

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DANIELE CAROLINE LIMA DA SILVA

**Análise Comparativa de Técnicas de Fusão Sensorial Adaptativas Aplicadas à
Navegação de um AUV**

São Paulo

2023

DANIELE CAROLINE LIMA DA SILVA

**Análise Comparativa de Técnicas de Fusão Sensorial Adaptativas Aplicadas à
Navegação de um AUV**

Versão corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Ciências pelo Programa de
Pós-graduação em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Controle e Automação
Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ettore Apolônio de Barros

São Paulo

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Silva, Daniele

Análise Comparativa de Técnicas de Fusão Sensorial Adaptativas Aplicadas à Navegação de um AUV / D. Silva -- versão corr. -- São Paulo, 2023. 176 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Submersíveis Não Tripulados 2.Sistema de Navegação 3.Filtro de Kalman 4.Fusão Sensorial Adaptativa I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

Dedico todo esforço que depus neste trabalho à memória dos meus avós, Maria de Nazaré de Lima Mendonça, Raimundo Cardoso de Lima, Luzineide Ferreira dos Reis e Luiz Garcia Albino, que foram exemplos de caráter e dignidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela saúde, cuidado, e por ter me dado perseverança em enfrentar os desafios durante o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ettore Apolônio de Barros, pelas orientações, incentivos e pela oportunidade dada para desenvolver este trabalho.

Ao Luiz Felipe Souza, por ter compartilhado comigo essa jornada, me dado todo incentivo e suporte necessário para que pudéssemos concluir mais esta etapa.

Aos meus pais, Delsilene Cardoso e Augusto Reis, por todo amor, esforço e comprometimento com a minha educação. Meus irmãos, Dayanne e Davidson, por terem sido sempre meus suportes.

Aos meus colegas de laboratório, por todo apoio nos ensaios e atividades cotidianas, em especial ao Prof. Adriano Frutuoso por toda parceria, pelas discussões e tempo gasto no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos demais familiares e amigos, obrigada pela paciência e compreensão nos momentos dedicados a este trabalho.

A todos, OBRIGADA.

RESUMO

SILVA, Daniele Caroline Lima. **Análise Comparativa de Técnicas de Fusão Sensorial Adaptativas Aplicadas à Navegação de um AUV**. 2023. 176 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

A navegação de Veículos Autônomos Submarinos (AUV – *Autonomous Underwater Vehicles*) é desafiada por deficiências e limitações sensoriais que degradam a estimativa de localização do veículo, tais como a impossibilidade de utilização de sinais de alta frequência e à natureza instável do ambiente aquático. Tal complexidade dificulta a obtenção de uma estimativa de localização satisfatória. A partir deste cenário, este trabalho visa aperfeiçoar o desempenho atual de um AUV em suas missões em campo. Para tanto, são apresentadas as técnicas de navegação e o estado da arte das técnicas de fusão sensorial aplicadas à navegação de AUVs. Em particular, este trabalho apresenta uma análise comparativa de técnicas adaptativas de fusão sensorial aplicadas à estimativa de trajetória de um AUV. Tais técnicas incluem os filtros adaptativos e adaptativos-robustos por correspondência de covariância, adaptação via fator de atenuação e por múltiplos modelos. Os filtros adaptativos foram implementados e testados em ambiente de simulação e pós-processados com dados de ensaios em campo. Um tipo de manobra típica para missões de AUVs foi adotada em diferentes intervalos de tempo, e para diferentes características dos ruídos dos sensores utilizados na navegação do veículo.

Palavras-chave: AUV, Sistemas de Navegação, Filtros Adaptativos, Fusão Sensorial.

ABSTRACT

SILVA, Daniele Caroline Lima. **Comparative Analysis of Adaptive Sensor Fusion Methods Applied to the Navigation of an AUV**. 2023. 176 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

The navigation of Autonomous Underwater Vehicles (AUVs) has a major difficulty in dealing with sensor limitations that degrade the vehicle's location estimation, such as the attenuation of the intensity of high-frequency signals and the unstable nature of the aquatic environment. Such limitations make it difficult to obtain a satisfactory location estimate. As exposed, this work aims to improve the current performance of an AUV in its field missions by initially performing a literature review of the main navigation techniques and the sensorial fusion approaches applied to AUV navigation. It is presented a comparative analysis of adaptive sensor-fusion techniques applied to the trajectory estimation of an AUV. The techniques include adaptive and adaptive-robust filters by variance correspondence, adaptation by attenuation factor, and multiple models. The adaptive filters were implemented and tested in a simulation environment, then analyzed offline with data obtained from experimental tests. A typical maneuver type for AUV missions was adopted at different time intervals, and for different characteristics of the sensor noises used in the vehicle navigation.

Keywords: AUV, Navigation Systems, Adaptive Filters, Sensor Fusion.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – AUV Pirajuba.....	18
Figura 2.1 – (a) ECI (b) ECEF; (c) NED.....	24
Figura 2.2 – Origem e projeção dos eixos do sistema de navegação local.....	25
Figura 2.3 – Diagrama das equações de navegação no referencial de navegação.....	25
Figura 3.1– Diagrama de bloco fusão INS/DVL/PS abordagem fracamente acoplada.....	46
Figura 4.1 – Estrutura do filtro MMAE-AKF.	55
Figura 4.2 – Funcionamento do IAE-AKF.	59
Figura 4.3 – Funcionamento do RIAE.....	62
Figura 4.4 – Mapa de esboço do teste de Chi-Quadrado.....	63
Figura 4.5 – Funcionamento do AFKF.....	67
Figura 5.1 – Trajetória Corte de Relva.	71
Figura 5.2 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem <i>outliers</i> . Integração Pura. IMU tática.	77
Figura 5.3 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem <i>outliers</i> . Filtro: KF. IMU tática.....	78
Figura 5.4 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem <i>outliers</i> . Filtro: MMAE. IMU tática.	78
Figura 5.5 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem <i>outliers</i> . Filtro: AFKF. IMU tática.	78
Figura 5.6 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem <i>outliers</i> . Filtro: IAE. IMU tática.	79
Figura 5.7 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem <i>outliers</i> . Filtro: RIAE. IMU tática.	79
Figura 5.8 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro KF. IMU tática.....	81
Figura 5.9 – Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro KF. IMU tática.	81
Figura 5.10 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro AFKF. IMU tática.....	82

Figura 5.11 – Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro AFKF. IMU táctica.	83
Figura 5.12 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.....	84
Figura 5.13 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.....	84
Figura 5.14 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.	86
Figura 5.15 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.	86
Figura 5.16 – Inserção de <i>outliers</i> nas medidas do DVL.	87
Figura 5.17 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: IAE. IMU táctica.	88
Figura 5.18 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: RIAE. IMU táctica.	89
Figura 5.19 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: KF. IMU táctica.....	89
Figura 5.20 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: MMAE. IMU táctica.	90
Figura 5.21 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: AFKF. IMU táctica.	90
Figura 5.22 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Integração Pura. IMU táctica.	90
Figura 5.23 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro RIAE. IMU táctica.....	92
Figura 5.24 – Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro RIAE. IMU táctica.	93
Figura 5.25 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.	93
Figura 5.26 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.	94
Figura 5.27 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.....	96

Figura 5.28 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.....	96
Figura 5.29 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. <i>Sem outliers</i> . Integração pura. IMU intermediária.	98
Figura 5.30 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. <i>Sem outliers</i> . Filtro: KF. IMU intermediária.	98
Figura 5.31 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. <i>Sem outliers</i> . Filtro: RAE. IMU intermediária.	99
Figura 5.32 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.	100
Figura 5.33 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.	100
Figura 5.34 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.	102
Figura 5.35 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.	102
Figura 5.36 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Integração pura. IMU intermediária.	104
Figura 5.37 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: IAE. IMU intermediária.	104
Figura 5.38 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: RIAE. IMU intermediária.....	104
Figura 5.39 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: KF. IMU intermediária.	105
Figura 5.40 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: MMAE. IMU intermediária.....	105
Figura 5.41 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com <i>outliers</i> . Filtro: AFKF. IMU intermediária.	106
Figura 5.42 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.	107
Figura 5.43 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.	108
Figura 5.44 – ASV Trimarã, Poli Marú II.	108
Figura 5.45 – Estimativa da trajetória executada pelo ASV. Tempo de execução: 66 min. ..	110

Figura 5.46 – Comparação entre a estimativa de posição no plano horizontal e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.	111
Figura 5.47 – Comparação entre a estimativa de posição no plano horizontal e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	111
Figura 5.48 – Comparação entre a estimativa de posição no plano horizontal e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	112
Figura 5.49 – Comparação entre as estimativas de velocidade, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.	113
Figura 5.50 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	113
Figura 5.51 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	113
Figura 5.52 – Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> e <i>pitch</i> com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.	114
Figura 5.53 – Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> e <i>pitch</i> com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	114
Figura 5.54 – Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> e <i>pitch</i> com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	114
Figura 5.55 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.	115
Figura 5.56 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	115
Figura 5.57 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	116
Figura 5.58 – Medidas de velocidade com inserção de <i>outliers</i>	116
Figura 5.59 – Comparação entre a estimativa de posição horizontal (Norte e Leste) e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.	117
Figura 5.60 – Comparação entre a estimativa de posição horizontal (Norte e Leste) e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	118
Figura 5.61 – Comparação entre a estimativa de posição horizontal (Norte e Leste) e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	118
Figura 5.62 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.	119
Figura 5.63 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	119

Figura 5.64 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	120
Figura 5.65 – Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> e <i>pitch</i> com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF.	120
Figura 5.66 – Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> e <i>pitch</i> com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	121
Figura 5.67 – Comparação entre as estimativas de <i>roll</i> e <i>pitch</i> com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	121
Figura 5.68 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial com KF.	122
Figura 5.69 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.	122
Figura 5.70 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Bias dos acelerômetros e girômetros para diferentes graus de IMU.	72
Tabela 5.2 – Especificações do DVL usado nas simulações.	72
Tabela 5.3 – Especificações do profundímetro usado nas simulações.	73
Tabela 5.4 – Caracterização dos ruídos da IMU do tipo tática.	73
Tabela 5.5 – Caracterização dos ruídos da IMU do tipo intermediária.	74
Tabela 5.6 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de <i>outliers</i> nas leituras do DVL. IMU tática.	77
Tabela 5.7 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU tática.	80
Tabela 5.8 – Estimadores de tendência central e dispersão. Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro KF. IMU tática.	81
Tabela 5.9 – Estimadores de tendência central e dispersão. Para 100 amostras sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro AFKF. IMU tática.	83
Tabela 5.10 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU tática.	85
Tabela 5.11 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada com a inserção de <i>outliers</i> nas leituras do DVL. IMU tática.	88
Tabela 5.12 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU tática.	91
Tabela 5.13 – Estimadores de tendência central e dispersão. Para 100 amostras com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. Filtro RIAE. IMU tática.	92
Tabela 5.14 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 4 horas. Considera-se 1 simulação isolada com a inserção de <i>outliers</i> nas leituras do DVL. IMU tática.	94
Tabela 5.15 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU tática.	95
Tabela 5.16 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de <i>outliers</i> nas leituras do DVL. IMU intermediária.	97

Tabela 5.17 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.	99
Tabela 5.18 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 4 horas. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de <i>outliers</i> nas leituras do DVL. IMU intermediária.	101
Tabela 5.19 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Sem <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.	101
Tabela 5.20 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de <i>outliers</i> nas leituras do DVL. IMU intermediária.	103
Tabela 5.21 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.	106
Tabela 5.22 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com <i>outliers</i> . Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.	107
Tabela 5.23 – Especificações do receptor GNSS.	109
Tabela 5.24 – Especificações da IMU.	109
Tabela 5.25 – Especificações do DVL.	109
Tabela 5.26 – Especificações do Profundímetro.	109
Tabela 5.27 – Comparação dos desempenhos em RMS e EDP das estimativas de posição dos filtros KF e RAE.	112
Tabela 5.28 – Comparação dos desempenhos em RMS e EDP das estimativas de posição dos filtros KF e ERA com <i>outliers</i> nas medidas do DVL.	117

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEKF	<i>Adaptive Extended Kalman Filter</i>
AFKF	<i>Adaptive Fading Kalman Filter</i>
AHRS	<i>Attitude and Heading Reference System</i>
AKF	<i>Adaptive Kalman Filter</i>
AUV	<i>Autonomous Underwater Vehicles</i>
BI	<i>Bias Instability</i>
CN	<i>Correlated Noise</i>
DVL	<i>Doppler Velocity Log</i>
ECEF	<i>Earth-Centered Earth-Fixed</i>
ECI	<i>Earth-Centered Inertial</i>
EDP	Erro de Distância Percorrida
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
ESKF	<i>Error State Kalman Filter</i>
GN	Navegação Geofísica
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IAE	<i>Innovation-Based Adaptive Estimation</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
IPqM	Instituto de Pesquisas da Marinha
KF	<i>Kalman Filter</i>
LBL	<i>Long Baseline</i>
LC	<i>Loosely Coupled</i>
LVNT	Laboratório de Veículos Não Tripulados
MAKF	<i>Multirate Adaptive Kalman Filter</i>
ML	<i>Maximum Likelihood</i>
MMAE	<i>Multiple-Model Adaptive Estimation</i>
NED	<i>North, East, Down</i>
PS	<i>Pressure sensor</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
Q-Q	Quantil-Quantil
QT	<i>Quantization Noise</i>

RAE	<i>Residual-Based Adaptive Estimation</i>
RIAE	<i>Robust Innovation-Based Adaptive Estimation</i>
RMS	<i>Root Mean Square Error</i>
RN	<i>Random Noise</i>
ROV	<i>Remotely Operated Underwater Vehicle</i>
RR	<i>Rate Ramp</i>
RW	<i>Random Walk</i>
SAUV	<i>Semi-Autonomous Underwater Vehicles</i>
SBL	<i>Short Baseline</i>
SONAR	<i>Sound Navigation and Ranging</i>
TC	<i>Tightly Coupled</i>
UKF	<i>Unscented Kalman Filter</i>
USBL	<i>Ultra Short Baseline</i>
USP	Universidade de São Paulo
VB	Variação Bayesiana
VSNT	Veículos Submarinos Não Tripulados

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Técnicas de navegação de auvs	19
1.2	Estado da arte das técnicas de fusão sensorial aplicadas à navegação de AUVs.....	21
1.3	Objetivos deste trabalho	22
1.4	Organização do texto.....	23
2.	ANÁLISE DA NAVEGAÇÃO DE UM AUV	24
2.1	Equações de navegação	25
2.2	Equações de propagação de erros	28
3.	APLICAÇÃO DA FUSÃO SENSORIAL NA NAVEGAÇÃO AUXILIADA DE AUVS	37
3.1	Modelagem estocástica dos ruídos e derivas dos sensores	37
3.2	Aplicação do filtro de kalman: inicialização das matrizes	43
3.3	Modelagem das equações de estado para a aplicação do Filtro de Kalman.....	45
4.	INVESTIGAÇÃO DE TÉCNICAS ADAPTATIVAS APLICADAS À NAVEGAÇÃO DE AUVS	48
4.1	Análise do papel das matrizes Q e R	48
4.2	Filtros de kalman adaptativos	49
4.3	Técnica de múltiplos modelos.....	54
4.4	Técnica baseada em inovações.....	58
4.5	Técnica de ajuste baseada em resíduos	60
4.6	Técnica robusta baseada em inovações e resíduos.....	60
4.7	Adaptação via fator de atenuação	66
5.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SIMULADOS	71
5.1.	Resultados de manobra simulada	71
5.2	Resultados experimentais pós-processados.....	108
6.	CONCLUSÃO	124
6.1	Trabalhos futuros	126
7.	BIBLIOGRAFIA	127

APÊNDICE A - Resultados de manobra simulada dos filtros de Kalman convencional e adaptativos	132
APÊNDICE B - Desenvolvimento de um Simulador de manobras.....	161
APÊNDICE C - Gráficos dos ensaios de variância de allan da IMU.....	169
APÊNDICE D - Ferramenta estatística: diagrama de caixas.....	173

1 INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico das últimas décadas tem fomentado diversas pesquisas no campo da robótica, especificamente robôs autônomos, os quais podem ser categorizados de acordo com o seu ambiente de atuação, como: robôs subaquáticos, espaciais e terrestres (SHAO *et al.*, 2016). Os veículos autônomos, independentemente de sua categoria, requerem qualidade significativa nas suas estimativas de localização e orientação, possibilitando definir a trajetória e o rumo a ser executado em uma dada missão, isto em relação a um sistema de referência.

Os robôs subaquáticos são Veículos Submarinos Não Tripulados (VSNT), os quais podem ser classificados como: ROV (*Remotely Operated Underwater Vehicle*) que tem sua operação remota através de um cabo umbilical para controle e envio de dados; SAUVs (*Semi-Autonomous Underwater Vehicles*) que são veículos autônomos com controlador de supervisão para correções na manobra e os AUVs (*Autonomous Underwater Vehicles*) que são monitorados a distância, sem necessidade de controle ou cabos de alimentação (YUH, 2000; ZANONI, 2012). Neste trabalho, os esforços estão concentrados na navegação de AUVs.

Com o aumento de demandas em aplicações oceânicas e águas interiores, investigações da classe de AUVs tem crescido significativamente nos últimos anos. Além disso, por serem autônomos e não tripulados, há um acréscimo na abrangência das aplicações e missões em que podem ser empregados. Entre outras, tais aplicações incluem: inspeção de gasodutos, detecção de alvos, exploração de recursos, estudos oceanográficos, aquisição de dados científicos, monitoramento do clima, controle de poluição, mapeamento do fundo do mar e aplicações militares (DIANA, 2018; MU *et al.*, 2021; ZANONI, 2012).

O AUV Pirajuba, apresentado na Figura 1.1, é um veículo do tipo torpedo desenvolvido pelo Laboratório de Veículos Não Tripulados (LVNT) da Escola Politécnica da USP (Universidade de São Paulo). Este tem sido empregado em pesquisas que investigam a dinâmica de AUVs, navegação e aplicações oceanográficas. Desde seu início, em 2008, o LVNT tem contribuído com o desenvolvimento de diversos trabalhos importantes para a classe de AUVs. De Barros *et al.* (2008) e Cardenas & De Barros (2020) realizaram estudos sobre a identificação de coeficientes hidrodinâmicos de AUVs; Freire (2013) abordou a arquitetura de controle baseada em engenharia de sistemas, Oliveira (2018) estudou o desenvolvimento de AUVs para realização de missões oceanográficas; e Diana (2018), Vivanco (2014) e Zanoni (2012) trataram do problema da navegação dos veículos autônomos. O AUV Pirajuba é equipado com uma IMU (*Inertial Measurement Unit*), DVL (*Doppler Velocity Log*), receptor GPS (*Global Positioning*

System), PS (*Pressure sensor*), magnetômetro e AHRS (*Attitude and Heading Reference System*) (DIANA, 2018).

Figura 1.1 – AUV Pirajuba.



Fonte: (OLIVEIRA, 2018).

Para desempenhar suas tarefas, o AUV deve dispor de um sistema de navegação que permita associar as informações colhidas com a sua localização. Porém, diferentes fatores podem afetar a navegação e ocasionar a degradação da estimativa de localização do veículo. Por exemplo, PAULL *et al.*, (2014) cita a natureza instável do ambiente aquático e a atenuação dos sinais de alta frequência de sensores que são transmitidos em meio aquático, como os sinais acústicos e os sinais de ondas de rádio. Para o DVL, as altas frequências de aquisição tendem a aumentar a resolução da informação, mas isso ocasiona maior atenuação do sinal. Em contrapartida o receptor GPS, que utiliza ondas de rádio tem seu sinal atenuado quando o veículo está submerso.

Uma boa alternativa é utilizar um sistema de navegação inercial, que possibilita estimar a posição, velocidade e atitude do veículo através dos sinais de uma IMU. Dadas as velocidades usuais de cruzeiro de um AUV (valores típicos estão no intervalo de 1 a 5 m/s), e a consequente duração de suas missões, a propagação de erros dos sistemas inerciais implica em incertezas de localização proibitivas para que o AUV se fie, somente, neste tipo de tecnologia. O problema seria menor se houvesse a aplicação de sensores de alta qualidade, mas estes provocam não só desafios econômicos como também barreiras ocasionadas pela possibilidade de aplicação militar desses dispositivos.

Para contornar tais dificuldades, é comumente realizada a integração de informações dos sensores auxiliares, por meio de algoritmos de fusão sensorial. A utilização de múltiplos sensores permite aumentar a precisão das informações, fazendo com que sensores de diferentes

características supram suas deficiências entre si. Inúmeras técnicas de fusão podem ser empregadas, tais como as lógica *fuzzy*, abordagens bayesianas, média ponderada através de filtros complementares, e técnicas baseadas na teoria do KF (*Kalman Filter*).

Neste cenário, dentre as técnicas de fusão sensorial, o KF é um dos mais empregados (DUAN *et al.*, 2017; SHAO *et al.*, 2016). No entanto, uma das suas dificuldades está na necessidade de sintonia das suas matrizes de covariância do ruído de medição e de processo. Além disso, tais matrizes são mantidas fixas durante todo o processo de filtragem, o que pode não ser a melhor estratégia. Os AKF - *Adaptive Kalman Filter* (Filtro de Kalman Adaptativo) surgem como opções promissoras para contornar tais problemas, atualizando as estatísticas do filtro de acordo com a evolução do processo de filtragem. A principal vantagem é que o filtro se torna independente do conhecimento estatístico, podendo ser implementado em ambientes dinâmicos com características estocásticas, como o abordado neste trabalho.

1.1 TÉCNICAS DE NAVEGAÇÃO DE AUVS

Diferentes técnicas podem ser utilizadas na navegação de AUVs, dependendo do conjunto de sensores embarcados no veículo, tais como: inercial, acústica, geofísica e navegação integrada (MU *et al.*, 2021; PAULL *et al.*, 2014). O INS (*Inertial Navigation System*) é baseado em uma IMU constituída por uma tríade de acelerômetros e girômetros com eixos ortogonais entre si, que, em combinação com uma unidade de processamento, permitem determinar o estado completo do veículo: posição, velocidade e atitude (SHAO *et al.*, 2016).

O estado do veículo é obtido recursivamente através da integração das medidas dos acelerômetros e girômetros (TITTERTON; WESTON, 2004). De acordo com GROVES (2013), o INS é um método de navegação que não necessita de fontes externas de informações, ou seja, não emitem e nem recebem sinais externos. Isto torna esta navegação livre de possíveis interferências e é uma das principais vantagens desta técnica. Em contrapartida, as imperfeições nos sensores e os erros de deriva inviabilizam seu uso de um sistema de navegação puramente inercial.

Os sistemas acústicos são uma das alternativas utilizadas na navegação de AUVs, os sinais dos sensores utilizados nesse sistema possuem melhor propagação e atingem boas distâncias quando utilizados em frequências mais baixas. Em sua essência, sistemas acústicos são constituídos de transdutores e *transponders*. O transdutor se localiza em uma base e é responsável por enviar um sinal conhecido como pulso (*ping*) e o *transponder*, fixo ao veículo, esse sinal envia uma resposta. Com isto o transdutor realiza um cálculo de posição do *transponder* em relação à base (WATANABE; OCHI; SHIMURA, 2012). Este cálculo é feito

com base no tempo de resposta obtido do *transponder* e na velocidade do som. Dentre as principais tecnologias acústicas pode-se citar: sistemas LBL (*Long Baseline*), SBL (*Short Baseline*) e USBL (*Ultra Short Baseline*) (TONG *et al.*, 2019). Alguns métodos de navegação baseados em sinais acústicos são o SONAR (*Sound Navigation and Ranging*) e o alcance acústico. O método SONAR possui duas configurações básicas, que são: *Side-Scan* SONAR e o *Forward-Looking* SONAR (GONZÁLEZ-GARCÍA *et al.*, 2020). Já as variações do método de alcance acústico consistem na disposição em que o conjunto de hidrofones se encontram, podem ser LBL, SBL e USBL. A navegação acústica, portanto, limita-se em seu alcance e precisão dependendo da missão executada pelo AUV.

A GN (Navegação Geofísica) possui como principal fonte de informação os mapas geofísicos, que combinam medições de sensores com parâmetros geofísicos como batimetria, campo magnético e anomalia gravitacional contida num mapa. Deste modo, pode-se corrigir os erros de deriva de um INS, por exemplo, sem a necessidade de que o AUV torne à superfície (GONZÁLEZ-GARCÍA *et al.*, 2020). Para isso, o algoritmo de navegação é responsável por realizar estimativas de erros de navegação e enviá-los para a realizar a correção da posição, suprimindo a necessidade do uso de um GPS. Para uma adequada estimativa de erro, o algoritmo depende da resolução do mapa e da sensibilidade do parâmetro geofísico adotado. Dentre as principais desvantagens desta técnica está a necessidade de um mapa previamente disponível e o elevado custo computacional de implementação.

Diante das diversas fontes que podem afetar negativamente a localização, apenas uma única técnica de navegação pode não satisfazer aos requisitos de desempenhos necessários para certas aplicações. Desta maneira, um sistema de navegação integrado destaca-se como uma solução promissora por aliar informações de diferentes sensores através da fusão sensorial. Os sensores auxiliares ao INS comumente empregados são: profundímetro, DVL, marcadores acústicos, bússola e os receptores GPS que podem ser utilizados para obter informações de localização quando o veículo se encontra na superfície (DAVARI; GHOLAMI; SHABANI, 2017). De acordo com Groves (2013) existem duas principais estruturas de fusão sensorial, que são: fracamente acoplado e fortemente acoplado, definidos por LC (*Loosely Coupled*) e TC (*Tightly Coupled*), respectivamente. Na configuração LC os dados de posição e orientação do AUV são obtidos a partir dos sensores embarcados no veículo, e posteriormente mesclados por meio de um algoritmo de fusão sensorial ou “filtro”. Com o TC, têm-se que as medições brutas de cada sensor são inseridas diretamente num filtro para estimar o estado do veículo. A escolha deste filtro influencia, diretamente, no resultado de posição e orientação do veículo, sendo

comumente empregados o KF e suas variantes, como: EKF - *Extended Kalman Filter* (Filtro de Kalman Estendido), UKF - *Unscented Kalman Filter* (Filtro de Kalman *Unscented*) e AKF.

1.2 ESTADO DA ARTE DAS TÉCNICAS DE FUSÃO SENSORIAL APLICADAS À NAVEGAÇÃO DE AUVS

Trabalhos que investigam técnicas de fusão sensorial aplicadas à navegação de AUVs têm sido amplamente explorados, como, por exemplo, os trabalhos de MU et al. (2021), LIU et al. (2018), DAVARI; GHOLAMI; SHABANI (2017), YANG; YAN; LUO (2019) e KLEIN & LIPMAN (2020).

Sobre a técnica de fusão sensorial, MU et al. (2021) propõe um sistema de navegação integrado com base na fusão de dados de múltiplos sensores. O algoritmo proposto atua de duas formas: quando o AUV executa manobras na superfície é realizada a integração INS/GPS, onde um filtro adaptativo de tolerância a falhas suaviza a trajetória a partir do GPS e corrige as estimativas do INS; para manobras em que o veículo está submerso é realizada a integração entre INS/DVL/OS. Nesse caso, um Filtro de Kalman baseado em Variação Bayesiana (VB) é implementado a fim de estimar a covariância do erro de medição do DVL, corrigindo as estimativas geradas e estimando a localização do veículo embaixo d'água. Dentre os resultados obtidos, o algoritmo melhora a precisão e a robustez da navegação, com o desempenho melhor que o filtro convencional.

Em LIU et al. (2018) é proposto um sistema de navegação integrado com INS/DVL/PS baseado na abordagem fortemente acoplada. Neste método são usados os dados brutos do DVL, isto é, as informações dos feixes acústicos emitidos e refletidos pelo sensor, como comprimento de onda e frequência, sem convertê-los em velocidade. A importância desta abordagem se justifica devido o DVL não fornecer estimativas de velocidade, ou fornecê-las alto grau de degradação, quando o número mínimo de informações dos feixes (geralmente mais de dois feixes são necessários) não estão disponíveis para estimar as velocidades. Em geral, isto ocorre em função de efeitos do ambiente aquático ou manobras. LIU et al. (2018) propõe utilizar para a fusão INS/DVL os dados brutos do DVL sem transformá-los em velocidades tridimensionais e com isto utilizar o PS para realizar atualizações na profundidade. Segundo os autores, a maioria das pesquisas que contemplam a fusão INS/DVL estão voltadas para a abordagem fracamente acoplada que faz uso das velocidades geradas pelo DVL, enquanto as TC são menos frequentes. Para validar a proposta, foram realizados testes de simulação com três trajetórias principais: linha reta, corte de relva e trajetória do mergulho rotativo. Os resultados mostraram

que o método proposto mantém a alta precisão das estimativas com medições limitadas do feixe DVL na maioria dos tipos de tarefas do AUV.

O trabalho de YANG; YAN; LUO (2019) possui informações relevantes sobre o problema na localização de AUVs, tipos de navegação subaquáticas e métodos de navegação integrada, expondo os prós e contras das técnicas. Os autores propõem um filtro adaptativo baseado em compensação de ganho para o método de posicionamento de navegação integrada INS/DVL. A filtragem indireta é definida e o modelo de erros da navegação integrada, que nesta aplicação consiste em INS e DVL, é utilizado para modelar os parâmetros de navegação do sistema. Com base nestes parâmetros, é utilizado um método de filtragem adaptativa para a obtenção das informações de erro de parâmetros da navegação.

Dentre as abordagens de filtragem de Kalman adaptativa aplicados à navegação de AUVs DAVARI; GHOLAMI; SHABANI (2017) desenvolveram um Filtro de Kalman Adaptativo de Estado de Erro com base na aproximação Bayesiana Variacional (VB - AESKF). Para isto, utilizou um sistema de navegação integrado composto por um INS auxiliado por DVL, PS e bússola, onde cada sensor trabalha com taxas de amostragem diferentes. Devido a isso, pode ser denominado como filtro adaptativo multi-sensor com multi-taxas de integração de dados. Os testes experimentais foram realizados no mar, e se tratando de navegação integrada com sensores multi-taxas, cada sensor teve as seguintes especificações de taxa de amostragem e precisão: DVL com 3Hz e 1 cm/s, PS com 10Hz e 0,1m, bússola com 12Hz. Os resultados de estimativa de posição, velocidade e atitude obtidos foram satisfatórios e mostraram ser mais precisos quando comparados às referências adotadas.

No trabalho de KLEIN & LIPMAN (2020) é tratado o mesmo problema abordado por Liu et al. (2018), isto é, a interrupção parcial ou completa das medidas de velocidade do DVL. No entanto, sua proposta consiste no uso do histórico de medições de velocidade obtidas enquanto o DVL está em funcionamento. A solução passa pelo uso de um modelo dinâmico atrelado a um conjunto de medições *a priori*. Os resultados de simulações e experimentos no mar mostraram benefícios nesta abordagem, funcionando adequadamente mesmo quando o AUV aplica acelerações ou sofre perturbações.

1.3 OBJETIVOS DESTE TRABALHO

Esta pesquisa tem como objetivo geral contribuir para a melhoria da estimativa da localização de um AUV operando em águas rasas por períodos tipicamente utilizados em missões costeiras (aproximadamente 4 horas), utilizando técnicas de fusão sensorial adaptativas baseadas em filtros de Kalman. Considera-se a necessidade de compensação em tempo real

mediante aos erros dos sensores de uma IMU do tipo *strapdown* de médio e baixo custo, dificuldade imposta pelo ambiente marinho no uso de receptores GPS ou de qualquer outra forma de navegação por rádio frequência, além das limitações no uso do DVL como auxílio, conforme discutido na seção anterior.

Para tanto, são definidos como objetivos específicos:

- Investigar técnicas de fusão sensorial baseadas em filtro de Kalman adaptativo e compará-las com o Filtro de Kalman convencional para a estimativa embarcada da localização do AUV;
- Implementar os algoritmos de filtragem adaptativa;
- Testar os algoritmos em sistemas baseados nos sensores utilizados na navegação do AUV Pirajuba;
- Analisar, comparativamente, o desempenho do sistema de navegação de um AUV com os algoritmos estudados em relação à estimativa de localização do veículo.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

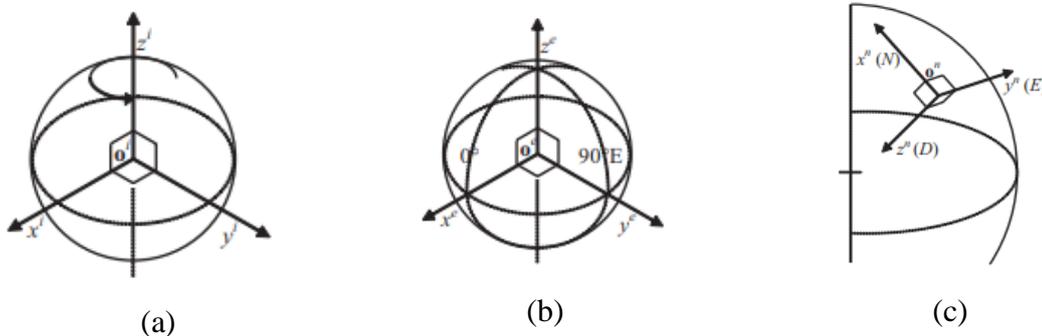
O tópico introdutório discute o problema da localização e os tipos de técnicas de navegação de AUVs, seguidos de uma revisão sobre o estado da arte de técnicas de fusão sensorial aplicados à navegação do AUV. Os demais capítulos deste trabalho são organizados conforme a sequência a seguir: no Capítulo 2, são apresentadas as equações de navegação e a modelagem dos erros de atitude, velocidade e posição; o Capítulo 3 é dedicado à modelagem estocástica dos ruídos e derivas dos sensores, assim como a introdução ao Filtro de Kalman, modelagem de equações de estado e a inicialização das matrizes; no Capítulo 4 investiga-se técnicas de filtragem adaptativas, abordando os principais métodos, suas equações e algoritmos de implementação; o Capítulo 5 contém os resultados preliminares de testes e experimentos numéricos, e a proposta de um cronograma até a sua conclusão.

2. ANÁLISE DA NAVEGAÇÃO DE UM AUV

A determinação da localização do veículo através do sistema de navegação inercial gera estimativas enviesadas, causado pela degradação dos dados no tempo, tornando inviável apenas a utilização do INS. Neste cenário, a navegação subaquática tem despertado grande interesse nos últimos anos e muitos métodos estão sendo investigados. De acordo com LIU et al. (2018), dos muitos métodos propostos a navegação INS/DVL/PS é a tecnologia mais promissora.

Os sensores embarcados no AUV fornecem medidas nos seus próprios eixos de referência, havendo a necessidade de relacionar estes dados com sistemas de coordenadas utilizados na navegação (DIANA, 2018). Dentre os principais referenciais pode-se citar: *Earth-Centered Inertial* (ECI) que tem sua origem no centro da Terra e eixos fixos em relação Universo, *Earth-Centered Earth-Fixed* (ECEF) com a mesma origem do ECI e seus eixos fixos em relação à Terra, e o referencial de navegação local que possui origem no centro de massa do veículo e suas coordenadas são alinhadas com as direções NED (*North, East, Down*) (GROVES, 2013).

Figura 2.1 – (a) ECI (b) ECEF; (c) NED.



Fonte: Extraído de GROVES (2013).

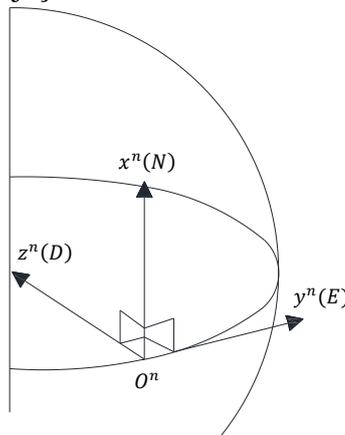
O desenvolvimento de um sistema de navegação requer pleno conhecimento das equações que descrevem o movimento do veículo, tanto de rotação como translação. A partir das equações de navegação pode-se derivar um modelo de propagação de erros, que representa o impacto das incertezas dos sensores no cálculo da posição e orientação, e que servirá à construção de um estimador de trajetória do veículo (Seção 3).

Esta seção trata da descrição das equações de movimento do veículo no item 2.1, bem como da construção das equações de propagação de erros no item 2.2.

2.1 EQUAÇÕES DE NAVEGAÇÃO

As equações descritas neste item são referenciadas no sistema de coordenadas local NED denotado por n (navegação). A Figura 2.2 mostra a origem do sistema O^n e os eixos que o compõe. Na convenção utilizada por GROVES (2013) o eixo z^n (*Down*) é definido como a normal (N) apontando para a vertical local e assume-se que o vetor de gravidade local é coincidente com este eixo, o eixo x^n (*North*) aponta para o norte geográfico e y^n (*East*) para o leste.

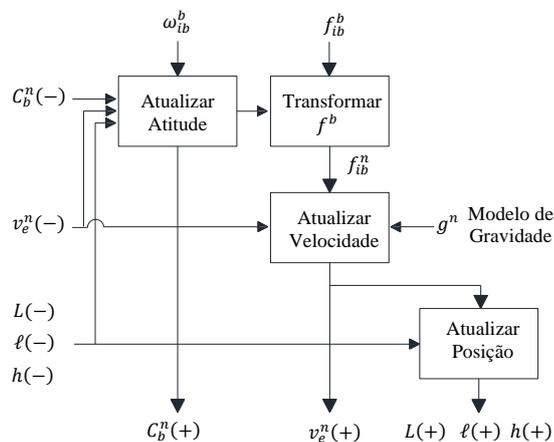
Figura 2.2 – Origem e projeção dos eixos do sistema de navegação local.



Fonte: Adaptado de GROVES (2013).

A estrutura em blocos da implementação da navegação é apresentada por GROVES (2013), conforme a Figura 2.3, com o intuito de mostrar como são atualizadas as etapas de cálculo da atitude, velocidade e posição tendo como entrada as medições de velocidade angular e força específica. O desenvolvimento para a obtenção das equações de navegação deste item estão de acordo com TITTERTON & WESTON (2004) e GROVES (2013).

Figura 2.3 – Diagrama das equações de navegação no referencial de navegação.



Fonte: Adaptado de GROVES (2013).

Para realizar o cálculo de atualização, são necessárias as informações de posição, velocidade de translação e taxa de variação da atitude para atualizar C_b^n que representa a matriz de rotação do referencial do corpo (b) para o referencial de navegação (n). Nas equações de navegação, há três principais abordagens para a representação da atitude de um veículo, sendo elas: cossenos diretores, ângulos de *Euler* e quatérnions (TITTERTON; WESTON, 2004). Para o desenvolvimento deste trabalho, considerou-se a representação por quatérnions, que são números hipercomplexos cujas componentes reais (“ a ”) e imaginárias (“ b ”, “ c ” e “ d ”) podem ser colocadas na forma vetorial, $\mathbf{q} = [a, b, c, d]$, descrevendo as informações de orientação do veículo.

Dentre as vantagens desta implementação, está a diminuição de instabilidades numéricas, utilização de funções lineares, diminuição da carga computacional, entre outros. A dinâmica de \mathbf{q} é dada por:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} [\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times] \mathbf{q} \quad (2.1)$$

onde $[\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times]$ corresponde à forma antissimétrica do vetor de variação angular medido no referencial do corpo, em relação ao referencial de navegação expresso no referencial do corpo, dado pela expressão:

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - C_b^n [\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n] \quad (2.2)$$

O termo $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ refere-se às medidas dos girômetros no referencial do corpo (b). A componente $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ corresponde à velocidade de rotação da Terra e $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ a taxa de transporte, que representa a taxa de variação de orientação do referencial de navegação, em relação à terra, conforme o veículo se movimenta. A Eq. (2.1) pode ser escrita na forma matricial conforme apresentado na Eq. (2.3).

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbx}^b & -\omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b \\ \omega_{nbx}^b & 0 & -\omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b \\ \omega_{nby}^b & \omega_{nbz}^b & 0 & -\omega_{nbx}^b \\ \omega_{nbz}^b & -\omega_{nby}^b & \omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A solução da Eq. (2.3) pode ser obtida pelo método de Runge Kutta de 4ª Ordem. Com a solução da equação obtém-se as componentes do quatérnion atualizado podendo então gerar a matriz de transformação C_b^n (ROGERS, 2007; TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{pmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

De acordo com o diagrama da Figura 2.3, a atualização da velocidade é dada pelo cálculo da equação que descreve a variação da velocidade no tempo. A navegação inercial faz uso dos girômetros e acelerômetros para a determinação da atitude e velocidade de translação do veículo. Para o cálculo da velocidade de translação, as informações dos acelerômetros são obtidas no referencial do corpo \mathbf{f}_{ib}^b , e transformadas para o referencial de navegação \mathbf{f}_{ib}^n , conforme equação a seguir.

$$\mathbf{f}_{ib}^n(t) = \mathbf{C}_b^n(t)\mathbf{f}_{ib}^b(t) \quad (2.5)$$

$$\mathbf{f}_{ib}^n = [f_N \ f_E \ f_D]^T \quad (2.6)$$

A variação da velocidade no tempo é dada pela Eq. (2.7), onde \mathbf{v}_{eb}^n representa as componentes da velocidade no referencial de navegação em relação à Terra, Eq. (2.8) (ROGERS, 2007; TITTERTON; WESTON, 2004).

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{f}_{ib}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{g}^n \quad (2.7)$$

$$\mathbf{v}_{eb}^n = [v_N \ v_E \ v_D]^T \quad (2.8)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^n = [\Omega \cos L \quad 0 \quad -\Omega \sin L]^T \quad (2.9)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{en}^n = \left[\frac{v_E}{(R_E + h)} \quad -\frac{v_N}{(R_N + h)} \quad -\frac{v_E \tan L}{(R_N + h)} \right]^T \quad (2.10)$$

A componente Ω é a magnitude da velocidade de rotação da Terra. R_N é o raio de curvatura do meridiano e R_E é o raio de curvatura transversal dados pelas Eqs (2.11) e (2.12).

$$R_N = \frac{R(1 - e^2)}{(1 - e^2 \cos^2 L)^{3/2}} \quad (2.11)$$

$$R_E = \frac{R}{(1 - e^2 \sin^2 L)^{1/2}} \quad (2.12)$$

onde R é o comprimento do semi-eixo maior e e representa a excentricidade do elipsóide que modela a Terra.

Neste trabalho o vetor de gravidade local \mathbf{g}^n é orientada segundo a direção “Down” do referencial de navegação. Com base em TITTERTON & WESTON (2004), as seguintes expressões correspondem à variação da magnitude do vetor de gravidade considerando a

latitude no nível do mar e a taxa de variação com altitude acima do elipsóide. Desta maneira, assume-se que a variação da gravidade com a altitude é dada pela Eq. (2.13).

$$\mathbf{g}^n = [0 \quad 0 \quad g] \quad (2.13)$$

$$g = \frac{9,780319[1 + 5,3024 \times 10^{-3}L - 5,9 \times 10^{-6}2L]}{(1 + h/R_0)^2} \quad (2.14)$$

$$R_0 = \sqrt{R_E R_N} \quad (2.15)$$

onde R_0 é o raio médio de curvatura, h corresponde a altitude e L a latitude.

As equações de velocidade podem ser expressas na forma das componentes de navegação, de acordo com as seguintes equações (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{v}_N = f_N - v_E(2\Omega + \dot{\ell}) \sin L + v_D \dot{L} = f_N - 2\Omega v_E \sin L + \frac{v_N v_D - v_E^2 \tan L}{R_0 + h} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_E &= f_E + v_N(2\Omega + \dot{\ell}) \sin L + \dot{v}_D(2\Omega + \dot{\ell}) \cos L \\ &= f_E + 2\Omega(v_N \sin L + v_D \cos L) + \frac{v_E}{R_0 + h}(v_D + v_N \tan L) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\dot{v}_D = f_D - v_E(2\Omega + \dot{\ell}) \cos L - v_N \dot{L} + g = f_D - 2\Omega v_E \cos L - \frac{v_E^2 + v_N^2}{R_0 + h} + g \quad (2.18)$$

A posição do veículo pode ser expressa em coordenadas curvilíneas de acordo com as Eqs. (2.19), (2.20) e (2.21) que correspondem a latitude, longitude e altitude acima do elipsóide da Terra, respectivamente.

$$\dot{L} = \frac{v_N}{R_N + h} \quad (2.19)$$

$$\dot{\ell} = \frac{v_E \sec^2 L}{R_E + h} \quad (2.20)$$

$$\dot{h} = -v_D \quad (2.21)$$

2.2 EQUAÇÕES DE PROPAGAÇÃO DE ERROS

O sistema de navegação inercial gera estimativas degradadas no tempo, devido ao acúmulo de erros provenientes dos sensores inerciais. O modelo de propagação de erros se torna bastante útil para a implementação de abordagens que possam atenuar esses erros. Dentre elas, tem-se a fusão sensorial, que, por meio da integração de outros sensores, podem promover melhorias nas estimativas de posição e atitude.

Nesta seção, as equações de navegação são linearizadas para definição de um modelo de propagação de erros dos estados. A abordagem usada é a representação de perturbação linear

para os erros de posição, velocidade de translação e atitude. As equações explanadas neste tópico têm como base o desenvolvimento apresentado em ROGERS (2007) e TITTERTON & WESTON (2004).

2.2.1 Equações de erro de atitude

A orientação do veículo em relação ao referencial de navegação pode ser expressa em termos da matriz de rotação \mathbf{C}_b^n . A matriz de rotação gerada a partir das estimativas da atitude, denotada por $\underline{\mathbf{C}}_b^n$ pode ser expressa por:

$$\underline{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{B}\mathbf{C}_b^n \quad (2.22)$$

onde \mathbf{B} representa a transformação dos eixos de referência verdadeiros para os estimados, considerando o desalinhamento. Para pequenos ângulos de desalinhamento a matriz \mathbf{B} pode ser aproximada por (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{B} = [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \quad (2.23)$$

A componente \mathbf{I} é uma matriz identidade com dimensões 3x3 e $(\boldsymbol{\phi} \times)$ consiste em uma matriz antissimétrica com os erros dos ângulos de atitude, dada por:

$$(\boldsymbol{\phi} \times) = \begin{pmatrix} 0 & -\delta\phi_D & \delta\phi_E \\ \delta\phi_D & 0 & -\delta\phi_N \\ -\delta\phi_E & \delta\phi_N & 0 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Na Eq. (2.24) os termos $\delta\phi_N$ e $\delta\phi_E$ indicam os erros de orientação ou nivelção e $\delta\phi_D$ representa o erro de rumo, tais termos correspondem aos erros de desalinhamento entre os ângulos de atitude estimados e os verdadeiros (TITTERTON; WESTON, 2004). A Eq. (2.22) pode ser reescrita na forma:

$$\underline{\mathbf{C}}_b^n = [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)]\mathbf{C}_b^n \quad (2.25)$$

$$(\boldsymbol{\phi} \times) = \mathbf{I} - \underline{\mathbf{C}}_b^n(\mathbf{C}_b^n)^T \quad (2.26)$$

Diferenciando a Eq. (2.26) tem-se:

$$(\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) = -\underline{\dot{\mathbf{C}}}_b^n(\mathbf{C}_b^n)^T - \underline{\mathbf{C}}_b^n(\dot{\mathbf{C}}_b^n)^T \quad (2.27)$$

Os termos $\underline{\dot{\mathbf{C}}}_b^n$ e $\dot{\mathbf{C}}_b^n$ podem ser reescritos como (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{in}^n\mathbf{C}_b^n \quad (2.28)$$

$$\underline{\dot{\mathbf{C}}}_b^n = \underline{\mathbf{C}}_b^n \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ib}^b - \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{in}^n \underline{\mathbf{C}}_b^n \quad (2.29)$$

onde as componentes $\boldsymbol{\Omega}_{in}^n$ e $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$ correspondem as velocidades angulares no referencial de navegação (n) em relação ao inercial (i) e velocidades angulares no referencial do corpo (b), respectivamente. Substituindo as equações (2.28) e (2.29) em (2.27) tem-se:

$$\begin{aligned} (\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) &= -[\underline{\mathbf{C}}_b^n \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ib}^b - \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{in}^n \underline{\mathbf{C}}_b^n] (\mathbf{C}_b^n)^T - \underline{\mathbf{C}}_b^n (\mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{in}^n \mathbf{C}_b^n)^T \\ (\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) &= -\underline{\mathbf{C}}_b^n \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T + \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{in}^n \underline{\mathbf{C}}_b^n (\mathbf{C}_b^n)^T + \underline{\mathbf{C}}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T - \underline{\mathbf{C}}_b^n (\mathbf{C}_b^n)^T \boldsymbol{\Omega}_{in}^n \\ (\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) &= -[\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T + \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{in}^n [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n (\mathbf{C}_b^n)^T \\ &\quad + [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T - [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n (\mathbf{C}_b^n)^T \boldsymbol{\Omega}_{in}^n \\ (\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) &= -[\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T + \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{in}^n [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] + [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T \\ &\quad - [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \boldsymbol{\Omega}_{in}^n \end{aligned} \quad (2.30)$$

Os termos da Eq. (2.30) são agrupados e reorganizados, tem-se:

$$(\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) = -[\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n \underbrace{[\underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b]}_{\delta \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b} (\mathbf{C}_b^n)^T + \underbrace{[\underline{\boldsymbol{\Omega}}_{in}^n - \boldsymbol{\Omega}_{in}^n]}_{\delta \boldsymbol{\Omega}_{in}^n} - \boldsymbol{\Omega}_{in}^n (\boldsymbol{\phi} \times) + (\boldsymbol{\phi} \times) \boldsymbol{\Omega}_{in}^n \quad (2.31)$$

As parcelas de erros $\delta \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$ e $\delta \boldsymbol{\Omega}_{in}^n$ são inseridas na Eq. (2.31) desprezando os termos que correspondem ao produto entre dois erros (considerados demasiadamente pequenos) a equação torna-se reduzida de acordo com o mostrado a seguir.

$$(\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) = -\mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T + \delta \boldsymbol{\Omega}_{in}^n - \boldsymbol{\Omega}_{in}^n (\boldsymbol{\phi} \times) + (\boldsymbol{\phi} \times) \boldsymbol{\Omega}_{in}^n \quad (2.32)$$

A partir da propriedade do produto vetorial, que relaciona o produto vetorial com o produto das respectivas formas antissimétricas, obtém-se a Eq. (2.33).

$$\begin{aligned} (\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) &= -\mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b (\mathbf{C}_b^n)^T + \delta \boldsymbol{\Omega}_{in}^n - \frac{\boldsymbol{\Omega}_{in}^n (\boldsymbol{\phi} \times) + (\boldsymbol{\phi} \times) \boldsymbol{\Omega}_{in}^n}{a \times b = (a \times)(b \times) - (b \times)(a \times)} \\ (\dot{\boldsymbol{\phi}} \times) &= -\mathbf{C}_b^n (\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) + (\delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) - \boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\phi} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Onde:

$$(\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) = \boldsymbol{\Omega}_{in}^n; (\delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) = \delta \boldsymbol{\Omega}_{in}^n; (\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) = \delta \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$$

O modelo da Eq. (2.33) pode ser representado na forma vetorial (ROGERS, 2007):

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\phi} + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n - \mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \quad (2.34)$$

O termo $\delta\omega_{ib}^b$ corresponde aos erros dos girômetros. A velocidade angular (ω_{in}^n) é dada pela soma entre a velocidade de rotação da Terra no referencial de navegação (ω_{ie}^n) e a taxa de transporte (ω_{en}^n), os quais podem ser obtidos pelas Eqs. (2.9) e (2.10).

$$\omega_{in}^n = \omega_{ie}^n + \omega_{en}^n \quad (2.35)$$

A componente $\delta\omega_{in}^n$ é dada por:

$$\delta\omega_{in}^n = \delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n \quad (2.36)$$

No entanto, os termos referentes aos erros $\delta\omega_{ie}^n$ e $\delta\omega_{en}^n$ são obtidos através método de perturbação linear, onde $J(\cdot)$ é a matriz Jacobiana que expressa a variação dessas velocidades angulares como função das demais variáveis cinemáticas que comparecem nas expressões (2.9) e (2.10). Com base em tal método, sendo $\delta\mathbf{r}_{eb}^n$ e $\delta\mathbf{v}_{eb}^n$ os erros de posição e velocidade, respectivamente, tem-se:

$$\delta\omega_{ie}^n = \mathbf{J}_{\omega_{ie}^n}(L, \ell, h)\delta\mathbf{r}_{eb}^n = \begin{bmatrix} -\Omega \sin L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\Omega \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta \ell \\ \delta h \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\delta\omega_{en}^n = \mathbf{J}_{\omega_{en}^n}(v_N, v_E, v_D)\delta\mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{J}_{\omega_{en}^n}(L, \ell, h)\delta\mathbf{r}_{eb}^n \quad (2.38)$$

onde,

$$\omega_{en}^n = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_E+h} & 0 \\ -\frac{1}{R_N+h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan L}{R_E+h} & 0 \end{bmatrix} \delta\mathbf{v}_{eb}^n + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-v_E}{(R_E+h)^2} \\ 0 & 0 & \frac{v_N}{(R_N+h)^2} \\ \frac{-v_E \sec^2 L}{R_E+h} & 0 & \frac{v_E \tan L}{(R_E+h)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta \ell \\ \delta h \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Substituindo (2.38) e (2.39) em (2.35) tem-se:

$$\delta\omega_{in}^n = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_E+h} & 0 \\ -\frac{1}{R_N+h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan L}{R_E+h} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_1} \delta\mathbf{v}_{eb}^n + \underbrace{\begin{bmatrix} -\Omega \sin L & 0 \\ 0 & 0 \\ -\Omega \cos L & -\frac{v_E \sec^2 L}{R_E+h} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_2} \delta L + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-v_E}{(R_E+h)^2} \\ \frac{v_N}{(R_N+h)^2} \\ \frac{v_E \tan L}{(R_E+h)^2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_3} \delta h \quad (2.40)$$

$$\delta\omega_{in}^n = \mathbf{A}_1 \delta\mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h \quad (2.41)$$

Aplicando (2.41) em (2.34) tem-se a equação que modela os erros de atitude propagados no tempo, (2.42).

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\phi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \quad (2.42)$$

2.2.2 Equações de erro de velocidade

A equação que descreve a velocidade do veículo no tempo é dada pela Eq. (2.7) (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{f}_{ib}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{g}^n \quad (2.43)$$

Com base na Eq. (2.7), a velocidade estimada é dada por:

$$\underline{\mathbf{v}}_{eb}^n = \underline{\mathbf{f}}_{ib}^n - (2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n + \underline{\mathbf{g}}^n \quad (2.44)$$

A velocidade estimada $\underline{\mathbf{v}}_{eb}^n$ tem, em sua composição, a presença de vários erros provenientes de fontes distintas, como a inicialização, erros dos sensores inerciais, entre outros (ROGERS, 2007). Diante disso, pode-se definir a velocidade estimada como a soma da parcela verdadeira com um termo que representa a perturbação linear $\delta \mathbf{v}_{eb}^n$ mostrada na equação a seguir.

$$\delta \mathbf{v}_{eb}^n = \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n - \mathbf{v}_{eb}^n \quad (2.45)$$

A Eq. (2.45) é expandida, a partir de (2.43) e (2.44), obtendo-se:

$$\delta \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \underline{\mathbf{f}}_{ib}^n - \mathbf{f}_{ib}^n - [(2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n] + \underline{\mathbf{g}}^n - \mathbf{g}^n \quad (2.46)$$

Em síntese, a propagação do erro de aceleração apresentado em (2.46) é formada pelas perturbações na medida do acelerômetro (expressa no referencial de navegação), na projeção local da velocidade de rotação da Terra, na taxa de transporte e na gravidade local (ROGERS, 2007). Desenvolvendo-se a perturbação das medidas dos acelerômetros expressa no referencial de navegação, tem-se:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{C}}_b^n \underline{\mathbf{f}}_{ib}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b &= [\mathbf{I} - (\boldsymbol{\phi} \times)] \mathbf{C}_b^n \underline{\mathbf{f}}_{ib}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b \\ &= \mathbf{C}_b^n \underline{\mathbf{f}}_{ib}^b - (\boldsymbol{\phi} \times) \mathbf{C}_b^n \underline{\mathbf{f}}_{ib}^b - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b \\ &= \mathbf{C}_b^n (\underline{\mathbf{f}}_{ib}^b - \mathbf{f}_{ib}^b) - (\boldsymbol{\phi} \times) \mathbf{C}_b^n (\mathbf{f}_{ib}^b + \delta \mathbf{f}_{ib}^b) \\ &= \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b - (\boldsymbol{\phi} \times) \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b - (\boldsymbol{\phi} \times) \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b \end{aligned} \quad (2.47)$$

Na obtenção de (2.47) foram desprezados os termos de segunda ordem. Logo, a mesma pode ser expressa de modo mais sucinto por:

$$\begin{aligned}\underline{C}_b^n \underline{f}_{ib}^b - C_b^n f_{ib}^b &= C_b^n \delta f_{ib}^b - (\boldsymbol{\phi} \times) \mathbf{f}_{ib}^n \\ \underline{C}_b^n \underline{f}_{ib}^b - C_b^n f_{ib}^b &= C_b^n \delta f_{ib}^b + \mathbf{f}_{ib}^n \times \boldsymbol{\phi}\end{aligned}\quad (2.48)$$

As componentes corrompidas pela rotação da Terra e taxa de transporte, por sua vez, podem ser desenvolvidas pela abordagem de perturbação linear (GROVES, 2013).

$$(2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n = \alpha \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \beta \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n + \rho \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n \quad (2.49)$$

$$\alpha = \frac{\partial [(2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n]}{\partial \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n} = 2(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times) \quad (2.50)$$

$$\beta = \frac{\partial [(2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n]}{\partial \boldsymbol{\omega}_{en}^n} = -(\mathbf{v}_{eb}^n \times) \quad (2.51)$$

$$\rho = \frac{\partial [(2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n]}{\partial \boldsymbol{\omega}_{ie}^n} = -2(\mathbf{v}_{eb}^n \times) \quad (2.52)$$

Os coeficientes α , β e ρ são substituídos na Eq. (2.49), tem-se:

$$\begin{aligned}(2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n \\ = [2(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times)] \delta \mathbf{v}_{eb}^n - (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n - 2(\mathbf{v}_{eb}^n \times) \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n\end{aligned}\quad (2.53)$$

A Eq. (2.53) é reorganizada e aplicando a propriedade do produto vetorial, tem-se:

$$\begin{aligned}(2\underline{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^n + \underline{\boldsymbol{\omega}}_{en}^n) \times \underline{\mathbf{v}}_{eb}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n \\ = (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n \times \mathbf{v}_{eb}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times 2\mathbf{v}_{eb}^n \\ = (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \delta \mathbf{v}_{eb}^n + (\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n + 2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n) \mathbf{v}_{eb}^n\end{aligned}\quad (2.54)$$

Substituindo (2.48) e (2.54) em (2.46) obtém-se:

$$\begin{aligned}\delta \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = C_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + \mathbf{f}_{ib}^n \times \boldsymbol{\phi} - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \delta \mathbf{v}_{eb}^n - (\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n + 2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n) \mathbf{v}_{eb}^n + \underline{\mathbf{g}}^n \\ - \mathbf{g}^n\end{aligned}\quad (2.55)$$

O erro da gravidade local pode ser expresso em função de δh (GROVES, 2013):

$$\delta g^n = \underline{g}^n - g^n \quad (2.56)$$

$$\delta g^n = -\frac{2g}{(R_0 + h)} \delta h \quad (2.57)$$

Portanto, a expressão final que define a propagação de erros da velocidade é dada por (ROGERS, 2003):

$$\delta \mathbf{v}_{eb}^n = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + \mathbf{f}_{ib}^n \times \boldsymbol{\phi} - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \delta \mathbf{v}_{eb}^n - (\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n + 2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n) \mathbf{v}_{eb}^n - \frac{2g}{(R_0 + h)} \delta h \quad (2.58)$$

A fim de definir os elementos das matrizes que compõem a expressão final, pode-se reescrever (2.58) como:

$$\delta \mathbf{v}_{eb}^n = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + (\mathbf{f}_{ib}^n \times) \boldsymbol{\phi} - [2(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times)] \delta \mathbf{v}_{eb}^n - (\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n + 2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n - \frac{2g}{(R_0 + h)} \delta h \quad (2.59)$$

Da Equação (2.59) os termos $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$, $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$, $\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n$ e $\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ são substituídos e tratados separadamente. Deste modo, é calculado primeiramente a expressão $[2(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times)] \delta \mathbf{v}_{eb}^n$, utilizando as expressões (2.9) e (2.10):

$$\begin{aligned} & [2(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times)] \delta \mathbf{v}_{eb}^n = \\ & \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 2\Omega \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_E + h} & \frac{-v_N}{R_N + h} \\ -2\Omega \sin L - \frac{v_E \tan L}{R_E + h} & 0 & \frac{-v_E}{R_E + h} \\ \frac{v_N}{R_N + h} & 2\Omega \cos L + \frac{v_E}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_4} \delta \mathbf{v}_{eb}^n \\ & \therefore [2(\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times)] \delta \mathbf{v}_{eb}^n = \mathbf{A}_4 \delta \mathbf{v}_{eb}^n \end{aligned} \quad (2.60)$$

A parcela que corresponde à expressão $(\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n + 2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n)$ é obtida a partir das Eqs. 2.36, (2.39) e (2.40):

$$(\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n + 2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n) \times \mathbf{v}_{eb}^n = (\mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{A}_5 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h) \times \mathbf{v}_{eb}^n \quad (2.61)$$

Com \mathbf{A}_5 dado por:

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} -2\Omega \sin L \\ 0 \\ -2\Omega \cos L - \frac{v_E \sec^2 L}{R_E + h} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Aplicando (2.60) e (2.61) em (2.59), tem-se:

$$\delta \mathbf{v}_{eb}^n = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + (\mathbf{f}_{ib}^n \times) \boldsymbol{\phi} - \mathbf{A}_4 \delta \mathbf{v}_{eb}^n - (\mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{A}_5 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h) \times \mathbf{v}_{eb}^n - \frac{2g}{(R_0 + h)} \delta h \quad (2.63)$$

As propriedades do produto vetorial são utilizadas para obter a expressão da propagação do erro de velocidade a seguir:

$$\begin{aligned}
\delta \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n &= \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + (\mathbf{f}_{ib}^n \times) \boldsymbol{\phi} - \mathbf{A}_4 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_5 \delta L + \\
&\quad (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_3 \delta h - \frac{2g}{(R_0+h)} \delta h \\
\delta \mathbf{v}_{eb}^n &= \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + (\mathbf{f}_{ib}^n \times) \boldsymbol{\phi} + [(\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4] \delta \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_5 \delta L + \\
&\quad (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_3 \delta h - \frac{2g}{(R_0+h)} \delta h
\end{aligned} \tag{2.64}$$

2.2.3 Equações de erro da posição

A posição curvilínea é expressa pelas seguintes equações (TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\dot{L} = \frac{v_N}{R_N + h} \tag{2.65}$$

$$\dot{\ell} = \frac{v_E \sec L}{R_E + h} \tag{2.66}$$

$$\dot{h} = -v_D \tag{2.67}$$

Portanto, os erros de latitude, longitude e altitude são obtidos pelas seguintes equações. Para a latitude (δL):

$$\begin{aligned}
\delta \dot{L} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{L}}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial v_D} \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{L}}{\partial L} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial \ell} & \frac{\partial \dot{L}}{\partial h} \end{bmatrix} \delta \mathbf{r}_{eb}^n \\
&= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ R_N + h & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_6} \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \underbrace{\left(\frac{-v_N}{(R_N + h)^2} \right)}_{a_7} \delta h
\end{aligned} \tag{2.68}$$

$$\delta \dot{L} = \mathbf{A}_6 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + a_7 \delta h \tag{2.69}$$

Para a longitude ($\delta \ell$):

$$\begin{aligned}
\delta \dot{\ell} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\ell}}{\partial v_N} & \frac{\partial \dot{\ell}}{\partial v_E} & \frac{\partial \dot{\ell}}{\partial v_D} \end{bmatrix} \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\ell}}{\partial L} & \frac{\partial \dot{\ell}}{\partial \ell} & \frac{\partial \dot{\ell}}{\partial h} \end{bmatrix} \delta \mathbf{r}_{eb}^n \\
&= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{\sec \sec L}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_8} \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \underbrace{\left(\frac{\sec L \tan L v_E}{R_E + h} \right)}_{a_9} \delta L + \underbrace{\left(\frac{-v_E \sec L}{(R_E + h)^2} \right)}_{a_{10}} \delta h
\end{aligned} \tag{2.70}$$

$$\delta \dot{\ell} = \mathbf{A}_8 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + a_9 \delta L + a_{10} \delta h \tag{2.71}$$

Finalmente, a propagação do erro na altitude é expressa por:

$$\dot{h} = \left[\frac{\partial \dot{h}}{\partial v_N} \quad \frac{\partial \dot{h}}{\partial v_E} \quad \frac{\partial \dot{h}}{\partial v_D} \right] \delta \mathbf{v}_{eb}^n = \underbrace{[0 \quad 0 \quad -1]}_{\mathbf{A}_{11}} \delta \mathbf{v}_{eb}^n \quad (2.72)$$

$$\delta \dot{h} = \mathbf{A}_{11} \delta \mathbf{v}_{eb}^n \quad (2.73)$$

Com todas as componentes devidamente obtidas, tem-se o modelo de propagação de erros para a velocidade, posição e atitude.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\phi}} = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\phi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \\ \delta \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + (\mathbf{f}_{ib}^n \times) \boldsymbol{\phi} + [(\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4] \delta \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_5 \delta L \dots \\ \dots + (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_3 \delta h - \frac{2g}{(R_0+h)} \delta h \\ \delta \dot{L} = \mathbf{A}_6 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + a_7 \delta h \\ \delta \dot{\ell} = \mathbf{A}_8 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + a_9 \delta L + a_{10} \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{A}_{11} \delta \mathbf{v}_{eb}^n \end{array} \right. \quad (2.74)$$

3. APLICAÇÃO DA FUSÃO SENSORIAL NA NAVEGAÇÃO AUXILIADA DE AUVS

O sistema de navegação integrada baseado na fusão de dados de diferentes sensores é uma técnica promissora para melhorar a estimativa de localização do AUV. No entanto, os vários sensores empregados têm suas próprias características de erros, de natureza sistemática ou estocástica, que precisam ser devidamente modelados. Com isto, é necessário considerar um modelo de navegação que contemple essas imperfeições de maneira fidedigna. Nesta seção, são apresentadas e discutidas a modelagem estocástica dos ruídos e derivas dos sensores empregados na navegação do AUV.

A técnica de fusão comumente utilizada para integrar a informação fornecida pelos sensores é o Filtro de Kalman. Sua forma adaptativa é abordada na Seção 4 deste documento. Neste capítulo, descreve-se a formulação do Filtro de Kalman Discreto, a modelagem das equações de estado e a aplicação do filtro para realizar as estimativas, assim como a sua inicialização.

3.1 MODELAGEM ESTOCÁSTICA DOS RUÍDOS E DERIVAS DOS SENSORES

Os sensores utilizados no processo de fusão sensorial possuem erros sistemáticos ou estocásticos, que corrompem a exatidão do sistema e degradam a localização do AUV. De acordo com ZANONI (2012), a determinação dos parâmetros de erros que corrompem os sensores é de grande relevância para realizar compensações na modelagem matemática do Filtro de Kalman.

Os erros sistemáticos, como fator de escala e desalinhamento, são possíveis de prever e compensar devido a possibilidade de obter uma função matemática bem definida. Tais erros podem ser eliminados ou atenuados por meio de procedimentos de calibração dos sensores. Em contrapartida, os erros estocásticos, como a instabilidade de viés e os ruídos de passeio aleatório, não são possíveis de prever e nem correlacionar, de maneira que as informações extraídas se referem a sua estatística (GROVES, 2013). Para modelar e filtrar tais erros, utiliza-se a teoria de processos estocásticos (CAETANO, 2014).

Alguns tipos de erros mais comuns, provenientes das medições dos sensores inerciais são:

A. Erros sistemáticos:

- a. Vieses: são erros constantes e independentes das medidas.

- i. *Offset* de viés: é uma componente obtida com a calibração dos sensores em laboratório
 - ii. Repetibilidade de viés (*Bias repeatability*): é uma componente estática dentro da execução do instrumento, porém pode haver variação a cada vez que se liga o sensor. Este erro pode ser modelado dinamicamente como uma constante aleatória.
- b. Fator de escala (*Scale factor*): é um parâmetro modelado como uma constante, responsável por relacionar o sinal medido com o sinal de entrada. É um fator que se relaciona diretamente com imperfeições nos sensores e podem ser tratados com calibração.
 - c. Acoplamento cruzado (*Cross-coupling*): corresponde as imperfeições provenientes da fabricação dos sensores, que compromete a ortogonalidade entre os seus eixos. Tal problema compromete a leitura dos sensores, que passam a afetar as medidas entre si. É uma componente que pode ser corrigida por calibração.
- B. Erros estocásticos:
- a. Instabilidade de viés (*Bias instability*): é a parcela dinâmica do erro de viés, com variações que ocorrem dentro da execução do instrumento.
 - b. Erro de quantização: provenientes de arredondamentos nas saídas dos sensores, devido a resolução limitada da palavra digital no processo de conversão analógico/digital.
 - c. Ruído de passeio aleatório (*random walk*): esta componente é devido aos efeitos físicos do sensor, como por exemplo: temperatura e vibração.

Os tipos de ruídos e seus parâmetros podem ser obtidos por meio de métodos de caracterização, como a variância de Allan, que é comumente empregado na literatura (CAETANO, 2014; DIANA, 2018; EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; HOU, 2004; IEEE, 1998). Além deste, pode-se citar a caracterização do ruído por meio da PSD – *Power Spectral Density* (Densidade Espectral de Potência) e da função de autocorrelação. Neste cenário, um modelo matemático dos erros dos sensores pode ser obtido com a calibração e caracterização do ruído. Tais informações são uteis para avaliar a propagação dos erros na navegação.

3.1.1 Variância de Allan

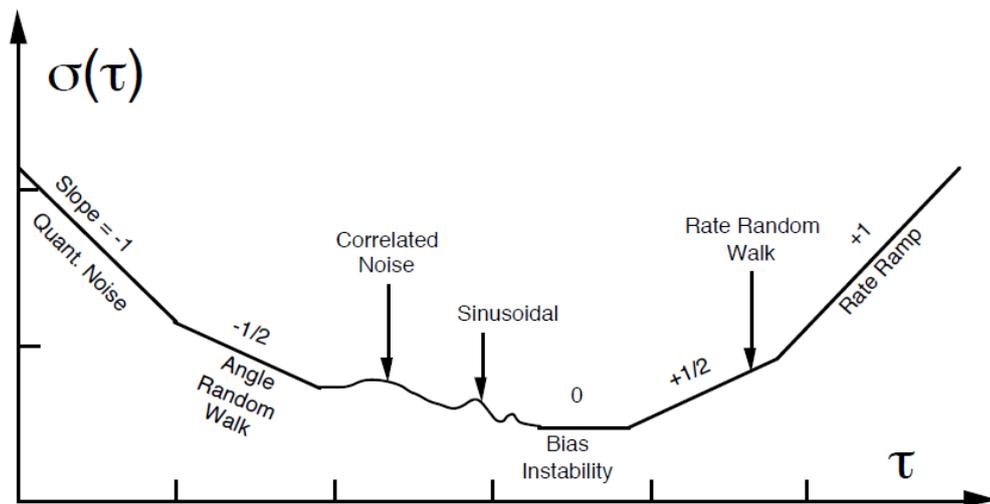
O método de caracterização por meio da variância de Allan é utilizado para definir os ruídos estocásticos presentes nos sinais dos sensores inerciais. Esta é uma técnica de análise no

domínio do tempo, e é utilizada para representar tais componentes estocásticas em função do período de amostragem (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; GUTKOSKI, 2022; IEEE, 1998; PUPO, 2016).

De acordo com Caetano (2014) a variância de Allan é pautada na hipótese que a incerteza de uma medição é integrada por um conjunto de processos estocásticos distintos. Este método consiste em agrupar os dados em N clusters consecutivos, onde cada agrupamento possui um período de amostragem associados e seus respectivos erros médio quadráticos. Assim, a curva experimental da variância de Allan para um girômetro é descrita na Figura 3.1.

Nesta curva, é possível verificar que há diferentes tipos de ruídos e estes são observados de acordo com as inclinações da curva, permitindo a identificação dos vários processos aleatórios (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008).

Figura 3.1 – Curva de Allan de um girômetro.



Fonte: Extraído de IEEE (1998).

Os parâmetros, modelos e coeficientes de Allan, para os QT – *Quantization Noise* (Ruídos de Quantização), RN - *Random Noise* (Ruído Aleatório), BI – *Bias Instability* (Instabilidade de Viés), RW – *Random Walk* (Passeio Aleatório), RR - *Rate Ramp* (Taxa de Rampa) e CN, *Correlated Noise* (Ruído Correlacionado) são definidos no Quadro 3.1 (CAETANO, 2014; HOU, 2004; IEEE, 1998). Dos modelos matemáticos: f_0 é a frequência de corte; T_c é o tempo de correlação; q_c é a amplitude do ruído.

Quadro 3.1 – Parâmetros de Allan, modelos e coeficientes.

Tipo de Ruído	$\log(\sigma) \text{ vs } \log(\tau)$	Inclinação da Curva	Coeficiente
Quantização	$\log(\sigma) = -\log(\tau) + \log(\sqrt{3Q})$	-1	$Q = \sigma(\sqrt{3})$
Ruído Aleatório	$\log(\sigma) = -\frac{1}{2}\log(\tau) + \log(N)$	-1/2	$N = \sigma(1)$
Instabilidade de viés	$\log[\sigma(f_0)] \cong \log(0,664B)$	0	$B = \frac{\sigma(f_0)}{0,664}$
Passeio Aleatório	$\log(\sigma) = \frac{1}{2}\log(\tau) + \log\frac{K}{\sqrt{3}}$	+1/2	$K = \sigma(3)$
Rate Ramp	$\log(\sigma) = \log(\tau) + \log\frac{R}{\sqrt{2}}$	+1	$R = \sigma(\sqrt{2})$
Ruído correlacionado	$\log(\sigma) = \frac{1}{2}\log(\tau) + \log q_c T_c$ $\log(\sigma) = \log\frac{1}{2}\log(\tau) + \log\frac{q_c}{\sqrt{3}}$	$\pm 1/2$	$q_c T_c = \sigma(1)$ $q_c = \sigma(3)$

Fonte: Adaptado de CAETANO (2014).

A variância de Allan resultante da caracterização do sensor é definida como a soma das variâncias de Allan de cada processo aleatório individualmente obtido, conforme a Eq.(3.1).

$$\sigma_{tot}^2(\tau) = \sigma_{ARW}^2(\tau) + \sigma_{quant}^2(\tau) + \sigma_{BiasInst}^2(\tau) + \dots \quad (3.1)$$

3.1.2 Erros dos sensores de navegação

Os principais sensores utilizados na navegação de AUVs são: IMU, DVL, PS e receptores GPS (PAULL *et al.*, 2014). Neste subitem, são explanadas quais influências subsistem em cada um destes sensores e os seus respectivos modelos matemáticos.

3.1.2.1 Sensores inerciais

A IMU é composta por um conjunto de acelerômetros e girômetros que permitem a obtenção de medições de forças específicas e velocidades angulares. Tais medidas são corrompidas por erros de natureza sistemática como fator de escala e desalinhamento, e de natureza estocástica, como a instabilidade de viés e os erros de passeio aleatório. As medidas dos girômetros, de acordo com TITTERTON & WESTON (2004), são sensíveis às acelerações e vibrações lineares e angulares que dão origem a erros nas medições. Alterações de temperatura, por exemplo, resultam em erros de fator de escala devido a modificação das

características de materiais magnéticos no interior do sensor. Com isto, a medição da velocidade angular medida pelo girômetro, exemplificada no eixo x , pode ser expresso como:

$$\tilde{\omega}_x = (1 + s_x)\omega_x + m_y\omega_y + m_z\omega_z + b_{fx} + b_{gx}a_x + b_{gz}a_x + b_{axz}a_xa_z + n_x \quad (3.2)$$

onde o termo ω_x representa a velocidade angular em relação ao eixo de entrada, medida pelo girômetro, e ω_y e ω_z são os termos referentes aos eixos de saída e de rotação, respectivamente; a_x e a_z são as acelerações ao longo dos seus eixos de entrada e rotação, respectivamente; b_{fx} é o viés (*bias*); b_{gx} e b_{gz} são coeficientes de vieses secundários, dependentes das acelerações; b_{axz} é o viés anisoelástico; n_x é a componente aleatória do ruído; m_y , m_z são os coeficientes de acoplamento cruzado; s_x corresponde ao erro de fator de escala.

As medidas dos acelerômetros podem ser degradadas por alterações nas características de ímãs permanentes, gerando um erro de fator de escala por meio de um processo conhecido como processo de envelhecimento (TITTERTON; WESTON, 2004). O modelo de erros é dado pela seguinte equação.

$$\tilde{a}_x = (1 + s_x)a_x + m_ya_y + m_z a_z + b_f + b_v a_x a_y + n_x \quad (3.3)$$

onde o termo a_x é a força específica no eixo de sensibilidade; s_x corresponde ao erro de fator de escala; m_y , m_z são os coeficientes de acoplamento cruzado; b_f é a medida do viés; b_v é o coeficiente vibro-pendular; n_x é a componente aleatória do ruído.

3.1.2.2 DVL

O sensor acústico DVL, baseado no efeito *Doppler*, é responsável por estimar a velocidade do veículo. Seu princípio de funcionamento consiste em transmitir continuamente um sinal chamado de “*ping*” acústico em uma determinada frequência e receber retornos que são utilizados para realizar o cálculo da diferença de frequência (*Doppler shift*) e assim determinar a velocidade do veículo (GRENON *et al.*, 2001; MU *et al.*, 2021). De acordo com JALVING *et al.* (2004), a principal fonte de erro do DVL é proveniente do fator de escala e em GRENON *et al.* (2001) são citadas outras fontes como temperatura, pressão e salinidade. Com isto, a velocidade do AUV medida pelo DVL no referencial do instrumento (d) pode ser definida como:

$$\tilde{\mathbf{v}}_{ed}^b = (1 + s_{f_{DVL}})\mathbf{v}_{ed}^b + \boldsymbol{\omega}_{ed}^b \quad (3.4)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ed}^b = [\omega_{ed_x}^b \quad \omega_{ed_y}^b \quad \omega_{ed_z}^b] \quad (3.5)$$

onde o termo \mathbf{v}_{ed}^b é a velocidade do veículo no referencial do instrumento; $s_{f_{DVL}}$ é o erro de fator de escala; $\boldsymbol{\omega}_{ed}^b$ é a componente do ruído.

3.1.2.3 Profundímetro - PS

O profundímetro, aplicado à navegação do AUV, é um sensor que mede a profundidade do veículo com base na medição de pressão, de acordo com a densidade da água. Conforme ZANONI (2012) esta medição é dependente da aceleração da gravidade, profundidade e densidade da água. As medidas provenientes deste sensor são confiáveis, mas não isentas de fontes de erros que compõe o fator de escala. O modelo de medidas é dado por:

$$\tilde{p}_D = (1 + s_{f_{PS}})p_D + \omega_{PS} \quad (3.6)$$

onde o termo p_D é a profundidade verdadeira; ω_{PS} é a componente do ruído do profundímetro.

3.1.2.4 Global Positioning System - GPS

O Sistema de Posicionamento Global – GPS é amplamente empregado na navegação de veículos autônomos, pois fornece medidas de posição com precisão e velocidade à baixa frequência. Além disto, uma das vantagens mais latentes é que esta medida não acumula erro no tempo, pois a localização é obtida através da recepção direta do satélite (MU *et al.*, 2021). Na navegação de AUVs, os sinais são atenuados pelo ambiente marítimo, por isso geralmente o GPS é empregado na obtenção da posição inicial, para corrigir a localização do veículo quando torna à superfície e como trajetória de referência. Conforme GROVES (2013), (GREWAL; ANDREWS, 2001) os principais erros do GPS consistem em: erro de relógio dos satélites, interferência da ionosfera e troposfera, multicaminho, erros de órbitas e ruídos do receptor. O modelo as medidas considerando a pseudodistância é dada por (GROVES, 2013):

$$PR_M = \rho + \delta\rho_{sat} + \delta\rho_{rcvr} + \delta\rho_{iono} + \delta\rho_{trop} + \delta\rho_{multipath} + \delta\rho_{noise} \quad (3.7)$$

onde ρ é a distância verdadeira entre o satélite GPS e o receptor; $\delta\rho_{sat}$ e $\delta\rho_{rcvr}$ são os erros do relógio do satélite e do receptor, respectivamente; $\delta\rho_{iono}$ e $\delta\rho_{trop}$ são os atrasos na propagação através da ionosfera e da troposfera, respectivamente; $\delta\rho_{multipath}$ são os erros de multicaminho; $\delta\rho_{noise}$ é o ruído de medição do receptor.

3.2 APLICAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN: INICIALIZAÇÃO DAS MATRIZES

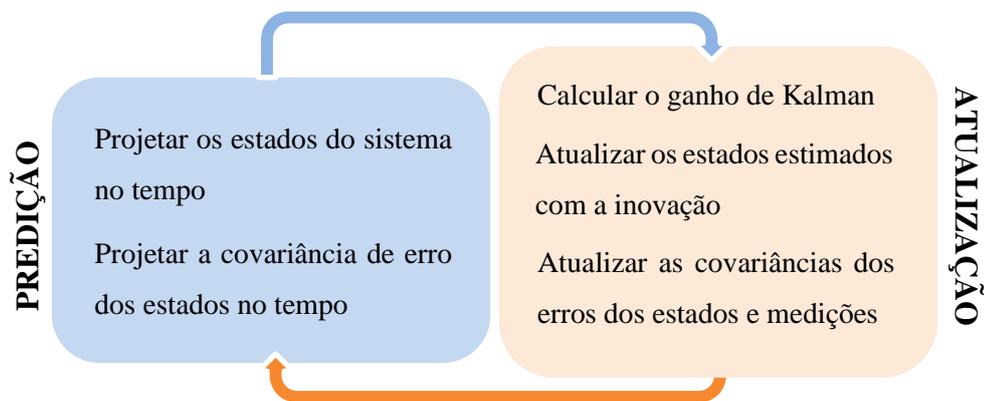
O filtro de Kalman é um algoritmo que utiliza informações do modelo dinâmico e medições para se obter estimativas dos estados em sua saída. Pode ser do tipo discreto ou contínuo, sendo que, neste trabalho, será investigado o filtro discreto, que permite ser executado diretamente num algoritmo computacional. Este filtro atua de maneira recursiva através de um conjunto de equações, com duas principais: equação de estado (que descreve a dinâmica do sistema); equação de medição ou observação (que relaciona o valor de medição com os estados). O modelo linear discreto do sistema é descrito como (TEIXEIRA *et al.*, 2009):

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1}\mathbf{w}_{k-1} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3.9)$$

onde \mathbf{x}_k e \mathbf{y}_k representam, respectivamente, os vetores de estados e medidas no instante k ; \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k correspondem aos ruídos de processo e de medição, respectivamente; $\mathbf{\Phi}_k$ é modelo de transição de estados. As equações do filtro de Kalman discreto são divididas em equações de predição e de atualização, a estrutura com os passos que consistem o algoritmo de funcionamento é apresentada na Figura 3.2.

Figura 3.2 – Ciclo de funcionamento do KF discreto.



Fonte: Autora.

A etapa de predição consiste, basicamente, na utilização das estimativas dos estados *a priori* para a obtenção das estimativas no instante de tempo atual, k . Na etapa de atualização, por sua vez, são incluídas informações de medições que são combinadas à predição *a priori* para se obter estimativas mais eficientes e próximas do real, chamadas de estimativas *a posteriori*. Tais equações de predição e atualização do KF discreto são dadas por (GREWAL; ANDREWS, 2001; SHAO *et al.*, 2016; TEIXEIRA *et al.*, 2009):

a. Predição:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{\Phi}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \quad (3.10)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{\Phi}_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T \quad (3.11)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ e \mathbf{P}_k^- representam, respectivamente, as estimativas a priori dos estados e da covariância dos erros dos estados; $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ e \mathbf{P}_{k-1}^+ são as estimativas a posteriori dos estados e da covariância dos erros dos estados, respectivamente; \mathbf{Q}_{k-1} é a matriz de covariância do ruído de processo.

b. Atualização:

$$\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (3.12)$$

$$\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (3.13)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{P}_{\eta k})^{-1} \quad (3.14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_k \quad (3.15)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \quad (3.16)$$

onde $\boldsymbol{\eta}_k$ e $\mathbf{P}_{\eta k}$ correspondem a vetor de inovação e estimativa *a priori* da covariância da inovação; \mathbf{K}_k é o ganho de Kalman; $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ e \mathbf{P}_k^+ os valores *a posteriori* das estimativas dos estados e da covariância dos erros dos estados, respectivamente; \mathbf{H}_k é o modelo de observação; \mathbf{R}_k é a matriz de covariância do ruído de medição.

A sintonia preliminar das matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k corresponde à etapa de inicialização do filtro de Kalman, e possui influência significativa no desempenho do filtro. A partir do modelo discreto linear, os ruídos de processo (\mathbf{w}_k) e de medição (\mathbf{v}_k) são considerados como ruídos brancos gaussianos de média zero e covariância \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k , respectivamente.

$$\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k) \quad (3.18)$$

Portanto, \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k são as matrizes de covariância de \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k , respectivamente. A sintonia de \mathbf{R}_k é feita diretamente a partir da variância das observações, já a sintonia de \mathbf{Q}_k , considerando um modelo precisamente conhecido, é realizada a partir da variância de \mathbf{w}_k . A sintonia (*a priori*) da matriz \mathbf{Q}_k pode ser realizada a partir dos parâmetros de *Angle/Velocity*

Random Walk dos sensores girômetros e acelerômetros (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; FARRELL et al., 2022; WOODMAN, 2007), os quais são fornecidos pelo fabricante ou obtidos pelo levantamento da curva de Allan. O valor de σ pode ser obtido pelos parâmetros de RW através da Eq. (3.19) (WOODMAN, 2007; FARRELL et al., 2022):

$$\sigma = \frac{N}{\sqrt{T_s}} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde T_s representa o tempo de amostragem e N é o coeficiente do ruído aleatório. Na prática, entretanto, pode ser necessário realizar um ajuste fino em \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k .

3.3 MODELAGEM DAS EQUAÇÕES DE ESTADO PARA A APLICAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN

O modelo de propagação de erros desenvolvido na Seção 2.2 foi linearizado por meio da perturbação linear, permitindo a implementação do Filtro de Kalman com a abordagem de erro dos estados (*error state*). O vetor de erro dos estados considerado para esta implementação consiste no vetor de erro da: atitude ($\boldsymbol{\phi}$), velocidade ($\delta \mathbf{v}_{eb}^n$) e posição (latitude δL , longitude $\delta \ell$, altitude δh), respectivamente. O vetor \mathbf{x}_k também é composto pelo modelo dinâmico que descreve os vieses dos girômetros e acelerômetros, os quais são modelados como uma constante aleatória. Portanto, o vetor de estados é dado por (SILVA et al., 2022; SOUZA et al., 2022; SOUZA et al., 2022; TITTERTON; WESTON, 2004):

$$\mathbf{x}_k = [\boldsymbol{\phi} \quad \delta \mathbf{v}_{eb}^n \quad \delta L \quad \delta \ell \quad \delta h \quad \mathbf{b}_g \quad \mathbf{b}_a]^T \quad (3.21)$$

O modelo dinâmico do sistema é mostrado na Equação (3.22) (GROVES, 2013; SILVA et al., 2022; SOUZA et al., 2022):

$$\mathbf{x}_k = \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{w}_{k-1} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3.23)$$

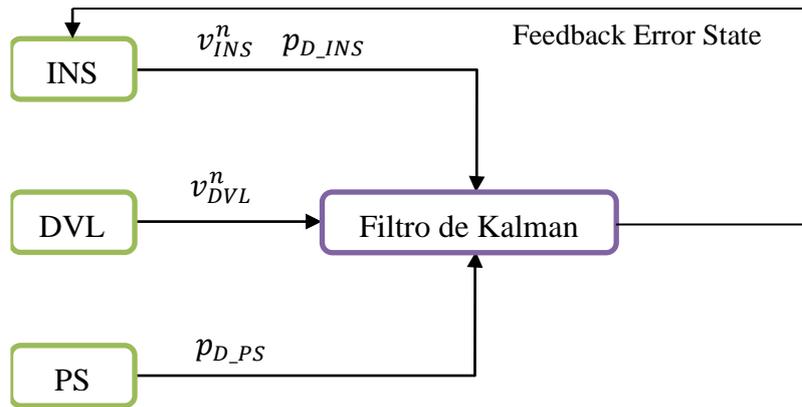
$$\mathbf{w}_{k-1} = [\boldsymbol{\omega}_g \quad \boldsymbol{\omega}_a]^T \quad (3.24)$$

$$\mathbf{G}_{k-1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{9 \times 3} & \mathbf{0}_{9 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde: \mathbf{x}_k e \mathbf{w}_{k-1} representam, respectivamente, o vetor de estados e o vetor de erros estocásticos associados às medidas dos girômetros ($\delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$) e dos acelerômetros ($\delta\mathbf{f}_{ib}^b$); \mathbf{C}_b^n corresponde à matriz de rotação do referencial do corpo para o referencial de navegação.

A navegação utiliza a fusão sensorial entre IMU, DVL e PS, onde o vetor de observações \mathbf{y}_k corresponde aos erros de velocidades e de profundidade obtidos a partir da diferença entre as estimativas de velocidades fornecidas pelo INS e pelos sensores auxiliares DVL e PS, conforme ilustrado na Figura 3.1.

Figura 3.1– Diagrama de bloco fusão INS/DVL/PS abordagem fracamente acoplada.



Fonte: Autora.

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{eb,aux}^n - \mathbf{v}_{eb,INS}^n \\ h_{aux} - h_{INS} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

onde $\mathbf{v}_{eb,INS}^n = \mathbf{v}_{eb}^n$. Desta forma, a matriz de observação \mathbf{H}_k é dada por (LIU *et al.*, 2018):

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} -(s_{f_{DVL}} \mathbf{C}_b^n \mathbf{v}_{ed}^b) & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & [1 \ 0 \ 0] & \mathbf{0}_{1 \times 9} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde \mathbf{v}_{ed}^b e $s_{f_{DVL}}$ correspondem, respectivamente, às medidas de velocidade e ao erro de fator de escala do DVL.

As equações contínuas do modelo dinâmico do sistema são compostas pelo modelo de propagação de erros desenvolvidos na Seção 2.2, e o resultado é mostrado novamente a seguir.

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\phi}} = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\phi} + \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{A}_2 \delta L + \mathbf{A}_3 \delta h - \mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \\ \delta \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b + (\mathbf{f}_{ib}^n \times) \boldsymbol{\phi} + [(\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4] \delta \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_5 \delta L \dots \\ \dots + (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_3 \delta h - \frac{2g}{(R_0+h)} \delta h \\ \delta \dot{L} = \mathbf{A}_6 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + a_7 \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{A}_8 \delta \mathbf{v}_{eb}^n + a_9 \delta L + a_{10} \delta h \\ \delta \dot{h} = \mathbf{A}_{11} \delta \mathbf{v}_{eb}^n \end{cases} \quad (3.28)$$

onde:

$$\begin{aligned} \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b &= \mathbf{b}_g + \boldsymbol{\omega}_g \\ \delta \mathbf{f}_{ib}^b &= \mathbf{b}_a + \boldsymbol{\omega}_a \end{aligned} \quad (3.29)$$

A matriz de transição de estados, na forma contínua é dada por \mathbf{F} (SILVA et al., 2022; SOUZA et al., 2022):

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times] & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{A}_3 & -\mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ [\mathbf{f}_{ib}^n \times] & \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{J}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{A}_6 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & a_7 & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{A}_8 & a_9 & \mathbf{0} & a_{10} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_1 &= (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{J}_2 &= (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_5 \\ \mathbf{J}_3 &= (\mathbf{v}_{eb}^n \times) \mathbf{A}_3 - \frac{2g}{(R_0+h)} \end{aligned} \quad (3.31)$$

O modelo discreto da matriz de transição de estados F é obtida a partir de uma aproximação por séries, conforme demonstrado nas equações a seguir (HIDE, 2003):

$$\boldsymbol{\Phi}_{k-1} = e^{\mathbf{F}\Delta t} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^n}{n!} \approx \left(\mathbf{I} + \mathbf{F}\Delta t + \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^2}{2!} + \dots \right) \quad (3.32)$$

Uma aproximação também é necessária para a matriz de covariância de ruído do processo \mathbf{Q}_k (HIDE, 2003):

$$\mathbf{Q}_k \approx \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T \Delta t \quad (3.33)$$

4. INVESTIGAÇÃO DE TÉCNICAS ADAPTATIVAS APLICADAS À NAVEGAÇÃO DE AUVS

O Filtro de Kalman é um observador de estados recursivo e precisa do conhecimento prévio de parâmetros que caracterizam estatisticamente a evolução dos estados e das variáveis medidas. Tais necessidades são independentes da formulação do filtro de Kalman (BROWN; HWANG, 2012; KALMAN, 1960). Erros na escolha desses parâmetros dificultam o processo de sintonização da estatística do filtro, o que pode levar à produção de grandes erros e, em alguns casos, a sua divergência. Estes parâmetros são representados pelas matrizes de covariância do ruído de processo e medição, \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k , respectivamente.

4.1 ANÁLISE DO PAPEL DAS MATRIZES \mathbf{Q} E \mathbf{R}

A sintonia das matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k não costuma ser uma tarefa trivial, e vem sendo investigada desde a publicação da teoria do filtro por (KALMAN, 1960), até os dias atuais (ZHANG *et al.*, 2020). Para sintonizar tais matrizes é necessário que o projetista tenha um modelo de sistema preciso, além disso que conheça plenamente as informações estocásticas do sistema, que não são facilmente disponíveis. Se a sintonia inicial destes parâmetros não for adequada, consequências nefastas para o desempenho do filtro podem ser observadas (MEHRA, 1970).

Os ruídos (\mathbf{w}_k , \mathbf{v}_k) injetados nas equações de estado (\mathbf{x}_k) e de medição (\mathbf{y}_k), respectivamente, são tratados com sendo ruídos brancos gaussianos de média nula para simplificar a modelagem do sistema, embora, na prática, o ruído dificilmente tenha este comportamento. Desta maneira, entende-se que as matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k representam as parcelas estocásticas do sistema, e precisam ser bem definidas para que o filtro de Kalman consiga estimar adequadamente os estados, fazendo com que as estimativas convirjam para as medidas verdadeiras.

O papel da matriz \mathbf{R}_k na equação de medição é representar a confiança dos instrumentos utilizados para medir as variáveis do sistema. Com isso, uma boa estimativa inicial desta matriz pode ser obtida através das especificações fornecidas pelos fabricantes dos sensores, ou pode ser obtida por meio de ensaios e observações em regime estacionário. No algoritmo do KF discreto, a matriz \mathbf{R}_k compõe a equação que calcula a matriz de covariância da inovação, $\mathbf{P}_{\eta k}$, e tal componente é utilizada para determinar a matriz do ganho de Kalman \mathbf{K}_k . Já a matriz \mathbf{Q}_k é inserida nas equações de estado e, segundo ANANTHASAYANAM (2019), esta permite que o projetista introduza compensações de alguns erros na modelagem do sistema, conhecidos

como erros de processo e imprecisão das condições iniciais adotadas. O objetivo desta matriz é a de inserir incertezas nas equações de estado, fazendo com que o filtro aprenda com as medidas. Nas equações do filtro de Kalman, a matriz \mathbf{Q}_k é utilizada no cálculo da matriz de covariância dos erros dos estados $\mathbf{P}_{k/k+1}^x$, que posteriormente é usada para determinar \mathbf{K}_k .

Conforme MOHAMED & SCHWARZ (1999) se os valores das matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k forem demasiadamente menores que os verdadeiros, o destino do filtro é realizar estimativas totalmente tendenciosas. Em vista disso, a região de incerteza em torno do valor real em que se encontra os valores das matrizes \mathbf{Q}_k ou \mathbf{R}_k terá um espaço de busca pequeno e conseqüentemente tendencioso. Em contrapartida, caso a magnitude das matrizes seja muito maior que o seu valor correto, a tendência é que ocorra divergência do filtro, pois a região de incerteza se torna muito grande.

Além disto, considerar valores mais elevados para a matriz \mathbf{Q}_k significa conferir maior incerteza às equações de estado, o equivalente a informar para o filtro que é necessário considerar mais as medições. Admitir valores altos para a matriz \mathbf{Q}_k , equivale a obter valores mais altos para as matrizes \mathbf{P}_k^- e \mathbf{K}_k . Um ganho de Kalman \mathbf{K}_k alto significa dar mais influência para a inovação, forçando o filtro a corrigir mais. Por outro lado, considerar valores altos para a matriz \mathbf{R}_k irá gerar o efeito oposto, neste caso dirá ao filtro que há maior incerteza nas medições e que deve corrigir menos com a inovação.

Geralmente, a sintonização das matrizes é feita manualmente, com o método de tentativa e erro, atribuindo valores pequenos às matrizes e aumentando-os, gradativamente, para se observar o comportamento das estimativas do filtro. Na tentativa de se obter métodos mais sistemáticos e precisos para a sintonia das matrizes, neste trabalho, são tratadas técnicas de adaptação de \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k . Tais técnicas são discutidas nas próximas seções.

4.2 FILTROS DE KALMAN ADAPTATIVOS

O KF convencional tem sido estudado e investigado desde a publicação de (KALMAN, 1960). Esta formulação mostrou sucesso em implementações como na navegação inercial, rastreamento de alvos e em navegação de veículos autônomos aquáticos em suas condições normais de funcionamento (BARISIC; VASILJEVIC; NAD, 2012; DUAN *et al.*, 2017; JI *et al.*, 2014; LIU *et al.*, 2018). Entretanto, se houver qualquer tipo de mau funcionamento no sistema, o KF tende a obter resultados imprecisos e alguns casos resultam na divergência do filtro. Isto ocorre em virtude de o KF não possuir robustez para realizar uma adaptação adequada na presença de condições falhas, como aumento do ruído no sistema, falha no atuador, entre outros. Neste

contexto, tornou-se interessante o estudo de algoritmos que permitissem a adaptação do filtro, como a adaptação das matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k , de acordo com a dinâmica do sistema.

Segundo MOHAMED & SCHWARZ (1999), a inovação é a informação mais importante que se pode utilizar como parâmetro de aprendizagem para realizar o processo de adaptação do filtro, pois carrega informações necessárias sobre a propagação do erro. Neste âmbito, a sequência de inovação torna-se uma propriedade bastante válida para realizar a adaptação do filtro.

A filtragem adaptativa não exige conhecimentos exatos de sintonia *a priori* das estatísticas de ruído de processo e de medição. Tais parâmetros são modificados no decorrer do algoritmo, de acordo com o processo de aprendizagem do filtro (DAVARI; GHOLAMI; SHABANI, 2017). Duas classes de filtros adaptativos podem ser consideradas como principais, e são representadas pelo maior número de trabalhos publicados, inclusive se tratando de aplicações na navegação de AUVs: os filtros baseados na correspondência de covariâncias e os baseados em múltiplos modelos definido por MMAE - *Multiple-Model Adaptive Estimation* (Estimativa Adaptativa de Múltiplos Modelos).

Os filtros baseados na correspondência de covariância produzem mudanças nos seus parâmetros estatísticos de acordo com a variação das inovações ou resíduos que, idealmente, devem ser processos estocásticos gaussianos e de média nula. Como exemplos, pode-se mencionar os filtros adaptativos que estimam diretamente as matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k com base nas inovações definidos como IAE - *Innovation-Based Adaptive Estimation* (Estimativa Adaptativa Baseada em Inovação) ou resíduo RAE - *Residual-Based Adaptive Estimation* (Estimativa Adaptativa Baseada em Resíduo) e os filtros baseados na produção de fatores de atenuação definidos por AFKF – *Adaptive Fading Kalman Filter* (Filtro de Kalman Atenuação Adaptativo) que a partir da análise da inovação atuam ponderando parâmetros do KF. Tais ponderações são utilizadas nos filtros adaptativos com fatores de atenuação e filtros adaptativos robustos.

As principais técnicas aplicadas em problemas de navegação, e que são consideradas neste trabalho, podem ser resumidas abaixo:

- a) Filtro de Kalman Adaptativo IAE ou RAE – técnica que realiza modificações diretas nas matrizes \mathbf{Q}_k e/ou \mathbf{R}_k , com base na sequência de inovação/residual e na janela de observação pré-definida pelo projetista (MOHAMED; SCHWARZ, 1999; SUMITHRA; VADIVEL, 2021; ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG, 2013).

- b) Filtro de Kalman Adaptativo MMAE – têm seu funcionamento baseado na combinação de um banco paralelo de filtros de Kalman, com n modelos diferentes. Cada modelo tem em sua saída estados estimados, inovações e covariância da inovação correspondentes. Tais informações são utilizadas por um algoritmo de teste de hipóteses. Este é responsável por determinar as probabilidades condicionais de acordo com as estatísticas do resíduo e aplicá-las numa soma ponderada das estimativas dos estados, de forma a selecionar a melhor estimativa (BROWN; HWANG, 2012; HANLON; MAYBECK, 2000; MAYBECK, 1979; MOHAMED; SCHWARZ, 1999).
- c) Filtro de Kalman Adaptativo AFKF – utiliza um parâmetro chamado fator de atenuação para compensar o efeito da informação imprecisa, através do redimensionamento da covariância de erro dos estados. Esta técnica, diferente das citadas anteriormente, altera diretamente a dinâmica do KF ao multiplicar pelo fator de atenuação a matriz de covariância de erro dos estados. Diferentes métodos são propostos para o cálculo do fator de atenuação (CHANG, 2014; HU *et al.*, 2003; KIM *et al.*, 2007; XIA *et al.*, 1994).
- d) Filtro Adaptativo Robusto – tem a capacidade de acompanhar fortemente a variação do estado (adaptativo) e ser insensível a erros grosseiros ou *outliers* (robusto). Os métodos robustos são aliados a técnica adaptativa para atenuar a influência de erros grosseiros que podem vir a ocasionar a divergência no KF quando não são tratados corretamente. Tais erros, geralmente, são provenientes das medições dos sensores que sofrem, por exemplo, com influências de perturbações do ambiente externo (CHANG, 2014; HAJIYEV; VURAL; HAJIYEVA, 2012; KIM *et al.*, 2007).

Trabalhos de investigação da navegação de veículos com a utilização de técnicas adaptativas vêm sendo explorados e implementados há mais de duas décadas (DAVARI; GHOLAMI; SHABANI, 2017; HU *et al.*, 2003; MOHAMED; SCHWARZ, 1999; SHAO *et al.*, 2016; WANG; XU; WANG, 2019; ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG, 2013).

MOHAMED & SCHWARZ (1999) propuseram a investigação das técnicas MMAE e IAE como uma alternativa de utilizar a integração de sistemas INS com o GPS com o intuito de melhorar as estimativas de trajetórias. Com isto, foi possível evidenciar que manter as estatísticas dos ruídos de medição e processo fixos em um ambiente dinâmico não é uma estratégia vantajosa. Estas implementações basearam-se no critério da máxima verossimilhança

ML (*Maximum Likelihood*) para a escolha adequada do peso e fatores de ganho do filtro MMAE, e para o filtro IAE foi considerado um filtro com comprimento de memória fixa (janela). Os autores apresentaram resultados de dois testes em campo com o intuito de comparar o desempenho da técnica adaptativa com a convencional, para isto utilizaram uma base de medição cinemática chamada Anorad AG12-84. Esta base foi responsável por retornar valores de posição e velocidade, e a trajetória cinemática foi gerada com o acoplamento do sistema INS/GPS no topo desta base móvel. Com isto, esta plataforma executou movimentos de vai e vem ao longo de sua trajetória pré-programada na unidade, de modo que os resultados alcançados mostraram grandes melhorias dos parâmetros de navegação utilizados. Tais melhorias atingiram cerca de 50% quando comparado ao filtro convencional.

Em HU et al. (2003), os autores trataram do problema de atribuição correta e de maneira fidedigna das propriedades estatísticas para a navegação de veículos, ao levar em conta a dificuldade de previsão da manobra no ambiente em que se encontra o veículo orientado por GPS. Segundo os autores, manter estático os níveis de ruído, como feito em métodos convencionais, não são realísticos. Deste modo, prever uma aceleração ou desaceleração súbita ou mudança brusca de direção no veículo se torna inviável em métodos convencionais. Para isto, tais autores propuseram a investigação de dois filtros de Kalman adaptativos, um baseado em fatores de atenuação e outro na estimativa da variância, e os dois métodos utilizaram o resíduo como informação primordial. Porém, as técnicas adaptativas foram apenas aplicadas caso seja detectada alguma divergência no processo de filtragem, caso contrário foi mantido o KF convencional. Foram realizados vários testes com receptores GPS de dupla frequência, e os resultados mostraram que os erros de posicionamento da manobra com os filtros adaptativos foram significativamente menores quando comparados ao convencional. Além disto, foram avaliadas manobras com curvas para verificar a estimativa do filtro quando exposto a variações bruscas no comportamento dinâmico do veículo, e os erros de posicionamento se mantiveram uniformes.

ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG (2013) ressaltaram as dificuldades da integração do sistema INS/GPS com a utilização do KF convencional, devido à instabilidade a mudanças ocorridas no ruído de medição do GPS. Para sanar isto, os autores investigaram e propuseram a implementação do IAE, um filtro que utiliza as informações de inovação para realizar a adaptação nas matrizes \mathbf{Q}_k e/ou \mathbf{R}_k . O intuito é melhorar o desempenho do filtro e mantê-lo estável. Verificaram a existência de *outliers* na sequência de inovação, provenientes de várias fontes de erros como a realização de curvas na trajetória, ocorrência de perturbação nos sensores, que faz com que a matriz de covariância calculada não reflita a realidade do sistema

e leve o filtro à divergência. Visto isto, propuseram RIAE (*Robust Innovation-Based Adaptive Estimation*) que utiliza o teste de Chi-quadrado para avaliar os valores da sequência de inovação com o intuito de detectar valores anormais e corrigi-los para que não haja tal influência no cálculo da matriz de covariância da inovação. Foram realizadas simulações para validar o filtro RIAE proposto e compará-lo com o IAE e o KF. Para isto, fizeram testes de simulação de uma navegação estática de 2 horas. Nesta navegação, o ruído de medição do GPS foi aumentado intencionalmente durante um determinado intervalo de tempo, além do que, perturbações agudas foram inseridas em alguns instantes de tempo específicos. Os resultados mostraram que o KF convencional foi incapaz de lidar com o contínuo aumento do ruído de medição do GPS, e o IAE divergiu na aplicação de uma perturbação aguda. O RIAE apresentou maior robustez ao passar por todas as perturbações e se manteve estável e com maior precisão que os outros. O segundo teste foi feito em um veículo terrestre, que realizou várias manobras com curvas, e puderam notar que o RIAE teve estimativas de covariâncias de inovação mais suaves e que preveniu a divergência do filtro.

4.2.1 Estado da arte de filtros de Kalman adaptativos aplicados à navegação de AUVs

Para os filtros adaptativos aplicados à navegação de AUVs, uma importante contribuição é a de SHAO et al. (2016). Tais autores implementaram um AEKF – *Adaptive Extended Kalman Filter* (Filtro de Kalman Estendido Adaptativo) com fator de atenuação. Nesse, a matriz de covariância de ruído de medição e processo foi ajustada ao longo da manobra executada, com base nas informações de inovação mais atuais. Para validar a viabilidade da utilização do filtro AEKF na navegação do AUV, foram realizados muitos ensaios no mar. Como parte dos resultados, foram mostrados gráficos da manobra em tempo real coletados a partir de um receptor GPS em comparação à navegação por integração pura das equações de navegação, ao Filtro de Kalman Estendido e ao AEKF proposto. Neste teste, o filtro adaptativo demonstrou um comportamento mais próximo à trajetória real do que os demais filtros. Com isto, o AUV obteve um melhor desempenho e exatidão com o algoritmo adaptativo AEKF.

Em DAVARI; GHOLAMI; SHABANI (2017) foi proposto um filtro de Kalman adaptativo chamado de MAKF – *Multirate Adaptive Kalman Filter* (Filtro de Kalman Adaptativo Multi-taxas) com o intuito alcançar melhorias no desempenho do filtro ESKF (*Error State Kalman Filter*) para um sistema de navegação marítima. A navegação é feita com o auxílio de múltiplos sensores, que por sua vez, possuem diferentes taxas de amostragem, o que dificulta a navegação auxiliar. A adaptação proposta consistiu na utilização da sequência de inovação do

filtro para atualizar a matriz de covariância de ruído de medição dos sensores auxiliares assíncronos. Os experimentos foram realizados em um lago, através de uma plataforma de testes para avaliar o desempenho do MAKF num dia com poucos ventos e ensolarado. As medições utilizadas para a navegação com o MAKF foram obtidas com o uso dos sensores DVL e inclinômetro, e a manobra realizada percorreu aproximadamente 4.430m durando em torno de 50min. Os resultados de erro médio quadrático das posições norte e leste para o MAKF foram de 8,8m e 4,3m e para o ESKF de 13,9m e 19,5m, suprindo as necessidades e reduzindo os erros em cerca de 60%.

WANG; XU & WANG (2019) trataram das dificuldades da navegação acústica de um AUV propondo a utilização de um UKF adaptativo robusto baseado no filtro Sage-Husa, em conjunto com uma técnica de estimativa robusta de Huber. Segundo os autores, o desempenho apenas do UKF convencional é facilmente degradado pelos ruídos grosseiros provenientes da observação dos sensores acústicos utilizados, em que ajustar adaptativamente as matrizes de ruído de medição e processo com o UKF adaptativo em conjunto com a estimação de ruídos grosseiros provenientes dos sensores acústicos parece ser uma estratégia assertiva e suficiente para um bom resultado. Nesta aplicação, o filtro Sage-Husa foi implementado atualizando apenas a matriz de ruído do processo, utilizando como informação a sequência residual. Bem como, o método de Huber atuou atenuando ou eliminando os erros brutos por meio de um critério de desempenho com base também nos resíduos. Os resultados obtidos mostraram que o UKF adaptativo robusto reduziu significativamente os erros grosseiros, melhorando a estabilidade e diminuindo os erros de posição comparativamente ao filtro *Unscented* convencional.

4.3 TÉCNICA DE MÚLTIPLOS MODELOS

A técnica adaptativa de múltiplos modelos consiste na utilização de um banco de dados com n modelos de KF executados em paralelo. A escolha da quantidade de modelos é uma decisão do projetista e deve estar de acordo com a aplicação de uso, e deve-se considerar o custo computacional para a sua implementação. Tais modelos de KF diferem entre si devido a atribuição de pesos às matrizes de covariância de ruído de medição e/ou processo, R_k e Q_k respectivamente (GROVES, 2013; MOHAMED; SCHWARZ, 1999)

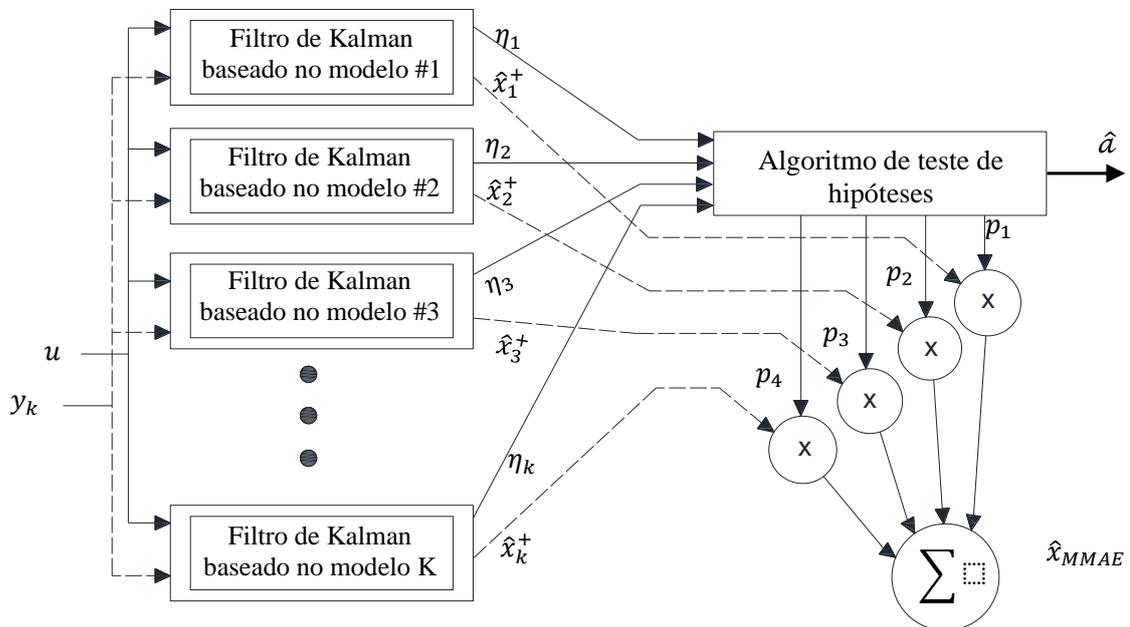
O MMAE é baseado na filtragem adaptativa bayesiana, utilizando o conhecimento a *priori* das funções de densidade de probabilidade de cada n modelo considerado no banco de filtros. Com base nos cálculos das hipóteses de probabilidade condicional, o MMAE define o melhor modelo KF do banco para ser usado no cálculo das estimativas (SALLBERG, 2007). A

ideia é construir um conjunto de n estimadores elementares, cada um com seu peso correspondente e conectados por um elemento soma. Um problema com este tipo de abordagem ocorre quando os modelos geram informações semelhantes entre si, o MMAE apresenta dificuldades de escolher rapidamente apenas um KF ideal.

O esquema de funcionamento do MMAE é mostrado na Figura 4.1, baseado em HANLON & MAYBECK (2000). Cada KF recebe o mesmo dado de entrada, que são os vetores de medição (\mathbf{y}_k) e através disto, são feitos cálculos estatísticos para cada n modelo de KF, o que produz as informações de saída do sistema. Dentre as informações de saída geradas por cada modelo, os estados estimados ($\hat{\mathbf{x}}_k^+$) e os resíduos ($\boldsymbol{\eta}_k$) são as informações utilizadas pelo algoritmo de testes de hipóteses.

O algoritmo de testes de hipóteses é responsável por calcular a probabilidade condicional (p_k) com base no histórico de sequência de inovação de cada modelo. Através desta informação, o algoritmo consegue diferenciar qual modelo possui uma magnitude de inovação maior, que configura um mal desempenho, ou menor. A partir de tal distinção, aplica-se os pesos calculados numa soma ponderada das estimativas dos estados.

Figura 4.1 – Estrutura do filtro MMAE-AKF.



Fonte: Adaptado de HANLON & MAYBECK (2000).

4.3.1 Implementação numérica do MMAE

A implementação do MMAE é dada de acordo com as etapas descritas a seguir, representadas na Figura 4.1. Bem como, as equações que serão explanadas são baseadas nas implementações utilizadas por HANLON & MAYBECK (2000) e BROWN & HWANG (2012).

- A primeira etapa consiste no cálculo de estimativas do filtro de Kalman, onde cada modelo obtém suas próprias informações e as transmite para o algoritmo de hipóteses.
- Com as informações estatísticas de cada modelo computadas, o algoritmo de hipóteses calcula as probabilidades condicionais de cada filtro com base no histórico de sequência de inovação.
- Por fim, com as probabilidades condicionais de cada filtro obtidas, calcula-se o somatório da ponderação das estimativas do MMAE.

As equações do KF convencional são utilizadas nesta primeira etapa da implementação do MMAE. Na saída de cada KF_1, KF_2, \dots, KF_n são necessárias, para a próxima etapa, as informações de inovação, estados estimados e covariância da inovação. O Quadro 4.1 descreve as equações utilizadas para a implementação de cada modelo do KF.

Quadro 4.1 – Algoritmo de implementação do KF discreto, primeira etapa do MMAE.

<p>Inicialização: $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \mathbf{P}_{k-1}^+, \mathbf{R}_k$ e \mathbf{Q}_k</p> <hr/> <p>Entradas: $\mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{H}_k$ e \mathbf{y}_k</p> <p>Etapas de predição:</p> $\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ $\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T$ <p>Etapas de atualização:</p> $\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-$ $\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$ $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{P}_{\eta k})^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_k$ $\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-$ <p>Saída para o teste de hipóteses: $\mathbf{x}_k^+, \boldsymbol{\eta}_k$ e $\mathbf{P}_{\eta k}$ para cada modelo do banco paralelo.</p>
--

Fonte: Autora.

Para o cálculo do teste de hipóteses, afirma-se que para um processo discreto a estimativa $\hat{\mathbf{x}}_{MMAE}^+$ é obtida com uma soma ponderada das estimativas dadas pelos n filtros (BROWN; HWANG, 2012).

$$\hat{\mathbf{x}}_{MMAE}^+ = \sum_{i=1}^n \hat{\mathbf{x}}_{i,k}^+ p_{i,k} \quad (4.1)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}_{i,k}^+$ é a estimativa do i -ésimo filtro no instante k e $p_{i,k}$ representa a probabilidade de cada modelo condicionada a todas as observações de y_k (ou seja, y_1, y_2, \dots, y_k).

Conforme o filtro evolui no tempo de acordo com medidas, os pesos vão mudando e indicando o filtro mais confiável. Para encontrar tais fatores de peso, aplica-se a regra de *Bayes*, de acordo com a Eq. (4.2).

$$p_{i,k} = f_{y_k,i} p_{i,k-1} \left(\sum_{j=1}^n f_{y_k,j} p_{j,k-1} \right)^{-1} \quad (4.2)$$

onde $f_{y_k,i}$ corresponde à função densidade de probabilidade. Nesta equação, é utilizado a probabilidade anterior $p_{j,k-1}$ com o intuito de pesar as densidades condicionais das medidas atuais, assumindo cada hipótese e no denominador ocorre uma normalização através do conjunto completo de n hipóteses de filtragem. Para um processo gaussiano, a expressão da função de densidade de probabilidade obtida para cada filtro pode ser calculada como (HANLON; MAYBECK, 2000):

$$f_{y_k,i} = \beta_{i,k} \exp\left(-\frac{1}{2} q_{i,k}\right), i = 1, 2, \dots, n \quad (4.3)$$

onde:

$$\beta_{i,k} = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} |\mathbf{P}_{\eta_{k,i}}|^{1/2}} \quad (4.4)$$

$$q_{i,k} = \boldsymbol{\eta}_{i,k}^T(t_i) \mathbf{P}_{\eta_{k,i}}^{-1} \boldsymbol{\eta}_{i,k} \quad (4.5)$$

sendo m a dimensão do vetor de estados, $\boldsymbol{\eta}_k$ corresponde à inovação e \mathbf{P}_{η_k} a matriz de covariância da inovação. O Quadro 4.2 apresenta o algoritmo de implementação das equações do teste de hipóteses.

Quadro 4.2 – Algoritmo de testes de hipóteses.

<p>Inicialização: $f_{y_k,i} = 0, p_{i,k-1} = 1$</p> <hr/> <p>Entradas: $\hat{x}_{i,k}^+, \eta_{i,k}$ e $P_{\eta k,i}$ de cada modelo KF_1, KF_2, \dots, KF_n</p> <p>Cálculo da função densidade de probabilidade:</p> $f_{y_k,i} = \beta_{i,k} \exp\left(-\frac{1}{2} q_{i,k}\right), i = 1, 2, \dots, n$ <p>Cálculo da probabilidade condicional:</p> $p_{i,k} = f_{y_k,i} p_{i,k-1} \left(\sum_{j=1}^n f_{y,j} p_{j,k-1} \right)^{-1}$ <p>Cálculo da ponderação das estimativas:</p> $\hat{x}_{MMAE}^+ = \sum_{i=1}^n \hat{x}_{i,k}^+ p_{i,k}$ <p>Saída: \hat{x}_{MMAE}^+ estimativa ponderada pelo MMAE.</p>

Fonte: Autora.

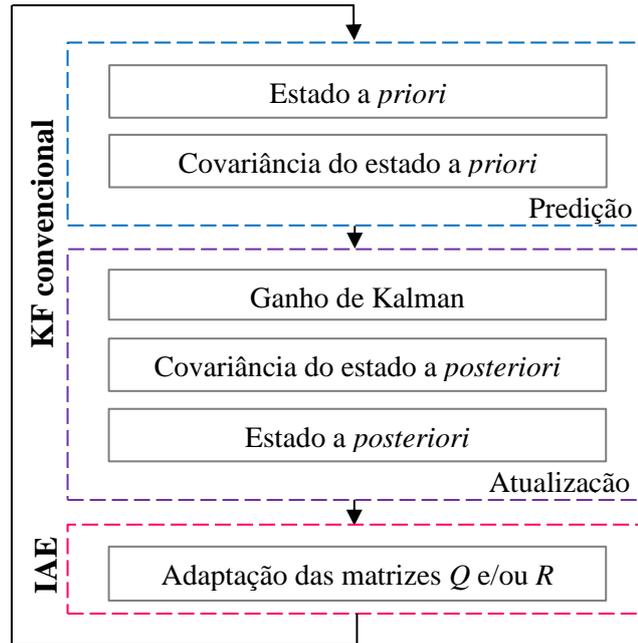
A hipótese do filtro que possui a menor magnitude de inovação obterá uma maior densidade de probabilidade, e consequentemente, lhe será atribuído um maior valor de probabilidade condicional, $p_{k,i}$, que representa um maior peso quando comparado aos valores de obtidos dos demais modelos empregados no banco de filtros. Com isto, o filtro que correspondente à melhor hipótese de filtragem apresenta o peso com maior magnitude, enquanto os demais modelos tem seus pesos convergindo para zero.

4.4 TÉCNICA BASEADA EM INOVAÇÕES

A informação principal para atualizar as estatísticas de ruído de medição e/ou processo é a sequência de inovação proveniente do filtro de Kalman, esta informação permite caracterizar o desempenho obtido com a aprendizagem do filtro por meio das matrizes de covariância (MOHAMED; SCHWARZ, 1999).

Conforme o diagrama da Figura 4.2, o método IAE calcula a covariância de ruído do sistema, Q_k , a covariância de ruído de medição, R_k ou ambos a partir das estatísticas de inovação de medição. Com isto executa adaptações diretamente nestas matrizes, de acordo com a evolução do filtro no tempo.

Figura 4.2 – Funcionamento do IAE-AKF.



Fonte: Autora.

4.4.1 Implementação numérica do IAE

A notação matemática adotada segue a utilizada por HANLON & MAYBECK (2000). A sequência de inovação é obtida por meio da Eq. (4.5) e consiste na diferença entre os valores medidos ou observados e os seus valores estimados.

$$\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (4.6)$$

O desempenho do filtro é definido com base nas informações de inovação que deve tender a um comportamento gaussiano, branco e de média-nula conforme a estimativa converge para o valor verdadeiro. A cada nova iteração, é obtida uma nova informação de inovação, que não possui correspondência com seus valores anteriores. É utilizada a propriedade ergódica de uma sequência aleatória para verificar se a sequência de inovação é branca, onde a variável responsável por este cálculo é a covariância da inovação que é dada por:

$$\hat{\mathbf{P}}_{\eta k} = \frac{1}{N} \sum_{j=k-N+1}^k \boldsymbol{\eta}_j \boldsymbol{\eta}_j^T \quad (4.7)$$

A matriz de covariância da inovação, $\hat{\mathbf{P}}_{\eta k}$, calcula a média na iteração k dentro de um tamanho de janela N de estimativa. A escolha da janela de estimativa precisa ser realizada de maneira consciente para a obtenção de bons resultados com esta técnica adaptativa. Para isso,

deve-se levar em consideração aspectos relevantes como o número de estados, número de medições e a trajetória que será executada na definição do tamanho da janela.

A escolha de um número de N menor que a quantidade de estados e estimativas, ocasionará divergência no filtro. Assim como a escolha de uma janela grande evita que as estimativas se tornem enviesadas, o superdimensionamento impossibilita a capacidade do algoritmo de notar alterações bruscas na inovação durante a execução da manobra, como curvas, aceleração e desaceleração do veículo, presença de *outliers*, entre outros. Levando em consideração a matriz de covariância da inovação calculada pela Eq. (4.6), são adaptadas as matrizes \mathbf{Q}_k e/ou \mathbf{R}_k de acordo com as equações seguintes.

$$\mathbf{R}_k = \widehat{\mathbf{P}}_{\eta k} - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T \quad (4.8)$$

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{K}_k \widehat{\mathbf{P}}_{\eta k} \mathbf{K}_k^T \quad (4.9)$$

4.5 TÉCNICA DE AJUSTE BASEADA EM RESÍDUOS

A técnica baseada em resíduos é uma variação do filtro baseado em inovação e pode-se considerar todos os conceitos descritos no item anterior. A principal diferença se encontra na utilização da sequência residual, que consiste na diferença entre as medidas e os seus estados estimados *a posteriori* dados pela Eq. (4.10). Com esta informação, calcula-se a matriz de covariância do resíduo dada por (4.11). As equações adotadas seguem as utilizadas por HANLON & MAYBECK (2000) com algumas alterações de notação.

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \widehat{\mathbf{x}}_k^+ \quad (4.10)$$

$$\widehat{\mathbf{P}}_{rk} = \frac{1}{N} \sum_{j=k-N+1}^k \mathbf{r}_j \mathbf{r}_j^T \quad (4.11)$$

Com a matriz de covariância devidamente computada pela Eq. (4.11), a adaptação nas matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k são dadas pelas seguintes equações.

$$\mathbf{R}_k = \widehat{\mathbf{P}}_{rk} + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^+ \mathbf{H}_k^T \quad (4.12)$$

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{K}_k \widehat{\mathbf{P}}_{rk} \mathbf{K}_k^T \quad (4.13)$$

4.6 TÉCNICA ROBUSTA BASEADA EM INOVAÇÕES E RESÍDUOS

Os filtros de Kalman convencionais que mantém suas estatísticas fixas perderam espaço em algumas aplicações devido à dificuldade de sintonia das estatísticas do filtro, surgindo as técnicas adaptativas como as de correspondência de covariância. Estes adaptam diretamente as

matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k com base nas sequências de inovação e de resíduo, através do cálculo das covariâncias das sequências conforme exposto nos itens 4.4 e 4.5. No entanto, estes filtros podem apresentar instabilidades devido à possibilidade dos dados das sequências de inovação ou resíduo refletirem alterações bruscas ou *outliers* provenientes de erros de medição ou manobras tais como curvas, aceleração e desaceleração do veículo, entre outras.

Com o intuito de suavizar tal instabilidade e o desempenho do IAE e RAE, os autores ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG (2013) propuseram um método chamado de RIAE – *Robust Innovation-Based Adaptive Estimation* (Estimativa Adaptativa Robusta Baseada em Inovação) ou caso utilize os resíduos, tem-se a variação para o RRAE – *Robust Residue-Based Adaptive Estimation* (Estimativa Adaptativa Robusta Baseada em Resíduo).

Uma das maiores desvantagens do IAE/RAE é a utilização da janela fixa de estimativa N para o cálculo da covariância de inovação ou residual, além da dificuldade de definir um tamanho de janela adequado, podem ocorrer *outliers* num determinado instante de tempo que afeta todas as outras iterações (SILVA et al., 2022; ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG, 2013). As perturbações armazenadas no histórico de resíduo ou inovação interferem diretamente nos valores obtidos no cálculo das matrizes de covariância, reduzindo a precisão das informações e causando divergências devido a matriz adaptada \mathbf{Q}_k e/ou \mathbf{R}_k não refletir a realidade do sistema naquele instante.

A filtragem robusta utiliza a técnica de correspondência de covariância para detectar se a sequência histórica armazenada de inovação ou resíduo carrega informações anormais – ou seja corrompida por *outliers*. Deve-se atentar que o termo anormal adotado nesta subseção, é apenas uma expressão sem qualquer significado estatístico ou, por outras palavras, não significa que tal elemento não corresponde a uma variável com distribuição gaussiana.

4.6.1 Implementação numérica do RIAE/RRAE

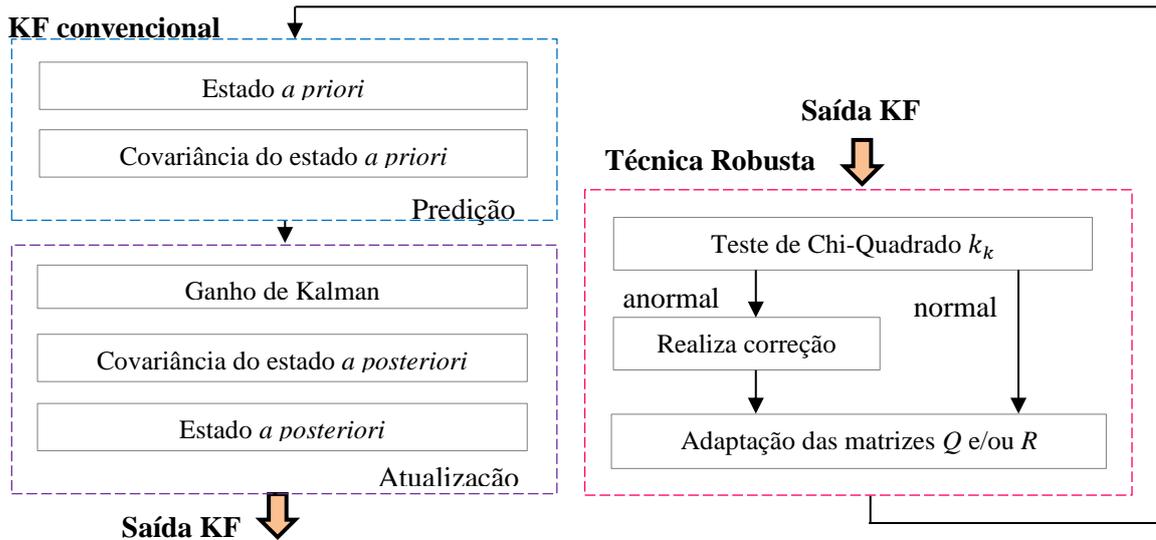
Neste item será considerada a implementação do filtro RIAE, uma variação do filtro IAE abordado no item 4.4. De modo que, a diferença para implementar o filtro RRAE, está no uso dos resíduos ao invés da inovação, caracterizada pelas equações descritas no item 4.5. Tais abordagens adaptativas se diferenciam nas equações e implementações numéricas descritas em seus respectivos tópicos, porém, a abordagem robusta é a mesma para as duas técnicas e será devidamente explanada a seguir.

Neste contexto, o diagrama de funcionamento do filtro RIAE é descrito na Figura 4.3. As primeiras etapas consistem na estimação dos estados e obtenção da sequência de inovação por meio das equações do KF convencional. Tais dados são utilizados posteriormente pela técnica

robusta, ressaltando que a inovação deve ser um ruído branco, gaussiano e de média zero para que o filtro seja estável, de acordo com a Eq. (4.14). As equações descritas neste subitem foram descritas por ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG (2013).

$$\boldsymbol{\eta}_k = N(0, \hat{\mathbf{P}}_{\boldsymbol{\eta}_k}) \quad (4.14)$$

Figura 4.3 – Funcionamento do RIAE.



Fonte: Autora.

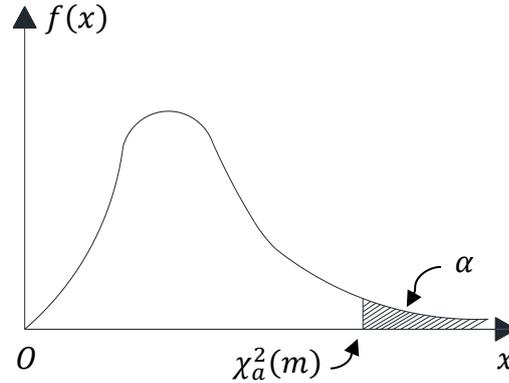
Conforme a Figura 4.3, o filtro KF disponibiliza a sequência de inovação para a realização da técnica robusta. Neste bloco é calculado primeiramente o teste de Chi-quadrado, que verifica a frequência de observação das estimativas e detecta se a amostra se desvia significativamente do valor esperado. Para isto, calcula-se uma variável estatística k_k que é usada para realizar o teste de Chi-quadrado, conforme a equação seguinte.

$$k_k = \boldsymbol{\eta}_k^T \hat{\mathbf{P}}_{\boldsymbol{\eta}_{k-1}}^{-1} \boldsymbol{\eta}_k \sim \chi^2(m) \quad (4.15)$$

A variável $\chi^2(m)$ representa uma distribuição gaussiana chamada de Chi-quadrado tabelado ou crítico, é definida de acordo com o nível de significância α que é o risco de haver rejeição de uma estimativa verdadeira (ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG, 2013). A definição do valor da variável $\chi^2(m)$ é feita por meio da tabela de distribuição Chi-quadrado e com base nos valores de α e m graus de liberdade, que para esta aplicação implica no número de elementos existentes no vetor de inovação.

A Figura 4.4 apresenta a distribuição gaussiana, $f(x)$ é a função densidade de probabilidade, x a estatística do Chi-Quadrado, α representa a região de probabilidade de rejeitar uma hipótese verdadeira e $\chi_a^2(m)$ o valor limite considerado aceitável.

Figura 4.4 – Mapa de esboço do teste de Chi-Quadrado.



Fonte: Adaptado de (ZHIWEN; XIAOPING; JUNXIANG, 2013).

Com a variável estatística k_k calculada pela Eq. (4.15) e o limite de Chi-quadrado χ_a^2 com nível de confiabilidade α definido, é possível realizar o teste de hipóteses conforme a Eq. (4.16).

$$\begin{cases} \text{se } k_k \geq \chi_a^2(m) & \text{então anormal} \\ \text{se } k_k < \chi_a^2(m) & \text{então normal} \end{cases} \quad (4.16)$$

A variável estatística k_k calculada pela Eq. (4.15) é responsável por identificar se o vetor de inovação no instante k apresenta um valor longe do esperado ou não. Portanto, se a inovação for um vetor unitário ou um vetor com elementos correlacionados entre si a Eq. (4.15) retornará um valor adequado e a Eq. (4.17) poderá ser devidamente aplicada para o teste. Mas, caso seja um vetor não correlacionado o ideal é realizar o cálculo com os elementos separadamente por meio da Eq. (4.17).

$$k_k(i) = \frac{\eta_k^2(i)}{\hat{P}_{\eta_{k-1}}(i, i)} \sim \chi^2(1) \quad (4.17)$$

Com o valor de $k_k(i)$ calculado para a inovação, o algoritmo realiza testes para verificar se o valor pertence ao intervalo aceitável de $\chi_a^2(1)$. Caso o valor seja aceitável, conforme o diagrama da Figura 4.4, não há atuação de correção e o filtro executa suas devidas adaptações nas matrizes \mathbf{Q}_k e/ou \mathbf{R}_k . Mas, caso contrário a inovação no instante de tempo i é multiplicada por um fator para enfraquecer o seu efeito. Com isto a inovação anormal identificada na sequência de inovação não prejudica a adaptação das matrizes \mathbf{Q}_k e/ou \mathbf{R}_k . Isto pode ser visto

nas equações descritas a seguir. O Quadro 4.3 apresenta o algoritmo de implementação do algoritmo de funcionamento deste filtro.

$$\tilde{\eta}_k(i) = \begin{cases} \eta_k(i), & 0 \leq k_k(i) < \chi_a^2(1) \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \eta_k(i) \exp\left(-\frac{(k_k(i) - \chi_a^2(1))}{\chi_a^2(1)}\right), & k_k(i) \geq \chi_a^2(1) \end{cases} \quad (4.18)$$

Quadro 4.3 – Método de robustez-adaptação por correspondência de covariância da inovação.

<p>Inicialização: $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$, \mathbf{P}_{k-1}^+, \mathbf{R}_k e \mathbf{Q}_k</p> <hr/> <p>Entradas: \mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{H}_k e \mathbf{y}_k</p> <p>Etapa de predição:</p> $\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ $\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T$ <p>Etapa de atualização:</p> $\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-$ $\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$ $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{P}_{\eta k})^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_k$ $\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-$ <p>Teste de Robustez:</p> $k_k(i) = \frac{\eta_k^2(i)}{\hat{\mathbf{P}}_{\eta k-1}(i, i)}$ <p><Se> $k_k \geq \chi_a^2(m)$</p> $\tilde{\eta}_k(i) = \eta_k(i) \exp\left(-\frac{(k_k(i) - \chi_a^2(1))}{\chi_a^2(1)}\right)$ <p><Senão></p> $\tilde{\eta}_k(i) = \eta_k(i)$ <p><Fim></p> <p>Adaptação das matrizes \mathbf{R}_k e \mathbf{Q}_k</p> $\mathbf{R}_k = \hat{\mathbf{P}}_{\eta k} - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T$ $\mathbf{Q}_k = \mathbf{K}_k \hat{\mathbf{P}}_{\eta k} \mathbf{K}_k^T$
--

Fonte: Autora.

Com o intuito de facilitar a compreensão, o Quadro 4.4 apresenta o algoritmo de implementação do algoritmo correspondente ao robusto-adaptativo por correspondência de covariância do resíduo.

Quadro 4.4 – Método de robustez-adaptação por correspondência de covariância do resíduo.

<p>Inicialização: $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \mathbf{P}_{k-1}^+, \mathbf{R}_k$ e \mathbf{Q}_k</p> <hr/> <p>Entradas: $\mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{H}_k$ e \mathbf{y}_k</p> <p>Etapa de predição:</p> $\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ $\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T$ <p>Etapa de atualização:</p> $\mathbf{r}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^+$ $\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-$ $\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$ $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{P}_{\eta k})^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_k$ $\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-$ <p>Teste de Robustez:</p> $k_k(i) = \frac{\eta_k^2(i)}{\hat{\mathbf{P}}_{\eta k-1}(i, i)}$ <p><Se> $k_k \geq \chi_a^2(m)$</p> $\tilde{\eta}_k(i) = \eta_k(i) \exp\left(-\frac{(k_k(i) - \chi_a^2(1))}{\chi_a^2(1)}\right)$ <p><Senão></p> $\tilde{\eta}_k(i) = \eta_k(i)$ <p><Fim></p> <p>Adaptação das matrizes \mathbf{R}_k e \mathbf{Q}_k</p> $\mathbf{R}_k = \hat{\mathbf{P}}_{rk} + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^+ \mathbf{H}_k^T$ $\mathbf{Q}_k = \mathbf{K}_k \hat{\mathbf{P}}_{rk} \mathbf{K}_k^T$

Fonte: Autora.

4.7 ADAPTAÇÃO VIA FATOR DE ATENUAÇÃO

Os resultados do KF convencional dependem da implementação de um bom modelo dinâmico para obter resultados satisfatórios, sendo que um modelo incompleto significa um mal dimensionamento das equações do filtro – logo a matriz de covariância de ruído do processo \mathbf{Q}_k possui pouca eficiência. De acordo com XIA et al. (1994) um dos problemas mais explícitos do KF é a forte dependência dos dados *a posteriori* para calcular as estimativas *a priori*, além de que o próprio modelo dinâmico degrada as informações antigas.

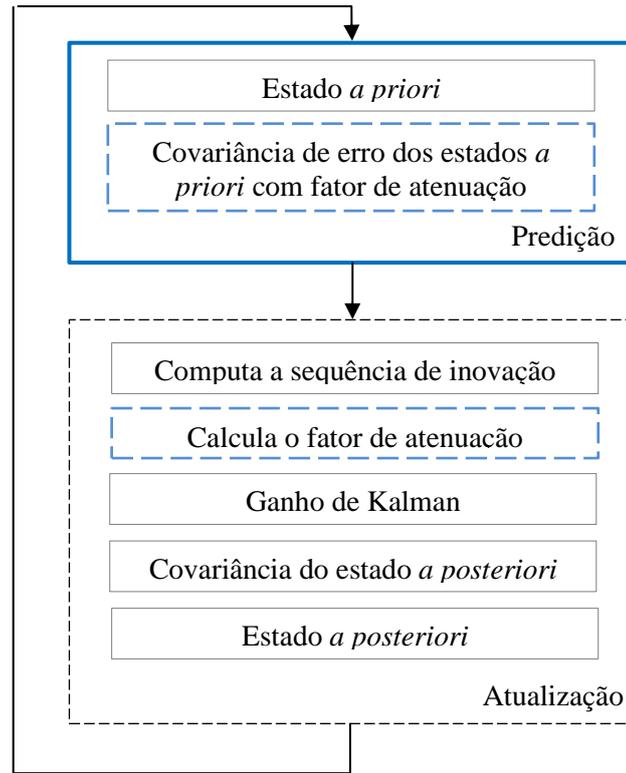
O AKF via fator de atenuação pressupõe que as medições do sistema estejam corretas. Com isto, XIA et al. (1994) propôs um método de limitação da memória do KF, em que atribui maior peso as estimativas de estados mais atuais através da equação de covariância de erro. Segundo HU et al. (2003) a ideia da utilização do fator de atenuação é simples e a define como a aplicação de um peso significativo na matriz de covariância prevista. Com o propósito de dar maior peso às medições do sistema e desconsiderar a influência do modelo dinâmico.

Em aspectos matemáticos, para alcançar o objetivo de limitar as estimativas dos estados preditos e adaptar o filtro para dar mais influência as medições é necessário aumentar o peso da covariância de erros dos estados *a priori* \mathbf{P}_k^- para que na etapa de atualização do filtro, os estados preditos \mathbf{x}_k^- sejam menos ponderados. Segundo CHANG (2014), o fator de atenuação pode ser utilizado para modificar \mathbf{P}_k^- de duas maneiras distintas, que são: redimensionando os valores prévios das estimativas *a posteriori* da covariância dos erros dos estados \mathbf{P}_{k-1}^+ ou redimensionando diretamente \mathbf{Q}_k ou \mathbf{P}_k^- . Neste trabalho, será adotado a implementação de um AFKF com adaptação direta na matriz \mathbf{Q}_k de acordo com HAJIYEV; VURAL; HAJIYEVA (2012).

4.7.1 Implementação numérica do AFKF

O AFKF implementado está de acordo com HAJIYEV; VURAL; HAJIYEVA (2012) e tem seu funcionamento descrito na Figura 4.5. O fator de atenuação atua na etapa de predição, especificamente na matriz \mathbf{P}_k^- , e caso o vetor de inovação não atenda à condição necessária imposta pela dinâmica deste método. A informação utilizada para iniciar o processo de adaptação é a sequência de inovação, em que λ_k é empregado para influenciar diretamente a matriz \mathbf{Q}_k .

Figura 4.5 – Funcionamento do AFKF.



Fonte: Autora.

De acordo com o diagrama da Figura 4.5, a primeira etapa de cálculo do AFKF consiste nas equações de predição do KF convencional. As matrizes de covariâncias *a priori* das estimativas dos erros dos estados \mathbf{P}_k^- e inovação $\mathbf{P}_{\eta k}$ são calculadas pelas Eqs. (4.20) e (4.21), respectivamente. O fator de atenuação λ_k é inserido em \mathbf{P}_k^- , especificamente na parcela que corresponde a matriz de covariância do processo \mathbf{Q}_k .

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \quad (4.19)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \lambda_k (\mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (4.21)$$

Com estas equações, substitui-se a Eq. (4.20) em (4.21) para obter a expressão expandida de $\mathbf{P}_{\eta k}$ da Eq. (4.23)

$$\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k (\mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \lambda_k \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (4.22)$$

$$\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k (\mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k (\lambda_k \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (4.23)$$

O fator de atenuação λ_k é calculado com a utilização da sequência de inovação apresentada na Eq. (4.25).

$$\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- \Rightarrow \boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (4.24)$$

$$\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{H}_k (\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ - \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (4.25)$$

A condição válida para que o fator de atenuação atue influenciando o filtro, é dado pela Eq. (4.26). E consiste na comparação entre o erro de filtragem real (lado esquerdo) e o valor esperado da inovação (lado direito), obtidas *a priori* (HAJIYEV; VURAL; HAJIYEVA, 2012), conforme a expressão abaixo:

$$\text{tr}\{\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T\} \geq \text{tr}\{E[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T]\} \quad (4.26)$$

Com a Eq. (4.25) obteve-se a matriz de covariância *a priori* das estimativas das inovações da Eq. (4.28) equivalente à Eq. (4.21).

$$\text{tr}\{\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T\} = \text{tr}\{[\mathbf{H}_k (\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ - \hat{\mathbf{x}}_k^-)] \times [\mathbf{H}_k (\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ - \hat{\mathbf{x}}_k^-)]^T\} \quad (4.27)$$

$$\text{tr}\{\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T\} = \text{tr}\{\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k\} \quad (4.28)$$

Na Eq. (4.28), substituiu-se a matriz \mathbf{P}_k^- da Eq. (4.20) e tem-se expressão em (4.29):

$$\begin{aligned} \text{tr}\{\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T\} &= \text{tr}\{[\mathbf{H}_k (\mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T]\} + \text{tr}\{[\mathbf{H}_k (\lambda_k \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T) \mathbf{H}_k^T]\} \\ &\quad + \text{tr}\{\mathbf{R}_k\} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Mediante o exposto, a sequência de inovação da Eq. (4.25) é responsável por retornar informações de desempenho do filtro. Caso ocorra uma alteração significativa e inesperada nas medidas (\mathbf{y}_k) num determinado instante de tempo, a diferença entre as medidas (\mathbf{y}_k) e a previsão das observações $\mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-$ será discrepante. Ocasionalmente, a condição (4.26) será satisfeita, e o erro de filtragem real excederá o valor esperado da covariância da sequência de inovação – logo o fator de atenuação atua no filtro.

De acordo com a propriedade de multiplicação do traço, o traço do produto externo é equivalente ao produto interno, então adota-se o termo $\text{tr}\{\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T\}$ como:

$$\text{tr}\{[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T]\} = \boldsymbol{\eta}_k^T \boldsymbol{\eta}_k \quad (4.30)$$

Partindo-se da expressão (4.26), e usando o resultado (4.28), pode-se obter a expressão (4.33), que calcula o fator de atenuação:

$$\begin{aligned} r\{[\mathbf{H}_k(\mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}^+\mathbf{F}_{k-1}^T)\mathbf{H}_k^T]\} + tr\{[\mathbf{H}_k(\lambda_k\mathbf{G}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{G}_{k-1}^T)\mathbf{H}_k^T]\} + tr\{\mathbf{R}_k\} \\ = \boldsymbol{\eta}_k^T\boldsymbol{\eta}_k \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} tr\{[\mathbf{H}_k(\lambda_k\mathbf{G}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{G}_{k-1}^T)\mathbf{H}_k^T]\} \\ = \boldsymbol{\eta}_k^T\boldsymbol{\eta}_k - tr\{[\mathbf{H}_k(\mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}^+\mathbf{F}_{k-1}^T)\mathbf{H}_k^T]\} - tr\{\mathbf{R}_k\} \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\lambda_k = \frac{\boldsymbol{\eta}_k^T\boldsymbol{\eta}_k - \mathbf{M}_k}{\mathbf{N}_k} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{M}_k = tr\{[\mathbf{H}_k(\mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}^+\mathbf{F}_{k-1}^T)\mathbf{H}_k^T]\} - tr\{\mathbf{R}_k\} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{N}_k = tr\{[\mathbf{H}_k(\mathbf{G}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{G}_{k-1}^T)\mathbf{H}_k^T]\} \quad (4.35)$$

A atuação da compensação por meio do fator de atenuação, Eq. (4.33), é feita de acordo com a condição dada pela expressão (4.26). Caso esta condição seja válida o valor de λ_k sofre acréscimo, e conseqüentemente $\mathbf{P}_{\eta k}$ é aumentado. Com isto, na etapa de atualização do filtro o ganho de Kalman (\mathbf{K}_k) dado pela Eq. (4.36) será aumentado na mesma proporção. De certo, o cálculo dos estados a posteriori \mathbf{x}_k^+ da Eq. (4.37) sofrerá maior influência das medidas $\mathbf{K}_k\boldsymbol{\eta}_k$ do que dos estados preditos $\hat{\mathbf{x}}_k^-$, isto conduzirá a diminuição da diferença entre as medidas verdadeiras e preditas (vetor de inovação), conseqüentemente, reduzindo o fator de atenuação.

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{P}_{\eta k})^{-1} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{x}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_k \quad (4.37)$$

Quadro 4.5 – Método de adaptação via fator de atenuação com adaptação em \mathbf{Q}_k .

<p>Inicialização: $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$, \mathbf{P}_{k-1}^+, \mathbf{R}_k e \mathbf{Q}_k</p> <hr/> <p>Entradas: \mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{H}_k e \mathbf{y}_k</p> <p>Etapa de predição:</p> $\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ $\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \lambda_k (\mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T)$ <p>Etapa de atualização:</p> $\boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-$ <p>Se $r\{\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T\} \geq tr\{E[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T]\}$ então</p> $\lambda_k = \frac{\boldsymbol{\eta}_k^T \boldsymbol{\eta}_k - M_k}{N_k}$ <p>Fim</p> $\mathbf{P}_{\eta k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$ $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{P}_{\eta k})^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_k$ $\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-$
--

Fonte: Autora.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SIMULADOS

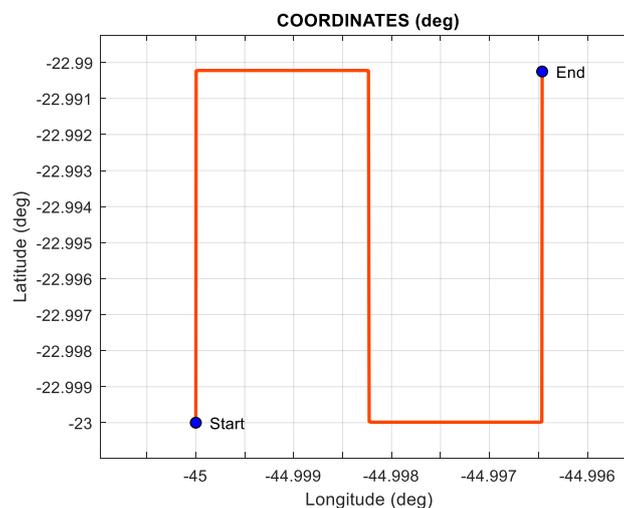
Até aqui, foram detalhadas desde as tecnologias aplicadas à navegação de AUVs, equações que compõem a propagação de erros, bem como os algoritmos de fusão sensorial e as várias técnicas adaptativas aprofundadas neste trabalho de pesquisa. Nesta seção, o intuito é discutir os resultados obtidos com as implementações feitas e apresentar as contribuições desta pesquisa para a navegação de AUVs.

Duas estratégias para comparar os filtros adaptativos foram adotadas: a) Manobras simuladas de navegação, b) Manobras pós-processadas de ensaios realizados em campo. Os resultados com manobras simuladas foram obtidos através de um Simulador de AUV desenvolvido pelo LVNT, conforme SILVA et al. (2022). Uma plataforma de testes desenvolvida pelo LVNT, o ASV (*Autonomous Surface Vehicle*), foi utilizada para obtenção dos dados de ensaios em campo (SOUZA et al., 2022). Os dados coletados foram pós-processados através de um simulador em C desenvolvido pelo laboratório.

5.1. RESULTADOS DE MANOBRA SIMULADA

Os resultados de simulação foram obtidos considerando uma manobra corte de relva, conforme a Figura 5.1, à velocidade constante de 1m/s, de acordo com as seguintes condições: a) AUV alinhado com o referencial de navegação NED; b) Coordenadas iniciais de -23 graus (Latitude) e -45 graus (Longitude); c) Desalinhamento IMU/DVL de 1 grau para os eixos x e y e 5 graus para z ; d) Integração INS/DVL/PS fracamente acoplada, de acordo com o modelo dinâmico apresentado na Seção 3 deste trabalho.

Figura 5.1 – Trajetória Corte de Relva.



Fonte: Autora.

As simulações foram realizadas para: 1) 100 repetições, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros; 2) Manobras de 1 e 4hs de duração; 3) Integração Pura (IP) da INS/DVL/PS, KF convencional, adaptativos e adaptativos-robustos baseados nas inovações e resíduos, múltiplos modelos e fator de atenuação; 4) Além de considerar os erros nas medidas dos sensores, foram feitas análises inserindo *outliers* nas medidas do DVL. Deste modo, os resultados dos filtros foram analisados com e sem o efeito de *outliers*.

Para as análises, foram consideradas duas IMUs compatíveis com os modelos do tipo tática e intermediária, conforme classificação dada por GROVES, (2013) mostrada na Tabela 5.1. As especificações dos sensores e as configurações dos filtros adaptativos são definidas nos próximos itens deste capítulo.

Tabela 5.1 – Bias dos acelerômetros e girômetros para diferentes graus de IMU.

Grau de IMU	Bias dos acelerômetros (ms^{-2})	Bias dos girômetros ($^{\circ}/h^{-1}$)
Marinha	0.01	0.001
Aviação	0.03-0.1	0.01
Intermediária	0.1-1	0.1
Tática	1-10	1-100
Consumidor	>3	>100

Fonte: Extraído de GROVES, (2013).

5.1.1.1. Especificações dos sensores

Os principais sensores embarcados no AUV são os conjuntos dos sensores inerciais da IMU, sensor de velocidade por efeito *Doppler* e profundímetro. Portanto, a fim de garantir que o desempenho do sistema de navegação no simulador estivesse o mais próximo possível dos testes em campo, foram adotadas as características mostradas nas Tabela 5.2 e Tabela 5.3 para o DVL e profundímetro respectivamente nas simulações.

Tabela 5.2 – Especificações do DVL usado nas simulações.

Parâmetros	Eixo X	Eixo Y	Eixo Z
<i>Random Walk</i> (mm/\sqrt{s})	20	20	20
Fator de Escala (%)	5	5	5
Desalinhamento DVL/referencial b	1	1	5

Fonte: Autora.

Tabela 5.3 – Especificações do profundímetro usado nas simulações.

Parâmetros	
<i>Random Walk</i> ($mca \times s^{0.5}$)	0.01
Fundo de Escala (%)	0.05

Fonte: Autora.

Os parâmetros para a IMU foram obtidos a partir da caracterização de ruídos pelo método da Variância de Allan, tal abordagem permite extrair os parâmetros dos principais ruídos presentes nos sensores inerciais, os quais são responsáveis por corromper suas estimativas (EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008; FARRELL *et al.*, 2022; WOODMAN, 2007).

Para a IMU tática, o ensaio de caracterização foi realizado no IPqM (Instituto de Pesquisas da Marinha), cujo procedimento durou aproximadamente 5 horas, sendo 1 hora para estabilização da temperatura e 4 horas de aquisição de dados. A curva de Allan para os sinais dos girômetros e acelerômetros da IMU, bem como o levantamento das curvas padrão de cada ruído são mostrados no APÊNDICE C. Na Tabela 5.4 são mostrados os parâmetros dos ruídos extraídos.

Tabela 5.4 – Caracterização dos ruídos da IMU do tipo tática.

Parâmetros	Eixo X	Eixo Y	Eixo Z
Girômetros			
<i>Angle Random Walk</i> ($^\circ/\sqrt{h}$)	0.033	0.031	0.031
<i>Bias Instability</i> ($^\circ/h$)	0.45	0.38	0.27
Acelerômetros			
<i>Velocity Random Walk</i> ($m/s/\sqrt{h}$)	0.054	0.060	0.054
<i>Bias Instability</i> (m/s^2)	6.02×10^{-4}	5.57×10^{-4}	5.72×10^{-4}

Fonte: Autora

Para a IMU do tipo intermediária, o ensaio de caracterização dos ruídos foi realizado no Laboratório de Metrologia da USP, onde a IMU foi posicionada em uma mesa de granito nivelada, com uma frequência de aquisição de 100 Hz e duração de cinco horas, 1 hora para estabilização da temperatura e 4 horas de aquisição. As curvas de Allan e as curvas padrão dos ruídos obtidas para os dados dos girômetros e acelerômetros são mostrados no APÊNDICE C. Na Tabela 5.5 são mostrados os parâmetros dos ruídos caracterizados.

Tabela 5.5 – Caracterização dos ruídos da IMU do tipo intermediária.

Parâmetros	Eixo X	Eixo Y	Eixo Z
Girômetros			
<i>Angle Random Walk</i> ($^{\circ}/\sqrt{h}$)	0.026	0.032	0.032
Acelerômetros			
<i>Velocity Random Walk</i> ($m/s/\sqrt{h}$)	0.012	0.010	0.010
<i>Bias Instability</i> (m/s^2)	$3.42 \cdot 10^{-5}$	$2.58 \cdot 10^{-5}$	$3.69 \cdot 10^{-5}$

Fonte: Autora

Com base no ensaio da Variância de Allan, não foram modelados ruídos de *Bias Instability* para os girômetros. Além disso, com base nos dados dos fabricantes, foram considerados nas simulações *bias* de $0.02 \text{ }^{\circ}/h$ para os girômetros e $1000 \text{ } \mu g$ para os acelerômetros.

5.1.2. Configurações dos filtros adaptativos

Os parâmetros e a base de sintonia considerados nos filtros adaptativos foram:

- Técnicas baseadas em inovações e resíduos: os filtros RAE e IAE com janela de $N = 250$ amostras e adaptação via matriz \mathbf{R}_k ;
- Técnicas robustas baseadas em inovações e resíduos: os filtros RRAE e RRIAE com janela de $N = 100$ amostras, Chi-quadrado tabelado de $\chi_a^2 = 7.8794$, nível de confiabilidade $\alpha = 0.005$ e adaptação na matriz \mathbf{R}_k ;
- Técnica de múltiplos modelos: composto por quatro filtro de Kalman simultâneos e com as seguintes atribuições de pesos, \mathbf{Q}_k , que são: $\mathbf{Q}_{k_1} = 0,75^2 \mathbf{Q}_k$, $\mathbf{Q}_{k_2} = 1,5^2 \mathbf{Q}_k$, $\mathbf{Q}_{k_3} = 2,25^2 \mathbf{Q}_k$ e $\mathbf{Q}_{k_4} = 3^2 \mathbf{Q}_k$. Ressalta-se que \mathbf{Q}_k é definido com base na caracterização da IMU e é apresentada nos próximos itens.
- Adaptação via fator de atenuação: com fator de atenuação, λ_k , calculado conforme explanado nos tópicos anteriores.

Serão apresentadas tabelas com a síntese dos resultados de simulações, além da seleção de alguns dos casos para a representação gráfica das trajetórias estimadas. As simulações foram executadas com base no procedimento de Monte Carlo, considerando variações randômicas dentro de um intervalo de 3 vezes os valores nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros.

5.1.3. Simulação de uma IMU do tipo tática

Neste subtópico são analisados os resultados de navegação considerando as características de uma IMU do tipo tática. Devido a abordagem adotada para implementação da fusão sensorial, *Error-State*, os valores iniciais do vetor de estados (\mathbf{x}_0) foram definidos como nulos e a matriz de covariância \mathbf{P}_0 definida como: a) Atitude: *roll*, *pitch* de 1° e rumo de 5° ; b) Velocidade: 1m/s para as três componentes; c) Posição: 10^{-6} rad/s para latitude e longitude, e 1m para a altitude; d) *Bias*: $1000 \mu g$ para os acelerômetros e $1^\circ/h$ para os girômetros.

Tais definições são utilizadas na construção do vetor de estados e respectiva matriz de covariância iniciais, conforme as expressões (5.1) e (5.2), onde *diag* representa uma matriz diagonal.

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}_{15 \times 1} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag}[(1^\circ)^2 \ (1^\circ)^2 \ (5^\circ)^2 \ (0,1m/s)^2 \ (0,1m/s)^2 \ (0,1m/s)^2 \ (10^{-6}rad)^2 \ (10^{-6}rad)^2 \ (1m)^2 \ (1^\circ/h)^2 \ (1^\circ/h)^2 \ (1^\circ/h)^2 \ (100\mu g)^2 \ (100\mu g)^2 \ (100\mu g)^2] \quad (5.2)$$

A matriz de covariância \mathbf{R}_0 teve sua sintonia a partir dos dados disponibilizados pelos fabricantes dos sensores e ajustados a partir de testes de calibração no laboratório. A fusão sensorial adotada neste projeto é composta por dados da IMU, DVL e PS, portanto a matriz \mathbf{R}_0 é composta por uma matriz diagonal cujos elementos são as incertezas dos ruídos associados ao DVL e PS, conforme a Eq. (5.3).

$$\mathbf{R}_0 = \text{diag}[(0.05 m/s)^2 \ (0.05 m/s)^2 \ (0.05 m/s)^2 \ (0.01 m)^2] \quad (5.3)$$

Para sistemas de navegação inerciais, a sintonia da matriz \mathbf{Q}_0 pode ser obtida a partir das estatísticas dos ruídos dos girômetros e acelerômetros da IMU (WOODMAN, 2007; EL-SHEIMY; HOU; NIU, 2008). Conforme WOODMAN (2007), as variâncias podem ser obtidas pelos parâmetros de *Angle/Velocity Random Walk*. Neste trabalho, tais informações foram extraídas de ensaios de caracterização da IMU, e estão apresentados na Tabela 5.5. A Equação (5.5) pode ser usada para cálculo das variâncias, onde δt é o tempo de amostragem e *RW* corresponde ao parâmetro de *Angle/Velocity Random Walk*. Para efeito de demonstração, abaixo é exemplificado o cálculo de σ para os girômetros.

$$\sigma = \frac{RW}{\sqrt{\delta t}} \quad (5.4)$$

$$\sigma = \frac{RW}{\sqrt{\delta t}} = \frac{0.032[^\circ/\sqrt{h}]}{\sqrt{0.01[s]}} = \frac{0.032[^\circ/\sqrt{h}]}{\sqrt{\frac{0,01}{3600} [h]}} = 19.2^\circ/h = 9.3084 \times 10^{-5} rad/s \quad (5.5)$$

A partir dos valores de variância obtidos, foram realizados ajustes por experimentação e observação para refinar a sintonia a fim de melhorar a resposta do filtro de Kalman. Após os ajustes, a matriz \mathbf{Q}_0 usada nas simulações com a IMU táctica é dada por:

$$\mathbf{Q}_0 = \text{diag}[(2.14 \times 10^{-5} rad/s)^2 \quad (2.14 \times 10^{-5} rad/s)^2 \quad (2.14 \times 10^{-5} rad/s)^2 \quad (4.47 \times 10^{-4} m/s)^2 \quad (4.47 \times 10^{-4} m/s)^2 \quad (4.47 \times 10^{-4} m/s)^2] \quad (5.6)$$

Como exposto nas considerações iniciais deste item, duas abordagens são utilizadas para observar os desempenhos das diferentes técnicas, que consiste na análise com e sem os efeitos dos *outliers* nas medidas do DVL. Ressalta-se que considerar os *outliers* apenas neste sensor, tem por justificativa ser comum *outliers* em alguns modelos do mercado. Além disso, tal sensor depende da reflexão de ondas acústicas no solo marinho ou na superfície livre da interface entre água e ar. Irregularidades tais como abismos submarinos, por exemplo, podem perturbar ou interromper a reflexão das ondas acústicas.

5.1.3.1. Análise sem o efeito de *outliers* nas medidas do DVL

Os resultados de simulação para a manobra com duração de 1 hora e sem inserção de *outliers*, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.6. Para análise estatística, os dados da tabela mostram o desempenho de cada filtro expressos em RMS – *Root Mean Square Error* (Erro Quadrático Médio) e em Erro de Distância Percorrida (EDP) em porcentagem.

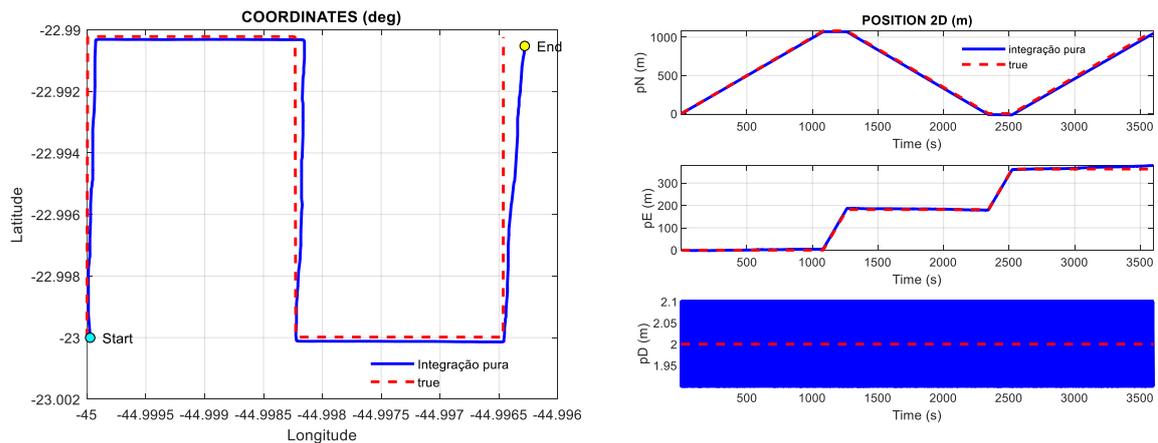
Tabela 5.6 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de *outliers* nas leituras do DVL. IMU táctica.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	15.6665	4.8490	0.1000	0.4202	0.9908
KF	10.9619	9.0439	0.0230	0.2991	1.4395
IAE	13.4016	7.4191	0.0246	0.3497	1.3417
RIAE	13.3320	6.7205	0.0245	0.3471	1.0342
RAE	14.2390	7.6646	0.0246	0.3791	1.4263
RRAE	13.3882	7.3204	0.0246	0.3494	1.3178
MMAE	10.7833	12.0641	0.0171	0.2935	1.8013
AFKF	18.5810	74.8782	0.0179	0.4428	15.6513

Fonte: Autora

De acordo com os resultados dos experimentos dos filtros da Tabela 5.6, nota-se que as estimativas se mantiveram em torno de 0.2 a 0.5% de EDP. Para a integração pura da Figura 5.2, não há qualquer compensação dos erros das variáveis de navegação, portanto, pode-se observar que nos trechos em linha reta o erro de posição cresce lentamente podendo ser suavizado nas curvas, mas, volta a crescer nas pernas longas da manobra.

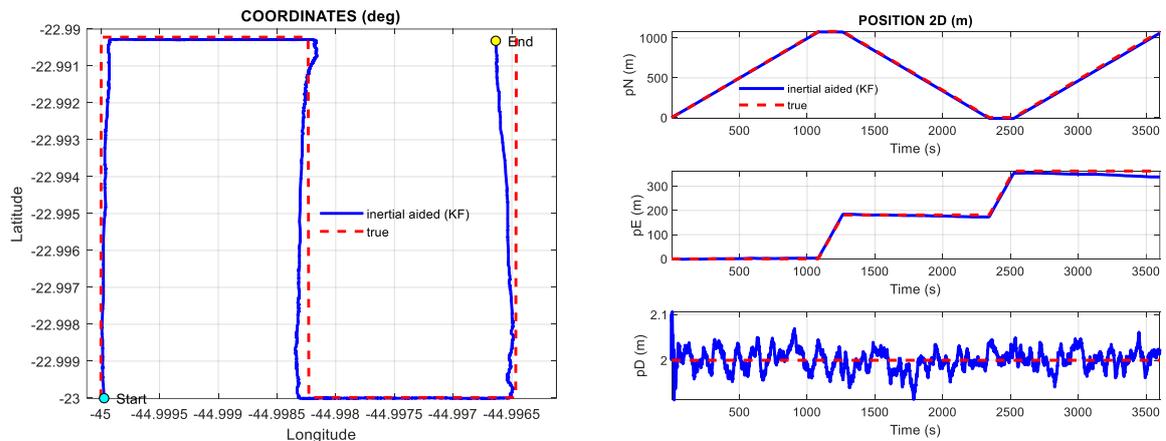
Figura 5.2 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem *outliers*. Integração Pura. IMU táctica.



Fonte: Autora.

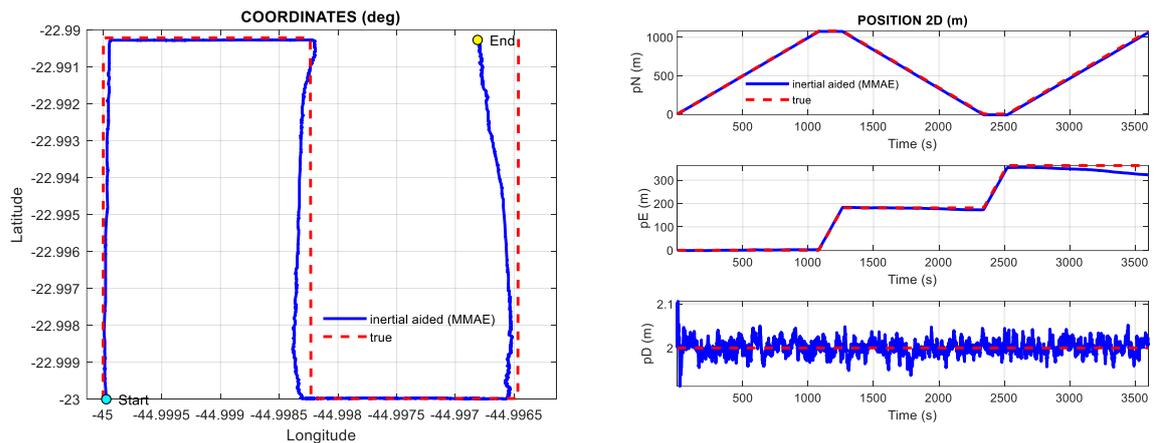
O filtro convencional, de múltiplos modelos e fator de atenuação mostrados na Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5, respectivamente, foram mais sensíveis às ocorrências de curvas quando comparado aos adaptativos e robusto-adaptativos por correspondência de covariância das inovações da Figura 5.6 e Figura 5.7, respectivamente.

Figura 5.3 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem *outliers*. Filtro: KF. IMU tática.



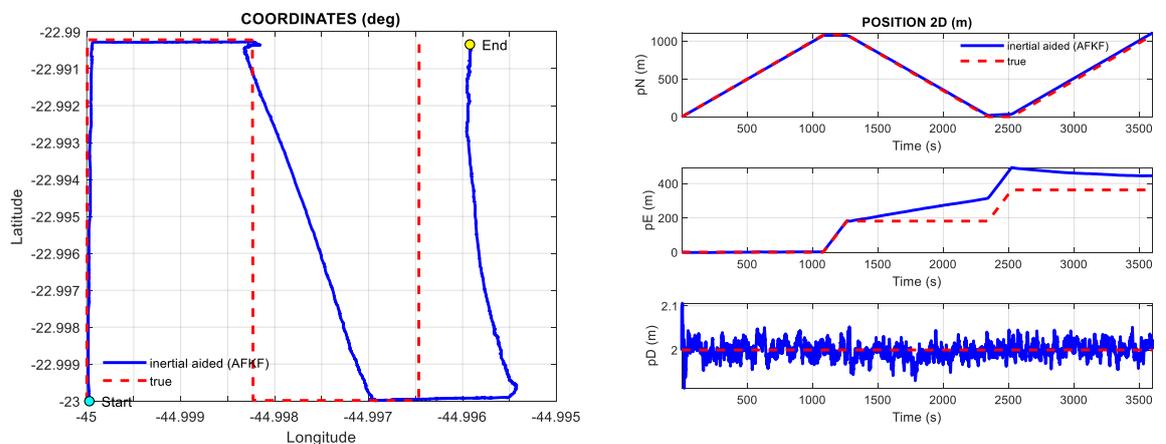
Fonte: Autora.

Figura 5.4 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem *outliers*. Filtro: MMAE. IMU tática.



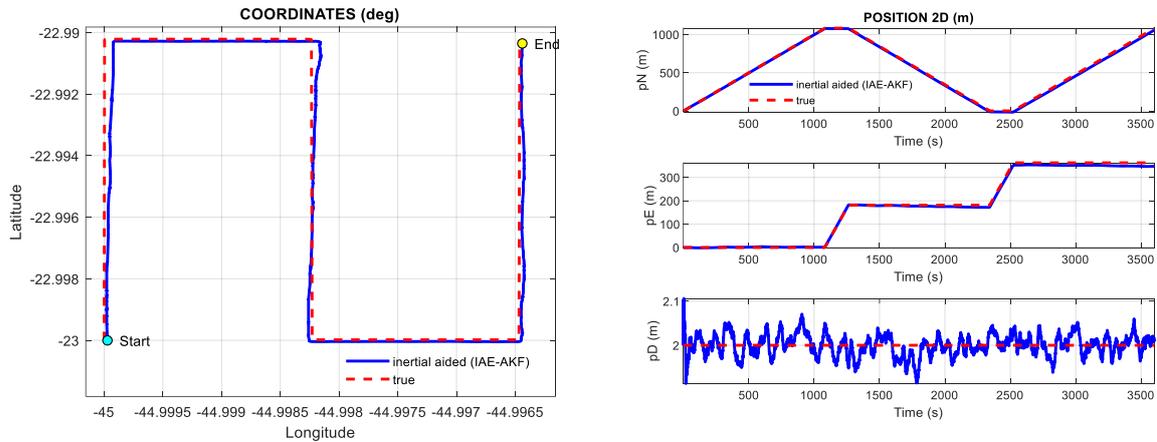
Fonte: Autora.

Figura 5.5 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem *outliers*. Filtro: AFKF. IMU tática.



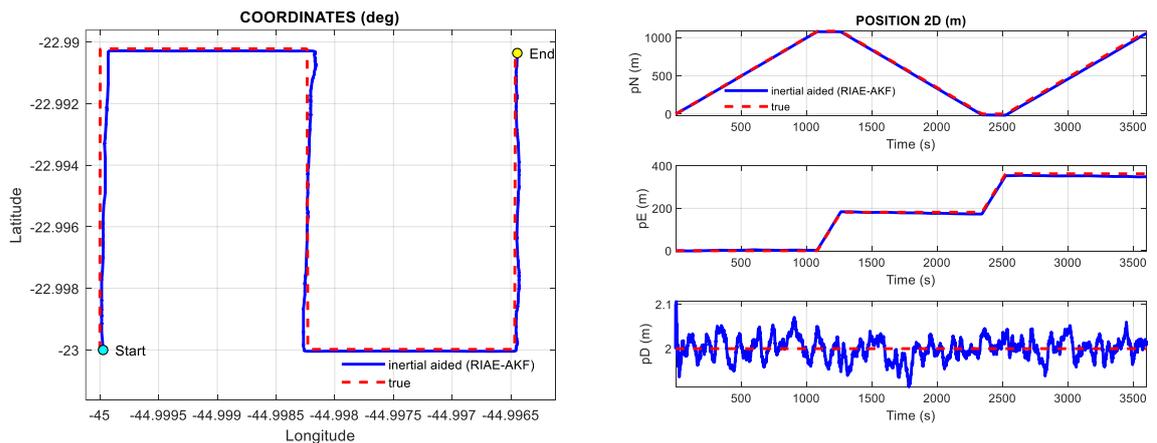
Fonte: Autora.

Figura 5.6 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem *outliers*. Filtro: IAE. IMU tática.



Fonte: Autora.

Figura 5.7 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. Sem *outliers*. Filtro: RIAE. IMU tática.



Fonte: Autora.

Ressalta-se que conforme a Tabela 5.6, bem como observado graficamente, não houve diferenças significativas nos desempenhos obtidos entre as abordagens RAE e IAE, nem para RIAE e RRAE. Por isso, as análises feitas para robusto-adaptativo e adaptativo por correspondência de covariância tanto para inovação quanto para o resíduo se repetem.

Para uma análise com 100 repetições de simulação e tempo de duração de 1 hora, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros, foram obtidos os resultados da Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	18.0361	4.3792	0.1000	0.4940	0.9297
KF	15.2977	14.9751	0.0580	0.4171	3.1134
IAE	15.1147	16.6428	1.2294	0.3690	3.3850
RIAE	15.0776	16.3523	1.2575	0.3574	3.3274
RAE	15.9416	16.7832	1.2743	0.3746	3.4105
RRAE	14.9511	16.1225	1.2288	0.3451	3.3192
MMAE	9.8248	12.5662	0.0293	0.2645	2.2780
AFKF	9.7984	12.5063	0.0281	0.2642	2.2357

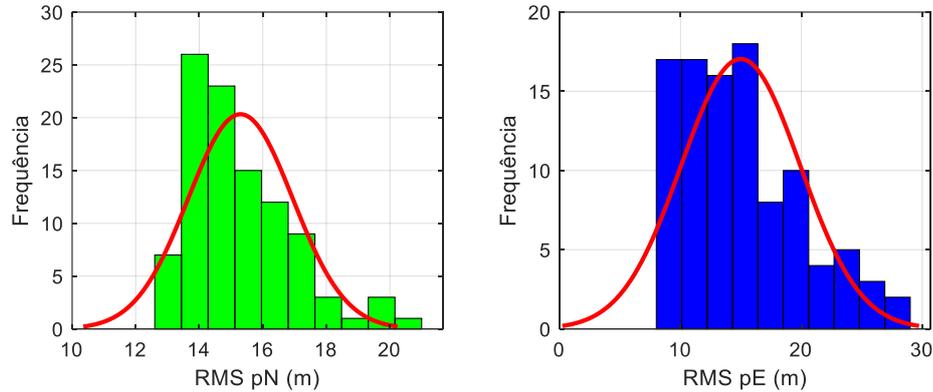
Fonte: Autora.

São apresentados os gráficos da distribuição dos erros de posição e os diagramas de caixas obtidos dos experimentos de cada um dos filtros, onde a curva contínua de distribuição de probabilidade ou função densidade foi construída com base na área sob a curva. Além disso, tabelas com os resultados numéricos dos estimadores de tendência central e dispersão dos filtros são apresentados.

Uma análise mais aprofundada do desempenho dos filtros KF e AFKF foram feitas, com o intuito de apresentar os conceitos principais que norteiam as análises. Os dados detalhados para os demais filtros são apresentados no APÊNDICE A. Por fim, é feita uma análise comparativa entre o desempenho dos filtros em relação aos erros de posição horizontal.

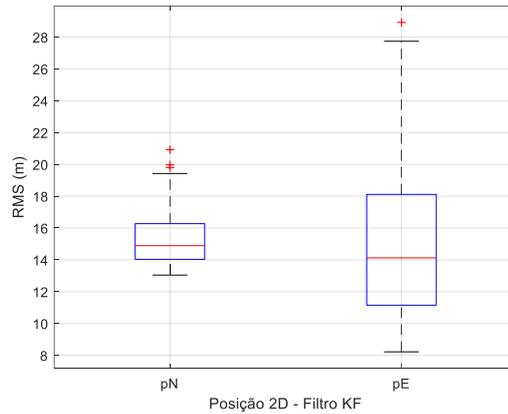
O histograma da Figura 5.8 corresponde ao experimento de 100 amostras obtidos com o filtro KF convencional. São feitas análises através do diagrama de caixas, devidamente fundamentado no APÊNDICE D. Como parte da estratégia de comparação de desempenho entre as técnicas de adaptação, adotou-se uma ferramenta gráfica denominada de diagrama de caixas proposto por TUKEY (1977) e explanada no APÊNDICE C. O diagrama de caixas obtidos para o conjunto de dados de 100 repetições com o KF convencional é mostrado na Figura 5.9.

Figura 5.8 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro KF. IMU táctica.



Fonte: Autora.

Figura 5.9 – Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro KF. IMU táctica.



Fonte: Autora.

As características de estimadores de tendência central e dispersão (média, mediana e desvio-padrão), bem como valores de máximo, mínimo e número de valores atípicos, oriundos do diagrama de caixas, são mostrados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Estimadores de tendência central e dispersão. Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro KF. IMU táctica.

Filtro KF	pN	pE
Média (m)	15.2977	14.9750
Mediana (m)	14.8902	14.1255
Desvio padrão, σ (m)	1.6480	4.9162
Máximo	20.9226	28.9183
Mínimo	13.043	8.2201
Número de valores atípicos	3	1

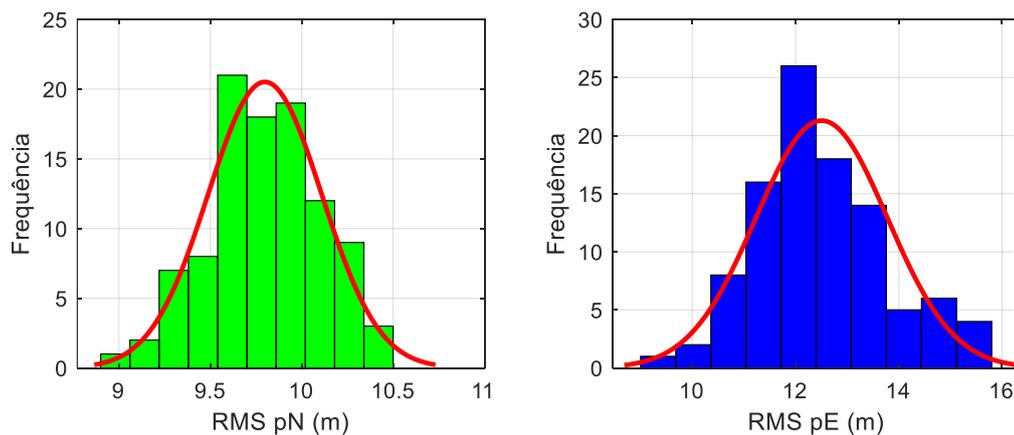
Fonte: Autora.

Com as medidas de dispersão, mensura-se o afastamento médio entre os dados do experimento do filtro da sua medida de tendência central. De acordo com a Tabela 5.8, o valor de dispersão para pN é bem menor que pE , o que pode ser identificado pela altura da caixa (IQR) mostrado na Figura 5.9 e indicam maior variabilidade para o conjunto de dados de pE . Na Tabela 5.8, é possível notar os valores de máximo e mínimo, bem como, a ocorrência de valores atípicos que influenciam diretamente no cálculo de média e mediana, e consequentemente, resulta na assimetria observada no histograma da Figura 5.8.

Além disso, verifica-se na Figura 5.9 que para pN a distância entre a mediana (linha vermelha no centro da caixa) e o quartil inferior é menor que a distância entre a mediana e o quartil superior, denotando que os dados se desviam do ponto central da distribuição e estão mais concentrados à direita, conforme a Figura D. 2. A mesma análise para pE , mostra que os dados estão mais concentrados à esquerda do histograma.

O histograma da Figura 5.10 corresponde aos erros de posição horizontal obtidos do experimento com o filtro AFKF e a Tabela 5.9 mostra os dados estatísticos calculados para esta distribuição. Através da tabela conclui-se que a média e a mediana são muito próximas, e com isto as curvas possuem uma maior simetria e poucos valores atípicos. Outro aspecto importante corresponde a dispersão identificada, em que o afastamento médio entre os dados da sua medida de tendência central foi notavelmente menor.

Figura 5.10 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro AFKF. IMU táctica.



Fonte: Autora.

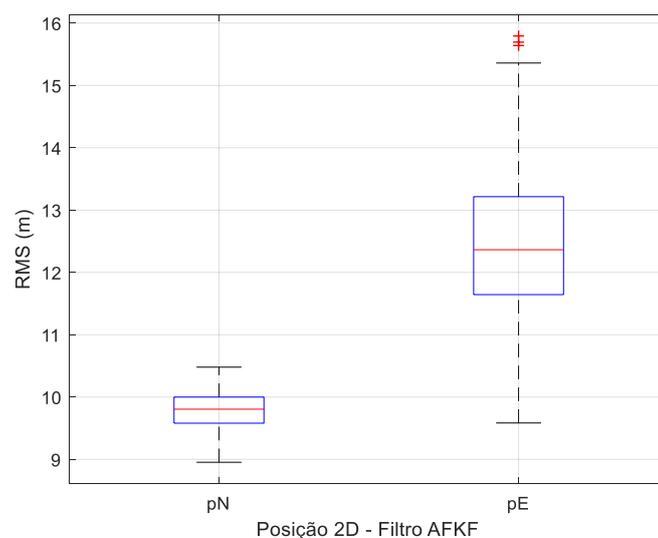
Tabela 5.9 – Estimadores de tendência central e dispersão. Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro AFKF. IMU táctica.

Filtro AFKF	pN	pE
Média (m)	9.7984	12.5062
Mediana (m)	9.8050	12.3636
Desvio padrão, σ (m)	0.3110	1.2739
Máximo	10.4797	15.7938
Mínimo	8.9533	9.5838
Número de valores atípicos	0	3

Fonte: Autora.

O diagrama de caixa da Figura 5.11 identificou a presença de valores atípicos em pE , responsáveis por uma maior dispersão dos dados a posição no Leste, devido os valores atípicos influenciarem significativamente nos cálculos de tendência central e dispersão. Apesar disto, tais medidas foram consideravelmente menores que as encontradas nos demais filtros, como por exemplo, o KF com desvio padrão de $\sigma = 4.9162m$ para pE mostrado na Tabela 5.15. Para pE nenhum valor atípico foi mostrado no diagrama de caixas, e seu desvio-padrão esteve em torno de $\sigma = 0.3110m$, justificando o ótimo desempenho deste filtro para esta análise comparativa.

Figura 5.11 – Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro AFKF. IMU táctica.

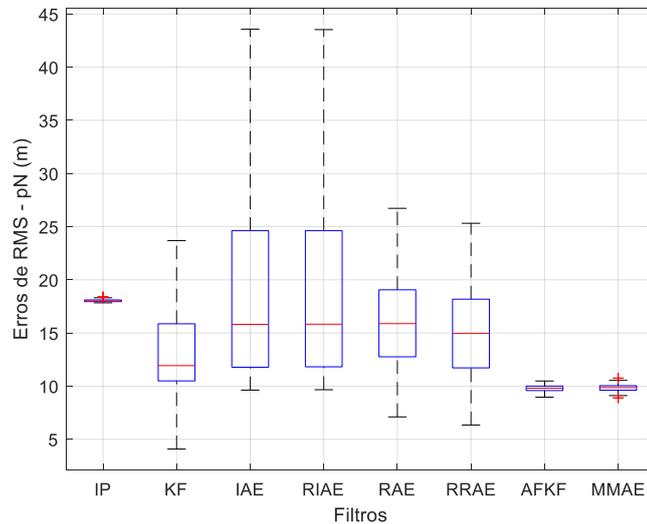


Fonte: Autora.

No APÊNDICE A, são apresentados os resultados de cada experimento com os filtros, os quais as tabelas e gráficos podem ser analisados separadamente. Com o intuito de obter uma

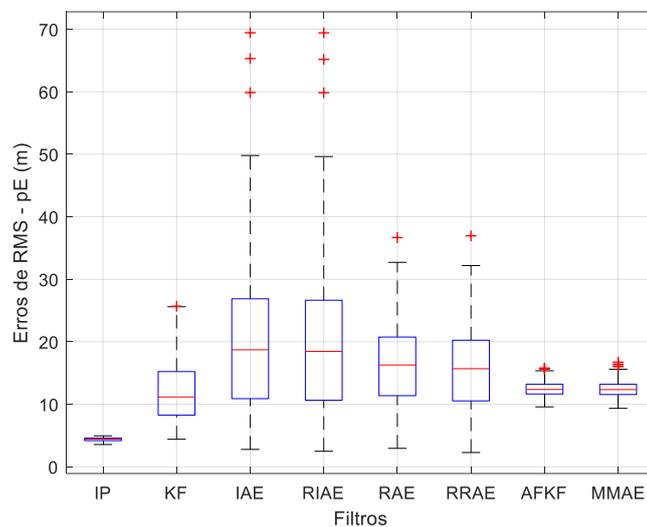
comparação mais adequada entre os filtros, tem-se o diagrama de caixas comparativo da Figura 5.12 para pN e Figura 5.13 para pE .

Figura 5.12 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.



Fonte: Autora.

Figura 5.13 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.



Fonte: Autora.

A Figura 5.12 e Figura 5.13 possibilita a comparação entre os desempenhos dos filtros a partir da análise dos erros de posição nas componentes Norte e Leste. Dentre os filtros implementados, a IP, o AFKF e o MMAE apresentaram um melhor desempenho considerando a dispersão (comprimento da caixa) e a mediana dos erros (linha vermelha), bem como as amplitudes máximas e mínimas de erros obtidos. Outro aspecto a comparar é a presença de

valores atípicos nestes filtros, significativamente menores que os valores de amplitude obtidos pelos demais. Em contrapartida, os filtros por correspondência de covariância tiveram desempenhos aproximados entre si, considerando os valores de dispersão e tendência central conforme as figuras.

As abordagens com adaptação via fator de atenuação e múltiplos modelos atuam adaptando a matriz \mathbf{Q}_k , enquanto os demais adaptam a matriz \mathbf{R}_k . Tais filtros com adaptação em \mathbf{Q}_k , tendem a obter melhores respostas às variações e adições de incertezas no processo, pois agem na matriz responsável por modelar os ruídos e incertezas no sistema. Desse modo, destaca-se a importância em se determinar uma matriz \mathbf{Q}_k que garanta estabilidade e robustez nos filtros por correspondência de covariância, para lidar com as variações e incertezas do sistema, visto que a matriz \mathbf{Q}_k é mantida fixa durante toda a navegação.

Para uma análise com 100 repetições de simulação e tempo de duração de 4 horas, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros, foram obtidos os resultados da Tabela 5.10. Os gráficos da distribuição dos erros de posição, os diagramas de caixas, tabelas com os resultados numéricos dos estimadores de tendência central e dispersão dos filtros são detalhados no APÊNDICE A.

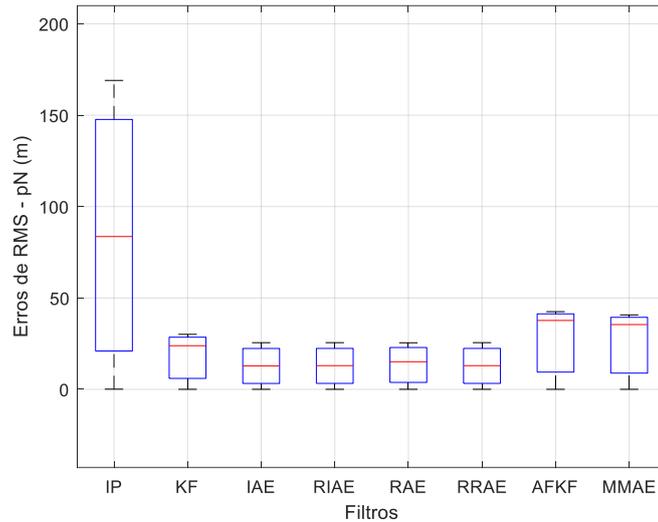
Tabela 5.10 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Sem *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU tática.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	179.2697	69.6869	0.1000	1.1190	3.7761
KF	28.8294	64.1433	0.0586	0.1960	3.5982
IAE	34.1856	69.2207	0.7422	0.2371	4.1428
RIAE	34.0389	69.7290	0.7423	0.2358	4.1634
RAE	33.9959	69.5681	0.7732	0.2377	4.1717
RRAE	33.8792	69.1081	0.7419	0.2344	4.1298
MMAE	32.3144	56.0719	0.0291	0.2221	2.8301
AFKF	33.4525	58.6820	0.0277	0.2287	3.0357

Fonte: Autora.

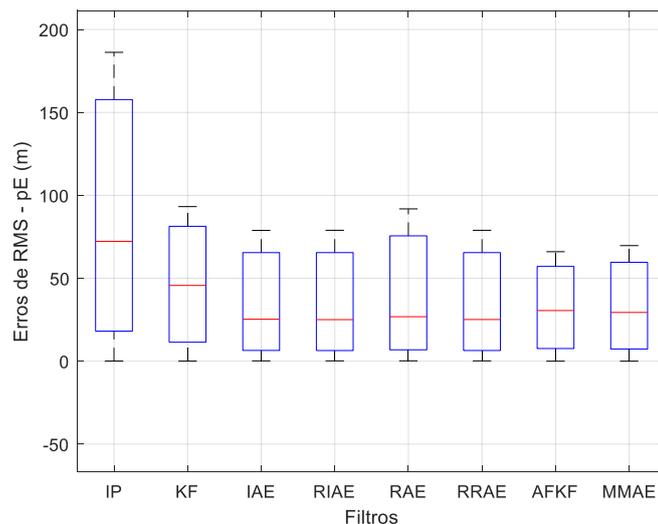
De acordo com a Tabela 5.10, observa-se que as faixas de valores obtidos com os experimentos foram próximas entre si, para os filtros de Kalman convencional e adaptativos, exceto para a integração pura. Com o intuito de uma comparação mais adequada entre os filtros, tem-se o diagrama de caixas comparativo da Figura 5.14 para pN e Figura 5.15 para pE .

Figura 5.14 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.



Fonte: Autora.

Figura 5.15 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.



Fonte: Autora.

Dentre os filtros na pN da Figura 5.14, é possível observar que as abordagens por correspondência de covariância, múltiplos modelos e fator de atenuação apresentaram mediana aproximadas entre si, em torno de 34m. Com destaque para a IP que apresentou uma elevada

propagação de erro no tempo, em torno de EDP de 0.4940m para 1.1190m quando comparado a navegação de 1 hora de duração da Figura 5.12. Além disso, os filtros KF, AFKF e MMAE tiveram uma frequência significativa de valores atípicos quando comparados aos demais. Mas, quando se compara os resultados de experimentos discutidos para 1 hora de navegação, os filtros AFKF e MMAE continuaram com melhor desempenho estatísticos de dispersão, mediana dos erros e amplitude da amostra, isto se deve as abordagens utilizarem adaptação da matriz Q_k , conforme explanado anteriormente.

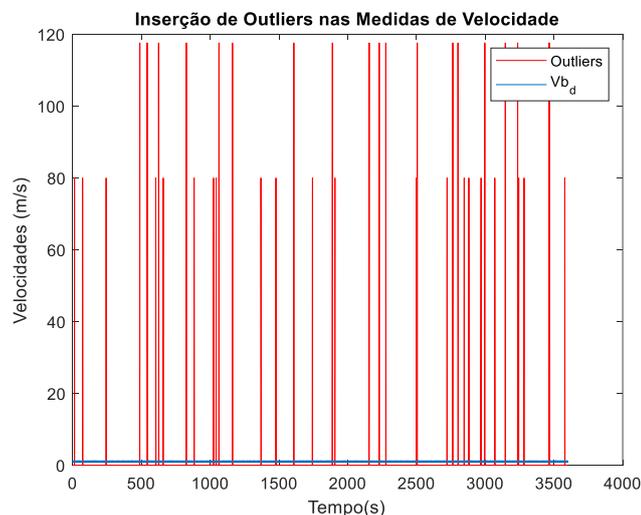
Uma análise para pE da Figura 5.15 mostra um equilíbrio mais evidente entre as medianas de todos os filtros, uma menor presença de valores atípicos, e valores de amplitude e dispersão dos dados com vantagem para as abordagens com adaptação direta na matriz Q_k .

5.1.3.2. Análise do efeito de *outliers* nas medidas do DVL

Conforme abordado em SILVA et al. (2022), os filtros adaptativos foram submetidos a inserção de *outliers* nas medidas de velocidade (DVL) de acordo com a Figura 5.16. Para isso, foi criada uma sequência aleatória de dados uniformemente distribuídos, os quais foram percorridos durante as iterações do algoritmo de navegação, a cada instante em que o valor encontrado nessa sequência fosse menor que um limiar definido por 0.001, um *outlier* era inserido na medida do DVL correspondendo a 100 vezes o seu valor.

O intuito é verificar o comportamento das implementações a tal efeito, principalmente as abordagens que utilizam estratégia de robustez a *outliers*. Os resultados de simulação para a manobra com duração de 1 hora com inserção de *outliers*, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.11.

Figura 5.16 – Inserção de *outliers* nas medidas do DVL.



Fonte: Autora.

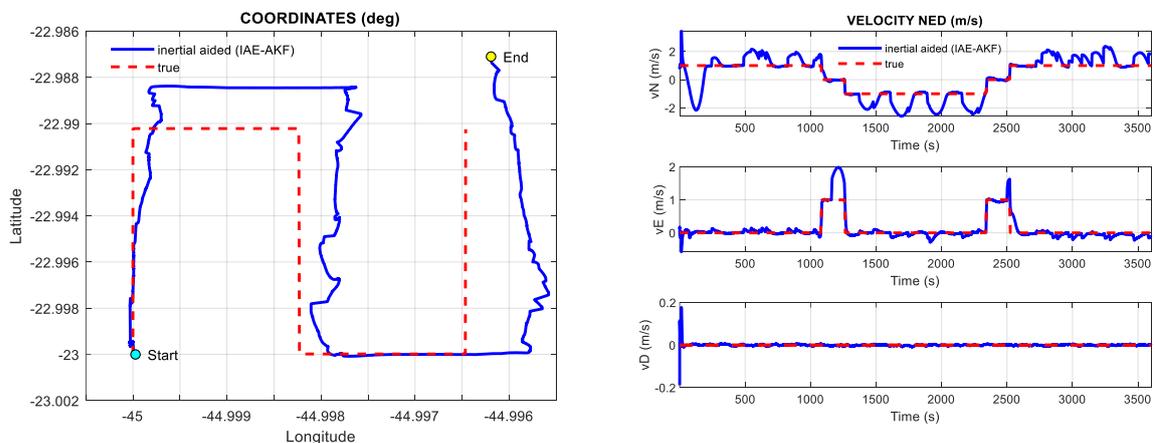
Tabela 5.11 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada com a inserção de *outliers* nas leituras do DVL. IMU táctica.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	77.3335	28.6467	0.1000	2.0607	6.7364
KF	63.2244	23.4605	0.0312	1.6269	5.4401
IAE	360.2981	77.3722	0.0307	9.0495	18.4341
RIAE	13.9692	6.3879	0.0245	0.3600	1.4300
RAE	568.8514	74.2031	0.0368	15.9839	17.6525
RRAE	13.9740	6.3935	0.0245	0.3601	1.4311
MMAE	68.3179	20.8238	0.0407	1.7300	4.5773
AFKF	45.8817	31.1733	0.0743	1.1726	5.7761

Fonte: Autora.

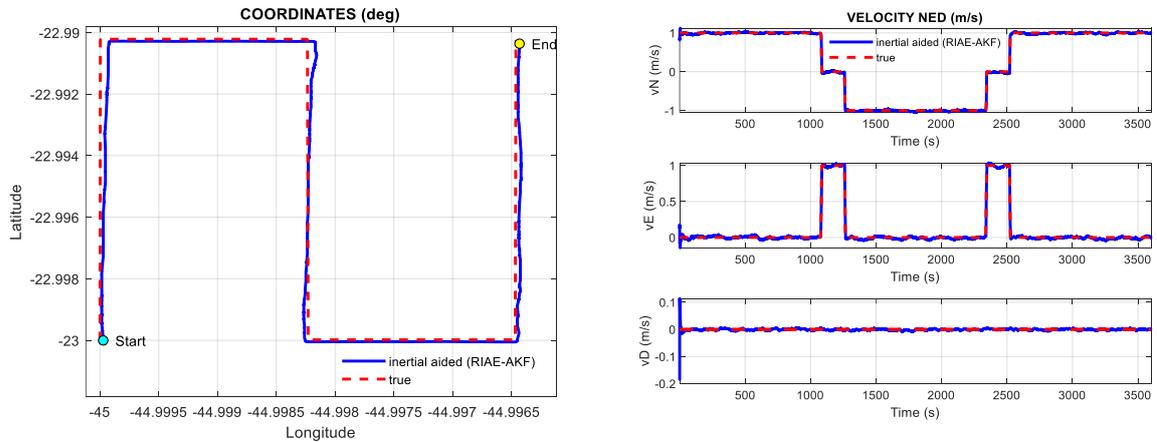
De acordo com a Tabela 5.11 os filtros IAE e RAE apresentaram grande sensibilidade à inserção de *outliers* nas medidas de velocidade, quando comparado aos demais filtros. Conforme discutido por SILVA et al. (2022), uma das principais desvantagens que ocasionam tamanha sensibilidade a estes filtros está na dinâmica de adaptação da matriz R_k , as quais são baseadas nas medições do sistema corrompidas por *outliers*. Em contrapartida, os filtros que agregaram robustez às abordagens de adaptação por correspondência de covariância, apresentaram desempenho significativamente melhor que os demais. A comparação da Figura 5.17 e Figura 5.18 evidenciam que o RIAE atenua significativamente os *outliers* inseridos, enquanto o IAE sofre forte influência.

Figura 5.17 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*. Filtro: IAE. IMU táctica.



Fonte: Autora.

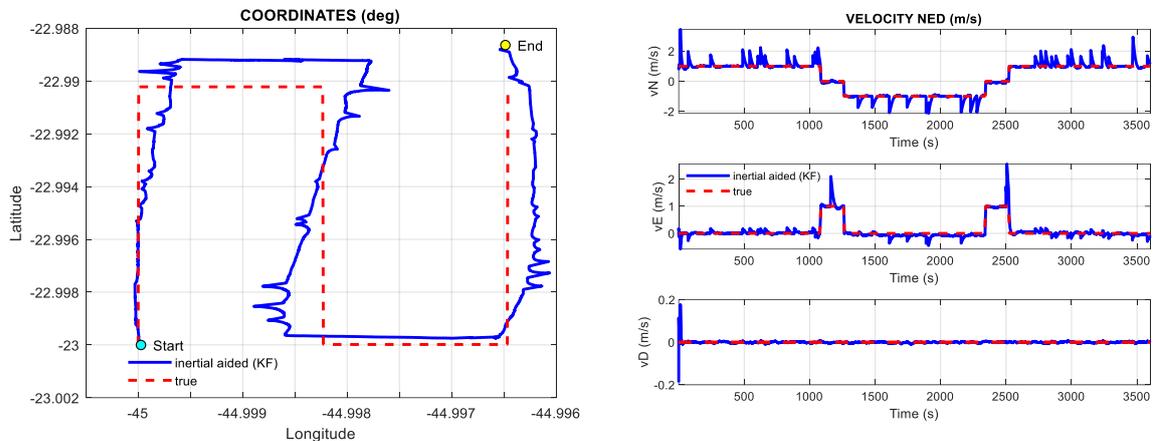
Figura 5.18 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*. Filtro: RIAE. IMU tática.



Fonte: Autora.

Conforme a Tabela 5.11, os filtros KF convencional, e adaptativos MMAE e AFKF sofreram forte influência dos *outliers*, mas mantiveram a estabilidade do filtro sem ocorrência de divergência conforme a Figura 5.19 e Figura 5.20.

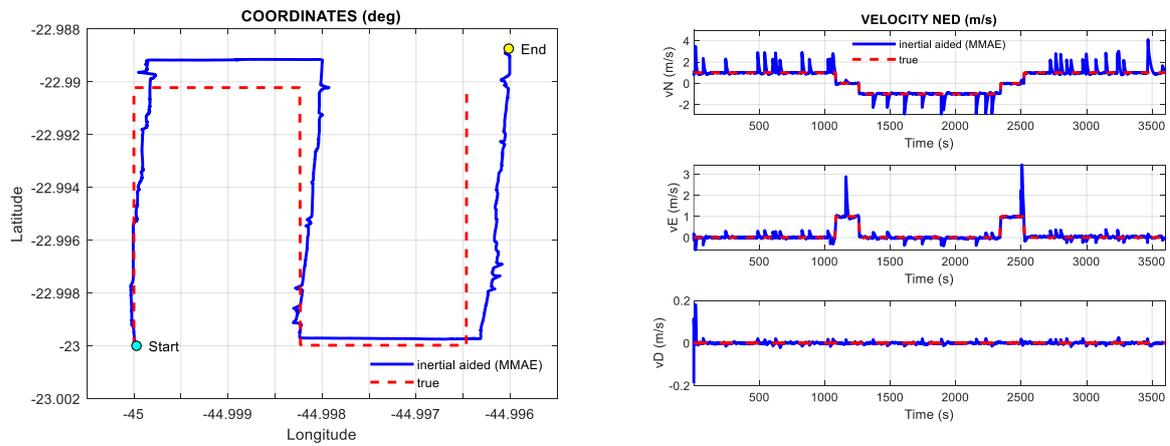
Figura 5.19 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*. Filtro: KF. IMU tática.



Fonte: Autora.

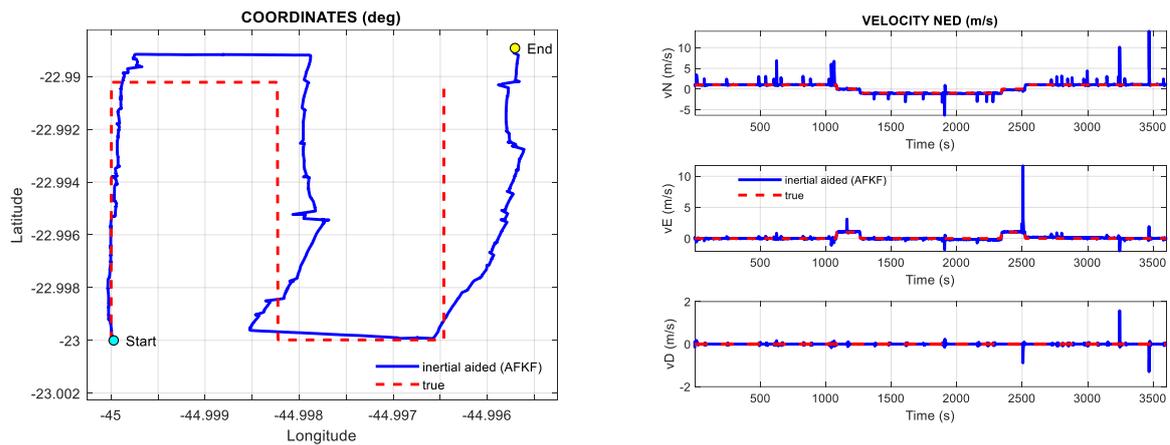
Para os filtros MMAE e AFKF, suas estratégias consistem em adaptar diretamente a matriz Q_k e, neste cenário em que há ruídos inseridos nas medidas de velocidade do DVL, e conseqüentemente na matriz R_k , há uma vantagem das abordagens que adaptam a matriz Q_k ao invés de R_k . Na Figura 5.20 e Figura 5.21 tem-se as coordenadas e a velocidade NED dos filtros MMAE e AFKF, respectivamente, e, através destas, pode-se verificar como os *outliers* influenciam no comportamento dos filtros.

Figura 5.20 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*. Filtro: MMAE. IMU tática.



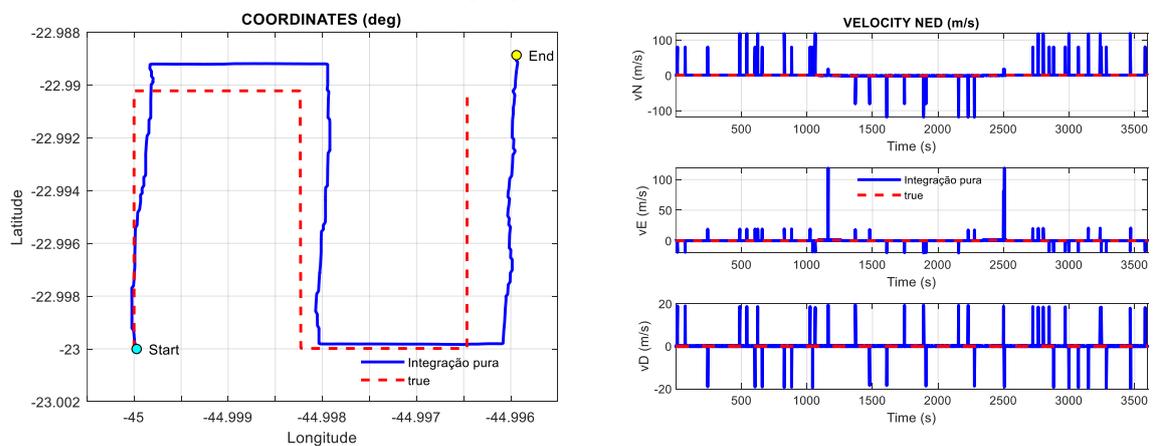
Fonte: Autora.

Figura 5.21 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*. Filtro: AFKF. IMU tática.



Fonte: Autora.

Figura 5.22 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*. Integração Pura. IMU tática.



Fonte: Autor.

Para a IP, conforme a Figura 5.22, é possível notar que os *outliers* estão evidentes nas medidas de velocidade sem qualquer atenuação na sua amplitude. Diferentemente das demais abordagens, que houve atenuações destas amplitudes. Este fator resultou numa maior degradação do desempenho para a IP, comparada a estratégia convencional e adaptativa.

Para uma análise com 100 repetições de simulação e tempo de duração de 1 hora, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros, foram obtidos os resultados da Tabela 5.12. Os gráficos da distribuição dos erros de posição, os diagramas de caixas, tabelas com os resultados numéricos dos estimadores de tendência central e dispersão de todos os filtros são detalhados no APÊNDICE A.

Os dados mostrados na Tabela 5.12 confirmam os resultados obtidos na Tabela 5.11, os quais foram discutidos anteriormente. Conforme analisado, os filtros que possuem robustez e adaptação são significativamente superior aos demais filtros, inclusive o KF convencional. Ressalta-se que devido ao custo computacional do experimento, bem como, a alta semelhança dos resultados obtidos entre as abordagens RAE e IAE, e RIAE e RRAE, não foram considerados na Tabela 5.12 as abordagens de adaptação baseadas em resíduos.

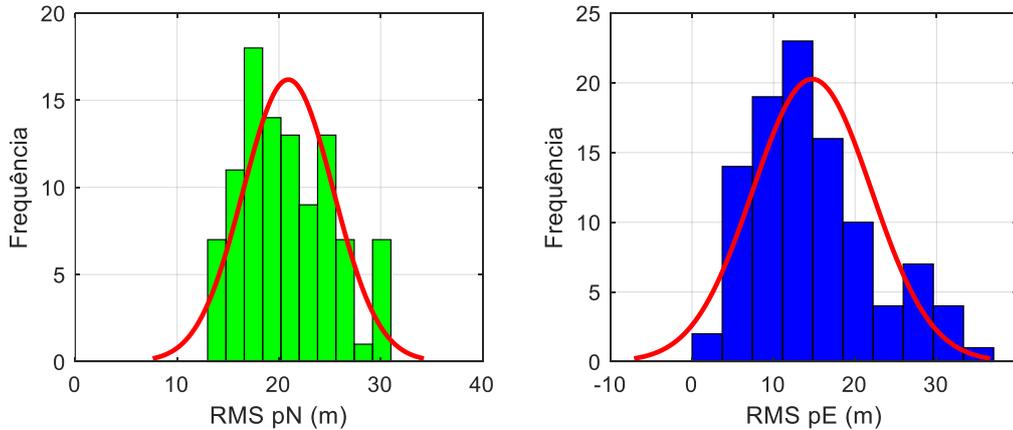
Tabela 5.12 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	77.2026	28.6452	0.1000	2.0575	6.7511
KF	64.6522	34.6476	0.1133	1.65247	5.9289
IAE	637.0289	28.8662	1.1054	15.8459	6.2520
RIAE	20.9238	14.7308	1.3224	0.5248	3.1597
MMAE	65.5087	11.0728	0.1660	1.6633	2.3947
AFKF	68.3493	62.1893	0.1022	1.6548	10.6570

Fonte: Autora.

O histograma da Figura 5.23 corresponde aos erros de posição horizontal obtidos do experimento com o filtro RIAE e a Tabela 5.13 mostra os dados estatísticos calculados para esta distribuição. Através da tabela conclui-se que a média e a mediana são muito próximas, e com isto as curvas possuem uma maior simetria e poucos valores atípicos.

Figura 5.23 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro RIAE. IMU tática.



Fonte: Autora.

Na Tabela 5.13, são mostradas as características de estimadores de tendência central e dispersão (média, mediana e desvio-padrão) calculados para a distribuição do experimento com o filtro RIAE, com o intuito de realizar uma análise estatística do desempenho deste filtro.

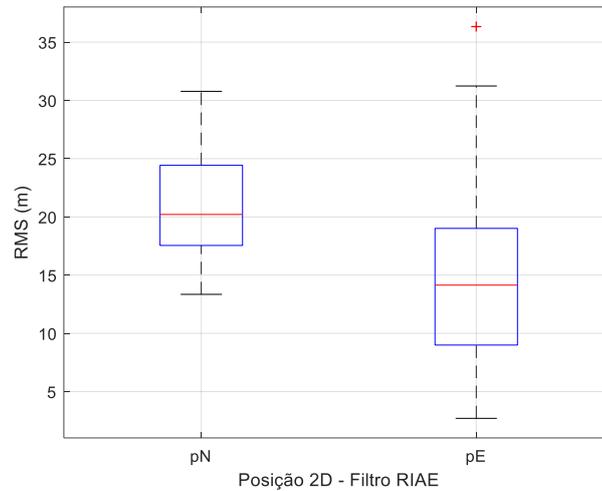
Tabela 5.13 – Estimadores de tendência central e dispersão. Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro RIAE. IMU tática.

Filtro RIAE	pN	pE
Média (m)	20.9238	14.7308
Mediana (m)	20.2120	14.1439
Desvio padrão, σ (m)	4.4362	7.2815
Máximo	30.7793	36.3369
Mínimo	13.3517	2.7066
Número de valores atípicos	0	1

Fonte: Autora.

O diagrama de caixa da Figura 5.24 mostra que houve apenas um valor atípico identificado na amostra de dados em pE e com uma baixa amplitude, que não ocasionou grandes influências no cálculo de desempenho deste filtro. Apesar da inserção de *outliers* nas medidas de velocidade, este filtro não apresentou degradação no desempenho devido sua capacidade de atenuar e ignorar o ruído.

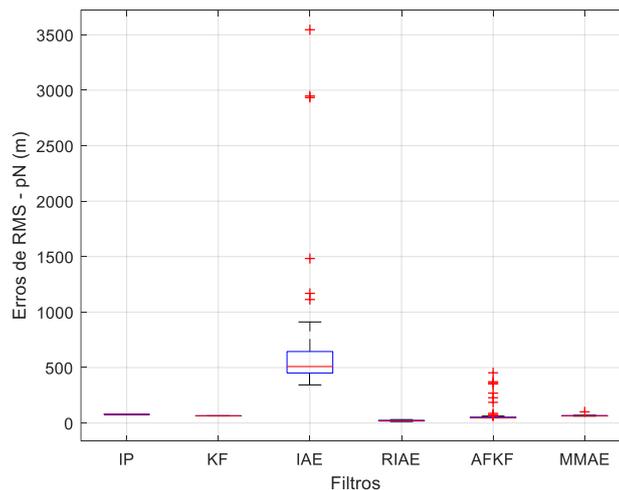
Figura 5.24 – Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. Filtro RIAE. IMU táctica.



Fonte: Autora.

Para uma análise comparativa entre os filtros, tem-se os diagramas de caixas na Figura 5.25 e Figura 5.26. Este diagrama evidencia os valores atípicos obtidos pelo IAE, tais valores influenciam diretamente a análise de desempenho deste filtro, pois interferem nos cálculos de tendência central e dispersão. Uma das desvantagens que justificam o mal desempenho deste filtro, é a adaptação direta da matriz R_k , conforme discutido na análise anterior.

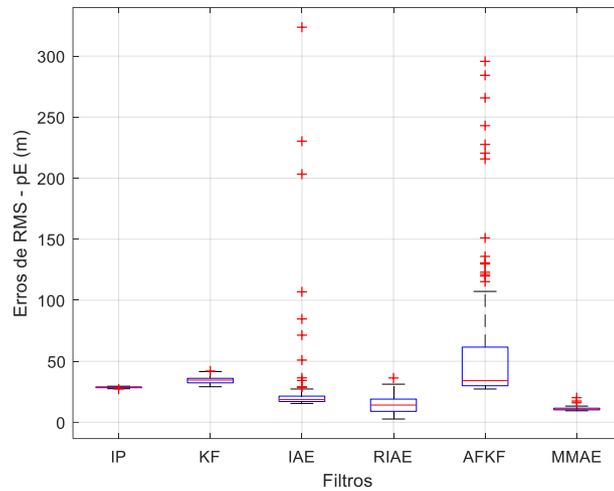
Figura 5.25 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.



Fonte: Autora.

O filtro AFKF apresentou valores de atípicos acentuados e teve suas estimativas degradadas durante a navegação. Em contrapartida, o MMAE apresentou tais anomalias com uma amplitude consideravelmente menor comparado aos citados anteriormente e sem divergência, apesar de ser afetado pelo ruído inserido nas medidas conforme a Figura 5.20.

Figura 5.26 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU táctica.



Fonte: Autora.

Os resultados de simulação para a manobra com duração de 4 horas e com inserção de *outliers* nas medidas de velocidade, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 4 horas. Considera-se 1 simulação isolada com a inserção de *outliers* nas leituras do DVL. IMU táctica.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	207.4710	178.4496	0.1000	1.3239	10.2513
KF	199.9844	197.3858	0.0279	1.2667	10.7245
IAE	815.9952	304.3562	0.0254	5.1443	18.1810
RIAE	25.9135	22.1255	0.0241	0.1866	1.2144
RAE	989.5998	356.5006	0.0252	6.3142	21.0727
RRAE	25.9250	22.1261	0.0241	0.1867	1.2144
MMAE	258.8867	98.7269	0.0413	1.6801	5.5094
AFKF	199.8460	677.5787	0.0799	1.2964	37.2585

Fonte: Autora.

A Tabela 5.14 evidencia que para uma manobra mais longa, especificamente de 4 horas, os filtros apresentam um desempenho mais prejudicado, devido ao maior tempo de manobra e à maior presença de *outliers* nas medidas de velocidade. Dentre todos os filtros, os por

correspondência de covariância com fator de robustez são significativamente melhores que os demais. Para uma análise com 100 repetições de simulação e tempo de duração de 4 horas, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros, foram obtidos os resultados da Tabela 5.15.

Tabela 5.15 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU tática.

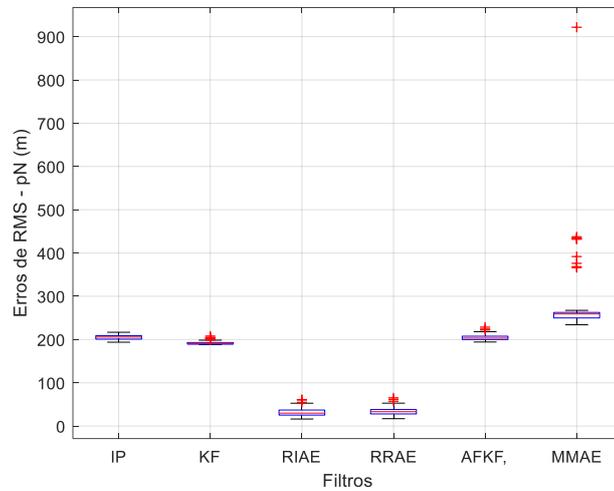
Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	204.9191	164.0055	0.1000	1.3043	9.4653
KF	191.8660	162.8137	0.0626	1.2091	9.0500
IAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RIAE	31.3195	77.5945	0.7512	0.2209	4.6733
RAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RRAE	34.0055	66.9027	0.7546	0.2361	4.0063
MMAE	273.9284	131.3077	0.0773	1.7882	6.1372
AFKF	204.5680	679.9341	0.0825	1.3351	37.4038

Fonte: Autora.

Os gráficos da distribuição dos erros de posição, os diagramas de caixas, tabelas com os resultados numéricos dos estimadores de tendência central e dispersão dos filtros são detalhados no APÊNDICE A. Uma análise comparativa entre os filtros é mostrada na Figura 5.27 e Figura 5.28, evidenciando o melhor desempenho do filtro robusto-adaptativo em quesitos de dispersão, valores atípicos, mediana e amplitude das amostras.

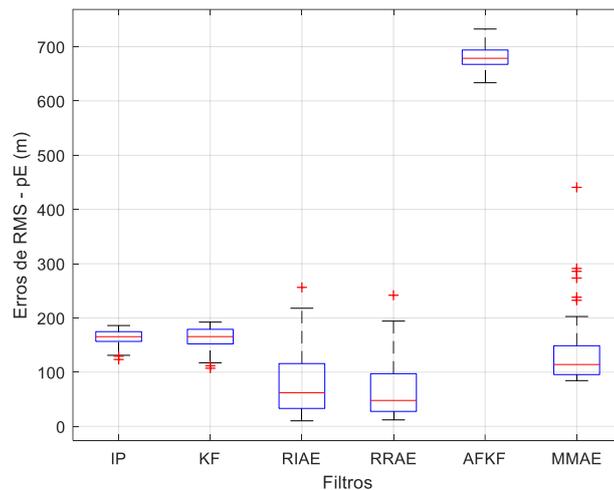
Em suma, a manobra corte de relva de 1h de duração com ou sem *outliers* apresenta comportamento semelhante a manobra de 4hs, permitindo que a análise seja análoga. Neste contexto, quando há inserção de *outliers* os filtros robustos-adaptativos não demonstram qualquer sensibilidade e executam a manobra com o menor erro de distância percorrida. Em contraposto, os demais filtros apresentam elevados erros de posição e sensibilidade à *outliers* e curvas da manobra. Isto pôde ser observado por meio dos resultados das tabelas e gráficos, que mostram claramente a diferença de desempenhos obtidos pelos filtros.

Figura 5.27 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.



Fonte: Autora.

Figura 5.28 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU táctica.



Fonte: Autora.

5.1.4 Simulação de uma IMU compatível com o modelo intermediário

Neste subtópico são analisados os resultados de navegação considerando as características de uma IMU do tipo intermediária. Devido a abordagem adotada para implementação da fusão sensorial, *Error-State*, os valores iniciais do vetor de estados (\mathbf{x}_0) foram definidos como nulos e a matriz de covariância \mathbf{P}_0 definida como: a) Atitude: *roll*, *pitch* de 1° e rumo de 5° ; b) Velocidade: 1m/s para as três componentes; c) Posição: 10^{-6} rad/s para latitude e longitude, e 1m para a altitude; d) *Bias*: $1000 \mu g$ para os acelerômetros e $0.02^\circ/h$ para os girômetros de acordo com a Eq. (5.7).

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag}[(1^\circ)^2 (1^\circ)^2 (5^\circ)^2 (0,1m/s)^2 (0,1m/s)^2 (0,1m/s)^2 (10^{-6}rad)^2 (10^{-6}rad)^2 (1m)^2 (0,005^\circ/h)^2 (0,005^\circ/h)^2 (0,005^\circ/h)^2 (1000\mu g)^2 (1000\mu g)^2 (1000\mu g)^2] \quad (5.7)$$

Os elementos de \mathbf{Q}_0 foram obtidos conforme o demonstrado no 5.1.4. Em que ajuste fino, por experimentação e observação, foi realizado nos valores calculados, a fim de obter o melhor desempenho dos filtros, os quais são mostrados na Eq. (5.8).

$$\mathbf{Q}_0 = \text{diag}[(9,3084 \times 10^{-5}rad/s)^2 (9,3084 \times 10^{-5}rad/s)^2 (9,3084 \times 10^{-5}rad/s)^2 (0,002m/s)^2 (0,002m/s)^2 (0,002m/s)^2] \quad (5.8)$$

5.1.4.1. Análise sem o efeito de *outliers* nas medidas do DVL

Os resultados de simulação com duração de 1 hora, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.16. Estes dados de simulação foram obtidos apenas para uma única simulação a princípio, com o intuito de observar o desempenho e os gráficos do comportamento da IP, do filtro KF convencional e as abordagens adaptativas. Em seguida são apresentados os dados obtidos considerando um experimento com 100 simulações para cada filtro, variando alguns dos parâmetros de Allan.

Tabela 5.16 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de *outliers* nas leituras do DVL. IMU intermediária.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	6.7395	0.9761	0.1000	0.1884	0.2312
KF	5.5491	2.4789	0.0184	0.1572	0.6458
IAE	5.7691	2.5267	0.0150	0.1599	0.6525
RIAE	7.2978	2.1959	0.0150	0.2087	0.5573
RAE	6.7442	2.3038	0.0150	0.1916	0.5865
RRAE	7.2975	2.2009	0.0150	0.2086	0.5587
MMAE	4.6854	2.7275	0.0283	0.1348	0.6307
AFKF	4.5616	3.0445	0.0296	0.1316	0.7035

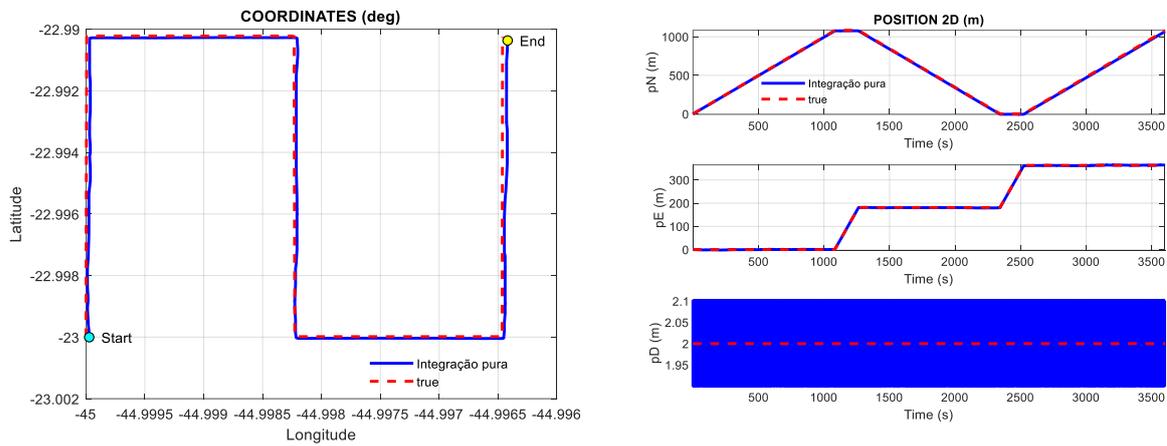
Fonte: Autora

Para esta configuração, é possível observar através da Figura 5.11 que não houve diferenças significativas nos valores de erros de posição obtidos para os filtros. Dentre as

abordagens, os filtros MMAE e AFKF ainda apresentaram os menores erros nas posições horizontal quando comparados aos demais.

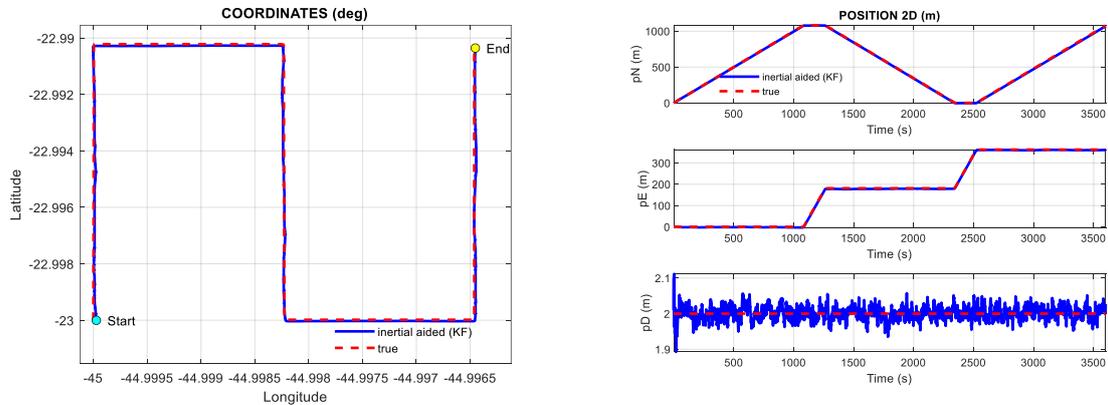
Uma comparação com os resultados obtidos para uma IMU tática discutidos no item 5.1.3, mostram que os desempenhos com a IMU intermediária foram significativamente melhores. Essa diferença é devida as diferentes performances dos sensores inerciais, por exemplo, os *bias* dos acelerômetros da IMU tática possuem uma faixa de 0.01-0.1 m/s^2 enquanto o da IMU intermediária em torno de 10^{-3} - 10^{-2} . m/s^2 . Tal performance justifica o desempenho obtido com as implementações, a Figura 5.30 e Figura 5.31 mostram o comportamento das coordenadas e posição horizontal do filtro KF e RAE, respectivamente.

Figura 5.29 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. *Sem outliers*. Integração pura. IMU intermediária.



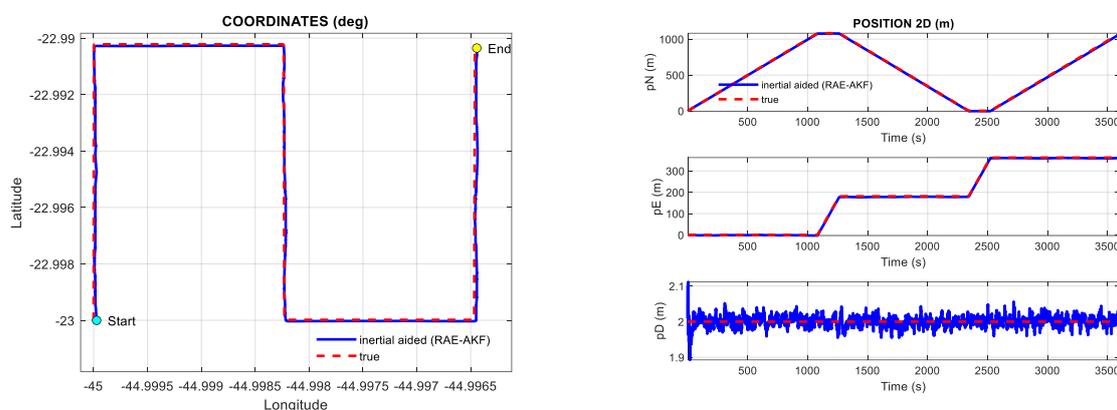
Fonte: Autora.

Figura 5.30 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. *Sem outliers*. Filtro: KF. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Figura 5.31 – Coordenadas e Posição NED. Tempo de manobra: 1 hora. *Sem outliers*. Filtro: RAE. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Para uma análise com 100 repetições de simulação e tempo de duração de 1 hora, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros, foram obtidos os resultados da Figura 5.14 para uma IMU intermediária. Os gráficos da distribuição dos erros de posição e os diagramas de caixas obtidos dos experimentos de cada um dos filtros. Tabelas com os resultados numéricos dos estimadores de tendência central e dispersão dos filtros são apresentados no APÊNDICE A deste trabalho.

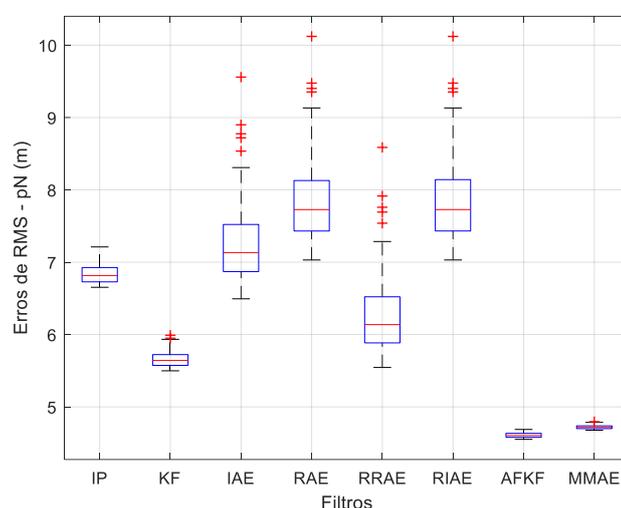
Tabela 5.17 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. *Sem outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	6.8368	1.0139	0.1000	0.1912	0.2376
KF	5.6607	2.4948	0.0252	0.1597	0.6455
IAE	7.2694	2.9634	0.0266	0.2022	0.7228
RIAE	7.8564	2.8848	0.0265	0.2207	0.7021
RAE	6.2747	3.1126	0.0269	0.1693	0.7694
RRAE	7.8638	2.8920	0.0265	0.2210	0.7038
MMAE	4.7191	2.7788	0.0291	0.1357	0.0698
AFKF	4.6070	3.1208	0.0303	0.1327	0.7147

Fonte: Autora.

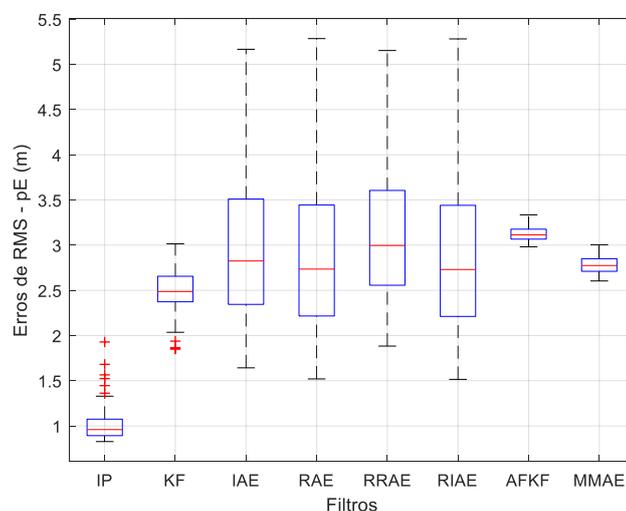
Os resultados dos experimentos são mostrados da Tabela 5.17, e os filtros apresentaram um bom desempenho frente às variações inseridas nos parâmetros de Allan. A Figura 5.32 e Figura 5.33 são uma comparação entre as abordagens, de acordo com o discutido no item 5.1.3, o AFKF e o MMAE apresentaram um melhor desempenho considerando a dispersão e a mediana dos erros, bem como tiveram a menor quantidade de ocorrências de valores atípicos. Em contrapartida, os filtros por correspondência de covariância com e sem robustez se mantiveram equiparados entre si. Ressalta-se que a maior diferença dos filtros MMAE e AFKF está na sua abordagem de adaptação da matriz Q_k .

Figura 5.32 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Figura 5.33 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Os resultados de simulação para a manobra com duração de 4 horas, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.18.

Tabela 5.18 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 4 horas. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de *outliers* nas leituras do DVL. IMU intermediária.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	22.6884	8.0206	0.1000	0.1557	0.4879
KF	23.1523	12.3490	0.0176	0.1592	0.7330
IAE	25.2423	7.0305	0.0135	0.1798	0.4159
RIAE	24.2340	6.9138	0.0135	0.1723	0.4124
RAE	23.9836	7.1005	0.0135	0.1688	0.4122
RRAE	24.2382	6.9169	0.0135	0.1723	0.4124
MMAE	7.0209	29.8257	0.0278	0.0474	1.5398
AFKF	7.7419	32.3604	0.0291	0.0525	1.6207

Fonte: Autora.

Para uma análise com 100 repetições de simulação e tempo de duração de 4 horas, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros, foram obtidos os resultados da Tabela 5.19.

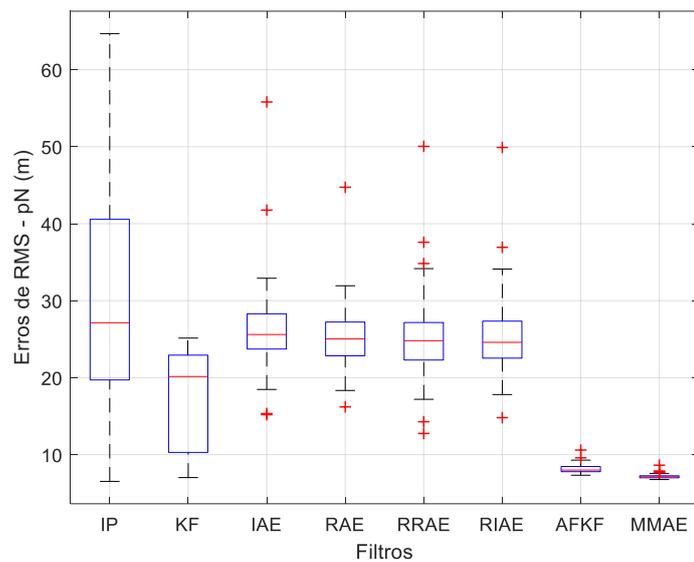
Tabela 5.19 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Sem *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	30.3812	21.4837	0.1000	0.2020	1.0785
KF	18.0577	11.2008	0.0253	0.1235	0.6661
IAE	26.2404	22.76631	0.0281	0.1871	0.6594
RIAE	25.0869	10.5357	0.0288	0.1789	0.5977
RAE	25.0983	10.3603	0.0297	0.1775	0.5923
RRAE	25.1790	10.3464	0.0291	0.1795	0.5879
MMAE	7.1745	27.0973	0.0288	0.0484	1.3805
AFKF	8.1695	29.8897	0.0299	0.0538	1.4923

Fonte: Autora.

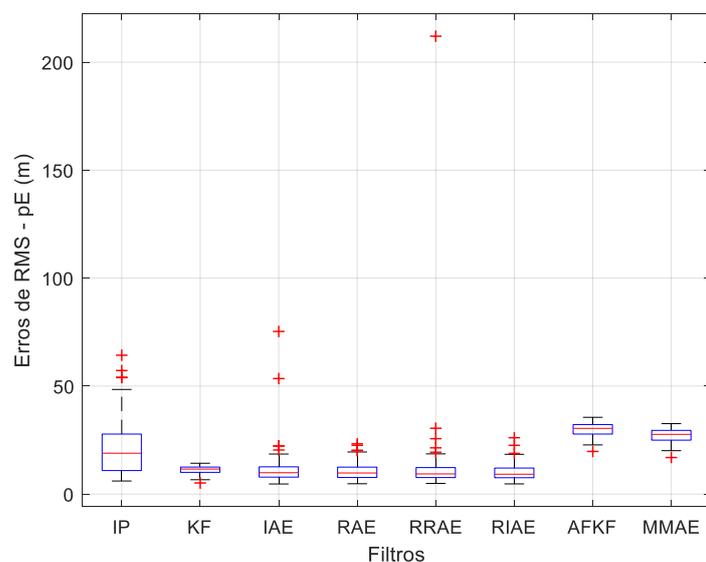
Os gráficos da distribuição dos erros de posição, os diagramas de caixas, tabelas com os resultados numéricos dos estimadores de tendência central e dispersão dos filtros são detalhados no APÊNDICE A . Uma análise comparativa entre os filtros é mostrada na Figura 5.34, evidenciando o melhor desempenho do filtro robusto-adaptativo em quesitos de dispersão, valores atípicos, mediana e amplitude das amostras.

Figura 5.34 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Figura 5.35 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras sem *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

De acordo com os resultados obtidos para tais configurações, os filtros tiveram comportamentos sem divergências, além disso, os filtros MMAE e AFKF mostraram melhor desempenhos comparado aos demais filtros adaptativos e convencional.

5.1.4.2. Análise do efeito de *outliers* nas medidas do DVL

Os resultados de simulação para a manobra com duração de 1 hora com inserção de *outliers*, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.20. Os *outliers* foram inseridos de acordo com o explanado no item 5.1.3.2.

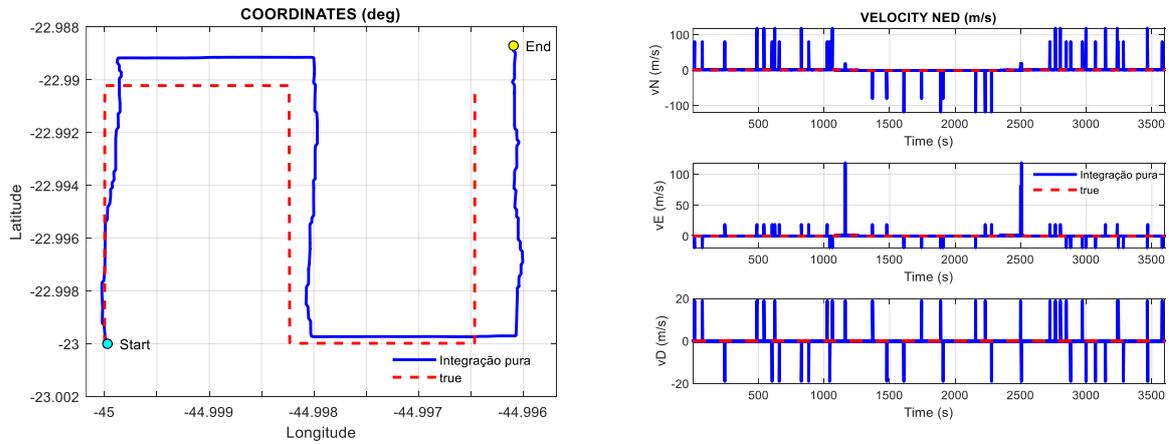
Tabela 5.20 – Trajetória Corte de Relva. Tempo de manobra: 1 hora. Considera-se 1 simulação isolada sem a inserção de *outliers* nas leituras do DVL. IMU intermediária.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	85.1580	24.5380	0.1000	2.2961	5.7847
KF	71.9836	23.2564	0.0504	1.8403	5.3238
IAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RIAE	8.0393	1.7281	0.0150	0.2285	0.4174
RAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RRAE	8.0490	1.7362	0.0150	0.2287	0.4198
MMAE	85.1278	24.0009	0.0602	2.2565	5.5985
AFKF	194.3041	239.0106	0.0805	4.5501	48.0676

Fonte: Autora.

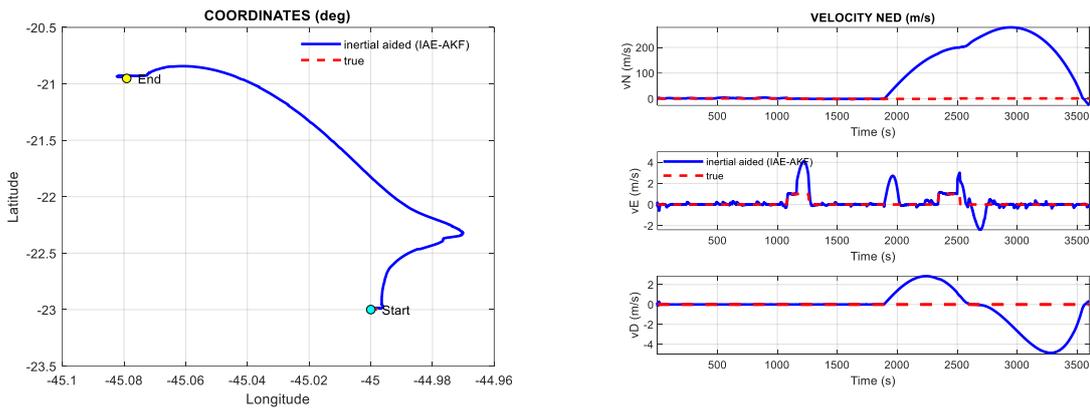
De acordo com a Tabela 5.20, os filtros IAE e RAE apresentaram grande sensibilidade à inserção de *outliers* nas medidas de velocidade, quando comparado aos demais filtros. Em contrapartida, os filtros que agregaram robustez as abordagens de adaptação por correspondência de covariância, apresentaram desempenho significativamente melhor.

Figura 5.36 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com outliers. Integração pura. IMU intermediária.



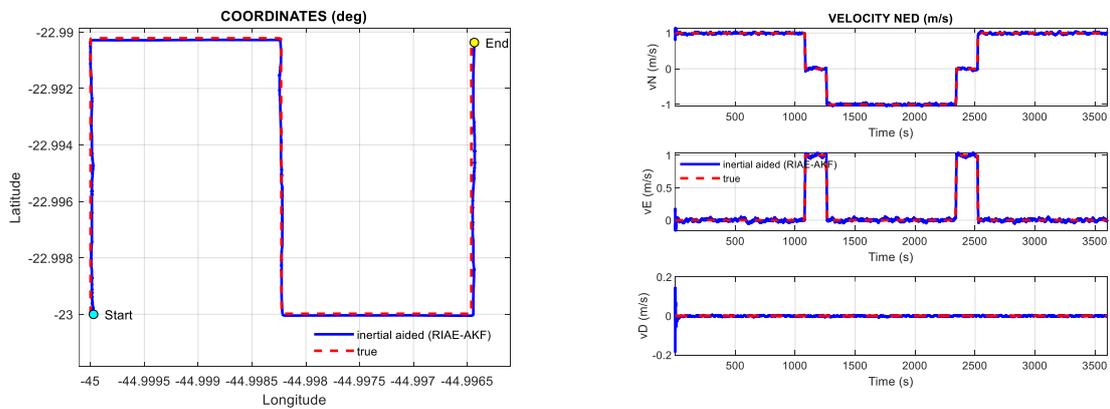
Fonte: Autor.

Figura 5.37 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com outliers. Filtro: IAE. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Figura 5.38 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com outliers. Filtro: RIAE. IMU intermediária.

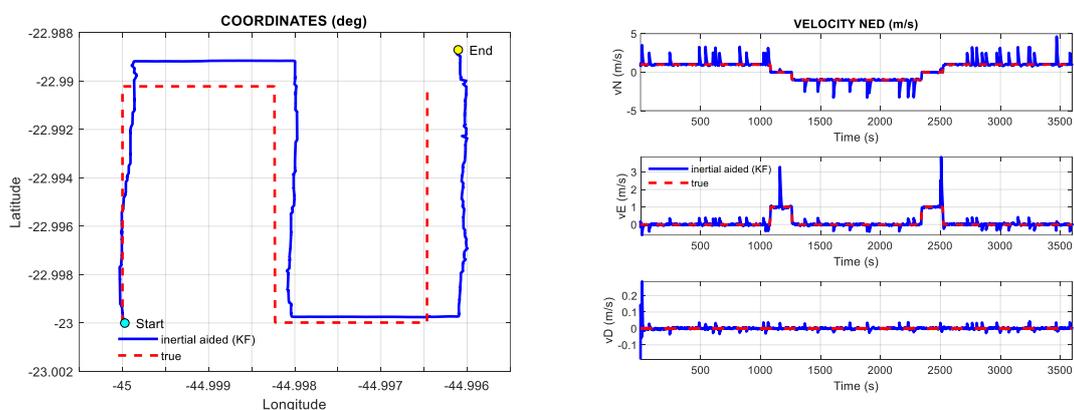


Fonte: Autora.

A comparação da Figura 5.37 e Figura 5.38 evidenciam que o RIAE atenua significativamente os *outliers* inseridos nas medidas do DVL, enquanto o filtro IAE diverge conforme o discutido em 5.1.3.2

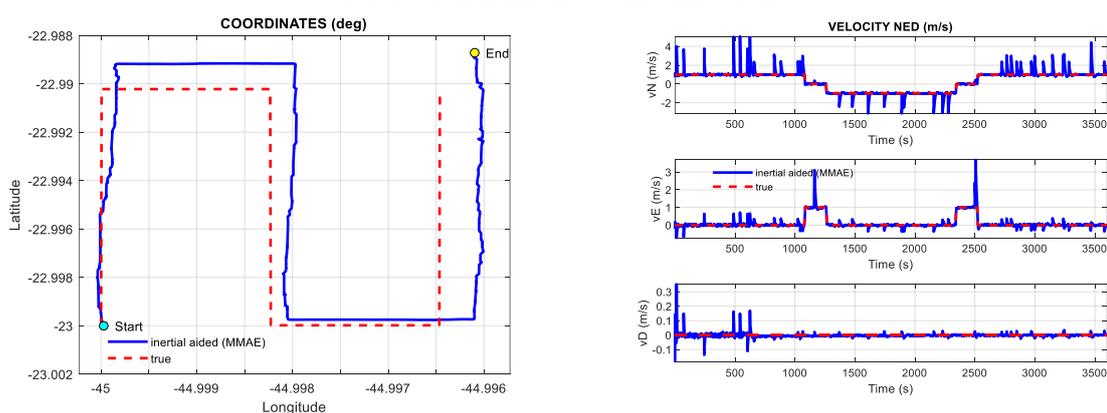
Conforme a Tabela 5.20, os filtros KF convencional, MMAE e AFKF sofreram forte influência dos *outliers*, mas mantiveram a estabilidade do filtro sem ocorrência de divergência. Na Figura 5.39, Figura 5.40 e Figura 5.41 e tem-se as coordenadas e a velocidade NED dos filtros KF, MMAE e AFKF, respectivamente. E através destas pode-se verificar como os *outliers* influenciam no comportamento dos filtros.

Figura 5.39 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*.
Filtro: KF. IMU intermediária.



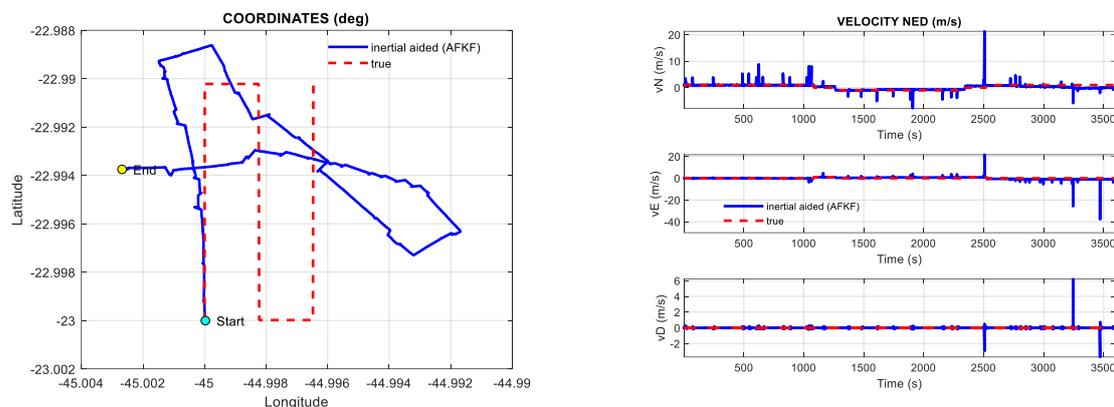
Fonte: Autora.

Figura 5.40 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*.
Filtro: MMAE. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Figura 5.41 – Coordenadas e Velocidade NED. Tempo de manobra: 1 hora. Com *outliers*. Filtro: AFKF. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Para uma análise com 100 repetições de simulação e tempo de duração de 1 hora, considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros, foram obtidos os resultados da Tabela 5.21 para uma IMU intermediária. Os gráficos da distribuição dos erros de posição e os diagramas de caixas obtidos dos experimentos de cada um dos filtros.

Tabela 5.21 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com *outliers*. Tempo de manobra: 1 hora. IMU intermediária.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	85.0393	24.5496	0.1000	2.2932	5.7989
KF	78.7485	28.2510	0.0545	2.0791	6.5400
IAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RIAE	8.3756	2.6124	0.0277	0.2345	0.6269
RAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RRAE	8.4150	2.6013	0.0277	0.2357	0.6243
MMAE	81.5504	20.8804	0.0650	2.1115	4.7485
AFKF	200.9953	243.7861	0.0807	4.6938	48.8887

Fonte: Autora.

Os resultados de simulação para a manobra com duração de 4 horas e com inserção de *outliers* nas medidas de velocidade, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.22.

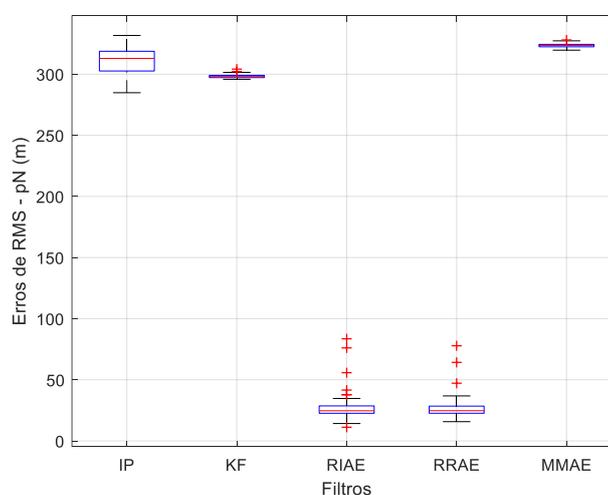
Tabela 5.22 – Trajetória Corte de Relva. Erro de posição (RMS) e EDP para 100 repetições, desvio-padrão de 3x o valor nominal dos parâmetros do sensor inercial. Com *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.

Filtro	RMS (m)			EDP (%)	
	Norte	Leste	Down	Norte	Leste
IP	310.5960	78.7926	0.1000	2.1606	4.5294
KF	298.2560	65.3324	0.1456	2.0448	3.4032
IAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RIAE	26.7447	11.7289	0.0291	0.1919	0.6428
RAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RRAE	26.4976	10.5242	0.0292	0.1887	0.5945
MMAE	323.4575	128.0288	0.2363	2.2549	8.2745
AFKF	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu	Divergiu

Fonte: Autora.

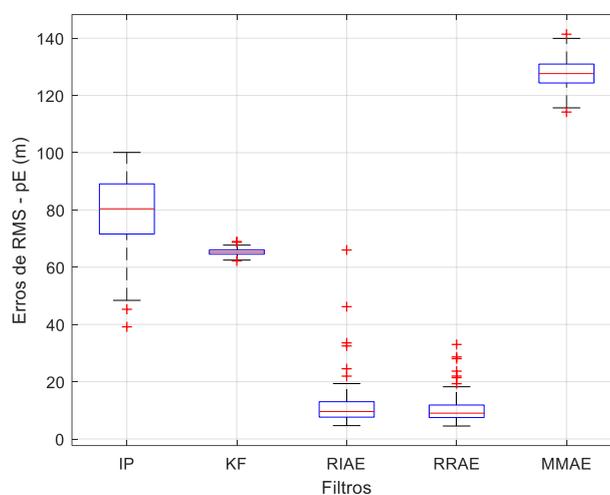
Para uma análise comparativa entre os filtros, tem-se os diagramas de caixas na Figura 5.42 e Figura 5.43. Este diagrama evidencia o melhor desempenho dos filtros com robustez.

Figura 5.42 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pN . Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Figura 5.43 – Comparação entre os filtros através do diagrama de caixas dos erros de pE . Para 100 amostras com *outliers*. Tempo de manobra: 4 horas. IMU intermediária.



Fonte: Autora.

Com ou sem inserção de *outliers* os filtros robustos-adaptativos não demonstram qualquer sensibilidade e executam a manobra com o menor erro de distância percorrida. Já os demais filtros apresentam elevados erros de posição e sensibilidade à *outliers* e curvas da manobra.

5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS PÓS-PROCESSADOS

Os resultados pós-processados foram obtidos a partir de dados experimentais realizados na Raia Olímpica da USP. Foi utilizada uma plataforma de testes para a investigação de AUVs, desenvolvido pelo LVNT da USP, o qual consiste em um ASV do tipo Trimarã denominado Poli Marú II (Figura 5.44), possibilitando a execução de manobras no plano horizontal (SOUZA et al., 2022a; SOUZA et al., 2022b).

Figura 5.44 – ASV Trimarã, Poli Marú II.



Fonte: Autora.

O veículo é equipado com o mesmo conjunto de sensores comumente embarcados em um AUV: IMU, DVL, receptor GNSS e profundímetro, cujas especificações estão dispostas na Tabela 5.23 a Tabela 5.26. Ressalta-se que a IMU equipada no ASV é equivalente às especificações da IMU intermediária considerada nos experimentos de simulações deste trabalho.

Tabela 5.23 – Especificações do receptor GNSS.

Parâmetros	Exatidão
Rumo	$< 0.09^\circ/h$
Velocidade horizontal	$0.007m$
Velocidade vertical	$0.020m$
Posição horizontal	$0.008m$
Posição Vertical	$0.015m$

Fonte: Autora.

Tabela 5.24 – Especificações da IMU.

Parâmetros	
<i>Bias</i> do girômetros	$< 0.02^\circ/h$
<i>Angle Random Walk</i>	$< 0.002^\circ/\sqrt{h}$
<i>Angular Rate</i>	$< 150^\circ/sec$
<i>Bias</i> dos acelerômetros	$< 1 mg$

Fonte: Autora.

Tabela 5.25 – Especificações do DVL.

Parâmetros	Exatidão
Velocidade	$\pm 0.1\% \pm 0.1cm/s$

Fonte: Autora.

Tabela 5.26 – Especificações do Profundímetro.

Parâmetros	Exatidão da medida
Fundo de escala	$\pm 0.05\%$

Fonte: Autora.

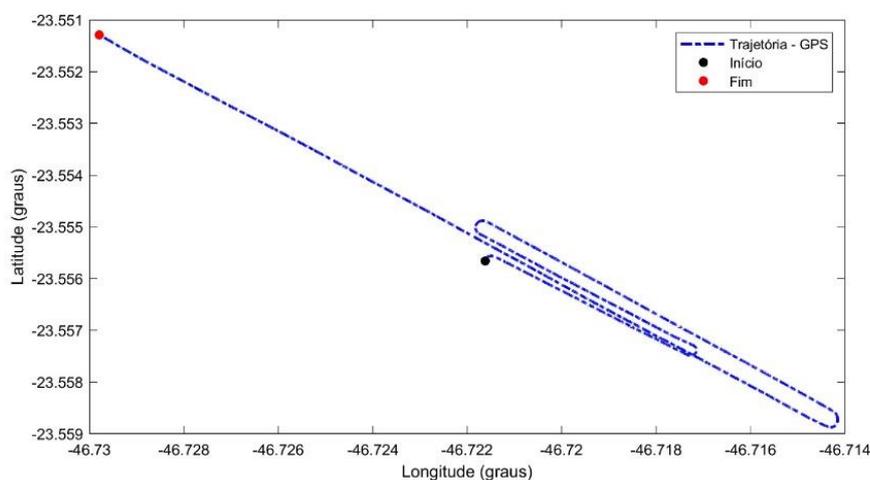
Os resultados pós-processados foram obtidos considerando uma manobra corte de relva em tempo real, à velocidade de aproximadamente 1m/s, de acordo com as seguintes condições:

a) AUV alinhado com método de alinhamento grosseiro desenvolvido pelo LVNT, com os

seguintes erros de atitude: 0.05° para *roll*, 0.19 para *pitch* e rumo de 2.7° ; b) Desalinhamento IMU/DVL para o eixo z de $1,6$ graus; c) Integração INS/DVL/PS fracamente acoplada. A Figura 5.45 mostra a trajetória corte de relva gerada pelo receptor GNSS, utilizada para comparar com os resultados obtidas com o pós-processamento.

Para a análise do comportamento do filtro robusto-adaptativo por correspondência de covariância foram inseridos *outliers* nas medidas do DVL após a etapa de estimação de desalinhamento IMU/DVL. De modo que esta Seção é dividida em duas análises, as quais são: a) Análise sem o efeito de *outliers* nas medidas do DVL; b) Análise do efeito de *outliers* nas medidas do DVL.

Figura 5.45 – Estimativa da trajetória executada pelo ASV. Tempo de execução: 66 min.



Fonte: Autora.

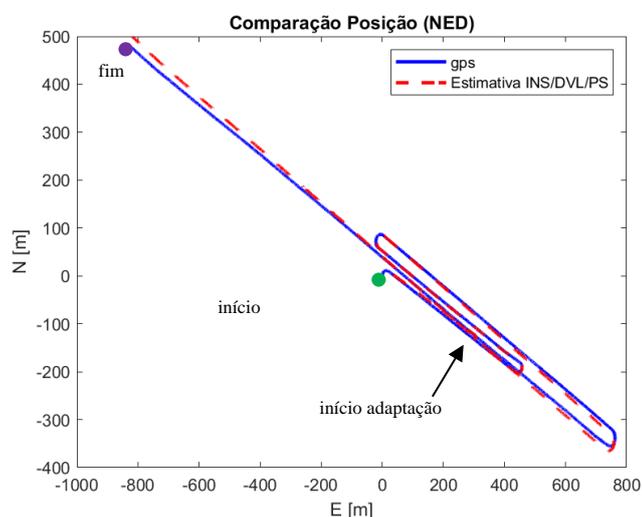
5.2.1 Análise sem o efeito de *outliers* nas medidas do DVL

Os resultados para a manobra com duração de 66 min, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.23. Para análise estatística, os dados da tabela mostram o desempenho de cada filtro expressos em RMS e em EDP em porcentagem.

Os dados obtidos a partir de testes experimentais em campo foram processados *off-line*, utilizando o KF convencional e as abordagens adaptativas RAE e RRAE. O KF foi escolhido para o teste experimental pois é uma referência natural, para as abordagens adaptativas foi considerado, além da facilidade de implementação e esforço computacional reduzido, o desempenho nas simulações. Adotando uma das técnicas que divergiu, no caso o RAE, e outra que obteve o melhor desempenho nas simulações com *outliers*, RRAE. Desse modo, pôde-se confirmar os resultados no teste experimental.

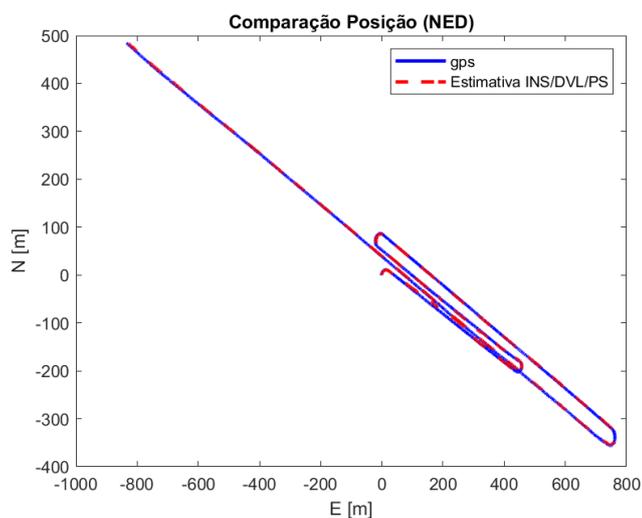
Os filtros foram implementados a fim de serem embarcados no veículo, portanto a sua integração ainda está em fase de testes. A análise realizada neste item é por meio de versões de códigos incorporadas em um simulador na linguagem C, capaz de reproduzir fielmente o algoritmo embarcado no veículo, possibilitando a análise dos dados em campo de modo *off-line*. Para análise, são apresentados os gráficos comparando as estimativas do filtro KF, RAE e RRAE com os sensores auxiliares, conforme: a) Estimativas de posição comparados ao GPS; b) Estimativas de velocidade comparadas ao DVL e GPS; c) Estimativas da atitude: *roll* e *pitch* comparados a AHRS e rumo com AHRS e GPS.

Figura 5.46 – Comparação entre a estimativa de posição no plano horizontal e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.



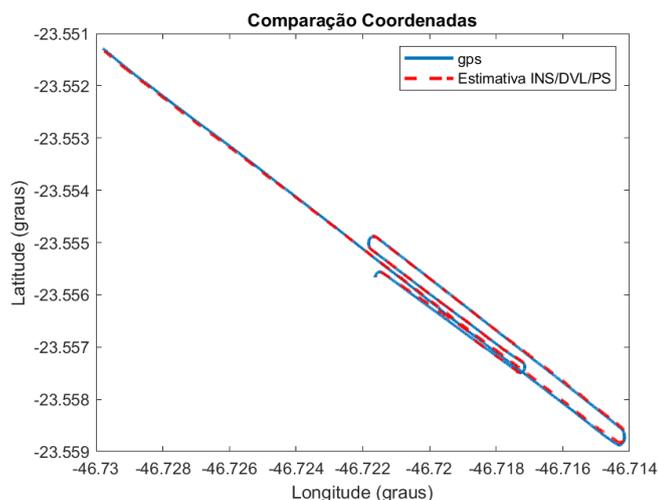
Fonte: Autora.

Figura 5.47 – Comparação entre a estimativa de posição no plano horizontal e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



Fonte: Autora.

Figura 5.48 – Comparação entre a estimativa de posição no plano horizontal e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.



Fonte: Autora.

A Figura 5.46 e Figura 5.47 são os resultados de estimativas de posição no plano horizontal dos filtros KF e RAE, respectivamente. Uma breve comparação entre as figuras permite observar que a estimativa de posição do RAE e RRAE acompanharam a referência dada pelo GPS até o final da execução da manobra enquanto o KF teve um acréscimo de erro significativo. Com a Tabela 5.27 tem-se os resultados de erro RMS e EDP das estimativas dos filtros, tornando evidente o melhor desempenho obtido pelos filtros robusto-adaptativo e adaptativo por correspondência de covariância.

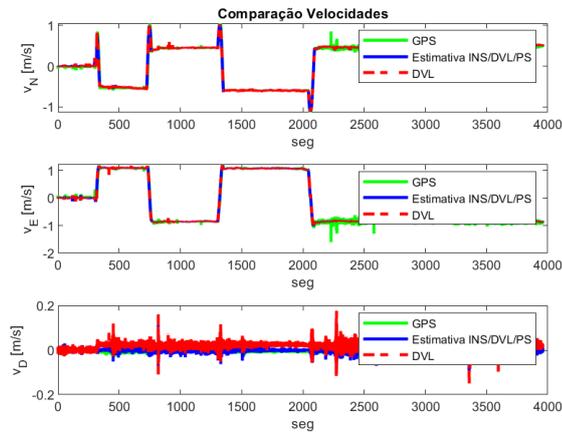
Tabela 5.27 – Comparação dos desempenhos em RMS e EDP das estimativas de posição dos filtros KF e RAE.

Filtro	RMS (m)		EDP (%)
	Norte	Leste	
KF	5.7133	5.6350	0.1557
RAE	1.5023	3.3253	0.0974
RRAE	1.5143	3.3157	0.0954

Fonte: Autora.

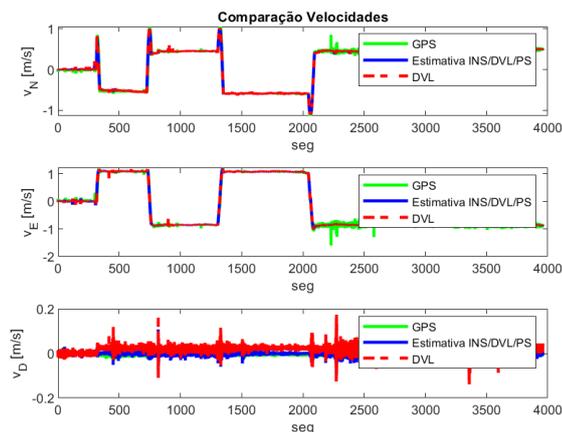
A Figura 5.49 e Figura 5.50 correspondem aos resultados das estimativas de velocidades dos filtros KF, RAE e RRAE, respectivamente. A Figura 5.52 e Figura 5.53 apresentam as comparações das estimativas de atitude com seus respectivos sensores, para os filtros KF e RAE e RRAE.

Figura 5.49 – Comparação entre as estimativas de velocidade, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.



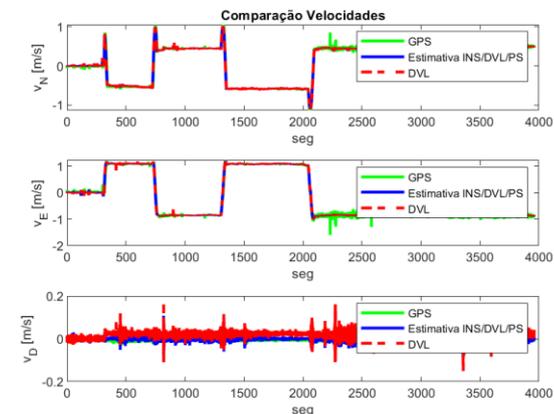
Fonte: Autora.

Figura 5.50 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



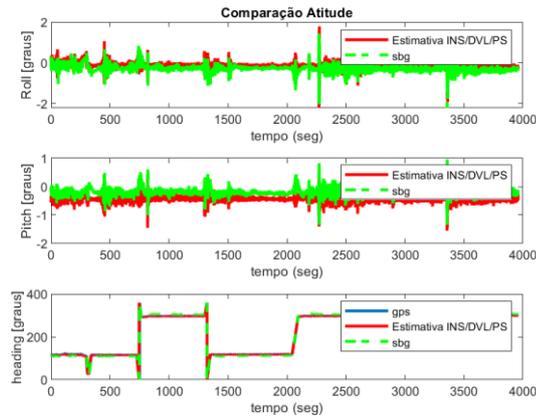
Fonte: Autora.

Figura 5.51 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.



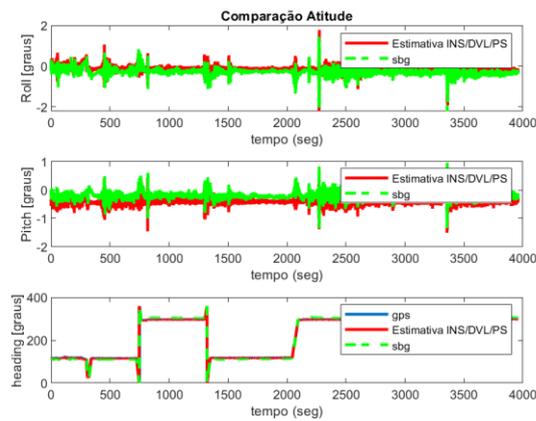
Fonte: Autora.

Figura 5.52 – Comparação entre as estimativas de *roll* e *pitch* com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.



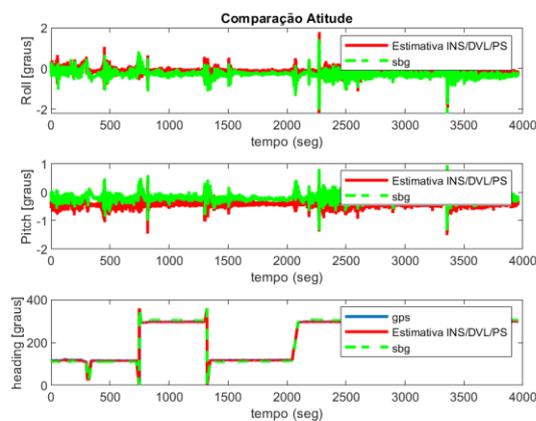
Fonte: Autora.

Figura 5.53 – Comparação entre as estimativas de *roll* e *pitch* com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



Fonte: Autora.

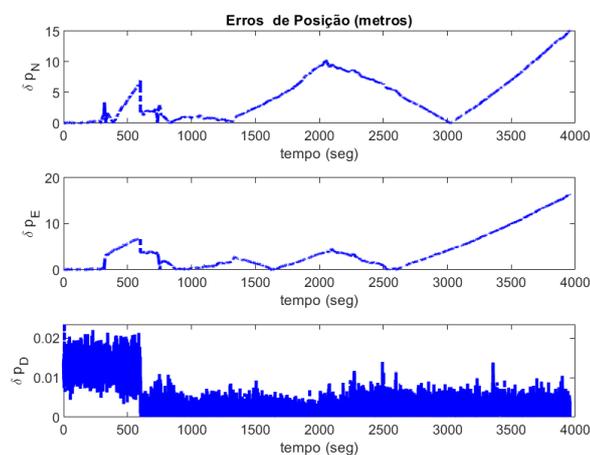
Figura 5.54 – Comparação entre as estimativas de *roll* e *pitch* com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.



Fonte: Autora.

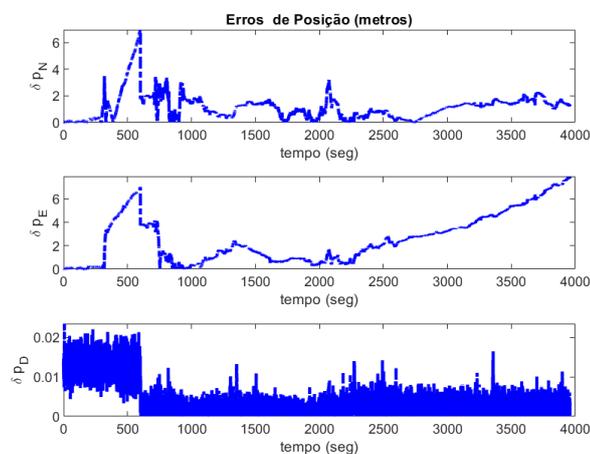
A Figura 5.55, Figura 5.56 e Figura 5.57 permitem comparar os comportamentos dos erros das estimativas de posição do KF, RAE e RRAE, respectivamente, ao longo da execução da manobra. O gráfico de erro do KF mostra que, os erros de posição tendem a crescer lentamente com o tempo durante o trecho em linha reta, e à medida que o veículo muda para o sentido oposto ao trocar de trecho os erros decrescem. No entanto, com o RAE e RRAE, os erros de posição não apresentam este comportamento no trecho em linha reta, de modo que as estimativas tendem a manter o erro dentro de uma faixa constante, conforme evidenciado pelo erro na posição Norte. O erro na posição Leste também tende a manter este comportamento, mas cresce lentamente na linha reta final, sendo este o maior trecho da manobra.

Figura 5.55 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.



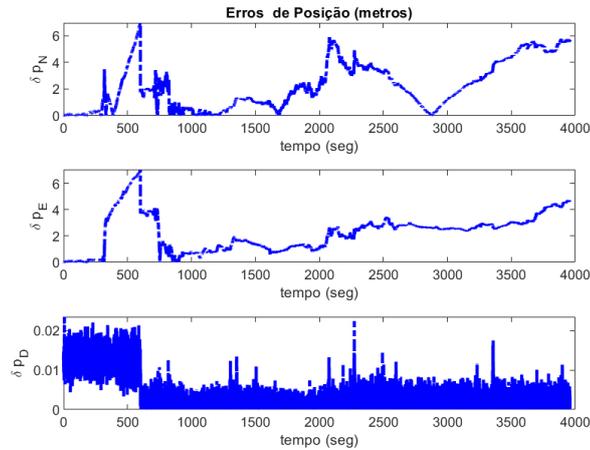
Fonte: Autora.

Figura 5.56 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



Fonte: Autora.

Figura 5.57 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.

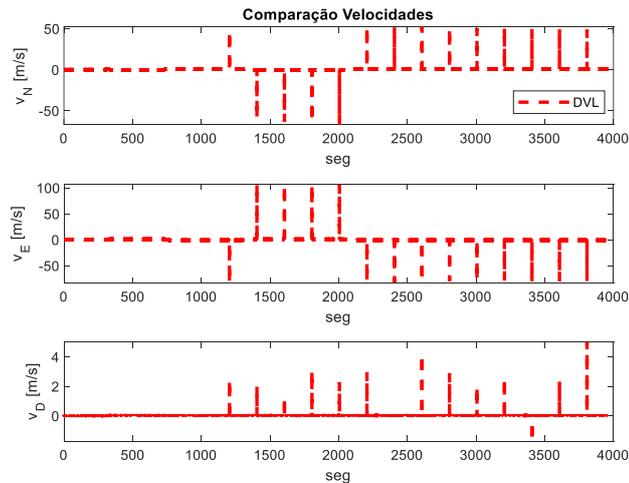


Fonte: Autora.

5.2.2 Análise do efeito de *outliers* nas medidas do DVL

Os resultados para a manobra com duração de 66 min, considerando todas as especificações explanadas anteriormente, são mostrados na Tabela 5.28. A análise deste tópico consiste na averiguação do desempenho do filtro robusto-adaptativo frente a inserção de *outliers* nas medidas de velocidade, bem como, o comportamento dos demais filtros. Os *outliers* são adicionados à cada 200s, após iniciado a etapa de correção do desalinhamento IMU/DVL, com amplitude de 100 vezes o valor da velocidade naquela iteração conforme a Figura 5.58.

Figura 5.58 – Medidas de velocidade com inserção de *outliers*.



Fonte: Autora.

Tabela 5.28 – Comparação dos desempenhos em RMS e EDP das estimativas de posição dos filtros KF e ERA com *outliers* nas medidas do DVL.

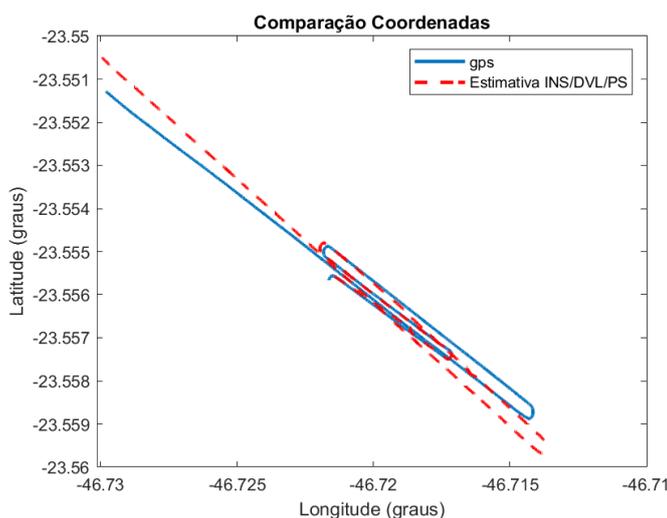
Filtro	RMS (m)		EDP (%)
	Norte	Leste	
KF	43.9231	20.9854	0.9317
RAE	Divergiu	Divergiu	Divergiu
RRAE	1.2799	3.1387	0.0663

Fonte: Autora.

Para análise, são apresentados os gráficos comparando as estimativas do filtro KF, RAE, RRAE com os sensores auxiliares, conforme: a) Estimativas de posição comparados ao GPS; b) Estimativas de velocidade comparadas ao DVL e GPS; c) Estimativas da atitude: *roll* e *pitch* comparados a AHRS e rumo com AHRS e GPS.

A Figura 5.59, Figura 5.60 e Figura 5.61 são os resultados de estimativas de posição no plano horizontal dos filtros KF, RAE e RRAE, respectivamente. Uma comparação entre tais gráficos permite observar, que primeiramente, o KF convencional é afetado pelos *outliers* e se distancia do sinal do GPS durante toda a trajetória, ao comparar a Tabela 5.28 e Tabela 5.27 nota-se o acréscimo da EDP de 0.1557% para 0.9317%.

Figura 5.59 – Comparação entre a estimativa de posição horizontal (Norte e Leste) e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.

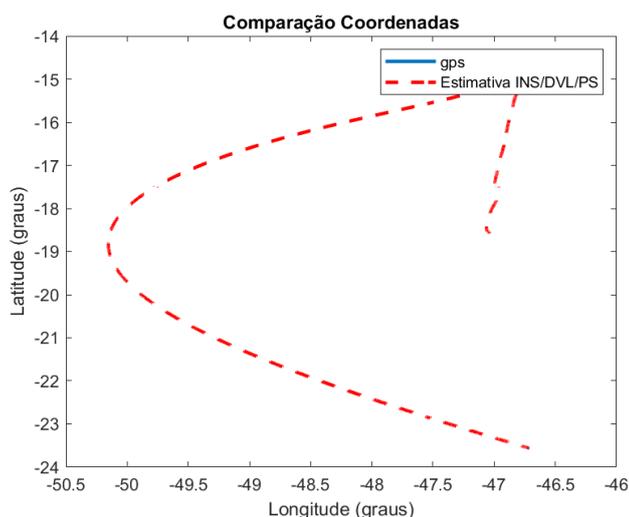


Fonte: Autora.

Em contrapartida, o RAE divergiu nesta condição e apresentou um comportamento semelhante ao obtido em simulação, e isto, é devido a adaptação direta na matriz de covariância das medidas, R_k conforme discutido na Seção 5.1. Para o RRAE, o comportamento do filtro foi

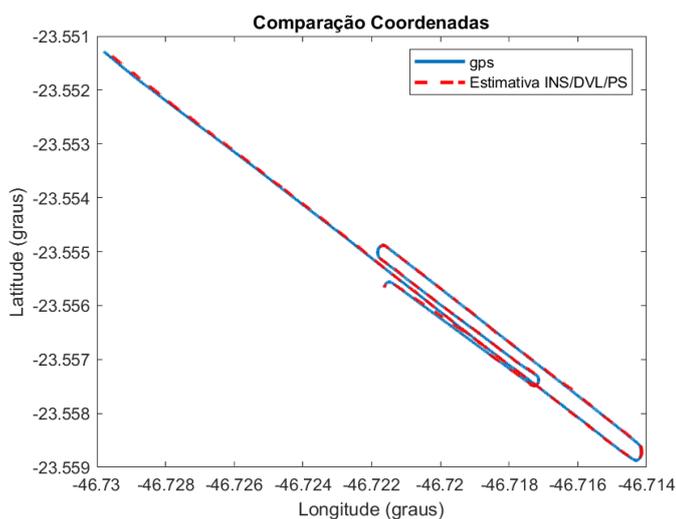
semelhante ao obtido para o RAE sem inserção de *outliers*, ou seja, a robustez do filtro atenuou tal efeito e permitiu que a adaptação tivesse um ótimo desempenho. Ao comparar a Tabela 5.28 e Tabela 5.27, tem-se que a EDP do RRAE foi de 0.0663% enquanto o RAE sem o efeito de *outliers*, foi de aproximadamente 0.0974% de erro de distância percorrida.

Figura 5.60 – Comparação entre a estimativa de posição horizontal (Norte e Leste) e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



Fonte: Autora.

Figura 5.61 – Comparação entre a estimativa de posição horizontal (Norte e Leste) e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.

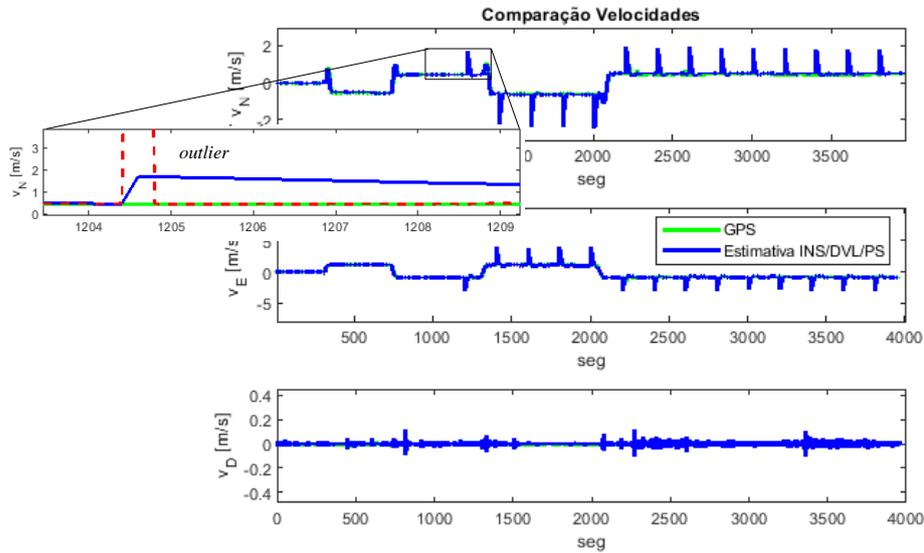


Fonte: Autora.

A Figura 5.61, Figura 5.62 e Figura 5.63 correspondem aos resultados das estimativas de velocidades dos filtros KF, RAE, RRAE, respectivamente. Em tais gráfico, fica evidente a influência dos *outliers* inseridos nas medidas do DVL, bem como, o comportamento dos filtros

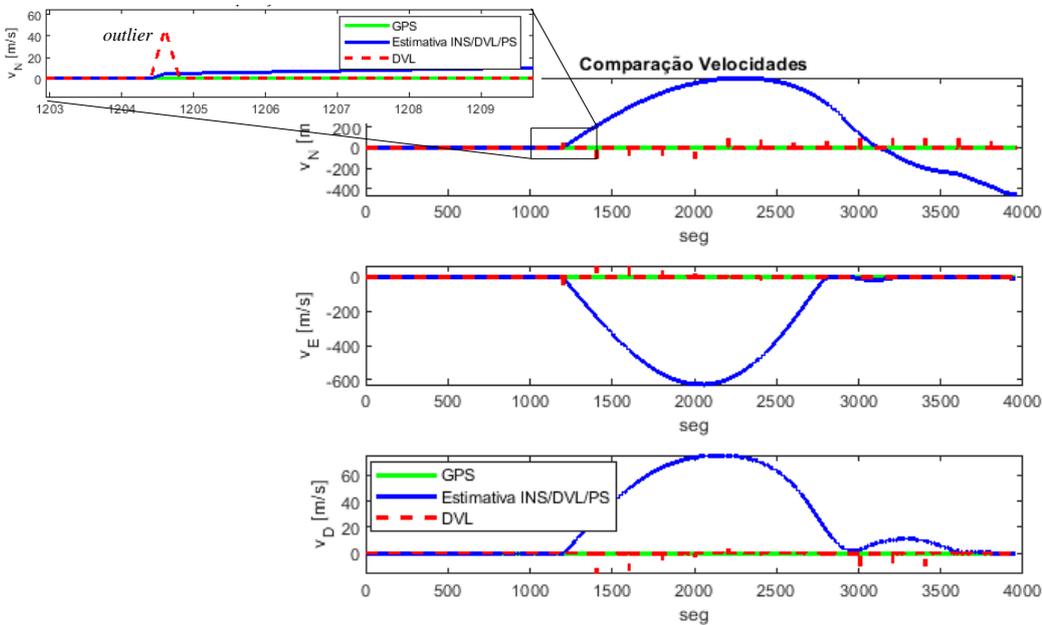
a esse ruído. E a Figura 5.64, Figura 5.65 e Figura 5.66 apresentam as comparações das estimativas de atitude com seus respectivos sensores, para os filtros KF e RAE e RRAE.

Figura 5.62 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF convencional.



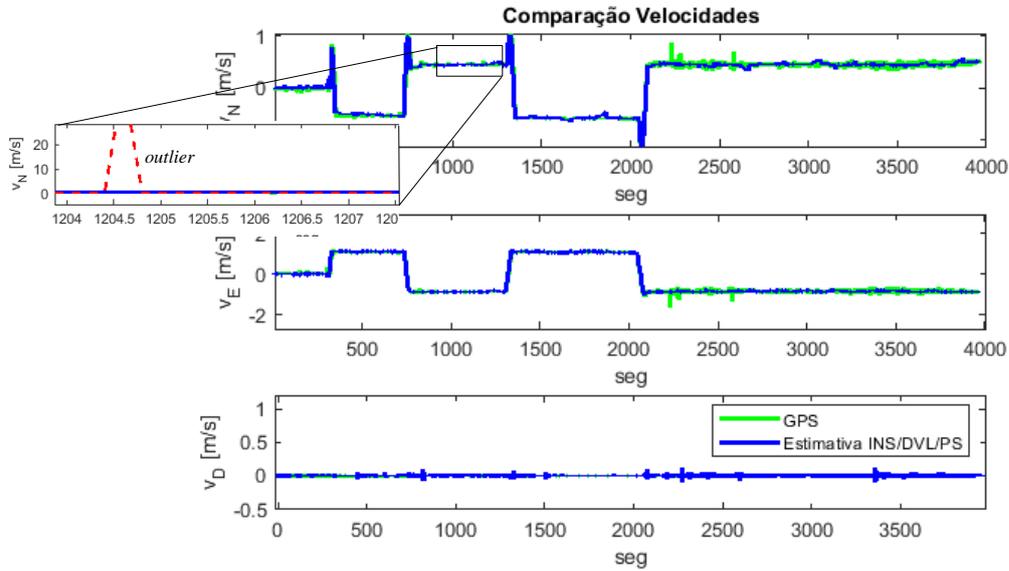
Fonte: Autora.

Figura 5.63 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



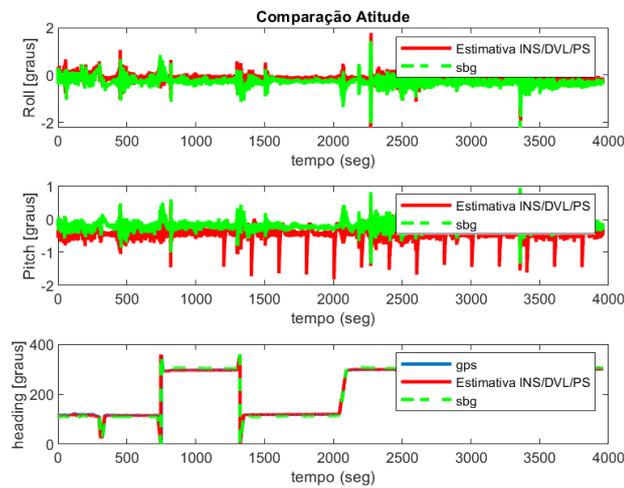
Fonte: Autora.

Figura 5.64 – Comparação entre as estimativas de velocidades, GPS e DVL. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.



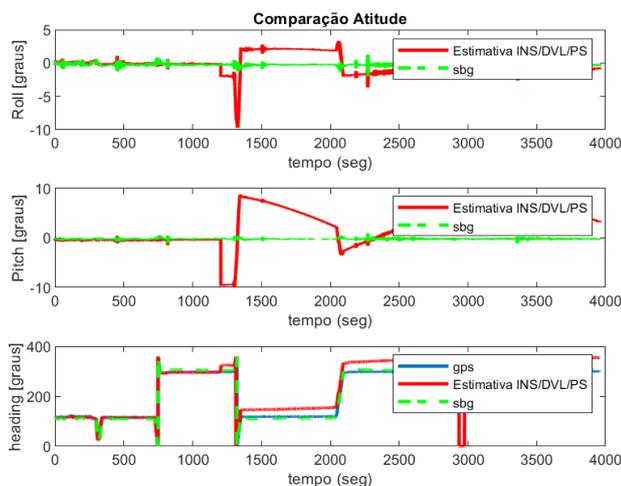
Fonte: Autora.

Figura 5.65 – Comparação entre as estimativas de *roll* e *pitch* com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com KF.



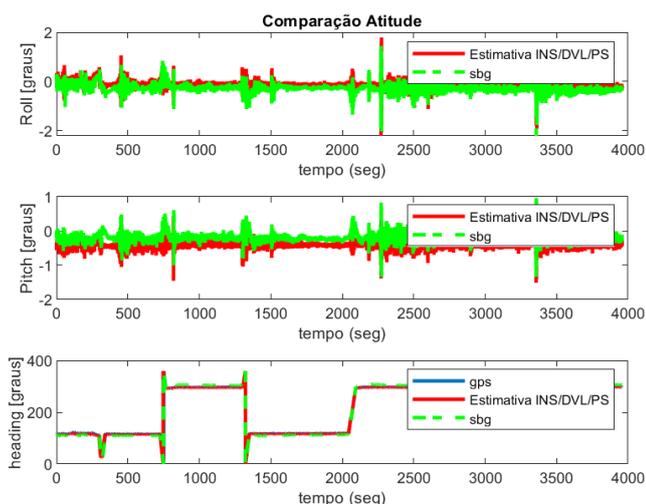
Fonte: Autora.

Figura 5.66 – Comparação entre as estimativas de *roll* e *pitch* com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



Fonte: Autora.

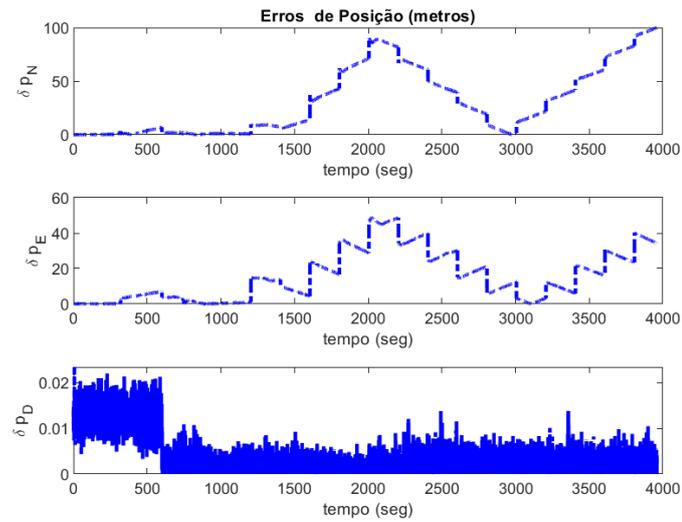
Figura 5.67 – Comparação entre as estimativas de *roll* e *pitch* com AHRS e rumo com GPS e AHRS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.



Fonte: Autora.

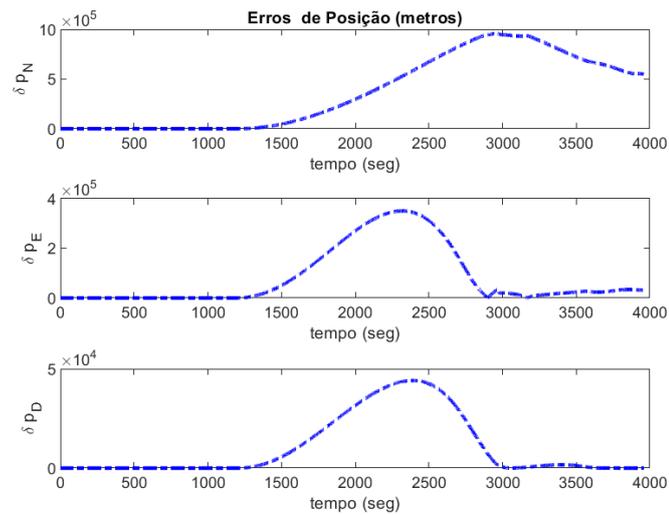
A Figura 5.68, Figura 5.69 e Figura 5.70 permitem comparar os comportamentos dos erros das estimativas de posição do KF, RAE e RRAE, respectivamente, ao longo da execução da manobra com a inserção de *outliers* nas medidas do DVL. É possível observar no gráfico do KF o mesmo comportamento obtido no pós-processamento sem *outliers*, no entanto, na presença deste efeito a amplitude cresce significativamente, atingindo valores máximo em torno de 100m. Conforme destacado anteriormente, o filtro RAE diverge e isto pode ser evidenciado pelos seus erros de posição atingindo valores 516830m, por outro lado, o filtro robusto apresentou um bom desempenho ao manter seus erros em torno de um valor médio com amplitudes menores que 6m para a posição Norte.

Figura 5.68 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial com KF.



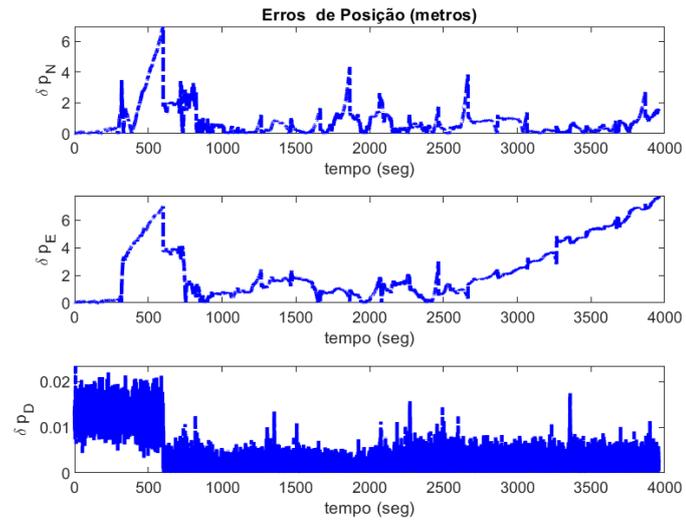
Fonte: Autora.

Figura 5.69 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RAE.



Fonte: Autora.

Figura 5.70 – Erro entre as estimativas de posição e o GPS. Fusão sensorial INS/DVL/PS com RRAE.



Fonte: Autora.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentado um levantamento bibliográfico das técnicas de navegação de AUVs, bem como uma análise do estado da arte das principais técnicas de fusão sensorial adaptativas propostas para o problema de navegação, conforme a literatura. Tais conhecimentos nortearam as abordagens a serem exploradas e propostas de contribuições desta pesquisa.

Foram obtidos resultados experimentais de ensaios de variância de Allan para uma IMU do tipo tática e intermediária, feitas com as estruturas e equipamentos disponibilizados pelo IPqM e Laboratório de Metrologia da USP. Os parâmetros obtidos com a caracterização da curva de Allan permitiram a sintonia preliminar das matrizes de covariância dos ruídos de processo do Filtro de Kalman, utilizadas em testes com manobras simuladas e manobras realizadas em campo.

Dentre as técnicas de filtragem adaptativas consideradas que apresentam a maior quantidade de contribuições publicadas, foram classificadas para este trabalho os filtros por correspondência de covariância, adaptação via fator de atenuação e os de múltiplos modelos. Estes filtros foram submetidos a experimentos de simulação com 100 repetições variando as incertezas de desvio-padrão de 3 vezes o valor nominal de *Angle/Velocity Random Walk* dos sensores inerciais. Além disto, foram analisados os comportamentos dos filtros à inserção de *outliers* nas medidas de velocidade (DVL). As simulações foram feitas considerando IMUs do modelo tático e intermediário, e como resultados foram apresentados tabelas e gráficos com informações de RMS e EDP utilizados para comparar o desempenho entre os filtros, quando submetidos as diferentes análises.

As simulações de navegação para: a) uma IMU tática; b) com *outliers* e variação nos parâmetros de Allan; e c) manobra de 4 horas de duração, resultou em estimativas fortemente degradadas para a técnica de correspondência de covariância sem robustez, com erro de aproximadamente $pN = 637m$, correspondendo a 15% da distância percorrida nesta direção. Como comparação, o erro sem a inserção de *outliers* nas medidas do DVL foram de aproximadamente $pN = 21m$. Em contrapartida, o filtro adaptativo-robusto por correspondência de covariância apresentou um erro de aproximadamente $pN = 14m$ para as mesmas condições. De acordo com as análises feitas neste trabalho, para um bom desempenho deste filtro é necessário que não haja *outliers* nas medidas observadas, devido a adaptação direta da matriz \mathbf{R}_k , e caso os sensores sejam ruidosos há grandes possibilidades de divergência das estimativas.

Em relação aos filtros de múltiplos modelos e fator de atenuação, considerando as mesmas especificações descritas anteriormente, concluiu-se que a inserção de *outliers* não culminou em fortes divergências. Na abordagem de múltiplos modelos a EDP foi de 1,66% para o Norte e 2.39% para o Leste, em comparação aos resultados sem inserção de *outliers* que foram de 0.22% e 2.84% para o Norte e Leste, respectivamente. A abordagem por fator de atenuação apresentou um comportamento semelhante, com EDP de 1.65% para o Norte e 10.66% para o Leste, e sem inserção de *outliers* os erros foram de 0.22% Norte e 2.83% Leste. Conforme as análises discutidas neste trabalho, a menor influência dos *outliers* para estas abordagens está associada à adaptação na matriz de covariância dos ruídos de processo, Q_k ao invés da matriz R_k .

As simulações de navegação para: a) uma IMU intermediária; b) com *outliers* e variação nos parâmetros de Allan; e c) manobra de 1 hora de duração, ocasionou divergência para os filtros por correspondência de covariância de acordo com a mesma análise feita anteriormente. Porém, este mesmo filtro com o fator robustez garantiu o ótimo funcionamento do filtro, com erro de aproximadamente $pN = 8.05m$ e $pE = 1.73m$, sendo o mesmo desempenho obtido sem a inserção de *outliers*. Os filtros por fator de atenuação e múltiplos modelos não divergiram com a inserção de *outliers*, mas tiveram significativo aumento nos erros de posição.

Ademais, foram analisados os resultados pós-processados a partir de dados coletados de ensaios na Raia Olímpica da USP com o ASV Trimarã. Tais informações foram pós-processadas por um simulador em C, com o intuito de realizar uma comparação entre os desempenhos do filtro convencional e o adaptativo por correspondência de covariância. Neste cenário, o filtro KF teve erro de posição de aproximadamente $pN = 5.71m$ e $pE = 5.63m$ enquanto o RAE de $pN = 1.50m$ e $pE = 3.32m$. A partir dos gráficos ficou evidente que o adaptativo acompanhou a trajetória do GPS durante toda a manobra, e o convencional se distanciou levemente.

Além disso, uma análise pós-processada inserindo *outliers* nas medidas de velocidade foram feitas para observar o comportamento dos filtros KF, RAE e RIAE a este efeito. Para este cenário, as estimativas do filtro RAE divergiram e o KF apresentou erro de aproximadamente $pN = 43m$ e $pE = 21m$. Enquanto o RIAE, filtro com o fator de robustez, teve suas estimativas preservadas em torno de $pN = 1.27m$ e $pE = 3.13m$.

Com base nas discussões feitas neste trabalho, conclui-se que os filtros adaptativos apresentam elevadas vantagens frente a utilização de sensores ruidosos. Identificou-se que, neste cenário, o filtro KF sofreu fortemente com tais interferências. Apesar de um custo computacional maior de implementação, quando comparado ao KF, a versão robusta do filtro

adaptativo apresentou desempenho bem superior, garantindo estimativa satisfatória da trajetória executada pelo veículo.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Como propostas de trabalhos futuros, sugere-se:

- (a) Aprimoramento da interface do Simulador de AUV: executar melhorias nesta plataforma de simulação, em quesitos tais como interface gráfica, utilizar alocação de memória para agilizar os experimentos, inserir cálculos para caracterização dos ensaios dos sensores com a Variância de Allan, entre outros;
- (b) Otimização da sintonia dos filtros adaptativos, em específico, os métodos que utilizam a correspondência de covariância: esta abordagem utiliza uma janela fixa durante toda a navegação, e que, é definida por observação e experimentação. Propõe-se aliar novas metodologias e abordagens que permitam otimizar tal sintonia, como uma possível janela variável ou adaptativa, por exemplo;
- (c) Estender o uso do fator robustez para os demais filtros, bem como buscar na literatura outras abordagens: aliar o fator de robustez aos outros filtros, para verificar o comportamento adaptação-robustez dos outros filtros em estudo;
- (d) Realizar testes experimentais com os demais filtros adaptativos, como o por fator de atenuação: implementar os algoritmos dos demais filtros em tempo-real, como de fator de atenuação, como o fator de atenuação que possui uma menor complexidade numérica. Estudar possibilidades de melhorias de hardware para implementação de algoritmos que exijam maior complexidade, como o de múltiplos modelos, por exemplo.
- (e) Avaliar o comportamento do filtro na execução de manobras no plano vertical: as análises de desempenho dos métodos adaptativos foram realizadas apenas em manobras no plano horizontal, no entanto, sabe-se que o AUV pode executar em suas missões manobras também no plano vertical, o movimento de emergir e submergir por exemplo são dados pelo deslocamento nesse plano. Desse modo, torna-se importante avaliar o desempenho dos filtros adaptativos frente a esse cenário.

7. BIBLIOGRAFIA

BARISIC, Matko; VASILJEVIC, Antonio; NAD, Dula. Sigma-point Unscented Kalman Filter used for AUV navigation. jul. 2012. **2012 20th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED)** [...]. [S. l.]: IEEE, jul. 2012. p. 1365–1372. <https://doi.org/10.1109/MED.2012.6265829>.

BROWN, Robert Grover; HWANG, Patrick. **Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with MATLAB Exercises**. 4th Edition. [S. l.: s. n.], 2012.

CAETANO, William da Silva. **Identificação de coeficientes de manobra de veículos submarinos através de testes com modelos livres**. 2014. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. <https://doi.org/10.11606/D.3.2014.tde-29122014-111933>.

CARDENAS, Persing; DE BARROS, Ettore A. Estimation of AUV Hydrodynamic Coefficients Using Analytical and System Identification Approaches. **IEEE Journal of Oceanic Engineering**, vol. 45, nº 4, p. 1157–1176, out. 2020. <https://doi.org/10.1109/JOE.2019.2930421>.

CHANG, Guobin. Kalman filter with both adaptivity and robustness. **Journal of Process Control**, vol. 24, nº 3, p. 81–87, mar. 2014. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2013.12.017>.

DAVARI, Narjes; GHOLAMI, Asghar; SHABANI, Mohammad. Multirate Adaptive Kalman Filter for Marine Integrated Navigation System. **Journal of Navigation**, vol. 70, nº 3, p. 628–647, 21 maio 2017. <https://doi.org/10.1017/S0373463316000801>.

DE BARROS, E.A.; DANTAS, J.L.D.; PASCOAL, A.M.; DE SA, E. Investigation of Normal Force and Moment Coefficients for an AUV at Nonlinear Angle of Attack and Sideslip Range. **IEEE Journal of Oceanic Engineering**, vol. 33, nº 4, p. 538–549, out. 2008. <https://doi.org/10.1109/JOE.2008.2004761>.

DEKKING, Frederik Michel; KRAAIKAMP, Cornelis; LOPUHAÄ, Hendrik Paul; MEESTER, Ludolf Erwin. **A Modern Introduction to Probability and Statistics**. London: Springer London, 2005. <https://doi.org/10.1007/1-84628-168-7>.

DIANA, Rodrigo Eiji Yamagata. **Análise de um sistema de navegação para veículo submarino autônomo**. 2018. Mestrado – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018. <https://doi.org/10.11606/D.3.2018.tde-27082018-151618>.

DUAN, Huan; GUO, Jia; SONG, Yan; SHA, Qixin; JIANG, Jingtao; YAN, Tianhong; MU, Xiaokai; HE, Bo. The application of AUV navigation based on cubature Kalman filter. 2017. **2017 IEEE Underwater Technology (UT)** [...]. [S. l.]: IEEE, 2017. p. 1–4. <https://doi.org/10.1109/UT.2017.7890310>.

EL-SHEIMY, Naser; HOU, Haiying; NIU, Xiaoji. Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, vol. 57, nº 1, p. 140–149, jan. 2008. <https://doi.org/10.1109/TIM.2007.908635>.

FARRELL, Jay A.; SILVA, Felipe O.; RAHMAN, Farzana; WENDEL, Jan. Inertial Measurement Unit Error Modeling Tutorial: Inertial Navigation System State Estimation with

Real-Time Sensor Calibration. **IEEE Control Systems**, vol. 42, n° 6, p. 40–66, dez. 2022. <https://doi.org/10.1109/MCS.2022.3209059>.

FREIRE, Luciano Ondir. **Desenvolvimento de uma arquitetura de controle descentralizada para veículos submarinos baseada em CAN, ARM e Engenharia de Sistemas-CANARMES**. 2013. Mestrado – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013. <https://doi.org/10.11606/D.3.2013.tde-09072014-103454>.

GONZÁLEZ-GARCÍA, Josué; GÓMEZ-ESPINOSA, Alfonso; CUAN-URQUIZO, Enrique; GARCÍA-VALDOVINOS, Luis Govinda; SALGADO-JIMÉNEZ, Tomás; CABELLO, Jesús Arturo Escobedo. Autonomous Underwater Vehicles: Localization, Navigation, and Communication for Collaborative Missions. **Applied Sciences**, vol. 10, n° 4, p. 1256, 13 fev. 2020. <https://doi.org/10.3390/app10041256>.

GRENON, G.; AN, P.E.; SMITH, S.M.; HEALEY, A.J. Enhancement of the inertial navigation system for the Morpheus autonomous underwater vehicles. **IEEE Journal of Oceanic Engineering**, vol. 26, n° 4, p. 548–560, 2001. <https://doi.org/10.1109/48.972091>.

GREWAL, Mohinder S.; ANDREWS, Angus P. **Kalman Filtering Theory and Practice Using MATLAB**. Wiley 4^a Edition. [S. l.: s. n.], 2001.

GROVES, Paul D. **Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems**. 2^o ed. [S. l.: s. n.], 2013.

GUTKOSKI, Eduardo Pedó. **Noise modeling in low-cost MEMs IMU sensors using experimental data**. 2022. Universidade Federal de Santa Catarina, 2022.

HAJIYEV, Chingiz; VURAL, S. Yenal; HAJIYEVA, Ulviyya. Adaptive Fading Kalman Filter with Q-adaptation for estimation of AUV dynamics. jul. 2012. **2012 20th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED)** [...]. [S. l.]: IEEE, jul. 2012. p. 697–702. <https://doi.org/10.1109/MED.2012.6265719>.

HANLON, P.D.; MAYBECK, P.S. Multiple-model adaptive estimation using a residual correlation Kalman filter bank. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, vol. 36, n° 2, p. 393–406, abr. 2000. <https://doi.org/10.1109/7.845216>.

HIDE, Christopher. **Integration of GPS and low cost INS measurements**. 2003. University of Nottingham, 2003.

HOU, Haiying. **Modeling inertial sensors errors using Allan variance**. 2004. University of Calgary, Calgary, 2004.

HU, Congwei; CHEN, Wu; CHEN, Yongqi; LIU, Dajie. Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation. **Journal of Global Positioning Systems**, vol. 2, n° 1, p. 42–47, 30 jun. 2003. <https://doi.org/10.5081/jgps.2.1.42>.

IEEE. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros. **IEEE Std 952-1997**, , p. 1–84, 1998. .

JALVING, Bjørn; GADE, Kenneth; SVARTVEIT, Kristian; WILLUMSEN, Are; SØRHAGEN, Robert. DVL Velocity Aiding in the HUGIN 1000 Integrated Inertial Navigation

System. **Modeling, Identification and Control: A Norwegian Research Bulletin**, vol. 25, n° 4, p. 223–236, 2004. <https://doi.org/10.4173/mic.2004.4.2>.

Ji, Chang Lin; ZHANG, Ning; WANG, Hai Hui; ZHENG, Cui E. Application of Kalman Filter in AUV Acoustic Navigation. **Applied Mechanics and Materials**, vol. 525, p. 695–701, fev. 2014. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.525.695>.

KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. **Journal of Basic Engineering**, vol. 82, n° 1, p. 35–45, 1 mar. 1960. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>.

KIM, Kwang Hoon; LEE, Jang Gyu; PARK, Chan Gook; JEE, Gyu In. The Stability Analysis of the Adaptive Fading Extended Kalman Filter. out. 2007. **2007 IEEE International Conference on Control Applications** [...]. [S. l.]: IEEE, out. 2007. p. 982–987. <https://doi.org/10.1109/CCA.2007.4389361>.

KLEIN, Itzik; LIPMAN, Yeshaya. Continuous INS/DVL Fusion in Situations of DVL Outages. 30 set. 2020. **2020 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles Symposium (AUV)(50043)** [...]. [S. l.]: IEEE, 30 set. 2020. p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/AUV50043.2020.9267945>.

LIU, Peijia; WANG, Bo; DENG, Zhihong; FU, Mengyin. INS/DVL/PS Tightly Coupled Underwater Navigation Method With Limited DVL Measurements. **IEEE Sensors Journal**, vol. 18, n° 7, p. 2994–3002, 1 abr. 2018. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2018.2800165>.

MAYBECK, Peter. **Stochastic Models, Estimation and Control**. [S. l.]: Academic Press, 1979. vol. 1, .

MEHRA, R. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering. **IEEE Transactions on Automatic Control**, vol. 15, n° 2, p. 175–184, abr. 1970. <https://doi.org/10.1109/TAC.1970.1099422>.

MOHAMED, A. H.; SCHWARZ, K. P. Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS. **Journal of Geodesy**, vol. 73, n° 4, p. 193–203, 21 maio 1999. <https://doi.org/10.1007/s001900050236>.

MU, Xiaokai; HE, Bo; WU, Shuyi; ZHANG, Xin; SONG, Yan; YAN, Tianhong. A practical INS/GPS/DVL/PS integrated navigation algorithm and its application on Autonomous Underwater Vehicle. **Applied Ocean Research**, vol. 106, p. 102441, jan. 2021. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2020.102441>.

OLIVEIRA, Lucas Machado de. **Desenvolvimento de veículos autônomos submarinos para aplicações oceanográficas**. 2018. Mestrado – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018. <https://doi.org/10.11606/D.3.2018.tde-05032018-143858>.

PAULL, Liam; SAEEDI, Sajad; SETO, Mae; LI, Howard. **AUV Navigation and Localization-A Review**. [S. l.: s. n.], jan. 2014.

PUPPO, Leslie Barreda. **Characterization of errors and noises in MEMS inertial sensors using Allan variance method**. 2016. 2016.

R. ANANTHASAYANAM, Mudambi. Tuning of the Kalman Filter Using Constant Gains. **Introduction and Implementations of the Kalman Filter**. [S. l.]: IntechOpen, 2019. <https://doi.org/10.5772/intechopen.81795>.

ROGERS, Robert M. **Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems**. 3^o ed. [S. l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.

SALLBERG, Scott. Sampled-Data Kalman Filtering and Multiple Model Adaptive Estimation for Infinite-Dimensional Continuous-Time Systems. , p. 494, 2007. .

SHAO, Xinhui; HE, Bo; GUO, Jia; YAN, Tianhong. The application of AUV navigation based on adaptive extended Kalman filter. abr. 2016. **OCEANS 2016 - Shanghai** [...]. [S. l.]: IEEE, abr. 2016. p. 1–4. <https://doi.org/10.1109/OCEANSAP.2016.7485592>.

SILVA, Daniele Caroline; FRUTUOSO, Adriano; SOUZA, Luiz Felipe; DE BARROS, Ettore A. Comparative Analysis of Innovation-Based Adaptive Kalman Filters Applied to AUVs Navigation. 18 out. 2022. **2022 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2022 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2022 Workshop on Robotics in Education (WRE)** [...]. [S. l.]: IEEE, 18 out. 2022. p. 31–36. <https://doi.org/10.1109/LARS/SBR/WRE56824.2022.9995869>.

SILVA, Daniele; FRUTUOSO, Adriano; SOUZA, Luiz Felipe; DE BARROS, Ettore. Simulador de Sistemas de Navegação para Veículos Autônomos Submarinos. 2022. **Proceedings of the XI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2022** [...]. [S. l.]: ABCM, 2022. <https://doi.org/10.26678/ABCM.CONEM2022.CON22-0334>.

SOUZA, Luiz Felipe; FRUTUOSO, Adriano; SILVA, Daniele Caroline; DE BARROS, Ettore A. Real-Time INS/DVL/PS fusion applied to the navigation of Autonomous Underwater Vehicles. 18 out. 2022. **2022 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2022 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2022 Workshop on Robotics in Education (WRE)** [...]. [S. l.]: IEEE, 18 out. 2022. p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/LARS/SBR/WRE56824.2022.9995892>.

SOUZA, Luiz F.M.; LOPES, Gabriel S.V.; UENOJO, Aléxis K.; SILVA, Humberto T.; CAMPOPIANO, Fábio; DE MELO, Márcio R.; FRUTUOSO, Adriano B.S.; SILVA, Daniele C.L.; PELLINI, Eduardo L.; BARROS, Ettore A. Development of an ASV Trimaran for Testing and Implementation of AUV Navigation Algorithms. **IFAC-PapersOnLine**, vol. 55, n^o 31, p. 184–189, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.429>.

SUMITHRA, S; VADIVEL, R. An optimal innovation based adaptive estimation Kalman filter for accurate positioning in a vehicular ad-hoc network. **International Journal of Applied Mathematics and Computer Science**, 2021. .

TEIXEIRA, Bruno O.S.; CHANDRASEKAR, Jaganath; TÔRRES, Leonardo A.B.; AGUIRRE, Luis A.; BERNSTEIN, Dennis S. State estimation for linear and non-linear equality-constrained systems. **International Journal of Control**, vol. 82, n^o 5, p. 918–936, 8 maio 2009. <https://doi.org/10.1080/00207170802370033>.

TITTERTON, David; WESTON, John. **Strapdown Inertial Navigation Technology**. [S. l.]: Institution of Engineering and Technology, 2004. <https://doi.org/10.1049/PBRA017E>.

TONG, Jinwu; XU, Xiaosu; HOU, Lanhua; LI, Yao; WANG, Jian; ZHANG, Liang. An Ultra-Short Baseline Positioning Model Based on Rotating Array & Reusing Elements and Its Error Analysis. **Sensors**, vol. 19, n^o 20, p. 4373, 10 out. 2019. <https://doi.org/10.3390/s19204373>.

TUKEY, John W. **Exploratory Data Analysis**. [S. l.: s. n.], 1977.

VERMA, Abhishek; RANGA, Virender. CoSec-RPL: detection of copycat attacks in RPL based 6LoWPANs using outlier analysis. **Telecommunication Systems**, vol. 75, n° 1, p. 43–61, 26 set. 2020. <https://doi.org/10.1007/s11235-020-00674-w>.

VIVANCO, Persing Junior Cárdenas. **Desenvolvimento do sistema de navegação de um AUV baseado em filtro estendido de Kalman**. 2014. Mestrado – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. <https://doi.org/10.11606/D.3.2014.tde-26082015-153843>.

WANG, Junting; XU, Tianhe; WANG, Zhenjie. Adaptive Robust Unscented Kalman Filter for AUV Acoustic Navigation. **Sensors**, vol. 20, n° 1, p. 60, 20 dez. 2019. <https://doi.org/10.3390/s20010060>.

WATANABE, Y; OCHI, Hiroshi; SHIMURA, Takuya. A study of inverse SSBL acoustic positioning with data transmission for multiple AUV navigation. **2012 Oceans - Yeosu**, , p. 1–6, 2012. .

WOODMAN, Oliver J. **An introduction to inertial navigation**. [S. l.: s. n.], ago. 2007.

XIA, Qijun; RAO, Ming; YING, Yiqun; SHEN, Xuemin. Adaptive fading Kalman filter with an application. **Automatica**, vol. 30, n° 8, p. 1333–1338, ago. 1994. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90112-0](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90112-0).

YANG, Yipeng; YAN, Xiaozhen; LUO, Qinghua. A SINS/DVL Integrated Navigation Positioning Method Based on Improved Adaptive Filtering Technology. ago. 2019. **2019 IEEE International Conference on Smart Internet of Things (SmartIoT)** [...]. [S. l.]: IEEE, ago. 2019. p. 262–268. <https://doi.org/10.1109/SmartIoT.2019.00047>.

YUH, J. Design and Control of Autonomous Underwater Robots: A Survey. **Autonomous Robots**, vol. 8, n° 1, p. 7–24, jan. 2000. <https://doi.org/10.1023/A:1008984701078>.

ZANONI, Fábio Doro. **Modelagem e implementação do sistema de navegação para um AUV**. 2012. Mestrado – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. <https://doi.org/10.11606/D.3.2012.tde-23032012-114741>.

ZHANG, Lingyi; SIDOTI, David; BIENKOWSKI, Adam; PATTIPATI, Krishna R.; BAR-SHALOM, Yaakov; KLEINMAN, David L. On the Identification of Noise Covariances and Adaptive Kalman Filtering: A New Look at a 50 Year-Old Problem. **IEEE Access**, vol. 8, p. 59362–59388, 2020. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2982407>.

ZHIWEN, Xian; XIAOPING, Hu; JUNXIANG, Lian. Robust innovation-based adaptive Kalman filter for INS/GPS land navigation. nov. 2013. **2013 Chinese Automation Congress** [...]. [S. l.]: IEEE, nov. 2013. p. 374–379. <https://doi.org/10.1109/CAC.2013.6775762>.

APÊNDICE A - Resultados de manobra simulada dos filtros de Kalman convencional e adaptativos

Neste tópico são apresentados os gráficos da distribuição dos erros de posição e os diagramas de caixas obtidos dos experimentos de cada um dos filtros. Além de tabelas com os resultados numéricos dos estimadores de tendência central e dispersão dos filtros são apresentados.

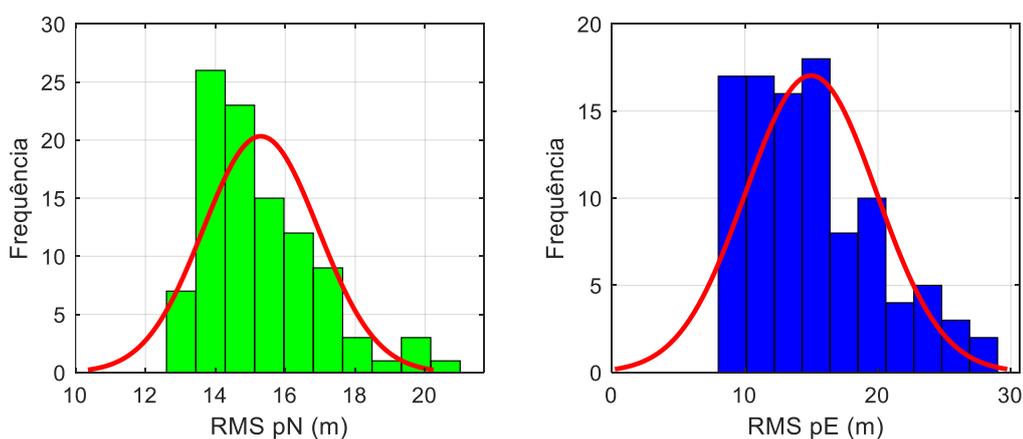
A.1 SIMULAÇÃO DE UMA IMU DO TIPO TÁTICA

Para complementar as análises de simulação de uma IMU tipo tática explanadas na seção 5.1.3, são incluídos neste apêndice os demais gráficos e tabelas correspondentes às 100 repetições de simulação considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros para manobras de 1 e 4 horas.

A.1.1 Análise sem inserção de *outliers* manobra de 1h

Neste tópico, são apresentados os resultados dos filtros sem inserção de *outliers* nas medidas de DVL, para a manobra corte de relva com 1 hora de duração.

Figura A. 1 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem *outliers*. Manobra de 1 hora. KF.



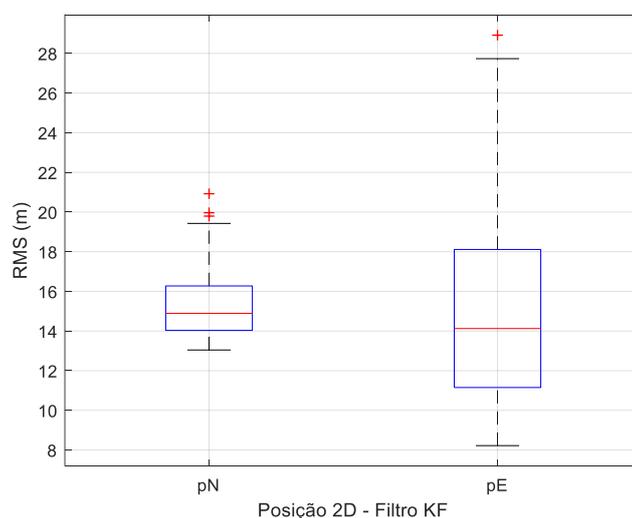
Fonte: Autora.

Tabela A. 1 - Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição. Filtro KF. Manobra de 1h. Sem *outliers*.

Filtro KF	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	15.2977	14.9750
Mediana (m)	14.8902	14.1255
Desvio padrão, σ (m)	1.6480	4.9162
Máximo	20.9226	28.9183
Mínimo	13.043	8.2201
Número de valores atípicos	3	1

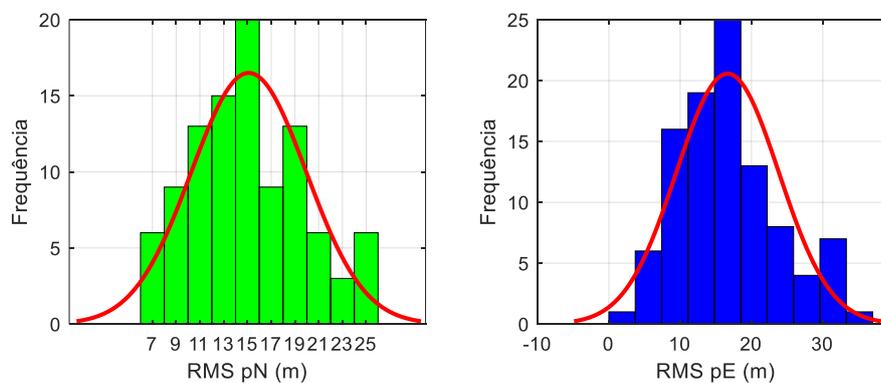
Fonte: Autora.

Figura A. 2 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro KF.



Fonte: Autora.

Figura A. 3 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem *outliers*. Manobra de 1 hora. IAE.



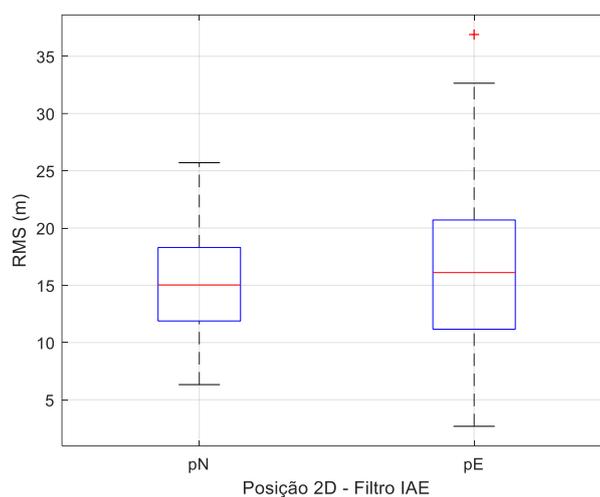
Fonte: Autora.

Tabela A. 2 - Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição. Filtro IAE. Manobra de 1h. Sem *outliers*.

Filtro IAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	15.1147	15.1147
Mediana (m)	15.0312	16.1107
Desvio padrão, σ (m)	4.8337	4.8337
Máximo	25.7076	36.9046
Mínimo	6.3236	2.6822
Número de valores atípicos	0	1

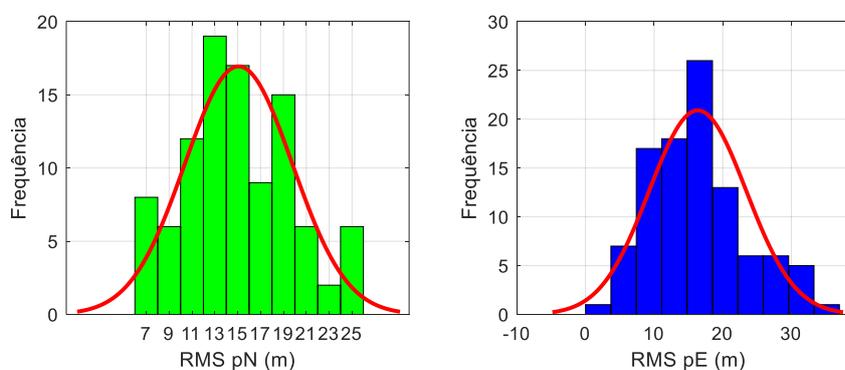
Fonte: Autora.

Figura A. 4 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro IAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 5 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem *outliers*. Manobra de 1 hora. RIAE.



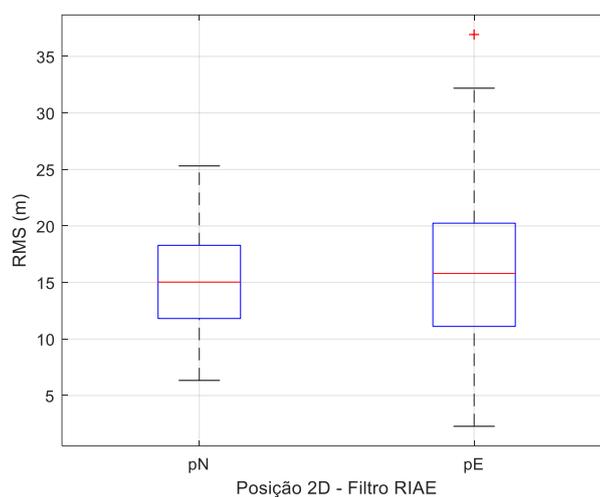
Fonte: Autora.

Tabela A. 3 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RIAE para manobra de 1h.

Filtro RIAE	pN	pE
Média (m)	15.0775	16.3522
Mediana (m)	15.0399	15.7996
Desvio padrão, σ (m)	4.7086	7.0609
Máximo	25.3156	36.9423
Mínimo	6.3377	2.2769
Número de valores atípicos	0	1

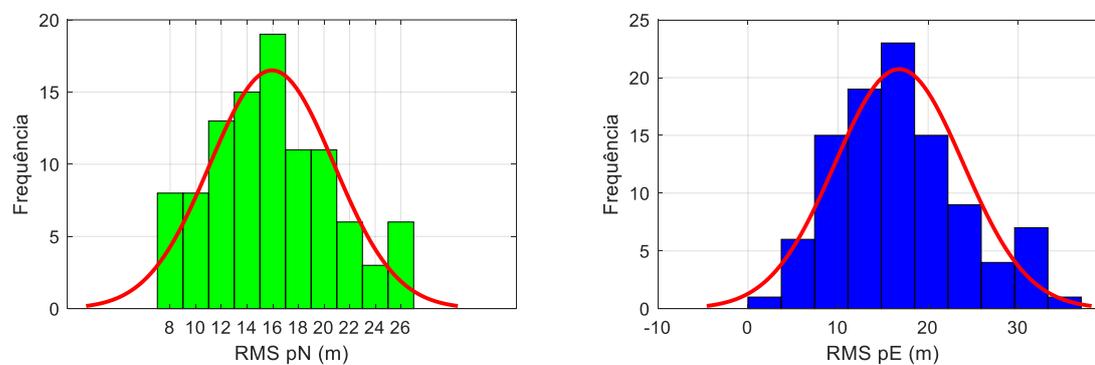
Fonte: Autora.

Figura A. 6 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RIAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 7 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem outliers. Manobra de 1 hora. Filtro RAE.



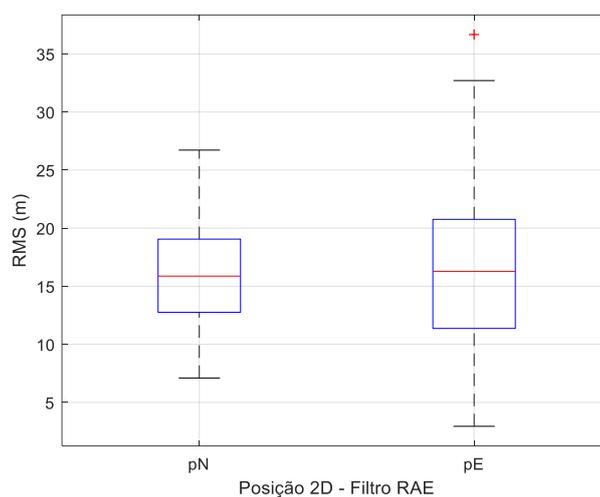
Fonte: Autora.

Tabela A. 4 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RAE para manobra de 1h.

Filtro RAE	pN	pE
Média (m)	15.9416	16.7831
Mediana (m)	15.8765	16.2879
Desvio padrão, σ (m)	4.8336	7.1198
Máximo	26.7213	36.6697
Mínimo	7.1037	2.9456
Número de valores atípicos	0	1

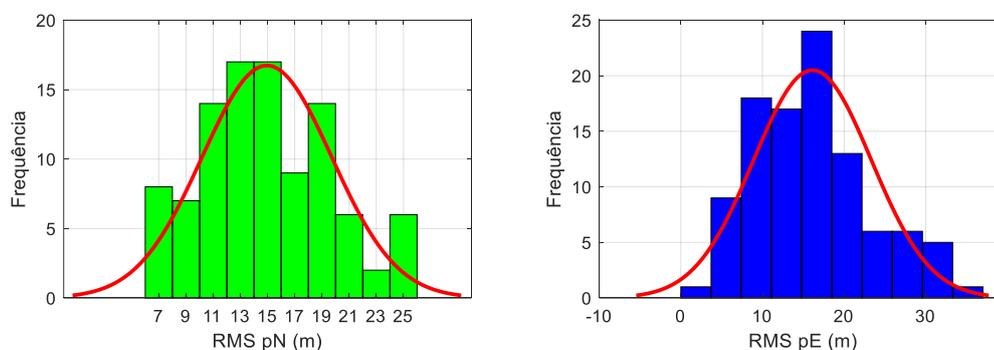
Fonte: Autora.

Figura A. 8 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 9 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem outliers. Manobra de 1 hora. Filtro RRAE.



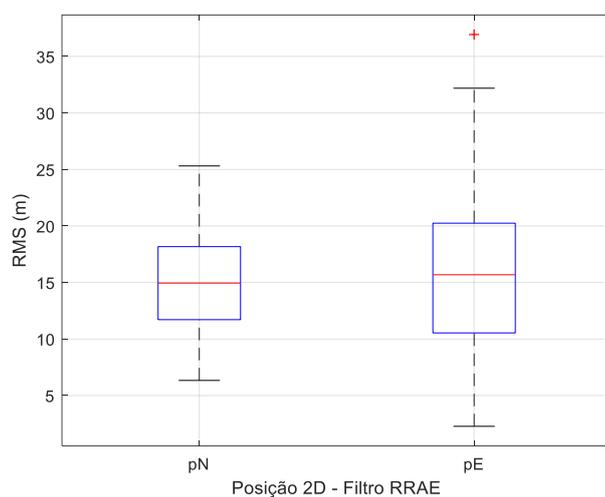
Fonte: Autora.

Tabela A. 5 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RRAE para manobra de 1h.

Filtro IAE	pN	pE
Média (m)	14.9511	16.1225
Mediana (m)	14.9537	15.6879
Desvio padrão, σ (m)	4.7664	7.1982
Máximo	25.3156	36.9423
Mínimo	6.3377	2.2769
Número de valores atípicos	0	1

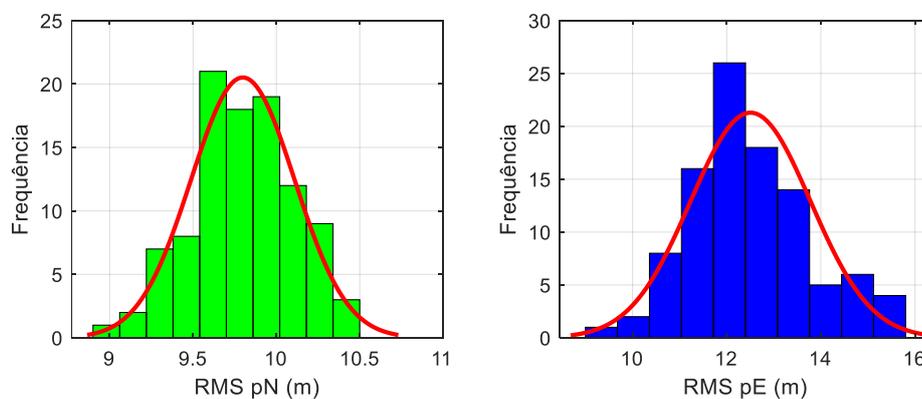
Fonte: Autora.

Figura A. 10 - Diagrama de caixas dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RRAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 11 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem *outliers*. Manobra de 1 hora. Filtro AFKF.



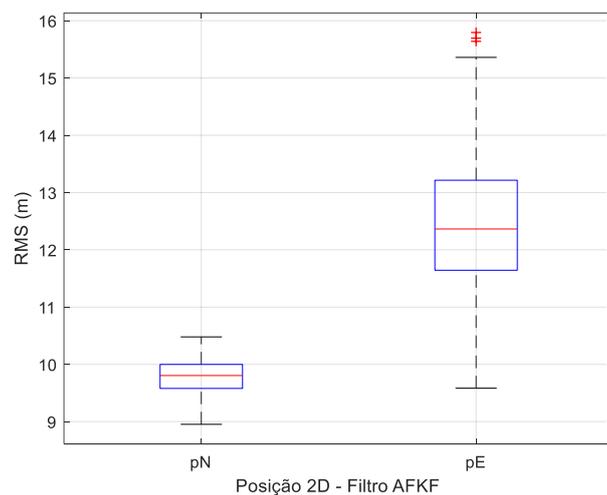
Fonte: Autora.

Tabela A. 6 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro AFKF para manobra de 1h.

Filtro AFKF	pN	pE
Média (m)	9.7984	12.5062
Mediana (m)	9.8050	12.3636
Desvio padrão, σ (m)	0.3110	1.2739
Máximo	10.4797	15.7938
Mínimo	8.9533	9.5838
Número de valores atípicos	0	3

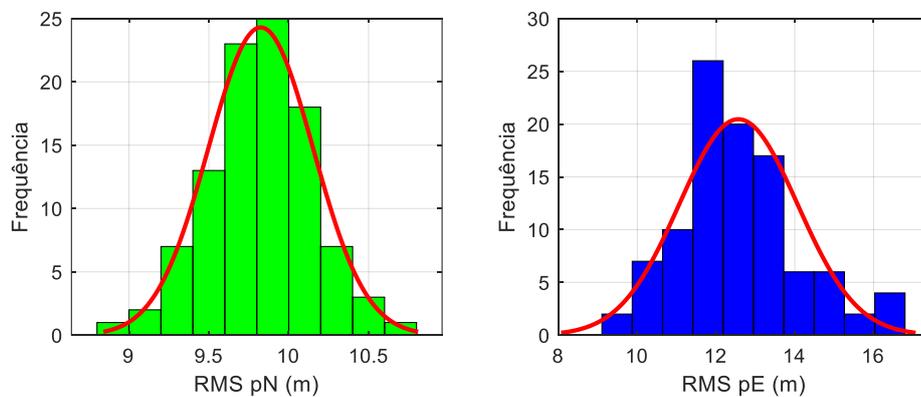
Fonte: Autora.

Figura A. 12 - Diagrama de caixas dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro AFKF.



Fonte: Autora.

Figura A. 13 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem *outliers*. Manobra de 1 hora. Filtro MMAE.



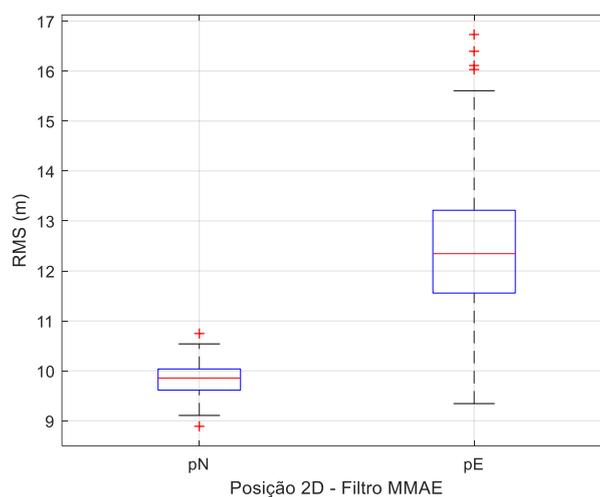
Fonte: Autora.

Tabela A. 7 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro MMAE para manobra de 1h.

Filtro MMAE	pN	pE
Média (m)	9.8248	12.5661
Mediana (m)	9.8564	12.3454
Desvio padrão, σ (m)	0.3282	1.5011
Máximo	10.7464	16.7323
Mínimo	8.8897	9.3444
Número de valores atípicos	2	4

Fonte: Autora.

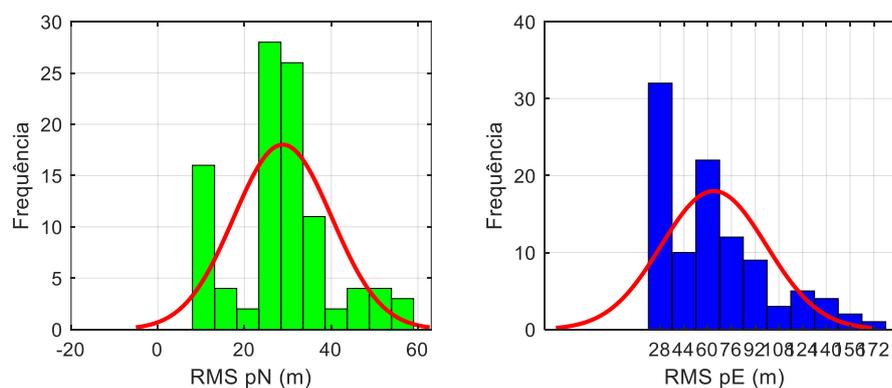
Figura A. 14 - Diagrama de caixas dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro MMAE.



Fonte: Autora.

A.1.2 Análise sem inserção de *outliers* para manobra de 4hs

Figura A. 15 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem outliers. Manobra de 4 horas. Filtro KF.



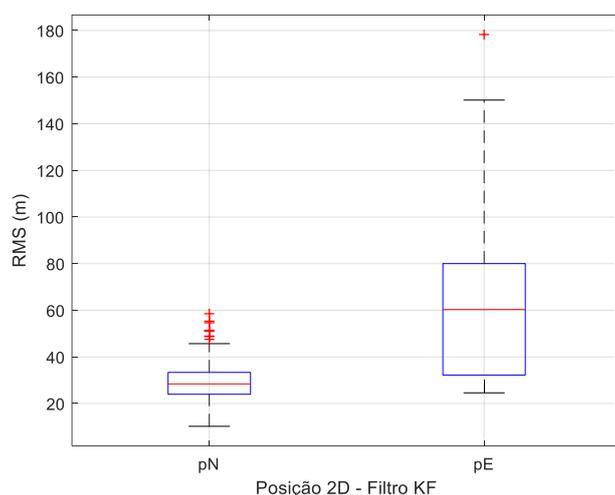
Fonte: Autora.

Tabela A. 8 - Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro KF para manobra de 4 horas.

Filtro KF	pN	pE
Média (m)	28.8294	64.1432
Mediana (m)	28.4185	60.3214
Desvio padrão, σ (m)	11.2954	35.4914
Máximo	58.5318	178.2860
Mínimo	10.2231	24.5875
Número de valores atípicos	9	1

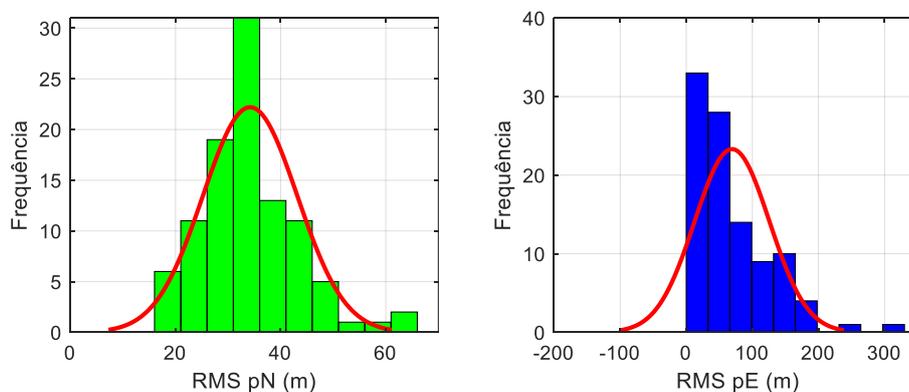
Fonte: Autora.

Figura A. 16 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 4 horas. Quantidade de amostras: 100. Filtro KF.



Fonte: Autora.

Figura A. 17 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem outliers. Manobra de 4 horas. Filtro IAE.



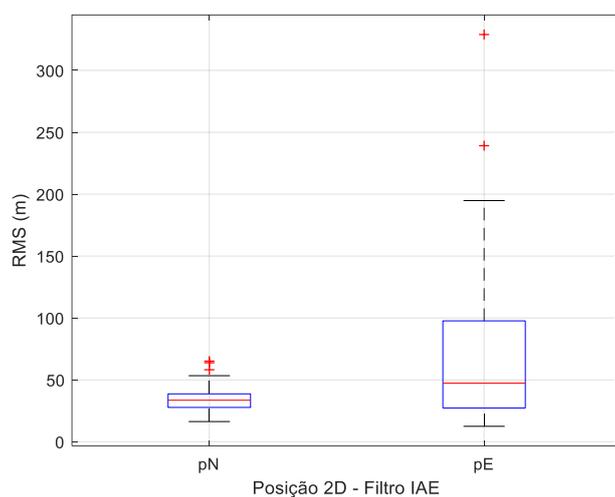
Fonte: Autora.

Tabela A. 9 - Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro IAE para manobra de 4 horas.

Filtro IAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	34.1856	69.2207
Mediana (m)	33.5490	47.3155
Desvio padrão, σ (m)	8.9824	56.4527
Máximo	65.1116	328.9947
Mínimo	16.2843	12.4533
Número de valores atípicos	3	2

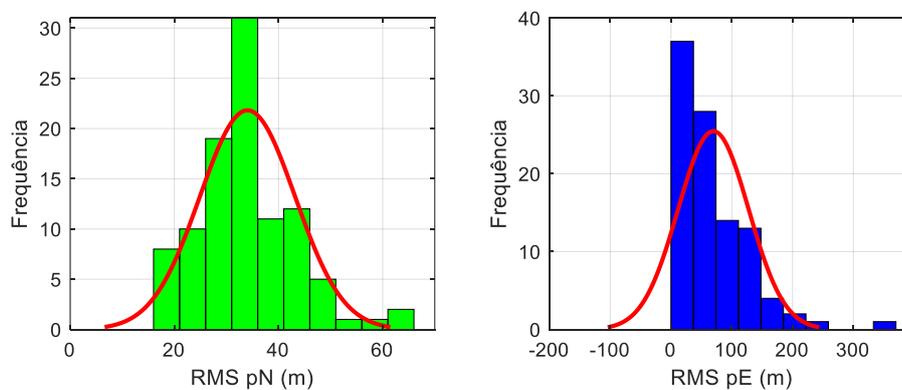
Fonte: Autora.

Figura A. 18 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 4 horas. Quantidade de amostras: 100. Filtro IAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 19 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem outliers. Manobra de 4 horas. Filtro RIAE.



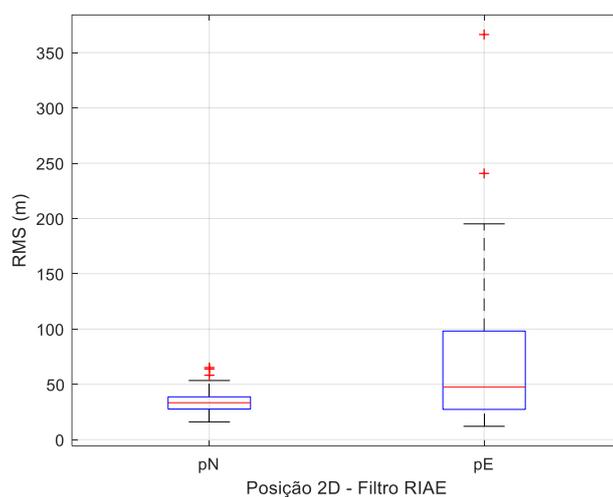
Fonte: Autora.

Tabela A. 10 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RIAE para manobra de 4 horas.

Filtro RIAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	34.0389	69.7290
Mediana (m)	33.3868	47.6934
Desvio padrão, σ (m)	9.1431	57.9453
Máximo	65.2344	366.3712
Mínimo	16.083	12.0477
Número de valores atípicos	3	2

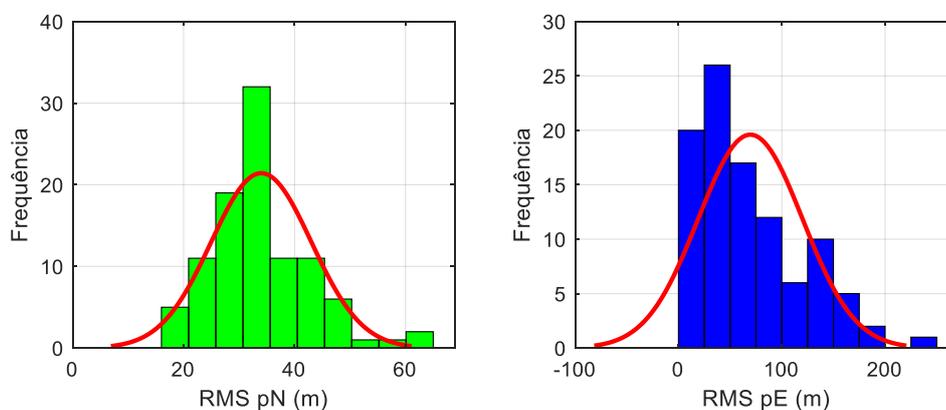
Fonte: Autora.

Figura A. 20 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RIAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 21 - Histograma de erros de posição horizontal. Sem outliers. Manobra de 4 horas. Filtro RAE.



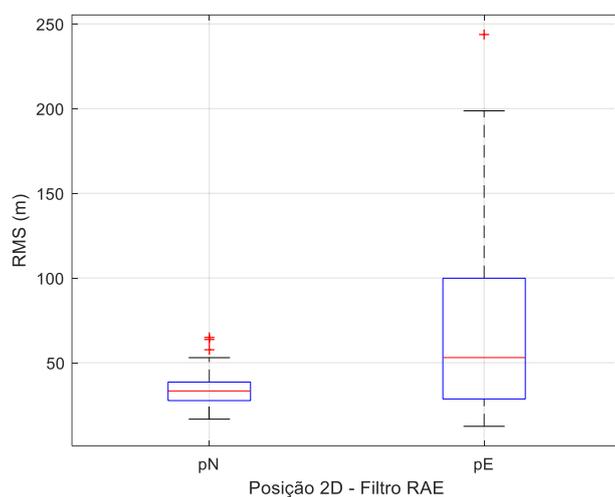
Fonte: Autora.

Tabela A. 11 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RAE para manobra de 4 horas.

Filtro RAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	33.9959	69.5681
Mediana (m)	33.3353	53.0184
Desvio padrão, σ (m)	9.0336	50.3650
Máximo	64.9111	243.7263
Mínimo	16.6704	12.4503
Número de valores atípicos	3	1

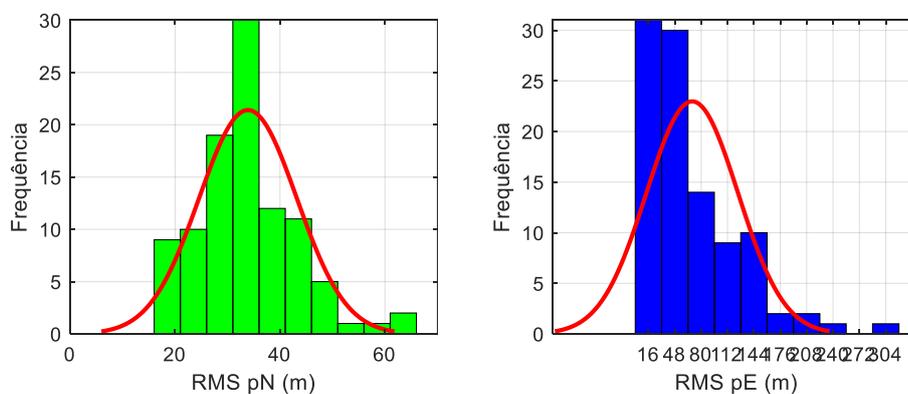
Fonte: Autora.

Figura A. 22 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 4 horas. Quantidade de amostras: 100. Filtro RAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 23 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 4 horas. Filtro RAE.



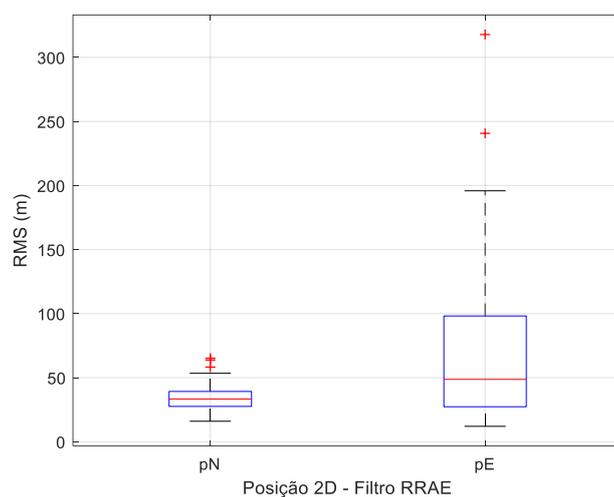
Fonte: Autora.

Tabela A. 12 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RRAE para manobra de 4 horas.

Filtro RRAE	pN	pE
Média (m)	33.8792	69.1081
Mediana (m)	33.3857	48.6881
Desvio padrão, σ (m)	9.3141	55.5380
Máximo	65.5379	317.8821
Mínimo	16.0007	12.0485
Número de valores atípicos	3	2

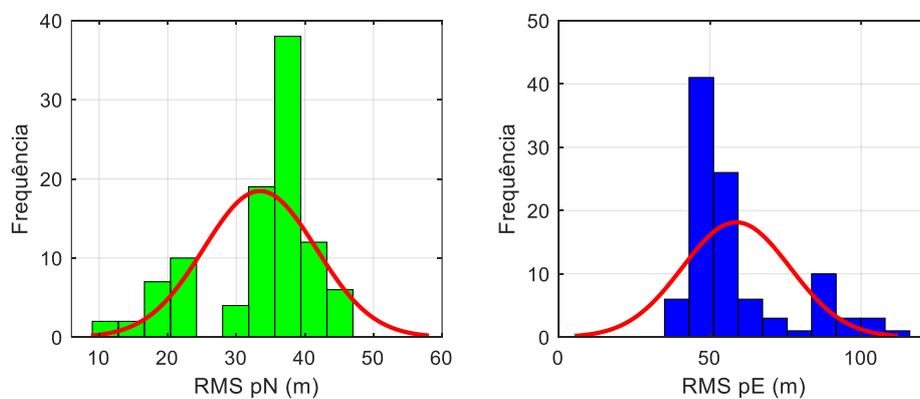
Fonte: Autora.

Figura A. 24 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 4 horas. Quantidade de amostras: 100. Filtro RRAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 25 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 4 horas. AFKF.



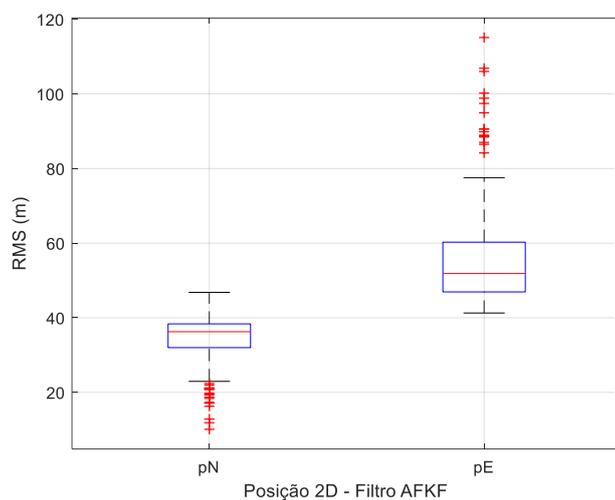
Fonte: Autora.

Tabela A. 13 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro do filtro AFKF.

Filtro AFKF	pN	pE
Média (m)	33.4525	58.6820
Mediana (m)	36.2540	51.8503
Desvio padrão, σ (m)	8.2122	17.8127
Máximo	46.7957	115.1097
Mínimo	10.0926	41.2740
Número de valores atípicos	18	17

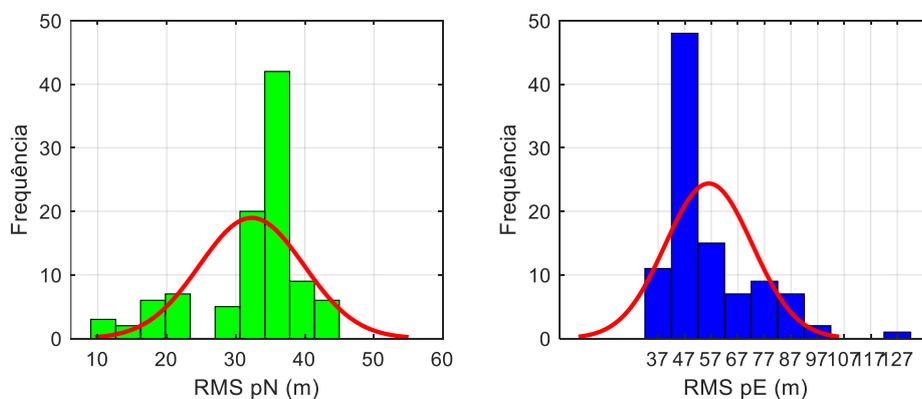
Fonte: Autora.

Figura A. 26 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 4 horas. Quantidade de amostras: 100. Filtro AFKF.



Fonte: Autora.

Figura A. 27 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 4 horas. MMAE.



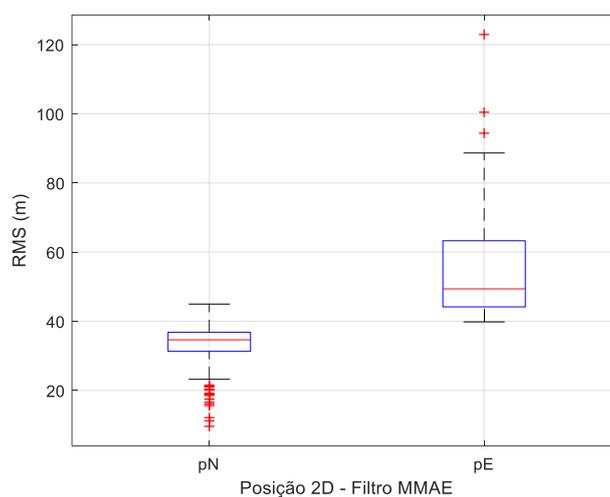
Fonte: Autora.

Tabela A. 14 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro do filtro MMAE.

Filtro MMAE	pN	pE
Média (m)	32.3144	56.0719
Mediana (m)	34.6564	49.3783
Desvio padrão, σ (m)	7.5698	16.3627
Máximo	44.9889	122.925
Mínimo	9.6397	39.8415
Número de valores atípicos	17	3

Fonte: Autora.

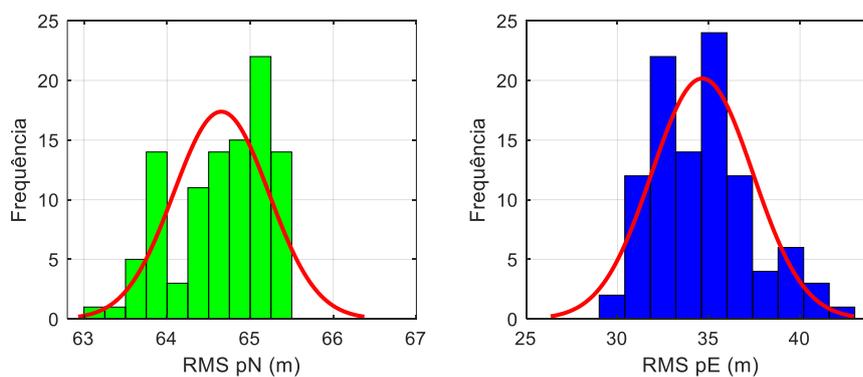
Figura A. 28 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 4 horas. Quantidade de amostras: 100. Filtro MMAE.



Fonte: Autora.

A.1.3 Análise com inserção de *outliers* para manobra de 1 hora

Figura A. 29 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Com outliers. Manobra de 1 hora. Filtro KF.



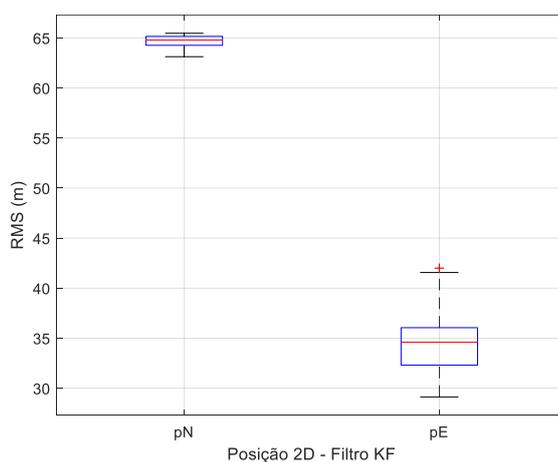
Fonte: Autora.

Tabela A. 15 - Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição. Filtro KF. Manobra de 1h. Com *outliers*.

Filtro KF	pN	pE
Média (m)	64.66522	34.6476
Mediana (m)	64.7917	34.6060
Desvio padrão, σ (m)	0.5737	2.7694
Máximo	65.4626	42.0018
Mínimo	63.1252	29.1310
Número de valores atípicos	0	1

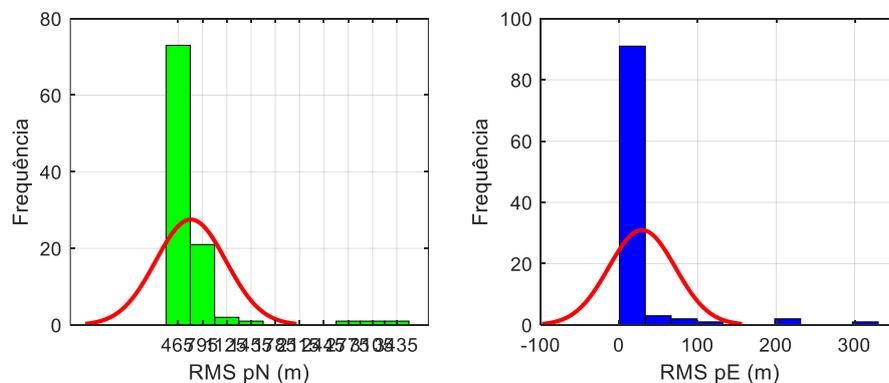
Fonte: Autora.

Figura A. 30 - Diagrama de caixas dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Experimento com 100 amostras. Filtro KF. Com *outliers*.



Fonte: Autora.

Figura A. 31 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Com *outliers*. Manobra de 1 hora. Filtro IAE.



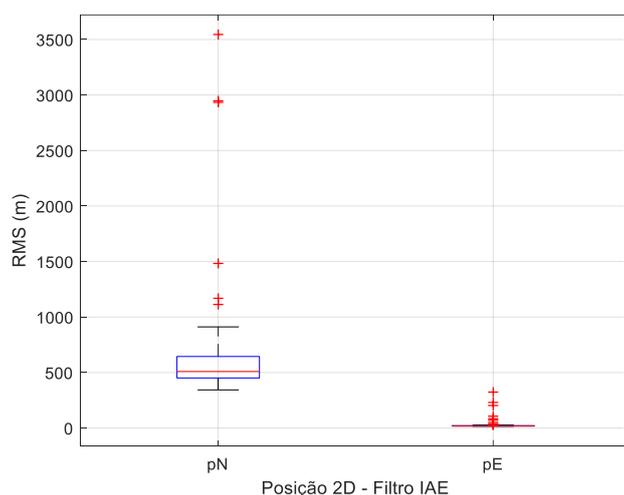
Fonte: Autora.

Tabela A. 16 - Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição. Filtro IAE. Manobra de 1h. Com *outliers*.

Filtro IAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	637.0289	28.8662
Mediana (m)	509.5071	18.6217
Desvio padrão, σ (m)	478.1855	42.4982
Máximo	3545.2368	323.6389
Mínimo	346.5883	15.4628
Número de valores atípicos	6	11

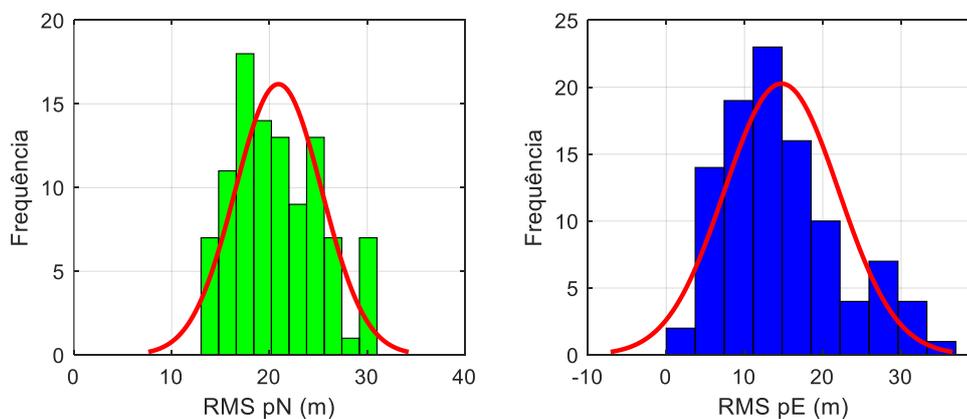
Fonte: Autora.

Figura A. 32 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Experimento com 100 amostras. Filtro IAE. Com *outliers*.



Fonte: Autora.

Figura A. 33 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. Filtro RIAE.



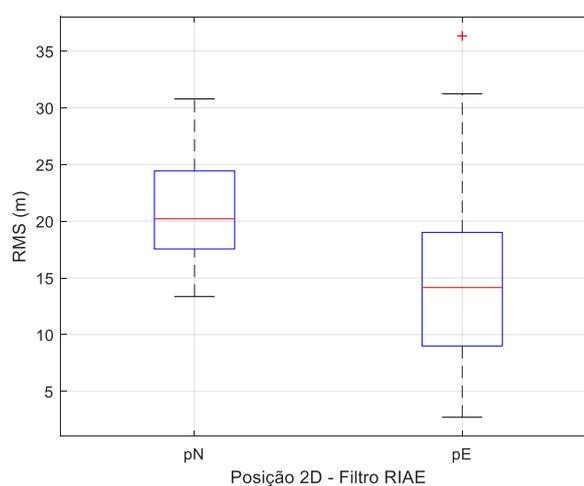
Fonte: Autora.

Tabela A. 17 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RIAE para manobra de 1 hora.

Filtro RIAE	pN	pE
Média (m)	20.9238	14.7308
Mediana (m)	20.2120	14.1439
Desvio padrão, σ (m)	4.4362	7.2815
Máximo	30.7793	36.3369
Mínimo	13.3517	2.7066
Número de valores atípicos	0	1

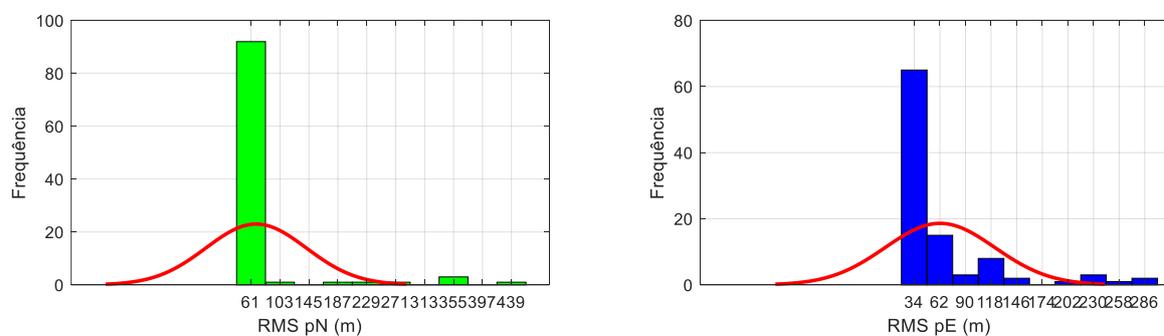
Fonte: Autora.

Figura A. 34 - Diagrama de caixas dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Experimento com 100 amostras. Filtro RIAE. Com outliers.



Fonte: Autora.

Figura A. 35 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. Filtro AFKF.



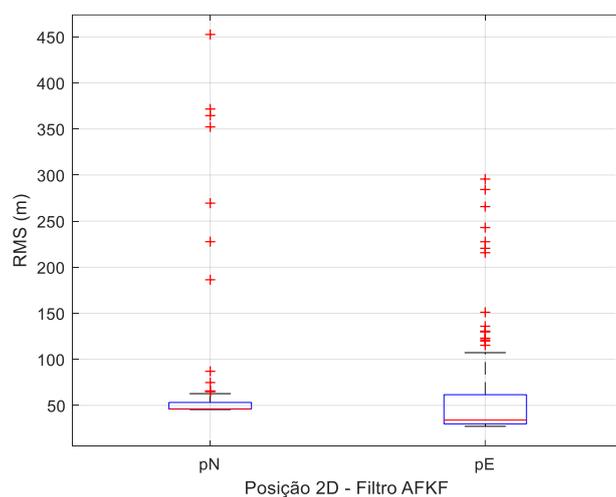
Fonte: Autora.

Tabela A. 18 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro AFKF para manobra de 1 hora.

Filtro AFKF	pN	pE
Média (m)	68.3492	62.1892
Mediana (m)	46.2301	34.1271
Desvio padrão, σ (m)	72.8261	60.0119
Máximo	452.5852	295.6499
Mínimo	45.5104	27.2866
Número de valores atípicos	12	15

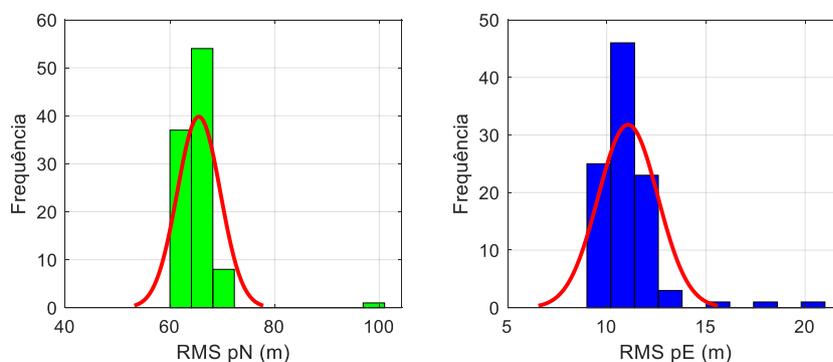
Fonte: Autora.

Figura A. 36 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro AFKF.



Fonte: Autora.

Figura A. 37 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. Filtro MMAE.



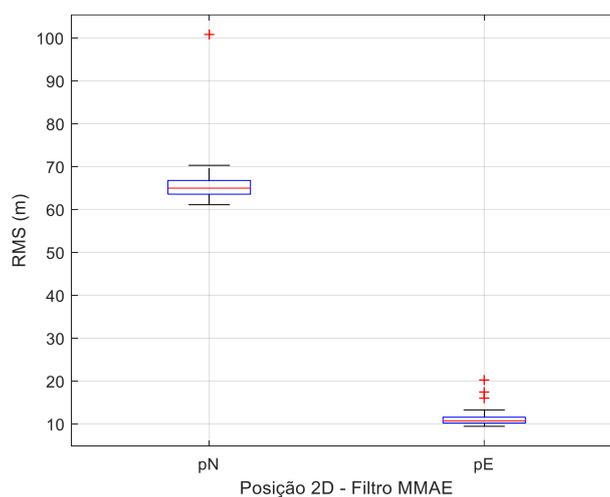
Fonte: Autora.

Tabela A. 19 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro MMAE para manobra de 1 hora.

Filtro MMAE	pN	pE
Média (m)	65.5087	11.0728
Mediana (m)	64.9718	10.7149
Desvio padrão, σ (m)	4.1074	1.5063
Máximo	100.7978	20.2307
Mínimo	61.1064	9.4411
Número de valores atípicos	1	3

Fonte: Autora.

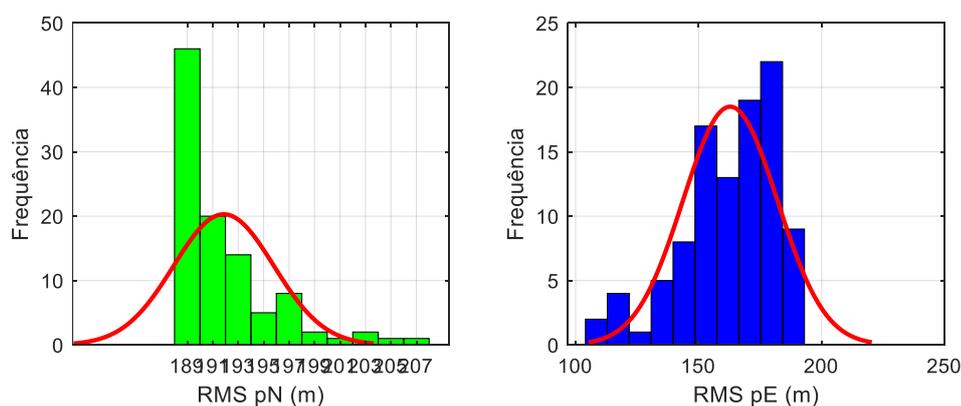
Figura A. 38 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro MMAE.



Fonte: Autora.

A.1.4 Análise com inserção de outliers para manobra de 4 horas

Figura A. 39 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Com *outliers*. Manobra de 4 horas. KF.



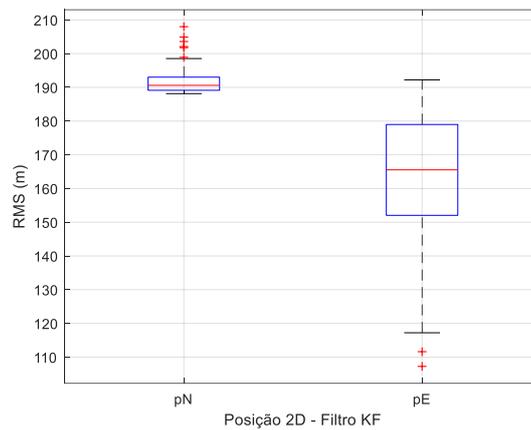
Fonte: Autora.

Tabela A. 20 - Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro KF para manobra de 4 horas.

Filtro KF	pN	pE
Média (m)	191.8660	162.8136
Mediana (m)	190.5924	165.5355
Desvio padrão, σ (m)	3.9300	19.1833
Máximo	207.9822	192.2143
Mínimo	188.1392	107.2525
Número de valores atípicos	6	2

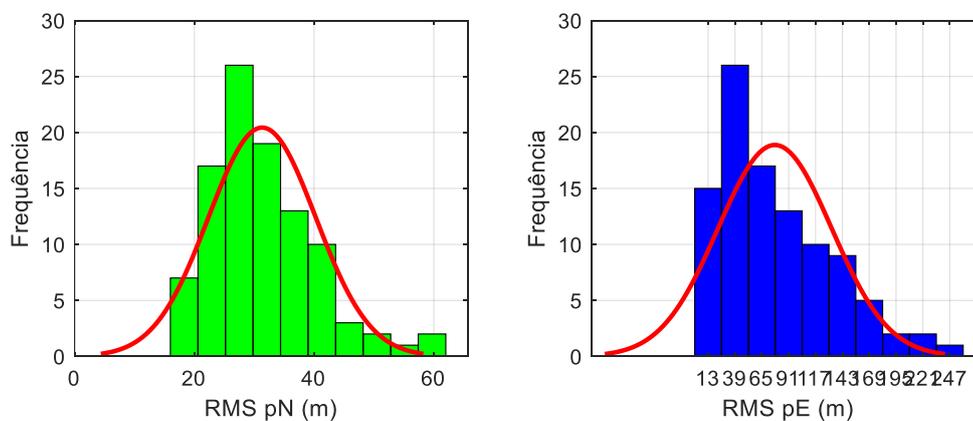
Fonte: Autora.

Figura A. 40 - Diagrama de caixas dos erros de posição horizontal. Tempo de manobra: 4 horas. Quantidade de amostras: 100. Filtro KF.



Fonte: Autora.

Figura A. 41 - Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 4 horas. Filtro RIAE.



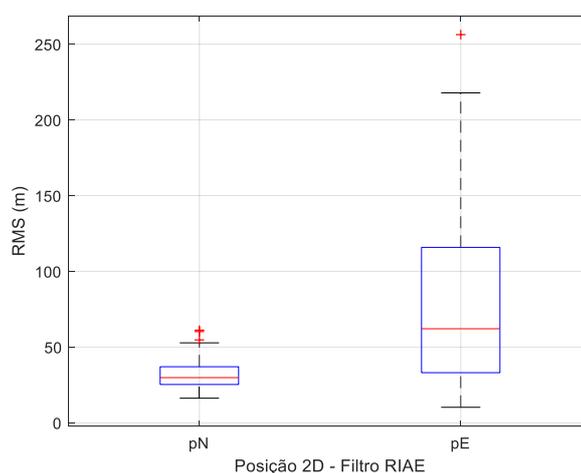
Fonte: Autora.

Tabela A. 21 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de erros de posição do filtro RIAE para manobra de 4 horas.

Filtro RIAE	pN	pE
Média (m)	31.3195	77.5944
Mediana (m)	29.8087	62.0921
Desvio padrão, σ (m)	8.9786	54.9297
Máximo	61.1681	256.3122
Mínimo	16.2411	10.2273
Número de valores atípicos	3	1

Fonte: Autora.

Figura A. 42 - Diagrama de caixas dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RIAE.

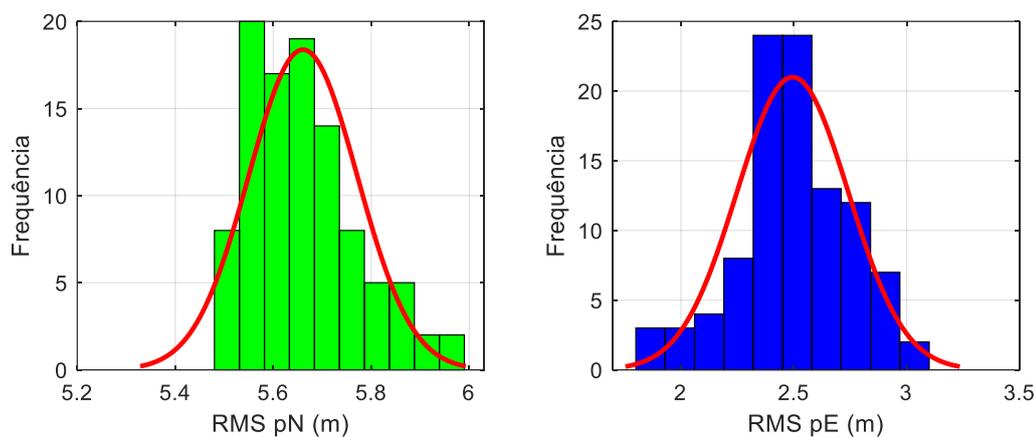


Fonte: Autora.

A.2 SIMULAÇÃO DE UMA IMU DO TIPO INTERMEDIÁRIA

Para complementar as análises de simulação de uma IMU de modelo intermediária explanadas na seção 5.1.1, são incluídos neste apêndice os demais gráficos e tabelas correspondentes às 100 repetições de simulação considerando uma incerteza de 3 vezes os parâmetros nominais de *Angle/Velocity Random Walk* e *Bias Instability* dos girômetros e acelerômetros para uma manobra de 1 hora.

Figura A. 43 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. KF.



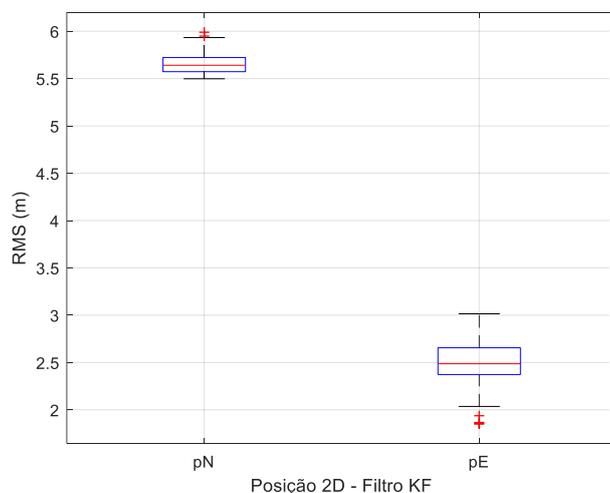
Fonte: Autora.

Tabela A. 22 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de Erros de Posição RMS (m) do filtro KF.

Filtro KF	pN	pE
Média (m)	5.6606	2.4947
Mediana (m)	5.6410	2.4868
Desvio padrão, σ (m)	0.1106	0.2469
Máximo	5.9899	3.015
Mínimo	5.4984	1.8507
Número de valores atípicos	2	4

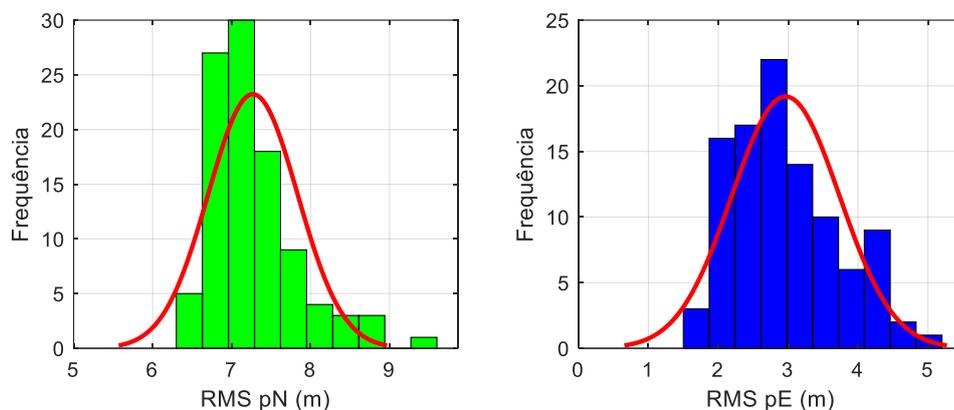
Fonte: Autora.

Figura A. 44 – Diagrama de caixa dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro KF.



Fonte: Autora.

Figura A. 45 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. IAE.



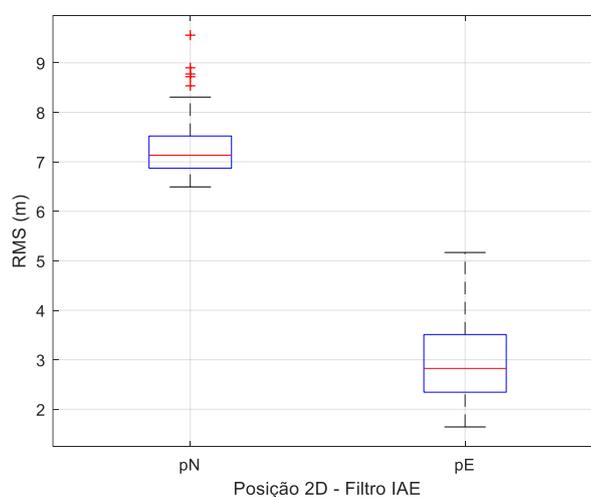
Fonte: Autora.

Tabela A. 23 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de Erros de Posição RMS (m) do filtro IAE.

Filtro IAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	7.2693	2.9634
Mediana (m)	7.1329	2.8248
Desvio padrão, σ (m)	0.5665	0.7693
Máximo	9.5584	5.1671
Mínimo	6.4933	1.6425
Número de valores atípicos	5	0

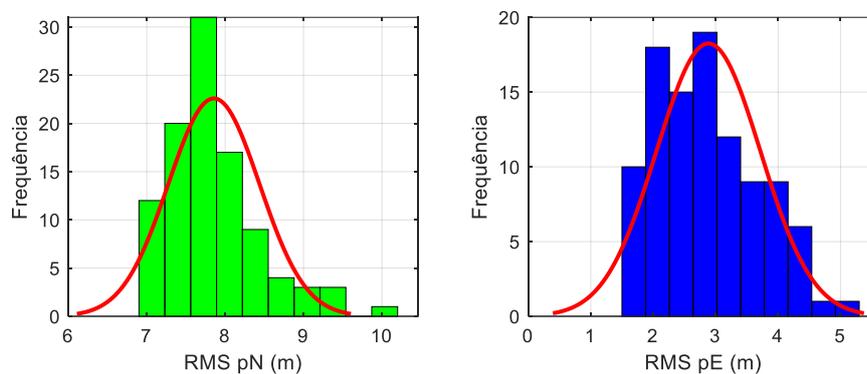
Fonte: Autora.

Figura A. 46 – Diagrama de caixa dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro IAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 47 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. RIAE.



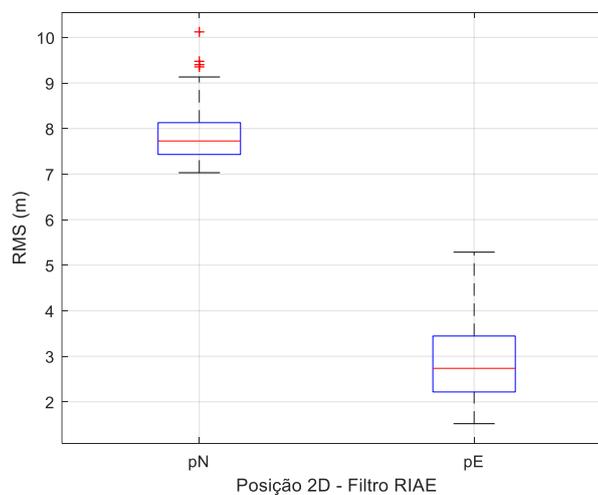
Fonte: Autora.

Tabela A. 24 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de Erros de Posição RMS (m) do filtro RIAE.

Filtro RIAE	pN	pE
Média (m)	7.8564	2.8848
Mediana (m)	7.7269	2.7349
Desvio padrão, σ (m)	0.5825	0.8304
Máximo	10.1215	5.2853
Mínimo	7.0303	1.5199
Número de valores atípicos	4	0

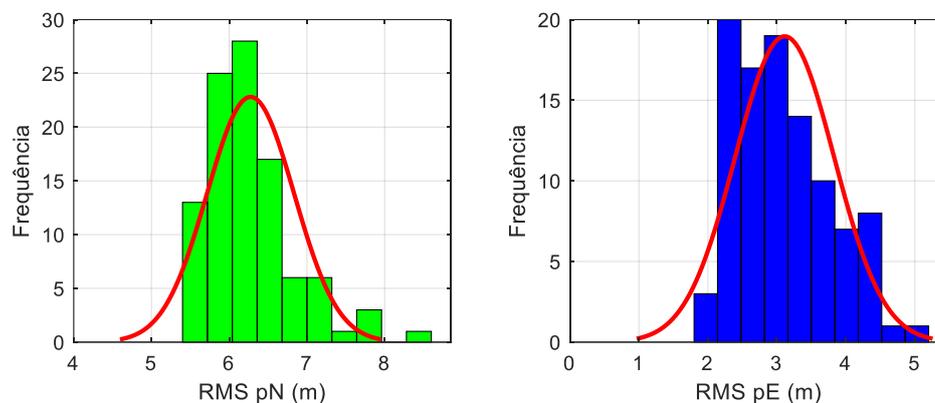
Fonte: Autora.

Figura A. 48 – Diagrama de caixa dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RIAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 49 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. RAE.



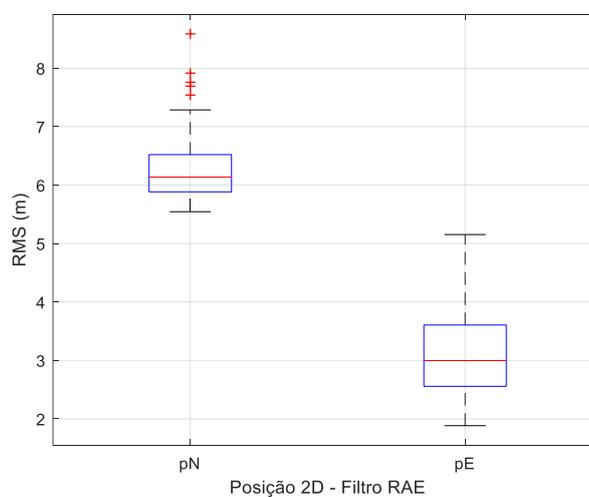
Fonte: Autora.

Tabela A. 25 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de Erros de Posição RMS (m) do filtro RAE.

Filtro RAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	6.2746	3.1126
Mediana (m)	6.1368	2.9965
Desvio padrão, σ (m)	0.5595	0.7150
Máximo	8.5868	5.1534
Mínimo	5.5444	1.883
Número de valores atípicos	5	0

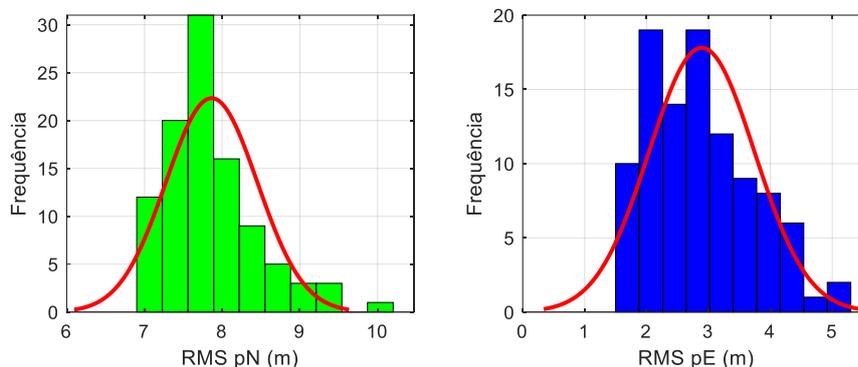
Fonte: Autora.

Figura A. 50 – Diagrama de caixa dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 51 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. RRAE.



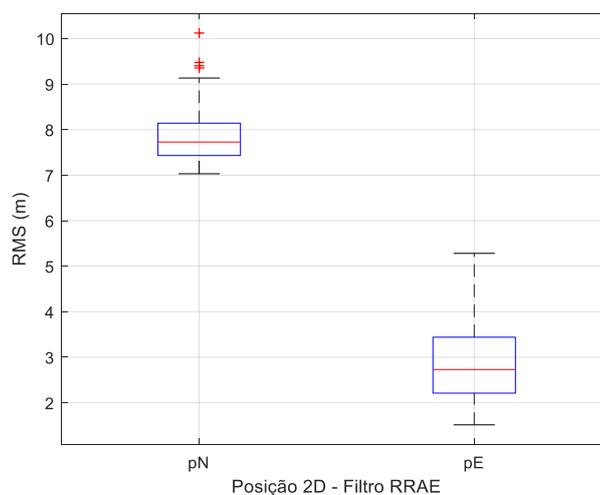
Fonte: Autora.

Tabela A. 26 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de Erros de Posição RMS (m) do filtro RRAE.

Filtro RRAE	<i>pN</i>	<i>pE</i>
Média (m)	7.8638	2.8919
Mediana (m)	7.7272	2.7303
Desvio padrão, σ (m)	0.5893	0.8513
Máximo	10.1212	5.282
Mínimo	7.0306	1.5151
Número de valores atípicos	4	0

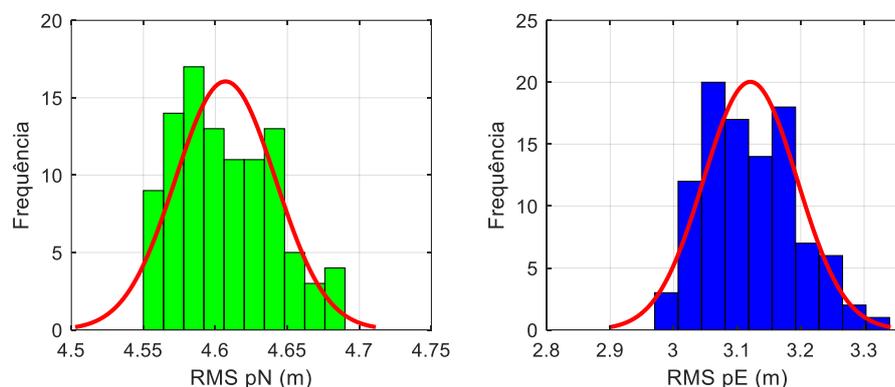
Fonte: Autora.

Figura A. 52 – Diagrama de caixa dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro RRAE.



Fonte: Autora.

Figura A. 53 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. AFKF.



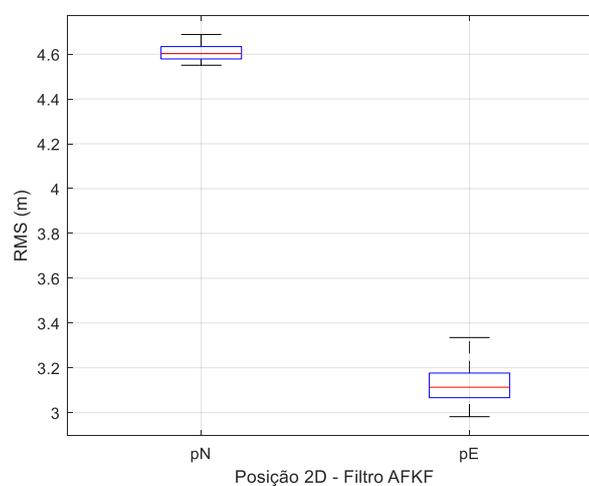
Fonte: Autora.

Tabela A. 27 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de Erros de Posição RMS (m) do filtro AFKF.

Filtro AFKF	pN	pE
Média (m)	4.6069	3.1208
Mediana (m)	0.0347	3.1135
Desvio padrão, σ (m)	4.6027	0.0736
Máximo	4.6879	3.3352
Mínimo	4.5507	2.982
Número de valores atípicos	0	0

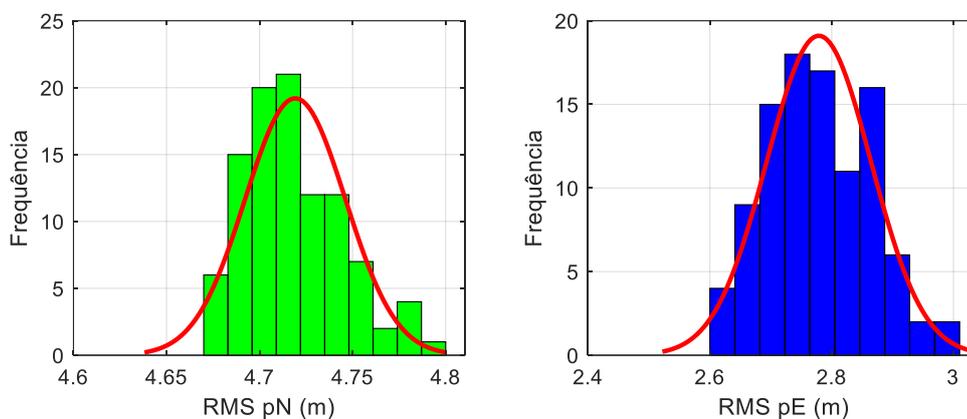
Fonte: Autora.

Figura A. 54 – Diagrama de caixa dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro AFKF.



Fonte: Autora.

Figura A. 55 – Histograma de Erros de Posição (RMS). Sem outliers. Manobra de 1 hora. MMAE.



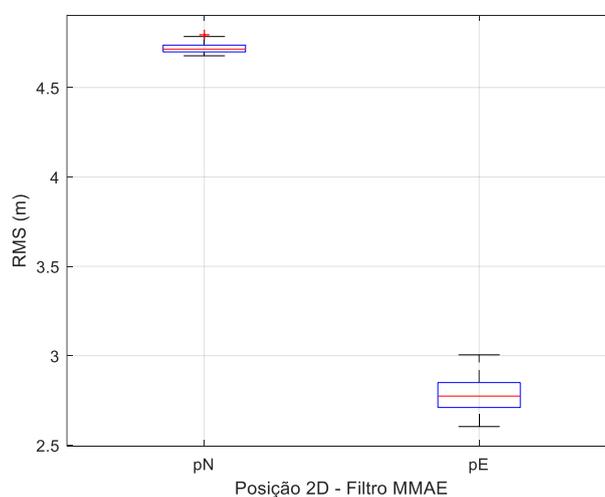
Fonte: Autora.

Tabela A. 28 – Estimadores de tendência central, dispersão e teste de normalidade do experimento de 100 amostras de Erros de Posição RMS (m) do filtro MMAE.

Filtro MMAE	pN	pE
Média (m)	4.7191	2.7788
Mediana (m)	4.7149	2.7742
Desvio padrão, σ (m)	0.0270	0.0856
Máximo	4.7951	3.0049
Mínimo	4.6774	2.6037
Número de valores atípicos	1	0

Fonte: Autora.

Figura A. 56 – Diagrama de caixa dos erros de posição 2D. Tempo de manobra: 1 hora. Quantidade de amostras: 100. Filtro MMAE.



Fonte: Autora.

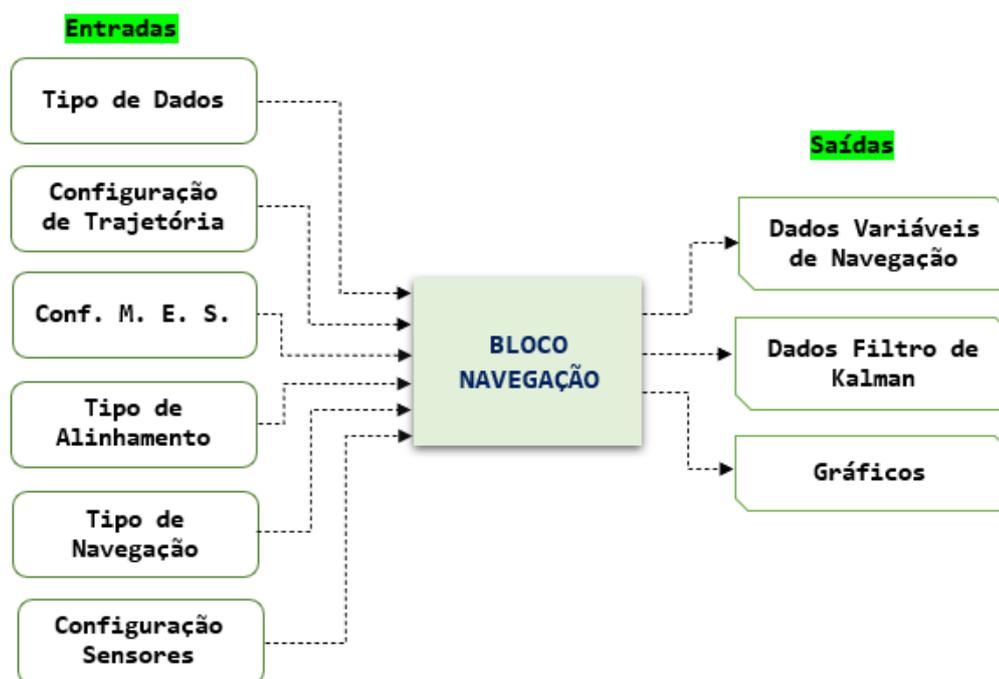
APÊNDICE B - Desenvolvimento de um simulador de manobras

Um simulador para testes de navegação com AUVs foi desenvolvido, com o intuito de propiciar testes envolvendo manobras típicas em missões com esse veículo, testando abordagens de fusão sensorial em um ambiente amigável para o usuário. As próximas subseções detalham os subsistemas do simulador.

B.1 ESTRUTURA DO SIMULADOR

O diagrama mostrado na Figura B. 1 apresenta uma visão macro do funcionamento do simulador. Os dados de entradas consistem nas configurações de tipo de dados, trajetória, modelo de erros dos sensores, tipo de alinhamento e configuração de sensores os quais ditam o comportamento do bloco de navegação resultando nos dados de saídas.

Figura B. 1 – Visão Macro do Simulador.



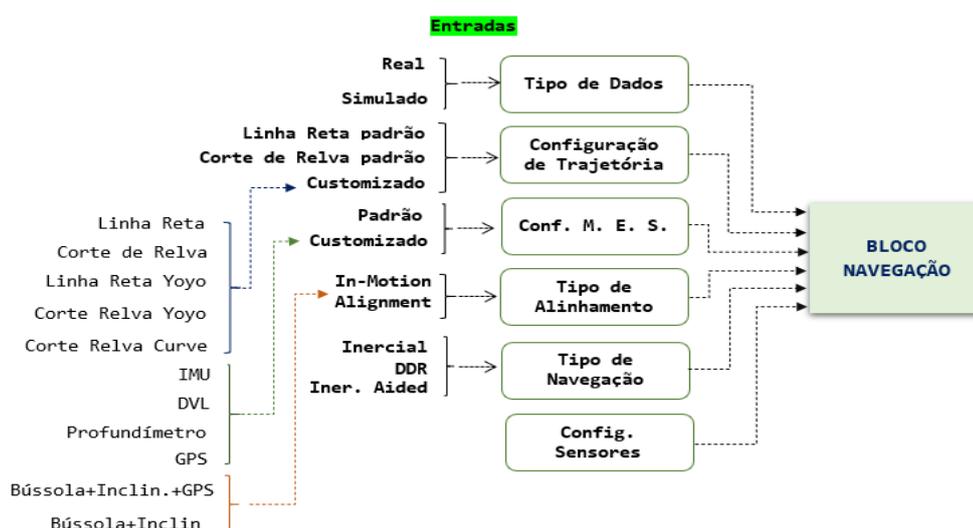
Fonte: Daniele Silva, 2021.

A Figura B. 2 detalha as opções que o usuário tem para cada uma das entradas. O tipo de dados tem as opções 1) real ou 2) simulado. A opção “real” consiste na utilização dos dados de campo para gerar a navegação, já a opção “simulado” utiliza o modelo de erros dos sensores para simulação da navegação. Na configuração de trajetória o usuário define qual tipo de trajetória deseja que o AUV execute, tendo como opções: 1) Linha reta padrão; 2) Corte de

Relva padrão; 3) Customizado. A alternativa customizado permite que o usuário altere as configurações padronizadas e escolha outras opções além de linha reta e corte de relva, como “linha reta ioiô”, “corte de relva ioiô” e “corte de relva curve”.

Bem como, tem-se a configuração do modelo de erro dos sensores onde o usuário pode escolher entre 1) padrão ou 2) customizado, ressaltando que a opção customizado permite que o usuário altere configurações internas da 1) IMU, 2) DVL, 3) PS e 4) GPS. A escolha do tipo de alinhamento consiste em duas diferentes configurações, que são 1) Bússola + Inclinômetro + GPS e 2) Bússola + Inclinômetro. Por fim, tem-se o tipo de navegação que são 1) Integração Pura, 2) Inercial Auxiliado, e as configurações dos sensores. Todas essas configurações são encaminhadas para o bloco de navegação.

Figura B. 2 – Configurações das entradas do simulador.



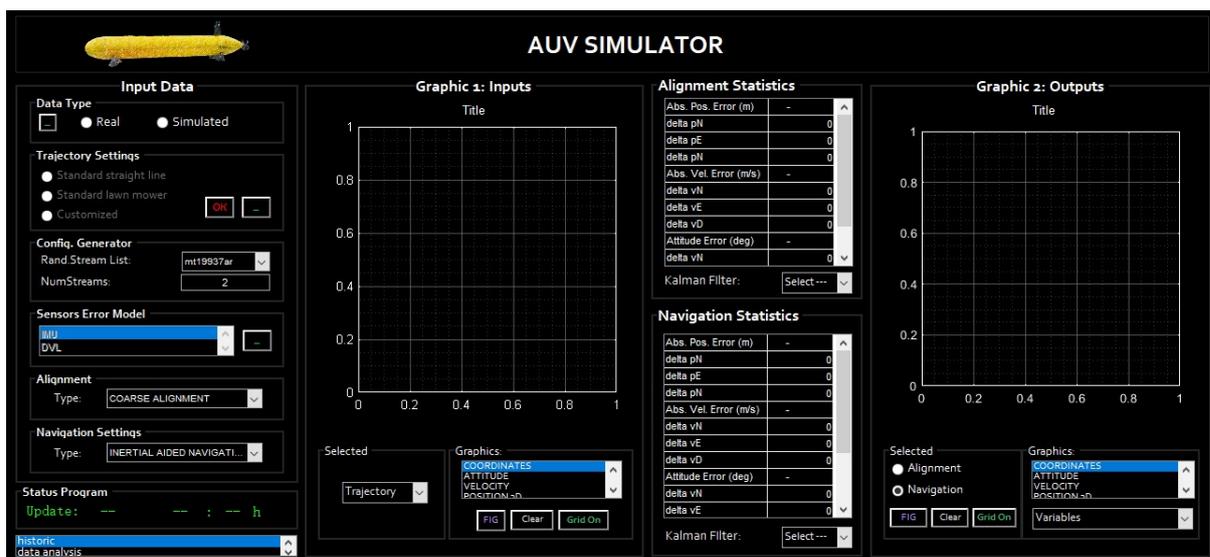
Fonte: Daniele Silva, 2021

O bloco de navegação é responsável por utilizar os dados das configurações descritas na Figura B. 2 e, a partir disso, gerar a navegação inercial auxiliado INS/DVL/PS ou GPS/INS/DVL/PS.

B.2 INTERFACE

O desenvolvimento da Interface foi realizado no GUIDE que é o ambiente de desenvolvimento de interface gráfica do MATLAB®. Este fornece um conjunto de ferramentas para a criação de interfaces gráficas de usuário (GUIs). A Figura B. 3 mostra a tela principal da interface desenvolvida com o intuito de prover praticidade ao usuário.

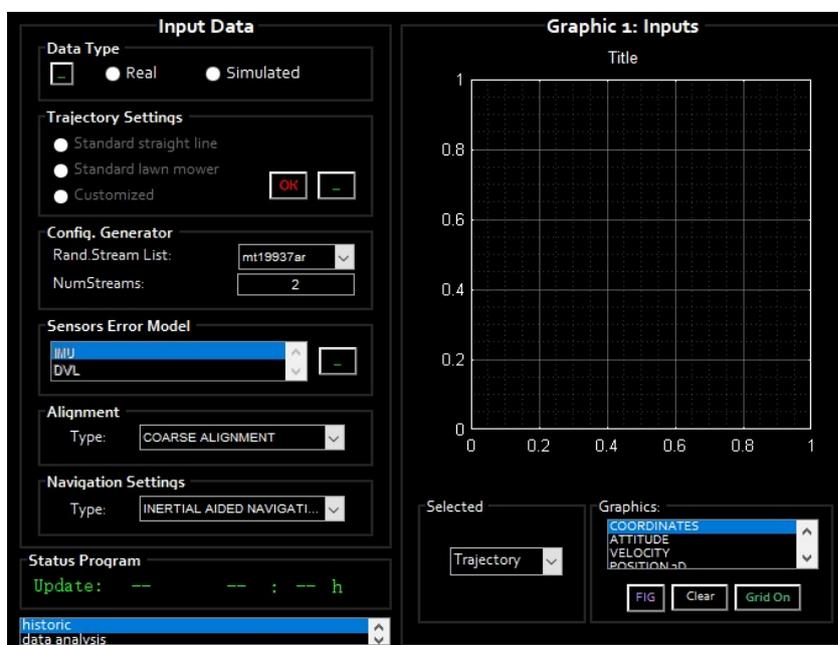
Figura B. 3 – AUV Simulator



Fonte: Daniele Silva, 2021

O AUV Simulator é dividido em duas partes: entradas e saídas. A Figura B. 4 mostra as variáveis correspondentes as entradas que são: tipos de dados, trajetórias, modelos de erros dos sensores de navegação, alinhamento e navegação.

Figura B. 4 – Entradas da Interface.

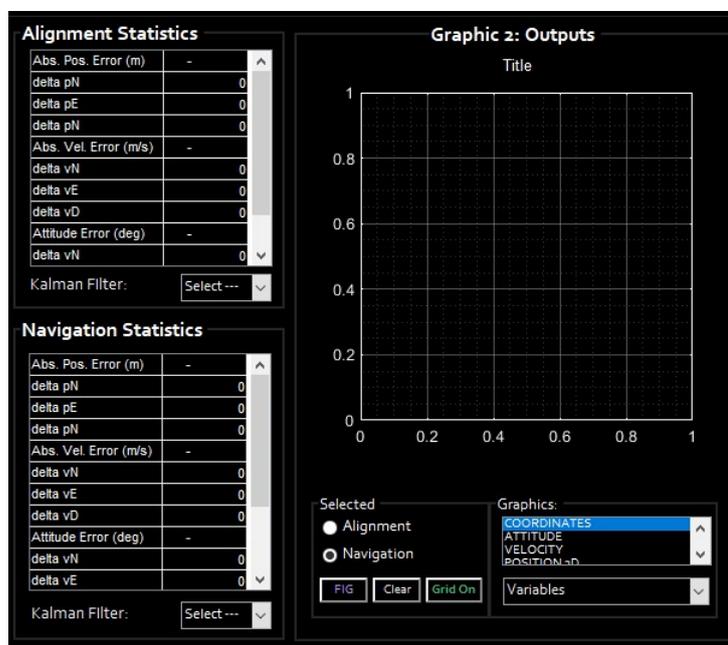


Fonte: Daniele Silva, 2021

As saídas do AUV Simulator são mostradas na Figura B. 5 e são compostas por dados do alinhamento, variáveis de navegação e os gráficos de saídas. Os dados do alinhamento e

navegação são atitude, velocidade do corpo, velocidade em NED, posição em NED, coordenadas e o tempo.

Figura B. 5 – Saídas da Interface.

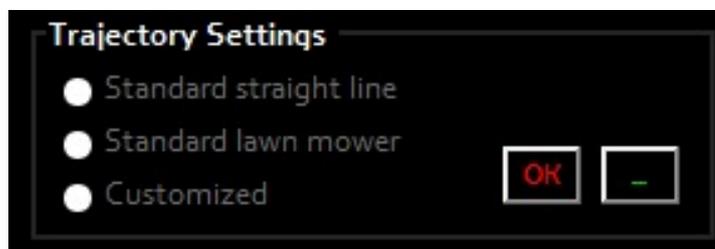


Fonte: Daniele Silva, 2021

B.3 CONFIGURAÇÃO DA TRAJETÓRIA

A configuração da trajetória é realizada ao selecionar uma das três opções, conforme mostrado na Figura B. 6: 1) linha reta padrão (*standard straight line*); 2) corte de relva padrão (*standard lawn mower*); 3) customizado (*customized*). A escolha das opções *standard* utiliza as configurações padronizadas da trajetória escolhida.

Figura B. 6 – Bloco configuração da trajetória.



Fonte: Daniele Silva, 2021

No entanto, caso o usuário selecione o item customizado é aberta a subtela *Simulated Trajectory Settings*, mostrada na Figura B. 7. Nesta subtela, o usuário pode optar por cinco tipos de trajetórias diferentes, que são: corte de relva, linha reta, corte de relva ioiô, linha reta ioiô e corte de relva com curva.

Cada trajetória habilita configurações necessárias na subtela, e a partir disso, o usuário pode alterar os parâmetros da trajetória de referência para obter a que deseja. Exemplos de alguns parâmetros modificáveis são: tempo de simulação, atitude, coordenadas iniciais, profundidade inicial, profundidade máxima, valor de *pitch* de referência, entre outros.

Figura B. 7 – Subtela da customização da trajetória

Simulated Trajectory Settings

Type Trajectory Lawn Mower	Time Curve (s) 5
Final Simulation Time (s) 3600	True Velocity in B Frame (m/s) [1 0 0]
Interval Between Epochs (s) 0.01	Attitude Angles (deg) [0 0 0]
Initial Depth (m) 2	Initial Coordinates (deg) [-23 -45]
Maximum depth (m) 12	Yoyo start time (s) 60
Yoyo repetition 6	Pitch reference (deg) 10

OK DEFAULT LOAD

Fonte: Daniele Silva, 2021

B.4 CONFIGURAÇÃO DO MODELO DE ERROS DOS SENSORES

O modelo de erros dos sensores é configurado a partir do bloco da interface *Sensor error models*, onde o usuário possui duas opções de escolha para configuração: 1) padrão (*standard*) e 2) customizado (*customized*). O usuário escolhendo as opções *standard* utiliza as configurações padronizadas dos modelos de erros dos sensores de navegação. Quando o usuário seleciona a opção customizado é possível escolher entre IMU, DVL, profundímetro e GPS.

a) Modelo de Erros: IMU

Na configuração da IMU, aparecerá a subtela da Figura B. 8. Nesta subtela é possível modificar diversos parâmetros que compõem a caracterização da IMU, tais como: *biases* (erros

de viés) dos girômetros, parâmetros de Allan dos girômetros (*Angle Random Walk*, *Bias Instability* entre outros), *biases* dos acelerômetros, parâmetros de Allan dos acelerômetros (*Velocity Random Walk* e *Bias Instability*), entre outros. Esses parâmetros são utilizados para gerar as medidas simuladas da IMU.

Figura B. 8 – Subtela de customização da IMU.

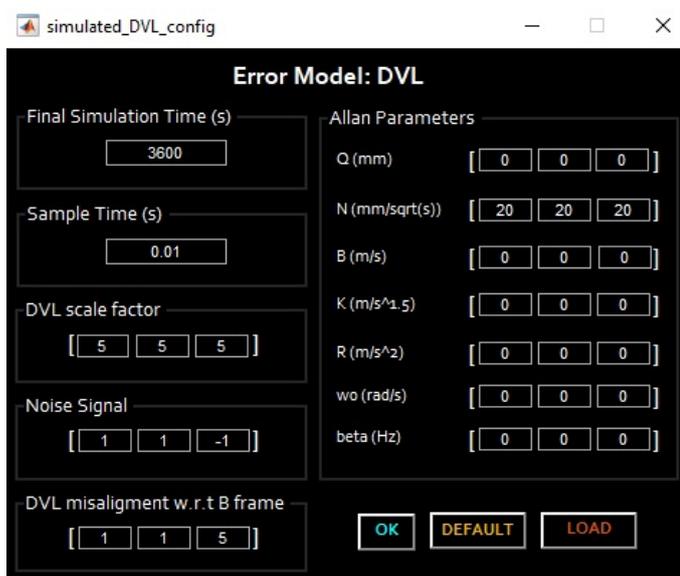


Fonte: Daniele Silva, 2021.

b) Modelo de Erros: DVL

Na configuração do DVL, aparecerá a subtela da Figura B. 9. Nesta subtela é possível alterar parâmetros que compõem a caracterização deste sensor, tais como: fator de escala, desalinhamento, parâmetros de Allan, tempo de simulação, entre outros.

Figura B. 9 – Subtela de customização do DVL.

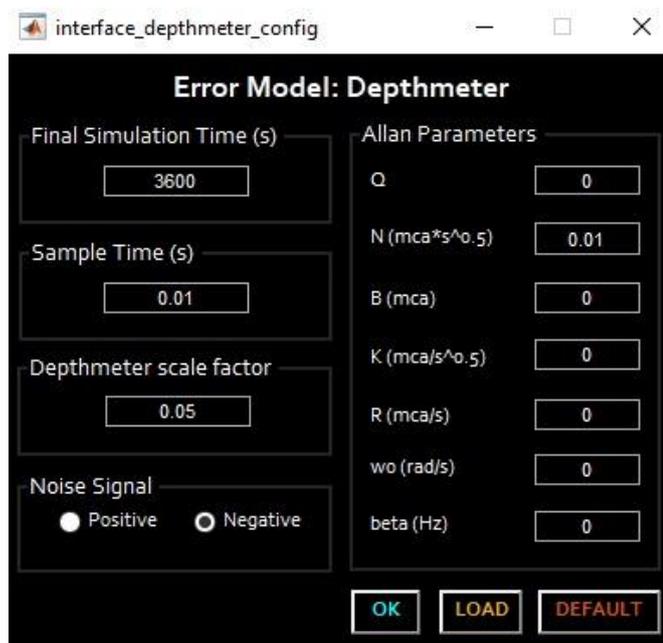


Fonte: Daniele Silva, 2021

c) *Modelo de Erros: Profundímetro*

Ao escolher a opção de customização do profundímetro, é mostrado a subtela da Figura B. 10, que permite a modificação de parâmetros como tempo de simulação, fator de escala, parâmetros de Allan, entre outros.

Figura B. 10 – Subtela de customização do Profundímetro



Fonte: Daniele Silva, 2021

B.5 TIPO DE ALINHAMENTO

O bloco do alinhamento na interface principal é mostrado na Figura B. 11. Este bloco pode ser habilitado para tipo de dados real ou simulado e as configurações mudam de acordo com essas duas opções.

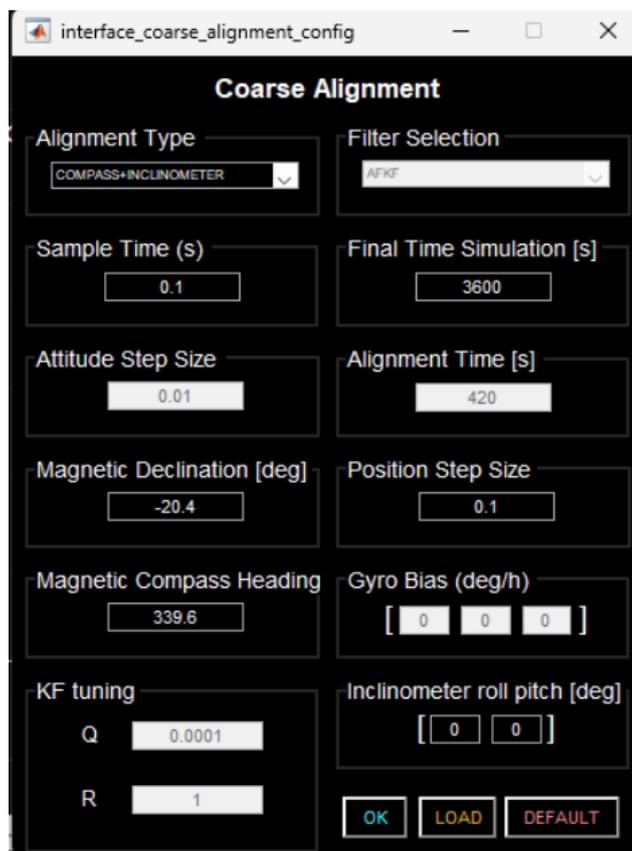
Figura B. 11 – Bloco de alinhamento.



Fonte: Daniele Silva, 2021

A subtela correspondente ao alinhamento do tipo de dados simulado é mostrada na Figura B. 12. Nesta subtela é possível escolher o tipo de alinhamento e modificar os parâmetros como: tempo de simulação, tempo de alinhamento, atitude, declinação magnética, entre outros.

Figura B. 12 – Subtela dos parâmetros do alinhamento para dados simulados.



Fonte: Daniele Silva, 2021

B.6 TIPO DE NAVEGAÇÃO

O tipo de navegação é escolhido no bloco da interface mostrado na Figura B. 13, onde é possível escolher em “*Type of Navigation*” as opções: 1) Inercial, 2) Dead-Reckoning e 3) Inercial Auxiliado.

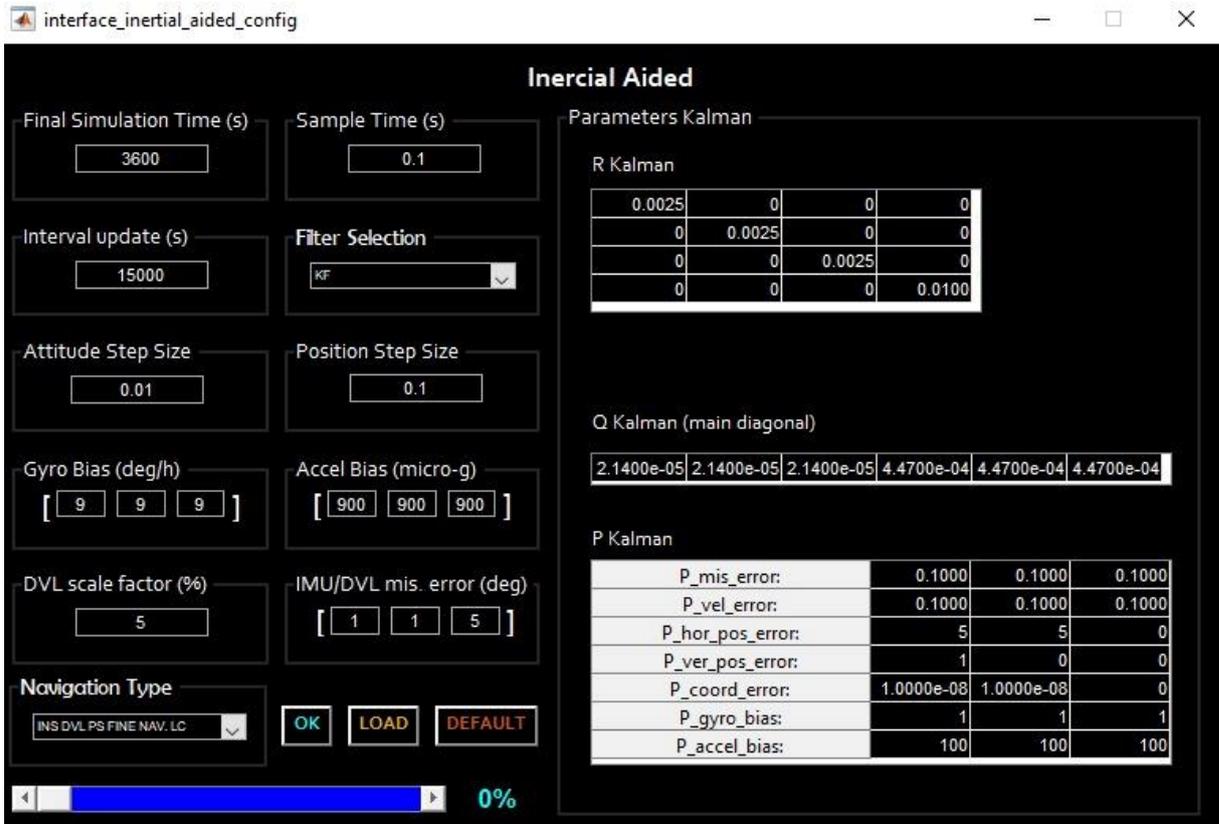
Figura B. 13 – Bloco de configuração da navegação.



Fonte: Daniele Silva, 2021

A configuração da navegação inercial auxiliada é feita por meio da subtela da Figura B. 14. Os parâmetros utilizados para configurá-la são o tempo de simulação, *bias* dos girômetros, *bias* dos acelerômetros, parâmetros dos filtros de Kalman (matrizes Q e R), entre outros. A configuração da navegação é a última etapa necessária para a visualização dos dados de saída.

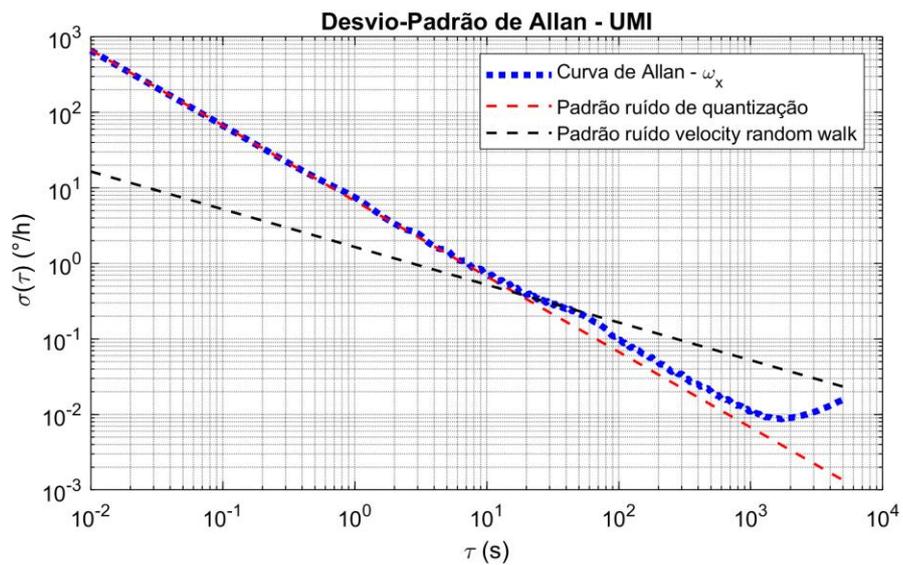
Figura B. 14 – Subtela de configurações da navegação inercial auxiliada.



Fonte: Autora.

APÊNDICE C - Gráficos dos Ensaios de Variância de Allan da IMU

Figura C. 1 – Caracterização dos ruídos da IMU – Girômetros eixo x.



Fonte: Autora.

Figura C. 2 – Caracterização dos ruídos da IMU – Girômetros eixo y.

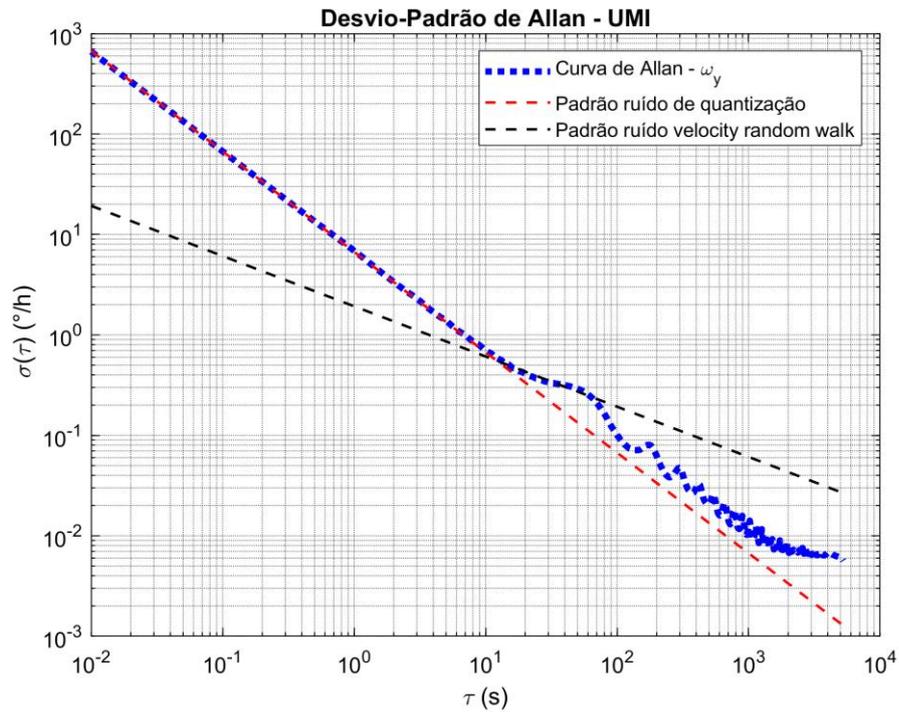


Figura C. 3 – Caracterização dos ruídos da IMU – Girômetros eixo z.

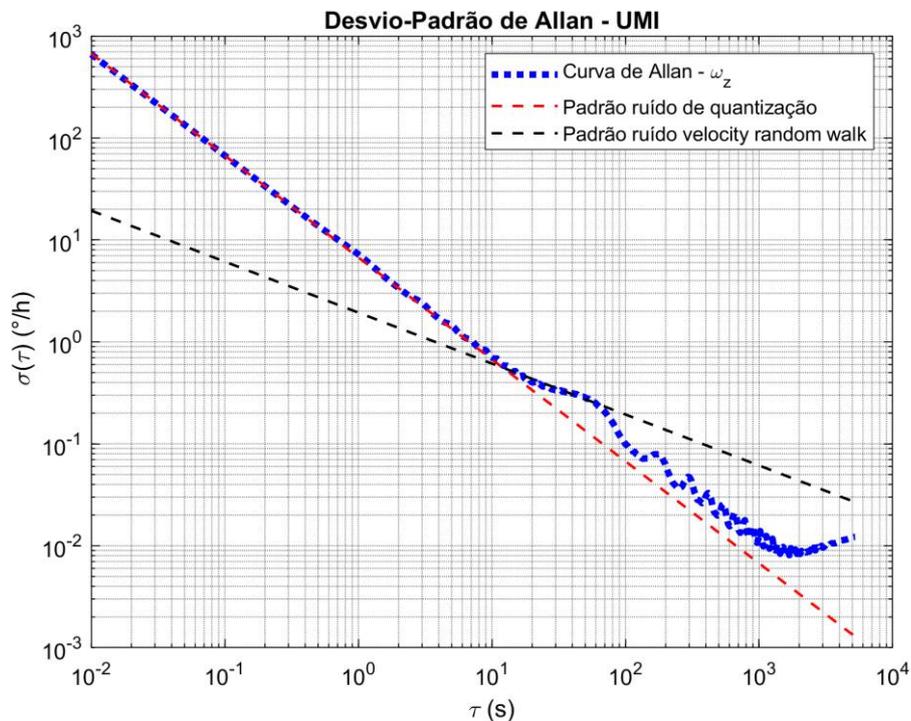


Figura C. 4 – Caracterização dos ruídos da IMU – Acelerômetros eixo x.

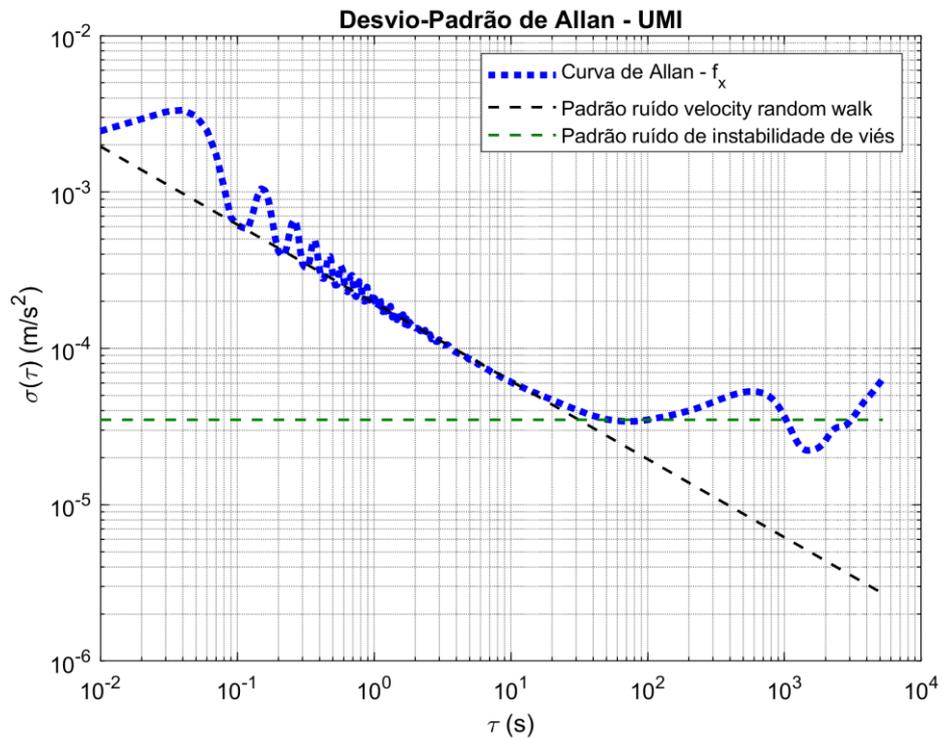


Figura C. 5 – Caracterização dos ruídos da IMU – Acelerômetros eixo y.

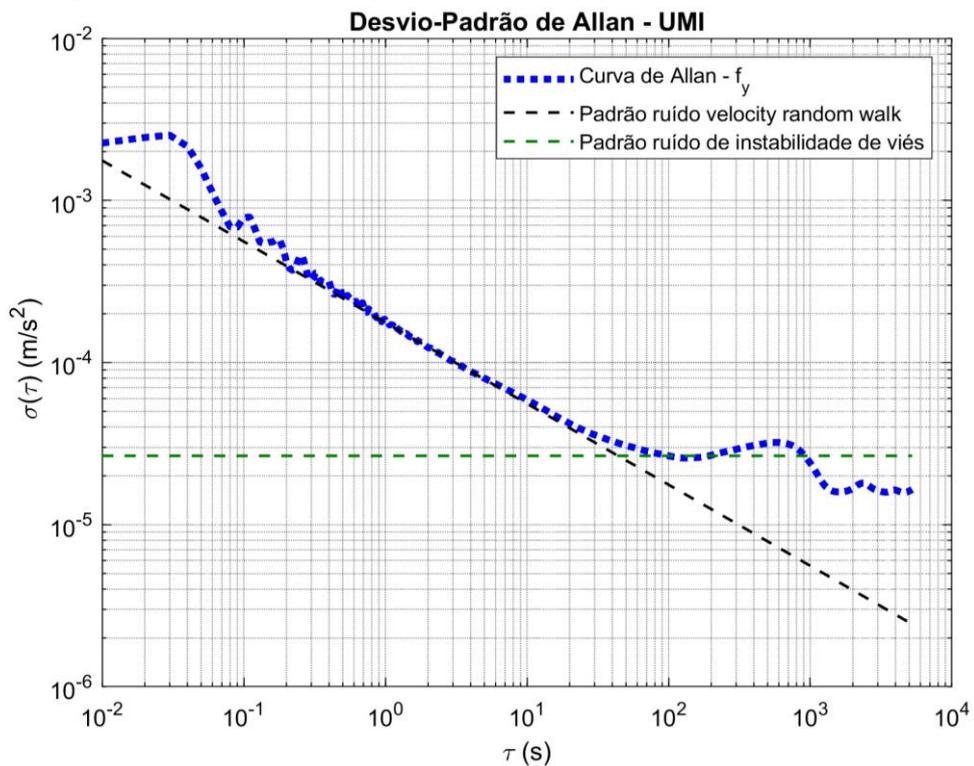
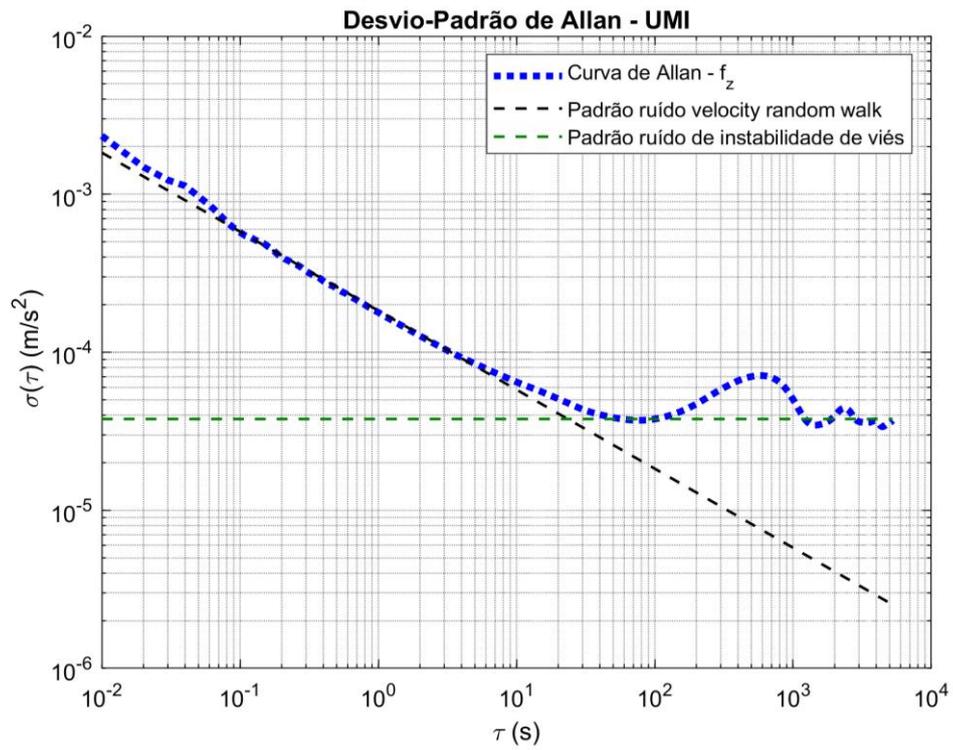


Figura C. 6 – Caracterização dos ruídos da IMU – Acelerômetros eixo z.



Fonte: Autora.

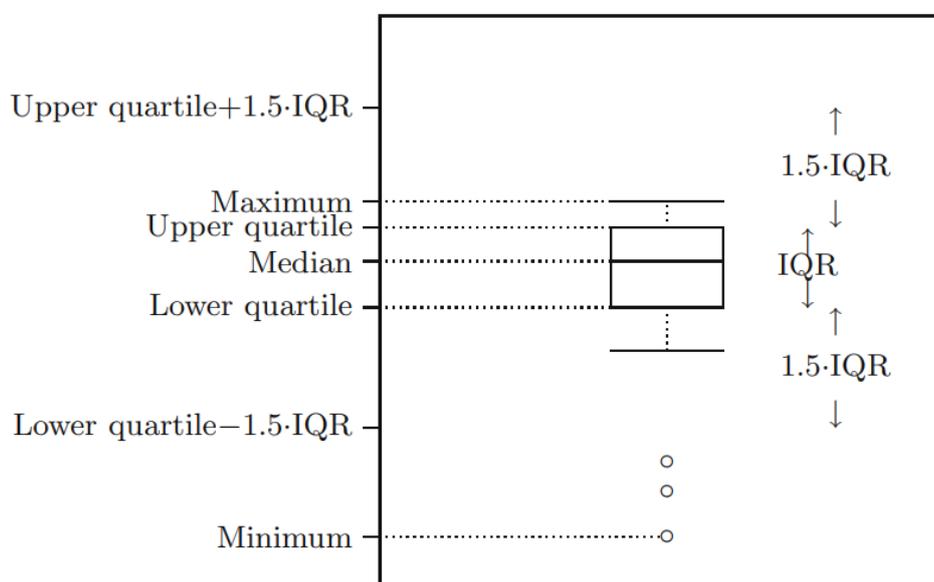
APÊNDICE D - Ferramenta estatística: diagrama de caixas

Como parte de mais uma estratégia de comparação de desempenho entre as técnicas de adaptação, adotou-se uma ferramenta gráfica mostrada na Figura D. 1 que consiste no diagrama de caixas proposto por TUKEY (1977).

O principal objetivo é representar a alteração dos dados de uma variável por quartis e a partir disso observar informações importantes do conjunto de dados. TUKEY (1977) sugeriu que além de identificar apenas o centro do conjunto de dados, os valores de mínimo e máximo, mediana e os percentis empíricos de 25% e 75% também fossem inclusos. Os percentis de 25% e 75% são denominadas de quartil inferior e quartil superior, respectivamente, e em conjunto com a mediana, dividem o conjunto de dados em quatro partes (DEKKING *et al.*, 2005).

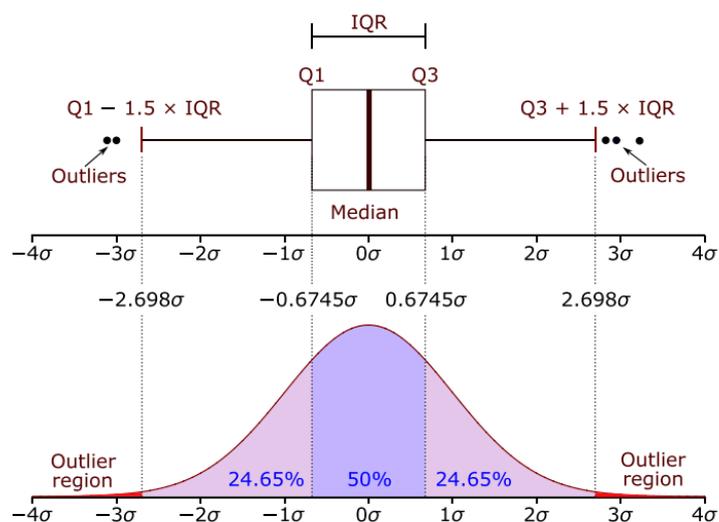
Das informações que podem ser obtidas, a distância entre a mediana e os quartis inferior e superior dão indicativos sobre o enviesamento da amostra. A distância entre o quartil inferior e superior especifica a metade do meio da amostra, edá informações da quantidade de variabilidade entre os elementos do conjunto de dados. Tal distância é denominada de *Interquartile Range (IQR)*, conforme a representação na Figura D. 1.

Figura D. 1 – (a) Diagrama de caixas



Fonte: Extraído de (DEKKING *et al.*, 2005).

Figura D. 2 – Diagrama de caixa e função densidade de probabilidade de uma distribuição normal.



Fonte: Extraído de (VERMA; RANGA, 2020).

De acordo com o proposto por TUKEY (1977), a análise do diagrama de caixas é feita observando os seguintes quesitos: a) a largura da caixa é irrelevante; (b) a altura é precisamente o IQR; (c) a linha horizontal no interior da caixa corresponde à mediana da amostra; (d) a linha horizontal acima do quartil superior, corresponde a distância de $1,5 \times IQR$ que corresponde a máxima observação do conjunto de dados, da mesma forma a partir do quartil inferior têm-se a menor observação; (e) as demais observações para além dos limites inferior e superior são denominadas de valores atípicos ou discrepantes da amostra. Tais quesitos podem ser notados na Figura D. 2, onde é mostrada a relação entre o diagrama de caixas e a função densidade de probabilidade.