dos girômetros e acelerômetros no Cenário G.

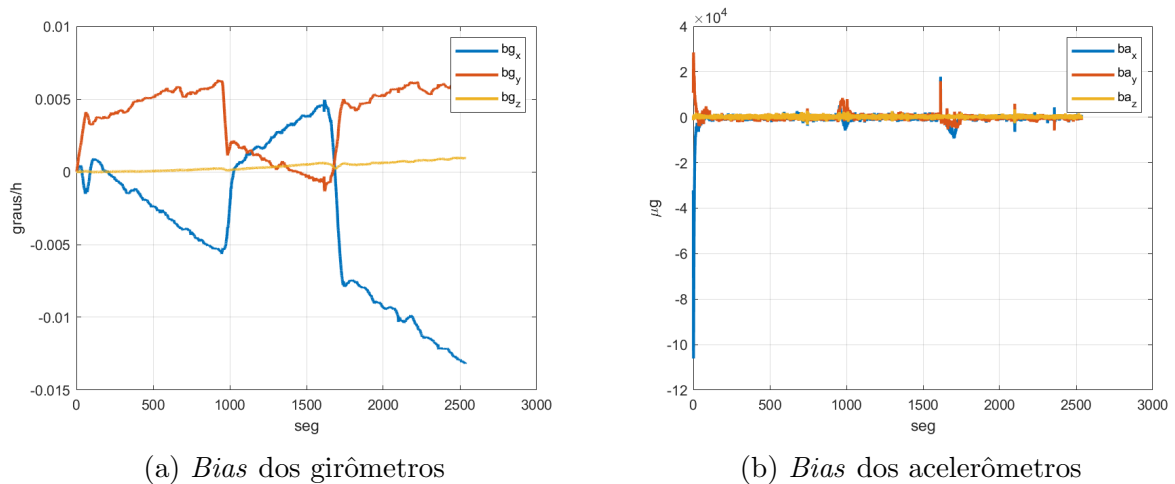




Figura J.21 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário G.

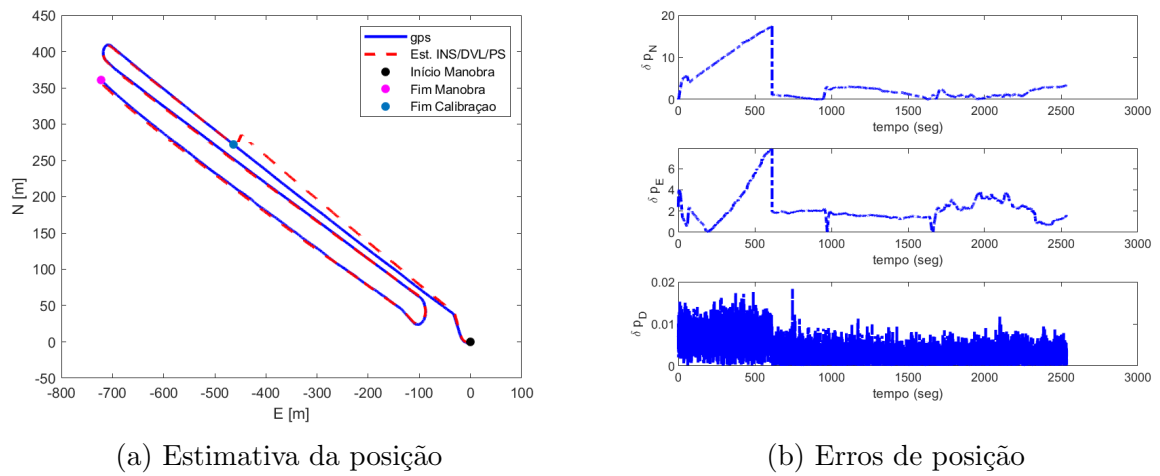


Figura J.22 – Gráfico de comparação entre as estimativas de velocidade e atitude e os sensores auxiliares no Cenário H.

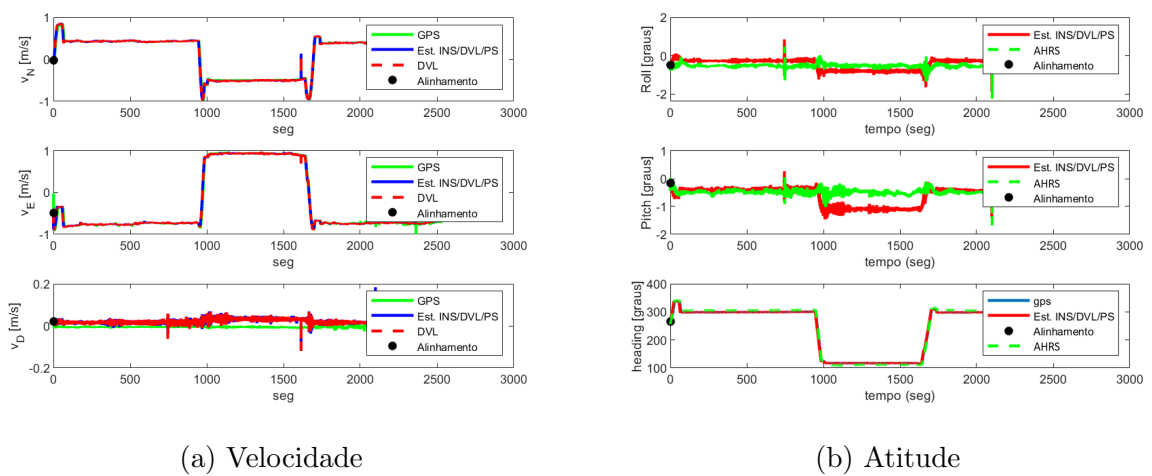


Figura J.23 – Gráficos das estimativas de posição e os erros de posição no Cenário H.

